

UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

Departamento de Física



**MOVIMIENTO DE GLOBOS ESTRATOSFÈRICOS ABIERTOS EN
PRESENCIA DE ONDAS DE INERCIO-GRAVEDAD**

por

Lic. Jorge Norberto Cornejo

Director de Tesis: Dr. Alejandro de la Torre

Director Asistente: Dr. Pedro Alexander

Lugar de Trabajo: Facultad de Ciencias Exactas y Naturales (Departamento de Física) y
Facultad de Ingeniería (Departamento de Física), Universidad de Buenos Aires

Trabajo de Tesis para optar por el título de Doctor de la Universidad de Buenos Aires en
el área Ciencias Físicas

Diciembre de 2007

Resumen

En el presente trabajo se hallaron soluciones analíticas correspondientes a la respuesta de un balón atmosférico estratosférico abierto, en presencia de ondas de inercio-gravedad, durante su ascenso y descenso en la tropósfera. Se consideraron ondas monocromáticas con variaciones simultáneas en densidad, velocidad y temperatura.

En primer lugar, se analizaron dos casos extremos, relativos a la conductividad térmica del balón, correspondientes respectivamente a los casos de conductividad térmica perfecta y nula. En el primer caso, las perturbaciones en la velocidad vertical del aire, inducidas por la onda, dominan la respuesta del balón. En el segundo, las variaciones en la densidad del aire circundante también son significativas en el comportamiento del mismo. De aquí se concluye, teniendo en cuenta resultados previos de otros autores, que la respuesta del globo en un caso real es más cercana al límite adiabático. Se obtuvieron expresiones analíticas para el coeficiente de arrastre debido al aire atmosférico, correspondiente a este tipo de balones.

En segundo lugar, se analizó la respuesta del balón en un caso real, en el que la conductividad térmica de la membrana que recubre el globo es finita, efectuándose el balance de calor entre el interior del balón y el aire atmosférico circundante. Para ello, se partió de la suposición de un comportamiento politrópico del gas contenido dentro del globo (usualmente H_2 o He). Los procesos adiabático e isotérmico representan solamente dos casos particulares del comportamiento politrópico de cualquier gas. Si consideramos a la burbuja de gas contenida dentro del balón como un sistema termodinámico, en contacto a través de la pared del balón con una fuente térmica uniforme, es posible derivar una expresión que relaciona el índice politrópico con la conductividad térmica de la membrana que recubre el balón. Los resultados se aplicaron a una tropósfera isotérmica y de temperatura linealmente variable con la altura, respectivamente. Se estudiaron las situaciones en que el espesor de la membrana se mantiene constante y en que varía con la altura, para ambos perfiles verticales de temperatura de la atmósfera. La relación entre la conductividad térmica y el índice politrópico, se torna abrupta solamente cuando éste último se aproxima a los límites adiabático o isotérmico.

A partir de la determinación del índice politrópico adecuado a la conductividad térmica de un determinado material, las ecuaciones obtenidas previamente para el límite adiabático permiten predecir la respuesta vertical de un balón de esta naturaleza en presencia de una onda de inercio-gravedad, dentro de las hipótesis con que han sido derivadas. En función de estos resultados, se analiza en detalle un caso experimental registrado durante el vuelo de un globo estratosférico abierto en la Provincia de Mendoza, Argentina.

Palabras claves: ondas de gravedad, globos estratosféricos, conductividad térmica, superpresión.

**THE RESPONSE OF OPEN STRATOSPHERIC BALLOONS IN THE
PRESENCE OF INERTIO-GRAVITY WAVES**

Abstract

There have been found analytical solutions corresponding to the response of an atmospheric stratospheric open balloon, in the presence of inertia-gravity waves, during his ascent and descent in the troposphere. We considered monochromatic waves by simultaneous variations in density, speed and temperature.

As a first step, there have been analyzed two extreme cases of thermal conductivity of the balloon: perfect and null. In the first case, the speed variations of the vertical velocity of the air, induced by the wave, dominates the response of the balloon. In the second one, the variations of density of the surrounding air also are significant in the behavior of it. Until here we conclude, bearing in mind previous results from other authors, that the response of the balloon in a real case is nearer to the adiabatic limit. Analytical expressions are obtained for the drag coefficient due to the atmospheric air, corresponding to this type of balloons.

Secondly, the response of the balloon is analyzed in a real case of thermal finite conductivity of the membrane that covers it, and then, considering the heat balance between the interior of the balloon and the atmospheric surrounding air. It is supposed a polytropic behavior of the gas contained inside the balloon (usually H₂ or He). The adiabatic and isothermal processes, represent only two particular cases of the polytropic behavior of any gas.

If we consider the gas bubble contained inside the balloon as a thermodynamic system, in contact across the wall of the ball with a thermal uniform source, it is possible to derive an expression that relates the polytropic index to the thermal conductivity of the membrane that covers the balloon. The results are applied to an isothermal troposphere and a linearly variable temperature with height, respectively. There are studied the situations in which the thickness of the membrane is kept constant and in which it changes with height, for both vertical profiles of atmospheric temperature. The relation between the thermal conductivity and the polytropic index, becomes abrupt only when the latter comes closer the adiabatic or isothermal limits.

From the determination of the polytropic index corresponding to the thermal conductivity of a certain material, the equations obtained before for the adiabatic limit allow to predict the vertical response of a balloon of this nature in presence of inertia – gravity waves, inside the hypotheses with which they have been derived. From these results, we analyze in detail an experimental case registered during a fly of a open stratospheric balloon in the Province of Mendoza, Argentina.

Passwords: Gravity waves, stratospheric balloons, thermal conductivity, superpressure.

INDICE

I. INTRODUCCIÓN

- 1.1. Antecedentes históricos
- 1.2. Clasificación de los balones atmosféricos
- 1.3. Balones abiertos
- 1.4. Estructura de la atmósfera terrestre
- 1.5. Las ondas de gravedad

II. LAS ECUACIONES DE MOVIMIENTO DE UN BALÓN ESTRATOSFÉRICO

- 2.1. La ecuación de movimiento en la dirección vertical
- 2.2. Aplicación de un método perturbativo

III. MOVIMIENTO DE UN GLOBO ESTRATOSFÉRICO ABIERTO EN PRESENCIA DE UNA ONDA DE INERCIO-GRAVEDAD

- 3.1. Hipótesis y aproximaciones
- 3.2. Los dos casos límite
- 3.3. La onda de gravedad
- 3.4. Valores típicos
- 3.5. El caso de conductividad perfecta
- 3.6. Cálculo del coeficiente de arrastre del balón
- 3.7. El caso de conductividad nula
- 3.8. Cálculo del coeficiente de arrastre

IV. RELACIÓN ENTRE LA CONDUCTIVIDAD TÉRMICA SUPERFICIAL Y EL ÍNDICE POLITRÓPICO DEL GAS EN UN BALÓN ESTRATOSFÉRICO ABIERTO

- 4.1. Intercambio térmico entre el balón y la atmósfera circundante
- 4.2. Consideraciones preliminares
- 4.3. Conductividad térmica en superficie y evolución politrópica del gas
 - 4.3.1. Atmósfera con perfil de temperatura uniforme
 - 4.3.2. Perfil de temperatura decreciente linealmente con la altura
- 4.4. Estimación del índice politrópico del gas He durante el vuelo del balón, a partir de datos experimentales
 - 4.4.1. Antecedentes
 - 4.4.2. Obtención de w_b y de la velocidad vertical del aire
 - 4.4.3. Estimación de n

V. CONCLUSIONES

APÈNDICE

VI. BIBLIOGRAFÌA

Nota

El presente trabajo se encuentra basado en los siguientes artículos científicos:

“A relationship between skin thermal conductivity and gas polytropic index in an open atmospheric balloon”, A. de la Torre, P. Alexander y J. Cornejo. Journal of Applied Meteorology, Vol. 42, 2, 325-330, 2003.

“The response of stratospheric balloons with different skin conductivities to the presence of inertio-gravity waves”, P.Alexander, A. de la Torre y J. Cornejo, Proceedings of VII International Seminar on Recent Advances in Fluid Mechanics, Physics of Fluids and Associated Complex Systems, Buenos Aires, Argentina, 2001, publicado en CD-ROM.

“The response of an open stratospheric balloon to the presence of inertio-gravity waves”, P.Alexander, J.Cornejo y A.de la Torre. Journal of Applied Meteorology, Vol.35, 60-68,1996.

La presente Tesis es, por lo tanto, una ampliación y elaboración del contenido de los mencionados artículos, de los que es co-autor quien esto escribe.

Dicho contenido ha sido además parcialmente presentado por A. de la Torre durante dos seminarios en: el Laboratorio de Meteorología Dinámica de la Escuela Normal Superior de París (febrero de 2001) y en el Centro de Ciencias del Espacio y de la Atmósfera de la Universidad de Kyoto (marzo de 2003), respectivamente.

I. INTRODUCCIÓN

Los fundamentos científicos del vuelo de balones¹ fueron establecidos originalmente por Arquímedes, alrededor del año 240 a.C., pero su implementación práctica debió esperar aproximadamente 2000 años. En el presente, el interés en los balones se ha incrementado

¹ En todo el trabajo los términos “balón” y “globo” serán utilizados intercambiamente. Por otra parte, la denominación “balón estratosférico” alude a que el globo se encuentra preparado para poder alcanzar la estratósfera, si bien en nuestro trabajo el movimiento ocurre completamente dentro de la capa atmosférica inmediatamente inferior, la tropósfera.

considerablemente, debido a sus aplicaciones a la investigación científica. Los balones han sido utilizados como una plataforma científica para la realización de diversos experimentos, tales como observaciones espaciales y, particularmente, el estudio de la atmósfera terrestre (ver, por ejemplo, Alexander y de la Torre, 2003, y las referencias incluidas en dicho trabajo).

En este último sentido, ya son ampliamente reconocidas las grandes ventajas de los balones para la realización de mediciones “in situ”, cuando se los compara, por ejemplo, con técnicas basadas en instrumentos portados por cohetes o con la toma de datos desde la superficie de la Tierra. Dentro de estas ventajas cabe resaltar la elevada resolución espacial y temporal de los datos obtenidos, considerando la moderada velocidad ascensional de los globos y la alta performance características de los instrumentos actuales (Shutts et al, 1994). Precisamente, la mayor resolución vertical alcanzada en observaciones atmosféricas, de aproximadamente 1 m, fue conseguida utilizando balones de gran volumen (Alexander y de la Torre, 1999).

Algunos tipos de balones han sido usados como trazadores horizontales cuasi-lagrangianos de parcelas de aire en la alta tropósfera y la baja estratósfera, debido al efecto de arrastre (Morel y Bandeen, 1973). En dirección vertical la situación es más compleja, a causa del factor adicional de la fuerza de flotación; no obstante, el movimiento vertical del aire puede todavía inferirse en algunos casos (Kitchen y Shutts, 1990). En general, el éxito en cualquier investigación efectuada con balones depende de varios factores, entre los que se destacan: a) la carga útil que el balón sea capaz de transportar, b) el rango de alturas en los que se mantiene operacional y c) su capacidad para alcanzar la altura de flotación con un mínimo de excursiones verticales, así como el tiempo que el balón puede conservar dicha altura.

Ahora bien, la experiencia demuestra que, al utilizar balones para los sondeos, pueden aparecer algunas dificultades inesperadas, motivadas principalmente por el hecho que la trayectoria del balón es arbitrariamente afectada por las condiciones atmosféricas locales. De esta forma, los balones pueden desviarse del comportamiento esperado, o bien, para el cálculo de magnitudes no observables directamente, pueden ser necesarias significativas aproximaciones. Uno de los más relevantes obstáculos en la interpretación de los datos está dado por la necesidad de conocer adecuadamente la velocidad del balón relativa a un sistema fijo de coordenadas, particularmente en dirección vertical. Un segundo inconveniente de importancia es que la recolección de datos durante el ascenso o el descenso no provee las verdaderas longitudes de onda verticales, puesto que el desplazamiento y la inclinación de las superficies de fase constante respecto de la horizontal, durante los sondeos, causa que las longitudes de onda verticales medidas se aparten de sus valores instantáneos (de la Torre y Alexander, 1995). En otras palabras, el desplazamiento del globo y la inclinación de las superficies de fase constante de las ondas de gravedad atmosféricas da como resultado que la longitud de onda medida por el globo difiera de la correspondiente realmente a la onda. Finalmente, debe decirse que el movimiento vertical del balón es la resultante de una compleja mezcla de factores, tales como las perturbaciones verticales en el movimiento de las masas de aire, los factores

termodinámicos y la fuerza de flotación. Todo esto complica notablemente la obtención de soluciones analíticas para el desplazamiento de estos aparatos.

En la sección 1.1 relataremos los principales antecedentes históricos relativos a nuestro tema. En 1.2 clasificaremos los balones y expondremos sintéticamente algunas de sus características fundamentales. En la sección 1.3 haremos algunas consideraciones acerca de los balones abiertos, que serán el objetivo fundamental de nuestro trabajo, mientras que en 1.4 se describirá la estructura de la atmósfera neutra. En 1.5 expondremos la teoría básica relativa a las ondas de gravedad atmosféricas.

1.1. Antecedentes históricos

La observación de pequeñas partículas o trozos de papel elevados por corrientes de aire caliente data de épocas remotas. Generalmente, se considera que el primer globo aerostático fue inventado en 1709 por el “Jesuita Volador” Bartolomé de Gusmão (1685-1724), en Terrairo de Paço, Portugal, pero existen escasos documentos que puedan avalar esta afirmación.

Con mayor seguridad, el crédito por la invención y el primer desarrollo de los balones debe atribuirse a Joseph Montgolfier (1740-1810), en colaboración con su hermano Étienne (1745-1799). Joseph, fabricante de papel en Aviñón, Francia, observó cómo el humo de la chimenea de su fábrica elevaba partículas en el aire, aunque atribuyó el fenómeno a la existencia de un hipotético “aire eléctrico”, que supuestamente sostenía las nubes en el espacio y que, en la época, constituía un tema de especulación de gran interés.

En noviembre de 1782 Joseph Montgolfier construyó una bolsa de papel de poco menos de 1 m^3 de volumen, que al llenarse del aire caliente de la chimenea se elevó hasta el techo de la habitación donde se efectuaba el experimento. Después de diversos intentos, el 5 de junio de 1783 los dos hermanos, en la plaza de Annonay, lograron el primer vuelo de un globo aerostático no tripulado del que se tienen informes históricamente fidedignos. Estaba construido de tela de embalar forrada de papel, con un volumen de aproximadamente 616 m^3 . Como combustible para calentar el aire utilizaron paja mojada, la que, según las crónicas de la época, desprendía un humo abundante y nauseabundo. De hecho, en ese momento los Montgolfier creían que la ascensión del globo se debía al “empuje” que le proporcionaba el humo, hasta que más tarde advirtieron que la verdadera fuente de la elevación residía en realidad en el aire caliente.

Algunos meses después, el 19 de septiembre de 1783, los Montgolfier lograron construir un globo capaz de soportar algún peso, sólo que lo que hoy llamaríamos la “carga útil” estaba constituida por un carnero, un gallo y un canario. Los animales sirvieron como verdaderos instrumentos científicos, porque la idea del experimento era contrastar la hipótesis imperante en la época de que a partir de cierta altura el aire se vuelve venenoso. Como los tres “tripulantes” regresaron a tierra sanos y salvos, los globos aerostáticos rindieron a la ciencia su primer utilidad, demostrando que la suposición del aire venenoso

era falsa. Alentados por esta experiencia, el 21 de noviembre del mismo año llevaron a cabo el primer vuelo tripulado. El resultado fue exitoso, recorriendo 8 km en aproximadamente 25 minutos, durante los cuales el Marqués de Arlandes, “capitán” del vuelo, tuvo que luchar permanentemente contra las llamas que prendieron en la superficie del globo.

Simultáneamente a los globos de aire caliente comenzaron a desarrollarse los globos de hidrógeno. El físico francés Jacques A. C. Charles (1746-1823), celoso del éxito de los Montgolfier, realizó el 27 de agosto de 1783 el primer vuelo con este tipo de globos, y comenzó a experimentar con las propiedades del hidrógeno. Encontró que, por su ligereza y por no requerir combustible a ser transportado en el globo, permitía trabajar con balones de peso más reducido. Frente a esto, su principal dificultad era su condición de gas altamente inflamable. A pesar de este último problema, que demandó la pérdida de varias vidas humanas, los globos de hidrógeno desplazaron rápidamente a los de aire caliente, y se impusieron durante aproximadamente un siglo. El hidrógeno se fabricaba mediante complicados procedimientos, a partir de ácido sulfúrico, y se introducía lentamente en el balón a través de una válvula. Para conseguir la inmovilidad del globo se empleaban sacos de arena de unos 15 kg, que constituían el lastre a ser arrojado en el momento necesario. Numerosos experimentos científicos se efectuaron en estas primeras épocas de los balones, abarcando desde las propiedades de la atmósfera neutra y el magnetismo terrestre hasta las respuestas biológicas del ser humano en alturas elevadas. Hacia 1892 comenzó la exploración de regiones de la atmósfera cada vez más alejadas de la superficie terrestre. Para ello, se empleaba un nuevo tipo de globos que, al iniciar el vuelo, se llenaban parcialmente con gas, el cual al disminuir la presión atmosférica con la altura, se expandía y llenaba el globo en su totalidad. Este método es el que continúa utilizándose en la actualidad. El siglo XX fue pródigo en mejoras técnicas incorporadas en los balones. Entre ellas, sobresale la inclusión del helio como gas para llenar la cavidad del balón y el polietileno como material para la membrana del globo. Los experimentos científicos conducidos utilizando balones fueron y son numerosos y, junto con los satélites, constituyen la herramienta fundamental para la realización de mediciones “in situ”.

En el Cuadro N° 1 podemos apreciar una síntesis cronológica que detalla la evolución científico-tecnológica de los balones estratosféricos.

Año	Evento
240 a.C.	Arquímedes descubre los principios de la flotación
1600	Galileo determina en forma aproximada la densidad del aire a bajas alturas
1709?	Bartolomé de Gusmão, en Terrairo de Paço, Portugal, inventa el primer globo aerostático. La veracidad de este hecho es

	actualmente puesta en duda
1766	Cavendish descubre el hidrógeno y demuestra que es siete veces más “ligero” que el aire
1782	Joseph y Etiènne Montgolfier hacen flotar pequeños balones de papel llenos de humo
1783	Exhibición pública de los hermanos Montgolfier
1783	Charles estudia la expansión de un gas caliente, y trabaja con balones llenos de hidrógeno
1804	J.B. Biot y J.L. Gay-Lussac estudian cómo varían en las distintas capas atmosféricas la gravedad, el magnetismo terrestre y la composición del aire, en particular el contenido de vapor de agua
1821	Primeros balones que utilizan gas carbónico
1861-63	Se realizan en Estados Unidos numerosas observaciones meteorológicas empleando balones
1875	Se utiliza oxígeno para llenar los balones
1878	Se publica el tratado clásico de P. Bert “<i>La Pression Barometrique</i>”, en el que describe los efectos fisiológicos experimentados por los seres humanos a distintas alturas
1885	Renard y Krebs utilizan balones con motores eléctricos
1895	W. Ramsay descubre la presencia de helio en la atmósfera terrestre
1900-1920	Numerosas mejoras tecnológicas en los balones
1921	Primeros balones llenos con helio
1930-1940	Piccard experimenta con balones de distintos tipos, modificando el material de la membrana, el gas en el interior, etc., y consigue perfeccionar los globos llenos con una mezcla de helio e hidrógeno
1946	Se desarrollan balones de polietileno
1968	Se perfeccionan los balones de polietileno
1970 - la actualidad	Los balones se utilizan ampliamente como una “plataforma” científica para la realización de diversos experimentos, tales como observaciones espaciales y, particularmente, el estudio de la atmósfera terrestre

Cuadro N° 1.

Breve cronología sobre la evolución científico-tecnológica de los balones estratosféricos

1.2. Clasificación de los balones atmosféricos

De acuerdo con Morris (1975), los balones pueden clasificarse en dos grandes grupos: abiertos (“presión cero”) y cerrados (“superpresión”). A su vez, dentro de estos últimos distinguimos entre los construidos de algún material inextensible y los balones

extensibles. En todos los casos los balones presentan un volumen máximo V_{\max} hasta el que pueden ser inflados sin poner en riesgo la estructura misma del balón.

Los balones abiertos presentan una o varias aberturas en la base de la envoltura, y, por lo tanto, están abiertos a la atmósfera externa. Una vez que el balón se ha inflado completamente, el gas escapa hacia la atmósfera a través de dichas aberturas. La expresión “presión cero” deriva del hecho que la diferencia de presión entre la atmósfera y el gas en el interior del balón es esencialmente cero para algún nivel en el gas, durante todo el vuelo. El denominado “*nivel de presión cero*” se encuentra cerca de la base del balón cuando éste es inflado hasta un volumen V tal que $V < V_{\max}$. Como se verá en el capítulo III, esta consideración es relevante para resolver apropiadamente la ecuación de movimiento en dirección vertical de un balón estratosférico abierto.

