

**UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES**

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

Departamento de Física

Determinación de las distribuciones quarks y  
gluones del protón

por Gabriela Alejandra Navarro

Director de tesis: Rodolfo Sassot

Lugar de trabajo: Departamento de Física

Trabajo de tesis para optar por el título de  
Doctor de la Universidad de Buenos Aires en el área Física

13 de junio de 2007



## Resumen

En la presente tesis estudiamos la extracción de las funciones de distribución partónica (PDF) polarizadas y no polarizadas del protón y las incertezas asociadas con ellas.

Para ello realizamos distintos análisis globales de QCD, donde se ajustan diferentes conjuntos de datos experimentales correspondientes básicamente a observables de dispersión inelástica profunda inclusiva y semi-inclusiva, a las predicciones teóricas de la QCD para el cálculo de dichos observables.

Analizamos, mediante el método de multiplicadores de Lagrange, la consistencia interna de los distintos conjuntos de datos incluidos en los ajustes y determinamos las incertezas inherentes a la extracción de las densidades partónicas.

Finalmente, con las PDFs obtenidas, hicimos predicciones de los observables semi-inclusivos a ser medidos en el Thomas Jefferson National Laboratory, y analizamos el impacto que éstos pueden producir en los diferentes sabores de las densidades partónicas polarizadas.



## Abstract

In this thesis we study the extraction of the polarized and unpolarized parton distributions functions (PDF) of the proton and the uncertainties related to them.

In order to do this, we perform several QCD global analyses, where different experimental data sets corresponding to inclusive and semi-inclusive deep inelastic scattering, are adjusted to the QCD theoretical expressions for these observables.

We also analyse, using the Lagrange multiplier method, the internal consistency of the different data set included in the fits and determine the uncertainties inherent to the extraction of the parton densities.

Finally, using the PDFs obtained in our fits, we make predictions of the semi-inclusive observables to be measured in the Thomas Jefferson National Laboratory, and analyse the impact that this forthcoming data can produce in the different polarized parton densities flavours.



*A Mary, Diego y Solange*



## AGRADECIMIENTOS

En este período de mi vida, en el que me embarqué en el desafío de formarme profesionalmente como investigadora, he pasado por buenos momentos, pero también por momentos muy difíciles que probaron mi capacidad para salir adelante y superar las adversidades que en ciertas ocasiones se presentan. Muchas personas han contribuído para que siguiera adelante y a ellos es que les dedico todo mi reconocimiento.

A mi Mamá, Mary, a mis hermanos Diego y Solange por el apoyo y el amor que me brindaron durante todo este tiempo, sin los cuales no hubiera podido seguir adelante y terminar con esta etapa.

A Fredy, que me ha impulsado a finalizar esta etapa para comenzar otra junto a él.

A mi cuñada Laura, que junto con mi hermano, me regalaron a un sobrino preci oso que ha venido a alegrarnos la vida a todos. A Carlos, que diariamente me demuestra su afecto y estuvo presente en todo momento.

A mis grandes amigos, Mariela, Martín y Verónica que han sabido demostrarme en los momentos más difíciles cuanto me quieren y aprecian.

A mi director, Rodolfo, por ayudarme en mi formación en este campo tan complicado de la física de partículas. A Daniel de Florian y Carlos García Canal por sus consejos y apoyo y por compartir conmigo su experiencia.

Al Dr. Jorge Benetucci, el mejor profesional que me podría haber encontrado en la vida.

A Marcos y Rodrigo, mis compañeros de todos los días, por hacer más amenas las jornadas de trabajo.



# Índice general

<b>1. Introducción</b>	<b>3</b>
<b>2. Modelo de Partones</b>	<b>9</b>
2.1. Funciones de estructura . . . . .	9
2.2. Correcciones de QCD . . . . .	13
2.3. DGLAP . . . . .	17
2.4. DIS . . . . .	19
2.5. Procesos complementarios . . . . .	26
2.5.1. Proceso de Drell Yan . . . . .	26
2.5.2. Asimetría de carga en la producción de bosones $W$ . .	28
2.5.3. SIDIS . . . . .	32
<b>3. Ajustes globales de QCD</b>	<b>37</b>
3.1. Generalidades . . . . .	37
3.2. Incertezas . . . . .	42
3.3. Test de bondad . . . . .	44
<b>4. Asimetría de sabor del mar</b>	<b>47</b>
4.1. Ruptura de simetría . . . . .	47
4.2. Ajuste global y análisis de consistencia . . . . .	48
<b>5. Ajustes globales polarizados</b>	<b>57</b>
5.1. Análisis de consistencia . . . . .	57
5.1.1. Características del ajuste global . . . . .	58
5.1.2. Ajuste global de los datos inclusivos . . . . .	60
5.1.3. Datos semi-inclusivos . . . . .	63
5.2. Polarización del mar . . . . .	67
5.2.1. Conjunto de datos y convenciones . . . . .	68
5.2.2. Análisis Global . . . . .	69
5.2.3. Incertezas . . . . .	73

5.2.4. Perspectivas futuras . . . . .	79
<b>6. Futuros experimentos</b>	<b>85</b>
6.1. Ajuste global . . . . .	86
6.2. Análisis de los datos de JLAB . . . . .	87
<b>7. Conclusiones</b>	<b>93</b>
<b>A.</b>	<b>97</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>101</b>

# Capítulo 1

## Introducción

Hacia finales de la década del 60, estudios sobre la clasificación de los hadrones y dispersión inelástica profunda de leptones sobre nucleones, sugirieron las primeras evidencias de que los hadrones no eran partículas realmente elementales sino que estaban formados por componentes más fundamentales, a los que se los denominó quarks o partones [1]. Hoy en día el carácter compuesto de los hadrones está fuera de toda duda y de hecho es posible determinar con gran precisión las funciones de distribución de probabilidad de las distintas especies de partones dentro de los nucleones, extrayéndolas de experimentos de dispersión de leptones sobre nucleones y de colisiones nucleón–nucleón a altas energías. La determinación de dichas distribuciones, denominadas funciones de distribución partónicas PDFs, resulta de gran importancia ya que son indicativas de la naturaleza más profunda de los hadrones, tienen carácter universal y son indispensables para interpretar cualquier experimento hadrónico, como por ejemplo aquellos en los que se pretende discernir nueva física en la siguiente generación de nuevos experimentos de altas energías, ya que permiten predecir e interpretar la sección eficaz de distintos procesos [2].

Una herramienta fundamental para el estudio de la estructura hadrónica tradicionalmente ha sido la dispersión inelástica profunda (DIS), donde un electrón, un muón o un neutrino altamente energético, se dispersa sobre un blanco de protones o neutrones. Los primeros experimentos realizados en SLAC a fin de la década del 60 [3], permitieron corroborar la predicción de Bjorken para secciones eficaces de teorías sin interacciones o asintóticamente libres, comportamiento denominado escaleo. Dicho comportamiento consistía en que a altos valores de momento transferido los electrones eran dispersados por hipotéticos constituyentes puntuales casi libres de los nu-

cleones, a los que se llamó partones. Estudios posteriores permitieron determinar propiedades de estos constituyentes: carga eléctrica, espín y número bariónico, mostrando que eran similares a las propiedades de los quarks del modelo naive de clasificación hadrónica.

En la década del 70, con el descubrimiento de la propiedad de libertad asintótica en teorías de gauge no abelianas, que consiste en que la constante de acoplamiento decrece con el aumento en la escala de energías involucradas o equivalentemente la reducción de la escala típica de distancias, fue posible explicar el comportamiento que muestran los partones, que aparecen como libres en los experimentos de DIS muy energéticos, además de permitir un tratamiento perturbativo a distancias cortas. Simultáneamente, se proponía que los quarks exhibían una propiedad denominada color, que permitía resolver algunos problemas del modelo de quarks. En 1973, Fritzsche y Gell-Mann propusieron que la simetría de color era la correspondiente a una teoría de campos de gauge no abeliana, a la que se denominó Cromodinámica Cuántica (QCD), y que es la teoría que describe la dinámica de quarks. El campo de gauge no abeliano que media las interacciones fuertes, llamado gluón, lleva también carga de color, lo cual plantea una diferencia fundamental con la electrodinámica y permite entender la propiedad de confinamiento de los quarks en los hadrones: éstos no pueden ser observados en su estado libre. El crecimiento de la constante de acoplamiento de QCD  $\alpha_s$  a distancias del orden del nucleón y la libertad asintótica están íntimamente relacionados con la autointeracción de gluones propia de una teoría no abeliana [4, 5].

No obstante el entendimiento completo de la composición de los nucleones y de las interacciones entre ellos se ve dificultado por la ausencia de un tratamiento adecuado para el régimen no perturbativo de “distancias largas”, en el límite de grandes transferencias de impulso es posible factorizar un dado proceso en una parte calculable perturbativamente mediante la QCD y otra que depende de las distribuciones de probabilidad de encontrar un partón en un nucleón, que resultan ser independientes del proceso considerado. Estas últimas son extraídas del análisis global de un conjunto de experimentos estándar que incluyen a la dispersión inelástica, entre otros procesos. Proponiendo una parametrización para dichas distribuciones de probabilidad, y comparando la predicción teórica y los datos experimentales se ajustan los parámetros de las distribuciones en forma iterativa. Las distribuciones partónicas obtenidas tienen, naturalmente, incertezas asociadas a los errores con que son obtenidos los datos, así también como a las aproximaciones utilizadas para interpretarlos, que deben ser tenidas en cuenta adecuadamente. Así es que resulta imprescindible contar con dichas distribu-

ciones, ya que permiten a su vez realizar predicciones para otros procesos por su carácter universal [2].

Si bien la dispersión inelástica profunda fue un proceso revelador para la comprensión de la estructura de los nucleones, un solo tipo de observable en general no alcanza para discriminar las diferentes distribuciones partónicas correspondientes a las distintas especies de partones. Por ello es preciso incluir en los ajustes globales otros procesos, que permitan discriminar entre las distintas distribuciones partónicas dentro de los nucleones, como ser procesos de Drell-Yan, asimetría en la producción hadrónica de bosones  $W$ , o bien la dispersión inelástica semi-inclusiva, donde se observa un hadrón particular en el estado final. En algunos casos, existen subconjuntos entre los datos considerados que no obstante son cruciales por el tipo de información que aportan, por su poco peso estadístico relativo resultan mal ajustados, apuntando a la necesidad de implementar un criterio más sofisticado para evaluar cuán bueno es un ajuste, para estudiar la compatibilidad entre conjuntos de datos que tengan muy distinto peso estadístico en el ajuste y para estimar las incertezas en la PDFs.

Precisamente, en los últimos años, se ha prestado creciente atención a las incertezas en las funciones de distribución partónica determinadas por los ajustes globales [8]. Existen varias fuentes de incertezas, pero principalmente pueden ser clasificadas en aquellas que son asociadas a los errores experimentales de los datos que son ajustados en el análisis global, y las asociadas a errores provenientes de la teoría que se utiliza para calcular los observables. Ejemplo de estas últimas son las incertezas debidas a correcciones de órdenes superiores no considerados, efectos más allá de la expansión estándar de las ecuaciones de evolución, forma de la parametrización, etc. Un método que permite analizar las incertezas relacionadas a las distribuciones partónicas y las correlaciones entre ellas, es el método de multiplicadores de Lagrange, que consiste en analizar la variación de la bondad del ajuste en función de los valores que puede tomar uno o más observables específicos calculados con las mismas. Dicho método ha sido utilizado sistemáticamente en el caso de mediciones no polarizadas (independientes de espín) e implementado por primera vez para el caso polarizado en el marco del presente trabajo. Los experimentos de DIS polarizado proveen un análisis complementario de la estructura interna del nucleón. En ellos un haz de leptones polarizado longitudinalmente colisiona con un blanco polarizado. Los ajustes globales que consideran este tipo de experimentos, no sólo permiten extraer las distribuciones con una dada fracción de impulso del hadrón, como los no polarizados, sino que también proveen información del espín de los partones en un hadrón con polarización definida. Precisamente hasta finales de la década del 80 se

creía que la estructura del espín del protón era en líneas generales la que propone el modelo de quarks naive, que proporciona predicciones consistentes para las relaciones entre los momentos magnéticos de los nucleones y otras propiedades de bajas energías. En 1988, una medición de dispersión inelástica profunda polarizada de la European Muon Collaboration (EMC) en el CERN, arrojó resultados que diferían significativamente de la expectativa del modelo naive. Estos resultados se interpretaron como que la suma del espín llevado por los quarks en el protón era consistente con cero en lugar de aportar todo el espín del protón como lo sugería el modelo de quarks, dando lugar a la llamada “crisis del spin”, que llevó a reconsiderar la imagen del espín del protón y en particular el rol del espín del gluón en el nucleón. En los últimos 15 años el estudio del espín del protón ha avanzado considerablemente y hoy día se dispone de distribuciones partónicas polarizadas de creciente precisión.

El objetivo de este trabajo es estudiar las distintas herramientas disponibles para la determinación de las funciones de distribución partónica dentro del protón en ajustes globales de QCD, con énfasis en la extracción de las distribuciones dependientes de espín. Esta tarea se llevó a cabo en tres etapas.

La primera, que consistió básicamente en un ensayo de la implementación y análisis del alcance del método de multiplicadores de Lagrange, contempló un análisis de consistencia y de incertezas de las distribuciones partónicas no polarizadas obtenidas de un ajuste global a orden dominante en el desarrollo perturbativo, planteando ruptura de simetría de sabor del mar. La motivación para tal asimetría la sugerían los datos obtenidos por la Colaboración NMC del CERN sobre la regla de suma de Gottfried, los datos de Drell-Yan obtenidos por la colaboración E866 de Fermilab y los datos de dispersión inelástica semi-inclusiva de la colaboración HERMES de DESY. Concretamente, analizamos la consistencia entre los distintos conjuntos de datos, planteando tres escenarios distintos, donde forzamos el acuerdo con cada uno de los tres experimentos mencionados respectivamente, variando alternativamente el peso estadístico de cada conjunto de datos en el ajuste global. Encontramos que las distribuciones partónicas obtenidas en el caso de E866 o HERMES están en buen acuerdo entre sí, pero difieren de las obtenidas al imponer el acuerdo con NMC.

El paso siguiente fue considerar el caso polarizado con las herramientas puestas a punto en la etapa anterior, en el caso no polarizado. En un primer paso hicimos un ajuste global al orden siguiente al dominante (NLO), de todos los datos existentes hasta el momento, de dispersión inelástica profunda inclusiva y semi-inclusiva, obteniendo las distribuciones partónicas

polarizadas. Realizamos un análisis de consistencia entre los distintos conjuntos de datos considerados, y como resultado encontramos que los datos inclusivos muestran un nivel razonablemente bueno de consistencia interna. Al incorporar los datos semi-inclusivos el nivel de acuerdo se redujo, y encontramos que ciertos conjuntos de datos presentaban menor nivel de consistencia. Si bien el criterio estándar de convergencia utilizado no permite discernir si son los datos experimentales o algún elemento particular en la aproximación teórica utilizada para calcular el observable, los resultados obtenidos sugerían la necesidad de revisar la precisión de las llamadas funciones de fragmentación, utilizadas en el cálculo de los observables semi-inclusivos. Por este motivo, realizamos nuevos ajustes a orden dominante y al orden siguiente al dominante, con todos los conjuntos de datos actualizados, en el marco de dos escenarios dados por dos conjuntos distintos de funciones de fragmentación. Analizamos las diferencias en las distribuciones partónicas obtenidas, focalizándonos en la extracción de las distribuciones de mar y de gluones. Utilizando el método de multiplicadores de Lagrange, estimamos la incerteza en la polarización neta de cada sabor y en los parámetros de las distribuciones partónicas.

Por último, tuvimos en cuenta datos experimentales a ser medidos en el Thomas Jefferson National Accelerator Facility (JLAB) de dispersión inelástica profunda semi-inclusiva y pudimos predecir el impacto de los mismos en la determinación de las distribuciones partónicas polarizadas. En particular, lo hicimos para las distribuciones de mar y gluones, encontrando que efectivamente los datos próximos a medir contribuirán efectivamente a restringir la polarización del mar de quarks en el protón. Dicho análisis fue la base de una propuesta experimental para la medición sobre blancos de protón y deuterio que fue aprobada en JLAB [6] y que se implementará en 2008, y otra que está siendo considerada con blancos de helio [7].

Concretamente, la exposición de la presente tesis está organizada de la siguiente forma: en el primer capítulo describimos el modelo de partones y el proceso de dispersión inelástica profunda para el caso polarizado y no polarizado. Incluimos las correcciones incorporadas al modelo por la QCD, describimos las ecuaciones de evolución que gobiernan la dinámica de las interacciones entre los partones, e introducimos la técnica de la transformada de Mellin, que permite resolver dichas ecuaciones en el espacio de momentos. Finalmente describimos procesos complementarios cuyos observables son relevantes en los ajustes globales realizados. El segundo capítulo incluye las características de los ajustes globales y el análisis de consistencia y de incertezas en las distribuciones partónicas obtenidas. En el tercer capítulo describimos las causas que llevaron a abandonar la hipótesis de simetría de

sabor en el mar de quarks del protón y mostramos los resultados obtenidos de realizar diversos ajustes globales de observables no polarizados. El caso polarizado se expone en el cuarto capítulo, donde incluimos una descripción pormenorizada del proceso de dispersión inelástica semi-inclusiva. Se describe también la técnica implementada para el cálculo de este observable, que involucra integrales de convolución. Presentamos los resultados de los ajustes globales realizados y su análisis de consistencia y de incertezas de las distribuciones partónicas polarizadas obtenidas. El capítulo quinto expone las predicciones para los observables a ser medidos en el JLAB y Compass en CERN, y su impacto en la determinación de las densidades partónicas polarizadas. El último capítulo está dedicado a presentar las conclusiones y al análisis global del trabajo realizado.

## Capítulo 2

# Modelo de partones y dispersión inelástica profunda

En este capítulo introducimos la descripción partónica de los procesos que ayudan a develar la estructura de los nucleones, como así también la dinámica de las interacciones entre sus constituyentes.

### 2.1. Funciones de estructura en dispersión inelástica profunda

La dispersión inelástica profunda es básicamente un proceso en el cual un leptón  $l$  con impulso  $k$  se dispersa inelásticamente sobre un nucleón  $P$  de impulso  $p$ , dando lugar a una variedad de estados hadrónicos finales,

$$l(k) + P(p) \rightarrow l'(k') + X(p'), \quad (2.1)$$

donde  $X$  corresponde a la suma sobre todos los estados hadrónicos creados en la colisión [9]. En la aproximación de intercambio de un bosón ( $\gamma$ ,  $Z^0$ ,  $W^\pm$ ), dicho proceso se representa como en la Figura 2.1.

Para grandes transferencias de impulso, es decir, el régimen de distancias cortas y en el caso en que no se impone restricción alguna sobre el estado final  $X$ , esta reacción es llamada dispersión inelástica profunda totalmente inclusiva y es simplemente la dispersión inclusiva del leptón sobre el nucleón.

Aparte de la energía del leptón incidente, dos variables cinemáticas son necesarias para definir la interacción, elegidas usualmente como los invarian-

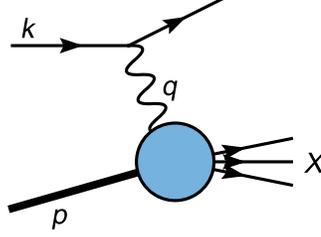


Figura 2.1: Dispersión inelástica profunda.

tes del Lorentz  $Q^2$  y  $\nu$ , dadas por:

$$Q^2 \equiv -q^2 = -(k - k')^2, \nu = p \cdot q / M. \quad (2.2)$$

En el sistema de laboratorio,  $\nu$  es la energía perdida por el leptón en el límite en que las masas de los leptones son despreciables y  $Q^2$  es el cuadrado del impulso transferido, que puede ser escrito en función de  $\theta$ , el ángulo de dispersión, como:

$$Q^2 = EE' \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right), \quad (2.3)$$

donde  $E$  y  $E'$  son la energía del leptón incidente y saliente respectivamente.

Por simplicidad, consideremos de ahora en adelante que en el proceso, el bosón intercambiado es un fotón. Así, la amplitud de dispersión  $M$  del proceso está dada por [10]

$$iM = (-ie)^2 \left( \frac{-ig_{\mu\nu}}{q^2} \right) \langle k' | J_l^\mu(0) | k, \sigma \rangle \langle X | J_h^\nu(0) | p, s \rangle, \quad (2.4)$$

donde  $J_l^\mu$  y  $J_h^\nu$  son las corrientes leptónicas y hadrónicas respectivamente y  $X$  representa a los estados finales. Así la sección eficaz no polarizada está dada por:

$$d\sigma = \frac{1}{|v|} \frac{1}{2m_P} \frac{1}{2E} \frac{d^3k'}{(2\pi)^3 2k_0} \prod_i \frac{d^3p_i}{(2\pi)^3 2p_{i0}} \frac{1}{4} \sum_{\sigma, \lambda, \lambda'} \|M\|^2 (2\pi)^4 \delta^4(p + k - k' - p') \quad (2.5)$$

La sección eficaz diferencial correspondiente al proceso, que se obtiene sumando sobre todos los estados hadrónicos posibles, en el sistema de laboratorio, se puede escribir en la forma:

$$\frac{d^2\sigma}{d\omega dE'} = \frac{1}{2} \frac{\alpha^2}{m_P q^4} \frac{E'}{E} L_{\alpha\beta}(l, l) W^{\alpha\beta}(P), \quad (2.6)$$

donde  $\alpha$  es la constante de estructura fina,  $q = k - k'$  es el momento transferido,  $L_{\alpha\beta}$  y  $W^{\alpha\beta}$  son tensores que resultan de promediar sobre estados iniciales de espín y de sumar sobre estados finales de espín:

$$L_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \text{Tr} \{ (k' + m_l) \gamma_\alpha (\not{k} + m_l) \gamma_\beta \} = 2 \{ k_\alpha k'_\beta + k'_\alpha k_\beta - g_{\alpha\beta} (k \cdot k' - m_l^2) \} \quad (2.7)$$

y el tensor hadrónico está dado por

$$W_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \sum_\sigma \int \frac{d^4\zeta}{2\pi} e^{iq\cdot\zeta} \langle p, \sigma | J_\mu^{em}(\zeta) J_\nu^{em}(0) | p, \sigma \rangle. \quad (2.8)$$

La conservación de la corriente electromagnética y de la paridad, y el hecho de que  $W_{\mu\nu}$  es un tensor de Lorentz de segundo rango dependiente de  $p_\mu$  y  $q_\nu$ , permite descomponerlo según

$$W_{\mu\nu} = -W_1(Q^2, \nu) \left( g_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} \right) + \frac{W_2(Q^2, \nu)}{m_p^2} \left( p_\mu - \frac{p \cdot q}{q^2} q_\mu \right) \left( p_\nu - \frac{p \cdot q}{q^2} q_\nu \right), \quad (2.9)$$

donde  $W_{1,2}$  son las funciones de estructura invariantes de Lorentz del hadrón blanco, que dependen de las variables  $Q^2$  y  $\nu$  y  $m_p$  es la masa del protón interactuante.

La expresión final para la sección eficaz diferencial en términos de las funciones de estructura:

$$\frac{d^2\sigma_{em}}{d\Omega dE'} = \frac{\alpha^2}{4E^2 \sin^4 \frac{1}{2}\theta} \left( 2W_1 \sin^2 \frac{1}{2}\theta + W_2 \cos^2 \frac{1}{2}\theta \right). \quad (2.10)$$

Además de depender de la energía del leptón inicial (que se puede considerar fija), la sección eficaz depende de dos variables independientes a elegir entre  $Q^2$ ,  $\nu$ , o combinaciones de ellas. En la práctica se definen alternativamente otras variables, llamadas variables de escala, comunmente utilizadas:

$$x \equiv \frac{Q^2}{2m_p\nu} = \frac{Q^2}{2p \cdot q}, \quad y \equiv \frac{\nu}{E}, \quad (2.11)$$

con  $0 \leq x \leq 1$  y  $0 \leq y \leq 1$ . Bajo la hipótesis de que el bosón se dispersa sobre un único constituyente del protón, la variable  $x$  representa físicamente la fracción de impulso del protón llevada por el quark interactuante en el denominado “infinitem momentum frame”. Por su parte la variable  $y$  es el cociente entre la energía transferida y la energía del haz de leptones, tal que cuando  $y = 1$  toda la energía del electrón es transferida por el fotón.

A fines de la década del 60, un experimento realizado en SLAC [11], que medía la función de estructura electromagnética inelástica  $\nu W_2$  a valores de  $x$  fijos, reveló que la misma era independiente del valor de  $Q^2$  para  $Q^2 \geq 1(GeV/c)^2$ . La noción de que  $\nu W_2$ , que en general es una función de  $(x, Q^2)$ , depende aproximadamente sólo de  $x$  se conoce como invarianza de escala o escaleo, y sugiere que el mecanismo dinámico subyacente es alguna clase de colisión con objetos puntuales. Cabe aclarar, que este comportamiento fue predicho por Bjorken, cuando estudiaba el de las secciones eficaces en el marco del álgebra de corrientes [12]. Suponiendo corrientes hadrónicas no interactuantes (constituyentes libres) demostró que en el límite, llamado de Bjorken

$$Q^2 \rightarrow \infty, \quad \nu \rightarrow \infty, \quad x \text{ fijo}, \quad (2.12)$$

se verificaba que:

$$\lim_{Bj} m_P W_1(\nu, Q^2) = F_1(x), \quad \lim_{Bj} \nu W_2(\nu, Q^2) = F_2(x). \quad (2.13)$$

Esta interacción se entiende claramente en el modelo de quarks-partones, el cual provee una interpretación simple para la dispersión inelástica profunda. El blanco hadrónico es considerado como compuesto por un número de partones libres (quarks y gluones) en capa de masa, aproximación válida en el límite de alta transferencia de impulsos. Cada partón lleva una fracción de impulso  $\xi p$ , con  $0 \leq \xi \leq 1$ , y la contribución al tensor hadrónico (ecuación 2.9) de cada partón puede escribirse como [13]:

$$K_{\mu\nu}(\xi) = \delta(\xi - x) \left( \frac{\xi p_\mu p_\nu}{\nu M^2} - \frac{1}{2M} g_{\mu\nu} + \dots \right). \quad (2.14)$$

Ahora bien, si el número de partones con impulso entre  $\xi$  y  $\xi + d\xi$  es  $f(\xi)d\xi$ , podemos calcular el tensor hadrónico  $W_{\mu\nu}$  en términos de la integral de  $K_{\mu\nu}$

$$W_{\mu\nu} = \int_0^1 f(\xi) K_{\mu\nu}(\xi) d\xi = \frac{x f(x) p_\mu p_\nu}{\nu M^2} - \frac{f(x)}{2M} g_{\mu\nu} + \dots \quad (2.15)$$

y entonces las expresiones de las funciones de estructura en el modelo de partones se escriben como:

$$F_1(x) = \frac{1}{2} \sum_i e_i^2 q_i(x) \quad (2.16)$$

$$F_2(x) = x \sum_i e_i^2 q_i(x) \quad (2.17)$$

Entonces, en el modelo de partones, estas distribuciones tienen una interpretación muy clara,  $q_i(x)$  es la probabilidad de encontrar un partón del tipo  $i$  llevando una fracción de impulso  $x$  del momento total del nucleón.

## 2.2. Correcciones de Cromodinámica Cuántica (QCD)

En el modelo de partones naive descrito en la sección anterior, los partones no interactúan entre sí. Actualmente se sabe que interactúan via las interacciones descritas por la QCD. Al incorporar las correcciones de QCD al cálculo de las funciones de estructura, éstas se vuelven logarítmicamente dependientes de  $Q^2$ , la escala típica de impulsos. De todas maneras, no es posible calcular de primeros principios, todos los aspectos relevantes de la estructura de los hadrones. No se sabe como compatibilizar el comportamiento a distancias cortas de los partones interactuando suavemente y que se trata perturbativamente, con las propiedades de “distancias largas” que escapan al tratamiento perturbativo. Las funciones de estructura incluyen ambos tipos de comportamientos, por lo tanto no pueden ser calculadas perturbativamente. Afortunadamente, existen los llamados teoremas de factorización [10, 14, 15], que se pueden probar a todo orden en QCD perturbativa, y que nos permiten separar la parte perturbativa de la no perturbativa. Es decir, cualquier sección eficaz factorizable puede expresarse como el producto de la densidad de partones  $q_{f/N}$  en el nucleón a una dada escala de energía, llamada “escala de factorización”, con sección eficaz leptón-partón  $\sigma_{lq}$  que se calcula perturbativamente:

$$\sigma_{lN} = \sum_f q_{f/N} \otimes \sigma_{lq} \quad (2.18)$$

En la aproximación donde las correcciones de QCD son consideradas, el nucleón ya no se ve como compuesto por 3 quarks no interactuantes que llevan los números cuánticos del nucleón, los llamados *quarks de valencia*, sino que dependiendo del poder de resolución del bosón interactuante, el proceso se vuelve mas o menos sensible a las interacciones que forman al nucleón. En este esquema es necesario introducir nuevos componentes del nucleón, como los llamados *quarks de mar*, de origen radiativo, y los gluones, que van a contribuir a la sección eficaz.

Las contribuciones al orden siguiente al dominante, provienen de tres tipos de procesos: correcciones de un loop a  $eq \rightarrow eq$ ,  $eq \rightarrow eqg$  y  $eg \rightarrow eq\bar{q}$ . El primer y segundo término son correcciones de orden superior al modelo de partones, mientras que el tercero es completamente nuevo en este modelo.

Comencemos con el segundo término:

$$e(k) + q(\eta p) \rightarrow e(k') + q(p_1) + g(p_2), \quad (2.19)$$

donde  $\eta p$  es la fracción de impulso del nucleón que lleva el quark interactuante.

Como es usual, tenemos que calcular el elemento de matriz al cuadrado e integrar en el espacio de fases correspondiente, con dos partones en el estado final:

$$dPS = \frac{Q^2}{16\pi_s x^2} dQ^2 dx \frac{d\cos(\theta) d\phi}{3\pi^2}, \quad (2.20)$$

donde  $\theta\phi$  se refieren a la dirección de  $p_i$  en el centro de masa del sistema  $\eta p + q$ . Es conveniente introducir la variable invariante de Lorentz:

$$z = \frac{1}{2}(1 - \cos\theta), 0 < z < 1. \quad (2.21)$$

Así el momento transverso de  $p_1$  en este sistema resulta ser:

$$k_{\perp}^2 = Q^2 \left(\frac{\eta}{x} - 1\right) z (1 - z). \quad (2.22)$$

Notemos que el caso  $\eta = x$  corresponde a estados finales sin masa. Cinemáticamente, esto sólo puede pasar si  $p_1$  o  $p_2$  "tienen energía cero", llamados soft, o si son exactamente colineales.

Teniendo en cuenta esto y tomando promedio sobre  $\phi$ , la  $F_2$  podemos escribirla como:

$$F_2^{qq}(x, Q^2) = \int_x^1 dx_p e_q^2 \frac{x}{x_p} f_q\left(\frac{x}{x_p}\right) \frac{C_F \alpha_s}{2\pi} \int_0^1 dz \left( \frac{1+x_p^2}{1-x_p} \frac{1+z^2}{1-z} + \right. \quad (2.23) \\ \left. 3 - z - x_p + 11x_p z \right),$$

donde  $x_p = x/\eta$ . Claramente vemos que  $F_2$  diverge para  $z \rightarrow 1$ , que corresponde a configuraciones cinemáticas en las cuales el gluón saliente es colineal con el quark entrante. También el coeficiente de la divergencia, diverge cuando  $x_p \rightarrow 1$ , que corresponde a un gluón "soft".

