



UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

Departamento de Física

Procesado óptico mediante Transformada Wavelet

por Javier Esteban Mazzaferri

Directora de Tesis: Silvia Adriana Ledesma

Lugar de Trabajo: Laboratorio de Procesado de Imágenes,
Departamento de Física,
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales,
Universidad de Buenos Aires.

Trabajo de Tesis para optar por el título de
Doctor de la Universidad de Buenos Aires en el área de Ciencias Físicas

Noviembre de 2007

Resumen

En las áreas relacionadas con la tecnología de la información, una de las mayores tendencias es buscar las combinaciones de técnicas ópticas y electrónicas que mejor se adapten a cada aplicación. Por lo tanto, la posibilidad de realizar las tareas computacionalmente intensas con métodos ópticos es altamente prometedora. Dentro de este contexto, en esta Tesis se propone abordar diversos problemas del procesado óptico aprovechando las ventajas que ofrece la transformada wavelet. Concretamente, se propone la implementación física de métodos basados en la transformada wavelet utilizando una arquitectura de correlador convergente operando con pantallas de cristal líquido para representar tanto la escena como el filtro. En particular se atacaron tres tipos de problema: reconocimiento de imágenes, extracción de características, y análisis multiresolución. En cuanto a reconocimiento de imágenes se propuso un método robusto al ruido que se basa en la umbralización de los coeficientes wavelet. Relacionados con la extracción de características se afrontan tres problemas asociados con la detección de bordes y esquinas. En primer lugar se propone un detector omnidireccional de bordes robusto al ruido basado en una transformada wavelet. En segundo lugar presentamos un detector de bordes robusto al desenfoque, que está basado en la utilización de una pupila de fase apodizante axial. En tercer lugar hemos diseñado un detector de esquinas invariante a rotaciones, que tiene una geometría análoga a la wavelet de Haar. Finalmente, en cuanto al análisis multiresolución, proponemos un método para realizar análisis multiresolución localizado espacialmente. El dispositivo propuesto consiste en un correlador óptico multicanal de doble paso basado en la wavelet sombrero mejicano. Se presentan los fundamentos teóricos de los métodos propuestos y los resultados experimentales que los validan.

Palabras clave: transformada wavelet, procesamiento de imágenes, correlación óptica, reconocimiento de formas, extracción de características.

Abstract

Regarding technology of the information, one of the most important tendencies is to find the combinations between optical and electronic techniques that optimize each application. Therefore, the possibility of performing the computationally intense tasks by optical means is highly promising. Within this context, in this Thesis we propose to address different problems of optical processing by employing the advantages of the wavelet transform. Punctually, we propose the physical implementation of the methods based on the wavelet transform by means of a convergent correlator architecture working with liquid crystal displays to represent both the scene and the filter. In particular, three kinds of problems were addressed: pattern recognition, feature extraction, and multiresolution analysis. Regarding pattern recognition, a noise-robust pattern recognition method, based on the wavelet thresholding, is proposed. Related to feature extraction, three problems associated with edge and corner detection were addressed. In first place, an omnidirectional edge detector robust to noise, and based on the wavelet transform, is proposed. In second place we present an edge detector which is robust to defocus. This method is based on the implementation of an axial apodizing phase pupil. In third place we have designed a rotation invariant corner detector which has a symmetry analogous to the symmetry of the Haar wavelet. Finally, regarding multiresolution analysis, we propose an optical method to perform spatially localized multiresolution analysis. The proposed device consists in a two-way multichannel optical correlator, which is based on the Mexican hat wavelet. The theoretical fundamentals of the proposed methods, and the experimental results that make them valuable, are presented.

Keywords: wavelet transform, image processing, optical correlation, pattern recognition, feature extraction.

A todos los seres
que no tienen acceso
a una vida digna.

A los que el destino
ha puesto en un lugar donde
la felicidad es improbable.

Que mis actividades acerquen,
a todos los que sea posible,
a la dignidad.

Agradecimientos

Es muchísima la gente a la que quisiera agradecer por haberme ayudado, directa o indirectamente, en el desarrollo de esta tesis.

En primer lugar quiero agradecer a Silvia. Su empuje, su energía, dedicación y calidez, hicieron que mi formación como investigador fuera, no sólo altamente positiva, sino también muy grata. Como directora de Doctorado, me transmitió su entusiasmo por la investigación, incentivó mi interés por la docencia, y reforzó mis deseos por realizar ciencia de calidad, honesta y útil. Supo guiarme también en la redacción de artículos científicos, respetando mi propio estilo y mis intereses. Su postura de buscar siempre soluciones a los problemas, siguiendo siempre una actitud constructiva, me contagió un gran entusiasmo por dedicarme a esta actividad. Valoro también que me haya enseñado a moverme en el mundo científico con sensibilidad, respetando los intereses de los demás, y su maneras de pensar. Agradezco los innumerables esfuerzos por ayudarme a crecer, y valoro fuertemente que dedique gran parte los recursos que están a su alcance para la formación científica de sus estudiantes. Y también, por contagiar la idea de que una mejor universidad, un mejor sistema científico, y en definitiva, una mejor sociedad son posibles. Es un placer, un honor y un privilegio haber sido su estudiante.

También quiero agradecer a Claudio Iemmi. Sus consejos y su fuertes conocimientos experimentales fueron un apoyo muy importante.

Quiero agradecer a mis viejos, por todo el apoyo que siempre me dieron. No me va a alcanzar la vida para devolver sus innumerables sacrificios, y esfuerzos por mi bienestar, por que tenga una niñez sana y feliz. Quiero agradecerles por haberme enseñado, por un lado a pensar y ser crítico, y por otro que me transmitieran la sensibilidad necesaria para comprender que existen distintos puntos de vista y que en muchos casos pueden conciliarse. Que hoy esté presentando este trabajo, es en gran parte, fruto de su apoyo y afecto.

No quiero dejar de nombrar a mis compañeros de Laboratorio. Mirtita, Luz, y Ceci con quienes he compartido congresos, discusiones, y mucha diversión. A mis compañeros actuales, Diego, Mati y Guada con quienes com-

partimos un millón de charlas sobre ciencia, sobre la vida, el arte, la política, etc, etc, etc, etc y me han ayudado a crecer.

A todos mis amigos de Comunicanto, un grupo de personas de gran sensibilidad, creatividad y empuje que desde su diversidad me han enseñado muchas maneras distintas de sentir, de vivir. Beto y Carmen, Jessi, Rami, Claudia, Cristian, Marce, Victor, Ceci, Nicolás, Candela, Mercedes, Laurita, Abel, María Julia, Nelly, Erica, Gaudalupe, Pato y los otros *mil* compañeros que he tenido y que me han enseñado incontables maneras de expresarme, de sentir y de vivir, y que han hecho que mi vida sea muy feliz.

A mi amigo Gabriel, que desde su energía y buena onda, me ha enseñado muchas maneras de pensar, discutir y divulgar ciencia.

A mi hermana, Lauri, con quien siempre hemos sido compañeros y con quien siempre pude contar para todo.

A todos mis amigos de todas las épocas, de los distintos momentos de mi vida, que me han impulsado siempre desde sus diversas maneras de vivir la vida, a ser feliz.

No puedo, ni mucho menos, quiero, dejar de nombrar a Roberto Gilszlak. Sin su ayuda, sus consejos, su comprensión, calidez y afecto, y capacidad, probablemente hoy no estaría presentando este trabajo.

También quiero agradecer a la Dra. Marta García Ben del Instituto del Cálculo, de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la UBA, por su ayuda en los análisis estadísticos en el trabajo de detección de bordes. Además quiero agradecer a Cecilia La Mela, Diego Francisco, Claudio Iemmi, Leticia Fimiani, Maricel Rodriguez, Augusto Bruno, César Álvarez, Solange Ferme-pin, Mariano Forti, E. Bernatene, Cristian Helman, Matías Goldín, Guadalupe Díaz Constanzo, E. Horne, Gabriela Canuhé, Ivan Sidelnik, Mariano Franco, Martín Fraiman y Maximo Riso por realizar las tareas de evaluación en el mismo trabajo.

Simplemente: Gracias a todos.

Este trabajo fue financiado por una beca de Doctorado de la Universidad de Buenos Aires, y por los subsidios del Laboratorio de Procesado de Imágenes, por parte del CONICET, la ANPCyT, y la UBA.

Índice general

| | |
|---|-----------|
| 1. Introducción | 1 |
| 1.1. Presentación del problema | 1 |
| 1.2. Propósito y desarrollo de la Tesis | 5 |
| 2. Teoría | 9 |
| 2.1. Transformada wavelet | 9 |
| 2.1.1. Introducción de la transformada wavelet en el procesa- do de señales espaciales | 9 |
| 2.1.2. Análisis de señales localizadas | 11 |
| 2.1.3. Principio de incerteza de Heisenberg | 13 |
| 2.1.4. La transformada wavelet Integral (TWI) | 15 |
| 2.1.5. Otro enfoque de la transformada wavelet | 17 |
| 2.1.6. La transformada wavelet Discreta | 19 |
| 2.1.7. El filtrado espacial y la transformada wavelet | 20 |
| 2.2. Transformada wavelet en imágenes | 24 |
| 2.3. Transformada wavelet óptica | 25 |
| 2.3.1. Representación óptica de una imagen | 27 |
| 2.3.2. Transformada de Fourier óptica | 28 |
| 2.3.3. El correlador convergente | 34 |
| 2.3.4. La física del reconocimiento de formas | 36 |
| 3. Dispositivo experimental | 39 |
| 3.1. Correlador convergente | 40 |
| 3.1.1. Correlador de doble pasaje | 42 |
| 3.2. Técnicas de alineación | 45 |

| | | |
|-----------|---|------------|
| 3.2.1. | Enfoque fino de la TF de la escena en el filtro | 45 |
| 3.2.2. | Centrado del filtro en el eje óptico | 48 |
| 3.2.3. | Ajuste azimutal de la escena respecto al filtro | 53 |
| 3.2.4. | Ajuste de las escalas de la TF de la escena y el filtro | 55 |
| 3.3. | Alineación para doble pasaje | 56 |
| 4. | Reconocimiento robusto al ruido | 61 |
| 4.1. | Tratamiento del ruido en reconocimiento de imágenes | 63 |
| 4.1.1. | Filtro de Gabor | 64 |
| 4.1.2. | Diseño del Filtro | 66 |
| 4.1.3. | Parámetros de caracterización | 68 |
| 4.2. | Simulación numérica del reconocimiento | 70 |
| 4.3. | Resultados experimentales de reconocimiento de escenas ruidosas | 72 |
| 5. | Extracción de Características | 77 |
| 5.1. | Detección de bordes | 78 |
| 5.1.1. | Diseño del filtro para detectar bordes | 80 |
| 5.1.2. | Resultados de la extracción de bordes | 85 |
| 5.1.3. | Resultado experimental de la detección de bordes | 90 |
| 5.2. | Detección de bordes robusto al desenfoque | 93 |
| 5.2.1. | Detección de bordes en objetos 3D | 93 |
| 5.2.2. | Diseño de un Filtro de bordes robusto al desenfoque | 94 |
| 5.2.3. | Detección óptica de bordes robusta al desenfoque | 96 |
| 5.3. | Detección de esquinas invariante a rotaciones | 100 |
| 5.3.1. | El problema de detección de esquinas | 100 |
| 5.3.2. | Detección de esquinas invariante a rotaciones | 101 |
| 5.3.3. | Resultados de detección de esquinas | 106 |
| 6. | Análisis multiresolución con localización espacial | 113 |
| 6.1. | Análisis multiresolución localizado | 114 |
| 6.2. | Resultados de análisis multiresolución | 119 |
| 7. | Conclusiones | 125 |

Capítulo 1

Introducción

1.1. Presentación del problema

En el área de las comunicaciones y el almacenamiento de datos, las tecnologías ópticas han ido reemplazando de manera progresiva a las tecnologías eléctricas y electrónicas en las últimas décadas. Si bien la idea de que la óptica va a reemplazar progresivamente a la electrónica aún es un punto en discusión, no hay dudas de que la óptica jugará un rol cada vez más importante en las computadoras electrónicas. La opinión más aceptada sostiene que la óptica será utilizada de manera complementaria con la electrónica, más que reemplazándola.

En esta línea puede preverse que el futuro de los sistemas computacionales de alto rendimiento apunta al uso de una combinación de tecnologías, óptica y electrónica, para realizar las operaciones para las cuales están optimizadas. Si bien actualmente la tecnología electrónica está altamente desarrollada, la óptica provee características únicas en cuanto al alto ancho de banda, a su alta conectividad y a la alta densidad de caminos de comunicación. La unión de estas dos tecnologías ya puede encontrarse, por ejemplo, en sistemas microópticos y circuitos integrados optoelectrónicos, los cuales prometen un altísimo rendimiento.

En los programas marco actuales que guían el desarrollo científico y tecnológico en Europa, se señala que entre los proyectos relacionados con óptica,

optoelectrónica y fotónica se esperan desafíos de investigación en áreas tan diversas como las telecomunicaciones e *infotainment*, ciencias de la vida y cuidado de la salud, y entorno y seguridad. Inclusive se ha destacado el hecho de que la óptica y la fotónica se han incorporado de forma progresiva en un amplio rango de aplicaciones industriales, y que en la actualidad se han convertido en el corazón de una nueva industria. Sobre esta base, algunos programas se proponen dar apoyo a los proyectos relacionados con fuentes del luz, dispositivos fotónicos y circuitos integrados opto-electrónicos [1]. Tendencias como esta, ponen de manifiesto que el desarrollo de sistemas ópticos juega un papel primordial en la resolución de problemas que son de gran aplicación en diversas áreas de la vida cotidiana.

Hoy en día es sabido que los sistemas ópticos resultan muy adecuados para aplicaciones de sensado, registro, almacenamiento y transmisión de datos. Estas aplicaciones han estimulado en los últimos años el desarrollo de nuevos componentes, materiales y tecnologías aplicadas. Sin embargo, una de las aplicaciones más interesantes de los sistemas ópticos es su utilización para el procesado de datos más que para el mero sensado o almacenamiento. Los sistemas ópticos son ideales para el procesado paralelo de imágenes o figuras bidimensionales que representen una matriz de datos. En este sentido, una de las principales aplicaciones de sistemas optoelectrónicos de alta velocidad es el procesado a tiempo real.

En particular, el diseño de sistemas inteligentes que puedan monitorear e interactuar con un entorno complejo, variable y de difícil modelado continúa siendo un desafío para la ciencia y tecnología actuales. Superarlo sería de particular interés en sistemas que necesiten ser controlados a tiempo real tales como robots autónomos, controles de calidad, seguridad, teledetección, control de tránsito, etc. Dentro de los distintos problemas en el campo de imágenes ópticas que requieren ser resueltos, uno de los más importantes es el de reconocimiento de figuras.

El objetivo del reconocimiento de formas es determinar la presencia y posición de una determinada forma en la señal de entrada mediante la comparación de dicha señal con una de referencia. Uno de los métodos más estudiados consiste en la correlación entre las señales a comparar, y presenta

la ventaja de que puede implementarse ópticamente, lo que permite aprovechar el paralelismo inherente a los sistemas ópticos y como consecuencia incrementar la velocidad del proceso de detección.

El estudio de técnicas de reconocimiento de formas está orientado, en la mayor parte de los casos a la detección automática, que se encuentran en clara desventaja frente al versátil y potente sistema de reconocimiento humano. El desempeño del sistema de visión humano, no tanto en sus componentes ópticas como en las de procesado en el cerebro, es excelente para reconocer formas, siendo altamente eficiente en un sin número de situaciones adversas. Por ejemplo la identificación de objetos lejanos en condiciones de baja visibilidad, o el reconocimiento de rostros humanos a variadas distancias, escalas, u orientaciones, o en distintas condiciones de iluminación, son realizadas muy eficientemente por los seres humanos. En este sentido, se han hecho y se continúan haciendo un sin número de esfuerzos para dotar a los sistemas automáticos con invariancia a rotaciones [2–4], invariancia a cambio de escala [5, 6], mayor discriminación [2, 7–9], robustez a variaciones de iluminación [10], o contaminación por ruido [10–13], como ejemplos de una gran cantidad de bibliografía [14–16]. En este sentido existe un conjunto de problemas a solucionar que están relacionados con el refinamiento de los sistemas de reconocimiento de imágenes y que provocan que siga siendo un campo de investigación muy activo. Por ejemplo, uno de los problemas más importantes es el de reconocimiento de figuras en un ambiente real, que con frecuencia está contaminado con ruido.

Otros de los procesos más estudiados son las técnicas para la extracción de características, dada la gran variedad de sus aplicaciones. Un ejemplo es la clasificación de texturas, que se aplica en industria textil o en imágenes satelitales para clasificar distintos tipos de sembrado, entre otras. Otro procesado de gran interés es la extracción de bordes, que es frecuentemente utilizado para delimitar zonas en imágenes microscópicas de muestras biológicas, o en imágenes médicas obtenidas por rayos X o por resonancia magnética nuclear. Una de las funciones más interesantes que puede cumplir este procesado es la de detectar las fronteras que separan las zonas sanas de las patógenas en imágenes médicas. Análogamente, la detección de esquinas ha sido estudia-

da [17–20], por ejemplo con aplicaciones a segmentación, y podrían ser de utilidad en sistemas automáticos de posicionamiento. Asimismo, el análisis multiresolución ha sido utilizado para compresión y segmentación [21], o reconocimiento de formas [22, 23]. De acuerdo a lo expuesto al comienzo de este capítulo la realización óptica de estas operaciones, es de gran interés en distintos sectores de la sociedad tales como la medicina, la industria, y la ciencia misma.

Con respecto a la manera de realizar el procesado óptico también se han realizado numerosos aportes. En particular las transformadas wavelet han sido ampliamente estudiadas durante las últimas décadas, dando lugar a un volumen muy grande de trabajos científicos y aplicaciones tecnológicas. La transformada wavelet consiste en el desarrollo en una base de funciones que es análogo a la transformada de Fourier. Las funciones de esta base, se construyen a partir de un única función llamada *Madre*, que está localizada parcialmente en los dominios espacial y temporal, a diferencia de las funciones de la base de Fourier (senos y cosenos) que están localizadas únicamente en el dominio de frecuencias. Las funciones de la base se obtienen mediante operaciones de dilatación-contracción y desplazamientos. Además de permitir el análisis de frecuencias conservando la información de localización espacial, la transformada wavelet realiza el muestreo de la señal de manera óptima, utilizando funciones más extendidas para las bajas frecuencias y funciones relativamente angostas para muestrear las altas frecuencias. Asimismo, permiten organizar la información de manera muy eficiente dando lugar a técnicas poderosas para la compresión de datos y representación de señales. Finalmente, pero no menos importante es que las wavelets han demostrado muy buen desempeño para eliminar ruido [24–28].

Dentro del área de procesado óptico mediante transformada wavelet podemos mencionar trabajos orientados a la realización de la transformada wavelet en 1 y 2 dimensiones [29–33], a métodos de reconocimiento de formas [2, 6, 8, 9, 34] y a extracción de características [35–39], entre muchos otros [40, 41].

Si bien esta herramienta es de suma utilidad para el procesado de imágenes en general, aún quedan abiertos algunos problemas asociados a su imple-

mentación óptica. Así, si se quiere aprovechar al máximo el paralelismo que brinda la óptica para procesar imágenes a tiempo real, quedará por resolver cual es la mejor arquitectura para lograr este objetivo. La respuesta está asociada a la tecnología de pantallas de video (LCTV), ya que esta provee una forma dinámica de introducir tanto las escenas a ser procesadas como los filtros. En efecto, un correlador de Vander Lugt trabajando con LCTVs, provee un método dinámico y versátil de procesamiento. Sin embargo, este tipo de moduladores pueden operar sólo en un modo desacoplado, ya sea sólo de fase o sólo de amplitud [42, 43]. Por lo tanto, el diseño de los filtros tiene que contemplar esta cuestión. En esta Tesis se han encarado tres problemas de interés en procesado de imágenes y se han propuesto soluciones tanto desde el punto de vista teórico como desde el experimental. El aspecto teórico está relacionado con el diseño de los filtros que operan en correladores convergentes y que deben tener distintas prestaciones de acuerdo al problema particular. Para este diseño se eligen filtros mayormente de fase por tener éstos mayor eficiencia y contener, en general, mayor cantidad de información.

Por otro lado, desde el punto de vista experimental, en el Laboratorio de Procesado de Imágenes (LPI) ya se ha venido trabajando en este tipo de arquitecturas [44] y en la caracterización y puesta a punto de pantallas de cristal líquido nemático [45, 46]. En este trabajo se propone la implementación física de los métodos basados en la transformada wavelet utilizando una arquitectura de correlador convergente operando con pantallas de cristal líquido para representar tanto la escena como el filtro.

1.2. Propósito y desarrollo de la Tesis

En el comienzo de la Tesis se redactan dos capítulos introductorios a todo el trabajo. Por un lado, en el capítulo 2 se introducen los fundamentos teóricos de la transformada wavelet, y en particular los correspondientes al procesado óptico utilizando esta transformada. Por otro lado, el correlador óptico, que con diversas variantes se emplea en la Tesis, es descrito con sus detalles de alineación y otras cuestiones relacionadas con los aspectos experimentales del mismo en el capítulo 3.

Como ya se mencionó, en esta Tesis se propone atacar tres problemas de gran interés en procesamiento óptico de imágenes, con la ayuda de la transformada wavelet. En este sentido, la Tesis puede dividirse en tres partes cada una relacionada con uno de estos problemas.

En la primera parte se trata el problema de reconocimiento óptico de imágenes. Los procesos de reconocimiento consisten en identificar una escena de interés dentro de un conjunto de imágenes. Si la escena a analizar está contaminada con ruido, es posible que se obtengan resultados erróneos. Por lo tanto, resulta de interés desarrollar dispositivos que sean robustos a este tipo de degradación. Aprovechando el excelente desempeño que presentan las wavelets para eliminar ruido, proponemos un método para la construcción de filtros de reconocimiento de imágenes robusto al ruido, basado en la umbralización de los coeficientes wavelet. Esta aplicación y los resultados obtenidos se describen en el capítulo 4.

En la segunda parte se afrontan tres problemas relacionados con extracción de características. El abordaje de estos problemas, que puede subdividirse en extracción de bordes y extracción de esquinas se presenta en el capítulo 5.

Por un lado se considera el problema de la contaminación por ruido en la extracción de bordes, dado que los detectores de bordes son especialmente sensibles a este tipo de contaminación. Típicamente, para realizar esta operación, suele aplicarse un filtrado previo a la detección con el objeto de reducir la cantidad de ruido en la escena. Proponemos realizar simultáneamente la operación de extracción de bordes y la eliminación de ruido mediante un método óptico. El filtro, que se implementa en una arquitectura convergente, es equivalente a una transformada wavelet, como se pone de manifiesto en la sección 5.1.

Por otro lado, al considerar detección de bordes de objetos tridimensionales surge el problema de que si el sistema se enfoca en uno de los planos del objeto, los otros planos quedan fuera de foco. Los bordes que se encuentren en los planos desenfocados serán detectados de manera distorsionada, perdiéndose la información de bordes. A través de la combinación del método presentado en la sección 5.1 con una pupila de fase que presenta característi-

cas de apodizante axial, obtuvimos un método para extracción de bordes robusto al desenfoque, que permite trabajar sobre objetos con dimensión axial. El desarrollo de este método y los resultados obtenidos se presentan en la sección 5.2.

En el final del capítulo de extracción de características, hemos atacado el problema de la detección de esquinas. Quizás el detector de esquinas más popular sea la wavelet de Haar. La transformada Haar de un objeto, para ciertos valores del parámetro de escala, da como resultado una imagen con picos agudos en la posición de las esquinas del mismo. Este método tiene una fuerte desventaja que consiste en que es muy sensible a las rotaciones de la escena. Por lo tanto la característica no puede obtenerse si la función de entrada está rotada, o bien si está compuesta por esquinas con distintas orientaciones. Para solucionarlo proponemos una función de fase espiral combinada con un filtro pasa-banda cuya respuesta al impulso está basada en la geometría típica de la wavelet de Haar pero es invariante a rotaciones. En la sección 5.3 se estudia el método detector de esquinas y se presentan los resultados de su implementación.

En la última parte de la Tesis se encara un problema que está asociado a la naturaleza de la transformada wavelet. El mismo trata sobre la realización de un análisis multiresolución localizado espacialmente. El resultado típico de un análisis multiresolución consiste en una serie de imágenes que son réplicas del objeto a analizar filtradas en distintas bandas de frecuencia. En ciertas aplicaciones puede ser de utilidad realizar un filtrado pasa-banda en algunas regiones del objeto y un filtrado en otra banda de frecuencia en una región distinta del mismo. La realización óptica de una operación con estas características podría ser de utilidad en una aplicación a tiempo real como por ejemplo en microscopía. Presentamos un dispositivo óptico consistente en un correlador óptico multicanal de doble paso basado en la wavelet sombrero mejicano. En el capítulo 6 se presenta una descripción del método tanto a nivel teórico como experimental.

Por último, en el capítulo 7 se incluyen las conclusiones y perspectivas.

Capítulo 2

Teoría

2.1. Transformada wavelet

2.1.1. Introducción de la transformada wavelet en el procesamiento de señales espaciales

La transformada de Fourier (TF) es la base para el procesamiento de señales y ha sido ampliamente utilizada por décadas. La TF puede pensarse como una descomposición de la señal en una combinación lineal de dos series de funciones armónicas $\cos(kx)$ y $\sin(kx)$, o de las exponenciales complejas e^{ikx} , donde $k = 2\pi/\lambda$. Estas funciones tienen extensión infinita en su dominio de definición. Debido a esto, la TF es predominantemente útil para señales de dominio extenso. En el caso de señales temporales, esto podría corresponder a situaciones estacionarias, como por ejemplo la solución del estado estacionario del fenómeno de transporte del calor. Sin embargo, en algunas aplicaciones, se necesita procesar señales de rango corto, como por ejemplo señales de voz humana, sísmicas, o de electrocardiogramas.

El caso análogo en el procesamiento de imágenes es aquel donde se desean procesar por separado distintas regiones en la imagen que posean diferentes frecuencias características. Para estudiar este tipo de señales (temporales o espaciales), una posibilidad es la de utilizar la TF ventaneada, siendo su principal representante la transformada de Gabor (TG). En esta transforma-

da, la señal localizada se multiplica por una función ventana previamente a realizar el análisis de Fourier. La posición de la ventana puede ser trasladada sobre el eje espacial, pero el ancho de la ventana es fijo. El problema con este método es el muestreo inadecuado de la señal debido a que la ventana es de tamaño fijo: una función de alta frecuencia espacial es muestreada a escala demasiado grande perdiéndose localización espacial, mientras que una señal de frecuencia espacial baja es muestreada a escala demasiado chica, quizás menor que un ciclo de la señal. En ambos casos hay una pérdida de información.

El muestreo inadecuado debido a la rigidez de la función ventana, motivó el desarrollo de una nueva herramienta que resultó ser de gran valor, la transformada wavelet (TW). Básicamente, esta herramienta consiste en la descomposición en serie de una función, en una base de funciones. Esta base de funciones se construye a partir de la aplicación de operaciones de traslación y dilatación sobre una única función madre. Las mismas son de soporte compacto (no nulas en un intervalo finito) a diferencia de las de la base de Fourier ($e^{i\frac{2\pi}{\lambda}x}$), cuyo soporte ocupa todo el eje real. Con esta herramienta es posible analizar cualquier función que admita una descomposición en serie de Fourier, evitando el problema de muestreo que tiene la TFV.

Si bien históricamente la TW comenzó siendo utilizada como una herramienta fundamental en el procesamiento de señales que varían en el tiempo, muy pronto se encontró que aplicadas al dominio espacial eran muy útiles para el procesamiento óptico de imágenes.

En el presente trabajo se analizan funciones espaciales que además dependen de dos variables (funciones que representan imágenes). Todo el análisis que se hace en esta sección está aplicado a funciones de una variable, pero pueden extrapolarse sin mayores dificultades a funciones de dos variables.

En las siguientes secciones se describe más detalladamente la TFV, la TW, y las ventajas de la última respecto a la primera, y de ambas respecto a la TF para el análisis de señales localizadas.

En los apartados 2.1.2 y 2.1.3 se hace una introducción al análisis de señales localizadas. La transformada wavelet en forma integral es introducida en el apartado 2.1.4, y en 2.1.5 y 2.1.7 se presentan dos enfoques alternativos

en el dominio espacial y en el dominio de Fourier, respectivamente, para comprender su naturaleza. En el apartado 2.1.6 se presenta la transformada wavelet Discreta.

2.1.2. Análisis de señales localizadas

Si $f \in L^2(\mathfrak{R})$ (ver la definición 1 en el Apéndice I) es una función analógica con energía finita, o de cuadrado integrable que llamaremos $\|f\|_2$ siguiendo la notación del apéndice I, entonces su TF, F , da el espectro de esta señal. Sin embargo, prácticamente hablando, la TF no sirve para computar la información espectral de una señal porque requiere que se conozca su valor sobre todo el dominio espacial, para evaluar su densidad espectral a una frecuencia espacial k . Como la TF de una señal que varía en la coordenada espacial es una función independiente de esta coordenada, no es capaz de registrar frecuencias espaciales que varíen con la coordenada espacial. Para que la información espectral sea útil, debe ser posible identificar regiones en el dominio espacial que correspondan a características espectrales deseadas a todas las frecuencias espaciales. Para obtener localización espacial de características espectrales de una señal que varía en la coordenada espacial, se introduce una *función ventana* en la TF.

Una función ventana w (ver la definición 4 en el Apéndice I) es una función tal que tanto ella como su TF, W , son de decaimiento rápido (es decir, w está bien localizada en el espacio, mientras que W está bien localizada en las frecuencias espaciales). Multiplicando una señal por una función ventana antes de tomar su TF tiene el efecto de restringir la información espectral de la señal al dominio de influencia de la función ventana. Usando traslaciones de la ventana en el eje espacial para cubrir el dominio completo, la señal es analizada para información espectral en entornos localizados en el espacio. Haciendo estas afirmaciones más precisas, el *centro* x_o y el *radio* Δ_w de una función ventana $w(x)$ están definidos, según [47] por

$$x_o = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} x|w(x)|^2 dx}{\|w\|_2} \quad (2.1)$$

y por

$$\Delta_w = \frac{\sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} (x - x_o)^2 |w(x)|^2 dx}}{\|w\|_2} \quad (2.2)$$

respectivamente (ver la definición 4 en el Apéndice I), donde $2\Delta_w$ es el ancho de la función ventana $w(x)$.

Para que una función sea útil en el análisis espacio-frecuencia espacial, es necesario que además de w , W sea función ventana. En este caso podemos definir el centro k_o y el radio Δ_W de la función W de la misma manera en que lo hicimos para w .

De aquí en adelante asumiremos que tanto w como W son funciones ventana (y por lo tanto continuas) con decaimiento rápido en espacio y frecuencia espacial respectivamente.

Si w es cualquier función ventana tal que $x_o = 0$, la TFV de una señal analógica $f \in L^2(\mathfrak{R})$ está definida por

$$T_{(\chi,k)}^w(f) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) w^*(x - \chi) e^{-ikx} dx \quad \forall \chi, k \in \mathfrak{R}, \quad (2.3)$$

donde $w^*(x - \chi)$ se refiere al complejo conjugado de $w(x - \chi)$.

Definiendo $w_{\chi,k}(x) = w(x - \chi) e^{ikx}$, obtenemos

$$T_{(\chi,k)}^w(f) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) w_{\chi,k}^*(x) dx = \langle f, w_{\chi,k} \rangle \quad (2.4)$$

Por lo tanto, $T_{(\chi,k)}^w(f)$ da la información espectral de f localizada en la ventana en el dominio espacial,

$$[x_o + \chi - \Delta_w, x_o + \chi + \Delta_w] \quad (2.5)$$

Por la identidad de Parseval (ver la definición 6 en el Apéndice I),

$$\langle f, w_{\chi,k} \rangle = \langle F, W_{\chi,k} \rangle, \quad (2.6)$$

donde, $W_{\chi,k}(\xi) = e^{ik\xi} W(\xi - k) e^{-i\chi\xi}$ es una ventana en frecuencia con centro en $k + k_o$ y radio Δ_W . Por lo tanto, $T_{(\chi,k)}^w(f)$ también da la información

espectral de f localizada en la ventana del dominio de frecuencias espaciales $[k_o + k - \Delta_W, k_o + k + \Delta_W]$. De esta manera, tenemos una ventana espacio-frecuencia espacial,

$$[x_o + \chi - \Delta_w, x_o + \chi + \Delta_w] \times [k_o + k - \Delta_W, k_o + k + \Delta_W] \quad (2.7)$$

centrada en $(x_o + \chi, k + k_o)$ en el plano xk , de ancho $2\Delta_w$ y altura $2\Delta_W$. El ancho (ancho de la ventana espacial) y el alto (ancho de la ventana en frecuencias espaciales) son constantes para todos los valores de espacio y frecuencia espacial y la ventana tiene área constante $4\Delta_w\Delta_W$.

Estas últimas consideraciones indican que para obtener un alto grado de localización en espacio y frecuencia espacial necesitamos elegir una función ventana con ventanas suficientemente angostas en espacio y frecuencia espacial. No obstante, la siguiente desigualdad llamada principio de incerteza de Heisenberg impone una cota inferior teórica sobre el área de la ventana de espacio y frecuencia espacial de cualquier función ventana. Esta cota inferior es independiente de la función en cuestión.

2.1.3. Principio de incerteza de Heisenberg

El principio de incerteza de Heisenberg impone una cota inferior al producto de los errores cuadráticos medios en los que se incurre al medir simultáneamente dos parámetros complementarios de una función con respecto a la TF. Informalmente, este principio dice que una característica de una función (frecuencia) y la ubicación de dicha característica (posición donde se encuentra dicha frecuencia) , no pueden ser medidas simultáneamente con precisión arbitraria.

Formalmente, si

$$f \in L^2(\mathfrak{R}) \quad \Rightarrow \quad \frac{\|xf\|_2}{\|f\|_2} \frac{\|kF\|_2}{\|F\|_2} \geq \frac{1}{2}. \quad (2.8)$$

Sean w y W funciones ventana. Por otra parte, asumamos sin perder gene-

ralidad que tanto w como W están centradas en 0. Entonces tenemos,

$$4\Delta_w\Delta_W = \frac{\|xw\|_2 \|kW\|_2}{\|w\|_2 \|W\|_2} \geq 2. \quad (2.9)$$

Puede demostrarse que el signo igual vale si y sólo si

$$w(x) = \frac{Ce^{i\alpha x}}{2\sqrt{\pi\beta}} e^{-\frac{x^2}{4\beta}}, \quad (2.10)$$

donde $\beta > 0$, y $\alpha \neq 0 \neq C$ son parámetros.

La TFV $T_{(x,k)}^w(f)$, cuando la función w asociada es la gaussiana anterior, es llamada transformada de Gabor (TG). De esta manera, las TG tienen las ventanas en espacio-frecuencia espacial más angostas dentro de todas las TFV.

Debido a que la frecuencia espacial de una senoide es el número de ciclos por unidad de longitud, es necesario ser capaz de localizar la información espectral de alta frecuencia localizada en una porción pequeña de la imagen. Al mismo tiempo para capturar toda la información de la imagen es necesario analizar un intervalo relativamente ancho como para identificar las bajas frecuencias espaciales presentes. En otras palabras, es deseable ser capaz de ver la señal a escala pequeña para identificar los detalles más chicos, que corresponden a altas frecuencias espaciales (características de pequeña escala), y verla también a escala grande para capturar completamente las variaciones más graduales que corresponden a componentes espectrales de baja frecuencia espacial (características de escala grande). Ya hemos visto que no podemos reducir el tamaño de la ventana de espacio-frecuencia espacial más allá del de la ventana de Gabor. Por otro lado, como la TG es una TFV, su ventana de espacio-frecuencia espacial es rígida y no varía ni con la coordenada espacial ni con la frecuencia espacial.

Por lo tanto, debemos modificar la TFV y llevarla a una transformada fundamentalmente distinta para obtener ventanas espacio-frecuencia espacial que varíen en tamaño. La única manera en que podemos variar el tamaño de la ventana espacial para diferentes grados de localización, es variando recíprocamente el tamaño de la ventana en el dominio de frecuencias espaciales,

de manera de mantener constante el área de la ventana espacio-frecuencia espacial. Esto significa un compromiso entre localización en espacio y en frecuencias espaciales. Introducimos, por lo tanto, la transformada wavelet Integral(TWI).

2.1.4. La transformada wavelet Integral (TWI)

Definimos una transformada wavelet integral en $L^2(\mathfrak{R})$ de la siguiente manera:

$$(W_\psi f)_{(a,b)} = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\psi_{a,b}^*(x)dx, \quad (2.11)$$

donde $\psi_{a,b}(x) = |a|^{-\frac{1}{2}}\psi(\frac{x-b}{a})$ con $a, b \in \mathfrak{R}$, $a \neq 0$ y $\psi \in L^2(\mathfrak{R})$, además ψ satisface la condición

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi(x)dx = 0. \quad (2.12)$$

La función ψ es llamada función wavelet o función madre y las funciones $\psi_{a,b}$ son llamadas wavelets. El operador W_ψ denota la transformada wavelet Integral con respecto a la función wavelet ψ .