Los balones cerrados contienen gas a presiones superiores a la atmosférica, de donde deriva la expresión “superpresión”. Idealmente, cada una de estos globos presenta un volumen aproximadamente constante una vez que alcanza su nivel de flotación y contiene una masa fija de gas. Así, cuando durante su ascenso un balón cerrado alcanza su V_{\max} , continúa ascendiendo hasta que el peso del aire desplazado se equilibra con el peso del “*sistema del balón*”, incluyendo en este último término el balón propiamente dicho más cualquier tipo de carga que se encuentre transportando en la situación considerada. Después de esto, el balón cerrado continúa flotando en el nivel alcanzado.

Cuando $V = V_{\max}$, los balones abiertos y cerrados son esencialmente idénticos, con la diferencia de que se encuentran contruidos con distintos materiales. Esta diferencia en la constitución es la causa de que el comportamiento termodinámico de unos y otros frente a la radiación solar, y el modo en que intercambian calor con la atmósfera, sea sustancialmente diferente.

En las últimas décadas se han realizado un considerable número de estudios relacionados con la respuesta de diversos tipos de balones cerrados a variaciones atmosféricas (por ejemplo, Nastrom, 1980; Trounday et al., 1995; Allen y Vincent, 1995; Raqué, 1999). Los balones abiertos han recibido comparativamente menos atención. El comportamiento de los balones abiertos es, precisamente, un problema de delicada solución, en el que el intercambio termodinámico con el ambiente (conducción, convección y radiación) es de fundamental importancia.

1.3. Balones abiertos

Las características principales de los balones abiertos han sido descriptas en la sección precedente. En lo que sigue, asumiremos consistentemente que estos balones presentan esencialmente forma esférica, con una burbuja de gas en su interior. La membrana, así como el gas en el interior, se considerarán perfectamente transparentes al espectro solar

completo. Finalmente, se despreciarán los procesos de radiación y los efectos de las nubes o el polvo, en los que las condiciones atmosféricas cambian abruptamente.



Foto N° 1.
Balón estratosférico abierto previo a su lanzamiento

Un balón abierto (ver Foto N° 1), usualmente, es inflado rápidamente, a los efectos de minimizar la exposición de la forma parcialmente inflada del balón a los diversos elementos, tales como la radiación solar, las condiciones atmosféricas, etc. Durante el proceso de inflado, el gas se expande desde un cilindro a alta presión hacia el interior de la membrana del globo, el que se encuentra, esencialmente, a presión atmosférica. En tales momentos, la temperatura en el interior del balón es inferior a la atmosférica. Una vez que el balón es lanzado, experimenta una aceleración, cuyo valor depende de muchos factores, incluida la masa de la carga útil. El vuelo subsiguiente del balón, como ya dijimos, es complejo, y su descripción involucra diversas variables físicas, tales como la fuerza de flotación, la velocidad del viento, el intercambio térmico con la atmósfera, etc.

Uno de los países que ha liderado históricamente la investigación experimental utilizando balones atmosféricos, es Francia. Aire-sur-L'Adour (ver Foto N° 2) es una de 2 bases de lanzamiento administradas por el CNES (Comisión Nacional de Estudios Espaciales) sobre el suelo francés. Los días de lanzamiento, de madrugada, los técnicos y científicos toman posición sobre la ubicación del lanzamiento para preparar la barquilla que contiene el instrumental científico. El día comienza evaluando el parte meteorológico. Si las condiciones son favorables, los técnicos despliegan sobre el suelo lo que se llama la

cadena de vuelo. Ésta está constituida en general por la barquilla y los instrumentos científicos, el reflector de radar, el paracaídas para el aterrizaje, el balón utilizado al regreso para recuperar el material científico y el pequeño balón auxiliar para levantar la barquilla a la espera de su vuelo. Una hora después, el balón abierto, cerca de 50 veces más voluminoso que el balón auxiliar, es desplegado y el inflado comienza.



Foto N° 2.
Inflado de un balón estratosférico abierto

Menos de 2 horas después de que el balón fuera lanzado, ya puede encontrarse a 30 km de altitud. Programado para una experimentación científica de algunas horas solamente, el descenso del balón luego es teledirigido desde el suelo. La barquilla se hace descender en una región propicia a un aterrizaje, a la vez sin peligro y sin rotura, con el fin de recuperar el costoso material científico. Para controlar el delicado fin del vuelo, los 30 últimos minutos de bajada son desacelerados por los paracaídas, cuya abertura es teledirigida desde el suelo.

Dentro de las variables dinámicas del aire circundante, la presencia de ondas de gravedad es decisiva en el movimiento de un balón estratosférico abierto. A continuación, entonces, efectuaremos una breve introducción a la estructura general de la atmósfera terrestre, para luego profundizar en las ondas de gravedad que pueden propagarse en la misma.

1.4. Estructura de la atmósfera terrestre

La atmósfera se extiende desde la superficie de la Tierra hasta una altura de, aproximadamente, 1000 km, en la que los gases que la componen se dispersan en el

espacio. Sin embargo, más del 99% de la masa atmosférica se concentra en los primeros 40 km sobre la superficie terrestre. La atmósfera consiste esencialmente en la mezcla de dos estructuras gaseosas: la *atmósfera neutra* y la *ionósfera* o *atmósfera ionizada*, pero la segunda sólo se vuelve relevante a partir de los 80 km de altura. Este trabajo se focalizará en determinados fenómenos característicos de la atmósfera neutra. La misma está constituida por cinco capas esféricas concéntricas, denominadas respectivamente *tropósfera*, *estratósfera*, *mesósfera*, *termósfera* y *exósfera*. Se encuentran separadas unas de otras por niveles de transición, algunos de ellos de particular relevancia. Los diversos niveles atmosféricos se diferencian esencialmente por su composición química, la cual se refleja en las diferentes formas en que las variables atmosféricas, por ejemplo la temperatura, se comportan en cada nivel. En la Figura N° 1 presentamos una representación esquemática de la atmósfera neutra, indicando sus distintas capas y la variación de la temperatura con la altura.

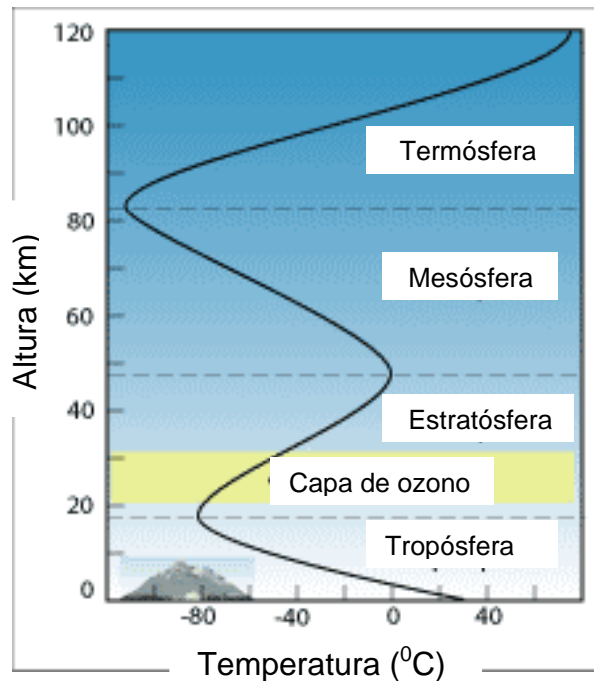


Figura N° 1.

Esquema de la temperatura de la atmósfera neutra. La tropósfera concentra la mayor cantidad de moléculas gaseosas y contiene todo el vapor de agua de la atmósfera.

La tropósfera (“región de mezclas”), es la capa más cercana a la superficie terrestre, por lo que también se la conoce como la “Capa Límite Planetaria”. Concentra aproximadamente el 75% de la totalidad de las moléculas gaseosas que constituyen la atmósfera neutra.

Dentro de la tropósfera ocurren los fenómenos meteorológicos o climáticos: vientos, lluvias, tormentas, etc. Se extiende hasta unos 12 km sobre la superficie de la Tierra, dependiendo de la latitud: hasta unos 8 km en latitudes altas y hasta los 18 km cerca del

Ecuador. Esta altura también se modifica según la época del año, más alta en verano y mucho más estrecha en invierno.

La tropósfera constituye la parte más activa de la atmósfera, ya que el aire que contiene se encuentra casi permanentemente en movimiento. Esta capa contiene casi toda el agua de la atmósfera como vapor de agua, en forma de nubes. La temperatura de la tropósfera desciende a medida que aumenta la altura, a razón de unos 6°C cada 1000 metros.

Dentro de la tropósfera, a su vez, pueden distinguirse las siguientes regiones:

- una capa laminar molecular, que está en contacto con la superficie terrestre y tiene apenas unos milímetros de espesor,
- una capa turbulenta de varias decenas de metros, caracterizada por una intensa mezcla de gases,
- la “Capa de Ekman”, en la que los efectos de la fuerza de Coriolis sobre el viento son cada vez más importantes,
- la “tropósfera libre”, llena de aire más limpio y tranquilo que las capas anteriores.

La zona que separa la tropósfera de la capa inmediatamente superior (la *estratósfera*) se conoce como la *tropopausa*, donde la temperatura es aproximadamente uniforme, independientemente de la altura. A partir de esta zona la temperatura de la atmósfera comienza a aumentar con la altura.

La estratósfera se extiende entre los 12 y los 50 km de altura aproximadamente. En ella el aire es limpio, puro y seco, carente de polvo y de vapor de agua. La *estratopausa*, a partir de la que vuelve a observarse un decrecimiento de la temperatura, separa esta capa de la siguiente, llamada *mesósfera*, que se extiende hasta unos 80 km sobre la superficie terrestre. En este nivel, que finaliza en la *mesopausa*, la temperatura, en promedio, es inferior en comparación con la de los dos anteriores.

Sigue a continuación la *termósfera* (de 80 a 500 km). A partir de aquí los gases que constituyen el aire dejan de estar mezclados, ubicándose en niveles según su peso. El nitrógeno, que es el más pesado, se encuentra en la base; le siguen el oxígeno, el helio y el hidrógeno. Esta capa coincide aproximadamente con la *ionósfera*, la región atmosférica donde se encuentran partículas ionizadas en cantidades significativas.

Por último, la *exósfera* se encuentra por encima de los 500 km de altura, y su límite superior es difícil de establecer, ya que desaparece gradualmente hacia el espacio exterior.

1.5. Las ondas de gravedad

La atmósfera terrestre es un fluido esféricamente distribuido, compresible y rotante, caracterizado por gradientes de densidad y temperatura, por lo que una de sus propiedades dinámicas más importantes es su capacidad de soportar movimientos ondulatorios. Cuando una parcela de aire es desplazada verticalmente de su posición de equilibrio, experimenta una fuerza que la devuelve a su posición original, causando oscilaciones alrededor de la posición de equilibrio con una frecuencia característica denominada frecuencia de Brunt-Väisälä N .

Las ondas existentes en la atmósfera pueden clasificarse en tres tipos principales: longitudinales, transversales verticales, y transversales horizontales (ver Figura N° 2).

En las ondas longitudinales, también llamadas acústicas o de compresión, la frecuencia ω es mucho mayor que N . En este caso la influencia de la gravedad puede ser ignorada y la fuerza restitutiva es provista principalmente por gradientes de presión. Una situación particular interesante ocurre cuando la frecuencia de la onda disminuye a valores próximos a N , de forma tal que la fuerza gravitatoria de la Tierra y la fuerza de flotación se hacen comparables a las fuerzas de compresión. En este caso la gravedad crea una componente en el movimiento del aire que es transversal a la dirección de propagación. Este tipo de ondas se denominan ondas de gravedad acústicas.

A frecuencias menores que N , la fuerza de flotación pasa a ser la fuerza restitutiva dominante, dando como resultado ondas atmosféricas transversales verticales, denominadas ondas internas de gravedad. Se las denomina “internas” debido a que su propagación se produce íntegramente dentro de los límites que encierran al fluido en su totalidad, a diferencia de las ondas externas o de superficie, las cuales tienen lugar, por ejemplo, en la superficie del mar o de un lago. La propagación de las ondas internas de gravedad está caracterizada por un inter-juego entre los gradientes de presión, las fuerzas de flotación, las fuerzas de inercia y la fuerza de gravedad. De acuerdo al mecanismo restitutivo predominante estas ondas pueden clasificarse en: ondas de gravedad y ondas de inercio-gravedad. Las primeras deben su existencia a la estratificación, mientras que las segundas son un resultado conjunto de la estratificación y de la aceleración de Coriolis.

La tercera categoría de ondas atmosféricas, las ondas planetarios o de Rossby, son influenciadas por la curvatura de la Tierra y el efecto de Coriolis. Son básicamente ondas transversales horizontales, con longitudes de onda de miles de kilómetros.

De aquí en adelante sólo se tendrán en cuenta las ondas internas de gravedad. Se despreciará el efecto de las ondas acústicas y no serán tenidas en cuenta las ondas de Rossby, debido a que sólo estamos interesados en situaciones con escalas características mucho menores que la escala característica de las mismas. En el Cuadro N° 2 presentamos una síntesis de los distintos tipos de ondas atmosféricas.

<i>Denominación</i>	<i>Características</i>	<i>Factores que las determinan</i>	<i>Condiciones sobre ω y λ</i>	<i>Algunos casos particulares</i>
Ondas acústicas	Longitudinales	Gradientes de presión	$\omega \gg N$	Ondas de gravedad acústicas

Ondas internas de gravedad	Transversales verticales	Interjuego entre los gradientes de presión, fuerza de flotación, fuerzas de inercia, g	$\omega < N$	Ondas de gravedad, ondas de inercio-gravedad
Ondas de Rossby	Transversales horizontales	La curvatura de la Tierra, el efecto de Coriolis	λ del orden de miles de km	

Cuadro N° 2 .

Distintos tipos de ondas que pueden generarse en la atmósfera

Las ondas internas de gravedad (que de ahora en adelante, quizás con algún abuso de vocabulario, denominaremos simplemente ondas de gravedad) constituyen el mecanismo más importante de transporte vertical de energía y momento a través de la atmósfera; representan una significativa parte del espectro de movimientos atmosféricos, y contribuyen básicamente a la estructura térmica de la atmósfera baja y media (Lindzen, 1990). Por ejemplo, la sub/sobre estimación del efecto dinámico neto de las ondas de gravedad conduce a errores en las predicciones numéricas obtenidas mediante modelos de circulación de la atmósfera de gran escala.

Las ondas de gravedad se generan principalmente en la tropósfera. Sus fuentes son extremadamente importantes, ya que influyen tanto en la meteorología local como sobre las circulaciones atmosféricas de gran escala. Las principales fuentes de generación de ondas internas de gravedad son cuatro, a saber:

- i) el forzado de la orografía,
- ii) la convección profunda y los frentes,
- iii) la inestabilidad de corte, y
- iv) el ajuste geostrófico

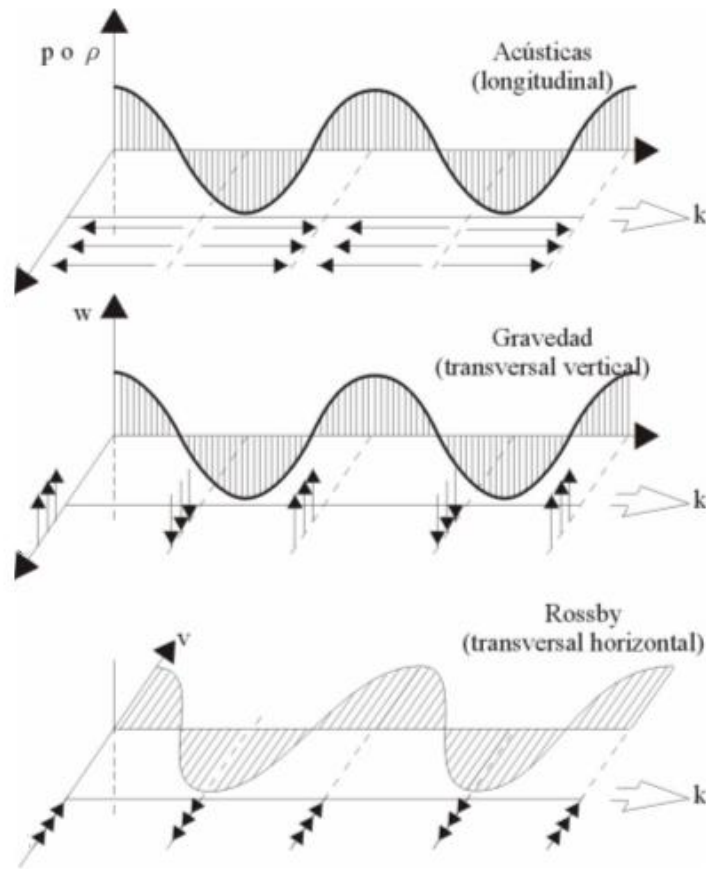


Figura N° 2.

Los tres principales tipos de ondas atmosféricas; a) ondas acústicas, b) ondas de gravedad, y c) ondas de Rossby. Aquí p es la presión, ρ la densidad, k el número de onda, w la velocidad vertical y v y u las componentes horizontales de la velocidad.

Para una descripción de estas fuentes véase, por ejemplo, el trabajo de Fritts y Alexander (2003).

Las ondas de gravedad sólo pueden ser generadas y propagarse en regiones donde la atmósfera es estable². No podrían existir en una atmósfera inestable, ya que una parcela de aire desplazada de su posición de equilibrio por la fuerza de flotación continuaría ascendiendo en lugar de oscilar. Si una onda generada en una región estable de la atmósfera llega a una región inestable, puede ser reflejada o destruida, depositando ahí su energía. De la misma manera, tampoco pueden existir en regiones donde la componente

² La estabilidad de la atmósfera está relacionada con la temperatura potencial θ , que será definida en los siguientes párrafos. Si $d\theta/dz > 0$ la atmósfera es estable, mientras que $d\theta/dz < 0$ corresponde a una región inestable. Aquí z representa, naturalmente, la coordenada vertical.

horizontal de la velocidad de fase de una onda iguala la velocidad del viento de fondo (Baines, 1992). Cuando esto sucede se produce un “rompimiento” de la onda (como las olas llegando a la playa).

Cuando la frecuencia de la onda es menor que N , la fuerza de flotación es la fuerza restitutiva dominante, pudiendo ignorarse los efectos de compresibilidad, por lo que es una buena aproximación considerar a la atmósfera como incompresible (Gill, 1982). Consideraremos entonces un fluido incompresible y continuamente estratificado, que rota con velocidad angular uniforme Ω alrededor de un eje vertical, en el que se desarrollan pequeñas perturbaciones inducidas por la gravedad. La densidad sólo dependerá de la temperatura potencial (θ), definida como la temperatura que alcanzaría una parcela originalmente a temperatura T y presión p_0 , luego de una expansión adiabática, y de la humedad (q). Se asume que θ y q son constantes para un elemento material dado, por lo tanto:

$$\frac{D\rho}{Dt} \equiv \frac{\partial\rho}{\partial\theta} \frac{\partial\theta}{\partial t} + \frac{\partial\rho}{\partial q} \frac{\partial q}{\partial t} = 0, \quad \text{y linealizada,} \quad \frac{\partial\rho'}{\partial t} + w \frac{d\rho_0}{dz} = 0 \quad (1.5.1)$$

con ρ_0 y ρ' los valores de la densidad a orden cero y primer orden, respectivamente, w la componente vertical de la velocidad de la onda, z la coordenada vertical y t el tiempo.

Un fluido es llamado incompresible cuando cumple que:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1.5.2)$$

en la que u y v son las componentes de la velocidad en las direcciones horizontales x e y , respectivamente.

El estado de equilibrio a ser perturbado es el estado de reposo, por lo que la distribución de presión y densidad está dada por la ecuación de equilibrio hidrostático.

En ausencia de fricción, las ecuaciones de momento para pequeñas perturbaciones en la presión (p') y en la densidad (ρ') están dadas por:

$$\frac{\partial u}{\partial t} - fv = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial x} \quad (1.5.3)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + fu = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial y} \quad (1.5.4)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial z} - \frac{\rho'}{\rho_0} g \quad (1.5.5)$$

donde g es la aceleración de la gravedad, y $f = 2\Omega \sin\varphi$ es el parámetro de Coriolis, con φ la latitud. Para reducir el número de ecuaciones a sólo dos, eliminaremos todas las variables excepto w y p' . Para obtener la primera, tomamos la divergencia de las componentes horizontales de las ecuaciones de momentos, y, utilizando la condición de incompresibilidad (1.5.2) para eliminar la divergencia horizontal de la velocidad, obtenemos:

$$\frac{\partial^2 w}{\partial z \partial t} + f\zeta = \frac{1}{\rho_0} \left(\frac{\partial^2 p'}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p'}{\partial y^2} \right) \quad (1.5.6)$$

con

$$\zeta = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \quad (1.5.7)$$

donde ζ es la componente vertical de la vorticidad del fluido (definida matemáticamente como $\nabla \cdot \bar{v}$, con \bar{v} el vector velocidad) relativa a un sistema de referencia fijo a la superficie de la Tierra. Otra ecuación para ζ se obtiene tomando el rotor de (1.5.3) menos el rotor de (1.5.4) y utilizando la condición de incompresibilidad (1.5.2):

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} - f \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1.5.8)$$

Sumando la derivada respecto del tiempo de (1.5.8) a f multiplicado por (1.5.6) se obtiene una relación entre la vorticidad y la perturbación en la presión:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + f^2 \right) \zeta = \frac{f}{\rho_0} \left(\frac{\partial^2 p'}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p'}{\partial y^2} \right) \quad (1.5.9)$$

Finalmente, tomando la derivada respecto del tiempo de (1.5.9) y utilizando (1.5.8) se obtiene una ecuación que relaciona la divergencia horizontal $\partial u / \partial x + \partial v / \partial y = -\partial w / \partial z$ con la perturbación en la presión:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + f^2 \right) \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial^2 p'}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p'}{\partial y^2} \right) \quad (1.5.10)$$

Una nueva ecuación que relaciona w y p' se obtiene a partir de eliminar ρ' de (1.5.5) y (1.5.1), obteniéndose:

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + N^2 w = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial^2 p'}{\partial z \partial t} \quad (1.5.11)$$

(1.5.10) y (1.5.11) son las dos ecuaciones que buscábamos, y las denominaremos las “ecuaciones relevantes”.

