

Tesis Doctoral

# Estudio de la dinámica de los sistemas memristivos : efecto del ruido y la temperatura en el fenómeno de la conmutación resistiva

Patterson, Germán A.

2014-12-19

Este documento forma parte de la colección de tesis doctorales y de maestría de la Biblioteca Central Dr. Luis Federico Leloir, disponible en [digital.bl.fcen.uba.ar](http://digital.bl.fcen.uba.ar). Su utilización debe ser acompañada por la cita bibliográfica con reconocimiento de la fuente.

This document is part of the doctoral theses collection of the Central Library Dr. Luis Federico Leloir, available in [digital.bl.fcen.uba.ar](http://digital.bl.fcen.uba.ar). It should be used accompanied by the corresponding citation acknowledging the source.

Cita tipo APA:

Patterson, Germán A.. (2014-12-19). Estudio de la dinámica de los sistemas memristivos : efecto del ruido y la temperatura en el fenómeno de la conmutación resistiva. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires.

Cita tipo Chicago:

Patterson, Germán A.. "Estudio de la dinámica de los sistemas memristivos : efecto del ruido y la temperatura en el fenómeno de la conmutación resistiva". Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires. 2014-12-19.

**EXACTAS** UBA

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales



**UBA**

Universidad de Buenos Aires



UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES  
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales  
Departamento de Física

## Estudio de la dinámica de los sistemas memristivos

Efecto del ruido y la temperatura en el fenómeno de  
la conmutación resistiva

Trabajo de Tesis para optar por el título de Doctor de la Universidad  
de Buenos Aires en el área Ciencias Físicas

por Lic. Germán A. Patterson

**Director de trabajo:** Dr. Pablo I. Fierens

**Director de trabajo:** Dr. Diego F. Grosz

**Consejero de estudios:** Dr. Gabriel Mindlin

**Lugar de trabajo:** Laboratorio de Optoelectrónica, Instituto  
Tecnológico de Buenos Aires

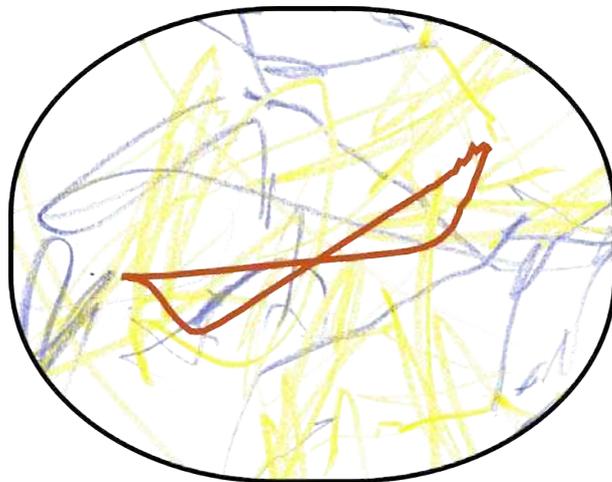
Buenos Aires, 2014



# ESTUDIO DE LA DINÁMICA DE LOS SISTEMAS MEMRISTIVOS

Efecto del ruido y la temperatura en el fenómeno de la conmutación resistiva

GERMÁN A. PATTERSON





# ESTUDIO DE LA DINÁMICA DE LOS SISTEMAS MEMRISTIVOS

## Efecto del ruido y la temperatura en el fenómeno de la conmutación resistiva

### RESUMEN

---

El objetivo de esta Tesis es el de estudiar el efecto del ruido eléctrico y la temperatura en sistemas memristivos. Este tipo de sistemas presenta el fenómeno conocido como conmutación resistiva (CR), en el cual se basan las memorias electrónicas ReRAM. Básicamente, la CR se caracteriza por el cambio abrupto de la resistencia eléctrica del material ante la presencia de un campo eléctrico externo. Se comienza por estudiar la influencia del ruido, tanto interno como externo, con un modelo memristivo sencillo. Según este modelo, solo el ruido interno produce un efecto beneficioso, esto es, aumenta el contraste resistivo. Luego, se presentan resultados de experimentos en una muestra del tipo manganita donde el ruido externo aumenta el contraste resistivo. Utilizando otro modelo que se encuentra en la literatura, se reproducen cualitativamente los resultados observados. A partir de este estudio, se encuentran las características generales que un modelo de la dinámica de la CR debe cumplir para que el ruido agregado externamente mejore el contraste resistivo tal como resulta en los experimentos.

A continuación, se estudia el efecto combinado del ruido y la temperatura sobre la dinámica de la manganita. Se realizan experimentos a distintas temperaturas encontrando que el ruido aumenta el contraste en todo el rango considerado. Se logran reproducir los resultados experimentales, combinando un modelo que describe la CR con uno que da cuenta del cambio resistivo con la temperatura. Se estudian, también, tiempos de relajación luego de excitar la muestra. Asociando dicha relajación a la difusión de vacancias de oxígeno, se estiman el coeficiente de difusión y la energía de activación, obteniéndose valores consistentes a los encontrados en la literatura.

Finalmente, en esta Tesis se demuestra que el ruido produce un efecto beneficioso en el fenómeno de la CR. Este resultado puede ser relevante en el área de los sistemas de almacenamiento y procesamiento de información, donde los altísimos niveles de integración electrónica hacen que la presencia del ruido no pueda ser soslayada.

**Palabras clave:** conmutación resistiva – memristor – ruido – temperatura

# A STUDY OF THE DYNAMICS OF THE MEMRISTIVE SYSTEMS

The effect of noise and temperature on the resistive switching phenomenon

## ABSTRACT

---

The objective of this Thesis is to study the effect of electrical noise and temperature on memristive systems. These systems exhibit the phenomenon of resistive switching (RS), which ReRam electronic memories are based on. Basically, RS is characterized by an abrupt change of the resistance under the presence of an external electric field. We begin by studying the influence of both internal and external noise using a simple memristive model. In this model, only internal noise produces a beneficial effect, that is, leads to an increase in the resistive contrast. Then, results of experiments performed on a manganite sample are presented, showing that external noise does indeed increase the resistive contrast. These results are qualitatively reproduced by using another model found in the literature. From this study, some general characteristics are found for a model aimed at describing the RS phenomenon in the presence of noise.

Further on, we study the influence of both noise and temperature on the dynamics of the manganite sample. Experiments are performed at different temperatures, and noise is found to increase the resistive contrast in the full temperature range. Experimental results are successfully reproduced by combining a model that describes RS with another model that accounts for the change of the resistance with temperature. Relaxation times after pulsing are studied. Relating the relaxation process to oxygen-vacancy diffusion, the estimated activation energies and diffusion coefficients are found consistent with published results.

Finally, in this Thesis it is shown that noise has a beneficial effect on the phenomenon of RS. This finding may prove relevant in the area of memory devices and data processing, where the high levels of electronic integration render the presence of noise unavoidable.

**Keywords:** resistive switching – memristor – noise – temperature

## AGRADECIMIENTOS

---

En primer lugar, quiero agradecer a Pablo y a Diego por haberme dejado participar en el grupo de Optoelectrónica durante tantos años. He aprendido mucho junto a ellos y considero que sus aportes han sido esenciales para el desarrollo de mi formación académica. También agradezco a los demás integrantes y habitúes del laboratorio por hacer más amenas las jornadas de trabajo.

Un agradecimiento especial está dirigido a Alejandro García y a Federico Sangiuliano. Ambos colaboraron en el armado y caracterización de algunos dispositivos utilizados en mi trabajo de Tesis. También quiero agradecer a Fernando Gomez-Marlasca y a la gente del Laboratorio de Propiedades Eléctricas y Magnéticas del TANDAR, CNEA por las primeras discusiones experimentales.

Quiero agradecer a mi familia, siempre apoyaron mis decisiones y estuvieron cuando los necesité. A mis amigos y compañeros de la facultad, han sido un gran soporte y una fuente infinita de buenos momentos.

A Fer. Gracias por el amor y tu infinita paciencia, por tu apoyo y contención, por la hermosa familia que estamos armando. Todo lo que conseguí fue gracias a que estuviste a mi lado todo este tiempo. Te quiero agradecer por darme el título más importante, el de papá. Gracias Umi por existir. Tu llegada me ha llenado de felicidad.

Germán A. Patterson  
Buenos Aires, 2014



## ÍNDICE GENERAL

---

1	INTRODUCCIÓN	1
1.1	Motivación y objetivos	1
1.2	Conmutación resistiva	3
1.3	Ruido en sistemas no lineales	9
<b>í</b>	<b>RUIDO Y TEMPERATURA EN SISTEMAS MEMRISTIVOS</b>	<b>21</b>
2	EXPERIMENTOS EN LPCMO	23
2.1	Dispositivo experimental	23
2.2	Aplicación de pulsos y medición de la resistencia	26
2.3	Resistencia remanente <i>vs.</i> pulsado	28
2.4	Calentamiento durante el pulsado	32
2.5	Resumen	33
3	RUIDO EN SISTEMAS MEMRISTIVOS	35
3.1	Modelo no lineal de desplazamiento iónico	35
3.1.1	Solución determinista	37
3.1.2	Ruido interno	41
3.1.3	Ruido externo	47
3.2	Experimentos sobre la influencia del ruido	51
3.2.1	Ciclos de histéresis	51
3.2.2	Contraste resistivo	54
3.3	Modelo de barrera de ancho variable	58
3.3.1	Simplificación del modelo	59
3.3.2	Experimento <i>vs.</i> modelo	61
3.3.3	Resultados numéricos	64
3.3.4	Explicación del efecto del ruido	69
3.4	Conclusiones	72
4	EFECTO DE LA TEMPERATURA EN LPCMO	75
4.1	Ciclos de histéresis	75
4.1.1	Comportamiento remanente	75
4.1.2	Comportamiento durante el pulsado	77
4.1.3	Modelo VRH para manganitas	78
4.2	Difusión en el estado de resistencia remanente	79
4.2.1	Difusión de los estados resistivos	85
4.3	Ruido y temperatura en el efecto de CR	89
4.4	Conclusiones	94
5	CONCLUSIONES	97

ii	APÉNDICES	101
A	DESCRIPCIÓN EXPERIMENTAL	103
A.1	Amplificador de transconductancia	103
A.2	Dispositivo de cortocircuito	107
A.3	Circuito de medición	109
A.4	Control de temperatura	111
B	MÉTODOS NUMÉRICOS	115
B.1	Cálculo estocástico	115
B.2	Aproximación discreta de ecuaciones diferenciales estocásticas	115
B.3	Proceso de Ornstein-Uhlenbeck	117
	BIBLIOGRAFÍA	121

## INTRODUCCIÓN

---

El objetivo de esta Tesis es el de estudiar la dinámica de los sistemas memristivos, en particular, la influencia del ruido y la temperatura en sistemas que presentan el fenómeno de la conmutación resistiva (CR). Este fenómeno es aquel por el cual la resistencia de un material cambia por medio de la aplicación de campos eléctricos externos. En este capítulo se introducen los sistemas memristivos, sus potenciales aplicaciones y los posibles mecanismos responsables por la CR. Se hace, también, una breve explicación de la influencia de distintos tipos de ruido en sistemas no lineales. Por último, se describe el trabajo de Stotland y Di Ventra, quienes estudiaron numéricamente la interacción de un modelo memristivo con fluctuaciones aleatorias de origen térmico.

### 1.1 MOTIVACIÓN Y OBJETIVOS

La así llamada ley de Moore propuesta inicialmente por Gordon Moore, cofundador de Intel, dice que el costo de los transistores en un circuito integrado continuará descendiendo debido a que el número de dispositivos que se fabrican en una determinada superficie se duplica, aproximadamente, cada dos años [1]. Sin embargo, existen indicios de que la predicción de Moore pronto caducará [2]. Más allá de que las empresas logren disminuir el tamaño de los transistores en la próxima generación de semiconductores, el esfuerzo tecnológico para lograr este objetivo sería demasiado grande e impactaría fuertemente en el costo de los circuitos integrados. En el año 2002 un dólar podía comprar un total de 2,6 millones de transistores con una dimensión característica de 180 nm [2]. Actualmente se pueden conseguir 20 millones de transistores, casi diez veces más chicos que en 2002, por cada dólar de costo. En la figura 1.1 se ve la evolución temporal del número de transistores que se puede comprar con un dólar y el tamaño de los mismos. Entre 2012 y 2014 se alcanza el mayor número de transistores que puede adquirirse por cada dólar invertido.

En los últimos años se ha trabajado intensamente para encontrar alternativas tecnológicas que permitan desarrollar dispositivos de almacenamiento y procesamiento de información (ver, por ejemplo, [3, 4, 5, 6]) de manera de continuar la tendencia exponencial prevista por Moore.

Una dificultad es que esta ley demanda la fabricación de componentes más pequeños que trabajen con señales de menor amplitud, de manera de disminuir la temperatura originada por el efecto Jou-

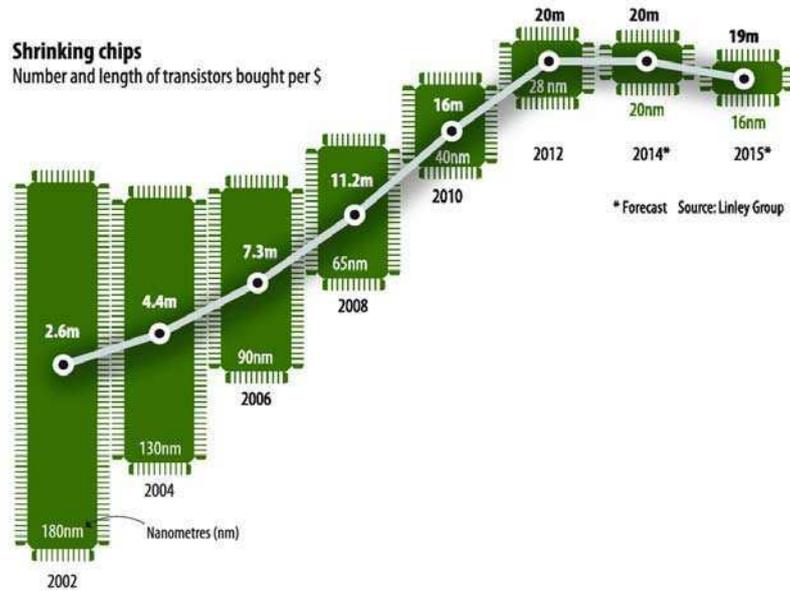


Figura 1.1: El límite a la predicción de G. Moore. Se muestra la evolución temporal del número de transistores que pueden adquirirse por dólar. La curva muestra un cambio de tendencia en el año 2012. [2]

le. Los bajos niveles de señal implican que el comportamiento de los componentes será más sensible a la presencia de ruido, por ejemplo, de origen eléctrico y térmico [7]. Esto último, motiva extender las investigaciones que se han llevado a cabo en el contexto de los sistemas no lineales y su interacción con distintas fuentes de ruido a los dispositivos de almacenamiento y procesamiento de información. En particular, son de interés aquellos trabajos en los cuales el desempeño de estos dispositivos se ve beneficiado por la presencia de ruido [8, 9, 10, 11].

**ReRAM:** Resistive  
Random-Access  
Memories

Una de las tecnologías propuestas para continuar la tendencia predicha por Moore es la ReRAM [12]. Esta tecnología está basada en el fenómeno de la conmutación resistiva que presentan ciertos materiales. Básicamente, este fenómeno se caracteriza por el cambio abrupto de la resistencia eléctrica ante la presencia de un campo eléctrico externo.

El objetivo de esta Tesis es el de estudiar el efecto que tiene el ruido en un dispositivo de almacenamiento resistivo prototípico como lo es la manganita  $\text{La}_{0,325}\text{Pr}_{0,300}\text{Ca}_{0,375}\text{MnO}_3$  (LPCMO). Para este objetivo se tienen en cuenta dos tipos de fuentes de ruido: la primera está asociada a una fuente externa al sistema, como lo es el ruido eléctrico, mientras que la segunda está relacionada con una propiedad intrínseca del material, como lo es la temperatura.

## 1.2 CONMUTACIÓN RESISTIVA

La conmutación resistiva (CR) es un fenómeno físico que consiste en el cambio de la resistencia de un material a partir de la aplicación de un campo eléctrico, en general a través de pulsos de tensión o corriente. Este fenómeno fue reportado por primera vez en el año 1962 cuando Hickmott [13] observó que la curva de respuesta I-V en un sistema metal-óxido-metal (MOM, por sus siglas en inglés) presentaba un comportamiento de histéresis. En ese trabajo el sistema MOM estudiado fue Al/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>/Al. Luego, en el año 1968 Argall [14] realizó experimentos en un sistema formado por dióxido de titanio y encontró que presentaba distintos estados de conducción. Específicamente, estudió las propiedades eléctricas del dispositivo en un rango de temperaturas que variaba entre 4,2 y 500 K concluyendo que el efecto reversible de conmutación resistiva observado no se correspondía con un cambio de fases del material.

Un esquema de un sistema MOM se puede observar en la figura 1.2. Esta configuración es similar a la de un capacitor, donde los metales cumplen el rol de electrodos por los cuales se aplica el estímulo eléctrico, mientras que el óxido cumple el rol de dieléctrico. Distintos materiales han sido objeto de estudio desde entonces, comenzando por sistemas de óxidos binarios hasta óxidos complejos formados por metales de transición. Actualmente, también, se están estudiando sistemas calcogenuros y compuestos orgánicos [12, 15].

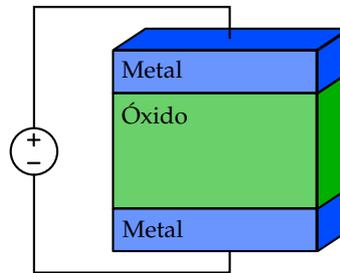
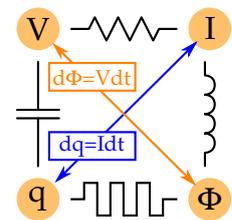


Figura 1.2: Esquema de un sistema MOM. En general, se utilizan óxidos de algún metal de transición.

En 1971, Chua [16, 17] propuso la existencia de un nuevo elemento pasivo que debía coexistir junto al capacitor, la resistencia y el inductor. La existencia de este cuarto elemento fue inferida por Chua suponiendo que debía relacionar la carga eléctrica y el flujo. A partir de las ecuaciones generales de la teoría de circuitos encontró que la resistencia eléctrica del dispositivo propuesto debe variar en función de la cantidad de carga que lo ha atravesado, esto es, de su historia. Esto implica un comportamiento no lineal con histéresis. Chua denominó a este tipo de elemento MEMRISTOR (contracción de "memory resistor"). Las ecuaciones que gobiernan la dinámica de un elemento memristivo son

$$V(t) = M(x, I) I(t), \quad (1.1a)$$

$$\frac{dx}{dt} = f(x, I), \quad (1.1b)$$



donde  $V(t)$  es la tensión aplicada entre sus dos terminales,  $I(t)$  es la corriente que lo atraviesa,  $M(x, I)$  es la resistencia instantánea o memristancia. La ecuación (1.1a) es una generalización de la ley de Ohm, mientras que la ecuación (1.1b) gobierna la dinámica de la variable de estado  $x$  según  $f(x, I)$ . En el año 2008 un grupo de investigadores de Hewlett-Packard [18] presentaron un modelo simple de un sistema memristivo que describía con cierto éxito dispositivos fabricados a partir de una capa nanométrica de  $\text{TiO}_2$ . Este trabajo suscitó un gran interés en la comunidad científica, en particular en las áreas de la ingeniería neuromórfica y en la inteligencia artificial [19, 20, 21]. En 2011, Chua [22] argumentó que la definición de memristor puede ser generalizada de manera de incluir todos los dispositivos de 2 terminales que presenten conmutación resistiva.

El efecto de la CR se puede clasificar en dos tipos: conmutación UNIPOLAR y conmutación BIPOLAR. En el primer caso, la conmutación de resistencia se pone en manifiesto al aplicar campos eléctricos en el mismo sentido, mientras que para lograr la conmutación en los materiales del segundo tipo es necesario invertir el sentido del campo aplicado. A continuación se hace una breve descripción de ambos tipos de conmutación.

**UNIPOLAR** En general se trata de sistemas cuyo dieléctrico es un óxido binario simple, como por ejemplo  $\text{NiO}$ ,  $\text{CuO}$ ,  $\text{Fe}_2\text{O}_3$ ,  $\text{HfO}$ ,  $\text{TiO}_2$ , entre otros. En la figura 1.3a se muestra un esquema de la conmutación unipolar. En la misma el parámetro de control es la tensión aplicada. Si se recorre la curva aumentando la tensión inicialmente desde la resistencia alta (color azul) se llegará al punto donde la resistencia disminuirá su valor en forma abrupta. Llegado a este punto la corriente que circula por el dispositivo aumenta su intensidad y por este motivo es necesario tener un control de limitación de corriente para evitar dañar el dispositivo (o que conmute nuevamente hacia el estado de alta resistencia). Luego, variando la tensión se puede recorrer la curva que corresponde al estado de resistencia baja (color rojo), donde eventualmente se llega a un valor que devuelve la resistencia inicial del dispositivo. Un mecanismo usualmente asociado para describir este tipo de conmutación es el conocido como FUSIBLE-ANTIFUSIBLE debido a la creación y destrucción de caminos conductores que unen ambos electrodos. Un campo eléctrico puede formar caminos conductores si es lo suficientemente intenso como para ionizar el material, disminuyendo así la resistencia efectiva del compuesto. Luego, si se hace circular una corriente de gran intensidad por estos caminos, estos actuarán como fusibles que por efecto Joule se interrumpirán, aumentando la resistencia efectiva del material [15, 12, 23].

**BIPOLAR** Este tipo de conmutación ha sido observado en óxidos más complejos tales como  $\text{SrTiO}_3$ ,  $\text{SrZrO}_3$ , óxidos de manganeso ( $\text{LaSrMnO}$ ,  $\text{LaCaMnO}$ ,  $\text{LaPrCaMnO}$ ), óxidos de cobre ( $\text{YBaCuO}$ ,  $\text{BiSrCaCuO}$ ),  $\text{TiO}_2$ , entre otros. Llamativamente, el dióxido de titanio y los calcogenuros pueden presentar ambos tipos de conmutación [24]. En la figura 1.3b puede observarse esquemáticamente el comportamiento de un dispositivo bipolar. La conmutación de un valor de resistencia a otro se da sólo cuando se invierte el parámetro de control. En este caso puede no ser estrictamente necesario limitar la corriente. El mecanismo de este tipo de conmutación suele estar asociado al MOVIMIENTO DE IONES que, dependiendo de su distribución en el material, determinarán el valor de su resistencia. En algunos trabajos se asocian las vacancias de oxígeno como los iones que dan lugar al cambio de resistencia de la muestra. Estos iones son arrastrados por el campo externo y se acumulan (disgregan) en la interfaz aumentando (disminuyendo) la resistencia efectiva [12, 25, 26, 27].

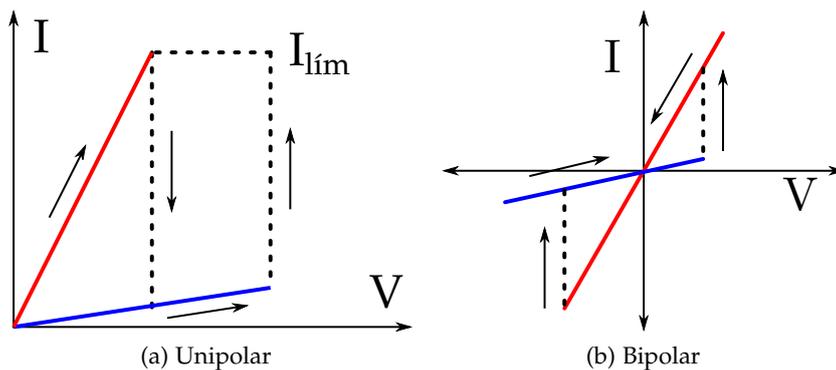


Figura 1.3: (a) Esquema de conmutación unipolar. El cambio de resistencia se puede obtener aplicando campos eléctricos en el mismo sentido. (b) Esquema de conmutación bipolar. Es necesario invertir el sentido del campo eléctrico para realizar una conmutación de resistencia. El color rojo indica el estado de resistencia baja; el azul, el estado de resistencia alta.

En las referencias [26, 25, 28] se mostró que el efecto de conmutación resistiva en sistemas compuestos por óxidos de metales de transición, está localizado en inmediaciones de la superficie de contacto entre el metal y el óxido. En particular, se observó un efecto complementario en el cambio de resistencia entre ambas interfaces, esto es, cuando se aplica un estímulo eléctrico existe un cambio de resistencia opuesto en cada interfaz. De esta manera, se puede pensar un equivalente eléctrico de un sistema MOM teniendo en cuenta dos memristores donde cada uno está asociado a una interfaz. En la figura 1.4 se muestra el esquema eléctrico de un sistema MOM; se puede pen-

sar que cada interfaz MO se comporta como un memristor y que el volumen del óxido presenta un comportamiento puramente resistivo. Al aplicar un campo externo, cada memristor cambiará su resistencia en forma opuesta al otro. Esto se debe a que si una interfaz está polarizada en un sentido, indefectiblemente la otra lo estará en el sentido opuesto.

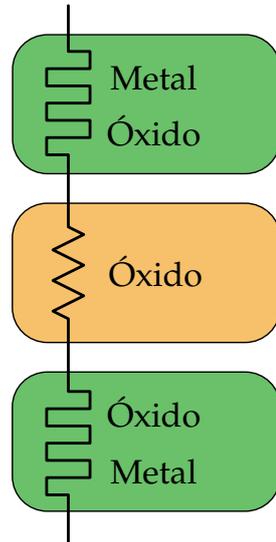


Figura 1.4: Circuito eléctrico equivalente de un sistema MOM. El fenómeno de la CR se observa en las regiones de contacto MO, mientras que el volumen del óxido tiene, en principio, características resistivas.

Usualmente, si se mide la resistencia de un dispositivo que contenga las dos interfaces se obtiene un comportamiento de la resistencia que en bibliografía se denomina MESA CON PATAS y es debido a la complementariedad de los memristores. En la figura 1.5 se muestran resultados para una muestra del tipo manganita con contactos de plata; en la misma se puede observar el cambio resistivo en cada interfaz y el total. Como puede apreciarse, si se considera la resistencia total del dispositivo, el efecto complementario no permite analizar de forma correcta el cambio de resistencia de cada interfaz. Existen dos formas de solucionar este problema. La primera consiste en utilizar un tercer terminal que no esté afectado al mecanismo de la CR. Esto se logra fácilmente si durante la aplicación del campo externo este terminal se encuentra eléctricamente aislado. Esto no producirá un cambio resistivo y podrá ser utilizado como punto de

referencia para medir el cambio resistivo de los otros dos terminales. La segunda consiste en construir un dispositivo muy asimétrico, de forma tal que el cambio de resistencia de uno de los contactos sea despreciable frente a los cambios del otro [29].

Una forma usual de cuantificar la magnitud de cambio entre estados resistivos del sistema es a través del cociente EPIR que se define como

$$\text{EPIR} = \frac{R_h - R_l}{R_l}, \quad (1.2)$$

donde  $R_h$  es el valor de resistencia alto y  $R_l$  es el valor de baja resistencia (ver figura 1.5). Un valor alto de EPIR es deseable ya que implica un mayor contraste entre los estados resistivos del sistema.

*EPIR: Electrical  
Pulse Induced  
Resistance.*

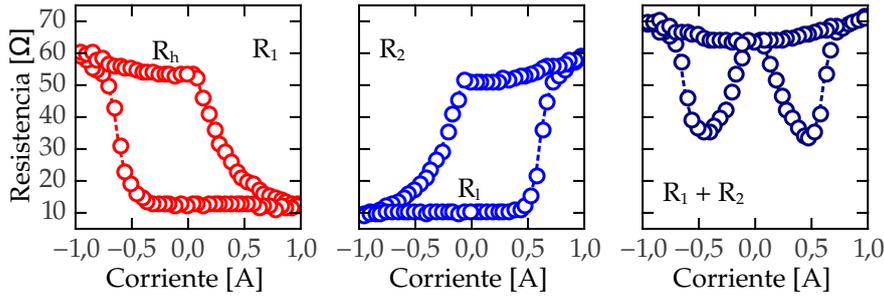


Figura 1.5: Ciclos de histéresis correspondientes a una muestra del tipo manganita. Puede observarse la conmutación resistiva en ambas interfaces y en el total de la muestra. Las mediciones se hicieron utilizando el método de tres terminales explicado en la sección 2.2.  $R_h$  y  $R_l$  se denominan niveles de resistencia alto y bajo respectivamente.

La falta de control en el contraste resistivo y en el tiempo de retención son algunas de las desventajas que se deben superar para poder desarrollar aplicaciones tecnológicas basadas en este tipo de fenómeno [15, 12]. Para esto, las simulaciones numéricas basadas en los distintos modelos sirven para estudiar el rendimiento de los dispositivos bajo distintas condiciones. Los resultados obtenidos pueden contribuir para el diseño de nuevos dispositivos como, así también, para comprender los procesos involucrados en la CR.

### El sistema LPCMO

Las manganitas (en particular los sistemas del tipo LCMO, PCMO, LPCMO) son óxidos cuya estructura cristalina es del tipo Perovskita. Estos sistemas han sido extensamente estudiados, entre otros motivos, debido a que presentan el fenómeno conocido como MAGNETORRESISTENCIA COLOSAL. Dicho fenómeno se caracteriza por el cambio dramático de la resistencia del material al aplicar un campo magnético externo [30].

Las primeras evidencias experimentales fueron obtenidas por Jonker y Zener en el año 1950 y 1951 cuando estudiaban el transporte eléctrico en sistemas ferromagnéticos [31, 32, 33]. Posteriormente, Wollan y Koehler [34] realizaron experimentos en una muestra del tipo LCMO y midieron distintas propiedades magnéticas y su estructura cristalina como función de la concentración  $x$ . Ellos encontraron cambios de fase en distintas formas de antiferromagnetismo.

Recientemente, utilizando técnicas como la de microscopía electrónica de transmisión y la de efecto túnel, se pudo observar la existencia de inhomogeneidades de carga y estructurales que se pueden atribuir a la coexistencia de fases metálicas y aislantes. Actualmente, se cree que esta separación de fases es una característica intrínseca de cada

**LCMO:**

$La_{1-x}Ca_xMnO_3$ .

**LPMO:**

$Pr_{1-x}Ca_xMnO_3$ .

**Perovskita:**

compuesto cuya estructura cristalina es igual que la del mineral  $CaTiO_3$ .

tipo de manganita que puede ser controlada por diversos factores como, por ejemplo, la concentración  $x$ , el tamaño de los granos, el tipo de cerámico y la estequiometría de los oxígenos, entre otros [35, 36].

Estos tipos de compuestos también presentan cambios de resistencia al aplicar estímulos eléctricos opuestos en ausencia de campo magnético. Por este motivo, estos materiales han sido enmarcados dentro del conjunto de compuestos que presentan conmutación resistiva del tipo bipolar. En el año 2000, Liu *et al.* [37] mostraron el efecto de la CR en películas delgadas de materiales del tipo PCMO. En el trabajo presentado por Baikalov *et al.* [38] se concluyó que el cambio resistivo tenía lugar en las interfaces metal-óxido. Este fenómeno no solo está presente en películas delgadas, sino también en muestras cerámicas y policristalinas.

Estudios recientes han mostrado que la migración de vacancias de oxígeno en vecindades de las interfaces es la responsable de los cambios resistivos [12, 39, 40, 41]. Uno de los trabajos experimentales que apoyan el movimiento de vacancias de oxígeno como el mecanismo responsable del fenómeno de la conmutación resistiva es el de Nian *et al.* [27], donde se estudió un sistema PCMO formado en un ambiente escaso de oxígeno. En este sistema en particular, observaron efectos de relajación en la resistencia que podían asociarse a una redistribución local entre átomos de oxígeno y vacancias en regiones cercanas a los electrodos de la muestra. A partir de un modelo propuesto para describir la difusión observada calcularon valores para la energía de activación y coeficiente de difusión consistentes con aquellos que ya se encontraban en la literatura [42]. Los autores sugirieron que estos resultados serían generales para los sistemas del tipo perovskita.

Un modelo que describe la conmutación bipolar en sistemas compuestos por metales de transición fue introducido por Rozenberg *et al.* [28]. El modelo se basa en la migración de vacancias de oxígeno, bajo la influencia de un campo eléctrico externo, en regiones cercanas a los electrodos del dispositivo. Propone, además, que la concentración de oxígeno  $\delta$  es el parámetro más influyente en la resistencia del sistema. Por simplicidad, asume que la resistividad  $\rho$  es directamente proporcional a  $\delta$ . Estas hipótesis están motivadas por la evidencia experimental de caminos conductores que reducen la resistencia del material [26, 43]. La creación de estos caminos conductores es debida a la aplicación de campos eléctricos fuertes que modifican la configuración espacial de  $\delta$ .

Más específicamente, el modelo consiste en una cadena unidimensional de  $N$  dominios nanoscópicos caracterizados por su concentración de vacancias de oxígenos  $\delta_i$ . El movimiento de las vacancias entre los dominios contiguos está dado por la probabilidad

$$p_{i \rightarrow i+1} \propto \delta_i (1 - \delta_{i+1}) \exp(-V_0 + \Delta V_i), \quad (1.3)$$

donde se tiene en cuenta la concentración del dominio saliente ( $\delta_i$ ), el espacio disponible en el dominio de llegada ( $1 - \delta_{i+1}$ ) y un factor

del tipo Arrhenius relacionado con la energía de activación para el proceso de difusión ( $V_0$ ).  $\Delta V_i$  es la diferencia de potencial entre el dominio de llegada y el de salida. La resistividad de cada dominio es proporcional a la concentración de vacancias según  $\rho_i = A_\alpha \delta_i$ . El parámetro  $A_\alpha$  determina la influencia de las vacancias en la resistencia del dominio. El modelo propone altos valores de  $A_\alpha$  para los dominios cercanos a la interfaz y un bajo valor para el interior del dispositivo. La resistencia total de la muestra está dada por

$$R_T = c \sum_{i=1}^N \rho_i . \quad (1.4)$$

Este modelo ha servido para describir cualitativamente la migración de vacancias de oxígeno en presencia de un campo eléctrico externo y ha capturado comportamientos no triviales observados experimentalmente en muestras del tipo YBCO y LPCMO [28, 44].

Uno de los objetivos de esta tesis es el estudio del efecto de la conmutación resistiva en una muestra perovskita LPCMO. El fenómeno de la CR en este tipo de material ha sido estudiado de forma extensa por varios autores. En el trabajo presentado por Quintero *et al.* [41] se estudió de forma experimental y teórica el efecto de la conmutación resistiva en LPCMO. En ese artículo se presentó evidencia de que el efecto puede estar originado en la concentración de dopantes en los estados electrónicos de las interfaces y que la variación observada en la resistencia está fuertemente relacionada con la variación de este dopaje.

Ghenzi *et al.* [44] estudiaron los ciclos de histéresis en los sistemas LPCMO. Presentaron resultados experimentales y simulaciones numéricas mostrando que los ciclos dependen fuertemente de la condición inicial determinada por la distribución de defectos. Este trabajo fue extendido por Gomez-Marlasca *et al.* [45] sistematizando el estudio de los ciclos como función de la historia de la muestra.

### 1.3 RUIDO EN SISTEMAS NO LINEALES

Es usual asociar al ruido con efectos nocivos e indeseables en cualquier sistema; sin embargo, en los últimos años se ha mostrado que el ruido puede tener un rol que se contradice con esta intuición. En particular, el fenómeno conocido como RESONANCIA ESTOCÁSTICA [46, 47] describe cómo la respuesta de un sistema no lineal puede mejorar en presencia de una cantidad adecuada de ruido.

A grandes rasgos, el tipo de fluctuaciones puede ser clasificado como interno o externo [48]:

**INTERNO** Es el tipo de fluctuación controlada por parámetros intrínsecos al sistema, tales como la cantidad de partículas que lo componen o la temperatura del baño térmico.

**YBCO:**  
 $YBa_2Cu_3O_{7-x}$ .

**Ruido:** Fluctuación aleatoria con ciertas propiedades estadísticas.

**EXTERNO** Es aquel tipo de fluctuación sobre la cual se puede tener control y puede añadirse deliberadamente. Un ejemplo lo constituye el ruido eléctrico, con propiedades determinadas, que se agrega a un circuito.

En lo que sigue en esta sección, se desarrolla el efecto del ruido en sistemas no lineales considerando los casos de ruido interno, externo y, finalmente, el contra intuitivo fenómeno de la resonancia estocástica. Se hace, también, una breve descripción de las características del ruido y de las correspondientes ecuaciones diferenciales estocásticas.

### *Ruido interno*

Si se considera el movimiento de una partícula clásica de masa  $m$  bajo la acción de una fuerza viscosa y otra aleatoria, la ecuación de movimiento está dada por

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -\lambda \frac{dx}{dt} - \frac{dV(x)}{dx} + \eta(t), \quad (1.5)$$

donde  $x$  es la posición de la partícula,  $\lambda$  la constante de viscosidad,  $V(x)$  la función potencial del sistema y  $\eta(t)$  es el término aleatorio introducido. Este tipo de ecuación diferencial estocástica (EDE) se denomina **ECUACIÓN DE LANGEVIN**. Comúnmente, se hace la hipótesis que  $\eta(t)$  tiene distribución Gaussiana, valor medio cero y una correlación

$$\langle \eta(t)\eta(t') \rangle = 2D\delta(t-t'), \quad (1.6)$$

que corresponde a ruido blanco, *i. e.*, ruido con una densidad espectral constante de intensidad  $D$ . En el caso de fluctuaciones térmicas, el valor de  $D$  se relaciona con la temperatura de acuerdo a la relación fluctuación-disipación [48]

$$D = \frac{\lambda}{m} k_B T. \quad (1.7)$$

En el caso particular del movimiento de una partícula sin masa, o en el límite sobreamortiguado, esto es,  $m/\lambda \ll 1$  la ecuación (1.5) se reduce a

$$\frac{dx}{dt} = f(x) + \eta(t), \quad (1.8)$$

donde se ha normalizado a  $\lambda = 1$  y  $f(x) = -dV(x)/dx$ . Esta ecuación describe el movimiento de una partícula Browniana en un potencial [49]. Siendo  $x(t)$  un proceso estocástico, se puede asociar una distribución de probabilidad  $P(x, t)$  cuya evolución temporal está gobernada por la ecuación de **FOKKER-PLANCK** [50]

$$\frac{\partial P}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x} \{f(x)P(x, t)\} + D \frac{\partial^2}{\partial x^2} P(x, t). \quad (1.9)$$

La distribución estacionaria de probabilidad es aquella que se obtiene cuando  $\frac{\partial P}{\partial t} = 0$  y  $t \rightarrow \infty$ . En este caso, la distribución estacionaria es [51]

$$P(x) \propto \exp\left(\frac{1}{D} \int_x f(x') dx'\right) = \exp\left(-\frac{V(x)}{k_B T}\right). \quad (1.10)$$

La ecuación (1.10) muestra que los estados más probables coinciden con los puntos de equilibrio estables del potencial. En este sentido, el ruido no modifica la ubicación de los estados de equilibrio del sistema.

#### Ruido externo

En lo siguiente, se consideran fluctuaciones que no tienen origen térmico, esto es, que la distribución de probabilidad estacionaria no corresponde a una distribución del tipo Boltzmann con intensidad  $k_B T$ . Un caso particular de ruido externo es el ruido multiplicativo, cuya ecuación de Langevin es

$$\frac{dx}{dt} = f(x) + g(x)\eta(t), \quad (1.11)$$

donde  $\eta(t)$  tiene las mismas características que en la ecuación (1.5). La correspondiente ecuación de Fokker-Planck, según la interpretación de Stratonovich (ver sección B.1), es [50]

$$\frac{\partial P}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x} \{f(x)P(x, t)\} + D \frac{\partial}{\partial x} g(x) \frac{\partial}{\partial x} \{g(x)P(x, t)\}. \quad (1.12)$$

En este caso, la solución estacionaria es

$$P(x) \propto \frac{1}{g(x)} \exp\left(\frac{1}{D} \int_x \frac{f(x')}{g^2(x')} dx'\right) = \frac{1}{g(x)} \exp\left(-\frac{U(x)}{K_B T}\right), \quad (1.13)$$

donde  $U(x)$  se denomina potencial efectivo estocástico. Al igual que en el caso de ruido interno, los estados estacionarios del sistema corresponderán a los valores extremos de  $P(x)$ . Como  $g(x)$  no es un valor constante,  $U(x)$  no es proporcional a  $V(x)$ , pudiendo dar lugar a posiciones estables que pueden diferir del caso determinista. Por esta razón, es esperable que el ruido externo pueda tener fuertes influencias en el comportamiento del sistema.

Un típico ejemplo para estudiar el efecto de ruido externo es el modelo logístico (Modelo de Verhulst). Éste fue introducido originalmente para estudiar la dinámica de poblaciones en sistemas biológicos. La ecuación diferencial que lo describe es

$$\frac{dx}{dt} = \lambda x - x^2, \quad (1.14)$$

donde la variable  $x(t)$  representa el tamaño de la población bajo estudio. La constante  $\lambda$  está relacionada con las tasas de creación y aniquilación de la especie involucrada y será utilizada como parámetro

de control externo para el análisis del sistema. El término no lineal produce una saturación que describe una limitación en los recursos acotando el crecimiento de la especie. La solución del problema, que se encuentra integrando directamente la ecuación (1.14), es

$$x(t) = \frac{x_0 \exp\{\lambda(t - t_0)\}}{1 + \frac{x_0}{\lambda} [\exp\{\lambda(t - t_0)\} - 1]}, \quad (1.15)$$

donde  $x_0$  y  $t_0$  son las condiciones iniciales.

En la figura 1.6 se presenta la evolución temporal de la ecuación (1.15) para distintas condiciones iniciales  $x_0 \in (0, 1)$  y para dos parámetros distintos  $\lambda = \pm 0,5$ . A tiempos largos ( $t \rightarrow \infty$ ) se obtienen dos soluciones estables que dependen del signo del parámetro  $\lambda$ . Cuando  $\lambda < 0$  la solución estable es  $x_{\text{est}} = 0$ , mientras que para  $\lambda > 0$  la solución estable es  $x_{\text{est}} = \lambda$ . En ambos casos también existe una solución de equilibrio inestable que corresponde a  $x_{\text{ine}} = \lambda$  si  $\lambda < 0$  y  $x_{\text{ine}} = 0$  si  $\lambda > 0$ . En el contexto del problema planteado, la solución negativa de la población  $x(t)$  no es compatible con un resultado físico posible. A partir de un análisis gráfico del diagrama de fases se puede obtener un panorama del comportamiento de los puntos fijos, esto es, los valores  $x_{\text{eq}}$  que anulan la ecuación (1.14). En la figura 1.7 se muestra dicho comportamiento para valores negativos (Fig. 1.7b) y positivos (Fig. 1.7a) del parámetro de control  $\lambda$ . Las flechas en la figura indican la dirección de la evolución de la variable  $x(t)$  o dirección del flujo, los símbolos vacíos determinan los puntos fijos inestables y los símbolos llenos puntos fijos estables. Se puede observar el cambio de comportamiento del punto fijo  $x_{\text{eq}} = 0$  como función del parámetro de control  $\lambda$ .

En la figura 1.8a se muestra el diagrama de bifurcación del punto de equilibrio  $x_{\text{eq}}$  en función del parámetro de control  $\lambda$ . Puede observarse una bifurcación en  $\lambda = 0$  del tipo transcítica [52]. Esto es, un punto crítico estable en  $x_{\text{eq}} = 0$  si  $\lambda < 0$  y luego, si se aumenta el valor del parámetro de control ( $\lambda > 0$ ), se obtiene un punto estable en  $x_{\text{eq}} = \lambda$  y uno inestable en  $x_{\text{eq}} = 0$ .

Si se consideran fluctuaciones en el parámetro de control externo  $\lambda$ , esto es,  $\lambda \rightarrow \lambda + \eta(t)$ , donde  $\eta(t)$  es un proceso aleatorio con correlación según (1.6), la ecuación del sistema (1.14) se puede reescribir como

$$\frac{dx}{dt} = \lambda x - x^2 + x\eta(t). \quad (1.16)$$

Utilizando la ecuación (1.13) se puede hallar la probabilidad estacionaria para el sistema estocástico

$$P(x) \propto x^{\lambda/D-1} \exp(-x/D). \quad (1.17)$$

Los extremos de esta distribución son los estados estacionarios del sistema, estos son:  $x_{\text{eq}} = 0$  y  $x_{\text{eq}} = \lambda - D$ . La estabilidad de los mismos

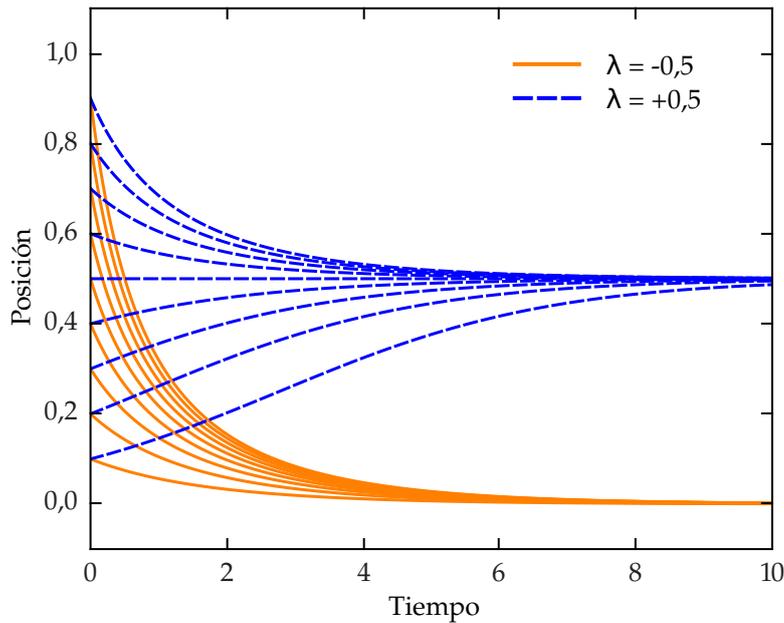


Figura 1.6: Evolución temporal de la solución del modelo logístico determinista, considerando distintas condiciones iniciales y  $\lambda = \pm 0,5$ . Existen dos posiciones estables de equilibrio que dependerán de la elección de  $\lambda$ .

dependerá del parámetro  $\lambda$ , encontrándose una bifurcación del tipo transcítica en  $\lambda = D$ . El punto de equilibrio  $x_{\text{eq}} = 0$  es estable si  $\lambda < D$  e inestable cuando supera este valor; por otro lado, el punto fijo correspondiente  $x_{\text{eq}} = \lambda - D$  es estable para valores de  $\lambda > D$ . En la figura 1.8b puede observarse el comportamiento descrito. La figura también pone de manifiesto el rol del ruido en el sistema: produce un corrimiento del punto de bifurcación en comparación con el caso determinista.

