



UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

ACTIVIDAD ESTELAR

Tesis presentada para optar al título de
Doctor de la Universidad de Buenos Aires
en el área Ciencias Físicas

Carolina Cincunegui

Director de Tesis: Dr. Pablo Mauas

Lugar de Trabajo: Instituto de Astronomía y Física del Espacio

Buenos Aires, 2005

ACTIVIDAD ESTELAR

RESUMEN

El estudio de la actividad en estrellas frías es una rama de la Astrofísica que lleva varias décadas de evolución. El índice cromosférico utilizado casi exclusivamente para medir la actividad y variabilidad estelar es el flujo de las líneas H y K del Ca II, en el extremo azul del espectro visible. Por esta razón, los estudios observacionales sistemáticos de actividad realizados hasta el momento se han limitado prácticamente a estrellas de tipo F a K tempranas. Esto se debe a que estrellas más tardías tienen muy baja luminosidad en la región espectral donde se encuentran las líneas H y K, por lo que los tiempos de integración necesarios para estas estrellas son mucho mayores.

Sin embargo, cuanto más fría es una estrella, la convección se vuelve más importante, al punto en que las estrellas dM más tardías son completamente convectivas. Dado que los campos magnéticos que causan la actividad estelar se generan por la interacción entre la convección y la rotación estelar, entre las estrellas más tardías es posible hallar estrellas con niveles de actividad no encontrados en estrellas más tempranas.

El objetivo principal de esta Tesis es profundizar el estudio de la actividad estelar, extendiéndolo hacia las estrellas más tardías. Con este propósito, se eligió una muestra de 108 estrellas tardías de tipo espectral entre F y M, con diferentes niveles de actividad. Éstas fueron observadas en el Complejo Astronómico El Leoncito (CASLEO) durante 20 turnos –69 noches– a lo largo de más de 6 años, con el espectrógrafo REOSC en su configuración de alta dispersión. En este trabajo se presenta una técnica desarrollada para el procesamiento semiautomático de estos espectros, que permite obtener espectros calibrados en flujo en el rango de 3900 a 7000 Å, con una resolución de $R = \lambda/\delta\lambda \approx 26400$.

Esta técnica se aplicó a los más de 800 espectros de la muestra, obteniendo una biblioteca homogénea y completa que constituye el primer estudio sistemático prolongado de estrellas del Hemisferio Sur. A diferencia de lo que se encuentra habitualmente en la literatura, esta biblioteca está calibrada en flujo e incluye simultáneamente las regiones del Ca II y H α .

Estudiamos tres índices de actividad cromosférica para toda la muestra de estrellas: las ya mencionadas líneas del Ca II, H α y la línea D₃ del He I. Al comparar diferentes indicadores de estas líneas con mediciones halladas en la literatura, en todos los casos el acuerdo es excelente, lo que avala la calidad de la técnica de procesamiento utilizada, y permite extender resultados previos hasta estrellas de tipo espectral M. Hemos investigado también relaciones entre estos indicadores y diversos parámetros estelares.

Dado que los ciclos de actividad estelar estudiados en la literatura se han limitado a estrellas de tipo F a K, se eligió la estrella más tardía de la muestra, Proxima Centauri, para determinar si estrellas de tipo M5 pueden exhibir ciclos similares. Con el propósito

de filtrar la actividad transitoria, mostramos que la línea D_3 es un buen indicador de la presencia de fulguraciones. Utilizando este resultado, y mediante la aplicación de diversas técnicas de análisis espectral, encontramos que la variabilidad remanente es producto de un ciclo de actividad de alrededor de 430 días; ésta es la primera vez que se mide un período de actividad en una estrella M.

PALABRAS CLAVE: estrellas enanas tardías – biblioteca de espectros – actividad cromosférica – Proxima Centauri – fulguraciones – ciclos de actividad

STELLAR ACTIVITY

ABSTRACT

Activity in late-type stars has been a subject of study in Astrophysics during several decades. The chromospheric index used almost exclusively to measure stellar activity and variability is the flux of the Ca II H and K lines, located in the blue extreme of the visible spectrum. Therefore, most systematic observational studies of activity carried out to date have been limited to stars ranging from F to early K. This is due to the fact that later-type stars have low luminosity in the H and K spectral region, and their integration times are much longer than for the earlier types.

Nevertheless, for cooler stars convection becomes more important, to the extent that late dM stars are completely convective. Since the magnetic fields responsible for magnetic activity are generated by the interaction between convection and stellar rotation, among these stars it is possible to find activity levels not found in earlier stars.

The main objective of this Thesis is to study stellar activity in depth, extending it to cooler stars. With such purpose, we chose a sample of 108 late-type stars ranging from F to M, with different levels of activity. We observed them at the Complejo Astronómico El Leoncito (CASLEO) in 20 observing runs –69 nights– throughout more than 6 years, with the REOSC spectrograph at its high resolution configuration. In this work we introduce a technique developed to semiautomatically process the spectra, which permitted us to flux-calibrate them in the range from 3900 to 7000 Å, at a resolution of $R = \lambda/\delta\lambda \approx 26400$.

This technique was applied to the more than 800 spectra from the sample. As a result, we obtained a complete and homogeneous library that constitutes the first prolonged systematic study of stars from the Southern Hemisphere. Contrary to what is generally found in literature, this library is flux-calibrated and it simultaneously includes the Ca II and H α regions.

We studied three chromospheric activity indicators for the whole sample of stars: the above-mentioned Ca II lines, H α and the D₃ He I line. We found excellent agreements between several proxies of these lines and the measurements found in the literature in all cases. Such agreement guarantees the quality of the processing technique we used and permitted us to extend the results to M stars. We have also investigated the correlations between these indicators and several stellar parameters.

Since the activity cycles studied in literature have been limited to stars from F to K types, we chose the coolest star in our sample, Proxima Centauri, to determine whether M5 stars can exhibit similar cycles. In order to filter transient activity, we show that the D₃ line is a good proxy of flare events. By using this result and different spectral analysis techniques, we found that the remanent variability is generated by an activity

cycle of approximately 430 days. This is the first time that a period of activity in an M star is measured.

KEYWORDS: late dwarf stars – atlas of spectra – chromospheric activity – Proxima Centauri – flares – activity cycles

*Como siempre,
a Fede y a mi papá.*

*La luz de las estrellas que se han extinguido hace
años todavía nos alcanza. Igual que los hombres
ilustres que han muerto hace siglos, que nos
alcanzan con las radiaciones de su personalidad.*

KHALIL GIBRAN

Índice general

Comentario preeliminar	1
1. Introducción	3
1.1. La relevancia del estudio de la actividad estelar	3
1.2. Ciclos de actividad	5
1.3. Fulguraciones estelares	6
1.4. El presente trabajo y su organización	7
2. La base observacional	11
2.1. Observables estelares y algunas definiciones	11
2.2. Clasificación espectral	13
2.2.1. Composición química	15
2.3. Clases de luminosidad	15
2.3.1. Distancias estelares	16
2.4. El diagrama de Hertzsprung-Russell	17
2.4.1. El Sol en el diagrama HR	17
3. Interiores estelares	19
3.1. Leyes de conservación	20
3.1.1. Conservación de la masa	20
3.1.2. Conservación del impulso	20
3.1.3. Conservación de la energía	21
3.2. Ecuaciones de estructura estelar	21
3.2.1. Variables lagrangianas	21
3.2.2. Equilibrio hidrostático	22
3.2.3. Balance de energía	22
3.3. Mecanismos de transporte de energía	23
3.3.1. Transporte radiativo	23
3.3.2. Transporte convectivo	24
Inestabilidad de un perfil radiativo	24
Composición química uniforme	25
3.4. Zonas convectivas en estrellas de la secuencia principal	28
4. Atmósferas estelares	31
4.1. Atmósfera solar	31

4.2.	Transporte radiativo	33
4.2.1.	Caracterización del campo de radiación	33
4.2.2.	Interacción de la radiación con la materia	35
4.2.3.	Ecuación de transporte radiativo	35
	Equilibrio termodinámico	37
	Equilibrio termodinámico local y equilibrio radiativo	38
	Modelo simple de atmósfera	39
4.3.	Equilibrio estadístico	40
4.3.1.	Transiciones radiativas	40
	Transiciones entre estados ligados	40
	Transiciones al continuo	42
4.3.2.	Transiciones colisionales	42
4.4.	Átomo de dos niveles	43
4.5.	Perfiles de líneas con diferentes mecanismos de formación	44
4.6.	Ensanchamiento de líneas	47
4.6.1.	El ensanchamiento Doppler	48
4.6.2.	Los ensanchamientos natural y por presión	48
5.	Actividad estelar	51
5.1.	Actividad solar	51
5.1.1.	Fenómenos transitorios	51
5.1.2.	El ciclo solar	53
5.2.	El dínamo solar	56
5.2.1.	Las ecuaciones de MHD	56
5.2.2.	Teoría de campo medio	59
5.2.3.	Ondas de dínamo	61
5.3.	Actividad estelar	62
5.3.1.	Relación entre rotación, convección, edad y emisión cromosférica	62
5.3.2.	Actividad cromosférica estelar	63
5.3.3.	Ciclos de actividad estelar	64
	Variaciones magnéticas y de brillo	64
5.3.4.	Fulguraciones estelares	65
6.	Las observaciones y su procesamiento	67
6.1.	Instrumento utilizado	67
6.1.1.	Modo de dispersión cruzada (DC)	68
6.1.2.	Modo de dispersión simple (DS)	70
6.2.	Procesamiento de las observaciones	70
6.2.1.	Correcciones propias del CCD	70
6.2.2.	Extracción de los espectros DS	72
6.2.3.	Calibración en flujo de los espectros DS	74
6.2.4.	Extracción de los espectros DC	75
	Contaminación con rayos cósmicos	76
6.2.5.	Calibración en flujo de los espectros DC	79

7. La biblioteca de espectros	83
7.1. La muestra de estrellas	85
7.1.1. Estimación de T_{eff}	88
7.1.2. Estimación de P_{rot}	89
7.2. Comparación con otras bibliotecas	89
8. Indicadores de actividad	93
8.1. Las líneas del Ca II	93
8.1.1. Medición del índice S y calibración del flujo del continuo	93
8.1.2. Calibración del índice S	96
8.1.3. Calibración del flujo en las líneas H y K	97
8.1.4. La contribución fotosférica	101
8.2. La línea $H\alpha$	104
8.2.1. Elección de las ventanas de integración y calibración del continuo	104
8.2.2. El flujo en la línea $H\alpha$ y la contribución fotosférica	106
8.2.3. Relación entre $H\alpha$ y el Ca II	108
8.3. La línea He I D_3	110
8.3.1. Elección del mejor indicador relacionado con la línea D_3	111
Índice Z	111
Ancho equivalente y flujo de D_3	113
8.3.2. Comparaciones con mediciones de otros autores	115
8.3.3. Relaciones entre el flujo de D_3 y otras variables	117
9. Ciclo de actividad en Proxima Centauri	121
9.1. Análisis espectral de datos	121
9.1.1. Planteo del problema	121
9.1.2. Métodos modificados de Fourier	122
Datos equiespaciados temporalmente	122
Periodograma de Lomb-Scargle	123
9.1.3. Curvas de luz	124
Método de Jurkevich	126
Método de Marraco-Muzzio	127
Método de la entropía de Shannon	128
9.2. Proxima Centauri	130
9.3. Las observaciones	131
9.4. Relaciones entre los diversos índices	131
9.5. Búsqueda de un período de actividad	138
9.5.1. Datos utilizados	138
9.5.2. Análisis de los datos	138
10. Conclusiones	143
A. Algunos conceptos de estadística	147
A.1. Ajuste de una recta por Máxima Verosimilitud	147
A.2. Ajuste de una función general por Cuadrados Mínimos	151

Índice de símbolos utilizados	153
Índice de definiciones	157
Bibliografía	159
Agradecimientos	165

Comentario preeliminar

*Tengo [...] una terrible necesidad [...] ¿diré la palabra? [...] de religión.
Entonces salgo por la noche y pinto las estrellas.*

VINCENT VAN GOGH

Las mediciones en Astrofísica

La Astronomía fue la primera disciplina científica que abordaron los pueblos al tratar de explicar las regularidades que observaban en el cielo. A grandes rasgos, se divide en dos ramas: la Astronomía Clásica y la Astrofísica. La primera de ellas se compone a su vez de la Astronomía de Posición –que se ocupa de la localización de los astros mediante el establecimiento de distintos sistemas de coordenadas de espacio y tiempo– y la Mecánica Celeste –que estudia el movimiento de los planetas, satélites y otros cuerpos–. Con el desarrollo de la Mecánica Clásica, las observaciones de Tycho Brahe y las leyes de Kepler, la Astronomía Clásica se desarrolló muy rápidamente, y tuvo su apogeo hacia fines del siglo XIX y mediados del siglo XX.

La Astrofísica, por su parte, estudia los astros aplicando las teorías y técnicas surgidas en la Física básicamente desde principios del siglo XX. Entre estas últimas podemos nombrar la fotometría, la espectroscopía, la polarimetría y el análisis de ondas de radio emitidas por los cuerpos celestes. Además de ser, por lo tanto, una disciplina mucho más reciente, las observaciones que involucra son extremadamente más complejas para procesar y analizar.

Por otro lado, la investigación experimental se diferencia de la observacional por una característica fundamental: en el primer caso, el investigador diseña un experimento y puede elegir la técnica de medición más adecuada para el mismo; generalmente, puede repetir el experimento las veces que crea necesario, e incluso modificar las condiciones de forma de maximizar la eficiencia de la medición. Por el contrario, en una ciencia observacional, como su nombre lo indica, el investigador es meramente un *observador*; es decir, modificar el experimento, cambiar las condiciones e incluso repetirlo según su deseo, son todas posibilidades absolutamente fuera de su alcance.

Ambos factores –la dificultad inherente a ser una ciencia observacional y la complejidad del análisis de estas observaciones– confluyen para que los errores de medición de los datos astrofísicos sean muy grandes, en comparación con los habituales de la Física Experimental. De hecho, en muchas ocasiones sólo se puede estimar el orden de magnitud de la cantidad ob-

servada. Con el advenimiento de los grandes telescopios terrestres y satelitales esta deficiencia ha ido disminuyendo, por un lado, por la mayor calidad de las imágenes, y por el otro, debido al crecimiento exponencial de la cantidad de mediciones disponibles, que permite disminuir los errores en forma estadística.

Sin embargo, es frecuente encontrar que no se utiliza toda la potencialidad de las teorías estadísticas para el tratamiento de los datos observacionales. Es por eso que una de las intenciones de este trabajo es, disponiendo de un número finito de mediciones, analizarlas en la forma más apegada posible a la formulación estadística.

Capítulo 1

Introducción

Te aseguro que estoy tratando de explicarte algo sobre lo que yo tampoco estoy muy seguro.

UMBERTO ECO

Ciencia es todo aquello sobre lo cual siempre cabe discusión.

JOSÉ ORTEGA Y GASSET

1.1. La relevancia del estudio de la actividad estelar

En la atmósfera solar ocurren una variedad considerable de procesos no térmicos, a los que en conjunto se denomina “actividad solar”. En la escala global, esta actividad es responsable de la existencia de capas calientes en la atmósfera, como la cromósfera y la corona. En la escala local, produce un amplio rango de fenómenos, incluyendo las manchas solares y las fulguraciones (Radick, 1992). El mecanismo causante de la actividad solar es el campo magnético que presumiblemente se genera a través de un dínamo actuante en los niveles profundos de la zona convectiva, es decir, por la interacción entre la convección y la rotación.

La actividad solar está acompañada de variabilidad temporal: de hecho, la palabra “actividad” connota variación. Dado que las estructuras magnéticas en la superficie solar son fenómenos dinámicos, es apropiado incluir la variabilidad entre los diagnósticos de la actividad magnética solar. Las escalas de tiempo involucradas en esta variabilidad intrínseca asociada con la actividad van desde los segundos (en el caso de las fulguraciones) hasta los siglos (como por ejemplo en el mínimo de Maunder, del que se hablará más adelante). Entre estos dos extremos podemos encontrar el ciclo solar, es decir, el claro período de 11 años que presenta la actividad solar.

El estudio de la actividad solar recibió recientemente un gran impulso, principalmente por su relación con el calentamiento global terrestre. En efecto, como el Sol es la fuente última de la casi totalidad de la energía de nuestro planeta, cualquier modificación en la cantidad o la distribución en frecuencia de la radiación solar puede ser fundamental para el clima en la Tierra.

Existe una notable correlación entre la temperatura terrestre y la actividad solar a lo largo

de varios siglos. Por ejemplo, durante dos importantes y prolongados mínimos en la actividad solar, los mínimos de Spörer (1400–1510) y de Maunder (1645–1715), el clima terrestre fue inusualmente frío, provocando enormes hambrunas en toda Europa (Eddy, 1976). Asimismo, se encontraron correlaciones notables entre la longitud del ciclo solar y la temperatura media en la Tierra desde mediados del siglo XIX (Friis-Christensen & Lassen, 1991), y entre el número de manchas solares y la temperatura media del océano (Reid, 1987). Recientemente, se descubrió una correlación entre el flujo de rayos cósmicos, modulado por el ciclo solar, y la cobertura de nubes en la Tierra, que se debería a la influencia de la radiación cósmica sobre la formación de aerosoles en la atmósfera (Svensmark, 1998; Marsh & Svensmark, 2000).

Aunque parece muy plausible que la actividad solar influya en el clima terrestre, no se conocen aún los mecanismos. En particular, la variación de la irradiancia solar^(a), del 0.1 % a lo largo del ciclo (Fröhlich & Lean, 2004), es insuficiente para explicar el aumento medido de la temperatura. Sin embargo, como sólo existen observaciones durante los dos últimos ciclos solares, no es posible determinar la escala de las variaciones de la irradiancia en períodos mayores.

Aunque el Sol es una estrella más, hay una característica fundamental que lo diferencia del resto: su cercanía. Si bien hay técnicas que hoy en día permiten resolver espacialmente otras estrellas, tradicionalmente el Sol ha sido la única que ha podido ser estudiada en alta resolución, en forma tanto espacial como temporal. Es por eso que los aspectos dinámicos de las atmósferas estelares, como por ejemplo los patrones de convección y granulación, las manchas y otros cambios en la fotosfera, y las fulguraciones, observables en varias longitudes de onda, históricamente han estado reservadas al estudio de la Física Solar.

Sin embargo, las observaciones actuales, principalmente las realizadas desde satélites, permitieron un cambio de perspectiva, ya que se encontraron fenómenos altamente dinámicos en otras estrellas tardías^(b), aparentemente similares a los presentes en el Sol. Se clasificaron muchas estrellas como “activas”, en analogía a las regiones activas solares, queriendo expresar con esto la existencia de grandes campos magnéticos que cubren porciones importantes de su superficie. Se descubrieron también emisiones cromosféricas y coronales, en muchos casos varios órdenes de magnitud más intensas que las solares.

Por lo tanto, una forma de estimar la escala de las variaciones de la irradiancia solar es observar otras estrellas de tipo solar para determinar si muestran variaciones comparables o de mayor amplitud a la del Sol. Este método fue utilizado, por ejemplo, en la reconstrucción de la irradiancia solar propuesta por Lean et al. (1995). La llamada “conexión solar-estelar” (Ayes, 2000) es el camino de ida y vuelta que existe entre el estudio de los fenómenos activos solares y sus pares estelares; este vínculo estrecho permite enriquecer ambas líneas de investigación, al estudiar en alta resolución la actividad solar y poder “experimentar” con la actividad estelar. Uno de los objetivos del estudio de la actividad estelar es entonces entender –desde un punto de vista teórico– las correlaciones observadas entre diversos indicadores de la actividad y parámetros estelares como masa, temperatura, gravedad y rotación. Estas correlaciones vinculan los procesos que ocurren en la zona convectiva profunda con aquellos

^(a)Se llama irradiancia solar a la cantidad de energía emitida por el Sol por unidad de tiempo y de área que llega perpendicularmente a 1 UA de la superficie terrestre.

^(b)Ver capítulo 2.

que tienen lugar en la atmósfera.

1.2. Ciclos de actividad

Ya en 1915, E. Hale especulaba con que “miles de estrellas, en la misma etapa evolutiva que el Sol, exhiben sin duda fenómenos similares [...] El paso más simple y obvio sería el de realizar un estudio de los fenómenos físicos en ciertas estrellas, que representen distintas fases de la evolución, como estamos haciendo actualmente en el Sol” (Noyes, 1996). Sin embargo, recién en 1966 comenzaron los estudios sistemáticos de la variabilidad estelar, cuando Olin Wilson inició sus observaciones, que al cabo de 12 años llevaron a determinar la variabilidad de 91 estrellas del final de la secuencia principal (Wilson, 1978).

Wilson midió las variaciones en la emisión de las líneas H y K del Ca II (calcio ionizado una vez), de origen cromosférico, dado que éstas varían en el Sol mucho más fuertemente que la luz visible integrada. Si la emisión cromosférica estelar es debida, como en el Sol, a la contribución de las regiones activas, de esta manera será posible determinar la existencia o no de períodos de actividad estelar como los presentes en el Sol.

En la actualidad poseemos más de tres décadas de este tipo de observaciones, y uno de los resultados más interesantes obtenidos es que no todas las estrellas del final de la secuencia principal tienen ciclos regulares como el Sol. Básicamente, un 60 % de las estrellas observadas muestran un comportamiento cíclico, con períodos que van de 3 a 30 años. Alrededor del 25 % de las estrellas observadas muestran variaciones erráticas, sin una periodicidad observable. Se trata, en general, de estrellas jóvenes, que rotan rápidamente y muestran grandes niveles de actividad magnética. El otro 15 % de las observaciones muestran estrellas con niveles constantes de emisión cromosférica, lo que podría asimilarse a un mínimo prolongado como el que el Sol mostró durante el mínimo de Maunder (Baliunas et al., 1995).

Estos estudios demostraron que el nivel de actividad depende de la edad de las estrellas: en las más jóvenes las variaciones de irradiancia están negativamente correlacionadas con la actividad en el Ca II, mientras que en las estrellas más viejas y en el Sol esta correlación es positiva, es decir, durante el máximo de actividad magnética la irradiancia es máxima. La relación entre la irradiancia y la emisión en el Ca II presenta notables variaciones de estrella a estrella. Si se supone que el comportamiento del Sol en escalas temporales largas es similar al del conjunto de estrellas de tipo solar, es decir que los distintos niveles de actividad en estas estrellas corresponden a distintos momentos de un mismo comportamiento, es posible estimar el aumento de la irradiancia solar desde el Mínimo de Maunder a la fecha en el 0.2–0.7 % (Baliunas & Jastrow, 1990).

Debido a que el índice de actividad cromosférica utilizado casi exclusivamente para medir la variabilidad estelar es el flujo de las líneas H y K del Ca II, este estudio se ha limitado prácticamente a estrellas de tipo F a K tempranas. Esto se debe a que estrellas más tardías –es decir, menos masivas– tienen muy baja luminosidad en la región espectral donde se encuentran estas líneas, por lo que los tiempos de integración necesarios para su observación en estas estrellas son mucho mayores.

1.3. Fulguraciones estelares

Otra típica manifestación de actividad observada en el Sol son las fulguraciones, por lo que no es sorprendente que también estén presentes en el caso estelar. La primera fulguración estelar fue observada en 1948, cuando Joy & Humason (1949) detectaron por primera vez el incremento en la radiación de una estrella MVe. Desde entonces se realizaron innumerables observaciones en el óptico, con especial énfasis en la fotometría. A mitad de los años '70 se produjeron las primeras detecciones de emisión coronal durante fulguraciones, en el rango del ultravioleta extremo y la radiación X (Heise et al., 1975; Haisch et al., 1977).

La duración y la liberación de energía de las fulguraciones estelares observadas puede variar en varios órdenes de magnitud. Las fulguraciones más débiles han sido observadas en la estrella dM5 Proxima Centauri (Haisch et al., 1995), con una energía liberada muy similar al caso solar, y las más cortas en la dM5.5 UV Ceti (Schmitt et al., 1993), con una duración de 10 segundos y una energía total radiada de unos 10^{27} erg. La más larga, y una de las fulguraciones más energéticas observadas, fue una en CF Tuc, que duró más de 10 días y radió una energía total de 10^{37} erg, cinco órdenes de magnitud más que una fulguración solar (Kurster, 1994). Una cantidad similar de energía fue liberada durante una fulguración en AR Lac (Ottmann & Schmitt, 1994).

Contrariamente con lo que ocurre en el Sol, la cantidad de energía radiada durante estas fulguraciones puede llegar a ser significativa comparada con la emisión total de la estrella (Bromage et al., 1992; Fleming et al., 1993). La enorme cantidad de energía liberada implica condiciones extremas para los mecanismos de almacenamiento, liberación y transporte de energía, que deben ser contempladas por los distintos modelos propuestos para el caso solar.

En particular, las fulguraciones estelares emiten no solo en líneas cromosféricas, sino también en el continuo, por lo que existe una fuerte correspondencia con las fulguraciones en luz blanca solares. Sin embargo, los mecanismos propuestos habitualmente presentan serios problemas para explicar esta emisión continua que se observa en algunas fulguraciones solares, por lo que más difícilmente pueden explicar el caso estelar, donde la atmósfera de la estrella cambia radicalmente. Por lo tanto, actualmente existe una fuerte interrelación entre el estudio de las fulguraciones estelares y solares.

Por otra parte, dado que las fulguraciones aumentan la actividad cromosférica, la presencia de ciclos estelares puede “enmascarse” con la actividad proveniente de las fulguraciones. Éste es otro motivo que convierte en relevante el estudio de estos fenómenos, tanto en su magnitud como en su frecuencia en función de los parámetros estelares, para poder separar ambas contribuciones.

Como las fulguraciones estelares son mucho más fácilmente detectables en estrellas de muy baja luminosidad intrínseca, pues en ese caso el contraste es mayor, el estudio de las fulguraciones estelares se ha limitado casi exclusivamente a estrellas M y K tardías, y sólo en casos particularmente catastróficos ha sido posible observar fulguraciones en estrellas de tipo solar.

1.4. El presente trabajo y su organización

El estudio de la actividad estelar se ha desarrollado entonces por dos vías separadas. Por un lado, la investigación de fulguraciones principalmente en estrellas de tipo M, debido a que el alto contraste hace más sencilla su detección, y por el otro, el estudio de ciclos en estrellas de tipo F y G, debido a su mayor luminosidad. El propósito principal de esta Tesis es contribuir a la unificación de estas dos líneas de investigación, caracterizando índices de actividad que sean útiles para estrellas tardías e investigando la existencia de ciclos en estrellas M.

Con ese objetivo, se eligió primeramente una muestra completa de estrellas del Hemisferio Sur de tipos espectrales entre F y M y con diferentes niveles de actividad, de forma de abarcar todo el rango cubierto por las dos corrientes mencionadas. Estas 108 estrellas fueron observadas en el Complejo Astronómico El Leoncito (CASLEO) en forma sistemática en 20 turnos distribuidos a lo largo de 6 años, obteniendo más de 800 espectros de alta resolución.

Simultáneamente con la realización de las observaciones, se diseñó un procedimiento original para el procesamiento de estos espectros, que permite la calibración en flujo de los mismos. La extracción y calibración de espectros de alta dispersión son procesos muy delicados y complejos, y el desarrollo de este algoritmo requirió de mucho tiempo y cuidadosas comparaciones para optimizarlo. Luego todos los espectros fueron calibrados en forma homogénea mediante este procedimiento, y utilizados más tarde para estudiar y caracterizar diferentes indicadores ópticos de actividad, en forma simultánea tanto para las estrellas más tempranas como para las más tardías.

Este hecho nos permitió determinar cuáles de estos indicadores podían aplicarse en la estrella más tardía y activa de nuestra muestra (de tipo M5.5e). En base a ellos, se pudo discriminar entre la variabilidad de esta estrella generada por fulguraciones y la producida por un ciclo de actividad, y encontrar su período correspondiente.

Esta Tesis está organizada de la siguiente forma: el capítulo 2 es un breve resumen de algunas definiciones muy usuales en Astronomía, y que son utilizadas extensivamente en todo el trabajo. Se ha incluido simplemente como referencia de los capítulos siguientes.

La primera parte de este trabajo está dedicada a la fundamentación teórica: los capítulos 3, 4 y 5 describen la física estelar. En una estrella podemos distinguir claramente dos regiones: el interior, donde se genera su energía, y la atmósfera, que es básicamente la parte visible para un observador externo. En el capítulo 3, primero se explicitan las hipótesis necesarias para llegar a las ecuaciones de estructura estelar, luego se resumen los mecanismos de transporte de energía, y, finalmente, se explica el por qué las estrellas tardías de la secuencia principal presentan una zona convectiva exterior, necesaria para que se generen los fenómenos activos.

En el capítulo 4, por otra parte, se describen primero las diferentes regiones que se encuentran en la atmósfera solar, y por analogía, en las estrellas del final de la secuencia principal. Luego se describe la teoría de transporte radiativo de energía, mucho más compleja en la atmósfera que en el interior debido a que varias aproximaciones que son válidas en éste no lo son en aquélla. La sección siguiente se aboca a la teoría del equilibrio estadístico. Con estos elementos se explica el proceso de formación de líneas espectrales en un sistema simple, un átomo de dos niveles, para luego entender los diferentes mecanismos de formación de líneas. Finalmente, se describen los procesos que ensanchan las líneas espectrales.

Dado que los aspectos dinámicos de las atmósferas estelares se han observado originalmente en el Sol, en la primera parte del capítulo 5 se detallan los fenómenos transitorios y los que involucran largas escalas de tiempo en el caso solar. En la siguiente sección se esboza la teoría de dínamo, que permite explicar parte de estos fenómenos tanto en el Sol como en otras estrellas. Finalmente, se resumen algunas evidencias de actividad en estrellas tardías.

En la segunda parte de esta Tesis se presentan los métodos utilizados y los resultados obtenidos. En el capítulo 6 se describen las observaciones realizadas y el procedimiento diseñado para su calibración. Luego se comparan estas observaciones con las de otros autores, para evaluar su calidad y consistencia; asimismo, se presenta la muestra de estrellas elegidas y sus parámetros. Ambos puntos se desarrollan ampliamente en el capítulo 7.

En el capítulo 8 se estudian diversos indicadores de actividad. En la primera parte se caracteriza el doblete del Ca II, verificando además que nuestras mediciones reproducen en forma excelente las halladas en la literatura. La segunda parte se dedica a $H\alpha$, que es otra línea usualmente utilizada para el estudio de la actividad. Se encuentra que la fuerte correlación que se observa entre $H\alpha$ y el Ca II, tanto en este trabajo como en el de otros autores, es en realidad producto de la dependencia de ambos con el color de las estrellas. Por último, estudiamos la línea D_3 del He I, determinando cuál es el mejor parámetro para caracterizarla y analizando si es un buen indicador de actividad. Todas las relaciones que se encuentran en este capítulo están hechas en base a la muestra total de estrellas; en el apéndice A de esta Tesis resumimos algunos conceptos de estadística utilizados extensivamente a lo largo de este capítulo y del siguiente.

Aquí cabe hacer algunas aclaraciones: por un lado, éste es –a nuestro conocimiento– el primer estudio sistemático prolongado de actividad en estrellas tardías del Hemisfero Sur. Por otro, la muestra elegida de estrellas es bastante completa en el rango espectral de F6 a M5, a diferencia de trabajos previos donde se elige un rango espectral más limitado. Por lo tanto, si bien en este capítulo se reproducen algunos estudios hechos por otros autores, una diferencia fundamental es que la muestra de estrellas es diferente, por ser más amplia y por involucrar otras estrellas. Por último, dado que nuestros espectros –procesados todos homogéneamente– cubren el rango entre 3900 y 7000 Å aproximadamente, es posible estudiar en ellos en forma *simultánea* indicadores de actividad ubicados en diferentes longitudes de onda. Las observaciones de otros autores con las que comparamos nuestros resultados se limitan a un indicador en particular, por lo que cuando comparan diversos índices estas mediciones corresponden en general no sólo a diferentes instrumentos sino también a diferentes momentos, perdiendo así detalles de la dependencia temporal de la actividad.

Hemos investigado también la existencia de un ciclo de actividad en Proxima Centauri, la estrella más tardía y activa de la muestra. En la primera parte del capítulo 9 explicamos los problemas involucrados en la búsqueda de períodos en fenómenos astrofísicos, y discutimos diversas técnicas para su estudio. En la segunda parte, encontramos que el He I es un muy buen indicador de la presencia de fulguraciones en estrellas tardías. Utilizando este resultado, filtramos las observaciones de Proxima que presentan fulguraciones, de forma de conservar sólo las observaciones características del nivel “medio” de actividad en la estrella, donde por actividad media nos referimos a la que no es producto de fulguraciones. Aplicando las diferentes técnicas resumidas al comienzo del capítulo encontramos que efectivamente Proxima

tiene un ciclo de actividad. Si bien la existencia de este ciclo había sido sugerida en forma cualitativa por otros autores, es la primera vez que se puede medir su período.

