

Tesis Doctoral

Producción de hadrones y jets en colisiones de hadrones polarizados

Wagner, Federico

2010

Este documento forma parte de la colección de tesis doctorales y de maestría de la Biblioteca Central Dr. Luis Federico Leloir, disponible en digital.bl.fcen.uba.ar. Su utilización debe ser acompañada por la cita bibliográfica con reconocimiento de la fuente.

This document is part of the doctoral theses collection of the Central Library Dr. Luis Federico Leloir, available in digital.bl.fcen.uba.ar. It should be used accompanied by the corresponding citation acknowledging the source.

Cita tipo APA:

Wagner, Federico. (2010). Producción de hadrones y jets en colisiones de hadrones polarizados. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires.

Cita tipo Chicago:

Wagner, Federico. "Producción de hadrones y jets en colisiones de hadrones polarizados". Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires. 2010.

EXACTAS UBA

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales



UBA

Universidad de Buenos Aires



UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Departamento de Física

Producción de hadrones y jets en colisiones de hadrones polarizados

Tesis presentada para optar por el título de Doctor de la
Universidad de Buenos Aires en el área de Física

Federico Wagner

Director: Dr. Daniel E. de Florian
Consejero de Estudios: Dr. Daniel E. de Florian

Lugar de Trabajo: Grupo de Física de altas energías

Buenos Aires, Febrero 2010

Resumen

En el presente trabajo se aborda el estudio de la sección eficaz de producción de hadrones y jets en colisionadores hadrónicos. Los cálculos disponibles para estos observables corresponden a cálculos a orden fijo en teoría de perturbaciones y resultan ser, en muchos casos, poco satisfactorios. Con el objeto de obtener predicciones más precisas, se aplican las técnicas de resumación umbral a fin de incluir el aporte de la radiación de gluones soft o colineales al cálculo de orden fijo.

En esta tesis consideraremos a los hadrones colisionantes con todos los posibles estados de polarización: no polarizados, polarizados longitudinalmente y, por último, polarizados transversalmente. El incluir el estado de polarización nos permitirá estudiar la estructura de spin de dichos hadrones. Existe actualmente una gran actividad experimental en busca de develar la estructura de spin que presentan los nucleones. En particular, la determinación de la distribución dependiente de spin de los gluones, Δg , dentro del nucleón es uno de los desafíos más importantes en el área. El colisionador relativista de iones pesados (RHIC), el primer colisionador de protones polarizados, presenta grandes posibilidades de determinar $\Delta g(x, Q^2)$ sobre un amplio rango de fracciones de momento x y escala Q . Las asimetrías de spin en colisiones pp a altas energías son particularmente sensibles a Δg , y por lo tanto al contenido gluónico del spin del protón. Los procesos más relevantes para ese propósito son la producción de un hadrón con alto momento transversal $pp \rightarrow hX$ y la producción de jet $pp \rightarrow \text{jet}X$. En esta tesis obtenemos las predicciones más precisas posibles para ambos procesos. Presentamos, además, resultados fenomenológicos teniendo en cuenta tanto las facilidades experimentales actuales (RHIC) como las que se espera contar en un futuro cercano (GSI-FAIR y J-PARC).

Palabras claves: QCD, Resumación, Spin, Colisionadores hadrónicos, Polarización.

Abstract

Hadron and jet productions in polarized hadronic collisions

In this thesis we study the jet and hadron production cross sections in hadronic colliders. These observables are usually computed to fixed order in perturbation theory, approximation that turns out to be not very accurate in some kinematical regimes. In order to obtain more precise predictions, we apply the soft-gluon-threshold-resummation techniques.

We consider the colliding hadrons with different states of polarization: unpolarized, longitudinally polarized and transversely polarized. Through polarization we are able to study the spin structure of these hadrons. There is currently much experimental activity aiming at further unraveling the nucleon's spin structure. One emphasis is on the determination of the spin-dependent gluon distribution, Δg , of the nucleon, which ultimately would give the gluon spin contribution to the nucleon spin. Particularly good prospects for determining $\Delta g(x, Q^2)$ over a wide range of momentum fractions x and scales Q are offered at the Relativistic Heavy-Ion Collider (RHIC), which is the first polarized proton-proton collider. Spin asymmetries in high-energy pp scattering can be particularly sensitive to Δg . The single-inclusive production of large transverse-momentum (p_T) hadrons, $pp \rightarrow hX$ and the single-inclusive jet production $pp \rightarrow \text{jet}X$ are good examples of that. We study in this thesis these processes and compute their spin asymmetries with the most accurate prediction at present.

We present our phenomenological results relevant for planned experiments at the GSI-FAIR, RHIC-PHENIX and J-PARC facilities.

Keywords: QCD, Resummation, Spin, Hadronic Colliders, Polarization.

*A Marcelina y Alfredo, a Lina y Berto, a Martina, a Rosita y José,
a Marisa, a Rubén, a Vanina,
y especialmente a mi primo Agustín.*

Índice general

1. Introducción	1
2. Introducción a la Cromodinámica cuántica y spin	5
2.1. Cromodinámica cuántica.	6
2.1.1. El Lagrangiano en cromodinámica cuántica.	8
2.1.2. Divergencias ultravioletas. Renormalización	11
2.1.3. Divergencias Infrarrojas.	12
2.1.4. Libertad asintótica y confinamiento de color.	16
2.1.5. Cromodinámica cuántica perturbativa.	19
2.1.6. Funciones de distribución de partones.	20
2.1.7. Funciones de Fragmentación.	29
2.2. Spin.	30
2.2.1. La función de estructura g_1 y distribuciones de partones.	39
2.2.2. Órdenes superiores.	43
2.2.3. Resultados experimentales.	48
3. Resumación	53
3.1. El proceso de Drell-Yan	53
3.2. Exponenciación	58
3.3. Resumación	63
3.4. Enfoques alternativos	71
3.4.1. Resumación a partir de las propiedades de factorización	71
3.4.2. Resumación vista desde el grupo de renormalización	73

4. Colisión de hadrones no polarizados	85
4.1. $pp \rightarrow h + X$ no polarizado a NLL	85
4.1.1. Resultados fenomenológicos	90
4.2. $pp \rightarrow h^\pm + X$ no polarizado a NLL	96
5. Colisión de hadrones polarizados longitudinalmente	101
5.1. $pp \rightarrow h + X$ longitudinalmente polarizado a NLL	101
5.1.1. La sección eficaz y asimetría de spin en teoría de perturbaciones	102
5.1.2. Sección eficaz resumada	104
5.1.3. Resultados Fenomenológicos	108
5.2. $pp \rightarrow Jet + X$ longitudinalmente polarizado a NLL	113
5.2.1. La sección eficaz inclusiva de producción de jet en teoría de perturbaciones	114
5.2.2. Sección eficaz resumada	116
5.2.3. Resultados fenomenológicos	119
6. Colisión de hadrones polarizados transversalmente	127
6.1. Polarización transversal y la función de estructura g_2	127
6.2. Quiralidad Transversa impar ('Transversidad') de las Funciones de Es- tructura	131
6.3. La sección eficaz diferencial en teoría de perturbaciones	132
6.4. Resultados fenomenológicos	137
7. Conclusiones	145
A. Resultados para los subprocessos partónicos no polarizados	149
B. Resultados para los subprocessos partónicos longitudinalmente pola- rizados	161
B.1. Producción de hadrones.	162
B.2. Producción de Jets.	164

C. Resultados para los subprocesos partónicos transversalmente polarizados

167

Capítulo 1

Introducción

La sección eficaz para la producción de hadrones en colisiones hadrónicas, $H_1 H_2 \rightarrow hX$, juega un importante rol en cromodinámica cuántica (QCD). Cuando el momento transversal del hadrón, p_T , es suficientemente grande uno espera que la teoría de QCD perturbativa pueda ser utilizada para derivar predicciones importantes de esta reacción. Debemos mencionar que altos valores de p_T implica una alta transferencia de momento y la sección eficaz puede ser factorizada como convolución de una contribución de 'distancias largas', las cuales representan la estructura de los hadrones iniciales y la fragmentación de un quark o gluón del estado final en el hadrón observado, y otra de 'distancias cortas' que describen las interacciones hard de los partones. Las contribuciones de largas distancias son universales, es decir, son las mismas en cada reacción inelástica, mientras que las de cortas distancias dependen solamente de altas escalas relacionadas al alto momento transferido en la reacción, y por lo tanto pueden ser evaluadas usando la teoría de QCD perturbativa. Por esta razón, la sección eficaz de $H_1 H_2 \rightarrow hX$ ofrece la posibilidad de comprender la dinámica de la interacción fuerte.

Si la contribución de las distancias largas, representadas por las funciones de distribución de partones y funciones de fragmentación, es conocida a través de otros procesos, especialmente scattering inelástico profundo y producción de hadrones en procesos de aniquilación e^+e^- , uno puede evaluar el marco perturbativo mencionado arriba. En particular, uno puede examinar la relevancia de los órdenes más altos en

la expansión perturbativa. Cualquier discrepancia entre las predicciones y los datos experimentales proveerá información acerca de las contribuciones de las potencias de α_S suprimidas en la sección eficaz.

Alternativamente, uno puede también ganar información acerca de las funciones de fragmentación. Por ejemplo, la aniquilación e^+e^- es mayormente sensible a la fragmentación de quark en hadrón, mientras que las colisiones hadrónicas también proveen información de la fragmentación de gluón. Además, la reacción $H_1H_2 \rightarrow hX$ puede ser utilizada para probar la estructura de los hadrones iniciales. Finalmente, uno de los aspectos más relevantes aquí son los efectos de spin, asociado a protones iniciales polarizados. En el colisionador de iones pesados relativistas (RHIC) del laboratorio nacional de Brookhaven (BNL), uno mide las asimetrías de spin en scattering polarizado $pp \rightarrow hX$, para investigar la estructura de spin de los nucleones.

Hace bastante tiempo [1] se realizaron los cálculos de las secciones eficaces partónicas al orden más bajo (*Lowest-order* : LO), y posteriormente se mejoró cuando las correcciones al siguiente orden (*next-to-leading order* : NLO) fueron calculadas [2–4]. Por el lado experimental, un conjunto amplio de datos de experimentales fueron compilados para la producción de hadrones con alto p_T . Estos datos provenían tanto del scattering sobre blanco fijo como de colisionadores a más altas energías. Surgieron, naturalmente, las comparaciones entre los cálculos a NLO y los datos experimentales [5–8] y se concluyó que la teoría a NLO predecía a las secciones eficaces significativamente por debajo de los datos experimentales a energías de blanco fijo y proveía una aceptable descripción de los datos experimentales de los colisionadores hadrónicos [8–10].

En la presente tesis, se mejoran los cálculos teóricos implementando la resumación, a todo orden, de correcciones de grandes logaritmos en la sección eficaz partónica. En el umbral partónico, cuando los partones iniciales tienen solamente suficiente energía para producir un partón con alto impulso transversal (el cual subsecuentemente se fragmenta en el hadrón observado) y un jet no masivo, el espacio de fases disponible para el bremsstrahlung de gluón se reduce, generando correcciones logarítmicas grandes a la sección eficaz partónica. Para ser más específicos, si consideramos la sección eficaz como una función del momento transversal p_T del hadrón, integrando

sobre toda rapidity, el umbral partónico se alcanza cuando $\sqrt{\hat{s}} = 2\hat{p}_T$, siendo $\sqrt{\hat{s}}$ la energía partónica de centro de masa (c.m.), y $\hat{p}_T = p_T/z$ el momento transverso del partón producido que se fragmenta en el hadrón, llevándose este último una fracción z del impulso del partón. Definiendo $\hat{x}_T \equiv 2\hat{p}_T/\sqrt{\hat{s}}$, las grandes contribuciones dominantes cerca de umbral aparecen, a k -ésimo orden en teoría de perturbaciones, como $\alpha_S^k \ln^{2k}(1 - \hat{x}_T^2)$, donde α_S es la constante de acoplamiento fuerte. Suficientemente cerca del umbral, la serie perturbativa solamente será útil si tales términos se toman en cuenta a todos los órdenes en α_S , lo cual es llevado a cabo a través de la resumación [11–13]. Esta resumación ha sido derivada para numerosos casos de interés al orden logarítmico siguiente al dominante (*next-to-leading logarithmic* : NLL). Por ejemplo, ha sido investigado también para producción de jet [12, 14], el cual posee los mismos canales partónicos que el proceso de producción de hadrón, como analizaremos con detalle en el capítulo 5 de este trabajo.

Ahora bien, como mencionáramos anteriormente, existe una riqueza adicional en estudiar estos procesos de colisión donde los hadrones iniciales se hallan polarizados. Esta polarización podrá ser tanto longitudinal como transversal. Los grados de libertad de spin, pueden ser utilizados en los colisionadores hadrónicos para obtener información de las interacciones fundamentales de forma más precisa que los obtenidos con haces no polarizados. Por citar un ejemplo, en el acelerador lineal de Stanford (SLAC) fue posible determinar $\sin^2\theta_W$ con una precisión mayor usando haces polarizados de e^+e^- que en los experimentos del colisionador lineal de electrón-positrón (LEP) con haces no polarizados [15].

Otro aspecto de la polarización es contestar a la pregunta de como el spin de objetos no puntuales como los nucleones está compuesto por los spins de sus constituyentes, los quarks y los gluones. Esta pregunta puede ser respondida en experimentos de alta energía donde los quarks y gluones se comportan como (casi) partículas libres a escalas de momento y energía $Q \gg \Lambda_{QCD}$. Es posible atribuir números al contenido de spin de quarks y gluones, $\Delta\Sigma$ y Δg respectivamente, los cuales describen su contribución total al spin del nucleón. Desafortunadamente, estas cantidades no son directamente medibles en los experimentos, y tenemos que acceder a ellas a través de mediciones indirectas como por ejemplo, las asimetrías de spin. A raíz de esto es que

nos concentramos en calcular de forma precisa los procesos de colisión de hadrones polarizados, teniendo en cuenta las correcciones de los grandes logaritmos a NLL. Analizaremos a lo largo de este trabajo procesos polarizados tanto longitudinal como transversalmente donde, a partir del cómputo de las secciones eficaces se obtienen predicciones para las mencionadas asimetrías.

La presente tesis está organizada de la siguiente manera: En el capítulo 2, se realiza una breve introducción a la QCD perturbativa y la física de spin, mientras que en el capítulo 3 se detallan las técnicas de resumación umbral. El capítulo 4 está dedicado al análisis del proceso de producción de hadrón en colisiones no polarizadas el cual nos servirá como base en el estudio de los procesos polarizados. La polarización longitudinal en la producción tanto de hadrón como de jet se analizan en el capítulo 5, mientras que la polarización transversal se estudia en el capítulo 6. Finalmente, presentamos las conclusiones de este trabajo en el capítulo 7 y luego tres apéndices donde se compilan los valores relevantes para el cálculo de las secciones eficaces en los casos longitudinalmente polarizados de producción de hadrón y Jet (A y B, respectivamente), y transversalmente polarizado de producción de hadrón (C).

Capítulo 2

Introducción a la Cromodinámica cuántica y spin

Desde la antigüedad el hombre se ha esforzado en clasificar al mundo que le rodea a través de sus componentes. Por ejemplo, Empédocles en el siglo V AC postuló que todo lo existente se podría obtener de la mezcla de agua, tierra, fuego y aire. Luego Demócrito fue el primero en indicar la existencia de *átomos* como una especie de elementos indivisibles. En la actualidad, la física de partículas elementales o la física de altas energías es el campo de la ciencia que se encarga de investigar estas partículas indivisibles y sus interacciones.

Hasta finales del siglo XIX el átomo era considerado como la partícula elemental de la materia hasta que en 1897, J.J. Thomson descubre, en un tubo de rayos catódicos, una partícula más liviana que el átomo y con carga negativa, el *electrón*. Esto indicó que el átomo no era la partícula elemental de la materia y que existían constituyentes más pequeños. En 1911 E. Rutherford colisionando partículas α contra platino dilucida la estructura del átomo y concluye que éste está conformado por un *núcleo* en su centro. Rutherford daría el nombre de *protón* al núcleo del átomo más liviano, el hidrógeno. En 1932, J. Chadwick descubre el *neutrón* como otro de los constituyentes del núcleo. Por aquel tiempo las partículas que habían sido descubiertas, tales como protón y neutrón se creían partículas elementales. En 1935 H. Yukawa predice la existencia del mediador de las fuerzas nucleares: el *pión*, el cuál es

descubierto en rayos cósmicos en 1947 por C. Powell, C. Lattes, y G. Occhialini. Hoy en día entendemos que estas partículas también poseen estructura interna y están conformadas por partículas elementales a las cuales se las denomina *partones*.

En la actualidad se conocen cuatro fuerzas fundamentales, la gravitatoria, la electromagnética, la interacción nuclear débil y la interacción nuclear fuerte. En la siguiente tabla, normalizando a 1 la intensidad de la fuerza nuclear fuerte, se ordenan las fuerzas en orden decreciente según su intensidad:^{1 2}

Fuerza	Intensidad	Teoría	Mediador	Alcance
Fuerte	1	Cromodinámica Cuántica	Gluón	10^{-18} m
Electromagnética	10^{-2}	Electrodinámica	Fotón	∞
Débil	10^{-6}	Teoría GWS	W y Z	10^{-15} m
Gravitatoria	10^{-43}	Relatividad Gral., Teo. de Cuerdas ?	Gravitón	∞

donde el mediador de la fuerza actúa como portador de la interacción fundamental en consideración. Más específicamente los mediadores son los bosones de Gauge de la teoría de campos que describe esa interacción. Si bien la fuerza gravitatoria es la fuerza dominante en el mundo macroscópico, es mucho más débil que las demás fuerzas y por lo tanto puede ser despreciada en la física de partículas.

2.1. Cromodinámica cuántica.

El modelo de quarks fue introducido por M. Gell-Mann y G. Zweig en 1964 [16–18] para explicar el espectro de varios hadrones. Propusieron que tanto el neutrón como el protón estaban constituidos por quarks *up* (u) y *down* (d). La idea de un número cuántico de color fue introducida para resolver conflictos con la estadística de Fermi por M. Y. Han, Y. Nambu y O. Greenberg en 1965 [19, 20].

¹La intensidad de una fuerza es una noción ambigua, depende de la naturaleza de las partículas, cuán distantes están y su energía. Por lo tanto los números de esta tabla no deben ser tomados tan literalmente. Se toma como ejemplo la interacción entre dos quarks separados a $3 \times 10^{-17}m$.

²GWS proviene de las iniciales de Glashow, Weinberg y Salam.

	u	d	s	c	b	t
Q	$\frac{1}{3}$	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{2}{3}$
J	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
I_z	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	0	0	0
B	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
S	0	0	-1	0	0	0
C	0	0	0	+1	0	0
b	0	0	0	0	-1	0
T	0	0	0	0	0	+1
M	1,5 ~ 4 MeV	4 ~ 8 MeV	80 ~ 130 MeV	1,15 ~ 1,35 GeV	4,1 ~ 4,9 GeV	174 ~ 178 GeV

Tabla 2.1: Propiedades de los quarks up (u), down (d), strange (s), charm (c), bottom (b) y top (t). Q es la carga eléctrica, J su spin, J_z el isospin, B es el número bariónico, S la extrañeza, C el número cuántico de charm, b el número cuántico de bottom, T el número cuántico de top y M la masa.

M. Gell-Mann y Y. Nisijima introducen en 1953 la extrañeza (quark *strange* (s)) como nuevo número cuántico para explicar la observación de lo que sería la primer partícula extraña descubierta en 1947 en rayos cósmicos. Luego serían producidas nuevas partículas extrañas usando aceleradores en los años 50's. El quark *charm* (c) fue predicho en 1970 por Glashow, Iliopoulos y Maiani. Más tarde, en 1974 fue simultáneamente detectada la partícula J/ψ (la primera que estaba compuesta por quarks charm) en Centro del Acelerador Lineal de Stanford (SLAC) [21] y en Laboratorio Nacional de Brookhaven (BNL) [22]. El quark *bottom* (b) fue descubierto en 1977 como estado ligado de quark y anti-quark por el experimento E288 en Fermilab [23].

La primera evidencia de gluones fue a través de jet de gluones en 1978 por PETRA en DESY [24]. Muchos años después, en 1994, se lograría observar el quark *top* (t) en el Tevatron en Fermilab [25]. En la tabla 2.1 se muestran las propiedades de quarks.

2.1.1. El Lagrangiano en cromodinámica cuántica.

La Cromodinámica Cuántica (QCD = *Quantum chromo dynamics*) es uno de los componentes del modelo estándar $SU(3) \times SU(2) \times SU(1)$ siendo una teoría de Gauge no abeliana, la cuál describe la interacción fuerte entre quarks y gluones. Los quarks además de poseer un sabor específico poseen uno de los tres colores; rojo, verde o azul, mientras que los gluones pueden tener 8 posibles colores. Sin embargo los elementos que observamos en la naturaleza carecen de color por lo tanto los quarks y gluones deberán combinarse de forma tal de que las partículas observables sean incoloras. También es posible pensar que tanto los quarks y los gluones no pueden ser observados en forma directa por poseer esta característica. El lagrangiano correspondiente a QCD que tiene en cuenta estas propiedades viene dado por:

$$L_{QCD} = L_{Cl} + L_{F.G} + L_{Fant} \quad (2.1)$$

donde cada una de las contribuciones son el Lagrangiano clásico, el de fijado de gauge y el de los fantasmas, en ese orden. Comencemos con el Lagrangiano clásico. Su expresión es

$$L_{Cl} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^{(a)} F^{(a)\nu\mu} + i \sum_q \bar{\psi}_q^i \gamma_\nu (D_\mu)_{ij} \psi_q^j - \sum_q m_q \bar{\psi}_q^i \psi_{qi}, \quad (2.2)$$

donde

$$F_{\mu\nu}^{(a)} = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a - g_s f_{abc} A_\mu^b A_\nu^c, \quad (2.3)$$

$$(D_\mu)_{ij} = \delta_{ij} \partial_\mu + i g_s \sum_a \frac{\lambda_{ij}^a}{2} A_\mu^a. \quad (2.4)$$

donde $\psi_q^i(x)$ son las cuatro componentes del spinor de Dirac asociado al campo de cada quark de color i y sabor q . $A_\mu^a(x)$ es el campo (de Yang-Mills) para los gluones. g_s es la constante de acoplamiento para QCD y las f_{abc} son las constantes de estructura del álgebra de $SU(3)$.

El gran obstáculo para cuantizar el Lagrangiano clásico es su invariancia ante una transformación de gauge local, dado que es imposible definir el propagador del campo gluónico sin hacer una elección de gauge. La solución a este problema es agregar al

Lagrangiano original los dos términos que figuran en la Ecuación (2.1). Inicialmente se agrega un término de fijado de gauge. Hay una infinidad de maneras posibles de elegir dicho término; en la práctica se recurre habitualmente a dos familias

$$L_{F.G} = -\frac{1}{2\lambda}(\partial^\mu A_\mu^A) \quad \text{gauge covariante} \quad (2.5)$$

$$L_{F.G} = -\frac{1}{2\lambda}(n^\mu A_\mu^A) \quad \text{gauge axial} \quad (2.6)$$

donde λ es un número real arbitrario. Para el caso de los gauges covariantes, con $\lambda = 1$ se obtiene el gauge de Feynman, y con $\lambda = 0$ el gauge de Landau. En los gauges axiales, eligiendo $\lambda = 0$ y $n^2 = 0$ se tiene el llamado *gauge del cono de luz*. El carácter no abeliano de la teoría impone el agregado de un nuevo término,

$$L_{Fant} = \partial_\mu(\eta^A)^\dagger D_{AB}^\mu \eta^B \quad (2.7)$$

donde los campos η son escalares complejos que obedecen la estadística de Fermi. Dichos campos se denominan *fantasmas*; son simplemente un artilugio para cancelar la propagación de grados de libertad no físicos, y por lo tanto su rol es preservar la unitariedad de la matriz de scattering. La utilidad de los gauges covariantes radica en el hecho de que el propagador del gluón adopta una forma muy simple, mientras que los gauges axiales tienen la ventaja de que no hay que incluir campos fantasmas. Para un mayor detalle sobre la cuantización de una teoría de gauge no-abeliana y la introducción del fijado de gauge y los campos fantasma, se sugiere recurrir a libros de texto de introducción a la teoría de campos, como por ejemplo [26].

Por lo tanto, las reglas de Feynman estarán dadas de la siguiente forma:

2.1.2. Divergencias ultravioletas. Renormalización

Al calcular órdenes más altos en teoría de perturbaciones inevitablemente encontraremos divergencias en las integrales sobre loops. Estas divergencias usualmente provienen del alto límite en el impulso de dichas integrales, razón por la cuál se denominan divergencias ultravioleta (UV). Por otro lado, si existen partículas no masivas en la teoría se hallan otras divergencias debido al bajo límite del impulso en las integrales sobre loops. A estas últimas divergencias se las denomina infrarrojas (IR).

Como primer paso, concentremos nuestra atención en las divergencias UV. La expresión correspondiente a un diagrama típico, como el de la fig. (2.2), puede escribirse como:

$$\sim \int \frac{d^4 k_1 d^4 k_2 \dots d^4 k_L}{(k_i - m) \dots (k_j^2) \dots (k_n^2)}. \quad (2.8)$$

Para cada loop hay una integral sobre el cuadri-impulso potencialmente divergente. Informalmente, el diagrama diverge a menos que hayan más potencias del impulso en el denominador que en el numerador. Por esta razón se define el grado superficial de divergencia D como la diferencia de potencias del impulso en el numerador y el denominador. Ingenuamente uno espera que un diagrama que tenga una divergencia proporcional a Λ^D , donde Λ es un momento de corte (cutoff), cuando $D > 0$. Esto no es generalmente cierto debido a varias razones. Cuando un diagrama contiene un subdiagrama divergente su divergencia puede ser peor que la indicada por D . Cuando ciertas simetrías (tal como las identidades de Ward) provocan la cancelación de términos la divergencia puede ser reducida o incluso eliminada. Finalmente, un diagrama trivial sin loops ni propagadores tiene $D = 0$ y sin embargo no posee divergencia. Es por esto que uno debe centrar su atención en los diagramas irreducibles de una partícula para evaluar si realmente un diagrama es divergente o no. Para más detalles se recomienda ver la referencia [26].

Más allá de esta pequeña discusión, el proceso que debe realizarse para eliminar dichas divergencias es el de *renormalización*. Dicho proceso consta en dos etapas, la regularización y la renormalización. La primera consiste en introducir ciertos parámetros denominados reguladores, que se insertan con el objetivo de volver finita a la

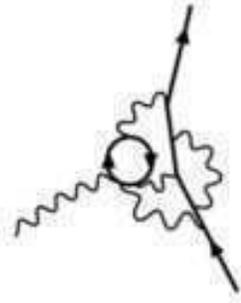


Figura 2.2: La simple interacción entre fotón-electrón en QED que determina la carga del electrón, contiene diagramas más complejos donde hay varios loops.

integral divergente. La segunda consiste en absorber dentro del Lagrangiano original a estos nuevos parámetros que han sido introducidos. Si bien obtendremos que hemos eliminado la divergencia, inevitablemente introduciremos en nuestra teoría una nueva escala de energía completamente arbitraria μ_R llamada *escala de renormalización*. Esta nueva escala puede diferir en distintas integrales y es necesario especificar un conjunto de reglas. A tal conjunto de reglas se lo denomina esquema de renormalización, siendo el esquema de sustracción mínimo modificado (\overline{MS}) el que utilizaremos a lo largo de esta tesis.

2.1.3. Divergencias Infrarrojas.

Como hemos mencionado en la sección anterior existen, además de las divergencias de carácter ultravioleta, las divergencias infrarrojas (IR). Para describir estas divergencias consideremos, por ejemplo, el proceso de aniquilación de electrón-positrón. Este es un excelente candidato para analizar y desarrollar herramientas que nos permitan calcular otros procesos en QCD, dado que podemos comparar el proceso $e^+e^- \rightarrow$ hadrones con el puramente electromagnético $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$. La aniquilación de electrón-positrón en hadrones no contiene color en el estado inicial y sabemos del teorema de Kinoshita, Lee y Nauenberg [27] que, a cualquier orden en teoría de perturbaciones, si sumamos (integramos) sobre todos los estados finales de quark y gluón el resultado es finito incluso para quarks y gluones no masivos. Sin embargo la

contribución a la sección eficaz total para, por ejemplo, la emisión real de un gluón $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}g$ es infinita³. Este infinito es cancelado por las correcciones de gluón virtual dando lugar a una sección eficaz total finita. Veámoslo con algo más de detalle.

Consideremos un “decaimiento” de fotón en par quark-antiquark y un gluón real. Las dos amplitudes para este proceso se muestran en la figura (2.3).

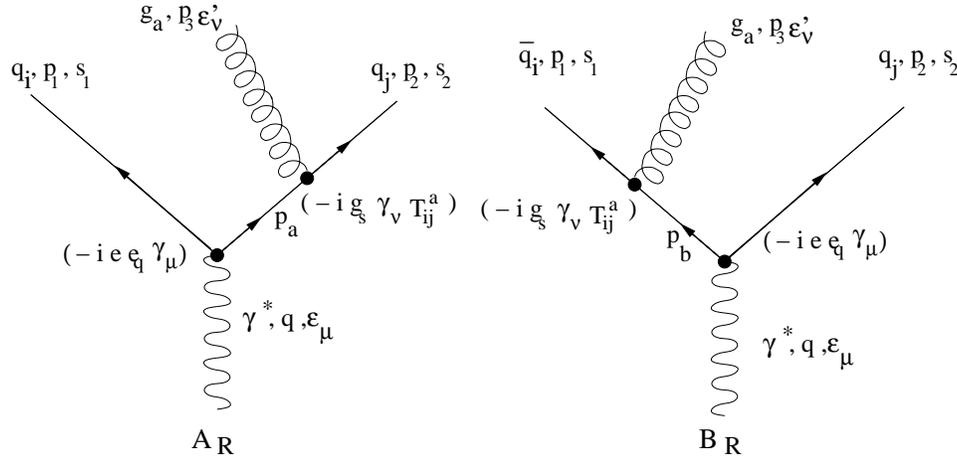


Figura 2.3: Amplitudes para el “decaimiento” de un fotón virtual en un par quark-antiquark y un gluón real.

El elemento de matriz al cuadrado promediado sobre spin será de la forma:

$$|\overline{\mathcal{M}}(\gamma^* \rightarrow q\bar{q}g)|^2 = |A_R|^2 + |B_R|^2 + 2A_R B_R^*, \quad (2.9)$$

donde A_R y B_R se refieren a las amplitudes de los diagramas de la figura (2.3). Así por ejemplo,

$$|A_R|^2 = 32e^2 e_q^2 g_s^2 \frac{(1-x_2)}{(1-x_1)}, \quad (2.10)$$

donde $x_i = 2E_i/Q$ es la fracción adimensional de energía (1 = quark, 2 = anti-quark, 3 = gluón), siendo Q la energía de centro de masa. De esta forma resulta

$$|\overline{\mathcal{M}}(\gamma^* \rightarrow q\bar{q}g)|^2 = 32e^2 e_q^2 g_s^2 \frac{x_1^2 + x_2^2}{(1-x_1)(1-x_2)}. \quad (2.11)$$

³Igualmente notemos que este proceso no constituye un observable.

Ahora si queremos calcular la sección eficaz de emisión real de gluón tendremos que realizar la integral

$$\sigma_{\text{(real)}} = \frac{2\alpha_s}{3\pi} \sigma_0 \int_0^1 dx_1 \int_{1-x_1}^1 dx_2 \frac{x_1^2 + x_2^2}{(1-x_1)(1-x_2)}, \quad (2.12)$$

donde $\alpha_s = \frac{g_s^2}{4\pi}$ la constante de acoplamiento fuerte y σ_0 es la sección eficaz Born. La sección eficaz diverge para x_1 o x_2 tendiendo a 1 y su resultado es infinito. El origen de esta divergencia es claro. Consideremos, por ejemplo, el invariante de Mandelstan $t = (p_2 - p_3)^2 = Q^2(1 - x_1)$ en el límite no masivo,

$$t = 2p_2 \cdot p_3 = 2E_2\omega(1 - \cos\theta_{23}), \quad (2.13)$$

donde θ_{23} es el ángulo entre \vec{p}_2 y \vec{p}_3 y E_2 y ω son las energías del quark y del gluón salientes, respectivamente. La amplitud al cuadrado de la ec. (2.9), y por lo tanto la sección eficaz diferencial, diverge cuando $t \rightarrow 0$, lo cual ocurre cuando la energía del gluón tiende a cero (divergencia “*soft*”) o cuando el quark y el gluón se emiten paralelos (divergencia “*colinear*”).

El primer tipo de divergencia está referido a una divergencia infrarroja (ocurre en el límite $m_g \rightarrow 0$ y $m_q \neq 0$, donde m_g y m_q son las masas del gluón y del quark respectivamente), mientras que el segundo está referido a una singularidad de masa (ocurre en el límite $m_g \rightarrow 0$ y $m_q \rightarrow 0$).

Con el objeto de resolver este inconveniente debemos proceder a regularizar de alguna forma las divergencias infrarrojas y las singularidades de masa. Dado que ningún observable puede depender de como realicemos nuestra regularización escogeremos una masa ficticia m_g para el gluón. De esta manera si bien las integrales no son directas uno arriba a

$$\sigma_{MG}(\text{real}) = \frac{2\alpha_s}{3\pi} \sigma_0 \left\{ \log^2(\beta) + 3 \log(\beta) - \frac{\pi^2}{3} + 5 \right\}, \quad (2.14)$$

donde $\beta = m_g^2/Q^2$ y hemos despreciado los términos que se anulan cuando $\beta \rightarrow 0$.

Si bien uno no ha podido cancelar las divergencias nos resta incluir aún las correcciones virtuales de gluón. Estas contribuciones se muestran en la figura (2.4).

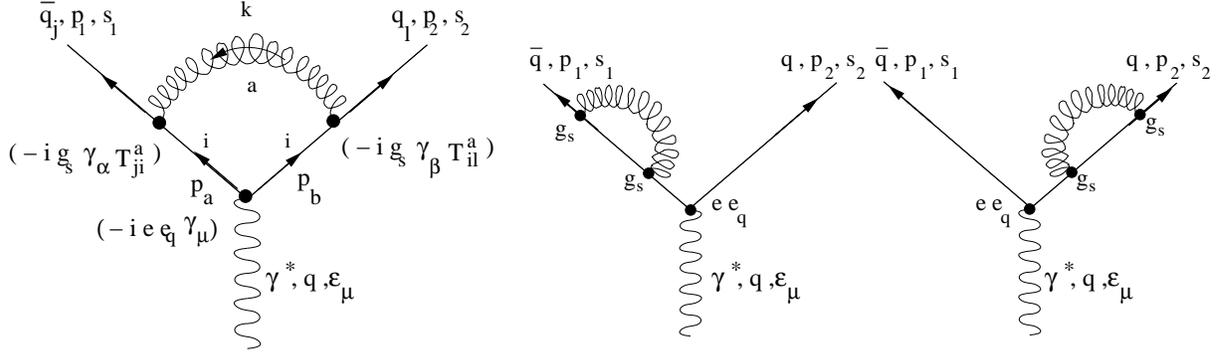


Figura 2.4: Correcciones radiativas debido a un gluón virtual.

El cálculo de estas correcciones virtuales da como resultado:

$$\sigma_{MG}(\text{virtual}) = \frac{2\alpha_s}{3\pi} \sigma_0 \left\{ -\log^2(\bar{\beta}) - 3 \log(\bar{\beta}) - \frac{2\pi^2}{3} - \frac{7}{2} \right\}, \quad (2.15)$$

donde $\bar{\beta} = m_g^2/\bar{Q}^2$ y $\bar{Q}^2 = -q^2 > 0$. O escrito en términos de β :

$$\sigma_{MG}(\text{virtual}) = \frac{2\alpha_s}{3\pi} \sigma_0 \left\{ -\log^2(\beta) - 3 \log(\beta) + \frac{\pi^2}{3} - \frac{7}{2} \right\}, \quad (2.16)$$

Notemos que al sumar las contribuciones de la radiación real y virtual ambos términos logarítmicos $\log^2 \beta$ y $\log \beta$ se cancelan dando un resultado finito cuando $m_g \rightarrow 0$. Por lo tanto la sección eficaz total será simplemente $\sigma_{\text{tot}}^{e^+e^-} = \sigma_0(1 + \frac{\alpha_s}{\pi} + \dots)$.

Como se ha discutido en la sección anterior 2.1.2, las divergencias UV de órdenes más altos pueden ser absorbidas en la definición de la constante de acoplamiento resultando en

$$\sigma_{\text{tot}}^{e^+e^-} = \sigma_0 \left(1 + \frac{1}{\pi} \alpha_s(Q^2) + \dots \right), \quad (2.17)$$

donde $\alpha_s(Q^2) = 4\pi/(\beta_0 \log(Q^2/\Lambda^2))$ es el conocido “*running*” de la constante de acoplamiento como veremos a continuación y Λ es el parámetro de escala que separa la QCD perturbativa con la no perturbativa.

2.1.4. Libertad asintótica y confinamiento de color.

La pregunta que naturalmente surge es ¿qué podemos hacer con una teoría que tiene un parámetro arbitrario μ dentro de ella? El procedimiento para obtener predicciones experimentales es el siguiente. Asumamos, por simplicidad, que tenemos una teoría no masiva con una sola constante de acoplamiento g . Si calculamos su sección eficaz $\sigma(p, \mu)$, con p que denota el impulso de las partículas involucradas, la teoría de perturbaciones para σ siempre tendrá integrales divergentes UV. Por lo tanto si renormalizamos la serie perturbativa será de la forma:

$$\sigma(p, \mu) = \sum_{n=1}^A a_n(p, \mu) g^{2n}, \quad (2.18)$$

donde A es el orden más grande que somos capaces de calcular y a_n son los coeficientes resultantes de ese computo. Ahora si midiésemos $\sigma(p, \mu)$ para algún conjunto de momentos \bar{p} y fijáramos μ como quisiésemos, entonces podríamos resolver la ec. (2.1.4) para g con un resultado que lo denotamos como $g(\mu)$ ($g(\mu)$ también es función de \bar{p} y A). Así podemos calcular σ para cada valor de p , por lo tanto, haciendo un solo experimento podremos obtener predicciones para todo un conjunto de experimentos. Y no sólo eso, si g es el único parámetro en la teoría, tendremos predicciones para cada sección eficaz en la teoría para las cuáles estemos dispuestos a calcular su serie perturbativa.

Ahora dado que $\sigma(p, \mu)$ es una cantidad física debe ser independiente de nuestra elección de μ , lo que nos lleva a la ecuación:

$$\mu \frac{d\sigma(p, \mu)}{d\mu} = 0, \quad (2.19)$$

donde debemos recordar que debemos mantener la dependencia de μ en $g(\mu)$. Esta ecuación se mantiene siempre y cuando tengamos la solución exacta de la teoría. Si aplicamos teoría de perturbaciones y nos quedamos hasta un orden finito de la ec. (2.1.4), entonces tendremos errores del orden de los términos no calculados en la serie perturbativa. Por lo tanto esta aproximación será útil siempre y cuando la constante de acoplamiento sea pequeña.

La dependencia en la escala de renormalización de la constante efectiva de acoplamiento $\alpha_s = \frac{g_s^2}{4\pi}$ es controlada por la función β de la siguiente forma:

$$\mu \frac{\partial \alpha_s}{\partial \mu} = 2\beta(\alpha_s) = -\frac{\beta_0}{2\pi} \alpha_s^2 - \frac{\beta_1}{4\pi} \alpha_s^3 - \frac{\beta_2}{64\pi} \alpha_s^4 - \dots, \quad (2.20)$$

$$\beta_0 = 11 - \frac{2}{3}n_f, \quad (2.21)$$

$$\beta_1 = 51 - \frac{19}{3}n_f, \quad (2.22)$$

$$\beta_2 = 2857 - \frac{5033}{9}n_f + \frac{325}{27}n_f^2. \quad (2.23)$$

donde μ es la escala de renormalización y n_f es el número de sabores. La solución de la ecuación (2.20) se suele expresar como una expansión en serie de potencias de la inversa del $\ln(\mu^2)$ como:

$$\alpha_s = \frac{4\pi}{\beta_0 \ln(\mu^2/\Lambda^2)} \left\{ 1 - \frac{2\beta_1 \ln[\ln(\mu^2/\Lambda^2)]}{\beta_0^2 \ln(\mu^2/\Lambda^2)} + \right. \quad (2.24)$$

$$\left. + \frac{4\beta_1^2}{\beta_0^4 \ln^2(\mu^2/\Lambda^2)} \left[\left(\ln[\ln(\mu^2/\Lambda^2)] - \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{\beta_2 \beta_0}{8\beta_1^2} - \frac{5}{4} \right] \right\},$$

donde Λ es el parámetro de escala de QCD. Es claro de la ecuación (2.24) que α_s tiende a 0 cuando μ^2 tiende a infinito. Esto indica que cuando dos quarks están cercanos entre sí la fuerza fuerte es relativamente pequeña mientras que si ambos quarks están alejados la fuerza se torna de gran intensidad. Esta fuerza es tal que a una dada distancia de separación entre quarks es energéticamente más favorable producir un nuevo par quark-antiquark que seguir separándolos. Como resultado de esto, cuando se crean quarks en los aceleradores en lugar de observar quarks se observan jets de partículas neutras en color. El proceso de formación de hadrones a partir de quarks se denomina *hadronización* o *fragmentación*.

La interacción entre quarks a cortas distancias, o equivalentemente a altas energías, es relativamente débil permitiéndoles comportarse como partículas cuasi-libres y no interactuantes. A esta propiedad se la conoce como *libertad asintótica*. Sucede lo opuesto a grandes distancias, la interacción es de gran intensidad impidiendo que los

quarks puedan ser aislados (por lo tanto es imposible observarlos directamente). Este fenómeno se conoce como *confinamiento de color*. El comportamiento de α_s con la energía puede observarse en el siguiente gráfico⁴:

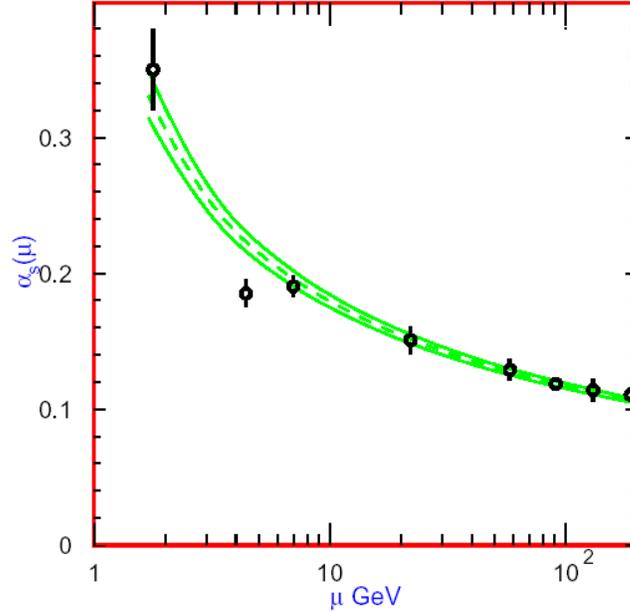


Figura 2.5: Región perturbativa de $\alpha_s(\mu)$ en función de μ . Se muestra el valor central con línea discontinua. Las líneas continuas representan los valores distantes a $\pm\sigma$. Claramente se observa el decrecimiento de α_s cuando μ aumenta. También se grafican (en orden creciente en μ) los datos experimentales correspondientes a: anchos de μ y τ , decaimiento de Υ , DIS, datos de eventos de e^+e^- a 22 GeV de JADE y a 58 GeV de TRISTAN, ancho de Z y eventos e^+e^- a 135 y 189 GeV.

La libertad asintótica fue descubierta por D. Gross, F. Wilczek y D. Politzer en 1973 [28, 29]. Por dicho trabajo se les otorgó el Premio Nobel en 2004. Debido a la libertad asintótica es posible calcular observables, como por ejemplo la sección eficaz, de forma perturbativa, esto es:

$$\sigma = A_1 \alpha_s + A_2 \alpha_s^2 + A_3 \alpha_s^3 + \dots \quad (2.25)$$

donde los coeficientes A_i deben ser calculados a través de los diagramas de Feynman correspondientes. Este método se conoce como cromodinámica cuántica perturbativa

⁴Esta figura fue tomada del Particle Data Group.

(pQCD). Básicamente puede aplicarse este método perturbativo cuando la escala μ es mayor a 1 GeV.

2.1.5. Cromodinámica cuántica perturbativa.

La interacción de hadrones a altas energías se describe en QCD a través del modelo de partones [30]. En este modelo, el proceso de *hard scattering* entre los dos hadrones es representado como la interacción de los quarks y gluones que constituyen cada uno de los hadrones colisionantes. Por medio del teorema de factorización, la sección eficaz, por ejemplo de producción de un hadrón h en colisión de protones, se puede escribir entonces como:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma^{pp \rightarrow hX}}{dP} = & \sum_{a,b,c} \int_0^1 dx_1 f_a^p(x_1, \mu^2) \int_0^1 dx_2 f_b^p(x_2, \mu^2) \\ & \int_0^1 dz \frac{d\hat{\sigma}_{ab \rightarrow cX}}{dP}(x_1 p_1, x_2 p_2, p_h, \mu) D_{h/c}(z, \mu^2) + \mathcal{O}\left(\left(\frac{\Lambda}{Q}\right)^n\right). \end{aligned} \quad (2.26)$$

siendo Q la energía típica del proceso y P corresponde a alguna variable cinemática apropiada para el proceso. Los términos que rompen la factorización pueden despreciarse cuando está energía es mucho mayor a Λ . $f_a^p(x_1, \mu^2)$ es la *función de distribución de partones* y representa la probabilidad de encontrar a un partón a dentro del protón p con una fracción x_1 del impulso p_1 inicial del protón. Aquí μ es la escala de factorización, o sea la escala a la cuál puede separarse la sección eficaz en dos términos: uno de interacción hard entre partones (región perturbativa) y otro correspondiente a la estructura de los hadrones que dan origen a los partones mencionados (región no perturbativa). $\frac{d\hat{\sigma}_{ab \rightarrow cX}}{dP}$ corresponde a la sección eficaz partónica de la interacción de los partones a y b que da como resultado un partón c más algún otro partón cualquiera que también se hadronizará pero no será observado. A todos estos productos de la colisión que no son el hadrón h observado los representamos como X . Finalmente $D_{h/c}(z, \mu^2)$ es la probabilidad de que el partón c se hadronice en el hadrón h , llevándose este una fracción z del impulso del partón c . A la función $D_{h/c}$ se la llama *función de fragmentación*. Podemos representar gráficamente el contenido físico de la ec. (2.26) en la figura (2.6):

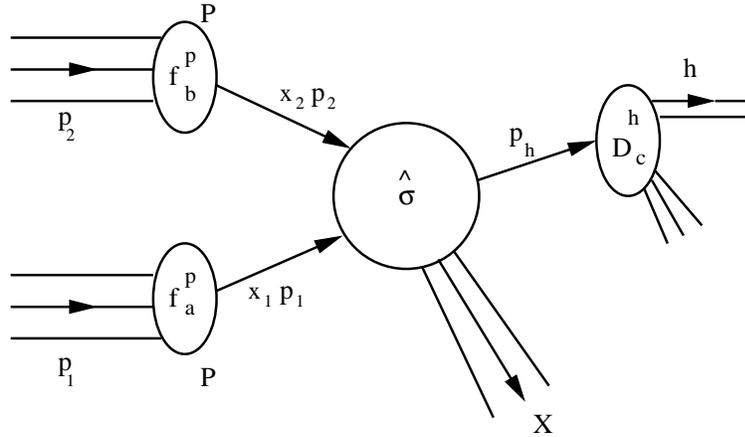


Figura 2.6: Representación de la colisión $pp \rightarrow hX$. Se muestran las funciones de distribución de partones f_i^p , la función de fragmentación D_c^h y la sección eficaz partónica $\hat{\sigma}$.

Podemos ver entonces que la ec. (2.26) consta de tres partes, la relacionada a las funciones de distribución de partones, la relacionada a la función de fragmentación y la que contiene la sección eficaz partónica. La función de distribución de partones y la función de fragmentación representan los constituyentes intrínsecos del protón y el mecanismo de hadronización respectivamente. Ambas están fuera del alcance de la pQCD y no pueden ser calculadas perturbativamente desde primeros principios. Por otro lado la sección eficaz partónica sí puede ser calculada de forma perturbativa.

2.1.6. Funciones de distribución de partones.

Con el fin de analizar como es posible obtener las funciones de distribución de partones es útil considerar el proceso de colisión inelástica profunda (DIS = *Deep Inelastic Scattering*) donde un electrón colisiona con un protón. En el esquema (2.7) se muestra el proceso de DIS al orden más bajo en teoría de perturbaciones y suponiendo que éste está dominado por el intercambio de un fotón.

Es habitual en este tipo de procesos escribir la sección eficaz en términos de la contracción de dos tensores, uno leptónico y otro hadrónico. Si consideramos el caso más sencillo donde no hay polarización, el tensor hadrónico puede ser escrito mediante

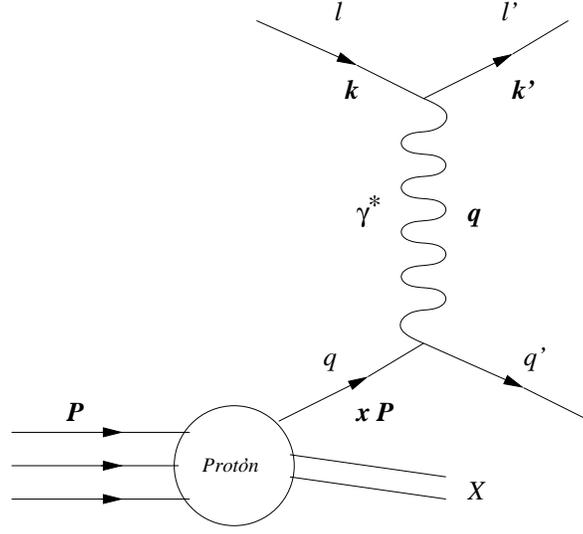


Figura 2.7: Esquema de la colisión de DIS $lp \rightarrow l'X$.

dos funciones de estructura $W_1(Q^2, \nu)$ y $W_2(Q^2, \nu)$ [31]:

$$W_{\mu\nu} = -W_1(Q^2, \nu)(g_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{q^2}) + \frac{W_2(Q^2, \nu)}{m_p^2}(p_\mu - \frac{p \cdot q}{q^2}q_\mu)(p_\nu - \frac{p \cdot q}{q^2}q_\nu), \quad (2.27)$$

donde q es el cuadri-impulso del fotón intercambiado, p y m_p son el cuadri-impulso y la masa del protón respectivamente. Los invariantes del Lorentz Q^2 y ν están dados por:

$$Q^2 \equiv -q^2 = -(k - k')^2, \quad \nu = p \cdot q / M. \quad (2.28)$$

Ahora bien, si introducimos las variables de escala:

$$x \equiv \frac{Q^2}{2m_p \nu} = \frac{Q^2}{2p \cdot q}, \quad y \equiv \frac{\nu}{E}, \quad (2.29)$$

donde x representa la fracción de impulso del protón llevada por el quark e y el cociente entre la energía transferida y la energía del haz de leptones. Estas variables están acotadas con $0 \leq x \leq 1$ y $0 \leq y \leq 1$. Así cuando $y = 1$ toda la energía del electrón es transferida por el fotón.

Como es costumbre se reemplaza W_1 y W_2 por las funciones de estructura F_1 y

F_2 que están definidas de la forma siguiente:

$$\begin{aligned} F_1(x, Q^2) &= W_1(x, Q^2), \\ F_2(x, Q^2) &= \frac{\nu}{m_p} W_2(x, Q^2). \end{aligned} \quad (2.30)$$

En el límite de Bjorken, se observa que estas funciones de estructura dependen de una sola variable. Explícitamente, cuando $Q^2 \rightarrow \infty$ y $\nu \rightarrow \infty$ de forma tal que x permanezca fijo se cumple que:

$$\lim_{Bj} m_P W_1(\nu, Q^2) = F_1(x), \quad \lim_{Bj} \nu W_2(\nu, Q^2) = F_2(x). \quad (2.31)$$

Así, en este límite, las funciones de estructura se vuelven independientes del valor particular de Q^2 y se lo conoce como escaleo (*scaling*) de Bjorken. En el modelo partónico naive las funciones de estructura tienen una interpretación clara y pueden ser escritas en la forma:

$$F_1(x) = \frac{1}{2} \sum_i e_{q_i}^2 f_i(x), \quad (2.32)$$

$$F_2(x) = x \sum_i e_{q_i}^2 f_i(x), \quad (2.33)$$

donde la suma se realiza sobre todos los posibles partones que constituyen el nucleón. Aquí e_{q_i} es la carga del partón del tipo i y la distribución $f_i(x)$ es la probabilidad de encontrar a un partón de tipo i llevando una fracción x del impulso total del nucleón. A las distribuciones de partones $f_i(x)$ las denominaremos pdfs (*parton distribution functions*). De las ecuaciones (2.32) y (2.33) es fácil ver que se satisface la relación de Callan-Gross:

$$2x F_1(x) = F_2(x). \quad (2.34)$$

Estas relaciones son exactas en el modelo de partones naive, donde se tratan a los quarks como partículas libres, no interactuantes, de spin $1/2$ que se mueven colinealmente con el protón. En QCD este escaleo no se cumple debido a logaritmos de Q^2 . La razón es debido a que el momento transverso del partón no es necesariamente pequeño. Como veremos más adelante un quark puede emitir un gluón y adquirir un momento transverso k_T con probabilidad proporcional a $\alpha_S dk_T^2/k_T^2$ para pequeños k_T .

Debemos notar que gracias al teorema de factorización [32] las distribuciones de partones serán de gran utilidad debido a que nos permite escribir una sección eficaz cualquiera como convolución de pdfs con las secciones eficaces partónicas. Por ejemplo en el caso de DIS:

$$\sigma(eP \longrightarrow eX) = \int_0^1 dx \sum_i f_{i/P}(x, Q^2) \hat{\sigma}(ei \longrightarrow eX), \quad (2.35)$$

donde debemos sumar sobre todos los partones i dentro del protón, tanto de valencia como de mar. $\hat{\sigma}$ es la sección eficaz partónica que puede ser calculada en teoría de perturbaciones.

Si bien estas pdfs no pueden calcularse de primeros principios y son fundamentalmente no perturbativas, el hecho remarcable es que son universales, es decir, son independientes del proceso en cuestión. Por lo tanto, pueden ser ajustadas a través de procesos sencillos (tales como DIS) para luego poder ser utilizadas para procesos más complejos.

Ahora bien, al incluir las correcciones al modelo naive debida a los gluones surge el inconveniente de que las pdfs no pueden distinguir entre un partón hard y un partón hard más uno soft o cuando tenemos dos partones colineales. Esto genera una cancelación incompleta de divergencias IR, sobreviviendo las divergencias colineales. Exactamente como en el caso de la renormalización de la constante de acoplamiento, podemos absorber las singularidades en una distribución desnuda a una *escala de factorización* μ_F , la cuál juega un rol similar al de la escala de renormalización.

Con dos escalas con las cuáles tratar, resulta sorprendente que se puedan hacer cálculos predictivos precisos. La forma usual de lidiar con estas escalas es variarlas entre $Q_0^2/2$ y $2Q_0$, donde Q_0 es un valor de energía típico que depende del proceso que estemos considerando. El valor central se considerará cuando $\mu_R = \mu_F = Q_0$. Al realizar este tipo de variaciones con respecto al valor central obtendremos “bandas” que se considerarán como una estimación de la incerteza teórica debido a las escalas. Debemos notar que a medida que uno puede calcular órdenes cada vez más altos en teoría de perturbaciones, esta incerteza se reduce dado que la introducción de estas escalas es simplemente un artificio para poder calcular perturbativamente.

Dado que la función de estructura F_2 es un observable, no podrá depender de la

escala de factorización, lo cual puede escribirse como:

$$\mu_F^2 \frac{dF_2(x, Q^2)}{d\mu_F^2} = 0. \quad (2.36)$$

A partir de la ec. (2.36) podemos calcular la evolución de las pdfs a través de las ecuaciones de *Dokshitzer-Gribov-Lipatov-Altarelli-Parisi* (DGLAP) [33–36]. Calculando la dependencia en Q^2 , o en la variable $t = \ln\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right)$, se obtiene:

$$\frac{dq_i(x, t)}{dt} = \frac{\alpha_s(t)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} \left[\sum_{j=1}^{2N_f} q_j(y, t) P_{q_i q_j} \left(\frac{x}{y} \right) + g(y, t) P_{q_i g} \left(\frac{x}{y} \right) \right], \quad (2.37)$$

$$\frac{dg(x, t)}{dt} = \frac{\alpha_s(t)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} \left[\sum_{j=1}^{2N_f} q_j(y, t) P_{g q_j} \left(\frac{x}{y} \right) + g(y, t) P_{g g} \left(\frac{x}{y} \right) \right], \quad (2.38)$$

donde las funciones de separación P_{ab} representan la probabilidad de que un partón del tipo b emita otro partón del tipo a con una fracción de impulso del partón inicial x/y . Por ejemplo, la figura (2.8) muestra la función de separación de un partón con impulso p que se separa en otros dos, uno de ellos lleva una fracción z del impulso mientras que el otro, por conservación, lleva la fracción restante $1 - z$.

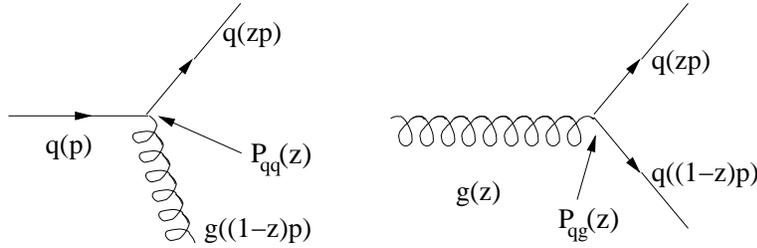


Figura 2.8: Esquema de la separación de a) $q(p) \rightarrow q(zp)g((1-z)p)$ y b) $g(p) \rightarrow q(zp)\bar{q}((1-z)p)$. Las funciones de separación correspondientes son a) $P_{qq}(z)$ y b) $P_{qg}(z)$.

