

Tesis Doctoral

# Plasmones y modos electromagnéticos superficiales en metamateriales

Cuevas, Mauro

2011

Este documento forma parte de la colección de tesis doctorales y de maestría de la Biblioteca Central Dr. Luis Federico Leloir, disponible en [digital.bl.fcen.uba.ar](http://digital.bl.fcen.uba.ar). Su utilización debe ser acompañada por la cita bibliográfica con reconocimiento de la fuente.

This document is part of the doctoral theses collection of the Central Library Dr. Luis Federico Leloir, available in [digital.bl.fcen.uba.ar](http://digital.bl.fcen.uba.ar). It should be used accompanied by the corresponding citation acknowledging the source.

Cita tipo APA:

Cuevas, Mauro. (2011). Plasmones y modos electromagnéticos superficiales en metamateriales. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires.

Cita tipo Chicago:

Cuevas, Mauro. "Plasmones y modos electromagnéticos superficiales en metamateriales". Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires. 2011.

**EXACTAS** UBA

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales



**UBA**

Universidad de Buenos Aires



UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES  
*Facultad de Ciencias Exactas y Naturales*  
*Departamento de Física*

# **Plasmones y modos electromagnéticos superficiales en metamateriales**

Tesis presentada para optar por el título de Doctor de la  
Universidad de Buenos Aires en el área de Ciencias Físicas

**Mauro Cuevas**

Director: Dr. Ricardo A. Depine

Lugar de Trabajo: Grupo de Electromagnetismo Aplicado

Buenos Aires, Abril 2011

A mi Familia

# Agradecimientos

- En primer lugar quiero agradecer a mi esposa Florencia por su amor, apoyo incondicional y comprensión.
- A mis padres, quienes con su ejemplo me ayudan a ser una mejor persona, porque a pesar de la distancia siempre estuvieron presentes en este proceso.
- A mis queridos compañeros integrantes del Grupo de Electromagnetismo Aplicado, Diana, Marina, Angela, Miriam, Mariana, Andres, Ana, mi amiga Vivi y Maria Luz, por el tiempo compartido.
- A la Universidad de Buenos Aires, por la beca que me otorgó en los últimos años de este trabajo.
- Al Departamento de Física, por otorgarme un lugar de trabajo y por permitirme participar en las actividades de divulgación.
- A Ricardo Depine, por todo su aporte, por su presencia incondicional, por su generosidad y, por sobre todo, porque me enseñó a disfrutar del trabajo de investigación. Gracias por ponerte siempre a mi altura para hablar de física, por la confianza depositada, por tu dedicación en los distintos proyectos que fueron saliendo durante la realización de este trabajo y por tu continuo empuje para que tanto yo como las personas que te rodean crezcan.



## Resumen

En este trabajo se investigan los modos propios electromagnéticos de una superficie rugosa periódica que separa dos materiales isótropos y homogéneos: un dieléctrico convencional y un metamaterial con valores arbitrarios de los parámetros constitutivos efectivos. Cuando la superficie es rugosa estos modos, también llamados polaritones superficiales tipo plasmónicos, pueden acoplarse con los fotones y en estas condiciones la respuesta electromagnética de la superficie cambia notablemente con respecto al caso en que la superficie es plana. Para investigar estos modos se han utilizado dos enfoques complementarios: i) el estudio riguroso de la respuesta de la estructura cuando es excitada por una fuente externa cerca de la resonancia (problema no homogéneo) y ii) el estudio de las soluciones no triviales del problema de valores de contorno en ausencia de fuentes externas (problema homogéneo).

**Palabras clave:** polaritones superficiales, metamateriales, plasmónica, índice de refracción negativo, polarización.



# Surface plasmons and electromagnetic modes in metamaterials

## Abstract

In this work we investigate the electromagnetic eigenmodes of a periodic rough surface between two isotropic and homogeneous materials: a conventional dielectric and a metamaterial with arbitrary values of the effective constitutive parameters. In a rough surface these modes, also known as surface plasmon polaritons, can couple with photons and under these conditions the surface electromagnetic response significantly changes with respect to the case in which the surface is flat. To investigate these modes two complementary approaches have been adopted: i) the rigorous study of the structure response when excited by an external source near the resonance (inhomogeneous problem) and ii) the study of nontrivial solutions to the boundary value problem in the absence of external sources (homogeneous problem).

**Key words:** surface polaritons, metamaterials, plasmonics, negative refractive index, polarization.



# Índice

<b>1. Introducción</b>	<b>11</b>
1.1. Introducción histórica . . . . .	11
1.2. Teoría electromagnética rigurosa aplicada al estudio de efectos resonantes en redes . . . . .	15
1.3. Estado actual de la plasmónica y objetivos de la tesis . . . . .	18
1.4. Organización de la tesis . . . . .	25
<b>2. Excitación de SPPs en MMs corrugados</b>	<b>27</b>
2.1. SPPs en una superficie plana . . . . .	27
2.2. Acoplamiento de red . . . . .	29
2.3. Régimen A: polarización $s$ , excitación de SPPs progresivos . . . . .	33
2.4. Régimen B: polarización $s$ , excitación de SPPs progresivos . . . . .	36
2.4.1. Excitación después de reflexión total . . . . .	38
2.4.2. Excitación antes de reflexión total . . . . .	38
2.5. Régimen C: polarización $p$ , excitación de SPPs regresivos . . . . .	42
2.6. Obtención de polos y ceros mediante el ajuste de curvas . . . . .	46
<b>3. Determinación de la superficie propia de Riemann</b>	<b>49</b>
3.1. De la superficie plana a la superficie corrugada . . . . .	50
3.2. Medio 2 reactivo . . . . .	55
3.3. Medio 2 transparente . . . . .	58
<b>4. Problema Homogéneo</b>	<b>61</b>
4.1. Hipótesis de Rayleigh . . . . .	61
4.2. Método perturbativo . . . . .	63
4.2.1. <i>Orden 2</i> . . . . .	63
4.2.2. <i>Orden <math>N</math></i> . . . . .	64
<b>5. Características de radiación</b>	<b>67</b>
5.1. Constante de propagación y distribución espacial de energía . . . . .	67
5.1.1. Régimen progresivo, acoplamiento SPP–fotón en ambos medios o sólo en el medio convencional . . . . .	67
5.1.2. Régimen regresivo, acoplamiento SPP–fotón sólo en el MM . . . . .	72

5.2. Balance de energía . . . . .	74
5.2.1. Régimen progresivo . . . . .	75
5.2.2. Régimen regresivo . . . . .	80
5.2.3. Medios con pérdidas intrínsecas . . . . .	83
<b>6. Polos y ceros asociados al problema de difracción</b>	<b>89</b>
6.1. Existencia de polos y ceros de la función $R_0$ . . . . .	90
6.2. Cálculo de ceros . . . . .	93
6.3. Resultados . . . . .	94
6.3.1. Régimen B . . . . .	94
6.3.2. El SPP irradia únicamente hacia el interior del medio convencional	94
6.3.3. El SPP irradia hacia ambos medios . . . . .	99
6.3.4. Régimen C . . . . .	105
<b>7. Conclusiones</b>	<b>113</b>

# 1. Introducción

## 1.1. Introducción histórica

En la descripción macroscópica clásica de la propagación de ondas electromagnéticas en un medio material se considera que el medio es continuo y que el comportamiento de los campos, promediados en volúmenes grandes comparados con el volumen ocupado por un átomo o una molécula, está determinado por las ecuaciones macroscópicas de Maxwell [1]. La respuesta del medio material depende de las polarizaciones eléctrica y magnética inducidas y queda incluida en las ecuaciones constitutivas. En medios dieléctricos polares, como por ejemplo el cristal de NaCl, el campo eléctrico puede excitar los modos transversales de oscilación de la molécula en el rango infrarrojo de frecuencia y como consecuencia la respuesta del material puede diferir sustancialmente con respecto al caso en el que la excitación de estos modos está ausente [2]. En física del estado sólido se emplea el término *polaritón* para referirse al modo de acoplamiento entre el fotón y la excitación elemental que polariza al medio, que en el caso del cristal de NaCl es el fonón (excitación elemental asociada con las oscilaciones de la red). Esta descripción fue propuesta por Hopfield [3] quien introdujo el término polaritón en la literatura. En este trabajo utilizaremos polaritón en el mismo sentido clásico para referirnos al campo electromagnético macroscópico que resulta del acoplamiento entre el campo aplicado y los modos normales del material que pueden tener tanto carácter eléctrico como magnético. En el caso del cristal de NaCl los modos normales tienen carácter eléctrico y las características de propagación de los polaritones, tales como velocidad de fase o velocidad de grupo, quedan determinadas por el valor de la permitividad eléctrica del medio material, que difiere apreciablemente del valor correspondiente al vacío, principalmente en la región del infrarrojo donde este parámetro constitutivo exhibe una fuerte resonancia. Una situación similar aparece en los medios metálicos, en los cuales el campo eléctrico produce el desplazamiento de los electrones libres con respecto a los átomos de la red. Si bien podríamos utilizar el término polaritón para describir el campo electromagnético que resulta del acoplamiento con el plasma electrónico, tal como en la Ref. [4], por razones históricas utilizaremos el término plasmón. Las características esenciales de los metales se pueden describir teóricamente con el modelo de Drude [5]. Según este modelo, existe una frecuencia crítica, llamada frecuencia de plasma, por debajo de la cual la permitividad eléctrica es negativa y en consecuencia la propagación de ondas electromagnéticas está prohibida. Por este moti-

vo, metales como el oro y la plata se comportan reactivamente a frecuencias ópticas e infrarrojas y los campos sólo pueden penetrar una pequeña distancia. Por encima de la frecuencia de plasma la permitividad es positiva, el medio es transparente y permite la propagación de ondas electromagnéticas.

Los avances en la fabricación de materiales artificiales estructurados periódicamente han permitido obtener respuestas electromagnéticas mucho más amplias que las disponibles en los materiales convencionales. Como en el caso de los medios que se encuentran en la naturaleza y en los regímenes de frecuencia para los cuales vale la descripción macroscópica podemos imaginar que el medio también está compuesto por un arreglo periódico de “átomos”, pero en este caso artificiales. Una de las motivaciones que impulsa el diseño de estos materiales, conocidos como medios *metamateriales* (MMs), es la posibilidad de variar la frecuencia de resonancia de los polaritones respecto del valor correspondiente a los medios convencionales. Puesto que los átomos artificiales comprenden centros dispersores metálicos dispuestos periódicamente sobre una red cuya constante puede manipularse dentro de los límites tecnológicos, la frecuencia del plasma se puede sintonizar en valores que van desde el rango de frecuencia de las microondas hasta el infrarrojo cercano. Análogamente, los centros dispersores pueden ser diseñados para tener resonancias magnéticas en un rango de frecuencias mucho más amplio que el de los medios magnéticos convencionales. El magnetismo en estos materiales es provocado por los polaritones que resultan del acoplamiento entre el campo magnético y la polarización inducida sobre los anillos metálicos que componen los átomos artificiales. Macroscópicamente, la respuesta magnética está representada por la permeabilidad y se ha demostrado que en los MMs sigue el modelo de Lorentz [6]. Según este modelo, existen dos frecuencias características; la frecuencia de resonancia, que depende de los detalles geométricos de los anillos metálicos, y la frecuencia crítica, que depende de la fracción de llenado de estos anillos dispersores. Por debajo de la frecuencia de resonancia y por encima de la frecuencia crítica la permeabilidad es positiva, mientras que entre estas dos frecuencias características la permeabilidad es negativa [7].

En el año 2000 Smith y colaboradores [6] demostraron que en redes formadas por alambres y anillos metálicos es posible sintonizar un intervalo de frecuencia donde la permitividad y la permeabilidad del medio son simultáneamente negativas. En este rango de frecuencias el MM es transparente, pero a diferencia de los dieléctricos convencionales, los polaritones tienen la velocidad de grupo opuesta a la velocidad de fase, tal como había

sido demostrado por Veselago en la Ref. [8]. Posteriormente [9], la fabricación de medios con estas propiedades fue elegida por los editores de la revista Science como uno de los hitos científicos del año 2004. Si dejamos de pensar en un medio de extensión espacial infinita y si suponemos la existencia de una superficie que lo separa de un segundo medio, es posible que los polaritones (o plasmones) se propaguen con sus campos electromagnéticos ligados a la superficie. Para referirnos a estas ondas electromagnéticas superficiales utilizaremos el término *polaritones superficiales tipo plasmónicos* (SPPs, por las siglas en inglés de surface plasmon polaritons), ya que durante mucho tiempo el interés por este tema estuvo motivado por los plasmones superficiales [10–14].

Los plasmones superficiales son modos electromagnéticos de propagación que aparecen cuando los medios adyacentes a la superficie tienen permitividades dieléctricas  $\varepsilon_1$  y  $\varepsilon_2$  con signos opuestos, y son los únicos modos superficiales que pueden existir en el régimen óptico en medios isótropos convencionales, con permeabilidades magnéticas positivas. En el caso ideal de medios no absorbentes, estos modos superficiales se conocen con el nombre de modos de Fano [10], quien fue el primero en introducirlos en la literatura para explicar las anomalías observadas por Wood en la respuesta óptica de una red de difracción metálica en el caso en que el campo magnético incidente es paralelo a los surcos de la red (polarización p). Wood observaba variaciones casi discontinuas de la intensidad del primer orden difractado cuando variaba muy poco la longitud de onda de la luz incidente.

Basándose en los trabajos de Sommerfeld, Fano [15] propone la existencia de las ondas superficiales en la teoría de redes, hasta el momento desarrollada por Rayleigh, y muestra que en redes de surcos poco profundos la luz incidente podía excitar estos modos, dando lugar a las rápidas variaciones de intensidad observadas por Wood, de la misma manera en que una fuerza armónica externa puede excitar los modos propios de un sistema mecánico y producir grandes desplazamientos de sus partes móviles para un valor particular de la frecuencia impulsora, fenómeno conocido como resonancia. Para Fano las ondas superficiales estaban asociadas al campo evanescente, que al no propagar energía en dirección perpendicular al plano medio de la superficie estaban condenadas a vivir en sus inmediaciones y su propagación era disipada por otros movimientos ávidos de energía, como las oscilaciones de plasma. Si bien su tratamiento no es estrictamente riguroso, la originalidad y el acierto hacen que este trabajo represente una importante contribución para la comprensión de los procesos físicos que nos ocupan.

Más tarde, Hessel y Oliner [16] reemplazaron el corrugado superficial por una super-

ficie plana con una impedancia superficial periódica. La respuesta electromagnética de estas estructuras es similar a la de las redes metálicas, si bien no es fácil saber a priori qué impedancia corresponde a cada red. Suponiendo algunas propiedades razonables sobre la impedancia superficial Hessel y Oliner pudieron calcular numéricamente la respuesta óptica de la superficie y relacionar las anomalías de Wood con la excitación de las ondas superficiales propuestas por Fano. Por otro lado, las investigaciones sobre la excitación de SPPs en redes metálicas avanzaban en el área de la materia condensada. Dos años después de la publicación del trabajo de Hessel y Oliner, Teng y Stern presentaron un estudio experimental [17] en el que se ponía en evidencia directa la existencia de plasmones superficiales, a los que ellos llamaron *oscilaciones superficiales de plasma* (SPO). Los SPOs eran excitados por un haz de electrones que impactaban sobre la red metálica. El experimento puso en evidencia que la radiación emitida por la red tenía una distribución angular caracterizada por máximos bien definidos justamente en aquellas direcciones permitidas por el acoplamiento entre los SPOs y los fotones. En este trabajo también se pone en evidencia el proceso inverso, es decir, la excitación de SPOs mediante radiación incidente, tal como lo había hecho Wood. Midiendo las posición de los mínimos del orden especularmente reflejado, Teng y Stern obtienen la curva de dispersión de los plasmones superficiales y concluyen que no varía apreciablemente con respecto a la curva correspondiente a una única superficie plana. Más tarde, Ritchie y colaboradores [18] mostraron que la curva de dispersión de los SPPs sufre cambios importantes para frecuencias en los bordes de la zona de Brillouin, donde aparece un intervalo de frecuencias prohibidas para la propagación de SPPs. Los autores interpretan este resultado como la manifestación de un acoplamiento de segundo orden que se producía entre los SPPs excitados por la luz incidente y la periodicidad de la red.

En la década del 70, la teoría de SPPs sobre redes metálicas fue impulsada notablemente debido a la aparición de computadoras que permitían manejar grandes volúmenes de cálculo y procesarlos a altas velocidades. Muchos investigadores empezaron a preocuparse por obtener la respuesta electromagnética de una red metálica mediante una teoría rigurosa que involucrara las ecuaciones de Maxwell con las correspondientes condiciones de contorno sobre la superficie de la red. Como resultado surgieron los llamados *métodos integrales*, que se caracterizan por requerir la resolución una ecuación integral basada en el teorema de Green, los *métodos diferenciales*, que resuelven el sistema de ecuaciones de Maxwell, ya sea directamente o bien transformándolo en un sistema de ecuaciones ordi-

narias, y los *métodos modales*, basados en representar el campo dentro de los surcos en términos de autofunciones adaptadas a cada geometría.

Los métodos rigurosos mencionados han sido utilizados para determinar el límite de validez de la hipótesis de Rayleigh [19] y pusieron en evidencia que el uso de esta hipótesis da buenos resultados cuando las ondulaciones de la superficie son poco profundas. La hipótesis de Rayleigh considera que tanto el campo reflejado como el campo transmitido por una red de difracción se pueden escribir como una serie cuyos términos representan ondas salientes desde la superficie. Si bien la hipótesis es estrictamente válida fuera de la región corrugada, es cuestionable dentro de la región ocupada por los surcos. Este cuestionamiento se basa en la idea intuitiva de que el campo difractado dentro de los surcos debe consistir de ondas salientes y entrantes para poder satisfacer las condiciones de contorno sobre la superficie [20]. La creencia de que el método de Rayleigh reproduce resultados confiables sólo para redes de surcos poco profundos ha prosperado al punto de haber sido aceptada por gran parte de la comunidad científica. Sin embargo, recientemente se han publicado una serie de artículos [21, 22] que utilizan la hipótesis de Rayleigh sobre redes muy profundas, con alturas que exceden diez veces el supuesto límite de validez, y que sin embargo dan resultados satisfactorios siempre que se incremente la precisión numérica utilizada. Por consiguiente, la hipótesis de Rayleigh parecería estar limitada por el condicionamiento del problema numérico y no por la completitud de las funciones utilizadas para describir los campos dentro de los surcos. Actualmente el tema sigue abierto.

## **1.2. Teoría electromagnética rigurosa aplicada al estudio de efectos resonantes en redes**

El primer código numérico basado en un método integral que permitió calcular las anomalías de una red metálica en la región de las microondas e infrarrojo, fue desarrollado por Wirgin y Deleuil [23]. McPhedran y Waterworth [24] publicaron un completo estudio numérico de las anomalías de redes de perfil sinusoidal y triangular. El método empleado estaba basado en la formulación integral de Pavageau y Bousquet [25] para un conductor perfecto, y si bien reproducía resultados que ponían en evidencia los aspectos cualitativos de las resonancias, no reproducía exactamente los datos experimentales publicados por Hutley y Bird [26, 27]. La discrepancia se origina en la suposición de conductividad infinita, no válida para frecuencias ópticas donde la conductividad es grande

pero finita. McPhedran y Maystre [28] aplican un método integral [29] que, a diferencia de los métodos anteriores, tiene en cuenta la alta (pero finita) conductividad del metal a frecuencias ópticas. Logran reproducir las curvas experimentales de la Ref. [26] y posteriormente, en el mismo año, publican otro trabajo [30] que reproduce también los resultados experimentales de la Ref. [27]. Por otro lado, Weber y Mills [31] utilizan un método integral que también tiene en cuenta la conductividad finita del metal para calcular la curva de reflectividad de una red metálica triangular. Este nuevo método integral es similar al propuesto simultáneamente por Uretsky [32] y por Petit y Cadillac [33]. Los resultados obtenidos muestran que para ciertos parámetros de la red de difracción aparecen mínimos muy pronunciados que pueden atribuirse al acoplamiento resonante entre la luz difractada y los SPPs. Estos autores observaron que el campo cercano a la superficie se intensificaba notablemente por efecto del acoplamiento, un resultado de interés cuando es conveniente incrementar la eficiencia de procesos no lineales tal como la sección eficaz de dispersión Raman de las moléculas adsorbidas en la superficie. Con la aparición de las nuevas microscopías de campo cercano, surgieron nuevas formulaciones de los métodos integrales que permitieron estudiar teóricamente la respuesta resonante y la intensificación de campo en situaciones mas generales [34–37].

En otra línea teórica, los métodos diferenciales [38,39] permitieron calcular los campos difractados a partir de un sistema de ecuaciones diferenciales acopladas sujetas a condiciones de contorno adecuadas. Estos métodos han dado buenos resultados para redes de baja conductividad, pero en un principio no lograron superar las dificultades relacionadas con las conductividades altas, una situación de mucho interés ya que comprende los metales usados en el rango visible e infrarrojo. Depine y Simon [40] demuestran que para el caso en que el campo incidente tiene polarización  $p$ , el método diferencial de las Refs. [38, 39] es una aproximación válida para redes de surcos poco profundos y proponen un nuevo formalismo diferencial riguroso válido aún en la zona de alta conductividad [41]. Además, los autores desarrollan un nuevo formalismo diferencial que utiliza la impedancia superficial como condición de contorno. Con esta condición se evita el cálculo de los campos en el interior del metal, evitándose así las dificultades asociadas con las altas conductividades y minimizándose el tiempo de cómputo [42]. Nevière y Reinisch [43, 44] utilizan un formalismo riguroso [45] para calcular la intensificación del campo cercano y su aplicación a la intensificación de procesos no lineales, tales como la dispersión Raman y la generación de segundo armónico. Chandezon y colaboradores [46] desarrollaron un

poderoso y eficiente método diferencial basado en un cambio de coordenadas que transforma el perfil del corrugado en una superficie plana. Esta transformación permite pasar de la representación espacial de las ecuaciones de Maxwell a la representación en el espacio de momentos y conduce a un problema de autovalores cuya solución proporciona las constantes de propagación de los desarrollos de Fourier. Mediante las condiciones de contorno, que en el nuevo sistema de coordenadas se aplican sobre un plano, se obtienen las amplitudes de los campos a ambos lados de la superficie. El método ha sido mejorado por Li quien minimizó las inestabilidades numéricas en sistemas multicapas [47] y en superficies con bordes agudos [48]. Inchaussandague y Depine [49] han generalizado el método de Chandezon al caso cónico y a redes fabricadas con cristales uniaxiales de perfil arbitrario.

Jovicevic y Sesnic [50] desarrollaron un método [51] para estudiar las anomalías de difracción de una red de conductividad infinita con rugosidades triangulares. Como todo método modal, requiere empalmar el desarrollo de Rayleigh, válido fuera de los surcos, con un desarrollo modal de los campos en el interior de los surcos. Andrewartha y colaboradores [52] relacionan las anomalías observadas por Wood con la existencia de polos complejos en las amplitudes del campo difractado, tal como lo habían hecho Hessel y Oliner inspirados en el trabajo de Fano. El método resulta adecuado cuando el perfil de la superficie es rectangular y la conductividad es infinita, ya que las condiciones de contorno en el interior de los surcos se reducen a las condiciones de Dirichlet o de Neumann. Botten y colaboradores [53] adaptan el formalismo modal al caso en que el medio es transparente, caso en el que se plantea la dificultad de tener que resolver una ecuación de autovalores trascendente de variable compleja para obtener las constantes de propagación de los términos modales de los campos en el interior de los surcos. El método dió buenos resultados excepto para valores grandes del módulo del índice de refracción, caso que incluye a los medios de alta conductividad. En ese mismo año, Botten y colaboradores [54] reducen las dificultades al adaptar un nuevo algoritmo para resolver la ecuación de autovalores. Mediante la condición de impedancia superficial, Depine y Lochbihler [55–57] desarrollaron formalismos modales muy eficientes para redes metálicas que fueron empleados en el control de calidad de los elementos dispersivos empleados por los satélites AXAF, destinados a estudiar fuentes estelares de rayos X. Si bien los métodos modales fueron en un principio desarrollados para redes perfectamente periódicas, posteriormente fueron generalizados al caso no periódico [58, 59].

### 1.3. Estado actual de la plasmónica y objetivos de la tesis

Debido tanto a sus propiedades fundamentales como a sus potenciales aplicaciones, el estudio de los SPPs ha sido un tópico de crecimiento continuo. En áreas como materia condensada y física de superficies, los SPPs han permitido interpretar una gran variedad de experimentos y entender diversas propiedades fundamentales de los sólidos. Los SPPs también han encontrado aplicación en un amplio espectro de sensores químicos y biológicos y se supone que podrían servir como base para la construcción de circuitos fotónicos en la nanoescala [14]. Los SPPs también se pueden utilizar, como en el caso de medios convencionales, para investigar las características de MMs y se espera que desempeñen un papel importante en aplicaciones recientes que utilizan MMs, como superlentes [9] o revestimientos de transparencia e invisibilidad [60]. En particular, se considera que los SPPs son precursores de la amplificación de ondas evanescentes en superlentes [61].

El creciente interés por los SPPs ha dado lugar a la aparición de una nueva rama de investigación dentro de la óptica que se conoce como *plasmónica* [62]. El estudio del guiado de SPPs constituye uno de los núcleos centrales de la plasmónica por sus posibles aplicaciones en futuros circuitos fotónicos. Debido a la capacidad de concentrar la luz sobre la superficie en volúmenes de dimensiones mucho menores que la longitud de onda, los SPPs se han convertido en firmes candidatos para construir circuitos miniaturizados. El primer trabajo en revelar las características de propagación de los SPPs sobre una guía de ondas metálica fue presentado por Economou [63], quien mostró que la guía soporta dos modos plasmónicos, uno con campos simétricos respecto del eje longitudinal de la guía y el otro antisimétrico. El valor de la constante de propagación del modo simétrico es menor que el valor correspondiente al antisimétrico, motivo por el cual éste último tiene su campo electromagnético mayormente concentrado sobre las superficies de la estructura. Sarid [64] encuentra que la longitud de propagación del modo simétrico aumenta cuando el espesor de la guía metálica disminuye, mientras que el modo antisimétrico es atenuado fuertemente cuando el espesor disminuye. Por este motivo el modo simétrico se conoce con el nombre de plasmon de largo alcance (LRSP, por sus siglas en inglés: long range surface plasmon) y el modo antisimétrico se conoce con nombre de plasmon de corto alcance (SRSP, short range surface plasmon). Mientras que en estos trabajos se considera que el ancho lateral de la guía metálica es infinito, Berini [65] resolvió el problema electromagnético para la guía con ancho finito y del orden de la longitud de onda de la luz en el medio circundante.

Los resultados predicen que la longitud de propagación de los LRSPs sobre una guía de plata es del orden de 100 micrones para el rango óptico y de unos milímetros para el infrarrojo cercano. Estas distancias son más que aceptables cuando se trata de transportar información en dispositivos miniaturizados.

Uno de los desafíos centrales de la plasmónica es mejorar la capacidad de controlar la propagación de SPPs, de manera análoga a como se controla la propagación de la luz en el espacio tridimensional. La propiedad fundamental que permite alterar el movimiento de los SPPs es su localización, que produce una fuerte dependencia de la propagación con los detalles superficiales. En esta línea de investigación se han propuesto estructuras similares a los cristales fotónicos [67–70], que permiten manipular la interacción entre la luz y la materia. En el caso del guiado de SPPs, la propuesta consiste en aprovechar las modificaciones introducidas por una modulación periódica. Si el período de la modulación es igual a la mitad de la longitud de onda del SPP, la interacción con la superficie crea dos estados plasmónicos a dos frecuencias diferentes, entre las cuales se abre una región prohibida para la propagación de los modos superficiales (SPP–band gap) [18, 66]. Este tipo de estructuras plasmónicas ha sido empleada por Bozhevolnyi y colaboradores [71], quienes construyeron una red bidimensional de centros dispersores localizada en una superficie. Los resultados muestran que los SPPs que inciden sobre esta red son atenuados fuertemente cuando su longitud de onda coincide con la correspondiente a la banda prohibida. La aplicación del fenómeno al guiado de SPPs es inmediata, tal como lo demostraron Marquart y colaboradores [72] al crear un defecto en la estructura periódica que consistía en una canal curvo. Utilizando microscopía de campo cercano, los autores mostraron que los plasmones superficiales se propagaban por el canal. La misma idea puede ser utilizada para construir un espejo de Bragg para plasmones, tal como se demostró en la Ref. [73]. Otro avance importante en este campo fue lograr enlentecer localmente la propagación de SPPs mediante estructuras dieléctricas depositadas sobre la superficie metálica [74].

Entre los fenómenos que involucran modos superficiales y que más han atraído la atención de la comunidad científica en esta rama de investigación se encuentra la transmisión extraordinaria de luz. Ebbesen y colaboradores [75] descubrieron que una colección de agujeros dispuestos periódicamente sobre una guía plana de metal dejaba pasar mucha más luz que la que incidía sobre los agujeros. Para ciertas longitudes de onda de la luz incidente, relacionadas con el período de la red, los agujeros recogían parte de la luz que incidía sobre la lámina y producían un incremento extraordinario de la luz transmi-

tida. Los autores interpretaron que el fenómeno se debía a la excitación de plasmones superficiales sobre la estructura metálica. Posteriormente, Bonod y colaboradores [76] publicaron un estudio teórico en el cual se ponía en evidencia el rol de los plasmones superficiales en la elevada transmisión observada experimentalmente y demostraron que una placa de metal sin agujeros, pero corrugada periódicamente, también puede hacerse transparente cuando se excitan plasmones superficiales. Unos años más tarde, Sarrazin y colaboradores [77] descubrieron que el fenómeno de transmisión extraordinaria no se restringía al caso metálico, donde la parte real negativa de la permitividad es vital para la excitación de los plasmones superficiales, sino que también estaba presente en estructuras geoméricamente similares, pero construídas con materiales que, a la frecuencia de la luz incidente, tienen un valor pequeño pero positivo de la parte real de su permitividad (como sucede en guías de cromo para longitudes de onda de la luz incidente del orden de 1100 nm). En estas circunstancias, muy diferentes a las del caso metálico, la alta transmisión no puede atribuirse a los plasmones superficiales. Los autores explican el fenómeno mediante la excitación de polaritones superficiales tipo plasmónicos (a los que ellos denominaron modos de Brewster–Zennek) y que existen en superficies dieléctricas cuando se cumple que la parte real de la permitividad del material es positiva y menor que la del medio circundante (en este caso aire) y que la parte imaginaria de la permitividad es mucho mayor que la parte real (en este caso las partes real e imaginaria de la permitividad eran 0.4 y 27 respectivamente). Los nuevos modos son similares a los estudiados por Yang y colaboradores [78] en la superficie de medios semiconductores como el ZnO, cuando la frecuencia coincide con la frecuencia de resonancia transversal de los polaritones de volumen del medio. En estas condiciones, la parte real de la permitividad tiene un valor cercano a cero, mientras que la parte imaginaria alcanza un valor aproximadamente igual a 50. Si bien el modo superficial asociado a la superficie plana de este medio es radiativo (modo de Brewster), los autores encuentran que cuando la guía dieléctrica construída con un material de estas características tiene un espesor comparable a la longitud de onda, la estructura soporta dos modos de propagación no radiativos con una distribución de campo similar a los modos propios estudiados por Sarid en el caso metálico. Debido a esta similitud se ha utilizado el término excitón superficial de largo alcance (LRSE, long range surface exciton) para referirse al modo simétrico, y excitón superficial de corto alcance (SRSE, short range surface exciton) para referirse al modo antisimétrico. Curiosamente, y a diferencia del caso metálico, la gran absorción del medio material es aprovechada para

aumentar la longitud de propagación del LRSE, ya que la parte imaginaria de su constante de propagación resulta inversamente proporcional a la parte imaginaria de la permitividad del material. Posteriormente, Miyamaru y colaboradores [79] encontraron experimentalmente que el fenómeno de transmisión extraordinaria también aparecía sobre una placa de titanato de estroncio de 0.5 mm de espesor, perforada periódicamente e inmersa en aire, cuando la luz incidente tiene una frecuencia de 0.5 THz. A esta frecuencia el material de la placa no verifica la condición de Brewster–Zenneck, ya que las partes real e imaginaria de la permitividad eléctrica son iguales a 370 y 40 respectivamente. Los autores explican el fenómeno mediante la excitación de otros modos superficiales, que ellos llamaron ondas superficiales complejas (CSWs, del inglés complex surface waves).

El desarrollo de sensores es una de las aplicaciones de la plasmónica más difundida en áreas como en química o en biología. Debido a su gran confinamiento, los SPPs resultan muy sensibles a la presencia de moléculas adsorbidas sobre la superficie. El cambio del índice de refracción en las inmediaciones de una superficie modifica las características de propagación de los SPPs y esta modificación se puede monitorear mediante técnicas de campo lejano. Existen dos tipos de sensores, los que permiten excitar los SPPs haciendo uso de la reflexión total atenuada (ATR, por las siglas inglesas de attenuated total reflection) y los acopladores de red, que utilizan una red de difracción para conseguir esta excitación [80]. Puesto que el SPP excitado produce cambios notorios tanto en la intensidad como en la fase de la luz reflejada, existen dos técnicas de detección: i) sensando el ángulo de incidencia y manteniendo la longitud de onda fija, o ii) sensando la longitud de onda con el ángulo de incidencia fijo. Actualmente existen numerosos estudios en esta línea dedicados al diseño y a la optimización de sistemas que tienen como principal finalidad detectar la presencia de una molécula y sus propiedades, particularmente a frecuencias ópticas. Los resultados presentados hasta este momento muestran que tanto los dispositivos de red como los de ATR pueden resolver variaciones del índice del orden de una parte en diez millones en el rango óptico. Con el objetivo de mejorar la resolución se han propuesto diversas maneras de sensado que aprovechan algunas características de los SPPs, por ejemplo, en las Refs. [81, 82], los autores proponen un sensor basado en la técnica ATR de acoplamiento que explota la excitación de los dos modos (LRSP y SRSP) en una guía metálica simétrica. Como las longitudes de penetración de estos modos en el medio a analizar son diferentes, la técnica permite una mejor identificación de la distribución del índice cercano a la superficie. Entre los acopladores de red, merece ser destacado el

sistema diseñado por Alleyne y colaboradores [83] que permite medir la posición del band gap, muy sensible al cambio de índice de refracción. Otros autores han propuesto sistemas con agujeros nanométricos cuya transmisividad es muy sensible a los efectos producidos por las moléculas orgánicas y biológicas que se pegan a la superficie por efecto del campo cercano producido por los plasmones superficiales excitados [84]. La necesidad de sensar moléculas en el rango de frecuencias infrarrojo ha sugerido la utilización de los SPPs existentes en la superficie de semiconductores dopados, con una frecuencia de plasma inferior a la de los metales debido a la menor densidad de electrones de conducción [85, 86]. En el marco de esta discusión, parece atrayente la alternativa de aprovechar los nuevos SPPs que aparecen en las superficies de los MMs, ya que las técnicas de fabricación actuales permiten conseguir MMs con frecuencias de plasma y de resonancia magnética muy bien sintonizables en el infrarrojo. Si bien los estudios sobre las propiedades de los SPPs en la superficie de MMs se incrementaron significativamente en los últimos años, su utilización en dispositivos de sensado es un área casi inexplorada.

En un campo tan activo como la plasmónica es difícil saber cuales serán las aplicaciones más interesantes, especialmente cuando se tienen en cuenta MMs. En todo caso parece necesario estudiar y entender desde el punto de vista básico las propiedades fundamentales de los SPPs sobre estructuras que incorporan MMs y es en este campo donde se enmarca este trabajo de tesis. Los representantes sobresalientes de esta nueva clase de materiales son los MMs con índice de refracción negativo [87–90], una propiedad que en los medios materiales no absorbentes aparece cuando la permitividad eléctrica y la permeabilidad magnética son simultáneamente negativas en el mismo rango de frecuencia. Para medios MMs absorbentes el índice de refracción negativo aparece cuando se satisfacen las condiciones demostradas en la Ref. [91]. Recientemente se han propuesto MMs que exhiben índice de refracción negativo y que tienen muy baja pérdida, incluso en el rango de frecuencias ópticas [92]. Ruppin [93] fue el primero en notar que una superficie que separa un medio convencional y un MM con índice de refracción negativo puede soportar la propagación de SPPs no sólo con polarización p sino con polarización s.

De acuerdo con la Ref. [94], en este trabajo de tesis distinguimos seis regímenes para los SPPs que se pueden propagar por una superficie plana que separa un medio dieléctrico convencional, con parámetros constitutivos  $\epsilon_1$  y permeabilidad magnética  $\mu_1$ , de un MM ideal cuyos parámetros constitutivos son  $\epsilon_2$  y  $\mu_2$ . Estos regímenes corresponden a diferentes regiones del espacio  $\epsilon - \mu$  que se muestra en la Fig. 1, donde  $\epsilon = \epsilon_2/\epsilon_1$  y  $\mu = \mu_2/\mu_1$ . Las

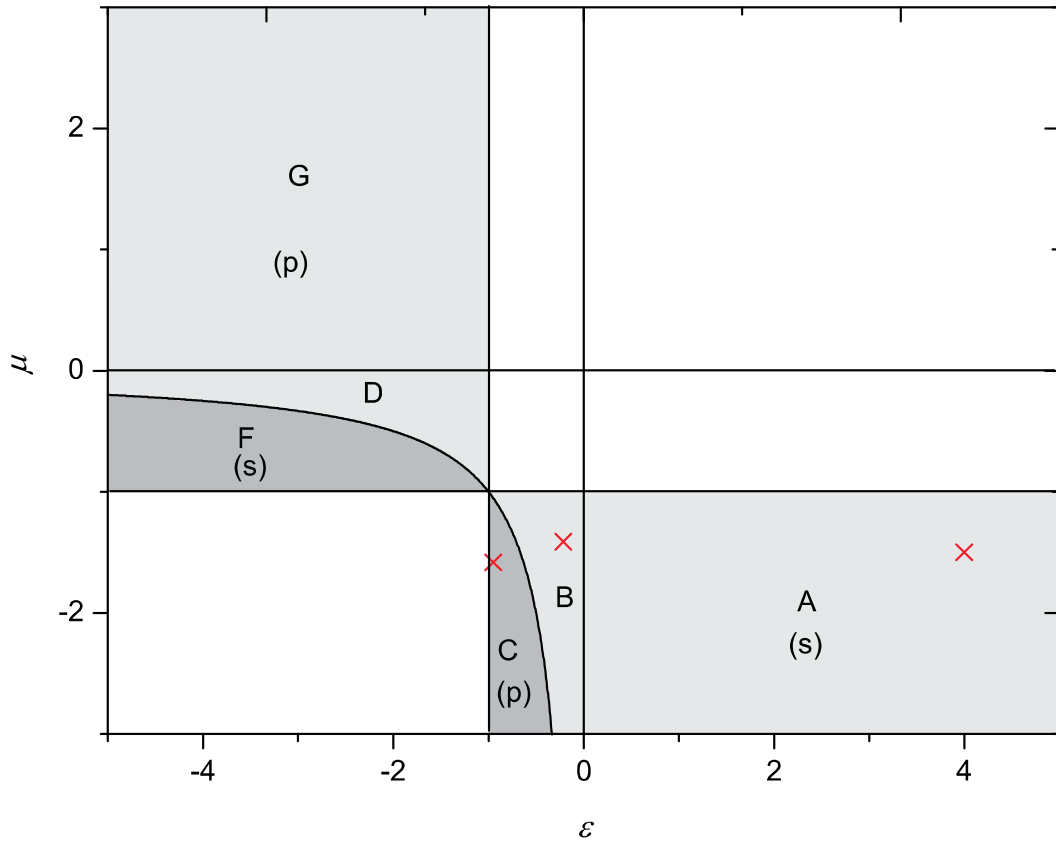


Figura 1: Regiones de existencia de SPPs sobre una superficie plana que separa un medio dieléctrico convencional  $(\epsilon_1, \mu_1)$  y un MM ideal caracterizado por valores arbitrarios de su permitividad y permeabilidad  $(\epsilon_2, \mu_2)$ . Los ejes coordenados son los valores relativos  $\epsilon = \epsilon_2/\epsilon_1$  y  $\mu = \mu_2/\mu_1$ . Las cruces indican los regímenes considerados en los ejemplos del capítulo 2.

regiones B, C, D y F corresponden a MMs transparentes con índice de refracción negativo. Las regiones B y F soportan SPPs con polarización s, mientras las regiones C y D soportan SPPs con polarización p [94–96]. En las regiones B y D los SPPs son progresivos, es decir, el sentido del flujo neto de energía coincide con el sentido de propagación. En cambio, en las regiones C y F los SPPs son regresivos, es decir, el flujo neto de potencia es opuesto al sentido de propagación. La región G (polarización p) incluye el caso de conductores eléctricos mientras que la región C (polarización s) corresponde a su análogo magnético. Como consecuencia del decaimiento evanescente sobre ambos lados de la superficie, el vector de onda del SPP es mayor que el correspondiente al fotón de la misma frecuencia, una condición que imposibilita el acoplamiento de estos modos superficiales con el campo electromagnético en el interior de los medios adyacentes a la superficie.