Por último, en el capítulo 10 se resumen las conclusiones del trabajo y se plantean posibles líneas futuras de investigación. Se incluyen también dos índices: el índice de símbolos contiene definiciones de diferentes magnitudes, utilizadas básicamente en la parte teórica del trabajo; además, por claridad y consistencia, se indican sus unidades. En el índice de definiciones detallamos algunas siglas y otras definiciones utilizadas en todo el trabajo.

Finalmente, cabe aclarar que a lo largo de todo el trabajo se ha intentado no utilizar palabras en inglés; sin embargo, en los pocos casos donde la traducción fuese imposible o tergiversase el sentido del vocablo, se ha optado por mantener el original indicándolo en letras itálicas.

Capítulo 2

La base observacional

Todos vivimos bajo el cielo, pero algunos levantamos los ojos hacia las estrellas.

OSCAR WILDE

*Sabemos cuál es el orden de las letras. ¿Cuál podía ser el orden de los signos?
He pensado en el orden de los cielos. Si se coloca el cuadrante zodiacal en la periferia exterior,
el orden es Tierra, Luna, Mercurio, Venus, Sol, [...].*

Pues bien, al aplicar esta clave se descubre que [...] tiene un sentido.

UMBERTO ECO

En este capítulo se da una somera introducción a los parámetros que pueden observarse de una estrella, y se introducen ciertas definiciones utilizadas en Astronomía. Algunas posibles referencias: Allen (1976), Abell et al. (1993) y Shu (1982).

2.1. Observables estelares y algunas definiciones

La naturaleza de las estrellas es transmitida hacia nosotros por la luz que emiten. La radiación escapa de los niveles más exteriores de la estrella –llamados, por definición, la *atmósfera*–. La atmósfera completa de una estrella puede ser pensada como la transición del *interior* estelar al medio interestelar. Aún más, la mayor parte del espectro estelar visible proviene de una capa relativamente estrecha llamada la *fotósfera*.

Las propiedades estelares de más interés son la *luminosidad* L , es decir, la energía total emitida por unidad de tiempo en la superficie de la estrella, y la *temperatura efectiva* T_{eff} , que es la que tendría un cuerpo negro que emitiera con la misma luminosidad (a primer orden, la radiación continua de una estrella se aproxima a la de un cuerpo negro). Podemos escribir entonces:

$$L = 4\pi R^2 F_{\text{bol}}, \quad (2.1)$$

donde R es el radio estelar y F_{bol} el *flujo bolométrico absoluto*, o flujo de energía en la superficie estelar:

$$F_{\text{bol}} \doteq \int_0^\infty F_\lambda d\lambda = \sigma T_{\text{eff}}^4, \quad (2.2)$$

siendo F_λ el *flujo monocromático absoluto* y σ la *constante de Stefan-Boltzmann*.

La *magnitud aparente* m_X es una medida de la cantidad de energía recibida de la estrella por unidad de superficie y tiempo en un cierto rango de longitudes de onda, fuera de la atmósfera terrestre. La escala de magnitudes actualmente utilizada fue propuesta en 1856 por Norman R. Pogson.

Llamando d a la distancia a la que se encuentra la estrella, el flujo de energía que llega a la Tierra, o *flujo bolométrico relativo*, se relaciona con el absoluto mediante $d^2 f_{\text{bol}} = R^2 F_{\text{bol}}$. Por lo tanto, si f_λ es el *flujo monocromático relativo*, se define

$$m_X \doteq m_0 - 2.5 \log \left(\int_0^\infty f_\lambda W_X(\lambda) d\lambda \right) \simeq m_0 - 2.5 \log \left(\frac{R^2}{d^2} \int_0^\infty F_\lambda W_X(\lambda) d\lambda \right), \quad (2.3)$$

donde m_0 es una constante y el último miembro es sólo aproximadamente igual al primero debido a que existe una absorción del medio interestelar entre la estrella y el detector, que depende de la longitud de onda. El intervalo X de longitudes de onda está determinado por la función de peso $W_X(\lambda)$.

Se utiliza esta escala debido a que el ojo humano percibe la intensidad de la luz en forma logarítmica. El signo menos tienen un origen histórico, generando una escala de magnitudes en la cual menores magnitudes corresponden a estrellas más brillantes.

Se definen los *sistemas fotométricos* a partir de diferentes funciones $W_X(\lambda)$, con anchos de banda y longitudes de onda efectivas calibrados en forma estándar. Las observaciones fotométricas consisten entonces en integrar el flujo que llega a la Tierra con el perfil preestablecido, y calcular las magnitudes correspondientes de acuerdo a la ecuación 2.3. En la tabla 2.1 se muestran los sistemas más usuales, mientras que en la figura 2.1 se grafican las funciones de peso correspondientes para uno de estos sistemas.

m_X	nombre	λ_{eff}	$\Delta\lambda$	m_X	λ_{eff}	$\Delta\lambda$
U	ultravioleta	3650 Å	680 Å	u	3500 Å	340 Å
B	azul	4400 Å	980 Å	v	4100 Å	200 Å
V	visual	5500 Å	890 Å	b	4670 Å	160 Å
R	rojo	7900 Å	2200 Å	y	5470 Å	240 Å
I	infrarrojo	9000 Å	2400 Å			

Tabla 2.1.: Sistemas fotométricos más comunes. A la izquierda, el sistema $UBVRI$ de Johnson –primero Johnson & Morgan (1953) definieron el sistema UBV y luego Johnson (1965) agregó las magnitudes $RI-$, y a la derecha el de Strömberg (1963).

Se llama *índice de color* a la diferencia entre cualesquiera de estos índices. Por ejemplo, en el sistema UBV el color $U-B$ caracteriza la intensidad del continuo ultravioleta cercano:

$$U-B = 2.5 \log \left[\frac{\int_0^\infty f_\lambda W_B(\lambda) d\lambda}{\int_0^\infty f_\lambda W_U(\lambda) d\lambda} \right] \simeq 2.5 \log \left(\frac{F_B}{F_U} \right), \quad (2.4)$$

mientras que $B-V$ mide la pendiente del continuo de Paschen^(a) y es una muy buena aproximación a la temperatura efectiva de la estrella, como se verá en § 7.1.1.

Para comparar las luminosidades de las estrellas es útil definir la *magnitud absoluta* M_X ,

^(a) Continuo de ionización del segundo nivel excitado del H.

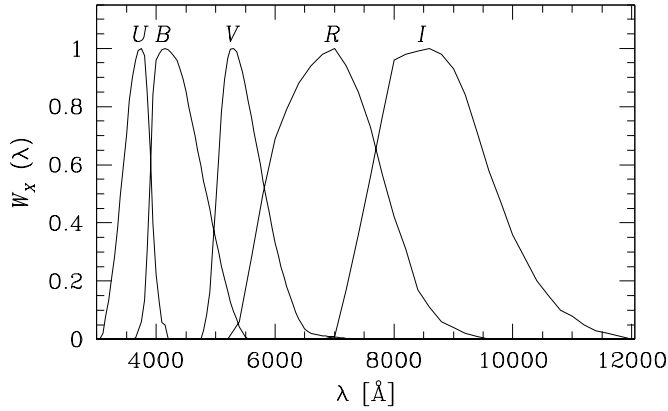


Figura 2.1: Funciones de peso $W_X(\lambda)$ para el sistema fotométrico de Johnson definido en la tabla 2.1.

como la magnitud aparente que tendría la estrella si estuviese ubicada a $10 \text{ pc}^{(b)}$ del Sol:

$$M_X = m_X - 5 \log \left(\frac{d}{10 \text{ pc}} \right) = m_X - 5 \log d_{\text{pc}} + 5, \quad (2.5)$$

donde d_{pc} es la distancia medida en parsecs. Además, se definen las *magnitudes bolométricas aparente y absoluta*, m_{bol} y M_{bol} , con respecto al flujo total emitido por la estrella:

$$m_{\text{bol}} = m_0 - 2.5 \log f_{\text{bol}} \simeq m_0 - 2.5 \log \left(\frac{L}{4\pi d^2} \right) = -2.5 \log L + 5 \log d + m_0 + \log (4\pi)^{2.5}. \quad (2.6)$$

Por lo tanto, valen las relaciones:

$$M_{\text{bol}} = -2.5 \log L + 5 + m_0 + \log (4\pi)^{2.5} \quad \text{y} \quad m_{\text{bol}} - M_{\text{bol}} \simeq 5 \log d_{\text{pc}} - 5. \quad (2.7)$$

Se define también la *corrección bolométrica BC* como^(c)

$$BC \doteq m_{\text{bol}} - V = M_{\text{bol}} - M_V. \quad (2.8)$$

Por último, la *ley de Wien* para la radiación de un cuerpo negro:

$$\lambda_{\text{máx}} T = \text{constante}, \quad (2.9)$$

establece que la longitud de onda para la cual el flujo de radiación es máximo es inversamente proporcional a la temperatura del cuerpo negro. Por esta razón las estrellas más frías se ven rojas (mayor longitud de onda) y tienen un color $B-V$ positivo, y las más calientes se ven azules, con $B-V$ negativo.

2.2. Clasificación espectral

Superpuestas a la radiación continua de una estrella se observan líneas espectrales discretas, ya sea en absorción o en emisión. Estas líneas provienen de transiciones entre estados ligados de átomos o iones de la atmósfera estelar, y presentan grandes variaciones en la intensidad y la forma de sus perfiles. De las líneas espectrales se puede inferir información acerca de los parámetros físicos de la estrella, por lo que constituyen un importante diagnóstico de

^(b) $1 \text{ pc} = 1 \text{ parsec} = 30.86 \cdot 10^{12} \text{ km}$. Ver § 2.3.1.

^(c) La corrección bolométrica a veces se define con el signo opuesto.

su atmósfera.

A comienzos del siglo XIX astrónomos de Harvard clasificaron los *tipos espectrales* de las estrellas de acuerdo a las diferentes líneas espectroscópicas que se observan (que dependen de la masa o la temperatura de la estrella). En la tabla 2.2 se muestra la clasificación espectral, y las características principales de cada tipo.

Clasificación estándar:			
	<i>tipo</i>	$T_{\text{eff}} [10^3 \text{°K}]$	<i>descripción</i>
Δ azul	O	> 28	Líneas de He II, O II, C III, N III, Si IV.
	B	10–28	Principalmente líneas de He I. Desaparecen las de He II y aumenta la intensidad de las de H. Aparecen elementos ionizados una vez.
	A	7.5–10	Dominan las líneas de H. Son intensas las de Mg II, Si II y Ca II.
	F	6–7.5	Las líneas de H se debilitan y se intensifican las de los metales (neutros o ionizados una vez).
	G	5–6	La línea de resonancia del Ca I es muy fuerte, como también algunas de Fe I. El Ca II siempre es intenso. Aparece la banda G (espectro del radical CH).
	K	3–5	Las líneas de resonancia del Ca II llegan a su máximo. Aparecen otras bandas moleculares, como CN. Ke: Estrellas K que presentan líneas en emisión.
∇ rojo	M	< 3.5	El espectro está dominado por bandas moleculares, en particular TiO. Las líneas de elementos neutros como el Ca I continúan siendo intensas. Me: Estrellas M que presentan las líneas de Balmer (transiciones producidas a partir del primer nivel excitado del H) en emisión.
Otros tipos:^(d)			
<i>tipo</i>	<i>descripción</i>		
W	Estrellas de Wolf-Rayet. Son estrellas de tipo O que presentan anchas líneas en emisión. Se dividen en subtipos WC –cuando dominan las líneas de C III y C IV– y WN –cuando dominan las de N III, N IV y N V–.		
R	Estrellas de tipo K pero con bandas moleculares de C ₂ y CN.		
N	Estrellas tipo M donde en vez de TiO hay bandas de C ₂ , CN, y CH. Junto con las estrellas tipo R se las conoce como <i>estrellas de carbono</i> .		
S	También estrellas de tipo M. Las bandas moleculares dominantes son ZrO y LaO.		

Tabla 2.2.: Clasificación espectral. Se ha utilizado la notación espectroscópica usual en Astrofísica: I para el átomo neutro, II para el átomo ionizado una vez, etc. Por lo tanto X II se refiere a X⁺.

^(d)También mencionaremos en este trabajo dos tipos más: las estrellas de tipo RS CVn son binarias cercanas, generalmente compuestas por una estrella de tipo K subgigante o gigante y una enana de tipo G, con un período

La clasificación se basa sólo en el espectro visible, y ordena a las estrellas de acuerdo a su temperatura, siendo las O las más azules y calientes (razón por la que tienen elementos muy ionizados) y las M las más rojas y frías (lo que permite la existencia de elementos neutros y moléculas). Cada tipo espectral se subdivide a su vez en subtipos numerados del 0 al 9, siendo éste el de menor temperatura. Recientemente, se han encontrado estrellas más frías que las M.

2.2.1. Composición química

La composición química de una estrella, y por lo tanto las líneas espectrales que presenta, depende también de la región de la Galaxia donde se originó. La composición está caracterizada por el llamado *índice de metalicidad* $[Fe/H]$, definido como

$$[Fe/H] \doteq \log (Fe/H) - \log (Fe/H)_{\odot}, \quad (2.10)$$

donde (Fe/H) denota la abundancia relativa en número de átomos entre el Fe y el H y el subíndice \odot se refiere al valor solar de la magnitud en cuestión.

2.3. Clases de luminosidad

La intensidad de las líneas espectrales no depende sólo de la temperatura de la estrella, sino también de su luminosidad L .

En 1905, E. Hertzsprung notó que estrellas del mismo tipo espectral pero diferente luminosidad tienen líneas cuyos anchos son diferentes, de modo que las estrellas más luminosas presentan líneas más angostas. Este hecho indica que sus *densidades superficiales* son menores que las de las menos luminosas, dado que las líneas son ensanchadas principalmente por colisiones de las partículas radiantes con electrones y con átomos de H, un efecto proporcional a la densidad de partículas (ver § 4.6). Cuanto más extendida esté una atmósfera –o cuanto más grande sea el radio estelar– menor será su densidad, para una masa o una temperatura efectiva dadas. Las clases de luminosidad se muestran en la tabla 2.3.

<i>tipo</i>	<i>descripción</i>
Ia	Supergigantes más brillantes.
Ib	Supergigantes menos brillantes.
II	Gigantes brillantes.
III	Gigantes.
IV	Subgigantes.
V	Enanas.
VI	Subenanas.
VII	Enanas blancas.

Tabla 2.3.: Clases de luminosidad.

de rotación típico de entre 0.5 y 20 días, y con gran actividad magnética (Rodono et al., 1987). Las estrellas de tipo BY Dra, por otro lado, son enanas de tipo K o M con líneas en emisión, que presentan variaciones cuasiperiódicas con períodos que van desde menos de un día hasta 120 días, y amplitudes del orden de varios centésimos de magnitud en el filtro V .

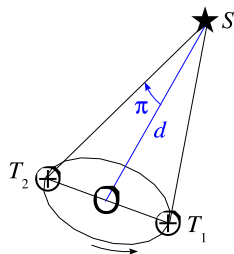


Figura 2.2: Paralaje trigonométrica π de la estrella S situada a una distancia d del Sol. Se muestra a la Tierra en dos posiciones, T_1 y T_2 , separadas por seis meses.

2.3.1. Distancias estelares

Un parámetro necesario para calcular la luminosidad de una estrella es su distancia (ver por ejemplo la ecuación 2.6). La *paralaje trigonométrica* es el ángulo π subtendido por el semieje mayor de la órbita terrestre ($1 \text{ UA} \approx 149.6 \cdot 10^6 \text{ km}$) y la estrella, como se muestra en la figura 2.2.

Se define entonces la unidad de distancia *parsec* como la distancia a la cual la paralaje es un segundo de arco,

$$1 \text{ pc} = 1/1'' = 206265 \text{ UA} = 3.26 \text{ años luz} = 30.86 \cdot 10^{12} \text{ km}. \quad (2.11)$$

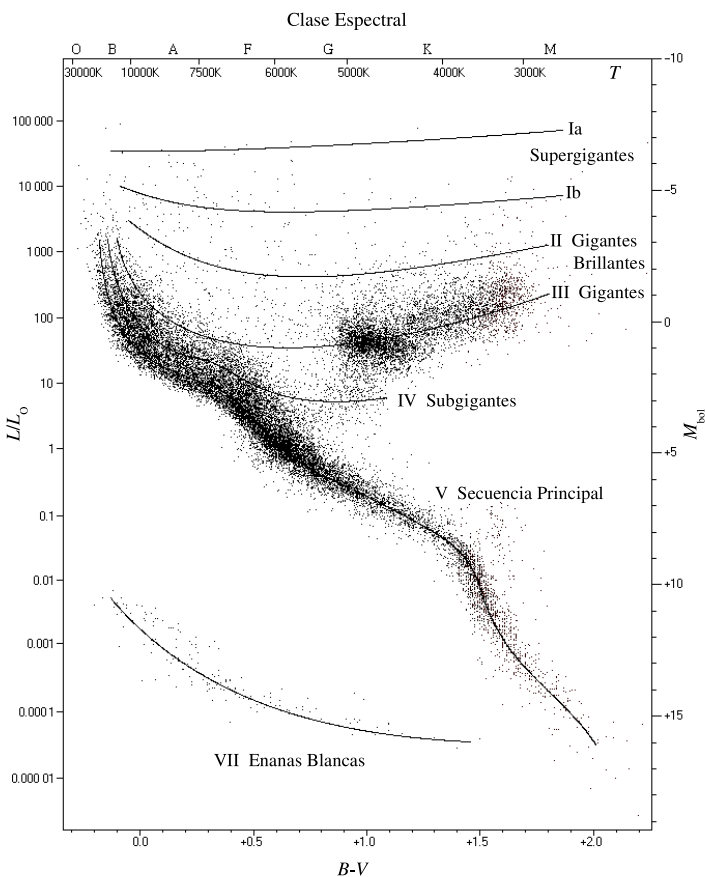


Figura 2.3: Diagrama HR (de <http://www.answers.org>). Este gráfico está construido a partir de 22000 estrellas del Catálogo de Hipparcos (Perryman et al., 1997) y 1000 estrellas de baja luminosidad del Catálogo de Gliese de Estrellas Cercanas (Gliese & Jahreiß, 1991).

2.4. El diagrama de Hertzsprung-Russell

El llamado diagrama de Hertzsprung-Russell (HR, ver figura 2.3) es una representación gráfica de la luminosidad o la magnitud bolométrica absoluta (relacionadas por la ecuación 2.7) en función de la temperatura efectiva o el color $B-V$. A simple vista se puede ver que las estrellas no están distribuidas en forma uniforme. Esquemáticamente, la distribución de estrellas es la siguiente:

- ▷ Secuencia principal: aproximadamente el 90 % de las estrellas se ubican en esta delgada banda. Éstas son todas estrellas con clase de luminosidad V, cuya fuente de energía es básicamente la combustión de H. Las estrellas pasan la mayor parte de su vida en esta región.
- ▷ Enanas blancas: alrededor del 10 % de estrellas se ubican en la región inferior del diagrama. Son estrellas 10^4 veces menos brillantes que el Sol, pero con altas temperaturas. Son los núcleos muertos de estrellas de más de mil millones de años que ya no producen energía.
- ▷ Rama de las gigantes rojas: finalmente, el resto de las estrellas, menos del 1 %, se alejan de la secuencia principal, hacia zonas de mayor luminosidad. Son estrellas con grandes radios y luminosidades, que se acercan al final de su vida. Las gigantes tienen en general baja temperatura, pero radios del orden de $10 R_{\odot}$. En la región de mayor luminosidad se encuentran las supergigantes, que cubren una gran región, del azul al rojo, son alrededor de 10^4 veces más brillantes que el Sol y tienen radios de $100 R_{\odot}$.

2.4.1. El Sol en el diagrama HR

En su actual etapa evolutiva, el Sol es una estrella de la secuencia principal. Sus parámetros característicos se muestran en la tabla 2.4.

tipo espectral		G2V
magnitud visual absoluta	$M_{V_{\odot}}$	4.85
magnitud visual aparente	V_{\odot}	-26.7
temperatura efectiva	$T_{\text{eff}\odot}$	5785°K
radio	R_{\odot}	$6.96 \cdot 10^{10}$ cm
distancia	d_{\odot}	$1.49 \cdot 10^{13}$ cm
luminosidad	L_{\odot}	$3.8 \cdot 10^{33}$ erg s ⁻¹
constante solar ^(e)	$L_{\odot}/4\pi d_{\odot}^2$	$1362 \cdot 10^3$ erg cm ⁻² s ⁻¹
colores	$B-V_{\odot}$	0.656
	$U-B_{\odot}$	0.100
edad		$4.5 \cdot 10^9$ años
masa	M_{\odot}	$1.99 \cdot 10^{33}$ g
gravedad superficial	$g_{\odot} = GM_{\odot}/R_{\odot}^2$	27300 cm s ⁻²
metalicidad	$[\text{Fe}/\text{H}]_{\odot}$	0

Tabla 2.4.: Propiedades del Sol como estrella.

^(e)Ver página 55.

Capítulo 3

Interiores estelares

*Podrás unir con cadenas a las Pléyades o aflojar las cuerdas de Orión?
Harás salir las constelaciones en su respectivo tiempo?
Guitarás a la Osa Mayor junto con sus hijos?
Conoces las leyes de los cielos?...*

LIBRO DE JOB

Yo era un niño y ya me había dado cuenta –contó Qfwfq–. Los átomos de hidrógeno los conocía uno por uno, y cuando aparecía uno nuevo lo sabía. En los tiempos de mi infancia, para jugar sólo había en todo el universo átomos de hidrógeno, y no hacíamos más que jugar con ellos, yo y otro niño de mi edad que se llamaba Pfwfp.

Qué cómo era el juego? Es fácil de explicar. Como el espacio es curvo, a lo largo de su curva hacíamos correr los átomos como bolitas, y el que mandaba más lejos su átomo ganaba.

Al dar el golpe al átomo había que calcular bien los efectos, las trayectorias, saber aprovechar los campos magnéticos y los campos de gravitación, porque si no la pelotita salía fuera de la pista y quedaba eliminada de la competición.

ÍTALO CALVINO

Uno de los principales objetivos de la Astrofísica ha sido entender la estructura de las estrellas. Una estrella es básicamente materia auto-gravitante, compuesta por gas que se mantiene a muy altas temperaturas por las reacciones nucleares en su centro.

Si bien lo que observamos de una estrella es su atmósfera, es en su interior donde se produce la energía que luego es transportada hacia el exterior. La intención de este capítulo es, entonces, explicar un modelo de interior estelar muy simplificado; sin embargo, es una muy buena aproximación a una estrella real, y explica propiedades globales del interior estelar representativas de modelos más completos.

La estrella está caracterizada por sus parámetros macroscópicos: masa M , luminosidad L , temperatura superficial efectiva T_{eff} , radio R , densidad central ρ_c y temperatura central T_c . Sólo las primeras cuatro de estas magnitudes son observables directamente; para una masa dada, cuatro de estas variables son independientes y están gobernadas por cuatro ecuaciones diferenciales.

Las ecuaciones de estructura que se presentan relacionan el equilibrio hidrostático y termodinámico de su interior. Se pueden dividir en dos grupos: las leyes de conservación y las

relaciones constitutivas. Estas últimas describen la materia estelar y la producción y transporte de energía.

3.1. Leyes de conservación

Las leyes de conservación que interesan a la teoría son extremadamente generales y aplicables esencialmente a cualquier sistema físico no relativista. Partimos de la *ecuación de Boltzmann* para una partícula de tipo i (ver por ejemplo Huang, 1963):

$$\partial_t f_i + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} f_i + \frac{\vec{F}}{m_i} \cdot \vec{\nabla}_{\vec{v}} f_i = (\partial_t f_i)_{\text{col}}, \quad (3.1)$$

donde $f_i = f(\vec{r}, \vec{v}, t, m_i)$ es la función distribución de una partícula de la especie i normalizada de forma tal que la cantidad de partículas de tipo i por unidad de volumen es

$$n_i(\vec{r}, t) = \int f(\vec{r}, \vec{v}, t, m_i) d^3v, \quad (3.2)$$

\vec{v} es la velocidad de las partículas, m_i su masa y \vec{F} la fuerza que actúa sobre ellas. El término $(\partial_t f_i)_{\text{col}}$ tiene en cuenta las interacciones entre las partículas. Multiplicando miembro a miembro por una función $h(\vec{v})$ arbitraria, e integrando en todo el espacio de velocidades, se llega a la *ecuación general de momentos*:

$$\partial_t [n_i \langle h \rangle_i] + \vec{\nabla} \cdot [n_i \langle h \vec{v} \rangle_i] - \frac{\vec{F}}{m_i} \cdot [n_i \langle \vec{\nabla}_{\vec{v}} h \rangle_i] = [\partial_t (n_i \langle h \rangle_i)]_{\text{col}}, \quad (3.3)$$

donde los valores medios se definen de forma tal que $\langle h \rangle_i(\vec{r}, t) \equiv n_i^{-1}(\vec{r}, t) \int h(\vec{v}) f(\vec{r}, \vec{v}, t, m_i) d^3v$, y en la cual hemos definido $[\partial_t (n_i \langle h \rangle_i)]_{\text{col}} \doteq \int h (\partial_t f_i)_{\text{col}} d^3v$.

En el caso que nos interesa, la fuerza por unidad de masa actuante es sólo la gravitatoria, y podemos escribir $\vec{F}/m_i = -\vec{\nabla}\Omega$, siendo Ω el *potencial gravitatorio*.

3.1.1. Conservación de la masa

Reemplazando $h(\vec{v}) = 1$ en la ecuación 3.3, y definiendo la *densidad de masa* ρ del material y la *velocidad media del fluido* \vec{u} como

$$\rho \doteq \sum_i n_i m_i \quad \text{y} \quad \vec{u} \doteq \frac{\sum_i n_i m_i \langle \vec{v} \rangle_i}{\sum_i n_i m_i}, \quad (3.4)$$

donde la suma es sobre todas las especies presentes, se llega a la usual *ecuación de continuidad*:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{u}) = 0. \quad (3.5)$$

3.1.2. Conservación del impulso

Si en cambio reemplazamos $h(\vec{v}) = \vec{v}$ en la ecuación 3.3, llegamos a

$$\rho \frac{d\vec{u}}{dt} = -\vec{\nabla} \cdot \mathbb{P} - \rho \vec{\nabla} \Omega, \quad (3.6)$$

donde $\vec{\nabla} \cdot \mathbb{P})_k \equiv \partial \mathbb{P}_{jk} / \partial x_j$. La estructura del *tensor de esfuerzos*

$$\mathbb{P}_{jk} \doteq \sum_i n_i m_i \langle (v_j^i - u_j) (v_k^i - u_k) \rangle \quad (3.7)$$

depende del material, pero para los flúidos de interés en la teoría de interiores estelares, la principal componente es la *presión* p , por lo que podemos escribir $\mathbb{P} = p \mathbb{I}$. Llegamos entonces a la *ecuación de Euler sin rozamiento*:

$$\frac{d\vec{u}}{dt} = -\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p - \vec{\nabla} \Omega. \quad (3.8)$$

3.1.3. Conservación de la energía

Por último, si reemplazamos $h(\vec{v}) = m_i v^2/2$ en la ecuación 3.3, y definimos el *flujo de calor* \vec{Q} y la *producción interna de calor* \dot{q} debida a procesos irreversibles (como por ejemplo reacciones nucleares) como

$$\vec{Q} \doteq \sum_i \frac{n_i m_i}{2} \langle |\vec{v} - \vec{u}|^2 (\vec{v} - \vec{u}) \rangle_i \quad \text{y} \quad \dot{q} \doteq \sum_i \frac{n_i m_i}{2} \left[\partial_t \langle |\vec{v} - \vec{u}|^2 \rangle_i \right]_{\text{col}}, \quad (3.9)$$

llegamos a la *ley de conservación de la energía*:

$$\frac{3}{2} \left[\frac{dp}{dt} + p \vec{\nabla} \cdot \vec{u} \right] = -p \vec{\nabla} \cdot \vec{u} - \vec{\nabla} \cdot \vec{Q} + \dot{q}. \quad (3.10)$$

Si suponemos que el material de la estrella es un gas ideal monoatómico, entonces la *energía interna por unidad de masa*^(a), e , será $e = \frac{3}{2} \frac{p}{\rho}$, y por lo tanto podemos escribir esta última ecuación como

$$\rho \frac{de}{dt} = -p \vec{\nabla} \cdot \vec{u} - \vec{\nabla} \cdot \vec{Q} + \dot{q}. \quad (3.11)$$

3.2. Ecuaciones de estructura estelar

Las ecuaciones de estructura estelar se obtienen aplicando las leyes de conservación a la materia estelar. Aquí se hacen algunas simplificaciones importantes:

- 1 ▷ Simetría esférica: los pequeños apartamientos de la esfericidad pueden, en principio, tratarse en forma perturbativa.
- 2 ▷ Comportamiento cuasiestacionario: no hay dependencia explícita con el tiempo.
- 3 ▷ Durante la mayor parte de la vida de una estrella, la velocidad del material es mucho menor que la velocidad del sonido, por lo tanto se puede despreciar en las leyes de conservación.

3.2.1. Variables lagrangianas

Tradicionalmente se pasa de las variables eulerianas (r, t) a las lagrangianas (m, t) . En condiciones cuasiestáticas, la masa encerrada en una esfera de radio r es independiente del tiempo, por lo que se suele hacer un cambio de coordenadas de la forma

$$m(r) = 4\pi \int_0^r r'^2 \rho(r') dr', \quad (3.12)$$

^(a)La energía interna es la energía cinética promedio de las partículas.

que escrito en forma diferencial resulta

$$\frac{dr}{dm} = \frac{1}{4\pi r^2 \rho}. \quad (3.13)$$

Para resolver esta ecuación, es necesario suponer una ecuación de estado de la forma $\rho = \rho(T, p, \mu)$, donde μ es el *peso molecular adimensional medio* del fluido, es decir, el número medio de unidades de masa atómica por partícula:

$$\mu = \frac{\rho}{n m_u}, \quad (3.14)$$

siendo m_u la unidad de masa atómica^(b).

3.2.2. Equilibrio hidrostático

En condiciones cuasiestáticas, la aceleración del fluido se puede despreciar y por lo tanto la ecuación 3.8 se puede escribir como

$$\vec{\nabla} p = -\rho \vec{\nabla} \Omega. \quad (3.15)$$

Pasando a coordenadas esféricas, la condición de *equilibrio hidrostático*^(c) es:

$$\frac{dp}{dr} = -\frac{Gm(r)\rho(r)}{r^2}, \quad (3.16)$$

donde G es la *constante de gravitación universal*. Pasando a coordenadas lagrangianas, esta última ecuación se puede escribir de la forma

$$\frac{dp}{dm} = -\frac{Gm}{4\pi r^4}. \quad (3.17)$$

3.2.3. Balance de energía

La radiación que nos llega al observar una estrella es el flujo de calor que irradia. Por simetría esférica, éste tiene componente no nula únicamente en la dirección radial. Tradicionalmente, a esta componente se la llama solamente *flujo*, $\vec{Q}(r) \equiv Q_r(r)\hat{r} \doteq F(r)\hat{r}$. Por lo tanto, si evaluamos en el radio estelar, $F(R)$ es el flujo bolométrico absoluto que definimos en la página 11.

Se define la *luminosidad interior* $l(r)$ como el flujo neto saliente de energía a través de una esfera de radio r . Nuevamente, tenemos que $l(R) = L$ es la luminosidad tal como la definimos previamente. De la ecuación 3.11, y haciendo uso de la ecuación 3.5, podemos escribir

$$\frac{\partial l}{\partial r} = 4\pi \frac{\partial (r^2 F)}{\partial r} = 4\pi r^2 \vec{\nabla} \cdot \vec{Q} = 4\pi r^2 \dot{q} + 4\pi r^2 \frac{p}{\rho} \frac{d\rho}{dt} - 4\pi r^2 \rho \frac{de}{dt}. \quad (3.18)$$

En condiciones cuasiestacionarias, los dos últimos términos se anulan, y la ecuación se simplifica a

$$\frac{dl}{dr} = 4\pi r^2 \dot{q}, \quad (3.19)$$

^(b) $1 m_u = 1.66053 \cdot 10^{-24} \text{g}$.