Para estudiar la divergencia, primero regularicémosla calculando la contribución por emisión a  $k_{\perp}^2 > \mu^2$ , suponiendo  $\mu^2 \ll Q^2$  por simplicidad. Luego el resultado total lo obtenemos haciendo tender  $\mu$  a cero. Como  $k_{\perp}^2$  es proporcional a  $(1-z)$ , nos darán términos finitos. Entonces obtenemos:

$$F_2^{qq}(x, Q^2) = \sum_q \int_x^1 dx_p e_q^2 \frac{x}{x_p} f_q\left(\frac{x}{x_p}\right) \frac{\alpha_s}{2\pi} (\hat{P}(x_p) \log\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right) + R(x_p)), \quad (2.24)$$

donde  $R(x_p)$  es finito. La función  $\hat{P}(x_p)$  introducida se denomina función de separación y es:

$$\hat{P}(x) = C_F \frac{1+x^2}{1-x}, \quad (2.25)$$

y describe la distribución de probabilidad de quarks producidos en el proceso de separación  $q \rightarrow qg$ , en el cual el quark del estado final lleva fracción  $x$  del impulso del quark original.

Este procedimiento no nos libró de la divergencia, el proceso físico se obtiene de hacer  $\mu \rightarrow 0$ , caso en el cual  $F_2$  diverge logarítmicamente.

Consideremos ahora el primer caso, que consiste en una corrección a un loop al proceso  $eq \rightarrow eq$ . Este diagrama es de orden  $\alpha_s^2$ , sin embargo, debemos considerar los diagramas de interferencia entre éste y el de más bajo orden, que es de orden  $\alpha_s$ . Resulta que estos diagramas son divergentes y negativos y divergen exactamente de la misma forma que los diagramas  $eq \rightarrow eqg$ , ya tratados, y cancela a la divergencia anterior cuando  $x_p \rightarrow 1$ . Por lo tanto, después de considerar la corrección a un loop, se obtiene la misma ecuación que 2.24, sólo que reemplazamos la función de separación  $\hat{P}(x)$  por una regularizada:

$$P(x) = \hat{P}(x) + P_{virtual}(x) = C_F \left[ \frac{1+x^2}{(1-x)_+} + \frac{3}{2} \delta(1-x) \right], \quad (2.26)$$

donde la prescripción “+” en el denominador es la usual función distribución  $f(x)_+$ , definida de tal modo que:

$$\int_0^1 dx f(x)_+ g(x) = \int_0^1 dx f(x) (g(x) - g(1)). \quad (2.27)$$

Así si insertamos la función de separación total en 2.24, la divergencia para  $x_p \rightarrow 1$  se cancela, pero todavía sobrevive la que proviene de  $z \rightarrow 1$ .

Analicemos de donde provienen dichas divergencias, tenemos unas que vienen del hecho que los gluones reales pueden ser colineales a los quarks entrantes o salientes, o bien, de gluones “soft”, además de las divergencia que provienen de los diagramas virtuales (ver figura 2.2). Todas ellas provienen de distintas regiones de la integral en  $x_p$ , con lo cual no cancelan.

La solución radica en factorizar los diferentes tipos de física a diferentes escalas de energía. Para ello introducimos la escala de factorización  $\mu$ , incluimos toda la física por debajo de  $\mu$  dentro de la función de onda hadrónica, y por lo tanto, la incorporamos a las funciones de distribución partónica, y la física por encima de  $\mu$  la incorporamos a la contribución correspondiente a la sección eficaz partónica.

Como la física a escalas debajo de  $\mu$  está incluida en las pdfs, las mismas se vuelven dependientes de la escala:

$$F_2^{qq}(x, Q^2) = \sum_q e_q^2 \int_x^1 dx_p \frac{x}{x_p} f_q\left(\frac{x}{x_p}, \mu^2\right)$$

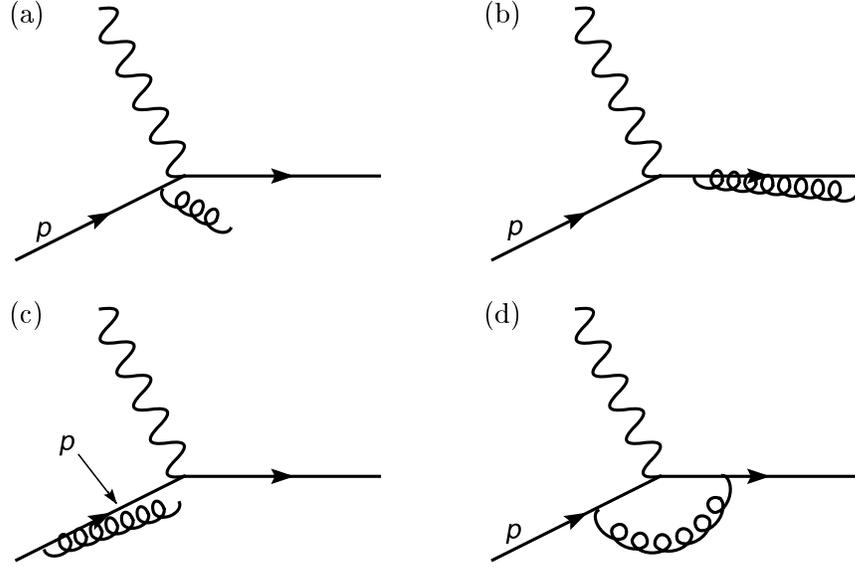


Figura 2.2: Contribuciones divergentes a DIS: (a)soft, (b) estado final colineal, (c) estado inicial colineal y (d) virtual.

$$\delta(1 - x_p) + \frac{\alpha_s}{2\pi}(P(x_p)\log(\frac{Q^2}{\mu^2}) + R'(x_p)) + O(\alpha_s^2), \quad (2.28)$$

donde  $R'(x_p)$  tiene incluidas correcciones de los diagramas virtuales finitos.

Todavía debemos analizar el tercer proceso  $eg \rightarrow eq\bar{q}$ . En este caso no hay singularidades “soft” o términos virtuales para cancelar, sólo tenemos singularidades colineales, que corresponden a procesos de dos pasos, en los cuales un gluón se separa en un par  $q\bar{q}$ , uno de las cuales interactúa con el bosón. Esta singularidad se absorbe en las funciones de distribución partónica universal para el gluón. Por lo tanto, tenemos una contribución adicional a la función de estructura:

$$F_2^{qg}(x, Q^2) = \sum_q e_q^2 \int_x^1 dx_p \frac{x}{x_p} f_g(\frac{x}{x_p}, \mu^2) \delta(1 - x_p) + \frac{\alpha_s}{2\pi}(P'(x_p)\log(\frac{Q^2}{\mu^2}) + Rg(x_p)) + O(\alpha_s^2). \quad (2.29)$$

Ahora bien, la función de estructura  $F_2$  no debe depender de la escala de factorización  $\mu$  introducida de forma arbitraria. En la siguiente sección discutiremos este punto.

### 2.3. Ecuaciones de evolución: DGLAP y la transformada de Mellin

Aunque las pdfs son fundamentalmente no perturbativas y no pueden ser predichas de primeros principios, la física a escalas cercanas a  $\mu^2$  puede ser descripta perturbativamente. Podemos entonces, calcular su dependencia en  $\mu^2$  dando su valor a alguna escala inicial  $\mu_0$ , y luego calcular su valor a toda escala más alta  $\mu$ .

Para ello, tenemos en cuenta que la sección eficaz y por lo tanto, la  $F_2$  no deben depender de  $\mu^2$ , con lo cual:

$$\mu^2 \frac{dF_2(x, Q^2)}{d\mu^2} = 0. \quad (2.30)$$

Si aplicamos esta condición a 2.24, obtenemos:

$$\mu^2 \frac{d}{d\mu^2} f_q(x, \mu^2) = \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{dx_p}{x_p} f_q\left(\frac{x}{x_p}, \mu^2\right) P(x_p) + O(\alpha_s^2). \quad (2.31)$$

La ecuación anterior se denomina la ecuación de evolución de *Dokshitzer–Gribov–Lipatov–Altarelli–Parisi* (DGLAP). Para entender su significado físico, reescribamos la función separación:

$$P(x) = C_F \left[ \frac{1+x^2}{1-x} + \frac{3}{2} \delta(1-x) \right] = C_F \left( \frac{1+x^2}{1-x} \right)_+, \quad (2.32)$$

obteniendo:

$$\begin{aligned} \mu^2 \frac{d}{d\mu^2} f_q(x, \mu^2) = & C_F \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{dx_p}{x_p} f_q\left(\frac{x}{x_p}, \mu^2\right) \frac{1+x^2}{1-x} - \\ & C_F \frac{\alpha_s}{2\pi} f_q(x, \mu^2) \int_0^1 dx_p \frac{1+x_p^2}{1-x_p}. \end{aligned} \quad (2.33)$$

El primer término representa el hecho de que la pdf  $f_q$  a un dado valor de  $x$  aumenta debido a quarks con mayor impulso  $x$ , reduciendo su fracción de momento al radiar gluones. El segundo término representa el hecho de que la pdf se reduce debido a los quarks con impulso  $x$ , reduciendo su fracción de impulso por radiar gluones. Si bien cada contribución es divergente, debido a la emisión soft de gluones ( $x_p \rightarrow 1$ ), ambas divergencias se cancelan exactamente en este límite, porque el número de quarks perdidos debido a la emisión soft de gluones es igual al número de quarks ganados.

Las ecuaciones de DGLAP son más sencillas de resolver en el espacio de momentos. Definiendo la transformada de Mellin para una función  $f(x)$  [16] como:

$$f_N = \int_0^1 dx x^{N-1} f(x), \quad (2.34)$$

y tomando, entonces, momentos a ambos lados de (2.31), obtenemos:

$$\begin{aligned} \mu^2 \frac{d}{d\mu^2} f_{qN}(\mu^2) &= \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_0^1 dx x^{N-1} \int_x^1 \frac{dx_p}{x_p} f_q\left(\frac{x}{x_p}, \mu^2\right) P(x_p) + O(\alpha_s^2) \\ &= \frac{\alpha_s}{2\pi} P_N f_{qN}(\mu^2). \end{aligned} \quad (2.35)$$

Se suele introducir la notación:

$$\gamma_N(\alpha_s) = \frac{\alpha_s}{2\pi} P_N + O(\alpha_s^2), \quad (2.36)$$

donde  $\gamma_N$  es conocida como la dimensión anómala. La solución de la ecuación (2.35) es sencilla, si asumimos que  $\alpha_s$  está fijo e imponemos condiciones de contorno a dados valores de  $f_{qN}$  a la escala inicial  $\mu_0$ :

$$f_{qN}(\mu^2) = f_{qN}(\mu_0^2) \left(\frac{\mu^2}{\mu_0^2}\right)^{\gamma_N(\alpha_s)}. \quad (2.37)$$

Teniendo en cuenta que la constante de acoplamiento de QCD se vuelve dependiente de la escala al renormalizar, de acuerdo con la ecuación del grupo de renormalización:

$$\mu^2 \frac{d}{d\mu^2} \alpha_s(\mu^2) = \beta(\alpha_s(\mu^2)) = -\frac{\beta_0}{2\pi} \alpha_s^2(\mu^2) + O(\alpha_s^3). \quad (2.38)$$

Y entonces obtenemos:

$$f_{qN}(\mu^2) = f_{qN}(\mu_0^2) \left(\frac{\alpha_s(\mu_0)}{\alpha_s(\mu)}\right)^{\frac{P_N}{\beta_0}}. \quad (2.39)$$

Teniendo la solución en el espacio de los momentos, queda sólo realizar la inversa de la transformada de Mellin para volver al espacio de  $x$ . Para ello, continuamos al plano complejo a  $f_{qN}$ :

$$f_q(x) = \frac{1}{2\pi i} \int_C dN f_{qN} x^N, \quad (2.40)$$

donde  $C$  es un contorno que corre paralelo al eje imaginario a la derecha de todos los polos (ver figura 2.3).

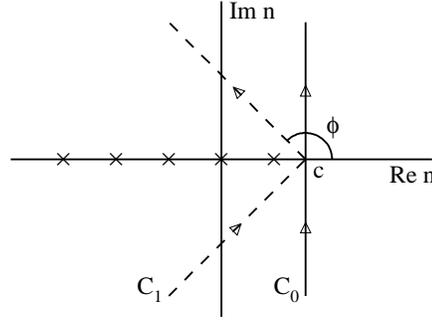


Figura 2.3: Contorno de integración para la inversa de la transformada de Mellin.

Ahora bien, si consideramos todas las contribuciones a la función de estructura  $F_2$  (ecuaciones 2.28 y 2.29), tenemos ahora 4 tipos de funciones de separación (ver figura 2.4). Las ecuaciones DGLAP se convierten en un conjunto de ecuaciones acopladas de la forma:

$$\mu^2 \frac{d}{d\mu^2} f_a(x, \mu^2) = \sum_b \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{dx_p}{x_p} f_b\left(\frac{x}{x_p}, \mu^2\right) P_{ab}(x_p) + O(\alpha_s^2), \quad (2.41)$$

donde a,b son índices que corren sobre quarks, antiquarks y gluones.

## 2.4. Dispersión inelástica en el caso polarizado

Desde fines de los años 80, mediciones de dispersión inelástica profunda polarizada, han permitido extender el análisis de las funciones de estructura y de las distribuciones partónicas al caso dependiente de espín [17].

Vamos a extender el análisis de DIS al caso polarizado [18]. Para ello, reescribimos el tensor leptónico y hadrónico de la ecuación (2.6). Así el tensor leptónico resulta ser:

$$l_{\mu\nu} = (k_\mu k'_\nu + k'_\nu k_\mu - k' \cdot k g_{\mu\nu}) + im \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \sigma^\alpha q^\beta. \quad (2.42)$$

En cuanto al tensor hadrónico, podemos separarlo en una parte simétrica, que contiene las funciones de estructura  $W_1$  y  $W_2$  del caso no polarizado, y una antisimétrica:

$$W_{\mu\nu}^A = M \epsilon_{\mu\nu\gamma\lambda} q^\gamma s^\lambda G_1 - \frac{1}{M} \epsilon_{\mu\nu\gamma\lambda} q^\gamma [p \cdot q s^\lambda - s \cdot q p^\lambda] G_2, \quad (2.43)$$

$$\begin{aligned}
 P_{qq}(x) &= C_F \left[ \frac{1+x^2}{(1-x)_+} + \frac{3}{2} \delta(1-x) \right] & P_{qg}(x) &= T_R \left[ x^2 + (1-x)^2 \right] \\
 P_{gq}(x) &= C_F \left[ \frac{1+(1-x)^2}{x} \right] & P_{gg}(x) &= C_A \left[ \frac{2x}{(1-x)_+} + 2 \frac{1-x}{x} + 2x(1-x) \right. \\
 & & & \left. + \beta_0 \delta(1-x) \right]
 \end{aligned}$$

Figura 2.4: Las cuatro funciones de separación de la evolución DGLAP.

donde  $G_1$  y  $G_2$  son las funciones de estructura polarizadas.

Debido a que el espín ocurre en la parte antisimétrica de ambos tensores, en la combinación  $L_{\mu\nu}W^{\mu\nu}$ , no aparecen términos que contengan sólo al espín del hadrón o del leptón. Por lo tanto para medir  $G_1$  o  $G_2$ , ambos deben estar polarizados.

En el caso de espines polarizados en la dirección del leptón incidente, se definen las secciones eficaces  $d\sigma_{\uparrow\uparrow}$  y  $d\sigma_{\uparrow\downarrow}$ , correspondientes al caso en que el haz y el blanco están polarizados paralelos o antiparalelos, respectivamente. La sección eficaz obtenida resulta ser:

$$\frac{d^2\sigma_{\uparrow\downarrow}(\uparrow)}{dQ^2 d\nu} = \pm \frac{2\alpha^2}{Q^2 E^2} [M G_1(E + E' \cos\theta) - Q^2 G_2] + \text{terminos no polarizados}. \quad (2.44)$$

Midiendo la diferencia entre las secciones eficaces para orientaciones de espín opuestas se puede obtener información sobre las funciones de estructura polarizadas  $G_1$  y  $G_2$ ,

$$\frac{d^2\sigma_{\uparrow\downarrow}}{dQ^2 d\nu} - \frac{d^2\sigma_{\uparrow\uparrow}}{dQ^2 d\nu} = \frac{4\alpha^2}{Q^2 E^2} [M G_1(E + E' \cos\theta) - Q^2 G_2] \quad (2.45)$$

Al igual que en el caso no polarizado, podemos escribir las funciones de estructura polarizadas, en el límite de Bjorken como:

$$g_1(x) = M^2 \nu G_1(Q^2, \nu) \quad g_2(x) = M \nu^2 G_2(Q^2, \nu), \quad (2.46)$$

y en el modelo de quarks-partones:

$$g_1(x) = \frac{1}{2} \sum_i e_i^2 (q_i^\uparrow(x) - q_i^\downarrow(x)) \equiv \frac{1}{2} \sum_i e_i^2 \Delta q_i(x)$$

$$g_1(x) + g_2(x) = \frac{1}{2Mx} \sum_i e_i^2 m_i (q_i^{T\uparrow}(x) - q_i^{T\downarrow}(x)) \quad (2.47)$$

En el modelo de partones,  $q_i^\uparrow$  y  $q_i^\downarrow$  corresponden a las probabilidades de hallar un quark en el nucleón, polarizado longitudinalmente con una fracción impulso  $x$  del nucleón y con helicidad paralela o antiparalela al espín del nucleón respectivamente. El índice  $T$  se refiere al caso en que partón y nucleón estén polarizados transversalmente. Como se puede observar,  $g_2$  no tiene una interpretación clara en el modelo de partones.

Ahora bien,  $\Delta q_i(x)$  es la diferencia de densidades para quarks polarizados paralelos o antiparalelos al espín del nucleón y da información sobre como se encuentra distribuido el espín del nucleón entre los quarks y los gluones que lo componen. La integral de la distribución en todo el rango posible de  $x$

$$\int_0^1 \Delta q_i(x) dx \equiv \delta q_i, \quad (2.48)$$

corresponde a la fracción del espín del protón llevada por los quarks de sabor  $i$ .

En realidad los datos que se miden en los experimentos, se refieren al cociente entre las secciones eficaces polarizadas y las no polarizadas, denominado asimetría:

$$A = \frac{d\sigma^{\uparrow\downarrow} - d\sigma^{\uparrow\uparrow}}{d\sigma^{\uparrow\downarrow} + d\sigma^{\uparrow\uparrow}} \quad (2.49)$$

Es conveniente definir las asimetrías de nucleón fotón virtual,  $A_1$  y  $A_2$ :

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{d\sigma_{1/2} - d\sigma_{3/2}}{d\sigma_{1/2} + d\sigma_{3/2}} = \frac{g_1 - (4M^2 x^2 / Q^2) g_2}{F_1} \\ A_2 &= \frac{\sigma_{TL}}{\sigma_T} = \frac{2Mx}{\sqrt{Q^2}} \frac{g_1 + g_2}{F_1}, \end{aligned} \quad (2.50)$$

donde  $d\sigma_{1/2}$  y  $d\sigma_{3/2}$  son las secciones eficaces totales de fotoabsorción cuando la proyección del momento angular total del fotón virtual mas el del nucleón en la dirección del fotón es  $1/2$  y  $3/2$  respectivamente. Por su parte,  $\sigma_T$  está totalmente definida por la relación  $\sigma_T = 1/2(d\sigma_{1/2} + d\sigma_{3/2})$  y  $\sigma_{TL}$  es el término correspondiente a la interferencia entre las amplitudes de polarización transversal y longitudinal de fotón - nucleón.

En términos de las mismas, la asimetría de la ecuación 2.49, resulta ser:

$$A = D(A_1 + \eta A_2), \quad (2.51)$$

donde,  $D$  y  $\eta$  son factores cinemáticos:

$$\begin{aligned} D &= \frac{E - \epsilon E'}{E(1 + \epsilon R)} \\ \eta &= \frac{\epsilon \sqrt{Q^2}}{(E - \epsilon E')}, \end{aligned} \quad (2.52)$$

con

$$\begin{aligned} \epsilon &= 1 + 2\left(1 + \frac{\nu^2}{Q^2}\right)tg^2(\theta/2) \\ R &= \frac{F_2}{2xF_1 - 1}\left(1 + \frac{4M^2x^2}{Q^2}\right) - 1 \end{aligned} \quad (2.53)$$

Analicemos  $A$  en el marco de las siguientes aproximaciones: los coeficientes  $\eta$  y  $A_2$  son pequeños y por lo tanto podemos escribir:

$$A \approx DA_1 \quad (2.54)$$

Como vemos, la asimetría  $A_1$  es el término dominante en la dispersión inelástica profunda con polarización longitudinal, siendo:

$$A_1 = \frac{2xg_1[1 + R]}{F_2} = \frac{g_1}{F_1}, \quad (2.55)$$

Las función de estructura  $g_1(x, Q^2)$  [19] puede ser descompuesta en una componente de sabor no singlete (NS) y una singlete (S):

$$g_1(x, Q^2) = g_{1,NS}(x, Q^2) + g_{1,S}(x, Q^2), \quad (2.56)$$

donde

$$g_{1,NS} = \frac{1}{2} \sum_q (e_q^2 - \langle e^2 \rangle)(\Delta q), \quad (2.57)$$

con  $\langle e^2 \rangle = \frac{1}{f} \sum_q e_q^2$ , donde  $f$  es el número de sabores y

$$g_{1,S} = \frac{1}{2} \langle e^2 \rangle \sum_q (\Delta q) \equiv \frac{1}{2} \langle e^2 \rangle \Delta\Sigma. \quad (2.58)$$

donde  $\Delta\Sigma$  es la combinación singlete y donde la suma corre sobre los sabores livianos  $u, d, s$ .

La dependencia en  $Q^2$  de las funciones de estructura y distribuciones partónicas polarizadas arriba definidas, se introduce dinámicamente debido a los procesos de radiación de gluones  $q \rightarrow qg$  y de gluones en el estado

inicial  $g \rightarrow q\bar{q}$ , al orden logarítmico dominante (LO) de QCD. Uno de los principales ingredientes que aporta la QCD es la aparición de distribuciones de gluones en el nucleón en la forma  $\Delta g(x, Q^2)$ . Debido a que las distribuciones partónicas individuales con helicidad definida  $f_{\uparrow\downarrow}$ , con  $f = q, \bar{q}, g$  son definidas positivas, su diferencia  $\Delta f$  tienen que satisfacer la condición de positividad:

$$|\Delta f(x, Q^2)| \leq f(x, Q^2) \quad (2.59)$$

En LO la distribución de gluón no contribuye directamente a la función de estructura  $g_1(x, Q^2)$ , sino a través de las ecuaciones de evolución DGLAP, es un singlete de sabor como  $\Delta\Sigma(x, Q^2)$ , ya que cada sabor de quarks sin masa es producido por gluones en la misma proporción.

Ahora bien, sólo las combinaciones de valencia no singletes de sabor  $\Delta q_{NS}$  evolucionan de la misma manera a LO:

$$\frac{d}{dt}\Delta q_{NS}(x, Q^2) = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi}\Delta P_{NS}^{(0)} \otimes \Delta q_{NS}, \quad (2.60)$$

con  $t = \ln\frac{Q^2}{Q_0^2}$ , con  $Q_0^2$  la escala inicial y tal que :

$$\frac{\alpha_s(Q^2)}{4\pi} \simeq \frac{1}{\beta_0 \ln\frac{Q^2}{\Lambda_{LO}^2}}, \quad (2.61)$$

donde  $\beta_0 = 11 - \frac{2}{3}f$ . La convolución  $\otimes$  está dada por

$$(P \otimes q)(x, Q^2) = \int_x^1 \frac{dy}{y} P\left(\frac{x}{y}\right) q(y, Q^2). \quad (2.62)$$

La función de separación no singlete a LO,

$$\Delta P_{NS}^{(0)}(x) = \Delta P_{qq}^{(0)}(x) \equiv P_{q\uparrow q\uparrow}^{(0)} - P_{q\downarrow q\uparrow}^{(0)}, \quad (2.63)$$

donde  $P_{q\uparrow(\downarrow)q\uparrow}^{(0)}$  corresponde a transiciones de un quark con helicidad positiva a uno con helicidad positiva (negativa), está dada por:

$$\Delta P_{qq}^{(0)}(x) = P_{qq}^{(0)}(x) = C_F \left(\frac{1+x^2}{1-x}\right)_+. \quad (2.64)$$

El hecho que  $P_{qq}^{(0)}$  resulte igual a la función de separación no polarizada es consecuencia de la conservación de helicidad.

Para el sector singlete de sabor, las ecuaciones de evolución a LO son acopladas e integro-diferenciales:

$$\frac{d}{dt}\Delta\Sigma(x, Q^2) = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi}(\Delta P_{qq}^{(0)} \otimes \Delta\Sigma + 2f\Delta P_{qg}^{(0)} \otimes \Delta g) \quad (2.65)$$

$$\frac{d}{dt}\Delta g(x, Q^2) = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi}(\Delta P_{gq}^{(0)} \otimes \Delta\Sigma + \Delta P_{gg}^{(0)} \otimes \Delta g) \quad (2.66)$$

Las funciones de separación  $\Delta P_{AB}^{(0)}$  están definidas en analogía con la ecuación 2.63.

La resolución de estas ecuaciones se puede realizar en el espacio de la transformada de Mellin, como en el caso no polarizado. Las ecuaciones de evolución en el espacio de los momentos son referidas como las ecuaciones del grupo de renormalización a LO. Los momentos de las funciones de separación  $\Delta P_{ij}^{(0)n}$  son llamados dimensiones anómalas, ya que determinan la dependencia logarítmica de  $Q^2$  de los momentos de las distribuciones partónicas y de la función de estructura  $g_1$  [19].

Una vez que las distribuciones partónicas son fijadas a una escala inicial  $Q_0^2$ , su evolución a cualquier valor de  $Q^2 > Q_0^2$  es única y está predicha por dinámica de QCD.

Los resultados a LO discutidos hasta aquí son originados al calcular las contribuciones logarítmicas  $O(\alpha_s)$  al orden cero del término desnudo  $\gamma * q \rightarrow q$  de  $g_1$ :

$$\begin{aligned} g_1(x, Q^2) = & \frac{1}{2} \sum_{q, \bar{q}} e_q^2 \left\{ \Delta q_0(x) + \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} \Delta q_0(y) [t\Delta P_{qq}^{(0)}\left(\frac{x}{y}\right) + \Delta f_q\left(\frac{x}{y}\right)] \right\} \\ & + \frac{1}{2} \left( \sum_{q, \bar{q}} e_q^2 \right) \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} \Delta g_0(y) [t\Delta P_{qg}^{(0)}\left(\frac{x}{y}\right) + \Delta f_g\left(\frac{x}{y}\right)], \end{aligned} \quad (2.67)$$

donde  $\Delta q_0$  y  $\Delta g_0$  son las distribuciones desnudas no renormalizadas, dependientes de la escala y las funciones  $f_q$  y  $f_g$  son las llamadas funciones coeficientes porque están relacionadas con términos independientes del  $\ln Q^2$ . En el LO se asume que dominan los términos de la forma  $t = \ln \frac{Q^2}{Q_0^2}$ .

El cálculo a LO es en general insuficiente, ya que ni el parámetro  $\Lambda$  en  $\alpha_s(Q^2)$  puede ser definido sin ambigüedad a este orden, ni uno puede probar la fiabilidad de los resultados, que requieren al menos el cálculo al orden siguiente al dominante NLO. A este orden, los términos finitos  $\Delta f_{q,g}$  en la ecuación 2.67 tienen que ser incluidos, así como también las contribuciones de dos loops a las funciones de separación  $\Delta P_{ij}^{(1)}(x)$ . Estas cantidades adicionales dependen del esquema de regularización que uno utilice para tratar

las divergencias. Si utilizamos regularización dimensional obtenemos:

$$\begin{aligned}
g_1(x, Q^2) = & \frac{1}{2} \sum_{q, \bar{q}} e_q^2 \left\{ \Delta q_0(y) + \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} \Delta q_0(x) \left[ \ln \frac{Q^2}{\mu^2} - \frac{1}{\epsilon} + \gamma_E - \ln 4\pi \right] \right. \\
& \left. \Delta P_{qq}^{(0)}\left(\frac{x}{y}\right) + \Delta C_q\left(\frac{x}{y}\right) \right\} \\
& + \frac{1}{2} \left( \sum_{q, \bar{q}} e_q^2 \right) \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} \Delta g_0(y) \left[ \ln \frac{Q^2}{\mu^2} - \frac{1}{\epsilon} + \gamma_E - \ln 4\pi \right] \\
& \Delta P_{qg}^{(0)}\left(\frac{x}{y}\right) + \Delta C_g\left(\frac{x}{y}\right) \Big], \quad (2.68)
\end{aligned}$$

donde el parámetro de regularización  $\mu$  usualmente se elige para que sea  $Q$ , y  $\Delta C_j$  son funciones conocidas como los coeficientes de Wilson [19]. Las distribuciones de quarks renormalizadas se definen entonces como:

$$\Delta q(x, Q^2) \equiv \Delta q_0 + \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \left( \ln \frac{Q^2}{\mu^2} - \frac{1}{\epsilon} + \gamma_E - \ln 4\pi \right) (\Delta q_0 \otimes \Delta P_{qq}^{(0)} + \Delta g_0 \otimes \Delta P_{qg}^{(0)}), \quad (2.69)$$

y hay una similar para la densidad de gluones. La ecuación 2.69 se refiere al esquema de factorización de *minima sustracción modificada*  $\overline{MS}$ , ya que el término  $\gamma_E - \ln 4\pi$  es absorbido, junto con  $-\frac{1}{\epsilon}$  en la definición de la distribución  $\Delta q(x, Q^2)$ . En este esquema la contribución de NLO a la función de estructura polarizada  $g_1$  resulta ser:

$$\begin{aligned}
g_1(x, Q^2) = & \frac{1}{2} \sum_q e_q^2 \{ \Delta q(x, Q^2) + \Delta \bar{q}(x, Q^2) \} \\
& + \frac{1}{2} \sum_q e_q^2 \left\{ \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} [\Delta C_q \otimes (\Delta q + \Delta \bar{q}) + 2\Delta C_g \otimes \Delta g] \right\} \quad (2.70)
\end{aligned}$$

Las distribuciones partónicas a NLO responden a las ecuaciones de evolución a NLO, donde están tenidas en cuenta las funciones de separación de dos loops  $\Delta P_{ij}^{(1)}$ . Así para el no singlete de sabor a NLO tenemos:

$$\frac{d}{dt} \Delta q_{NS\pm}(x, Q^2) = \Delta P_{NS\pm} \otimes \Delta q_{NS\pm}, \quad (2.71)$$

donde  $\Delta P_{NS\pm}$  es:

$$\Delta P_{NS\pm} = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \Delta P_{qq}^{(0)}(x) + \left( \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \right)^2 \Delta P_{NS\pm}^{(1)}(x), \quad (2.72)$$

y donde  $\alpha_s(Q^2)$  es la constante de acoplamiento calculada a NLO [20] Hay dos ecuaciones de evolución del no singlete de sabor independientes a NLO,

ya que hay transiciones adicionales entre diferentes sabores ( $u \rightarrow d$ ,  $u \rightarrow \bar{s}$ , etc) y mezcla de  $q\bar{q}$  que aparecen en diagramas de dos loops de orden  $\alpha_s^2$ . Entonces,  $\Delta q_{NS+}$  corresponde a combinaciones no singlete  $\Delta u - \Delta \bar{u} \equiv \Delta u_v$  y  $\Delta d - \Delta \bar{d} \equiv \Delta d_v$ , mientras que  $\Delta q_{NS-}$  corresponde a las combinaciones  $\Delta q + \Delta \bar{q}$ . Para el caso del esquema de factorización  $\overline{MS}$  las funciones de separación de dos loops del caso polarizado, coinciden con las del caso no polarizado  $\Delta P_{NS\pm}^{(1)} = P_{NS\pm}^{(1)}$ .

Las ecuaciones de evolución a NLO del singlete de sabor son similares a las de LO:

$$\frac{d}{dt}\Delta\Sigma(x, Q^2) = \Delta\hat{P} \otimes (\Delta\Sigma + \Delta g) \quad (2.73)$$

$$\frac{d}{dt}\Delta g(x, Q^2) = \Delta\hat{P} \otimes (\Delta\Sigma + \Delta g), \quad (2.74)$$

donde

$$\Delta\hat{P} = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi}\Delta\hat{P}^{(0)}(x) + \left(\frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi}\right)^2\Delta\hat{P}^{(1)}(x), \quad (2.75)$$

con  $\Delta\hat{P}^{(0)}(x)$  la matriz de 2x2 del LO y  $\Delta\hat{P}^{(1)}(x)$  una matriz de 4x4 que contiene las funciones de separación de dos loops  $\Delta P_{ij}^{(1)}$ ,  $ij = q, g$ . Como el caso del LO es conveniente trabajar en el espacio de los momentos de la transformada de Mellin para poder resolverlas analíticamente.