Los sistemas ATR que incorporan MMs han sido estudiados en varios trabajos recientes [97–103]. En particular, en la Ref. [102] se presenta un análisis minucioso de las características de propagación de los SPPs en este tipo de dispositivos. Por otro lado, algunos de los métodos mencionados en la sección 1.2 han sido generalizados para determinar la respuesta electromagnética de una superficie corrugada de MM con índice de refracción negativo [104–107]. Un ejemplo de excitación de SPPs en este tipo de superficie ha sido estudiado en la Ref. [106], en la cual se ponen en evidencia los cambios notables que ocurren en las eficiencias de difracción cuando el material del corrugado pasa de tener índice positivo a índice negativo. Sin embargo, hasta la presentación de los artículos relacionados con esta tesis, la literatura no contaba con un estudio sistemático de las propiedades fundamentales de los SPPs incluidos en las regiones de existencia identificadas en la Fig. 1. Para estudiar estas propiedades, en esta tesis consideramos que la superficie de la red es una perturbación periódica y unidimensional de la superficie plana. Por lo tanto la profundidad de los surcos es pequeña respecto del período de la red y el sistema presenta simetría de traslación a lo largo de un eje paralelo a los surcos. Si la dirección de propagación de los SPPs es perpendicular a los surcos, el principio de superposición nos permite estudiar una polarización arbitraria como superposición de dos estados fundamentales: la polarización p (vector campo magnético paralelo al eje de los surcos) y la polarización s (vector campo eléctrico paralelo al eje de los surcos). Este problema se conoce en la literatura con el término *montaje clásico*. Si bien esta configuración es un caso particular de un problema más general en el cual el SPP se propaga en una dirección arbitraria respecto a un eje paralelo a los surcos (*montaje cónico*), las novedosas

características de los SPPs en medios MMs, los curiosos efectos que estas características pueden producir en la respuesta electromagnética y la carencia de trabajos teóricos y experimentales en la bibliografía nos han llevado en esta tesis a comenzar atacando el problema relativamente mas sencillo del montaje clásico.

## 1.4. Organización de la tesis

La organización del trabajo es la siguiente: con el objetivo de incluir los nuevos regímenes de SPPs identificados en la Fig. 1 para superficies planas, en el capítulo 2 reexaminaremos la técnica de acoplamiento en redes de difracción construidas con MMs. Los resultados obtenidos ponen en evidencia situaciones donde la excitación resonante de SPPs exhibe una respuesta electromagnética muy diferente de la que se obtiene en el caso metálico convencional. También mostramos cómo se puede obtener información sobre las características de propagación de los SPPs excitados a partir de las curvas de respuesta de la superficie. Puesto que técnicamente los SPPs son los modos propios de la estructura, para una correcta descripción de los SPPs se debe resolver el problema homogéneo correspondiente, esto es, las ecuaciones de Maxwell y las condiciones de contorno adecuadas sin campos electromagnéticos incidentes. Este problema homogéneo es en muchos aspectos formalmente similar al utilizado para determinar las eficiencias de difracción, aunque tiene una dificultad adicional, relacionada con la continuación analítica al plano complejo de la constante de propagación. En el capítulo 3 hacemos esta continuación analítica y definimos la superficie física de Riemann a la cual pertenece la constante de propagación de los SPPs de la estructura. Este punto es especialmente importante ya que la elección del corte del plano complejo más adecuado simplifica la resolución del problema. En el capítulo 4 utilizamos la hipótesis de Rayleigh para desarrollar un método perturbativo que nos permite encontrar las características de propagación y la distribución de campo de los SPPs. En el capítulo 5 presentamos los resultados del problema homogéneo en los regímenes en los cuales el MM es transparente y se discuten las ecuaciones de conservación de la energía. En el capítulo 6 se presenta un modelo fenomenológico que se basa en el cálculo de los ceros y los polos complejos del operador utilizado para calcular la respuesta electromagnética de la superficie. Se muestra que ambos problemas, homogéneo y no homogéneo, están relacionados por este modelo que explica las singularidades presentes en las curvas de respuesta electromagnética de la superficie debido a la excitación de SPPs. En todo el trabajo suponemos una dependencia temporal  $\exp(-i\omega t)$  para el campo

electromagnético, donde  $\omega$  es la frecuencia angular,  $t$  es el tiempo e  $i = \sqrt{-1}$ .

## 2. Excitación de SPPs en MMs corrugados

En este capítulo se investiga por primera vez el acoplamiento de red en medios MMs. En este marco, presentamos las condiciones necesarias para la existencia de SPPs sobre una superficie plana (sección 2.1) y a continuación, sección 2.2, presentamos el problema de difracción de la luz por una superficie corrugada periódicamente. En esta sección explicamos las condiciones cinemáticas que describen el acoplamiento entre el campo difractado y el SPP que se propaga por la superficie. En las siguientes secciones presentamos los resultados numéricos correspondientes a los parámetros constitutivos ubicados en las zonas identificadas en la Fig. 1: en la sección 2.3 se estudia la excitación de SPPs progresivos con polarización  $p$  correspondientes al régimen A, en la sección 2.4 la excitación de SPPs con polarización  $s$  y progresivos que ocurren en el régimen B y en la sección 2.5 la excitación de SPPs regresivos con polarización  $p$  que ocurren en el régimen C. En todos los regímenes analizamos las curvas de reflectividad y fase del campo difractado como función del ángulo de incidencia para distintos valores de los parámetros geométricos de la red. Estas curvas han sido obtenidas mediante la implementación del método diferencial de Chandezon [46], en el cual hemos incorporado las modificaciones propuestas en la Ref. [106] para incluir medios con índice de refracción negativo. También hemos verificado que los resultados coinciden con los proporcionados por el método de Rayleigh, una consecuencia de la baja amplitud de las redes consideradas. Tanto los comportamientos conocidos para superficies reactivas como los novedosos comportamientos obtenidos en los nuevos regímenes plasmónicos en MMs transparentes se discuten en el marco del modelo fenomenológico similar al presentado en las Refs. [10, 16, 45] para el caso de redes metálicas. Parte de los resultados mostrados en este capítulo forman parte del primer estudio sistemático publicado en la literatura sobre la excitación de SPPs en MMs corrugados [121].

### 2.1. SPPs en una superficie plana

La superficie plana es un ejemplo de muchas estructuras cilíndricas (con simetría de traslación a lo largo de un eje) que permiten la propagación de ondas superficiales. Técnicamente estas ondas son los modos propios de la estructura. Para poner en evidencia estos modos estudiaremos brevemente el problema homogéneo de la superficie plana, es decir investigaremos qué forma adoptan las soluciones de las ecuaciones de Maxwell y de las condiciones de contorno en ausencia de onda incidente. Consideramos el espacio dividido

en dos regiones, la región 1 en  $y > 0$  y la región 2 en  $y < 0$ . El medio material en cada región tiene parámetros constitutivos  $\varepsilon_1, \mu_1$  (región 1) y  $\varepsilon_2, \mu_2$  (región 2). Elegimos el eje  $x$  como dirección de propagación. Teniendo en cuenta la simetría de traslación en la dirección del eje  $z$  y el principio de superposición, el estudio de una polarización arbitraria se reduce al estudio de dos polarizaciones independientes llamadas modos  $p$  y  $s$ : en la polarización  $p$  el vector campo magnético es paralelo al eje  $z$  mientras que en la polarización  $s$  el vector campo eléctrico es paralelo al eje  $z$ . En estas circunstancias, la dependencia espacial del campo electromagnético se puede escribir de la siguiente manera

$$\phi(x, y) = \exp \left[ i (\alpha x + \beta^{(1)} y) \right], \quad y > 0 \quad (1)$$

$$\phi(x, y) = \exp \left[ i (\alpha x - \beta^{(2)} y) \right], \quad y < 0 \quad (2)$$

donde  $\phi(x, y)$  representa la componente  $z$  del campo eléctrico total para el modo de polarización  $s$  o la componente  $z$  del campo magnético total para el modo de polarización  $p$ ,  $\alpha$  es la constante de propagación y  $\beta^{(1)}, \beta^{(2)}$  son las componentes transversales del vector de onda en ambos medios,

$$\beta^{(1)} = \left( \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_1 \mu_1 - \alpha^2 \right)^{1/2}, \quad (3)$$

$$\beta^{(2)} = \left( \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_2 \mu_2 - \alpha^2 \right)^{1/2}. \quad (4)$$

El confinamiento de la onda superficial requiere que el campo electromagnético decaiga en la dirección perpendicular a la superficie, por lo tanto

$$\text{Im} \left[ \beta^{(i)} \right] > 0, \quad i = 1, 2. \quad (5)$$

En el caso ideal en el cual los medios son no absorbentes,  $\beta^{(i)}$  es un número imaginario y la condición (5) se satisface si

$$\alpha > \max \left\{ \varepsilon_1 \mu_1 \frac{\omega}{c}, \varepsilon_2 \mu_2 \frac{\omega}{c} \right\}. \quad (6)$$

Las condiciones de contorno exigen que las componentes tangenciales del campo electromagnético sean continuas sobre la superficie, por lo tanto

$$\beta^{(1)} + \frac{1}{\sigma} \beta^{(2)} = 0, \quad (7)$$

donde  $\sigma = \varepsilon_2/\varepsilon_1$  o  $\sigma = \mu_2/\mu_1$  para los modos de polarización  $p$  y  $s$  respectivamente. La ecuación (7) representa la relación de dispersión de los SPPs sobre una superficie plana [93]

y nos dice que la condición necesaria para la existencia de ondas superficiales es que los medios a ambos lados de la superficie *tengan constantes constitutivas con signo opuesto*  $\sigma < 0$ .

En términos de los parámetros constitutivos relativos de la superficie  $\epsilon = \epsilon_2/\epsilon_1$  y  $\mu = \mu_2/\mu_1$ , la constante de propagación se escribe

$$\alpha^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_1 \mu_1 \begin{cases} \frac{\mu(\mu-\epsilon)}{\mu^2-1} & \text{polarización } s \\ \frac{\epsilon(\epsilon-\mu)}{\epsilon^2-1} & \text{polarización } p. \end{cases} \quad (8)$$

Para determinar las regiones de existencia de los SPPs en el espacio de parámetros constitutivos  $\epsilon - \mu$  debemos pedir que las expresiones (8) cumplan con las condiciones (5) y además la condición de que el SPP sea propagante ( $\alpha^2 > 0$ ). Estas regiones están representadas en la Fig. 1. En el caso real de MMs absorbentes con bajas pérdidas (parámetros constitutivos complejos pero con un valor pequeño de su parte imaginaria) las regiones de existencia son sutilmente diferentes a las representadas en la Fig. 1 y han sido discutidas en la Ref. [96].

## 2.2. Acoplamiento de red

Consideremos ahora que la superficie plana se perturba con una rugosidad periódica representada por la función  $y = f(x) = f(x + d)$  donde  $d$  es el período de la perturbación (ver Fig. 2).

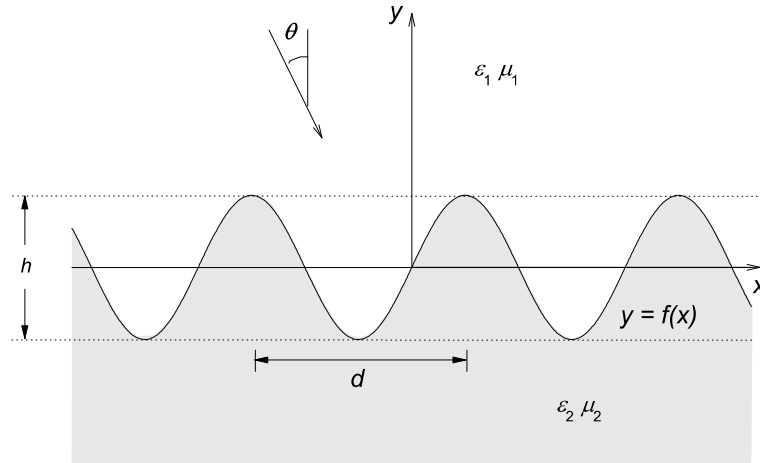


Figura 2: Esquema del problema de acoplamiento.

Si el vector de onda del campo incidente está contenido en el plano  $x - y$  (montaje

clásico) –y tal como ocurría en el caso plano– la simetría de traslación del sistema en la dirección  $z$  junto con el principio de superposición permiten describir los campos totales en función de los modos de polarización  $s$  y  $p$ . Suponemos entonces una onda incidente plana, linealmente polarizada, de amplitud unidad y frecuencia  $\omega$ . Esta onda llega a la superficie desde la región  $y > 0$  con un ángulo  $\theta < \pi/2$  medido respecto de la coordenada  $y$ . Si bien esta onda incidente no tiene el momento necesario como para excitar la onda superficial en una superficie plana, el corrugado periódico proporciona el incremento necesario a través de múltiplos del momento de la red  $2\pi/d$  [10–13]. Fuera de la región corrugada, el campo total  $\phi(x, y)$  en los medios de incidencia y de transmisión está representado por las siguientes expresiones

$$\phi(x, y) = e^{i(\alpha_0 x - \beta_0 y)} + \sum_{m=-\infty}^{+\infty} R_m e^{i(\alpha_m x + \beta_m^{(1)} y)}, \quad y > \max f(x), \quad (9)$$

y

$$\phi(x, y) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} T_m e^{i(\alpha_m x - \beta_m^{(2)} y)}, \quad y < \min f(x), \quad (10)$$

donde  $\alpha_0 = \frac{\omega}{c} \sin \theta$ ,  $\alpha_m = \alpha_0 + \frac{2\pi}{d}m$ ,  $\beta_m^{(1)} = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_1 \mu_1 - \alpha_m^2}$ ,  $\beta_m^{(2)} = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_2 \mu_2 - \alpha_m^2}$  y  $R_m$  y  $T_m$  son amplitudes complejas correspondientes a los órdenes reflejados y transmitidos. En las expresiones (9) y (10) sólo un número finito de órdenes difractados corresponden a ondas planas propagantes mientras que el resto son de naturaleza evanescente. Para obtener los valores de  $R_m$  y  $T_m$  es necesario imponer las condiciones de contorno en la superficie  $y = f(x)$ . Para este fin es necesario recurrir a métodos numéricos y en esta tesis el cálculo de  $R_m$  y  $T_m$  ha sido realizado con los formalismos que pueden verse en las Refs. [104–107].

Para obtener acoplamiento entre el campo incidente y el SPP que se propaga sobre la superficie corrugada con constante de propagación  $\alpha(h)$  es necesario que se cumpla la condición  $\text{Re } \alpha(h) = \alpha_m$ , es decir

$$\text{Re } \alpha(h) = \frac{\omega}{c} \epsilon_1 \mu_1 \sin \theta \pm n \frac{2\pi}{d}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (11)$$

En términos de la constante de propagación adimensional  $\kappa(h) = c\alpha(h)/\omega$ , la condición de acoplamiento se escribe de la siguiente manera

$$\sin \theta + n \frac{\lambda}{d} = \pm \text{Re } \kappa(h), \quad (12)$$

donde  $\lambda$  es la longitud de onda del campo en el medio de incidencia. Cuando se cumpla la condición (12) esperamos que la onda incidente transfiera energía al SPP y que en consecuencia la reflectividad del sistema se modifique respecto del caso en que el acoplamiento está ausente. También esperamos que esta modificación tenga las características físicas de toda resonancia, como ser un determinado ancho angular, un valor mínimo o máximo más o menos pronunciado, etc, dependiendo de la profundidad de los surcos y del período de la red. Si bien los formalismos rigurosos desarrollados en las Refs. [104–107] dan las curvas de reflectividad y fase con una buena precisión numérica, no resulta sencillo predecir a partir de éstos las características mencionadas. Por este motivo resulta conveniente generalizar a medios MMs un modelo fenomenológico originalmente utilizado para describir respuestas resonantes de SPPs en redes metálicas [10, 45, 109] y posteriormente aplicado a dispositivos ATR metálicos [110]. En este modelo, la amplitud compleja  $R_0$  para la polarización  $p$  y para el caso de corrugados metálicos que reflejan únicamente el orden especular, tiene la siguiente expresión

$$R_0(z, h/d) = \xi(z, h/d) \frac{z - z_0(h/d)}{z - z_p(h/d)} \quad (13)$$

donde  $z$  es la continuación analítica al plano complejo de la variable  $\sin \theta$ ,  $z_0$  y  $z_p$  representan el cero y el polo complejo de  $R_0$  respectivamente y  $\xi(z, h/d)$  es una función compleja suave y casi constante cerca de  $z_0$  y  $z_p$ . El polo  $z_p(h/d)$  y el parámetro de propagación adimensional  $\kappa(h) = c\alpha(h)/\omega$  difieren solamente en múltiplos del cociente entre la longitud de onda y el período del corrugado  $\lambda/d$ . Los parámetros complejos  $z_0$  y  $z_p$  no tienen una representación analítica, razón por la cual deben ser calculados numéricamente para cada problema particular. Su determinación requiere prolongar analíticamente al plano complejo los formalismos usados para hallar las eficiencias de difracción, un punto que no había sido desarrollado previamente en la literatura y que será encarado más adelante en esta tesis. En este capítulo veremos que a partir del análisis de la respuesta electromagnética es posible obtener información sobre  $z_0$  y  $z_p$  sin recurrir a la prolongación analítica.

La expresión fenomenológica (13) predice absorción total siempre que la parte imaginaria de  $z_0(h/d)$  cambie su signo cuando cambia  $h/d$ . Si  $z_0(h/d)$  toma valores cercanos al eje real, entonces una onda plana que incide sobre la superficie con  $z = z_0$  será prácticamente absorbida. Veremos a continuación que las curvas de fase del campo reflejado juegan un papel importante en la búsqueda del valor crítico de  $h/d$  para el cual  $z_0$  es puramente real. En el marco del modelo fenomenológico la fase de  $R_0$  viene dada (a menos

de un valor constante) por la siguiente expresión

$$\Phi(z, h/d) = \arctan \left\{ \frac{z - z_0(h/d)}{z - z_p(h/d)} \right\}. \quad (14)$$

A partir de (14) surge que  $\Phi(z, h/d)$  puede exhibir comportamientos muy distintos como

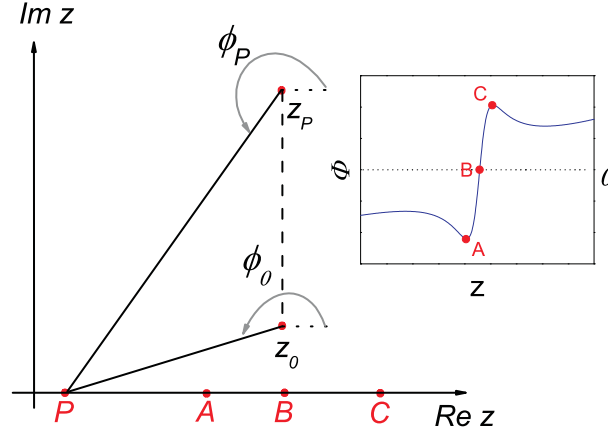


Figura 3: Fase  $\Phi$  como función de  $z = \sin \theta$  para  $\text{Im } z_0 \text{Im } z_p > 0$ .

función de  $z = \sin \theta$  (es decir,  $z$  real) dependiendo de la ubicación de las partes imaginarias del cero y del polo en el plano complejo. Para ilustrar dichos comportamientos, en las figuras 3 y 4 mostramos el plano complejo  $z$  en dos situaciones:  $\text{Im } z_0 \text{Im } z_p > 0$  (figura 3) e  $\text{Im } z_0 \text{Im } z_p < 0$  (figura 4). Consideremos un valor de  $z$  real indicado por el punto  $P$  de la figura 3. La fase  $\Phi(z, h/d)$  dada por la ecuación (14) está representada por la diferencia entre los ángulos  $\phi_0$  y  $\phi_P$  indicados en la figura 3. Vemos así que desplazando  $P$  sobre el eje real es posible visualizar el comportamiento de  $\Phi = \phi_0 - \phi_P$  para distintos ángulos de incidencia. El resultado se muestra en el recuadro insertado:  $\Phi \rightarrow 0$  cuando  $|z| \gg \text{Im } z_p$ ,  $\Phi < 0$  cuando  $P$  está a la izquierda de  $B$ ,  $\Phi > 0$  cuando  $P$  está a la derecha de  $B$  y  $\Phi = 0$  cuando  $P$  coincide con  $B$ . Además la curva de fase tiene un mínimo cuando  $P$  pasa por el punto  $A$  y un máximo cuando  $P$  pasa por el punto  $C$ . Repitiendo el análisis para el caso  $\text{Im } z_0 \text{Im } z_p < 0$  (ver Fig. 4) observamos que ahora la curva de fase resulta monótona decreciente, en vez de tener un máximo y un mínimo como ocurría cuando  $\text{Im } z_0 \text{Im } z_p > 0$ . Los resultados mostrados en las figuras 3 y 4 indican que la observación de las curvas de fase vs ángulo de incidencia obtenidas para distintos valores de  $h/d$ , permite visualizar la posición del cero en el plano complejo, ya que las curvas de fase como función de la variable  $z = \sin \theta$  tienen un comportamiento muy distinto antes y después de que el cero

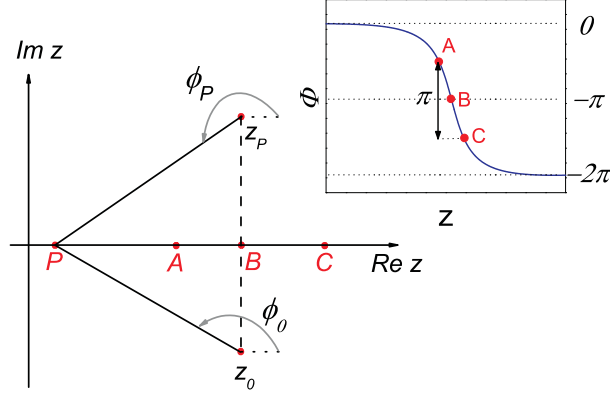


Figura 4: Fase  $\Phi$  como función de  $z = \sin \theta$  para  $\text{Im } z_0 \text{Im } z_p < 0$ .

cruce el eje real, es decir antes y después de que la profundidad del corrugado alcance el valor crítico para el cual se espera una absorción total.

Para ilustrar las características del acoplamiento de red en los diferentes regímenes de SPPs, hemos elegido la relación entre la longitud de onda y el período del corrugado  $\lambda/d$  para que solamente se propague el orden especular (es decir, la onda plana con  $m = 0$  en la ecuación (9)). Como el estudio se lleva a cabo mediante el análisis de las curvas de reflectividad y fase en función del ángulo de incidencia  $\theta$  para una frecuencia definida, la dispersión del MM resulta irrelevante. Sin embargo, en todos los ejemplos tendremos en cuenta que la absorción del material en la región  $y < f(x)$ , que se considera nula en el diagrama  $\varepsilon - \mu$  de la Fig. 1, debe ser distinta de cero por razones de causalidad. El lector interesado en ver cómo la dispersión del medio afecta tanto las características de propagación de los SPPs como la respuesta de la red cuando es iluminada en condiciones de acoplamiento, puede consultar la referencia [111].

En los ejemplos consideramos superficies con parámetros constitutivos relativos  $\varepsilon$  y  $\mu$  en las regiones A, B y C de la Fig. 1, donde están indicados con una cruz, y omitimos los casos correspondientes a los regímenes D, F y G, que se pueden obtener a partir de los regímenes A, B and C intercambiando los parámetros relativos  $\varepsilon \longleftrightarrow \mu$  y la polarización  $p \longleftrightarrow s$ .

### 2.3. Régimen A: polarización s, excitación de SPPs progresivos

Consideremos  $\lambda/d = 1.9$  y los parámetros constitutivos  $\varepsilon = 4 + 0.001i$  y  $\mu = -1.5 + 0.001i$ , correspondientes a la región A de la Fig. 1 donde los SPPs tienen polarización s. Con estos

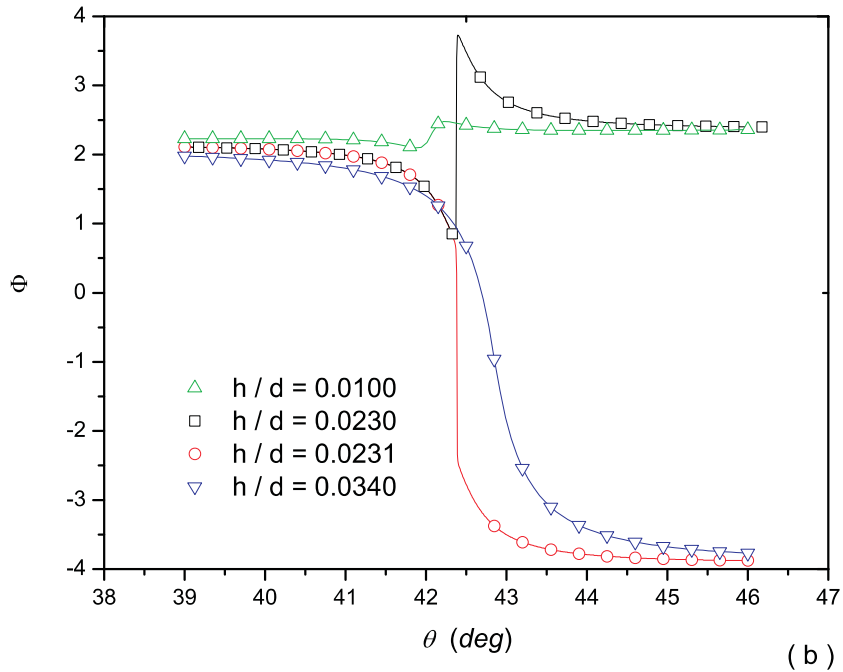
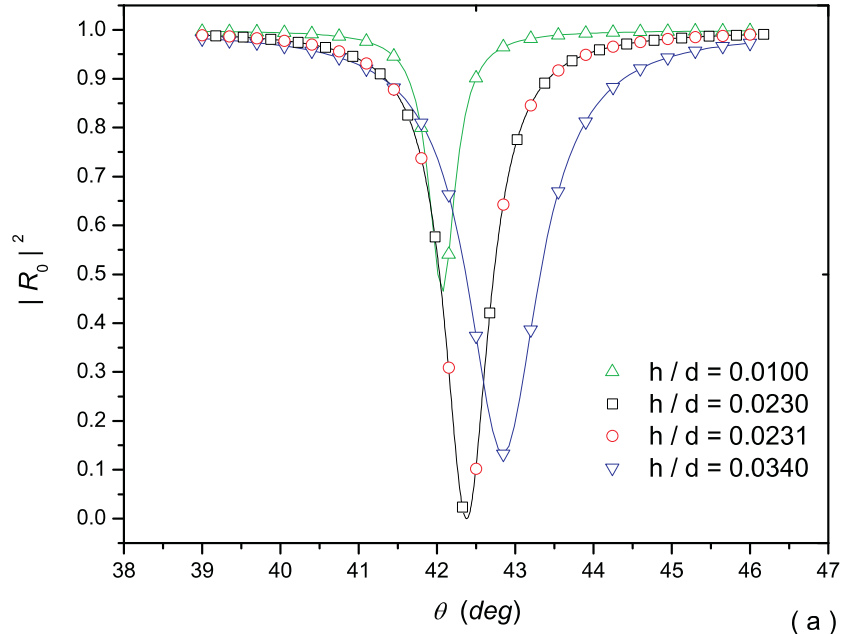


Figura 5: (a) Eficiencia de difracción  $|R_0|^2$  y (b) fase  $\Phi$  en el orden reflejado especularmente como funciones del ángulo de incidencia  $\theta$  para polarización s,  $\lambda/d = 1.9$  y para diferentes valores del cociente  $h/d$ . Los parámetros constitutivos relativos son  $\epsilon = 4 + 0.001i$  y  $\mu = -1.5 + 0.001i$ .

parámetros la Ec. (8) proporciona la constante de propagación  $\kappa(0) = 2.56904 + 0.00223i$  para la superficie plana. Si suponemos  $\kappa(0) \approx \kappa(h)$ , la Ec. (12) predice un acoplamiento entre el campo incidente y el SPP para un ángulo de incidencia  $\theta \approx 41.99^\circ$ . En las curvas de reflectividad (Fig. 5a) obtenidas con los formalismos rigurosos vemos que la posición angular de los mínimos depende de  $h/d$ , lo que indica que la parte real de la constante de propagación del SPP, si bien tiene un valor parecido al del caso plano, depende en realidad de la profundidad del corrugado. Análogamente, el ancho angular de estos mínimos aumenta cuando  $h/d$  aumenta, lo que indica un incremento de la parte imaginaria de la constante de propagación del SPP acoplado. Las curvas de eficiencia para  $h/d = 0.0230$  y  $0.0231$  son casi indistinguibles y la posición angular de estos mínimos (con valores numéricos  $\approx 10^{-8}$ ) coincide aproximadamente con el valor predicho por la aproximación cuasiplana, es decir, tomando  $\kappa(h) \approx \kappa(0)$  (Ec. (12)). Sin embargo, las curvas de fase obtenidas para estas profundidades muestran comportamientos muy diferentes. Para  $h/d = 0.0230$ , al igual que para  $h/d = 0.001$ , las curvas de fase tienen un mínimo y un máximo, mientras que para  $h/d = 0.0231$ , al igual que para  $h/d = 0.0340$ , las curvas de fase son monótonas decrecientes. Excepto por un cambio de polarización, el comportamiento ilustrado en la Fig. 5 es el análogo magnético para la zona A del fenómeno de absorción total observado en redes metálicas para la zona G [10, 45, 108–110].

El cambio de comportamiento en las curvas de fase puede interpretarse fácilmente en el marco del modelo fenomenológico de polos y ceros, ya que de acuerdo a lo discutido anteriormente indicaría la existencia de un valor crítico de  $h/d$  entre los valores  $0.0230$  y  $0.0231$ , para el cual el cero de  $R_0$  cruza el eje real y la luz incidente es absorbida totalmente por la red. De las curvas de fase mostradas en la Fig. 5b, concluimos que  $\text{Im}z_0 \text{Im}z_p > 0$  para  $h/d = 0.0230$  (porque la curva tiene un máximo y un mínimo) y que  $\text{Im}z_0 \text{Im}z_p < 0$  para  $h/d = 0.0231$  (porque la curva es monótona).

Es fácil ver que el término de las expresiones (9) y (10) que se acopla con el SPP corresponde al orden evanescente  $m = 1$ , ya que para este término se cumple la condición  $\text{Re } \alpha(h) = \alpha_m$ . La Fig. 6 muestra el mapa de  $|R_{+1}|$  como función de  $\theta$  y de  $h/d$ . Observamos que la mayor intensificación de este orden ocurre para los mismos valores de  $h/d$  y de  $\theta$  en que a luz incidente es absorbida totalmente por la red. Esto indica que el acoplamiento óptimo del SPP se da bajo condiciones muy similares a las necesarias para tener absorción total y máxima intensificación local de campo, tal como sucede en el caso convencional metálico.

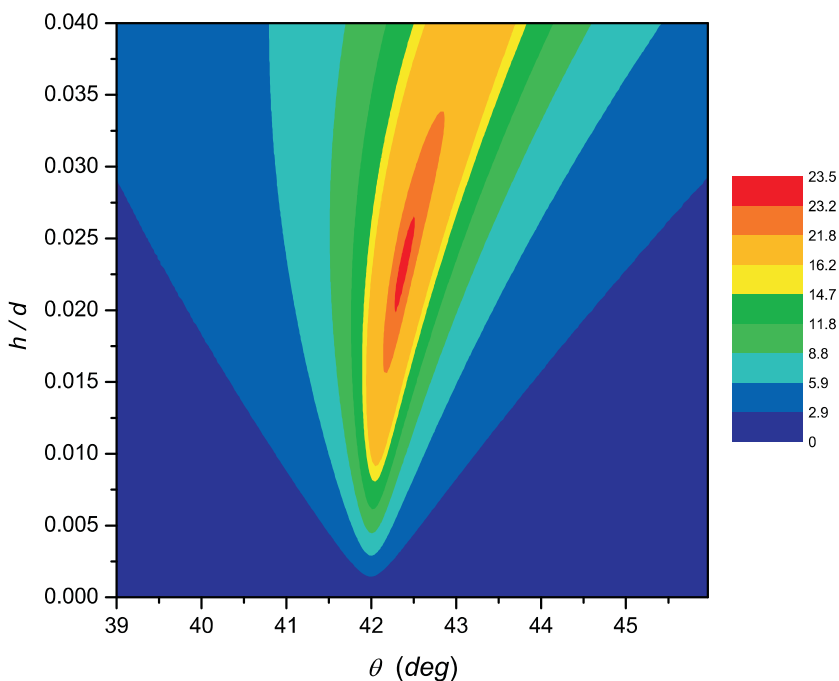


Figura 6: Mapa de la amplitud  $|R_{+1}|$  como función de  $h/d$  y  $\theta$ , los otros parámetros son iguales a los de la Fig. 5.

## 2.4. Régimen B: polarización $s$ , excitación de SPPs progresivos

Para nuestro próximo ejemplo hemos elegido una superficie con parámetros constitutivos relativos  $\epsilon = -0.21213 + 0.001i$  y  $\mu = -1.4142 + 0.001i$ , que corresponden al régimen B de la Fig. 1 donde los SPPs tienen polarización  $s$ . Con estos parámetros, la Ec. (8) proporciona la constante de propagación  $\kappa(0) = 1.30385 + 0.00138i$  para la superficie plana. Debido a que la parte real del índice de refracción relativo es menor que la unidad, la superficie plana presenta diferentes reflectividades para ángulos de incidencia menores o mayores que el ángulo crítico de reflexión total  $\theta_c = 33.21^\circ$ . Seleccionando el valor de  $\lambda/d$  podemos sintonizar el ángulo de incidencia  $\theta$  para que el acoplamiento entre la radiación incidente y el SPP caiga en regiones correspondientes a alta ( $\theta > 33.21^\circ$ ) o baja ( $\theta < 33.21^\circ$ ) reflectividad.

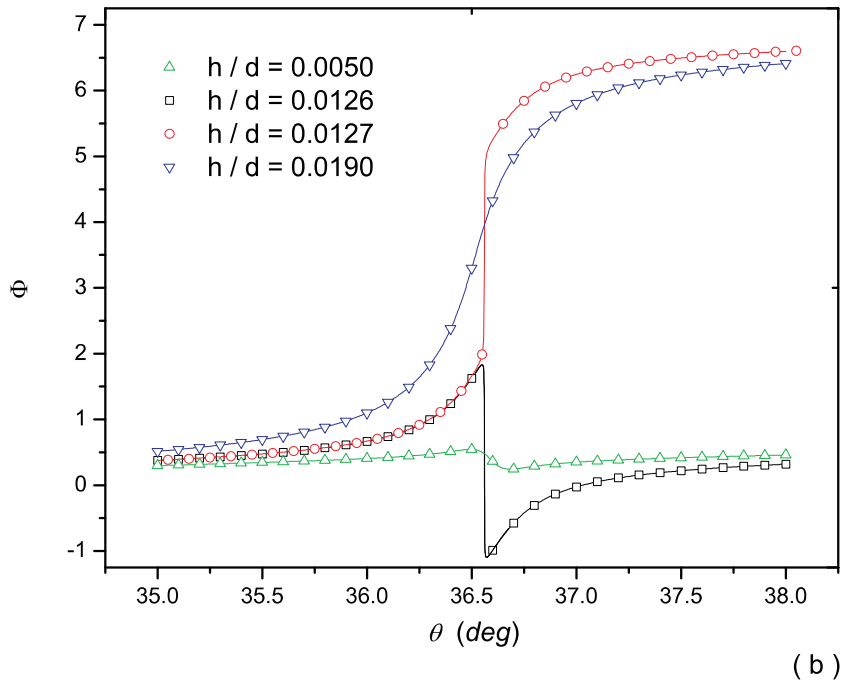
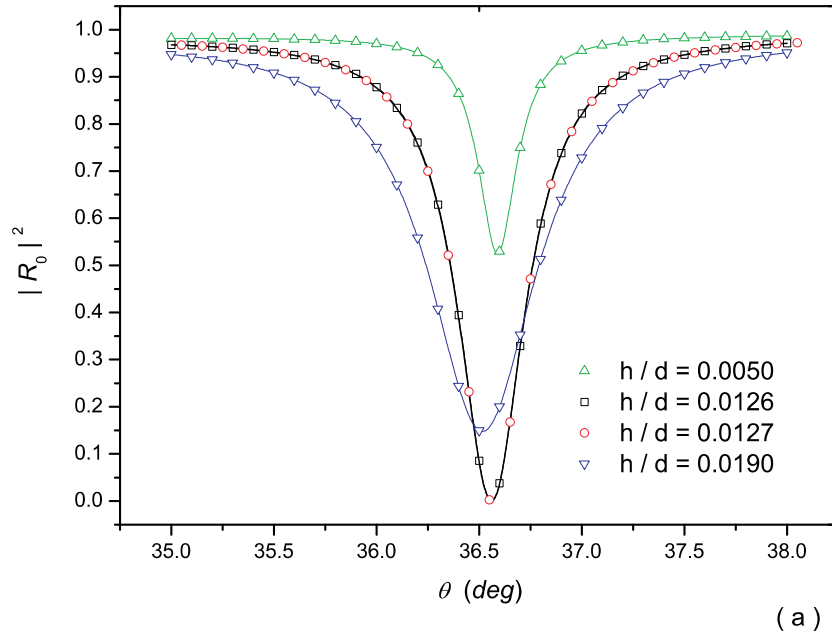


Figura 7: (a) Eficiencia de difracción  $|R_0|^2$  y (b) fase  $\Phi$  en el orden reflejado especularmente como funciones del ángulo de incidencia  $\theta$  para polarización s,  $\lambda/d = 1.9$  y para diferentes valores del cociente  $h/d$ . Los parámetros constitutivos relativos son  $\epsilon = -0.21213 + 0.001i$  y  $\mu = -1.4142 + 0.001$ .

### 2.4.1. Excitación después de reflexión total

Primero seleccionamos el valor  $\lambda/d = 1.9$ , para el que la Ec. (12) junto con la aproximación cuasiplana ( $\kappa(h) \approx \kappa(0)$ ) predice excitación de SPPs cerca de  $\theta \approx 36.57^\circ$ , un ángulo de incidencia que cae en la región angular donde la superficie plana se comporta como totalmente reflectante. El orden evanescente que acopla con el SPP está representado por el término con  $m = -1$  en las expresiones (9) y (10).

La Fig. 7 muestra  $|R_0(\theta)|^2$  y  $\Phi(\theta)$  correspondiente al orden reflejado especularmente para polarización  $s$  y para valores de  $h/d$  en el rango 0.0050–0.0190. Si bien la superficie está caracterizada por un índice de refracción casi real, las curvas graficadas en la Fig. 7 muestran esencialmente el mismo comportamiento que las mostradas en la Fig. 5 para una superficie con un índice de refracción prácticamente imaginario. Para un ángulo de incidencia muy cercano al predicho por la aproximación cuasiplana, observamos que las curvas de reflectividad para  $h/d = 0.0126$  y  $0.0127$  son casi indistinguibles. Sin embargo, la curva de fase para  $h/d = 0.0126$  tiene un máximo y un mínimo, mientras que para  $h/d = 0.0127$  la fase es una función monótona creciente, lo que indica que el cero de  $R_0$  cruza el eje real para un valor crítico de  $h/d$  que cae entre 0.0126 y 0.0127.

La Fig. 8 muestra que tal como ocurría en el ejemplo previo (región A), la amplitud del orden evanescente que se acopla con el SPP alcanza su máximo valor para las mismas condiciones en que tiene lugar el fenómeno de absorción total.

### 2.4.2. Excitación antes de reflexión total

Si repetimos el estudio en la región A pero en vez de considerar  $\lambda/d = 1.9$  ahora elegimos  $\lambda/d = 1.5$ , la Ec. (12) junto con la aproximación cuasiplana predicen que el acoplamiento resonante ocurre para  $\theta \approx 11.31^\circ$ . Para este ángulo de incidencia la superficie plana refleja un valor cercano al 20% de la potencia incidente, en lugar de ser totalmente reflectante como sucedía en el ejemplo previo. El orden evanescente que ahora acopla con el SPP está representado por el término  $m = -1$  en las expresiones de los campos (9) y (10).

La Fig. 9 muestra la eficiencia  $|R_0(\theta)|^2$  y la fase  $\Phi(\theta)$  correspondiente al orden reflejado especularmente para polarización  $s$  y para valores de  $h/d$  en el rango 0.0070–0.0280. Las curvas de eficiencia para corrugados con  $h/d = 0.007$  reproducen casi el mismo comportamiento que una superficie plana, excepto para ángulos de incidencia cercanos al acoplamiento donde como novedad se puede observar la presencia de una pequeña

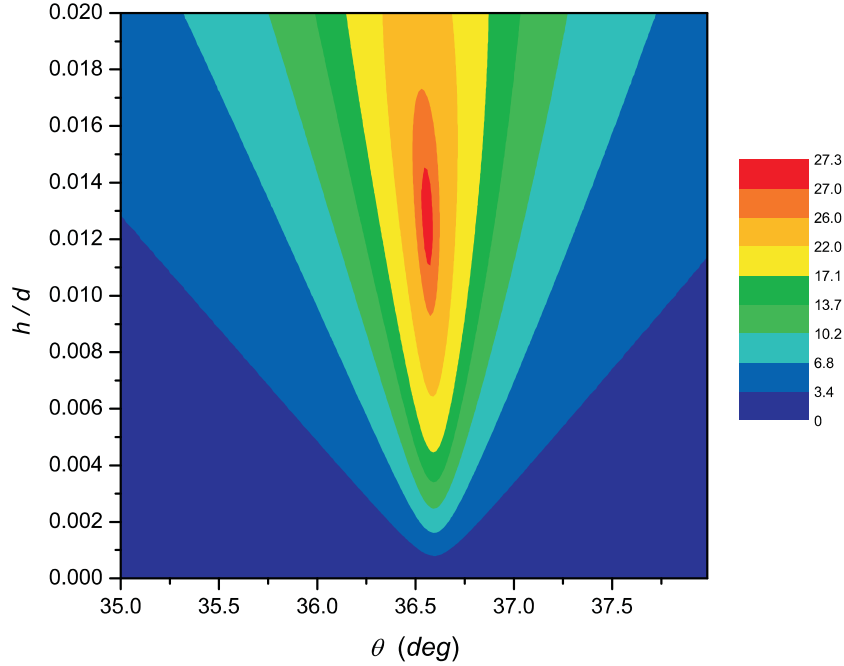


Figura 8: Mapa de la amplitud  $|R_{-1}|$  como función de  $h/d$  y  $\theta$ , los otros parámetros son iguales a los de la Fig. 7.

asimetría que se manifiesta a través de un mínimo y de un máximo. Cuando se aumenta el valor de  $h/d$  (no mostrado en la Fig. 9a) la asimetría en la curva de eficiencia se hace cada vez más pronunciada, con un máximo cada vez mayor y un mínimo pequeño que puede hacerse cero dentro de la precisión numérica. Las curvas de eficiencia para  $h/d = 0.0225$  y  $h/d = 0.0226$  (Fig. 9a) son indistinguibles y presentan un valor mínimo de  $\approx 10^{-8}$ , mientras que el máximo alcanza un valor que es dos veces mayor que el correspondiente a la reflectividad de una superficie plana en esta región angular. Para mayores valores de  $h/d$  el mínimo es distinto de cero y el valor máximo aumenta, como se observa en la curva correspondiente a  $h/d = 0.0280$  para la cual el máximo es casi tres veces mayor que el valor de la reflectividad obtenida para  $h = 0$ . Este comportamiento curioso no ha sido observado en redes de materiales convencionales, para las cuales la absorción primero se reduce y luego desaparece cuando el cociente entre la altura y el período del corrugado aumenta desde el valor crítico correspondiente al fenómeno de absorción total. En términos del cero y del polo, este comportamiento inusual de las curvas de eficiencia podría ser explicado suponiendo  $\text{Re } z_0 \neq \text{Re } z_p$ .