Si tanto la función wavelet ψ como su TF, Ψ , son funciones ventana con centros x_o y k_o , y radios Δ_ψ y Δ_Ψ respectivamente, entonces la TWI

$$(W_\psi f)_{(a,b)} = |a|^{-\frac{1}{2}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\psi^*\left(\frac{x-b}{a}\right)dx \quad (2.13)$$

de una señal $f \in L^2(\mathfrak{R})$ la localiza en una ventana en el dominio espacial dada por $[ax_o + b - a\Delta_\psi, ax_o + b + a\Delta_\psi]$. Si $\vartheta(k) = \Psi(k + k_o)$, entonces, ϑ es también una función ventana, con centro 0 y radio Δ_Ψ . Es más, se cumple

$$(W_\psi f)_{(a,b)} = a|a|^{-\frac{1}{2}} \int_{-\infty}^{\infty} F(k)\vartheta^*\left(k - \frac{k_o}{a}\right)dk \quad (2.14)$$

por la identidad de Parseval. Esto significa que W_ψ localiza el espectro de f en una ventana de frecuencia espacial dada por

$$\left[\frac{k_o - \Delta_\Psi}{a}, \frac{k_o + \Delta_\Psi}{a} \right]. \quad (2.15)$$

Por lo tanto, tenemos una ventana de espacio-frecuencia espacial para analizar señales analógicas de energía finita con la ayuda de la TWI W_ψ (ver figura 2.1). Como sólo las frecuencias positivas son de interés, la función

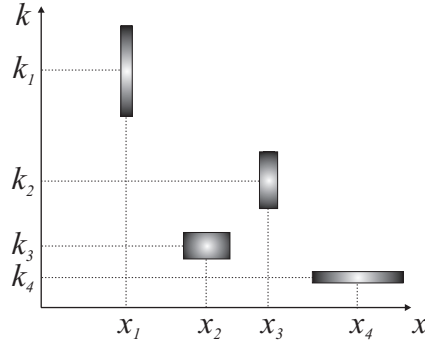


Figura 2.1: Ventanas de espacio-frecuencia espacial de una wavelet

wavelet ψ se elige con $k_o > 0$.

El ancho (tamaño de la ventana espacial) $2a\Delta_\psi$ de la ventana de espacio-frecuencia espacial, es inversamente proporcional a la frecuencia central $\frac{k_o}{a}$, mientras que la altura (tamaño de la ventana en frecuencias temporales) $2\frac{\Delta_\Psi}{a}$ es directamente proporcional a la frecuencia espacial central. Por lo tanto, el área de la ventana espacio-frecuencia espacial es constante y está dada por

$$\frac{\frac{k_o}{a}}{\frac{2\Delta_\Psi}{a}} = \frac{k_o}{2\Delta_\Psi}. \quad (2.16)$$

Prestemos atención por un momento al problema de la reconstrucción de una señal analógica de energía finita, a partir de su TWI, es decir, la inversión de la TWI. Para que la TW sea inversible, la función wavelet madre debe satisfacer el criterio de admisibilidad:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\Psi(k)|^2}{|k|} dk < \infty. \quad (2.17)$$

Observación: Si ψ es una wavelet admisible, entonces se cumple la ecuación (2.12).

2.1.5. Otro enfoque de la transformada wavelet

Presentamos ahora un enfoque heurístico de la TWI que ayuda a esclarecer su propósito y naturaleza. Consideremos una función ventana [47] ϕ que sea suave (es decir, $\phi \in C_{\downarrow}^{\infty}(\mathfrak{R})$) (ver la definición 5 en el Apéndice I), con soporte compacto de manera que Φ sea también una función ventana. Definamos un operador lineal $A_{\phi} : L^2(\mathfrak{R}) \rightarrow L^2(\mathfrak{R})$ de la siguiente manera:

$$A_{\phi}[f](x) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} f(\chi)\phi(x - \chi)d\chi}{\int_{-\infty}^{\infty} \phi(\chi)d\chi} \quad (2.18)$$

$\forall f \in L^2(\mathfrak{R})$. Este operador es un promedio móvil o un operador de suavizado sobre la función f con respecto a la función de peso $\frac{\phi(x)}{\int_{-\infty}^{\infty} \phi(\chi)d\chi}$, donde $\int_{-\infty}^{\infty} \phi(\chi)d\chi < \infty$. De hecho, sin perder generalidad, podemos asumir que $\int_{-\infty}^{\infty} \phi(\chi)d\chi = 1$, si se normaliza.

Presentado de esta manera, A_{ϕ} es un operador que borrona las características de f a escalas menores que el soporte de la función de peso ϕ . En otras palabras, $A_{\phi}[f](x) = (f \odot \phi)(x)$ es una versión de f filtrada con un filtro pasabajos con ϕ como la respuesta al impulso del filtro pasabajos.

Por medio de dilataciones y contracciones de la función de peso ϕ se puede suavizar la función f en mayor o menor grado, respectivamente. Por consiguiente, definimos una familia de operadores parametrizados por la variable de escala $a > 0$ como sigue:

$$A_{\phi}[f](x, a) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\chi)\frac{1}{a}\phi\left(\frac{x - \chi}{a}\right)d\chi \equiv (f \odot \phi_a)(x). \quad (2.19)$$

Notemos que

$$\int_{-\infty}^{\infty} \phi_a(x)dx = \int_{-\infty}^{\infty} \phi\left(\frac{x}{a}\right)\frac{dx}{a} = \int_{-\infty}^{\infty} \phi(x)dx = 1. \quad (2.20)$$

La magnitud de a es proporcional a la cantidad de borrono de f . De esta manera, dicho parámetro puede ser pensado como la mínima escala relativa con respecto al soporte de ϕ a la cual se conservan los detalles (características) de f en $A_{\phi}[f](x, a)$. De hecho, en la medida en que $a \rightarrow 0$, $\phi_a(x) \rightarrow \delta(x)$,

siendo $\delta(x)$ la función delta de Dirac centrada en el origen, y por lo tanto, cuando $a \rightarrow 0 \Rightarrow A_\phi[f](x, a) \rightarrow f(x)$.

La *pérdida* de información o de detalle al utilizar la escala a en lugar de $a + \Delta a$ puede expresarse como la diferencia:

$$\Delta_\phi[f](x, a) = A_\phi[f](x, a) - A_\phi[f](x, a + \Delta a). \quad (2.21)$$

Esta diferencia en el detalle para una variación fija Δa en el parámetro de escala es menor para valores mayores de a , y mayor para valores menores de a . De esta manera la pérdida de detalle debida a una variación infinitesimal en el parámetro de escala a , está dada por:

$$D_\phi[f](x, a) = \lim_{\Delta a \rightarrow 0} \frac{A_\phi[f](x, a) - A_\phi[f](x, a + \Delta a)}{\frac{\Delta a}{a}}. \quad (2.22)$$

Como ϕ tiene soporte compacto, podemos intercambiar el orden de integración y diferenciación. Por lo tanto,

$$-a \frac{\partial}{\partial a} (A_\phi[f](x, a)) = -a \frac{\partial}{\partial a} ((f \odot \phi_a)(x)) = \left(a \frac{\partial}{\partial a} \phi_a \odot f \right) (x). \quad (2.23)$$

Ahora,

$$-a \frac{\partial}{\partial a} (\phi_a(x)) = -a \frac{\partial}{\partial a} \left(\frac{1}{a} \phi\left(\frac{x}{a}\right) \right) = \frac{1}{a} \left(\phi\left(\frac{x}{a}\right) + \frac{x}{a} \phi'\left(\frac{x}{a}\right) \right). \quad (2.24)$$

Definamos $\psi(x) = \phi(x) + x\phi'(x)$. Entonces,

$$-a \frac{\partial}{\partial a} (\phi_a(x)) = \psi_a(x) = \frac{1}{a} \psi\left(\frac{x}{a}\right) \quad (2.25)$$

y,

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi(x) dx = \int_{-\infty}^{\infty} \phi(x) dx + \int_{-\infty}^{\infty} x\phi'(x) dx. \quad (2.26)$$

Por lo tanto,

$$D_\phi[f](x, a) = (\psi_a \odot f) \equiv W_\psi[f](x, a), \quad (2.27)$$

donde

$$W_\psi[f](x, a) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\chi) \frac{1}{a} \Psi\left(\frac{x - \chi}{a}\right) d\chi \quad (2.28)$$

es la TW de f en la posición x y escala a . $W_\psi[f](x, a)$ es el coeficiente que mide la *intensidad de las características* a escala a y posición x .

2.1.6. La transformada wavelet Discreta

La transformada wavelet continua (TWI) involucra wavelets de la forma $\psi_{a,b}(x) = |a|^{-\frac{1}{2}} \psi\left(\frac{x-b}{a}\right)$ con $a, b \in \mathfrak{R}$, $a \neq 0$ y ψ admisible.

Como ya hemos visto, la TWI, a diferencia de la TF, tiene muy buenas propiedades de localización en los dominios espacial y de frecuencia espacial. Es de interés analizar la posibilidad de extraer un subconjunto discreto del conjunto de funciones

$$\{\psi_{a,b}\}_{(a,b) \in \mathfrak{R}^* \times \mathfrak{R}} \quad (2.29)$$

que forme una base de $L^2(\mathfrak{R})$ y herede las propiedades de localización en espacio y frecuencia espacial de la familia continua. Esto involucra la individualización de una grilla apropiada del conjunto $\mathfrak{R}^* \times \mathfrak{R}$ ($\mathfrak{R}^* = \mathfrak{R} - \{0\}$) y la selección de wavelets parametrizadas por los elementos de esta grilla.

En aplicaciones de procesamiento de señales, uno está interesado solamente en frecuencias no negativas. Como el concepto de frecuencia corresponde a escala de las características, consideraremos solamente valores positivos del parámetro de frecuencia espacial (escala) a . Con esta restricción el criterio de admisibilidad se convierte en

$$\int_0^{\infty} \frac{|\Psi(k)|^2}{|k|} dk = \int_{-\infty}^0 \frac{|\Psi(k)|^2}{|k|} dk < \infty. \quad (2.30)$$

Hemos visto que la wavelet $\psi_{a,b}$ está centrada en $ax_o + b$ en el espacio y el ancho de su ventana espacial es igual a $2a\Delta_\psi$, y $\Psi_{a,b}$ está centrada en $\frac{k_o}{a}$ en frecuencia espacial y el ancho de su ventana de frecuencia espacial es igual a $\frac{2\Delta_\Psi}{a}$. Hagamos la frecuencia k igual a $\frac{k_o}{a}$. Como $a > 0$ y $k_o > 0$, $k \in (0, \infty)$.

Para discretizar la familia continua de wavelets $\{\psi_{a,b}\}$, debemos primero

particionar el dominio de frecuencias $(0, \infty)$ en intervalos como los siguientes:

$$(0, \infty) = \bigcup_{j=-\infty}^{\infty} (2^{-j} \Delta_{\Psi}, 2^{-j+1} \Delta_{\Psi}]. \quad (2.31)$$

Para una elección particular de parámetros de escala y de traslación, es posible cubrir el dominio espacial y de frecuencias por completo. Esta elección particular nos lleva a expresar el nuevo conjunto de wavelets de la siguiente manera:

$$\psi_{j,l}(x) = 2^{-\frac{j}{2}} \psi(2^{-j}x - lb_o), \forall j, l \in \mathcal{Z}. \quad (2.32)$$

Puede demostrarse que la elección de b_o es arbitraria y puede ser reemplazada por cualquier otro número real reescalando apropiadamente la wavelet madre.

Con el nuevo conjunto discreto de coeficientes wavelet $\langle f, \psi_{j,l} \rangle$ con $j, l \in \mathcal{Z}$ correspondientes a la TW inducida por la función madre ψ no sólo es posible caracterizar completamente a la función f , sino también es posible reconstruir cualquier función perteneciente al conjunto $L^2(\mathfrak{R})$. No es el objetivo del presente trabajo el tratamiento de la TW como base para un desarrollo, y por lo tanto no desarrollaremos aquí este tema en más detalle.

2.1.7. El filtrado espacial y la transformada wavelet

Antes de hacer alguna interpretación de cómo se puede aplicar la TW al procesado de imágenes, comencemos por analizar la transformada de Fourier. Para ello, consideremos un ejemplo dado por una cierta función de la posición $f(x)$ que pueda escribirse de la siguiente manera

$$f(x) = A \times \cos(k_1x) + B \times \cos(k_2x). \quad (2.33)$$

La transformada de Fourier de esta función está dada por

$$F(k) = \frac{A}{2} \times (\delta(k - k_1) + \delta(k + k_1)) + \frac{B}{2} \times (\delta(k - k_2) + \delta(k + k_2)). \quad (2.34)$$

En la figura 2.2 vemos algunos gráficos para distintas combinaciones de los parámetros A , B , k_1 , y k_2 . De las figuras 2.2.a) y c) puede verse que cuanto

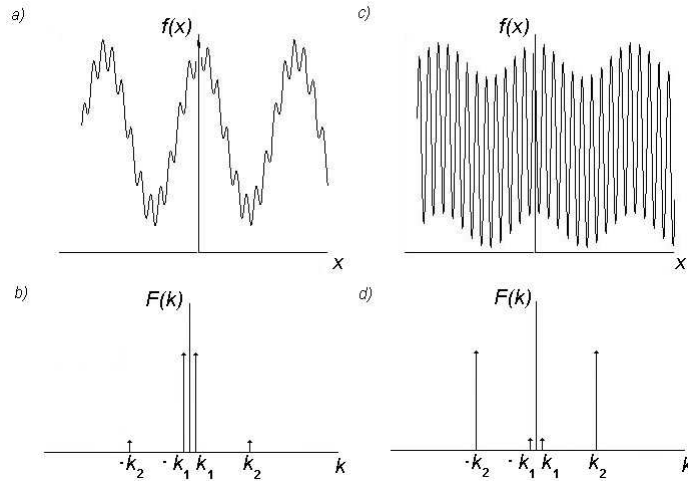


Figura 2.2: Gráficos de la función $f(x)$ para los parámetros $k_2 = 10k_1$ y: a) $A = \frac{B}{10}$, b) su TF, c) $A = 10B$, y d) su TF. En las figuras b y d se ha graficado el factor que acompaña a cada delta de Dirac, y no las deltas de Dirac en sí mismas.

mayor es una amplitud respecto de la otra, mayor será el parecido de la función f con el coseno correspondiente. De la misma manera, en las TF, figuras 2.2.b) y d), podemos ver la importancia relativa de las componentes correspondientes a las frecuencias espaciales k_1 y k_2 .

Utilizando estos conceptos, se puede manipular la transformada de Fourier de una función modificándola de distintas maneras y reobtener una versión modificada de la función a través de la transformada inversa de Fourier. En procesamiento de imágenes (en este caso la función en cuestión es una función de 2 variables espaciales) esta técnica es la que se conoce como filtrado espacial.

Las maneras en que puede modificarse la transformada de Fourier para realizar el filtrado espacial son variadas pero podemos clasificarlas en modificaciones del módulo y modificación del argumento complejo de la transformada de Fourier.

Veamos unos ejemplos para esclarecer estos conceptos. Supongamos que introducimos modificaciones a la transformada de Fourier de $f(x)$, $F(k)$,

multiplicándola por una cierta función

$$\Omega(k) = \begin{cases} 1 & k_1 < |k| < k_2 \\ 0 & |k| > k_2 \vee |k| < k_1 \end{cases} \quad (2.35)$$

cuyo gráfico se muestra en la figura 2.3. Mediante elecciones adecuadas del

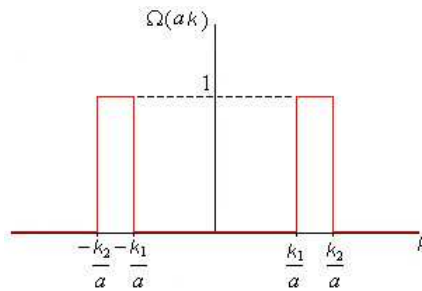


Figura 2.3: Gráfico de la función $\Omega(k)$ reescalada mediante el parámetro a .

parámetro a , se pueden obtener productos $\Omega(ak) \times F(k)$ con ciertas características particulares. Como ejemplo, pueden obtenerse productos como los de la figura 2.4, donde se anula completamente una de las componentes en la frecuencia espacial. Al realizar la transformada inversa de Fourier de los productos de la figura 2.4 se obtienen $B \cos(k_2x)$ en el caso del producto representado en la c), y $A \cos(k_1x)$ la correspondiente a la f). De esta manera se pueden extraer mediante esta técnica, ciertas componentes de frecuencia espacial de la función que se está analizando, y eliminar las no deseadas.

La transformada wavelet puede interpretarse como un caso especial de filtrado espacial. La expresión $(W_\psi f)(a, b) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\psi_{a,b}^*(x)dx$ de dicha transformada, puede reescribirse en el espacio de Fourier de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} (W_\psi f)(a, b) &= \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\psi^*\left(\frac{x-b}{a}\right)dx \\ &= \sqrt{a} \int_{-\infty}^{\infty} \Psi^*(ak)F(k)e^{i2\pi bk} dk \end{aligned} \quad (2.36)$$

La ecuación (2.36) es la transformada de Fourier inversa del producto \sqrt{a}

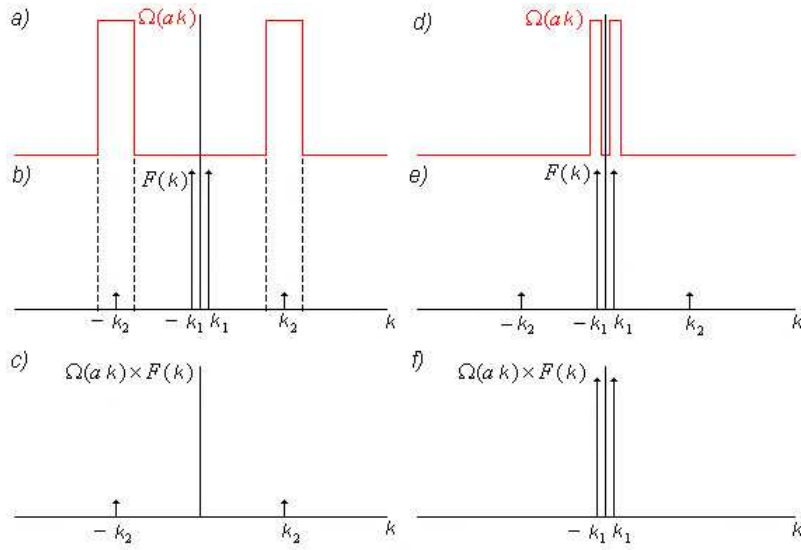


Figura 2.4: Gráfico de las funciones $F(k)$ (b,e), $\Omega(ak)$ (a,d) y producto $\Omega(ak) \times F(k)$ (c,f) para dos valores específicos del parámetro a

$\Psi^*(ak) F(k)$. El integrando, entonces, es una versión modificada de la transformada de Fourier de la función $f(x)$, y por lo tanto $(W_\psi f)(a, b)$ es una versión filtrada de ella, con el filtro particular $\sqrt{a}\Psi^*(ak)$.

De esta expresión se desprende una interpretación distinta de la transformada wavelet. Para cada valor del parámetro a , la transformada wavelet es una versión filtrada de la función $f(x)$ donde cada filtro está asociado a un valor de dicho parámetro. El valor del parámetro modifica el tamaño de la función filtro, y por lo tanto, para cada valor se obtiene un filtrado asociado a un conjunto distinto de frecuencias de la función $f(x)$.

En este caso, un poco más complicado que el esbozado en el ejemplo ilustrado por la figura 2.4, la modificación de la transformada de Fourier consiste en una modificación no sólo del módulo sino también del argumento complejo. Este enfoque brinda otra manera de interpretar el significado de la transformada wavelet.

2.2. Transformada wavelet en imágenes

Como hemos dicho en la sección 2.1, la transformada wavelet tiene gran cantidad de aplicaciones en distintas ramas de la ciencia y la ingeniería. Uno de los campos donde se ha aplicado esta transformada es en el procesado de imágenes. En este caso, la función a analizar es una función de dos variables espaciales, que representa la transmitancia de una imagen en cada punto de un plano.

La transformada wavelet de la función $f(x, y)$ de dos variables puede escribirse de la siguiente manera

$$W[f](a_x, a_y, b_x, b_y) = \frac{1}{\sqrt{a_x a_y}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) h^* \left(\frac{x - b_x}{a_x}, \frac{y - b_y}{a_y} \right) dx dy \quad (2.37)$$

donde la función

$$h_{a_x, a_y, b_x, b_y}(x, y) = \frac{1}{\sqrt{a_x a_y}} h \left(\frac{x - b_x}{a_x}, \frac{y - b_y}{a_y} \right) \quad (2.38)$$

es la denominada función wavelet, o simplemente wavelet, es decir, una versión dilatada o contraída, y desplazada de la función madre $h(x, y)$.

Nótese en la ecuación (2.37) que la transformada wavelet en 2D es una función de cuatro variables: dos que indican los factores de escala en las dos coordenadas a_x y a_y , y otras dos, b_x y b_y , que representan los desplazamientos de la wavelet en las direcciones x e y respectivamente.

Si recordamos la expresión de la operación de correlación, definida para funciones de dos variables como

$$(f \otimes g)(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi, \eta) g^*(\xi - x, \eta - y) d\xi d\eta, \quad (2.39)$$

notaremos entonces que la ecuación (2.37) es la correlación entre la función $f(x, y)$, a analizar, y una versión reescalada de la función wavelet madre con los parámetros de escala a_x y a_y . Por lo tanto, la función con la que se

está correlacionando puede expresarse como

$$h_{a_x, a_y}(x, y) = \frac{1}{\sqrt{a_x a_y}} h\left(\frac{x}{a_x}, \frac{y}{a_y}\right) \quad (2.40)$$

Para obtener la transformada wavelet completa, precisamos conocer el valor de la función $W[f](a_x, a_y, b_x, b_y)$ para todos los valores posibles de a_x , a_y , b_x y b_y . Mediante cada correlación de la función $f(x, y)$ con las funciones de la ecuación (2.40) obtenemos los valores de $W[f](a_x, a_y, b_x, b_y)$ para el par (a_x, a_y) . Por lo tanto para obtener la transformada wavelet completa asociada a la función madre $h(x, y)$ deberíamos realizar tantas correlaciones como valores posibles de los pares (a_x, a_y) .

Para ciertas aplicaciones, como las que mostraremos en este trabajo, no es necesario encontrar la transformada wavelet completa de la función a analizar, sino que nos basta con un pequeño subconjunto de correlaciones para obtener la información que deseamos. Es decir, nos basta con un subconjunto de valores de $W[f](a_x, a_y, b_x, b_y)$.

El hecho de que la transformada wavelet pueda expresarse como una integral de correlación sugiere que una implementación de esta operación puede ser lograda ópticamente. En efecto, existen arquitecturas ópticas conocidas que permiten obtener la correlación entre dos funciones.

2.3. Transformada wavelet óptica

Como hemos mencionado en la sección 2.2, una manera de realizar la transformada wavelet ópticamente, es a través de la operación de correlación. Mediante ciertas arquitecturas, es posible realizar la correlación de dos funciones ópticamente. Una de las ventajas principales de utilizar métodos ópticos frente a métodos algorítmicos implementados por computadora, es el tiempo de procesado. La correlación en dos dimensiones es una operación que requiere realizar una doble integral sobre todo el dominio de la escena, para cada valor de la función correlación. La posibilidad de realizar esta operación ópticamente, hace que el tiempo necesario para realizar la correlación sea, básicamente, lo que demore la luz en recorrer la distancia que hay entre el

plano de entrada y el de salida del correlador ($\approx 10^{-8}s$), independientemente del tamaño de las señales a correlacionar. Comparativamente un algoritmo computacional suele tardar tiempos del orden del segundo en realizar una correlación, y dado que estos métodos son en general secuenciales, el tiempo de cómputo varía con una potencia de la cantidad de píxeles utilizados para muestrear las funciones.

Existen dos arquitecturas básicas para realizar la operación de correlación. Una de ellas es el correlador por transformada conjunta, también conocido como JTC (del inglés “Joint Transform Correlator”) diseñado por Weaver y Goodman [48]. En esta arquitectura, donde la operación se obtiene en dos pasos, las funciones a correlacionar se disponen conjuntamente en el plano de entrada del correlador, una desplazada respecto de la otra. Mediante una lente se obtiene la transformada de Fourier del plano conjunto. Se registra la figura de intensidades de esta transformada de Fourier con algún medio de registro, como por ejemplo un medio fotográfico o una cámara digital. Posteriormente, se realiza una segunda transformada de Fourier de esta distribución de intensidades. En uno de los órdenes difractados en el plano de salida se obtiene la correlación de las dos funciones de entrada.

Una importante ventaja de esta arquitectura es que la alineación es relativamente sencilla. Esta característica hace de esta arquitectura un dispositivo robusto, condición necesaria para el montaje en líneas de producción, o instalaciones industriales.

Por otro lado, la gran desventaja de la que adolece esta arquitectura es que el proceso, necesariamente, debe realizarse en dos pasos. Durante muchos años esta arquitectura no fue implementable en tiempo real. Recientemente se han reportado implementaciones basadas en esta arquitectura que mediante la incorporación de cristales fotorrefractivos permiten un procesado a tiempo real [49]. Si bien esto último soluciona una de las mayores desventajas del JTC, la utilización de elementos fotorrefractivos es una complicación no menor. Por otra parte, en este tipo de correlador se dificulta el multiplexado de la información.

La otra arquitectura capaz de realizar la operación de correlación ópticamente es el llamado correlador de Vander Lugt [50]. Este dispositivo es un

correlador a tiempo real, pero su alineación es más crítica. Una ventaja adicional es que permite procesar información múltiple en forma simultánea de modo relativamente simple, utilizando un adecuado diseño de los filtros. Éste es el correlador sobre el cual nos hemos basado en esta Tesis. En esta sección se describen los fundamentos del funcionamiento de esta arquitectura.

2.3.1. Representación óptica de una imagen

Para poder procesar una imagen ópticamente, es necesario, en principio definir una manera para representar físicamente la función compleja de dos variables $f(x, y)$. Supongamos que la dirección de propagación del campo electromagnético, \vec{k} , coincide con el eje z . El campo eléctrico oscilará en un plano transversal x - y de acuerdo a la ecuación (2.41)

$$\vec{E}(x, y, z_o, t) = [E_x(x, y)\hat{x} + E_y(x, y)\hat{y}] e^{i\omega t} \quad (2.41)$$

donde z_o define la posición de dicho plano. En la figura 2.5 se muestra un

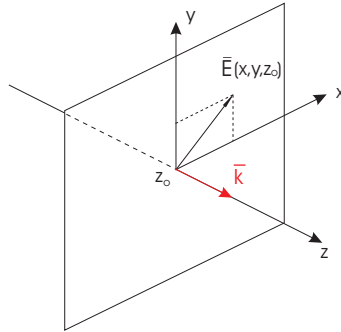


Figura 2.5: Distribución espacial de campo eléctrico sobre un plano transversal a la dirección de propagación k .

esquema de la distribución del campo eléctrico en dicho plano transversal.

En la aproximación escalar podemos pensar que un dispositivo que modifica el frente de ondas puede ser representado mediante su función de transmitancia compleja $t(x, y)$. Esta función representa la proporción de amplitud de campo eléctrico que emerge del dispositivo respecto del campo incidente sobre el mismo. En lo que sigue asociaremos una transmitancia $t(x, y)$ tanto

al objeto representado por una imagen, como a los filtros.

Un dispositivo como el citado se esquematiza en la figura 2.6. Puede verse cómo la interposición de dicho elemento modifica el frente de onda incidente sobre él.

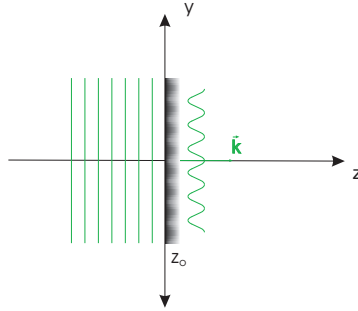


Figura 2.6: Modificación de un frente de onda plano mediante la interposición de una transparencia.

2.3.2. Transformada de Fourier óptica

Una propiedad muy útil de las lentes esféricas convergentes, es que permiten implementar en modo sencillo la transformada de Fourier de una imagen. Esta propiedad es la base del procesado óptico coherente, y puede explicarse a partir de la teoría escalar de la difracción. Las condiciones bajo las cuales es válida esta teoría son las siguientes:

1. La abertura difractora debe ser grande comparada con la longitud de onda.
2. El campo difractado no debe observarse cerca de la abertura.

Con esta aproximación, la ecuación para la difracción por una pantalla plana es

$$E(P_o) = \frac{1}{i\lambda} \iint_{\Sigma} E(P_1) \frac{\exp(ikr_{01})}{r_{01}} \cos(\hat{n} \cdot \vec{r}_{01}) dS, \quad (2.42)$$

donde P_o y P_1 son puntos en las pantallas de observación y difractora respectivamente. El vector \vec{r}_{01} es el vector que une dichos puntos, y \hat{n} es el

versor normal a la pantalla difractora, con sentido en la dirección de propagación, como puede observarse en la figura 2.7. La ecuación (2.42) se conoce como la fórmula de difracción de Rayleigh-Sommerfeld. Esta fórmula es válida asumiendo que la onda incidente es estrictamente monocromática. En la

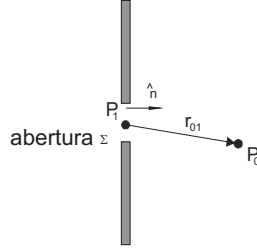


Figura 2.7: Esquema de una pantalla difractora.

aproximación de Fresnel sobre la ecuación (2.42), se considera que la distancia z entre la pantalla difractora y el plano de observación es mucho mayor que el tamaño de la abertura difractora, y que el tamaño de la región de interés en el plano de observación. Con esta consideración se hacen aproximaciones sobre la fase, la amplitud y el factor de oblicuidad $\cos(\hat{n} \cdot \vec{r}_{01})$.

Finalmente, se obtiene la fórmula para la difracción de Fresnel, que se muestra en la ecuación (2.43)

$$E(x_o, y_o) = \frac{\exp(ikz)}{i\lambda z} \exp\left(i\frac{k}{2z}(x_o^2 + y_o^2)\right) \iint_{\Sigma} E(x_1, y_1) \exp\left(-i\frac{k}{z}(x_o x_1 + y_o y_1)\right) \exp\left(i\frac{k}{2z}(x_1^2 + y_1^2)\right) dx_1 dy_1, \quad (2.43)$$

donde (x_o, y_o) y (x_1, y_1) son las coordenadas en el plano de observación y la pantalla difractora respectivamente. Nótese que exceptuando la segunda exponencial en el integrando de la ecuación (2.43), y por una fase cuadrática, el campo en P_o es la transformada de Fourier del campo en P_1 .

El factor de fase cuadrático no tiene mayor importancia debido a que la magnitud que se mide es la intensidad, a la cual este factor no contribuye. La segunda exponencial en el integrando puede aproximarse por el valor 1

siempre y cuando la distancia z sea lo suficientemente grande. Con esta aproximación, conocida como la aproximación de Fraunhofer, la ecuación (2.43) deviene en la ecuación (2.44).

$$E(x_o, y_o) = \frac{\exp(ikz)}{i\lambda z} \exp\left(i\frac{\pi}{\lambda z}(x_o^2 + y_o^2)\right) \iint_{\Sigma} E(x_1, y_1) \exp\left(-i\frac{2\pi}{\lambda z}(x_o x_1 + y_o y_1)\right) dx_1 dy_1, \quad (2.44)$$

En este caso el campo eléctrico resultante corresponde a la transformada de Fourier del campo inmediatamente después de atravesar la abertura difractora, evaluada en las frecuencias espaciales $u = \frac{x_o}{\lambda z}$ y $v = \frac{y_o}{\lambda z}$.

La distancia z necesaria para poder hacer esta aproximación suele ser muy grande, por ejemplo para una longitud de onda de 600nm y una abertura de 2,5 cm esta distancia da un valor entre 1000 y 2000 metros para una cota de error aceptable. A pesar de ello es posible observar la difracción de Fraunhofer a distancias mucho menores, por ejemplo a través de una lente convergente. En efecto, una lente esférica convergente contribuye al campo con una fase cuadrática que compensa la fase cuadrática de la ecuación (2.43). Ésta es la propiedad transformadora de las lentes, que hemos mencionado al comenzar este apartado.

En lo que resta de esta sección describiremos en forma cuantitativa la configuración óptica que hemos empleado en este trabajo, y mediante la cual es posible obtener la transformada de Fourier de una escena de entrada con un factor escala regulable.

Consideremos el arreglo de la figura 2.8. En ella se esquematiza un dispositivo óptico capaz de realizar la transformada de Fourier de una cierta transmitancia $t(x, y)$. Notemos que el arreglo de la figura no es el único posible, sin embargo lo hemos elegido pues es parte constitutiva del correlador convergente que describiremos en la sección siguiente. Por cuestiones de claridad en la explicación utilizaremos una única variable. La generalización a 2 variables es directa. Una lente convergente puede describirse a través de una

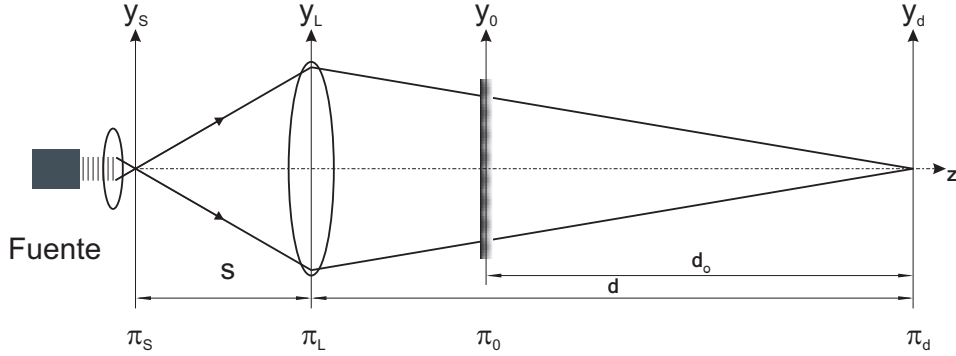


Figura 2.8: Configuración convergente para obtener la transformada de Fourier ópticamente.

función transmitancia dada por la siguiente expresión:

$$t_L(x, y) = P(x, y) \exp(ikn\Delta_o) \exp\left(-i\frac{k}{2f}(x^2 + y^2)\right), \quad (2.45)$$

donde Δ_o es el mayor espesor de la lente, y f es su distancia focal. En esta expresión, la función $P(x, y)$ es la denominada función pupila, y es el factor que considera la dimensión finita de la lente, y las posibles aberraciones. El segundo factor de la ecuación (2.45) es una fase global constante. Finalmente el último factor es una fase cuadrática negativa. Notemos que la interposición de una lente contrarresta el factor cuadrático de la ecuación (2.43) tal como mencionamos previamente.

Con el objetivo de hallar la distribución de campo en la pantalla de observación π_d debemos realizar tres propagaciones consecutivas utilizando la ecuación (2.43). La primera de ellas es la propagación de la onda electromagnética desde la fuente puntual hasta la lente. Hemos puesto el origen de la coordenada z en la lente, por lo tanto la posición de la fuente puntual viene dada por la coordenada $z = -S$. Representamos la fuente puntual centrada en el eje óptico del sistema mediante una función delta de Dirac $\delta(x_S)$, por

lo tanto, el campo que se obtiene antes de atravesar la lente viene dado por

$$\begin{aligned}
 E(x_L^-) &= \frac{\exp(-ikS)}{\sqrt{i\lambda S}} \exp\left(-ik\frac{x_L^2}{2S}\right) \\
 &\quad \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x_S) \exp\left(-ik\frac{x_S^2}{2S}\right) \exp\left(ik\frac{x_S x_L}{S}\right) dx \\
 &= \frac{\exp(-ikS)}{\sqrt{i\lambda S}} \exp\left(-ik\frac{x_L^2}{2S}\right) \quad (2.46)
 \end{aligned}$$

Inmediatamente después de atravesar la lente el campo viene dado por

$$E_L(x_L^+) = \frac{\exp(-ikS)}{\sqrt{i\lambda S}} \exp\left(-ik\frac{x_L^2}{2S}\right) P(x_L) \exp\left(-ik\frac{x_L^2}{2f}\right) \quad (2.47)$$

Reemplazando x_L en la función pupila por $x_o d/d_o$ y calculando el campo en π_o , inmediatamente antes del objeto, se obtiene

$$\begin{aligned}
 E_o^-(x_o) &= \frac{\exp(ik(d-d_o-S))}{i\lambda\sqrt{(d-d_o)S}} \exp\left(ik\frac{x_o^2}{2(d-d_o)}\right) P\left(\frac{x_o d}{d_o}\right) \\
 &\quad \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-ik\frac{x_L^2}{2S}\right) \exp\left(-i\frac{kx_L^2}{2f}\right) \exp\left(ik\frac{x_L^2}{2(d-d_o)}\right) \\
 &\quad \exp\left(-ik\frac{x_L x_o}{d-d_o}\right) dx_L \quad (2.48)
 \end{aligned}$$

cuya integral puede resolverse definiendo los valores

$$a \equiv \frac{k}{2} \left(\frac{1}{d-d_o} - \frac{1}{S} - \frac{1}{f} \right); \quad b \equiv k \frac{x_o}{d-d_o}. \quad (2.49)$$

Luego del cálculo, el campo inmediatamente detrás del objeto estará dado por

$$\begin{aligned}
 E(x_o^+) &= \sqrt{\frac{f}{\lambda[Sf - (d-d_o)(f+S)]}} \exp\left(ik(d-d_o-s) - i\frac{\pi}{4}\right) \\
 &\quad \exp\left(ik\frac{x_o^2}{2(d-d_o)}\right) P\left(\frac{x_o d}{d_o}\right) t(x_o) \exp\left(-i\frac{b^2}{4a}\right) \\
 &= A \exp\left(ik\frac{x_o^2}{2(d-d_o)}\right) P\left(\frac{x_o d}{d_o}\right) t(x_o) \exp\left(-i\frac{b^2}{4a}\right), \quad (2.50)
 \end{aligned}$$

donde se ha definido

$$A \equiv \sqrt{\frac{f}{\lambda [Sf - (d - d_o)(f + S)]}} \exp\left(ik(d - d_o - s) - i\frac{\pi}{4}\right) \quad (2.51)$$

Finalmente queda por calcular la expresión del campo a distancia d de la lente y hallar para qué valor de la misma se obtiene la transformada de Fourier del objeto. En el punto x_d , entonces, el campo estará dado por

$$E(x_d) = A \frac{\exp(ikd_o)}{\sqrt{i\lambda d_o}} \exp\left(ik\frac{x_d^2}{2d_o}\right) \int_{-\infty}^{\infty} dx_o t(x_o) P\left(\frac{x_o d}{d_o}\right) \exp\left(-i\frac{x_d x_o}{d_o}\right) \exp\left(i\frac{k}{2}x_o^2 B\right), \quad (2.52)$$

donde la cantidad B está definida por

$$B \equiv \frac{1}{d - d_o} + \frac{1}{d} - \frac{Sf}{(Sf - fd + fd_o - Sd + Sd_o)(d - d_o)} \quad (2.53)$$

Tomaremos d como la distancia desde el objeto al plano conjugado de la fuente π_d de acuerdo a la figura 2.8. En este caso, la ley de Gauss establece la relación

$$-\frac{1}{S} + \frac{1}{d} = \frac{1}{f} \quad (2.54)$$

Utilizando la ecuación (2.54), se deduce que la cantidad B definida en ecuación (2.53) es nula, anulándose el argumento de la exponencial que contiene el factor x_o^2 . De esta manera, en el plano π_d , el campo resultante corresponde a la transformada de Fourier del objeto por la función pupila proyectada sobre dicho plano.