## 2.5. Procesos complementarios considerados en los ajustes globales

### 2.5.1. Proceso de Drell Yan

El proceso de Drell-Yan [22] consiste en la producción de un par leptónico en colisiones hadrón-hadrón:  $A + B \rightarrow l^+ l^- X$ , donde  $l$  es, por ejemplo, un muón. En la aproximación más baja de la teoría de perturbaciones, la reacción se puede describir a través de la aniquilación *quark - antiquark* en un par de leptones (Figura 2.5):  $q_{fh1} + \bar{q}_{fh2} \rightarrow l^+ l^-$ , donde el índice  $f$  denota el sabor del quark en consideración,  $h_i$  el hadrón correspondiente y  $x$  es la fracción de impulso del quark  $f$ .

El impulso total al cuadrado del subproceso, que coincide con la masa invariante al cuadrado del fotón producido, es  $Q^2 = (x_1 p_1 + x_2 p_2)^2$ , con  $p_i$  el impulso de cada hadrón respectivamente. La energía total al cuadrado de la colisión hadrón hadrón es  $s = (p_1 + p_2)^2$ , de lo cual vemos que despreciando la masa del hadrón tenemos  $Q^2 \simeq x_1 x_2 s$ .

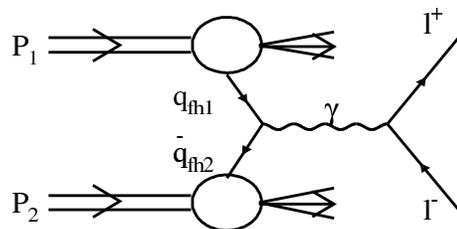


Figura 2.5: Proceso de Drell-Yan

En este proceso estamos sólo interesados por el par leptónico producido. Para ello calculamos primero la sección eficaz del subproceso como si los quarks fueran libres:

$$\sigma^{(0)}(q_{fh_1} + \bar{q}_{fh_2} \rightarrow l^+ l^-) = \frac{4\pi\alpha^2 Q_f^2}{3N_c Q^2}, \quad (2.76)$$

donde despreciamos las masas de los leptones y de los quarks  $f$  y el número de colores  $N_c$  aparece en el denominador porque sólo contribuyen quarks del mismo color. La sección eficaz completa del proceso la obtenemos multiplicando a  $\sigma^{(0)}$  por las densidades partónicas  $\bar{q}_{fh_1}(x_1)$ ,  $q_{fh_2}(x_2)$ , sumando sobre todos los sabores e integrando para todo  $x_1$  y  $x_2$  sujeto a la condición de conservación de energía e impulso  $Q^2 = (x_1 p_1 + x_2 p_2)^2$ :

$$\frac{d\sigma}{dQ^2} = \frac{4\pi\alpha^2 Q_f^2}{3N_c Q^2} \int_0^1 \frac{dx_1}{x_1} \int_0^1 \frac{dx_2}{x_2} \delta\left(1 - \frac{\tau}{x_1 x_2}\right) (q_{fh_1}(x_1)\bar{q}_{fh_2}(x_2) + q_{fh_2}(x_2)\bar{q}_{fh_1}(x_1)), \quad (2.77)$$

con  $\tau \equiv Q^2/s$ .

Si bien existen experiencias anteriores con blancos nucleares pesados y una con deuterio realizada en CERN aunque con muy poca estadística, en 1998 la colaboración E866 de Fermilab [23] presentó resultados de mediciones del cociente entre las secciones eficaces de Drell-Yan  $p + d$  y  $p + p$  (Figura 2.6). Los datos muestran que la sección eficaz por nucleón para  $p + d$  excede a  $p + p$  en un amplio rango cinemático.

En dicho rango, la sección eficaz de Drell-Yan está dominada por el proceso de aniquilación de un quark del haz con un antiquark del blanco. Este hecho, junto con la suposición de simetría de isospín entre neutrón y protón y la suposición de que las distribuciones partónicas del deuterio pueden ser expresadas como la suma de las distribuciones de protón y neutrón, lleva a

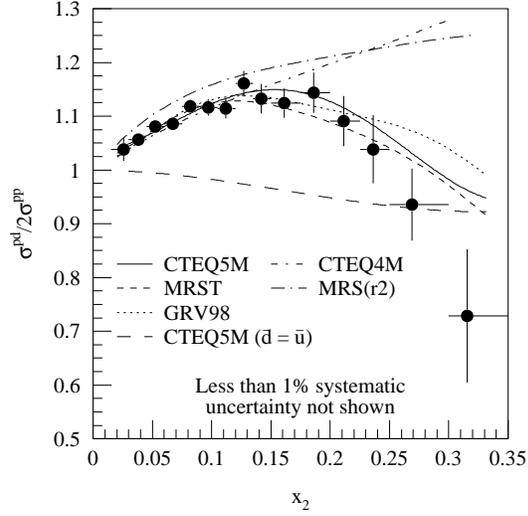


Figura 2.6: Datos obtenidos por la colaboración E866 y la predicción para el observable de las distribuciones de partones

la siguiente aproximación para la sección eficaz de Drell-Yan

$$\frac{\sigma^{pd}}{\sigma^{pp}} \approx \frac{\left(1 + \frac{1}{4} \frac{d_1}{u_1}\right)}{\left(1 + \frac{1}{4} \frac{d_1 \bar{d}_2}{u_1 \bar{u}_2}\right)} \left(1 + \frac{\bar{d}_2}{\bar{u}_2}\right), \quad (2.78)$$

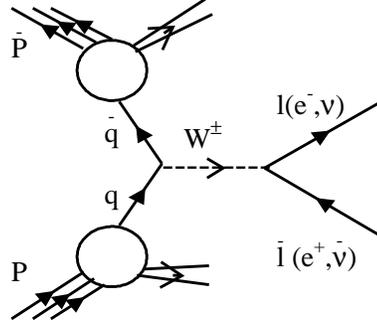
donde los subíndices 1 y 2 denotan que las distribuciones partónicas en el protón son funciones de las variables  $x_1$  y  $x_2$ , respectivamente.

Los resultados expuestos, sumados a la suposición de que existe simetría de isoespín entre neutrón y protón, y que las distribuciones partónicas del deuterio se consideran como suma de las de protón y neutrón, implican un exceso de  $\bar{d}$  sobre  $\bar{u}$ .

### 2.5.2. Asimetría de carga en la producción de bosones $W$

Un proceso interesante a considerar es el correspondiente a la asimetría de carga en la producción hadrónica de bosones  $W$ , que resulta sensible a la diferencia entre las distribuciones totales (valencia más mar) de quarks  $u$  y  $d$  en la región de  $x \sim 0,1$  y  $Q^2 \sim M_W^2$ .

El proceso donde colisionan *protón*( $p$ ) – *antiprotón*( $\bar{p}$ ) produce bosones  $W^+$  y  $W^-$ , que posteriormente decaen a un par *leptón*( $l^\pm$ ) – *neutrino leptónico* ( $\nu_l$ ), de acuerdo a la reacción:  $p\bar{p} \rightarrow W^\pm X \rightarrow l^\pm \nu_l X$  (Figura 2.7).

Figura 2.7: Producción de bosones  $W$ 

A orden más bajo, este proceso se genera por la aniquilación de quarks de sabor  $u$  ( $d$ ) del protón con quarks  $\bar{d}$  ( $\bar{u}$ ) provenientes del antiprotón [24]. Debido a que los quarks  $u$  llevan, en promedio, más impulso que los quarks  $d$ , debido al contenido partónico del protón, los bosones  $W^+$  tienden a seguir la dirección del protón entrante, mientras que los  $W^-$  la del antiprotón.

La sección eficaz del proceso se obtiene calculando el proceso partónico  $q\bar{q} \rightarrow l\nu_l$  (Figura 2.8), cuyo elemento de matriz resulta:

$$A = \bar{u}(k_1) \frac{-ig}{\sqrt{2}} \gamma^\mu \frac{(1 - \gamma_5)}{2} v(k_2) \frac{-g_{\mu\nu}}{Q^2 - M_W^2 + iM_W\Gamma_W} \bar{v}(p_2) \frac{-ig}{\sqrt{2}} \gamma^\nu \frac{(1 - \gamma_5)}{2} u(p_1), \quad (2.79)$$

donde  $Q^2 = q^2 = 2p_1 \cdot p_2 = 2k_1 \cdot k_2$ , y  $M_W$  es la masa del bosón  $W$ . Elevando al cuadrado, promediando sobre polarizaciones iniciales, y sumando sobre polarizaciones finales, obtenemos

$$\bar{A}^2 = \frac{g^4 p_1 \cdot k_1 p_2 \cdot k_2}{(Q^2 - M_W^2)^2 + M_W^2 \Gamma_W^2}. \quad (2.80)$$

Cabe aclarar que los cálculos y las mediciones de estos procesos se suelen realizar en función de una cantidad denominada *rapidez* ( $y$ ), definida tal que cumple que  $x_1 = M_W/\sqrt{s} \exp(y)$  y  $x_2 = M_W/\sqrt{s} \exp(-y)$ , donde  $x_1$  y  $x_2$  son las fracciones de impulso del quark(antiquark) provenientes del protón(antiprotón). Ahora bien, como la rapidity del  $W$  no está determinada experimentalmente debido a que no se conoce el impulso longitudinal del neutrino originado en su decaimiento, la variable utilizada es la rapidez del leptón cargado. Así al evaluar los productos internos del elemento de matriz al cuadrado de la ecuación 2.38, hay que distinguir cuatro casos, según la carga del leptón y el origen del quark:

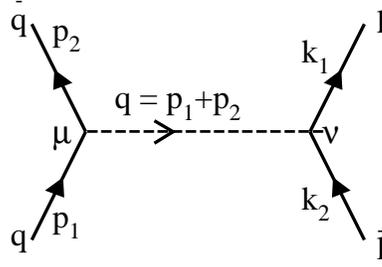


Figura 2.8: Proceso partónico considerado

1. Carga +, quark del protón:

$$\bar{A}_{+q}^2 = \frac{g^4 E^2 x_2^2 p_T^2 (\cosh y_l + \sinh y_l)^2}{(Q^2 - M_W^2)^2 + M_W^2 \Gamma_W^2} \quad (2.81)$$

2. Carga +, quark del antiprotón:

$$\bar{A}_{+q}^2 = \frac{g^4 E^2 x_1^2 p_T^2 (\cosh y_l - \sinh y_l)^2}{(Q^2 - M_W^2)^2 + M_W^2 \Gamma_W^2} \quad (2.82)$$

3. Carga -, quark del protón:

$$\bar{A}_{-q}^2 = \frac{g^4 E^2 x_1^2 p_T^2 (\cosh y_l - \sinh y_l)^2}{(Q^2 - M_W^2)^2 + M_W^2 \Gamma_W^2} \quad (2.83)$$

4. Carga -, quark del antiprotón:

$$\bar{A}_{-q}^2 = \frac{g^4 E^2 x_2^2 p_T^2 (\cosh y_l + \sinh y_l)^2}{(Q^2 - M_W^2)^2 + M_W^2 \Gamma_W^2}, \quad (2.84)$$

donde  $E$  es la energía de los nucleones en el sistema de referencia del centro de masa de los mismos y  $p_T$  es el impulso transversal del leptón.

Por otro lado el elemento de volumen en el espacio de fases correspondiente es:

$$dPS^{(2)} = (2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 - k_1 - k_2) \prod_i \frac{d^4 k_i}{(2\pi)^4}, \quad (2.85)$$

que expresada en función de las fracciones de impulso  $x_1$  y  $x_2$ , y la rapidez del leptón cargado queda:

$$dPS^{(2)} = \frac{1}{4\pi} \frac{x_1 x_2}{(x_1 (\cosh y_l - \sinh y_l) + x_2 (\cosh y_l + \sinh y_l))^2} dy_l. \quad (2.86)$$

Finalmente, tenemos que convolucionar con las funciones de distribución partónicas. Para esto, notemos que las combinaciones adecuadas de quarks son (con los ángulos de mezcla apropiados):

$$\begin{aligned} u + \bar{d}, u + \bar{s} &\longrightarrow W^+ \\ d + \bar{u}, s + \bar{u} &\longrightarrow W^- \end{aligned}$$

y dependiendo del origen del quark, tendremos que utilizar el elemento de matriz (sección eficaz) correspondiente:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma^+}{dy_l dx_1 dx_2} &= u(x_1)(\bar{d}(x_2) \cos \theta_C + \bar{s}(x_2) \sin \theta_C) \sigma_{+q} \\ &+ (\bar{d}(x_1) \cos \theta_C + \bar{s}(x_1) \sin \theta_C) u(x_2) \sigma_{+\bar{q}} \end{aligned} \quad (2.87)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma^-}{dy_l dx_1 dx_2} &= \bar{u}(x_1)(d(x_2) \cos \theta_C + s(x_2) \sin \theta_C) \sigma_{-q} \\ &+ (d(x_1) \cos \theta_C + s(x_1) \sin \theta_C) \bar{u}(x_2) \sigma_{-q}, \end{aligned} \quad (2.88)$$

donde  $\theta_c$  es el ángulo de Cabbibo que determina el acoplamiento débil con los distintos sabores de quarks [13].

Para integrar sobre  $x_1, x_2$ , debemos tener en cuenta los cortes cinemáticos implementados en el experimento (1,2 <  $|\eta|$ , 2,3) [25], ya que aparecerán restricciones en la región de integración. En particular, experimentalmente se introdujo un corte sobre el momento transversal mínimo  $k_T^{min}$ , y la integración debe realizarse en la región en que se satisface:

$$x_1 x_2 \sqrt{s} - k_T^{min} (x_1 (\cosh y_l - \sinh y_l) + x_2 (\cosh y_l + \sinh y_l)) > 0. \quad (2.89)$$

Con todas estas consideraciones y teniendo en cuenta que los bosones  $W^+$  tienden a seguir la dirección del protón entrante y los  $W^-$  la del antiprotón, podemos definir una cantidad denominada *asimetría de carga* como:

$$A(y_l) = \frac{d\sigma^+/dy_l - d\sigma^-/dy_l}{d\sigma^+/dy_l + d\sigma^-/dy_l}. \quad (2.90)$$

Esta asimetría está fuertemente vinculada con la pendiente de  $d(x)/u(x)$ , lo cual se hace evidente si calculamos la misma con un modelo simple en el cual sólo los quarks de valencia contribuyen a la sección eficaz correspondiente a las ecuaciones 2.45 y 2.46. Utilizando el hecho que las distribuciones de quarks del protón son iguales a las distribuciones de antiquarks del antiprotón  $q_p = \bar{q}_{\bar{p}}$  y suprimiendo la dependencia en la escala tenemos:

$$A(y) = \frac{u(x_1)d(x_2) - d(x_1)u(x_2)}{u(x_1)d(x_2) + d(x_1)u(x_2)} = \frac{R(x_2) - R(x_1)}{R(x_2) + R(x_1)}, \quad (2.91)$$

donde  $R(x) = d(x)/u(x)$ ,  $x_1 = x_0 \exp(y)$ ,  $x_2 = x_0 \exp(-y)$  y  $x_0 = M_W/\sqrt{s}$ . Ahora bien, para valores pequeños de  $y$  podemos hacer un desarrollo en serie de Taylor de  $x_{1,2}$ , de modo tal que:

$$A(y) \approx -y x_0 \frac{R'(x)}{R(x_0)}. \quad (2.92)$$

La asimetría es lineal en  $y$  para valores pequeños de esta variable, con un coeficiente que es proporcional a la pendiente de  $d(x)/u(x)$  evaluado en  $x = M_W \sqrt{s}$ . Si bien la asimetría se reduce al incluir contribuciones de quarks de mar y correcciones perturbativas de orden superior, sigue siendo sensible al cociente  $d/u$ .

En 1998, la colaboración CDF [25] del FERMILAB reanalizó los datos de un experimento realizado con anterioridad, que midió la asimetría de carga de  $W$  (Figura 2.9), encontrando precisamente que los resultados son sensibles al cociente  $u/d$  dentro del rango de  $x$  accesible por el Tevatron. En la Figura 2.7 se comparan los datos experimentales con los resultados obtenidos para la parametrización de las distribuciones de partones correspondientes a MRST 98 y GRV 98.

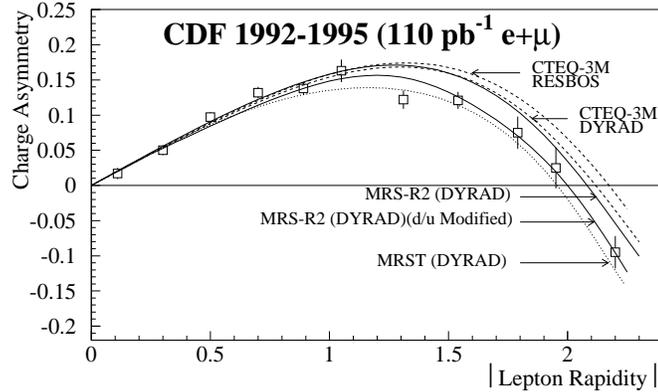


Figura 2.9: Datos de la asimetría de  $W$  y la predicción de distintos conjuntos de PDFs

### 2.5.3. Dispersión inelástica semi-inclusiva

Otro proceso que ayuda a obtener información más detallada acerca de la estructura de los nucleones, es la dispersión inelástica semi-inclusiva

(SIDIS), en donde en el estado final consideramos la producción de hadrones de quarks livianos, como piones, kaones o protones :

$$l + h \rightarrow l' + h' + X \quad (2.93)$$

En el caso no polarizado y en el marco del orden dominante LO de QCD, la sección eficaz del proceso está dada por:

$$\frac{d\sigma_N^h}{dxdydz} = Y_M \sum_{i=q,\bar{q}} c_i q_i(x) D_{h/i}(z) \quad (2.94)$$

donde  $c_i = 4\pi e_{q_i}^2 \alpha^2 / x(P+l)^2$  y  $Y_M = (1 + (1-y^2))/2y^2$ . Esta sección eficaz es diferencial en las variables cinemáticas:

$$x = \frac{Q^2}{2Pq}, \quad y = \frac{Pq}{Pl}, \quad z = \frac{E_h}{E_N(1-x)}, \quad (2.95)$$

donde  $q$  es el impulso transferido ( $-q^2 = Q^2$ ) y  $E_h$  y  $E_N$  son las energías del hadrón producido y del nucleón del blanco, respectivamente. Las *funciones de fragmentación*  $D_{h/i}(z, Q^2)$  representan la probabilidad de que un quark con sabor  $i$  se fragmente en un hadrón  $h$  llevando fracción  $z$  del impulso del quark padre  $i$ . A NLO la sección eficaz no se factoriza en  $x$  y  $z$ , y se tienen integrales dobles de convolución sobre las densidades partónicas, las funciones de fragmentación y los coeficientes de Wilson [26].

En el caso polarizado la sección eficaz a LO de QCD en las tres variables cinemáticas resulta ser similar a la no polarizada [27]:

$$\frac{d\Delta\sigma_N^h}{dxdydz} = \lambda Y_P \sum_{i=q,\bar{q}} c_i \Delta q_i(x) D_{h/i}(z), \quad (2.96)$$

donde  $\lambda$  es la helicidad del leptón,  $Y_P = (2-y)/y$  y  $\Delta\sigma_N^h$  denota la diferencia entre las secciones eficaces de blancos con helicidad opuesta.

Es común definir asimetrías de espín  $A_{1N}^h$ , proporcionales a la diferencia entre el número de eventos con orientación paralela y antiparalela al espín del leptón y del nucleón, que están dadas por:

$$A_{1N}^h = \frac{Y_m}{\lambda Y_P} \frac{\Delta\sigma_N^h}{\sigma_N^h}, \quad (2.97)$$

que en el modelo de partones naive se reduce a:

$$A_{1N}^h = \frac{\sum_i e_i^2 \Delta q(x) D_{h/i}(z)}{\sum_i e_i^2 q(x) D_{h/i}(z)}. \quad (2.98)$$

Este resultado es válido bajo la suposición que las funciones de fragmentación no dependen de la helicidad de los quarks. La idea es tomar las distribuciones no polarizadas  $q(x, Q^2)$  y las  $D_q^H$  de experimentos no polarizados y usarlas para medir las distribuciones polarizadas  $\Delta q(x, Q^2)$ . Usando diferentes blancos (protón, deuterio, helio) se miden diferentes combinaciones lineales de  $\Delta q(x, Q^2)$ .

Ahora bien, teniendo en cuenta que los análisis más recientes de distribuciones partónicas realizados en la aproximación NLO de los datos inclusivos, han demostrado la importancia de incluir estos efectos, resulta necesario incluirlos en el análisis de estos observables. Así en la aproximación a NLO de QCD, la sección eficaz polarizada tiene la siguiente expresión [28]:

$$\begin{aligned}
\frac{d\Delta\sigma_N^h}{dx dy dz} = \lambda_P \sum_{i=q,\bar{q}} c_i \left\{ \int \int_A \frac{du d\rho}{u \rho} \left\{ \Delta q_i\left(\frac{x}{u}, Q^2\right) D_{h/i}\left(\frac{z}{\rho}, Q^2\right) \delta(1-u)\delta(1-\rho) \right. \right. \\
+ \Delta q_i\left(\frac{x}{u}, Q^2\right) D_{h/i}\left(\frac{z}{\rho}, Q^2\right) \Delta C_{qq}(u, \rho) \\
+ \Delta q_i\left(\frac{x}{u}, Q^2\right) D_{h/g}\left(\frac{z}{\rho}, Q^2\right) \Delta C_{qg}(u, \rho) \\
+ \Delta g\left(\frac{x}{u}, Q^2\right) D_{h/i}\left(\frac{z}{\rho}, Q^2\right) \Delta C_{gq}(u, \rho) \left. \right\} \\
+ \int_B \frac{du}{u} (1-x) \left\{ \Delta M_{q_i}^h\left(\frac{x}{u}, (1-x)z, Q^2\right) \left( \delta(1-u) + \Delta C_q(u) \right) \right. \\
\left. + \Delta M_g^h\left(\frac{x}{u}, (1-x)z, Q^2\right) \Delta C_g(u) \right\} \left. \right\} \quad (2.99)
\end{aligned}$$

donde los  $\Delta C's$  son las funciones coeficientes a NLO, que son proporcionales a  $\alpha_s$  y las  $\Delta M_i^h$  son las funciones de fractura dependientes de espín. En la aproximación usual al proceso semi-inclusivo, la sección eficaz está expresada por una convolución entre las distribuciones partónicas y las funciones de fragmentación que tienen en cuenta el proceso de un partón que hadroniza en un estado final detectado. Esta aproximación sólo tiene en cuenta a los hadrones producidos en la región de fragmentación de la corriente, y que lleva a que a LO los hadrones puedan ser producidos sólo en la dirección hacia atrás. A órdenes mayores, encontramos singularidades colineales que no pueden ser abstraídas en las distribuciones partónicas ni en las funciones de fragmentación. Esto significa que hay contribuciones adicionales, que corresponden a procesos de fragmentación del blanco y que son incluidas en las funciones de fractura. Estas funciones se pueden pensar como la probabili-

dad de encontrar un quark de un dado sabor en un blanco ya fragmentado, resuelven el problema de la factorización y permiten una descripción a LO de hadrones producidos en la dirección hacia adelante. Si bien estos términos resultan cruciales al factorizar las divergencias colineales, una vez realizado el proceso, su contribución a la sección eficaz puede ser suprimida imponiendo cortes cinemáticos apropiados [27].

Teniendo en cuenta estas correcciones, podemos escribir la función de estructura polarizada para el caso semi-inclusivo  $g_1^{Nh}$  como:

$$g_1^{Nh}(x, z, Q) = \frac{1}{2} \sum_{q, \bar{q}} e_q^2 \left[ \Delta q(x, Q^2) D_q^H(z, Q^2) + \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \int_x^1 \frac{d\hat{x}}{\hat{x}} \int_z^1 \frac{d\hat{z}}{\hat{z}} \right. \\ \left. \begin{aligned} & \left\{ \Delta q\left(\frac{x}{\hat{x}}, Q^2\right) \Delta C_{q\bar{q}}^{(1)}(\hat{x}, \hat{z}, Q^2) D_q^H\left(\frac{z}{\hat{z}}, Q^2\right) + \right. \\ & \Delta q\left(\frac{x}{\hat{x}}, Q^2\right) \Delta C_{g\bar{q}}^{(1)}(\hat{x}, \hat{z}, Q^2) D_g^H\left(\frac{z}{\hat{z}}, Q^2\right) + \\ & \left. \Delta g\left(\frac{x}{\hat{x}}, Q^2\right) \Delta C_{qg}^{(1)}(\hat{x}, \hat{z}, Q^2) D_q^H\left(\frac{z}{\hat{z}}, Q^2\right) \right\} \right], \end{aligned} \quad (2.100)$$

y la asimetría correspondiente, integrada en una región de  $z$  resulta ser:

$$A_1^{Nh}(x, Q^2) |_Z \simeq \frac{\int_Z dz g_1^{Nh}(x, z, Q^2)}{\int_Z dz F_1^{Nh}(x, z, Q^2)}, \quad (2.101)$$

donde la  $F_1^{Nh}$  es la función de estructura no polarizada.

El cálculo de las funciones de estructura semi-inclusivas implica integrales de convolución en el espacio de  $\hat{x}$  y  $\hat{z}$ . Para evitarlas, podemos pasar al espacio de momentos en ambas variables como se sugiere en [54], donde las integrales de convolución se reducen a productos de los momentos de las densidades partónicas, definidos como en la ecuación 2.34, los momentos de las funciones de fragmentación:

$$\Delta D_i^{hm}(Q^2) \equiv \int_0^1 dx x^{m-1} \Delta D_i^h(z, Q^2), \quad (2.102)$$

y la transformada doble de Mellin de las funciones coeficientes  $\Delta C_{ij}^{(1)}(x, z, Q^2)$  definidas por:

$$\Delta C_{ij}^{(1),nm}(Q^2) \equiv \int_0^1 dx x^{n-1} \int_0^1 dz z^{m-1} \Delta C_{ij}^{(1)}(x, z, Q^2). \quad (2.103)$$

Estos coeficientes pueden ser escritos como en [55]:

$$\begin{aligned} \Delta C_{qq}^{(1),nm}(Q^2) &= C_F \left[ -8 - \frac{1}{m^2} + \frac{2}{(m+1)^2} + \frac{1}{n^2} + \frac{(1+m+n)^2 - 1}{m(m+1)n(n+1)} \right. \\ &\quad \left. + [S_1(m) + S_1(n)] \left\{ S_1(m) + S_1(n) - \frac{1}{m(m+1)} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{1}{n(n+1)} \right\} + 3S_2(m) - S_2(n) \right] \end{aligned} \quad (2.104)$$

$$\begin{aligned} \Delta C_{gq}^{(1),nm}(Q^2) &= C_F \left[ \frac{2 - 2m - 9m^2 + m^3 - m^4 + m^5}{m^2(m-1)^2(m+1)^2} \right. \\ &\quad \left. + \frac{2m}{n(m+1)(m-1)} - \frac{2-m+m^2}{m(m+1)(m-1)(n+1)} \right. \\ &\quad \left. - \frac{2+m+m^2}{m(m+1)(m-1)} [S_1(m) + S_1(n)] - \frac{2}{(m+1)n(n+1)} \right] \end{aligned} \quad (2.105)$$

$$\Delta C_{qg}^{(1),nm}(Q^2) = T_R \frac{n-1}{n(n+1)} \left[ \frac{1}{m-1} - \frac{1}{m} + \frac{1}{n} - S_1(m) - S_1(n) \right], \quad (2.106)$$

donde hemos utilizado como escalas de factorización y renormalización a  $Q^2$ . Como es usual,  $C_F = 4/3$ ,  $T_R = 1/2$ , y

$$S_i(n) \equiv \sum_{j=1}^n \frac{1}{j^i}. \quad (2.107)$$

## Capítulo 3

# Ajustes globales de QCD

En el contexto de la Cromodinámica Cuántica perturbativa, el cálculo de secciones eficaces de interacción a alta energía descansa en dos ingredientes básicos: el primero es la sección eficaz partónica de dispersión, calculable perturbativamente y que involucra a los partones fundamentales, leptones y bosones de gauge, y el segundo son las densidades de probabilidad partónicas de los hadrones que interactúan en el proceso considerado. El conocimiento de estas *funciones de distribución partónicas* deriva del análisis de una gran variedad de datos existentes de los distintos experimentos de dispersión dura. En este capítulo describiremos las generalidades de un ajuste global y el análisis de sus incertezas.

### 3.1. Generalidades de los ajustes globales

Como ya dijimos, QCD predice la dependencia en energía de las distribuciones partónicas a partir de las ecuaciones de DGLAP, pero no aporta mayor información sobre la dependencia en  $x$  de las mismas. Por ello es necesario proponer algún tipo de parametrización a una escala de energía inicial  $Q_0^2$ . La parametrización más común consiste en formas funcionales del tipo:

$$x q(x, Q_0^2) = N_q x^{\alpha_q} (1 - x)^{\beta_q} (1 + \gamma_q \sqrt{x} + \delta_q x), \quad (3.1)$$

donde  $q$  representan a las funciones de distribución partónica en el nucleón, y  $\alpha_q$ ,  $\beta_q$ ,  $\gamma_q$  y  $\delta_q$  son el conjunto de parámetros a ser ajustados en el proceso, que llamaremos  $a$ .

Dado que los datos experimentales están a distintos valores de  $x$  y  $Q^2$ , el ajuste de los parámetros debe hacerse en varias etapas:

1. tomando las parametrizaciones a la escala inicial  $Q_0^2$ , en términos de un conjunto inicial de parámetros, y evolucionándolas hasta la escala del dato experimental que se quiere reproducir.
2. Comparando la predicción calculada con las parametrizaciones, con el dato experimental para el observable correspondiente.
3. Modificando ligeramente los parámetros según alguna estrategia de optimización y repitiendo los pasos 1) y 2).

La evolución mencionada en el primer paso se realiza teniendo en cuenta las ecuaciones de DGLAP. Como ya mencionáramos en el capítulo anterior, la resolución de las mismas se realiza en el espacio de Mellin. El procedimiento que acabamos de describir se realiza en forma numérica, a través de la incorporación de una subrutina de evolución al algoritmo que realiza el ajuste de los parámetros. La subrutina calcula los momentos de los núcleos de las ecuaciones de DGLAP al comenzar el ajuste y los almacena para utilizarlos en cada iteración. Para cada conjunto de parámetros que va considerando el ajuste al tratar de lograr la convergencia deseada, toma los momentos de las distribuciones de partones, alrededor de 180 momentos, multiplica por los momentos de los núcleos e invierte la transformada de Mellin para volver al espacio  $x$  y así calcular los observables que se quieren ajustar.

A partir del análisis de la variación de la convergencia entre la predicción y los datos experimentales se vuelven a modificar los parámetros iterando el procedimiento hasta alcanzar el grado de convergencia deseada.

Existe una variedad de estrategias que se pueden emplear para realizar el ajuste, una de las principales es el análisis del  $\chi^2$ . La más simple elección para la función  $\chi^2$  sería:

$$\chi^2(a) = \sum_i^N \frac{[D_i - T_i(a)]^2}{\sigma_i^2}, \quad (3.2)$$

donde  $a$  es el conjunto de parámetros,  $D_i$  los datos del experimento  $i$ ,  $T_i(a)$  la predicción teórica para el observable  $i$  y  $\sigma_i^2$  el error de cada dato. La minimización de la función  $\chi^2(a)$  permite obtener los valores de los parámetros para los cuales la teoría ajusta a los datos experimentales.