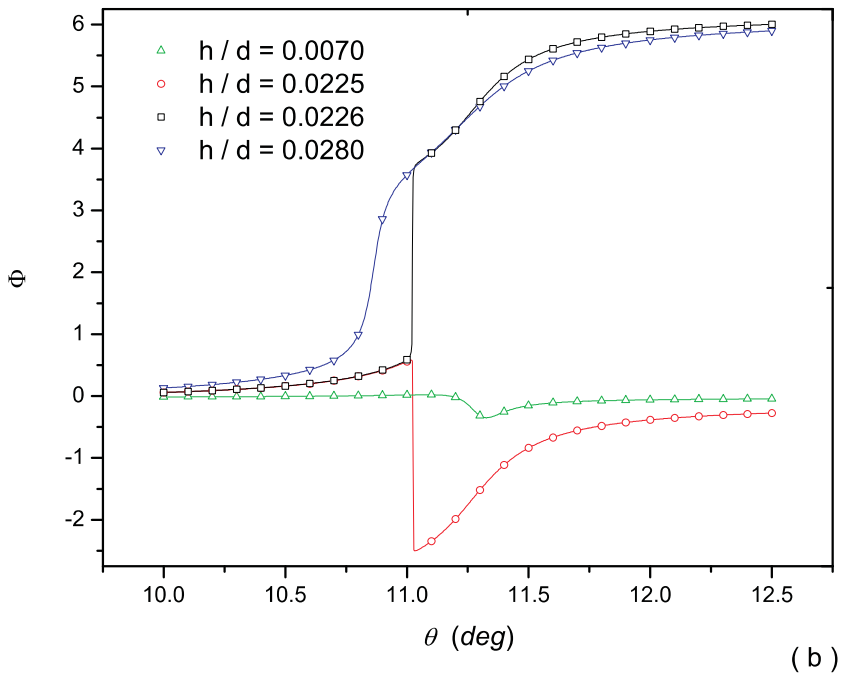
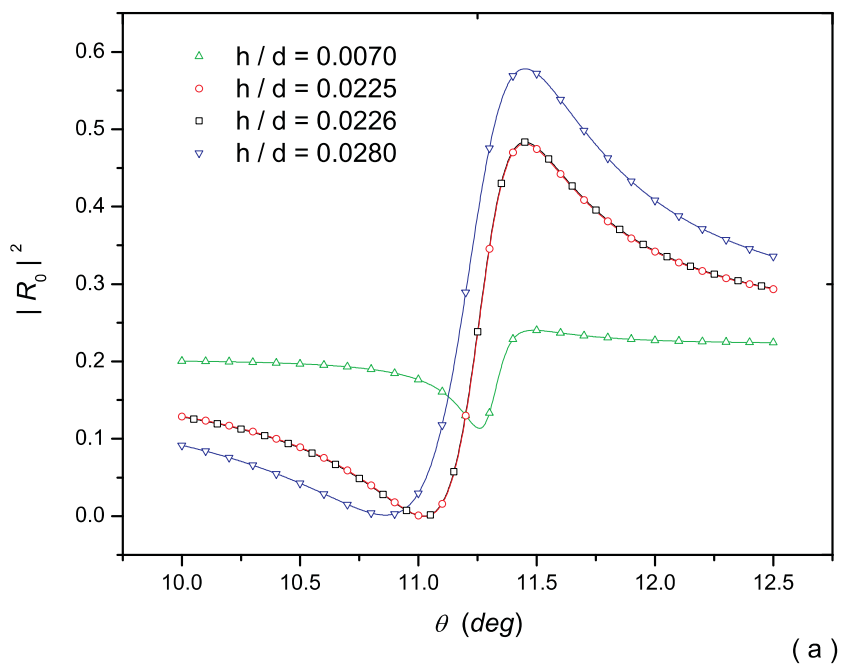


Figura 9: Lo mismo que la Fig. 7, para  $\lambda/d = 1.5$

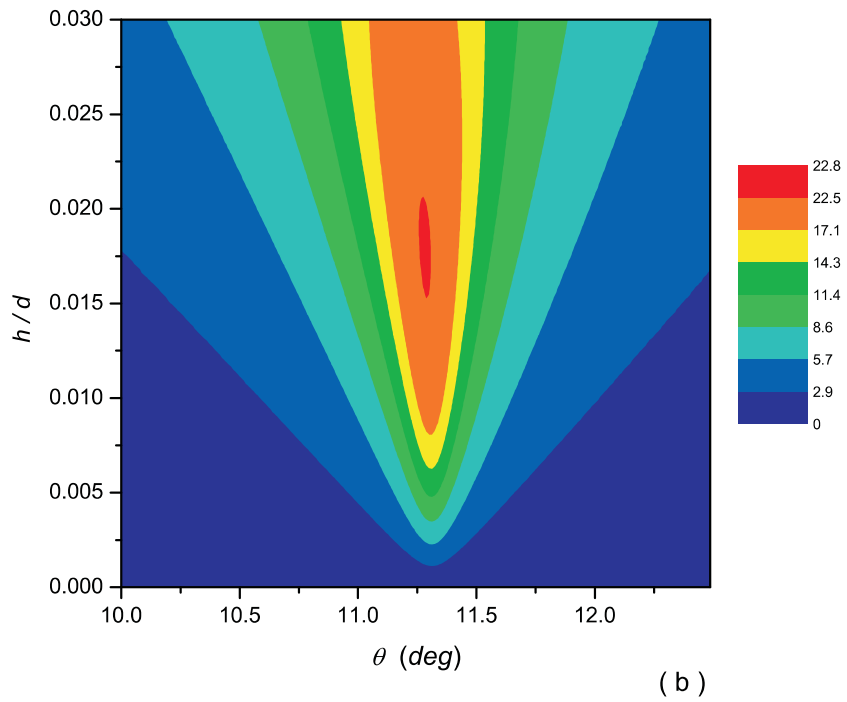
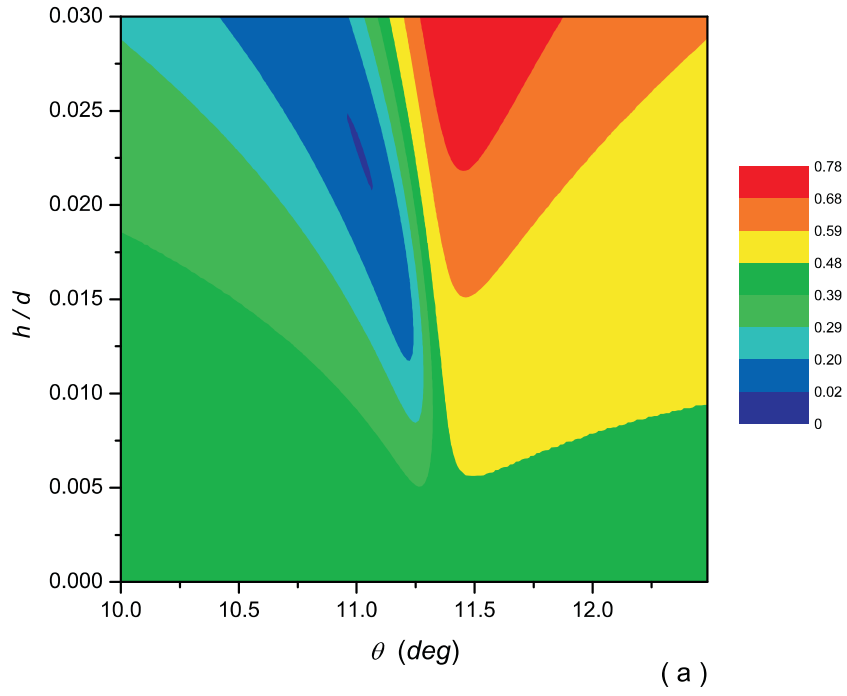


Figura 10: (a) Mapa de  $|R_0|$  y (b) mapa de  $|R_{-1}|$  como funciones de  $h/d$  y  $\theta$ , los otros parámetros son iguales a los de la Fig. 9.

Como ocurre en los ejemplos previos, las curvas de fase mostradas en la Fig. 9b cambian su comportamiento para algún valor crítico de  $h/d$ , en este caso entre 0.0225 y 0.0226. Para valores de  $h/d$  menores que el valor crítico, las curvas muestran un máximo y un mínimo, un comportamiento que podría corresponder a la condición  $\text{Im } z_p \text{ Im } z_0 > 0$ , mientras que para valores de  $h/d$  mayores que este valor crítico las curvas son funciones monótonas del ángulo de incidencia ( $\text{Im } z_p \text{ Im } z_0 < 0$ ). Sin embargo, contrariamente al comportamiento observado en los ejemplos previos, vemos que la amplitud del orden evanescente que acopla con el SPP no alcanza su máximo valor en las mismas condiciones en que ocurre absorción total, una característica que muestra que no siempre es correcto obtener la relación de dispersión del SPP mediante la detección del mínimo de reflectividad, un procedimiento muy común cuando se emplean los acopladores de prisma o de red en medios convencionales [10–14]. Esto se aprecia en la Fig. 10, que muestra los mapas de  $|R_0|$  (Fig. 10a) y  $|R_{-1}|$  (Fig. 10b) como funciones de  $\theta$  y  $h/d$ . Notar que el mapa en la Fig. 10a refleja las asimetrías en las curvas de eficiencia mostradas en la Fig. 9a.

## 2.5. Régimen C: polarización $p$ , excitación de SPPs regresivos

Para ejemplificar el comportamiento resonante de los SPPs en la región C de la Fig. 1 elegimos  $\epsilon = -0.9487 + 0.0001i$  y  $\mu = -1.5811 + 0.001i$ , parámetros relativos para los cuales los SPPs son regresivos (dirección del flujo neto de potencia paralelo a la superficie con sentido opuesto a la dirección de propagación [94]) y tienen polarización  $p$ . Con estos valores la Ec. (8) da una constante de propagación  $\kappa(0) = 2.44979 - 0.00245i$ , con parte imaginaria negativa debido al carácter regresivo del SPP en la superficie plana. Si elegimos  $\lambda/d = 1.9$ , la Ec. (12) y la aproximación cuasiplana predicen que la excitación del SPP ocurre para ángulos de incidencia  $\theta \approx 33.35^\circ$  con  $m = +1$ . En esta región angular la superficie plana refleja menos que el 3% de la potencia incidente.

La Fig. 11a muestra la reflectividad especular  $|R_0(\theta)|^2$  de la red para polarización  $p$  y para  $h/d = 0.001, 0.00275, 0.00278$  y  $0.0036$ . Todas las curvas exhiben mínimos cerca del ángulo de incidencia para el cual se espera el acoplamiento. Observamos que la posición angular de estos mínimos decrece a medida que se incrementa  $h/d$ , lo que indica que la parte real de la constante de propagación disminuye al aumentar la profundidad del corrugado. Las curvas para  $h/d = 0.00275$  y  $0.00278$  son indistinguibles y presentan absorción casi total (mínimos  $\approx 10^{-8}$ ) para el ángulo de incidencia  $\theta = 33.34^\circ$ . Sin embargo, la curva de fase para  $h/d = 0.00275$  (y para  $h/d = 0.001$ ) tiene máximo y mínimo, mientras que

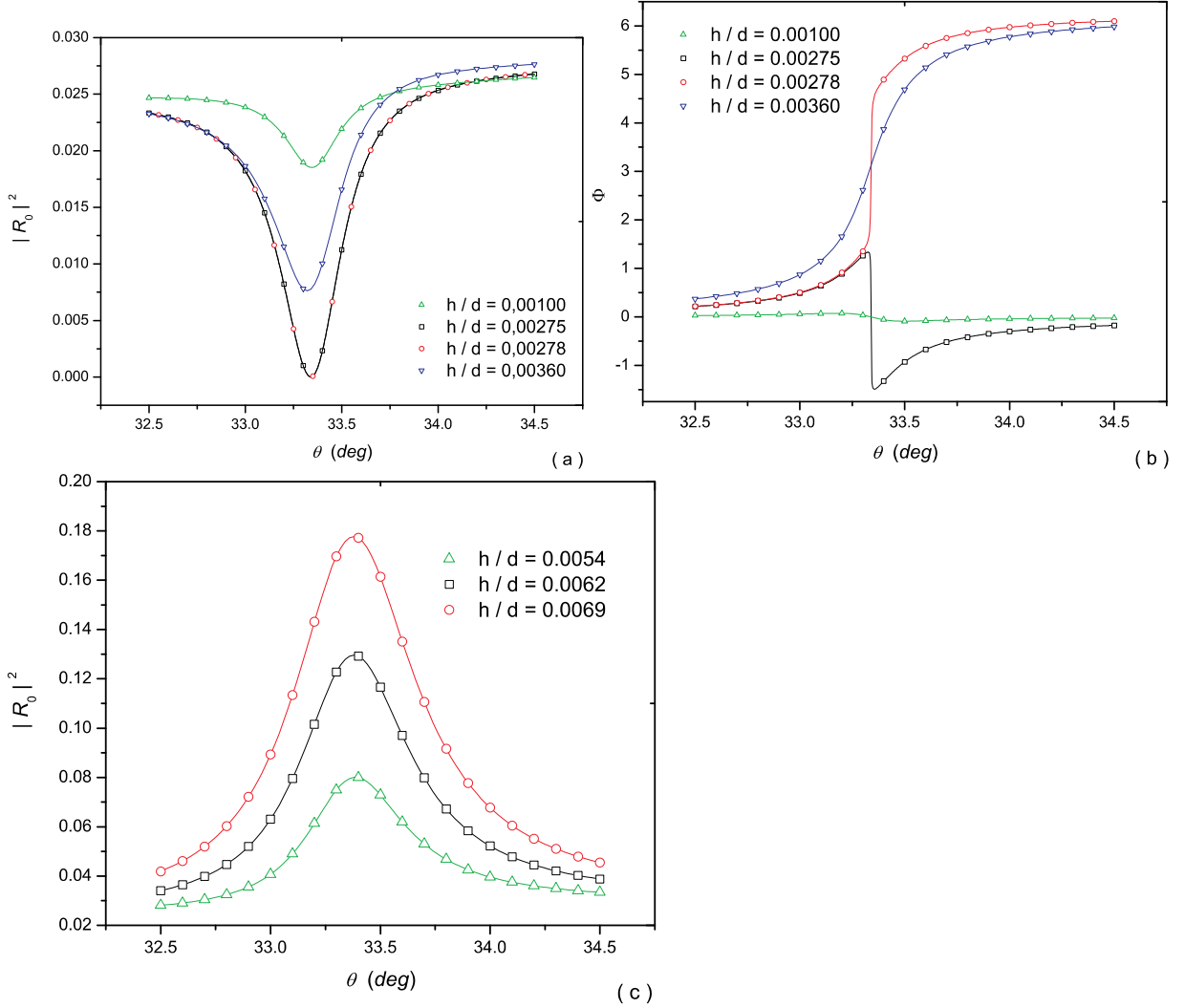


Figura 11: (a) Eficiencia de difracción  $|R_0|^2$  y (b) fase  $\Phi$  en el orden reflejado especularmente como funciones del ángulo de incidencia  $\theta$  para polarización p,  $\lambda/d = 1.9$  y  $h/d = 0.0010, 0.00275, 0.00278$  y  $0.00360$ ; (c) lo mismo que (a), para  $h/d = 0.0054, 0.0062$  y  $0.0069$ . Los parámetros constitutivos son  $\epsilon = -0.9487 + 0.0001i$  y  $\mu = -1.5811 + 0.001$ .

la fase para  $h/d = 0.0278$  (y para  $h/d = 0.00360$ ) es una función monótona del ángulo de incidencia (Fig. 11b). En términos del modelo fenomenológico, el comportamiento mostrado en la Fig. 11a y 11b indica la existencia de un cero  $z_0$  real que ocurre para un valor crítico de  $h/d$  entre 0.00275 y 0.00278.

Recordemos que en redes de materiales convencionales (redes metálicas) el efecto de absorción total asociado con la excitación de SPPs es un efecto curioso y espectacular, en el sentido que la introducción de un corrugado muy débil puede transformar una superficie con reflectividad muy alta en una superficie con reflectividad nula. Los ejemplos para los nuevos materiales artificiales que hemos mostrado en las secciones 2.3 y 2.4.1 —en regímenes de excitación de SPPs en los cuales el campo electromagnético incidente sufre una atenuación reactiva y es reflejado— exhiben características muy similares. En este marco, los efectos mostrados en la Fig. 11a son de alguna manera menos espectaculares que los anteriores, ya que en ausencia de corrugado la reflectividad de la superficie plana es muy baja y por este motivo la excitación del SPP debida a la rugosidad periódica, si bien proporciona absorción total, no cambia tan drásticamente la respuesta de la superficie. Sin embargo, hemos observado que la excitación resonante de SPPs regresivos también puede estar asociada con cambios notables en la respuesta electromagnética de la superficie. Esto se muestra en la Fig. 11c en la que se ha graficado la reflectividad especular  $|R_0(\theta)|^2$  para los mismos parámetros de la Fig. 11a, pero para valores del cociente entre la altura y el período del corrugado  $h/d = 0.0054, 0.0061$  y  $0.0069$ . Las curvas de fase correspondientes (no mostradas) exhiben un comportamiento monótono similar al mostrado en la Fig. 11b para  $h/d = 0.00278$  y  $0.0036$ . Observamos que las curvas de eficiencia de la Fig. 11c exhiben valores máximos cerca del ángulo de incidencia para el cual se espera el acoplamiento del SPP y donde las curvas de eficiencia de la Fig. 11a exhiben mínimos. En este rango, la posición angular de estos máximos decrece a medida que el parámetro de red  $h/d$  aumenta. Este comportamiento no ha sido observado en corrugados metálicos, para los cuales la absorción es primero reducida y finalmente desaparece cuando el cociente entre la altura y el período del corrugado es mayor que el valor crítico correspondiente al fenómeno de absorción total. Debido a que las curvas de eficiencia de la Fig. 11 son bastante simétricas, esperamos  $\text{Re } z_0(h/d) \approx \text{Re } z_p(h/d)$  para los valores de  $h/d$  considerados en este ejemplo. Además, para los valores de  $h/d$  que proporcionan altas reflectividades, se espera que la parte imaginaria del cero complejo sea apreciablemente mayor que la parte imaginaria del polo.

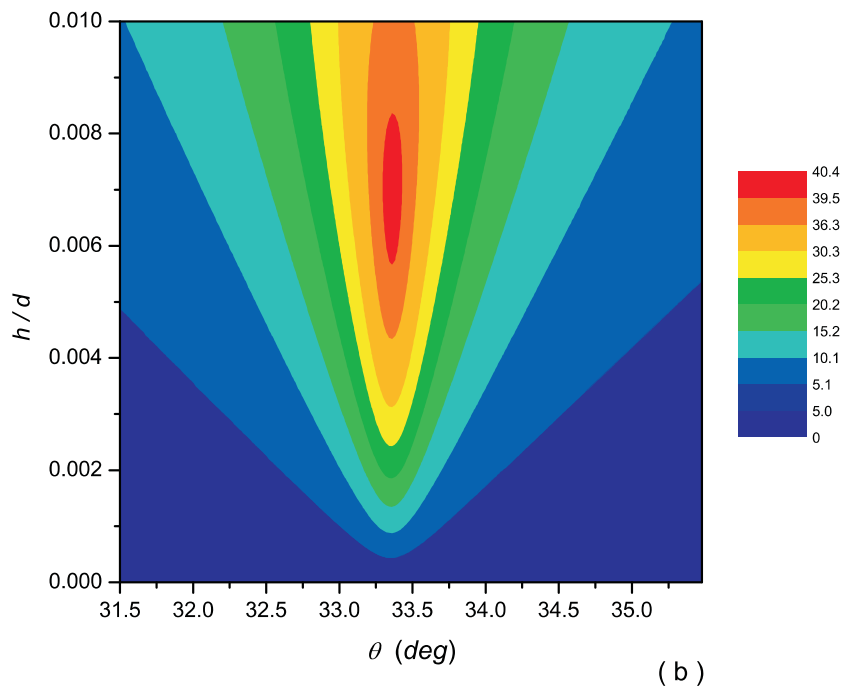
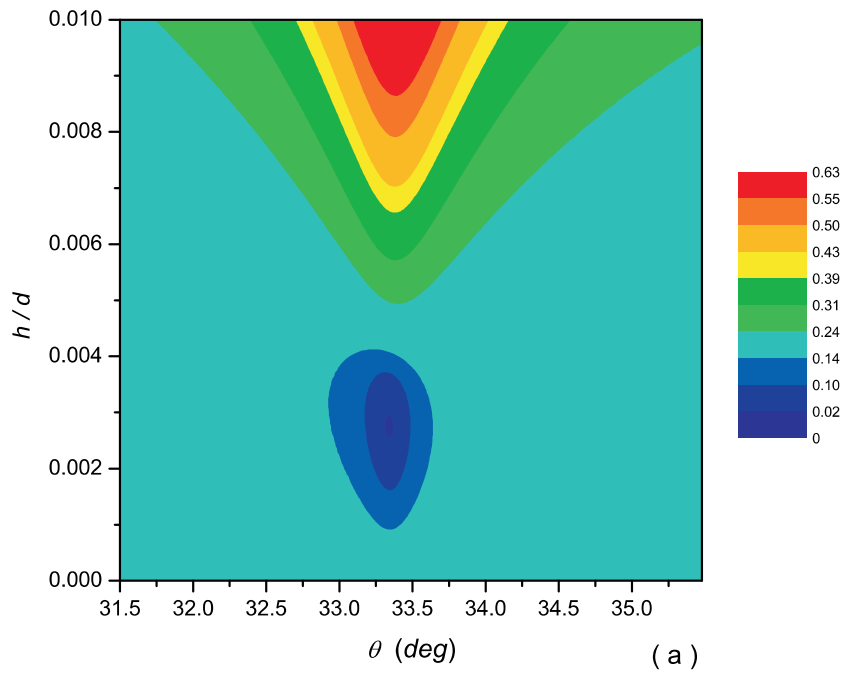


Figura 12: (a) Mapa de  $|R_0|$  y (b) mapa de  $|R_{+1}|$  como funciones de  $h/d$  y  $\theta$ , los otros parámetros son iguales a los de la Fig. 11.

La Fig. 12 muestra los mapas de  $|R_0|^2$  (Fig. 12a) y  $|R_{+1}|^2$  (Fig. 12b) como funciones de  $\theta$  y  $h/d$ . Podemos observar que, tal como ocurría en el régimen estudiado en 2.4.2, las condiciones de máxima absorción del campo incidente y de máxima intensificación del SPP no son iguales.

## 2.6. Obtención de polos y ceros mediante el ajuste de curvas

En los ejemplos de este capítulo hemos visto que la respuesta electromagnética completa (en reflectividad y fase) obtenida utilizando los formalismos numéricos rigurosos cerca de las resonancias de SPPs podría ser entendida de una manera muy sencilla utilizando la generalización a medios MMs del modelo fenomenológico de polos y ceros. Sin embargo, para utilizar solamente el modelo sencillo sería necesario obtener numéricamente los parámetros  $z_0(h/d)$ ,  $z_p(h/d)$  y  $\xi(z, h/d)$ , una tarea que involucra la complicación de una continuación analítica al plano complejo de los formalismos utilizados para determinar las eficiencias de difracción. En particular,  $z_p(h/d)$  está íntimamente conectado con la constante de propagación compleja  $\kappa(h) = c\alpha(h)/\omega$  del SPP en la superficie corrugada, cantidad que más adelante será obtenida mediante la solución del problema homogéneo asociado. Para postergar la continuación analítica, en esta sección nos conformaremos con calcular los parámetros  $z_0(h/d)$ ,  $z_p(h/d)$  y  $\xi(z, h/d)$  de una manera aproximada mediante el ajuste del modelo fenomenológico (13) a los resultados numéricos rigurosos, un camino que posteriormente nos permitirá verificar los resultados obtenidos mediante la solución del problema homogéneo.

Algunos resultados para  $z_0(h/d)$  y  $z_p(h/d)$  en los diferentes regímenes considerados previamente se muestran en la tabla I. Los valores de  $\xi(z, h/d)$  no se muestran en esta tabla porque son prácticamente idénticos a los calculados mediante los coeficientes de Fresnel correspondiente a la superficie plana en la misma región angular. Hemos usado un esquema iterativo en el cual los parámetros extraídos del modelo para las curvas de eficiencia se introducen en la Ec. (14) para calcular el modelo de la curva de fase, el esquema termina cuando el modelo y las curvas de fase calculadas rigurosamente son idénticas de acuerdo con la precisión gráfica.

El valor complejo de  $z_p(0)$  en la tabla I se obtuvo mediante desplazamientos del valor de  $\kappa(0)$  en múltiplos del cociente entre la longitud de onda y el período del corrugado  $\lambda/d$  de manera que su parte real caiga dentro del intervalo  $[-1, 1]$ . Si la constante de propagación del SPP no fuera afectada por el corrugado sinusoidal,  $z_p(0)$  debería ser

Cuadro 1: Resultados para  $z_p(h/d)$  y  $z_0(h/d)$  obtenidos mediante el ajuste de las curvas de reflectividad y fase correspondientes a los ejemplos de las secciones 2.3, 2.4.1, 2.4.2 y 2.5.

Sección	$\lambda/d$	$h/d$	$\text{Re } z_p(h/d)$	$\text{Im } z_p(h/d)$	$\text{Re } z_0(h/d)$	$\text{Im } z_0(h/d)$	$\text{Re } z_p(0)$	$\text{Im } z_p(0)$
2.3	1.9	0.023	0.67377	0.00447	0.67376	$7.610^{-6}$	0.66904	0.00223
2.4.1	1.9	0.012	0.59547	-0.00263	0.59546	$-1.310^{-4}$	0.59615	-0.00138
2.4.2	1.5	0.022	0.19530	-0.00356	0.19129	$-8.010^{-5}$	0.19615	-0.00138
2.5	1.9	0.003	0.54967	-0.00300	0.54935	$5.110^{-4}$	0.54978	-0.00245
2.5	1.9	0.0069	0.54963	-0.00490	0.54814	0.01214	0.54978	-0.00245

igual que  $z_p(h)$  [10, 45]. Debido a las pérdidas de energía por radiación introducidas por el corrugado, los valores de  $|\text{Im } z_p(h/d)|$  presentados en la tabla I son mayores que los valores de  $|\text{Im } \kappa(0)|$  correspondientes a la superficie plana. La simetría angular observada en las curvas de eficiencia y fase en los casos presentados en las secciones 2.3 se manifiesta en los valores de  $\text{Re } z_p(h/d)$  y  $\text{Re } z_0(h/d)$  de la tabla I, que difieren en la quinta cifra significativa. Por otro lado, para el caso presentado en la sección 2.4.2 los valores de  $\text{Re } z_p(h/d)$  y  $\text{Re } z_0(h/d)$  difieren por encima del segundo dígito significativo, un hecho que tiene en cuenta la asimetría angular observada en las curvas de eficiencia para este ejemplo. En el régimen C (sección 2.5) y para el valor  $h/d = 0.0069$ , mayor que el valor correspondiente al fenómeno de absorción total,  $|\text{Im } z_0(h/d)|$  es apreciablemente mayor que  $|\text{Im } z_p(h/d)|$ . Si tenemos en cuenta que en este caso  $\text{Re } z_0(h/d) \approx \text{Re } z_p(h/d)$ , el valor del máximo observado en la curva de eficiencia de la Fig. 11c es  $\approx |\xi \text{Im } z_0 / \text{Im } z_p|^2$ , un valor apreciablemente mayor que el de la reflectividad correspondiente a la superficie plana.



### 3. Determinación de la superficie propia de Riemann

En el capítulo anterior usamos la técnica de acoplamiento de red para poner en evidencia los novedosos efectos que pueden ocurrir en la superficie de un MM cuando la radiación incidente excita SPPs. Si bien los resultados de este estudio dan una idea de cómo el corrugado superficial altera la propagación de la onda superficial respecto del caso plano, para un estudio completo se debe resolver el problema homogéneo correspondiente. Este problema homogéneo es en muchos aspectos formalmente similar al utilizado para determinar las eficiencias de difracción, aunque tiene una dificultad adicional relacionada con la continuación analítica en el plano complejo de ciertas cantidades físicas. La continuación analítica es inevitable aún cuando los medios considerados carezcan de pérdidas intrínsecas por disipación. Esto es así ya que en el caso plano la constante de propagación para medios sin pérdidas es real, debido a que el SPP no puede perder energía ni por efectos óhmicos ni por irradiación. En cambio, la alteración de la simetría plana producida por la rugosidad permite que el SPP se acople con un fotón y pueda perder energía por irradiación. En otras palabras, el corrugado produce un cambio tanto de la parte real como de la parte imaginaria de la constante de propagación de la onda superficial respecto del caso plano y, aún en el caso ideal de medios sin pérdidas, el valor de la parte imaginaria de la constante de propagación puede ser distinto de cero. Vemos así que esta parte imaginaria juega un papel muy importante no sólo porque en los casos reales siempre existirán pérdidas óhmicas, sino también porque está íntimamente ligada con las pérdidas por radiación que modifican considerablemente la respuesta de la superficie respecto del caso en que la excitación está ausente y que permiten la detección del SPP.

Veremos en este capítulo que la clave de la continuación analítica es la determinación de las ramas de las funciones multivaluadas  $\beta_m^{(j)}$  que representan la constante de propagación perpendicular al plano medio de la superficie en función de la constante de propagación paralela al mismo. Este procedimiento determina la superficie propia (o superficie física) de Riemann del problema de difracción prolongado al plano complejo.

Si bien los cortes en el plano complejo que determinan las distintas ramas de la superficie de Riemann de una función multivaluada son en principio arbitrarios, la elección del corte más adecuado simplifica notablemente la resolución del problema físico que estamos tratando. La elección del corte ha sido encarada para estudiar las características de los

modos guiados por estructuras electromagnéticas y se han sugerido diversos cortes.

En los trabajos de Sommerfeld [112], Zenneck [113] y Collin [114] las líneas de corte se eligen con la condición de que la parte imaginaria de las constantes de propagación perpendiculares a la superficie sean iguales a cero, mientras que las ramas de las funciones raíz cuadrada se eligen de manera tal que el campo del modo guiado esté ligado a la superficie. Este es el corte elegido por Ishimaru y sus colaboradores [96] para generalizar a medios con pérdidas el problema homogéneo de la interfase plana de un MM absorbente. En la Ref. [45] se propone otro corte que conduce a seleccionar como modos propios a aquellos cuya constante de propagación paralela a la superficie tiene parte real mayor que el vector de onda del fotón en cada uno de los medios (modos no radiativos). En este capítulo se pretende justificar la elección del corte que mejor se adapte al estudio de los SPPs sobre una superficie corrugada de MM.

El capítulo está organizado de la siguiente manera: en la sección 3.1 discutimos los cortes propuestos en las Refs. [96, 112–114] usados para determinar los modos propios de una superficie plana y mostramos que estos cortes no son adecuados para la superficie corrugada periódicamente, ya que no proveen el campo de radiación esperado para algunos valores del cociente entre la longitud de onda y el período del corrugado. En las secciones 3.2 y 3.3, mostraremos que los cortes que mejor se adaptan a esta situación tienen similitud con los propuestos en las Refs. [45, 115].

### 3.1. De la superficie plana a la superficie corrugada

Consideremos la superficie plana  $y = 0$  (Figura 13a) que separa un material dieléctrico ideal con parámetros constitutivos  $\varepsilon_1, \mu_1$ , ambos reales y positivos, de un material caracterizado por los parámetros constitutivos  $\varepsilon_2, \mu_2$  con parte real arbitraria y parte imaginaria mucho menor que el módulo de la parte real. Si  $\phi(x, y)$  representa la componente  $z$  del campo magnético total para el modo de polarización  $p$  o del campo eléctrico total para el modo de polarización  $s$ , el campo a cada lado de esta superficie se escribe,

$$\phi(x, y) = R e^{i(\alpha x + \beta^{(1)} y)}, \quad y > 0 \quad (15)$$

$$\phi(x, y) = T e^{i(\alpha x - \beta^{(2)} y)}, \quad y < 0, \quad (16)$$

donde  $R$  y  $T$  son amplitudes complejas,  $\alpha$  es la constante de propagación paralela a la superficie y  $\beta^{(1)}$  y  $\beta^{(2)}$  son las componentes transversales del vector de onda en cada medio. En términos del parámetro de propagación adimensionalizado  $\kappa$ ,  $\alpha = \frac{2\pi}{\lambda} \kappa$ , donde  $\lambda$  es la

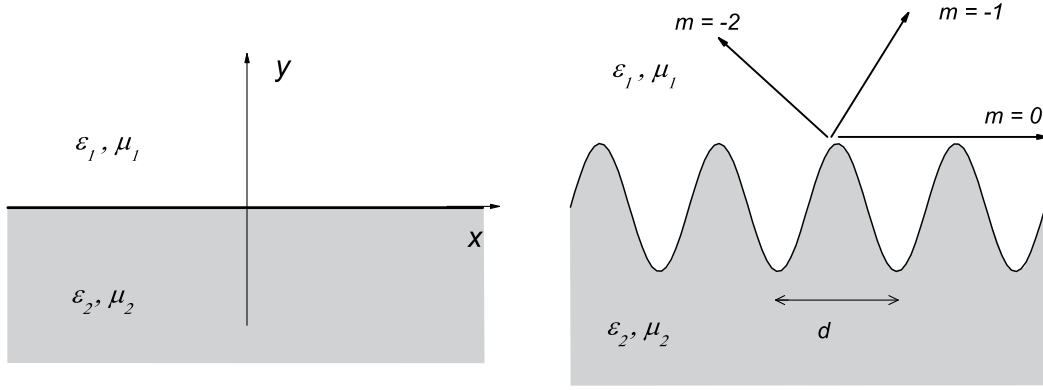


Figura 13: a) Superficie plana que separa los medios de parámetros constitutivos  $\varepsilon_1, \mu_1$  y  $\varepsilon_2, \mu_2$ . b) Superficie periódicamente corrugada. El armónico espacial correspondiente al orden  $m = 0$  es no radiativo, mientras que los armónicos  $m = -1$  y  $m = -2$  irradian energía hacia el medio superior. La dirección de radiación está determinada por el valor real de las constantes de propagación. El resto de armónicos espaciales son no radiativos.

longitud de onda en el medio 1 y

$$\beta^{(1)} = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\varepsilon_1 \mu_1} (1 - \kappa^2)^{1/2}, \quad (17)$$

$$\beta^{(2)} = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\varepsilon_1 \mu_1} (n^2 - \kappa^2)^{1/2}, \quad (18)$$

con  $n = \sqrt{\varepsilon_2} \sqrt{\mu_2} / \sqrt{\varepsilon_1 \mu_1}$  el índice de refracción relativo. El carácter bivaluado de las funciones  $\beta^{(j)}$  ( $j = 1, 2$ ) requiere la determinación de las ramas que tienen sentido físico. Para  $\kappa$  real, la manera de garantizar las condiciones de radiación en el infinito es elegir las ramas de acuerdo con las condiciones,

$$\text{Im } \beta^{(j)} \geq 0, \quad (19)$$

y entonces, en sus respectivos planos complejos, las funciones  $\beta^{(j)}(\kappa)$  siempre recorren las curvas  $\delta^{(j)}$  representadas con líneas de puntos en las Figuras 14b y 14d. Cuando  $\kappa$  es un número complejo, la curva  $\delta^{(j)}$  debe estar contenida en la región del plano complejo correspondiente a la rama física de la función  $\beta^{(j)}(\kappa)$  y por lo tanto esta rama debe satisfacer la condición (19) para  $\kappa$  complejo. Las ramas  $\text{Im } \beta^{(1)} \geq 0$  y  $\text{Im } \beta^{(2)} \geq 0$  definen la *hoja propia* (también llamada hoja física) sobre la superficie de Riemann en el espacio complejo  $\kappa$ . La superficie de Riemann también incluye otras tres hojas –llamadas impropias, porque no representan ondas físicamente admisibles– que corresponden a las siguientes elecciones de ramas:  $\text{Im } \beta^{(j)} < 0$  para  $j = 1, 2$ ,  $\text{Im } \beta^{(1)} < 0$  y  $\text{Im } \beta^{(2)} > 0$ ,  $\text{Im } \beta^{(1)} > 0$  y  $\text{Im } \beta^{(2)} < 0$ . Por construcción, las cuatro hojas (la propia y las tres impropias) se separan una de otra

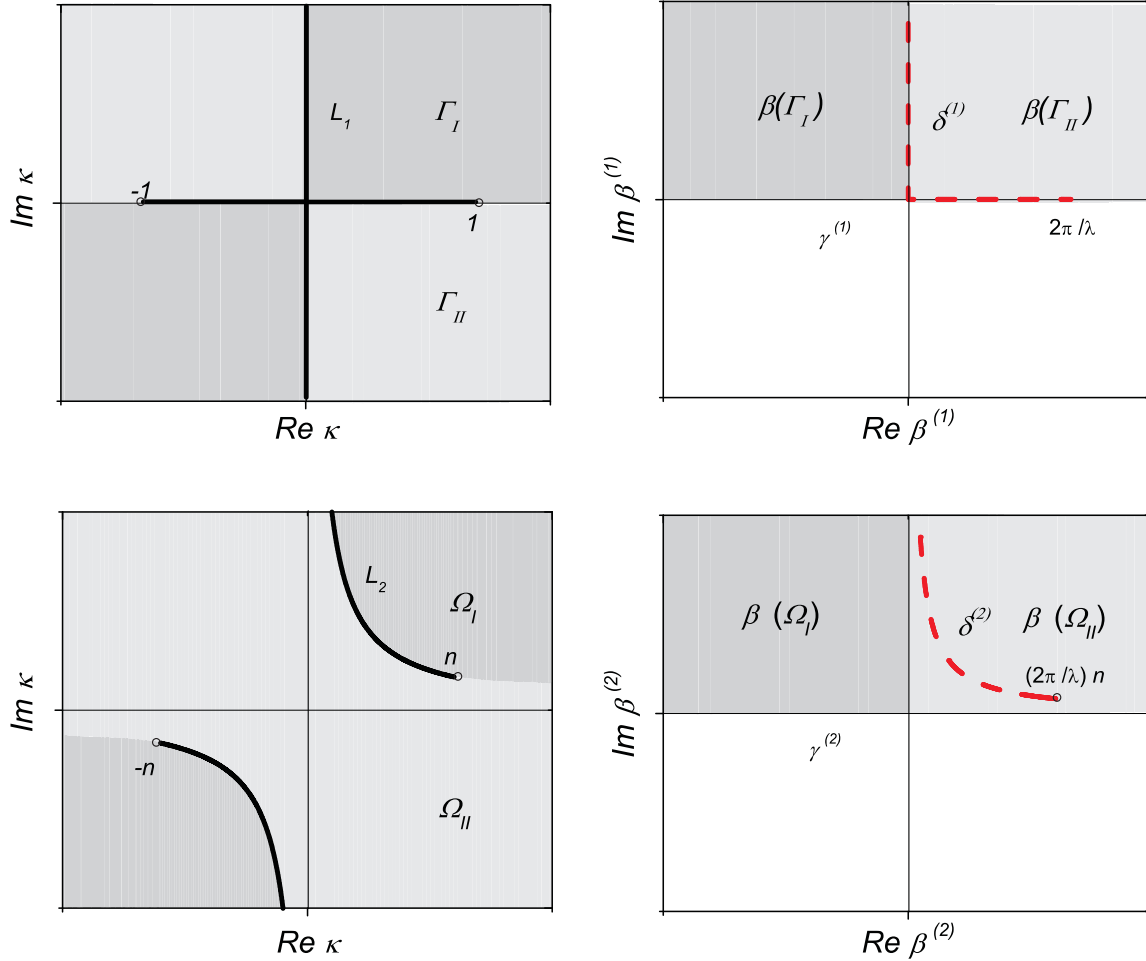


Figura 14: a) Líneas de corte  $L_1$  que dividen el plano  $\kappa$  complejo en dos regiones:  $\Gamma_I$  (gris oscuro) y  $\Gamma_{II}$  (gris claro). b)  $\gamma^{(1)} : Im \beta^{(1)} = 0$  y región del plano  $\beta^{(1)}$  complejo correspondiente a la rama física:  $Im \beta^{(1)} \geq 0$ . La línea de trazos  $\delta^{(1)}$  representa el valor de  $\beta^{(1)}$  para valores reales de  $\kappa$ . c) Líneas de corte  $L_2$  definidas desde los puntos de ramificación  $\kappa = \pm n$  mediante la Ec. (20). d)  $\gamma^{(2)} : Im \beta^{(2)} = 0$  y región del plano  $\beta^{(2)}$  complejo correspondiente a la rama física:  $Im \beta^{(2)} \geq 0$ . La curva  $\delta^{(2)}$  (representada en línea de trazos) representa el parámetro  $\beta^{(2)}$  para valores reales de  $\kappa$ .

por la condición  $\text{Im } \beta^{(j)} = 0$ , que explícitamente se puede reescribir:

$$\kappa^2 - n^{(j)2} = -a, \quad \text{con } a \text{ real y positivo,} \quad (20)$$

donde  $n^{(1)} = 1$  y  $n^{(2)} = n$ . La ecuación (20) define las líneas de corte en el espacio complejo  $\kappa$  mostradas con el símbolo  $L^{(j)}$  en las figuras Fig. 14a y 14c. Cada una de estas líneas divide el plano complejo  $\kappa$  en dos regiones. Como se ve en la Fig. 14a, la línea  $L^{(1)}$  divide las regiones  $\Gamma_1$  (gris oscuro) y  $\Gamma_{II}$  (gris claro). Análogamente, la línea  $L^{(2)}$  (ver Fig. 14c) divide las regiones  $\Omega_I$  (gris oscuro) y  $\Omega_{II}$  (gris claro).