#### Resonancia estocástica

El fenómeno de la resonancia estocástica (SR, del inglés *Stochastic Resonance*) se refiere en forma genérica a la respuesta de un sistema no lineal como función de las características del ruido. Según Gammaitoni *et al.* [47], el fenómeno de la SR se basa en tres ingredientes: un sistema no lineal biestable, una señal externa y una fuente de ruido de valor medio cero que, puede estar presente en el sistema o ser agregada a la señal externa. En general, la SR consiste en el aumento de la respuesta del sistema en presencia de una cantidad finita de ruido.

El concepto de resonancia estocástica fue introducido originalmente por Benzi *et al.* [46] estudiando la recurrencia de las eras glaciales. El modelo propuesto obedece a un sistema cuyo potencial tiene dos estados estables, cada uno de los cuales representa un estado del clima: uno cálido y otro frío. Un análisis estadístico de la variación del

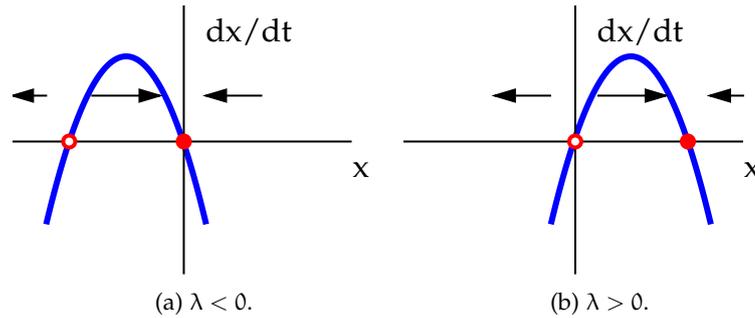


Figura 1.7: Diagrama de fases para el modelo logístico. Las flechas indican la dirección de la evolución de  $x(t)$ , los símbolos vacíos determinan posiciones de equilibrio inestables y los símbolos llenos posiciones de equilibrio estables. En (a) el parámetro de control es  $\lambda < 0$ , mientras que en (b) es  $\lambda > 0$ . Se observa un cambio de comportamiento en  $x = 0$ .

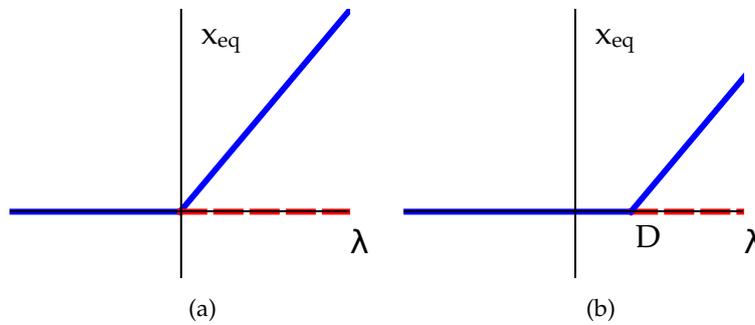


Figura 1.8: Diagramas de bifurcación para el modelo logístico. Las líneas continuas denotan puntos fijos estables y las líneas de rayas puntos fijos inestables. (a) Sistema determinista: la bifurcación aparece en  $\lambda = 0$ . (b) Sistema estocástico: hay un corrimiento del punto de bifurcación a  $\lambda = D$ .

volumen de hielo mostró que las eras glaciales ocurren con un período aproximado de  $10^5$  años; uno de los fenómenos astronómicos conocidos que responde a esta escala temporal es el de la variación de la excentricidad orbital terrestre. Por este motivo, Benzi *et al.* propusieron a esta última como señal periódica externa y a las variaciones anuales producidas por la radiación solar se las modeló como ruido externo. Si estas fluctuaciones son muy chicas, hay bajas probabilidades de cambiar el estado del clima. Por el otro lado, si las perturbaciones son muy grandes las transiciones serían muy frecuentes y no podrían ser seguidas por el sistema. Para explicar los cambios climáticos sería necesario una intensidad de fluctuaciones intermedia, llamada nivel óptimo de fluctuaciones. Datos experimentales revelaron que la SR no podía explicar del todo el fenómeno de los cambios climáticos, pero eso no impidió que este concepto sea introducido en una amplia gama de sistemas no lineales. Experimentalmente, fue

observado por primera vez en circuitos electrónicos como el Schmitt *trigger* [53] y en anillos bidireccionales de láseres [54]. Pero lo que llamó más la atención fue que, eventualmente, el ruido podía ser un componente primario en la generación de potenciales de acción en un contexto neuronal [55, 56]. Moss y colaboradores [57] presentaron por primera vez la manifestación de la SR en un organismo vivo. En particular, mostraron que el ruido aumenta la detección de pequeñas vibraciones en un mecanorreceptor de un cangrejo de río. Se ha estudiado exhaustivamente el rol beneficioso del ruido en el sistema nervioso, desde el nivel de la sinapsis [58] al de la corteza cerebral [59], como también funciones del cerebro de alto nivel [60].

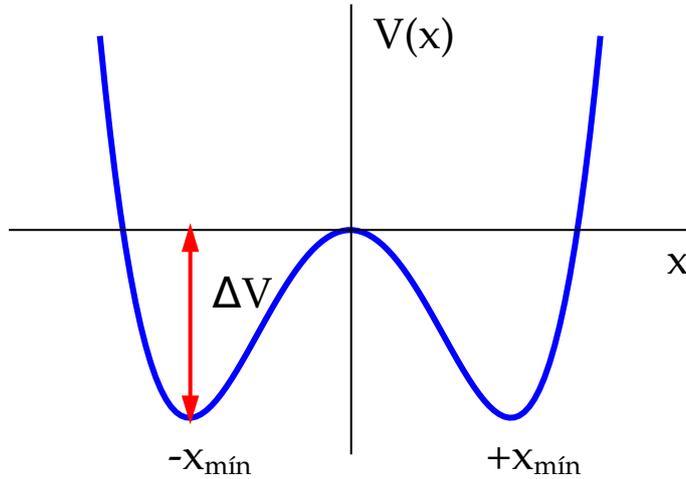


Figura 1.9: Potencial simétrico biestable considerado. Los mínimos están ubicados en  $x = \pm\sqrt{\frac{b}{2a}}$ , separados por una barrera de potencial  $\Delta V = \frac{b^2}{4a}$ .

La mecánica de la SR se puede explicar fácilmente con un ejemplo. Un sistema típico de estudio se basa en considerar el movimiento de una partícula de masa  $m$  y constante de fricción  $\lambda$  en un potencial simétrico biestable  $V(x)$  (ver figura 1.9), y además considerar la presencia de una fuerza aleatoria sobre la partícula inducida, por ejemplo, por un baño térmico. El potencial puede describirse según

$$V(x) = ax^4 - bx^2, \tag{1.18}$$

donde las posiciones de equilibrio  $x_{\min}$  están ubicadas en  $x = \pm\sqrt{\frac{b}{2a}}$  y separadas por una barrera de potencial  $\Delta V = \frac{b^2}{4a}$ . Las fluctuaciones causan transiciones entre los pozos de potencial según la tasa de Kramers [61]

$$r_K = \frac{\omega_0 \omega_b}{2\pi\lambda} \exp\left(-\frac{\Delta V}{D}\right), \tag{1.19}$$

donde  $\omega_0 = \sqrt{V''(x_{\min})}$  es la frecuencia de oscilación alrededor de los mínimos de potencial y  $\omega_b = \sqrt{V''(0)}$  es la frecuencia angular

de oscilación sobre la barrera de potencial. La amplitud de ruido  $D$  está determinada por la ecuación (1.7) normalizada con  $\lambda = 1$ . Según la ecuación (1.10) el ruido eventualmente producirá saltos aleatorios entre los mínimos de potencial con una tasa dada por la ecuación (1.19).

Este panorama es totalmente distinto si se considera una fuerza débil periódica externa que actúe sobre la partícula con período  $T_\Omega$ . Ahora puede pensarse que el potencial se inclina periódicamente aumentando y disminuyendo la barrera de potencial. En este caso, puede ocurrir una sincronización entre los saltos aleatorios producidos por el ruido y la fuerza periódica externa. Este proceso estadístico tiene lugar cuando el promedio temporal entre saltos  $T_K(D) = 1/r_K$  es comparable con el semiperíodo de la excitación. De esta forma, se puede entender el fenómeno de la resonancia estocástica como una condición de coincidencia entre ambas escalas temporales según

$$2T_K(D) = T_\Omega . \quad (1.20)$$

Si se considera nuevamente el movimiento de una partícula bajo la acción de un potencial biestable, en presencia de ruido y una fuerza periódica de amplitud  $A_0$  y frecuencia  $\Omega$ , la ecuación de Langevin en el régimen sobreamortiguado con  $\gamma = 1$  se escribe como

$$\frac{dx}{dt} = -V'(x) + A_0 \cos(\Omega t) + \eta(t) , \quad (1.21)$$

donde  $V(x)$  es el potencial introducido en la ecuación (1.18) con  $a, b = 1$ ,  $\eta(t)$  es un proceso estocástico Gaussiano con valor medio nulo y una correlación según la ecuación (1.6). Según [47], la respuesta asintótica del sistema a una señal periódica de moderada amplitud se puede escribir como

$$\langle x(t) \rangle = x_{as} \cos(\Omega t) , \quad (1.22)$$

donde la amplitud  $x_{as}$  es una función de la intensidad de ruido  $D$  según

$$x_{as}(D) \propto \frac{r_K}{D \sqrt{4r_K^2 + \Omega^2}} . \quad (1.23)$$

En la figura 1.10 se muestra la amplitud  $x_{as}$  de la respuesta del sistema como función de la amplitud del ruido  $D$  y la frecuencia excitadora  $\Omega$ . Puede observarse una dependencia no trivial con el ruido alcanzando un valor máximo para una cantidad no nula de éste a frecuencia  $\Omega$  fija. Este es el comportamiento típico del fenómeno de la resonancia estocástica. En la figura también se muestra la condición de coincidencia de escalas temporales (línea negra) dada por la ecuación (1.20).

El concepto de resonancia estocástica ha sido extendido también a sistemas excitados por señales no periódicas [62]. Este fenómeno

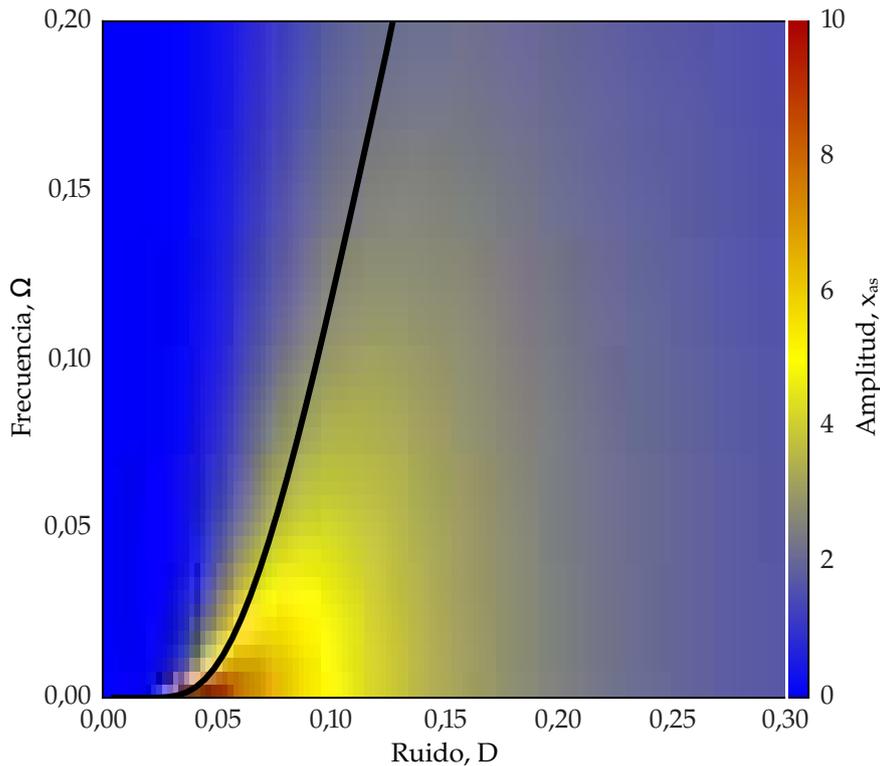


Figura 1.10: Amplitud asintótica en función de la amplitud del ruido. Existe una relación no trivial que predice un valor máximo de  $x_{as}$  para una cantidad finita de ruido.

atrajo interés en el diseño de dispositivos de almacenamiento, transmisión y procesamiento de datos no sólo robustos frente a la presencia de ruido sino que, eventualmente, pueden verse beneficiados por éste o inclusive modificar sus funciones. En el trabajo presentado por Bulsara *et al.* [63] se mostró cómo un sistema con dos entradas lógicas puede imitar el comportamiento de compuertas del tipo NOR/OR y NAND/AND y cuya probabilidad de obtener el resultado lógico correcto está determinado por la cantidad de ruido presente y las características no lineales del sistema. En el contexto de transmisión y almacenamiento de información, en la referencia [64], se ha mostrado como a partir de un circuito electrónico biestable se pueden construir líneas de transmisión y dispositivos de almacenamiento que sólo funcionan en presencia de una cantidad de ruido óptima.

#### *Ruido en sistemas memristivos*

En 2012, Stotland y Di Ventra [65] estudiaron por primera vez el efecto del ruido en un sistema memristivo de forma numérica. Para ello consideraron un modelo genérico de memristor propuesto por Strukov *et al.* en 2008 [18]. Los autores encontraron que existe una cantidad de ruido óptima para la cual el contraste resistivo del sis-

tema es maximizado. Estos resultados fueron justificados de forma teórica según el siguiente razonamiento. Consideraron un par de variables constitutivas y complementarias de un circuito eléctrico  $y(t)$  y  $u(t)$ , además de una variable interna  $x$  de dimensión arbitraria. De esta manera reescribieron el sistema de ecuaciones (1.1) de la siguiente forma

$$y(t) = g(x, u, t) u(t), \quad (1.24a)$$

$$\frac{dx}{dt} = f(x, u, t), \quad (1.24b)$$

donde  $u(t)$  es la variable de entrada del sistema,  $y(t)$  la variable de salida,  $g(x, u, t)$  la respuesta generalizada y  $f(x, u, t)$  es un función continua. En el caso particular de considerar como variables a la corriente y la tensión estas ecuaciones definen un sistema memristivo. Otros tipos de sistemas con memoria que pueden describirse con estas mismas ecuaciones son presentados en el trabajo de Pershin y Di Ventra [66]. Una de las características distintivas de un elemento de memoria es la curva de histéresis obtenida al graficar la señal de salida  $y(t)$  como función de la entrada  $u(t)$ . La forma de dicha curva dependerá de las características propias del sistema, como así también de las condiciones iniciales, frecuencia, amplitud y forma de la señal de entrada, entre otros factores.

Stotland y Di Ventra [65] mostraron que si las variables están sujetas a perturbaciones aleatorias, el sistema definido por las ecuaciones (1.24) puede extenderse según

$$y(t) = g(x, u, t) u(t), \quad (1.25a)$$

$$\frac{dx}{dt} = f(x, u, t) + H(x, u, t) \eta(t), \quad (1.25b)$$

donde  $\eta(t)$  es un vector de dimensión igual que  $x$  y sus componentes están definidos según

$$\langle \eta_i(t) \rangle = 0, \quad (1.26a)$$

$$\langle \eta_i(t), \eta_j(t') \rangle = k_{i,j}(t, t'), \quad (1.26b)$$

donde  $k_{i,j}(t, t')$  es la matriz de autocorrelación. En la referencia [65] consideraron ruido blanco, usando  $k_{i,j}(t, t') = \Gamma_i \delta_{ij} \delta(t - t')$ .  $H(x, u, t)$  es una matriz que permite el acoplamiento entre las distintas componentes de ruido. Simplificaron, además, el análisis al caso en que las funciones  $f$  y  $g$  no tienen dependencia explícita del tiempo,  $H = 1$  y  $\eta(t)$  es ruido Gaussiano de potencia  $\Gamma$ . A partir de desarrollar el diferencial correspondiente a la función respuesta  $g(x, u)$  hasta segundo orden y considerando la fórmula de Itô [50] se obtiene que [67]

$$dg = \frac{\partial g}{\partial x} dx + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 g}{\partial x^2} dx^2 + \frac{\partial g}{\partial u} du + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 g}{\partial u^2} du^2, \quad (1.27)$$

$$\approx \left\{ \frac{\partial g}{\partial x} f + \frac{\partial g}{\partial x} \eta(t) + \frac{1}{2} \Gamma \frac{\partial^2 g}{\partial x^2} \right\} dt + \frac{\partial g}{\partial u} du, \quad (1.28)$$

donde se utiliza que  $\eta(t)dt = \sqrt{\Gamma}dw(t)$ , con  $w(t)$  definido como un proceso de Wiener y el diferencial  $dw$  satisface que  $\langle dw^2 \rangle = \langle dt \rangle$ . En el trabajo consideraron una señal de entrada sinusoidal  $u(t) = u_0 \sin(\omega_0 t)$  y que la variable  $x$  está confinada entre los límites  $x_1 \leq x \leq x_2$  (imponiendo que  $g$  varíe también entre dos valores extremos). Además, existe una escala temporal característica  $t_0$  para cambiar la variable interna desde  $x_1$  a  $x_2$ . A primer orden, los autores propusieron que a bajas frecuencias  $\omega_0$  la variable de estado sigue el cambio lento de  $u(t)$  de manera que  $\partial g / \partial x$  puede ser aproximada a un valor constante  $a$ . De esta forma la ecuación (1.28) puede ser reescrita como

$$\frac{dg}{dt} = af(x, u) + \frac{\partial g}{\partial u} u_0 \omega_0 \cos(\omega_0 t) + a\eta(t). \quad (1.29)$$

Los autores relacionaron este resultado con la ecuación de movimiento de una partícula sometida a un potencial  $V(x)$  similar a la ecuación (1.21). De esta manera, asociaron la función  $f(x, u)$  a una fuerza  $-dV(x)/dx$ . Con estos argumentos enmarcaron los resultados obtenidos dentro del contexto del fenómeno de resonancia estocástica.

Uno de los objetivos de la presente Tesis es profundizar el estudio del ruido en los sistemas memristivos descritos genéricamente por las ecuaciones (1.25) y contrastar los resultados con experimentos realizados en muestras del tipo LPCMO.

#### ORGANIZACIÓN DE LA TESIS

La Tesis está organizada de la siguiente manera: en el capítulo 2 se describen los dispositivos experimentales que se utilizan para aplicar los pulsos de corriente sobre la muestra LPCMO y para controlar la temperatura de la misma. Finalmente, se describen los métodos de aplicación de pulsos de corriente y medición de resistencia eléctrica de la muestra.

El estudio de la influencia del ruido eléctrico se desarrolla en el capítulo 3. Se comienza por introducir el modelo de sistema memristivo presentado por Strukov *et al.* [18] seguido de una descripción del comportamiento del mismo al considerar señales deterministas. Luego se profundizan los resultados hallados por Stotland y Di Ventra [65] al considerar tanto la influencia de ruido interno como la del externo. A continuación, se presentan los resultados experimentales obtenidos al aplicar pulsos eléctricos con ruido sobre la muestra junto con un modelo (Kvatinsky *et al.* [68]) que puede describir el comportamiento observado. Finalizando el capítulo, se estudia el rol beneficioso del ruido en este modelo.

En el capítulo 4 se presenta el estudio del efecto de la temperatura en el fenómeno de la conmutación resistiva. Se comienza por estudiar el efecto de la temperatura en los ciclos de histéresis de la muestra. Luego, se introduce el modelo *variable-range hopping* (VRH) [69] de

transporte eléctrico para manganitas dependiente de la temperatura. En este capítulo, se estudia la dependencia de los estados resistivos como función de la temperatura, como así también la evolución dinámica de la muestra luego de aplicar un estímulo eléctrico. Finalizando el capítulo, se presentan resultados experimentales y numéricos del efecto del ruido eléctrico en la conmutación resistiva y cómo éste se ve influenciado al variar la temperatura de la muestra.

Por último, en el capítulo 5 se presentan las conclusiones de la Tesis y se discuten las posibles líneas de trabajo futuro.

Parte I

RUIDO Y TEMPERATURA EN SISTEMAS  
MEMRISTIVOS

*You can run a piece of film and it has a certain effect,  
you can run the same piece of film with a white noise  
drone on it and suddenly something is magnified.*

— Steven Wilson



## EXPERIMENTOS EN LPCMO

---

Para estudiar el efecto de la conmutación resistiva en una muestra del tipo LPCMO fue necesario armar un dispositivo con características acordes a los experimentos diseñados. Se optó por trabajar con señales controladas por corriente y para esto se diseñó y caracterizó una amplificador de transconductancia, esto es, un instrumento cuya corriente de salida es proporcional a la tensión de entrada. En este capítulo se describen los dispositivos experimentales para aplicar los pulsos de corriente y modificar la temperatura de la muestra LPCMO. También se presentan resultados generales del fenómeno de la conmutación resistiva en la muestra LPCMO consistentes con aquellos que se encuentran en la literaturas.

### 2.1 DISPOSITIVO EXPERIMENTAL

En esta sección se describe el dispositivo experimental diseñado para el estudio del fenómeno de la conmutación resistiva en una muestra del tipo manganita LPCMO. El parámetro de control externo para estudiar el efecto de la conmutación resistiva puede ser tanto la tensión [70] como la corriente eléctrica [29]. El esquema eléctrico simplificado de un dispositivo MOM (ver figura 1.4) presenta tres elementos conectados en serie que actúan como un divisor resistivo para la señal externa. Uno de los objetivos de esta Tesis es el de estudiar la influencia del ruido eléctrico en los cambios resistivos de las interfaces. Para tal fin, la señal externa es una corriente eléctrica aplicada en cada interfaz. Las señales de interés son generadas por computadora y aplicadas por medio de una placa de adquisición con salidas de tensión. Por este motivo, es necesario introducir un dispositivo que sea capaz de traducir las señales de tensión de la placa de adquisición a señales de corriente, esto es, un amplificador de transconductancia. En la figura 2.1 se presenta el dispositivo experimental propuesto para aplicar y medir las señales. Consiste en una computadora que envía y recibe las señales de interés por medio de una placa de adquisición NI-DAQ 6212 [71], un amplificador de transconductancia (AT), un circuito de medición compuesto por amplificadores operacionales y un dispositivo de cortocircuito.

La placa de adquisición es la encargada de generar y medir las señales durante el experimento. Ésta posee dos salidas analógicas que en simultáneo pueden generar señales a una tasa de hasta 125 kS/s (del inglés, *kilo-samples per second*). Este modelo tiene una velocidad máxima de lectura de 250 kS/s, que se distribuye en el número de

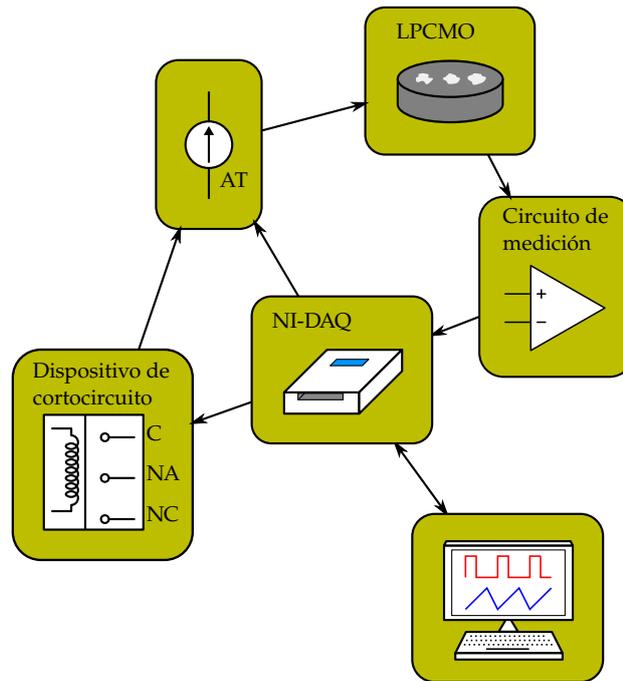


Figura 2.1: Dispositivo experimental. Consiste en una computadora que envía y recibe las señales de interés por medio de una placa de adquisición. Ésta se utiliza para controlar el dispositivo de cortocircuito, generar y medir las señales eléctricas. Las señales se inyectan a la muestra por medio de un amplificador de transconductancia (AT) y las señales a medir son reacondicionadas por un circuito eléctrico de medición.

canales habilitados para tal fin. En los experimentos de esta Tesis se utilizaron tres canales para medir las tensiones de la muestra, otro estaba destinado a cumplir con la función de disparo y, eventualmente, se utilizó un quinto canal para medir la temperatura en los experimentos que así lo requerían. De esta manera, la velocidad de lectura variaba entre 50 y 62,5 kS/s dependiendo del tipo de experimento desarrollado.

El amplificador de transconductancia es un tipo de fuente de corriente controlada por tensión. El AT recibe las señales de tensión generadas por la placa de adquisición y las traduce a corriente eléctrica para luego aplicarlas a la muestra LPCMO. El esquema del circuito y su caracterización se encuentran en la sección A.1. Comportamientos no ideales de los componentes producen corrientes parásitas en el AT; para evitar que éstas influyan en el estado resistivo de la muestra, se diseñó un dispositivo que produce un cortocircuito entre los terminales de salida del AT durante los intervalos en los que no se apliquen señales. El mismo se encuentra descrito en la sección A.2.

Las tensiones que entrega el AT pueden llegar a  $\approx \pm 20$  V, mientras que el máximo potencial eléctrico de medición de la placa de adquisición es  $\pm 10$  V. Por este motivo, fue necesario reacondicionar

las señales de interés mediante el circuito de medición descrito en la sección A.3. Dicho circuito consisten en divisores resistivos y amplificadores operacionales.

El dispositivo experimental para estudiar el efecto de la temperatura en el fenómeno de la conmutación resistiva se muestra en la figura 2.2. El mismo consiste básicamente en una celda Peltier, un sensor de temperatura LM35 [72] y un microcontrolador Arduino [73]. Este dispositivo se utilizó en combinación con el presentado en la figura 2.1.

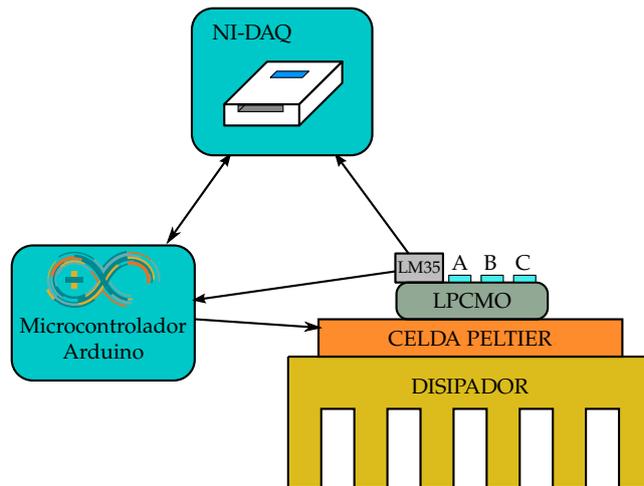


Figura 2.2: Esquema del sistema de control de temperatura empleado. El dispositivo experimental consiste en una celda Peltier cuya cara fría está acoplada a un disipador térmico y cuya cara caliente está acoplada a la muestra LPCMO. Un sensor LM35 es utilizado para medir la temperatura de la muestra por medio de un microcontrolador. Este último se encarga de modular la potencia entregada a la celda Peltier para obtener la temperatura deseada.

La celda Peltier es un dispositivo que puede ser utilizado para calentar o enfriar. Su funcionamiento está basado en el efecto termoeléctrico descrito por primera vez por Seebeck y, un tiempo después, por Peltier [74]. Este tipo de dispositivo permite generar un gradiente de temperatura cuando se aplica un campo eléctrico externo. La celda cuenta con dos caras, cuya diferencia de temperatura depende del sentido y magnitud de la corriente que se inyecta a través de sus terminales. En particular, se montó la muestra de manganita sobre una de las caras de la celda y la otra cara fue puesta en contacto térmico con un disipador, utilizando grasa siliconada para aumentar el flujo de calor. Se utilizó un ventilador para aumentar el intercambio de calor entre el disipador y el ambiente. De esta forma la cara que está en contacto con el disipador se encuentra, aproximadamente, a temperatura ambiente.

El sensor de temperatura LM35 entrega una tensión proporcional a la temperatura que mide. Esta tensión es monitoreada por el mi-

crocontrolador Arduino, y éste modifica la corriente que circula por la celda Peltier cambiando el gradiente de temperatura. El microcontrolador se conecta a la placa de adquisición de donde obtiene la temperatura de referencia. La señal del LM35 también se registra con la placa de adquisición. El circuito eléctrico detallado se encuentra en la sección A.4. La temperatura que mide el sensor corresponden a un valor promedio de la muestra. En la sección 2.4 se estima el calentamiento y el tiempo característico de difusión al aplicar un campo eléctrico sobre la interfaz.

## 2.2 APLICACIÓN DE PULSOS Y MEDICIÓN DE LA RESISTENCIA

En esta Tesis se estudia el efecto de la conmutación resistiva en una muestra del tipo manganita LPCMO con contactos de plata. Los detalles de sintetizado de la muestra se pueden encontrar en la referencia [75].<sup>1</sup> Los contactos fueron pintados a mano con partículas de plata asentadas en un sustrato sintético adhesivo.

Para estudiar el efecto de la conmutación resistiva en la muestra LPCMO se aplicaron pulsos de corriente de distintas amplitudes y, eventualmente, distinta duración. La elección de utilizar como parámetro de control a la corriente eléctrica está motivada en que el sistema compuesto por la manganita y los electrodos forman un circuito de dos elementos memristivos conectados eléctricamente en serie como se muestra en la figura 2.3 [29, 41]. De esta forma, se puede tener control de forma externa de uno de los parámetros eléctricos del sistema. En particular, como se mencionó anteriormente, en los experimentos que se realizan con ruido, esta es la única forma de tener control de la intensidad aplicada en cada interfaz.

Para poder separar el efecto que introduce cada interfaz en el cambio de resistencia, se utilizaron tres contactos distintos. Dos de estos formaban junto a la manganita el sistema MOM [29, 41], mientras que el tercero era utilizado como un punto de referencia destinado a la medición. En la figura 2.3 se muestra el esquema de conexión del dispositivo. Entre el contacto A y tierra se inyectan las señales que provienen del amplificador de transconductancia. De forma simultánea, se registran por medio de la placa de adquisición las caídas de tensión de los electrodos A, B y C. La resistencia  $R_0 = 1,32 \Omega$  es utilizada para monitorear el valor de corriente que atraviesa la malla eléctrica.

En principio, se debería considerar que existe un elemento memristivo cuando se agrega un tercer electrodo. Como consecuencia de la alta impedancia de entrada de los distintos canales de la placa de adquisición ( $\sim 1 M\Omega$ ), la fracción de corriente que circula a través de este electrodo es despreciable ( $\ll \%1$ ) siendo insuficiente para provo-

<sup>1</sup> La muestra fue provista por el Laboratorio de Propiedades Eléctricas y Magnéticas (Grupo de Física de la Materia Condensada, TANDAR, CNEA).

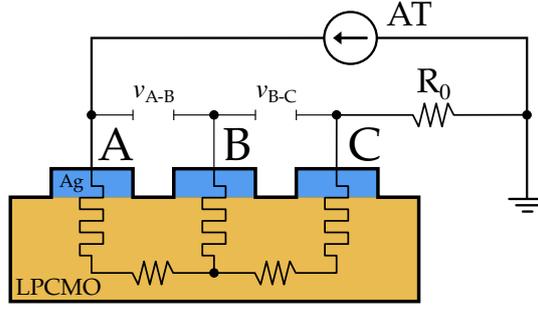


Figura 2.3: Esquema de conexión del dispositivo. Los pulsos provenientes del amplificador de transconductancia son aplicados entre el contacto A y tierra. Las tensiones de los electrodos A, B y C son medidas por medio de una placa de adquisición mientras la corriente circula por el dispositivo. La resistencia  $R_0$  es utilizada para medir la corriente aplicada.

car un cambio en la resistencia eléctrica. Por este motivo, se utiliza al contacto B como punto de referencia para medir las variaciones que existan en los electrodos A y C.

En la figura 2.4 puede observarse un esquema de la señal de entrada considerada. La misma consta de un pulso de excitación y un pulso de medición separados por un tiempo de espera. En el presente trabajo, salvo que se indique lo contrario, se utilizaron anchos de pulso  $t_p = 1$  ms, tiempos de espera para medir la resistencia no volátil  $t_e = 1$  s, pulsos de medición de  $\approx 1$  mA y ancho  $t_m = 1$  ms. El tiempo  $t_e$  es necesario para evitar medir efectos de calentamiento de la muestra debidos a la corriente aplicada. En la sección 2.4 se discute dicho efecto.

Para cuantificar las intensidades involucradas, se utilizó el valor medio temporal de las señales adquiridas. El intervalo temporal en el cual se promedió correspondía al ancho de pulso correspondiente en cada caso. Por ejemplo, la tensión de pulsado y medición  $v_{p,m}$  correspondiente al contacto A-B y la corriente se definen como

$$v_{p,m} = \frac{1}{t_{p,m}} \int_0^{t_{p,m}} v_{A-B} dt, \quad (2.1a)$$

$$i_{p,m} = \frac{1}{t_{p,m}} \int_0^{t_{p,m}} \frac{v_C}{R_0} dt, \quad (2.1b)$$

donde  $v_{A-B}$  es la diferencia de potencial entre los electrodos A-B. De forma análoga, se puede definir el valor de tensión  $v_{p,m}$  para el par de contactos B-C y las tensiones y corrientes durante el pulso de medición. El cálculo de las ecuaciones (2.1) se realizó sobre una cantidad de muestras finitas determinada por la tasa de adquisición de datos.

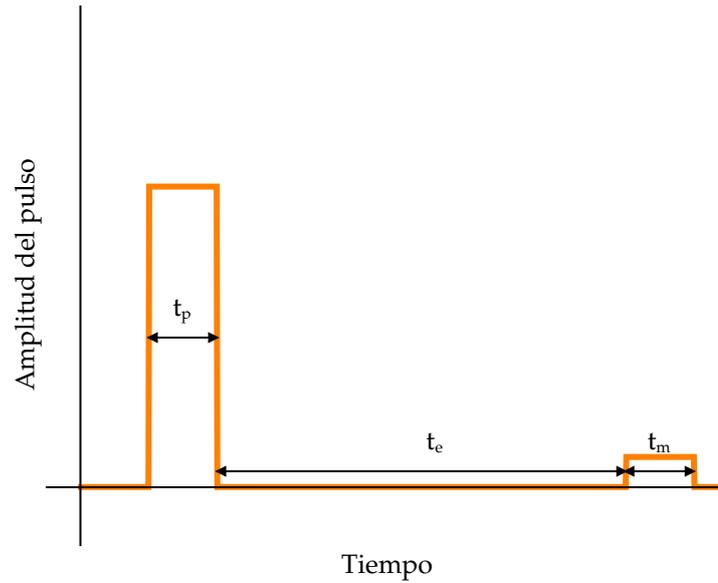


Figura 2.4: Esquema de los pulsos aplicados. El pulso aplicado tiene ancho  $t_p$ . Luego de un tiempo de espera  $t_e$  se aplica un pequeño pulso de corriente de ancho  $t_m$  que es utilizado para medir el valor de resistencia remanente.

### 2.3 RESISTENCIA REMANENTE *vs.* PULSADO

En la figura 2.5 pueden observarse ciclos de histéresis obtenidos variando la amplitud de los pulsos de corriente entre  $\pm 1$  A. La figura 2.5a hace referencia a las mediciones entre los contactos A-B. Los símbolos vacíos corresponden a la resistencia remanente  $R_r$  medida luego de aplicar el pulso de corriente y los símbolos llenos denotan la resistencia de pulsado  $R_p$  o “dinámica”. Ambas resistencias son obtenidas a partir de

$$R_{p,r} = \frac{v_{p,m}}{i_{p,m}}, \quad (2.2)$$

donde  $i_{p,m}$  es la amplitud del pulso aplicado y  $v_{p,m}$  es la tensión medida entre los contactos A-B durante la aplicación del pulso de corriente, ambas obtenidas a partir de las ecuaciones (2.1). Tanto  $R_r$  como  $R_p$  presentan un comportamiento de histéresis. En la figura puede observarse un comportamiento bien diferenciado entre ambos tipos de resistencia. La resistencia de pulsado  $R_p$  presenta un comportamiento, en principio, simétrico con respecto a la polaridad de los pulsos de corriente. Se puede observar que, al aumentar el módulo de la corriente aplicada,  $R_p$  disminuye. Por el otro lado, si los pulsos de corriente son de baja intensidad, la resistencia de pulsado aumenta su valor. Puede observarse que alcanza dos valores máximos distintos dependiendo del trayecto recorrido en el ciclo de histéresis y estos coinciden con los valores de resistencia remanente a corrientes muy bajas. Esto se debe a que en esas regiones la amplitud de los pulsos aplicados tiene inten-

sidad similar a la de los pulsos utilizados para la medición de  $R_r$ . La resistencia remanente tiene una característica asimétrica. Los valores de resistencia que puede alcanzar no solo depende de la magnitud de la corriente aplicada, sino también de la polaridad. En la figura 2.5b pueden observarse resultados similares al medir la resistencia entre los contactos B-C. Las flechas en las figuras representan el sentido de circulación del ciclo. En los resultados presentados en el figura 2.5 puede observarse el efecto de complementariedad de las resistencias medidas entre A-B y B-C. Otro aspecto importante a remarcar es la presencia de dos regiones donde  $R_r$  se mantiene aproximadamente constante e independiente de la amplitud de los pulsos de corriente. Éstas son denominadas como los valores estables de resistencia alta y baja. Las figuras 2.5c y 2.5d muestran los ciclos de histéresis de la resistencia remanente como función de la tensión durante el pulsado. Puede observarse que los cambios resistivos se dan al aplicar tensiones mayores a  $\pm 1$  V. Los resultados presentados en la figura 2.5 son consistentes con los reportados en literatura [12, 27, 29, 44, 45, 76].

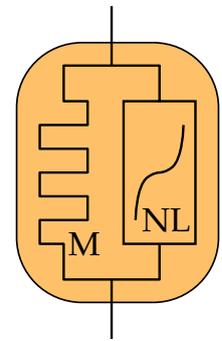
De acuerdo con Gomez-Marlasca *et al.* [76], el efecto general de la resistencia puede ser descrito fenomenológicamente como dos elementos que se encuentran conectados eléctricamente en forma paralela. Uno de ellos determina la resistencia dominante cuando se aplican pulsos de corriente de gran intensidad, mientras que el otro lo hace cuando se aplican corrientes de baja intensidad. Al primero, se lo denomina elemento no lineal (NL), mientras que al segundo, elemento memristivo (M). Bajo estas consideraciones, la corriente  $i_p$  que se hace circular a través del contacto se divide entre los dos elementos según

$$i_M = \frac{v_p}{R_r}, \tag{2.3}$$

$$i_{NL} = i_p - i_M, \tag{2.4}$$

donde  $i_M$  es la fracción de corriente que circula a través del elemento M, depende del potencial aplicado y el valor de resistencia remanente. La corriente  $i_{NL}$  es la diferencia entre la corriente total aplicada y la fracción que circula por el elemento M. En la figura 2.6 se presenta la curva de respuesta  $i_M$  *vs.*  $v_p$  del elemento memristivo. Las flechas indican el sentido de circulación del ciclo. Hay un marcado comportamiento de histéresis y dos claras pendientes que atraviesan el origen de coordenadas, las cuales indican los valores de resistencia estables alto y bajo que se observan en la figura 2.5. La figura muestra un comportamiento asimétrico en función del potencial aplicado. También, se observa que las transiciones de resistencia alta-baja y baja-alta se logran al aplicar tensiones de módulo mayor a 1 V.

En la figura 2.7a se muestra la curva característica I-V para el elemento no lineal NL correspondiente al par de contactos A-B. Los resultados presentan un comportamiento simétrico con respecto a la polaridad de la tensión aplicada y además un efecto de histéresis despreciable frente al observado en la figura 2.6. Esto implica que



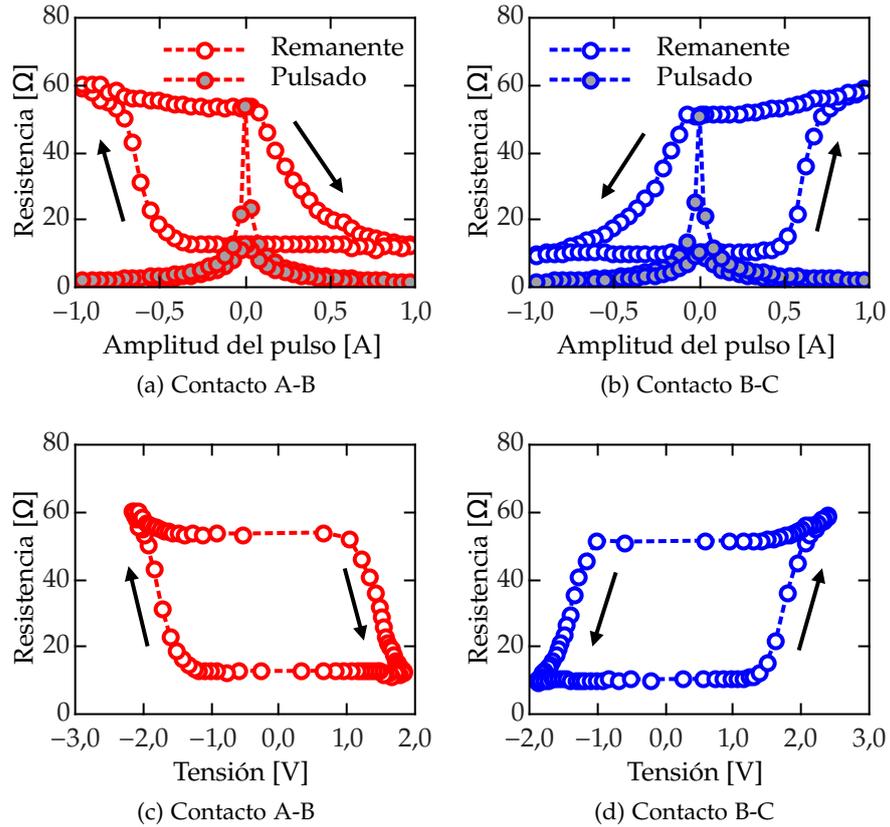


Figura 2.5: Ciclos de histéresis medidos en una muestra LPCMO. Los símbolos vacíos corresponden a la resistencia remanente medida luego de aplicar el pulso de corriente, mientras que los símbolos llenos refieren a la resistencia obtenida durante la aplicación del pulso de corriente. Puede observarse un efecto de histéresis tanto en la resistencia remanente como en la de pulsado. (a) Resultados para el par de contactos A-B y (b) para el par B-C. En (c) y (d) se muestran los ciclos de histéresis como función de la tensión de pulsado.

la respuesta del elemento NL no depende fuertemente del mecanismo que produce la conmutación de resistencia del elemento M. El comportamiento observado es similar al que se obtiene en un circuito formado por dos diodos conectados en forma antiparalela.

El pequeño comportamiento de histéresis observado en la figura 2.7 puede tener origen en que la resistencia remanente  $R_r$  fue obtenida aplicando una corriente de medición de 1 mA. Debido a limitaciones en el dispositivo experimental, no se pudo verificar si dichas mediciones de resistencia estaban influenciadas por el dispositivo no lineal. Por esta razón, puede que no se haya realizado un desacople total entre  $i_M$  y  $i_{NL}$ .

Se puede inferir de los resultados encontrados que coexisten dos mecanismos distintos en la interfaz. Uno asociado al cambio resistivo del material originado por algún cambio estructural (movimiento de

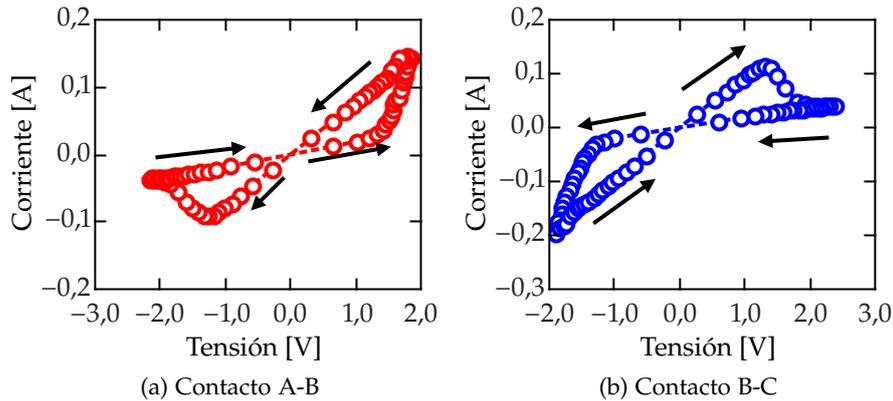


Figura 2.6: Curva de respuesta del elemento memristivo. Existe una marcada histéresis y dos pendientes bien definidas que cruzan por el origen reflejando los distintos niveles resistivos observados. (a) Mediciones sobre contactos A-B y (b) sobre B-C.

iones, formación de caminos conductores, etc.) y, otro, al transporte eléctrico, en principio, independiente del estado del elemento M. De acuerdo con Sze y Ng [77], la conductividad iónica es similar a un proceso de difusión que decrece mientras se aplica un campo eléctrico externo porque el movimiento de iones no es lo suficientemente rápido como para seguir los estímulos externos. El paso de la corriente produce una formación de cargas positivas y negativas cerca de la interfaz óxido-metal que generan una distorsión local del potencial. Al remover el campo externo, los campos internos remanentes producen que algunos (no todos) de los iones vuelvan a su posición de equilibrio original implicando un comportamiento de histéresis en las curvas I-V (figura 2.6).

En los trabajos de Tsui *et al.* [39] y Gomez-Marlasca *et al.* [76] se propuso que el mecanismo de conducción al aplicar altas intensidades de corriente puede estar asociado al mecanismo conocido como SCLC. Este mecanismo está caracterizado por las concentraciones de iones dopantes y de portadores de carga libres. El SCLC ocurre al inyectar una concentración de portadores de carga mayor a los valores de equilibrio. De esta manera, los portadores inyectados controlan la distribución local de carga y el campo eléctrico interno resultante. En las referencias [39, 76], los autores encontraron una dependencia para la corriente del tipo  $I \propto V^{2,3}$  en muestras del tipo manganitas. Schulman y Acha [70] estudiaron este tipo de mecanismo de conducción en YBCO encontrando una dependencia  $I \propto V^3$  para valores altos de tensión. Un resultado similar fue presentado por Scott *et al.* en el trabajo de la referencia [78] donde estudiaron los mecanismos de conducción en un dispositivo ferroeléctrico. En la figura 2.7 se muestra que los resultados obtenidos son compatibles con una dependencia corriente-tensión del tipo  $I \propto V^3$ .