Asumiendo una lente libre de aberraciones y cuyo tamaño no limita el tamaño de la pupila del sistema, el campo en dos dimensiones queda expresado de la siguiente forma

$$E(x_d, y_d) = \frac{f \exp\left(ik(d - S) - i\frac{\pi}{4}\right)}{i\lambda^2 [sf - (d - d_o)(S + f)]} \exp\left(ik\frac{x_d^2 + y_d^2}{2d_o}\right) \iint_{-\infty}^{\infty} t(x_o, y_o) \exp\left(-i2\pi\frac{x_d x_o + y_d y_o}{\lambda d_o}\right) dx_o dy_o \quad (2.55)$$

donde pueden definirse las frecuencias espaciales $u = \frac{x_d}{\lambda d_o}$ y $v = \frac{y_d}{\lambda d_o}$. Con esta definición, se pone en evidencia que la escala de la transformada de Fourier de $t(x, y)$ se puede modificar mediante la elección de la distancia d_o entre el objeto y el plano transformado π_d .

2.3.3. El correlador convergente

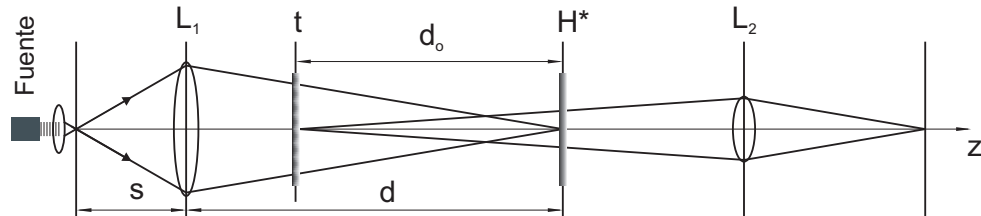


Figura 2.9: Esquema del correlador convergente.

Consideremos el esquema de la figura 2.9. El dispositivo corresponde al denominado correlador convergente. La lente L_1 realiza la transformada de Fourier de la señal representada por la transparencia $t(x, y)$ de la manera descrita en la sección anterior. En el plano donde se obtiene la transformada de Fourier, se dispone una segunda transparencia $H^*(x_d, y_d)$ que modifica la transformada de manera tal que el campo eléctrico después de que la onda atraviesa la segunda transparencia viene dado por

$$E^+(x_d, y_d) = T(x_d, y_d)H^*(x_d, y_d) \quad (2.56)$$

donde $T(x_d, y_d)$ es la transformada de Fourier de la transparencia de entrada. La lente L_2 realiza una segunda transformada de Fourier de manera similar a la que se realiza en la primera etapa del correlador, obteniéndose en el plano de salida la transformada inversa de Fourier del campo descrito por la ecuación (2.56). Nótese que realizar una transformada de Fourier es idéntico a realizar la transformada inversa de Fourier y evaluar el resultado en la variable cambiada de signo, como se muestra para una función de una variable

en la ecuación (2.57).

$$\begin{aligned}\mathcal{F}[f](-k) &= \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \exp(-i2\pi(-k)x) dx \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \exp(i2\pi kx) dx = \mathcal{F}^{-1}[f](k),\end{aligned}\quad (2.57)$$

donde el operador $\mathcal{F}[\]$ denota la transformada de Fourier, y $\mathcal{F}^{-1}[\]$ la transformada inversa. Notemos que en los primeros dos miembros de la ecuación (2.57), x y k son las variables correspondientes a los dominios espacial y de frecuencias respectivamente, mientras que en los últimos dos, x corresponde al dominio de frecuencias y k corresponde al espacial. Por lo tanto, para observar la transformada inversa de Fourier es necesario cambiar el sistema de coordenadas de observación (x_c, y_c) por $(-x_c, -y_c)$. En el plano final del correlador se obtiene, como hemos dicho, la transformada inversa de Fourier del campo en la ecuación (2.56). El resultado de la ecuación (2.58), conocido como teorema de la convolución, muestra que un producto de convolución puede calcularse como la transformada inversa de Fourier del producto de las transformadas de Fourier de los factores de la convolución.

$$f \odot h = \mathcal{F}^{-1}[F(k)H(k)],\quad (2.58)$$

donde $F(k)$ y $H(k)$ son las transformadas de Fourier de $f(x)$ y $h(x)$ respectivamente. Utilizando este resultado y una propiedad de la correlación y la convolución, la transformada inversa de Fourier de la ecuación (2.56) conduce a la ecuación (2.59),

$$E(x_f, y_f) = f(x_o, y_o) \odot h^*(-x_o, -y_o) = f(x_o, y_o) \otimes h(x_o, y_o)\quad (2.59)$$

donde $h = \mathcal{F}^{-1}[H]$. La ecuación (2.59) representa al campo en el plano final o plano de correlación. Por lo tanto, en el plano final del procesador se obtiene la correlación entre la entrada $f(x_o, y_o)$ y la función $h(x_o, y_o)$.

Utilizando este método, es posible realizar la transformada wavelet de una determinada escena de entrada, mediante el diseño de un banco adecuado de filtros. Recordemos lo dicho en la sección 2.2. En dicha sección se

mencionó que la transformada wavelet de una señal de dos variables puede obtenerse mediante la realización de un conjunto de correlaciones con versiones reescaladas (2.40) de la función wavelet madre. De esta manera, el banco de filtros a diseñar debe estar formado por los complejos conjugados de las transformadas de Fourier de las funciones descriptas en la ecuación (2.40).

2.3.4. La física del reconocimiento de formas

Un ejemplo de la utilización del correlador convergente es la aplicación al reconocimiento de formas. Varias técnicas de reconocimiento de formas están basadas en la operación de correlación. Para reconocer si una forma dada está presente en una escena se busca la función de correlación. Esta será máxima cuando se trate de la autocorrelación. Podemos definir esta función basándonos en la ecuación (2.39) de la siguiente manera

$$(f \otimes f)(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi, \eta) f^*(\xi - x, \eta - y) d\xi d\eta \quad (2.60)$$

La característica fundamental de esta operación es que da como resultado un alto valor en el origen de coordenadas y valores relativamente despreciables en el resto del plano. A modo de ejemplo mostramos una función arbitraria y su autocorrelación en la figura 2.10. El valor en el centro de la correlación

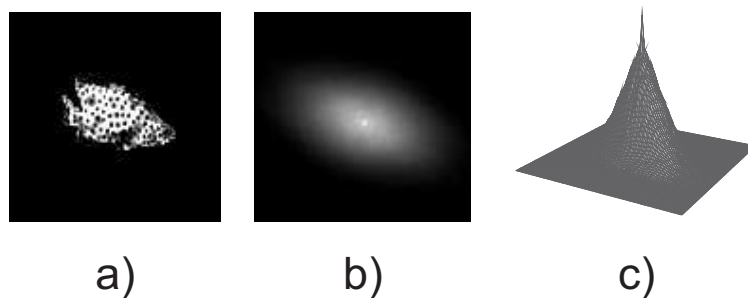


Figura 2.10: La autocorrelación como herramienta de reconocimiento. a) Función de entrada; b) Autocorrelación; c) Perfil de la autocorrelación.

indica el grado de similitud entre los factores de la correlación. El pico de

correlación es tanto más alto cuanto mayor es la similitud entre las funciones correlacionadas.

La autocorrelación nos da un ejemplo útil para comprender el sentido físico de un correlador basado en la arquitectura de Vander Lugt. Para realizar una autocorrelación como la de la figura 2.10 debemos utilizar un filtro con la distribución espacial $F^*(u, v)$ tal que $F(u, v) = \mathcal{F}[f(x, y)]$, donde $f(x, y)$ es la función de entrada. Al ubicar la función $f(x, y)$ en el plano de entrada, en el plano de Fourier se obtiene una distribución de campo óptico proporcional a $F(u, v)$, que al atravesar el filtro $F^*(u, v)$ se convierte en $|F(u, v)|^2$. Esta distribución tiene fase constante y es por lo tanto una onda plana con una cierta distribución de amplitud. Esta onda plana se propaga hasta la segunda lente, la cual enfoca la luz formando un intenso pico de correlación como se esquematiza en la figura 2.11. Podemos interpretar que el filtrado espacial en este caso particular consiste en compensar la curvatura de la onda incidente. Si el filtro no estuviese adaptado a la escena de entrada, la fase de la onda

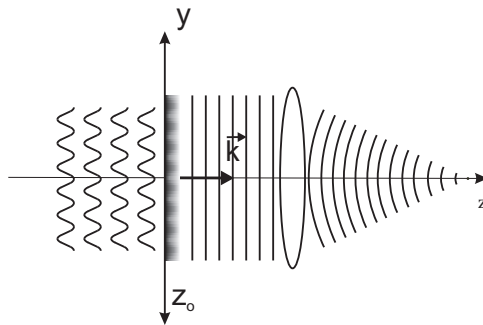


Figura 2.11: Interpretación física de la autocorrelación

no se compensaría en el plano de Fourier, por lo tanto el campo después de este plano no sería una onda plana y la segunda lente no enfocaría toda la energía en un punto y no aparecería el punto de correlación. En este caso, el sistema no reconocería a la escena de entrada.

Capítulo 3

Dispositivo experimental

En esta Tesis se desarrollaron y estudiaron un conjunto de métodos basados en la arquitectura para correlación óptica de Vander Lugt. En particular hemos trabajado con una configuración convergente, dada su versatilidad en cuanto al manejo de la escala en la transformada de Fourier. Hemos utilizado, en la mayor parte de las aplicaciones, filtros modulados mayormente en fase con el objeto de maximizar la eficiencia de difracción del sistema.

En el capítulo 4, mostraremos un método para construir filtros para reconocimiento de imágenes basados en la transformada wavelet. En esta aplicación hemos utilizado la arquitectura convergente mencionada previamente, utilizando un filtro construido totalmente en fase. En cuanto a extracción de características, hemos presentado un método para detección de esquinas invariante a rotaciones. En la sección 5.3 mostramos el desarrollo de un filtro diseñado totalmente en fase que se utiliza en un correlador convergente como el mencionado. De la misma manera, el procesado multiresolución localizado espacialmente, que presentamos en el capítulo 6 utiliza este dispositivo con doble pasaje, y por lo tanto la eficiencia de difracción del mismo juega un papel fundamental. En este caso, también hemos utilizado un filtro totalmente modulado en fase.

En aplicaciones donde la eficiencia no es prioritaria pero el diseño del filtro lo amerita, hemos utilizado una combinación de un filtro de fase, con una máscara binaria. Este es el caso del detector omnidireccional de bordes de

la sección 5.1 y el detector de bordes robusto al desenfoque de la sección 5.2. En estas aplicaciones hemos empleado la arquitectura convergente con un diseño de filtro mixto de fase y amplitud.

Por ser una arquitectura en la que se basan los sistemas propuestos, dedicamos este capítulo a detallar los métodos de alineación utilizados para este arreglo experimental. En la sección 3.1 se presenta el arreglo experimental básico del correlador convergente. En el apartado 3.1.1 describiremos el dispositivo de doble pasaje utilizado para análisis multiresolución localizado espacialmente.

Finalmente, en las secciones 3.2 y 3.3 se presentan las técnicas utilizadas para alinear los dispositivos presentados en esta Tesis.

3.1. Correlador convergente

Se utilizó un correlador de tipo Vander Lugt en configuración convergente como el que se esquematiza en la figura 3.1 Un láser de Argón (Melles Griot

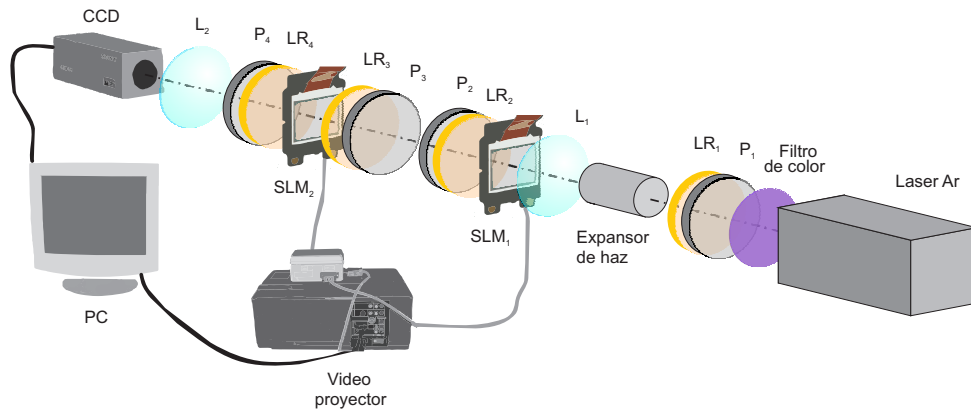


Figura 3.1: Esquema del correlador de Vander Lugt en disposición convergente. Un láser de Argón es expandido y filtrado mediante un expansor de haz. Un filtro de color selecciona la línea de $\lambda = 458$ nm del láser. Los polarizadores P_1 a P_4 y las láminas retardadoras LR_1 a LR_4 configuran las pantallas de cristal líquido SLM_1 y SLM_2 para modular amplitud o fase. Ambas pantallas son manejadas a través de un video proyector y una PC. Las lentes L_1 y L_2 realizan la primera y segunda transformada de Fourier respectivamente. La imagen de salida es adquirida por una cámara CCD.

modelo IMA102025ALS) es expandido y filtrado con el fin de disminuir el ruido coherente. El primer conjunto de polarizadores y láminas retardadoras P_1 , LR_1 , P_2 y LR_2 establece el estado de polarización necesario para que la primera pantalla de cristal líquido SLM_1 module la luz incidente en amplitud [51]. En dicha pantalla se representa la escena a analizar. La lente L_1 es la responsable de la obtención de la transformada de Fourier de la escena en el plano de Fourier donde se ubica la segunda pantalla de cristal líquido SLM_2 . Los elementos P_3, LR_3 , LR_4 y P_4 , configuran la segunda pantalla en modo mayormente de fase (la calibración se muestra en el apéndice II). En esta última se representa el filtro y, como efecto, a la salida de esta pantalla se obtiene el producto de la función que representa el filtro y la TF de la escena. Una segunda lente realiza la transformada inversa de Fourier de este producto que se obtiene en el plano donde se ubica la cámara CCD, (Sony Modelo XC-75). Para seleccionar una sola de las longitudes de ondas emitidas por el láser se interpone un filtro interferencial de 457nm inmediatamente antes de la cámara. Notemos que las pantallas de cristal líquido fueron calibradas con esta longitud de onda, que es aquella para la cual se obtiene la mayor modulación en fase.

Las pantallas de cristal líquido y la electrónica que las maneja fueron extraídas de un video-proyector (Proxima Desktop Projector 5100) que fue adaptado para manejarse mediante un software ejecutable desde una PC. La pantalla SLM_1 es la utilizada originalmente en el video-proyector para el color verde, mientras que la SLM_2 es una pantalla con características similares (SONY) para el color rojo. La intensidad de luz medida por la cámara CCD es adquirida mediante un software para PC.

Es importante notar que la arquitectura que se ha descrito es una arquitectura básica que en las distintas aplicaciones ha tenido variaciones con el objeto de mejorar alguna característica del sistema. Por ejemplo, para reducir el efecto de las aberraciones y el ruido coherente introducidos por el filtro interferométrico de color, el primer polarizador y la primera lámina retardadora, se ha ubicado estos elementos antes del expansor de haz. El efecto de esta medida es doble: por un lado el ruido speckle producido por impurezas en estos elementos es eliminado por el filtrado espacial del expansor. Por

otro lado, debido a que el haz sin expandir tiene una cintura reducida, el área iluminada de los elementos mencionados es pequeña y por lo tanto las aberraciones provocadas al frente de onda son menores.

Nótese también, que si bien el correlador de Vander Lugt es una arquitectura donde la alineación es crítica, con la disposición que se propone es posible operar el dispositivo sin necesidad de modificar la alineación cada vez. El hecho de utilizar moduladores espaciales y cámaras CCD controlados por computadora permite manipular la información de entrada y salida del dispositivo sin necesidad de procedimientos mecánicos que podrían modificar la alineación. Los procedimientos de alineación, si bien no son sencillos, se hacen una única vez.

En la figura 3.2 se muestra una fotografía del dispositivo experimental donde se indican los elementos utilizados. Nótese que en dicha fotografía se reproducen sólo las partes del dispositivo que contienen componentes ópticos o electrónicos, con el objeto de presentarlos en una escala adecuada.

3.1.1. Correlador de doble pasaje

En el capítulo 6 presentaremos un método diseñado para realizar análisis multiresolución localizado espacialmente. Para implementar este método se utiliza un arreglo experimental con base en el correlador descrito al comienzo de esta sección, pero haciéndolo funcionar en ambos sentidos de propagación de la luz. En este apartado nos centraremos en los detalles experimentales del dispositivo necesario para realizar la correlación a doble pasaje. Los detalles del método multiresolución localizado espacialmente serán explicados en el capítulo 6. En la figura 3.3 se muestra un esquema del dispositivo propuesto. Como puede observarse, el sistema está basado en el arreglo de la figura 3.1. La luz de un láser de Argón enfocada y filtrada antes de la lente L_1 es la fuente del dispositivo. La escena y el filtro de Fourier se representan en pantallas de cristal líquido, que pueden ser moduladas en amplitud o fase en cada caso de acuerdo a la configuración de ángulos de las láminas retardadoras y polarizadores, como se describió al comienzo de esta sección. El pasaje de la luz hasta el espejo E_1 se realiza, por lo tanto, según lo explicado anteriormente.

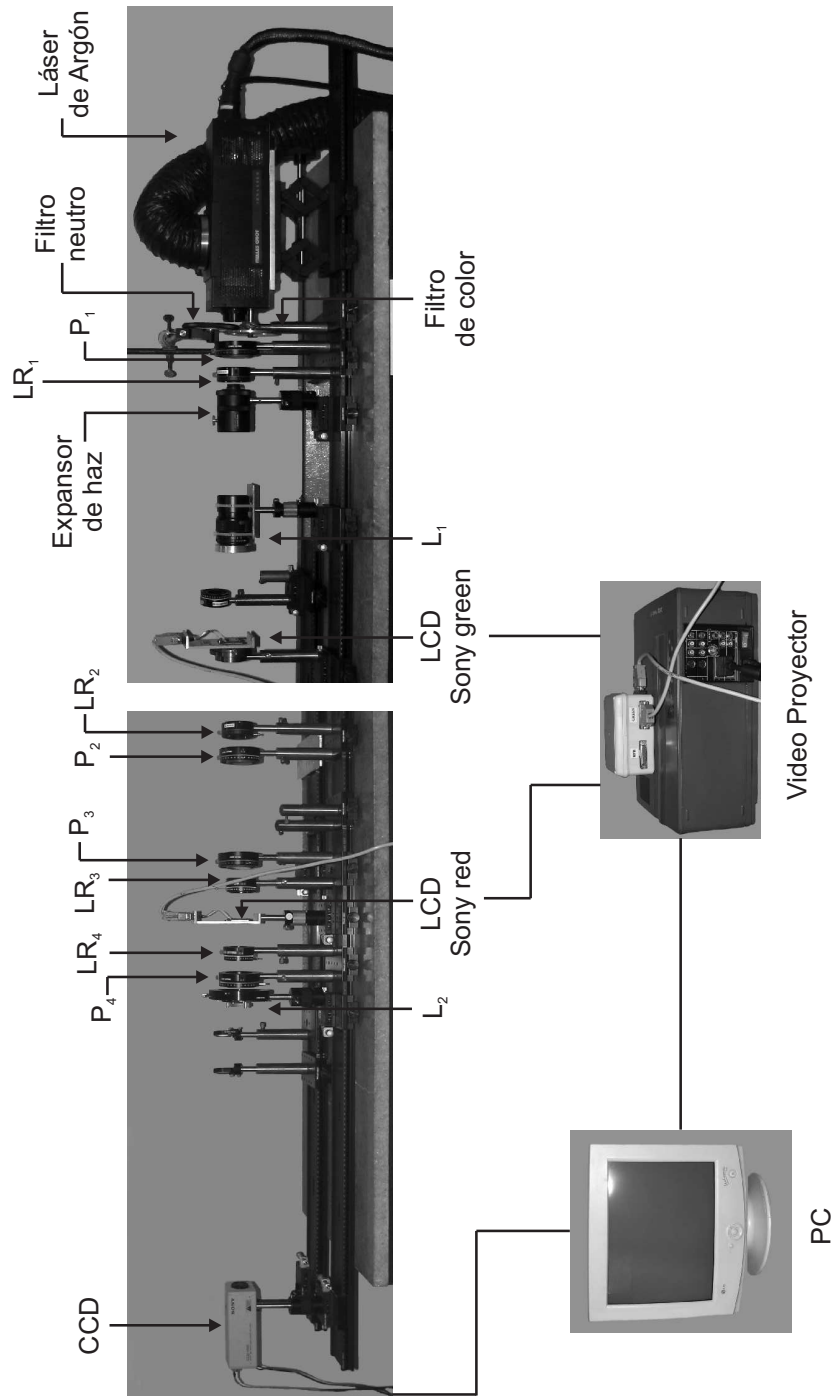


Figura 3.2: Fotografía del dispositivo experimental. Se ha omitido la zona central del dispositivo para una mayor claridad.

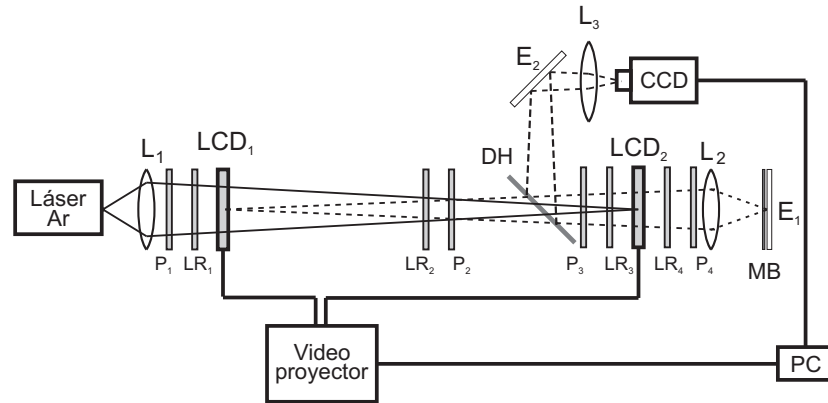


Figura 3.3: Esquema del correlador de doble pasaje.

En este plano se ubica una máscara binaria en contacto con el espejo, con los fines que se describirán en el capítulo correspondiente. Luego de la reflexión en el espejo E_1 el sistema debe comportarse como un correlador, de manera análoga al primer paso. Es por esto que la lente L_2 y el espejo E_1 deben ubicarse de manera que la distribución del campo, al pasar por segunda vez a través del filtro, tenga la distribución de amplitud correspondiente a la figura de difracción de Fraunhofer y con el aumento adecuado. Para lograr esto, L_2 se ubica a una distancia axial del filtro que es igual a su distancia focal, y E_1 se ubica en el plano imagen de la escena. El filtro está ubicado en el plano conjugado de la fuente, y al disponer L_2 de esta manera, la nueva imagen de la fuente se obtiene en el infinito. Por lo tanto, después de la reflexión en E_1 la luz vuelve a formar imagen de la fuente en el filtro, obteniéndose de esta manera el efecto deseado. Después de atravesar el filtro, la luz es desviada por el divisor de haz DH y el espejo E_2 para formar imagen de la segunda correlación sobre la cámara CCD . Debido a que el segundo pasaje de la luz por el correlador tiene una relación de aumentos inversa a la del primer paso, la imagen obtenida tendría las mismas dimensiones del objeto. Como el arreglo de detectores de la cámara es, en general, más pequeño que el objeto, se introduce una lente L_3 que forma la imagen de salida del sistema con el aumento adecuado en la cámara CCD . En el apartado 3.3 se describen las técnicas utilizadas para alinear este dispositivo.

3.2. Técnicas de alineación

Como hemos mencionado en la sección anterior, el correlador de Vander Lugt es una arquitectura cuya alineación es crítica, ya que la señal de correlación puede perderse totalmente para pequeñas desviaciones de las distancias y ángulos esquematizados en la figura 3.4. El funcionamiento de este tipo de correlador es muy sensible al ajuste de la posición y la escala del filtro con respecto a la transformada de Fourier de la escena. Por lo tanto, el ajuste de la posición del filtro en el plano de Fourier, el centrado del mismo en el eje óptico, la alineación azimutal de sus ejes, y el ajuste del tamaño con la transformada de Fourier de la escena, son tareas que deben realizarse.

En la presente sección presentamos una serie de pruebas basadas en el análisis de frecuencias que permiten alinear con precisión los diferentes elementos del correlador convergente basado en pantallas de cristal líquido [52]. Estas pruebas son útiles en el momento de montaje del correlador, y a la vez sirven para detectar cualquier desalineación del sistema y corregirla. Todas estas pruebas están basadas en la interpretación de los efectos de alguna desalineación en el plano de correlación. De esta manera, el alineado puede realizarse sin la necesidad de dispositivos de control adicionales.

En la figura 3.4 se muestra un esquema del correlador convergente donde se indican los desplazamientos necesarios de sus componentes para alinearlos. En lo que sigue describiremos las técnicas asociadas a la alineación de acuerdo a los desplazamientos indicados en la figura 3.4. En el apartado 3.2.1 describiremos el ajuste de la posición Z del filtro. El alineado de la segunda pantalla en el eje óptico se describe en el apartado 3.2.2, mientras que en 3.2.3 explicamos la técnica de ajuste azimutal de la escena respecto del filtro. A continuación explicaremos las pruebas necesarias para adecuar el tamaño de la TF de la escena al del filtro.

3.2.1. Enfoque fino de la TF de la escena en el filtro

Todas las pruebas que se utilizaron en el alineado están basadas en la observación del plano de correlación, donde se forma la imagen filtrada de la escena de entrada. La intensidad en el plano de correlación es capturada

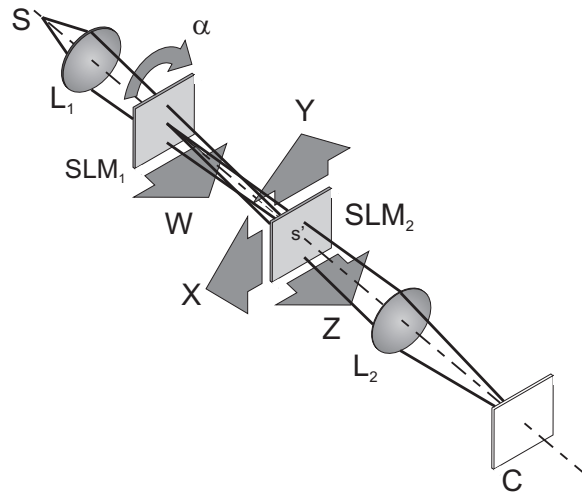


Figura 3.4: Esquema del correlador de Vander Lugt en disposición convergente, donde se indican los desplazamientos necesarios para la alineación.

por la cámara CCD que se muestra en la figura 3.1, de manera que el primer paso es ubicar la cámara en este plano. Esto puede realizarse ubicando una escena de prueba en la primer pantalla SLM_1 y un valor de fase constante en SLM_2 .

El siguiente paso es ubicar la pantalla correspondiente al filtro en el plano conjugado S' de la fuente S , dónde se obtiene la TF de la escena (ver figura 3.5). La prueba consiste en ubicar una función constante en SLM_1 y una

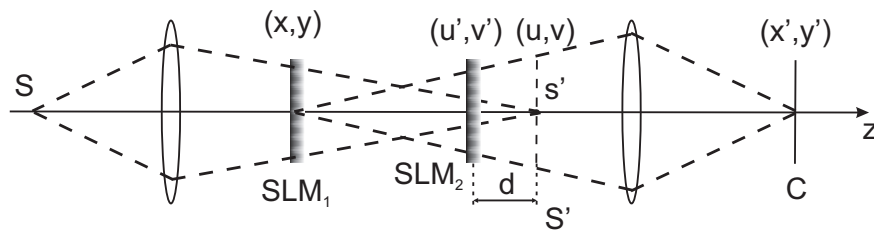


Figura 3.5: Posicionamiento axial del filtro.

línea recta de fase π en un fondo de valor 0 sobre SLM_2 . En el plano donde se ubica la segunda pantalla, la amplitud será la de una onda esférica convergente, que se enfoca en s' , multiplicada por la función representada en SLM_2 . La distribución de amplitud compleja incidente en SLM_2 es un haz

esférico centrado en s' que puede describirse según

$$A_{esf}(u', v') = A_o \exp \left(+i \frac{k}{2d} (u'^2 + v'^2) \right) \quad (3.1)$$

donde $k = 2\pi/\lambda$, d es la distancia entre el plano S' y el filtro, (u', v') son las coordenadas en SLM_2 , y A_o es una constante.

La función representada en el filtro toma un valor uniforme en todos los puntos excepto donde $u' = 0$. En estos puntos se introduce un desplazamiento de π radianes en la fase, que es equivalente a invertir el signo de la amplitud. Entonces, la amplitud compleja detrás de SLM_2 puede escribirse como

$$A_{SLM_2}(u', v') = A_o (1 - 2\delta(u')) \exp \left(+i \frac{k}{2d} (u'^2 + v'^2) \right) \quad (3.2)$$

donde δ representa la distribución de Dirac.

La propagación de esta distribución hasta el plano S' es la transformada de Fourier de (3.2) multiplicada por un factor de fase cuadrático, y está dada por la siguiente distribución de amplitud

$$A_{S'}(u, v) = A_1 [\delta(u)\delta(v) - 2c_o\delta(v)] \exp \left(-i \frac{k}{2d} (u^2 + v^2) \right) \quad (3.3)$$

donde c_o es una constante en el plano (u, v) . Como esta expresión es válida donde $u^2 + v^2 \ll d/k$, es una buena aproximación en la parte central de S' , donde la amplitud es distinta de cero. La amplitud en el plano de correlación C es la transformada de Fourier de la distribución de luz en S' , multiplicada por un factor de fase cuadrático, esto es,

$$A_C(x', y') = A_2 \exp \left(+i \frac{k}{2d_C} (x'^2 + y'^2) \right) \left[c_1 - c_2 \exp \left(+i \frac{kd}{2d_F^2} x'^2 \right) \right] \quad (3.4)$$

donde A_2 , d_C , c_1 , c_2 y d_F son factores que no dependen de x' ni de y' .

El factor de fase cuadrático no tiene efecto sobre la intensidad medida, que es el cuadrado de la amplitud. La intensidad en el plano de correlación

es

$$I(x', y') = I_o \left[b_1 - b_2 \cos \left(\frac{kd}{2d_F^2} x'^2 \right) \right] \quad (3.5)$$

donde I_o , b_1 y b_2 son constantes. La ecuación (3.5) indica la presencia de franjas en el plano de correlación que son perpendiculares al eje x' , y cuyo ancho decrece con el cuadrado de x' . Estas franjas son tanto más anchas cuanto más pequeño es d . Cuando el filtro se ubica en S' , es decir, cuando $d = 0$, las franjas son infinitamente anchas, esto es, una constante. En la

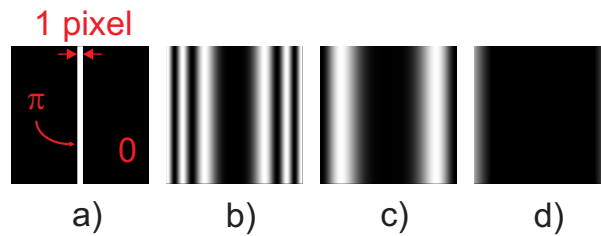


Figura 3.6: Simulación numérica de la prueba de enfoque del filtro. a) Filtro implementado, Simulaciones numéricas del plano de correlación para distintas distancias de desenfoque. De b) a d) la distancia de desenfoque disminuye.

figura 3.6 mostramos el filtro implementado (a), y simulaciones del plano de correlación para posiciones del filtro lejanas al foco (b), cercanas al foco (c), y en foco (d), donde las franjas han desaparecido. Podemos ver que para una dada posición del filtro, aparecen franjas de interferencia en el plano de correlación. Cuando el filtro es desplazado, el ancho de las franjas cambia, por lo tanto el procedimiento consiste en desplazar el filtro hasta que las franjas en el plano de correlación se transformen en una constante.

3.2.2. Centrado del filtro en el eje óptico

Las siguientes técnicas están basadas en la interpretación de la imagen filtrada de redes de difracción, cuando se invierte el signo de alguno de los órdenes de la figura de difracción. Para explicar este efecto consideremos una red periódica de amplitud como la que se muestra en la figura 3.7(a). La

distribución de amplitud puede ser descripta como

$$A(x, y) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(ax) \quad (3.6)$$

La transformada de Fourier de esta red (figura 3.7(a)) tiene tres picos. En este caso, todos ellos tienen la misma fase. Si la fase de los dos picos (órdenes +1 y -1) se desfasa ϕ_+ y ϕ_- respectivamente, la intensidad en la imagen reconstruida es

$$I(x', y') = \frac{1}{4} \left[1 + 2 \cos(\phi) \cos\left(ax' + \frac{\Delta\phi}{2}\right) + \cos^2\left(ax' + \frac{\Delta\phi}{2}\right) \right] \quad (3.7)$$

donde $\phi = (\phi_+ + \phi_-)/2$ y $\Delta\phi = (\phi_+ - \phi_-)/2$.

Los dos casos más interesantes para nosotros ocurren cuando sólo uno de los órdenes fundamentales de la red es invertido ($\phi_+ = \pi$ y $\phi_- = 0$), y cuando los dos son invertidos respecto al orden central ($\phi_+ = \pi$ y $\phi_- = \pi$). En el caso en el que sólo uno de los órdenes fundamentales es invertido, se produce un desplazamiento de un cuarto de onda en la imagen reconstruida, como se muestra en la simulación de la figura 3.7(b). En el caso en que se invierten los dos órdenes fundamentales simultáneamente, se produce una inversión en el contraste de amplitud (figura 3.7(c)). Notemos que desfasar ambos órdenes fundamentales, es lo mismo que desfasar el orden central.

De esta manera es posible controlar la posición del centro del filtro, ubicando en él una fase de π radianes y observando una eventual inversión en el contraste de amplitud en la versión filtrada de la escena de entrada. Teniendo en cuenta estos conceptos, describiremos la técnica asociada al proceso de centrado del filtro en el eje óptico del correlador. La técnica para el centrado del filtro puede realizarse en dos pasos. Primero se alinea según una coordenada, y luego según la otra.