Ahora perturbamos la superficie plana con una modulación pequeña representada por la función  $y = f(x)$  (ver Figura 13b). En este caso el campo  $\phi(x, y)$  se puede desarrollar como una serie de armónicos espaciales (u órdenes)

$$\phi(x, y) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} R_m e^{i(\alpha_m x + \beta_m^{(1)} y)}, \quad y > \max \{f(x)\}, \quad (21)$$

$$\phi(x, y) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} T_m e^{i(\alpha_m x - \beta_m^{(2)} y)}, \quad y < \min \{f(x)\}, \quad (22)$$

donde

$$\alpha_m = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\varepsilon_1 \mu_1} \kappa(h/\lambda) + \frac{2\pi}{d} m, \quad (23)$$

es la componente  $x$  del vector de onda del  $m$ -ésimo armónico espacial,  $h$  es la altura del corrugado,  $\kappa(h/\lambda)$  es la constante de propagación adimensionalizada correspondiente a  $m = 0$ ,  $d$  es el período del corrugado y  $R_m$  y  $T_m$  son amplitudes complejas a determinar. La componente  $y$  del vector de onda del  $m$ -ésimo armónico espacial es

$$\beta_m^{(1)} = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\varepsilon_1 \mu_1} (1 - \kappa_m^2)^{1/2} \quad (24)$$

$$\beta_m^{(2)} = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\varepsilon_1 \mu_1} (n^2 - \kappa_m^2)^{1/2}. \quad (25)$$

A medida que la onda superficial se propaga por la superficie, los armónicos espaciales pueden irradiar energía hacia el medio 1 siempre que se verifique la condición  $|\text{Re } \kappa_m| < 1$ . El número de armónicos espaciales radiativos depende de la relación  $\lambda/d$ .

En la Figura 13b hemos esquematizado la situación en la que dos órdenes son propagantes. Nuestro objetivo es ver si el corte definido para el caso de superficie plana describe correctamente esta situación. A diferencia del caso plano, ahora tenemos un conjunto infinito de *hojas físicas de Riemann*, una por cada armónico espacial correspondiente a las

ecuaciones (21) y (22). Este conjunto constituye la *hoja física de Riemann* del problema homogéneo de una superficie corrugada. Si el corte dado por la ecuación (20) se generaliza al plano complejo  $\kappa_m$  de cada armónico espacial y si se seleccionan las ramas de las funciones  $\beta_m^{(j)}$  de manera similar al caso de superficie plana, estas ramas verifican la siguiente condición:

$$\text{Im } \beta_m^{(j)} \geq 0. \quad (26)$$

Con esta generalización, tanto las líneas de corte en el plano complejo correspondiente al armónico espacial  $\kappa_m$  como las ramas de las funciones  $\beta_m^{(j)}$  son idénticas a las mostradas en la Figura 14, excepto que ahora se debe reemplazar  $\kappa$  por  $\kappa_m$  y  $\beta^{(j)}$  por  $\beta_m^{(j)}$ . El conjunto infinito de planos  $\kappa_m$  cuya imagen a través de las funciones  $\beta_m^{(j)}$  queda determinada por las condiciones (26) constituye la *hoja física de Riemann* del problema. Veremos a continuación que esta elección no muestra el mecanismo de radiación esperado cuando la onda superficial se propaga por la superficie. Sin necesidad de pensar aún en medios metamateriales, consideremos por ejemplo el caso de una superficie metálica suavemente corrugada. Se sabe que en esta superficie se pueden propagar ondas superficiales (plasmones superficiales) descritas por las Ecs. (21) y (22), donde  $\kappa(h/d)$  resulta muy similar a la constante de propagación  $\kappa(0)$  correspondiente a superficie plana. Siempre es posible elegir un valor de  $\lambda/d$  (mediante la selección apropiada del período de la red) para que el plasmón tenga dos órdenes radiativos, ambos con flujos de potencia saliente de la superficie, en la dirección  $+y$ , tal como se esquematiza en la Figura 13b. Si  $\text{Re } \kappa > 0$ , el armónico fundamental ( $m = 0$ ) se propaga en el sentido  $+x$ , con lo cual  $\text{Im } \kappa > 0$ . En esta situación, el flujo de potencia asociado al armónico espacial  $m = -1$  tiene componente en la dirección  $+x$  ( $0 < \kappa_{-1} < 1$ ) mientras que el flujo de potencia asociado al armónico espacial  $m = -2$  tiene componente en la dirección  $-x$  ( $-1 < \kappa_{-2} < 0$ ). Si bien el criterio (26) para elegir cortes predice correctamente la dirección de radiación asociada al armónico espacial  $m = -2$ , no lo hace para el armónico espacial  $m = -1$ . Esto es así debido a que con este criterio  $\kappa_{-1}$  cae en la región  $\Gamma_I$  de la Figura 14a y entonces  $\beta_{-1}^{(1)}$  cae en la región  $\beta(\Gamma_I)$  de la Figura 14b. En esta región,  $\text{Re } \beta_{-1}^{(1)} < 0$  (no se reproduce la dirección correcta para el flujo de potencia) e  $\text{Im } \beta_{-1}^{(1)} > 0$  (el campo asociado al armónico  $m = -1$  queda confinado a la superficie), por lo que debemos concluir que el criterio (26) para elegir los cortes de  $\beta^{(m)}(\kappa)$  no es físicamente adecuado para tratar el problema homogéneo de superficies corrugadas. Se podría intentar corregir el problema eligiendo la rama opuesta de la función  $\beta_{-1}^{(1)}$ , pero esto equivale a cambiar  $\beta_{-1}^{(1)} \rightarrow -\beta_{-1}^{(1)}$ , y la onda

superficial así definida resultaría un modo impropio (no perteneciente a la *hoja física de Riemann*) del sistema. Esta segunda posibilidad sólo brinda una diferencia de definición, sin cambios en la situación física del problema, aunque agrega la incomodidad de buscar los modos en más de una hoja de la superficie de Riemann.

El ejemplo anterior pone en evidencia que los cortes adecuados para describir situaciones físicas como la esquematizada en la en la Figura 13b deben tratar de manera distinta a los armónicos espaciales con  $|\text{Re } \kappa_m| > 1$  y con  $|\text{Re } \kappa_m| < 1$ . Por este motivo, los cortes deben ser similares al propuesto en las Refs. [10, 45] para el caso de medios convencionales y utilizado en la Ref. [116] para determinar las características de las ondas superficiales no radiativas y radiativas de una guía plana metálica. Puesto que las líneas de corte dependen de las características del índice de refracción del medio 2, analizamos dos situaciones: A) cuando el medio 2 es reactivo (índice de refracción básicamente imaginario, las ondas no penetran en el medio) y B) cuando el medio 2 es transparente, con índice de refracción negativo (parte real negativa, con componente imaginaria pequeña, las ondas penetran en el medio).

### 3.2. Medio 2 reactivo

Cuando el medio 2 es reactivo,  $\text{Re } \varepsilon_2 \text{Re } \mu_2 < 0$ , la onda superficial sólo puede irradiar energía hacia el medio 1. Esta situación comprende a los plasmones con polarización  $p$  que se pueden propagar en medios metálicos convencionales ( $\text{Re } \varepsilon_2 < 0$ ,  $\text{Re } \mu_2 > 0$ ) y a las ondas superficiales con polarización  $s$  que se pueden propagar en MMs con  $\text{Re } \varepsilon_2 > 0$  y  $\text{Re } \mu_2 < 0$ . En el ejemplo anterior, el corte (26) asigna  $\text{Re } \beta_{-1}^{(1)} < 0$  cuando  $\text{Re } \kappa_{-1} < 1$  y conduce al resultado inadecuado de que el armónico espacial  $m = -1$  no puede irradiar en el medio 1. Para evitar este problema, la línea de corte debe ser elegida de manera tal que  $\beta_m^{(1)}$  cambie de signo cuando  $\kappa_m$  cruce la línea  $\text{Re } \kappa_m = 1$ . Uno de los cortes mas sencillos para describir correctamente la situación física esquematizada en la Figura 13b consiste en definir como líneas de corte a las líneas verticales trazadas desde los puntos de ramificación  $\kappa_m = \pm 1$  de acuerdo con la condición:

$$\text{Re } \kappa_m = \pm 1, \quad \text{Re } \kappa_m \text{Im } \kappa_m \geq 0. \quad (27)$$

La Fig. 15a muestra las líneas de corte (27) con el símbolo  $L_1$  y la Figura 15b muestra la imagen de esta línea  $\gamma^{(1)} = \beta_m^{(1)}(L_1)$  en el plano complejo  $\beta_m^{(1)}$ . La continuación analítica de la función  $\beta_m^{(1)}(\kappa)$  requiere que su rama incluya la imagen del eje real del plano  $\kappa_m$ ,

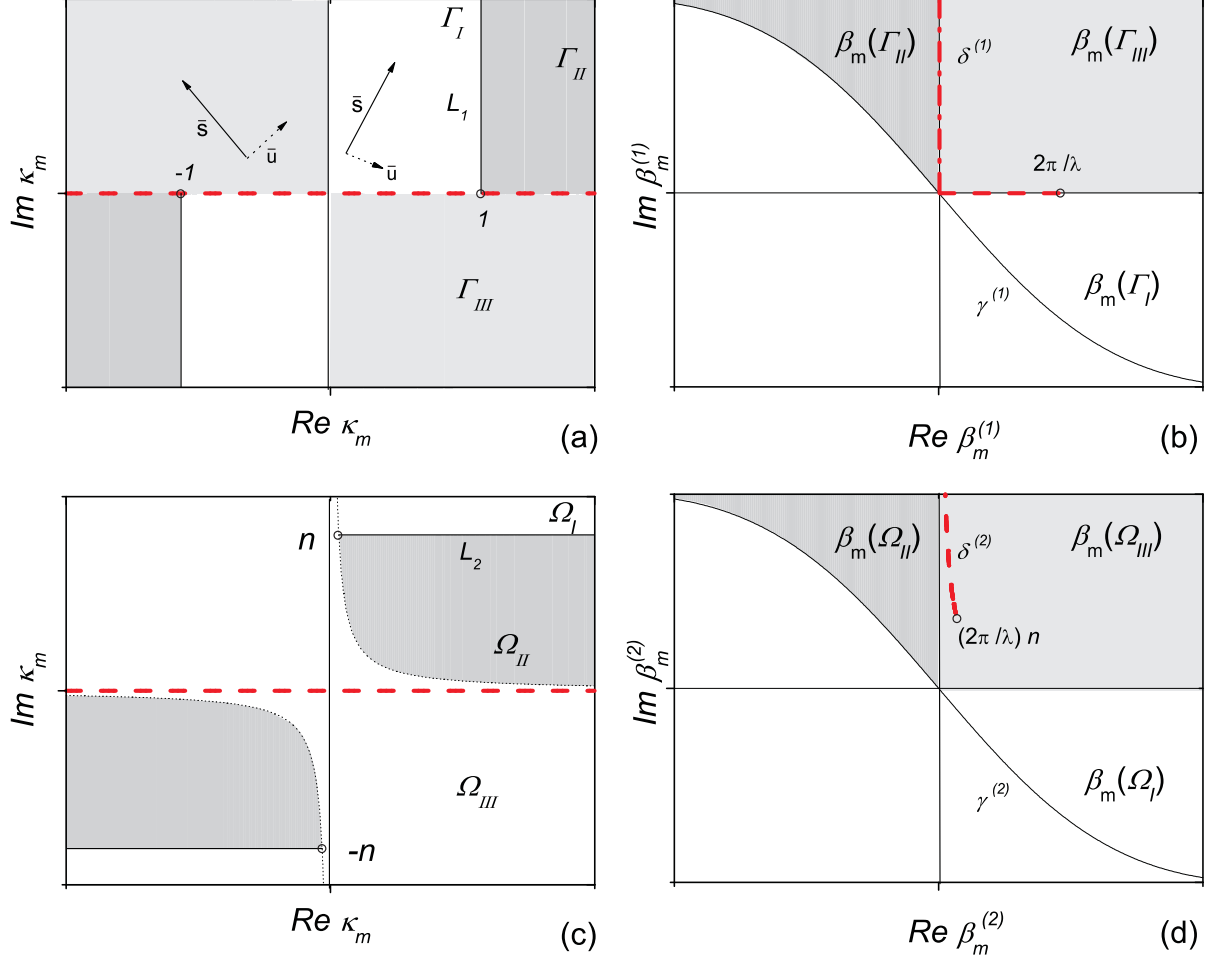


Figura 15: a)  $L_1$  : líneas de corte definidas desde los puntos de ramificación  $\kappa_m = \pm 1$  de acuerdo con la Ec. (27). Los vectores  $\bar{s}$  y  $\bar{u}$  representan las direcciones de radiación y decaimiento para los armónicos espaciales  $m$  radiativos. b)  $\gamma^{(1)}$  : imagen de  $L_1$  a través de la función  $\beta_m^{(1)}$ . Rama de la función  $\beta_m^{(1)}$  :  $\text{Re } \beta_m^{(1)} + \text{Im } \beta_m^{(1)} \geq 0$ . La línea de trazos  $\delta^{(1)}$  representa el valor de  $\beta^{(1)}$  para valores reales de  $\kappa$ . c) Líneas de corte  $L_2$  definidas desde los puntos de ramificación  $\kappa = \pm n$  mediante la Ec. (27). d)  $\gamma^{(2)}$  : imagen de  $L_2$  a través de la función  $\beta_m^{(2)}$ . Rama de la función  $\beta_m^{(2)}$  :  $\text{Re } \beta_m^{(2)} + \text{Im } \beta_m^{(2)} \geq 0$ . La curva  $\delta^{(2)}$  (representada en línea de trazos) representa el parámetro  $\beta^{(2)}$  para valores reales de  $\kappa$ .

representada con el símbolo  $\delta^{(1)}$  en la Fig. 15b. Para esto, la rama de la función  $\beta_m^{(1)}(\kappa)$  debe coincidir con la región ubicada por encima de la curva  $\gamma^{(1)}$ . En el límite  $\text{Im } \kappa \ll 1$ , como sucede cuando la pérdida intrínseca del medio es pequeña, la curva  $\gamma^{(1)}$  de la Fig. 15b puede ser aproximada por una recta  $\text{Re } \beta_m^{(1)} + \text{Im } \beta_m^{(1)} = 0$ , un procedimiento que ha sido empleado en los cortes propuestos en las Refs. [10, 45] para el estudio de plasmones superficiales. En esta aproximación la rama de la función es

$$\text{Re } \beta_m^{(1)} + \text{Im } \beta_m^{(1)} \geq 0, \quad (28)$$

mientras que la línea de corte (preimagen de la línea  $\text{Re } \beta_m^{(1)} + \text{Im } \beta_m^{(1)} = 0$ ) se puede aproximar por la expresión:

$$\kappa_m^2 - 1 = i a, \quad \text{con } a \text{ real y positivo.} \quad (29)$$

De manera similar, la línea de corte para la función  $\beta_m^{(2)}$  se puede elegir:

$$\kappa_m^2 - n = i a, \quad \text{con } a \text{ real y positivo,} \quad (30)$$

y en consecuencia, la rama de la función  $\beta^{(2)}$  queda

$$\text{Re } \beta_m^{(2)} + \text{Im } \beta_m^{(2)} \geq 0. \quad (31)$$

Debido a que el índice de refracción relativo es prácticamente imaginario, estas líneas de corte están lejos del eje real (es decir que  $\kappa$  no cruza estas líneas) y como consecuencia la condición (31) se puede reemplazar por la rama de la función correspondiente al caso plano:

$$\text{Im } \beta_m^{(2)} \geq 0. \quad (32)$$

El conjunto infinito de planos  $\kappa_m$  cuya imagen a través de las funciones  $\beta_m^{(j)}$  queda determinada por las condiciones (28) y (31) o (28) y (32) constituye la *hoja física de Riemann* del problema. En la Figura 15a hemos representado la dirección de propagación  $\bar{s}$  y de decaimiento  $\bar{u}$  para armónicos espaciales con  $\kappa_m$  en las regiones  $\Gamma_I$  y  $\Gamma_{III}$ , con  $|\text{Re } \kappa_m| < 1$  e  $\text{Im } \kappa > 0$ , de acuerdo con la rama del parámetro  $\beta_m^{(1)}$  representada en la Figura 15b. Notar que esta rama provee el sentido de radiación correcto en el medio 1, esquematizado en la Fig. 13b. La Fig. 15c muestra que  $\kappa_m$  pertenece a la regiones  $\Omega_{II}$  o  $\Omega_{III}$  y como consecuencia  $\text{Im } \beta_m^{(2)} \geq 0$ , por lo que los armónicos espaciales en el medio 2 quedan confinados a la superficie.

### 3.3. Medio 2 transparente

En este caso, las ondas superficiales pueden irradiar tanto hacia el medio 1 como hacia el medio 2, una característica novedosa que las distingue de las ondas superficiales existentes en materiales convencionales. Se sabe que en el problema de difracción con onda incidente ( $\kappa_m$  real), la condición de radiación en el infinito exige elegir los parámetros  $\beta_m^{(2)}$  de acuerdo con las condiciones empleadas por Depine y Lakhtakia [106]

$$\text{Im } \beta_m^{(2)} \geq 0, \quad (33)$$

y entonces la función  $\beta_m^{(2)}$  recorre la curva  $\delta^{(2)}$  representada con una línea de puntos en la Fig. 16d. Con esta condición y en el límite ideal, los armónicos espaciales en el medio 2 son radiativos, con flujo de potencia en la dirección  $-y$ , cuando  $n < \kappa_m < -n$  y  $\beta_m^{(2)}$  es real y negativo, o no radiativos, con campos confinados a la superficie, cuando  $|\kappa_m| > -n$  y  $\beta_m^{(2)}$  es un número imaginario positivo. Para generalizar a valores complejos de  $\kappa_m$  la condición 33, podemos tomar la línea de corte desde los puntos de ramificación  $\kappa = \pm n$ , tal como se hizo con la condición (27)

$$\text{Re } \kappa_m = \pm \text{Re } n, \quad \text{Re } \kappa_m \text{ Im } \kappa_m \leq \text{Re } n \text{ Im } n. \quad (34)$$

En esta definición de la línea de corte hemos tenido en cuenta el caso más general en el cual el medio tiene una pequeña pérdida. Las Figs. 16c y 16d muestran la línea de corte  $L_2$  y su imagen en el plano  $\beta_m^{(2)}$  representada con el símbolo  $\gamma^{(2)}$ . La continuación analítica de la función  $\beta_m^{(2)}(\kappa_m)$  requiere que su rama incluya la condición (33). Por lo tanto la rama de la función debe seleccionarse como la región del plano que se ubica por encima de la curva  $\gamma^{(2)}$ . Si  $\kappa_m$  es prácticamente un número real, la curva  $\gamma^{(2)}$  se puede aproximar por la recta  $-\text{Re } \beta_m^{(2)} + \text{Im } \beta_m^{(2)} = 0$ . En esta aproximación, la rama de la función se puede escribir

$$-\text{Re } \beta_m^{(2)} + \text{Im } \beta_m^{(2)} \geq 0, \quad (35)$$

y la ecuación correspondiente a la línea de corte resulta

$$\kappa_m^2 - n^2 = -i a, \quad \text{con } a \text{ real y positivo.} \quad (36)$$

Para mostrar la *hoja física de Riemann* correspondiente al problema de dispersión para la interfase corrugada cuando el medio 1 es un dieléctrico ideal, hemos incorporado las Figuras 16a y 16b en las cuales se muestran las líneas de corte  $L_1$  desde los puntos

de ramificación  $\kappa_m = \pm 1$  y las ramas de la función  $\beta_m^{(1)}$ . En el límite ideal, el corte representado por la Ec. (36) coincide con el propuesto en la Ref. [115]. En este límite la onda superficial puede irradiar energía hacia el medio 2 (en dirección  $-y$ ) mediante los armónicos espaciales que satisface la condición  $n < \text{Re } \kappa_m < -n$ .

Para ver las características del flujo de potencia irradiado por la onda superficial, supongamos que el armónico espacial  $m$  pertenece a la zona radiativa contenida en la región  $\Omega_{III}$  (Figura 16c). En este caso, se verifican las condiciones  $0 < \text{Re } \kappa_m < -n$ ,  $\text{Im } \kappa > 0$  o  $n < \text{Re } \kappa_m < 0$ ,  $\text{Im } \kappa < 0$  y en la Figura 16d se puede observar que  $\text{Re } \beta_m^{(2)} < 0$  y que  $\text{Im } \beta_m^{(2)} > 0$ . Por lo tanto, la dirección del flujo de energía asociado a este armónico espacial resulta en la dirección  $-y$  ( $\varepsilon_2 < 0$ ,  $\mu_2 < 0$ ).

Por otro lado, recordemos que cada armónico espacial  $m$  debe verificar la relación de dispersión

$$\alpha_m^2 + \beta_m^2 = (\omega/c)^2 \varepsilon_2 \mu_2. \quad (37)$$

Debido a que en el caso de medio transparente la parte imaginaria del miembro derecho en esta ecuación es cero, resulta  $\text{Re } \alpha_m \text{ Im } \alpha_m + \text{Re } \beta_m \text{ Im } \beta_m = 0$  y en consecuencia la dirección del flujo de potencia irradiado por la onda superficial hacia el medio 2 es perpendicular a la dirección de decaimiento. En la Figura 16c mostramos la dirección de radiación y de decaimiento con los vectores  $\bar{s}$  y  $\bar{u}$  respectivamente. Un análisis similar permite deducir las direcciones de radiación y de decaimiento representadas en la Figura 16c, para  $\kappa_m$  perteneciente a la región  $\Omega_I$ .

De acuerdo con el corte definido mediante las condiciones (34) o (36), en el límite ideal el campo radiado por la onda superficial hacia el medio 2 tiene las mismas características que el campo radiado hacia el medio 1 cuando la onda superficial se propaga por un corrugado metálico. El esquema de vectores de propagación y de decaimiento mostrado en las Figs. 16a y 16c ilustra la forma en que la onda superficial pierde energía por radiación cuando se propaga por la superficie periódicamente corrugada. La estructura de onda espacialmente localizada que exhibe el campo de radiación de la onda superficial también se observa en el campo de radiación de plasmones superficiales en guías planas [116, 117].

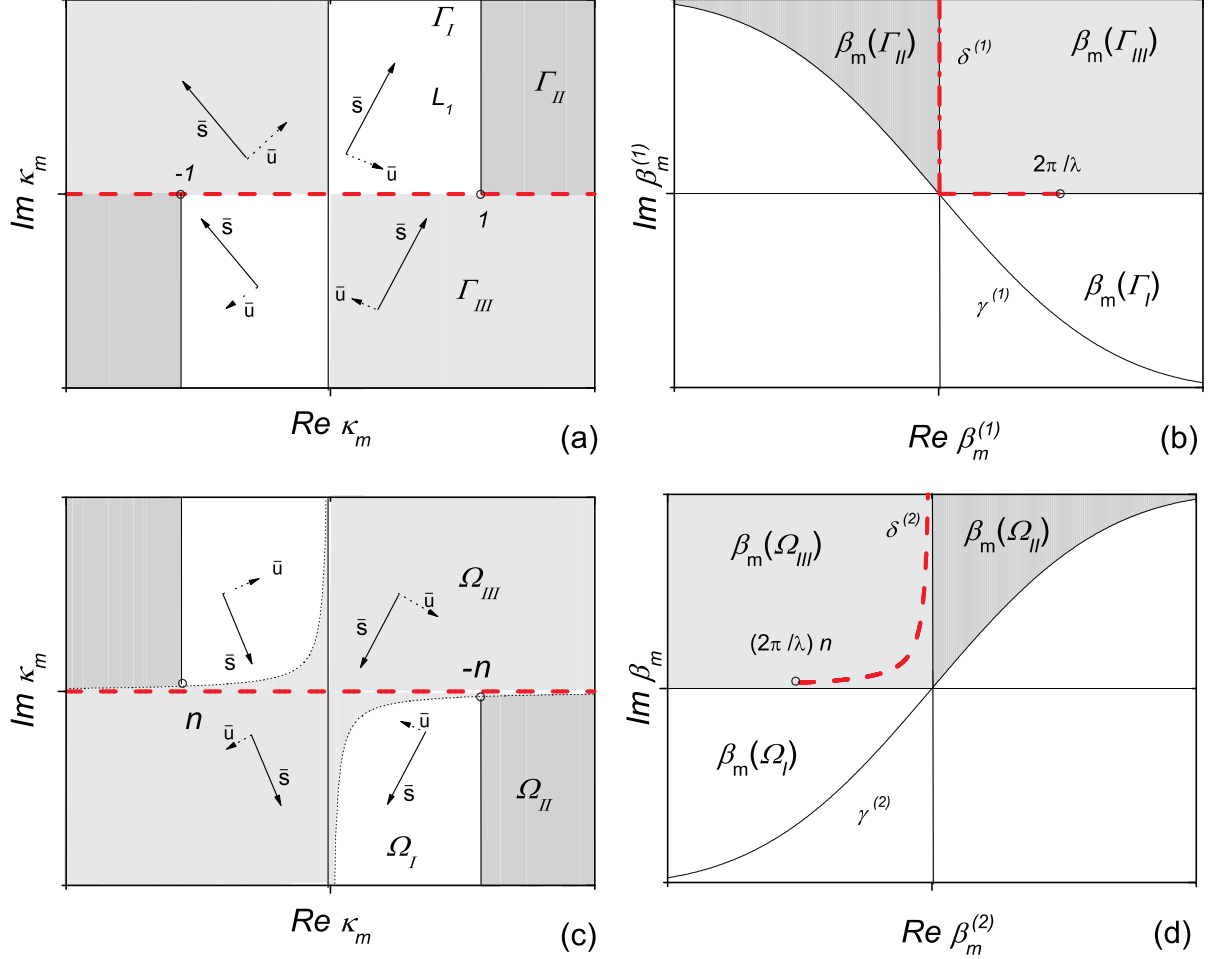


Figura 16: a)  $L_1$  : líneas de corte definidas desde los puntos de ramificación  $\kappa_m = \pm 1$  de acuerdo con la Ec. (27). b)  $\gamma^{(1)}$  : imagen de  $L_1$  a través de la función  $\beta_m^{(1)}$ . Rama de la función  $\beta_m^{(1)}$ :  $Re \beta_m^{(1)} + Im \beta_m^{(1)} \geq 0$ . La línea punteada representa el valor de  $\beta_m^{(1)}$  para valores reales de  $\kappa$ . c) Líneas de corte  $L_2$  definidas desde los puntos de ramificación  $\kappa = \pm n$  mediante la Ec. (34). d)  $\gamma^{(2)}$  : imagen de  $L_2$  a través de la función  $\beta_m^{(2)}$ . Rama de la función  $\beta_m^{(2)}$ :  $-Re \beta_m^{(2)} + Im \beta_m^{(2)} \geq 0$ . La línea punteada representa el valor de  $\beta_m^{(2)}$  para valores de  $\kappa_m$  reales. En a) y c) se indican las direcciones de radiación y decaimiento mediante los vectores  $\bar{s}$  y  $\bar{u}$  respectivamente, para los armónicos espaciales  $m$  radiativos .

## 4. Problema Homogéneo

Los resultados obtenidos en el capítulo 2 han puesto en evidencia que sólo un pequeño apartamento de la geometría plana ya puede dar lugar a fenómenos muy interesantes producidos por la excitación de SPPs en los nuevos medios caracterizados por valores arbitrarios de permitividad y permeabilidad. Por este motivo, una vez resueltos los problemas técnicos asociados con la continuación analítica del problema de difracción, en este capítulo desarrollamos un método perturbativo que permite obtener todas las características de los SPPs en MMs periódicamente corrugados.

### 4.1. Hipótesis de Rayleigh

De acuerdo con la hipótesis de Rayleigh, las expresiones (21) y (22) pueden utilizarse en las condiciones de contorno. Estas condiciones requieren la igualdad de las componentes tangenciales de los campos eléctrico ( $\bar{\mathbf{E}}$ ) y magnético ( $\bar{\mathbf{H}}$ ) en ambos lados de la superficie,

$$\phi_1(x, f(x)) = \phi_2(x, f(x)) \quad (38)$$

$$\frac{\partial \phi_1(x, f(x))}{\partial n} = \frac{1}{\sigma} \frac{\partial \phi_2(x, f(x))}{\partial n} \quad (39)$$

donde  $\sigma = \varepsilon$  para polarización  $p$ ,  $\sigma = \mu$  para polarización  $s$ ,  $\partial/\partial n = (-f'(x)\partial_x + \partial_y)/\sqrt{1 + (f'(x))^2}$  es el operador derivada normal y  $\hat{n}$  es el versor normal a la superficie dirigido desde el medio MM hacia el medio dieléctrico en la Fig. 2.

En este punto se debe observar que si bien por comodidad la notación empleada en las expresiones (9) y (10) del capítulo 2 es idéntica a la empleada en las expresiones (21) y (22) del capítulo 3, el sentido físico de las magnitudes involucradas en ambos casos es distinto. En particular, en el capítulo 2 la superficie corrugada era iluminada mediante una onda incidente, mientras que en el capítulo 3 no había fuentes externas. Por este motivo, en el capítulo 2 las cantidades  $R_m$  y  $T_m$  quedaban unívocamente determinadas, mientras que en el capítulo 3, como en este capítulo dichas cantidades quedan determinadas a menos de una constante multiplicativa.

Si reemplazamos las expresiones (21) y (22) en las Ecs. (38) y (39), obtenemos las siguientes ecuaciones algebraicas para las amplitudes  $R_m$  y  $T_m$ ,

$$\sum_{m=-\infty}^{+\infty} R_m e^{i(\alpha_m x + \beta_m^{(1)} f(x))} - T_m e^{i(\alpha_m x - \beta_m^{(2)} f(x))} = 0, \quad (40)$$

$$\sum_{m=-\infty}^{+\infty} R_m [\beta_m^{(1)} - f'(x)\alpha_m] e^{i(\alpha_m x + \beta_m^{(1)} f(x))} + \frac{[\beta_m^{(1)} - f'(x)\alpha_m]}{\sigma} T_m e^{i(\alpha_m x - \beta_m^{(2)} f(x))} = 0. \quad (41)$$

Si multiplicamos las Ecs. (40) y (41) por  $e^{-i\alpha_n x}/d$  e integramos respecto de  $x$  en el intervalo  $[0, d]$ , se obtiene un sistema de infinitas ecuaciones lineales para las amplitudes

$$\sum_{m=-\infty}^{+\infty} R_m D_{nm} [\beta_m^{(1)}] - T_m D_{nm} [-\beta_m^{(2)}] = 0,$$

$$\sum_{m=-\infty}^{+\infty} R_m \{ \beta_m^{(1)} D_{nm} [\beta_m^{(1)}] - \alpha_m E_{nm} [\beta_m^{(1)}] \} + \frac{1}{\sigma} \{ \beta_m^{(2)} D_{nm} [-\beta_m^{(2)}] + \alpha_m E_{nm} [-\beta_m^{(2)}] \} = 0.$$

El sistema de ecuaciones anterior se puede representar en forma matricial de la siguiente manera,

$$\begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \\ T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (42)$$

donde

$$M_{11} = -D_{nm} [\beta_m^{(1)}],$$

$$M_{12} = D_{nm} [-\beta_m^{(2)}],$$

$$M_{21} = \beta_m^{(1)} D_{nm} [\beta_m^{(1)}] - \alpha_m E_{nm} [\beta_m^{(1)}],$$

$$M_{22} = \frac{1}{\sigma} \{ \beta_m^{(2)} D_{nm} [-\beta_m^{(2)}] + \alpha_m E_{nm} [-\beta_m^{(2)}] \},$$

y

$$D_{nm}(u) = \frac{1}{d} \int_0^d e^{-i\frac{2\pi}{d}(n-m)x} e^{iuf(x)} dx. \quad (44)$$

$$E_{nm}(u) = \frac{1}{d} \int_0^d f'(x) e^{-i\frac{2\pi}{d}(n-m)x} e^{iuf(x)} dx. \quad (45)$$

La ecuación de dispersión para la constante de propagación  $\kappa(h/\lambda)$  se obtiene mediante la condición de que el determinante del sistema (42) sea cero.

Mediante un procedimiento más elaborado, es posible desacoplar las ecuaciones (40) y (41) y obtener dos sistemas de ecuaciones independientes: uno para las amplitudes  $R_m$  y otro para las amplitudes  $T_m$ . Si multiplicamos la Ec. (40) por  $[f'(x)\alpha_n - \beta_n^{(2)}] e^{i(\alpha_n x + \beta_n^{(2)} f(x))}$  y si restamos el producto de la Ec. (41) por  $\sigma e^{-i(\alpha_n x + \beta_n^{(2)} f(x))}$  e integramos en un período de la superficie, se obtiene un sistema homogéneo desacoplado para las amplitudes  $R_m$ ,

$$\sum_{m=-\infty}^{+\infty} R_m M_{nm} D_{nm} (\beta_m^{(1)} - \beta_n^{(2)}) = 0, \quad (46)$$

con

$$M_{nm} = \beta_n^{(2)} + \sigma \beta_m^{(1)} + \frac{(\alpha_n + \sigma \alpha_m)(\alpha_m - \alpha_n)}{\beta_m^{(1)} - \beta_n^{(2)}}, \quad (47)$$

De manera similar, multiplicamos la Ec. (40) por  $[\beta_n^{(1)} + f'(x)\alpha_n]e^{-i(\alpha_n x - \beta_n^{(1)} f(x))}$  y restamos el producto de la Ec. (41) por  $e^{-i(\alpha_n x - \beta_n^{(1)} f(x))}$  y obtenemos un sistema homogéneo desacoplado para las amplitudes  $T_m$ ,

$$\sum_{m=-\infty}^{+\infty} T_m Q_{nm} D_{nm} (\beta_n^{(1)} - \beta_m^{(2)}) = 0. \quad (48)$$

con

$$Q_{nm} = \beta_m^{(2)} + \sigma \beta_n^{(1)} + \frac{(\alpha_m + \sigma \alpha_n)(\alpha_m - \alpha_n)}{\beta_m^{(2)} - \beta_n^{(1)}}. \quad (49)$$

La ecuación de dispersión para la constante de propagación  $\kappa(h/\lambda)$  se obtiene mediante la condición de que el determinante del sistema (46), o equivalentemente, del sistema (48), sea cero.

## 4.2. Método perturbativo

Tal como se vio en el capítulo 2 (ver curvas de reflectividad y fase mostradas en las secciones 2.3, 2.4 y 2.5) la respuesta resonante de la superficie corrugada se manifiesta para alturas de corrugado pequeñas respecto de la longitud de onda del campo electromagnético incidente ( $h/\lambda \ll 1$ ). Por este motivo, y teniendo en cuenta que al comenzar los estudios relacionados con en esta tesis el estudio del problema homogéneo de una superficie corrugada de metamaterial nunca había sido encarado, se eligió comenzar con el desarrollo de soluciones perturbativas para las Ecs. (46) y (48). Para facilitar el seguimiento de las aproximaciones, primero se describe el método perturbativo de orden 2, una adaptación a metamateriales del método empleado por Lester y Depine en la Ref. [118], y luego se generaliza el método a un orden perturbativo arbitrario.

### 4.2.1. Orden 2

Las expresiones de primer orden correspondientes a las Ecs. (46) y (48) son

$$R_n M_{nn} + i \sum_{m \neq n} M_{nm} (\beta_m^{(1)} - \beta_n^{(2)}) \xi(n - m) R_m = 0, \quad (50)$$

$$T_n Q_{nn} + i \sum_{m \neq n} Q_{nm} (\beta_n^{(1)} - \beta_m^{(2)}) \xi(n-m) T_m = 0. \quad (51)$$

donde  $\xi(l)$  es el  $l$ -ésimo coeficiente del desarrollo de Fourier de la función  $f(x)$ . Si tenemos en cuenta que para  $h = 0$  la onda superficial está representada mediante el armónico espacial con  $m = 0$ , en el límite de pequeña rugosidad la amplitud de este armónico es orden 1,  $O(1)$ , mientras que las amplitudes del resto de los armónicos espaciales con  $m \neq 0$  son por lo menos  $O(h/\lambda)$ . Entonces, la ecuación (50), tiene la siguiente expresión para  $m = 0$

$$M_{00} R_0 = -i \sum_{m \neq 0} M_{0m} (\beta_m^{(1)} - \beta_0^{(2)}) \xi(-m) R_m \quad (52)$$

y

$$M_{mm} R_m = -i \sum_{k \neq m} M_{mk} (\beta_k^{(1)} - \beta_m^{(2)}) \xi(m-k) R_k = -i M_{m0} (\beta_0^{(1)} - \beta_m^{(2)}) \xi(m) R_0 + O(h/\lambda)^2, \quad (53)$$

para  $m \neq 0$ , que a primer orden puede reescribirse como

$$R_m = -i \frac{M_{m0}}{M_{mm}} (\beta_0^{(1)} - \beta_m^{(2)}) \xi(m) R_0. \quad (54)$$

Si reemplazamos esta última expresión para  $R_{m \neq 0}$  en la ecuación (52), se obtiene

$$M_{00} = - \sum_{m \neq 0} \frac{M_{0m} M_{m0}}{M_{mm}} (\beta_m^{(1)} - \beta_0^{(2)}) (\beta_0^{(1)} - \beta_m^{(2)}) |\xi^{(1)}(m)|^2, \quad (55)$$

que corresponde a la ecuación de dispersión para  $\kappa(h/d)$  al orden más bajo en  $h/\lambda$  ( $O(h/\lambda)^2$ ). Esta ecuación puede ser resuelta mediante un método iterativo inicializado con el valor  $\kappa(0)$  correspondiente a la superficie plana. Mediante los mismos pasos pero realizados sobre la ecuación (51) se obtiene una ecuación equivalente a (54) para las amplitudes del campo electromagnético en el medio 2,

$$T_m = -i \frac{Q_{m0}}{Q_{mm}} (\beta_m^{(1)} - \beta_0^{(2)}) \xi(m) T_0. \quad (56)$$

#### 4.2.2. Orden $N$

Para generalizar a un orden arbitrario en  $h/\lambda$  las aproximaciones hechas en la subsección anterior, procederemos de manera similar a la presentada en la Ref. [104] para tratar el problema con excitación externa. Partiendo de la expresión (44) y haciendo un

desarrollo en serie para la función  $e^{iuf(x)}$ , se obtiene

$$D_{nm}(u) = \frac{1}{d} \int_0^d e^{-i\frac{2\pi}{d}(n-m)x} e^{iuf(x)} dx = \sum_{j=0}^{+\infty} \frac{i^j}{j!} u^j \xi^{(j)}(n-m), \quad (57)$$

donde  $\xi^{(j)}(n-m) = \frac{1}{d} \int_0^d e^{-i\frac{2\pi}{d}(n-m)x} f^j(x) dx$  es la transformada de Fourier de orden  $n-m$  de la función  $[f(x)]^j$ . Si reemplazamos esta expresión en la ecuación (46) se obtiene

$$M_{nn}R_n + \sum_m R_m M_{nm} \sum_{j=1}^{+\infty} \frac{i^j}{j!} [\beta_m^{(1)} - \beta_n^{(2)}]^j \xi^{(j)}(n-m) = 0, \quad (58)$$

donde hemos utilizado el hecho de que el valor medio de la superficie en un período es cero,  $\xi^{(0)}(k) = \delta_{k0}$ . Si tenemos en cuenta la hipótesis de la subsección anterior, esto es,  $R_0 = O(1)$  y  $R_{m \neq 0}$  es distinto de cero debido a las ondulaciones de la superficie, es razonable plantear el siguiente desarrollo en serie

$$R_{m \neq 0} = \sum_{l=1}^{+\infty} \frac{i^l}{l!} r_m^{(l)} \quad y \quad R_0 = \sum_{l=0}^{+\infty} \frac{i^l}{l!} r_0^{(l)}, \quad (59)$$

donde  $r_k^{(l)}$  indica el orden en  $h/\lambda$ . Luego de reemplazar estos desarrollos en la ecuación (58) y agrupando los términos de orden  $N$ , se obtiene una relación recursiva para las amplitudes  $r_n^{(N)}$ ,

$$r_n^{(N)} = -\frac{M_{n0}}{M_{nn}} [\beta_0^{(1)} - \beta_n^{(2)}]^N \xi^{(N)}(n) - \sum_{m \neq 0} \frac{M_{nm}}{M_{nn}} \sum_{j=1}^N \frac{N!}{j!(N-j)!} [\beta_m^{(1)} - \beta_n^{(2)}]^j \xi^{(j)}(n-m) r_m^{(N-j)}. \quad (60)$$

Finalmente, poniendo  $n = 0$  en la ecuación (58) y reemplazando  $R_m$  por el desarrollo (59) obtenemos la relación de dispersión a orden  $N$  para la constante de propagación  $\kappa(h/\lambda)$ ,

$$M_{00} = - \sum_{m \neq 0} M_{0m} \sum_{j=1}^N \frac{i^N}{(N-j)!j!} [\beta_m^{(1)} - \beta_0^{(2)}]^j \xi^{(j)}(-m) r_m^{(N-j)}, \quad (61)$$

donde las amplitudes reflejadas se calculan a orden  $N-1$ ,

$$R_{m \neq 0} = \sum_{l=1}^{N-1} \frac{i^l}{l!} r_m^{(l)} \quad y \quad R_0 = \sum_{l=0}^{N-1} \frac{i^l}{l!} r_0^{(l)}. \quad (62)$$

Partiendo de la ecuación (59) y suponiendo que las amplitudes  $T_m$  admiten desarrollos similares a los de la ecuación (48), es posible demostrar la siguiente relación recursiva para las amplitudes  $t_n^{(N)}$ ,

$$t_n^{(N)} = -\frac{Q_{n0}}{Q_{nn}}[\beta_n^{(1)} - \beta_0^{(2)}]^N \xi^{(N)}(n) - \sum_{m \neq 0} \frac{Q_{nm}}{Q_{nn}} \sum_{j=1}^N \frac{N!}{j!(N-j)!} [\beta_n^{(1)} - \beta_m^{(2)}]^j \xi^{(j)}(n-m) t_m^{(N-j)}. \quad (63)$$

Para resolver la ecuación de dispersión (42), o las ecuaciones perturbativas (55) o (61), es necesario suponer valores complejos de la constante de propagación  $\kappa(h/\lambda)$  y como consecuencia la determinación de las ramas de los parámetros  $\beta^{(j)}$  que definen la *hoja propia de Riemann*, tal como se se mostró en el capítulo anterior.