**SCLC:**  
Space-Charge-  
Limited Current.

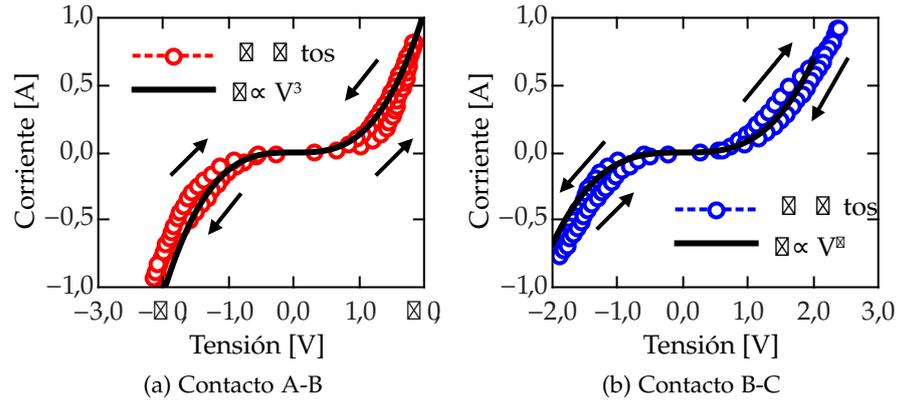


Figura 2.7: Curva de respuesta del elemento no lineal. Los resultados presentan un bajo nivel de histéresis. Puede observarse un comportamiento simétrico con respecto a la polaridad de la tensión aplicada sobre el elemento. Las corrientes presentan una dependencia del tipo  $I \propto V^3$ .

#### 2.4 CALENTAMIENTO DURANTE EL PULSADO

Con el fin de descartar que las mediciones de resistencia remanente se vean influenciadas por el calentamiento de la muestra al aplicar los pulsos de corriente, se estimó la variación de temperatura y el tiempo de relajación térmico debidos a la excitación eléctrica. Según el trabajo de Sacanell *et al.* [79], el incremento de temperatura  $\Delta T$  en función de la potencia disipada  $P$ , se puede calcular según

$$\Delta T = \frac{P L}{\kappa s}, \quad (2.5)$$

donde  $\kappa$  es la conductividad térmica,  $L$  es el espesor que atraviesa el calor transferido y  $s$  es la sección del contacto eléctrico.

La figura 2.8 presenta la potencia entregada por el amplificador durante el pulsado entre los contactos A-B dada por el producto de la corriente de pulsado y la caída de tensión  $v_{A-B}$ . Para estimar el valor  $\Delta T$ , se utilizó el valor  $\kappa$  informado por Cohn *et al.* [80] a temperatura ambiente,  $\kappa = 2 \text{ W/m K}$ , que corresponde a una muestra del tipo manganita. Los contactos eléctricos de la muestra tienen una superficie aproximada  $s \approx 10^{-6} \text{ m}^2$ . De acuerdo con Nian *et al.* [27], la longitud típica de la región del material donde se producen los cambios resistivos es  $L \sim 10^{-7} \text{ m}$ . Tomando la máxima potencia disipada sobre el contacto, la variación de temperatura es  $\Delta T \approx 0,125 \text{ K}$ .

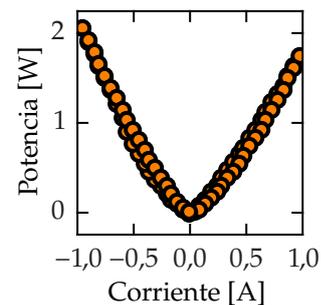


Figura 2.8: Potencia entregada por el amplificador.

El tiempo de relajación térmica puede estimarse a partir de la constante de difusividad térmica y la ecuación de difusión del calor. En el caso simple de considerar difusión en una dimensión, se tiene que

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \quad (2.6)$$

donde  $\alpha = \frac{\kappa}{\rho C}$  es la constante de difusividad,  $\rho$  la densidad del material y  $C$  la capacidad de calor. El equilibrio térmico para una región de tamaño  $L$  se alcanza en un tiempo

$$t \sim \frac{\rho C L^2}{\kappa}. \quad (2.7)$$

La densidad de la manganita fue obtenida del trabajo de Tesis de Quintero [81],  $\rho = 5 \cdot 10^6 \text{ g/m}^3$ , y la capacidad calorífica de los trabajos [82, 83],  $C = 0,84 \text{ J/g K}$ . Con estos datos se pudo estimar un tiempo de equilibrio térmico  $t \sim 50 \text{ ms}$  a temperatura ambiente.

Estas estimaciones muestran que la región resistiva no se calienta de forma significativa durante la aplicación de los pulsos de corriente y que, además, la interfaz alcanza una temperatura de equilibrio en tiempos suficientemente cortos comparados con los de la medición de la resistencia remanente. La temperatura medida en los experimentos corresponde a un valor promedio de la muestra donde se desestiman posibles calentamientos locales. De acuerdo con las estimaciones hechas, la temperatura evoluciona rápidamente a un estado de equilibrio térmico.

## 2.5 RESUMEN

En este capítulo se introdujeron los distintos dispositivos experimentales para aplicar los pulsos de corriente y modificar la temperatura de la muestra LPCMO. Luego, se describieron los métodos para la medición de la resistencia remanente y dinámica observada durante el pulsado de la muestra. Se presentaron resultados del efecto de la conmutación resistiva en una muestra del tipo LPCMO y se encontraron comportamientos consistentes con la bibliografía. Se observó la existencia de dos mecanismos de conducción independientes que pueden ser asociados a la combinación de dos elementos en paralelo, como fue propuesto por Gomez-Marlasca *et al.* [76].

Por último, se estimaron los efectos de calentamiento y estabilización térmica de la interfaz luego de aplicar un estímulo eléctrico. Se encontró que la temperatura de la interfaz sólo aumenta una fracción de grado al aplicar una potencia de 2 W. El tiempo de estabilización térmica estimada corresponde al orden de las decenas de milisegundos. Por este motivo, se mide la resistencia remanente de la manganita con un tiempo de espera  $t_e \geq 1 \text{ s}$ , de manera de descartar el efecto del calentamiento local.



En este capítulo se presentan los resultados del estudio del efecto del ruido en sistemas memristivos. Se comienza por describir el modelo no lineal de desplazamiento iónico propuesto por Strukov *et al* [18]. Luego, se presentan resultados numéricos de la influencia del ruido en este modelo y se analiza, por medio de herramientas matemáticas, el rol que cumplen las distintas fuentes de ruido en este sistema. Se muestra que el ruido de origen externo no mejora el rendimiento medido en términos del contraste resistivo. Algunas de estas ideas y resultados fueron presentadas en la referencia [84].

Para contrastar los resultados numéricos, se presentan experimentos en una muestra LPCMO donde se agregan distintas cantidades de ruido a los pulsos aplicados. En particular, en los experimentos el ruido externo sí produce un efecto beneficioso en el contraste, por lo que es necesario introducir un modelo más complejo para poder reproducir las observaciones experimentales. Estos resultados fueron publicados en los trabajos [85, 86].

Finalmente, se analizan las características que deben tener en cuenta los modelos memristivos para describir el efecto beneficioso del ruido encontrado en los experimentos.

### 3.1 MODELO NO LINEAL DE DESPLAZAMIENTO IÓNICO

En 2008, Strukov *et al.* [18] introdujeron un modelo para describir el comportamiento de memristores que consiste en una muestra de longitud  $L$  dividida en dos regiones por una barrera ficticia. Una de estas regiones contiene una cierta cantidad de iones que corresponden a vacancias de oxígeno presentes en el material. Este modelo describe el comportamiento de conmutación bipolar de una muestra de  $\text{TiO}_2$  y solo considera una única interfaz de conmutación. En la figura 3.1a puede observarse un diagrama esquemático del dispositivo propuesto. La concentración de vacancias en vecindades de la interfaz metal-óxido es descrita por la variable  $z$ . De esta manera, si hay una alta concentración de vacancias la resistencia será  $R_{\text{off}}$ , mientras que si las vacancias se encuentran diluidas en el material, la resistencia del dispositivo será  $R_{\text{on}}$ .  $R_{\text{off,on}}$  son los valores de resistencia máxima y mínima que puede alcanzar la muestra. La figura 3.1b muestra el circuito eléctrico equivalente: dos resistencias en serie cuya dependencia con  $z$  está dada por

$$R(z) = R_{\text{off}} - (R_{\text{off}} - R_{\text{on}}) z/L . \quad (3.1)$$

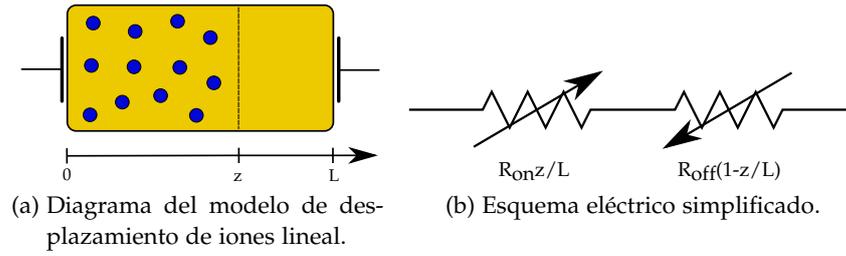


Figura 3.1: Modelo propuesto por Strukov *et al* [18]. El modelo consiste en una muestra dividida en dos regiones de las cuales solo una posee vacancias de oxígeno. La resistencia total de la muestra estará determinada por la posición de la barrera  $z$ .

Si se considera que el movimiento de la barrera está determinado por el arrastre de las vacancias de oxígeno producido por un campo externo [18, 87], el sistema de ecuaciones (1.1) en este caso particular se puede escribir como

$$V(t) = R(z) I(t) , \quad (3.2a)$$

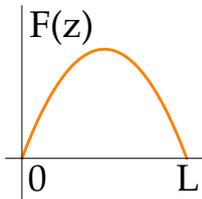
$$\frac{dz}{dt} = \frac{\mu R_{on}}{L} F(z) I(t) , \quad (3.2b)$$

donde  $\mu$  es la movilidad de los iones y  $F(z)$  una función que tiene en consideración el comportamiento no lineal observado en los experimentos.  $F(z)$  es usualmente denominada FUNCIÓN VENTANA [18, 88], ya que cumple el papel de limitar los valores que alcanza la variable  $z$ , solo permitiendo el movimiento de la barrera dentro de un intervalo acotado.

El tipo de función más sencillo que presenta estas características fue introducido en [18] y corresponde a una función del tipo cuadrática dada por

$$F(z) = \frac{z(L-z)}{L^2} . \quad (3.3)$$

Función ventana



Este tipo de función anula la velocidad dada por la ecuación (3.2b) cuando la barrera se aproxima a los extremos de la muestra  $z = 0$  y  $z = L$ .

En el trabajo presentado por Prodromakis *et al.* [89] se realizó una comparación entre resultados obtenidos al usar funciones ventana diferentes y datos experimentales para estudiar las discrepancias entre el modelo y las mediciones. A partir de sus observaciones, propusieron un tipo de función ventana que puede ser fácilmente adaptada para describir distintos tipos de comportamientos observados en los experimentos. En esta sección, sin embargo, se utiliza la función parabólica dada por la ecuación (3.3).

Los primeros en estudiar el efecto del ruido en sistemas memristivos fueron Stotland y Di Ventra [65]. Ellos mostraron, agregando ruido blanco Gaussiano en la ecuación (3.2b), que existe una cantidad

de ruido óptima que maximiza el contraste entre los valores alto y bajo de resistencia del sistema. En particular, presentaron resultados obtenidos al considerar ruido interno, según los autores, asociado a la temperatura del sistema y encontraron que el mayor contraste entre los estados resistivos es aproximadamente 150 K. Para explicar los resultados obtenidos, los autores relacionaron las ecuaciones del sistema memristivo con las de una partícula bajo la acción de un potencial biestable en presencia de fluctuaciones aleatorias. Con estos argumentos vincularon el efecto observado con el fenómeno de la resonancia estocástica (ver sección 1.3).

### 3.1.1 Solución determinista

Por conveniencia, se reescribió la ecuación (3.2b) en forma adimensional de acuerdo con el siguiente cambio de variables

$$x = z/L, \quad (3.4)$$

$$\tau = \frac{\mu A(1 - \delta R)t}{L^2}, \quad (3.5)$$

$$\delta R = \frac{R_{\text{off}} - R_{\text{on}}}{R_{\text{off}}}, \quad (3.6)$$

donde  $A$  es la amplitud del campo externo aplicado expresado en unidades de potencial eléctrico. Definiendo  $v(\tau) = V(t)/A$  y utilizando la función ventana definida por la ecuación (3.3), el movimiento de la barrera es gobernado por la ecuación

$$\frac{dx}{d\tau} = f(x, v) = \frac{4x(1-x)}{1-\delta R x} v(\tau). \quad (3.7)$$

Por medio de integración directa se puede encontrar la solución de la ecuación determinista (3.7)

$$\frac{x}{(1-x)^{1-\delta R}} = \frac{x_0}{(1-x_0)^{1-\delta R}} \exp \left\{ 4 \int_{\tau_0}^{\tau} v(\tau') d\tau' \right\}, \quad (3.8)$$

donde  $x_0$  y  $\tau_0$  son los valores de posición y tiempo inicial respectivamente. La solución  $x(\tau)$  será la raíz real contenida en el intervalo  $[0, 1]$  de la ecuación

$$x^\alpha + c^\alpha x - c^\alpha = 0, \quad (3.9)$$

donde  $\alpha = \frac{1}{1-\delta R}$  y  $c$  es la expresión ubicada a la derecha de la ecuación (3.8). Considerando  $\delta R = 0,5$ , la solución explícita de la ecuación (3.8) es

$$x(\tau) = \frac{1}{2} \left( \sqrt{c^4(\tau) + 4c^2(\tau)} - c^2(\tau) \right). \quad (3.10)$$

En los trabajos presentados por Cai *et al.* [90] y Biolek *et al.* [91] se encuentran soluciones analíticas para el sistema memristivo teniendo en cuenta distintas funciones ventanas y valores genéricos  $\delta R$ .

En la figura 3.2 se muestra la evolución temporal de la posición  $x(\tau)$  considerando una señal de entrada  $v(\tau) = \text{sen}(\Omega\tau)$ . Las soluciones presentadas corresponden a distintas condiciones iniciales  $x_0$  y distintas frecuencias  $\Omega$ . Si por simplicidad se considera  $\tau_0 = 0$ , la integral temporal de (3.8)

$$\int_0^\tau \text{sen}(\Omega\tau') d\tau' = \frac{1 - \cos(\Omega\tau)}{\Omega} = \frac{2}{\Omega} \text{sen}^2\left(\frac{\Omega\tau}{2}\right), \quad (3.11)$$

es periódica con período igual a la señal de entrada, por lo que también lo será la solución de  $x(\tau)$  de la ecuación (3.8). El parámetro definido en la ecuación (3.6) fue fijado en  $\delta R = 0,75$  correspondiendo a una relación 4 : 1 entre la máxima resistencia que puede alcanzar el sistema y la mínima. En la figura 3.2 puede observarse que la amplitud del desplazamiento de  $x$  disminuye con el aumento de la frecuencia externa  $\Omega$ . Analizando la solución (3.8) se puede verificar que si  $\Omega \rightarrow \infty$  entonces  $x(\tau) \rightarrow x_0$  para todo  $\tau$ . Otra observación que puede hacerse de la figura 3.2 es que la amplitud de  $x$  depende fuertemente de la condición inicial.

Para estudiar el comportamiento observado, se simplifica la señal de entrada al caso de señales constantes o pulsos de duración  $\tau_b$ . En la figura 3.3 se muestra la velocidad dada por la ecuación (3.7) considerando señales de entrada constantes de amplitud  $\pm 1$ . Se puede observar el cambio de comportamiento de los puntos de equilibrio del sistema. En el caso de la figura 3.3a, una señal externa positiva produce una evolución hacia el punto fijo ubicado en  $x = 1$ . Por el otro lado, el sistema evoluciona al punto fijo  $x = 0$ , si la señal externa es negativa, como se observa en la figura 3.3b.

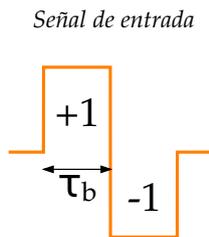
El cociente EPIR definido por la ecuación (1.2) depende de las posiciones inicial y final de  $x$  según

$$\text{EPIR} = \frac{x_l - x_h}{1 - \delta R x_l} \delta R, \quad (3.12)$$

donde  $x_{h,l}$  son las posiciones alcanzadas luego de aplicar el pulso de borrado ( $v(\tau) = -1$ ) y escritura ( $v(\tau) = +1$ ) respectivamente de duración  $\tau_b$ . El valor máximo del cociente EPIR está acotado y depende del parámetro  $\delta R$  según

$$\text{EPIR} \leq \frac{\delta R}{1 - \delta R}. \quad (3.13)$$

En la figura 3.4 se muestra el EPIR como función de la condición inicial  $x_0$  considerando pulsos de amplitud  $\pm 1$  y distintos anchos de pulso  $\tau_b$ . Para hallar las posiciones luego de aplicar los pulsos se calculó la raíz del polinomio de la ecuación (3.9) considerando  $\delta R = 0,75$ . Los resultados se presentan en la figura 3.4a. Debido a las características del sistema, al completar un ciclo de escritura-borrado la posición  $x$  retorna a la posición inicial  $x_0$ . Como se puede observar en la figura, si la posición inicial se encuentra en  $x = 0$  o  $x = 1$  el EPIR



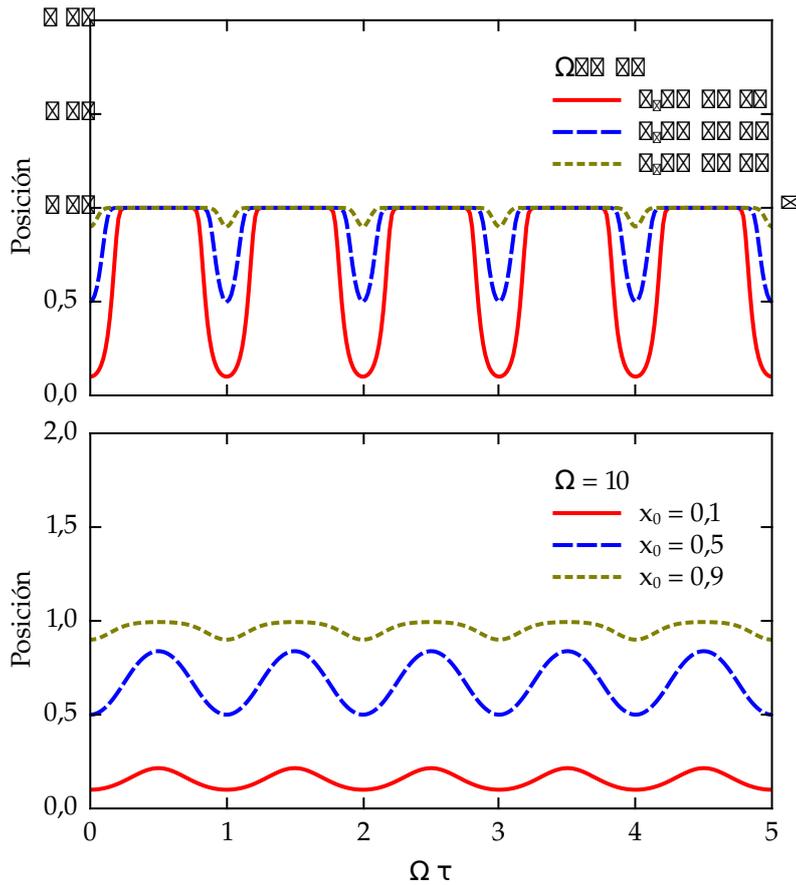


Figura 3.2: Solución analítica del sistema (3.7) considerando una señal de entrada  $v(\tau) = \sin(\Omega\tau)$ . Se puede observar que la amplitud del desplazamiento de  $x$  depende tanto de la condición inicial  $x_0$  como de la frecuencia de la señal de entrada  $\Omega$ .

es estrictamente cero porque la velocidad dada por la ecuación 3.7 es nula para toda señal de entrada. Para un valor arbitrario de  $x_0$ , la figura muestra un comportamiento no monótono del EPIR y una fuerte dependencia con la elección de la condición inicial. En particular, se advierte que existe un valor de  $x_0$  que maximiza el contraste resistivo. Como se muestra en la figura, este comportamiento se puede observar si se consideran distintos anchos de pulso. La amplitud máxima del EPIR y el valor  $x_0$  correspondientes dependen del ancho de pulso.

En la figura 3.4a se considera el caso en que, en primer lugar, se aplica un pulso  $v(\tau_b) = +1$  y el sistema evoluciona hasta alcanzar un valor máximo  $x(\tau_b)$ . Luego regresa a  $x_0$  al aplicar el pulso de polaridad opuesta. El mayor contraste resistivo se tiene cuando la condición inicial es próxima al punto fijo  $x = 0$  y la duración del pulso es suficientemente larga para alcanzar una posición final  $x(\tau_b) \sim 1$  como se muestra en el caso de  $\tau_b = 2,0$  en la figura 3.5a. Por lo contrario, si el ancho del pulso es más corto, se requiere una condición inicial

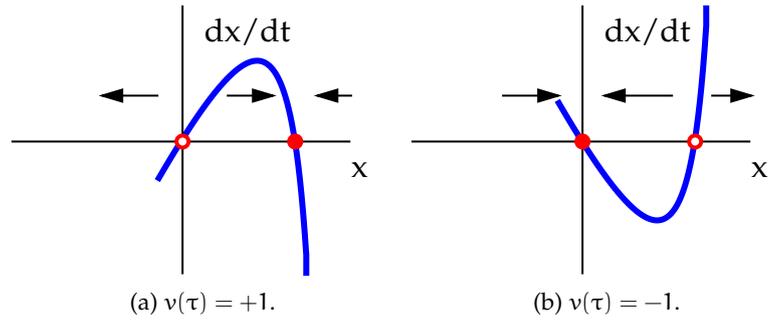


Figura 3.3: Diagrama de fases del sistema. El comportamiento de los puntos fijos del sistema se modifica al cambiar el signo de la señal externa (a)  $v(\tau) > 0$  y (b)  $v(\tau) < 0$ . Las flechas indican el sentido de la evolución de  $x(\tau)$ .

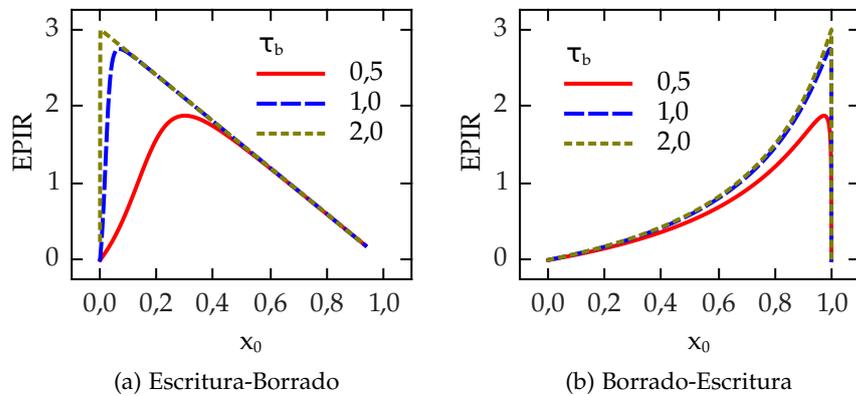


Figura 3.4: Cociente EPIR como función del valor inicial  $x_0$ . Los resultados se muestran para distintos valores de ancho de pulso  $\tau_b$ . (a) Ciclo escritura-borrado y (b) Ciclo borrado-escritura. En ambos casos se observa un valor máximo del EPIR como función de la posición inicial y el ancho de pulso  $\tau_b$ .

intermedia para lograr un mayor desplazamiento, como se puede observar en la figura 3.5a.

En la figura 3.4b se muestra el cociente EPIR pero aplicando en primer lugar un pulso  $v(\tau) = -1$  y luego uno de polaridad opuesta. Se puede observar un comportamiento similar al caso anterior: para cada ancho de pulso considerado existe una condición inicial que maximiza el EPIR. En la figura 3.5b se muestra la posición final como función de  $x_0$  para distintos valores de  $\tau_b$  considerando un pulso de entrada de amplitud negativa. Las asimetrías observadas en las figuras 3.4 y 3.5 se deben a la asimetría de la función dada por la ecuación (3.7) y que se muestra en la figura 3.3. Estas diferencias implican respuestas distintas para distintos tiempos  $\tau_b$ . Linealizando

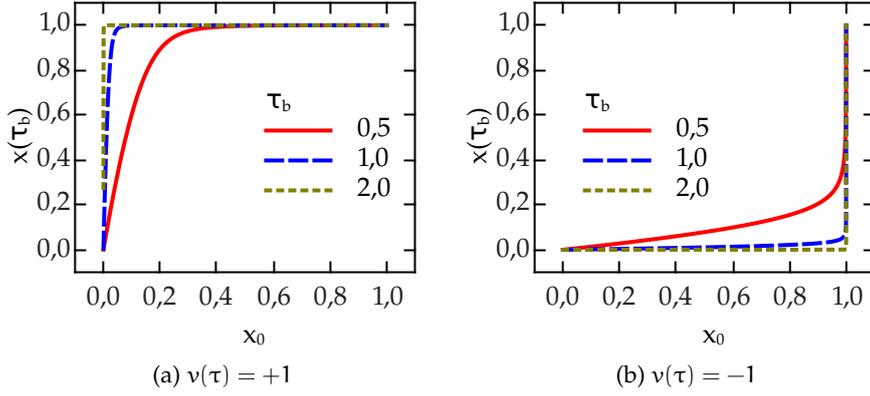


Figura 3.5: Posiciones alcanzadas luego de aplicar pulsos de amplitud  $\pm 1$  y ancho  $\tau_b$ . El valor final depende tanto de la posición inicial como de la duración del pulso.

la ecuación (3.7) alrededor de los puntos fijos de  $f(x, v)$  se obtienen las siguientes ecuaciones diferenciales de primer orden

$$\frac{dx}{d\tau} = f'(0, v)x = 4xv(\tau), \quad (3.14a)$$

$$\frac{dx}{d\tau} = f'(1, v)(x - 1) = \frac{4}{1 - \delta R}(x - 1)v(\tau). \quad (3.14b)$$

La velocidad de movimiento de la barrera alrededor del punto  $x = 1$  es mayor que cuando se encuentra en cercanías de  $x = 0$ . Si se consideran los tiempos característicos de escape definidos como  $T(x_{eq}) = |1/f'(x_{eq}, v)|$ , se puede determinar que  $T(1) < T(0)$ . Esto implica que, ante pulsos de igual duración, la barrera realizará un mayor desplazamiento si se encuentra cerca del punto  $x = 1$ , como se muestra en las figuras 3.5, produciendo un EPIR de mayor magnitud. Por ejemplo, si se usa una condición inicial  $x_0 = 0,1$  y un ancho de pulso  $\tau_b = 0,5$ , se obtiene un EPIR de  $\sim 0,5$  (ver figura 3.4a). Por el otro lado, si se considera el mismo ancho de pulso, pero comenzando el ciclo en  $x_0 = 0,9$  e invirtiendo la secuencia de pulsado, el EPIR obtenido es  $\sim 1,75$  (ver figura 3.4b).

### 3.1.2 Ruido interno

A continuación, se presenta el estudio de la influencia de ruido del tipo interno en el sistema descrito por la ecuación (3.7), extendiendo el trabajo de Stotland y Di Ventra [65]. La ecuación diferencial estocástica (EDE) que gobierna el sistema es

$$\frac{dx}{d\tau} = \frac{4x(1-x)}{1 - \delta R}v(\tau) + \eta(\tau), \quad (3.15)$$

donde  $\eta(\tau)$  es un proceso estocástico con distribución Gaussiana cuya correlación y potencia están dadas por

$$\langle \eta(\tau)\eta(\tau') \rangle = \Gamma\delta(\tau - \tau'). \quad (3.16)$$

En primer lugar, se consideró una señal del entrada  $v(\tau) = \sin \Omega \tau$  y potencias de ruido  $\Gamma$  que variaban entre 0 y 2. La ecuación diferencial (3.15) fue integrada utilizando el método explícito de Taylor de orden 1,5 utilizando un *script* desarrollado en MATLAB. Una descripción del algoritmo puede ser encontrada en la sección B.2.

En la figura 3.6 se muestran resultados obtenidos al considerar una condición inicial  $x_0 = 0,9$  y frecuencia angular  $\Omega = 1$ . En particular, en la figura se muestra la evolución temporal de la posición  $x(\tau)$  en ausencia de ruido y cuando se aplican potencias  $\Gamma = 2 \cdot 10^{-6}$  y 2. Los resultados corresponden al promedio de 1000 realizaciones de ruido. En el caso correspondiente a  $\Gamma = 0$ , se puede observar una equivalencia con la solución analítica presentada en la figura 3.2. Estos resultados muestran que al considerar el sistema sin ruido, se obtiene una amplitud máxima de movimiento moderada, pero cuando se considera el agregado de una pequeña cantidad de ruido ( $\Gamma = 2 \cdot 10^{-6}$ ) el movimiento de la barrera se amplía, implicando un mayor contraste resistivo. Si la potencia de ruido es aún mayor, la amplitud del movimiento de  $x(\tau)$  se ve disminuida como es en el caso de considerar  $\Gamma = 2$ .

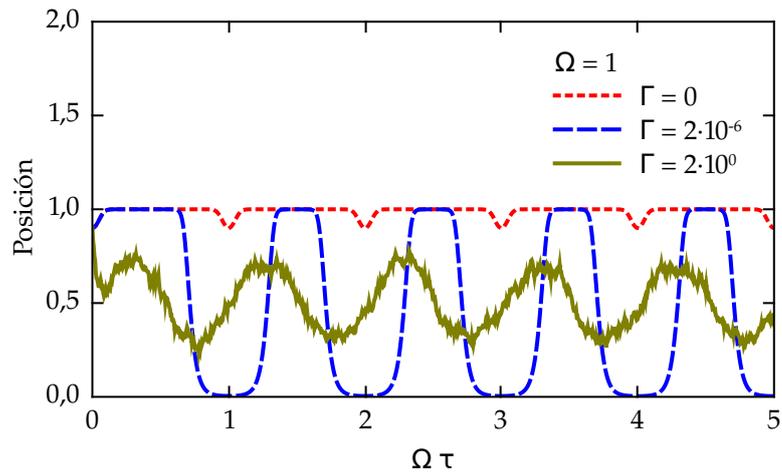


Figura 3.6: Evolución temporal de la posición  $x(\tau)$  como resultado de promediar 1000 realizaciones de ruido. Se muestran los resultados obtenidos al considerar tres potencias distintas de ruido. Se puede observar que existe una mayor amplitud de desplazamiento cuando se considera una cantidad de ruido intermedia.

El comportamiento de la resistencia del sistema se puede observar en la figura 3.7, donde se muestran las curvas I-V para las potencias de ruido antes consideradas. Dado que la resistencia remanente del dispositivo está directamente relacionada con las pendientes observadas en la figura 3.7, se puede verificar que el contraste máximo entre resistencia alta y baja se obtiene para una cantidad de ruido intermedia. Estos resultados son consistentes con los hallados por Stotland

y Di Ventra [65]. En lo que sigue, se realiza un análisis alternativo al que fue presentado por estos autores.

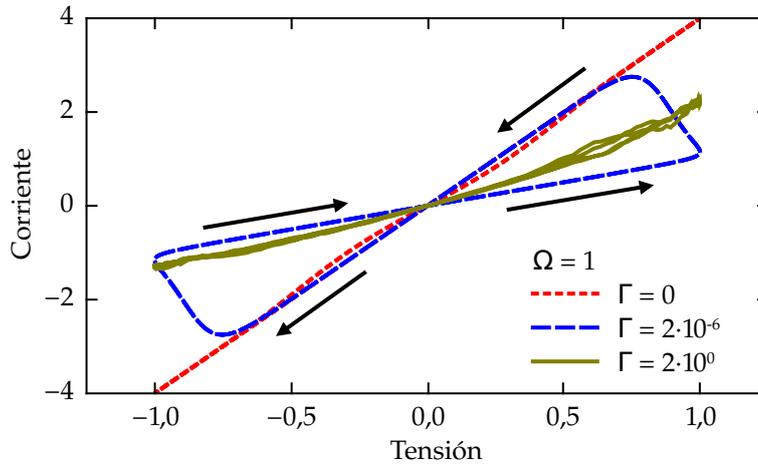


Figura 3.7: Ciclos de histéresis de la respuesta I-V del sistema. Las pendientes de las curvas determinan la resistencia de la muestra. Se puede observar un mayor contraste entre los estados resistivos para una cantidad intermedia de ruido. Los resultados corresponden al promedio de 1000 realizaciones.

Se aplicó una secuencia de pulsos compuesta por un pulso de escritura  $v(\tau) = +1$  seguido por un pulso de borrado  $v(\tau) = -1$ . La duración de los pulsos  $\tau_b$  fue variada entre 0,1 y 2,0 y la condición inicial fue  $x_0 = 0,9$ . La resistencia se calculó en la posición alcanzada luego de aplicar el pulso. En la figura 3.8 se muestran los resultados del EPIR como función del ruido presente en el sistema correspondientes al promedio de 1000 realizaciones. Se advierte la existencia de una potencia óptima de ruido que maximiza el EPIR. Al igual que en el caso determinista (figura 3.4), se obtiene un mayor contraste resistivo cuando se aplican los pulsos de mayor duración. El EPIR para potencias bajas de ruido se aproxima al valor dado por la evolución determinista. En el otro extremo, al aplicar grandes potencias de ruido, el sistema está dominado por las fluctuaciones aleatorias.

La figura 3.9 muestra la evolución temporal del sistema. En particular, se muestra en escala logarítmica el detalle de cómo evoluciona la barrera en cercanías del punto  $x = 1$ . Los resultados corresponden a considerar un ancho de pulso  $\tau_b = 1$  y promediar sobre 1000 realizaciones de ruido. La línea sólida negra corresponde al caso de potencia nula de ruido, en el cual se observa un recorrido periódico determinado por la posición inicial y el ancho del pulso. Cuando se agrega ruido al sistema, el comportamiento es sensiblemente distinto. La barrera no alcanza la posición máxima correspondiente al caso determinista. Por lo contrario, a medida que aumenta la potencia de ruido, la posición máxima que se alcanza es menor. Los círculos en la figura 3.9 marcan las posiciones máximas alcanzadas al aplicar el

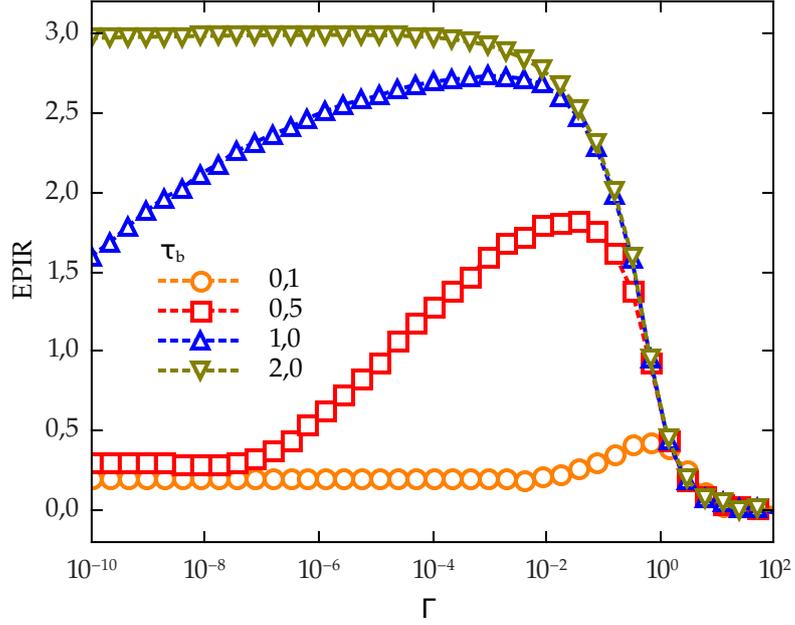


Figura 3.8: EPIR vs. ruido interno considerando distintos anchos de pulso  $\tau_b$ . Existe una cantidad óptima de ruido que maximiza el contraste resistivo entre los estados alto y bajo.

pulso de amplitud +1 y las flechas indican cómo varían en función de la potencia del ruido. Como se mostró en la figura 3.5, la evolución del sistema es muy sensible a la condición inicial. En los casos donde el ruido está presente, existe un cambio de la “condición inicial” al aplicar el pulso de polaridad opuesta que depende de la potencia de ruido y produce distintas evoluciones del sistema. Las posiciones marcadas con círculos corresponden a las posiciones estacionarias  $x_{est}$  de la ecuación diferencial

$$\frac{dx}{d\tau} = \frac{4x(1-x)}{1-\delta R x} + \eta(\tau) . \tag{3.17}$$

Según la ecuación (1.9), la evolución temporal de la probabilidad está descrita por (ver sección 1.3)

$$\frac{\partial P}{\partial \tau} = -\frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{4x(1-x)}{1-\delta R x} P(x, \tau) \right\} + \frac{\Gamma}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} P(x, \tau) , \tag{3.18}$$

cuya solución estacionaria es

$$P(x) \propto \exp \left\{ \frac{2}{\Gamma} \int_x \frac{4x'(1-x')}{1-\delta R x'} dx' \right\} . \tag{3.19}$$

La probabilidad dada por la ecuación (3.19) como función de la potencia de ruido  $\Gamma$  se muestra en la figura 3.10. En la misma se consideró una señal de entrada  $v(\tau) = -1$  y potencias de ruido  $\Gamma = 10^{-2}$ ,  $10^{-1}$  y  $10^1$ . En el caso determinista ( $\Gamma \rightarrow 0$ ) la posición  $x(\tau)$  evoluciona hacia el punto fijo ubicado en  $x = 0$  cuya distribución de probabilidad estacionaria corresponde a una delta de Dirac en dicho punto. Cuando

hay ruido interno presente, la distribución de probabilidad se ensancha, aumentando la probabilidad de encontrar a la barrera en otras posiciones como se muestra en la figura 3.10. En el caso que  $\Gamma \rightarrow \infty$ , se obtiene una distribución uniforme en el intervalo considerado.

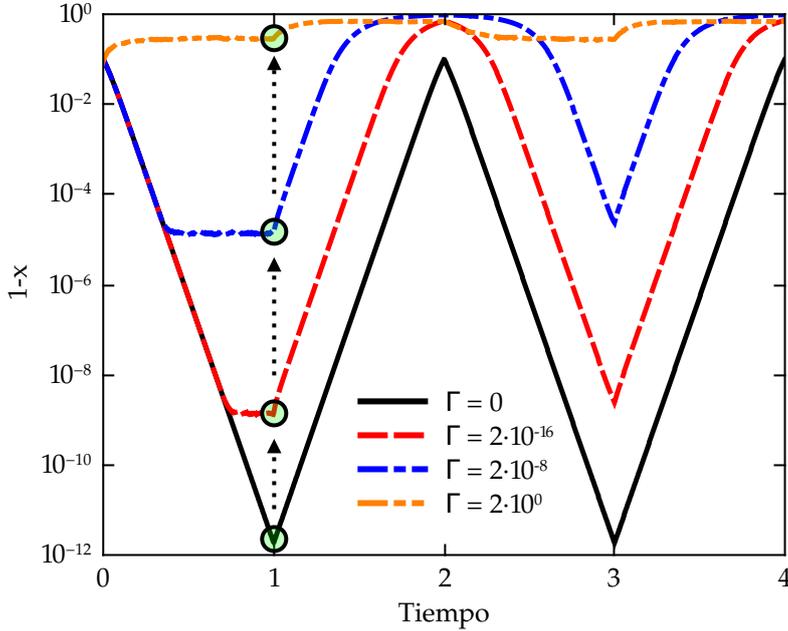


Figura 3.9: Evolución temporal de la posición  $x(\tau)$  alrededor del punto  $x = 1$ . Al aumentar la potencia de ruido, existe un corrimiento de la posición alcanzada (círculos) luego de aplicar el pulso de amplitud +1.

Habiendo encontrado la probabilidad estacionaria del sistema es posible calcular la posición estacionaria mediante la integral

$$\langle x_{\text{est}} \rangle = \int_x x' P(x') dx'. \quad (3.20)$$

La figura 3.11a muestra los valores máximos alcanzados por  $x(\tau)$  al aplicar un pulso de ancho  $\tau_b = 1$ . Los símbolos corresponden a los valores obtenidos mediante la integración numérica de la EDE. La línea sólida corresponde a las posiciones estacionarias descritas por la ecuación (3.20). Se puede observar una excelente concordancia entre ambos cálculos que indican que un pulso de ancho  $\tau_b$  alcanza para llevar al sistema a su estado estacionario.

Utilizando una ecuación similar a (3.17) se pueden calcular las posiciones mínimas estacionarias como función de  $\Gamma$  cuando se aplica un pulso  $v(\tau) = -1$ . En la figura 3.11b se muestran las posiciones estacionarias calculadas a partir de la ecuación de Fokker-Planck (línea sólida). También, se presenta la posición alcanzada, como consecuencia de hacer evolucionar al sistema en forma determinista (líneas de rayas) desde una condición inicial dada por los valores de  $x_{\text{máx}}$  mostrados en la figura 3.11a. Se puede observar que la evolución deter-

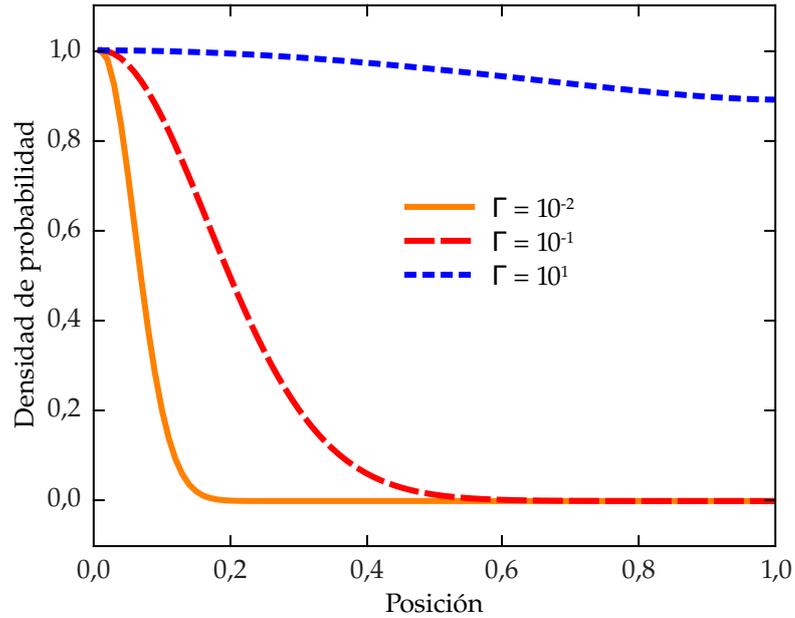


Figura 3.10: Densidad de probabilidad estacionaria en función del ruido presente. En la figura se muestran los resultados al aplicar una señal de entrada  $v(\tau) = -1$  considerando amplitudes de ruido  $\Gamma = 10^{-2}$ ,  $10^{-1}$  y  $10^1$ . Se puede observar que la amplitud de la distribución aumenta con el agregado de ruido. Para una mejor presentación de los resultados, éstos están normalizados de manera que el valor máximo de probabilidad es 1.

minista es decreciente con la potencia de ruido y esto se debe a que la condición inicial crece y el movimiento de  $x(\tau)$  se traslada hacia valores más bajos de  $x$ .

Las posiciones finales medias obtenidas por integración de la EDE luego de aplicar el pulso de borrado se muestran en la figura 3.11b, donde están señaladas por medio de símbolos. Se puede observar en la figura que para un rango de  $\Gamma$  chico las soluciones de la EDE coinciden con la evolución determinista del sistema, mientras que cuando se consideran valores más altos de ruido las soluciones numéricas se asemejan al valor de  $x_{\min}$  estacionario.

Analizando estos resultados, se puede explicar el rol que tiene el ruido en este tipo de sistema. La presencia de la señal estocástica limita el valor que puede alcanzar  $x(\tau)$  durante la aplicación de, por ejemplo, el pulso de escritura (ver figuras 3.9 y 3.11a). Este nuevo valor puede considerarse como una nueva condición inicial para la resolución de la ecuación (3.17) durante el pulso de borrado. De la misma manera, el ruido limita el valor alcanzado por  $x(\tau)$  durante el pulso de borrado, que servirá como condición inicial del siguiente pulso de escritura. De esta forma, se puede interpretar la influencia del ruido a través de la modificación de las condiciones iniciales de la ecuación (3.17) al inicio de la aplicación de cada pulso. Al igual que

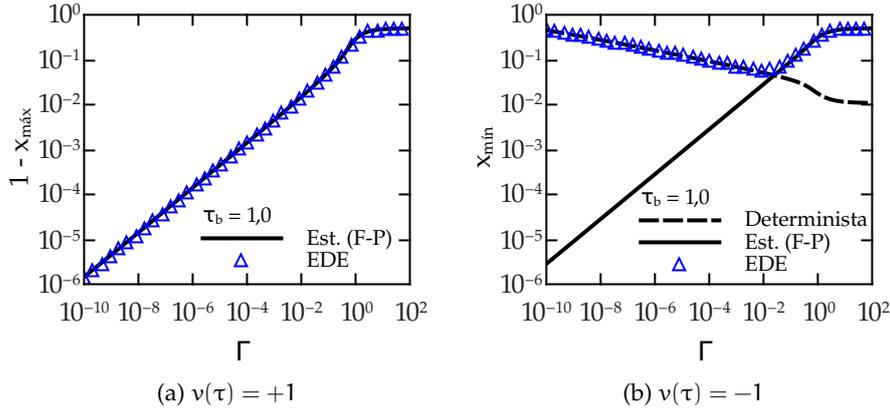


Figura 3.11: Posiciones alcanzadas luego de aplicar pulsos de amplitud  $\pm 1$  y ancho  $\tau_b = 1$ . (a) Resultados al evolucionar al sistema con una señal  $v(\tau) = +1$ . El estado final de la evolución de la EDE (símbolos) coincide con el estado estacionario calculado mediante la ecuación de Fokker-Planck (trazo continuo). (b) Resultados al evolucionar el sistema con una señal  $v(\tau) = -1$ . En este caso, además de presentarse el estado estacionario calculado a través de Fokker-Planck (trazo continuo) y la solución de la EDE (símbolos) se muestran las posiciones evolucionadas de forma determinista desde posiciones iniciales dadas por  $x_{\text{máx}}$  (líneas de rayas). A baja potencia de ruido el sistema no alcanza la posición estacionaria.

en el caso determinista (ver figura 3.4), el EPIR depende fuertemente de la condición inicial.