Por otra parte, recordemos que N es la máxima frecuencia posible para ondas de gravedad en un fluido estratificado, y está definida por:

$$N^2 = \frac{-g}{\rho_0} \frac{d\rho_0}{dz} = \frac{g}{\theta_0} \frac{d\theta_0}{dz} \quad (1.5.12)$$

donde θ_0 es la temperatura potencial sin perturbar. Eliminando p' entre (1.5.11) y (1.5.10) se obtiene una ecuación sólo para w , a saber:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho_0 \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right] + \frac{f^2}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho_0 \frac{\partial w}{\partial z} \right) + N^2 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) = 0 \quad (1.5.13)$$

Si la escala vertical de variación de w es pequeña en comparación con la escala vertical de variación de ρ_0 , entonces:

$$\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho_0 \frac{\partial}{\partial z} \right) w \approx \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \quad (1.5.14)$$

denominada aproximación de Boussinesq, con lo que (1.5.13) puede escribirse como:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right] + f^2 \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + N^2 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) = 0 \quad (1.5.15)$$

Esencialmente, esta aproximación equivale a despreciar en la ecuación de movimiento las variaciones en la densidad, excepto cuando éstas se hallan multiplicadas por la aceleración de la gravedad. Suponiendo el caso de un fluido en el cual N es uniforme, la onda viajera solución de (1.5.15) puede escribirse como:

$$w = w_0 \exp[i(kx + ly + mz - \omega t)] \quad (1.5.16)$$

donde w_0 es la amplitud de las fluctuaciones de la velocidad vertical, y el vector

$$\vec{k} = (k, l, m) \quad (1.5.17)$$

con:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda_x}, \quad l = \frac{2\pi}{\lambda_y}, \quad m = \frac{2\pi}{\lambda_z}$$

donde \vec{k} es el vector de onda, ω es la frecuencia angular ($\omega = 2\pi/\tau$), τ el período y λ la longitud de onda. Reemplazando (1.5.16) en (1.5.15) se obtiene la relación de dispersión, la cual relaciona ω y \vec{k} :

$$\omega^2 = \frac{[f^2 m^2 + N^2(k^2 + l^2)]}{(k^2 + l^2 + m^2)} \quad (1.5.18)$$

Cuando N/f es grande, como es generalmente el caso de la atmósfera, el régimen de onda ($f \leq \omega \leq N$) puede subdividirse en tres partes, para las cuales se aplican diferentes aproximaciones.

(a) Régimen de onda no hidrostático. Se define como aquel rango de frecuencias en que ω es del orden de N pero $\omega < N$ y $\omega > f$. La relación de dispersión (1.5.18) puede aproximarse como:

$$\omega^2 \approx \frac{N^2(k^2 + l^2)}{(k^2 + l^2 + m^2)} \quad (1.5.19)$$

y la ecuación para w (1.5.15) puede describirse como:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right] + N^2 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) = 0, \quad (1.5.20)$$

que es la misma que se obtendría de despreciar la rotación al escribir las ecuaciones de momento.

(b) Régimen de onda hidrostático no rotante. Se define como aquel rango de frecuencias en que $f \ll \omega \ll N$ y $m^2 > k^2, l^2$. En este rango, la relación de dispersión (1.5.18) se aproxima por:

$$\omega^2 \approx \frac{N^2(k^2 + l^2)}{m^2} \quad (1.5.21)$$

La ecuación para w se describe como:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + N^2 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) = 0 \quad (1.5.22)$$

A estos dos regímenes suelen pertenecer las ondas generadas por la orografía (ondas de montaña), al igual que aquellas generadas por convección profunda y por inestabilidades.

(c) Régimen de onda rotante. Se define como aquel en el que el rango de frecuencias en que ω se encuentra comprendido es del orden de f pero $f \leq \omega$. Continuamos considerando que $m^2 > k^2, l^2$. En este régimen, la relación de dispersión esta dada por:

$$\omega^2 \approx f^2 + \frac{N^2(k^2 + l^2)}{m^2} \quad (1.5.23)$$

La ecuación para w en el régimen rotante es la ya hallada en (1.5.15). A este régimen corresponden las ondas de inercio-gravedad, las cuales son generadas principalmente por ajuste geostrófico. Se denomina ajuste geostrófico al proceso por el cual se perturba de alguna manera el equilibrio entre los dos términos dominantes de la componente horizontal de la ecuación de movimiento (aceleración de Coriolis y gradiente de presión), luego de lo cual, la atmósfera retorna a una nueva situación de equilibrio, generando ondas de inercio-gravedad.

Para ser capaz de identificar ondas internas de gravedad en la atmósfera, es necesario conocer cómo varían relativamente las componentes de las perturbaciones en la velocidad y la presión, en el tiempo y el espacio. Para ondas planas progresivas, dichas relaciones (las relaciones de polarización) son obtenidas a partir de reemplazar la solución (1.5.16) en las ecuaciones relevantes. Una importante propiedad de las ondas planas, consecuencia inmediata de la condición de incompresibilidad (1.5.2), es:

$$\vec{k} \cdot \vec{u} = 0 \quad (1.5.24)$$

lo cual significa que el movimiento se encuentra confinado al plano perpendicular al vector de onda. La relación entre w y p' surge de reemplazar la onda solución (1.5.16) en (1.5.11) y utilizar (1.5.24), obteniéndose (Gill, 1982):

$$w = \frac{-m\omega}{N^2 - \omega^2} \frac{p'}{\rho_0} = \frac{-\kappa\omega}{(N^2 - f^2)\text{sen}\varphi'} \frac{p'}{\rho_0} \quad (1.5.25)$$

Procediendo de manera análoga, las relaciones para las componentes horizontales de la velocidad, u y v son:

$$u = \frac{\kappa\omega}{(N^2 - \omega^2)\text{cos}\varphi'} \frac{p'}{\rho_0} = -\tan\varphi' w \quad (1.5.26)$$

$$v = \frac{-i\kappa f}{(N^2 - \omega^2)\text{cos}\varphi'} \frac{p'}{\rho_0} = \frac{-ifu}{\omega} = \frac{if}{\omega} \tan\varphi' w \quad (1.5.27)$$

donde $\kappa = (k^2 + l^2 + m^2)^{1/2}$ y φ' es la elevación respecto a una superficie horizontal, de la dirección de propagación de la onda.

Eligiendo w para ser real y tomando las partes reales de (1.5.26) y (1.5.27) (Gill, 1982):

$$u = \tan\varphi' w_0 \cos(kx + ly + mz - \omega t) \quad (1.5.28)$$

$$v = -\frac{f}{\omega} \tan\varphi' w_0 \text{sen}(kx + ly + mz - \omega t) \quad (1.5.29)$$

Puede observarse que cuando los efectos de la rotación de la Tierra son considerados, u y v están elípticamente polarizados. Despreciando los efectos de rotación, u y v pueden escribirse como:

$$(u, v) = -\frac{(k, l)}{(k^2 + l^2)} m w_0 \cos(kx + ly + mz - \omega t) \quad (1.5.30)$$

En ausencia de rotación, u y v están linealmente polarizados. Cabe destacar que este es el caso generalmente observado en ondas de montaña, para las cuales la frecuencia intrínseca es elevada. En la Figura N°3a se observa un diagrama de una onda interna plana en el caso no rotante, con velocidad de fase descendente, lo que implica velocidad de grupo ascendente. El movimiento de las partículas es en la dirección de las crestas. En el caso de considerar la rotación, el movimiento es similar al de la Figura N°3a pero las partículas se mueven también perpendicularmente al plano de la hoja. El vector velocidad rota anticiclónicamente (contrario a las agujas del reloj en el hemisferio Sur) si el observador se desplaza en la dirección opuesta a la velocidad de fase (ver Figura N°3b).

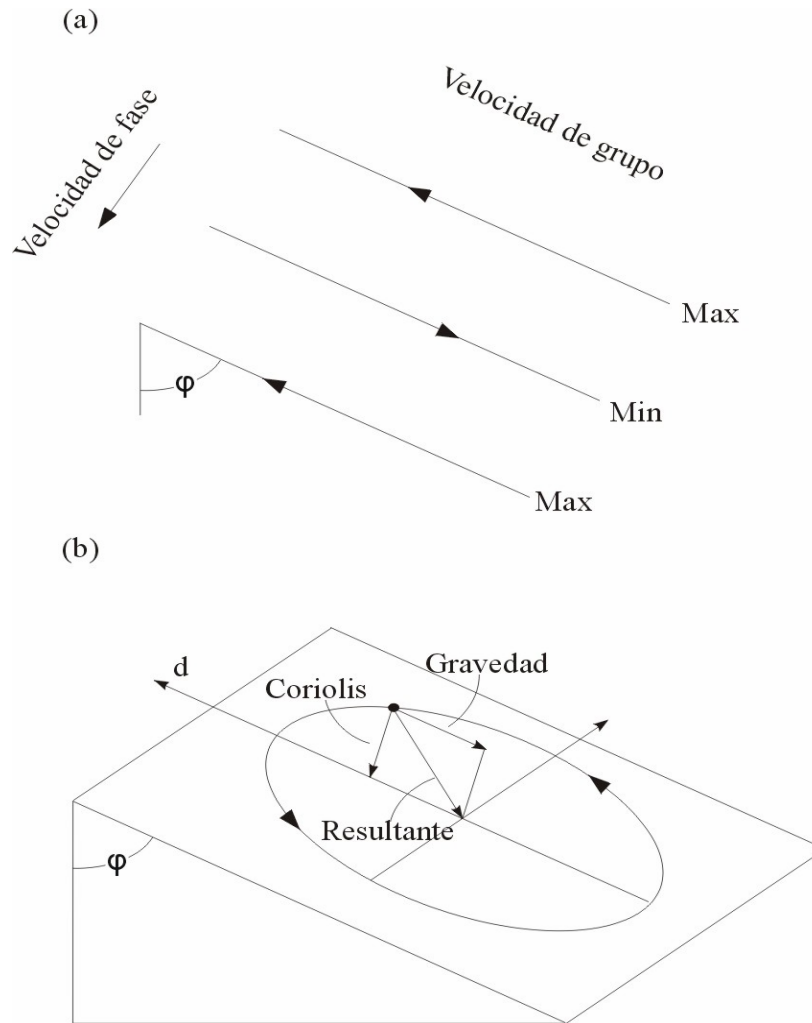


Figura N° 3.

(a) Diagrama de una onda interna plana en el caso no rotante, con velocidad de fase descendiente, lo que implica velocidad de grupo ascendente. Las líneas muestran máximos y mínimos de velocidad, y las flechas muestran las direcciones de las componentes de la velocidad. (b) Movimiento de una partícula en el plano perpendicular a $[\vec{k}]$. La componente de la gravedad ($(N \cos \phi)^2 |d|$) y la aceleración de Coriolis ($|f \sin \phi| \times \vec{u}$) son las fuerzas restitutivas presentes, y su resultante apunta siempre hacia el centro. El movimiento resultante es una órbita elíptica, rotando anticiclónicamente (la figura muestra la dirección del movimiento en el hemisferio Sur).

En el presente trabajo, las ondas de gravedad desempeñarán un rol fundamental, al constituir un factor determinante en el movimiento de los globos aerostáticos. Haremos referencia específicamente a las denominadas ondas de gravedad “inerciales” (“ondas de inercio-gravedad”), es decir, aquéllas ondas de baja frecuencia en las que, además de la fuerza de gravedad, resulta relevante la influencia de la rotación terrestre, a través de la fuerza de Coriolis.

En el Capítulo II se presentan las ecuaciones de movimiento de un balón estratosférico, para valores elevados del número de Reynolds. El cuerpo principal de esta tesis lo constituyen los capítulos III y IV. En III se analiza el movimiento de un globo estratosférico abierto en presencia de una onda de inercio-gravedad, a través de la resolución aproximada de las ecuaciones obtenidas en II. Para ello, será necesario postular diversas hipótesis simplificadoras e introducir las condiciones de contorno adecuadas. En particular, se trabajará en dos situaciones límites, entre las que se encuentra comprendido el comportamiento termodinámico real del globo, correspondientes a las situaciones en que la membrana del balón presenta respectivamente conductividad nula y conductividad perfecta. En el capítulo IV, de acuerdo con Nastrom (1981), tomaremos en cuenta que una formulación más completa del problema debería considerar el espectro total de propiedades termodinámicas de los balones, del que en el capítulo III se estudiarán exclusivamente los dos casos extremos. En el capítulo IV, por lo tanto, hallaremos las expresiones matemáticas para un caso de conductividad térmica intermedia.

Los resultados de ambos capítulos, III y IV, se reúnen en el capítulo V, en el que se presentan algunas conclusiones generales. Por último, se completa el trabajo con la inclusión de un Apéndice y la Bibliografía.

II. LAS ECUACIONES DE MOVIMIENTO DE UN BALÓN ESTRATOSFÉRICO

En este capítulo se presentan las ecuaciones de movimiento de un balón estratosférico, deducidas para el caso de valores elevados del número de Reynolds (Re). En el apartado

2.1 se desarrolla la ecuación de movimiento del balón en dirección vertical, mientras que en el 2.2 se aplica a la misma un método perturbativo, obteniéndose las expresiones resultantes a orden cero y a primer orden.

2.1. La ecuación de movimiento en la dirección vertical

La ecuación que gobierna el movimiento de un cuerpo sumergido en un fluido turbulento, consiste en la ecuación de conservación del momento lineal del cuerpo acoplada con la ecuación de conservación del momento lineal del fluido.

En tal sentido, aplicando la expresión derivada por Massman (1978), la ecuación de movimiento vectorial para un balón estratosférico, obtenida, como dijimos, a partir de la ecuación de conservación del momento lineal, puede escribirse en la siguiente forma (Nastrom, 1980; Alexander et al., 1996):

$$(M_b + C_m M_a) \frac{d\vec{v}_b}{dt} = M_a \left[(1 + C_m) \frac{\partial \vec{v}_a}{\partial t} + (w_a + C_m w_b) \frac{\partial \vec{v}_a}{\partial z} \right] - \frac{1}{2} \rho_a C_d A_b (\vec{v}_b - \vec{v}_a) |\vec{v}_b - \vec{v}_a| - g(M_b - M_a) \quad (2.1.1)$$

Por razones de claridad, a continuación definiremos todas las variables en forma explícita, aún las ya mencionadas en el capítulo anterior, siendo entonces:

- A_b la sección transversal del balón,
- C_d el coeficiente de arrastre (“drag”),
- C_m el coeficiente de masa agregada,
- g la aceleración de la gravedad,
- M_a la masa de aire desplazado,
- M_b la masa del sistema completo del balón (constituido por la membrana, el gas y la góndola),
- ρ_a la densidad del aire,
- \vec{v}_a el vector velocidad del aire
- \vec{v}_b el vector velocidad del balón
- V el volumen de aire desplazado, equivalente al volumen del gas, tal que $M_a = \rho_a V$,
- w_a la componente vertical de la velocidad del aire,
- w_b la componente vertical de la velocidad del balón,
- z la coordenada vertical (se elige $z = 0$ en la superficie de la Tierra),

$\frac{d}{dt}$ la derivada con respecto al tiempo, siguiendo el movimiento del balón desde un sistema de referencia fijo a Tierra.

En lo sucesivo los subíndices a y b referirán siempre al aire circundante y al balón, respectivamente.

En el presente trabajo estamos específicamente interesados en el desplazamiento vertical del balón, por lo que reescribimos (2.1.1) solamente para la coordenada z :

$$(M_b + C_m M_a) \frac{dw_b}{dt} = M_a \left[(1 + C_m) \frac{\partial w_a}{\partial t} + (w_a + C_m w_b) \frac{\partial w_a}{\partial z} \right] - \frac{1}{2} \rho_a C_d A_b (w_b - w_a) |w_b - w_a| - g(M_b - M_a) \quad (2.1.2)$$

Las fuerzas en el miembro derecho de la ecuación (2.1.2) son denominadas respectivamente *el término dinámico*, *el término de arrastre* y *la fuerza de flotación* (ver, por ejemplo, Tatom y King, 1976). Su origen e interpretación puede hallarse en diversas publicaciones (por ej., Prandtl, 1952; Landau y Lifshitz, 1959; Batchelor, 1970). Sintéticamente, podemos decir que:

- a) **el término dinámico**: $M_a \left[(1 + C_m) \frac{\partial w_a}{\partial t} + (w_a + C_m w_b) \frac{\partial w_a}{\partial z} \right]$ representa el arrastre inercial producido por una atmósfera no-viscosa sobre el balón, proveniente de la aceleración de la velocidad del aire. Este término ha sido estudiado experimentalmente para cuerpos de formas variadas desplazándose en fluidos con las características de la atmósfera (Prandtl, 1952).
- b) **el término de arrastre o término de “drag”**: es responsable de la velocidad límite alcanzable por el balón. C_d es un coeficiente empírico, función del número de Reynolds (Re).
- c) **la fuerza de flotación o fuerza “boyante”**: $-g(M_b - M_a)$, obtenida a partir del Principio de Arquímedes como la diferencia entre el peso del balón y el empuje del aire, resulta por lo tanto proporcional a la diferencia entre la masa total del sistema del balón y la masa de aire desplazada.

Debe enfatizarse que la expresión (2.1.2) es válida sólo para valores grandes de Re , porque en tal caso tanto la fuerza viscosa como el término “histórico” pueden desprejarse (Basset, 1888). Alexander y de la Torre (2003), han analizado la incidencia de este último término, el cual puede ser interpretado como la tasa de variación de momento lineal del aire debido a efectos viscosos, y definido matemáticamente como

$$6r^2 \sqrt{\pi \rho_a \mu} \int_0^t \frac{d(\vec{v}_b - \vec{v}_a) / dt'}{\sqrt{t - t'}} dt', \text{ donde } r \text{ es el radio del balón, supuesto esférico y } \mu \text{ la}$$

viscosidad cinemática. Estos autores han confirmado la poca relevancia de este término cuando se trabaja en la hipótesis antedicha. El término “histórico”, junto al término dinámico (primer término en el miembro izquierdo en (2.1.2)), produce un arrastre adicional sobre el balón, que es función de la tasa de variación de la velocidad relativa del aire respecto al balón.

En nuestro caso, los valores típicos para un balón abierto son:

diámetro = 20m,

velocidad relativa al aire = 5 m/s

viscosidad cinemática de la atmósfera = 10^{-4} m²/s

con los que se obtiene $Re = \frac{2r|\vec{v}_b - \vec{v}_a|}{\mu} = 10^6$, de acuerdo con la asunción previamente formulada.

Finalmente, despreciamos, tal como es habitual, el arrastre por fricción en la membrana, la fuerza ascensional o *lift* aerodinámico debido al movimiento horizontal de la atmósfera y los posibles movimientos auto-inducidos o turbulencias de pequeña escala (Landau y Lifshitz, 1959). En el trabajo de Morris (1975) puede encontrarse una discusión extensa acerca de la fuerza ascensional \vec{L} , definida vectorialmente como $\vec{L} = \frac{1}{2}\rho_a C_L A_L |\vec{v}_b - \vec{v}_a|^2 \hat{k}$, con C_L y A_L respectivamente el coeficiente de “lift” adimensional y la sección transversal del balón normal a la dirección del “lift”; \hat{k} es el versor que indica la dirección vertical. Este autor concluye que este término es usualmente muy pequeño comparado con los restantes.

Descartamos además posibles acoplamientos entre las componentes horizontal y vertical del movimiento a través del término de arrastre, porque la diferencia entre la velocidad vertical del balón y del aire en el plano horizontal es despreciable comparada con la misma diferencia en dirección vertical [nótese que en el módulo en (2.1.1), $(u_b - u_a)^2 + (v_b - v_a)^2 \ll (w_b - w_a)^2$]. Esta aproximación, válida para diferentes tipos de balones, entre ellos los balones estratosféricos abiertos, se cumple tanto para el ascenso como para el descenso del balón.

Rescribiendo (2.1.2) obtenemos que:

$$(M_b + C_m M_a) \frac{dw_b}{dz} w_b = M_a \left[(1 + C_m) \frac{\partial w_a}{\partial t} + (w_a + C_m w_b) \frac{\partial w_a}{\partial z} \right] \mp \frac{1}{2} \rho_a C_d A_b (w_b - w_a)^2 - g(M_b - M_a) \quad (2.1.3)$$

donde el signo negativo en el término de arrastre corresponde al ascenso del balón, y el positivo al descenso.