^(c) **Equilibrio hidrostático:** cuando se dan las condiciones 2 y 3 de la página 21, es decir, $\vec{u} = 0$ y $\partial/\partial t = 0$. Si bien estas hipótesis parecen muy fuertes, se puede demostrar que la suma de la fuerza debida a la presión y la gravitatoria es básicamente nula (ecuación 3.15), dado que si éste no fuera el caso los cambios estructurales de las estrellas sería mucho más veloces que los observados.

o, en coordenadas lagrangianas,

$$\frac{dl}{dm} = \frac{\dot{q}}{\rho}. \quad (3.20)$$

Obviamente, será necesario calcular la energía de fusión liberada por unidad de tiempo, \dot{q} , que depende fuertemente de la composición química de la estrella en cuestión. Para las estrellas de la secuencia principal, básicamente la energía que se genera es a base de la combustión del H y en menor medida del He.

3.3. Mecanismos de transporte de energía

La cuarta ecuación diferencial que junto con 3.13, 3.16 y 3.19 gobierna el interior estelar se refiere a la forma en que la energía generada en el interior estelar es transportada. Existen tres formas de transporte de energía:

- ▷ Transporte radiativo: es la forma de transporte más común. Cada fotón de la radiación lleva una energía $h\nu$ que se difunde en camino a la superficie de la estrella. Esta energía puede ser absorbida y reemitida o desviada en otra dirección por la interacción entre la radiación y la materia.
- ▷ Transporte por conducción: los electrones pueden conducir calor por conducción, interrumpida sólo por colisiones contra los iones del gas. Este proceso es muy eficiente sólo en el caso en que los electrones están degenerados, es decir, cuando la densidad de la estrella es extremadamente alta. En estrellas de la secuencia principal, el medio es mucho más opaco para los electrones que para la radiación, y por lo tanto ésta representa una corrección de orden muy pequeño y se puede despreciar.
- ▷ Transporte por convección: es el mecanismo de transporte más complejo, y es producido por burbujas macroscópicas de gas a diferente temperatura que su entorno; si están más calientes flotarán hacia regiones menos densas y si están más frías se hundirán hacia regiones más densas. En condiciones adecuadas, este proceso es extremadamente eficiente en el transporte de energía.

Qué forma de transporte es la más eficiente dependerá del camino libre medio de los fotones y de las partículas, y del gradiente de temperatura.

3.3.1. Transporte radiativo

Cuando el camino libre medio de los fotones es mucho menor que la distancia característica de variación radial, vale la *aproximación de difusión*. Podemos entonces escribir el flujo de energía como

$$F = -D \frac{dU}{dr}, \quad (3.21)$$

donde D es el *coeficiente de difusión* ($[D] = \text{cm}^2 \text{s}^{-1}$) y U la *densidad volumétrica de energía* ($[U] = \text{erg cm}^{-3}$).

En el caso de que el transporte de energía sea únicamente radiativo, y que la radiación esté en *equilibrio termodinámico*^(d), valen las siguientes ecuaciones:

$$U = aT^4 \quad \text{y} \quad D = \frac{c}{3\rho\bar{\kappa}^m}, \quad (3.22)$$

donde $a = 4\sigma/c$ es la *constante de radiación*, σ es la constante de Stefan-Boltzmann y c es la *velocidad de la luz en el vacío*; la *opacidad media de Rosseland por unidad de masa* $\bar{\kappa}^m$ es la sección de choque radiativo por unidad de masa, promediada sobre la frecuencia (ver ecuación 4.31).

En este caso, reemplazando estas últimas expresiones, el flujo de energía se calcula como

$$F = -\frac{4}{3} \frac{ca}{\rho\bar{\kappa}^m} T^3 \frac{dT}{dr} = \frac{l}{4\pi r^2}. \quad (3.23)$$

Llegamos a que si el transporte de energía es exclusivamente radiativo, la luminosidad se puede escribir de la forma

$$l(r) = -\frac{16\pi}{3} \frac{ca}{\rho\bar{\kappa}^m} T^3 r^2 \frac{dT}{dr}. \quad (3.24)$$

Definimos entonces el *gradiente radiativo de temperatura*:

$$\left(\frac{dT}{dr}\right)_{\text{rad}} = -\frac{3}{16\pi} \frac{\rho\bar{\kappa}^m}{ca} \frac{l}{T^3 r^2} < 0, \quad (3.25)$$

como el gradiente necesario para que *toda* la energía sea transportada por radiación. Usualmente, este gradiente se define con respecto a la presión:

$$\nabla_{\text{rad}} \doteq \left(\frac{d \ln T}{d \ln p}\right)_{\text{rad}} = \frac{p}{T} \frac{dr}{dp} \left(\frac{dT}{dr}\right)_{\text{rad}} = \frac{3}{16\pi caG} \bar{\kappa}^m \frac{p}{T^4} \frac{l}{m} > 0. \quad (3.26)$$

Como no es cierto que toda la energía sea transportada por radiación, para una luminosidad dada el gradiente *real* de temperatura ∇ deberá ser menor que ∇_{rad} .

3.3.2. Transporte convectivo

Inestabilidad de un perfil radiativo

Supongamos por un momento que toda la energía es transportada por radiación, es decir, el gradiente *real* de temperatura está dado por la ecuación 3.25.

Analicemos entonces si en este caso el material estelar está, dinámicamente hablando, en equilibrio estable o inestable en presencia de este gradiente radiativo. Supongamos que un elemento de masa δm a una distancia r del centro de la estrella sufre súbitamente un pequeño aumento de su temperatura

$$\Delta T(r) \doteq T_e(r) - T(r) > 0, \quad (3.27)$$

siendo $T_e(r)$ la temperatura del elemento y $T(r)$ la temperatura del medio (no perturbado) que lo rodea. La presión dentro del elemento crecerá, por lo que crecerá su volumen hasta

^(d) **Equilibrio termodinámico**: supone que la estrella es un cuerpo negro. Como evidentemente ésta es una aproximación demasiado grosera, habitualmente se utiliza la hipótesis de **equilibrio termodinámico local**, que consiste en asumir que los valores de todas las propiedades termodinámicas del material son los mismos que en el equilibrio termodinámico evaluados en la temperatura local. En § 4.2.3 se definirán ambos casos con más precisión.

que se igualen las presiones internas y externas, y su densidad $\rho_e(r)$ disminuirá con respecto a la densidad del medio $\rho(r)$ en una cantidad

$$\Delta\rho \doteq \rho_e(r) - \rho(r) < 0. \quad (3.28)$$

En consecuencia, el elemento de fluido comenzará a moverse hacia afuera bajo la influencia de la *fuerza de flotación*^(e). Asumimos que la presión dentro del elemento, $p_e(r)$, es igual a la del medio, $p(r)$, en todo momento (en otras palabras, el tiempo requerido para llegar al equilibrio de presiones es muy pequeño comparado con los tiempos de interés), por lo que

$$\left(\frac{dp}{dr}\right)_e = \frac{dp}{dr}. \quad (3.29)$$

Se puede ver entonces que la condición para que ocurra *equilibrio estable* es que la densidad del elemento ρ_e eventualmente sea igual a la del medio no perturbado $\rho(r)$ en algún radio r mayor que el inicial, para que la fuerza de empuje saliente se equilibre con la fuerza gravitatoria entrante y el elemento se estabilice^(f). Una condición para la estabilidad entonces es

$$\left(\frac{dp}{dr}\right)_e > \left(\frac{dp}{dr}\right)_{\text{np}}, \quad (3.30)$$

donde el subíndice “np” se refiere al medio no perturbado.

Usualmente, la condición para estabilidad ante transporte convectivo se expresa en función de la temperatura y no de la densidad. Pero así expresada, la condición es absolutamente general, mientras que para hacerlo en función de la temperatura es necesario asumir ciertas hipótesis más restrictivas. En Schwarzschild (1965) se puede encontrar una interesante introducción al tema de transporte convectivo.

Composición química uniforme

En este caso, el más simple posible, la función de estado que relaciona las variables termodinámicas p , ρ , T y μ , puede escribirse como $p = p(\rho, T)$, dado que μ no varía. En el ejemplo anterior, dado que supusimos equilibrio de presiones, esto implica que cuando el elemento adquiere la misma densidad que el medio, también tiene su misma temperatura. Por lo tanto, siendo que $\partial\rho/\partial T)_p < 0$, la condición de estabilidad 3.30 se puede escribir

$$\left(\frac{dT}{dr}\right)_e < \left(\frac{dT}{dr}\right)_{\text{np}}. \quad (3.31)$$

Si no hay fuentes de energía en el elemento, éste sólo puede entregar calor al medio que lo rodea, por radiación o conducción. Por lo tanto $T_e(r)$ disminuirá más rápido a medida que aumente r que en el caso en que el elemento se expandiese en forma adiabática. Entonces, teniendo en cuenta que el gradiente de temperatura es siempre negativo en el interior estelar^(g),

^(e)La fuerza de flotación es la resultante entre el peso descendente y el empuje ascendente del material circundante.

^(f)En realidad, puede continuar moviéndose, dada su inercia. Ver nota al pie de la página 62.

^(g)Excepto posiblemente en las regiones donde las pérdidas de energía por neutrinos sean importantes, y en los núcleos degenerados.

podemos escribir esta condición en la forma

$$\left(\frac{dT}{dr}\right)_e \lesssim \left(\frac{dT}{dr}\right)_{ad}, \quad (3.32)$$

y, si la condición 3.32 se cumple, la condición 3.31 puede ser reemplazada por

$$\left(\frac{dT}{dr}\right)_{ad} < \left(\frac{dT}{dr}\right)_{np}. \quad (3.33)$$

En el caso en que la condición 3.32 no se cumpla, como por ejemplo cuando hay fuentes nucleares en el elemento, la condición 3.33 no es necesariamente correcta, y debe usarse la 3.31. Pero en la práctica, aún en las regiones donde hay fuentes nucleares, la aproximación $(dT/dr)_e \approx (dT/dr)_{ad}$ permanece válida. Por lo tanto, para modelos estelares químicamente homogéneos, se utiliza la condición 3.33 dado que es más simple de calcular, si se tiene en cuenta que para evaluar $(dT/dr)_e$ se necesitan conocer los mecanismos de intercambio de calor del elemento con el medio que lo rodea. En la figura 3.1 se muestra un ejemplo de un medio químicamente homogéneo y estable ante transporte convectivo.

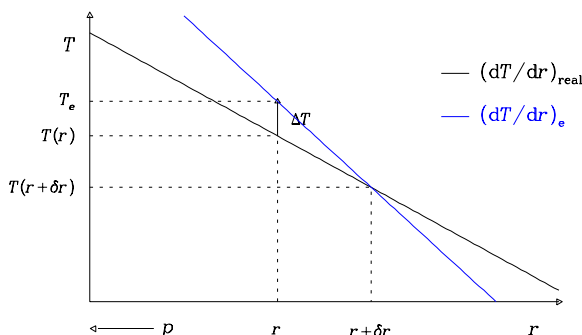


Figura 3.1: Un ejemplo de estabilidad ante transporte convectivo. Si estando en r el elemento de fluido tiene una temperatura mayor en ΔT a la del medio, se moverá hasta que en $r + \delta r$ se estabilice.

Bajo estas suposiciones, supongamos que nos encontramos en una región donde el transporte es radiativo, es decir, $(dT/dr)_{np} \equiv (dT/dr)_{rad}$. En ese caso, como no hay convección se cumple que

$$\left(\frac{dT}{dr}\right)_{rad} > \left(\frac{dT}{dr}\right)_{ad}. \quad (3.34)$$

Éste es el *criterio de estabilidad de Schwarzschild*.

La zona convectiva será entonces aquella donde la radiación y la convección compitan como mecanismos de transporte, cada una llevando parte del flujo total de energía. La curva $T(r)$ real dentro de la zona convectiva tendrá una pendiente intermedia entre la curva $T(r)$ radiativa y la curva $T(r)$ adiabática. Es decir, para que haya convección la curva $T(r)$ debe ser *superadiabática*^(h) (si fuese exactamente adiabática no habría transporte de energía por convección) pero de menor pendiente que la curva radiativa. Por lo tanto, hay convección si se cumple la siguiente serie de desigualdades –ver figura 3.2–:

$$\left(\frac{dT}{dr}\right)_{ad} > \left(\frac{dT}{dr}\right)_e > \left(\frac{dT}{dr}\right)_{real} > \left(\frac{dT}{dr}\right)_{rad}, \quad (3.35)$$

^(h) Superadiabática significa de mayor pendiente –en módulo– que la curva adiabática.

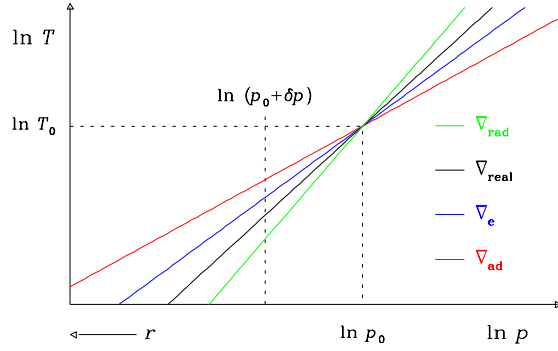


Figura 3.2: Un ejemplo de inestabilidad ante transporte convectivo. Empezando en un punto con iguales valores de (p_0, T_0) , los diferentes gradientes llevan a diferentes temperaturas en un punto más externo $p_0 + \delta p$. Ésta es una zona convectiva.

o bien:

$$\left| \left(\frac{dT}{dr} \right)_{\text{ad}} \right| < \left| \left(\frac{dT}{dr} \right)_e \right| < \left| \left(\frac{dT}{dr} \right)_{\text{real}} \right| < \left| \left(\frac{dT}{dr} \right)_{\text{rad}} \right|. \quad (3.36)$$

También podemos escribir esta serie de desigualdades en función de $\nabla \equiv d \ln T / d \ln p$:

$$\nabla_{\text{rad}} > \nabla_{\text{real}} > \nabla_e > \nabla_{\text{ad}}. \quad (3.37)$$

Para calcular el *gradiente convectivo de temperatura*, podemos aproximarlo entonces por el adiabático. Si suponemos un *gas ideal sin radiación*, entonces $p \rho^{-\gamma}$ es constante, y podemos escribir

$$\left(\frac{dT}{dr} \right)_{\text{conv}} \approx \left(\frac{dT}{dr} \right)_{\text{ad}} = \frac{1 - \gamma}{\gamma} \frac{T}{H_p} \quad \text{ó} \quad \nabla_{\text{conv}} \approx \nabla_{\text{ad}} = \frac{\gamma - 1}{\gamma}, \quad (3.38)$$

donde $\gamma = c_p / c_V$ y hemos definido la *escala mecánica de distancias* H_p como

$$\frac{1}{H_p} = - \frac{1}{p} \frac{dp}{dr}. \quad (3.39)$$

Para un gas ideal monoatómico ($\gamma = \frac{5}{3}$), entonces, vale que $\nabla_{\text{ad}}^{\text{gas}} = \frac{2}{5} = 0.4$. Pero en realidad la presión está compuesta por dos términos: es la suma de la presión termodinámica del gas constituyente y la presión de radiación,

$$p = p_{\text{gas}} + p_{\text{rad}} \stackrel{\text{gas ideal}}{=} \frac{\tilde{R}}{\mu} \rho T + \frac{a}{3} T^4, \quad (3.40)$$

donde $\tilde{R} \equiv k / m_u$ es la *constante universal de los gases* en unidades de $\text{erg } ^\circ\text{K}^{-1} \text{g}^{-1}$ y k es la *constante de Boltzmann*. Si la presión de radiación es mucho mayor que la del gas, podemos despreciar esta última y encontramos que sigue siendo válida la expresión 3.38 pero con $\gamma = \frac{4}{3}$, y entonces $\nabla_{\text{ad}}^{\text{rad}} = \frac{1}{4} = 0.25$.

Por lo tanto, cuanto más importante sea la presión de radiación con respecto a la presión del gas, menor será el gradiente adiabático ∇_{ad} , favoreciendo el transporte convectivo.

Por otro lado, la expresión para el peso molecular promedio μ depende fuertemente del estado de ionización de los átomos del gas. Sin entrar en detalles, se puede demostrar que el gradiente adiabático para el gas (sin considerar la presión) se aproxima al valor calculado de $\nabla_{\text{ad}}^{\text{gas}} = 0.4$ cuando el gas es neutro o está totalmente ionizado, mientras que cuando la ionización es parcial presenta una sensible disminución. El grado de ionización crece con la temperatura y decrece con p_{gas} (mayor presión implica mayor probabilidad de recombinación

entre un ion y un electrón). Para una explicación más detallada ver, por ejemplo, Kippenhahn & Weigert (1990).

3.4. Zonas convectivas en estrellas de la secuencia principal

El comienzo de la convección en algún punto de una estrella estará gobernado entonces por la pendiente del gradiente de temperatura radiativo con respecto al adiabático. Habrá convección, en general, cuando el gradiente radiativo de temperatura tenga mayor pendiente que el adiabático, corregido, de ser necesario, por la presencia de una composición química no uniforme:

$$\nabla_{\text{rad}} = \frac{3}{16\pi caG} \bar{\kappa}^m \frac{p}{T^4} \frac{l}{m} > \nabla_{\text{ad}} \quad \implies \quad \text{convección.} \quad (3.41)$$

Supondremos, para simplificar, que la composición química es homogénea. Si bien ésta es sólo una aproximación, si la composición química varía lentamente la corrección que debe introducirse es pequeña. Y la dependencia pronunciada de la composición química con el radio se da principalmente en el interior de estrellas ya evolucionadas, por lo que podemos suponer $d \ln \mu / d \ln p \approx 0$ en lo que resta de esta sección. Por otra parte, cuando hablemos de gradientes, nos estaremos refiriendo a $\nabla = d \ln T / d \ln p$.

En la parte más interna de una estrella, la existencia de la convección está determinada principalmente por la pendiente del gradiente radiativo, debido a que el gradiente adiabático se mantiene aproximadamente constante porque el gas está totalmente ionizado. Dado que p/T^4 es generalmente una función suave de la posición para una estrella (ver ecuación 3.40), la pendiente de ∇_{rad} está dada esencialmente por los valores de $\bar{\kappa}^m$ y de l/m . Usualmente la opacidad $\bar{\kappa}^m$ decrece muy en el interior (donde básicamente es producida por la absorción ligado-libre y más adentro aún por la absorción libre-libre), lo que tiende a desfavorecer la convección.

Pero si las fuentes de energía están fuertemente concentradas en el centro, como sucede en las estrellas muy masivas, entonces $l(r) \approx L$ hasta que r sea muy pequeño, mientras que $m(r)$ decrece monótonamente al tiempo que lo hace r , y por lo tanto el cociente l/m puede ser lo suficientemente grande como para que exista convección, resultando en un núcleo convectivo. Además, en estas estrellas la presión de radiación es muy importante con respecto a la presión del gas, lo que hace que el gradiente adiabático sea muy pequeño, favoreciendo aún más la convección en las capas más internas. Es por esto que las estrellas de tipo espectral más temprano de la secuencia principal, muy masivas y con fuentes de energía muy concentradas, tienen mayoritariamente núcleos convectivos. Cuanto más masiva sea la estrella, más grande será el núcleo convectivo; las estrellas supermasivas ($M \approx 10^6 M_{\odot}$) son totalmente convectivas.

En las estrellas menos masivas, por otra parte, las reacciones nucleares que predominan son diferentes, mucho menos sensibles a la temperatura que las reacciones nucleares de las estrellas masivas; esto hace que la producción de energía esté distribuida en un volumen mucho mayor, por lo que tanto la luminosidad como ∇_{rad} son mucho menores en la región central, y el transporte de energía en esta zona es radiativo.

Si ahora nos centramos en las regiones exteriores de las estrellas, $l(r) \simeq L$ y $m(r) \simeq M$, y por lo tanto su cociente no es determinante para la existencia de convección. Si la temperatura en las capas exteriores es lo suficientemente baja como para permitir la existencia de gases

parcialmente ionizados, por un lado el gradiente adiabático disminuye considerablemente (ver discusión de la página 3.3.2); por el otro, la opacidad $\bar{\kappa}^m$ crece en varios órdenes de magnitud (ya que ahora es producida principalmente por la formación de H^-), aumentando en consecuencia el gradiente radiativo. El criterio de estabilidad de Schwarzschild indica que ambos fenómenos generan una zona convectiva exterior.

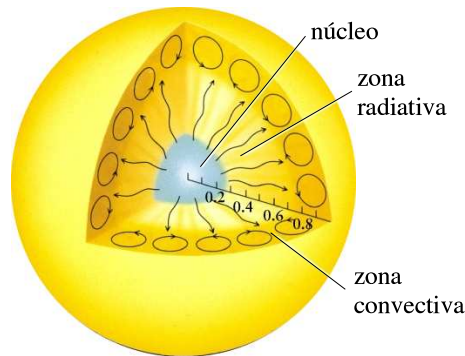
Estrellas más masivas que aproximadamente $10M_{\odot}$, con altas T_{eff} , no presentan ninguna de estas características: ∇_{rad} se mantiene en un valor casi constante, y todo el interior de la estrella es demasiado caliente como para que puedan existir átomos neutros de H o He, por lo que la ionización es total y ∇_{ad} no presenta ninguna disminución.

Cuanto menor sea la T_{eff} de la estrella, mayor será la penetración de la capa convectiva exterior en el interior. Estrellas menos masivas que $\approx 0.25M_{\odot}$ son totalmente convectivas. La importancia de esta zona convectiva exterior dependerá de la fracción de flujo transportado por la convección y de su profundidad (Cox & Giuli, 1968).

En términos de tipo espectral, estrellas más tardías que aproximadamente F4 poseen una zona convectiva exterior, y estrellas más tardías que M5 se supone que son totalmente convectivas. Como se verá más adelante, la muestra de estrellas que se presenta en este trabajo abarca entonces todo el rango de profundidades de la zona convectiva exterior.

Finalmente, en la figura 3.3 se muestra un esquema de cómo se distribuyen en el Sol las diferentes regiones de su interior: el núcleo se extiende hasta $0.25R_{\odot}$ y es donde se genera alrededor del 99 % de la energía, luego hay una zona radiativa, y finalmente, desde aproximadamente $0.8R_{\odot}$, encontramos la zona convectiva.

Figura 3.3: Esquema del interior solar.



Capítulo 4

Atmósferas estelares

*Los filósofos hacen leyes imaginarias para sociedades imaginarias,
y sus discursos son como las estrellas, que dan poca luz por la altura a la que se encuentran.*

FRANCIS BACON

*Nueva York sería tan impresionante y bella como las pirámides
si se la pudiera ver tan sólo con el brillo de las estrellas y de la luna nada más:
¡Qué gran diferencia entre la luz que viene de arriba y la que viene de abajo!*

KAHLIL GIBRAN

La atmósfera estelar es la región que es observable en forma directa. En esta zona no existen fuentes de energía: ésta, generada en el interior de la estrella, es transportada a través de la atmósfera hacia el exterior. Por lo tanto, el flujo total de energía en la atmósfera es independiente de la altura. El objetivo primordial de la teoría de atmósferas estelares es desarrollar métodos para describir el flujo de energía a través de las capas más externas de una estrella, e interpretar las características observables de la radiación emergente.

El cálculo del flujo de la radiación emergente de una estrella, tanto de sus líneas como del continuo, requiere de la resolución de un problema de transporte, ya que la radiación observada se origina a diferentes profundidades, a través de las cuales cambian las propiedades físicas del material.

4.1. Atmósfera solar

Antes de adentrarnos en la teoría de las atmósferas estelares, describiremos resumidamente la atmósfera del Sol, que puede a grandes rasgos considerarse un ejemplo de la atmósfera de una estrella tardía de la secuencia principal.

En la figura 4.1 mostramos un modelo de atmósfera solar *tranquila* (por modelo de atmósfera, se entiende la dependencia de la temperatura con la altura atmosférica). En el capítulo 5 veremos que los intensos campos magnéticos que se generan en el interior solar influyen sobre la estructura física de la atmósfera y dan lugar a diversos fenómenos que se engloban bajo el nombre genérico de *actividad*. En particular, la existencia de la *cromósfera* y de la *corona*, presentes en todo el rango espectral entre F y M de la secuencia principal, se explica por

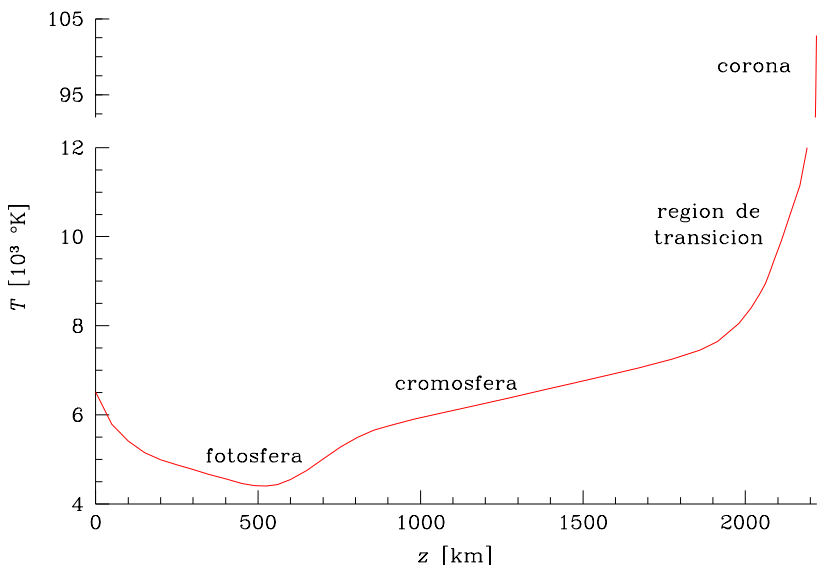


Figura 4.1: Modelo de atmósfera solar tranquila en equilibrio hidrostático (modelo C de Vernazza et al., 1981).

la presencia de estos campos magnéticos. Estos fenómenos activos de los que hablaremos más tarde, pueden ser considerados como un apartamiento del equilibrio del Sol tranquilo (Zeldovich et al., 1983).

De adentro hacia afuera, las capas que componen la atmósfera solar son (ver, por ejemplo, Zirin, 1988):

▷ *Fotósfera*: Es una delgada capa de unos 500 km de espesor donde se emite alrededor de la mitad de la energía total liberada por el Sol, y es donde se emite la mayor parte de la radiación en el espectro visible e infrarrojo, tanto en el continuo como en las líneas espectrales. La forma predominante de transporte de energía es la radiativa y no existen fuentes de energía, por lo que el flujo de energía es constante y en consecuencia la temperatura disminuye con la altura.

Debido a la alta densidad fotosférica y la baja densidad de campo magnético, el movimiento del material no está determinado por las líneas de campo (ver nota al pie de la página 59).

▷ *Cromósfera*: Es la región que se extiende entre el mínimo de temperatura y la corona, de aproximadamente 1700 km de espesor. La forma predominante de transporte de energía es hidrodinámica, mediante la propagación de ondas mecánicas, sonoras y magnetosónicas. En esta región el campo magnético domina los movimientos del gas, por lo que las velocidades son mucho mayores. Además, dada su baja densidad, la eficiencia de los procesos colisionales es mucho menor, la temperatura cinética del gas se desacopla de la temperatura del campo de radiación (proveniente principalmente de las capas atmosféricas más profundas), y el gas se aparta del equilibrio termodinámico local.

La cromósfera es invisible en el continuo debido a la mayor intensidad de radiación proveniente de la fotósfera, aunque se puede observar en ondas de radio de longitud mayor a $100 \mu\text{m}$ y en el ultravioleta, y también en líneas fuertes como $H\alpha$ y las del Ca II.

▷ *Región de transición*: Es una región de sólo unas decenas de kilómetros de espesor, donde la temperatura se eleva desde $8.5 \cdot 10^3$ °K hasta valores del orden de 10^6 °K. La energía

se transmite por conducción (ésta es la única región del Sol donde este mecanismo es significativo), desde la corona hacia la cromósfera.

Dada su alta temperatura, se originan aquí gran cantidad de líneas del espectro ultravioleta.

- ▷ *Corona*: Es la capa que se extiende en el espacio interplanetario. Su densidad es muy baja, y su temperatura del orden de 10^6 °K. Irradia fuertemente en el ultravioleta y en rayos X blandos.

Si bien hay distintos modelos teóricos para explicar el *calentamiento coronal*, ninguno es totalmente satisfactorio, y su total comprensión es uno de los desafíos que enfrenta actualmente la física solar.

4.2. Transporte radiativo

Si bien ya hemos tratado el transporte radiativo para interiores estelares en § 3.3.1, muchas aproximaciones que se hacen en el interior no son válidas en la atmósfera, y la descripción del fenómeno debe hacerse en forma mucho más cuidadosa. Empezaremos definiendo algunas magnitudes usualmente utilizadas para caracterizar macroscópicamente el campo de radiación. Por claridad, explicitaremos el orden de los diferenciales involucrados.

4.2.1. Caracterización del campo de radiación

La *intensidad específica* $I(\vec{r}, \hat{\Omega}, \nu, t)$ de radiación de frecuencia ν , en la dirección $\hat{\Omega}$, en la posición \vec{r} y en el instante t , está definida de forma tal que la cantidad de energía transportada por radiación de frecuencias dentro del rango $(\nu, \nu + d\nu)$ a través de un elemento de área $d^2\vec{A} = d^2A \hat{n}$ dentro un ángulo sólido $d^2\Omega$ por unidad de tiempo resulta ser (ver figura 4.2)

$$d^6 E \doteq I(\vec{r}, \hat{\Omega}, \nu, t) \hat{\Omega} \cdot \hat{n} d^2A d^2\Omega d\nu dt. \quad (4.1)$$

Cabe aclarar que la intensidad se puede expresar por unidad de frecuencia, que simplificando llamaremos $I_\nu \equiv I(\vec{r}, \hat{\Omega}, \nu, t)$, o por unidad de longitud de onda, $I_\lambda \equiv I(\vec{r}, \hat{\Omega}, \lambda, t)$. Entre ellas se verifica que $I_\lambda = I_\nu \left| \frac{d\nu}{d\lambda} \right|$.

El campo de radiación se dice *isotrópico* si I_ν es independiente de la dirección $\hat{\Omega}$. Si además es independiente de \vec{r} , se dice que es isotrópico y *homogéneo*.

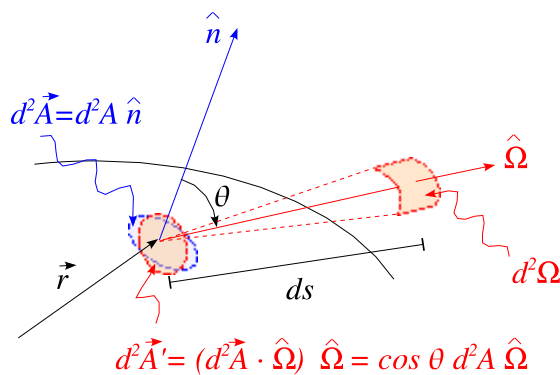


Figura 4.2: Esquema geométrico que describe los parámetros utilizados en la definición de intensidad específica.

Definiremos ahora los *momentos de la intensidad específica* respecto al ángulo sólido Ω . El momento de orden cero es la *intensidad media* de radiación $J(\vec{r}, \nu, t)$:

$$J(\vec{r}, \nu, t) \doteq \frac{1}{4\pi} \oint I(\vec{r}, \hat{\Omega}, \nu, t) d^2\Omega. \quad (4.2)$$

Si queremos calcular la *densidad volumétrica de energía monocromática* $U(\vec{r}, \nu, t)$ del campo de radiación en el intervalo de frecuencias $(\nu, \nu + d\nu)$, tenemos que tener en cuenta que los fotones atraviesan una distancia $ds = c dt$ en un tiempo dt . Por lo tanto, el elemento de volumen que ocupa la radiación en un tiempo dt es $d^3r = d^2A' ds + \mathcal{O}(ds^2 d^2\Omega) \approx c d^2A' dt$ donde $d^2A' = \hat{\Omega} \cdot \hat{n} d^2A$ es el área proyectada transversalmente a la dirección $\hat{\Omega}$ (ver figura 4.2), y de las ecuaciones 4.1 y 4.2 podemos escribir

$$U(\vec{r}, \nu, t) d^3r d\nu = \oint \frac{I_\nu}{c} d^2\Omega d^3r d\nu \quad \Rightarrow \quad U(\vec{r}, \nu, t) = \frac{4\pi}{c} J(\vec{r}, \nu, t). \quad (4.3)$$

Para problemas independientes del tiempo y con geometría plano-paralela, la intensidad media depende solamente de la distancia vertical z . Si la geometría es esférica, la dependencia se da con la componente r . En ambos casos, llamando ξ a la variable espacial z ó r , según corresponda, vale que

$$J(\xi, \nu) = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 I(\xi, \mu, \nu) d\mu, \quad (4.4)$$

siendo $\mu \doteq \cos \theta$ y θ el ángulo entre \hat{n} ($\equiv \hat{\xi}$) y $\hat{\Omega}$.