Obviamente debe verificarse que $z \leq 1$. Es fácil notar las siguientes propiedades:

$$\begin{aligned} P_{qq}(z) &= P_{qg}(1-z), \\ P_{qg}(z) &= P_{qq}(1-z), \\ \text{y } P_{gg}(z) &= P_{gg}(1-z). \end{aligned} \quad (2.39)$$

También para garantizar que el momento de un hadrón permanecerá constante debe cumplirse:

$$\int_0^1 dz z [P_{qq}(z) + P_{gq}(z)] = 0, \quad (2.40)$$

$$\int_0^1 dz z [2N_f P_{qg}(z) + P_{gg}(z)] = 0, \quad (2.41)$$

donde N_f es la cantidad de sabores.

A LO estas funciones de separación adquieren la forma:

$$P_{q_i q_j}^{(0)}(z) = \delta_{ij} P_{qq}^{(0)}(z), \quad (2.42)$$

$$P_{q_i \bar{q}_j}^{(0)}(z) = 0, \quad (2.43)$$

$$P_{qq}^{(0)}(z) = \frac{8}{3} \left[\frac{1+z^2}{[1-z]_+} + \frac{3}{2} \delta(1-z) \right], \quad (2.44)$$

$$P_{q_i g}^{(0)}(z) = \frac{1}{N_f} P_{qg}^{(0)}(z) = z^2 + (1-z)^2, \quad (2.45)$$

$$P_{gq}^{(0)}(z) = \frac{8}{3} \left[\frac{1+(1-z)^2}{z} \right], \quad (2.46)$$

$$P_{gg}^{(0)}(z) = 12 \left[\frac{z}{[1-z]_+} + \frac{1-z}{z} + z(1-z) \right] \quad (2.47)$$

$$+ \left(\frac{44}{9} - \frac{2}{3} N_f \right) \delta(1-z). \quad (2.48)$$

Donde el subíndice + en el último término de la ecuación anterior se refiere a las distribuciones '+', definidas como

$$(F(x))_+ \equiv \lim_{\beta \rightarrow 0} \left\{ F(x) \theta(1-x-\beta) - \delta(1-x-\beta) \int_0^{1-\beta} F(y) dy \right\}. \quad (2.49)$$

donde $\theta(x)$ es la función de *Heaviside*. Otra forma de definir estas distribuciones '+', que tal vez sea más útil dada nuestras expresiones es a través de la convolución:

$$\int_0^1 dx f(x)_+ g(x) = \int_0^1 dx f(x) (g(x) - g(1)). \quad (2.50)$$

Las funciones de distribución de partones son extraídas de los distintos resultados experimentales y su modelado es de gran importancia ya que permiten describir la

estructura partónica de los nucleones. En la figura (2.9) se observa el resultado de la extracción de la distribución de partones a partir de los datos experimentales de la función de estructura F_2 . Cabe destacar que esta figura representa uno de los grandes éxitos de la QCD perturbativa, por el altísimo grado de acuerdo que hay entre los resultados experimentales y las predicciones teóricas.

Existen dos grupos destacados en lo que a funciones de distribución de partones no polarizados se refiere, uno de ellos es el grupo compuesto por A. Martin, R. Roberts, W. Stirling y R. Thorne (MRST) (actualmente MSTW) [37] y el otro es el grupo del proyecto coordinado teórico-experimental en QCD (CTEQ) [38].

La figura (2.10) muestra las funciones de distribución de partones del grupo CTEQ(2002): Las funciones de distribución de MRST(2001) no poseen grandes diferencias con los resultados de CTEQ, excepto por el valor de la distribución de gluones como puede observarse de la figura (2.11). Si bien ambos sets utilizan esencialmente los mismos resultados experimentales el tratamiento de los errores es algo distinto. La diferencia en cuanto a los datos experimentales es que CTEQ no incluyen en su análisis ni los datos de SLAC, debido a que son datos a valores de Q^2 pequeño, ni tampoco utilizan los datos de producción de quark charm en HERA dado que los errores son grandes.

A lo largo de esta tesis utilizaremos las pdfs tanto del grupo de MRST como de CTEQ en las colisiones no polarizadas. En cuanto a las colisiones polarizadas, utilizaremos las pdfs de dos grupos, a saber, el de “de Florian- Sassot” (DS) [39], el de “de Florian- Sassot- Startmann- Vogelsang” (DSSV) [40] y el de “Gluck-Reya- Stratmann-Vogelsang” (GRSV) [41], etc. El análisis de dichas pdfs se describe en el capítulo 5.

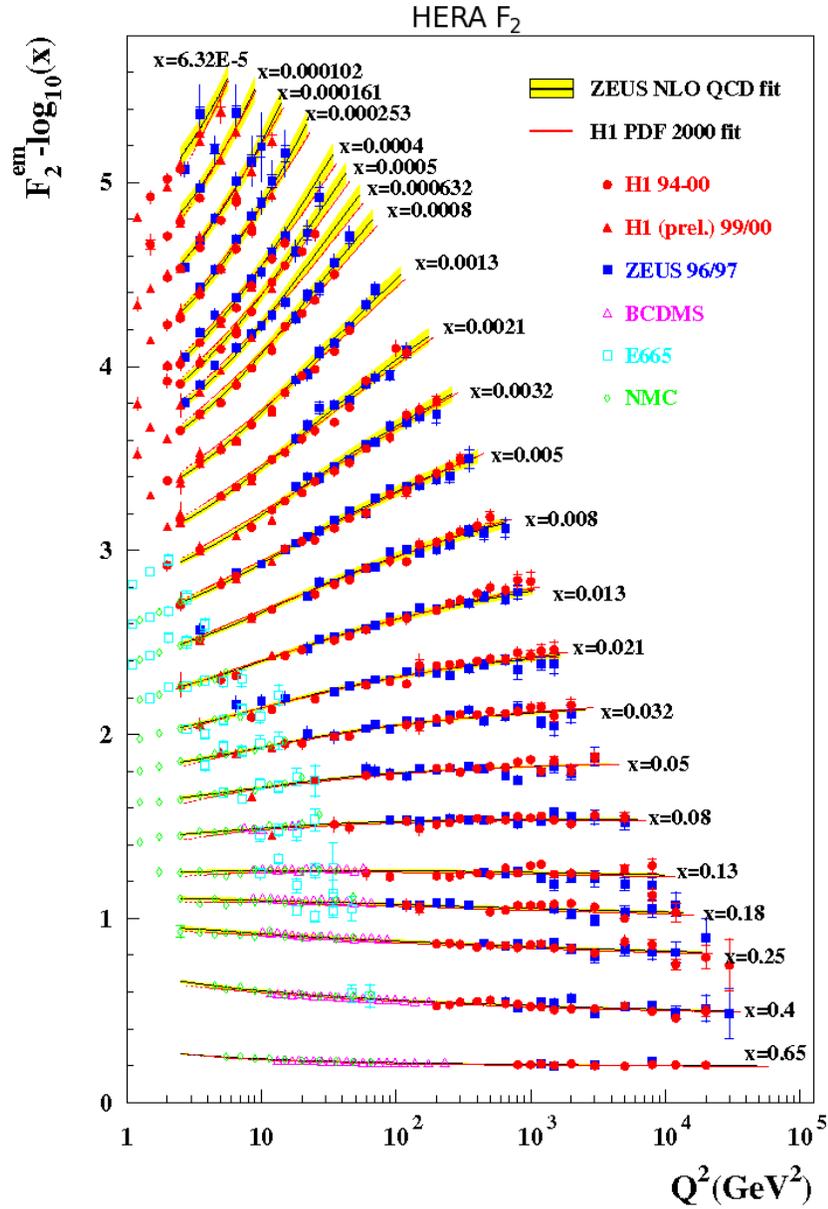


Figura 2.9: Resultados experimentales de la función de estructura F_2 de la colaboración de HERA y de experimentos de blanco fijo. Los datos se presentan como función de Q^2 para varios valores fijos de x . También se muestran los resultados del ajuste de QCD a NLO.

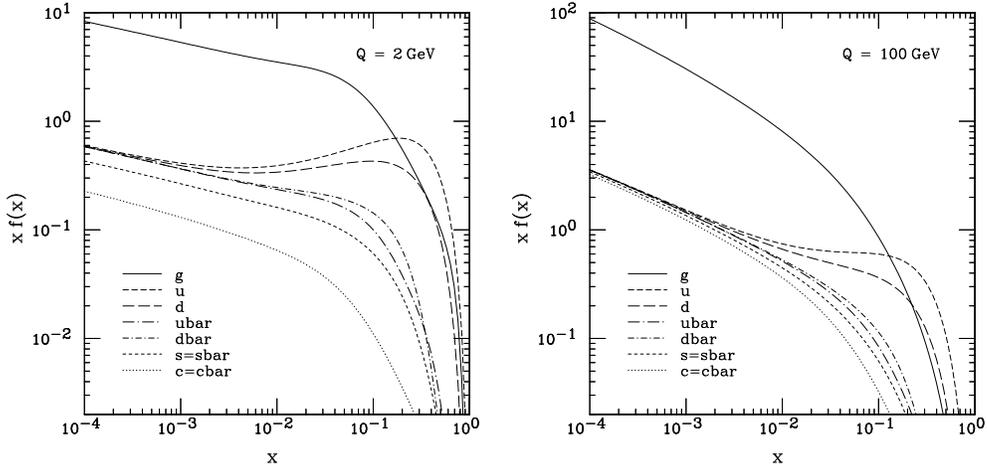


Figura 2.10: Funciones de distribución de partones CTEQ6M a NLO para $Q = 2\text{ GeV}$ (izq.) y $Q^2 = 100\text{ GeV}$ (der.) del grupo CTEQ.

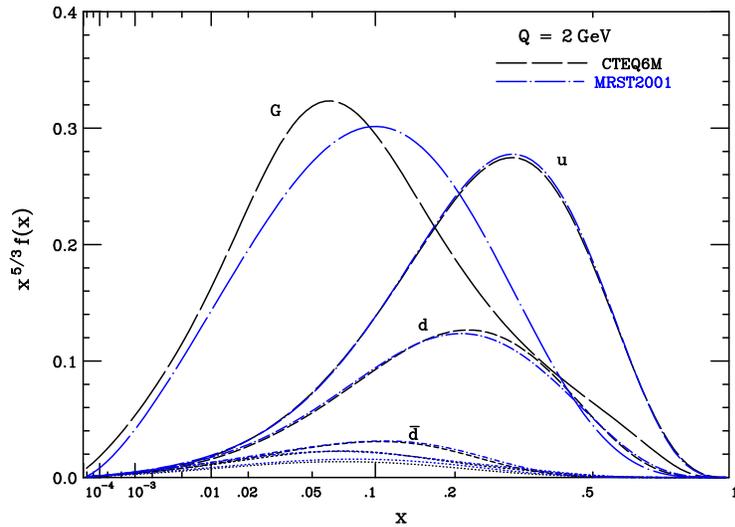


Figura 2.11: Comparación de las funciones de distribución de partones de los sets CTEQ6M y MRST2001 a NLO para $Q = 2\text{ GeV}$.

2.1.7. Funciones de Fragmentación.

Tal como hemos mencionado, la función $D_c^h(z, \mu^2)$ representa la probabilidad de que un partón del tipo c se hadronice en un hadrón h llevando una fracción z del impulso del partón c . La evolución de estas funciones esta dada por las ecuaciones integro-diferenciales de DGLAP:

$$\frac{dD_q^h(z, t)}{dt} = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \int_z^1 \frac{dy}{y} \left[D_q^h(y, t) P_{qq} \left(\frac{z}{y} \right) + 2f D_g^h(y, t) P_{gq} \left(\frac{z}{y} \right) \right], \quad (2.51)$$

$$\frac{dD_g^h(z, t)}{dt} = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \int_z^1 \frac{dy}{y} \left[D_q^h(y, t) P_{qg} \left(\frac{z}{y} \right) + D_g^h(y, t) P_{gg} \left(\frac{z}{y} \right) \right], \quad (2.52)$$

donde t está definido como en la ecuación (2.37).

Es importante remarcar también que las funciones de fragmentación cumplen con la regla de suma de conservación del impulso:

$$\sum_h \int_0^1 z D_q^h(z, Q^2) = 1, \quad (2.53)$$

que análogamente también se verifica para la distribución gluónica $D_g^h(z, Q^2)$. Notemos que esto implica que todos los partones se hadronizan. Así como las pdfs, las funciones de fragmentación también son extraídas de resultados experimentales dado que no pueden ser obtenidas de primeros principios. Aquí dos de los grupos más distinguidos son el de S. Albino, B. Kniehl y G. Kramer (AKK) [42] y el compuesto por D. de Florian, R. Sassot y M. Stratmann (DSS) [43]. En la extracción de las funciones de fragmentación se utilizan los datos experimentales de diferentes procesos: aniquilación de electrón-positrón de SLD, ALEPH, DELPHI y TPC, "tagging probabilities" $\eta_i^p(x_p)$ ⁵ de OPAL y en el caso del set de DSS también se incluye la producción de hadrón inclusivo en colisiones protón-protón en BNL-RHIC y SIDIS (*Semi Inclusive DIS*).

La figura (2.12) muestra las funciones de fragmentación DSS para el protón $D_i^p(z, Q^2)$ a $Q^2 = M_Z^2$. Los resultados del ajuste concuerdan bien para la combinación de singlete zD_Σ^p con otras extracciones previas basadas solamente en datos de

⁵ $\eta_i^p(x_p)$ representa la probabilidad de que un quark de sabor i produzca un jet que contenga al protón (anti-protón) con una fracción de momento z mayor que x_p .

aniquilación de electrón-positrón, aunque se encuentran diferencias significativas en la función de fragmentación de gluón, la cuál esta restringida no sólo por la dependencia de escala sino también por los datos experimentales de STAR. También se puede observar la diferencia con los resultados de AKK en el cuadro inferior de la figura.

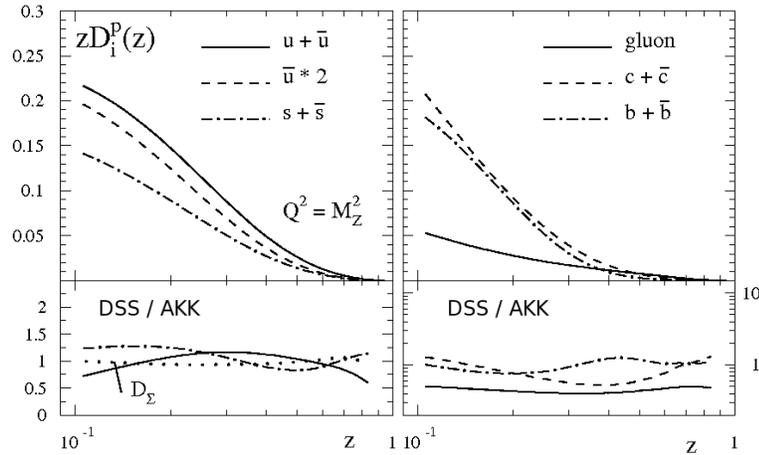


Figura 2.12: Resultados para la función de fragmentación del protón $D_i^p(z, Q^2)$ a $Q^2 = M_Z^2$ para DSS. En el cuadro inferior se observa la comparación con los valores de AKK.

2.2. Spin.

Si bien la física de spin puede ser utilizada en colisiones hadrónicas de alta energía para obtener información de las interacciones fundamentales de forma más precisa que con haces no polarizados, el aspecto más relevante quizás sea contestar a la pregunta de cómo el spin de partículas no elementales (protón, neutrón, etc.) está formado por el spin de sus constituyentes (quarks y gluones). Ciertamente la mejor respuesta provendrá de experimentos de altas energías donde los quarks y gluones se comportan como partículas cuasi-libres.

Es usual describir el spin de un nucleón de la siguiente forma:

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2}\Delta\Sigma + \Delta g + L_z, \quad (2.54)$$

el lado izquierdo de la ec. (2.54) es el spin ($+\frac{1}{2}$) del nucleón mientras que en el lado derecho tenemos la descomposición de acuerdo a sus constituyentes quarks $\Delta\Sigma(Q^2)$ y gluones $\Delta g(Q^2)$ más el impulso angular L_z correspondiente. Mas aún, la cantidad $\Delta\Sigma(Q^2)$ puede ser descompuesta en términos de las varias especies de quarks, $\Delta\Sigma = \Delta u + \Delta d + \Delta s + \Delta \bar{u} + \dots$. Desafortunadamente la descomposición de la ec. (2.54) no puede ser medida directamente de los experimentos. En su lugar aparecen combinaciones entre $\Delta\Sigma$ y Δg . La pregunta es entonces ¿cómo extraer la información del spin de los constituyentes? Nuevamente analicemos el proceso de colisión inelástica profunda pero considerando ahora que tanto el nucleón como el leptón están polarizados, inmediatamente veremos porque esto es importante.

En el proceso de DIS no polarizado (donde hemos promediado sobre spin) descrito en la sección 2.1.6 mencionamos que la sección eficaz es proporcional al producto de los tensores leptónico $L^{\mu\nu}$ y hadrónico $W_{\mu\nu}$, donde ambos tensores son simétricos. Si consideramos ahora el proceso polarizado, existirá una nueva contribución en cada uno de los tensores debida al spin. Formalmente para el tensor leptónico:

$$L_{\mu\nu} = tr \left[(1 + \gamma_5 \not{s}) (\not{k} + m_l) \gamma_\mu (\not{k}' + m_l) \gamma_\nu \right]. \quad (2.55)$$

Obviamente, $L_{\mu\nu}$ consiste en una parte independiente de spin y otra lineal en su spin s^β .

$$L_{\mu\nu} = L_{\mu\nu}(sim.) + 2im_l \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} q^\alpha s^\beta, \quad (2.56)$$

$\varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma}$ es el tensor de Levi-Civita en 4 dimensiones, $\varepsilon_{0123} = 1$, $\varepsilon_{1023} = -1$, etc. La parte antisimétrica se debe a γ_5 en ec. (2.55).

De igual forma el tensor hadrónico será modificado y tendrá una contribución asimétrica:

$$\begin{aligned} W_{\mu\nu} &= \int d^4x e^{iqx} \langle PS | J_\mu(x) J_\nu(0) | PS \rangle = \\ &= W_{\mu\nu}(sim.) + i \frac{M}{P \cdot q} \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} q^\rho \left[S^\sigma g_1(x, Q^2) + (S^\sigma - \frac{Sq}{P \cdot q} P^\sigma) g_2(x, Q^2) \right], \end{aligned} \quad (2.57)$$

el vector de polarización del protón está normalizado a $S^2 = -1$. $W_{\mu\nu}(sim.)$ es la parte simétrica del tensor hadrónico dada en la ec. (2.27), Q^2 y x son las variables usuales de DIS definidas en la sección 2.1.6. $g_1(x, Q^2)$ y $g_2(x, Q^2)$ son las funciones de estructura para la parte antisimétrica del tensor hadrónico.

La sección eficaz $\sigma \sim L_{\mu\nu}W^{\mu\nu}$ será:

$$L_{\mu\nu}W^{\mu\nu} = L_{\mu\nu} (sim.) W^{\mu\nu} (sim.) + L_{\mu\nu} (antisim.) W^{\mu\nu} (antisim.) . \quad (2.58)$$

De aquí es claro que no se podría obtener información del spin a menos que tanto el leptón como el hadrón se encuentren polarizados. Inmediatamente surge la pregunta ¿cómo medir $g_1(x, Q^2)$ y $g_2(x, Q^2)$? Uno debería deshacerse del primer término del lado derecho de la ec. (2.58) dado que corresponde a la sección eficaz no polarizada. Una posibilidad es considerar la diferencia de secciones eficaces en donde el nucleón posea polarizaciones opuestas como se muestra en la figura (2.13) a continuación.

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & \begin{array}{c} l \leftarrow \\ \rightarrow \end{array} \longrightarrow \begin{array}{c} \textcircled{N} \\ \Rightarrow \end{array} \quad \begin{array}{c} \textcircled{N} \\ \Leftarrow \end{array} : \sigma_{\Rightarrow\Leftarrow}^{\leftarrow} - \sigma_{\Leftarrow\Rightarrow}^{\leftarrow} \sim g_1 \\ \text{b)} \quad & \begin{array}{c} l \leftarrow \\ \rightarrow \end{array} \longrightarrow \begin{array}{c} \textcircled{N} \\ \Uparrow \end{array} \quad \begin{array}{c} \textcircled{N} \\ \Downarrow \end{array} : \sigma_{\Uparrow}^{\leftarrow} - \sigma_{\Downarrow}^{\leftarrow} \sim \frac{M}{Q} \left(\frac{y}{2} g_1 + g_2 \right) \end{aligned}$$

Figura 2.13: Esquema de los experimentos polarizados leptón (l)-Nucleón (N). Se representan los vectores de spin del leptón (\rightarrow) y del nucleón (\Rightarrow). Obsérvese que el caso a) corresponde a la polarización longitudinal, mientras que b) a la polarización transversal.

En la diferencia entre polarizaciones longitudinales (caso a) de la figura (2.13), las funciones de estructura no polarizadas (F_1 y F_2) se cancelan dejando el término proporcional a g_1 (el término correspondiente a g_2 se encuentra suprimido por $(2yx^2M^2/Q^2)$, donde $y = \frac{P \cdot q}{P \cdot k}$). Análogamente en la diferencia entre polarizaciones transversales ($k \cdot S = \vec{k} \cdot \vec{S} = 0$), aparece la suma $\frac{y}{2}g_1 + g_2$, y si bien g_1 aparece multiplicado por un factor $2xM/\sqrt{Q^2}$, g_2 podría ser obtenido en experimentos de baja energía.

Para ser más específicos escribamos la diferencia más general para el proceso DIS

polarizado,

$$\begin{aligned} \frac{d^3[\sigma(\alpha) - \sigma(\alpha + \pi)]}{dx dy d\phi} &= \frac{8\alpha_s^2}{Q^2} \left\{ \cos \alpha \left[\left(1 - \frac{y}{2} - \frac{y^2 \gamma^2}{4}\right) g_1(x, Q^2) - \frac{y}{2} \gamma^2 g_2(x, Q^2) \right] \right. \\ &\quad \left. - \sin \alpha \cos \phi \gamma \sqrt{1 - y - \frac{y^2 \gamma^2}{4}} \left[\frac{y}{2} g_1(x, Q^2) + g_2(x, Q^2) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (2.59)$$

donde $\gamma^2 = 4M^2 x^2 / Q^2$, α es el ángulo entre la dirección del haz leptónico \vec{k} y el spin del nucleón \vec{S} . ϕ es el ángulo entre los planos $k - S$ y $k - k'$ (véase la fig.(2.14)).

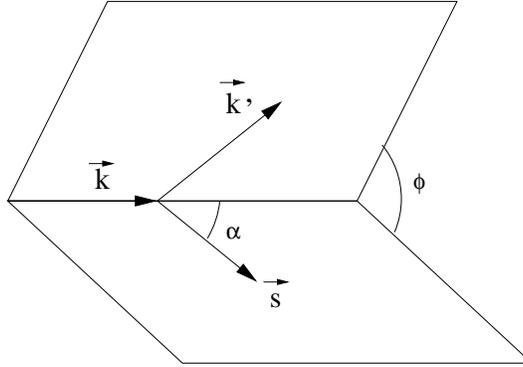


Figura 2.14: Representación de los vectores de un proceso de DIS polarizado. α es el ángulo entre la dirección del haz leptónico \vec{k} y el spin del nucleón \vec{S} . ϕ es el ángulo entre los planos $k - S$ y $k - k'$.

Podemos considerar los casos más interesantes experimentalmente, a saber, cuando el nucleón se encuentra longitudinalmente polarizado y cuando se encuentra transversalmente polarizado. Siguiendo con la notación compacta como en la figura (2.13) se puede arribar a las expresiones [44],

- Para leptón y nucleón blanco longitudinalmente polarizado, la diferencia de secciones eficaces esta dada por

$$\frac{d^2 \sigma^{\leftarrow}}{dx dy} - \frac{d^2 \sigma^{\rightarrow}}{dx dy} = \frac{16\pi\alpha^2}{Q^2} \left[\left(1 - \frac{y}{2} - \frac{y^2(M^2 x^2 + m^2)}{Q^2} \right) g_1 - \frac{2M^2 x^2 y}{Q^2} g_2 \right]. \quad (2.60)$$

- Para nucleones polarizados transversalmente se encuentra que

$$\frac{d^2\sigma^{\rightarrow\uparrow}}{dx dy} - \frac{d^2\sigma^{\rightarrow\downarrow}}{dx dy} = -\frac{16\alpha^2}{Q^2} \left(\frac{2Mx}{Q}\right) \sqrt{1-y-\frac{M^2x^2y^2}{Q^2}} \left[\frac{y}{2} \left(1+\frac{2m^2y}{Q^2}\right) g_1 + g_2\right]. \quad (2.61)$$

En principio estos dos observables independientes nos permiten medir g_1 y g_2 (como ha sido hecho en SLAC y en Jefferson Lab's), aunque la diferencia de secciones eficaces transversal es generalmente mucho más pequeña debido a su cinemática y por lo tanto más difícil de medir, observemos que en el caso de polarización transversal la asimetría es no nula por factores de masa.

Es habitual considerar las siguientes asimetrías en lugar de diferencias entre las secciones eficaces.

$$A(\alpha) = \frac{\sigma(\alpha) - \sigma(\alpha + \pi)}{\sigma(\alpha) + \sigma(\alpha + \pi)}, \quad (2.62)$$

como, por ejemplo, la asimetría longitudinal

$$A_L = \frac{\sigma_{\Rightarrow}^{\leftarrow} - \sigma_{\Leftarrow}^{\leftarrow}}{\sigma_{\Rightarrow}^{\leftarrow} + \sigma_{\Leftarrow}^{\leftarrow}}, \quad (2.63)$$

obtenida para $\alpha = 0$, y la asimetría transversal A_T obtenida para $\alpha = \pi/2$ con una integración asimétrica sobre ϕ como en [45].

También es posible escribir $g_1(x, Q^2)$ y $g_2(x, Q^2)$ en términos de las asimetrías de fotón virtual A_1 y A_2 las cuales consideran la interacción entre el fotón virtual con el nucleón. Las secciones eficaces de absorción de fotón virtual transversal por el nucleón $\sigma_{1/2}^T$ y $\sigma_{3/2}^T$ son para los procesos donde la proyección del momento angular total del sistema a lo largo de la dirección del fotón incidente es 1/2 y 3/2 respectivamente. El término $\sigma_{1/2}^{TL}$ proviene de la interferencia entre las amplitudes longitudinal y transversal [46]. Las secciones eficaces están relacionadas con las funciones de estructura

como se muestra en las siguientes ecuaciones:

$$\sigma_{1/2}^T = \frac{4\pi^2\alpha_s^2}{MK} \left[F_1 + g_1 - \left(\frac{2Mx}{\nu} \right) g_2 \right], \quad (2.64)$$

$$\sigma_{3/2}^T = \frac{4\pi^2\alpha_s^2}{MK} \left[F_1 - g_1 + \left(\frac{2Mx}{\nu} \right) g_2 \right], \quad (2.65)$$

$$\sigma_{1/2}^L = \frac{4\pi^2\alpha_s^2}{K} \left[\frac{F_2}{\nu} \left(1 + \frac{\nu^2}{Q^2} \right) - \frac{F_1}{M} \right], \quad (2.66)$$

$$\sigma_{1/2}^T = \frac{4\pi^2\alpha_s^2}{K} \frac{\sqrt{Q^2}}{M} (g_1 + g_2). \quad (2.67)$$

donde $K = \nu - Q^2/2M$ es el flujo de los fotones virtuales entrantes.

De estas relaciones y de las definiciones de A_1 y A_2 , es posible expresar las asimetrías en términos de las funciones de estructura polarizadas y no polarizadas.

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{\sigma_{1/2}^T - \sigma_{3/2}^T}{\sigma_{1/2}^T + \sigma_{3/2}^T} = \frac{g_1(x, Q^2) - \gamma^2 g_2(x, Q^2)}{F_1(x, Q^2)}. \\ A_2 &= \frac{2\sigma_{1/2}^{TL}}{\sigma_{1/2}^T + \sigma_{3/2}^T} = \gamma \frac{g_1(x, Q^2) + g_2(x, Q^2)}{F_1(x, Q^2)}. \end{aligned} \quad (2.68)$$

Finalmente $R(x, Q^2)$ es el cociente entre las secciones eficaces para los fotones virtuales longitudinalmente y transversalmente polarizados sobre un blanco no polarizado,

$$2xF_1(x, Q^2) = F_2(x, Q^2) \frac{1 + \gamma^2}{1 + R(x, Q^2)}. \quad (2.69)$$

Nótese que en el límite $\gamma^2 \equiv 4M^2x^2/Q^2 \ll 1$,

$$R = \frac{F_L}{2xF_1}, \quad (2.70)$$

donde $F_L \equiv F_2 - 2xF_1$. Además, en el orden logarítmico dominante de QCD se llega a la relación de Callan-Gross $2xF_1(x, Q^2) = F_2(x, Q^2)$.

Uno puede invertir las ecuaciones (2.68) y expresar g_1 y g_2 en términos de las asimetrías A_1 y A_2 de fotón virtual

$$g_1(x, Q^2) = \frac{F_2(x, Q^2)}{2x[1 + R(x, Q^2)]} (A_1 + \gamma A_2), \quad (2.71)$$

$$g_2(x, Q^2) = \frac{F_2(x, Q^2)}{2x[1 + R(x, Q^2)]} (A_2/\gamma - A_1). \quad (2.72)$$

Una ventaja de expresar las funciones de estructura g_1 y g_2 en función de las asimetrías de fotón virtual es que existen límites rigurosos para A_1 y A_2 [47],

$$|A_1| \leq 1, \quad (2.73)$$

$$|A_2| \leq \sqrt{R}. \quad (2.74)$$

En el límite de scaling $Q^2 \rightarrow \infty$ del modelo naive de partones las funciones de estructura solo dependen de x y pueden ser relacionadas con la distribución de spin de los quarks. Las funciones promediadas sobre spin pueden ser escritas en términos de q_i mientras que las funciones de spin polarizadas están relacionadas a la diferencia Δq_i :

$$q_i(x) = [q_i^\uparrow(x) + q_i^\downarrow(x)], \quad (2.75)$$

$$\Delta q_i(x) = [q_i^\uparrow(x) - q_i^\downarrow(x)]. \quad (2.76)$$

donde $q_i^\uparrow(x)$ ($q_i^\downarrow(x)$) corresponde a la distribución de quarks con spin alineado (anti-alineado) con el spin del nucleón que lo contiene.

Como hemos mencionado anteriormente g_1 está relacionada con la polarización longitudinal mientras que g_2 con la componente transversal. Recordemos que en el modelo naive de partones se asume que los partones constituyentes no poseen spin transversal al spin del nucleón así como tampoco impulso transversal al momento del nucleón y además son considerados libres o no interactuantes. Por lo tanto el modelo naive, en el límite de scaling, da cuenta de las distribuciones de quarks sin momento transversal, lo cuál describe bien a g_1 y da un valor nulo para g_2 para quarks no masivos.

$$g_1(x) = \frac{1}{2} \sum_i e_i^2 [\Delta q_i(x) + \Delta \bar{q}_i(x)], \quad (2.77)$$

$$g_2(x) = 0. \quad (2.78)$$

Vale la pena comentar que dada la naturaleza quiral impar de la transversidad no hay distribución transversa gluónica, esto lo veremos con detalle en la sección 6.2 del capítulo 6.

Reescribamos la expresión para g_1 de la ec. (2.77), en términos de combinaciones lineales de las densidades de quarks que tienen propiedades de transformación específicas frente al grupo de sabor $SU(3)_F$:

$$\Delta q_3 = (\Delta u + \Delta \bar{u}) - (\Delta d + \Delta \bar{d}) \quad (2.79)$$

$$\Delta q_8 = (\Delta u + \Delta \bar{u}) + (\Delta d + \Delta \bar{d}) - 2(\Delta s + \Delta \bar{s}) \quad (2.80)$$

$$\Delta \Sigma = (\Delta u + \Delta \bar{u}) + (\Delta d + \Delta \bar{d}) + (\Delta s + \Delta \bar{s}). \quad (2.81)$$

Estas cantidades transforman como la tercera componente de un triplete de sabor, la octava componente de un octete de $SU(3)_F$, y un singlete de sabor. Entonces

$$g_1(x) = \frac{1}{9} \left[\frac{3}{4} \Delta q_3(x) + \frac{1}{4} \Delta q_8(x) + \Delta \Sigma(x) \right]. \quad (2.82)$$

Y tomando su primer momento, para protones,

$$\Gamma_1^p \equiv \int_0^1 g_1(x) dx = \frac{1}{9} \left[\frac{3}{4} a_3 + \frac{1}{4} a_8 + a_0 \right], \quad (2.83)$$

donde

$$\begin{aligned} a_3 &= \int_0^1 dx \Delta q_3(x), \\ a_8 &= \int_0^1 dx \Delta q_8(x), \\ a_0 &= \Delta \Sigma \equiv \int_0^1 dx \Delta \Sigma(x). \end{aligned} \quad (2.84)$$

Los valores de a_3 y a_8 son conocidos de mediciones de decaimiento beta:

$$a_3 \equiv g_A = 1,2670 \pm 0,0035 \quad a_8 = 0,585 \pm 0,025. \quad (2.85)$$

Por esta razón, al medir Γ_1^p , ec. (2.83), se puede conocer el valor del singlete de sabor a_0 . De esta forma el resultado que obtuvo la colaboración europea EMC (European Muon Collaboration) [48] fue:

$$a_0^{EMC} \simeq 0. \quad (2.86)$$

Pero en el modelo partónico naive:

$$a_0 = \Delta \Sigma = a_8 + 3(\Delta s + \Delta \bar{s}) \quad (2.87)$$

donde $\Delta\Sigma$ está dado en la ec. (2.81).

En 1974 Ellis y Jaffe [49] sugirieron que se puede ignorar la contribución de los quarks extraños ($\Delta s + \Delta\bar{s}$) implicando que

$$a_0 \simeq a_8 \simeq 0,59. \quad (2.88)$$

Por lo tanto las expresiones para los momentos según Ellis y Jaffe serán:

$$\Gamma_1^{p(EJ)} \simeq \frac{1}{9} \left[\frac{3}{4}a_3 + \frac{1}{4}a_8 + a_8 \right] \simeq 0,188 \quad (2.89)$$

$$\Gamma_1^{n(EJ)} \simeq \frac{1}{9} \left[-\frac{3}{4}a_3 + \frac{1}{4}a_8 + a_8 \right] \simeq -0,023 \quad (2.90)$$

Este resultado de Ellis y Jaffe está obviamente en claro desacuerdo con los resultados de EMC en la ec. (2.86) lo que despertó gran interés en el resultado de EMC, aunque rápidamente se vislumbraron consecuencias más serias.

Consideremos el significado físico de $\Delta\Sigma(x)$, $q_{\pm}(x)$ contabiliza el número de quarks de fracción de momento x con componente de spin $\pm\frac{1}{2}$ a lo largo de la dirección de movimiento del protón (digamos en la dirección z), entonces la contribución de un quark de un dado sabor a J_z está dada por

$$\begin{aligned} \langle S_z \rangle &= \int_0^1 dx \left\{ \left(\frac{1}{2} \right) q_+(x) + \left(\frac{-1}{2} \right) q_-(x) \right\} \\ &= \frac{1}{2} \int_0^1 dx \Delta q(x). \end{aligned} \quad (2.91)$$

Pero entonces ,

$$a_0 = 2\langle S_z^{quarks} \rangle, \quad (2.92)$$

donde $\langle S_z^{quarks} \rangle$ es la contribución a J_z del spin de todos los quarks y antiquarks.

En un modelo con constituyentes no-relativistas uno podría esperar que todo el spin del protón sea debido al spin de sus quarks. Pero en un modelo relativista más realista uno espera que $2\langle S_z^{quarks} \rangle \approx 0,6$ [50], más cercano al valor esperado despreciando la contribución de la polarización extraña en ec. (2.87) aunque con gran discrepancia con el valor de EMC para a_0 en la ec. (2.86).

Fue esta discrepancia entre las contribuciones del spin de quarks al momento angular del protón calculadas en ambos modelos, relativistas y no-relativistas, lo que se denominó “*Crísis de spin* en el modelo partónico ” [51].

La interpretación naive del experimento de EMC se basa en considerar la fracción del spin llevado por los quarks como a_0 en la aproximación de quarks libres. Sin embargo la situación cambia drásticamente al incluir las interacciones.

2.2.1. La función de estructura g_1 y distribuciones de partones.

Volvamos a centrarnos en las funciones de estructura. Es sabido que $g_1(x, Q^2)$ puede ser descompuesta en una componente de sabor no singlete (NS) y una singlete (S) [52]:

$$g_1(x, Q^2) = g_{1,NS}(x, Q^2) + g_{1,S}(x, Q^2), \quad (2.93)$$

donde la componente no singlete $g_{1,NS}$ se expresa como,

$$g_{1,NS} = \frac{1}{2} \sum_q (e_q^2 - \langle e^2 \rangle) (\Delta q), \quad (2.94)$$

con $\langle e^2 \rangle = \frac{1}{f} \sum_q e_q^2$, siendo f es el número de sabores. Por lo tanto para cumplir con la ecuación (2.93) la componente singlete debe ser

$$g_{1,S} = \frac{1}{2} \langle e^2 \rangle \sum_q (\Delta q) \equiv \frac{1}{2} \langle e^2 \rangle \Delta \Sigma. \quad (2.95)$$

En la última ecuación se ha definido la combinación singlete $\Delta \Sigma$ como la suma sobre quarks y antiquarks (generalmente los sabores livianos u, d, s , mientras que las contribuciones de quarks pesados c, b y t son calculados perturbativamente).

La dependencia en Q^2 de las funciones de estructura y distribuciones partónicas polarizadas se introduce dinámicamente debido a los procesos de radiación de gluones $q \rightarrow qg$ y de gluones en el estado inicial $g \rightarrow q\bar{q}$, al orden logarítmico dominante (LO) de QCD. Tales correcciones se muestran en la figura (2.15).

Una de las principales contribuciones que aporta la QCD es la aparición de distribuciones de gluones en el nucleón en la forma $\Delta g(x, Q^2)$, la cuál es la distribución

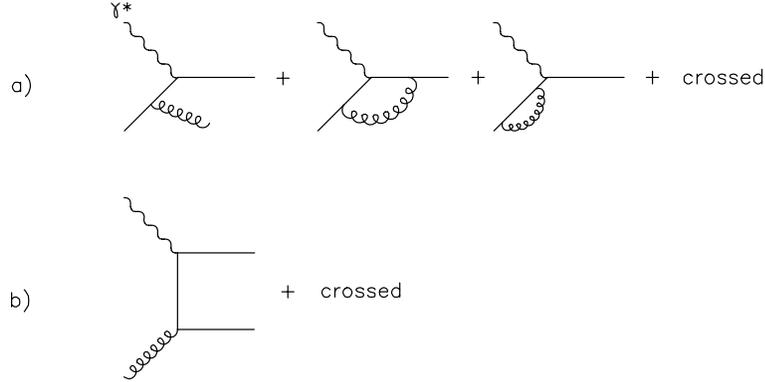


Figura 2.15: Subprocesos partónicos $\gamma^* q \rightarrow gq$ y $\gamma^* g \rightarrow q\bar{q}$.

polarizada de gluones longitudinalmente. Para cada estado de polarización se puede atribuir una densidad gluónica $g_+(x, Q^2)$ y $g_-(x, Q^2)$. La distribución de gluón no polarizada está dada por $g(x, Q^2) = g_+(x, Q^2) + g_-(x, Q^2)$, mientras que Δg se define como $\Delta g(x, Q^2) = g_+(x, Q^2) - g_-(x, Q^2)$. Las distribuciones de partones con helicidad definida $f_{\pm}(x, Q^2)$, $f = q, \bar{q}, g$, son por definición definidas positivas y sus diferencias Δf tienen que satisfacer [46]

$$|\Delta f(x, Q^2)| \leq f(x, Q^2). \quad (2.96)$$

Si bien a LO la distribución de gluón no contribuye directamente a la función de estructura $g_1(x, Q^2)$ (lo hace a través de las ecuaciones de evolución DGLAP), es un singlete de sabor como $\Delta\Sigma(x, Q^2)$, ya que cada sabor de quarks sin masa es producido por gluones en la misma proporción.

Ahora bien, sólo las combinaciones de valencia no singletes de sabor Δq_{NS} [= $\delta u - \delta\bar{u}, \delta d - \delta\bar{d}, (\delta u + \delta\bar{u}) - (\delta d + \delta\bar{d}), (\delta u + \delta\bar{u}) + (\delta d + \delta\bar{d}) - 2(\delta s + \delta\bar{s})$, etc.], evolucionan de la misma manera a LO:

$$\frac{d}{dt} \Delta q_{NS}(x, Q^2) = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \Delta P_{NS}^{(0)} \otimes \Delta q_{NS}, \quad (2.97)$$

donde $t = \ln \frac{Q^2}{Q_0^2}$, con Q_0^2 la escala inicial y tal que :

$$\frac{\alpha_s(Q^2)}{4\pi} \simeq \frac{1}{\beta_0 \ln \frac{Q^2}{\Lambda_{LO}^2}}, \quad (2.98)$$

donde $\beta_0 = 11 - \frac{2}{3}f$. Donde hemos introducido la convolución \otimes dada por

$$(P \otimes q)(x, Q^2) = \int_x^1 \frac{dy}{y} P\left(\frac{x}{y}\right) q(y, Q^2). \quad (2.99)$$

con motivo de simplificar las expresiones.

La función de separación no singlete a LO,

$$\Delta P_{NS}^{(0)}(x) = \Delta P_{qq}^{(0)}(x) \equiv P_{q\uparrow q\uparrow}^{(0)} - P_{q\downarrow q\uparrow}^{(0)}, \quad (2.100)$$

donde $P_{q\uparrow(\downarrow)q\uparrow}^{(0)}$ corresponde a transiciones de un quark con helicidad positiva a uno con helicidad positiva (negativa), está dada por:

$$\Delta P_{qq}^{(0)}(x) = P_{qq}^{(0)}(x) = C_F \left(\frac{1+x^2}{1-x} \right)_+. \quad (2.101)$$

donde recordemos que el subíndice $+$ se refiere a las distribuciones definidas en las ecs. (2.49-2.50).

Centrando nuevamente la atención en la ecuación (2.101) podemos notar el hecho de que $P_{qq}^{(0)}$ es igual a la función de separación no polarizada, esto es debido a que $P_{q\downarrow q\uparrow}^{(0)} = 0$ como consecuencia de la conservación de helicidad.

Las ecuaciones integro-diferenciales de evolución a LO para el sector singlete de sabor son acopladas y vienen dadas por:

$$\frac{d}{dt} \Delta \Sigma(x, Q^2) = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} (\Delta P_{qq}^{(0)} \otimes \Delta \Sigma + 2f \Delta P_{qq}^{(0)} \otimes \Delta g), \quad (2.102)$$

$$\frac{d}{dt} \Delta g(x, Q^2) = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} (\Delta P_{gq}^{(0)} \otimes \Delta \Sigma + \Delta P_{gg}^{(0)} \otimes \Delta g). \quad (2.103)$$

La resolución de estas ecuaciones se puede realizar de forma más sencilla considerando la *transformada de Mellin* [53]. Dicha transformada para una dada función $f(x)$ se define de acuerdo con:

$$f^N = \int_0^1 dx x^{N-1} f(x). \quad (2.104)$$

Ciertamente las ecuaciones de evolución de DGLAP se tornan más sencillas en este espacio de momentos. Observemos que la convolución (2.99) que aparece en las

ecuaciones (2.97), (2.102) y (2.103) se factoriza en simples productos ordinarios,

$$\begin{aligned} \int_0^1 dx x^{n-1} f \otimes g &\equiv \int_0^1 dx x^{n-1} \int_x^1 \frac{dy}{y} f(y) g\left(\frac{x}{y}\right) \\ &= \int_0^1 dx x^{n-1} \int_0^1 dy dz \delta(x - zy) f(y) g(z) = f^n g^n. \end{aligned} \quad (2.105)$$

Así las ecuaciones a LO en el espacio de momentos para los sectores singlete y no singlete se reescriben de la forma:

$$\frac{d}{dt} \Delta q_{NS}^n(Q^2) = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \Delta P_{qq}^{(0)n} \Delta q_{NS}^n(Q^2), \quad (2.106)$$

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \Delta \Sigma^n(Q^2) \\ \Delta g^n(Q^2) \end{pmatrix} = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \begin{pmatrix} \Delta P_{qq}^{(0)n} & 2f \Delta P_{qg}^{(0)n} \\ \Delta P_{gq}^{(0)n} & \Delta P_{gg}^{(0)n} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta \Sigma^n(Q^2) \\ \Delta g^n(Q^2) \end{pmatrix}, \quad (2.107)$$

donde $\Delta P_{ij}^{(0)n}$ son simplemente los momentos n -ésimos de las funciones de separación $\Delta P_{ij}^{(0)}$.

Las ecuaciones de evolución (2.106) y (2.107) en el espacio de momentos se las conocen como *ecuaciones del grupo de renormalización* [54]. Los momentos $\Delta P_{ij}^{(0)n}$ están relacionados con la *dimensión anómala* ⁶ ya que determina la dependencia logarítmica en Q^2 de los momentos de las distribuciones partónicas y por lo tanto de g_1 .

La solución a la ecuación (2.106) es directa:

$$\Delta q_{NS}^n(Q^2) = L^{-\frac{2}{\beta_0} \Delta P_{qq}^{(0)n}} \Delta q_{NS}^n(Q_0^2), \quad (2.108)$$

con $L(Q^2) \equiv \alpha_s(Q^2)/\alpha_s(Q_0^2)$, y $\Delta q_{NS}^n(Q_0^2)$ es la combinación NS apropiada de densidad de partones a una escala fija Q_0^2 .

La solución de las ecuaciones acopladas del sector singlete es formalmente similar a (2.108):

$$\begin{pmatrix} \Delta \Sigma^n(Q^2) \\ \Delta g^n(Q^2) \end{pmatrix} = L^{-\frac{2}{\beta_0} \Delta \hat{P}^{(0)n}} \begin{pmatrix} \Delta \Sigma^n(Q_0^2) \\ \Delta g^n(Q_0^2) \end{pmatrix}, \quad (2.109)$$

⁶La dimensión anómala $\Delta\gamma^n$, definida usualmente como una expansión en $\frac{\alpha_s}{4\pi}$, $\Delta\gamma^n = \frac{\alpha_s}{4\pi} \Delta\gamma^{(0)n} + (\frac{\alpha_s}{4\pi})^2 \Delta\gamma^{(1)n} + \dots$, en términos de LO (1-loop) $\Delta\gamma^{(0)n}$ y NLO (2-loop) $\Delta\gamma^{(1)n}$, están relacionadas con ΔP^n vía $\Delta P_{ij}^{(0)n} = -\frac{1}{4} \Delta\gamma_{ij}^{(0)n}$, $\Delta P_{ij}^{(1)n} = -\frac{1}{8} \Delta\gamma_{ij}^{(1)n}$, etc. donde las funciones de separación a 2-loop $\Delta P_{ij}^{(1)}$ son importantes para la evolución a NLO.

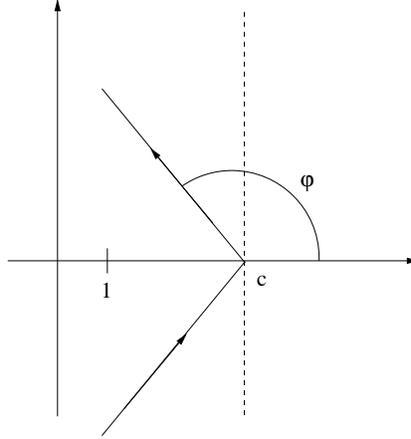


Figura 2.16: Contorno de integración en el espacio N para invertir la transformada de Mellin.

donde $\Delta\hat{P}^{(0)n}$ refiere a la matriz de 2×2 de las funciones de separación en la ec. (2.107).

Para obtener la dependencia en x de las funciones de estructura y las distribuciones partónicas, es necesario realizar una integral numérica con el objetivo de invertir la transformación de Mellin (2.104):

$$f(x, Q^2) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} dz \operatorname{Im} \left[e^{i\varphi} x^{-c-ze^{i\varphi}} f^{n=c+ze^{i\varphi}}(Q^2) \right], \quad (2.110)$$

donde el contorno de integración, y por lo tanto el valor de c , tiene que estar a la derecha de todas las singularidades de $f^n(Q^2)$ en el plano complejo, por ej. $c > 0$ dado que el polo dominante de todas las δP_{ij}^n está localizado en $n = 0$. La figura (2.16) esquematiza este contorno de integración. Trataremos este punto con más detalle en la sección 3.3.

2.2.2. Órdenes superiores.

Los resultados a LO discutidos hasta aquí son originados al calcular las contribuciones logarítmicas $O(\alpha_s)$ de los subprocessos partónicos $\gamma * q \rightarrow gq$ y $\gamma * g \rightarrow q\bar{q}$ al

término de orden cero desnudo $\gamma * q \rightarrow q$ de g_1 (figura (2.15)):

$$g_1(x, Q^2) = \frac{1}{2} \sum_{q, \bar{q}} e_q^2 \left\{ \Delta q_0(x) + \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} \Delta q_0(y) \left[t \Delta P_{qq}^{(0)}\left(\frac{x}{y}\right) + \Delta f_q\left(\frac{x}{y}\right) \right] \right\} \\ + \frac{1}{2} \left(\sum_{q, \bar{q}} e_q^2 \right) \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} \Delta g_0(y) \left[t \Delta P_{qg}^{(0)}\left(\frac{x}{y}\right) + \Delta f_g\left(\frac{x}{y}\right) \right], \quad (2.111)$$

donde Δq_0 y Δg_0 son las distribuciones desnudas no renormalizadas, dependientes de la escala. Las funciones f_q y f_g son las llamadas funciones coeficientes porque están relacionadas con términos independientes del $\ln Q^2$ y con los coeficientes de Wilson usualmente introducidos por la expansión de productos de operadores (OPE). En el LO se asume que dominan los términos de la forma $t = \ln \frac{Q^2}{Q_0^2}$ (donde Q_0 es una escala de corte arbitraria) los cuáles son independientes del esquema de regularización adoptado.

La ecuación (2.111) carece de sentido físico dado que Q_0^2 es una escala completamente arbitraria. Por lo tanto es necesario “vestir” (renormalizar) la distribución de quarks:

$$\Delta q(x, Q^2) \equiv \Delta q_0(x) + \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} t (\Delta q_0 \otimes \Delta P_{qq}^{(0)} + \Delta g_0 \otimes \Delta P_{qg}^{(0)}), \quad (2.112)$$

análogamente para la distribución de gluones $\Delta g(x, Q^2)$.

Como es sabido el cálculo a LO es en general insuficiente, ya que ni el parámetro Λ en $\alpha_s(Q^2)$ puede ser definido sin ambigüedad a este orden, ni uno puede probar la fiabilidad de los resultados y es necesario al menos el cálculo al orden siguiente al dominante NLO. Al considerar este orden, deben ser incluidos los términos finitos $\Delta f_{q,g}$ en la ecuación (2.111), así como también las contribuciones de dos loops a las funciones de separación $\Delta P_{ij}^{(1)}(x)$. Estas cantidades adicionales dependen del esquema de regularización que uno utilice para tratar las divergencias. Por conveniencia a la hora de calcular generalmente se escoge la regularización dimensional en $D = 4 - 2\epsilon$

dimensiones, con lo cual se obtiene:

$$\begin{aligned}
g_1(x, Q^2) = & \frac{1}{2} \sum_{q, \bar{q}} e_q^2 \left\{ \Delta q_0(y) + \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} \Delta q_0(x) \left[\left(\ln \frac{Q^2}{\mu^2} - \frac{1}{\epsilon} + \gamma_E - \ln 4\pi \right) \right. \right. \\
& \left. \left. \Delta P_{qq}^{(0)}\left(\frac{x}{y}\right) + \Delta C_q\left(\frac{x}{y}\right) \right] \right\} \\
& + \frac{1}{2} \left(\sum_{q, \bar{q}} e_q^2 \right) \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} \Delta g_0(y) \left[\left(\ln \frac{Q^2}{\mu^2} - \frac{1}{\epsilon} + \gamma_E - \ln 4\pi \right) \right. \\
& \left. \Delta P_{qg}^{(0)}\left(\frac{x}{y}\right) + \Delta C_g\left(\frac{x}{y}\right) \right], \quad (2.113)
\end{aligned}$$

donde el parámetro de regularización μ usualmente se elige para que sea Q , y donde ΔC_j son los coeficientes de Wilson. Por lo tanto se definen las distribuciones de quarks renormalizadas como:

$$\Delta q(x, Q^2) \equiv \Delta q_0 + \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \left(\ln \frac{Q^2}{\mu^2} - \frac{1}{\epsilon} + \gamma_E - \ln 4\pi \right) (\Delta q_0 \otimes \Delta P_{qq}^{(0)} + \Delta g_0 \otimes \Delta P_{qg}^{(0)}), \quad (2.114)$$

y similarmente para la densidad de gluones.

La ecuación (2.114) se refiere al esquema de factorización de *Mínima Substracción Modificada* \overline{MS} , donde el término $\gamma_E - \ln 4\pi$ es absorbido, junto con $-\frac{1}{\epsilon}$ en la definición de la distribución $\Delta q(x, Q^2)$. Dentro de este esquema las contribuciones a NLO de la función de estructura polarizada g_1 vienen dadas por:

$$\begin{aligned}
g_1(x, Q^2) = & \frac{1}{2} \sum_q e_q^2 \{ \Delta q(x, Q^2) + \Delta \bar{q}(x, Q^2) \} \\
& + \frac{1}{2} \sum_q e_q^2 \left\{ \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} [\Delta C_q \otimes (\Delta q + \Delta \bar{q}) + 2\Delta C_g \otimes \Delta g] \right\} \quad (2.115)
\end{aligned}$$

Las distribuciones partónicas a NLO evolucionan de acuerdo con ecuaciones de evolución a NLO, donde se tienen en cuenta las funciones de separación de dos loops $\Delta P_{ij}^{(1)}$. Debemos generalizar las ecuaciones (2.97), (2.102) y (2.103) teniendo en cuenta ahora que la función de separación a dos loops $\Delta P_{ij}^{(1)}$ permite transiciones entre quarks y antiquarks y entre diferentes sabores de quarks como se esquematiza en la figura (2.17). De esta manera tenemos para el no singlete de sabor a NLO:

$$\frac{d}{dt} \Delta q_{NS\pm}(x, Q^2) = \Delta P_{NS\pm} \otimes \Delta q_{NS\pm}, \quad (2.116)$$

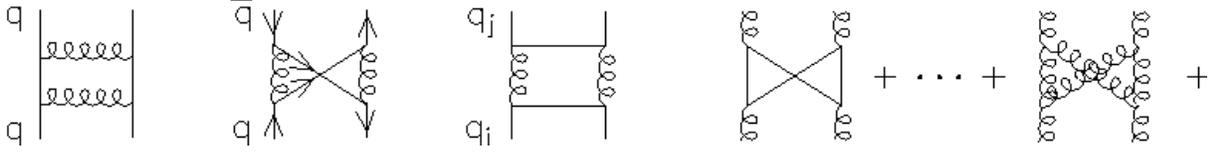


Figura 2.17: Diagramas de los subprocesos partónicos relevantes para las funciones de separación $\Delta P_{ij}^{(1)}(x)$.

donde $\Delta P_{NS\pm}$ es:

$$\Delta P_{NS\pm} = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \Delta P_{qq}^{(0)}(x) + \left(\frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi}\right)^2 \Delta P_{NS\pm}^{(1)}(x), \quad (2.117)$$

y donde $\alpha_s(Q^2)$ es la constante de acoplamiento calculada a NLO [55].

Debido a las transiciones entre diferentes sabores ($u \rightarrow d$, $u \rightarrow \bar{s}$, etc) y mezcla de $q\bar{q}$ que aparecen en diagramas de dos loops de orden α_s^2 , existen dos ecuaciones de evolución del no singlete de sabor independientes a NLO. Por lo tanto, Δq_{NS+} corresponde a combinaciones no singlete $\Delta u - \Delta \bar{u} \equiv \Delta u_v$ y $\Delta d - \Delta \bar{d} \equiv \Delta d_v$, mientras que Δq_{NS-} corresponde a las combinaciones $\Delta q + \Delta \bar{q}$. Para el caso del esquema de factorización \overline{MS} las funciones de separación de dos loops del caso polarizado, coinciden con las del caso no polarizado $\Delta P_{NS\pm}^{(1)} = P_{NS\pm}^{(1)}$.

Las ecuaciones de evolución a NLO del singlete de sabor son similares a las de LO:

$$\frac{d}{dt} \Delta \Sigma(x, Q^2) = \Delta \hat{P} \otimes (\Delta \Sigma + \Delta g) \quad (2.118)$$

$$\frac{d}{dt} \Delta g(x, Q^2) = \Delta \hat{P} \otimes (\Delta \Sigma + \Delta g), \quad (2.119)$$

donde

$$\Delta \hat{P} = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \Delta \hat{P}^{(0)}(x) + \left(\frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi}\right)^2 \Delta \hat{P}^{(1)}(x), \quad (2.120)$$

con $\Delta \hat{P}^{(0)}(x)$ la matriz de 2×2 del LO y $\Delta \hat{P}^{(1)}(x)$ una matriz de 4×4 que contiene las funciones de separación de dos loops $\Delta P_{ij}^{(1)}$, $ij = q, g$. Como el caso del LO es conveniente trabajar en el espacio de los momentos de la transformada de Mellin para poder resolverlas analíticamente.

Veamos ahora las contribuciones gluónicas a NLO. Se puede demostrar que en el límite de Bjorken, para el caso longitudinalmente polarizado, se involucra la versión gluónica del triángulo anómalo de Adler [56], Bell y Jackiw [57] mostrado en la figura (2.18). El resultado neto de esta contribución anómala al singlete de sabor a_0 [58]

$$\begin{aligned} a_0^{gluones}(Q^2) &= -3 \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \int_0^1 dx \Delta G(x, Q^2) \\ &\equiv -3 \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \Delta G(Q^2). \end{aligned} \quad (2.121)$$

Nótese que el factor 3 corresponde al número de sabores de quarks livianos: u, d, s , los sabores pesados no contribuyen.

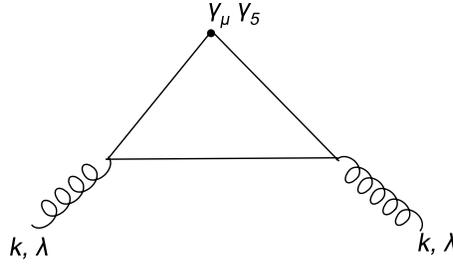


Figura 2.18: Diagrama de Feynman responsable de la anomalía.

