

Tesis Doctoral

Estudio de propiedades de materiales mediante la generación de ultrasonido con luz láser

Alvarez, Natalia Clara

2016-06-30

Este documento forma parte de la colección de tesis doctorales y de maestría de la Biblioteca Central Dr. Luis Federico Leloir, disponible en digital.bl.fcen.uba.ar. Su utilización debe ser acompañada por la cita bibliográfica con reconocimiento de la fuente.

This document is part of the doctoral theses collection of the Central Library Dr. Luis Federico Leloir, available in digital.bl.fcen.uba.ar. It should be used accompanied by the corresponding citation acknowledging the source.

Cita tipo APA:

Alvarez, Natalia Clara. (2016-06-30). Estudio de propiedades de materiales mediante la generación de ultrasonido con luz láser. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires.

Cita tipo Chicago:

Alvarez, Natalia Clara. "Estudio de propiedades de materiales mediante la generación de ultrasonido con luz láser". Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires. 2016-06-30.

EXACTAS UBA

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales



UBA

Universidad de Buenos Aires



UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Departamento de Física

Estudio de propiedades de materiales mediante la generación de ultrasonido con luz láser

Tesis presentada para optar al título de Doctor de la
Universidad de Buenos Aires en el área de Ciencias Físicas

Natalia Clara Alvarez

Director de Tesis: Dr. Fernando Perez-Quintán
Director Asistente de Tesis: Dra. María Teresa Garea
Consejero de Estudios: Dra. Andrea Bragas
Lugar de Trabajo: Grupo de Láser, Óptica de Materiales y
Aplicaciones electromagnéticas, Facultad de Ingeniería, UBA

Junio de 2016

Resumen

Los ensayos no destructivos involucran técnicas de análisis que permiten el estudio de materiales sin modificar sus propiedades y manteniendo sus características funcionales luego del ensayo. Estas técnicas se emplean tanto en el ámbito industrial como en el ámbito de la investigación. Existe gran interés en el desarrollo de este tipo de herramientas, ya que permiten el ahorro de costos y tiempos en la producción y evaluación de materiales y productos.

En el método de ultrasonido láser un pulso de luz incide sobre la superficie del material bajo estudio y éste es parcialmente absorbido. A partir de este fenómeno se pueden producir diversos procesos (expansión térmica, evaporación y eyección de material, etc.) que generan una perturbación que se propaga en el medio, denominada ultrasonido. Para generar ondas de ultrasonido con un gran ancho de banda se utilizan pulsos cortos de láser de alta potencia. Las características del ultrasonido generado dependen de la forma y duración del pulso, de la extensión del área iluminada y de la potencia incidente. Si la potencia incidente es demasiado alta, puede producirse la ablación de la superficie. La ablación es en la mayoría de los casos algo que se desea evitar, ya que deteriora el material que se está estudiando. En los ensayos no destructivos se emplean potencias en el régimen denominado termoelástico, donde el material sólo se ve afectado por la expansión térmica y, por consiguiente, su estructura no resulta afectada.

En la técnica de ultrasonido láser, las ondas de ultrasonido generadas en el material son detectadas sobre su superficie mediante métodos ópticos de interferometría. Esta técnica es de no contacto y por lo tanto es ideal para ensayar materiales en situaciones donde el acoplamiento de un sensor con la muestra puede ser riesgoso o puede degradar la exactitud de la medición. Una de las principales ventajas de la detección interferométrica es su gran ancho de banda, a diferencia del caso de sensores de contacto, como por ejemplo, los transductores piezoeléctricos. No obstante, la limitación más importante de este método de detección es su gran sensibilidad a las diferencias de camino óptico introducidas por el ambiente, ya sea por vibraciones, fluctuaciones térmicas, etc.

En esta Tesis se desarrolla, en el marco de los ensayos no destructivos, una técnica de ultrasonido láser de características robustas. Esta técnica puede ser aplicable aún en entornos industriales, donde las técnicas interferométricas tradicionales suelen presentar serios problemas debido a la presencia de fuertes vibraciones.

Por un lado, en este trabajo se exploran técnicas interferométricas de detección de ondas superficiales de ultrasonido en régimen termoelástico. Se proponen métodos de recuperación de fase que permiten obtener el desplazamiento medio de la superficie bajo análisis, aún en presencia de fluctuaciones en la longitud de camino óptico de varios órdenes de magnitud mayores a las generadas por el ultrasonido.

Por otro lado, se estudia la capacidad de la técnica de ultrasonido láser propuesta para caracterizar diversos aspectos de la muestra bajo análisis, como son sus constantes elásticas y su espesor. También se generan defectos controlados en las muestras y se realiza la caracterización de su profundidad y localización a través del análisis, en tiempo y frecuencia, de las señales de ultrasonido.

Para validar los resultados obtenidos experimentalmente se desarrolla un esquema numérico que simula el fenómeno termoelástico de generación de ultrasonido en materiales elásticos lineales, a partir de la incidencia de ondas electromagnéticas. Este método numérico permite modelar, también, la propagación de las ondas de ultrasonido en presencia de defectos en el material.

Palabras clave: Ensayos no destructivos, Ultrasonido láser, Interferometría, Simulación numérica, Caracterización de materiales.

Study on material properties by laser ultrasonics

Abstract

Nondestructive testing involves analysis techniques that allow the study of materials without altering their properties and maintaining their functional characteristics after testing. This methods are employed both in industrial applications and science research. There is great interest in the development of these kind of tools, since they allow to save costs and time in the production and evaluation of materials and products.

In the laser ultrasonics method, a light pulse impinges on the surface of the material under test and it is partially absorbed, after which, diverse mechanisms may occur (such as thermal expansion, vaporization and material ejection) generating a perturbation that propagates in the medium, called ultrasound. In order to produce high bandwidth ultrasound waves, a short high power laser pulse is employed. The ultrasound wavefront properties depend on the shape and temporal length of the pulse, as well as, on the extension of the illuminated area and the laser power. If the laser power is too high, ablation can occur. Ablation is usually undesirable since it deteriorates the material under study. Hence, in nondestructive testing, the laser power is kept within the thermoelastic regime where the material undergoes thermal expansion only. Thus, maintaining its structural health.

In the laser ultrasonics technique, ultrasound detection is achieved on the sample surface by means of optical interferometric methods. Since this technique does not involve physical contact with the sample, it is ideal for performing material testing in situations where the coupling of the sensor and the sample is risky or may jeopardize the validity of the test. One of the main advantages of interferometric detection, in contrast to contact sensors such as piezoelectric transducers, is its high bandwidth. However, the major limitation of this method comes from its high sen-

sitivity to optical path modifications introduced by vibrations, thermal fluctuations and other undesired environmental variations.

In this Thesis we develop a nondestructive technique based in laser ultrasonics which presents robust properties. This technique can be satisfactorily employed in industrial environments, where traditional optical interferometric detection fails due to the presence of strong vibrations.

On the one hand, we explore interferometric techniques to achieve detection of surface ultrasonic waves in thermoelastic regime. We propose phase retrieval methods which allow to recover the surface mean displacement successfully, even under situations in which the undesired fluctuations in the optical path length are several orders of magnitude higher than the optical path differences introduced by the ultrasound.

On the other hand, we study the ability of the proposed laser ultrasonic technique to successfully characterize several properties of the sample under test, such as, elastic parameters and thickness. We also create controlled defects in aluminium samples and estimate experimentally its depth and position by means of time-frequency signal analysis techniques.

In order to validate the experimental results, we also develop a numerical method that allows to simulate the thermoelastic ultrasound generation, in linear elastic materials, from incident electromagnetic waves. This method is also capable of modeling the ultrasound propagation under the presence of defects in the simulated sample.

Keywords: Nondestructive Testing, Laser Ultrasonics, Interferometry, Numerical Simulation, Materials Characterization.

Agradecimientos

Quiero agradecer a todos los que directa o indirectamente colaboraron para que pudiera llevar a cabo esta tesis.

A la Universidad de Buenos Aires, por haberme brindado financiamiento para este trabajo de investigación.

A los miembros del jurado, por aceptar la responsabilidad y por tomarse el tiempo para evaluar este trabajo.

A mis directores Teresa y Fernando, por permitirme trabajar con independencia pero siempre predispuestos a ayudarme en todo lo que necesitara.

Quiero agradecer especialmente a todos los integrantes (y ex integrantes) del GLOmAe por los innumerables debates, la paciencia, la ayuda desinteresada y por hacer más ameno el trabajo de todos los días.

A Martín Donzino de la empresa Novax por colaborar en la fabricación de defectos en las muestras. También agradezco a Elsa Hogert y el Departamento de Ensayos No Destructivos y Estructurales de la Comisión Nacional de Energía Atómica por permitirme utilizar el equipamiento para caracterizar las muestras fabricadas.

Por último quisiera agradecer a toda mi familia y en especial a mis papás, por todo el apoyo y ayuda que me han brindado para que pueda dedicarme a lo que más me gusta. A mis hermanos y sobrinos, por el apoyo y por contagiarme su alegría durante muchos fines de semana. A Daniel, por acompañarme física y emocionalmente en esta nueva etapa que estamos transitando.

Contenidos

Resumen	III
Abstract	V
Agradecimientos	VII
Índice de figuras	XIII
Índice de tablas	XIX
1 Introducción	1
1.1 Motivación	1
1.2 Ultrasonido	2
1.3 Ultrasonido Láser	3
1.4 Objetivos	4
1.5 Organización de la Tesis	5
2 Teoría del problema termoelástico	9
2.1 Efecto fototérmico	10
2.2 Mecanismos de transmisión de la energía térmica	13
2.3 Ecuación de difusión del calor	16
2.3.1 Condiciones de contorno	19
2.4 Leyes de conservación en medios continuos	21
2.4.1 Conservación de la masa	22
2.4.2 Conservación del momento lineal	23
2.5 Modelo de un sólido termoelástico	25
2.5.1 Condiciones de contorno	28
2.6 Ondas elásticas en medios continuos	28
2.6.1 Ondas de Rayleigh	29

2.6.2	Ondas de Lamb	35
3	Resolución numérica del problema termoelástico	43
3.1	Consideraciones generales	44
3.1.1	Esquemas espaciales	45
3.1.2	Esquemas temporales	51
3.2	Ecuación del sólido termoelástico	54
3.2.1	Implementación de superficies libres	59
3.2.2	Validación	61
3.2.3	Implementación de bandas absorbentes	67
3.2.4	Modelización de defectos	71
3.3	Ecuación de difusión del calor	72
3.3.1	Condiciones de contorno	75
3.3.2	Validación	76
4	Diseño experimental	81
4.1	Preparación de muestras	81
4.2	Detección interferométrica de ondas de ultrasonido	84
4.2.1	Interferometría heterodina	85
4.2.2	Interferometría homodina	90
4.3	Interferómetro homodino sin estabilización con fase que varía monótonamente	94
4.3.1	Validación	100
4.4	Interferómetro homodino sin estabilización con saltos de fase aleatorios	103
4.4.1	Validación	107
4.5	Protocolo de medición	109
5	Comparación de resultados y caracterización de materiales	113
5.1	Ondas de Rayleigh	114
5.2	Ondas de Lamb	116
5.3	Caracterización de materiales	119
5.3.1	Caracterización de constantes elásticas	119
5.3.2	Caracterización del espesor de placas delgadas	122

6	Detección de defectos	129
6.1	Wavelets	129
6.1.1	Transformada Wavelet discreta	131
6.2	Caracterización de la profundidad del defecto	133
6.2.1	Comparación entre resultados experimentales y simulaciones	139
6.3	Caracterización de la ubicación del defecto	142
7	Conclusiones	147
	Apéndices	151
A	Estabilidad de esquemas MDF	151
A.1	Estabilidad del esquema para el problema termoelástico . . .	151
A.2	Estabilidad del esquema para la ecuación del calor	153
B	Cálculo de fuentes externas para la aplicación del MMS	155
C	Esquemas numéricos temporales para la ecuación del calor	157
C.1	Método de Heun	157
C.2	Método de Runge-Kutta de orden 4	158
	Bibliografía	159

Índice de figuras

2.1	Régimen termoelástico y ablativo en el efecto fototérmico . . .	11
2.2	Rangos típicos de la conductividad térmica k para distintos materiales	19
2.3	Esquema del medio elástico semi-infinito.	30
2.4	Esquema del movimiento de las partículas en una onda de Rayleigh	34
2.5	Diagrama de ondas elásticas en un medio semi-infinito, para una fuente lineal en \hat{y}	34
2.6	Esquema de la placa plana infinita de espesor $2h$	36
2.7	Esquema de los modos de Lamb S y A en la placa	38
2.8	Velocidad de fase para algunos modos de Lamb en una placa de aluminio. Ambos ejes están normalizados por la velocidad de las ondas transversales c_T	41
2.9	Velocidad de grupo para algunos modos de Lamb en una placa de aluminio. Ambos ejes están normalizados por la velocidad de las ondas transversales c_T	42
3.1	Esquema del dominio del problema numérico	55
3.2	Celda unidad de las grillas intercaladas empleadas en la simulación	56
3.3	Grillas espaciales intercaladas empleadas en la simulación . . .	56
3.4	Dependencia temporal entre las variables del esquema numérico	58

3.5	Condiciones de contorno en la superficie libre $j = 1$ del dominio. En rojo se representan los puntos del dominio real que se calculan aplicando la condición exacta de esfuerzo nulo. En verde, los puntos virtuales del dominio que se calculan a partir de condiciones de antisimetría en la superficie libre. En azul, los puntos que se computan con MDF centradas de orden 2 en las derivadas D_z . En negro, los puntos reales que se computan con MDF centradas de orden 4 en las derivadas D_z	60
3.6	Soluciones numéricas para distintos tiempos de simulación	66
3.7	Soluciones numéricas y analíticas para el tiempo final de simulación	67
3.8	Esquema de las bandas absorbentes laterales	68
3.9	Error normalizado introducido por la banda lateral en función del coeficiente de absorción. El valor óptimo encontrado es $\eta_o = 2.25\text{cm}^{-2}$	70
3.10	Soluciones numéricas cerca de los bordes laterales para tiempos crecientes de simulación, con $\eta_o = 2.25\text{ cm}^{-2}$. Notar el cambio de escala realizado en los gráficos inferiores para que sea posible apreciar la amplitud de las ondas reflejadas y transmitidas en la banda absorbente	70
3.11	Esquema del defecto simulado numéricamente	72
3.12	Esquema del problema numérico	73
3.13	Condiciones de contorno sobre la interfaz en $j = 1$ del dominio. En verde se representan los puntos virtuales del dominio que se calculan aplicando la condición de contorno aproximando las $\frac{\partial}{\partial z}$ con diferencias finitas adelantadas de orden 4. En rojo, los puntos del dominio que se calculan a partir de la ecuación (3.34), reemplazando las D_z^2 con diferencias finitas adelantadas de orden 4. En negro, los puntos que se computan según la ecuación (3.34)	75
3.14	Temperatura en $x = x_o$ en función del tiempo, para profundidades crecientes en z con pasos de $0.5\ \mu\text{m}$. Método de Euler	79
3.15	Temperatura en función de x , para distintos tiempos y profundidades crecientes en z con pasos de $0.5\ \mu\text{m}$. Método de Runge-Kutta de orden 4	79

4.1	Esquema de las muestras preparadas en aluminio 1050	83
4.2	Imagen de microscopio óptico con foco en el plano anterior (a) y posterior (b) de la ranura, respectivamente	83
4.3	Esquema usual de un interferómetro heterodino	86
4.4	Esquema del interferómetro heterodino	88
4.5	Detección del desplazamiento del actuador piezoeléctrico de 800 kHz con la técnica heterodina	90
4.6	Esquema experimental del interferómetro homodino	91
4.7	Señal homodina para pulsos de ultrasonido con una frecuencia de disparo de 10 Hz sobre un fondo de fluctuaciones de baja frecuencia	93
4.8	Esquema experimental del interferómetro homodino sin estabilizar con desfase no controlado	95
4.9	Intensidad $I(t, i)$ en función del tiempo, para distintas mediciones i . En línea punteada se indica el tiempo $t_o = 4 \mu s$ utilizado en la Figura 4.10	96
4.10	Intensidad $I(t_o, i)$ en función del índice i de la medición, para tiempo fijo $t_o = 4 \mu s$. Las regiones 1 y 2 corresponden a los flancos que determinan el cuadrante al que pertenece la fase global φ	97
4.11	Detección del desplazamiento del actuador piezoeléctrico de 800 kHz con la técnica homodina de desfase monótono	101
4.12	Desplazamiento medio de la superficie debido a ondas de Lamb para las tres técnicas de recuperación de fase	103
4.13	Intensidad $I(t, i)$ en función del tiempo, para distintas mediciones i , en la técnica de saltos de fase completamente aleatorios	104
4.14	Intensidad $I(t_o, i)$ en función del índice i de la medición, para tiempo fijo $t_o = 4 \mu s$, en la técnica de saltos de fase completamente aleatorios	105
4.15	Detección del desplazamiento armónico del actuador piezoeléctrico con $f = 800$ kHz con la técnica de desplazamientos completamente aleatorios	108
4.16	Desplazamiento medio de la superficie debido a ondas de Lamb para las cuatro técnicas de recuperación de fase	108

4.17	Esquema experimental utilizado para generar ultrasonido y detectarlo sobre caras opuestas (G1) o sobre la misma cara (G2). En verde, se indica el láser de excitación Nd:YAG y en rojo, el láser de detección He-Ne. El compensador de Babinet sólo es necesario en la técnica de fase monótona	110
4.18	Esquema de la muestra de aluminio R0 empleada para el estudio de ondas de Rayleigh. En verde, se indica el láser de excitación Nd:YAG y en rojo, el láser de detección He-Ne . . .	111
4.19	Esquema de las muestras preparadas en aluminio L0 a L7. En verde, se indica el láser de excitación Nd:YAG y en rojo, el láser de detección He-Ne	112
5.1	Ondas de Rayleigh experimentales y simuladas a distintas distancias d_e del punto de excitación	114
5.2	Ondas de Rayleigh experimentales y simuladas a distintas distancias d_e del punto de excitación	115
5.3	Comparación de las ondas de Lamb detectadas experimentalmente y simuladas a distancia $d_e = 1.5$ cm del epicentro . . .	117
5.4	Ondas de Lamb detectadas experimentalmente a distintas distancias d_e del epicentro	118
5.5	Ondas de Lamb simuladas mediante SULDEP a distintas distancias d_e del epicentro	118
5.6	Onda de ultrasonido experimental detectada en el epicentro. La línea punteada indica el tiempo t_L de llegada de la onda .	119
5.7	En línea punteada se indica el tiempo de llegada t_R de la onda de Rayleigh detectada en $d_e = 26$ mm	120
5.8	Tiempo de llegada t_R de la onda de Rayleigh para distintas distancias d_e al punto de excitación	121
5.9	Desplazamiento normal a la superficie detectado experimentalmente a 3.5 cm del epicentro. En rojo se indican los extremos y ceros del desplazamiento y en línea punteada se indica el tiempo t_S de arribo del modo S0	124
5.10	Fase del modo A0 de Lamb en función de $1/t$ y ajuste lineal para la medición experimental detectada a $d_e = 3.5$ cm del epicentro. Espesor de la placa obtenido: $2h = (450 \pm 50)$ μm	124

5.11 Fase del modo A0 de Lamb en función de $1/t$ y ajuste lineal para las mediciones experimentales en las posiciones $d_e = 1.5, 2.5$ y 3.5 cm	125
5.12 Fase del modo A0 de Lamb en función de $1/t$ y ajuste lineal para las simulaciones mediante SULDEP en las posiciones $d_e = 1.5, 2.5$ y 3.5 cm	125
6.1 <i>Wavelet</i> Daubechies ψ_{db10} y onda senoidal	130
6.2 Diagrama de los niveles de filtrado de la señal mediante TWD	133
6.3 Coeficientes de aproximación a_j y detalle d_j para los niveles 1 a 6 al aplicar la TWD con <i>wavelet</i> madre Symlet 4 para el desplazamiento de la muestra L0	135
6.4 Coeficientes de aproximación a_j y detalle d_j para los niveles 1 a 6 al aplicar la TWD con <i>wavelet</i> madre Symlet 4 para el desplazamiento de la muestra L6	136
6.5 Entropía en función del nivel de detalle para distintas <i>wavelets</i> utilizando el desplazamiento experimental obtenido con la muestra L0 en $d_e = 1.5$ cm. Se observa que la <i>wavelet</i> Symlet 4 es la que minimiza la entropía	137
6.6 Entropía en función del nivel de detalle para los desplazamientos de las distintas muestras L0 a L7 en $d_e = 1.5$ cm, calculada a partir de la <i>wavelet</i> Symlet 4	138
6.7 Desplazamiento experimental de la muestra L0 para la posición $d_e = 1.5$ cm, coeficientes de detalle óptimos obtenidos y, en rojo, su envolvente	139
6.8 Envolventes de los coeficientes de detalle óptimos obtenidas para distintas profundidades del defecto experimental	140
6.9 Envolventes de los coeficientes de detalle óptimos obtenidas para distintas profundidades del defecto simulado	141
6.10 Profundidad del defecto en función de la amplitud de la onda dispersada para resultados experimentales y simulados. En verde se presenta el ajuste mediante cuadrados mínimos lineales de los datos experimentales	142
6.11 Diagrama de las distancias involucradas en el estudio de la placa delgada. De acuerdo a la ubicación de los defectos fabricados, d_{def} resulta de 2.45 cm	143

6.12 Envolverte de los coeficientes de detalle experimentales para la muestra L6 en un intervalo de tiempo de 100 μs	144
6.13 Envolverte de los coeficientes de detalle experimentales para las muestras L1 a L6 en un intervalo de tiempo de 100 μs . . .	144

Índice de tablas

3.1	Clasificación de EDP de acuerdo al valor del discriminante Δ .	45
3.2	Tiempos de ejecución y errores relativos para cada esquema de integración temporal	78
4.1	Parámetros de las placas preparadas. El ancho w de la ranura en las muestras L1 a L6 es de 4 mm. En el caso de la ranura pasante, el defecto posee un ancho w de 1 mm y un largo de 3.5 cm	84
5.1	Espesores encontrados para la placa plana a partir del ajuste mediante cuadrados mínimos lineales. El espesor nominal es de 500 μm	126
6.1	Posición del defecto d_{def} determinada experimentalmente para cada una de las muestras. t_d es el tiempo de llegada de la onda dispersada en el defecto. t_1, t_2 son los tiempos de llegada de las ondas reflejadas por el lateral izquierdo y derecho respectivamente	145

Capítulo 1

Introducción

1.1 Motivación

Los ensayos no destructivos involucran un grupo de técnicas de análisis que permiten la exploración interna y externa de los materiales sin ocasionarles daños, es decir, sin modificar permanentemente sus propiedades y manteniendo sus características funcionales luego del ensayo. Estas técnicas se emplean tanto en el ámbito industrial como en el ámbito de la investigación. Existe gran interés en el desarrollo de este tipo de herramientas, ya que permiten el ahorro de costos y tiempos en la producción y evaluación de materiales y productos.

Las técnicas empleadas en los ensayos no destructivos involucran desde la simple inspección visual hasta la utilización de rayos X, ultrasonido, termografía, microscopías, penetración de líquidos, partículas magnéticas o corrientes de Eddy, entre otras. Estas técnicas pueden utilizarse, por ejemplo, para analizar la conformación correcta de soldaduras, caracterizar propiedades estructurales de materiales, detectar defectos (incrustaciones, poros o fallas), etc. En el ámbito de la medicina, los ensayos no destructivos constituyen una rama muy importante del diagnóstico por imágenes, como son las radiografías, tomografías computadas, resonancias magnéticas, etc.

Los ensayos no destructivos pueden adaptarse tanto a procesos de producción automatizados como a la inspección localizada de áreas problemáticas.

La técnica ultrasónica se destaca dentro de los ensayos no destructivos debido a la versatilidad y simplicidad de su manejo, a sus múltiples aplicaciones y a su rentabilidad económica. Otra fuerte ventaja es que permite la inspección in situ de los materiales, lo que resulta de interés, sobre todo en el ámbito industrial.

1.2 Ultrasonido

Las técnicas de ultrasonido han formado parte de los ensayos no destructivos y de los procesos de control por varias décadas. Éstas se han utilizado exitosamente para determinar propiedades de materiales y características estructurales [1, 2, 3]. Sin embargo, representan aún hoy un área de investigación muy activa y son ampliamente utilizadas en la inspección de materiales, caracterización y detección de defectos [4, 5, 6, 7]. En los últimos años han surgido aplicaciones de técnicas ultrasónicas en ensayos no destructivos, que analizan casos particulares de estructuras y modos de ondas que se ajustan a la solución de problemas específicos. Por ejemplo, la detección de desperfectos en caños [8, 9], rieles [10], cascos de barcos y aviones [11], la detección de la acumulación de gas en cañerías [12] e, incluso, la detección de hielo y la producción del deshielo en rotores y alas de aeronaves mediante ultrasonido [13].

Las técnicas de ultrasonido convencionales utilizan transductores piezoeléctricos para generar y detectar ondas de ultrasonido. Estas técnicas tienen algunas limitaciones, como por ejemplo, la necesidad de contacto entre la muestra y el transductor, requieren el uso de un acoplador y tienen un ancho de banda de detección limitado [14]. Una alternativa posible es utilizar transductores acústicos electromagnéticos (EMATs) [15]. Estos transductores consisten de un imán y una bobina eléctrica y permiten generar y detectar ondas acústicas en un material a través de dos interacciones: la fuerza de Lorentz y la magnetostricción (propiedad de los materiales ferromagnéticos de modificar su forma y/o dimensiones durante el proceso de magnetización). Estos transductores eliminan la necesidad de utilizar un acoplador y no requieren contacto físico con la muestra bajo estudio. Sin embargo, esta técnica

todavía necesita de proximidad con la muestra y su aplicación está limitada a muestras metálicas o magnéticas. El tamaño de los transductores EMAT es otro factor limitante.

Todas las limitaciones mencionadas pueden eliminarse mediante la técnica de *ultrasonido láser* [16] que se describe en la siguiente sección.

1.3 Ultrasonido Láser

El término *ultrasonido láser* se utiliza para denominar al conjunto de técnicas que logran tanto la generación como la detección de ultrasonido en medios sólidos, líquidos o gaseosos mediante haces láser. La generación de ultrasonido mediante luz láser fue demostrada por primera vez por White en 1963 [17]. La radiación incidente sobre el material puede inducir ultrasonido mediante dos mecanismos, por la ablación de parte de la muestra (régimen de ablación), o debido a una rápida expansión térmica (régimen termoelástico).

En el método de ultrasonido láser [16, 18], un pulso láser de alta potencia incide sobre la superficie del material bajo análisis y las ondas de volumen y/o superficie generadas son detectadas por métodos interferométricos. La técnica de ultrasonido láser es de no contacto y por lo tanto es ideal para ensayar materiales en situaciones donde el acoplamiento de un sensor con la muestra puede ser riesgoso o puede degradar la exactitud de la medición. La mayor desventaja del ultrasonido láser es que la detección óptica es menos sensible que la detección mediante sensores piezoeléctricos. Esto significa que es necesario aumentar las amplitudes de las ondas de ultrasonido para que sean detectables, lo que lleva o bien a aumentar la potencia del láser que lo genera, o bien a enfocarlo en un área menor. Esto puede producir ablación de la superficie. La ablación es algo que se desea evitar en el caso de los ensayos no destructivos, ya que deteriora el material que se está estudiando. Por ello, en los ensayos no destructivos se emplea el régimen termoelástico de generación de ultrasonido a partir del haz láser.

Esta técnica, además de ser remota, poder aplicarse in-situ y resultar no destructiva para potencias ópticas suficientemente bajas, presenta otras ventajas importantes. Para empezar, no requiere de un acoplador (a diferencia del caso de la detección mediante piezoeléctricos). Esto permite realizar mediciones absolutas del desplazamiento de la superficie debido a las ondas de

ultrasonido. Además, el área de detección puede ajustarse fácilmente y llegar a ser muy pequeña, de manera de poder analizar muestras con superficies curvas y/o complejas y aumentar la resolución espacial. Por último, respecto del ancho de banda de la técnica, se puede obtener información en un rango muy amplio de frecuencias, partiendo desde pocas decenas de Hz hasta el orden de los GHz. Este gran ancho de banda disponible permite analizar desde macroestructuras hasta películas muy delgadas. Todo esto hace que sea una técnica muy versátil y adecuada para ser utilizada, incluso, en ambientes hostiles.

Al ser una técnica remota, permite un aumento en la velocidad de inspección respecto de las técnicas que requieren posicionar el transductor en contacto con el material. Esta técnica resulta particularmente valiosa en la caracterización de estructuras, materiales y en la detección de defectos. Cuando una onda de ultrasonido incide en una falla (por ejemplo una grieta ó incrustación), se dispersa. Este campo dispersado contiene información acerca de la geometría de la falla. Además, la técnica ultrasónica puede inferir información cuantitativa acerca del tamaño y localización del defecto.

Si bien diversas variantes de la técnica de ultrasonido láser se han empleado en ensayos no destructivos exitosamente [19, 20, 9, 11], sus principales limitaciones suelen ser la menor sensibilidad en la detección y su inherente susceptibilidad a las vibraciones introducidas por el entorno.

1.4 Objetivos

Enmarcados en el desarrollo y estudio de ensayos no destructivos y de sus aplicaciones, nuestro objetivo principal es el desarrollo y puesta a punto de una técnica de ultrasonido láser de características robustas, de manera de poder ser aplicable aún en entornos industriales, donde las técnicas interferométricas suelen presentar serios problemas debido a la presencia de vibraciones.

Para lograr este objetivo principal se propone realizar un diseño experimental que permita efectuar la generación y detección de ultrasonido por medio de haces láser. Se exploran técnicas de procesamiento de señales para poder detectar cuantitativamente desplazamientos nanométricos de la superficie bajo análisis, aún en presencia de vibraciones que generan diferencias

de camino superiores, en varios órdenes de magnitud, a los desplazamientos típicos de las ondas ultrasónicas.

Se propone, también, desarrollar un modelo computacional que permita simular la generación y propagación de las ondas de ultrasonido en condiciones lo más cercanas posibles a las dadas en la situación experimental. Con esta herramienta se pretende poder predecir y analizar el comportamiento del sistema y comparar los resultados obtenidos con los experimentales.

Finalmente, se espera poder aplicar la técnica desarrollada y explorar su capacidad para caracterizar constantes elásticas y parámetros geométricos del material, como así también detectar y localizar defectos presentes en él. Además, se espera poder detectar las fortalezas y debilidades de la técnica y evaluar posibles caminos de mejora y extensión de sus capacidades.

1.5 Organización de la Tesis

En esta sección se describe brevemente la organización de esta Tesis. Se comienza, en el Capítulo 2, con la introducción de los contenidos teóricos necesarios para abordar el fenómeno termoelástico desencadenado en un medio material al ser iluminado por un haz láser. Más particularmente, en la sección 2.1 se presentan las características del efecto fototérmico y los distintos regímenes que tienen lugar, de acuerdo a la potencia del láser incidente. Luego, en la sección 2.2, se discuten los diversos mecanismos de transmisión de la energía térmica y su preponderancia de acuerdo al tipo de material involucrado. Posteriormente, en la sección 2.3 se deriva la ecuación de difusión del calor y se analiza su validez para el caso tratado durante este trabajo, correspondiente a sólidos metálicos. En la sección 2.4 se modela el material bajo estudio como un medio continuo y se derivan las leyes de conservación de la masa y del momento lineal, que permiten arribar a la ecuación de movimiento del sistema. A continuación, en la sección 2.5, se presentan las relaciones constitutivas necesarias para modelar el problema termoelástico y se arriba a la ecuación de Navier que describe el campo de desplazamientos del material sujeto a deformaciones elásticas causadas por esfuerzos tanto de origen térmico como mecánico. Finalmente, el Capítulo 2 concluye con la sección 2.6, donde se analizan características particulares de las soluciones de la ecuación de Navier que surgen al aplicar condiciones de contorno de

interfaz libre en el material termoelástico. Se analiza primeramente el caso de un material semi-infinito con una única interfaz, donde existen soluciones de onda que se propagan en la superficie, denominadas ondas de Rayleigh. Y luego, se estudia el caso de una placa plana con dos interfaces libres, donde las soluciones son ondas que se propagan por toda la placa y se conocen como ondas de Lamb.

La solución exacta de la ecuación de Navier requiere, en general, la aplicación de métodos numéricos para derivarla. A lo largo del Capítulo 3 se presenta el trabajo realizado durante esta Tesis para hallar soluciones numéricas del problema termoelástico, que involucra la solución de las ecuaciones diferenciales de Navier y de difusión del calor, derivadas en el Capítulo 2. Para ello, se utilizan distintos esquemas numéricos (temporales y espaciales) que permiten aproximar los operadores de diferenciación presentes en el sistema de ecuaciones del problema termoelástico. Éstos se describen en la sección 3.1. A continuación, en la sección 3.2 se presentan detalles de la implementación de estos esquemas para la resolución de la ecuación de Navier. En esta sección se discute, además, la modelización de interfaces libres, de bandas absorbentes y de defectos, como así también se realiza una validación del método numérico propuesto. Análogamente, en la sección 3.3 se presenta la implementación numérica empleada para la resolución de la ecuación de difusión del calor junto con su validación correspondiente.

En el Capítulo 4 se discute el diseño experimental y de análisis de datos involucrado en la generación y detección experimental de ondas de ultrasonido mediante haces láser. Inicialmente, en la sección 4.1 se presenta el trabajo realizado para la caracterización de las muestras empleadas en las experiencias. Luego, en la sección 4.2, se discuten las técnicas interferométricas implementadas para detectar ópticamente las ondas de ultrasonido en la superficie del material bajo estudio. En particular, en las secciones 4.2.1 y 4.2.2 se presentan variantes interferométricas heterodinas y homodinas, respectivamente. Posteriormente, en la sección 4.3 se presenta una técnica experimental y de análisis de datos desarrollada en este trabajo, basada en el interferómetro homodino, que permite, mediante la introducción de un desfase que varía monótonamente, recuperar el desplazamiento de la superficie, aún en presencia de fuertes vibraciones y fluctuaciones de los caminos ópticos de las ramas del interferómetro. En la sección 4.4 se muestra que es

posible generalizar esta técnica para poder obtener el desplazamiento de la superficie, introduciendo un desfase completamente aleatorio, no acotado y desconocido. El Capítulo 4 finaliza con la sección 4.5, donde se describe el protocolo empleado para la realización de un registro experimental mediante la técnica interferométrica desarrollada.

El Capítulo 5 presenta los resultados obtenidos a partir de la aplicación de la técnica desarrollada en el Capítulo 4 y los resultados encontrados mediante el método numérico presentado en el Capítulo 3. Este capítulo comienza con la presentación, en la sección 5.1, de las ondas de Rayleigh registradas experimentalmente en una pieza de aluminio y su comparación con los resultados numéricos. Luego, procediendo de manera análoga en la sección 5.2, se presentan las ondas de Lamb registradas en placas delgadas del mismo material y las simulaciones numéricas obtenidas en condiciones equivalentes a las experimentales. A continuación, en la sección 5.3 se presentan los resultados que surgen del análisis de las ondas registradas y su aplicación en la caracterización de diversos parámetros del material bajo estudio. Por un lado, en la sección 5.3.1 se utilizan los registros de las ondas de Rayleigh para estimar experimentalmente las constantes elásticas del material analizado. Por otro lado, en la sección 5.3.2 se aplica una técnica de análisis de datos que permite estimar el espesor de la placa delgada a partir de las ondas de Lamb registradas y simuladas.

Posteriormente, en el Capítulo 6 se presenta el trabajo realizado durante esta Tesis acerca de la detección y caracterización de defectos presentes en las muestras. La sección 6.1 introduce las herramientas de análisis de señales empleadas para dicha detección, basadas en la transformada *wavelet*. Luego, en la sección 6.2 se analizan con estas herramientas las ondas de Lamb (tanto experimentales como simuladas) obtenidas para distintas profundidades del defecto y se analizan los resultados obtenidos. Por último, en la sección 6.3 se presenta el análisis de datos realizado para poder estimar la localización del defecto a partir de las ondas de Lamb.

Finalmente, en el Capítulo 7 se presentan las conclusiones extraídas durante la realización de este trabajo y se discuten diversos caminos posibles para mejorar y extender la técnica desarrollada en esta Tesis.

Capítulo 2

Teoría del problema termoelástico

En este capítulo se desarrollan los contenidos teóricos relacionados con el proceso termoelástico de generación de ondas en un material lineal, a partir de la absorción de calor debido a una fuente de excitación láser. Cuando un pulso de luz incide sobre la superficie de un material, parte de la energía absorbida se convierte en calor que se difunde a través de él. De acuerdo a la energía del haz de luz incidente, pueden producirse distintos fenómenos. A bajas fluencias se obtiene el régimen denominado termoelástico, donde la respuesta del material puede considerarse puramente elástica. Para altas fluencias, en general, se produce la evaporación o ablación localizada del material. Para fluencias intermedias, se obtienen procesos que combinan ambos regímenes.

Inicialmente, se plantea el problema de ondas termoelásticas en un medio infinito. Luego, se extiende éste resultado al caso de un medio semi-infinito, donde las condiciones de contorno en la interfaz dan origen a las ondas de Rayleigh. Finalmente, se analiza el caso de placas planas con dos interfaces libres, donde aparecen ondas de Lamb. A lo largo de este trabajo, salvo que se indique lo contrario, se emplea el Sistema Internacional de unidades.

2.1 Efecto fototérmico

La progresiva disponibilidad de láseres ha permitido su uso como fuentes de energía térmica en diversas aplicaciones, como por ejemplo, mecanizado de materiales, cirugías láser, etc. Su utilización presenta varias ventajas respecto de otras fuentes, ya que permite entregar energía en regiones reducidas y de manera muy controlada. Esta característica facilita su empleo en procesos automatizados y permite estimar los efectos producidos en el material debido a la energía térmica entregada con gran exactitud. Por esta razón, el láser es una fuente versátil que puede utilizarse para desencadenar procesos fototérmicos de manera precisa.

Cuando un material recibe radiación electromagnética, parte de la energía es absorbida y convertida en calor que puede distribuirse a lo largo de la muestra o quedar confinado en una pequeña región, dependiendo tanto de las características espaciales y temporales de la radiación electromagnética, como del material iluminado. De acuerdo a la potencia de la radiación electromagnética pueden desencadenarse diversos procesos [16, 21]. A bajas fluencias ($\sim 10^3 \text{ W mm}^{-2}$ para metales), se produce el calentamiento del material, la generación de ondas térmicas y elásticas. Este régimen está gobernado por el fenómeno de la conducción del calor en el material. En algunos casos, como por ejemplo en materiales semiconductores, puede producirse también la generación de corrientes eléctricas. Para mayores fluencias de la radiación, además del aumento de temperatura, se pueden producir cambios de fase en el material, dando lugar a la fusión ($\sim 10^4 \text{ W mm}^{-2}$), a la evaporación ($\sim 10^5 \text{ W mm}^{-2}$) de parte de la superficie iluminada, e incluso, a la formación de plasma ($\gtrsim 5 \cdot 10^6 \text{ W mm}^{-2}$). Además, en las cercanías de la región ablacionada pueden ocurrir deformaciones plásticas y la aparición de zonas dañadas con fallas o grietas. Junto a la aparición de estos fenómenos, se producen también las ondas térmicas y elásticas que predominan en las zonas más alejadas de la región iluminada. Todos estos procesos forman parte del denominado efecto fototérmico.

Para fluencias suficientemente bajas, no hay ablación ni cambios de fase en el material y los procesos fototérmicos involucrados no originan daños permanentes en la superficie. Este régimen, usualmente denominado *termoelástico*, resulta de especial interés para la utilización en ensayos no destructivos. En

condiciones termoelásticas, la radiación absorbida por el material produce un aumento local de la temperatura del material dando lugar a una rápida expansión volumétrica de la zona iluminada. Las variaciones de temperatura en el material dan lugar a tensiones y deformaciones de origen térmico que ocasionan la propagación de ondas elásticas en el medio. Debido a que las frecuencias temporales de estas ondas son superiores a las del sonido, se las denomina ondas de ultrasonido. En el caso del régimen *ablativo*, también existe una expansión termoelástica del material, pero el mecanismo de generación de las ondas de ultrasonido está dominado, en ese caso, por la transferencia de momento debido a la eyección de material. En la Figura 2.1 se presenta un esquema de ambos regímenes.

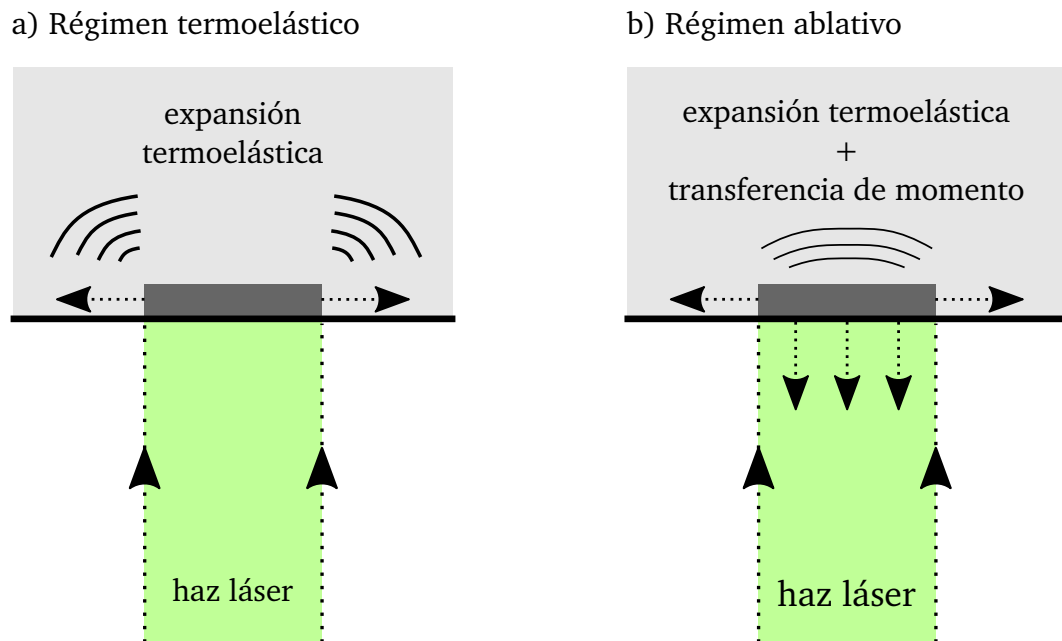


Figura 2.1. Régimen termoelástico y ablativo en el efecto fototérmico.

Al ser iluminado un material, los electrones libres absorben energía electromagnética y oscilan. Esa energía se difunde a otros electrones y a la red de iones hasta alcanzar un equilibrio térmico en un tiempo del orden de 10 ps. Cuando la duración del pulso electromagnético es mayor a este tiempo, como es el caso de pulsos del orden de nanosegundos, los electrones y la red logran alcanzar el equilibrio térmico, lo que lleva a un proceso dominado por

la difusión de calor. La longitud de penetración térmica l_{pt} del pulso puede estimarse a partir de:

$$l_{pt} = \sqrt{\kappa\tau_p} \quad (2.1)$$

donde κ es la difusividad térmica del material ($[\kappa] = \text{m}^2/\text{s}$) y τ_p es la duración del pulso de luz ($[\tau_p] = \text{s}$). La longitud de penetración térmica permite estimar la zona afectada por el calor.

Como se mencionó al inicio de este capítulo, las características de las ondas generadas en el régimen termoelástico dependen fuertemente de las características geométricas de la zona iluminada, como también del tipo de material. Si el material es dieléctrico o metálico tiene gran incidencia en las características de las ondas elásticas generadas, ya que la longitud de penetración de las ondas electromagnéticas determina el espesor de la región iluminada, y por consiguiente, el espesor de la fuente termoelástica que genera las ondas de ultrasonido. A intensidades moderadas, la penetración de la radiación en el material sigue la ley de Lambert-Beer dada por:

$$I(x, y, z, t) = I_o(x, y, t)e^{-\gamma_a z} \quad (2.2)$$

donde I_o es la intensidad del haz que llega al material e I , la intensidad al haber penetrado una distancia z en el material. El coeficiente de absorción del material γ_a ($[\gamma_a] = \text{m}^{-1}$) determina la profundidad a la que penetra un haz de fotones de cierta longitud de onda hasta que es completamente absorbido. La longitud de penetración óptica l_{po} puede estimarse como la inversa del coeficiente de absorción $l_{po} = \gamma_a^{-1}$.

Para el caso de los metales, la longitud de penetración para frecuencias en el rango óptico resulta en el orden de los nanómetros (5 – 15 nm). En la gran mayoría de los metales, debido al valor que toman sus constantes elásticas, las longitudes de onda del ultrasonido se encuentran en el rango (μm - mm), con lo cual, la fuente termoelástica generada por un haz láser resulta muy delgada comparada con la longitud de onda del ultrasonido. Es, entonces, una muy buena aproximación suponer que se trata de una excitación superficial del material.

Para materiales dieléctricos, la longitud de penetración en el rango óptico suele ser varios órdenes de magnitud mayor, por lo que la fuente termoelástica tiene un espesor que comienza a ser comparable con la longitudes de onda del ultrasonido. En este caso, se produce una excitación en volumen del material.

Si bien en ambos casos el calor eventualmente se difunde a lo largo de toda la muestra, las diferencias en la geometría de la fuente termoelástica dan lugar a ondas de ultrasonido de características esencialmente distintas. En este trabajo se estudia la generación de ultrasonido en materiales metálicos, más específicamente, en aluminio.

2.2 Mecanismos de transmisión de la energía térmica

La energía cedida por átomos, moléculas o electrones libres de regiones a mayor temperatura a los de menor temperatura se denomina calor. La transmisión de calor siempre está asociada a una diferencia de temperaturas. Existen tres fenómenos básicos mediante los cuales se produce la transmisión de calor: conducción, convección y radiación térmica.

Conducción de energía térmica por gradiente de temperatura. Es una interacción electromagnética de transmisión de calor que puede describirse, en el caso de líquidos y gases, en base al movimiento aleatorio molecular. En los sólidos se debe a los fonones (cuasipartículas que cuantifican las vibraciones de la red de iones), que se propagan a la velocidad del sonido en el material ($\approx 10^3$ m/s) y, para el caso de los metales, también contribuyen los movimientos de los electrones libres que se propagan a una velocidad del orden de 10^6 m/s y su efecto resulta, en general, predominante por sobre el de los fonones. La ley que rige la transmisión de calor por conducción fue desarrollada a partir de datos experimentales a principios del siglo XIX por Joseph Fourier [22] y está dada por:

$$\dot{q} = -k\nabla T \quad (2.3)$$

donde \dot{q} es el flujo de calor por unidad de área ($[\dot{q}] = \text{W m}^{-2}$), T la temperatura ($[T] = \text{K}$) y k se define como la conductividad térmica

($[k] = \text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$). Debe notarse que k es una magnitud escalar para los medios isótropos y tensorial para medios anisótropos, en los que el vector \dot{q} no resulta paralelo a ∇T .

Convección de energía térmica por flujo de masa. Consiste en la transferencia de calor entre una superficie y un fluido que se desplaza sobre ella. El movimiento puede deberse a causas externas (convección forzada) o a convección natural, donde las partículas de fluido más calientes tienden a ir a zonas más frías y viceversa. En general, el problema térmico y el dinámico están acoplados, por lo que la evolución de la transferencia de calor depende fuertemente de la solución de la ecuación de movimiento del fluido. Normalmente se requiere de cálculo numérico para obtener la solución. Para el caso estacionario de una superficie arbitraria a temperatura T , en contacto con un fluido a temperatura T_f , se produce la transferencia de calor caracterizada por un flujo que puede modelarse por la relación empírica conocida como Ley de enfriamiento de Newton:

$$\dot{q} = h\Delta T \quad (2.4)$$

donde $\Delta T = T - T_f$ y h es el coeficiente de transferencia de calor por convección ($[h] = \text{W m}^{-2}$). Es necesario notar que esta es una ley local. En general, h depende, no sólo de parámetros geométricos, sino también del estado de la superficie, las temperaturas, la velocidad del fluido, etc. y puede ser no uniforme, en cuyo caso h resulta ser un coeficiente efectivo o promediado a lo largo de toda la superficie.

Radiación de energía electromagnética. La radiación térmica es la radiación emitida por un cuerpo debido a su temperatura. Más particularmente, se debe a transiciones entre niveles de energía de las moléculas, átomos y electrones que conforman la materia. A nivel microscópico, la temperatura está relacionada con la intensidad de estas transiciones y se observa que la emisión de radiación térmica aumenta al elevarse la temperatura. Toda la materia con una temperatura finita emite radiación térmica. Los cuerpos a temperatura ambiente emiten radiación en la re-

gión infrarroja del espectro electromagnético (que abarca longitudes de onda entre 10^{-7} m y 10^{-3} m). Cuerpos más calientes, como una lámpara incandescente, emiten también radiación térmica de mayor energía en el espectro visible y, el Sol, debido al plasma de alta temperatura, emite incluso en el rango ultravioleta. En general, los cuerpos irradian y absorben energía radiante simultáneamente. El balance neto de flujo de calor de un cuerpo cuya superficie se encuentra a temperatura T_e puede obtenerse empleando la Ley de Stefan-Boltzmann a partir de:

$$\dot{q} = \sigma_{SB} \epsilon (T_a^4 - T_e^4) \quad (2.5)$$

donde σ_{SB} es la constante de Stefan-Boltzmann ($[\sigma_{SB}] = \text{W m}^{-2} \text{K}^{-4}$), T_a es la temperatura del ambiente en que se halla el cuerpo y ϵ es el coeficiente de emisividad, un factor adimensional que toma valores entre 0 y 1, que relaciona la capacidad de un objeto real para irradiar energía térmica, respecto de la de un cuerpo negro.

En general, durante un proceso de transmisión de calor, coexisten en mayor o menor medida estos tres tipos de procesos. La conducción de calor puede producirse tanto en gases, como en líquidos y sólidos y es, en general, el mecanismo predominante en este último caso. En cambio, la convección depende de la movilidad de las moléculas de la sustancia, por lo tanto, sólo ocurre cuando hay gases o líquidos en el sistema. La radiación de energía térmica sucede en cualquier tipo de sustancia a temperatura finita y, a diferencia de los otros dos casos, no requiere de contacto entre las superficies para transmitirse.

En este trabajo se analiza el caso de sólidos metálicos (inmersos en aire a temperatura ambiente) excitados de manera fototérmica, mediante haces láser, en el régimen termoelástico. De esta manera, el aumento máximo local de temperatura resulta del orden de ~ 100 K. Para este caso, se tiene que el mecanismo de transmisión de calor dominante resulta ser el de conducción por sobre el de radiación y convección.

A partir de la modelización de los distintos procesos de transmisión del calor y de la conservación de la energía, es posible obtener un modelo ma-

temático para la difusión del calor en el material, como se presenta en la siguiente sección.

2.3 Ecuación de difusión del calor

En un material con temperatura no uniforme, el calor se transmite de las regiones con mayor temperatura a las de menor temperatura. Para obtener la distribución (tanto temporal como espacial) de temperatura en un material al ser iluminado por un haz láser, es necesario plantear un modelo de transferencia de calor no estacionario. Para ello, se puede ver por ejemplo el desarrollo de Han [23]. Partiendo de un volumen arbitrario de material $V \subseteq \mathbb{R}^3$, a partir de la 1ª Ley de la Termodinámica, se puede escribir la energía interna U del sistema como:

$$U = Q - W \quad (2.6)$$

donde Q es el calor que ingresa al sistema y W es el trabajo entregado por él. Si se asume que el volumen V es fijo, entonces, la transferencia de trabajo resulta nula. La aproximación de volumen fijo resulta válida para sólidos, ya que pueden modelarse como sustancias incompresibles en un rango adecuado de variaciones de temperatura. Bajo esta hipótesis, la variación de energía interna en el volumen V del material puede escribirse directamente en términos de la variación de calor \dot{Q} :

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \dot{Q} \quad (2.7)$$

Por un lado, considerando que la variación de la densidad de energía interna e se debe a la variación de la temperatura, es posible escribir:

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \int_V \frac{\partial e}{\partial t} dV = \int_V \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} dV \quad (2.8)$$

donde ρ es la densidad del material ($[\rho] = \text{kg m}^{-3}$); c_p es el calor específico ($[c_p] = \text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$), que representa la cantidad de energía necesaria para au-

mentar en una unidad de temperatura, una unidad de masa; y T es el campo de temperatura.