2.2. Aplicación de un método perturbativo

A los efectos de considerar la acción de una onda de gravedad sobre el movimiento del balón, escribiremos las siguientes variables en la forma usual, del valor medio más una perturbación:

$$\begin{aligned}\rho_a &= \overline{\rho_a} + \rho_a' & V &= \overline{V} + V' & w_a &= \overline{w_a} + w_a' \\ w_b &= \overline{w_b} + w_b' & T_a &= \overline{T_a} + T_a'\end{aligned}\tag{2.2.1}$$

donde T_a es la temperatura del aire.

Asumiendo que $\overline{w_a} = 0$ y que $\overline{w_b}$ es aproximadamente constante para este tipo de balones, tanto para el ascenso como para el descenso (de la Torre et al., 1996), reemplazamos (2.2.1) en (2.1.3). Seguidamente, separamos la expresión resultante en los términos correspondientes al orden cero y al primer orden, aplicando consistentemente la aproximación de Boussinesq, es decir, que las variaciones en la densidad sólo serán tomadas en cuenta cuando ellas impliquen un incremento en la fuerza de flotación. De esta forma obtenemos:

Orden cero:

$$\mp \frac{1}{2} \overline{\rho_a} C_d A_b \overline{w_b}^2 - g M_b + g \overline{\rho_a} \overline{V} = 0\tag{2.2.2}$$

y

Orden uno:

$$\left(M_b + C_m \overline{\rho_a} \overline{V} \right) \overline{w_b} \frac{dw_b'}{dz} = C_m \overline{\rho_a} \overline{V} \overline{w_b} \frac{\partial w_a'}{\partial z} \pm \overline{\rho_a} C_d A_b \overline{w_b} (w_a' - w_b') + g (\overline{\rho_a} V' + \rho_a' \overline{V})\tag{2.2.3}$$

Combinando (2.2.2) y (2.2.3) con:

$$\overline{M_a} \equiv \overline{\rho_a} \overline{V}\tag{2.2.4}$$

$$M_a' \equiv \overline{\rho_a} V' + \rho_a' \overline{V}\tag{2.2.5}$$

resulta:

$$\left(M_b + C_m \overline{M_a} \right) \overline{w_b} \frac{dw_b'}{dz} = C_m \overline{M_a} \overline{w_b} \frac{\partial w_a'}{\partial z} + \frac{2g(\overline{M_a} - M_b)}{\overline{w_b}} (w_a' - w_b') + g M_a'\tag{2.2.6}$$

Esta última expresión es válida tanto para el ascenso como para el descenso. El cambio en los límites de integración, las condiciones del balón, y el signo y valor absoluto de $\overline{w_b}$ conducen a distintos resultados numéricos para cada uno de estos dos estados.

Esta ecuación será el núcleo de nuestro problema. Resolverla bajo las condiciones de contorno y las condiciones iniciales adecuadas ocupará el siguiente capítulo de este trabajo.

III. MOVIMIENTO DE UN GLOBO ESTRATOSFÉRICO ABIERTO EN PRESENCIA DE UNA ONDA DE INERCIO-GRAVEDAD

En este capítulo se analiza el movimiento de un globo estratosférico abierto en presencia de una onda de inercio-gravedad, a través de la resolución aproximada de las ecuaciones obtenidas en II. Para ello, será necesario postular diversas hipótesis simplificadoras e introducir las condiciones de contorno adecuadas. Tales hipótesis y simplificaciones se presentan en 3.1. En el apartado 3.2 se definen los dos casos extremos que serán nuestro objeto de estudio en el presente capítulo, denominados de *conductividad perfecta* y de *conductividad nula*. En el primer caso la temperatura del gas reproduce exactamente la temperatura de la atmósfera exterior, mientras que en el segundo el gas experimenta una

evolución de tipo adiabático. En 3.3 se describe matemáticamente una onda de gravedad, supuesta estacionaria y monocromática, tal como se explicó en la Introducción, mientras que en el apartado 3.4 se detallan los valores típicos que se utilizarán en los cálculos subsiguientes.

El caso de conductividad perfecta, en el que se supone que la temperatura interior del balón se “ajusta” instantáneamente a la del aire circundante, se desarrolla en 3.5. En 3.6 vemos un resultado colateral que se obtiene en este caso, consistente en el cálculo de una expresión para el coeficiente de arrastre del balón.

En el apartado 3.7 estudiamos el caso de conductividad nula, que es matemáticamente más complejo que el anterior.

Nuevamente, surge un resultado adicional en nuestro análisis: la obtención del coeficiente de arrastre del balón para el caso adiabático, que se calcula en 3.8. Tal coeficiente experimental, para este caso, una variación con la altura más compleja que la correspondiente al caso de conductividad perfecta.

Finalmente, en 3.9 presentamos algunas conclusiones de este estudio, que servirán además como introducción para el análisis termodinámico a realizarse en el capítulo IV.

3.1. Hipótesis y aproximaciones

Ahora, vamos a buscar las soluciones de (2.2.6) con el propósito de encontrar $w'_b(z)$ para sondeos realizados con balones entre la superficie de la Tierra y la baja estratósfera (alrededor de unos 25 km de altura). Para ello, es necesario conocer previamente los valores de $\overline{M}_a(z)$, $M'_a(z)$ y $w'_a(z)$, lo cual implica además conocer numerosos detalles acerca de la estructura y constitución del balón, la atmósfera y la onda de gravedad. En lo que sigue especificaremos con cuidado tales parámetros.

- a) La posición inicial z_i del balón es igual a 0 para el ascenso y a 25 km para el descenso.
- b) Asumiremos que la presión del gas en el interior del balón es la misma que la del aire, para cualquier altura, por lo que $p_a = p_g = p$, donde el subíndice g , aquí y en lo sucesivo, refiere al gas. Recordando que se trata de un balón abierto (“presión cero”), podrá verse que esta aproximación es excelente cerca de la gran abertura que se encuentra en la parte inferior del balón, donde se hallará, entonces, lo que habíamos denominado *nivel de presión cero*. El cálculo del decrecimiento de la presión atmosférica con la altura revela que la presión en el extremo superior del balón no excede una diferencia del 0.1 % del valor en la atmósfera, fuera del balón y a la misma altura (para un *balón de superpresión*, es decir, para un globo estratosférico cerrado, este valor puede alcanzar un 5%).

- c) Suponemos que tanto el gas en el interior del balón como el aire atmosférico, pueden tomarse como gases ideales, de donde:

$$p = \rho_{a,g} R_{a,g} T_{a,g} \quad (3.1.1)$$

con $R_{a,g} = \frac{R}{W_{a,g}}$, en la que R es la constante universal de los gases ideales y $W_{a,g}$ el peso molecular del aire o del gas. La misma ley se considerará válida para los valores medios $\overline{\rho_{a,g}}$, $\overline{p_{a,g}}$ y $\overline{T_{a,g}}$.

3.2. Los dos casos límite

Para el tipo de balón considerado en el presente trabajo, el máximo valor típico para el volumen es de aproximadamente 12000 m^3 , lo suficientemente grande como para asegurar que no existen pérdidas de gas significativas durante el vuelo, de forma tal que las variaciones de volumen del balón dependen básicamente de la presión y del intercambio de calor a través de la membrana. Debido a que este último dato es usualmente desconocido, vamos primero a considerar dos casos extremos y opuestos, que denominaremos de *conductividad perfecta* y *conductividad nula*, respectivamente. Una situación más general será analizada con detalle en el capítulo IV.

En el primer caso (*conductividad perfecta*), la temperatura del gas reproduce exactamente la temperatura de la atmósfera exterior, es decir, que $T_a = T_g \equiv T$. En el segundo caso (*conductividad nula*), el gas experimenta una evolución de tipo adiabático.

En ambas situaciones trabajaremos con una atmósfera de tipo isotérmico, a cambio de considerar un perfil real, lo que implica desprestigiar variaciones en la temperatura inferiores al 15 % del valor típico considerado. Esta elección, además de simplificar el cálculo y la interpretación de los resultados, es suficiente para revelar las características básicas del movimiento del balón (Alexander et al, 1996).

3.3. La onda de gravedad

Consideraremos una onda estacionaria monocromática, del tipo:

$$w'_a = \beta \text{sen} kz \quad (3.3.1)$$

No se ha incluido explícitamente la parte temporal, pues se asume que para este tipo de ondas la fluctuación de las variables dinámicas en el tiempo es muy pequeña, durante el tiempo de desplazamiento del globo.

Utilizando, como se verá en 3.5, que en la aproximación de Boussinesq las variaciones en la temperatura y la densidad se encuentran en oposición de fase, y empleando un perfil isotérmico para la temperatura de la atmósfera, podemos escribir, a partir de las relaciones de polarización para ondas de gravedad en presencia de disipación (Lindzen, 1990):

$$\rho_a' = \overline{\rho_a} \frac{\zeta}{\left[1 + \left(\frac{a^2}{\omega^2}\right)\right]^{\frac{1}{2}}} \text{sen}(kz + \theta) \quad (3.3.2)$$

con:

$$\zeta = \frac{(\gamma - 1)g}{\gamma \omega R_a \overline{T_a}} \beta \quad (3.3.3)$$

$$\theta = \arctan \frac{\omega}{a} \quad (3.3.4)$$

ecuaciones en las que:

a es un término disipativo para la energía de las ondas de gravedad (Lindzen, 1990), $\gamma = 1.4$ es la relación de calores específicos para el aire.

Un considerable número de estudios teóricos, experimentales y numéricos (p.e., Fritts, 1989; Walterscheid y Schubert, 1990) confirman que existen diversos mecanismos que pueden limitar fuertemente el crecimiento con la altura de la velocidad y amplitud de una onda gravitatoria del tipo considerado. Así, para evitar complicaciones innecesarias en la derivación e interpretación de los resultados, tomaremos el valor de β constante en la región de interés.

Por otra parte, en el Apéndice mostramos que los valores representativos del término de disipación a son uno o dos órdenes de magnitud menores que ω , por lo que podemos considerar $\frac{a}{\omega} \ll 1$. La ecuación (3.3.2) puede entonces reemplazarse por:

$$\rho_a' = \overline{\rho_a} \zeta \cos kz \quad (3.3.5)$$

Podemos observar que las ecuaciones (3.3.1), (3.3.3) y (3.3.5) son exactamente las mismas expresiones que pueden obtenerse a partir de las relaciones de polarización de

Hines (1960), en la que se consideran una atmósfera isotérmica y ondas de gravedad generadas por procesos adiabáticos.

3.4. Valores típicos

Los valores típicos utilizados para hallar las soluciones buscadas se han obtenido a partir de los sondeos realizados durante la Experiencia Ports (de la Torre et al., 1994, 1996, 1997, 1999), realizada por el *French Balloon Programme of the Centre National d'Etudes Spatiales*, consistente en el lanzamiento de cuatro balones cerca de la Cordillera de los Andes (32° S, 68° O), en 1990. En la Tabla N° 1 presentamos una lista de los valores típicos mencionados:

Parámetro	Valor típico
β	10.0 cm s ⁻¹
λ	2.00 km
τ	18 horas
W_a	29.0
W_g	2.02
M_g	Ascenso: 50.0 kg Descenso: 5.0 kg
M_b	Ascenso: 150.0 kg Descenso: 105.0 kg
$\overline{w_b}$	Ascenso: 7.00 m s ⁻¹ Descenso: -3.00 m s ⁻¹

Tabla N° 1.

Valores típicos de los parámetros involucrados en el vuelo de un balón estratosférico abierto

Además, un balón estratosférico abierto es aproximadamente esférico, de donde $C_m = \frac{1}{2}$.

Con los valores dados en la Tabla N° 1, obtenemos:

$$k = 3.14 \times 10^{-3} \text{ m}^{-1}, \text{ y } \omega = 9.70 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}.$$

3.5. El caso de conductividad perfecta

En este caso la temperatura en el gas contenido en el balón reproduce exactamente la temperatura del aire circundante. Combinando esto con las leyes de gas ideal, aplicadas tanto para el gas como para el aire, y considerando que, tratándose de un balón abierto, las presiones del aire y del gas son iguales, obtenemos que:

$$\overline{M_a} = \overline{\rho_a V} = \overline{\rho_a} \frac{M_g}{\rho_g} = M_g \frac{W_a}{W_g} \quad (3.5.1)$$

en la que M_g y $\overline{\rho_g}$, son respectivamente los valores no perturbados de la masa y la densidad del gas. La ecuación (3.5.1) muestra que, en este caso, $\overline{M_a}$ es constante durante el vuelo.

Recordemos además que, en la aproximación de Boussinesq, se considera que las perturbaciones en la presión del aire son de segundo orden. Escribiendo la ley de gas ideal en la forma $p = \rho k T$, en donde k es la constante de Boltzmann, diferenciando y despreciando las variaciones en la presión obtenemos que las variaciones en la temperatura y la densidad del aire se encuentran en oposición de fase, es decir que:

$$\frac{\rho_a'}{\rho_a} = -\frac{T'}{T} \quad (3.5.2)$$

Podemos combinar ambas ecuaciones de gas ideal en la forma:

$$\frac{\rho_a'}{\rho_a} = -\frac{T'}{T} = -\frac{V'}{V} \quad (3.5.2a)$$

lo que, aplicando la ecuación (2.2.5) nos permite ver que, en este caso,

$$M_a' = 0 \quad (3.5.3)$$

Substituyendo las ecuaciones (3.3.1) y (3.5.3) en (2.2.6) resulta:

$$\frac{dw_b'}{dz} + Qw_b' = Q\beta \operatorname{sen} kz + S\beta \cos kz \quad (3.5.4)$$

donde:

$$Q \equiv \frac{2g}{w_b^2} \frac{\overline{M_a} - M_b}{M_b + 0.5\overline{M_a}} \quad (3.5.5)$$

y

$$S \equiv k \frac{0.5\overline{M_a}}{M_b + 0.5\overline{M_a}} \quad (3.5.6)$$

son constantes.

La solución general de (3.5.4) es:

$$w'_b(z) = Fe^{-Q(z-z_s)} + \frac{\beta}{Q^2 + k^2} [(Q^2 + Sk)senkz + Q(S - k)coskz] \quad (3.5.7)$$

en la que se F se calculará a partir de la condición $w'_b(z_s) = 0$ y z_s es una altura de referencia. Los valores de Q , S y F tanto para el ascenso como para el descenso se muestran en la Tabla N° 2, en la que han sido evaluados a partir de los valores típicos descritos en la Tabla N° 1.

Parámetro	Valor
Q	Ascenso: 0.446 m ⁻¹ Descenso: -0.513 m ⁻¹
S	Ascenso: 2.21 x 10 ⁻³ m ⁻¹ Descenso: 8.00 x 10 ⁻⁴ m ⁻¹
F	Ascenso: 0.0209 cm s ⁻¹ Descenso: 0.0456 cm s ⁻¹

Tabla N° 2.
Valores de los parámetros del movimiento en un sondeo típico, para el caso de conductividad térmica perfecta

Observemos que si $F \neq 0$ el término exponencial en la ecuación (3.5.7) refleja el breve transitorio que describe la respuesta del balón al iniciar el movimiento, tanto para el ascenso como para el descenso. El valor de F se vuelve más significativo cuando $kz_s \approx \frac{\pi}{2} + j\pi$, con $j \in Z$. A partir de los valores calculados en la Tabla N° 2, podemos ver que (3.5.7) finalmente se transforma en:

$$w'_b(z) = \beta sen(kz) \quad (3.5.8)$$

Esto significa que el balón reproduce instantáneamente las perturbaciones en la velocidad del aire, tanto para el ascenso como para el descenso. Las perturbaciones en la densidad del aire no producen ningún efecto porque el balón siempre se expande o se contrae de forma tal que las variaciones (tanto en el valor medio como en el término perturbativo) de la densidad del aire, resultan compensadas. Tal como puede observarse en las ecuaciones (3.5.1) y (3.5.3), la masa de aire desplazado permanece constante. Por último, resulta interesante advertir que no es necesario especificar el valor de la temperatura en la atmósfera sin perturbar, a los efectos de la expresión (3.5.8).

3.6. Cálculo del coeficiente de arrastre del balón

Un resultado colateral que se obtiene a partir del análisis precedente consiste en que, para el caso de conductividad perfecta, se deriva una expresión para el coeficiente de arrastre del globo. En efecto, tomando en cuenta la forma esférica del balón, y que la presión y la temperatura en su exterior y en su interior son iguales, recordando las expresiones (2.2.2), (3.1.1) (tanto para el aire como para el gas) y (3.5.1), obtenemos, para los valores calculados de los parámetros:

$$C_d \propto \rho_a^{-\frac{1}{3}}$$

Si bien este resultado no será utilizado en el resto de la presente Tesis, el mismo puede resultar útil en su aplicación a otros problemas.

3.7. El caso de conductividad nula

En este caso, el gas contenido en el balón (usualmente helio o hidrógeno molecular), obedece la ecuación adiabática:

$$\frac{p}{\rho_g^\gamma} = \text{const.} \quad (3.7.1)$$

Recordemos, además, que la condición de equilibrio hidrostático implica que:

$$-\frac{dp}{dz} = \rho_a g \quad (3.7.2)$$

Entonces, diferenciando (3.7.1) con respecto a z , y utilizando (3.7.2) en combinación con la ley de gas ideal, obtenemos:

$$\frac{d\overline{\rho_g}}{\overline{\rho_g}} = -\frac{gz}{\gamma R_a T_a} \quad (3.7.3)$$

Integrando (3.7.3) resulta:

$$\overline{\rho_g} = \rho_{g_0} e^{-\frac{gz}{\gamma R_a T_a}} \quad (3.7.4)$$

en la que ρ_{g_0} es la densidad del gas para $z=0$. Utilizando ahora la condición hidrostática y la ley de gas ideal para el aire, llegamos a una ecuación similar:

$$\overline{\rho_a} = \rho_{a_0} e^{-\frac{gz}{R_a T_a}} \quad (3.7.5)$$

donde ρ_{a_0} es la densidad del aire en $z=0$.

Por otra parte, si consideramos que el gas, antes del lanzamiento, dispone del tiempo suficiente como para poder afirmar que, inicialmente, la temperatura del gas en el interior del balón es igual a la temperatura del aire:

$$\overline{M_a} = \overline{\rho_a \bar{V}} = \overline{\rho_a} \frac{M_g}{\rho_g} = M_{a_0} e^{-\alpha z} \quad (3.7.6)$$

con

$$M_{a_0} = M_g \frac{W_a}{W_g} \quad (3.7.7)$$

y

$$\alpha = \frac{(\gamma - 1)g}{\gamma R_a \overline{T_a}} \quad (3.7.8)$$

De la ecuación (3.7.1) obtenemos que:

$$\frac{p'}{p} = \gamma \frac{\rho'_g}{\rho_g} \quad (3.7.9)$$

y, puesto que p' es de segundo orden (recordar que T'_a y ρ'_a se encuentran en oposición de fase), concluimos que $V'=0$, por lo que:

$$M'_a = \rho'_a \bar{V} = \rho'_a \frac{M_g}{\rho_g} = \overline{\rho_a} \zeta \cos kz \frac{M_g}{\rho_g} = \overline{M_a} \zeta \cos kz \quad (3.7.10)$$

Contrariamente al primer caso, aquí apreciamos que las perturbaciones en la densidad del aire resultan significativas, puesto que las ecuaciones (3.7.7) y (3.7.10) muestran que las variaciones en el volumen no equilibran los cambios en la densidad, por lo que la masa de aire desplazada ahora no resulta constante.

Con ayuda de las expresiones (3.3.1), (3.3.5), (3.7.6) y (3.7.10), la ecuación (2.2.6) puede ahora escribirse en la siguiente forma:

$$\frac{dw'_b}{dz} + \frac{2g}{w_b^2} \frac{M_{a_0} e^{-\alpha z} - M_b}{0.5(M_{a_0} e^{-\alpha z}) + M_b} w'_b = \frac{2g\beta}{w_b^2} \frac{M_{a_0} e^{-\alpha z} - M_b}{0.5(M_{a_0} e^{-\alpha z}) + M_b} \text{sen } kz + \left(\frac{g\zeta}{w_b} + \frac{k\beta}{2} \right) \frac{M_{a_0} e^{-\alpha z}}{0.5(M_{a_0} e^{-\alpha z}) + M_b} \cos kz \quad (3.7.11)$$

cuya integral general es:

$$w'_b(z) = \left\{ \int_{z_s}^z \frac{\left[\varepsilon\beta(2N_1 e^{-\alpha z} - N_2) \text{sen } kz + (\varepsilon \overline{w_b} \zeta + k\beta) N_1 e^{-\alpha z} \cos kz \right]}{(N_1 e^{-\alpha z} + N_2)^{\left(\frac{3\varepsilon}{\alpha}\right)+1}} e^{-\varepsilon z} dz + \right. \\ \left. + G \frac{e^{-\varepsilon z_s}}{(N_1 e^{-\alpha z_s} + N_2)^{\frac{3\varepsilon}{\alpha}}} \right\} e^{\varepsilon z} (N_1 e^{-\alpha z_s} + N_2)^{\frac{3\varepsilon}{\alpha}} \quad (3.7.12)$$

con:

$$\varepsilon \equiv \frac{2g}{w_b^2} \quad (3.7.13)$$

$$N_1 \equiv \frac{0.5M_{a_0}}{0.5M_{a_0} + M_b} \quad (3.7.14)$$

$$N_2 \equiv \frac{M_b}{0.5M_{a_0} + M_b} \quad (3.7.15)$$

Obsérvese que $N_1 + N_2 = 1$ y que ambos términos se han definido en la forma de parámetros adimensionales, a los efectos de no arrastrar innecesariamente la unidad de masa en las ecuaciones subsiguientes.