El momento de primer orden de la intensidad es el *flujo de Eddington* $\vec{H}(\vec{r}, \nu, t)$. Éste se relaciona con el *flujo de radiación* $\vec{F}(\vec{r}, \nu, t)$ ^(a), que es un vector tal que $\vec{F} \cdot d^2\vec{A}$ es la energía radiada a través del elemento de superficie orientado $d^2\vec{A}$ por unidad de tiempo y frecuencia:

$$d^4E \doteq \left[\oint I_\nu \hat{\Omega} d^2\Omega \right] \cdot \hat{n} d^2A d\nu dt \quad \Rightarrow \quad \vec{F}(\vec{r}, \nu, t) = 4\pi \vec{H}(\vec{r}, \nu, t) = \oint I(\vec{r}, \hat{\Omega}, \nu, t) \hat{\Omega} d^2\Omega, \quad (4.5)$$

donde las integrales están hechas sobre toda la esfera unitaria centrada en el punto de interés.

Con la geometría simplificada introducida, el flujo tiene componente no nula en la dirección $\hat{\xi} \equiv \hat{z}$ ó \hat{r} , según corresponda, por lo que puede ser tratado como un escalar:

$$F(\xi, \nu) \doteq \vec{F}(\xi, \nu) \cdot \hat{\xi} = \oint I(\xi, \theta, \nu) \cos \theta d^2\Omega = 2\pi \int_{-1}^1 I(\xi, \mu, \nu) \mu d\mu. \quad (4.6)$$

Por último, se define el *tensor de presión de radiación* relacionado con el momento de segundo orden de la intensidad, $\mathbb{K}(\vec{r}, \nu, t)$:

$$\mathbb{P}_{jk}(\vec{r}, \nu, t) = \frac{4\pi}{c} \mathbb{K}_{jk}(\vec{r}, \nu, t) = \oint \frac{I(\vec{r}, \hat{\Omega}, \nu, t)}{c} (\hat{\Omega} \cdot \hat{j}) (\hat{\Omega} \cdot \hat{k}) d^2\Omega. \quad (4.7)$$

Si el campo de radiación es isotrópico, \mathbb{P} es diagonal e isotrópico, y además se puede mostrar que

$$p_\nu^{\text{rad}} \doteq \frac{1}{3} \mathbb{P}_i^i = \frac{2\pi}{c} \int_{-1}^1 I(\xi, \mu, \nu, t) \mu^2 d\mu = \frac{1}{3} U_\nu \quad (4.8)$$

es la *presión monocromática de radiación*.

^(a)La integral del flujo de radiación sobre todas las frecuencias ya fue definida, en otro contexto, como el flujo de calor \vec{Q} .

En ausencia de polarización, I_ν , J_ν , F_ν y p_ν^{rad} describen completamente el campo de radiación.

4.2.2. Interacción de la radiación con la materia

Teniendo en cuenta la interacción entre la radiación y la materia, la energía puede ser removida o entregada al campo de radiación por una amplia gama de procesos físicos. Estos procesos están especificados por secciones eficaces atómicas y números de ocupación de los niveles de energía de los constituyentes del material estelar. Sin embargo, también pueden ser descriptos por coeficientes macroscópicos.

Para describir la energía removida del campo de radiación se utiliza el coeficiente macroscópico $\kappa(\vec{r}, \hat{\Omega}, \nu, t)$, llamado *coeficiente de extinción* u *opacidad*. Se define de forma tal que un elemento de material de sección transversal $d^2 A'$ y longitud ds (ver figura 4.2) remueve de un haz incidente normal a $d^2 \vec{A}'$, intensidad específica $I(\vec{r}, \hat{\Omega}, \nu, t)$ y que se propaga en la dirección $\hat{\Omega}$, una cantidad de energía $d^7 E_{\text{perdida}}$ que cumple

$$d^7 E_{\text{perdida}} = \kappa(\vec{r}, \hat{\Omega}, \nu, t) I(\vec{r}, \hat{\Omega}, \nu, t) d^2 A' ds d^2 \Omega d\nu dt, \quad (4.9)$$

en un tiempo dt y en un intervalo de frecuencias $d\nu$. El coeficiente de extinción es el producto de la *sección eficaz de absorción atómica* α_ν y la densidad numérica de absorventes, sumados sobre todos los estados que pueden interactuar con fotones de frecuencia ν . κ^{-1} es por lo tanto el camino libre medio de un fotón.

En medios estáticos, donde no hay direcciones privilegiadas impuestas a escala atómica (como podría ser la producida por un intenso campo magnético), la opacidad es isotrópica.

En forma similar, se define el *coeficiente de emisión* o *emisividad* $\eta(\vec{r}, \hat{\Omega}, \nu, t)$ como

$$d^7 E_{\text{ganada}} = \eta(\vec{r}, \hat{\Omega}, \nu, t) d^2 A' ds d^2 \Omega d\nu dt, \quad (4.10)$$

siendo $d^7 E_{\text{ganada}}$ la cantidad de energía ganada por el campo de radiación al atravesar el material en las mismas condiciones. La emisividad se calcula como la suma de los productos entre las poblaciones de niveles superiores y las probabilidades de transición de todos los procesos relevantes que puedan liberar un fotón de frecuencia ν .

Tanto la opacidad como la emisividad pueden descomponerse en dos términos. El primero, proviene de la absorción o emisión “real” (en el primer caso, procesos donde toda la energía del fotón incidente es entregada a la energía cinética térmica del gas, en cuyo caso se dice que el fotón se ha *termalizado*, mientras que en el segundo caso se crea un fotón). El segundo término se refiere a la absorción o emisión debidas al *scattering*, es decir, involucra procesos donde sólo parte de la energía del fotón es entregada al gas o donde parte de la energía cinética del gas contribuye a aumentar la energía de un fotón ya existente.

4.2.3. Ecuación de transporte radiativo

La ecuación de transporte es una ecuación cinética, y puede derivarse de la ecuación de Boltzmann 3.1:

$$\partial_t f + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} f + \vec{p} \cdot \vec{\nabla}_{\vec{p}} f = (\partial_t f)_{\text{col}}. \quad (4.11)$$

Para un “gas” consistente de fotones, en ausencia de efectos relativistas la fuerza actuante sobre ellos, \vec{p} , es nula, y los fotones se desplazan en líneas rectas con velocidad $\vec{v} = c \hat{\Omega}$.

La función distribución puede escribirse en función de la intensidad específica. Si f es la función distribución de los fotones, entonces $f(\vec{r}, \vec{p}, t) d^3 r d^3 p$ es la cantidad de fotones en el elemento de volumen del espacio de fases $d^3 r d^3 p$ al tiempo t . Entonces, como cada fotón lleva una energía $h\nu$, la energía transportada por los fotones en este elemento de volumen será

$$d^6 E = h\nu f(\vec{r}, \vec{p}, t) d^3 r d^3 p = h\nu f(\vec{r}, \vec{p}, t) d^3 r p^2 dp d^2 \Omega. \quad (4.12)$$

Ahora bien, para un fotón, $\vec{p} = \frac{h\nu}{c} \hat{\Omega}$, y por lo tanto, $p^2 dp = \frac{h^3 \nu^2}{c^3} d\nu$. Además, al diferencial de volumen lo podemos escribir de la forma $d^3 r = d^2 A' ds = d^2 A \hat{n} \cdot \hat{\Omega} c dt$. Reemplazando estas dos últimas expresiones en la ecuación 4.12, llegamos a

$$d^6 E = \frac{h^4 \nu^3}{c^2} f\left(\vec{r}, \frac{h\nu}{c} \hat{\Omega}, t\right) \hat{\Omega} \cdot \hat{n} d^2 A d^2 \Omega d\nu dt, \quad (4.13)$$

y comparando con la ecuación 4.1, vemos que

$$\frac{h^4 \nu^3}{c^2} f\left(\vec{r}, \frac{h\nu}{c} \hat{\Omega}, t\right) \equiv I(\vec{r}, \hat{\Omega}, \nu, t). \quad (4.14)$$

Por otro lado, el análogo para las interacciones son la creación y aniquilación de un fotón:

$$(\partial_t f)_{\text{col}} \equiv \partial_t f^+ - \partial_t f^-. \quad (4.15)$$

Para calcular la densidad de fotones creados, podemos escribir

$$\partial_t f^+ = \frac{c^2}{h^4 \nu^3} \partial_t I_\nu^+. \quad (4.16)$$

Para calcular esta última derivada, supondremos que al atravesar un elemento de longitud ds , la energía del haz es tal que la ecuación 4.1 la podemos escribir

$$d^6 E = (I_\nu + dI_\nu^+) \hat{\Omega} \cdot \hat{n} d^2 A d^2 \Omega d\nu dt = (I_\nu + dI_\nu^+) d^2 A' d^2 \Omega d\nu dt; \quad (4.17)$$

comparando con la ecuación 4.10, notamos que

$$dI_\nu^+ d^2 A' d^2 \Omega d\nu dt = \eta_\nu ds d^2 A' d^2 \Omega d\nu dt \quad \xrightarrow{ds=c dt} \quad \frac{\partial I_\nu^+}{\partial t} = c \eta_\nu, \quad (4.18)$$

y por lo tanto, encontramos que la densidad de fotones creados es

$$\partial_t f^+ = \frac{c^3}{h^4 \nu^3} \eta_\nu. \quad (4.19)$$

De la misma forma, se puede demostrar que la densidad de fotones aniquilados es

$$\partial_t f^- = \frac{c^3}{h^4 \nu^3} \kappa_\nu I_\nu. \quad (4.20)$$

Reemplazando todas estas expresiones en la ecuación de Boltzmann, obtenemos

$$\frac{1}{c} \frac{\partial I_\nu}{\partial t} + \hat{\Omega} \cdot \vec{\nabla} I_\nu = \eta_\nu - \kappa_\nu I_\nu, \quad (4.21)$$

que es la variación de la intensidad específica I_ν al atravesar un elemento de volumen.

Si tenemos en cuenta que $ds = c dt$, vemos que la ecuación de transporte también se puede escribir de las formas

$$\frac{dI_\nu}{ds} = \eta_\nu - \kappa_\nu I_\nu \quad \text{y} \quad \frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} = I_\nu - \frac{\eta_\nu}{\kappa_\nu}, \quad (4.22)$$

donde hicimos el cambio de variables $d\tau_\nu(s, \hat{\Omega}) \doteq -\kappa_\nu(s, \hat{\Omega}) ds$, definiendo la *profundidad óptica* $\tau_\nu(s, \hat{\Omega})$ como la opacidad del material integrada a lo largo de la *línea de visión* s :

$$\tau_\nu(s, \hat{\Omega}) = \int_s^{s_{\text{máx}}} \kappa_\nu(s', \hat{\Omega}) ds'. \quad (4.23)$$

El signo negativo se introduce de manera que la profundidad óptica crezca hacia el interior de la atmósfera desde $\tau_\nu = 0$ en la superficie exterior (donde $s = s_{\text{máx}}$). Es entonces una medida de cuán profundo dentro del material puede ver un observador externo. Se puede decir que $\tau_\nu(s)$ es el número de caminos libres medios para un fotón de frecuencia ν a lo largo de la línea de visión entre $s_{\text{máx}}$ y s . Por lo tanto una región que tenga $\tau_\nu \gg 1$ es una región invisible, a frecuencia ν , para un observador externo. Si $\tau_\nu \gg 1$, se dice que el material es *ópticamente grueso* a esa frecuencia. Si, en cambio, $\tau_\nu \ll 1$, el material es *ópticamente delgado* ya que la radiación viajará a través de él prácticamente sin ser absorbida ni dispersada. En medios estáticos, la profundidad óptica es isotrópica.

Se define también la *función fuente* S_ν como el cociente entre la emisividad y la opacidad, $S_\nu \doteq \eta_\nu/\kappa_\nu$. Llegamos entonces a la *forma estándar de la ecuación de transporte* (Mihalas, 1978):

$$\frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} = I_\nu - S_\nu. \quad (4.24)$$

Equilibrio termodinámico

En estricto equilibrio termodinámico, la opacidad y la emisividad están relacionadas por la *ecuación de Kirchhoff-Planck*:

$$S_\nu = \frac{\eta_\nu}{\kappa_\nu} \equiv B_\nu(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \left(e^{h\nu/kT} - 1 \right)^{-1}, \quad (4.25)$$

donde $B_\nu(T)$ es la *función de Planck*, y tanto la opacidad como la emisividad se deben sólo a procesos de creación o aniquilación de fotones. Además, se cumple que

$$U_\nu = \frac{4\pi}{c} B_\nu(T) \quad \text{y} \quad p_\nu^{\text{rad}} = \frac{4\pi}{3c} B_\nu(T). \quad (4.26)$$

Si bien en equilibrio termodinámico el flujo neto es nulo, podemos calcular el *flujo saliente* como

$$F_\nu^+ = 2\pi \int_0^1 I_\nu \mu d\mu = \pi B_\nu(T). \quad (4.27)$$

Por otro lado, en el equilibrio el campo es isotrópico; se puede demostrar que en ese caso, tomando momentos en la ecuación de transporte, también vale (Mihalas, 1978)

$$\frac{dp_\nu^{\text{rad}}}{d\tau_\nu} = -\frac{1}{\kappa_\nu} \frac{dp_\nu^{\text{rad}}}{d\xi} = \frac{F_\nu}{c}. \quad (4.28)$$

Trabajando en simetría esférica, $\xi = r$, la luminosidad definida en la ecuación 3.18 se puede escribir como

$$l(r) = 4\pi r^2 \int_0^\infty F_\nu d\nu, \quad (4.29)$$

y por la ecuación 4.28,

$$\int_0^\infty F_\nu d\nu = -c \int_0^\infty \frac{1}{\kappa_\nu} \frac{dp_\nu^{\text{rad}}}{dr} d\nu = -\frac{4\pi}{3} \frac{dT}{dr} \int_0^\infty \frac{1}{\kappa_\nu} \frac{\partial B_\nu}{\partial T} d\nu = -\frac{16\sigma}{3\bar{\kappa}} T^3 \frac{dT}{dr}, \quad (4.30)$$

donde la *opacidad media de Rosseland* es:

$$\frac{1}{\bar{\kappa}} = \frac{\pi}{4\sigma T^3} \int_0^\infty \frac{1}{\kappa_\nu} \frac{\partial B_\nu}{\partial T} d\nu. \quad (4.31)$$

Llegamos nuevamente a la expresión para el gradiente radiativo de la ecuación 3.24:

$$l(r) = -\frac{16\pi}{3} \frac{ca}{\bar{\kappa}} T^3 r^2 \frac{dT}{dr}. \quad (4.32)$$

(Notar que en la ecuación 3.24 habíamos usado $\bar{\kappa}^m = \bar{\kappa}/\rho$). Esta ecuación es válida para el interior estelar, donde el campo es aproximadamente isotrópico y cercano a la distribución de Planck.

Equilibrio termodinámico local y equilibrio radiativo

Si el problema es independiente del tiempo, y trabajamos en geometría plano-paralela, podemos escribir la ecuación de transporte 4.21 como

$$\hat{\Omega} \cdot \vec{\nabla} = \hat{\Omega} \cdot \hat{z} \frac{d}{dz} = \mu \frac{d}{dz} \quad \implies \quad \mu \frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} = I_\nu - S_\nu, \quad (4.33)$$

con $d\tau_\nu = -\kappa_\nu dz$.

Supongamos ahora una atmósfera en *equilibrio termodinámico local*. Esta condición implica que la ecuación 4.25 es válida para la temperatura cinética del gas en el punto considerado, y que no existe dispersión de los fotones, sino que sólo pueden ser absorbidos o emitidos. En ese caso, podemos escribir $S_\nu = B_\nu(T_{\vec{r}})$, donde $T_{\vec{r}}$ será la temperatura en la posición considerada. Por lo tanto, en el caso de geometría plano-paralela, la ecuación de transporte 4.33 resulta

$$\frac{-\mu}{\kappa_\nu} \frac{dI_\nu(z, \mu)}{dz} = I_\nu(z, \mu) - B_\nu(T_z). \quad (4.34)$$

Vemos entonces que la hipótesis de equilibrio termodinámico local nos permite especificar el campo de radiación a través de un simple parámetro, la temperatura.

Si introducimos además la hipótesis de *equilibrio radiativo*, que establece que el único mecanismo de transporte de energía es por medio de la radiación, y que no hay fuentes de energía en la atmósfera, entonces el gradiente del flujo neto total de radiación debe ser nulo:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{F} = \vec{\nabla} \cdot \int \vec{F}_\nu d\nu = 0, \quad (4.35)$$

y por lo tanto,

$$\int F_\nu d\nu = \text{constante} \quad (\text{en geometría plano - paralela}), \quad \text{o} \quad (4.36)$$

$$r^2 \int F_\nu d\nu = \text{constante} \quad (\text{en geometría esférica}). \quad (4.37)$$

Integrando la ecuación de transporte 4.34 en μ y luego en frecuencia, en el caso de geometría plano-paralela, se llega a

$$-\frac{1}{4\pi} \frac{dF}{dz} = \int_0^\infty \kappa_\nu (J_\nu - B_\nu) d\nu, \quad (4.38)$$

y como el flujo integrado en frecuencia debe ser constante, el equilibrio radiativo equivale a la condición

$$\int_0^\infty \kappa_\nu J_\nu d\nu = \int_0^\infty \kappa_\nu B_\nu d\nu = \int_0^\infty \eta_\nu d\nu, \quad (4.39)$$

es decir, la absorción de radiación para todas las frecuencias debe ser igual a la emisión total: cada elemento de masa emite exactamente la misma cantidad de energía que absorbe (Chandrasekhar, 1960).

Modelo simple de atmósfera

Como la función fuente es funcionalmente dependiente de la intensidad en el punto, la ecuación de transporte es, en general, una ecuación íntegro-diferencial. Sin embargo, puede ser integrada formalmente. Si suponemos una atmósfera semi-infinita, independiente del tiempo, vista por un observador externo ($\tau_\nu = 0$), fácilmente se puede mostrar que la intensidad verifica

$$I_\nu(\tau_\nu = 0, \mu) = \int_0^\infty S_\nu(\tau) e^{-\tau/\mu} \frac{d\tau}{\mu}. \quad (4.40)$$

Esta ecuación establece que la intensidad emergente es un promedio pesado de la función fuente a lo largo de la línea de visión. Es sólo una solución formal de la ecuación de transporte, dado que S_ν depende de la emisividad y la opacidad, las que a su vez dependen de las poblaciones de cada nivel atómico. Pero estas últimas también dependen de la intensidad del campo de radiación incidente, lo que hace que la ecuación de transporte y las de *equilibrio estadístico*, que determinan la población de cada nivel (ver § 4.3), estén fuertemente acopladas y sea necesario resolverlas en forma autoconsistente.

Sin embargo, es posible extraer valiosa información mediante una sencilla aproximación. Si hacemos un desarrollo a primer orden en τ_ν de la función fuente, de la forma $S_\nu = c_1 \tau_\nu + c_2$, y reemplazamos esta expresión en la ecuación 4.40 se llega a

$$I_\nu(\tau_\nu = 0, \mu) = c_1 \mu + c_2 = S_\nu(\tau_\nu = \mu), \quad (4.41)$$

es decir, la intensidad emergente es igual a la función fuente en la región en la que la profundidad óptica es igual a μ , y provee información de las condiciones atmosféricas a esa profundidad.

En el caso del Sol, donde para una dada frecuencia se puede observar la variación en intensidad desde el centro del disco ($\mu = 1$) hacia el limbo ($\mu \rightarrow 0$), se puede inferir información sobre $S_\nu(\tau_\nu)$ para $0 \leq \tau_\nu \leq 1$. En el caso de las estrellas lo que se observa es la radiación integrada en todo el disco. Pero observando a diferentes frecuencias para una línea espectral dada (observando a lo largo del perfil de la línea), las frecuencias con alta opacidad se formarán en niveles atmosféricos más altos, mientras que las frecuencias con baja opacidad lo harán en niveles más profundos (ver § 4.5).

Se puede llegar a un resultado similar de manera más formal. La aproximación de *atmósfera gris* supone que la opacidad es independiente de la frecuencia. Si además suponemos que el campo de radiación es isotrópico y la atmósfera está en equilibrio radiativo ($\int F_\nu d\nu = F_0 = \text{constante}$), llegamos a la *aproximación de Eddington para la atmósfera gris*, que establece que la intensidad emergente es

$$I_\nu(\tau_\nu = 0, \mu) = \frac{3}{4\pi} F_0 \left(\mu + \frac{2}{3} \right) = S_\nu(\tau_\nu = \mu). \quad (4.42)$$

La razón $I_\nu(0, \mu)/I_\nu(0, 1)$ es lo que se denomina *ley de oscurecimiento al limbo*: en el caso solar, la intensidad en el limbo es sólo el 40 % de la intensidad en el centro.

4.3. Equilibrio estadístico

El estado del gas de una atmósfera estelar está especificado por la distribución de los átomos sobre todos los niveles de energía (libres y ligados), es decir, por sus números de ocupación. Las ecuaciones de equilibrio estadístico^(b) permiten calcular estos números de ocupación, estudiando las probabilidades de transiciones entre niveles.

Para un gas en equilibrio estadístico, dado un átomo con N estados ligados, llamamos n_i a la cantidad de átomos de esta especie por cm^3 que se encuentran en el nivel i , y P_{ij} a la probabilidad de transición del nivel i al j por unidad de tiempo. Para cada nivel i vale entonces:

$$n_i \left(\sum_{j \neq i}^N P_{ij} + P_{i\kappa} \right) = \sum_{j \neq i}^N n_j P_{ji} + n_\kappa P_{\kappa i}, \quad (4.43)$$

donde el subíndice κ se refiere al continuo, es decir al grado siguiente de ionización.

Las probabilidades de transición P_{ij} pueden escribirse como $P_{ij} = R_{ij} + C_{ij}$, donde R_{ij} y C_{ij} son las probabilidades de transición radiativa y colisional por unidad de tiempo, ya sean transiciones entre estados ligados o continuo–ligado.

4.3.1. Transiciones radiativas

Transiciones entre estados ligados

Llamando U al nivel de mayor energía y L al de menor, hay tres tipos posibles de transiciones, que usualmente se describen en función de los *coeficientes de Einstein* B_{LU} , A_{UL} y B_{UL} .

El primer proceso es la **absorción directa** de radiación, que produce una transición de L a U . La cantidad de absorciones directas (o excitaciones radiativas) para radiación de intensidad I_ν se define como

$$d^7 n_{\text{exc. rad.}} = \frac{h^3 \nu^2}{c^3} \partial_t f_{\text{exc. rad.}}^- d^3 r dt d\nu d^2 \Omega \doteq \frac{n_L(\nu)}{4\pi} B_{LU} I_\nu d^3 r dt d\nu d^2 \Omega, \quad (4.44)$$

donde $n_L(\nu)$ es la cantidad de átomos en el nivel L por cm^3 que pueden absorber radiación

^(b)El **equilibrio estadístico** supone que la tasa de ocurrencia de los procesos que pueblan a un nivel debe ser igual a la tasa de ocurrencia de los procesos que despueblan a dicho nivel. En otras palabras, la población de cada nivel es constante en el tiempo.

en el intervalo de frecuencias $(\nu, \nu + d\nu)$, es decir, $\int n_L(\nu) d\nu = n_L$.

Los iones y átomos que absorben y emiten radiación tienen una distribución térmica de velocidades; una de las componentes de la velocidad se proyecta a lo largo de la línea de visión, produciendo un corrimiento en la frecuencia de los fotones dispersados medida por un observador acorde con el predicho por el efecto Doppler. Se puede definir entonces un *perfil de absorción* ϕ_ν normalizado a 1 en todo el rango de frecuencias, de forma aproximadamente gaussiana (ver § 4.6), que tendrá su máximo en la frecuencia de transición de la línea. Por lo tanto, es posible escribir $n_L(\nu) = n_L \phi_\nu$.

La energía removida del haz de radiación estará dada por el producto de la cantidad de transiciones de la ecuación 4.44 y la energía absorbida por el átomo para una transición, $h\bar{\nu} \doteq E_U - E_L$:

$$d^7 E_{\text{perdida}} = \kappa_\nu I_\nu d^3 r d^2 \Omega d\nu dt = \frac{n_L \phi_\nu}{4\pi} B_{LU} I_\nu h\bar{\nu} d^3 r d^2 \Omega d\nu dt. \quad (4.45)$$

Además, la cantidad total de absorciones por unidad de volumen y de tiempo está dada por la integral de la tasa de radiaciones en ángulo sólido y frecuencia,

$$n_L R_{LU} = \int_0^\infty \oint \frac{n_L \phi_\nu}{4\pi} B_{LU} I_\nu d^2 \Omega d\nu = n_L B_{LU} \bar{J}, \quad (4.46)$$

donde definimos la *intensidad media promediada sobre el perfil de la línea* como

$$\bar{J} \doteq \int_0^\infty \phi_\nu J_\nu d\nu. \quad (4.47)$$

Para átomos que se desexcitan desde el nivel U al L , hay dos procesos posibles. Llamando A_{UL} y B_{UL} a los coeficientes que permiten calcular las probabilidades por unidad de tiempo de que ocurra una **emisión espontánea** y una **emisión estimulada** respectivamente, la cantidad de desexcitaciones radiativas estará dada por

$$d^7 n_{\text{des. rad}} = \frac{h^3 \nu^2}{c^3} [\partial_t f_{\text{esp.}}^- + \partial_t f_{\text{est.}}^-] d^3 r dt d\nu d^2 \Omega \doteq \frac{n_U(\nu)}{4\pi} [A_{UL} + B_{UL} I_\nu] d^3 r dt d\nu d^2 \Omega. \quad (4.48)$$

Escribiendo $n_U(\nu) = n_U \psi_\nu$, donde ψ_ν es el *perfil de emisión*, la energía entregada al haz de radiación es, como antes, el producto entre la cantidad de desexcitaciones radiativas y la energía ganada por el átomo en cada desexcitación:

$$d^7 E_{\text{ganada}} = \eta_\nu d^3 r d^2 \Omega d\nu dt = \frac{n_U \psi_\nu}{4\pi} [A_{UL} + B_{UL} I_\nu] h\bar{\nu} d^3 r d^2 \Omega d\nu dt. \quad (4.49)$$

Vemos aquí claramente que la emisividad η_ν depende de la intensidad específica. Es por eso que para medios estáticos aún cuando, como mencionamos, la opacidad es isotrópica, la emisividad puede no serlo. Además, queda claro aquí por qué la ecuación 4.40 es sólo una resolución formal de la ecuación de transporte: la emisividad, y por lo tanto la función fuente, dependen de la intensidad misma.

En muchas circunstancias de interés, como cuando se puede suponer equilibrio termodinámico o *redistribución completa* (Mihalas, 1978), se verifica que los perfiles de emisión y absorción son iguales: $\phi_\nu = \psi_\nu$. En ese caso, podemos escribir la cantidad total de desexcitaciones radiativas por unidad de volumen y de tiempo, integrando la ecuación 4.48, como

$$n_U R_{UL} = \int_0^\infty \oint \frac{n_U \phi_\nu}{4\pi} [A_{UL} + B_{UL} I_\nu] d^2 \Omega d\nu = n_U [A_{UL} + B_{UL} \bar{J}]. \quad (4.50)$$

Considerando entonces sólo transiciones entre estados ligados, la ecuación de transporte 4.33 puede escribirse de la forma

$$\mu \frac{dI_\nu}{dz} = \underbrace{\frac{n_U \phi_\nu}{4\pi} A_{UL} h\bar{\nu}}_{\text{em. espontánea}} + \underbrace{\frac{n_U \phi_\nu}{4\pi} B_{UL} h\bar{\nu} I_\nu}_{\text{em. estimulada}} - \underbrace{\frac{n_L \phi_\nu}{4\pi} B_{LU} h\bar{\nu} I_\nu}_{\text{absorción dir.}} . \quad (4.51)$$

Usualmente, se agrupan todos los términos que contienen I_ν , de forma de definir un *coeficiente de absorción de la línea corregido por la emisión estimulada* y una función fuente para la línea:

$$\mu \frac{dI_\nu}{dz} = \underbrace{\frac{n_U \phi_\nu}{4\pi} A_{UL} h\bar{\nu}}_{\doteq \eta_\nu^l} - \underbrace{\left(\frac{n_L \phi_\nu}{4\pi} B_{LU} - \frac{n_U \phi_\nu}{4\pi} B_{UL} \right)}_{\doteq \kappa_\nu^l} h\bar{\nu} I_\nu = \kappa_\nu^l \left(S_\nu^l - I_\nu \right) , \quad (4.52)$$

o bien,

$$\frac{\mu}{\kappa_\nu^l} \frac{dI_\nu}{dz} = -\mu \frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} = S_\nu^l - I_\nu . \quad (4.53)$$

Las *relaciones de Einstein* establecen que los coeficientes B_{LU} , A_{UL} y B_{UL} no son independientes: si g_U y g_L son las degeneraciones de los estados U y L respectivamente, se cumplen las condiciones

$$A_{UL} = \frac{2h\bar{\nu}^3}{c^2} B_{UL} \quad \text{y} \quad g_L B_{LU} = g_U B_{UL} . \quad (4.54)$$

Entonces, podemos escribir la función fuente de la línea que aparece en 4.53 como

$$S_\nu^l = \frac{n_U A_{UL}}{n_L B_{LU} - n_U B_{UL}} = \frac{2h\bar{\nu}^3}{c^2} \left(\frac{n_L g_U}{n_U g_L} - 1 \right)^{-1} . \quad (4.55)$$

Es necesario aclarar que esta ecuación es una *forma implícita* de la función fuente: depende del cociente de las poblaciones de los niveles involucrados. Sólo en el caso de equilibrio termodinámico local este cociente puede expresarse a través de un simple parámetro T . En general, dependerá de la temperatura, de la densidad, y del campo de radiación mismo (el producido por todas las transiciones de los átomos).

Transiciones al continuo

Las transiciones radiativas de un estado ligado al continuo (**fotoionización**) o el proceso inverso (**recombinación de dos cuerpos**) pueden generalizarse a partir de las transiciones entre estados ligados, mediante las *relaciones de Einstein-Milne*. En el presente trabajo no vamos a estudiar este tipo de transiciones.

4.3.2. Transiciones colisionales

Además de las ionizaciones y excitaciones radiativas, procesos semejantes pueden ocurrir como consecuencia de colisiones entre los átomos, iones y electrones que constituyen el plasma atmosférico. Como las probabilidades de estas transiciones son proporcionales a las velocidades propias de las partículas interactuantes, y en el equilibrio la velocidad electrónica es mucho mayor que la de iones y átomos, normalmente se consideran sólo las colisiones con

electrones.

Para nuestros propósitos bastará definir la cantidad de **excitaciones colisionales** del nivel L al U , siendo n_e la densidad numérica electrónica, como

$$d^4 n_{\text{exc. col}} = n_L C_{LU} d^3 r dt = n_L n_e \tilde{\Omega}_{LU}(T) d^3 r dt, \quad (4.56)$$

donde $\tilde{\Omega}_{LU}$ tiene en cuenta la función de distribución de velocidades electrónica (habitualmente descrita por una maxwelliana de la temperatura cinética local) y la sección eficaz de excitación colisional.

Por otra parte, la cantidad de **desexcitaciones colisionales** es

$$d^4 n_{\text{des. col}} = n_U C_{UL} d^3 r dt = n_U n_e \tilde{\Omega}_{UL}(T) d^3 r dt, \quad (4.57)$$

y además vale (Mihalas, 1978):

$$\tilde{\Omega}_{UL}(T) = \frac{g_L}{g_U} e^{h\nu/kT} \tilde{\Omega}_{LU}(T). \quad (4.58)$$

Si el nivel superior considerado es el continuo, las transiciones posibles serán **ionización por colisión** o **recombinación de tres cuerpos**, con expresiones similares que se obtienen reemplazando U por κ .