Utilizando estas ideas, se puede calcular el EPIR para distintas potencias de ruido en forma *cuasi* analítica, usando las posiciones estacionarias (figura 3.11) como condiciones iniciales de la ecuación (3.17). El resultado de este análisis se presenta en la figura 3.12. Se puede observar una gran concordancia entre la solución numérica de la EDE y la evolución determinista limitada por las soluciones estacionarias calculadas a través de la ecuación de Fokker-Planck.

### 3.1.3 Ruido externo

En el trabajo de Stotland y Di Ventra [65] se presentaron solo resultados que involucran ruido interno. El objetivo siguiente es considerar una fuente de ruido externa al sistema y estudiar cómo evoluciona el mismo. En este caso, se considera agregar a la señal de entrada una componente aleatoria. La ecuación diferencial estocástica en este caso es

$$\frac{dx}{d\tau} = \frac{4x(1-x)}{1-\delta R x} (v(\tau) + \eta(\tau)) . \quad (3.21)$$

La función  $\frac{4x(1-x)}{1-\delta R x}$  no solo afecta a la señal de entrada, sino también al proceso estocástico  $\eta(\tau)$ . Para resolver la EDE se utilizó el método

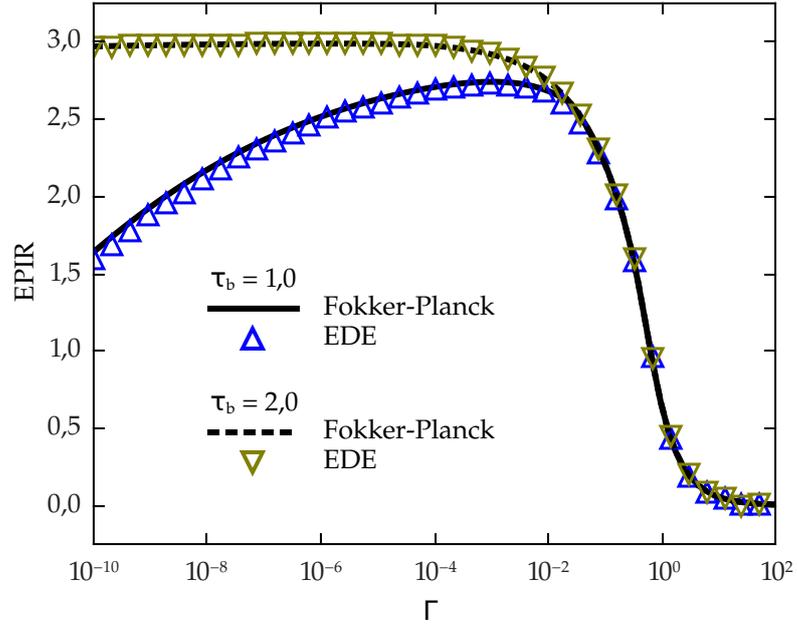


Figura 3.12: EPIR como función del ruido interno presente. La figura muestra los resultados obtenidos resolviendo la ecuación diferencial estocástica y la evolución determinista limitada por las posiciones estacionarias dadas por Fokker-Planck.

de Runge-Kutta que se explica en la sección B.2. Se repitió el mismo protocolo de simulación estudiado en el caso de ruido interno. Se aplicó un pulso de amplitud  $v(\tau) = +1$  seguido de un pulso de polaridad opuesta. Se calcularon las posiciones alcanzadas para cada uno en función del ancho del pulso  $\tau_b$ .

Los resultados numéricos se presentan en la figura 3.13. En particular, estos corresponden a una condición inicial  $x_0 = 0,9$  y tiempos de pulsado 0,1, 0,5 y 1,0. Se puede observar que, a diferencia del caso de ruido interno, el EPIR no presenta una mejoría con el agregado de ruido. Más aún, el ruido solo degrada el contraste resistivo. Este mismo comportamiento fue observado para distintas condiciones iniciales y protocolos de pulsado.

En el caso de ruido interno, éste tiene el efecto de modificar las posiciones máximas que puede alcanzar  $x(\tau)$ . En el presente caso esto no sucede debido a que la cantidad de ruido es modificada por la posición de la barrera y, en particular, es atenuada a medida que se acerca a los extremos, como se puede interpretar a partir de la ecuación (3.21).

Para estudiar el rol del ruido externo en el sistema se reescribe la ecuación diferencial (3.21) de la siguiente manera

$$\begin{aligned} \frac{dx}{d\tau} &= \frac{4x(1-x)}{1-\delta R x} (v(\tau) + \eta(\tau)) , \\ &= g_1(x) g_2(\tau) , \end{aligned} \quad (3.22)$$

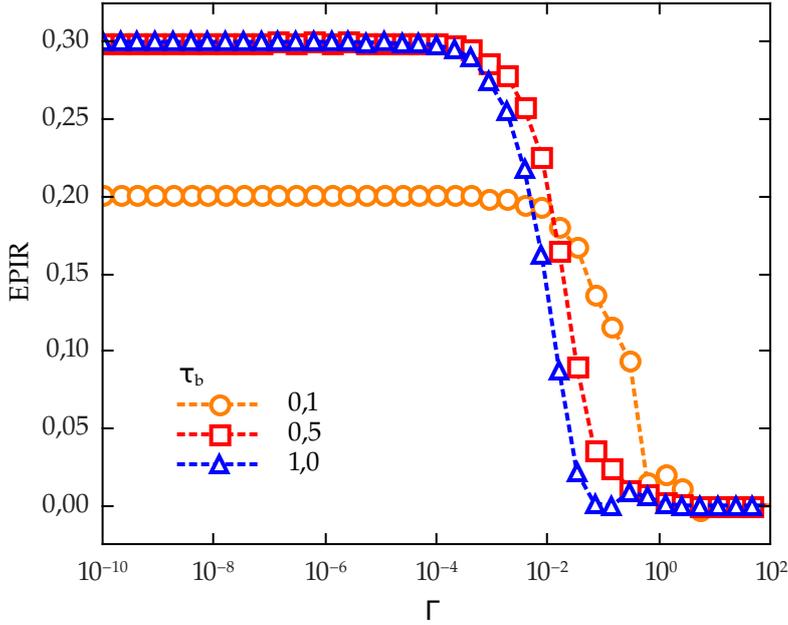


Figura 3.13: EPIR como función del ruido externo aplicado. Se muestra el promedio de 1000 realizaciones para distintos anchos de pulsos  $\tau_b$ . El ruido solo puede degradar al cociente EPIR.

cuya solución satisface la siguiente expresión

$$x^\alpha + c^\alpha x - c^\alpha = 0, \tag{3.23}$$

donde  $\alpha = \frac{1}{1-\delta R}$  y

$$c = \frac{x_0}{(1-x_0)^{1-\delta R}} e^{4y(\tau)}, \tag{3.24}$$

con  $x_0$  como condición inicial. La función  $y(\tau)$  corresponde a

$$y(\tau) = \int_{\tau_0}^{\tau} g_2(\tau') d\tau', \tag{3.25}$$

cuya densidad de probabilidad es

$$P_y(y, \tau) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\Gamma\tau}} \exp \left\{ -\frac{(y - y_0 - v(\tau)\tau)^2}{2\Gamma\tau} \right\}. \tag{3.26}$$

A partir de este resultado, se puede hallar la densidad de probabilidad  $P_x(x, \tau)$  correspondiente a la solución de la ecuación (3.23) definida como

$$\begin{aligned} P_x(x, \tau) &= \frac{d}{dx} \left[ \text{Prob} \left( y \leq \log \left\{ (1-x)^{-\frac{1}{4\alpha}} x^{\frac{1}{4}} \right\} \right) \right], \\ &= P_y \left( \log \left\{ (1-x)^{-\frac{1}{4\alpha}} x^{\frac{1}{4}} \right\}, \tau \right) \frac{1 - \delta R x}{4x(1-x)}. \end{aligned} \tag{3.27}$$

En la figura 3.14 se muestran resultados de la probabilidad como función de la potencia de ruido aplicada, en particular, se utilizó un

valor inicial  $x_0 = 0,5$  y  $\tau_b = 1,0$ . Se puede observar un cambio de comportamiento en la distribución de probabilidad. En el caso de  $\Gamma = 10^{-2}$  la distribución se corre hacia el punto fijo  $x = 1$  y el valor medio de la misma es  $\langle x \rangle \approx 0,6751$ . Al aumentar la potencia de ruido la barrera se mueve aún más, en particular, cuando se aplica  $\Gamma = 1$  el valor medio de la posición de la barrera es  $\langle x \rangle \approx 0,7425$ . Por último, si se considera una gran potencia de ruido, como es el caso de  $\Gamma = 10^2$ , el sistema presenta una tipo de biestabilidad caracterizada por los dos máximos de probabilidad observados en la figura 3.14.

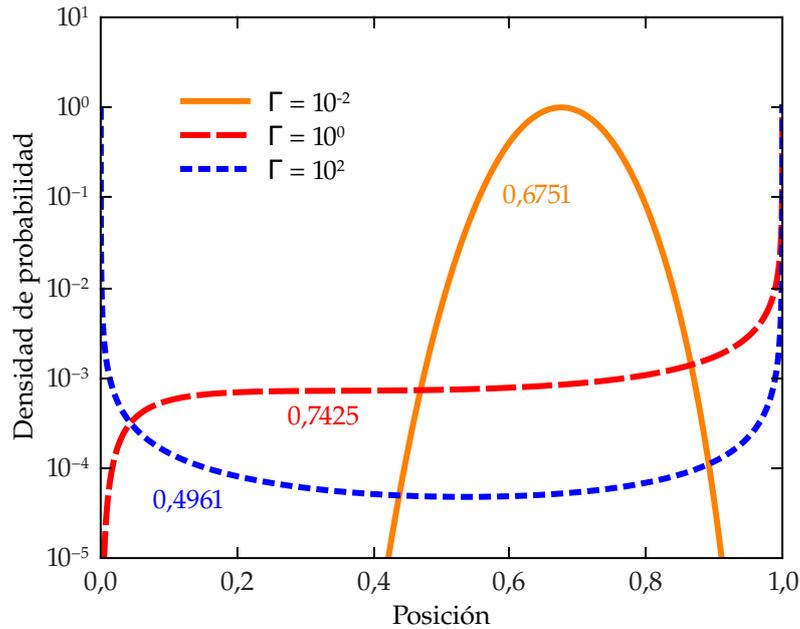


Figura 3.14: Densidad de probabilidad para el sistema en presencia de ruido externo. Se muestran los resultados al considerar  $x_0 = 0,5$ ,  $v(\tau) = +1$  y distintas potencias de ruido. Se puede observar que el ruido induce cambios en el comportamiento de la densidad de probabilidad. Los valores que se muestran corresponden al valor medio de cada distribución.

Los resultados presentados muestran que se pueden lograr mayores excursiones de  $x$  al aumentar la potencia de ruido aplicada como es en el caso entre  $\Gamma = 10^{-2}$  y  $\Gamma = 1$ . A pesar de dicho aumento, se puede mostrar que esto no implica un mayor contraste resistivo debido a que, al aplicar el pulso de sentido opuesto, no se alcanza el valor inicial nuevamente. En la figura 3.15 se muestran los resultados al hacer evolucionar al sistema con  $v(\tau) = -1$  desde las condiciones finales anteriores dadas por los valores medios de la posición  $\langle x \rangle$ . Se puede observar que los valores alcanzados no se corresponden con el valor inicial. Más aún, el desplazamiento obtenido es menor y, como el cociente EPIR depende directamente de la diferencia entre los valores alcanzados por  $x$ , el mismo se verá influenciado en forma negativa.

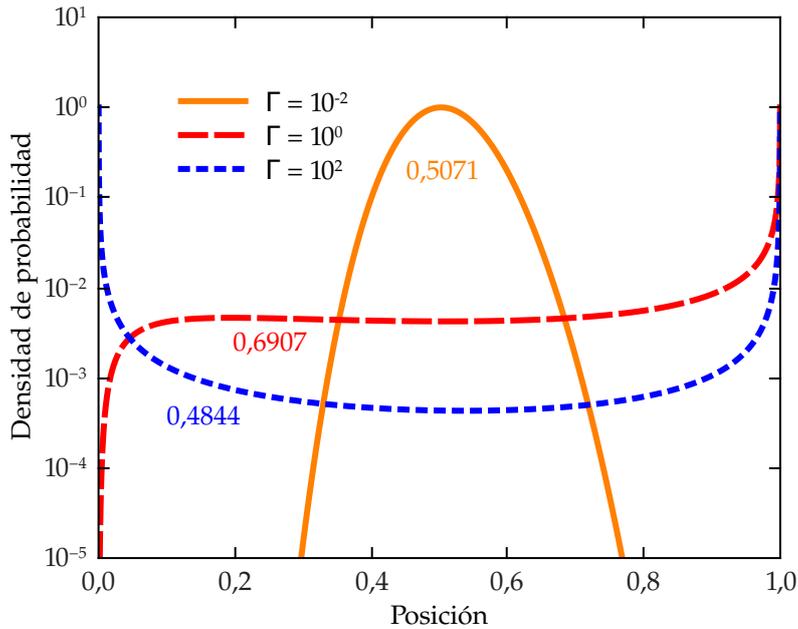


Figura 3.15: Densidad de probabilidad para el sistema en presencia de ruido externo. Se muestran los resultados al considerar  $v(\tau) = -1$  y posiciones iniciales correspondientes al valor medio del estado final de aplicar el pulso  $v(\tau) = +1$ . El sistema no vuelve al estado inicial y el desplazamiento de  $x$  es menor. Los valores que se muestran corresponden al valor medio de cada distribución.

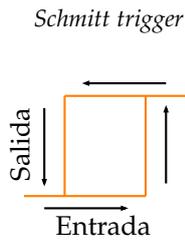
Estos resultados indican que cuando la potencia de ruido es baja, el incremento del ruido ayuda a la barrera (el valor medio de la posición) a acercarse a uno de los puntos fijos. Luego, al invertir el potencial  $v(\tau)$ , el ruido influye en el movimiento en menor medida ya que se encuentra atenuado por el efecto de la función ventana. En el caso de considerar grandes intensidades de ruido, el sistema evoluciona estocásticamente hacia alguno de los puntos fijos y luego le es difícil alejarse por la misma razón anterior, produciendo la distribución biestable observada en las figuras 3.14 y 3.15.

## 3.2 EXPERIMENTOS SOBRE LA INFLUENCIA DEL RUIDO

### 3.2.1 Ciclos de histéresis

Según los resultados numéricos obtenidos, el ruido externo (agregado a la señal de entrada) no produciría ningún efecto beneficioso en el fenómeno de la conmutación resistiva. Para verificar esto, se diseñaron distintos experimentos para estudiar la influencia del ruido eléctrico durante el proceso de pulsado.

Los ciclos de histéresis mostrados en la figura 2.5 tienen una semejanza a la respuesta típica de un comparador del tipo Schmitt *trigger* (ST). Los ST son circuitos electrónicos biestables que presentan histé-



resis a partir de realimentar positivamente un comparador electrónico o un amplificador del tipo diferencial. Este tipo de circuitos ha sido exhaustivamente estudiado en el contexto de sistemas no lineales y su interacción con el ruido [53, 64, 92]. El ST es un sistema paradigmático para estudiar fenómenos como la resonancia estocástica o el *dithering* (ver, por ejemplo, las referencias [93] y [94]). En particular, se ha mostrado que es posible recuperar una señal de amplitud subumbral con el agregado de cierta cantidad de ruido a la misma. En estas situaciones, el ruido ayuda a la señal a alcanzar los umbrales y, de esta manera, conmutar el estado del elemento biestable. Con esta imagen en mente, el primer experimento consistió en emplear amplitudes de corriente de entrada de baja intensidad de manera de no superar los umbrales de conmutación de la muestra.

El experimento comienza con la aplicación de dos ciclos de pulsos de intensidad máxima  $I_{\text{máx}} = \pm 800$  mA. Cada ciclo está formado por 100 pulsos de duración 1 ms. En la figura 3.16 se muestra el perfil de amplitudes de los pulsos aplicados y la evolución de la resistencia remanente. En los primeros 200 pulsos se advierte una variación de resistencia entre  $\sim 25$  y  $275 \Omega$ . En la figura 3.17 se muestra el ciclo de histéresis correspondiente a los 100 primeros pulsos (símbolos rojos). Puede observarse en la misma que, para cambiar la resistencia desde un estado bajo a uno alto, los pulsos de entrada deben superar un valor de  $\sim 400$  mA. Por este motivo, las amplitudes máximas de los pulsos siguientes se fijaron en  $I_{\text{máx}} = \pm 300$  mA (ver figura 3.16). En total se aplicaron 1200 pulsos, agregándose ruido blanco con distribución Gaussiana y desvío estándar de 250 mA entre los pulsos #401-600 y #801-1200.

Durante la aplicación de los pulsos #201-400 no se observa cambio resistivo alguno. La figura 3.17a (círculos azules) presenta el ciclo de histéresis correspondiente a los pulsos #1-100 y #201-300. Se puede observar que estos últimos no producen cambios en la resistencia debido a que la intensidad máxima aplicada no alcanza a cruzar el umbral de conmutación. La adición de ruido a los pulsos de amplitud  $I_{\text{máx}} = \pm 300$  mA produce cambios de resistencia comparables a los obtenidos cuando se aplicaron corrientes  $I_{\text{máx}} = \pm 800$  mA. Este comportamiento puede ser observado en los ciclos comprendidos entre los pulsos #401-600 de la figura 3.16 donde la muestra exhibe una variación de resistencia entre  $\sim 50 - 250 \Omega$ . Los ciclos de histéresis correspondiente a estos pulsos se muestra en la figura 3.17b (círculos azules).

Los siguientes ciclos comprendidos entre los pulsos #601-800 fueron aplicados sin ruido añadido. En las figuras 3.16 y 3.17c (círculos azules) se puede observar que hay una variación de la resistencia, aunque no con la magnitud anterior. En los últimos cuatro ciclos (pulsos #801-1200) se volvió a agregar ruido a los pulsos aplicados. Se advierte nuevamente un incremento en la variación de la resisten-

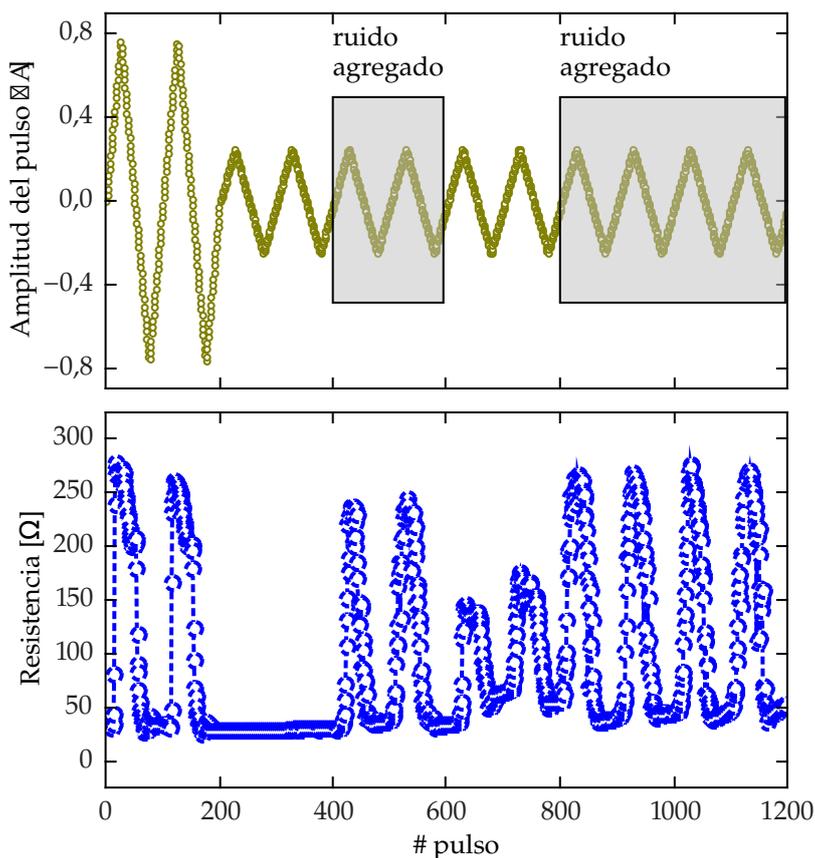


Figura 3.16: Amplitud de los pulsos aplicados y evolución temporal de la resistencia. La muestra presenta cambios de resistencia cuando la señal de entrada realiza grandes excursiones de amplitud (pulsos #1-200). Al aplicar pulsos de menor intensidad la muestra no presenta cambios en la resistencia (pulsos #201-400), aunque sí lo hace cuando se agrega una cantidad de ruido a los pulsos de entrada (pulsos #401-600). Los resultados corresponden a la resistencia medida entre los contactos B-C.

cia, similar al obtenido cuando se aplicaron pulsos sin ruido pero de intensidad  $I_{\text{máx}} = \pm 800 \text{ mA}$  (figura 3.17d, círculos azules).

Estos experimentos resultaron concluyentes en el rol beneficioso que tiene el ruido en el proceso de conmutación de resistencia de la manganita. Esta observación es contradictoria con los resultados numéricos obtenidos en la sección 3.1.3. En los experimentos que se describen a continuación, se estudia cómo influye el ruido en el efecto de la CR si se consideran distintas intensidades de éste y además como afecta la persistencia de los estados resistivos alcanzados al transcurrir el tiempo.

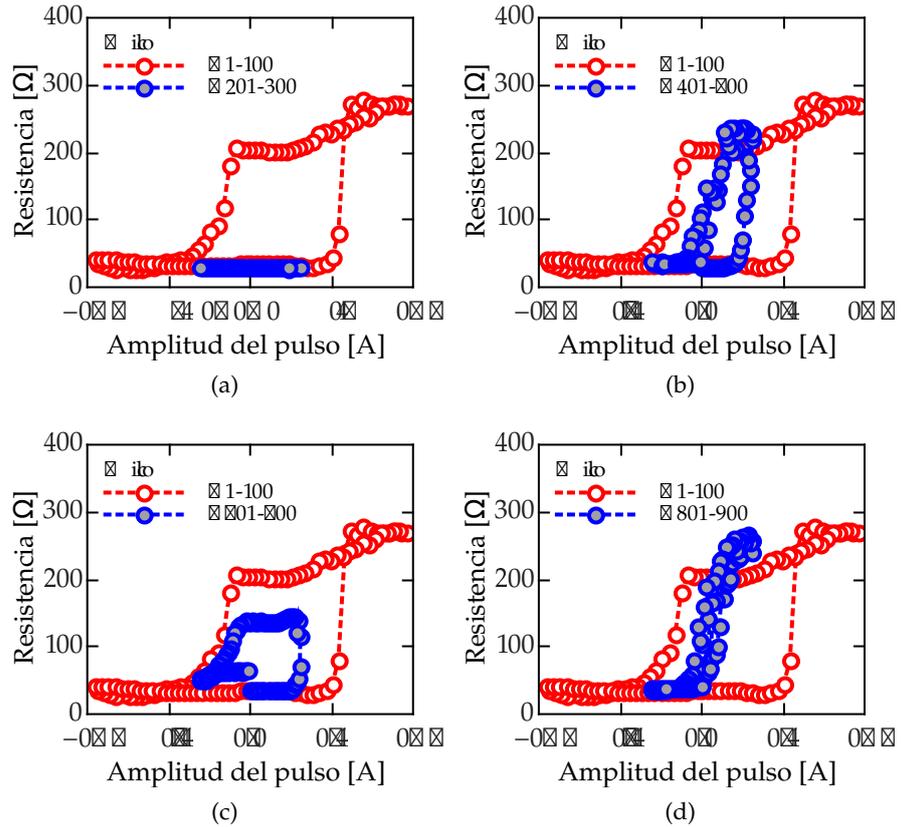


Figura 3.17: Ciclos de histéresis correspondientes a la serie temporal mostrada en la figura 3.16. En cada figura se explicitan los números de pulsos presentados. Se puede observar el cambio de comportamiento del ciclo de histéresis dependiendo de la presencia del ruido externo. En (a) y (c) se muestran secuencias de pulsos en ausencia de ruido. Se observa un contraste resistivo menor a los obtenidos al considerar ruido como se muestra en (b) y (d).

### 3.2.2 Contraste resistivo

En esta sección de la Tesis se estudia como afecta el ruido eléctrico al contraste y a la persistencia de los estados resistivos. Los experimentos se llevan a cabo de la siguiente manera. Se realiza un ciclado de reinicializado de la muestra con pulsos de amplitud máxima de  $\pm 600$  mA finalizando en el estado de menor resistencia de la muestra ( $\approx 20 \Omega$ ). El objetivo del mismo es iniciar cada experimento desde condiciones iniciales lo más cercanas posibles. Luego, se aplica una secuencia de 75 pulsos cuya amplitud varía según  $0 \rightarrow +300 \rightarrow -300$  mA, como se muestra en la figura 3.18 (símbolos naranjas). A cada uno de estos pulsos se le agrega una cantidad de ruido fija, *e. g.*, 30 mA. Luego, se aplican 25 pulsos de valor medio cero con la misma intensidad de ruido que los 75 pulsos precedentes para estudiar el efecto del ruido en la persistencia de los estados resistivos. Entre cada pulso aplicado se mide la resistencia remanente, como se muestra

en la figura 3.18. Luego, se aplica la misma secuencia con la misma intensidad de ruido, pero con la polaridad opuesta de los pulsos, esto es,  $0 \rightarrow -300 \rightarrow +300$  mA (símbolos azules). En el siguiente paso, se elige una nueva intensidad de ruido y se aplican las dos secuencias anteriores, y así sucesivamente para todas las amplitudes de ruido consideradas entre 30 y 300 mA. Entre cada secuencia se aplica el ciclo de reinicialización, de manera de iniciar cada secuencia, aproximadamente, desde el mismo estado inicial. El experimento completo se repite 100 veces, de manera de estudiar el comportamiento promedio de la muestra.

La figura 3.18 presenta los resultados obtenidos. En particular, se muestra la evolución temporal de ambas secuencias para tres intensidades de ruido distintas. Puede observarse que a medida que se consideran amplitudes mayores de ruido, el contraste resistivo se ve incrementado, esto es, aumenta la diferencia entre el máximo y el mínimo valor alcanzado durante toda la secuencia. Otro efecto encontrado es que el ruido degrada los estados resistivos remanentes. Este efecto de degradación aumenta con el valor de ruido aplicado.

Una forma usual de medir el contraste entre dos niveles de señal en el área de las teorías de las comunicaciones es mediante el factor Q [95]. En este contexto se puede definir según

$$Q = \frac{\langle R_h \rangle - \langle R_l \rangle}{\sigma_h + \sigma_l}, \quad (3.28)$$

donde los símbolos  $\langle \cdot \rangle$  representan el promedio sobre las 100 realizaciones,  $R_h$  es el estado resistivo alto,  $R_l$  es estado resistivo bajo y  $\sigma$  son las desviaciones estándar correspondientes a los valores resistivos. Un mayor valor de Q está asociado a una menor probabilidad de error en la identificación de los estados resistivos.

Los resultados mostrados en la figura 3.19 fueron calculados con los valores resistivos señalados en la figura 3.18 por medio de la líneas de rayas. Los círculos de color verde corresponden a los valores de resistencia luego de aplicar el pulso #26 ( $I = \pm 300$  mA), los triángulos de color rojo son los valores obtenidos luego de aplicar el pulso #51 ( $I = 0$  mA) y los cuadrados de color gris corresponden a un valor intermedio de los anteriores (pulso #40). En este caso, los valores de resistencia alta  $R_h$  son los descritos por la secuencia de círculos azul y, los correspondientes a  $R_l$ , por la secuencia de cuadrados color naranja de la figura 3.18.

La figura 3.19 muestra los resultados del factor Q como función de la amplitud del ruido presente y el número de pulso considerado. Puede observarse un comportamiento no trivial al aumentar la intensidad de ruido. En el caso del pulso #26 se puede observar que el valor del factor Q obtenido aumenta monotónicamente en todo el rango de ruido considerado. Por otro lado, en los casos de los pulsos #40 y #51 la figura muestra que existe una cantidad de ruido óptima que maximiza el factor Q.

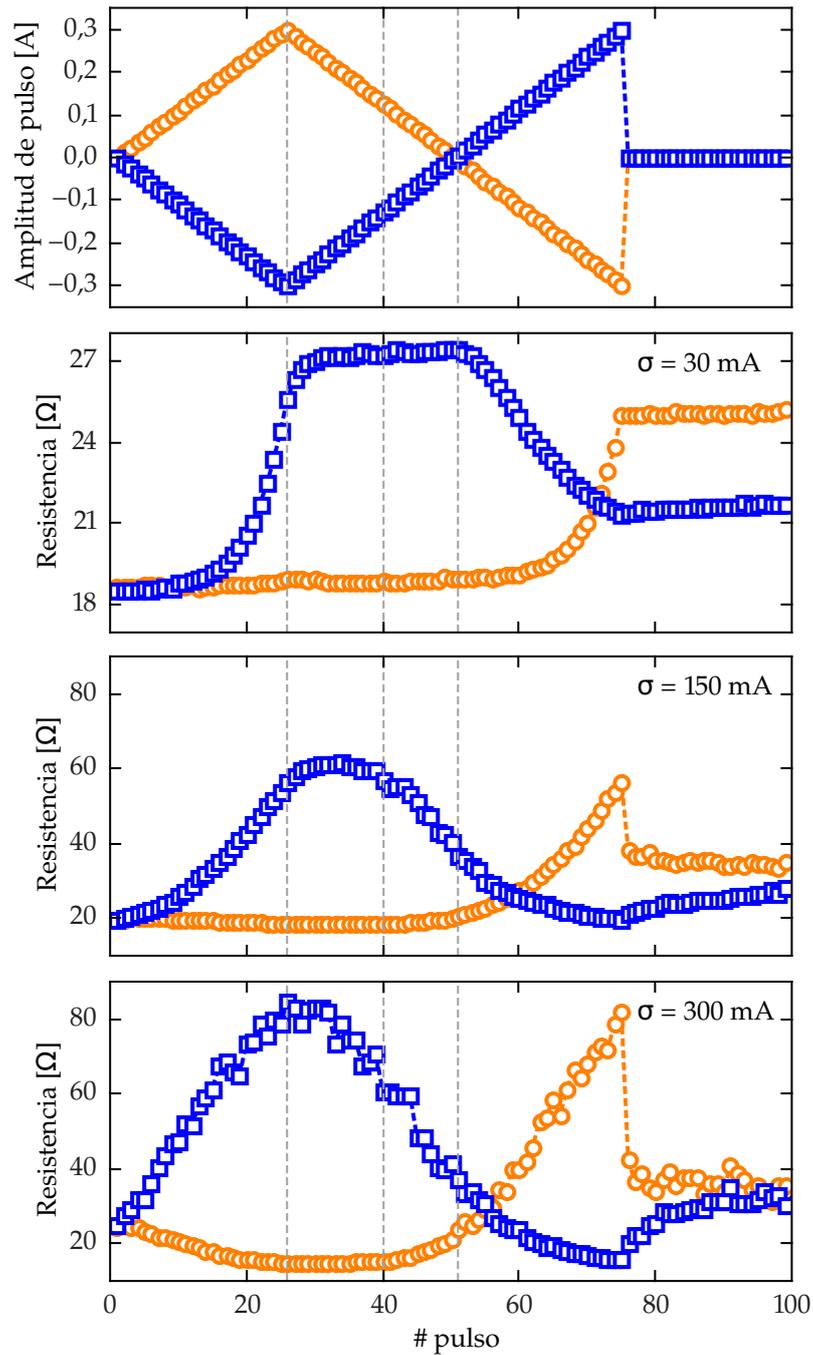


Figura 3.18: Conmutación de la resistencia bajo la influencia del ruido. En la figura superior se muestra el perfil de amplitudes de los pulsos de corriente aplicados. En las figuras inferiores se puede observar el comportamiento resistivo de la muestra en función de la cantidad de ruido agregada en cada pulso. A medida que aumenta la intensidad de ruido, el contraste resistivo crece. En ausencia de pulsos de corriente, el ruido degrada los estados de resistencia remanentes. Las líneas de rayas indican los pulsos #26, #40 y #51.

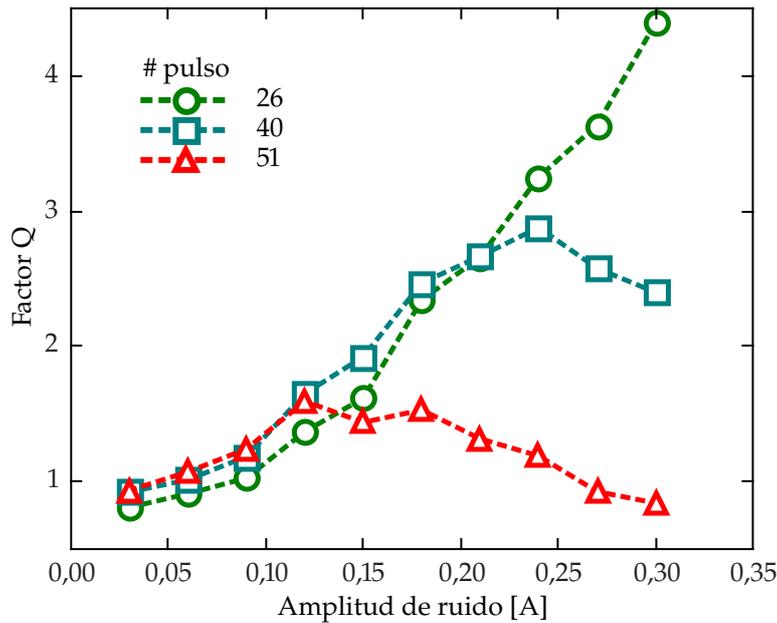


Figura 3.19: Factor Q en función de la amplitud de ruido. Se presentan resultados para los pulsos #26, #40 y #51 indicados en la figura 3.18. Se puede observar un comportamiento no trivial al aumentar la cantidad de ruido en la señal de entrada que depende del pulso considerado. Un rasgo común es que existen regiones donde el ruido produce un aumento del factor Q.

Los resultados obtenidos pueden explicarse en forma sencilla de la siguiente manera. Cuando se considera el pulso #51 el valor medio de la señal es nulo, por lo tanto el pulso toma valores aleatorios de distinto signo dados por la distribución Gaussiana fijada por el ruido. Por este motivo, se producirán cambios resistivos debido a que el ruido puede alcanzar valores suficientes de intensidad para inducir conmutaciones aleatorias de la resistencia. En el caso del pulso #40, el valor medio de la amplitud disminuye la posibilidad de que el pulso cambie de signo y realice conmutaciones aleatorias. El pulso #26 está caracterizado por una mayor intensidad de corriente contrarrestando aún más los cambios de sentido de la corriente producidos por las fluctuaciones del ruido. Por medio de este argumento, se puede esperar que la curva correspondiente al pulso #26 comience a decaer si se consideran ruidos de mayor amplitud a los aplicados en este experimento.

Para estudiar la influencia del ruido en la persistencia de los estados resistivos, éste fue aplicado durante 25 ms en intervalos de 1 ms. Estas mediciones corresponden a los pulsos #76 en adelante de la figura 3.18. Se calculó el factor Q según la ecuación (3.28), donde en este caso la resistencia  $R_n$  correspondía a la secuencia de color naranja y  $R_l$  a la secuencia azul. Los resultados se presentan en la figura 3.20.

La figura 3.20 muestra un comportamiento no monótono del factor Q como función de la intensidad de ruido aplicada. En todos los

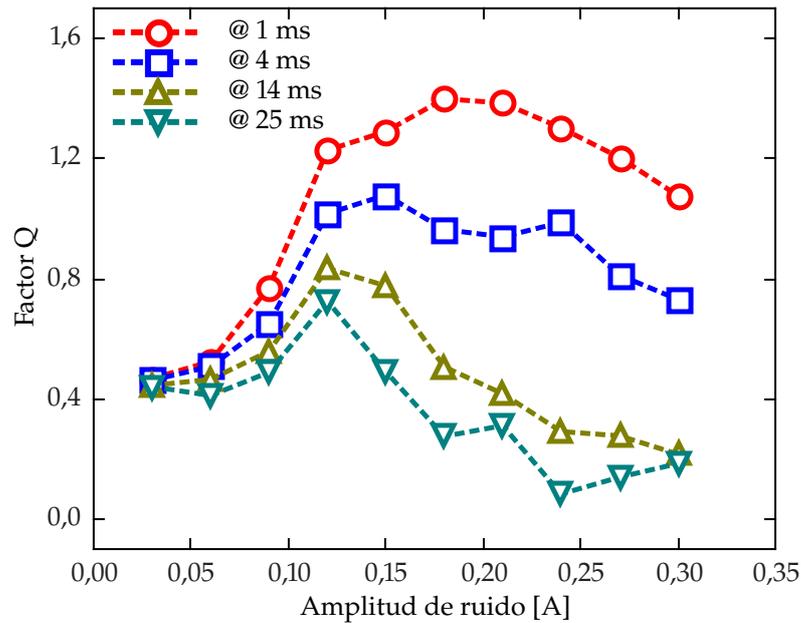


Figura 3.20: Factor  $Q$  vs. intensidad de ruido. En la figura se muestra el efecto en la resistencia remanente del ruido acumulado en ausencia de pulsos de corriente de entrada. Se puede observar una degradación del  $Q$  a medida que aumenta la cantidad de ruido aplicada. La figura muestra resultados considerando un ruido acumulado durante 1, 4, 14 y 25 ms.

tiempos considerados existe una cantidad de ruido que optimiza al factor  $Q$ . El valor máximo de  $Q$  se degrada conforme se agrega ruido. Esto se debe a que un mayor tiempo de exposición al ruido aumenta la posibilidad de inducir cambios resistivos. El valor máximo de  $Q$  se corre hacia los valores de menor intensidad de ruido a medida que transcurre el tiempo. Esto se debe a una relación de compromiso entre obtener un mayor contraste y una mayor estabilidad de la resistencia remanente. En estos resultados en particular, se puede observar que existe una cantidad de ruido que maximiza el valor de  $Q$  durante un tiempo más prolongado.

### 3.3 MODELO DE BARRERA DE ANCHO VARIABLE

Los resultados experimentales mostraron un efecto beneficioso del ruido en la conmutación resistiva que no había sido predicho por el modelo de Strukov *et al.* [18]. Un modelo más complejo fue introducido por Pickett *et al.* [96] en 2009. Este modelo tiene en cuenta la no linealidad de los dispositivos y el comportamiento asimétrico en la conmutación reflejados en una dependencia del tipo exponencial en el movimiento iónico. En este modelo, se considera una resistencia en serie con una barrera de potencial que puede ser atravesada, efecto túnel mediante, por electrones. El diagrama del modelo puede

observarse en la figura 3.21, donde la resistencia eléctrica  $R_b$  representa el comportamiento resistivo del óxido, mientras que la barrera de potencial origina la resistencia en la interfaz metal-óxido. Simmons resolvió en 1963 [97] este tipo de configuración utilizando un modelo de barrera rectangular con fuerzas imagen. La solución calculada por Simmons de la corriente que atraviesa la barrera es

$$I(t) = A \left\{ \phi_1 \exp \left( -B\phi_1^{1/2} \right) - (\phi_1 + qv_g) \exp \left( -B(\phi_1 + qv_g)^{1/2} \right) \right\}, \quad (3.29)$$

donde  $A$  y  $B$  son constantes y  $\phi_1$  es una función de la posición  $x$ ,  $v_g = V(t) - I(t) R_b$  es la caída de tensión de la barrera y  $q$  es la carga del electrón. Pickett *et al* [96]. encontraron que las mediciones de curvas  $I - V$  parametrizadas en tiempo de una muestra de  $TiO_2$  eran bien descritas por el modelo de barrera rectangular. Como parámetro libre dejaron al ancho  $x$  y, a partir de ajustes no lineales, obtuvieron la evolución temporal del ancho de la barrera como función del campo aplicado. Encontraron que la evolución de  $x$  está descrita por

$$\frac{dx}{dt} = \begin{cases} c_{off} \sinh \left( \frac{I(t)}{i_{off}} \right) \times \exp \left\{ -\exp \left( \frac{x - a_{off}}{w_c} - \frac{I(t)}{b} \right) - \frac{x}{w_c} \right\}, & I(t) > 0 \\ c_{on} \sinh \left( \frac{I(t)}{i_{on}} \right) \times \exp \left\{ -\exp \left( \frac{a_{on} - x}{w_c} + \frac{I(t)}{b} \right) - \frac{x}{w_c} \right\}, & I(t) < 0, \end{cases} \quad (3.30)$$

donde las constantes  $c_{off,on}$ ,  $i_{off,on}$ ,  $a_{off,on}$ ,  $b$  y  $w_c$  son los parámetros de ajuste. El comportamiento asimétrico observado experimentalmente se logra reproducir si para cada sentido de aplicación del campo se tienen en cuenta distintas constantes de ajuste.

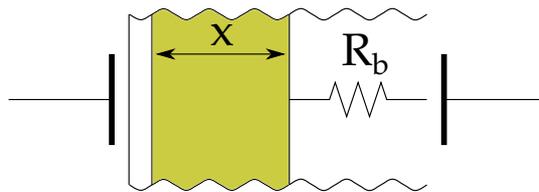


Figura 3.21: Diagrama del modelo de efecto túnel a través de una barrera de potencial de ancho variable.

### 3.3.1 Simplificación del modelo

En 2013, Kvantinsky *et al.* [68] presentaron una simplificación del modelo introducido anteriormente. La motivación de los autores fue la poca eficiencia computacional para resolver las ecuaciones (3.29) y (3.30), la falta de una relación explícita entre corriente y tensión y,

también, la falta de generalidad para describir otros sistemas memristivos.

Debido a la alta no linealidad observada en los sistemas memristivos, los autores propusieron una relación exponencial entre la resistencia de la muestra y el ancho de la barrera. Bajo esta hipótesis, la ecuación (3.29) se puede expresar según

$$V(t) = \left\{ R_{\text{on}} \exp \left( \lambda \frac{x - x_{\text{on}}}{x_{\text{off}} - x_{\text{on}}} \right) + R_{\text{b}} \right\} I(t), \quad (3.31)$$

donde  $x_{\text{on,off}}$  son los anchos mínimo y máximo que puede alcanzar la barrera. Cuanto mayor sea el ancho de la barrera, mayor será la resistencia que produce. Los valores  $R_{\text{on,off}}$  se alcanzan en los valores extremos de  $x$ , esto implica que  $R_{\text{off}} > R_{\text{on}}$  y  $\lambda = \ln(R_{\text{off}}/R_{\text{on}})$ . Con respecto a la dinámica del ancho  $x$ , los autores utilizaron una aproximación usual en transistores del tipo MOS (Metal-Óxido-Semiconductor) que consiste en proponer una función de variables separadas que describa la evolución de  $x$ , esto es, una función que sea el producto de una función que sólo dependa del ancho  $x$  y otra que sólo lo haga de la corriente  $I(t)$ . De esta forma, la función propuesta es

$$\frac{dx}{dt} = \begin{cases} k_{\text{off}} \left( \frac{I(t)}{i_{\text{off}}} - 1 \right)^{\alpha_{\text{off}}} \\ \quad \times \exp \left\{ - \exp \left( \frac{x - x_{\text{on}}}{w_c} \right) \right\}, & i_{\text{off}} < I(t) \\ 0, & i_{\text{on}} < I(t) < i_{\text{off}} \\ k_{\text{on}} \left( \frac{I(t)}{i_{\text{on}}} - 1 \right)^{\alpha_{\text{on}}} \\ \quad \times \exp \left\{ - \exp \left( \frac{x_{\text{off}} - x}{w_c} \right) \right\}, & I(t) < i_{\text{on}}, \end{cases} \quad (3.32)$$

donde las constantes  $k_{\text{off,on}}$  son parámetros de escala y determinan el sentido del movimiento de  $x(t)$ ,  $\alpha_{\text{off,on}}$  introducen un relación no lineal entre velocidad y corriente,  $i_{\text{off,on}}$  actúan como umbrales de corriente,  $w_c$  y  $x_{\text{off,on}}$  son parámetros a ser ajustados. Los factores que involucran las funciones exponenciales son del tipo sigmoide y cumplen con el rol de limitar los valores que  $x$  puede alcanzar de forma similar a las funciones ventana referidas en la sección 3.1. En la figura 3.22 se muestra la dependencia de la velocidad con la posición de la barrera donde

$$f_{\text{off}}(x) = \exp \left\{ - \exp \left( \frac{x - x_{\text{on}}}{w_c} \right) \right\}, \quad (3.33a)$$

$$f_{\text{on}}(x) = \exp \left\{ - \exp \left( \frac{x_{\text{off}} - x}{w_c} \right) \right\}. \quad (3.33b)$$

La figura muestra que para  $I(t) > i_{\text{off}}$  la función  $f_{\text{off}}$  tiende a disminuir la velocidad de la barrera. De la misma manera, cuando  $I(t) < i_{\text{on}}$  la función  $f_{\text{on}}$  produce el mismo efecto. La asimetría observada está originada en los distintos valores  $k_{\text{on}}$  y  $k_{\text{off}}$ .

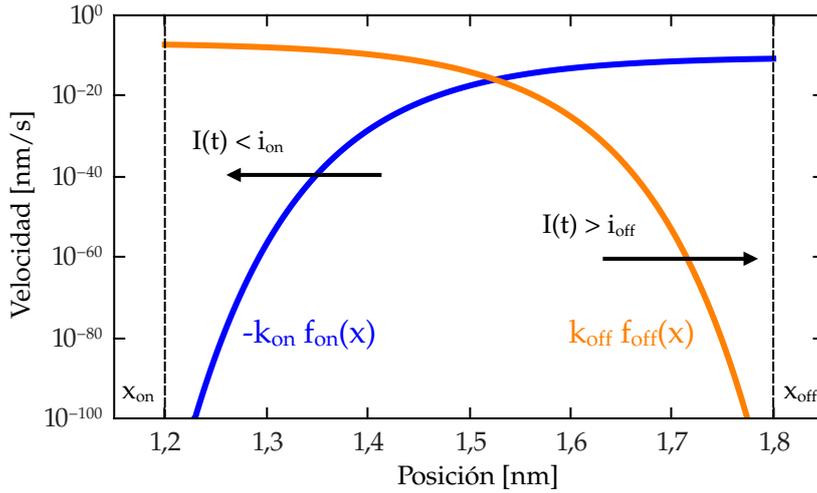


Figura 3.22: Funciones ventana. Se muestra la dependencia de la velocidad con la posición. Estas funciones limitan el desplazamiento de  $x$  dentro de los límites  $[x_{on}, x_{off}]$  (líneas de rayas). Las flechas indican la evolución de la barrera dependiendo del sentido de la corriente aplicada.