Por otro lado, la variación de calor en el sistema puede escribirse, en términos integrales, como:

$$\dot{Q} = \int_V \dot{g} dV - \int_S \dot{\mathbf{q}} \cdot \hat{\mathbf{n}} dA \quad (2.9)$$

donde la primer integral está asociada a la generación de calor en volumen, representada por una fuente de calor volumétrica g , que puede modelar diversos procesos como absorción y/o emisión de radiación electromagnética, disipación por mecanismos viscosos, etc. La segunda integral tiene en cuenta el flujo de calor a través de la frontera de V , dada por la superficie S , y $\hat{\mathbf{n}}$ es la normal externa a dicha superficie. Utilizando el teorema de Gauss, es posible transformar la integral de superficie en una integral de volumen:

$$\int_S \dot{\mathbf{q}} \cdot \hat{\mathbf{n}} dA = \int_V \nabla \cdot \dot{\mathbf{q}} dV \quad (2.10)$$

Reemplazando las ecuaciones (2.8) a (2.10) en la ecuación (2.7), se logra reexpresar la conservación de la energía mediante:

$$\int_V \left(\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot \dot{\mathbf{q}} - \dot{g} \right) dV = 0 \quad (2.11)$$

Ahora, esta integral debe anularse para todo volumen V arbitrario, por lo tanto, el integrando debe ser idénticamente nulo, con lo que se obtiene la ecuación diferencial:

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot \dot{\mathbf{q}} - \dot{g} = 0 \quad (2.12)$$

Para poder resolver esta ecuación es necesario agregar una relación constitutiva que permita relacionar las variables T y $\dot{\mathbf{q}}$. Para ello, se emplea la ley de Fourier que modela la conducción de calor en un sólido, dada por la ecuación (2.3), y se arriba a una ecuación diferencial para T :

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} - \nabla \cdot (k \nabla T) - \dot{q} = 0 \quad (2.13)$$

Para el caso particular en que la conductividad térmica en el sistema sea isótropa y homogénea, la ecuación de difusión del calor resulta:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \nabla^2 T + \dot{q} / \rho c_p \quad (2.14)$$

donde $\kappa = k / \rho c_p$ es la difusividad térmica, una magnitud que permite estimar, dada una perturbación térmica localizada, el tiempo τ_D que tarda en difundirse esa perturbación hasta una distancia r , como $\tau_D = r^2 / \kappa$.

La ley de Fourier establece que la variación del flujo de calor para un gradiente de temperatura dado es directamente proporcional a la conductividad térmica k del material. Es decir, la conductividad térmica es una propiedad que describe la capacidad de conducción del flujo de calor del material. Existe una gran diferencia de valores en las conductividades de distintos tipos de materiales. Los valores más altos corresponden a los sólidos metálicos y los valores más bajos, a los gases. En la Figura 2.2 se presentan los órdenes de magnitud típicos que toma la conductividad térmica en diversos tipos de materiales.

Vale la pena resaltar que, a pesar de que la ley de Fourier es un modelo muy preciso para muchos problemas de transferencia de calor, no es un modelo físicamente realista en general. Esto se debe a que la ecuación (2.14) es una ecuación parabólica y, por lo tanto, la información de cualquier perturbación térmica se propaga a una velocidad infinita en el medio¹. La hipótesis de transmisión instantánea de energía no resulta una buena aproximación en los casos donde interesa modelar regímenes transitorios a tiempos muy cortos ($\lesssim 10$ ps) o la propagación de ondas térmicas a temperaturas cercanas al cero absoluto, donde la velocidad de las ondas térmicas es muy inferior a la

¹ Cabe aclarar que esta velocidad de transmisión infinita, implícita en la ecuación (2.14), no se corresponde con la velocidad vinculada a la difusión térmica, definida a partir de κ , que sí es finita. Esta velocidad infinita significa que un cambio de temperatura en cierto lugar produce instantáneamente una variación térmica en un lugar arbitrariamente alejado; aunque ese cambio es extremadamente pequeño.

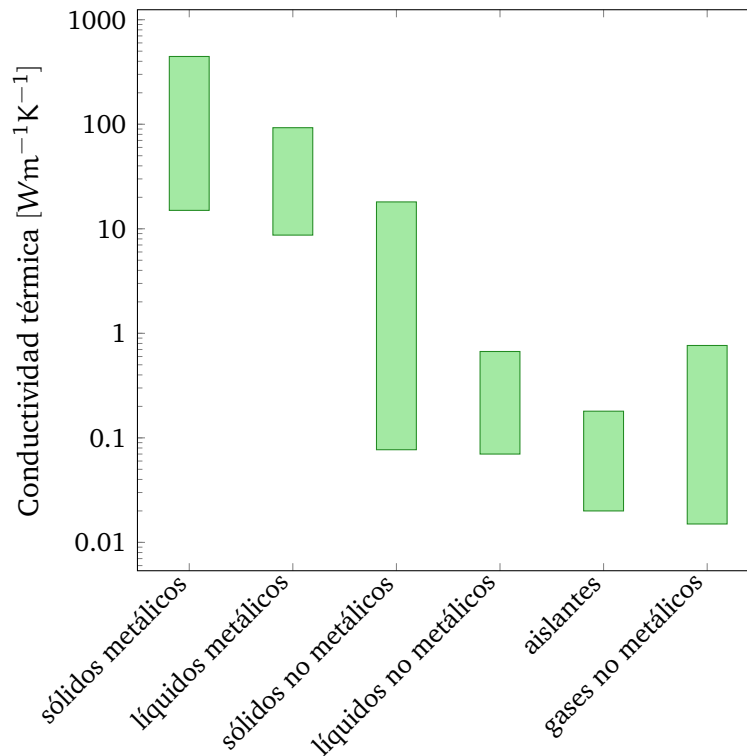


Figura 2.2. Rangos típicos de la conductividad térmica k para distintos materiales.

del caso de temperaturas finitas. En estos dos casos, la velocidad finita de las perturbaciones térmicas debe tenerse en cuenta, ya que resulta dominante, y la ley de Fourier deja de ser un modelo válido. En este trabajo se modelan sistemas a temperaturas ambiente y superiores, y los transitorios se analizan en escalas temporales mayores a 1 ns, por lo tanto, es posible modelar de manera válida la transmisión de calor empleando la ley de Fourier.

2.3.1 Condiciones de contorno

La ecuación (2.14) de difusión del calor permite modelar completamente la transmisión de calor en un medio isótropo, homogéneo e infinito. Si se desea tratar con un medio que posea interfaces, o sea finito, es necesario aplicar condiciones de contorno en las fronteras, para que el problema quede completamente determinado. Existen diversos tipos de condiciones de contorno para esta ecuación, que se presentan a continuación.

Las condiciones de tipo Dirichlet consisten en especificar el valor que toma la temperatura en la superficie S del sistema a través de una función T_S :

$$T(\mathbf{r}, t)\Big|_S = T_S(\mathbf{r}, t) \quad (2.15)$$

Las condiciones de tipo Neumann consisten en especificar el valor que toma el flujo de calor \dot{q}_S en la superficie S del sistema, cuya normal externa es $\hat{\mathbf{n}}$:

$$[-k\nabla T \cdot \hat{\mathbf{n}}]\Big|_S = \dot{q}_S \quad (2.16)$$

Un caso particular de las condiciones tipo Neumann es el de una superficie adiabática, donde se tiene $\dot{q}_S = 0$.

Por último, si se desea tener en cuenta la transferencia de calor por convección entre la superficie y el ambiente fluido, se tiene que:

$$\dot{q}_S = -h(T - T_f)\Big|_S \quad (2.17)$$

donde T_f es la temperatura del fluido. Como se mencionó en la sección 2.2, la transmisión de calor por convección dada por la ley de Newton es fenomenológica y el coeficiente h no depende solamente de las propiedades de la superficie S , sino también de propiedades del fluido y de las condiciones del contacto entre el fluido y la superficie.

De acuerdo a lo presentado en la sección 2.1, la fuente térmica constituida por el haz láser en el caso de materiales metálicos como el aluminio, se trata como una fuente superficial. Ésta se introduce en el modelo por medio de la condición de contorno de tipo Neumann dada por la ecuación (2.16), donde \dot{q}_S contiene la información de la distribución espacial y temporal de dicho haz. La función \dot{q}_S puede escribirse, en general, como:

$$\dot{q}_S(\mathbf{r}, t) = q_o q_r(\mathbf{r}) q_t(t) \quad (2.18)$$

donde q_o es el máximo flujo de calor debido a la absorción del haz láser, q_r es

la distribución espacial normalizada de dicho haz y q_t define su distribución temporal.

2.4 Leyes de conservación en medios continuos

En esta sección se presentan las leyes de conservación necesarias para obtener el modelo físico de un sólido termoelástico al ser iluminado por un haz láser. Estas leyes se derivan a partir de una descripción continua del medio material.

En general, en el tratamiento de medios continuos existen dos descripciones ampliamente utilizadas, la descripción material o Lagrangeana y la descripción espacial o Euleriana. En la primera, las magnitudes representan propiedades de una misma partícula material, identificada a partir de una configuración de referencia. Esto es, el valor de la magnitud a distintos tiempos corresponde siempre a la misma partícula material. En la segunda descripción, las magnitudes representan propiedades de posiciones fijas del espacio, es decir, el valor de la magnitud a distintos tiempos puede corresponder al de distintas partículas materiales que hayan ocupado ese punto del espacio.

Para hallar la ecuación de movimiento de un medio continuo, se empleará una descripción Euleriana del medio, donde las variables independientes son la posición \mathbf{r} y el tiempo t . Sea \mathbf{p} la función de mapeo que permite obtener la posición inicial \mathbf{r}_o de la partícula material que en el tiempo t se encuentra en \mathbf{r} :

$$\mathbf{r}_o = \mathbf{p}(\mathbf{r}, t) \quad (2.19)$$

Es posible definir el campo de desplazamientos \mathbf{u} como la diferencia entre la posición instantánea y la posición de referencia \mathbf{r}_o :

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{r} - \mathbf{p}(\mathbf{r}, t) \quad (2.20)$$

Se puede calcular el campo de velocidades instantáneas \mathbf{v} a partir de \mathbf{u} , utilizando la regla de la cadena, como:

$$\mathbf{v}(\mathbf{r}, t) = \dot{\mathbf{u}}(\mathbf{r}, t) = \frac{d\mathbf{u}}{dt}(\mathbf{r}, t) = \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{u} \quad (2.21)$$

donde los elementos de $(\nabla \mathbf{u})_{ij} = \partial_i u_j$ son derivadas espaciales de las componentes del desplazamiento \mathbf{u} . El operador $\frac{d\star}{dt} = \frac{\partial \star}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \star$ se denomina derivada material y permite calcular derivadas temporales de magnitudes de partículas materiales empleando la descripción espacial.

Para enunciar las leyes de conservación se hará uso del teorema de transporte de Reynolds [24], que es la generalización a más dimensiones de la regla de Leibniz. Este teorema establece que para una magnitud escalar $B(\mathbf{r}, t)$ vale que:

$$\frac{d}{dt} \int_{V(t)} B dV = \int_{V(t)} \left[\frac{\partial B}{\partial t} + \nabla \cdot (B\mathbf{v}) \right] dV \quad (2.22)$$

donde, si $V(t)$ es un volumen material, \mathbf{v} se corresponde con la velocidad de las partículas del material.

2.4.1 Conservación de la masa

Teniendo en cuenta que en un volumen material, la masa que lo conforma es siempre la misma, se puede plantear la ecuación de conservación de la masa a partir de:

$$\frac{d}{dt} \int_{V(t)} \rho dV = 0 \quad (2.23)$$

donde ρ es la densidad local. Utilizando el teorema de Reynolds con $B = \rho$, es posible reescribir la ecuación (2.23) de la siguiente manera:

$$\int_{V(t)} \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) \right] dV = 0 \quad (2.24)$$

La ecuación (2.24) debe ser válida para cualquier volumen material dentro del medio continuo, por lo tanto, el integrando debe ser idénticamente nulo y se obtiene la ecuación diferencial de continuidad, dada por:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \quad (2.25)$$

2.4.2 Conservación del momento lineal

Planteando ahora la variación temporal del momento lineal $\mathbf{p} = \rho \mathbf{v}$ en un volumen material, se puede escribir:

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \frac{d}{dt} \int_{V(t)} \rho \mathbf{v} dV \quad (2.26)$$

Aplicando el teorema de Reynolds a cada una de las componentes escalares del momento lineal $\rho \mathbf{v}$ en la ecuación (2.26) se obtiene:

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \int_{V(t)} \left[\frac{\partial(\rho \mathbf{v})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \mathbf{v}) \right] dV \quad (2.27)$$

donde $(\mathbf{v}\mathbf{v})_{ij} = v_i v_j$ indica el producto diádico de ambos vectores. Operando con esta expresión, es posible reescribirla de la siguiente manera:

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \int_{V(t)} \left\{ \underbrace{\mathbf{v} \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) \right]}_{=0} + \rho \underbrace{\left[\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} \right]}_{=\frac{d\mathbf{v}}{dt}} \right\} dV \quad (2.28)$$

donde el primer término se anula al considerar la conservación de la masa dada por la ecuación (2.25). Además, el segundo término contiene la derivada material de \mathbf{v} .

Al aplicar la segunda ley de Newton al volumen material, es necesario tener en cuenta que pueden existir dos tipos de fuerzas ejercidas sobre ese volumen. Por un lado, están las fuerzas que actúan sobre cada elemento interno del volumen, y por otro lado, las fuerzas de superficie o esfuerzos que se aplican sólo sobre los elementos ubicados sobre la superficie S del volumen V , en contacto con elementos exteriores. Se denomina \mathbf{f} a la fuerza externa por unidad de volumen y \mathbf{T} al esfuerzo o fuerza de contacto por unidad de superficie. Con estas consideraciones, el balance de momento lineal para un volumen material V de un medio continuo queda escrito como:

$$\int_{V(t)} \rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} dV = \int_{V(t)} \mathbf{f} dV + \int_{S(t)} \mathbf{T} dA \quad (2.29)$$

Un resultado importante en la teoría de la elasticidad es que, para un punto dado del espacio, se puede escribir el esfuerzo \mathbf{T} que actúa sobre un plano infinitesimal de orientación arbitraria, si se conocen los esfuerzos que actúan en ese punto sobre tres planos ortogonales entre sí. La derivación de esta propiedad puede verse, por ejemplo, en el libro de Slawinski [25]. Este resultado es equivalente a decir que existe un tensor σ de segundo rango único, denominado tensor de esfuerzos de Cauchy, tal que:

$$\mathbf{T}(\mathbf{r}, t, \hat{\mathbf{n}}) = \sigma(\mathbf{r}, t) \cdot \hat{\mathbf{n}} \quad (2.30)$$

A partir del planteo de la conservación del momento angular, se puede demostrar que, si la conservación de masa y de momento lineal son válidas, entonces σ debe ser un tensor simétrico [25], por lo que sólo 6 de sus 9 elementos son independientes.

Reemplazando la ecuación (2.30) en la ecuación (2.29) y empleando el teorema de la divergencia, se obtiene que:

$$\int_{V(t)} \rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} dV = \int_{V(t)} \mathbf{f} dV + \int_{V(t)} \nabla \cdot \sigma dV \quad (2.31)$$

Por último, considerando que la ecuación (2.31) debe valer para todo volumen material $V(t)$ del medio, se llega a la ecuación de movimiento general para un medio continuo dada por:

$$\rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{f} + \nabla \cdot \sigma \quad (2.32)$$

que expresa la conservación del momento lineal del sistema, en términos de las fuerzas de volumen y del tensor de esfuerzos.

2.5 Modelo de un sólido termoelástico

La ecuación (2.32) de movimiento es válida para cualquier medio continuo. Para completar el modelo físico del sólido termoelástico, es necesario tener en cuenta relaciones constitutivas que modelen matemáticamente el comportamiento físico del material bajo condiciones específicas.

Todos los cuerpos se deforman bajo la aplicación de esfuerzos. Dependiendo de las características de la deformación, el proceso puede considerarse como elástico o anelástico. Estas características pueden depender del tipo de material, de la magnitud de los esfuerzos aplicados, de la temperatura, etc.

Para el caso de sólidos sometidos a esfuerzos suficientemente pequeños, tal que el comportamiento del material puede aproximarse como puramente elástico y lineal, el tensor de esfuerzos σ_{ij}^e depende linealmente de la deformación siguiendo la ley de Hooke generalizada [26]:

$$\sigma_{ij}^e = c_{ijkl} e_{kl} \quad (2.33)$$

donde se asume la convención de suma de Einstein en los subíndices. Los coeficientes c_{ijkl} definen el denominado tensor de rigidez del material y e_{kl} es el tensor de deformaciones que se determina, en general, como la parte simétrica del gradiente de los desplazamientos ($\partial_i u_j$):

$$e_{ij} = \frac{1}{2} [\partial_j u_i + \partial_i u_j - \partial_i u_k \partial_j u_k] \quad (2.34)$$

Considerando el caso particular de deformaciones infinitesimales, tal que $|\partial_i u_j| \ll 1$, se puede despreciar el término de mayor orden en la ecuación (2.34), obteniendo el tensor de deformaciones infinitesimales:

$$e_{ij} \approx \frac{1}{2} [\partial_j u_i + \partial_i u_j] \quad (2.35)$$

El tensor de rigidez c_{ijkl} es un tensor de cuarto rango, por lo que en principio posee 81 elementos independientes. Sin embargo, siguiendo el razonamiento de Slaughter [26], al considerar que la energía del material debe

poder escribirse como una forma cuadrática de e_{ij} y al utilizar las condiciones de simetría del tensor de esfuerzos σ_{ij} y del tensor de deformaciones e_{ij} , se puede demostrar que a lo sumo existen 21 componentes independientes. Para el caso particular de un material isótropo, de estas 21 componentes, sólo 2 resultan independientes, pudiéndose escribir el tensor de rigidez en coordenadas cartesianas como:

$$c_{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \quad (2.36)$$

donde δ_{ij} es la delta de Kronecker y los coeficientes λ y μ^2 , que caracterizan las propiedades elásticas del material isótropo, se denominan 1º y 2º parámetro de Lamé, respectivamente. Usualmente, μ se suele designar también como módulo de elasticidad transversal. Si bien existen muchas otras definiciones de parámetros que caracterizan elásticamente a un material, como por ejemplo el módulo de Young, el coeficiente de Poisson, etc., cualquiera de ellos puede escribirse como función de λ y μ [27].

Reemplazando la ecuación (2.36) en la ecuación (2.33), se obtiene la relación constitutiva para el caso de materiales elásticos lineales e isótropos, dada por:

$$\sigma_{ij}^e = \lambda e_{kk} \delta_{ij} + 2\mu e_{ij} \quad (2.37)$$

Para completar el modelo termoelástico, es necesario proveer también una relación constitutiva que modele los esfuerzos en el material σ_{ij}^T debido a variaciones de temperatura. Los mismos pueden describirse como [28]:

$$\sigma_{ij}^T = -(3\lambda + 2\mu) \alpha_L (T - T_o) \delta_{ij} \quad (2.38)$$

donde α_L corresponde al coeficiente de dilatación térmica lineal del material ($[\alpha_L] = K^{-1}$) y T_o es una temperatura de referencia para la cual no hay dilatación del material.

² Las unidades de λ y μ en SI son Pa.

Finalmente, el tensor de esfuerzos completo para el modelo termoelástico está dado por:

$$\begin{aligned}\sigma_{ij} &= \sigma_{ij}^e + \sigma_{ij}^T \\ &= \lambda \partial_k u_k \delta_{ij} + \mu [\partial_j u_i + \partial_i u_j] - \alpha_L (3\lambda + 2\mu) (T - T_o) \delta_{ij}\end{aligned}\quad (2.39)$$

La ecuación (2.39) puede reemplazarse en la ecuación (2.32) de movimiento linealizada, donde se realiza la aproximación $\frac{d\mathbf{u}}{dt} \approx \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t}$ en la derivada material, asumiendo deformaciones infinitesimales ($|\partial_i u_j| \ll 1$). Esta hipótesis de deformaciones infinitesimales es una muy buena aproximación en el caso de ondas de ultrasonido ya que las fluctuaciones espaciales de los desplazamientos, esfuerzos, deformaciones, etc. suelen tener longitudes de onda mucho mayores ($\sim \mu\text{m} - \text{cm}$) que la amplitud de los desplazamientos ($\sim \text{nm}$). Con estas consideraciones, la ecuación de movimiento para pequeñas vibraciones del sólido termoelástico e isótropo, en ausencia de fuerzas externas, se escribe como:

$$\rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = \mu \nabla^2 \mathbf{u} + (\lambda + \mu) \nabla (\nabla \cdot \mathbf{u}) - (3\lambda + 2\mu) \alpha_L \nabla T \quad (2.40)$$

La ecuación (2.40) de movimiento escrita en función de los desplazamientos se conoce usualmente como ecuación de Navier. El modelo completo de un sólido isótropo termoelástico está dado por el sistema de ecuaciones formado por la ecuación (2.14) de difusión del calor y la ecuación (2.40) de Navier. Éste, es un modelo parcialmente desacoplado de termoelasticidad, ya que la ecuación que gobierna la evolución del campo de temperaturas no depende de términos elásticos. Esto es así ya que al derivar la ecuación (2.14) se ha despreciado el trabajo debido a deformaciones del sistema, al considerar un volumen fijo. Como resultado, este modelo no contempla, por ejemplo, el calentamiento de un metal producido al deformarse. Si bien existen modelos termoelásticos acoplados [29, 30, 31], donde se tienen en cuenta como fuentes térmicas términos que dependen del desplazamiento como: $\frac{\partial}{\partial t} \nabla \cdot \mathbf{u}$; en el caso de vibraciones ultrasónicas generadas por radiación láser, esta corrección resulta despreciable, ya que la fuente térmica dada por el láser es de una magnitud mucho mayor a la de la fuente térmica de origen elástico.

2.5.1 Condiciones de contorno

Para poder modelar medios finitos e interfaces es necesario resolver la ecuación (2.40) de Navier junto con condiciones de contorno. En este caso, las condiciones de tipo Dirichlet se expresan especificando el valor que toman los desplazamientos en la superficie. En las condiciones de tipo Neumann, en cambio, se especifica el valor que toman los esfuerzos \mathbf{T}_S en la superficie S , cuya normal externa es $\hat{\mathbf{n}}$:

$$(\boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{n}})\Big|_S = \mathbf{T}_S \quad (2.41)$$

y, para el caso particular de una superficie libre de esfuerzos, se tiene que:

$$(\boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{n}})\Big|_S = 0 \quad (2.42)$$

2.6 Ondas elásticas en medios continuos

En esta sección, se analizan las soluciones de onda más sencillas de la ecuación (2.40) de Navier, que surgen al aplicar interfaces libres en el medio elástico. Estas soluciones permiten analizar, tanto cualitativamente como cuantitativamente, diversos aspectos de las ondas generadas en un material al ser iluminado por un haz láser. En la sección 2.6.1 se examina el caso de un medio semi-infinito, donde surgen ondas de Rayleigh, y en la sección 2.6.2 se analiza el caso de una placa plana, donde tienen lugar las ondas de Lamb.

Para estudiar la ecuación de Navier, es útil emplear la descomposición de Helmholtz [32], que nos permite escribir el campo de desplazamientos \mathbf{u} en función de un potencial escalar ϕ y uno vectorial $\boldsymbol{\psi}$, de divergencia nula ($\nabla \cdot \boldsymbol{\psi} = 0$), como:

$$\mathbf{u} = \nabla\phi + \nabla \times \boldsymbol{\psi} \quad (2.43)$$

Con esta descomposición es fácil ver que la ecuación (2.40) para medios

isótropos, en ausencia de fuentes, se reduce a las siguientes ecuaciones de onda para los potenciales:

$$\nabla^2 \phi - \frac{1}{c_L^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = 0 \quad (2.44)$$

$$\nabla^2 \psi - \frac{1}{c_T^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = 0 \quad (2.45)$$

Mediante esta descomposición es posible interpretar que el campo de desplazamientos \mathbf{u} está compuesto por una onda longitudinal ($\mathbf{u}_L = \nabla \phi$) que se propaga con velocidad $c_L = \sqrt{(\lambda + 2\mu)/\rho}$, y por una onda transversal ($\mathbf{u}_T = \nabla \times \psi$) que se propaga con velocidad $c_T = \sqrt{\mu/\rho}$. La onda longitudinal también suele denominarse onda primaria y la onda transversal, onda secundaria. Es importante destacar que para todo material elástico, vale que $c_T < c_L$. Si bien en las ecs. (2.44) y (2.45) se observa que la onda longitudinal y la transversal están desacopladas, se debe recordar que en general, de acuerdo a la sección 2.5.1, las condiciones de contorno de cualquier tipo acoplan ambas ondas.

2.6.1 Ondas de Rayleigh

En la sección 2.6 se mostró que la ecuación (2.40) de Navier admite soluciones de ondas longitudinales y transversales desacopladas en un sólido infinito. En el caso de materiales reales, los efectos introducidos por los bordes suelen ser muy importantes, e incluso dominantes, en la propagación de las ondas. Lord Rayleigh fue el primero en estudiar las ondas localizadas que surgen en la interfaz de un medio elástico lineal semi-infinito. Partiendo de la ecuación de movimiento del sólido elástico y aplicando la condición de contorno de interfaz libre (2.42), Lord Rayleigh en su trabajo de 1885 [33] encuentra soluciones de ondas planas que se propagan a lo largo de la superficie y cuya amplitud decae exponencialmente al penetrar en el interior del material.

2.6.1.1 Propagación de ondas superficiales en un medio semi-infinito

En esta sección se derivan las características principales que presentan las ondas de Rayleigh. Para ello, se considera el caso de una onda plana que

se propaga en la dirección \hat{x} en un medio elástico lineal semi-infinito que ocupa el semiplano $z \geq 0$ (ver Figura 2.3) y que posee una interfaz libre de esfuerzos en $z = 0$. Asumiendo la hipótesis de deformaciones planas, es decir, que el desplazamiento en la dirección \hat{y} es despreciable, todas las magnitudes resultan independientes de la coordenada y .

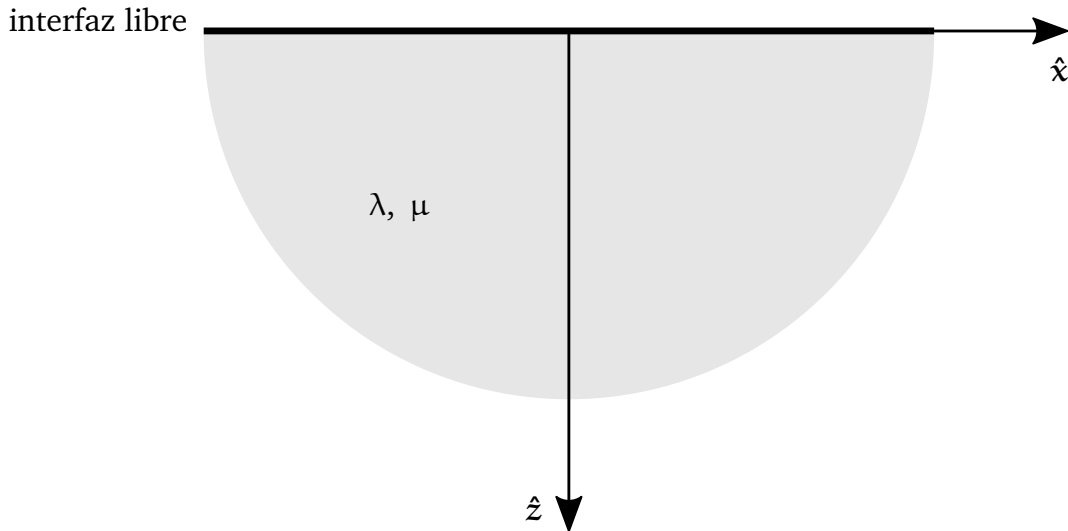


Figura 2.3. Esquema del medio elástico semi-infinito..

Empleando la descomposición de Helmholtz (2.43) en la aproximación de deformaciones planas, se tiene que el desplazamiento \mathbf{u} puede escribirse en coordenadas cartesianas como:

$$\mathbf{u} = \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial \psi}{\partial z}, 0, \frac{\partial \phi}{\partial z} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) \quad (2.46)$$

donde el potencial vector está dado por: $\boldsymbol{\psi} = (0, -\psi, 0)$. Las ecs. (2.44) y (2.45) se reducen, bajo esta aproximación, a las dos ecuaciones escalares:

$$\begin{aligned} \nabla^2 \phi - \frac{1}{c_L^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} &= 0 \\ \nabla^2 \psi - \frac{1}{c_T^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} &= 0 \end{aligned} \quad (2.47)$$

Para hallar las ondas de Rayleigh que se propagan confinadas a lo largo de

la superficie, se proponen como soluciones ondas armónicas en las variables x y t de la forma:

$$\begin{aligned}\phi(x, z, t) &= A(z)e^{\iota(\omega t - kx)} \\ \psi(x, z, t) &= B(z)e^{\iota(\omega t - kx)}\end{aligned}\tag{2.48}$$

donde ι es la unidad imaginaria, ω es la frecuencia angular de la onda, $k = \omega/c_R$ es el número de onda y c_R es la velocidad de propagación de la onda en la superficie libre. Reemplazando la ecuación (2.48) en la ecuación (2.47) se obtiene el siguiente sistema para las amplitudes $A(z)$ y $B(z)$:

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 A}{\partial z^2} - \underbrace{(k^2 - \omega^2/c_L^2)}_{q_L^2} A(z) &= 0 \\ \frac{\partial^2 B}{\partial z^2} - \underbrace{(k^2 - \omega^2/c_T^2)}_{q_T^2} B(z) &= 0\end{aligned}\tag{2.49}$$

cuya solución es una combinación de exponenciales reales sí y sólo si $c_R < c_T$, o equivalentemente, si el cuadrado de los factores de atenuación es un número real positivo: $q_L^2 > 0$ y $q_T^2 > 0$. En ese caso:

$$\begin{aligned}A(z) &= ae^{-q_L z} + \underbrace{\tilde{a}e^{q_L z}}_{\tilde{a}=0} \\ B(z) &= be^{-q_T z} + \underbrace{\tilde{b}e^{q_T z}}_{\tilde{b}=0}\end{aligned}\tag{2.50}$$

donde las constantes \tilde{a} y \tilde{b} deben ser nulas ya que, por conservación de la energía, una onda cuya amplitud crece indefinidamente no es una solución física. Por lo tanto, la ecuación (2.48) se reescribe como:

$$\begin{aligned}\phi(x, z, t) &= ae^{-q_L z + \iota(\omega t - kx)} \\ \psi(x, z, t) &= be^{-q_T z + \iota(\omega t - kx)}\end{aligned}\tag{2.51}$$

Aplicando las condiciones de contorno de la interfaz libre (2.42), se obtiene un sistema de ecuaciones lineales para las amplitudes a y b dado por:

$$\begin{bmatrix} c_L^2 q_L^2 - (c_L^2 - 2c_T^2)k^2 & -2\lambda k c_T^2 \\ 2\lambda k q_L & k^2 + q_T^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = 0 \quad (2.52)$$

Bajo la condición de determinante nulo, de manera que exista solución no trivial para el sistema, se encuentra que la solución de ondas confinadas a propagarse en la superficie del material es posible, si se cumple la siguiente ecuación, denominada ecuación secular de Rayleigh:

$$(2 - c_R^2/c_T^2)^2 = 4\sqrt{1 - c_R^2/c_L^2}\sqrt{1 - c_R^2/c_T^2} \quad (2.53)$$

donde la velocidad de las ondas de Rayleigh c_R resulta independiente de la frecuencia ω y su valor queda determinado a partir de las constantes elásticas del medio, por lo que c_R resulta una constante del material. Vale la pena recordar que a partir de la ecuación (2.49) debe valer que $c_R < c_T < c_L$.

Si bien la ecuación (2.53) puede resolverse numéricamente, varios autores han encontrado ecuaciones explícitas para la velocidad de las ondas de Rayleigh. Primeramente, Rahman y Barber [34] han encontrado una expresión válida para un rango limitado de valores del parámetro $\gamma = c_T^2/c_L^2$. Luego, Nkemzi [35] demostró la existencia y unicidad de la solución para todo medio elástico y, mediante la aplicación de teoría de variable compleja, halló una fórmula integral para la velocidad de Rayleigh en función de γ , para todo rango. Finalmente, Vinh y Ogden [36] derivaron una fórmula explícita, para todo rango de γ , a partir de la teoría de ecuaciones cúbicas, cuyo cómputo resulta menos complejo que en el caso de la fórmula derivada por Nkemzi [35]. La fórmula a la que arribaron se presenta a continuación:

$$c_R^2 = 4c_T^2(1 - \gamma) \left(2 - \frac{4}{3}\gamma + \sqrt[3]{R + \sqrt{D}} + \sqrt[3]{R - \sqrt{D}} \right)^{-1} \quad (2.54)$$

donde se definen los parámetros adimensionales R y D como:

$$\begin{aligned} R &= 2(27 - 90\gamma + 99\gamma^2 - 32\gamma^3)/27 \\ D &= 4(1 - \gamma^2)(11 - 62\gamma + 107\gamma^2 - 64\gamma^3)/27 \end{aligned} \quad (2.55)$$

A partir de las ecs. (2.46), (2.50) y (2.53) pueden obtenerse las componentes de los desplazamientos, dadas por:

$$\begin{aligned} u_x &= \alpha k [e^{-q_L z} - \zeta e^{-q_T z}] \sin(\omega t - kx) \\ u_z &= \alpha k \sqrt{1 - c_R^2/c_L^2} \left[-e^{-q_L z} + \frac{1}{\zeta} e^{-q_T z} \right] \cos(\omega t - kx) \end{aligned} \quad (2.56)$$

donde $\zeta = \frac{1}{2}(2 - c_R^2/c_T^2)$.

Cabe destacar que, a partir de la expresión (2.46) del desplazamiento en términos de los potenciales de Helmholtz, la onda de Rayleigh (R) puede interpretarse como la superposición de dos componentes, una longitudinal y otra transversal. Ambas se propagan por la superficie a la misma velocidad c_R , pero tienen diferentes atenuaciones en la dirección \hat{z} .

Con respecto a los desplazamientos, en la ecuación (2.56) puede observarse que existe un desfase de 90° entre el movimiento vertical y horizontal de las partículas del material. Además, analizando las amplitudes de cada componente, puede encontrarse que la amplitud vertical resulta mayor a la horizontal y que un punto sobre la superficie se mueve en el sentido opuesto al de propagación de la onda, cuando se encuentra en su desplazamiento vertical máximo. Con todas estas consideraciones, se puede concluir que las partículas realizan un movimiento elíptico y, de acuerdo al caso ejemplificado en la Figura 2.4, antihorario.

Se mostró en la ecuación (2.51) que para el caso de ondas planas no existe atenuación en la dirección de propagación de las ondas, pero sí en la dirección normal a la superficie libre. Los factores de atenuación exponenciales q_L y q_T , a diferencia de la velocidad de Rayleigh c_R , sí dependen de la frecuencia ω , por lo que las ondas de alta frecuencia se atenuarán más rápidamente en profundidad que las de baja frecuencia.

Lamb, en su trabajo de 1904 [37], fue el primero en encontrar expresiones analíticas para el caso de ondas generadas a partir de fuentes puntuales y lineales en la superficie de un medio elástico semi-infinito. Las soluciones completas para los desplazamientos en la superficie pueden observarse tanto

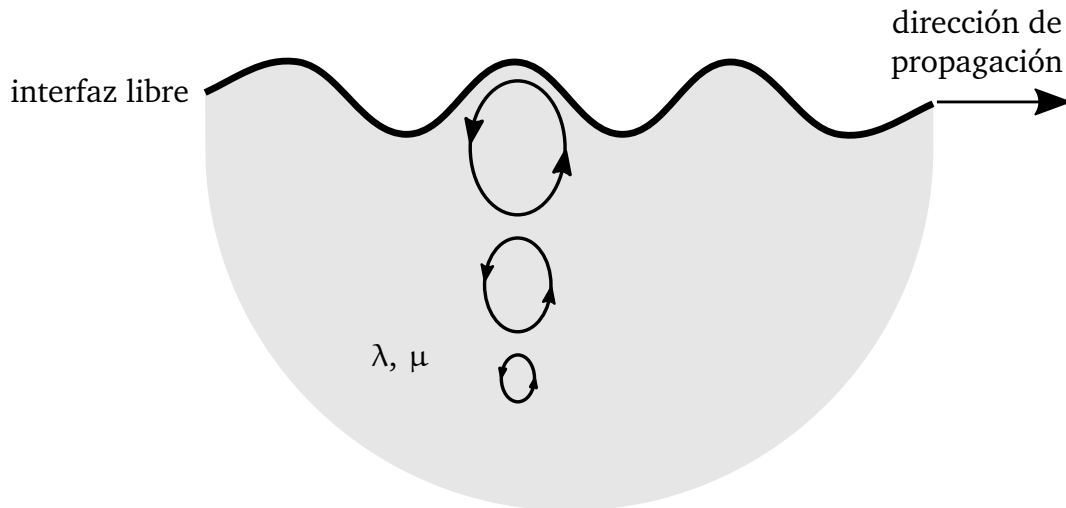


Figura 2.4. Esquema del movimiento de las partículas en una onda de Rayleigh.

en el trabajo de Lamb, como en los libros de Eringen y Suhubi [38] y Kasuel [39]. En particular, en [38], se realiza un desarrollo detallado para el caso de una fuente lineal impulsiva, normal a la superficie (es decir, $\sigma \cdot \hat{n} \neq 0$). En éste se puede ver que a un punto sobre la superficie, alejado de la fuente, llega inicialmente una onda P, seguida de un frente de ondas transversales limitado por los frentes de las ondas S y P, y por último, arriba la onda de Rayleigh cuya velocidad cumple con la ecuación (2.53) (ver la Figura 2.5).

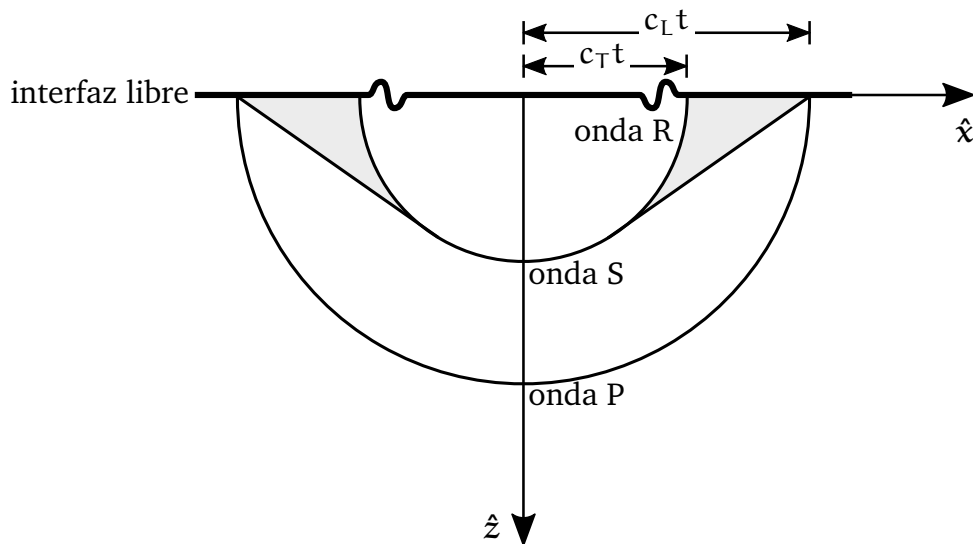


Figura 2.5. Diagrama de ondas elásticas en un medio semi-infinito, para una fuente lineal en \hat{y} .

Otro resultado importante que se encuentra examinando las soluciones es que en campo lejano, debido a la atenuación de las ondas P y S (que decaen como $\sim r^{-1}$), la onda dominante es la de Rayleigh. Eringen y Suhubi muestran que la forma de la onda de Rayleigh en campo lejano resulta independiente del tiempo, evidenciando el carácter no dispersivo de estas ondas superficiales.

Debido a esa característica poco dispersiva, es que las ondas de Rayleigh son extremadamente útiles para detectar fallas o defectos superficiales en materiales [40, 41], resultando más eficaces que las ondas S o P. La desventaja de estas ondas es que no permiten examinar fallas en volumen, ya que se propagan sólo en la superficie del material, sin penetrar en el interior. Entre otras aplicaciones, estas ondas superficiales se han utilizado para caracterizar constantes elásticas de materiales [42, 43], ya que, como puede verse en la ecuación (2.53), la velocidad de estas ondas es una constante del material y depende del valor que toman estos parámetros elásticos. Recientemente, Mirzade [44] ha analizado la posibilidad de utilizar las ondas de Rayleigh para detectar defectos a nivel atómico en los materiales, a partir de la diferencia que éstos provocan en los esfuerzos superficiales del material, respecto de los que se obtienen empleando la teoría macroscópica del medio continuo donde no se contemplan.

2.6.2 Ondas de Lamb

Si en lugar de un medio semi-infinito se considera ahora el caso de una placa plana infinita, es decir un medio elástico lineal infinito con dos superficies libres paralelas, se tiene que al propagarse las ondas desde la fuente, existen conversiones entre las ondas P y S en cada una de las interfaces. La superposición de estas ondas produce modos de ondas guiadas, debido al acoplamiento de los efectos de las interfaces, que se denominan ondas de Lamb. Si el espesor de la placa es lo suficientemente grande, comparado con la longitud de onda λ_R de las ondas de Rayleigh, las interfaces estarán desacopladas y aparecerán ondas de Rayleigh en cada una de las interfaces, con las características que se han analizado en la sección 2.6.1. Si bien se ha mostrado que las ondas superficiales se atenúan exponencialmente, a medida que el espesor de la placa es menor, llega un momento en que las superficies están lo suficientemente cerca como para que las ondas superficiales no lleguen a

extinguirse en el interior de la placa y, por lo tanto, queden acopladas ambas condiciones de contorno.

Varios autores han tratado la solución exacta de este problema mediante diversos acercamientos. En este trabajo se empleará el acercamiento de los libros de Achenbach [45] y Rose [46], que utilizan la descomposición de Helmholtz de los desplazamientos, y que es un procedimiento análogo al empleado en la sección previa para el caso de las ondas de Rayleigh. Como se muestra al comienzo de la sección 2.6, la descomposición de Helmholtz desacopla las ondas transversales y longitudinales sólo en el caso de materiales isótropos. Para poder tratar el caso de materiales anisótropos se utilizan otros acercamientos, como por ejemplo el empleado por Auld [47] basado en la técnica de superposición de ondas parciales.

2.6.2.1 Propagación de ondas en una placa plana

En esta sección se presenta la solución del problema de Navier en una placa plana infinita de espesor $2h$ que puede modelarse como un medio elástico lineal e isótropo con interfaces libres. En la Figura 2.6 se presenta un esquema del sistema enunciado.

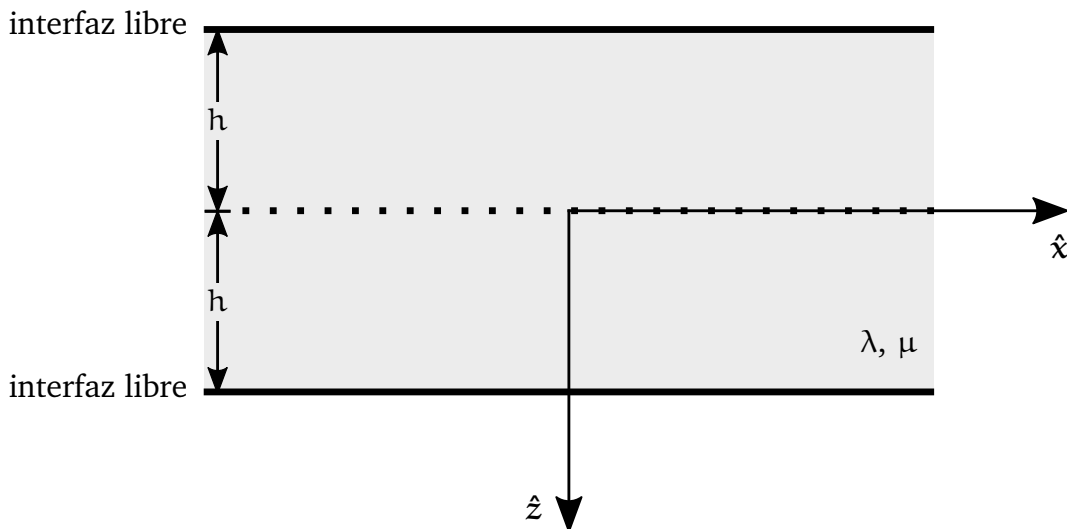


Figura 2.6. Esquema de la placa plana infinita de espesor $2h$.

Utilizando el mismo formalismo que en la sección 2.6.1.1 para el caso del medio semi-infinito, se emplea la descomposición de Helmholtz (2.43) en la aproximación de deformaciones planas, donde los desplazamientos en componentes cartesianas están dados por la ecuación (2.46) y la ecuación de movimiento se expresa mediante la ecuación (2.47) de ondas para los potenciales.

Para hallar las ondas de Lamb, se proponen nuevamente como soluciones para los potenciales, ondas armónicas que se propagan en la dirección \hat{x} y estacionarias en la dirección \hat{z} , dadas por la ecuación (2.48). Con ellas, se obtiene el sistema:

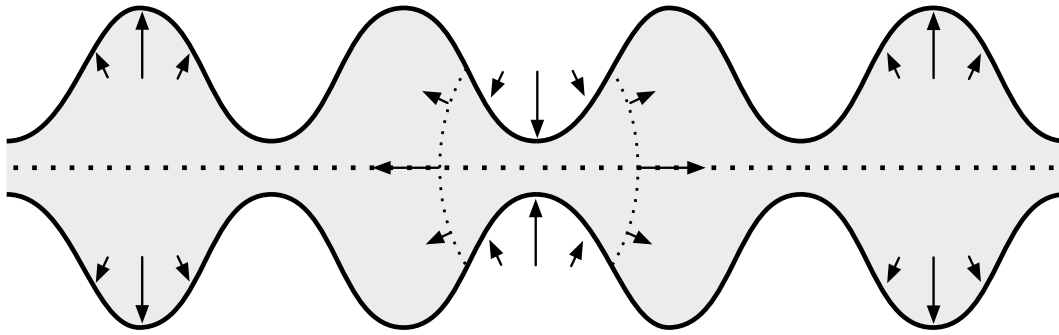
$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 A}{\partial z^2} - \underbrace{(k^2 - \omega^2/c_L^2)}_{q_L^2} A(z) &= 0 \\ \frac{\partial^2 B}{\partial z^2} - \underbrace{(k^2 - \omega^2/c_T^2)}_{q_T^2} B(z) &= 0 \end{aligned} \quad (2.57)$$

que resulta, en principio, análogo al caso de la ecuación (2.49) de las ondas de Rayleigh. Sin embargo, en el caso de las ondas de Lamb, ya no se mantiene la hipótesis q_L^2 y $q_T^2 > 0$, dado que se buscan soluciones que no se extingan en el interior de la placa. De esta manera, se asume que $q_L = ip_L$ y $q_T = ip_T$ resultan puramente imaginarios y, entonces, las soluciones de la ecuación (2.57) pueden escribirse como superposición de funciones armónicas de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} A(z) &= a_1 \text{sen}(p_L z) + a_2 \text{cos}(p_L z) \\ B(z) &= b_1 \text{sen}(p_T z) + b_2 \text{cos}(p_T z) \end{aligned} \quad (2.58)$$

Ahora, dado que las soluciones tienen una dependencia de senos y cosenos en la variable z , se puede observar que los términos tienen una simetría definida respecto del plano, con $z = 0$, que pasa por el centro de la placa. Es decir, los términos que poseen un seno serán impares, y los cosenos, pares. Esto permite describir la solución como la superposición de un modo simétrico (S) y otro antisimétrico (A). En la Figura 2.7 se puede observar un esquema de los modos S y A mencionados.

a) Modo Simétrico (S)



b) Modo Antisimétrico (A)

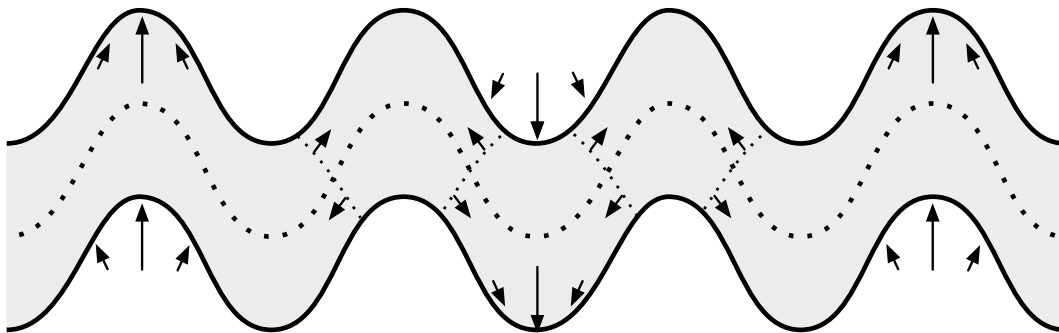


Figura 2.7. Esquema de los modos de Lamb S y A en la placa.

Claramente, se puede ver que el modo simétrico está formado por las componentes pares de u_x e impares de u_z , respecto de la variable z , mientras que en el modo antisimétrico sucede lo contrario. Realizando el análisis análogo para los esfuerzos, es posible definir los modos S y A utilizando las ecs. (2.43), (2.48) y (2.58). A continuación se expresan los desplazamientos y esfuerzos de cada modo, manteniendo implícita su dependencia armónica $e^{i(\omega t - kx)}$ en las variables x y t :

Modo Simétrico (S):

$$\begin{aligned}
 u_x^S &= ika_2 \cos(p_L z) + p_T b_1 \cos(p_T z) \\
 u_z^S &= -p_T a_2 \sin(p_L z) - ikb_1 \sin(p_T z) \\
 \sigma_{xz}^S &= 2i\mu k p_L a_2 \sin(p_L z) + \mu(k^2 - p_T^2) b_1 \sin(p_T z) \\
 \sigma_{zz}^S &= -[(\lambda + 2\mu)p_L^2 + \lambda k^2] a_2 \cos(p_L z) + 2i\mu k p_T b_1 \cos(p_T z)
 \end{aligned}
 \tag{2.59}$$

Modo Antisimétrico (A):

$$\begin{aligned}
 u_x^A &= \imath k a_1 \operatorname{sen}(p_L z) - p_T b_2 \operatorname{sen}(p_T z) \\
 u_z^A &= -p_L a_1 \cos(p_L z) - \imath k b_2 \cos(p_T z) \\
 \sigma_{xz}^A &= -2\imath \mu k p_L a_1 \cos(p_L z) + \mu(k^2 - p_T^2) b_2 \cos(p_T z) \\
 \sigma_{zz}^A &= -[(\lambda + 2\mu)p_L^2 + \lambda k^2] a_1 \operatorname{sen}(p_L z) - 2\imath \mu k p_T b_2 \operatorname{sen}(p_T z)
 \end{aligned} \tag{2.60}$$

Las condiciones de contorno, dadas por la ecuación (2.42), aplicadas al caso de la placa plana:

$$\sigma_{zx} \Big|_{z=\pm h} = 0 \quad \Rightarrow \quad (\sigma_{zx}^S + \sigma_{zx}^A) \Big|_{z=\pm h} = 0 \tag{2.61}$$

$$\sigma_{zz} \Big|_{z=\pm h} = 0 \quad \Rightarrow \quad (\sigma_{zz}^S + \sigma_{zz}^A) \Big|_{z=\pm h} = 0 \tag{2.62}$$

pueden reescribirse, empleando la simetría de los $\sigma_{ij}^{S,A}$ y realizando combinaciones de las ecs. (2.61) y (2.62), como:

$$\sigma_{zx}^S \Big|_{z=h} = 0, \quad \sigma_{zz}^S \Big|_{z=h} = 0 \tag{2.63}$$

$$\sigma_{zx}^A \Big|_{z=h} = 0, \quad \sigma_{zz}^A \Big|_{z=h} = 0 \tag{2.64}$$

Reemplazando las ecs. (2.59) y (2.60) en las ecs. (2.63) y (2.64), se obtiene un sistema de dos ecuaciones lineales para cada modo, en función de las amplitudes a_2 y b_1 para el modo simétrico, y de a_1 y b_2 para el modo antisimétrico:

$$\begin{bmatrix} 2\imath \mu k p_L \operatorname{sen}(p_L z) & \mu(k^2 - p_T^2) \operatorname{sen}(p_T z) \\ -[(\lambda + 2\mu)p_L^2 + \lambda k^2] \cos(p_L z) & 2\imath \mu k p_T \cos(p_T z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_2 \\ b_1 \end{bmatrix} = 0 \tag{2.65}$$

$$\begin{bmatrix} 2\imath \mu k p_L \cos(p_L z) & \mu(k^2 - p_T^2) \cos(p_T z) \\ -[(\lambda + 2\mu)p_L^2 + \lambda k^2] \operatorname{sen}(p_L z) & -2\imath \mu k p_T \operatorname{sen}(p_T z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = 0 \tag{2.66}$$

Finalmente, bajo la condición de determinante nulo, para la existencia de solución no trivial, se obtienen las siguientes relaciones de dispersión para cada modo:

$$\frac{\tan(p_T h)}{\tan(p_L h)} = -\frac{4k^2 p_L p_T}{(p_T^2 - k^2)^2}, \quad \text{para S} \quad (2.67)$$

$$\frac{\tan(p_T h)}{\tan(p_L h)} = -\frac{(p_T^2 - k^2)^2}{4k^2 p_L p_T}, \quad \text{para A} \quad (2.68)$$

donde se recuerda que $p_L = \omega^2/c_L^2 - k^2$ y $p_T = \omega^2/c_T^2 - k^2$. Las ecs. (2.67) y (2.68) se conocen como las ecuaciones de Rayleigh-Lamb y caracterizan las soluciones de onda en una placa plana. Dado que no poseen una solución analítica, estas ecuaciones deben resolverse numéricamente. Al hacerlo, se encuentra que existen infinitos modos S y A que las satisfacen. Se puede notar que, a diferencia del caso de las ondas de Rayleigh, donde se obtuvo una relación de dispersión lineal $k = \omega/c_R$, con c_R independiente de la frecuencia; en este caso, las relaciones de dispersión resultan no lineales, por lo que las ondas de Lamb serán dispersivas. En las Figuras 2.8 y 2.9 se presentan las relaciones de dispersión, calculadas para una placa de aluminio, en términos de la velocidad de fase c_f y de grupo c_g respectivamente, en función del producto dado por la frecuencia angular ω y el espesor de la placa $2h$. La velocidad de fase c_f de cada modo propagante está dada por $c_f = \omega/k$ y su velocidad de grupo, por $c_g = \frac{d\omega}{dk}$.