Para detectar cuando el filtro está bien alineado en la dirección x , se ubica la imagen de la figura 3.8(a) en la pantalla de entrada. La misma consiste en una serie de redes binarias cuadradas con diferentes períodos en la dirección x , lo cual establece una relación 1 a 1 entre las partes de la escena y las zonas de la transformada de Fourier. La transformada de Fourier de una red binaria

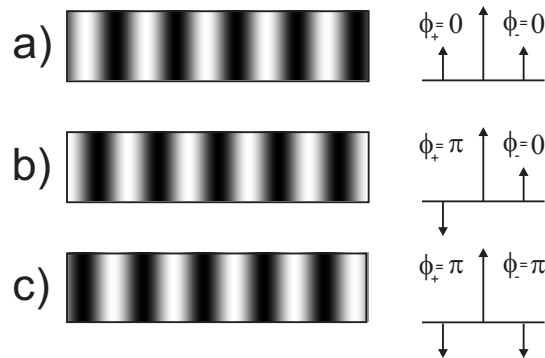


Figura 3.7: Efecto de la inversión de los ordenes de difracción: a) Red cosenoidal original, b) Efecto provocado por el desfasaje de un orden fundamental, c) Inversión de contraste como efecto de la inversión del orden cero.

orientada verticalmente da una figura orientada en la dirección horizontal, pasando a través del centro de coordenadas. Esta figura consiste en un conjunto de máximos que están separados una distancia que es inversamente proporcional al período de la red. Cuanto más pequeño sea el período de la red, mayor será la distancia de separación entre órdenes. Con excepción del orden cero, los órdenes más intensos son el +1 y el -1 (si las redes fueran senoidales, sólo aparecerían los órdenes 0, +1 y -1, como se muestra en la figura 3.7). Si se desfasa el orden -1 en π radianes, entonces la red será desplazada un cuarto de período (como se muestra en la figura 3.7 b). Notemos que este desplazamiento no será tan claro para redes binarias como para el caso senoidal, debido a que los órdenes superiores no se han modificado. Si la escena de entrada contiene varias redes de difracción orientadas verticalmente, como en la figura 3.8(a), cada una de ellas contribuirá con un conjunto distinto de ordenes de difracción en la dirección horizontal, y pasando por el centro de coordenadas. La separación de cada conjunto es proporcional a la inversa del período de la red correspondiente. En la figura 3.8(b) se representa la magnitud al cuadrado de la transformada de Fourier de esta escena. En esta figura podemos observar órdenes de difracción muy intensos que corresponden a los órdenes ± 1 de cada red. Entonces, si alteramos sólo alguno de estos órdenes ± 1 de difracción, sólo una red de la escena de entrada será al-

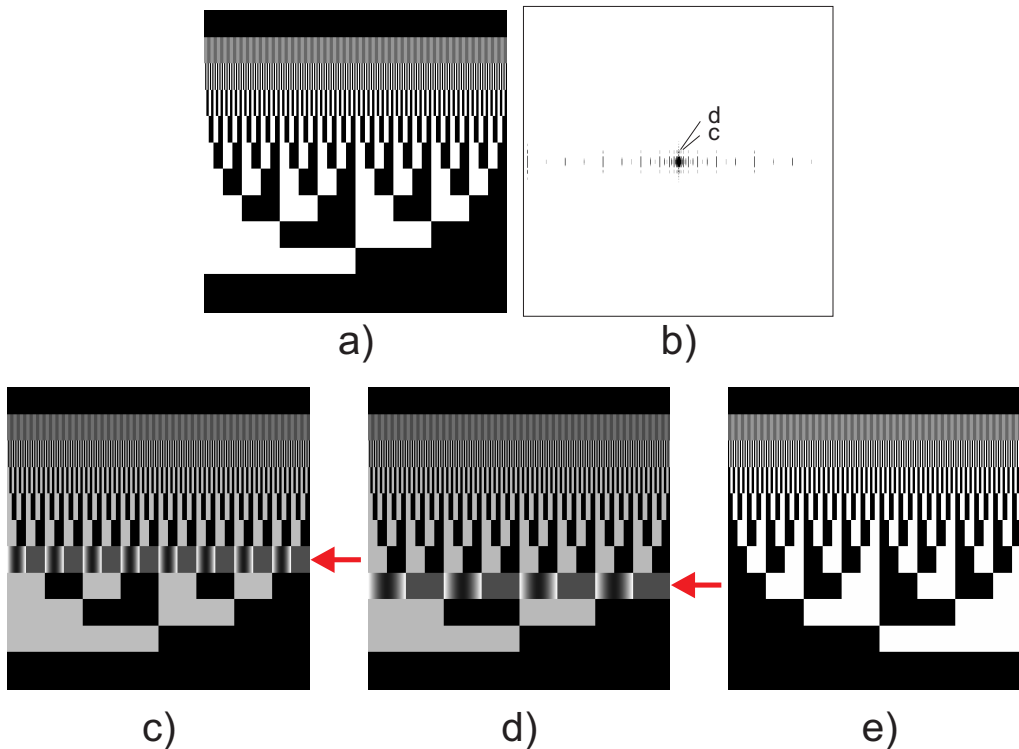


Figura 3.8: Centrado del filtro: a) Escena de entrada, b) Magnitud al cuadrado de la transformada de Fourier de la escena, (c, d) imágenes de la escena centrada para dos posiciones descentradas del filtro, e) imagen de la escena filtrada cuando el filtro está centrado en la coordenada horizontal.

terada. Correspondientemente, en la imagen reconstruida, sólo la región que contiene esta red será modificada.

En el filtro ubicamos una línea centrada en la dirección vertical de la pantalla correspondiente al filtro, con fase π sobre un fondo de fase 0. Cuando la línea de fase π se ubica sobre un orden de una sola red, se invierte su signo y produce un desfase de una componente de Fourier de la red binaria. Este desfase produce, a su vez, una distorsión de la imagen de la red de prueba en el plano de correlación, que es claramente perceptible si el orden afectado es uno de los órdenes fundamentales. Las otras redes de la escena no se ven afectadas pues tienen sus órdenes fundamentales en lugares distintos de la transformada de Fourier de la escena de entrada. A medida que la línea de

fase se acerca al eje óptico, el orden afectado corresponde a una red de más baja frecuencia. Este efecto se muestra en las simulaciones numéricas de las figuras 3.8(c) y 3.8(d). Las flechas indican la red que es afectada. Cuando la línea de fase π pasa sobre el máximo identificado como C en la figura 3.8(b), se obtiene la imagen reconstruida que se muestra en la figura 3.8(c). De la misma manera, la figura 3.8(d) corresponde a la situación en la que dicha línea coincide con el máximo marcado con d en figura 3.8(b). La figura 3.8(d) corresponde a redes de menor frecuencia espacial que la figura 3.8(c), y consecuentemente, la línea de fase está más cercana al centro. Cuando la línea dispuesta en el filtro cruza el eje óptico, invierte el signo del orden cero de todas las redes de la escena. Esto produce la inversión de contraste de todas las componentes de Fourier de todas las redes, y por lo tanto, la imagen completa es invertida como se muestra en la simulación numérica de la figura 3.8(e). Comparando las figuras 3.8(a) y (e), podemos ver que las zonas claras en la escena se convierten en zonas oscuras en la imagen reconstruida, y viceversa.

Una vez que el filtro ha sido centrado en la dirección horizontal, se puede utilizar la misma escena y el mismo filtro rotados 90° para centrar el filtro en la dirección vertical. Algunas veces, dependiendo del montaje del dispositivo, los ejes de desplazamiento no son paralelos a los ejes de la pantalla, que están determinados por los píxeles de la misma. En este caso, el proceso de centrado se hace iterativamente, pues cuando la pantalla es desplazada en una dirección para alinearse, la posición en la otra dirección varía, y por lo tanto debe ser realineada. Si la desviación entre los ejes de desplazamiento y los del filtro es menor a 45° , el proceso iterativo converge hacia la posición centrada. Normalmente, este ángulo es muy pequeño, de manera que el proceso converge rápidamente. La precisión de la técnica se maneja básicamente con el ancho de la línea de fase que se dispone en el filtro. Ésta debe ser lo más delgada posible, y hemos utilizado una línea de 1 píxel.

3.2.3. Ajuste azimutal de la escena respecto al filtro

A menudo, uno de los moduladores del correlador se encuentra levemente rotado alrededor del eje óptico. Por lo tanto, los ejes determinados por los píxeles del modulador de entrada y los del filtro no están exactamente paralelos entre ellos. Debido a esto, el ángulo azimutal de uno de los moduladores (α en la figura 3.4) debe ser ajustable para alinearse con el correspondiente al otro modulador. Es preferible mantener el filtro fijo para evitar la desalineación proveniente de la rotación del modulador cuando el eje de rotación no coincide con el eje de coordenadas del mismo. Por lo tanto se propone rotar la pantalla correspondiente a la escena de entrada.

Para realizar esta alineación, se ubica la imagen de prueba de la figura 3.9(a) en la pantalla de entrada. Esta imagen consiste en un conjunto de cuñas de $2,5^\circ$ de ancho, separadas entre ellas por espacios de $2,5^\circ$ de ancho. Hay también una línea delgada en la dirección horizontal que consideramos como línea de referencia. Esta línea es más delgada que los otros radios para tener más precisión en el alineado. Esta imagen de prueba puede considerarse como un conjunto de redes senoidales locales cuya dirección y frecuencia dependen de su posición en la imagen. La dirección de la red varía con el ángulo, y la frecuencia aumenta en la parte central de la imagen mientras que decrece con la distancia al origen. La magnitud al cuadrado de la transformada de Fourier de esta escena se muestra en la figura 3.9(b). La misma consiste en un conjunto de líneas radiales compuestas por todos los órdenes de difracción generados por todas las redes orientadas un ángulo fijo. Cada cuña en la imagen de entrada genera una línea radial en la transformada de Fourier, en una dirección perpendicular a la cuña, como denotan las flechas en las figuras 3.9(a) y (b). Consecuentemente hay una correspondencia entre una línea radial en la escena y la línea radial perpendicular en la transformada de Fourier.

En el filtro se ubica una línea de fase π a lo largo del eje y (dirección vertical), pero con valor cero en los píxeles centrales, como puede verse en la figura 3.9(c). Esta línea de fase π , invierte el signo de todos los órdenes de difracción en una única dirección excepto el orden cero (notemos que este es el

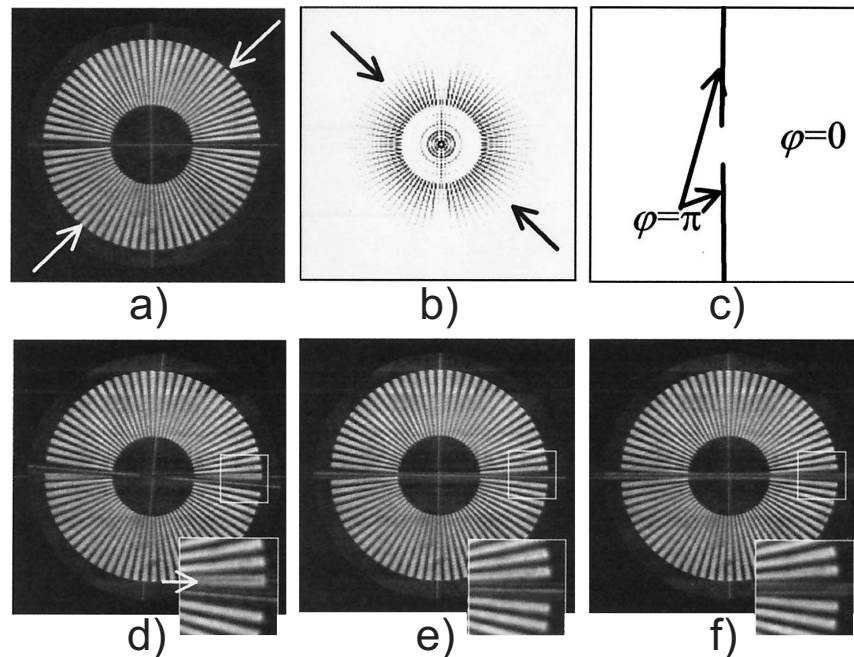


Figura 3.9: Alineación azimutal: a) Escena, b) magnitud al cuadrado de la transformada de Fourier de la escena. Las flechas denotan direcciones equivalentes entre la escena y su transformada de Fourier. c) Filtro propuesto, d) imagen filtrada para una desalineación de 5° , e) imagen filtrada para una desalineación de 1° , f) imagen filtrada cuando el ángulo azimutal está bien alineado [52].

caso ilustrado en la figura 3.7(c). Por lo tanto, en la imagen filtrada en el plano de correlación, se invierte el contraste de sólo una línea, sea esta un radio de intensidad mínima o máxima. Entonces el radio cuyo contraste ha sido invertido parece separarse en dos. La figura 3.9(d) muestra esta situación, y la flecha indica la cuña que está siendo afectada. Esta cuña puede ser una clara, pero al aparecer una línea oscura en el centro de la misma, la intensidad de toda la cuña disminuye. En la figura 3.9(e) se muestra como la línea horizontal, considerada como referencia, es afectada, a pesar de que no está claramente separada en dos, cuando la diferencia azimutal es 1° . Cuando los ejes de la escena y el filtro están alineados, la línea de referencia se separa en dos, y un claro mínimo aparece en la posición horizontal, como se muestra en la figura 3.9(f).

3.2.4. Ajuste de las escalas de la TF de la escena y el filtro

Finalmente, el último paso es mover la escena de entrada a lo largo del eje óptico (W en la figura 3.4) de manera de ajustar el tamaño de la transformada de Fourier de la escena al del filtro. Esta traslación cambia la posición del plano de correlación, de manera que es necesario enfocar cada vez que se desplaza la escena. La prueba propuesta para ubicarse en la entrada es la de la figura 3.10(a). Ésta puede ser pensada como si cada línea vertical fuera una red de difracción senoidal, y la frecuencia de red vertical decreciente a lo largo del eje horizontal. La prueba diseñada posee una inversión de contraste de la parte derecha de la escena respecto de la de la izquierda. La frecuencia de la red vertical correspondiente a esta inversión de contraste, es tomada como frecuencia de referencia.

La magnitud al cuadrado de la transformada de Fourier de la escena se muestra en la figura 3.10(b). Se observan dos espacios verticales en las frecuencias de los órdenes de referencia. Éstas corresponden a las frecuencias de inversión de contraste en la escena. La elección de esta frecuencia de referencia es un compromiso entre la visibilidad de la prueba, y la sensibilidad ante el cambio de tamaño. A medida que la frecuencia de referencia se hace mayor, hay mayor sensibilidad ante un desajuste de tamaño, pero el período de la escena se hace más pequeño y difícil de observar.

En este caso, la prueba que se ubica en el filtro está dividida en tres áreas como se muestra en la figura 3.10(c). El área central, que tiene una fase cero, afecta al orden cero y los órdenes de difracción de todas las redes con frecuencias menores que la frecuencia de referencia en la escena. Las áreas superior e inferior corresponden a los órdenes de difracción para frecuencias mayores que la de referencia. En dichas áreas se ubica un desfase de π respecto del origen. De manera que todas las redes con frecuencias espaciales mayores que la de referencia se invierten si la transformada de Fourier de la escena se ajusta al tamaño del filtro. Igualmente, si es mayor o menor, la línea de corte de inversión de contraste se produce a una frecuencia distinta que la de referencia. La figura 3.10(d) muestra una simulación numérica de este efecto.

Una inversión de la imagen se produce a lo largo del eje vertical (marcado con una flecha), y no coincide con la línea de inversión de la escena de entrada, que es la referencia para un ajuste correcto. La figura 3.10(e) corresponde a una situación donde la escala de ajuste es mejor, y consecuentemente la línea de inversión se acerca a la referencia. Sólo cuando el tamaño de la transfor-

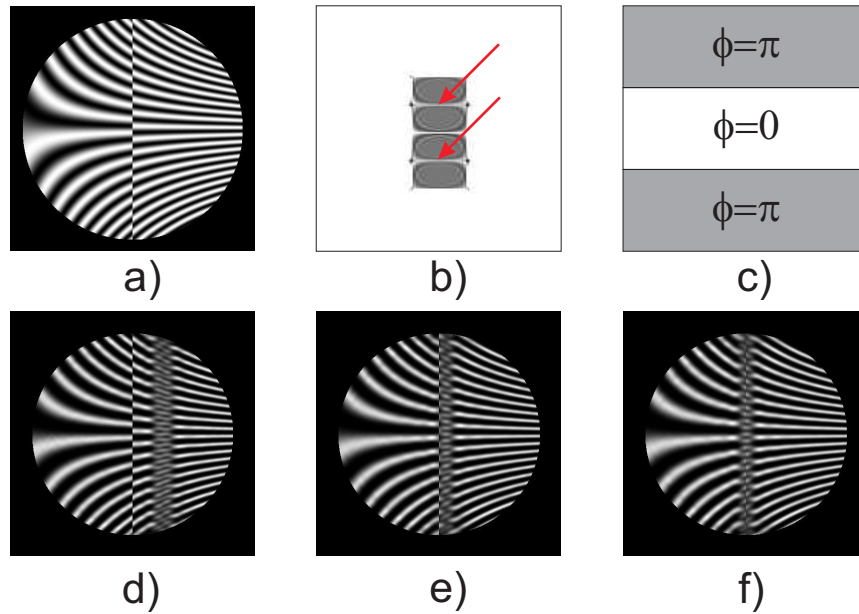


Figura 3.10: Ajuste de escala: a) escena de prueba, b) magnitud al cuadrado de la transformada de Fourier de a), c) filtro propuesto, d) imagen filtrada para tamaños muy distintos, e) imagen filtrada para tamaños cercanos, f) imagen filtrada para tamaños ajustados.

mada de Fourier se ajusta al tamaño del filtro, el límite de inversión se ajusta a la frecuencia de referencia, y la inversión producida por el filtro se solapa con la inversión dibujada en la escena, tal como se ve en la figura 3.10(f).

3.3. Alineación para doble pasaje

El armado y la alineación del dispositivo experimental de doble paso, descrito en 3.1.1, merece una explicación aparte. En un principio, se arma el correlador convergente básico, habiendo agregado el divisor de haz DH de la figura 3.3, mediante el empleo de las técnicas descriptas en la sección 3.2.

3.3 Alineación para doble pasaje

Una vez armado el dispositivo deben ubicarse los dos espejos, la lente L_3 , y la cámara según la nueva disposición. A partir de este punto deben realizarse un conjunto de tareas orientadas a la alineación fina de la segunda etapa del dispositivo, de acuerdo a los desplazamientos que se esquematizan en la figura 3.11. En dicha figura, se muestran los desplazamientos para determinar la posición axial de la lente L_2 y los dos ángulos cenitales, θ y ψ , del espejo E_1 . Los métodos de alineación se basan en la siguiente idea: Por un lado, ya se

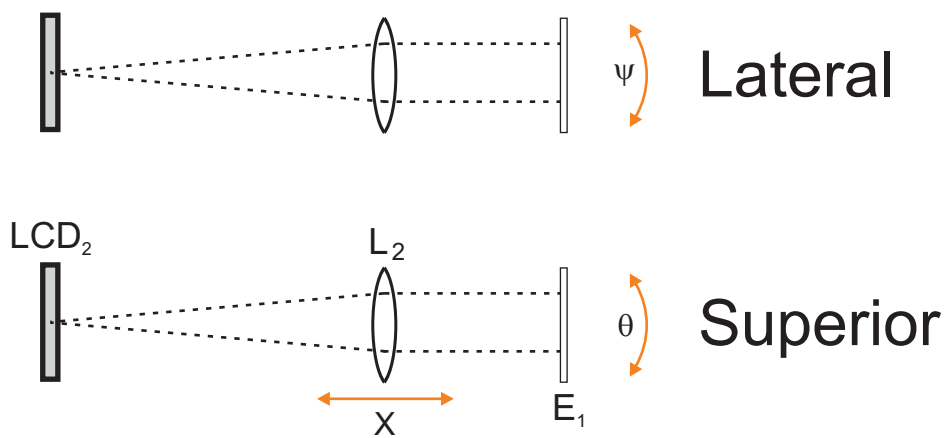


Figura 3.11: Esquema de los desplazamientos necesarios para la alineación del correlador de doble paso (vistas superior y lateral).

ha dicho en el capítulo 2 que en un primer paso por el dispositivo el sistema realiza la convolución entre la escena de entrada y la respuesta al impulso del filtro. Como se verá en detalle en el capítulo 6, en el segundo pasaje se realiza la convolución entre el complejo conjugado del resultado del primer pasaje, y la respuesta al impulso del filtro con una inversión de coordenadas. Cuando el filtro utilizado es sólo de fase, la distribución de intensidad obtenida después del segundo pasaje corresponde al módulo cuadrado del objeto de entrada. En otras palabras, el efecto del segundo pasaje compensa el efecto del primero. Si embargo, esta compensación se realiza únicamente si el dispositivo está adecuadamente alineado. Nosotros hemos aprovechado este hecho para diseñar las técnicas de alineación del dispositivo. Se diseñó un conjunto de filtros de fase como el que se muestra en la figura 3.12(b). Estos filtros consisten en una fase lineal en la dirección vertical, que está dentro de un

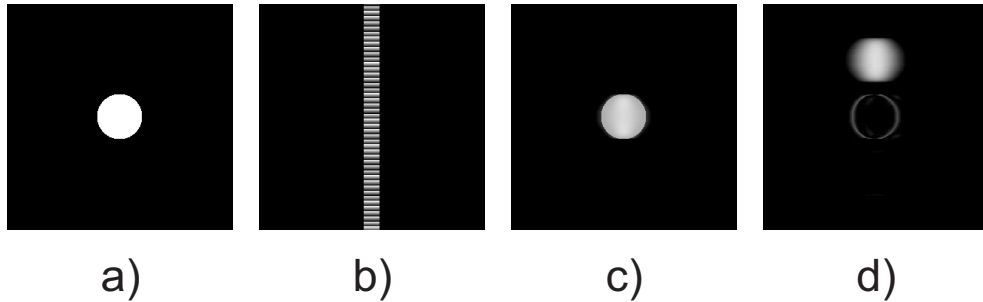


Figura 3.12: Alineación del dispositivo doble paso: a) Escena, b) filtro, c) imagen obtenida con dispositivo bien alineado, y d) imagen obtenida con dispositivo desalineado.

rectángulo limitado según la dirección horizontal. Para realizar el proceso de alineación utilizamos una escena como la que se muestra en la figura 3.12(a). Utilizando un filtro como el descrito arriba, la distribución de campo que se observa sobre el espejo E_1 consiste en una réplica del objeto desplazada en la dirección vertical. Si el dispositivo está adecuadamente alineado, el campo que incide en el filtro durante el segundo pasaje encuentra una fase lineal que compensa el desplazamiento inicial, formándose una imagen del objeto centrada en el plano final, como se muestra en la figura 3.12(c). Si, por ejemplo, el espejo E_1 está rotado según el ángulo θ , el campo que llega al filtro, incide sobre la región del mismo donde no está la fase lineal, obteniéndose una imagen desplazada en el plano final, como se muestra en la figura 3.12(d). Hemos utilizado este resultado para ajustar el ángulo θ del espejo hasta observar una imagen centrada en el plano final. Utilizando un filtro ortogonal al presentado, es posible, también, ajustar el ángulo ψ del espejo.

Una vez alineado el espejo E_1 , el procedimiento para ubicar con precisión la lente L_2 puede llevarse a cabo mediante las mismas imágenes para la escena y filtro. Si la lente no se encuentra exactamente a una distancia del filtro que sea igual a su distancia focal, la imagen que se obtiene al final del doble pasaje se ve distorsionada. El procedimiento para ubicar L_2 consiste en variar la posición X de la lente hasta que la imagen final coincida con la imagen sin filtro.

3.3 Alineación para doble pasaje

Hemos comprobado que esta técnica presenta muy buen desempeño para alinear la segunda etapa de este sistema.

Capítulo 4

Reconocimiento robusto al ruido

Ya se ha mencionado en la introducción que el reconocimiento de imágenes es una de las tareas de mayor interés dentro de procesado de imágenes. Como es bien sabido, en reconocimiento óptico de imágenes el problema básico a resolver consiste en decidir si un cierto objeto está presente en una escena. Para resolver este problema se han utilizado con frecuencia los métodos de correlación ópticos como el descrito en la sección 2.3.4.

En este tipo de operaciones, si la escena de entrada es afectada por ruido, la distorsión del resultado puede perturbar la tarea de detección, conduciendo a resultados erróneos. Se han realizado una variedad de esfuerzos orientados a aumentar la robustez al ruido en dispositivos ópticos y obtener resultados adecuados, aún ante la presencia de ruido contaminante en la entrada. Estos trabajos se han centrado en el diseño del filtro o bien en métodos que combinan la correlación óptica con un procesado adicional de la señal. Como ejemplos del primer caso se pueden citar el filtro *Matched* clásico CMF (del inglés *classical matched filter*) y el filtro sólo de fase optimizado OPOF (del inglés *optimized phase only filter*) [12]. El filtro CMF maximiza la relación señal ruido (SNR) cuando el ruido es independiente de la señal, estacionario y aditivo. Un filtro que contiene la fase del filtro CMF y amplitud binaria fue presentado por Horner y Gianino [53] con el nombre de filtro sólo de fase

POF (del inglés *phase only filter*). Este filtro ha sido ampliamente estudiado debido a su excelente eficiencia óptica y su alta capacidad de discriminación, entre otras ventajas. Si bien este filtro presenta varias características que son de gran utilidad, es muy sensible al ruido contenido en la escena de entrada. Motivados por esta característica, Kumar y Bahri, diseñaron el filtro OPOF que consiste en una modificación del filtro POF en la que se mejora la relación señal ruido (SNR). Otros enfoques para resolver el problema de reconocimiento de escenas inmersas en ruido consisten en la utilización de los llamados filtros *trade-off*. Estos filtros están basados en una elección de compromiso entre distintos criterios de calidad. Por ejemplo, se ha propuesto un filtro que responde a un balance entre el coeficiente PCE (cociente entre el pico máximo y la energía total, del inglés *peak to correlation energy*) y la SNR [54]. Un parámetro de compromiso, a menudo designado por la letra μ , representa el grado de compromiso entre ambos criterios. Las técnicas que incluyen un procesamiento adicional de la señal pueden clasificarse entre las que emplean un pre-procesado [7, 55, 56] y las que utilizan un post-procesado [57, 58].

Las transformadas wavelet han demostrado ser un herramienta muy útil para eliminar ruido de una imagen contaminada. La idea básica del tratamiento que utiliza transformadas wavelet reside en obtener los coeficientes wavelet de la imagen y aplicar sobre ellos un umbral que permita deshacerse de la contribución no deseada de ruido y conservar una cantidad importante de la información de la señal. En un trabajo publicado recientemente, se utilizó la umbralización de coeficientes wavelet para maximizar la SNR en el plano de salida de un correlador JTC [13].

En este capítulo presentamos un método que realiza dos tareas en un sólo paso. El método emplea un correlador de Vander Lugt con un filtro que no sólo realiza la operación de reconocimiento deseada sino que también realiza la eliminación de ruido. Ambas operaciones se realizan ópticamente en un único paso. De hecho, una de las ventajas más importantes de este método reside en que el procesamiento se realiza a tiempo real.

El método propuesto consiste en el diseño de un filtro complejo, con amplitud binaria, y fase idéntica a la del filtro sólo de fase. Este filtro puede implementarse en un correlador con arquitectura de Vander Lugt como el des-

cripto en el apartado 2.3.3, sin ningún preprocesado adicional. Para realizar la eliminación de ruido se emplea una amplitud binaria obtenida mediante la operación de umbralización fuerte (*hard thresholding*) de los coeficientes de la descomposición de Gabor. El umbral es elegido de acuerdo a un criterio que maximiza la relación señal ruido en el plano de salida del correlador. Por otra parte, se obtuvieron otros parámetros de desempeño del método. Se evaluaron la intensidad de Pico (PI), el parámetro PCE, la capacidad de discriminación (DC), y el área del pico a media altura (PAHM) para el método propuesto.

En los siguientes apartados describiremos el tratamiento del ruido.

4.1. Tratamiento del ruido en reconocimiento de imágenes

Para poder implementar el método en un correlador con arquitectura de Vander Lugt, es necesario diseñar la función del filtro. Una amplia variedad de ellos ha sido desarrollada para implementarse en esta arquitectura, comenzando con el bien conocido CMF que consiste simplemente en el complejo conjugado de la transformada de Fourier de la escena. Por otra parte, se han diseñado filtros más complejos para mejorar distintos aspectos de la señal de correlación. Uno de ellos es el ya mencionado filtro POF que consiste en sustituir la amplitud del filtro complejo CMF por un valor constante igual a 1. Este filtro presenta excelentes características tales como una importante eficiencia de difracción, buena capacidad discriminación y un alto PCE, entre otras.

Sin embargo, cuando una aplicación involucra escenas ruidosas, el filtro POF puede conducir a resultados erróneos. Algunos diseños alternativos combinan algunas características del CMF y el POF. Un ejemplo es el OPOF, que consiste en una función compleja de amplitud binaria y fase idéntica al POF. La amplitud binaria es obtenida en un procedimiento que maximiza la SNR en el plano de correlación. En esta Tesis proponemos un filtro basado en el POF, y una amplitud binaria. Sin embargo, a diferencia del filtro

OPOF, la amplitud binaria es diseñada mediante un método basado en la umbralización de los coeficientes wavelet de Gabor que presenta importantes ventajas frente al OPOF.

4.1.1. Filtro de Gabor

Dentro de la gran variedad de funciones madre existentes, la wavelet de Gabor es particularmente adecuada en problemas de análisis de textura debido a su excelente localización en los dominios espacial y de frecuencias. Esta base puede obtenerse eliminando grados de libertad en la familia de funciones elementales de Gabor en 2 dimensiones [21].

El filtro wavelet de Gabor es ampliamente utilizado para extraer características de textura debido a su naturaleza pasa-banda. El filtrado wavelet de Gabor consiste en la descomposición localizada de la imagen en subbandas de frecuencia y orientación, y luego la reconstrucción de la misma considerando únicamente aquellas bandas conteniendo la información de la textura deseada.

Se presenta en este trabajo un método basado en el filtrado de Gabor. Dado que nuestro interés se encuentra en su capacidad pasa-banda, las funciones de la base pueden ser aproximadas con precisión mediante su versión binarizada. En el dominio de frecuencias, éstas pueden ser descriptas por

$$Q_{m,n}^{bin} = \frac{1}{G} \begin{cases} 1 & \left\{ \begin{array}{l} \|Q_{m,n}(\omega, \theta)\| \geq \frac{1}{2} \|Q_{m,n}(\omega, \theta)\|_{\omega=\omega_m} \vee \\ \|Q_{m,n}(\omega, \theta)\| \geq \frac{1}{2} \|Q_{m,n}(\omega, \theta)\|_{\theta=\theta_n} \end{array} \right. \\ 0 & \text{otro caso} \end{cases}, \quad (4.1)$$

dónde $Q_{m,n}$ es la transformada de Fourier de una función individual de Gabor $q_{m,n}(x, y)$, G es una constante de normalización tal que la energía de $Q_{m,n}^{bin}$ es igual a 1, y ω_m y θ_n son las coordenadas polares de frecuencia radial y angular del centro de cada función $Q_{m,n}$. Las funciones $Q_{m,n}$ pueden ser expresadas en coordenadas polares con respecto a las variables ω y θ de frecuencia y

orientación, como

$$Q_{m,n}(\omega, \theta) = \frac{1}{A} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\omega - \omega_m}{\sigma_m} \right)^2 \right] \exp \left[-\frac{(\theta - \theta_n)^2}{2 \zeta_n} \right] \quad (4.2)$$

para $1 \leq m \leq M$, $1 \leq n \leq N$, dónde $\omega = \sqrt{u^2 + v^2}$, A es una constante de normalización, y M y N denotan el número total de sub-bandas de Gabor correspondientes a los parámetros de escala y orientación en el dominio de frecuencias. Las frecuencias centrales ω_m están espaciadas una octava, es decir que $\omega_m = 2\omega_{m-1}$, y los ángulos θ_n están equiespaciados. Los parámetros σ_m y ζ_n corresponden a los anchos de banda en las direcciones radial y angular respectivamente.

La transformada inversa de Fourier de $Q_{m,n}^{bin}$ es denotada por $q_{m,n}^{bin}$. Nótese que la forma binarizada de la base de Gabor puede ser considerada como un filtro pasa-banda ideal. La respuesta en frecuencia puede ser representada por la máscara espectral como se muestra en la figura 4.1. En esta figura se muestra una descomposición en 12 bandas angulares y 5 radiales. Esta descomposición es la que se utiliza en este trabajo. Se puede demostrar que

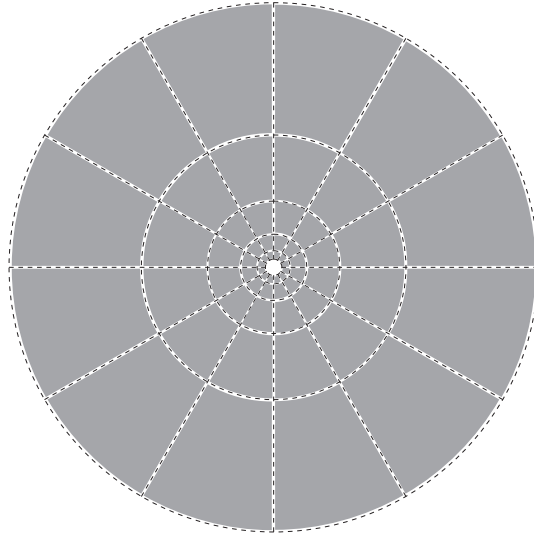


Figura 4.1: Descomposición en sub-bandas del plano espectral con 12 bandas angulares y 5 radiales.

la versión binaria de la base de Gabor es ortogonal en el siguiente sentido

$$\langle q_{m,n}^{bin}, q_{r,s}^{bin} \rangle = \begin{cases} 1 & m = r \wedge n = s \\ 0 & \text{otro caso} \end{cases}. \quad (4.3)$$

De hecho, en la figura 4.1 puede notarse que la intersección entre cualquier par de bandas es nula. No obstante la base binarizada de Gabor no es un transformada wavelet en sentido riguroso debido a que no satisface la propiedad de soporte compacto, es una base ortogonal y completa.

4.1.2. Diseño del Filtro

Con el objeto de obtener un filtro robusto al ruido, hemos combinado el método de umbralización de coeficientes wavelet y el filtro POF. Debe señalarse que dado que el filtro obtenido es una función de fase con amplitud binaria, este puede ser implementado en un dispositivo que represente sólo la fase tal como una pantalla de cristal líquido operando en modo mayormente de fase [59, 60]. El método de umbralización de coeficientes wavelet es una técnica ampliamente utilizada para eliminar ruido de imágenes contaminadas [61]. Este método se basa en la idea de que el valor absoluto del coeficiente wavelet constituye una medida de la cantidad de información de la escena contenida en la escala y orientación asociadas a la wavelet. Cuando este coeficiente tiene un alto valor, la cantidad de información correspondiente a la señal sin contaminar es mayor al ruido. Por el contrario, cuando el coeficiente wavelet tiene un valor bajo el ruido puede ser más importante que la información de la señal en esa sub-banda de frecuencia y orientación en particular. Siguiendo esta idea, si se conservan los coeficientes wavelet de valor más alto y se descarta el resto, es posible eliminar una fracción significativa del ruido contenido en una escena.

El método de umbralización wavelet puede llevarse a cabo con distintas familias de wavelets. En este trabajo, hemos utilizado la familia de wavelets de Gabor debido a su ya mencionada buena localización en espacio y frecuencia.

Hemos diseñado un filtro que tiene la fase del POF y una amplitud binaria obtenida mediante la umbralización fuerte de los coeficientes wavelet

4.1 Tratamiento del ruido en reconocimiento de imágenes

de Gabor de la función a detectar. Para diseñar dicha amplitud, se divide el plano de frecuencias en sub-bandas de acuerdo a las funciones de Gabor binarizadas que se muestran en la figura 4.1. Si llamamos $s(x, y)$ a la escena de entrada, los coeficientes correspondientes a cada sub-banda se calculan como el módulo al cuadrado del producto interno entre $s(x, y)$ y la función de la base correspondiente a cada sub-banda $q_{m,n}^{bin}$ como sigue:

$$|\langle s, q_{m,n}^{bin} \rangle|^2 = \left| \iint_{-\infty}^{+\infty} s(x, y) q_{m,n}^{bin} dx dy \right|^2 \quad (4.4)$$

Entonces aplicamos la operación de umbralización fuerte sobre los coeficientes. Definiendo el umbral T , se define el conjunto de coeficientes

$$A_{m,n} = \begin{cases} 1 & |\langle s, q_{m,n}^{bin} \rangle|^2 \geq T \\ 0 & \text{otro caso} \end{cases} \quad (4.5)$$

Finalmente, la amplitud del filtro puede expresarse como

$$|H(u, v)| = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N A_{m,n} Q_{m,n}^{bin}(u, v) \quad (4.6)$$

En nuestros cálculos nos hemos limitado a considerar ruido aditivo. Supongamos que a la función de entrada $s(x, y)$ se le suma una función $n(x, y)$ de ruido estacionario aleatorio de media cero y densidad espectral de potencia $P(u, v)$. Denotemos la función contaminada resultante con el nombre $s'(x, y)$, que puede expresarse como

$$s'(x, y) = s(x, y) + n(x, y). \quad (4.7)$$

Si esta señal se usa como entrada en un correlador de Vander Lugt, la función de correlación a la salida puede expresarse como:

$$\begin{aligned} c' &= s' \otimes h \\ &= (s + n) \otimes h \\ &= s \otimes h + n \otimes h \end{aligned} \quad (4.8)$$

Los dos términos en la última línea de la ecuación (4.8) representan la información de la señal y el ruido por separado. Por lo tanto, mediante operaciones algebraicas la relación señal ruido a la salida del proceso puede expresarse según [62] como

$$\text{SNR} = \frac{1}{4\pi^2} \frac{\left| \iint_{-\infty}^{+\infty} H(u, v) S(u, v) du dv \right|^2}{\iint_{-\infty}^{+\infty} |H(u, v)|^2 P(u, v) du dv}, \quad (4.9)$$

donde S es la transformada de Fourier de s . Puede notarse que en la ecuación (4.9) el numerador y el denominador representan la contribución a la señal de salida debida a la señal a reconocer y al ruido respectivamente.

Es de esperar que cuanto mayor sea la relación señal ruido asociada a un proceso, mejor será el desempeño de la operación, por lo tanto la maximización de este parámetro ha sido utilizada frecuentemente como criterio en el diseño de filtros. De la ecuación (4.6) y la ecuación (4.9) puede verse que la SNR depende del conjunto de coeficientes $\{A_{m,n}\}$. Por lo tanto, dado que la elección del umbral determina el conjunto $\{A_{m,n}\}$, también este valor determina la SNR a la salida del proceso.

Nótese que en el caso de ruido blanco aditivo, el conjunto $\{A_{m,n}\}$ que maximiza la SNR es independiente de la varianza del ruido. Si por el contrario, se considera otro tipo de ruido contaminante, la ecuación (4.9) ya no es válida y la SNR correspondiente debe recalcularse.

Los otros parámetros del filtro también dependen de la elección del umbral, tal como se discute en la sección 4.2. En el apartado 4.1.3 se describen los parámetros que hemos utilizado para caracterizar los filtros.

4.1.3. Parámetros de caracterización

Tal como fue mencionado, el filtro propuesto consiste en una combinación del filtro POF y una amplitud binaria basada en la umbralización de los coeficientes de Gabor. Por un lado, es de esperar que el filtro obtenido retenga ciertas ventajas del filtro POF, tales un alto valor de PCE, un pico

de correlación angosto y buena capacidad de discriminación. Por otro lado, como el filtro está basado en un método de eliminación de ruido, es también esperable que el filtro presente una robustez al ruido superior a la del filtro POF. En esta subsección se presentan las definiciones de los parámetros que serán utilizados para evaluar los filtros diseñados.

El parámetro pico a energía de correlación está definido [63] como el cociente entre la energía del pico de correlación y la energía contenida en todo el plano de salida. Esto es

$$\text{PCE} = \frac{|c(0, 0)|^2}{\iint_{-\infty}^{+\infty} |c(x, y)|^2 dx dy} \quad (4.10)$$

El propósito de este parámetro es evaluar la agudeza del pico de correlación. Cuanto mayor es el valor de este parámetro, más agudo es el pico correspondiente.