### 3.3.2 Experimento vs. modelo

En la figura 3.23 se muestran los resultados de un experimento, similar al de la figura 3.16, donde se aplican 20 ciclos de 100 pulsos cada uno. La intensidad de los cuatro primeros varía entre  $\pm 600$  mA; los restantes lo hacen entre  $\pm 300$  mA. Durante los pulsos #800-1200 y #1600-2000 se agrega a la señal de entrada cierta cantidad de ruido de intensidad 100 mA. Los valores de resistencia mostrados corresponden al par de contactos B-C. Puede observarse que, cuando se consideran los ciclos de menor intensidad de corriente, la variación de resistencia disminuye notablemente. Por otro lado, cuando el ruido fue agregado a los pulsos, se obtuvieron variaciones más grandes de resistencia comparables con los ciclos sin ruido de mayor intensidad (pulsos #1-400). También se presentan resultados numéricos (líneas sólidas) obtenidos a partir del modelo de barrera de ancho variable. Se observa que el modelo describe en forma cualitativa el efecto del ruido en la conmutación resistiva observada experimentalmente. Los parámetros de simulación, de acuerdo con el trabajo de Kvatinsky *et al.* [68], se eligieron como

$$\begin{aligned}
 k_{off} &= 1,46 \cdot 10^{-9} \text{ nm/s}, & x_{off} &= 1,8 \text{ nm}, \\
 k_{on} &= -4,68 \cdot 10^{-13} \text{ nm/s}, & x_{on} &= 1,2 \text{ nm}, \\
 w_c &= 107 \cdot 10^{-3} \text{ nm}, & \alpha_{off,on} &= 10.
 \end{aligned}$$

Los valores de  $i_{on,off}$ ,  $R_{on}$  y  $\lambda$  fueron elegidos arbitrariamente de manera de reproducir los datos experimentales según

$$i_{\text{off}} = 11,5 \cdot 10^{-3} \text{ A}, \quad R_{\text{on}} = 1,3 \ \Omega,$$

$$i_{\text{on}} = -0,89 \cdot 10^{-3} \text{ A}, \quad \lambda = 4,6.$$

A diferencia del modelo no lineal de desplazamiento iónico, el ruido externo aumenta el desplazamiento de la variable interna produciendo un mayor contraste resistivo.

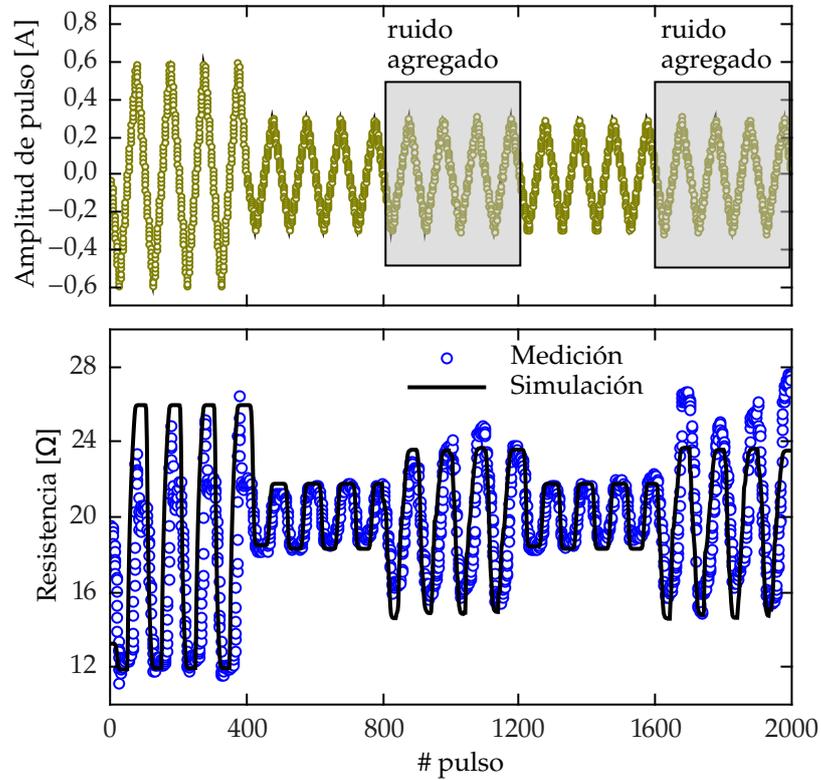


Figura 3.23: Evolución temporal de la resistencia. En la figura superior se muestra la amplitud de los pulsos aplicados remarcando a los que se les añadió ruido. En la figura inferior se muestra la respuesta de la resistencia. Se observa una mayor excursión cuando la intensidad de los pulsos es mayor. Se obtiene un contraste resistivo similar cuando se agrega ruido a los pulsos de menor intensidad. Los resultados numéricos, correspondientes a un promedio de 1000 realizaciones, describen de forma cualitativa el comportamiento experimental.

Si bien la simulación numérica con el modelo de Kvatinsky *et al.* [68] reproduce cualitativamente el comportamiento de la muestra bajo la influencia del ruido externo, es necesario notar que no describe fielmente todas las características de la conmutación resistiva en manjitas. La figura 3.24 presenta ciclos de histéresis I-V del elemento memristivo. Para esto, se descompuso la componente de corriente  $i_M$  según la ecuación (2.3) y se muestra como función de la caída de potencial entre los electrodos B-C. Se muestran ciclos que corresponden a aplicar una señal sin ruido de corriente triangular de amplitud

máxima 600 mA (círculos azules) y otra de 300 mA (cuadrados naranjas). Las flechas indican el sentido en el que se recorren las curvas. Los resultados muestran que al disminuir la intensidad de la señal de entrada, solo uno de los estados de resistencia se modifica, esto es, al cabo de un ciclo la resistencia vuelve aproximadamente al valor que tenía al comenzar. En los trabajos de Ghenzi *et al.* [44] y Gomez-Marlasca *et al.* [45] se estudió cómo influyen las señales de distinta amplitud en los ciclos de histéresis resistivos, mostrando un comportamiento similar al observado. En la figura 3.25 se presentan resultados numéricos de los ciclos I-V correspondientes a los datos mostrados en la figura 3.23. Al igual que en el caso experimental, se muestran ciclos de histéresis para una señal de entrada triangular de amplitud máxima 600 mA (círculos azules) y otra de 300 mA (cuadrados naranjas). En este caso, al disminuir la amplitud de la señal de entrada, ambos estados de resistencia se modifican. En particular, el estado de mayor resistencia disminuye y el de menor resistencia aumenta, como se muestra en la figura interior. Debido a las no linealidades que presenta el modelo, al modificar la intensidad de la señal externa, la variable  $x$  disminuye su amplitud de movimiento.

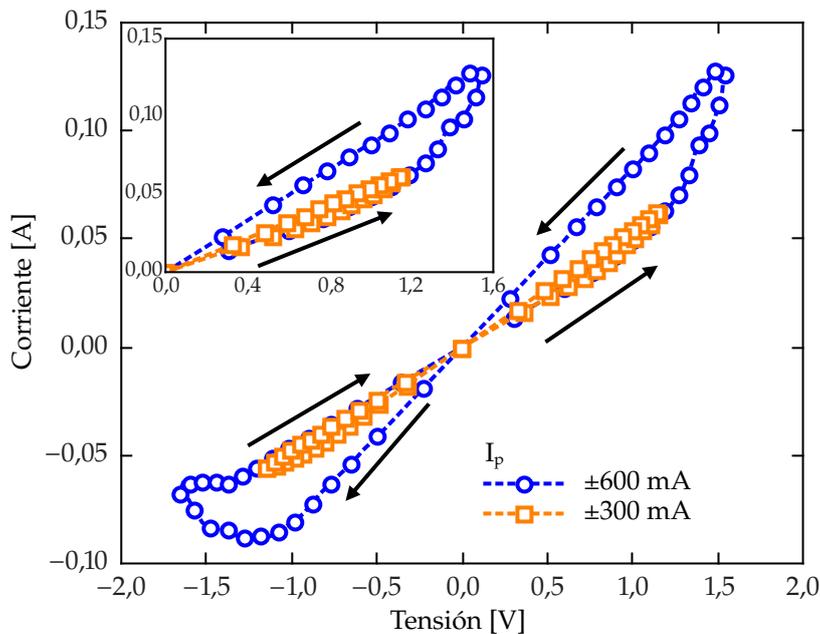


Figura 3.24: Curva I-V experimental del elemento memristivo. Se presentan resultados para señales de entrada que varían entre  $\pm 600$  mA (círculos azules) y  $\pm 300$  mA (cuadrados naranjas). En la figura interior se observa en detalle la rama positiva de la curva de histéresis. Los estados de resistencia de mayor nivel (menor pendiente) coinciden durante ambos ciclos.

Otra diferencia encontrada entre los resultados numéricos y los experimentales es que, en los primeros, solo se describe la evolución de la resistencia remanente mientras que, en los experimentos, se ob-

serva un comportamiento compatible con dos elementos en paralelo como se discutió en la sección 2.3. Como se puede observar en las figuras 3.24 y 3.25, al aplicar la misma intensidad de corriente, en el elemento memristivo de los experimentos circula una corriente menor como consecuencia de la presencia del elemento no lineal en paralelo descrito en la sección 2.3. En las simulaciones se observa que, la caída de tensión durante el pulsado, es mayor debido a la ausencia de dicho elemento no lineal.

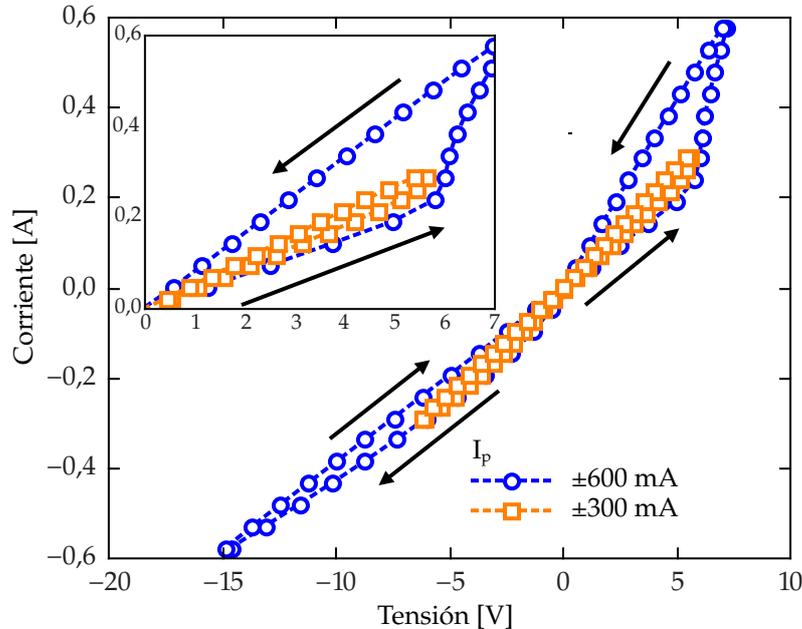


Figura 3.25: Curva I-V correspondiente al modelo de barrera de ancho variable. Se muestran resultados para señales de entrada que varían entre  $\pm 600$  mA (círculos azules) y  $\pm 300$  mA (cuadrados naranjas). En la figura interior se muestra en detalle la rama positiva de la curva de histéresis. Se observa que al aplicar el ciclo de menor intensidad cambian ambas pendientes.

A pesar de las diferencias encontradas, el modelo numérico logra capturar el efecto beneficioso del ruido observado experimentalmente. No es el objetivo de la presente tesis encontrar los parámetros que ajusten el comportamiento de cada medición experimental, sino, el de estudiar y caracterizar la influencia del ruido en el fenómeno de la conmutación resistiva.

### 3.3.3 Resultados numéricos

Motivado por la buena descripción que produce el modelo sobre el efecto del ruido en los sistemas memristivos, se efectuó una cantidad de simulaciones para comprender cómo influye el ruido en este tipo de sistemas. Se resolvieron numéricamente las ecuaciones (3.31) y (3.32) al aplicar una señal de entrada de igual características que la

que se muestra en la figura 3.18. El ruido fue generado a partir de un proceso de Ornstein-Uhlenbeck. Este tipo de proceso genera valores aleatorios con distribución del tipo Gaussiana y ancho de banda definido por un parámetro denominado frecuencia de corte. Más detalles de este tipo de proceso se pueden encontrar en la sección B.3. En particular, se utilizó un ancho de banda  $\approx 75$  kHz para reproducir las características del ruido aplicado en los experimentos. Los valores de los parámetros de simulación utilizados fueron

$$\begin{aligned} k_{\text{off}} &= 4,68 \cdot 10^{-11} \text{ nm/s}, & x_{\text{off}} &= 1,8 \text{ nm}, \\ k_{\text{on}} &= -1,46 \cdot 10^7 \text{ nm/s}, & x_{\text{on}} &= 1,2 \text{ nm}, \\ i_{\text{off}} &= 1,42 \cdot 10^{-3} \text{ A}, & \alpha_{\text{off,on}} &= 10, \\ i_{\text{on}} &= -18,4 \cdot 10^{-3} \text{ A}, & w_c &= 107 \cdot 10^{-3} \text{ nm}, \\ R_{\text{on}} &= 0,0812 \ \Omega, & \lambda &= 14,39. \end{aligned}$$

La ecuación diferencial fue resuelta mediante el algoritmo *ode15s.m* incluido en el programa MATLAB. Este algoritmo es de orden variable y está especialmente diseñado para problemas del tipo *stiff*, esto es, ecuaciones diferenciales que son numéricamente inestables. La condición inicial fue en todos los casos la misma  $x_0 = 1,59$  nm, de manera de reproducir las mediciones experimentales que comenzaban, aproximadamente, desde el mismo nivel resistivo.

Se realizaron 1000 realizaciones de ruido para estudiar el comportamiento estadístico del sistema. Los resultados obtenidos se muestran en la figura 3.26. En la misma se puede observar la evolución del promedio de la resistencia del sistema al considerar distintas cantidades de ruido aplicadas. Los resultados numéricos capturan cualitativamente algunos aspectos observados en los experimentos (figura 3.18). En primer lugar se puede destacar que, al agregar ruido de mayor intensidad, se realizan mayores excursiones de los valores de resistencias. Esto produce un mayor contraste al aplicar pulsos de polaridad opuesta. Otro aspecto a destacar es el de la relajación de los estados resistivos al aplicar pulsos de ruido con valor medio nulo. Las asimetrías introducidas en la ecuación (3.32) explican los distintos tiempos de relajación observados en los resultados numéricos al aplicar la señal de ruido con valor medio nulo.

Otra característica capturada por las simulaciones es la evolución de la resistencia al aplicar distintas cantidades de ruido. Al considerar ruido de pequeña amplitud, se puede observar en las figuras 3.18 y 3.26 una extensa meseta de resistencia en el estado alto. La misma disminuye al aumentar la amplitud de ruido presente en el sistema.

De igual manera que con los resultados experimentales, se caracterizó el efecto del ruido en el sistema memristivo por medio del factor de calidad  $Q$  definido por la ecuación (3.28). En la figura 3.27 se muestran los resultados de  $Q$  como función de la amplitud de ruido. Se muestran los datos obtenidos luego de aplicar los pulsos #26, #40 y #51. Se puede observar un comportamiento diferente al mostrado

en la figura 3.19. En este caso no se advierte un claro beneficio del ruido en el sistema. Más aún, el factor  $Q$  diverge al considerar ruidos de baja intensidad. Esto se debe a que, en ausencia de ruido, no existen dispersiones en las distintas realizaciones, por lo que según la definición dada por la ecuación (3.28) el valor correspondiente a

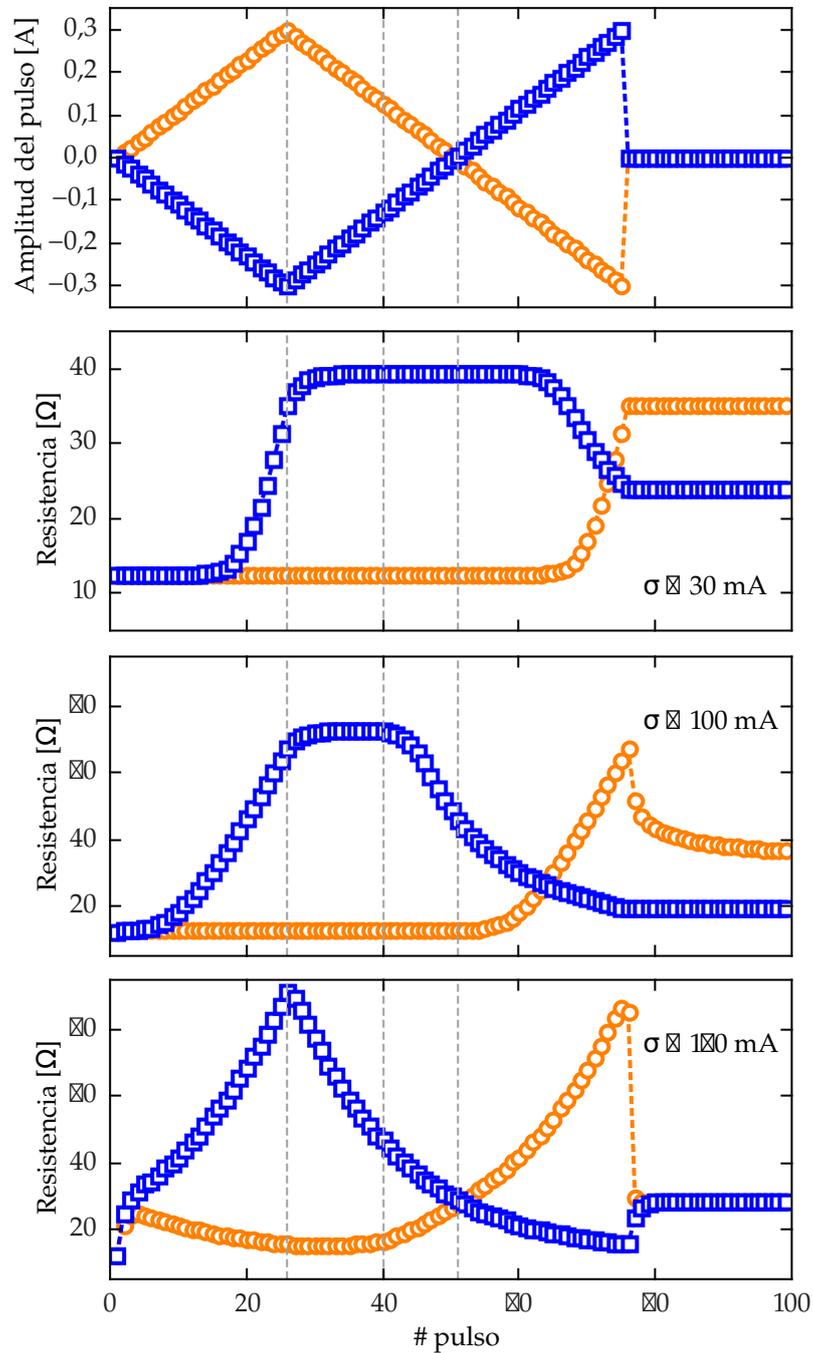


Figura 3.26: Efecto del ruido en la conmutación resistiva. Los resultados numéricos corresponden a aplicar una señal de entrada de iguales características a la experimental. Los resultados reproducen cualitativamente los obtenidos experimentalmente (figura 3.18).

ruido nulo no está definido. Algo similar sucede con los resultados presentados en la figura 3.28. Esta figura también difiere de su contraparte experimental y no se observa que el ruido produzca un efecto beneficioso.

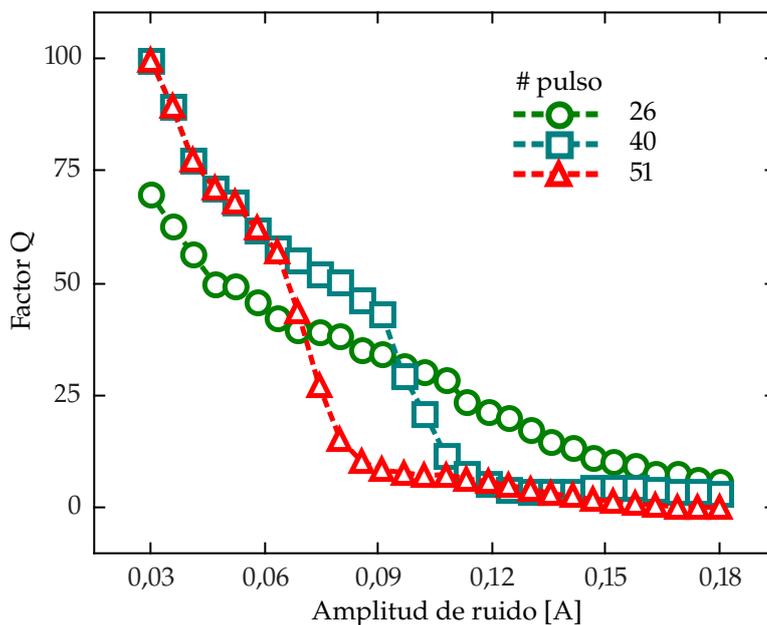


Figura 3.27: Factor Q en función del ruido. Resultados numéricos calculados en los pulsos #26, #41 y #51. El comportamiento observado es decreciente con el aumento del ruido.

La figura 3.26 muestra que el modelo contempla el aumento del contraste resistivo con el ruido agregado, por lo tanto, la razón por la cual los resultados de la figura 3.27 varían con respecto a los experimentales puede asociarse a las dispersiones  $\sigma_{h,l}$ . Esta diferencia puede asociarse a que el modelo numérico no captura la falta de repetitividad observada en los experimentos. La misma puede ser incorporada al factor Q mediante un componente extra de aleatoriedad parametrizado por una constante  $\sigma_0$ . De esta manera, el factor Q es redefinido según

$$Q = \frac{\langle R_h \rangle - \langle R_l \rangle}{\sigma_0 + \sigma_h + \sigma_l} \tag{3.34}$$

Utilizando un valor  $\sigma_0 = 10 \Omega$  se recalcularon los valores del factor Q de las simulaciones presentadas. Los resultados se exhiben en las figuras 3.29 y 3.30.

El nuevo cálculo del factor Q durante el pulsado del sistema se muestra en la figura 3.29. Con la modificación introducida se puede observar una mayor concordancia entre los resultados numéricos y los experimentales. En particular, se muestra que el mayor valor de Q se obtiene en la medición #26, al igual en los resultados experimentales, y el mismo corresponde a amplitudes de ruido mayores que en

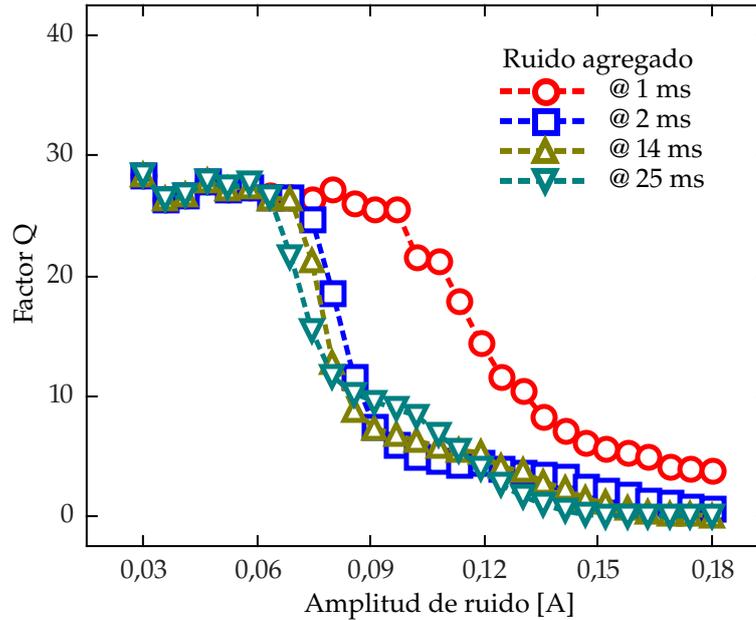


Figura 3.28: Factor Q en función del ruido. Se muestran resultados luego de aplicar 1, 2, 14 y 25 ms. Se observa un comportamiento decreciente con el aumento del ruido.

los casos de medición en los pulsos #40 y #51. Otra característica afín entre los experimentos y las simulaciones es que, a bajas intensidades de ruido, la resistencia correspondiente a las mayores amplitudes de pulso (#26) no alcanza su valor máximo; sí sucede esto a partir de considerar una amplitud de ruido  $\approx 100$  mA. También se puede observar que el factor Q para los pulsos #40 y #51 se degrada más rápido al aumentar la amplitud de ruido.

La modificación del factor Q logra reproducir los resultados experimentales al estudiar el efecto del ruido acumulado en ausencia de pulsos de corriente. Estos resultados se muestran en la figura 3.30. Se puede observar la relación de compromiso entre mayor contraste y mayor duración de los estados de resistencia remanentes. Al igual que en los resultados experimentales existe una cantidad de ruido que maximiza el factor Q. Dicho valor presenta una baja persistencia en comparación con amplitudes de ruido más bajas. En particular, se advierte la existencia de un valor de ruido que maximiza Q durante un tiempo más prolongado.

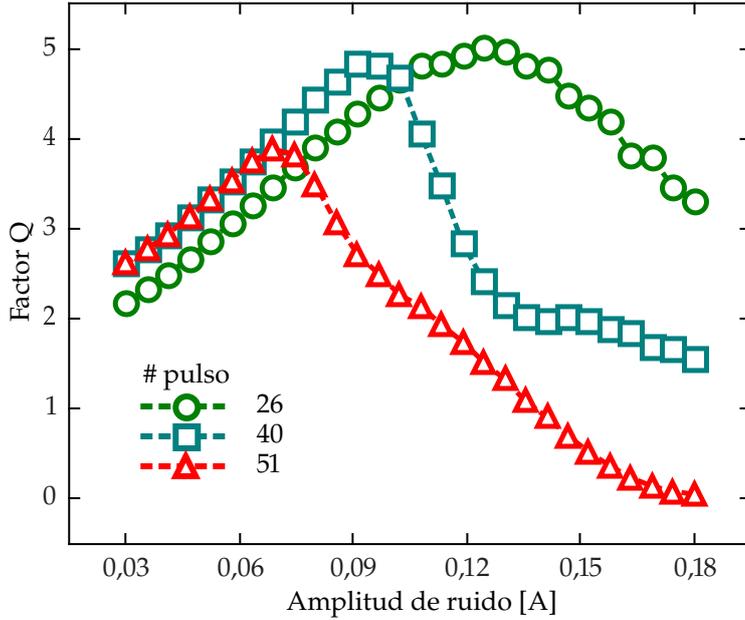


Figura 3.29: Factor Q en función del ruido agregado a los pulsos #26, #40 y #51. Se agregó una dispersión de resistencia arbitraria para emular las variaciones entre las distintas realizaciones de los experimentos. En este caso, los resultados numéricos reproducen el comportamiento observado en los experimentos (ver figura 3.19).

### 3.3.4 Explicación del efecto del ruido

El efecto beneficioso del ruido externo en este modelo se puede explicar por medio del siguiente argumento. Se considera una pequeña perturbación a la corriente aplicada en la ecuación (3.32)

$$\frac{dx}{dt} = k_{\text{off}} \left( \frac{I_0 + \epsilon \eta(t)}{i_{\text{off}}} - 1 \right)^{\alpha_{\text{off}}} f_{\text{off}}(x), \tag{3.35}$$

donde  $I_0$  es una corriente constante,  $\epsilon (\ll I_0)$  es la amplitud de la perturbación y  $\eta(t)$  es un proceso estocástico de valor medio nulo y varianza unitaria. Se supone que  $I_0 > i_{\text{off}}$ . El mismo argumento puede utilizarse en el caso de  $I_0 < i_{\text{on}}$ . Haciendo una expansión de la ecuación (3.35) hasta segundo orden de  $\epsilon$  se obtiene

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} \approx & k_{\text{off}} \left( \frac{I_0}{i_{\text{off}}} - 1 \right)^{\alpha_{\text{off}}} f_{\text{off}}(x) \\ & \times \left\{ 1 + \kappa \eta(t) + \frac{1}{2} (1 - \alpha_{\text{off}}^{-1}) \kappa^2 \eta^2(t) \right\}, \end{aligned} \tag{3.36}$$

donde  $\kappa = (\epsilon \alpha_{\text{off}}) / (I_0 - i_{\text{off}})$ . Suponiendo que el tiempo de correlación de la variable estocástica  $\eta(t)$  es mucho menor que el tiempo característico del modelo, se puede considerar que las variables  $x(t)$

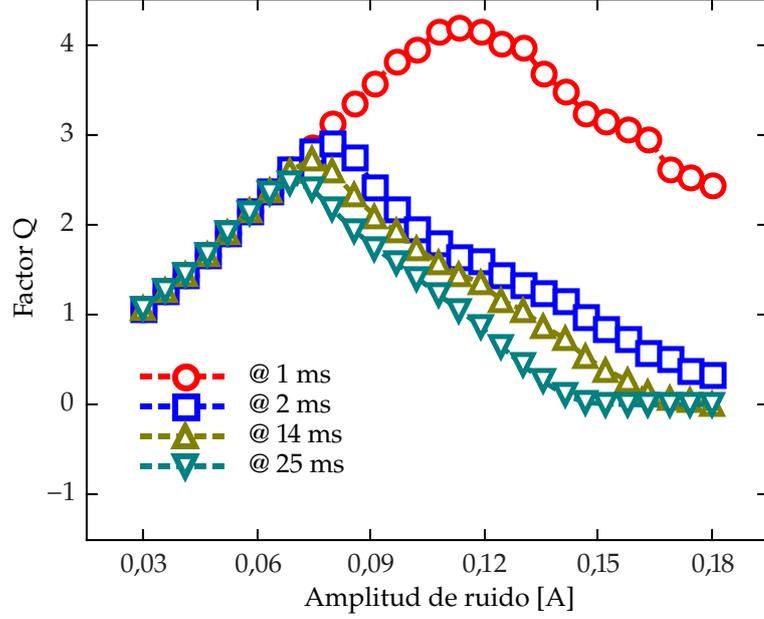


Figura 3.30: Factor Q en función del ruido agregado a los pulsos. Se agrega una dispersión arbitraria para emular las variaciones entre las distintas realizaciones de los experimentos. En este caso, los resultados numéricos reproducen el comportamiento observado en los experimentos (ver figura 3.20).

y  $\eta(t)$  estarán prácticamente descorrelacionadas. Al tomar el valor esperado de la ecuación (3.36) se obtiene que

$$\left\langle \frac{dx}{dt} \right\rangle \approx k_{\text{off}} \left( \frac{I_0}{i_{\text{off}}} - 1 \right)^{\alpha_{\text{off}}} \langle f_{\text{off}}(x) \rangle \left\{ 1 + \frac{1}{2} (1 - \alpha_{\text{off}}^{-1}) \kappa^2 \right\}, \quad (3.37)$$

ya que  $\langle \eta(t) \rangle = 0$  y  $\langle \eta^2(t) \rangle = 1$ . La desigualdad de Jensen para funciones convexas relaciona el valor que toma la integral de dicha función con la función de la integral de la variable [98]. En particular, en el contexto de probabilidades, dicha relación puede expresarse según

$$\phi(\langle x \rangle) \leq \langle \phi(x) \rangle, \quad (3.38)$$

con  $\phi(x)$  una función convexa. La desigualdad inversa se obtiene cuando la función es cóncava. Debido a que la función  $f_{\text{off}}(x)$  es convexa para los valores permitidos del ancho de la barrera  $x$ , la desigualdad de Jensen, implica que

$$\frac{d \langle x \rangle}{dt} > k_{\text{off}} \left( \frac{I_0}{i_{\text{off}}} - 1 \right)^{\alpha_{\text{off}}} f_{\text{off}}(\langle x \rangle). \quad (3.39)$$

Esta ecuación conlleva a que la perturbación aumente la velocidad media de la barrera pudiendo alcanzar un valor mayor que en el caso sin perturbación. De esta forma, se obtienen mayores excursiones de  $x(t)$  que implican mayores contrastes resistivos. La degradación

observada cuando se consideran grandes cantidades de ruido es debida a que éste es capaz de invertir el sentido de circulación de la corriente durante el pulsado y por este motivo se reduce la velocidad promedio de la barrera.

Alternativamente, se puede explicar el efecto del ruido por medio de una simplificación. Si se considera que  $dx/dt \propto I^{\alpha_{\text{off}}}$  y un tiempo suficientemente corto, de manera que la función  $f_{\text{off}}(x)$  se mantenga aproximadamente constante, se puede calcular la distribución de velocidades para una corriente de entrada caracterizada por una determinada distribución de probabilidad. Para esto se considera la función de distribución acumulada de la velocidad

$$\text{Prob}(X \leq x) = \int_{-\infty}^x P(x') dx' . \tag{3.40}$$

En nuestro ejemplo, la corriente  $I$  aplicada está caracterizada por una distribución normal  $N(I_0, \sigma)$  de valor medio  $I_0$  y desvío estándar  $\sigma$ . De esta manera, la función de distribución acumulada de la velocidad queda

$$\text{Prob} \left( \frac{dx}{dt} \leq v \right) = \text{Prob} (c (I_0 + \sigma \eta(t))^\alpha \leq v) , \tag{3.41}$$

donde  $c$  resume el efecto de la función ventana  $f_{\text{off}}(x)$  y  $\eta$  es un proceso estocástico Gaussiano de valor medio nulo y desvío estándar 1. La probabilidad de la ecuación (3.41) es equivalente a

$$\begin{aligned} \text{Prob} \left( \frac{dx}{dt} \leq v \right) &= \text{Prob} \left( |I_0 + \sigma \eta(t)| \leq v^{\frac{1}{\alpha}} \right) , \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{-v^{\frac{1}{\alpha}} - I_0}{\sigma}}^{\frac{v^{\frac{1}{\alpha}} - I_0}{\sigma}} \exp \left( -\frac{y^2}{2} \right) dy , \end{aligned} \tag{3.42}$$

donde por simplicidad se consideró  $c = 1$  y  $\Phi(x)$  es la función de distribución acumulada de  $N(0, 1)$ . Para hallar la densidad de probabilidad  $P(v)$  basta con derivar la ecuación (3.42)

$$\begin{aligned} P(v) &= \frac{1}{\alpha \sigma \sqrt{2\pi}} v^{\frac{1}{\alpha}-1} \left[ \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \frac{v^{\frac{1}{\alpha}} - I_0}{\sigma} \right)^2 \right\} \right. \\ &\quad \left. - \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \frac{-v^{\frac{1}{\alpha}} - I_0}{\sigma} \right)^2 \right\} \right] . \end{aligned} \tag{3.43}$$

En la figura 3.31 se muestra la distribución calculada de la velocidad de la barrera como función de la corriente de entrada. En este caso particular se consideraron dos señales de corriente distintas, una de valor constante  $I_0 = 1$  y otra con distribución normal de valor medio  $I_0 = 1$  y desvío estándar  $\sigma = 0,1$ . En el primer caso, la velocidad

de la barrera corresponde a un valor fijo  $dx/dt = 1$ . En el segundo caso, cuando se considera aplicar una señal de entrada con una distribución determinada, se obtiene una distribución de velocidades de acuerdo con la ecuación (3.43). Más aún, se puede observar que el valor medio de la distribución obtenida no coincide con el caso de corriente constante.

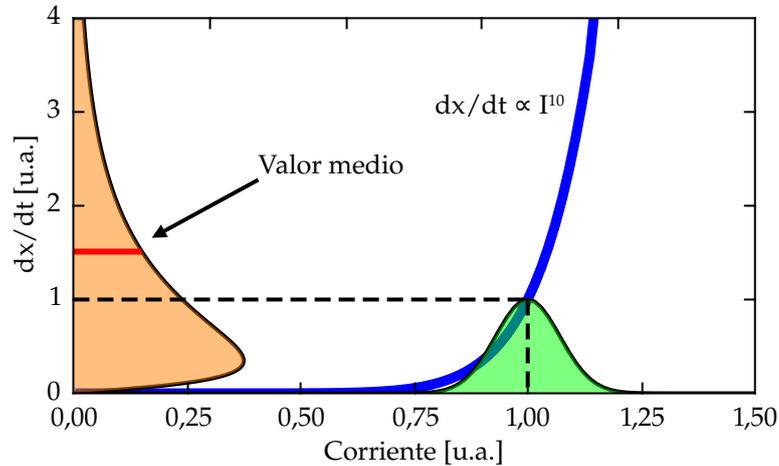


Figura 3.31: Velocidad como función de la intensidad de corriente de entrada. La figura muestra la distribución de velocidad (naranja) obtenida al aplicar una señal de entrada cuyos valores fluctúan siguiendo una distribución del tipo Gaussiana (verde). La línea roja marca el valor medio de velocidad para la distribución obtenida. Se puede observar que dicho valor es mayor que el correspondiente al caso determinista sin fluctuaciones (línea de puntos).

El valor medio de la velocidad de la barrera se puede calcular según

$$\left\langle \frac{dx}{dt} \right\rangle = \int_0^{+\infty} vP(v)dv, \quad (3.44)$$

en el caso considerado en este ejemplo, el valor medio de la barrera es  $\langle dx/dt \rangle \approx 1,5$ . Como se muestra en la figura 3.31 este valor calculado es mayor que la velocidad determinista por lo que la barrera se moverá, en valor medio, con mayor velocidad cuando existen fluctuaciones en la señal de entrada. Ciertamente, este resultado dependerá, por ejemplo, del tipo de distribución de las fluctuaciones y de la concavidad de la función  $\frac{dx}{dt}(I)$ .

### 3.4 CONCLUSIONES

En este capítulo se estudió el efecto del ruido en los sistemas memristivos. Se comenzó por extender los resultados hallados por Stotland y Di Ventra [65] en un modelo sencillo de memristor propuesto por

Strukov *et al.* [18]. Al igual que estos autores, se encontró que el ruido interno presenta un efecto beneficioso en el fenómeno de la conmutación resistiva. Se estudiaron las razones que subyacen al comportamiento observado y se encontró que el ruido interno modifica el intervalo de posiciones que la variable interna puede visitar. De esta manera, para ciertas condiciones iniciales, el ruido modifica el recorrido de la variable interna aumentando el contraste resistivo al aplicar pulsos de distinta polaridad. También se estudió el efecto del ruido externo en este sistema. En este caso, no se encontró un efecto cooperativo del ruido con el contraste resistivo. Esto se debe a que la intensidad del ruido es afectada por la función ventana del sistema.

Luego, se estudió experimentalmente el efecto de ruido externo en una muestra del tipo manganita. Para ello, se aplicaron ciclos de pulsos de corriente eléctrica con distintas intensidades de ruido. A diferencia que en el modelo de Strukov *et al.* [18], se encontró que el ruido produce mayores contrastes resistivos. Se realizaron mediciones para caracterizar, por medio del factor  $Q$ , el desempeño del dispositivo y la persistencia de los estados resistivos como función de la intensidad de ruido. Los resultados muestran un comportamiento no trivial del factor  $Q$  como función del ruido aplicado. En particular, se encontró que existen niveles de ruido que maximizan el factor  $Q$  calculado en determinadas posiciones del ciclo de pulsado. En el caso del estudio de la persistencia de los estados resistivos, se encontró que en todos los casos considerados existe una cantidad de ruido que maximiza el factor  $Q$ . Se observó que dichos valores se degradan conforme se agrega ruido, aunque existe una intensidad de ruido óptima que maximiza  $Q$  durante un tiempo más prolongado.

Se caracterizó la influencia de ruido en un modelo memristivo propuesto por Pickett *et al.* [96] y luego modificado por Kvatinsky *et al.* [68]. Este modelo es más complejo que el de Strukov *et al.* [18] y se encontró que presenta un comportamiento distinto con el ruido externo. En particular, se mostraron resultados en los que se observa un rol beneficioso del ruido similar al encontrado experimentalmente. Luego, se caracterizó el desempeño del sistema por medio del factor  $Q$  como función del ruido. Se encontró que estos resultados discrepan de los experimentales al considerar bajas intensidades de ruido. Se propuso que esta diferencia se basaba en la baja repetitividad que presenta la muestra. Por este motivo, se introdujo un valor *ad hoc*, que contemple dichas dispersiones, en la definición del parámetro  $Q$ . De esta manera, se logró reproducir el comportamiento del factor  $Q$  durante la aplicación de pulsos, como así también, en la caracterización de la persistencia resistiva.

Por último, se hicieron análisis sobre el rol del ruido externo en las ecuaciones que describen el modelo de barrera de ancho variable. Se encontraron características que deben cumplir de manera que el ruido produzca un efecto beneficioso. En particular, el análisis realizado

impone condiciones de concavidad para la evolución de la variable interna de estado.

En este capítulo se estudia el efecto del ruido en la muestra LPCMO cuando el sistema opera a distintas temperaturas de trabajo. La motivación se basa en estudiar el rol de la temperatura como fuente de ruido interno en los circuitos integrados electrónicos, tanto los de procesamiento de datos como los destinados al almacenamiento, que en general trabajan en ambientes cuya temperatura varía entre 310 y 360 K [99].

En primer lugar, se caracteriza el efecto de la temperatura en los estados de resistencia de la muestra en ausencia de ruido. Para esto, se presentan resultados experimentales que muestran los cambios en la resistividad en función de la temperatura de la muestra. Se introducen modelos para intentar explicar los distintos comportamientos observados. En la referencia [100] se presentaron algunos de estos resultados.

Por último, se muestran resultados experimentales y numéricos de cómo impacta la temperatura de trabajo en el rendimiento de la muestra. Se presentan resultados como función del ruido y la temperatura de la muestra. Algunas de estas ideas y resultados están presentes en la referencia [101].

#### 4.1 CICLOS DE HISTÉRESIS

En esta sección se muestran resultados del efecto de la temperatura en los ciclos de histéresis de la manganita. En primer lugar se estudia el efecto observado en los ciclos de resistencia remanente; luego el impacto de la temperatura durante el pulsado y, finalmente, se introduce un modelo teórico que reproduce el comportamiento observado.

##### 4.1.1 *Comportamiento remanente*

Se hicieron mediciones de ciclos de histéresis a distintas temperaturas de la muestra con el objetivo de estudiar como incidía esta en la conmutación de resistencia. El experimento realizado fue el siguiente: se fijó una temperatura de la muestra, luego se esperó un tiempo predefinido de termalización de 20 minutos. Una vez que la temperatura de la muestra se estabilizaba, se aplicaba un ciclo de 100 pulsos de corriente para obtener la curva de histéresis de resistencia remanente. Estos ciclos variaban su amplitud según  $0 \rightarrow -1 \rightarrow +1 \rightarrow 0$  A. Luego se cambiaba la temperatura de la muestra y se repetía nuevamente el procedimiento. Se consideraron temperaturas entre 303 y 358 K. En

la figura 4.1 se muestran los ciclos de histéresis de la resistencia remanente de una interfaz obtenidos para cuatro temperaturas diferentes.

En la figura 4.1 se puede observar que el valor de la resistencia tiende a disminuir a medida que aumenta la temperatura de la muestra. También se observa que los estados altos de resistencia son los más afectados por el cambio de temperatura, produciendo una reducción en el contraste resistivo. Estos resultados son similares a los encontrados por Schulman y Acha en experimentos hechos en cupratos [70]. En este trabajo concluyeron que la temperatura sólo afecta al valor de resistencia remanente de la muestra. Quintero *et al.* [41] estudiaron el contraste resistivo a temperaturas menores a 300 K. Presentaron resultados experimentales mostrando que el contraste resistivo en una muestra del tipo manganita tiene un máximo cuando la muestra se encuentra a una determinada temperatura por debajo de la temperatura crítica de la transición metal-aislador. Comparando estos resultados con un modelo teórico, concluyeron que el mecanismo subyacente al fenómeno de la conmutación resistiva residía en un cambio en la concentración de dopantes debido a cargas inyectadas en regiones cercanas a la interfaz.

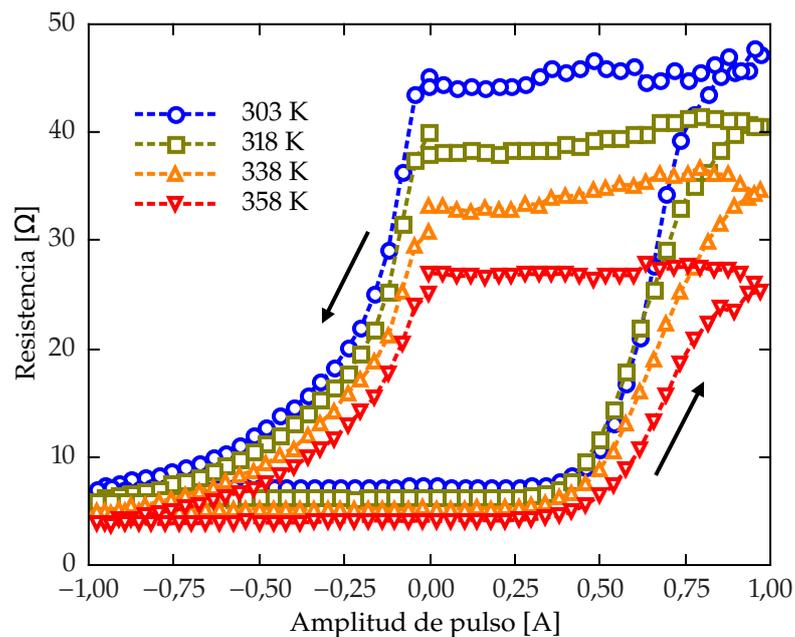


Figura 4.1: Ciclos de histéresis de la resistencia remanente en función de la amplitud de los pulsos de corriente aplicados y de la temperatura del LPCMO. Puede observarse que al aumentar la temperatura los valores de resistencia de la muestra disminuyen en forma integral.

## 4.1.2 Comportamiento durante el pulsado

A partir de las mediciones realizadas, se separó la corriente de pulsado en las componentes que circulan por el elemento memristivo y el no lineal según las ecuaciones 2.4 y 2.3 y la referencia [76]. En la figura 4.2 se muestra la curva de respuesta I-V del elemento memristivo para distintos valores de temperatura. Se pueden observar variaciones de las curvas como consecuencia de la dependencia de la resistencia remanente con la temperatura, en concordancia con la descripción de los mecanismos de conducción iónica hecha por Sze y Ng [77]. Los ciclos que corresponden a las temperaturas más altas presentan pendientes mayores que implican resistencias más bajas (ver figura 4.1).