Al resolver las ecuaciones de Rayleigh-Lamb, se pueden encontrar soluciones con números de onda k tanto reales como también complejos. De acuerdo a las soluciones propuestas en la ecuación (2.48) de ondas armónicas en la variable x , los valores complejos de k darán lugar a ondas que decaen exponencialmente al propagarse en la dirección \hat{x} , usualmente denominadas ondas evanescentes. Entonces, las únicas soluciones que dan lugar a modos propagantes, son las que se obtienen a partir de números de onda k reales.

En la Figura 2.8 se observa que los modos A0 y S0 no poseen una frecuencia de corte. Éstos son los únicos modos presentes a bajas frecuencias. A medida que se aumenta la frecuencia, existe la posibilidad de excitar cada vez más modos de oscilación de la placa. También se puede ver que para los modos A0 y S0, en el límite de altas frecuencias, sus velocidades conver-

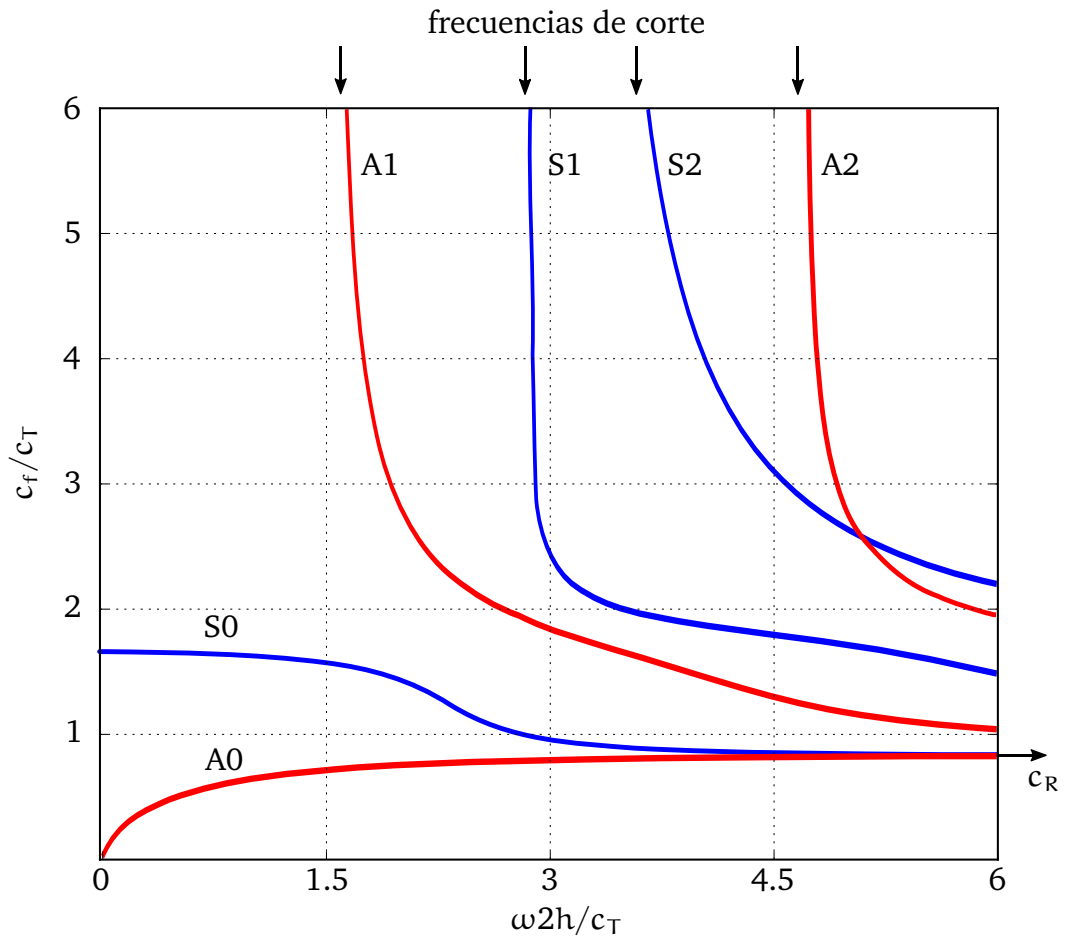


Figura 2.8. Velocidad de fase para algunos modos de Lamb en una placa de aluminio. Ambos ejes están normalizados por la velocidad de las ondas transversales c_T .

gen a la velocidad de las ondas de Rayleigh c_R . Esto sucede debido a que en el límite en que la longitud de onda λ_L de las ondas de Lamb es mucho menor que el espesor de la placa, es decir $\lambda_L = 2\pi/k \gg 2h$, las ecuaciones de Rayleigh-Lamb tienden a la ecuación (2.53). En otras palabras, las ondas de Lamb convergen a las de Rayleigh en el límite de una placa con espesor suficientemente grande.

Se ha mostrado que las ondas de Lamb, son superposición de modos S y A que consisten de movimientos colectivos en todo el espesor de la placa. En otras palabras, son ondas guiadas que se propagan por todo el material. Esta característica, a diferencia de las ondas de Rayleigh, que están confinadas a propagarse sólo en la superficie, permite que sea posible emplearlas en

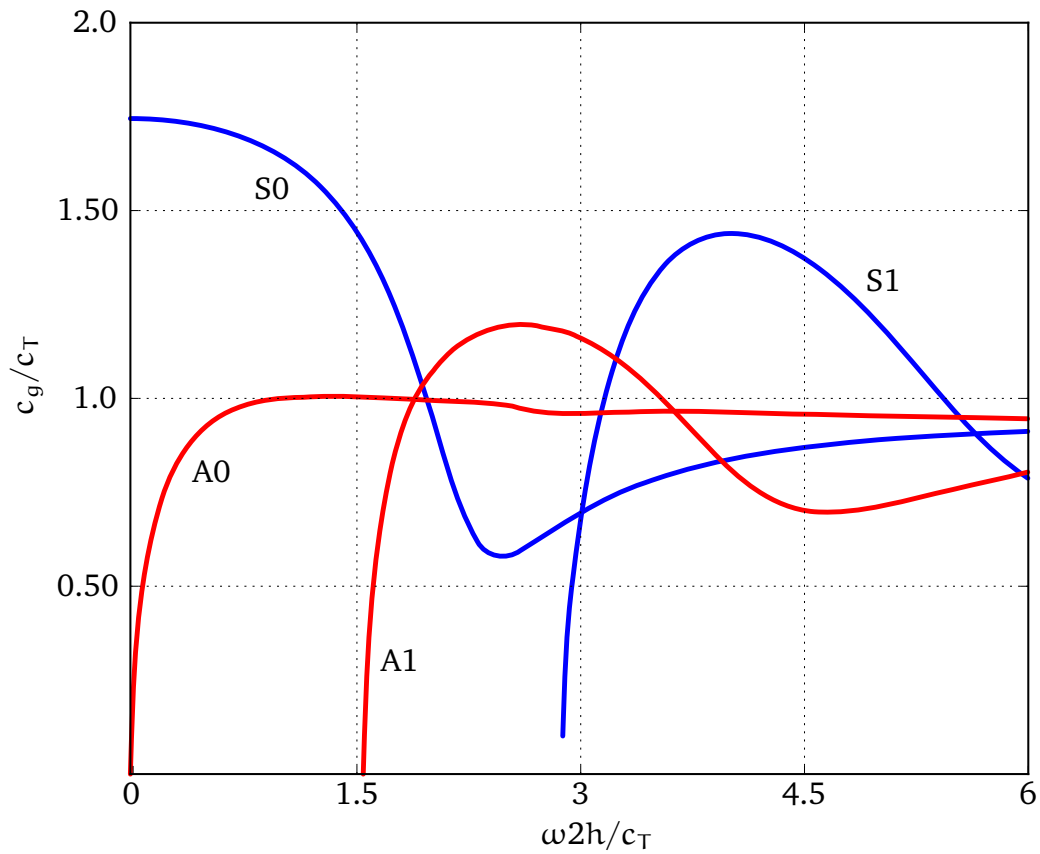


Figura 2.9. Velocidad de grupo para algunos modos de Lamb en una placa de aluminio. Ambos ejes están normalizados por la velocidad de las ondas transversales c_T .

ensayos no destructivos para recoger información tanto de las superficies como del interior de la muestra. Por esta razón resultan muy útiles a la hora de detectar fallas, poros o defectos tanto en la superficie [48], como en el caso de defectos internos [49, 50].

Capítulo 3

Resolución numérica del problema termoelástico

El problema termoelástico, al igual que muchos otros problemas de la física, es uno de los tantos que necesitan métodos numéricos para su resolución en condiciones arbitrarias. Existe una cantidad muy limitada de problemas termoelásticos que poseen una solución analítica, por lo que su resolución en condiciones generales requiere el empleo de estos métodos. En este capítulo se exponen las técnicas y esquemas numéricos empleados en la resolución del sistema dado por la ecuación de Navier (2.40) y la ecuación del calor (2.14). A través de la resolución numérica de este sistema es posible simular la respuesta termoelástica de un material, frente a la excitación de un pulso láser de distribución temporal y espacial arbitrarias.

A continuación, en la sección 3.1 se presentan algunas consideraciones generales a tener en cuenta para la resolución del problema termoelástico y se introducen los esquemas numéricos, espaciales y temporales, que se emplean en su resolución. Luego, en la sección 3.2 se presenta el método numérico implementado para resolver la ecuación de Navier, junto con la descripción de las condiciones de contorno utilizadas en los bordes. Además, se presenta la validación del método propuesto, a partir del análisis de su estabilidad y convergencia y se detalla la modelización de los defectos en el modelo numérico.

Finalmente, en la sección 3.3 se desarrolla el método numérico utilizado para la resolución de la ecuación del calor, cuya solución se utiliza como fuente en la ecuación de Navier. En esta sección también se presentan las condiciones de contorno aplicadas en los bordes y se realiza la correspondiente validación del método numérico.

El código fuente en C++ del algoritmo desarrollado durante este trabajo para la simulación de ultrasonido láser bajo la aproximación de deformaciones planas (SULDEP) se encuentra disponible en un repositorio¹ de acceso libre, publicado bajo licencia GPL.

3.1 Consideraciones generales

El problema termoelástico está descrito en base a las ecs. (2.14) y (2.40), que son ecuaciones diferenciales en derivadas parciales (EDPs, por sus siglas en inglés) lineales. Explotando la simetría geométrica de una placa plana y para disponer de menor costo computacional, se decidió resolver el modelo termoelástico en la aproximación de deformaciones planas, introducido en la sección 2.6.1.1.

Como se mencionó en la sección 2.5, el sistema de ecuaciones está parcialmente desacoplado, por lo que es posible hallar la evolución del campo de temperaturas y luego utilizarlo como fuente en la ecuación (2.40) de Navier. La aproximación de deformaciones infinitesimales que linealiza la ecuación (2.40) de Navier, permite, a partir de la ecuación (2.25) de continuidad, considerar que la densidad ρ del material es constante durante toda la evolución del sistema. También se considera que las constantes elásticas y térmicas del material no varían apreciablemente en los rangos de temperatura involucrados, por lo que se utilizan valores de tabla tomados a la temperatura de referencia $T_0 = 300\text{K}$.

El caso más general de una ecuación lineal en derivadas parciales de segundo orden en dos variables, con solución $f(\alpha, \beta)$, puede escribirse como [51]:

$$L(f) = A\partial_{\alpha\alpha}f + B\partial_{\alpha\beta}f + C\partial_{\beta\beta}f - F(\alpha, \beta, f, \partial_{\alpha}f, \partial_{\beta}f) = 0 \quad (3.1)$$

¹ https://bitbucket.org/laser_ultrasonics/suldep

donde L es el operador diferencial que representa la EDP y los coeficientes A, B, C son funciones de las variables independientes α y β . Los símbolos ∂_α y $\partial_{\alpha\alpha}$ indican derivadas parciales de primer y segundo orden, respectivamente. El comportamiento de la solución $f(\alpha, \beta)$ varía de acuerdo al valor que toma el discriminante de la ecuación (3.1), dado por $\Delta = B^2 - 4AC$. En la Tabla 3.1 se presenta la clasificación de las EDP en distintos tipos, de acuerdo al valor local de Δ .

Δ	Tipo de EDP	Ejemplo
< 0	Elíptica	Ec. de Laplace: $\partial_{xx}f + \partial_{yy}f = 0$
$= 0$	Parabólica	Ec. de difusión: $\partial_t f - \partial_{xx}f = 0$
> 0	Hiperbólica	Ec. de onda: $\partial_{tt}f - \partial_{xx}f = 0$

Tabla 3.1. Clasificación de EDP de acuerdo al valor del discriminante Δ .

De acuerdo a la Tabla 3.1, la ecuación (2.14) de difusión del calor es una ecuación *parabólica* y la ecuación (2.40) de Navier es de tipo *hiperbólica*.

Para la resolución numérica de EDPs, se debe aproximar cada derivada parcial, a través de un esquema numérico que permita realizar el cómputo de dicha derivada. Existen diversos métodos que permiten tratar la aproximación de derivadas espaciales y temporales, dando origen a esquemas numéricos para la resolución de EDPs. En general, estos esquemas numéricos permiten transformar la formulación original de EDPs, en un sistema de ecuaciones algebraicas que puede resolverse computacionalmente. Cada método posee ventajas y desventajas frente a un problema dado, que dependen principalmente del tipo de EDPs y de la naturaleza de las condiciones de contorno del problema.

3.1.1 Esquemas espaciales

En las secciones que siguen a continuación se introducen brevemente los métodos utilizados en este trabajo en la aproximación de derivadas espaciales en las EDPs. Para mayor claridad, se introducen los métodos en su versión unidimensional, siendo análoga su extensión al caso de más dimensiones. Los métodos que se presentan son: elementos finitos, pseudoespectrales y diferencias finitas. Mientras que los métodos de elementos finitos se ajustan particularmente bien para resolver problemas con geometrías muy complejas,

los métodos pseudoespectrales son capaces de proveer mayor exactitud numérica, con bajo costo computacional, en geometrías simples. Los métodos de diferencias finitas se utilizan exitosamente en un rango intermedio de complejidad de dominios y de precisión numérica.

A través de estos métodos es posible reemplazar los operadores diferenciales espaciales por expresiones algebraicas que los aproximan con un margen de incerteza, obteniendo un conjunto de ecuaciones diferenciales ordinarias (EDOs) en el tiempo.

3.1.1.1 Método de diferencias finitas

Los métodos de diferencias finitas (MDF) son métodos que surgen de la discretización, tanto del dominio de la EDP como del operador de diferenciación. Los MDF consisten en el cómputo de aproximaciones de la solución en el conjunto de puntos que forman el dominio espacial discretizado de la EDP, usualmente denominado grilla. Una buena revisión de los métodos de diferencias finitas puede encontrarse en [52]. La discretización de las derivadas parciales en los MDF se realiza a partir de la aproximación basada en una expansión en serie de la solución, por ejemplo, en serie de Taylor. El error cometido en la aproximación del operador diferencial se denomina *error de truncamiento* y está relacionado con la cantidad finita de términos de la serie empleados en la aproximación. Se pueden generar esquemas de diferencias finitas de distintos órdenes de aproximación, de acuerdo a la cantidad de términos de la expansión en serie empleados. A mayor orden de aproximación del operador diferencial, mayor es la cantidad de puntos del dominio que intervienen en su cómputo, disminuyendo en general, el error de truncamiento a expensas del aumento del costo computacional de la operación.

De [53, 54] se puede deducir la fórmula general para un esquema de diferencias finitas en una dimensión, basado en la expansión de Taylor, de la r -ésima derivada a (por lo menos) orden m de aproximación, en el punto x_j de la grilla, obteniendo:

$$\left(\frac{\partial^r f}{\partial x^r} \right) (x_j) \approx \sum_{i=j-q}^{j+p} d_i f(x_i) \quad (3.2)$$

donde $m \geq p + q + 1 - r$, con $m, p, q, r \in \mathbb{N}_0$ y los coeficientes d_i deben satisfacer las $p + q + 1$ ecuaciones:

$$\sum_{i=j-q}^{j+p} (x_i - x_j)^k d_i = k! \delta_{kr}, \quad \forall k \in \mathbb{N}_0 \mid 0 \leq k \leq p + q \quad (3.3)$$

Con la ecuación (3.2) se pueden aproximar las derivadas a cualquier orden en el punto x_j , como combinación lineal del valor que toma la solución discretizada en x_j y en los puntos vecinos que van desde x_{j-q} hasta x_{j+p} . En general, si $p > q$, los esquemas que se obtienen se denominan *adelantados*, ya que utilizan más puntos indexados posteriormente al índice j , que anteriores. Si en cambio, $p < q$, se denominan *atrasados*. El caso en que $p = q$ se denomina esquema *centrado*.

Una vez reemplazadas las derivadas espaciales en las ecuaciones diferenciales, al estar discretizadas, se transforman en un sistema semi-discretizado de EDOs. Es decir, se obtiene un sistema discreto en el espacio y continuo en el tiempo.

3.1.1.2 Métodos pseudo-espectrales

En la sección 3.1.1.1 se mostró que los MDF aproximan las derivadas de una función en un punto de la grilla, empleando el valor que ésta toma en un entorno cercano y finito de puntos. Estos métodos resultan exactos para polinomios de bajo orden, dado que la derivada es una propiedad *local* de la función. En general, los MDF son más precisos cuanto mayor sea el entorno de puntos que participan en la aproximación, aumentando al mismo tiempo, el costo computacional del método. En cambio, los métodos espectrales, son métodos *globales*, es decir, en estos métodos, la derivada de la solución depende del valor que ésta toma en todo el dominio. De manera análoga al caso de los MDF, los métodos espectrales se basan en expandir la solución en una base de funciones suaves [55]:

$$f(x) \approx f_N(x) = \sum_{k=1}^N a_k \Phi_k(x) \quad (3.4)$$

donde los $\phi_k(x)$ pueden ser por ejemplo funciones trigonométricas. La derivada de la solución puede escribirse entonces, en términos de las derivadas exactas de las funciones de la base, como:

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x) \approx \frac{\partial f_N}{\partial x}(x) = \sum_{k=0}^N a_k \frac{\partial \phi_k}{\partial x}(x) = \sum_{k=0}^N b_k \phi_k(x) \quad (3.5)$$

donde se observa el carácter global mencionado, al notar que el valor de la derivada para una posición dada, está determinado por los coeficientes de todas las funciones de la base.

La elección de funciones de la base está directamente relacionada con el tipo de condiciones de contorno que posee el problema. En general, la solución de los problemas periódicos es naturalmente representable mediante funciones trigonométricas; mientras que en problemas no periódicos, se suelen emplear polinomios de Chebyshev o Legendre.

Para determinar los coeficientes a_k de la expansión existen múltiples técnicas que dan origen a diversos métodos, como el Galerkin [56], el método espectral Tau [56] y el método pseudoespectral o de colocación [55]. En este trabajo se emplea el método pseudoespectral (MPE), con funciones trigonométricas como base de funciones. En este caso, los a_k se eligen de manera que se cumpla exactamente la ecuación (3.1) en el dominio discretizado de la EDP, dado por el conjunto discreto de puntos $\{x_j\}$, es decir:

$$L(f_N) \Big|_{x=x_j} = 0 \quad (3.6)$$

Puede mostrarse que, para funciones analíticas, los errores en éste método decaen exponencialmente al aumentar N , en lugar de polinomialmente, como en el caso de los MDFs. Otra ventaja de este método es que permite la utilización de grillas menos finas, disminuyendo el costo computacional y la memoria utilizada por el algoritmo. Las principales desventajas de este método son la dificultad de la implementación de algunas condiciones de contorno, el tratamiento de dominios irregulares y el empleo de resolución variable en distintas partes del dominio.

Una vez hallados los a_k , es posible pasar de la representación espectral

a la real a través de la transformada discreta de Fourier. Esto puede realizarse mediante la utilización del algoritmo FFTW² [58] con muy bajo costo computacional.

A partir de la ecuación (3.5) se puede observar que las derivadas espaciales se transforman en operaciones algebraicas, con lo que la EDP original, luego de aplicar este método, es llevada a una EDO en función del tiempo.

3.1.1.3 Método de elementos finitos

Una presentación completa de los métodos de elementos finitos (MEF) y de sus aplicaciones pueden verse en los libros de Liu y Quek [59] y de Larson y Bengzon [60]. Los MEFs identifican a un amplio espectro de técnicas que comparten características comunes. En la sección 3.1.1.1 se ha mostrado que en los MDF, el dominio se discretiza en un conjunto de puntos. En los MEF, en cambio, se divide el dominio en subdominios que usualmente se denominan *elementos finitos* y que se identifican a partir de los puntos que conforman sus vértices, denominados nodos. La ecuación del problema original es aplicada a cada uno de los elementos. Para ello, la solución aproximada $f_N^{(e)}$ se representa de manera continua dentro cada elemento finito e , mediante una interpolación polinomial³, en función del valor que toma la solución en los nodos de ese elemento.

La solución total f_N surge de la superposición de las soluciones de cada elemento $f_N^{(e)}$. A partir de esta representación aplicando, por ejemplo, el método de Galerkin de residuos pesados [61], se puede formular el problema como un sistema de EDOs, para cada nodo de los elementos finitos del dominio, de la siguiente manera:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{f}}_N + \mathbf{C}\dot{\mathbf{f}}_N + \mathbf{K}\mathbf{f}_N = \mathbf{F} \quad (3.7)$$

donde \mathbf{M} se denomina matriz de masas, \mathbf{C} es la matriz de amortiguamiento y \mathbf{K} , la matriz de rigidez. Los elementos de estas matrices se pueden calcular

² FFTW es una implementación optimizada del algoritmo FFT desarrollado por Cooley y Tukey en 1965 [57].

³ En general el orden del polinomio utilizado en la expansión es bajo, para limitar el costo computacional del método. La mayoría de los métodos emplean polinomios lineales o cuadráticos.

en términos de constantes del problema y de la expansión polinomial en cada elemento. f_N es el vector que contiene el valor de la solución aproximada para cada nodo y F es el vector que tiene en cuenta las interacciones externas aplicadas sobre cada nodo.

La ecuación (3.7) es la expresión más general que puede obtenerse para un sistema de segundo orden. Las matrices M , C y K son siempre ralas, simétricas y definidas positivas. Esto permite el ahorro de cómputo y memoria a la hora de resolver el sistema algebraico.

De acuerdo al tipo de EDP, es posible que alguna de las matrices sea nula, por ejemplo, para la ecuación (2.14) de difusión del calor, $M = 0$, y para la ecuación (2.40) de Navier, $C = 0$. El MEF resulta extremadamente útil a la hora de resolver problemas estáticos, dado que se reformula el problema como el sistema lineal $Kf_N = F$. En ese caso, la solución puede obtenerse directamente mediante la inversión numérica de la matriz rala K . En el caso de problemas dinámicos, en cambio, es necesario resolver un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias (EDOs) en el tiempo, para un sistema que en general es muy grande. En estos casos, usualmente, se aproxima la matriz de masas, por una matriz diagonal, permitiendo desacoplar el problema. En el caso de los MDF, si bien también se arriba a un sistema de EDOs, la evolución de cada nodo, por construcción, resulta desacoplada.

El MEF suele ser muy útil para la resolución numérica de EDPs en dominios geoméricamente complejos, ya que permite una formulación simple del problema discretizado, que resulta independiente de la complejidad geométrica del dominio. Las características del mallado, quedan representadas en la cantidad total de nodos y en el cálculo de los elementos de las matrices M , C y K . En el caso de los MDF, como se ve a partir de las ecs. (3.2) y (3.3), si bien admiten discretizaciones irregulares, la representación de los operadores diferenciales, a través de los coeficientes d_i , depende fuertemente del espaciamiento entre los nodos del dominio. A pesar de las diferencias aparentes, los MEF están muy relacionados con los MDF. Los MEF pueden verse como un modo conveniente de generar y administrar esquemas complejos de diferencias finitas.

Algunos aspectos a tener en cuenta a la hora de utilizar MEFs para resolver EDPs, consisten en que los MEFs proporcionan una solución aproximada cuyo margen de error en general es desconocido. Si bien algunos tipos de

problemas permiten acotar el error de la solución, debido a los diversos tipos de aproximaciones que emplea el método, los problemas no lineales o dependientes del tiempo, en general, no permiten acotarlo. Otro aspecto crucial en los MEFs es que requieren el ajuste de detalles de la geometría, existiendo frecuentemente problemas de mal condicionamiento de las mallas (por ejemplo en esquinas o vértices que deben redondearse o suavizarse), desigual grado de convergencia de la solución aproximada hacia la solución exacta en el dominio espacial, etc.

3.1.2 Esquemas temporales

Al reemplazar las derivadas espaciales de la EDP mediante cualquiera de los esquemas espaciales presentados en la sección 3.1.1 se obtiene un sistema de EDOs. Para resolverlo, es necesario realizar la integración temporal del sistema teniendo en cuenta las condiciones iniciales. Combinando un método de integración temporal con un esquema espacial, se pueden obtener distintos métodos numéricos para la resolución de EDPs.

En general, una EDO de primer orden puede escribirse como:

$$\frac{\partial f}{\partial t}(t) = g(f, t) \quad (3.8)$$

Realizando una discretización de la variable temporal t de la forma: $t^n = t^1 + (n - 1)\Delta t$, donde t^1 es el tiempo inicial, y empleando la notación $f^n = f(t^n)$ y $g^n = g(f^n, t^n)$; los esquemas de integración temporal pueden escribirse, de manera general, como [52]:

$$\frac{f^{n+1} - f^{n-m}}{(m+1)\Delta t} = b g^{n+1} + \sum_{i=0}^l a_{n-i} g^{n-i} \quad (3.9)$$

Los esquemas con $b = 0$ se denominan *explícitos*, ya que permiten despejar el valor de la solución en el tiempo f^{n+1} , en función de tiempos anteriores. Los esquemas con $b \neq 0$ se denominan *implícitos*. En general, los esquemas implícitos suelen ser más costosos computacionalmente, tanto por la cantidad de operaciones que es necesario realizar para aplicarlos, como por la memoria que utilizan. Si $g(f, t)$ es lineal, los métodos implícitos dan lugar a

sistemas lineales de ecuaciones algebraicas, que pueden resolverse hallando la inversa de la matriz del sistema. En cambio, si $g(f, t)$ es no lineal, pueden aplicarse métodos iterativos o multipaso, que en diversas etapas, mediante la aplicación de métodos explícitos, logran una mejor aproximación del valor de g^{n+1} .

Para el caso de una EDO de segundo orden, es posible reescribirla como un sistema de dos EDOs de primer orden, aplicando el esquema numérico a cada una de ellas, o también se pueden obtener esquemas numéricos de mayor orden a partir de los esquemas de primer orden.

3.1.2.1 Método de Euler explícito

El método de Euler explícito es el esquema más simple de integración temporal y se obtiene a partir de la ecuación (3.9) empleando $b = 0$, $m = 0$, $l = 0$, $\alpha_n = 1$:

$$f^{n+1} = f^n + \Delta t g^n \quad (3.10)$$

A partir de la condición inicial f^1 se puede obtener f^2 mediante la ecuación (3.10). Con f^2 se obtiene f^3 y así sucesivamente hasta el paso final de integración temporal. El orden de aproximación de este esquema temporal es $O(\Delta t)$.

3.1.2.2 Método explícito del punto medio

El método del punto medio, es un esquema explícito que parte de tomar $b = 0$, $m = 1$, $l = 0$, $\alpha_n = 1$ en la ecuación (3.9):

$$f^{n+1} = f^{n-1} + 2\Delta t g^n \quad (3.11)$$

El orden de aproximación de este esquema temporal es $O(\Delta t^2)$. En este caso, el cómputo de la aproximación de f^{n+1} depende del valor de f en dos tiempos anteriores. Para este método se requieren o bien dos condiciones iniciales, o bien el cálculo de una estimación para f^2 a partir de f^1 mediante algún otro método.

3.1.2.3 Método de Heun

El método de Heun es un método iterativo de dos pasos, denominados predictivo y correctivo. Se obtiene tomando $b = 1/2$, $m = 0$, $l = 0$, $\alpha_n = 1/2$ en la ecuación (3.9) y realizando un paso predictivo \tilde{f}^{n+1} mediante el método de Euler explícito:

$$f^{n+1} = f^n + \frac{\Delta t}{2}(\tilde{g}^{n+1} + g^n), \quad \text{con} \quad \tilde{g}^{n+1} = g(\tilde{f}^{n+1}, t^{n+1}) \quad (3.12)$$

$$\tilde{f}^{n+1} = f^n + \Delta t g^n \quad (3.13)$$

La ecuación (3.13) corresponde al paso predictivo y la ecuación (3.12), al paso correctivo. Este método posee un orden de aproximación de $O(\Delta t^2)$. Al igual que en todos los métodos multipaso, al ser un método de dos pasos, requiere de dos evaluaciones de la función $g(f, t)$ que define la EDO. Para el cálculo de f^{n+1} , sólo se requiere el valor de f^n .

3.1.2.4 Método de Runge-Kutta de orden 4

El método de Runge-Kutta de orden 4 es un método iterativo de cuatro pasos de $\Delta t/2$. Parte de tomar $b = 1$ y $\alpha_n = 0$ en la ecuación (3.9):

$$\begin{aligned} f^{n+1} &= f^n + \frac{\Delta t}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \\ k_1 &= g(f^n, t^n) \\ k_2 &= g\left(f^n + \frac{\Delta t}{2}k_1, t^n + \frac{\Delta t}{2}\right) \\ k_3 &= g\left(f^n + \frac{\Delta t}{2}k_2, t^n + \frac{\Delta t}{2}\right) \\ k_4 &= g(f^n + \Delta t k_3, t^n + \Delta t) \end{aligned} \quad (3.14)$$

Este método posee un orden de aproximación de $O(\Delta t^4)$ y es uno de los más utilizados cuando se requiere una integración temporal con muy bajo error de truncamiento. En este caso, se requiere de cuatro evaluaciones de la función $g(f, t)$ por paso temporal, lo cual puede resultar muy costoso, dependiendo de las características de la función. Es importante notar que la función $g(f, t)$ contiene la aproximación algebraica de las derivadas espaciales, con lo cual, la cantidad de operaciones a realizar en cada evaluación de la función

para todos los nodos del dominio puede llegar a ser limitante en la ejecución del esquema.

3.2 Ecuación del sólido termoelástico

Para la resolución de la ecuación (2.40) de Navier, se reescribió la EDP en términos de velocidades v_i y componentes del tensor de esfuerzos σ_{ij} como variables, a partir de las ecs. (2.32) y (2.39). Mediante estos reemplazos se obtiene el siguiente sistema de EDPs de primer orden en las derivadas temporales:

$$\begin{aligned}
 \partial_t v_x &= \frac{1}{\rho} (\partial_x \sigma_{xx} + \partial_z \sigma_{xz}) \\
 \partial_t v_z &= \frac{1}{\rho} (\partial_x \sigma_{xz} + \partial_z \sigma_{zz}) \\
 \partial_t \sigma_{xx} &= (\lambda + 2\mu) \partial_x v_x + \lambda \partial_z v_z - \alpha_L (3\lambda + 2\mu) \dot{T} \\
 \partial_t \sigma_{zz} &= (\lambda + 2\mu) \partial_z v_z + \lambda \partial_x v_x - \alpha_L (3\lambda + 2\mu) \dot{T} \\
 \partial_t \sigma_{xz} &= \mu (\partial_x v_z + \partial_z v_x)
 \end{aligned} \tag{3.15}$$

En la Figura 3.1 se presenta el dominio del problema numérico a resolver para simular la respuesta termoelástica de una placa. Las dimensiones de la placa están dadas por un largo $L_x = \Delta x(N_x - 1)$ y un espesor $L_z = \Delta z(N_z - 1)$.

Las condiciones de contorno en las superficies libres $z = 0$ y $z = L_z$, escritas a partir de la ecuación (2.42) resultan:

$$\sigma_{zz} \Big|_{z=0, L_z} = 0 \tag{3.16}$$

$$\sigma_{xz} \Big|_{z=0, L_z} = 0 \tag{3.17}$$

Esta reescritura de la ecuación de Navier en términos de velocidades y del tensor de esfuerzos presenta varias ventajas, en cuanto a su resolución numérica, frente al caso de la descripción en términos de desplazamientos. Por un lado, se puede observar que las condiciones de contorno (3.16) y (3.17), se transforman en condiciones de tipo Dirichlet en lugar de Neumann. Esto

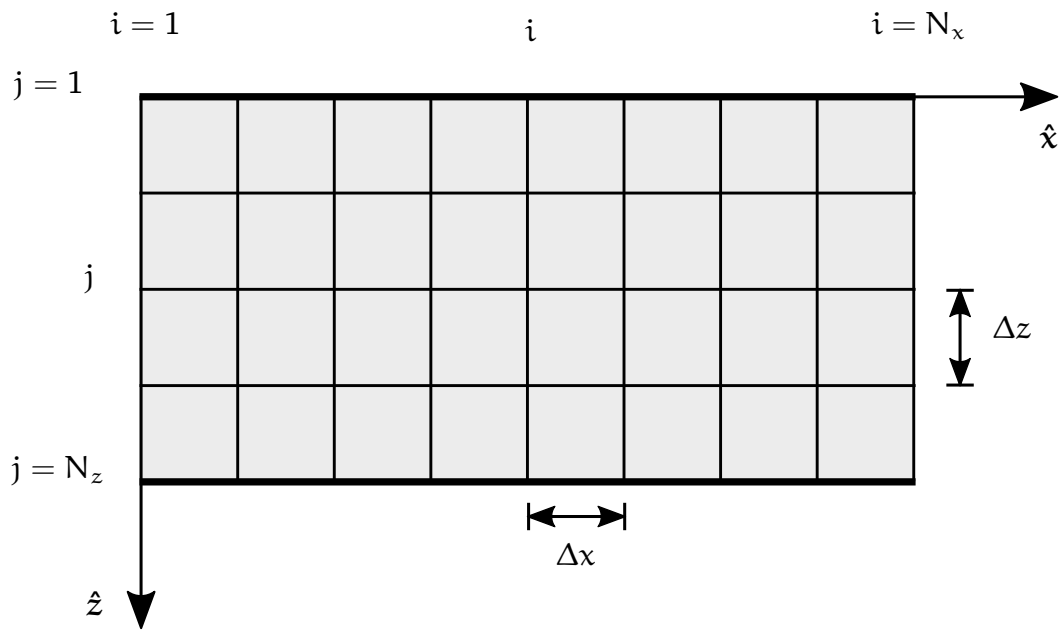


Figura 3.1. Esquema del dominio del problema numérico.

permite introducir menos errores en la resolución numérica, ya que es posible satisfacerlas exactamente, sin adicionar errores de truncamiento debido a la aproximación de derivadas. Por otro lado, el sistema (3.15) resulta de primer orden, tanto en derivadas espaciales como temporales. Las ecuaciones para las velocidades están definidas puramente a partir de derivadas del tensor de esfuerzos. Análogamente, las ecuaciones de las componentes del tensor de esfuerzos se escriben puramente en términos de derivadas de velocidades y de derivadas de la temperatura. Este desacople parcial entre las velocidades y el tensor de esfuerzos, permite el empleo de esquemas simples de diferencias finitas que alcanzan gran precisión numérica [62, 63, 64, 65, 66, 67]. Se propone utilizar un esquema que consiste en definir grillas intercaladas medio paso para las velocidades y los esfuerzos, tanto en el espacio, como en el tiempo. Una de las ventajas del empleo de grillas intercaladas consiste en que los errores de truncamiento introducidos por el esquema de diferencias finitas son menos propensos a originar modos espurios de oscilación denominados modos computacionales.

En la Figura 3.2 se presenta una celda unidad donde se pueden ver las posiciones donde están definidos los nodos de cada una de las variables del sistema (3.15). Las componentes de los esfuerzos σ_{xx} , σ_{zz} y la temperatura T

se definen sobre los mismos nodos, las componentes v_x de la velocidad están desplazadas medio paso en la dirección \hat{x} , las componentes v_z , medio paso en la dirección \hat{z} y las componentes de los esfuerzos σ_{xz} , medio paso en ambas direcciones.

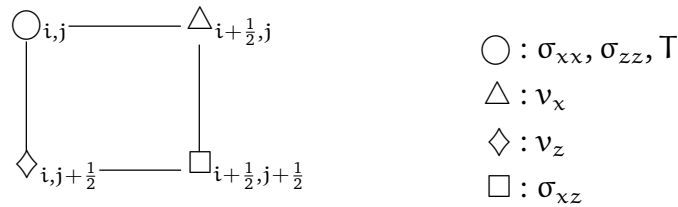


Figura 3.2. Celda unidad de las grillas intercaladas empleadas en la simulación.

La grilla se construye a partir de la superposición del arreglo de múltiples celdas unidad, con índices dados por $i = 1 \dots N_x$ y $j = 1 \dots N_z$. Las superficies libres del dominio se ubican en $j = 1$ y $j = N_z$ respectivamente. En la Figura 3.3 se presenta una sección de las grillas espaciales intercaladas empleadas en el esquema numérico.

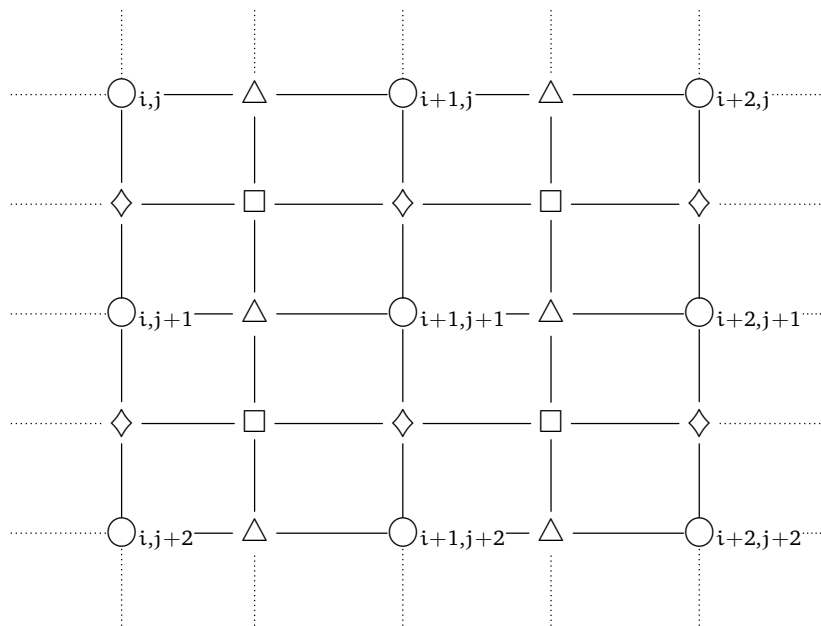


Figura 3.3. Grillas espaciales intercaladas empleadas en la simulación.

El esquema numérico utilizado emplea el método de diferencias finitas centradas de orden 4 para discretizar las derivadas espaciales y un esquema

de integración temporal basado en el método explícito del punto medio de orden 2, presentado en la sección 3.1.2.2. Empleando la notación $[v]_{i,j}^n$ para indicar la evaluación de la variable discretizada v , en el tiempo $t^n = n\Delta t$ y en las posiciones espaciales $x_i = (i-1)\Delta x$ y $z_j = (j-1)\Delta z$, las ecuaciones discretizadas que se obtienen al aplicar este esquema en el sistema de ecuaciones de primer orden (3.15) son:

$$\begin{aligned}
 [v_x]_{i+\frac{1}{2},j}^{n+\frac{1}{2}} &= [v_x]_{i+\frac{1}{2},j}^{n-\frac{1}{2}} + \frac{\Delta t}{\rho} [D_x \sigma_{xx} + D_z \sigma_{xz}]_{i+\frac{1}{2},j}^n \\
 [v_z]_{i,j+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} &= [v_z]_{i,j+\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}} + \frac{\Delta t}{\rho} [D_x \sigma_{xz} + D_z \sigma_{zz}]_{i,j+\frac{1}{2}}^n \\
 [\sigma_{xx}]_{i,j}^{n+1} &= [\sigma_{xx}]_{i,j}^n + \Delta t [(\lambda + 2\mu)D_x v_x + \lambda D_z v_z - \alpha_L(3\lambda + 2\mu)\dot{T}]_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} \\
 [\sigma_{zz}]_{i,j}^{n+1} &= [\sigma_{zz}]_{i,j}^n + \Delta t [(\lambda + 2\mu)D_z v_z + \lambda D_x v_x - \alpha_L(3\lambda + 2\mu)\dot{T}]_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} \\
 [\sigma_{xz}]_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^{n+1} &= [\sigma_{xz}]_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^n + \Delta t \mu [D_z v_x + D_x v_z]_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}
 \end{aligned} \tag{3.18}$$

donde los D_x y D_z corresponden a los esquemas de diferencias finitas centradas para cada variable. A continuación se detallan las discretizaciones para las derivadas espaciales de las componentes del tensor de esfuerzos, para el paso temporal n considerado implícitamente, obtenidos a partir de las ecs. (3.2) y (3.3) empleando $r = 1$ y $p = q = \frac{3}{2}$:

$$\begin{aligned}
 [D_x \sigma_{xx}]_{i+\frac{1}{2},j} &= \frac{-[\sigma_{xx}]_{i+2,j} + 27[\sigma_{xx}]_{i+1,j} - 27[\sigma_{xx}]_{i,j} + [\sigma_{xx}]_{i-1,j}}{24\Delta x} \\
 [D_z \sigma_{xz}]_{i+\frac{1}{2},j} &= \frac{-[\sigma_{xz}]_{i+\frac{1}{2},j+\frac{3}{2}} + 27[\sigma_{xz}]_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} - 27[\sigma_{xz}]_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} + [\sigma_{xz}]_{i+\frac{1}{2},j-\frac{3}{2}}}{24\Delta z} \\
 [D_x \sigma_{xz}]_{i,j+\frac{1}{2}} &= \frac{-[\sigma_{xz}]_{i+\frac{3}{2},j+\frac{1}{2}} + 27[\sigma_{xz}]_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} - 27[\sigma_{xz}]_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} + [\sigma_{xz}]_{i-\frac{3}{2},j+\frac{1}{2}}}{24\Delta x} \\
 [D_z \sigma_{zz}]_{i,j+\frac{1}{2}} &= \frac{-[\sigma_{zz}]_{i,j+2} + 27[\sigma_{zz}]_{i,j+1} - 27[\sigma_{zz}]_{i,j} + [\sigma_{zz}]_{i,j-1}}{24\Delta z}
 \end{aligned}$$

Análogamente, las diferencias finitas espaciales de las componentes de las velocidades, están dadas por:

$$\begin{aligned} \left[D_x v_x \right]_{i,j} &= \frac{-\left[v_x \right]_{i+\frac{3}{2},j} + 27\left[v_x \right]_{i+\frac{1}{2},j} - 27\left[v_x \right]_{i-\frac{1}{2},j} + \left[v_x \right]_{i-\frac{3}{2},j}}{24\Delta x} \\ \left[D_z v_z \right]_{i,j} &= \frac{-\left[v_z \right]_{i,j+\frac{3}{2}} + 27\left[v_z \right]_{i,j+\frac{1}{2}} - 27\left[v_z \right]_{i,j-\frac{1}{2}} + \left[v_z \right]_{i,j-\frac{3}{2}}}{24\Delta z} \\ \left[D_z v_x \right]_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} &= \frac{-\left[v_x \right]_{i+\frac{1}{2},j+2} + 27\left[v_x \right]_{i+\frac{1}{2},j+1} - 27\left[v_x \right]_{i+\frac{1}{2},j} + \left[v_x \right]_{i+\frac{1}{2},j-1}}{24\Delta z} \\ \left[D_x v_z \right]_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} &= \frac{-\left[v_z \right]_{i+2,j+\frac{1}{2}} + 27\left[v_z \right]_{i+1,j+\frac{1}{2}} - 27\left[v_z \right]_{i,j+\frac{1}{2}} + \left[v_z \right]_{i-1,j+\frac{1}{2}}}{24\Delta x} \end{aligned}$$

Como se puede ver a partir del sistema (3.18), para implementar este esquema, sólo es necesario mantener en memoria los datos de un solo paso temporal para cada variable. Esto es posible debido a que las velocidades no tienen una dependencia con las derivadas espaciales de las velocidades, y lo respectivo sucede con las componentes del tensor de esfuerzos. Entonces, al momento de calcular, por ejemplo $v_x^{n+\frac{1}{2}}$, se acumula, en el valor previo $v_x^{n-\frac{1}{2}}$, el resultado obtenido a partir de la versión discretizada de la divergencia del último tensor de esfuerzos computado en esa componente para el tiempo t^n . Lo análogo sucede para el caso de la evolución de las componentes del tensor de esfuerzos. Esto se puede apreciar más claramente en el diagrama temporal presentado en la Figura 3.4.

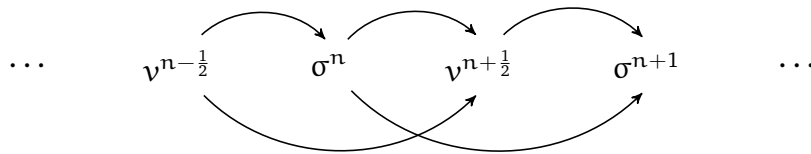


Figura 3.4. Dependencia temporal entre las variables del esquema numérico.

Dado que la ecuación (3.15) de Navier en la formulación de primer orden posee como variables a las velocidades, es necesario realizar un paso de integración para obtener los desplazamientos a partir de éstas. Esto puede

realizarse simplemente empleando el método de Euler de la sección 3.1.2.1, punto a punto, partiendo de la condición inicial del material sin deformaciones. Dado que el valor de los desplazamientos no se utiliza en el esquema numérico para el cómputo de velocidades y esfuerzos posteriores, no es necesario emplear un esquema temporal de mayor orden de aproximación.

3.2.1 Implementación de superficies libres

Para aplicar las condiciones de contorno en las superficies libres es necesario emplear las ecs. (3.16) y (3.17). Dado que estas ecuaciones dan valores explícitos sólo para las componentes σ_{zz} y σ_{xz} en la superficie, es necesario derivar expresiones que permitan calcular valores compatibles con estas condiciones para el resto de las variables cuyo valor debe determinarse en las cercanías de la superficie. A continuación se detalla el procedimiento empleado en la superficie libre ubicada en $z = 0$, o equivalentemente, en el índice $j = 1$.

Como se esquematiza en la Figura 3.5, se considera una fila de puntos virtuales para las variables v_z y σ_{xz} , por sobre la superficie libre, en $j = \frac{1}{2}$ y una fila de puntos virtuales para σ_{zz} en $j = 0$. Debido al intercalamiento de las grillas de las distintas variables, sólo los nodos de σ_{xx} , σ_{zz} y v_x se ubican exactamente sobre la interfaz.

Es inmediato ver que la condición sobre σ_{zz} , representada en rojo en la Figura 3.5, puede satisfacerse exactamente, imponiendo:

$$\left[\sigma_{zz} \right]_{i,1} = 0, \quad \forall i = 1 \dots N_x \quad (3.19)$$

Para imponer la condición (3.17), se aplica la condición de antisimetría de σ_{xz} respecto de la superficie libre [63, 68]. Entonces, los puntos virtuales de σ_{xz} sobre la superficie pueden calcularse a partir de los puntos ubicados debajo la superficie, como:

$$\left[\sigma_{xz} \right]_{i,\frac{1}{2}} = - \left[\sigma_{xz} \right]_{i,\frac{3}{2}}, \quad \forall i = 1 \dots N_x \quad (3.20)$$

De manera análoga, los puntos virtuales de σ_{zz} en la fila con $j = 0$ pueden

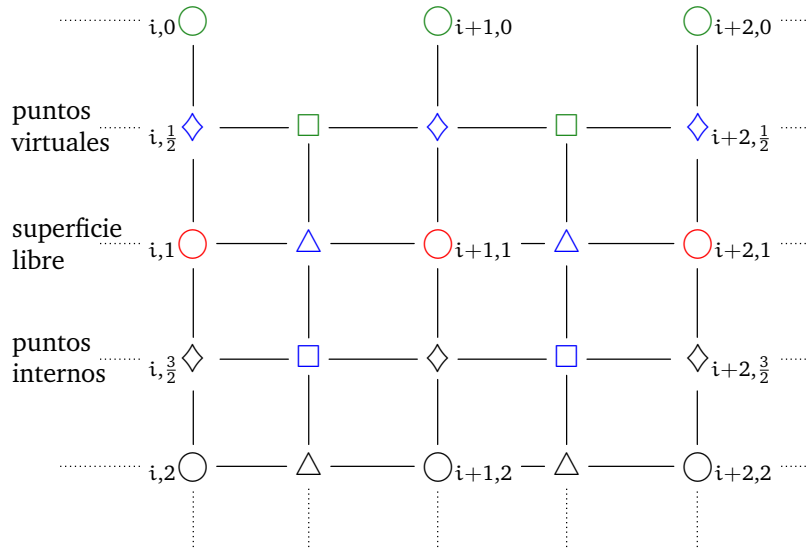


Figura 3.5. Condiciones de contorno en la superficie libre $j = 1$ del dominio. En rojo se representan los puntos del dominio real que se calculan aplicando la condición exacta de esfuerzo nulo. En verde, los puntos virtuales del dominio que se calculan a partir de condiciones de antisimetría en la superficie libre. En azul, los puntos que se computan con MDF centradas de orden 2 en las derivadas D_z . En negro, los puntos reales que se computan con MDF centradas de orden 4 en las derivadas D_z .

calcularse también empleando la antisimetría del tensor de esfuerzos en torno a la superficie libre:

$$\left[\sigma_{zz} \right]_{i,0} = - \left[\sigma_{zz} \right]_{i,2}, \quad \forall i = 1 \dots N_x \quad (3.21)$$

Para hallar una expresión que permita calcular σ_{xx} sobre la superficie libre, se considera la derivada temporal de las ecs. (2.39) y (3.16), de donde se obtiene:

$$\dot{\sigma}_{zz} \Big|_{z=0} = \left[\lambda \partial_x v_x + (\lambda + 2\mu) \partial_z v_z - \alpha_L (3\lambda + 2\mu) \dot{T} \right] \Big|_{z=0} = 0 \quad (3.22)$$

A partir de esta expresión, se puede calcular $\partial_z v_z$ en términos de $\partial_x v_x$. Esta relación puede utilizarse para calcular los esfuerzos σ_{xx} , reemplazando

en la ecuación (3.18) el término $D_z v_z$ por:

$$D_z v_z = -\frac{\lambda}{\lambda + 2\mu} D_x v_x + \alpha_L \frac{3\lambda + 2\mu}{\lambda + 2\mu} \dot{T} \quad (3.23)$$

Finalmente, los nodos indicados en azul en la Figura 3.5 para las variables v_x , v_z y σ_{xz} , se pueden calcular mediante la ecuación (3.18), utilizando un esquema centrado de diferencias finitas de orden 2, en lugar de 4, para las derivadas discretas D_z , de manera que intervengan sólo los vecinos inmediatos de la grilla en su cálculo.

Para implementar las condiciones de contorno de superficie libre en la interfaz ubicada en $j = N_z$, se puede realizar un procedimiento análogo.

En cuanto a las condiciones de contorno en la dirección \hat{x} , se pueden implementar superficies libres en $i = 1$ y $i = N_x$, si interesa simular el efecto introducido por estos bordes. Otra opción, adoptada en este trabajo, es la de introducir condiciones de contorno periódicas. Esto puede realizarse de manera sencilla, modificando las expresiones de los D_x de los nodos en las fronteras, para que sean adyacentes a los puntos de la frontera opuesta. Esta condición de frontera tiene la ventaja de permitir utilizar diferencias finitas centradas de orden 4 en los operadores D_x de todas las variables, en todos los puntos de la grilla, manteniendo un orden de aproximación constante.

Para poder simular el ultrasonido generado por el haz láser en la placa sin que interfiera el efecto introducido por los bordes laterales del dominio, es posible simular una placa infinita en esa dirección, mediante la adición de bandas laterales absorbentes en la implementación de las condiciones de contorno periódicas ya existentes. Esta alternativa se discute en la sección 3.2.3.

3.2.2 Validación

Para validar el método numérico propuesto para la resolución de la ecuación de Navier se analizan distintos aspectos. Por un lado, es necesario que el esquema resulte *estable*. Esto significa que dada la presencia de errores numéricos en las variables, el esquema no propague estos errores amplificándolos iteración tras iteración, sino que para que exista estabilidad es necesario que estos errores permanezcan acotados. Cuando esto no sucede, el esquema se denomina inestable. Por otro lado, otro aspecto a tener en cuenta, es

la *convergencia* de la solución numérica a la solución exacta del problema. En las siguientes secciones se discute cómo evaluar estas características del esquema.

3.2.2.1 Estabilidad

Para analizar la condición de estabilidad del esquema numérico se emplea el método de von Neumann [69], que consiste en realizar una descomposición armónica de los errores en las variables. Dado que el sistema (3.15) es lineal, el análisis espectral de los errores permite obtener información acerca de la estabilidad del método en condiciones generales.