Finalmente, reemplazando las relaciones 4.46, 4.50, 4.56 y 4.57 en la ecuación 4.43, llegamos a que la densidad de procesos que pueblan al nivel i por unidad de tiempo:

$$\underbrace{n_\kappa R_{\kappa i}}_{\text{recomb. 2}} + \underbrace{n_e n_\kappa \tilde{\Omega}_{\kappa i}}_{\text{recomb. 3}} + \sum_{U>i} [\underbrace{n_U A_{Ui}}_{\text{em. esp. a } i} + \underbrace{n_U B_{Ui} \bar{J}}_{\text{em. est. a } i} + \underbrace{n_e n_U \tilde{\Omega}_{Ui}}_{\text{des. col. a } i}] + \sum_{L<i} [\underbrace{n_L B_{Li} \bar{J}}_{\text{abs. dir. a } i} + \underbrace{n_e n_L \tilde{\Omega}_{Li}}_{\text{exc. col. a } i}], \quad (4.59)$$

debe ser igual a la densidad de procesos que despueblan al nivel i por unidad de tiempo:

$$\underbrace{n_i R_{i\kappa}}_{\text{fotoion.}} + \underbrace{n_e n_i \tilde{\Omega}_{i\kappa}}_{\text{ion. por colis.}} + \sum_{U>i} [\underbrace{n_i B_{iU} \bar{J}}_{\text{abs. dir. a } U} + \underbrace{n_e n_i \tilde{\Omega}_{iU}}_{\text{exc. col. a } U}] + \sum_{L<i} [\underbrace{n_i A_{iL}}_{\text{em. esp. a } L} + \underbrace{n_i B_{iL} \bar{J}}_{\text{em. est. a } L} + \underbrace{n_e n_i \tilde{\Omega}_{iL}}_{\text{des. col. a } L}]. \quad (4.60)$$

4.4. Átomo de dos niveles

La formación de una línea espectral es un proceso complejo. Sin embargo, la resolución de un problema muy simple puede brindar mucha información al respecto.

Si se considera un átomo con sólo dos niveles U y L de mayor y menor energía respectivamente –sin transiciones posibles al continuo–, entre los cuales pueden ocurrir transiciones radiativas y colisionales, y suponiendo que no hay otras fuentes de opacidad y emisividad a la frecuencia de transición entre estos niveles, la ecuación de equilibrio estadístico 4.43 para las poblaciones de los dos niveles es

$$n_L [B_{LU} \bar{J} + n_e \tilde{\Omega}_{LU}(T)] = n_U [A_{UL} + B_{UL} \bar{J} + n_e \tilde{\Omega}_{UL}(T)]. \quad (4.61)$$

Por lo tanto, haciendo uso de las relaciones de Einstein 4.54, podemos escribir

$$\frac{n_L g_U}{n_U g_L} = \frac{A_{UL} + B_{UL} \bar{J} + n_e \tilde{\Omega}_{UL}(T)}{B_{UL} \bar{J} + n_e \tilde{\Omega}_{UL}(T) e^{-h\nu/kT}}. \quad (4.62)$$

Reemplazando esta última expresión en la ecuación 4.55, llegamos a

$$S_\nu^l = \frac{2h\nu^3}{c^2} \left(\frac{n_L g_U}{n_U g_L} - 1 \right)^{-1} = \frac{\bar{J} + n_e \frac{\tilde{\Omega}_{UL}(T)}{A_{UL}} \frac{2h\nu^3}{c^2} e^{-h\nu/kT}}{1 + n_e \frac{\tilde{\Omega}_{UL}(T)}{A_{UL}} (1 - e^{-h\nu/kT})}. \quad (4.63)$$

Definiendo

$$\epsilon \doteq \frac{n_e \tilde{\Omega}_{UL}(T)}{A_{UL}} \left(1 - e^{-h\nu/kT} \right), \quad (4.64)$$

la ecuación 4.63 se puede escribir

$$S_\nu^l = \frac{\bar{J} + \epsilon B_\nu(T)}{1 + \epsilon}, \quad (4.65)$$

y por lo tanto la ecuación de transporte 4.53 resulta

$$\mu \frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} = I_\nu - S_\nu^l = I_\nu - \frac{\bar{J} + \epsilon B_\nu(T)}{1 + \epsilon}. \quad (4.66)$$

De esta ecuación, se ve que la función fuente de la línea contiene un término proveniente de la radiación originada en otras regiones de la atmósfera, \bar{J} , y un término proveniente de la fuente térmica, ϵB_ν . Este último representa a los fotones que son creados por excitaciones colisionales seguidas de desexcitaciones radiativas. Al factor ϵ presente en el denominador suele llamárselo un término de *sumidero*, y tiene en cuenta a los fotones que son destruidos por desexcitaciones colisionales. Por lo tanto estos dos últimos términos que incluyen el factor ϵ describen completamente el acoplamiento entre el campo de radiación y el estado termodinámico local del gas, mientras que el término de dispersión \bar{J} puede ser asociado con un reservorio, que representa el resultado de las sucesivas contribuciones de los términos fuente y sumidero a lo largo de todo el recorrido.

Como los coeficientes colisionales son proporcionales a la densidad electrónica (ver ecuaciones 4.56 y 4.57), si la densidad del gas es suficientemente alta, los procesos colisionales son mucho más importantes que los radiativos, $C_{UL} \gg A_{UL}$, $\epsilon \gg 1$ y por lo tanto $S^l \rightarrow B_\nu(T_e)$. Las líneas que se forman en regiones de la atmósfera con esta propiedad se llaman *líneas dominadas por colisiones*.

Por el contrario, cuando la densidad es muy baja, $C_{UL} \ll A_{UL}$, $\epsilon \ll 1$ y en este caso $S^l \rightarrow \bar{J}$. Éstas son *líneas dominadas por radiación*.

Como se verá en § 4.5, los perfiles emergentes de ambos tipos de líneas son muy diferentes, más aún si se tiene en cuenta que la temperatura aumenta en las capas exteriores de la atmósfera, en particular en la cromósfera. La categoría a la cual pertenece una línea en especial depende principalmente de la estructura del ion que la produce, en particular de sus secciones eficaces, y de la región atmosférica donde se forma, dado que ciertos parámetros dependen de la temperatura y densidad.

4.5. Perfiles de líneas con diferentes mecanismos de formación

Con estos conceptos básicos pueden explicarse cualitativamente las características de los perfiles de líneas. Vamos a hacerlo dando un ejemplo, para el caso solar, de una línea dominada por radiación y otra por colisiones.

En las figuras 4.3 (a) y (b) vemos las funciones de Planck y las funciones fuente para dos líneas, una dominada colisionalmente y otra por radiación, respectivamente, en función de la altura atmosférica y de la profundidad óptica, para el modelo de atmósfera solar tranquila de la figura 4.1. Dado que en la baja fotosfera la densidad atmosférica es muy alta, los efectos colisionales son muy importantes, por lo que se produce un fuerte acoplamiento entre el

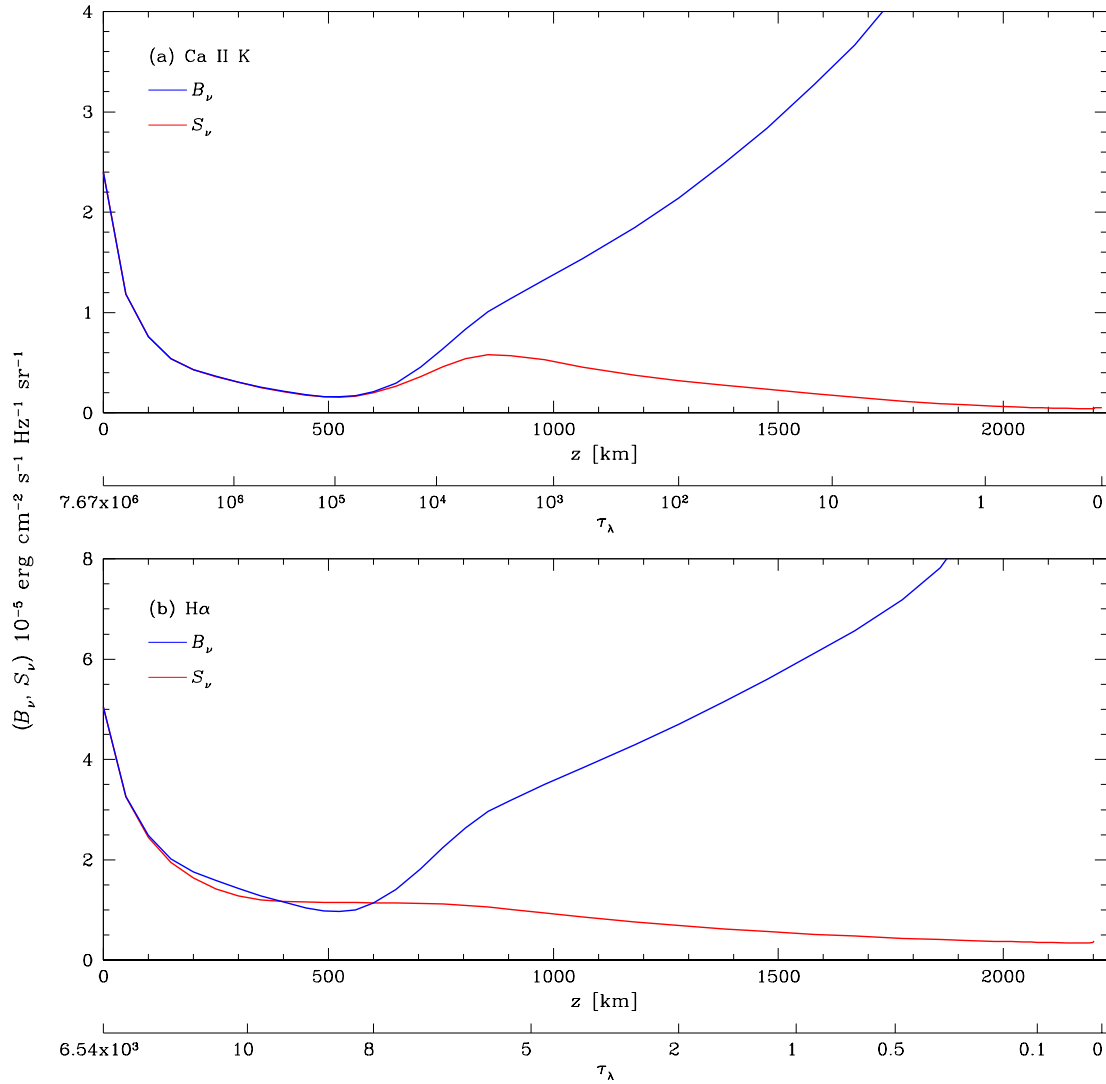


Figura 4.3: Función de Planck (B_ν , en azul) y función fuente (S_ν , en rojo) para el centro del disco solar, con el modelo de atmósfera tranquila de la figura 4.1. (a) Una línea dominada colisionalmente, Ca II K. (b) Una línea dominada por radiación, H α . En ambos casos se utilizó el modelo C de atmósfera solar tranquila de Vernazza et al. (1981).

campo de radiación y los parámetros locales. Las funciones fuente de ambas líneas en este región son entonces iguales a la función de Planck, evaluada en la temperatura cinética local (ver ecuación 4.65).

A medida que se asciende en la atmósfera, los dos tipos de líneas se diferencian claramente: para una línea dominada colisionalmente sigue siendo cierta esta igualdad aún después del mínimo de temperatura, ya en la baja cromósfera, y por lo tanto la función fuente aumenta siguiendo a la función de Planck. Es así que al producirse un aumento de la temperatura del gas también aumenta la función fuente, hasta que, al seguir subiendo en la cromósfera, a partir de cierta altura la densidad es tan baja que no se mantiene el acoplamiento entre la temperatura cinética del gas y la del campo de radiación. La función fuente se aparta

entonces de la de Planck, y disminuye, como se aprecia en la figura 4.3 (a).

Para una línea dominada por radiación, en cambio, el desacople entre la función fuente y la de Planck se produce a una altura mucho menor –ver figura 4.3 (b)–, por lo que la función fuente es decreciente con la altura y es prácticamente insensible a las variaciones locales de los parámetros atmosféricos, puesto que su principal contribución proviene del campo de radiación generado en otras regiones de la atmósfera.

Una vez comprendidas las principales características de las funciones fuente para las diferentes líneas, y recordando que en primera aproximación, la radiación observada es igual a la función fuente en el punto donde $\tau = 1$ ya que estamos observando el centro del disco solar (ver ecuación 4.41), se pueden explicar cualitativamente los distintos perfiles originados a partir de ellas. Observar una línea espectral a lo largo de su perfil equivale a observar a diferentes alturas atmosféricas: el continuo cercano a la mayoría de las líneas se forma en la fotosfera, dada su baja opacidad. A medida que se avanza por las alas hacia el centro, la profundidad de formación es cada vez menor al aumentar la opacidad (la probabilidad de transición aumenta con la cercanía al centro de la línea).

En el caso de una línea dominada colisionalmente, al apartarnos del continuo que se forma en la baja fotosfera, estamos observando regiones con función fuente cada vez menor, por lo que también disminuye la radiación observada y las alas se presentan en absorción. Si seguimos acercándonos al centro de la línea observamos regiones por arriba del mínimo de temperatura, por lo que la función fuente aumenta y se observa una emisión central en la línea, superpuesta a la absorción de las alas. A mayor altura atmosférica, la función fuente vuelve a disminuir. En el caso particular del Ca II K, la zona de formación del centro de la línea está ubicada en esta región, por lo que en medio de la emisión aparece una nueva región de absorción. Un perfil de este tipo se muestra en la figura 4.4. Las líneas h y k del Mg II y las H y K del Ca II presentan este comportamiento.

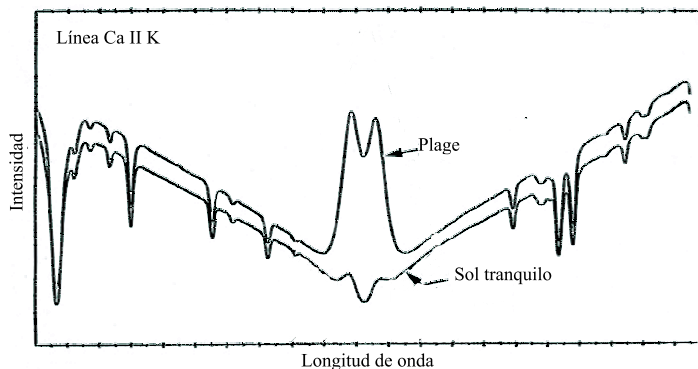


Figura 4.4: Perfiles de la línea K del Ca II (de Baliunas et al., 1998).

Para una línea de este tipo es entonces muy fácil separar la contribución fotosférica de la cromosférica, ya que vemos que la parte del perfil entre el mínimo y el centro de la línea se forma más afuera del mínimo de temperatura (en la cromósfera).

En el caso de una línea dominada por radiación, como la función fuente es decreciente en toda la atmósfera, no se produce la emisión central. Éste es el comportamiento que presentan las líneas de Balmer del H, en particular $H\alpha$.

Es importante notar que un aumento en la actividad cromosférica (ver § 5.1.1) implica un aumento de la temperatura y por lo tanto de la densidad electrónica (hay más elementos ionizados), por lo que la frecuencia de colisiones aumenta en esa región. Es así que durante las *fulguraciones* (intensas y rápidas liberaciones de energía), por ejemplo, $H\alpha$ se vuelve dominada por colisiones y presenta una fuerte emisión.

En la figura 4.4 se pueden observar perfiles de las líneas del Ca II en dos casos distintos: la de una zona del disco solar sin regiones activas, y la de una región con *plages* (región con fuerte concentración de campo magnético). Las alas de la línea son casi idénticas en ambos casos pues no hay una variación apreciable de temperatura en la fotosfera. Por otra parte, como en la región activa la cromósfera es más caliente, la función fuente es mayor, siguiendo el aumento correspondiente de la función de Planck.

Estas líneas del Ca II son ampliamente utilizadas para el estudio de actividad cromosférica en el Sol y otras estrellas, precisamente debido a esta respuesta del perfil de la línea al aumento de temperatura en la cromósfera.

4.6. Ensanchamiento de líneas

Una línea de un espectro estelar está caracterizada casi completamente por su *perfil*, que es la distribución observada de energía en función de la longitud de onda. En general, sólo es posible observar el flujo integrado sobre todo el disco estelar, F_λ , siendo el Sol la única excepción donde es posible medir la intensidad en función de μ .

Pero frecuentemente no es posible medir un espectro estelar con la resolución necesaria para determinar el perfil de la línea en detalle. En esos casos lo que se mide es el *ancho equivalente*, definido como:

$$W_\lambda \doteq \int_0^\infty \left(1 - \frac{F_\lambda^l}{F_\lambda^c}\right) d\lambda, \quad (4.67)$$

siendo F_λ^l el flujo en la línea y F_λ^c el flujo en el continuo (ver figura 4.5).

El ancho equivalente es entonces el ancho de una línea cuadrada completamente oscura,

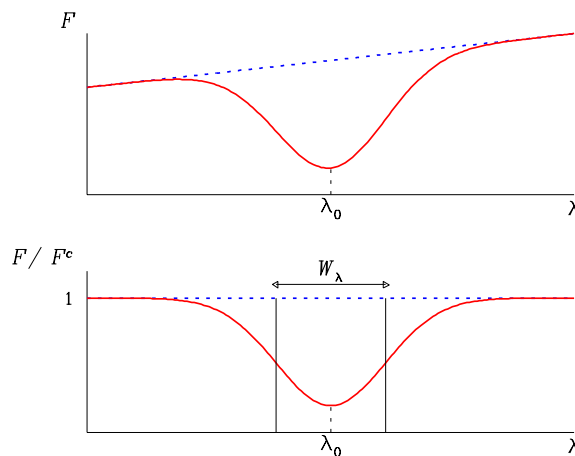


Figura 4.5: Ancho equivalente de una línea en absorción. En rojo se grafica el flujo F_λ observado, que en la región donde existe absorción es el flujo en la línea F_λ^l . En azul, el flujo estimado del continuo F_λ^c .

con la misma área debajo del continuo que la línea en cuestión. Por lo tanto W_λ es una medida directa de la energía total removida del continuo por la línea (en el caso de que sea una línea en absorción; para una línea en emisión el ancho equivalente es negativo). Obviamente el perfil de la línea contiene mucha más información que el ancho equivalente. En particular, diferentes perfiles de línea (cada uno característico de diferentes estructuras atmosféricas) pueden llevar al mismo ancho equivalente.

Para analizar el perfil observado de una línea, uno debe conocer cómo la opacidad depende de condiciones locales como la temperatura y la densidad. Para un átomo aislado con niveles de energía con tiempos de vida esencialmente infinitos, las líneas espectrales serán “perfectas”, en el sentido de infinitamente angostas; pero hay varios mecanismos que producen una incerteza en los niveles de energía reales de los átomos en el plasma, produciendo en consecuencia un ensanchamiento de la línea. En esta sección veremos cuáles son los mecanismos que generan la existencia del perfil de línea.

4.6.1. El ensanchamiento Doppler

Al observar una línea atmosférica, uno está observando en realidad los efectos combinados de la absorción de todos los átomos del ensamble. Cada átomo tiene determinada velocidad proyectada en la línea de la visual, con respecto al sistema de referencia del observador. El perfil intrínseco de cada átomo presentará un corrimiento Doppler en su frecuencia. Si el decaimiento radiativo que produce el perfil intrínseco de cada átomo no está correlacionado con su velocidad, entonces los perfiles corridos pueden superponerse para calcular el perfil total.

Suponiendo que el plasma se caracteriza por una temperatura cinética T , la distribución de velocidades es maxwelliana, y la probabilidad de encontrar un átomo con una velocidad proyectada en la línea de la visual v en el rango $(v, v + dv)$ es

$$P(v) dv = \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}} e^{-mv^2/2kT} dv. \quad (4.68)$$

Si observamos a frecuencia ν , un átomo con velocidad $v \ll c$ está absorbiendo a una frecuencia $\nu' = \nu(1 - v/c)$ en su sistema propio de referencia. Entonces, si sólo tenemos en cuenta el ensanchamiento Doppler del perfil de absorción,

$$P(v) dv = \phi_\nu^{\text{dop}} d\nu = P(v(\nu)) \left| \frac{dv}{d\nu} \right| d\nu \quad \Rightarrow \quad \phi_\nu^{\text{dop}} = \frac{1}{\sqrt{\pi} \Delta\nu_{\text{dop}}} \exp \left[- \left(\frac{\nu - \nu_0}{\Delta\nu_{\text{dop}}} \right)^2 \right], \quad (4.69)$$

donde hemos definido el *ensanchamiento Doppler*:

$$\Delta\nu_{\text{dop}} = \sqrt{\frac{2kT}{m}} \frac{\nu_0}{c} \quad \text{ó} \quad \Delta\lambda_{\text{dop}} = \sqrt{\frac{2kT}{m}} \frac{c}{\lambda_0}. \quad (4.70)$$

Vemos que obtenemos un *perfil gaussiano*, con un ancho a mitad de altura de $2\sqrt{\ln 2} \Delta\nu_{\text{dop}}$.

4.6.2. Los ensanchamientos natural y por presión

El *ensanchamiento natural* o *por radiación* se refiere al producido por el tiempo de vida finito de los niveles atómicos, que decaen por la misma radiación. Supongamos que estamos observando una línea proveniente del decaimiento de un estado U al nivel fundamental 1. La

vida media del nivel U estará dada por la inversa de $\Gamma_U \doteq \sum_{i < U} A_{Ui}$. Si suponemos que hasta $t = 0$ el estado es estacionario (no hay decaimiento) y llamamos ψ_U a la función de onda que describe este estado, sabemos que

$$\psi_U(\vec{r}, t) = \zeta(\vec{r}) e^{i\omega_U t} e^{-\Gamma_U t/2}. \quad (4.71)$$

Pero, consistente con el principio de incerteza, el estado U no tiene una energía $E_U = \hbar\omega_U$ perfectamente definida. La probabilidad de encontrar un átomo en el estado U , en el espacio de frecuencias, estará dada por

$$\phi_\omega^{\text{nat}} d\omega = P_U(\omega) d\omega = \int \langle \phi_U | \phi_U \rangle d^3r d\omega = P_U(t) dt = \int \langle \psi_U | \psi_U \rangle d^3r dt, \quad (4.72)$$

donde $\phi_U(\vec{r}, \omega) = \mathfrak{F}[\psi_U(\vec{r}, t)]$ es la transformada de Fourier de la función de onda. De esta forma llegamos a que el perfil de línea natural es

$$\phi_\omega^{\text{nat}} = \frac{\Gamma_U}{2\pi} \frac{1}{(\omega_U - \omega)^2 + (\Gamma_U/2)^2}. \quad (4.73)$$

Si la línea en cuestión hubiese provenido de las transiciones entre dos estados excitados, el estado inferior L también tendría una vida media finita dada por la inversa de $\sum_{j < L} A_{Lj}$, y el perfil reflejaría el ancho finito de ambos niveles. Se puede demostrar que, en ese caso, la forma funcional sería la misma pero habría que reemplazar $\Gamma_{UL} = \Gamma_U + \Gamma_L$. En el caso general, pasando a la variable $\nu = \omega/2\pi$, el perfil de línea natural para una línea de frecuencia $h\nu_0 = E_U - E_L$ es

$$\phi_\nu^{\text{nat}} = \frac{\Gamma_{UL}}{4\pi^2} \frac{1}{(\nu_0 - \nu)^2 + (\Gamma_{UL}/4\pi)^2}, \quad (4.74)$$

y se puede comprobar fácilmente que $\int \phi_\nu^{\text{nat}} d\nu = 1$. Esta forma funcional se conoce como *perfil de Lorentz*. El valor más probable de esta distribución es ν_0 , y su ancho a mitad de altura, en unidades de frecuencia, es $\Delta\nu_{\text{nat}} = \Gamma_{UL}/2\pi$. En unidades de longitud de onda,

$$\Delta\lambda_{\text{nat}} = \frac{c}{\nu_0^2} \Delta\nu_{\text{nat}} = \frac{\lambda_0^2}{2\pi c} \Gamma_{UL}. \quad (4.75)$$

Pero el átomo además forma parte de un plasma; existirá entonces un *ensanchamiento por presión* de la línea, causado por las perturbaciones producidas en el Hamiltoniano por las colisiones con otros átomos o partículas cargadas del gas. Se puede demostrar que el perfil de absorción resultante es nuevamente un perfil de Lorentz. Teniendo en cuenta tanto el ensanchamiento por presión como el natural, el perfil resultante es la convolución de dos lorentzianas, cuya resultante es una nueva lorentziana con un ancho total que es la suma de los dos por separados.

Si se tiene en cuenta, además del perfil intrínseco de absorción de cada átomo, el ensanchamiento Doppler, el perfil total de absorción a frecuencia ν (para el ensamble de átomos) está dado entonces por la convolución

$$\phi_\nu^{\text{tot}} = \int_{-\infty}^{\infty} \phi_{\nu'}^{\text{int}} P(\nu) d\nu, \quad (4.76)$$

donde ϕ_ν^{int} es el perfil intrínseco lorentziano con el ancho Γ adecuado. Por lo tanto,

$$\phi_\nu^{\text{tot}} = \frac{1}{\sqrt{\pi} \Delta\nu_{\text{dop}}} \frac{a}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-y^2}}{(b-y)^2 + a^2} dy, \quad (4.77)$$

donde hemos definido

$$a \doteq \frac{\Gamma}{4\pi\Delta\nu_{\text{dop}}} \quad \text{y} \quad b \doteq \frac{\nu - \nu_0}{\Delta\nu_{\text{dop}}}. \quad (4.78)$$

Este tipo de perfil, que combina el ensanchamiento intrínseco y el producido por efecto Doppler, se conoce con el nombre de *perfil de Voigt*. Se puede demostrar que, si el perfil intrínseco es el natural,

$$\phi_\nu^{\text{tot}} \xrightarrow{\nu - \nu_0 \ll \Delta\nu_{\text{dop}}} \phi_\nu^{\text{nat}} \quad (\text{centro de la línea}) \quad \text{y} \quad \phi_\nu^{\text{tot}} \xrightarrow{\frac{\Gamma}{4\pi} \ll \Delta\nu_{\text{dop}}} \phi_\nu^{\text{dop}} \quad (\text{alas}). \quad (4.79)$$

En líneas espectrales muy fuertes que se forman en zonas de baja densidad, el ensanchamiento natural es el de mayor importancia. Sin embargo, en la mayoría de los casos de interés las líneas se forman en regiones donde la densidad de los átomos, iones y electrones es lo suficientemente alta como para que el ensanchamiento por presión sea el dominante, o al menos muy importante.

En § 8.3.1 calcularemos el ancho equivalente de una línea aproximando su perfil por una gaussiana. Si bien, como mostramos aquí, esto no es estrictamente cierto, la línea en cuestión es muy débil, y por lo tanto la aproximación es válida. Además, la diferencia entre una gaussiana y una lorentziana radica en sus alas fundamentalmente, mientras que el ajuste propuesto es para la región central de la línea.

Capítulo 5

Actividad estelar

*De todas maneras esos rostros rubricundos, esos cuellos transpirados,
ese deseo latente de seguir aplaudiendo aunque fuera en el foyer o en el medio de la calle,
me hacía pensar en las influencias atmosféricas, la humedad o las manchas solares,
cosas que suelen afectar los comportamientos humanos.*

JULIO CORTÁZAR

Los intensos campos magnéticos que se generan en el interior de una estrella influyen en la estructura física de la atmósfera estelar, dando lugar a diversos fenómenos, en un amplio rango de escalas espaciales y temporales, que colectivamente se engloban bajo el nombre de *actividad estelar*.

En este capítulo, primero hablaremos brevemente de la *actividad solar*. Dada su cercanía, el Sol puede ser estudiado discriminando espacialmente regiones activas e inactivas, y describiremos los diversos fenómenos que se pueden observar. Luego introduciremos algunos conceptos básicos de Magnetohidrodinámica, teoría que permite explicar la existencia de estos campos magnéticos y algunos de sus comportamientos. Por último, describiremos algunos de los fenómenos que esta actividad magnética causa en estrellas tardías de la secuencia principal.

5.1. Actividad solar

5.1.1. Fenómenos transitorios

Las *regiones activas* son zonas del Sol con un intenso flujo magnético, y generan distintos tipos de fenómenos de acuerdo a la altura atmosférica. Suelen hallarse en latitudes bien definidas, básicamente en un cinturón ecuatorial de $\pm 40^\circ$. El diámetro de las regiones activas varía entre 10^4 y 10^5 km, y su vida media oscila entre días y meses. Tienen una gran tendencia a desarrollarse cerca de regiones activas ya existentes, agrupándose en complejos de actividad cuya duración puede ser mucho mayor a la de cada región individual. Otra característica importante es que el decaimiento de una región activa es mucho más lento que su formación, debido a la lenta dispersión del campo magnético.

Inicialmente el campo magnético surge desde el interior del Sol en forma de arcos toroidales.

A nivel de la fotosfera, las regiones activas se manifiestan principalmente de dos formas: las *manchas solares* y las *plages*.

Las manchas solares tienen un centro llamado *umbra*, una región que aparece oscura en la radiación continua por ser más fría que el resto de la fotosfera, y cuya intensidad es sólo del 5 al 15 % de la fotosférica. El campo magnético y la temperatura pueden considerarse uniformes, con valores de 2000 a 3000 G y 3700°K respectivamente (contra los 5800°K de la fotosfera). Alrededor se extiende la *penumbra*, que consta de filamentos oscuros que se extienden radialmente a lo largo de las líneas de campo y tiene una intensidad del 60 % de la fotosférica. La vida media de las manchas solares es del orden de las semanas. Las *plages* se extienden alrededor de las manchas y son brillantes en líneas cromosféricas y en el ultravioleta, y su tiempo de vida es más largo que el de las manchas.

Fuera de las zonas activas el campo magnético tiene intensidades similares, pero está confinado en las redes poligonales que coinciden con los bordes de las celdas convectivas de los supergránulos.

Eventualmente aparecen movimientos convectivos azarosos cercanos a la fotosfera, que desarman los arcos de flujo magnético dispersándolos en elementos magnéticos más pequeños sobre la superficie solar.

Ya a nivel cromosférico, la actividad solar presenta otros fenómenos característicos. La *fácula* es la parte de la región activa que se extiende alrededor de la mancha, y que se ve brillante en el espectro continuo. Si bien el campo magnético medio es de sólo unos cientos de gauss, está concentrado en pequeños elementos magnéticos cada uno con intensidades de campo de 1000 a 2000 G.

Las *fulguraciones* son intensas liberaciones de energía que ocurren en áreas donde la configuración del campo magnético cambia bruscamente debido a la aparición de nuevos flujos o al movimiento de las manchas. Dado que las líneas de fuerza pueden acomodarse a estos cambios muy lentamente, el campo magnético se retuerce generando grandes gradientes. La energía magnética almacenada por estas estructuras aumenta de forma abrupta, hasta llegar a un nivel tan alto que la configuración no se puede mantener estable y se producen *reconexiones magnéticas*. La estructura de las líneas de campo cambia en forma explosiva a una configuración de menor energía magnética, calentando muy rápidamente el plasma circundante. El tiempo en el cual se producen estas reconexiones es de unos pocos minutos, en contraste con la fase de decaimiento que dura 2 ó 3 horas. La energía que se puede liberar en este proceso puede llegar hasta los 10^{32} erg^(a), y el área involucrada es del orden de $3 \cdot 10^8$ km².

La mayoría de las fulguraciones sólo son visibles en líneas espectrales cromosféricas, aunque las más grandes son también detectables en luz blanca. Sin embargo, los aspectos más violentos y espectaculares de las fulguraciones tienen lugar en la corona, y son observables en rayos X y ultravioletas.

Las fulguraciones solares pueden afectar la vida en la Tierra de muy diversas maneras. Algunas están asociadas con *eyecciones de masa coronal*, que pueden alcanzar la atmósfera terrestre e interferir en las redes de suministro eléctrico y de comunicaciones. La fulguración del 10 de marzo de 1989 estuvo asociada con una tormenta geomagnética que originó un apagón en la provincia de Quebec, en Canadá, y problemas de suministro eléctrico en gran

^(a)Recordar que la luminosidad solar es de 10^{33} erg s⁻¹.

parte de América del Norte. Durante otro evento, en octubre de 1989, se registraron alertas en los dosímetros de Concordes que volaban a gran altura. De hecho, en vuelos largos en las zonas aurorales, las dosis de radiación recibidas fueron equivalentes a una radiografía de tórax. Las fulguraciones constituyen un peligro potencial para la vida de los astronautas. Todas estas razones hacen que el estudio de las mismas cobre particular importancia en la actualidad (Haisch et al., 1991).

Por último, a nivel de la corona, además de las fulguraciones ya mencionadas, aparecen otros fenómenos característicos. Las *protuberancias* son básicamente arcos de plasma, más frío que la atmósfera circundante, que es “sostenido” por líneas de campo magnético en la baja corona. Vistas contra el disco solar, las protuberancias se muestran en absorción, apareciendo oscuras sobre el fondo brillante, y recibiendo generalmente el nombre de *filamentos*. Cuando se ven por encima del limbo solar, en cambio, se observan brillantes contra el fondo oscuro del cielo. Son producidas por diversos fenómenos, por lo que sus tiempos de vida pueden variar desde las horas a los meses.