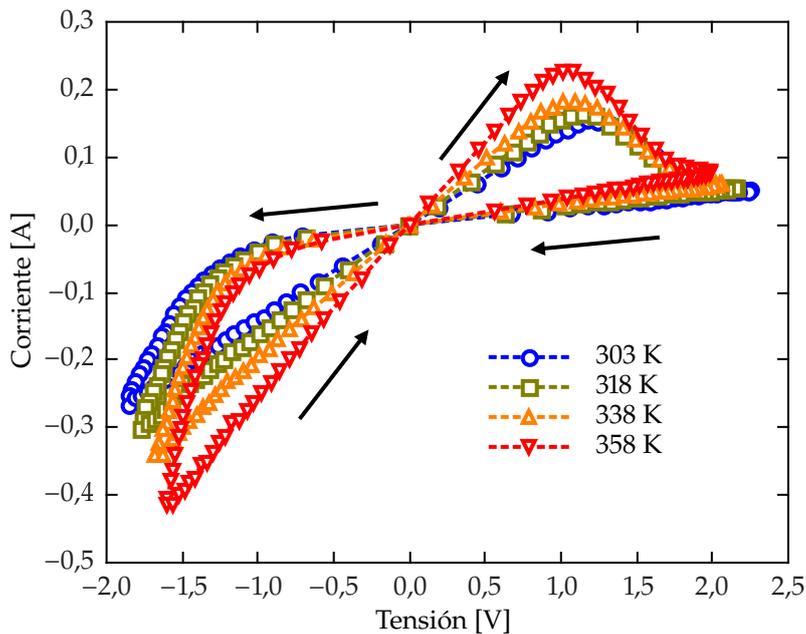


Figura 4.2: Ciclos de histéresis del elemento memristivo. Puede observarse una fuerte dependencia del comportamiento del sistema con la temperatura de la muestra.

Los resultados presentados en la figura 4.3 corresponden a la curva de respuesta I-V del elemento no lineal como función de la temperatura de la muestra. Se puede observar que el comportamiento de la curva de respuesta es similar en los distintos valores de temperaturas considerados, presentando una dependencia del tipo  $I \propto V^3$  al igual que en la sección 2.3. De acuerdo con Rose [102], este comportamiento es compatible con el de un material cuya densidad de trampas está distribuida de forma exponencial. Debido al rango acotado de temperaturas consideradas, no se puede observar la dependencia de la curva I-V con la temperatura predicha por el autor. Los resultados experimentales mostrados en las figuras 4.2 y 4.3 son consistentes con estas afirmaciones y las hipótesis sobre los mecanismos de

conducción del elemento memristivo y el comportamiento no lineal presentadas en la referencia [76].

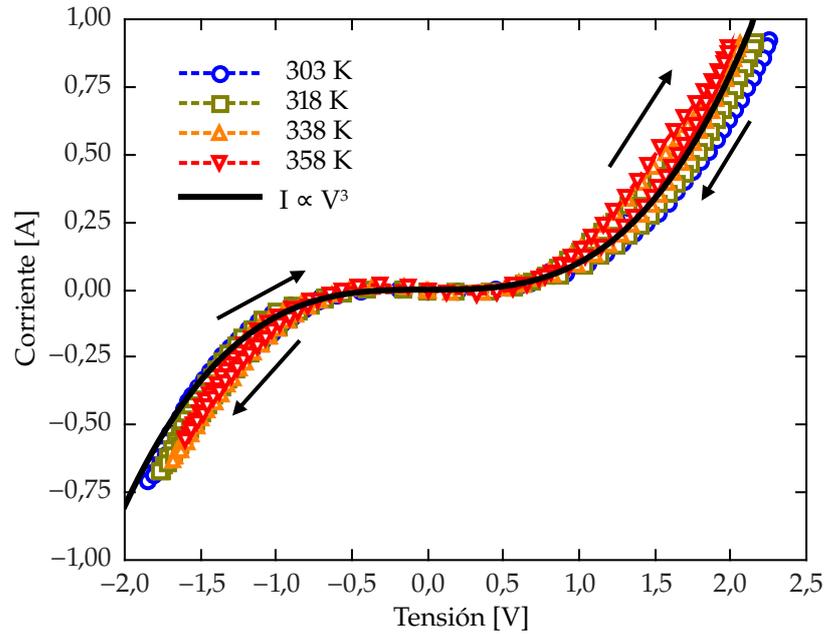


Figura 4.3: Ciclos de histéresis del elemento no lineal. Se muestran los resultados obtenidos para distintos valores de temperatura. Existe una leve dependencia de la respuesta del elemento con la temperatura de la muestra, pero menor a la observada en la figura 4.2. Las corrientes presentan una dependencia del tipo  $I \propto V^3$ .

Del análisis anterior se puede aproximar que la dinámica de los cambios resistivos es independiente de la temperatura, pero no así, los valores remanentes luego del pulsado.

#### 4.1.3 Modelo VRH para manganitas

**VRH:**  
Variable-Range  
Hopping.

Los electrones que están localizados en niveles cercanos al de Fermi pueden saltar a otros sitios localizados cuando reciben energía originada por polarones o, directamente, de un campo eléctrico externo. Mott [103] encontró que, en algunos casos, el salto más frecuente no es a primeros vecinos y propuso una conductividad eléctrica  $G$  que se relaciona con la temperatura según

$$G(T) \propto \exp\left(-\frac{B}{T^\nu}\right), \quad (4.1)$$

donde  $\nu = 1/4$  en el caso de sistemas de tres dimensiones y  $\nu = 1/3$  en sistemas de dos dimensiones. El proceso puede explicarse de la siguiente manera: un electrón que abandona un sitio lo hará atravesando una menor barrera de potencial de activación  $\Delta E$  recorriendo la menor distancia posible. En general, las dos situaciones no pueden

satisfacerse de forma simultánea, por lo que existirá una distancia  $r$  que maximiza la probabilidad de salto dada por

$$P \sim \exp\left(-\frac{2r}{a} - \frac{\Delta E}{k_B T}\right), \quad (4.2)$$

donde  $a$  es la longitud de localización. Mott utilizó un valor de  $\Delta E \sim \frac{1}{g_0 r^3}$  con  $g_0$  la densidad de estados constante en el nivel de Fermi y encontró la ley  $\nu = 1/4$ .

En 1997, Viret *et al.* [69] introdujeron el modelo de VRH propuesto por Mott [103] para estudiar la conductividad en manganitas. En particular, presentaron resultados para dos muestras:  $\text{Sm}_{0,7}\text{Sr}_{0,3}\text{MnO}_3$  y  $\text{La}_{0,7}\text{Ca}_{0,3}\text{MnO}_3$ . Propusieron que la variación de resistencia como función de la temperatura puede describirse según

$$R(T) = r_0 \exp\left\{\left(\frac{T_0}{T}\right)^{1/4}\right\}, \quad (4.3)$$

donde  $r_0$  es un factor de escala y  $T_0$  es un parámetro que depende de la localización de carga en el material. El valor de  $r_0$  depende de la densidad de fonones y el valor de  $T_0$  depende de la longitud de localización  $a$ .

En la figura 4.4 se presentan los resultados de resistencia remanentes alta y baja correspondientes a los datos experimentales mostrados en la figura 4.1. Los resultados se muestran en escala semi logarítmica y en función de  $T^{-1/4}$ , se observa que las mediciones pueden ser descritas por el modelo VRH. Más aún, en la figura también se muestran ajustes lineales para cada estado resistivo. Los valores obtenidos del ajuste  $T_0$  sugieren distintas configuraciones de carga para cada estado resistivo. En el caso particular mostrado en la figura, se obtuvo una pendiente de mayor valor para el estado de resistencia alta. Los valores obtenidos de  $T_0$  son  $\sim 4,9 \cdot 10^7$  y  $1,5 \cdot 10^7$  K; ambos del mismo orden de magnitud que el obtenido por Viret *et al.* en la referencia [69] para la muestra LCMO ( $T_0 = 3 \cdot 10^7$  K). Más allá de la concordancia en los valores obtenidos, el rango de temperatura considerado no es lo suficientemente extenso como para descartar otros tipos de mecanismos de conducción.

#### 4.2 DIFUSIÓN EN EL ESTADO DE RESISTENCIA REMANENTE

En esta sección se estudia el efecto de las variaciones de temperatura en los estados de resistencia remanente. Para ello, se aplicó un pulso de corriente intenso de manera de perturbar el sistema y fijar un estado resistivo en cada interfaz. Luego de estimular la muestra, se realizaron dos ciclos térmicos consecutivos variando la temperatura desde 305 K hasta 375 K de forma continua. La temperatura fue variada a una tasa  $\sim 0,1$  K/s como se describe en la sección A.4. Los resultados obtenidos para los contactos A-B (correspondientes a un

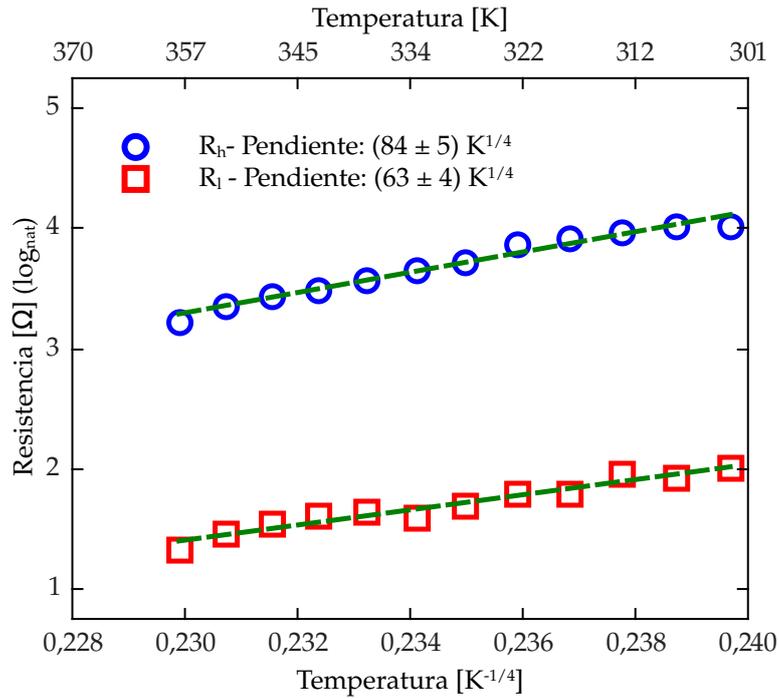


Figura 4.4: Resistencias alta y baja como función de la temperatura de la muestra, en escalas apropiadas, según el modelo VRH. Se muestran los ajustes realizados, obteniendo un mayor valor de  $T_0$  para el estado resistivo alto.

estado de resistencia baja) se muestran en la figura 4.5 y son presentados en escala semi logarítmica en función de  $T^{-1/4}$ , motivado por el modelo VRH. Se puede observar que los datos experimentales están distribuidos linealmente siguiendo la predicción hecha por el modelo VRH (línea roja). Aunque existe una dispersión de los valores de resistencia entre los distintos trayectos.

Los resultados correspondientes al par de contactos B-C (estado de resistencia alta) se muestran en la figura 4.6. Estos datos experimentales presentan un comportamiento que no puede ser descrito por medio de la ecuación (4.3) (línea roja sólida) con parámetros  $r_0 = 2,4 \cdot 10^{-5} \Omega$  y  $T_0^{1/4} = 62,4 \text{ K}^{1/4}$ . Se puede observar que cuando se consideran las temperaturas más altas, los valores medidos de resistencia se desvían del trayecto predicho por el modelo VRH. En particular, en la figura interna de 4.6 se puede advertir que, a bajas temperaturas, la resistencia realiza el mismo recorrido entre cada barrido, pero luego de alcanzar los valores más altos de temperaturas el camino que recorre se ve afectado. Estas observaciones pueden ser compatibles con un proceso de difusión activado por temperatura; por lo tanto, los resultados de la figura 4.6 se pueden interpretar como un comportamiento mixto entre difusión y VRH [100].

Suponiendo que existe un coeficiente de difusión que es térmicamente activado, lo que se observa es que, al aumentar la temperatura,

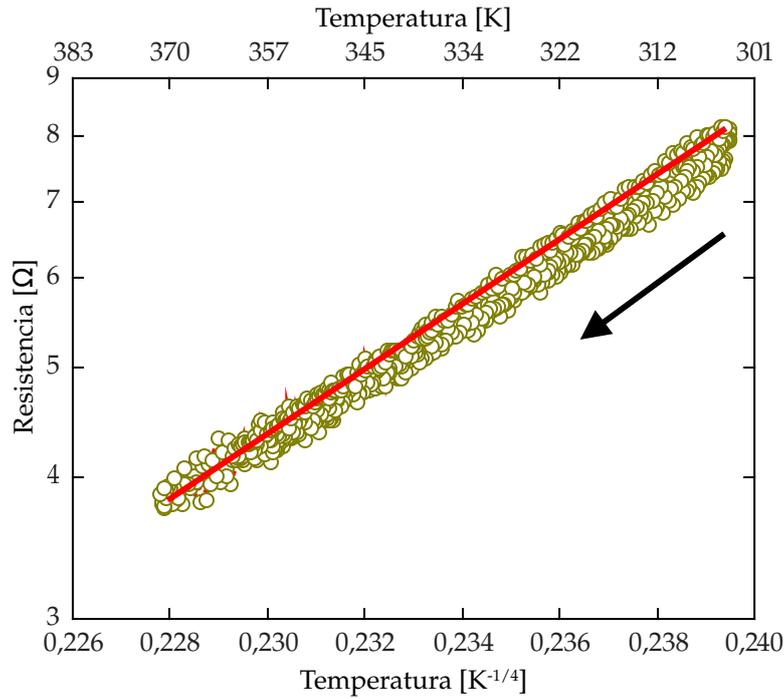


Figura 4.5: Resistencia remanente como función de la temperatura de la muestra. Los resultados muestran dos barridos de temperatura consecutivos entre 305 y 375 K para la resistencia medida entre los contactos A-B. Se puede observar que los datos experimentales parecen seguir la predicción según el modelo VRH con parámetros  $r_0 = 1,14 \cdot 10^{-6} \Omega$  y  $T_0^{1/4} = 65,91 K^{1/4}$ .

las vacancias de oxígeno (VOs) empiezan a moverse con mayor facilidad, aumentando la resistencia de la interfaz y alejándose del modelo VRH. Luego, al bajar la temperatura, la difusión se “congela” y la resistencia evoluciona según la ecuación (4.3). Nuevamente, al elevar la temperatura por segunda vez, la difusión de las VOs se nuevamente activada produciendo un alejamiento del comportamiento predicho por el modelo VRH.

En la figura 4.7 se muestra un diagrama del mecanismo de difusión propuesto. El volumen del material actúa como un reservorio de vacancias de oxígeno. Cuando se aplica un pulso de borrado, las vacancias que se encuentran en inmediaciones de la superficie de contacto son arrastradas hacia el interior del material. De esta manera, la resistencia de la interfaz, que se supone proporcional al número de vacancias, disminuye. Al retirar el campo externo comienza el proceso de difusión que restituye algunas vacancias en la región más cercana a la interfaz y aumenta la resistencia de la misma.

Cuando se aplica un pulso de escritura, las vacancias de oxígeno migran desde el interior del material hacia la interfaz. Este proceso aumenta la resistencia de dicha región. Si se supone que existen algunas regiones de la interfaz que no son alcanzadas por las vacancias durante el pulso de escritura, al retirar el mismo puede aparecer un

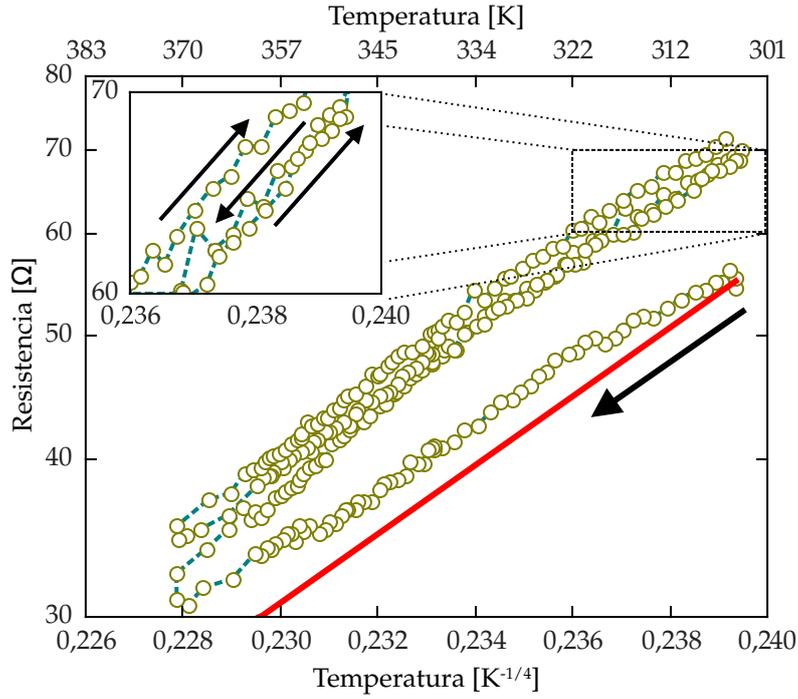
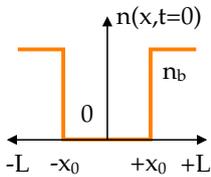


Figura 4.6: Resistencia remanente como función de la temperatura de la muestra. Los resultados muestran dos barridos de temperatura consecutivos entre 305 K y 375 K para la resistencia medida entre los contactos B-C. Los datos experimentales se desvían de la predicción del modelo VRH. La línea roja sólida corresponde a la evolución de la resistencia según el modelo VRH. En la figura interior se muestra en detalle los distintos valores de resistencia visitados según el recorrido de la temperatura.

proceso difusivo que alcance estas regiones “vacías” (ver figura 4.7). De esta forma, la resistencia de la interfaz puede aumentar aún más.

Se propuso un modelo sencillo para reforzar los argumentos utilizados y explicar el comportamiento observado de la difusión activada por temperatura<sup>1</sup>. Para esto, se considera un sistema unidimensional de difusión de vacancias de oxígeno en una región de tamaño 2L. La densidad de vacancias a lo largo de esta región se describe por  $n(x, t)$ , donde  $x$  es la coordenada espacial y  $t$  el tiempo. Luego de un pulso de escritura, se puede pensar que dentro de la región tenemos una densidad de vacancias constante, salvo en una porción comprendida entre  $-x_0$  y  $+x_0$  donde no hay VOs. La concentración inicial, luego del pulso, está dada por



$$n(x, t = 0) = \begin{cases} 0, & x \in (-x_0, +x_0) \\ n_b, & x \in (-L, -x_0] \cup [+x_0, +L) . \end{cases} \quad (4.4)$$

<sup>1</sup> Este modelo fue desarrollado por la Dr. María José Sánchez, con quien se elaboró el trabajo de la referencia [100].

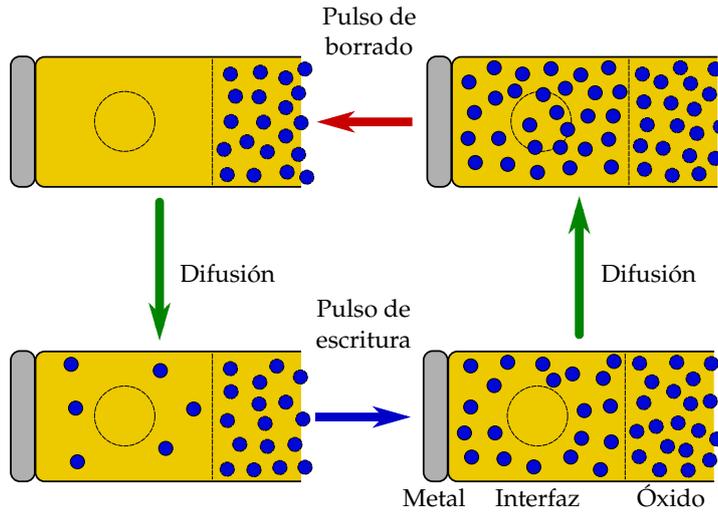


Figura 4.7: Diagrama del mecanismo de difusión. Al aplicar un pulso de borrado las vacancias son arrastradas hacia el interior del material. En ausencia de campo externo algunas de éstas difunden hacia la interfaz. Cuando se aplica un pulso de escritura las vacancias son introducidas en la interfaz produciendo un aumento de la resistencia local. Este proceso puede crear regiones que inicialmente no son alcanzadas por las vacancias, pero pueden ser alcanzadas luego mediante de un proceso de difusión. El modelo propone una constante de difusión que depende de la temperatura.

La evolución de la densidad de vacancias es descrita por las ecuaciones de difusión de Fick y la conservación de masas. La primer ley de Fick relaciona el flujo de partículas y la concentración suponiendo que el sistema se encuentra en estado estacionario. Esta ley postula que las partículas fluyen de regiones de alta concentración a regiones de más baja concentración según la ecuación diferencial

$$J = -D(T) \frac{\partial n}{\partial x}, \quad (4.5)$$

donde  $J$  es el flujo de partículas por unidad de área y unidad de tiempo y  $D(T)$  es el coeficiente de difusión. Combinando la ecuación (4.5) con la ecuación de continuidad para la densidad y flujo de partículas

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial J}{\partial x} = 0, \quad (4.6)$$

se puede obtener la segunda ley de Fick que predice la evolución temporal de la concentración de partículas según la ecuación diferencial

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D(T) \frac{\partial^2 n}{\partial x^2}. \quad (4.7)$$

Este resultado se obtiene si se asume un coeficiente de difusión  $D(T)$  independiente de la coordenada espacial  $x$ . En este caso particular, se

considera un coeficiente  $D(T)$  térmicamente activado con energía de activación  $\epsilon$

$$D(T) = D_0 \exp\left(\frac{-\epsilon}{k_B T}\right), \quad (4.8)$$

donde el factor  $D_0$  es el coeficiente de difusión a temperatura infinita.

De acuerdo con el modelo de Rozenberg *et al.* [28], se considera una dependencia lineal entre el valor de resistencia  $r_0$  de la ecuación (4.3) y el número total de vacancias en la región  $(-x_0, +x_0)$

$$r_0 \propto r'_0 + B \int_{-x_0}^{+x_0} n(x, t) dx, \quad (4.9)$$

donde  $r'_0$  y  $B$  son dos parámetros arbitrarios.

Si se considera una solución de la ecuación (4.7) del tipo variables separadas  $n(x, t) = F(x)G(t)$  se obtiene el siguiente conjunto de ecuaciones diferenciales

$$\frac{d^2 F(x)}{dx^2} = -kF(x), \quad (4.10a)$$

$$\frac{dG(t)}{dt} = -kG(t)D(t), \quad (4.10b)$$

donde  $k$  es una constante y se considera que la temperatura es una función conocida del tiempo de manera que el coeficiente de difusión depende implícitamente del tiempo. Utilizando la condición inicial dada por la ecuación (4.4) se puede encontrar la evolución temporal de  $R$  como función de la temperatura

$$R(t, T) \approx \left[ r'_0 + B \left( \frac{x_0}{L} - \sum_{k=1}^{\infty} \phi_k \psi(t) \right) \right] \exp \left\{ \left( \frac{T_0}{T} \right)^{1/4} \right\}, \quad (4.11)$$

donde

$$\phi_k = \left( \frac{\sqrt{2} \operatorname{sen} \left( k\pi \frac{x_0}{L} \right)}{k\pi} \right)^2, \quad (4.12)$$

$$\psi(t) = \exp \left\{ -(k\pi)^2 \frac{D_0}{L^2} \int_0^t \exp \left( \frac{-\epsilon}{k_B T(t')} \right) dt' \right\}. \quad (4.13)$$

El valor del parámetro  $T_0^{1/4}$  fue obtenido a partir de ajustar la pendiente de las regiones estables de los resultados que se muestran en la figura 4.6, esto es, una vez que la difusión haya transcurrido por completo. A partir de los datos experimentales se encuentra un valor  $T_0^{1/4} = 62 \text{ K}^{1/4}$ . Este valor es similar a los encontrados por Viret *et al.* en la referencia [69]. Luego, utilizando el método de cuadrados mínimos, se ajustan los resultados de la figura 4.6 dejando como parámetros de ajuste a  $x_0/L$ ,  $D_0/L^2$  y  $\epsilon$ . En las figuras 4.8 y 4.9 se muestran los ajustes realizados para el conjunto de mediciones mostrados en la figura 4.6.

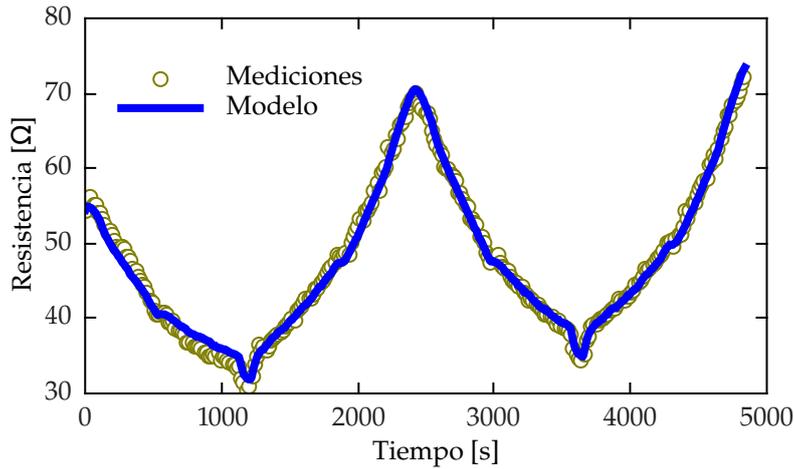


Figura 4.8: Evolución temporal de la resistencia y ajuste numérico del modelo propuesto. Éste captura el comportamiento no trivial de la resistencia al variar la temperatura de la muestra.

A pesar de la simpleza del modelo considerado, se puede observar una buena concordancia entre las mediciones y el ajuste numérico. El valor encontrado de  $\epsilon = 0,33$  eV, es consistente con el valor hallado por Nian *et al.* [27],  $\epsilon = 0,4$  eV, en una manganita del tipo PCMO. El valor encontrado para el parámetro de ajuste asociado a la dimensión espacial fue  $x_0/L \approx 0,5$ . Este parámetro determina la configuración de vacancias luego del pulsado, esto es, el tamaño de la región sin VOs.

A partir del ajuste se encontró un valor  $D_0/L^2 = 4,5$  s<sup>-1</sup>. Considerando un longitud de difusión del orden de 500 nm se obtiene  $D_0 \approx 10^{-8}$  cm<sup>2</sup>s<sup>-1</sup>. Este valor es un orden de magnitud más bajo que el encontrado en la referencia [69]. Esta diferencia significativa puede ser atribuida, más allá del modelo sencillo considerado, a que este parámetro está exponencialmente relacionado con  $\epsilon$  produciendo una fuerte covarianza entre ambos en el método de minimización, esto es,  $D_0$  es muy sensible a pequeñas variaciones del valor  $\epsilon$ .

#### 4.2.1 Difusión de los estados resistivos

A continuación, se describe un experimento alternativo para obtener los parámetros  $\epsilon$  y  $D_0$ . El mismo consiste en estudiar la evolución temporal de la resistencia luego de aplicar un pulso de corriente a una temperatura fija. En el interior de la figura 4.11 se presentan ejemplos de dicho comportamiento a temperaturas 313 y 353 K. Se observa que luego de aplicar el pulso ( $t > 0$ ) la resistencia evoluciona aún en ausencia de estímulos eléctricos externos.

Para estudiar este efecto se aplicó un pulso de corriente de amplitud  $-1$  A para disminuir la resistencia eléctrica del contacto considerado. Luego, se aplicó un pulso de  $+1$  A, de manera de cambiar brus-

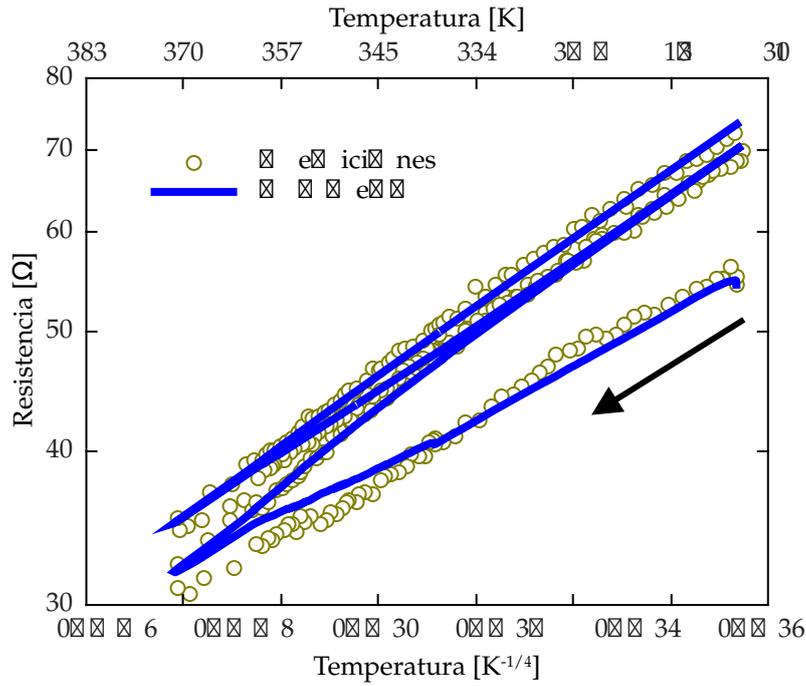


Figura 4.9: Resultados experimentales y ajuste numérico del modelo propuesto en escala semilogarítmica *vs.*  $T^{-1/4}$ . El modelo de difusión propuesto reproduce el comportamiento observado experimentalmente.

camente el valor de resistencia, seguido por una corriente de medición de  $\approx +1$  mA. La duración de cada medición fue de 30 segundos. Este procedimiento fue repetido para distintos valores de temperatura que variaban entre 300 y 355 K. Al igual que en el experimento de la sección anterior, la temperatura fue controlada y monitoreada por el microcontrolador Arduino. La placa de adquisición registró los datos a una tasa de 10 kS/s.

Para descartar que el efecto observado pueda ser provocado por la corriente de medición, se realizaron dos experimentos con corrientes de medición de sentido opuesto. En la figura 4.10 se muestran resultados para distintas temperaturas cuando la muestra se encuentra en un estado resistivo bajo. Se puede observar que la evolución de la resistencia es independiente del sentido de circulación de la corriente por la muestra. En particular, en la figura 4.10a se puede observar que la resistencia aumenta mientras se mide con una corriente de  $\approx +1$  mA. Resultados similares se muestran en la figura 4.10b aplicando una corriente de medición negativa.

Este efecto de difusión ha sido observado tanto en los estados de resistencia más baja (figura 4.10), como en los estados de mayor resistencia (figura interna de 4.11). Para estimar los parámetros  $\epsilon$  y  $D_0$  se ajustaron las mediciones a distintas temperaturas por una función que corresponde al primer término ( $k = 1$ ) de la ecuación (4.11) con-

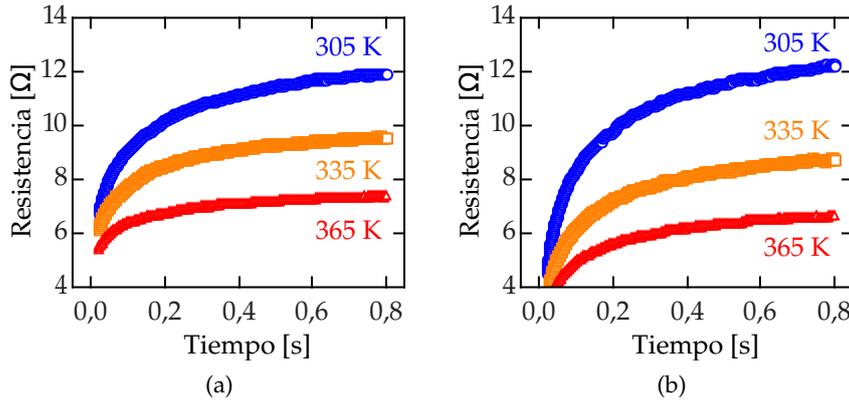


Figura 4.10: Evolución temporal de la resistencia luego de aplicar un pulso de corriente. Se observa una evolución de la resistencia dependiente de la temperatura de la muestra. Se muestran resultados utilizando corrientes de medición de distinta polaridad, positiva (a) y negativa (b). En ambos casos la evolución de la resistencia es hacia valores mayores.

siderando una temperatura constante  $R(t, T = \text{cte})$ . La función de ajuste está dada por

$$R(t, T) = R_1 + R_2 \exp\left(-\frac{D(T)\pi^2}{L^2}t\right), \quad (4.14)$$

con  $D(T)$  definido según la ecuación (4.8).  $R_1$ ,  $R_2$  y  $D(T)/L^2$  son parámetros a determinar en cada ajuste. La figura 4.11 presenta los valores obtenidos para  $D(T)/L^2$  como función de la temperatura de la muestra, en particular, los resultados se presentan en escala semilogarítmica *vs.*  $1/T$ . La figura muestra resultados para dos conjuntos de mediciones. A partir de un ajuste lineal se puede estimar el valor de energía de activación  $\epsilon$  y la constante de difusión a temperatura infinita  $D_0$ . La pendiente del ajuste está directamente relacionada con el cociente  $\epsilon/k_B$  y se obtuvo  $\epsilon = 0,2$  eV. A partir de la ordenada al origen se puede obtener  $D_0/L^2$ . Considerando una longitud típica del orden de 500 nm se puede estimar  $D_0 \approx 2 \cdot 10^{-7} \text{ cm}^2\text{s}^{-1}$ . En este caso, se encontró que el valor de  $D_0$  está en acuerdo con el reportado por Nian *et al.* [27] aunque la energía de activación es un poco más baja.

La similitud de los parámetros estimados con los encontrados en la bibliografía sirven para validar el modelo propuesto. El mismo logra capturar la evolución de la resistencia al variar la temperatura de la muestra, como así también la evolución de la resistencia a temperatura fijo luego de aplicar un estímulo eléctrico.

En la figura 4.12 se puede observar en detalle la evolución de la resistencia a  $T = 353$  K. Los resultados presentan dos saltos que pueden deberse a procesos de difusión consecutivos. El primero se da luego de aplicar el pulso en  $t = 0$  s y otro a  $t \approx 10$  s en ausencia de ex-

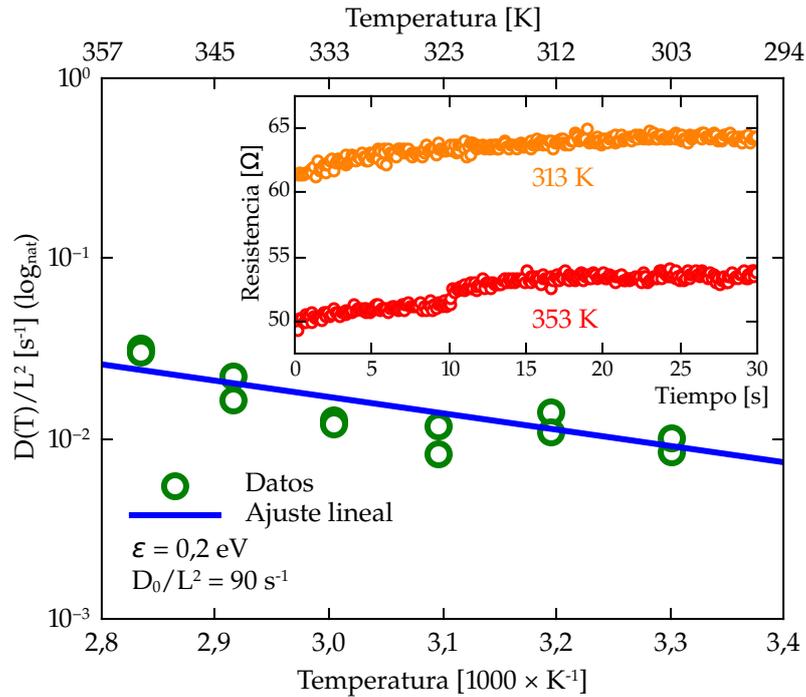


Figura 4.11: Coeficiente de difusión como función de la temperatura. Los resultados se expresan en escala logarítmica *vs.*  $1/T$ . Se puede observar una tendencia lineal cuya pendiente está asociada con la energía de activación  $\epsilon$ . En la figura interna se presenta la evolución de la resistencia en ausencia de estímulo eléctrico a dos temperaturas fijas.

citación externa. Este tipo de comportamiento ha sido observado en varias realizaciones del experimento. De acuerdo con el modelo presentado en la sección anterior, una explicación posible para el efecto observado es que existen varias regiones las cuales no fueron alcanzadas por las vacancias durante el proceso de pulsado eléctrico. A medida que el tiempo evoluciona, dichas regiones se van llenando de forma casi secuencial, produciendo un comportamiento escalonado como se observa en la figura 4.12. Esta configuración de regiones vacías puede cambiar de un experimento a otro debido a aleatoriedades producidas por el pulsado eléctrico. También se muestran los ajustes realizados de los datos experimentales por las funciones de la ecuación (4.14). Se obtuvieron parámetros de ajuste cuyos valores no presentaron diferencias significativas. Por esta razón, se concluye que ambos cambios en la resistencia se corresponden a un proceso de difusión de igual características. Este comportamiento de procesos consecutivos puede ser incluido en el modelo de difusión de vacancias en la interfaz al considerar más de una región sin VOs.

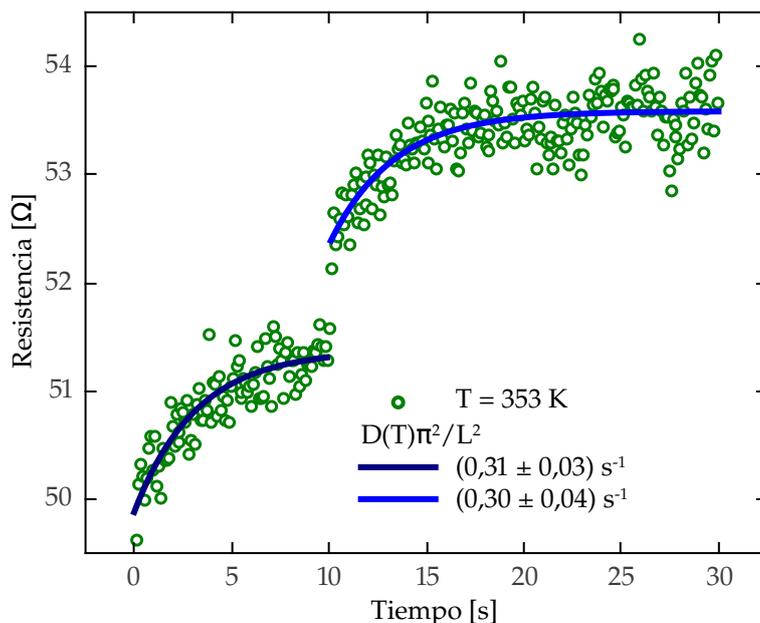


Figura 4.12: Evolución de la resistencia luego del pulsado a temperatura constante  $T = 353$  K. En esta realización en particular se pueden observar dos procesos consecutivos. Los parámetros de ajuste obtenidos implican un proceso de difusión similar en ambos casos.

#### 4.3 RUIDO Y TEMPERATURA EN EL EFECTO DE CR

Por último, se estudió el efecto del ruido eléctrico externo en el pulsado de la muestra a distintas temperaturas. En la figura 4.13 se muestra el perfil de amplitud de los pulsos aplicados donde las barras de error describen la intensidad del ruido agregado. Como puede observarse, se consideró aplicar pulsos de intensidad moderada, de manera que en ausencia de ruido no se produzcan cambios apreciables en la resistencia de la muestra. La amplitud de los pulsos fue variada linealmente entre  $0 \rightarrow -150 \rightarrow +150 \rightarrow 0$  mA. La duración de cada pulso fue de 1 ms y la resistencia no volátil se midió un segundo después de aplicar cada estímulo. El ruido agregado fue generado a una tasa de 100 kS/s, con distribución Gaussiana y ancho de banda efectivo de  $\sim 75$  kHz. La amplitud del ruido, caracterizada por la desviación estándar, fue variada entre 0 y 200 mA. Entre cada realización de ruido, se aplicaron 10 pulsos de amplitud 600 mA con el objetivo de comenzar cada ciclo aproximadamente desde la misma condición inicial. Cada realización mostrada en la figura 4.13 fue hecha a siete temperaturas diferentes entre 305 y 365 K. El experimento se repitió 100 veces para estudiar el comportamiento estadístico.

En la figura 4.13 se muestran resultados de la resistencia de la muestra a dos temperaturas distintas. Puede observarse el efecto de la temperatura en la resistencia: a pesar de que la temperatura solo

fue variada en un rango de 60 K, existe un cambio significativo en los valores de resistencia. En la figura también puede observarse el rol beneficioso del ruido, esto es, al agregar ruido aumenta el contraste entre los estados resistivos alto y bajo. Se muestran los resultados de una realización (símbolos) y el promedio de las 100 realizaciones (líneas sólidas) para cada temperatura.

Se calculó el contraste resistivo  $\Delta R$  definido como

$$\Delta R = \langle R_h \rangle - \langle R_l \rangle , \quad (4.15)$$

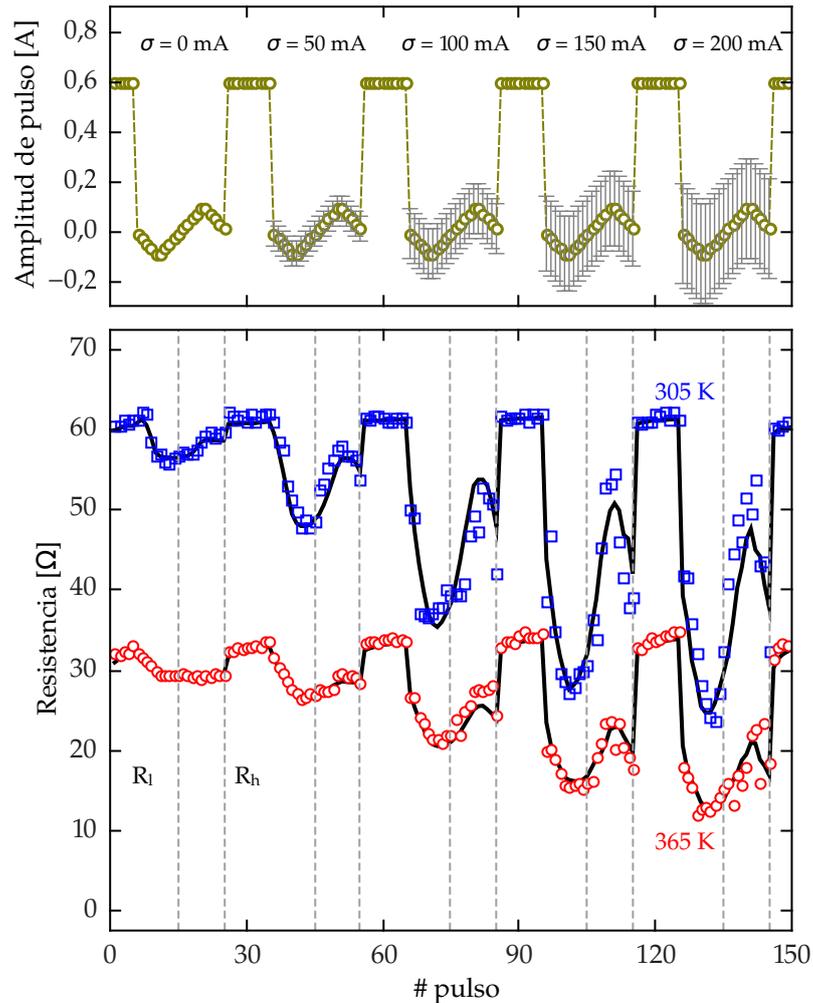


Figura 4.13: Figura superior: se muestra el patrón de amplitudes de los pulsos aplicados. Los símbolos corresponden a los valores medios de las amplitudes de corriente, mientras que las barras de error representan la amplitud de ruido agregada. Figura inferior: Valores de resistencia medidos. Los símbolos corresponden a una única realización y las líneas al promedio de 100 experimentos. Se muestran resultados para  $T = 305$  y  $365$  K. Las líneas de rayas verticales indican los puntos considerados para calcular el contraste resistivo.

donde  $\langle \cdot \rangle$  representa el promedio de las 100 realizaciones y  $R_{l,h}$  son las resistencias baja y alta medidas, por ejemplo, luego de aplicar los pulsos # 15 y # 25 en cada ciclo de ruido, como se indica en la figura 4.13 por medio de líneas de rayas.

Los resultados obtenidos de  $\Delta R$  en función de la amplitud de ruido y la temperatura se muestran en la figura 4.14. Para una mejor presentación, los mismos fueron suavizados numéricamente. Puede observarse un comportamiento no trivial en función de los parámetros. A pesar de haber considerado pocas amplitudes de ruido y valores de temperaturas, los resultados muestran que existe un rango de valores de ruido que aumenta el contraste entre los estados resistivos.

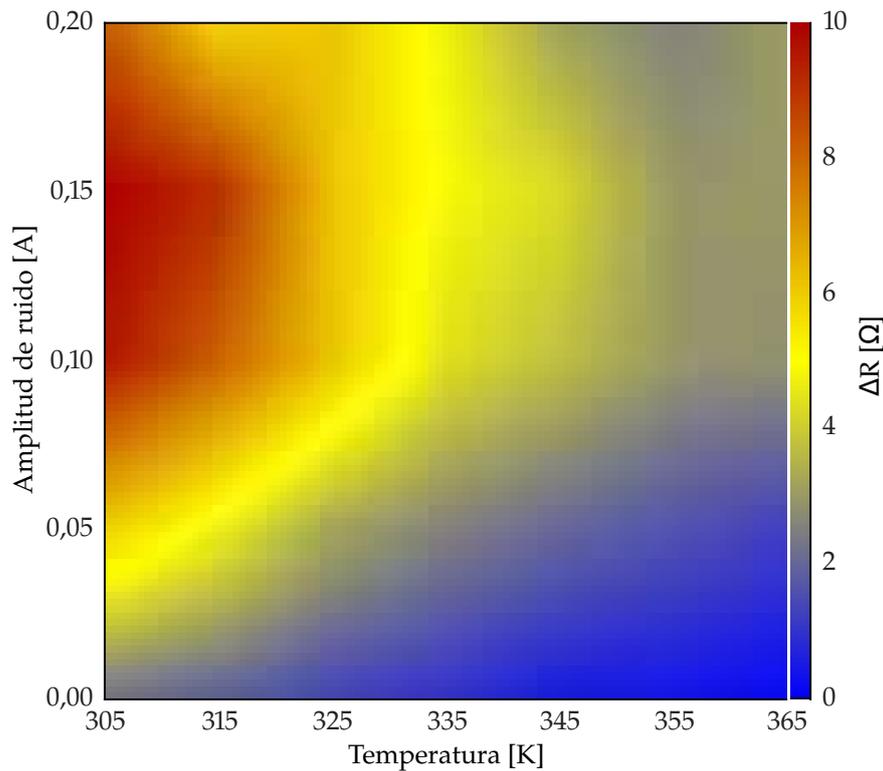


Figura 4.14: Resultados experimentales del contraste  $\Delta R$  como función de la temperatura y la amplitud de ruido agregada. Existe un valor de ruido que maximiza el contraste resistivo, mientras el aumento de la temperatura tiene el efecto de degradar dicho contraste. Los resultados fueron numéricamente suavizados para una mejor presentación.