Moczo et al. [70] realizan un análisis de estabilidad para el caso del problema de Navier, aplicado a sismología, con un esquema de grillas intercaladas en términos de desplazamientos, tomando pasos espaciales iguales en todas las direcciones. Ahora, en el problema de ultrasonido láser en placas delgadas, no resulta razonable restringirse al caso de emplear pasos espaciales Δx y Δz de igual magnitud, ya que se necesita mayor resolución en la dirección \hat{z} que en \hat{x} . Por lo tanto, se plantea un análisis de estabilidad, siguiendo el razonamiento de Moczo et al., para el esquema (3.18) escrito en términos de velocidades y esfuerzos, y considerando pasos espaciales independientes en cada dirección.

Suponiendo que los errores en las variables están dados por ondas planas de la forma:

$$\begin{aligned}
 \left[e(v_x) \right]_{i,j}^n &= A_x \left[E \right]_{i,j}^n \\
 \left[e(v_z) \right]_{i,j}^n &= A_z \left[E \right]_{i,j}^n \\
 \left[e(\sigma_{xx}) \right]_{i,j}^n &= A_{xx} \left[E \right]_{i,j}^n \\
 \left[e(\sigma_{zz}) \right]_{i,j}^n &= A_{zz} \left[E \right]_{i,j}^n \\
 \left[e(\sigma_{xz}) \right]_{i,j}^n &= A_{xz} \left[E \right]_{i,j}^n \\
 \left[E \right]_{i,j}^n &= e^{i(\omega \Delta t n - k_x \Delta x i - k_z \Delta z j)}
 \end{aligned} \tag{3.24}$$

Y reemplazando la ecuación (3.24) en el esquema numérico (3.18) se

obtiene un sistema de 5x5, que tiene la forma de un problema de autovalores y autovectores:

$$(\mathbf{M} - \lambda_{\omega} \mathbf{1})\mathbf{A} = 0 \quad (3.25)$$

donde \mathbf{M} es la matriz que define el sistema y su derivación puede verse en el Apéndice A.1, $\lambda_{\omega} = \sin(\omega\Delta t/2)$ y $\mathbf{A} = [A_x, A_z, A_{xx}, A_{zz}, A_{xz}]$ es el vector de amplitudes de los errores. A partir del requisito de determinante nulo del sistema:

$$\det(\mathbf{M} - \lambda_{\omega} \mathbf{1}) = 0 \quad (3.26)$$

se arriba a la condición de estabilidad para el esquema numérico (ver Apéndice A.1), dada por:

$$c_L \Delta t \leq \frac{6}{7} \frac{\Delta x \Delta z}{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta z^2}} \quad (3.27)$$

Esta condición impone un límite al valor del paso temporal, definido a partir de la resolución de la grilla espacial y de la velocidad máxima de las ondas que se desea simular. Es importante tener en cuenta entonces que aumentar la resolución espacial del método, no sólo impacta en el aumento de puntos espaciales (y por consiguiente en la cantidad de cómputo y de memoria requerida), sino que también obliga a disminuir el paso temporal de integración para que el método resulte estable, lo que conlleva a un aumento, aún mayor, de la cantidad de cómputo necesario para obtener la solución numérica de la EDP en un tiempo final dado.

Vale la pena destacar que este análisis se realizó teniendo en cuenta el esquema numérico propuesto en el interior de la grilla. Las condiciones de contorno empleadas, también afectan la estabilidad del método, pero, en general, no pueden analizarse de manera analítica, sino que es necesario recurrir a la comprobación empírica del método, analizando la estabilidad de la solución para tiempos de simulación grandes. En este trabajo se tomó como

cota superior para Δt la condición dada por la ecuación (3.27)⁴ y se encontró empíricamente que el valor límite de estabilidad es en realidad inferior⁵.

3.2.2.2 Convergencia

Probar la convergencia del esquema numérico consiste en demostrar que en el límite continuo de la discretización ($\Delta t \rightarrow 0, \Delta x \rightarrow 0, \Delta z \rightarrow 0$), la solución numérica tiende a la solución exacta de la EDP. Courant, Friedrichs y Levy [71], probaron que para el caso de ecuaciones hiperbólicas, una condición necesaria para la convergencia del esquema, está dada por la denominada condición CFL que, en el caso unidimensional, se escribe:

$$c_L \Delta t \leq c_{\text{CFL}} \Delta x \quad (3.28)$$

donde c_{CFL} es un coeficiente que depende del esquema de diferencias finitas empleado, y en general, $c_{\text{CFL}} < 1$. Como se puede observar, esta condición es compatible con la obtenida para la condición de estabilidad (3.27). Como se puede ver en [72], desde un punto de vista matemático, la condición CFL asegura que el dominio numérico de dependencia de la solución contenga, en el límite continuo, al dominio físico de la EDP. Desde un punto de vista físico, esta condición asegura que la velocidad de propagación de cualquier perturbación sea siempre menor a la máxima velocidad representable numéricamente, dada por $\Delta x / \Delta t$.

Si bien la condición CFL es necesaria, no es suficiente para asegurar la convergencia de la solución numérica. Por ello, para analizar la convergencia del esquema se empleó el método de soluciones fabricadas (MMS por sus siglas del inglés, Method of Manufactured Solutions) [65, 73]. Este método consiste en escoger una función analítica conveniente y, a partir de su evaluación en la EDP, obtener las expresiones de las fuentes que hay que incluir en el sistema, de manera que efectivamente la función seleccionada sea solución de la EDP. En cuanto a las condiciones de contorno se procede de manera análoga. En el caso de las condiciones de Dirichlet, se evalúa directamente la función en

⁴ Para el caso del aluminio, se obtiene $\Delta t \leq 2.8$ ns, para pasos espaciales dados por $\Delta x = 40\mu\text{m}$, $\Delta z = 25\mu\text{m}$.

⁵ Empíricamente, se encontró estabilidad para $\Delta t \lesssim 1.5$ ns.

la frontera; en las condiciones de tipo Neumann, se evalúa la función en la condición de contorno y se adicionan las fuentes obtenidas. De esta manera, es posible comparar la solución numérica provista por el esquema, con una solución analítica de la EDP.

En general, es deseable que la solución sea una función simple, de manera que la implementación no involucre demasiados cambios en el código fuente. Además, debe ser una función suave, pero con derivadas no nulas, de manera que se exploren todos los términos del esquema numérico.

En nuestro caso, se seleccionaron como soluciones las expresiones en términos de los desplazamientos u_x y u_z , obteniendo las expresiones para las variables $v_x, v_z, \sigma_{xx}, \sigma_{zz}$ y σ_{xz} de la EDP, a partir de los desplazamientos. Se decidió emplear como solución para ambos desplazamientos, una función gaussiana bidimensional $g(x, z, t)$ que se propaga con velocidad constante en la dirección \hat{x} , cuya expresión está dada por:

$$g(x, z, t) = Ae^{-\frac{(x-vt-x_0)^2}{2s_x^2} - \frac{(z-z_0)^2}{2s_z^2}} \quad (3.29)$$

$$u_x(x, z, t) = u_z(x, z, t) = g(x, z, t)$$

donde A es una amplitud constante, v es la velocidad de propagación, x_0 y z_0 corresponden a las coordenadas de la posición inicial del centro de la función gaussiana y los parámetros s_x y s_z determinan la extensión espacial de la gaussiana en cada dirección.

A partir de estos desplazamientos, se pueden obtener las expresiones para las velocidades y esfuerzos. Luego, reemplazando en la ecuación de Navier se pueden obtener las expresiones para las fuentes externas. Estos cálculos se detallan en el Apéndice B.

Para validar el esquema numérico, se tomaron valores para los parámetros de la solución que resultaran representativos del problema de ultrasonido láser. Los valores de las constantes del material se corresponden con el caso del aluminio, con $\lambda = 58.1$ GPa, $\mu = 26.1$ GPa, $\rho = 2700$ kg/m³ y $v = c_L = 6392$ m/s. El valor de $s_x = s_z = 200$ μ m se seleccionó de manera que resulte del orden de la extensión del haz láser empleado en el caso experimental y la amplitud $A = 1$ nm, del orden de los desplazamientos encontrados en ondas de ultrasonido.

Se exploraron diversas combinaciones de pasos temporales y espaciales para la discretización del esquema numérico. A modo de ejemplo, se presentan los resultados obtenidos empleando $\Delta x = 40 \mu\text{m}$, $\Delta z = 25 \mu\text{m}$ y un paso temporal, compatible con la condición de estabilidad (3.27), $\Delta t = 0.5 \text{ ns}$. El tiempo total de simulación es de $30 \mu\text{s}$, lo que implica un total de 60000 pasos temporales.

En la Figura 3.6 se pueden observar los resultados del desplazamiento u_z para distintos tiempos de simulación, en el plano $z = z_0$. De acuerdo a lo esperado, en dicha figura se puede observar que la amplitud de la solución permanece constante y no presenta deformaciones apreciables al propagarse, lo que indica la baja dispersión del método numérico.

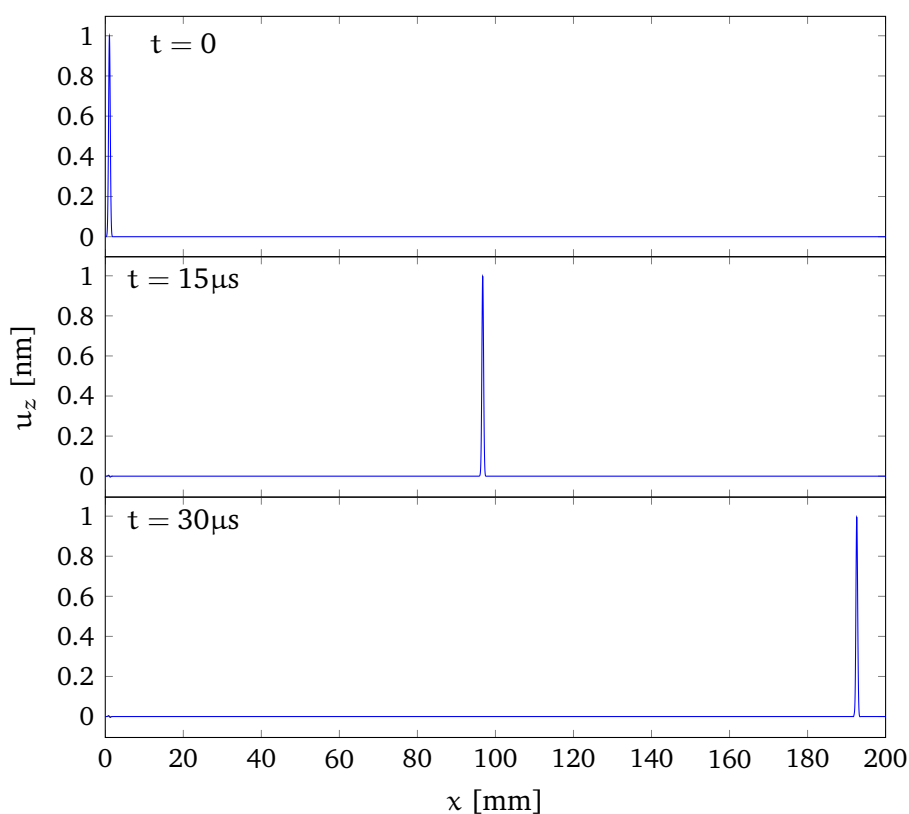


Figura 3.6. Soluciones numéricas para distintos tiempos de simulación.

En la Figura 3.7 se presenta la comparación entre la solución numérica y analítica para el desplazamiento u_z en el tiempo final de simulación, para el cual se espera observar las mayores diferencias entre las soluciones. Se puede apreciar que los resultados numéricos obtenidos coinciden satisfactoriamente con los resultados analíticos.

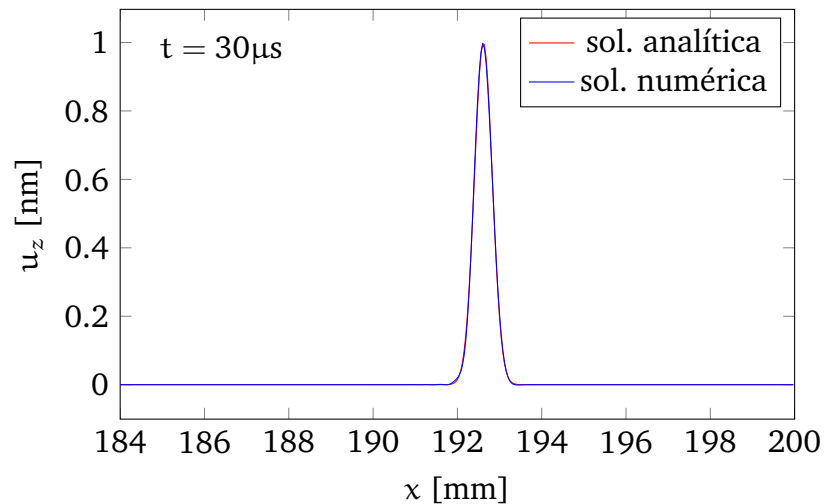


Figura 3.7. Soluciones numéricas y analíticas para el tiempo final de simulación.

De la comparación cuantitativa de los resultados, se obtiene que en todos los casos, los desplazamientos obtenidos numéricamente poseen a lo sumo un error de 0.019 nm respecto de las soluciones analíticas, lo que implica un error porcentual inferior al 2 %.

A partir del análisis realizado de la convergencia y la estabilidad del método numérico, se concluye que éste resulta válido, bajo las condiciones estudiadas, para simular la respuesta termoelástica de un material.

3.2.3 Implementación de bandas absorbentes

Como se comentó en la sección 3.2.1, en este trabajo se emplearon condiciones de contorno periódicas en los bordes laterales de la placa. Esto implica que cuando una onda arriba a la frontera lateral del dominio computacional, en lugar de reflejarse, se transmite al lateral opuesto. Entonces, para que los bordes laterales de la placa no introduzcan efectos en las ondas de ultrasonido generadas es deseable simular una placa infinita. Esto puede realizarse empleando un dominio suficientemente grande, tal que el tiempo que tardan las ondas en llegar a los bordes laterales y volver a la zona de interés sea mucho mayor que el tiempo total de simulación. Ésta, en general, no es una solución factible ya que requiere de un dominio demasiado grande como para que el tiempo de ejecución del algoritmo sea admisible. Por lo tanto, una solución más accesible, suele ser la de emplear un dominio de simulación más pequeño, acotado a la región de interés, e implementar condiciones no

reflectivas y/o absorbentes en los bordes, de manera que la solución numérica en este dominio, tienda a la solución del caso de un dominio infinito.

Existen múltiples maneras de imponer condiciones no reflectivas o absorbentes [74, 75, 76, 77, 78]. En este trabajo se implementaron las bandas no reflejantes de espesor finito sugeridas por Cerjan [79] para atenuar las ondas de ultrasonido que llegan a los bordes laterales del dominio. Una de las ventajas de este método, frente a otras variantes, es que su implementación resulta inmediata para esquemas de primer orden con grillas intercaladas y, además, el costo computacional que agrega al esquema numérico es muy bajo. Vale la pena aclarar que este método no reemplaza las condiciones de contorno, sino que se aplica sobre las condiciones ya existentes.

En la Figura 3.8 se presenta un esquema de la implementación de las bandas absorbentes. Ésta, consiste en imponer un factor de amortiguamiento exponencial $F_A(x)$, tanto en las velocidades como en los esfuerzos, dentro de una banda lateral de espesor L_A , o equivalentemente, de $N_A = L_A/\Delta x$ puntos de ancho. En otras palabras, luego de computar el valor de cada variable en el paso temporal n , se efectúa el reemplazo:

$$[v]_{i,j}^n \rightarrow [v]_{i,j}^n [F_A]_i = [v]_{i,j}^n \left[1 - e^{-\eta(x_i - x_l)^2} \right], \quad \forall i | L_A \geq |x_i - x_l| \quad (3.30)$$

donde η es el coeficiente de absorción de las ondas y x_l corresponde a la posición del borde lateral, $x_l = 0, L_x$.

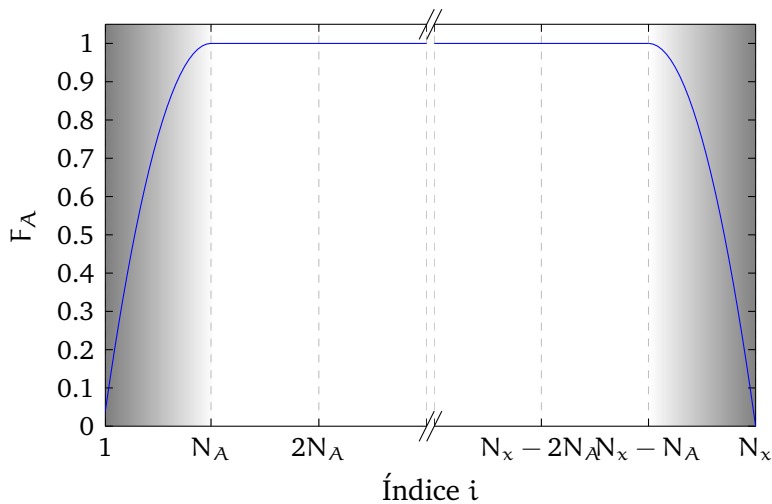


Figura 3.8. Esquema de las bandas absorbentes laterales.

La efectividad de este método a la hora de amortiguar las ondas en los bordes reside en la elección del valor del coeficiente de absorción η . Si este parámetro es demasiado grande, las ondas que llegan a la banda absorbente son amortiguadas abruptamente, y por consiguiente, son parcialmente reflejadas en el inicio de la banda. Contrariamente, si el coeficiente de absorción es demasiado pequeño, la reflexión al inicio de la banda será despreciable, pero las ondas no llegan a ser completamente amortiguadas y, en consecuencia, parte de las ondas sobreviven luego de atravesar la banda de absorción en ambos laterales (debido a la condición de contorno periódica), volviendo a la región de interés. Claramente, estos efectos indeseables y contrapuestos, en un caso decrecen y en el otro crecen de manera monótona con el valor de η . Es fácil ver que existe entonces un valor intermedio que resulta óptimo para el coeficiente de absorción, para el cual la incidencia de estos efectos se minimiza.

Para hallar el valor óptimo del coeficiente de absorción η_o , se realizó una exploración empírica donde se buscó minimizar el error que introduce la presencia de las bandas absorbentes en el esquema numérico. Para ello, se realizó primeramente una ejecución del algoritmo en una grilla lo suficientemente grande como para que las ondas no llegaran a los bordes laterales en el tiempo total de simulación y se tomó este resultado como solución ideal. Luego, se realizaron ejecuciones del algoritmo en una grilla menor, donde las ondas alcanzaban los bordes en la mitad del tiempo total de simulación, realizando un barrido de valores de η , con $N_\Lambda = 50$. Se define el error total Σ en una ejecución como:

$$\Sigma = \sum_{i,j} |\mathbf{v} - \mathbf{v}^{id}|^2 = \sum_{i,j} \left([v_x]_{i,j}^n - [v_x^{id}]_{i,j}^n \right)^2 + \left([v_z]_{i,j}^n - [v_z^{id}]_{i,j}^n \right)^2 \quad (3.31)$$

donde v_x y v_z son las componentes de las velocidades para el caso de la grilla pequeña con bandas absorbentes y v_x^{id} , v_z^{id} las componentes en el caso de la solución ideal, indexadas sobre la grilla pequeña.

Los resultados obtenidos para Σ en función del barrido en η se presentan en la Figura 3.9, donde se puede observar que, como se esperaba, existe un mínimo y el error crece monótonamente en ambas direcciones.

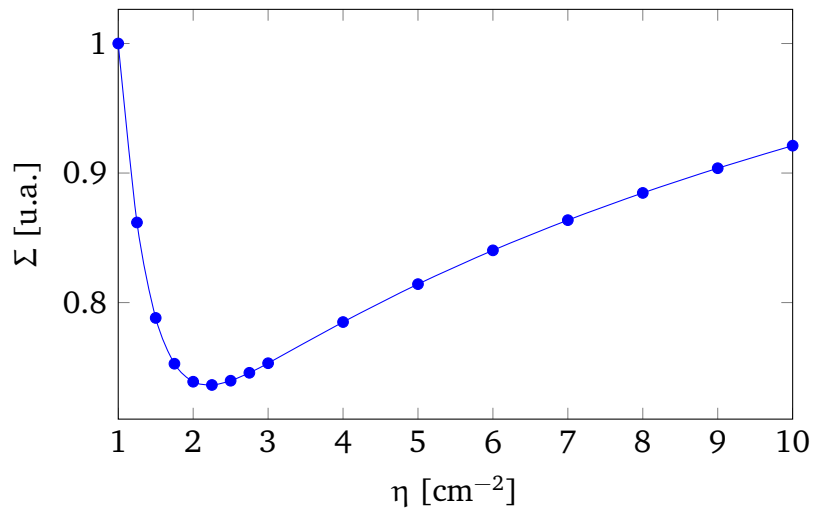


Figura 3.9. Error normalizado introducido por la banda lateral en función del coeficiente de absorción. El valor óptimo encontrado es $\eta_o = 2.25\text{cm}^{-2}$.

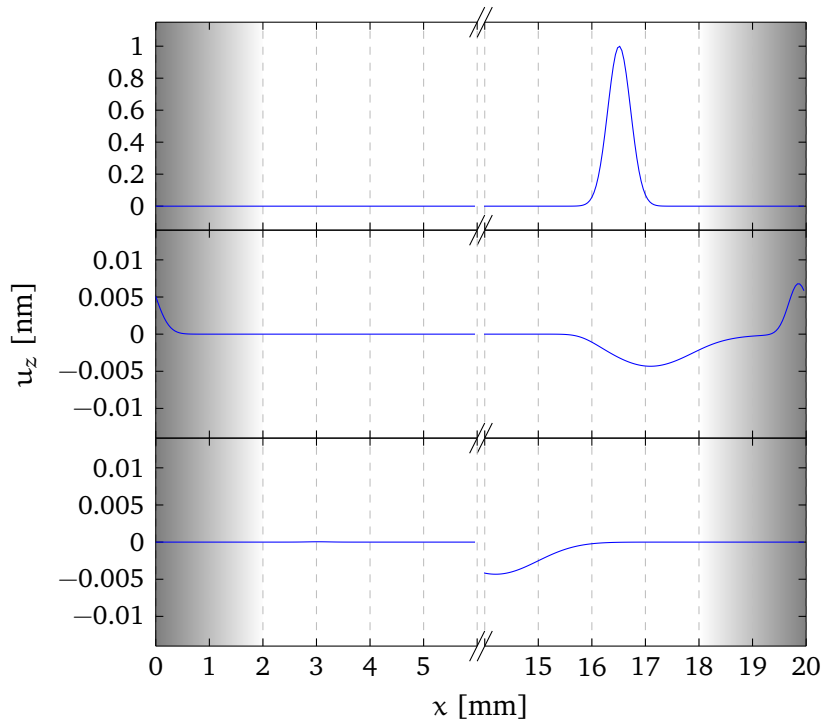


Figura 3.10. Soluciones numéricas cerca de los bordes laterales para tiempos crecientes de simulación, con $\eta_o = 2.25 \text{ cm}^{-2}$. Notar el cambio de escala realizado en los gráficos inferiores para que sea posible apreciar la amplitud de las ondas reflejadas y transmitidas en la banda absorbente.

A modo de ejemplo, en la Figura 3.10 se presenta el caso de la deforma-

ción gaussiana que se desplaza con velocidad constante en la dirección \hat{x} dada por la ecuación (3.29) introducida en la sección 3.2.2.2. A partir de esta deformación es posible analizar la amplitud de las ondas reflejadas y transmitidas por las bandas absorbentes. En dicha figura se grafican los resultados obtenidos para u_z , en el plano $z = z_0$, para el valor óptimo η_0 .

En el gráfico superior de la Figura 3.10 se puede ver la deformación gaussiana antes de ingresar a la región absorbente. En el gráfico central, se pueden observar ambos efectos descritos anteriormente: la onda reflejada por la banda absorbente y la onda transmitida, a través de la condición de contorno periódica, al lateral opuesto. En el gráfico inferior se puede apreciar que la onda que sobrevive con mayor amplitud fuera de la banda absorbente es la reflejada.

Para el factor η_0 óptimo, la onda reflejada tiene una amplitud de 0.004 nm y la onda transmitida al lateral opuesto, luego de atravesar ambas bandas absorbentes, posee una amplitud de 0.02 pm. Como se puede apreciar, el mayor error en la simulación es introducido por la onda reflejada, cuya amplitud relativa a la amplitud de la onda incidente representa un 0.4%. De acuerdo a las diferencias cuantitativas encontradas, se considera que el error introducido por la aplicación de bandas absorbentes no tiene un impacto directo en el resultado de la simulación, ya que éste resulta menor al error de truncamiento introducido por el esquema numérico. Por lo tanto, se decide emplearlo para simular el problema termoelástico en una placa infinita.

3.2.4 Modelización de defectos

Bajo la aproximación de deformaciones planas, los defectos representables mediante el modelo numérico deben poseer simetría de traslación en la dirección \hat{y} . En este trabajo se simulieron defectos de tipo falla o ranura que atraviesa la placa a lo largo de la dirección de simetría, con diferentes anchos y profundidades, como se muestra en el esquema de la Figura 3.11.

En el esquema de diferencias finitas, estos defectos pueden modelarse a partir de la aplicación de condiciones de contorno. Estas condiciones pueden ser de pared libre o rígida. La condición de pared libre puede implementarse de acuerdo a lo expuesto en la sección 3.2.1, mientras que la condición de pared rígida implica emplear condiciones de tipo Dirichlet, imponiendo $v_x = 0$, $v_z = 0$, $\sigma_{xx} = 0$, $\sigma_{xz} = 0$ y $\sigma_{zz} = 0$ en los contornos del defecto. En

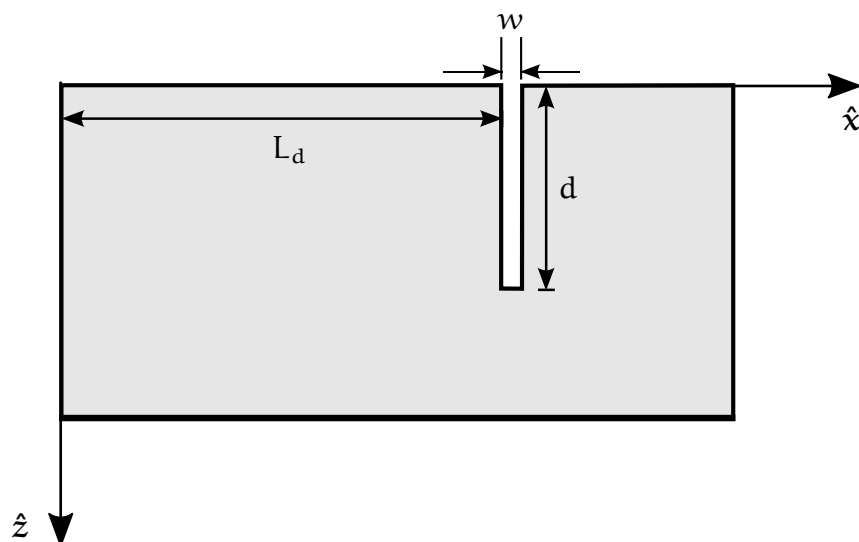


Figura 3.11. Esquema del defecto simulado numéricamente.

este trabajo se han implementado condiciones de contorno de pared rígida en los defectos debido a su simplicidad y a que su implementación resulta en un esquema numérico de mayor estabilidad que el que se obtiene mediante la implementación de paredes libres.

3.3 Ecuación de difusión del calor

De acuerdo a las características disímiles de la ecuación (2.14) de difusión del calor, que es parabólica y de la ecuación (2.40) de Navier, que es hiperbólica, es conveniente plantear esquemas numéricos independientes para resolverlas. En esta sección se presenta el esquema numérico empleado en la resolución de la ecuación de difusión del calor.

De acuerdo a lo presentado en la sección 2.3, el modelo a resolver numéricamente para una placa plana, iluminada por un haz láser, está dado por la ecuación (2.14), junto con condiciones de contorno dadas por la ecuación (2.16) en las interfaces. En la Figura 3.12 se presenta un esquema del problema a resolver numéricamente.

Vale la pena destacar que resolver el modelo termoelástico en la aproximación de deformaciones planas, implica restringir las posibles distribuciones espaciales del haz láser de excitación que pueden modelarse, a aquellas que posean simetría de traslación en la dirección \hat{y} .

Para la resolución de la ecuación de difusión del calor se empleó un esque-

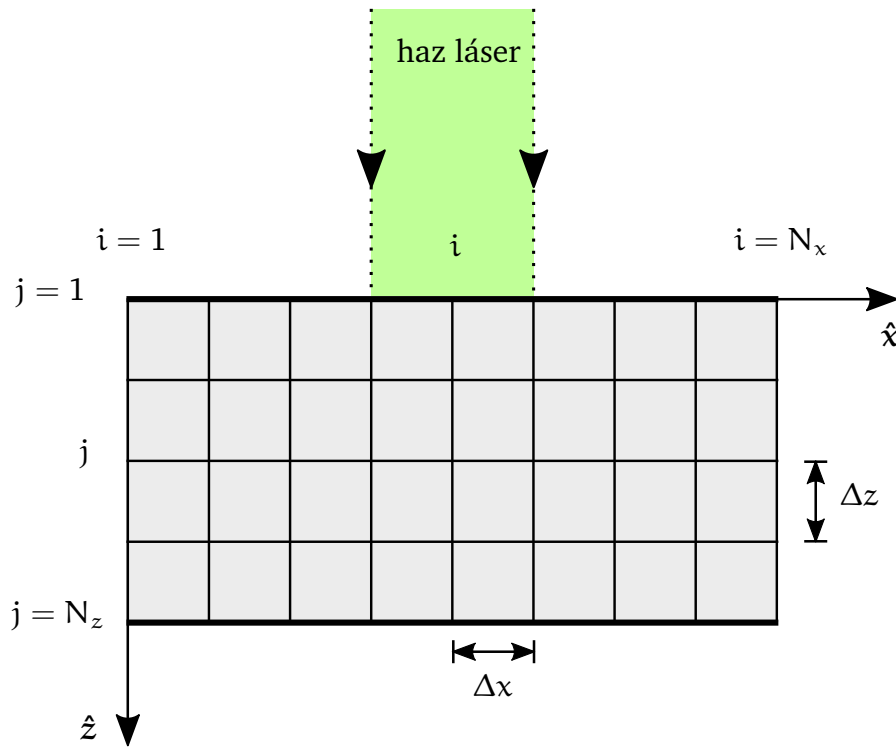


Figura 3.12. Esquema del problema numérico.

ma numérico que consiste en un modelo pseudoespectral para la aproximación de derivadas espaciales en la variable x , basado en funciones trigonométricas, con condiciones de contorno periódicas. Las derivadas espaciales en la variable z se aproximaron mediante un esquema de diferencias finitas centradas de orden cuatro, empleando $r = 2$ y $p = q = 2$ en la ecuación (3.2). Para la integración temporal, se compararon los resultados obtenidos con los métodos de Euler, Heun y Runge-Kutta de orden 4, presentados en la sección 3.1.2.

En la implementación de la librería FFTW para la expansión de funciones reales, se emplea la representación compleja de funciones trigonométricas, con lo que la solución numérica para la temperatura en el espacio real se expresa como:

$$[T]_{i,j} = \sum_{\ell=-N_x/2}^{N_x/2} [T]_{\ell,j} e^{1k_\ell x_i} \quad (3.32)$$

donde $[T]_{\ell,j}$ representa a los coeficientes en el espacio transformado de Fourier del campo de temperaturas y $k_\ell = \frac{\pi\ell}{\Delta x N_x}$. Debido a la simetría de la transformada de Fourier de una función real, sólo es necesario guardar la porción positiva del espectro, lo cual significa una ventaja importante en cuanto a los recursos necesarios para la ejecución de este esquema. Con esta representación, la derivada espacial en la variable x puede calcularse como:

$$[D_x T]_{i,j} = \sum_{\ell=-N_x/2}^{N_x/2} ik_\ell [T]_{\ell,j} e^{ik_\ell x_i} \quad (3.33)$$

Con estas consideraciones, el esquema numérico para la resolución de la ecuación (2.14) en un punto interior del dominio puede escribirse, en el espacio transformado, como:

$$\begin{aligned} [T]_{\ell,j}^{n+1} &= [T]_{\ell,j}^n + \Delta t \kappa [D_x^2 T + D_z^2 T]_{\ell,j}^n \\ [D_x^2 T]_{\ell,j} &= -k_\ell^2 [T]_{\ell,j} \\ [D_z^2 T]_{\ell,j} &= \frac{-[T]_{\ell,j+2} + 16[T]_{\ell,j+1} - 30[T]_{\ell,j} + 16[T]_{\ell,j-1} - [T]_{\ell,j-2}}{12\Delta z^2} \end{aligned} \quad (3.34)$$

donde se presenta el caso para el esquema temporal de Euler. En el Apéndice C se pueden ver los esquemas numéricos para el método de Heun y Runge-Kutta de orden 4.

Como se discutió en la sección 2.1, el espesor de la fuente térmica constituida por el haz láser absorbido por el material es del orden de $10 \text{ nm} \ll \Delta z$, que para la resolución de esta ecuación se tomó del orden de $0.5 \text{ }\mu\text{m}$. Por lo tanto, se considera $\dot{g} = 0$ en la ecuación (2.14) y la absorción del haz láser se tiene en cuenta a través de las condiciones de contorno en la superficie de la placa.

3.3.1 Condiciones de contorno

Para aplicar las condiciones de contorno, de manera similar al caso elástico, se agrega una fila de puntos virtuales en la región externa de cada interfaz, con índices $j = 0$ y $j = N_z + 1$, respectivamente. En la Figura 3.13 se presenta un esquema de la condición de contorno sobre la superficie $j = 1$ del dominio.

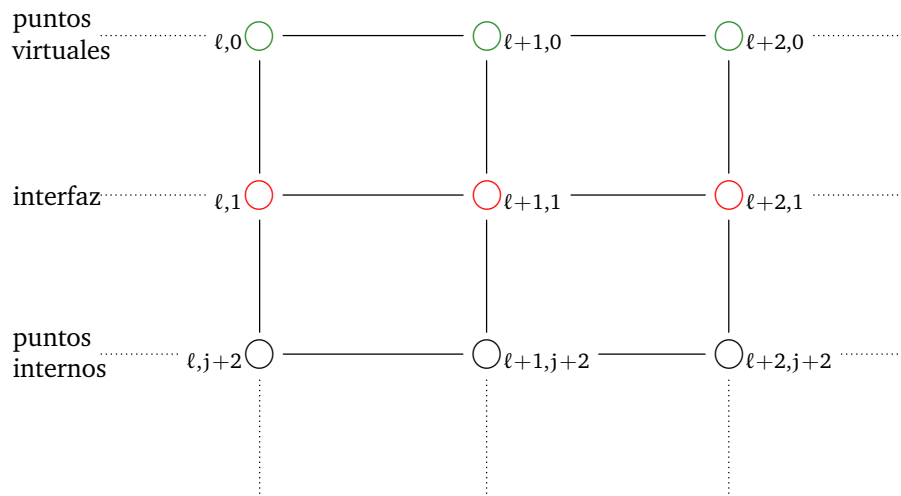


Figura 3.13. Condiciones de contorno sobre la interfaz en $j = 1$ del dominio. En verde se representan los puntos virtuales del dominio que se calculan aplicando la condición de contorno aproximando las $\frac{\partial}{\partial z}$ con diferencias finitas adelantadas de orden 4. En rojo, los puntos del dominio que se calculan a partir de la ecuación (3.34), reemplazando las D_z^2 con diferencias finitas adelantadas de orden 4. En negro, los puntos que se computan según la ecuación (3.34).

Los valores de la temperatura en los puntos virtuales, indicados en color verde en la Figura 3.13, se establecen de manera que satisfagan las ecs. (2.16) y (2.17) de contorno, utilizando diferencias finitas adelantadas y atrasadas de orden 4 en las derivadas respecto de z , que pueden derivarse a partir del esquema general dado por la ecuación (3.2) utilizando $r = 1, p = 3, q = 1$ y $r = 1, p = 1, q = 3$, respectivamente. Las expresiones obtenidas son:

$$\begin{aligned}
 [T]_{\ell,0}^n &= \frac{4\Delta z}{k} [\dot{q}]_{\ell,1}^n - h \frac{4\Delta z}{k} [T]_{\ell,1}^n + \\
 &\quad \frac{1}{3} \left(-10 [T]_{\ell,1}^n + 18 [T]_{\ell,2}^n - 6 [T]_{\ell,3}^n + [T]_{\ell,4}^n \right) \\
 [T]_{\ell,N_z+1}^n &= -h \frac{4\Delta z}{k} [T]_{\ell,N_z}^n + \\
 &\quad \frac{1}{3} \left(-10 [T]_{\ell,N_z}^n + 18 [T]_{\ell,N_z-1}^n - 6 [T]_{\ell,N_z-2}^n + [T]_{\ell,N_z-3}^n \right)
 \end{aligned} \tag{3.35}$$

donde $[\dot{q}]_{\ell,1}^n$ tiene en cuenta la radiación láser absorbida por el material y corresponde al espectro espacial del calor absorbido por unidad de área y tiempo, para cada punto de la grilla sobre la interfaz con $j = 1$.

Finalmente, los puntos sobre las interfaces con $j = 1$ y $j = N_z$, indicados en color rojo en la Figura 3.13, se computan utilizando el esquema de diferencias finitas de los puntos interiores dado por la ecuación (3.34), reemplazando los operadores de diferencias finitas centradas D_z , por esquemas adelantados y atrasados que se obtienen empleando $r = 2, p = 3, q = 1$ y $r = 2, p = 1, q = 3$ en la ecuación (3.2), respectivamente.

3.3.2 Validación

De manera análoga al caso de la ecuación de Navier, en esta sección se analizarán la estabilidad y convergencia de la solución numérica de la ecuación del calor.

3.3.2.1 Estabilidad

Para validar la estabilidad del esquema numérico empleado para la resolución de la ecuación del calor, se puede emplear nuevamente el método de estabilidad de von Neumann. Asumiendo una dependencia armónica para los errores de la temperatura y reemplazando en el esquema numérico de la EDP dado por la ecuación (3.34) se obtienen las siguientes condiciones de estabilidad para los pasos espaciales y temporales (el desarrollo se presenta en el Apéndice A.2):

$$\Delta t \leq \frac{24\Delta x^2 \Delta z^2}{\kappa(64\Delta x^2 + 3\pi^2\Delta z^2)} \quad (3.36)$$

$$\frac{1}{\Delta z^2} \leq \frac{3\pi^2}{\Delta x^2 N_x}$$

donde se debe tener presente que el paso espacial Δx y la cantidad de puntos N_x determinan los valores mínimos y máximos del número de onda $k_\ell = \frac{\pi \ell}{\Delta x N_x}$ en la dirección \hat{x} .

Vale la pena notar que para el caso de pasos espaciales iguales $\Delta x = \Delta z = h$, se obtiene la condición $\Delta t \lesssim 0.2 h^2/\kappa$, que resulta equivalente a pedir que $\Delta t \lesssim 0.2 \tau_D$, donde τ_D es el tiempo de difusión definido en la sección 2.3. En otras palabras, la condición de estabilidad está sujeta a que el paso temporal sea suficientemente menor al tiempo que tarda en difundirse el calor una distancia dada por el paso espacial.

Para el caso de las simulaciones en aluminio empleando pasos espaciales dados por $\Delta x = 8\mu\text{m}$ y $\Delta z = 0.5\mu\text{m}$, la condición de estabilidad impone la cota $\Delta t \lesssim 0.09$ ns sobre el paso de integración temporal.

3.3.2.2 Convergencia

Para analizar la convergencia del esquema numérico, se empleó el resultado derivado por Ready [80] a partir del teorema de Duhamel, que permite hallar una expresión integral de la temperatura, para distribuciones simples de haces láser.

Se supone un haz con una distribución gaussiana, tanto del perfil temporal como del espacial, cuya intensidad está dada por:

$$I(\mathbf{r}, t) = I_{\max} e^{-\xi(x-x_o)^2/d^2} e^{-\xi(t-2\tau)^2/\tau^2} \quad (3.37)$$

donde I_{\max} es la intensidad máxima del haz, $\xi = 4 \ln(2)$, de manera que d y τ corresponden al ancho total espacial y temporal de la distribución gaussiana a media altura, respectivamente. Entonces, la distribución de temperatura, puede obtenerse a partir de la siguiente expresión integral:

$$T(x, z, t) = \frac{I_{\max} d^2}{k\xi} \sqrt{\frac{\kappa}{\pi}} \int_0^t e^{-\left(\frac{(x-x_0)^2}{4\kappa t' + d^2/\xi} + \frac{z^2}{4\kappa t'}\right)} \frac{e^{-\xi(t-2\tau-t')^2/\tau^2}}{\sqrt{t'(4\kappa t' + d^2/\xi)}} dt' \quad (3.38)$$

A partir del cómputo numérico de la ecuación (3.38), se pueden comparar los resultados con los obtenidos a partir de los esquemas temporales de Euler, Heun y Runge-Kutta de orden 4. Para ello, se simuló un haz con $d = 400 \mu\text{m}$, $\tau = 5.6 \text{ ns}$, y las constantes térmicas del material correspondientes al aluminio: $k = 240 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$ y $\kappa = 1.0101 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$. En los esquemas numéricos se emplearon pasos espaciales dados por $\Delta x = 8 \mu\text{m}$ y $\Delta z = 0.5 \mu\text{m}$. Como paso temporal se utilizó $\Delta t = 0.05 \text{ ns}$, compatible con la condición de estabilidad de la ecuación (3.36).

El cómputo de la expresión integral (3.38) resulta costoso, en general, debido a que el intervalo de integración crece con t y el integrando posee variaciones temporales del orden de τ . Para evitar realizar aproximaciones que afecten la calidad de los resultados numéricos, se decidió realizar el análisis de convergencia en el intervalo reducido: $[0, 0.1] \mu\text{s}$ y en una grilla espacial pequeña con $L_x = 2 \text{ mm}$ y $L_z = 50 \mu\text{m}$. En estas condiciones, se calcularon las diferencias entre la distribución de temperaturas obtenida mediante la expresión integral y los esquemas temporales de MDF. Estos datos se presentan en la Tabla 3.2, donde también se detallan los tiempos de ejecución de cada método en esta grilla reducida.

Método	Tiempo de ejecución [s]	Error relativo máximo
Euler	~ 1	0.015 %
Heun	~ 2	0.012 %
Runge-Kutta O4	~ 3	0.010 %
Expresión integral	~ 200	-

Tabla 3.2. Tiempos de ejecución y errores relativos para cada esquema de integración temporal.

En la Figura 3.14 se presentan los resultados obtenidos para la temperatura en función del tiempo, en la posición $x = x_0$, para distintas profundidades en la coordenada z . Los resultados provistos por los distintos métodos resultan indistinguibles a esta escala, por lo que se decidió graficar, a modo de ejemplo, los resultados obtenidos mediante el método de Euler.

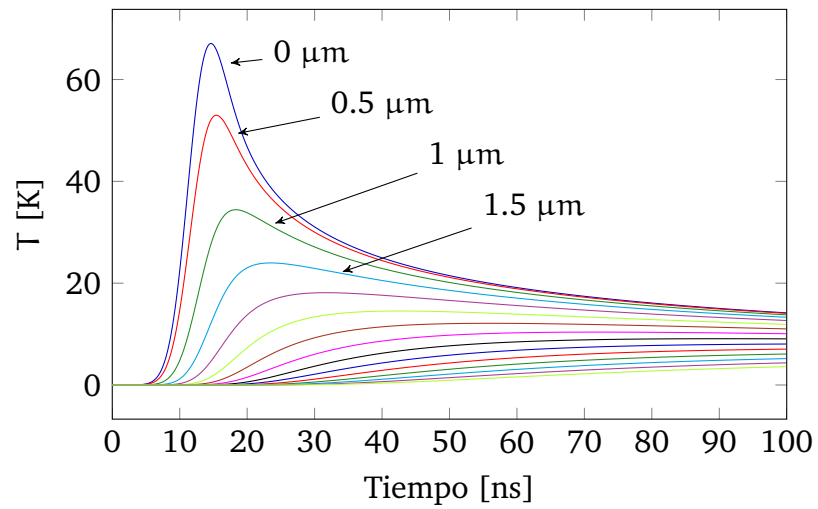


Figura 3.14. Temperatura en $x = x_0$ en función del tiempo, para profundidades crecientes en z con pasos de $0.5 \mu\text{m}$. Método de Euler.

En la Figura 3.15 se presentan los resultados obtenidos mediante el método de Runge-Kutta de orden 4 para la temperatura en función de la coordenada x , para distintos tiempos y profundidades.

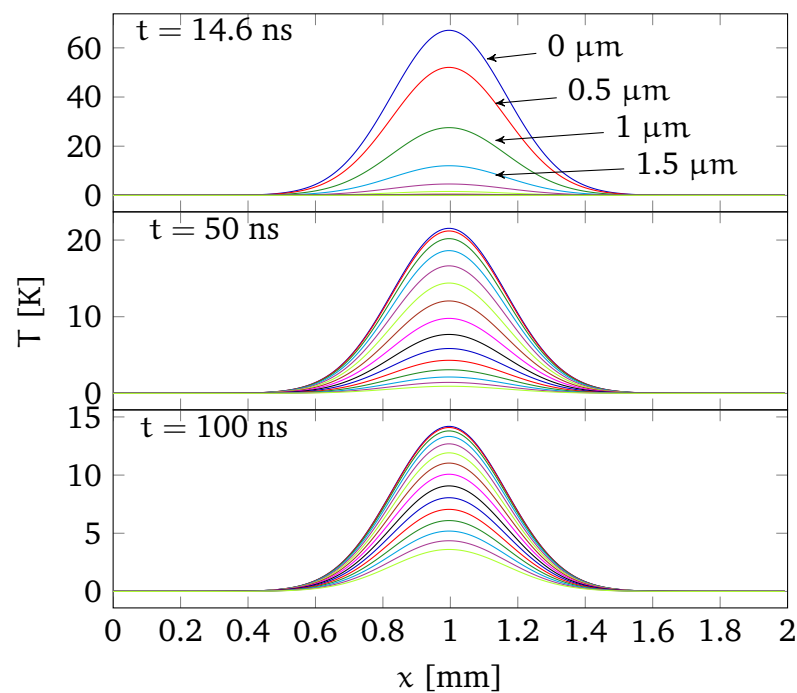


Figura 3.15. Temperatura en función de x , para distintos tiempos y profundidades crecientes en z con pasos de $0.5 \mu\text{m}$. Método de Runge-Kutta de orden 4.

Considerando las escasas diferencias obtenidas entre los errores de los esquemas y la magnitud de los tiempos de ejecución registrados se decidió emplear el método de Euler, para la resolución del problema termoelástico, por poseer suficiente precisión numérica y bajo costo computacional (tanto en tiempo de ejecución como en memoria requerida).

Capítulo 4

Diseño experimental

En este capítulo se presenta el desarrollo del diseño experimental que permite la generación y detección de ondas de ultrasonido en placas de aluminio mediante haces láser. Inicialmente, se presentan las propiedades de las muestras que se emplean en este trabajo y se detalla su caracterización. Luego, se discuten diversas técnicas interferométricas exploradas para la detección de ondas superficiales de ultrasonido y se presenta el esquema experimental definitivo. Posteriormente, se proponen y validan dos métodos de procesamiento de las señales interferométricas registradas experimentalmente, que logran eliminar la información de fase proveniente de efectos no deseados del ambiente. Finalmente, se presenta el protocolo involucrado en el desarrollo del registro experimental.

4.1 Preparación de muestras

Durante el desarrollo de este trabajo se emplean como muestras experimentales placas de aluminio 1050. Para el estudio de las ondas de Rayleigh se utiliza un disco de aluminio de 10 cm de diámetro y 1 cm de espesor, al que se denomina muestra R0. Para el análisis de las ondas de Lamb se utilizan placas rectangulares de 15 cm de largo, por 5 cm de ancho y 500 μm de espesor nominal.

Por un lado, para mejorar la terminación óptica de la superficie y aumentar la intensidad del haz que llega al detector proveniente de la muestra en el interferómetro, se pule una de las caras de cada muestra. Para ello se utilizan lijas al agua aplicadas sucesivamente con número de grano creciente, de las más gruesas a las más finas, lijando la superficie hasta que se eliminan los surcos ocasionados por el tamaño de grano anterior. Una vez finalizado este proceso, se emplean dos pastas de pulido de diferente poder abrasivo. Primero, se aplica la pasta más abrasiva por medio de un minitorno equipado con discos de paño y, luego, de igual manera se aplica la pasta que le otorga a la superficie el acabado final.

El pulido de la superficie no es un proceso requerido para la detección óptica de las ondas de ultrasonido. Claramente, en el caso de ensayos no destructivos, es condición necesaria no alterar la estructura de la muestra bajo estudio. Como se detalla en la sección 4.2 el esquema experimental propuesto es lo suficientemente robusto como para poder utilizarse en muestras cuya superficie no posea un acabado óptico. El proceso de pulido se emplea para aumentar la intensidad de la señal de interferencia. De esta manera, se logra simplificar el circuito eléctrico requerido por el fotodetector evitando la necesidad de una etapa de amplificación de alta ganancia. En el caso en que la superficie no se encuentre pulida, la señal interferométrica puede detectarse de todas maneras, empleando etapas adicionales de amplificación de la señal entregada por el fotodetector.

Por otro lado, para la fabricación de defectos controlados sobre las muestras rectangulares se emplea la técnica de ataque químico del aluminio mediante la aplicación de cloruro férrico con máscaras. La empresa Novax Technik S.A. gentilmente generó las máscaras y realizó el ataque químico de manera controlada sobre las muestras para generar ranuras lineales de diversas profundidades, obtenidas a partir de la utilización de distintos tiempos de ataque. En la Figura 4.1 se presenta un esquema de las muestras preparadas.

A partir de las muestras confeccionadas, se caracteriza la rugosidad en el interior de las ranuras mediante un rugosímetro Taylor Hobson, modelo Surtronic 25, provisto amablemente por Elsa Hogert y el Departamento de Ensayos No Destructivos y Estructurales (ENDE) de la Comisión Nacional de Energía Atómica. Para caracterizar la profundidad de las ranuras se hace uso de un microscopio óptico con cámara CCD. Para ello, se registran las

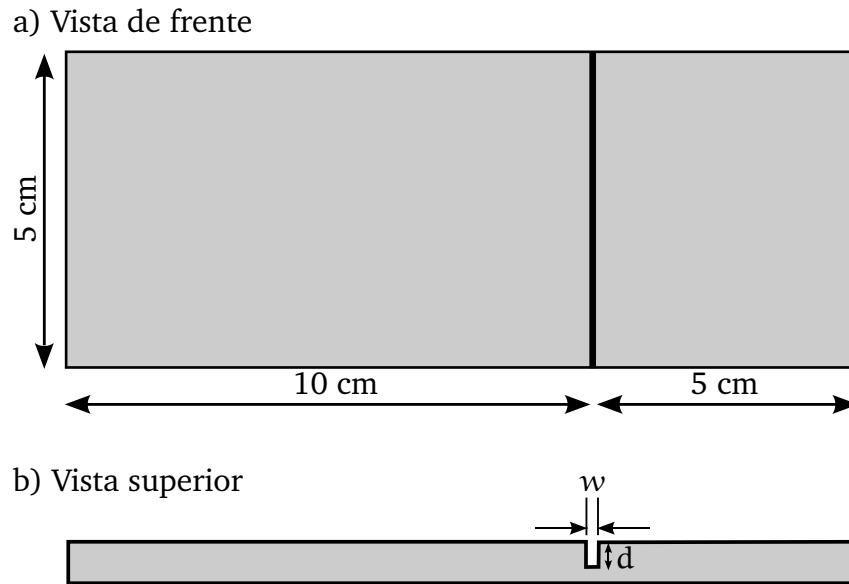


Figura 4.1. Esquema de las muestras preparadas en aluminio 1050.

posiciones donde el foco se encuentra en el plano anterior y posterior de la ranura respectivamente (ver Figura 4.2), y a partir de la distancia entre los focos, es posible obtener la profundidad media de la ranura.

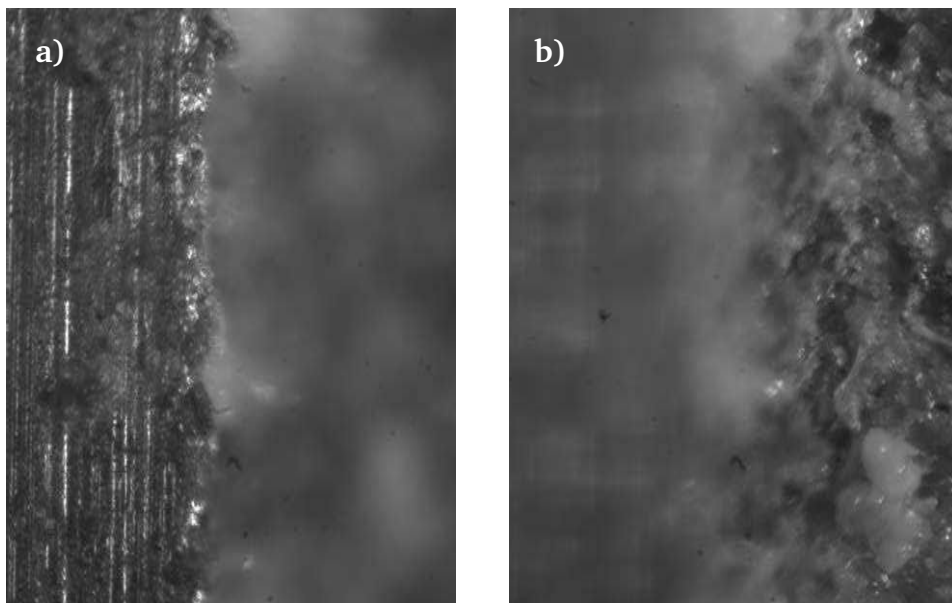


Figura 4.2. Imagen de microscopio óptico con foco en el plano anterior (a) y posterior (b) de la ranura, respectivamente.