En relación a la agudeza del pico, otro parámetro utilizado es el área del pico a media altura. Definimos este parámetro como el área donde la señal de correlación tiene un valor por encima de la mitad de su altura máxima. La siguiente expresión lo describe formalmente:

$$\text{PAHM} = \iint_{\Upsilon} dx dy, \quad (4.11)$$

dónde

$$\Upsilon = \left\{ (x, y) / |c(x, y)|^2 \geq \frac{1}{2} \text{máx} (|c(x, y)|^2) \right\}$$

De la ecuación (4.11) puede deducirse que un pico ancho presenta un valor alto de PAHM mientras que una señal de correlación aguda resultará en un valor bajo del mismo parámetro.

Algunas veces una cierta escena de entrada puede ser muy similar a la señal a detectar y provocar una falsa alarma en una detección automática. Los distintos métodos detectan la señal buscada con mayor o menor tolerancia a las diferencia en el objeto. Para explorar esta característica, empleamos la capacidad de discriminación. Si s representa el objeto que se desea reconocer

y s_f el objeto del cual se desea discriminar, la capacidad de discriminación puede definirse según [14] como

$$DC = 1 - \frac{\text{máx}(|s_f \otimes h|^2)}{\text{máx}(|s \otimes h|^2)} \quad (4.12)$$

4.2. Simulación numérica del reconocimiento

En esta sección mostramos los resultados de simulación numérica del plano de salida de un correlador con arquitectura de Vander Lugt, obtenidos para escenas ruidosas en niveles de gris utilizando el filtro propuesto. Con el objeto de comparar nuestro método con otros métodos utilizados habitualmente, se presentan resultados numéricos de la aplicación de los filtros CMF, POF y OPOF.

Mostramos los resultados obtenidos al utilizar un filtro basado en una descomposición de Gabor en 5 sub-bandas radiales y 12 angulares. La escena de entrada en niveles de gris entre 0 y 1 se muestra en la figura 4.2.a). Para evaluar la capacidad de discriminación se utilizó una escena similar a la anterior, que se muestra en la figura 4.2.b). En la figura 4.2.c) se muestra la escena de prueba a) contaminada con ruido blanco gaussiano de media 0 y varianza 9 que fue utilizada para probar la robustez al ruido. La amplitud binaria del filtro wavelet obtenido se muestra en la figura 4.2.d). Como fue

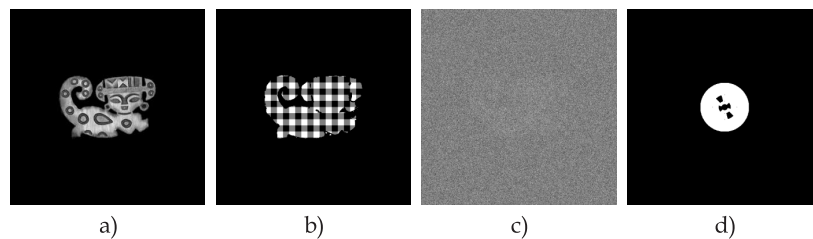


Figura 4.2: a) Escena de entrada, b) escena de entrada similar a la escena a), c) escena a) contaminada con ruido blanco Gaussiano de media 0 y varianza 9, y d) amplitud binaria del filtro basado en wavelets

dicho anteriormente, la elección del conjunto de coeficientes $\{A_{m,n}\}$ o del valor asociado del umbral, determinan la SNR en el plano de correlación.

4.2 Simulación numérica del reconocimiento

Para obtener el filtro que optimiza este parámetro, se calculó numéricamente la SNR para todos los posibles umbrales. La figura 4.3 muestra un gráfico de la SNR versus el valor del umbral. El valor que maximiza la SNR en

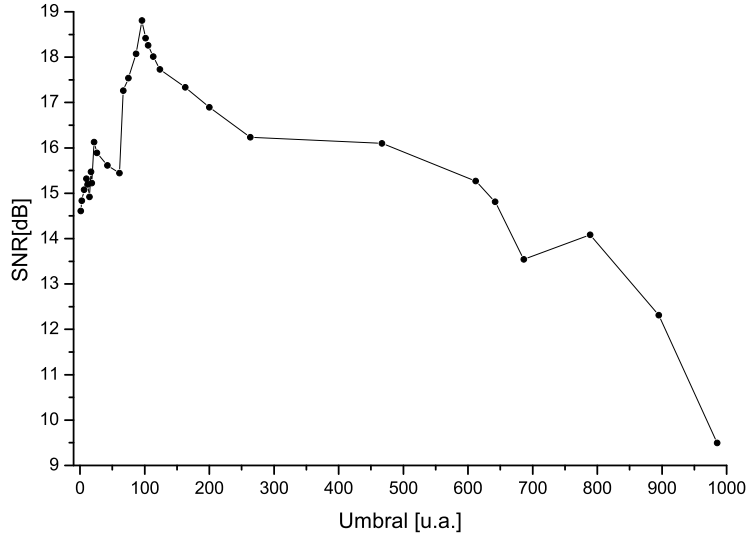


Figura 4.3: SNR calculada numéricamente para el filtro presentado en función del umbral. La SNR fue calculada para una escena contaminada con ruido Gaussiano aditivo de media 0 y varianza 1. El umbral está expresado en unidades arbitrarias.

la figura 4.3 fue empleado para elegir el conjunto $\{A_{m,n}\}$, y mediante la ecuación (4.6), la amplitud binaria del filtro basado en wavelets.

La figura 4.4 a), b), c), y d) muestra las señales de correlación normalizadas obtenidas utilizando los filtros CMF, POF, OPOF y el aquí presentado respectivamente. Para cada filtro se calculó la autocorrelación (ac), es decir la correlación con la escena correcta, y la correlación cruzada (cc), que corresponde a la correlación con la escena falsa. Nótese que para cada filtro las correlaciones 'ac' y 'cc' están graficadas en la misma escala. Los resultados de la figura 4.4 y la tabla 4.1 muestran el desempeño de los filtros considerados. Es notorio como el filtro POF conduce a resultados erróneos, dado que el plano de salida está altamente contaminado por el ruido. Por lo tanto los valores de los parámetros correspondientes no fueron incluidos en la tabla. El

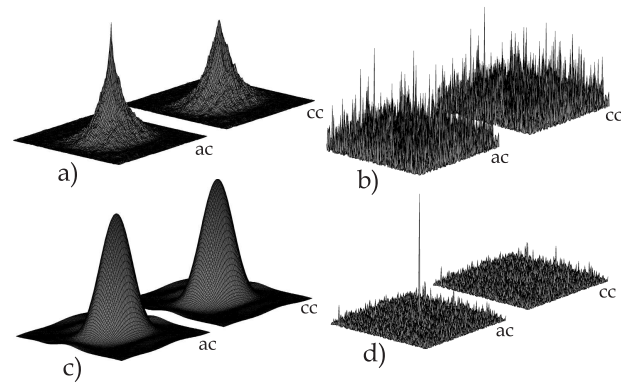


Figura 4.4: Señales de correlación obtenidas utilizando los filtros a) CMF, b) POF, c) OPOF, y d) basado en wavelets. Las leyendas 'ac' y 'cc' corresponden a la autocorrelación (blanco correcto) y correlación cruzada (blanco falso) respectivamente.

filtro CMF tiene la SNR más alta pero no es bueno para discriminar escenas similares. También presenta un pico de correlación ancho que resulta en una muy baja resolución en la posición de la escena dentro del plano de salida. Los filtros CMF y OPOF muestran alta robustez al ruido blanco pero otros parámetros no son adecuados para gran parte de las aplicaciones. Por ejemplo, el PAHM es muy alto (lo que indica un pico de correlación ancho) y la DC es demasiado baja. Es este caso, es notorio que el filtro OPOF tiene un valor negativo de DC, debido al hecho de que el pico de correlación cruzada es más alto que el de autocorrelación. El filtro propuesto tiene un capacidad de discriminación mucho mejor, y también un pico de correlación notoriamente más angosto. Si bien la SNR del filtro propuesto es menor que la obtenida para los filtros CMF y OPOF, su valor es aceptable como se puede observar en la figura 4.4d).

4.3. Resultados experimentales de reconocimiento de escenas ruidosas

En esta sección mostramos algunos resultados experimentales que ponen de manifiesto el buen desempeño del mismo en reconocimiento de imágenes

4.3 Resultados experimentales de reconocimiento de escenas ruidosas

| | Pico | PCE $[\times 10^{-4}]$ | DC | PAHM | SNR |
|-------------|-------|------------------------|-----------|-------|--------|
| CMF | 0.35 | 1.05 | 0.27 | 1799 | 109.22 |
| OPOF | 0.31 | 0.53 | - 0.006 * | 13907 | 27.37 |
| WBF | 33.49 | 3.09 | 0.70 | 21 | 18.81 |

Tabla 4.1: Parámetros característicos para los filtros CMF, OPOF, y el filtro basado en wavelets (WBF). Los parámetros de prueba son Pico (en unidades arbitrarias), PCE, DC, PAHM (en píxeles), y SNR (en dB). * *Este valor indica que el filtro conduce a un pico de correlación mayor en el caso de la escena falsa que en la verdadera.*

en escenas ruidosas. Al momento de procesar ópticamente una escena que contiene altos niveles de ruido aditivo deben hacerse algunas consideraciones. Dependiendo de las condiciones experimentales los dispositivos ópticos y electrónicos pueden introducir ruido adicional: ruido speckle, ruido debido a inhomogeneidades de fase de los moduladores espaciales de luz (SLM), etc. En general estos tipos de ruido no son aditivos y son difíciles de modelar. Cuando se procesa una escena libre de ruido, si bien los resultados son afectados por estas contribuciones de ruido, una buena SNR puede ser todavía obtenida en el plano de correlación. De cualquier modo, para escenas altamente contaminadas los resultados experimentales pueden cambiar drásticamente con respecto a los simulados numéricamente. Este es el caso de la escena de prueba utilizada para obtener los resultados numéricos mostrados en la sección 4.2. Al procesar ópticamente una escena, el ruido adicional debido a las condiciones experimentales invalida los resultados obtenidos por simulación numérica. No es el objeto de este trabajo el modelado de las posibles fuentes de ruido introducidas en el experimento. Igualmente podemos comprobar el desempeño del filtro, por ejemplo en comparación con el filtro POF, aunque no conozcamos la expresión exacta que describe el ruido experimental adicional. Para llevar a cabo esta comprobación, hemos disminuido progresivamente el nivel de ruido contenido en la escena de entrada a partir de la escena utilizada en las simulaciones. Encontramos experimentalmente que hay un nivel de ruido para el cual el filtro POF conduce a resultados inválidos mientras que el filtro propuesto reconoce la escena. Este hecho sugiere que incluso en el caso en que se combinan contribuciones de ruido aditivo

y no aditivo, el filtro propuesto presenta un buen desempeño. No obstante, deberían realizarse esfuerzos para modelar el ruido total y deben realizarse más estudios para encontrar el filtro basado en wavelets que optimice la SNR para este ruido complejo.

Los resultados experimentales del filtro propuesto se obtuvieron mediante un correlador convergente como el que se describe en sección 3.1.

Para representar el filtro complejo en un medio sólo de fase utilizamos el método de la región de soporte [59,60]. Las regiones del filtro con amplitud nula fueron desplazadas fuera del eje óptico en una cierta dirección mientras que la zona con amplitud 1 fue desplazada en la dirección perpendicular. Se sumaron fases lineales en dos direcciones orientadas a 45° y -45° con respecto a la horizontal a cada una de las zonas del filtro. La salida correspondiente al máximo de correlación fue desplazado 131 píxeles en la dirección horizontal y 131 píxeles en la dirección vertical. Estas fases lineales fueron seleccionadas de manera de separar suficientemente la zona con la señal de correlación y la zona sin información en el plano de salida.

En la figura 4.5a) se muestra una sección del plano de salida donde el pico de correlación es fácilmente identificable. En la figura 4.5b) se muestra un gráfico 3D de esta señal. También se muestra el resultado experimental para el filtro POF. Hemos elegido el filtro POF porque las simulaciones numéricas sugerían que un alto nivel de ruido en la entrada produce una pérdida total de la señal de correlación para este filtro. En la figura 4.5c) mostramos la imagen del plano de correlación y en d) se muestra el gráfico 3D cuando se utiliza el POF para reconocer la escena. Los resultados son claramente conclusivos: incluso en el caso en que la escena es muy ruidosa, para la que el filtro POF no es adecuado para realizar el reconocimiento, el filtro propuesto presenta una señal de correlación eficiente.

Todos los resultados muestran que el filtro propuesto presenta alta robustez al ruido, una buena capacidad de discriminación, incluso en el caso de escenas altamente contaminadas, y un pico de correlación agudo.

4.3 Resultados experimentales de reconocimiento de escenas ruidosas

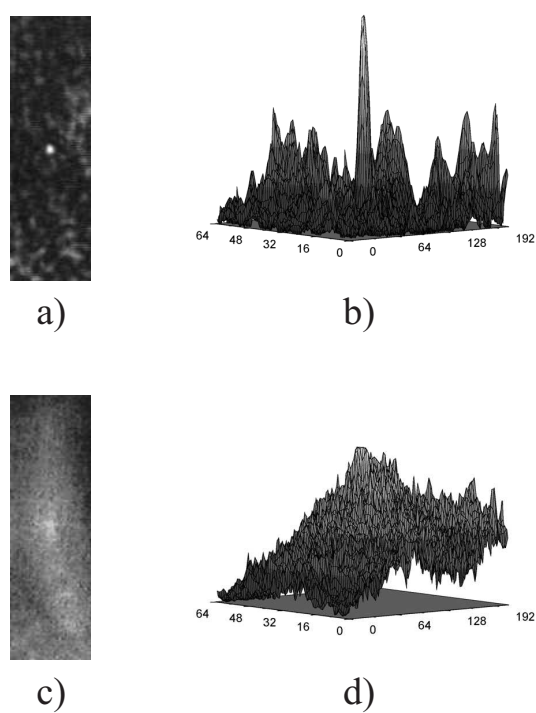


Figura 4.5: Resultados experimentales: a) y c) representan una sección del plano de salida correspondiente a los filtros propuesto y POF respectivamente. b) y d) son los correspondientes gráficos 3D.

Capítulo 5

Extracción de Características

Ya en la introducción de esta Tesis, hemos resaltado la importancia de las técnicas de extracción de características y la gran variedad de sus aplicaciones en distintos sectores, ya sea industriales, científicos, médicos, etc.

Los filtros extractores de características han sido bien estudiados, ya sea desde el punto de vista de procesado digital como del procesado óptico [64–71]. Últimamente ha resurgido el interés en los procesadores ópticos capaces de realizar estas operaciones a tiempo real [36, 59], ya que podrían tener interesantes aplicaciones tanto en microscopía, particularmente con muestras biológicas, como en medicina en estudios realizados in vivo [72, 73].

Por otro lado, debe mencionarse que existen aún varios problemas por resolver. Se propone, en esta parte del trabajo, encarar algunos de ellos mediante la utilización de la transformada wavelet. En este capítulo se abordan tres problemas relacionados con la extracción óptica de bordes y esquinas. En la sección 5.1 presentamos un detector omnidireccional de bordes robusto al ruido. En segundo lugar nos abocamos a la detección de bordes en objetos tridimensionales, tal como se describe en la sección 5.2. En la sección 5.3 se estudia un método detector de esquinas invariante a rotaciones.

5.1. Detección de bordes

Dentro de los tópicos de procesado de imágenes, la detección y resaltado de bordes son temas importantes debido, fundamentalmente, a que están relacionados con la delimitación de zonas. Como se introdujo en el capítulo 1, en los últimos años se han desarrollado aplicaciones numerosas y diversas relacionadas con estos temas. Por ejemplo, en procesado de imágenes satelitales se han desarrollado métodos para distinguir frentes de temperatura en la superficie marina, detección de bordes en hielos marítimos y reconocimiento de costas [64–67]. En relación a imágenes médicas se han reportado técnicas para evidenciar estructuras de tejido en imágenes de resonancia magnética [68] y para mejorar imágenes de rayos X [69, 70]. Por otro lado, en imágenes astronómicas, se utilizaron métodos basados en detección de bordes para el rechazo de rayos cósmicos [71].

Las técnicas de resaltado de bordes fueron también empleadas en reconocimiento óptico de formas. En general, el resaltado de bordes incrementa la capacidad de discriminación y reduce el tamaño del pico de correlación [74, 75].

Sin la intención de hacer una enumeración exhaustiva, podemos mencionar algunos de los métodos más ampliamente utilizados en detección de bordes. En general, estos métodos están basados en la convolución entre una escena de entrada y una función núcleo. Por ejemplo, el conocido método de Roberts y otros como el de Sobel y Prewitt [76], son implementados con dos núcleos de convolución que detectan bordes en direcciones ortogonales. El tiempo de cómputo de los métodos de convolución, depende fuertemente del tamaño de la función núcleo. Con frecuencia se utilizan núcleos pequeños, típicamente matrices de 3x3, para reducir el tiempo de procesado. No obstante, el tamaño reducido de los núcleos conlleva una disminución de la robustez frente al ruido. Una posible solución a este problema fue propuesta por Canny [77]. Adicionalmente, el detector de bordes de Canny es capaz de extraer bordes a diferentes escalas. El método está basado en dos operaciones de convolución aplicadas en cascada. En un primer paso se realiza una operación de suavizado y en un segundo paso se aplica un gradiente

vectorial con el objetivo de detectar las variaciones de la señal. Debido a que los bordes están asociados con las variaciones de la imagen, los bordes más abruptos corresponden a las frecuencias altas del objeto. Por lo tanto, la operación de suavizado, es decir un filtrado pasa-bajos, limita la escala de los bordes a ser detectados. La limitación en las frecuencias espaciales también reduce el contenido de ruido produciendo una detección más robusta. Estas características hacen del filtro de Canny una herramienta muy eficiente para detectar bordes. En la bibliografía pueden encontrarse trabajos donde se ha demostrado la equivalencia entre el detector de Canny y una transformada wavelet [78], y esta equivalencia ha sido utilizada con frecuencia [79].

También, se han desarrollado varios métodos para extraer bordes en diferentes tipos de imágenes específicas, tales como imágenes en color, imágenes biomédicas multidimensionales, imágenes binarias o imágenes multiespectrales [80–83]. Recientemente han sido publicados algunos métodos para estudiar el desempeño comparativo de diferentes métodos de detección de bordes [84–86].

Las técnicas de procesamiento óptico de imágenes han sido utilizadas en detección y resaltado de bordes. Algunos trabajos [72,87–90] describen métodos basados en el filtrado de frecuencias espaciales dedicados a resaltar bordes. Métodos ópticos basados en la transformada wavelet para detectar bordes, han sido propuestos [37,91] y desarrollados [36]. En un trabajo reciente [59], hemos implementado un filtro de fase en un correlador de Vander Lugt que realiza múltiples transformadas wavelet para detectar esquinas y bordes en direcciones ortogonales.

Las técnicas de procesamiento de imágenes, dependen fuertemente del estado de rotación de la escena de entrada. A menudo, se han utilizado funciones armónicas circulares (CHF) como solución para obtener invariancia a rotaciones. Estas funciones han sido ampliamente utilizadas para realizar reconocimiento de imágenes invariante a rotaciones [92–95].

En este trabajo, presentamos un método a tiempo real basado en el detector de Canny, que realiza detección omnidireccional de bordes con mejor desempeño que un filtro pasa-banda. El método se implementa mediante un procesador convergente de Vander Lugt, donde un filtro complejo diseñado

especialmente es colocado en el plano de Fourier. El filtro propuesto permite realizar en un solo paso la operación de suavizado y la derivada primera omnidireccional. Hemos utilizado moduladores espaciales de luz (SLM) para representar tanto la escena como el filtro.

En el apartado 5.1.1 se obtiene el filtro propuesto, y se demuestra teóricamente la invariancia a rotaciones del mismo. La simulación numérica de la detección con el filtro propuesto, y la comparación con otros detectores y resaltadores de borde se muestran en 5.1.2. El apartado 5.1.3 ha sido dedicado a la presentación de resultados experimentales que muestran el excelente desempeño del método presentado.

5.1.1. Diseño del filtro para detectar bordes

Como fue mencionado en la sección anterior, el detector de Canny es uno de los métodos más eficientes para detección de bordes. En esta sección presentamos un enfoque diferente para obtener este detector, que pone de manifiesto su invariancia a rotaciones.

En primer lugar se muestra que la derivada primera en una dimensión puede ser obtenida mediante la convolución entre la función de entrada y un núcleo. Por simplicidad representamos la operación de derivada primera en el dominio de Fourier donde la operación de convolución puede expresarse como un producto. En un segundo paso, se realiza una operación de suavizado mediante el producto con una función Gaussiana. Estas operaciones sucesivas son equivalentes al producto, en el dominio de frecuencias, de la función de entrada y un núcleo compuesto.

Extendiendo el filtro a 2D, y empleando una expansión en armónicos circulares para obtener invariancia a rotaciones, se obtiene un detector omnidireccional de bordes. Se demuestra cómo la extracción de bordes es realizada independientemente del estado de rotación de la escena de entrada. Finalmente se muestra que el filtro diseñado realiza la misma operación que el detector de bordes de Canny.

La transformada inversa de Fourier en 1D de una función puede ser ex-

presada como:

$$s(x) = \mathcal{F}^{-1} \{S(u)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} S(u) e^{i2\pi ux} du \quad (5.1)$$

donde $S(u)$ denota la transformada de Fourier de $s(x)$, u es la frecuencia espacial, i representa la unidad imaginaria, y el operador $\mathcal{F}\{\cdot\}$ representa una transformación de Fourier. La derivada primera de esta función puede ser escrita como sigue:

$$\begin{aligned} \frac{ds}{dx}(x) &= \int_{-\infty}^{+\infty} S(u) [i2\pi ux] e^{i2\pi ux} du \\ &= \mathcal{F}^{-1} \{S(u) [i2\pi ux]\} \\ &= s \odot \mathcal{F}^{-1} \{i2\pi ux\} \end{aligned} \quad (5.2)$$

En la ecuación (5.2), el símbolo \odot indica la operación de convolución. Este resultado muestra que la convolución de una función $s(x)$ con la transformada inversa de Fourier del operador D^{1D} definido como

$$D^{1D}(u) = i2\pi u \quad (5.3)$$

realiza la derivada primera en la dirección x de la función $s(x)$. Como fue mencionado más arriba, muchos métodos detectores de borde emplean una operación de convolución para reducir la influencia del ruido presente en la función de entrada. Un filtro pasa-bajos Gaussiano puede realizar la operación de suavizado, y el filtro resultante que realiza simultáneamente el suavizado y la derivada primera en una dimensión puede ser expresado como:

$$DG^{1D}(u) = i2\pi u e^{-\frac{u^2}{\sigma^2}} \quad (5.4)$$

donde σ es el factor de suavizado que controla el rango de frecuencias del filtro pasa-bajos. Es importante notar que la operación de suavizado no sólo reduce el contenido de ruido de la entrada, sino que también reduce la resolución espacial del detector de bordes. Por lo tanto, la separación mínima entre bordes detectables está limitada por el parámetro σ .

Una extensión natural y conveniente de $1D$ a $2D$ del filtro que detecta bordes en la dirección x puede ser expresada como:

$$DG(\rho, \phi) = i2\pi\rho \cos \phi e^{-\frac{\rho^2}{\sigma^2}} \quad (5.5)$$

donde ρ y ϕ son las coordenadas polares en el plano de Fourier.

Como hemos mencionado previamente, una posible manera de obtener una función invariante a rotaciones consiste en descomponer la función original en una base de funciones circulares armónicas. En nuestro caso, queremos extraer bordes en todas las direcciones, por lo tanto descomponemos la función $DG(\rho, \phi)$ como sigue:

$$DG(\rho, \phi) = \sum_{M=-\infty}^{+\infty} DG_M(\rho) e^{iM\phi} \quad (5.6)$$

donde

$$DG_M(\rho) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} DG(\rho, \phi) e^{-iM\phi} d\phi \quad (5.7)$$

La integral de la ecuación (5.7) tiene la siguiente solución analítica:

$$DG_M(\rho) = \begin{cases} i\pi\rho e^{-\frac{\rho^2}{\sigma^2}} & \rightarrow |M| = 1 \\ 0 & \rightarrow \text{otro caso} \end{cases} \quad (5.8)$$

El hecho de que todos los armónicos con $|M| \neq 1$ se anulen, proviene de la simetría del filtro dado por la ecuación (5.5).

En general un filtro circular armónico se diseña seleccionando un único componente armónico de la descomposición, esto es:

$$DG_c^M(\rho, \phi) = DG^M(\rho) e^{iM\phi} \quad (5.9)$$

Usualmente se elige el coeficiente más significativo de la descomposición para diseñar el filtro. En nuestro caso, hemos seleccionado el componente con $M = 1$, resultando:

$$DG_c(\rho, \phi) = i\pi\rho e^{-\frac{\rho^2}{\sigma^2}} e^{i\phi} \quad (5.10)$$

La función de borde puede obtenerse realizando la convolución entre la escena de entrada y la respuesta al impulso dg_c de la ecuación (5.10) como sigue:

$$e(r, \theta) = f(r, \theta) \odot dg_c(r, \theta) \quad (5.11)$$

donde f representa la escena de entrada, y r y θ denotan las coordenadas polares en el dominio espacial. Si la escena de entrada se rota en un ángulo α , el borde obtenido estará descrito por una función diferente $e_\alpha(r, \theta)$ dónde:

$$e_\alpha(r, \theta) = f(r, \theta + \alpha) \odot dg_c(r, \theta) \quad (5.12)$$

La ecuación (5.11) puede escribirse en el dominio de Fourier en coordenadas polares como:

$$e(r, \theta) = \int_0^\infty \rho d\rho \int_0^{2\pi} F(\rho, \phi) DG_c(\rho, \phi) e^{[i2\pi r \rho \cos(\theta - \phi)]} d\phi \quad (5.13)$$

donde $F(\rho, \phi)$ representa la transformada de Fourier de la escena de entrada $f(r, \theta)$.

Dado que una rotación en el dominio espacial se corresponde con la misma rotación en el dominio de Fourier, la característica extraída de la escena rotada puede ser expresada como:

$$e_\alpha(r, \theta) = \int_0^\infty \rho d\rho \int_0^{2\pi} F(\rho, \phi + \alpha) DG_c(\rho, \phi) e^{[i2\pi r \rho \cos(\theta - \phi)]} d\phi \quad (5.14)$$

De la ecuación (5.9) se puede obtener la siguiente expresión:

$$DG_c^M(\rho, \xi - \alpha) = DG_c^M(\rho, \xi) e^{-iM\alpha} \quad (5.15)$$

Aplicando álgebra a la ecuación (5.13) y utilizando la expresión anterior, la función de borde de la escena rotada puede expresarse como:

$$e_\alpha(r, \theta) = e^{-iM\alpha} e(r, \theta + \alpha) \quad (5.16)$$

Este resultado muestra que la función de borde de la escena rotada difiere

de la función de borde rotada, en un factor constante de módulo unitario. A menos de este factor, la ecuación (5.16) muestra la invariancia a rotaciones del método propuesto.

Ahora, analizamos el proceso de dos pasos involucrado en el detector de bordes de Canny. En primer lugar, la escena es suavizada mediante la convolución con una función Gaussiana:

$$g_\sigma(r) = \sigma^2 e^{-\pi\sigma^2 r^2} \quad (5.17)$$

En un segundo paso, se obtiene el gradiente para detectar bordes con forma de escalón. Como los dos pasos de la operación constituyen operaciones lineales, puede aplicarse la propiedad asociativa como sigue:

$$\begin{aligned} \vec{\nabla}(g_\sigma \odot f) &= (\vec{\nabla}g_\sigma) \odot f \\ &= \vec{c} \odot f \end{aligned} \quad (5.18)$$

donde f representa la escena de entrada, y \vec{c} es el operador de Canny. La norma de la ecuación (5.19) es una función escalar de $2D$ que representa la intensidad de los bordes.

Para demostrar la equivalencia entre el operador de Canny y el filtro propuesto en la ecuación (5.10), reescribimos la expresión en coordenadas cartesianas u y v como sigue:

$$DG_c = \pi(-v + iu) e^{-\frac{\rho^2}{\sigma^2}} \quad (5.19)$$

Las partes imaginaria (\Im) y real (\Re) de la respuesta al impulso dg_c son proporcionales a las componentes del operador de Canny c_x y c_y respectivamente, como se muestra debajo:

$$\begin{aligned} \Im(dg_c) &= \mathcal{F}^{-1} \left[\pi u e^{-\frac{\rho^2}{\sigma^2}} \right] = \frac{-i}{2\sigma} \frac{d}{dx} g_\sigma(r) = \frac{-i}{2\sigma} c_x \\ \Re(dg_c) &= \mathcal{F}^{-1} \left[-\pi v e^{-\frac{\rho^2}{\sigma^2}} \right] = \frac{i}{2\sigma} \frac{d}{dy} g_\sigma(r) = \frac{i}{2\sigma} c_y \end{aligned} \quad (5.20)$$

de acuerdo a la ecuación (5.21) podemos calcular la norma de la ecua-

ción (5.19) como sigue:

$$\begin{aligned}
\|(\vec{c} \odot f)\| &= \|(c_x \odot f, c_y \odot f)\| & (5.21) \\
&= \sqrt{|c_x \odot f|^2 + |c_y \odot f|^2} \\
&= 2\sigma \sqrt{|\Im(dg_c) \odot f|^2 + |\Re(dg_c) \odot f|^2} \\
&= 2\sigma |dg_c \odot f|
\end{aligned}$$

donde las barras dobles se utilizan para representar la norma y las barras simples denotan el módulo complejo. El método propuesto es, por lo tanto, equivalente al detector de Canny.

Finalmente, queremos destacar que en técnicas ópticas, las mediciones están asociadas con la intensidad del campo electromagnético. En nuestro caso, la convolución óptica está representada por el módulo cuadrado de la ecuación (5.11). Esta magnitud no sólo contiene información sobre los bordes, además resulta en una función con bordes abruptos. Esta característica puede representar una ventaja adicional en tareas de extracción de bordes.

5.1.2. Resultados de la extracción de bordes

El filtro diseñado, como se mostró en el apartado 5.1.1, realiza la extracción de bordes en todas las direcciones. A diferencia de otros métodos como Roberts, Sobel y Prewitt, este método realiza el proceso completo de detección con una única convolución y por lo tanto puede ser implementado en tiempo real utilizando un procesador óptico. Para obtener la convolución óptica, la arquitectura de Vander Lugt ha demostrado ser muy adecuada. La figura 5.1 muestra la representación compleja del filtro propuesto.

El desempeño del método propuesto ha sido analizado de dos maneras. Por un lado, hemos realizado un análisis mediante simulaciones numéricas. Por otro lado se llevó a cabo una implementación experimental mediante un correlador óptico.

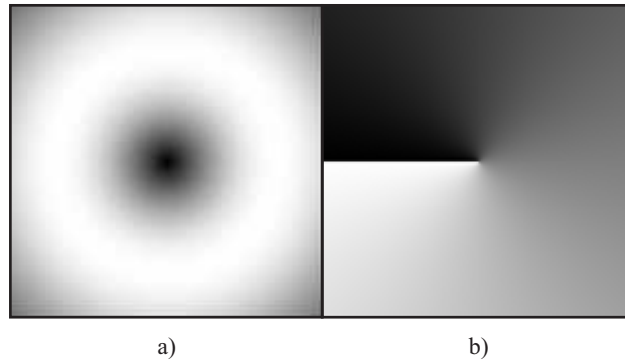


Figura 5.1: Filtro complejo dado por la ecuación (5.10) con $\sigma = 1$. a) Amplitud (la escala de grises de negro a blanco representa valores de transmisión entre 0 y 1), b) Fase (la escala de grises de negro a blanco representa valores de fase entre 0 y 2π).

Simulaciones numéricas

Hemos comparado el comportamiento del método propuesto con algunos de los detectores y extractores de bordes más populares. Siendo uno de los más estudiados, el gradiente de Roberts es el primer método considerado. Como el filtro propuesto fue diseñado para operar con escenas contaminadas con ruido, hemos considerado, también el detector de Sobel. Finalmente hemos hecho comparaciones con los filtros pasa-altos y pasa-banda, que son resaltadores de bordes frecuentemente empleados en implementaciones ópticas.

El filtro ideal pasa-alto puede ser descripto por:

$$HP(\rho) = \begin{cases} 1 & \rho \geq \rho_{min} \\ 0 & \text{otro caso} \end{cases} \quad (5.22)$$

donde ρ_{min} es la frecuencia de corte. Un filtro pasa-banda puede representarse por:

$$BP(\rho) = \rho e^{-\frac{\rho^2}{\sigma^2}} \quad (5.23)$$

que es igual a la amplitud del filtro de la ecuación (5.10). El parámetro en la ecuación (5.23) determina la banda de frecuencias del filtro.

El desempeño de los diferentes métodos fue comparado utilizando imáge-

nes sintéticas y reales, como se detalla en el siguiente apartado.

Procedimiento de comparación

Para llevar a cabo la comparación entre detectores de borde hemos considerado escenas reales y sintéticas. Estos dos tipos de escena producen análisis complementarios. Por un lado, la posición de los bordes en escenas sintéticas es certera. Por lo tanto, las escenas sintéticas son muy adecuadas para evaluar el desempeño de los diferentes detectores en relación a la posición de los bordes. Por otro lado las imágenes reales son más complejas y en consecuencia son adecuadas para evaluar los detectores en situaciones reales. Se utilizó un método estadístico para estudiar el comportamiento de los distintos detectores frente a imágenes reales.

Análisis de imágenes reales

Como es bien sabido, es difícil encontrar un criterio unificado para evaluar información de bordes. Por esta razón, la evaluación de detectores de borde ha sido realizada frecuentemente presentando la salida de las operaciones y dejando que el lector evalúe subjetivamente su desempeño. La comparación de sistemas detectores de bordes puede llevarse a cabo de una manera cuantitativa. Con este fin, hemos empleado el procedimiento introducido por Heath, et. al. para comparar técnicas de detección de bordes [96]. En esta propuesta, un conjunto de jueces asigna un puntaje a las imágenes de salida de los detectores. Se realiza un estudio estadístico sobre los puntajes asignados para analizar la influencia de los diferentes factores que afectan el experimento. Típicamente, estos factores están asociados con las diferentes imágenes, la presencia de ruido, o con los parámetros de los detectores. Nosotros hemos empleado un enfoque similar para comparar el método propuesto con los detectores mencionados arriba.

La figura 5.2 muestra un conjunto de 6 imágenes reales que fueron utilizadas en el experimento. Para analizar el efecto del ruido utilizamos las escenas de la figura 5.2 corrompidas por ruido blanco Gaussiano aditivo de media nula y varianza 1.5. Nótese que las imágenes fueron normalizadas en-

tre 0 y 1. El equipo de 16 jueces que realizó la evaluación estuvo compuesto por estudiantes de física e investigadores.

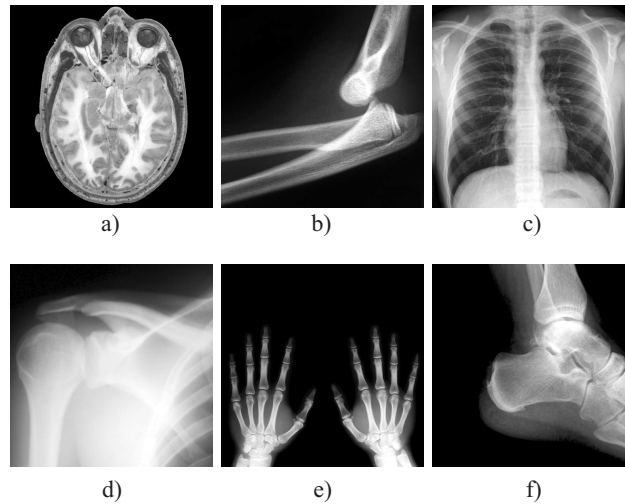


Figura 5.2: Imágenes reales utilizadas para realizar la comparación entre métodos: a)Cerebro, b)Codo, c)Tórax, d)Hombro, e)Manos, f)Talón.

Debido a que algunos de los métodos están determinados por parámetros, hemos dividido la comparación en dos experimentos. Una primera prueba fue diseñada para elegir el valor del parámetro que optimiza cada detector. Los resultados obtenidos ponen en evidencia la relevancia del valor del parámetro para todos los métodos. Por lo tanto, elegimos para cada detector el parámetro que produjo el puntaje más alto promediado entre imágenes y jueces. Para ilustrar el experimento, la escena del tórax, procesada con el filtro propuesto para 4 valores diferentes del parámetro se muestra en la figura 5.3.

En el segundo experimento se efectuó la comparación entre métodos. Cada método fue utilizado con el parámetro obtenido en el primer experimento. Los detectores pueden ordenarse en orden decreciente de los puntajes medios como sigue: 1-Método propuesto, 2-Filtro pasa-banda, 3-Sobel, 4-Filtro pasa-altos, y 5-Roberts. La figura 5.4 exhibe el desempeño de los distintos métodos considerados en una escena contaminada con ruido.

Los detalles del análisis estadístico de ambos experimentos se presentan en el Apéndice III.