En la figura 4.15 se muestran los resultados de calcular el factor  $Q$  (ver ecuación (3.28)). La figura muestra la existencia de una cantidad de ruido que maximiza el contraste resistivo a pesar de una pequeña degradación producida por el aumento de la temperatura. Que exista una dependencia con la temperatura en el factor  $Q$  implica que la temperatura influye de distinta manera entre los estados alto y bajo

como se mostró en la figura 4.4. Los resultados están numéricamente suavizados para una mejor presentación.

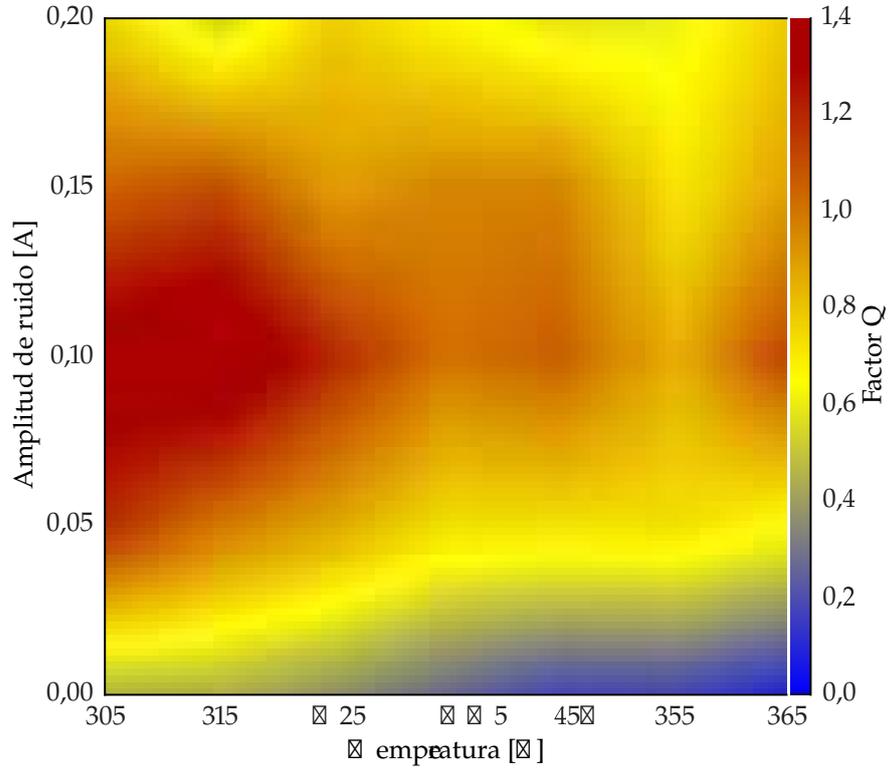


Figura 4.15: Resultados experimentales del factor Q como función de la temperatura y la amplitud de ruido agregada. Existe un valor de ruido que maximiza Q en todo el rango considerado de temperatura. Los resultados fueron numéricamente suavizados para una mejor presentación.

Para incluir el efecto de la temperatura en el modelo numérico se tuvieron en cuenta los resultados presentados en las figuras 4.2 y 4.3. De los mismos se puede concluir que la temperatura influye de mayor manera en el elemento memristivo. Por este motivo, en principio, se introduce una dependencia de la resistencia con la temperatura en la ecuación (3.31). El modelo introducido por Kvatinsky *et al.* [68] describe la evolución de la resistencia remanente del sistema memristivo como fue discutido en la sección 3.3 y el modelo VRH es un posible candidato para describir la dependencia térmica. Con esto en mente, se introdujo un modelo que integra ambos comportamientos al combinar las ecuaciones (3.31) y (4.3). Según la figura 4.4 existe un cambio del parámetro  $T_0$  en los distintos niveles de resistencia. Por ello, se propuso que los parámetros del modelo de barrera de ancho variable,  $R_{on,off}$ , dependan de la temperatura según

$$\tilde{R}_{on,off}(T) = r_{on,off} \exp \left\{ \left( \frac{T_{on,ff}}{T} \right)^{1/4} \right\}. \quad (4.16)$$

donde  $r_{\text{on,off}}$  son constantes de escala y los dos parámetros  $T_0$ , llamados  $T_{\text{on,off}}$ , fueron introducidos de manera de capturar la dependencia de la resistencia no volátil con la temperatura para cada nivel resistivo. De esta forma, la ecuación (3.31) puede escribirse como

$$R(x, T) = \tilde{R}_{\text{on}}(T) \exp\left(\lambda(T) \frac{x - x_{\text{on}}}{x_{\text{off}} - x_{\text{on}}}\right). \quad (4.17)$$

donde

$$\lambda(T) = \ln\left(\frac{\tilde{R}_{\text{off}}(T)}{\tilde{R}_{\text{on}}(T)}\right) = \lambda_0 + \frac{T_{\text{off}}^{1/4} - T_{\text{on}}^{1/4}}{T^{1/4}}, \quad (4.18)$$

con  $\lambda_0 = \ln(r_{\text{off}}/r_{\text{on}})$ . Esta definición implica que el parámetro  $T_0$  es una función de la variable de estado  $x$ . Para obtener la expresión de  $T_0(x)$  se puede tomar el logaritmo natural a la ecuación (4.17)

$$\begin{aligned} \ln(R(x, T)) &= \ln(\tilde{R}_{\text{on}}(T)) + \lambda(T) \frac{x - x_{\text{on}}}{x_{\text{off}} - x_{\text{on}}}, \\ &= \frac{(1 - g(x)) T_{\text{on}}^{1/4} + g(x) T_{\text{off}}^{1/4}}{T^{1/4}} + k(x), \end{aligned} \quad (4.19)$$

donde  $g(x) = (x - x_{\text{off}})/(x_{\text{on}} - x_{\text{off}})$ . De esta forma

$$T_0(x) = (1 - g(x)) T_{\text{on}}^{1/4} + g(x) T_{\text{off}}^{1/4}. \quad (4.20)$$

Las simulaciones fueron realizadas fijando de forma arbitraria los parámetros del modelo  $k_{\text{on}} = -5 \cdot 10^{14}$  nm/s,  $k_{\text{off}} = 10^{14}$  nm/s,  $\alpha = 10$ ,  $w_c = 107 \cdot 10^{-3}$  nm,  $x_{\text{on}} = 1,2$  nm,  $x_{\text{off}} = 1,8$  nm,  $r_{\text{on}} = 1 \cdot 10^{-5}$   $\Omega$ ,  $\lambda_0 = -6,25$ ,  $T_{\text{on}}^{1/4} = 1$  y  $T_{\text{off}}^{1/4} = 125$ . Se utilizó ruido generado a partir de un proceso de Ornstein-Uhlenbeck (ver B.3) con propiedades estadísticas acordes a las experimentales. La señal de entrada fue generada de acuerdo con la figura 4.13. Se hicieron 1000 realizaciones del experimento de manera de poder estudiar el comportamiento del modelo en términos estadísticos.

Los resultados numéricos se presentan en las figuras 4.16 y 4.17. Los mismos corresponden a 100 valores de temperaturas entre 305 y 365 K y a 100 valores de ruido entre 0 y 200 mA. Se puede observar que los resultados numéricos reproducen de forma cualitativa a los experimentos. En el caso de los resultados de la figura 4.17, los resultados fueron calculados utilizando la definición dada por la ecuación (3.34). Para esto es necesario redefinir  $\sigma_0$  para cada valor de temperatura de la siguiente manera

$$\sigma_0(T) = \tilde{\sigma} \exp\left(\frac{\tilde{T}_0^{1/4}}{T^{1/4}}\right), \quad (4.21)$$

donde  $\tilde{T}_0$  es el valor intermedio entre  $T_{\text{on}}^{1/4}$  y  $T_{\text{off}}^{1/4}$  y  $\tilde{\sigma} = 3,1 \cdot 10^{-6}$   $\Omega$  de manera que  $\sigma_0(305 \text{ K}) = 6$   $\Omega$ . El valor  $\sigma_0$  es introducido para reproducir la dispersión de las mediciones causada por la falta de repetibilidad de los experimentos. Esta modificación reproduce el comportamiento observado en los experimentos de la figura 4.15 donde se observa una leve dependencia del factor Q con la temperatura.

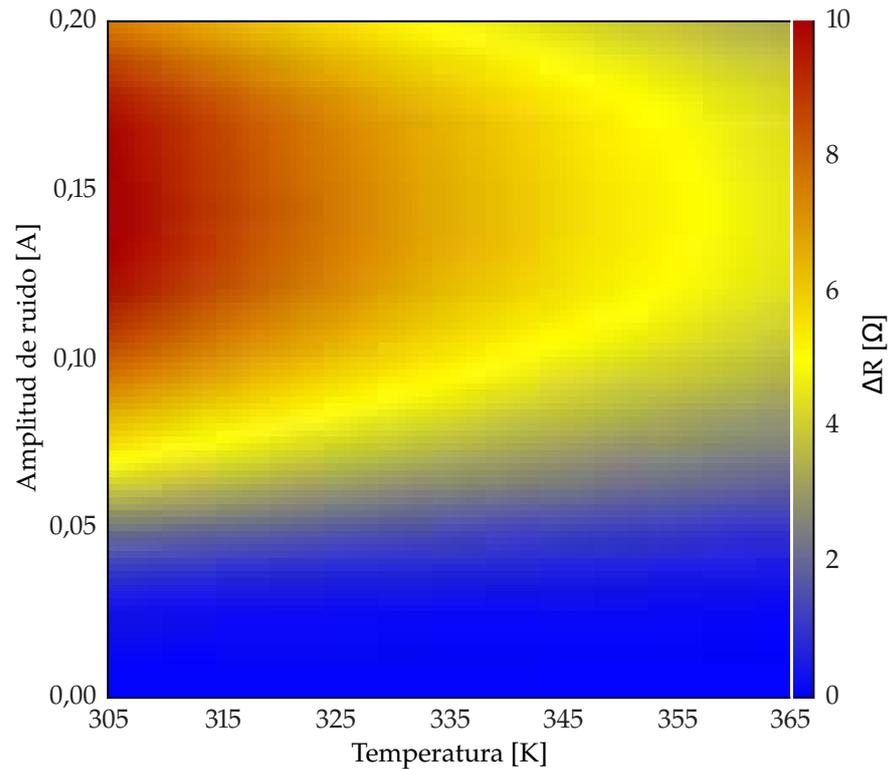


Figura 4.16: Resultados numéricos correspondientes al contraste resistivo  $\Delta R$  como función de la temperatura de la muestra y la amplitud de ruido agregada. Existe un valor óptimo de ruido que maximiza el contraste resistivo, mientras que el aumento de la temperatura lo degrada. Los resultados fueron suavizados para una mejor presentación.

#### 4.4 CONCLUSIONES

En este capítulo se estudió el efecto de la temperatura en el fenómeno de la conmutación resistiva. Se comenzó por estudiar la influencia de la temperatura de la muestra LPCMO en los ciclos de histéresis de resistencia remanente y dinámica. A partir del modelo eléctrico propuesto por Gomez-Marlasca *et al.* [76], se encontró que la curva I-V del elemento no lineal es prácticamente independiente de la temperatura o, por lo menos, despreciable frente a los cambios observados en la curva I-V del elemento memristivo. Se encontró que los estados de resistencia alto y bajo varían con la temperatura y que dicha dependencia se puede describir por medio del modelo VRH [69]. Los parámetros del modelo sugieren que existe una configuración de cargas distinta en cada estado resistivo.

Luego, se estudió la variación de resistencia como función de la temperatura. Se encontró un comportamiento que no podía ser explicado simplemente por el modelo VRH. Se propuso la existencia de un proceso de difusión activado por temperatura que describe la evo-

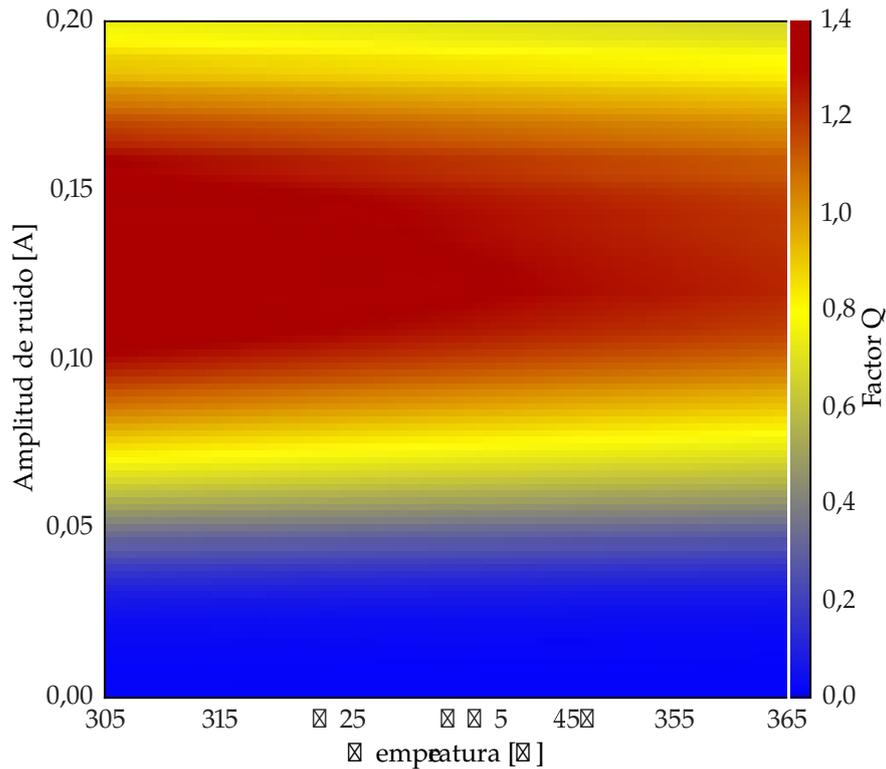


Figura 4.17: Resultados numéricos correspondientes al factor Q como función de la temperatura de la muestra y la amplitud de ruido agregada. Existe un valor óptimo de ruido que maximiza el factor Q. Se observa una degradación suave con la temperatura en el rango considerado.

lución de vacancias de oxígeno luego de aplicar un campo eléctrico externo. Combinando el modelo VRH y el de difusión se logró ajustar numéricamente los datos experimentales, encontrando un valor de energía de activación similar a los hallados en bibliografía. También se estudió la difusión de resistencia de la muestra manteniendo la temperatura fija. A partir de los tiempos característicos de difusión se pudieron estimar la constante de difusión y la energía de activación del proceso.

Por último, se hicieron mediciones para estudiar el efecto de la conmutación resistiva asistido por ruido como función de la temperatura. Los resultados mostraron que existe una cantidad de ruido que maximiza el contraste resistivo en todo el rango de temperaturas considerado, aunque, su valor disminuye al incrementar la temperatura. Los resultados relacionados con el factor Q mostraron una dependencia más leve con la temperatura, comparado con el contraste resistivo. Esto se debe a que, no solo el contraste disminuye, sino que también lo hace la dispersión de los valores de resistencia alto y bajo que definen a Q. Se introdujo una modificación al modelo propuesto por Pickett *et al.* [96] y Kvatisky *et al.* [68] de manera de incluir la depen-

dencia con la temperatura. Los resultados numéricos describieron de forma satisfactoria los experimentos.o

## CONCLUSIONES

En esta Tesis se estudió el efecto del ruido y la temperatura en sistemas que presentan conmutación resistiva (CR) por medio de experimentos, simulación numérica y análisis teórico.

Una de las tecnologías prometedoras para la futura generación de memorias no volátiles, capaces de continuar la tendencia predicha por la ley de Moore, es la de las ReRAMs que están basadas en el fenómeno de la CR. En general, los dispositivos de almacenamiento y de procesamiento de información están expuestos a condiciones desfavorables de relación señal-ruido y a altas temperaturas de trabajo. Por este motivo, es importante caracterizar el desempeño de los dispositivos bajo estas condiciones. Considerando distintos modelos de sistemas memristivos, se estudió cómo influyen las distintas fuentes de ruido en la evolución de estos. Se hizo una caracterización del contraste resistivo obtenido al aplicar pulsos de tensión o corriente y se contrastaron los resultados con experimentos llevados a cabo en una muestra del tipo manganita ( $\text{La}_{0,325}\text{Pr}_{0,300}\text{Ca}_{0,375}\text{MnO}_3$ ); se encontró que el ruido eléctrico produce un mayor contraste resistivo. Este tipo de comportamiento también fue observado en un rango de temperaturas entre 300 – 365 K. Se logró combinar un modelo que describe la CR con otro que da cuenta de la variación de la resistencia con la temperatura y se reprodujeron los resultados experimentales. Se estudió, también, la evolución de los niveles resistivos luego de una excitación externa y se observó que existe un mecanismo de difusión activado por temperatura. Por medio de un modelo sencillo, se describió este efecto y se obtuvieron valores para la energía de activación y el coeficiente de difusión consistentes con los hallados en la bibliografía.

En el capítulo 2 se describieron los dispositivos experimentales que se utilizaron para caracterizar el fenómeno de la CR en una muestra LPCMO y se explicaron los conceptos de resistencia remanente y de pulsado. Se observó la existencia de dos mecanismos de conducción independientes que pueden ser asociados a la combinación de un elemento memristivo en paralelo con un elemento no lineal, como fue propuesto por Gómez-Marlasca *et al.* [76].

En el capítulo 3, usando un modelo sencillo introducido por Strukov *et al.* [18], se estudió el efecto del ruido en el contraste resistivo caracterizado por el EPIR. Se encontró que el ruido interno, inherente al sistema, aumenta el contraste resistivo. En particular, se mostró que existe una potencia óptima de ruido que maximiza el EPIR consistente con los resultados de Stotland y Di Ventra [65]. Se consideró,

**ReRAM:** Resistive  
Random-Access  
Memories.

**EPIR:** Electrical  
Pulse Induced  
Resistance.

también, la influencia de ruido externo, esto es, agregado deliberadamente a la señal de entrada y se encontró que el EPIR disminuye con la potencia de ruido aplicada. Se hizo un análisis del modelo para determinar las razones que subyacen al comportamiento observado. En el caso de ruido interno, se encontró que éste produce cambios en la trayectoria de la variable interna del sistema, obteniéndose un aumento del contraste resistivo para ciertas condiciones iniciales. En el caso de ruido externo, se mostró que al aplicar ruido de baja intensidad, la no linealidad del sistema reduce su influencia. Mediante un análisis basado en la ecuación de Fokker-Planck, se mostró que, al aumentar la intensidad del ruido, la variable interna presenta un comportamiento biestable que no da lugar a un efecto beneficioso en el contraste resistivo.

Los resultados experimentales fueron concluyentes con respecto al rol del ruido durante la aplicación de pulsos eléctricos. Se mostró cómo los ciclos de histéresis se ensanchan al agregar una potencia arbitraria de ruido, obteniéndose variaciones de resistencia comparables a las observadas al aplicar pulsos de corriente de mayor intensidad. Se estudió, también, la dependencia del contraste resistivo como función de la intensidad mediante el factor  $Q$ , el cual, no solo tiene en cuenta el contraste resistivo, sino también la variabilidad resultante de las distintas realizaciones experimentales. Se encontró una relación no trivial entre el factor  $Q$  y la intensidad de ruido agregado; en particular, existe una intensidad óptima que maximiza el  $Q$ . Con esta misma herramienta se estudió la degradación de los estados resistivos en la sola presencia de ruido. Se observó que los valores de resistencia alcanzados se degradan conforme se agrega ruido, aunque existe una intensidad óptima que mantiene un mayor valor de  $Q$  durante un tiempo más prolongado.

Finalizando el capítulo 3, se estudió el modelo introducido por Pickett *et al.* [96] y Kvatinsky *et al.* [68] para dispositivos memristivos  $\text{TiO}_2$ . Se encontró que este modelo reproduce el efecto beneficioso del ruido externo. En particular, se aplicaron señales de entrada de iguales características a las de los experimentos y se observó que el contraste resistivo aumenta con la potencia de ruido aplicada. El modelo también reproduce la degradación de los niveles de resistencia alcanzados en la sola presencia de ruido; sin embargo, al estudiar el factor  $Q$ , se encontraron discrepancias con los experimentos para intensidades bajas de ruido. Esto se debió a que las simulaciones no contemplan que la muestra no se encuentra en las mismas condiciones al inicio de cada experimento. Por este motivo, se incorporó a la definición de  $Q$  una constante que parametriza esta componente de variabilidad experimental. Con esta modificación se encontró que, al igual que en los experimentos, el factor  $Q$  presenta un máximo al agregar una intensidad óptima de ruido. Se logró, también, describir el comportamiento de la persistencia resistiva como función del

ruido presente. Por último, a partir de un análisis teórico y numérico, se determinaron algunas de las características generales que debe poseer un modelo de la dinámica de la CR para describir el efecto beneficioso del ruido.

Los dispositivos del almacenamiento trabajan a temperaturas elevadas, donde los efectos de disipación de calor no pueden ser despreciados. Por este motivo, en el capítulo 4 se estudió el efecto de la temperatura en la CR. Se comenzó por estudiar la influencia de la temperatura de la muestra en los ciclos de histéresis de pulsado (elemento no lineal) y los de resistencia remanente (elemento memristivo). Se encontró que la temperatura influye de mayor manera en los ciclos correspondientes al elemento memristivo. De acuerdo con Gómez-Marlasca *et al.* [76] y Sze y Ng [77], el mecanismo que describe el comportamiento memristivo es iónico y tiene una dependencia con la temperatura, mientras que el mecanismo asociado al elemento no lineal es del tipo SCLC, el cual no depende fuertemente de la temperatura en el rango considerado. Los resultados obtenidos son consistentes con estas afirmaciones. Luego se estudió la dependencia de los estados de resistencia alto y bajo como función de la temperatura. Se encontró que la variación de la resistencia con la temperatura puede ser descrita por el modelo VRH que Viret *et al.* [69] introdujeron en el estudio de los materiales del tipo manganita. Los distintos parámetros de ajuste del modelo sugieren la existencia de configuraciones de carga diferentes en cada estado resistivo.

A partir del estudio de la variación de la resistencia como función de la temperatura, se encontró un comportamiento que no podía ser explicado simplemente por el modelo VRH. Se propuso la existencia de un proceso de difusión activado por temperatura que describe la evolución de las vacancias de oxígeno luego de aplicar un estímulo eléctrico a la muestra. Combinando el modelo VRH con el de difusión, se reprodujeron los resultados experimentales. El ajuste del modelo a los experimentos llevó a estimar una energía de activación consistente con la hallada en la bibliografía. Se estudió, también, la evolución de la resistencia manteniendo la temperatura de la muestra fija y, utilizando el modelo propuesto, se pudieron estimar la energía de activación y la constante de difusión del proceso, ambos resultados consistentes con los publicados en la literatura.

Por último, se estudió la influencia del ruido eléctrico a distintas temperaturas de la muestra. Se encontró que el contraste resistivo entre los estados alto y bajo disminuye con el aumento de la temperatura. Este efecto se observó, incluso, para las intensidades de ruido óptimas. Al calcular el factor  $Q$ , se encontró que la dependencia con la temperatura es más suave. Esto es debido a que la temperatura también afecta la variabilidad entre experimentos. Dada la observación de que los detalles del modelo VRH dependen del estado resistivo,

*SCLC: Space-Charge-Limited Current.*

*VRH: Variable-Range Hopping.*

se propuso una combinación de VRH con el modelo de Pickett *et al.* [96] que reprodujo el comportamiento experimental.

En conclusión, en este trabajo se demostró que el ruido tiene un efecto beneficioso en el fenómeno de la conmutación resistiva. En particular, se mostró que el ruido, que en general se cree nocivo, interactúa de forma no trivial con sistemas complejos como lo es la manganita. Como el modelo propuesto por Pickett *et al.* [96] y Kvatinisky *et al.* [68] fue desarrollado para muestras de  $\text{TiO}_2$ , es de esperar que los resultados obtenidos puedan ser generalizados para otros tipos de sistemas que presenten CR, con especial interés, a aquellos utilizados para la fabricación de memorias ReRAM.

El esfuerzo por continuar la tendencia predicha por la ley de Moore, esto es, el crecimiento exponencial de la escala de integración de los circuitos electrónicos, conduce a problemas asociados a menores márgenes de relación señal-ruido y a mayores temperaturas de trabajo. Los resultados obtenidos en esta Tesis, que explican la influencia del ruido y la temperatura en un tipo de dispositivos de memoria, son un aporte a dicho esfuerzo. En particular, se concluye que el ruido presente en estas condiciones de funcionamiento de los dispositivos puede ser aprovechado para mejorar su rendimiento.

Parte II

APÉNDICES



## DESCRIPCIÓN EXPERIMENTAL

## A.1 AMPLIFICADOR DE TRANSCONDUCTANCIA

Para estudiar el efecto de los pulsos eléctricos en una muestra LPC-MO, se utilizó un amplificador de transconductancia como convertor de tensión a corriente. En la figura A.1 se presenta el circuito electrónico del amplificador empleado [104]. La tensión de entrada  $V_{Ent}$  se suma a la tensión de salida  $V_{Sal}$  por medio del amplificador operacional  $OP_1$ , dando como resultado

$$V_1 = -\frac{R_3}{R_1}V_{Ent} - \frac{R_3}{R_2}V_{Sal} . \quad (A.1)$$

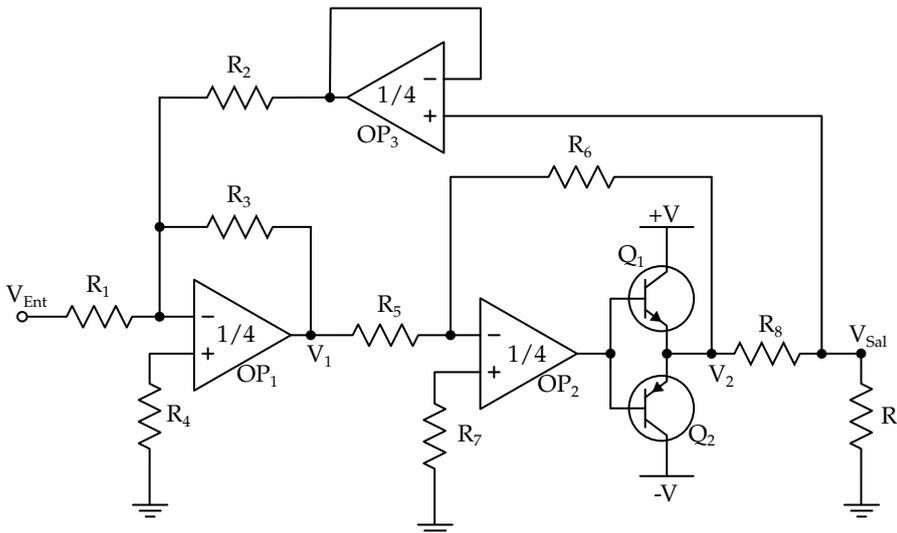


Figura A.1: Esquema del circuito amplificador de transconductancia. Consiste en tres amplificadores operacionales, dos transistores y algunas resistencias. En un régimen de funcionamiento correcto, la corriente de salida queda determinada por el cociente entre la tensión de entrada y el valor de la resistencia  $R_8$ .

Luego, la señal  $V_1$  es invertida por el circuito inversor formado por el  $OP_2$ ,  $Q_1$  y  $Q_2$  con  $R_5 = R_6$ . Este último no sólo invierte la señal, sino que además provee mayor corriente a partir de la etapa de salida clase B formada por los transistores  $Q_1$  y  $Q_2$  [105]. De esta manera se obtiene  $V_2 = -V_1$ . La corriente de salida será la misma que circula a través de  $R_8$  ya que la impedancia de entrada de  $OP_3$  es muy grande

(típicamente del orden de  $10^{12} \Omega$ ). De esta forma, la corriente de salida  $I_{\text{Sal}}$  se puede calcular como

$$I_{\text{Sal}} = \left( \frac{R_3}{R_2} - 1 \right) \frac{V_{\text{sal}}}{R_8} + \frac{R_3}{R_1 R_8} V_{\text{Ent}}. \quad (\text{A.2})$$

Esta ecuación solo es válida si todos los elementos están trabajando en su región activa, *i.e.*, no se encuentran saturados. En particular, una elección  $R_2 = R_3$  produce una corriente de salida proporcional a la tensión de entrada  $V_{\text{Ent}}$ .

El OP<sub>3</sub> es utilizado como un seguidor de tensión y cumple el rol de realimentar el circuito con  $V_{\text{Sal}}$ . Las resistencias  $R_{4,7}$  son elegidas de manera tal que  $R_4 = R_1 \parallel R_2 \parallel R_3$  y  $R_7 = R_5 \parallel R_6$ , de esta forma se intenta eliminar la componente de tensión de salida debida a la corriente de polarización del circuito integrado [106]. Los valores de resistencia y los componentes utilizados son

$$\begin{aligned} R_{1,2,3,5,6} &= 100 \text{ k}\Omega, & Q_1 &= \text{BD137}, \\ R_4 &= 33 \text{ k}\Omega, & Q_2 &= \text{BD136}, \\ R_7 &= 50 \text{ k}\Omega, & \text{OP}_n &= \text{LF347}, \\ R_8 &= 4,07 \Omega. \end{aligned}$$

Los transistores  $Q_{1,2}$  son complementarios y son típicamente aplicados en circuitos lineales de potencia media y circuitos de conmutación [107, 108]. Es deseable la complementariedad de los transistores  $Q_{1,2}$  de manera de disminuir la distorsión producida por la asimetría en la conducción eléctrica de cada transistor [106]. Otra desventaja de este tipo de circuito es la denominada **DISTORSIÓN DE CRUCE POR CERO**. La misma se produce durante la conmutación de conducción de los transistores. En la figura A.2a se presenta un circuito amplificador inversor seguido por una etapa de salida clase B. La figura A.2c muestra las señales involucradas: la línea sólida roja representa la señal de entrada del circuito, la línea de rayas azul es la salida del amplificador diferencial y la línea punteada amarilla es la tensión sobre la resistencia de carga. Se puede observar que la señal de salida es una pobre reproducción de la señal de entrada. Esto se debe a que, como se puede ver en la figura, la señal que entra a la base de los transistores debe superar los  $\approx \pm 0,6 \text{ V}$  para que éstos puedan conducir corriente eléctrica por sus ramas de colector. Una forma de solucionar este inconveniente es incluir a los transistores dentro del lazo de realimentación del circuito amplificador como se muestra en la figura A.2b. En este caso, el amplificador operacional provee una diferencia de potencial adicional para polarizar de forma correcta los transistores como se observa en la figura A.2d. De esta manera, la tensión sobre la resistencia de carga reproduce, de mejor manera, a la señal de entrada. La figura A.2d muestra que en el instante donde la señal de entrada cambia de polaridad, la tensión de salida del amplificador operacional presenta un salto abrupto de tensión necesario

para polarizar de manera correcta los transistores  $Q_{1,2}$ . Esto implica que el amplificador debe ser capaz de responder lo suficientemente rápido ante los cambios de polaridad de la señal de entrada. Por este motivo, es necesario que el amplificador operacional esté caracterizado por una gran velocidad de respuesta y el mayor ancho de banda posible.

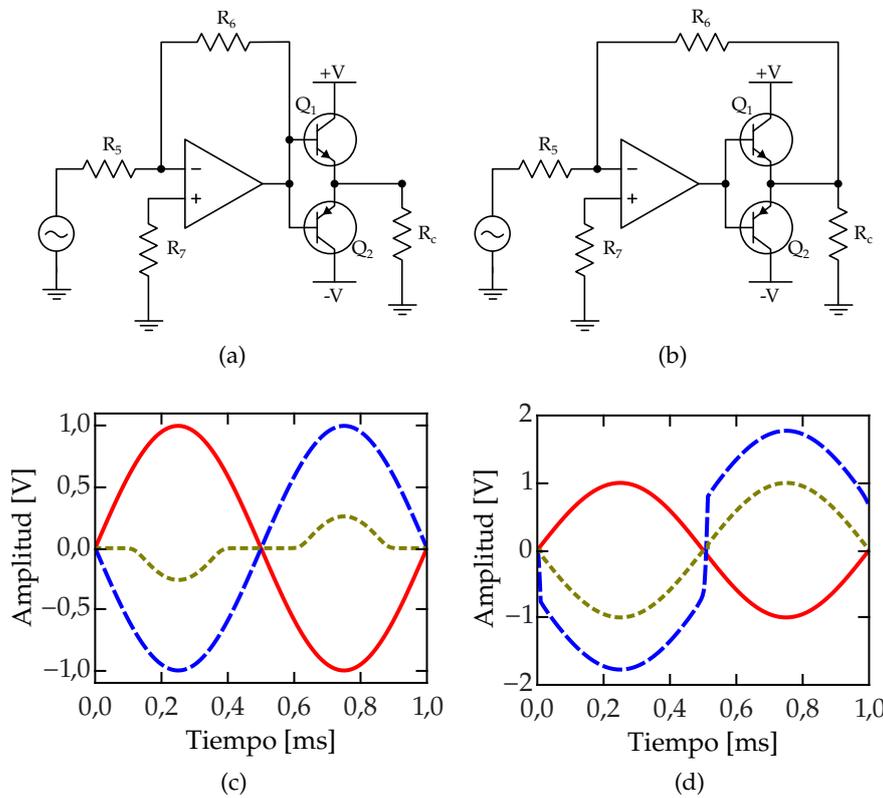


Figura A.2: Circuito amplificador inversor con etapa de salida del tipo clase B. a) La etapa de salida está a continuación del amplificador inversor. b) La etapa de salida está contenida en el lazo de realimentación. c) Señal de entrada (línea sólida roja), salida del amplificador operacional (línea de rayas azul) y caída de tensión de la resistencia de carga (línea punteada amarilla) correspondiente al circuito a). d) Señales correspondientes al circuito b).

El circuito integrado LF347 está compuesto por cuatro amplificadores operacionales cuyas principales características son un gran ancho de banda ( $\sim 10^6$  Hz), bajas corrientes de polarización ( $\sim 10^{-11}$  A), elevada impedancia de entrada ( $\sim 10^{12}$   $\Omega$ ) y velocidad de respuesta ( $\sim 10$  V/ $\mu$ s) [109]. Además, los amplificadores introducen ruido y, en el caso del LF347, con densidad espectral 0,01 pA/ $\sqrt{\text{Hz}}$ . En el ancho de banda considerado ( $< 10^6$  Hz) el ruido introducido por el amplificador es mucho menor que los niveles de ruido que serán agregados de forma deliberada. Tanto los transistores  $Q_{1,2}$  como el circuito integrado LF347 se alimentaron con una fuente de tensión de  $\pm 23$  V.

Se tuvo en cuenta el uso de capacitores de desacople en el circuito integrado como es sugerido en la hoja de datos del fabricante [109].

Dadas las limitaciones de los componentes utilizados, es necesario realizar una caracterización del amplificador en cuestión para determinar el rango de operación. En primer lugar, se determinó la máxima corriente que se puede aplicar con este amplificador en función de la resistencia de carga. Luego, se realizaron mediciones para obtener el ancho de banda del mismo y, por último, se estudió la distorsión que produce como consecuencia de las no linealidades presentes.

La corriente máxima que puede entregar el amplificador depende, por un lado, de las características de los componentes y, por el otro, de la fuente de alimentación del mismo. En la figura A.3 se muestra un esquema de la corriente que puede entregar la fuente como función de la resistencia de carga.

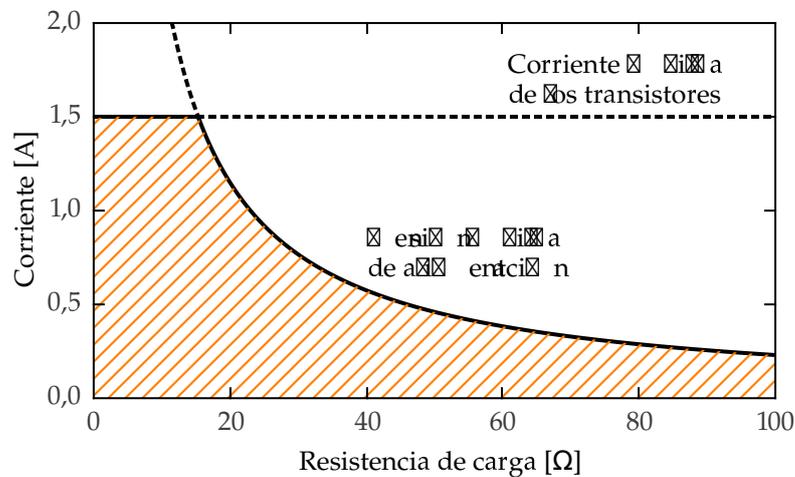


Figura A.3: Corriente de salida en función de la resistencia de carga. Está limitada por la corriente máxima que puede circular por los transistores  $Q_{1,2}$  y por la tensión de la fuente de alimentación.

Una herramienta usual para medir la distorsión producida por un circuito no lineal es conocida como **DISTORSIÓN ARMÓNICA TOTAL** (THD, del inglés *Total Harmonic Distortion*). Esta herramienta nos da información del peso relativo entre la potencia de los armónicos que produce el circuito y la frecuencia fundamental de excitación; cuanto mayor sea el valor de la THD, mayor será la distorsión producida por el circuito. La THD se define como

$$\text{THD}(f_0) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N A_i^2}{A_0^2}}, \quad (\text{A.3})$$

donde la suma se hace sobre las amplitudes  $A_i$  de los  $N$  primeros armónicos y se normaliza por la amplitud correspondiente a la componente fundamental  $A_0$ . Se aplicaron señales sinusoidales de frecuencia  $f_0$ , amplitud  $A = 2 \text{ V}$  y para cada caso se calculó la THD correspondiente. El procedimiento se repitió para distintas resistencias de

carga como se muestra en la figura A.4. Los resultados muestran que el amplificador presenta una baja distorsión comparada con la distorsión típica del LF347 [109]. La THD aumenta al utilizar resistencias de carga de menor valor, pero en el rango de frecuencias considerado  $< 10^5$  Hz, es menor que la distorsión máxima consignada por el fabricante del amplificador LF347. Al aumentar las frecuencia de la señal de entrada por arriba de los  $10^5$  Hz, se puede observar que el valor de la distorsión aumenta de forma abrupta.

También se midió el ancho de banda del amplificador. Para esto, se utilizaron distintas resistencias de carga y se midió la atenuación definida según

$$\text{Ganancia [dB]} = 20 \log_{10} \left( \frac{V_{\text{Sal}}}{V_{\text{Ent}}} \right) + 20 \log_{10} \left( \frac{R_8}{R_c} \right), \quad (\text{A.4})$$

donde  $V_{\text{Ent}} = 0,2$  V es la amplitud de una señal armónica que es aplicada a la entrada del circuito y  $V_{\text{Sal}}$  es la caída de tensión sobre la resistencia de carga  $R_c$ . El segundo término de la ecuación (A.4) corresponde a la ganancia de tensión del amplificador debido a la impedancia de carga. Este amplificador es utilizado como fuente de corriente, por lo que su ganancia en tensión se verá afectada por el valor de la impedancia de carga.

La respuesta en frecuencia del amplificador como función de la resistencia de carga se muestra en la figura A.4. La figura presenta mediciones para  $R_c = 1, 10$  y  $100 \Omega$ . Se puede observar que el amplificador tiene un mayor ancho de banda cuando la resistencia de carga es menor. La línea de rayas denota la atenuación de 3 dB correspondiente a la caída a la mitad de potencia de la señal original. Este valor se utiliza como referencia para determinar el ancho de banda del dispositivo. Podemos observar que, en el caso de  $R_c = 100 \Omega$ , el ancho de banda es apenas superior a  $10^4$  Hz. Mientras que, en el caso de considerar  $R_c = 1$  y  $10 \Omega$ , el ancho de banda es mayor a  $10^5$  Hz.

## A.2 DISPOSITIVO DE CORTOCIRCUITO

Lejos de tener un comportamiento ideal, los amplificadores operacionales presentan algunas limitaciones, como son las corrientes de polarización y la corriente y tensión de *offset*. Las primeras pueden ser reducidas como se propuso en la sección A.1. La tensión y corriente de *offset* de los amplificadores producen una corriente de fuga por el circuito que, en mediciones de prolongada duración, pueden producir cambios en la resistencia no deseados.

En la figura A.5 se muestra el circuito propuesto para evitar aplicar una corriente durante los períodos de espera entre mediciones. Básicamente, el circuito consiste en un relé mecánico [110] que produce un cortocircuito entre los terminales del amplificador de transconductancia y la muestra memristiva.

Los terminales de la muestra A y C y los de la salida del amplificador son puestos en contacto con los terminales común y normal cerrado del relé. De esta forma, cualquier corriente que entregue el amplificador se desviará hacia la tierra del circuito sin pasar por la muestra. Mediante una salida digital ( $DO_1$ ) de la placa de adquisición NI-DAQ se controla la tensión de la base del transistor BC548 [111]. Cuando la salida digital se coloca en un estado de tensión alto, la juntura base-emisor del transistor se polariza en forma directa y produce una circulación de corriente por la rama del colector del mismo. Esta misma corriente atraviesa la bobina del relé y, por medio de un electroimán, activa la llave mecánica que abre el cortocircuito.

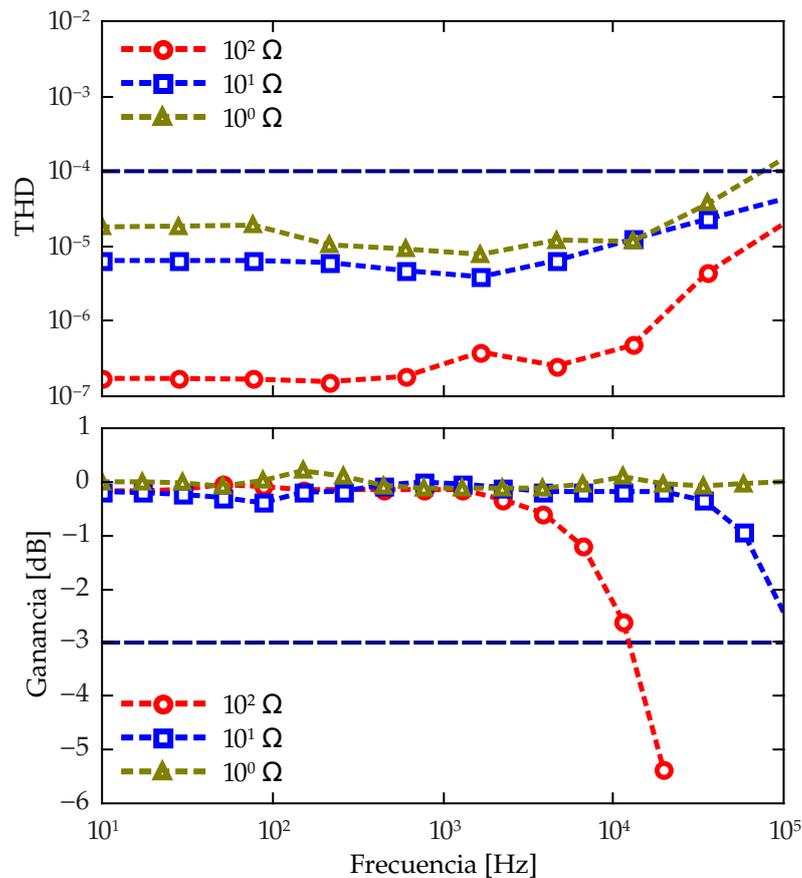


Figura A.4: Figura superior: distorsión armónica total. Mide la influencia de las no linealidades del circuito. Se puede observar que presenta bajos valores de distorsión para las distintas cargas resistivas consideradas comparado con la distorsión máxima típica del amplificador LF347 (línea de rayas). Figura inferior: ganancia del amplificador de transconductancia como función de la frecuencia y la resistencia de carga. La línea de rayas marca una caída de potencia de 3 dB y determina el ancho de banda del amplificador. Se puede observar que el ancho de banda depende de la resistencia de carga.

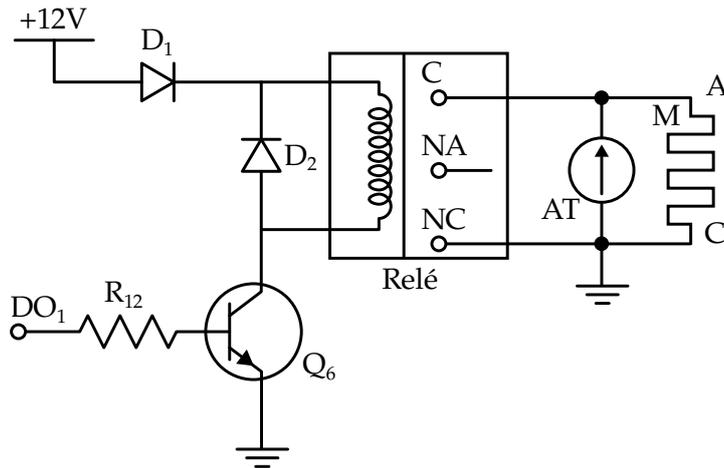


Figura A.5: Esquema del circuito de cortocircuito. Mediante un canal digital de la placa NI-DAQ se controla un relé que produce un cortocircuito del amplificador de transconductancia (AT) y la muestra memristiva (M).

Los diodos  $D_1$  y  $D_2$  cumplen con un rol de protección. Se utilizaron diodos de señal 1N4148 [112]. Al remover la corriente que circula por la bobina del relé, la misma produce una tensión autoinducida que puede dañar el circuito electrónico. El diodo  $D_2$  cierra el circuito entre los terminales de la bobina evitando que la corriente inducida circule hacia los otros componentes. El diodo  $D_1$  previene una circulación de corriente hacia la fuente de alimentación si el potencial eléctrico inducido en la bobina supera la tensión de alimentación.

Por último, la resistencia  $R_{12}$  cumple el rol de limitar la corriente que entra por la base del transistor. El valor de ésta es de  $1\text{ k}\Omega$ , de esta manera la máxima corriente que puede circular por ella es del orden de los  $5\text{ mA}$ , suponiendo que la tensión del canal digital es de  $5\text{ V}$ .

La salida digital se pone en estado alto  $100\text{ ms}$  antes de aplicar los pulsos de corriente a la muestra o la corriente de medición. Una vez terminado el proceso de pulsado o de medición,  $DO_1$  se vuelve a fijar al estado bajo.

### A.3 CIRCUITO DE MEDICIÓN

Los canales de entrada de la placa de adquisición tienen una limitación en la tensión máxima de lectura de  $\pm 10\text{ V}$ . Dependiendo del valor de la carga, la salida del amplificador de transconductancia puede alcanzar una tensión  $\approx \pm 20\text{ V}$ . Por esta razón, se diseñó un circuito de medición, compuesto por divisores resistivos, para adaptar la máxima tensión de salida de AT a la máxima tensión de lectura de la placa NI-DAQ.

El esquema del circuito de medición se muestra en la figura A.6. El mismo consiste en amplificadores operacionales en configuración del tipo seguidor y divisores resistivos para atenuar la señal medida. Los amplificadores cumplen con el rol de desacoplar las impedancias de la muestra de las impedancia de entrada de los divisores resistivos. Para esto, se utilizó un circuito integrado TL084 que posee cuatro amplificadores operacionales. El mismo fue alimentando con una tensión de  $\pm 23$  V.