Con esta información se confecciona la Tabla 4.1 donde se presenta la

profundidad y rugosidad media encontradas para los defectos fabricados en las placas delgadas utilizadas durante este trabajo.

Muestra	Prof. de la ranura: d [μm]	Rugosidad: R_a [μm]
L0 (sin defecto)	-	0.5 ± 0.1
L1	80 ± 5	8.4 ± 0.5
L2	100 ± 5	8.2 ± 0.5
L3	120 ± 5	8.8 ± 0.5
L4	130 ± 5	9.6 ± 0.5
L5	150 ± 5	9.0 ± 0.5
L6	210 ± 5	11.4 ± 0.5
L7 (pasante)	500	-

Tabla 4.1. Parámetros de las placas preparadas. El ancho w de la ranura en las muestras L1 a L6 es de 4 mm. En el caso de la ranura pasante, el defecto posee un ancho w de 1 mm y un largo de 3.5 cm.

4.2 Detección interferométrica de ondas de ultrasonido

Una revisión completa de métodos interferométricos puede encontrarse en el libro editado por Malacara [81]. Usualmente, los métodos interferométricos de detección de ondas de ultrasonido se basan en detectar el movimiento superficial de una muestra a partir de la interferencia entre dos haces. Uno, denominado de referencia, cuyo camino óptico permanece constante, y otro, que se refleja en la superficie bajo análisis, cuyo camino óptico varía de acuerdo al movimiento de ésta. La diferencia de fase entre ambas ramas da lugar a interferogramas que contienen información acerca del desplazamiento $\chi(t)$ de la superficie, que queda codificada en el desfase entre ambos haces. La intensidad del haz que resulta de la interferencia entre la referencia y el objeto está dada por:

$$\begin{aligned}
 I(t) &= I_r + I_o + 2\beta\sqrt{I_r I_o} \cos(\Delta\phi(t) + \varphi) \\
 &= I_r + I_o + 2\beta\sqrt{I_r I_o} \cos\left(\frac{4\pi}{\lambda_o}\chi(t) + \varphi\right)
 \end{aligned}
 \tag{4.1}$$

donde I_o , I_r corresponden a las intensidades del haz objeto y de referencia respectivamente, $\Delta\phi(t)$ es la fase introducida por el movimiento de la superficie, φ es una fase global, λ_o es la longitud de onda del haz objeto y β es un coeficiente positivo, menor a 1, que tiene en cuenta el contraste real del término de interferencia de acuerdo a la alineación del sistema y otros factores.

Dado que la fase no puede medirse directamente, en general, el proceso para extraer la información del desfase $\Delta\phi(t)$ (o equivalentemente del desplazamiento $\chi(t)$) a partir de los interferogramas¹ es no trivial. Por consiguiente, suele ser muy útil para mejorar la exactitud de los resultados, poder incluir alguna hipótesis acerca de las características del desfase que se quiere recuperar. Los métodos de recuperación de fase constituyen un área de investigación muy activa [82, 83, 84].

En las siguientes secciones se presentan de manera breve algunas de las técnicas interferométricas exploradas.

4.2.1 Interferometría heterodina

La interferometría heterodina [16, 85] se caracteriza por utilizar frecuencias temporales distintas en la rama de referencia f_r y en la rama objeto f_o , lo que introduce una variación temporal de fase en la señal interferométrica. Para generar esa diferencia de frecuencias $f_c = f_r - f_o$ entre los haces pueden utilizarse, por ejemplo, los órdenes de difracción que se obtienen a la salida de un modulador acusto-óptico. En la Figura 4.3 se presenta un esquema de la implementación usual del interferómetro heterodino, donde se emplea un divisor de haz por amplitud (DHA) para combinar ambos haces y producir la interferencia.

Dado que $f_c \ll f_r, f_o$ ², al interferir ambos haces, se obtiene una señal con batidos, cuya señal portadora posee una frecuencia f_c y está modulada por el movimiento de la superficie del objeto. Este movimiento, debido al efecto Doppler, modifica la frecuencia de la rama objeto $f_o \rightarrow f_o + f(t)$, de manera

¹ Este proceso usualmente se denomina *recuperación de fase*.

² En general, los moduladores permiten generar diferencias de frecuencias en el rango 40 MHz $\lesssim f_c \lesssim$ 1 GHz, por lo que f_c resulta mucho menor a las frecuencias $f_r, f_o \sim$ 500 THz del rango óptico.

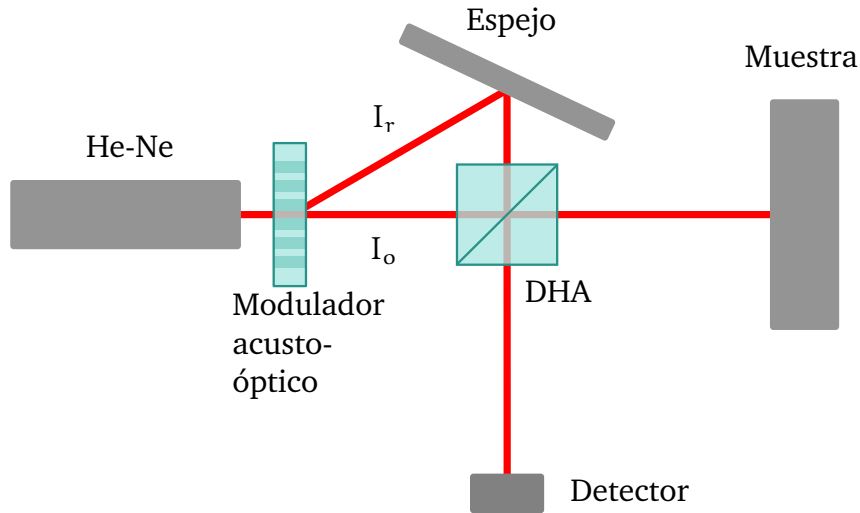


Figura 4.3. Esquema usual de un interferómetro heterodino.

que la señal a la salida del interferómetro puede escribirse como una señal modulada en frecuencia:

$$I(t) = I_r + I_o + 2\beta\sqrt{I_r I_o} \cos \left[2\pi f_c t + 2\pi \int_0^t f(t') dt' \right] \quad (4.2)$$

Para obtener el movimiento de la superficie es necesario demodular esta señal. Esto puede realizarse a partir de la detección de la fase $\left(2\pi f_c t + 2\pi \int_0^t f(t') dt' \right)$ y del cálculo de su derivada temporal para hallar la frecuencia instantánea, la cual, luego de quitarle el corrimiento f_c , describe el movimiento del objeto.

A modo de ejemplo, se considera el caso de un movimiento armónico de amplitud A , de manera que $f(t) = \Delta f_D \sin(2\pi f_m t + \phi_m)$, donde f_m es la frecuencia temporal del movimiento, ϕ_m es la fase inicial y Δf_D es el corrimiento Doppler de la frecuencia, dado por $\Delta f_D = 4\pi A f_m / \lambda_o$. Para este caso, la señal interferométrica resulta:

$$I(t) = I_r + I_o + 2\beta\sqrt{I_r I_o} \cos \left[2\pi f_c t - \frac{4\pi A}{\lambda_o} \cos(2\pi f_m t + \phi_m) \right] \quad (4.3)$$

El espectro de la ecuación (4.3), está formado por la componente de la portadora f_c e infinitas componentes laterales en $f_c \pm n f_m$, con $n \in \mathbb{N}$, cuyas

amplitudes pueden escribirse en términos de funciones de Bessel [86, 87]. Para desplazamientos pequeños comparados con λ_o , las componentes dominantes resultan en $f_c \pm f_m$, pudiendo despreñar el resto. Ahora, analizando cualitativamente el caso de un movimiento general con una frecuencia media \tilde{f}_m y un ancho de banda $\Delta\tilde{f}$, las líneas espectrales resultan ensanchadas, pero sus componentes principales permanecen centradas en $f_c \pm \tilde{f}_m$. Entonces, el principal contenido espectral de la señal dada por (4.2) estará contenido entre $f_c \pm (\tilde{f}_m + \Delta\tilde{f}/2)$.

En el caso del ultrasonido, las frecuencias típicas se encuentran en el rango $100 \text{ KHz} \lesssim \tilde{f}_m \lesssim 20 \text{ MHz}$. Considerando que los tiempos característicos del ultrasonido suelen estar en el orden de 1 a 10 μs , en general es necesario registrar las señales interferométricas durante al menos 100 μs . Por lo tanto, a la hora de realizar la demodulación, no suele ser factible la digitalización de las señales interferométricas y el posterior procesamiento. Esto requeriría muestrear adecuadamente señales con frecuencias máximas $\sim f_c + \tilde{f}_m + \Delta\tilde{f} \gtrsim 100 \text{ MHz}$, durante aproximadamente 100 μs , lo que implica una alta frecuencia de muestreo y un gran volumen de datos por registro. Los conversores A/D convencionales de propósitos generales no logran alcanzar estas resoluciones en ventanas temporales tan largas. Por esta razón, se suele emplear una demodulación analógica implementada mediante un circuito eléctrico que, tomando como entrada la señal interferométrica, entrega como salida el desplazamiento de la superficie, en tiempo real. Esta señal de salida, al estar demodulada, tiene un ancho de banda $\Delta\tilde{f}$ mucho menor que la señal modulada, con lo cual puede adquirirse mediante un osciloscopio digital o conversor A/D sin problemas.

4.2.1.1 Implementación

Inicialmente, en este trabajo se explora la posibilidad de emplear un interferómetro heterodino para la detección de las ondas de ultrasonido, debido a que el grupo de trabajo ya contaba con el equipamiento eléctrico necesario para la demodulación de señales requerida para este tipo de detección.

Para ello, se monta el esquema experimental descrito en la Figura 4.4, empleando como modulador acusto-óptico una celda de Bragg que introduce una diferencia de frecuencia de 70 MHz entre los órdenes de difracción 0 y 1.

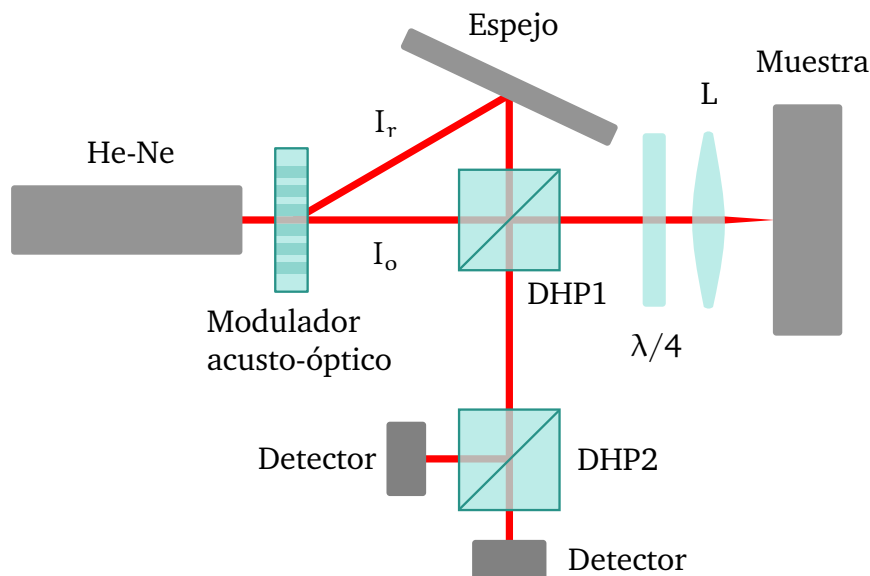


Figura 4.4. Esquema del interferómetro heterodino.

El esquema de la Figura 4.4 presenta algunas variaciones respecto del esquema básico presentado en la Figura 4.3. Por un lado, la utilización de una fuente láser polarizada linealmente y un divisor de haz por polarización³ (DHP1), permite maximizar el uso de la radiación disponible, ya que toda la luz es dirigida al detector. En cambio, en el caso de un divisor de haz por amplitud, parte del haz se retroalimenta al láser, lo que suele afectar la estabilidad de la intensidad del haz. Por otro lado, este esquema reduce la sensibilidad a las vibraciones ya que, al estar enfocado el haz de la rama objeto sobre la superficie de la muestra mediante una lente (L), la señal resulta menos sensible a inclinaciones de la superficie. Además, al incidir en un área más pequeña sobre la muestra, es posible obtener un mejor desempeño, aún cuando la superficie de la muestra no posea un buen acabado óptico, y obtener mayor resolución espacial.

La fuente láser de la Figura 4.4 está alineada de manera que la polarización resulta vertical. El orden 0 de difracción conforma la rama objeto del interferómetro y, al poseer polarización vertical, es transmitido hacia la muestra por el DHP1. Al incidir nuevamente sobre el DHP1, luego de reflejarse en la muestra, su polarización ha rotado 90° debido a la lámina retardadora de

³ El divisor de haz por polarización está construido mediante dos prismas y una capa dieléctrica muy fina que permite transmitir la componente vertical de polarización y reflejar la componente horizontal.

cuarto de onda ($\lambda/4$). Entonces, ahora el haz resulta reflejado por el DHP1, hacia la salida del interferómetro. El orden 1 de difracción conforma la rama de referencia y, al poseer polarización vertical, es simplemente transmitida por el DHP1 a la salida del interferómetro.

Al recombinarse en el DHP1, el haz objeto y el de referencia se encuentran polarizados ortogonalmente, por lo que es necesario introducir algún elemento previo al detector, para producir la interferencia de las ramas. Para disminuir la sensibilidad del sistema frente a fluctuaciones temporales del haz láser, se emplea un esquema de detección mediante dos fotodiodos. Éste consta del DHP2, ubicado de manera que su plano horizontal se encuentra a 45° respecto del plano de la mesa de trabajo para que tanto el haz de referencia como el objeto posean igual magnitud de las componentes transmitidas y reflejadas. Se ubica un fotodiodo en cada rama del DHP2, donde se obtiene, en uno, la interferencia de las ramas objeto y referencia y, en otro, la misma señal desfasada 180° , es decir:

$$I(t) = I_r + I_o \pm 2\beta \sqrt{I_r I_o} \cos \left(2\pi f_c t + 2\pi \int_0^t f(t') dt' \right) \quad (4.4)$$

El circuito analógico, posee una primera etapa de amplificación que, además, calcula la resta de las señales de los fotodiodos, que es la señal de entrada de la etapa de demodulación. Esta señal de entrada resulta:

$$s(t) = 4\beta \sqrt{I_r I_o} \cos \left(2\pi f_c t + 2\pi \int_0^t f(t') dt' \right) \quad (4.5)$$

Como se observa en la ecuación (4.5), mediante este esquema de detección, es posible eliminar exactamente los términos de las intensidades de cada rama I_r , I_o , que pueden introducir errores en el proceso de demodulación en el caso en que posean fluctuaciones temporales.

Una ventaja de la interferometría heterodina es que al introducir la portadora f_c , la fase demodulada se obtiene sin necesidad de calibrar el sistema y resulta independiente de la alineación.

4.2.1.2 Validación

Para evaluar el desempeño de este esquema experimental, primeramente se utiliza como muestra un actuador piezoeléctrico que oscila armónicamente con una frecuencia de 800 kHz. En la Figura 4.5 se presenta la señal registrada por el interferómetro heterodino del desplazamiento de su superficie.

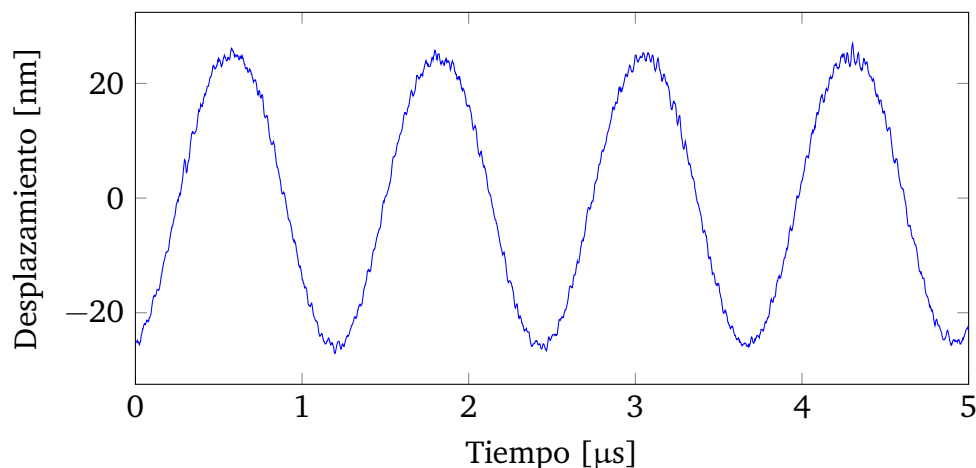


Figura 4.5. Detección del desplazamiento del actuador piezoeléctrico de 800 kHz con la técnica heterodina.

Luego, se intentan registrar ondas de ultrasonido superficiales en placas de aluminio, generadas a partir de un pulso láser de alta potencia en régimen termoelástico. Lamentablemente, no resulta posible detectar ultrasonido mediante el esquema presentado. Luego de intentar identificar posibles causas de este problema e intentar corregirlas sin éxito, se encuentra que el circuito demodulador analógico no responde adecuadamente frente a señales con frecuencias ($\gtrsim 1$ MHz). Esto explica por qué resulta posible detectar el movimiento del actuador piezoeléctrico, pero no así las ondas superficiales en aluminio, ya que éstas sí podían detectarse mediante sensores piezoeléctricos de contacto. Debido a la imposibilidad de reparar el circuito analógico, se decide explorar otras alternativas interferométricas que no dependan de un circuito demodulador.

4.2.2 Interferometría homodina

Una alternativa a la variante del interferómetro heterodino es la detección homodina. En este caso, ambas ramas del interferómetro tienen haces de la

misma frecuencia temporal. La información del desplazamiento de la superficie queda directamente codificada en la variación de fase de la señal de interferencia, de acuerdo a la ecuación (4.1). En este caso, el desplazamiento se obtiene a partir del proceso posterior de recuperación de la fase de la señal. En la Figura 4.6 se presenta el esquema experimental del interferómetro homodino analizado.

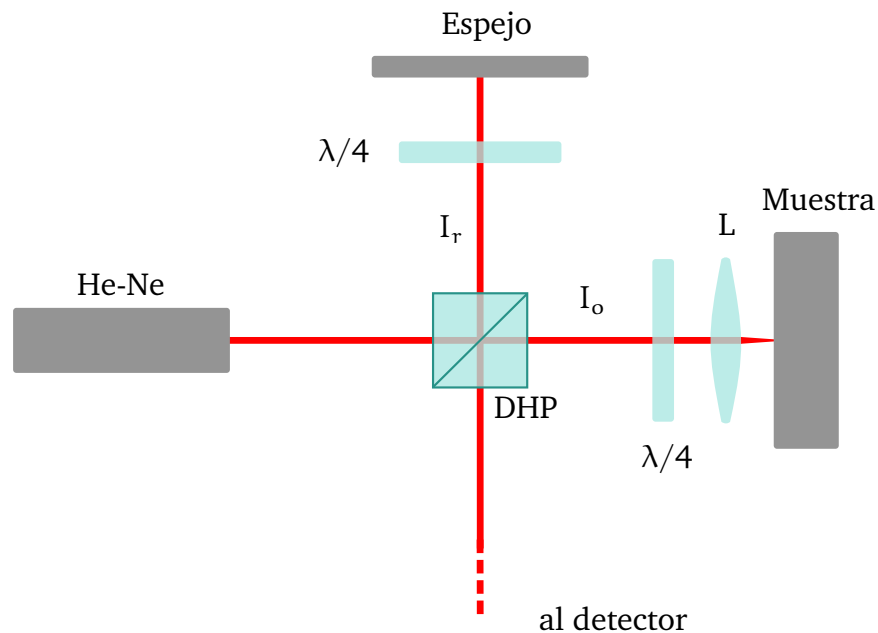


Figura 4.6. Esquema experimental del interferómetro homodino.

El interferómetro de la Figura 4.6 es un interferómetro tipo Michelson con división de haz por polarización. En este caso, la fuente láser linealmente polarizada se ubica de manera que el plano de polarización resulte aproximadamente a 45° del plano de la mesa de trabajo, para que las intensidades de las ramas sean aproximadamente iguales y el contraste del término de interferencia resulte máximo. Modificando este ángulo es posible controlar la intensidad resultante de cada rama del interferómetro, para mantener la condición de contraste máximo, en el caso en que la superficie bajo análisis no posea un buen acabado óptico.

El empleo del DHP, permite mantener las ventajas comentadas en la sección 4.2.1.1 acerca del aprovechamiento de la potencia total y de la mayor estabilidad del haz láser. También se mantienen las ventajas provenientes de la lente de enfoque del haz sobre la superficie de la muestra. A diferencia del

caso heterodino, para dirigir ambos haces hacia el detector es necesario emplear láminas retardadoras de cuarto de onda ($\lambda/4$) tanto en la rama objeto, como en la de referencia. Los haces a la salida del interferómetro resultan ortogonales, por lo que se puede utilizar, por ejemplo, el esquema de detección con el DHP introducido en la sección 4.2.1. Este esquema experimental se utilizó, junto con un interferómetro de polarización basado en un cristal uniaxial, para caracterizar satisfactoriamente la respuesta de un piezoeléctrico tipo PZT [88].

Una de las principales desventajas de la interferometría homodina es que suele ser necesario calibrar el sistema para poder realizar la conversión entre la amplitud registrada por el detector y el desfase introducido por el desplazamiento de la superficie. Esta calibración es afectada por múltiples factores como la alineación del sistema, la calidad óptica de la superficie bajo estudio, etc.

Este interferómetro, al no contar con la señal de batido de alta frecuencia, presenta la desventaja de tener una sensibilidad para detectar el desplazamiento de la muestra que depende de la fase global φ entre las ramas del interferómetro. Cuando esta fase es cercana a 0 ó π , la sensibilidad es mínima; mientras que cuando la fase se acerca a $\pi/2$ ó $3\pi/2$, la sensibilidad es máxima. Esto está directamente relacionado con que la derivada de la función coseno se anula en $0, \pi$ y es máxima en $\pi/2$ y $3\pi/2$. De esta manera, dado que el desplazamiento normal a la superficie $\chi(t)$ debido a una onda de ultrasonido es $\chi(t) \ll \lambda_o$, se tiene que la respuesta del sistema es proporcional a la derivada de la función coseno, en el punto de trabajo dado por la fase global φ .

El valor de la fase global φ no permanece fijo, sino que fluctúa debido a la presencia de diversas fuentes de ruido como, por ejemplo, vibraciones mecánicas, turbulencia en el aire, fluctuaciones térmicas, etc. Todas estas fuentes de inestabilidad de la fase global hacen que φ pueda realizar excursiones de más de 2π de amplitud en decenas de segundos. Es importante destacar que las variaciones temporales de φ , para el tipo de fuentes mencionadas, resultan muy lentas en términos de tiempos ultrasónicos, ya que la frecuencia de las inestabilidades no supera 1 kHz. Para esquematizar este efecto, en la Figura 4.7 se presenta una señal homodina de una sucesión de pulsos cortos de ultrasonido con una frecuencia de disparo de 10 Hz sobre un fondo de

fluctuaciones de baja frecuencia.

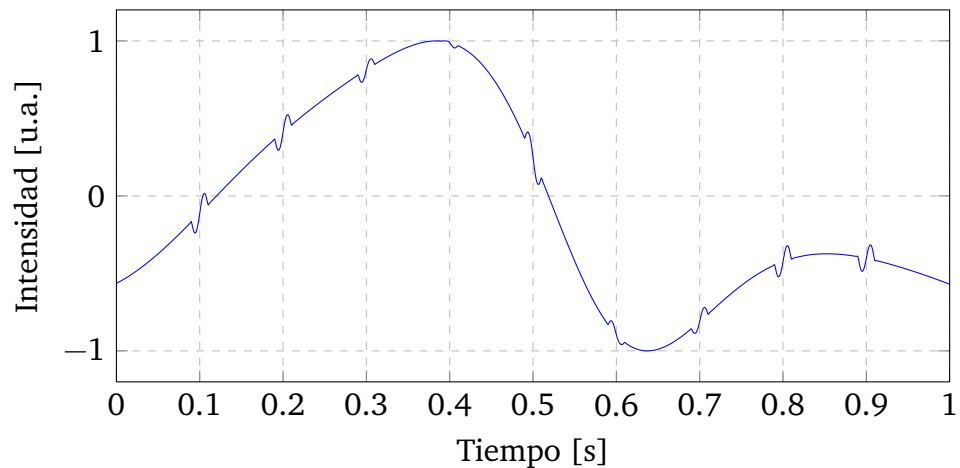


Figura 4.7. Señal homodina para pulsos de ultrasonido con una frecuencia de disparo de 10 Hz sobre un fondo de fluctuaciones de baja frecuencia.

Este efecto de fluctuación no controlada de la fase global φ ocasiona, no sólo la pérdida de sensibilidad por momentos, sino que impide promediar distintas señales de ultrasonido registradas en distintos momentos, ya que éstas son registradas con distintos valores de fase global. Como se observa en la Figura 4.7, no sólo se afecta la amplitud de la señal de ultrasonido de acuerdo al valor de φ sino que, dependiendo del cuadrante de la función coseno en el que se encuentra la fase global φ del sistema, la señal de ultrasonido también puede invertirse.

Es importante destacar que, en general, las fluctuaciones no deseadas pueden llegar a introducir diferencias en el camino óptico del orden de $\sim 1\mu\text{m}$, que resultan varios órdenes de magnitud mayores a las producidas por las ondas de ultrasonido, que son del orden de $\sim 10\text{nm}$.

Para solucionar este problema, se suelen emplear mecanismos para *estabilizar* el interferómetro, es decir, mantenerlo siempre cercano a un valor de fase global óptimo, donde la sensibilidad es máxima. Para llevar a cabo dicha estabilización se puede emplear un circuito activo de retroalimentación de fase en la rama de referencia que regula la fase global mediante un posicionador nanométrico tipo PZT [16, 89], o un modulador acusto-óptico [90] o un modulador electro-óptico [91]. De esta manera, es posible minimizar el impacto en el sistema introducido por las fluctuaciones de baja frecuencia y lograr mediciones de mayor precisión.

En este trabajo se propone un acercamiento más simple, y de menor impacto económico, ya que consiste en utilizar el interferómetro directamente sin estabilizar y emplear las fluctuaciones no deseadas presentes en el sistema, como una fuente de desfasajes aleatorios. Hao et al. [92] propusieron una técnica para recuperar la distribución espacial de la fase en imágenes bidimensionales que emplea la introducción de una fase que varía monótonamente, permitiendo saltos de fase no controlados entre los interferogramas. En la sección 4.3 se analiza un mecanismo equivalente al de Hao et al. para recuperar la distribución temporal de la fase de señales homodinas de ultrasonido, inmersas en un fondo de fluctuaciones lentas y aleatorias, introduciendo un desfasaje monótonamente creciente. Luego, en la sección 4.4 se estudia un mecanismo para recuperar la distribución temporal de la fase de señales de ultrasonido, para saltos de fase completamente aleatorios.

4.3 Interferómetro homodino sin estabilización con fase que varía monótonamente

En esta sección se presenta una técnica de medición de ondas de ultrasonido, mediante el interferómetro homodino sin estabilizar, que involucra la introducción de una fase global que varía monótonamente entre las ramas del interferómetro [93]. A partir del procesamiento de múltiples señales interferométricas tomadas para distintos valores de fase global, es posible recuperar el desplazamiento medio de la superficie en el punto de detección.

Existen numerosas maneras de introducir desfasajes entre las ramas de un interferómetro. En el grupo de trabajo, por ejemplo, se ha estudiado y caracterizado la fase introducida a partir de la incidencia oblicua en láminas retardadoras [94]. Otras alternativas consisten en modificar la longitud de la rama de referencia [95], el empleo de moduladores ópticos [96], la utilización de máscaras [97], etc. En este trabajo, se ha empleado un compensador de Babinet⁴ en la salida del interferómetro sin estabilizar para introducir una diferencia de fase φ_B entre los haces objeto y referencia, polarizados ortogonalmente.

⁴ El compensador de Babinet consiste de dos cuñas de cristal uniaxial (por ejemplo, cuarzo o calcita) ubicados de manera tal que sus ejes ópticos resultan ortogonales entre sí. Las cuñas pueden deslizarse entre sí alterando el desfasaje introducido entre las componentes ortogonales del haz que las atraviesa [98].

4.3 Interferómetro homodino sin estabilización con fase que varía monótonamente

Para producir la interferencia de ambos haces a la salida del interferómetro, se utiliza un polarizador orientado a 45° de manera de maximizar el contraste de la señal de interferencia. Se emplea como detector un fotodiodo rápido de baja capacidad con un circuito amplificador de 25 MHz de ancho de banda. El área de detección del fotodiodo es de 1 mm^2 . En la Figura 4.8 se presenta un esquema del interferómetro empleado para la aplicación de este método.

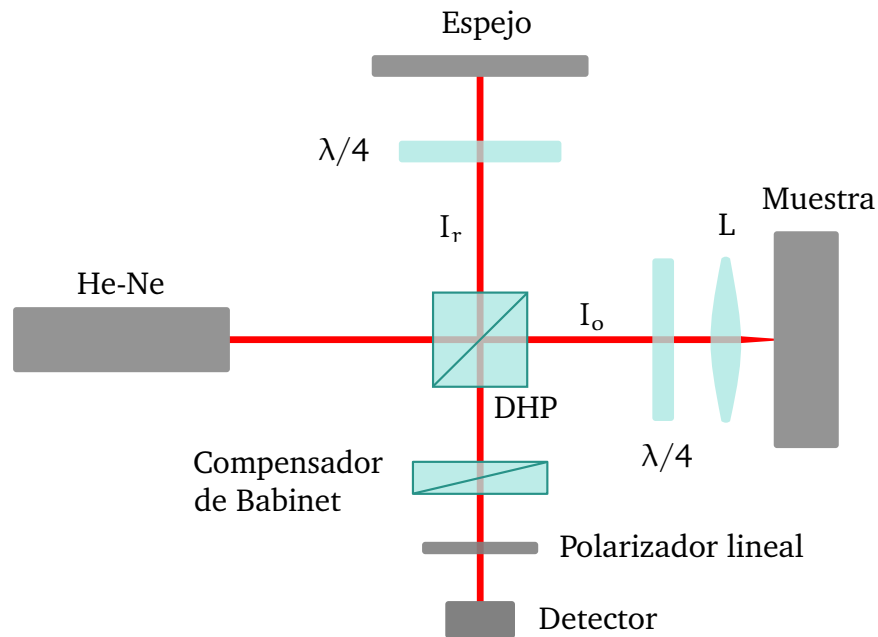


Figura 4.8. Esquema experimental del interferómetro homodino sin estabilizar con desfase no controlado.

La técnica consiste en registrar $N \gtrsim 100$ mediciones con valores crecientes (o decrecientes) de desfase φ_B de manera que abarquen, por lo menos, un intervalo de longitud 2π . De acuerdo a la ecuación (4.1), la i -ésima señal registrada por el fotodetector está dada por:

$$I(t, i) = I_a + I_b \cos[\Delta\phi(t) + \varphi(t, i)] \quad (4.6)$$

donde $I_a = I_r + I_o$, $I_b = 2\beta\sqrt{I_r I_o}$, $\Delta\phi(t)$ corresponde a la fase generada por la onda de ultrasonido en la superficie de la muestra y $\varphi(t, i)$ es la fase global que tiene en cuenta el desfase φ_B monótono introducido por el compensador de Babinet y también un desfase aleatorio φ_r producido por las

diversas fuentes de *ruido* mencionadas en la sección 4.2.2, como vibraciones mecánicas, fluctuaciones térmicas, etc. Se recuerda que, como estas fluctuaciones varían lentamente en comparación con los tiempos característicos del ultrasonido, es una buena aproximación considerarlos constantes durante cada medición:

$$\varphi(t, i) = \varphi_B(i) + \varphi_r(t, i) \approx \varphi_B(i) + \varphi_r(i) = \varphi(i) \quad (4.7)$$

En la Figura 4.9 se presentan algunas mediciones experimentales de intensidad en función del tiempo para ondas de Lamb en una placa delgada de aluminio, para distintos valores del desfase φ_B .

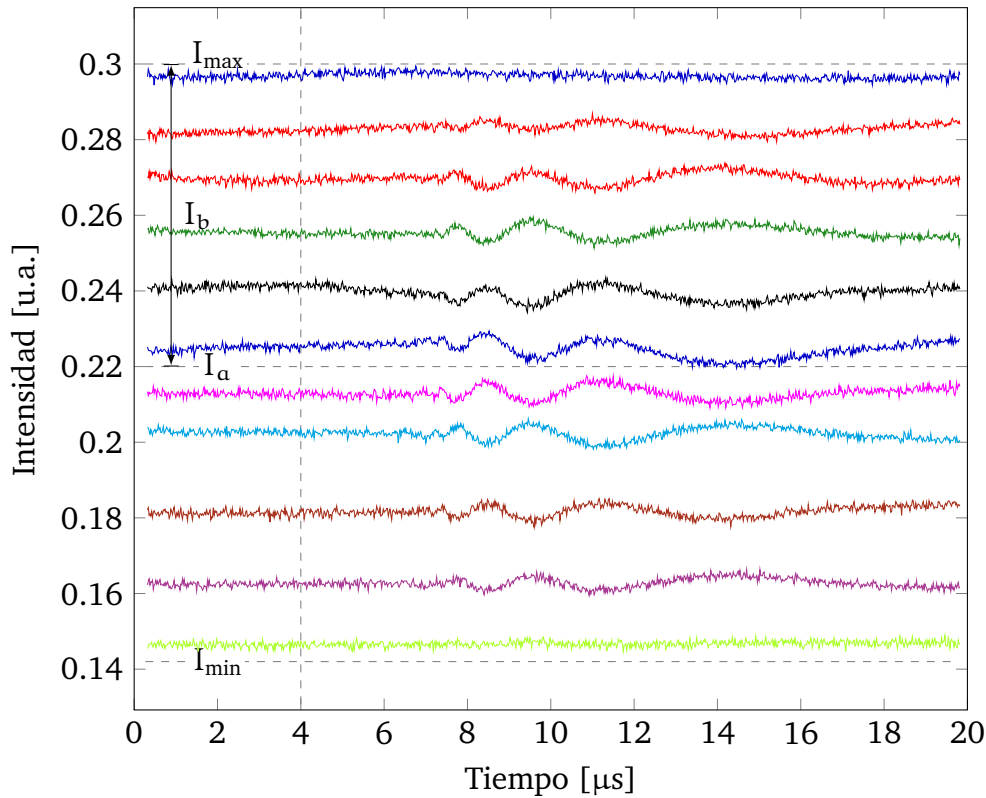


Figura 4.9. Intensidad $I(t, i)$ en función del tiempo, para distintas mediciones i . En línea punteada se indica el tiempo $t_o = 4 \mu s$ utilizado en la Figura 4.10.

Dado que el desplazamiento de la superficie ($|\chi(t)| \lesssim 20 \text{ nm}$) generado por las ondas de ultrasonido en régimen termoelástico es mucho menor a la longitud de onda del láser $\lambda_o = 632.8 \text{ nm}$, la variación de fase originada por

el ultrasonido resulta $\Delta\phi(t) \ll 1$. Como consecuencia, la señal de ultrasonido prácticamente desaparece en las mediciones en que la fase global φ se acerca a los valores de menor sensibilidad $0, \pi, 2\pi, \dots$ (señales ubicadas cerca de los extremos superior e inferior de la Figura 4.9). Contrariamente, para los valores de φ de mayor sensibilidad $\pi/2, 3\pi/2, \dots$, la señal de ultrasonido posee amplitud máxima (señales ubicadas a altura media en la Figura 4.9). También puede observarse en la Figura 4.9 la inversión de algunas de las mediciones.

En la Figura 4.10 se presenta la intensidad registrada en el tiempo fijo $t_o = 4 \mu\text{s}$ de cada medición en función del índice i , que se corresponde con distintos valores del desfase monótono φ_B .

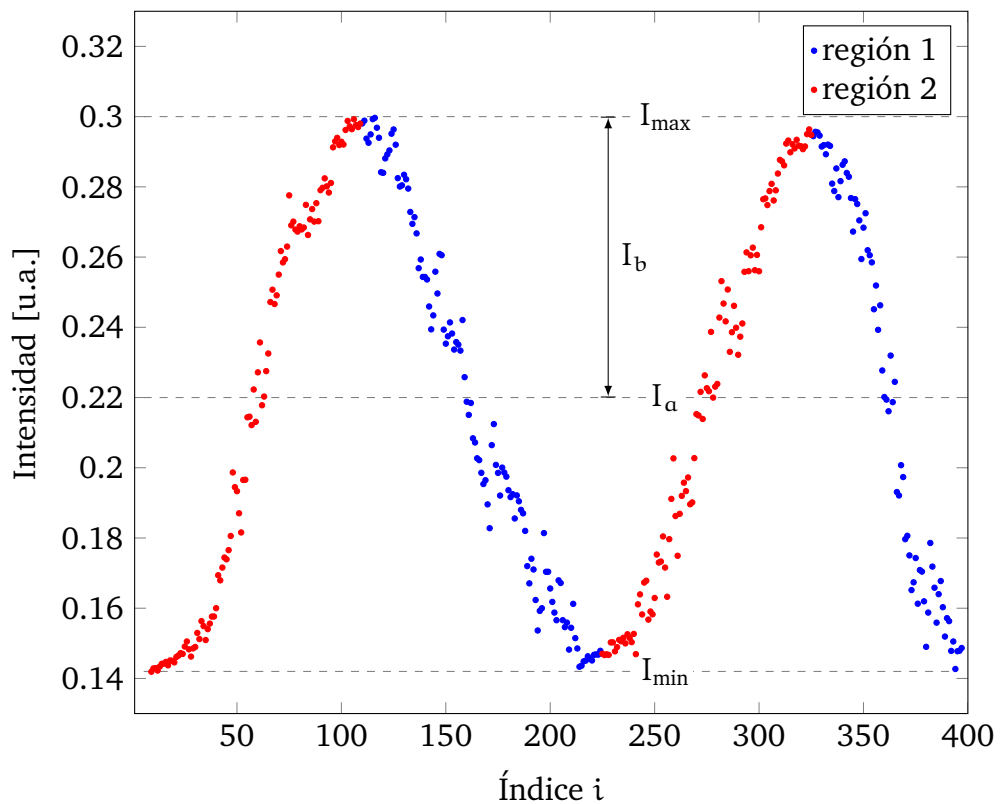


Figura 4.10. Intensidad $I(t_o, i)$ en función del índice i de la medición, para tiempo fijo $t_o = 4\mu\text{s}$. Las regiones 1 y 2 corresponden a los flancos que determinan el cuadrante al que pertenece la fase global φ .

Esta técnica requiere que el desfase φ_B introducido, varíe monótonamente en un intervalo de, al menos, longitud 2π . No es necesario poder controlar ni conocer la magnitud de la variación de fase introducida en cada medición.

Tampoco es necesario que el desfase varíe linealmente entre las señales de interferencia. Dado que la longitud del intervalo es superior a 2π , se registra la interferencia en, al menos, un periodo de la función coseno, por lo que la intensidad alcanza máximos y mínimos en la Figura 4.10. Estos extremos permiten definir los flancos denominados *región 1* y *región 2*. La *región 1* corresponde a las mediciones tomadas entre un máximo y el mínimo siguiente de intensidad, y representa a las mediciones tomadas en un punto de trabajo de φ tal que el coseno se encuentra en los cuadrantes 1 y 2. La *región 2*, en cambio, corresponde al flanco entre un mínimo y un máximo y representa los puntos de trabajo tal que el coseno se encuentra en los cuadrantes 3 y 4. Debido a la simetría de la función coseno, en principio no sería posible distinguir si se realizó una medición en la *región 1* o en la *región 2*. Gracias a la información adicional introducida por el desfase φ_B de crecimiento monótono, es posible distinguir estas *regiones* y poder recuperar correctamente la fase a partir de las mediciones.

Por un lado, vale la pena destacar que la única función que cumple el desfase φ_B es permitir identificar estas regiones. Por eso, en la Figura 4.10 también se puede observar que la diferencia de fase causada por el ruido $\varphi_r(i)$ puede resultar mayor a la variación de fase introducida por el compensador de Babinet, obteniéndose una fase global φ que no varía monótonamente de manera local. Esto no afecta el proceso de recuperación de fase, siempre y cuando se puedan seguir identificando las posiciones de los máximos y mínimos para definir las regiones 1 y 2. Tampoco se necesita gran precisión en la detección de los extremos, ya que, como se discutió previamente, las señales registradas con puntos de trabajo cercanas a los extremos no poseen información sobre el ultrasonido o, al menos, su relación señal/ruido es muy baja por lo que suelen ser descartadas en el proceso de recuperación de fase. Esta gran insensibilidad frente al ruido hace que la técnica resulte muy robusta y es una de sus principales fortalezas.

Por otro lado, si bien las mediciones registradas en extremos no aportan información sobre ultrasonido, sí resultan extremadamente útiles porque permiten autocalibrar el sistema para obtener señales normalizadas, a partir de la estimación de los valores I_a e I_b mediante:

$$\begin{aligned}
 I_a &= \frac{1}{2} \left[\max[I(t, i)] + \min[I(t, i)] \right] \\
 I_b &= \frac{1}{2} \left[\max[I(t, i)] - \min[I(t, i)] \right] \\
 \tilde{I}(t, i) &= \frac{I(t, i) - I_a}{I_b}
 \end{aligned} \tag{4.8}$$

donde se emplea la notación \tilde{I} para indicar la señal normalizada en el intervalo $[-1, 1]$.

Una vez normalizadas las intensidades, es posible recuperar la fase $\tilde{\Phi}$ en el intervalo reducido $[0, \pi]$ (a la que se denominará *fase reducida*) a partir de:

$$\tilde{\Phi}(t, i) = \text{acos} \left[\tilde{I}(t, i) \right] \tag{4.9}$$

Para obtener la fase Φ en el intervalo completo $[0, 2\pi]$ (a la que se denominará *fase extendida*) es necesario emplear la información provista por las regiones 1 y 2 de la Figura 4.10 y tomar en cada caso:

$$\begin{aligned}
 \Phi(t, i) &= \tilde{\Phi}(t, i), & \forall i \in \text{región 1} \\
 \Phi(t, i) &= 2\pi - \tilde{\Phi}(t, i), & \forall i \in \text{región 2}
 \end{aligned} \tag{4.10}$$

Vale la pena mencionar que en este trabajo, dado que las variaciones de fase causadas por el ultrasonido son pequeñas, no es necesario aplicar ningún operador para desenvolver la fase, ya que ésta no se extiende fuera del intervalo $[0, 2\pi]$. Entonces, la fase calculada de acuerdo a la ecuación (4.10) nos permite estimar directamente el desfase generado por el ultrasonido $\Delta\phi(t)$ y el desplazamiento de la superficie $\chi(t)$ a través de:

$$\begin{aligned}
 \Delta\phi(t) &\approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \Phi(t, i) \\
 \chi(t) &= \frac{\lambda_o}{4\pi} \Delta\phi(t)
 \end{aligned} \tag{4.11}$$

Es necesario aclarar que en el valor medio calculado en la ecuación (4.11) no se suelen incluir todas las señales registradas, sino sólo aquellas que poseen una buena relación señal/ruido. Esta relación depende del contraste de la señal de interferencia registrada. Se recuerda que las señales de contraste mínimo (y menor relación señal/ruido) son las que corresponden a los extremos de las *regiones* 1 y 2, y las de contraste máximo, y por consiguiente, mejor relación señal/ruido son las del centro de las *regiones*. Por esta razón, sólo se seleccionan para calcular el promedio un grupo de señales, como por ejemplo, las que están en la zona central de la Figura 4.9. Esta selección puede realizarse fácilmente tomando las señales de interferencia normalizadas que se encuentran en el rango $[\varepsilon, 1 - \varepsilon]$. Ajustando el valor de ε es posible promediar menos señales con mejor relación señal/ruido o viceversa. La elección de este valor depende principalmente de las características del ruido eléctrico y de otras fuentes que afecta la amplitud de la señal, pero no la fase. A partir de ensayos realizados con el dispositivo experimental presentado se encuentra que $\varepsilon = 0.15$ resulta ser un valor óptimo.

4.3.1 Validación

Para evaluar el desempeño de la técnica propuesta con desfasajes no controlados que varían monótonamente, primeramente se analiza como muestra el actuador piezoeléctrico, previamente utilizado, que oscila armónicamente con una frecuencia de 800 kHz. En la Figura 4.11 se presenta la señal de desplazamiento obtenida mediante el interferómetro homodino sin estabilizar y empleando la técnica con desfasajes no controlados que varían monótonamente.

Luego, para poder caracterizar cuantitativamente la precisión de la técnica propuesta de desfasaje monótono no controlado, se comparan los resultados con los obtenidos mediante técnicas tradicionales de recuperación de fase: el algoritmo de Carré [99] y un algoritmo WDFT (por sus siglas en inglés Windowed Discrete Fourier Transform) de 11 pasos [100, 101]. Se decide seleccionar estos dos métodos ya que, si bien requieren valores precisos para los saltos de fase, poseen características favorables que hacen que sean de uso frecuente. En las secciones siguientes se describen sus principales características y se presenta brevemente la implementación de cada uno de estos métodos al caso de señales interferométricas de ultrasonido.

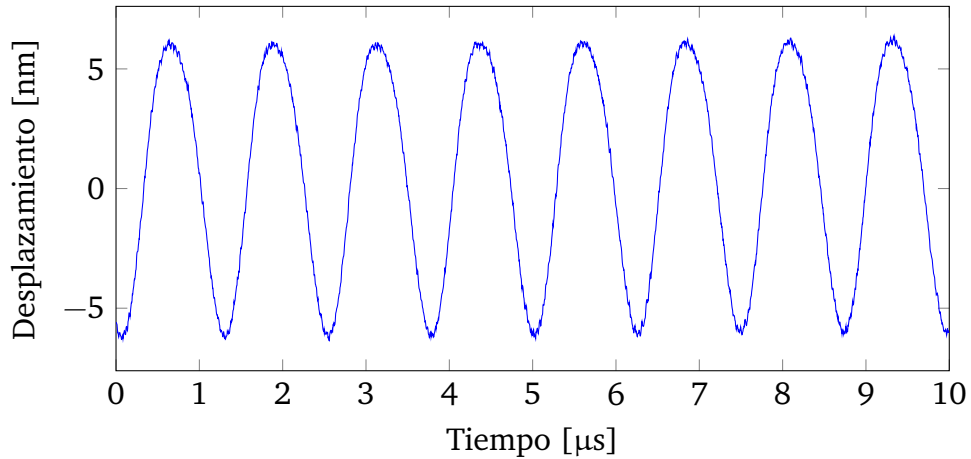


Figura 4.11. Detección del desplazamiento del actuador piezoeléctrico de 800 kHz con la técnica homodina de desfasaje monótono.

4.3.1.1 Algoritmo de Carré

El algoritmo de Carré es uno de los algoritmos clásicos y más destacados de recuperación de fase. Requiere 4 interferogramas y, si bien no es necesario conocer explícitamente el salto de fase entre ellos, éste debe ser uniforme. Tomando interferogramas con fases globales de la forma:

$$\begin{aligned}
 I_1(t) &= I_a + I_b \cos [\Delta\phi(t) - 3\alpha] \\
 I_2(t) &= I_a + I_b \cos [\Delta\phi(t) - \alpha] \\
 I_3(t) &= I_a + I_b \cos [\Delta\phi(t) + \alpha] \\
 I_4(t) &= I_a + I_b \cos [\Delta\phi(t) + 3\alpha]
 \end{aligned}
 \tag{4.12}$$

se tiene que el salto de fase entre las sucesivas señales es de 2α . El sistema (4.12) es un sistema de 4 ecuaciones con 4 incógnitas: $I_a, I_b, \Delta\phi(t), \alpha$. Resolviendo el sistema se encuentra que la fase $\Delta\phi(t)$ puede obtenerse en el intervalo $[0, 2\pi]$ a partir de los interferogramas $I_1 \dots I_4$ como [102, 81]:

$$\Delta\phi = \text{atan} \left[\tan(\alpha) \left(\frac{I_1 + I_2 - I_3 - I_4}{-I_1 + I_2 + I_3 - I_4} \right) \right]
 \tag{4.13}$$

y el parámetro α está dado por:

$$\tan^2(\alpha) = \frac{3(I_2 - I_3) - (I_1 - I_4)}{I_1 + I_2 - I_3 - I_4} \quad (4.14)$$

En este trabajo se decidió emplear un salto de fase $2\alpha = 110^\circ$, de acuerdo al resultado del análisis del algoritmo de Carré realizado por Kemaio et al. [103], donde hallaron que saltos de fase cercanos a este valor resultan óptimos ya que minimizan tanto los errores de intensidad como los de fase.

4.3.1.2 *Algoritmo WDFT de 11 pasos*

El algoritmo de recuperación de fase de 11 pasos pertenece a una familia de algoritmos basados en la transformada discreta de Fourier diseñados para ser robustos, tanto frente a deficiencias en la calibración del salto de fase, como en la recuperación de fase de señales con gran contenido armónico. Para este método se emplea un salto de fase $\alpha = \pi/3$ entre cada uno de los 11 interferogramas I_1, I_2, \dots, I_{11} . En este caso, se obtiene la fase $\Delta\phi(t)$ en el intervalo $[0, 2\pi]$ a partir de:

$$\Delta\phi = \text{atan} \left[\frac{\sqrt{3}(-I_1 - 2I_2 + 4I_4 + 5I_5 - 5I_7 - 4I_8 + 2I_{10} + I_{11})}{I_1 - 2I_2 - 6I_3 - 4I_4 + 5I_5 + 12I_6 + 5I_7 - 4I_8 - 6I_9 - 2I_{10} + I_{11}} \right] \quad (4.15)$$

4.3.1.3 *Comparación entre las distintas técnicas de recuperación de fase*

Para realizar la comparación de las técnicas, se analiza el desplazamiento debido a ondas de Lamb de una placa delgada de aluminio. En la Figura 4.12 se presentan los desplazamientos medios obtenidos a partir de la técnica de desfasaje monótono no controlado desarrollada en este trabajo, junto con los resultados obtenidos para los algoritmos de Carré y WDFT de 11 pasos.

Los tres métodos se aplicaron al mismo conjunto de datos experimentales. Para medir cuantitativamente la similitud entre los resultados se computó el desvío estándar de la diferencia de los resultados de la técnica de fase monótona y cada uno de los otros métodos. Con respecto al algoritmo de Carré, se obtuvo un desvío estándar de 0.04 nm y con el algoritmo WDFT, 0.03 nm. Además, en ambos casos, la diferencia máxima entre los desplazamientos resultó inferior a 0.14 nm, lo que equivale a un error porcentual menor al

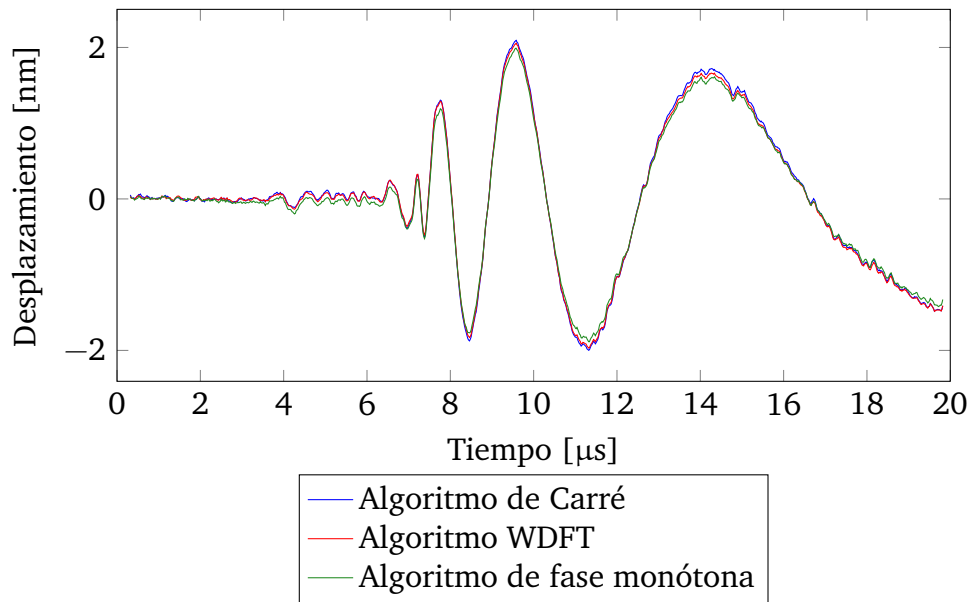


Figura 4.12. Desplazamiento medio de la superficie debido a ondas de Lamb para las tres técnicas de recuperación de fase.