Por lo tanto, existe una contribución gluónica al primer momento de g_1 :

$$\Gamma_1^{\text{gluónico}}(Q^2) = -\frac{1}{3} \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \Delta G(Q^2)! \quad (2.122)$$

Este resultado es de fundamental importancia. Esto implica que la fórmula del modelo partónico para a_0 (y por lo tanto para Γ_1^p) en términos de Δq_f es incompleta y debería ser:

$$a_0 = \Delta\Sigma - 3 \frac{\alpha_s}{2\pi} \Delta G. \quad (2.123)$$

Sin embargo debe notarse que el resultado de la ec. (2.123) depende del esquema de factorización utilizado. La ec. (2.123) es correcta en los esquemas AB y JET, pero en el esquema \overline{MS} la contribución gluónica a a_0 es cero. Ahora la crisis de spin emerge de comparar $\Delta\Sigma$ con lo que esperaríamos si los spins de los quarks dominaran

el momento angular del nucleón. Pero a NLO, en el esquema \overline{MS} , $\Delta\Sigma$ varia con Q^2 , y uno podría argumentar que no puede ser interpretado directamente como la contribución de spin de los quarks. La conclusión es que el pequeño valor medido de a_0 no necesariamente implica que $\Delta\Sigma$ sea pequeño.

2.2.3. Resultados experimentales.

Los primeros resultados experimentales se obtuvieron en 1976 en SLAC en el experimento E80. Aquí los electrones tenían energías de 6 a 13 GeV y colisionaban contra un blanco de butanol polarizado. En promedio la polarización de los electrones y del blanco eran del 50 % y 60 % respectivamente. Aunque el experimento era limitado en varios aspectos fue posible determinar la asimetría A_1 (ec. (2.68)) del protón para varios valores de x entre 0,1 y 0,5, y valores de Q^2 alrededor de 2 GeV². Si bien las incertezas son grandes, los valores obtenidos estaban en acuerdo con los valores predichos por el modelo de quarks y partones. En 1983, se llevó a cabo un segundo experimento en SLAC (E130), donde la energía de los electrones era de 23 GeV. La polarización del haz de electrones se incrementó al 80 % y se extendió el rango de x de 0,2 a 0,65 y Q^2 de 3,5 a 10 GeV². Se muestran los resultados experimentales para E80 y E130 en la figura (2.19).

El promedio del primer momento [59]:

$$\Gamma_1^p(< Q^2 > \simeq 4 \text{ GeV}^2) = 0,17 \pm 0,05 \quad (\text{SLAC E80, E130}) \quad (2.124)$$

estaba en acuerdo con el valor $(\frac{5}{9})$ del modelo de quarks de SU(6) [60] y la regla de suma de Ellis-Jaffe [49] de la ec. (2.89) que discutimos en la sección anterior. Igualmente debemos notar que el resultado en la ec. (2.124) tiene grandes incertezas debido principalmente a la extrapolación de valores de x que no han sido medidos, en particular para $x \rightarrow 0$. Afortunadamente se desarrollaron en CERN una serie de experimentos donde se pudieron medir valores para x mas pequeños ($0,01 \leq x \leq 0,1$).

En el experimento EMC llevado a cabo en el CERN se colisionaba un haz de muones polarizados, con energías $E_\mu = 100 - 200$ GeV, contra un blanco polarizado de amoníaco (NH_3). Debido a la gran energía del haz de muones se alcanzaron valores de x tan pequeños como 0,01. La polarización de estos muones era cercana al 80 %.

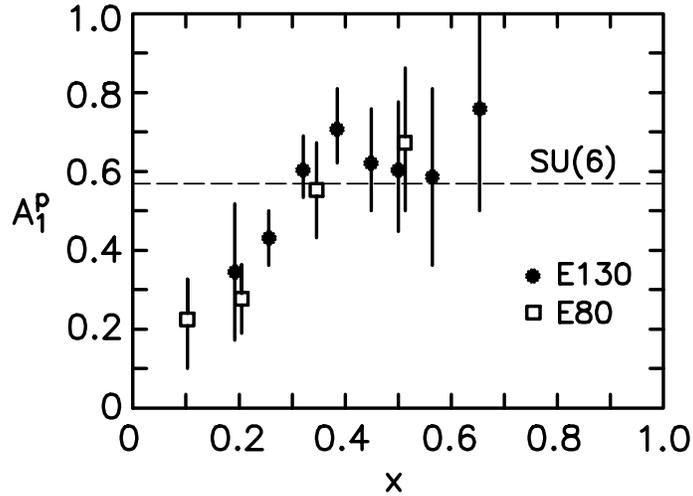


Figura 2.19: Resultados experimentales para la asimetría A_1 . Los datos corresponden a los experimentos E80 y E130 realizados en SLAC.

Los resultados mostraron acuerdo con las mediciones de SLAC para la región de valores de x grandes, pero sorprendentemente para valores pequeños de x se hallaron valores de la asimetría por debajo de lo predicho por Ellis y Jaffe y el modelo naive de partones. En la figura (2.20) se muestran los datos combinados de SLAC y CERN para la función de estructura g_1^p . El primer momento para la función de estructura:

$$\Gamma_1^p(\langle Q^2 \rangle) = 0,126 \pm 0,010 \pm 0,015 \quad (\text{EMC, SLAC}) \quad (2.125)$$

donde el primer error indica el error estadístico mientras que el segundo es el error sistemático producto de la extrapolación a $x \rightarrow 0$.

Los experimentos demostraron que la regla de suma de Ellis-Jaffe (véase la ec. (2.89)) es violada implicando, dentro del modelo de partones, que la contribución de spin de los quarks $\Delta\Sigma$ al spin del protón es pequeña.

Otro de los grandes logros del experimento de CERN, fue realizado por el grupo SMC quienes determinaron la función de estructura g_1^n para el neutrón. Esto se logró cambiando el blanco de amoníaco por uno de butanol. En el butanol los únicos nucleones polarizados son los protones (12%) y los deuterones (19%), así se pudo inferir información del neutrón a través de la diferencia $g_1^d - g_1^p$. $g_1^n(x, Q^2)$ puede

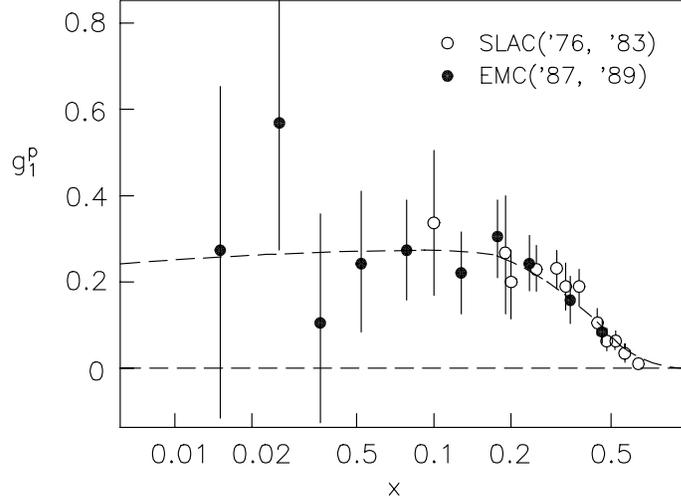


Figura 2.20: Resultados experimentales para la función de estructura g_1^p . Los datos corresponden a los experimentos en SLAC y CERN.

obtenerse por medio de la relación

$$g_1^d(x, Q^2) = \frac{1}{2}[g_1^p(x, Q^2) + g_1^n(x, Q^2)](1 - \frac{3}{2}w_D), \quad (2.126)$$

donde $w_D (\simeq 0,058)$ proviene de la mezcla del estado D de la función de onda del deuterón. La figura (2.21) presenta los resultados para g_1^n dando un primer momento:

$$\Gamma_1^n(Q^2 = 5 \text{ GeV}^2) = -0,08 \pm 0,04 \pm 0,04 \quad (SMC) \quad (2.127)$$

el cual se desvía de el valor esperado por Ellis-Jaffe $\Gamma_1^n = -0,002 \pm 0,005$.

Estos sorprendentes resultados estimularon a un gran trabajo teórico y experimental acerca de las funciones de estructura. La siguiente generación de experimentos se dieron en CERN, en SLAC y principalmente en DESY por la colaboración HERMES. Redujeron notablemente la incerteza sistemática y estadística de las mediciones y extendieron el rango cinemático a $x = 0,003$. Por el lado teórico se interpretó la violación de la regla de Ellis-Jaffe en el modelo de partones como debida a la contribución positiva de la distribución de gluones y/o una contribución negativa de la distribución de quark strange. Esto es:

$$\Gamma_1^{(p,n)} = \Gamma_1^{(p,n)(EJ)} + \frac{1}{3}(\Delta s + \Delta \bar{s}) + \Gamma_1^{\text{gluónico}}(Q^2) \quad (2.128)$$

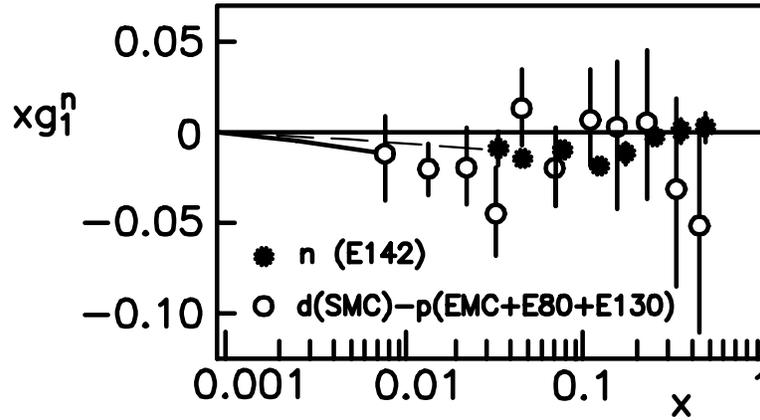


Figura 2.21: Resultados experimentales para la función de estructura g_1^n en función de x para $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$. Los círculos llenos se corresponden con datos de SLAC del experimento E142.

tal que para lograr un acuerdo, Δs debería ser del orden de $\Delta s \simeq -0,09$ o bien Δg ($Q^2 = 10 \text{ GeV}^2$) $\simeq 5$, lo cuál sería antinatural.

Finalmente se desarrolló un programa experimental para el estudio del spin en el Colisionador de hadrones pesados relativistas (RHIC) en el Laboratorio Nacional de Brookhaven (BNL). En RHIC se colisionan haces de protones cada uno con energía de 250 GeV, ambos polarizados alrededor del 70 %. Debido a su gran luminosidad del orden de $\sim 10^{32} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-2}$ (correspondiente a una luminosidad integrada de alrededor de 800 pb^{-1}) las colisiones de protón-protón en RHIC juegan un rol decisivo para medir la densidad de gluones polarizados. Esto puede alcanzarse o bien por producción de piones ($pp \rightarrow \pi + X$) o via producción de jets ($pp \rightarrow \text{Jet} + X$). Mas aún, también será posible estudiar las funciones de distribución transversal. Uno de los más recientes análisis acerca de las distribución de partones, utilizando datos de RHIC recientes, es del grupo DSSV [40]. Obtuvieron que en la región medida (bajos valores de x) la distribución de gluones Δg es pequeña.

Capítulo 3

Resumación

El objetivo del presente capítulo es el de introducir el formalismo de la técnica de resumación a través de los procesos de Drell-Yan y el de DIS. Estos procesos nos servirán como pilares para analizar algunos detalles importantes y luego para extender la técnica de resumación a diversos procesos, como por ejemplo el proceso semi-inclusivo de colisión de dos protones que da lugar a la formación de un hadrón.

3.1. El proceso de Drell-Yan

Estudiaremos a NLO un proceso particularmente sencillo con motivo de ilustrar la técnica de resumación. Dicho proceso, llamado de Drell-Yan, consiste en la interacción de dos hadrones a través de un bosón de gauge, como por ejemplo un fotón, creando un par leptónico. Esto es simplemente (ver figura 3.1):

$$H_1(P_1) + H_2(P_2) \rightarrow l^+ l^-, \quad (3.1)$$

donde H_1 y H_2 son los hadrones que colisionan con momentos P_1 y P_2 respectivamente. Q es el momento del fotón virtual y l^+ , l^- son los leptones del estado final. Para este proceso se suele definir la variable x como:

$$x \equiv \frac{Q^2}{S}, \quad (3.2)$$

donde $S = (P_1 + P_2)^2$ es el invariante usual Mandelstam que puede ser interpretado como la energía de centro de masa. Es claro que la ec. (3.2) representa la fracción de energía que los hadrones transfieren al fotón y por lo tanto, $0 \leq x \leq 1$.

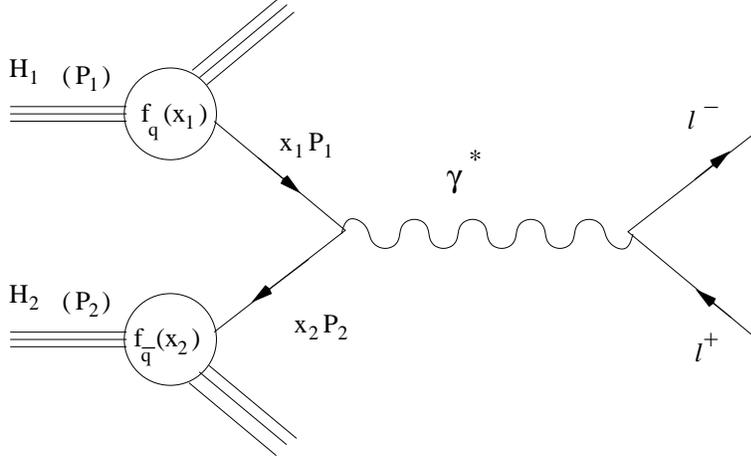


Figura 3.1: Proceso de Drell Yan $H_1 H_2 \rightarrow l^+ l^-$.

De acuerdo con la expresión factorizada para la sección eficaz en la ec. (2.26), a LO la sección eficaz diferencial en Q^2 se expresa como:

$$\frac{d\sigma}{dQ^2}(x, Q^2) = \sum_i \int_0^1 dx_1 dx_2 [f_{q_i/H_1}(x_1, \mu^2) f_{\bar{q}_i/H_2}(x_2, \mu^2) + (1 \leftrightarrow 2)] \frac{d\hat{\sigma}_i}{dQ^2}, \quad (3.3)$$

donde

$$\frac{d\hat{\sigma}_i}{dQ^2} = \sigma_0^{DY}(Q^2, x) e_{q_i}^2 \delta(x_1 x_2 - x), \quad \sigma_0^{DY}(Q^2, x) = \frac{4\pi\alpha^2}{9Q^4} x. \quad (3.4)$$

Las funciones $f_{q_i/H_j}(x_j, \mu^2)$ ($f_{\bar{q}_i/H_j}(x_j, \mu^2)$) en las ec. (3.3) y (3.4) son las densidades partónicas de quarks (anti-quarks) de sabor i en el hadrón $j = 1, 2$ a la escala μ^2 , α es la constante de estructura fina y e_{q_i} es la fracción de carga eléctrica del quark q_i . Ahora si definimos la sección eficaz adimensional $\sigma(x, Q^2)$ como

$$\sigma^{DY}(x, Q^2) \equiv \frac{1}{\sigma_0^{DY}} \frac{d\sigma}{dQ^2}(x, Q^2), \quad (3.5)$$

y usamos la identidad

$$\delta(x_1 x_2 - x) = \int_0^1 dz \delta(1 - z) \delta(x_1 x_2 z - x), \quad (3.6)$$

las ecuaciones (3.3) y (3.4) se convierten en:

$$\begin{aligned}\sigma^{DY}(x, Q^2) &= \sum_i \int_0^1 dx_1 dx_2 dz [f_{q_i/H_1}(x_1, \mu^2) f_{\bar{q}_i/H_2}(x_2, \mu^2) + (1 \leftrightarrow 2)] e_{q_i}^2 C_{qq}(z) \delta(x_1 x_2 z - x) \\ &= \sum_i \int_x^1 \frac{dx_1}{x_1} \int_{x/x_1}^1 \frac{dx_2}{x_2} [f_{q_i/H_1}(x_1, \mu^2) f_{\bar{q}_i/H_2}(x_2, \mu^2) + (1 \leftrightarrow 2)] e_{q_i}^2 C_{qq}\left(\frac{x}{x_1 x_2}\right),\end{aligned}\quad (3.7)$$

donde $C_{qq}(z) = \delta(1 - z)$ es la función coeficiente de Drell-Yan a LO. De la primera de las ecuaciones (3.7), podemos observar que la nueva variable z introducida viene dada por,

$$z = \frac{x}{x_1 x_2}.\quad (3.8)$$

Esto quiere decir que a nivel partónico podemos pensar a z como la fracción de energía que los partones colisionantes transfieren al fotón virtual. A LO es claro que $z = 1$ como puede verse explícitamente de la segunda de las ecs. (3.7), dado que no hay emisión salvo la del fotón virtual. A órdenes más allá de LO, los partones extra radiados en el estado final pueden llevar algo de energía (por lo tanto $z < 1$) y contribuyen los canales de gluones.

La función coeficiente $C_{ab}(z)$ ($a, b = q, g$) a NLO recibe contribuciones infrarrojas. Las singularidades infrarrojas se cancelan (ver por ejemplo [31]). Las divergencias colineales pueden ser absorbidas en la redefinición de las densidades partónicas, por lo tanto incluyendo toda la dependencia de la física soft en las distribuciones de partones. Las densidades de partones a cierta escala están determinadas por un proceso de referencia y su dependencia con la escala está determinada por las ecuaciones de DGLAP (véase la sección 2.1.6). Sin embargo existe una ambigüedad en como definir el proceso de referencia, relacionado al hecho de que las divergencias colineales pueden ser factorizadas junto con los términos finitos. La elección de dichos términos finitos define el esquema de factorización. El más usual de los esquemas de factorización es el esquema \overline{MS} en el cuál la divergencia colineal (la cuál es en $d = 4 - 2\epsilon$ dimensiones un polo simple) es factorizada junto con los términos finitos $-\gamma_E + \log 4\pi$, donde $\gamma_E = 0,5772\dots$ es denominada Gama de Euler.

Ahora bien, para evitar contribuciones grandes en la serie perturbativa, las escalas de renormalización y de factorización se eligen del mismo orden que la escala del proceso Q^2 . Aquí por simplicidad escogeremos la escala de factorización μ^2 igual a la escala de renormalización μ_r^2 . A NLO la sección eficaz de Drell-Yan [30]:

$$\begin{aligned} \sigma^{DY}(x, Q^2) = \sum_i Q_{qi}^2 \int_x^1 \frac{dx_1}{x_1} \int_{x/x_1}^1 \frac{dx_2}{x_2} \left\{ [f_{q_i/H_1}(x_1, \mu^2) f_{\bar{q}_i/H_2}(x_2, \mu^2)] C_{qq} \left(z, \frac{Q^2}{\mu^2}, \alpha_s(\mu^2) \right) \right. \\ \left. + [f_{g/H_1}(x_1, \mu^2) (f_{q_i/H_2}(x_2, \mu^2) + f_{\bar{q}_i/H_2}(x_2, \mu^2))] C_{qg} \left(z, \frac{Q^2}{\mu^2}, \alpha_s(\mu^2) \right) + (1 \leftrightarrow 2) \right\} \end{aligned} \quad (3.9)$$

donde en el esquema \overline{MS} ,

$$\begin{aligned} C_{qq} \left(z, \frac{Q^2}{\mu^2}, \alpha_s(\mu^2) \right) = \delta(1-z) + \frac{\alpha_s(\mu^2)}{2\pi} \left\{ \frac{4}{3} \left[\left(\frac{2\pi^2}{3} - 8 \right) \delta(1-z) \right. \right. \\ \left. \left. + 4(1+z^2) \left[\frac{\log(1-z)}{1-z} \right]_+ - 2 \frac{1+z^2}{1-z} \log z \right] \right. \\ \left. + \frac{8}{3} \left[\frac{1+z^2}{[1-z]_+} + \frac{3}{2} \delta(1-z) \right] \log \left(\frac{Q^2}{\mu^2} \right) \right\}, \end{aligned} \quad (3.10)$$

y

$$\begin{aligned} C_{qg} \left(z, \frac{Q^2}{\mu^2}, \alpha_s(\mu^2) \right) = \frac{\alpha_s(\mu^2)}{2\pi} \left\{ \frac{1}{2} \left[(z^2 + (1-z)^2) \log \frac{(1-z)^2}{z} + \frac{1}{2} + 3z \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{7}{2} z^2 \right] + \frac{1}{2} [z^2 + (1-z)^2] \log \left(\frac{Q^2}{\mu^2} \right) \right\}, \end{aligned} \quad (3.11)$$

donde las distribuciones $+$ son las definidas en las ec. (2.49) y (2.50).

Hemos dado una breve introducción de los procesos de DIS y DY en esta sección y en la sección 2.1.6 respectivamente, y hemos discutido brevemente cómo calcular analíticamente a NLO las secciones eficaces inclusivas de ambos procesos. Sin embargo, en muchos casos, el cálculo a NLO puede resultar insuficiente.

En todo proceso que involucre contribuciones grandes de logaritmos donde aparezcan diferentes escalas, el cálculo más allá del NLO será necesario. En estos casos, dichos logaritmos deben ser resumados, siendo este el tema principal de la presente tesis. Un primer ejemplo de estas grandes contribuciones aparece en la ecuación (3.10). En efecto es fácil notar que dichas contribuciones se volverán grandes cuando $z \rightarrow 1$ para el canal quark-antiquark en el caso de DY (y para el canal de quark para la función de estructura F_2 en el caso de DIS). Estos términos son proporcionales a:

$$\alpha_s \left[\frac{\log(1-z)}{1-z} \right]_+, \quad \alpha_s \left[\frac{1}{1-z} \right]_+ \quad (3.12)$$

Los términos del tipo de la ec. (3.12) provienen de la cancelación infrarroja entre emisión real y virtual y puede ser demostrado que contribuciones del mismo tipo aparecen en todos los órdenes. Más aún, a orden $O(\alpha_s^n)$ hay contribuciones proporcionales a [62–64]:

$$\alpha_s^n \left[\frac{\log^m(1-z)}{1-z} \right]_+, \quad m \leq 2n-1. \quad (3.13)$$

Es habitual trabajar en el espacio de Mellin donde la contribución soft es de la forma:

$$\int_0^1 dz z z^{N-1} \left[\frac{\log^k(1-z)}{1-z} \right]_+ = \int_0^1 dz \frac{z^{N-1} - 1}{1-z} \log^k(1-z), \quad (3.14)$$

donde a N grandes es fácil probar que

$$\int_0^1 dz z z^{N-1} \left[\frac{\log^k(1-z)}{1-z} \right]_+ = \frac{(-1)k+1}{k+1} \log^{k+1} N + \mathcal{O}(\log^k N) \quad (3.15)$$

y por lo tanto, las contribuciones dominantes en el límite umbral son de la forma $\alpha_s^n \log^{2n} N$.

Estos términos también se vuelven importantes en el límite $z \rightarrow 1$ o $N \rightarrow \infty$ arruinando la validez de la expansión perturbativa de QCD a orden fijo aún cuando $\alpha_s \ll 1$ porque $\alpha_s^n \log^{2n} N$ no es necesariamente pequeño. Por esta razón, estos términos logarítmicos deben ser resumados a todos los órdenes de pQCD. El límite $z \rightarrow 1$ ($N \rightarrow \infty$) corresponde en general con el límite cinemático donde los partones emitidos son soft (como sucede en el caso de DY) o colineales (como sucede en DIS).

En el caso de DY si consideramos la contribución de la función coeficiente con n partones extra radiados con momentos k_1, \dots, k_n , la conservación del cuadrado de cuadrimomento ($p_1 + p_2 = Q + k_1 + \dots + k_n$) implica:

$$x_1 x_2 S(1-z) = \sum_{i,j=1}^n k_i \cdot k_j + 2 \sum_i^n Q \cdot k_i \quad (3.16)$$

$$= \sum_{i,j=1}^n k_i^0 k_j^0 (1 - \cos \theta_{ij}) + 2 \sum_i^n k_i^0 (\sqrt{Q^2 + |\vec{Q}|^2} - |\vec{Q}| \cos \theta_i), \quad (3.17)$$

donde θ_{ij} es el ángulo entre \vec{k}_i y \vec{k}_j y θ_i es el ángulo entre \vec{k}_i y \vec{Q} . Dado que todos los términos de la primer suma de la ec. (3.17) son positivos y los términos

$(\sqrt{Q^2 + |\vec{Q}|^2} - |\vec{Q}| \cos \theta_i)$ son positivos para todo valor de θ_i , en el límite $z = 1$ sólo puede alcanzarse la igualdad si $k_i^0 = 0$ para todo i . Esto significa que cuando z se aproxima a 1 todos los partones emitidos en el proceso de Drell-Yan son soft y que hemos alcanzado el umbral de energía para la producción de un fotón virtual o un bosón vectorial real.

En el caso de DIS a nivel partónico tenemos:

$$p + q = Q + k_1 + \cdots + k_n + k_{n+1}, \quad (3.18)$$

donde k_{n+1} es el momento del parton saliente del LO. Elevando al cuadrado la última ecuación se obtiene:

$$\frac{Q^2(1-z)}{z} = \sum_{i,j=1}^{n+1} k_i^0 k_j^0 (1 - \cos \theta_{ij}) \quad (3.19)$$

donde nuevamente θ_{ij} indica el ángulo entre \vec{k}_i y \vec{k}_j . La ec. (3.19) evaluada en el límite $z \rightarrow 1$ muestra que no solo puede haber partones soft radiados en el estado final sino que también pueden ser colineales ($\theta_{ij} = 0$).

La inclusión de los términos provenientes de $m = 2n$ define el orden logarítmico dominante (LL=leading logarithmic), la inclusión de los términos con $m = 2n - 1$ define el orden siguiente al logarítmico dominante (NLL=next-to-leading logarithmic) y así sucesivamente, (véase la sección 3.3).

Veremos que la forma de reorganizar e incluir a estos estos logaritmos en la serie perturbativa de forma sistemática conduce a la técnica de *Resumación*. Para ello necesitaremos la propiedad de exponenciación de los grandes logaritmos.

3.2. Exponenciación

La exponenciación de los grandes logaritmos soft y su resumación ha sido demostrada en QCD mediante la aproximación Eikonal [63] o gracias a las propiedades de factorización de la sección eficaz en el límite soft [62].

Primero consideraremos el caso más sencillo de QED (electrodinámica cuántica). En QED la exponenciación de los grandes logaritmos soft a sido probada gracias a la aproximación eikonal en la referencia [65]. Reportaremos aquí los pasos básicos de la

prueba para el caso de QED y daremos una breve descripción de la generalización al caso de QCD.

Consideremos una línea fermiónica con momento p' de un diagrama de Feynman genérico de QED como se muestra en la figura (3.2). Añadiremos n fotones soft a esta línea fermiónica con momentos k_1, \dots, k_n . Por el momento no nos preocuparemos si dichos fotones son externos, virtuales conectados entre sí, o virtuales conectados a otras líneas fermiónicas.

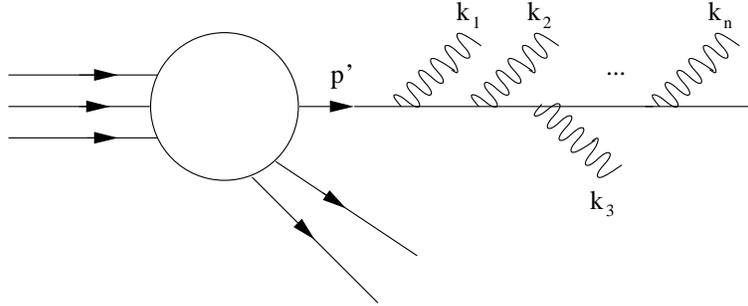


Figura 3.2: Diagrama de Feynman genérico de QED con una línea fermiónica con momento p' del cual se emiten n fotones soft.

La amplitud para tal diagrama en el límite soft tiene la siguiente estructura:

$$\bar{u}(p')(-ie\gamma^{\mu_1})\frac{i\not{p}'}{2p' \cdot k_1}(-ie\gamma^{\mu_2})\frac{i\not{p}'}{2p' \cdot (k_1 + k_2)} \dots (-ie\gamma^{\mu_n})\frac{i\not{p}'}{2p' \cdot (k_1 + \dots + k_n)}i\mathcal{M}_h \quad (3.20)$$

donde $e = -|e|$ es la carga del electrón y $i\mathcal{M}_h$ es la amplitud de la parte hard del proceso sin la línea fermiónica final que estamos considerando. Notemos que hemos despreciado la masa del electrón. Entonces usando la ecuación de Dirac $\bar{u}(p')\not{p}' = 0$ podemos llevar a \not{p}' hacia la izquierda:

$$\bar{u}(p')\gamma^{\mu_1}\not{p}'\gamma^{\mu_2}\not{p}' \dots \gamma^{\mu_n}\not{p}' = \bar{u}(p')2p'^{\mu_1}\gamma^{\mu_2}\not{p}' \dots \gamma^{\mu_n}\not{p}' = \bar{u}(p')2p'^{\mu_1}2p'^{\mu_2} \dots 2p'^{\mu_n}. \quad (3.21)$$

Entonces la ec. (3.20) se transforma en

$$e^n \bar{u}(p') \left(\frac{p'^{\mu_1}}{p' \cdot k_1} \right) \left(\frac{p'^{\mu_2}}{p' \cdot (k_1 + k_2)} \right) \dots \left(\frac{p'^{\mu_n}}{p' \cdot (k_1 + \dots + k_n)} \right) i\mathcal{M}_h. \quad (3.22)$$

Aún trabajando con una sola línea fermiónica final, debemos sumar sobre todos los posibles ordenamientos de los momentos k_1, \dots, k_n . Existen $n!$ diagramas diferentes

para sumar correspondientes a las $n!$ permutaciones de los n momentos de los fotones. Denotemos con P a una de tales permutaciones, por lo que $P(i)$ es el número entre 1 y n que tomará i . Ahora bien, usando la identidad

$$\sum_P \frac{1}{p \cdot k_{P(1)}} \frac{1}{p \cdot (k_{P(1)} + k_{P(2)})} \cdots \frac{1}{p \cdot (k_{P(1)} + \cdots + k_{P(n)})} = \frac{1}{p \cdot k_1} \cdots \frac{1}{p \cdot k_n}, \quad (3.23)$$

la suma sobre todas las permutaciones de los fotones de la ec. (3.22) es:

$$e^n \bar{u}(p') \left(\frac{p'^{\mu_1}}{p' \cdot k_1} \right) \left(\frac{p'^{\mu_2}}{p' \cdot k_2} \right) \cdots \left(\frac{p'^{\mu_n}}{p' \cdot k_n} \right) i\mathcal{M}_h. \quad (3.24)$$

En este punto, consideramos una línea fermiónica inicial con momento p . En este caso el momento del fotón en los denominadores de los propagadores fermiónicos tienen distinto signo. Por lo tanto, si sumamos sobre todos los diagramas conteniendo un total de n fotones soft, conectados en cualquier orden posible a un número arbitrario de líneas fermiónicas iniciales o finales, la ec. (3.24) se convierte en:

$$e^n i\mathcal{M}_0 \prod_{r=1}^n \sum_i \frac{\eta_i p^{\mu_i}}{p_i \cdot k_r}, \quad (3.25)$$

donde $i\mathcal{M}_0$ es la amplitud completa de la parte hard del proceso y donde el índice r corre sobre los fotones radiados y el índice i sobre las líneas fermiónicas iniciales y finales con

$$\eta_i = \begin{cases} 1 & \text{para línea fermiónica final} \\ -1 & \text{para línea fermiónica inicial} \end{cases}$$

Si solamente un fotón real soft es radiado, debemos multiplicar por su vector de polarización, sumar sobre todas las polarizaciones, e integrar el elemento de matriz al cuadrado sobre el espacio de fase del fotón. En el gauge de Feynman esto da un factor

$$Y = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3 2k^0} e^2 \left(\sum_i \frac{\eta_i p_i}{p_i \cdot k} \right)^2 \quad (3.26)$$

en la sección eficaz final. Si n fotones reales son emitidos, tendremos n de tales factores Y de la ec. (3.26), y también un factor $1/n!$ debido a que hay n bosones idénticos en el estado final. La sección eficaz resumada para la emisión de un número arbitrario

de fotones soft es entonces:

$$\sigma^{res}(i \rightarrow f) = \sigma_0(i \rightarrow f) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{Y^n}{n!} = \sigma_0(i \rightarrow f) e^Y, \quad (3.27)$$

donde $\sigma_0(i \rightarrow f)$ es la sección eficaz para el proceso hard sin emisiones soft extras. Este resultado muestra que todas las emisiones reales soft posibles se exponencian y que solamente la emisión de uno sólo contribuye al exponente. Sin embargo, eso no es el final del análisis dado que el exponente Y de la ec. (3.26) tiene divergencias infrarrojas. De hecho, para obtener un resultado finito debemos incluir también las correcciones de loops a todos los órdenes. Para un análisis detallado acerca de la inclusión de loops véase por ejemplo la referencia [66]. Aquí solo daremos el resultado final el cuál es:

$$\sigma^{res}(i \rightarrow f) = \sigma_0(i \rightarrow f) e^{\sigma^{(1)}}, \quad (3.28)$$

donde $\sigma^{(1)}$ es la sección eficaz relativa a la emisión de un fotón soft por el proceso hard. A $e^{\sigma^{(1)}}$ se lo conoce como factor de Sudakov. Notemos que este factor es universal, es decir no depende del proceso en particular que se esté considerando. Claramente, la precisión de esta fórmula de resumación para emisión de fotones depende de la precisión a la cuál es exponente de emisión es calculado.

En la referencia [63] la exponenciación de las emisiones soft, aquí analizadas para QED, es generalizada para el caso de QCD. A diferencia de QED, QCD es una teoría de gauge no abeliana lo que implica que esta generalización es altamente no trivial. Recordemos que los gluones pueden interactuar unos con otros. Por lo tanto, la emisión de un gluón soft puede proceder tanto de una línea fermiónica como de una gluónica. Sin embargo, al escribir de forma explícita dicho factor eikonal, se deduce que la emisión soft es independiente del spin de la partícula emisora. La otra complicación que trae el hecho de tener un grupo con más de un generador es que el factor soft se vuelve una matriz en el espacio de color. El elemento de la matriz S es ahora un vector en el mencionado espacio. Claramente, la corriente eikonal debe ser una matriz, ya que los gluones siempre llevan color, independientemente de que sean soft. Por lo tanto, ahora la emisión múltiple presenta correlaciones dinámicas, pero no cinemáticas. Es decir, después de emitir un gluón soft, el partón emisor conserva su momento, pero

no ya su color. Sin embargo, es posible mostrar [67, 68] que en la llamada *IR leading approximation*, las correlaciones de emisión de órdenes superiores para emisión real y virtual se cancelan entre sí por invariancia de gauge. En consecuencia, resulta que en QCD la radiación de gluones soft también se exponencia.

De acuerdo con este resultado, en la ref. [63] se muestra como la exponenciación de emisión soft funciona en la resumación con QCD. Aquí mostraremos los resultados resumados a NLL para la función coeficiente en el espacio de Mellin para los procesos inclusivos de DIS y DY en el esquema \overline{MS} en forma compacta (véase la ref. [63]):

$$C_{NLL}(N, Q^2/\mu^2, \alpha_s(\mu^2)) = \exp \left\{ a \int_0^1 dx \frac{x^{N-1} - 1}{1-x} \left[\int_{\mu^2}^{Q^2(1-x)^a} \frac{dk^2}{k^2} A(\alpha_s(k^2)) + B^{(a)}(\alpha_s(Q^2(1-x)^a)) \right] \right\}, \quad (3.29)$$

donde el numerador en la primer integral de la ec. (3.29) está compuesto por las emisiones reales: x^{N-1} y virtuales: -1 , y el denominador $1-x$ muestra el comportamiento infrarrojo debido al bremsstrahlung de gluón soft. Entre llaves se encuentran, primero el término integral que tiene como límites de integración la escala de factorización μ , la cual sirve como corte a fin de regularizar la singularidad colineal ($\frac{dk^2}{k^2}$), y el máximo valor de momento transferido $Q^2(1-x)^a$. Este primer término tiene en cuenta las contribuciones soft y colineal en los estados inicial o final. El segundo de estos términos, $B^{(a)}$, describe las contribuciones colineales no-soft del estado final (solo para DIS, véase la ec. (3.31)). Estos términos pueden ser escritos como:

$$\begin{aligned} A(\alpha_s) &= A_1 \alpha_s + A_2 \alpha_s^2 + \dots \\ B^{(a)}(\alpha_s) &= B_1^{(a)} \alpha_s + \dots \end{aligned} \quad (3.30)$$

con

$$A_1 = \frac{C_F}{\pi}, \quad A_2 = \frac{C_F}{2\pi^2} \left[C_A \left(\frac{67}{18} - \frac{\pi^2}{6} \right) - \frac{5}{9} N_f \right], \quad B_1^{(a)} = -\frac{(2-a)3C_F}{4\pi}. \quad (3.31)$$

Aquí $a = 1$ para el caso de DIS y $a = 2$ para el caso de DY.

3.3. Resumación

En la presente sección introduciremos formalismo de la técnica de resumación. Si bien daremos en la siguiente sección otros enfoques al mismo tema es, el que aquí trataremos, el lenguaje que utilizaremos a lo largo de esta tesis.

Consideremos, por simplicidad, el proceso partónico iniciado por los partones a y b cuyo estado final sea una partícula sin color [69]. Tal puede ser el caso de aniquilación $q\bar{q}$ o fusión de gluones gg como se analiza en [70]. La sección eficaz partónica en el espacio de Mellin se escribe como

$$\sigma_{ab,N} = \sigma_{ab,N}^{(\text{Born})} \left\{ 1 + \sum_{n=1}^{+\infty} \alpha_S^n \sum_{m=0}^{2n} \sigma_{ab}^{(n,m)} \log^m N \right\} + \mathcal{O}(1/N) = \sigma_{ab,N}^{(\text{res})} + \mathcal{O}(1/N) \quad , \quad (3.32)$$

donde se ha considerado el límite umbral ($z \rightarrow 1$ o en espacio de momentos $N \rightarrow \infty$) y se consideran las contribuciones dominantes en N . La expresión (3.32) puede, gracias a la exponenciación, reorganizarse como

$$\sigma_{ab,N}^{(\text{res})} = \sigma_{ab,N}^{(\text{Born})} C_{ab} \left(\alpha_S(\mu_R^2), \frac{Q^2}{\mu_R^2}, \frac{Q^2}{\mu_F^2} \right) \exp \left\{ \mathcal{G}_{ab} \left(\alpha_S(\mu_R^2), \log N, \frac{Q^2}{\mu_R^2}, \frac{Q^2}{\mu_F^2} \right) \right\} . \quad (3.33)$$

La función $C_{ab}(\alpha_S)$ contiene todas las contribuciones que son constantes en el límite de N grande. Las mismas tienen su origen en las correcciones virtuales hard y las contribuciones soft no logarítmicas y pueden ser calculadas en teoría de perturbaciones en α_S :

$$C_{ab}(\alpha_S(\mu_R^2)) = 1 + \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{\alpha_S(\mu_R^2)}{\pi} \right)^n C_{ab}^{(n)} . \quad (3.34)$$

Todos los términos logarítmicos grandes de la forma $\alpha_S^n \log^m N$ (donde $1 \leq m \leq 2n$), que se deben a la radiación de gluones soft, se encuentran incluidos en el factor de Sudakov, $\exp \mathcal{G}$, el cuál puede ser expandido en serie de potencias de α_S como

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_{ab} \left(\alpha_S(\mu_R^2), \log N; \frac{Q^2}{\mu_R^2}, \frac{Q^2}{\mu_F^2} \right) &= \log N g_{ab}^{(1)}(\lambda) + g_{ab}^{(2)} \left(\lambda, \frac{Q^2}{\mu_R^2}, \frac{Q^2}{\mu_F^2} \right) \\ &+ \alpha_S(\mu_R^2) g_{ab}^{(3)} \left(\lambda, \frac{Q^2}{\mu_R^2}, \frac{Q^2}{\mu_F^2} \right) + \mathcal{O}(\alpha_S(\alpha_S \log N)^k) \end{aligned} \quad (3.35)$$

donde $\lambda = b_0 \alpha_S(\mu_R^2) \log N$ y b_0 es el primer coeficiente de la función β de QCD. Es importante notar que las funciones $g^{(i)}$ heredan la universalidad del factor de Sudakov, ya que las mismas sólo contienen información sobre la radiación soft.

Volviendo a la Ecuación (3.35), el término $\log N g^{(1)}$ resume todas las contribuciones al orden logarítmico dominante (LL) de la forma $\alpha_S^n \log^{n+1} N$. La función $g^{(2)}$ contiene las contribuciones al orden logarítmico siguiente al dominante (NLL), $\alpha_S^n \log^n N$, mientras que $\alpha_S g^{(3)}$ incluye los términos logarítmicos que corresponden al orden siguiente al orden siguiente al dominante (NNLL), $\alpha_S^{n+1} \log^n N$, y así sucesivamente. Es importante notar que dentro de este contexto, el producto $\alpha_S \log N$ se considera formalmente de orden uno. Por lo tanto, el cociente de dos términos sucesivos en la expansión (3.35) es de orden $\mathcal{O}(\alpha_S)$. En consecuencia, la misma resulta ser tan sistemática como la expansión usual de orden fijo en potencias de la constante de acoplamiento α_S .

La figura (3.3) describe de forma esquemática la estructura de la resumación. Las filas se corresponden al desarrollo en orden fijo donde se han puesto explícitamente los términos $\alpha_S^n \log^m N$. De esta forma cada columna representa un orden en el desarrollo de los logaritmos dominantes, por ejemplo la primer columna contiene al LL, la segunda al NLL, y así sucesivamente.

El propósito de la resumación de gluones soft es el de evaluar de manera explícita las funciones $g^{(n)}$ en función de unos pocos coeficientes que puedan ser calculados perturbativamente. Para ello, es usual reescribir la ecuación (3.33) de la siguiente manera [70]

$$\sigma_{ab,N}^{(\text{res})} = \sigma_{ab,N}^{(0)} \bar{C}_{ab} \Delta_N^{ab}(\alpha_S(\mu_R^2), \log N; Q^2/\mu_R^2, Q^2/\mu_F^2) + \mathcal{O}(1/N) \}, \quad (3.36)$$

donde el coeficiente \bar{C}_{ab} en la Ecuación (3.36) es completamente análogo al factor C_{ab} de la ecuación (3.33). La única diferencia entre ambos es debido al hecho de que algunos términos constantes en el límite de N grande han sido trasladados de C_{ab} a Δ_N .

Ya estamos en condiciones de analizar un proceso más complejo. Consideremos el proceso semi-inclusivo de producción de un hadrón en colisionadores hadrónicos

$$H_1(P_1) + H_2(P_2) \rightarrow h(P_3) + X, \quad (3.37)$$

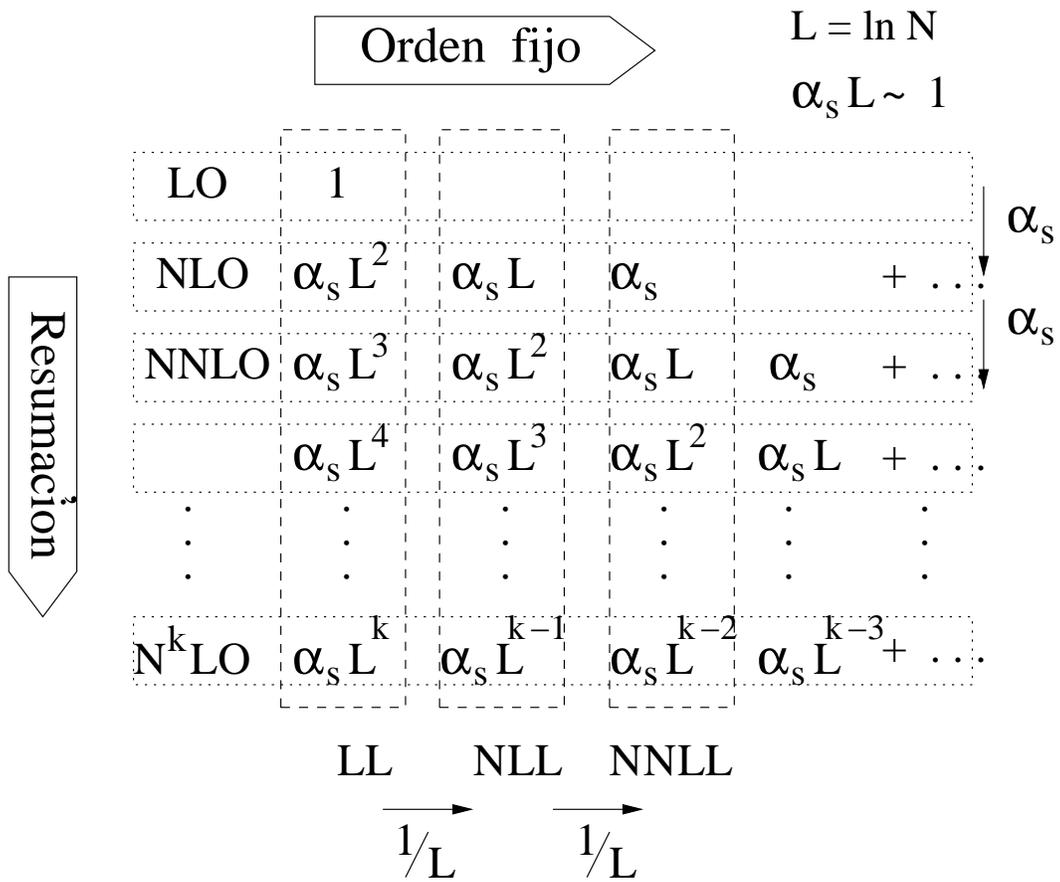


Figura 3.3: Esquema de la resumación.

donde el hadrón h se produce con un momento transversal p_T grande. Se integrará sobre todos los ángulos del hadrón producido (utilizaremos equivalentemente la variable de pseudorapidity η^1), véase la figura (3.4).

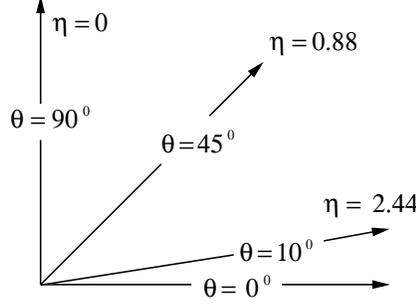


Figura 3.4: La variable η de pseudorapidity con respecto al ángulo θ .

Además se considerará la región umbral, siendo alcanzado este cuando $\sqrt{\hat{s}} = 2\hat{p}_T$, donde \hat{s} es la energía partónica de centro de masa, y con $\hat{p}_T = p_T/z$ el momento transverso del partón que se fragmenta, donde z es la fracción de momento de dicho partón. Definiendo $\hat{x}_T \equiv 2\hat{p}_T/\sqrt{\hat{s}}$, las grandes contribuciones dominantes cercanas al umbral provendrán de términos $\alpha_S^k \ln^{2k}(1 - \hat{x}_T^2)$ a k -ésimo orden en teoría de perturbaciones. Suficientemente cerca del umbral, la serie perturbativa será útil solamente si dichos términos son considerados a todos los órdenes en α_S , lo cual es llevado a cabo por la resumación.

La sección eficaz factorizada correspondiente será entonces [71]

$$\frac{p_T^3 d\sigma(x_T)}{dp_T} = \sum_{a,b,c} \int_0^1 dx_1 f_{a/H_1}(x_1, \mu_{FI}^2) \int_0^1 dx_2 f_{b/H_2}(x_2, \mu_{FI}^2) \int_0^1 dz z^2 D_{h/c}(z, \mu_{FF}^2) \int_0^1 d\hat{x}_T \delta\left(\hat{x}_T - \frac{x_T}{z\sqrt{x_1 x_2}}\right) \int_{\hat{\eta}_-}^{\hat{\eta}_+} d\hat{\eta} \frac{\hat{x}_T^4 \hat{s}}{2} \frac{d\hat{\sigma}_{ab \rightarrow cX}(\hat{x}_T^2, \hat{\eta})}{d\hat{x}_T^2 d\hat{\eta}}, \quad (3.38)$$

donde $\hat{\eta}$ es la variable de pseudorapidity a nivel partónico, con $\hat{\eta}_+ = -\hat{\eta}_- = \ln\left[(1 + \sqrt{1 - \hat{x}_T^2})/\hat{x}_T\right]$. La suma en la ec. (3.38) es sobre todos los subprocesos partónicos $ab \rightarrow cX$, con sección eficaz partónica $d\hat{\sigma}_{ab \rightarrow cX}$, f_{a/H_1} y f_{b/H_2} son las

¹ η está relacionada con el ángulo θ que forma el hadrón h con la dirección de los hadrones incidentes mediante $\eta = \ln \tan\left(\frac{\theta}{2}\right)$, véase la figura (3.4).

pdfs, mientras que $D_{h/c}$ es la función de fragmentación. Las escalas μ_{FI} y μ_{FF} denotan las escalas de factorización de los estados inicial y final respectivamente. La sección eficaz partónica de la ec. (3.38) contiene implícitamente la dependencia sobre estas escalas y sobre la escala de renormalización μ_R .

La resumación de las contribuciones de gluones soft se realiza en el espacio de Mellin donde las convoluciones de la ec. (3.38) entre pdfs, función de fragmentación y secciones eficaces de los subprocesos se factorizan en productos ordinarios. Tomaremos los momentos de Mellin en la variable x_T^2 de la forma

$$\sigma(N) \equiv \int_0^1 dx_T^2 (x_T^2)^{N-1} \frac{p_T^3 d\sigma(x_T)}{dp_T}. \quad (3.39)$$

La sección eficaz partónica para cada subproceso será similar a la de la ec. (3.33) y podrá ser escrita entonces de la forma [71]

$$\hat{\sigma}_{ab \rightarrow cd}^{(\text{res})}(N) = C_{ab \rightarrow cd} \Delta_N^a \Delta_N^b \Delta_N^c J_N^d \left[\sum_I G_{ab \rightarrow cd}^I \Delta_{IN}^{(\text{int})ab \rightarrow cd} \right] \hat{\sigma}_{ab \rightarrow cd}^{(\text{Born})}(N), \quad (3.40)$$

donde la suma sobre I corre sobre todas las posibles configuraciones de color, y $G_{ab \rightarrow cd}^I$ es el peso de cada configuración, tal que $\sum_I G_{ab \rightarrow cd}^I = 1$. Cada una de las funciones Δ_N^i , J_N^d y $\Delta_{IN}^{ab \rightarrow cd}$ son exponenciales. La función Δ_N^a contiene los efectos debido a la radiación de gluones soft-colineales al partón a , y está dada en el esquema \overline{MS} por

$$\ln \Delta_N^a = \int_0^1 dz \frac{z^{N-1} - 1}{1-z} \int_{\mu_{FI}^2}^{(1-z)^2 Q^2} \frac{dq^2}{q^2} A_a(\alpha_S(q^2)), \quad (3.41)$$

donde A_a corresponde al coeficiente soft de los núcleos (kernels) de Altarelli-Parisi. Para Δ_N^b y Δ_N^c se tienen expresiones similares, con la salvedad de que para c la escala de factorización μ_{FI} debe reemplazarse por μ_{FF} . La radiación colineal emitida por el partón no observado d en el estado final está contenida en la función J_N^d , cuya expresión resulta

$$\ln J_N^d = \int_0^1 dz \frac{z^{N-1} - 1}{1-z} \left[\int_{(1-z)^2 Q^2}^{(1-z)Q^2} \frac{dq^2}{q^2} A_a(\alpha_S(q^2)) + \frac{1}{2} B_a(\alpha_S((1-z)Q^2)) \right]. \quad (3.42)$$

La emisión soft a grandes ángulos (no colineal) puede escribirse como

$$\ln \Delta_{IN}^{(\text{int})ab \rightarrow cd} = \int_0^1 dz \frac{z^{N-1} - 1}{1-z} D_{I ab \rightarrow cd}(\alpha_S((1-z)^2 Q^2)). \quad (3.43)$$

Finalmente, los coeficientes $C_{ab \rightarrow cd}$ que contienen las contribuciones hard independientes de N provienen de las correcciones virtuales a un loop. La figura (3.5) es una representación gráfica de la ec. (3.40).

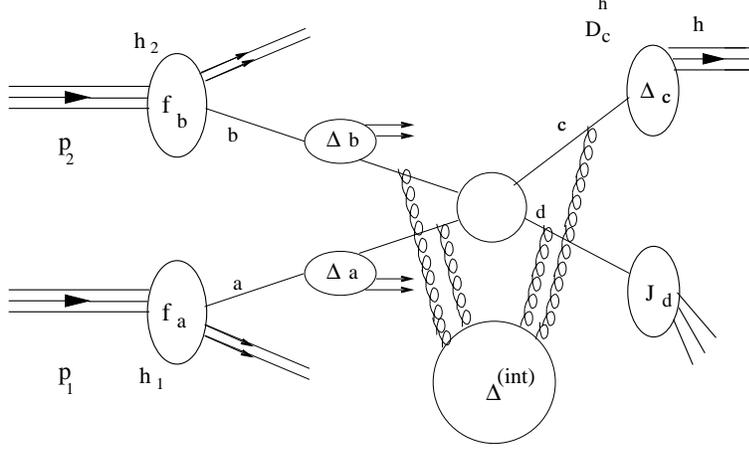


Figura 3.5: Esquema de la ec. de resumación (3.40).

En las fórmulas anteriormente mencionadas, ecs. (3.41)-(3.43), se ha definido $Q^2 = 2p_T^2$. Cada una de las funciones $\mathcal{F} \equiv A_a, B_a, D_{Iab \rightarrow cd}$ admite un desarrollo perturbativo en α_S ,

$$\mathcal{F}(\alpha_S) = \frac{\alpha_S}{\pi} \mathcal{F}^{(1)} + \left(\frac{\alpha_S}{\pi} \right)^2 \mathcal{F}^{(2)} + \dots, \quad (3.44)$$

con [72]:

$$A_a^{(1)} = C_a, \quad A_a^{(2)} = \frac{1}{2} C_a \left[C_A \left(\frac{67}{18} - \frac{\pi^2}{6} \right) - \frac{5}{9} N_f \right], \quad B_a^{(1)} = \gamma_a, \quad (3.45)$$

donde N_f es el número de sabores, y

$$C_g = C_A = N_c = 3, \quad C_q = C_F = (N_c^2 - 1)/2N_c = 4/3 \\ \gamma_q = -3C_F/2 = -2, \quad \gamma_g = -2\pi b_0, \quad b_0 = \frac{1}{12\pi} (11C_A - 2N_f). \quad (3.46)$$

La expansión de los coeficientes $C_{ab \rightarrow cd}$ será:

$$C_{ab \rightarrow cd} = 1 + \frac{\alpha_S}{\pi} C_{ab \rightarrow cd}^{(1)} + \mathcal{O}(\alpha_S^2). \quad (3.47)$$

Daremos entonces las expresiones para las funciones Δ_N^i y J_N^d al orden NLL. Dicho orden es el que usaremos durante el resto de esta tesis. Debemos mencionar que las funciones Δ_N^i y J_N^d son “universales” en el sentido de que dependen solamente en el tipo de partón, pero no del subproceso partónico particular, sus expansiones son:

$$\ln \Delta_N^a(\alpha_S(\mu_R^2), Q^2/\mu_R^2; Q^2/\mu_F^2) = \ln N h_a^{(1)}(\lambda) + h_a^{(2)}(\lambda, Q^2/\mu_R^2; Q^2/\mu_F^2) + \mathcal{O}(\alpha_S(\alpha_S \ln N)^k) ,$$

$$\ln J_N^a(\alpha_S(\mu_R^2), Q^2/\mu_R^2) = \ln N f_a^{(1)}(\lambda) + f_a^{(2)}(\lambda, Q^2/\mu_R^2) + \mathcal{O}(\alpha_S(\alpha_S \ln N)^k) , \quad (3.48)$$

donde $\lambda = b_0 \alpha_S(\mu_R^2) \ln N$. Las funciones $h^{(1,2)}$ y $f^{(1,2)}$ están dadas por

$$h_a^{(1)}(\lambda) = \frac{A_a^{(1)}}{2\pi b_0 \lambda} [2\lambda + (1 - 2\lambda) \ln(1 - 2\lambda)] , \quad (3.49)$$

$$\begin{aligned} h_a^{(2)}(\lambda, Q^2/\mu_R^2; Q^2/\mu_F^2) = & -\frac{A_a^{(2)}}{2\pi^2 b_0^2} [2\lambda + \ln(1 - 2\lambda)] - \frac{A_a^{(1)} \gamma_E}{\pi b_0} \ln(1 - 2\lambda) \\ & + \frac{A_a^{(1)} b_1}{2\pi b_0^3} \left[2\lambda + \ln(1 - 2\lambda) + \frac{1}{2} \ln^2(1 - 2\lambda) \right] \\ & + \frac{A_a^{(1)}}{2\pi b_0} [2\lambda + \ln(1 - 2\lambda)] \ln \frac{Q^2}{\mu_R^2} - \frac{A_a^{(1)}}{\pi b_0} \lambda \ln \frac{Q^2}{\mu_F^2} , \end{aligned} \quad (3.50)$$

$$f_a^{(1)}(\lambda) = -\frac{A_a^{(1)}}{2\pi b_0 \lambda} \left[(1 - 2\lambda) \ln(1 - 2\lambda) - 2(1 - \lambda) \ln(1 - \lambda) \right] , \quad (3.51)$$

$$\begin{aligned} f_a^{(2)}(\lambda, Q^2/\mu_R^2) = & -\frac{A_a^{(1)} b_1}{2\pi b_0^3} \left[\ln(1 - 2\lambda) - 2 \ln(1 - \lambda) + \frac{1}{2} \ln^2(1 - 2\lambda) - \ln^2(1 - \lambda) \right] \\ & + \frac{B_a^{(1)}}{2\pi b_0} \ln(1 - \lambda) - \frac{A_a^{(1)} \gamma_E}{\pi b_0} \left[\ln(1 - \lambda) - \ln(1 - 2\lambda) \right] \\ & - \frac{A_a^{(2)}}{2\pi^2 b_0^2} \left[2 \ln(1 - \lambda) - \ln(1 - 2\lambda) \right] + \frac{A_a^{(1)}}{2\pi b_0} \left[2 \ln(1 - \lambda) - \ln(1 - 2\lambda) \right] \ln \frac{Q^2}{\mu_R^2} . \end{aligned} \quad (3.52)$$

Siendo b_0 como en la ec. (3.46) y

$$b_1 = \frac{1}{24\pi^2} (17C_A^2 - 5C_A N_f - 3C_F N_f) . \quad (3.53)$$

Las funciones $h^{(1)}$ y $f^{(1)}$ contienen todos los términos LL en la serie perturbativa, mientras que $h^{(2)}$ y $f^{(2)}$ contienen los de NLL. Para completar la resumación al orden

NLL necesitamos también los coeficientes $\ln \Delta_{IN}^{(\text{int})ab \rightarrow cd}$ cuya expansión al orden NLL es:

$$\ln \Delta_{IN}^{(\text{int})ab \rightarrow cd}(\alpha_S(\mu_R^2), Q^2/\mu_R^2) = \frac{D_{Iab \rightarrow cd}^{(1)}}{2\pi b_0} \ln(1 - 2\lambda) + \mathcal{O}(\alpha_S(\alpha_S \ln N)^k) \quad (3.54)$$

Tal como mencionamos anteriormente, los términos $D_{Iab \rightarrow cd}^{(1)}$, y su correspondiente “peso de color” $G_{Iab \rightarrow cd}$, son dependientes del proceso y de la “configuración de color”.