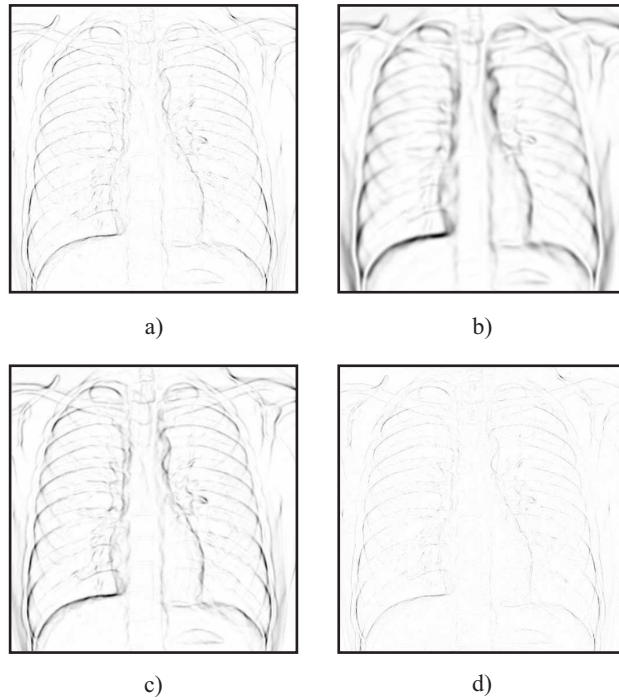


Figura 5.3: Imagen del tórax procesada con el método propuesto con valores de σ : a) $\frac{1}{128}$, b) $\frac{1}{32}$, c) $\frac{1}{64}$, y d) $\frac{1}{256}$.

Análisis de imágenes sintéticas

Los métodos mencionados, cada uno con el parámetro determinado con las escenas reales, fueron aplicados a una escena sintética simple conformada por un octógono binario. Esta escena tiene bordes abruptos con forma de escalón cuya posición está bien determinada. En la figura 5.5 se muestra la salida de cada detector conjuntamente con el perfil de uno de los bordes detectados. Como es posible notar en la figura, todos los detectores excepto el filtro pasa-banda producen bordes en la posición del borde original. El filtro pasa-banda, a su vez, presenta un borde doble. Es importante notar que tanto el método de Sobel como el de Roberts detectan bordes con mejor resolución que el método que proponemos en este trabajo. Sin embargo, como fue demostrado con las imágenes reales, el método diseñado presenta un mejor desempeño que el resto al aplicarse a escenas inmersas en ruido.

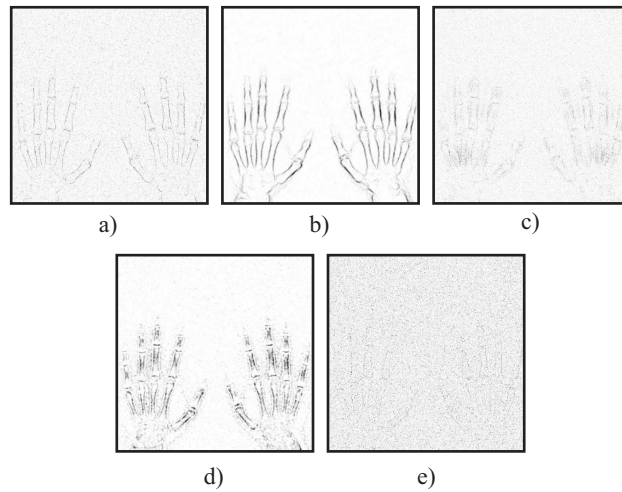


Figura 5.4: Escena contaminada con ruido Gaussiano procesada con: a)Sobel, b)Filtro propuesto con $\sigma = \frac{1}{64}$, c)Filtro pasa-alto con $\rho_{min} = \frac{1}{16}$, d)Filtro pasa-banda con $\sigma = \frac{1}{64}$, y e) Roberts.

5.1.3. Resultado experimental de la detección de bordes

Para implementar físicamente el filtro complejo, se necesita un medio capaz de modular la amplitud y la fase de forma independiente, lo cual puede ser difícil de realizar. Una manera posible de aproximar la función compleja consiste en diseñar un filtro cuya amplitud esté binarizada. Esto permite emplear un modulador espacial de luz para representar la fase y una simple máscara binaria para representar la amplitud. La binarización se llevó a cabo mediante la selección de un umbral.

Por un lado, valores bajos del umbral provocan que la imagen final muestre bordes ensanchados con respecto al filtro complejo original. Por otro lado, valores altos del umbral producen bordes múltiples, básicamente debido a efectos de difracción. Teniendo en cuenta estos efectos hemos elegido el umbral óptimo simulando numéricamente la respuesta de los filtros binarizados con diferentes umbrales. Para ilustrar el proceso, mostramos un ejemplo en la figura 5.6 donde se realiza la detección de bordes de la figura 5.5.a) para diferentes umbrales. Las figuras 5.6 a), b) y c) corresponden a umbrales de 3 %, 20 % y 35 % respectivamente. Puede apreciarse que la imagen mostrada

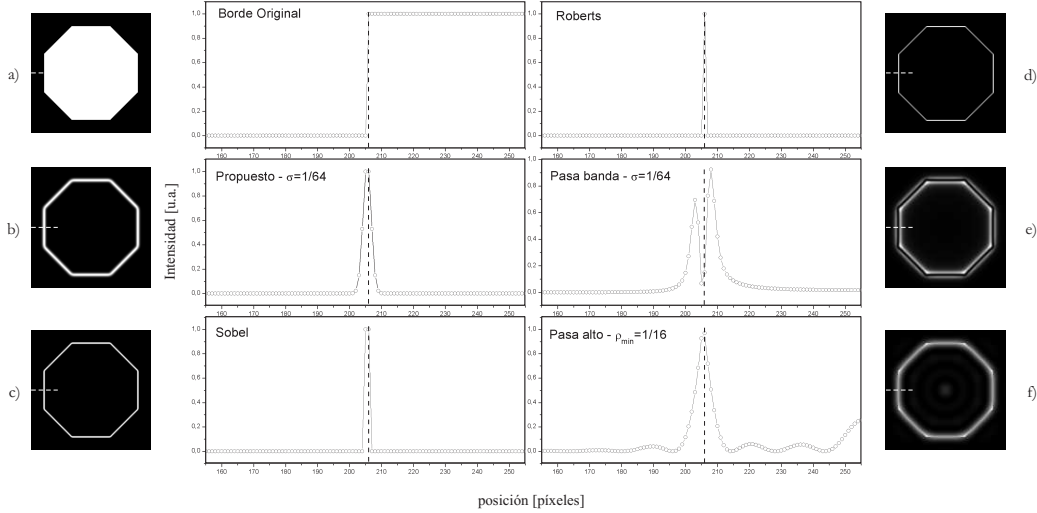


Figura 5.5: a)Imagen sintética binaria. Esta escena fue procesada con: b)Filtro propuesto con $\sigma = \frac{1}{64}$, c)Sobel, d)Roberts, e)Filtro pasa-banda con $\sigma = \frac{1}{64}$, y f)Filtro pasa-altos con $\rho_{min} = \frac{1}{16}$. En el centro se presentan los perfiles indicados por las líneas punteadas.

en la figura 5.6.a) tiene bordes ensanchados comparados con la imagen de la figura 5.6.b). También son notorios los bordes múltiples en la figura 5.6.c). Se determinó que un umbral de 20 % de transmisión genera un filtro que minimiza los dos efectos mencionados arriba. Como estos efectos están asociados con la respuesta al impulso del filtro se espera que la elección del umbral no dependa de la imagen de prueba. Por otro lado, debido a que el valor del umbral determina el ancho del borde detectado, la elección del mismo determina la resolución espacial del detector. Con respecto a las robustez al ruido, debe tenerse en cuenta que el valor del umbral controla el tamaño del área de transmisión en el plano de Fourier. La fracción de ruido de entrada que llega a la salida depende de esta área.

En la figura 5.7 se esquematiza el dispositivo experimental empleado para realizar la correlación óptica. El mismo es un correlador convergente como el descrito en la sección 3.1 con la diferencia de que el filtro está compuesto por dos elementos. En contacto con el modulador SLM2 se ubica una máscara binaria BM. El filtro está implementado en el conjunto formado por BM y

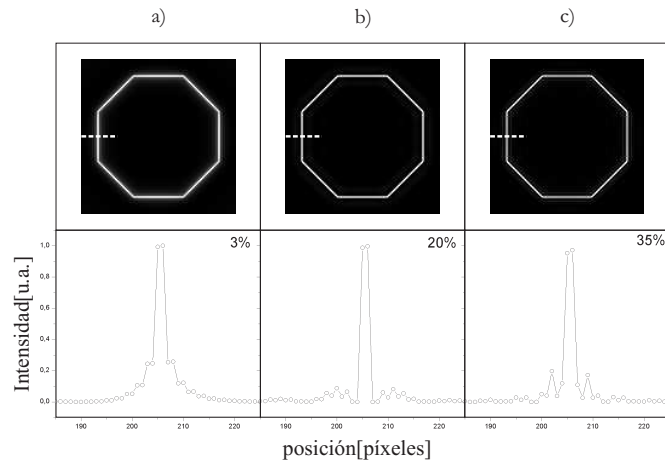


Figura 5.6: Imagen sintética procesada con el método propuesto con $\sigma = \frac{1}{64}$ y binarizado con umbrales: a)3 %, b)20 %, y c)35 %. Debajo de cada imagen se muestran los perfiles indicados con las líneas punteadas.

SLM2 donde se representan respectivamente la amplitud y la fase.

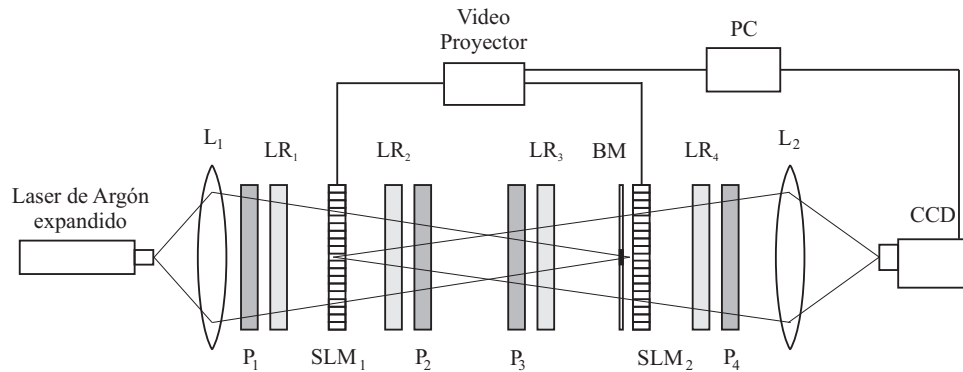


Figura 5.7: Correlador óptico convergente basado en la arquitectura de Vander Lugt.

En las figura 5.8.b) y c) se presentan los resultados de simulación numérica y experimental de la extracción de bordes de la escena sintética que se muestra en figura 5.8.a). Se puede observar un muy buen acuerdo entre ambos resultados. También es posible notar una disminución en la calidad de la imagen obtenida en el experimento en comparación con el resultado numérico. Es bien sabido que el procesado óptico de información es muy eficiente en cuanto a tiempo de procesado, pero posee algunas características no desea-

das que deben ser consideradas. Por un lado, la alta coherencia de la fuente de luz produce ruido speckle que contamina la imagen. Por otro lado, las aberraciones de los elementos ópticos pueden introducir degradaciones adicionales. Este problema puede ser solucionado aumentando la calidad de los elementos ópticos y también programando una corrección adecuada en el modulador. Queremos notar que incluso en nuestro caso donde el dispositivo experimental no está optimizado, se han obtenido muy buenos resultados.

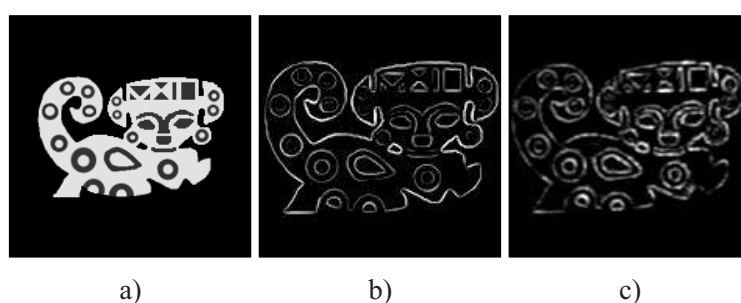


Figura 5.8: a) Imagen sintética con 3 niveles de gris. Extracción de bordes realizada con el filtro propuesto binarizado con un umbral de 20 % de transmisión: b) Simulación numérica, c) experimental.

5.2. Detección de bordes robusto al desenfoque

5.2.1. Detección de bordes en objetos 3D

En algunas aplicaciones particulares, puede ser de interés que las características sean reconocidas en objetos que no sean planos, es decir en objetos tridimensionales o bien en objetos que puedan moverse en la dirección axial [97]. Por otra parte, en el campo de la microscopía y la litografía se viene trabajando en el diseño de pupilas que permitan modificar la respuesta tridimensional del haz [98], ya sea variando su profundidad de foco como su respuesta transversal. Quizás el diseño más sencillo y eficiente es el de las pupilas anulares [99] de fase. En este trabajo presentamos un extractor de bordes que combina las características de un filtro omnidireccional con la

capacidad de ser robusto a desplazamientos del objeto. El filtro es ubicado en un correlador convergente y es representado en un modulador operando en modo sólo de fase.

En el apartado 5.2.2 se describen el problema en detalle y el diseño del filtro utilizado para resolverlo. El método experimental y los resultados obtenidos se presentan en el apartado 5.2.3.

5.2.2. Diseño de un Filtro de bordes robusto al desenfoque

En la sección 5.1 hemos presentado un filtro para realizar extracción de bordes con esta arquitectura. Si bien este método ha mostrado un muy buen desempeño [100], cabe destacar que un desplazamiento axial del objeto puede conducir a resultados distorsionados en el plano de correlación.

El filtro de la sección 5.1 fue obtenido a partir de un detector direccional de bordes. El diseño de este detector direccional está basado en dos operaciones que se realizan simultáneamente. Por un lado, para reducir la influencia del ruido en la detección, se aplica un filtrado pasa-bajos gaussiano. Por otro lado, la extracción de bordes en sí misma es realizada mediante la obtención de la derivada primera. Sobre este detector direccional se aplicó una descomposición en armónicos circulares para obtener un filtro invariante a rotaciones. La función resultante es compleja, y en nuestro caso hemos binarizado la amplitud para realizar la implementación óptica. En la figura 5.9.a) se muestran la amplitud y la fase del filtro obtenido.

Las pupilas anulares de fase son utilizadas con frecuencia para aumentar la profundidad de foco (PDF) de sistemas ópticos [99]. Más en general, las pupilas anulares de fase son capaces de producir distintos resultados en un sistema óptico dependiendo de los parámetros del anillo. Las respuestas axial y transversal en el plano de mejor imagen (PMI) pueden ser diseñadas de acuerdo a la elección de estos parámetros [98]. Todas las combinaciones son posibles y es posible obtener respuestas axiales o transversales superresolventes o apodizantes. En nuestro caso hemos seleccionado un filtro anular real de dos zonas que produce una respuesta axial ensanchada y la hemos com-

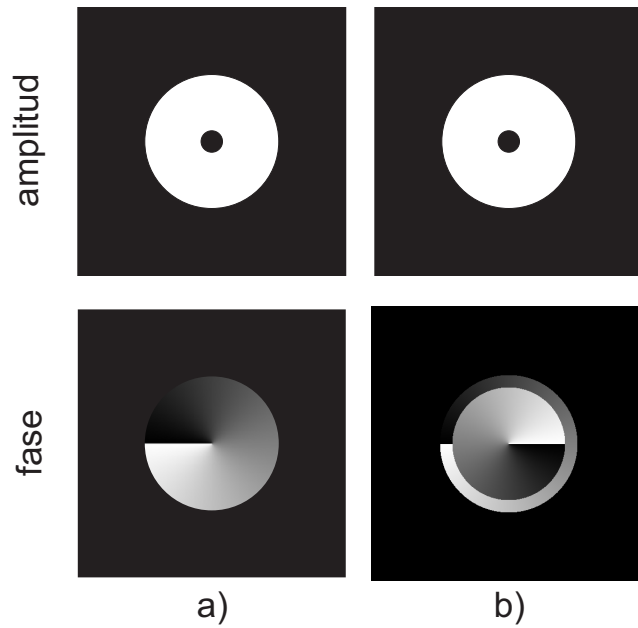


Figura 5.9: Transmitancia del filtro detector de bordes: a) original, y b) combinado con la pupila anular. En las imágenes de amplitud los colores negro y blanco denotan transmisiones de 0 y 1 respectivamente, y en las imágenes de fase la escala de grises variando de negro a blanco indica valores de 0 a 2π .

binado con el detector de bordes que mencionamos previamente. En general, las respuestas axiales de los filtros reales de dos zonas con efecto apodizante axial están caracterizadas por curvas típicas. Para ganancias axiales cercanas a la unidad las curvas son similares a las obtenidas para el sistema sin pupila, que tienen un valor máximo en el PMI. Para ganancias axiales menores, puede obtenerse una zona central con intensidad casi constante. Si la ganancia axial disminuye más aún aparece un mínimo localizado en el PMI. En tales casos la PDF puede ser considerablemente grande. Por lo tanto, la elección de este tipo de respuestas puede ser muy adecuada en una situación en la que se busca una alta PDF y no es preciso un nivel constante de intensidad.

En la figura 5.10.a) se muestra la fase de la pupila anular empleada en este trabajo. En la parte b) de la misma figura, se grafica la intensidad del pico central para el sistema con y sin pupila anular, como función de la coordenada axial óptica adimensional relativa $\Delta u = u - u_o$, donde u es función de la

coordenada axial z_o del objeto medida desde el plano de la segunda lente del correlador. Esta coordenada adimensional está definida [101] como

$$u = 4kz_o \sin^2(\alpha/2), \quad (5.24)$$

y $u_o = u(z_o^0)$ donde $u(z_o^0)$ es la posición axial del mejor plano objeto. En la ecuación (5.24) $k = 2\pi/\lambda$ y λ es la longitud de onda de la luz emitida por la fuente. Como se puede observar, la PDF del sistema con la pupila se ve aumentada en un factor de 2.3 con respecto a la PDF del sistema sin pupila anular. En este caso, la intensidad de campo en el plano de mejor enfoque se reduce a aproximadamente el 25 % de los máximos secundarios.

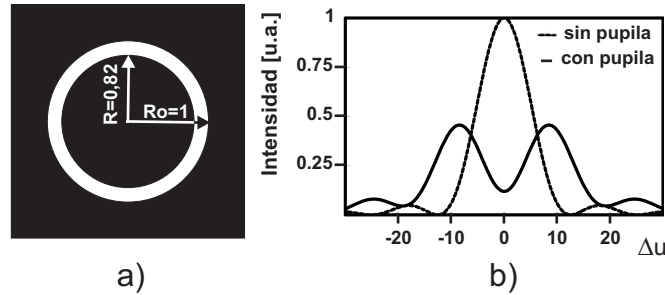


Figura 5.10: a) Transmitancia de fase de la pupila anular con $R/R_o = 0,82$ y modulación $0 - \pi$. R_o denota el radio de la pupila de amplitud. b) Comportamiento axial del máximo transversal.

El filtro combinado, compuesto por el filtro detector de bordes y la pupila anular se muestra en fase y amplitud en la figura 5.9.b).

5.2.3. Detección óptica de bordes robusta al desenfoque

En esta sección se presentan los resultados experimentales obtenidos con el filtro diseñado. El detector de bordes propuesto fue implementado experimentalmente y fue comparado con el detector de bordes sin la pupila apodizante. El dispositivo experimental empleado corresponde a la arquitectura estudiada a lo largo de esta Tesis con algunas modificaciones en la implementación del filtro. En la figura 5.11 se muestra el detalle del dispositivo.

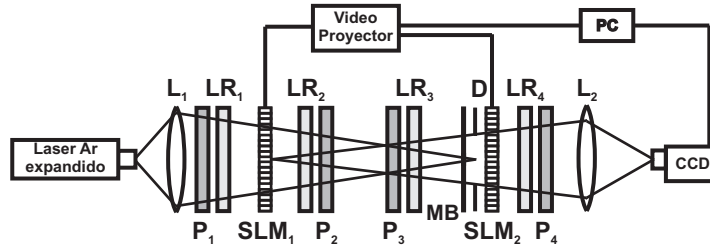


Figura 5.11: Dispositivo experimental para detección de bordes robusta al desenfoco

El dispositivo utilizado consiste en un correlador convergente similar al descrito en la sección 3.1. En este caso, el filtro implementado es de amplitud binaria y fase. La amplitud del filtro está representada conjuntamente por la máscara binaria MB y el diafragma D que se ubican en contacto con el modulador SLM2. La fase del filtro es representada directamente en el mismo modulador. Para comprobar el funcionamiento del filtro en cuanto a robustez ante las variaciones de la posición del objeto, hemos hecho comparaciones entre el detector de bordes original y el detector con la pupila anular. La escena utilizada para las pruebas consiste en una esquina curva de amplitud binaria como la que se muestra en la figura 5.12.a). El diafragma D fue ajustado para comportarse como la apertura del sistema, de manera que la pupila de salida del sistema es la imagen de D a través de L_2 . Hemos comparado las imágenes de borde obtenidas con los filtros de figura 5.9 para diferentes posiciones del objeto. Hemos registrado las imágenes de borde obtenidas con ambos filtros para diferentes posiciones z_o del objeto, es decir para diferentes valores de Δu .

En la figura 5.12 mostramos las imágenes de borde para valores de Δu que van de 0 a 7,5. Puede notarse de la figura que el ancho de los bordes aumenta de forma continua con el valor de Δu para el detector de bordes solo. Por el contrario, si se utiliza el filtro compuesto con la pupila apodizante, el ancho del borde se mantiene casi constante.

Para hacer un análisis más profundo, en la figura 5.13 hemos graficado los perfiles de los bordes de la figura 5.12. Para reducir los efectos del ruido experimental hemos computado el promedio de 100 trazas paralelas, cada

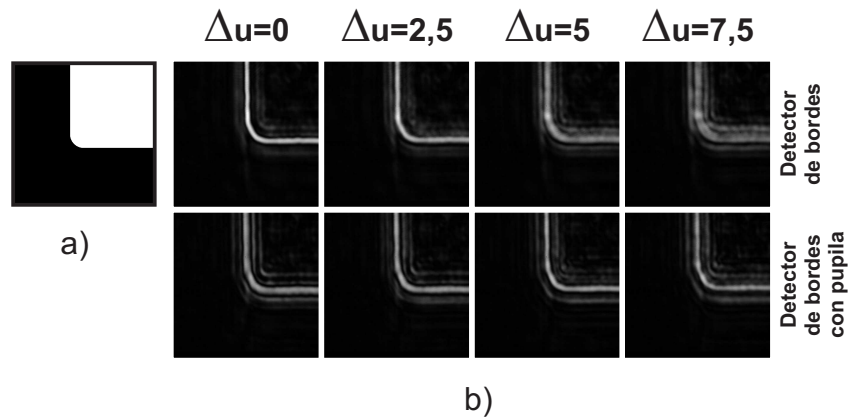


Figura 5.12: a)Escena de entrada, b)Resultados experimentales de los bordes para distintos valores de Δu .

una de ellas ortogonal al borde vertical. Es procedimiento fue seguido para cada imagen de borde.

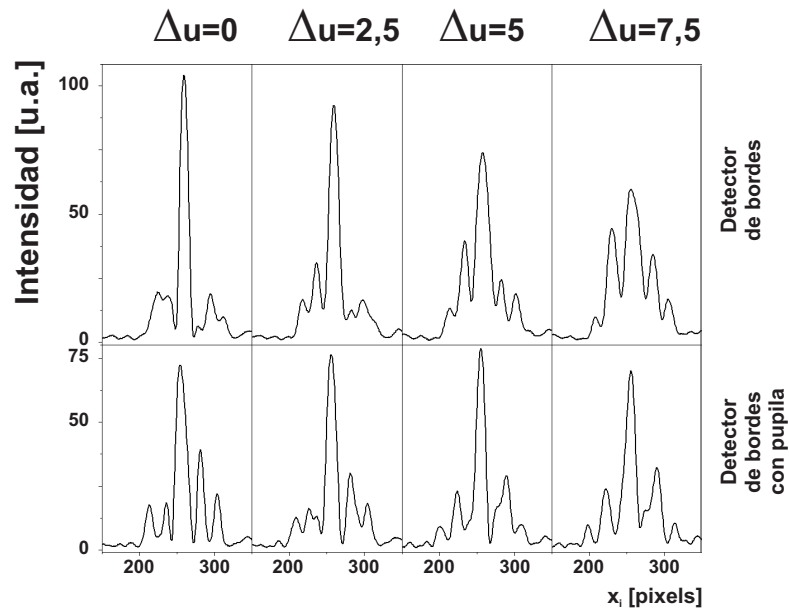


Figura 5.13: Perfiles transversales de los bordes obtenidos experimentalmente en la figura 5.12.

Como se puede observar de las trazas en la figura 5.13, la respuesta del detector de bordes se ve distorsionada a medida que el objeto es alejado del plano objeto. Por un lado se observa claramente el ensanchamiento de los

5.2 Detección de bordes robusto al desenfoque

bordes. Por otro lado, tanto el crecimiento de los lóbulos laterales como la disminución de la altura del borde en sí mismo se hacen evidentes a medida que Δu aumenta. Ambos aspectos de la degradación se ven notoriamente reducidos cuando la pupila anular es ubicada en el sistema. Para hacer una comparación más cuantitativa en cuanto al deterioro de los bordes con el incremento de u , se calcularon el contraste entre el máximo central y el mayor de los lóbulos laterales, por un lado, y el ancho pleno a media altura (APMA) del borde, por otro. En la figura 5.14 se muestra la evolución de estos valores versus el desplazamiento Δu del objeto respecto del PMI.

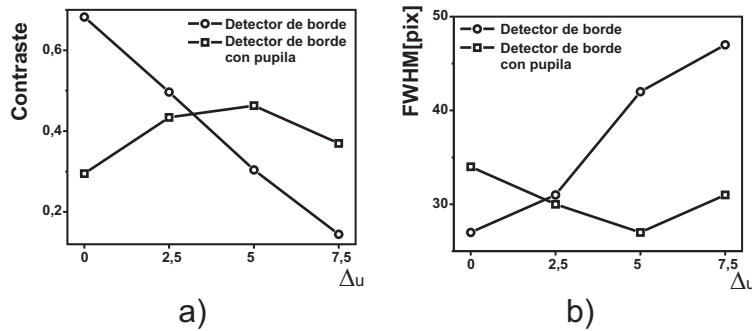


Figura 5.14: Desempeño óptico del detector de bordes con y sin pupila anular: a) Contraste, b) APMA.

Tanto el contraste como el APMA del sistema sin pupila apodizante cambian apreciablemente con las variaciones de Δu , mientras que variaciones mucho menos perceptibles tienen lugar cuando se utiliza la pupila. Para el detector de bordes solo, el contraste toma valores que varían desde 0,7 a 0,15 a $\Delta u = 0$ y $\Delta u = 7,5$ respectivamente, mientras que al utilizar la pupila, estos valores oscilan solamente entre 0,3 y 0,45 dentro del mismo intervalo. En cuanto al APMA el detector original presenta valores de 27 píxeles con $\Delta u = 0$, hasta de 47 píxeles cuando $\Delta u = 7,5$, pero con el sistema apodizante toma valores en un rango que va de 27 a 34 píxeles a $\Delta u = 27$ y $\Delta u = 0$ respectivamente. Debe ponerse de manifiesto que mientras el contraste disminuye a 0,15 para el sistema original, se mantiene por encima de 0,3 con la pupila apodizante. Análogamente, el APMA crece hasta 47 píxeles en el sistema sin pupila, pero queda acotado por debajo de 34 píxeles si se

considera la pupila de fase.

Este conjunto de resultados pone de manifiesto que el agregado de una pupila apodizante constituye una notoria mejoría en el desempeño del detector de bordes en cuanto a desplazamientos del objeto y por lo tanto el sistema podrá ser utilizado tanto en muestras tridimensionales como en muestras donde se tengan que identificar objetos en distintos planos.

5.3. Detección de esquinas invariante a rotaciones

5.3.1. El problema de detección de esquinas

La extracción de esquinas, conjuntamente con la extracción de bordes se encuentra entre las tareas más populares de extracción de características, como está bien establecido por la abundante bibliografía de procesado de imágenes [17–20, 102, 103].

Uno de los detectores de esquinas más estudiados está basado en la transformada wavelet de Haar en 2D. Este método consiste en la obtención de la transformada Haar de la escena a analizar para un subconjunto de los parámetros de escala de la misma. La wavelet de Haar típica en 2D para extracción de esquinas tiene la forma característica mostrada en la figura 5.15.

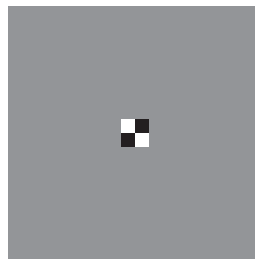


Figura 5.15: Esquema de la wavelet de Haar

La función de Haar consiste en cuatro máximos centrales con las relaciones de fase que se muestran en la figura 5.15.a), donde el color blanco indica el valor 1, el negro -1 y el gris de fondo 0. El conjunto de coeficientes wa-

velet deseados se puede obtener mediante la operación de correlación entre la escena a analizar y la wavelet con los parámetros de escala adecuados. La imagen que se obtiene presenta valores de intensidad no nula únicamente en un entorno de cada esquina recta de la escena.

La implementación óptica de los métodos basados en la convolución es una muy buena alternativa cuando el tiempo de procesado es una prioridad. Una implementación óptica de la transformada Haar fue propuesta por W. Wang y colaboradores, mediante la utilización de un correlador por transformada conjunta [91]. En una publicación reciente, hemos propuesto un correlador de Vander Lugt multicanal para implementar la detección de esquinas de Haar en simultáneo con otras características [59].

El detector de esquinas basado en la wavelet de Haar es altamente sensible a las rotaciones azimutales de la escena de entrada, por lo tanto no es adecuado para procesar escenas rotadas, por un lado, ni tampoco escenas compuestas por elementos con distintos ángulos de rotación, por otro. En dos trabajos recientes se ha estudiado la invariancia a rotaciones en detección óptica de bordes utilizando un filtro de fase espiral [72, 100]. En este capítulo proponemos un nuevo detector óptico de esquinas basado en un filtro de fase espiral.

Hemos empleado nuestro método tanto en funciones de amplitud como en funciones de fase. El buen desempeño del método para escenas de fase supone una aplicación prometedora en microscopia de muestras transparentes.

Hemos implementado experimentalmente el método y se han obtenido buenos resultados de extracción de esquinas con invariancia a rotaciones.

5.3.2. Detección de esquinas invariante a rotaciones

El método propuesto consiste en el procesamiento de una escena mediante el cual se obtiene una imagen que muestra picos intensos en la posición de las esquinas. Un filtro de fase espiral con período azimutal de 2π es un buen resaltador de bordes, como ha sido demostrado en publicaciones recientes [72, 100]. Mostraremos en este trabajo que un filtro de fase espiral con un período azimutal de π se comporta como un resaltador de esquinas. La cualidad de

detector de esquinas de este filtro puede entenderse claramente si se analiza la simetría de la respuesta al impulso del filtro. De hecho, existe una familia de funciones que tienen una simetría que es análoga a la simetría característica de la función de Haar. En términos de la máscara de Haar

$$H = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}, \quad (5.25)$$

estas funciones actúan como extractores de esquinas si tienen una distribución de amplitud que consiste en cuatro máximos centrales con las relaciones de fase dadas por la máscara de la ecuación (5.25). Los filtros que pertenecen a esta familia son muy eficientes para detectar esquinas formadas por la intersección de un borde vertical y un borde horizontal. Estos detectores generan un alto pico de correlación en la región de la intersección de bordes. Si la escena es rotada, el valor del pico disminuye con respecto al fondo, y en consecuencia el contraste entre los picos y el fondo se hace más pequeño. Los picos correspondientes a las esquinas se hacen nulos cuando la rotación de la escena es de 45° . Las partes real e imaginaria de la respuesta al impulso del filtro propuesto $h_{re}(x, y)$ y $h_{im}(x, y)$, pertenecen a esta familia de funciones. Ambas componentes presentan un ángulo de rotación azimutal entre ellas de 45° como se muestra en la figura 5.16. La respuesta al impulso del filtro puede ser expresada como

$$h(x, y) = h_{re}(x, y) + i h_{im}(x, y), \quad (5.26)$$

donde i denota la unidad imaginaria. Las esquinas se obtienen como el módulo al cuadrado de la convolución entre la función a analizar y la respuesta al impulso del filtro. Para el caso de una escena de amplitud $f(x, y)$ la función de esquina puede ser escrita como

$$|f \odot h|^2 = |f \odot h_{re}|^2 + |f \odot h_{im}|^2, \quad (5.27)$$

donde \odot denota la operación de convolución. La ecuación (5.27) muestra que la función de esquinas es la suma de las funciones de esquina obtenidas para

5.3 Detección de esquinas invariante a rotaciones

0° y 45° . El detector $h_{re}(x, y)$ presenta el mejor desempeño para escenas no rotadas, mientras que para funciones rotadas 45° este detector da resultados erróneos. Por el contrario, el detector $h_{im}(x, y)$ presenta su mejor desempeño con escenas rotadas 45° , pero produce malos resultados en funciones sin rotación. Por lo tanto, ambas componentes se complementan mutuamente y el desempeño del filtro complejo permanece constante para todos los ángulos de rotación de la entrada.

Alternativamente, la invariancia a rotaciones de este detector puede ser demostrada más formalmente. Describamos la función esquina de la ecuación (5.27) en coordenadas polares mediante

$$c(r, \theta) = f(r, \theta) \odot h(r, \theta), \quad (5.28)$$

donde r y θ denotan las coordenadas polares en el dominio espacial. Si la escena de entrada es rotada un ángulo α , se espera que la característica extraída esté descrita por una función diferente $c_\alpha(r, \theta)$, donde

$$c_\alpha(r, \theta) = f(r, \theta + \alpha) \odot h(r, \theta). \quad (5.29)$$

La ecuación (5.28) puede ser escrita en el dominio de Fourier en coordenadas polares como

$$c(r, \theta) = \int_0^\infty \rho d\rho \int_0^{2\pi} d\phi F(\rho, \phi) H(\rho, \phi) \exp [i2\pi r \rho \cos(\theta - \phi)], \quad (5.30)$$

donde $F(\rho, \phi)$ denota la transformada de Fourier de la escena de entrada $f(r, \theta)$, $H(\rho, \phi)$ es el filtro propuesto, y ρ y ϕ son las coordenadas polares en el espacio de Fourier.

Dado que una rotación en el dominio espacial corresponde a la misma rotación en el espacio de Fourier, la característica extraída de la escena rotada puede ser expresada como

$$c_\alpha(r, \theta) = \int_0^\infty \rho d\rho \int_0^{2\pi} d\phi F(\rho, \phi + \alpha) H(\rho, \phi) \exp [i2\pi r \rho \cos(\theta - \phi)]. \quad (5.31)$$

El filtro propuesto está compuesto por una amplitud A , que sólo depende de ρ , y una fase espiral de período azimutal π , que puede ser expresado como

$$H(\rho, \phi) = A(\rho)e^{i2\phi}. \quad (5.32)$$

Por lo tanto, la versión rotada del filtro puede también escribirse como

$$H(\rho, \phi - \alpha) = H(\rho, \phi) e^{-i2\alpha}. \quad (5.33)$$

Aplicando unos pocos pasos algebraicos a la ecuación (5.31) y usando la ecuación (5.33), la función de esquina obtenida para la escena rotada es

$$c_\alpha(r, \theta) = e^{-i2\alpha} c(r, \theta + \alpha). \quad (5.34)$$

Este resultado muestra que la función de esquina de la escena rotada difiere de la función de esquina rotada en un factor de fase. Como la cantidad físicamente significativa es el módulo cuadrado de la convolución, la ecuación (5.34) resulta

$$|c_\alpha(r, \theta)|^2 = |c(r, \theta + \alpha)|^2, \quad (5.35)$$

lo cual pone de manifiesto la invariancia a rotaciones del extractor de esquinas propuesto. Se puede notar que, como no se ha hecho ninguna suposición sobre la función $f(x, y)$ en esta demostración formal, la ecuación (5.35) es válida tanto para funciones de amplitud como de fase.

Filtro de esquinas robusto a rotaciones

El filtro de fase espiral con período azimutal π resalta tanto las esquinas como los bordes de la función de entrada. Con el objetivo de obtener solamente la información de las esquinas, hemos combinado la función de fase espiral, que se muestra en la figura 5.16, con un filtro pasa-banda ideal de amplitud. El objetivo buscado es invariancia a rotaciones, por lo tanto, el filtro de amplitud debe ser sólo función de la coordenada radial. En consecuencia, hemos empleado un filtro de amplitud en forma de anillo como se muestra en la figura 5.16. Debido a que las esquinas están relacionadas con

5.3 Detección de esquinas invariante a rotaciones

las frecuencias espaciales más altas del objeto, el corte de alta frecuencia del filtro fue fijado en el máximo valor posible, correspondiente a $R_{max} = 256$ píxeles en el plano del filtro. El valor de corte de baja frecuencia se dejó libre como parámetro R_{min} para ser determinado de acuerdo a criterios de calidad del detector de esquinas.

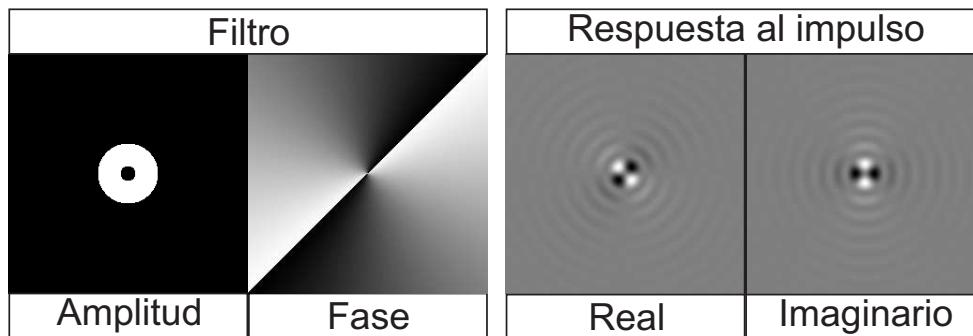


Figura 5.16: Filtro propuesto y respuesta al impulso. Los niveles de gris variando de negro a blanco representan: transmisión de 0 a 1 para la amplitud, valores de 0 a 2π para la fase, y valores de -2.5 a 2.5 para las componentes real e imaginaria de la respuesta al impulso.