## 5. Características de radiación

En este capítulo estudiamos las características de radiación de los modos propios que se propagan sobre una superficie corrugada que separa un medio dieléctrico convencional y un medio cuyo índice de refracción es negativo. Para esto, resolvemos las ecuaciones de dispersión obtenidas en el capítulo 4 donde la constante de propagación está restringida a la superficie propia de Riemann discutida en el capítulo 3. A diferencia de los plasmones superficiales en corrugados metálicos, que pueden irradiar energía solamente hacia el medio dieléctrico, mostraremos que en el caso de redes metamateriales los SPPs pueden irradiar energía en las dos regiones adyacentes a la superficie por la que se propagan. Estas direcciones de irradiación permiten demostrar el fenómeno de refracción negativa del campo electromagnético en superficies que separan materiales con signos opuestos del índice de refracción. Para cuantificar la energía irradiada y obtener mayor información sobre los aspectos dinámicos del acoplamiento SPP-fotón, aplicamos el teorema de conservación de la energía en un período de la superficie.

### 5.1. Constante de propagación y distribución espacial de energía

Consideramos una superficie con perfil sinusoidal,  $y = \frac{h}{2} \sin(\frac{2\pi}{d}x)$  y resolvemos el problema homogéneo utilizando el método perturbativo desarrollado en la sección 4.2.1. Debido a que la propagación de SPPs en las direcciones  $\pm x$  es físicamente indistinguible, la ecuación (55) tiene soluciones complejas de igual módulo y signos opuestos. En los ejemplos hemos seleccionado la solución con  $\text{Re } \kappa > 0$  que corresponde a propagación de la onda en el sentido  $+x$ .

#### 5.1.1. Régimen progresivo, acoplamiento SPP–fotón en ambos medios o sólo en el medio convencional

Si los parámetros constitutivos de la superficie son  $\epsilon = -0.2$  y  $\mu = -1.5$  ( $n = -0.547$ ), la superficie sin corrugado soporta ondas superficiales progresivas con polarización  $s$  cuya constante de propagación es  $\kappa(0) = 1.2490$ . Para ilustrar las diferentes características de acoplamiento SPP-fotón en medios transparentes, hemos elegido dos períodos:  $d = 2/3 \lambda$  (*caso a*) y  $d = 10/19 \lambda$  (*caso b*).

*Caso a*) En las Figs. 17a y 17b se grafica la parte real y la parte imaginaria de la

constante de propagación como funciones de  $h$ . Ambas curvas parten del punto que corresponde al valor de la constante de propagación en el plano  $\kappa(0) = 1.2490$  y son funciones crecientes de  $h/\lambda$ . Como los medios son idealmente transparentes, el valor no nulo de  $\text{Im } \kappa$  pone en evidencia la energía irradiada por el modo superficial. Como en el caso de redes metálicas con pérdidas, las ondulaciones de la superficie inducen pérdidas por radiación que aumentan la parte imaginaria de la constante de propagación  $\text{Im } \kappa$ . El crecimiento de la función  $\text{Im } \kappa(h/\lambda)$  mostrado en la Fig. 17b, indica que la energía irradiada se incrementa a medida que la profundidad de los surcos aumenta.

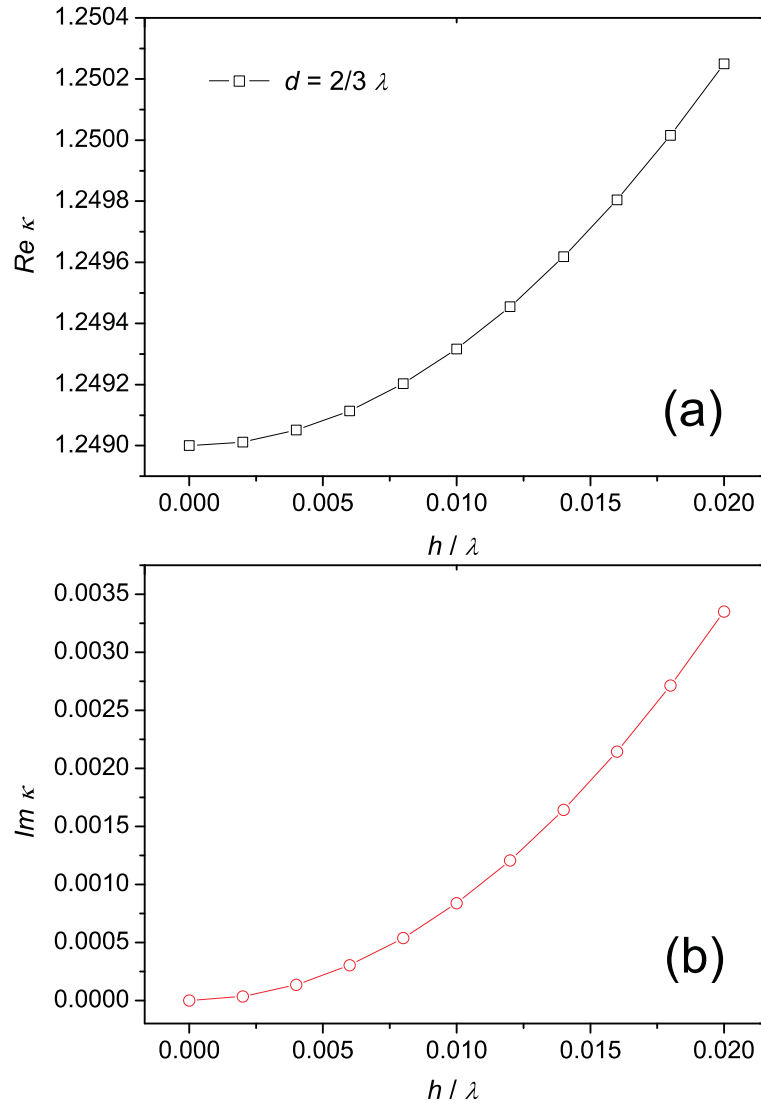


Figura 17: Parte real (a) e imaginaria (b) de la constante de propagación  $\kappa$  como función de  $h/\lambda$ . Los parámetros relativos de la superficie son:  $\epsilon = -0.2$  and  $\mu = -1.5$ .

Para ilustrar cómo las ondulaciones de la superficie afectan la distribución espacial del

campo electromagnético respecto del caso plano hemos elegido la altura del corrugado  $h = 0.008 \lambda$ . Con este valor, la constante de propagación resulta  $\kappa = 1.2492 + i5.359 \cdot 10^{-4}$ . En la Fig. 18 se muestra el comportamiento del vector de Poynting a través de sus líneas de flujo y del mapa de intensidades para su valor absoluto ilustrado mediante una paleta de colores. Cerca de la superficie las características son similares a las del modo superficial

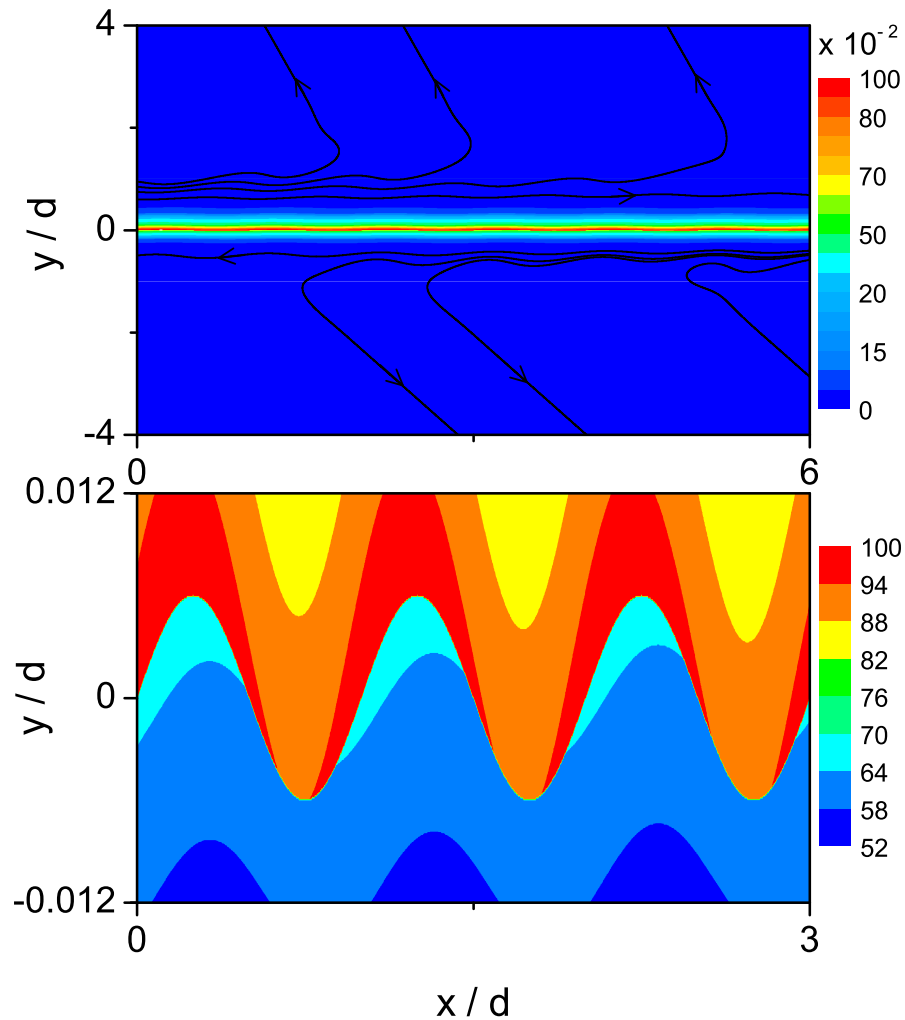


Figura 18: a) mapa y líneas de flujo (vector de Poynting) y b) mapa de la densidad de energía normalizada sobre la región cercana a la superficie,  $h = 0.008 \lambda$  y  $d = 2/3 \lambda$ ,  $\epsilon = -0.2$  and  $\mu = -1.5$ .

en el caso plano, con líneas de flujo casi paralelas a la superficie, en la dirección  $+x$  en el medio 1 y dirección  $-x$  en el medio 2. Esto es así porque las amplitudes  $R_m$  con  $m \neq 0$  de la ecuación (54) son  $O(h/\lambda)$ , mientras que  $R_0$  es  $O(1)$ . Por lo tanto el campo cerca

de la superficie es similar al campo correspondiente al caso  $h = 0$ , excepto que en el caso plano la constante de propagación es real y la energía no se atenúa a medida que el modo superficial se propaga.

La situación es diferente en las regiones que están más alejadas de la superficie. La presencia del corrugado periódico induce un armónico espacial radiativo con  $m = -1$  ( $-1 < \text{Re } \kappa_{-1} < 0$ ) que se manifiesta en la Fig. 18a mediante las líneas de flujo radiativas salientes desde la superficie. Esto es así porque  $\kappa_{-1}$  cae en la región  $\Gamma_{III}$  de la Fig. 16a, con  $\text{Im } \kappa > 0$ , y consecuentemente  $\beta_{-1}^{(1)}$  cae en la región  $\beta_{-1}^{(1)}(\Gamma_{III})$  de la Fig. 16b. En esta región,  $\text{Re } \beta^{(1)} > 0$  (el flujo de radiación tiene la dirección  $+y$  en el medio 1). Puesto que  $n < \kappa_{-1} < 0$ ,  $\kappa_{-1}$  cae en la región radiativa  $\Omega_I$  de la Fig. 16c con  $\text{Im } \kappa > 0$ , y  $\beta_{-1}^{(2)}$  cae en la región  $\beta_{-1}^{(2)}(\Omega_I)$  de la Fig. 16d. Como consecuencia,  $\text{Re } \beta_{-1}^{(2)} < 0$  (el flujo de radiación tiene la dirección  $-y$  en el medio 2). Debido a que las líneas de flujo son una consecuencia de la atenuación del modo superficial, el flujo de energía no tiene las mismas características que el correspondiente a una onda plana, sino que su intensidad decrece en la dirección  $+x$  ( $\text{Im } \kappa > 0$ ). Esto último se manifiesta en la Fig. 18a, en la cual se observa que la densidad de las líneas de radiación decrece en la dirección  $+x$ . Para entender las características espaciales del flujo de radiación, la Fig. 16 muestra las direcciones de radiación  $\bar{s}$  y de atenuación  $\bar{u}$  para  $\kappa_{-1}$  perteneciente a las regiones  $\Gamma_{III}$  y  $\Omega_I$  con  $\text{Im } \kappa_{-1} > 0$ . Como estas direcciones son perpendiculares entre sí, el módulo del vector de Poynting se mantiene constante a lo largo de cada una de las líneas de radiación de la Fig. 18a. Debido a que la componente  $x$  del vector  $\bar{u}$  es positiva, la intensidad decrece de una línea a la siguiente en la dirección  $+x$ , tal como se ha verificado numéricamente.

Obsérvese que en el medio 1 las líneas de radiación forman un ángulo  $\theta_1 = 14.52^\circ$  con el eje  $+y$  mientras que en el medio 2 las líneas de radiación forman un ángulo  $\theta_2 = 27.25^\circ$  con el mismo eje. Ambas direcciones corresponden al armónico espacial  $m = -1$  y verifican  $\sin \theta_1 = \sqrt{\epsilon \mu} \sin \theta_2$ . Además, las líneas de radiación por encima y por debajo del corrugado no emergen del mismo lado de la normal al plano medio de la superficie, de acuerdo con el hecho de que la superficie tiene índice de refracción negativo. Para apreciar los detalles del campo cercano asociado al SPP, en la Fig. 18b hemos ampliado la escala vertical de la figura anterior. En la figura se pone en evidencia que la densidad de energía normalizada, discontinua en la superficie de separación, se intensifica sobre el medio que posee menor módulo de la permeabilidad magnética (en este caso el medio dieléctrico) y que la densidad de energía decrece en la dirección de propagación  $+x$ .

*Caso b)* Para mostrar que el valor del parámetro  $d/\lambda$  puede cambiar las características del acoplamiento, ahora consideramos una red con  $d = 10/19 \lambda$  y  $h = 0.008 \lambda$ . El valor de la constante de propagación calculado con la ecuación (55) es  $\kappa = 1.2493 + i18.45 \cdot 10^{-4}$ . Como se observa en la Fig. 19, las características del campo cercano y lejano a la superficie en este caso son similares a las que se observan en los plasmones superficiales en redes metálicas, ya que el SPP irradia solamente en el medio convencional y está confinado a la superficie en la región ocupada por el MM. Si bien el MM es transparente, el SPP no puede

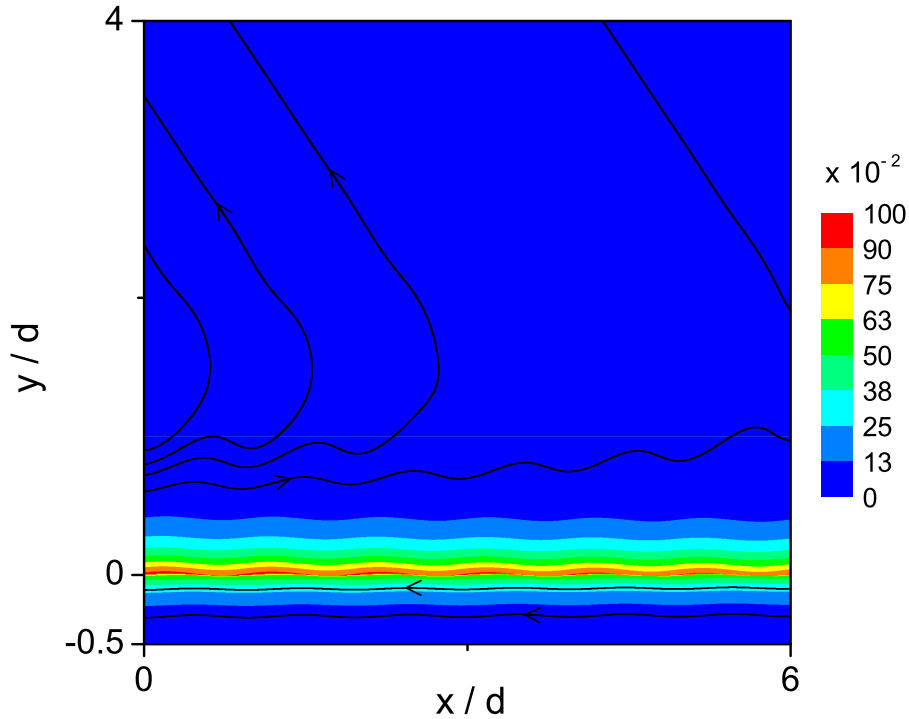


Figura 19: mapa y línea de flujo (vector de Poynting),  $h = 0.008 \lambda$ ,  $d = 10/19 \lambda$  y  $\epsilon = -0.2$  and  $\mu = -1.5$ .

irradiar energía en el interior de este medio para el valor elegido de  $d$ . Esto es así porque todos los armónicos espaciales tienen menor velocidad de fase que la correspondiente al fotón de la misma frecuencia. En otras palabras,  $|\kappa_m| > -n$  para todo  $m$  de la ecuación (22), y como consecuencia los armónicos espaciales caen fuera de la región radiativa de la Fig. 16c. Debido a la reversibilidad del acoplamiento SPP–fotón, esta situación puede explicarse mediante un punto de vista alternativo. Puesto que las líneas de radiación en el

medio convencional forman un ángulo  $\theta_1 = 40.59^\circ$  con el eje  $y$  y que este ángulo es mayor que el ángulo crítico de reflexión total correspondiente a la superficie plana, un fotón que incide en estas condiciones no penetra en el MM. Debido al carácter progresivo del SPP, la densidad de energía transportada por el modo superficial disminuye en la dirección de propagación ( $+x$ ), un hecho que se observa en la Fig. 19 a través de la disminución de la densidad de líneas de flujo irradiado a lo largo de esta dirección.

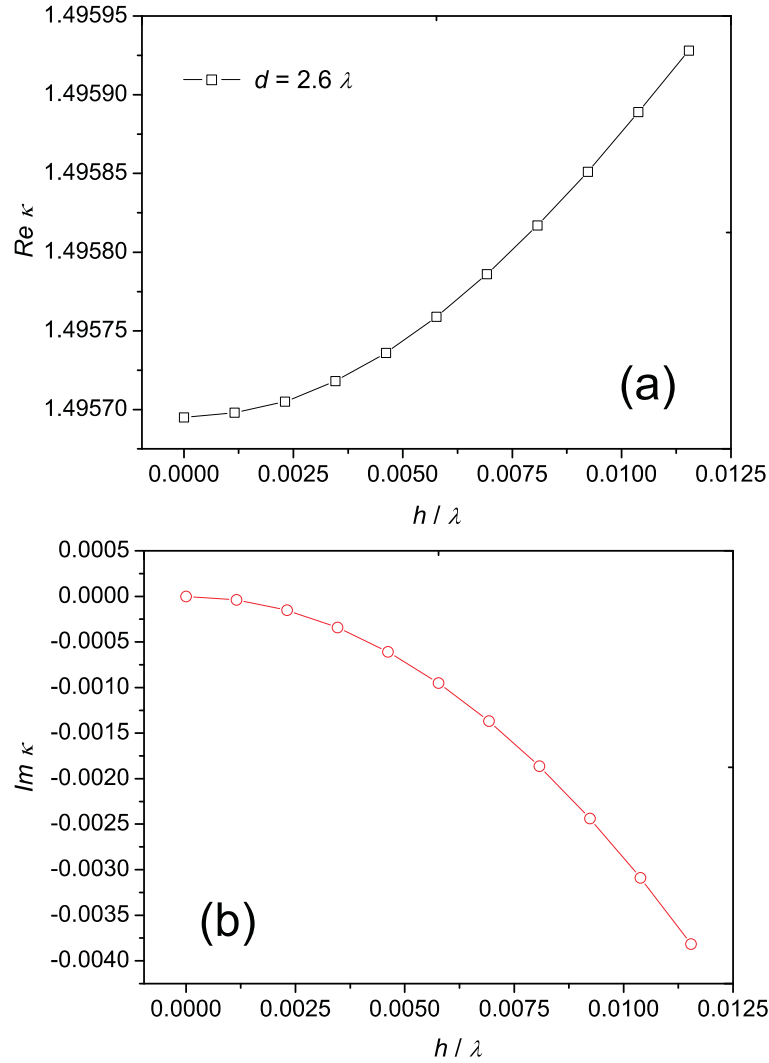


Figura 20: Parte real (a) e imaginaria (b) de la constante de propagación  $\kappa$  como función de  $h/\lambda$ . Los parámetros relativos de la superficie son:  $\epsilon = -0.44$  and  $\mu = -4.54$ .

### 5.1.2. Régimen regresivo, acoplamiento SPP–fotón sólo en el MM

Cuando se consideran SPPs regresivos, se obtiene una configuración espacial de acoplamiento que difiere radicalmente de las ampliamente conocidas para superficies metáli-

cas. Consideremos que los parámetros constitutivos de la superficie son ahora  $\epsilon_2 = -0.44$  y  $\mu_2 = -4.54$  ( $n = -1.4134$ ). En ausencia de corrugado,  $h = 0$ , la superficie soporta SPPs con polarización  $p$  y constante de propagación  $\kappa(0) = 1.49570$ . Si perturbamos la superficie con un corrugado sinusoidal de período  $d/\lambda = 10/26$ , la constante de propagación sigue las curvas mostradas en la Fig. 20. Como se vió en los ejemplos previos, la presencia del corrugado se manifiesta en un valor no nulo de  $|\text{Im } \kappa|$ , pero ahora  $\text{Im } \kappa < 0$ . La situación  $\text{Im } \kappa < 0$  es análoga a la que se observa en una superficie plana cuando el MM tiene pérdidas intrínsecas [96] ya que el valor negativo de  $\text{Im } \kappa$  es una consecuencia de que la energía transportada por el SPP debe atenuarse en la dirección del flujo neto de potencia, que para ondas regresivas es opuesta a la dirección de propagación  $+x$ .

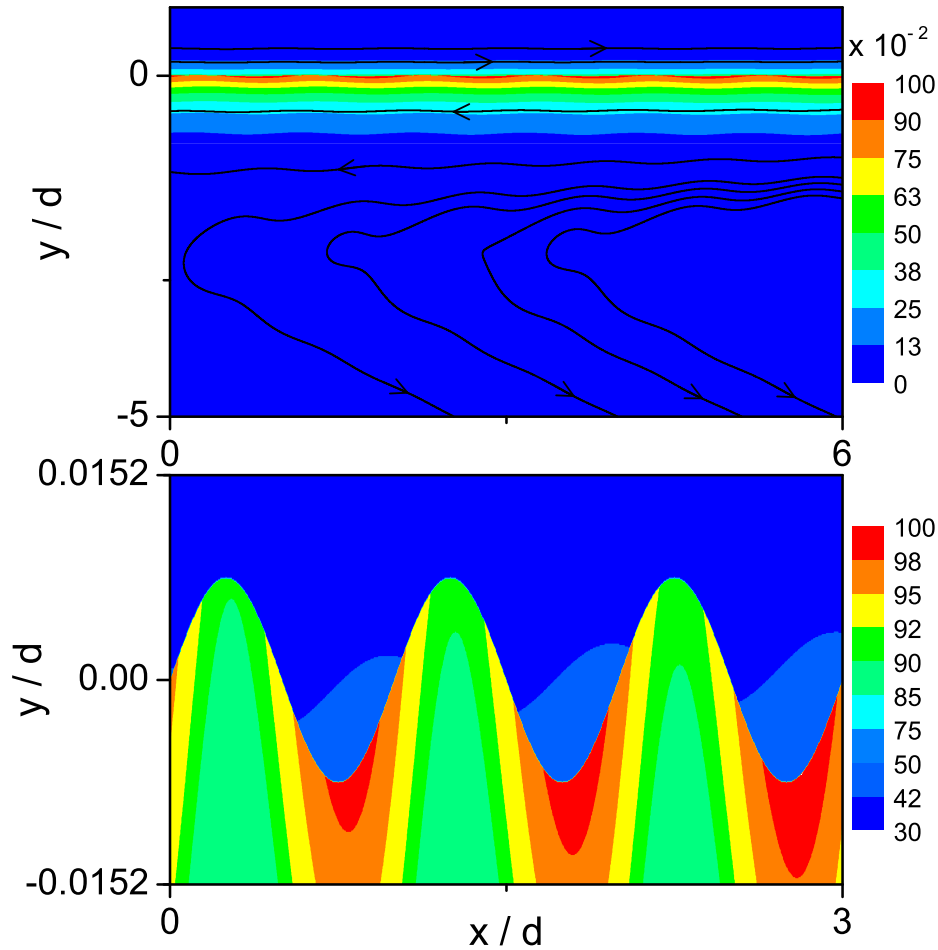


Figura 21: a) mapa y líneas de flujo (vector de Poynting) y b) mapa de la densidad de energía normalizada sobre la región cercana a la superficie,  $h = 0.00577 \lambda$ ,  $d = 10/26 \lambda$ ,  $\epsilon = -0.44$  y  $\mu = -4.54$ .

En las Figs. 21a y 21b hemos graficado las líneas de flujo y la densidad de energía normalizada cerca de la superficie para una superficie con  $h = 0.00577 \lambda$ . La solución de la ecuación 55 proporciona el valor de la constante  $\kappa(h/\lambda) = 1.49576 - i9.508110^{-4}$ . Observamos que el campo cercano exhibe las mismas características que el SPP correspondiente a la superficie plana, con las líneas de flujo casi paralelas a la superficie, en la dirección  $+x$  en el medio dieléctrico y en dirección opuesta en la región ocupada por el MM. Las líneas de flujo muestran que la energía solamente es irradiada hacia el medio metamaterial, con un ángulo  $\theta_2 = 38.62^\circ$  con respecto al eje  $-y$ . Esto es así porque todos los armónicos espaciales caen fuera de las regiones radiativas del medio convencional, Fig. 16a, y si tenemos en cuenta que  $-n < \kappa_{-1} < 0$ , entonces  $\kappa_{-1}$  cae en la región radiativa  $\Omega_{III}$  con  $\kappa_{-1} < 0$ . Puesto que  $\text{Re } \beta_{-1}^{(2)} < 0$ , la Fig. 16 muestra que el flujo irradiado en el MM es saliente desde la superficie ( $\text{Re } \beta_{-1}^{(2)} < 0$ ). La Fig. 21b muestra que, al contrario de lo que ocurre en superficies metálicas, en este caso la mayor densidad de energía se concentra en la región ocupada por el medio MM. Tanto la densidad de energía cercana como también la densidad de las líneas de radiación decrecen en la dirección  $-x$ , de acuerdo con el hecho de que la energía transportada por el SPP se atenúa en la dirección  $-x$  correspondiente al flujo de potencia.

## 5.2. Balance de energía

Los ejemplos previos ponen en evidencia que parte de la energía electromagnética confinada por el SPP es irradiada hacia el interior de los medios adyacentes a la superficie, un hecho que se manifiesta en el coeficiente de decaimiento  $\text{Im } \kappa$ . Sin embargo, no todo el decaimiento de energía cuantificado por  $\text{Im } \kappa$  se debe a la energía irradiada, sino que parte de este coeficiente tiene en cuenta el flujo a través de la superficie que es necesario para mantener el modo superficial. Por lo tanto, si queremos cuantificar el flujo de potencia irradiado debemos recurrir a un balance de potencia sobre un período de superficie. De las ecuaciones del campo electromagnético (21) y (22), vemos que el vector de Poynting satisface la condición de pseudoperiodicidad,

$$\bar{S}(x, y) = e^{-2\text{Im } \alpha x} \bar{s}(x, y), \text{ con } \bar{s}(x + d, y) = \bar{s}(x, y), \quad (64)$$

lo que indica que el decaimiento de potencia en un período es independiente del período considerado.

### 5.2.1. Régimen progresivo

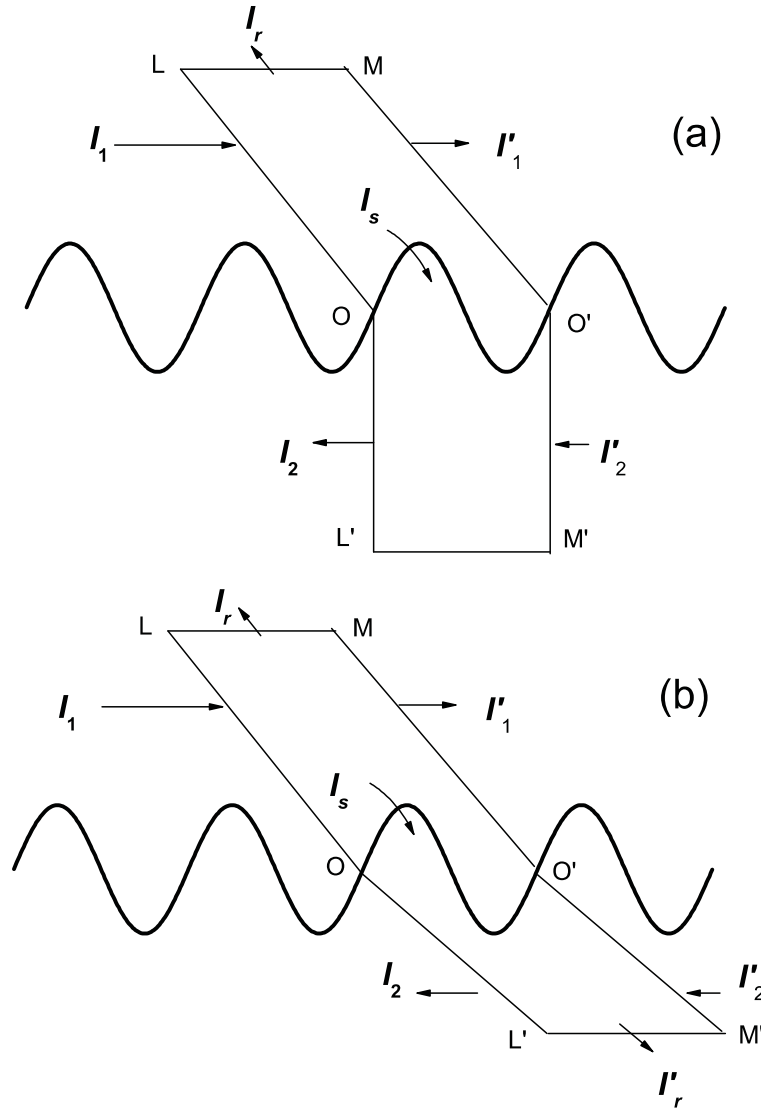


Figura 22: Esquema de radiación del SPP progresivo. (a) El SPP irradia energía sólo hacia la región ocupada por el medio dieléctrico. (b) El SPP irradia energía hacia las regiones ocupadas por el medio dieléctrico y por el medio metamaterial.

En esta sección consideramos que las propiedades constitutivas de la superficie corresponden a las regiones B y D de la Fig 1, donde el índice relativo de refracción  $|n| < 1$ . De acuerdo con el valor de  $\lambda/d$  el modo superficial puede irradiar energía hacia el medio dieléctrico o hacia los dos medios adyacentes a la superficie. Por simplicidad consideremos que a lo sumo un armónico espacial de las ecuaciones (21) y (22) es propagante. Los dos regímenes de radiación están representados por las siguientes condiciones,

- i)  $|n| < |\text{Re } \kappa_{-1}| < 1$ , el SPP irradia hacia el medio dieléctrico y mantiene la energía confinada dentro del MM.
- ii)  $|\text{Re } \kappa_{-1}| < |n|$ , el SPP irradia energía hacia los dos medios.

La Fig. 22a muestra el esquema correspondiente al régimen i) de radiación. Las líneas OL y O'M son paralelas a la dirección de radiación. La condición de pseudoperiodicidad (64), indica que los flujos de energía  $I'_j$ ,  $j = 1, 2$ , a través de las líneas O'M y O'M' están relacionados con los flujos  $I_j$  a través de las líneas OL and OL', mediante la expresión

$$I'_j = e^{-2\text{Im } \alpha d} I_j. \quad (65)$$

Puesto que la parte imaginaria de la constante de propagación es positiva, la ecuación (65) indica que  $I_j > I'_j$ . Debido a que la amplitud del campo decrece exponencialmente hacia el interior del medio metamaterial, el balance de energía en la región OO'M'L' se escribe de la siguiente manera

$$I_2(1 - e^{-2\text{Im } \alpha d}) = I_s, \quad (66)$$

donde hemos considerado que la línea OL'  $\rightarrow \infty$ . Notar que el flujo de energía a través de la superficie  $I_s$  tiene dirección entrante hacia el medio metamaterial (Fig. 22a) porque  $I_2 > I'_2$ . La energía incidente  $I_1$  penetra en la región OLMO' a través de la línea OL. Una parte  $I'_1 = e^{-2\text{Im } \alpha d} I_1$  se transmite sobre el próximo período a través de la línea O'M. Otra parte sale del período propagándose hacia la línea LM, y otra parte  $I_s$  se transmite hacia el MM. Si OL  $\rightarrow \infty$ ,  $I_r$  tiende a un valor constante que corresponde al flujo irradiado por el período de superficie. Por consiguiente, el balance de energía en la región OLMO' se escribe,

$$I_1(1 - e^{-2\text{Im } \alpha d}) = I_r + I_s. \quad (67)$$

Consideremos ahora la situación ii), en la que el SPP irradia hacia el medio metamaterial. El balance de energía sobre la región OLMO' da como resultado la ecuación (67). En la Fig. 22b se indican las líneas OL' y O'M' que son paralelas a la dirección de radiación. Si seguimos el razonamiento empleado para obtener la ecuación (67), el balance de energía sobre la región OO'M'L' se escribe,

$$I_2(1 - e^{-2\text{Im } \alpha d}) + I'_r = I_s, \quad (68)$$

donde  $I'_r$  representa la energía irradiada por el SPP hacia el medio 2. Si dividimos las tres ecuaciones (66, 67 y 68) por  $I_1$ , podemos expresar el balance de potencia como

$$1 - e^{-2 \text{Im } \alpha d} = i_r + i_s. \quad (69)$$

$$i_2(1 - e^{-2 \text{Im } \alpha d}) + i'_r = i_s, \quad (70)$$

donde  $i_r = I_r/I_1$ ,  $i'_r = I'_r/I_1$ ,  $i_s = I_s/I_1$  e  $i_2 = I_2/I_1$  y se debe tomar  $i'_r = 0$  si el SPP no irradia hacia el medio 2 (régimen i). Si restamos las ecuaciones (69) y (70) obtenemos el balance de energía sobre la región OLMO'M'L',

$$(1 - i_2)(1 - e^{-2 \text{Im } \alpha d}) = i_r + i'_r, \quad (71)$$

lo que indica que el flujo  $i_1$  es mayor que el flujo  $i_2$ . En el caso de redes suavemente corrugadas, el factor exponencial  $1 - e^{-2 \text{Im } \alpha d} \approx 2 \text{Im } \alpha d$  y las ecuaciones (69) y (70) se escriben de la siguiente manera,

$$2 \text{Im } \alpha d = [i_r + i_s], \quad (72)$$

$$i_2 2 \text{Im } \alpha d + i'_r = i_s. \quad (73)$$

La ecuación (72) permite exhibir la íntima relación que existe entre el factor de decaimiento, la energía irradiada  $i_r$  sobre el medio 1 y la energía  $i_s$  que pasa a través de la superficie. Parte de esta energía se utiliza para incrementar el flujo sobre la línea OL' en un factor  $i_2 2 \text{Im } \alpha d$  respecto del flujo sobre la línea O'M', y otra parte  $i'_r$  es irradiada hacia el medio metamaterial, tal como indica la ecuación (73). Notar que  $i'_r = 0$  para el esquema i). Las ecuaciones (69–71) junto con sus expresiones aproximadas (72) y (73), no solo exhiben el balance de energía puesto en juego en un período de la red, sino que también ofrecen un procedimiento alternativo de control sobre los resultados presentados en las secciones 5.1.1 y 5.1.2. En particular hemos verificado que las ecuaciones (69–71) se cumplen con un error relativo menor que  $10^{-6}$  con  $N = 10$ .

Para ilustrar la validez de las ecuaciones aproximadas (72) y (73) cuando se tienen en cuenta redes suavemente corrugadas, hemos calculado los términos en estas ecuaciones para los casos a y b de la subsección 5.1.1. La Fig. 23a muestra los flujos de energía  $i_r$  e  $i_s$  como función de  $h$ , para el *caso* b en el cual  $d = 10/19 \lambda$  (el SPP irradia sólo hacia el medio dieléctrico). La figura muestra que el factor de decaimiento  $2 \text{Im } \alpha d$  coincide con

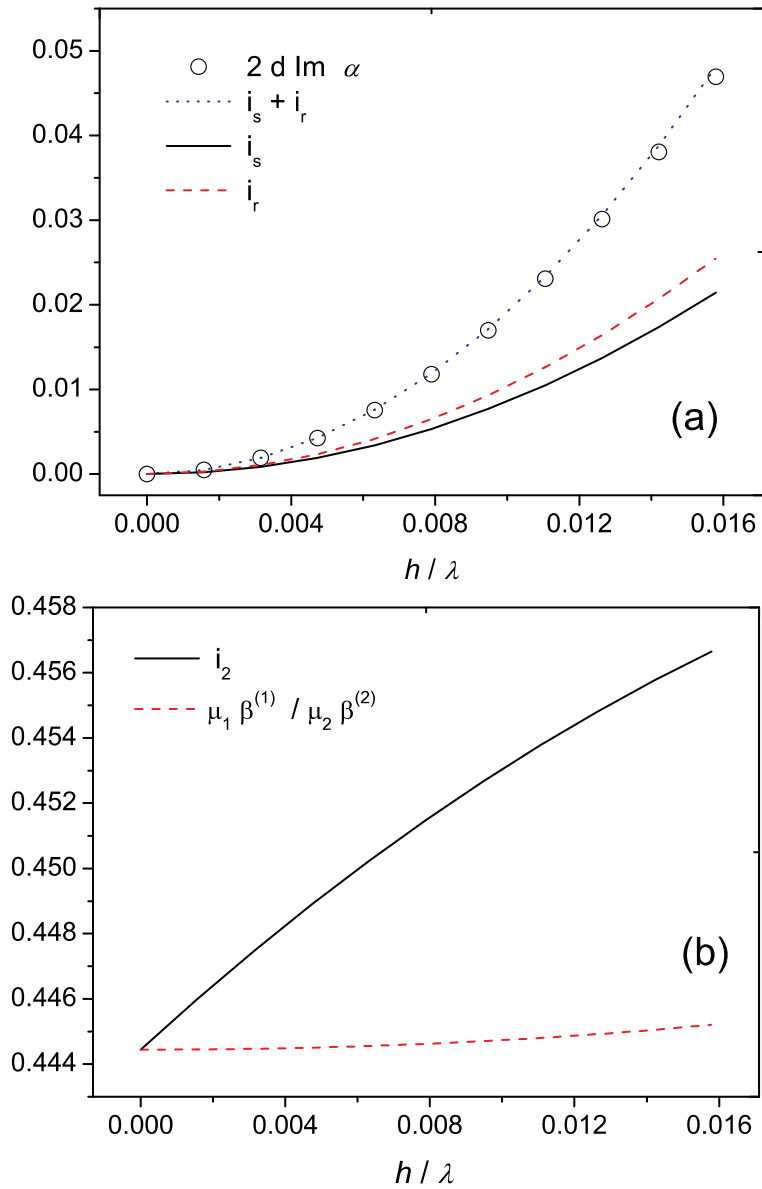


Figura 23: a) Flujos de energía superficial  $i_s$  e irradiada en el medio 1  $i_r$ , como función de  $h/\lambda$ . b) Flujo de energía  $i_2$  como función de  $h/d$ , calculado en forma rigurosa (—) y con la expresión correspondiente al plano (- - -). El período  $d = 10/19 \lambda$ ,  $\epsilon = -0.2$  y  $\mu = -1.5$

la suma de los flujos irradiado y superficial, tal como lo indica la ecuación (72). Hemos verificado (no se muestra en la figura) que el valor calculado del flujo  $i'_r = 0$  y que el flujo de energía superficial  $i_s = i_2 2 \operatorname{Im} \alpha d$ , tal como lo indica la ecuación (73). La Fig. 23b muestra que el flujo de energía  $i_2(h)$  es menor que la unidad, de acuerdo con el carácter progresivo del SPP. Además, para  $h = 0$  este valor coincide con el correspondiente a la superficie plana ( $i_2(0) = \mu_1 \beta^{(1)} / \mu_2 \beta^{(2)}$  [94]) y es una función suavemente creciente de  $h$ .