7%. Se comprueba entonces que la técnica de fase monótona presentada permite recuperar el desplazamiento medio de la superficie de manera exitosa y sin la necesidad de estabilizar el interferómetro, ni de calibrar desfasajes introducidos.

4.4 Interferómetro homodino sin estabilización con saltos de fase aleatorios

En esta sección se presenta la técnica desarrollada para recuperar el desplazamiento de la superficie causado por las ondas de ultrasonido para el caso de saltos de fase completamente aleatorios. En esta técnica se emplea nuevamente el interferómetro homodino sin estabilización pero, a diferencia de la técnica presentada en la sección 4.3, no se introducen desfasajes que varían monótonamente mediante el compensador de Babinet.

La señal registrada por el detector estará dada, al igual que antes, por la ecuación (4.6) pero en este caso la fase global $\varphi(t, i)$ estará dada sólo por las fluctuaciones no deseadas.

$$\varphi(t, i) = \varphi_r(t, i) \approx \varphi_r(i) = \varphi(i) \quad (4.16)$$

Bajo las hipótesis de que el desplazamiento de la superficie $\chi(t)$ es mucho menor que la longitud de onda λ_o de la rama objeto y que la fase global $\varphi(i)$ muestrea todo el intervalo $[0, 2\pi]$ durante el tiempo total de registro de $N \approx 200$ señales, es posible recuperar la señal de ultrasonido para el caso de una fase global $\varphi(i)$ desconocida y que varía de manera completamente aleatoria en función del índice i .

En la Figura 4.13 se presentan las señales registradas en función del tiempo, que resultan análogas al caso de la Figura 4.9.

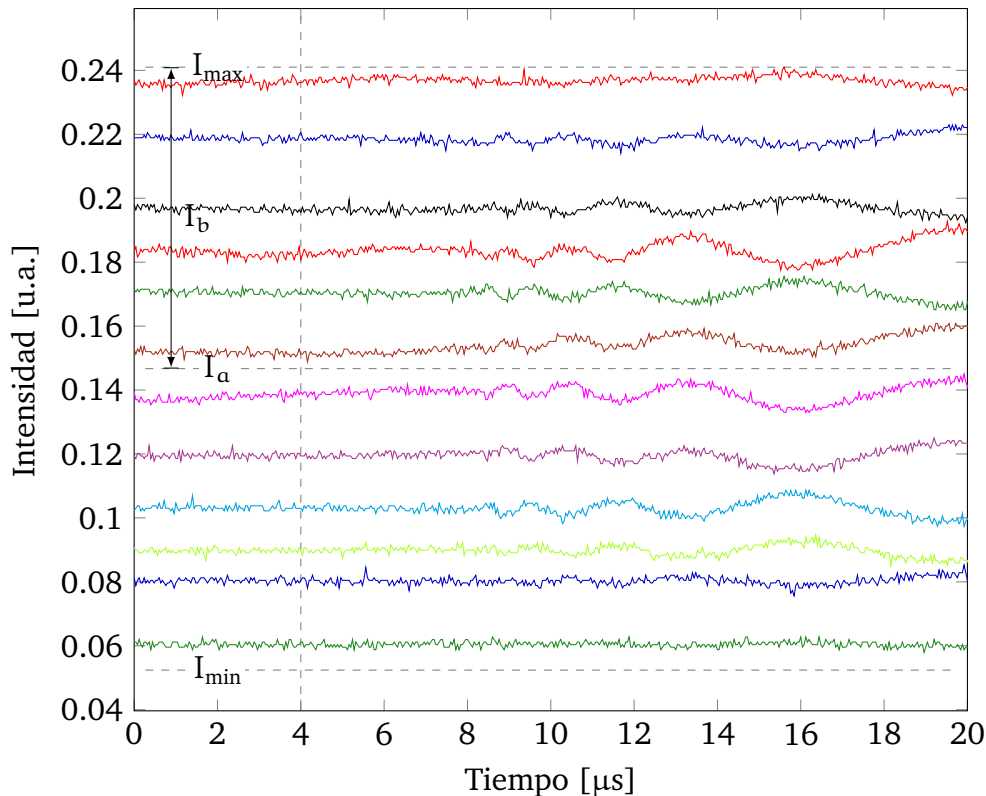


Figura 4.13. Intensidad $I(t, i)$ en función del tiempo, para distintas mediciones i , en la técnica de saltos de fase completamente aleatorios.

En la Figura 4.14 se presenta la intensidad de cada medición registrada en un tiempo fijo $t_o = 4 \mu s$ en función del índice i , donde se observa la aleatoriedad de los saltos de fase.

De manera análoga al caso de la técnica de pasos que varían monótonamente, es posible normalizar las señales mediante la ecuación (4.8) y calcular la fase reducida en el intervalo $[0, \pi]$ a través de la ecuación (4.9).

Ahora, en el caso de esta técnica, no se tiene la información de las *regiones*

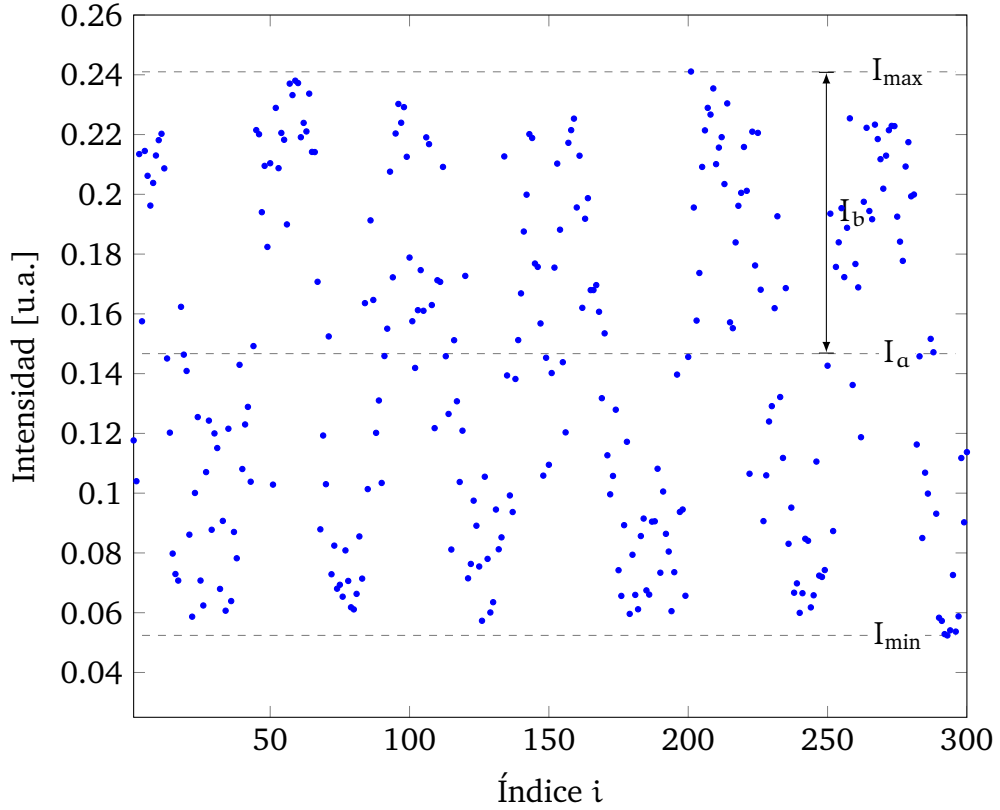


Figura 4.14. Intensidad $I(t_o, i)$ en función del índice i de la medición, para tiempo fijo $t_o = 4 \mu\text{s}$, en la técnica de saltos de fase completamente aleatorios.

1 y 2 para calcular la fase extendida de acuerdo a la ecuación (4.10). En su lugar, se realiza el procedimiento que se detalla a continuación.

Para comenzar, se selecciona como *medición de prueba* a la medición i_p cuya señal normalizada $\tilde{I}(t, i_p)$ posee mejor contraste. Se recuerda que esto puede realizarse simplemente analizando los valores para tiempos iniciales de los $\tilde{I}(t, i)$. De la misma manera, es posible definir valores $\tilde{\Phi}_o(t, i)$ que se obtienen restando a la fase reducida $\tilde{\Phi}(t, i)$, el valor medio de los tiempos iniciales de ésta, donde no hubo aún desplazamiento de la superficie.

Luego, se calcula la correlación cruzada normalizada c_i para retardo temporal nulo entre la fase reducida $\tilde{\Phi}_o(t, i)$ de cada medición y la fase reducida de la *medición de prueba* $\tilde{\Phi}_o(t, i_p)$:

$$c_i = \left[\tilde{\Phi}_o(i) \otimes (\tilde{\Phi}_o(i_p)) \right] (0) \quad (4.17)$$

Por definición, el valor de la correlación cruzada normalizada cumple que $c_i \in [-1, 1]$, tomando el valor 1 en el caso en que ambas señales son exactamente iguales y -1 si una está invertida respecto de la otra. En el caso en que las señales no poseen ningún tipo de correlación, c_i será nulo. Entonces, el valor de c_i posee información valiosa, no sólo para decidir si la señal i -ésima fue tomada en la misma *región* que la señal de prueba, sino también para poder descartar automáticamente señales con valores bajos de correlación. Esto puede corresponderse con el caso de las mediciones tomadas cerca de los bordes de las *regiones* 1 y 2 de mínima relación señal/ruido, pero también, por ejemplo, con el caso de mediciones defectuosas, o con demasiado ruido eléctrico, donde calculando el contraste de la señal o analizando el valor de los tiempos iniciales no es posible descartarlas de manera automatizada. En esos casos, habría que quitarlas del conjunto de mediciones manualmente. Mediante la incorporación de la correlación cruzada, es posible construir un algoritmo de procesamiento más robusto que descarta automáticamente, y sin ningún tipo de información externa, las señales que no poseen las características propias de las señales de ultrasonido que se están midiendo.

En este trabajo, se decidió descartar las mediciones cuya correlación cruzada se encontraba en el rango $|c_i| \leq (1 - \varepsilon_c)$. El valor de ε_c permite regular el límite mínimo de correlación necesario para que la medición sea admitida para el cálculo del desplazamiento medio. El valor óptimo encontrado empíricamente para ε_c es 0.1.

Ahora, si la correlación de una medición cumple con $c_i > 0$ significa que la *región* a la que pertenece la medición i -ésima es la misma que la *región* a la que pertenece la medición de prueba. En el caso en que $c_i < 0$, significa que pertenecen a regiones opuestas. Entonces, es posible asignar una fase extendida, a partir del valor de la fase reducida de cada señal, de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \Phi(t, i) &= \tilde{\Phi}(t, i), & \forall i \mid c_i > 0 \\ \Phi(t, i) &= 2\pi - \tilde{\Phi}(t, i), & \forall i \mid c_i < 0 \end{aligned} \tag{4.18}$$

Con estas fases extendidas en el intervalo $[0, 2\pi]$ es posible calcular el desfase generado por el ultrasonido $\Delta\phi(t)$ y el desplazamiento de la superficie

$\chi(t)$ a través de la ecuación (4.11), de manera análoga al caso de la técnica de fase monótona presentada en la sección 4.3.

Vale la pena destacar que, claramente, esta técnica no permite recuperar el desplazamiento de manera absoluta ya que se han identificado las mediciones que pertenecen a la *región* de la medición de prueba y las mediciones que pertenecen a la *región* opuesta. Pero no se ha determinado si la medición de prueba pertenece a la *región* 1 o a la 2. Entonces, es posible que el desplazamiento obtenido a través de esta técnica esté invertido respecto del real. En otras palabras, esta técnica no permite distinguir de manera absoluta el sentido del movimiento de la superficie. En este trabajo, esta información no resulta de interés, ya que por las características de las ondas de Rayleigh y de Lamb, es posible deducirlo. Además, el interés final del trabajo es poder extraer información acerca de defectos y características de las muestras, para los cuales no será necesario conocer el sentido absoluto de movimiento.

Otra característica importante de mencionar es que es posible combinar esta técnica con la presentada en la sección 4.3, si se introduce una fase que varía monótonamente, de manera de poder tener las ventajas de los dos métodos. De esta manera, es posible obtener el desplazamiento y sentido correctos y, además, la robustez frente al ruido de la técnica de pasos aleatorios. Es importante notar que sólo es necesario conocer la *región* a la que pertenece la medición de prueba, por lo que no es necesario variar la fase monótonamente durante el registro de todas las mediciones, sino sólo durante una cantidad suficiente de mediciones, como para poder identificar un flanco o sección del mismo. Tampoco es necesario que la medición de prueba sea la señal de mejor contraste, pero sí es importante que contenga información del ultrasonido, por las razones que se han discutido en esta sección.

4.4.1 Validación

Para evaluar el desempeño de la técnica propuesta de saltos de fase aleatorios, se analizó el desplazamiento del actuador piezoeléctrico que oscila armónicamente con una frecuencia de 800 kHz. En la Figura 4.15 se presenta la señal de desplazamiento obtenida mediante el interferómetro homodino sin estabilizar y empleando la técnica con saltos de fase completamente aleatorios.

Luego, para caracterizar cuantitativamente la precisión de la técnica de

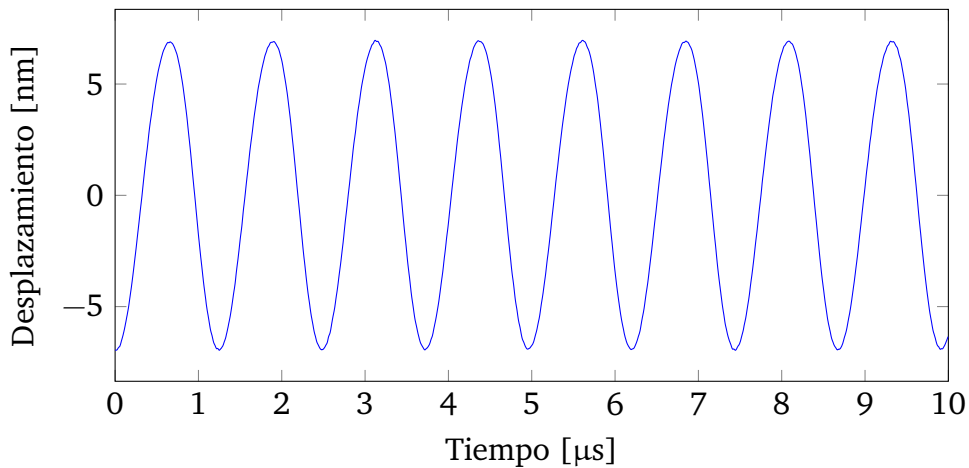


Figura 4.15. Detección del desplazamiento armónico del actuador piezoeléctrico con $f = 800$ kHz con la técnica de desplazamientos completamente aleatorios.

saltos de fase aleatorios, se compararon los resultados con los obtenidos mediante el algoritmo de Carré, el algoritmo WDFT de 11 pasos y la técnica de pasos no controlados de la sección 4.3. En la Figura 4.16 se presentan los desplazamientos medios obtenidos a partir de las cuatro técnicas mencionadas, para el caso de ondas de Lamb en una placa de aluminio.

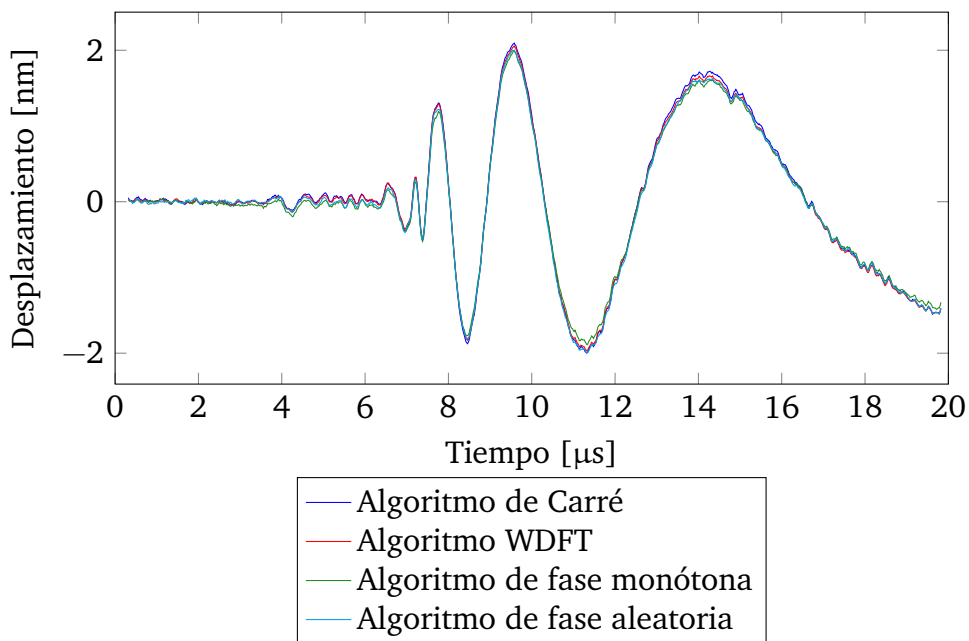


Figura 4.16. Desplazamiento medio de la superficie debido a ondas de Lamb para las cuatro técnicas de recuperación de fase.

Los cuatro métodos se aplicaron al mismo conjunto de datos experimentales. Al igual que en la sección 4.3.1, para medir cuantitativamente la similitud entre los resultados se computó el desvío estándar de la diferencia de los resultados de la técnica de fase aleatoria y los métodos tradicionales. Con respecto al algoritmo de Carré, se obtuvo un desvío estándar de 0.03 nm y con el algoritmo WDFT, 0.02 nm. Además, en ambos casos, la diferencia máxima entre los desplazamientos resultó inferior a 0.11 nm, lo que equivale a un error porcentual menor al 6 %. Recordando los resultados obtenidos en la sección 4.3.1 (donde se encontró un error porcentual máximo del 7 %), se puede ver que la técnica de saltos de fase completamente aleatorios presenta un desempeño comparable al de la técnica de fase monótona. La leve disminución del error proviene de la eliminación selectiva y automatizada de las mediciones con bajo valor del coeficiente de correlación discutido previamente.

4.5 Protocolo de medición

Para llevar a cabo un registro experimental de ondas de ultrasonido, se coloca sobre un portaespejos la muestra en la rama objeto del interferómetro homodino presentado en las secciones 4.3 y 4.4 y se corrige su orientación a través del portaespejos, de manera que el haz reflejado por la muestra esté alineado con la rama objeto del interferómetro. Luego, se posiciona la lente de enfoque y se verifica que los haces de referencia y objeto sean coincidentes y paralelos. Finalmente, se coloca el detector orientado de manera normal a estos haces y se comprueba la relación de intensidades entre el haz objeto y referencia para maximizar el contraste de la señal de interferencia.

Como fuente de generación de ultrasonido se utilizó un láser Nd:YAG pulsado con un ancho temporal total de 5.6 ns y 15 mJ de energía máxima. Se utilizó su frecuencia duplicada, para trabajar en el rango del espectro visible, por lo que la longitud de onda es $\lambda_e = 532$ nm. El láser de detección es un He-Ne continuo con $\lambda_o = 632.8$ nm.

En la Figura 4.17 se presenta el esquema experimental completo, que permite la generación y detección de ultrasonido tanto sobre caras opuestas de la muestra (mediante el esquema de generación G1) como sobre la misma interfaz (mediante el esquema G2).

Debido a que las ondas de Rayleigh se propagan sólo sobre la interfaz del

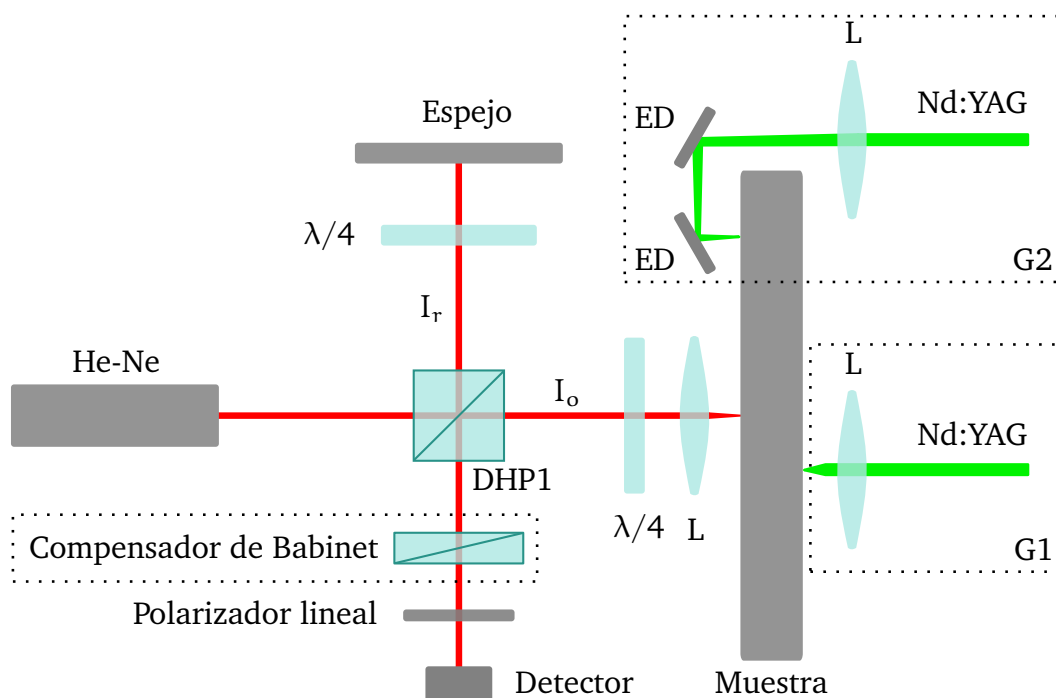


Figura 4.17. Esquema experimental utilizado para generar ultrasonido y detectarlo sobre caras opuestas (G1) o sobre la misma cara (G2). En verde, se indica el láser de excitación Nd:YAG y en rojo, el láser de detección He-Ne. El compensador de Babinet sólo es necesario en la técnica de fase monótona.

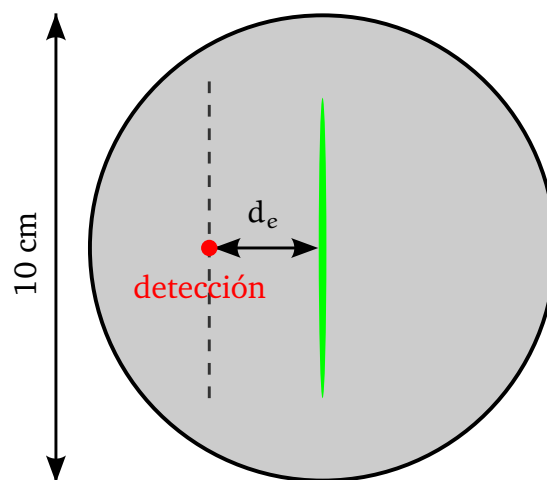
material, para el caso de estudio de estas ondas, se realizó tanto la generación como la detección del ultrasonido sobre la misma cara de la muestra, mediante el esquema de generación G2. En el caso de las ondas de Lamb, teniendo en cuenta que éstas se propagan por todo el material, se realizó la generación y la detección del ultrasonido sobre caras opuestas empleando el esquema G1. Esto es para mantener la simplicidad del montaje experimental y poseer mayor libertad para detectar regiones cercanas al epicentro del ultrasonido. Como se mostró en la sección 2.6.2, la única diferencia entre las ondas de Lamb detectadas en una y otra cara de la placa, es que el desplazamiento normal del modo S está invertido.

Debido a que el láser pulsado Nd:YAG es de alta potencia, no se utilizan espejos convencionales en el esquema G2 ya que éstos se degradarían. En su lugar, se emplean espejos dicróicos (ED) orientados a 45° respecto del haz incidente. El empleo del compensador de Babinet sólo es necesario en la

técnica de fase monótona descrita en la sección 4.3. En la implementación de esta técnica se utilizó un motor paso a paso, controlado a través de una computadora, que permitía aumentar de manera automatizada el desfase introducido por el compensador de Babinet.

A continuación, en las Figuras 4.18 y 4.19 se presentan esquemas de las muestras R0 y L0 a L7, respectivamente. En el esquema de la Figura 4.18 se indican las posiciones de las regiones iluminadas por los láseres de generación y detección de ultrasonido empleadas durante la detección de las ondas de Rayleigh con la muestra R0.

a) Vista de frente



b) Vista superior

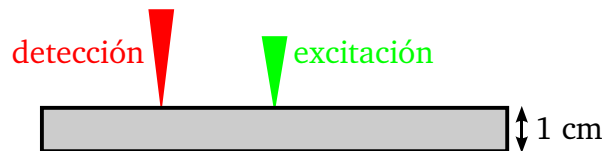


Figura 4.18. Esquema de la muestra de aluminio R0 empleada para el estudio de ondas de Rayleigh. En verde, se indica el láser de excitación Nd:YAG y en rojo, el láser de detección He-Ne.

De manera análoga, en la Figura 4.19 se presenta un esquema de las muestras L0 a L7, donde se indican las posiciones de los defectos y de las regiones iluminadas por los láseres de generación y detección de ultrasonido empleadas durante las mediciones de ondas de Lamb en placas delgadas.

El protocolo de medición finaliza con el registro de las $N \approx 300$ señales

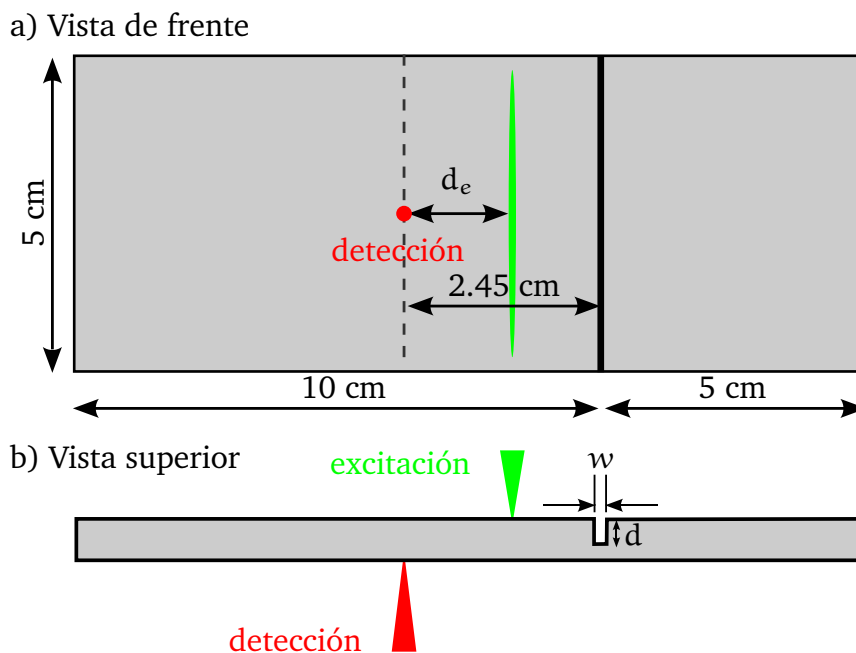


Figura 4.19. Esquema de las muestras preparadas en aluminio L0 a L7. En verde, se indica el láser de excitación Nd:YAG y en rojo, el láser de detección He-Ne.

empleadas por las técnicas de recuperación de fase de las secciones 4.3 y 4.4. Esto se lleva a cabo de manera automatizada a través de la utilización de un osciloscopio digital que captura las señales entregadas por el fotodetector. El osciloscopio, conectado a una computadora personal, se controla a través de una aplicación desarrollada en Matlab[®] que permite configurar la cantidad de mediciones a realizar y el intervalo de tiempo entre ellas, entre otras características.

El proceso de descarga de datos del osciloscopio a la computadora demora, para cada señal, aproximadamente 1.5 s. Por ende, un registro completo de $N \approx 300$ señales requiere aproximadamente 8 minutos.

Capítulo 5

Comparación de resultados y caracterización de materiales

A continuación, se presentan los resultados obtenidos para la detección de ondas de Rayleigh y de Lamb en muestras sin defectos, generados a partir de excitación láser. Además, se comparan los resultados experimentales registrados mediante la técnica descrita en el Capítulo 4, con los obtenidos mediante el método numérico de resolución del problema termoelástico SULDEP propuesto en el Capítulo 3.

Luego, se realiza un análisis de los resultados obtenidos, tanto experimentalmente como en las simulaciones, para caracterizar diversas constantes de los materiales a partir de las ondas de Rayleigh. Finalmente, se explora la capacidad de la técnica para estimar el espesor de una placa delgada, con base en el análisis de las ondas de Lamb.

5.1 Ondas de Rayleigh

Para la generación y detección de ondas de Rayleigh mediante la técnica de ultrasonido láser se emplea la muestra de aluminio R0, cuyas características se detallan en la sección 4.1. Las ondas de ultrasonido son generadas a través del esquema G2 de la Figura 4.17. Posteriormente, para recuperar el desplazamiento medio de la superficie, se emplea la técnica compuesta de saltos de fase aleatorios de las secciones sección 4.3 y sección 4.4.

En las Figuras 5.1 y 5.2 se presentan las ondas de Rayleigh detectadas a distancias $d_e = 26, 28, 30, 32, 34$ y 36 mm del punto de excitación, de acuerdo a la Figura 4.18. También se grafican, a modo comparativo, los resultados de las simulaciones obtenidas en condiciones análogas a las experimentales para las mismas distancias d_e , en el caso de un medio semi-infinito.

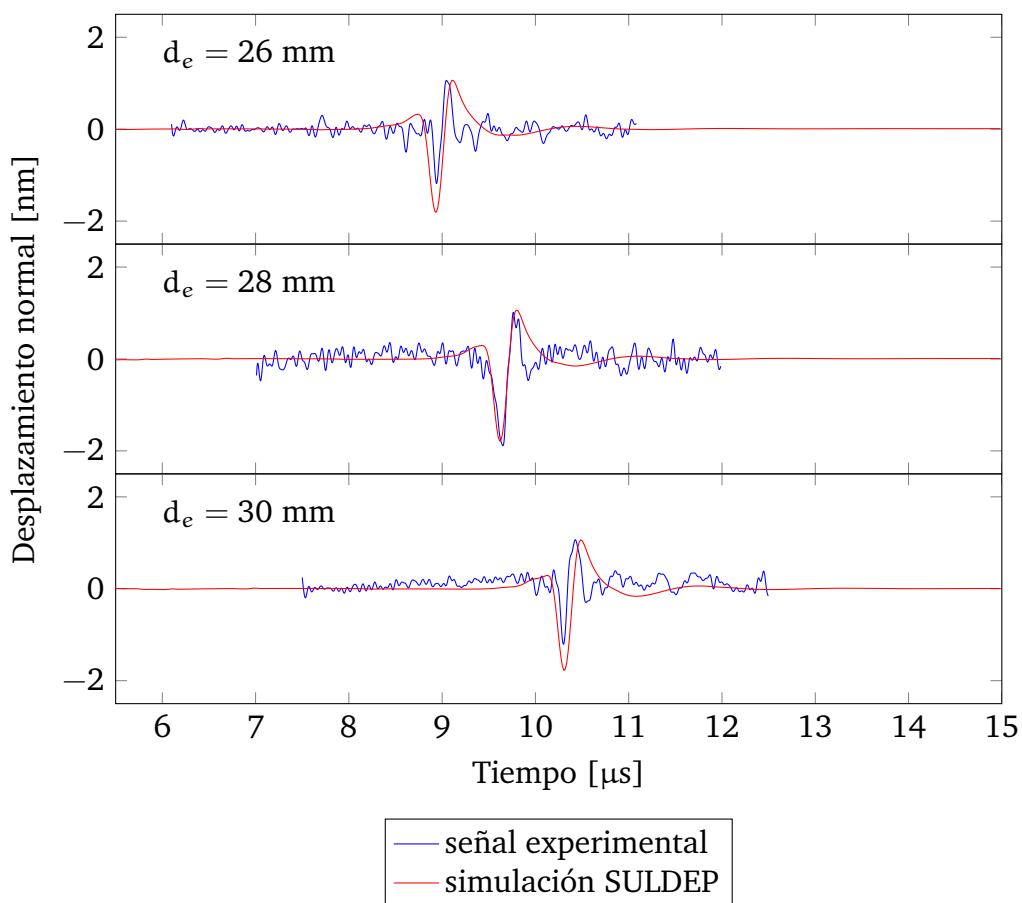


Figura 5.1. Ondas de Rayleigh experimentales y simuladas a distintas distancias d_e del punto de excitación.

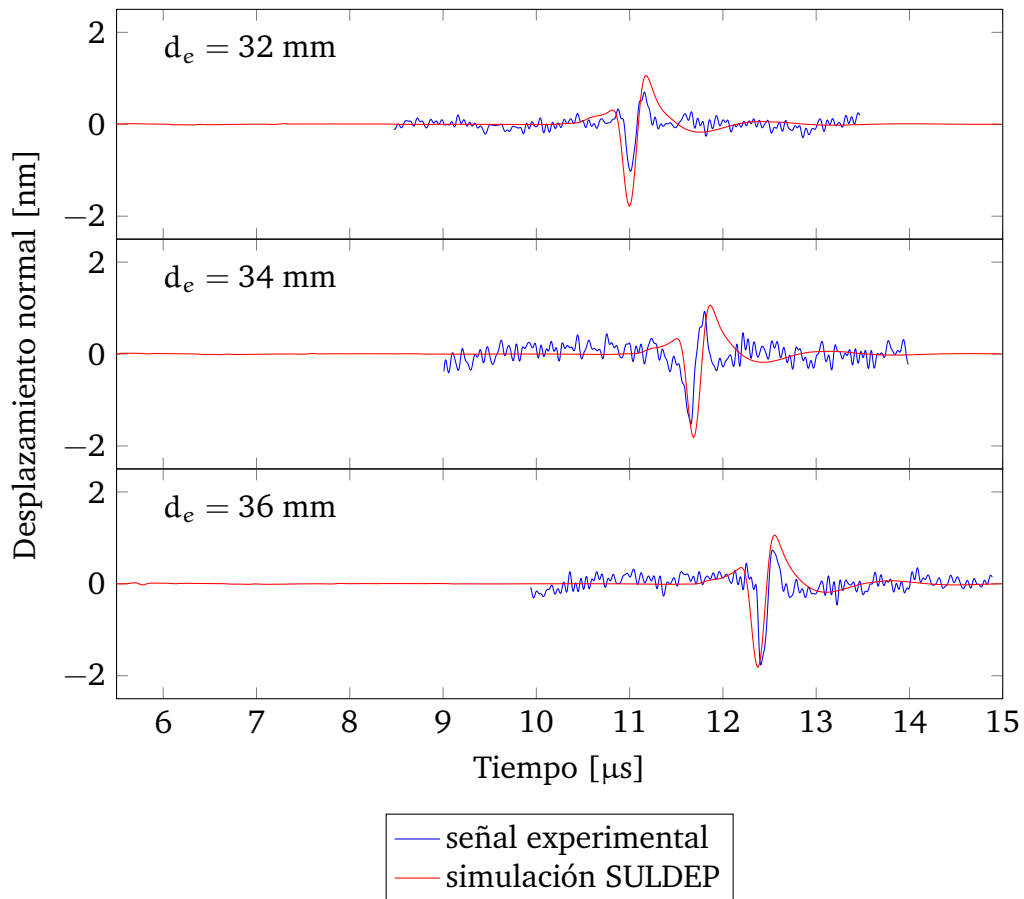


Figura 5.2. Ondas de Rayleigh experimentales y simuladas a distintas distancias d_e del punto de excitación.

Para el cómputo de las simulaciones se empleó un pulso gaussiano de 5.6 ns de extensión temporal y de 400 μm de extensión espacial. En la resolución de la ecuación del calor se tomaron pasos espaciales de $\Delta x = 8 \mu\text{m}$ y $\Delta z = 0.5 \mu\text{m}$, mientras que en la resolución de la ecuación de Navier, se tomaron pasos espaciales de $\Delta x = 40 \mu\text{m}$ y $\Delta z = 25 \mu\text{m}$. Se simuló una placa con $L_x = 10 \text{ cm}$. Ahora, simular una placa de $L_z = 1 \text{ cm}$ de espesor resulta costoso computacionalmente empleando un paso fino de $\Delta z = 25 \mu\text{m}$. Por lo tanto, se decidió simular una placa más delgada, de $L_z = 0.5 \text{ mm}$ de espesor, para obtener un menor costo computacional. Entonces, para calcular las ondas de Rayleigh, se implementó una banda absorbente (equivalente a la presentada en la sección 3.2.3, pero en la dirección \hat{z} en lugar de \hat{x}) en la interfaz $z = L_z$, de manera de poder simular un medio semi-infinito y desacoplar la condición de contorno de la interfaz en $z = 0$ de la condición

en $z = L_z$.

En las Figuras 5.1 y 5.2 se puede observar la característica no dispersiva de las ondas de Rayleigh al propagarse. En estos gráficos, también se observa buena concordancia entre los tiempos de llegada de la onda de Rayleigh experimental y de la onda simulada. Las diferencias observadas se atribuyen principalmente a errores presentes en la medición de la distancia d_e , que posee una incerteza de 1 mm. Respecto a las diferencias entre la forma de la onda detectada y la simulada, se debe tener en cuenta que en el caso experimental, las condiciones de contorno de ambas caras de la placa no se encuentran completamente desacopladas y esto produce deformaciones en la onda registrada.

Los resultados obtenidos se utilizan en la sección 5.3.1 para caracterizar experimentalmente las constantes elásticas del material bajo estudio.

5.2 Ondas de Lamb

En esta sección se presentan los resultados obtenidos para la muestra L0 (muestra sin defectos, ver la Tabla 4.1) registrados empleando el esquema de generación G1 de la Figura 4.17. Para recuperar el desplazamiento medio de la superficie, se empleó la técnica compuesta de saltos de fase aleatorios de las secciones sección 4.3 y sección 4.4.

En la Figura 5.3 se presentan las ondas de Lamb registradas experimentalmente a una distancia $d_e = 1.5$ cm del epicentro y se comparan con los resultados obtenidos mediante el esquema numérico SULDEP y mediante el paquete comercial Abaqus[®].

En la simulación de ondas de Lamb, tanto para el método SULDEP como para el paquete Abaqus[®], se empleó un pulso gaussiano de 5.6 ns de extensión temporal y de 400 μm de extensión espacial. Para la resolución de la ecuación del calor se tomaron pasos espaciales de $\Delta x = 8$ μm y $\Delta z = 0.5$ μm . En la resolución de la ecuación de Navier, se tomaron pasos espaciales de $\Delta x = 40$ μm y $\Delta z = 25$ μm . Se simuló una placa con $L_x = 20$ cm de largo y $L_z = 0.5$ mm de espesor. Respecto de los tiempos totales de ejecución, el esquema numérico SULDEP requiere de aproximadamente 35 minutos, mientras que la simulación en Abaqus[®] demora aproximadamente 16 horas.

En la Figura 5.3 se observa que los tiempos de llegada de los modos S0

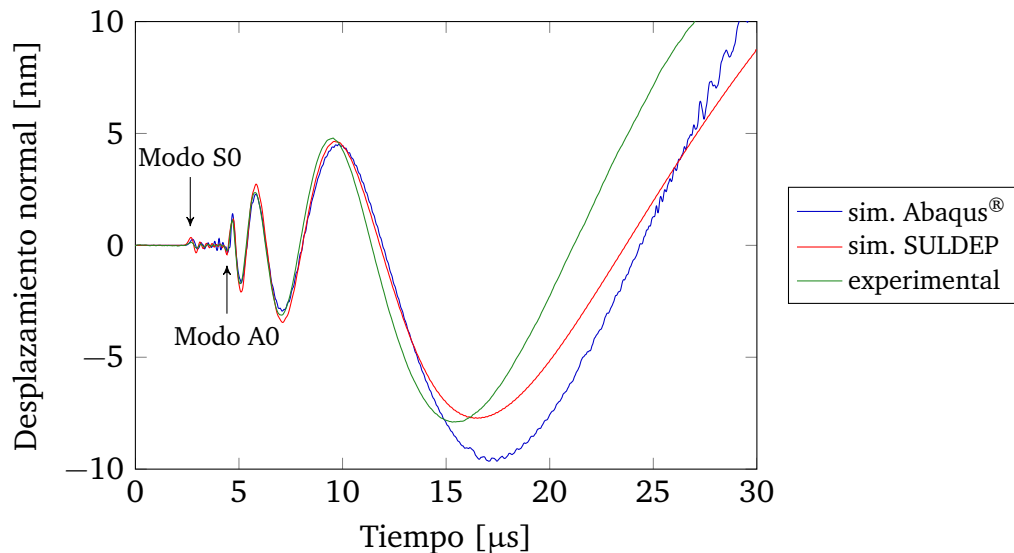


Figura 5.3. Comparación de las ondas de Lamb detectadas experimentalmente y simuladas a distancia $d_e = 1.5$ cm del epicentro.

y A0 son coincidentes entre los desplazamientos experimentales y los simulados. En la simulación mediante el paquete Abaqus® se observan algunas oscilaciones espurias. También se puede ver que para tiempos mayores a $15 \mu\text{s}$, las señales simuladas presentan un desfase respecto de la señal experimental. Esta discrepancia puede estar relacionada con diferencias entre los valores de las constantes elásticas reales y los valores empleados en las simulaciones, que dan lugar a diferencias en la velocidad de propagación de las ondas de ultrasonido. Esta diferencia resulta más evidente para tiempos largos de propagación.

A continuación, en las Figuras 5.4 y 5.5 se presentan las ondas de Lamb obtenidas en las posiciones $d_e = 1.5, 2.5$ y 3.5 a partir del esquema experimental y numérico, respectivamente.

En dichas figuras se puede ver que las ondas de Lamb registradas experimentalmente y las simuladas mediante SULDEP son cualitativamente semejantes. Se observa que la amplitud del modo S0 resulta menor en los registros experimentales, esto puede deberse a que la relación señal/ruido de este modo es menor a la del modo A0. Vale la pena recordar que, como puede observarse en la Figura 4.13, en cada medición individual de un registro completo, el modo S0 no se aprecia a simple vista ya que está inmerso en el ruido eléctrico de la señal, por lo que su relación señal/ruido es extremadamente

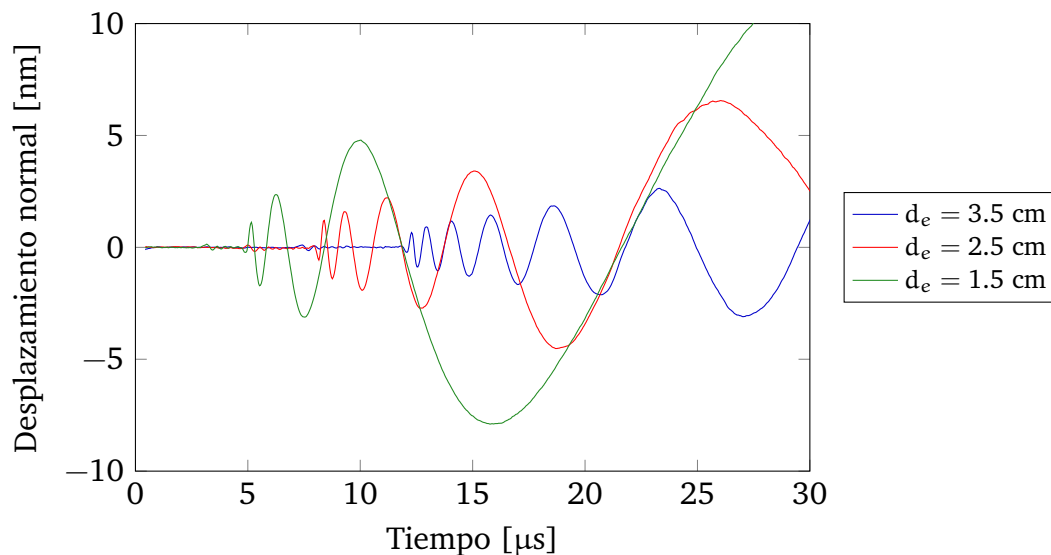


Figura 5.4. Ondas de Lamb detectadas experimentalmente a distintas distancias d_e del epicentro.

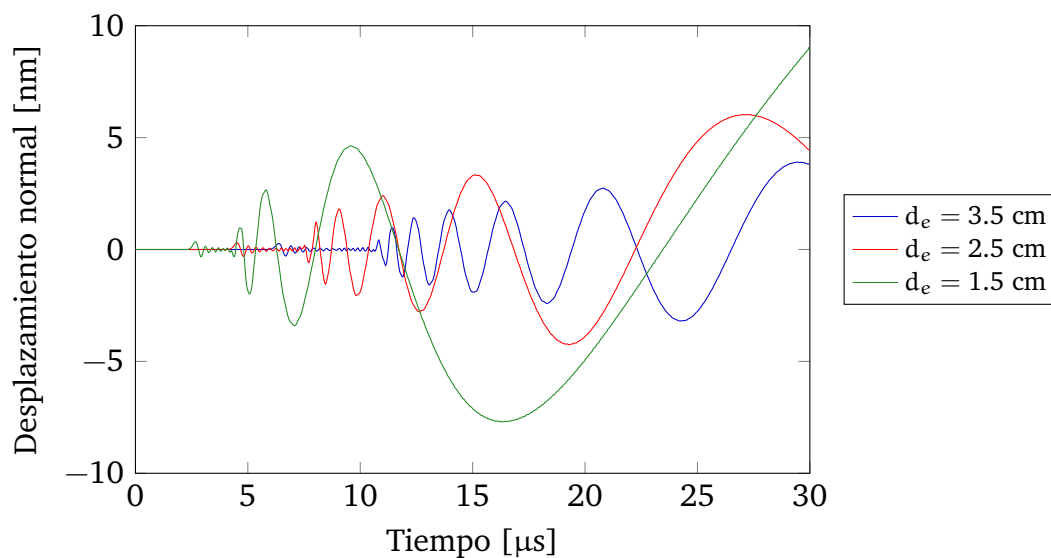


Figura 5.5. Ondas de Lamb simuladas mediante SULDEP a distintas distancias d_e del epicentro.

baja. Este modo es recuperado gracias al procedimiento de recuperación de fase, pero es posible que su amplitud se encuentre mermada en comparación con la del modo A0 cuya relación señal/ruido es mucho mayor.

La información contenida en los modos S0 y A0 se emplea en la sección 5.3.2 y en el Capítulo 6 para poder caracterizar el espesor de la muestra

y las propiedades del defecto presente en la muestra bajo estudio.

5.3 Caracterización de materiales

En esta sección se desarrolla el análisis de las señales presentadas en las secciones 5.1 y 5.2 que permiten realizar la caracterización del material bajo estudio. Analizando las ondas de Rayleigh, es posible obtener una estimación numérica de las constantes elásticas del material conociendo solamente el espesor de la muestra. A partir del análisis de las señales de desplazamiento medio generado por las ondas de Lamb, es posible estimar el espesor de la placa delgada, sin la necesidad de conocer el valor de constantes elásticas ni ninguna otra propiedad del material.

5.3.1 Caracterización de constantes elásticas

Es posible obtener un valor empírico para las constantes elásticas del material bajo análisis a partir de la estimación de la velocidad de las ondas de Rayleigh c_R y de la velocidad longitudinal c_L de las ondas en el material.

Para estimar la velocidad longitudinal c_L del ultrasonido en la muestra R0 se realiza una medición en el epicentro ($d_e = 0$) con la configuración G1 presentada en la Figura 4.17. El desplazamiento medio obtenido se presenta en la Figura 5.6.

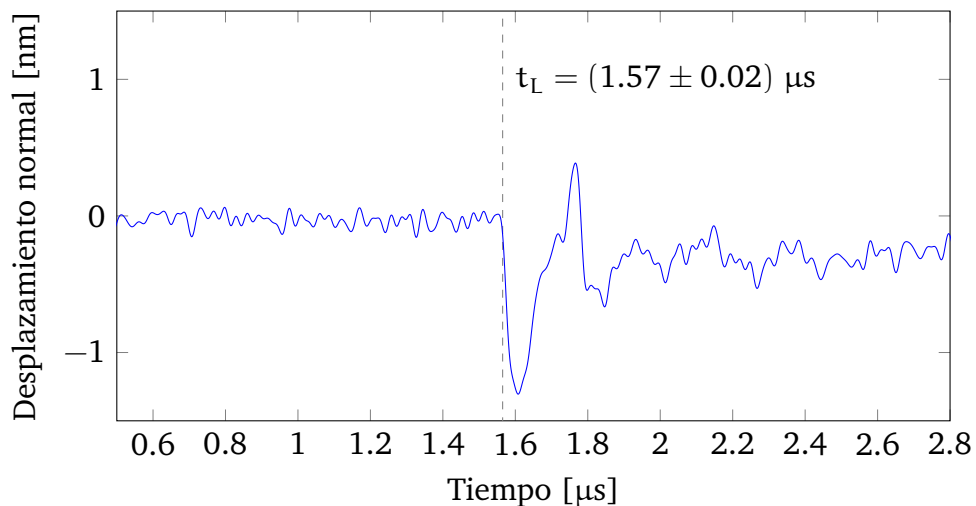


Figura 5.6. Onda de ultrasonido experimental detectada en el epicentro. La línea punteada indica el tiempo t_L de llegada de la onda.

Dado que la velocidad longitudinal c_L es la máxima velocidad con que las ondas se propagan en el material, es posible calcular c_L a partir del tiempo de llegada de la onda inicial al epicentro y del espesor conocido de la muestra, dado por $L_z = 1$ cm. Se identifica como tiempo de llegada t_L el flanco de bajada del mínimo de la señal. Con estos datos se obtiene $c_L = L_z/t_L = (6400 \pm 200)$ m/s. Este valor coincide, dentro del error, con el valor teórico dado por $c_L = \sqrt{\frac{\lambda+2\mu}{\rho}} = 6.391$ m/s obtenido a partir de los valores de tabla de las constantes elásticas del aluminio.

La velocidad de Rayleigh c_R puede estimarse a partir de las de las señales presentadas en las Figuras 5.1 y 5.2. En este caso, se toma como tiempo de llegada t_R de la onda de Rayleigh la posición temporal del mínimo de la señal como se muestra, a modo de ejemplo, en la Figura 5.7.

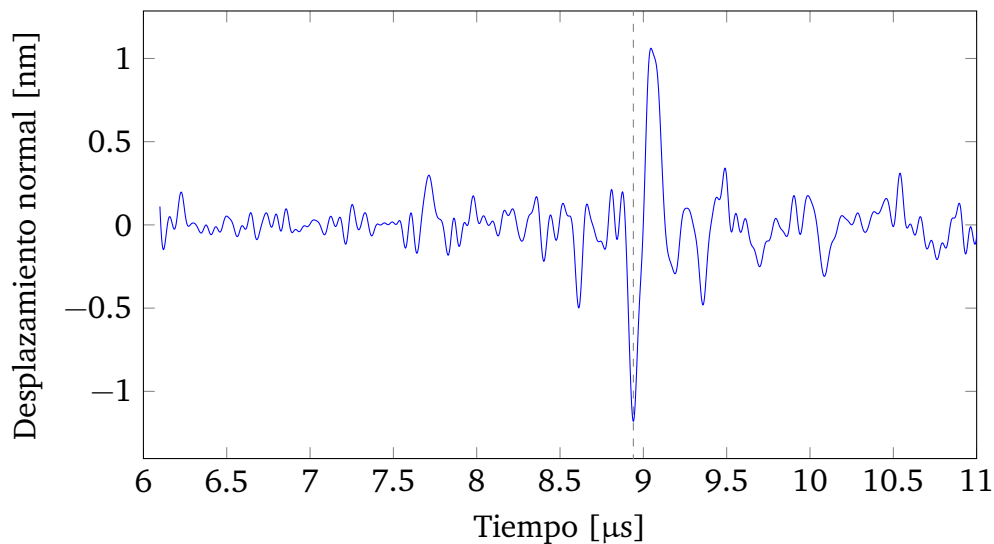


Figura 5.7. En línea punteada se indica el tiempo de llegada t_R de la onda de Rayleigh detectada en $d_e = 26$ mm.

Es conveniente utilizar como tiempo de llegada t_R la posición del mínimo en lugar del flanco inicial ya que es posible detectar el extremo con mayor precisión que el flanco. Luego, es posible obtener la velocidad de Rayleigh c_R a partir del ajuste mediante cuadrados mínimos lineales, de la curva de posiciones d_e en función del tiempo de llegada de la onda t_R . Al extraer el valor de c_R de la pendiente de los datos, el hecho de haber tomado como tiempo de llegada de la onda t_R el mínimo de la señal en lugar del flanco, no influye en el resultado, ya que esta información queda contenida en la

ordenada al origen del ajuste lineal. En la Figura 5.8, se presentan los gráficos obtenidos tanto para los resultados experimentales, como para los simulados mediante el método SULDEP.