Los *arcos coronales* son líneas cerradas de campo magnético, de forma toroidal, de unos 10^4 a 10^5 km de longitud. Están ubicados por encima de las manchas solares fotosféricas y las fáculas cromosféricas, y sus extremos están anclados en manchas de diferente polaridad magnética. Son muy brillantes en un amplio rango del espectro electromagnético, en especial en rayos X.

Por último, los *agujeros coronales* son zonas oscuras desde donde salen líneas de campo abiertas (campos poloidales), que se cierran en zonas muy alejadas del Sol. La densidad del material de los agujeros coronales es diez veces menor que la de los arcos. Estas regiones son la principal fuente del *viento solar*, que es básicamente material de la corona que se mueve a lo largo de las líneas de campo hacia el espacio interplanetario.

5.1.2. El ciclo solar

En 1843, Heinrich Schwabe descubrió, después de 17 años de cuidadosas observaciones, que el número de manchas solares presenta un ciclo con un período de 11 años, el *ciclo solar*. A partir de este trabajo, en 1847 Rudolf Wolf comenzó a recopilar observaciones fragmentarias de las manchas solares realizadas con anterioridad. Para 1868 sus registros se remontaban hasta el año 1700, época en la que ya se hacían observaciones casi sistemáticas de las manchas solares. Para poder comparar las observaciones provenientes de distintas fuentes, definió el indicador hoy conocido como *número de Wolf*, que es una medida de la cantidad de manchas visibles en el disco solar.

Las manchas solares se han estudiado en forma más o menos sistemática desde que Galileo Galilei las observó por un telescopio a comienzos del siglo XVII, y hay además numerosas crónicas chinas con observaciones a ojo desnudo que datan del año 800 AC. J. A. Eddy agregó, en el siglo pasado, estas observaciones previas obteniendo la secuencia mostrada en la figura 5.1, que se remonta hasta el año 1610. Actualmente es posible reconstruir registros de actividad solar que se remontan a varios milenios atrás a partir de isótopos radioactivos como los de ^{14}C y ^{10}Be (Haisch et al., 1991).

Las características principales del ciclo solar son:

- ▷ Tiene un período de 11 años aproximadamente.

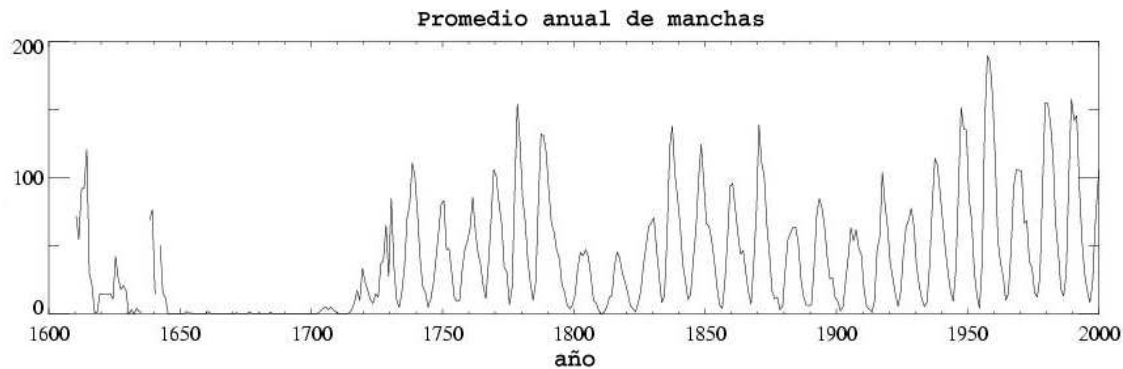


Figura 5.1: Número de manchas solares desde 1610 hasta 2000, extraído de <http://www.spaceweather.com>.

- ▷ Dado que, como se explicó en § 5.1.1, las manchas solares suelen aparecer en grupos, frecuentemente la actividad está circunscripta a un lado del Sol, por lo que el número de manchas tiene una fuerte fluctuación con un período de 27 días (que es el período de rotación del Sol a la latitud aproximada en que se encuentran las manchas), producto solamente de la ubicación de las manchas.
- ▷ La latitud promedio de las manchas también cambia a lo largo del ciclo. Al comienzo aparecen alrededor de los $\pm 30^\circ$ de latitud, y al final del ciclo se encuentran cerca del Ecuador. A partir de este hecho, E. Walter Maunder en 1922 construyó el conocido “diagrama mariposa” de la figura 5.2. Es importante notar que las manchas individuales no se mueven, sino que la región más favorable para la aparición de nuevas manchas es cada vez más próxima al Ecuador.
- ▷ En 1912, midiendo el efecto Zeeman en algunas líneas espectrales, George E. Hale descubrió que las manchas usualmente aparecían de a pares de diferente polaridad magnética, en forma casi paralela al Ecuador, siendo que en un hemisferio (norte o sur) una polaridad magnética “sigue” a la otra y en el otro hemisferio la situación se revierte. Más adelante también notó que en un nuevo ciclo la situación vuelve a cambiar: si originalmente en el hemisferio norte una mancha de polaridad positiva estaba al este de una negativa, 11 años después el orden es el inverso.

Considerando este efecto, el ciclo solar *completo* (es decir, incluyendo la polaridad del campo) es de 22 años.

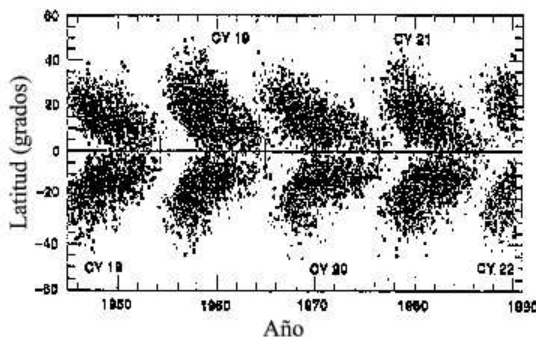


Figura 5.2: Diagrama mariposa: muestra el corrimiento de las manchas solares hacia el Ecuador a lo largo de un ciclo (Zirin, 1988).

▷ En general, al hablar de “máximo de manchas”, se entiende máximo del número de Wolff. Pero usualmente las manchas más grandes ocurren algunos años antes o después de la máxima cantidad. Y el máximo de actividad solar se da cuanto mayor es el porcentaje de superficie recubierta por manchas. Como consecuencia el máximo de actividad no se corresponde con el máximo de manchas.

Como también se puede apreciar en la figura 5.1, superpuesto al período de 11 años hay otro ciclo de entre 80 y 90 años, representado por la envolvente del ciclo más corto, conocido como el *período de Gleissberg*.

La *irradiancia solar total* es la cantidad total de radiación emitida por el Sol que atraviesa una unidad de superficie situada a la distancia media entre el Sol y la Tierra. Hacia el final del siglo XIX se pensaba que esta cantidad era constante, al menos en períodos del orden de años, por lo que históricamente se la llama *constante solar*. La explicación que recibía este hecho era que, si bien las manchas solares bloquean la luz generada en el núcleo, las fáculas tienen un efecto compensatorio, ya que generan una emisión adicional que, aunque no produce un balance instantáneo con la absorción de las manchas, permite un equilibrio cuando se promedia en largos períodos.

Teniendo en cuenta que uno de los parámetros más influyentes en el clima terrestre es la radiación solar, en 1976 Eddy mostró que aparentemente las relaciones a largo plazo entre la actividad solar y ciertos indicadores de la temperatura global terrestre podrían ser causadas por cambios en la irradiancia solar. Sin embargo se cuenta con mediciones confiables de la constante solar sólo desde que son posibles las observaciones desde el espacio. Desde el inicio de los '80 se detectó una modulación en la constante solar con el ciclo del orden de 0.1 % (Willson & Hudson, 1991; Fröhlich & Lean, 2004).

De todas formas en 1987 Reid mostró que esta “constante” debería haber variado entre 1910 y 1960 aproximadamente 0.6 %, en fase con el período de Gleissberg. Reid observó cierta correlación entre el promedio de la temperatura en la superficie de los océanos y el número de manchas solares. Pero hay evidencias de que el número de manchas solares no es el mejor indicador de cambios en la actividad solar en el largo plazo.

Un mejor parámetro podría ser el largo del ciclo de manchas. Se sabe que en los períodos de mayor actividad solar el ciclo es más corto, mientras que momentos de baja actividad se corresponden con ciclos más largos. En la figura 5.3 se muestra la correlación existente

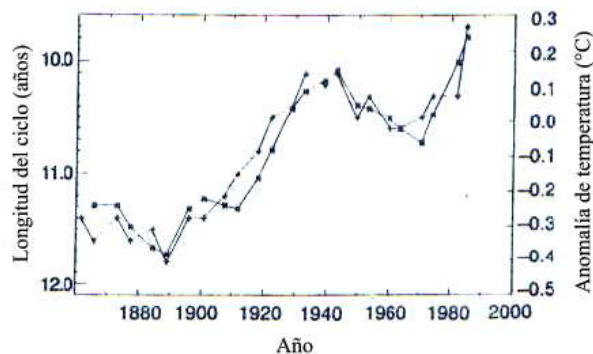


Figura 5.3: En el eje izquierdo se muestran las variaciones del largo del ciclo de manchas (+). En el eje derecho, la anomalía en la temperatura en el Hemisferio Norte (*) (Friis-Christensen & Lassen, 1991).

entre el largo del ciclo y otro indicador del clima terrestre, la anomalía en la temperatura del Hemisferio Norte, definida como la anomalía de la temperatura superficial terrestre con respecto al intervalo entre 1951 y 1980. La buena correlación entre ambos índices parece apoyar la teoría de una influencia directa de la actividad solar sobre la temperatura global (Friis-Christensen & Lassen, 1991). Se sabe, por ejemplo, que durante dos importantes y prolongados mínimos en la actividad solar, el mínimo de Spörer entre 1400 y 1510 y el de Maunder entre 1645 y 1715 (ver figura 5.1), el clima terrestre fue inusualmente frío (este último período se conoce como “pequeña edad de hielo”), provocando hambrunas en toda Europa.

Es entonces de particular importancia determinar la escala de variaciones de la constante solar en períodos mayores a los que nos permiten los registros de observación directa.

5.2. El dínamo solar

La presencia de campos magnéticos en la mayoría de los objetos astronómicos, en particular en las estrellas, es un fenómeno astrofísico llamativo, dado que no pueden ser de origen primigenio (pues los tiempos característicos de disipación por efecto Joule son mucho menores que los tiempos de vida de los objetos observados) y tampoco pueden ser causa de magnetizaciones permanentes (ya que la mayoría de estos objetos tienen temperaturas superiores a la temperatura de Curie). Las teorías de *dínamo* explican la generación de estos campos magnéticos a través de la conversión de energía cinética de fluidos cargados en energía magnética. A su vez, el movimiento de un fluido cargado puede explicarse en términos de la aproximación magnetohidrodinámica (MHD).

5.2.1. Las ecuaciones de MHD

Para obtener las ecuaciones de MHD, tenemos que aplicar la ecuación general de momentos 3.3 a un gas compuesto de dos tipos de partículas: aproximaremos al plasma estelar por un gas totalmente ionizado de electrones y protones, respectivamente con densidades $n_e \approx n_p \equiv n$ y masas $m_e \ll m_p$. En el equilibrio termodinámico, sus temperaturas cinéticas son iguales, y por lo tanto $\langle v \rangle_p \ll \langle v \rangle_e$, y la densidad de masa y la velocidad media, ya definidas por las ecuaciones 3.4, se pueden aproximar por

$$\rho \doteq n_p m_p + n_e m_e \approx n m_p \quad \text{y} \quad \vec{u} \doteq \frac{n_p m_p \langle \vec{v} \rangle_p + n_e m_e \langle \vec{v} \rangle_e}{n_p m_p + n_e m_e} \approx \langle \vec{v} \rangle_p. \quad (5.1)$$

Además, también podemos aproximar la *densidad de carga* ρ_c y la *densidad de corriente* \vec{j} por

$$\rho_c \doteq e(n_p - n_e) \approx 0 \quad \text{y} \quad \vec{j} \doteq e[n_p \langle \vec{v} \rangle_p - n_e \langle \vec{v} \rangle_e] \approx -e n \langle \vec{v} \rangle_e, \quad (5.2)$$

donde e es la carga de un protón. La fuerza por unidad de masa en este caso será

$$\frac{\vec{F}}{m_{p,e}} = \pm \frac{e}{m_{p,e}} \left(\vec{E} + \frac{\vec{v}}{c} \times \vec{B} \right), \quad (5.3)$$

donde \vec{E} y \vec{B} son los campos eléctrico y magnético autogenerados por el plasma.

Reemplazando todas estas expresiones en la ecuación general de momentos para cada especie y sumando sobre ambas especies, llegamos a que los dos primeros momentos son la ecuación de continuidad y la ecuación de Navier–Stokes:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{u}) = 0. \quad (5.4)$$

$$\rho \frac{d\vec{u}}{dt} = -\vec{\nabla} \cdot \mathbb{P} + \rho_c \vec{E} + \frac{1}{c} \vec{j} \times \vec{B} \quad \Rightarrow \quad \rho \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = -\rho \left(\vec{u} \cdot \vec{\nabla} \right) \vec{u} - \vec{\nabla} \cdot \mathbb{P} + \frac{1}{c} \vec{j} \times \vec{B}, \quad (5.5)$$

donde $\mathbb{P} \equiv \mathbb{P}_p + \mathbb{P}_e$. Para un *fluido newtoniano* e incompresible, vale que $\vec{\nabla} \cdot \mathbb{P} = \vec{\nabla} p - \nu_d \nabla^2 \vec{u}$, siendo ν_d la viscosidad dinámica. Por lo tanto, esta última ecuación se puede escribir como

$$\rho \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = -\rho \left(\vec{u} \cdot \vec{\nabla} \right) \vec{u} - \vec{\nabla} p + \nu_d \nabla^2 \vec{u} + \frac{1}{c} \vec{j} \times \vec{B}. \quad (5.6)$$

Si en vez de sumar las expresiones para protones y electrones las restamos, y teniendo en cuenta que el fluido es *subsónico* ($u \ll v_s = \sqrt{p/\rho}$), a orden cero encontramos la *conservación de la carga*:

$$\frac{\partial \rho_c}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{j} = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{j} = 0, \quad (5.7)$$

mientras que a primer orden llegamos a la *ley de Ohm generalizada*:

$$\frac{m_e m_p}{\rho e^2} \frac{\partial \vec{j}}{\partial t} = \vec{E} + \frac{\vec{u}}{c} \times \vec{B} - \frac{m_p}{\rho e} \left[\frac{\vec{j}}{c} \times \vec{B} - \vec{\nabla} \cdot \mathbb{P}_e \right] - \eta_e \vec{j}, \quad (5.8)$$

donde hemos introducido la *resistividad eléctrica* η_e del plasma en el último término, que es el que tiene en cuenta la fuerza de fricción entre las especies.

Si introducimos la *aproximación hidrodinámica*, que supone que las escalas de tiempo de los procesos involucrados son mayores que el tiempo característico entre colisiones, y además utilizamos el hecho de que para plasmas astrofísicos la frecuencia de ciclotrón de los electrones es mucho menor que la frecuencia de colisiones, esta última ecuación puede reemplazarse por la *ley de Ohm*:

$$\vec{E} + \frac{\vec{u}}{c} \times \vec{B} = \eta_e \vec{j}. \quad (5.9)$$

Además, se puede demostrar que $\partial_t \vec{E} \ll 4\pi \vec{j}$, y por lo tanto vale la *ley de Ampère*:

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{4\pi}{c} \vec{j}. \quad (5.10)$$

Por último, si en la *ley de Faraday*:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (5.11)$$

reemplazamos la ley de Ohm y la de Ampère, y suponemos además que $\vec{\nabla} \eta_e \equiv 0$, llegamos a la *ecuación de inducción*:

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{\nabla} \times \left(\vec{u} \times \vec{B} \right) + \eta_0 \nabla^2 \vec{B} \quad \text{ó} \quad \frac{d\vec{B}}{dt} = \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + \left(\vec{u} \cdot \vec{\nabla} \right) \vec{B} = \left(\vec{B} \cdot \vec{\nabla} \right) \vec{u} + \eta_0 \nabla^2 \vec{B}, \quad (5.12)$$

siendo la *difusividad magnética* $\eta_0 = c^2 \eta_e / 4\pi$. Esta ecuación junto con la de Navier Stokes:

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = - \left(\vec{u} \cdot \vec{\nabla} \right) \vec{u} - \frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p + \nu_c \nabla^2 \vec{u} + \frac{1}{4\pi \rho} \left(\vec{\nabla} \times \vec{B} \right) \times \vec{B}, \quad (5.13)$$

donde hemos utilizado la *viscosidad cinemática* $\nu_c = \nu_d/\rho$, determinan completamente los campos \vec{u} y \vec{B} (Sturrock, 1994). Si quisiéramos entonces resolver las ecuaciones MHD 5.12 y 5.13 en el caso solar, vemos que $\vec{B} = 0$ es solución de estas ecuaciones, y aún más, si $\vec{B}(\vec{r}, t = 0) = 0$, seguirá siendo nulo para todo tiempo ya que las ecuaciones no incluyen ningún mecanismo para generar campo magnético.

Simplificaremos el problema suponiendo axisimetría, es decir, invariancia respecto a la coordenada ϕ de esféricas. Además, supondremos que el campo de velocidades es conocido, y sólo nos concentraremos en calcular el campo magnético. Esta aproximación se conoce como *dínamo cinemático*.

Usualmente, se definen las componentes *toroidales* y *poloidales* de \vec{B} como (ver figura 5.4)

$$\vec{B} = \underbrace{B_\phi \hat{\phi}}_{\text{toroidal}} + \underbrace{\vec{B}_p}_{\text{poloidal}} = B_\phi \hat{\phi} + \vec{\nabla} \times (A_p \hat{\phi}). \quad (5.14)$$

Como se explicó en § 5.1.1, el campo toroidal es el responsable de la existencia de las regiones activas.

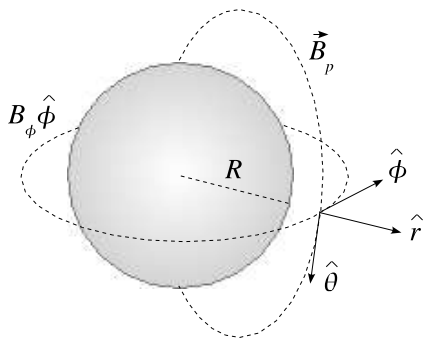


Figura 5.4: Componentes poloidales y toroidales del campo magnético en coordenadas esféricas.

Escribiremos la velocidad como $\vec{u} = \vec{u}_p + r \sin \theta \omega \hat{\phi}$, siendo $\omega = \omega(r, \theta)$ la velocidad angular de rotación del Sol, o *velocidad diferencial*^(b), y $\vec{u}_p = u_r \hat{r} + u_\theta \hat{\theta}$. Con todas estas consideraciones, la ecuación de inducción 5.12 queda:

$$\frac{\partial B_\phi}{\partial t} + \underbrace{r \sin \theta \left(u_r \frac{\partial}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \right)}_{\vec{u}_p \cdot \vec{\nabla}} \frac{B_\phi}{r \sin \theta} = r \sin \theta \underbrace{\left(B_r \frac{\partial}{\partial r} + \frac{B_\theta}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \right)}_{\vec{B}_p \cdot \vec{\nabla}} \omega + \eta_0 \Delta^2 B_\phi \quad \text{y} \quad (5.15)$$

$$\frac{\partial A_p}{\partial t} + \frac{1}{r \sin \theta} \underbrace{\left(u_r \frac{\partial}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \right)}_{\vec{u}_p \cdot \vec{\nabla}} r \sin \theta A_p = \eta_0 \Delta^2 A_p, \quad (5.16)$$

donde $\Delta \doteq \nabla^2 - (r^2 \sin \theta)^{-1}$.

Vemos aquí claramente que sólo la componente toroidal contiene un término no difusivo, proveniente de $(\vec{B} \cdot \vec{\nabla}) \vec{u}$. Este término no difusivo únicamente está presente en el caso en que la rotación no sea rígida, es decir, $\vec{\nabla} \omega \neq 0$. Efectivamente esto sucede en el Sol, donde la velocidad angular es mayor en el Ecuador que en los Polos.

Pero si bien es necesaria la rotación diferencial para que haya un dínamo, no es una condición suficiente, ya que el término no difusivo depende de la componente poloidal, y si

^(b)Se llama **rotación diferencial** a la dependencia de la velocidad angular de rotación estelar con la latitud o el radio. Para un sólido, la velocidad angular es constante. Ésto no ocurre en una estrella.

ésta difunde el campo toroidal también lo hace. En consecuencia, sin algún mecanismo extra el campo magnético difunde. La teoría de campo medio que introduciremos a continuación permite comprender este mecanismo, que originalmente fue propuesto *ad hoc* por Parker (1955).

5.2.2. Teoría de campo medio

La teoría de campo medio permite incorporar a las ecuaciones efectos de una escala espacial menor no considerados en la ecuación de inducción. Llamando \bar{u} y \bar{l} a velocidades y longitudes características de la zona de interés, se puede estimar que en la superficie estelar, el *número de Reynolds*

$$Re \doteq \frac{|(\bar{u} \cdot \nabla) \bar{u}|}{|\nu_c \nabla^2 \bar{u}|} \approx \frac{\bar{u} \bar{l}}{\nu_c} \quad (5.17)$$

es muy elevado, del orden de 10^{15} en el caso solar, lo que hace suponer que el flujo es turbulento. Además, el *número de Reynolds magnético*

$$R_M \doteq \frac{|\vec{\nabla} \times (\bar{u} \times \vec{B})|}{|\eta_0 \nabla^2 \vec{B}|} \approx \frac{\bar{u} \bar{l}}{\eta_0} \quad (5.18)$$

también es mucho mayor que uno, lo que implica que hay un *congelamiento* entre el campo magnético y el plasma^(c). Por lo tanto, tanto el campo de velocidades como el magnético pueden escribirse de la forma

$$\vec{B} = \langle \vec{B} \rangle + \delta \vec{B} \quad \text{y} \quad \vec{u} = \langle \vec{u} \rangle + \delta \vec{u}, \quad (5.19)$$

donde los primeros términos son los valores medios de los campos (escalas macroscópicas) y los segundos son variables estocásticas (muy pequeñas y de valor medio nulo) que provienen de la microescala. La ecuación de inducción 5.12 se puede entonces escribir:

$$\frac{\partial(\langle \vec{B} \rangle + \delta \vec{B})}{\partial t} = \vec{\nabla} \times \left[(\langle \vec{u} \rangle + \delta \vec{u}) \times (\langle \vec{B} \rangle + \delta \vec{B}) \right] + \eta_0 \nabla^2 (\langle \vec{B} \rangle + \delta \vec{B}). \quad (5.20)$$

Calculando miembro a miembro el valor medio, llegamos a

$$\frac{\partial \langle \vec{B} \rangle}{\partial t} = \vec{\nabla} \times (\langle \vec{u} \rangle \times \langle \vec{B} \rangle) + \vec{\nabla} \times \langle \delta \vec{u} \times \delta \vec{B} \rangle + \eta_0 \nabla^2 \langle \vec{B} \rangle. \quad (5.21)$$

Vemos entonces que efectivamente aparece un nuevo término que introduce el efecto del movimiento convectivo turbulento en el problema. Restando miembro a miembro las dos últimas ecuaciones, y suponiendo $\delta \vec{B}$ lo suficientemente pequeño, encontramos la ecuación para su evolución temporal:

$$\frac{\partial(\delta \vec{B})}{\partial t} \simeq \vec{\nabla} \times (\delta \vec{u} \times \langle \vec{B} \rangle). \quad (5.22)$$

Para resolver esta ecuación, supondremos que la turbulencia convectiva es fuerte, de forma que cada vórtice que la compone vive aproximadamente un período antes de difundirse. En ese caso, el *tiempo de coherencia de convección* es la vida media de esa estructura, τ_c . Como

^(c)En muchos plasmas astrofísicos de interés, las propiedades macroscópicas suelen ser tales que en un tubo de corriente la densidad de líneas de campo magnético es constante.

además $\delta\vec{B}$ es una variable estocástica, cada τ_c es independiente del anterior. En ese caso,

$$\delta\vec{B} \simeq \tau_c \vec{\nabla} \times (\delta\vec{u} \times \langle \vec{B} \rangle). \quad (5.23)$$

Reemplazando esta expresión en el término de la microescala de la ecuación 5.21, obtenemos

$$\langle \delta\vec{u} \times \delta\vec{B} \rangle_i \simeq \tau \left\langle \delta\vec{u} \times \left[\vec{\nabla} \times (\delta\vec{u} \times \langle \vec{B} \rangle) \right] \right\rangle_i \doteq \alpha_{ij} B_j + \beta_{ijk} \partial_j B_k, \quad (5.24)$$

donde hemos definido

$$\alpha_{ij} \doteq \tau_c \varepsilon_{inp} \langle \delta u_n \partial_j \delta u_p \rangle \quad \text{y} \quad \beta_{ijk} \doteq -\tau_c \varepsilon_{ink} \langle \delta u_n \delta u_j \rangle, \quad (5.25)$$

siendo ε_{inp} el tensor de Levi-Civita. Para *turbulencia isotrópica* vale:

$$\alpha_{ij} = \alpha \delta_{ij} = -\frac{\tau_c}{3} \langle \delta\vec{u} \cdot (\vec{\nabla} \times \delta\vec{u}) \rangle \delta_{ij} \quad \text{y} \quad \beta_{ijk} = -\beta \varepsilon_{ijk} = -\frac{\tau_c}{3} \langle |\delta\vec{u}|^2 \rangle \varepsilon_{ijk}, \quad (5.26)$$

donde α es la *helicidad promedio de convección*; reemplazando en la ecuación 5.21, llegamos finalmente a

$$\frac{\partial \langle \vec{B} \rangle}{\partial t} = \vec{\nabla} \times (\langle \vec{u} \rangle \times \langle \vec{B} \rangle) + \vec{\nabla} \times (\alpha \langle \vec{B} \rangle) + (\eta_0 + \beta) \nabla^2 \langle \vec{B} \rangle. \quad (5.27)$$

El llamado *efecto α* resulta ser entonces una medida de cómo la microescala (la velocidad turbulenta de convección $\delta\vec{u}$) influye en la macroescala (la velocidad de rotación $\langle \vec{u} \rangle$). Para lo que resta de esta sección obviaremos la notación $\langle \rangle$, teniendo presente que los campos magnéticos observados son efectivamente valores medios.

Para que α sea distinto de cero, el flujo debe tener helicidad. Se puede demostrar que para que esto suceda debe existir una dirección privilegiada en el flujo (Mininni, 2003). En objetos astrofísicos, esta asimetría es producto probablemente de la estratificación de la densidad y de la rotación: los elementos de fluido ascendentes se expanden, mientras que los descendentes se contraen, para ajustarse a la densidad circundante. La fuerza de Coriolis los hace rotar en direcciones opuestas, y en consecuencia el tubo de flujo adquiere una estructura helicoidal en valor medio. La interpretación del término $\vec{\nabla} \times (\alpha \vec{B})$ es que los movimientos helicoidales en el campo de velocidades microscópico turbulento generan un campo magnético macroscópico.

El *número de Rossby* Ro cuantifica la importancia del término de la fuerza de Coriolis y la inercia del fluido; si $\bar{\omega}$ es la velocidad angular característica de la zona de interés, entonces

$$Ro \doteq \frac{|(\vec{u} \cdot \vec{\nabla}) \vec{u}|}{|-2\bar{\omega} \times \vec{u}|} \approx \frac{\bar{u}}{\bar{l}\bar{\omega}} \approx \frac{P_{\text{rot}}}{\tau_c}, \quad (5.28)$$

donde P_{rot} es el *período de rotación estelar*. Un número de Rossby pequeño indicará que la fuerza de Coriolis es importante y por lo tanto es esperable que la actividad cromosférica sea mayor. Sin embargo, éste no será el único parámetro a tener en cuenta para la eficiencia del dínamo. El llamado *número de dínamo* N_D mide la importancia relativa entre los términos que producen campo y los difusivos, y por lo tanto representa la eficiencia del dínamo.

En base a un análisis dimensional, considerando un dínamo actuante a lo largo de toda la región convectiva, Noyes et al. (1984) encuentran que

$$N_D \propto Ro^{-2}. \quad (5.29)$$

Pero actualmente se considera que los dínamos estelares actúan en la región que separa la zona radiativa y la convectiva. Montesinos et al. (2001), mediante un modelo de *dínamo de interface*, mostraron que, si bien la proporcionalidad con el número de Rossby se mantiene,

el número de dínamo involucra también un factor que incluye escalas de distancias de la convección y de la rotación diferencial, junto con otros parámetros.

5.2.3. Ondas de dínamo

Ahora buscaremos una solución de la ecuación 5.27, trabajando localmente en coordenadas cartesianas para simplificar los cálculos. Escribimos entonces

$$\hat{x} \equiv \hat{r}, \quad \hat{y} \equiv \hat{\phi} \quad y \quad \hat{z} \equiv -\hat{\theta}, \quad (5.30)$$

de forma que el campo se puede descomponer como

$$\vec{B} = \underbrace{B_y \hat{y}}_{\text{toroidal}} + \underbrace{\vec{B}_p}_{\text{poloidal}} = B_y \hat{y} + \vec{\nabla} \times (A \hat{y}). \quad (5.31)$$

Además, supondremos que la velocidad de rotación es tal que $\vec{u} = u(x) \hat{y}$ y $\partial_x u = \tilde{\omega}$ es aproximadamente constante. Las ecuaciones de inducción para las componentes toroidal y poloidal, con el nuevo término calculado, quedan

$$\partial_t B_y = -\tilde{\omega} \partial_z A - \alpha \nabla^2 A + (\eta_0 + \beta) \nabla^2 B_y \quad y \quad (5.32)$$

$$\partial_t A = \alpha B_y + (\eta_0 + \beta) \nabla^2 A, \quad (5.33)$$

y se puede mostrar fácilmente que admiten soluciones tipo ondas de la forma

$$A, B_y \propto e^{-i\Omega_{\pm} t} e^{i(k_z z + k_y y)}, \quad (5.34)$$

con

$$\Omega_{\pm} = -i(\eta_0 + \beta)k^2 \mp i\sqrt{\alpha^2 k^2 - i\tilde{\omega}\alpha k_z}. \quad (5.35)$$

El llamado *dínamo* α - ω es aquél en el cual el gradiente de la rotación diferencial $\vec{\nabla}\omega$ es muy importante, es decir, en el caso de esta elección de coordenadas cartesianas, $\tilde{\omega}$ es grande, y por lo tanto $\tilde{\omega}\alpha k_z \gg \alpha^2 k^2$. En este caso, que por ejemplo se cumple en el Sol, se puede aproximar

$$\Omega_{\pm} \simeq -i \left[(\eta_0 + \beta)k^2 \pm \sqrt{\frac{\alpha\tilde{\omega}k_z}{2}} \right] \mp i\sqrt{\frac{\alpha\tilde{\omega}k_z}{2}}. \quad (5.36)$$

Si además $\sqrt{\frac{\alpha\tilde{\omega}k_z}{2}} \gg (\eta_0 + \beta)k^2$, la dependencia temporal del campo magnético será

$$B \propto e^{\sqrt{\frac{\alpha\tilde{\omega}k_z}{2}} t} e^{-i\sqrt{\frac{\alpha\tilde{\omega}k_z}{2}} t}, \quad (5.37)$$

es decir, mediante este modelo muy simplificado se puede obtener un comportamiento oscilatorio que crece en el tiempo. El período de actividad estará dado en este caso por

$$P_{\text{cic}} = \frac{2\pi}{\Re[\Omega]} = \sqrt{\frac{8\pi^2}{\alpha\tilde{\omega}k_z}}. \quad (5.38)$$

Sabemos que, para el Sol, $P_{\text{cic}}^{\odot} \simeq 11$ años; y este valor dependerá del modelo propuesto para la rotación diferencial y para la convección, es decir, de los valores de ω , α y k_z . Si bien está mucho más allá de los objetivos de este trabajo estudiar el dínamo solar, vemos que con este modelo extremadamente simple se puede al menos explicar no sólo la presencia de

campos magnéticos en el Sol, sino también la existencia del ciclo de actividad que se observa.

5.3. Actividad estelar

Como vimos en § 5.1, en el Sol se observan numerosas manifestaciones de actividad cromosférica. En § 5.2 resumimos brevemente un modelo muy simple de dínamo cinemático que explica el por qué de la existencia del ciclo de actividad solar. Vimos entonces que, para que existan campos magnéticos, es de vital importancia la existencia de una rotación diferencial; así mismo, también es imprescindible la presencia de una zona convectiva exterior.

Es esperable entonces que estos fenómenos se reproduzcan en estrellas con similares características. Como mencionamos en § 3.4, las estrellas tardías de la secuencia principal presentan también convección externa. En esta sección discutiremos primero las dependencias de los parámetros relevantes para la existencia de actividad (básicamente rotación y convección) con el tipo espectral, y luego presentaremos evidencias de actividad estelar.