Como hemos discutido con anterioridad la resumación es llevada a cabo en el espacio de momentos de Mellin. Por lo tanto para obtener la sección eficaz resumada en el espacio de x_T^2 , necesitamos invertir la transformación tal como lo hemos comentado en la sección 2.2.1. Se requiere una prescripción para tratar con las singularidades en la constante de acoplamiento en las ecs. (3.41)-(3.43) o en las de las expansiones a orden NLL, ecs. (3.49)-(3.54). Usaremos la *Prescripción Mínima* desarrollada en la referencia [73], la cuál consiste en escoger un contorno en el espacio momentos que esté a la derecha de todas las singularidades que presentes y a la izquierda de los polos de Landau $\lambda = 1/2$ y $\lambda = 1$, esto es $N \sim \mathcal{O}(1000)$:

$$\frac{p_T^3 d\sigma^{(\text{res})}(x_T)}{dp_T} = \int_{C_{MP-i\infty}}^{C_{MP+i\infty}} \frac{dN}{2\pi i} (x_T^2)^{-N} \sigma^{(\text{res})}(N), \quad (3.55)$$

donde la constante C_{MP} es la que define a tal contorno.

Hasta aquí hemos dado las generalidades del proceso de resumación. En la práctica, cuando realizamos la resumación disponemos de los resultados para la sección eficaz a orden fijo, en nuestro caso NLO ($\mathcal{O}(\alpha_S^3)$), que claramente uno quiere aprovechar. Por lo tanto, se realiza un empalme (*matching*) entre la sección eficaz resumada y la de orden fijo de la siguiente forma; a la sección eficaz resumada se le resta su expansión hasta el orden del orden fijo (en nuestro caso $\mathcal{O}(\alpha_S^3)$), y a este resultado se le agrega la sección eficaz a orden fijo (en nuestro caso NLO). De esta forma hacemos uso completo de la sección eficaz a orden fijo y evitamos cualquier tipo de conteo doble. Por lo tanto, la sección eficaz resumada al orden NLL será:

$$\begin{aligned}
\frac{p_T^3 d\sigma^{(\text{match})}(x_T)}{dp_T} &= \sum_{a,b,c} \int_{C_{MP-i\infty}}^{C_{MP+i\infty}} \frac{dN}{2\pi i} (x_T^2)^{-N+1} f_{a/h_1}(N, \mu_{FI}^2) f_{b/h_2}(N, \mu_{FI}^2) \\
&\quad \times D_{c/h}(2N+1, \mu_{FF}^2) \left[\hat{\sigma}_{ab \rightarrow cd}^{(\text{res})}(N) - \hat{\sigma}_{ab \rightarrow cd}^{(\text{res})}(N) \Big|_{\mathcal{O}(\alpha_s^3)} \right] + \frac{p_T^3 d\sigma^{(\text{NLO})}(x_T)}{dp_T},
\end{aligned} \tag{3.56}$$

donde $\hat{\sigma}_{ab \rightarrow cd}^{(\text{res})}(N)$ es la sección eficaz resumada para el canal partónico $ab \rightarrow cd$ tal como el dado en la ec. (3.40).

3.4. Enfoques alternativos

Daremos aquí un breve resumen de las distintas corrientes que conducen a la resumación. Nos centraremos esencialmente en los procesos más sencillos de DIS y DY e introduciremos la técnica de resumación mediante las propiedades de factorización de la sección eficaz y a través del grupo de renormalización.

3.4.1. Resumación a partir de las propiedades de factorización

Este enfoque está basado en la referencia [62]. Mediante este punto de vista se recobran los resultados dados en la ec. (3.29) de la sección 3.2. Aquí daremos una breve descripción de este método basado en las propiedades de factorización de la sección eficaz en QCD.

Esencialmente se asume que en la frontera del espacio de fase, la sección eficaz se factoriza en una parte hard y una soft y eventualmente en otro factor asociado a jets colineales como en el caso de DIS donde hay un quark saliente emitido. El resultado final es obtenido exponenciando los factores soft y colineales. Esto se hace resolviendo sus ecuaciones de evolución.

En la referencia [62] se muestra que la sección eficaz semi-inclusiva puede ser factorizada en tres factores relativos a las tres diferentes regiones del proceso en el espacio de momentos: los partones fuera de capa de masa que participan del proceso

partónico hard H , los partones colineales J y los partones soft S en capa de masa. La sección eficaz está dada entonces por:

$$\begin{aligned} \sigma(w) = & H \left(\frac{p_1}{\mu}, \frac{p_2}{\mu}, \zeta_i \right) \int \frac{dw_1}{w_1} \frac{dw_2}{w_2} \frac{dw_3}{w_3} J_1 \left(\frac{p_1 \cdot \zeta_1}{\mu}, w_1 \left(\frac{Q}{\mu} \right)^a \right) \\ & J_2 \left(\frac{p_2 \cdot \zeta_2}{\mu}, w_2 \left(\frac{Q}{\mu} \right)^a \right) S \left(w_s \frac{Q}{\mu}, \zeta_i \right) \delta(w - w_1 - w_2 - w_3), \end{aligned} \quad (3.57)$$

donde a es el número de hadrones en el estado inicial, μ es la escala de factorización y ζ_i son los parámetros del gauge. La integración de las variables w_1, w_2 y w_3 están referidas a los dos jets colineales y a la radiación soft respectivamente. Cada factor de la ec.(3.57) es evaluado a la escala típica de la región del espacio de momentos a la cuál está asociada. La función delta impone que

$$w = w_1 + w_2 + w_3 = \begin{cases} 1 - x_{B_j} & \text{para DIS} \\ 1 - Q^2/S & \text{para DY} \end{cases}$$

La convolución de la ec. (3.57) se torna en un producto ordinario luego de aplicar la transformación de Mellin:

$$\begin{aligned} \sigma(N) = & \int_0^\infty dw e^{-Nw} \sigma(w) = H \left(\frac{p_1}{\mu}, \frac{p_2}{\mu}, \zeta_i \right) S \left(\frac{Q}{\mu N}, \zeta_i \right) \\ & \times J_1 \left(\frac{p_1 \cdot \zeta_1}{\mu}, \frac{Q}{\mu N^{1/a}} \right) J_2 \left(\frac{p_2 \cdot \zeta_2}{\mu}, \frac{Q}{\mu N^{1/a}} \right). \end{aligned} \quad (3.58)$$

Cada factor H, J_i, S satisface las siguientes ecuaciones de evolución:

$$\mu^2 \frac{\partial}{\partial \mu^2} \ln H = -\gamma_H(\alpha_s(\mu^2)), \quad (3.59)$$

$$\mu^2 \frac{\partial}{\partial \mu^2} \ln S = -\gamma_S(\alpha_s(\mu^2)), \quad (3.60)$$

$$\mu^2 \frac{\partial}{\partial \mu^2} \ln J_i = -\gamma_{J_i}(\alpha_s(\mu^2)), \quad (3.61)$$

donde las dimensiones anómalas físicas $\gamma_H(\alpha_s), \gamma_{J_i}(\alpha_s)$ y $\gamma_S(\alpha_s)$ son calculadas en teoría de perturbaciones y deben satisfacer, de acuerdo con la invariancia de la sección eficaz frente al grupo de renormalización, la relación:

$$\gamma_H(\alpha_s) + \gamma_S(\alpha_s) + \sum_{i=1}^2 \gamma_{J_i}(\alpha_s) = 0 \quad (3.62)$$

Resolviendo las ecuaciones (3.59-3.61) e imponiendo la invariancia del grupo de renormalización ec. (3.62), la sección eficaz resumada puede escribirse de la siguiente forma

$$\begin{aligned} \sigma(N) = \exp \left\{ D_1(\alpha_s(Q^2)) + D_2(\alpha_s(\frac{Q^2}{N^2})) - \frac{2}{a-1} \int_{\frac{Q}{N}}^{\frac{Q}{N^{1/a}}} \frac{d\xi}{\xi} \ln \left(\frac{\xi N}{Q} \right) A(\alpha_s \xi^2) \right. \\ \left. - 2 \int_{\frac{Q}{N^{1/a}}}^{Q^2} \frac{d\xi}{\xi} \left[\left(\frac{Q}{N} \right) A(\alpha_s(\xi^2)) - B(\alpha_s(\xi^2)) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (3.63)$$

donde las funciones $A(\alpha_s)$, $B(\alpha_s)$ y $D_i(\alpha_s)$ están determinadas en términos de las dimensiones anómalas y de la función beta. Finalmente, puede observarse que este resultado puede ser llevado a la forma de la ec. (3.29) de la sección 3.2 para la función cociente resumada.

3.4.2. Resumación vista desde el grupo de renormalización

El objetivo de la resumación es incluir los logaritmos de la forma de la ec. (3.13) de la sección 3.1 con una cierta jerarquía como hemos definido en la sección anterior y esquematizado en la figura (3.3).

Hemos visto en este capítulo que una sección eficaz en QCD puede ser escrita como convolución de las densidades partónicas $f_a^{H_i}(x_i, \mu^2)$ por una sección eficaz partónica. Para Drell-Yan:

$$\sigma_{DY}(x, Q^2) = \sum_{a,b} [f_a^{H_1}(\mu^2) \otimes f_b^{H_2}(\mu^2) \otimes C_{ab}(Q^2/\mu^2, \alpha_s(\mu^2))] (x), \quad (3.64)$$

y para el caso de DIS:

$$\sigma_{DIS}(x, Q^2) = \sum_a [f_a^H(\mu^2) \otimes C_a(Q^2/\mu^2, \alpha_s(\mu^2))] (x), \quad (3.65)$$

donde el producto \otimes se define como:

$$(f_1 \otimes f_2 \otimes \dots \otimes f_n)(x) = \int_0^1 dx_1 dx_2 \dots dx_n \left(f_1(x_1) f_2(x_2) \dots f_n(x_n) \right) \delta(x_1 x_2 \dots x_n - x). \quad (3.66)$$

Introduciendo la transformada de Mellin transformamos estas convoluciones en productos ordinarios.

$$\begin{aligned}\sigma_{DY}(N, Q^2) &\equiv \sum_{a,b} \sigma_{a,b}(N, Q^2) \\ &= \sum_{a,b} f_a^{H_1}(N, \mu^2) f_b^{H_2}(N, \mu^2) C_{ab}(N, Q^2/\mu^2, \alpha_s(\mu^2)),\end{aligned}\quad (3.67)$$

$$\sigma_{DIS}(N, Q^2) \equiv \sigma_a(N, Q^2) = \sum_a f_a^H(N, \mu^2) C_a(N, Q^2/\mu^2, \alpha_s(\mu^2)),\quad (3.68)$$

donde

$$C_{a(b)}(N, \frac{Q^2}{\mu^2}, \alpha_s(\mu^2)) = \int_0^1 dz z^{N-1} C_{a(b)}(z, \frac{Q^2}{\mu^2}, \alpha_s(\mu^2)),\quad (3.69)$$

$$f_a^{H_j}(N, \mu^2) = \int_0^1 dx x^{N-1} f_a^{H_j}(x, \mu^2),\quad (3.70)$$

y donde el segundo índice entre paréntesis (b) se considera sólo cuando hay dos hadrones en el estado inicial de DY.

De esta manera los logaritmos de $1 - z$ de la ec. (3.13) de la sección 3.1 son transformados en logaritmos de N a través de la transformada de Mellin. Mientras que la sección eficaz $\sigma(N, Q^2)$ es claramente independiente de μ^2 , no lo es cada contribución $\sigma_{a(b)}(N, Q^2)$. Sin embargo, la dependencia en μ^2 de cada contribución a la suma $a, (b)$ en las ecs. (3.67) y (3.68) incluye a los términos no diagonales de las dimensiones anómalas γ_{qg} y γ_{gq} . En el límite de grandes N , estos están suprimidos por un factor $\frac{1}{N}$ en comparación con γ_{qq} y γ_{gg} , o equivalentemente, las correspondientes funciones de separación están suprimidas por un factor de $1 - z$ en el límite de grandes z (véase las ecs. (2.42) de la sección 2.1.6). Por lo tanto, en el límite de N grande, cada subproceso partónico puede ser tratado independientemente, específicamente, cada $C_{a(b)}$ es invariante del grupo de renormalización. Dado que estamos interesados en el comportamiento de $C_{a(b)}(N, Q^2/\mu^2, \alpha_s(\mu^2))$ en el límite $N \rightarrow \infty$ podemos tratar cada subproceso independientemente.

Ya que la resumación toma la forma de una exponenciación, definimos la llamada dimensión anómala implícitamente a través de la ecuación:

$$Q^2 \frac{\partial \sigma_{a(b)}(N, Q^2)}{\partial Q^2} = \gamma_{a(b)}(N, \alpha_s(Q^2)) \sigma_{a(b)}(N, Q^2).\quad (3.71)$$

La dimensión anómala física $\gamma_{a(b)}$ en la ec. (3.71) es independiente de la escala de factorización, y está relacionada con la dimensión anómala diagonal estándar γ_{cc}^{AP} , definida por

$$\mu^2 \frac{\partial F_c(N, Q^2)}{\partial \mu^2} = \gamma_{cc}^{AP}(N, \alpha_s(\mu^2)) F_c(N, \mu^2), \quad (3.72)$$

de acuerdo a

$$\gamma_{a(b)}(N, \alpha_s(Q^2)) = \frac{\partial \ln C_{a(b)}(N, Q^2/\mu^2, \alpha_s(\mu^2))}{\partial \ln Q^2} = \gamma_{aa}^{AP}(N, \alpha_s(Q^2)) \quad (3.73)$$

$$+ \gamma_{(bb)}^{AP}(N, \alpha_s(Q^2)) + \frac{\partial \ln C_{a(b)}(N, 1, \alpha_s(Q^2))}{\partial \ln Q^2}. \quad (3.74)$$

Remarcamos que tanto la dimensión anómala estándar (funciones de separación de Altarelli-Parisi) y las funciones coeficientes son calculables en teoría de perturbaciones. Por lo tanto la dimensión anómala física difiere de la estándar solamente más allá del LO en α_S como puede ser observado directamente de la ec. (3.74). En términos de la dimensión anómala física, la sección eficaz puede ser escrita como:

$$\sigma(N, Q^2) = \sum_{a,(b)} K_{a,(b)}(N; Q_0^2, Q^2) \sigma_{a(b)}(N, Q_0^2) \quad (3.75)$$

$$= \sum_{a,(b)} \exp [E_{a,(b)}(N; Q_0^2, Q^2)] \sigma_{a(b)}(N, Q_0^2) \quad (3.76)$$

donde

$$E_{a,(b)}(N; Q_0^2, Q^2) = \int_{Q_0^2}^{Q^2} \frac{dk^2}{k^2} \gamma_{a,(b)}(N, \alpha_s(k^2)) \quad (3.77)$$

$$= \int_{Q_0^2}^{Q^2} \frac{dk^2}{k^2} [\gamma_{aa}^{AP}(N, \alpha_s(k^2)) + \gamma_{(bb)}^{AP}(N, \alpha_s(k^2))] \quad (3.78)$$

$$+ \ln C_{a(b)}(N, 1, \alpha_s(Q^2)) - \ln C_{a(b)}(N, 1, \alpha_s(Q_0^2)). \quad (3.79)$$

Nos concentraremos ahora sobre el subproceso de los partones entrantes $a, (b)$. La resumación de los grandes logaritmos de N en la sección eficaz son obtenidos mediante la resumación de la dimensión anómala física:

$$\sigma^{res}(N, Q^2) = \exp \left\{ \int_{Q_0^2}^{Q^2} \frac{dk^2}{k^2} \gamma^{res}(N, \alpha_s(k^2)) \right\} \sigma^{res}(N, Q_0^2). \quad (3.80)$$

Esto muestra como en general los grandes logaritmos de N pueden ser exponenciados. Para el caso de DY solamente el canal quark-antiquark debe ser resumado y en el caso de DIS solamente el canal de quark. Esto es consecuencia del hecho de que las funciones de separación no diagonales están suprimidas en el límite de grandes N como hemos discutido anteriormente.

Aquí la precisión de la resumación depende de la precisión con la cuál es calculada la dimensión anómala γ . Diremos que la dimensión anómala está resumada con precisión de: siguiente ^{$k-1$} al orden logarítmico dominante (next ^{$k-1$} -to-leading-logarithmic accuracy) ($N^{k-1}LL$) cuando todas las contribuciones de la forma

$$\alpha_s^{n+m}(Q^2) \ln^m N; \quad n = 0, \dots, k-1 \quad (3.81)$$

sean incluidas en el cálculo.

El objetivo es el de determinar la resumación de la dimensión anómala física a partir de algún cálculo de esta a orden finito. Claramente, una vez que la dimensión anómala física resumada es determinada, se puede predecir las contribuciones logarítmicas dominantes, siguientes a la dominante, etc, a la sección eficaz a todos los órdenes.

Si bien no será un estudio exhaustivo, daremos aquí una descripción de las ideas principales de la resumación desde el enfoque del grupo de renormalización.

La aproximación a la resumación desde el grupo de renormalización esta esencialmente dividida en dos pasos. El primero consiste en analizar el espacio de fases genérico en $d = 4 - 2\varepsilon$ dimensiones y ver por consiguiente donde se generan los grandes logaritmos en las funciones coeficientes y en la dimensión anómala física. El segundo paso consiste en resumarlos imponiendo la invariancia de la dimensión anómala física frente al grupo de renormalización.

Por lo tanto consideremos una medida genérica $d\phi_n$ del espacio de fases para la emisión de n partones no masivos con momentos p_1, \dots, p_n . Podemos decir que la medida del espacio de fases para la emisión de n partones puede ser vista como la de la emisión de dos partones (uno con momento p_n y los restantes con momento $P_n = p_1 + \dots + p_{n-1}$). Entonces, usando recursivamente este procedimiento, obtenemos que el espacio de fase de n cuerpos se descompone en $n - 1$ espacios de fase de dos

cuerpos. Esto significa que hemos reducido el estudio de la emisión soft del espacio de fases de n cuerpos al estudio de la emisión soft del espacio de dos cuerpos.

El espacio de fases de dos cuerpos con momento entrante P y dos momentos salientes Q y p en $d = 4 - 2\varepsilon$ dimensiones está dado por

$$d\phi_2(P; Q, p) = N(\varepsilon)(P^2)^{-\varepsilon} \left(1 - \frac{Q^2}{P^2}\right)^{1-2\varepsilon} d\Omega_{d-1}, \quad N(\varepsilon) = \frac{1}{2(4\pi)^{2-2\varepsilon}}, \quad (3.82)$$

donde $d\Omega_{d-1}$ es el ángulo sólido en $d - 1$ dimensiones. Podemos pensar que es el espacio de fases de emisión soft de un proceso del tipo de DIS o de DY con momento p . Por lo tanto tendremos,

$$\text{emisión tipo DIS:} \quad P^2 \propto (1 - z_{DIS}); \quad Q^2 = 0 \quad (3.83)$$

$$\text{emisión tipo DY:} \quad \left(1 - \frac{Q^2}{P^2}\right) \propto (1 - z_{DY}); \quad P^2 = s_{DY}, \quad (3.84)$$

donde z_{DIS} , z_{DY} son cercanos a 1 para la emisión soft. Por consiguiente, tenemos que el espacio de fases de dos cuerpos para emisión soft contribuye con un factor $(1 - z)^{-a\varepsilon}$ con $a = 1$ para emisión tipo DIS y $a = 2$ para tipo DY. Cada uno de los factores $(1 - z)^{-a\varepsilon}$ que proviene del espacio de fases está asociado a la emisión real entonces aparecerá en la función coeficiente junto con una potencia de la constante de acoplamiento fuerte desnuda α_0 . En d dimensiones, la constante de acoplamiento no es adimensional y por lo tanto está acompañada de un factor

$$\alpha_0 [Q^2(1 - z)^a]^{-\varepsilon}, \quad (3.85)$$

donde Q^2 es ahora la escala perturbativa típica del proceso. Bajo la transformación de Mellin se convierte en

$$\alpha_0 \left[\frac{Q^2}{N^a} \right]^{-\varepsilon}. \quad (3.86)$$

El análisis de la estructura de los diagramas muestra que en el límite soft (grandes N), toda la dependencia sobre N aparece a través de la variable Q^2/N^a . Finalmente, un argumento del grupo de renormalización muestra que toda esta dependencia puede ser reabsorbida en el running de la constante de acoplamiento. De hecho, el primer

orden renormalizado de la constante de acoplamiento a la escala de renormalización μ

$$\alpha_0 = \mu^{2\epsilon} \alpha_S(\mu^2) + \mathcal{O}(\alpha_S^2), \quad (3.87)$$

y la invariancia frente al grupo de renormalización de la dimensión anómala física implica que

$$\begin{aligned} \alpha_0 \left[\frac{Q^2}{N^a} \right]^{-\epsilon} &= \alpha_S(\mu^2) \left[\frac{Q^2}{\mu^2 N^a} \right]^{-\epsilon} + \mathcal{O}(\alpha_S^2) \\ &= \alpha_S(Q^2/N^a) + \mathcal{O}(\alpha_S^2) \end{aligned} \quad (3.88)$$

donde α_0 es la constante de acoplamiento desnuda, $\alpha_S(\mu^2)$ la constante de acoplamiento renormalizada y los términos de orden más altos contienen divergencias las cuáles se cancelan en la sección eficaz. Siguiendo este argumento uno puede mostrar que la expresión finita de la constante de acoplamiento renormalizada es una función de $\alpha_S(Q^2)$ y $\alpha_S(Q^2/N^a)$ con coeficientes numéricos hasta correcciones de orden $\mathcal{O}(1/N)$.

Ahora bien, nuestro propósito es imponer restricciones a la sección eficaz mediante la invariancia frente al grupo de renormalización. Nuestra única suposición es que la función coeficiente sea multiplicativamente renormalizable. Esto significa que todas las divergencias podrán ser removidas de la función coeficiente desnuda, $C^{(0)}(N, Q^2, \alpha_0, \epsilon)$, definiendo una constante de acoplamiento renormalizada de acuerdo a la ecuación:

$$\alpha_0(\mu^2, \alpha_s(\mu^2), \epsilon) = \mu^{2\epsilon} \alpha_s(\mu^2) Z^{(\alpha_s)}(\alpha_s(\mu^2), \epsilon), \quad (3.89)$$

y una función coeficiente renormalizada

$$C \left(N, \frac{Q^2}{\mu^2}, \alpha_s(\mu^2, \epsilon) \right) = Z^{(C)}(N, \alpha_s(\mu^2), \epsilon) C^{(0)}(N, Q^2, \alpha_0, \epsilon), \quad (3.90)$$

donde μ es la escala de renormalización (escogida aquí igual a la escala de factorización) y $Z^{(\alpha_s)}(\alpha_s(\mu^2), \epsilon)$ y $Z^C(N, \alpha_s(\mu^2), \epsilon)$ son calculables en teoría de perturbaciones y tienen múltiples polos en $\epsilon = 0$. La función coeficiente renormalizada $C(N, Q^2/\mu^2, \alpha_s(\mu^2, \epsilon))$ es finita en $\epsilon = 0$ y puede depender de Q^2 solamente en la forma Q^2/μ^2 , porque $\alpha_s(\mu^2)$ es adimensional.

La dimensión anómala física está dada por

$$\begin{aligned}\gamma(N, \alpha_s(Q^2), \epsilon) &= Q^2 \frac{\partial}{\partial Q^2} \ln C \left(N, \frac{Q^2}{\mu^2}, \alpha_s(\mu^2), \epsilon \right) = Q^2 \frac{\partial}{\partial Q^2} \ln C^{(0)}(N, Q^2, \alpha_0, \epsilon) \\ &= -\epsilon(\alpha_0 Q^{-2\epsilon}) \frac{\partial}{\partial(\alpha_0 Q^{-2\epsilon})} \ln C^{(0)}(N, Q^2, \alpha_0, \epsilon),\end{aligned}\quad (3.91)$$

donde se ha utilizado el hecho de que $C^{(0)}$ depende de Q^2 a través de la combinación $\alpha_0 Q^{-2\epsilon}$. Esto implica que la dimensión anómala física γ tiene la expresión perturbativa

$$\gamma(N, \alpha_s(Q^2), \epsilon) = \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^n \gamma_{ij}(\epsilon) [\alpha_0 (Q^2)^{-\epsilon}]^{(i-j)} \left[\alpha_0 \left(\frac{Q^2}{N^a} \right)^{-\epsilon} \right]^j + O\left(\frac{1}{N}\right). \quad (3.92)$$

La expresión renormalizada de la dimensión anómala física se obtiene reescribiendo los términos en función de la constante de acoplamiento renormalizada en lugar de sus términos desnudos haciendo uso de la ec.(3.89). Estas funciones

$$(Q^2)^{-\epsilon} \alpha_0 = \left(\frac{Q^2}{\mu^2} \right)^{-\epsilon} \alpha_s(\mu^2) Z^{(\alpha_s)}(\alpha_s(\mu^2), \epsilon) \quad (3.93)$$

$$(Q^2/N^a)^{-\epsilon} \alpha_0 = \left(\frac{Q^2/N^a}{\mu^2} \right)^{-\epsilon} \alpha_s(\mu^2) Z^{(\alpha_s)}(\alpha_s(\mu^2), \epsilon) \quad (3.94)$$

son invariantes frente al grupo de renormalización, esto es, independientes de μ^2 . Por lo tanto,

$$(Q^2)^{-\epsilon} \alpha_0 = \alpha_s(Q^2) Z^{(\alpha_s)}(\alpha_s(Q^2), \epsilon) \quad (3.95)$$

$$(Q^2/N^a)^{-\epsilon} \alpha_0 = \alpha_s(Q^2/N^a) Z^{(\alpha_s)}(\alpha_s(Q^2/N^a), \epsilon). \quad (3.96)$$

La dimensión anómala física renormalizada se halla sustituyendo las ecs.(3.95,3.96) en la ec.(3.92) y expandiendo $Z^{(\alpha_s)}$ en potencias de la constante de acoplamiento renormalizada. Así obtenemos:

$$\gamma(N, \alpha_s(Q^2), \epsilon) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^m \gamma_{mn}^R(\epsilon) \alpha_s^{m-n}(Q^2) \alpha_s^n(Q^2/N^a) + O\left(\frac{1}{N}\right). \quad (3.97)$$

Debemos mencionar que no podemos concluir aún que la dimensión anómala física cuadri-dimensional admita una expresión de la forma de la ec.(3.97), a raíz de que los coeficientes $\gamma_{mn}^R(\epsilon)$ no son necesariamente finitos cuando $\epsilon \rightarrow 0$. Para comprender esto,

es conveniente separar los términos independientes de N en la dimensión anómala física renormalizada, esto es los términos con $n = 0$ en la suma de la ec.(3.97). Escribamos,

$$\gamma(N, \alpha_s(Q^2), \epsilon) = \hat{\gamma}^{(l)}(\alpha_s(Q^2), \alpha_s(Q^2/N^a), \epsilon) + \hat{\gamma}^{(c)}(\alpha_s(Q^2), \epsilon) + O\left(\frac{1}{N}\right), \quad (3.98)$$

donde hemos definido

$$\hat{\gamma}^{(l)}(\alpha_s(Q^2), \alpha_s(Q^2/N^a), \epsilon) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \gamma_{m+nn}^R(\epsilon) \alpha_s^m(Q^2) \alpha_s^n(Q^2/N^a) \quad (3.99)$$

$$\hat{\gamma}^{(c)}(\alpha_s(Q^2), \epsilon) = \sum_{m=1}^{\infty} \gamma_{m0}^R(\epsilon) \alpha_s^m(Q^2). \quad (3.100)$$

Mientras que $\gamma(N, \alpha_s(Q^2), \epsilon)$ es finita en el límite $\epsilon \rightarrow 0$, coincide con la dimensión anómala cuadri-dimensional, $\hat{\gamma}^{(l)}$ y $\hat{\gamma}^{(c)}$ no son necesariamente finitas para $\epsilon \rightarrow 0$. Sin embargo, la ec. (3.98) implica que $\hat{\gamma}^{(l)}$ y $\hat{\gamma}^{(c)}$ pueden convertirse en finitas agregando y sustrayendo el contratérmino

$$Z^{(\gamma)}(\alpha_s(Q^2), \epsilon) = \hat{\gamma}^{(l)}(\alpha_s(Q^2), \alpha_s(Q^2), \epsilon). \quad (3.101)$$

De esta forma la dimensión anómala física de la ec. (3.98) se convierte en

$$\gamma(N, \alpha_s(Q^2), \epsilon) = \gamma^{(l)}(\alpha_s(Q^2), \alpha_s(Q^2/N^a), \epsilon) + \gamma^{(c)}(\alpha_s(Q^2), \epsilon) + O\left(\frac{1}{N}\right), \quad (3.102)$$

donde

$$\begin{aligned} \gamma^{(l)}(\alpha_s(Q^2), \alpha_s(Q^2/N^a), \epsilon) &= \hat{\gamma}^{(l)}(\alpha_s(Q^2), \alpha_s(Q^2/N^a), \epsilon) + \\ &\quad - \hat{\gamma}^{(l)}(\alpha_s(Q^2), \alpha_s(Q^2), \epsilon), \end{aligned} \quad (3.103)$$

$$\gamma^{(c)}(\alpha_s(Q^2), \epsilon) = \hat{\gamma}^{(c)}(\alpha_s(Q^2), \epsilon) + \hat{\gamma}^{(l)}(\alpha_s(Q^2), \alpha_s(Q^2), \epsilon). \quad (3.104)$$

Ahora, es claro que $\gamma^{(c)}$ es finito en $\epsilon = 0$, porque a $N = 1$ $\gamma^{(l)}$ se anula y es independiente de N . Esto también implica que $\gamma^{(l)}$ es finita para todo N , dado que γ debe ser finita para todo N . Por lo tanto, $\gamma^{(l)}$ provee una expresión de la dimensión anómala física resumada en el límite de grandes N , hasta los términos no-logarítmicos:

$$\gamma(N, \alpha_s(Q^2), \epsilon) = \gamma^{(l)}(\alpha_s(Q^2), \alpha_s(Q^2/N^a), \epsilon) + O(N^0). \quad (3.105)$$

Es aparente de la ec.(3.104) que $\gamma^{(c)}$ es una serie de potencias en $\alpha_s(Q^2)$ con coeficientes finitos en el límite $\epsilon \rightarrow 0$. Para comprender también la estructura perturbativa de $\gamma^{(l)}$, definimos implícitamente la función $g(\alpha_s(Q^2), \alpha_s(Q^2/n), \epsilon)$ como

$$\gamma^{(l)}(\alpha_s(Q^2), \alpha_s(Q^2/N^a), \epsilon) = \int_1^{N^a} \frac{dn}{n} g(\alpha_s(Q^2), \alpha_s(Q^2/n), \epsilon), \quad (3.106)$$

donde

$$g(\alpha_s(Q^2), \alpha_s(\mu^2), \epsilon) \equiv -\mu^2 \frac{\partial}{\partial \mu^2} \hat{\gamma}^{(l)}(\alpha_s(Q^2), \alpha_s(\mu^2), \epsilon) \quad (3.107)$$

$$= -\beta^{(d)}(\alpha_s(\mu^2), \epsilon) \frac{\partial}{\partial \alpha_s(\mu^2)} \hat{\gamma}^{(l)}(\alpha_s(Q^2), \alpha_s(\mu^2), \epsilon), \quad (3.108)$$

donde $\beta^{(d)}(\alpha_s)$ es la función Beta d -dimensional

$$\beta^{(d)}(\alpha_s(\mu^2), \epsilon) = \epsilon \alpha_s(\mu^2) + \beta(\alpha_s(\mu^2)) \quad (3.109)$$

y donde hemos hecho el cambio de variable $n = Q^2/\mu^2$. Inmediatamente de las ecs. (3.99-3.108) surge que g es una serie de potencias en $\alpha_s(Q^2)$ y $\alpha_s(\mu^2)$ con coeficientes finitos en el límite $\epsilon \rightarrow 0$:

$$\begin{aligned} \lim_{\epsilon \rightarrow 0} g(\alpha_s(Q^2), \alpha_s(\mu^2), \epsilon) &\equiv g(\alpha_s(Q^2), \alpha_s(\mu^2)) \\ &= \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} g_{mn} \alpha_s^m(Q^2) \alpha_s^n(\mu^2). \end{aligned} \quad (3.110)$$

Por lo tanto, el resultado final para la dimensión anómala física resumada a todos los órdenes está dada por

$$\gamma^{\text{res}}(N, \alpha_s(Q^2)) = \int_1^{N^a} \frac{dn}{n} g(\alpha_s(Q^2), \alpha_s(Q^2/n)) + O(N^0). \quad (3.111)$$

Obviamente la resumación tratada desde el punto de vista del grupo de renormalización constituye un tema por demás extenso. Sin embargo, no es el tema central de esta tesis tratar la resumación de esta forma, nuestro objetivo aquí es dar un esquema general del tipo de expresiones y como deben tratarse dentro de este marco.

Basándose en los argumentos del grupo de renormalización descriptos, las referencias [74–76] utilizan el teorema de factorización para expresar la sección eficaz

hadrónica como una convolución de las densidades partónicas junto con una sección eficaz a nivel partónico. Esto luego es refactorizado en funciones asociadas a la emisión soft y colineal de gluones de los partones del estado inicial y final, una función asociada con la emisión gluónica soft no colineal que involucra la estructura de color del scattering hard, y una función de hard-scattering de corta distancia. Las propiedades del grupo de renormalización de estas funciones permite la exponenciación de las contribuciones de gluones soft proveyendo la sección eficaz resumada. Para una revisión detallada, véase [77]. Naturalmente la resumación de los logaritmos umbrales se lleva a cabo en el espacio de momentos y la sección eficaz partónica toma la forma $\hat{\sigma}(N) = \int dz z^{N-1} \hat{\sigma}(z)$. Los logaritmos ahora en la variable N se exponencian y la función de hard scattering resumada a NLL para rapidity fija se escribe de la forma:

$$\begin{aligned}
\hat{\sigma}^{res}(N) &= \exp \left[\sum_i E^{f_i}(N) \right] \exp \left[\sum_j E'^{f_j}(N) \right] \\
&\times \exp \left[\sum_i 2 \int_{\mu_F}^{\sqrt{s}} \frac{d\mu}{\mu} \gamma_{i/i}(\alpha_s(\mu)) \right] \exp \left[2 d_{\alpha_s} \int_{\mu_R}^{\sqrt{s}} \frac{d\mu}{\mu} \beta(\alpha_s(\mu)) \right] \\
&\times \text{Tr} \left\{ H^{f_i f_j}(\alpha_s(\mu_R)) \exp \left[\int_{\sqrt{s}}^{\sqrt{s}/\tilde{N}} \frac{d\mu}{\mu} \Gamma_S^{\dagger f_i f_j}(\alpha_s(\mu)) \right] \tilde{S}^{f_i f_j}(\alpha_s(\sqrt{s}/\tilde{N})) \right. \\
&\quad \left. \times \exp \left[\int_{\sqrt{s}}^{\sqrt{s}/\tilde{N}} \frac{d\mu}{\mu} \Gamma_S^{f_i f_j}(\alpha_s(\mu)) \right] \right\}, \tag{3.112}
\end{aligned}$$

donde $\tilde{N} = N e^{\gamma_E}$, con γ_E la constante de Euler. La suma sobre i corre sobre los partones del estado inicial, mientras que sobre j sumamos los partones del estado final. Aquí se han suprimido todos los términos dependientes del gauge dado que se cancelan explícitamente. Daremos las expresiones explícitas a un loop necesarias para el cálculo a NLL.

El primero de los exponentes en la ec. (3.112) está dado en el esquema $\overline{\text{MS}}$ por

$$E^{f_i}(N) = - \int_0^1 dz \frac{z^{N-1} - 1}{1-z} \left\{ \int_{(1-z)^2}^1 \frac{d\lambda}{\lambda} A_i(\alpha_s(\lambda s)) + \nu_i [\alpha_s((1-z)^2 s)] \right\}, \tag{3.113}$$

con $A_i(\alpha_s) = A_i^{(1)} \alpha_s/\pi + A_i^{(2)} (\alpha_s/\pi)^2 + A_i^{(3)} (\alpha_s/\pi)^3 + \dots$. Aquí $A_i^{(1)} = C_i$ con $C_i = C_F = (N_c^2 - 1)/(2N_c)$ para quark o antiquark y N_c para gluón, donde N_c es el número

de colores. $A_i^{(2)} = C_i K/2$ con $K = C_A (67/18 - \pi^2/6) - 5n_f/9$, siendo n_f es el número de sabores. También $\nu_i = (\alpha_s/\pi)\nu_i^{(1)} + (\alpha_s/\pi)^2\nu_i^{(2)} + (\alpha_s/\pi)^3\nu_i^{(3)} + \dots$, con $\nu_i^{(1)} = C_i$.

El segundo de los exponentes es de la forma

$$E^{f_j}(N) = \int_0^1 dz \frac{z^{N-1} - 1}{1-z} \left\{ \int_{(1-z)^2}^{1-z} \frac{d\lambda}{\lambda} A_j(\alpha_s(\lambda s)) - B_j[\alpha_s((1-z)s)] - \nu_j[\alpha_s((1-z)^2 s)] \right\}, \quad (3.114)$$

donde $B_j = (\alpha_s/\pi)B_j^{(1)} + (\alpha_s/\pi)^2B_j^{(2)} + (\alpha_s/\pi)^3B_j^{(3)} + \dots$ con $B_q^{(1)} = 3C_F/4$ y $B_g^{(1)} = \beta_0/4$, donde β_0 es el orden más bajo de la función β , $\beta_0 = (11C_A - 2n_f)/3$.

En el tercer exponente $\gamma_{i/i}$ es la dimensión anómala en espacio de momentos de la densidad $\phi_{i/i}$ en el esquema $\overline{\text{MS}}$. En el cuarto exponente se encuentra la función β . La constante $d_{\alpha_s} = 0, 1, 2$ dependiendo del orden de la sección eficaz Born, $\alpha_s^0, \alpha_s^1, \alpha_s^2$, respectivamente.

$H^{f_i f_j}$ son las funciones de hard-scattering para la colisión de partones f_i and f_j , mientras que $S^{f_i f_j}$ son las funciones soft que describen emisión de gluones soft no colineal. Aquí se usan las expansiones $H = \alpha_s^{d_{\alpha_s}} H^{(0)} + (\alpha_s^{d_{\alpha_s}+1}/\pi) H^{(1)} + (\alpha_s^{d_{\alpha_s}+2}/\pi^2) H^{(2)} + (\alpha_s^{d_{\alpha_s}+3}/\pi^3) H^{(3)} + \dots$ y $S = S^{(0)} + (\alpha_s/\pi) S^{(1)} + (\alpha_s/\pi)^2 S^{(2)} + (\alpha_s/\pi)^3 S^{(3)} + \dots$. Debemos notar que tanto H como S son matrices en el espacio de color y que la traza debe ser tomada. Al orden más bajo, la traza del producto de las matrices hard H y soft S reproduce la sección eficaz Born de cada proceso partónico,

$$\sigma^{\text{Born}} = \alpha_s^{d_{\alpha_s}} \text{tr}[H^{(0)} S^{(0)}]. \quad (3.115)$$

A través de propiedades del grupo de renormalización puede verse que la evolución de la función soft está dada en términos de la matriz de dimensión anómala soft Γ_S [12]. En procesos más simples de color Γ_S es una matriz trivial 1×1 mientras que en procesos complejos debe ser escogida una base de color. Para quark-(anti)quark scattering, Γ_S es una matriz de 2×2 [12]; Para quark-gluon scattering es de 3×3 y para gluón-gluón scattering es de 8×8 [12].

Capítulo 4

Colisión de hadrones no polarizados

En el presente capítulo abordaremos el estudio de la resumación en procesos no polarizados de colisión de protones que dan lugar a hadrones con alto impulso transversal $pp \rightarrow h + X$. Comenzaremos por estudiar los procesos donde el hadrón creado es neutro y luego extenderemos el análisis para hadrones cargados. Estos procesos nos servirán de referencia para luego, en el capítulo siguiente analizar dicha colisión cuando ambos protones se encuentran polarizados longitudinalmente. Mostraremos con detalle como se obtienen cada uno de los coeficientes de la expresión (3.40) introducidos en el capítulo 3.

4.1. $pp \rightarrow h + X$ no polarizado a NLL

Continuemos nuestro estudio de producción de hadrones con un ejemplo. Consideremos el proceso semi-inclusivo de producción de un pión $pp \rightarrow \pi^0 + X$ donde los protones colisionantes no se encuentran polarizados. Para calcular su sección eficaz resumada al orden NLL (ec. 3.56), debemos computar todos los términos de la

ecuación (3.40) de la sección 3.3:

$$\hat{\sigma}_{ab \rightarrow cd}^{(\text{res})}(N) = C_{ab \rightarrow cd} \Delta_N^a \Delta_N^b \Delta_N^c J_N^d \left[\sum_I G_{ab \rightarrow cd}^I \Delta_{IN}^{(\text{int})ab \rightarrow cd} \right] \hat{\sigma}_{ab \rightarrow cd}^{(\text{Born})}(N), \quad (4.1)$$

donde debemos considerar todos los subprocesos partónicos $ab \rightarrow cd$ que dan lugar a la producción del pión. Por ejemplo, el scattering de quarks contendrá los canales $qq' \rightarrow qq'$ y $qq \rightarrow qq$, donde q y q' indican quarks de distinto sabor. La aniquilación quark-antiquark, $q\bar{q} \rightarrow q\bar{q}$, $q\bar{q} \rightarrow gg$, $q\bar{q}' \rightarrow q\bar{q}'$, y $q\bar{q} \rightarrow q'\bar{q}'$. El scattering de quark-gluón, $qg \rightarrow qg$ y $qg \rightarrow gq$. Finalmente, la fusión de gluones aportará los subprocesos: $gg \rightarrow gg$ y $gg \rightarrow q\bar{q}$. Vale la pena recordar aquí que el orden de los partones en el estado final es de importancia dado que uno de ellos (el que es considerado partón c) será el que se fragmente en el pión observado, mientras que el otro (d) si bien también se fragmentará no será observado. Por este motivo, por ejemplo, los subprocesos $qg \rightarrow qg$ y $qg \rightarrow gq$ son considerados distintos.

Comencemos por analizar la sección eficaz Born de la ec. (4.1). Para ello recordemos de la ec. (3.115) de la sección 3.4.2 que la sección eficaz Born puede ser calculada tomando la traza del producto de las matrices de hard-scattering H y funciones soft S al orden más bajo. Mostraremos un ejemplo sencillo para un subproceso en particular, los resultados de los demás subprocesos se compilan en el Apéndice A.

Analicemos el scattering $qq \rightarrow qq$ como se muestra en la figura (4.1).

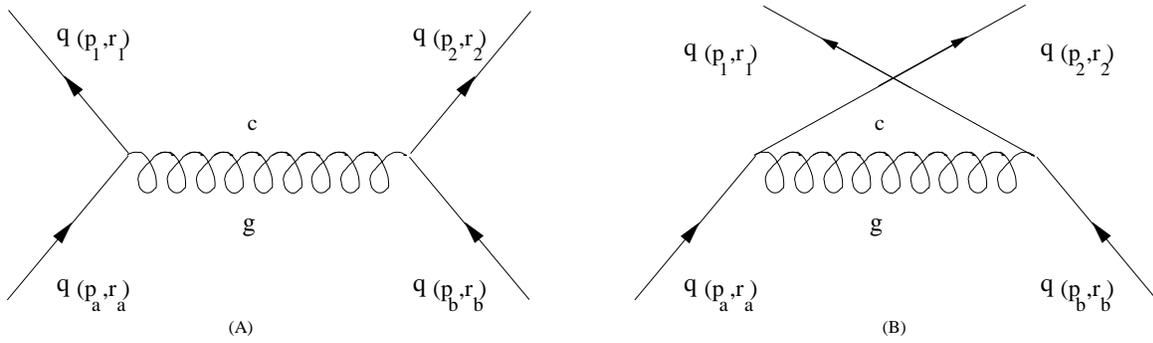


Figura 4.1: Diagramas de Feynman para $q\bar{q} \rightarrow q\bar{q}$. Los términos p_i , con $i = 1, 2, a$ ó b , indican el impulso del (anti-)quark correspondiente, mientras que r_i indica el color.

Remarcamos el hecho de que debemos escoger una base de color, tomaremos al

igual que en la referencia [76] la base de singlete-octete en el canal t :

$$c_1^{q\bar{q} \rightarrow q\bar{q}} = (T^c)_{r_1 r_a} (T^c)_{r_2 r_b}, \quad (4.2)$$

$$c_2^{q\bar{q} \rightarrow q\bar{q}} = \delta_{r_a r_1} \delta_{r_b r_2}. \quad (4.3)$$

Usando las identidades $\delta_{rr} = N_c$, siendo N_c el número de colores, y $T_{ij}^a T_{lk}^a = \frac{1}{2} \left[\delta_{il} \delta_{jk} - \frac{1}{N_c} \delta_{ij} \delta_{lk} \right]$, podemos escribir S al orden más bajo como $S_{ij} = c_i^\dagger c_j$. Por lo tanto las componentes serán:

$$S_{11} = c_1^\dagger c_1 = (T^c)_{r_2 r_b} (T^c)_{r_a r_1} (T^d)_{r_1 r_a} (T^d)_{r_b r_2} = \quad (4.4)$$

$$= \frac{1}{4} \left[\delta_{r_2 r_a} \delta_{r_b r_1} - \frac{1}{N_c} \delta_{r_2 r_b} \delta_{r_a r_1} \right] \left[\delta_{r_1 r_b} \delta_{r_a r_2} - \frac{1}{N_c} \delta_{r_1 r_a} \delta_{r_b r_2} \right] = \frac{1}{4} [N_c^2 - 1] \quad (4.5)$$

$$S_{12} = c_1^\dagger c_2 = S_{21} = c_2^\dagger c_1 = \delta_{r_1 r_a} \delta_{r_2 r_b} (T^c)_{r_1 r_a} (T^c)_{r_b r_2} = (T^c)_{rr} (T^c)_{r'r'} = 0, \quad (4.6)$$

$$S_{22} = c_2^\dagger c_2 = \delta_{r_1 r_a} \delta_{r_2 r_b} \delta_{r_a r_1} \delta_{r_b r_2} = \delta_{rr} \delta_{r'r'} = N_c^2. \quad (4.7)$$

De esta manera, la matriz soft para el subproceso $qq \rightarrow qq$ está dada por:

$$S^{qq \rightarrow qq} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4}(N_c^2 - 1) & 0 \\ 0 & N_c^2 \end{bmatrix}. \quad (4.8)$$

El mecanismo para construirse la matriz hard H también necesita de la misma base de color. Lo que haremos es ver como se reescriben las matrices de color de las amplitudes de los diagramas de Feynman en esta base. Mientras que el diagrama de Feynman para el canal u (diagrama (B) de la fig. (4.1)) tiene la estructura de color $(T^c)_{r_2 r_a} (T^c)_{r_1 r_b}$, el canal t (diagrama (A) de la fig. (4.1)) es de la forma $(T^c)_{r_1 r_a} (T^c)_{r_2 r_b}$. Dado que la base escogida corresponde a la estructura del singlete-octete de color del canal t , la última de las expresiones en esta base será simplemente c_1 , mientras que para la primera deberemos descomponerla en dicha base,

$$(T^c)_{r_a r_1} (T^c)_{r_a r_b} = \frac{C_F}{N_c} c_2 - \frac{1}{N_c} c_1 \quad (4.9)$$

donde $C_F = \frac{N_c^2 - 1}{2N_c}$. De esta manera la amplitud al cuadrado será de la forma:

$$\begin{aligned} |\mathcal{M}|^2 &= \left(\mu_1^A + \frac{C_F}{N_c} \mu_2^B - \frac{1}{N_c} \mu_1^B \right)^2 \\ &= \mu_1^{A^2} - \frac{2}{N_c} \mu_1^A \mu_1^B + \frac{1}{N_c^2} \mu_1^{B^2} + \frac{2C_F}{N_c} \mu_1^A \mu_2^B - \frac{2C_F}{N_c^2} \mu_1^B \mu_2^B + \frac{C_F^2}{N_c^2} \mu_2^{B^2}, \quad (4.10) \end{aligned}$$

donde μ indica la amplitud descompuesta en cada base de color y los supraíndices indican si provienen del diagrama A (canal t) o B (canal u). Ya estamos en condiciones de escribir H , por ejemplo el elemento H_{22} será:

$$H_{22} = \frac{2C_F^2}{N_c^4} \frac{t^2 + s^2}{u^2} \quad (4.11)$$

donde la dependencia en las variables de Mandelstan es la típica de una amplitud proveniente del canal u al cuadrado. De esta misma forma,

$$H_{11} = \frac{2}{N_c^2} \left[\frac{s^2 + u^2}{t^2} - \frac{2}{N_c} \frac{s^2}{tu} + \frac{1}{N_c^2} \frac{s^2 + t^2}{u^2} \right], \quad (4.12)$$

$$H_{12} = H_{21} = \frac{2C_F}{N_c^3} \left[\frac{s^2}{tu} - \frac{1}{N_c} \frac{t^2 + s^2}{u^2} \right]. \quad (4.13)$$

Así la matriz H será:

$$H^{qq \rightarrow qq} = \alpha_S^2 \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix}. \quad (4.14)$$

con H_{11} , H_{12} y H_{22} dados en ecs. (4.11-4.13).

Una vez calculadas S y H , la expresión para la sección eficaz Born es inmediata:

$$\begin{aligned} \sigma_{qq \rightarrow qq}^{(\text{Born})} &= \frac{1}{s} \text{Tr} \{ S^{qq \rightarrow qq} H^{qq \rightarrow qq} \} \\ &= \alpha_S^2 \frac{C_F}{N_c s} \left[\frac{s^2 + u^2}{t^2} + \frac{s^2 + t^2}{u^2} - \frac{2}{N_c} \frac{s^2}{tu} \right]. \end{aligned} \quad (4.15)$$

Ahora bien en el espacio de momentos la expresión será:

$$\sigma_{qq \rightarrow qq}^{(\text{Born})} = \frac{\pi}{2} \int_0^1 dv (4v(1-v))^{N+1} \frac{1}{s} \text{Tr} \{ S^{qq \rightarrow qq} H^{qq \rightarrow qq} \} \quad (4.16)$$

donde en la matriz H se toma $u = -vs$ y $t = -(1-v)s$. Aquí es interesante notar que en el límite umbral $w \rightarrow 1$, corresponde a $N \rightarrow \infty$ y uno tiene una expresión del tipo:

$$\int_0^1 dv [4v(1-v)w]^{N+1} f(v) = \int_0^1 dv [4v(1-v)w]^{N+1} \left[f\left(\frac{1}{2}\right) + \mathcal{O}\left(\frac{1}{N}\right) \right], \quad (4.17)$$

lo que implica que a grandes N , la variable v se “concentra” en $v = 1/2$, y por lo tanto, la rapidity partónica es forzada a $\hat{\eta} = 0$. Esto significa, por ejemplo, que cerca del umbral este justificado tomar la sección eficaz partónica a NLO como proporcional a la sección eficaz Born.

Al resolver la integral de la ec. (4.16) y utilizar algunas propiedades conocidas de la función Gama $\Gamma(x)$, se llega a:

$$\sigma_{qq \rightarrow qq}^{(\text{Born})}(N) = \frac{2\pi C_F}{3C_A^2} (C_A(5N^2 + 15N + 12) - 2N(3 + 2N)) B\left(N, \frac{5}{2}\right), \quad (4.18)$$

donde $C_A = N_c$ como en la ec. (3.46) de la sección 3.3, $B(a, b)$ es la función Beta

$$B(a, b) = \int_0^1 dx x^{a-1} (1-x)^{b-1} = \frac{\Gamma(a)\Gamma(b)}{\Gamma(a+b)}, \quad (4.19)$$

siendo $\Gamma(x)$ la función Gama definida como:

$$\Gamma(x) = \int_0^\infty e^{-y} y^{x-1} dy \quad (x > 0). \quad (4.20)$$

Sabiendo ya calcular la sección eficaz Born, pasemos ahora a describir el cómputo de los coeficientes dependientes de color $G_{ab \rightarrow cd}^I$ y $\Delta_{IN}^{(\text{int})ab \rightarrow cd}$ de la ec. (4.1). Para ello es necesario analizar la traza de la ec. (3.112), donde para desarrollar la exponencial de la matriz anómala Γ_s es necesario diagonalizarla. Por lo tanto, la traza será:

$$\text{Tr}[H e^{\int \Gamma_s^\dagger} S e^{\int \Gamma_s}]. \quad (4.21)$$

Si consideramos el mismo proceso partónico $qq \rightarrow qq$ debemos solamente agregar la expresión para Γ_s . Dichas expresiones se encuentran en las referencias [75, 76] :

$$\Gamma_s^{qq \rightarrow qq} = \begin{bmatrix} \frac{-1}{C_A}(\log[-t/s] + \log[-u/s]) + D & 2 \log[-u/s] \\ \frac{C_F}{C_A} \log[-u/s] & 2C_F \log[-t/s] + D \end{bmatrix}. \quad (4.22)$$

donde s , t y u son las variables de Mandelstan y D es un término diagonal, que a continuación definiremos. Aunque la sección eficaz es independiente de gauge, las funciones en las cuales es factorizada son, en general, dependientes de la elección de n^μ , el vector axial de gauge (Véase las referencias [12, 75, 76]). Habiendo mencionado

esto, el término diagonal D es de forma, $D = \frac{1}{2}C_F(4 - \log[2\nu_{qa}] - \log[2\nu_{qb}] - \log[2\nu_{q1}] - \log[2\nu_{q2}])$, donde $\nu_i \equiv \frac{(v_i \cdot n)^2}{|n|^2}$, siendo v_i la vector velocidad de la partícula i

Con esto es posible calcular y reescribir la traza de la forma:

$$Tr[H e^{\int \Gamma_s^\dagger} S e^{\int \Gamma_s}] = \sigma^{(\text{Born})} \{G_1[1 - 2\alpha_S b_0 \ln N]^{D_1} + G_2[1 - 2\alpha_S b_0 \ln N]^{D_2}\}, \quad (4.23)$$

donde precisamente G_1 y G_2 son los pesos de color que cumplen $G_1 + G_2 = 1$. D_1 y D_2 son los términos de la ec. (3.43) para $\Delta_I^{(\text{int})ab \rightarrow cd}$.

Por último nos resta comentar como se determinan los coeficientes $C_{ab \rightarrow cd}$, donde contaremos con la ventaja de conocer las expresiones a NLO. El proceso consiste en lo siguiente: Para cada canal partónico se expande la sección eficaz resumada de la ecuación (4.1) a primer orden en α_S . Cerca del umbral, uno puede tomar directamente la transformada de Mellin de las expresiones analíticas para el NLO. Comparando ambos resultados, primero se verifica que todos los términos logarítmicos sean reproducidos correctamente por el formalismo de la resumación. Los términos restantes, independientes de N , en la sección eficaz a orden NLO dan los coeficientes $C_{ab \rightarrow cd}^{(1)}$.

Habiendo analizado cada término de la ecuación (4.1) ya estamos en condiciones de presentar los resultados de la resumación a NLL para el proceso $pp \rightarrow \pi^0 + X$.

4.1.1. Resultados fenomenológicos

Comenzando de la ecuación (3.56) de la sección 3 debemos especificar cuáles son nuestras elecciones para las pdf's y ff's. Usaremos MRST2002 para la densidad de partones [78] y las funciones de fragmentación para pión "KKP" de la referencia [79].

Tal como hemos discutido en el capítulo anterior, generalmente se esperan grandes contribuciones de la resumación de gluones soft para producción de hadrones. Es importante estar seguros de que los términos de resumación de gluones soft constituyen la parte dominante de la sección eficaz y que por ejemplo no se tienda a sobreestimar los órdenes más altos. Por esta razón comenzaremos por identificar las regiones cinemáticas donde las contribuciones de gluones soft dominan la sección eficaz. Una medida de esto se obtiene comparando la sección eficaz resumada expandida hasta el NLO con el cálculo completo a orden fijo de NLO, esto es comparando los dos

últimos términos de la ec. (3.56). La figura (4.2) muestra esta comparación para una energía típica de blanco fijo $\sqrt{S} = 31,5$ GeV, y para RHIC a $\sqrt{S} = 200$ GeV. Como puede observarse, la expansión reproduce el resultado a orden fijo de gran manera. Para el régimen de blanco fijo el acuerdo es excelente, excepto tal vez para pequeños momentos transversos del pión $p_T \sim 3$ GeV, donde la aproximación soft tiende ligeramente a sobreestimar al orden fijo. Esto está relacionado con el hecho de que para pequeños valores de p_T (a energía fija), uno está lejos de la región umbral y por lo tanto la aproximación soft se vuelve menos precisa. Lo mismo se espera si uno aumenta la energía mientras se mantiene el momento transverso fijo. De hecho, tal como muestran las curvas para $\sqrt{s} = 200$ GeV en fig. (4.2), el resultado resumado expandido a NLO da un escenario menos preciso que el de blanco fijo aunque sin embargo la predicción sigue siendo remarcablemente cercana a la predicción de orden fijo a NLO. Por lo tanto, la conclusión de la figura (4.2) es que las contribuciones asociadas a una región cercana a la umbral son dominantes en el régimen de blanco fijo, implicando que la resumación es relevante y precisa aún para valores pequeños de momento transverso. Para colisionadores hadrónicos tales como RHIC la sección resumada aparenta sobreestimar los resultados. Retornaremos sobre este punto más adelante. Ahora nos concentraremos en el regimen de blanco fijo.