La ecuación (3.7.12) no tiene una solución analítica general. Sin embargo, podemos observar que la solución homogénea de la ecuación (3.7.11), que llamaremos w'_{b_H} , viene dada por el último término de (3.7.12), o sea:

$$w'_{b_H}(z) = G e^{\varepsilon(z-z_s)} \left(\frac{N_1 e^{-\alpha z} + N_2}{N_1 e^{-\alpha z_s} + N_2} \right)^{\frac{3\varepsilon}{\alpha}} \quad (3.7.16)$$

en la que G se obtiene a partir de la condición $w'_b(z_s) = 0$.³

Para clarificar el significado de la ecuación (3.7.11), y obtener como solución de la misma una expresión más satisfactoria que (3.7.12), notemos que, en el caso en que (3.7.11) fuese de la forma:

$$\frac{dw'_z}{dz} + L_1 w'_b = L_2 \text{sen} kz + L_3 \text{cos} kz \quad (3.7.17)$$

con L_1, L_2 y L_3 constantes, entonces podríamos hallar una solución particular w'_{b_p} del tipo:

$$w'_{b_p}(z) = A \text{sen}(kz + \varphi) \quad (3.7.18)$$

con:

$$A = \left(\frac{L_2^2 + L_3^2}{L_1^2 + k^2} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.7.19)$$

$$\varphi = \arctan \left(\frac{L_1 L_3 - k L_2}{L_1 L_2 + k L_3} \right) \quad (3.7.20)$$

La idea es encontrar expresiones equivalentes a (3.7.17), (3.7.18), (3.7.19) y (3.7.20), las que pueden hallarse planteando una fase φ y una amplitud A levemente dependientes de z . Es decir, se postulará una solución particular del tipo:

$$w'_{b_p}(z) = A(z) \text{sen}(kz + \varphi(z)) \quad (3.7.21)$$

De aquí resulta:

$$A(z) = \left[\frac{\beta^2 \left(\frac{2N_1 e^{-\alpha z} - N_2}{N_1 e^{-\alpha z} + N_2} \right)^2 + \left(\frac{-w_b \zeta + k\beta}{\varepsilon} \right)^2 \left(\frac{N_1 e^{-\alpha z}}{N_1 e^{-\alpha z} + N_2} \right)^2}{\left(\frac{2N_1 e^{-\alpha z} - N_2}{N_1 e^{-\alpha z} + N_2} \right)^2 + \left(\frac{k}{\varepsilon} \right)^2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3.7.22)$$

³ Obsérvese que, para evitar inconsistencias, debemos tener presente que el comportamiento físico real del globo viene descrito por la solución completa de (3.7.12), y no sólo por la solución homogénea.

y

$$\varphi(z) = \arctan \left[\frac{\left(\overline{w_b \zeta} + \frac{k\beta}{\varepsilon} \right) \frac{N_1 e^{-\alpha z} (2N_1 e^{-\alpha z} - N_2)}{(N_1 e^{-\alpha z} + N_2)} - \frac{k\beta}{\varepsilon} (2N_1 e^{-\alpha z} - N_2)}{\beta \frac{(2N_1 e^{-\alpha z} - N_2)^2}{(N_1 e^{-\alpha z} + N_2)} + \frac{k}{\varepsilon} \left(\overline{w_b \zeta} + \frac{k\beta}{\varepsilon} \right) N_1 e^{-\alpha z}} \right] \quad (3.7.23)$$

De acuerdo con las condiciones consideradas en el presente caso, $k \ll \varepsilon$, y resulta entonces que:

$$A(z) = \left[\beta^2 + \left(\overline{w_b \zeta} \right)^2 \left(\frac{N_1 e^{-\alpha z}}{2N_1 e^{-\alpha z} - N_2} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3.7.24)$$

y

$$\varphi(z) = \arctan \left[\frac{\overline{w_b \zeta} N_1 e^{-\alpha z}}{\beta (2N_1 e^{-\alpha z} - N_2)} \right] \quad (3.7.25)$$

Los valores de los parámetros para el ascenso y el descenso, calculados utilizando los datos de la Tabla N° 1, se muestran en la Tabla N° 3. Para dicho cálculo, se ha considerado una atmósfera isotérmica tal que $\overline{T_a} = 250K$.

Parámetro	Valor
ζ	0.0400
α	$3.90 \times 10^{-5} \text{ m}^{-1}$
ε	Ascenso: 0.400 m^{-1} Descenso: 2.18 m^{-1}
N_1	Ascenso: 0.705 Descenso: 0.255

N_2	Ascenso: 0.295 Descenso: 0.745
G	Ascenso: -17.7 cm s⁻¹ Descenso: 2.09 cm s⁻¹

Tabla N° 3.
Parámetros calculados para un sondeo típico, en el caso de conductividad nula

Una breve respuesta transitoria ocurre en el caso en que $G \neq 0$. En nuestro ejemplo, $\varphi(z_s)$ no se encuentra en la proximidad de 0° , por lo que el valor de G resulta más significativo que el valor de F en el primer caso. Sin embargo, la contribución del término homogéneo es nuevamente despreciable.

El caso de conductividad nula no es de interpretación tan directa como el de conductividad perfecta, por lo que realizaremos algunas reflexiones acerca del mismo.

Para $\varphi = 0^\circ$ no hay diferencia de fase con la velocidad de la onda, y para $\varphi = 90^\circ$ el balón sigue las oscilaciones en la densidad del aire. La ecuación (3.7.25) muestra que el apartamiento de φ de 0° se incrementa, tal como podría esperarse, con los valores elevados de ζ y pequeños de β . Observemos que tanto N_1 como N_2 juegan un importante rol en el valor que adquiere $\overline{w_b}$, por lo que no podemos obtener ninguna conclusión acerca de los mismos, a menos que se dispusiese de una curva experimental que mostrase cómo estos tres valores se encuentran relacionados.

A partir de la ecuación (3.7.24) podemos ver que, debido a las oscilaciones en la densidad, la respuesta del balón es siempre mayor que la amplitud en la velocidad de la onda, pero nuevamente no podemos realizar ninguna discusión acerca de la relación existente entre N_1 , N_2 y $\overline{w_b}$.

En las Figuras N°4 y N°5 se muestran, respectivamente, la respuesta del balón durante el ascenso y el descenso, de acuerdo con las ecuaciones (3.7.21), (3.7.24) y (3.7.25), incluyendo, como referencia, la perturbación en la velocidad vertical del aire y las oscilaciones en la densidad.

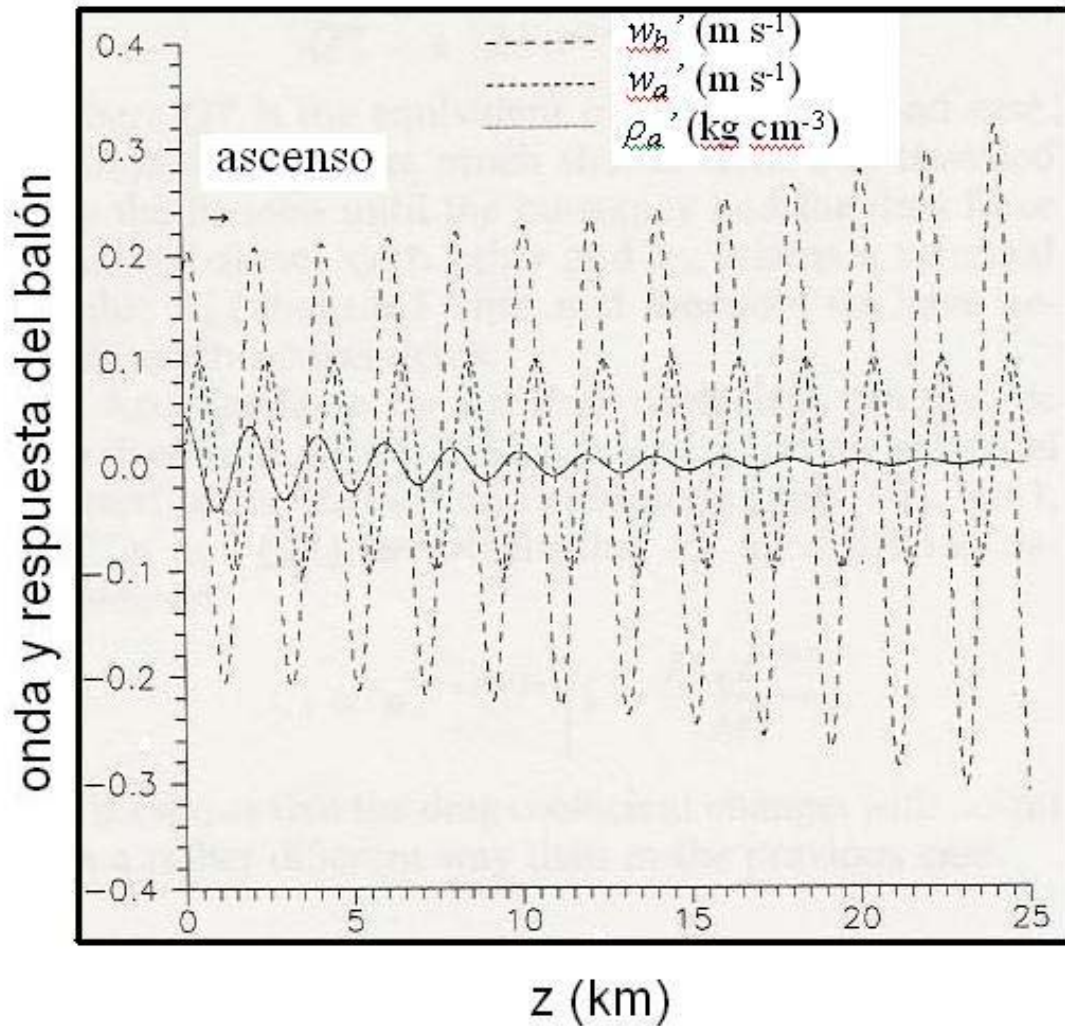


Figura N° 4

La perturbación en la velocidad vertical del balón durante el ascenso, comparada con las correspondientes oscilaciones, en velocidad y densidad, del aire

Aquí podemos observar diferencias considerables con el primer caso, porque las variaciones en la fuerza de flotación afectan drásticamente la respuesta del balón. La variación de la amplitud y la fase con la altura tanto durante el ascenso como durante el descenso, resultan evidentes.

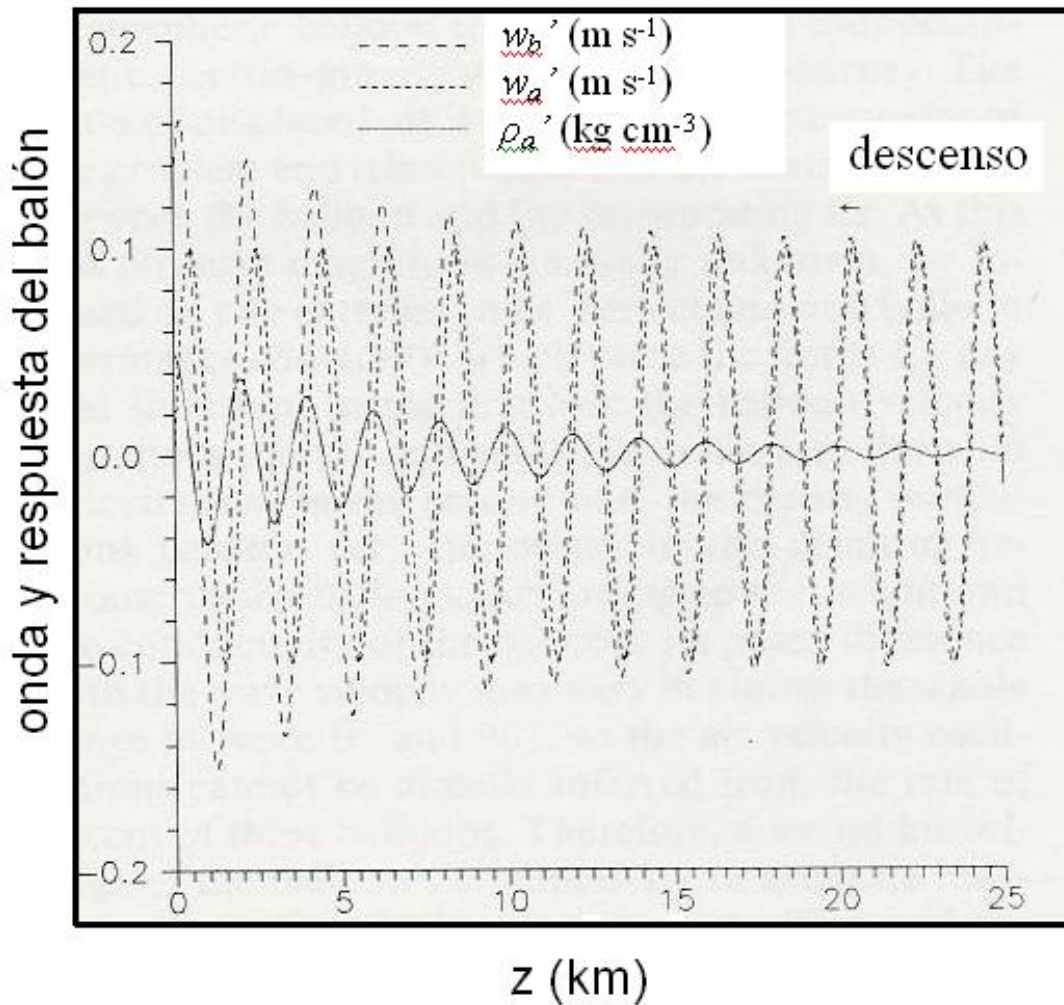


Figura N° 5
La perturbación en la velocidad vertical del balón durante el descenso, comparada con las correspondientes oscilaciones, en velocidad y densidad, del aire

Puede verse que la evolución de la respuesta es similar en ambos estados, y no opuesta, como cabría esperar. En las Figuras N°6 y N°7, hemos representado la amplitud y la fase de la respuesta del balón para ambos estados.

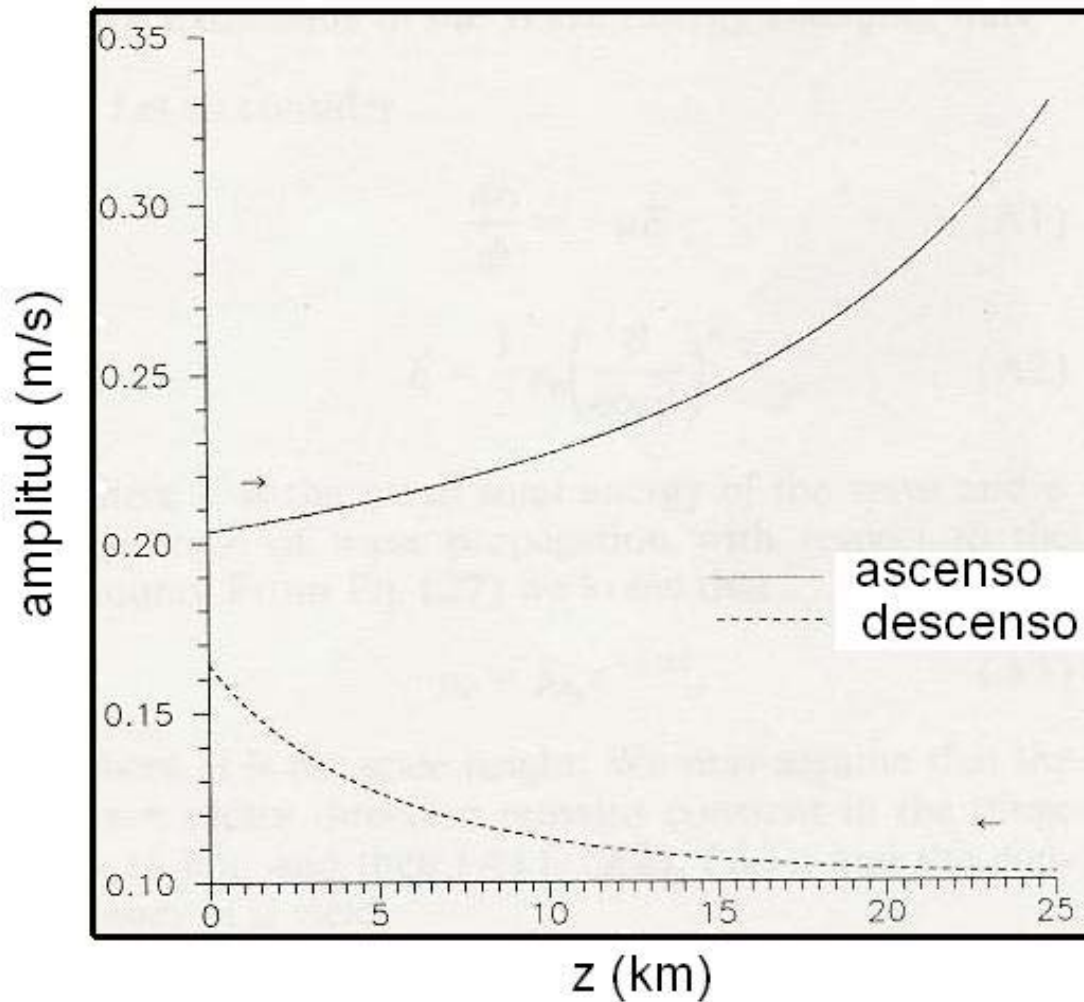


Figura N° 6.
La amplitud de la perturbación en la velocidad vertical del balón tanto para el ascenso como para el descenso

En estos gráficos podemos observar que los dos parámetros son siempre funciones crecientes del tiempo y que la variación de φ es mayor para el descenso que para el ascenso.

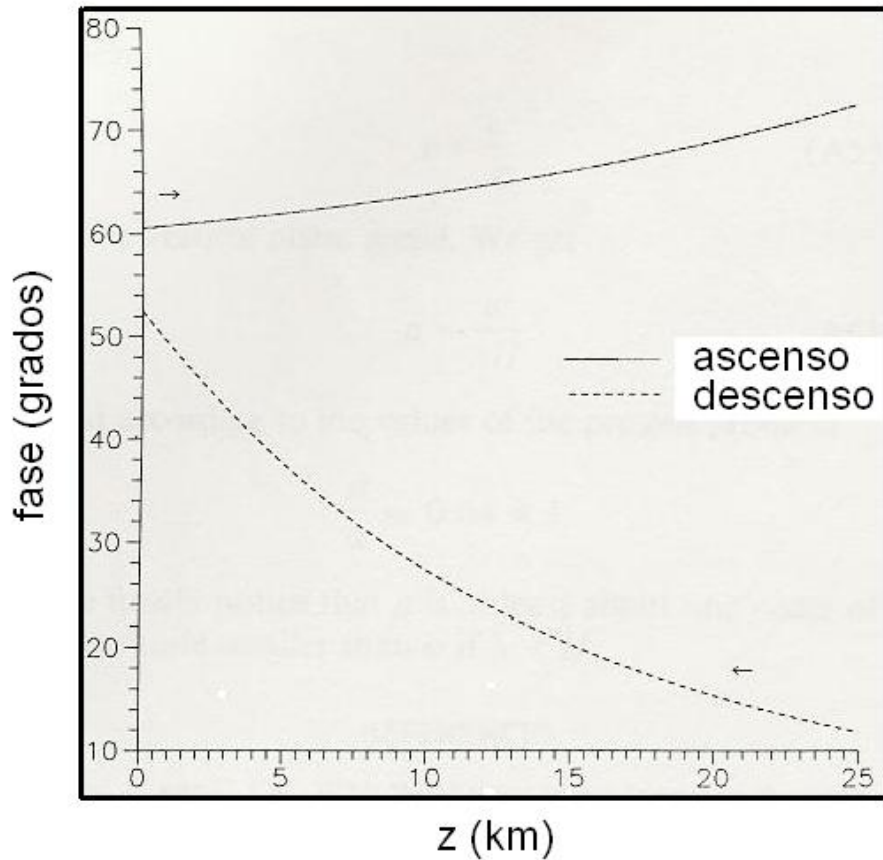


Figura N° 7.

La fase de la velocidad vertical del balón, tanto para el ascenso como para el descenso

Un primer análisis podría indicar que estos hechos son contradictorios porque para oscilaciones en la densidad del aire decrecientes con la altura cabría esperar que tanto la amplitud como la fase se reduzcan durante el ascenso y varíen en sentido contrario durante el descenso. También es interesante observar que A es mucho mayor que β .