Ahora bien, en un ajuste global, se incluyen varios observables de distintos experimentos. Por lo tanto es preciso definir una función  $\chi^2$  efectiva, que tenga en cuenta los diferentes conjuntos de datos incluidos en el ajuste,

$$\chi_{global}^2 = \sum_n \omega_n \chi_n^2(a), \quad (3.3)$$

donde  $n$  da cuenta de los distintos experimentos y  $\omega_n$  es un posible factor de peso que puede ser necesario para tener en cuenta consideraciones físicas o alguna otra información que conozcamos a priori.

Presentamos a continuación los resultados de un ajuste global a LO y NLO de datos no polarizados que nos va a permitir ejemplificar las ideas hasta aquí expuestas [29].

Cuadro 3.1: Conjunto de datos.

<i>Proceso</i>	<i>Experimento</i>	<i>Observable</i>	<i>Refs.</i>
DIS	<i>BCDMS</i>	$F_2^p, F_2^d$	[30]
	<i>E665</i>	$F_2^p, F_2^d$	[31]
	<i>H1, ZEUS</i>	$F_2^p$	[32, 33]
	<i>NMC</i>	$F_2^p, F_2^d$	[34]
	<i>SLAC</i>	$F_2^p$	[35]
	<i>CCFR</i>	$F_2^\nu, xF_3^\nu$	[36]
	<i>HERA</i>	$F_L$	[32, 33]
	<i>NMC</i>	$F_L$	[34]
	<i>HERA</i>	$F_2^c$	[37]
	<i>EMC</i>	$F_2^c$	[38]
SIDIS	<i>HERMES</i>	$\frac{d-\bar{u}}{u-d}$	[39]
Drell-Yan	<i>E866</i>	$\frac{\sigma_{pd}}{2\sigma_{pp}}$	[23]
	<i>E605</i>	$\sigma_{pCu}$	[40]
	<i>E772</i>	$\sigma_{pd}$	[41]
Prompt Photon production	<i>WA70</i>	$\sigma_\gamma$	[42]
	<i>E706</i>	$\sigma_\gamma$	[43]
Producción top	<i>CDF</i>	$\sigma_{t\bar{t}}$	[44]
	<i>D0</i>	$\sigma_{t\bar{t}}$	[45]
$W^+ W^-$ Asimetría	<i>CDF</i>	$\frac{\sigma_{\ell^+} - \sigma_{\ell^-}}{\sigma_{\ell^+} + \sigma_{\ell^-}}$	[25]

La parametrización de las distribuciones partónicas propuesta a la escala inicial  $Q^2 = Q_0^2 = 1\text{GeV}^2$ , en el esquema de renormalización  $\bar{M}S$  es:

$$x u_v = A_u x^{\eta_1} (1-x)^{\eta_2} (1 + \epsilon_u \sqrt{x} + \gamma_u x) \quad (3.4)$$

$$x d_v = A_d x^{\eta_3} (1-x)^{\eta_4} (1 + \epsilon_d \sqrt{x} + \gamma_d x) \quad (3.5)$$

$$x S = A_S x^{-\lambda_S} (1-x)^{\eta_S} (1 + \epsilon_S \sqrt{x} + \gamma_S x) \quad (3.6)$$

$$x g = A_g x^{-\lambda_g} (1-x)^{\eta_g} (1 + \epsilon_g \sqrt{x} + \gamma_g x). \quad (3.7)$$

Se supone que la estructura de sabor del mar de quarks livianos a esta escala está dada por:

$$2\bar{u} = 0,4S - \Delta \quad (3.8)$$

$$2\bar{d} = 0,4S + \Delta \quad (3.9)$$

$$2\bar{s} = 0,2S \quad (3.10)$$

donde  $\Delta$  especifica la diferencia entre  $\bar{d}$  y  $\bar{u}$ :

$$x\Delta \equiv x(\bar{d} - \bar{u}) = A_{\Delta}x^{\eta_{\Delta}}(1-x)^{\eta_S+2}(1 + \gamma_{\Delta}x + \delta_{\Delta}x^2). \quad (3.11)$$

Este tipo de suposición para las distribuciones de mar era necesaria en los primeros ajustes, debido a que no se contaba con datos suficientes para determinar las densidades de mar con suficiente precisión. Los datos relevantes para restringir el mar de quarks provienen de las mediciones de las asimetrías en procesos de Drell-Yan en colisiones protón-protón y protón-neutrón. El experimento pionero de este tipo, la colaboración NA51, midió la asimetría a un valor de  $x = 0,18$ . Luego la colaboración E866 de Fermilab presentó resultados para un rango de valores de  $x$ . Los datos indican que para valores de  $x < 0,2$  se obtienen valores  $\Delta x > 0$ .

Además de la parametrización para las PDFs a escala inicial, es necesario establecer los parámetros de QCD con los cuales se realiza el ajuste. La mejor descripción de este análisis global utiliza para el parámetro de QCD  $\Lambda_{\overline{MS}} = 300\text{MeV}$ , que corresponde a  $\alpha_s(M_Z^2) = 0,1175$ . Por otro lado, hay una serie de restricciones que se tienen en cuenta, como cortes en las variables cinemáticas de los datos a ser ajustados, reglas de suma que se deben cumplir, tratamiento de sabores pesados.

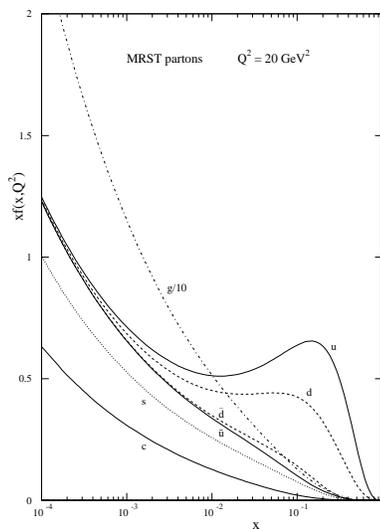
Los datos incluídos en este ajuste se muestran en la tabla 3.1, y corresponden a mediciones de dispersión inelástica profunda no polarizada de leptones y neutrinos sobre blancos nucleares, prompt photon production, procesos de Drell Yan, dispersión inelástica semi-inclusiva, asimetría de carga en la producción de bosones  $W$ , producción de jets y producción de quarks top.

Del ajuste global de QCD a los datos considerados, se obtienen los valores de los parámetros, a través de la minimización de la función  $\chi^2$ . La tabla 3.2 muestra los  $\chi^2$  obtenidos y el número de puntos para cada conjunto de datos. La figura 3.1 muestra la forma funcional de las distribuciones partónicas obtenidas por este ajuste.

Una vez obtenidas las distribuciones, se pueden calcular los observables y compararlos con los datos experimentales. Así por ejemplo la figura 3.2

Cuadro 3.2: Valores de  $\chi^2$  para cada conjunto de datos incluidos en el ajuste

<i>Conjunto de datos</i>	<i>No. de datos</i>	$\chi_i^2$
H1 $ep$	221	164
ZEUS $ep$	204	269
BCDMS $\mu p$	174	248
NMC $\mu p$	130	141
NMC $\mu d$	130	101
SLAC $ep$	70	119
E665 $\mu p$	53	59
E665 $\mu d$	53	61
CCFR $F_2^{\nu N}$	66	93
CCFR $F_3^{\nu N}$	66	68
NMC $n/p$	163	186

Figura 3.1: Distribuciones partónicas a  $Q^2 = 20 \text{ GeV}^2$ .

muestra la descripción de los datos de  $F_2^p$  a valores bajos de  $x$  comparado con los datos de HERA y la figura 3.3 la predicción para el observable de

Drell Yan medido por la Colaboración E866 de Fermilab.

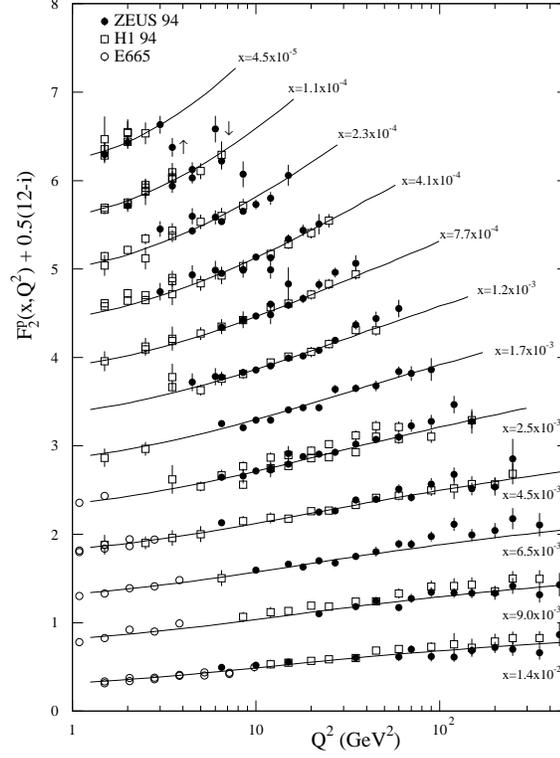


Figura 3.2:  $F_2^p$  comparada con los datos de HERA.

### 3.2. Incertezas en las predicciones de las PDFs

Utilizaremos la función  $\chi_{global}^2(a)$  para explorar un entorno del mejor ajuste obtenido, para generar una muestra de distribuciones partónicas que permitirán estudiar la incerteza en la predicción de un proceso físico específico de interés.

El método de los multiplicadores de Lagrange [46] es una extensión del procedimiento de minimización de la función  $\chi^2$ , que relaciona el rango de

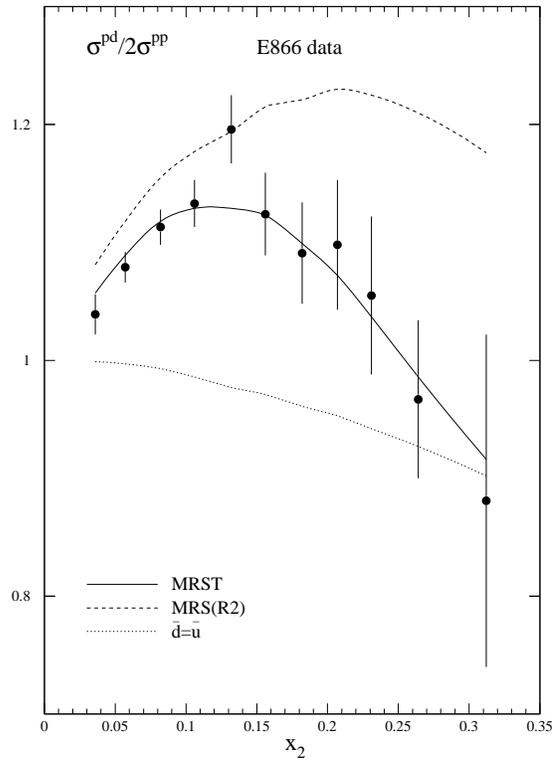


Figura 3.3: Predicción de MRST para el observable de E866 .

variación de un observable físico  $X$  dependiente de las funciones de distribución partónica con la variación de la función  $\chi_{global}^2(a)$  que es usado para evaluar la bondad de un ajuste de PDFs a datos experimentales y a la QCD perturbativa.

Comenzamos realizando el análisis global descrito en la sección anterior, minimizando la función  $\chi_{global}^2(a)$ , y generando el conjunto de PDFs que representan la mejor estimación consistente con los datos experimentales y la teoría, que llamaremos  $S_0$ . Los valores de los parámetros que caracterizan a este conjunto serán  $a^{(0)}$ , y el mínimo absoluto de la función  $\chi_{global}^2(a)$  será  $\chi_0^2$ . Supongamos que  $X$  es una variable física de interés particular, que depende de las PDFs y que su predicción es  $X_0 = X(a^{(0)})$ . A través del

método de los multiplicadores de Lagrange determinaremos como aumenta el mínimo de la función  $\chi_{global}^2(a)$ , es decir, como decrece la calidad del ajuste del conjunto de datos, a medida que  $X$  se desvía de su valor mejor estimado  $X_0$ . Para ello introducimos un multiplicador de lagrange  $\lambda$ , y minimizamos la función:

$$\Psi(\lambda, a) = \chi_{global}^2(a) + \lambda X(a), \quad (3.12)$$

con respecto al conjunto de parámetros  $a$  para valores fijos de  $\lambda = \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_M$ . Para cada valor específico  $\lambda_\alpha$  el mínimo de  $\Psi(\lambda_\alpha, a)$  corresponde a un conjunto de parámetros  $a_{min}(\lambda_\alpha)$ , para los cuales se evalúan el observable  $X$  y el  $\chi_{global}^2$  correspondiente. El resultado  $a_{min}(\lambda_\alpha)$  es un ajuste restringido con  $X$  restringido a ser  $X_\alpha$ , donde el conjunto de PDFs será  $S_\alpha$ . Repetimos el proceso para distintos valores de  $\lambda$ , dando lugar a:

$$\lambda_\alpha \rightarrow \min[\Psi(\lambda_\alpha, a)] \rightarrow a_{min}(\lambda_\alpha) \rightarrow X_\alpha \text{ y } \chi_{global,\alpha}^2, \quad (3.13)$$

con  $\alpha = 1, 2, 3, \dots, M$ . El resultado es una relación paramétrica entre  $X$  y  $\chi_{global}^2$ , a través de  $\lambda$ , a la que denotamos como  $\chi_{global}^2$ , de modo tal que  $\chi_{global}^2(X_\alpha) = \chi_{global,\alpha}^2$  es el mínimo de  $\chi_{global}^2$  cuando  $X$  está restringido a ser  $X_\alpha$ . El mínimo absoluto de la función  $\chi_{global}^2$ ,  $\chi_0^2$ , es el mínimo de  $\Psi(\lambda = 0, a)$ , que ocurre para  $a = a^{(0)}$ .

Así el procedimiento genera un conjunto de PDFs a lo largo de la curva de máxima variación de la variable física  $X$  en el espacio de parámetros de las PDFs. Estos conjuntos de PDFs  $S_\alpha$  son lo que se necesita para evaluar el rango de variación de  $X$  permitido por los datos experimentales.

Ahora bien,  $\chi_{global}^2(X)$  es el valor más bajo que puede tomar la función  $\chi_{global}^2(a)$  para el valor  $X$  del observable, donde  $\chi_{global}^2(a)$  representa nuestra medida de la bondad del ajuste global a los datos experimentales. Entonces, el rango permitido de valores de  $X$ ,  $X_0 - \Delta X$  a  $X_0 + \Delta X$ , corresponde a una dada tolerancia en la bondad del ajuste  $\Delta\chi_{global}^2 = \chi_{global}^2 - \chi_0^2$ , puede ser determinado examinando un gráfico de  $\chi_{global}^2$  versus  $X$  (ver figura 3.4).

El método puede ser generalizado para estudiar las incertezas de un conjunto de observables físicos ( $X_1, X_2, \dots$ ) introduciendo multiplicadores de Lagrange separados para cada observable.

### 3.3. Test de la bondad de un ajuste de varios conjuntos de datos

Además de estimar los errores en los ajustes, es importante evaluar si los ajustes obtenidos son realmente buenos en algún sentido.

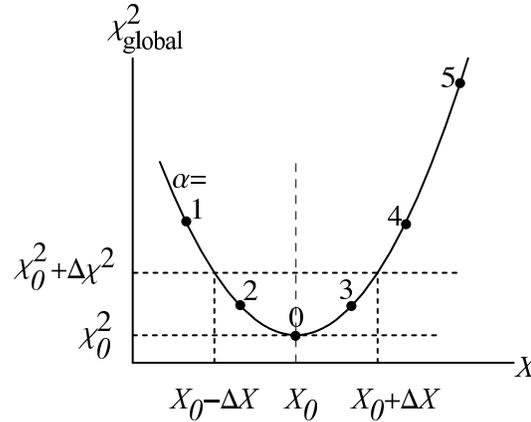


Figura 3.4: Variación del  $\chi^2_{\text{global}}$  versus  $X$

El requerimiento más simple para determinar que un ajuste es bueno, consiste en permitirle al  $\chi^2$  un rango de variación de  $\sqrt{2N}$ , con  $N$  el número de grados de libertad, criterio denominado *testeo de hipótesis*. Sin embargo este criterio está lejos de ser el óptimo, ya que un subconjunto pequeño de datos puede estar mal ajustado, pero su contribución al  $\chi^2_{\text{global}}$  puede ser demasiado chico como para ser significativo. Por lo tanto es necesario fijar un criterio más restrictivo que tenga en cuenta este tipo de situaciones.

Por otro lado, si la teoría tiene un parámetro a ser ajustado de los datos, el error de 1 desviación estándar en el parámetro está dado por una desviación del  $\chi^2$  en una unidad con respecto a su valor mínimo. Llamamos a este criterio de *ajuste de parámetro* [8].

Si queremos evaluar la bondad de un ajuste de un conjunto de datos experimentales, debemos examinar no sólo el  $\chi^2_{\text{global}}$ , sino también cada  $\chi^2_i$  correspondiente a cada subconjunto de datos. Para ello hay que considerar un criterio más restrictivo, que resulta ser una versión del *criterio de ajuste de parámetros*.

Dada la definición del  $\chi^2_{\text{global}}(a)$  (ver ecuación 3.3), nos preguntamos si el ajuste es improbable a algún nivel,  $c\% = 5\%, 10\%$ , debajo del cual la investigación esta garantizada. Una vez realizado el ajuste y encontrado el mejor conjunto de parámetros  $a^{(0)}$  con  $\chi^2_{\text{global}}(a^{(0)})$ , la propuesta es la siguiente:

- Si el  $\chi^2_{\text{global}}(a^{(0)})$  es demasiado alto de acuerdo al *criterio de testeo de hipótesis*, entonces el ajuste es malo.
- Con el mismo criterio, evaluamos cada uno de los  $\chi^2_i(a^{(0)})$  correspon-

dientes a cada subconjunto de datos experimentales.

- Definimos una región de bondad del ajuste global donde  $\chi_{global}^2(a) - \chi_{global}^2(a^{(0)})$  es aproximadamente menor a  $\sqrt{2N}$ , donde  $N$  es el número total de datos experimentales, de forma tal que excluimos valores de los parámetros que estén muy lejos de esta región.
- Mediante el método de multiplicadores de Lagrange descrito en la sección anterior, buscamos los mínimos valores de cada  $\chi_i^2 = \chi_{i,min}^2$  correspondientes a los subconjuntos de datos, dentro de la región antes definida.
- Calculamos la diferencia  $\chi_i^2(a^{(0)}) - \chi_{i,min}^2$ . Si uno o más está por encima de un límite establecido para ajustes malos, en el sentido del *criterio de ajuste de parámetro*, entonces el ajuste es malo.

Una forma de exponer los resultados obtenidos consiste en graficar  $\chi_i^2$  versus  $\chi_{global}^2$ . De esta forma se obtienen curvas del  $\chi_i^2$  para cada experimento particular contra el  $\chi^2$  total y se puede visualizar cual es el grado de acuerdo de cada experimento con el ajuste global.

Las curvas se obtienen de aplicar el método de multiplicadores de Lagrange, minimizando una función:

$$f_{\lambda}(a) = \lambda \chi_i^2(a) + \chi_{global}^2(a), \quad (3.14)$$

para varios valores del parámetro  $\lambda$ . Cada valor de  $\lambda$  considerado da un punto de la curva  $\chi_i^2$  vs.  $\chi_{global}^2$ .

La situación más común es que el  $\chi_i^2$  decrezca suavemente con el  $\chi_{global}^2$ , ya que un experimento, generalmente determina una fracción de los parámetros en el ajuste global. Una curva creciente de  $\chi_i^2$  con  $\chi_{global}^2$  sólo ocurrirá si el subconjunto de datos  $i$  restringen significativamente a todos los parámetros.

## Capítulo 4

# Asimetría de sabor en el mar de quarks en el caso no polarizado

En este capítulo aplicamos la técnica de los multiplicadores de Lagrange al problema de la ruptura de simetría del mar de quarks en el protón, como lo indican los últimos experimentos realizados. Expondremos los resultados de un ajuste global a LO de un conjunto de datos que incluyen dichas mediciones, analizando su impacto en la extracción de las distribuciones partónicas y la consistencia de dicho ajuste.

### 4.1. Ruptura de simetría de sabor del mar de quarks

Los primeros ajustes globales de datos no polarizados se hacían bajo la suposición de simetría de sabor en el mar de quarks livianos  $\bar{u} = \bar{d}$ .

En 1991 la colaboración NMC de CERN presentó mediciones de dispersión inelástica profunda de muones sobre blancos de hidrógeno y deuterio [47] y obtuvo resultados que sugerían que el contenido de quarks  $\bar{d}$  en el protón era más grande que el de quarks  $\bar{u}$ . Desde ese entonces, hay un creciente interés en este tema, no sólo para verificar la ruptura de la simetría de sabor en el mar de quarks, sino también para lograr una determinación precisa del cociente  $\bar{d}/\bar{u}$ , como requieren los análisis globales de QCD que permiten extraer las distribuciones partónicas.

Recientemente, la colaboración E866/NuSea de Fermilab presentó los resultados finales correspondientes al análisis de la totalidad del conjunto de datos de Drell Yan provenientes de la colisión de un haz de protones de

800GeV/c sobre blancos de hidrógeno y deuterio. Estas mediciones tenían como objetivo obtener el cociente  $\bar{d}/\bar{u}$  con gran precisión.

Es interesante notar que las restricciones en las densidades de mar de quarks que provienen de distintas mediciones de la asimetría no son necesariamente equivalentes y, eventualmente, influyen de manera distinta en la extracción de las distribuciones partónicas. Estas diferencias son más notables cuando se comparan por ejemplo los datos de E866 de Drell Yan y los de NMC de la diferencia de funciones de estructura de protón y neutrón. Es decir, los ajustes diseñados para acomodar los datos de E866, no reproducen los datos de NMC y viceversa.

Dada la precisión de las distribuciones partónicas modernas y el hecho de que  $F_2^d$  y  $F_2^p$ , así también como los datos de E866 están incluidos en los ajustes globales, resulta sorprendente que no puedan reproducir la diferencia  $F_2^p - F_2^n$  a valores intermedios de  $x$ , como muestra la figura 4.1, que no sólo ocurre a LO sino también a NLO.

La falla en la reproducción de los diferentes conjuntos de datos nos indica la necesidad de mediciones más precisas, de una revisión de las suposiciones que utilizamos en su análisis o la presencia de algún efecto no considerado. De todas formas, resulta importante analizar como se ven afectadas por las diferentes alternativas las distribuciones partónicas no polarizadas.

Para estudiar el impacto de los distintos resultados sobre la asimetría  $\bar{d}/\bar{u}$  en la extracción de las PDFs no polarizadas, realizamos un ajuste global de QCD a LO de un gran conjunto de datos de dispersión inelástica inclusiva, pero forzando el acuerdo con una medición en particular de la asimetría de sabor: NMC, E866 o HERMES como una restricción *ad hoc* en el ajuste [48]. Esto se lleva a cabo dándole al conjunto de datos un peso estadístico más grande que el que posee realmente, y se hace además para incrementar la relevancia del observable en el ajuste debido al poco peso estadístico relativo que posee contra la gran cantidad de datos de DIS considerados.

## 4.2. Ajuste global y análisis de consistencia

En esta sección daremos las principales características de los ajustes realizados y presentaremos los resultados de 3 ajustes, en los cuales fueron favorecidos el conjunto de datos de NMC, E866 y HERMES, respectivamente, contra el ajuste estándar donde ningún peso adicional es aplicado.

Para parametrizar las densidades partónicas a la escala inicial  $Q_0^2$ , adoptamos la funcional estándar:

$$x u_v(x, Q_0^2) = N_u x^{\alpha_u} (1-x)^{\beta_u} (1 + \gamma_u \sqrt{x} + \delta_u x)$$

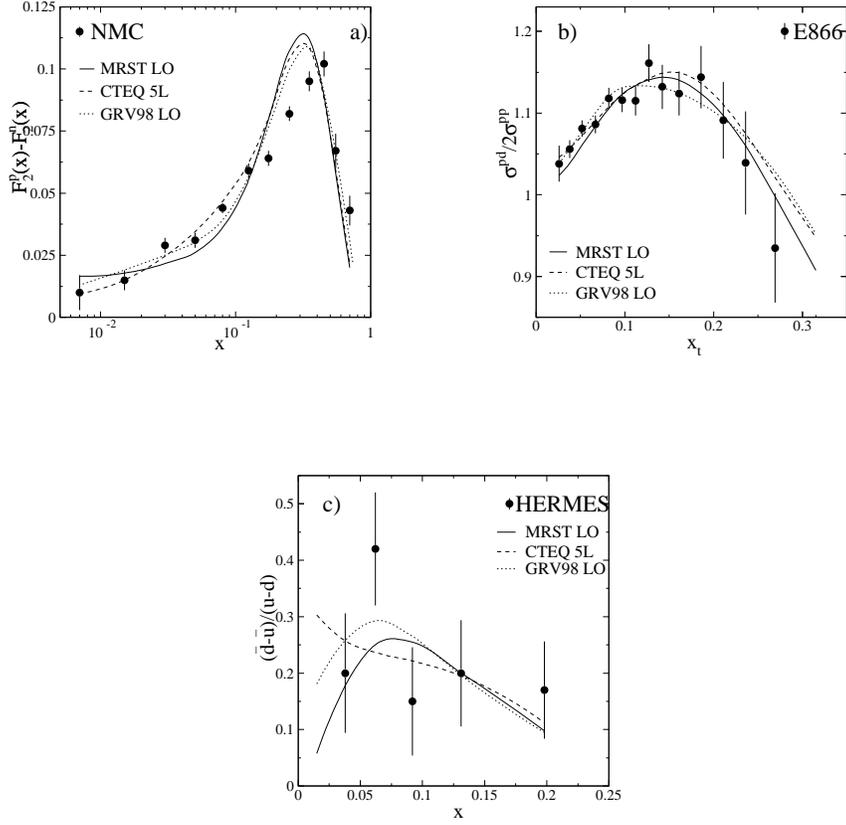


Figura 4.1: Mediciones de (a) NMC, (b) E866 y (c) Hermes contra las parametrizaciones usuales a LO

$$x d_v(x, Q_0^2) = N_d x^{\alpha_d} (1-x)^{\beta_d} (1 + \gamma_d \sqrt{x} + \delta_d x) \quad (4.1)$$

para las distribuciones de valencia;

$$x \Sigma(x, Q_0^2) = N_\Sigma x^{\alpha_\Sigma} (1-x)^{\beta_\Sigma} (1 + \gamma_\Sigma \sqrt{x} + \delta_\Sigma x) \quad (4.2)$$

para la suma de las distribuciones de quarks y antiquarks livianos ( $u_s + \bar{u}_s + d_s + \bar{d}_s + s_s + \bar{s}_s$ ) y

$$x g(x, Q_0^2) = N_g x^{\alpha_g} (1-x)^{\beta_g} (1 + \gamma_g \sqrt{x} + \delta_g x) \quad (4.3)$$

Cuadro 4.1: Conjunto de datos considerados.

<i>Proceso</i>	<i>Experimento</i>	<i>Observable</i>	<i>#Datos</i>
DIS	<i>BCDMS</i>	$F_2^p, F_2^d$	(177, 159)
	<i>E665</i>	$F_2^p, F_2^d$	(53, 53)
	<i>H1, ZEUS</i>	$F_2^p$	(150, 158)
	<i>NMC</i>	$F_2^p, F_2^d$	(130, 130)
	<i>NMC</i>	$F_2^p - F_2^n$	(12)
SIDIS	<i>HERMES</i>	$\frac{\bar{d}-\bar{u}}{u-\bar{d}}$	(5)
Drell-Yan	<i>E866</i>	$\frac{\sigma_{pd}}{2\sigma_{pp}}$	(15)
$W^+ W^-$ Asimetria	<i>CDF</i>	$\frac{\sigma_{\ell^+} - \sigma_{\ell^-}}{\sigma_{\ell^+} + \sigma_{\ell^-}}$	(11)

para los gluones. Para ser consistentes con los datos de CCFR sobre producción de dimuones [49], el mar de quarks extraños se supone que son  $\bar{s} = 0,1\Sigma$ , mientras que  $\bar{u}$  y  $\bar{d}$  están dadas por:

$$\begin{aligned} x(\bar{d} + \bar{u}) &= 0,4\Sigma \\ x(\bar{d} - \bar{u}) &= N_\Delta x^{\alpha_\Delta} (1-x)^{\beta_\Delta} (1 + \gamma_\Delta x + \delta_\Delta x^2) \end{aligned} \quad (4.4)$$

Dejando aparte las normalizaciones de las distribuciones de valencia y gluones, que están fijas por conservación de carga e impulso, las densidades anteriores implican 21 parámetros libres a ajustar.

La escala inicial considerada es  $Q_0^2 = 1\text{GeV}^2$  y la evolución en  $Q^2$  a la escala del experimento se realiza usando número variable de sabores activos, con umbrales de  $1,69\text{GeV}^2$  para el quarks charm, y  $18,49\text{GeV}^2$  para el bottom. Por debajo de estos umbrales las contribuciones a la función de estructura están dadas por los correspondientes diagramas de fusión fotón-gluón. Para la constante de acoplamiento  $\alpha_s$  tomamos la expresión correspondiente al LO con  $\Lambda_{QCD} = 0,174\text{GeV}$  para 4 sabores.

En el presente análisis, por simplicidad, restringimos la discusión al orden dominante de QCD (LO), donde la relación entre los observables y la asimetría  $\bar{d}/\bar{u}$  es más directa. La discrepancia en las PDFs basadas en una u otra medición de la asimetría está presente a LO y a NLO, y es más grande que las correcciones que aporta ir al orden siguiente NLO en las funciones de estructura de DIS, o los cocientes de Drell-Yan, en el rango cinemático de las mediciones.

La tabla 4.1 muestra los conjuntos de datos incluidos en el análisis global, donde hemos excluido datos con  $x > 0,75$ ,  $x < 0,001$ ,  $Q^2 < 2\text{GeV}^2$ , y

$W^2 < 7\text{GeV}^2$ , para evitar efectos de órdenes superiores y de masa. Como se puede apreciar, los cuatro últimos conjuntos de datos en la tabla 4.1 tienen muy poco peso estadístico relativo a los datos de DIS. Para preservar la información que éstos aportan, les dimos a cada conjunto un peso extra adicional en el procedimiento de minimización de la función  $\chi^2$ . Para E866, los datos de NMC de la diferencia  $F_2^p - F_2^n$  y HERMES, estos pesos son variados de acuerdo a cada experimento que queremos particularizar, llevando a obtener tres conjuntos de distribuciones partónicas que denominamos Set I, Set II y Set III, respectivamente. Para comparar, también incluimos un conjunto para el cual no se consideran pesos adicionales, al que llamamos Set 0. Los parámetros de cada ajuste global se encuentran en la tabla A1 del apéndice A.

En el Set I, un factor de peso moderado ( $\omega_{E866} = 10$ ) se le aplicó a los datos de Drell Yan de E866, permitiendo un acuerdo excelente ( $\chi_{E866}^2 = 13,4$ ) mostrado por la línea sólida en la figura 4.2(b), un buen acuerdo con HERMES ( $\chi_{HERMES}^2 = 5,3$  figura 4.2(c)), mientras que encontramos un acuerdo pobre con NMC ( $\chi_{NMC}^2 = 153$  figura (a)). Este Set es similar al de MRST y claramente favorece el acuerdo con los datos de E866 relativo a los de NMC. Sin embargo, como incluye explícitamente el conjunto de datos de NMC, los reproduce mejor que MRST. Es también similar al ajuste no

Cuadro 4.2: Valores de  $\chi^2$  obtenidos para los diferentes conjuntos de datos.

	I (E866)	II (NMC)	III (Hermes)	0 ( $\omega_i$ )
$NMC F_2^p$	209,3	177,6	205,08	201,6
$NMC F_2^D$	173,0	200,5	161,9	167,9
$BCDMS F_2^p$	175,5	256,7	171,508	179,7
$BCDMS F_2^D$	176,2	222,1	174,79	176,3
$E665 F_2^p$	61,9	62,9	61,8	62,4
$E665 F_2^D$	51,0	53,3	49,5	49,6
$H1 F_2^p$	114,6	118,7	127,4	116,5
$ZEUS F_2^p$	243,2	239,5	246,5	239,9
$CDF A$	33,9	12,5	34,7	27,9
$E866 \sigma^{pD}/2\sigma^{pp}$	13,4	142,9	19,2	22,2
$NMC F_2^n - F_2^p$	153,9	44,9	184,35	136,8
$HERMES \frac{\bar{d}-\bar{u}}{u-d}$	5,3	16,2	4,6	6,5
$\chi^2(\text{no pesado})$	1411,3	1547,8	1442,1	1389,6

pesado, Set 0, debido al hecho que los datos de E866 son los que más impacto provocan en la extracción de las PDFs. En la tabla 4.2 mostramos los valores de  $\chi^2$  de cada ajuste.