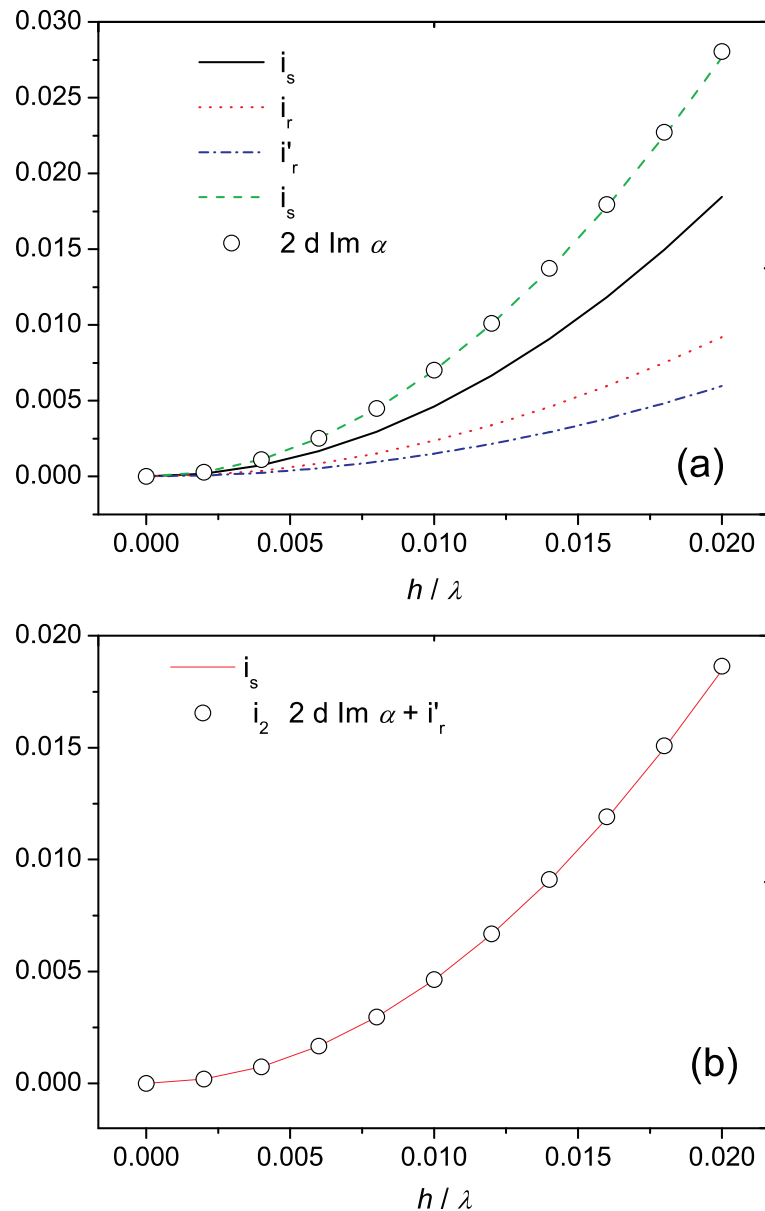


Figura 24: a) Flujos de energía superficial ( $i_s$ ), irradiada en el medio 1 ( $i_r$ ) e irradiada en el medio 2 ( $i'_r$ ), como función de  $h/\lambda$ . b) Verificación de la ecuación 73. El período  $d = 2/3 \lambda$ ,  $\epsilon = -0.2$  y  $\mu = -1.5$

La Fig. 24a corresponde al caso  $d = 2/3 \lambda$  (*caso a*), en el cual el SPP irradia energía hacia los dos medios adyacentes a la superficie y muestra que los flujos de energía superficial e irradiados son funciones crecientes de la profundidad de los surcos  $h$  y que el factor de decaimiento  $2 \text{Im } \alpha d$  es igual a la suma de la energía superficial  $i_s$  y de la energía  $i_r$  irradiada hacia el medio 1. La Fig. 24b muestra que una parte,  $i_2 2 \text{Im } \alpha d$ , del flujo de energía superficial  $i_s$  se consume en el flujo proporcionado a través de la línea  $OL'$  y que otra parte,  $i'_r$ , se irradia hacia el MM (ecuación 73).

### 5.2.2. Régimen regresivo

Cuando los parámetros relativos de la superficie corresponden a las regiones C o F de la Fig. 1, el índice relativo de refracción satisface  $|n| > 1$  y los regímenes de irradiación están dados por las siguientes condiciones:

- i)  $1 < |\text{Re } \kappa_{-1}| < |n|$ , el SPP irradia energía hacia el MM y está confinado a la superficie del lado del medio dieléctrico.
- ii)  $|\text{Re } \kappa_{-1}| < 1$ , el SPP irradia energía hacia el MM y hacia el medio dieléctrico.

La Fig. 25a muestra el esquema correspondiente al caso en el cual el campo del SPP está confinado a la superficie en el medio 1 pero irradia energía hacia el medio metamaterial. Supongamos que esta dirección está representada por la línea  $OM'$  de la Fig. 25a. Puesto que el SPP es regresivo ( $\text{Im } \kappa < 0$ ), de la ecuación (65) se deduce que  $I_1 < I'_1$  y en consecuencia el flujo de energía  $I_s$  tiene dirección opuesta al caso previamente estudiado. En otras palabras, el flujo  $I_s$  alimenta al flujo de potencia sobre el segmento  $O'M$  para que exceda en el valor  $e^{-2 \text{Im } \kappa}$  al flujo sobre el segmento  $OL$ . El balance de energía sobre las regiones  $OLMO'$  y  $OO'M'L'$  da origen a las siguientes expresiones,

$$\begin{aligned} -I_1(1 - e^{-2 \text{Im } \alpha d}) &= I_s, \\ -I_2(1 - e^{-2 \text{Im } \alpha d}) &= I_s + I'_r, \end{aligned} \quad (74)$$

Supongamos que el SPP también irradia energía hacia el medio dieléctrico y que esta dirección está representada por la línea  $OL$  de la Fig. 22b. El balance de energía sobre la región  $OLMO'$  da como resultado la ecuación (74) y el balance sobre la región  $OO'M'L'$ ,

$$-I_1(1 - e^{-2 \text{Im } \alpha d}) + I_r = I_s, \quad (75)$$

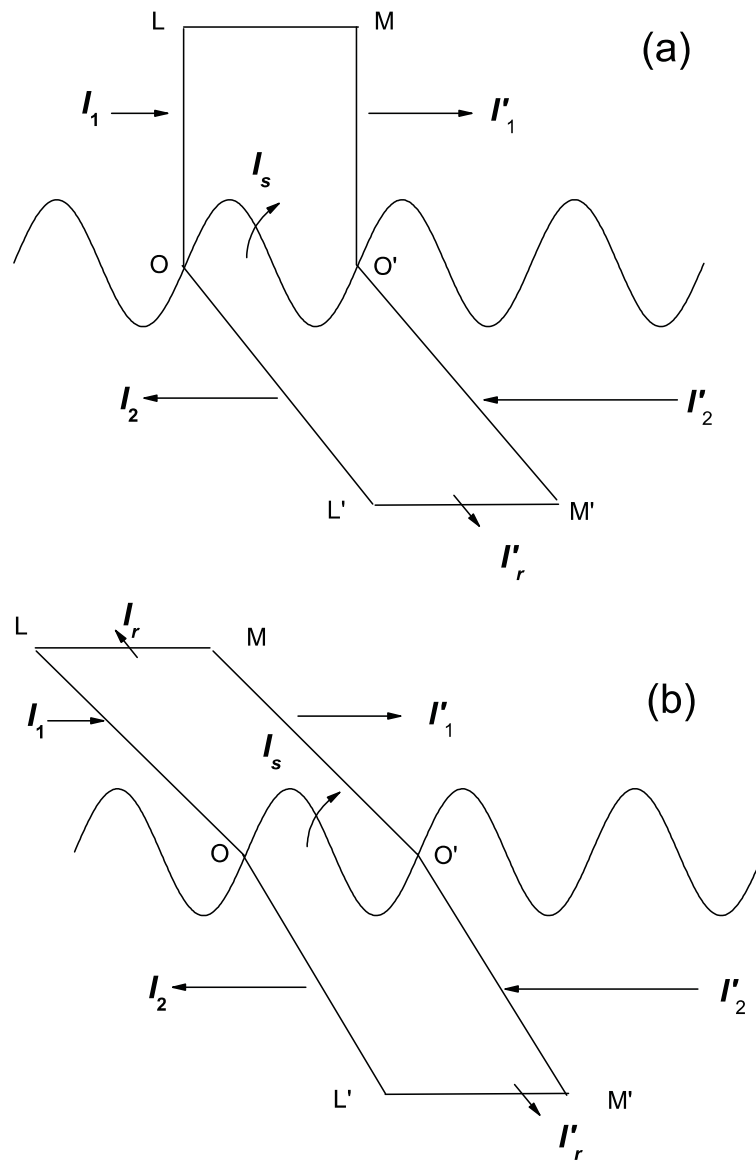


Figura 25: Esquema de radiación del SPP regresivo. (a) El SPP irradia energía solamente hacia la región ocupada por el MM. (b) El SPP irradia energía hacia las regiones ocupadas por el medio dieléctrico y por el MM.

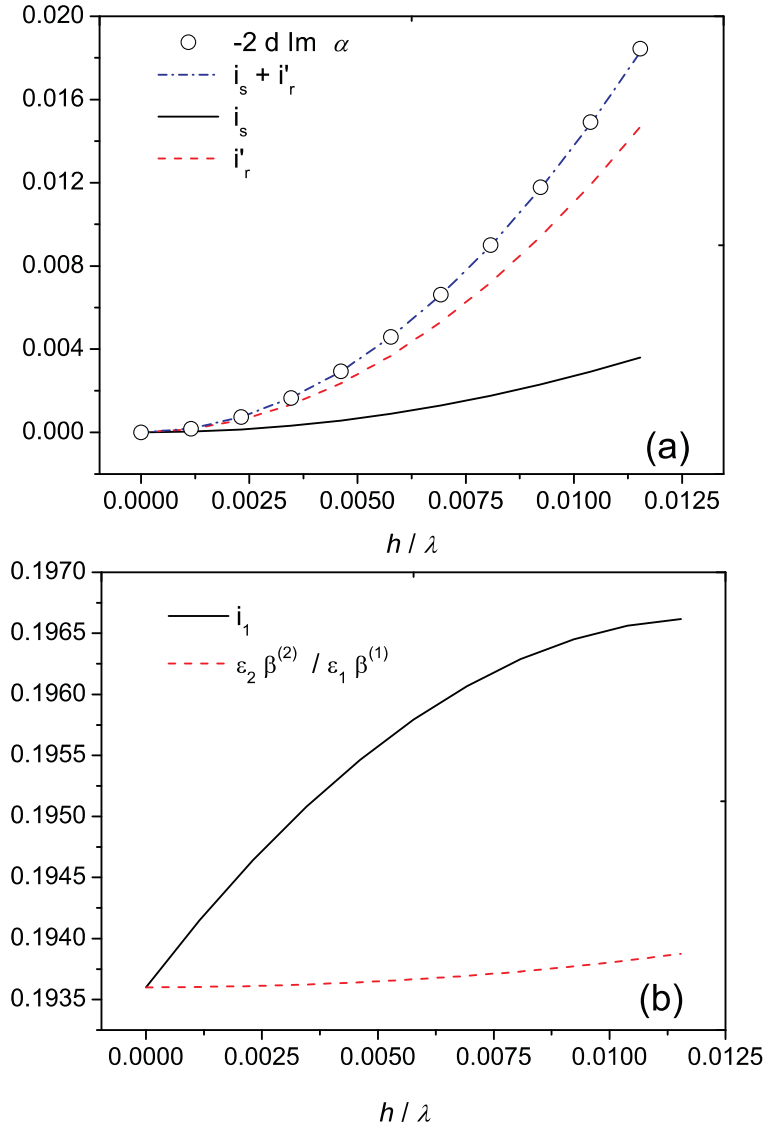


Figura 26: a) Flujos de energía superficial ( $i_s$ ) e irradiado hacia el medio 2 ( $i'_s$ ) como función de  $h/d$ . b) Flujo de energía  $i_1$  calculado en forma rigurosa (—) y mediante la expresión correspondiente al plano (- - - -). El período  $d = 10/26 \lambda$ ,  $\epsilon = -0.44$  y  $\mu = -4.54$ .

Si dividimos las ecuaciones (75) y (74) por  $I_2'$ , podemos escribir el balance de energía de la siguiente manera

$$i_1(1 - e^{2 \operatorname{Im} \alpha d}) + i_r = i_s, \quad (76)$$

$$1 - e^{2 \operatorname{Im} \alpha d} = i_s + i_r', \quad (77)$$

donde  $i_1 = I_1/I_2$ ,  $i_r' = I_r'/I_2'$ ,  $i_r = I_r/I_2'$ ,  $i_s = I_s/I_2'$  y debemos considerar  $i_r = 0$  si el SPP no irradia hacia el medio 1. Si la superficie está suavemente corrugada, podemos obtener expresiones aproximadas de las ecuaciones (76) y (77), mediante un desarrollo a primer orden del factor exponencial

$$-i_1 2 \operatorname{Im} \alpha d + i_r = i_s, \quad (78)$$

$$-2 \operatorname{Im} \alpha d = i_s + i_r'. \quad (79)$$

La Fig. 26a muestra los flujos de energía  $i_r'$  e  $i_s$  como función de  $h$ , para el caso estudiado en la sección 5.1.2. Recordemos que en este caso,  $d = 10/26 \lambda$  y el SPP irradia energía sólo hacia el MM. La figura muestra que el factor de decaimiento  $-2 \operatorname{Im} \alpha d$  coincide con la suma de los flujos irradiado y superficial, tal como lo indica la ecuación (79). Como es de esperar, el valor calculado del flujo  $i_r = 0$  (no mostrado en la figura). La Fig. 26b muestra que el valor de  $i_1(h)$  es menor que la unidad, de acuerdo con el carácter regresivo del SPP. Para  $h = 0$  este valor coincide con el correspondiente a la superficie plana ( $\varepsilon_2 \beta^{(2)}/\varepsilon_1 \beta^{(1)}$  [94]) y es una función suavemente creciente de  $h$ .

### 5.2.3. Medios con pérdidas intrínsecas

Cuando los medios no son idealmente transparentes, parte de la energía transportada por la onda superficial se degrada en el MM por efecto de las pérdidas óhmicas. Por consiguiente, el valor de la parte imaginaria de la constante de propagación no sólo tiene en cuenta la energía irradiada y superficial sino también la energía absorbida por el MM. Para distinguir estas contribuciones es necesario que las ecuaciones de balance tengan en cuenta el término asociado a las pérdidas óhmicas.

Primero consideremos el caso en el cual el SPP es progresivo. Puesto que el medio 1 es ideal, el balance de energía sobre la región OLMO' da como resultado la ecuación (67).

En cambio, el balance sobre la región OO'M'L' se escribe,

$$I_2(1 - e^{-2 \text{Im } \alpha d}) + I_a = I_s,$$

donde  $I_a$  representa la energía absorbida en el MM. Por lo tanto, las ecuaciones en las regiones OLMO' y OO'M'L' normalizadas con respecto al flujo incidente  $I_1$  se escriben,

$$1 - e^{-2 \text{Im } \alpha d} = i_r + i_s, \quad (80)$$

$$i_2 (1 - e^{-2 \text{Im } \alpha d}) + i_a = i_s. \quad (81)$$

Ahora consideremos el caso en el cual el SPP es regresivo. Naturalmente el balance sobre la región OLMO' da como resultado la ecuación (74), mientras que el balance sobre la región OO'M'L' da origen a la siguiente expresión

$$-I_2(1 - e^{-2 \text{Im } \alpha d}) = I_s + I_a.$$

Por lo tanto, las ecuaciones en las regiones OLMO' y OO'M'L', normalizadas con respecto al flujo incidente  $I'_2$  se escriben,

$$i_1(1 - e^{2 \text{Im } \alpha d}) + i_r = i_s, \quad (82)$$

$$1 - e^{2 \text{Im } \alpha d} = I_s + i_a, \quad (83)$$

donde  $i_1 = I_1/I_2$ ,  $i_a = I_a/I'_2$ ,  $i_r = I_r/I'_2$ ,  $i_s = I_s/I'_2$  y debemos tomar  $i_r = 0$  si el SPP no irradia en el medio 1. Por razones de continuidad, si la parte imaginaria de los parámetros constitutivos del MM tiende a cero, el problema debe tender al correspondiente de medios ideales. En términos del balance de energía, esta propiedad se traduce en la continuidad entre las ecuaciones (70) y (81), y entre las ecuaciones (77) y (83). Las ecuaciones (80) y (82) se han utilizado para controlar los valores calculados de la constante de propagación y de las amplitudes de los campos asociados al SPP, mientras que las ecuaciones (81) y (83) se han utilizado para calcular la potencia absorbida.

Tomemos por ejemplo el caso b que describimos en la sección 5.1.1, donde  $\epsilon = -0.2$ ,  $\mu = -1.5$  y  $d = 10/19 \lambda$  (el SPP irradia sólo hacia el medio dieléctrico). Supongamos ahora que las pérdidas intrínsecas están representadas por los siguientes valores,  $\text{Im } \epsilon = \text{Im } \mu = 0.0001$ . La Fig. 27a muestra el flujo de energía superficial  $i_s$ , la energía irradiada  $i_r$  y la potencia absorbida  $i_a$  por el MM, como función de la profundidad de los surcos. Si bien el flujo a través de la superficie es una función creciente de la profundidad del corrugado,

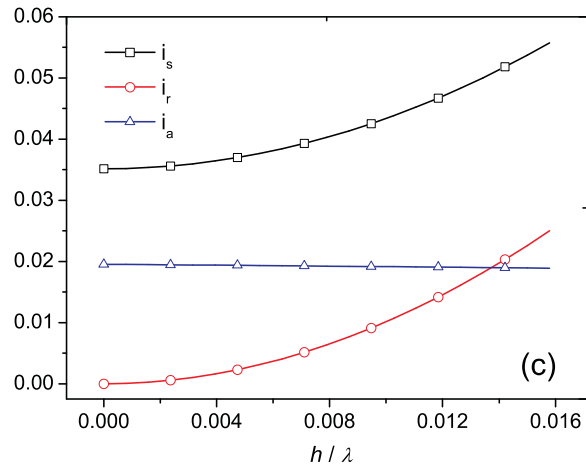
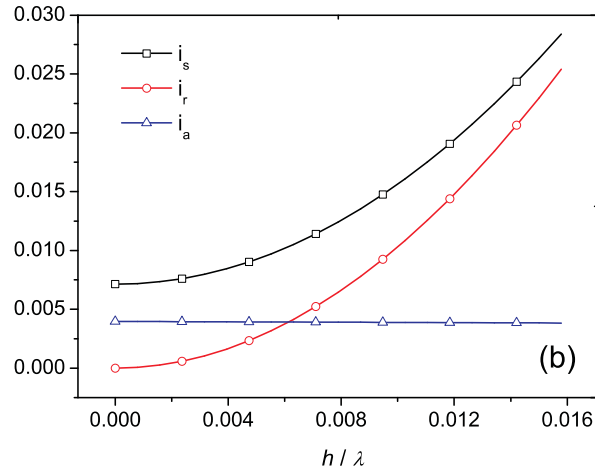
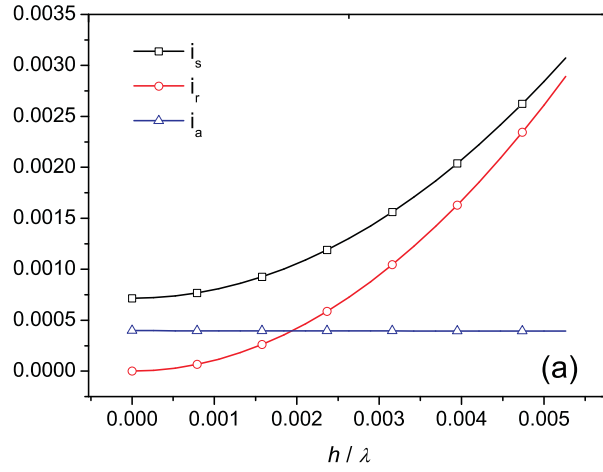


Figura 27: Flujos de energía superficial ( $i_s$ ), irradiado hacia el medio 1 ( $i_r$ ) y potencia absorbida ( $i_a$ ) como función de  $h/d$ . a)  $\text{Im } \epsilon = \text{Im } \mu = 0.0001$ , b)  $\text{Im } \epsilon = \text{Im } \mu = 0.001$ , c)  $\text{Im } \epsilon = \text{Im } \mu = 0.005$ . El período  $d = 10/19 \lambda$ ,  $\text{Re } \epsilon = -0.2$  y  $\text{Re } \mu = -1.5$ .

la energía absorbida tiene un valor más o menos constante e igual al valor correspondiente a  $h = 0$ . A continuación, incrementamos el valor de las pérdidas,  $\text{Im } \varepsilon = \text{Im } \mu = 0.001$ . La situación se ilustra en la Fig. 27b, en la cual observamos que tanto el valor de  $i_s$  como también el de  $i_a$  se incrementan aproximadamente en un factor 10 respecto del caso anterior. Sin embargo no observamos diferencias apreciables entre los valores del flujo irradiado hacia el medio 1. Por último consideramos  $\text{Im } \varepsilon = \text{Im } \mu = 0.005$ . La Fig. 27c muestra que la potencia  $i_a$  aumenta respecto de los valores correspondientes a las Figs. 27a y 27b, y como sucede en esos casos, tiene un valor más o menos constante.

De acuerdo con la ecuación (81), la diferencia entre los valores de  $i_s$  e  $i_a$  es igual a la energía asociada al decaimiento en el medio 2 ( $i_2 [1 - e^{-2 \text{Im } \alpha d}]$ ). Como hemos mostrado en las Figs. 23 y 26, para pequeños corrugados el valor de  $i_2$  es aproximadamente igual al valor correspondiente en la superficie plana, es decir,  $i_2 \approx |\varepsilon_1 \beta^{(1)} / \varepsilon_2 \beta^{(2)}|$ , mientras que el factor  $1 - e^{-2 \text{Im } \alpha d} \approx 2 \text{Im } \alpha d$  se incrementa cuadráticamente con  $h$ . Existe una marcada diferencia en el valor de este término, si comparamos con el caso metálico. Tomemos como ejemplo el caso de la plata ( $\lambda = 650 \text{ nm}$ ) en el cual  $\varepsilon = -19.35750 + i 0.44$ . Con estos parámetros, la constante de propagación  $\kappa(0) = 1.02687 + i 1.4444 \cdot 10^{-3}$  y el cociente  $\beta^{(1)} / \beta^{(2)} = [(1 - \kappa^2) / (\varepsilon - \kappa^2)]^{1/2} \approx 5 \cdot 10^{-2}$ . Por lo tanto,  $i_2 \approx 2.5 \cdot 10^{-3}$  y como consecuencia el término de decaimiento  $i_2 2 \text{Im } \alpha d$  es 1000 veces inferior al que corresponde al ejemplo que estamos estudiando. Por lo tanto, en el caso metálico, la ecuación (81) se escribe  $i_s = i_a$  con muy buena aproximación. Esta es una de las tantas diferencias que existen entre los sistemas metálicos y aquellos que incluyen medios metamateriales transparentes.

Las Figuras 27a, b y c, muestran que el valor de la energía irradiada es igual al de la energía absorbida por el MM para  $h/\lambda = 0.0019, 0.0062, 0.0137$ , respectivamente. La Fig. 28 muestra las curvas de eficiencia para estos parámetros de red. En los tres casos la reflectividad de la superficie cae a cero (los valores mínimos computados son del orden de  $10^{-5}$ ) debido a la excitación de SPPs, lo que indica que una absorción total de flujo incidente ocurre cuando la potencia irradiada por el SPP es igual a la potencia absorbida. Esta condición ha sido observada en experimentos ATR con metales [12, 119, 120]. Debido a que las características del SPP en este régimen son equivalentes a las de un plasmón superficial en una red metálica, no sorprende que se cumpla la condición de igualdad de potencia. Las Figs. 27 y 28 ponen en evidencia un aspecto del balance energético en redes que a nuestro leal saber y entender no ha sido demostrado en la literatura. Notar que la energía que entra en juego en la condición de igualdad de potencia es la potencia

absorbida, que en el caso de MMs puede ser muy diferente de la potencia superficial, a diferencia de lo que sucede en el caso metálico donde los valores de la potencia absorbida y de la potencia superficial son iguales.

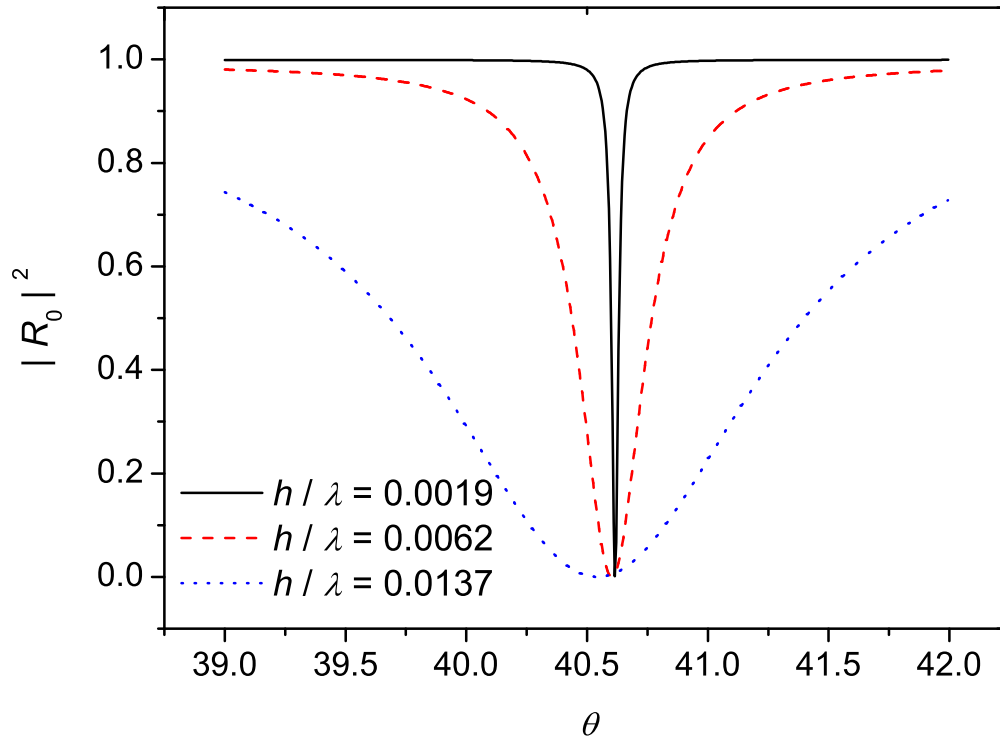


Figura 28: Eficiencia de reflexión para los casos a), b) y c) de la figura 27.



## 6. Polos y ceros asociados al problema de difracción

En este capítulo presentamos un modelo fenomenológico que relaciona los dos problemas complementarios que hemos desarrollado en capítulos anteriores: el problema no homogéneo –o con excitación externa– (capítulo 2) y el problema homogéneo –o de modos– (capítulos 3, 4 y 5). A diferencia del modelo electromagnético riguroso, el modelo fenomenológico permite predecir de una manera muy sencilla las curvas de respuesta óptica para redes de metamaterial. Dicho modelo se introdujo en la literatura para explicar el fenómeno de absorción total en redes de difracción y en estructuras ATR (ambas metálicas), y está basado en el conocimiento de dos parámetros complejos característicos de la estructura e independientes del ángulo de incidencia: el cero y el polo del coeficiente de reflexión. Estos parámetros pueden obtenerse ajustando las curvas experimentales de reflectividad y fase en función del ángulo de incidencia, tal como se ha mostrado en el capítulo 2. Alternativamente, ambos parámetros pueden obtenerse numéricamente, un camino que requiere la continuación analítica al plano complejo del formalismo utilizado para obtener las curvas de respuesta. Este es el camino que se utiliza en este capítulo, aprovechando que los detalles de la continuación analítica ya han sido discutidos en el capítulo 3 y se han aplicado en el capítulo 5 para obtener las características de los modos propios de las redes metamateriales.

Si bien la literatura cuenta con una excelente demostración de la existencia de polos y de ceros complejos en las amplitudes del campo electromagnético reflejado por una superficie metálica (ver Ref. [45]), en este capítulo presentamos una breve introducción para facilitar la comprensión de la teoría fenomenológica. Mostraremos que su generalización al caso de redes con MMs es natural, ya que por tratarse de un fenómeno resonante sólo es necesario admitir la existencia de un modo propio que puede ser excitado externamente. Mediante el estudio de las posiciones del polo y del cero en el plano complejo, mostraremos que el modelo predice los curiosos efectos producidos por el acoplamiento SPP–fotón en metamateriales levemente corrugados, tales como la reflexión casi total de luz incidente en metamateriales que en el caso plano tienen reflectividades muy pequeñas, la absorción total en metamateriales que en el caso plano tienen reflectividades muy altas, las asimetrías que se observan en las curvas de eficiencia cerca de la resonancia (ausentes en el caso convencional metálico) y el amplio rango de valores de la profundidad de los surcos en que los efectos resonantes se manifiestan sobre la respuesta electromagnética de la superficie.

## 6.1. Existencia de polos y ceros de la función $R_0$

De acuerdo con la ecuación (21), el campo electromagnético del modo superficial en el medio 1 se escribe,

$$\phi(x, y) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} R_m e^{ik(\kappa_m x + \sqrt{1-\kappa_m^2} y)}, \quad y > \max \{f(x)\}, \quad (84)$$

donde  $k = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\varepsilon_1 \mu_1}$ ,  $\kappa_m = \kappa(h/\lambda) + \frac{\lambda}{d} m$ , y  $\kappa(h/\lambda)$  es la constante adimensional de propagación. El cociente  $\lambda/d$  entre la longitud de onda y el período de la red determina el número de armónicos espaciales que caen en la región radiativa  $\Gamma_I - \Gamma_{III}$  de la Fig. 16a. Para estos armónicos, la parte imaginaria de  $\sqrt{1-\kappa_m^2}$  (la constante de propagación asociada con la dirección perpendicular a la superficie media) es pequeña, mientras que para los armónicos que caen en la zona no radiativa  $\Gamma_{III} - \Gamma_{II}$ , el valor de  $\sqrt{1-\kappa_m^2}$  es prácticamente un número imaginario. Como consecuencia, los armónicos que caen en la zona no radiativa quedan ligados a la superficie y el campo lejano a la red tiene la estructura de los armónicos radiativos.

Supongamos que una onda plana incide sobre la red con un ángulo  $\theta$  medido respecto del eje  $y$ . Entonces, el campo difractado por la superficie se escribe,

$$\phi(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} R_n e^{ik(\sin \theta_n x + \sqrt{1-\sin^2 \theta_n} y)}, \quad y > \max \{f(x)\}, \quad (85)$$

donde

$$\sin \theta_n = \sin \theta + \frac{\lambda}{d} n \quad (86)$$

es el ángulo del  $n$ -ésimo orden difractado y  $\theta_0 = \theta$  corresponde al orden especular. La interacción entre el campo reflejado y el modo superficial ocurre cuando el ángulo de reflexión del orden especular (o de uno de los órdenes difractados) coincide con uno de los ángulos de irradiación del modo superficial. La Fig. 29 ilustra la situación en que los campos planos de la onda difractada en a) coincide con los armónicos espaciales radiativos del SPP en b). Los campos de la Fig. 29 no son iguales ya que las ondas planas asociadas a los órdenes  $n = 0$  y  $n = -1$  tienen constante de propagación real, mientras que los términos asociados a los armónicos radiativos  $m = -1$  y  $m = -2$  tienen constante de propagación compleja. Por este motivo el campo difractado (85) no puede excitar exactamente el modo

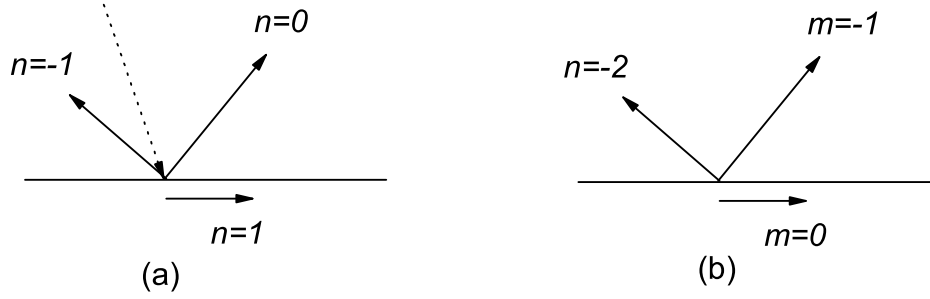


Figura 29: Esquema de acoplamiento. (a) El campo difractado por la red tiene dos órdenes propagantes  $n = 0$  (especular) y  $n = -1$ , que coinciden con las direcciones de irradiación del SPP. El campo incidente está graficado con una línea de puntos en. (b) El SPP tiene dos armónicos espaciales radiativos:  $m = -1, -2$ .

superficial, pero produce una resonancia que fuerza a una redistribución importante de las amplitudes en el sistema. Naturalmente, la igualdad entre las direcciones propagantes de los campos (85) y (84) proporciona la igualdad entre los términos no propagantes (o evanescentes), en particular entre el orden difractado  $n = 1$  y el término  $m = 0$  de la ecuación (84). Este término es el que tiene la constante de propagación  $\kappa(h/d)$  del modo superficial, y de acuerdo con las secciones 4.2.1–4.2.2 es el término dominante de la serie (84). En este sentido decimos que el orden difractado que se acopla con el modo superficial es  $n = 1$ . En el caso general, el orden  $n_a$  que se acopla verifica la condición (12) de la sección 2.2,

$$\sin \theta + n_a \frac{\lambda}{d} = \pm \operatorname{Re} \kappa(h). \quad (87)$$

Consideremos la continuación analítica al plano complejo del valor del seno del ángulo de incidencia, es decir, consideremos que la cantidad  $\sin \theta$  toma valores complejos. Sin pérdida de generalidad suponemos que solamente el armónico espacial con  $m = -1$  de la ecuación (84) cae en la región radiativa de la Fig. 16a. La existencia del campo (84) significa que las amplitudes  $R_m$  tienen un valor distinto de cero aún en ausencia de campo incidente.

En otras palabras, si  $\sin \theta = \kappa_{-1}$ , las amplitudes  $R_m$  divergen y como resultado,  $\kappa_{-1} = z_p$  es un polo de las amplitudes  $R_m$ . En particular,  $\kappa_{-1} = z_p$  es un polo de la amplitud  $R_0$  y por lo tanto esta cantidad se puede escribir de la siguiente manera

$$R_0(\sin \theta, h) = \frac{u(\sin \theta, h)}{\sin \theta - z_p(h)} \quad \text{donde } u(z_p, h) \neq 0. \quad (88)$$

En el límite plano,  $h \rightarrow 0$ , la amplitud  $R_0 \rightarrow r(\sin \theta)$ , donde  $r(\sin \theta)$  es el coeficiente de Fresnel. Por lo tanto,

$$u(\sin \theta, 0) = [\sin \theta - z_p(0)] r(\sin \theta), \quad (89)$$

y en consecuencia  $z_p(0)$  es un cero de  $R_0(\sin \theta, 0)$ . Por motivos de continuidad, si la superficie tiene una leve perturbación respecto del caso plano, admitimos la existencia de un cero  $z_0(h)$  asociado al polo  $z_p(h)$ . Por consiguiente, en la vecindad de la resonancia, la amplitud  $R_0$  se puede escribir de la siguiente manera

$$R_0(z, h/d) = \xi(z, h/d) \frac{z - z_0(h/d)}{z - z_p(h/d)} \quad (90)$$

donde  $z = \sin \theta$  es la continuación analítica del seno del ángulo de incidencia. Por continuidad,  $\xi(z, 0) = r(z)$ . Para pequeñas perturbaciones respecto del caso plano, esperamos  $\xi(z, h/d) \approx r(z)$ .

A diferencia de los métodos rigurosos utilizados para determinar las curvas de eficiencia y de fase, que requieren de un elaborado proceso de cálculo numérico, el modelo de polos y ceros permite predecir la posición, el ancho angular y la forma de las resonancias solamente a partir del conocimiento de los tres parámetros complejos contenidos en la expresión (90). Por ejemplo, en el caso de redes perfectamente conductoras y con la condición adicional de que el orden especular sea el único que se propaga, el criterio de conservación de la energía impone la condición de que el valor del cero coincida con el valor del conjugado del polo ( $z_0(h) = z_p^*(h)$ ), tal como fue demostrado por Neviere [10]. Por consiguiente, si la profundidad de los surcos es baja ( $\text{Im } z_p(h) \approx 0$ ), la expresión (90) predice que la fase de  $R_0$  varía una cantidad igual a  $2\pi$  en un pequeño intervalo angular cuando el ángulo de incidencia pasa por la resonancia y que esta resonancia no tiene efecto alguno sobre la curva de reflectividad.

Otro mérito de la expresión (90) es que explica el fenómeno de absorción total de una onda plana incidente sobre una red metálica. Mediante el cálculo numérico de las

trayectorias en el plano complejo del polo y del cero como función paramétrica de la profundidad de los surcos, se ha mostrado que las partes reales de estos dos parámetros son aproximadamente iguales,  $\text{Re } z_0 \approx \text{Re } z_p$  [10, 45] y que cuando el valor de la altura del corrugado aumenta desde  $h = 0$ , las posiciones del polo  $z_p(h)$  y del cero  $z_0(h)$  determinan dos trayectorias que tienen direcciones opuestas con respecto al eje imaginario. La trayectoria de  $z_p(h)$  no corta el eje real, mientras que la trayectoria de  $z_0(h)$  corta este eje para algún valor  $h_c$ . La existencia de este valor crítico fue verificada experimentalmente por Hutley y Maystre [108] y el fenómeno se conoce con el nombre de absorción total.

## 6.2. Cálculo de ceros

En esta sección presentamos un método numérico que permite calcular el cero complejo, es decir, las condiciones de incidencia para que el campo reflejado sea nulo. Bajo la hipótesis de que el orden especular es el único que se propaga, el objetivo es obtener el valor de  $z_0$  que anula el coeficiente  $R_0$ . Para esto es necesario reemplazar el vector nulo del sistema homogéneo de la ecuación (42) por un vector que tiene en cuenta la presencia del campo incidente. En el caso de superficies suavemente corrugadas hacemos un desarrollo perturbativo a orden  $N$ , similar al presentado en la sección 4.2.2, que nos permite escribir la siguiente condición,

$$N_0 = M_{00} \sum_{l=1}^N \frac{i^l}{l!} r_0^{(l)}, \quad (91)$$

con

$$r_n^{(l)} = -\frac{1}{M_{nn}} \left\{ N_n [-\beta_0^{(1)} - \beta_n^{(2)}]^l \xi^{(l)}(n) + \sum_{m \neq n} M_{nm} \sum_{j=1}^l \frac{l!}{j!(l-j)!} [\beta_m^{(1)} - \beta_n^{(2)}]^j \xi^{(j)}(n-m) r_m^{(l-j)} \right\}, \quad (92)$$

donde

$$N_n = \beta_n^{(2)} - \sigma \beta_0^{(1)} + \frac{(\alpha_n + \sigma \alpha_0)(\alpha_n - \alpha_0)}{\beta_0^{(1)} - \beta_n^{(2)}}. \quad (93)$$

En el límite plano,  $h = 0$ , la ecuación (91) se reduce a la condición de nulidad del coeficiente de Fresnel. La resolución de la ecuación (94) presenta una dificultad debido al mal condicionamiento de sus términos. Esto es así porque cuando se verifica la condición de acoplamiento (87), el valor de  $M_{aa}$  que aparece como divisor de los términos  $r_0^{(l)}$ , toma valores cuyo módulo tiende a cero. Para superar esta limitación, multiplicamos la ecuación (91) por  $M_{aa}$ ,

$$M_{aa} = \frac{M_{00}}{N_0} \sum_{l=1}^N \frac{i^l}{l!} X_0^{(l)}, \quad (94)$$

con

$$\begin{aligned}
X_n^{(l)} &= -\frac{1}{M_{nn}} \{N_n[-M_{aa}\beta_0^{(1)} - \beta_n^{(2)}]^l \xi^{(l)}(n) + \\
&\sum_{m \neq n} M_{nm} \sum_{j=1}^l \frac{l!}{j!(l-j)!} [\beta_m^{(1)} - \beta_n^{(2)}]^j \xi^{(j)}(n-m) X_m^{(l-j)}\} \\
X_a^{(l)} &= -\{N_a[-\beta_0^{(1)} - \beta_a^{(2)}]^l \xi^{(l)}(a) + \\
&\sum_{m \neq a} M_{am} \sum_{j=1}^l \frac{l!}{j!(l-j)!} [\beta_m^{(1)} - \beta_a^{(2)}]^j \xi^{(j)}(a-m) X_a^{(l-j)}\}
\end{aligned}$$

### 6.3. Resultados

A continuación aplicaremos el modelo fenomenológico a las situaciones resonantes ya estudiadas en los ejemplos de las secciones 2.4 y 2.5, en las que el MM es transparente. Los polos se obtienen con la ecuación de dispersión (61) y los ceros con la ecuación (94).

#### 6.3.1. Régimen B

Recordemos que valores de los parámetros relativos de la superficie elegidos en la sección 2.4 son  $\varepsilon = -0.21213 + i0.001$  y  $\mu = -1.4142 + i0.001$ . Con estos valores, la constante de propagación correspondiente a la superficie plana resulta  $\kappa(0) = 1.30385 + i0.00138$  y la superficie presenta diferentes reflectividades para ángulos de incidencia menores o mayores que el ángulo de reflexión total. Seleccionando el valor de  $\lambda/d$  sintonizamos el ángulo de incidencia para el cual el acoplamiento entre el campo incidente y el SPP cae en la región de baja o de alta reflectividad. En otras palabras, con el valor de  $\lambda/d$  podemos sintonizar el régimen de radiación del SPP para que irradie luz hacia ambos medios adyacentes a la superficie o únicamente hacia el interior del medio convencional, que en estos casos es siempre el medio de incidencia.