La guía para comprender estos puntos, se encuentra en el factor

$$\frac{N_1 e^{-\alpha z}}{2N_1 e^{-\alpha z} - N_2} = \frac{0.5 \overline{M_a}}{\overline{M_a} - M_b} \quad (3.7.26)$$

porque para la parte final de ambos estados $\overline{M_a} \rightarrow M_b$. Sin embargo, A y φ , en las ecuaciones (3.7.24) y (3.7.25), no crecen exageradamente para $\overline{M_a} = M_b$, porque en tal caso, si consideramos las ecuaciones (3.7.22) y (3.7.23), los términos que contienen el

factor $\frac{k}{\varepsilon}$, resultan significativos comparados con aquéllos que no lo poseen. También debe tomarse en cuenta que el método perturbativo que hemos aplicado puede fallar cuando w'_b es del mismo orden o mayor que \overline{w}_b . La razón por la que $\overline{M}_a \rightarrow M_b$ tiene un efecto importante sobre los términos vinculados con la densidad pero no sobre los vinculados con la velocidad, se torna clara en (3.7.11). Allí el segundo término del miembro izquierdo puede interpretarse como debido a una fuerza de fricción, pero el miembro derecho se puede considerar como una fuerza oscilatoria. El término friccional, que incluye a w'_b , tiende a 0 para $\overline{M}_a \rightarrow M_b$, en la misma forma en que lo hace el primer término del miembro derecho, que está relacionado con w'_a . Ambas expresiones contienen el mismo factor con \overline{M}_a y M_b porque el término de arrastre actúa sobre la velocidad relativa. Sin embargo, el término relacionado con la densidad en aquella ecuación no tiende a 0 porque es proporcional a \overline{M}_a . Entonces, cuando el balón se encuentra al final de uno de los dos estados y \overline{M}_a se aproxima a M_b , el efecto de disipación sobre el arrastre se reduce, y se observan oscilaciones significativas causadas por las variaciones de densidad.

Si observamos que $Q \rightarrow 0$ cuando $\overline{M}_a \rightarrow M_b$, algunos de los argumentos anteriores pueden ser aplicados para el caso de conductividad perfecta en la ecuación (3.5.4), aunque en tal caso no existen efectos en la densidad.

Una de las causas en la dificultad para encontrar una solución exacta al presente problema consiste en la interacción entre tres escalas espaciales muy diferentes. El parámetro $\frac{1}{\alpha}$ define una escala termodinámica atmosférica, $\frac{2\pi}{k}$ una distancia típica para la onda y $\frac{1}{\varepsilon}$ toma parte en la definición de una escala cinemática de los transitorios que aparecen después de la partida, cuando el balón pasa desde el estado inicial hasta las oscilaciones impuestas por la onda.

Observemos además que la distancia típica $\frac{1}{\varepsilon}$ no aparece en las ecuaciones (3.7.24) y (3.7.25), las que describen $A(z)$ y $\varphi(z)$. Para el primer caso la escala cinemática viene dada por:

$$\frac{1}{Q} = \frac{1}{\varepsilon} \frac{1}{|2N_1 - N_2|} \quad (3.7.27)$$

y en el segundo, a partir de la ecuación (3.7.11):

$$\frac{1}{Q^*} = \frac{1}{\varepsilon} \frac{N_1 e^{-\alpha z_s} + N_2}{|2N_1 e^{-\alpha z_s} - N_2|} \quad (3.7.28)$$

donde Q^* es el equivalente de Q para el segundo caso.

Estas distancias son mucho más reducidas que la distancia recorrida por el balón hasta que la fuerza de flotación y la fuerza de arrastre se encuentren próximas a equilibrarse entre sí y w_b se acerque a su valor final $\overline{w_b}$ (aproximadamente a los 0.5 km), de forma tal que puedan despreciarse todos los transitorios.

3.8. Cálculo del coeficiente de arrastre

El análisis del caso de conductividad nula permite obtener también un resultado colateral, consistente en la derivación de una expresión para el coeficiente de arrastre. Considerando un balón de forma esférica, a partir de las ecuaciones (2.2.2), (3.7.4), (3.7.5) y (3.7.6), obtenemos, para los parámetros establecidos:

$$C_d \propto \rho_a^{-1+\frac{2}{3\gamma}} \left| 1 - \frac{M_{a_0} e^{-\alpha z}}{M_b} \right|$$

Puede verse entonces que el coeficiente de arrastre cambia con la altura en forma diferente a la del primer caso.

IV. RELACIÓN ENTRE LA CONDUCTIVIDAD TÉRMICA SUPERFICIAL Y EL ÍNDICE POLITRÓPICO DEL GAS EN UN BALÓN ESTRATOSFÉRICO ABIERTO

En este capítulo analizamos las propiedades termodinámicas de un balón estratosférico abierto en una situación real, lo cual es fundamental para determinar el movimiento del globo en dirección vertical. Nuestro objetivo final es poder resolver el movimiento del

balón para un caso intermedio, tarea que, en el capítulo precedente, se efectuó para dos casos extremos. En 4.1, efectuamos una introducción a los conceptos termodinámicos vinculados al comportamiento de un balón estratosférico abierto; específicamente, a las formas posibles de intercambio térmico entre éste y la atmósfera circundante. En 4.2 realizamos algunas consideraciones preliminares, obtenidas mediante una primera extensión de los resultados hallados para los casos extremos a un caso intermedio, mientras que en 4.3 se considera la relación entre la conductividad térmica superficial del balón y la evolución, considerada politrópica, del gas en su interior. Los resultados obtenidos se aplican a dos situaciones atmosféricas, diferenciadas por el perfil de temperatura utilizado: una atmósfera isotérmica y un perfil de temperatura decreciente con la altura en forma lineal. En 4.4 se aplican los resultados obtenidos al análisis de un caso experimental, correspondiente al vuelo de un globo estratosférico abierto en la Provincia de Mendoza, Argentina, durante 1990.

4.1. Intercambio térmico entre el balón y la atmósfera circundante

Usualmente, existe algún gradiente de temperatura entre el gas contenido en el interior del balón y la atmósfera circundante, de forma tal que se produce un cierto intercambio de calor entre ambos. Esto se debe a que las modificaciones en el volumen del balón (expansiones o contracciones) alteran la temperatura del gas, el que además presenta una cierta reluctancia a alcanzar el equilibrio térmico con el aire circundante. Aunque en menor medida, la radiación solar también afecta, directa o indirectamente, la temperatura del gas, produciendo pequeñas variaciones que pueden tener algún efecto sobre el movimiento vertical del balón. La convección, la conducción y la radiación deben ser incluidos en un estudio del comportamiento termodinámico de un globo estratosférico, con distintos grados de incidencia de acuerdo con cada tipo de balón. En este sentido, las predicciones cuantitativas han probado ser de gran complejidad y, particularmente, es difícil establecer el grado de influencia de cada uno de los tres mecanismos de intercambio térmico previamente mencionados (Raqué, 1993 y 1999). Sin embargo, Raqué, *op. cit.*, ha sugerido un esquema relativamente simple mediante el cual se pueden obtener algunas conclusiones importantes.

En primer lugar, se supone que el gas contenido en el globo es He, que es transparente a la radiación. La misma propiedad se supone para la membrana superficial del globo, por lo que los efectos radiativos pueden despreciarse⁴. Seguidamente, este esquema plantea que la evolución del volumen de un balón estratosférico abierto en vuelo depende de la relación entre la masa y la densidad del gas contenido en el globo. La densidad, a su vez, queda determinada por la presión⁵ y la temperatura.

⁴ Efectos que, en cualquier caso, son pequeños.

⁵ Recordemos que la presión era aproximadamente uniforme a lo largo del eje vertical del balón e igual a la presión del aire en la interfase formada por la abertura en la parte inferior del globo.

Esta última magnitud, si despreciamos los efectos producidos por la radiación solar, está determinada esencialmente por el intercambio de calor entre el globo y la atmósfera circundante. Tal intercambio puede ser modelizado, por ejemplo, en la forma de un proceso politrópico, es decir, un mecanismo termodinámico para el cual el calor específico C de un gas ideal permanece constante, y que está caracterizado por un índice particular, n . Este índice se define en la forma:

$$n = \frac{C - C_p}{C - C_v}$$

donde C_v y C_p son el calor específico a volumen y presión constante respectivamente. Los procesos adiabáticos e isotérmicos⁶ son casos particulares del comportamiento politrópico, en donde $n = \gamma$ y $n = 1$, respectivamente (Sears, 1953), tal como se muestra en la Figura N° 8.

Como el transporte térmico ocurre principalmente a través de la membrana superficial del balón, debe existir una relación entre la conductividad térmica de la misma y el índice politrópico apropiado para describir el comportamiento del gas. En este capítulo, por lo tanto, exploraremos cómo es posible relacionar ambas magnitudes.

4.2.Consideraciones preliminares

La ecuación (3.7.1) puede ser extendida al caso politrópico simplemente reemplazando γ por n . El caso de conductividad nula corresponde a $n = \frac{5}{3}$, el de conductividad perfecta a $n = 1$; un caso intermedio implicará, por ejemplo, $n = \frac{4}{3}$.

En la Figura N° 9 representamos gráficamente la respuesta del balón para los tres casos y los parámetros particulares propuestos en la Tabla N° 3. Puede apreciarse que la diferencia de fase entre las curvas no varía apreciablemente con la altura o con el índice politrópico. En los tres casos la densidad se retrasa con respecto a la perturbación en el movimiento del balón aproximadamente en 20°, y en unos 70° con respecto a la velocidad vertical del viento. La localización del pico para el balón en un intervalo de 90° entre los correspondientes a las dos variables consideradas, podría modificarse si se utilizan en la simulación parámetros distintos a los empleados en el presente trabajo.

Como ya habíamos advertido en el capítulo III, es llamativo el incremento de la respuesta del balón con la altura, observable para el caso adiabático. Como era de esperar, en la situación intermedia la respuesta del balón se sitúa entre las correspondientes a los dos

⁶ Isotérmicos en el sentido de conductividad perfecta, o sea, de igualdad perfecta entre la temperatura del balón y la de la atmósfera circundante.

casos extremos. En lo que sigue, entonces, vamos a modelizar tal respuesta, efectuando las consideraciones termodinámicas necesarias.

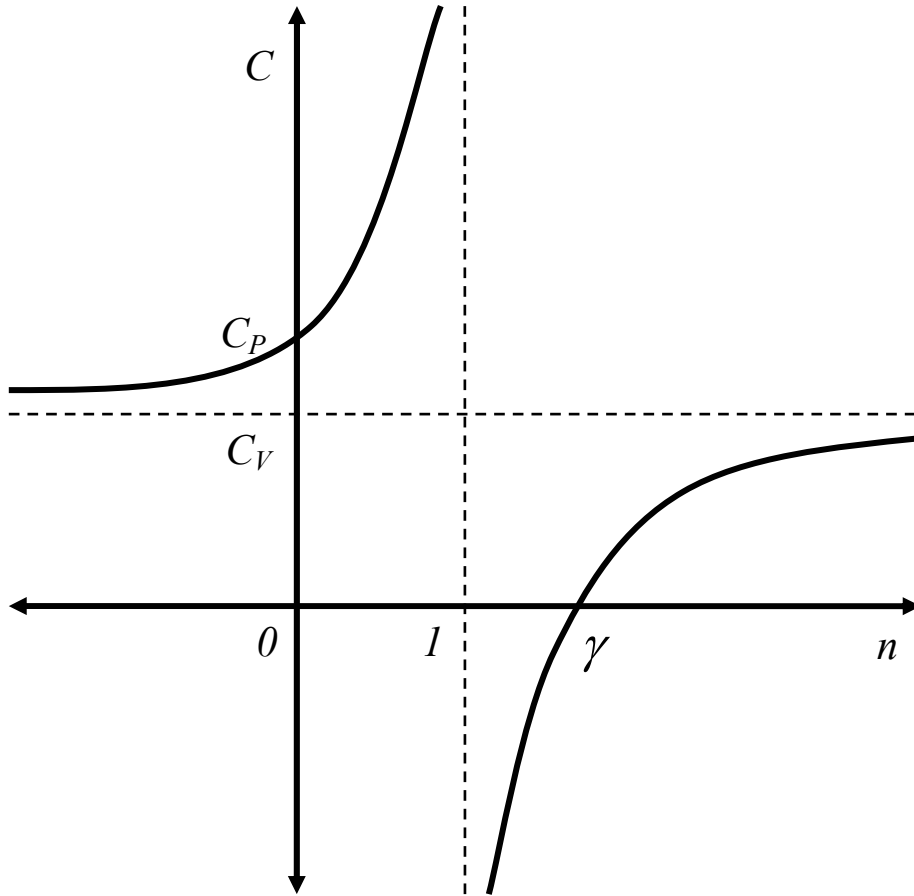


Figura N° 8.
Dependencia de la capacidad calorífica de un gas ideal con el índice politrópico

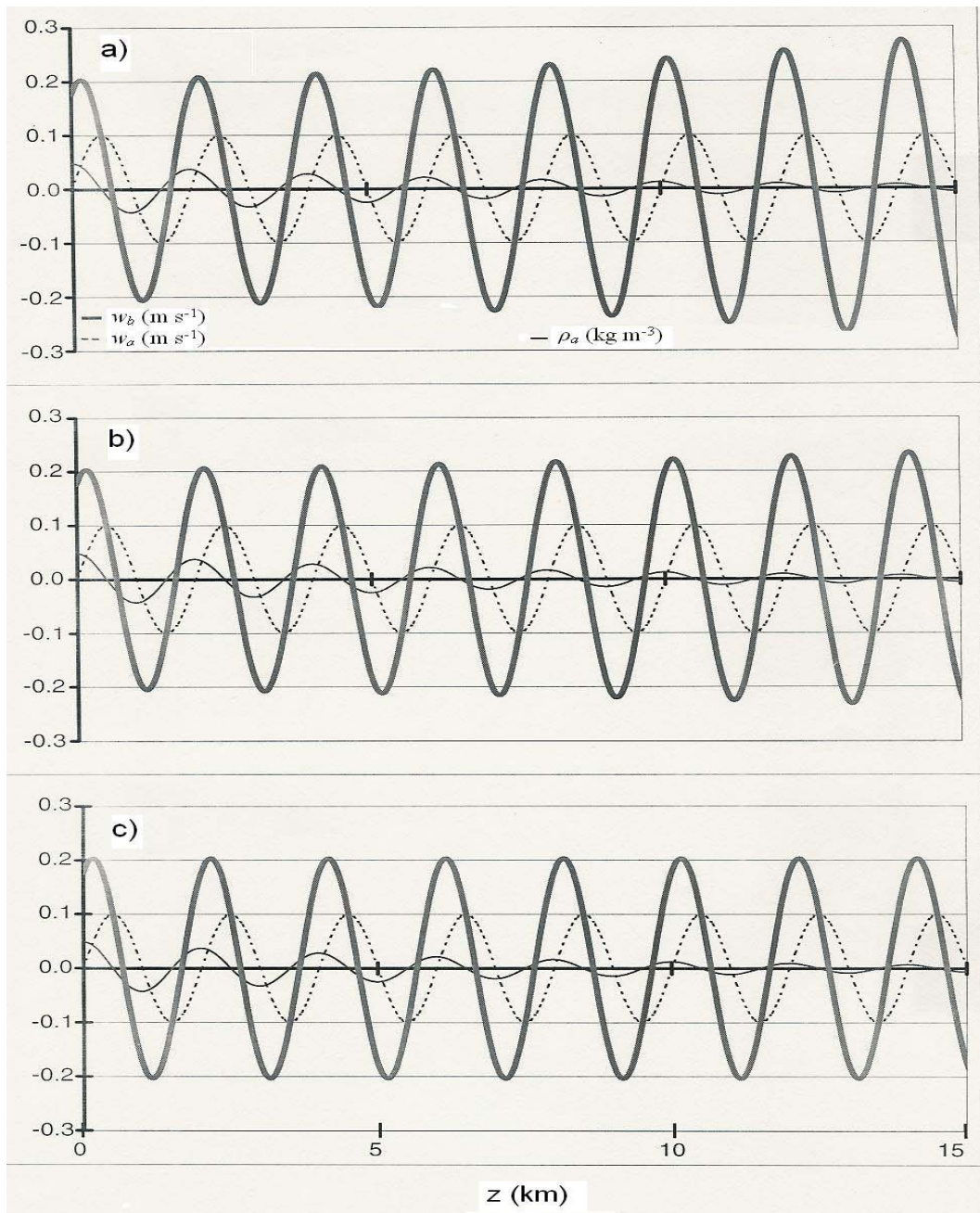


Figura N° 9.

Fluctuaciones en la velocidad vertical de un balón estratosférico abierto lleno con He, para los casos de a) conductividad nula ($n = \frac{5}{3}$), b) intermedia ($n = \frac{4}{3}$) y c) perfecta ($n = 1$). Como referencia, se incluyen también las oscilaciones en la densidad y la velocidad del aire.

4.3. Conductividad térmica en superficie y evolución politrópica del gas

Al igual que en el Capítulo III, asumiremos consistentemente que un balón estratosférico abierto puede asemejarse a una esfera, con una burbuja de gas en su interior. Las variables termodinámicas del aire circundante y del gas en el interior del balón pueden no ser completamente uniformes a través de la totalidad del balón; sin embargo, es una muy buena aproximación trabajar con un único valor representativo de las mismas. Además, supondremos que en la interfase entre el aire y el gas las presiones de ambos se igualan. Finalmente, asumiremos que dicho gas es helio o hidrógeno molecular⁷.

Un balón estratosférico abierto puede concebirse como un sistema termodinámico en el cual el gas⁸ se encuentra separado de la atmósfera circundante (considerada como una fuente térmica⁹) por una superficie muy delgada de conductividad térmica K . El gas puede ser tomado como ideal. En lo que sigue, asumiremos que el sistema efectúa una evolución politrópica.

El primer principio de la termodinámica,

$$dU = \delta Q - \delta W \quad (4.3.1)$$

establece la relación entre la variación de la energía interna del gas durante el ascenso del balón dU , el calor absorbido δQ y el trabajo realizado por el gas durante la expansión δW .

En una evolución politrópica, (4.3.1) puede escribirse como

$$NC_v(T_f - T_i) = NC(T_f - T_i) - \frac{P_i V_i}{n-1} \left[1 - \left(\frac{V_f}{V_i} \right)^{1-n} \right] \quad (4.3.2)$$

donde N , C , C_v , T , P , V y n son respectivamente, el número de moles del gas, el calor específico molar, el calor específico molar a volumen constante, la temperatura del gas, la presión atmosférica (igual a la presión del gas), el volumen del balón (y del gas en su interior) y el índice politrópico. Los subíndices i y f indican los estados inicial y final de la evolución del gas¹⁰. Vamos a considerar una evolución politrópica arbitraria con n

⁷ En general, tiende a preferirse el primero de estos gases, debido a algunas ventajas importantes, por ejemplo, la de no ser inflamable.

⁸ El término en inglés es “lifting gas”, refiriéndose al hecho de que el gas es responsable del movimiento ascensional del globo.

⁹ Es decir, como un sistema que puede intercambiar calor sin modificar apreciablemente su temperatura.

¹⁰ Si bien algunas de estas variables ya habían sido definidas en los capítulos anteriores consideramos que, por razones de claridad, tal como ya procedimos en otros capítulos, era conveniente indicar nuevamente el significado de todas ellas.

entre 1 y γ , es decir, entre los casos de conductividad térmica perfecta y nula respectivamente. En este rango, el valor de C es menor o igual que cero.

Para un proceso politrópico en un gas ideal se cumple la siguiente relación (p.e., Yavorski y Detlaf, 1972):

$$\frac{\delta W}{\delta Q} = \frac{\gamma - 1}{\gamma - n} > 1 \quad (4.3.3)$$

de donde:

$$|\delta W| > |\delta Q| \quad (4.3.4)$$

Por otra parte, en el miembro derecho de (4.3.2) podemos observar que:

$$\delta Q > 0 \quad \delta W > 0 \quad (4.3.5)$$

por lo tanto $dU < 0$ (4.3.6).

Esto es consistente con el signo de la energía interna en el miembro izquierdo de (4.3.2), si recordamos que T_f es menor que T_i y que C_v es mayor que cero (de la Torre et al, 2003).

Ahora, consideraremos que la totalidad del calor δQ absorbido por el gas durante el ascenso penetra uniformemente a través de la membrana del balón. De acuerdo con la ley de Fourier de conducción del calor $F = -K\nabla T$, con F el flujo de calor a través de la superficie considerada, podemos, integrando en el tiempo t para una superficie S , calcular que:

$$\delta Q = - \int_i^f \int_s K \frac{dT}{dr} dS dt \quad (4.3.7)$$

donde r es la coordenada radial medida desde el centro de la superficie esférica del balón, dS es el elemento diferencial de superficie y dt el diferencial de tiempo. El factor $\frac{dT}{dr}$ puede escribirse como $\frac{(T - \tau)}{\Delta r}$, con τ la temperatura de la atmósfera y Δr el espesor de la membrana del balón. Obsérvese que esto es equivalente a efectuar un desarrollo en serie de Taylor para T cerca de τ , despreciando las derivadas de orden superior a la primera. Pequeños apartamientos de T respecto de τ implican necesariamente considerar un intervalo de tiempo pequeño. Sin embargo, esto no representa un perjuicio para los aspectos prácticos del método, porque el índice politrópico calculado para un Δt pequeño es aplicable en cualquier etapa del movimiento.