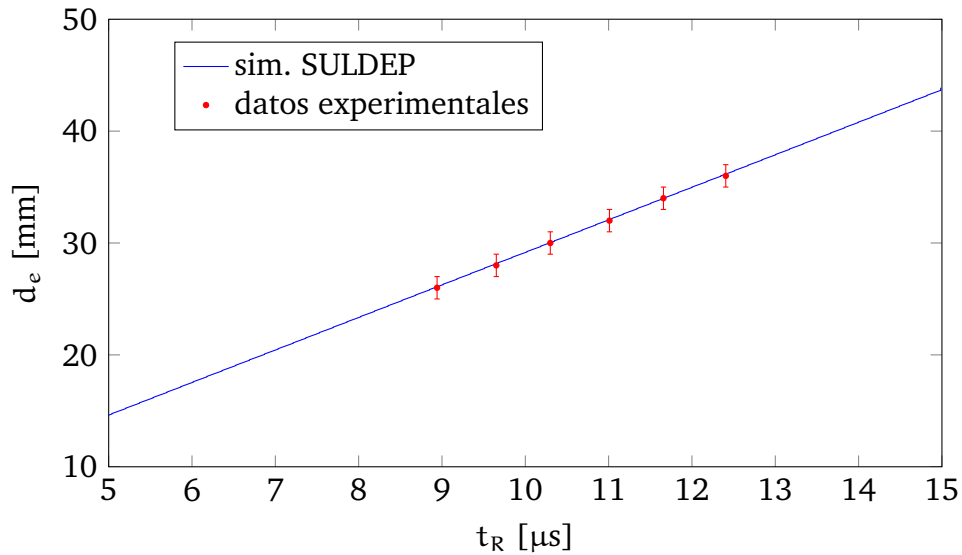


Figura 5.8. Tiempo de llegada t_R de la onda de Rayleigh para distintas distancias d_e al punto de excitación.

A partir del ajuste de cuadrados mínimos lineales de los datos experimentales, se obtiene una velocidad de Rayleigh $c_R = (2910 \pm 30)$ m/s. Del ajuste de los datos de la simulación, se tiene que $c_R = 2908$ m/s. Y, a través de la ecuación (2.54) explícita, se obtiene un valor teórico $c_R = 2918$ m/s. Por lo tanto, se observa nuevamente que los resultados encontrados coinciden, dentro del error, con los esperados.

Ahora, con las estimaciones experimentales de las velocidades dadas por $c_L = (6400 \pm 200)$ m/s y $c_R = (2910 \pm 30)$ m/s es posible calcular la velocidad transversal c_T resolviendo numéricamente la ecuación (2.53) secular de Rayleigh. Al hacerlo, se obtiene el valor $c_T = (3120 \pm 40)$ m/s que se ajusta con el valor teórico esperado $c_T = 3109$ m/s. A partir de c_L , c_T y el valor de tabla de la densidad del material $\rho = 2700$ kg/m se obtienen las estimaciones de los parámetros de Lamé: $\lambda = (57 \pm 6)$ GPa y $\mu = (26.2 \pm 0.6)$ GPa. Ambos valores se corresponden con los valores de tabla esperados, dados por $\lambda = 58.1$ GPa y $\mu = 26.1$ GPa.

Se comprueba entonces la capacidad de la técnica experimental para carac-

terizar satisfactoriamente las constantes elásticas del material, con incertezas del 11 % y 2 % para λ y μ , respectivamente.

5.3.2 Caracterización del espesor de placas delgadas

A partir del estudio de las ondas de Lamb es posible estimar el espesor de la placa bajo análisis. Dewhurst [104] propone una técnica para extraer esta información a partir del cálculo de la velocidad del modo S0 a bajas frecuencias y de la estimación de la velocidad de grupo en función de la frecuencia para el modo A0.

A partir de las relaciones de dispersión de Rayleigh-Lamb de las Figuras 2.8 y 2.9 se puede observar que, para valores bajos de frecuencia o espesor ($2h\omega \ll 1$), la velocidad del modo S0 varía muy poco con ω y h . En este caso, la longitud de onda de los modos de Lamb λ_L resulta mucho mayor al espesor de la placa $2h$, con lo que el modo S0 tiende a una velocidad bien definida c_s (tanto en velocidad de fase como de grupo) dada por:

$$c_g^{(S0)} \approx c_f^{(S0)} \approx c_s = 2c_T \sqrt{1 - \frac{c_T^2}{c_L^2}} \quad (5.1)$$

En cambio, se observa que el modo A0 crece desde cero, pudiendo aproximar la relación de dispersión cerca del origen como:

$$\omega \approx \frac{c_s}{\sqrt{3}} k^2 h \quad (5.2)$$

La velocidad de grupo $c_g^{(A0)}$ del modo A0 puede calcularse a partir de la ecuación (5.2) obteniendo:

$$c_g^{(A0)} = \frac{d\omega}{dk} \approx 2 \frac{c_s}{\sqrt{3}} kh \quad (5.3)$$

Luego, el cuadrado de la velocidad de grupo puede expresarse en función de ω , empleando la ecuación (5.2) como:

$$\left[c_g^{(A0)} \right]^2 \approx 4 \left(\frac{c_s}{\sqrt{3}} h \right)^2 k^2 = \frac{2}{\sqrt{3}} c_s 2h\omega \quad (5.4)$$

De esta manera, a partir de la pendiente de la curva $\left[c_g^{(A0)} \right]^2$ en función de ω es posible obtener el espesor de la placa dado por $2h$. Para evitar calcular la velocidad de grupo de las distintas componentes del modo A0, Royer et al. [105] proponen un método que se basa en expresar la frecuencia en términos de la derivada de la fase instantánea de la señal. Suponiendo que la señal de desplazamiento puede escribirse como $s(t) = A(t) \cos[\phi(t)] = A(t) \cos[\omega(t)t]$ y utilizando que en un tiempo t cada componente del modo A0 recorre una distancia de propagación dada por $d_e = c_g^{(A0)} t$, al despejar ω de la ecuación (5.4) se tiene que:

$$\omega = \frac{d\phi}{dt} \approx \left(\frac{\sqrt{3}}{2c_s} h \right) \frac{\left[c_g^{(A0)} \right]^2}{2h} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2c_s} \frac{d_e^2}{t^2} \right) \frac{1}{2h} \quad (5.5)$$

Finalmente, integrando temporalmente la ecuación (5.5) se obtiene la expresión para la fase instantánea:

$$\phi(t) \approx \phi_o - \left(\frac{\sqrt{3}}{2c_s} \frac{d_e^2}{2h} \right) \frac{1}{t} \quad (5.6)$$

En la ecuación (5.6) se puede observar que $\phi(t^{-1})$ es una función lineal cuya pendiente depende inversamente del espesor de la placa $2h$, de la distancia entre el punto de excitación y detección d_e y de la velocidad c_s del modo S0.

La velocidad c_s del modo S0 puede estimarse a partir del tiempo de su llegada en la señal de desplazamiento y de la distancia entre el punto de excitación y detección d_e . La función $\phi(t^{-1})$ puede calcularse fácilmente a partir de las señales de los desplazamientos en los puntos $\phi = n\pi$, que corresponden a extremos de la señal y en $\phi = (n + 1/2)\pi$, que corresponden a los ceros de la señal. Un ejemplo de la detección de extremos y ceros del modo A0 de Lamb y de la detección del tiempo de llegada t_s del modo S0 se puede observar en la Figura 5.9.

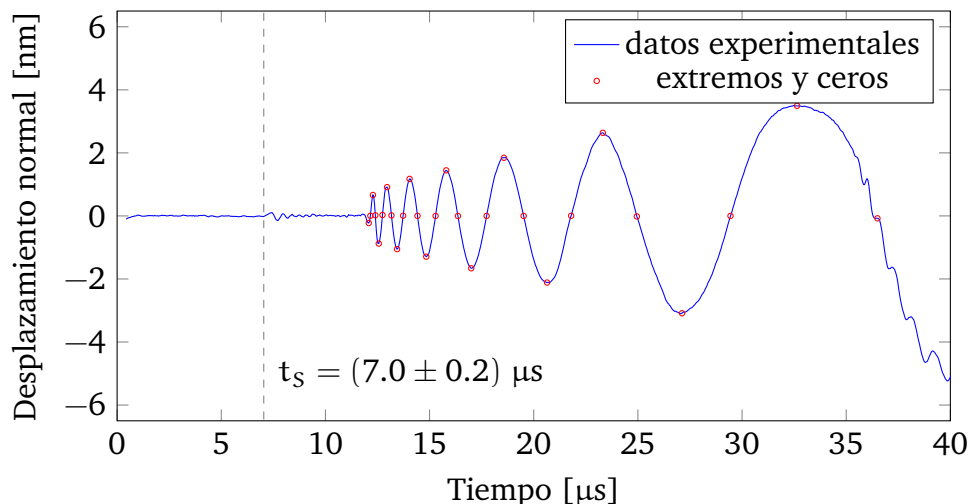


Figura 5.9. Desplazamiento normal a la superficie detectado experimentalmente a 3.5 cm del epicentro. En rojo se indican los extremos y ceros del desplazamiento y en línea punteada se indica el tiempo t_s de arribo del modo S0.

Con la información de los tiempos de los extremos y ceros de ϕ es posible construir la curva que se presenta en la Figura 5.10, donde se realiza el ajuste lineal mediante cuadrados mínimos de los primeros 5 puntos, para obtener la pendiente a bajas frecuencias y poder despejar el valor del espesor, de acuerdo a la ecuación (5.6).

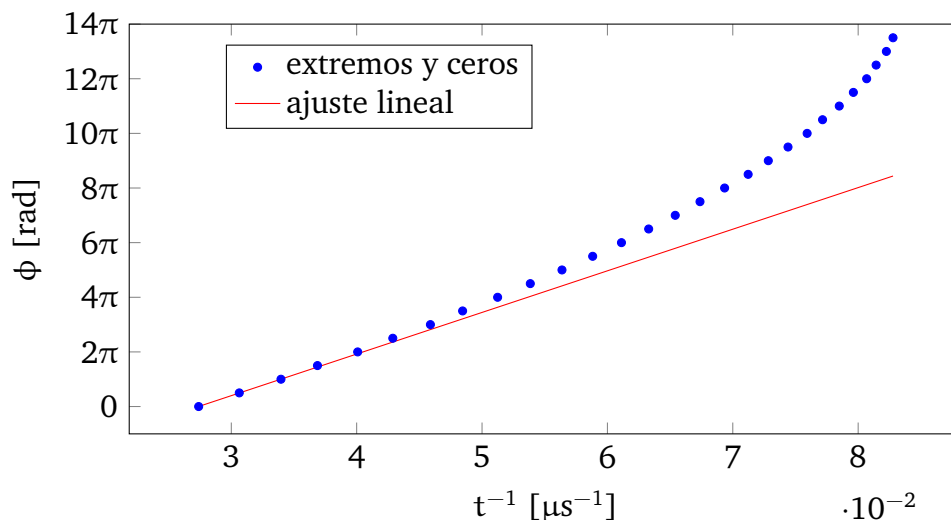


Figura 5.10. Fase del modo A0 de Lamb en función de $1/t$ y ajuste lineal para la medición experimental detectada a $d_e = 3.5$ cm del epicentro. Espesor de la placa obtenido: $2h = (450 \pm 50) \mu m$.

Realizando el mismo procedimiento para cada señal de desplazamiento correspondiente a las posiciones $d_e = 1.5$ cm, 2.5 cm y 3.5 cm se obtienen las Figuras 5.11 y 5.12 donde se presentan los resultados experimentales y simulados, respectivamente.

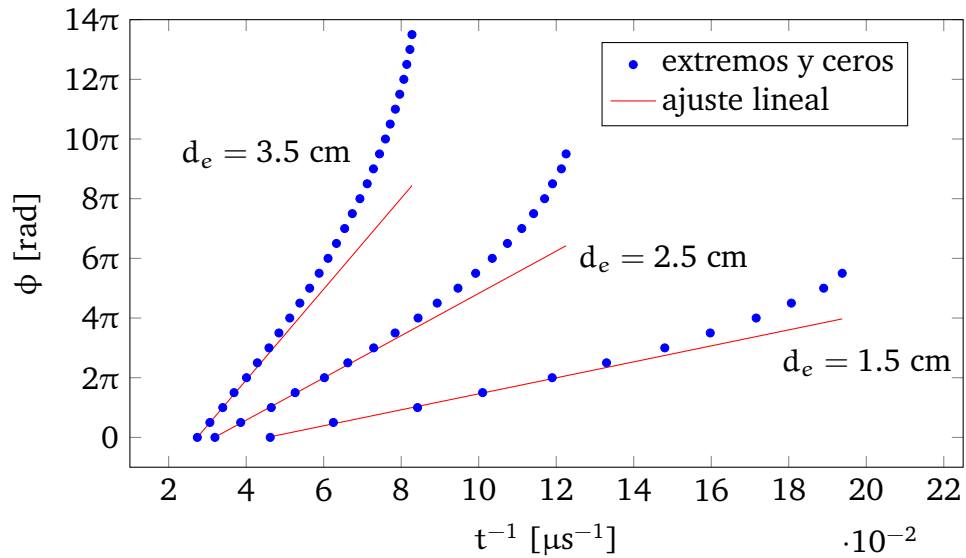


Figura 5.11. Fase del modo A0 de Lamb en función de $1/t$ y ajuste lineal para las mediciones experimentales en las posiciones $d_e = 1.5, 2.5$ y 3.5 cm.

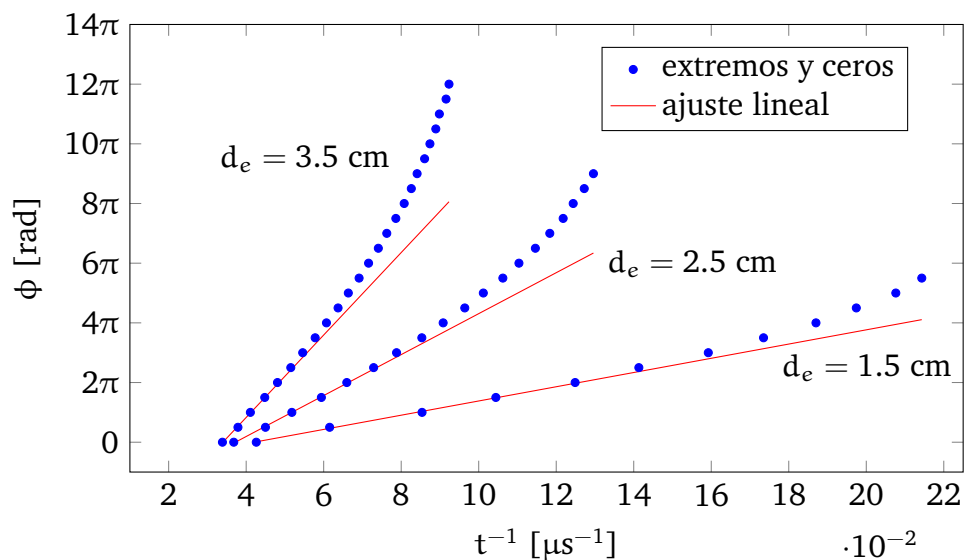


Figura 5.12. Fase del modo A0 de Lamb en función de $1/t$ y ajuste lineal para las simulaciones mediante SULDEP en las posiciones $d_e = 1.5, 2.5$ y 3.5 cm.

Los resultados obtenidos a partir del ajuste de cuadrados mínimos lineales de los datos reportados en las Figuras 5.11 y 5.12 se presentan en la Tabla 5.1.

Tipo de señal	Posición d_e [cm]	Espesor calculado [μm]
Experiencia	3.5	450 ± 50
	2.5	470 ± 80
	1.5	500 ± 100
Simulación	3.5	450 ± 50
	2.5	460 ± 50
	1.5	480 ± 50

Tabla 5.1. Espesores encontrados para la placa plana a partir del ajuste mediante cuadrados mínimos lineales. El espesor nominal es de $500 \mu\text{m}$.

Se observa que los valores de espesores obtenidos, si bien coinciden dentro del error con el valor nominal, resultan en general menores al valor esperado. Esto se debe a que a medida que la aproximación realizada $\omega 2h \ll 1$ comienza a perder validez, el método, por construcción, siempre subestima el espesor de la placa. Un aspecto a tener en cuenta es que los primeros puntos de las figuras Figuras 5.11 y 5.12 que se utilizan en esta técnica para extraer la información del espesor, son los extremos y ceros de las componentes de bajas frecuencias de las señales de desplazamientos, es decir, los que aparecen a tiempos largos. En general, en el caso de una placa real y finita, estos puntos suelen estar afectados por vibraciones de baja frecuencia y reflejos de las ondas en los extremos, con lo que suele ser difícil realizar un registro preciso en estos puntos (esto puede observarse, por ejemplo, en la Figura 5.9). En la Tabla 5.1 se puede observar que, tanto en el caso de simulaciones como de resultados experimentales, los valores que más se acercan al nominal son los tomados con menor distancia d_e . Esto está relacionado con que a medida que aumenta la distancia, también crece la frecuencia del modo A0 para un tiempo fijo. De esta manera, es necesario mirar tiempos cada vez más largos para alcanzar frecuencias bajas, donde la aproximación $\omega 2h \ll 1$ resulte válida. Con este análisis se concluye que para realizar estimaciones experimentales del espesor de placas delgadas es conveniente realizar registros a distancias pequeñas $d_e \approx 1 \text{ cm}$ del epicentro, de manera de obtener señales

de baja frecuencia a tiempos relativamente cortos y sin la presencia de ondas reflejadas en los bordes.

Considerando los resultados obtenidos en la Tabla 5.1 se concluye que la técnica propuesta permite estimar satisfactoriamente el espesor de la placa delgada bajo análisis, empleando únicamente la información extraída de las ondas de Lamb detectadas y la distancia entre la posición de detección y excitación d_e .

Capítulo 6

DetECCIÓN DE DEFECTOS

Las señales de desplazamiento registradas en la superficie del material contienen información de las ondas dispersadas en defectos. A partir del análisis de estas señales es posible detectar la presencia de defectos y extraer información acerca de sus características.

En las secciones siguientes se desarrollan las técnicas empleadas para la detección de defectos a partir de las señales de desplazamiento, tanto experimentales como simuladas.

Para el análisis de las señales de desplazamiento se utiliza la técnica conocida como transformada *Wavelet*. Inicialmente se explora la capacidad de la técnica para estimar la profundidad del defecto y luego se estudia la posibilidad de detectar su localización.

6.1 Wavelets

Las señales temporales se pueden clasificar en dos grandes grupos desde el punto de vista del análisis de señales. Por un lado, se encuentran los problemas estacionarios o de invarianza temporal, para los cuales herramientas matemáticas como la transformada de Fourier resultan muy valiosas ya que permiten extraer información de la señal a partir del contenido espectral de la misma. Por otro lado, al tratar con problemas no estacionarios o dependientes

del tiempo, donde el espectro de la señal varía demasiado con el tiempo, la transformada de Fourier no es la herramienta más propicia para el análisis, ya que no permite discernir las características de la señal en el plano tiempo-frecuencia. Un ejemplo clásico de este caso es la señal chirp, que es una señal armónica cuya frecuencia crece (o decrece) linealmente con el tiempo. En este caso, la transformada de Fourier, al emplear la información de todos los tiempos para el cálculo de cada componente espectral, *esconde* la información relacionada con la linealidad temporal de la frecuencia.

Es necesario entonces, en estos casos, la utilización de herramientas matemáticas de análisis de señales que permitan reordenar la información de la señal en el plano tiempo-frecuencia, para que resulte más inmediato detectar propiedades y características de la señal, relacionadas con la dependencia temporal de su frecuencia.

Una de estas herramientas de análisis de señales en el plano tiempo-frecuencia es la transformada *Wavelet*. En general, se denomina *wavelet* a un paquete de ondas cuya energía se encuentra localizada en el tiempo. Esta característica, a diferencia de una señal senoidal que se encuentra completamente deslocalizada, es la que permite evidenciar la dependencia temporal de la señal. Dado que las *wavelets* mantienen la característica oscilatoria, también permiten un análisis espectral de la señal y, a la vez, su localización temporal es la que admite el análisis simultáneo, tanto de la frecuencia, como del tiempo. En la Figura 6.1 se presenta a, modo de ejemplo, la *wavelet* Daubechies ψ_{db10} y una onda senoidal.

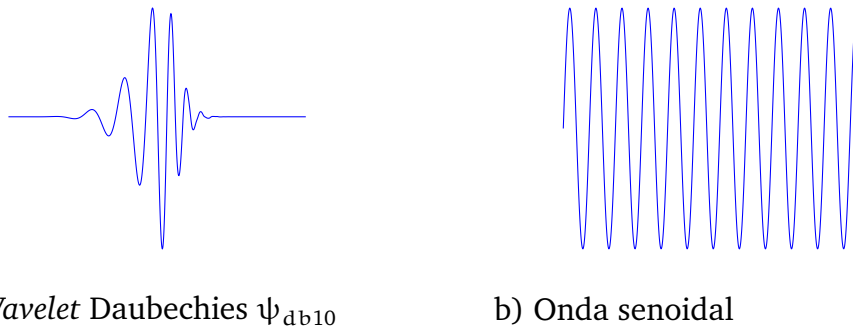


Figura 6.1. *Wavelet* Daubechies ψ_{db10} y onda senoidal.

De acuerdo a lo expuesto en la sección 2.6.2 y en el Capítulo 5 es claro que las ondas de Lamb, al ser fuertemente dispersivas (especialmente el modo A), poseen una dependencia marcada de su frecuencia con la longitud de camino

recorrido. En la presencia de defectos, las ondas de Lamb se dispersan y, por lo tanto, la señal detectada presenta componentes dispersadas que pueden diferenciarse del resto por haber recorrido caminos de distinta longitud. Esto se aprecia en la señal temporal a través de la presencia de componentes de mayor frecuencia en tiempos donde la señal sin defectos presentaría una frecuencia menor. Esta necesidad de distinguir las componentes de frecuencias para distintos tiempos hace que el análisis mediante *Wavelets* resulte adecuado para estas señales.

Una buena introducción a las *Wavelets* y sus transformadas puede encontrarse en los libros de Burrus y Cohen [106, 107]. Principalmente, las transformadas *Wavelet* se dividen en dos grandes grupos de acuerdo al tratamiento de la variable que representa la frecuencia de la señal. Estos son, el de las transformadas continuas y las discretas. En las transformadas continuas, la variable asociada a la frecuencia es un parámetro real denominado *escala*. En el caso de la transformada discreta, la frecuencia está asociada a un índice entero que representa el llamado *nivel de aproximación*. A diferencia del caso de la transformada de Fourier continua, en la transformada *Wavelet* continua, en condiciones generales, no existe unicidad a la hora de recomponer la señal a partir de sus componentes transformadas. Sin embargo, esto sí es posible en el caso de la transformada *Wavelet* discreta. Por este motivo se decide emplear la transformada *Wavelet* discreta en este trabajo.

6.1.1 Transformada Wavelet discreta

La transformada *Wavelet* discreta (TWD), al igual que cualquier expansión en serie, puede obtenerse como una descomposición lineal en funciones de la base. Para la expansión en *wavelets*, se requieren dos parámetros para poder indexar tanto el tiempo como la frecuencia. La expansión de una señal $s(t)$ puede expresarse como:

$$s(t) \approx \sum_k a_{j,k} \phi_{j,k}(t) + \sum_{j,k} d_{j,k} \psi_{j,k}(t) \quad (6.1)$$

donde j y k son los índices asociados con la frecuencia y el tiempo, respectivamente, $\phi_{j,k}(t)$ y $\psi_{j,k}(t)$ son las funciones de la expansión (que forman

una base ortonormal) y los coeficientes de la expansión están dados por los coeficientes de aproximación $a_{j,k}$ y los coeficientes de detalle $d_{j,k}$.

Por un lado, las funciones de la base $\psi_{j,k}(t)$ forman una base ortonormal y se construyen a partir de una *wavelet* madre $\psi(t)$, mediante transformaciones de escala y traslación, de la siguiente manera:

$$\psi_{j,k}(t) = 2^{j/2}\psi(2^j t - k) \quad (6.2)$$

Por otro lado, las funciones $\phi_{j,k}(t)$ también forman una base ortonormal y se construyen a partir de una función de escala $\phi(t)$, de manera análoga:

$$\phi_{j,k}(t) = 2^{j/2}\phi(2^j t - k) \quad (6.3)$$

La función de escala $\phi(t)$ se relaciona con la *wavelet* madre $\psi(t)$ mediante las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} \psi(t) &= \sum_m h_1(m)\sqrt{2}\phi(2t - m) \\ h_1(m) &= (-1)^m h_0(1 - m) \end{aligned} \quad (6.4)$$

donde h_0 son coeficientes que cumplen la relación de recurrencia:

$$\phi(t) = \sum_m h_0(m)\sqrt{2}\phi(2t - m) \quad (6.5)$$

La expansión en serie de la ecuación (6.1) permite descomponer la señal $s(t)$ en dos términos. El primero, asociado con los $a_{j,k}$, permite obtener una aproximación a bajas frecuencias de la señal $s(t)$. El segundo término, asociado con los $d_{j,k}$, contiene componentes de alta frecuencia de la señal. Los coeficientes $a_{j,k}$ y $d_{j,k}$ cumplen:

$$\begin{aligned} a_{j,k} &= \langle s(t), \phi_{j,k}(t) \rangle \\ d_{j,k} &= \langle s(t), \psi_{j,k}(t) \rangle \end{aligned} \quad (6.6)$$

donde \langle , \rangle indica el producto interno de funciones.

En [106] se muestra que los coeficientes de aproximación y detalle en el nivel $j + 1$ pueden calcularse a partir de los coeficientes de aproximación del nivel anterior a través de los coeficientes h_0 de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} a_{j+1,k} &= \sum_m h_0(m - 2k) a_{j,m} \\ d_{j+1,k} &= \sum_m h_1(m - 2k) a_{j,m} \end{aligned} \quad (6.7)$$

Analizando la ecuación (6.7) desde el punto de vista del análisis de señales digitales, puede interpretarse que $a_{j+1,k}$ y $d_{j+1,k}$ resultan del filtrado de la señal $a_{j,m}$ mediante la aplicación de los filtros h_0 y h_1 , respectivamente. Es decir, la TWD puede obtenerse a distintos niveles de aproximación a partir de la aplicación sucesiva de filtros pasa-bajos (dado por h_0) y pasa-altos (dado por h_1) de la señal $s(t)$. En la Figura 6.2 se presenta un diagrama del proceso de obtención de los coeficientes de detalle d_j y aproximación a_j a diferentes niveles.

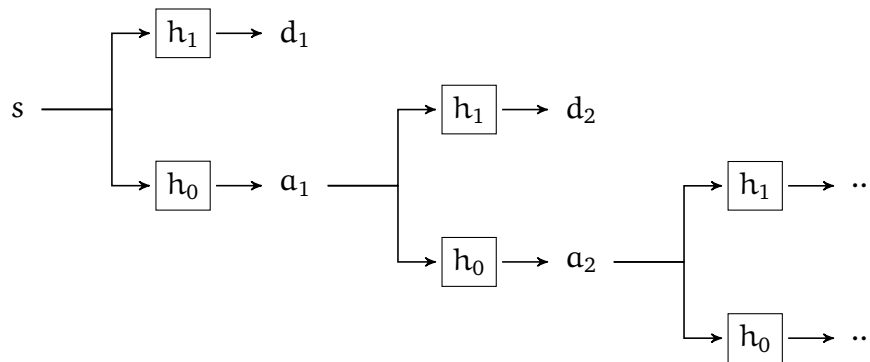


Figura 6.2. Diagrama de los niveles de filtrado de la señal mediante TWD.

6.2 Caracterización de la profundidad del defecto

En esta sección se presenta el método empleado para detectar defectos a partir del análisis de las señales de desplazamientos mediante TWD.

Como se comentó en la sección anterior, es posible calcular la TWD a partir de distintos tipos de *wavelet* madre. En este trabajo, se analizaron *wavelets* pertenecientes a las familias: Daubechies(1-45), Coiflet(1-5) y Symlet(2-25),

donde se indica entre paréntesis el rango de la cantidad de ceros de las *wavelets* analizadas. Posteriormente, se introduce un criterio que permite seleccionar la *wavelet* madre más conveniente para el análisis.

A modo de ejemplo, en las Figuras 6.3 y 6.4 se presentan los coeficientes de aproximación y detalle para los primeros 6 niveles para el caso de las muestras L0 y L6 utilizando como onda madre la *wavelet* Symlet 4.

Debido a que en este trabajo se busca detectar la presencia de ondas de alta frecuencia en tiempos particulares, resulta de interés realizar un análisis sobre los coeficientes de detalles d_j de la TWD, dado que son los que evidencian de manera más clara esta información.

Para establecer algún criterio que permita decidir a qué nivel de detalle conviene analizar la señal para encontrar la información relacionada con la llegada de ondas, se utiliza en este trabajo un criterio frecuentemente empleado en las técnicas de análisis de la información y de señales [108] y que ha sido exitosamente aplicado al análisis de señales de ultrasonido mediante *wavelets* [109, 110]. Este criterio se basa en medir la entropía de los coeficientes de detalle d_j para cada nivel y seleccionar el nivel cuya entropía resulte mínima. Se define la entropía S_j para el nivel j como:

$$S_j = - \sum_k p_{j,k} \ln(p_{j,k}) \quad (6.8)$$

$$p_{j,k} = |d_{j,k}|^2 / \sum_k |d_{j,k}|^2$$

donde se recuerda que $d_{j,k}$ es el coeficiente de detalle para el nivel j en el índice temporal k . Minimizando la entropía es posible encontrar la señal que contiene mayor concentración de energía. Analizando casos particulares se puede ver que, por ejemplo, la señal constante $p_{j_0,k} = 1/N \quad \forall k$, tiene entropía máxima y menor información, ya que no contiene información de la llegada de ninguna onda. Para el caso de una señal donde $p_{j_0,k} = 1$ para algún valor de k y cero para el resto, la entropía de la señal será mínima. En este caso, los coeficientes contienen la información de la llegada de una onda en un único instante. Si esto es cierto, cualquier valor no nulo de $p_{j_0,k}$ para otro k involucraría un aumento en la entropía, y esa señal sería descartada por el criterio. Se puede ver entonces que con este criterio se favorece la

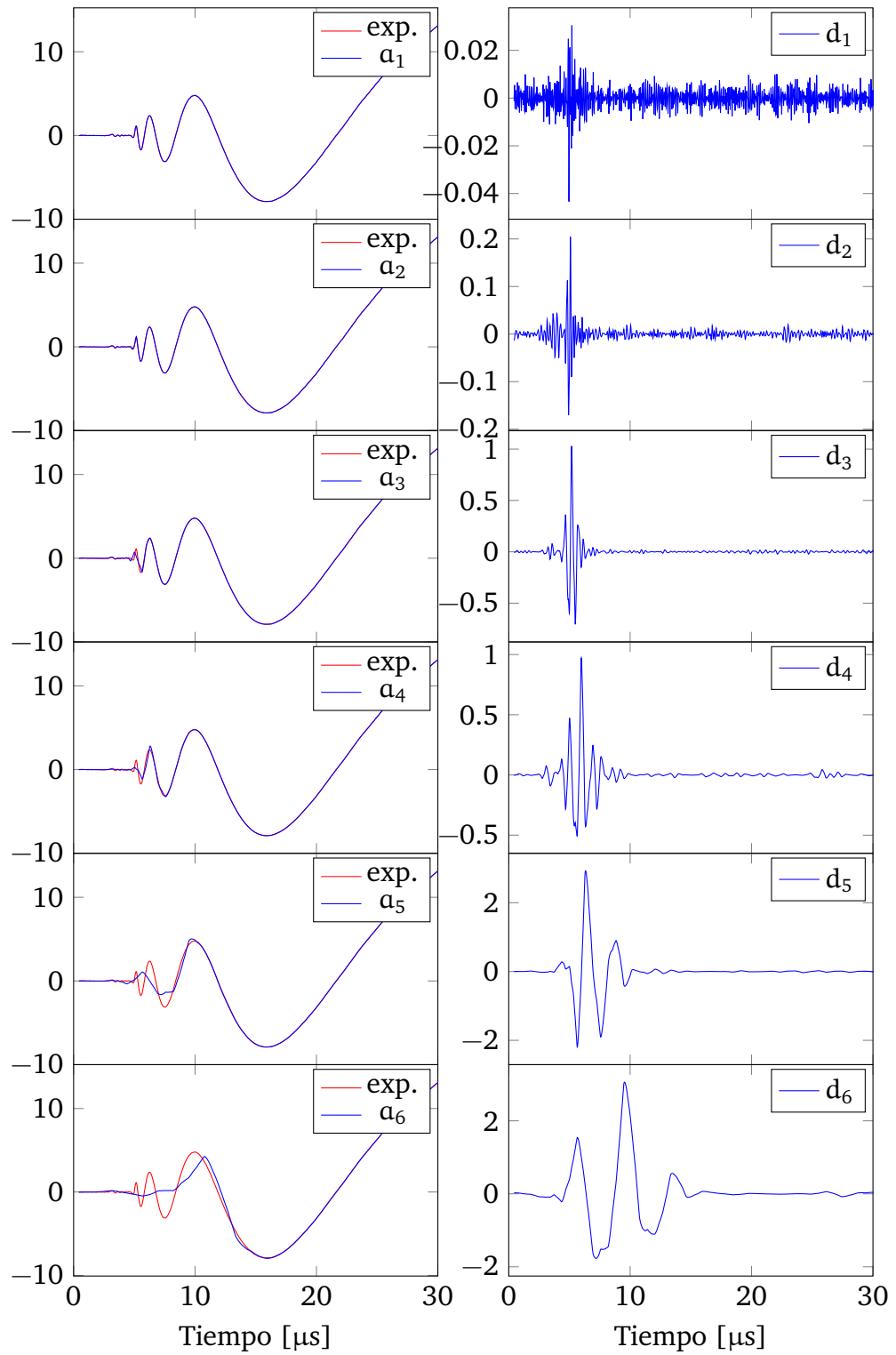


Figura 6.3. Coeficientes de aproximación a_j y detalle d_j para los niveles 1 a 6 al aplicar la TWD con *wavelet* madre Symlet 4 para el desplazamiento de la muestra L0.

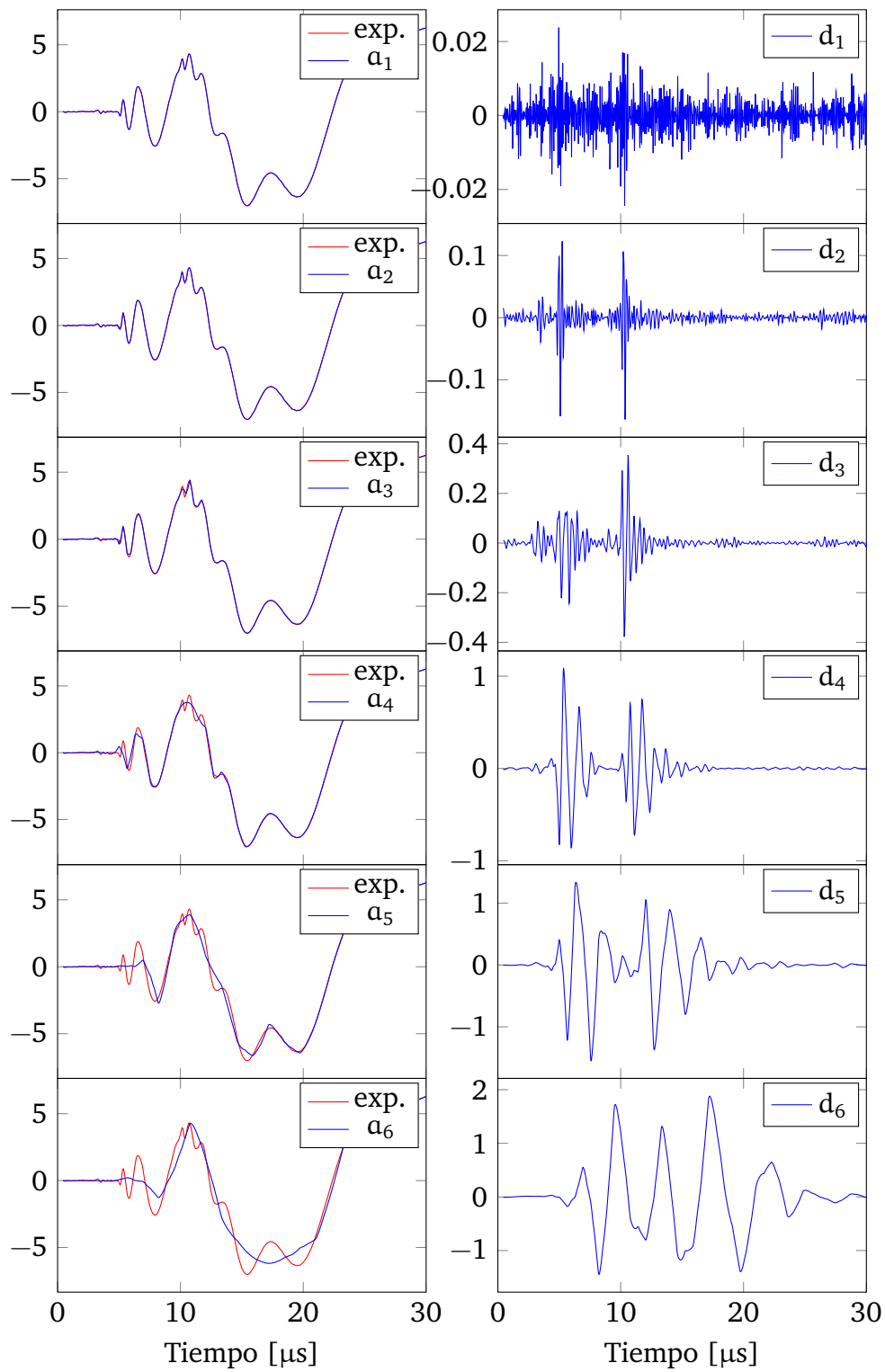


Figura 6.4. Coeficientes de aproximación a_j y detalle d_j para los niveles 1 a 6 al aplicar la TWD con *wavelet* madre Symlet 4 para el desplazamiento de la muestra L6.

señal con la menor cantidad de “artefactos” o información no deseada, donde resultará más fácil distinguir la llegada de ondas de Lamb.

Una ventaja de este criterio es que, además de utilizarse para seleccionar el nivel de detalle a analizar, puede generalizarse fácilmente para decidir qué tipo de *wavelet* resulta más adecuada para el análisis de las señales de desplazamientos.

El procedimiento desarrollado para analizar las señales de desplazamiento consiste en computar la entropía de los coeficientes de detalle $d_{j,k}$ de acuerdo a la ecuación (6.8) para los distintos tipos de *wavelets*, a 14 niveles de detalle y seleccionar la *wavelet* y el nivel de detalle que presentan menor entropía.

En la Figura 6.5 se presenta la entropía de algunas de las *wavelets* analizadas en función del nivel de detalle. Entre las *wavelets* presentadas en dicha figura, se puede observar la *wavelet* Symlet 4 cuya entropía resulta mínima para el caso del desplazamiento experimental obtenido con la muestra sin defectos L0 en $d_e = 1.5$ cm.

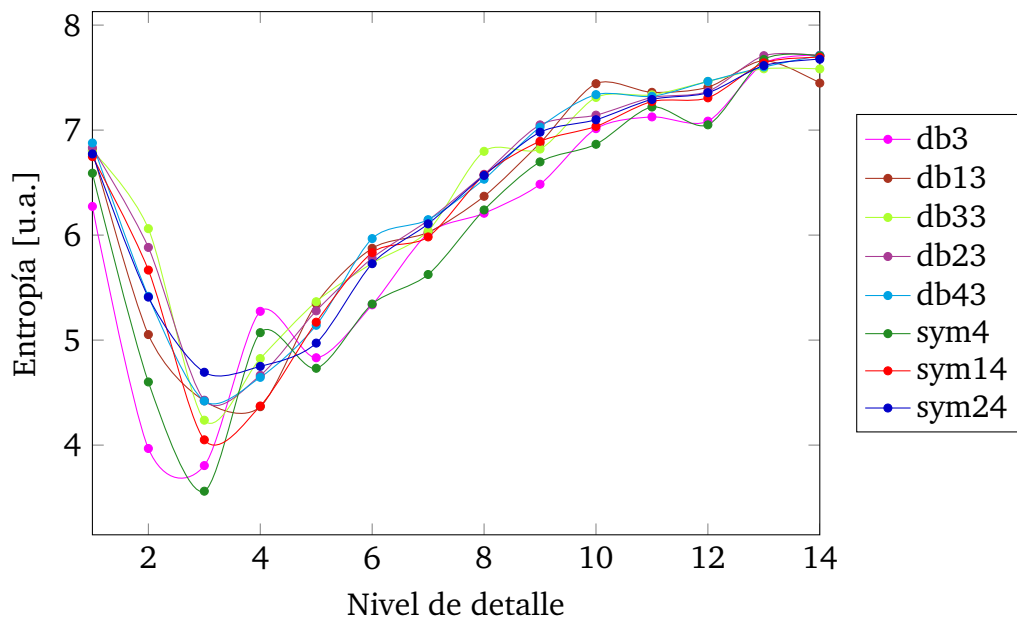


Figura 6.5. Entropía en función del nivel de detalle para distintas *wavelets* utilizando el desplazamiento experimental obtenido con la muestra L0 en $d_e = 1.5$ cm. Se observa que la *wavelet* Symlet 4 es la que minimiza la entropía.

Para poder realizar una comparación fidedigna entre las mediciones realizadas con defectos de distintas profundidades, se empleó la *wavelet* que minimiza la entropía de la muestra L0 (Symlet 4) en el procesamiento de las

señales de todas las muestras L0 a L7. Esto permite distinguir más fácilmente las diferencias entre la señal sin defectos y el resto. Cambiar la *wavelet* madre utilizada, de señal en señal, agregaría diferencias que luego no podrían distinguirse de las diferencias introducidas por la llegada de ondas dispersadas en defectos o inhomogeneidades de las muestras.

Entonces, el criterio de entropía se utilizó, en el caso de las muestras con defectos L1 a L7, para decidir qué nivel de detalle examinar para detectar la llegada de ondas de Lamb. En la Figura 6.6 se presenta la entropía en función del nivel de detalle obtenida para las señales correspondientes a los desplazamientos experimentales de las muestras L0 a L7 registradas en $d_e = 1.5$ cm.

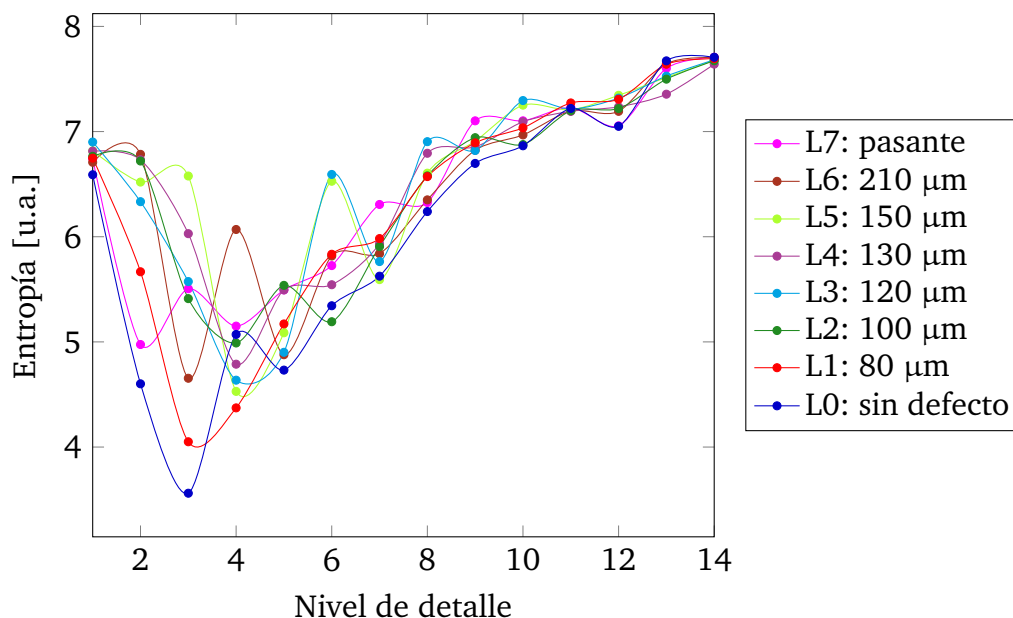


Figura 6.6. Entropía en función del nivel de detalle para los desplazamientos de las distintas muestras L0 a L7 en $d_e = 1.5$ cm, calculada a partir de la *wavelet* Symlet 4.

Finalmente, para detectar la llegada de ondas se calcula la envolvente de los coeficientes de detalle óptimos de cada señal experimental. De esta manera es posible detectar, por ejemplo, la llegada del modo S0 y A0 en la muestra sin defectos L0. En la Figura 6.7 se presenta el desplazamiento experimental para la muestra L0, los coeficientes de detalle óptimos (que para esta muestra se obtienen a nivel 3 de acuerdo a la Figura 6.6) y su envolvente.

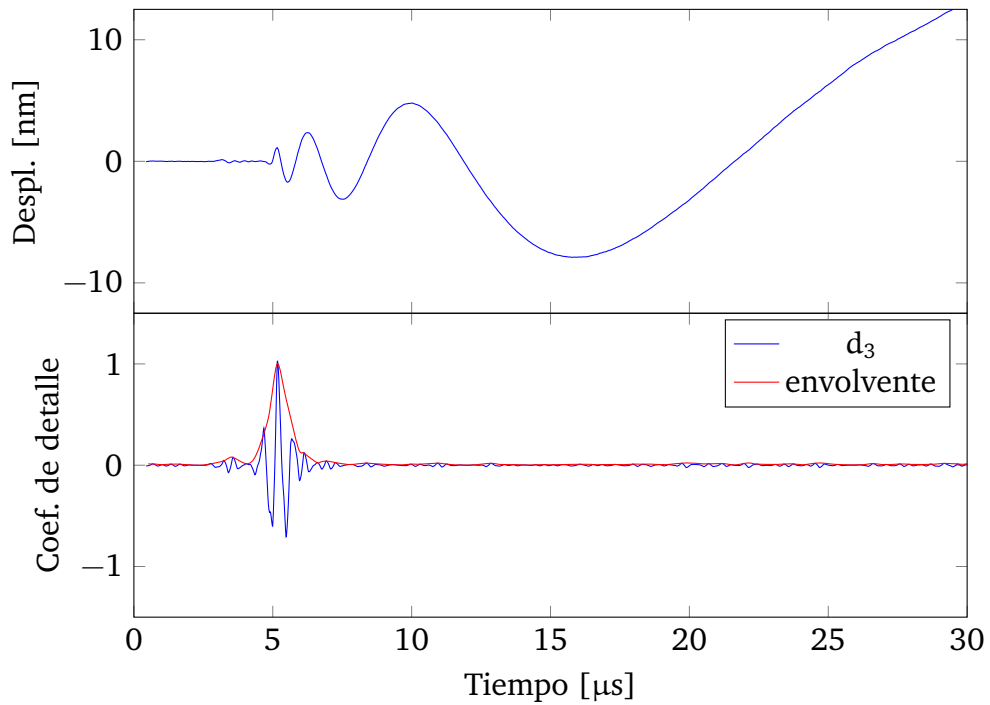


Figura 6.7. Desplazamiento experimental de la muestra L0 para la posición $d_e = 1.5$ cm, coeficientes de detalle óptimos obtenidos y, en rojo, su envolvente.

En la siguiente sección se presentan los resultados obtenidos para la caracterización de la profundidad del defecto, a partir del análisis de estas envolventes de los coeficientes de detalle.

6.2.1 Comparación entre resultados experimentales y simulaciones

En las Figuras 5.4 y 5.5 se observa, al analizar la dependencia de las ondas de Lamb con la distancia al epicentro d_e , que a mayor distancia aumenta la frecuencia temporal de las ondas registradas. Por lo tanto, considerando que el objetivo es poder identificar la llegada de ondas dispersadas y poder distinguirlas de las provenientes directamente de la fuente, resulta conveniente utilizar una distancia d_e pequeña, de manera que la frecuencia de la señal decrezca rápidamente y esto favorezca la detección de la llegada de ondas dispersadas.

Con estas consideraciones, se decidió emplear una posición de detección ubicada a $d_e = 1.5$ cm del epicentro. En la Figura 6.8 se presentan las envolventes de los coeficientes de detalles óptimos obtenidas a partir de los

desplazamientos experimentales de cada una de las muestras L0 a L7 de la Tabla 4.1, aplicando el procedimiento detallado en la sección 6.2.

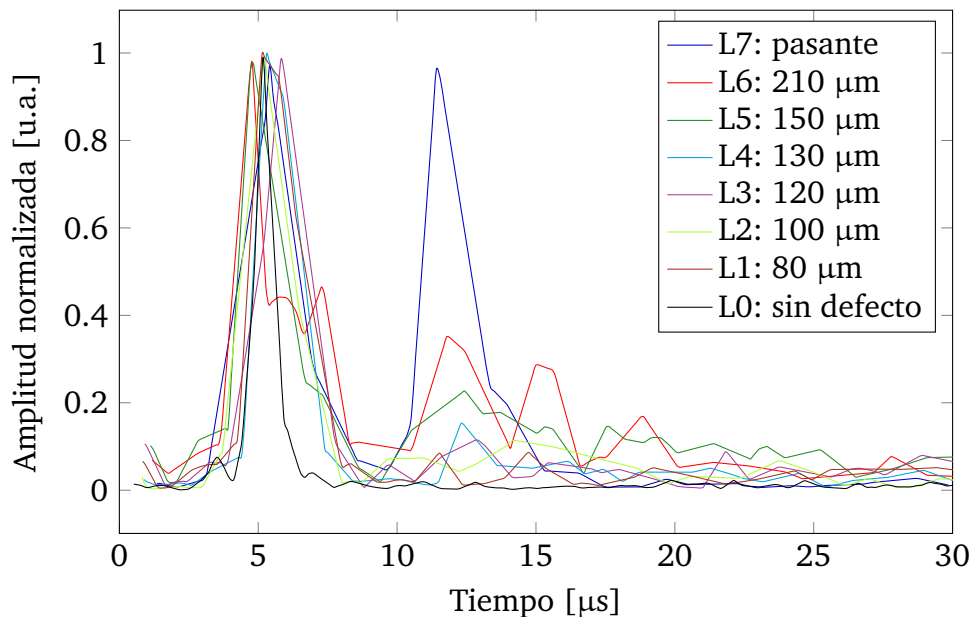


Figura 6.8. Envolventes de los coeficientes de detalle óptimos obtenidas para distintas profundidades del defecto experimental.

Las envolventes presentadas en la Figura 6.8 se normalizaron a partir de la amplitud del máximo correspondiente a la llegada del modo A0. Como se puede apreciar en la Figura 6.8, para las muestras con defectos de mayor profundidad aparecen máximos en la envolvente obtenida en zonas donde la muestra sin defectos L0 no presenta información de llegada de ondas. Si bien se encuentra que en múltiples zonas las envolventes de las muestras con defectos difieren de la envolvente para el caso sin defectos, se puede ver que en la región ubicada entre 10 μs y 20 μs se concentran las diferencias más marcadas. Se puede apreciar que la amplitud del máximo que no corresponde a la llegada del modo A0 resulta siempre menor a éste y crece junto con la profundidad del defecto presente en cada muestra.

Un resultado equivalente, aunque mucho más simple de analizar, es el que se obtiene aplicando el mismo procedimiento al caso de los desplazamientos simulados con el método SULDEP. En este caso, es posible acceder a los desplazamientos en las distintas posiciones de manera mucho más exacta, sin la introducción de errores experimentales de ningún tipo. Por lo tanto, los resultados obtenidos para las placas con defectos de distintas profundidades

presentan una mayor coincidencia que la encontrada en el caso experimental, como puede observarse en la Figura 6.9.

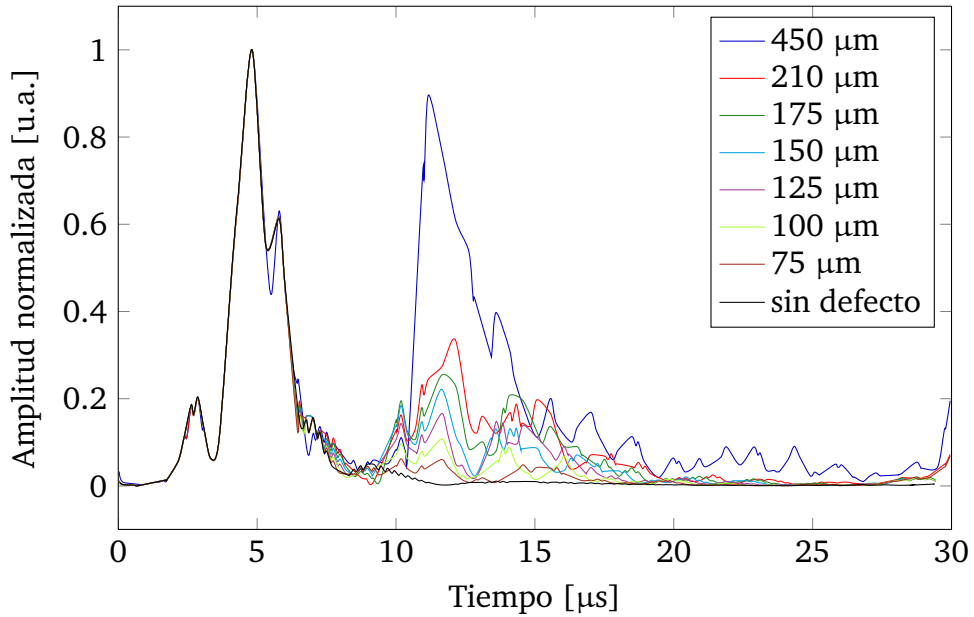


Figura 6.9. Envolventes de los coeficientes de detalle óptimos obtenidas para distintas profundidades del defecto simulado.