Hemos establecido un conjunto de criterios para evaluar la calidad del extractor de esquinas. Si el método es utilizado en un proceso automático de detección, los picos deben ser tan altos como sea posible para no requerir especificaciones especiales del detector óptico. Además, para todas las esquinas se deben obtener picos de la misma intensidad para asegurar la detección de todas las esquinas en la escena. La resolución espacial en la ubicación de las esquinas está determinada por el ancho de los picos, entonces estos anchos deben ser minimizados. Finalmente, con el objetivo de decidir cuales picos corresponden a esquinas y cuales no, se debe elegir un umbral. Para reducir el número de falsos positivos es necesario minimizar la diferencia entre la altura de los picos y el valor máximo del fondo.

Se emplearon los siguientes cuatro parámetros para cuantificar estos criterios: La altura promedio de los picos (APP), la desviación estándar de la altura de los picos (DEAP) dentro de una escena, el ancho pleno a media

altura (APMA), y el parámetro Δ definido como

$$\Delta = \frac{C_{max} - F_{max}}{C_{max}} \quad (5.36)$$

donde C_{max} es la intensidad del pico de mayor altura, y F_{max} es la máxima intensidad del fondo. El parámetro Δ disminuye a cero cuando la intensidad del fondo es tan alta como la correspondiente al pico de mayor altura. Por otro lado, cuando la intensidad del fondo es mucho más pequeña que la correspondiente al pico de mayor altura, el valor de Δ se acerca a 1.

5.3.3. Resultados de detección de esquinas

Hemos empleado la escena sintética binaria que se muestra en la figura 5.17 para estudiar el comportamiento del filtro. Se realizaron simulaciones numéricas de la detección óptica de bordes con esta imagen como escena de entrada y el filtro complejo. el filtro está compuesto por una fase espiral y una amplitud binaria descrita arriba, que funciona como filtro pasa-banda ideal.



Figura 5.17: Escena empleada para simulaciones numéricas y pruebas experimentales del filtro.

Para cada filtro con valores de R_{min} entre 1 y 30 píxeles, obtuvimos los picos correspondientes a las 20 esquinas dentro de la escena. En la figura 5.18.a) se gráfica la APP de la imagen de salida en función del valor R_{min} . Como se puede notar, el valor de los picos decrece a medida que R_{min} aumenta. Este

es un resultado esperable dado que la energía electromagnética que llega a la salida del sistema aumenta con el área transparente en el plano del filtro. En la figura 5.18.b) se muestra la desviación estándar de la altura de los picos en la imagen de salida, calculada y graficada como función del corte de baja frecuencia. La curva muestra que los picos se hacen más homogéneos a medida que R_{min} aumenta. El tercer gráfico, en la figura 5.18.c) muestra el comportamiento del parámetro Δ vs. el valor de corte de baja frecuencia. Este gráfico tiene un máximo para $R_{min} = 10$ píxeles. Con respecto al ancho pleno a media altura hemos observado que los picos se mantienen entre 4 y 6 píxeles de ancho para valores de R_{min} entre 3 y 25 píxeles. Por esta razón, este parámetro no afecta significativamente la elección de R_{min} . El valor más adecuado de R_{min} debe ser determinado de acuerdo a los requerimientos específicos de cada aplicación, y la importancia de cada parámetro debe ser establecida. A modo de ejemplo, mostramos el desempeño del método para un valor de R_{min} de 6 píxeles.

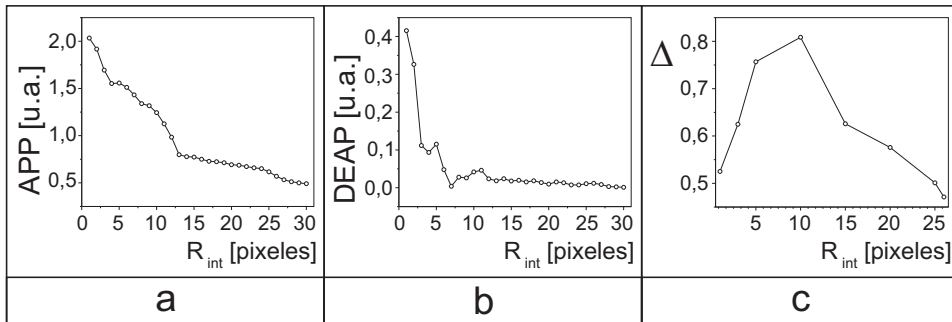


Figura 5.18: Resultados de simulación numérica: a) Altura promedio de los picos dentro de cada imagen de salida, b) desviación estándar de la altura de los picos en cada imagen de salida, y c) parámetro Δ de la ec.(5.36).

Simulaciones numéricas

La respuesta al impulso del filtro propuesto con $R_{min} = 6$ píxeles fue convolucionada numéricamente con la escena de la figura 5.17. En la figura 5.19.a) se muestran los resultados para ángulos de rotación azimutal de 0° , 30° y 45° . Para comparar estos resultados con los del método wavelet de

Haar, se realizó la transformada de Haar en 2D para las mismas rotaciones angulares de la función de entrada. En la figura 5.19.b) se muestran los resultados de dicha transformada. Como se puede notar, el método propuesto

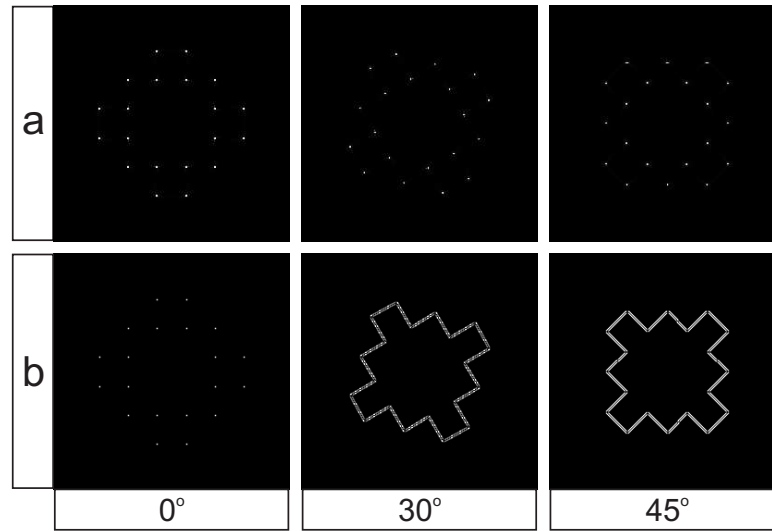


Figura 5.19: Simulaciones numéricas para la escena de la figura 5.17. En a) el filtro propuesto con $R_{min} = 6$ píxeles fue utilizado para procesar diferentes rotaciones azimutales de la escena. En b) se muestra la transformada Haar para los mismos ángulos de rotación.

detecta con muy buen desempeño todas las esquinas de la escena de entrada para los tres ángulos de rotación. Por el contrario, la transformada Haar da buenos resultados solamente si la escena no está rotada. Las esquinas para ángulos de rotación de 30° y 45° no pudieron ser detectadas con el método de Haar.

Para probar el método en funciones moduladas en fase, hicimos simulaciones numéricas con la escena de la figura 5.17 modulada con valores de fase entre 0 y $\pi/8$. Los resultados para 0°, 30° y 45° se muestran en la figura 5.20. Como se puede ver, el filtro trabaja muy bien, también con escenas moduladas en fase.

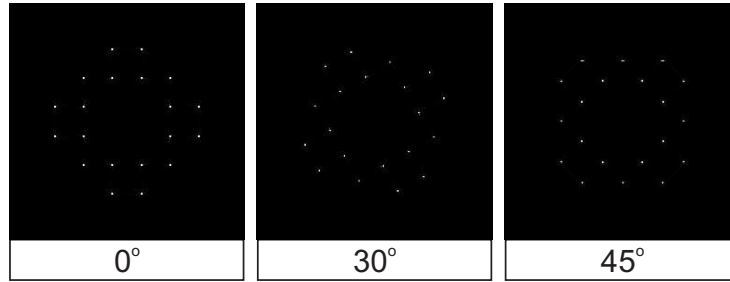


Figura 5.20: Simulaciones numéricas para la escena de la figura 5.17 modulada en fase de 0 a $\pi/8$. El filtro propuesto con $R_{min} = 6$ píxeles fue utilizado para procesar diferentes rotaciones azimutales de la escena.

Extracción óptica de esquinas

Para implementar físicamente el filtro complejo, se necesita un medio de registro que sea capaz de modular la amplitud y la fase de forma independiente. Este tipo de modulación suele ser difícil de lograr, por lo tanto una manera posible de implementar un filtro de fase y amplitud binaria es codificar la amplitud en la fase mediante una técnica basada en la región de soporte del filtro [59, 60]. Este método consiste en diseñar un filtro de fase compuesto por la fase de la función compleja a implementar y una fase lineal sólo en la región de soporte de la función. Fuera de la región de soporte el filtro toma el valor de fase 0. Con este diseño, la luz que incide dentro de la región de soporte del filtro es dirigida fuera de eje en el plano de correlación debido a la fase lineal. La luz incidente fuera de la región de soporte contribuye al orden cero y es descartada. En la figura 5.22.a) se muestra el filtro codificado con $R_{min} = 6$ píxeles que fue empleado en la comprobación experimental. El filtro de fase obtenido fue implementado en el correlador óptico esquematizado en la figura 5.21, análogo al descrito en 3.1. Cabe mencionar que, para el sistema propuesto, SLM2 se configuró para modular fase, mientras que SLM1 puede configurarse para modular tanto la fase como la amplitud. A modo de ejemplo, hemos elegido modulación de amplitud para SLM1.

En la figura 5.22.b) se muestran los resultados experimentales obtenidos para la escena de la figura 5.17 con ángulos de rotación de 0° , 15° , 30° , y

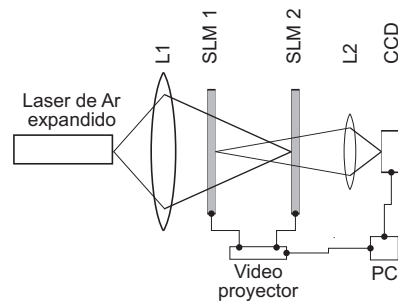


Figura 5.21: Dispositivo experimental para detección de esquinas.

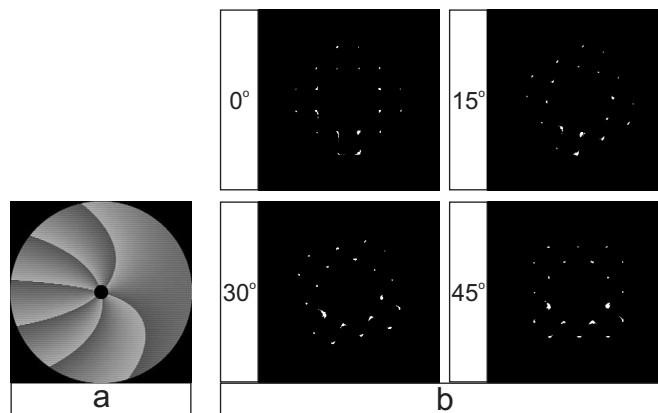


Figura 5.22: a) Filtro con $R_{min} = 6$ píxeles codificado en fase. b) resultados experimentales para diferentes ángulos de rotación de la escena de figura 5.17.

45°. Estos resultados demuestran que el método óptico propuesto detecta eficientemente esquinas para distintos ángulos de rotación de la escena de entrada. Como es posible notar, existe una disminución en la calidad de la imagen experimental en comparación con las obtenidas numéricamente. Es bien sabido que el procesamiento óptico de imágenes es muy eficiente en cuanto a tiempo de procesamiento, pero presenta algunas características no deseadas. Por un lado, la alta coherencia de la fuente de luz produce ruido speckle que contamina la imagen. Por otro lado, las aberraciones de los elementos ópticos pueden introducir una degradación adicional. Este problema puede ser resuelto aumentando la calidad óptica de los elementos o programando una corrección adecuada en los moduladores. Se puede notar que, incluso en el caso en que el dispositivo experimental no ha sido optimizado, se han

5.3 Detección de esquinas invariante a rotaciones

obtenido buenos resultados.

Capítulo 6

Análisis multiresolución con localización espacial

En general, el análisis multiresolución de una función consiste en realizar un filtrado de frecuencias espaciales de la misma y obtener una secuencia de imágenes a distintas resoluciones. En cada una de las imágenes de la serie se obtiene un análisis de la imagen completa. Cuando se utilizan las transformadas wavelet para realizar análisis multiresolución es frecuente presentar los resultados según un arreglo típico de imágenes, como puede encontrarse en la bibliografía [78].

La información de distinta escala o detalle se dispone en imágenes distintas, cada una correspondiente a un único nivel de detalle. En ciertas aplicaciones puede ser de interés la obtención de una única imagen del objeto que en algunas regiones estuviese filtrada en una cierta banda de frecuencias y en otra región estuviese filtrada en otra banda de frecuencias. En otras palabras, un procesado en el que en distintas regiones del objeto se reconociesen distintas características. La realización de esta tarea podría ser sencilla si se trabaja digitalmente, sin embargo, tal como ocurre en otras aplicaciones digitales, esta operación no sería realizada a tiempo real. En general, si se desean utilizar medios ópticos, la información correspondiente a cada escala se debe obtener por separado y los procedimientos para obtener una imagen con escalas diferentes en cada región se debe realizar de manera digital.

En este trabajo se presenta un método óptico para realizar esta tarea a tiempo real. Se propone un dispositivo basado en la transformada wavelet, que es capaz de realizar una análisis multiresolución localizado. El método consiste en la utilización de un correlador de doble paso, donde el filtrado de frecuencias se hace utilizando la base de funciones *sombrero mejicano*. En la siguiente sección se describe el método propuesto.

6.1. Análisis multiresolución localizado

Para realizar el análisis multiresolución, se propone la implementación de un dispositivo basado en un correlador multicanal [44]. El método propuesto para el análisis multiresolución localizado consiste ahora en un dispositivo formado por un correlador multicanal de doble paso, como el que se esquematiza en la figura 6.1. Con un arreglo de este tipo es posible, en un primer pasaje, separar la información en bandas de frecuencia distintas. A través de una operación de enmascaramiento de esa información se obtiene un filtrado distinto en regiones distintas del objeto. En un segundo pasaje por el correlador, se realiza el rearmado del objeto. Cabe mencionar que la operación de enmascaramiento introduce algunas distorsiones en la imagen final, sin embargo, demostraremos con algunas aproximaciones que en las condiciones típicas de trabajo, estos efectos son despreciables.

En un correlador convergente [44] se puede utilizar un filtro múltiple formado por un conjunto de N filtros distintos $H_j(u, v)$, y donde u y v son las frecuencias espaciales correspondientes a las dos direcciones ortogonales del objeto x e y . Cada uno de los filtros que contribuyen al filtro múltiple es multiplicado por una fase lineal distinta antes de sumarse para formar el filtro compuesto. El filtro complejo obtenido puede expresarse, entonces, como:

$$H(u, v) = \sum_{j=1}^N H_j(u, v) e^{i\phi_L^j} \quad (6.1)$$

donde $\{\phi_L^j\}$ es un conjunto de fases lineales definidas como $\phi_L^j = -2\pi(u m_j + v n_j)$ con valores diferentes de m_j y n_j para cada filtro $H_j(u, v)$. Al utilizar

un filtro con estas características para procesar un objeto $f(x, y)$, en el plano imagen del correlador se obtiene:

$$I(x, y) = \mathcal{F}^{-1} [F(u, v) H(u, v)] = \sum_{j=1}^N (f \odot h_j(x, y)) \odot \delta(x - m_j, y - n_j), \quad (6.2)$$

donde $F(u, v)$ es la transformada de Fourier de $f(x, y)$, $\mathcal{F}^{-1}[\]$ denota la transformada de Fourier inversa, y el símbolo \odot indica la operación de convolución. Cada término en la sumatoria de la derecha de ecuación (6.2) es la convolución de la escena con la respuesta al impulso de cada filtro $H_j(u, v)$. Las convoluciones con las funciones delta de Dirac, $\delta(x, y)$ indican que cada convolución está desplazada fuera de eje en el plano de correlación.

En este trabajo utilizamos un conjunto de filtros $\{H_j\}$, basados en la wavelet sombrero mejicano que es habitualmente utilizada como filtro pasa-banda. La ecuación (6.3) da la forma general de estas funciones en el dominio de Fourier.

$$W(u, v) = 4\pi^2(u^2 + v^2) \exp(-2\pi(u^2 + v^2)) \quad (6.3)$$

Las funciones de la ecuación (6.3) son funciones de amplitud variable y fase constante. Dado que por un lado la característica que más nos interesa de este filtro es su cualidad de pasa-banda y que, por otro, estamos interesados en utilizar filtros de fase, utilizamos una versión binarizada y la hemos codificado en fase. Los filtros binarizados son funciones de la forma

$$W_{BIN}(u, v) = \begin{cases} 1 & (C - \frac{\Delta}{2})^2 < u^2 + v^2 < (C + \frac{\Delta}{2})^2 \\ 0 & \text{otro caso} \end{cases} \quad (6.4)$$

donde Δ es el ancho de la banda de frecuencia, y C es el centro de la misma. Elegimos, entonces, un banco de filtros $\{H_j\}$ de la forma de la ecuación (6.4), en donde las bandas de frecuencia de los filtros H_j son disjuntas de manera de analizar con cada uno una región distinta del espectro espacial.

Considérese el esquema de la figura 6.1. Con la primera etapa del dispositivo, que fue descripta en los párrafos anteriores, se obtiene una imagen intermedia $I(x, y)$ de la forma de la ecuación (6.2), compuesta por las convoluciones $f \odot h_j$ desplazadas fuera del eje óptico del sistema, como muestra el

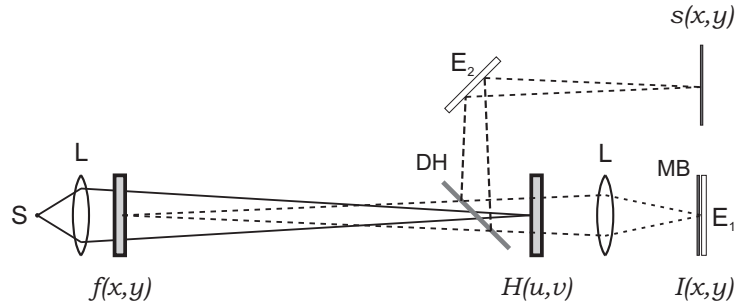


Figura 6.1: Esquema del dispositivo óptico propuesto para realizar análisis multiresolución localizado espacialmente.

esquema de la figura 6.2(a). En dicho plano se ubica un espejo E_1 que conjuga

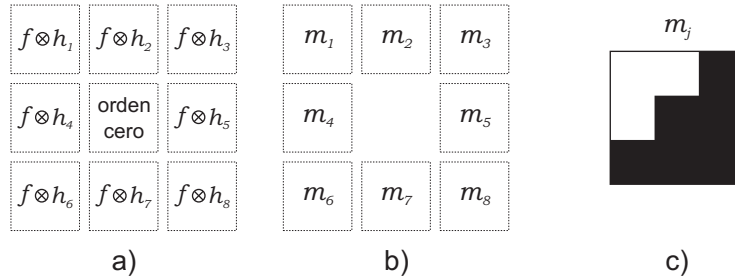


Figura 6.2: a) Esquema de la imagen intermedia obtenida con el primer paso por el correlador. b) Arreglo de máscaras binarias en el plano intermedio, y c) Una posible máscara binaria. La partes blancas corresponden a zonas transparentes, y las negras a zonas opacas.

el frente de onda e invierte el camino de la luz. Dado que el plano de Fourier del correlador coincide con el plano focal de la segunda lente, la luz recorre el mismo camino independientemente de la dirección de propagación. Luego de invertir su dirección de propagación, la luz atraviesa el filtro en sentido opuesto, de manera que el campo óptico encuentra una función $H(-u, -v)$ en su camino, siendo la distribución de campo al atravesar el filtro:

$$\begin{aligned} \mathcal{F}[I^*(x, y)]H(-u, -v) &= F^*(-u, -v)H^*(-u, -v)H(-u, -v) \\ &= F^*(-u, -v)|H(-u, -v)|^2. \end{aligned} \quad (6.5)$$

Dado que la función $H(u, v)$ es una función sólo de fase, su módulo es unitario, y el campo se reduce a $F^*(-u, -v)$. Mediante el divisor de haz DH y el espejo

E_2 , al final del dispositivo se obtiene una transformada de Fourier inversa de la función descrita en la ecuación (6.5). La intensidad de campo final resulta

$$|s(x, y)|^2 = |\mathcal{F}^{-1}[F^*(-u, -v)]|^2 = |f(x, y)|^2 \quad (6.6)$$

En otras palabras, el segundo pasaje de la luz por el dispositivo compensa el efecto del primer pasaje. Ahora bien, consideremos que sobre cada imagen $f \odot h_j$ obtenida en el plano intermedio se realiza un enmascaramiento $m_j(x, y)$. Es decir que sobre la j -ésima versión filtrada de $f(x, y)$ se bloquean ciertas regiones de acuerdo a una máscara binaria $m_j(x, y)$ como se muestra en figura 6.2(b), donde las regiones definidas por las distintas máscaras no tienen intersección. A modo de ejemplo se muestra en la figura 6.2(c) una posible máscara $m_j(x, y)$.

Con este enmascaramiento, el campo al principio del segundo pasaje está dado por

$$\sum_{j=1}^N \{ [f^*(x, y) \odot h_j^*(x, y)] \cdot m_j(x, y) \} \odot \delta(x - m_j, y - n_j), \quad (6.7)$$

donde las funciones δ y m_j no se conjugaron por ser reales. Si se realiza la propagación en sentido inverso, el campo óptico en el plano del filtro está descrito por

$$\sum_{j=1}^N \{ M_j(u, v) \odot [F^*(-u, -v) \cdot H_j^*(-u, -v)] \} \cdot e^{i\phi_L^j(u, v)}, \quad (6.8)$$

donde $M_j(u, v) = \mathcal{F}[m_j(x, y)]$. Al atravesar el filtro $H(-u, -v)$ el campo puede escribirse como

$$\sum_{j=1}^N \sum_{l=1}^N H_l(-u, -v) \cdot \{ M_j(u, v) \odot [F^*(-u, -v) \cdot H_j^*(-u, -v)] \} \cdot e^{i(\phi_L^j(u, v) + \phi_L^l(-u, -v))} \quad (6.9)$$

Por la definición de las fases lineales ϕ_L el factor exponencial se hace 1 en

aqueellos términos donde $j = l$, de esta manera la sumatoria de la ecuación (6.9) puede separarse en dos sumas. Una de ellas donde $j = l$ y otra donde $j \neq l$. Los términos de la primera de ellas contribuyen al orden cero en el plano final, mientras que los términos correspondientes a la otra sumatoria dan lugar a distribuciones de campo fuera de eje en el plano final. Los términos que contribuyen al orden cero en el plano final pueden escribirse de la siguiente manera

$$\sum_{j=1}^N H_j(-u, -v) \cdot \{M_j(u, v) \odot [F^*(-u, -v) \cdot H_j^*(-u, -v)]\} \quad (6.10)$$

Haciendo la transformada de Fourier inversa se obtiene la amplitud de campo en el orden cero de plano final del dispositivo según

$$\sum_{j=1}^N h_j^*(x, y) \odot \{m_j(x, y) \cdot [f^*(x, y) \odot h_j^*(x, y)]\}. \quad (6.11)$$

Escribiendo explícitamente la convolución $f^* \odot h_j^*$ e introduciendo la función $m_j(x, y)$ en la integral se obtiene

$$\sum_{j=1}^N h_j^*(x, y) \odot \left\{ \iint_{-\infty}^{\infty} m_j(x, y) f^*(r, s) h_j^*(x - r, y - s) dr ds \right\}. \quad (6.12)$$

Como se adelantó al comienzo de esta sección, en este punto introduciremos una aproximación que nos permitirá demostrar la validez de nuestros resultados. Si tomamos la hipótesis de que las funciones h_j tienen regiones de soporte pequeñas, lo cual es razonable para la mayoría de los casos de interés, el integrando de la ecuación (6.12) será distinto de cero sólo para valores de $r \approx x$ y $s \approx y$. Si la función m_j no tiene variaciones significativas a la escala de h_j es posible reemplazar $m_j(x, y)$ por $m_j(r, s)$ en (6.12), obteniéndose

$$\sum_{j=1}^N h_j^*(x, y) \odot (m_j(x, y) f^*(x, y)), \quad (6.13)$$

donde se ha usado la ecuación (6.4) para demostrar que $h_j \odot h_j = h_j$. Usando

la misma aproximación, es posible escribir la distribución de campo en el orden cero del plano final como

$$\sum_{j=1}^N m_j(x, y) (h_j^*(x, y) \odot f^*(x, y)), \quad (6.14)$$

Usando el hecho de que las funciones m_j no tienen regiones de intersección, se obtiene la intensidad final como

$$|s^o(x, y)|^2 = \sum_{j=1}^N m_j(x, y) |f(x, y) \odot h_j(x, y)|^2, \quad (6.15)$$

que describe la operación que se desea obtener.

6.2. Resultados de análisis multiresolución

Hemos comprobado el funcionamiento del método propuesto utilizando como escena de prueba una variación sobre el tapiz de Sierpinski, como se muestra en la figura 6.3(a).

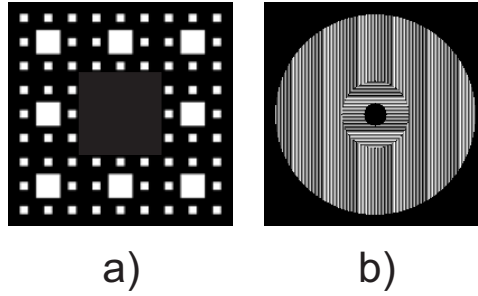


Figura 6.3: a) Escena analizada, b) Filtro múltiple de fase (los niveles de gris de negro a blanco indican valores de fase de 0 a 2π).

La escena tiene las características más sobresalientes a frecuencias espaciales en unidades de 1/píxel de $\frac{1}{12}$ y $\frac{1}{36}$. Para analizar esta escena hemos utilizado un banco de 2 filtros basados en la wavelet sombrero mejicano $\{H_1(u, v), H_2(u, v)\}$, donde H_1 filtra una banda de frecuencia centrada en $\frac{1}{12}$ y H_2 filtra una banda de frecuencia centrada en $\frac{1}{36}$ en unidades de 1/píxel.

Con los dos filtros binarizados, hemos diseñado un filtro de fase $H(u, v)$ utilizando el método de la región de soporte [59, 60]. La información filtrada por H_1 fue redirigida fuera de eje en el plano intermedio del proceso, según la dirección horizontal mediante una fase lineal ubicada dentro de su región de soporte. Análogamente, la imagen filtrada por H_2 fue desviada fuera de eje según la dirección vertical. La información correspondiente a frecuencias espaciales fuera de las bandas filtradas por H_1 y H_2 se obtiene en el orden 0 del plano intermedio. En la figura 6.3(b) se muestra el filtro múltiple propuesto. Mediante métodos numéricos hemos simulado la distribución de campo después del primer paso por el correlador, que se muestra en la figura 6.4(a). En la figura pueden distinguirse claramente tres órdenes. En el orden de la izquierda se puede ver la imagen filtrada con el filtro H_1 , y en el orden superior, la correspondiente al filtro H_2 . En el orden cero de la convolución se observa la información de la escena que corresponde a bandas de frecuencia fuera del filtro.

Con el objetivo de verificar nuestro método hemos diseñado máscaras binarias que bloquean distintas regiones del campo de la figura 6.4(a). La máscara está diseñada para obtener análisis multiresolución distintos en dos regiones del objeto. Por un lado, en el tercio superior de la escena no se realiza ningún filtrado de la escena. Por otro lado, en los dos tercios inferiores del objeto, se realiza un análisis en la banda de frecuencia del filtro H_2 únicamente. La máscara que realiza este proceso se muestra en la figura 6.4(b).

Como se puede observar, la obturación se realiza en la región correspondiente a los dos tercios inferiores del orden de la izquierda (correspondiente a H_1) y del orden 0. De esta manera, la única información de esta parte del objeto que alcanza el plano final del sistema proviene del orden de arriba (correspondiente a H_2). En el tercio superior no hay obturación en ninguno de los órdenes, por lo tanto el objeto se reconstruye completamente en esa región. En la figura 6.4(c) se muestra una simulación numérica del campo en el plano intermedio después de atravesar la máscara. Después del segundo pasaje por el filtro, en el orden 0 del plano final del sistema se obtiene la imagen deseada.

En la figura 6.5 se observa la simulación numérica del campo en el plano

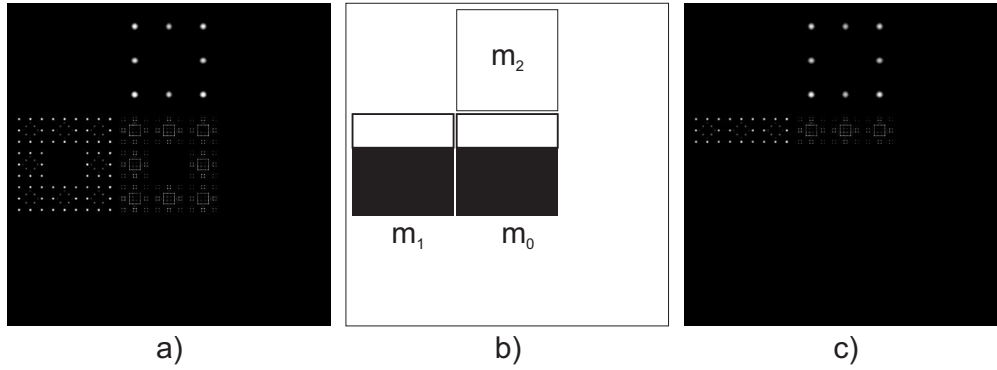


Figura 6.4: A) Distribución de campo en el plano intermedio del dispositivo, b) máscara binaria, y c) distribución de campo filtrada con la máscara de la figura b).

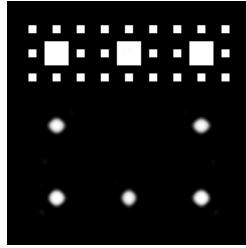


Figura 6.5: Simulación numérica de la intensidad de campo en el plano final del dispositivo.

final. Como puede notarse, el análisis en el rango de frecuencias del filtro H_2 se obtuvo únicamente en la región inferior del objeto, mientras que en el tercio superior de la escena no fue modificado.

Para verificar el desempeño óptico del método propuesto se armó el dispositivo que se muestra en la figura 6.6.

Como puede observarse, el sistema sigue el esquema presentado en la figura 6.1. La luz de un láser de Argón enfocada antes de la lente L_1 ($f = 130\text{mm}$) es la fuente del dispositivo. La escena y el filtro de Fourier $H(u, v)$ se representan en moduladores de amplitud y fase, respectivamente como en el correlador descrito en la sección 3.1. Los moduladores utilizados consisten en pantallas de cristal líquido nemático y un conjunto de láminas retardadoras y polarizadores que ajustan la polarización que incide y emerge de la pantalla para lograr la modulación deseada, como se esquematiza a la derecha de la

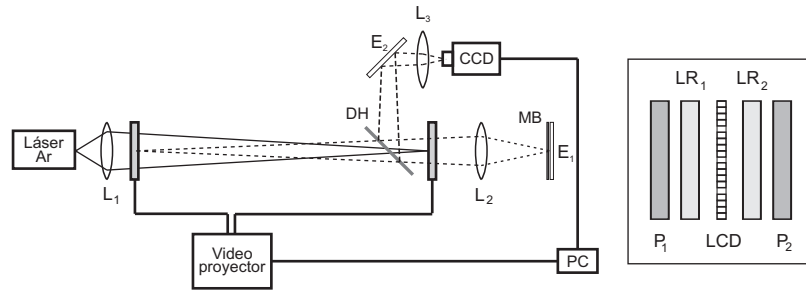


Figura 6.6: Dispositivo experimental.

figura 6.6. El espejo E_1 ubicado a la derecha del sistema invierte el sentido de propagación de la luz y la máscara binaria MB se ubica en el plano conjugado del objeto, en contacto con E_1 . El segundo paso del correlador se logra mediante el divisor de haz DH, y el espejo E_2 . Debido a que el segundo pasaje de la luz por el correlador tiene una relación de aumentos inversa a la del primer paso, la imagen obtenida tiene las mismas dimensiones del objeto. Como el arreglo de detectores de la cámara es más pequeño que el objeto, se introduce una lente $L_3(f = 260\text{mm})$ que forma la imagen de salida del sistema con el aumento adecuado en la cámara CCD. Nótese que, para que el filtro esté ubicado en los planos de Fourier del objeto a analizar y de la imagen reflejada en E_1 simultáneamente, la lente $L_2(f = 260\text{mm})$ fue ubicada de manera que su plano focal coincida con el filtro.

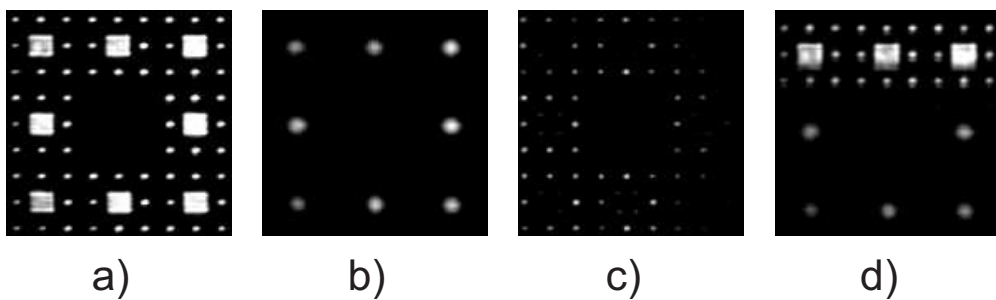


Figura 6.7: Resultados experimentales obtenidos con el correlador de doble paso: a) sin máscara binaria, b) obturando los órdenes 0 y 1, c) obturando los órdenes 0 y 2, d) con la máscara binaria de la figura 6.4.b).

Utilizando la escena y el filtro de la figura 6.3 se obtuvieron algunos

resultados experimentales. En un principio, para comprobar la adecuada alineación del sistema, y que la intensidad de luz alcanzaba para realizar el doble pasaje por el dispositivo, se midió la imagen a la salida sin utilizar la máscara binaria, que puede observarse en la figura 6.7(a). Utilizando máscaras binarias, se obturaron completamente el orden de la izquierda y el orden cero. En este caso, a la salida del sistema, se obtuvo únicamente la escena filtrada con el filtro H_2 , que se muestra en la figura 6.7(b). Análogamente se obturaron el orden superior y el orden 0 obteniéndose en el plano final la imagen del objeto filtrado con H_1 . Esta última puede observarse en la figura 6.7(c). Finalmente, para verificar el procesado localizado espacialmente, se utilizó la máscara de la figura 6.4(b). En la figura 6.7(d) se muestra el resultado experimental. Puede notarse que existen algunas diferencias entre la simulación numérica de la figura 6.5 y la medición experimental. Las degradaciones presentes en la imagen experimental se deben en general a la calidad óptica de algunos de los componentes del dispositivo, o bien a algún déficit en la alineación del sistema. De cualquier manera, es notorio que aún en nuestro caso, en que el dispositivo no ha sido optimizado, los resultados del método son muy buenos.

Finalmente, como se puede observar en todos los resultados, el sistema puede realizar el análisis de distintas frecuencias en distintas zonas de la imagen con muy buen desempeño.

Capítulo 7

Conclusiones

A lo largo de los capítulos anteriores se ha mostrado cómo los distintos objetivos propuestos se fueron alcanzando, tanto a nivel de diseño teórico de los métodos como a nivel de desarrollos experimentales. A continuación se presentan las conclusiones específicas de cada parte del trabajo.

Se diseñó un método óptico para reconocimiento de imágenes robusto al ruido que consiste en el diseño de filtros implementables en un correlador convergente. Se presentaron filtros basados en la umbralización fuerte de coeficientes wavelet. Los filtros están diseñados a partir del filtro POF y una amplitud binaria. A modo de ejemplo, hemos diseñado una máscara basada en la umbralización fuerte de los coeficientes de una descomposición de Gabor con 12 bandas angulares y 5 bandas radiales. Entre todos los filtros posibles, para diferentes valores del umbral, hemos seleccionado uno que da la máxima SNR para una contaminación con ruido blanco gaussiano aditivo de media cero. Se muestran los resultados de simulación numérica, obtenidos a partir de una escena contaminada utilizando un correlador de Vander Lugt y el filtro propuesto. Se llevó a cabo una comparación con los resultados numéricos obtenidos mediante los filtro POF, CMF y OPOF, a través de la evaluación de distintos parámetros de calidad. Mostramos resultados experimentales con el objeto de comparar el desempeño del método propuesto con el del filtro POF. A partir de estos resultados es claramente visible que la señal de correlación obtenida para el filtro basado en wavelets es más aguda que la obtenida para

los filtros CMF y OPOF, y por lo tanto ofrece una mayor resolución espacial para determinar la posición del objeto. Otra ventaja del filtro propuesto es que la robustez al ruido es evidentemente mayor que para el POF. Más aún, cuando se necesita discriminar entre dos escenas similares que están inmersas en ruido, el filtro wavelet de Gabor ha demostrado responder muy bien, mientras que los otros filtros estudiados dan resultados pobres o erróneos. Todas estas características indican que el método propuesto constituye una excelente elección cuando es preciso procesar escenas con ruido gaussiano aditivo. Los resultados experimentales sugieren que incluso en el caso en que el ruido pueda no ser aditivo, el método propuesto da muy buenos resultados.

En cuanto a extracción de características se refiere, hemos trabajado sobre tres problemas distintos: dos de ellos asociados a la extracción de bordes, y un tercero que se refiere a detección de esquinas.