En lo que sigue, asumiremos además que K es constante; T y τ , por lo tanto, serán las temperaturas en el interior y el exterior del balón respectivamente. Así, podemos escribir (4.3.7) en la forma:

$$\delta Q = 4\pi K \int_i^f R^2 \frac{(T - \tau)}{\Delta r} dt \quad (4.3.8)$$

con R el radio del balón.

Vamos ahora a calcular la variación temporal de T y R durante el ascenso. A partir de las relaciones politrópicas, se tiene que:

$$PT^{\frac{n}{1-n}} = const \quad PV^n = const \quad (4.3.9)$$

Ambas constantes, por supuesto, son diferentes, y se obtienen a partir de las condiciones iniciales.

Considerando, como es habitual en física de la atmósfera, la coordenada vertical z del sistema de referencia como el logaritmo de la presión (ver, por ejemplo, Holton, 1979),

en el que se escribe como $z = -H \ln\left(\frac{P}{P_0}\right)$, obtenemos que:

$$\bar{w}_b = \frac{dz_b}{dt} = \frac{d}{dt} \left[-H \ln\left(\frac{P}{P_0}\right) \right] \quad (4.3.10)$$

donde z_b , P_0 y H son respectivamente la posición vertical media del balón, el nivel inicial de presión y la escala de altura de la atmósfera. La velocidad vertical media del balón se ha supuesto nuevamente constante.

Reemplazando (4.3.10) para la presión en (4.3.9) obtenemos:

$$T = T_i \exp\left[\frac{\bar{w}_b (1-n)}{H} t \right] \quad V = V_i \exp\left(\frac{\bar{w}_b}{Hn} t \right) \quad (4.3.11)$$

Además:

$$R = \left(\frac{3}{4\pi} V \right)^{\frac{1}{3}} \quad (4.3.12)$$

Para resolver (4.3.12) y obtener una relación entre K y n vamos a considerar dos casos diferentes:

- a) *un perfil uniforme de temperatura y,*
 b) *un perfil de temperatura decreciente linealmente con la altura*¹¹.

En ambos casos, consideraremos que la densidad superficial del balón es constante y evaluaremos la evolución del espesor de la membrana, Δr . Consideraremos que la membrana del balón presenta un radio interior R y exterior $R + \Delta r$.

Ahora, igualando el volumen total ocupado por la membrana en el comienzo del vuelo y en un instante t cualquiera, obtenemos:

$$\Delta r = \left[(R_i + \Delta r_i)^3 - R_i^3 + R^3 \right]^{\frac{1}{3}} - R \quad (4.3.13)$$

A los efectos de volver (4.3.8) integrable, notemos que la expresión (4.3.13) puede reducirse si utilizamos el hecho que el factor Δr es mucho menor que R . Reemplazando (4.3.11) y (4.3.12) en (4.3.13) y aplicando un desarrollo en serie de Taylor en torno a $\Delta r = 0$, (4.3.13) se simplifica adoptando la siguiente forma:

$$\Delta r \approx \Delta r_i \exp(-\Phi t) \quad (4.3.14)$$

$$\text{con } \Phi = \frac{2w_b}{3nH}.$$

Vamos a ilustrar lo anterior aplicándolo a dos situaciones diferentes, determinadas por el perfil de temperatura empleado, es decir, consideraremos un balón abierto ascendiendo, primero en una atmósfera de temperatura constante y luego en un perfil de temperatura decreciente linealmente con la altura.

4.3.1. Atmósfera con perfil de temperatura uniforme

En este caso $\tau = \tau_i$ y (4.3.8) puede escribirse como:

$$\delta Q = \frac{K}{\Delta r_i} E \int_0^t \{ \exp[(\Psi + 2\Phi)t] - \exp(2\Phi t) \} dt \quad (4.3.15)$$

donde:

¹¹ Este análisis, por lo tanto, es más completo que el realizado en el Capítulo III, donde, además de trabajar con los casos extremos, se consideraba exclusivamente un perfil constante de temperatura.

$$E = 4\pi\tau_i \left(\frac{3V_i}{4\pi} \right)^{\frac{2}{3}} \quad \Psi = \left(\frac{w_b}{H} \right) \left(\frac{1-n}{n} \right)$$

La integral resulta:

$$\delta Q = \frac{K}{\Delta r_i} E \left\langle \frac{1}{2\Phi} [\exp(2\Phi t) - 1] - \frac{1}{\Psi + 2\Phi} [\exp[(\Psi + 2\Phi)t] - 1] \right\rangle \quad (4.3.16)$$

La relación entre K y n se obtiene a través de las definiciones de Ψ y Φ , reemplazando (4.3.16) en el primer término del miembro derecho de (4.3.2), con T y V dadas por (4.3.11). De esta forma, obtenemos:

Para espesor constante ($\Delta r \approx \Delta r_i$),

$$\kappa = \frac{P_i V_i \left[1 - e^{-\frac{1-n}{n} \left(\frac{w_b t}{H} \right)} \right] \left(\frac{1}{n-1} - \frac{C_v}{R_g} \right)}{E' n \left\{ \frac{3}{2} \left(e^{\frac{2}{3n} \left(\frac{w_b t}{H} \right)} - 1 \right) - \frac{1}{\left(\frac{5}{3} - n \right)} \left[e^{\frac{5-n}{n} \left(\frac{w_b t}{H} \right)} - 1 \right] \right\}} \quad (4.3.17a)$$

y para espesor variable,

$$\kappa = \frac{P_i V_i \left[1 - e^{-\frac{1-n}{n} \left(\frac{w_b t}{H} \right)} \right] \left(\frac{1}{n-1} - \frac{C_v}{R_g} \right)}{E' n \left\{ \frac{3}{4} \left(e^{\frac{4}{3n} \left(\frac{w_b t}{H} \right)} - 1 \right) - \frac{1}{\left(\frac{7}{3} - n \right)} \left[e^{\frac{7-n}{n} \left(\frac{w_b t}{H} \right)} - 1 \right] \right\}} \quad (4.3.17b)$$

Siendo $E' = 4\pi\tau_i \left(\frac{3V_i}{4\pi} \right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{H}{w_b} \right)$

Aquí hemos definido una conductividad térmica para el espesor inicial $\kappa = \frac{K}{\Delta r_i}$. Nótese

la dependencia con n , las condiciones iniciales del despegue y las condiciones atmosféricas. En la Figura N° 10 el resultado puede apreciarse en escala logarítmica para un espesor constante de la pared del globo. Hemos elegido los siguientes parámetros:

$H = 8000m$, $w_b = 5 \frac{m}{s}$, $V_i = 1200m^3$ y $P_i = 1013hPa$, para H_2 y He, con $C_v = 2.50R_g$ y $C_v = 1.5R_g$ respectivamente.

T(z) uniforme

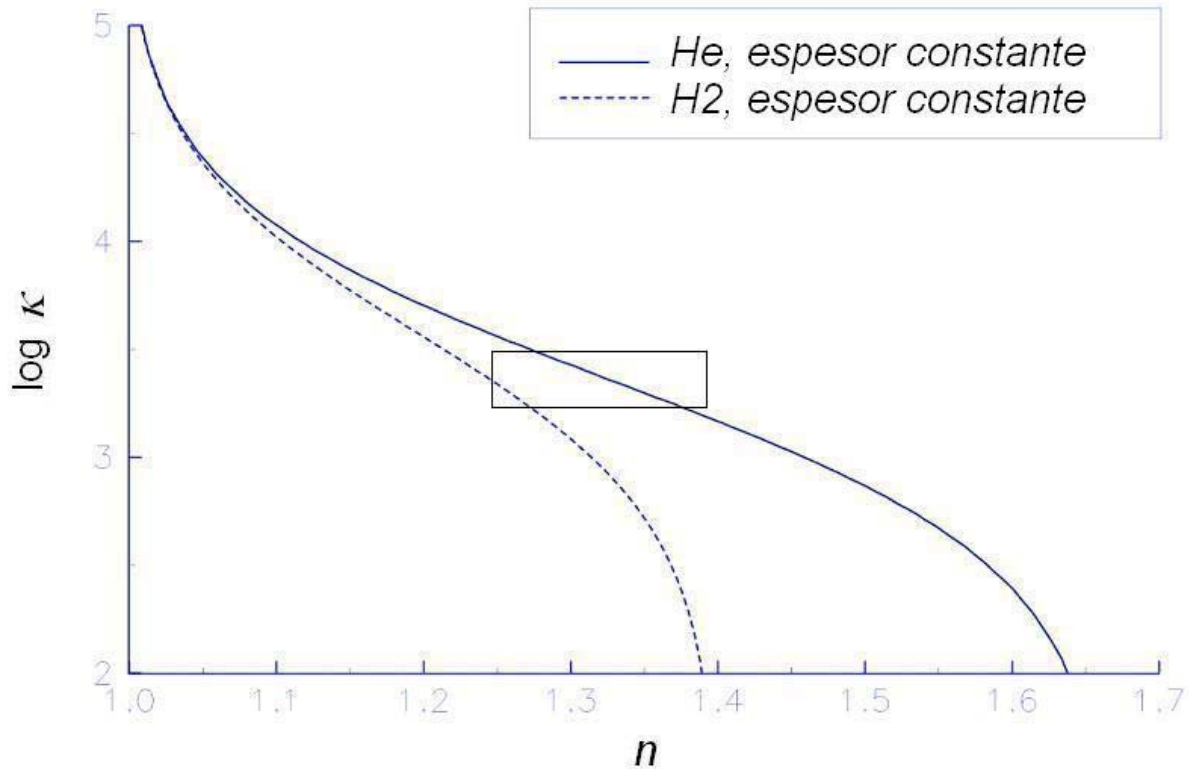


Figura N° 10.

La conductividad térmica superficial del balón (en $Jm^{-2}s^{-1}K^{-1}$) por espesor inicial de su pared vs. el índice politrópico del gas para una atmósfera isotérmica. El detalle dentro del rectángulo se muestra en la Figura N° 11.

Tal como era de esperar, la conductividad tiende a infinito para n acercándose a 1 (caso de conductividad térmica perfecta) y a 0 para las situaciones adiabáticas (n igual a $\frac{5}{3}$ para el He y $\frac{7}{5}$ para el H_2). Las curvas correspondientes al espesor de la membrana variable se superponen, prácticamente, con las de espesor constante en la escala de la Figura anterior. Por esto, se muestra un detalle en la Figura N° 11:

T(z) uniforme (detalle)

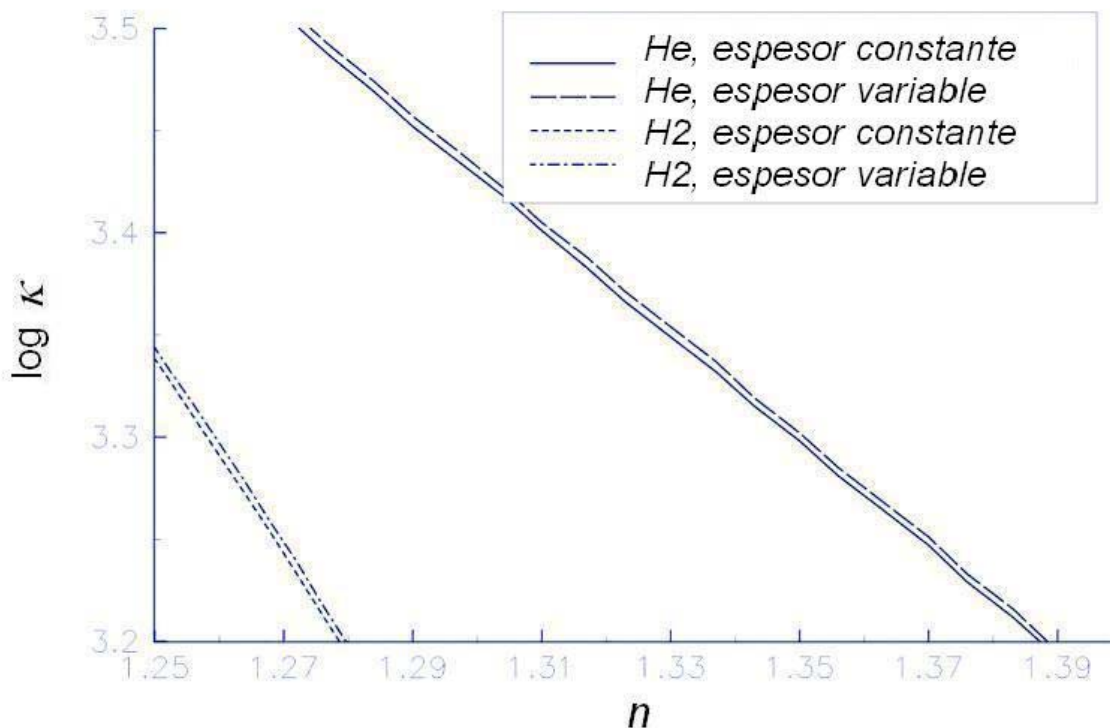


Figura N° 11.
Detalle del rectángulo indicado en la Figura N° 11.

4.3.2. Perfil de temperatura decreciente linealmente con la altura

Un cálculo más realista puede efectuarse considerando una atmósfera con un perfil de temperatura de la forma:

$$\tau(z) = mz_b + \tau_i = mw_b t + \tau_i \quad (4.3.18)$$

Esto representa adecuadamente el perfil medio de temperatura en la tropósfera bajo condiciones calmas. Una nueva expresión, entonces, puede deducirse para δQ , al que debe agregarse un $\delta Q'$ de la forma:

$$\delta Q' = \kappa E' \left(\frac{-m}{\tau_i} \right) w_b \int_0^t t \exp(2\Phi t) dt \quad (4.3.19)$$

Esta modificación contribuye con un término aditivo en el denominador de (4.3.17), con lo que:

$$\kappa = \frac{P_i V_i \left[1 - e^{-\frac{1-n}{n} \left(\frac{w_b t}{H} \right)} \right] \left(\frac{1}{n-1} - \frac{C_v}{R_g} \right)}{E' n \left\{ \frac{3}{4} \left(e^{\frac{4}{3n} \left(\frac{w_b t}{H} \right)} - 1 \right) - \frac{1}{\left(\frac{7}{3} - n \right)} \left[e^{\frac{7-n}{3n} \left(\frac{w_b t}{H} \right)} - 1 \right] + \frac{(-mH)}{\tau_i} \frac{3}{4} \left(\left(\frac{w_b t}{H} \right) e^{\frac{4}{3n} \left(\frac{w_b t}{H} \right)} - \frac{3}{4} n e^{\frac{4}{3n} \left(\frac{w_b t}{H} \right)} + \frac{3}{4} n \right) \right\}} \quad (4.3.20)$$

T(z) linealmente variable

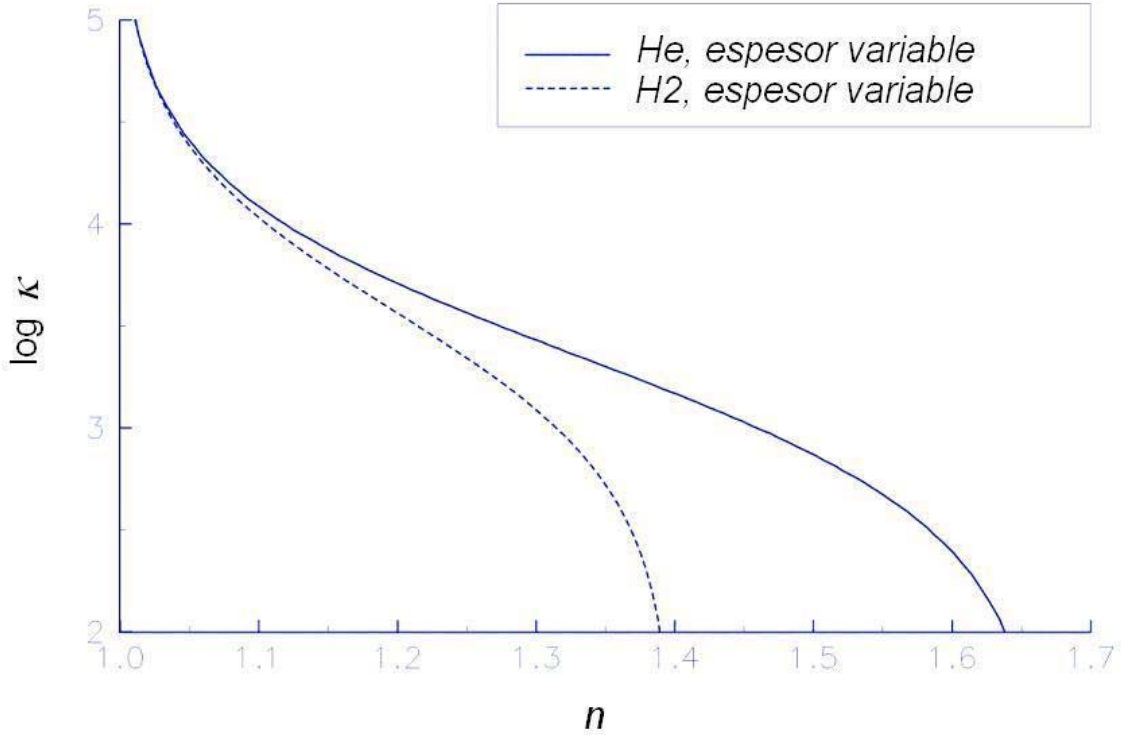


Figura N° 12.

La conductividad térmica superficial del balón (en $Jm^{-2}s^{-1}K^{-1}$) por espesor inicial vs. el índice politrópico del gas para una atmósfera cuya temperatura decrece linealmente con la altura

En la Figura N° 12 presentamos el mismo gráfico que en la Figura N° 10, pero ahora referido al perfil de temperatura uniformemente variable considerado, donde $m = 0.006$ K/m y $\tau_i = 300$ K.

En este gráfico la variación es similar a la de la Figura N° 10. La diferencia con las curvas anteriores correspondientes a un perfil de T uniforme se hace más pronunciada hacia el límite isotérmico de $n = 1.0$. Para valores conocidos de la conductividad térmica superficial y del perfil de temperatura troposférico, la expansión politrópica esperada puede ser estimada a partir del gráfico. Inversamente, a partir de una respuesta experimentalmente conocida del globo, puede estimarse la conductividad térmica de sus paredes. En la siguiente sección, se aplicarán estos resultados a un caso detectado durante la Campaña Ports¹² (Mendoza, Argentina), en el que uno de los vuelos efectuados por un globo estratosférico atravesó una región con intensa actividad de una onda de montaña, de inercio-gravedad, durante un tramo de su trayectoria.

4.4. Estimación del índice politrópico del gas He durante el vuelo del balón, a partir de datos experimentales

4.4.1. Antecedentes

En de la Torre y otros (1996), fueron presentados resultados experimentales obtenidos a partir de mediciones de T , P y de las tres componentes de la velocidad del aire \underline{U} , realizadas con un globo estratosférico abierto, lanzado desde Mendoza (Argentina), cerca de la Cordillera de los Andes. Fueron utilizados tres anemómetros sónicos y una termistancia de alta sensibilidad. El análisis de los datos indicaba la presencia de una onda de inercio-gravedad de gran amplitud, probablemente de origen orográfico, con un período intrínseco aproximadamente de 0.5 días y $\lambda_z = 1.7$ kilómetros, detectada inmediatamente debajo de la tropopausa.

Un análisis de Fourier confirmó la existencia de este modo, simultáneamente en T y en \underline{U} . El hodógrafo obtenido a partir de las componentes zonal y meridional (componentes Oeste-Este y Sur-Norte, respectivamente) de \underline{U} , mostraba el sentido de rotación del vector horizontal $\delta\underline{U}_h$, en sentido antihorario con la altitud creciente, esperable en ondas de gravedad de largo período en el hemisferio sur. El mismo se muestra en la Figura N° 13, en un intervalo de altura en el que se observó a la onda de inercio-gravedad esencialmente aislada de contribuciones de otras ondas de gravedad. En lo que sigue se tomará este caso experimental, ya que en las atmósferas baja y media, debido a la enorme complejidad del ensemble de ondas que coexisten en una misma región del espacio, no es usual la detección de una onda del tipo buscado, en forma aislada.

Se concluyó en de la Torre y otros (1996) que las variaciones en la velocidad vertical del globo estratosférico no se hallaban en fase con las variaciones en la velocidad vertical del

¹² Experiencia conjunta llevada a cabo por investigadores argentinos y franceses en noviembre de 1990.

aire, contrariamente a lo que ocurre habitualmente en el caso de los radiosondeos (p.e. Shutts y otros, 1994).

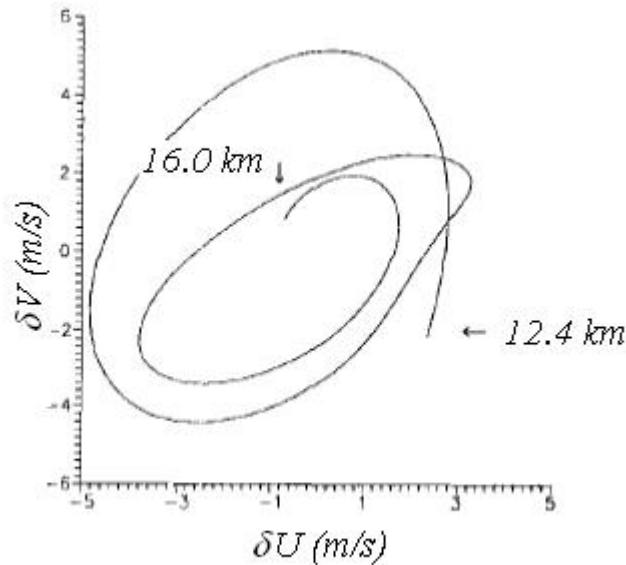


Figura N° 13.