5.3.1. Relación entre rotación, convección, edad y emisión cromosférica

El momento angular por unidad de masa decrece abruptamente para estrellas menos masivas que las de tipo F temprano: la velocidad rotacional decae de 50–100 km s⁻¹ a menos de 10–20 km s⁻¹ para estrellas más tardías. Esta caída pronunciada es coincidente con la aparición de emisión en las líneas del Ca II y con el comienzo de una zona convectiva externa de H. Los campos magnéticos junto con la zona convectiva proveen el calentamiento no radiativo que genera una cromósfera estelar.

El viento estelar, acoplado a la superficie por el campo magnético, remueve momento angular de la superficie estelar, disminuyendo en consecuencia la velocidad de rotación (Baliunas & Vaughan, 1985). Por lo tanto, las estrellas presentan desaceleración angular con el tiempo. Se espera que estrellas de aproximadamente 1 M_{\odot} sufran una rápida disminución de la velocidad de rotación con la edad. La pérdida de momento angular por el viento estelar es muy eficiente en regiones convectivas, mientras que ocurre mucho más lentamente en regiones radiativas. Como consecuencia, la zona convectiva externa presenta una rotación similar a un cuerpo rígido, mientras que la zona radiativa disminuye su velocidad en escalas de tiempo mucho mayores. La zona convectiva de una estrella de 1 M_{\odot} contiene sólo el 10 % del momento de inercia estelar, por lo que la rotación superficial se reduce mucho más rápido, para una pérdida de momento angular dada, que si la estrella estuviese rotando rígidamente. A medida que nos movemos hacia estrellas de menor masa, la profundidad de la zona convectiva aumenta, y por lo tanto también el porcentaje de momento de inercia de esta zona. En este caso, la rotación superficial se reduce en forma más lenta (Hartmann & Noyes, 1987).

Por otra parte, si bien inicialmente los modelos de dínamo utilizados consideraban que éste operaba a lo largo de toda la zona convectiva (Noyes et al., 1984), actualmente se utiliza el modelo de dínamo de interface, que considera que básicamente se produce en una zona muy delgada que separa la región radiativa de la convectiva, la *tacoclina*, y que es aquí donde la rotación diferencial es preponderante. Este modelo supone que el campo toroidal se genera por la fuerte rotación diferencial justo debajo de la zona convectiva, en la zona de *overshoot*^(d),

^(d)La zona de *overshoot* es producida por la inercia del movimiento convectivo. Un elemento de fluido que se

mientras que el campo poloidal se produce por el efecto α actuante en el campo toroidal que se difunde al comienzo de la zona convectiva (Montesinos et al., 2001). Entonces, cuanto más rápido disminuye la velocidad de rotación, y por lo tanto mayor es el gradiente radial de velocidades entre la zona radiativa y la convectiva, es esperable que la actividad magnética sea más importante (Hartmann & Noyes, 1987).

5.3.2. Actividad cromosférica estelar

Si bien ya en los años '30 se consideraba importante buscar análogos estelares al ciclo de actividad solar de 11 años, no fue sino hasta 1966 que Olin C. Wilson comenzó un programa que se extendería por 12 años en el Mount Wilson Observatory, destinado a observar mensualmente la emisión de las líneas H (3968.470 Å) y K (3933.664 Å) del Ca II de 91 estrellas cercanas al final de la secuencia principal del diagrama HR.

En el Sol, los centros de las líneas H y K presentan fuerte emisión en áreas con gran actividad magnética. Por ejemplo, los cambios producidos a lo largo del ciclo de 11 años llevan a una variación del flujo de estas líneas (integrado en todo el disco solar) de alrededor del 20% (Haisch & Schmitt, 1996). La intensidad de la emisión de estas líneas espectrales aumenta con la fracción de calentamiento cromosférico que se produce por inhomogeneidades magnéticas locales, por lo que constituye un indicador espectroscópico útil para medir la intensidad y el área cubierta por los campos magnéticos (Baliunas et al., 1995).

Wilson midió el cociente entre el flujo en el centro de emisión de las líneas H y K y el flujo en dos bandas de continuo cercano, al que denominó S . Este índice S así definido es *sensible a la temperatura fotosférica estelar*, siendo ésta la principal causa de que S aumente con el índice de color ($B - V$). De todas maneras, es posible –mediante correcciones introducidas por parámetros teóricos o provenientes de diferentes modelos– deshacerse de esta dependencia. Se supone, en analogía a lo que ocurre en el Sol, que este índice es un indicador del magnetismo superficial, es decir, proporcional a la intensidad y al porcentaje cubierto por los campos magnéticos superficiales.

La emisión de las líneas H y K del Ca II se observa en estrellas de tipo espectral más tardío que F0–F2 V, o, equivalentemente, menos masivas que $1.5 M_{\odot}$, aunque el rango de masas que permite la existencia de una actividad magnética similar a la solar permanece desconocido. La aparición de esta emisión coincide con la posición en la secuencia principal donde aparece una región de convección no despreciable, y su intensidad disminuye con la edad.

A partir de 1980, el llamado Proyecto HK se expandió incluyendo observaciones diarias, y desde 1983 incluye también *estrellas evolucionadas* (clases de luminosidad I, II y III). Hasta la actualidad se han medido más de 2.200 estrellas, incluyendo estrellas post secuencia principal y estrellas análogas al Sol, o sea, estrellas de masa y niveles de actividad superficial similares al Sol.

mueve, proveniente de la zona convectiva, aún cuando cumpla la condición de Schwarzschild 3.34 de estabilidad, se desplazará cierta distancia en la zona radiativa, por inercia, hasta detenerse.

5.3.3. Ciclos de actividad estelar

Wilson clasificó los registros de variabilidad del índice S en tres categorías. Ejemplos de estos tipos de actividad magnética se muestran en la figura 5.5. Alrededor del 60 % de las estrellas del final de la secuencia principal presentan un período definido, siendo el límite superior más largo que la longitud de la muestra (30 años). Estos ciclos ocurren en estrellas de todos los tipos espectrales y todas las edades. Las estrellas más viejas presentan un período mínimo de 7 años. Hay estrellas que presentan dos períodos independientes.

Alrededor del 25 % de las estrellas son variables pero sin presentar un período definido. En general estas estrellas son jóvenes, rotan rápidamente y son muy activas magnéticamente, es decir, tienen un mayor índice S .

El 15 % restante presenta registros constantes en el tiempo. Estas estrellas podrían estar atravesando estados similares al del Sol durante el mínimo de Maunder, o tener variabilidad intrínsecamente despreciable debido a su edad avanzada.

Una cuestión a resolver relacionada con este último punto es si el mínimo de Maunder es un mínimo de una distribución continua o si es un cambio de fase en la actividad solar. Baliunas et al. (1995) analizaron la distribución del índice S para 74 estrellas de tipo solar, encontrando que la distribución es bimodal, con un pico angosto de bajos S . Concluyen entonces que el mínimo de Maunder está separado de las condiciones normales del Sol por un cambio de fase. Por otro lado Vieytes & Mauas (2004), modelando estrellas de tipo solar con diferentes niveles de actividad, encuentran que la respuesta del Ca II no es lineal con el nivel de actividad cromosférica; este hecho sugeriría, por el contrario, que la existencia de pocas estrellas con valores intermedios de S se debe a la respuesta de la emisión del Ca II con respecto al calentamiento cromosférico, y no a una discontinuidad de la relación entre la actividad y la rotación o la edad.

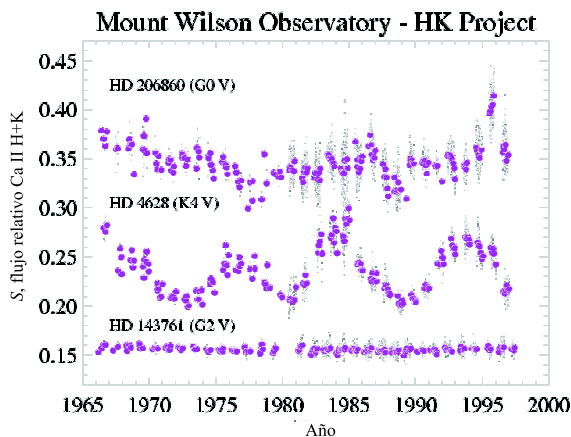


Figura 5.5: Clases de variabilidad del índice S : variable (HD 206860), cíclica (HD 4628) y no variable (HD 143761) (Haisch & Schmitt, 1996).

Variaciones magnéticas y de brillo

Experimentos realizados en los satélites *Solar Maximum Mission*, *Nimbus-7* y *Earth Radiation Budget* muestran que durante el ciclo de 11 años el aumento en el porcentaje de superficie solar recubierta por manchas está acompañado por un aumento en la constante solar. Algunos modelos sugieren que estas variaciones de irradiancia están gobernadas por

regiones magnéticas brillantes, las fáculas, produciendo una correlación directa entre manchas solares y cambios en la constante solar.

A partir de 1984 Wes Lockwood, Richard Radick y Brian Skiff comenzaron a realizar observaciones de variabilidad fotométrica en estrellas incluidas en el Proyecto HK, obteniendo flujos fotométricos de alta precisión de colores Strömgren b e y . El objetivo de estas mediciones era obtener análogos a la variación total de irradiancia que acompaña el ciclo de actividad solar (Haisch & Schmitt, 1996).

Analizando simultáneamente las observaciones del índice S de Mount Wilson y las mediciones fotométricas de Lowell para estrellas de tipo solar que aparecen en ambas muestras se encuentra un comportamiento similar al del Sol: el brillo y la actividad magnética son proporcionales en escalas temporales del orden de los ciclos de actividad (Baliunas & Soon, 1995).

Por otro lado, si se hace lo mismo con estrellas más jóvenes, se puede observar que el brillo y la actividad magnética están anticorrelacionados. Se desprende entonces que, en contraste con el Sol en la actualidad, las variaciones de irradiancia para el Sol joven debían estar controladas por la absorción de las manchas solares, en vez de por la emisión de las regiones magnéticas. Como por otra parte en estrellas más jóvenes las manchas cubren un mayor porcentaje de la superficie que en el Sol, es de suponer que la escala de variaciones de la constante solar fuese entonces decenas de veces mayor que la actual.

5.3.4. Fulguraciones estelares

La primera fulguración estelar fue observada en 1948, cuando Joy y Humason detectaron por primera vez el incremento en la radiación de una estrella MVe. Desde entonces se hicieron innumerables observaciones en el rango óptico, con especial énfasis en la fotometría. A mitad de los '70 se produjeron las primeras detecciones de emisión coronal durante fulguraciones, en el rango del ultravioleta extremo y en rayos X.

La duración y la liberación de energía de las fulguraciones estelares observadas difieren en varios órdenes de magnitud. Las más débiles se han registrado en la estrella M5V Próxima Centauri, con una energía liberada muy similar al caso solar, mientras que una de las más energéticas ocurrió en la estrella G3V CF Tuc. Esta fulguración duró más de 10 días y radió una energía total de 10^{37} erg, cinco órdenes de magnitud más que una fulguración solar (Haisch & Schmitt, 1996).

Contrariamente a lo que ocurre en el Sol, las fulguraciones estelares pueden radiar energías significativas comparadas con la emisión de la estrella, lo que implica condiciones extremas para los mecanismos de almacenamiento, transporte y liberación de la energía.

Si el Sol es una estrella típica, es de suponer que todas las estrellas GV presentan fulguraciones. Pero debido al bajo contraste óptico entre una fulguración y el flujo integrado en todo el disco, recién se pudo observar una fulguración en una estrella G0V (π^1 U Ma) en 1986, con el satélite *Exosat* (Haisch & Schmitt, 1996). Las estrellas con muy baja luminosidad intrínseca, como las MV y KV tardías, presentan en cambio un contraste mucho mayor. Es por eso que el estudio de las fulguraciones estelares se ha limitado casi exclusivamente a estos tipos de estrellas, y sólo en casos particularmente energéticos se han observado fulguraciones en estrellas de tipo solar.

Capítulo 6

Las observaciones y su procesamiento

El que lee sabe mucho, pero el que observa sabe más.

ALEJANDRO DUMAS

6.1. Instrumento utilizado

Las observaciones realizadas para este trabajo se llevaron a cabo en el Complejo Astronómico El Leoncito (CASLEO), que se encuentra ubicado a 2552 m sobre el nivel del mar, en las estribaciones occidentales de la cadena del Tontal, en la precordillera sanjuanina, 30 km al sur de la ciudad de Barreal. Todo el complejo se halla dentro de una Reserva Astronómica de 70 000 ha, lo que garantiza la preservación de la calidad de su cielo. A partir de 1995 esta área fue declarada Reserva Natural Estricta.

El telescopio utilizado tiene un diámetro de 2.15 m. Cuenta con un detector CCD (*charge-coupled device*) TEK de 1024×1024 píxeles de $24 \mu\text{m}$ de lado cada uno. El chip es adelgazado (*thinned*) y sin recubrimiento (*coating*) y está iluminado por detrás.

El espectrógrafo REOSC, cuyo diagrama óptico se muestra en la figura 6.1, es un instrumento diseñado para trabajar en dos modos operativos, que se detallan a continuación:

- ▷ El modo de dispersión simple (DS) utiliza un espejo plano. Se obtiene entonces un espectro de 1024 píxeles de ancho, de baja dispersión.
- ▷ El modo de dispersión cruzada (DC) utiliza en vez del espejo una red *echelle*, permitiendo obtener entonces varios órdenes espectroscópicos de 1024 píxeles de ancho, y por lo tanto una resolución mucho mayor.

La luz proveniente del objeto observado atraviesa primero una ranura cuya altura es de 30 mm, que se encuentra inclinada de forma tal que el haz de luz no incide en forma normal, sino que parte del haz la atraviesa y sigue el recorrido a lo largo del instrumento y parte del haz se refleja y luego es adquirido por una cámara de TV intensificada, Fairchild, que se usa para guiar visualmente la estrella de manera que quede en el centro de la ranura. La

cámara adicional (SBIG) modelo ST-4 que se usa para guiar el campo puede utilizarse con cualquier estrella más brillante que magnitud 11 aproximadamente. El *decker* tiene como función limitar la altura de la ranura, con ciertas posiciones predefinidas que permiten desde obturar completamente la ranura hasta dejarla al descubierto. La longitud del *decker* utilizado depende del *seeing*^(a) de la atmósfera y del tipo de espectroscopía que se esté realizando. El obturador opera automáticamente a través del *software* del instrumento, permitiendo la llegada de luz al detector de acuerdo con el tiempo de exposición definido por el usuario.

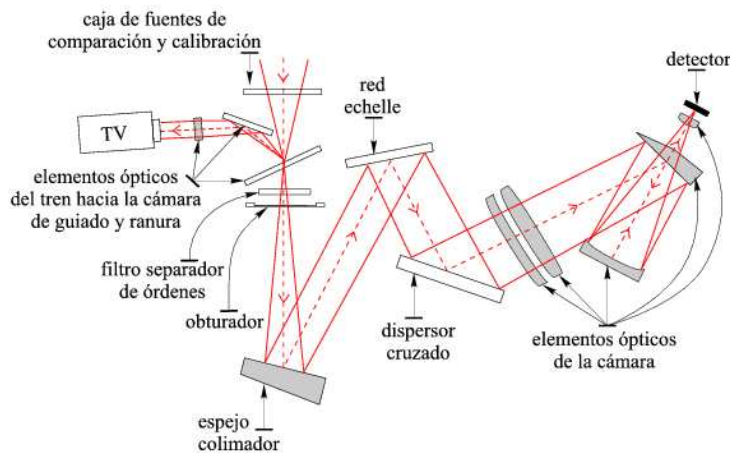


Figura 6.1: Diagrama óptico del espectrógrafo.

6.1.1. Modo de dispersión cruzada (DC)

La red *echelle* es una red de difracción por reflexión, cuyo rayado es relativamente grueso. Proporciona una gran dispersión y alta resolución (Skoog & Leary, 1996). La red *echelle* disponible tiene unas dimensiones de 128×254 mm, siendo los surcos paralelos a la dirección más corta de la red. Tiene 79 l/mm y se encuentra montada en forma fija. Esta red es la que determina la dispersión lineal del espectro y el rango espectral libre, es decir, la diferencia de longitud de onda entre dos puntos que se encuentran en órdenes sucesivos y con el mismo ángulo de difracción. El espectrógrafo en modo DC es capaz de cubrir en forma completa el espectro hasta poco antes de los 8000 Å. Más allá de esta longitud de onda se pierde parte del espectro (dos órdenes consecutivos no tienen regiones que se solapen en longitud de onda). Además, la eficiencia cuántica del CCD disminuye después de los 7000 Å. El objetivo del dispersor cruzado es separar los diferentes espectros producidos por la red *echelle* para cada orden, originalmente superpuestos. El CASLEO cuenta actualmente con 8 dispersores cruzados. La elección del mismo depende del rango espectral que se quiere observar y de la resolución requerida (Levato, 1997).

En nuestro caso, el dispersor cruzado elegido es una red de 316 l/mm con un ángulo de $5^\circ 20'$, que determina cuáles órdenes espectroscópicos llegan al CCD. El *decker* utilizado fue el 8, y la apertura de la ranura fue de $300 \mu\text{m}$, ya que en este modo el objetivo primordial era obtener una alta resolución espectral, y una mayor apertura de ranura implica una menor

^(a)Tamaño de una imagen puntual debido a la difracción atmosférica.

resolución. Con esta configuración, obtuvimos espectros en el rango de 3890 a 6690 Å a una resolución de 0.141 a 0.249 Å por píxel ($R = \lambda/\delta\lambda \approx 26400$).

En la tabla 6.1 se incluye el registro de las observaciones en alta dispersión. En § 6.2.4 y § 6.2.5 se explica el procedimiento de extracción y calibración en flujo respectivamente para los espectros en modo DC. El MJD es el Día Juliano modificado, definido como Día Juliano - 2 451 000. El rótulo que identifica cada observación, tanto en esta tabla como en la tabla 6.2, está construido con el mes y año de la observación, y una letra que indica la noche.

Dispersión cruzada							
Fecha	MJD	Rótulo	Espectros calibrados	Fecha	MJD	Rótulo	Espectros calibrados
03.03.99	241	0399b	5	11.06.03	1802	0603a	14
04.03.99	242	0399c	5	12.06.03	1803	0603b	38
22.03.00	626	0300b	9	13.06.03	1804	0603c	14
23.03.00	627	0300c	7	11.09.03	1894	0903a	27
11.08.00	768	0800a	15	12.09.03	1895	0903b	23
12.08.00	769	0800b	18	13.09.03	1896	0903c	21
13.08.00	770	0800c	21	14.09.03	1897	0903d	15
14.08.00	771	0800d	-	05.12.03	1979	1203a	31
03.03.01	972	0301a	12	06.12.03	1980	1203b	12
04.03.01	973	0301b	6	07.12.03	1981	1203c	10
05.03.01	974	0301c	14	08.12.03	1982	1203d	16
03.07.01	1094	0701a	24	07.03.04	2072	0304a	23
04.07.01	1095	0701b	22	08.03.04	2073	0304b	24
05.07.01	1096	0701c	14	09.03.04	2074	0304c	12
01.12.01	1245	1201a	9	10.03.04	2075	0304d	-
02.12.01	1246	1201b	15	01.06.04	2158	0604a	-
03.12.01	1247	1201c	18	02.06.04	2159	0604b	-
29.03.02	1363	0302a	30	03.06.04	2160	0604c	1
30.03.02	1364	0302b	13	04.06.04	2161	0604d	1
31.03.02	1365	0302c	11	24.09.04	2273	0904a	-
25.06.02	1451	0602a	24	25.09.04	2274	0904b	1
26.06.02	1452	0602b	24	26.09.04	2275	0904c	-
27.06.02	1453	0602c	12	27.09.04	2276	0904d	-
30.08.02	1517	0802a	19	22.11.04	2332	1104a	-
31.08.02	1518	0802b	25	23.11.04	2333	1104b	-
01.09.02	1519	0802c	29	24.11.04	2334	1104c	-
21.11.02	1600	1102a	18	25.11.04	2335	1104d	-
22.11.02	1601	1102b	15	18.03.05	2448	0305a	1
23.11.02	1602	1102c	23	19.03.05	2449	0305b	-
14.03.03	1713	0303a	29	20.03.05	2450	0305c	-
15.03.03	1714	0303b	26	21.03.05	2451	0305d	-
16.03.03	1715	0303c	12	01.06.05	2523	0605u	1
17.03.03	1716	0303d	6	21.06.05	2543	0605a	1
				22.06.05	2544	0605b	-
				23.06.05	2545	0605c	-
				24.06.05	2546	0605d	-

Total de estrellas observadas	115
Total de estrellas calibradas en flujo	108
Total de espectros calibrados en flujo	816

Tabla 6.1.: Registro (*log*) de las observaciones en DC.

6.1.2. Modo de dispersión simple (DS)

Para las observaciones en baja dispersión, se reemplaza la red echelle por un espejo plano. En este caso, la red utilizada tiene 300 l/mm. Se usó el *decker* 5, y la apertura de la ranura fue de 400 μm , lo que nos aseguraba que, aún con malas condiciones atmosféricas, todo el disco estelar entrase en la ranura. El ángulo elegido fue de $4^\circ 30'$. Esta configuración nos permitió obtener un rango espectral de 3700 a 7000 Å aproximadamente. La resolución espectral obtenida es de ≈ 3.4 Å por píxel ($R = \lambda/\delta\lambda < 2000$).

En la tabla 6.2 se incluye el rótulo de las observaciones en baja dispersión. En § 6.2.2 y § 6.2.3 se explica el procedimiento de extracción y calibración en flujo respectivamente para los espectros en modo DS.

Dispersión simple			
Fecha	MJD	Rótulo	Calibradas en flujo
02.03.99	240	0399a	–
21.03.00	625	0300a	–
01.04.02	1366	0302d	53
28.06.02	1454	0602d	–
02.09.02	1520	0802d	90
24.11.02	1603	1102d	74

Tabla 6.2.: Registro de las observaciones en DS.

6.2. Procesamiento de las observaciones

Las imágenes en bruto obtenidas por la cámara CCD requieren de un proceso de reducción. El programa que utilizamos para este procesamiento es el IRAF (*Image Reduction and Analysis Facility*), distribuido por *National Optical Astronomy Observatories*. En la figura 6.2 se muestran dos imágenes de una estrella tal como son adquiridas por el CCD, en configuración DS y DC. En el segundo caso, el eje horizontal es proporcional a la longitud de onda de la luz recibida, mientras que en el vertical se separan los diferentes órdenes espectroscópicos adquiridos.

La tarea de reducción de imágenes consta principalmente de dos etapas. La primera está relacionada con las características físicas inherentes al CCD utilizado, mientras que la segunda depende del instrumento y del tipo de estudio posterior que se quiera realizar con las imágenes. En ambos casos es necesario además tomar una serie de imágenes auxiliares.

6.2.1. Correcciones propias del CCD

Independientemente del instrumento utilizado para las observaciones, al adquirir una imagen con un CCD hay ciertos efectos que deben ser removidos antes que las imágenes sean utilizables. El CCD es un detector fotoconductor: tiene una superficie fotosensitiva, hecha de silicio, que al absorber un fotón libera una carga eléctrica que luego es almacenada en una región absorbente. La cantidad de carga almacenada es proporcional al número de fotones incidentes, pero esta respuesta es lineal sólo después de corregir la imagen adquirida.

La mayoría de los efectos a remover son aditivos. Entre ellos se puede nombrar:

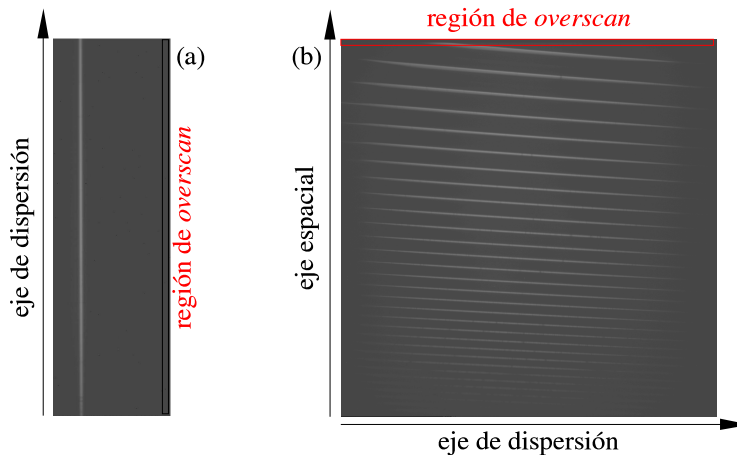


Figura 6.2: Imágenes tal cual son adquiridas por el CCD, antes de ser procesadas. (a) Configuración DS. (b) Configuración DC. En ambos casos el rango espectral observado es aproximadamente el mismo, de 3900 a 7000 Å.

- ▷ *Offset* de fabricación: Todo CCD tiene un dado *offset*, es decir, hay cierta cantidad mínima de corriente electrónica que le llega independientemente de la cantidad de luz recibida durante el tiempo que está iluminado por el objeto observado. Este umbral depende de ciertos parámetros como la posición del telescopio y la temperatura, por lo que es diferente para cada imagen y debe ser removido individualmente.
- ▷ Eficiencia cuántica: Los píxeles que conforman el CCD tienen diferente eficiencia cuántica, lo que produce una variación de ganancia entre uno y otro.
- ▷ Corriente oscura: Se conoce con este nombre a la corriente que le llega al CCD y que no proviene de la luz que recibe.

Hay también cierta cantidad de efectos multiplicativos que producen variaciones de ganancia de píxel a píxel:

- ▷ Respuesta a la longitud de onda: El CCD tiene diferentes ganancias dependiendo de la longitud de onda recibida. Este fenómeno es usualmente descripto mediante la *función de blaze* del CCD, o sea la dependencia funcional de la ganancia con la longitud de onda.
- ▷ Iluminación no uniforme: Dado que la luz incide sobre el CCD con un determinado ángulo, fijado por la disposición instrumental y por el rango en longitud de onda que se quiere observar, la iluminación que recibe el CCD no es uniforme, siendo ésta otra fuente de variación en ganancia.

Para remover el *offset*, cada imagen contiene una región llamada *overscan* (ver figura 6.2) que no recibe luz proveniente del objeto. Esta región es una delgada banda paralela a la dirección de la dispersión. Se promedia entonces la intensidad del *overscan* en la dirección perpendicular a la dispersión, obteniendo un valor de *offset* en función de la dispersión, y simplemente se resta esta función de la imagen en bruto. Este procedimiento remueve la mayor parte del *offset* de fabricación y se realiza sobre cada imagen con su propia región de *overscan*.

Pero dado que se ha restado un *offset* promedio, aún quedan variaciones residuales de píxel a píxel. Para removerlas se utilizan los *bias*, imágenes auxiliares que se toman con tiempo de exposición nulo. Los *bias* también se corrigen por la región de *overscan*, y como la

única corriente que reciben es la debida al *offset*, su intensidad remanente es la debida sólo a estas pequeñas variaciones individuales. A todas las imágenes se les resta un *bias* promedio (generalmente se adquieren 10 de estas imágenes por noche).

El siguiente paso es remover la corriente oscura. Para eso se requiere otro grupo de imágenes auxiliares, los *darks*, que son imágenes adquiridas con el obturador cerrado y tiempo de exposición similar al utilizado en las imágenes a ser calibradas. La cantidad de corriente oscura depende de la antigüedad del detector, y el CCD con que cuenta el CASLEO es relativamente nuevo. En los primeros turnos de observación hemos adquirido *darks* pero, dado que la intensidad de éstos, una vez corregidos por el *bias*, era sumamente uniforme y casi nula, decidimos no corregir por corriente oscura, ya que si no es un efecto realmente importante, el restar los *darks* a las imágenes puede empeorar su resolución en lugar de mejorarla.

El último paso es tener en cuenta las variaciones de ganancia de píxel a píxel debida a los efectos multiplicativos. Esta fase suele ser la más crítica de todas, ya que la respuesta del CCD a diferentes longitudes de onda depende fuertemente del tipo de luz con la cual se lo ilumina. Para llevar a cabo esta corrección se toman imágenes de *flats*, que si bien existen de diferentes tipos, son básicamente imágenes de luz uniformemente distribuida. Si bien en todos los turnos hemos adquirido *flats*, éstos no son de muy alta calidad, por lo que introducen ruido extra en las imágenes. En las imágenes DS la función de *blaze* no es muy importante, pero no es este el caso en las imágenes DC. En § 6.2.5 explicamos el método que diseñamos para corregir la función de *blaze* de las imágenes de alta dispersión al tiempo que las calibramos en flujo.

Una vez realizados estos procedimientos sobre una imagen en bruto, se obtiene otra imagen ya corregida por los efectos inherentes al CCD utilizado y lista para ser reducida de acuerdo a los requerimientos posteriores.

En la siguiente etapa de reducción se requieren de técnicas propias al instrumento de observación utilizado y al tipo de estudio que será realizado posteriormente.

6.2.2. Extracción de los espectros DS

La extracción de las imágenes DS se realiza determinando primero la región de la imagen donde está el espectro. Se puede suponer que el espectro es un rectángulo cuyo lado mayor está relacionado con la longitud de onda de la luz incidente y el menor con el ancho del *decker* utilizado. El proceso de extracción consiste entonces en sumar para cada “longitud de onda” (en rigor, para cada píxel de la dirección de dispersión) las intensidades a lo ancho de la ranura. Se extrae esa información, y se obtiene entonces la intensidad (en realidad, el número de cuentas adquirido por el CCD) en función del número de píxel, como se puede ver en la figura 6.3 (a).

Es necesario entonces establecer la relación entre el número de píxel y la longitud de onda. Para eso se utilizan imágenes auxiliares de **lámparas de comparación**. Éstas son imágenes de lámparas con líneas espectrales bien determinadas, adquiridas con la misma configuración instrumental que la utilizada para las estrellas de la muestra. En el modo DS, la fuente de comparación actualmente disponible es una lámpara de CuArNe. Para cada estrella entonces se adquiere también una de estas comparaciones, dado que la diferente orientación del telescopio en principio puede alterar la distribución espacial. Las comparaciones se extraen

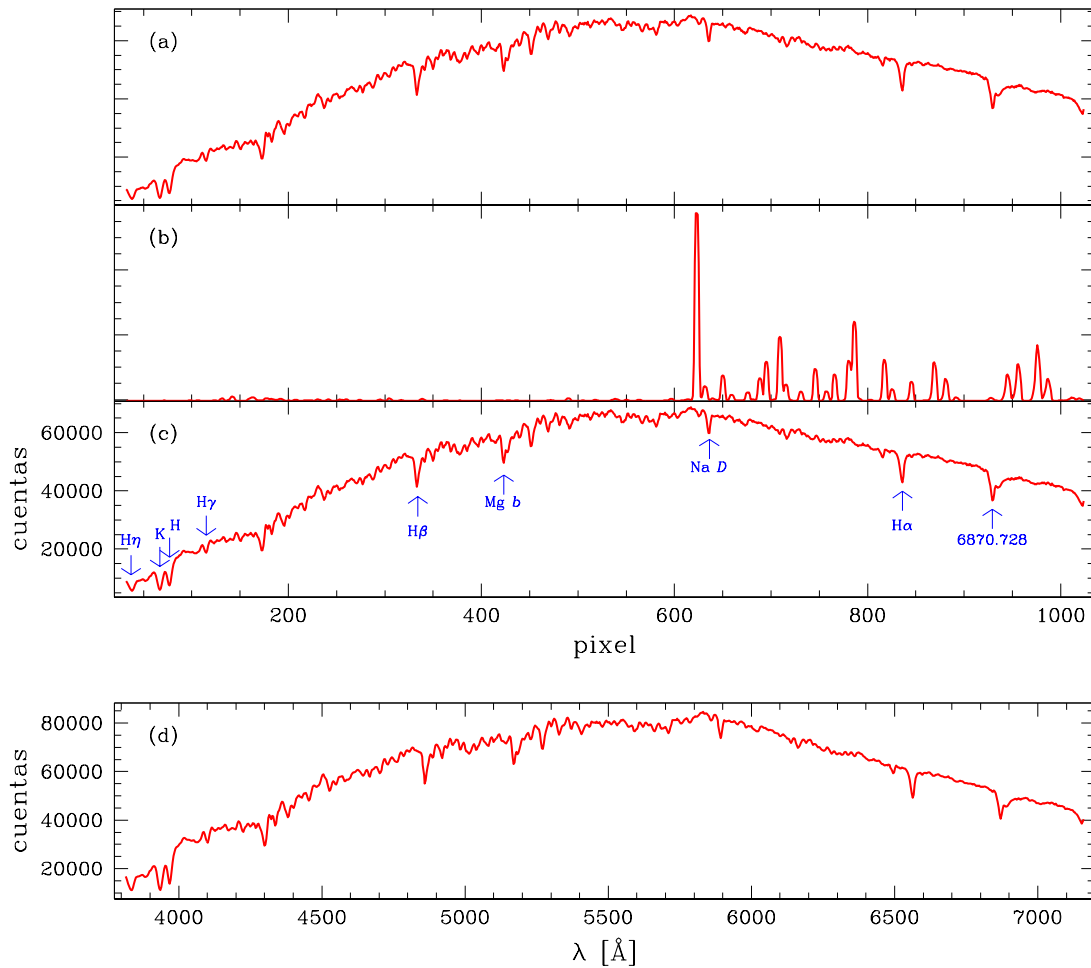


Figura 6.3: Extracción de un espectro DS, correspondiente a HD30495 (G28 en la tabla 7.1). El espectro fue tomado con un tiempo de exposición de 30 s. (a) Espectro extraído de la estrella. (b) Lámpara de comparación para esa estrella. Se puede ver que en la mitad azul no hay líneas espectrales que puedan ser identificadas. (c) Líneas –de la estrella misma– utilizadas para calibrar en longitud de onda. (d) Espectro de la estrella calibrado en longitud de onda con las líneas indicadas en la figura anterior.

utilizando exactamente la misma geometría que la utilizada en su estrella asociada. Luego se identifican la mayor cantidad posible de líneas espectrales de los elementos en que emite la lámpara y se realiza un ajuste, de forma de obtener la longitud de onda en función del número de píxel; por último se aplica esta función al espectro estelar extraído.