El paso siguiente es investigar cuán grandes son las contribuciones de los órdenes superiores dadas por la resumación a NLL. Para esto volvamos a la ec. (3.56) y tomemos el resultado resumado completo. Definimos los factores “ K ” como el cociente de la sección eficaz resumada con la sección eficaz a orden fijo,

$$K^{(\text{res})} = \frac{d\sigma^{(\text{match})}/dp_T}{d\sigma^{(\text{NLO})}/dp_T}, \quad (4.24)$$

el cuál se muestra en el régimen de blanco fijo, y para escalas $\mu_R = \mu_{FI} = \mu_{FF} = p_T$, por una línea sólida en la figura (4.3). Como puede observarse, el valor de $K^{(\text{res})}$ es realmente grande significando que los resultados resumados conducen a un gran aumento sobre el NLO. Es interesante ver como se construyen estos aumentos orden por orden en la sección eficaz resumada, por esta razón se define los factores “ K^n ”

$$K^n \equiv \frac{d\sigma^{(\text{match})}/dp_T|_{\mathcal{O}(\alpha_S^{2+n})}}{d\sigma^{(\text{NLO})}/dp_T}, \quad (4.25)$$

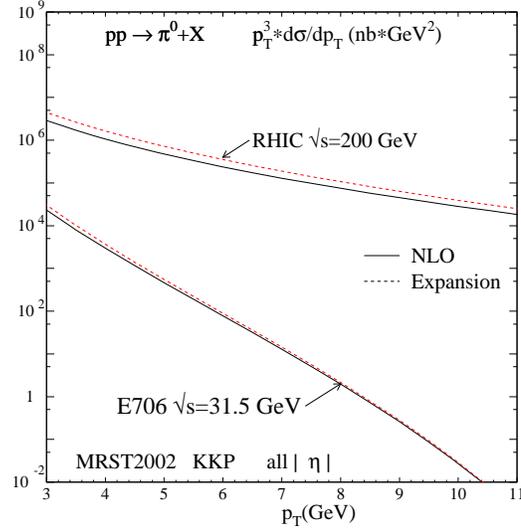


Figura 4.2: Comparación de la sección eficaz a orden fijo NLO (líneas sólidas) para $pp \rightarrow \pi^0 X$ con la sección eficaz resumada extendida a orden NLO ($\mathcal{O}(\alpha_S^3)$) (líneas de trazos), para dos energías diferentes. Se han escogido las escalas de factorización y renormalización iguales a p_T .

donde $n = 2, 3, \dots$ da el incremento sobre el NLO debido a los términos de orden $\mathcal{O}(\alpha_S^{2+n})$ en la fórmula resumada. Formalmente, $K^1 = 1$ y $K^\infty = K^{(\text{res})}$. Los resultados para $K^{2,3,4,5,6}$ también se muestran en la Fig. (4.3). Como se puede ver las contribuciones son grandes incluso más allá del NNLO, en particular a grandes valores de p_T . Claramente aquí se requiere la resumación completa la cuál está representada por la línea sólida.

Como hemos mencionado con anterioridad, nuestro análisis determina la sección eficaz resumada donde se ha integrado sobre todo rapidity. Sin embargo, en los experimentos sólo una región es cubierta por los detectores. Con el objeto de obtener una predicción comparable con los datos experimentales, aproximamos la sección eficaz resumada en una región de rapidity por,

$$\frac{p_T^3 d\sigma^{(\text{match})}}{dp_T}(\eta \text{ in exp. range}) = K^{(\text{res})} \frac{p_T^3 d\sigma^{(\text{NLO})}}{dp_T}(\eta \text{ in exp. range}), \quad (4.26)$$

donde $K^{(\text{res})}$ es tal como se definió en la ec. (4.24) en términos de la sección eficaz resumada integrada sobre todo rapidity. En otras palabras, reescalamos los resultados

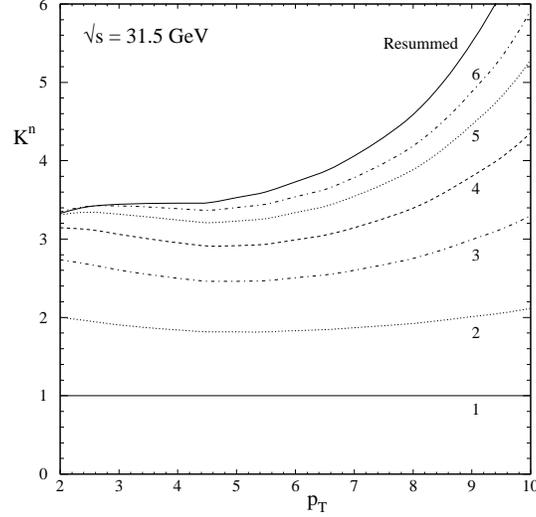


Figura 4.3: Factores “ K^n ” relativos al NLO definidos en las ecs. (4.24) y (4.25) para $pp \rightarrow \pi^0 X$ en el régimen de blanco fijo.

resumados a través del cociente de la sección eficaz a NLO integrada sobre el rango de rapidity relevante experimentalmente con el integrado sobre todo η .

En la figura (4.4) se comparan las predicciones resumadas a NLL y las de NLO con los datos experimentales de E706 [80] para $pp \rightarrow \pi^0 X$ a $\sqrt{S} = 31,5$ GeV. Los datos cubren la región de $|\eta| < 0,75$. Los resultados se presentan para tres escalas diferentes, $\mu_R = \mu_{FI} = \mu_{FF} = \zeta p_T$, donde $\zeta = 1/2, 1, 2$. Es evidente que el NLO no reproduce correctamente los resultados experimentales tal como se ha observado en [5–7]. Más aún, a NLO hay una gran dependencia de la escala. La situación es claramente mejorada cuando se considera la resumación a NLL. Tal como hemos observado en la fig. (4.3), la sección eficaz a NLL es considerablemente más grande que a NLO haciendo que la comparación con los datos de E706 sea altamente satisfactoria. También la dependencia de escala es reducida notablemente en comparación al NLO, mejorando la precisión de la predicción.

Como hemos mencionado, las predicciones resumadas constituyen una mejora no-

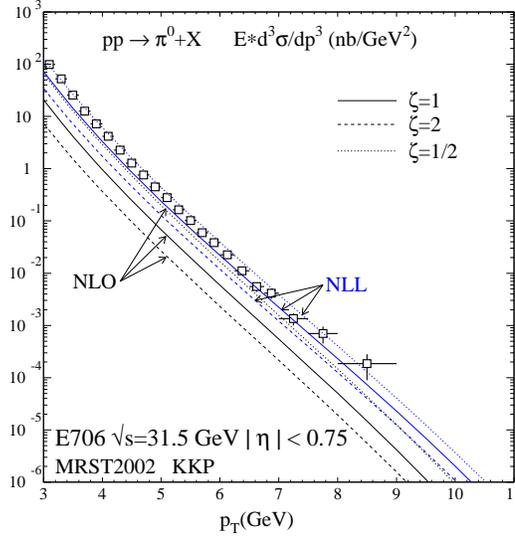


Figura 4.4: Resultados a NLO y NLL de la sección eficaz $pp \rightarrow \pi^0 X$ para la cinemática del experimento E706. Los resultados están dados para tres escalas distintas, $\mu_R = \mu_{FI} = \mu_{FF} = \zeta p_T$, donde $\zeta = 1/2, 1, 2$. Los datos experimentales provienen de la referencia [80].

table respecto de las predicciones de orden fijo en el régimen de blanco fijo. En el régimen de colisionadores hadrónicos tales como RHIC observamos que a altas energías, como ser $\sqrt{S} = 200 \text{ GeV}$, la expresión resumada expandida sobreestima los valores de orden fijo. Sin embargo a energías más bajas, donde se está más cerca del umbral la situación cambia notablemente pudiéndose obtener predicciones más precisas. Por este motivo analizaremos el régimen de colisiones hadrónicas en RHIC a $\sqrt{S} = 62,4 \text{ GeV}$, ya que a esta energía más baja se experimentó con el detector PHENIX. La figura (4.5) muestra los resultados de la predicción de la sección eficaz a NLO, resumada expandida a orden $\mathcal{O}(\alpha_s^3)$ y la NLL para el proceso $pp \rightarrow \pi^0 X$ a $\sqrt{S} = 62,4 \text{ GeV}$. Se ha considerado las escalas de factorización y renormalización iguales a p_T y se ha integrado sobre todo η . Tal como puede observarse, el orden resumado expandido a $\mathcal{O}(\alpha_s^3)$ reproduce el NLO mejor que en la situación de mayor energía. Si bien a valores pequeños de p_T esta diferencia es importante, a medida que nos aproximamos al umbral (mayores p_T) esta discrepancia se torna pequeña pudiéndose considerar la

aproximación soft como suficiente. También debemos notar que la sección eficaz se incrementa con la predicción a NLL que la considerada a orden NLO.

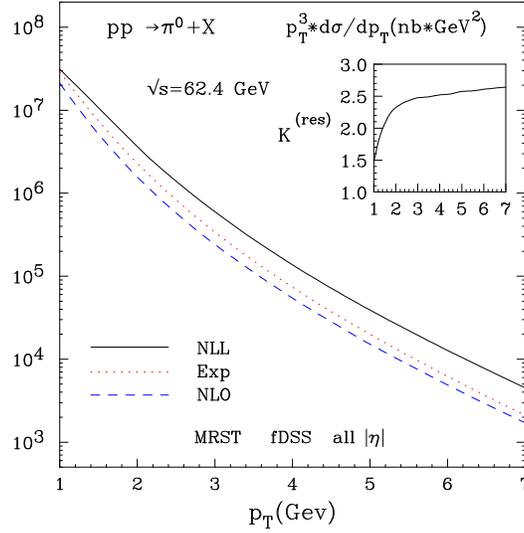


Figura 4.5: Resultados a NLO, resumado expandido a $\mathcal{O}(\alpha_S^3)$ y a NLL de la sección eficaz $pp \rightarrow \pi^0 X$ para RHIC a $\sqrt{S} = 62,4$ GeV. Se ha considerado la región completa de η y las escalas $\mu_R = \mu_{FI} = \mu_{FF} = p_T$.

El análisis para obtener una predicción que se ajuste al experimento, es el mismo que detallamos anteriormente. Dado que la cobertura del detector es sólo en una región del espacio, debemos reescalar nuestros resultados integrados para todo η . Como se ha dicho, utilizamos los factores K con este fin. Experimentalmente PHENIX tiene un rango de cobertura de $|\eta| < 0,35$. La figura (4.6) muestra los resultados de la sección eficaz a NLO y resumada a NLL. Hemos considerado aquí las distribuciones de partones de “MRST” [37] junto con las funciones de fragmentación “DSS”. Los datos experimentales son de la referencia [81]. Se analizan tres diferentes escalas: $\mu_R = \mu_{FI} = \mu_{FF} = \zeta p_T$, donde $\zeta = 1/2, 1, 2$. Como puede observarse, la predicción a orden fijo (izquierda de la figura (4.6)) reproduce razonablemente los resultados experimentales, aunque sin embargo con un valor central por debajo. También debemos notar que la incerteza provocada por las distintas escalas es sin dudas demasiado grande. La situación mejora notablemente al considerar la resumación a NLL (derecha de la figura (4.6)). Aquí los resultados experimentales son reproducidos con gran

precisión y la incerteza disminuye notablemente.

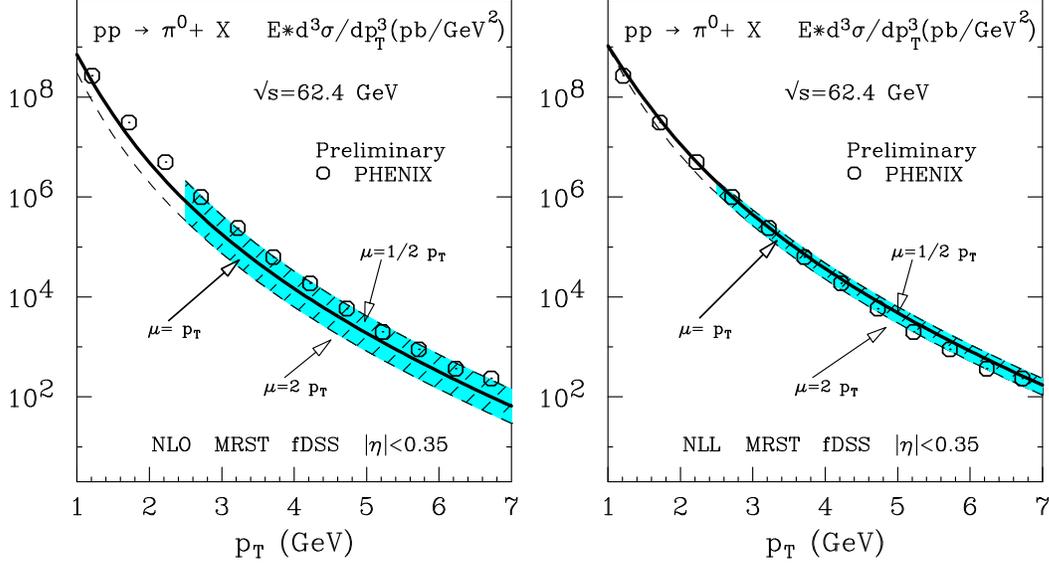


Figura 4.6: Resultados a NLO y NLL de la sección eficaz $pp \rightarrow \pi^0 X$ para RHIC a $\sqrt{S} = 62,4$ GeV. Los resultados se muestran para tres escalas distintas, $\mu_R = \mu_{FI} = \mu_{FF} = \zeta p_T$, donde $\zeta = 1/2, 1, 2$. Los datos experimentales provienen de la referencia [81].

4.2. $pp \rightarrow h^\pm + X$ no polarizado a NLL

Habiendo analizado ya el proceso de colisión de protones no polarizados que da origen a un hadrón neutro, nos proponemos extender el análisis al caso donde el hadrón del estado final se encuentra cargado. La única diferencia con el análisis anterior radica en que debemos tomar funciones de fragmentación distintas para este caso. Por esta razón hemos utilizado en nuestro estudio el nuevo conjunto de funciones de fragmentación de “de Florian-Stratmann-Sassot ” (DSS) de las referencias [82, 83]. Debemos mencionar también que dicho set de funciones de fragmentación son las primeras en determinar de forma individual las funciones de fragmentación para quark y anti-quarks para todos los sabores, así como también para gluones.

Antes de presentar los resultados obtenidos vale la pena mencionar las diferencias que poseen las funciones de fragmentación para hadrones cargados con las de hadrones

neutros¹.

Para ajustar los datos experimentales de colisiones leptón-nucleón y hadrón-hadrón, se toma una distribución parametrizada a $\mu_0 = 1$ GeV como:

$$D_i^H(z, \mu_0) = \frac{N_i z^{\alpha_i} (1-z)^{\beta_i} [1 + \gamma_i (1-z)^{\delta_i}]}{B[2 + \alpha_i, \beta_i + 1] + \gamma_i B[2 + \alpha_i, \beta_i + \delta_i + 1]}, \quad (4.27)$$

donde $B[a, b]$ representa la función Beta de Euler, N_i es una normalización según la regla de suma $\sum_H \int_0^1 dz z D_i^H(z, Q^2) = 1$. Tanto α, β, γ y δ son los parámetros de ajuste.

Para $\{u, \bar{u}, d, \bar{d}\} \rightarrow \pi^+$ se impone simetría de isospin, i.e.,

$$D_{\bar{u}}^{\pi^+} = D_d^{\pi^+}, \quad (4.28)$$

Aunque permite normalizaciones distintas en la suma $q + \bar{q}$:

$$D_{d+\bar{d}}^{\pi^+} = N D_{u+\bar{u}}^{\pi^+}. \quad (4.29)$$

Para quarks extraños se asume que

$$D_s^{\pi^+} = D_{\bar{s}}^{\pi^+} = N' D_{\bar{u}}^{\pi^+} \quad (4.30)$$

con N' independiente de z .

Análogamente para kaones se pide que:

$$D_{\bar{u}}^{K^+} = D_s^{K^+} = D_d^{K^+} = D_{\bar{d}}^{K^+}. \quad (4.31)$$

Con estas funciones de fragmentación correspondientes a hadrones cargados es posible, mediante la ec.(3.56) del capítulo 3 calcular la sección eficaz a NLL.

Dado que próximamente en RHIC se llevará a cabo la observación del proceso $pp \rightarrow h^\pm X$ es de nuestro interés obtener la sección eficaz para este proceso. Por este motivo consideraremos una energía de $\sqrt{S} = 62,4$ GeV, junto con una pseudo-rapidity $|\eta| < 0,35$, tal cuál lo hemos hecho para el proceso considerado anteriormente de producción de pión neutro. Hemos utilizado las pdf's de MRST [37] como en el

¹No haremos aquí un estudio exhaustivo, simplemente mostramos las diferencias esenciales. Para mayor profundidad es recomendable ver [82, 83].

caso anterior. La figura (4.7) muestra los resultados obtenidos para la sección eficaz del proceso $pp \rightarrow \pi^\pm X$ a NLO (izquierda) y NLL (derecha). Tal como sucede para π^0 la sección eficaz se incrementa al pasar de NLO a NLL y también tiene lugar la misma reducción en la incerteza de escalas.

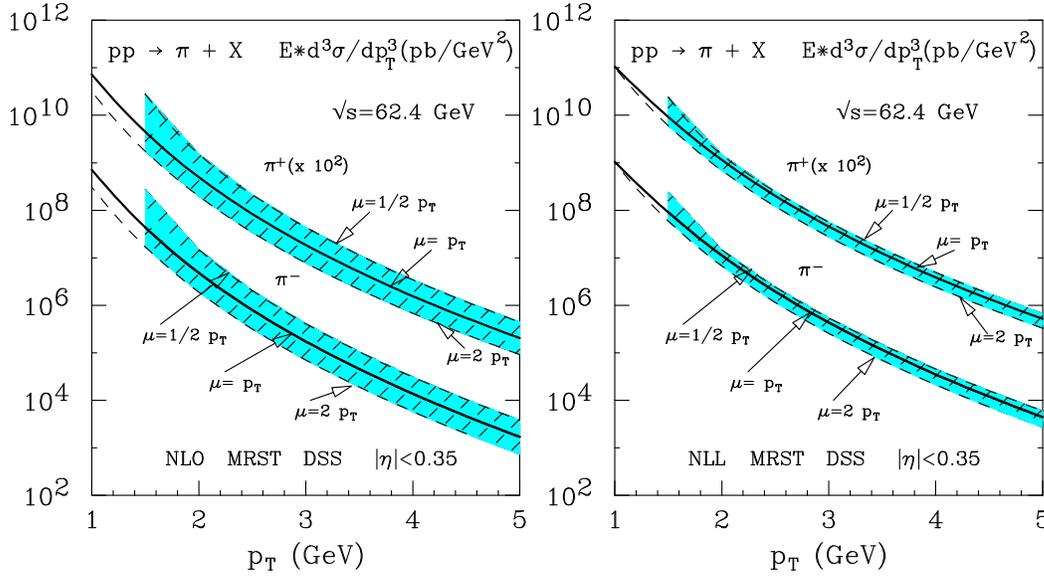


Figura 4.7: Resultados a NLO (izq.) y a NLL (der.) de la sección eficaz $pp \rightarrow \pi^\pm X$ para RHIC a $\sqrt{S} = 62,4$ GeV. Se ha considerado la región de $|\eta| < 0,35$ con tres distintas escalas $\mu_R = \mu_{FI} = \mu_{FF} = \zeta p_T$.

Análogamente en la figura (4.8) se pueden observar los resultados de la sección eficaz para el proceso de producción de kaones cargados $pp \rightarrow K^\pm X$ a NLO (izq.) y NLL (der.). Tal como es de esperarse la sección eficaz es algo menor que para producción de piones. Nuevamente la sección eficaz se incrementa al considerar la resumación de los logaritmos dominantes con respecto al NLO. También se observa una gran disminución en la incerteza de escala al pasar de NLO a NLL.

Finalmente nos resta considerar los procesos de producción de protón $pp \rightarrow pX$ y anti-protón $pp \rightarrow \bar{p}X$. La función de fragmentación sigue los mismos lineamientos anteriores y se encuentra en la referencia [83]. En la figura (4.9) presentamos nuestros resultados para estos procesos. El comportamiento es análogo a los casos anteriores, la sección eficaz se incrementa al considerar el orden NLL con respecto al orden fijo

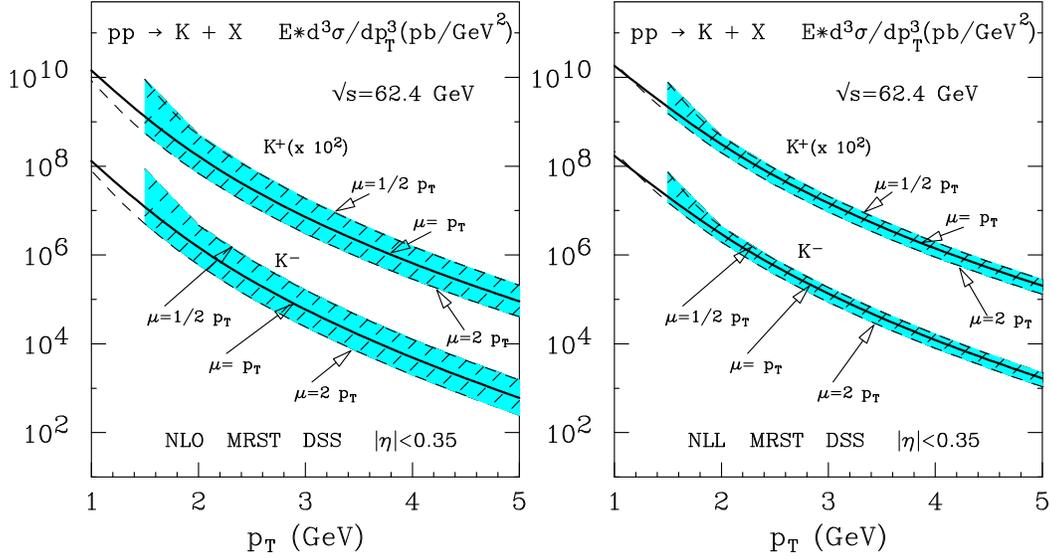


Figura 4.8: *Idem figura (4.7) para la sección eficaz $pp \rightarrow K^\pm X$.*

NLO y sigue siendo importante la reducción en la incerteza de escalas.

Habiendo analizado ya los procesos de producción de piones, kaones y protones estamos en condiciones de predecir la sección eficaz de producción de hadrones cargados en general. Para ello debemos considerar los hadrones remanentes que también pueden crearse en esta colisión. Si bien contribuyen en pequeña medida, aportan lo suficiente como para no ser despreciados. Considerándolos entonces, es posible sumar las contribuciones de piones, kaones, protones (anti-protones) y los hadrones remanentes para obtener la sección eficaz del proceso de producción de hadrones cargados. En la figura (4.10) se pueden observar nuestras predicciones a NLO (izq.) y a NLL (der.) para el proceso $pp \rightarrow h^\pm X$ relevante para RHIC a $\sqrt{S} = 62,4$ GeV. Lógicamente muestra el mismo comportamiento que para los hadrones anteriormente descritos, su sección eficaz se incrementa al considerar el NLL con respecto al orden fijo de NLO y la incerteza de escalas disminuye notablemente haciendo que la predicción a NLL sea mucho más precisa y por lo tanto más confiable.

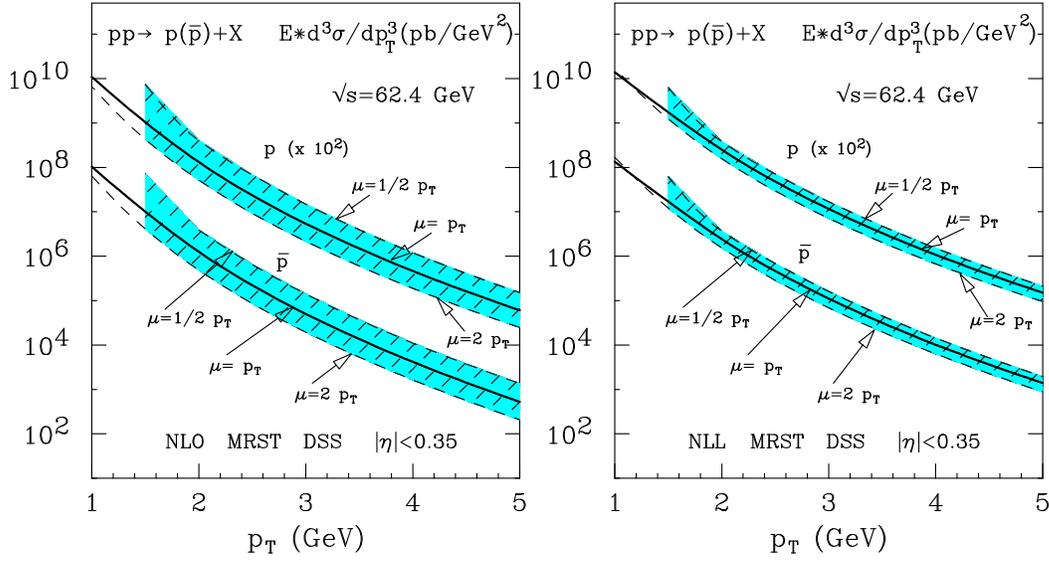


Figura 4.9: Idem figura (4.7) para la sección eficaz $pp \rightarrow pX$ y $pp \rightarrow \bar{p}X$.

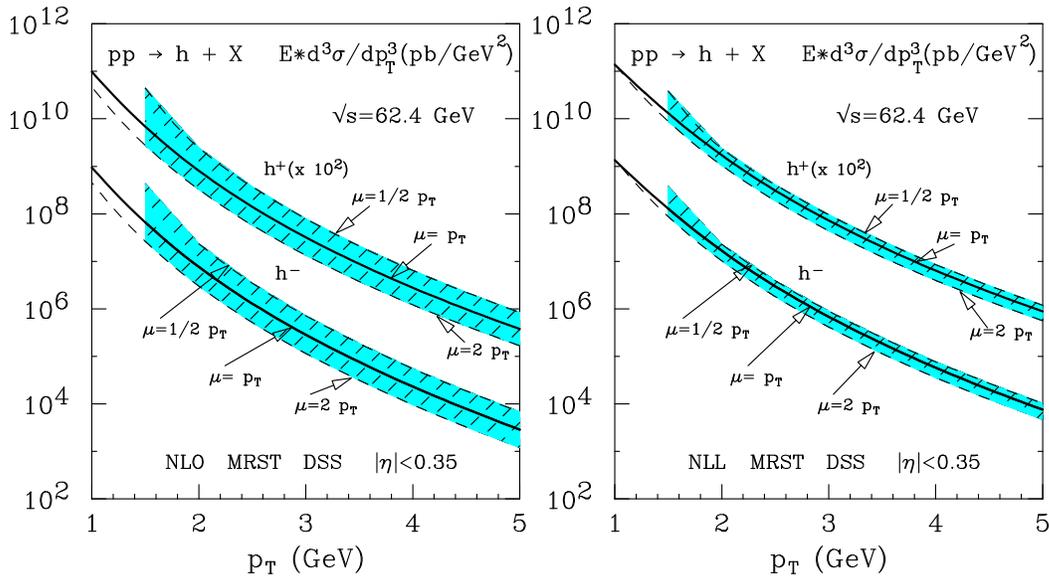


Figura 4.10: Idem figura (4.7) para la sección eficaz $pp \rightarrow h^\pm X$.

Capítulo 5

Colisión de hadrones polarizados longitudinalmente

Comenzaremos este capítulo analizando el proceso de colisión de protones polarizados $pp \rightarrow h + X$ del cuál hemos dado los lineamientos generales en el capítulo anterior. Describiremos de que forma se modifican nuestras expresiones para la sección eficaz en el caso polarizado. A partir de nuestro análisis podremos evaluar la asimetría $A_{LL}^{\pi^0}$ la cuál está estrechamente ligada a Δg y que ha sido medida recientemente en RHIC. A partir de este análisis veremos también que nos será posible considerar el proceso de producción de jets $pp \rightarrow \text{Jet} + X$ cuando ambos protones se encuentran polarizados.

5.1. $pp \rightarrow h + X$ longitudinalmente polarizado a NLL

Habiendo analizado ya el proceso de colisión de protones no polarizados que da origen a un pión neutro, nos proponemos extender el análisis al caso donde ambos protones se encuentran linealmente polarizados.

Como es sabido, la contribución de spin total de quarks y anti-quarks (sumado sobre todos los sabores) al spin del nucleón es solamente de alrededor del $\sim 25\%$,

implicando que la contribución de spin del gluón y/o el momento orbital angular juegan un importante rol. Existe actualmente mucha actividad experimental en busca de develar la estructura de spin que presentan los nucleones. La determinación de la distribución dependiente de spin de los gluones, Δg , dentro del nucleón es uno de los desafíos actuales donde se ha puesto un gran énfasis.

El scattering inelástico profundo, DIS, ha provisto la mayoría de la información de la estructura de spin del nucleón, aunque sin embargo, ha dejado esencialmente a Δg sin restricciones de ningún tipo [39, 41, 84]. Afortunadamente existen proyectos para determinar $\Delta g(x, Q^2)$ sobre un amplio rango de fracciones de momento x y escalas Q en el Relativistic Heavy-Ion Collider (RHIC) en el Brookhaven National Laboratory (BNL), el cuál es el primer colisionador protón-protón donde ambos protones se encuentran polarizados.

Las asimetrías de spin en colisiones pp a altas energías pueden ser particularmente sensibles a Δg , en aquellos procesos donde los gluones del estado inicial contribuyen al primer orden en teoría de perturbaciones [85]. Un ejemplo es el de producción semi-inclusiva de hadrones con un alto impulso transversal p_T . De hecho, los resultados obtenidos por RHIC para las asimetrías A_{LL} para $pp \rightarrow \pi X$ [86] y para $pp \rightarrow \text{jet} X$ [87] están restringiendo de forma significativa a Δg [39].

Sin embargo RHIC no es el primer experimento que investigó la asimetría A_{LL}^π para $pp \rightarrow \pi X$. El experimento E704 de blanco fijo en Fermilab analizó A_{LL}^π con energía de centro de masa de $\sqrt{S} = 19,4$ GeV [88]. Se halló una asimetría consistente con cero para piones producidos con momento transversal $1 \leq p_T \leq 4$ GeV.

5.1.1. La sección eficaz y asimetría de spin en teoría de perturbaciones

Consideraremos el proceso

$$p(p_1, \Lambda_1) + p(p_2, \Lambda_2) \rightarrow h(p_3) + X, \quad (5.1)$$

donde Λ_i denota las helicidades de los protones iniciales, y p_i ($i = 1, 2, 3$) se corresponde con los cuadri-momentos de los hadrones “observados”. Las secciones eficaces

promediadas sobre spin y dependientes de spin se definen de acuerdo a

$$\begin{aligned} d\sigma &= \frac{1}{2} [d\sigma(\Lambda_1 = +, \Lambda_2 = +) + d\sigma(\Lambda_1 = +, \Lambda_2 = -)] , \\ d\Delta\sigma &= \frac{1}{2} [d\sigma(\Lambda_1 = +, \Lambda_2 = +) - d\sigma(\Lambda_1 = +, \Lambda_2 = -)] , \end{aligned} \quad (5.2)$$

respectivamente, y su asimetría de spin como

$$A_{LL} = \frac{d\Delta\sigma}{d\sigma} . \quad (5.3)$$

Nuevamente consideraremos que el hadrón h es producido con alto impulso transversal p_T . El teorema de factorización [32] establece que la sección eficaz puede ser factorizada en términos de convoluciones de funciones de distribución de partones, función de fragmentación para el hadrón del estado final, y términos de corta distancia que describen las interacciones hard de los partones. Las contribuciones de larga y corta distancia son separadas por la escala de factorización.

Como se discute en la referencia [71] y en la sección anterior, una simplificación importante del formalismo de la resumación ocurre cuando la sección eficaz se integra sobre toda pseudo-rapidity η del pión producido. También consideraremos esto mismo para nuestro análisis. La sección eficaz dependiente de spin factorizada para el proceso $pp \rightarrow hX$ puede ser escrita entonces como

$$\begin{aligned} \frac{p_T^3 d\Delta\sigma(x_T)}{dp_T} &= \sum_{a,b,c} \int_0^1 dx_1 \Delta f_a(x_1, \mu^2) \int_0^1 dx_2 \Delta f_b(x_2, \mu^2) \int_0^1 dz z^2 D_{h/c}(z, \mu^2) \\ &\quad \times \int_0^1 d\hat{x}_T \delta\left(\hat{x}_T - \frac{x_T}{z\sqrt{x_1 x_2}}\right) \int_{\hat{\eta}_-}^{\hat{\eta}_+} d\hat{\eta} \frac{\hat{x}_T^4 \hat{s}}{2} \frac{d\Delta\hat{\sigma}_{ab \rightarrow cX}(\hat{x}_T^2, \hat{\eta})}{d\hat{x}_T^2 d\hat{\eta}} . \end{aligned} \quad (5.4)$$

Aquí $\Delta f_{a,b}$ corresponde a la función de distribución de partones dependiente de spin en el protón,

$$\Delta f_a(x, \mu^2) = f_a^+(x, \mu^2) - f_a^-(x, \mu^2) \quad (5.5)$$

con f_a^+ (f_a^-) indicando a distribución de partones del tipo a con helicidad positiva (negativa) en un protón de helicidad positiva. $D_{h/c}$ es la función de fragmentación del partón c que dará lugar al hadrón observado h con alto impulso transversal p_T .

La suma en la ec. (5.4) corre sobre todos los canales partónicos asociados a la sección eficaz partónica dependiente de spin $d\Delta\hat{\sigma}_{ab\rightarrow cX}$. Esta última expresión se define análogamente a la ec. (5.2), con helicidades correspondientes a los partones. Posee una expansión perturbativa de la forma

$$d\Delta\hat{\sigma}_{ab\rightarrow cX} = d\Delta\hat{\sigma}_{ab\rightarrow cX}^{(0)} + \frac{\alpha_s}{\pi}d\Delta\hat{\sigma}_{ab\rightarrow cX}^{(1)} + \dots \quad (5.6)$$

donde α_s es la constante de acoplamiento fuerte. La escala μ en la ec. (5.4) es la escala de factorización. En principio prodríamos distinguir entre escala de factorización para el estado inicial (distribución de partones) y del estado final (función de fragmentación) pero por simplicidad llamaremos a ambas escalas μ . También está presente la escala de renormalización, al cuál la constante de acoplamiento fuerte es evaluada, que la denotaremos también como μ ya que finalmente igualaremos todas las escalas. Finalmente, $\hat{\eta}$ es la pseudorapidity del pión a nivel partónico, relacionada con su contraparte hadrónica por $\hat{\eta} = \eta - \frac{1}{2}\ln(x_1/x_2)$. Los límites están dados por $\hat{\eta}_+ = -\hat{\eta}_- = \ln\left[(1 + \sqrt{1 - \hat{x}_T^2})/\hat{x}_T\right]$ donde, como ya hemos dicho, $x_T \equiv 2p_T/\sqrt{S}$, con contraparte partónica $\hat{x}_T \equiv 2p_T^c/\sqrt{\hat{s}} = x_T/z\sqrt{x_1x_2}$.

Vale la pena mencionar que la expresión de la sección eficaz factorizada independiente de spin puede ser obtenida de la ec. (5.4), eliminando todos los Δ 's, o sea, las distribuciones de partones dependientes de spin deben ser reemplazadas por las distribuciones no polarizadas y las secciones eficaces partónicas por sus expresiones promediadas sobre spin, recuperando las expresiones del capítulo anterior.

5.1.2. Sección eficaz resumada

Tal como hemos mencionado anteriormente, seguiremos los lineamientos de la referencia [71] para llevar a cabo la resumación de la sección eficaz considerando la región umbral e integrando en el rango completo de pseudorapidity. La resumación de las contribuciones de gluones soft, al igual que en caso no polarizado, se lleva a cabo tomando la transformada de Mellin de la sección eficaz en la variable x_T^2 :

$$\Delta\sigma(N) \equiv \int_0^1 dx_T^2 (x_T^2)^{N-1} \frac{p_T^3 d\Delta\sigma(x_T)}{dp_T}. \quad (5.7)$$

Para la sección eficaz integrada en todo el rango de η , las convoluciones de la ec. (5.4) entre distribución de partones, funciones de fragmentación, y secciones eficaces de los distintos subprocesos partónicos se vuelven un producto ordinario [71, 73]:

$$\Delta\sigma(N) = \sum_{a,b,c} \Delta f_a(N+1, \mu^2) \Delta f_b(N+1, \mu^2) D_{h/c}(2N+3, \mu^2) \Delta\hat{\sigma}_{ab \rightarrow cX}(N), \quad (5.8)$$

donde

$$\Delta\hat{\sigma}_{ab \rightarrow cX}(N) \equiv \int_0^1 d\hat{x}_T^2 (\hat{x}_T^2)^{N-1} \int_{\hat{\eta}_-}^{\hat{\eta}_+} d\hat{\eta} \frac{\hat{x}_T^4 \hat{s}}{2} \frac{d\Delta\hat{\sigma}_{ab \rightarrow cX}(\hat{x}_T^2, \hat{\eta})}{d\hat{x}_T^2 d\hat{\eta}}. \quad (5.9)$$

En el espacio de momentos de Mellin, los logaritmos se convierten ahora en logaritmos de la variable de momento N . Nuevamente los logaritmos dominantes son de la forma $\alpha_S^k \ln^{2k} N$; los siguientes a los dominantes son aquellos en el que se ha disminuído el exponente de $\ln N$ en una o más unidades.

De esta forma la resumación resulta en una exponenciación de las correcciones de los gluones soft en el espacio de momentos [12, 62–64]. Los logaritmos dominantes están contenidos en los factores radiativos para los partones del estado inicial y final. A causa de las interferencias de color y correlaciones de emisión de gluones soft a grandes ángulos al orden NLL, el hard scattering de la sección eficaz resumada se convierte en una suma de exponenciales en lugar de una sola [12, 71], a menos que se considere los casos más sencillos como la sección eficaz de Drell-Yan o producción de Higgs [62–64].

Combinando entonces los resultados de [12, 62–64, 89], podemos escribir la sección eficaz partónica resumada dependiente de spin de una forma relativamente simple [71]¹:

$$\Delta\hat{\sigma}_{ab \rightarrow cd}^{(\text{res})}(N) = \Delta C_{ab \rightarrow cd} \mathcal{D}_N^a \mathcal{D}_N^b \mathcal{D}_N^c J_N^d \left[\sum_I \Delta G_{ab \rightarrow cd}^I \mathcal{D}_{IN}^{(\text{int})ab \rightarrow cd} \right] \Delta\hat{\sigma}_{ab \rightarrow cd}^{(\text{Born})}(N), \quad (5.10)$$

¹Debemos notar que los símbolos $\mathcal{D}_N^i, \mathcal{D}_{IN}^{(\text{int})ab \rightarrow cd}$ en la ecuación de arriba usualmente son referidos en la literatura (véase [71]) como $\Delta_N^i, \Delta_{IN}^{(\text{int})ab \rightarrow cd}$. Hemos cambiado esta notación con el objeto de evitar confusiones con el término “ Δ ” el cuál hemos utilizado con el carácter de indicar la dependencia de spin.

donde $\Delta\hat{\sigma}_{ab\rightarrow cd}^{(\text{Born})}(N)$ se refiere a el término de LO en la expansión perturbativa de la ec. (5.9) para cada proceso. Las expresiones para todas las secciones eficaces Born dependientes de spin en espacio de momentos se presentan en el apéndice B. Cada una de las funciones $J_N^d, \mathcal{D}_N^i, \mathcal{D}_{IN}^{(\text{int})ab\rightarrow cd}$ de la ec. (5.10) es una exponencial cuyas expresiones se corresponden con las ecuaciones (3.41-3.43) de la sección 3.3 del capítulo 3.

La mayoría de los ingredientes en la ec. (5.10) son bien conocidos en la literatura dado que coinciden con los resultados obtenidos para el scattering promediado sobre spin. Este es el caso de las funciones A_a y $D_{Iab\rightarrow cd}$, que están asociadas a la emisión soft de gluones, lo cuál es independiente del spin, y de la función B_a asociada a la emisión colineal del estado final que también es idéntica al caso no polarizado. Las únicas diferencias entre los casos polarizado y no polarizado reside en los coeficientes $\Delta G_{ab\rightarrow cd}^I, \Delta C_{ab\rightarrow cd}$ y, por supuesto, en las secciones eficaces Born. Todos estos términos están relacionados con radiación hard, la cuál depende del estado de polarización y por lo tanto en general difiere en los casos polarizado y no polarizado.

Con el objeto de determinar los efectos de interferencias de color para emisión soft de gluones a grandes ángulos en los procesos “2 a 2” $ab \rightarrow cd$, seguiremos el procedimiento que hemos presentado en la sección anterior y en las referencias [12, 13]. Las dimensiones anómalas y factores soft determinados en la referencia [12] y listados en el apéndice A son idénticas en los casos dependiente e independiente de spin. Las diferencias provienen únicamente en las conexiones de color de las secciones eficaces Born. Por lo tanto sólo necesitamos derivar estas últimas para el proceso polarizado, utilizando las mismas bases de color listadas en el apéndice A. Los resultados de la referencia [12] han sido provistos para rapidity arbitraria, en nuestro caso de integración completa de η es suficiente considerar $\hat{\eta} = 0$ (véase la sección 3.3 o la referencia [71] para mayor detalle). Sin embargo, presentamos las conexiones de color de las secciones eficaces Born dependientes de spin también el caso de rapidity arbitraria. Los resultados se compilan en el apéndice B.

Análogamente al caso no polarizado los coeficientes $\Delta C_{ab\rightarrow cd}$ se desarrollan per-

turbativamente

$$\Delta C_{ab \rightarrow cd} = 1 + \frac{\alpha_S}{\pi} \Delta C_{ab \rightarrow cd}^{(1)} + \mathcal{O}(\alpha_S^2). \quad (5.11)$$

Para determinar los coeficientes $\Delta C_{ab \rightarrow cd}^{(1)}$, hacemos uso de el cálculo analítico a NLO dado en la referencia [4]. Para cada canal partónico se expande la sección eficaz resumada en la ec. (5.10) a primer orden en α_S . Cerca del umbral, se puede tomar directamente los momentos de Mellin de las expresiones a NLO. Comparando los dos resultados se verifica primero que todos los términos logarítmicos en el resultado de orden fijo sean reproducidos correctamente por el formalismo de la resumación. Los términos restantes independientes de N en la sección eficaz a orden fijo proveen los coeficientes $\Delta C_{ab \rightarrow cd}^{(1)}$. Estos resultados son presentados en el apéndice B.1.

Esto completa la colección de ingredientes para el cálculo de las secciones eficaces partónicas resumadas. Luego para obtener la sección eficaz resumada en el espacio de x_T^2 , se invierte la transformación de Mellin. El procedimiento es el mismo que en el caso no polarizado utilizando la Prescripción Mínima [73].

Finalmente, para hacer uso de el cálculo completo a orden fijo [3, 4], en nuestro caso es NLO ($\mathcal{O}(\alpha_S^3)$), realizamos un ajuste de la sección eficaz resumada con la de orden fijo. Expandimos la sección eficaz resumada a orden $\mathcal{O}(\alpha_S^3)$, se sustrae este resultado expandido a la sección eficaz resumada y se le agrega la sección eficaz a NLO:

$$\begin{aligned} \frac{p_T^3 d\Delta\sigma^{(\text{match})}(x_T)}{dp_T} &= \sum_{a,b,c} \int_{C_{MP}-i\infty}^{C_{MP}+i\infty} \frac{dN}{2\pi i} (x_T^2)^{-N+1} \Delta f_{a/P_1}(N, \mu^2) \Delta f_{b/P_2}(N, \mu^2) \\ &\times D_{c/h}(2N+1, \mu^2) \left[\Delta \hat{\sigma}_{ab \rightarrow cd}^{(\text{res})}(N) - \Delta \hat{\sigma}_{ab \rightarrow cd}^{(\text{res})}(N) \Big|_{\mathcal{O}(\alpha_S^3)} \right] + \frac{p_T^3 d\Delta\sigma^{(\text{NLO})}(x_T)}{dp_T}, \end{aligned} \quad (5.12)$$

donde $\Delta \hat{\sigma}_{ab \rightarrow cd}^{(\text{res})}(N)$ es la sección eficaz resumada polarizada para el canal partónico $ab \rightarrow cd$ como se presentó en la ec. (5.10). De esta forma tenemos en cuenta el orden NLO completo y las contribuciones soft de gluones más allá del NLO están resumadas a NLL.

5.1.3. Resultados Fenomenológicos

Ya estamos en posición de presentar los resultados numéricos para la sección eficaz resumada en el caso polarizado y de la asimetría de spin en el proceso semi-inclusivo de producción de un pión en colisiones hadrónicas. Nos concentraremos en los procesos $pp \rightarrow \pi^0 X$ en el scattering de blanco fijo a $\sqrt{S} = 19,4$ GeV y a $\sqrt{S} = 62,4$ GeV del colisionador RHIC. Afortunadamente en ambos casos existen datos experimentales [81, 88].

Para nuestros cálculos necesitamos elegir un conjunto de distribución de partones y funciones de fragmentación para el pión. Para analizar la sensibilidad de las asimetrías de spin medidas con respecto a las pdf's, en particular la densidad del gluón Δg , usaremos las densidades de “Glück-Reya-Stratmann-Vogelsang (GRSV)” [41] y de “de Florian-Sassot (DS)” [39]. Ambas ofrecen varios conjuntos de distribuciones, distinguidos mayormente por la magnitud de Δg . El set denominado “GRSV” se corresponde con el set estándar. Usaremos también la distribución de GRSV denominada “max G”, la cual tiene la mayor distribución de gluones Δg posible, asumiendo que $\Delta g(x) = g(x)$ a la escala inicial de la evolución. De la misma forma el set “i+” de las distribuciones DS tiene mucho menor contribución de Δg que en “iii+”. Para la sección eficaz promediada sobre spin utilizamos las distribuciones MRST2002 [78] con las cuales hemos trabajado en los procesos del capítulo anterior. Las funciones de fragmentación de pión son tomadas de los recientes análisis de datos de colisiones e^+e^- , ep y pp , “de Florian-Sassot-Stratmann (fDSS)” Ref. [90].

Vale la pena mencionar que acorde a la ec. (5.12), nos gustaría tener las pdf's y las funciones de fragmentación en el espacio de momentos de Mellin. Tecnicamente, dado que la mayoría de las funciones se encuentran disponibles sólo en espacio de x , primero realizamos un ajuste de las distribuciones con una forma funcional sencilla, de forma tal de tomar momentos analíticamente. Esto se ha realizado en forma separada para cada tipo de partón y para cada escala de factorización.

En la Fig. 5.1 presentamos nuestros resultados para el caso dependiente de spin de la sección eficaz a $\sqrt{S} = 19,4$ GeV, integrada sobre toda pseudorapidity η del pion, para varios conjuntos de distribuciones de partones polarizadas [39, 41]. Hemos

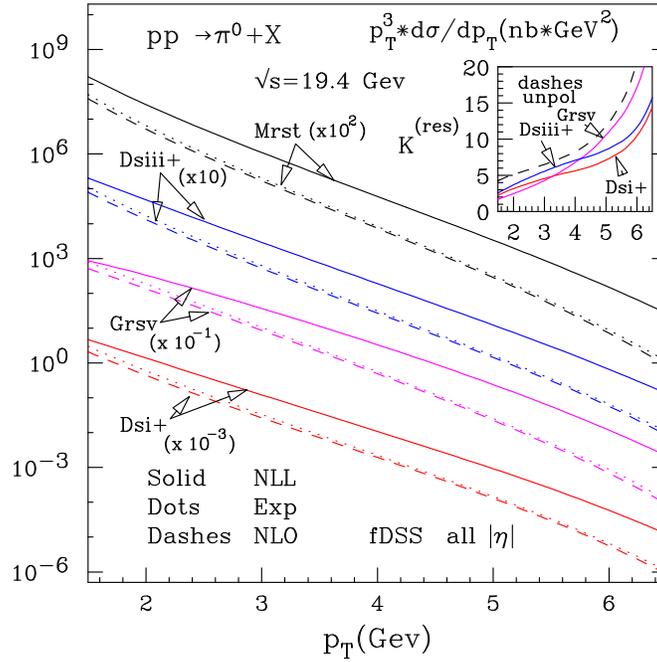


Figura 5.1: Secciones eficaces a NLO y resumada a NLL para el proceso polarizado $pp \rightarrow \pi^0 X$ a $\sqrt{S} = 19,4$ GeV, para varios conjuntos de funciones de distribución de partones dependientes de spin [39, 41]. También se presenta la expansión de la sección eficaz resumada a orden $\mathcal{O}(\alpha_S^3)$ y los resultados análogos para el caso no polarizado. Para evitar superposiciones y mejorar la visibilidad, hemos aplicado distintos factores a los resultados los cuales se indican en la figura. El cuadro situado en el extremo superior derecho muestra el cociente entre las secciones eficaces resumada a NLL y a NLO.

escogido todas las escalas como $\mu = p_T$. La sección eficaz a NLO mostrada se basa en los cálculos de la referencia [4]. También presentamos las predicciones resumadas a NLL y la expansión de esta última a orden $\mathcal{O}(\alpha_S^3)$, el cuál es el primer orden más allá del LO. Como puede observarse, la expansión reproduce satisfactoriamente el orden fijo, implicando que los logaritmos provenientes de la resumación dominan la sección eficaz en este régimen cinemático, por esta razón se espera que la resumación en esta caso sea particularmente importante.

Para impulsos transversales del pión menores a $p_T \sim 3$ GeV, la sección eficaz expandida ligeramente sobreestima a la de orden NLO, lo cuál es esperable ya que uno se encuentra lejos del régimen umbral y por lo tanto la aproximación de gluones soft se torna menos precisa. Por completitud también el caso no polarizado se presenta en la figura (5.1).

El cuadro de la figura (5.1) muestra los factores “ K ” resumados para la sección eficaz, definido como en la ec. (4.24) tanto para el caso polarizado como no polarizado. Tal como se puede apreciar, los valores de $K^{(\text{res})}$ son muy grandes, implicando que los resultados se incrementarán drásticamente con respecto al NLO. Para el caso no polarizado, estos resultados se corresponden con los resultados de la referencia [71]. Es interesante observar que $K^{(\text{res})}$ también es grande para todos los conjuntos de distribución de partones dependientes de spin, si bien es evidente que el incremento es menor que en el caso no polarizado. Esto inmediatamente implica que la asimetría de spin A_{LL}^π se reducirá al ir del NLO al orden resumado NLL. También se puede observar que los efectos de la resumación varían ligeramente entre cada uno de las densidades de partones. Esto puede entenderse del hecho de que Δg posee diferentes magnitudes en cada una de las pdf’s. Típicamente, los efectos de resumar son más importantes para los canales partónicos con mayor número de gluones externos [71], por lo cual la magnitud de Δg es importante.

De forma similar, la figura (5.2) muestra los resultados para $pp \rightarrow \pi^0 X$ a $\sqrt{S} = 62,4$ GeV. Como es de esperarse del hecho de que aquí uno está más lejos del umbral, la aproximación de gluones soft se vuelve un poco menos precisa en esta caso, en particular a bajos valores de p_T . Uno puede observar que los efectos de la resumación son considerablemente más pequeños a $\sqrt{S} = 62,4$ GeV que a $\sqrt{S} = 19,4$ GeV.

Como hemos mencionado anteriormente, determinamos la sección eficaz en el rango completo de pseudorapidity, mientras que en los experimentos típicamente se cubre un rango limitado de η . Con el objeto de comparar con los resultados experimentales aproximamos la sección eficaz (polarizada y no polarizada) en la región accesible experimentalmente por

$$\frac{p_T^3 d\sigma^{(\text{match})}}{dp_T}(\eta \text{ in exp. range}) = K^{(\text{res})} \frac{p_T^3 d\sigma^{(\text{NLO})}}{dp_T}(\eta \text{ in exp. range}), \quad (5.13)$$

donde $K^{(\text{res})}$ es el definido en la ec. (4.24) en términos de la sección eficaz integrada en el rango completo de η . En otras palabras, reescalamos el resultado ajustado por el cociente de la sección eficaz a NLO integrada sobre la rapidity relevante experimentalmente o sobre todo η , respectivamente. [75]

La figura 5.3 muestra los resultados para la asimetría A_{LL}^π a $\sqrt{S} = 19,4$ GeV, para

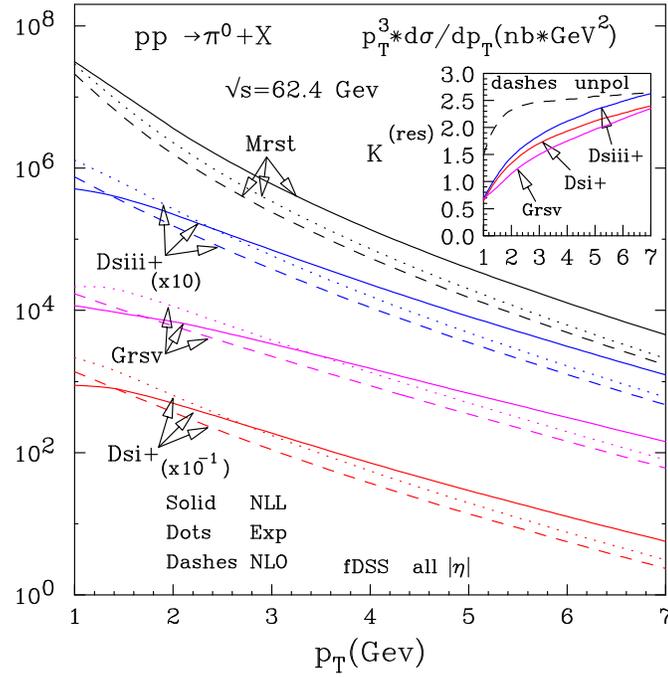


Figura 5.2: Análogo a la figura (5.1) pero para $\sqrt{S} = 62,4$ GeV.

los casos de orden NLO y para el caso resumado a NLL, definida como en la ec. (5.3), promediada sobre el parámetro de Feynman del pión $x_F = x_T \sinh(\eta)$, $|x_F| \leq 0,1$. Nuevamente hemos escogido las escalas iguales a $\mu = p_T$. También se presentan los datos experimentales obtenidos por el experimento de Fermilab E704 [88]. Como es de esperarse de la figura (5.1), A_{LL}^π decrece significativamente al pasar de NLO a NLL. Luego de la resumación, aún conjuntos con grandes valores de Δg , tal como GRSV “maximal” (el cuál es actualmente excluído por otras mediciones [61, 86, 87]) muestra un ligero acuerdo con los datos experimentales, dadas las grandes incertezas experimentales.

Retornamos al caso de colisiones hadrónicas pp polarizadas en RHIC a $\sqrt{S} = 62,4$ GeV. Recientemente se han medido, primero la sección eficaz de producción de pión con alto impulso transversal p_T en el caso promediado sobre spin (tal como hemos mostrado en la figura(6.5)), y luego la asimetría de spin A_{LL}^π que fuera reportada por la colaboración de Phenix [91]. Los resultados cubren la región de $|\eta| \leq 0,35$. La

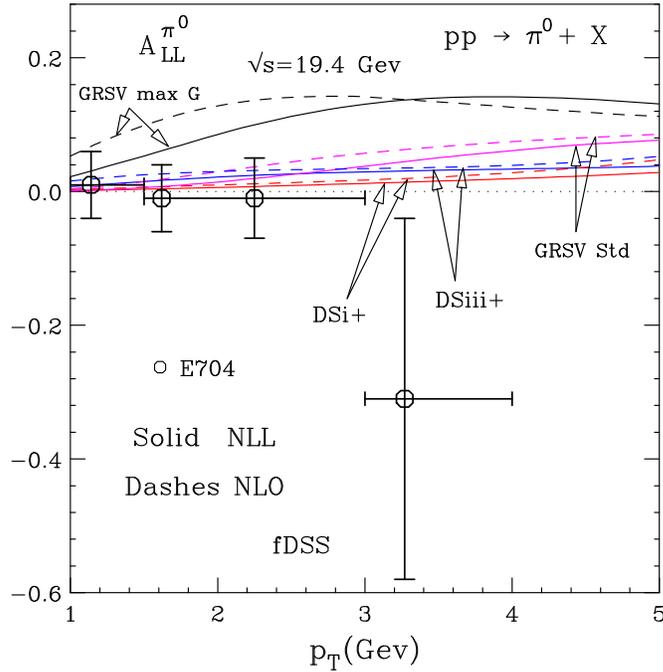


Figura 5.3: Resultados para la doble asimetría de spin $A_{LL}^{\pi^0}$ para los casos a NLO y resumado a orden NLL para varios conjuntos de distribución de partones polarizadas a $\sqrt{S} = 19,4$ GeV. También se muestran los resultados experimentales de [88].

figura (5.4) compara los resultados para la asimetría de spin $A_{LL}^{\pi^0}$ a $\sqrt{S} = 62,4$ GeV, tanto para el cálculo a NLO como para el resumado a NLL junto con los resultados experimentales de Phenix [81]. Como puede observarse de la fig. (5.4), el conjunto de distribución de partones “GRSV max G”, muestra un claro desacuerdo con los resultados experimentales. Nuevamente la asimetría $A_{LL}^{\pi^0}$ decrece al considerar el cálculo resumado a NLL en lugar de NLO, aunque los efectos de la resumación son aquí algo menores que los encontrados a $\sqrt{S} = 19,4$ GeV.

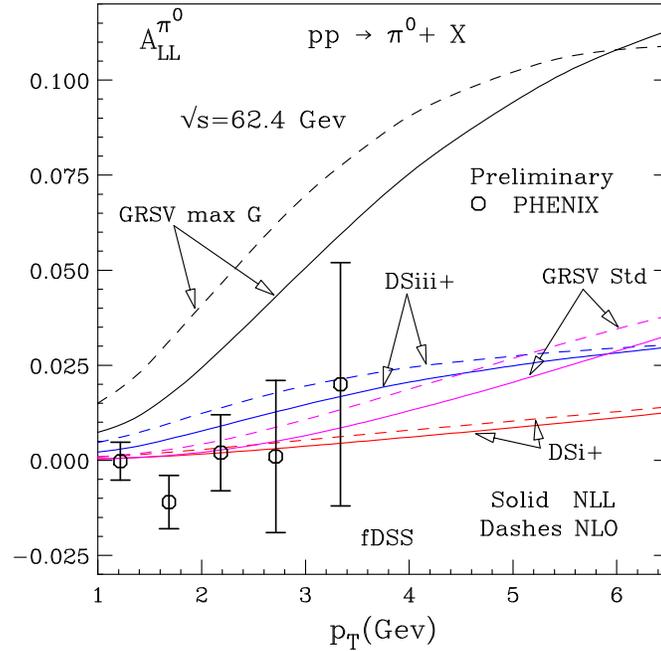


Figura 5.4: Idem figura (5.3) a $\sqrt{S} = 62,4$ GeV. También se muestran los resultados experimentales de [81].