Hodógrafa obtenido a partir de las componentes zonal y meridional de \underline{U} , mostrando el sentido de rotación del vector horizontal $\delta\underline{U}_h$, en sentido antihorario con la altitud creciente, correspondiente a una onda de inercio-gravedad en el hemisferio sur, en un intervalo de altura entre 12.4 y 16.0 km.

Esta discrepancia y la necesidad de interpretar correctamente los resultados experimentales obtenidos mediante los globos estratosféricos, constituyeron las principales motivaciones de la realización del presente Trabajo de Tesis.

4.4.2. Obtención de w_b y de la velocidad vertical del aire

Un resultado que no ha sido mostrado en de la Torre y otros (1996) y que puede ser obtenido a partir de w_b y de la velocidad vertical del aire respecto al sistema de referencia de la góndola, w_{ag} , es la velocidad vertical del aire respecto del suelo, w_{as} . Durante el segundo de los 4 vuelos efectuados durante la Campaña PORTS, se calcula ahora $w_b = \Delta z / \Delta t$, teniendo en cuenta la elevada frecuencia disponible de medición (1 dato de cada parámetro atmosférico cada 0.5 s). El anemómetro sónico vertical permite obtener, con la misma frecuencia de muestreo, a w_{ag} . A partir de estos dos parámetros, se calcula w_{as} , como:

$$w_{as} = w_{ag} + w_b \quad (4.4.1)$$

Para el cálculo de w_b , fueron probados también intervalos de tiempo levemente mayores a 0.5 s . No obstante, dado el elevado grado de fluctuaciones halladas en este parámetro durante intervalos de tiempo tan breves, se observó que tomando $\Delta t = 2\text{ s}$ se retenía toda la información necesaria, sin perder detalle de la respuesta del globo. Los perfiles verticales entre 12.6 y 16.0 km correspondientes a w_{as} , w_{ag} y w_b se muestran en la Figura 14.

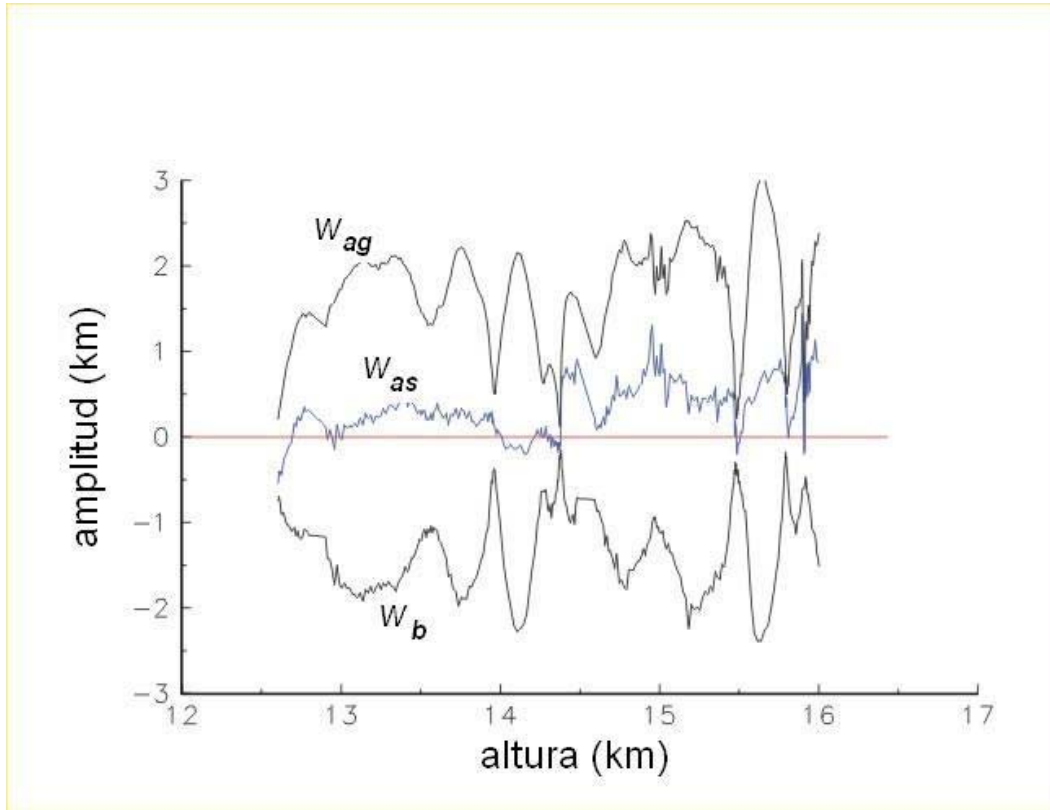


Figura N° 14.
Perfiles verticales, entre 12.6 y 16.0 km, correspondientes a w_{as} , w_{ag} y w_b
Obtenidos a partir del vuelo 2 durante la Campaña Ports

A los parámetros w_{as} y w_b les fue luego aplicado un filtro pasabanda con cortes inferior y superior en $\lambda_z = 300\text{ m}$ y 3 km respectivamente, de modo de poner en evidencia la estructura de la componente ondulatoria de los mismos y la presencia de la onda de inercio-gravedad detectada en de la Torre y otros (1996), cuyo hodógrafo, entre $z = 12.4$ y 16.0 km , se muestra antes en la Figura 13. Las curvas así obtenidas para δw_{as} y δw_b se muestran en la Figura 15.

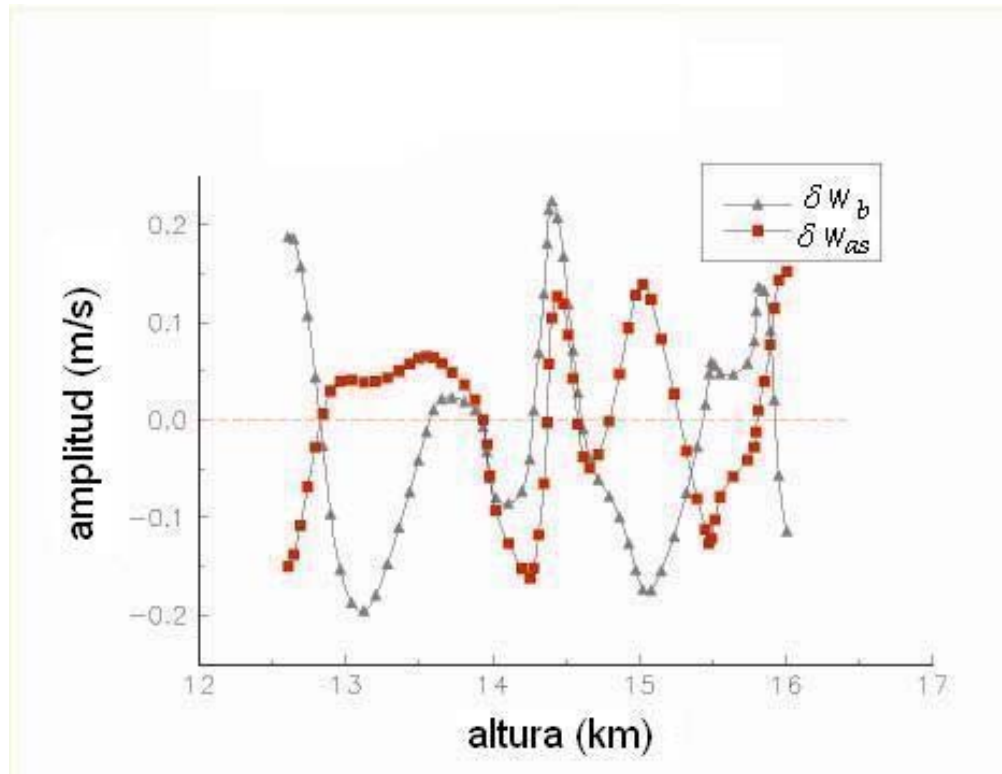


Figura N° 15.

δw_{as} y δw_b obtenidos a partir de un filtro pasabanda con cortes inferior y superior en $\lambda_z = 300$ m y 3 km respectivamente.

Se puede observar un considerable desfase no uniforme entre w_{as} y w_b en el intervalo de altura considerado.

4.4.3. Estimación de n

Conocido el valor experimental de la conductividad térmica del material polietileno constitutivo de la membrana del globo a bajas temperaturas ($\kappa = 0.04 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$ ¹³, $\kappa = 1600 \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$ para un espesor inicial de 25μ , $\log \kappa = 3.2$), puede estimarse, a partir de las figuras 10 a 12, el valor de n que mejor se ajusta a una evolución politrópica y las hipótesis aquí planteadas. Por ejemplo, para un perfil de temperatura constante, a partir de la Figura 10, se obtiene $n = 1.4$. Se observa que el valor n de inferido suponiendo gas He con un perfil de T atmosférica media constante a 300 K, o bien linealmente variable con la altura, ya sea que se considere al espesor de la pared del globo variable con la altura o no, es prácticamente el mismo. Este resultado es consistente con el comportamiento presentado por el balón, el cual muestra un apartamiento significativo del caso de conductividad perfecta ($n = 1$), evidenciado ahora por la presencia del desfase considerablemente distinto de cero, entre δw_{as} y δw_b .

¹³ Comunicación personal efectuada por el Dr. Philippe Cocquerez, CNES, Toulouse, France (2002).

V. CONCLUSIONES

Hemos encontrado soluciones analíticas para las oscilaciones en la velocidad vertical de un balón estratosférico abierto en presencia de una onda de gravedad inercial

monocromática. La masa de aire desplazado es un parámetro fundamental del problema, siendo función del intercambio térmico entre el balón y el aire atmosférico circundante. Como esta magnitud física es usualmente desconocida nos hemos concentrado, en primer término, en dos casos extremos, correspondientes a las situaciones de conductividad térmica del balón respectivamente perfecta y nula, los que forman dos situaciones límites del caso real. En el primer caso, las variaciones en la velocidad del balón siguen básicamente las perturbaciones en la velocidad del viento, en tanto que en el segundo caso, las oscilaciones en la densidad del aire resultan muy importantes para establecer la respuesta del balón. Se ha encontrado en este último caso, para un conjunto particular de parámetros del balón y de la atmósfera, que de acuerdo con la altura y la conductividad del balón la diferencia de fase con la velocidad de la onda varía en un rango de 0° a 90° . Por lo tanto, las oscilaciones del aire no pueden inferirse directamente de la velocidad de ascenso de estos balones. El conocimiento de la conductividad térmica del balón o la posición vertical del mismo y de la velocidad del aire relativa a la góndola resulta esencial para una adecuada interpretación de los datos. El análisis de datos experimentales realizado por de la Torre y otros (1996), a partir de la experiencia Ports, indican que el comportamiento de los balones estratosféricos abiertos se asemeja más al límite adiabático de conductividad térmica que al de conductividad perfecta. Como resultado colateral ha sido derivada una expresión para la dependencia del coeficiente de arrastre, en cada uno de los dos casos límite.

A fin de estudiar la respuesta del balón para una conductividad térmica realista e intermedia entre la nula y la perfecta, hemos realizado una aproximación preliminar a este complejo problema, modelizando la conductividad térmica de la membrana de la pared del balón en función del índice politrópico del gas contenido dentro del mismo en presencia de la onda de gravedad propuesta anteriormente. La existencia de esta última no afecta la evolución politrópica del gas, de donde, a los efectos de nuestros cálculos, pueden considerarse, tanto para la atmósfera como para el gas, los valores medios de las variables de interés. Se consideraron dos casos: espesor constante y variable de la membrana del balón. Si se conoce la conductividad térmica de la membrana y su espesor decrece durante el ascenso, se encuentra que el índice politrópico es levemente mayor que el correspondiente al caso de espesor constante. Para un perfil realista de temperatura en la troposfera, el apartamiento respecto de una atmósfera isotérmica es muy pequeño. La relación entre la conductividad térmica y el índice politrópico es abrupta únicamente cerca de $n = 1$ y $n = \gamma$. Tal como era de esperarse, la conductividad para estos límites tiende a infinito y a cero, respectivamente, tanto para el caso de espesor de la membrana constante como para el caso de espesor variable, y en esta última situación independientemente del perfil de temperatura considerado. La descripción realizada es válida tanto para H_2 como He , tomando en cuenta los valores de γ correspondientes. A partir de la determinación experimental de la conductividad térmica, del espesor inicial de la membrana y de los parámetros del balón y de la atmósfera, podemos obtener el índice politrópico que mejor ajusta a una evolución de este tipo. A partir de éste, y de las ecuaciones (3.7.17) a (3.7.25), es posible predecir la respuesta de un balón estratosférico abierto, en presencia de una onda de inercio-gravedad.

Los resultados teóricos obtenidos fueron aplicados a los datos experimentales registrados durante el vuelo 2 en la Campaña Ports en Mendoza, Argentina, en noviembre de 1990. Se aprovechó para ello la existencia de una onda de inercio-gravedad detectada en de la Torre y otros (1996), durante un tramo de la trayectoria del vuelo del balón. Fue deducida la velocidad vertical del aire respecto del suelo, a partir de la velocidad vertical del balón respecto del suelo y la del aire respecto del balón, respectivamente. Se observó un considerable y no uniforme desfasaje entre δw_{as} y δw_b . Una vez conocido el valor experimental de la conductividad térmica del material (polietileno) constitutivo de la membrana del globo, en presencia de las bajas temperaturas características de la alta tropósfera, se estimó el valor de n que mejor se ajusta a una evolución politrópica y a las hipótesis aquí planteadas. En el caso considerado de un perfil de temperatura constante a $300 K$, se obtuvo $n = 1.4$. El valor de n inferido suponiendo gas He con un perfil de T atmosférica media constante, o bien linealmente variable con la altura, ya sea que se considere al espesor de la pared del globo variable con la altura o no, es prácticamente el mismo. El valor de n estimado, resulta consistente con el desfasaje considerablemente distinto de cero, observado entre δw_{as} y δw_b .

APÈNDICE

Estimación de la tasa de disipación de energía de la onda

Considerando que:

$$\frac{dE}{dt} = -aE \quad (\text{A1})$$

$$E = \frac{1}{2} \rho_a \left(\frac{\beta}{\cos \psi} \right)^2 \quad (\text{A2})$$

donde E es la energía total media de la onda y ψ el ángulo determinado por la dirección de propagación de la onda y la superficie de la Tierra.

A partir de la ecuación (3.7.6) podemos ver que:

$$\rho_a = \rho_{a_0} e^{-z/H} \quad (\text{A3})$$

siendo H la escala de altura.

Podemos asumir que el vector que indica la dirección de propagación de la onda permanece constante en el rango de 0-25 km y, de (A1), (A2) y (A3), y de la constancia de β resulta:

$$\frac{dE}{dt} = \frac{\partial E}{\partial z} \frac{dz}{dt} = -\frac{E}{H} c = -aE \quad (\text{A4})$$

con:

$$c = \frac{\omega}{k} \quad (\text{A5})$$

Queda claro que c es la velocidad de fase en dirección vertical. Obtenemos entonces que:

$$a = \frac{\omega}{kH} \quad (\text{A6})$$

y de acuerdo con los valores del presente problema:

$$\frac{a}{\omega} \approx 0.04 \ll 1$$

VI. BIBLIOGRAFIA

Allen, S.J. y R.A. Vincent, 1995. *Gravity wave activity in the lower atmosphere: Seasonal and longitudinal variations*, Journal of Geophysical Research, 100, 1327.

Alexander, P. y A. de la Torre, 1999. *The interpretation of saturated spectra as obtained from atmospheric balloon measurements*, Journal of Applied Meteorology, 38, 334.

Alexander, P. y A. de la Torre, 2003. *A program for the simulation and analysis of open atmospheric balloon soundings*, Computer Physics Communications 151, 96.

Alexander, P., J. Cornejo y A. de la Torre, 1996. *The behavior of a stratospheric balloon in the presence of inertio-gravity waves*, Journal of Applied Meteorology, 35, 60.

Baines, P.G., 1995. *Topographic effects on stratified fluids*, Cambridge University Press, 482 pp.

Basset, A.B., 1888. *Treatise on Hydrodynamics*, Vol. 2, Dover, 328 pp.

Batchelor, G.K., 1970. *An Introduction to Fluid Dynamics*, Cambridge University Press, 615 pp.

Bert, F., 1878. *La Pression Barometrique*, Masson, 315 pp.

de la Torre, A. y P. Alexander, 1995. *The interpretation of wavelengths and periods as measured from atmospheric balloons*. *Journal of Applied Meteorology*, 34, 2747.

de la Torre, A., P. Alexander y J. Cornejo, 2003. *A relationship between skin thermal conductivity and gas polytropic index in an open atmospheric balloon*, *Journal of Applied Meteorology*, 42, 325.

de la Torre, A., P. Alexander y A. Giraldez, 1997. High resolution temperature profiles measured with atmospheric balloons near the Andes Mountains, *Geophysical Research Letters*, 24, 1079.

de la Torre, A., P. Alexander y A. Giraldez, 1999. The kinetic to potential energy ratio and spectral separability from high-resolution balloon soundings near the Andes Mountains, *Geophysical Research Letters*, 26, 1413.

de la Torre, A., H. Teitelbaum y F. Vial, 1996. *Stratospheric and tropospheric wave measurements near the Andes mountains*, *Journal of Atmospheric and Terrestrial Physics*, 58, 521.

de la Torre, A., A. Giraldez y P. Alexander, 1994. Saturated gravity wave spectra measured with balloons in Mendoza (Argentina). *Geophysical Research Letters*, 21, 2039.

Fritts, D.C., 1989. *A review of gravity wave saturation processes, effects, and variability in the middle atmosphere*, *Pure Applied Geophysics*, 130, 343.

Fritts, D.C. y J. Alexander, 2003. *Gravity wave dynamics and effects in the middle atmosphere*, *Review of Geophysics*, 1003, doi:10.1029/2001RG000106.

Gill, A.E., 1982. *Atmospheric-ocean dynamics*, Academic Press, 661 pp.

Hines, C.O., 1960. *Internal atmospheric gravity waves at ionospheric heights*, Canadian Journal of Physics, 38, 1441.

Holton, J., 1979. *An Introduction to Dynamic Meteorology*, Academic Press, 319 pp.

Kitchen, M. y G.J. Shutts, 1990. *Radiosonde observations of large-amplitude gravity waves in the lower and middle stratosphere*, J. Geophys. Res., 95, 20451.

Landau, L.D. y E.M. Lifshitz, 1959. *Fluid Mechanics*, Pergamon Press, 536 pp.

Lindzen, R.S., 1990. *Dynamics in Atmospheric Physics*, Cambridge University Press, 310 pp.

Massman, W.J., 1978. *On the nature of vertical oscillations of constant volume balloons*, Journal of Applied Meteorology, 17, 1351.

Morel, P. y W. Bandeen, 1973. *The EOLE experiment: early results and current objectives*, Bulletin of the American Meteorology Society, 54, 298.

Morris, A.L., 1975. *Scientific Ballooning Handbook*, NCAR, Boulder, 478 pp.

Nastrom, G.D., 1980. *The response of superpressure balloons to gravity waves*, Journal of Applied Meteorology, 19, 1013.

Nastrom, G.D., 1981. *Reply*, Journal of Applied Meteorology, 20, 1091.

Prandtl, L., 1952. *Essentials of Fluid Dynamics*, Blackie and Son, 342 pp.

Raqué, S.M., 1993. *Sinbad 3.0: NASA's scientific balloon analysis model: User's manual*, NASA Goddard Space Flight Center, 120 pp.

Raqué, S.M., 1999. *A spreadsheet tool for terrestrial & planetary balloon design*, in *AIAA International Balloon Technology Conference*, AIAA 99, 3878.

Sears, F.W., 1953. *An Introduction to Thermodynamics: The Kinetic Theory of Gases, and Statistical Mechanics*, Addison-Wesley, 375 pp.

Shutts, G.J., P. Healey y D.S. Mobbs, 1994. *A multiple sounding technique for the study of gravity waves*, Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society, 120, 59.

Tatom, F.B. y R.L. King, 1976. *Determination of constant-volume balloon capabilities for aeronautical research*, Summary Rep. NASA Space Sciences Laboratory, MSFC, 154 pp.

Trounday, B., L. Perthuis, S. Strebelle, J.D. Ferrara y C.R. Mechoso, 1995. *Dispersion properties of the flow in the southern stratosphere during winter and spring*, Journal of Geophysical Research, 100, 13901.

Walterscheid, R.L. y G. Schubert, 1990. *Nonlinear evolution of an upward propagating gravity wave: Overturning, convection transience and turbulence*, Journal of Atmospheric Sciences, 47, 101.

Yavorsky, B. y A. Detlaf, 1972. *Handbook of Physics*, Editorial Mir, 964 pp.

Agradecimiento

El autor de la presente tesis desea agradecer al Director de la misma, Dr. Alejandro de la Torre, por su apoyo, voluntad y estímulo permanente.