#### 6.3.2. El SPP irradia únicamente hacia el interior del medio convencional

Consideremos  $\lambda/d = 1.9$ . La Fig. 30 muestra las trayectorias del cero  $z_0$  y del polo  $z_p$  en el plano complejo como función paramétrica del cociente entre la altura y el período de la red  $h/d$ . Ambas trayectorias parten del punto correspondiente al caso plano,  $z_0(0) = z_p(0) = -\kappa(0) + \lambda/d = 0.59615 - i0.0138$ , y toman direcciones opuestas entre sí con respecto al eje imaginario del plano complejo.

La trayectoria  $z_p(h/d)$  muestra que la parte real del polo disminuye al aumentar el valor de la altura del corrugado, lo que indica una disminución del ángulo de resonancia. La

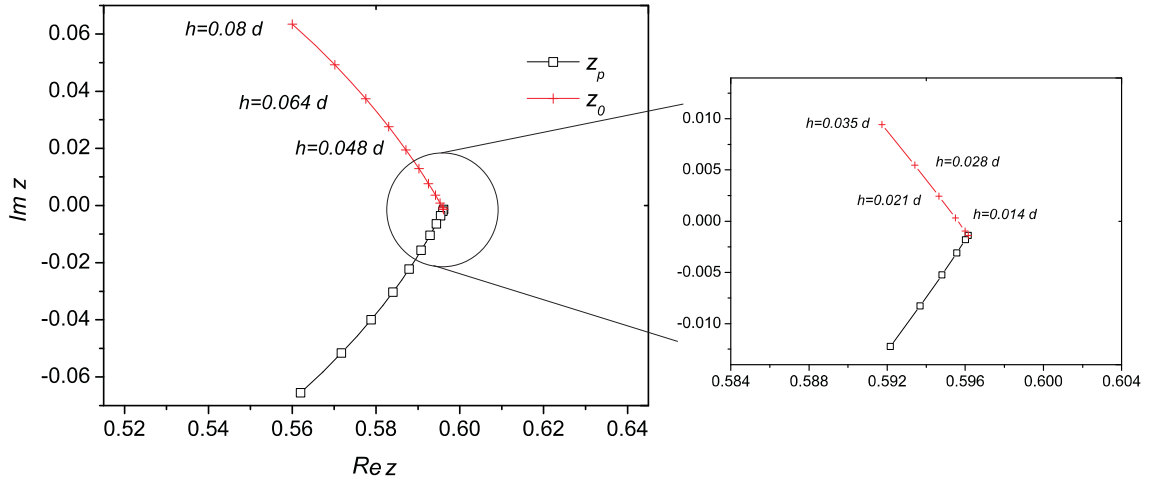


Figura 30: Trayectorias del cero  $z_0(h/d)$  y del polo  $z_p(h/d)$  en función del parámetro  $h/d$  para polarización s,  $\epsilon = -0.21213 + 0.001i$ ,  $\mu = -1.4142 + 0.001i$  y  $\lambda/d = 1.9$ .

misma trayectoria muestra que el valor absoluto de la parte imaginaria del polo aumenta con el incremento de  $h/d$ , y por consiguiente, el modelo (90) predice que el ancho angular de la resonancia aumenta.

Una manera alternativa de entender el aumento del ancho angular de la resonancia es la siguiente: puesto que la profundidad de los surcos es baja, podemos considerar que la respuesta resonante se debe a la interferencia entre la luz reflejada por la superficie plana y la luz irradiada por el SPP excitado. Debido a que el incremento de  $h/d$  produce un incremento en el valor de  $\text{Im } \kappa$  (tal como vimos en el capítulo 5), el ancho angular de irradiación aumenta y por consiguiente también aumenta el ancho angular de la resonancia observada en la curva de reflectividad del orden especular.

Nótese que ambos efectos, la disminución del valor del ángulo de resonancia y el aumento del ancho angular, están completamente de acuerdo con los resultados obtenidos con los métodos rigurosos y mostrados en la Fig. 7a para valores de  $h/d$  entre 0.005 y 0.0190. La trayectoria  $z_0(h/d)$  muestra que existe un valor crítico de  $h$  para el cual la eficiencia de reflexión es nula. En este caso el valor calculado resulta  $h_c = 0.0126d$ , que coincide con el valor estimado mediante las curvas de eficiencia y de fase mostradas en las Figs. 7a y 7b.

Tal como se observa en el recuadro insertado de la Fig. 30, cuando  $h/d$  supera levemente el valor crítico 0.0126, la parte imaginaria del cero aumenta pero sigue siendo inferior al valor absoluto de la parte imaginaria del polo y por este motivo la resonancia continúa manifestándose como un mínimo en la curva de eficiencia. Sin embargo, a partir del valor

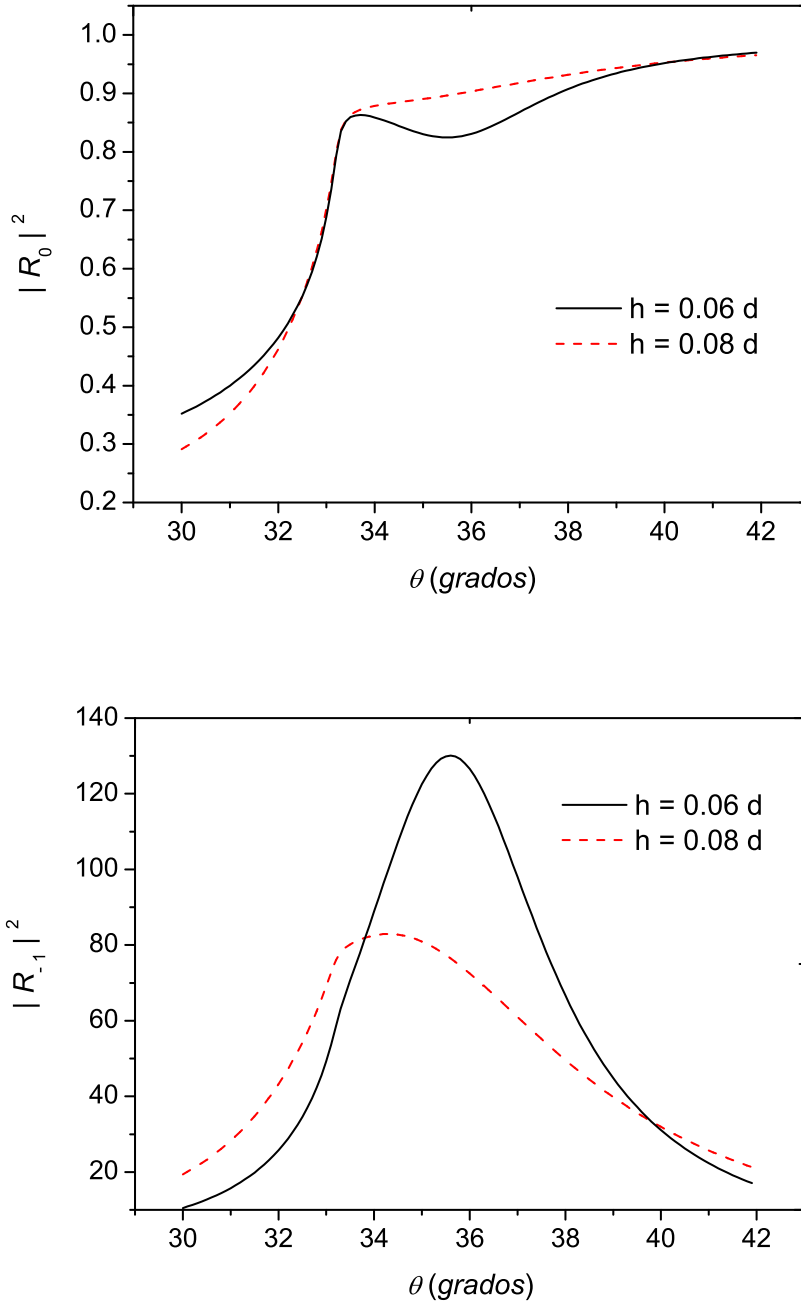


Figura 31: (a) Eficiencia especular  $|R_0|^2$ , y (b)  $|R_{-1}|^2$  en función del ángulo de incidencia para  $h/d = 0.06$  y  $0.08$ . Los otros parámetros son iguales a los de la Fig. 30.

$h/d \approx 0.06$ , se cumple que  $\text{Im } z_0 \approx |\text{Im } z_p|$  y entonces el modelo (90) predice que la resonancia dejará de manifestarse como un mínimo, tal como se puede observar en la Fig. 31a donde hemos graficado la eficiencia  $|R_0|^2$  como función del ángulo de incidencia para  $h/d = 0.06$  y  $0.08$ . En estos casos el campo en la superficie es casi 6 veces menor que el

valor correspondiente al acoplamiento óptimo, tal como se observa en la Fig. 31b.

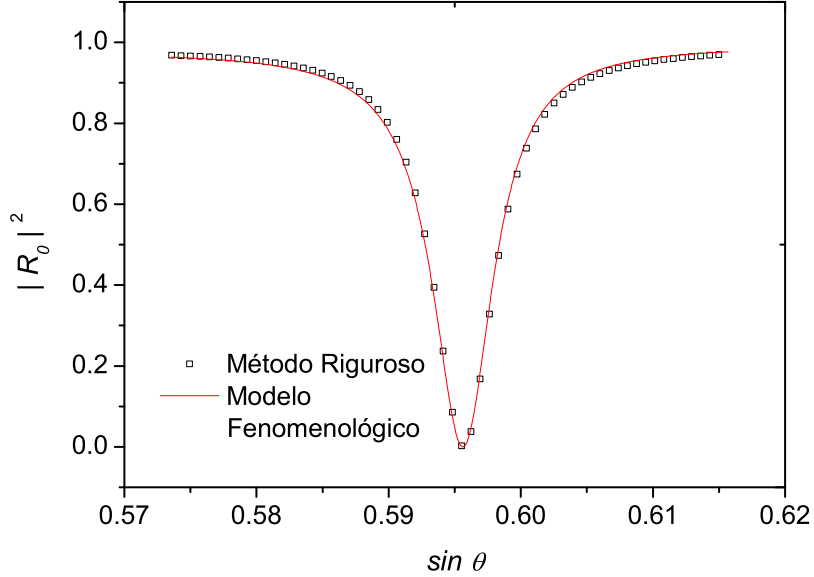


Figura 32:  $|R_0|^2$  como función de  $\sin \theta$  para polarización s,  $\lambda/d = 1.9$ ,  $h/d = 0.0126$ ,  $\epsilon = -0.21213 + 0.001i$  y  $\mu = -1.4142 + 0.001$ .

En las Figs. 32 (eficiencia) y 33 (fase) se comparan los resultados del modelo fenomenológico (90) con los resultados obtenidos utilizando la generalización a MMs [106] del método de Chandezón (método C) [48] en el caso en que la red tiene un corrugado con el valor crítico  $h/d = 0.0126$ . En virtud de la baja profundidad de los surcos, el parámetro  $\xi(0.0126, \sin \theta)$  es igual al coeficiente de Fresnel  $r(\sin \theta)$ , mientras que para los parámetros  $z_0$  y  $z_p$  se han obtenido los valores

$$z_0(0.0126) = 0.5956190 - i0.8040335 \cdot 10^{-5},$$

$$z_p(0.0126) = 0.5956762 - i0.02764370.$$

En la sección 2.4 vimos que el acoplamiento óptimo que provee la máxima intensificación del campo cercano a la superficie se alcanza en las mismas condiciones en las que se produce absorción total, en este caso para  $h \approx 0.0126 d$ . El valor del campo cercano está asociado con la amplitud del orden evanescente  $n_a$  que se acopla con el modo superficial y en este caso el orden  $n_a$  que satisface la condición de acoplamiento (87) es  $n_a = -1$ . Recordemos que  $z_p$  no sólo es un polo de la amplitud  $R_0$  sino también de la amplitud  $R_{n_a}$ . Sin embargo, los argumentos empleados para suponer la existencia de un cero complejo

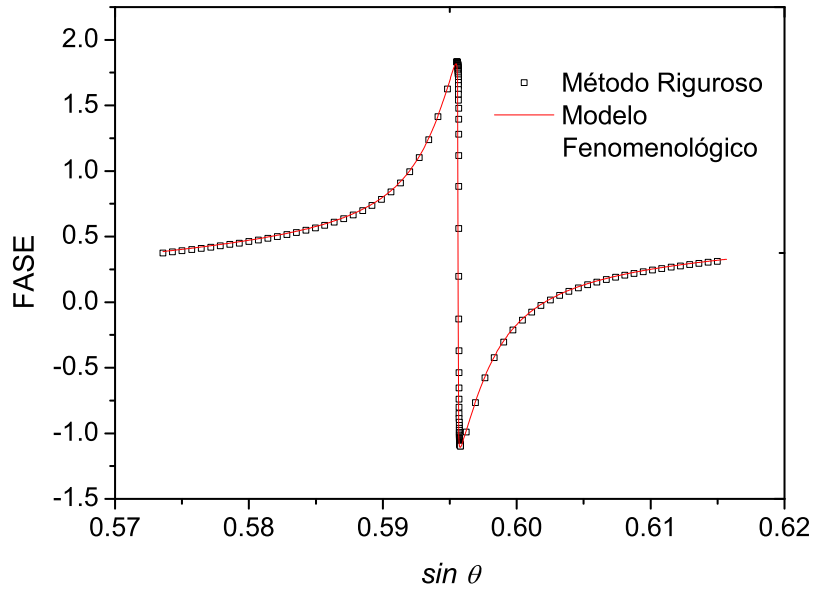


Figura 33: Fase de la amplitud  $R_0$  como función de  $\sin \theta$ , los parámetros son iguales a los de la Figura 32.

de la amplitud  $R_0$  no son aplicables en el caso de la amplitud de un orden evanescente y por este motivo especulamos que un modelo fenomenológico para  $R_{n_a}$  debería tener la

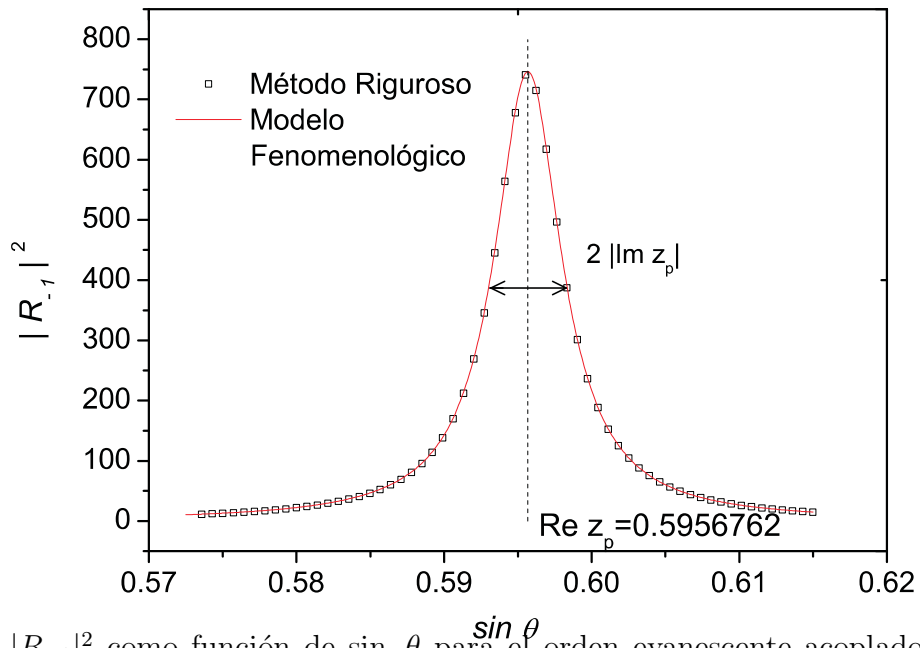


Figura 34:  $|R_{-1}|^2$  como función de  $\sin \theta$  para el orden evanescente acoplado, los otros parámetros son iguales a los de la Figura 32.

forma

$$R_{na}(h/d, \sin \theta) = \frac{v(h/d, \sin \theta)}{z - z_p(h/d)}, \quad (95)$$

con  $v(h/d, \sin \theta)$  una función regular en el entorno de  $z_p$ . La amplitud del orden evanescente acoplado con el SPP puede tomar valores muy grandes cuando  $z = \sin \theta$  (real) pasa por la resonancia, tal como vimos en la sección 2.4 en que  $|R_{-1}(0.0126)|^2 \approx 27^2$ . La Fig. 34 muestra la curva  $|R_{-1}(0.0126)|^2$  como función de  $\sin \theta$ , calculada mediante el método riguroso y mediante el modelo (95), con un valor del parámetro fenomenológico  $v(0.0126, \sin \theta) = 0.0754$ . Observamos que el máximo valor  $|R_{-1}|^2 \approx 27^2$  se da para  $\sin \theta = \text{Re } z_p(0.0126)$  y que el ancho angular de la curva es igual a dos veces la parte imaginaria de  $z_p(0.0126)$ . Es interesante notar que esta figura muestra que el modelo fenomenológico reproduce muy bien los resultados del método riguroso cerca de la resonancia no sólo para el campo lejano (orden especular) sino también para el campo cercano (orden acoplado).

### 6.3.3. El SPP irradia hacia ambos medios

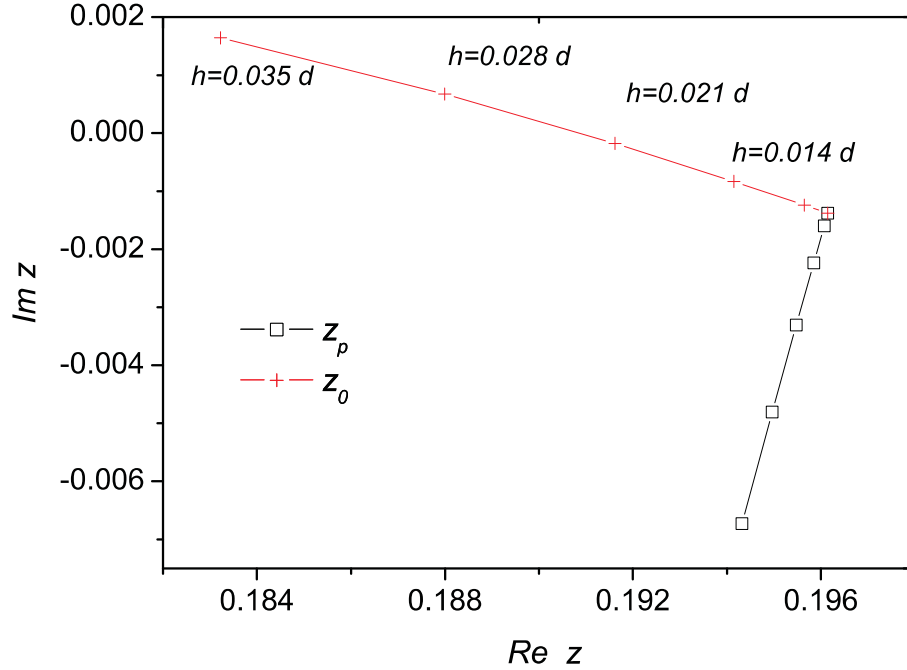


Figura 35: Trayectorias del cero  $z_0(h/d)$  y del polo  $z_p(h/d)$  en función del parámetro  $h/d$  para polarización s y  $\lambda/d = 1.5$ . Los parámetros constitutivos relativos son  $\epsilon = -0.21213 + 0.001i$ ,  $\mu = -1.4142 + 0.001i$ .

Consideremos ahora  $\lambda/d = 1.5$ . La Fig. 35 muestra las trayectorias del cero y del polo para el intervalo de alturas considerado en las Figs. 9a y 9b. Las asimetrías que exhiben

estas curvas se ponen en evidencia al comparar las trayectorias  $z_0(h/d)$  y  $z_p(h/d)$ . Ambas trayectorias parten del punto correspondiente a la superficie plana  $z_0(0) = z_p(0) = -\kappa(0) + \lambda/d = 0.19615 - i0.00138$  y toman direcciones opuestas con respecto al eje imaginario del plano complejo. A diferencia del caso anterior, ahora la parte real del cero toma valores ligeramente diferentes del valor correspondiente al polo, lo que indica una asimetría cada vez más pronunciada de las curvas de eficiencia. Mientras que la parte imaginaria del polo aumenta en valor absoluto con  $h/d$ , hecho que se manifiesta en un aumento del ancho de la resonancia observado en la Fig. 9a, la trayectoria del cero se acerca al eje real, alcanzándolo en un valor crítico  $h_c$  para el cual la eficiencia de reflexión es nula. Para valores de  $h/d$  mayores que el valor crítico, el valor de  $\text{Im } z_0$  aumenta y como consecuencia también aumenta el valor mínimo de las curvas de eficiencia representadas en la Fig. 9. La Fig. 35 también muestra que las partes reales de  $z_p(h/d)$  y  $z_0(h/d)$  son funciones decrecientes, lo que explica la disminución del valor del ángulo de resonancia observado en la Fig. 9a.

Para apreciar mejor las novedosas características que se obtienen cuando se consideran MMs, en la Fig. 36 hemos graficado las trayectorias  $z_0(h/d)$  y  $z_p(h/d)$  ampliando el intervalo de alturas considerado en las Figs. 9a y 9b. La trayectoria del polo muestra características similares a las observadas en la Fig. 35, pero la trayectoria del cero muestra que para valores de  $h/d$  mayores que 0.057,  $\text{Im } z_0$  disminuye hasta alcanzar nuevamente

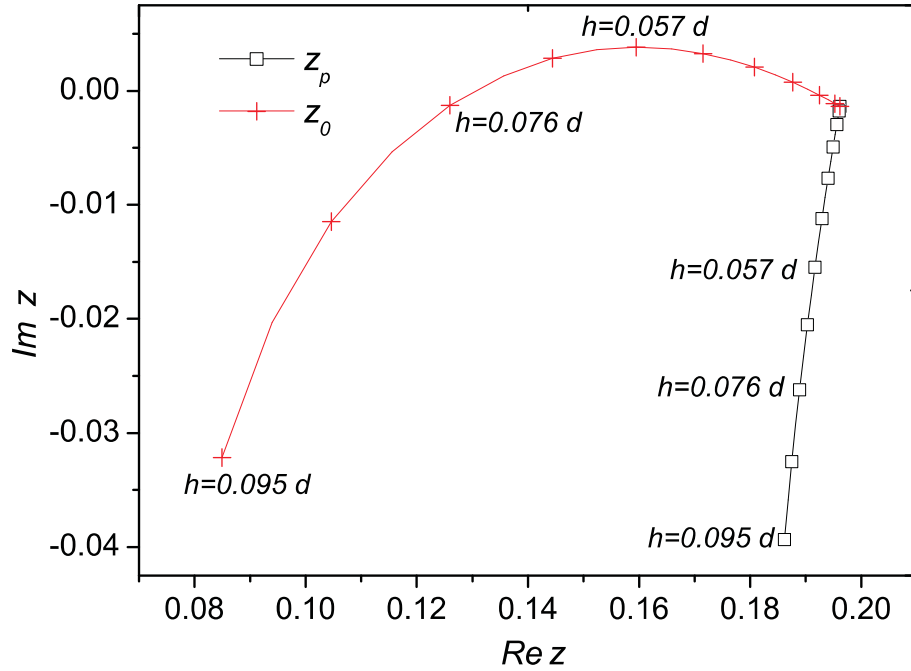


Figura 36: Lo mismo que la figura 35 para  $0 < h/d < 0.095$

el eje real, un resultado que no se había sido observado para materiales convencionales y que sólo es posible debido a que la transparencia de los MMs considerados permite que en estos casos el SPP irradie hacia ambos lados de la superficie corrugada. Cuando  $h/d$  pasa por este nuevo valor crítico, la curva de fase pasa de ser monótona a tener un máximo y un mínimo, como sucede para muy bajas alturas ( $0 < h/d < 0.0225$ ). Este resultado se observa en la Fig. 37 (fases) y 38 (eficiencia), donde se comparan los resultados calculados mediante el método riguroso y el modelo fenomenológico para este segundo valor crítico  $h/d = 0.076$ . En este caso los parámetros de la ecuación (90) son:

$$\xi(0.076, \sin \theta) = 0.84 r(\sin \theta),$$

$$z_0(0.076) = 0.1300388 - i0.5927223 \cdot 10^{-4},$$

$$z_p(0.076) = 0.1888802 - i0.02619908.$$

Las Figs. 37 y 38 muestran que en este caso el modelo (90) también reproduce los resultados del campo lejano obtenidos mediante el método riguroso.

Recordemos que, al contrario de lo que sucede tanto en redes metálicas como de metamateriales cuando el SPP irradia sólo hacia el medio de incidencia, donde hemos observado

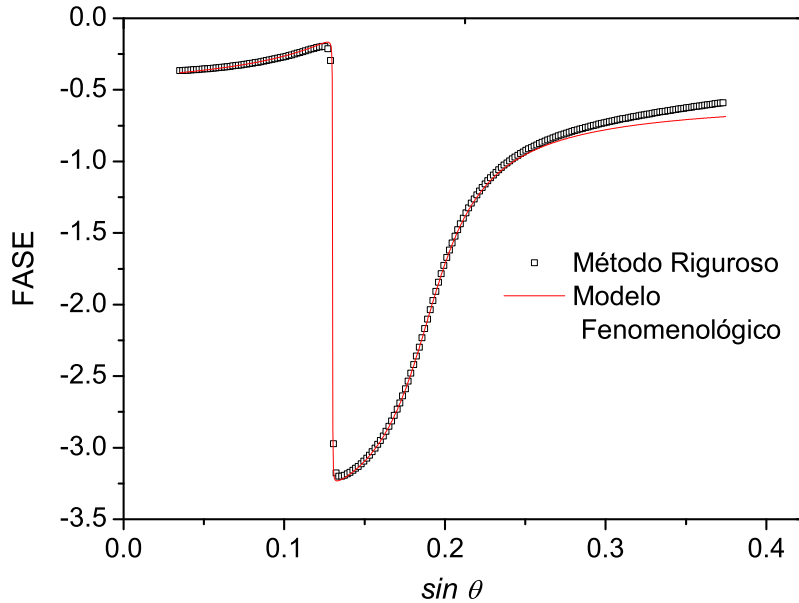


Figura 37: Fase en el orden reflejado especularmente como función de  $\sin \theta$  para polarización s,  $\lambda/d = 1.5$  y  $h/d = 0.076$ . Los parámetros constitutivos son  $\epsilon = -0.21213 + 0.001i$ ,  $\mu = -1.4142 + 0.001$ .

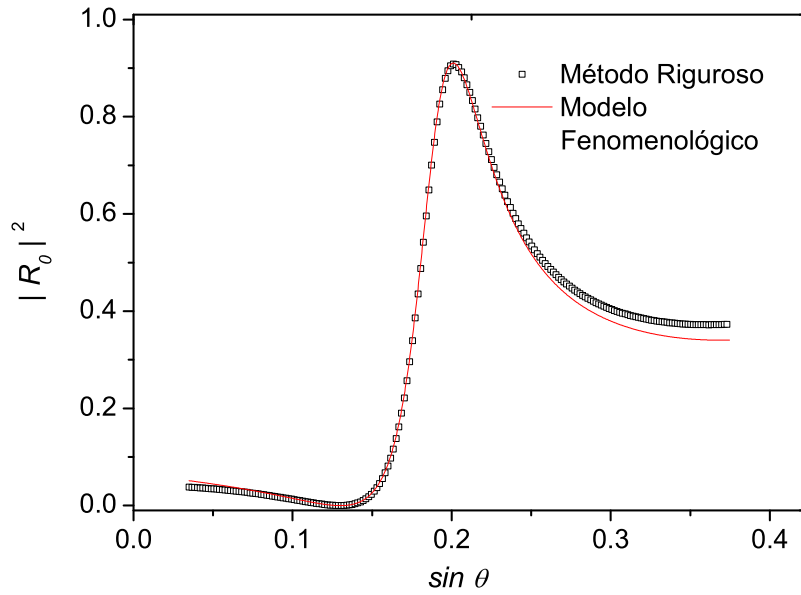


Figura 38: Eficiencia de difracción  $|R_0|^2$  en el orden reflejado especularmente como función de  $\sin \theta$  para polarización s,  $\lambda/d = 1.5$  y  $h/d = 0.076$ . Los parámetros constitutivos son  $\epsilon = -0.21213 + 0.001i$ ,  $\mu = -1.4142 + 0.001$ .

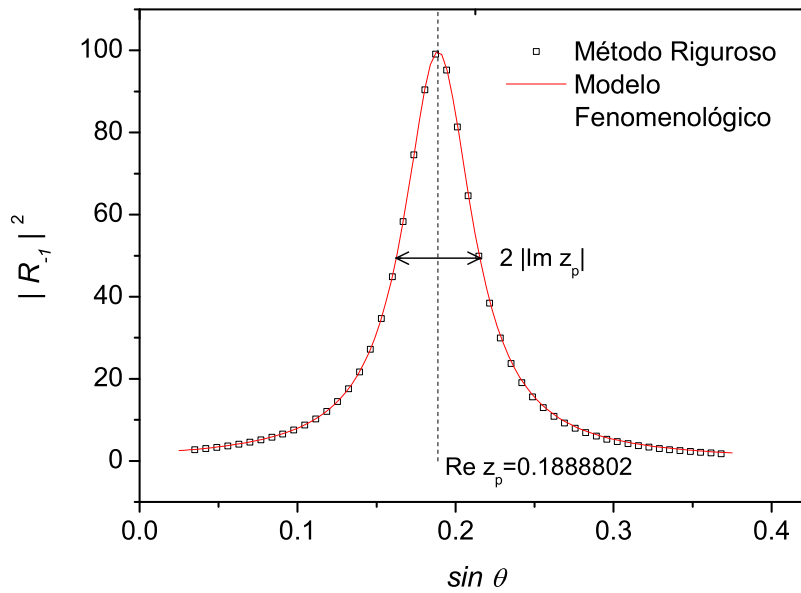


Figura 39:  $|R_{-1}|^2$  vs.  $\sin \theta$ , los parámetros son iguales a los de la Fig. 38.

que los valores de  $h/d$  que proveen reflectividad nula y acoplamiento óptimo siempre coinciden, esto no siempre es así en los nuevos regímenes plasmónicos donde el SPP irradia hacia ambos lados de la superficie. En los ejemplos considerados en la sección 2.4.2 habíamos visto que la reflectividad nula se alcanza para un valor  $0.0225 < h/d < 0.0226$  (ver Fig. 9), mientras que el acoplamiento óptimo se alcanza para un valor  $h/d \approx 0.018$  (ver Fig. 10b). El orden evanescente que se acopla con el SPP e intensifica el campo cercano en este caso era  $n_a = -1$  y los cálculos rigurosos habían mostrado que  $|R_{-1}(0.018)|^2 \approx 23^2$  (Fig. 10b).

Para explorar el comportamiento del orden evanescente acoplado con el SPP en la zona de alturas en las que  $z_0$  vuelve a cruzar el eje real, en la Fig. 39 se muestra la curva  $|R_{-1}(0.076)|^2$  como función de  $\sin \theta$ , calculada mediante el método riguroso y mediante el modelo (95), con  $v(0.076, \sin \theta) = 0.26$ . Observamos que para este nuevo valor de altura, el orden evanescente que se acopla con el SPP toma su amplitud máxima  $|R_{-1}|^2 \approx 100$  para  $\sin \theta = \text{Re } z_p(0.076)$  y que el ancho angular de la resonancia es igual a dos veces la parte imaginaria de  $z_p(0.076)$ .

Es interesante notar que si bien la amplitud máxima del orden evanescente acoplado con el SPP en este ejemplo es 6 veces menor que el valor que tomaba cuando la altura del corrugado tenía el valor correspondiente al acoplamiento óptimo ( $h = 0.018 d$ ), el efecto del

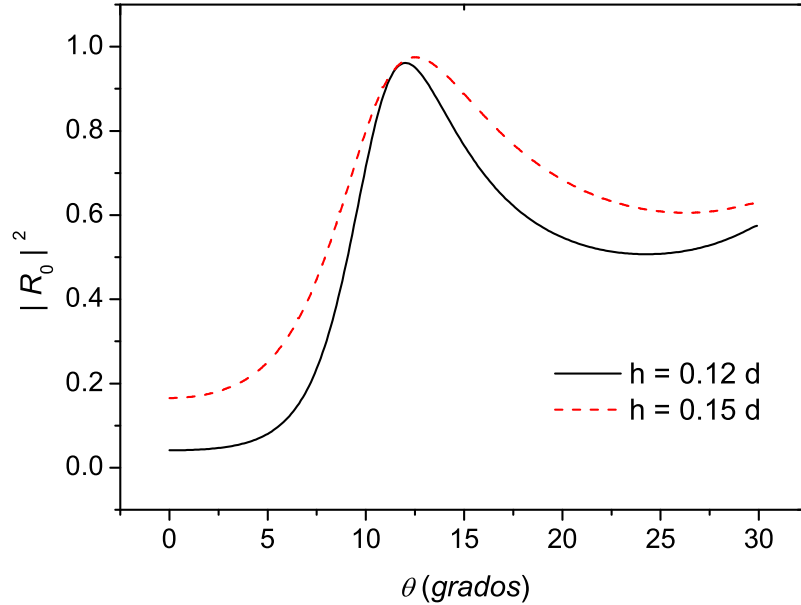


Figura 40: Eficiencia de difracción  $|R_0|^2$  en función del ángulo de incidencia para  $h/d = 0.12$  y  $0.15$ . Los otros parámetros son iguales a los de la Fig. 38.

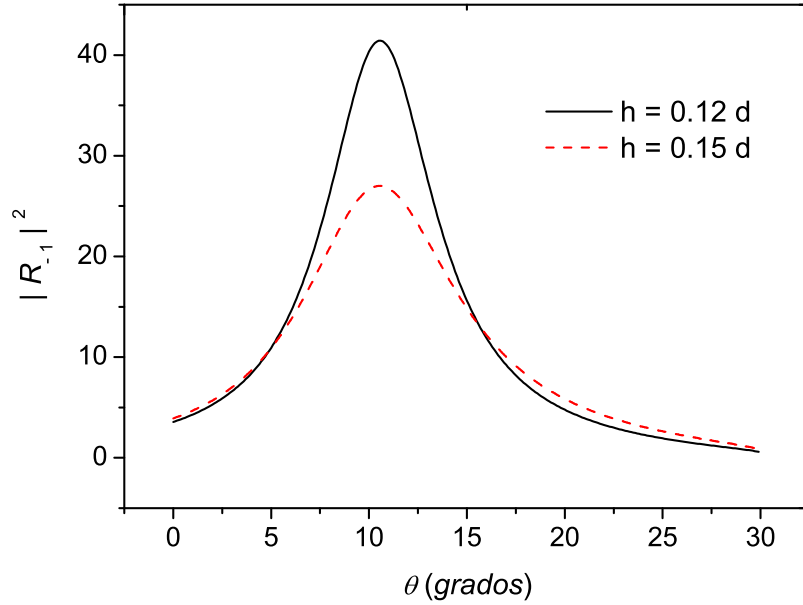


Figura 41:  $|R_{-1}|^2$  en función del ángulo de incidencia para  $h/d = 0.12$  y  $0.15$ . Los otros parámetros son iguales a los de la Fig. 38.

acoplamiento SPP–fotón se manifiesta notablemente en la reflectividad de la superficie, que tiene un valor superior al 90%. A diferencia de lo que ocurría en otros regímenes de acoplamiento, donde la resonancia se manifestaba en el orden reflejado especularmente de manera muy notable solamente para alturas muy cercanas al valor correspondiente al acoplamiento óptimo y luego desaparecía para alturas mayores, hemos verificado que en este régimen de acoplamiento los efectos resonantes se siguen manifestando en el campo lejano muy claramente, aún para rugosidades con alturas superiores a  $h/d = 0.15$ , tal como se muestra en la Fig. 40.

Con respecto al campo cercano, hemos observado que en este nuevo régimen de acoplamiento sucede algo similar a lo observado en el párrafo anterior, tal como se muestra en la Fig. 41, donde se ha graficado la amplitud del orden evanescente que se acopla con el SPP para  $h/d = 0.12$  y para  $0.15$ . En el caso  $h/d = 0.12$  la máxima amplitud del orden evanescente es  $|R_{-1}|^2 \approx 40$  (13 veces menor que el valor correspondiente al acoplamiento óptimo), mientras que para  $h/d = 0.15$ ,  $|R_{-1}|^2 \approx 27$  (20 veces menor que el valor correspondiente al acoplamiento óptimo). Este resultado indica que para estos valores de altura de corrugado aún es posible observar en el campo lejano los efectos de interferencia entre el campo irradiado por el SPP y el campo reflejado por la superficie, a

pesar de que en estos casos el SPP no se acople de la manera más eficiente posible.

### 6.3.4. Régimen C

Los parámetros elegidos en la sección 2.4 son  $\varepsilon = -0.9487 + 0.0001i$ ,  $\mu = -1.5811 + 0.0001i$  y  $\lambda/d = 1.9$  y la constante de propagación para superficie plana resulta  $\kappa(0) = 2.44979 - 0.00245i$ . Cuando la superficie se perturba periódicamente, el valor de dicha constante cambia continuamente con  $h/d$ , tal como se observa en la en la Fig. 42 donde se han graficado las trayectorias del polo  $z_p(h/d)$  y del cero  $z_0(h/d)$  en el plano complejo. Como en el ejemplo anterior, ambas trayectorias no son simétricas respecto del eje real lo

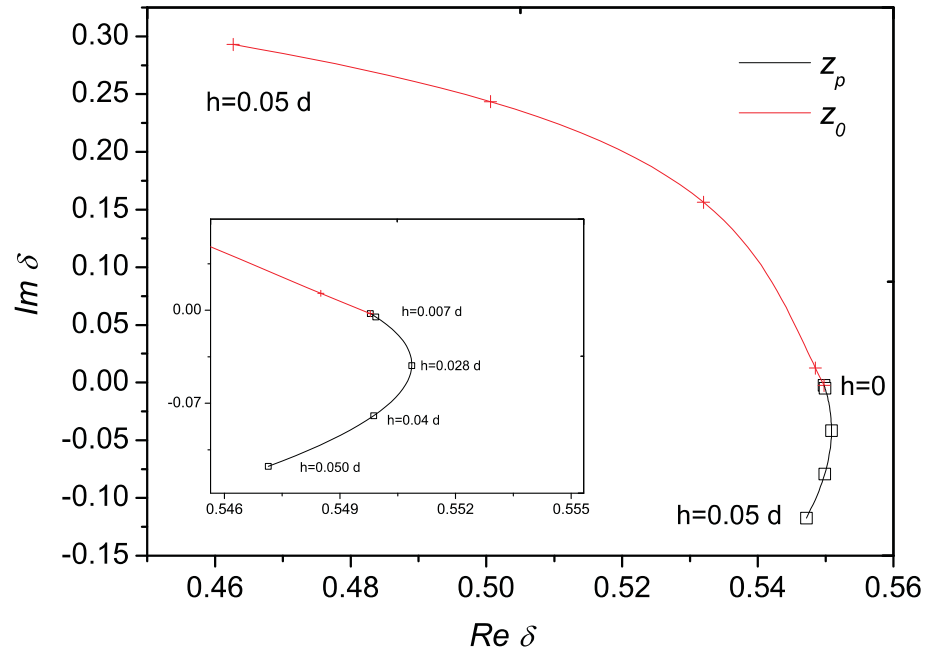


Figura 42: Trayectorias del cero  $z_0(h/d)$  y del polo  $z_p(h/d)$  para polarización p,  $\lambda/d = 1.9$ ,  $\varepsilon = -0.9487 + 0.0001i$  y  $\mu = -1.5811 + 0.0001i$ .

que ya indica que las curvas de eficiencia cerca de la resonancia deben revelar cierto grado de asimetría. Tal como puede verse en las figuras 11a, 11b y 11c, la asimetría es más suave que en el régimen considerado en el ejemplo anterior, puesto que ahora la distancia entre el polo y el cero, medida en la dirección del eje real, es inferior a la distancia medida en la dirección del eje imaginario.