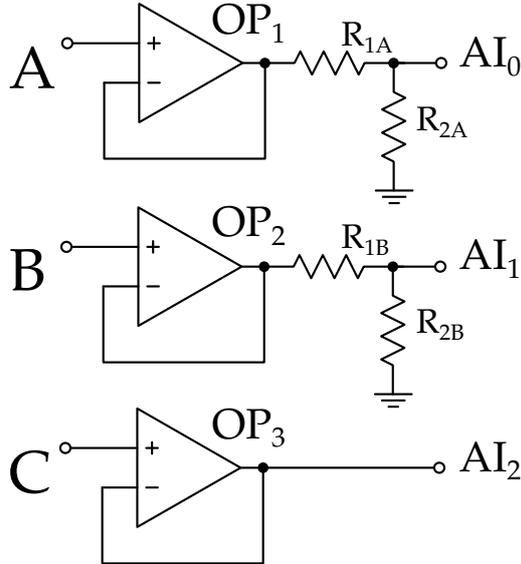


Figura A.6: Esquema del circuito de medición. Los contactos de la muestra se conectan a las entradas de los amplificadores operacionales. Las salidas de los mismos se conectan a la placa de adquisición NI-DAQ. Los divisores resistivos atenúan la señal medida.

La tensión de medición como función de la tensión de cada contacto está dada por

$$V_{AI_0} = \frac{R_{2A}}{R_{1A} + R_{2A}} V_A, \quad (A.5)$$

$$V_{AI_1} = \frac{R_{2B}}{R_{1B} + R_{2B}} V_B, \quad (A.6)$$

$$V_{AI_2} = V_C, \quad (A.7)$$

donde  $V_{AI_i}$  con  $i = \{0, 1, 2\}$  indican las tensiones aplicadas en los canales analógicos de la placa de adquisición NI-DAQ. Las resistencias fueron elegidas de manera tal que la amplitud de la tensión de salida sea la mitad que la de entrada. Para esto bastó con elegir el mismo valor de resistencias  $R_{1A} = R_{2A} = R_{1B} = R_{2B} = 1$  k $\Omega$ . De esta forma, las tensiones aplicadas a la placa de adquisición no superan la tensión máxima permitida por el instrumento.

## A.4 CONTROL DE TEMPERATURA

En la figura A.7 se presenta el circuito electrónico diseñado para controlar y monitorear la temperatura de la muestra. El microcontrolador (MC) Arduino posee entradas analógicas y salidas digitales. Éstas últimas tienen la característica de manejar la técnica de modulación del tipo PWM (del inglés, *Pulse-Width Modulation*). Esta técnica sirve para codificar información en el ciclo de trabajo de cada pulso, esto es, el ancho relativo de su parte positiva en relación con el período de los pulsos. Una salida del tipo PWM se conecta, por medio de un amplificador de potencia, a la celda Peltier como se muestra en la figura.

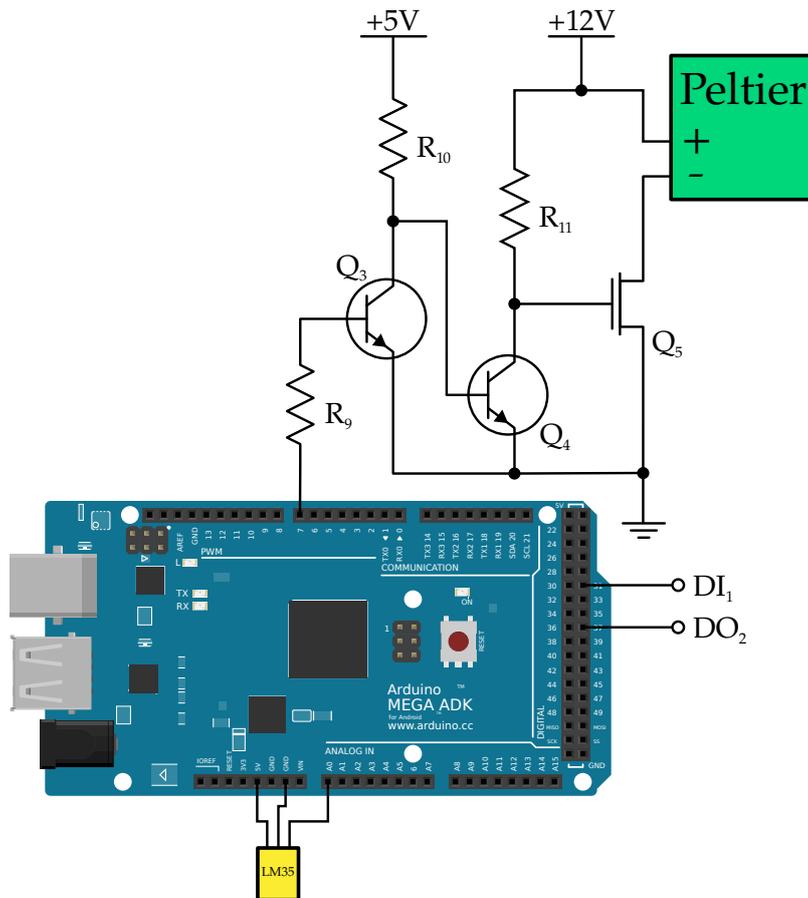


Figura A.7: Circuito electrónico diseñado para el control y monitoreo de la temperatura. Está basado en un microcontrolador Arduino que mide la temperatura, a través de un sensor LM35, y fija la corriente efectiva que circula por la celda Peltier por medio de una salida del tipo PWM. La entrada digital  $DI_1$  recibe una señal que indica un cambio de temperatura. La salida digital  $DO_2$  se activa cuando la muestra se estabiliza en la temperatura deseada.

Los componentes electrónicos utilizados fueron los siguientes:

$$\begin{aligned} R_9 &= 100 \, \Omega, & Q_{3,4} &= 2N2222, \\ R_{10} &= 100 \, \text{k}\Omega, & Q_5 &= \text{IRFZ44N}, \\ R_{11} &= 220 \, \text{k}\Omega. \end{aligned}$$

La salida del MC es acondicionada por medio de los transistores  $Q_{3,4}$  con el fin de modular la corriente de la celda Peltier a través del transistor  $Q_5$ . Este último soporta una corriente máxima de 49 A [113]. La corriente circula a través de la celda de manera que la cara donde está montada la muestra se encuentra a una temperatura mayor que la que está en contacto con el disipador (cara fría). El sensor de temperatura fue montado sobre la superficie del LPCMO como se muestra en la figura 2.2. Este sensor posee tres terminales, dos de éstos están destinados a alimentar eléctricamente al dispositivo. El tercer terminal entrega una señal eléctrica proporcional a la temperatura medida. Éste es monitoreado por medio de una entrada analógica ( $AI_0$ ) del microcontrolador Arduino, como se muestra en la figura A.7. El MC compara la temperatura que mide el sensor con una temperatura de referencia (la deseada para la muestra) y aumenta o disminuye el ciclo de trabajo de la salida PWM según corresponda. Si la temperatura medida es inferior a la deseada, se incrementa el ciclo de trabajo produciendo que, a través de la celda, circule una corriente efectiva mayor de manera de aumentar la temperatura de la cara caliente. Por el contrario, si la temperatura medida es superior a la temperatura de referencia, el MC reduce el valor del PWM disminuyendo el valor efectivo de corriente que circula por la celda. La temperatura de referencia del Arduino se fija por medio de la placa de adquisición NI-DAQ 6212 [71] que se conecta a través de los canales digitales  $DI_1$  y  $DO_2$ .

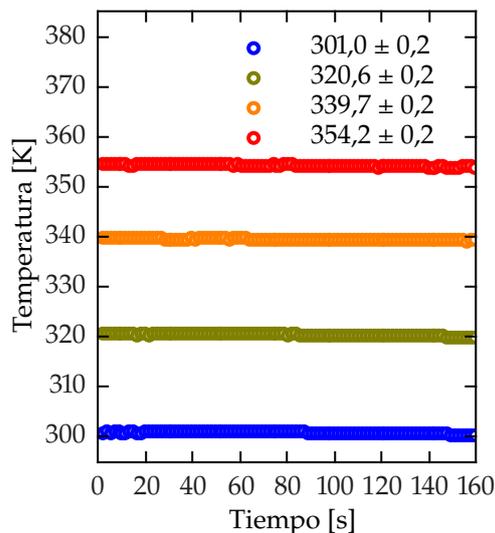


Figura A.8: Temperatura *vs.* tiempo.

La figura A.8 muestra la evolución de la temperatura de la muestra una vez alcanzado el equilibrio térmico. Se muestran resultados al fijar valores  $T = 300, 320, 340$  y  $355$  K. La diferencia entre los valores medios y la temperatura programada no supera 1 K. Esta diferencia puede estar originada en la precisión del LM35 que es de un grado centígrado [72]. La desviación estándar de las mediciones reflejan la precisión del sistema de control.

En la figura A.9 se presentan mediciones de barridos de temperatura realizados con el dispositivo de control propues-

to. Los triángulos hacia arriba indican un barrido que comienza a temperatura ambiente ( $T \approx 303 \text{ K}$ ) hasta alcanzar una temperatura  $T \approx 360 \text{ K}$ . Se puede observar que existe un quiebre en la velocidad de calentamiento a  $T \approx 340 \text{ K}$ . El mismo comportamiento se puede observar en el barrido de enfriamiento, indicado por los triángulos hacia abajo. En la figura se presentan las velocidades en cada etapa, el dispositivo es más lento al controlar las temperaturas más altas.

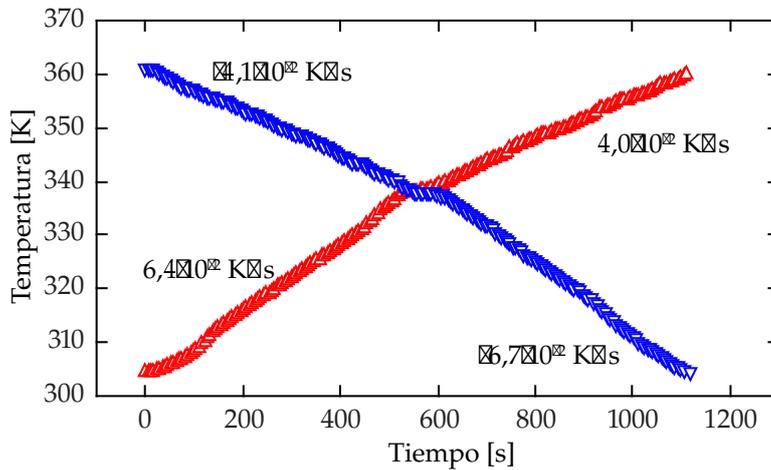


Figura A.9: Rampas de temperatura provistas por el sistema de control propuesto. Se muestra un ciclo de calentamiento (triángulos hacia arriba) y un ciclo de enfriamiento (triángulos hacia abajo). Las rampas muestran un quiebre a temperatura  $\approx 340 \text{ K}$ . El dispositivo de control se vuelve más lento al superar dicha temperatura de quiebre.



## MÉTODOS NUMÉRICOS

## B.1 CÁLCULO ESTOCÁSTICO

El cálculo estocástico es una herramienta matemática que permite la integración de ecuaciones diferenciales con ruido [50]. De forma general, la definición de la integral Riemann-Stieltjes de una función  $f(t)$  con respecto a  $dg(t)$  es

$$\int_0^t f(t') dg(t') = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f(\tau_j) \{g(t_{j+1}) - g(t_j)\}. \quad (\text{B.1})$$

Para variaciones suaves de  $g(t)$ , el límite converge a un único resultado independientemente del valor elegido de  $\tau_j \in [t_j, t_{j+1}]$ . En el caso particular que  $g(t)$  describa un proceso Browniano las variaciones no serán suaves y el límite de la ecuación (B.1) dependerá de la elección del valor  $\tau_j$ . Las interpretaciones de Itô y Stratonovich son dos ejemplos de tipo de cálculo estocástico [114]. En el primer caso se elige  $\tau_j = t_j$  mientras que, en el segundo,  $\tau_j = (t_j + t_{j+1})/2$ . Usualmente el enfoque de Itô es más utilizado en desarrollos matemáticos, debido a que satisface el teorema de la convergencia dominada que implica convergencia de valores esperados para variables aleatorias, además de . Por otro lado, la formulación de Stratonovich suele ser elegida en el área de la física y otras ciencias naturales. Este tipo de interpretación cumple con reglas del cálculo, como por ejemplo la regla de la cadena, por lo que es más fácil de manipular matemáticamente. Existe un equivalencia entre ambos enfoques que permite la transformación entre ambas interpretaciones [114].

## B.2 APROXIMACIÓN DISCRETA DE ECUACIONES DIFERENCIALES ESTOCÁSTICAS

La expansión estocástica de Taylor es la contraparte de la expansión de Taylor en el enfoque determinista y es esencial para la aproximación discreta de las ecuaciones diferenciales estocásticas. Ésta se basa en la aplicación iterativa de la fórmula de Itô. Este enfoque se utiliza para resolver ecuaciones integrales del tipo

$$x(t) = x_0 + \int_{t_0}^t a(x(s)) ds + \int_{t_0}^t b(x(s)) dw(s), \quad (\text{B.2})$$

donde las funciones  $a(x)$  y  $b(x)$  son lo suficientemente suaves en un entorno de  $x(t_0)$ .

Un enfoque numérico se dice que converge fuertemente con orden  $\gamma \in (0, \infty)$  si existen constantes  $K$  y  $\delta_0 > 0$  tales que

$$\langle |X_T - Y_N| \rangle \leq K\delta^\gamma, \quad (\text{B.3})$$

para cualquier discretización temporal de paso máximo  $\delta \in (0, \delta_0)$ . El operador  $\langle \cdot \rangle$  valor medio se aplica a la distancia entre la solución del problema  $X_T$  y la aproximación discreta  $Y_N$  en el instante final  $T$  [67]. El criterio de convergencia fuerte implica que  $Y_N$  aproxime a la trayectoria de  $X_T$ .

La forma más simple de la aproximación de Taylor es el conocido enfoque de Euler, también llamado Euler-Maruyama. Utiliza los dos primeros términos de la expansión y se caracteriza por tener un orden de convergencia fuerte  $\gamma = 0,5$ . En el caso unidimensional tiene la siguiente forma

$$y_{n+1} = y_n + a(y_n)\Delta t + b(y_n)\Delta w, \quad (\text{B.4})$$

donde  $\Delta t$  es el paso temporal de simulación y  $\Delta w = w_{t_n+\Delta t} - w_{t_n}$  es el incremento del proceso de Wiener con distribución  $N(0, \sqrt{\Delta t})$ . Si se considera un orden superior se obtiene el esquema de Milstein con orden de convergencia fuerte  $\gamma = 1$ . En este caso, el algoritmo de integración es

$$y_{n+1} = y_n + a(y_n)\Delta t + b(y_n)\Delta w + \frac{1}{2}b(y_n)b'(y_n)\{\Delta w^2 - \Delta t\}, \quad (\text{B.5})$$

con  $b'$  la primera derivada de la función  $b$ . Se puede observar que, en el caso en que el coeficiente de difusión  $b$  es independiente de la variable interna  $x$ , los métodos de Euler y Milstein son equivalentes. El siguiente orden corresponde a  $\gamma = 1,5$  y se expresa según

$$\begin{aligned} y_{n+1} = & y_n + a(y_n)\Delta t + b(y_n)\Delta w \\ & + a'(y_n)b(y_n)\Delta z \\ & + \frac{1}{2}\left(a(y_n)a'(y_n) + \frac{1}{2}b^2(y_n)a''(y_n)\right)\Delta t^2 \\ & + \left(a(y_n)b(y_n) + \frac{1}{2}b^2(y_n)b''(y_n)\right)\{\Delta w\Delta t - \Delta z\} \\ & + \frac{1}{2}b(y_n)\left(b(y_n)b''(y_n) + (b'(y_n))^2\right) \\ & \times \left\{\frac{1}{3}\Delta w^2 - \Delta t\right\}\Delta w, \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

donde  $\Delta z$  es una variable aleatoria normal de valor medio nulo y varianza  $\frac{1}{3}\Delta t^3$ . La covarianza entre  $\Delta w$  y  $\Delta z$  es  $\frac{1}{2}\Delta t^2$ . Una desventaja de los métodos de Taylor es que se deben evaluar las derivadas de los términos de  $a(x)$  y  $b(x)$  en cada paso de integración. Una alternativa

es considerar un método similar al de Runge-Kutta [67]. Desde este enfoque, la ecuación (B.6) se puede reescribir como

$$\begin{aligned}
 y_{n+1} = & y_n + b(y_n)\Delta w + \frac{1}{2\sqrt{\Delta t}} \{a(\gamma_+) - a(\gamma_-)\}\Delta z \\
 & + \frac{1}{4} \{a(\gamma_+) + 2a(y_n) + a(\gamma_-)\}\Delta t \\
 & + \frac{1}{4\sqrt{\Delta t}} \{b(\gamma_+) - b(\gamma_-)\} \{\Delta w^2 - \Delta t\} \\
 & + \frac{1}{2\Delta t} \{b(\gamma_+) - 2b(y_n) + b(\gamma_-)\} \{\Delta w\Delta t - \Delta z\} \\
 & + \frac{1}{4\Delta t} \{b(\phi_+) - b(\phi_-) - b(\gamma_+) + b(\gamma_-)\} \\
 & \quad \times \left\{ \frac{1}{3} \Delta w^2 - \Delta t \right\} \Delta w, \tag{B.7}
 \end{aligned}$$

con

$$\gamma_{\pm} = y_n + a(y_n)\Delta t \pm b(y_n)\sqrt{\Delta t}, \tag{B.8}$$

$$\phi_{\pm} = \gamma_+ \pm b(\gamma_+)\sqrt{\Delta t}, \tag{B.9}$$

y

$$\Delta w = U_1\sqrt{\Delta t}, \tag{B.10}$$

$$\Delta z = \frac{\Delta t^{3/2}}{2} \left( U_1 + \frac{U_2}{\sqrt{3}} \right). \tag{B.11}$$

Los valores  $U_1$  y  $U_2$  son números aleatorios con distribución  $N(0, 1)$ . Este enfoque fue utilizado para resolver las ecuaciones (3.15) y (3.21). En el caso de querer considerar una fuente de ruido con ancho de banda finito, se puede extender este resultado a un sistemas de ecuaciones acopladas [67] donde, por ejemplo, la fuente de ruido puede provenir de un proceso de Ornstein-Uhlenbeck según se presenta en la próxima sección.

### B.3 PROCESO DE ORNSTEIN-UHLENBECK

El proceso de Ornstein-Uhlenbeck (OU) es un proceso estocástico que describe la velocidad de una partícula Browniana bajo la influencia de un mecanismo disipativo. Este proceso presenta una tendencia para evolucionar hacia una determinada posición. La ecuación diferencial que lo describe es

$$dx = \theta (\mu - x) dt + \sigma dw(t), \tag{B.12}$$

donde  $\theta$ ,  $\mu$  y  $\sigma$  son parámetros y  $w(t)$  denota un proceso del tipo Wiener [50].

Un modelo simple de ruido con ancho de banda finito se puede lograr mediante un proceso OU. Si se conecta una fuente de ruido

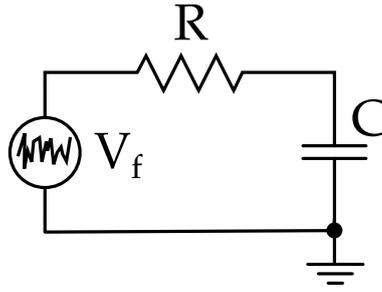


Figura B.1: Esquema del circuito pasa bajos de primer orden. La fuente de alimentación responde a un proceso de ruido blanco Gaussiano. La tensión sobre el capacitor puede ser modelada por un proceso del tipo Ornstein-Uhlenbeck.

blanco Gaussiano a un filtro pasa bajos de primer orden (RC) como se muestra en la figura B.1, se obtiene la siguiente ecuación diferencial para la caída de potencial sobre el capacitor dada por la ley de tensiones de Kirchhoff

$$\begin{aligned} V_f(t) &= V_R + V_C, \\ &= RC \frac{dV_C}{dt} + V_C, \end{aligned} \quad (\text{B.13})$$

donde  $V_f(t)$  es la tensión de una fuente “ruidosa” y se modela como  $\sigma\eta(t)$  con  $\eta(t)$  un proceso de ruido blanco Gaussiano,  $\sigma$  la amplitud del proceso estocástico,  $V_R$  la caída de potencial sobre el elemento resistivo y  $V_C$  la diferencia de potencial entre las caras del capacitor. La corriente que fluye por el capacitor es  $i_C = C \frac{dV_C}{dt}$  y la del resistor es  $i_R = \frac{V_R}{R}$ , donde  $C$  es la capacidad del capacitor y  $R$  la resistencia del resistor. La ecuación (B.13) es del tipo Langevin y para resolverla se pueden utilizar, indistintamente, los métodos de Itô o Stratonovich. Si se elige la resolución por el primer método, se puede realizar el cambio de variable  $y = V_C \exp(kt)$  donde la constante  $k = \frac{1}{RC}$  y luego aplicar la fórmula de Itô para obtener

$$\begin{aligned} dy &= \{V_C k \exp(kt) - V_C k \exp(kt)\} dt + \sigma k \exp(kt) dw, \\ &= \sigma k \exp(kt) dw. \end{aligned} \quad (\text{B.14})$$

Integrando las ecuaciones y volviendo a la variable original obtenemos la tensión del capacitor según

$$V_C = V_0 \exp\left(-\frac{t}{RC}\right) + \frac{\sigma}{RC} \int_0^t \exp\{k(t' - t)\} dw(t'), \quad (\text{B.15})$$

donde  $V_0$  es la tensión sobre el capacitor para  $t = 0$ . El valor medio del potencial sobre el capacitor es

$$\langle V_C(t) \rangle = \langle V_0 \rangle \exp\left(-\frac{t}{RC}\right), \quad (\text{B.16})$$

obteniendo una descarga del tipo exponencial del valor inicial. La varianza de este proceso está dada por la siguiente expresión

$$\langle V_C^2(t) \rangle = \frac{\sigma^2}{2RC} \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{2t}{RC}\right) \right\}, \quad (\text{B.17})$$

que determina el desvío estándar del proceso OU con frecuencia de corte  $\omega_c = \frac{1}{RC}$ . Para resumir, el proceso resultante ( $t \gg RC$ ) es aleatorio, con valor medio nulo, desvío  $\sigma_{OU} = \frac{\sigma}{\sqrt{2RC}}$  y ancho de banda dado por  $f_c = \frac{1}{2\pi RC}$ .

En este trabajo los procesos OU fueron generados por computadora al aplicar un filtro pasa bajos de orden uno (RC) a un vector de ruido.



## BIBLIOGRAFÍA

---

- [1] G Moore: *Cramming more components onto integrated circuits*. *Electronics*, 38(8), 1965. (Citado en la página 1.)
- [2] B Sutherland: *No Moore? The World In*, Nov 18th, 2013. (Citado en las páginas 1 y 2.)
- [3] SA Wolf, Jiwei Lu, MR Stan, E Chen y DM Treger: *The promise of nanomagnetism and spintronics for future logic and universal memory*. *Proceedings of the IEEE*, 98(12):2155–2168, 2010. (Citado en la página 1.)
- [4] K Bernstein, RK Cavin, W Porod, A Seabaugh y J Welser: *Device and architecture outlook for beyond CMOS switches*. *Proceedings of the IEEE*, 98(12):2169–2184, 2010. (Citado en la página 1.)
- [5] MT Niemier, GH Bernstein, G Csaba, A Dingler, XS Hu, S Kurtz, S Liu, J Nahas, W Porod, M Siddiq y E Varga: *Nanomagnet logic: progress toward system-level integration*. *Journal of Physics: Condensed Matter*, 23(49):493202, 2011. (Citado en la página 1.)
- [6] DE Nikonov y IA Young: *Overview of beyond-CMOS devices and a uniform methodology for their benchmarking*. *Proceedings of the IEEE*, 101(12):2498–2533, Dec 2013. (Citado en la página 1.)
- [7] LB Kish: *End of Moore's law: thermal (noise) death of integration in micro and nano electronics*. *Physics Letters A*, 305(3):144–149, 2002. (Citado en la página 2.)
- [8] MF Carusela, RPJ Perazzo y L Romanelli: *Information transmission and storage sustained by noise*. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 168:177–183, 2002. (Citado en la página 2.)
- [9] K Murali, S Sinha, WL Ditto y AR Bulsara: *Reliable logic circuit elements that exploit nonlinearity in the presence of a noise floor*. *Physical Review Letters*, 102(10):104101, 2009. (Citado en la página 2.)
- [10] A Dari, B Kia, AR Bulsara y W Ditto: *Creating morphable logic gates using logical stochastic resonance in an engineered gene network*. *EPL (Europhysics Letters)*, 93(1):18001, 2011. (Citado en la página 2.)
- [11] G Bellomo, GA Patterson, PI Fierens y DF Grosz: *Noise-assisted multibit storage device*. *Physics Letters A*, 375(37):3233–3236, 2011. (Citado en la página 2.)

- [12] A Sawa: *Resistive switching in transition metal oxides*. *Materials Today*, 11(6):28–36, 2008. (Citado en las páginas 2, 3, 4, 5, 7, 8 y 29.)
- [13] TW Hickmott: *Low-frequency negative resistance in thin anodic oxide films*. *Journal of Applied Physics*, 33(9):2669–2682, 1962. (Citado en la página 3.)
- [14] F Argall: *Switching phenomena in titanium oxide thin films*. *Solid-State Electronics*, 11(5):535–541, 1968. (Citado en la página 3.)
- [15] R Waser y M Aono: *Nanoionics-based resistive switching memories*. *Nature Materials*, 6(11):833–840, 2007. (Citado en las páginas 3, 4 y 7.)
- [16] LO Chua: *Memristor – the missing circuit element*. *IEEE Transactions on Circuit Theory*, 18(5):507–519, 1971. (Citado en la página 3.)
- [17] LO Chua y SM Kang: *Memristive devices and systems*. *Proceedings of the IEEE*, 64(2):209–223, 1976. (Citado en la página 3.)
- [18] DB Strukov, GS Snider, DR Stewart y RS Williams: *The missing memristor found*. *Nature*, 453:80–83, 2008. (Citado en las páginas 4, 17, 19, 35, 36, 58, 73 y 97.)
- [19] YV Pershin y M Di Ventra: *Experimental demonstration of associative memory with memristive neural networks*. *Neural Networks*, 23(7):881–886, 2010. (Citado en la página 4.)
- [20] MD Pickett, G Medeiros-Ribeiro y RS Williams: *A scalable neuristor built with Mott memristors*. *Nature Materials*, 12(2):114–117, 2013. (Citado en la página 4.)
- [21] C Merkel y D Kudithipudi: *Neuromemristive extreme learning machines for pattern classification*. En *VLSI (ISVLSI), 2014 IEEE Computer Society Annual Symposium on*, páginas 77–82. IEEE, 2014. (Citado en la página 4.)
- [22] LO Chua: *Resistance switching memories are memristors*. *Applied Physics A*, 102(4):765–783, 2011. (Citado en la página 4.)
- [23] S Seo, MJ Lee, DH Seo, EJ Jeoung, DS Suh, YS Joung, IK Yoo, IR Hwang, SH Kim, IS Byun y cols.: *Reproducible resistance switching in polycrystalline NiO films*. *Applied Physics Letters*, 85(23):5655–5657, 2004. (Citado en la página 4.)
- [24] C Vaju, L Cario, B Corraze, E Janod, V Dubost, T Cren, D Roditchev, D Braithwaite y O Chauvet: *Electric-pulse-driven electronic phase separation, insulator-metal transition, and possible superconductivity in a Mott insulator*. *Advanced Materials*, 20(14):2760–2765, 2008. (Citado en la página 5.)

- [25] M Janousch, GI Meijer, U Staub, B Delley, SF Karg y BP Andreasson: *Role of oxygen vacancies in Cr-doped SrTiO<sub>3</sub> for resistance-change memory*. *Advanced Materials*, 19(17):2232–2235, 2007. (Citado en la página 5.)
- [26] K Szot, W Speier, G Bihlmayer y R Waser: *Switching the electrical resistance of individual dislocations in single-crystalline SrTiO<sub>3</sub>*. *Nature Materials*, 5(4):312–320, 2006. (Citado en las páginas 5 y 8.)
- [27] YB Nian, J Strozier, NJ Wu, X Chen y A Ignatiev: *Evidence for an oxygen diffusion model for the electric pulse induced resistance change effect in transition-metal oxides*. *Physical Review Letters*, 98:146403, 2007. (Citado en las páginas 5, 8, 29, 32, 85 y 87.)
- [28] MJ Rozenberg, MJ Sánchez, R Weht, C Acha, F Gomez-Marlasca y P Levy: *Mechanism for bipolar resistive switching in transition-metal oxides*. *Physical Review B*, 81(11):115101, 2010. (Citado en las páginas 5, 8, 9 y 84.)
- [29] F Gomez-Marlasca y P Levy: *Resistance switching in silver-manganite contacts*. En *Journal of Physics: Conference Series*, volumen 167, página 012036. IOP Publishing, 2009. (Citado en las páginas 6, 23, 26 y 29.)
- [30] E Dagotto: *Nanoscale phase separation and colossal magnetoresistance: the physics of manganites and related compounds*. Springer, 2003. (Citado en la página 7.)
- [31] GH Jonker y JH Van Santen: *Ferromagnetic compounds of manganese with perovskite structure*. *Physica*, 16(3):337–349, 1950. (Citado en la página 7.)
- [32] C Zener: *Interaction between the d-shells in the transition metals*. *Physical Review*, 81(3):440, 1951. (Citado en la página 7.)
- [33] C Zener: *Interaction between the d-shells in the transition metals. II. Ferromagnetic compounds of manganese with perovskite structure*. *Physical Review*, 82(3):403, 1951. (Citado en la página 7.)
- [34] EO Wollan y WC Koehler: *Neutron diffraction study of the magnetic properties of the series of perovskite-type compounds [La<sub>1-x</sub>, Ca<sub>x</sub>]MnO<sub>3</sub>*. *Physical Review*, 100(2):545, 1955. (Citado en la página 7.)
- [35] A Moreo, S Yunoki y E Dagotto: *Phase separation scenario for manganese oxides and related materials*. *Science*, 283(5410):2034–2040, 1999. (Citado en la página 8.)
- [36] S Yunoki, J Hu, AL Malvezzi, A Moreo, N Furukawa y E Dagotto: *Phase separation in electronic models for manganites*. *Physical Review Letters*, 80(4):845, 1998. (Citado en la página 8.)

- [37] SQ Liu, NJ Wu y A Ignatiev: *Electric-pulse-induced reversible resistance change effect in magnetoresistive films*. Applied Physics Letters, 76(19):2749–2751, 2000. (Citado en la página 8.)
- [38] A Baikalov, YQ Wang, B Shen, B Lorenz, S Tsui, YY Sun, YY Xue y CW Chu: *Field-driven hysteretic and reversible resistive switch at the Ag–Pr<sub>0,7</sub>Ca<sub>0,3</sub>MnO<sub>3</sub> interface*. Applied Physics Letters, 83(5):957–959, 2003. (Citado en la página 8.)
- [39] S Tsui, A Baikalov, J Cmaidalka, YY Sun, YQ Wang, YY Xue, CW Chu, L Chen y AJ Jacobson: *Field-induced resistive switching in metal-oxide interfaces*. Applied Physics Letters, 85(2):317–319, 2004. (Citado en las páginas 8 y 31.)
- [40] D Seong, M Jo, D Lee y H Hwang: *H<sub>2</sub>O<sub>2</sub> effect on reversible resistive switching of Pt/Nb-doped SrTiO<sub>3</sub> schottky junction for nonvolatile memory application*. Electrochemical and Solid-State Letters, 10(6):H168–H170, 2007. (Citado en la página 8.)
- [41] M Quintero, P Levy, AG Leyva y MJ Rozenberg: *Mechanism of Electric-Pulse-Induced Resistance Switching in Manganites*. Physical Review Letters, 98:116601, 2007. (Citado en las páginas 8, 9, 26 y 76.)
- [42] A Gramm, T Zahner, U Spreitzer, R Rossler, JD Pedarnig, D Bauerle y H Lengfellner: *Oxygen diffusion in off-c-axis normal-state Bi<sub>2</sub>Sr<sub>2</sub>CaCu<sub>2</sub>O<sub>8+δ</sub> films*. Europhysics Letters, 49(4):501, 2000. (Citado en la página 8.)
- [43] K Fujiwara, T Nemoto, MJ Rozenberg, Y Nakamura y H Takagi: *Resistance switching and formation of a conductive bridge in metal/binary oxide/metal structure for memory devices*. Japanese Journal of Applied Physics, 47(8R):6266, 2008. (Citado en la página 8.)
- [44] N Ghenzi, MJ Sánchez, F Gomez-Marlasca, P Levy y MJ Rozenberg: *Hysteresis switching loops in Ag-manganite memristive interfaces*. Journal of Applied Physics, 107(9):093719–093719, 2010. (Citado en las páginas 9, 29 y 63.)
- [45] F Gomez-Marlasca, N Ghenzi, MJ Rozenberg y P Levy: *Understanding electroforming in bipolar resistive switching oxides*. Applied Physics Letters, 98(4):042901, 2011. (Citado en las páginas 9, 29 y 63.)
- [46] R Benzi, A Sutera y A Vulpiani: *The mechanism of stochastic resonance*. Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical, 14:L453–L457, 1981. (Citado en las páginas 9 y 13.)
- [47] L Gammaitoni, P Hänggi, P Jung y F Marchesoni: *Stochastic resonance*. Reviews of Modern Physics, 70(1):223–287, 1998. (Citado en las páginas 9, 13 y 16.)

- [48] J García-Ojalvo y JM Sancho: *Noise in spatially extended systems*. Springer, 1999. (Citado en las páginas 9 y 10.)
- [49] P Langevin: *On the theory of Brownian motion*, 1908. (Citado en la página 10.)
- [50] CW Gardiner: *Handbook of stochastic methods: for physics, chemistry and the natural Sciences*. Springer Series in Synergetics. Springer, 2004. (Citado en las páginas 10, 11, 18, 115 y 117.)
- [51] H Risken: *Fokker-Planck equation*. Springer, 1984. (Citado en la página 11.)
- [52] SH Strogatz: *Nonlinear dynamics and chaos*. Studies in nonlinearity. Sarat Book House, 2007, ISBN 9788187169857. (Citado en la página 12.)
- [53] S Fauve y F Heslot: *Stochastic resonance in a bistable system*. Physics Letters A, 97:5–7, 1983. (Citado en las páginas 15 y 52.)
- [54] B McNamara, K Wiesenfeld y R Roy: *Observation of stochastic resonance in a Ring laser*. Physical Review Letters, 60:2626–2629, 1988. (Citado en la página 15.)
- [55] T Zhou, F Moss y P Jung: *Escape-time distributions of a periodically modulated bistable system with noise*. Physical Review A, 42:3161–3169, 1990. (Citado en la página 15.)
- [56] A Longtin, A Bulsara y F Moss: *Time-interval sequences in bistable systems and the noise-induced transmission of information by sensory neurons*. Physical Review Letters, 67:656–659, 1991. (Citado en la página 15.)
- [57] JK Douglass, L Wilkens, E Pantazelou y F Moss: *Noise enhancement of information transfer in crayfish mechanoreceptors by stochastic resonance*. Nature, 365(6444):337–340, 1993. (Citado en la página 15.)
- [58] H Yasuda, T Miyaoka, J Horiguchi, A Yasuda, P Hänggi y Y Yamamoto: *Novel class of neural stochastic resonance and error-free information transfer*. Physical Review Letters, 100:118103, 2008. (Citado en la página 15.)
- [59] J Mayor y W Gerstner: *Noise-enhanced computation in a model of a cortical column*. Neuroreport, 16(11):1237–1240, 2005. (Citado en la página 15.)
- [60] P Balenzuela y J García-Ojalvo: *Neural mechanism for binaural pitch perception via ghost stochastic resonance*. Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science, 15(2):023903, 2005. (Citado en la página 15.)

- [61] HA Kramers: *Brownian motion in a field of force and the diffusion model of chemical reactions*. *Physica*, 7:284–304, 1940. (Citado en la página 15.)
- [62] JJ Collins, CC Chow y TT Imhoff: *Aperiodic stochastic resonance in excitable systems*. *Physical Review E*, 52:R3321–R3324, 1995. (Citado en la página 16.)
- [63] AR Bulsara, A Dari, WL Ditto, K Murali y S Sinha: *Logical stochastic resonance*. *Chemical Physics*, 375(2–3):424–434, 2010. (Citado en la página 17.)
- [64] GA Patterson, AF Goya, PI Fierens, SA Ibáñez y DF Grosz: *Experimental investigation of noise-assisted information transmission and storage via stochastic resonance*. *Physica A*, 389(9):1965–1970, 2010. (Citado en las páginas 17 y 52.)
- [65] A Stotland y M Di Ventra: *Stochastic memory: Memory enhancement due to noise*. *Physical Review E*, 85:011116, 2012. (Citado en las páginas 17, 18, 19, 36, 41, 43, 47, 72 y 97.)
- [66] YV Pershin y M Di Ventra: *Memory effects in complex materials and nanoscale systems*. *Advances in Physics*, 60(2):145–227, 2011. (Citado en la página 18.)
- [67] PE Kloeden y E Platen: *Numerical solution of stochastic differential equations*. Springer-Verlag, 1992. (Citado en las páginas 18, 116 y 117.)
- [68] S Kvatinsky, EG Friedman, A Kolodny y UC Weiser: *TEAM: threshold adaptive memristor model*. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 60(1):211–221, 2013. (Citado en las páginas 19, 59, 61, 62, 73, 92, 95, 98 y 100.)
- [69] M Viret, L Ranno y JMD Coey: *Colossal magnetoresistance of the variable range hopping regime in the manganites*. *Journal of Applied Physics*, 81(8):4964–4966, 1997. (Citado en las páginas 19, 79, 84, 85, 94 y 99.)
- [70] A Schulman y C Acha: *Resistive switching effects on the spatial distribution of phases in metal-complex oxide interfaces*. *Physica B: Condensed Matter*, 407(16):3147–3149, 2012. (Citado en las páginas 23, 31 y 76.)
- [71] National Instruments: *NI USB-6212 DAQ M series*, 2009. (Citado en las páginas 23 y 112.)
- [72] Texas Instruments: *LM35 precision centigrade temperature sensors*, August 1999. (Citado en las páginas 25 y 112.)
- [73] Arduino Mega: *2560*, 2011. (Citado en la página 25.)

- [74] DM Rowe: *Thermoelectrics handbook: macro to nano*. CRC press, 2005. (Citado en la página 25.)
- [75] P Levy, F Parisi, M Quintero, L Granja, J Curiale, J Sacanell, G Leyva, G Polla, RS Freitas y L Ghivelder: *Nonvolatile magnetoresistive memory in phase separated  $La_{0,325}Pr_{0,300}Ca_{0,375}MnO_3$* . Physical Review B, 65(14):140401, 2002. (Citado en la página 26.)
- [76] F Gomez-Marlasca, N Ghenzi, AG Leyva, C Albornoz, D Rubi, P Stoliar y P Levy: *Modeling electronic transport mechanisms in metal-manganite memristive interfaces*. Journal of Applied Physics, 113(14):144510, 2013. (Citado en las páginas 29, 31, 33, 77, 78, 94, 97 y 99.)
- [77] SM Sze y KK Ng: *Physics of semiconductor devices*. John Wiley & Sons, 2006. (Citado en las páginas 31, 77 y 99.)
- [78] JF Scott, BM Melnick, JD Cuchiaro, R Zuleeg, CA Araujo, LD McMillan y MC Scott: *Negative differential resistivity in ferroelectric thin-film current-voltage relationships*. Integrated Ferroelectrics, 4(1):85–92, 1994. (Citado en la página 31.)
- [79] J Sacanell, AG Leyva y P Levy: *Electrical current effect in phase-separated  $La_{5/8-y}Pr_yCa_{3/8}MnO_3$ : charge order melting versus Joule heating*. Journal of Applied Physics, 98(11):113708–113708, 2005. (Citado en la página 32.)
- [80] JL Cohn, JJ Neumeier, CP Popoviciu, KJ McClellan y Th Leventouri: *Local lattice distortions and thermal transport in perovskite manganites*. Physical Review B, 56(14):R8495, 1997. (Citado en la página 32.)
- [81] MH Quintero: *Propiedades eléctricas y magnéticas de  $La_{0,625-y}Pr_yCa_{0,325}MnO_3$* . Tesis de Doctorado, Universidad Nacional de General San Martín, Instituto de Tecnología “Prof. Jorge A. Sabato”, 2007. (Citado en la página 33.)
- [82] M Quintero, J Sacanell, L Ghivelder, AM Gomes, AG Leyva y F Parisi: *Magnetocaloric effect in manganites: Metamagnetic transitions for magnetic refrigeration*. Applied Physics Letters, 97(12):121916, 2010. (Citado en la página 33.)
- [83] H Guo: *Growth and electric field control of phase separated manganites*. Tesis de Doctorado, The University of Tennessee, 2013. (Citado en la página 33.)
- [84] GA Patterson, PI Fierens y DF Grosz: *Resistive Switching Assisted by Noise*. En V In, A Palacios y P Longhini (editores): *International Conference on Theory and Application in Nonlinear Dynamics (ICAND 2012)*, Understanding Complex Systems, páginas

- 305–311. Springer International Publishing, 2014. (Citado en la página 35.)
- [85] GA Patterson, PI Fierens, AA García y DF Grosz: *Numerical and experimental study of stochastic resistive switching*. *Physical Review E*, 87:012128, 2013. (Citado en la página 35.)
- [86] GA Patterson, Fierens PI y DF Grosz: *On the beneficial role of noise in resistive switching*. *Applied Physics Letters*, 103(7):074102, 2013. (Citado en la página 35.)
- [87] J Blanc y DL Staebler: *Electrocoloration in SrTiO<sub>3</sub>: Vacancy drift and oxidation-reduction of transition metals*. *Physical Review B*, 4(10):3548, 1971. (Citado en la página 36.)
- [88] Z Biolek, D Biolek y V Biolkova: *SPICE model of memristor with nonlinear dopant drift*. *Radioengineering*, 18(2):210–214, 2009. (Citado en la página 36.)
- [89] T Prodromakis, BP Peh, C Papavassiliou y C Toumazou: *A versatile memristor model with nonlinear dopant kinetics*. *Electron Devices, IEEE Transactions on*, 58(9):3099–3105, 2011. (Citado en la página 36.)
- [90] W Cai, F Ellinger, R Tetzlaff y T Schmidt: *Abel dynamics of titanium dioxide memristor based on nonlinear ionic drift model*. arXiv preprint arXiv:1105.2668, 2011. (Citado en la página 37.)
- [91] Z Biolek, D Biolek y V Biolkova: *Analytical solution of circuits employing voltage-and current-excited memristors*. *Circuits and Systems I: Regular Papers, IEEE Transactions on*, 59(11):2619–2628, 2012. (Citado en la página 37.)
- [92] B Shulgin, A Neiman y V Anishchenko: *Mean switching frequency locking in stochastic bistable systems driven by a periodic force*. *Physical Review Letters*, 75:4157–4160, 1995. (Citado en la página 52.)
- [93] AR Bulsara y L Gammaitoni: *Tuning in to noise*. *Physics Today*, 49(3):39–47, 1996. (Citado en la página 52.)
- [94] R Etchenique y J Aliaga: *Resolution enhancement by dithering*. *American Journal of Physics*, 72(2):159–163, 2004. (Citado en la página 52.)
- [95] GP Agrawal: *Fiber-optic Communication Systems*. John Wiley & Sons, Inc., 2002. (Citado en la página 55.)
- [96] MD Pickett, DB Strukov, JL Borghetti, JJ Yang, GS Snider, DR Stewart y RS Williams: *Switching dynamics in titanium dioxide memristive devices*. *Journal of Applied Physics*, 106(7):074508, 2009. (Citado en las páginas 58, 59, 73, 95, 98 y 100.)

- [97] JG Simmons: *Generalized formula for the electric tunnel effect between similar electrodes separated by a thin insulating film*. Journal of Applied Physics, 34(6):1793–1803, 1963. (Citado en la página 59.)
- [98] T Needham: *A visual explanation of Jensen's inequality*. American Mathematical Monthly, páginas 768–771, 1993. (Citado en la página 70.)
- [99] DA Doane y PD Franzon: *Multichip module technologies and alternatives: the basics*. Springer, 1993, ISBN 9780442012366. (Citado en la página 75.)
- [100] P Stoliar, MJ Sánchez, GA Patterson y PI Fierens: *Thermal effects on the switching kinetics of silver/manganite memristive systems*. Journal of Physics D: Applied Physics, 47(43):435304, 2014. (Citado en las páginas 75, 80 y 82.)
- [101] GA Patterson, F Sanguiliano Jimka, PI Fierens y DF Grosz: *Memristors under the influence of noise and temperature*. Physica Status Solidi C, en prensa. (Citado en la página 75.)
- [102] A Rose: *Space-charge-limited currents in solids*. Physical Review, 97(6):1538, 1955. (Citado en la página 77.)
- [103] NF Mott: *Conduction in glasses containing transition metal ions*. Journal of Non-Crystalline Solids, 1(1):1–17, 1968. (Citado en las páginas 78 y 79.)
- [104] S Franco y JE Brito: *Diseño con amplificadores operacionales y circuitos integrados analógicos*. McGraw-Hill, 2005. (Citado en la página 103.)
- [105] P Horowitz, W Hill y TC Hayes: *The art of electronics*. Cambridge University Press, 1989. (Citado en la página 103.)
- [106] JG Graeme, GE Tobey y LP Huelsman: *Operational amplifiers. Design and applications*. McGraw-Hill, Burr-Brown Research Corporation, 1971. (Citado en la página 104.)
- [107] Texas Instruments: *BD135/137/139 NPN epitaxial silicon transistor*, August 2013. (Citado en la página 104.)
- [108] Texas Instruments: *BD136/138/140 PNP epitaxial silicon transistor*, August 2013. (Citado en la página 104.)
- [109] Texas Instruments: *LF147/LF347 wide bandwidth quad JFET input operational amplifiers*, Revised March 2013. (Citado en las páginas 105, 106 y 107.)
- [110] Yuanze relay Co.: *SS-205L Electromagnetic Relay*, 2011. (Citado en la página 107.)

- [111] Fairchild Semiconductor: *BC548 NPN general purpose amplifier*, 1997. (Citado en la página 108.)
- [112] Fairchild Semiconductor: *1N4148 high-speed diodes*, 2004. (Citado en la página 109.)
- [113] International Rectifier: *IRFZ44N hexfet power mosfet*, 2001. (Citado en la página 112.)
- [114] NG Van Kampen: *Stochastic processes in physics and chemistry*. Elsevier, 1992. (Citado en la página 115.)