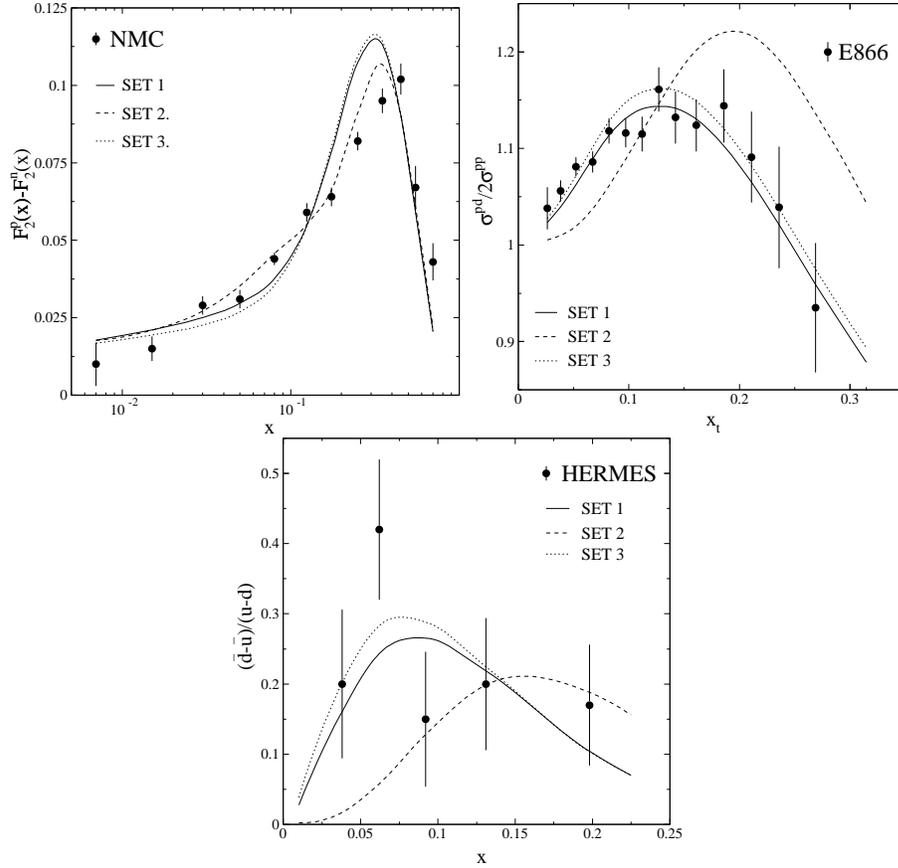


Figura 4.2: Mediciones de (a) NMC, (b) E866 y (c) Hermes contra las parametrizaciones usuales a LO

El Set II, que en la figura 4.2 está en línea punteada, tiene un peso moderado para los datos de NMC ( $\omega_{NMC} = 8$ ), el cual produce una mejora en el acuerdo con dichos datos ( $\chi_{NMC}^2 = 45$ ), sin embargo no es posible reproducir E866 ( $\chi_{E866}^2 = 142$ ). El acuerdo con Hermes se ve significativamente reducido ( $\chi_{HERMES}^2 = 16$ ). Además se nota que la calidad global del ajuste se deteriora en un 10 %.

El Set III está diseñado para ajustar los datos correspondientes a HER-

MES ( $\chi_{HERMES}^2 = 4,6$ ), con un factor de peso muy fuerte ( $\omega_{HERMES} = 180$ ), sin embargo reproduce muy bien los datos de E866 ( $\chi_{E866}^2 = 19$ ). Se pierde completamente el acuerdo con NMC ( $\chi_{NMC}^2 = 184$ ), y es peor aún que el Set I.

Resulta interesante notar que la diferencia más significativa entre las densidades de mar de quarks inspirados en los escenarios de E866/HERMES y NMC, respectivamente, es que mientras los datos de NMC ocasionan que la densidad  $\bar{d}$  sea más de dos veces más grande que la de  $\bar{u}$ , los datos de E866 y HERMES llevan a cocientes de  $\bar{d}/\bar{u}$  no tan grandes como se muestra en la figura 4.3 (a). También hay una clara diferencia en el valor de la fracción de momento a la cual el cociente alcanza su máximo, que determina la posición del pico de la distribución de  $\bar{d} - \bar{u}$ . Tanto E866 como HERMES tienen el pico alrededor de  $x \simeq 0,1$  mientras que NMC favorece a  $x \simeq 0,2$  como se puede ver en la figura 4.3 (b). Dado que los datos de funciones de estructura de corriente neutra son sólo sensibles a la suma de las densidades de quark-antiquark de cada sabor, la cantidad de ruptura de simetría de sabor del mar introduce una incerteza adicional en la extracción de las densidades de quarks up y down de valencia, como se muestra en la figura 4.4 (a) y (b), respectivamente. Como se puede ver, el escenario de ruptura correspondiente a NMC conduce a una diferencia interesante en el comportamiento de las densidades de valencia, más notable en el caso de la distribución de quarks down.

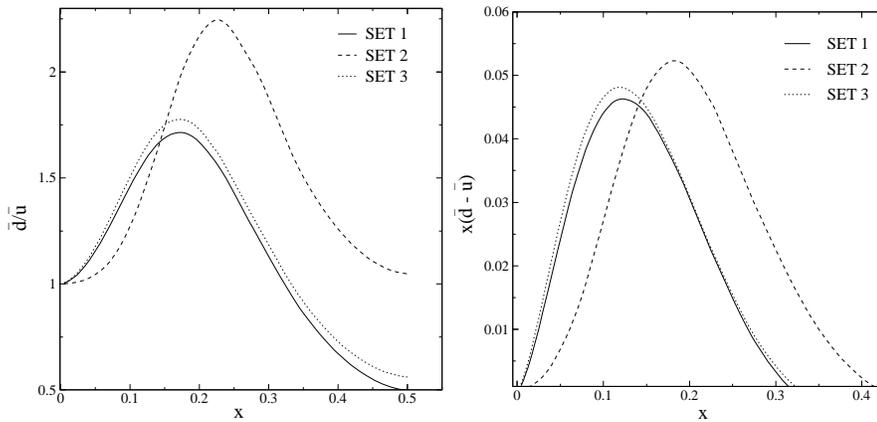


Figura 4.3: Distribuciones de (a)  $\bar{d}/\bar{u}$  y (b)  $\bar{d} - \bar{u}$  del ajuste.

Como indicáramos en el capítulo anterior, según el criterio propuesto por Collins and Pumplin [8], es posible cuantificar el grado de consistencia entre

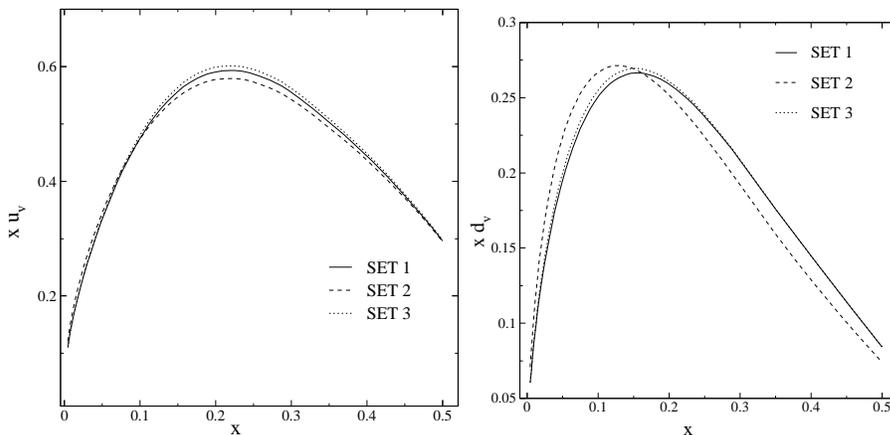


Figura 4.4: Distribuciones de valencia de los ajustes.

distintos subconjuntos de datos en un análisis global de QCD. Analizamos como varía el  $\chi_i^2$  correspondiente a un subconjunto de datos en particular (E866, NMC, Hermes y H1) contra la variación del  $\chi^2$  global del fit. Como mencionáramos, típicamente, un subconjunto de datos consistente da lugar a un decrecimiento suave del respectivo  $\chi_i^2$  hacia un valor óptimo  $\chi_i^{2,mejor}$ , a medida que el multiplicador de lagrange aumenta. Además el incremento en el  $\chi^2$  global no es mucho mas grande que  $\sqrt{2N}$  con  $N$  el número de grados de libertad del fit. La figura 4.5 muestra el resultado de aplicar este método a los observables correspondientes a la asimetría de sabor incluídos en nuestro ajuste, junto con el observable inclusivo medido por la colaboración H1, como referencia.

El caso de los datos correspondientes a E866 y Hermes satisfacen las expectativas antes mencionadas. En contraposición, la abrupta caída de NMC ilustra el grado de inconsistencia de este subconjunto de datos con respecto a los otros observables.

Hemos analizado las consecuencias de incluir diferentes mediciones del cociente  $\bar{d}/\bar{u}$  de la asimetría de sabor del mar de quarks, en la extracción de distribuciones partónicas, usando el método de multiplicadores de Lagrange, el cual resultó ser de gran utilidad, ya que nos permitió analizar la consistencia de distintos observables calculados con dichas funciones de distribución partónica. Hemos encontrado que si bien los resultados de E866 y HERMES conducen a la extracción de PDFs consistentes, los datos de NMC de la diferencia de las funciones de estructura de protón y neutrón

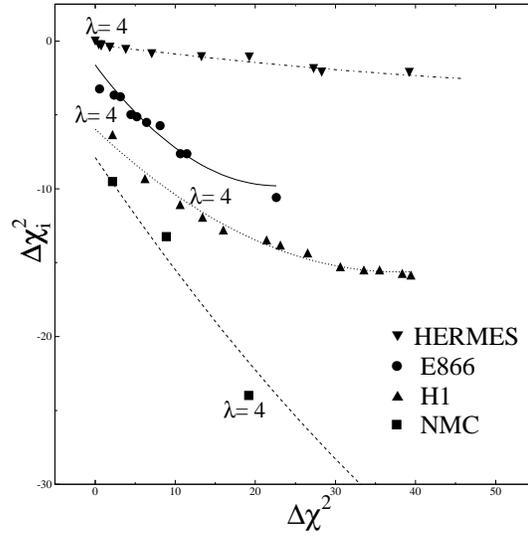


Figura 4.5: Mediciones de (a) NMC, (b) E866 y (c) Hermes contra las parametrizaciones usuales a LO

no pueden ser contenidos en este esquema. La inconsistencia mostrada por los datos de NMC sugiere que alguna de las suposiciones hechas en el análisis del experimento deberían ser revisadas. Una fuente obvia de incertezas en las mediciones de asimetría de sabor la proporcionan los efectos nucleares cuando se utilizan blancos de deuterio, particularmente en la extracción del observable de NMC  $F_2^p - F_2^n$ . Ciertamente, en el pasado [50] ha sido mostrado que pequeñas correcciones a la función de estructura del deuterio a valores de  $x$  intermedios provoca modificaciones importantes en la extracción  $F_2^p - F_2^n$ . Esta situación apunta a la evaluación muy cuidadosa del rol de los efectos nucleares en cada medición de la asimetría de sabor.



## Capítulo 5

# Ajustes globales polarizados

Un creciente interés en la estructura de espín del nucleón ha surgido desde que la colaboración EMC [17] presentó los resultados de la medición de la función de estructura de protón dependiente de espín  $g_1^p$ . Así, el número de análisis globales de QCD de los datos de dispersión inelástica profunda polarizada (pDIS) a NLO ha crecido rápidamente en los últimos años [51]. En algunos casos estos estudios también tienen en cuenta datos de dispersión inelástica semi-inclusiva polarizada (pSIDIS [52, 53]. De estos análisis se extraen diferentes conjuntos de distribuciones partónicas polarizadas que reproducen bastante bien la mayoría de los conjuntos de datos incluidos.

En las siguientes secciones describiremos diferentes ajustes realizados sobre datos de observables polarizados. En una primera etapa, analizamos la consistencia entre distintos conjuntos de datos inclusivos y semi-inclusivos. Posteriormente, presentaremos los resultados obtenidos al incorporar nuevos datos experimentales presentados por las distintas colaboraciones, y estudiaremos su influencia en la determinación de las PDFs, en particular las distribuciones de mar y gluones.

### 5.1. Análisis de consistencia de un ajuste de datos inclusivos y semi-inclusivos polarizados

Presentaremos a continuación un ajuste global polarizado, que explora la dependencia del  $\chi^2$  global del ajuste con el  $\chi_i^2$  de cada experimento particular utilizando el método de los multiplicadores de Lagrange [56]. El análisis fue realizado en dos pasos. Primero nos restringimos al análisis de los datos inclusivos, y a las distribuciones que se extraen del mismo. En el segundo paso, agregamos los observables semi-inclusivos, que nos permitieron dis-

criminar entre las densidades de valencia y del mar de quarks de distintos sabores.

### 5.1.1. Características del ajuste global

Definamos primero las convenciones utilizadas y los observables relevantes incluidos en el ajuste. En el caso totalmente inclusivo, la definición de la asimetría viene dada por la ecuación 2.55, donde la función de estructura de protón dependiente de espín se puede escribir a NLO como la ecuación 2.70. Para el caso semi-inclusivo, consideramos una región donde la variable  $z$  es integrada, de modo tal que la asimetría para el caso semi-inclusivo polarizado se escribe como la ecuación 2.102, con  $g_1^{Nh}$  dada por la ecuación 2.101. Para evitar las integrales de convolución, que hacen que el cálculo de estos observables consuma mucho tiempo de cálculo computacional, implementamos en el ajuste una rutina, que permite computar dichos observables en el espacio de momentos de Mellin, de acuerdo a las ecuaciones 2.103 - 2.108.

Fijemos la parametrización a la escala inicial  $Q_0^2 = 0,5 GeV^2$ . Para las densidades de quarks mas las de antiquarks  $u$  y  $d$ , proponemos:

$$x(\Delta q + \Delta \bar{q}) = N_q \frac{x^{\alpha_q} (1-x)^{\beta_q} (1 + \gamma_q x^{\delta_q})}{B(\alpha_q + 1, \beta_q + 1) + \gamma_q B(\alpha_q + \delta_q + 1, \beta_q + 1)},$$

donde  $B(\alpha, \beta)$  es la función estándar beta, mientras que para las densidades de quarks mas antiquarks extraños usamos:

$$x(\Delta s + \Delta \bar{s}) = 2N_s \frac{x^{\alpha_s} (1-x)^{\beta_s}}{B(\alpha_s + 1, \beta_s + 1)}, \quad (5.1)$$

y para los gluones:

$$x\Delta g = N_g \frac{x^{\alpha_g} (1-x)^{\beta_g}}{B(\alpha_g + 1, \beta_g + 1)}. \quad (5.2)$$

A través de las relaciones de simetría de  $SU(3)$  entre los primeros momentos de las densidades de quarks  $\delta q$  y las constantes de decaimiento beta del hiperón,  $F$  y  $D$ :

$$\begin{aligned} \delta u + \delta \bar{u} - \delta d - \delta \bar{d} &\equiv N_u - N_d \\ &= F + D = 1,2573 \end{aligned} \quad (5.3)$$

$$\begin{aligned} \delta u + \delta \bar{u} + \delta d + \delta \bar{d} - 2(\delta s + \delta \bar{s}) &\equiv N_u + N_d - 4N_s \\ &= 3F - D = 0,579, \end{aligned} \quad (5.4)$$

Cuadro 5.1: Datos inclusivos y semi-inclusivos incluidos en el ajuste.

Colaboración	blanco	Estado final	# puntos	Refs.
EMC	protón	inclusivo	10	[17]
SMC	protón, deuterio	inclusivo	12, 12	[61]
E-143	protón, deuterio	inclusivo	82, 82	[62]
E-155	protón, deuterio	inclusivo	24, 24	[63]
Hermes	protón, helio	inclusivo	9, 9	[67]
E-142	helio	inclusivo	8	[64]
E-154	helio	inclusivo	17	[62]
SMC	protón, deuterio	$h^+, h^-$	24, 24	[66]
Hermes	protón, helio	$h^+, h^-$	18, 18	[67]

restringimos fuertemente la normalización de las densidades de quarks. Sin embargo, como no estamos interesados en forzar la simetría de sabor, y relajamos las relaciones de simetría introduciendo dos parámetros  $\epsilon_{Bj}$  y  $\epsilon_{SU(3)}$ , respectivamente. Estos parámetros tienen en cuenta cuantitativamente por eventuales apartamientos de las consideraciones de simetría de sabor, incluyendo algunas incertezas en el comportamiento a bajos valores de  $x$  y correcciones de órdenes mayores:

$$N_u - N_d = (F + D)(1 + \epsilon_{Bj}) \quad (5.5)$$

$$N_u + N_d - 4N_s = (3F - D)(1 + \epsilon_{SU(3)}), \quad (5.6)$$

y tomamos éstos como medidas del grado de acuerdo de las reglas de suma de Bjorken [57] y de la simetría de  $SU(3)$ . Podemos así escribir la normalización de los tres sabores de quarks en términos de  $N_s$ ,  $\epsilon_{Bj}$  y  $\epsilon_{SU(3)}$ , que serán fijados por los datos. Los demás parámetros están restringidos por la condición de positividad de la ecuación 2.59 con respecto a la parametrización GRV98 [58] para las distribuciones no polarizadas, que son las que se utilizan para calcular los denominadores de las asimetrías de las ecuaciones 2.55 y 2.102.

Para las densidades de antiquarks tomamos:

$$x\Delta\bar{q} = N_{\bar{q}} \frac{x^{\alpha_{\bar{q}}}(1-x)^{\beta_{\bar{q}}}}{B(\alpha_{\bar{q}} + 1, \beta_{\bar{q}} + 1)}, \quad (5.7)$$

para  $\bar{u}$  y  $\bar{d}$  y suponemos  $s = \bar{s}$ , ya que la posibilidad de discriminar en el sector de  $s$  está más allá de la precisión de los datos.

Las funciones de fragmentación utilizadas son las de la referencia [59], usando el mismo criterio de separación de sabores que allí se propone.

Los conjuntos de datos analizados se muestran la tabla 3.1 e incluyen puntos con  $Q^2 > 1\text{GeV}^2$ , totalizando 137, 118 y 34 puntos, correspondientes a blancos de protón, deuterio y helio respectivamente, en el caso inclusivo, mas 42, 24, y 18 de blancos de protón, deuterio y helio respectivamente, en el caso semi-inclusivo.

Con respecto al procedimiento de ajuste, se realiza minimizando una función dada por la ecuación 3.14, utilizando el método de multiplicadores de Lagrange. Hay varias alternativas para calcular estas últimas contribuciones [60]. La más simple y más común utilizada en los ajustes de datos polarizados, considera sumar los errores estadísticos y sistemáticos reportados en cuadratura, ignorando las correlaciones entre los datos de una misma medición ya que en muchos casos la matriz de correlación total no se encuentra disponible.

Ahora bien, como los datos inclusivos y semi-inclusivos están fuertemente correlacionados, y estas matrices de correlación están disponibles, las hemos tomado en cuenta al analizar los datos inclusivos correspondientes a bins promedio medidos por las colaboraciones SMC y Hermes. En el caso semi-inclusivo, sólo consideramos en el ajuste los datos más precisos correspondientes a la producción de hadrones cargados  $\pm$  (sin identificar piones, kaones, u otras partículas individuales).

En cuanto a la normalización de las incertezas, en un trabajo anterior [53] se encontró que los datos de Hermes estaban sistemáticamente por debajo de los mejores ajustes globales. Sin embargo permitiendo un factor de normalización variable con el objeto de tener en cuenta la normalización relativa, se consiguió que los valores de  $\chi^2$  mejoraran considerablemente. En este análisis permitimos que este factor sea fijado por el ajuste global, encontrando una corrección del 12 % para el mejor fit.

### 5.1.2. Ajuste global de los datos inclusivos

En esta sección presentamos los resultados de la primera etapa de nuestro análisis, el cual sólo considera datos inclusivos. Es usual en ajustes a NLO de datos inclusivos presentar varios conjuntos de distribuciones partónicas con diferentes alternativas para las distribuciones que están pobremente restringidas por los datos, como la polarización de los gluones o de los quarks extraños. En este caso como estamos interesados en estudiar la bondad del ajuste y el grado de consistencia interna de los datos, más que cubrir los diferentes escenarios para las distribuciones partónicas, sólo tuvimos en cuenta el escenario más favorecido de [53], llamado como “set i” y que posee polarización de gluones moderada. Los parámetros obtenidos de este ajuste se

encuentran en la tabla A2 del apéndice A.

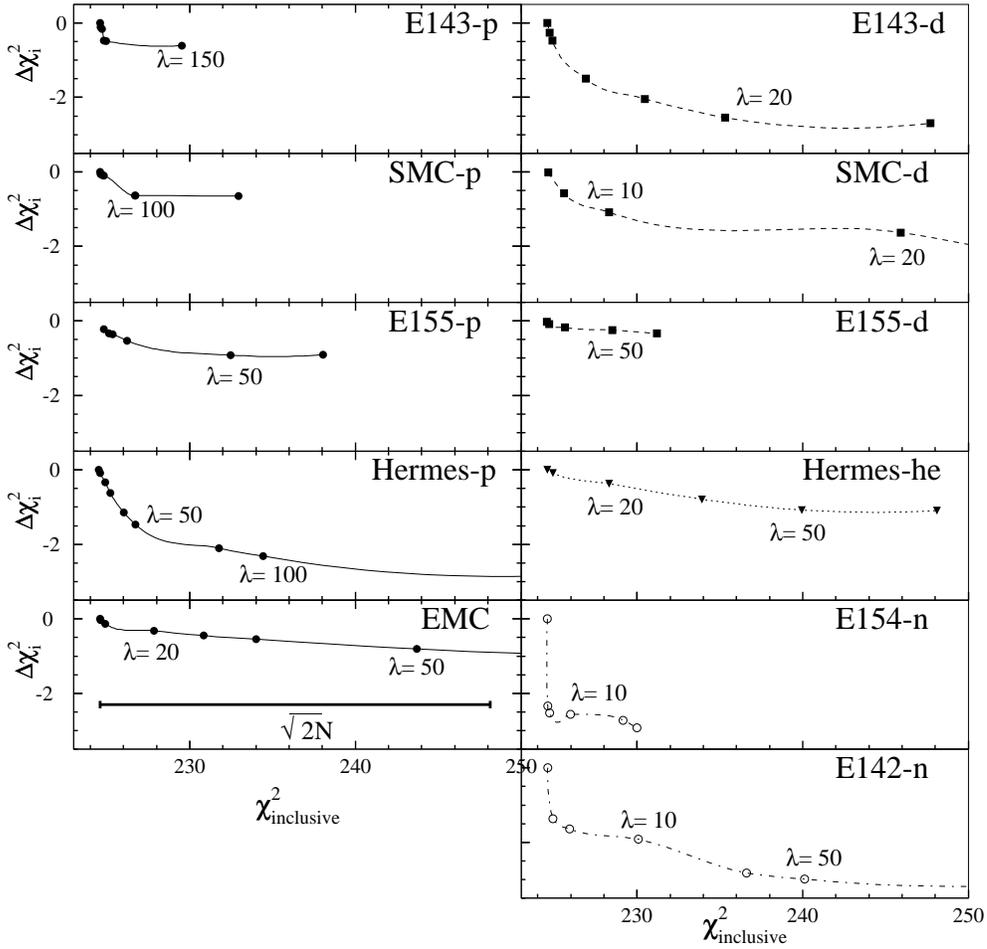


Figura 5.1:  $\chi_i^2(\lambda)$  contra el  $\chi_{Inc}^2(\lambda)$  para todos los conjuntos de datos inclusivos.

En la figura 5.1 mostramos el resultado de distintos ajustes globales de todos los datos inclusivos disponibles. El gráfico da la variación del valor del  $\chi_i^2$  de cada experimento contra el valor de  $\chi^2$  total del ajuste ( $\chi_{Inc}^2$ ). El primer punto a la izquierda de cada curva ( $\lambda_i = 1$ ) corresponde al ajuste estándar donde no se le da peso extra a ningún conjunto de datos. A lo largo de las curvas, los puntos sucesivos provienen de ajustes donde, siguiendo el método de multiplicadores de Lagrange, se incrementan los valores de  $\lambda_i$  dados a distintos conjuntos específicos de datos, mientras se mantienen los

Cuadro 5.2:  $\chi_i^2(\lambda)$  y  $\chi_{Inclusivo}^2(\lambda)$  para los diferentes conjuntos de datos.

	$\lambda = 1$		$\lambda = 20$		$\lambda = 100$	
	$\chi_i^2$	$\chi_{Inc}^2$	$\chi_i^2$	$\chi_{Inc}^2$	$\chi_i^2$	$\chi_{Inc}^2$
EMC-p	4.49	224.59	4.17	227.85	3.46	262.71
SMC-p	3.84		3.32	225.21	3.20	226.71
SMC-d	14.44		12.81	245.92	12.10	264.77
E-143-p	60.70		60.22	224.83	60.21	224.95
E-143-d	83.38		80.84	235.32	80.17	248.08
E-142-n	4.68		2.40	233.52	1.51	251.98
E-155-p	17.15		16.24	227.03	16.23	233.55
E-155-d	17.10		16.89	225.65	14.98	277.42
E-154-n	6.91		4.19	229.16	3.97	232.02
Hermes-p	5.15		4.30	225.60	2.83	234.42
Hermes-He	6.76		6.39	228.31	5.67	248.09

otros parámetros  $\lambda_j$  iguales a 1.

La expectativa normal para un buen ajuste de un conjunto de datos que individualmente sólo determina una pequeña fracción de los parámetros, es un decrecimiento monotónico de unas pocas unidades en el  $\chi_i^2$  del subconjunto al cual se le incrementó el peso, mientras el  $\chi_{Inc}^2$  varía en el rango  $N \pm \sqrt{2N}$ . También se espera que el  $\chi_i^2$  se aproxime a un punto de saturación dentro de un incremento del  $\chi_{Inc}^2$  más chico que  $\sqrt{2N}$ .

Como se puede ver en la figura 5.1, en todos los casos, las curvas muestran las características esperadas para subconjuntos de datos consistentes, cada uno capaz de fijar un número limitado de parámetros. Los valores de  $\chi_i^2(\lambda)$  de cada experimento  $i$  se muestran en la tabla 5.2

El ajuste estándar  $\lambda_i = 1$  (línea sólida) puede observarse en la figura 5.2, junto con los ajustes resultantes de darle peso a los datos de Hermes-p para  $\lambda_{Hermes} = 100$  (línea rayada) y a los datos de E155 con  $\lambda_{E155} = 100$  (línea punteada) para comparar. Como se puede ver, los cambios en las asimetrías debido al peso extra considerado para estos subconjuntos de datos, son insignificantes, como se espera de las variaciones moderadas que producen en los valores de  $\chi_{Inc}^2(\lambda)$ . Por estas razones es que concluimos que los datos inclusivos son internamente consistentes y están en excelente acuerdo con la teoría.

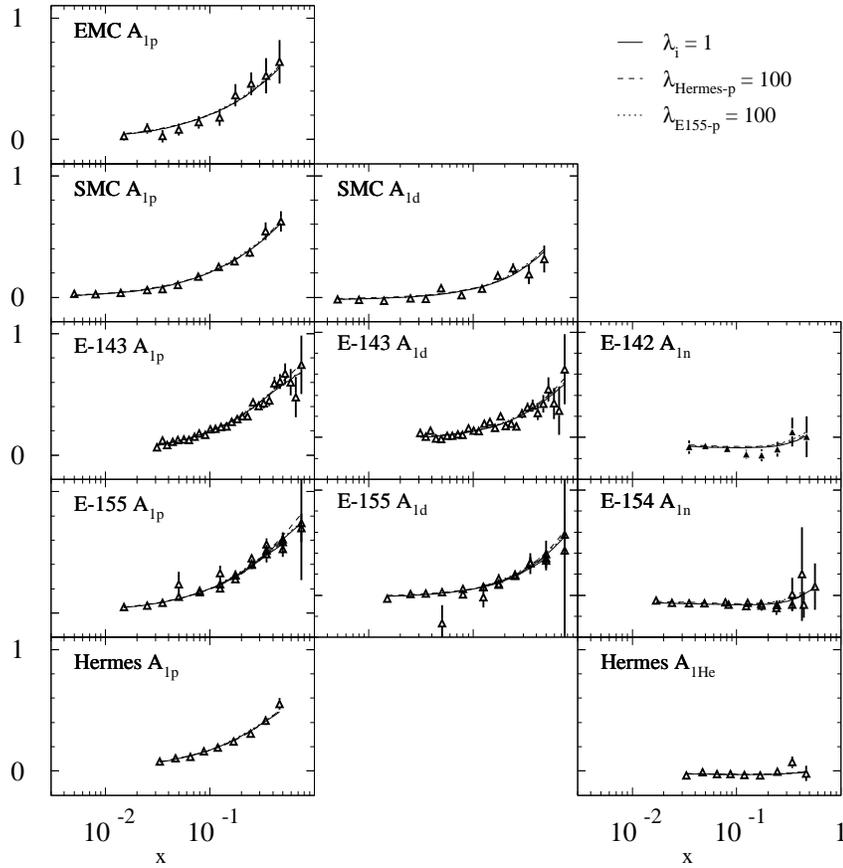


Figura 5.2: Ajuste de los datos inclusivos  $\lambda_i = 1$  junto con los correspondientes a Hermes-p y E155-p para  $\lambda_i = 100$

### 5.1.3. Datos semi-inclusivos

En esta sección nos ocupamos de las consecuencias de incluir los datos de SIDIS en el ajuste global. Estos datos, en principio, nos permiten discriminar entre los sabores livianos del mar de quarks, por lo tanto, las distribuciones partónicas correspondientes son nuevamente parametrizadas y ajustadas. La inclusión de estos observables conduce a ajustes aceptables de acuerdo al criterio de testeo de hipótesis, explicado en el capítulo 3; sin embargo el pequeño impacto estadístico de los datos de SIDIS relativo a los de DIS dificulta las conclusiones definitivas sobre las distribuciones del mar de quarks. Los parámetros del ajuste obtenido se muestran en la tabla A2 del apéndice A.

Un análisis más exhaustivo permitiendo, por ejemplo, pesos mayores en los observables correspondientes a SIDIS, revela algunas características interesantes, como se muestra en la figura 5.3. Nuevamente, le aplicamos a los datos de Hermes un factor del 12 % de normalización, y para simplificar el análisis consideramos los datos de protón de SMC y Hermes en conjunto. Resultados idénticos se obtienen si los datos son discriminados para cada experimento.

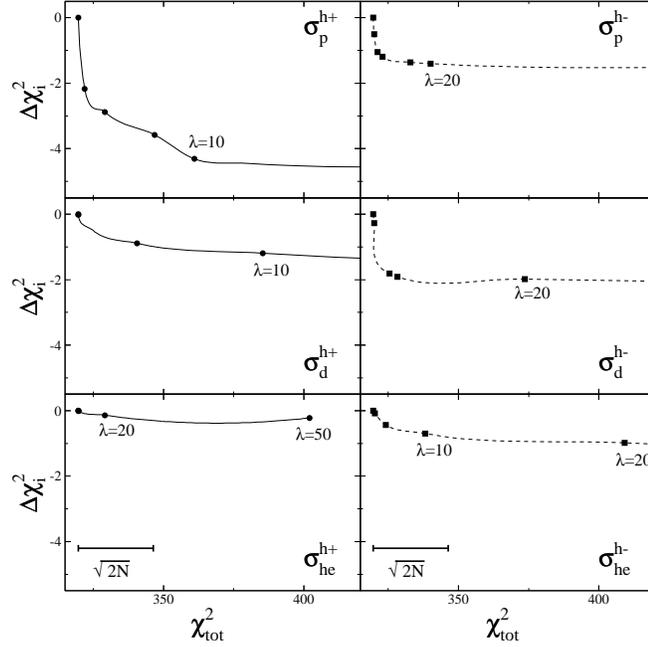


Figura 5.3:  $\chi_i^2(\lambda)$  contra  $\chi_{tot}^2(\lambda)$  para los conjuntos de datos semi-inclusivos.