Por un lado se desarrolló un detector de bordes omnidireccional a tiempo real. La invariancia a rotaciones del filtro fue probada, y la equivalencia con el detector de Canny, y en consecuencia con una transformada wavelet fue puesta en evidencia. El filtro propuesto fue comparado numéricamente con detectores utilizados típicamente, como el de Roberts y Sobel, y con resaltadores de bordes formados por filtros pasa-alto y pasa-banda. Ambas, imágenes médicas reales, e imágenes sintéticas, con y sin ruido fueron empleadas para realizar las comparaciones con otros métodos. Por un lado, se realizaron dos experimentos estadísticos basado en el método ANOVA, con las imágenes reales. En el experimento I se determinó el mejor valor de los parámetros de cada detector. La comparación entre métodos, hecha en el experimento II, muestra que el detector propuesto da los mejores resultados. Por otro lado, se empleó una imagen sintética para evaluar la precisión de los diferentes detectores respecto a la posición de los bordes. Todos los detectores con excepción del filtro pasa-banda revelan la posición de los bordes correctamente. El filtro propuesto presenta los mejores resultados frente a ruido, tanto para escenas sintéticas como para imágenes reales. Para implementar físicamente el filtro complejo propuesto, se binarizó la amplitud mediante la elección de un umbral. Valores relativamente bajos del umbral dan lugar a bordes ensanchados, mientras que los valores relativamente altos resultan en

la degradación del objeto debida básicamente a efectos de difracción. Debido a que el valor del umbral determina el ancho del borde, la elección del mismo establece la resolución espacial resultante del detector. Se determinó que un valor de 20% de transmisión optimiza la respuesta del filtro. En cuanto a la robustez al ruido, el umbral controla la fracción de ruido en la entrada que llega a la salida. El filtro fue implementado en una pantalla de cristal líquido modulando mayormente la fase, y una máscara binaria de amplitud. Los resultados experimentales obtenidos muestran que el método propuesto tiene muy buen desempeño.

También relacionado con la detección de bordes, hemos desarrollado un detector óptico de bordes robusto a desplazamientos del objeto. El método está basado en la combinación entre un detector de bordes de fase espiral y una pupila anular de fase. El filtro fue implementado ópticamente en un correlador convergente y se obtuvieron resultados con los que se pone en evidencia que la inclusión de la pupila apodizante representa una mejora del método en cuanto a desplazamientos axiales del objeto. El método podría ser utilizado en dispositivos de microscopía óptica para analizar bordes de objetos tridimensionales, o bien objetos planos cuya posición no es conocida con precisión.

En una última aplicación a extracción de características, hemos presentado un detector de esquinas invariante a rotaciones. El detector está formado por un filtro de fase espiral y un filtro pasa-banda en forma de anillo de amplitud. Mediante simulaciones numéricas hemos estudiado el desempeño del método en función del valor de corte de baja frecuencia espacial del filtro pasa-banda. Se presentaron resultados para un filtro generado con frecuencia de corte inferior correspondiente a $R_{min} = 6$ píxeles, y se compararon con los correspondientes resultados obtenidos mediante la transformada Haar. Se comprobó que, adicionalmente, el método funciona bien para escenas moduladas en fase. Se realizaron pruebas experimentales del detector mediante la implementación del filtro codificado en fase en un correlador óptico. Se detectaron esquinas ópticamente para distintos ángulos de rotación de la escena de entrada con lo cual se comprobó el correcto desempeño del detector óptico con invariancia a rotaciones.

Se trabajó, también, sobre el procesado multiresolución, obteniéndose un método óptico que realiza este procesado de manera localizada espacialmente. El dispositivo óptico propuesto se basa en un correlador convergente multicanal de doble paso. El filtro diseñado para el dispositivo es un filtro múltiple que realiza las transformadas wavelet sombrero mejicano a distintas escalas, en paralelo. Se expusieron los fundamentos teóricos del método y se verificó su funcionamiento mediante simulaciones numéricas y la implementación experimental. Para evaluar el método se utilizó una escena fractal con dos frecuencias características, y un filtro multiresolución de dos bandas. Se obtuvieron resultados experimentales del filtrado en ambas bandas de frecuencia para el objeto completo. También se realizó experimentalmente un análisis multiresolución localizado espacialmente en el que en dos regiones del objeto se realizaron dos filtrados a distinta escala. De acuerdo a los resultados numéricos como a los experimentales, podemos afirmar que el método presenta muy buen desempeño.

Las perspectivas futuras que pueden preverse, están fundamentalmente orientadas a diseñar métodos que permitan realizar extracción de características ópticamente. Por ejemplo, en algunos equipos como los microscopios ópticos, ya se dispone de la información a procesar representada ópticamente. Una posibilidad, es transformar esa información en información electrónica para luego procesarla mediante algoritmos por computadora. Sin embargo, en casos como éste, podría ser de gran interés realizar el procesamiento por medios ópticos. Además de las razones del tiempo de procesado, el procesamiento óptico podría resultar mucho más económico. Por ejemplo, una máscara de fase dispuesta en algún punto de un microscopio resulta mucho menos costoso y más eficiente que una computadora. Dado el gran auge que tiene la microscopía hoy en día, consideramos que aplicaciones de este tipo son altamente promisorias.

En cuanto a las perspectivas de futuro pueden preverse, en principio, dos caminos. Por un lado los resultados positivos obtenidos en esta Tesis sugieren avanzar sobre los dispositivos ópticos de los métodos presentados. En este sentido, una posible perspectiva está asociada al montaje de este tipo de arquitecturas para extraer características en equipos que procesen imágenes

ópticas. Un ejemplo interesante puede ser la aplicación a microscopía óptica. En este caso, la introducción de un dispositivo con las características descritas puede brindar una prestación mucho más eficiente que el procesado digital. En este ejemplo particular quedaría por resolver cual es la arquitectura ideal para incorporar un extractor de características, y estudiar la conveniencia de los distintos medios de registro para representar los filtros.

Por otro lado, una posibilidad sería estudiar nuevos métodos de procesamiento óptico para resolver problemas concretos provenientes de otras disciplinas. Por ejemplo, dado el auge actual de algunas áreas como la biología y la ciencia de materiales, sería interesante que en base a la interacción interdisciplinaria se abordara el diseño de nuevos métodos, quizás basados en las arquitecturas estudiadas en esta Tesis, para solucionar problemas provenientes de las mismas. En este caso podría abordarse la extracción de alguna características en particular, o la incorporación de la arquitectura propuesta a algún dispositivo específico.

Subyace a ambas perspectivas la idea de que tanto los métodos teóricos como las arquitecturas estudiadas en este trabajo están en condiciones de ser aplicadas para resolver problemas concretos que podrían ser de importancia para el avance científico en general y para el desarrollo del país en particular.

Bibliografía

- [1] European Commission FP6, <http://ec.europa.eu/research/fp6>.
- [2] R. C. D. Young, C. R. Chatwin, Experimental assessment of a photo-refractive bandpass joint transform correlator, *Optical Engineering* 36 (1997) 2754–2774.
- [3] F. Ahmed, M. S. Alam, M. A. Karim, Multireference joint transform correlator for distortion estimation, *Optical Engineering* 37 (1998) 38–42.
- [4] P. García Martínez, C. Ferreira, J. García, H. H. Arsenault, Nonlinear rotation-invariant pattern recognition by use of the optical morphological correlation, *Applied Optics* 39 (2000) 776–781.
- [5] S. Bosch, J. Campos, M. M. Usategui, J. Sallent, Design of correlation filters invariant to degradations characterizable by an optical transfer function, *Optics Communications* 129 (1996) 337–343.
- [6] W. Feng, Y. Yan, G. Jin, M. Wu, Q. He, Invariant performance of a volume holographic wavelet correlation processor, *Optics Communications* 177 (2000) 141–148.
- [7] L. P. Yaroslavsky, O. López-Coronado, J. Campos, Input-image homogenizations a method to improve a correlator’s discrimination capability, *Optics Letters* 23 (1998) 1129.
- [8] W. Feng, Y. Yan, G. Jin, M. Wu, Q. He, Multiplexing of volume holographic wavelet correlation processor, *Optics Communications* 176 (2000) 49–59.

- [9] H. Zhang, C. M. Cartwright, M. S. Ding, W. Gillespie, Optical implementation of a photorefractive joint transform correlator with wavelet filters, *Optics Communications* 181 (2000) 223–230.
- [10] G. Pati, K. Singh, Experimental and simulation studies on the performance of binary and gray-valued joint transform correlators under poor illumination conditions and nonoverlapping background noise, *Optical Engineering* 36 (1997) 1918–1929.
- [11] P. García Martínez, H. H. Arsenault, S. Roy, Optical implementation of the sliced orthogonal nonlinear generalized correlation for images degrades by nonoverlapping background noise, *Optics Communications* 173 (2000) 185–193.
- [12] B. V. K. V. Kumar, Z. Bahri, Phase-only filters with improved signal to noise ratio, *Applied Optics* 28 (1989) 250.
- [13] L.-C. Lin, C.-J. Cheng, Pattern discrimination of joint transform correlator based on wavelet subband filtering, *Optics Communications* 233 (2004) 283.
- [14] A. Vargas, J. Campos, C. S. Martín, N. Vera, Filter design of composite trade-off filter with support regions to obtain invariant pattern recognition with defocused images, *Optics and Laser in Engineering* 40 (2003) 67.
- [15] C. Iemmi, S. Ledesma, J. Campos, M. Villarreal, Gray-level computer-generated hologram filters for multiple-object correlation, *Applied Optics* 39 (2000) 1233–1240.
- [16] P. Réfrégier, B. V. Kumar, C. Hendrix, Multicriteria optimal binary amplitude phase-only filters, *JOSA A* 9 (1992) 2118–2125.
- [17] P. I. Rockett, Performance assessment of feature detection algorithms: A methodology and case study on corner detectors, *IEEE Transactions on image processing* 12 (12) (2003) 1668–1676.

- [18] Z. Zheng, H. Wang, E. K. Teoh, Analysis of gray level corner detection, *Pattern Recognition Letters* 20 (1999) 149–162.
- [19] H. Wang, M. Brady, A practical solution to corner detection, in: *IEEE International Conference Image Processing (ICIP-94)*, Vol. 1 of *IEEE Conference Proceeding*, IEEE, 1994, pp. 919 – 923.
- [20] K. Rangarajan, M. Shah, D. V. Brackle, Optimal corner detector, in: *Second International Conference on Computer Vision*, *IEEE Conference Proceeding*, IEEE, 1988, pp. 90–94.
- [21] J. G. Daugman, Complete discrete 2-d gabor transforms by neural networks for imageanalysis and compression, *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing* 36 (1988) 1169.
- [22] A. Vargas, J. Campos, R. Navarro, Invariant pattern recognition against defocus based on subband decomposition of the filter, *Optics Communications* 185 (2000) 33–40.
- [23] G. Boccignone, A. Chianese, A. Picariello, Multiresolution spot detection by means of entropy thresholding, *JOSA A* 17 (2000) 1160–1171.
- [24] J. Portilla, V. Strela, M. Wainwright, E. Simoncelli, Image denoising using scale mixtures of gaussians in the wavelet domain, *IEEE Transactions on Image Processing* 12 (11) (2003) 1338–1351.
- [25] M. Chang, S.G.; Bin Yu; Vetterli, Adaptive wavelet thresholding for image denoising and compression, *IEEE Transactions on Image Processing* 9 (9) (2000) 1532–1546.
- [26] M. Chang, S.G.; Bin Yu; Vetterli, Spatially adaptive wavelet thresholding with context modeling for image denoising, *Image Processing, IEEE Transactions on* 9 (9) (2000) 1522–1531.
- [27] M. K. Mihcak, I. Kozintsev, K. Ramchandran, P. Moulin, Low complexity image denoising based on statistical modeling of wavelet coefficients, *IEEE Signal Processing Letters* 6 (12) (1999) 300–303.

- [28] J.-L. Starck, E. J. Candès, D. L. Donoho, The curvelet transform for image denoising, *IEEE Transactions on image processing* 11 (6) (2002) 670–684.
- [29] R. Navarro, A. Vargas, J. Campos, A parallel implementation of the optical gabor-wavelet transform, *Journal of optics A* 1 (1999) 116–120.
- [30] Z. Zalevsky, Experimental implementation of a continuous two dimensional on axis optical wavelet transformer with white light illumination, *Optical Engineering* 37 (1998) 1372–1375.
- [31] J. Joseph, T. Oura, T. Minemoto, Optical implementation of a wavelet transform by the use of dynamic holographic recording in a photorefractive material, *Applied Optics* 34 (20) (1995) 3997–4003.
- [32] Y. Li, Y. Zhang, Coherent optical processing of gabor and wavelet expansions of one- and two-dimensional signals, *Optical Engineering* 31 (1992) 1865–1885.
- [33] Y. Li, H. H. Szu, Y. Sheng, H. J. Caulfield, Wavelet processing and optics, *PROCEEDINGS OF THE IEEE* 84 (5) (1996) 720–732.
- [34] J. Li, Y. Zhang, J. Hu, Object recognition with a wavelet-transform-based joint transform correlator, *Optical Engineering* 35 (3) (1996) 775–777.
- [35] P. Scheunders, S. De Backer, Fusion and merging of multispectral images with use of multiscale fundamental forms, *JOSA A* 18 (10) (2001) 2468/2477.
- [36] H. Zhang, C. M. Cartwright, M. S. Ding, W. Gillespie, Image feature extraction with various wavelet functions in a photorefractive joint transform correlator, *Optics Communications* 185 (2000) 277–284.
- [37] B. Y. Soon, M. S. Alam, M. A. Karim, Improved feature extraction by use of a joint wavelet transform correlator, *Applied Optics* 37 (1998) 821–827.

- [38] S. P. Kozaitis, M. A. Getbehead, Multiple-input joint transform correlator for wavelet feature extraction, *Optical Engineering* 37 (4) (1998) 1325–1331.
- [39] S. P. Kozaitis, M. A. Getbehead, Optical wavelet feature extraction using a multiple-input phase-only encoded joint-transform correlator, *Optics Communications* 151 (1998) 15–20.
- [40] Special section on wavelet transform, *Optical Engineering* 31 (1992) 1821–1916.
- [41] Special section on adaptive wavelet transforms, *Optical Engineering* 33 (1994) 2103–2330.
- [42] A. Márquez, J. Campos, M. J. Yzuel, I. Moreno, J. A. Davis, C. Iemmi, A. Moreno, A. Robert, Characterization of edge effects in twisted nematic liquid crystal displays, *Optical Engineering* 39 (2000) 3301–3307.
- [43] A. Márquez, C. Iemmi, I. Moreno, J. A. Davis, J. Campos, M. J. Yzuel, Quantitative prediction of the modulation behavior of twisted nematic liquid crystal displays based on a simple physical model, *Optical Engineering* 40 (2001) 2558–2564.
- [44] J. Mazzaferri, Extracción de múltiples características a través de la transformada wavelet óptica, Tesis de Licenciatura, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad de Buenos Aires (2003).
- [45] C. La Mela, Reconocimiento y encriptación óptica de imágenes empleando información sólo de fase, Ph.D. thesis, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad de Buenos Aires (2006).
- [46] M. F. Villarreal, Síntesis de filtros compuestos para el reconocimiento de múltiples formas en simultáneo, Ph.D. thesis, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad de Buenos Aires (2003).
- [47] L. Prasad, S. S. Iyengar, Wavelet analysis with applications to image processing, CRC Press, Boca Raton, 1997.

- [48] C. S. Weaver, J. W. Goodman, A technique for optically convolving two functions, *Applied Optics* 5 (1966) 1248.
- [49] H. Rajbenbach, S. Bann, P. Refregier, P. Joffre, J.-P. Huignard, H.-S. Buchkremer, A. S. Jensen, E. Rasmussen, K.-H. Brenner, G. Ohman, Compact photorefractive correlator for robotic applications, *Applied Optics* 31 (1992) 5666.
- [50] A. B. V. Lugt, Signal detection by complex spatial filtering, *IEEE Transactions on Information Theory* IT-10 (1964) 139.
- [51] C. I. Mirta Villarreal, J. Campos, Parallel classification of multiple objects using a phase-only multichannel optical correlator, *Optical engineering* 42 (2001) 2354–2361.
- [52] J. Nicolás, J. Campos, C. Iemmi, I. Moreno, M. Yzuel, Convergent optical correlator alignment based on frequency filtering, *Applied Optics* 41 (2002) 1505–1514.
- [53] J. L. Horner, P. D. Gianino, Phase-only matched filtering, *Applied Optics* 23 (1984) 812.
- [54] P. Refregier, Optimal trade-off filters for noise robustness, sharpness of the correlation peak, and horner efficiency, *Optics Letters* 16 (1991) 829.
- [55] R. Oktem, L. Yaroslavsky, K. Egiazarian, Signal processing ix. theories and applications, in: S. Theodoridis, I. Pitas, A. Stouraitis, N. Kalouptsidis (Eds.), *Proceedings of Eusipco-98*, Typorama Editions, 1998, p. 2269.
- [56] B.-Z. Shaick, L. Ridet, L. Yaroslavsky, A hybrid transform method for image denoising, in: *X European Signal Processing Conference*, 2000, pp. 2449–2452.
- [57] R. A. Maestre, J. García, C. Ferreira, Pattern recognition using sequential matched filtering of wavelet coefficients, *Optics Communications* 133 (1997) 401.

- [58] V. Kober, L. P. Yaroslavsky, J. Campos, M. J. Yzuel, Optimal filter approximation by means of a phase-only filter with quantization, *Optics Letters* 19 (1994) 978.
- [59] J. E. Mazzaferri, S. A. Ledesma, C. C. Iemmi, Multiple feature extraction by using simultaneous wavelet transforms, *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics* 5 (2003) 425–431.
- [60] I. Moreno, E. Ahouzi, J. Campos, M. J. Yzuel, Real-time binary-amplitude phase-only filters, *Applied Optics* 36 (1997) 7428.
- [61] I. K. Fodor, C. Kamath, Denoising through wavelet shrinkage: an empirical study, *Journal of Electronic Imaging* 12 (2003) 151.
- [62] F. T. S. Yu, *Optical information Processing*, John Wiley & Sons, New York, 1983.
- [63] J. Campos, F. Turon, L. Yaroslavsky, M. J. Yzuel, Some filters for reliable recognition and localization of objects by optical correlators: a comparison, *International Journal of Optical Computing* 2 (1991) 341.
- [64] T. Shimada, F. Sakaida, H. Kawamura, T. Okumura, Application of an edge detection method to satellite images for distinguishing sea surface temperature fronts near the Japanese coast, *Remote Sensing of Environment* 98 (2005) 21.
- [65] H. Liu, K. C. Jezek, Automated extraction of coastline from satellite imagery by integrating canny edge detection and locally adaptive thresholding methods, *International Journal of Remote Sensing* 25 (2004) 937.
- [66] Haarpaintner, J. Tonboe, R. Long, D. V. Woert, M.L., Automatic detection and validity of the sea-ice edge: an application of enhanced-resolution QuikSCAT/seawinds data, *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* 42 (2004) 1433.

- [67] B. Tso, R. C. Olsen, A contextual classification scheme based on mrf model with improved parameter estimation and multiscale fuzzy line process, *Remote Sensing of Environment* 97 (2005) 127.
- [68] H. Tang, E. Wu, Q. Ma, D. Gallagher, G. Perera, T. Zhuang, Mri brain image segmentation by multi-resolution edge detection and region selection, *Computerized medical imaging and graphics* 24 (2000) 349.
- [69] A. K. Jain, H. Chen, Matching of dental x-ray images for human identification, *Pattern Recognition* 37 (2004) 1519.
- [70] L. Yin, A. Basu, J. K. Chang, Scalable edge enhancement with automatic optimization for digital radiographic images, *Pattern Recognition* 37 (2004) 1407.
- [71] P. G. V. Dokkum, Cosmic-ray rejection by laplacian edge detection, *Publications of the Astronomical Society of the Pacific* 113 (2001) 1420.
- [72] S. Fürhapter, A. Jesacher, S. Bernet, M. Ritsch-Martel, Spiral phase contrast imaging in microscopy, *Optics Express* 13 (2005) 689–694.
- [73] A. Jesacher, S. Fürhapter, S. Bernet, M. Ritsch-Martel, Shadow effects in spiral phase contrast microscopy, *Physical Review Letters* 94 (2005) 233902.
- [74] M. S. Alam, O. Perez, M. Karim, Preprocessed multiobject joint transform correlator, *Applied Optics* 32 (1993) 3102.
- [75] Z. Wang, H. Zhang, C. M. Cartwright, M. S. Ding, N. J. Cook, W. A. Gillespie, Edge enhancement by use of moving gratings in a bismuth silicon oxide crystal and its application to optical correlation, *Applied Optics* 37 (1998) 4449.
- [76] R. C. Gonzalez, R. E. Woods, *Digital Image Processing*, Addison-Wesley, 1993.
- [77] J. Canny, A computational approach to edge detection, *IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence* 8 (1986) 679.

- [78] S. G. Mallat, S. Zhong, Characterization of signals from multiscale edges, *IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence* 14 (1992) 710.
- [79] C. Ducottet, T. Fournel, C. Barat, Scale-adaptive detection and local characterization of edges based on wavelet transform, *Signal Processing* 84 (2004) 2115.
- [80] A. Brook, R. Kimmel, N. A. Sochen, Variational restoration and edge detection for color images, *Journal of Mathematical Imaging and Vision* 18 (2003) 247.
- [81] E. Alban, J. Tohka, U. Ruotsalainen, Adaptive edge detection based on 3d kernel functions for biomedical image analysis, in: *Proceedings of SPIE*, Vol. 5672, 2005, p. 224.
- [82] M. I. Quintana, R. Poli, E. Claridge, Morphological algorithm design for binary images using genetic programming, *Genetic Programming and Evolvable Machines* 7 (2006) 81.
- [83] P. J. Toivanen, J. Ansamäki, J. P. S. Parkkinen, J. Mielikäinen, Edge detection in multispectral images using the self-organizing map, *Pattern Recognition Letters* 24 (2003) 2987.
- [84] T. B. Nguyen, D. Ziou, Contextual and non-contextual performance evaluation of edge detectors, *Pattern Recognition Letters* 21 (2000) 805.
- [85] M. C. Shin, D. B. Goldgof, , K. W. Bowyer, Comparison of edge detector performance through use in an object recognition task, *Computer Vision and Image Understanding* 84 (2001) 160–178.
- [86] F. A. Pellegrino, W. Vanzella, , V. Torre, Edge detection revisited, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics* 34 (2004) 1500–1518.

- [87] X. Lin, J. Ohtsubo, T. Takemori, Real-time optical image subtraction and edge enhancement using ferroelectric liquid-crystal devices based on speckle modulation, *Applied Optics* 35 (1996) 3148–3154.
- [88] B.-L. Liang, Z.-Q. Wang, G.-G. Mu, J.-H. Guan, H.-L. Liu, C. M. Cartwright, Real-time edge-enhanced optical correlation with a cerium-doped potassium sodium strontium barium niobate photorefractive crystal, *Applied Optics* 39 (2000) 2925–2930.
- [89] T. M. Babkina, V. B. Voloshinov, A new method of acousto-optic image processing and edge enhancement, *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics* 3 (2001) S54–S61.
- [90] M. Y. Shih, A. Shishido, I. C. Khoo, All-optical image processing by means of a photosensitive nonlinear liquid-crystal film: addition subtraction, *Optics Letters* 26 (2001) 1140–1142.
- [91] W. Wang, G. Jin, Y. Yan, M. Wu, Joint wavelet-transform correlator for the image feature extraction, *Applied Optics* 34 (1995) 370–376.
- [92] Y.-N. Hsu, H. H. Arsenault, G. April, Rotation-invariant digital pattern recognition using circular harmonic expansion, *Applied Optics* 21 (1982) 4012.
- [93] Y.-N. Hsu, H. H. Arsenault, Optical pattern recognition using circular harmonic expansion, *Applied Optics* 21 (1982) 4016.
- [94] J. Yao, L. Chin, Power-adjusted fractional power radial harmonic filters for shift- and scale-invariant pattern recognition with improved noise robustness and discrimination, *Optics Communications* 162 (1999) 26–30.
- [95] H. Zhang, C. M. Cartwright, M. S. Ding, Z. Q. Wang, B. L. Liang, A. Gillespie, Rotationally invariant pattern recognition in a photorefractive joint transform correlator using circular harmonic filters and the wavelet transform, *Optics Communications* 195 (2001) 383–391.

- [96] M. D. Heath, S. Sarkar, T. Sanocki, K. W. Bowyer, Comparison of edge detectors: A methodology and initial study, *Computer Vision and Image Understanding* 69 (1998) 38–54.
- [97] L. Fan, F. Song, S. Jutamulia, Edge detection with large depth of focus using differential haar–gaussian wavelet transform, *Optics Communications* 270 (2007) 169–175.
- [98] S. Ledesma, J. C. Escalera, J. Campos, M. J. Yzuel, Evolution of the transverse response of an optical system with complex filters, *Optics Communications* 249 (2005) 183–192.
- [99] S. Ledesma, J. C. Escalera, J. Campos, J. Mazzaferri, M. J. Yzuel, High depth of focus by combining annular lenses, *Optics Communications* 266 (2006) 6–12.
- [100] J. Mazzaferri, S. Ledesma, Rotation invariant real-time optical edge detector, *Optics Communications* 272 (2007) 367–376.
- [101] C. Sheppard, Z.S.Hegedus, Axial behavior of pupil-plane filters, *Journal of the Optical Society of America A* 5 (1988) 643–647.
- [102] F. Shen, H. Wang, A local edge detector used for finding corners, in: *Third International Conference on Information, Communications and Signal Processing (ICICS'2001)*, 2001, pp. 65–71.
- [103] K. Bowyer, C. Kranenburg, S. Dougherty, Edge detector evaluation using empirical roc curves, in: *IEEE Computer Society Conference on CVPR*, Vol. 1 of *IEEE Conference Proceeding*, IEEE, 1999, pp. 354–359.
- [104] L. Sachs, *Applied Statistics : A Handbook of Techniques*, Springer-Verlag, 1978.

Apéndice I: Matemática de wavelets

Definición 1 Sea $L^2(\mathfrak{R})$ el conjunto de funciones que toma valores complejos y de variable real cuyo cuadrado es integrable, es decir

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(\mu)|^2 d\mu < \infty, \quad (1)$$

excluyéndose las funciones que sean idénticamente cero.

Definición 2 Sea \langle, \rangle el producto escalar definido por la funcional $\langle, \rangle : L^2(\mathfrak{R}) \times L^2(\mathfrak{R}) \rightarrow \mathfrak{R}$, cuya expresión es

$$\langle f, g \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} f(\mu)g^*(\mu)d\mu. \quad (2)$$

Definición 3 Sea $\| \cdot \|_2$ la norma en el espacio $L^2(\mathfrak{R})$, inducida por el producto escalar \langle, \rangle , de manera que

$$\|f\|_2 = \int_{-\infty}^{\infty} |f(\mu)|d\mu. \quad (3)$$

Definición 4 Una función no trivial $w(x) \in L^2(\mathfrak{R})$ se llama función ventana si $xw(x) \in L^2(\mathfrak{R})$.

Definición 5 La clase de las funciones en \mathfrak{R} , $f : \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}$ infinitamente diferenciables y que decrecen rápidamente (más rápidamente que cualquier

polinomio) se denota C_{\downarrow}^{∞} . Más precisamente:

$$C_{\downarrow}^{\infty}(\mathfrak{R}) = \left\{ f : \exists \frac{d^n f}{dx^n} \forall n \in \mathcal{N} \wedge \forall x \in \mathfrak{R}, \wedge \text{si } x \rightarrow \infty \Rightarrow x^p \frac{d^q f}{dx^q} \rightarrow 0, \forall p, q \geq 0 \in \mathcal{N} \right\} \quad (4)$$

Definición 6 Dada una función $f(x) \in C_{\downarrow}^{\infty}(\mathfrak{R})$ y su transformada de Fourier, $F(k)$, la **Identidad de Parseval** asegura que:

$$\|f(x)\|_2 = \|F(k)\|_2 \quad (5)$$

Apéndice II: Calibración de LCD

En este apéndice se describe el proceso de calibración de la pantalla de cristal líquido Sony-Red, conectada al canal azul del videoprojector, y configurada para modular mayormente la fase [45, 46]. Las configuraciones para obtener esta modulación consisten en un arreglo de láminas retardadoras y polarizadores intercalados antes y después de la pantalla de cristal líquido, con la configuración de ángulos que se muestra en la tabla 1.

| θ_1 | θ_2 | θ_3 | θ_4 |
|------------|------------|------------|------------|
| 26,1 | 133,4 | -10,5 | -37,3 |

Tabla 1: Configuración de ángulos.

Las láminas L_1 y L_2 son láminas de cuarto de onda para 488 nm. En la figura 1 se muestran los dispositivos correspondientes a la medición de intensidad y desfasaje. La medición de intensidad consiste simplemente en sensar, para los distintos niveles de gris enviados a la pantalla a través del canal azul del videoprojector, la intensidad de luz transmitida. La medición se lleva a cabo mediante un sensor de intensidad. En el caso de la medición de desfasaje, se utiliza un dispositivo como el presentado a la derecha de la figura 1. En este dispositivo, se utiliza una red de difracción en la que se obtura el orden cero. Dos órdenes de la red son enviados a sendas mitades de la pantalla LCD. Luego de atravesar el arreglo de pantalla, polarizadores y láminas retardadoras, los dos órdenes son desviados por una lente L_1 , de manera que sobre la cámara CCD se observen las franjas de interferencia

producidas por los mismos. El procedimiento de medición consiste en enviar un nivel de gris constante sobre una de las mitades, mientras que a la otra mitad se envían distintos niveles de gris. Para cada nivel de gris, se observa el corrimiento de las franjas de interferencia sobre la cámara CCD, obteniéndose de esta manera el desfase relativo entre las dos mitades de la pantalla. En la figura 2 se muestran las transmisiones de fase e intensidad en función

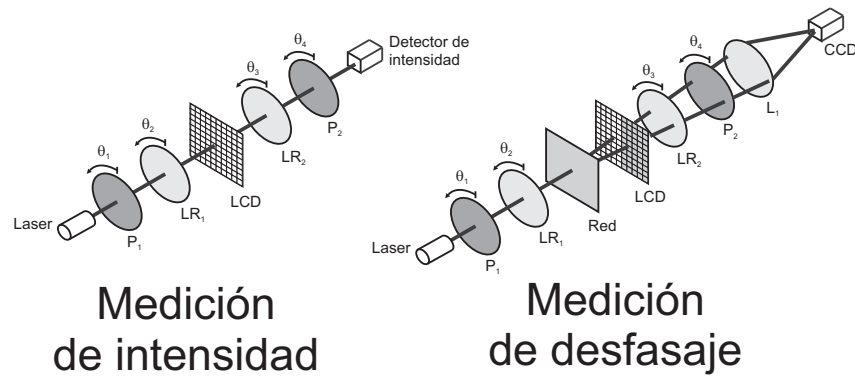


Figura 1: Dispositivos de caracterización

del nivel de gris para una longitud de onda de 457 nm. La transmisión de intensidad está normalizada entre 0 y 1, indicando transmisiones de opaca a transparente. La transmisión de fase toma valores entre 0 y 1 para desfases entre 0 y 2π . Se puede observar que, efectivamente, la modulación es ma-

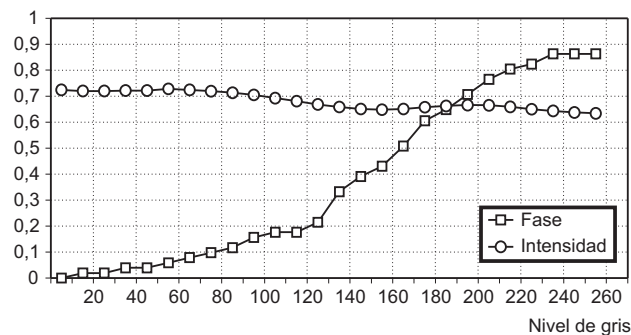


Figura 2: Curvas de calibración de la pantalla LCD Sony-Red.

yormente de fase, obteniéndose un rango dinámico que modula casi 2π . La intensidad transmitida, por otra parte, se mantiene prácticamente constante en un valor relativamente alto de transmisión.

Apéndice III: Experimentos estadísticos sobre detectores de borde

Experimento I

Este experimento se realizó sobre cada detector que tuviera algún parámetro que ajustar. El gradiente de Roberts y el detector de Sobel fueron implementados con los núcleos usuales de 2×2 y 3×3 respectivamente. En el caso del filtro pasa-alto, el parámetro está asociado con el corte de baja frecuencia, mientras que en el caso del filtro pasa-banda, el parámetro es el valor σ . El detector propuesto en este trabajo, también produce una operación de suavizado que puede ser ajustada por el parámetro σ . Por lo tanto, los filtros pasa-alto y pasa-banda, conjuntamente con el detector propuesto, deben ser analizados en este experimento para optimizar sus parámetros. Para cada método se consideraron cuatro valores diferentes del parámetro correspondiente.

| Imág. | Conjunto | Tamaño |
|-----------|--|--------|
| | Cerebro; codo; torax; hombro; manos; talón | 6 |
| Parám. PA | $\sigma = \{1/16; 1/32; 1/64; 1/128\}$ | 4 |
| PB | $\sigma = \{1/32; 1/64; 1/128; 1/256\}$ | 4 |
| Prop. | $\sigma = \{1/32; 1/64; 1/128; 1/256\}$ | 4 |

Tabla 2: Conjunto de parámetros para el experimento I.

La tabla 2 muestra una lista de los parámetros seleccionados para evaluar

cada detector. También se muestra en la tabla, el conjunto de imágenes. Los tres métodos, cada uno con cuatro valores del parámetro, fueron aplicados al conjunto de las seis imágenes. Las 24 imágenes de borde obtenidas con cada detector, fueron evaluadas con por un conjunto de 8 evaluadores. Se dijo a los evaluadores que asignaran un valor entre 1 y 5 a las imágenes de borde, de acuerdo a la calidad de la información de bordes, donde 5 denota mejor información de bordes que 1. Las imágenes fueron estructuradas en matrices de 2×2 correspondiendo a la misma imagen de entrada y al mismo detector. El arreglo de imágenes fue mostrado a los evaluadores en una pantalla monitor de PC de 19 pulgadas. Un monitor similar fue empleado para presentar simultáneamente las imágenes originales.

| Pasa-alto | | Pasa-banda | | Propuesto | |
|-----------|-------|------------|-------|-----------|-------|
| Parámetro | Media | Parámetro | Media | Parámetro | Media |
| 1/16* | 3,3 | 1/32 | 3,6 | 1/32 | 2,9 |
| 1/32 | 2,4 | 1/64* | 4,3 | 1/64* | 4,2 |
| 1/64 | 1,6 | 1/128 | 2,7 | 1/128 | 3,3 |
| 1/128 | 1,2 | 1/256 | 1,9 | 1/256 | 2,5 |

Tabla 3: Valores promediados sobre las imágenes y los evaluadores para cada parámetro de cada método. El símbolo * indica el valor del parámetro elegido para cada detector.

Un arreglo de estas características hace más fácil la comparación entre los distintos valores del parámetro para un mismo detector. La posición de cada imagen de borde en la pantalla fue aleatorizada para contrarrestar los posibles efectos de aprendizaje de los evaluadores. Se empleó la conocida técnica de análisis de la varianza (ANOVA) para procesar los resultados. En el análisis se utilizó un modelo donde las variables independientes son las imágenes de entrada, los parámetros y los evaluadores [96, 104]. Los evaluadores fueron considerados como variables aleatorias sin interacción con las otras. La variable correspondiente al parámetro muestra una contribución significativa ($p\text{-val} < 0,0001$) a la variación total. Los resultados obtenidos ponen en evidencia que esta variable es relevante en el modelo para todos los métodos. Por lo tanto, hemos elegido, para cada detector el valor del parámetro que dio lugar al valor más alto del promedio de las evaluaciones

sobre todos los jueces e imágenes. La tabla 3 muestra los valores de la media para cada parámetro de cada detector. El parámetro elegido se marcó con el símbolo *.

Experimento II

El segundo experimento fue diseñado para hacer la comparación entre detectores. Los valores de los parámetros optimizados para cada detector en el experimento I, fueron empleados en este experimento. El conjunto de escenas reales fue procesado con todos los detectores. También se procesaron las mismas escenas contaminadas con ruido blanco, y el conjunto completo de 60 imágenes de borde fue evaluada por 16 jueces. Estas imágenes de borde fueron organizadas en 12 pantallas conteniendo 5 imágenes en cada una. Las 5 imágenes de borde dentro de cada pantalla corresponden a los resultados de los 5 detectores aplicados a la misma escena y el mismo nivel de ruido. Esta disposición hace más fácil la comparación entre métodos. La alta significancia para todos los items pone de relieve que todas las variables consideradas en el modelo, y sus interacciones, contribuyen significativamente a la variación total de las evaluaciones. En la tabla 4 se presentan los valores medios de las evaluaciones para cada método, con y sin ruido. Para comparar el desem-

| Ruido | Roberts | Sobel | Pasa-alto | Pasa-banda | Propuesto |
|-------|---------|-------|-----------|------------|-----------|
| No | 2,5 | 3,3 | 2,4 | 4,3 | 3,9 |
| Si | 1 | 1,9 | 1,5 | 3,1 | 4,2 |

Tabla 4: Valores medios de las evaluaciones para los diferentes métodos con y sin ruido.

peño de los métodos, realizamos la comparación de pares entre las medias. Se aplicó el método de Turkey con un nivel de significación simultánea de 5%. Todas las diferencias entre pares son significativas con excepción de la diferencia entre el gradiente de Roberts y el filtro pasa-alto. De cualquier modo, los detectores pueden ser ordenados de acuerdo a los valores medios correspondientes. El orden obtenido de los detectores en orden decreciente

del valor medio es: 1-Filtro propuesto, 2-Filtro pasa-banda, 3-Detector de Sobel, 4-Filtro pasa-alto, y 5-Gradiente de Roberts.