El modelo fenomenológico permite cuantificar el grado de asimetría de la siguiente manera: si  $a$  representa la diferencia entre las partes reales del cero y del polo,  $a = |\text{Re } z_p(h/d) - \text{Re } z_0(h/d)|$ , y  $b$  tiene en cuenta el ancho característico de la resonancia,

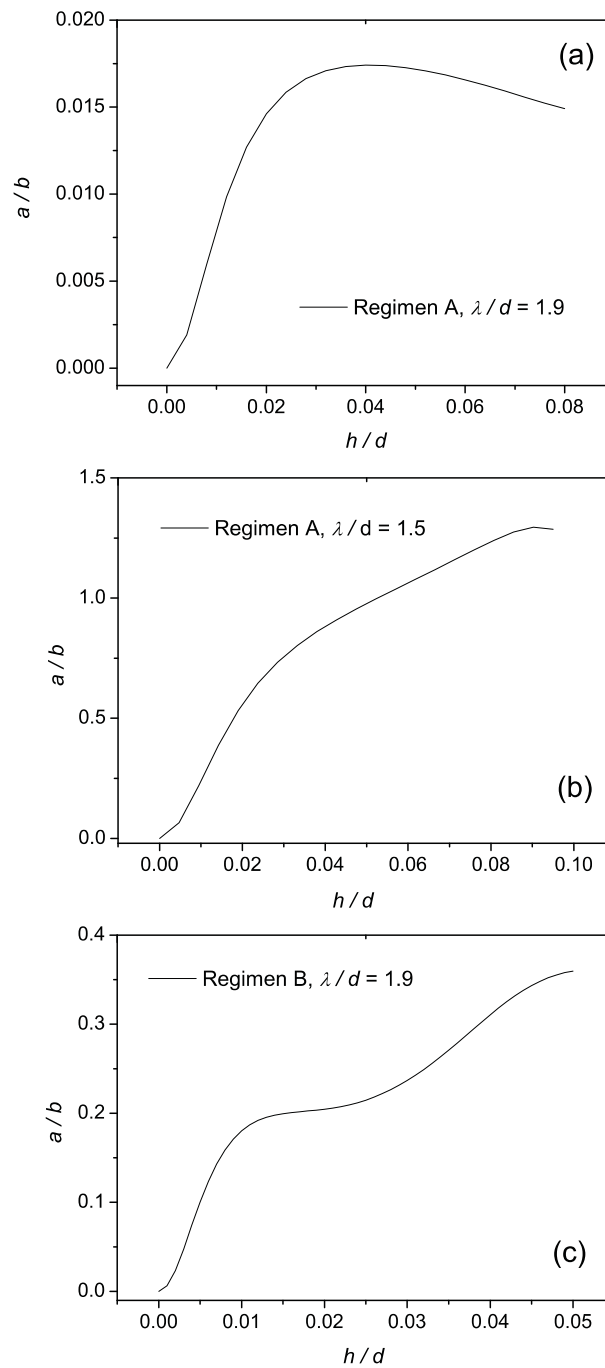


Figura 43: Grado de asimetría  $a/b$  de las curvas de eficiencia y fase para los casos: (a) Régimen B ( $\lambda/d=1.9$ ), (b) Régimen B ( $\lambda/d=1.5$ ), (c) Régimen C ( $\lambda/d=1.9$ ).

$b = 2\text{Im } z_p$ , entonces el cociente  $a/b$  es un número proporcional al grado de asimetría de las curvas de eficiencia y fase.

En la Fig. 43 hemos graficado el cociente  $a/b$  como función de  $h/d$  en los regímenes estudiados en las secciones 6.3.2 (régimen B-  $\lambda/d = 1.9$ ), 6.3.3 (régimen B- $\lambda/d = 1.5$ ) y en esta sección (régimen C). Como podría esperarse, el menor grado de asimetría aparece en el régimen en el que el acoplamiento SPP-fotón ocurre solo en el medio por abajo de la superficie corrugada, un hecho bien conocido para las redes metálicas. En cambio, si el acoplamiento SPP-fotón se manifiesta en los dos medios adyacentes a la superficie, como ocurre cuando  $\lambda/d = 1.5$ , la Fig. 43b muestra que el cociente  $a/b$  es casi 2 órdenes de magnitud mayor que el correspondiente a la Fig. 43a, y ésto se manifiesta en la asimetría que presentan las curvas de respuesta de las Figs. 9, 38 y 37. Por último, la Fig. 43c para el régimen C muestra que el cociente  $a/b$  es un orden de magnitud menor que el correspondiente al caso B con  $\lambda/d = 1.5$  y por este motivo la asimetría es casi imperceptible en la Fig. 11.

Para apreciar las trayectorias del polo y del cero en un intervalo de alturas comparable al elegido en la Fig. 11, en la Fig. 42 hemos insertado un gráfico con la escala ampliada. La trayectoria  $z_p(h/d)$  muestra que, para valores de  $h/d < 0.028$ ,  $\text{Re } z_p(h/d)$  es una función creciente de la profundidad de los surcos, lo que indica que el ángulo de acoplamiento SPP-fotón se incrementa y consecuentemente disminuye su velocidad de fase; en cambio, la trayectoria  $z_0(h/d)$  muestra que  $\text{Re } z_0(h/d)$  es una función decreciente, lo que indica que el ángulo correspondiente al mínimo de eficiencia observado en la Fig. 11a disminuye. Este hecho debe ser tenido en cuenta en los experimentos en que se pretende medir la velocidad de fase del SPP mediante la detección del mínimo de la reflectividad, ya que el cambio en la velocidad de fase viene dado por el desplazamiento del polo. Por otra parte, observamos que el valor absoluto de la parte imaginaria de  $z_p$  aumenta con la profundidad de los surcos. Como consecuencia, la ecuación (90) predice un ensanchamiento de la resonancia, tal como se observa en la Fig. 11.

En las Figs. 44 (reflectividad) y 45 (fase) se muestra el ajuste entre los resultados obtenidos con el método riguroso y con el modelo fenomenológico (90) para el valor  $h/d = 0.028$ , significativamente mayor que los valores considerados en la Fig. 11. Los parámetros del modelo fenomenológico son

$$\xi(0.028, \sin \theta) = 1.73 r(\sin \theta)$$

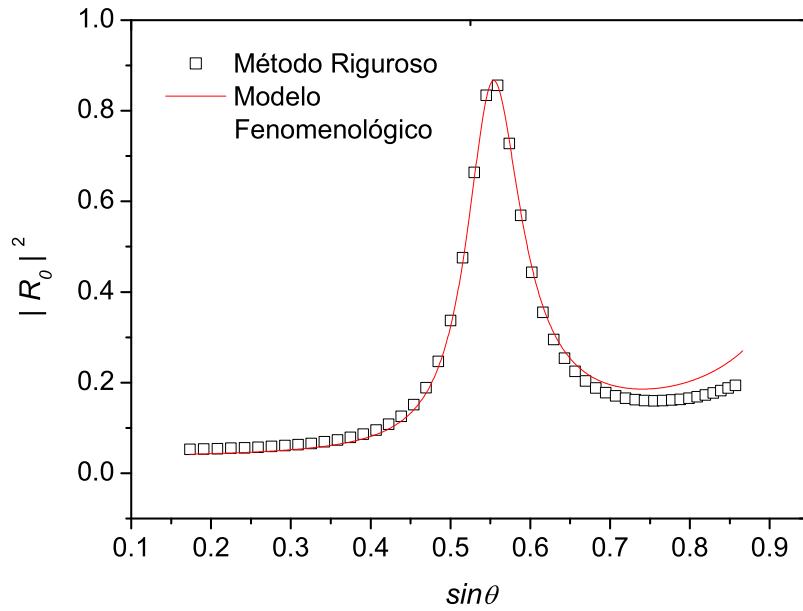


Figura 44: Eficiencia de difracción  $|R_0|^2$  del orden reflejado especularmente vs.  $\sin \theta$  para polarización p,  $\lambda/d = 1.9$ ,  $h/d = 0.028$ ,  $\varepsilon = -0.9487 + 0.0001i$  y  $\mu = -1.5811 + 0.0001i$ .

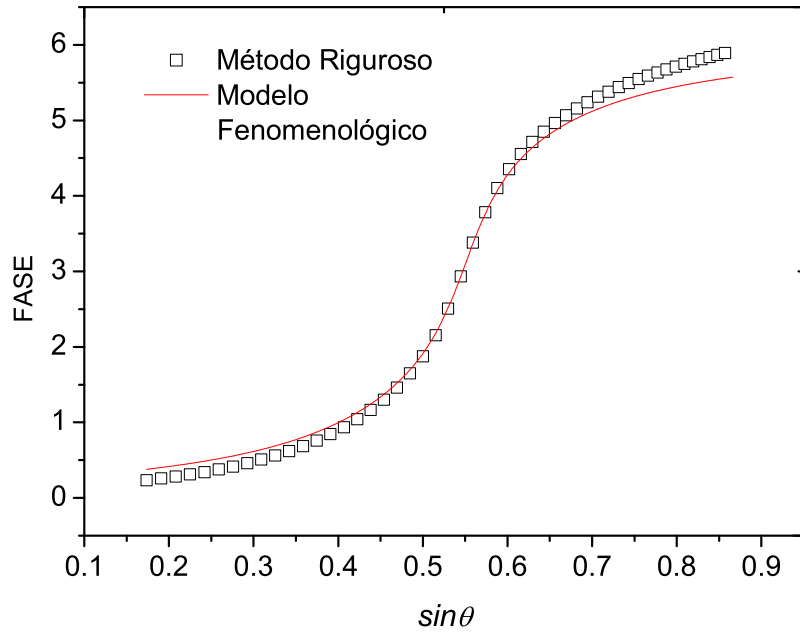


Figura 45: Fase del orden reflejado especularmente vs.  $\sin \theta$ , los parámetros son iguales a los de la Fig. 44.



angular coincide con el ancho angular de irradiación del SPP,  $2\text{Im } z_p(0.028)$ .

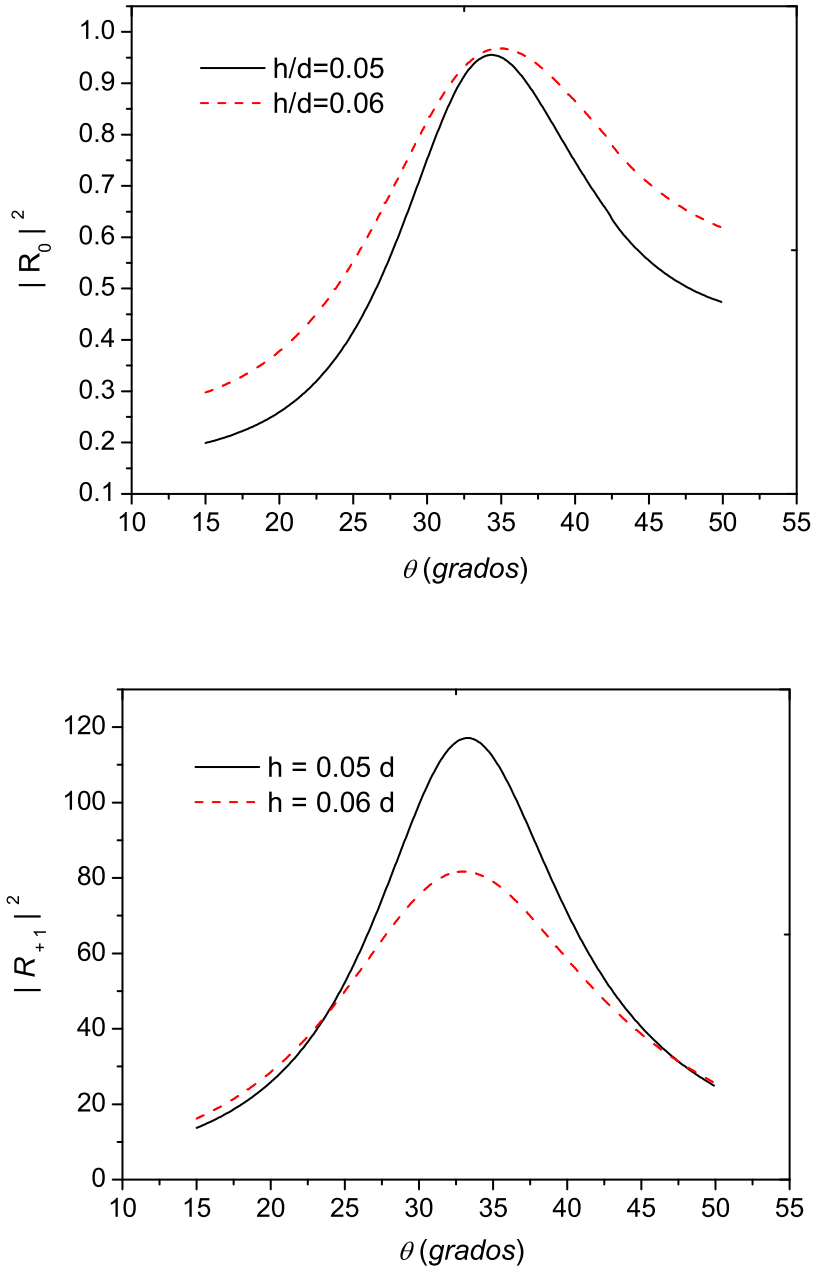


Figura 47: (a) Eficiencia de difracción  $|R_0|^2$ , y (b) Amplitud  $|R_{-1}|^2$  como funciones del ángulo de incidencia sin  $\theta$  para  $h/d = 0.05, 0.06$ . Los otros parámetros son iguales a los de la Fig. 44.

Cuando se aumenta aún más la profundidad de los surcos, el efecto del acoplamiento SPP–fotón produce un aumento en la eficiencia de reflexión, que en el caso de  $h/d = 0.05$  alcanza valores superiores al 95 %, tal como se observa en la Fig. 47a. La amplitud del

orden evanescente acoplado con el SPP (Fig. 47b) llega a un valor máximo  $|R_{+1}|^2 \approx 120$  para  $h/d = 0.05$  (13 veces menor que el valor correspondiente al acoplamiento óptimo) y de  $|R_{+1}|^2 \approx 80$  para  $h/d = 0.06$  (20 veces inferior al valor correspondiente al acoplamiento óptimo). Tal como sucedía en los ejemplos analizados en la sección previa 6.3.3, a pesar de que los parámetros de la rugosidad están bastante alejados de los que hacen que el acoplamiento sea más eficiente, el SPP excitado produce valores muy altos de la reflectividad en una superficie que en el caso plano refleja sólo el 2.5 % de la luz incidente.



## 7. Conclusiones

En los estudios descriptos en este trabajo se han obtenido, por primera vez en la literatura las propiedades cinemáticas y dinámicas de los nuevos polaritones superficiales tipo plasmónicos que pueden propagarse en la superficie corrugada periódicamente entre un medio convencional y un metamaterial caracterizado por valores arbitrarios de la permitividad y permeabilidad.

En la primera parte del trabajo el estudio ha sido abordado mediante el análisis de la respuesta óptica de la superficie en condiciones de iluminación cercanas al acoplamiento resonante entre una onda plana incidente y el SPP. Entre los comportamientos novedosos encontrados se destacan los obtenidos en los regímenes de cuasi-transparencia del MM (partes reales de la permitividad y de la permeabilidad con el mismo signo), donde la elección del período del corrugado conduce a situaciones de acoplamiento que pueden ser radicalmente diferentes a las conocidas para materiales convencionales.

Se ha mostrado que, mediante el mecanismo de excitación resonante de SPPs y sintonizando el valor del cociente entre la longitud de onda incidente y el período del corrugado, es posible obtener excitaciones resonantes que producen una respuesta electromagnética similar a la de las redes metálicas (donde una pequeña perturbación periódica de la superficie hace que la reflectividad caiga dramáticamente a cero) o transformar en totalmente reflectoras a superficies que son prácticamente transmisoras, con transparencias comparables con la de los vidrios comunes.

El comportamiento de la reflectividad ha sido correlacionado con el comportamiento de la fase del campo reflejado, un aspecto que a nuestro criterio resulta atrayente ya que se trata de una magnitud fácilmente accesible, tanto experimental como teóricamente y brinda además información adicional no provista por la reflectividad, tal como se ha demostrado en los capítulos 2 y 6.

También se ha prestado especial atención al comportamiento del campo cercano y a su intensificación en condiciones resonantes. Se ha mostrado que a diferencia de lo que ocurre en las redes metálicas, la excitación de SPPs en metamateriales puede dar lugar a situaciones en las que la máxima absorción del campo incidente y la máxima intensificación del campo cercano no ocurren para las mismas condiciones.

Como en todo problema resonante, las características de los modos propios de una red metamaterial también han sido investigadas mediante un enfoque complementario que

consiste en resolver el problema de valores de contorno en ausencia de fuentes externas (problema homogéneo, o de modos). Para resolver este problema ha sido necesario definir las condiciones de radiación de los modos propios de la estructura. Mediante el empleo de las condiciones conocidas para el caso metálico y utilizando argumentos físicamente adecuados, en el capítulo 3 se ha construido la superficie propia (o física) de Riemann, que junto con el método perturbativo desarrollado en el capítulo 4, ha permitido buscar de una manera sistemática la constante de propagación (autovalores) y las distribuciones espaciales de campo (autovectores) de los SPPs.

A diferencia de los SPPs en redes metálicas, que pueden irradiar energía solamente hacia el medio dieléctrico (en general vacío), en el capítulo 5 se ha mostrado que los SPPs que se propagan por una red metamaterial pueden irradiar energía hacia el medio convencional, hacia el MM o hacia ambos medios. En este último caso se ha visto que las direcciones de irradiación ponen en evidencia el carácter de refracción negativa de la superficie. Los resultados presentados en esta sección fueron controlados por las ecuaciones de balance obtenidas en el capítulo 5, cuya aplicación se extiende desde las redes metálicas, en las cuales el campo del SPP está condenado a vivir en una pequeña región del metal, hasta superficies MMs en las que el campo del SPP puede alcanzar grandes longitudes de penetración.

Otro aspecto novedoso del trabajo presentado es la generalización de un modelo fenomenológico que relaciona los dos problemas desarrollados a lo largo de la tesis: problema no homogéneo y problema homogéneo. Se ha mostrado que las trayectorias del cero y del polo en el plano complejo explican de una manera muy sencilla las curvas de reflectividad y fase para redes metamateriales y que estas trayectorias pueden ser muy diferentes de las obtenidas en el caso metálico, lo que se manifiesta en las asimetrías observadas en las curvas de respuesta, en el comportamiento inusual de la fase debido a la presencia de más de un cero real y en la alta reflectividad por parte de una superficie que en el caso plano es casi totalmente transmisora.

Tanto los enfoques como los métodos desarrollados en esta Tesis pueden ser generalizados a otras situaciones donde el mecanismo de acoplamiento SPP-fotón involucre una rugosidad superficial, como es el caso de pequeñas rugosidades localizadas (no periódicas), como pozos o protuberancias.

## Publicaciones asociadas a esta tesis

- Mauro Cuevas and Ricardo A. Depine, “Excitation of surface plasmon polaritons along the sinusoidal boundary of a metamaterial”, *Physical Review B* 78, 125412 (2008).
- Mauro Cuevas and Ricardo A. Depine, “Radiation Characteristics of Electromagnetic Eigenmodes at the Corrugated Interface of a Left-Handed Material”, *Physical Review Letters* 103, 097401 (2009).
- Mauro Cuevas and Ricardo A. Depine, “Surface plasmon polariton modes propagating along the periodically corrugated boundary of a metamaterial”, *The European Physical Journal D* 58, 249-255 (2010).
- Mauro Cuevas and Ricardo A. Depine, “Dispersion characteristics of surface polaritons on left-handed gratings”, *Optics Communications* 284, 5242-5247 (2011).
- Mauro Cuevas and Ricardo A. Depine, “The homogeneous problem for a corrugated metamaterial of arbitrary permittivity and permeability: Choosing the proper Riemann surface”, *Optik - Int. J. Light Electron Opt.* 122, 198-206 (2011).
- Mauro Cuevas and Ricardo Depine, “Surface polaritons in corrugated metamaterials”, *Proc. of Metamaterials*, 612–614 (2008).  
<http://proceedings.metamorphose-vi.org/2008/submission/146/>
- Mauro Cuevas, Diana Skigin and Ricardo Depine, “Surface polaritons enhanced transmission in metamaterial wire gratings”, *Proc. of Metamaterials*, 470–472 (2008).  
<http://proceedings.metamorphose-vi.org/2008/submission/97/>
- Mauro Cuevas and Ricardo A. Depine, “Surface polaritons at a negative index material grating”, *Proc. SPIE*, Vol. 7392, 73921P (2009).



## Referencias

- [1] J. D. Jackson, *Classical Electrodynamics*, third edition, John Wiley & Sons, New York, 1999.
- [2] G. Borstel and H. J. Falge, in *Electromagnetic Surface Modes*, edited by A. D. Boardman, Wiley, New York, 1982.
- [3] J. J. Hopfield, “Theory of the Contribution of Excitons to the Complex Dielectric Constant of Crystals”, *Phys. Rev.* 112, 1555-1567 (1958)
- [4] Nkoma, R. Loudon and D. R. Tilley, “Elementary properties of surface polaritons”, *J. Phys. C: Solid State Phys.* 7, 3547–3559 (1974).
- [5] C. Kittel, *Introduction to Solid State Physics*, seventh edition, John Wiley & Sons, New York, 1996.
- [6] D. R. Smith, W. J. Padilla, D. C. Vier, S. C. Nemat–Nasser and S. Schultz, “Composite Medium with Simultaneously Negative Permeability and Permittivity”, *Phys. Rev. Lett.* 84, 4184-4187 (2000).
- [7] L. Solymar and E. Shamonina, *Waves In Metamaterials*, first edition, Oxford University Press, New York, 2009.
- [8] V. G. Veselago, “The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of permittivity and permeability”, *Sov. Phys. Usp.* 10, 509–514 (1968)
- [9] D. R. Smith, J. B. Pendry and M. C. K. Wiltshire, “Metamaterials and Negative Refractive Index”, *Science* 305, 788–792 (2004).
- [10] D. Maystre, in *Electromagnetic Surface Modes*, edited by A. D. Boardman, Wiley, New York, 1982.
- [11] V. M. Agranovich and D. L. Mills, *Surface Polaritons. Electromagnetic Waves at Surfaces and Interfaces*, North-Holland, 1982.
- [12] H. Raether, *Surface Plasmons on Smooth and Rough Surfaces and on Gratings*, Springer-Verlag, Berlin, 1988.
- [13] S. A. Maier, *Plasmonics: Fundamentals and Applications*, Springer, New York, 2007.
- [14] J. M. Pitarke, V. M. Silkin, E. V. Chulkov and P. M. Echenique, “Theory of surface plasmons and surface-plasmon polaritons”, *Rep. Prog. Phys.* 70, 1-87 (2007).

- [15] U. Fano, “The Theory of Anomalous Diffraction Gratings and of Quasi-Stationary Waves on Metallic Surfaces (Sommerfeld’s Waves)”, *J. Opt. Soc. Am.* 31, 213–222 (1941).
- [16] A. Hessel and A. A. Oliner, “A New Theory of Wood’s Anomalies on Optical Gratings”, *Appl. Opt.* 4, 4, 1275–1297 (1965).
- [17] Y. Ten and E. A. Stern, “Plasma Radiation from Metal Grating Surfaces”, *Phys. Rev. Lett.* 19, 511–514 (1967).
- [18] R. H. Ritchie, E. T. Arakawa, J. J. Cowan and R. N. Hamm, “Surface-Plasmon Resonance Effect in Grating Diffraction”, *Phys. Rev. Lett.* 21, 1530-1533 (1968).
- [19] Lord Rayleigh (J. W. Strutt), “On the dynamical theory of gratings”, *Proc. R. Soc. London Ser. A* 79, 399–416 (1907).
- [20] B. A. Lippmann, “Note on the theory of gratings”, *J. Opt. Soc. Am.* 43, 408–409 (1953).
- [21] A. V. Tishchenko, “Numerical demonstration of the validity of the Rayleigh hypothesis”, *Opt. Express* 17, 17102–17117 (2009).
- [22] A. V. Tishchenko, “Rayleigh Was Right: Electromagnetic Fields and Corrugated Interfaces”, *Optics and Photonics News* 21, 50–54 (2010).
- [23] A. Wirgin and R. Deleuil, “Theoretical and experimental investigations of a new type of blazed gratings”, *J. Opt. Soc. Amer.* 59, 1348–1357 (1969).
- [24] R. C. McPhedran and M. D. Waterworth, “A theoretical demonstration of properties of grating anomalies (S polarization)”, *Optica Acta* 19, 877–892 (1972).
- [25] J. Pavageau and J. Bousquet, “Diffraction par un réseau conducteur nouvelle méthode de résolution”, *Optica Acta* 17, 469–478 (1970).
- [26] M. C. Hutley, “An experimental study of the anomalies of sinusoidal gratings”, *Optica Acta* 20, 607-624 (1973).
- [27] M. C. Hutley and V. M. Bird, “A detailed experimental study of the anomalies of a sinusoidal diffraction grating”, *Optica Acta* 20, 771–782 (1973).
- [28] R. C. McPhedran and D. Maystre, “Theoretical study of the diffraction anomalies of holographic gratings”, *Nouvelle Revue d’Optique* 5, 241–247 (1974).

- [29] D. Maystre, “Sur la diffraction d’une onde plane par un réseau métallique de conductivité finie”, *Opt. Commun.* 6, 50–54 (1972).
- [30] R. C. McPhedran and D. Maystre, “A detailed theoretical study of the anomalies of a sinusoidal diffraction grating,” *Optica Acta* 21, 413–421 (1974).
- [31] M. Weber and D. L. Mills, “Interaction of electromagnetic waves with periodic gratings: Enhanced fields and the reflectivity”, *Phys. Rev. B* 27, 2698-2709 (1983).
- [32] J. L. Uretsky, “The scattering of plane waves from periodic surfaces”, *Annals of Physics* 33, 400–427 (1965).
- [33] R. Petit and M. Cadillac, “Etude théorique de la diffraction par un réseau”, *C. R. Acad. Sci. Paris* 259, 2077 (1964).
- [34] C. Valencia, “Scattering electromagnético en superficies multivaluadas: Extensión del método de la función de Green”, Tesis de Doctorado, Universidad de Buenos Aires, Dep. de Física, Grupo de Electromagnetismo Aplicado (1998).
- [35] C. Valencia and R. A. Depine, “Inverse-scattering reconstruction of finitely conducting surfaces from near-field images”, *Optik* 105, 24–28, (1998).
- [36] C. Valencia and R. A. Depine, “Scattering of s-polarized electromagnetic waves from an infinitely conducting circular cavity: enhanced fields and dips in the reflectivity”, *J. Phys. D: Appl. Phys.* 32, 1114-1118 (1999).
- [37] C. Valencia and R. A. Depine, “Resonant scattering of light by an open cylindrical cavity ruled on highly conducting flat surface”, *Opt. Commun.* 159, 254–265 (1999).
- [38] G. Cerrutti-Maori, R. Petit and M. Cadilhac, “Etude numérique du champ diffracté par un réseau”, *C. R. Acad. Sci. Paris B* 268, 1060 (1969).
- [39] M. Nevière, P. Vincent and R. Petit, “Sur la theorie du réseau conducteur et ses applications a l’optique”, *Nouv. Rev. Optique* 5, 65-77 (1974).
- [40] J. M. Simon and R. A. Depine, “Diffraction grating efficiencies: differential methods for H|| case ”, *Optik* 67, 145-153 (1984).
- [41] R. A. Depine and J. M. Simon, “Diffraction grating efficiencies: an exact differential algorithm valid for high conductivities”, *Optica Acta* 30, 1273-1286 (1983).

- [42] R. A. Depine and J. M. Simon, “Surface impedance boundary condition for metallic diffraction gratings in the optical and infrared range”, *Optica Acta* 30, No 313–322 (1983).
- [43] M. Nevière and R. Reinisch, “Electromagnetic study of the surface–plasmon–resonance contribution to surface enhanced Raman scattering”, *Phys. Rev. B* 26, 5403–5408 (1982).
- [44] M. Nevière and R. Reinisch, “Electromagnetic theory of diffraction in nonlinear optics and surface–enhanced nonlinear optics effects”, *Phys. Rev. B* 28, 18701885 (1983).
- [45] M. Nevière, in *Electromagnetic Theory of gratings*, edited by R. Petit, Springer-Verlag, New York, 1980.
- [46] J. Chandezon, D. Maystre and G. Raoult, “A new theoretical method for diffraction gratings and its numerical application”, *J. Opt. (Paris)* 11, 235–241 (1980).
- [47] L. Li, “Multilayer–coated diffraction gratings: differential method of Chandezon et al. revisited”, *J. Opt. Soc. Am. A* 11, 2826–2828 (1994); *Errata* 13, 543–543 (1996).
- [48] L. Li and J. Chandezon, “Improvement of the coordinate transform method for surface–relief gratings with sharp edges”, *J. Opt. Soc. Am. A* 13, 2247–2225 (1996).
- [49] M. E. Inchaussandague and R. A. Depine, “Polarization conversion from diffraction gratings made of uniaxial crystals”, *Phys. Rev. E* 54, 2899–2911 (1996).
- [50] S. Jovicevic and S. Sesnic, “Diffraction anomalies and backscattering resonance from an echelette grating”, *Optica Acta* 22, 461–472 (1975).
- [51] S. Jovicevic and S. Sesnic, “Diffraction of a parallel–and perpendicular– polarized wave from an echelette grating”, *J. Opt. Soc. Am.* 62, 865–877 (1972).
- [52] J. R. Andrewartha, J. R. Fox and I. J. Wilson, “Resonance anomalies in the lamellar grating”, *Optica Acta* 26, 69–89 (1979).
- [53] L. C. Botten, M. S. Craig, R. C. McPhedran, J. L. Adams and J. R. Andrewartha, “The finitely conducting lamellar diffraction grating”, *Optica Acta* 28, 1087–1102 (1981).
- [54] L. C. Botten, M. S. Craig and R. C. McPhedran, “Highly conducting lamellar diffraction gratings”, *Optica Acta* 28, 1103–1106 (1981).

- [55] H. Lochbihler and R. A. Depine, “Characterization of highly conducting wire gratings using an electromagnetic theory of diffraction”, *Opt. Commun.* 100, 231–239 (1993).
- [56] H. Lochbihler and R. A. Depine, “Highly conducting wire gratings in the resonance region”, *Appl. Opt.* 32, 3459-3465 (1993).
- [57] H. Lochbihler and R. A. Depine, “Diffraction from highly conducting wire gratings of arbitrary cross-section”, *J. Mod. Opt.* 40, 1273–1298 (1993).
- [58] D. C. Skigin, “Teorías modales para el estudio del scattering electromagnético por superficies corrugadas”, Tesis de Doctorado, Universidad de Buenos Aires, Departamento de Física, Grupo de Electromagnetismo Aplicado (1998).
- [59] D. Skigin and R. A. Depine, “Modal method for arbitrarily shaped multivalued surfaces”, *J. Mod. Opt.* 45, 1821–1843 (1998).
- [60] A. Alù and N. Engheta, “Achieving transparency with plasmonic and metamaterials coatings”, *Phys. Rev. E* 72, 016623 (2005).
- [61] N. Fang, H. Lee, C. Sun and X. Zhang, “Subdiffraction-limited optical imaging with a silver superlens”, *Science* 308, 534–537 (2005).
- [62] [www.physorg.com/news174907144.html](http://www.physorg.com/news174907144.html).
- [63] E. N. Economou, “Surface plasmons in thin films”, *Phys. Rev.* 182, 539–554 (1969).
- [64] D. Sarid, “Long-Rang surface-plasma waves on very thin metal film”, *Phys. Rev. Lett.* 47, 1927–1930 (1981).
- [65] P. Berini, “Plasmon-polariton waves guided by thin lossy metal films of finite width: Bound modes of symmetric structures”, *Phys. Rev. B* 61, 10484 (2000).
- [66] N. E. Glass, M. Weber and D. L. Mills, “Attenuation and dispersion of surface polaritons on gratings”, *Phys. Rev. B* 29, 6548–6559 (1981).
- [67] W. L. Barnes, T. W. Preist, S. C. Kitson, J. R. Sambles, N. P. K. Cotter and D. J. Nash, “Photonic gap in the dispersion of surface plasmons on gratings ”, *Phys. Rev. B* 51, 11164–11168 (1995).
- [68] S. C., Kitson, W. L. Barnes and J. R. Sambles, “A full photonic band gap for surface modes in the visible”, *Phys. Rev. Lett.* 77, 2670-2673 (1996).

- [69] W. L. Barnes, T. W. Preist, S. C. Kitson and J. R. Sambles, “ Physical origin of photonic energy gaps in the propagation of surface plasmons on gratings”, *Phys. Rev. B* 54, 6227-6244 (1996).
- [70] W. L. Barnes, S. C. Kitson, T. W. Preist and J. R. Sambles, “ Photonic surfaces for surface plasmon polaritons”, *J. Opt. Soc. Am. A* 14, 1654-1661 (1997).
- [71] S. I. Bozhevolnyi, J. Erland, K. Leosson, P. M. W. Skovgaard and J. M. Hvam, “Waveguiding in surface plasmon polariton band gap structures”, *Phys. Rev. Lett.* 86, 3008-3011 (2001).
- [72] C. Marquart, S. I. Bozhevolnyi and K. Leosson, “Near-field imaging of surface plasmon-polariton guiding in band gap structures at telecom wavelengths”, *Opt. Express* 13, 3303-3309 (2005).
- [73] H. Ditlbacher, J. R. Krenn, G. Schider, A. Leitner and F. R. Aussenegg, “ Two-dimensional optics with surface plasmon polaritons”, *Appl. Phys. Lett.* 81, 1762-1764 (2002).
- [74] A. Hohenau, K. Andreas, R. Joachim, A. L. Stepanov, A. Drezet, H. Ditlbacher, B. Steinberger, A. Leitner and F. R. Aussenegg, “ Dielectric optical elements for surface plasmons”, *Opt. Lett.* 30, 893-895 (2005).
- [75] T. W. Ebbesen, L. J. Lezec, H. F. Ghaemi, T. Thio and P. A. Wolff, “Extraordinary optical transmission through sub-wavelength hole arrays”, *Nature (London)* 391, 667–669 (1998).
- [76] N. Bonod, S. Enoch, L. Li, E. Popov and M. Neviere, “Resonant optical transmission through thin metallic films with and without holes”, *Opt. Express* 11, 482-490 (2003).
- [77] M. Sarrazin and J. P. Vigneron, “Light transmission assisted by Brewster-Zennek modes in chromium films carrying a subwavelength hole array”, *Phys. Rev. B* 71, 075404 (2005).
- [78] F. Yang, J. R. Sambles and J. W. Bradberry, “Long-range couples surface exciton polaritons”, *Phys. Rev. Lett.* 64, 559–562 (1990).
- [79] F. Miyamaru, M. Tanaka and M. Hangyo, “Resonant electromagnetic wave transmission through strontium titanate hole arrays with complex surface waves”, *Phys. Rev. B* 74, 115117 (2006).

- [80] J. Homola, S. S. Yee and G. Gauglitz, “Surface plasmon resonance sensors: review”, *Sensors and Actuators B* 54, 3-15 (1999).
- [81] R. Slavik, J. Homola and H. Vaisocherova, “Advanced biosensing using simultaneous excitation of short and long range surface plasmons”, *Meas. Sci. Technol.* 17, 932–938 (2006).
- [82] R. Donipudi, S. Pochiraju and J. T. Hastings, “Self-referenced SPR sensing via simultaneous excitation of long- and short-range surface plasmons”, *Proceedings of the 2006 Conference on Lasers and Electrooptics*, (2006).
- [83] C. J. Alleyne, A. G. Kirk, R. C. McPhedran, N. A. P. Nicorovici and D. Maystre, “Enhanced SPR sensitivity using periodic metallic structures”, *Opt. Express* 15, 8163–8169 (2007).
- [84] A. G. Brolo, R. Gordon, B. Leathem and K. L. Kavanagh, “Surface Plasmon Sensor Based on the Enhanced Light Transmission through Arrays of Nanoholes in Gold Films”, *Langmuir* 20, 4813-4815 (2004).
- [85] Y. B. Chen, “Development of mid-infrared surface plasmon resonance-based sensors with highly-doped silicon for biomedical and chemical applications”, *Opt. Express* 17, 3130–3140 (2009).
- [86] X. Y. He, “Numerical analysis of the propagation properties of subwavelength semiconductor slit in the terahertz region”, *Opt. Express* 17, 15359–15371 (2009).
- [87] J. Pendry, “Focus Issue: Negative Refraction and Metamaterials”, *Opt. Express* 11, 639–639 (2003).
- [88] T. Itoh and A. A. Oliner, “Special Issue on Metamaterial Structures, Phenomena and Applications”, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* 52, 1418 (2005).
- [89] V. M. Shalaev and A. Boardman, “Focus Issue on Metamaterials,” *J. Opt. Soc. Am. B* 23, 386–387 (2006).
- [90] N. Engheta and R. W. Ziolkowski, *Metamaterials: Physics and Engineering Explorations*, Wiley-IEEE Press, 2006.
- [91] R. A. Depine and A. Lakhtakia, “A new condition to identify isotropic dielectric-magnetic materials displaying negative phase velocity, *Microwave Opt. Technol. Lett.* 41, 315–316 (2004).

- [92] C. García-Meca, R. Ortuño, R. Salvador, A. Martínez and J. Martí, “Low-loss single-layer metamaterial with negative index of refraction at visible wavelengths”, *Optics Express* 15, 9320–9325 (2007).
- [93] R. Ruppin, “Surface polaritons of a left-handed medium”, *Phys. Lett. A* 277, 61–64 (2000).
- [94] S. A. Darmany, M. Nevière and A. A. Zakhidov, “Surface modes at the interface of conventional and left-handed media”, *Opt. Commun.* 225, 233–240 (2003).
- [95] I. Shadrivov, A. Sukhorukov, I. Kivshar, A. Zharov, A. Boardman and P. Egan, “Nonlinear surface waves in left-handed materials”, *Phys. Rev. E* 69, 016617 (2004).
- [96] A. Ishimaru, J. R. Thomas and S. Jaruwatanadilok, “Electromagnetic waves over half-space metamaterials of arbitrary permittivity and permeability”, *IEEE Transaction on Antennas and Propagation* 53, 915–921 (2005).
- [97] R. Ruppin, “Surface polaritons of a left-handed material slab”, *J. Phys.: Condens. Matter* 13, 1811–1819 (2001).
- [98] A. Ishimaru, S. Jaruwatanadilok and Y. Kuga, “Generalized surface plasmon resonance sensors using metamaterials and negative index materials”, *Progress in Electromagnetic Research* 51, Special Issue on Metamaterials, 139–152 (2005).
- [99] K. Park, B. J. Lee, C. Fu and Z. M. Zhang, “Study of the surface and bulk polaritons with a negative index metamaterial”, *J. Opt. Soc. Am. B* 22, 1016–1023 (2005).
- [100] H. Zhang, Q. Wang, N. Shen, R. Li, J. Chen, J. Ding and H. Wang, “Surface plasmon polaritons at interfaces associated with artificial composite materials”, *J. Opt. Soc. Am. B* 22, 2686–2696 (2005).
- [101] M. Zeller, “Estudio teórico de la excitación de polaritones superficiales en metamateriales empleando la configuración de reflexión total atenuada”, Tesis de Licenciatura, Universidad de Buenos Aires, Departamento de Física, Grupo de Electromagnetismo Aplicado (2009).
- [102] M. Zeller, M. Cuevas and R. A. Depine, “Surface plasmon polaritons in attenuated total reflection systems with metamaterials: homogeneous problem”, *J. Opt. Soc. Am. B* 28, 2042–2047 (2011).

- [103] M. Zeller, M. Cuevas and R. A. Depine, “Exitación de polaritones superficiales plasmónicos en sistemas ATR con metamateriales: problema no homogéneo”, *Anales AFA* 2010 (en prensa).
- [104] R. A. Depine and A. Lakhtakia, “Perturbative approach for diffraction due to a periodically corrugated boundary between vacuum and a negative phase-velocity material”, *Opt. Commun.* 233, 277-282 (2004).
- [105] R. A. Depine and A. Lakhtakia, “Plane-wave diffraction at the periodically corrugated boundary of vacuum and a negative-phase-velocity material”, *Phys. Rev. E* 69, 057602 (2004).
- [106] R. A. Depine and A. Lakhtakia, “Diffraction gratings of isotropic negative-phase velocity materials”, *Optik* 116, 31–43 (2005).
- [107] R. A. Depine, A. Lakhtakia and D. R. Smith, “Enhanced diffraction by a rectangular grating made of a negative phase-velocity (or negative index) material”, *Phys. Lett. A* 337, 155–160 (2005).
- [108] M. Hutley and D. Maystre, “The total absorption of light by a diffraction grating”, *Opt. Commun.* 19, 431–436 (1976).
- [109] R. A. Depine, V. L. Brudny and J. M. Simon, “Phase behavior near total absorption by a metallic grating”, *Opt. Lett.* 12, 143–145 (1986).
- [110] R. A. Depine, V. A. Presa and J. M. Simon, “Resonant Excitation of Surface Electromagnetic Waves: An Analogy between Metallic Films and Gratings”, *J. Mod. Opt.* 36, 12, 1581–1589 (1989).
- [111] M. Cuevas and R. A. Depine, “Dispersion characteristics of surface polaritons on left-handed gratings”, *Opt. Commun.* 284, 5242-5247 (2011).
- [112] A. Sommerfeld, “Über die Ausbreitung der Wellen in der drahtlosen Telegraphie”, *Ann. Phys. (Leipzig)* 28, 665–736 (1909).
- [113] J. Zenneck, “Über die Fortpflanzung ebener elektromagnetischer Wellen lngs einer ebenen Leiterfläche und ihre Beziehung zur drahtlosen Telegraphie”, *Ann. Phys. (Leipzig)* 23, 846–866 (1907).
- [114] R. E. Collin, “Hertzian Dipole Radiating Over a Lossy Earth or Sea: Some Early and Late 20th-Century Controversies”, *IEEE Antennas and Propagation Magazine* 46, 64–79 (2004).

- [115] P. Melezhik, A. Poyedinchuk, N. Yashina and G. Granet, “Periodic boundaries of metamaterials: eigen regimes and resonant radiation”, *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.* 9, S403–S409 (2007).
- [116] J. J. Burke, G. I. Stegeman and T. Tamir, “Surface–polariton–like waves guided by thin, lossy metal films”, *Phys. Rev B* 33, 5186 (1986).
- [117] Dietrich Marcuse, *Theory of Dielectric Optical Waveguides*, Academic Press, Inc, New York, 1974.
- [118] M. Lester and R. A. Depine, “Scattering of electromagnetic waves at the corrugated interface between index-matched media”, *Opt. Commun.* 132, 135–143 (1996).
- [119] I. Pockrand, “Resonance anomalies in the light intensity reflected at silver gratings with dielectric coatings”, *J. Phys. D: Appl. Phys.* 9, 2423–2432 (1976).
- [120] S. Herminghaus, M. Klopffleisch and H. J. Schmidt, “Attenuated total reflectance as a quantum interference phenomenon”, *Opt. Lett.* 19, 293–295 (1994).
- [121] M. Cuevas and R. A. Depine, “Excitation of surface plasmon polaritons along the sinusoidal boundary of a metamaterial”, *Phys. Rev. B* 78, 125412 (2008).