Aunque para la mayoría de los conjuntos de datos semi-inclusivos,  $\chi_i^2(\lambda)$  alcanza sus valores respectivos de saturación dentro de la variación de  $\sqrt{2N}$  en el  $\chi_{tot}^2$  como requiere la consistencia global, los datos que provienen de producción de hadrones cargados positivamente en blancos de protón ( $\sigma_p^{h+}$ ) parecen estar en la frontera, con una caída de varias unidades y un valor de saturación fuera del rango de  $\sqrt{2N}$ . Los datos de SIDIS están dominados por los datos correspondientes a blancos de protón, pero mientras los ajustes con peso en los observables de  $\sigma_p^{h-}$  conducen a asimetrías en acuerdo con otros conjuntos de datos, los correspondientes a  $\sigma_p^{h+}$  muestran un creciente desacuerdo con ellos, como se puede observar en la figura 5.4.

La inconsistencia entre estos dos conjuntos de datos puede verse también

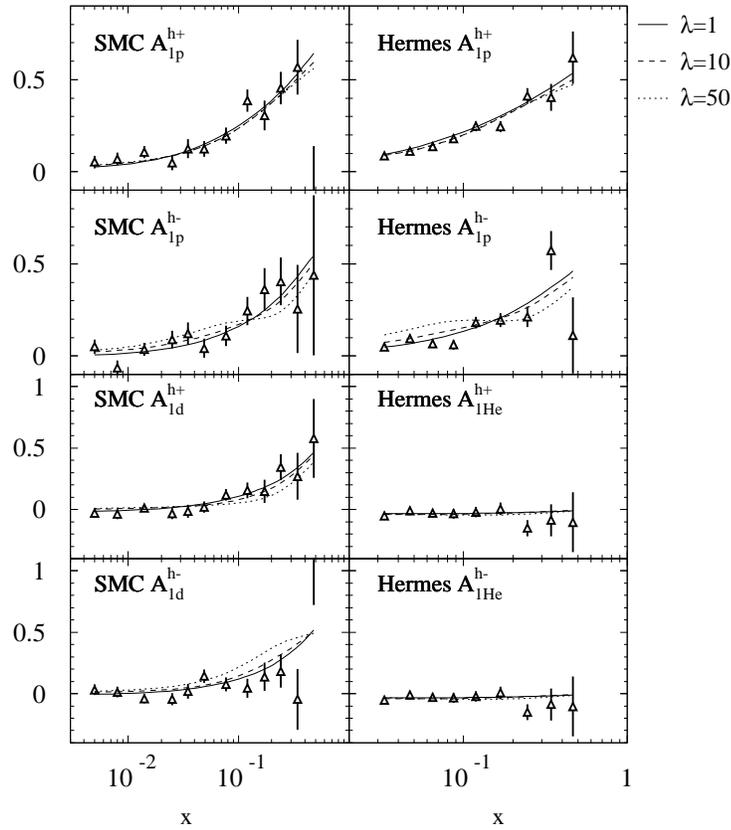


Figura 5.4: Ajuste de los datos de SIDIS ( $\lambda_i = 1$ ) junto con ajustes con peso en  $\sigma_p^{h+}$ .

en las distribuciones partónicas que producen, como se muestra en la figura 5.5 a,b, para los ajustes con peso en  $\sigma_p^{h+}$  y  $\sigma_p^{h-}$ , respectivamente, a  $Q^2 = 5,0\text{GeV}^2$ .

Notemos que las distribuciones  $(\Delta u + \Delta \bar{u})$  y  $(\Delta d + \Delta \bar{d})$ , que deberían ser fijadas principalmente por los datos inclusivos, muestran cambios menores, aunque no despreciables, en los ajustes con peso en ambos conjuntos de datos, mostrando el grado de consistencia entre los datos inclusivos y semi-inclusivos. Sin embargo, las distribuciones del mar de quarks dependen fuertemente de cual es el conjunto de datos que recibe el peso extra. La discrepancia es particularmente fuerte para  $\Delta \bar{u}$ , que incluso cambia de signo.

Una característica interesante de los datos de SIDIS es que para los

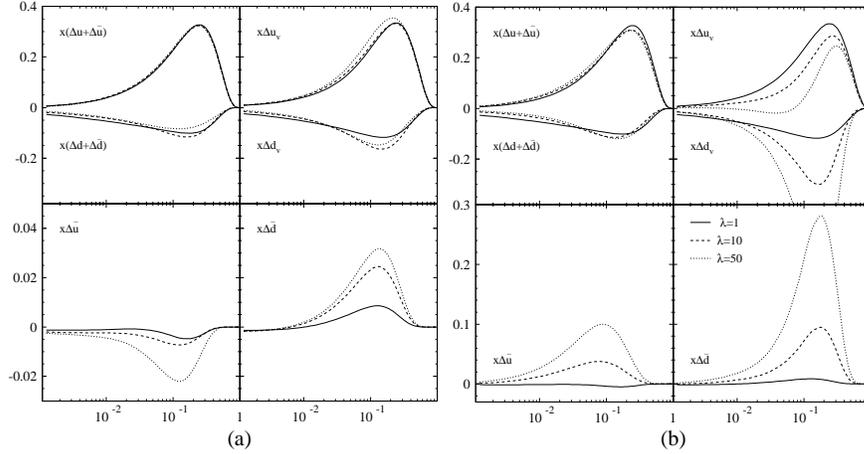


Figura 5.5: Densidades partónicas de ajustes con peso en  $\sigma_p^{h+}$  y  $\sigma_p^{h-}$  a  $Q^2 = 5,0 GeV^2$ .

subconjuntos de datos que reciben el peso extra, el ajuste excede el rango de  $\sqrt{2N}$  para el  $\chi_{tot}^2$  con valores de  $\lambda$  considerablemente más pequeños que los valores típicos aplicados a los datos inclusivos, como muestra la figura 5.3. Mientras los conjuntos de datos inclusivos permiten valores de  $\lambda_i$  de 100 o más con un cambio en poca unidades del  $\chi_{tot}^2$ , los correspondientes a SIDIS exceden el rango permitido para  $\lambda > 20$  o aún menos en el caso de  $\sigma_p^{h+}$ . En otras palabras, en contraposición a lo que pasa en el caso inclusivo, los ajustes forzados a reproducir los datos de SIDIS conducen a ajustes globales pobres. Esto puede ser interpretado como un nivel de consistencia más débil en el análisis de los datos de SIDIS que en el caso inclusivo. En la tabla 5.3 presentamos los valores de  $\chi_i^2$  obtenidos para cada conjunto de datos en el ajuste estándar ( $\lambda_i = 1$ ) y para pesos crecientes.

Además de la cuestión de la precisión de los datos, el análisis de los observables semi-inclusivos se basa también en nuestro conocimiento de las funciones de fragmentación no polarizadas. Aunque la mayoría de las incertezas, que provienen de estas funciones, se cancelan cuando se calculan las asimetrías, el menor grado de consistencia, y el comportamiento extraño de  $\sigma^{h+}$  tanto para el caso de protón como de deuterio, puede insinuar una falla en la extracción de las funciones de fragmentación, particularmente en la discriminación entre aquellos estados hadrónicos finales positivos y negativos.

Cuadro 5.3:  $\chi_i^2(\lambda)$  y  $\chi_{tot}^2(\lambda)$  para diferentes conjuntos de datos de SIDIS.

	$\lambda = 1$		$\lambda = 10$		$\lambda = 20$	
	$\chi_i^2$	$\chi_{tot}^2$	$\chi_i^2$	$\chi_{tot}^2$	$\chi_i^2$	$\chi_{tot}^2$
$\sigma_p^{h+}$	25.61	319.69	21.30	360.96	20.94	450.20
$\sigma_p^{h-}$	26.93		25.57	332.89	25.53	340.10
$\sigma_d^{h+}$	5.18		3.99	385.29	3.72	504.24
$\sigma_d^{h-}$	14.71		12.80	328.27	12.73	373.58
$\sigma_{he}^{h+}$	5.39		5.36	319.79	5.25	329.17
$\sigma_{he}^{h-}$	6.69		6.46	338.18	5.71	409.15

## 5.2. Estudio de la polarización del mar de quarks y de los gluones en el nucleón a NLO

Como mostramos en la sección anterior, el impacto fenomenológico de los datos semi-inclusivos polarizados en la extracción de las distribuciones partónicas correspondientes resulta ser importante para la determinación de aquellas densidades que los datos inclusivos no logran fijar. Sin embargo en esta etapa inicial, el número reducido de datos y sus errores estimados tan grandes, sólo nos permitieron verificar en forma preliminar la consistencia entre los datos inclusivos y los semi-inclusivos. Ahora bien, mucho esfuerzo se ha realizado en este sentido y varios experimentos alternativos fueron concebidos. Con la disponibilidad de conjuntos de datos más numerosos, mucho más precisos y para hadrones en el estado final y blancos de diferentes composición de sabores, la situación ha cambiado drásticamente. Los datos semi-inclusivos tienen más peso estadístico en los análisis globales combinados con datos inclusivos y muestran claras tendencias para las distribuciones del mar de quarks. Incluso ayudan a restringir la polarización de los quarks extraños y los gluones, complementando la información que proviene de los datos inclusivos.

Por otro lado, los resultados obtenidos en dicha sección, también sugirieron una posible fuente de incerteza en la extracción de las funciones de fragmentación, necesarias para el cálculo de las asimetrías de los observables semi-inclusivos. De hecho, las diferencias son importantes cuando se utilizan distintas parametrizaciones para las mencionadas funciones.

Motivados por estas razones, presentaremos a continuación distintos ajustes globales combinados a LO y NLO de todos los datos disponibles inclusivos y semi-inclusivos actualizados, considerando dos conjuntos distin-

tos de parametrizaciones para las funciones de fragmentación. Específicamente, nos focalizamos en la extracción de las densidades del mar de quarks y gluones, analizando el poder de restricción de cada conjunto de datos en la determinación de las densidades individuales.

Utilizando el método de los multiplicadores de Lagrange, exploramos el perfil de la función  $\chi^2$  contra diferentes grados de polarización para los distintos sabores partónicos, obteniendo estimaciones de la incerteza en la polarización neta de cada sabor y en los parámetros de las pPDFs.

Asimismo, presentaremos un estudio del comportamiento de la sección eficaz de colisiones protón-protón longitudinalmente polarizados a piones neutros. Este observable es particularmente sensitivo a la polarización de los gluones. Finalmente, mostraremos los resultados de calcular la precisión necesaria que deben tener experimentos programados para poder determinar con mayor precisión futuros conjuntos de pPDFs, análisis realizado para los datos semi-inclusivos a ser medidos en el JLAB.

### 5.2.1. Conjunto de datos y convenciones

Para este análisis [68], seguimos las mismas convenciones y definiciones que en la sección anterior. Sin embargo para las distribuciones partónicas no polarizadas, en el cálculo de los denominadores de las asimetrías (ecuaciones 2.55 y 2.102), utilizamos un conjunto de parametrizaciones distintas [69], con lo cual los parámetros del ajuste serán fijados, de modo que se satisfaga la condición de positividad respecto de las mismas (ecuación 2.52). Consistentemente con la elección de las distribuciones no polarizadas, para el cálculo de  $\alpha_s$  a LO y NLO tomamos los valores de  $\Lambda_{QCD}$  obtenidos en [69].

Como ya mencionáramos, exploramos dos posibilidades para las funciones de fragmentación [59] y [70], utilizadas en el cálculo de las asimetrías semi-inclusivas. Utilizamos el criterio de simetría y separación de sabores propuesto por [59], a la respectiva escala inicial  $Q_i^2$ .

$$\begin{aligned} D_u^{\pi^+}(z, Q^2) &= D_d^{\pi^+}(z, Q^2) = D_{\bar{u}}^{\pi^-}(z, Q^2) = D_{\bar{d}}^{\pi^-}(z, Q^2) \\ D_{\bar{u}}^{\pi^+}(z, Q_i^2) &= D_d^{\pi^+}(z, Q_i^2) = D_s^{\pi^+}(z, Q_i^2) = D_{\bar{s}}^{\pi^+}(z, Q_i^2) = \\ &= D_s^{\pi^+}(z, Q_i^2) = (1-z) D_u^{\pi^+}(z, Q_i^2), \end{aligned} \quad (5.8)$$

para las distribuciones de fragmentación de piones, que se ha mostrado que están en acuerdo con los datos de SIDIS [71], y

$$D_u^{K^+}(z, Q^2) = D_{\bar{u}}^{K^-}(z, Q^2) = (1-z) D_s^{K^+}(z, Q^2)$$

Cuadro 5.4: Datos inclusivos y semi-inclusivos incluidos en los ajustes.

Colaboración	Blanco	Estado final	# datos	Refs.
EMC	proton	inclusivo	10	[17]
SMC	proton, deuterio	inclusivo	12, 12	[61]
E-143	proton, deuterio	inclusivo	82, 82	[62]
E-155	proton, deuterio	inclusivo	24, 24	[63]
Hermes	proton,deuterio,helio	inclusivo	9, 9, 9	[67, 72]
E-142	helio	inclusivo	8	[64]
E-154	helio	inclusivo	17	[62]
Hall A	helio	inclusivo	3	[73]
COMPASS	deuterio	inclusivo	12	[74]
SMC	proton,deuterio	$h^+, h^-$	24, 24	[66]
Hermes	proton, deuterio, helio	$h^\pm, \pi^\pm, K^\pm, K^T$	36,63,18	[67, 72]
Total			478	

$$\begin{aligned}
D_d^{K^+}(z, Q_i^2) &= D_d^{K^+}(z, Q_i^2) = D_s^{K^+}(z, Q_i^2) = \\
&= D_{\bar{u}}^{K^+}(z, Q_i^2) = (1-z)^2 D_s^{K^+}(z, Q_i^2)
\end{aligned}
\tag{5.9}$$

para kaones.

Los datos analizados incluyen puntos con  $Q^2 > 1 \text{ GeV}^2$ , se pueden ver en la tabla 5.4, totalizando 137, 139 y 37 datos, de blancos de protón, deuterio y helio, respectivamente de mediciones de pDIS, más 60, 87 y 18, de blancos de protón, deuterio y helio, respectivamente, provenientes de experimentos de pSIDIS. Es importante notar que en el caso de Hermes, hemos tomado los datos más recientes publicados, que incluyen correcciones por efectos radiativos y de instrumental y que actualizan a los analizados en la sección 5.1.

### 5.2.2. Análisis Global

Como en la sección anterior, el ajuste de los parámetros se realiza minimizando la función  $\chi^2$  definida según la ecuación 3.2, con el mismo tratamiento para los errores que en dicha sección.

En la tabla 5.5, mostramos los resultados de los mejores ajustes globales a LO y NLO de los 478 datos que se incluyen en la tabla 5.4. En la tabla A3 del apéndice A incluimos los parámetros de los ajustes obtenidos.

Cuadro 5.5: Valores de  $\chi^2$  para los distintos ajustes.

set		$\chi^2$	$\chi^2_{DIS}$	$\chi^2_{SIDIS}$
NLO	KRE	430.91	206.01	224.90
	KKP	436.17	205.66	230.51
LO	KRE	457.54	213.48	244.06
	KKP	448.71	219.72	228.99

Presentamos ajustes obtenidos usando alternativamente las parametrizaciones para las funciones de fragmentación de la referencia [59], al que en lo que sigue llamamos KRE, y de la referencia [70], que denominaremos KKP. El ajuste involucra 20 parámetros libres, por lo tanto el número de grados de libertad es de 458. Consecuentemente, los valores de  $\chi^2$  obtenidos son excelentes para el caso del NLO, y aún buenos para el LO. El mejor acuerdo entre teoría y experimentos encontrado a NLO destaca la importancia de las correcciones de QCD para el nivel de precisión actual alcanzado por los datos.

En los ajustes a NLO parece haber mayor acuerdo cuando se utilizan las funciones de fragmentación KRE, mientras que a LO la situación es la opuesta. La diferencia entre los valores totales de  $\chi^2$  entre los ajustes correspondientes a KRE y KKP, proviene principalmente de las contribuciones relacionadas con los datos de pSIDIS, mientras que aquellos asociados a los datos inclusivos son casi los mismos, como es de esperar en un escenario completamente consistente. A diferencia de la situación a NLO, en los ajustes a LO el efecto de los datos semi-inclusivos polarizados (pSIDIS) en el ajuste a datos inclusivos es fuertemente dependiente del conjunto de fragmentaciones utilizado. Esto sugiere una fuente de incerteza mayor en la descripción de los observables semi-inclusivos, en las funciones de fragmentación a LO, o en ambos ingredientes. Notemos también que el ajuste de KKP a LO alcanza un valor de  $\chi^2$  para los datos semi-inclusivos cercano al obtenido para el caso NLO, aunque el acuerdo con los datos inclusivos es varias unidades más pobre. El ajuste de KRE a LO mejora el acuerdo con los datos inclusivos pero con valores mayores de  $\chi^2$  para los datos de pSIDIS.

La tabla 5.6 incluye el primer momento de la distribución de cada sabor a  $Q^2 = 10 \text{ GeV}^2$  y para la distribución singlete  $\delta\Sigma$ , como referencia. Lo más notable, es que mientras el ajuste de KRE a NLO favorece un mar SU(3) simétrico, el correspondiente a KKP a NLO encuentra una polarización para

Cuadro 5.6: Primeros momentos para las distribuciones a  $Q^2 = 10 \text{ GeV}^2$ 

set		$\delta u_v$	$\delta d_v$	$\delta \bar{u}$	$\delta \bar{d}$	$\delta \bar{s}$	$\delta g$	$\delta \Sigma$
NLO	KRE	0.936	-0.344	-0.0487	-0.0545	-0.0508	0.680	0.284
	KKP	0.700	-0.255	0.0866	-0.107	-0.0454	0.574	0.311
LO	KRE	0.697	-0.248	-0.0136	-0.0432	-0.0415	0.121	0.252
	KKP	0.555	-0.188	0.0497	-0.0608	-0.0365	0.187	0.271

$\bar{u}$  opuesta a la de  $\bar{d}$  y  $\bar{s}$ . La polarización de los gluones y los quarks extraños son similares en ambos ajustes, y la polarización total llevada por los quarks es de alrededor del 30%. A LO, los ajustes de KRE también favorecen la polarización del mar de quarks en la misma dirección, aunque  $\bar{u}$  está mucho menos polarizado que  $\bar{d}$  y  $\bar{s}$ . KKP a LO muestra  $\bar{u}$  polarizado opuesto a  $\bar{d}$  y  $\bar{s}$ , como en el caso de NLO, y la polarización total está alrededor del 25%.

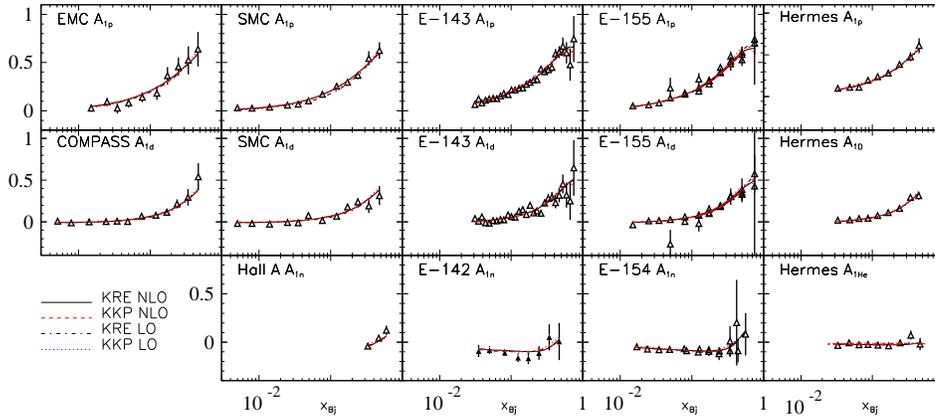


Figura 5.6: Asimetrías inclusivas calculadas con las pPDFs LO y NLO contra los correspondientes datos.

Es bien sabido que los conjuntos de funciones de fragmentación de KRE y KKP tienen diferencias significativas para la función de fragmentación de gluones y para la separación de sabores. Aunque las predicciones de NLO calculadas con KKP muestran mejor acuerdo con los datos de observables

dominados por las fragmentaciones de gluones [75], los mejores resultados obtenidos para los datos de pSIDIS en el caso de KRE, favorecen la separación de sabores de este último conjunto de funciones de fragmentación.

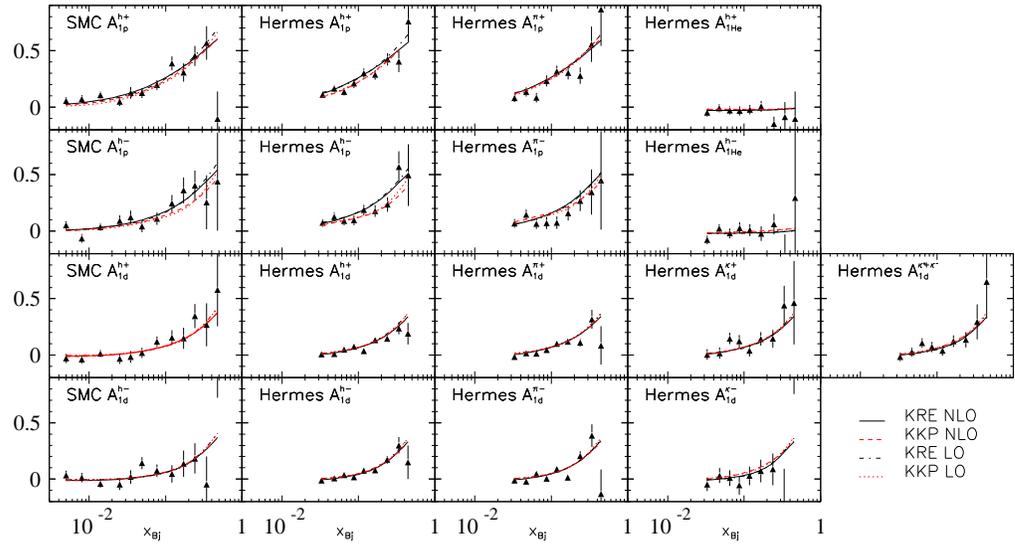


Figura 5.7: Asimetrías Semi-inclusivas calculadas con las pPDFs LO y NLO contra los correspondientes datos.

Notemos que  $\Delta u + \Delta \bar{u}$  y  $\Delta d + \Delta \bar{d}$  podrían en principio, estar determinados por datos inclusivos solamente, sin ninguna dependencia en las funciones de fragmentación. Sin embargo, debido a que los datos semi-inclusivos determinan tanto  $\Delta q + \Delta \bar{q}$  como  $\Delta \bar{q}$ , en el ajuste combinado,  $\Delta q + \Delta \bar{q}$  termina con una pequeña dependencia en las funciones de fragmentación. El conjunto completo de parámetros para los diferentes conjuntos se encuentran en la tabla B1 del apéndice.

En las figuras 5.6 y 5.7 mostramos las asimetrías inclusivas y semi-inclusivas calculadas con las distintas parametrizaciones obtenidas con los ajustes a LO y NLO contra los conjuntos de datos correspondientes. Las diferencias entre los varios conjuntos puede ser notada en comparación con los datos inclusivos en la figura 5.6, aunque hay diferencias más significativas cuando comparamos los datos provenientes de los observables de pSIDIS,

especialmente en el caso de los blancos de protón. Esto se debe al hecho que las diferencias principales entre ambos conjuntos de parametrizaciones está en el mar de quarks livianos, que son determinados por los datos de procesos de pSIDIS con blancos de protón. Las asimetrías semi-inclusivas medidas con blancos de deuterio son menos sensitivas a estas diferencias ya que promedian las contribuciones de  $\bar{u}$  y  $\bar{d}$ .

### 5.2.3. Incertezas

Una cuestión crucial a estudiar antes de seguir interpretando los resultados obtenidos, es estimar las incertezas en la extracción de las distribuciones partónicas polarizadas individuales al realizar los ajustes globales y las incertezas que tendrán los observables calculados con ellas. Esto ha sido bien estudiado para el caso de las distribuciones no polarizadas, donde el número y la precisión de los datos es mucho más significativa [46, 69, 76].

Las fuentes de incertezas de las distribuciones partónicas son usualmente clasificadas en aquellas asociadas con los errores experimentales de los datos y aquellas asociadas con las suposiciones teóricas y fenomenológicas realizadas durante el ajuste global, incluyendo: efectos de orden mayor de QCD en la sección eficaz analizada y en su dependencia con la escala, la elección particular de la forma paramétrica de las distribuciones a la escala inicial, correcciones nucleares a los blancos, mecanismos de hadronización, y suposiciones del modelo como  $s = \bar{s}$ . Claramente, mientras la primera categoría de incertezas puede ser controlada usualmente, la segunda es particularmente difícil de determinar.

Como ya mencionáramos muchas estrategias han sido implementadas para evaluar las incertezas en las PDFs y su propagación al calcular los observables, especialmente aquellas asociadas con errores experimentales en los datos. Estos incluyen la aproximación del Hessiano, la cual supone que la desviación en el  $\chi^2$  del ajuste global es cuadrática en las desviaciones de los parámetros que especifican las distribuciones partónicas de entrada y luego las incertezas se propagan linealmente a los observables. Para nuestro análisis utilizamos el método de multiplicadores de Lagrange, discutido en el capítulo 3, para evaluar dichas incertezas. En la figura 5.8 mostramos los resultados de la variación del  $\chi^2$  para los ajustes a NLO contra el primer momento de las respectivas densidades partónicas polarizadas  $\delta q$  a  $Q^2 = 10 \text{ GeV}^2$ , una a la vez. Esto se realiza minimizando

$$\Phi(\lambda_q, a_j) = \chi^2(a_j) + \lambda_q \delta q(a_j) \quad q = u, \bar{u}, d, \bar{d}, s, g. \quad (5.10)$$

Por supuesto, más allá del LO, estos primeros momentos no son, estricta-

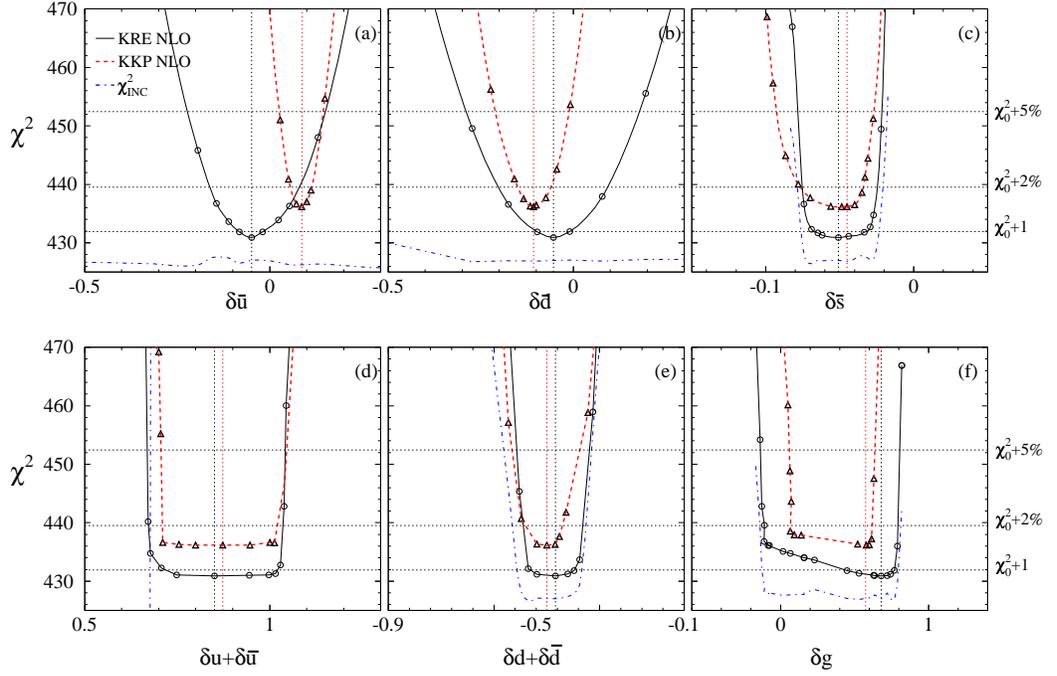


Figura 5.8: Perfil del  $\chi^2$  de los ajustes a NLO obtenidos utilizando el método de multiplicadores de Lagrange a  $Q^2 = 10 \text{ GeV}^2$ .

mente hablando, observables físicos, sin embargo, son cantidades perfectamente bien definidas una vez que la prescripción para la factorización se fija. Las curvas sólidas en figura 5.8 corresponden al ajuste KRE a NLO, mientras que las líneas punteadas corresponden al KKP a NLO.

En una situación ideal, es decir, tener estimaciones fidedignas de cada fuente de incerteza, de los errores correlacionados y teóricos, y una dependencia cuadrática del  $\chi^2$  en los parámetros del ajuste, el perfil del  $\chi^2$  sería justo una parábola y la incerteza de  $1\sigma$  en cualquier observable correspondería a un  $\Delta\chi^2 = 1$ . Para tener en cuenta fuentes de incerteza inesperadas, en los análisis globales no polarizados modernos es usual considerar en vez de  $\Delta\chi^2 = 1$ , entre 2% y 5% de variación del  $\chi^2$  como una estimación del rango de incerteza.

Como era de esperar en el marco ideal, la dependencia del  $\chi^2$  en el

primer momento de  $\bar{u}$  y  $\bar{d}$  aproxima a una parábola (figuras 5.8a y 5.8b). Las curvas para el caso de KKP están desplazadas hacia arriba en seis unidades relativas a las correspondientes al caso KRE, debido a la diferencia en el valor del  $\chi^2$  de cada mejor ajuste respectivo. Aunque esto indica que la bondad general del ajuste KKP es más pobre que el de KRE,  $\delta\bar{d}$  y  $\delta\bar{u}$  parecen estar más fuertemente restringidas. Las estimaciones para  $\delta\bar{d}$  calculadas con los mejores ajustes respectivos, están cercanos y dentro del rango de  $\Delta\chi^2 = 1$ , sugiriendo una situación cercana a la ideal. Sin embargo, para  $\delta\bar{u}$ , los ajustes sólo se solapan permitiendo una variación en  $\Delta\chi^2$  del orden del 2%. Este es un muy buen ejemplo de como el  $\Delta\chi^2 = 1$  parece no aplicar debido a fuentes de incertezas presentes con las cuales no se contaba: las diferencias entre los conjuntos de funciones de fragmentación disponibles.

Algo interesante para notar es que casi toda la variación en  $\chi^2$  proviene de la comparación con los datos semi-inclusivos polarizados. El valor parcial del  $\chi^2$  calculado sólo con los datos inclusivos,  $\chi_{pDIS}^2$ , es casi plano, reflejando el hecho que los datos de pDIS no son sensitivos a las distribuciones  $\bar{u}$  y  $\bar{d}$ . En la figura 5.8, mostramos, con una línea punteada-rayada, la curva para  $\chi_{pDIS}^2$  con un corrimiento de 206 unidades.

La situación, sin embargo, cambia dramáticamente cuando consideramos los momentos  $\delta s$  y  $\delta g$  como se puede ver en la figura 5.8(c) y 5.8(f), respectivamente. En el caso de la variación con respecto a  $\delta s$ , el perfil del  $\chi^2$  no es para nada cuadrático, y la distribución está mucho mas restringida (notar que la escala utilizada en este caso es casi 4 veces mas pequeña que la usada para los momentos del mar de quarks livianos). El  $\chi_{pDIS}^2$  correspondiente a los datos inclusivos es más o menos indiferente dentro de un intervalo alrededor del valor del mejor ajuste y crece rápidamente en los límites. Este crecimiento excesivo está relacionado con las restricciones que impone la condición de positividad (ecuación 2.59) sobre  $\Delta s$  y  $\Delta g$ . Los datos semi-inclusivos tienen un efecto similar pero también ayudan a definir un mínimo dentro del intervalo. Los valores preferidos para  $\delta s$  obtenidos de ambos ajustes a NLO están muy cercanos, y en caso del ajuste KRE, también están muy cerca de los valores de  $\delta\bar{u}$  y  $\delta\bar{d}$ , sugiriendo simetría SU(3).