En el caso de las simulaciones, al ser computadas bajo la aproximación de deformaciones planas asumiendo simetría en la dirección \hat{y} , no es posible simular una muestra con ranura pasante, ya que ésto dividiría el dominio de simulación en dos regiones completamente disjuntas. Por lo tanto, se realizaron simulaciones modelando defectos con profundidades hasta 450 μm .

Tomando el valor máximo que alcanza la envolvente luego de la llegada del modo A0 ($t \geq 8 \mu\text{s}$) para cada una de las muestras experimentales y simuladas de las Figuras 6.8 y 6.9, se confeccionó el gráfico presentado en la Figura 6.10.

En dicha figura se puede observar que tanto los datos experimentales como los simulados presentan una dependencia lineal entre la profundidad del defecto y la amplitud de las ondas dispersadas. Realizando un ajuste mediante cuadrados mínimos lineales se encontró, para los datos experimentales, una pendiente $m_e = (465 \pm 15)\mu\text{m}$. Para el caso de los datos simulados, la pendiente del ajuste lineal resultó $m_s = (446 \pm 8)\mu\text{m}$. Se puede apreciar entonces que existe concordancia entre las regresiones lineales de los datos experimentales y simulados. Estos resultados permiten confirmar que existe

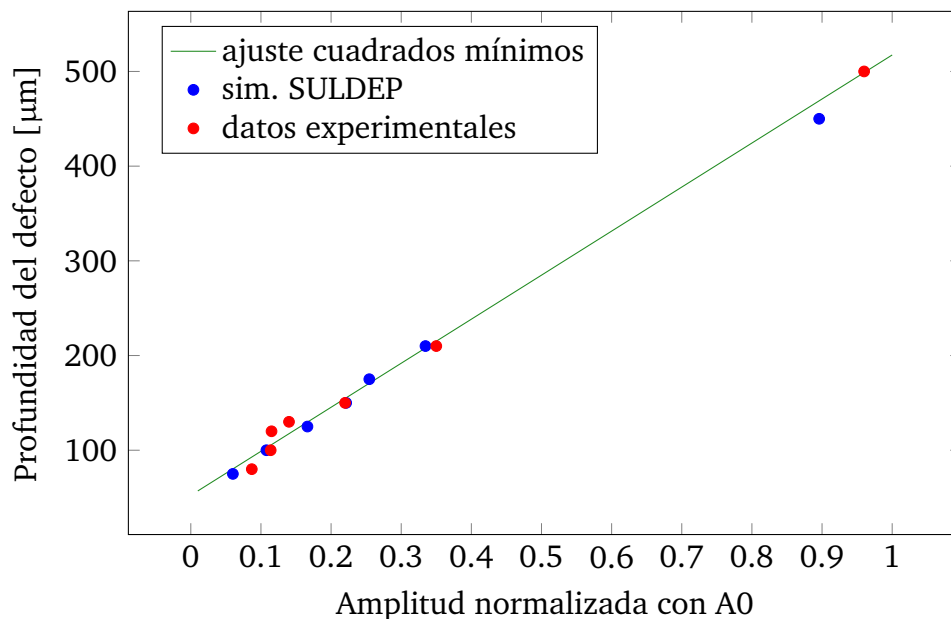


Figura 6.10. Profundidad del defecto en función de la amplitud de la onda dispersada para resultados experimentales y simulados. En verde se presenta el ajuste mediante cuadrados mínimos lineales de los datos experimentales.

una dependencia entre la profundidad del defecto y la amplitud de la envolvente calculada a través del procedimiento detallado en la sección 6.2. Esta dependencia puede emplearse para estimar empíricamente la profundidad del defecto.

6.3 Caracterización de la ubicación del defecto

La información obtenida a través de la envolvente de los coeficientes de detalles, además de ser útil para estimar la profundidad de los defectos, puede emplearse también para establecer la localización del defecto detectado. Por un lado, es posible estimar la velocidad de grupo a partir del análisis en tiempo y frecuencia de las señales de desplazamiento [110, 111] y, junto con el tiempo de llegada de las ondas dispersadas, calcular la distancia entre el punto de detección y el defecto. Por otro lado, aprovechando el hecho de que la placa bajo análisis es finita y que sus bordes reflejan las ondas de ultrasonido, una solución más simple resulta de estimar la distancia al defecto si se conoce la distancia entre el punto de detección y el borde de la placa. En

la Figura 6.11 se presenta un diagrama con las distancias involucradas en el estudio de la placa delgada.

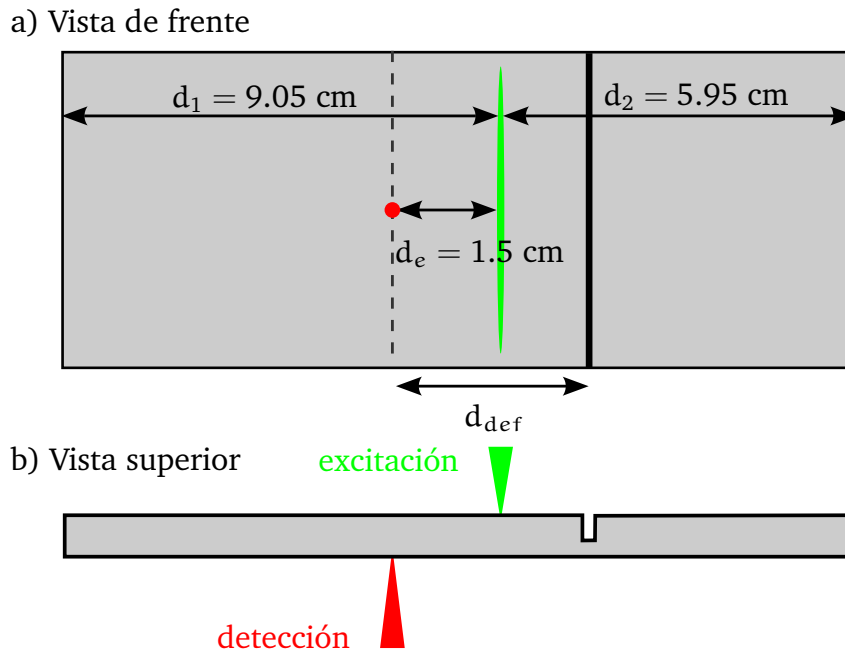


Figura 6.11. Diagrama de las distancias involucradas en el estudio de la placa delgada. De acuerdo a la ubicación de los defectos fabricados, d_{def} resulta de 2.45 cm.

De acuerdo al esquema de la Figura 6.11 se puede observar que las ondas que llegan al punto de detección, provenientes directamente de la fuente de excitación, recorren un camino de longitud $d_e = 1.5$ cm. En cambio, las ondas dispersadas una única vez por el defecto, recorren un camino cuya longitud es $(2d_{def} - d_e)$. Las ondas que llegan al punto de detección habiéndose transmitido a través del defecto y reflejándose en el borde lateral derecho de la placa recorren una distancia total $(2d_2 + d_e) = 13.4$ cm. Análogamente, las ondas reflejadas en el lateral izquierdo siguen un camino de longitud $(2d_1 - d_e) = 16.6$ cm.

En la Figura 6.12 se presenta la envolvente de los coeficientes de detalle óptimos experimentales, obtenidos para la muestra L6 en un intervalo de tiempo que se extiende hasta $100 \mu s$. En este gráfico se puede apreciar la llegada de las ondas reflejadas en los bordes laterales, además de la llegada del modo A0 y de la onda dispersada en el defecto.

Es posible obtener una estimación de la velocidad máxima del modo A0 de Lamb a partir del tiempo de llegada de cada reflejo lateral y sus respectivas

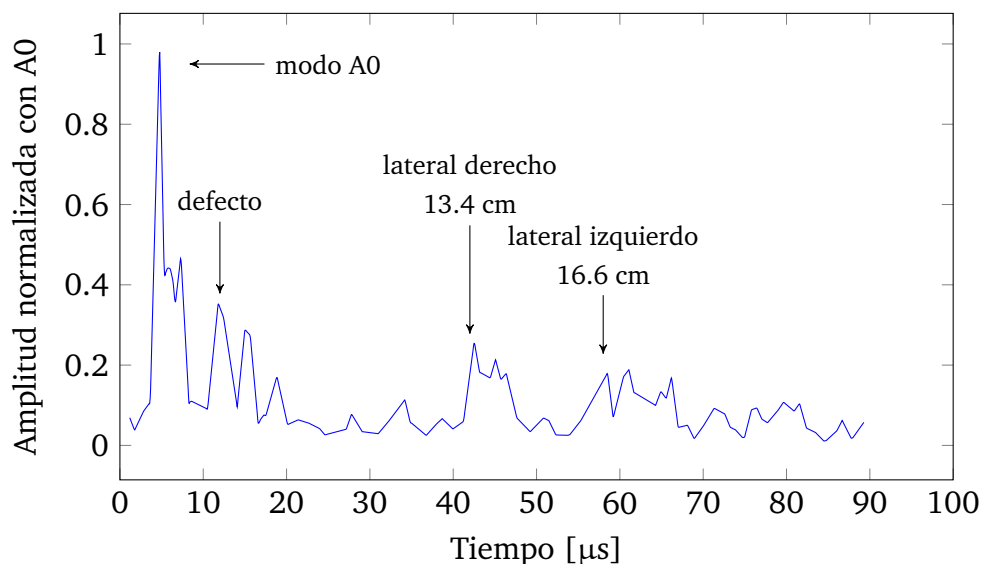


Figura 6.12. Envolvente de los coeficientes de detalle experimentales para la muestra L6 en un intervalo de tiempo de 100 μs .

longitudes de camino involucradas. Con esta estimación para la velocidad y el tiempo de llegada de la onda dispersada en el defecto, es posible obtener un valor experimental para la distancia d_{def} del defecto al punto de detección. En la Figura 6.13 se presentan las envolventes obtenidas para cada una de las muestras con defectos L1 a L6.

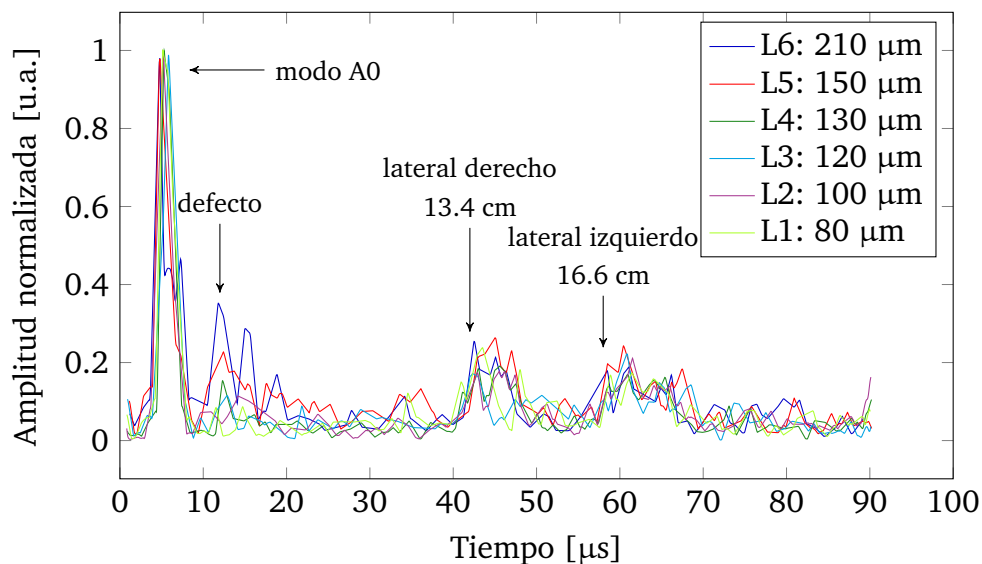


Figura 6.13. Envolvente de los coeficientes de detalle experimentales para las muestras L1 a L6 en un intervalo de tiempo de 100 μs .

En la Tabla 6.1 se presentan los resultados obtenidos para d_{def} al aplicar el procedimiento descripto para cada una de las muestras L1 a L6.

Muestra	t_d [μ s]	t_1 [μ s]	t_2 [μ s]	c_g [m/s]	d_{def} [cm]
L1	11.8 ± 0.1	56.6 ± 0.1	42.5 ± 0.1	3040 ± 20	2.5 ± 0.1
L2	10.5 ± 0.1	58.5 ± 0.1	42.6 ± 0.1	2990 ± 20	2.3 ± 0.1
L3	11.5 ± 0.1	58.4 ± 0.1	41.1 ± 0.1	3050 ± 20	2.5 ± 0.1
L4	11.6 ± 0.1	59.6 ± 0.1	41.7 ± 0.1	3000 ± 20	2.5 ± 0.1
L5	11.0 ± 0.1	58.3 ± 0.1	43.0 ± 0.1	2980 ± 20	2.4 ± 0.1
L6	11.5 ± 0.1	58.9 ± 0.1	42.9 ± 0.1	2970 ± 20	2.5 ± 0.1

Tabla 6.1. Posición del defecto d_{def} determinada experimentalmente para cada una de las muestras. t_d es el tiempo de llegada de la onda dispersada en el defecto. t_1 , t_2 son los tiempos de llegada de las ondas reflejadas por el lateral izquierdo y derecho respectivamente.

Se puede observar en la Tabla 6.1 que los resultados obtenidos se corresponden, en todos los casos, con el valor esperado $d_{def} = 2.45$ cm correspondiente a la posición real de los defectos fabricados y presentan un error porcentual inferior al 5%. Se comprueba entonces que resulta posible la localización de los defectos asistida a través del registro de los reflejos en los bordes de la placa.

Capítulo 7

Conclusiones

En este trabajo se presenta una técnica perteneciente al grupo de ensayos no destructivos que permite la generación y detección de ultrasonido mediante haces láser. Esta técnica se emplea para caracterizar satisfactoriamente propiedades de placas de aluminio. También se logra detectar la presencia de defectos en las muestras y se aplican técnicas que permiten estimar su profundidad y localización de manera exitosa. Además, se desarrolla un método numérico que permite modelar el fenómeno termoelástico de generación de ultrasonido y se contrastan los resultados numéricos con los obtenidos experimentalmente.

Con respecto a la detección de ondas mediante métodos interferométricos, durante este trabajo se exploran variantes heterodinas y homodinas. Se desarrollan dos técnicas de recuperación de fase con desfasajes no controlados que permiten la aplicación de la técnica interferométrica homodina aún en presencia de fluctuaciones lentas de camino óptico cuya longitud resulta varios órdenes de magnitud mayor a la originada por el ultrasonido. Por un lado, la técnica de desfasaje monótono permite recuperar la señal de desplazamiento absoluto (se conoce el sentido del desplazamiento de manera absoluta) en condiciones donde las fluctuaciones de fase no deseadas son lo suficientemente lentas como para permitir distinguir la fase global monótona introducida. Por otro lado, la técnica de saltos de fase completamente alea-

torios permite recuperar el desplazamiento relativo (no se conoce el sentido del desplazamiento de manera absoluta) en presencia de fluctuaciones de características completamente arbitrarias, siempre y cuando su frecuencia sea baja comparada con la del ultrasonido y la fase global recorra un intervalo de longitud 2π durante el registro de las distintas señales de interferencia. Se muestra que la técnica de fase monótona puede complementarse con la técnica de saltos de fase aleatorios para generar una técnica muy robusta de detección de ondas de ultrasonido. Durante este trabajo se emplea esta técnica para detectar exitosamente ondas superficiales de Rayleigh y ondas de Lamb.

Para contrastar los registros experimentales se desarrolla el método numérico SULDEP que permite simular, bajo la aproximación de deformaciones planas, la generación y propagación de ondas de ultrasonido en un material elástico lineal al ser iluminado por un haz de luz con una distribución temporal y espacial arbitrarias. Este esquema numérico, basado en el método pseudoespectral y el método de diferencias finitas, se utiliza para modelar medios semi-infinitos y placas planas mediante la aplicación de bandas absorbentes en los contornos correspondientes. Se encuentra buena concordancia entre los resultados numéricos y los obtenidos experimentalmente.

A partir del análisis de las ondas de Rayleigh se analiza la capacidad de la técnica propuesta para caracterizar las constantes elásticas del material ensayado. Se encuentra que es posible caracterizar satisfactoriamente estos parámetros, obteniendo para el caso de una muestra de aluminio, una incerteza del orden de 11 % y 2 % para las constantes λ y μ , respectivamente.

Mediante el análisis de las ondas de Lamb obtenidas experimentalmente o a través de simulaciones, se explora la posibilidad de estimar el espesor de la placa delgada bajo estudio. En ambos casos, se encuentra que el espesor estimado concuerda con el valor esperado. La incerteza involucrada en la estimación mediante este método puede alcanzar el 20 %, aunque en la mayoría de los casos resultó inferior al 12 %. Durante el análisis de los datos se concluye que para estimar espesores resulta conveniente, para mejorar la calidad de la estimación, realizar la excitación y la detección del ultrasonido en regiones cercanas (a distancias del orden de 1 cm) entre sí y lo más alejadas posible de los bordes de la placa.

Para estudiar la presencia de defectos se aplican técnicas de análisis a las

señales de desplazamientos basadas en la transformada discreta de *wavelets*. En este caso, se encuentra que es posible detectar el arribo de ondas de diversos orígenes, como por ejemplo las generadas por la fuente, las dispersadas en defectos y las reflejadas en los bordes de la muestra. A partir del análisis de los coeficientes de detalle de la transformada *wavelet*, se obtiene un valor cuantitativo para la intensidad de la dispersión del modo A0 en el defecto y se encuentra una dependencia lineal entre esta intensidad y la profundidad del defecto fabricado. El mismo comportamiento se encuentra a partir del análisis de las ondas de Lamb simuladas en dominios con defectos. Se concluye que es posible estimar la profundidad del defecto haciendo uso de esta dependencia mediante la aplicación de la técnica propuesta.

Con respecto a la localización de los defectos, se determina que es posible emplear la información de la llegada de las ondas reflejadas en los bordes, para estimar la distancia entre el punto de detección y el defecto encontrado. Además, se comprueba la capacidad de la técnica para establecer satisfactoriamente la localización del defecto con una incerteza inferior al 5 %.

De acuerdo a los análisis y experiencias llevados a cabo durante este trabajo, se concluye que la técnica de ultrasonido láser resulta muy valiosa en el estudio mediante ensayos no destructivos de materiales. Durante el desarrollo de este trabajo, se han abierto posibilidades para la posterior caracterización, el mejoramiento y la extensión de la técnica propuesta. Por un lado, resulta de interés la generalización de las experiencias y simulaciones realizadas a un caso tridimensional sin ninguna simetría particular, para poder analizar el caso de defectos y distribuciones espaciales del haz láser de generación de ultrasonido completamente arbitrarios. Por otro lado, existe la posibilidad de mejorar la calidad de la información que se extrae de las señales de desplazamiento debido a ondas de Lamb, accediendo de manera selectiva a los modos S y A. Esto puede realizarse detectando a una misma distancia d_e , en una y otra cara de la muestra. De esta manera, a partir de la suma y resta de las señales en ambas caras, debido a la simetría de los modos, es posible recuperar una señal de desplazamiento que contiene sólo el modo S y otra que contiene sólo al modo A. Mediante la aplicación de esta técnica se espera poder aislar al modo S y estudiarlo mediante el análisis con *wavelets* para caracterizar los defectos. El interés en la aplicación de este método reside en que el modo S resulta menos dispersivo que el modo A, por lo que contiene

información de la muestra que puede extraerse más fácilmente.

Otro camino, en el que se está trabajando actualmente, lo constituye el caso de la sintetización experimental de señales de desplazamiento. Dado que el problema termoelástico para pequeñas deformaciones resulta lineal, esta técnica permite calcular el desplazamiento medio de la superficie que se obtendría a partir de un haz de excitación con una distribución compleja, a partir de la superposición de los desplazamientos obtenidos mediante distribuciones de haz más simples. Por ejemplo, puede sintetizarse el desplazamiento de la superficie generado por una red de haces lineales equiespaciados a partir de la superposición de los desplazamientos obtenidos para un haz lineal en las posiciones correspondientes. El análisis de las señales de desplazamiento generadas a partir de haces estructurados espacialmente posee interés debido a que permite controlar la cantidad de modos que se excitan en el sistema, como así también sus amplitudes relativas. Vale la pena tener en cuenta que a medida que se distribuye la energía del haz incidente en el material en áreas más extensas, es posible aumentar la energía total del pulso, manteniendo el sistema en el régimen termoelástico e incrementando la respuesta mecánica del material. Por un lado, la técnica de sintetización posee la desventaja de requerir múltiples mediciones para sintetizar una única señal de desplazamiento, pero por otro lado, esta técnica tiene la ventaja de permitir sintetizar desplazamientos que para generarlos experimentalmente requerirían un haz láser con energía mayor a la disponible. Otro punto a tener en cuenta es que manipular de manera arbitraria la distribución espacial de haces láser de alta potencia no resulta simple ni económico. Por lo tanto, con la técnica de sintetización sería posible emplear haces láser de menor energía y geometría simple para sintetizar distribuciones más complejas a costa de realizar múltiples mediciones para obtener el desplazamiento de la superficie.

Apéndice

A

Estabilidad de esquemas MDF

A.1 Estabilidad del esquema para el problema termoelástico

Suponiendo errores para las variables del sistema (3.18) de la forma (3.24), en condiciones adiabáticas, se obtiene, por ejemplo, para la ecuación de la evolución de v_x :

$$2ie^{ik_x\Delta x/2} \sin(\omega\Delta t/2)A_x = 2ie^{ik_x\Delta x/2} \frac{\Delta t}{\Delta x\rho} X A_{xx} + 2ie^{ik_x\Delta x/2} \frac{\Delta t}{\Delta z\rho} Z A_{xz}$$

donde X y Z se definen como:

$$X = \frac{9}{8} \sin(k_x\Delta x/2) - \frac{1}{24} \sin(3k_x\Delta x/2)$$
$$Z = \frac{9}{8} \sin(k_z\Delta z/2) - \frac{1}{24} \sin(3k_z\Delta z/2)$$

Definiendo $\lambda_\omega = \sin(\omega\Delta t/2)$ y realizando el mismo reemplazo en el res-

to de las ecuaciones del sistema (3.18), se obtiene la ecuación de autovalores y autovectores $(\mathbf{M} - \lambda_\omega \mathbf{1})\mathbf{A} = 0$:

$$\begin{bmatrix} -\lambda_\omega & 0 & \frac{\Delta t X}{\Delta x \rho} & 0 & \frac{\Delta t Z}{\Delta z \rho} \\ 0 & -\lambda_\omega & 0 & \frac{\Delta t Z}{\Delta z \rho} & \frac{\Delta t X}{\Delta x \rho} \\ \frac{(\lambda+2\mu)\Delta t X}{\Delta x} & \frac{\lambda\Delta t Z}{\Delta z} & -\lambda_\omega & 0 & 0 \\ \frac{\lambda\Delta t X}{\Delta x} & \frac{(\lambda+2\mu)\Delta t Z}{\Delta z} & 0 & -\lambda_\omega & 0 \\ \frac{\mu\Delta t Z}{\Delta z} & \frac{\mu\Delta t X}{\Delta x} & 0 & 0 & -\lambda_\omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_x \\ A_z \\ A_{xx} \\ A_{zz} \\ A_{xz} \end{bmatrix} = 0 \quad (\text{A.1})$$

Al imponer la condición de determinante nulo del sistema, se obtiene un polinomio de orden 5 en λ_ω , cuyas soluciones son:

$$\begin{aligned} \lambda_\omega &= 0 \\ \lambda_\omega &= \pm \frac{7}{6} c_T \Delta t \frac{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta z^2}}{\Delta x \Delta z} \\ \lambda_\omega &= \pm \frac{7}{6} c_L \Delta t \frac{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta z^2}}{\Delta x \Delta z} \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

Estas soluciones corresponden a relaciones de dispersión para la propagación de los errores en el esquema numérico propuesto. Para que estos errores permanezcan acotados y no crezcan indefinidamente, las soluciones deben corresponderse con valores reales de ω , de manera que $\lambda_\omega \leq 1$. Se puede observar que la primer solución de (A.2) no aporta una condición a la estabilidad del sistema, las siguientes ecuaciones, permiten enunciar las siguientes condiciones de estabilidad:

$$\begin{aligned} c_T \Delta t &\leq \frac{6}{7} \frac{\Delta x \Delta z}{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta z^2}} \\ c_L \Delta t &\leq \frac{6}{7} \frac{\Delta x \Delta z}{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta z^2}} \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

donde, considerando que $c_L \geq c_T$, ambas serán satisfechas cuando se cumpla la última de ellas. A partir de las condiciones de estabilidad, se puede observar que si se emplean pasos espaciales iguales: $h = \Delta x = \Delta z$, se recupera el

resultado obtenido por Moczo et al. en [70].

A.2 Estabilidad del esquema para la ecuación del calor

Suponiendo errores para la temperatura con dependencia armónica de la forma:

$$\left[\varepsilon \right]_{\ell,j}^n = A e^{i(\omega \Delta t n - k_x \Delta x \ell - k_z \Delta z j)} \quad (\text{A.4})$$

se obtiene, al reemplazar la ecuación (A.4) en el esquema numérico (3.34), la siguiente expresión:

$$\left[\varepsilon \right]_{\ell,j}^{n+1} = \left[\varepsilon \right]_{\ell,j}^n \left\{ 1 - \Delta t \kappa \left[k_x^2 \ell^2 + \frac{1}{12 \Delta z^2} \left(30 + 2 \cos(2k_z \Delta z) - 32 \cos(k_z \Delta z) \right) \right] \right\} \quad (\text{A.5})$$

A partir de la ecuación (A.5) se puede definir el factor de amplificación del error λ_ε como:

$$\lambda_\varepsilon = \left| \frac{\left[\varepsilon \right]_{\ell,j}^{n+1}}{\left[\varepsilon \right]_{\ell,j}^n} \right| = \left| 1 - \Delta t \kappa \left[k_x^2 \ell^2 + \frac{1}{3 \Delta z^2} \left(16 \sin^2(k_z \Delta z / 2) - \sin^2(k_z \Delta z) \right) \right] \right| \quad (\text{A.6})$$

Teniendo en cuenta que el esquema resulta estable sí y sólo sí $\lambda_\varepsilon \leq 1$, y que $|1 - x| \leq 1 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 2$, se tiene que:

$$\Delta t \kappa \left[k_x^2 \ell^2 + \frac{1}{3 \Delta z^2} \left(16 \sin^2(k_z \Delta z / 2) - \sin^2(k_z \Delta z) \right) \right] \leq 2 \quad (\text{A.7})$$

$$\Delta t \kappa \left[k_x^2 \ell^2 + \frac{1}{3 \Delta z^2} \left(16 \sin^2(k_z \Delta z / 2) - \sin^2(k_z \Delta z) \right) \right] \geq 0 \quad (\text{A.8})$$

Tomando el máximo valor para el miembro izquierdo de la ecuación (A.7), considerando que $k_x = \frac{\pi}{\Delta x N_x}$ y $1 \leq \ell \leq N_x / 2$, se obtiene la primer condición de estabilidad, dada por:

$$\Delta t \leq \frac{24\Delta x^2 \Delta z^2}{\kappa(64\Delta x^2 + 3\pi^2 \Delta z^2)} \quad (\text{A.9})$$

De manera análoga, tomando el mínimo valor para el miembro de la izquierda de la ecuación (A.8), se obtiene la segunda condición de estabilidad:

$$\frac{1}{\Delta z^2} \leq \frac{3\pi^2}{\Delta x^2 N_x} \quad (\text{A.10})$$

Apéndice **B**

Cálculo de fuentes externas para la aplicación del MMS

A partir de los desplazamientos dados por la ecuación (3.29), se obtienen las expresiones para las velocidades y esfuerzos:

$$\begin{aligned}v_x = v_z &= \frac{v(x - tv - x_o)}{\sigma_x^2} g(x, z, t) \\ \sigma_{xx} &= \left[(\lambda + 2\mu) \frac{x_o - x + tv}{\sigma_x^2} - \lambda \frac{z - z_o}{\sigma_z^2} \right] g(x, z, t) \\ \sigma_{zz} &= \left[\lambda \frac{x_o - x + tv}{\sigma_x^2} - (\lambda + 2\mu) \frac{z - z_o}{\sigma_z^2} \right] g(x, z, t) \\ \sigma_{xz} &= \mu \left[\frac{x_o - x + tv}{\sigma_x^2} - \frac{z - z_o}{\sigma_z^2} \right] g(x, z, t)\end{aligned}\tag{B.1}$$

La ecuación de Navier, en la formulación de primer orden, con fuentes externas está dada por:

$$\begin{aligned}
 \partial_t v_x &= \frac{1}{\rho} (\partial_x \sigma_{xx} + \partial_z \sigma_{xz}) + F_x \\
 \partial_t v_z &= \frac{1}{\rho} (\partial_x \sigma_{xz} + \partial_z \sigma_{zz}) + F_z \\
 \partial_t \sigma_{xx} &= (\lambda + 2\mu) \partial_x v_x + \lambda \partial_z v_z + \dot{\tau}_{xx} \\
 \partial_t \sigma_{zz} &= (\lambda + 2\mu) \partial_z v_z + \lambda \partial_x v_x + \dot{\tau}_{zz} \\
 \partial_t \sigma_{xz} &= \mu (\partial_x v_z + \partial_z v_x) + \dot{\tau}_{xz}
 \end{aligned} \tag{B.2}$$

donde F_x, F_z corresponden a las fuentes, a determinar, de las velocidades y $\dot{\tau}_{xx}, \dot{\tau}_{zz}, \dot{\tau}_{xz}$, a las fuentes de los esfuerzos. Reemplazando las variables definidas en la ecuación (B.1) en la ecuación (B.2) de Navier, se obtiene que las fuentes deben ser de la forma:

$$\begin{aligned}
 F_x &= \left\{ -\frac{\rho v^2}{\sigma_x^2} \left[1 - \frac{(x_o - x + tv)^2}{\sigma_x^2} \right] + \right. \\
 &\quad \left. \frac{\lambda + 2\mu}{\sigma_x^2} \left[1 - \frac{(x_o - x + tv)^2}{\sigma_x^2} \right] + \lambda \frac{(x_o - x + tv)}{\sigma_x^2} \frac{(z - z_o)}{\sigma_z^2} + \right. \\
 &\quad \left. \frac{\mu}{\sigma_z^2} \left[1 - \frac{(z - z_o)^2}{\sigma_z^2} + \frac{x_o - x + tv}{\sigma_x^2} (z - z_o) \right] \right\} g(x, z, t) \\
 F_z &= \left\{ -\frac{\rho v^2}{\sigma_x^2} \left[1 - \frac{(x_o - x + tv)^2}{\sigma_x^2} \right] + \right. \\
 &\quad \left. \frac{\lambda + 2\mu}{\sigma_z^2} \left[1 - \frac{z - z_o}{\sigma_z^2} \right] + \lambda \frac{(x_o - x + tv)}{\sigma_x^2} \frac{(z - z_o)}{\sigma_z^2} + \right. \\
 &\quad \left. \frac{\mu}{\sigma_x^2} \left[1 - \frac{(x_o - x + tv)^2}{\sigma_x^2} + (x_o - x + tv) \frac{z - z_o}{\sigma_x^2} \right] \right\} g(x, z, t) \\
 \dot{\tau}_{xx} &= 0 \\
 \dot{\tau}_{zz} &= 0 \\
 \dot{\tau}_{xz} &= 0
 \end{aligned} \tag{B.3}$$

Apéndice C

Esquemas numéricos temporales para la ecuación del calor

C.1 Método de Heun

El esquema numérico obtenido para el método de integración temporal de Heun, presentado en la sección 3.1.2.3, está dado por los dos pasos que se presentan a continuación. El paso predictivo, notado como $[\tilde{T}]_{\ell,j}^{n+1}$, se obtiene a partir del esquema de Euler:

$$[\tilde{T}]_{\ell,j}^{n+1} = [T]_{\ell,j}^n + \Delta t \kappa [D_x^2 T + D_z^2 T]_{\ell,j}^n \quad (\text{C.1})$$

y el paso correctivo está dado por:

$$[T]_{\ell,j}^{n+1} = [T]_{\ell,j}^n + \frac{\Delta t \kappa}{2} \left([D_x^2 \tilde{T} + D_z^2 \tilde{T}]_{\ell,j}^{n+1} + [D_x^2 T + D_z^2 T]_{\ell,j}^n \right) \quad (\text{C.2})$$

donde los operadores de diferencias finitas D_x^2, D_z^2 son los definidos en la ecuación (3.34).

C.2 Método de Runge-Kutta de orden 4

A continuación se presenta la implementación del método de Runge-Kutta de orden 4, presentado en la sección 3.1.2.4, para la ecuación de difusión del calor:

$$\begin{aligned}
 [T]_{\ell,j}^{n+1} &= [T]_{\ell,j}^n + \frac{\Delta t \kappa}{6} \left([k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4]_{\ell,j}^n \right) \\
 [k_1]_{\ell,j}^n &= [D_x^2 T + D_z^2 T]_{\ell,j}^n \\
 [k_2]_{\ell,j}^n &= [k_1]_{\ell,j}^n + \frac{\Delta t}{2} [D_x^2 k_1 + D_z^2 k_1]_{\ell,j}^n \\
 [k_3]_{\ell,j}^n &= [k_1]_{\ell,j}^n + \frac{\Delta t}{2} [D_x^2 k_2 + D_z^2 k_2]_{\ell,j}^n \\
 [k_4]_{\ell,j}^n &= [k_1]_{\ell,j}^n + \Delta t [D_x^2 k_3 + D_z^2 k_3]_{\ell,j}^n
 \end{aligned} \tag{C.3}$$

donde los operadores de diferencias finitas D_x^2, D_z^2 son los definidos en la ecuación (3.34).

Bibliografía

- [1] F. C. Beall. Overview of the use of ultrasonic technologies in research on wood properties. *Wood Science and Technology* **36**(3), 197–212, 2002.
- [2] T. D’Orazio *et al.* Automatic ultrasonic inspection for internal defect detection in composite materials. *NDT & E International* **41**(2), 145–154, 2008.
- [3] T. Awad, H. Moharram, O. Shaltout, D. Asker and M. Youssef. Applications of ultrasound in analysis, processing and quality control of food: A review. *Food Research International* **48**(2), 410–427, 2012.
- [4] J. Martínez-Martínez, D. Benavente and del M. A. G. Cura. Spatial attenuation: The most sensitive ultrasonic parameter for detecting petrographic features and decay processes in carbonate rocks. *Engineering Geology* **119**(3–4), 84–95, 2011.
- [5] I. Mutlu, E. Oktay and S. Ekinici. Characterization of microstructure of h13 tool steel using ultrasonic measurements. *Russian Journal of Nondestructive Testing* **49**(2), 112–120, 2013.
- [6] T. M. Nunes *et al.* Automatic microstructural characterization and classification using artificial intelligence techniques on ultrasound signals. *Expert Systems with Applications* **40**(8), 3096–3105, 2013.
- [7] A. Ruiz, N. Ortiz, A. Medina, J.-Y. Kim and L. Jacobs. Application of ultrasonic methods for early detection of thermal damage in 2205 duplex stainless steel. *NDT & E International* **54**, 19–26, 2013.

- [8] N. Andruschak, I. Saletes, T. Filleter and A. Sinclair. An NDT guided wave technique for the identification of corrosion defects at support locations. *NDT & E International* **75**, 72–79, 2015.
- [9] J. R. Lee, S. Y. Chong, H. Jeong and C. W. Kong. A time-of-flight mapping method for laser ultrasound guided in a pipe and its application to wall thinning visualization. *NDT & E International* **44**(8), 680–691, 2011.
- [10] M. Sun *et al.* Multimode nondestructive detecting method for high-speed rail defects. In *Proc. SPIE*, vol. 9795, 979513–979513–9 (2015).
- [11] I. Pelivanov, T. Buma, J. Xia, C.-W. Wei and M. O'Donnell. A new fiber-optic non-contact compact laser-ultrasound scanner for fast non-destructive testing and evaluation of aircraft composites. *Journal of Applied Physics* **115**(11), 2014.
- [12] L. Yu, B. Lin, Y.-J. Shin, J. Wang and Z. Tian. Ultrasonic gas accumulation detection and evaluation in nuclear cooling pipes. In *Proc. SPIE*, vol. 8345, 83454U–83454U–11 (2012).
- [13] H. Habibi *et al.* A dual de-icing system for wind turbine blades combining high-power ultrasonic guided waves and low-frequency forced vibrations. *Renewable Energy* **83**, 859–870, 2015.
- [14] M. Castaings and B. Hosten. Lamb and sh waves generated and detected by air-coupled ultrasonic transducers in composite material plates. *NDT & E International* **34**(4), 249–258, 2001.
- [15] C. Pei *et al.* A study of internal defect testing with the laser-emat ultrasonic method. *Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, IEEE Transactions on* **59**(12), 2702–2708, 2012.
- [16] C. B. Scruby and L. E. Drain. *Laser ultrasonics: techniques and applications* (CRC Press, 1990).
- [17] R. M. White. Generation of elastic waves by transient surface heating. *Journal of Applied Physics* **34**(12), 3559–3567, 1963.

-
- [18] D. A. Hutchins. Ultrasonic generation by pulsed lasers. *Physical Acoustics*, vol. 18, chap. 2, 21–123 (Academic Press, Inc., 1988).
- [19] P. Rizzo and di F. L. Scalea. Wave propagation in multi-wire strands by wavelet-based laser ultrasound. *Experimental Mechanics* **44**(4), 407–415, 2004.
- [20] L. Zhang, I. Ume, J. Gamalski and K. Galuschki. Detection of flip chip solder joint cracks using correlation coefficient and auto-comparison analyses of laser ultrasound signals. *Components and Packaging Technologies, IEEE Transactions on* **29**(1), 13–19, 2006.
- [21] W. M. Steen and J. Mazumder. *Laser Material Processing, 4th Edition* (Springer, 2010).
- [22] J. Fourier. *Théorie Analytique de la Chaleur* (Paris: Didot, 1822).
- [23] J.-C. Han. *Analytical Heat Transfer* (CRC Press, Taylor & Francis Group, 2011).
- [24] L. G. Leal. *Advanced Transport Phenomena*. Cambridge Series in Chemical Engineering (Cambridge University Press, 2010).
- [25] M. A. Slawinski. *Waves and Rays in Elastic Continua* (World Scientific Pub Co Inc, 2011).
- [26] W. S. Slaughter. *The Linearized Theory of Elasticity* (Birkhäuser, 2002).
- [27] R. Asaro and V. Lubarda. *Mechanics of Solids and Materials* (Cambridge University Press, 2011).
- [28] J. M. Dowden. *The Mathematics of Thermal Modeling* (Chapman & Hall / CRC, 2001).
- [29] M. A. Biot. Thermoelasticity and irreversible thermodynamics. *Journal of Applied Physics* **27**(3), 240–253, 1956.
- [30] W. Nowacki. *Theory of Asymmetric Elasticity, 2nd Edition* (Pergamon Press, 1986).
- [31] R. Hetnarski and J. Ignaczak. *The Mathematical Theory of Elasticity, 2nd Edition* (CRC Press, Taylor & Francis Group, 2011).

- [32] P. M. Morse and H. Heshbach. *Methods of Theoretical Physics*. International Series in Pure and Applied Physics (McGraw-Hill, 1953).
- [33] J. W. S. Rayleigh. On waves propagated along the plane surface of an elastic solid. *Proc. Lond. Math. Soc.* **17**, 4–11, 1885.
- [34] M. Rahman and J. R. Barber. Exact expressions for the roots of the secular equation for rayleigh waves. *J. Appl. Mech.* **62**, 250–252, 1995.
- [35] D. Nkemzi. A new formula for the velocity of rayleigh waves. *Wave Motion* **26**, 199–205, 1997.
- [36] P. C. Vinh and R. Ogden. On formulas for the rayleigh wave speed. *Wave Motion* **39**, 191–197, 2004.
- [37] H. Lamb. On waves in an elastic plate. *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* **93**(648), 114–128, 1917.
- [38] A. Eringen and E. S. Suhubi. *Elastodynamics: Linear Theory, Volume II* (Academic Press Inc, 1975).
- [39] E. Kausel. *Fundamental Solutions in Elastodynamics: A Compendium* (Cambridge University Press, 2006).
- [40] J. Guan. Numerical study on signal enhancement of the rayleigh wave in the near-field of surface defects. *Japanese Journal of Applied Physics* **49**(6R), 062502, 2010.
- [41] M. Rosli, R. Edwards and Y. Fan. In-plane and out-of-plane measurements of rayleigh waves using EMATs for characterising surface cracks. *NDT & E International* **49**, 1–9, 2012.
- [42] S.-F. Hwang and C.-S. Chang. Determination of elastic constants of materials by vibration testing. *Composite Structures* **49**(2), 183–190, 2000.
- [43] R. Medina and A. Bayón. Elastic constants of a plate from impact-echo resonance and rayleigh wave velocity. *Journal of Sound and Vibration* **329**(11), 2114–2126, 2010.

-
- [44] F. K. Mirzade. Influence of surface stress and atomic defect generation on rayleigh wave propagation in laser-excited solids. *Physica B: Condensed Matter* **421**, 28–33, 2013.
- [45] J. D. Achenbach. *Wave Propagation in Elastic Solids* (North-Holland, 1984).
- [46] J. L. Rose. *Ultrasonic Waves in Solid Media* (Cambridge University Press, 2004).
- [47] B. A. Auld. *Acoustic Fields and Waves in Solids, Volume II* (Krieger Pub Co, 1990).
- [48] J. Chen, Z. Su and L. Cheng. Identification of corrosion damage in submerged structures using fundamental anti-symmetric lamb waves. *Smart Materials and Structures* **19**(1), 015004, 2010.
- [49] C. Ramadas, K. Balasubramaniam, M. Joshi and C. V. Krishnamurthy. Interaction of guided lamb waves with an asymmetrically located delamination in a laminated composite plate. *Smart Materials and Structures* **19**(6), 065009, 2010.
- [50] A. Purekar and D. Pines. Damage detection in thin composite laminates using piezoelectric phased sensor arrays and guided lamb wave interrogation. *Intelligent Material Systems and Structures* **21**(10), 995–1010, 2010.
- [51] R. A. Bernatz. *Fourier Series and Numerical Methods for Partial Differential Equations* (John Wiley & Sons, 2010).
- [52] R. J. LeVeque. *Finite Difference Methods for Ordinary and Partial Differential Equations* (Society for Industrial and Applied Mathematics, 2007).
- [53] B. Fornberg. Generation of finite difference formulas on arbitrarily spaced grids. *Math. Comp.* **51**, 699–706, 1988.
- [54] D. Randall. *Introduction to Atmospheric Modeling* (Department of Atmospheric Science, Colorado State University, 2015). <http://kiwi.atmos.colostate.edu/group/dave/at604.html>.

- [55] B. Fornberg. *A Practical Guide to Pseudospectral Methods* (Cambridge University Press, 1998).
- [56] C. Canuto, M. Y. Hussaini, A. Quarteroni and T. A. Zang. *Spectral Methods: Fundamentals in Single Domains* (Springer, 2006).
- [57] J. W. Cooley and J. W. Tukey. An algorithm for the machine calculation of complex fourier series. *Mathematics of Computation* **19**(90), 297–301, 1965.
- [58] M. Frigo and S. Johnson. The design and implementation of fftw3. *Proc. IEEE* **93**(2), 216–231, 2005.
- [59] G. Liu and S. S. Quek. *The Finite Element Method: A Practical Course, 2nd Edition* (Butterworth-Heinemann, 2013).
- [60] M. G. Larson and F. Bengzon. *The Finite Element Method: Theory, Implementation, and Applications* (Springer, 2013).
- [61] Q. Liu, Y. Wang, F. Ji and J. He. A three-step least-squares iterative method for tilt phase-shift interferometry. *Opt. Express* **21**(24), 29505–29515, 2013.
- [62] J. Virieux. P-sv wave propagation in heterogeneous media: Velocity-stress finite-difference method. *Geophysics* **51**(4), 889–901, 1986.
- [63] A. R. Levander. Fourth order finite difference P-SV seismograms. *Geophysics* **53**(11), 1425–1436, 1988.
- [64] D. B. Duncan. Difference approximations of acoustic and elastic wave equations. *Numerical Methods for Wave Propagation*, chap. 8, 197–210 (Springer, 1998).
- [65] D. Appelö and N. A. Petersson. A stable finite difference method for the elastic wave equation on complex geometries with free surfaces. *Commun. Comput. Phys.* **5**(1), 84–107, 2009.
- [66] G. Long, Y. Zhao and J. Zou. A temporal fourth-order scheme for the first-order acoustic wave equations. *Geophysical Journal International* **194**(3), 1473–1485, 2013.

-
- [67] F. Rubio, M. Hanzich, A. Farrés, de la J. Puente and J. M. Cela. Finite-difference staggered grids in GPUs for anisotropic elastic wave propagation simulation. *Computers & Geosciences* **70**, 181–189, 2014.
- [68] E. Gottschämmer and K. B. Olsen. Accuracy of the explicit planar free-surface boundary condition implemented in a fourth-order staggered-grid velocity-stress finite-difference scheme. *Bulletin of the Seismological Society of America* **91**(3), 617–623, 2001.
- [69] L. N. Trefethen. *Finite Difference and Spectral Methods for Ordinary and Partial Differential Equations* (Department of Computer Science and Center for Applied Mathematics, Cornell University, 1996). <https://people.maths.ox.ac.uk/trefethen/pdetext.html>.
- [70] P. Moczo, J. Kristek and L. Halada. 3d fourth-order staggered-grid finite-difference schemes: stability and grid dispersion. *Bulletin of the Seismological Society of America* **90**(3), 587–603, 2000.
- [71] R. Courant, K. O. Friedrichs and H. Lewy. On the partial difference equations of mathematical physics. *IBM Journal* **11**, 215–234, 1967.
- [72] K. W. Morton and D. Mayers. *Numerical Solutions of Partial Differential Equations, 2nd Edition* (Cambridge University Press, 2005).
- [73] A. Hellsten. Case study on code verification using the method of manufactured solutions: 6th order finite difference method for homogeneous turbulence. In *The Fifth International Symposium on Computational Wind Engineering (CWE2010)* (International Association for Wind Engineering, 2010). <ftp://ftp.atdd.noaa.gov/pub/cwe2010/CWE.html>.
- [74] R. W. Clayton and B. Engquist. Absorbing boundary conditions for wave-equation migration. *Geophysics* **45**(5), 895–904, 1980.
- [75] B. Lombard, J. Piraux, C. Gélis and J. Virieux. Free and smooth boundaries in 2-d finite-difference schemes for transient elastic waves. *Geophysical Journal International* **172**(1), 252–261, 2008.
- [76] S. Kumar and J. P. Narayan. Absorbing boundary conditions in a fourth-order accurate sh-wave staggered grid finite difference algorithm. *Acta Geophysica* **56**(4), 1090–1108, 2008.

- [77] J.-F. Semblat, L. Lenti and A. Gandomzadeh. A simple multi-directional absorbing layer method to simulate elastic wave propagation in unbounded domains. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* **85**(12), 1543–1563, 2011.
- [78] Y. Liu and M. K. Sen. A hybrid absorbing boundary condition for elastic staggered-grid modelling. *Geophysical Prospecting* **60**(6), 1114–1132, 2012.
- [79] C. Cerjan, D. Kosloff, R. Kosloff and M. Reshef. A nonreflecting boundary condition for discrete acoustic and elastic wave equations. *Geophysics* **50**(4), 705–708, 1985.
- [80] J. F. Ready. *Effects of High-Power Laser Radiation* (Academic Press, 1971).
- [81] D. Malacara. *Optical shop testing, 3rd Edition* (Wiley-Interscience, 2007).
- [82] D. J. Lee and A. M. Weiner. Optical phase imaging using a synthetic aperture phase retrieval technique. *Opt. Express* **22**(8), 9380–9394, 2014.
- [83] C. Li, B. Li and S. Zhang. Phase retrieval using a modified shack-hartmann wavefront sensor with defocus. *Appl. Opt.* **53**(4), 618–624, 2014.
- [84] C. Guo, S. Liu and J. T. Sheridan. Iterative phase retrieval algorithms. i: optimization. *Appl. Opt.* **54**(15), 4698–4708, 2015.
- [85] P. Hariharan. *Basics of interferometry, 2nd Edition* (Elsevier Academic Press, 2007).
- [86] F. Mazda. *Telecommunications Engineer's Reference Book, 2nd Edition* (Focal Press - Butterworth-Heinemann - Elsevier, 1998).
- [87] M. S. John G. Proakis. *Communication systems engineering, 2nd Edition* (Prentice Hall, 2002).

-
- [88] L. M. Riobó, N. C. Alvarez, M. T. Garea and F. E. Veiras. Interferómetro de polarización para la caracterización mecánica de dispositivos piezoeléctricos. In *Biennial Congress of Argentina (ARGENCON), 2014 IEEE*, 765–769 (2014).
- [89] T. C. Briles, D. C. Yost, A. Cingöz, J. Ye and T. R. Schibli. Simple piezoelectric-actuated mirror with 180 khz servo bandwidth. *Opt. Express* **18**(10), 9739–9746, 2010.
- [90] G. Jotzu, T. J. Bartley, H. B. Coldenstrodt-Ronge, B. J. Smith and I. A. Walmsley. Continuous phase stabilization and active interferometer control using two modes. *Journal of Modern Optics* **59**(1), 42–45, 2012.
- [91] W. Xia *et al.* High-accuracy sinusoidal phase-modulating self-mixing interferometer using an electro-optic modulator: development and evaluation. *Appl. Opt.* **52**(4), B52–B59, 2013.
- [92] Q. Hao, Q. Zhu and Y. Hu. Random phase-shifting interferometry without accurately controlling or calibrating the phase shifts. *Opt. Lett.* **34**(8), 1288–1290, 2009.
- [93] N. Alvarez, M. T. Garea and F. P. Quintián. Ultrasonic lamb waves detection using an unstabilized optical interferometer with uncalibrated phase shifts. *Journal of Modern Optics* **62**(7), 556–559, 2015.
- [94] F. Veiras. *Estudio y desarrollo de sistemas ópticos para el control de la polarización* (Facultad de Ingeniería, Universidad de Buenos Aires, 2013). Tesis de doctorado.
- [95] F. Liu, Y. Wu and F. Wu. Phase shifting interferometry from two normalized interferograms with random tilt phase-shift. *Opt. Express* **23**(15), 19932–19946, 2015.
- [96] H. Yue *et al.* Characterization of the phase modulation property of a free-space electro-optic modulator by interframe intensity correlation matrix. *Appl. Opt.* **51**(19), 4457–4462, 2012.
- [97] J. C. Wyant. Dynamic interferometry. *Opt. Photon. News* **14**(4), 36–41, 2003.

- [98] E. Hecht. *Optics, 4th Edition* (Springer Verlag, 2002).
- [99] P. Carré. Installation et utilisation du comparateur photoélectrique et interférentiel du bureau international des poids et mesures. *Metrologia* **2**(1), 13–23, 1966.
- [100] K. Hibino, K. Larkin, B. F. Oreb and D. I. Farrant. Phase shifting for nonsinusoidal waveforms with phase-shift errors. *J. Opt. Soc. Am. A* **12**(4), 761–768, 1995.
- [101] Y. Surrel. Additive noise effect in digital phase detection. *Appl. Opt.* **36**(1), 271–276, 1997.
- [102] D. Malacara, M. Servín and Z. Malacara. *Interferogram Analysis for Optical Testing, 2nd Edition*. Optical Science and Engineering (CRC Press, 2005).
- [103] Q. Kemaoy, S. Fangjun and W. Xiaoping. Determination of the best phase step of the carré algorithm in phase shifting interferometry. *Measurement Science and Technology* **11**(8), 1220–1223, 2000.
- [104] R. J. Dewhurst, C. Edwards, A. D. W. McKie and S. B. Palmer. Estimation of the thickness of thin metal sheet using laser generated ultrasound. *Applied Physics Letters* **51**(14), 1066–1068, 1987.
- [105] D. Royer, E. Dieulesaint and P. Leclaire. Remote sensing of the thickness of hollow cylinders from optical excitation and detection of lamb waves. In *Ultrasonics Symposium, 1989. Proceedings., IEEE 1989*, vol. 2, 1163–1166 (1989).
- [106] C. S. Burrus, R. A. Gopinath and H. Guo. *Introduction to Wavelets and Wavelet Transforms: A Primer* (Prentice Hall, 1997).
- [107] A. Cohen and R. D. Ryan. *Wavelets and Multiscale Signal Processing* (Chapman and Hall/CRC, 1995).
- [108] C. E. Shannon. A mathematical theory of communication. *Bell System Technical Journal* **27**(3), 379–423, 1948.

-
- [109] F. Li, G. Meng, K. Kageyama, Z. Su and L. Ye. Optimal mother wavelet selection for lamb wave analyses. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures* **20**(10), 1147–1161, 2009.
- [110] X. Liu, Z. Jiang and Z. Yan. Improvement of accuracy in damage localization using frequency slice wavelet transform. *Shock and Vibration* **19**(4), 585–596, 2012.
- [111] S. E. Burrows, B. Dutton and S. Dixon. Laser generation of lamb waves for defect detection: Experimental methods and finite element modeling. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control* **59**(1), 82–89, 2012.