5.2. $pp \rightarrow Jet + X$ longitudinalmente polarizado a NLL

Hemos visto en las secciones anteriores el gran impacto fenomenológico de la resumación en procesos tanto polarizados como no polarizados.

Mientras que la descripción general de producción de jet en colisionadores hadrónicos no polarizados utilizando los cálculos a NLO es bastante satisfactoria, se ha demostrado que las contribuciones de órdenes superiores originadas por términos de radiación soft de gluones no son despreciables [14, 92]. Si consideramos el análisis hecho por de Florian y Vogelsang en la referencia [92] podremos observar que los términos originados por radiación soft de gluones en la sección eficaz no polarizada para el proceso $pp \rightarrow Jet + X$ pueden alterar la predicción a orden fijo hasta en un 10 % para RHIC. Por lo tanto, es interesante estudiar si una corrección similar ocurre para el caso polarizado. Más específicamente, nos interesa saber como se modifica la

asimetría debido a la resumación umbral y cómo podría afectar a la extracción de la distribución de gluones polarizada de los datos experimentales.

Continuando la misma línea presentada en la ref. [92] trabajaremos sobre la aproximación de cono pequeño (“small-cone approximation” (SCA)) [93] para producción inclusiva de jets con motivo de que sea posible llevar a cabo la resumación en una forma completamente analítica.

5.2.1. La sección eficaz inclusiva de producción de jet en teoría de perturbaciones

Consideraremos la producción inclusiva de jet en colisiones protón-protón a altas energías cuando ambos protones se encuentran longitudinalmente polarizados, i.e. $p(p_1, \Lambda_1) + p(p_2, \Lambda_2) \rightarrow \text{Jet}(p_J) + X$ donde p_i ($i = 1, 2$) representa los cuadrimomentos de los protones iniciales y p_J el cuadrimomento del jet. Λ_i denota la helicidad de los protones iniciales.

Nuestro principal objetivo será calcular la sección eficaz para este proceso a NLL y evaluar la asimetría de doble-spin A_{LL}^{jet} . Nuevamente recordemos que las secciones eficaces promediadas sobre spin y dependientes de spin se pueden escribir como:

$$\begin{aligned} d\sigma &= \frac{1}{2} [d\sigma(\Lambda_1 = +, \Lambda_2 = +) + d\sigma(\Lambda_1 = +, \Lambda_2 = -)] \equiv \frac{d\sigma^{++} + d\sigma^{+-}}{2} \\ d\Delta\sigma &= \frac{1}{2} [d\sigma(\Lambda_1 = +, \Lambda_2 = +) - d\sigma(\Lambda_1 = +, \Lambda_2 = -)] \equiv \frac{d\sigma^{++} - d\sigma^{+-}}{2} \end{aligned} \quad (5.14)$$

respectivamente, y su correspondiente asimetría

$$A_{LL}^{jet} = \frac{d\Delta\sigma}{d\sigma} . \quad (5.15)$$

En este estudio el cuadrimomento del jet está definido como la suma de los cuadrimomentos de todas las partículas dentro de un cono de apertura R en pseudo-rapidity, $R = \sqrt{\Delta\eta^2 + \Delta\phi^2}$, y ángulo azimutal alrededor del eje del jet.

Para llevar a cabo nuestros cálculos de forma totalmente analítica contamos con la aproximación de cono pequeño (SCA), tal como ha sido exitosamente utilizada en el caso no polarizado [94]. La aproximación SCA asume que el cono del jet es

estrecho y que la sección eficaz puede ser calculada como una expansión alrededor de $\delta \equiv R/\cosh \eta$, donde η es la pseudo-rapidity del jet. A pequeños valores de δ el comportamiento de la sección eficaz de producción de jet es de la forma $\mathcal{A} \log(\delta) + \mathcal{B} + \mathcal{O}(\delta^2)$. Es más, la aproximación SCA sigue siendo una muy buena aproximación aún para tamaños de cono relativamente grandes como $R \simeq 0,7$ [92, 94].

El jet es producido con alto momento transversal p_T . Por lo tanto, el teorema de factorización nos permitirá expresar la sección eficaz dependiente de spin en términos de la convolución funciones de distribución de partones, y funciones partónicas de hard-scattering. Luego de la integración sobre pseudo-rapidity del jet, la sección eficaz puede escribirse entonces como: ²

$$\begin{aligned} \frac{p_T^3 d\Delta\sigma^{SCA}(x_T)}{dp_T} &= \sum_{a,b} \int dx_1 dx_2 \Delta f_{a/H_1}(x_1, \mu_F^2) \Delta f_{b/H_2}(x_2, \mu_F^2) \\ &\times \int_0^1 d\hat{x}_T \delta\left(\hat{x}_T - \frac{x_T}{z\sqrt{x_1 x_2}}\right) \int_{\hat{\eta}_-}^{\hat{\eta}_+} d\hat{\eta} \frac{\hat{x}_T^4 s}{2} \frac{d\Delta\hat{\sigma}_{ab}(\hat{x}_T^2, \hat{\eta}, R, \mu_R)}{d\hat{x}_T^2 d\hat{\eta}}. \end{aligned} \quad (5.16)$$

donde $\Delta f_{a,b}$ son las distribuciones de partones dependientes de spin del hadrón correspondiente,

$$\Delta f_a(x, \mu_F^2) = f_a^+(x, \mu_F^2) - f_a^-(x, \mu_F^2) \quad (5.17)$$

con f_a^+ (f_a^-) denotando la distribución del partón de tipo a con helicidad positiva (negativa) en un hadrón de helicidad positiva a la escala de factorización μ_F . La suma en la ec. (5.16) corre sobre todos los canales partónicos, junto con sus secciones eficaces partónicas asociadas $d\Delta\hat{\sigma}_{ab \rightarrow \text{Jet}X}$. Los subprocessos relevantes aquí son aquellos iniciados por qq' , $q\bar{q}'$, qq , $q\bar{q}$, qg , and gg . La dependencia de la sección eficaz con la escala de renormalización μ_R se muestra de forma explícita en la ec.(5.16). Finalmente, $\hat{\eta}$ es la pseudorapidity del jet a nivel partónico, la cuál está relacionada con la pseudorapidity a nivel hadrónico $\hat{\eta} = \eta - \frac{1}{2} \ln(x_1/x_2)$. Los límites están dados por $\hat{\eta}_+ = -\hat{\eta}_- = \ln\left[(1 + \sqrt{1 - \hat{x}_T^2})/\hat{x}_T\right]$ donde, como se mencionara anteriormente, $x_T \equiv 2p_T/\sqrt{S}$. La correspondiente contraparte partónica es $\hat{x}_T \equiv 2p_T/\sqrt{s}$, donde

²Vale la pena recordar que eliminando todas las Δ 's en la ec. (5.16) se recobra la sección eficaz no polarizada.

$s = x_1 x_2 S$. Como hemos discutido previamente y como se ha hecho en la Ref. [71], una notable simplificación del formalismo de resumación ocurre cuando la sección eficaz se integra sobre toda pseudorapidity η . Por lo tanto, los resultados obtenidos a lo largo de esta sección son aplicables para la distribución de momento transversal inclusivo. No obstante, los efectos de la resumación pueden ser aplicados a la sección eficaz diferencial para rapidities centrales simplemente reescalando los resultados resumados con el apropiado cociente de la sección eficaz a NLO [75].

5.2.2. Sección eficaz resumada

Para llevar a cabo la resumación umbral de las contribuciones de gluones soft nuevamente tomaremos la transformada de Mellin de la sección eficaz integrada en todo rapidity en la variable de scaling x_T^2 :

$$\Delta\sigma(N) \equiv \int_0^1 dx_T^2 (x_T^2)^{N-1} \frac{p_T^3 d\Delta\sigma(x_T)}{dp_T}. \quad (5.18)$$

Recordemos que en el espacio de momentos de Mellin, las convoluciones de la ec. (5.16) entre distribuciones de partones y las secciones eficaces de los subprocessos se transforman en productos ordinarios mientras que los logaritmos umbrales ahora corresponden a la variable de momento N .

Combinando los resultados de [12, 14, 62–64, 92, 95], podemos expresar la sección eficaz partónica dependiente de spin para cada subprocesso de una forma relativamente simple ³:

$$\Delta\hat{\sigma}_{ab}^{(\text{res})}(N) = \sum_{c,d} \Delta C_{ab} \mathcal{D}_N^a \mathcal{D}_N^b J_N^c J_N^d \left[\sum_I \Delta G_{ab \rightarrow cd}^I \mathcal{D}_{IN}^{(\text{int})ab \rightarrow cd} \right] \Delta\hat{\sigma}_{ab \rightarrow cd}^{(\text{Born})}(N), \quad (5.19)$$

aquí c y d son los partones del estado final, mientras que el índice I corresponde a las configuraciones de color del hard-scattering. $\Delta\hat{\sigma}_{ab \rightarrow cd}^{(\text{Born})}(N)$ son los mismos que para

³Notar que los símbolos $\mathcal{D}_N^i, \mathcal{D}_{IN}^{(\text{int})ab \rightarrow cd}$ en la ecuación de arriba son usualmente referidos como $\Delta_N^i, \Delta_{IN}^{(\text{int})ab \rightarrow cd}$ en la literatura [71]. Hemos cambiado esta notación con el objeto de evitar confusiones con el término “ Δ ” indicando dependencia de spin.

los de producción de hadrones y pueden encontrarse en el apéndice B. Como mencionamos anteriormente cada una de las funciones $J_N^i, \mathcal{D}_N^i, \mathcal{D}_{IN}^{(int)ab \rightarrow cd}$ en la ec. (5.19) está dada por una exponencial. \mathcal{D}_N^a representa los efectos de la radiación de gluones soft colineal al partón inicial a y está dado, en el esquema $\overline{\text{MS}}$, por

$$\ln \mathcal{D}_N^a = \int_0^1 \frac{z^{N-1} - 1}{1-z} \int_{\mu^2}^{(1-z)^2 Q^2} \frac{dq^2}{q^2} A_a(\alpha_S(q^2)) dz, \quad (5.20)$$

similarmemente para \mathcal{D}_N^b . Aquí, $Q^2 = 2p_T^2$. La función J_N^d toma cuenta de la emisión colineal, soft o hard, por el partón no observado d :

$$\ln J_N^d = \int_0^1 \frac{z^{N-1} - 1}{1-z} \left[\int_{(1-z)^2 Q^2}^{(1-z)Q^2} \frac{dq^2}{q^2} A_d(\alpha_S(q^2)) + \frac{1}{2} B_d(\alpha_S((1-z)Q^2)) \right] dz \quad (5.21)$$

mientras que el jet masivo observado se expresa por [92]:

$$\ln J_N^c = \int_0^1 \frac{z^{N-1} - 1}{1-z} C'_c(\alpha_S((1-z)^2 Q^2)) dz. \quad (5.22)$$

Los coeficientes $C'_c^{(1)}$ necesarios en el caso masivo de jet en el umbral se obtienen por comparación de los resultados analíticos a NLO en la aproximación SCA con el primer orden de la expansión de la fórmula resumada. Son universales y se expresan como:

$$C'_c^{(1)} = -C_a \log\left(\frac{\delta^2}{8}\right), \quad (5.23)$$

donde $C_g = N_c$ y $C_q = (N_c^2 - 1)/2N_c$. Este coeficiente contiene la dependencia en $\log(\delta)$ que regulariza la configuración colineal del estado final. Luego la exponenciación de la ec.(5.22) provee una potencia de $\log(\delta)$ para cada orden perturbativo.

Nuevamente la emisión de gluones soft a grandes ángulos está descrita por $\mathcal{D}_{IN}^{(int)ab \rightarrow cd}$, el cuál depende de la configuración de color I de los partones participantes. La suma sobre color en la ec. (5.19) es pesada para cada configuración de color por $\Delta G_{ab \rightarrow cd}^I$, satisfaciendo $\sum_I \Delta G_{ab \rightarrow cd}^I = 1$. Cada uno de los $\mathcal{D}_{IN}^{(int)ab \rightarrow cd}$ está dado por

$$\ln \mathcal{D}_{IN}^{(int)ab \rightarrow cd} = \int_0^1 \frac{z^{N-1} - 1}{1-z} D_{I ab \rightarrow cd}(\alpha_S((1-z)^2 Q^2)) dz. \quad (5.24)$$

Finalmente, los coeficientes ΔC_{ab} contienen las contribuciones hard independientes de N provenientes de las correcciones virtuales a un loop y contribuciones soft no logarítmicas.

Las funciones A_a , B_a , y $D_{I_{ab \rightarrow cd}}$ en las ecs. (5.20)-(5.24) están asociadas a emisión de gluones soft o bien a emisión colineal en el estado final, ambas son independientes de la polarización de los partones del estado inicial. Por lo tanto, sus expresiones son exactamente las mismas que aquellas utilizadas en el scattering promediado sobre spin. Cada una de ellas $\mathcal{F} \equiv A_a, B_a, D_{I_{ab \rightarrow cd}}$ puede ser escrita como una serie perturbativa en α_S ,

$$\mathcal{F}(\alpha_S) = \frac{\alpha_S}{\pi} \mathcal{F}^{(1)} + \left(\frac{\alpha_S}{\pi}\right)^2 \mathcal{F}^{(2)} + \dots, \quad (5.25)$$

donde los coeficientes $A_a^{(1)}, A_a^{(2)}, B_a^{(1)}$ y $D_{I_{ab \rightarrow cd}}^{(1)}$ necesarios para alcanzar la precisión de NLL pueden encontrarse en el capítulo 4, o bien en la referencia [71].

Las únicas diferencias entre los casos dependientes de spin y de spin promediado reside en los coeficientes $\Delta G_{ab \rightarrow cd}^I, \Delta C_{ab}$ y la sección eficaz Born, las cuales dependen de la polarización del estado inicial. No obstante, ambos coeficientes $\Delta \hat{\sigma}_{ab \rightarrow cd}^{(\text{Born})}(N)$ y $\Delta G_{ab \rightarrow cd}^I$ solamente dependen del correspondiente subprocesso partónico $ab \rightarrow cd$, y por lo tanto son los mismos para producción de jet o producción de hadrones. Implementaremos entonces en la ec. (5.19) los resultados correspondientes de nuestros cálculos previos.

Solamente es necesario calcular los coeficientes ΔC_{ab} para realizar al computo de $pp \rightarrow \text{Jet } X$ y su expansión perturbativa es:

$$\Delta C_{ab} = 1 + \frac{\alpha_S}{\pi} \Delta C_{ab}^{(1)} + \mathcal{O}(\alpha_S^2). \quad (5.26)$$

El método que empleamos para calcularlos es el mismo descrito anteriormente. Tomamos cuenta de la expresión analítica completa a NLO de la Ref. [94]. Para cada canal partónico expandimos la sección eficaz resumada de la ec. (5.19) a primer orden en α_S . Cerca del umbral, se puede tomar momentos de Mellin directamente de las expresiones a NLO de [94]. Comparando ambos resultados, se verifica que todos los términos logarítmicos del resultado a NLO sean correctamente reproducidos por el

formalismo de la resumación. Los restantes términos independientes de N en la sección eficaz a NLO dan los coeficientes $\Delta C_{ab \rightarrow cd}^{(1)}$. Dichos coeficientes son presentados en el Apéndice B.2.

En este punto vale la pena mencionar que uno espera que la sección eficaz de jet definida por el algoritmo del cono sea sensible también a la radiación en una parte limitada del espacio de fases. Tal radiación da lugar a logaritmos no-globales (*non-global* logarithms) [96]. Por ejemplo, emisiones secundarias coherentemente radiadas dentro del cono por un gluón soft de grandes ángulos origina estos términos no-globales. Tales contribuciones aparecen por primera vez a NNLO (next-to-next-to-leading order) aunque pueden producir logaritmos umbrales a NLL [97]. Tal como ha sido calculado en el caso no polarizado [92], en nuestra aproximación despreciamos tales contribuciones.

Finalmente, teniendo en cuenta la Prescripción Mínima para invertir la transformación de Mellin y haciendo uso de la sección eficaz a orden fijo [94], en nuestro caso NLO ($\mathcal{O}(\alpha_S^3)$), ajustamos la sección eficaz resumada a la de NLO. Expandimos la sección eficaz resumada a $\mathcal{O}(\alpha_S^3)$, sustraemos el resultado expandido y sumamos la sección eficaz a NLO:

$$\begin{aligned} \frac{p_T^3 d\Delta\sigma^{(\text{match})}(x_T)}{dp_T} &= \sum_{a,b,c} \int_{C_{MP}-i\infty}^{C_{MP}+i\infty} \frac{dN}{2\pi i} (x_T^2)^{-N+1} \Delta f_{a/H_1}(N, \mu^2) \Delta f_{b/H_2}(N, \mu^2) \\ &\times \left[\Delta \hat{\sigma}_{ab \rightarrow cd}^{(\text{res})}(N) - \Delta \hat{\sigma}_{ab \rightarrow cd}^{(\text{res})}(N) \Big|_{\mathcal{O}(\alpha_S^3)} \right] + \frac{p_T^3 d\Delta\sigma^{(\text{NLO})}(x_T)}{dp_T}, \end{aligned} \quad (5.27)$$

donde $\Delta \hat{\sigma}_{ab \rightarrow cd}^{(\text{res})}(N)$ es la sección eficaz resumada polarizada para el canal partónico $ab \rightarrow cd$ como en la ec. (5.19).

5.2.3. Resultados fenomenológicos

Estamos en posición de presentar los resultados numéricos para la sección eficaz resumada dependiente de spin y para la asimetría de la producción inclusiva de jet en colisiones pp . Nos centraremos aquí en $pp \rightarrow \text{Jet} X$ a $\sqrt{S} = 200$ GeV y a $\sqrt{S} = 500$ GeV relevantes para el colisionador RHIC.

Para nuestro cómputo es necesario seleccionar un conjunto de distribuciones de partones. Para estudiar la sensibilidad de la asimetría de spin con las densidades de partones dependientes de spin, en particular con la densidad de gluón Δg , escogemos las distribuciones de “de Florian-Sassot-Stratmann-Vogelsang (DSSV)” [40] y las de “Glück-Reya-Stratmann-Vogelsang” [41]. Las distribuciones de GRSV ofrecen varios sets, distinguidas mayormente por la magnitud de Δg . El set llamado “GRSV” corresponde al set estándar. Para calcular la asimetría de spin también haremos uso de las distribuciones de “de Florian-Sassot” [39] “DSiii+” y de GRSV “max G”, la cuál describe la mayor polarización de gluones. Si bien los sets con un gran contenido de gluones polarizados han sido excluidos por los datos experimentales actuales [40], nosotros los usaremos de todas formas con el objeto de analizar el impacto de la resumación en escenarios donde los subprocessos iniciados por gluones dominan la sección eficaz polarizada. Para la sección eficaz promediada sobre spin emplearemos el set CTEQ6M [38].

En la Fig. 5.5 presentamos nuestros resultados para las secciones eficaces promediada sobre spin y dependiente de spin a $\sqrt{S} = 200$ GeV, integrada sobre todas las posibles pseudo-rapidades η del jet. Hemos escogido las escalas como $\mu_R = \mu_F = p_T$ y el tamaño del cono del jet como $R = 0,4$. La sección eficaz a NLO se basa en el cómputo de la referencia [94]. También se pueden ver las predicciones resumadas a NLL y la expansión de ésta a orden $\mathcal{O}(\alpha_S^3)$, el cuál es el primer orden más allá del LO. Como puede ser observado, en el caso promediado sobre spin, las secciones eficaces a NLO, resumada al orden $\mathcal{O}(\alpha_S^3)$ y a NLL son prácticamente indistinguibles. Sin embargo en el proceso dependiente de spin, para valores de $p_T \lesssim 35$ GeV, la expansión sobreestima levemente los resultados de la sección eficaz a NLO, siendo esto algo esperable ya que uno está lejos del regimen umbral y por lo tanto la aproximación de gluones soft se vuelve menos precisa.

En el cuadro de la figura 5.5 mostramos los factores “ K ” resumados para la sección eficaz, definidos como el cociente de las secciones eficaces resumadas a NLL y a NLO (tanto en el caso polarizado como en el no polarizado):

$$K^{(\text{res})} = \frac{d\sigma^{(\text{match})}/dp_T}{d\sigma^{(\text{NLO})}/dp_T}. \quad (5.28)$$

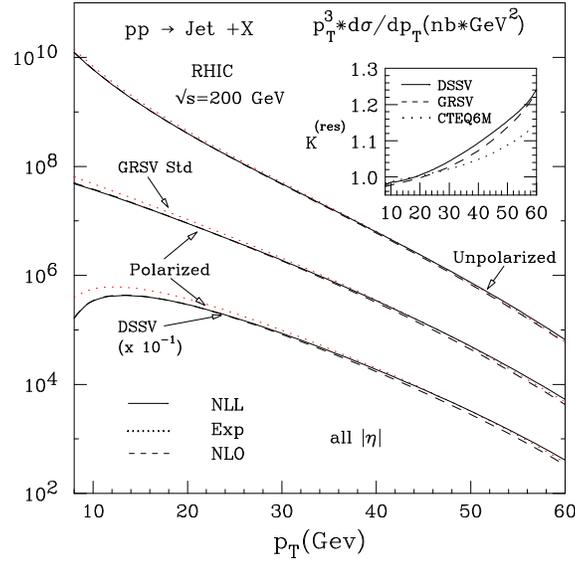


Figura 5.5: Secciones eficaces a NLO y resumada a NLL para el proceso polarizado $pp \rightarrow \text{Jet} + X$ a $\sqrt{S} = 200 \text{ GeV}$, para varios sets de distribución de partones dependientes de spin [40, 41]. También se muestra la expansión de la sección eficaz resumada a orden $\mathcal{O}(\alpha_S^3)$, y los resultados análogos para el caso no polarizado. Para una mejor visualización, hemos aplicado factores multiplicativos, como se indican en la figura. En el cuadro ubicado en el extremo superior derecho, se presentan los cocientes entre la sección eficaz resumada a NLL y a NLO.

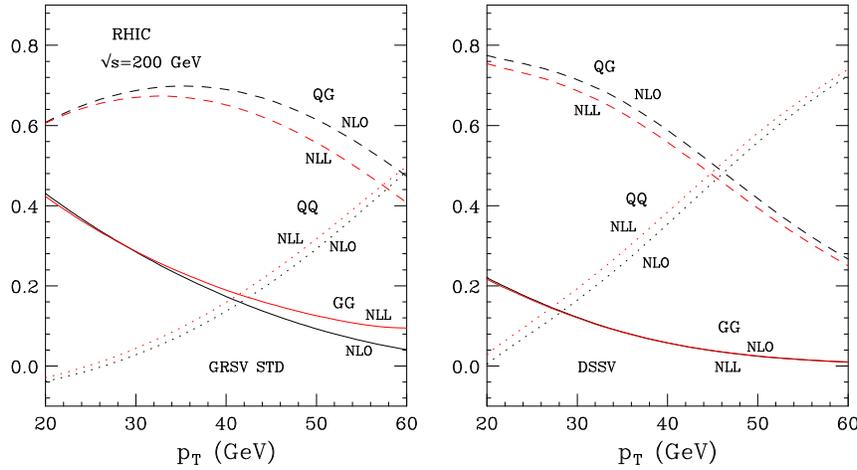


Figura 5.6: Contribuciones relativas a NLO y a NLL de los diferentes subprocessos para la sección eficaz de producción inclusiva de jet en colisiones pp polarizadas a $\sqrt{S} = 200 \text{ GeV}$ con tamaño de cono $R = 0,4$.

Tal como se puede apreciar, $K^{(\text{res})}$ es mayor a 1 y crece con el momento transversal del jet, significando que la resumación resulta en un incremento de la sección eficaz

sobre el NLO. Es interesante notar que el factor $K^{(\text{res})}$ polarizado es aún mayor, para ambos sets de distribución de partones dependientes de spin, que en el caso promediado sobre spin. Esto inmediatamente implica que la asimetría de spin A_{LL}^{Jet} será levemente incrementada cuando los efectos a NLL sean tomados en cuenta, al revés de lo que hemos encontrado en el caso de producción de hadrones production $pp \rightarrow \pi^0 X$ en la sección anterior [95, 98].

Para estudiar el rol de cada canal partónico y las diferencias originadas por el uso de los diferentes sets de pdfs DSSV y GRSV, mostramos en la figura 5.6 las contribuciones relativas a la sección eficaz de las diferentes combinaciones de partones en el estado inicial. Hemos agrupado los procesos qq' , $q\bar{q}'$, qq y $q\bar{q}$ en uno sólo denominado como QQ . Como es de esperarse, para un set con menos polarización de gluón como es DSSV, el impacto de una contribución puramente de quarks es mayor que para GRSV. La variación de los correspondientes cocientes partónicos debido a la inclusión de los efectos umbrales es bastante moderada, con un impacto mayor en escenarios con gran polarización de gluones, que puede ser fácilmente entendido debido a que el factor de color es mayor para los gluones del estado inicial.

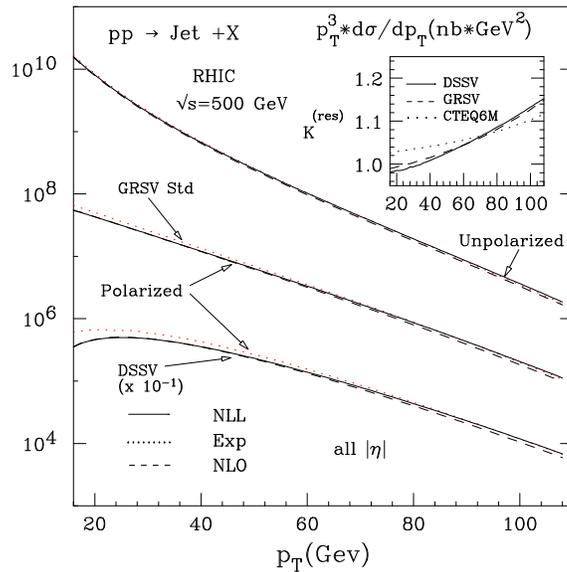


Figura 5.7: Idem Fig. 5.5 pero para $\sqrt{S} = 500$ GeV y $R = 0,7$.

En la figura 5.7 presentamos nuestras predicciones fenomenológicas correspondientes a $pp \rightarrow \text{Jet} X$ a $\sqrt{S} = 500$ GeV, también relevantes para el programa de física de spin de RHIC. Aquí hemos escogido $R = 0,7$. Del cuadro de la figura 5.7 se puede observar que los efectos de la resumación son generalmente menores a $\sqrt{S} = 500$ GeV que a $\sqrt{S} = 200$ GeV como es de esperarse del hecho de que uno está mucho mas lejos del umbral aquí. Las contribuciones partónicas relativas a $\sqrt{S} = 500$ GeV son muy similares a las obtenidas a $\sqrt{S} = 200$ GeV.

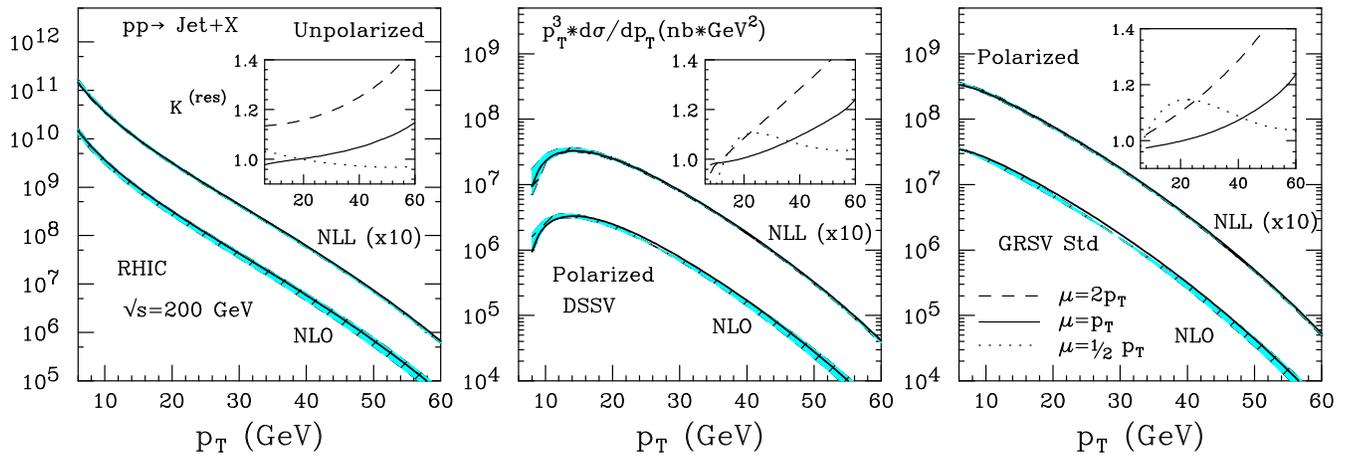


Figura 5.8: Secciones eficaces a NLO y a NLL para $pp \rightarrow \text{Jet} X$ a $\sqrt{S} = 200$ GeV para diferentes escalas $\mu_R = \mu_F = \zeta p_T$ donde $\zeta = 1/2, 1, 2$. La sección eficaz no polarizada se muestra a la izquierda mientras que los resultados para el caso polarizado se analizan con los sets DSSV (centro) y con GRSV std (derecha).

Luego de haber establecido la importancia de las correcciones de umbral para la producción de jet en colisiones hadrónicas polarizadas a las escalas habituales $\mu_R = \mu_F = p_T$, nos concentramos en el impacto de la resumación sobre la dependencia en las escalas de factorización y renormalización. La figura 5.8 muestra las secciones eficaces a orden NLO y a NLL a $\sqrt{S} = 200$ GeV para elecciones de escalas $\mu_R = \mu_F = \zeta p_T$ donde $\zeta = 1/2, 1, 2$. El más notable de los efectos es la gran reducción en la dependencia de escala para ambas secciones eficaces, polarizada y no polarizada, cuando los efectos umbrales son resumados al orden NLL. Por ejemplo, en el caso polarizado a $p_T = 40$ GeV el ancho de la banda de dependencia de escala se reduce desde un 9% a NLO a un 1% a NLL. En el cuadro superior se puede observar los factores K correspondientes a las diferentes escalas. Los resultados para $pp \rightarrow$

Jet X a $\sqrt{S} = 500$ GeV se muestran en la figura 5.9, los cuales muestran el mismo comportamiento con respecto a la reducción de la dependencia de escalas.

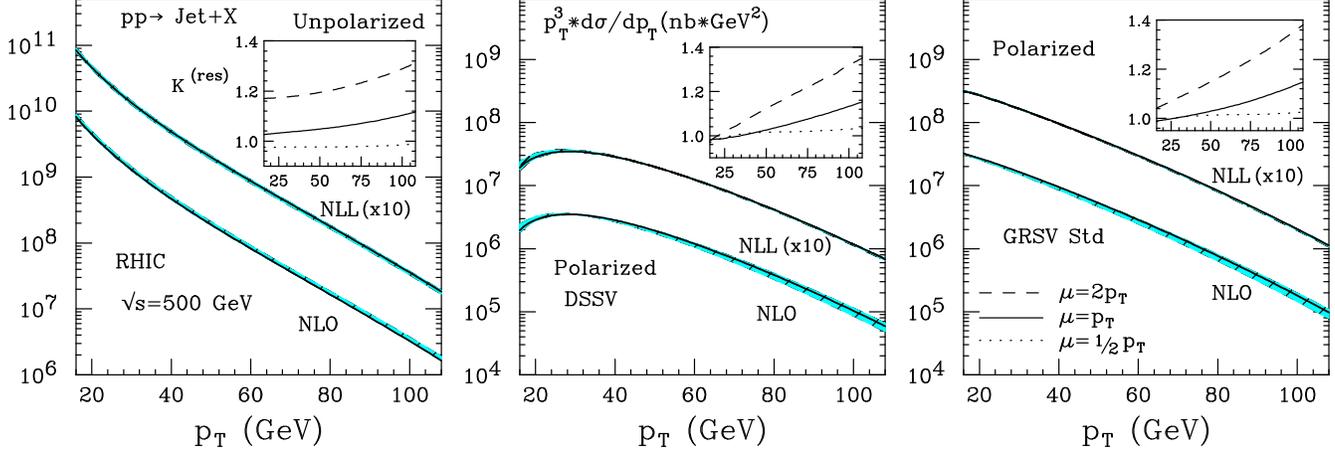


Figura 5.9: Idem figura 5.8, pero para $\sqrt{S} = 500$ GeV.

Finalmente presentamos en la figura 5.10 nuestras predicciones fenomenológicas para la asimetría de spin A_{LL}^{Jet} a $\sqrt{S} = 200$ GeV y a $\sqrt{S} = 500$ GeV. Con el objeto de ajustar a las condiciones experimentales de la colaboración de STAR, la cuál cubre solo una región finita en rapidity $|\eta| \leq 1$, multiplicamos los factores K -factors definidos en la ec.(5.28) por la sección eficaz a NLO cross section calculada en el regimen de rapidity experimentalmente accesible. Por simplicidad hemos escogido las escalas de factorización y de renormalización como las habituales. Como mencionaramos anteriormente, los sets GRSV “G-max” y “DSiii+” fueron usados con el objeto de estudiar a A_{LL}^{Jet} para diferentes funciones de distribución de partones. Como puede observarse en la fig. 5.10 los resultados a NLO y a NLL son similares hasta aproximadamente $p_T \approx 30$ GeV en el caso a $\sqrt{S} = 200$ GeV y $p_T \approx 80$ GeV en el caso a $\sqrt{S} = 500$ GeV. Para valores mayores de p_T observamos un pequeño incremento de A_{LL}^{Jet} cuando consideramos la resumación a NLL con respecto al orden NLO, como habíamos predicho anteriormente. Esto es más notable en el caso de distribuciones de partones con mayor polarización de gluones, como lo es el set de GRSV “G-max”. De estos resultados uno puede concluir que los efectos de las correcciones de resumación de grandes logaritmos para la producción inclusiva de jet en colisiones pp polarizadas

es bastante modesto al nivel de la asimetría y puede ser omitido en un primer análisis de los datos experimentales.

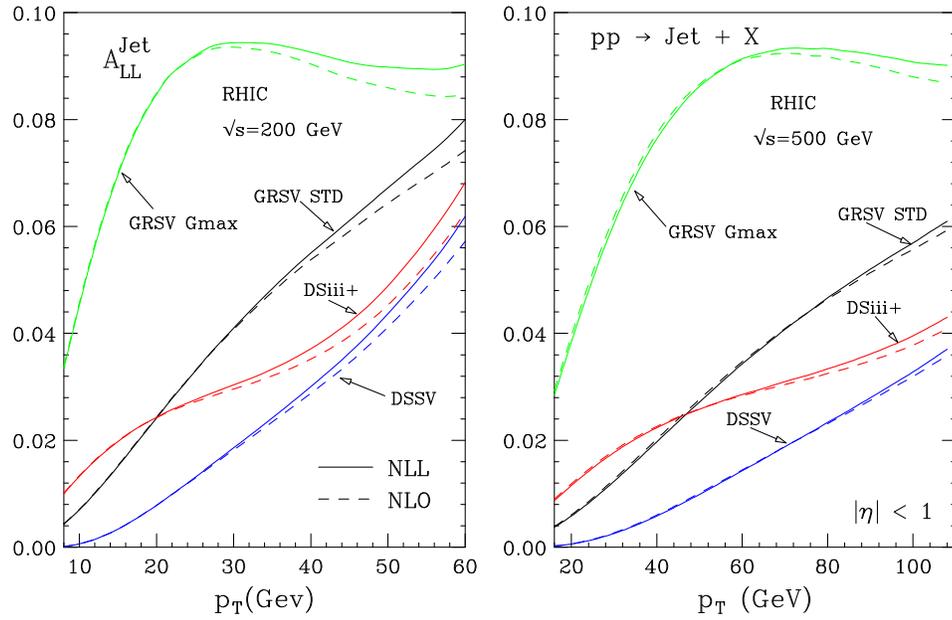


Figura 5.10: Resultados para la asimetría de doble-spin A_{LL}^{Jet} a NLO (línea punteada) y a NLL (línea sólida) para varios sets de distribución de partones, a $\sqrt{S} = 200 \text{ GeV}$ (izquierda) y a $\sqrt{S} = 500 \text{ GeV}$ (derecha).

Capítulo 6

Colisión de hadrones polarizados transversalmente

En el presente capítulo investigamos la resumación de las contribuciones perturbativas de los grandes logaritmos en las secciones eficaces partónicas de producción de hadrones con alto impulso transversal p_T . Dicha producción se establece mediante la colisión de hadrones que se encuentran transversalmente polarizados. Por esta razón, comenzaremos con una breve descripción de este tipo de colisiones y como la función de estructura g_2 aparece ligada a dichas colisiones polarizadas. Luego se muestran los resultados fenomenológicos para colisiones pp y $\bar{p}p$ transversalmente polarizados a distintas energías relevantes para los experimentos de GSI-FAIR, RHIC y J-PARC.

6.1. Polarización transversal y la función de estructura g_2

Recordemos de la ec.(2.57) del capítulo 2 que para el proceso de DIS con intercambio puro de fotón, la parte del tensor hadrónico antisimétrico es:

$$W_{\mu\nu}^A = i \frac{M}{Pq} \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} q^\rho \left\{ S^\sigma g_1(x, Q^2) + \left(S^\sigma - \frac{Sq}{Pq} P^\sigma \right) g_2(x, Q^2) \right\}. \quad (6.1)$$

Para polarización longitudinal y Q^2 mayor que M^2 hemos visto que g_1 nos da la contribución dominante, siendo g_2 suprimido por un factor $x^2 M^2 / Q^2$ de acuerdo con la

ec.(2.59). Sin embargo, para un nucleón polarizado transversalmente con respecto a su dirección de movimiento, $W_{\mu\nu}^A$ es proporcional a $\frac{xM}{Q}(g_1 + g_2)$, y por lo tanto g_1 y g_2 aparecen con igual factor aunque la contribución total está suprimida por un factor $\frac{xM}{Q}$ con respecto a g_1 en el caso de polarización longitudinal. Esto puede ser derivado nuevamente de la sección diferencial inclusiva de la ec.(2.59). Experimentalmente la medición de g_2 tiene mucha menos precisión que g_1 . Más aún, es la combinación $g_T \equiv g_1 + g_2$ la que realmente es la “función de estructura de spin transversal”, aunque uno usualmente se refiera a ella como simplemente g_2 [99].

Si bien g_2 está relacionado con la polarización transversal, no es fácil encontrar una interpretación partónica [100–102]: En un nucleón polarizado transversalmente, el operador de spin del quark proyectado sobre el spin del nucleón, $\Sigma_T = \gamma_0\gamma_5\mathcal{S}_T$ donde $\mathcal{S}_T \sim \gamma_1$, no conmuta con el Hamiltoniano de quark libre $H_0 = \alpha_z p_z$ y por lo tanto no hay autoestados de energía $|p_z\rangle$ tales que $\Sigma_T|p_z\rangle = \lambda_T|p_z\rangle$. Por lo tanto, Σ_T no es un “buen” operador y depende de la dinámica. Sin embargo, un spin transversal *promediado* puede definirse para los quarks en el nucleón. $g_T \equiv g_1 + g_2$, que es sensible a las interacciones de quarks-gluones, es una clara muestra de que no puede hacerse una interpretación simple en el modelo de partones [99, 103]. En contraste, la polarización longitudinal del nucleón está dada por el operador de helicidad del quark $\Sigma_{||} = \gamma_0\gamma_5\mathcal{S}_{||}$, con $\mathcal{S}_{||} \sim \gamma_3$, que conmuta con H_0 y por lo tanto $g_1(x)$ mide directamente la distribución de helicidades.

Para entender g_2 apropiadamente es necesario tratar con el método de expansión de producto de operadores (OPE: Operator Product Expansion). En el OPE, despreciando las masas de los quarks, g_2 puede separarse en un término de twist-2 (g_2^{WW}) y de twist-3 (\bar{g}_2)**,

$$g_2 = g_2^{WW} + \bar{g}_2 \quad (6.2)$$

La contribución de twist-2 g_2^{WW} se la conoce como de ‘Wandzura-Wilczek’ [104] y puede ser escrita como:

$$g_2^{WW}(x, Q^2) = -g_1(x, Q^2) + \int_x^1 \frac{dy}{y} g_1(y, Q^2) \quad (6.3)$$

** Twist = Dimensión - spin

Los términos de mayor twist surgen de las correlaciones de quarks y gluones. De esta forma g_2 provee una forma de estudiar los efectos de mayor twist.

Experimentalmente, g_2 puede ser extraído de las mediciones combinadas de las secciones eficaces polarizadas longitudinal y transversalmente, o bien de sus correspondientes asimetrías $A_{||}$, A_{\perp} . Estas mediciones demandan una alta precisión y gran luminosidad dado que los factores multiplicativos de g_2 tienden a ser relativamente pequeños.

El experimento en SLAC, E155 [105] fue dedicado a medir g_2 con más precisión. Los datos experimentales mayormente provienen de la segunda corrida de E155, tanto para protón como para deuterón, con g_2 para el neutrón extraída de la diferencia. En líneas generales, los datos experimentales siguen la forma de Wandzura-Wilczek (Ec. 6.3), aunque existen algunas desviaciones para el protón, especialmente a bajos valores de x .

La figura (6.1) muestra los resultados de SLAC para protón, deuterón (panel superior izquierdo) y neutrón (panel superior derecho) como función de x . También en el panel superior derecho de la fig. (6.1) se muestran los resultados para neutrón de JLab con ^3He polarizado: Hall A E99-117 [106] y E97-103 [107]. E97-103 es una medición precisa de g_2^n en DIS a bajo Q^2 para estudiar la dependencia en Q^2 . Se cubren cinco valores diferentes de Q^2 entre 0,58 y 1,36 GeV² a $x \approx 0,2$. Los resultados sobre la dependencia en Q^2 de g_2^n están dados en el panel inferior de la fig. (6.1). La región sombreada clara da la contribución al twist dominante, obtenidas de distintos ajustes [108] y evolucionando hasta los valores de Q^2 del experimento. Los errores sistemáticos se muestran en el área sombreada oscura cerca del eje horizontal. La precisión alcanzada es más de un orden de magnitud que la alcanzada en SLAC [105]. La diferencia de g_2 con el twist dominante (g_2^{WW}) es debida a los efectos de twist de orden mayor, los cuáles son sensibles a las correlaciones de quark-gluón. Los valores medidos de g_2^n son consistentemente mayores a g_2^{WW} , y esto es una clara indicación de que los efectos de twist de orden mayor son significativamente positivos a Q^2 por debajo de 1 GeV², a diferencia de lo que predicen los modelos de bag model [109] y de Chiral Soliton model [112, 113] donde los efectos de twist de orden mayor son negativos o cercanos a cero. Los datos obtenidos para g_1^n del mismo experimento

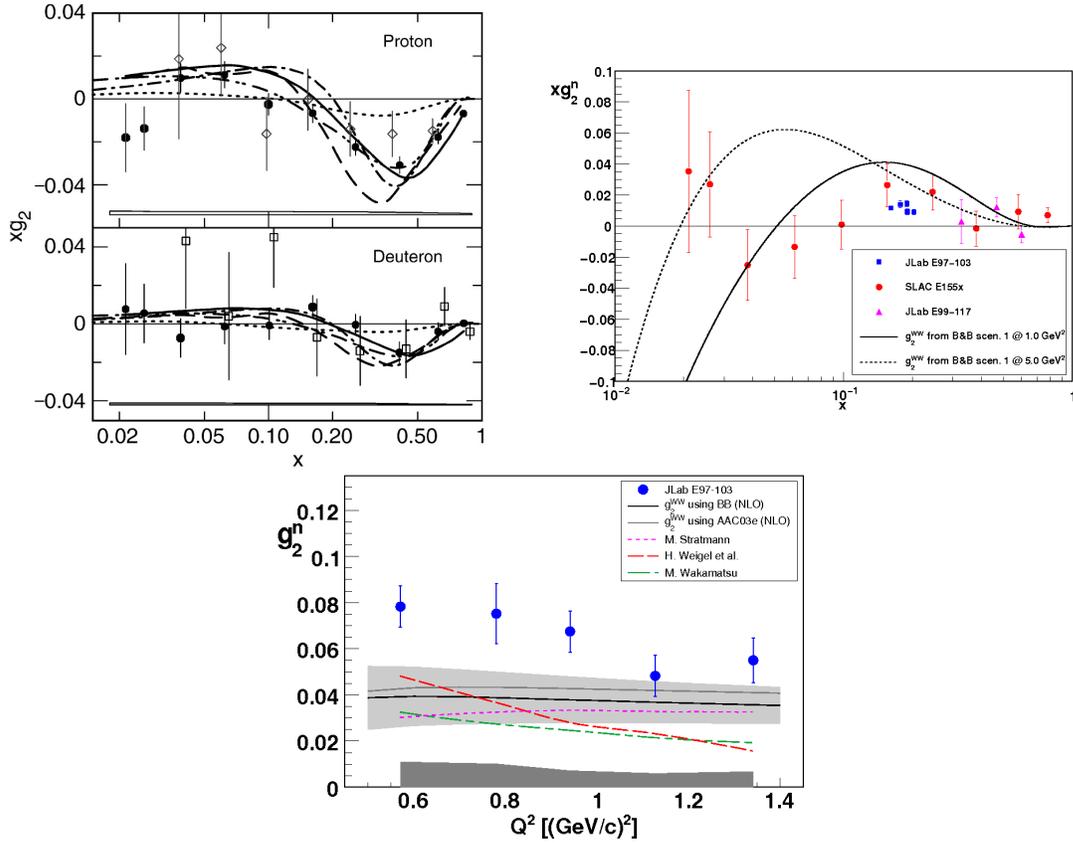


Figura 6.1: Resultados para g_2 de protón y deuterón (panel superior izquierdo) y de neutrón (panel superior derecho) como función de x de SLAC [105] y JLab Hall A [106, 107], en comparación con g_2^{WW} (curvas sólidas). El panel izquierdo también muestra los cálculos basados en el bag model de Stratmann [109] (línea-punto-punto) y Song [110] (puntos) y basados en los modelos de solitón quiral de Weigel [111, 112] (línea - punto) y Wakamatsu [113] (línea). El gráfico inferior muestra los resultados para g_2^n de JLab Hall A [107] como función de Q^2 a un valor de x de alrededor de 0,2, en comparación con g_2^{WW} .

está en acuerdo con las predicciones de twist dominante dentro de las incertezas.

6.2. Quiralidad Transversa impar ('Transversidad') de las Funciones de Estructura

En analogía con las funciones de estructura no polarizadas y polarizadas F_1 y g_1 , la función de estructura 'transversa' [101, 102, 114–119] es, a LO, formalmente dada por

$$h_1(x, Q^2) = \frac{1}{2} \sum_q e_q^2 [\delta q(x, Q^2) + \delta \bar{q}(x, Q^2)] \quad (6.4)$$

donde, similarmente a la ec. (2.70),

$$\delta \bar{q}^{(-)}(x, Q^2) \equiv \bar{q}^{(-)\uparrow}(x, Q^2) - \bar{q}^{(-)\downarrow}(x, Q^2) \quad (6.5)$$

describe la distribución de (anti-)quark 'transversa' siendo $\bar{q}^{(-)\uparrow}$ ($\bar{q}^{(-)\downarrow}$) la probabilidad de encontrar un (anti-)quark en un protón transversalmente polarizado con spin paralelo (antiparalelo) al spin del protón. La polarización de un quark se obtiene usando $u(p, s) \bar{u}(p, s) = -\not{p} \not{s} \gamma_5$ para sus espinores $u(p, s)$ con $s \cdot p = 0$. Usando los operadores de proyección transversos $P_{\uparrow\downarrow} = \frac{1}{2}(1 \pm \gamma_5 \not{S}_T)$ en lugar de $P_{R,L} = \frac{1}{2}(1 \pm \gamma_5)$, los nucleones y quarks polarizados transversalmente son autoestados del operador de spin transversal proyectado de Pauli-Lubanski $\gamma_5 \not{S}_T$ (o más familiarmente $W_\mu = -\frac{1}{2} \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} J^{\nu\rho} P^\sigma$, $\gamma_5 \not{S}_T u(P_z, S_T) = \pm u(P_z, S_T)$). El operador de Pauli-Lubanski $\gamma_5 \not{S}_T$ conmuta con el Hamiltoniano de quark libre $H_0 = \alpha_z p_z$, y por lo tanto $h_1(x, Q^2)$ puede ser interpretado en términos del modelo partónico como se hizo en la ec. (6.4).

Las $\delta \bar{q}^{(-)}$ están relacionadas con el tensor de corriente $\bar{q} i \sigma^{\mu\nu} \gamma_5 q$ el cuál es de quiralidad (y conjugación de carga) *impar*, i.e. mide las correlaciones entre quarks izquierdos y derechos, $q_L \leftrightarrow q_R$, inducido por ejemplo por condensados no perturbativos $\langle \bar{q}_L q_R \rangle$ en el nucleón. A diferencia del caso familiar de $q(x, Q^2)$ y $\Delta q(x, Q^2)$, no hay densidad transversa gluónica a twist dominante [120–122].

q , Δq y δq juntos proveen una descripción completa del momento y spin de quarks a twist dominante como puede ser visto de forma genérica por la representación matricial de densidad de spin en las bases de helicidad de quark y nucleón,

$$\mathcal{F}(x, Q^2) = \frac{1}{2} q(x, Q^2) I \otimes I + \frac{1}{2} \Delta q(x, Q^2) \sigma_3 \otimes \sigma_3 + \frac{1}{2} \delta q(x, Q^2) (\sigma_+ \otimes \sigma_- + \sigma_- \otimes \sigma_+). \quad (6.6)$$

Por consiguiente, las $\delta q^{(-)}(x, Q^2)$ son las densidades de twist-2 dominantes y completan el sector de twist-2 de las distribuciones de partones nucleónicas. Desafortunadamente, las densidades $\delta q^{(-)}$ son experimentalmente difíciles de medir y hasta ahora desconocidas.

Deberíamos recordar que las densidades de quark no polarizadas y longitudinalmente polarizadas q y Δq , respectivamente, consideradas hasta ahora están relacionadas a los elementos de matriz de corrientes vectoriales y axial-vectoriales, $\bar{q}\gamma_\mu q$ y $\bar{q}\gamma_\mu\gamma_5 q = \bar{q}_L\gamma_\mu\gamma_5 q_L + \bar{q}_R\gamma_\mu\gamma_5 q_R$, respectivamente, las cuáles preservan quiralidad, i.e. son quiral *-par* ($q_L \rightarrow q_L$, $q_R \rightarrow q_R$) en contraste a las δq quiral *-impar*. De esta manera, la función de estructura de spin transverso $g_T = g_1 + g_2$ (o g_2) de la sección previa Sec. 6.1, la cuál preserva quiralidad, no debe ser confundida con h_1 que si cambia la quiralidad.

Hemos visto que para g_2 , proveniente de los nucleones transversalmente polarizados, la sección eficaz viene dada con un factor de $\frac{M}{\sqrt{Q^2}}$ dado que en estos procesos la helicidad del nucleón cambia pero la quiralidad del quark en los subprocesos de scattering hard no [101, 102, 123]. Por lo tanto no es posible medir la quiralidad impar de la función de estructura transversa $h_1(x, Q^2)$ en el proceso usual de DIS.

6.3. La sección eficaz diferencial en teoría de perturbaciones

A pesar de los estudios intensivos de los últimos tiempos, la estructura partónica de los nucleones de spin-1/2 no es completamente conocida. De las distribuciones partónicas no polarizadas (f), longitudinalmente polarizadas (Δf), y transversalmente polarizadas (δf), sabemos muy poco acerca de esta última. Estas distribuciones trasversas δf son definidas [114, 117, 124] como las diferencias de probabilidades de encontrar un partón de sabor f a una escala μ y fracción de momento x con su spin alineado ($\uparrow\uparrow$) o anti-alineado ($\uparrow\downarrow$) con el del nucleón transversalmente polarizado:

$$\delta f(x, \mu) \equiv f_{\uparrow\uparrow}(x, \mu) - f_{\uparrow\downarrow}(x, \mu) . \quad (6.7)$$

Como hemos mencionado, no hay distribución transversa de gluón a twist dominante, debido a la quiralidad impar de la transversidad y la conservación de momento angular. Las distribuciones de partón no polarizado se recobran tomando la suma en la ec. (6.7).

A diferencia de las funciones de distribución longitudinalmente polarizadas, las cuáles pueden ser medidas directamente en DIS, las transversas no son accesibles en DIS debido a su naturaleza quiral impar [114]. Solo recientemente se ha vislumbrado algo de la transversidad del análisis combinado [125] de datos para asimetrías de spin transverso en procesos de DIS semi-inclusivos (SIDIS) [126] y en aniquilación e^+e^- [127]. Este análisis consiste en la extracción de las funciones de Collins [128] de los datos de e^+e^- , las cuáles permiten el acceso a la transversidad en las asimetrías de spin en procesos de SIDIS. Aparte de continuar con estos estudios, es deseable en un futuro contar con pruebas más directas de transversidad. Estas se podrán dar en las asimetrías de doble spin en colisionadores hadrónicos,

$$A_{TT} \equiv \frac{\frac{1}{2}[d\sigma(\uparrow\uparrow) - d\sigma(\uparrow\downarrow)]}{\frac{1}{2}[d\sigma(\uparrow\uparrow) + d\sigma(\uparrow\downarrow)]} \equiv \frac{d\delta\sigma}{d\sigma}, \quad (6.8)$$

donde las flechas denotan la polarización transversal del scattering de hadrones. Un programa de colisiones polarizadas en colisiones pp está siendo llevado a cabo en RHIC y pronto se podrán medir las asimetrías A_{TT} de varios procesos [129]. En un futuro más distante, se espera también contar con colisiones $\bar{p}p$ transversalmente polarizadas en GSI-FAIR, donde hay planes de formar un colisionador $\bar{p}p$ polarizado asimétrico [130]. Asimismo, existe la posibilidad de colisiones pp transversalmente polarizadas en J-PARC [131]. En vista de esto, es importante describir adecuadamente los procesos de interés de forma teórica, para permitir la extracción de la transversidad de los futuros datos experimentales.

Por este motivo, nos concentraremos en la producción de hadrones en colisiones hadrónicas polarizadas transversalmente, $p^\uparrow p^\uparrow \rightarrow hX$, $\bar{p}^\uparrow p^\uparrow \rightarrow hX$, donde el hadrón h (para nuestros propósitos será un pión neutro) posee un alto momento transversal p_T . Comparado con el proceso de Drell-Yan, el cuál se considera el “canal de oro” para medir transversidad en colisiones hadrónicas [114, 118, 132–138], la asimetría de spin para producción de hadrones es considerablemente menor, mayormente debida a las

grandes contribuciones de scattering gluónico en el denominador de la asimetría [117, 134, 139]. Por otra parte, los piones son producidos en gran escala en los colisionadores hadrónicos, aportando menores incertezas estadísticas, y siendo A_{TT} de producción de hadrones una alternativa a los procesos de Drell-Yan.

Consideraremos la sección eficaz integrada sobre toda rapidity del hadrón producido h , lo cuál simplifica notablemente el análisis [71, 95]. La sección eficaz diferencial en el momento transversal p_T del hadrón y en su ángulo azimutal ϕ con respecto al spin transversal inicial, dependiente de spin, puede escribirse como: [71]

$$\frac{p_T^3 d\delta\sigma(x_T)}{dp_T d\phi} = \sum_{a,b,c} \int_0^1 dx_1 \delta f_a(x_1, \mu^2) \int_0^1 dx_2 \delta f_b(x_2, \mu^2) \int_0^1 dz z^2 D_{h/c}(z, \mu^2) \int_0^1 d\hat{x}_T \delta\left(\hat{x}_T - \frac{x_T}{z\sqrt{x_1 x_2}}\right) \int_{\hat{\eta}_-}^{\hat{\eta}_+} d\hat{\eta} \frac{\hat{x}_T^4 \hat{s}}{2} \frac{d\delta\hat{\sigma}_{ab \rightarrow cX}(\hat{x}_T^2, \hat{\eta}, \alpha_S(\mu), \mu)}{d\hat{x}_T^2 d\hat{\eta} d\phi}, \quad (6.9)$$

donde $\delta f_{a,b}$ son las funciones de distribución de partones transversales definidas en la ec. (6.7), y donde $D_{h/c}$ son las funciones de fragmentación de partón a hadrón. Las contribuciones de larga y corta distancia son separadas por la escala de factorización μ . Nosotros, al igual que como hemos hecho en los capítulos anteriores, tomaremos esta escala igual que la escala de renormalización en la constante de acoplamiento fuerte. Tal como antes, $x_T \equiv 2p_T/\sqrt{S}$, con su contraparte partónica \hat{x}_T . Nuevamente los límites para η son los mismos que aquellos de la ec. (3.36). De similar forma, la suma en la ec. (6.9) corre sobre todos los subprocessos partónicos $ab \rightarrow cX$, con sección eficaz partónica $d\delta\hat{\sigma}_{ab \rightarrow cX}$, definida similarmente al numerador de la ec. (6.8) para partones iniciales polarizados. Como mencionamos anteriormente, para el caso transversal no hay subprocessos con gluones en el estado inicial. Por lo tanto, sólo hay cuatro subprocessos que contribuyen: [45]:

$$q\bar{q} \rightarrow qX, \quad q\bar{q} \rightarrow qX, \quad q\bar{q} \rightarrow q'X, \quad q\bar{q} \rightarrow gX.$$

La sección eficaz para éstos tienen una dependencia característica en el ángulo azimutal ϕ bien conocida. En el sistema de referencia de centro de masa (c.m), tomando las direcciones de los momentos y de spin en la dirección inicial de los hadrones como

los ejes z y x , respectivamente, esta dependencia es de la forma $\cos(2\phi)$ (Véase la figura (2.14) de la sección 2.2 del capítulo 2). Notemos que la expresión para la sección eficaz promediada sobre spin es idéntica a aquella de la ec. (6.9), donde las distribuciones transversales y secciones eficaces partónicas polarizadas son reemplazadas por sus contrapartes promediadas sobre spin. Aquí la suma obviamente corre sobre todos los canales partónicos incluyendo también gluones en el estado inicial.