Para la polarización total de  $u$  y  $d$  ( $\delta u + \delta\bar{u}$  y  $\delta d + \delta\bar{d}$ ), las incertezas absolutas son más grandes como se muestra en la figura 5.8(d) y 5.8(e), respectivamente; sin embargo, sus valores relativos a los resultados del mejor ajuste son significativamente más pequeños que los correspondientes a los quarks de mar. Para  $\delta g$ , nuevamente  $\chi_{pDIS}^2$  define un intervalo, como se señaló en análisis previos [52, 53], limitada por su propia restricción de positividad en el límite superior y por la positividad de las densidades de los

quarks de mar, que crecen en el límite inferior. Entre ambos extremos, hay, o bien, una redundancia de los parámetros o una necesidad de datos más sensibles. Nuevamente, los datos de pSIDIS ayudan a definir un mínimo, y éste es muy similar para ambos ajustes. Dentro del rango de incerteza de  $\Delta\chi^2 = 2\%$ , la estimación de la polarización del gluón está en acuerdo con los análisis más recientes de producción de hadrones a alto impulso transversal  $p_T$  [77].

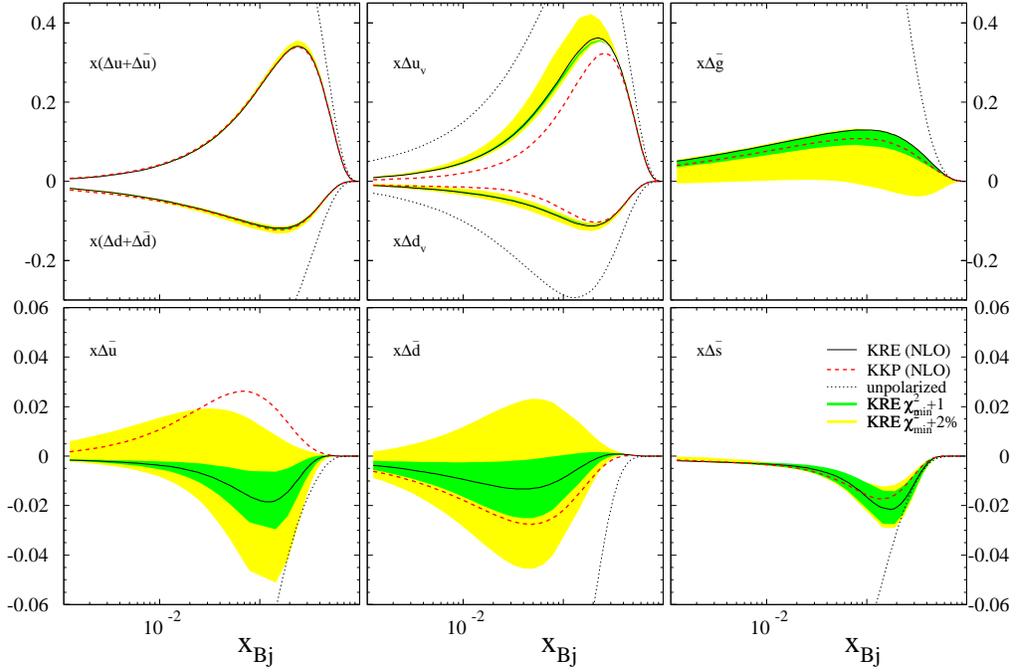


Figura 5.9: Distribuciones partónicas a  $Q^2 = 10 \text{ GeV}^2$  y las bandas de incerteza correspondientes a  $\Delta\chi^2 = 1$  y  $\Delta\chi^2 = 2\%$ .

Claramente, para el caso de  $\delta\bar{s}$  o de  $\delta g$  no es conveniente el uso de la aproximación del Hessiano. En el caso de los quarks de mar livianos, la sensibilidad a conjuntos de datos más pequeños e internamente consistentes, nos pone en una situación más cercana a la ideal.

Para ver el efecto de la variación en  $\chi^2$  sobre las distribuciones partónicas en sí, en la figura 5.9 mostramos las densidades del mejor ajuste KRE junto

con las bandas de incerteza correspondientes a  $\Delta\chi^2 = 1$  (banda más oscura) y  $\Delta\chi^2 = 2\%$  (banda sombreada más clara). Como era de esperar, las incertezas relativas en las densidades totales de quarks y las correspondientes a los quarks extraños son bastante más pequeñas. Para las densidades de gluón la banda de  $\Delta\chi^2 = 1$  es también pequeña, pero la estimación más prudente de  $\Delta\chi^2 = 2\%$  es mucho más significativa. Para los quarks de mar livianos las bandas de  $\Delta\chi^2 = 1$  son moderadas pero las de  $\Delta\chi^2 = 2\%$  son mucho más grandes.

Los perfiles de  $\chi^2$  obtenidos para el caso de ajustes a LO muestran características similares a las obtenidas para el NLO. En la figura 5.10 se pueden ver los perfiles para las densidades del mar a LO. Antes de sacar conclusiones sobre las incertezas a LO comparadas con la de NLO, vamos a señalar algunos comentarios.

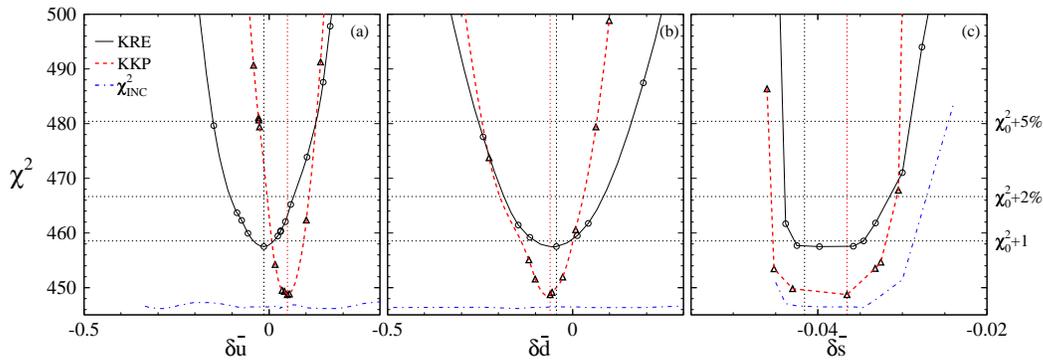


Figura 5.10: Perfiles del  $\chi^2$  para los ajustes a LO obtenidos utilizando el método de multiplicadores de Lagrange a  $Q^2 = 10 \text{ GeV}^2$ .

En primer lugar, la gran diferencia entre los valores de  $\chi^2$  de los ajustes a LO y NLO de los mismos conjuntos de datos, implica que las incertezas debido al uso de una u otra aproximación, no están apropiadamente tenidas en cuenta. Cualquier intención de incluir estas incertezas reduciría ciertamente el poder de restricción del ajuste a LO y por lo tanto aumenta las incertezas en las distribuciones partónicas. El segundo punto está relacionado con el hecho que detrás de las distribuciones a LO está la dependencia en el esquema de factorización, y por lo tanto la relación entre las funciones de distribución partónicas a LO y a NLO y sus incertezas es aún más indirecta.

Como ya hiciéramos para los casos anteriores, utilizamos el método de multiplicadores de Lagrange para analizar la consistencia entre los datos inclusivos y semi-inclusivos. Esta vez, aplicamos un multiplicador de lagrange a la contribución semi-inclusiva en la función a ser minimizada,

$$\Phi(\lambda, a_j) = \chi_{pDIS}^2 + \lambda \chi_{pSIDIS}^2(a_j) \quad (5.11)$$

y realizamos varios ajustes para diferentes valores de  $\lambda$ . Para valores de  $\lambda$  menores a la unidad, el peso de los datos de pSIDIS en el ajuste es reducido artificialmente y el ajuste pasa a ser dominado por los datos inclusivos para  $\lambda \rightarrow 0$ . La contribución parcial de los datos de pDIS aal  $\chi^2$ ,  $\chi_{pDIS}^2$ , decrece hasta la saturación, dada por el mejor ajuste de solamente los datos inclusivos, mientras que el  $\chi_{pSIDIS}^2$  aumenta. Usando valores de  $\lambda$  mayores a la unidad, el ajuste se vuelve dominado por los datos semi-inclusivos, hasta la saturación, que se da para el mejor ajuste de los datos de pSIDIS solamente.

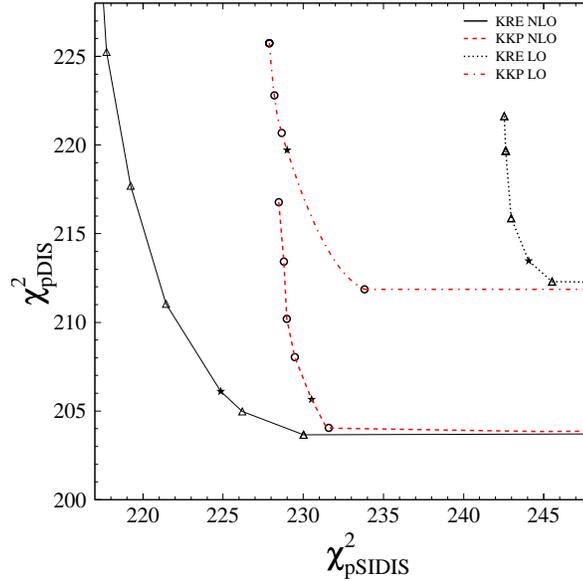


Figura 5.11: Perfiles del  $\chi_{pDIS}^2$  contra  $\chi_{pSIDIS}^2$  para los ajustes KRE y KKP a LO y NLO .

En la figura 5.11 mostramos los resultados para  $\chi_{pDIS}^2$  contra  $\chi_{pSIDIS}^2$  en ajustes para un amplio rango de valores de  $\lambda$ , para los ajustes KRE a NLO

(línea sólida), KKP a NLO (línea rayada), KRE a LO (línea punteada) y KKP a LO (línea punteada-rayada), respectivamente. El mejor ajuste estándar en cada curva ( $\lambda = 1$ ) está marcado con una estrella.

En las dos curvas para el caso a NLO, los valores de  $\chi_{pDIS}^2$  obtenidos en el mejor ajuste estándar están muy cercanos al valor común de saturación, correspondiente a un ajuste sin datos de pSIDIS. Esto sugiere un alto grado de compatibilidad entre ambos conjuntos de datos en el marco del NLO, ya que la inclusión de los datos semi-inclusivos no empeora significativamente el acuerdo con los datos inclusivos. El aumento en el peso relativo de los observables de pSIDIS reduce el  $\chi_{pSIDIS}^2$  sólo en un par de unidades en el caso de los ajustes KKP, lo que indica que dichos ajustes están fuertemente restringidos y que el mejor de ellos tiene un  $\chi_{pSIDIS}^2$  cercano al valor de saturación. Sin embargo,  $\chi_{pSIDIS}^2$  en el mejor ajuste KRE a NLO es varias unidades más pequeño aunque con un  $\chi_{pDIS}^2$  similar al de KKP. El valor de saturación obtenido en este caso es también más pequeño. Estas últimas características implican que las funciones de fragmentación de KRE permiten un ajuste mucho mejor y más flexible de los datos de pSIDIS.

Para el LO la situación es un poco diferente: el valor de saturación común para el  $\chi_{pDIS}^2$  es varias unidades más grande que el encontrado para el caso del NLO, lo que significa que aún no teniendo en cuenta los datos semi-inclusivos, los ajustes obtenidos a LO son más pobres que aquellos que se obtienen a una precisión NLO. El valor de  $\chi_{pDIS}^2$  para el mejor ajuste KRE a LO es cercano al valor de saturación, pero a expensas de un alto valor del  $\chi_{pSIDIS}^2$ . En el caso del ajuste KKP a LO, el  $\chi_{pSIDIS}^2$  mejora significativamente pero el valor de saturación del punto de partida del  $\chi_{pDIS}^2$  es muy grande.

#### 5.2.4. Perspectivas futuras

Una de las mediciones más esperadas por la comunidad que estudia la física del espín es aquella correspondiente a la producción de piones inclusivos a valores grandes de momento transversal  $p_T$  en colisiones protón-protón polarizados longitudinalmente, la cual está siendo medida en el Brookhaven National Laboratory Relativistic Ion Collider (RHIC) [78]. La asimetría dependiente de espín asociada a este tipo de procesos,  $A_{LL}^{\pi^0}$ , está definida en términos del cociente entre la sección eficaz polarizada y no polarizada,

$$A_{LL}^{\pi^0} = \frac{d\Delta\sigma^{p p \rightarrow \pi^0 X}}{d\sigma^{p p \rightarrow \pi^0 X}} \quad (5.12)$$

la cual es fuertemente dependiente de la polarización del gluón, ya que la misma se muestra en términos dominantes de la sección eficaz. Las correcciones de QCD a NLO para este observable han sido calculadas recientemente [79, 80], resultando ser grandes, lo cual hace que sea inevitable el uso de la aproximación de NLO, además de ser muy significativa la dependencia en  $\Delta g$ , características que, en principio, ayudarían a restringir el valor de la polarización del gluón de manera más fuerte que los experimentos de DIS.

Los datos obtenidos hasta ahora por la Colaboración PHENIX sugieren una asimetría pequeña, consistente con la polarización moderada que exhiben los conjuntos de distribuciones partónicas polarizadas. En lo que sigue, aplicamos el método de multiplicadores de Lagrange para explorar el rango de variación para la estimación de esta asimetría asociada a la incerteza en la extracción de las pPDFs.

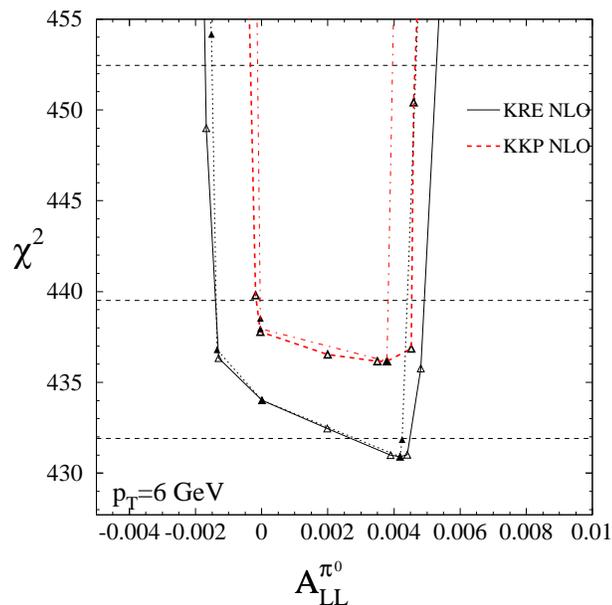


Figura 5.12: Perfil del  $\chi^2$  global contra  $A_{LL}^{\pi^0}$  a  $p_T = 6 \text{ GeV}$ .

En la figura 5.12 mostramos el rango de variación de  $A_{LL}^{\pi^0}$  en un valor intermedio de  $p_T = 6 \text{ GeV}$  obtenidos con diferentes conjuntos de distribuciones partónicas contra la variación de las contribuciones al  $\chi^2$  de los datos inclu-

sivos y semi-inclusivos. El perfil del  $\chi^2$  determinan un rango bien definido de valores de  $A_{LL}^{\pi^0}$  permitidos por las pPDFs presentes. La línea sólida representa el perfil obtenido usando las funciones de fragmentación KRE, tanto en el ajuste global de los datos como en el cálculo de esta asimetría. La curva rayada representa exactamente lo mismo pero utilizando la parametrización para las funciones de fragmentación de KKP. Los mínimos correspondientes a ambos perfiles están muy cercanos, sugiriendo una cancelación de las incertezas asociadas. Notemos, que tanto las pPDFs extraídas en el ajuste global como la estimación de  $A_{LL}^{\pi^0}$  para un dado conjunto, utilizan un conjunto de funciones de fragmentación. La doble dependencia del observable en estas funciones de fragmentación pueden, en principio, haber potenciado el desacuerdo.

Además, cuando el procedimiento de ajuste explora conjuntos alternativos de pPDFs para minimizar o maximizar el valor de esta asimetría, no sólo varía la distribución de gluones, sino que varían todas las distribuciones. Como el observable es fuertemente dependiente de la polarización del gluón, existe una correlación estrecha entre  $A_{LL}^{\pi^0}$  y  $\delta g$ , reflejado por el hecho que casi los mismos conjuntos que maximizan/minimizan la asimetría, maximizan/minimizan  $\delta g$ ; sin embargo el rol de la polarización del mar de quarks es significativo.

En la figura 5.12 hemos incluídos también los perfiles obtenidos usando  $\delta g$  en la minimización en vez de  $A_{LL}^{\pi^0}$  con línea punteada para el caso de KRE y rayada-punteada para el caso de KKP. Claramente, la polarización del mar de quarks puede conspirar para producir una asimetría mayor/menor que la obtenida con el ajuste de gluones máximo/mínimo a un dado valor de  $\chi^2$ , un efecto que es mucho más aparente a valores grandes de  $A_{LL}^{\pi^0}$ . Esta característica tendrá que ser tomada en cuenta en el futuro para mediciones muy precisas de la polarización del gluón.

Desafortunadamente, los datos tomados en las dos primeras corridas del detector PHENIX en RHIC tienen errores estimados mucho más grandes que las incertezas en los valores de  $A_{LL}^{\pi^0}$  provenientes de los ajustes; sin embargo, esta situación se cambiará en el futuro. En la figura 5.13 graficamos  $A_{LL}^{\pi^0}$  en función del momento transversal  $p_T$  usando el mejor ajuste a NLO utilizando las parametrizaciones de KRE y KKP para las funciones de fragmentación (líneas sólida y rayada, respectivamente) y también variantes del ajuste KRE diseñados para aumentar/reducir la asimetría en un 2% (línea rayada-punteada). También incluímos las incertezas esperadas para las próximas dos corridas centradas en la estimación del mejor ajuste KRE [81].

Otra fuente complementaria de información para restringir aún más

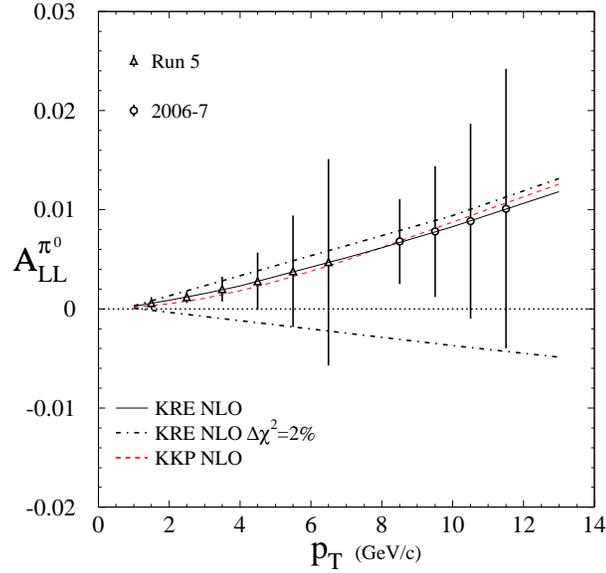


Figura 5.13:  $A_{LL}^{\pi^0}$  contra  $p_T$  calculado con diferentes conjuntos de pPDFs y los errores estimados esperados por PHENIX en RHIC.

la extracción de las pPDFs y también las funciones de fragmentación es el programa del experimento E04-113 del JLAB [6], que propone medir asimetrías semi-inclusivas de pión y kaón para blancos de protón y deuterio. En la figura 5.14(a) mostramos el perfil del  $\chi^2$  del ajuste global usando las funciones de fragmentación KRE (línea sólida) y KKP (línea rayada) contra la asimetría semi-inclusiva de pión para un blanco de protón a una configuración cinemática del experimento E04-113 ( $x_B = 0,203$ ,  $Q^2 = 2,3 GeV^2$ ,  $\langle z \rangle = 0,5$ ). La incerteza esperada para la medición de esta asimetría, mostrada en la parte inferior de la figura, es significativamente más pequeña que la incerteza actual que proviene del ajuste. En la figura 5.14(b) mostramos lo mismo que en la figura previa pero para la asimetría de kaones negativos. Esta no ha sido medida todavía y la diferencia entre la predicción que proviene del conjunto KRE (curva sólida) y la del conjunto KKP (curva rayada) es mucho mayor que las incertezas esperadas. La medición de este último observable junto con el efecto combinado de datos

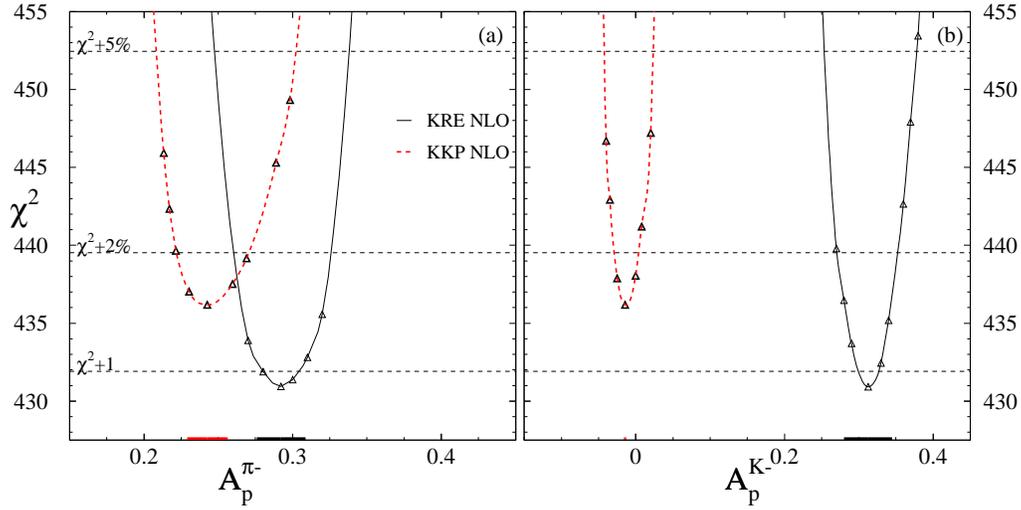


Figura 5.14: Perfil del  $\chi^2$  global contra las asimetrías  $A_p^{\pi^-}$  y  $A_p^{K^-}$ , propuestas para ser medidas por el experimento E04-113 en JLAB.

que vienen de distintos blancos (protón y deuterio) y estados hadrónicos finales (piones y kaones positivos y negativos) restringirán ciertamente aún más el ajuste, específicamente las densidades del mar de quarks, y al mismo tiempo constituirán un examen más estricto de la separación de sabores de las funciones de fragmentación usadas en el análisis.

La disponibilidad de un importante conjunto de nuevos datos en procesos polarizados junto con las herramientas teóricas requeridas para interpretarlos, ha llevado a la extracción de las distribuciones partónicas polarizadas en el protón a convertirse en una importante fuente de información que continuará creciendo en un futuro próximo. No sólo hemos podido aumentar la precisión de dichas distribuciones gracias a la inclusión de los nuevos datos que provienen de observables de pSIDIS, en particular para aquellas correspondientes al mar de quarks, sino que hemos comprobado su consistencia con los datos inclusivos y hemos estimado las incertezas asociadas a la extracción de las mismas.

Los dos experimentos programados, el correspondiente al detector PHENIX en RHIC que ya está tomando datos, y el experimento E04-113 del

JLAB, nos permitirán reducir dramáticamente las incertezas en las densidades de gluón y del mar de quarks, respectivamente, el último incluso, permitirá un examen más estricto sobre las funciones de fragmentación. Precisamente en el próximo capítulo analizaremos dichas cuestiones.

## Capítulo 6

# Predicciones y análisis de futuros experimentos

En el capítulo anterior presentamos distintos ajustes globales realizados para el caso de dispersión inelástica profunda polarizada, y analizamos las incertezas en la extracción de las distribuciones partónicas dependientes de espín y en los observables calculados con ellas, analizando el perfil de la función  $\chi^2$  del ajuste contra las variaciones de diferentes características de las densidades, como ser la polarización neta llevada por cada sabor. Concluimos que la inclusión de datos semi-inclusivos efectivamente permite reducir la incerteza de las densidades, en particular las del mar de quarks, y por lo tanto es fundamental contar con los datos provenientes de futuras mediciones más precisas de estos observables.

En este capítulo investigamos el impacto de incluir una serie de mediciones de dispersión inelástica semi-inclusiva polarizada, que se realizarán en JLAB [6] en un ajuste global a NLO de todos los datos disponibles inclusivos y semi-inclusivos [82].

Otro elemento a tener en cuenta y que puede ser mejorado con la inclusión de nuevos datos es que los valores que pueden tomar la polarización de cada sabor o algún parámetro, no son independientes y se vuelven correlacionados. Aún en el caso donde existen suficientes observables independientes para extraer en principio todas las distribuciones partónicas, las incertezas en las mediciones de los observables y en las incertezas teóricas inherentes al proceso de ajuste, conspiran contra la independencia de dichas densidades partónicas y resultan en correlaciones. Una fuerte correlación entre dos densidades significa que ninguna de las dos está bien determinada. La inclusión de nuevos datos debería no sólo reducir los rangos de incerteza

para cada sabor, sino también dichas correlaciones.

Es por ello que también analizamos el efecto de los futuros datos en las correlaciones entre los rangos de incertezas de las polarizaciones de los distintos sabores del mar de quarks.

### 6.1. Descripción de las características del ajuste y de los procesos a ser medidos en JLAB y Compass

Como se discutió en el capítulo anterior, utilizando el método de los multiplicadores de Lagrange, exploramos el perfil de la función  $\chi^2$  contra diferentes grados de polarización de cada sabor de los partones, y obtuvimos estimaciones de las incertezas en la polarización neta de dichos sabores, y en los parámetros de las pPDFs. El resultado fue un escenario bien restringido donde los datos semi-inclusivos no sólo son consistentes con los inclusivos, sino que mejoran el poder de restricción del ajuste para las densidades, siendo crucial para las distribuciones del mar de quarks livianos.

El mejor ajuste obtenido sugería que para las distribuciones de quarks a  $10 \text{ GeV}^2$  donde, sin incertezas, los quarks  $u$  están casi 100% polarizados paralelos a la polarización del protón, los quarks  $d$  antiparalelos en similar proporción, y los quarks de mar tenían una polarización negativa simétrica en sabor. El primer momento de la distribución de gluones se encontró que estaba en buen acuerdo con las más recientes mediciones directas, cercanas a 0.6, restringido a ser menor a 0.8 y más grande que -0.05 dentro de una variación del  $\chi^2$  del 2%.

Ahora bien, para evaluar el impacto de los futuros datos semi-inclusivos polarizados de JLAB, incluimos en el ajuste global como un conjunto adicional a ser ajustado, los valores esperados de las asimetrías correspondientes a blancos polarizados de protón, con estado final  $\pi^+$ ,  $\pi^-$ ,  $K^+$ , y  $K^-$ , calculadas con el conjunto de densidades partónicas del mejor ajuste obtenido en [68], presentado en el capítulo anterior (sección 5.2.2), y con sus errores experimentales esperados. Las precisiones estadísticas proyectadas están basadas en un total de 225 h de un haz de electrones polarizados de  $6 \text{ GeV}$  sobre un blanco polarizado de  $NH_3$  [6].

Con la inclusión de estos nuevos “datos” de la asimetría semi-inclusiva a ser ajustados, hicimos un nuevo ajuste global y analizamos las incertezas en las pPDFs obtenidas, agregando un estudio de las correlaciones, y comparamos las restricciones resultantes en la polarización con aquellas del ajuste anterior.

## 6.2. Análisis de la influencia de los datos de JLAB en los ajustes globales polarizados

En la figura 6.1 mostramos los resultados de variar el  $\chi^2$  del ajuste a NLO con el conjunto de datos disponibles hasta el presente, que llamaremos *ajuste estándar*, y el ajuste correspondiente a incluir las asimetrías a ser medidas por E04-113, *ajuste mejorado*, contra el primer momento de las respectivas densidades partónicas polarizadas  $\delta\bar{q}$  a  $Q^2 = 10 \text{ GeV}^2$ . Estos resultados se obtienen minimizando la función de la ecuación 5.10, para el  $\chi^2$  definido como en la ecuación 3.2. Notemos que el conjunto adicional de “datos” de la asimetría incluidos no contribuyen al valor del  $\chi^2$  cuando se las calcula con el conjunto de densidades partónicas correspondientes al ajuste estándar. Esas mismas densidades son utilizadas para generar las asimetrías, una situación que ocurre en el mínimo de las curvas. Como las distribuciones cambian para aumentar o disminuir la polarización de un dado sabor, el  $\chi^2$  obtenido con uno u otro conjunto comienza a diferenciarse. Las líneas sólidas en la figura 6.1 corresponden al análisis del conjunto de datos estándar, mientras que la rayada incluye el impacto estimado de las futuras mediciones.

Como era de esperar, el efecto más notable está en la polarización de  $\bar{u}$ , debido a que es máxima la sensibilidad que muestra esta distribución a las asimetrías de protón, como se discute en [53]. Para las distribuciones de  $\bar{d}$  y  $\bar{s}$ , el impacto de estas futuras mediciones se ve suprimida por el factor de carga eléctrica, que es más débil para estos sabores, sin embargo hay una notable mejora en la incerteza de  $\bar{s}$  cerca del mínimo. En el análisis previo, esta densidad estaba principalmente restringida por la condición de positividad (ecuación 2.59) en la distribución plana del  $\chi^2$  alrededor del mínimo, aquí muestra un perfil parabólico. Notemos que tanto en el análisis de [53] como en éste, estamos forzados a suponer  $\Delta\bar{s} = \Delta s$ , ya que no hay aún suficientes datos para discernir alternativas. Esta suposición implica una restricción fuerte sobre  $\delta\bar{s}$ , aún cuando las asimetrías medidas son menos sensibles a esta distribución que a  $\delta\bar{u}$  y  $\delta\bar{d}$ . Por el contrario, la relación entre  $\delta\bar{u}$  y  $\delta u$ , y para  $\delta\bar{d}$  y  $\delta d$  proviene del ajuste. El impacto en la distribución de gluón no es significativo y principalmente indirecto, proveniente como fue encontrado en [53], de las restricciones en el mar de quarks, el cual ahora está mejor definido. Vale la pena mencionar, que el impacto de los datos de kaón es muy pequeño, siendo responsables de los cambios las asimetrías de pión.