Brevemente describiremos los aspectos técnicos de la resumación de los logaritmos umbrales remarcando específicamente el caso transversal. Todos los demás detalles pueden ser encontrados en el capítulo anterior o bien en las referencias [71, 95]. La resumación de las contribuciones soft de gluones se lleva a cabo tomando la transformación de Mellin de la sección eficaz en la variable de scaling x_T^2 :

$$\frac{d\delta\sigma(N)}{d\phi} \equiv \int_0^1 dx_T^2 (x_T^2)^{N-1} \frac{p_T^3 d\delta\sigma(x_T)}{dp_T d\phi}. \quad (6.10)$$

Del mismo modo, la sección eficaz partónica puede ser escrita en la forma:

$$\frac{d\delta\hat{\sigma}_{ab\rightarrow cX}(N)}{d\phi} \equiv \int_0^1 d\hat{x}_T^2 (\hat{x}_T^2)^{N-1} \int_{\hat{\eta}_-}^{\hat{\eta}_+} d\hat{\eta} \frac{\hat{x}_T^4 \hat{s}}{2} \frac{d\delta\hat{\sigma}_{ab\rightarrow cX}(\hat{x}_T^2, \hat{\eta})}{d\hat{x}_T^2 d\hat{\eta} d\phi}, \quad (6.11)$$

desde aquí en adelante suprimiremos la dependencia de escala de la sección eficaz. En el espacio de momentos de Mellin las convoluciones de la ec. (6.9) se convierten en productos ordinarios, y los logaritmos umbrales aparecen como logaritmos en la variable de momento N . Tal como hemos discutido en los capítulos anteriores, la sección eficaz partónica resumada para cada proceso puede ser escrita como:

$$\frac{d\delta\hat{\sigma}_{ab\rightarrow cd}^{(\text{res})}(N)}{d\phi} = \delta C_{ab\rightarrow cd} \Delta_N^a \Delta_N^b \Delta_N^c J_N^d \left[\sum_I \delta G_{ab\rightarrow cd}^I \Delta_{IN}^{(\text{int})ab\rightarrow cd} \right] \frac{d\delta\hat{\sigma}_{ab\rightarrow cd}^{(\text{Born})}(N)}{d\phi}, \quad (6.12)$$

donde $\delta\hat{\sigma}_{ab\rightarrow cd}^{(\text{Born})}(N)$ denota el término a LO en la expansión perturbativa de la ec. (6.11) para un dado proceso partónico. Cada una de las funciones J_N^d , Δ_N^i , $\Delta_{IN}^{(\text{int})ab\rightarrow cd}$ es una exponencial y expresa una parte de la resumación. Todos estos términos coinciden con los correspondientes al caso promediado sobre spin, y pueden ser encontrados en el capítulo 4. $\Delta_N^{a,b}$ representa los efectos de radiación colineal a los partones a, b del estado inicial, y similarmente Δ_N^c para el partón del estado final c que se fragmenta. La

función J_N^d tiene en cuenta la emisión colineal, soft o hard, del partón “no-observado” d . Las emisiones de gluones soft a grandes ángulos están tenidas en cuenta por los factores $\Delta_{IN}^{(\text{int})ab \rightarrow cd}$, el cuál depende de la configuración de color de los partones participantes. Cada una de las $\Delta_{IN}^{(\text{int})ab \rightarrow cd}$ es dada por:

$$\ln \Delta_{IN}^{(\text{int})ab \rightarrow cd} = \int_0^1 \frac{z^{N-1} - 1}{1 - z} D_{I ab \rightarrow cd}(\alpha_S((1 - z)^2 p_T^2)) dz. \quad (6.13)$$

En la ec. (6.12) debemos realizar una suma sobre las configuraciones de color donde $\delta G_{ab \rightarrow cd}^I$ representa el peso para cada I , tal que $\sum_I \delta G_{ab \rightarrow cd}^I = 1$. Finalmente, los coeficientes $\delta C_{ab \rightarrow cd}$ contienen contribuciones hard provenientes de las correcciones virtuales a un loop independientes de N . Su expansión perturbativa es:

$$\delta C_{ab \rightarrow cd} = 1 + \frac{\alpha_S}{\pi} \delta C_{ab \rightarrow cd}^{(1)} + \mathcal{O}(\alpha_S^2). \quad (6.14)$$

Estos pueden ser determinados para cada canal partónico expandiendo la sección eficaz resumada de la ec. (6.12) a primer orden en α_S y comparándola con el cálculo analítico completo a NLO de la referencia [45].

Las únicas diferencias entre las fórmulas de resumación del caso independiente de spin y el caso transversalmente polarizado reside en los coeficientes $\delta G_{ab \rightarrow cd}^I$, $\delta C_{ab \rightarrow cd}$ y por su puesto en la sección eficaz Born. Todos estos términos están relacionados al scattering hard, el cuál es, en general, independiente de spin. Las expresiones en espacio de momentos para las secciones eficaces dependientes de spin a nivel Born, junto con los coeficientes $\delta G_{ab \rightarrow cd}^I$ y $\delta C_{ab \rightarrow cd}$ para todos los subprocessos se hallan agrupados en el apéndice C. Las expresiones correspondientes al caso promediado sobre spin pueden ser halladas en el apéndice A.

Ahora bien, para recobrar la sección eficaz resumada en el espacio x_T^2 , necesitamos invertir la transformación de Mellin. Para ello utilizamos la prescripción mínima propuesta por Catani en la ref. [73] (y comentada en la sección 3.3 del tercer capítulo) para tratar con la singularidad de la constante de acoplamiento perturbativa en el exponente resumado. Con el objeto de utilizar completamente el resultado a orden fijo disponible, en nuestro caso NLO ($\mathcal{O}(\alpha_S^3)$) [45], realizamos el ajuste o matching de esta sección eficaz. Expandimos el resultado de la sección eficaz a $\mathcal{O}(\alpha_S^3)$, substraemos

el resultado expandido a la expresión resumada y agregamos la sección eficaz a orden NLO:

$$\begin{aligned} \frac{p_T^3 d\delta\sigma^{(\text{match})}(x_T)}{dp_T d\phi} &= \sum_{a,b,c} \int_{\text{Min. Prescr.}} \frac{dN}{2\pi i} (x_T^2)^{-N+1} \delta f_a(N, \mu^2) \delta f_b(N, \mu^2) D_{c/h}(2N+1, \mu^2) \\ &\times \left[\frac{d\delta\hat{\sigma}_{ab\rightarrow cd}^{(\text{res})}(N)}{d\phi} - \frac{d\delta\hat{\sigma}_{ab\rightarrow cd}^{(\text{res})}(N)}{d\phi} \Big|_{\mathcal{O}(\alpha_S^3)} \right] + \frac{p_T^3 d\delta\sigma^{(\text{NLO})}(x_T)}{dp_T d\phi}, \end{aligned} \quad (6.15)$$

donde $\delta\hat{\sigma}_{ab\rightarrow cd}^{(\text{res})}(N)$ es la sección eficaz resumada transversalmente polarizada para el canal partónico $ab \rightarrow cd$ como fue dado en la ec. (6.12), y donde la integración del contorno es escogida según la prescripción mínima. De esta manera el NLO es tenido en cuenta de forma completa, las contribuciones de gluones soft más allá del NLO son resumadas a NLL y cualquier doble conteo es evitado.

6.4. Resultados fenomenológicos

Aplicaremos ahora el formalismo de la resumación umbral desarrollado en los capítulos anteriores con el fin de obtener predicciones precisas tanto para la sección eficaz como para la asimetría de spin para el caso de producción de un hadrón a partir de la colisión de hadrones (protón o anti-protón) polarizados transversalmente. Específicamente, consideraremos la producción de π^0 en colisiones $\bar{p}p$ con una energía de centro de masa de $\sqrt{S} = 14,5$ GeV, y en colisiones pp con energías de $\sqrt{S} = 62,4$ GeV y $\sqrt{S} = 10$ GeV. Estas condiciones corresponden a posibles experimentos en GSI-FAIR [130], RHIC y J-PARC [131], respectivamente, como mencionamos anteriormente. En el caso de GSI, la energía considerada podría ser alcanzada mediante un colisionador asimétrico en donde los anti- protones polarizados con energía de $E_{\bar{p}} = 15$ GeV colisionarían con protones polarizados de energía $E_p = 3,5$ GeV, mientras que para el experimento de blanco fijo de J-PARC es el de configuración típica. Debemos mencionar también que si bien la energía predeterminada para la colisión polarizada de protones en el colisionador RHIC es $\sqrt{S} = 200$ GeV, se ha llevado a cabo un experimento a $\sqrt{S} = 62,4$ GeV, como hemos mostrado en el capítulo anterior. Dado que

a más altas energías el régimen de umbral partónico contribuye de forma menos dominante a la sección eficaz, nos abstendremos de los resultados a $\sqrt{S} = 200$ GeV. Tal como hemos mostrado en el capítulo anterior y en la referencia [95], a $\sqrt{S} = 62,4$ GeV la aproximación de umbral sigue siendo razonablemente buena. De hecho la resumación mejora notablemente la descripción teórica y los resultados experimentales [91]. De cualquier modo, aún no se ha decidido a que energía trabajará RHIC para medir la asimetría A_{TT} .

Tal como antes, debemos comenzar por escoger un set de distribución de partones y funciones de fragmentación para el pión. Para el caso promediado sobre spin, utilizamos las distribuciones CTEQ6M [38]. Para el caso polarizado, seguimos la referencia [133] para modelar las esencialmente desconocidas distribuciones transversales saturando la desigualdad de Soffer [140] a baja escala inicial $Q_0 \sim 0,6$ GeV para la evolución (para más detalles véase la ref. [133]). Finalmente, para las funciones de fragmentación de pión utilizamos el set de “de Florian-Sassot-Stratmann” [82].

De acuerdo con la ec. (6.15), es una gran ventaja tener las distribuciones de partones y las funciones de fragmentación en espacio de momentos. Ya que típicamente las distribuciones de partones solamente están disponibles en el espacio x , primero realizamos un ajuste de las distribuciones con una forma funcional simple y luego tomamos momentos de Mellin analíticamente. Esto se realiza de forma separada para cada tipo de partón y para cada escala.

Como hemos mencionado previamente, la dependencia con el ángulo azimutal ϕ de la sección eficaz dependiente de spin es de la forma $\cos(2\phi)$. Nuestra convención sigue la de la ref. [45] para los casos de GSI-FAIR y J-PARC y consiste en integrar la sección eficaz transversalmente polarizada sobre los cuatro cuadrantes en ϕ alternando los signos en la forma $(\int_{-\pi/4}^{\pi/4} - \int_{\pi/4}^{3\pi/4} + \int_{3\pi/4}^{5\pi/4} - \int_{5\pi/4}^{7\pi/4}) \cos(2\phi)d\phi = 4$. La sección eficaz no polarizada es integrada sobre todo ϕ , resultando en un factor 2π . Para RHIC, adaptamos nuestros resultados a los del detector PHENIX el cuál cubre solamente la mitad del ángulo azimutal del pión. Por lo tanto, siguiendo la referencia [45], integramos aquí solamente sobre los dos cuadrantes $-\pi/4 < \Phi < \pi/4$ y $3\pi/4 < \Phi < 5\pi/4$, lo cuál da $(\int_{-\pi/4}^{\pi/4} + \int_{3\pi/4}^{5\pi/4}) \cos(2\phi)d\phi = 2$, y π para la sección eficaz promediada sobre spin. Debemos mencionar que adaptar nuestros resultados al detector STAR sería

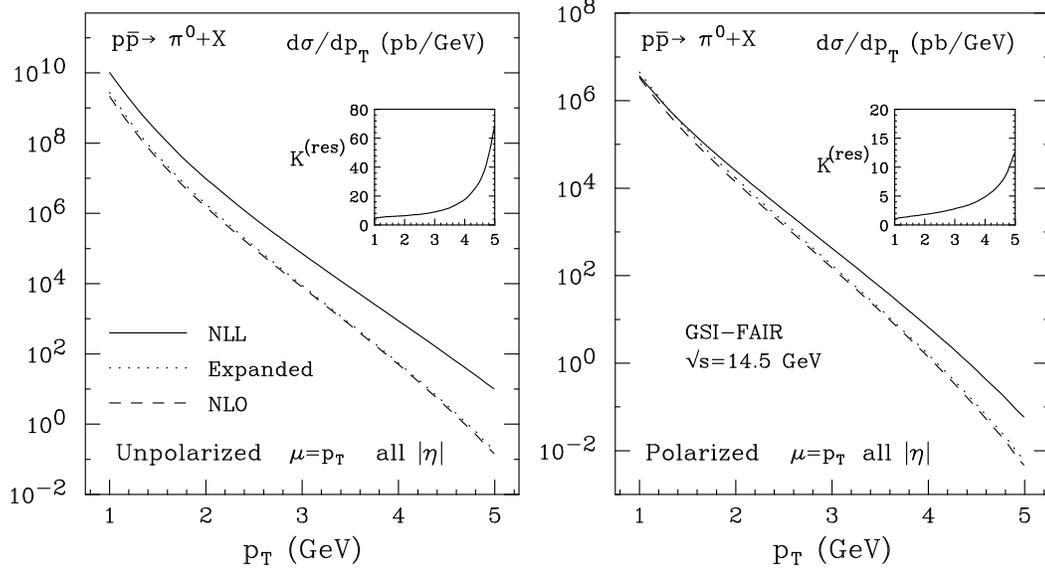


Figura 6.2: Sección eficaz completamente integrada en rapidity a orden NLL , su expansión a orden $\mathcal{O}(\alpha_s^3)$, y la sección eficaz a NLO , para los casos no polarizado (izquierda) y transversalmente polarizado (derecha) $\bar{p}p \rightarrow \pi^0 X$ a $\sqrt{S} = 14,5$ GeV. En los cuadros superiores de cada figura presentamos los cocientes entre las secciones eficaces resumadas a NLL y a orden fijo NLO .

inmediato. A rapidity media, esperamos resultados muy similares a los mostrados a continuación para el caso de PHENIX.

Presentaremos primero nuestros resultados para las colisiones $\bar{p}p$ a $\sqrt{S} = 14,5$ GeV, correspondientes al proyecto GSI-FAIR. A esta relativamente modesta energía uno espera que las correcciones perturbativas umbrales que resumamos sean particularmente importantes. En la figura (6.2), mostramos las secciones eficaces integrada sobre spin (izquierda) y dependiente de spin (derecha) a la energía mencionada. Se presentan separadamente la sección eficaz resumada a NLL , su expansión a primer orden ($\mathcal{O}(\alpha_s^3)$), y la sección eficaz a NLO .

Tal como se puede observar en ambos casos, no polarizado y transversalmente polarizado, la expansión a orden $\mathcal{O}(\alpha_s^3)$ reproduce de forma satisfactoria los resultados a NLO , implicando que las correcciones a órdenes más altos están dominadas por logaritmos umbrales. En el cuadro superior derecho de cada figura, mostramos el

factor “ K ” para la sección eficaz resumada sobre la de orden fijo,

$$K^{(\text{res})} = \frac{d\sigma^{(\text{match})}/dp_T d\phi}{d\sigma^{(\text{NLO})}/dp_T d\phi}. \quad (6.16)$$

Es interesante notar que los factores K son grandes, lo cuál significa que la resumación resultará en un gran incremento sobre el orden fijo. Vale la pena mencionar que previamente en estudios del proceso de Drell-Yan a esta energía también se encontraron factores $K \gg 1$ para la sección eficaz [136].

Con el objeto de ajustar a las condiciones experimentales de forma más realista, hemos tomado en cuenta el rango de rapidity que es cubierto por los experimentos. Asumimos que este rango es $-1 < \eta_{\text{lab}} < 2,5$, donde η_{lab} es la pseudorapidity del pión en el sistema de referencia de laboratorio. Contamos rapidity positiva en la dirección del antiprotón. η_{lab} se relaciona con la pseudorapidity de centro de masa η_{cm} por

$$\eta_{\text{lab}} = \eta_{\text{cm}} + \frac{1}{2} \ln \frac{E_{\bar{p}}}{E_p}. \quad (6.17)$$

Por lo tanto el intervalo de rapidity que hemos usado corresponde aproximadamente con $|\eta_{\text{cm}}| \lesssim 1,75$ en el sistema de c.m. Para obtener la sección eficaz resumada para este intervalo, usamos la aproximación

$$\frac{p_T^3 d\sigma^{(\text{match})}}{dp_T d\phi}(\eta \text{ en rango experimental}) = K^{(\text{res})} \frac{p_T^3 d\sigma^{(\text{NLO})}}{dp_T d\phi}(\eta \text{ en rango experimental}), \quad (6.18)$$

donde $K^{(\text{res})}$ se define como en la ec. (6.16) en términos de la sección eficaz integrada sobre toda la región de rapidity. En otras palabras, “re-escaleamos” el resultado de la sección eficaz resumada por el cociente de la sección eficaz integrada sobre toda la región de rapidity relevante experimentalmente o sobre toda η , respectivamente. Para los valores considerados aquí de p_T , la región $-1 < \eta_{\text{lab}} < 2,5$ prácticamente coincide con el rango completo de η_{cm} cinemáticamente permitido.

Los resultados para la sección eficaz resumada a NLL integrada sobre el rango $-1 < \eta_{\text{lab}} < 2,5$ están mostrados en la figura 6.3. También presentamos en la figura las incertezas de la predicción resultantes de la variación de escala μ en el rango $p_T \leq \mu \leq 4p_T$. Uno puede ver que la incerteza de escala permanece bastante grande aún incluso luego de resumar.

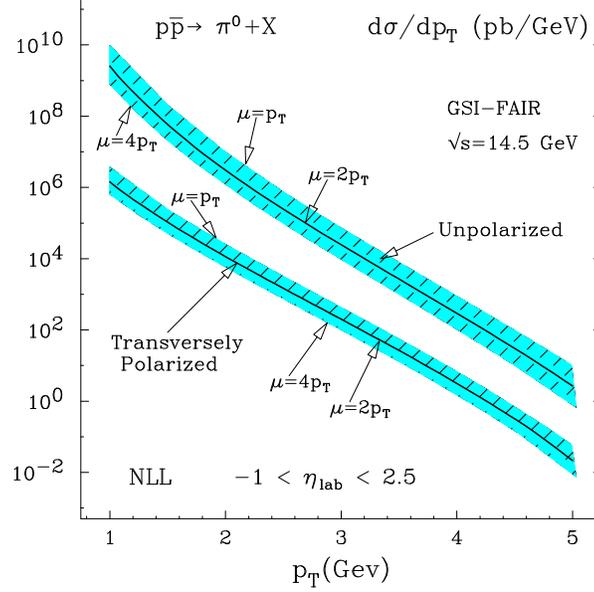


Figura 6.3: Sección eficaz resumada a NLL para los casos no polarizados y transversalmente polarizados de la colisión $p\bar{p} \rightarrow \pi^0 X$ a $\sqrt{s} = 14,5$ GeV con $-1 < \eta_{\text{lab}} < 2,5$. Las bandas representan el cambio de los resultados al variar la escala de factorización/renormalización en el rango $p_T \leq \mu \leq 4p_T$. La línea sólida corresponde a $\mu = 2p_T$.

Luego, investigamos cómo la resumación a NLL influye sobre la doble asimetría de spin A_{TT}^π para la producción de π^0 . Los resultados pueden verse en la figura (6.4), donde hemos escogido la escala $\mu = p_T$. Tal como se puede observar, hay una reducción significativa de la asimetría A_{TT}^π cuando se incluye la resumación a NLL. Aún luego de la resumación la asimetría parece ser lo bastante grande como para ser accesible experimentalmente.

Ahora volvamos sobre el proceso $p^\uparrow p^\uparrow \rightarrow hX$ donde discutiremos, como anteriormente habíamos mencionado, la producción de pión neutral a $\sqrt{S} = 62,4$ GeV y a $\sqrt{S} = 10$ GeV, relevantes para los experimentos de RHIC (aquí consideraremos el detector PHENIX) y J-PARC, respectivamente.

Tal como antes en la figura (6.2) presentamos en la fig. (6.5) las secciones eficaces integradas sobre el rango completo de rapidity para los casos promediados sobre spin y dependientes de spin para J-PARC (izquierda) and RHIC (derecha). Nuevamente, la expansión a orden $\mathcal{O}(\alpha_S^3)$ reproduce satisfactoriamente los resultados a NLO, implicando que los logaritmos umbrales de la resumación dominan la sección eficaz en

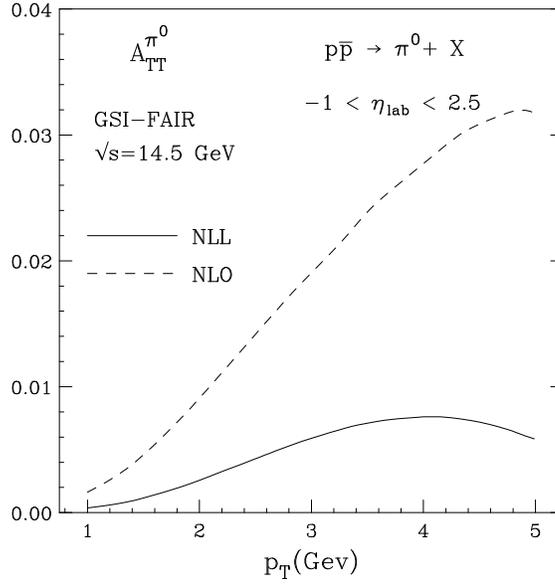


Figura 6.4: Resultados a NLL y NLO de la doble asimetría de spin $A_{TT}^{\pi^0}$ en colisiones $p\bar{p}$ a $\sqrt{S} = 14,5$ GeV, usando el “modelo” de distribuciones transversales que saturan la desigualdad de Soffer [140] a una escala baja.

estos regímenes cinemáticos. Esto es particularmente cierto a $\sqrt{S} = 10$ GeV donde uno está mucho más cerca del régimen de umbral. El acuerdo es aún más notable para la sección eficaz no polarizada dado que el peso de la contribución de los grandes logaritmos proviene de los subprocessos con estados iniciales de gluón, mientras que en el scattering polarizado transversalmente los resultados expandidos sobreestiman ligeramente a los del NLO.

Como es de esperarse, los efectos de la resumación son mucho más grandes a $\sqrt{S} = 10$ GeV que a $\sqrt{S} = 62,4$ GeV. Es también interesante notar que los factores K son nuevamente mucho más grandes para la sección eficaz promediada sobre spin que para el caso transversalmente polarizado, especialmente a $\sqrt{S} = 10$ GeV. Esto inmediatamente implica que la asimetría doble de spin $A_{TT}^{\pi^0}$ se reducirá drásticamente cuando se pase del orden NLO al caso resumado a NLL.

Con el objeto de permitir una comparación de nuestras predicciones teóricas con futuros datos experimentales integraremos sobre las regiones de pseudo-rapidad $\eta_{cm} > 0$ y $|\eta| < 0,38$ para J-PARC y RHIC (PHENIX), respectivamente. La primera de estas elecciones está basada en la suposición de la geometría del espectrómetro con

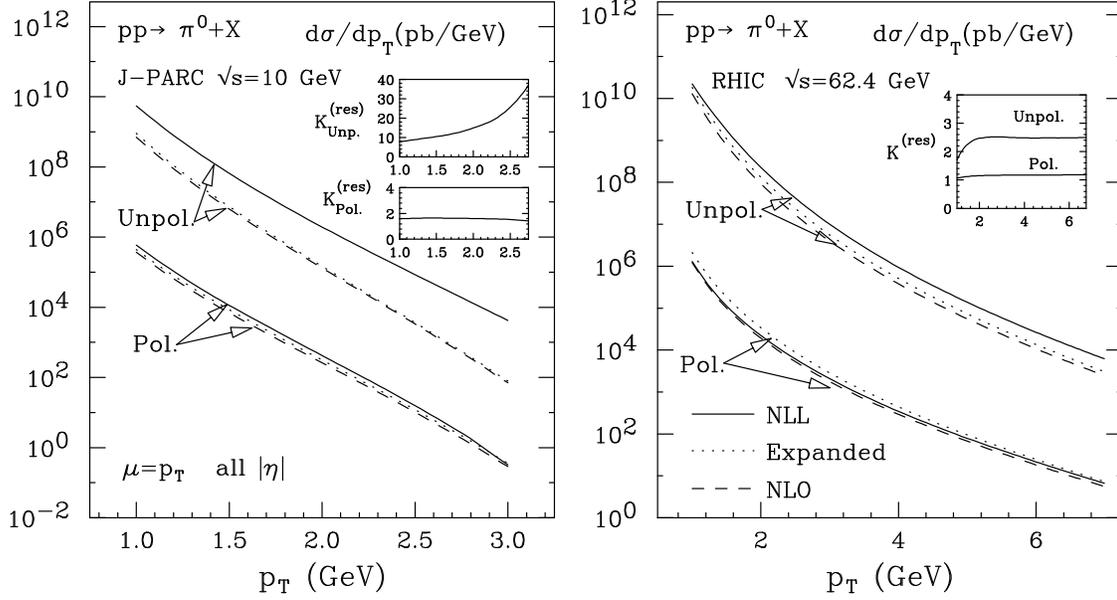


Figura 6.5: Sección eficaz resumada a NLL integrada completamente sobre rapidity, su expansión a $\mathcal{O}(\alpha_S^3)$, y la sección eficaz a NLO, tanto para los casos no polarizados y transversalmente polarizados del proceso $pp \rightarrow \pi^0 X$ a $\sqrt{s} = 10$ GeV (izquierda), y a $\sqrt{s} = 62,4$ GeV (derecha). En los cuadros superiores de cada figura se presentan los cocientes entre la sección eficaz resumada a NLL y el orden fijo NLO.

una aceptación de 200 mrad, similar al utilizado en el experimento de COMPASS en el CERN, como se ha considerado en la referencia [141]. Los resultados para los dos casos se presentan en la figura (6.6) en donde se muestran las secciones eficaces a NLL promediada sobre spin y dependiente de spin. Tal como antes, tuvimos en cuenta las incertezas teóricas producto de la variación de la escala de factorización y renormalización $\mu = \zeta p_T$, con $\zeta = 1, 2, 4$. Vale la pena notar que luego de la resumación la dependencia de escala se reduce considerablemente en el caso de RHIC.

Finalmente, mostramos en la figura (6.7) nuestras predicciones teóricas para la asimetría de spin $A_{TT}^{\pi^0}$ para J-PARC (izquierda) y RHIC (derecha). Como hemos anticipado, las correcciones a NLL reducen de forma notable la asimetría de spin con respecto a los resultados a NLO. Esta reducción es muy significativa para los experimentos de blanco fijo de J-PARC, mientras que es bastante más modesta para RHIC a 62,4 GeV.

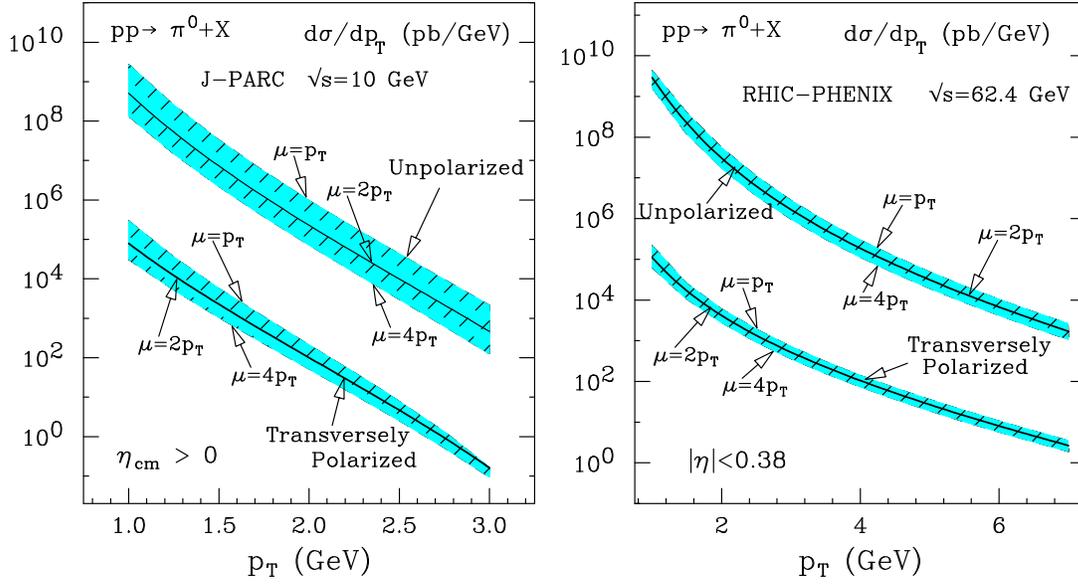


Figura 6.6: Secciones eficaces resumadas a NLL para los casos no polarizados y transversalmente polarizados del proceso $pp \rightarrow \pi^0 X$ a $\sqrt{S} = 10$ GeV con blanco fijo para $\eta_{cm} > 0$ (izquierda) y a 62,4 GeV para $|\eta| < 0,38$ (derecha). Las bandas representan los cambios en los resultados si la escala de factorización/renormalización se varía en el rango $p_T \leq \mu \leq 4p_T$. La línea sólida se corresponde con $\mu = 2p_T$.

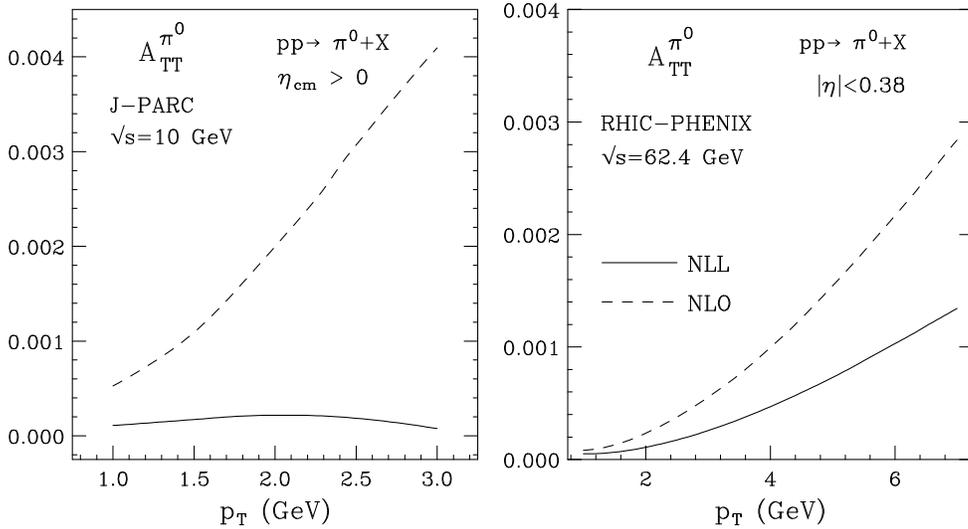


Figura 6.7: Igual que la fig. 6.4, pero para colisiones pp a $\sqrt{S} = 10$ GeV (izq.) y a $\sqrt{S} = 62,4$ GeV (der.).

Capítulo 7

Conclusiones

En la presente tesis hemos estudiado la resumación a NLL de los logaritmos umbrales de todo orden en la sección eficaz partónica relevante en los procesos de producción de hadrones $pp \rightarrow hX$ y $pp \rightarrow \text{Jet}X$, donde el hadrón h o bien el Jet son producidos con un alto momento transversal p_T . El análisis ha sido tanto para hadrones del estado inicial no polarizados como también para estados de polarización longitudinal y transversal.

El estudio de $pp \rightarrow hX$ no polarizado, en el capítulo 4, fue en parte motivado por la notoria diferencia que se observa entre la sección eficaz calculada a orden fijo (NLO) con los datos experimentales especialmente en el régimen de blanco fijo, en contraste con el excelente acuerdo de los colisionadores hadrónicos a mayores energías. Sin embargo, como hemos visto, en colisionadores hadrónicos a energías medias, tales como RHIC a $\sqrt{S} = 62,4$ GeV, nuestros resultados numéricos también muestran un claro aumento de la sección eficaz sobre el orden fijo mejorando significativamente el acuerdo entre los datos experimentales [91] y las predicciones teóricas. También hemos notado que a través de la resumación la incerteza teórica, producto de las escalas de factorización y renormalización, se ve notablemente disminuída obteniendo de esta manera una predicción teórica más precisa. Debemos remarcar también que este proceso nos sirvió como base para analizar otros casos, como por ejemplo el cómputo de la sección eficaz de procesos donde el hadrón producido fuese cargado.

Hemos enfatizado también que las contribuciones generadas por la resumación son

correcciones de orden superior que están presentes en la serie perturbativa completa y que en ciertos regímenes cinemáticos son los términos dominantes. Hay varios puntos más que serían interesantes desarrollar, como por ejemplo, realizar la resumación de la sección eficaz también dependiente de rapidity. Tal como se ha observado en ref. [7] las discrepancias entre el NLO y los datos experimentales se incrementan (a p_T fijo) a medida que se aumenta rapidity. Esperamos que los efectos de resumación sean más importantes a mayor η , simplemente porque uno se acerca aún más a la región umbral. También es posible mejorar la resumación teniendo en cuenta también los términos de la forma $\alpha_S^k \ln^{2k-1}(N)/N$ en la sección eficaz partónica. Tales términos, provenientes de emisiones colineales [70, 142, 143], están suprimidos con respecto a los términos de LL y NLL aunque puede ser relevantes cuando uno se encuentra lejos de la región umbral, como por ejemplo en el régimen de blanco fijo a bajos valores de p_T , o a altas energías en colisionadores hadrónicos. También podemos esperar que tales contribuciones adicionales hagan decrecer la dependencia de escala.

A partir del análisis desarrollado en el capítulo 4, fuimos capaces de estudiar, en el capítulo 5, la resumación a NLL de los logaritmos umbrales en la sección eficaz partónica relevantes en los procesos de producción de hadrones y Jets, cuando los protones iniciales se encuentran longitudinalmente polarizados. En el primero de los procesos analizados, $pp \rightarrow hX$ donde el hadrón h posee un alto momento transversal, encontramos que al igual que en el caso promediado sobre spin, los efectos de la resumación de la sección eficaz son grandes en el típico régimen de blanco fijo a $\sqrt{S} \sim 20$ GeV. La asimetría de spin A_{LL}^T se ve significativamente reducida por la resumación. Otra consecuencia fenomenológica a destacar aquí es que los datos experimentales de Fermilab E704 [88] son compatibles esencialmente con todos los sets de funciones de distribución partónicas dependientes de spin, aún aquellos sets con una gran polarización gluónica.

También aplicamos la resumación al caso de $\sqrt{S} \sim 62,4$ GeV, en el cuál los datos preliminares de RHIC estuvieron disponibles recientemente para la doble asimetría de spin [81]. Para este caso, los sets con gran polarización gluónica en el rango $0,05 \lesssim x \lesssim 0,2$ son descartados y las distribuciones con una polarización gluónica moderada o baja son las que mejor se ajustan a los resultados experimentales. Hemos encontrado

que la resumación mejora la descripción de la sección eficaz aunque su efecto en la asimetría de spin es bastante modesto. Vale la pena recordar que en este régimen cinemático uno está más lejos del umbral que en el caso de blanco fijo y la resumación umbral es algo menos precisa aquí, por esta razón las correcciones perturbativas de los términos menos pueden ser relevantes. Podría ser importante en un futuro mejorar el cálculo resumado a $\sqrt{S} = 62,4$ GeV incluyendo los términos menos dominantes cerca del umbral, pudiéndose así obtener mejores conclusiones a través de la asimetría A_{LL}^π .

En el mismo capítulo 5, hemos estudiado la resumación de los logaritmos umbrales a NLL para la sección eficaz partónica relevante en el proceso $pp \rightarrow \text{Jet X}$, donde los protones iniciales se encuentran longitudinalmente polarizados y los jets se producen con alto impulso transversal. Hemos encontrado que los efectos de la resumación, en el caso dependiente de spin, incrementa la sección eficaz aunque en una forma bastante modesta. Podría decirse que el principal efecto de la resumación consiste en una considerable reducción en la incerteza de escala resultando, al mismo tiempo, en una estabilización y confirmación de las predicciones de orden fijo. Analizamos el impacto de la resumación en la asimetría de spin A_{LL}^{Jet} en los casos de $\sqrt{S} = 200$ GeV y $\sqrt{S} = 500$ GeV relevantes para RHIC, encontrando que la modificación introducida debido a las correcciones a NLL pueden ser despreciadas en un primer análisis de los datos experimentales.

Por último, en el capítulo 6, hemos estudiado la resumación a NLL de los logaritmos umbrales en la sección eficaz partónica relevante para los procesos $pp \rightarrow hX$ y $\bar{p}p \rightarrow hX$, con el hadrón h saliente llevando un alto impulso transversal, y donde los nucleones iniciales están transversalmente polarizados. Hemos aplicado aquí la resumación al scattering de protón-antiprotón a $\sqrt{S} = 14,5$ GeV, dicha energía será posiblemente a la cuál los experimentos de GSI-FAIR sean llevados a cabo, y al scattering de protón-protón a $\sqrt{S} = 62,4$ GeV y a $\sqrt{S} = 10$ GeV, relevantes para RHIC y J-PARC respectivamente. Encontramos aquí que la resumación produce un incremento en las secciones eficaces tanto en la promediada sobre spin como también en la polarizada transversalmente. Su efecto sobre la asimetría de spin consiste en una significativa reducción de esta, especialmente en los experimentos de blanco fijo de J-PARC así como también a $\sqrt{S} = 14,5$ GeV para el proyecto de GSI-FAIR. Mientras

que para RHIC a $\sqrt{S} = 62,4$ GeV esta reducción es bastante modesta.

Estos cálculos contribuirán significativamente a permitir una extracción más precisa de Δg y resolver la “*Crisis de spin*” iniciada hace dos décadas.

Apéndice A

Resultados para los subprocesos partónicos no polarizados

En este apéndice compilamos las expresiones para las matrices Soft S , hard H y la dimensión anómala Γ_s , junto con su respectivas bases de color para cada proceso. Incluimos la sección eficaz Born en espacio de momentos para los distintos subprocesos partónicos. También mostramos los resultados de los coeficientes $C_{ab \rightarrow cd}^{(1)}$, $D_{I ab \rightarrow cd}$, y $G_{ab \rightarrow cd}^I$.

Dado que los coeficientes $C_{ab \rightarrow cd}^{(1)}$ tienen expresiones demasiado extensas, daremos aquí sus valores numéricos para $N_f = 5$ y con las escalas de factorización y renormalización $\mu_{FI} = \mu_{FF} = \mu_R = Q = 2p_T$.

Aniquilación quark-antiquark.

Comenzamos con el proceso de aniquilación quark-antiquark

$$q(p_a, r_a) + \bar{q}(p_b, r_b) \rightarrow q(p_1, r_1) + \bar{q}(p_2, r_2), \quad (\text{A.1})$$

donde p_i y r_i son los cuádrimomentos y los índices de color, respectivamente.

En la base de color singlete-octete del canal t

$$c_1^{q\bar{q} \rightarrow q\bar{q}} = \delta_{r_a r_1} \delta_{r_b r_2}, \quad c_2^{q\bar{q} \rightarrow q\bar{q}} = (T_F^c)_{r_1 r_a} (T_F^c)_{r_b r_2}, \quad (\text{A.2})$$

donde los T_F^c son los generadores de $SU(3)$ en la representación fundamental, la matriz soft S al orden más bajo con elementos $S_{LI} = \text{Tr}[c_L^\dagger c_I]$, se expresa como

$$S^{q\bar{q} \rightarrow q\bar{q}} = \begin{bmatrix} N_c^2 & 0 \\ 0 & (N_c^2 - 1)/4 \end{bmatrix}, \quad (\text{A.3})$$

y la matriz de dimensión anómala soft a un loop Γ_S es

$$\Gamma_S^{q\bar{q} \rightarrow q\bar{q}} = \frac{\alpha_s}{\pi} \begin{bmatrix} 2C_F T & -\frac{C_F U}{N_c} \\ -2U & -\frac{1}{N_c}(T - 2U) \end{bmatrix} + D. \quad (\text{A.4})$$

Donde D es el término diagonal de la ec. (4.22) y T y U están dados por:

$$T \equiv \ln\left(\frac{-t}{s}\right) \quad (\text{A.5})$$

$$U \equiv \ln\left(\frac{-u}{s}\right). \quad (\text{A.6})$$

Tenemos tres diferentes subprocesos quark-antiquark que considerar dependiendo del sabor,

$$\underline{q_j \bar{q}_j \rightarrow q_j \bar{q}_j}$$

La matriz hard para el proceso $q_j \bar{q}_j \rightarrow q_j \bar{q}_j$, al orden más bajo, cuyos elementos provienen de la descomposición en color del cuadrado de las tres amplitudes, está dado por:

$$H^{q_j \bar{q}_j \rightarrow q_j \bar{q}_j} = \alpha_s^2 \begin{bmatrix} H_{11}^{q_j \bar{q}_j \rightarrow q_j \bar{q}_j} & H_{12}^{q_j \bar{q}_j \rightarrow q_j \bar{q}_j} \\ H_{12}^{q_j \bar{q}_j \rightarrow q_j \bar{q}_j} & H_{22}^{q_j \bar{q}_j \rightarrow q_j \bar{q}_j} \end{bmatrix}, \quad (\text{A.7})$$

donde

$$\begin{aligned} H_{11}^{q_j \bar{q}_j \rightarrow q_j \bar{q}_j} &= \frac{2C_F^2 (t^2 + u^2)}{N_c^4 s^2}, \\ H_{12}^{q_j \bar{q}_j \rightarrow q_j \bar{q}_j} &= \frac{2C_F}{N_c^3} \left[-\frac{(t^2 + u^2)}{N_c s^2} + \frac{u^2}{st} \right], \\ H_{22}^{q_j \bar{q}_j \rightarrow q_j \bar{q}_j} &= \frac{1}{N_c^2} \left[\frac{2}{N_c^2} \frac{(t^2 + u^2)}{s^2} + 2 \frac{(s^2 + u^2)}{t^2} - \frac{4}{N_c} \frac{u^2}{st} \right]. \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

La sección eficaz Born, usando la ec. (4.16), y el resto de los coeficientes, es entonces:

$$\begin{aligned}\hat{\sigma}_{q\bar{q}\rightarrow q\bar{q}}^{(\text{Born})}(N) &= \frac{\pi C_F}{15C_A^2} (C_A(11N^3 + 59N^2 + 102N + 60) + N(N+3)(5+2N)) B\left(N, \frac{7}{2}\right), \\ G_{1q\bar{q}\rightarrow q\bar{q}} &= 5/21, \quad G_{2q\bar{q}\rightarrow q\bar{q}} = 16/21, \quad D_{1q\bar{q}\rightarrow q\bar{q}}^{(1)} = -10/3 \ln 2, \quad D_{2q\bar{q}\rightarrow q\bar{q}}^{(1)} = 8/3 \ln 2, \\ C_{1q\bar{q}\rightarrow q\bar{q}}^{(1)} &= 19,9643 \quad (N_f = 5).\end{aligned}\tag{A.9}$$

$$\underline{q_j \bar{q}_j \rightarrow q_k \bar{q}_k}$$

La matriz hard al orden más bajo para este proceso es

$$H^{q_j \bar{q}_j \rightarrow q_k \bar{q}_k} = \alpha_s^2 \begin{bmatrix} (C_F^2/N_c^2)h^{q_j \bar{q}_j \rightarrow q_k \bar{q}_k} & -(C_F/N_c^2)h^{q_j \bar{q}_j \rightarrow q_k \bar{q}_k} \\ -(C_F/N_c^2)h^{q_j \bar{q}_j \rightarrow q_k \bar{q}_k} & h^{q_j \bar{q}_j \rightarrow q_k \bar{q}_k}/N_c^2 \end{bmatrix}, \tag{A.10}$$

donde

$$h^{q_j \bar{q}_j \rightarrow q_k \bar{q}_k} = \frac{2}{N_c^2} \frac{(t^2 + u^2)}{s^2}. \tag{A.11}$$

Con sección eficaz Born y demás coeficientes:

$$\begin{aligned}\hat{\sigma}_{q\bar{q}\rightarrow q'\bar{q}'}^{(\text{Born})}(N) &= \frac{\pi C_F}{6C_A} (N+1)(N+3) B\left(N+1, \frac{5}{2}\right), \\ G_{1q\bar{q}\rightarrow q'\bar{q}'} &= 1, \quad D_{1q\bar{q}\rightarrow q'\bar{q}'}^{(1)} = -10/3 \ln 2, \\ C_{1q\bar{q}\rightarrow q'\bar{q}'}^{(1)} &= 7,91881 \quad (N_f = 5).\end{aligned}\tag{A.12}$$

$$\underline{q_j \bar{q}_k \rightarrow q_j \bar{q}_k}$$

Por último nos resta considerar la aniquilación quark antiquark $q_j \bar{q}_k \rightarrow q_j \bar{q}_k$. Para este proceso partónico tenemos que la matriz hard al orden más bajo se escribe como:

$$H^{q_j \bar{q}_k \rightarrow q_j \bar{q}_k} = \alpha_s^2 \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 2(s^2 + u^2)/(N_c^2 t^2) \end{bmatrix}. \tag{A.13}$$

Siendo su Sección eficaz Born y coeficientes:

$$\begin{aligned}
\hat{\sigma}_{q\bar{q}' \rightarrow q\bar{q}'}^{(\text{Born})}(N) &= \frac{\pi C_F}{3C_A} (5N^2 + 15N + 12) B\left(N, \frac{5}{2}\right), \\
G_{1q\bar{q}' \rightarrow q\bar{q}'} &= 1/9, \quad G_{2q\bar{q}' \rightarrow q\bar{q}'} = 8/9, \\
D_{1q\bar{q}' \rightarrow q\bar{q}'}^{(1)} &= -10/3 \ln 2, \quad D_{2q\bar{q}' \rightarrow q\bar{q}'}^{(1)} = 8/3 \ln 2, \\
C_{1q\bar{q}' \rightarrow q\bar{q}'}^{(1)} &= 22,4483 \quad (N_f = 5).
\end{aligned} \tag{A.14}$$

quark-quark scattering.

A continuación analizamos los procesos de quark-quark scattering,

$$q(p_a, r_a) + q(p_b, r_b) \rightarrow q(p_1, r_1) + q(p_2, r_2). \tag{A.15}$$

En la base de color de singlete-octete del canal t

$$c_1^{qq \rightarrow qq} = (T_F^c)_{r_1 r_a} (T_F^c)_{r_2 r_b}, \quad c_2^{qq \rightarrow qq} = \delta_{r_a r_1} \delta_{r_b r_2}, \tag{A.16}$$

la matriz soft al más bajo orden estará dada entonces por

$$S^{qq \rightarrow qq} = \begin{bmatrix} (N_c^2 - 1)/4 & 0 \\ 0 & N_c^2 \end{bmatrix}, \tag{A.17}$$

con matriz de dimensión an'mala soft a un loop

$$\Gamma_{S'}^{qq \rightarrow qq} = \frac{\alpha_s}{\pi} \begin{bmatrix} -\frac{1}{N_c}(T + U) + 2C_F U & 2U \\ \frac{C_F}{N_c} U & 2C_F T \end{bmatrix}. \tag{A.18}$$

Hay dos diferentes tipos de procesos quark-quark a considerar dependiendo de los sabores de los quarks.

$q_j q_j \rightarrow q_j q_j$

La matriz hard para este proceso al más bajo orden es

$$H^{q_j q_j \rightarrow q_j q_j} = \alpha_s^2 \begin{bmatrix} H_{11}^{q_j q_j \rightarrow q_j q_j} & H_{12}^{q_j q_j \rightarrow q_j q_j} \\ H_{12}^{q_j q_j \rightarrow q_j q_j} & H_{22}^{q_j q_j \rightarrow q_j q_j} \end{bmatrix}, \tag{A.19}$$

donde

$$\begin{aligned}
H_{11}^{q_j q_j \rightarrow q_j q_j} &= \frac{2}{N_c^2} \left[\frac{(s^2 + u^2)}{t^2} + \frac{1}{N_c^2} \frac{(s^2 + t^2)}{u^2} - \frac{2}{N_c} \frac{s^2}{tu} \right], \\
H_{12}^{q_j q_j \rightarrow q_j q_j} &= \frac{2C_F}{N_c^4} \left[N_c \frac{s^2}{tu} - \frac{(s^2 + t^2)}{u^2} \right], \\
H_{22}^{q_j q_j \rightarrow q_j q_j} &= \frac{2C_F^2}{N_c^4} \frac{(s^2 + t^2)}{u^2}.
\end{aligned} \tag{A.20}$$

Para la sección eficaz Born y coeficientes se obtiene:

$$\begin{aligned}
\hat{\sigma}_{qq \rightarrow qq}^{(\text{Born})}(N) &= \frac{2\pi C_F}{3C_A^2} (C_A(5N^2 + 15N + 12) - 2N(3 + 2N)) B\left(N, \frac{5}{2}\right), \\
G_{1qq \rightarrow qq} &= 9/11, \quad G_{2qq \rightarrow qq} = 2/11, \quad D_{1qq \rightarrow qq}^{(1)} = -4 \ln 2, \quad D_{2qq \rightarrow qq}^{(1)} = 0, \\
C_{1qq \rightarrow qq}^{(1)} &= 19,535 \quad (N_f = 5).
\end{aligned} \tag{A.21}$$

$q_j q_k \rightarrow q_j q_k$

Al orden más bajo la matriz hard puede ser escrita como:

$$H^{q_j q_k \rightarrow q_j q_k} = \alpha_s^2 \begin{bmatrix} 2(s^2 + u^2)/(N_c^2 t^2) & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \tag{A.22}$$

Sus coeficientes y sección eficaz Born vienen dados por

$$\begin{aligned}
\hat{\sigma}_{qq' \rightarrow qq'}^{(\text{Born})}(N) &= \frac{\pi C_F}{3C_A} (5N^2 + 15N + 12) B\left(N, \frac{5}{2}\right), \\
G_{1qq' \rightarrow qq'} &= 1/3, \quad G_{2qq' \rightarrow qq'} = 2/3, \quad D_{1qq' \rightarrow qq'}^{(1)} = -4 \ln 2, \quad D_{2qq' \rightarrow qq'}^{(1)} = 0, \\
C_{1qq' \rightarrow qq'}^{(1)} &= 20,2389 \quad (N_f = 5).
\end{aligned} \tag{A.23}$$

Procesos $q\bar{q} \rightarrow gg$ y $gg \rightarrow q\bar{q}$.

Analizamos los procesos $q\bar{q} \rightarrow gg$ y $gg \rightarrow q\bar{q}$.

Para el proceso

$$q(p_a, r_a) + \bar{q}(p_b, r_b) \rightarrow g(p_1, r_1) + g(p_2, r_2), \tag{A.24}$$

en la base de color del canal s

$$c_1^{q\bar{q}\rightarrow gg} = \delta_{r_a r_b} \delta_{r_1 r_2}, \quad c_2^{q\bar{q}\rightarrow gg} = d^{r_1 r_2 c} (T_F^c)_{r_b r_a}, \quad c_3^{q\bar{q}\rightarrow gg} = i f^{r_1 r_2 c} (T_F^c)_{r_b r_a}, \quad (\text{A.25})$$

donde d^{abc} y f^{abc} son los tensores invariantes de $SU(3)$ totalmente simétrico y antisimétrico. Su matriz soft al orden más bajo es

$$S^{q\bar{q}\rightarrow gg} = \begin{bmatrix} N_c(N_c^2 - 1) & 0 & 0 \\ 0 & (N_c^2 - 4)(N_c^2 - 1)/(2N_c) & 0 \\ 0 & 0 & N_c(N_c^2 - 1)/2 \end{bmatrix}, \quad (\text{A.26})$$

y la matriz de dimensión anómala soft a un loop es,

$$\Gamma_{S'}^{q\bar{q}\rightarrow gg} = \frac{\alpha_s}{\pi} \begin{bmatrix} 0 & 0 & U - T \\ 0 & \frac{C_A}{2} (T + U) & \frac{C_A}{2} (U - T) \\ 2(U - T) & \frac{N_c^2 - 4}{2N_c} (U - T) & \frac{C_A}{2} (T + U) \end{bmatrix}. \quad (\text{A.27})$$

Estas mismas dos matrices describen el proceso con tiempo revertido

$$g(p_1, r_1) + g(p_2, r_2) \rightarrow \bar{q}(p_a, r_a) + q(p_b, r_b). \quad (\text{A.28})$$

$q\bar{q} \rightarrow gg$

A este proceso le corresponde al orden más bajo la siguiente matriz hard,

$$H^{q\bar{q}\rightarrow gg} = \alpha_s^2 \begin{bmatrix} H_{11}^{q\bar{q}\rightarrow gg} & H_{12}^{q\bar{q}\rightarrow gg} & H_{13}^{q\bar{q}\rightarrow gg} \\ H_{12}^{q\bar{q}\rightarrow gg} & H_{22}^{q\bar{q}\rightarrow gg} & H_{23}^{q\bar{q}\rightarrow gg} \\ H_{13}^{q\bar{q}\rightarrow gg} & H_{23}^{q\bar{q}\rightarrow gg} & H_{33}^{q\bar{q}\rightarrow gg} \end{bmatrix}, \quad (\text{A.29})$$

donde

$$\begin{aligned}
H_{11}^{q\bar{q}\rightarrow gg} &= \frac{1}{2N_c^4} \left(\frac{u}{t} + \frac{t}{u} \right), \\
H_{12}^{q\bar{q}\rightarrow gg} &= N_c H_{11}^{q\bar{q}\rightarrow gg}, \\
H_{22}^{q\bar{q}\rightarrow gg} &= N_c^2 H_{11}^{q\bar{q}\rightarrow gg}, \\
H_{13}^{q\bar{q}\rightarrow gg} &= -\frac{1}{2N_c^3} \frac{(u^2 - t^2)}{tu} - \frac{1}{N_c^3} \frac{(u - t)}{s}, \\
H_{23}^{q\bar{q}\rightarrow gg} &= N_c H_{13}^{q\bar{q}\rightarrow gg}, \\
H_{33}^{q\bar{q}\rightarrow gg} &= \frac{1}{2N_c^2} \frac{s^2}{tu} + \frac{4}{N_c^2} \frac{tu}{s^2} - \frac{3}{N_c^2}.
\end{aligned} \tag{A.30}$$

Su sección eficaz Born y coeficientes están dados por

$$\begin{aligned}
\hat{\sigma}_{q\bar{q}\rightarrow gg}^{(\text{Born})}(N) &= \frac{\pi C_F}{3C_A} (2C_F(N+2)(5+2N) - C_A(N+1)(N+3)) B \left(N+1, \frac{5}{2} \right), \\
G_{1q\bar{q}\rightarrow gg} &= 5/7, \quad G_{2q\bar{q}\rightarrow gg} = 2/7, \quad D_{1q\bar{q}\rightarrow gg}^{(1)} = -10/3 \ln 2, \quad D_{2q\bar{q}\rightarrow gg}^{(1)} = 8/3 \ln 2, \\
C_{1q\bar{q}\rightarrow gg}^{(1)} &= 12,4329 \quad (N_f = 5).
\end{aligned} \tag{A.31}$$

$gg \rightarrow q\bar{q}$

Salvo factores de color, la matriz hard para este proceso es la misma que para $q\bar{q} \rightarrow gg$:

$$H^{gg\rightarrow q\bar{q}} = \frac{N_c^2}{(N_c^2 - 1)^2} H^{q\bar{q}\rightarrow gg}. \tag{A.32}$$

Entonces para el proceso

$$g(p_a, r_a) + g(p_b, r_b) \rightarrow q(p_1, r_1) + \bar{q}(p_2, r_2), \tag{A.33}$$

la sección eficaz en espacio de momentos y coeficientes es

$$\begin{aligned}
\hat{\sigma}_{gg\rightarrow q\bar{q}}^{(\text{Born})}(N) &= \frac{\pi}{12C_A C_F} (2C_F(N+2)(5+2N) - C_A(N+1)(N+3)) B \left(N+1, \frac{5}{2} \right), \\
G_{1gg\rightarrow q\bar{q}} &= 5/7, \quad G_{2gg\rightarrow q\bar{q}} = 2/7, \quad D_{1gg\rightarrow q\bar{q}}^{(1)} = 0, \quad D_{2gg\rightarrow q\bar{q}}^{(1)} = 6 \ln 2, \\
C_{1gg\rightarrow q\bar{q}}^{(1)} &= 16,7962 \quad (N_f = 5).
\end{aligned} \tag{A.34}$$

Procesos $qg \rightarrow qg$ y $qg \rightarrow gq$.

Aquí discutimos el scattering de quark-gluón,

$$q(p_a, r_a) + g(p_b, r_b) \rightarrow q(p_1, r_1) + g(p_2, r_2) \quad (\text{A.35})$$

y

$$q(p_a, r_a) + g(p_b, r_b) \rightarrow g(p_1, r_1) + q(p_2, r_2) \quad (\text{A.36})$$

En la base de color del canal t

$$c_1^{qg \rightarrow qg/gq} = \delta_{r_a r_1} \delta_{r_b r_2}, \quad c_2^{qg \rightarrow qg/gq} = d^{r_b r_2 c} (T_F^c)_{r_1 r_a}, \quad c_3^{qg \rightarrow qg/gq} = i f^{r_b r_2 c} (T_F^c)_{r_1 r_a}, \quad (\text{A.37})$$

la matriz soft al orden más bajo es

$$S^{qg \rightarrow qg/gq} = \begin{bmatrix} N_c(N_c^2 - 1) & 0 & 0 \\ 0 & (N_c^2 - 4)(N_c^2 - 1)/(2N_c) & 0 \\ 0 & 0 & N_c(N_c^2 - 1)/2 \end{bmatrix}, \quad (\text{A.38})$$

con matriz de dimensión anómala soft a un loop

$$\Gamma_{S'}^{qg \rightarrow qg/gq} = \frac{\alpha_s}{\pi} \begin{bmatrix} (C_F + C_A)T & 0 & U \\ 0 & C_F T + \frac{C_A}{2}U & \frac{C_A}{2}U \\ 2U & \frac{N_c^2 - 4}{2N_c}U & C_F T + \frac{C_A}{2}U \end{bmatrix}. \quad (\text{A.39})$$

La matriz hard al más bajo orden viene dada por

$$H^{qg \rightarrow qg/gq} = \alpha_s^2 \begin{bmatrix} H_{11}^{qg \rightarrow qg/gq} & H_{12}^{qg \rightarrow qg/gq} & H_{13}^{qg \rightarrow qg/gq} \\ H_{12}^{qg \rightarrow qg/gq} & H_{22}^{qg \rightarrow qg/gq} & H_{23}^{qg \rightarrow qg/gq} \\ H_{13}^{qg \rightarrow qg/gq} & H_{23}^{qg \rightarrow qg/gq} & H_{33}^{qg \rightarrow qg/gq} \end{bmatrix}, \quad (\text{A.40})$$

donde

$$\begin{aligned}
H_{11}^{qg \rightarrow qg/gq} &= -\frac{1}{2N_c^3(N_c^2 - 1)} \left(\frac{t^2}{su} - 2 \right), \\
H_{12}^{qg \rightarrow qg/gq} &= N_c H_{11}^{qg \rightarrow qg}, \\
H_{22}^{qg \rightarrow qg/gq} &= N_c^2 H_{11}^{qg \rightarrow qg}, \\
H_{13}^{qg \rightarrow qg/gq} &= \frac{1}{N_c^2(N_c^2 - 1)} \left[-1 - \frac{2s}{t} + \frac{u}{2s} - \frac{s}{2u} \right], \\
H_{23}^{qg \rightarrow qg/gq} &= N_c H_{13}^{qg \rightarrow qg}, \\
H_{33}^{qg \rightarrow qg/gq} &= \frac{1}{N_c(N_c^2 - 1)} \left[3 - \frac{4su}{t^2} - \frac{t^2}{2su} \right]. \tag{A.41}
\end{aligned}$$

A diferencia de sus expresiones matriciales, para la sección eficaz Born y coeficientes importa el orden del estado final

$qg \rightarrow qg$

$$\begin{aligned}
\hat{\sigma}_{qg \rightarrow qg}^{(\text{Born})}(N) &= \frac{\pi}{6C_A} (C_F N(7 + 5N) + 2C_A(5N^2 + 15N + 12)) B \left(N, \frac{5}{2} \right), \\
G_{1qg \rightarrow qg} &= 45/88, \quad G_{2qg \rightarrow qg} = 25/88, \quad G_{3qg \rightarrow qg} = 18/88, \\
D_{1qg \rightarrow qg}^{(1)} &= -14/3 \ln 2, \quad D_{2qg \rightarrow qg}^{(1)} = 10/3 \ln 2, \quad D_{3qg \rightarrow qg}^{(1)} = -2/3 \ln 2, \\
C_{1qg \rightarrow qg}^{(1)} &= 15,4167 (N_f = 5). \tag{A.42}
\end{aligned}$$

$qg \rightarrow gq$

$$\begin{aligned}
\hat{\sigma}_{qg \rightarrow gq}^{(\text{Born})}(N) &= \frac{\pi}{6C_A} (C_F N(7 + 5N) + 2C_A(5N^2 + 15N + 12)) B \left(N, \frac{5}{2} \right), \\
G_{1qg \rightarrow gq} &= 45/88, \quad G_{2qg \rightarrow gq} = 25/88, \quad G_{3qg \rightarrow gq} = 18/88, \\
D_{1qg \rightarrow gq}^{(1)} &= -8 \ln 2, \quad D_{2qg \rightarrow gq}^{(1)} = 0, \quad D_{3qg \rightarrow gq}^{(1)} = -4 \ln 2, \\
C_{1qg \rightarrow gq}^{(1)} &= 22,4474 (N_f = 5). \tag{A.43}
\end{aligned}$$

Proceso $gg \rightarrow gg$.

Finalmente, consideraremos el scattering gluón-gluón,

$$g(p_a, r_a) + g(p_b, r_b) \rightarrow g(p_1, r_1) + g(p_2, r_2) . \quad (\text{A.44})$$

La descomposición de color de este proceso es por demás complicado. Por simplicidad usaremos $N_c = 3$ explícitamente. Una base de color para este proceso $gg \rightarrow gg$ está dado por las ochoestructuras de color

$$\begin{aligned} c_1^{gg \rightarrow gg} &= \frac{i}{4} [f^{r_a r_b l} d^{r_1 r_2 l} - d^{r_a r_b l} f^{r_1 r_2 l}] , & c_2^{gg \rightarrow gg} &= \frac{i}{4} [f^{r_a r_b l} d^{r_1 r_2 l} + d^{r_a r_b l} f^{r_1 r_2 l}] , \\ c_3^{gg \rightarrow gg} &= \frac{i}{4} [f^{r_a r_1 l} d^{r_b r_2 l} + d^{r_a r_1 l} f^{r_b r_2 l}] , & c_4^{gg \rightarrow gg} &= \frac{1}{8} \delta_{r_a r_1} \delta_{r_b r_2} , \\ c_5^{gg \rightarrow gg} &= \frac{3}{5} d^{r_a r_1 c} d^{r_b r_2 c} , & c_6^{gg \rightarrow gg} &= \frac{1}{3} f^{r_a r_1 c} f^{r_b r_2 c} , \\ c_7^{gg \rightarrow gg} &= \frac{1}{2} (\delta_{r_a r_b} \delta_{r_1 r_2} - \delta_{r_a r_2} \delta_{r_b r_1}) - \frac{1}{3} f^{r_a r_1 c} f^{r_b r_2 c} , \\ c_8^{gg \rightarrow gg} &= \frac{1}{2} (\delta_{r_a r_b} \delta_{r_1 r_2} + \delta_{r_a r_2} \delta_{r_b r_1}) - \frac{1}{8} \delta_{r_a r_1} \delta_{r_b r_2} - \frac{3}{5} d^{r_a r_1 c} d^{r_b r_2 c} . \end{aligned} \quad (\text{A.45})$$

La matriz soft al orden más bajo es

$$S^{gg \rightarrow gg} = \begin{bmatrix} S_{3 \times 3}^{gg \rightarrow gg} & 0_{3 \times 5} \\ 0_{5 \times 3} & S_{5 \times 5}^{gg \rightarrow gg} \end{bmatrix} , \quad (\text{A.46})$$

donde

$$S_{3 \times 3}^{gg \rightarrow gg} = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} , \quad S_{5 \times 5}^{gg \rightarrow gg} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 20 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 27 \end{bmatrix} . \quad (\text{A.47})$$

La matriz de dimensión anómala soft es

$$\Gamma_{S'}^{gg \rightarrow gg} = \begin{bmatrix} \Gamma_{3 \times 3}^{gg \rightarrow gg} & 0_{3 \times 5} \\ 0_{5 \times 3} & \Gamma_{5 \times 5}^{gg \rightarrow gg} \end{bmatrix} , \quad (\text{A.48})$$

donde

$$\Gamma_{3 \times 3}^{gg \rightarrow gg} = \frac{\alpha_s}{\pi} \begin{bmatrix} 3T & 0 & 0 \\ 0 & 3U & 0 \\ 0 & 0 & 3(T+U) \end{bmatrix} \quad (\text{A.49})$$

y

$$\Gamma_{5 \times 5}^{gg \rightarrow gg} = \frac{\alpha_s}{\pi} \begin{bmatrix} 6T & 0 & -6U & 0 & 0 \\ 0 & 3T + \frac{3U}{2} & -\frac{3U}{2} & -3U & 0 \\ -\frac{3U}{4} & -\frac{3U}{2} & 3T + \frac{3U}{2} & 0 & -\frac{9U}{4} \\ 0 & -\frac{6U}{5} & 0 & 3U & -\frac{9U}{5} \\ 0 & 0 & -\frac{2U}{3} & -\frac{4U}{3} & -2T + 4U \end{bmatrix}. \quad (\text{A.50})$$

La matriz hard al orden más bajo:

$$H^{gg \rightarrow gg} = \alpha_s^2 \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 5} \\ 0_{5 \times 3} & H_{5 \times 5}^{gg \rightarrow gg} \end{bmatrix}, \quad (\text{A.51})$$

donde

$$H_{5 \times 5}^{gg \rightarrow gg} = \begin{bmatrix} H_{11}^{gg \rightarrow gg} & H_{12}^{gg \rightarrow gg} & H_{13}^{gg \rightarrow gg} & 0 & H_{15}^{gg \rightarrow gg} \\ H_{12}^{gg \rightarrow gg} & H_{22}^{gg \rightarrow gg} & H_{23}^{gg \rightarrow gg} & 0 & H_{25}^{gg \rightarrow gg} \\ H_{13}^{gg \rightarrow gg} & H_{23}^{gg \rightarrow gg} & H_{33}^{gg \rightarrow gg} & 0 & H_{35}^{gg \rightarrow gg} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ H_{15}^{gg \rightarrow gg} & H_{25}^{gg \rightarrow gg} & H_{35}^{gg \rightarrow gg} & 0 & H_{55}^{gg \rightarrow gg} \end{bmatrix}, \quad (\text{A.52})$$

donde

$$\begin{aligned}
H_{11}^{gg \rightarrow gg} &= \frac{9}{16} \left(1 - \frac{tu}{s^2} - \frac{st}{u^2} + \frac{t^2}{su} \right), \\
H_{12}^{gg \rightarrow gg} &= \frac{1}{2} H_{11}^{gg \rightarrow gg}, \\
H_{13}^{gg \rightarrow gg} &= \frac{9}{32} \left(\frac{st}{u^2} - \frac{tu}{s^2} + \frac{u^2}{st} - \frac{s^2}{tu} \right), \\
H_{15}^{gg \rightarrow gg} &= -\frac{1}{3} H_{11}^{gg \rightarrow gg}, \quad H_{22}^{gg \rightarrow gg} = \frac{1}{4} H_{11}^{gg \rightarrow gg}, \\
H_{23}^{gg \rightarrow gg} &= \frac{1}{2} H_{13}^{gg \rightarrow gg}, \quad H_{25}^{gg \rightarrow gg} = -\frac{1}{6} H_{11}^{gg \rightarrow gg}, \\
H_{33}^{gg \rightarrow gg} &= \frac{27}{64} - \frac{9}{16} \left(\frac{su}{t^2} + \frac{tu}{4s^2} + \frac{st}{4u^2} \right) + \frac{9}{32} \left(\frac{u^2}{st} + \frac{s^2}{tu} - \frac{t^2}{2su} \right), \\
H_{35}^{gg \rightarrow gg} &= -\frac{1}{3} H_{13}^{gg \rightarrow gg}, \quad H_{55}^{gg \rightarrow gg} = \frac{1}{9} H_{11}^{gg \rightarrow gg}.
\end{aligned} \tag{A.53}$$

Su sección eficaz Born y demás coeficientes son:

$$\begin{aligned}
\hat{\sigma}_{gg \rightarrow gg}^{(\text{Born})}(N) &= \frac{\pi C_A}{5 C_F} (9N^3 + 45N^2 + 72N + 40) B \left(N, \frac{7}{2} \right), \\
G_{1gg \rightarrow gg} &= 1/3, \quad G_{2gg \rightarrow gg} = 1/2, \quad G_{3gg \rightarrow gg} = 1/6, \\
D_{1gg \rightarrow gg}^{(1)} &= 0, \quad D_{2gg \rightarrow gg}^{(1)} = -10 \ln 2, \quad D_{3gg \rightarrow gg}^{(1)} = 6 \ln 2, \\
C_{1gg \rightarrow gg}^{(1)} &= 21,1977 \quad (N_f = 5).
\end{aligned} \tag{A.54}$$

En todas estas expresiones, $B(a, b)$ es la función Beta,

$$B(a, b) = \int_0^1 dx x^{a-1} (1-x)^{b-1} = \frac{\Gamma(a)\Gamma(b)}{\Gamma(a+b)}, \tag{A.55}$$

y donde $\Gamma(x)$ es la función Gama definida como:

$$\Gamma(x) = \int_0^\infty e^{-y} y^{x-1} dy \quad (x > 0). \tag{A.56}$$

Apéndice B

Resultados para los subprocessos partónicos longitudinalmente polarizados

En este apéndice reunimos las expresiones para las secciones eficaces Born dependientes de spin para los subprocessos partónicos, y los coeficientes polarizados dependientes del proceso que contribuyen en la ec. (5.10): $\Delta C_{ab \rightarrow cd}^{(1)}$ y $\Delta G_{I ab \rightarrow cd}$.

Nuestra elección para las bases de color siguen precisamente las de la referencia [?] y han sido dadas en el apéndice A. No repetiremos las expresiones para las matrices soft S ni las matrices de dimensión anómala Γ en estas bases dado que, como mencionamos, son independientes de spin y pueden ser consultadas del apéndice A. Como antes, presentamos nuestros resultados para una pseudorapidity partónica arbitraria, aún para nuestro estudio que ha sido sobre la integración completa de $\hat{\eta}$. Para cada reacción partónica $ab \rightarrow cd$, definimos las variables de Mandelstam $s = (p_a + p_b)^2$, $t = (p_a - p_c)^2$, $u = (p_a - p_d)^2$, donde t, u son funciones de $\hat{\eta}$. Como hemos mencionado en el texto principal, los coeficientes $D_{I ab \rightarrow cd}$ son los mismos que en el caso no polarizado y han sido dados en el apéndice A. Nuevamente debido a que las expresiones para $\Delta C_{ab \rightarrow cd}^{(1)}$ son extremadamente extensas, daremos solamente sus valores numéricos para $N_f = 5$ y con escalas de renormalización y factorización iguales a $\mu = Q$. En todas las expresiones siguientes, $C_A = 3$ y $C_F = (C_A^2 - 1)/2C_A = 4/3$.

B.1. Producción de hadrones.

Aniquilación quark-antiquark.

Comenzaremos con los procesos de aniquilación de quark-antiquark. Existen tres subprocesos partónicos a considerar dependiendo de los sabores de los quarks, $q_j\bar{q}_j \rightarrow q_j\bar{q}_j$, $q_j\bar{q}_j \rightarrow q_k\bar{q}_k$ y $q_j\bar{q}_k \rightarrow q_j\bar{q}_k$. Cada uno de ellos posee sus propios elementos de matriz hard ΔH_{ij}

$$\underline{q_j\bar{q}_j \rightarrow q_j\bar{q}_j}$$

$$\begin{aligned}\Delta H_{11}^{q_j\bar{q}_j \rightarrow q_j\bar{q}_j} &= -H_{11}^{q_j\bar{q}_j \rightarrow q_j\bar{q}_j} = -\alpha_s^2 \frac{2C_F^2}{N_c^4} \frac{(t^2 + u^2)}{s^2}, \\ \Delta H_{12}^{q_j\bar{q}_j \rightarrow q_j\bar{q}_j} &= -H_{12}^{q_j\bar{q}_j \rightarrow q_j\bar{q}_j} = -\alpha_s^2 \frac{2C_F}{N_c^3} \left[-\frac{(t^2 + u^2)}{N_c s^2} + \frac{u^2}{st} \right], \\ \Delta H_{22}^{q_j\bar{q}_j \rightarrow q_j\bar{q}_j} &= \alpha_s^2 \frac{1}{N_c^2} \left[-\frac{2}{N_c^2} \frac{(t^2 + u^2)}{s^2} + 2\frac{(s^2 - u^2)}{t^2} + \frac{4}{N_c} \frac{u^2}{st} \right].\end{aligned}\quad (\text{B.1})$$

donde $H_{ij}^{ab \rightarrow cd}$ se refiere en cada caso a los elementos de matriz correspondientes para el caso no polarizado dado en el apéndice A.

La sección eficaz Born escrita en el espacio de momentos de Mellin N , junto con los coeficientes $\Delta C_{q_j\bar{q}_j \rightarrow q_j\bar{q}_j}^{(1)}$ y $\Delta G_{I q_j\bar{q}_j \rightarrow q_j\bar{q}_j}^{(1)}$, se escriben como:

$$\begin{aligned}\Delta \hat{\sigma}_{q\bar{q} \rightarrow q\bar{q}}^{(\text{Born})}(N) &= \alpha_s^2 \frac{\pi C_F}{15 C_A^2} N (C_A(2 + N)(11 + 5N) - (N + 3)(5 + 2N)) B\left(N, \frac{7}{2}\right), \\ \Delta G_{1 q\bar{q} \rightarrow q\bar{q}} &= -3/13, \quad \Delta G_{2 q\bar{q} \rightarrow q\bar{q}} = 16/13, \quad \Delta C_{1 q\bar{q} \rightarrow q\bar{q}}^{(1)} = 24,2465 \quad (N_f = 5)\end{aligned}\quad (\text{B.2})$$

$$\underline{q_j\bar{q}_j \rightarrow q_k\bar{q}_k}$$

Aquí simplemente se obtiene:

$$\Delta H^{q_j\bar{q}_j \rightarrow q_k\bar{q}_k} = -H^{q_j\bar{q}_j \rightarrow q_k\bar{q}_k}.\quad (\text{B.3})$$

Mientras que su sección eficaz Born y coeficientes dependientes de spin se expresan en la forma:

$$\begin{aligned}\Delta \hat{\sigma}_{q\bar{q} \rightarrow q'\bar{q}'}^{(\text{Born})}(N) &= -\hat{\sigma}_{q\bar{q} \rightarrow q'\bar{q}'}^{(\text{Born})}(N), \\ \Delta G_{1 q\bar{q} \rightarrow q'\bar{q}'}^{(1)} &= G_{1 q\bar{q} \rightarrow q'\bar{q}'}^{(1)}, \quad \Delta C_{1 q\bar{q} \rightarrow q'\bar{q}'}^{(1)} = C_{1 q\bar{q} \rightarrow q'\bar{q}'}^{(1)}.\end{aligned}\quad (\text{B.4})$$

$q_j \bar{q}_k \rightarrow q_j \bar{q}_k$

La matriz hard polarizada al más bajo orden puede ser expresada como,

$$\Delta H^{q_j \bar{q}_k \rightarrow q_j \bar{q}_k} = \alpha_s^2 \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 2(s^2 - u^2)/(N_c^2 t^2) \end{bmatrix}. \quad (\text{B.5})$$

Cuya $\Delta \hat{\sigma}^{(\text{Born})}$ y demás coeficientes:

$$\begin{aligned} \Delta \hat{\sigma}_{q\bar{q}' \rightarrow q\bar{q}'}^{(\text{Born})}(N) &= \alpha_s^2 \frac{\pi C_F}{3C_A} (3N^2 + 5N) B\left(N, \frac{5}{2}\right), \\ \Delta G_{1q\bar{q}' \rightarrow q\bar{q}'} &= G_{1q\bar{q}' \rightarrow q\bar{q}'}, \quad \Delta G_{2q\bar{q}' \rightarrow q\bar{q}'} = G_{2q\bar{q}' \rightarrow q\bar{q}'}, \\ \Delta C_{1q\bar{q}' \rightarrow q\bar{q}'}^{(1)} &= 20,7021 \quad (N_f = 5). \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

 $q\bar{q} \rightarrow q'\bar{q}'$:

$$\begin{aligned} \Delta \hat{\sigma}_{q\bar{q} \rightarrow q'\bar{q}'}^{(\text{Born})}(N) &= -\hat{\sigma}_{q\bar{q} \rightarrow q'\bar{q}'}^{(\text{Born})}(N), \\ \Delta G_{1q\bar{q} \rightarrow q'\bar{q}'}^{(1)} &= G_{1q\bar{q} \rightarrow q'\bar{q}'}, \quad \Delta C_{1q\bar{q} \rightarrow q'\bar{q}'}^{(1)} = C_{1q\bar{q} \rightarrow q'\bar{q}'}^{(1)}. \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

 $qq' \rightarrow qq'$:

$$\begin{aligned} \Delta \hat{\sigma}_{qq' \rightarrow qq'}^{(\text{Born})}(N) &= \alpha_s^2 \frac{\pi C_F}{3C_A} (3N^2 + 5N) B\left(N, \frac{5}{2}\right), \\ \Delta G_{1qq' \rightarrow qq'} &= G_{1qq' \rightarrow qq'}, \quad \Delta G_{2qq' \rightarrow qq'} = G_{2qq' \rightarrow qq'}, \\ \Delta C_{1qq' \rightarrow qq'}^{(1)} &= 17,9311 \quad (N_f = 5). \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

 $qq \rightarrow qq$:

$$\begin{aligned} \Delta \hat{\sigma}_{qq \rightarrow qq}^{(\text{Born})}(N) &= \alpha_s^2 \frac{2\pi C_F}{3C_A^2} (C_A(3N^2 + 5N) - 2N(3 + 2N)) B\left(N, \frac{5}{2}\right), \\ \Delta G_{1qq \rightarrow qq} &= 7/5, \quad \Delta G_{2qq \rightarrow qq} = -2/5, \\ \Delta C_{1qq \rightarrow qq}^{(1)} &= 14,5364 \quad (N_f = 5). \end{aligned} \quad (\text{B.9})$$

 $q\bar{q} \rightarrow gg$:

$$\begin{aligned} \Delta \hat{\sigma}_{q\bar{q} \rightarrow gg}^{(\text{Born})}(N) &= -\hat{\sigma}_{q\bar{q} \rightarrow gg}^{(\text{Born})}(N), \quad \Delta C_{1q\bar{q} \rightarrow gg}^{(1)} = C_{1q\bar{q} \rightarrow gg}^{(1)}, \\ \Delta G_{1q\bar{q} \rightarrow gg} &= G_{1q\bar{q} \rightarrow gg}, \quad \Delta G_{2q\bar{q} \rightarrow gg} = G_{2q\bar{q} \rightarrow gg}. \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

$qg \rightarrow qg$:

$$\begin{aligned} \Delta \hat{\sigma}_{qg \rightarrow qg}^{(\text{Born})}(N) &= \alpha_s^2 \frac{\pi}{6C_A} (C_F + 2C_A) (3N^2 + 5N) B \left(N, \frac{5}{2} \right), \\ \Delta G_{1qg \rightarrow qg} &= G_{1qg \rightarrow qg}, \quad \Delta G_{2qg \rightarrow qg} = G_{2qg \rightarrow qg}, \quad \Delta G_{3qg \rightarrow qg} = G_{3qg \rightarrow qg}, \\ \Delta C_{1qg \rightarrow qg}^{(1)} &= 14,2048 \quad (N_f = 5). \end{aligned} \quad (\text{B.11})$$

$qg \rightarrow gq$:

$$\begin{aligned} \Delta \hat{\sigma}_{qg \rightarrow gq}^{(\text{Born})}(N) &= \alpha_s^2 \frac{\pi}{6C_A} (C_F + 2C_A) (3N^2 + 5N) B \left(N, \frac{5}{2} \right), \\ \Delta G_{1qg \rightarrow gq} &= G_{1qg \rightarrow gq}, \quad \Delta G_{2qg \rightarrow gq} = G_{2qg \rightarrow gq}, \quad \Delta G_{3qg \rightarrow gq} = G_{3qg \rightarrow gq}, \\ \Delta C_{1qg \rightarrow gq}^{(1)} &= 21,2354 \quad (N_f = 5). \end{aligned} \quad (\text{B.12})$$

$gg \rightarrow gg$:

$$\begin{aligned} \Delta \hat{\sigma}_{gg \rightarrow gg}^{(\text{Born})}(N) &= \alpha_s^2 \frac{\pi C_A}{15C_F} (21N^3 + 89N^2 + 92N) B \left(N, \frac{7}{2} \right), \\ \Delta G_{1gg \rightarrow gg} &= G_{1gg \rightarrow gg}, \quad \Delta G_{2gg \rightarrow gg} = G_{2gg \rightarrow gg}, \quad \Delta G_{3gg \rightarrow gg} = G_{3gg \rightarrow gg}, \\ \Delta C_{1gg \rightarrow gg}^{(1)} &= 20,3233 \quad (N_f = 5). \end{aligned} \quad (\text{B.13})$$

$gg \rightarrow q\bar{q}$:

$$\begin{aligned} \Delta \hat{\sigma}_{gg \rightarrow q\bar{q}}^{(\text{Born})}(N) &= -\hat{\sigma}_{gg \rightarrow q\bar{q}}^{(\text{Born})}(N), \quad \Delta C_{1gg \rightarrow q\bar{q}}^{(1)} = C_{1gg \rightarrow q\bar{q}}^{(1)}, \\ \Delta G_{1gg \rightarrow q\bar{q}} &= G_{1gg \rightarrow q\bar{q}}, \quad \Delta G_{2gg \rightarrow q\bar{q}} = G_{2gg \rightarrow q\bar{q}}. \end{aligned} \quad (\text{B.14})$$

B.2. Producción de Jets.

Tal como hemos mencionado la sección eficaz Born dependiente de spin y los coeficientes $\Delta G_{Iab \rightarrow cd}$ son los mismos que para la producción de hadrones y pueden ser encontrados en el Apéndice B, o bien en la referencia [95]. Los coeficientes $D_{Iab \rightarrow cd}$ son los mismos que para el caso no polarizado y pueden ser tomados del Apéndice A, o bien de la referencia [71]. Solamente es necesario calcular los coeficientes $\Delta C_{ab \rightarrow cd}^{(1)}$. Dado que estos poseen expresiones extremadamente largas daremos aquí solamente sus valores numéricos para $N_f = 5$ y escalas de factorización y renormalización iguales a $\mu = Q$.

$qq' \rightarrow Jet X:$

$$\Delta C_{1qq' \rightarrow Jet X}^{(1)} = 15,5934 + 1,38763 \log\left(\frac{R}{2}\right). \quad (\text{B.15})$$

 $q\bar{q}' \rightarrow Jet X:$

$$\Delta C_{1q\bar{q}' \rightarrow Jet X}^{(1)} = 18,3644 + 1,38763 \log\left(\frac{R}{2}\right). \quad (\text{B.16})$$

 $q\bar{q} \rightarrow Jet X:$

$$\Delta C_{1q\bar{q} \rightarrow Jet X}^{(1)} = -29,5367 + 4,18905 \log\left(\frac{R}{2}\right). \quad (\text{B.17})$$

 $qq \rightarrow Jet X:$

$$\Delta C_{1qq \rightarrow Jet X}^{(1)} = 12,1987 + 1,38763 \log\left(\frac{R}{2}\right). \quad (\text{B.18})$$

 $qg \rightarrow Jet X:$

$$\Delta C_{1qg \rightarrow Jet X}^{(1)} = 13,2364 + 2,58824 \log\left(\frac{R}{2}\right). \quad (\text{B.19})$$

 $gg \rightarrow Jet X:$

$$\Delta C_{1gg \rightarrow Jet X}^{(1)} = 13,6432 + 3,94682 \log\left(\frac{R}{2}\right). \quad (\text{B.20})$$

En las expresiones de arriba, R corresponde al tamaño del cono del Jet.

Apéndice C

Resultados para los subprocesos partónicos transversalmente polarizados

En este apéndice compilamos las expresiones para la sección eficaz Born para los subprocesos partónicos dependientes de spin y para los coeficientes polarizados dependientes del proceso: $\delta C_{ab \rightarrow cd}^{(1)}$, $\delta G_{I ab \rightarrow cd}$ que contribuyen en la ec. (6.12). Todos los demás ingredientes de la fórmula de resumación coinciden con sus expresiones del caso promediado sobre spin y pueden encontrarse en el Apéndice A o bien en la referencia [71]. Tal como hemos comentado en los apéndices anteriores, las expresiones de los coeficientes $\delta C_{ab \rightarrow cd}^{(1)}$ son extremadamente extensas y, por lo tanto, daremos simplemente sus valores numéricos para un número activo de sabores de $N_f = 5$, y para las escalas de factorización y renormalización $\mu = Q = \sqrt{2}p_T$. En todas las expresiones a continuación, $C_A = 3$, $N_c = 3$ y $C_F = (C_A^2 - 1)/2C_A = 4/3$.

El subíndice I de los coeficientes $\delta G_{I ab \rightarrow cd}$ corre sobre los elementos de la base de color relevante en cada caso. Nuestra elección para las bases de color siguen precisamente las de la referencia [12] y han sido dadas en el apéndice A. No repetiremos las expresiones para las matrices soft S ni las matrices de dimensión

anómala Γ en estas bases dado que, como mencionamos, son independientes de spin y pueden ser consultadas del apéndice A. Únicamente las matrices hard δH para el caso polarizado son diferentes. Como en la referencia [12], presentamos nuestros resultados para una pseudorapidity partónica arbitraria, aunque en nuestro estudio sólo es necesario el caso $\hat{\eta} = 0$.

Aniquilación quark-antiquark.

Existen tres subprocesos partónicos a considerar dependiendo de los sabores de los quarks, $q_j \bar{q}_j \rightarrow q_j \bar{q}_j$, $q_j \bar{q}_j \rightarrow q_k \bar{q}_k$ y $q_j \bar{q}_j \rightarrow gg$. Cada uno de ellos posee sus propios elementos de matriz hard δH_{ij} .

$$\underline{q_j \bar{q}_j \rightarrow q_j \bar{q}_j}$$

$$\begin{aligned} \delta H_{11}^{q_j \bar{q}_j \rightarrow q_j \bar{q}_j} &= \alpha_s^2 \frac{4C_F^2}{N_c^4} \frac{tu}{s^2} \cos(2\phi), \\ \delta H_{12}^{q_j \bar{q}_j \rightarrow q_j \bar{q}_j} &= \alpha_s^2 \frac{2C_F}{N_c^3} \left(\frac{-2tu}{N_c s^2} + \frac{u}{s} \right) \cos(2\phi) = \delta H_{21}^{q_j \bar{q}_j \rightarrow q_j \bar{q}_j}, \\ \delta H_{22}^{q_j \bar{q}_j \rightarrow q_j \bar{q}_j} &= \alpha_s^2 \frac{1}{N_c^3} \left(\frac{4tu}{N_c s^2} - \frac{4u}{s} \right) \cos(2\phi). \end{aligned} \quad (\text{C.1})$$

La sección eficaz Born escrita en el espacio de momentos de Mellin N , junto con los coeficientes $\delta C_{q_j \bar{q}_j \rightarrow q_j \bar{q}_j}^{(1)}$ y $\delta G_{I q_j \bar{q}_j \rightarrow q_j \bar{q}_j}^{(1)}$, se escriben como:

$$\begin{aligned} \frac{d\delta\hat{\sigma}_{q\bar{q}\rightarrow q\bar{q}}^{(\text{Born})}(N)}{d\phi} &= \alpha_s^2 \frac{\pi}{4} \frac{C_F}{C_A^2} [C_A(N+2) + 2N + 5] \cos(2\phi) B\left(N+2, \frac{3}{2}\right), \\ \delta G_{1 q\bar{q}\rightarrow q\bar{q}} &= 1, \quad \delta G_{2 q\bar{q}\rightarrow q\bar{q}} = 0, \quad \delta C_{1 q\bar{q}\rightarrow q\bar{q}}^{(1)} = 10,9783 \quad (N_f = 5). \end{aligned} \quad (\text{C.2})$$

$$\underline{q_j \bar{q}_j \rightarrow q_k \bar{q}_k}$$

En este caso la matriz hard es:

$$\delta H^{q_j \bar{q}_j \rightarrow q_k \bar{q}_k} = \alpha_s^2 \begin{bmatrix} C_F^2 h^{q_j \bar{q}_j \rightarrow q_k \bar{q}_k} & -C_F h^{q_j \bar{q}_j \rightarrow q_k \bar{q}_k} \\ -C_F h^{q_j \bar{q}_j \rightarrow q_k \bar{q}_k} & h^{q_j \bar{q}_j \rightarrow q_k \bar{q}_k} \end{bmatrix}, \quad (\text{C.3})$$

donde $h^{q_j \bar{q}_j \rightarrow q_k \bar{q}_k} = 4tu \cos(2\phi)/(N_c^4 s^2)$.

Siendo su sección eficaz y demás coeficientes:

$$\begin{aligned} \frac{d\delta\hat{\sigma}_{q\bar{q}\rightarrow q'q'}^{(\text{Born})}(N)}{d\phi} &= \alpha_s^2 \frac{\pi C_F}{15 C_A} N(N+1)(N+2) \cos(2\phi) B\left(N, \frac{7}{2}\right), \\ \delta G_{1q\bar{q}\rightarrow q'q'}^{(1)} &= 1, \quad \delta C_{1q\bar{q}\rightarrow q'q'}^{(1)} = C_{1q\bar{q}\rightarrow q'q'}^{(1)}. \end{aligned} \quad (\text{C.4})$$

$q\bar{q} \rightarrow gg$

Para la aniquilación de quark-antiquark que da lugar a la formación de un par de gluones se obtiene la siguiente matriz δH_{ij} .

$$\begin{aligned} \delta H_{11}^{q\bar{q}\rightarrow gg} &= \alpha_s^2 \frac{1}{N_c^4} \cos(2\phi), \\ \delta H_{12}^{q\bar{q}\rightarrow gg} &= N_c \delta H_{11}^{q\bar{q}\rightarrow gg} = \delta H_{21}^{q\bar{q}\rightarrow gg}, \\ \delta H_{22}^{q\bar{q}\rightarrow gg} &= N_c^2 \delta H_{11}^{q\bar{q}\rightarrow gg}, \\ \delta H_{13}^{q\bar{q}\rightarrow gg} &= \alpha_s^2 \frac{1}{N_c^3} \frac{u-t}{s} \cos(2\phi) = \delta H_{31}^{q\bar{q}\rightarrow gg}, \\ \delta H_{23}^{q\bar{q}\rightarrow gg} &= N_c \delta H_{13}^{q\bar{q}\rightarrow gg} = \delta H_{32}^{q\bar{q}\rightarrow gg}, \\ \delta H_{33}^{q\bar{q}\rightarrow gg} &= \alpha_s^2 \frac{1}{N_c^2} \frac{(t-u)^2}{s^2} \cos(2\phi). \end{aligned} \quad (\text{C.5})$$

Con una sección eficaz y coeficientes dados por:

$$\begin{aligned} \frac{d\delta\hat{\sigma}_{q\bar{q}\rightarrow gg}^{(\text{Born})}(N)}{d\phi} &= \alpha_s^2 \frac{\pi C_F}{4 C_A^2} [C_A^2(2N+6) - 2(2N+5)] \cos(2\phi) B\left(N+2, \frac{3}{2}\right), \\ \delta G_{1q\bar{q}\rightarrow gg} &= \frac{5}{7}, \quad \delta G_{2q\bar{q}\rightarrow gg} = \frac{2}{7}, \quad \delta C_{1q\bar{q}\rightarrow gg}^{(1)} = C_{1q\bar{q}\rightarrow gg}^{(1)}. \end{aligned} \quad (\text{C.6})$$

quark-quark scattering.

Finalmente, existe un solo proceso de scattering de quark-quark a considerar, $qq \rightarrow qq$. Cuya matriz hard se expresa como:

$$\begin{aligned}\delta H_{11}^{qq \rightarrow qq} &= \alpha_s^2 \frac{4}{N_c^3} \cos(2\phi), \\ \delta H_{12}^{qq \rightarrow qq} &= -\alpha_s^2 \frac{2C_F}{N_c^3} \cos(2\phi) = \delta H_{21}^{qq \rightarrow qq}, \\ \delta H_{22}^{qq \rightarrow qq} &= 0.\end{aligned}\tag{C.7}$$

Su sección eficaz y coeficientes resultan ser:

$$\begin{aligned}\frac{d\delta\hat{\sigma}_{qq \rightarrow qq}^{(\text{Born})}(N)}{d\phi} &= \alpha_s^2 \frac{\pi C_F}{2 C_A^2} \cos(2\phi) B\left(N + 2, \frac{1}{2}\right), \\ \delta G_{1qq \rightarrow qq} &= -1, \quad \delta G_{2qq \rightarrow qq} = 2, \\ \delta C_{1qq \rightarrow qq}^{(1)} &= 21,6034 \quad (N_f = 5).\end{aligned}\tag{C.8}$$

Bibliografía

- [1] B. L. Combridge, J. Kripfganz and J. Ranft, Phys. Lett. B **70**, 234 (1977);
J. F. Owens, E. Reya and M. Glück, Phys. Rev. D **18**, 1501 (1978).
- [2] F. Aversa, P. Chiappetta, M. Greco and J. P. Guillet, Nucl. Phys. B **327**
(1989) 105.
- [3] D. de Florian, Phys. Rev. D **67** (2003) 054004 [arXiv:hep-ph/0210442].
- [4] B. Jäger, A. Schäfer, M. Stratmann, and W. Vogelsang, Phys. Rev. **D67**,
054005 (2003) [arXiv:hep-ph/0211007].
- [5] P. Aurenche, M. Fontannaz, J. P. Guillet, B. A. Kniehl, and M. Werlen,
Eur. Phys. J. C **13**, 347 (2000) [arXiv:hep-ph/9910252].
- [6] U. Baur *et al.*, arXiv:hep-ph/0005226.
- [7] C. Bourrely and J. Soffer, Eur. Phys. J. C **36**, 371 (2004) [arXiv:hep-
ph/0311110].
- [8] B. A. Kniehl, G. Kramer and B. Potter, Nucl. Phys. B **597**, 337 (2001)
[arXiv:hep-ph/0011155].
- [9] S. S. Adler *et al.* [PHENIX Collaboration], Phys. Rev. Lett. **91**, 241803
(2003) [arXiv:hep-ex/0304038].
- [10] J. Adams *et al.* [STAR Collaboration], Phys. Rev. Lett. **92**, 171801 (2004)
[arXiv:hep-ex/0310058].
- [11] G. Stermann, Nucl. Phys. B **281**, 310 (1987);
S. Catani and L. Trentadue, Nucl. Phys. B **327**, 323 (1989); Nucl. Phys.
B **353**, 183 (1991).

- [12] N. Kidonakis and G. Sterman, Nucl. Phys. B **505**, 321 (1997) [arXiv:hep-ph/9705234]. N. Kidonakis, G. Oderda and G. Sterman, Nucl. Phys. B **525**, 299 (1998) [arXiv:hep-ph/9801268]; Nucl. Phys. B **531**, 365 (1998) [arXiv:hep-ph/9803241].
- [13] R. Bonciani, S. Catani, M. L. Mangano and P. Nason, Phys. Lett. B **575**, 268 (2003) [arXiv:hep-ph/0307035]
- [14] N. Kidonakis and J. F. Owens, Phys. Rev. D **63**, 054019 (2001) [arXiv:hep-ph/0007268].
- [15] D. Schaile, 1994, Proceedings of the XXVII Int. Conf. in High Energy Physics, Glasgow, July 1994, P.J. Bussey and I.G. Knowles(eds.), p.27.
- [16] M. Gell-Mann, Phys. Lett. **8**, 214 (1964).
- [17] G. Zweig, CERN-TH-401 (1964).
- [18] G. Zweig, CERN-TH-412 (1964).
- [19] M. Y. Han and Y. Nambu, Phys. Rev. **139**, B1006 (1965).
- [20] O. W. Greenberg, Phys. Rev. Lett. **13**, 598 (1964).
- [21] J. J. Aubert *et al.* [E598 Collaboration], Phys. Rev. Lett. **33**, 1404 (1974).
- [22] J. E. Augustin *et al.* [SLAC-SP-017 Collaboration], Phys. Rev. Lett. **33**, 1406 (1974).
- [23] S. W. Herb *et al.*, Phys. Rev. Lett. **39**, 252 (1977).
- [24] D. P. Barber *et al.*, Phys. Rev. Lett. **43**, 830 (1979).
- [25] F. Abe *et al.* [CDF Collaboration], Phys. Rev. D **50**, 2966 (1994).
- [26] M. E. Peskin, D. V. Schroeder *An introduction to Quantum Field Theory*, Perseus books, (1995)
- [27] T. Kinoshita, J. Math.Phys. **3**,(1962) 650; T. D. Lee and M. Nauenberg, Phys. Rev. **133**,(1964) 1549; N. Nakanishi, Progr. Theor. Phys. **19**,(1958) 159.
- [28] D. J. Gross and F. Wilczek, Phys. Rev. Lett. **30**, 1343 (1973).

- [29] H. D. Politzer, Phys. Rev. Lett. **30**, 1346 (1973).
- [30] R. K. Ellis, W. J. Stirling and B. R. Webber, *QCD and Collider Physics* Cambridge, Univ. Pr. (1996)
- [31] R. D. Field, *Applications of Perturbative QCD*, Perseus books, (1995)
- [32] J. C. Collins, D. E. Soper and G. Sterman, Adv. Ser. Direct. High Energy Phys. **5**, 1 (1988) [arXiv:hep-ph/0409313].
- [33] L.N. Lipatov, Sov. J. Nucl. Phys. **20** (1975) 94 [Yad. Fiz. **20** (1974) 181].
- [34] V.N. Gribov and L.N. Lipatov, Sov. J. Nucl. Phys. **15**, 438 (1972) [Yad. Fiz. **15**, 781 (1972)].
- [35] G. Altarelli and G. Parisi, Nucl. Phys. B **126**, 298 (1977).
- [36] Y. L. Dokshitzer, Sov. Phys. JETP **46** (1977) 641 [Zh. Eksp. Teor. Fiz. **73** (1977) 1216].
- [37] A. D. Martin, R. G. Roberts, W. J. Stirling and R. S. Thorne, Eur. Phys. J. C **23**, 73 (2002) [arXiv:hep-ph/0110215].
- [38] J. Pumplin, D. R. Stump, J. Huston, H. L. Lai, P. M. Nadolsky and W. K. Tung, JHEP **0207**, 012 (2002) [arXiv:hep-ph/0201195].
- [39] D. de Florian and R. Sassot, Phys. Rev. D **62**, 094025 (2000) [arXiv:hep-ph/0007068].
- [40] D. de Florian, R. Sassot, M. Stratmann and W. Vogelsang, Phys. Rev. Lett. **101**, 072001 (2008) [arXiv:0804.0422 [hep-ph]]; Phys. Rev. D **80**, 034030 (2009) [arXiv:0904.3821 [hep-ph]].
- [41] M. Gluck, E. Reya, M. Stratmann and W. Vogelsang, Phys. Rev. D **63**, 094005 (2001) [arXiv:hep-ph/0011215].
- [42] S. Albino, B. A. Kniehl and G. Kramer, Nucl. Phys. B **725**, 181 (2005); B **734**, 50 (2006).
- [43] D. de Florian, R. Sassot and M. Stratmann, Phys. Rev. D **76**, 074033 (2007) [arXiv:0707.1506 [hep-ph]].

- [44] S. E. Kuhn, J. P. Chen and E. Leader, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **63**, 1 (2009) [arXiv:0812.3535 [hep-ph]].
- [45] A. Mukherjee, M. Stratmann and W. Vogelsang, *Phys. Rev. D* **72**, 034011 (2005) [arXiv:hep-ph/0506315].
- [46] B. Lampe and E. Reya, *Phys. Rept.* **332**, 1 (2000) [arXiv:hep-ph/9810270].
- [47] M. G. Doncel and E. De Rafael, *Nuovo Cim. A* **4** (1971) 363.
- [48] J. Ashman *et al.* [European Muon Collaboration], *Phys. Lett. B.* **206** 364 (1988)
- [49] J. R. Ellis and R. L. Jaffe, *Phys. Rev. D* **9** 1444 (1974); Erratum *Phys. Rev. D* **10** 1669 (1974)
- [50] L. M. Sehgal, *Phys. Rev. D* **10** 1663 (1974); Erratum-*ibid.* *Phys. Rev. D* **11** 2016 (1975).
- [51] E. Leader and M. Anselmino, *Z. Phys. C* **41** 239 (1988)
- [52] C. A. Garcia Canal and R. Sassot, *Int. J. Mod. Phys. A* **15** (2000) 3587.
- [53] D. Graudenz, M. Hampel, A. Vogt and C. Berger, *Z. Phys. C* **70**, 77 (1996) [arXiv:hep-ph/9506333].
- [54] N. Christ, B. Hasslacher and A.H. Mueller, 1972, *Phys. Rev.* **D6**, 3543; C.G. Callan and D.J. Gross, 1973, *Phys. Rev.* **D8**, 4383; J. Kogut and L. Susskind, 1974, *Phys. Rev.* **D9**, 3391; D.J. Gross and F. Wilczek, 1973, *Phys. Rev.* **D8**, 3633; D.J. Gross and F. Wilczek, 1974, *Phys. Rev.* **D9**, 980; H. Georgi and H.D. Politzer, 1974, *Phys. Rev.* **D9**, 416; G. Curci, W. Furmanski and R. Petronzio, 1980, *Nucl. Phys.* **B175**, 27; E.G. Floratos, C. Kounnas and R.Lacaze, 1981, *Nucl. Phys.* **B192**, 417; W. Furmanski and R. Petronzio, 1982, *Z. Phys.* **C11**, 293.
- [55] W.E. Caswell, *Phys. Rev. Lett.* **33** (1974) 244; D.R.T. Jones, *Nucl. Phys.* **B75**, (1974) 531.
- [56] S. L. Adler, *Phys. Rev.* 177 (1969) 2426 ; A. V. Efremov and O. V. Teryaev, *JINR Report No.* E2-88-287 (1988); G. Altarelli and G. G. Ross, *Phys.*

- Lett. B* 212 (1988) 391 ; E. Leader and M. Anselmino, *Santa Barbara Preprint NSF-ITP-88-142* and *Proc. Workshop on Diquarks, Turin, Italy, 1988*; World Scientific (1989), 297
- [57] J. S. Bell and R. Jackiw, *Nuovo Cimento A* 60 (1969) 47
- [58] R. D. Carlitz, J. C. Collins and A. H. Mueller, *Phys. Lett. B* 214 (1988) 229
- [59] G. Baum et al., (SLAC-Yale Collab., E130), 1983, *Phys. Rev. Lett.* **51**, 1135.
- [60] F.E. Close, *An Introduction to Quarks and Partons*, Academic Press, (1979).
- [61] B. Adeva et al., (SM Collab.), 1993, *Phys. Lett.* **B302**, 533; D. Adams et al., (SM Collab.), 1997a, *Phys. Lett.* **B396**, 338.
- [62] G. Sterman, *Phys. Lett. B* **179**, 281 (1986).
- [63] S. Catani and L. Trentadue, *Nucl. Phys. B* **327**, 323 (1989).
- [64] S. Catani and L. Trentadue, *Nucl. Phys. B* **353**, 183 (1991).
- [65] V. V. Sudakov, *Sov. Phys. JETP* **3** (1956) 65 [*Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **30** (1956) 87].
- [66] D. R. Yennie, S. C. Frautschi and H. Suura, *Annals Phys.* **13** (1961) 379.
- [67] S. Catani and M. Ciafaloni, *Nucl. Phys. B* **236**, 61 (1984).
- [68] S. Catani and M. Ciafaloni, *Nucl. Phys. B* **249**, 301 (1985).
- [69] José F. Zurita, “Predicciones precisas para la detección del bosón de Higgs en colisionadores hadrónicos” Tesis doctoral, UBA. Director: Dr. Daniel de Florian. (2009)
- [70] S. Catani, D. de Florian, M. Grazzini and P. Nason, *JHEP* **0307**, 028 (2003) [arXiv:hep-ph/0306211].
- [71] D. de Florian and W. Vogelsang, *Phys. Rev. D* **71**, 114004 (2005) [arXiv:hep-ph/0501258].

- [72] J. Kodaira and L. Trentadue, Phys. Lett. B **112**, 66 (1982); Phys. Lett. B **123**, 335 (1983);
S. Catani, E. D'Emilio and L. Trentadue, Phys. Lett. B **211**, 335 (1988).
- [73] S. Catani, M. L. Mangano, P. Nason and L. Trentadue, Nucl. Phys. B **478**, 273 (1996) [arXiv:hep-ph/9604351].
- [74] E. Laenen, G. Oderda and G. Sterman, Phys. Lett. B **438**, 173 (1998) [arXiv:hep-ph/9806467].
- [75] G. Sterman and W. Vogelsang, JHEP **0102**, 016 (2001) [arXiv:hep-ph/0011289].
- [76] N. Kidonakis, Phys. Rev. D **73**, 034001 (2006) [arXiv:hep-ph/0509079].
- [77] N. Kidonakis, Int. J. Mod. Phys. A **15**, 1245 (2000) [hep-ph/9902484] y las referencias que allí se hacen;
Tesis doctoral, *QCD resummation and heavy quarks cross sections*, State University of New York at Stony Brook (1996).
- [78] A. D. Martin, R. G. Roberts, W. J. Stirling and R. S. Thorne, Eur. Phys. J. C **35**, 325 (2004) [arXiv:hep-ph/0308087].
- [79] B. A. Kniehl, G. Kramer and B. Potter, Nucl. Phys. B **582**, 514 (2000) [arXiv:hep-ph/0010289].
- [80] L. Apanasevich *et al.* [Fermilab E706 Collaboration], Phys. Rev. D **68**, 052001 (2003) [arXiv:hep-ex/0204031].
- [81] K. Aoki [PHENIX Collaboration], talk presented at the “17th International Spin Physics Symposium (Spin 2006)”, Kyoto, Japan, October 2-7, 2006, arXiv:0704.1369 [hep-ex]. These data are preliminary.
- [82] D. de Florian, R. Sassot and M. Stratmann, Phys. Rev. D **75**, 114010 (2007) [arXiv:hep-ph/0703242].
- [83] D. de Florian, R. Sassot and M. Stratmann, Phys. Rev. D **76**, 074033 (2007) [arXiv:0707.1506 [hep-ph]].
- [84] J. Blümlein and H. Böttcher, Nucl. Phys. B **636**, 225 (2002) [arXiv:hep-ph/0203155]; E. Leader, A. V. Sidorov and D. B. Stamenov, Phys. Rev.

- D **73**, 034023 (2006) [arXiv:hep-ph/0512114]; M. Hirai, S. Kumano and N. Saito, Phys. Rev. D **74**, 014015 (2006) [arXiv:hep-ph/0603213]; D. de Florian, G. A. Navarro and R. Sassot, Phys. Rev. D **71**, 094018 (2005) [arXiv:hep-ph/0504155].
- [85] M. Stratmann and W. Vogelsang, arXiv:hep-ph/0702083.
- [86] A. Adare *et al.* [PHENIX Collaboration], arXiv:0704.3599 [hep-ex]; K. Boyle, talk presented at the 2007 RHIC & AGS Annual Users' Meeting, BNL, June 18-22, 2007.
- [87] B. I. Abelev *et al.* [STAR Collaboration], Phys. Rev. Lett. **97**, 252001 (2006) [arXiv:hep-ex/0608030]; S. Vigdor [STAR Collaboration], "New Results from RHIC on the Spin Structure of the Proton", plenary talk presented at the APS April meeting, April 14-17, 2007, Jacksonville, Florida; M. Sarsour, talk presented at the 2007 RHIC & AGS Annual Users' Meeting, BNL, June 18-22, 2007.
- [88] D. L. Adams *et al.* [E581 & E704 Collaborations], Phys. Lett. B **261**, 197 (1991).
- [89] M. Cacciari and S. Catani, Nucl. Phys. B **617**, 253 (2001) [arXiv:hep-ph/0107138].
- [90] D. de Florian, R. Sassot and M. Stratmann, arXiv:hep-ph/0703242.
- [91] M. J. Tannenbaum (PHENIX Collaboration), arXiv:0707.1679.
- [92] D. de Florian and W. Vogelsang, Phys. Rev. D **76**, 074031 (2007) [arXiv:0704.1677 [hep-ph]].
- [93] G. Sterman and S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. **39**, 1436 (1977); M. Furman, Nucl. Phys. B **197**, 413 (1982); F. Aversa, M. Greco, P. Chiappetta and J. P. Guillet, Nucl. Phys. B **327**, 105 (1989), Z. Phys. C **46**, 253 (1990).
- [94] B. Jager, M. Stratmann and W. Vogelsang, Phys. Rev. D **70**, 034010 (2004) [arXiv:hep-ph/0404057].

- [95] D. de Florian, W. Vogelsang and F. Wagner, *Phys. Rev. D* **76**, 094021 (2007).
- [96] M. Dasgupta and G. P. Salam, *Phys. Lett. B* **512**, 323 (2001) [arXiv:hep-ph/0104277].
- [97] M. Dasgupta and G. P. Salam, *JHEP* **0203**, 017 (2002) [arXiv:hep-ph/0203009].
- [98] D. de Florian, W. Vogelsang and F. Wagner, *Phys. Rev. D* **78**, 074025 (2008) [arXiv:0807.4515 [hep-ph]].
- [99] R.L. Jaffe, 1990, *Comm. Nucl. Part. Phys.* **19**, 239.
- [100] G. Altarelli, 1982, *Phys. Rep.* **81**, 1.
- [101] R.L. Jaffe and X. Ji, 1991b, *Phys. Rev. Lett.* **67**, 552.
- [102] R.L. Jaffe and X. Ji, 1992, *Nucl. Phys.* **B375**, 527.
- [103] R.L. Jaffe and X. Ji, 1991a, *Phys. Rev.* **D43**, 724.
- [104] S. Wandzura and F. Wilczek, 1977, *Phys. Lett.* **B72**, 195.
- [105] P. L. Anthony *et al.* [E155 Collaboration], *Phys. Lett. B* 553 (2003) 18
- [106] X. Zheng *et al.* [Jefferson Lab Hall A Collaboration], *Phys. Rev. C* 70 (2004) 065207
- [107] K. Kramer *et al.* [Jefferson Lab E97-103 Collaboration], *Phys. Rev. Lett.* 95 (2005) 142002
- [108] J. Blumlein and H. Bottcher, *Nucl. Phys. B* 636 (2002) 225 , preprint hep-ph/0203155.
- [109] M. Stratmann, *Z. Phys. C* 60 (1993) 763
- [110] X. Song, *Phys. Rev. D* 54 (1996) 1955 , preprint hep-ph/9604264.
- [111] H. Weigel and L. P. Gamberg, *Nucl. Phys. A* 680 (2000) 48 , preprint hep-ph/0004057.
- [112] H. Weigel, *Pramana* 61 (2003) 921 , preprint hep-ph/0302212.
- [113] M. Wakamatsu, *Phys. Lett. B* 487 (2000) 118 , preprint hep-ph/0006212.

- [114] J.P. Ralston and D.E. Soper, 1979, Nucl. Phys. **B152**, 109.
- [115] J. Kodaira, S. Matsuda, K. Sasaki and T. Uematsu, 1979a, Nucl. Phys. **B159**, 99.
- [116] A.P. Bukhvostov, A.A. Kuraev and L.N. Lipatov, 1984, Sov. Phys. JETP **60**, 22.
- [117] X. Artru and M. Mekhfi, 1990, Z. Phys. **C45**, 669.
- [118] J.L Cortes, B. Pire and J.P. Ralston, 1992, Z. Phys. **C55**, 409.
- [119] P. Ratcliffe, 1991, Univ. Milano preprint MITH 91/18.
- [120] R.L. Jaffe and A. Manohar, 1989, Phys. Lett. **B223**, 218.
- [121] X. Ji, 1992b, Phys. Lett. **B289**, 137.
- [122] J. Soffer and O.V. Teryaev, 1997, Phys. Rev. **D56**, R1353.
- [123] G. Bunce et al., 1992, Particle World **3**, 1 and references therein.
- [124] R. L. Jaffe and X. D. Ji, Phys.Rev. Lett.**67**, 552 (1991); Nucl. Phys. B **375**, 527 (1992).
- [125] M. Anselmino *et al.*, Phys. Rev. D **75**, 054032 (2007).
- [126] A. Airapetian *et al.* [HERMES Collaboration], Phys. Rev. Lett. **94**, 012002 (2005); E. S. Ageev *et al.* [COMPASS Collaboration], Nucl. Phys. B **765**, 31 (2007). For the most recent experimental results, see talks by F. Bradamante [COMPASS Collaboration] and M. Diefenthaler [HERMES Collaboration] at the “PKU-RBRC Workshop on Transverse Spin Physics” June 30th-July 4th, 2008, Beijing, China.
- [127] K. Abe *et al.* [Belle Collaboration], Phys. Rev. Lett. **96**, 232002 (2006); A. Ogawa, M. Grosse-Perdekamp, R. Seidl, K. Hasuko [Belle Collaboration], AIP Conf. Proc. **915**, 575 (2007); R. Seidl *et al.* [Belle Collaboration], arXiv:0805.2975 [hep-ex].
- [128] J. C. Collins, Nucl. Phys. B **396**, 161 (1993).
- [129] G. Bunce, N. Saito, J. Soffer and W. Vogelsang, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **50**, 525 (2000); C. Aidala *et al.*,

- <http://spin.riken.bnl.gov/rsc/report/masterspin.pdf>, *Research Plan for Spin Physics at RHIC*.
- [130] For information on the planned GSI-FAIR facility, see: <http://www.gsi.de/fair>.
- [131] For information on the J-PARC facility, see: <http://j-parc.jp/index-e.html>.
- [132] A. P. Contogouris, B. Kamal and Z. Merebashvili, Phys. Lett. B **337**, 169 (1994); V. Barone, T. Calarco and A. Drago, Phys. Rev. D **56**, 527 (1997);
- [133] O. Martin, A. Schäfer, M. Stratmann and W. Vogelsang, Phys. Rev. D **57**, 3084 (1998); Phys. Rev. D **60**, 117502 (1999).
- [134] X. D. Ji, Phys. Lett. B **284**, 137 (1992).
- [135] W. Vogelsang and A. Weber, Phys. Rev. D **48**, 2073 (1993).
- [136] H. Shimizu, G. Sterman, W. Vogelsang and H. Yokoya, Phys. Rev. D **71**, 114007 (2005).
- [137] M. Anselmino, V. Barone, A. Drago and N.Ñ.Ñikolaev, Phys. Lett. B **594**, 97 (2004); A. V. Efremov, K. Goeke and P. Schweitzer, Eur. Phys. J. C **35**, 207 (2004);
- [138] P. G. Ratcliffe, Eur. Phys. J. C **41**, 319 (2005).
- [139] R. L. Jaffe and N. Saito, Phys. Lett. B **382**, 165 (1996); J. Soffer, M. Stratmann and W. Vogelsang, Phys. Rev. D **65**, 114024 (2002).
- [140] J. Soffer, Phys. Rev. Lett. **74**, 1292 (1995); D. W. Sivers, Phys. Rev. D **51** 4880 (1995).
- [141] J. Riedl, A. Schafer and M. Stratmann, arXiv:0708.3010 [hep-ph].
- [142] M. Krämer, E. Laenen and M. Spira, Nucl. Phys. B **511**, 523 (1998) [arXiv:hep-ph/9611272].
- [143] A. Kulesza, G. Sterman and W. Vogelsang, Phys. Rev. D **66**, 014011 (2002) [arXiv:hep-ph/0202251].

Agradecimientos

Quiero agradecer a mi familia por haberme apoyado incondicionalmente en este proyecto. A mi mamá, mi papá, mi abuela, mis hermanas, mis sobrinas, mi sobrino, a mi futuro/a sobrino/a y especialmente a Vani que me aguantó en los momentos más difíciles.

Especialmente a mi director, Daniel, que me guió, aconsejó, ayudó y finalmente hizo que esta tesis fuese posible.

Al grupo de física de altas energías: A Rodolfo, Ezequiel, Ricardo, Gaby, José, Leandro, Pía, Daniel, Germán y especialmente a Carlos con quien compartí discusiones más allá de la física.

A Werner Vogelsang y Marco Stratmann aunque no los conozca personalmente.

A mis amigos, Marce y María, Nico, Pablo, Tomás, Juan, Guille, Lucas y Fede.

A mis compañeros de facultad, Fede, Pablo, Seba, Carla, Juan Manuel, Lorena, Luz, Mauro, Martín y Gustavo.