Como hemos discutido en el capítulo anterior, es usual en la extracción de las distribuciones partónicas modernas considerar conjuntos de PDFs

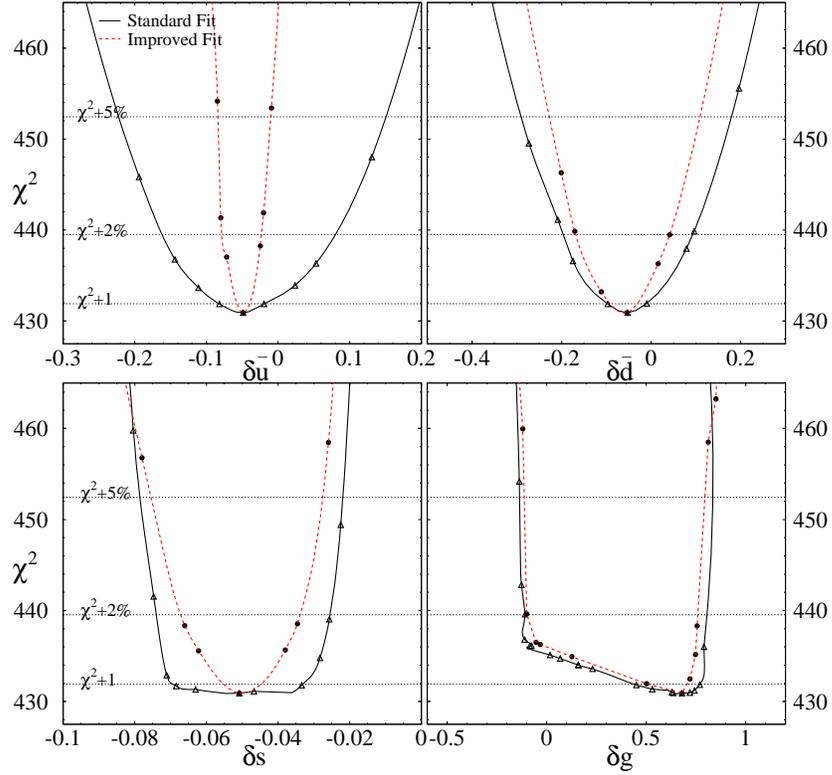


Figura 6.1: Perfil del  $\chi^2$  contra las polarizaciones partónicas.

alternativos que posean valores del  $\chi^2$  dentro de un rango del 2% y 5% de incremento, como una estimación del rango de incerteza del ajuste global. Para estimar el rango de incertezas correspondiente en el cálculo de un dado observable, es usual tomarlo como el rango de variación de un observable dentro de los conjuntos alternativos. Esto es precisamente lo que mostramos en la figura 6.2, donde graficamos las bandas de incerteza de  $A_p^{\pi^+}$  y  $A_p^{\pi^-}$  correspondiente a  $\Delta\chi^2 = 5\%$  en el ajuste mejorado, como el área entre las líneas rayadas. Para comparar, incluimos los valores para las asimetrías para las variables cinemáticas proyectadas por JLAB, calculadas con el conjunto de pPDFs estándar, las cuales incluimos como datos para realizar el ajuste mejorado, junto con los errores esperados. En este sentido, no sólo podemos ver la consistencia de los resultados, sino que también notamos lo apropiado

de considerar  $\Delta\chi^2 = 5\%$ . Bandas de incerteza similares se obtienen para  $\Delta\chi^2 = 5\%$ , pero en el ajuste estándar se encuentra que son dos veces más grandes [68].

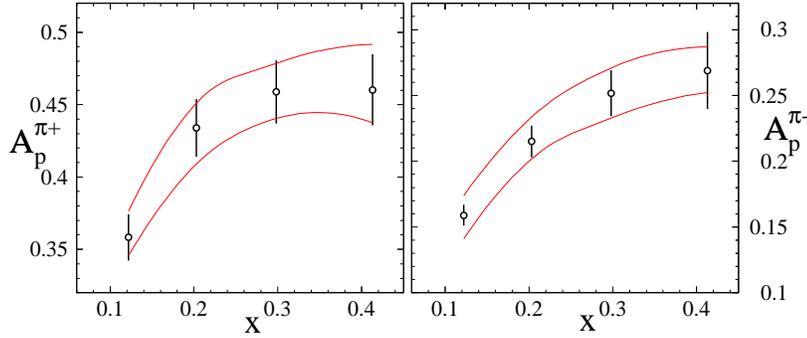


Figura 6.2: Bandas de incerteza para las asimetrías  $A_p^{\pi^+}$  y  $A_p^{\pi^-}$  del *ajuste mejorado* y las incertezas esperadas para E04-113.

Una característica importante para tener en cuenta considerando el rango de variación de la polarización de los diferentes sabores es que están correlacionados. Por ejemplo, para un dado rango permitido del  $\chi^2$ , dos o más sabores pueden no tomar simultáneamente su máximo valor inicial del mejor ajuste. Por esta razón es importante estudiar las correlaciones entre los diferentes sabores, y como cambian estas correlaciones con la inclusión de datos adicionales. Esto puede hacerse sistemáticamente generalizando la ecuación 5.10 para la polarización de más de un sabor, con multiplicadores de Lagrange independientes, escaneando el perfil de la función  $\chi^2$  en su rango de variación.

En la figura 6.3 mostramos el rango de polarización permitido dentro de un 5% de incremento en el  $\chi^2$  en los planos  $\delta\bar{u} - \delta\bar{d}$ ,  $\delta\bar{u} - \delta\bar{s}$ ,  $\delta\bar{u} - \delta g$ ,  $\delta\bar{d} - \delta\bar{s}$ ,  $\delta\bar{d} - \delta g$  y  $\delta\bar{s} - \delta g$ . Para simplificar los gráficos, hemos aproximado por elipses los contornos reales, las más oscuras se obtienen con el ajuste mejorado, y las más claras con el ajuste estándar. Nuevamente, el efecto más significativo es la disminución del rango de incerteza para el caso  $\delta\bar{u} - \delta\bar{s}$ .

En estos gráficos las correlaciones entre la polarización de los diferentes sabores está representada por los ángulos entre los ejes de las elipses y los ejes coordenados. Una diferencia positiva o negativa en  $\pi/4$  implicaría una

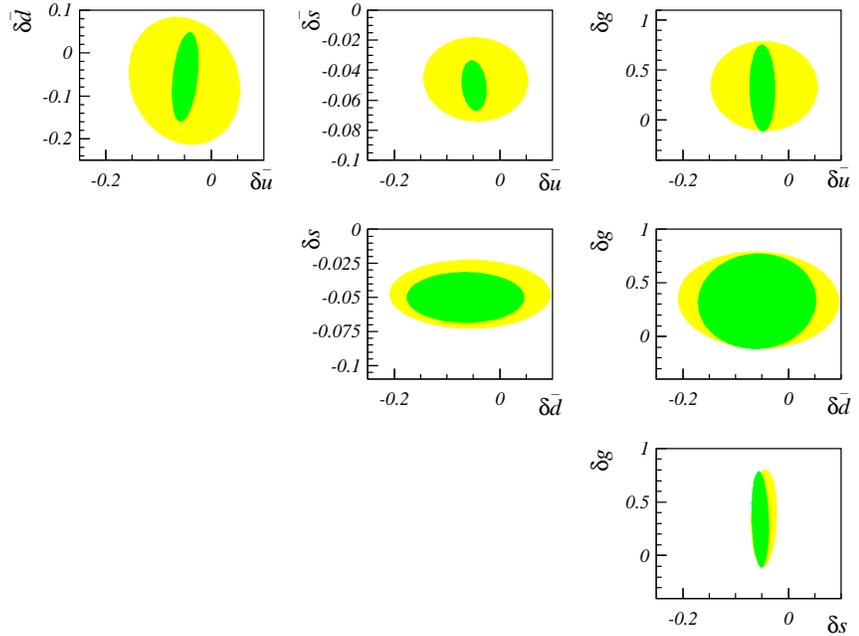


Figura 6.3: Correlaciones entre las polarizaciones de los distintos sabores dentro del rango del 5% de incremento del  $\chi^2$  para el *ajuste mejorado* y *ajuste estándar*.

correlación máxima positiva o negativa, respectivamente, y que ambas polarizaciones están débilmente restringidas, como en el caso, por ejemplo de  $\delta\bar{u}$  y  $\delta\bar{d}$  para el ajuste estándar, que se corrige para el caso del ajuste mejorado. En el resto de los casos, los ejes de las elipses son casi paralelos a los de las coordenadas, sugiriendo correlaciones suaves entre los diferentes pares de sabores.

Existe, sin embargo, una correlación remanente suave entre  $\delta\bar{u}$  y  $\delta\bar{d}$  y entre  $\delta\bar{u}$  y  $\delta\bar{s}$  en el caso en que se consideran los datos de las asimetrías a ser medidas que no puede ser removida. En el primer caso, la correlación es positiva, mientras que en el segundo resulta ser negativa. La polarización del gluón también parece tener correlaciones insignificantes con aquellas co-

rrespondientes a los anti-quarks, con sólo una leve tendencia positiva con  $\delta\bar{s}$  en el ajuste estándar, que se ve removida en el mejorado.

Otra correlación interesante para analizar es aquella que da entre la polarización total llevada por los anti-quarks y aquella de los gluones. En la práctica éste se implementa asociándole un multiplicador de Lagrange a la suma sobre las especies de anti-quarks  $\delta\Sigma_{\bar{q}} = (\delta\bar{u} + \delta\bar{d} + \delta\bar{s})$  y otro a la polarización del gluón. En la figura 6.4 podemos ver que no hay una correlación significativa entre  $\delta\Sigma_{\bar{q}}$  y  $\delta g$ . Notemos, también, como las asimetrías a ser medidas por E04-113 ayudarán significativamente a restringir la polarización de los anti-quarks.

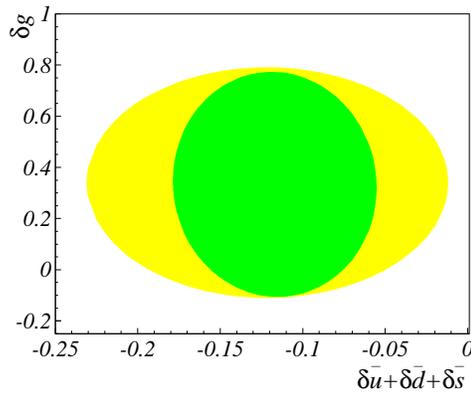


Figura 6.4: Correlaciones entre  $\delta\Sigma_{\bar{q}}$  y  $\delta g$ .

En este capítulo hemos analizado el impacto potencial de los futuros datos de dispersión inelástica semi-inclusiva utilizando blancos de protón, en la determinación de la polarización del mar de quarks en el nucleón, realizando ajustes globales a NLO. Encontramos que la inclusión de estas mediciones efectivamente contribuirá a determinar con más precisión la polarización del mar de quarks en el protón. La mejora más significativa se encuentra en la distribución de anti-quarks  $u$ , con un notable efecto también en la densidad de los anti-quarks extraños. Con respecto a la distribución de  $\bar{d}$  los nuevos datos tendrán un efecto más pequeño, aunque no insignificante. Con respecto a las correlaciones, encontramos que las futuras mediciones reducirán la correlación entre  $\delta\bar{u}$  y  $\delta\bar{d}$  del ajuste estándar, conduciéndonos a un escenario donde las densidades del mar de quarks y sus incertezas pueden determinarse independientemente.



## Capítulo 7

# Conclusiones

La extracción de distribuciones partónicas por medio de ajustes globales de QCD ha evolucionado desde que los primeros conjuntos de parametrizaciones fueron obtenidos a principios de los 80s [83]. La posibilidad de contar con datos más precisos de dispersión inelástica inclusiva, y luego con mediciones de otros observables, como procesos de Drell Yan, producción de jets y dispersión inelástica semi-inclusiva, que permitieran imponer restricciones sobre los distintos sabores de quarks, ha permitido aumentar la precisión con que las mismas se fueron obteniendo. No sólo se ha podido incrementar la precisión, sino que también, se han establecido criterios para la determinación de sus incertezas y las de los observables que se calculan con dichas PDFs. De hecho, actualmente para el caso no polarizado, lo usual es presentar las parametrizaciones de las distintas densidades partónicas junto con los análisis de consistencia y de incertezas correspondientes.

En este marco, investigamos las características de los ajustes globales en función de los datos incluidos en el mismo, para lograr optimizar la obtención de dichas distribuciones, y reducir sus incertezas. Realizamos ajustes globales de datos no polarizados a LO y de experimentos polarizados a NLO. Por otro lado, implementamos por primera vez un análisis de consistencia y de incertezas a ajustes globales de datos polarizados, del cual pudimos extraer conclusiones respecto de los observables que son relevantes para restringir la determinación de los distintos sabores de quarks presentes en el nucleón. A partir de dichos ajustes, pudimos evaluar el impacto de la inclusión de nuevos datos a un ajuste global.

La primera parte del trabajo, nos concentramos en analizar las consecuencias de incluir diferentes mediciones del cociente  $\bar{d}/\bar{u}$  de la asimetría de sabor del mar de quarks, en la extracción de distribuciones partónicas,

usando el método de multiplicadores de Lagrange, el cual resultó ser de gran utilidad, ya que pudimos investigar la consistencia de distintos observables calculados con dichas funciones de distribución partónica. Encontramos que si bien los resultados de E866 y HERMES conducen a la extracción de PDFs consistentes, los datos de NMC de la diferencia de las funciones de estructura de protón y neutrón no pueden ser contenidos en este esquema. La inconsistencia mostrada por los datos de NMC sugiere que alguna de las suposiciones hechas en el análisis del experimento deberían ser revisadas. Una fuente obvia de incertezas en las mediciones de asimetría de sabor la proporcionan los efectos nucleares cuando se utilizan blancos de deuterio, particularmente en la extracción del observable de NMC  $F_2^p - F_2^n$ . Ciertamente, en el pasado [50] ha sido mostrado que pequeñas correcciones a la función de estructura del deuterio a valores de  $x$  intermedios provoca modificaciones importantes en la extracción  $F_2^p - F_2^n$ . Esta situación apunta a la evaluación muy cuidadosa del rol de los efectos nucleares en cada medición de la asimetría de sabor.

Contando con los resultados obtenidos para el caso no polarizado, y habiendo optimizado el uso del método de multiplicadores de Lagrange para el análisis de incertezas de un ajuste global, nos dispusimos a considerar el caso polarizado. En primera instancia, pudimos corroborar la consistencia interna en un ajuste global de distintos conjuntos de datos provenientes de observables de pDIS y pSIDIS. Para el caso inclusivo este nivel de acuerdo entre teoría y datos resultó ser mayor al del caso semi-inclusivo, particularmente en el caso de hadrones cargados positivamente en el estado final, lo cual, si bien el método no puede distinguir si la incerteza proviene de la teoría o de los datos experimentales, puede indicar falta de precisión en la separación de las funciones de fragmentación utilizadas para el cálculo de dicho observable.

La disponibilidad de un importante conjunto de nuevos datos polarizados, junto con las herramientas teóricas requeridas para interpretarlos (cálculos a NLO de los observables involucrados), nos permitió extraer nuevas distribuciones partónicas polarizadas en el protón, realizando nuevos ajustes globales de todos los datos disponibles hasta el momento. Pudimos reducir la incerteza de las mismas gracias a la inclusión de estos nuevos datos que provienen de observables de pSIDIS, en particular para aquellas correspondientes al mar de quarks. Estimamos las incertezas asociadas a la extracción de cada densidad partónica, encontrando un escenario bastante bien restringido. Concluimos que los datos semi-inclusivos no sólo son consistentes con los inclusivos, sino que también restringen todas las distribuciones, siendo cruciales para el mar de quarks. Investigamos distin-

tas opciones para las funciones de fragmentación utilizadas en el cálculo de pSIDIS, encontrando diferencias en las densidades del mar, mientras un conjunto de dichas funciones de fragmentación favorece un mar SU(3) de sabor y conduce a ajustes de mejor calidad, la otra sugiere ruptura de simetría. En cuanto a las distribuciones, encontramos que las densidades de quarks  $u$  están casi 100 % polarizadas paralelas al protón, las correspondientes a  $d$  antiparalelas en una proporción similar y las del mar de quarks tienen una pequeña polarización simétrica en sabor.

Utilizando los resultados del mejor ajuste obtenido, analizamos el impacto potencial de los futuros datos de dispersión inelástica semi-inclusiva utilizando blancos de protón, en la determinación de la polarización del mar de quarks en el nucleón, realizando ajustes globales a NLO. Encontramos que la inclusión de estas mediciones efectivamente contribuirá a determinar con más precisión la polarización del mar de quarks en el protón. La mejora más significativa se encuentra en la distribución de anti-quarks  $u$ , con un notable efecto también en la densidad de los anti-quarks extraños. Con respecto a la distribución de  $\bar{d}$  los nuevos datos tendrán un efecto más pequeño, aunque no insignificante. Con respecto a las correlaciones, encontramos que las futuras mediciones reducirán la correlación entre  $\delta\bar{u}$  y  $\delta\bar{d}$  del ajuste estándar, conduciéndonos a un escenario donde las densidades del mar de quarks y sus incertezas pueden determinarse independientemente. Es interesante notar que si tenemos en cuenta que el protón se descubrió en 1919, y el neutrón en la década del 30, resulta casi inimaginable el hecho que hoy en día, tan sólo 80 años después, es posible medir las distribuciones de probabilidad de los quarks, sus componentes fundamentales. El vertiginoso avance de la física en esta temática resulta alentador y desafía a continuar estudiando la estructura más fundamental de la materia.

La extracción de distribuciones partónicas es una actividad crucial en la física de altas energías, que requiere no sólo refinar las herramientas en el campo fenomenológico, sino también en el campo experimental, ya que la combinación de ambos, es la que permitirá lograr cada vez mayor precisión en las mismas.



# Apéndice A

En la siguiente tabla mostramos los parámetros del ajuste a LO de datos no polarizados.

**Tabla A1:** Parámetros para los diferentes ajustes.

	I (E866)	II (NMC)	III (Hermes)	0 ( $\omega_i = 0$ )
$\alpha_u$	0,305	0,372	0,314	0,311
$\beta_u$	3,157	3,114	3,192	3,176
$\gamma_u$	-0,132	-0,356	-0,138	-0,002
$\delta_u$	16,84	10,07	16,94	17,12
$\alpha_d$	0,171	0,081	0,168	0,182
$\beta_d$	3,598	3,394	3,550	3,639
$\gamma_d$	16,69	878,9	22,81	22,38
$\delta_d$	30,47	291,5	30,95	33,65
$\alpha_g$	0,467	0,778	0,670	0,583
$\beta_g$	20,59	27,11	20,69	20,70
$\gamma_g$	-3,502	-2,130	-4,165	-3,467
$\delta_g$	8,084	15,35	8,577	7,877
$N_\Sigma$	0,484	0,659	0,421	0,423
$\alpha_\Sigma$	-0,175	-0,179	-0,210	-0,210
$\beta_\Sigma$	6,948	6,377	6,945	6,966
$\gamma_\Sigma$	-1,086	-3,806	-1,012	-1,066
$\delta_\Sigma$	11,22	13,29	11,45	11,32
$N_\Delta$	5,545	41,85	4,832	5,557
$\alpha_\Delta$	1,826	3,885	1,729	1,913
$\beta_\Delta$	10,83	20,41	10,94	10,86
$\gamma_\Delta$	11,74	274,1	11,31	12,26
$\delta_\Delta$	-43,65	434,5	-40,96	41,03

A continuación presentamos los parámetros del ajuste con  $\lambda = 1$ , para el primer paso, donde sólo consideramos datos inclusivos (ajuste DIS) y para el segundo paso, donde incluimos datos semi-inclusivos (ajuste SIDIS)

**Tabla B1** Parámetros para el ajuste de  $\lambda = 1$ .

<i>Parametro</i>	<i>Ajuste DIS</i>	<i>Ajuste SIDIS</i>
$\epsilon_{Bj}$	-0.002	-0.004
$\epsilon_{SU(3)}$	0.085	0.088
$\alpha_u$	0.858	0.858
$\beta_u$	3.200	3.200
$\gamma_u$	14.929	14.969
$\delta_u$	1.004	1.005
$\alpha_d$	0.434	0.433
$\beta_d$	4.050	4.050
$\gamma_d$	13.888	13.939
$\delta_d$	1.651	1.651
$N_s$	-0.074	-0.075
$\alpha_s$	2.500	2.491
$\beta_s$	10.000	10.000
$N_g$	0.239	0.238
$\alpha_g$	1.499	1.499
$\beta_g$	6.000	6.000
$N_{\bar{u}}$	-	-0.014
$\alpha_{\bar{u}}$	-	2.311
$\beta_{\bar{u}}$	-	7.646
$N_{\bar{d}}$	-	0.014
$\alpha_{\bar{d}}$	-	2.315
$\beta_{\bar{d}}$	-	7.646

Presentamos aquí los parámetros de los mejores ajustes KRE y KKP.

Parámetro	KRE NLO	KKP NLO	KRE LO	KKP LO
$\epsilon_{BJ}$	-0.0067	0.0280	-0.1994	-0.2413
$\epsilon_{SU(3)}$	-0.0122	-0.0795	-0.15	-0.1
$\alpha_u$	1.2024	1.0908	0.8376	1.1325
$\beta_u$	3.4517	3.2909	3.5832	4.3992
$\gamma_u$	7.4178	9.2128	10.270	13.287
$\delta_u$	1.0722	0.9956	1.4483	2.2157
$\alpha_d$	0.6717	0.4913	0.6431	0.8770
$\beta_d$	4.7090	4.3816	4.9575	5.4356
$\gamma_d$	14.999	19.999	14.999	14.999
$\delta_d$	1.5666	1.3891	1.8938	2.4361
$N_s$	-0.0441	-0.0398	-0.0367	-0.0382
$\alpha_s$	3.500	2.5000	2.1045	3.4466
$\beta_s = \beta_{\bar{u}} = \beta_{\bar{d}}$	11.741	9.7131	9.8861	14.997
$N_{\bar{u}}$	-0.0444	0.0799	-0.0122	0.0453
$\alpha_{\bar{u}}$	2.500	1.1332	2.5828	1.1892
$N_{\bar{d}}$	-0.0454	-0.0971	-0.0408	-0.0557
$\alpha_{\bar{d}}$	0.9970	0.8979	0.73443	1.0639
$N_g$	0.1273	0.0781	0.1965	0.082
$\alpha_g$	2.398	2.2901	0.0390	1.320
$\beta_g$	2.1398	1.5698	2.4051	4.485
$\chi^2_{Total}$	430.91	436.17	457.52	448.71
$\chi^2_{DIS}$	206.01	205.66	213.48	228.99
$\chi^2_{SIDIS}$	224.90	230.51	219.72	228.99

**Tabla C1** Parámetros de los ajustes KRE y KKP



# Bibliografía

- [1] F. Close, *An Introduction to Quarks and Partons*, Academic Press, New York (1979).
- [2] F. Halzen, A. D. Martin, *Quarks and Leptons: An introductory Course in Modern Particle Physics*, John Wiley & Sons. (1984).
- [3] E.D. Bloom et al., Phys.Rev.Lett.23 (1969) 930; M. Breidenbach et al., Phys.Rev.Lett 23 (1969) 935.
- [4] F. J. Ynduráin, *The Theory of Quark and Gluon Interactions*, Springer (1999)
- [5] T. Muta, *Foundations of Quantum Chromodynamics*, World Scientific Publishing Co. (1998).
- [6] X. Jiang et. al, Jefferson Lab experiment E04-113: Semi-Inclusive Spin Asymmetries on the Nucleon Experiment, hep-ex/0412010.
- [7] X. Jiang et. al, hep-ex/0510011.
- [8] J. Collins, J. Pumplin, hep-ph/0105207.
- [9] S. Kumano, Phys. Rep. **303** (1998) 183.
- [10] E. Leader, E. Predazzi, *An Introduction to Gauge Theories an Modern Particle Physics*, Cambridge Univ. Press (1996).
- [11] SLAC, L. W. Whitlow et al., Phys. Lett. **B282** (1992) 475.
- [12] J. D. Bjorken, Phys. Rev. **179** (1969) 1547.
- [13] T. P. Cheng, L. F. Li, *Gauge theory of elementary particle physics*, Oxford Univ. Press (1992)

- [14] F.Halzen and A.D.Martin, *Quarks and Leptons: An introductory Course in Modern Particle Physics*, John Wiley & Sons. (1984); F. J. Ynduráin, *The Theory of Quark and Gluon Interactions*, Springer (1999)
- [15] C. A. García Canal, R. Sassot, Int. J. Mod. Phys. **A** (2000) 3587.
- [16] D. Graudenz, M. Hampel, A. Vogt, Ch. Berger, Z.Phys.**C70** (1996) 77.
- [17] J.Ashman et al., EMC, Phys.Lett.B206 (1988) 364.
- [18] M. Anselmino, A. Efremov, E. Leader, Phys. Rep. **261** (1995) 1-124.
- [19] B.Lampe, E. Reya, Phys. Rep.**332** (2000) 1-163.
- [20] W.E. Caswell, Phys. Rev. Lett. **33** (1974) 244; D.R.T. Jones, Nucl. Phys. **B75**, (1974) 531.
- [21] R. Mertig, W. L. Van Neerven, INLO-PUB-6(95), NIKHEF-H/95-031,Z.Phys.**C70** (1996) 637; R. Mertig, W. L. Van Neerven, Zeuthen 1995, Proceedings, Prospects of spin physics at HERA, (1995) 171, eds. J. Blumlein and W. D. Nowak.
- [22] S. D. Drell, T. M. Yan, Ann. Phys. (NY) **66** (1971) 578.
- [23] E866 collab., E. A. Hawker et al., Phys. Rev. **D64** (2001) 052002.
- [24] E. L. Berger, F. Halzen, C. S. Kim, S. Willenbrock, Phys. Rev. **D40** (1989) 83.
- [25] CDF collaboration, F. Abe et al., Phys. Rev. Lett. **81** (1998) 5754.
- [26] D. Graudenz, Nucl.Phys.**B432** (1994) 351.
- [27] D.de Florian, L.N.Epele, H.Fanchiotti, C.A.García Canal, S.Joffily, R.Sassot, Phys.Lett. **B389** (1996) 358.
- [28] D. de Florian, C.A. García Canal, R. Sassot, Nucl.Phys. **B470** (1996) 195.
- [29] A. D. Martin, R. G. Roberts, W. J. Stirling, R. S. Thorne, Eur. Phys. J. **C4** 463, (1998).
- [30] BCDMS collaboration: A.C.Benvenuti et al., Phys. Lett. **B223** (1989) 485.
- [31] E665 Collaboration: M. R. Adams et al., Phys. Rev. **D54** (1996) 3006.

- [32] H1 collaboration: S. Aid et al., Nucl. Phys. **B470** (1996) 3; C. Adloff et al., Nucl. Phys. **B497** (1997) 3.
- [33] ZEUS collaboration: M. Derrick et al., Zeit. Phys. **C69** (1996) 607; M. Derrick et al., Zeit. Phys. **C72** (1996) 399.
- [34] NMCollaboration: M. Arneodo et al., Nucl. Phys. **B483** (1997) 3.
- [35] L.W. Whitlow et al., Phys. Lett. **B282** (1992) 475;  
L.W. Whitlow, preprint SLAC-357 (1990).
- [36] CCFR collaboration: W.G. Seligman et al., Phys. Rev. Lett. **79** (1997) 1213.
- [37] H1 collaboration: C. Adloff et al., Zeit. Phys. **C72** (1996) 593; ZEUS collaboration: J. Breitweg et al., Phys. Lett. **B407** (1997) 402.
- [38] J.J. Aubert et al., Nucl. Phys. **B213** (1983) 31.
- [39] Hermes Collaboration, K. Ackerstaff et al., Phys.Rev. Lett. **81** (1998) 5119.
- [40] E605 collaboration: G. Moreno et al., Phys. Rev. **D43** (1991)2815.
- [41] E772 collaboration: P.L. McGaughey et al., Phys. Rev. **D50** (1994) 3038.
- [42] WA70 collaboration: M. Bonesini et al., Z. Phys. **C38** (1988) 371.
- [43] E706 collaboration: L. Apanasevich et al., hep-ex/9711017.
- [44] CDF collaboration: F. Abe et al., Phys. Rev. Lett. **80** (1998) 2773.
- [45] D0 collaboration: S. Abachi et al., Phys. Rev. Lett. **79** (1997) 1203.
- [46] D. Stump, J. Pumplin, R. Brock, D. Casey, J. Houston, J. Kalk, H.L. Lai, W. K. Tung, Phys. Rev. **D65** (2002) 014012.
- [47] NMC collab., P. Amaudruz et al., Phys. Rev. Lett. **60** (1991) 2712.
- [48] A. Daleo, C.A. Garcia Canal, G.A. Navarro, R. Sassot, Int. J. Mod. Phys. **A17** No 2, (2002) 269.
- [49] CCFR Collaboration, A.O.Bazarko et. al, Z.Phys **C65** (1995) 189.
- [50] L. N. Epele et al., Phys. Lett. **B275**, (1992) 155.

- [51] T. Gehrmann, W. J. Stirling, Phys. Rev. D **53**, 6100 (1996); R. D. Ball, S. Forte, G. Ridolfi, Nucl. Phys. **B496**, (1997) 337; C. Bourrely, F. Buccella, O. Pisanti, P. Santorelli, J. Soffer, Prog. Theor. Phys. **99**, (1998) 1017; E. Leader, A. V. Sidorov, D. B. Stamenov, Int. J. Mod. Phys. **A13**, 5573 (1998); Phys. Rev. D **58**, (1998) 114028; Y. Goto et al., Phys. Rev. D **62**, (2000) 034017; M. Glück, E. Reya, M. Stratmann, W. Vogelsang, Phys. Rev. D **63**, (2001) 094005; J. Blumlein, H. Bottcher, Nucl. Phys. **B636**, (2002) 225; J. Bartelski, S. Tatur, hep-ph/0205089.
- [52] D. de Florian, O. A. Sampayo, R. Sassot, Phys. Rev. D **57** (1998) 5803.
- [53] D. de Florian, R. Sassot, Phys. Rev. D **62** (2000) 094025.
- [54] M. Stratmann, W. Vogelsang, Phys. Rev. D **64**, (2001)114007.
- [55] D. de Florian, M. Stratmann, and W. Vogelsang, Phys. Rev. D **57**, (1998) 5811.
- [56] G.A. Navarro, R. Sassot, Eur. Phys. J. **C28**, (2003) 321.
- [57] J.D. Bjorken, Phys. Rev. **148**, (1966) 1467 .
- [58] M. Glück, E. Reya, A. Vogt, Eur. Phys. J. **C5**,(1998) 461.
- [59] S. Kretzer, Phys. Rev. D **62**,(2000) 054001.
- [60] R. Thorne, hep-ph/0211113.
- [61] SMC Collaboration, B. Adeva et al., Phys. Rev. **D58**, (1998)112001.
- [62] E143 Collaboration, K. Abe et al, Phys. Rev. D **58**, (1998) 112003.
- [63] E155 Collaboration, P. L. Anthony, et al., Phys. Lett. **B463**,(1999) 339; G. S. Mitchell, Ph.D. Thesis University of Wisconsin-Madison, SLAC-Report-540 (1999).
- [64] E142 Collaboration, P. L. Anthony, et al., Phys. Rev. D **54**, (1996) 6620.
- [65] E154 Collaboration, K. Abe et al, Phys. Rev. Lett. **79**, 26 (1997); Phys. Lett. **B405**,(1997) 180.
- [66] B. Adeva et al., SMC Collab., Phys. Lett. **B369**, 93 (1996), ibid. **420** (1998) 180.

- [67] K. Ackerstaff et al, HERMES Collab., Phys. Lett. **B464**,(1999) 123.
- [68] D.de Florian, G.A. Navarro, R. Sassot, Phys. Rev. **D71** (2005) 094018.
- [69] A.D. Martin, R.G. Roberts, W.J. Stirling, and R.S. Thorne, Eur. Phys. J. **C28**, (2003) 455.
- [70] B.A. Kniehl, G. Kramer, B. Potter, Nucl. Phys. **B582**, (2000) 514.
- [71] S. Kretzer, E. Leader, E. Christova, Eur. Phys. J.**C22**, (2001) 269.
- [72] HERMES Collab., A. Airapetian, et al. Phys. Rev. **D71** (2005) 012003.
- [73] HALL A Collaboration X. Zheng, et al., Phys. Rev.**C70** (2004) 065207.
- [74] A. Bressan, for the COMPASS Collaboration, Phys. Lett. **B612** (2005) 154.
- [75] A. Daleo, D. de Florian, R. Sassot, Phys. Rev.**D71** (2005) 034013.
- [76] M. Botje, Eur. Phys. J.**C14** (2000) 285.
- [77] J.R. Ellis, M. Karliner, hep-ph/0501115.
- [78] S.S. Adler et al. (PHENIX Collaboration), Phys. Rev. Lett. **93**, (2004) 202002.
- [79] D. de Florian, Phys. Rev. **D67**, (2003) 054004.
- [80] B. Jaguer, A. Schafer, M. Stratmann, W. Vogelsang, Phys. Rev. **D 67**, (2003) 054005.
- [81] Y. Fukao et al. (PHENIX Collaboration), hep-ph/0501049.
- [82] X. Jiang, G.A. Navarro, R. Sassot, Eur. Phys. J. **C47**, (2006)81.
- [83] D.W. Duke, J.F. Owens, Phys. Rev. **D30**, (1984) 49.