La lámpara de CuArNe disponible en el CASLEO para el modo DS tiene uno de sus componentes desgazado. Al trabajar entonces en el rango de longitudes de onda que utilizamos, las líneas que deberían aparecer en la mitad azul de las comparaciones tenían intensidad casi nula, como se aprecia en la figura 6.3 (b). Ajustar una función entre la longitud de onda y el número de píxel introducía entonces errores de calibración. Alternativamente, lo que hicimos fue calibrar en longitud de onda con líneas espectrales de la misma estrella, como se indica en la figura 6.3 (c).

6.2.3. Calibración en flujo de los espectros DS

El procedimiento para calibrar en flujo requiere de imágenes auxiliares de **estrellas estándares espectrofotométricas**. Éstas son estrellas que están muy estudiadas y de las que se ha medido con precisión el flujo relativo en función de la longitud de onda. Las elegidas para este trabajo tienen tabulado el flujo en intervalos de 16 Å.

Durante cada noche de observación en modo DS, hemos adquirido regularmente imágenes de estas estrellas estándares, a un promedio de 8 por noche. En la tabla 6.3 se detallan las estrellas estándares utilizadas y sus tipos espectrales.

HR	Tipo Esp.
718	B9 I
1996	09 V
3454	B3 V
4468	B9.5 V
4963	A1 IV
5501	B9.5 V
7596	A0 I
8634	B8 V
9087	B7 I

Tabla 6.3.: Estrellas estándares espectrofotométricas observadas.

El procedimiento habitual de calibración en flujo de espectros DS es el siguiente: una vez extraídas y calibradas en longitud de onda la estrella de la muestra y la estrella estándar –ver figura 6.4 (a)–, se integra esta última en intervalos de longitud de onda idénticos a los tabulados. Se construye entonces una tabla donde cada fila representa uno de estos intervalos: en la primera columna aparece la longitud de onda central de cada intervalo, en la segunda el flujo relativo medido para estas estrellas estándares en cada intervalo, en la tercera el ancho del intervalo y en la cuarta el número de cuentas integrado en el espectro observado de la estándar. Obtenemos entonces una relación entre cantidad de cuentas y flujo relativo para las longitudes de onda tabuladas. Se hace un suavizado de la interpolación a estos puntos para obtener un factor de calibración para cada longitud de onda del espectro extraído. En la figura 6.4 (c) se muestran los puntos y la curva de ajuste. Esta curva se conoce con el nombre de **función sensibilidad**. Dividiendo al espectro extraído de la estrella por la sensibilidad, se obtiene finalmente un espectro calibrado en flujo, como el que se muestra en la figura 6.4 (d).

Antes de aplicar este procedimiento a todos los espectros de la muestra, para cada noche calibramos las estrellas estándares en forma cruzada, y comparamos estas calibraciones con el flujo tabulado de las mismas estándares. Descartamos en cada noche las estándares que produjesen que el flujo se apartase en más de un 10 % del tabulado, y típicamente nos quedamos con 5 ó 6 estándares por noche. En los casos en que las funciones sensibilidad fuesen muy parecidas, hemos promediado estas funciones, y cuando diferían a lo largo de la noche, para cada estrella hemos tomado la estándar que más cerca hubiese sido observada. Así hemos calibrado las estrellas de la muestra en DS.

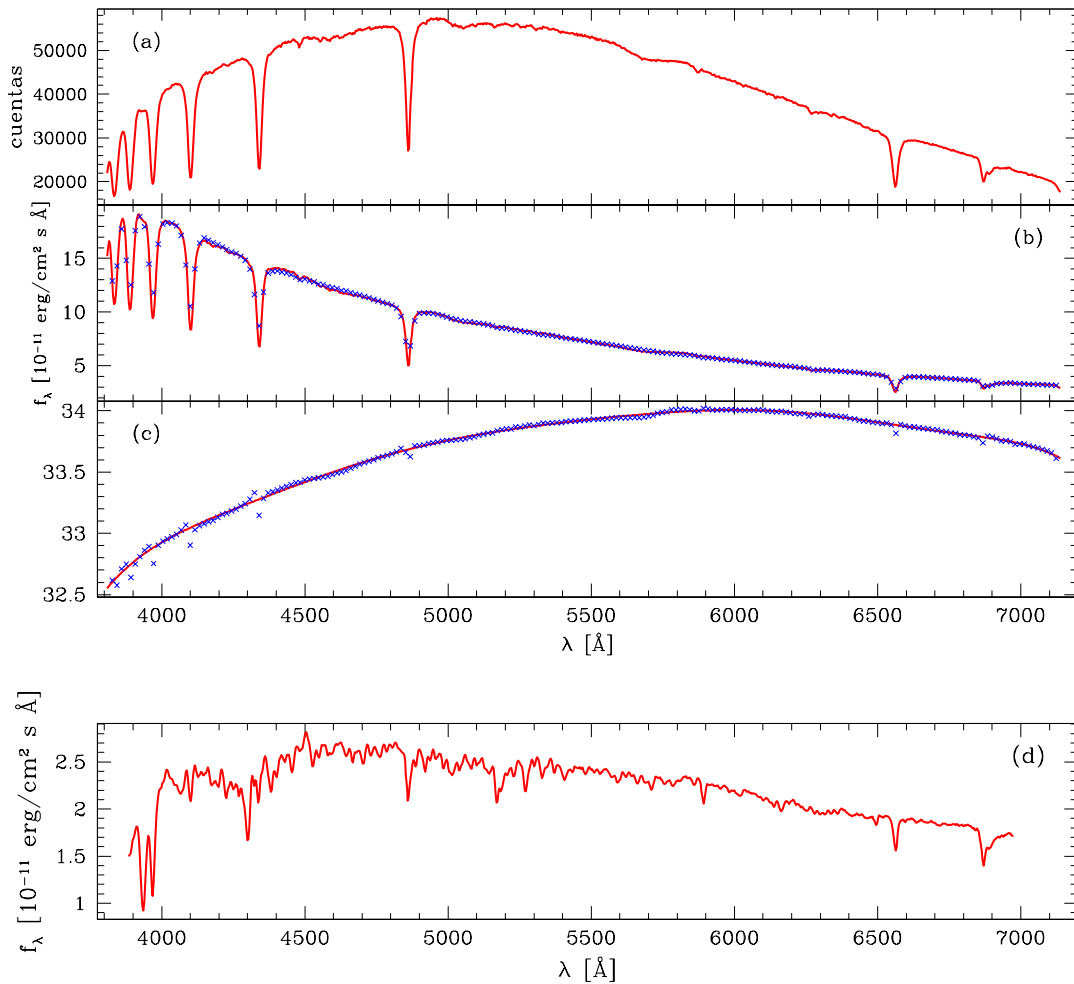


Figura 6.4: Calibración en flujo de un espectro DS. (a) Espectro extraído de la estrella estándar –siguiendo el procedimiento descrito en § 6.2.2–, en este caso HR718. (b) Espectro de la estrella estándar calibrado en flujo. Con cruces azules se muestra el flujo tabulado para esta estándar en intervalos de 16 \AA . (c) Función sensibilidad (relación entre el número de cuentas y el flujo para la estándar, en unidades de magnitud). En cruces azules se muestran los puntos de calibración utilizados. (d) La misma estrella de la figura 6.3, ya calibrada en flujo con esta función sensibilidad.

6.2.4. Extracción de los espectros DC

La extracción de los espectros en configuración DC y su calibración en longitud de onda es muy similar a los de la configuración DS. La única diferencia radica en que cada imagen tiene varios órdenes espectroscópicos, cada uno de los cuales requiere de un procedimiento como el explicado en § 6.2.2. Las comparaciones utilizadas en este caso son lámparas de ThAr, que se pudieron calibrar en longitud de onda con muy buena precisión. En la figura 6.5 se muestran los dos órdenes más extremos extraídos y calibrados en longitud de onda para la misma estrella que en la figura 6.3.

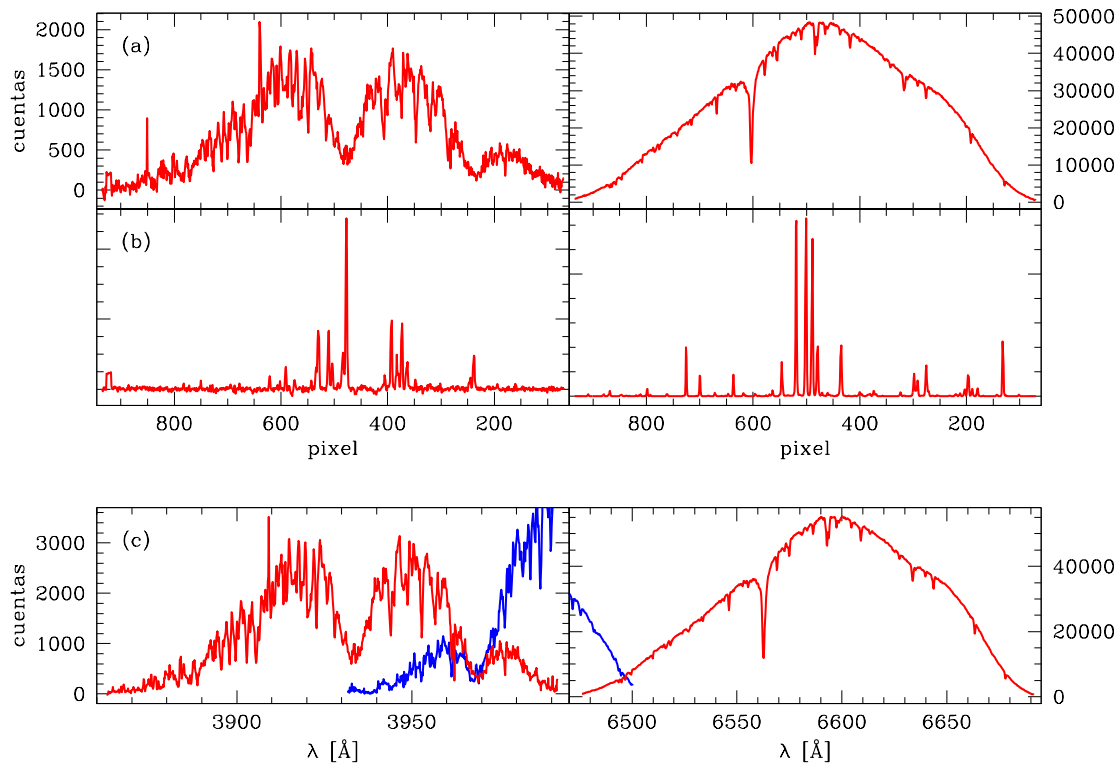


Figura 6.5: Extracción de un espectro DC. Los espectros obtenidos con la configuración instrumental utilizada constan de 24 órdenes espectroscópicos. En esta figura se muestra en la primera columna el orden 57, el más azul, donde se puede apreciar el doblete H y K del Ca II, y en la segunda columna el orden 38, el más rojo, en donde se encuentra la línea de H α . La estrella es la misma que en la figura 6.3, pero el tiempo de exposición es de 6 m. (a) Espectro de una estrella extraído. (b) Lámpara de comparación para esa estrella. (c) Espectro de la estrella calibrado en longitud de onda. En azul se puede apreciar la superposición de órdenes consecutivos.

Contaminación con rayos cósmicos

Los rayos cósmicos son partículas cargadas muy energéticas que llegan a la Tierra principalmente desde fuera del Sistema Solar. Cuando ocasionalmente inciden en el objetivo del telescopio, son recolectadas también por el CCD, junto con la luz proveniente de la estrella. Si bien en los espectros DS los rayos cósmicos son casi irrelevantes, no es así en el caso de los espectros DC, donde los tiempos de integración involucrados son entre 10 y 20 veces mayores a los de DS. Las estrellas más débiles pueden involucrar tiempos de exposición de varias horas, y es muy usual encontrar sus espectros contaminados con rayos cósmicos.

A fin de eliminar los rayos cósmicos, tomamos para cada estrella en cada turno dos espectros consecutivos. Si bien el *software* IRAF cuenta con rutinas que permiten combinarlos de forma tal de limpiarlos de rayos cósmicos, éstas están diseñadas para el caso en que ambas imágenes sean muy similares. Éste no es el caso con las imágenes del CASLEO, donde el *seeing* es muy cambiante y dos imágenes consecutivas pueden tener muy diferente calidad. Es entonces que recurrimos a otro procedimiento: primero sumamos ambas imágenes, para aumentar la relación señal-ruido y facilitar el proceso de extracción del espectro. Una vez extraído y calibrado en longitud de onda este espectro combinado, se extrajeron los dos espec-

tros originales usando exactamente la misma configuración geométrica que para el espectro sumado. En la figura 6.6 (a) se puede ver el orden más azul de los dos espectros así extraídos. En los párrafos siguientes llamaremos “1” al espectro en azul y “2” al rojo. Se puede apreciar que el espectro “1” tiene un intenso rayo que se va de escala de la figura, y el espectro “2” algunos más pequeños. En la figura 6.6 (b) se muestra la suma de ambos espectros, donde los rayos cósmicos permanecen.

El siguiente paso fue entonces combinarlos, teniendo en cuenta que podían diferir entre

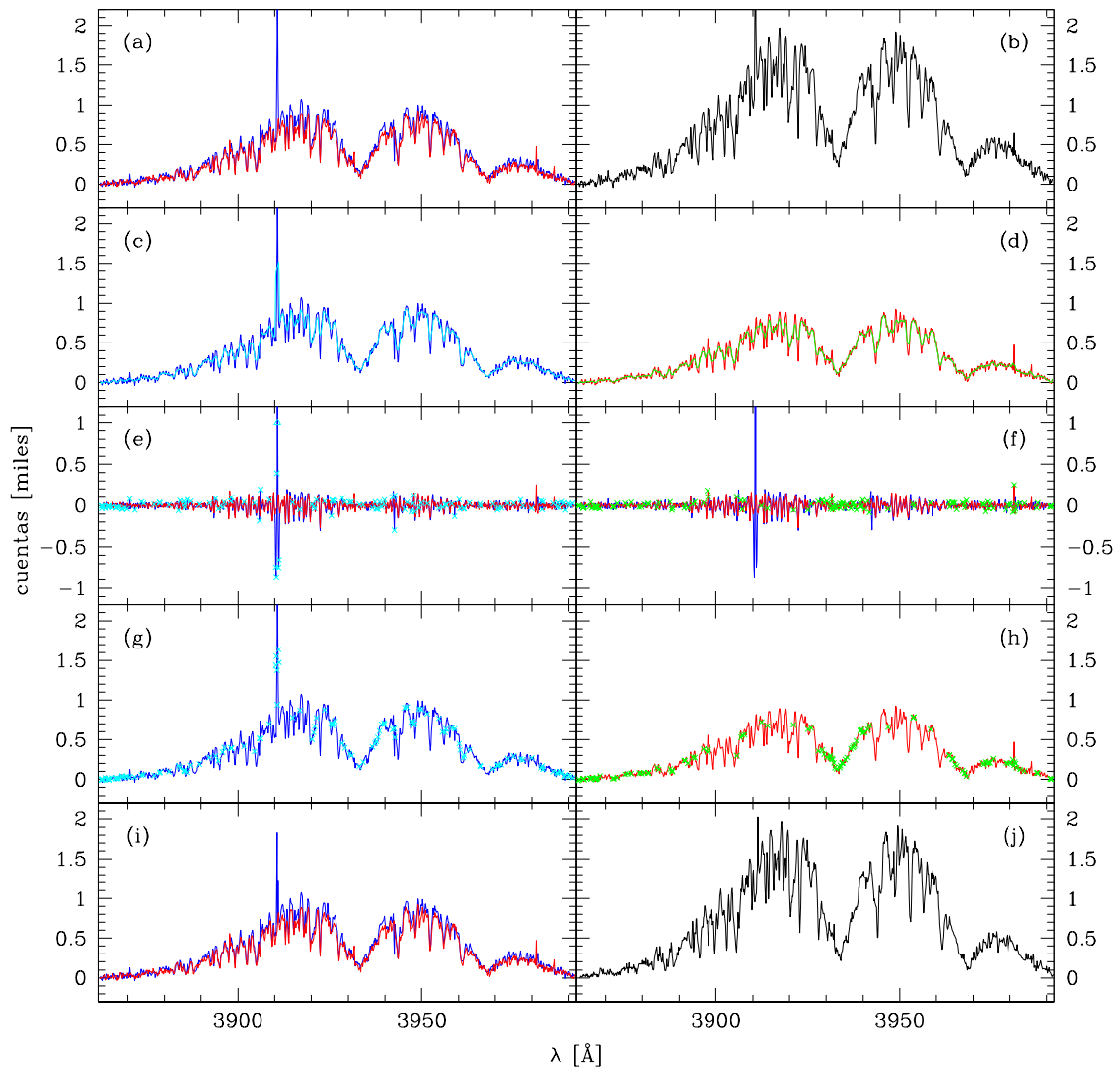


Figura 6.6: Pasos para limpiar los rayos cósmicos. (a) Dos espectros consecutivos de la misma estrella: “1” (azul) y “2” (rojo). (b) La suma directa de ambos espectros. (c) Espectro “1” y su suavizado con 7 puntos. (d) Ídem anterior para el espectro “2”. (e) En azul, la diferencia entre el espectro “1” y su suavizado; en rojo, lo mismo para el espectro “2”. En cruces se indican los puntos “malos” del espectro “1”. (f) Ídem anterior para el espectro “2”. (g) Espectro “1” original; superpuestos los puntos que fueron corregidos. (h) Ídem anterior para el espectro “2”. (i) Los dos espectros corregidos. (j) El espectro combinado final.

Notar que en todas las figuras, excepto en (e) y (f), la escala es la misma. La estrella que se muestra es HD19034 (G50); cada imagen tiene un tiempo de exposición de 900 s.

ellos en intensidad, no sólo por posibles diferencias en el tiempo de exposición, sino también por condiciones atmosféricas variables; y combinarlos de forma tal de limpiarlos de rayos cósmicos. Para esto se diseñó un algoritmo, que básicamente hace lo siguiente:

- 1 ▷ Compara ambos espectros extraídos. Para cada longitud de onda, corrobora que el nivel de ruido sea relativamente bajo (esto es importante sobre todo en los órdenes más azules, donde la relación señal-ruido es menor).
- 2 ▷ Si en una longitud de onda uno de los espectros es mucho mayor que el otro, reemplaza en ese píxel el valor mayor por el menor; esto supone que una señal excesivamente grande es producto de un rayo cósmico. Estos espectros así corregidos reemplazan a los originales. “Mucho mayor” se refiere en este caso a un orden de magnitud. Si bien la mayoría de los rayos no son tan intensos (de hecho el de la figura 6.6 no lo es), puede haber diferencias sustanciales en la intensidad de una línea de emisión entre dos espectros consecutivos, debidas por ejemplo a fulguraciones, como veremos más adelante. Es importante entonces que el algoritmo diferencie entre una línea “real” (que más o menos intensa, estará en ambos espectros) y una línea espúrea, dado que la probabilidad de que un rayo cósmico afecte en el mismo lugar a dos espectros es casi nula. Este paso entonces sólo descarta los escasos rayos cósmicos extremadamente intensos, pero es necesario para que los pasos #3 y #4 funcionen correctamente.
- 3 ▷ Una vez hecha esta comparación para todas las longitudes de onda, suaviza ambos espectros: para cada longitud de onda, reemplaza el número de cuentas por el promedio entre las cuentas de ese punto, los 3 inmediatamente posteriores y los 3 inmediatamente consecutivos. En las figuras 6.6 (c) y (d) se pueden ver, respectivamente, los espectros “1” y “2” originales superpuestos a sus suavizados.
- 4 ▷ Compara la diferencia entre el espectro original (ya corregido según #2) y el espectro suavizado. Si la diferencia para uno de los espectros es mayor a cierta cantidad de veces la diferencia para el otro de los espectros, marca ese píxel como “malo” (éste paso, al hacerse sobre diferencias relativas, es independiente de cuánto más intensa sea una imagen original respecto de la otra). Como los rayos cósmicos tienen anchos típicos de entre 3 y 5 píxeles, aún al restarle el espectro suavizado siguen sobresaliendo; mientras que si se trata de una línea en emisión, ésta se encuentra en ambos espectros y por lo tanto no se considera “mala”.
El paso #2 es necesario porque si el rayo cósmico es demasiado intenso, aún seguirá presente en el espectro suavizado, por lo que la diferencia con el original no será lo suficientemente grande como para ser considerado un punto “malo”. En las figuras 6.6 (e) y (f) se pueden apreciar, en rojo, la diferencia entre el espectro “1” y su suavizado y en azul lo mismo para el espectro “2”. En la primera se marcan con cruces los puntos señalados como “malos” para el espectro “1”, mientras que en la segunda figura se marcan los puntos “malos” del espectro “2”.
- 5 ▷ Luego de hacer esta comparación para ambos espectros, chequea los píxeles marcados como “malos”. Para esos píxeles, reemplaza el valor original del espectro por una diferencia pesada entre el espectro suavizado de #3 y el original de #2, donde los pesos tienen en cuenta que el suavizado involucra la suma de 7 píxeles. En la figura 6.6 (g) se muestra el espectro “1” original y con cruces se indican los puntos que fueron corregidos de esta

manera. Lo propio se hace con el espectro “2” en la figura 6.6 (h). Además, en (i) se muestran los dos espectros así corregidos.

- 6 ▷ Chequea los píxeles que marcó como “malos” en cada espectro. Si para alguno de ellos la diferencia entre el espectro original y el suavizado es mayor a cierto número, repite la operación desde #3, tomando como espectros originales los corregidos en #5.
- 7 ▷ Cuando no se cumple la condición de #6, deja de iterar y suma ambos espectros así corregidos. En la figura 6.6 (j) se muestra el espectro final.

Comprobamos que este algoritmo funciona muy bien limpiando los espectros de rayos cósmicos. Igualmente, las regiones de los espectros donde se midieron flujos o anchos equivalentes, fueron inspeccionadas visualmente y eventualmente descartadas si aún permanecían contaminadas.

Es importante destacar que una de las ventajas que tiene este procedimiento, dada la cantidad de imágenes de trabajo, es que es totalmente automático, siendo que lo único que es necesario hacer en forma interactiva es la extracción de los espectros originales sumados.

6.2.5. Calibración en flujo de los espectros DC

El paso final consiste o bien en la normalización de los espectros, o bien en su calibración en flujo.

Para un primer trabajo (Cincunegui & Mauas, 2002) normalizamos los espectros. El proceso de normalización es muy delicado, por la importante función de *blaze* de los espectros de alta resolución y porque además ésta varía entre órdenes e incluso cambia a lo largo de una noche de observación por variaciones en las condiciones atmosféricas. En la figura 6.5 se puede apreciar claramente, por un lado, la función de *blaze* del orden de $H\alpha$ (comparar con el espectro ya calibrado en la figura 6.7), y por el otro, que las líneas del Ca II son tan anchas que es imposible determinar el continuo por el cual normalizar en este orden. Además, para las estrellas de tipo espectral K en adelante, las bandas moleculares también son muy importantes, con anchos del tamaño de un orden espectroscópico, resultando por lo tanto casi arbitrario elegir el continuo en estos órdenes. La normalización se llevó a cabo entonces de forma interactiva, buscando para cada orden con mucho cuidado un continuo apropiado por el que dividir.

Este proceso, además de no remover totalmente la función de *blaze*, era por otra parte muy artesanal, en el sentido de que requiere inspeccionar detalladamente cada orden de cada estrella, y la cantidad de espectros de nuestra muestra hacía esta tarea muy engorrosa y lenta.

Es por eso que decidimos calibrar en flujo los espectros. Primeramente se intentó calibrar los espectros utilizando el mismo procedimiento que para el caso DS, mediante la observación de estándares espectrofotométricas. Pero la variación de la función de *blaze* entre los espectros de las estrellas de la muestra y los espectros de las estrellas estándares hizo imposible éste procedimiento.

Finalmente, diseñamos un método para calibrar en flujo los espectros DC, pero utilizando los espectros de baja resolución como imágenes auxiliares. El procedimiento utilizado se puede resumir de la siguiente forma:

Para una estrella dada, se toma el espectro DC que se quiere calibrar y un espectro DS de la misma estrella, elegido previamente, ya calibrado en flujo. El primer paso consiste

en reducir la resolución del espectro DS a 13.69 \AA (4 píxeles), convolucionándolo con una gaussiana de ancho adecuado, para incrementar la relación señal-ruido; ambos espectros se pueden apreciar en la figura 6.7 (a) (se muestran los mismo órdenes espectroscópicos que en la figura 6.5). Este espectro remuestreado se utiliza entonces para obtener una función sensibilidad para cada orden del espectro DC, como si el espectro DS fuese el de una estrella estándar. En la figura 6.7 (b) se puede ver el ajuste hecho a los puntos de calibración. Notar que los puntos cuyas longitudes de onda corresponden a líneas espectrales intensas han sido excluidos para hacer el ajuste. Esto es importante debido a que como utilizamos siempre el mismo espectro DS para una estrella dada, la fecha de observación no coincide en general con la del espectro DC. Por lo tanto, si bien la fotosfera de la estrella (y por lo tanto su continuo) será básicamente la misma, la cromósfera estelar habrá cambiado, por lo que la intensidad de

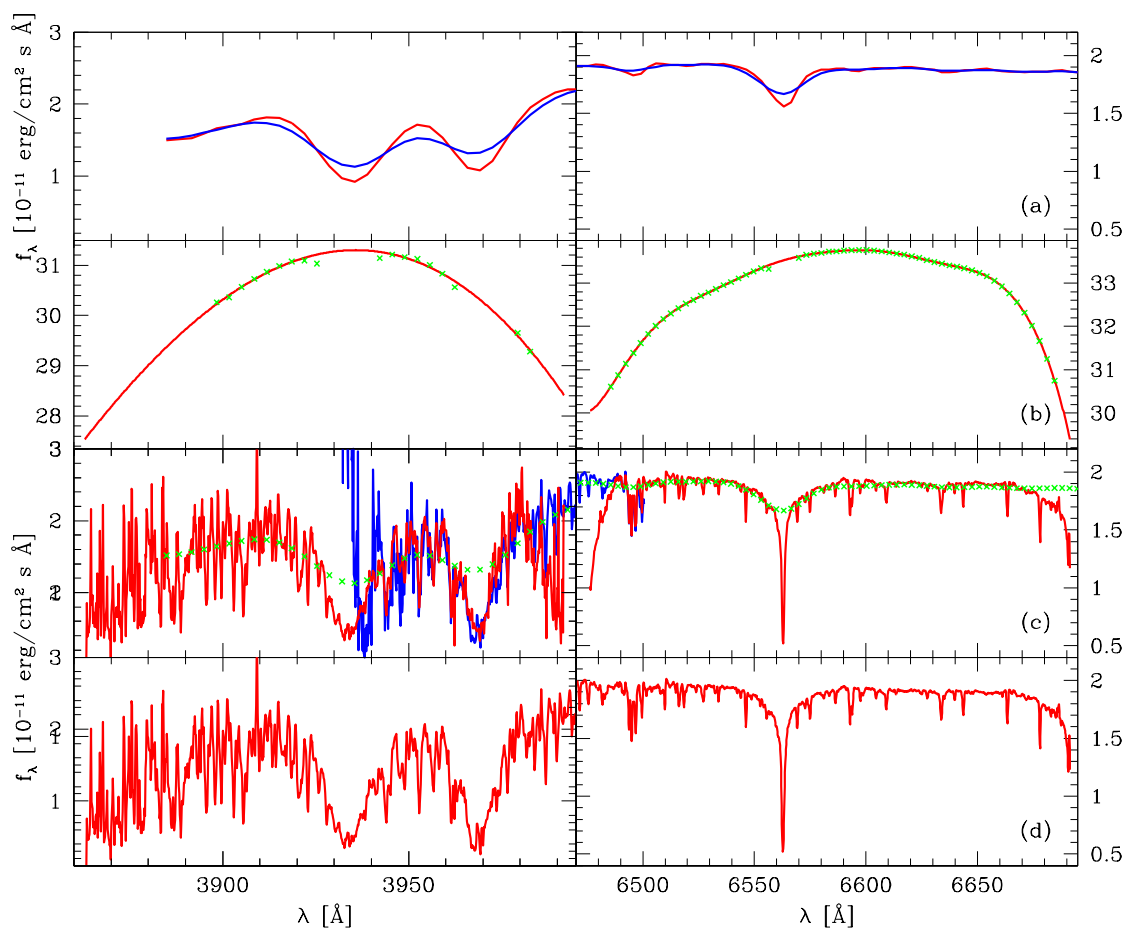


Figura 6.7: Calibración en flujo de un espectro DC. Se muestran los mismos órdenes que en la figura 6.5 para el mismo espectro. (a) La estrella en DS ya calibrada en flujo, en rojo, y remuestreada a 13.69 \AA para aumentar la relación señal-ruido, en azul. Se muestran las secciones del espectro DS correspondientes a los órdenes seleccionados del espectro DC. (b) Funciones sensibilidad para ambos órdenes. En cruces verdes se indican los puntos de calibración utilizados. (c) Órdenes del espectro DC ya calibrados. En azul, se muestran las regiones de los órdenes consecutivos que se superponen. Las cruces verdes muestran los puntos del espectro DS remuestreados utilizados para calibrar. (d) Las mismas regiones que en las figuras anteriores, pero el espectro ya se encuentra combinado en un único orden.

las líneas no será la misma. Una pequeña diferencia en la función sensibilidad puede afectar seriamente la intensidad de las líneas, y por lo tanto en muchos casos es necesario eliminar algunos píxeles de la función sensibilidad.

Cabe aclarar aquí, que para la mayoría de las estrellas tenemos entre 2 y 3 espectros DS calibrados en flujo. Antes de realizar el calibrado en flujo de los espectros DC, hemos elegido cuidadosamente el mejor espectro DS para cada estrella, teniendo en cuenta la relación señal-ruido, la calidad de la noche de observación, y comparándolos –en caso de ser posible– con otras bibliotecas de espectros (ver § 7.2).

Luego, las funciones sensibilidad se utilizan para calibrar cada orden del espectro DC. En la figura 6.7 (c) se muestra el espectro DC calibrado; las cruces superpuestas corresponden al espectro DS remuestreado. El siguiente paso es combinar los órdenes echelle así calibrados para obtener un espectro unidimensional, eliminando los extremos de cada orden donde la relación señal-ruido es muy pobre y promediando las regiones restantes de *overlap* entre órdenes consecutivos. En la figura 6.7 (d) se muestra el espectro ya calibrado y combinado en un espectro unidimensional.

Por último, se integró el flujo para obtener la magnitud V , con el filtro correspondiente, y en los casos necesarios, se multiplicó por el factor adecuado para obtener las magnitudes V de la literatura, indicadas en la tabla 7.1.

En la figura 6.8 (a) se muestran los espectros DS y DC para una estrella en particular en todo el rango espectral cubierto por nuestras observaciones. Para apreciar el buen acuerdo existente entre ambos espectros, en la figura 6.8 (b) graficamos en mayor escala una sección de estos espectros, el DC remuestreado a 6.85 \AA , que corresponde a 2 píxeles del espectro DS.

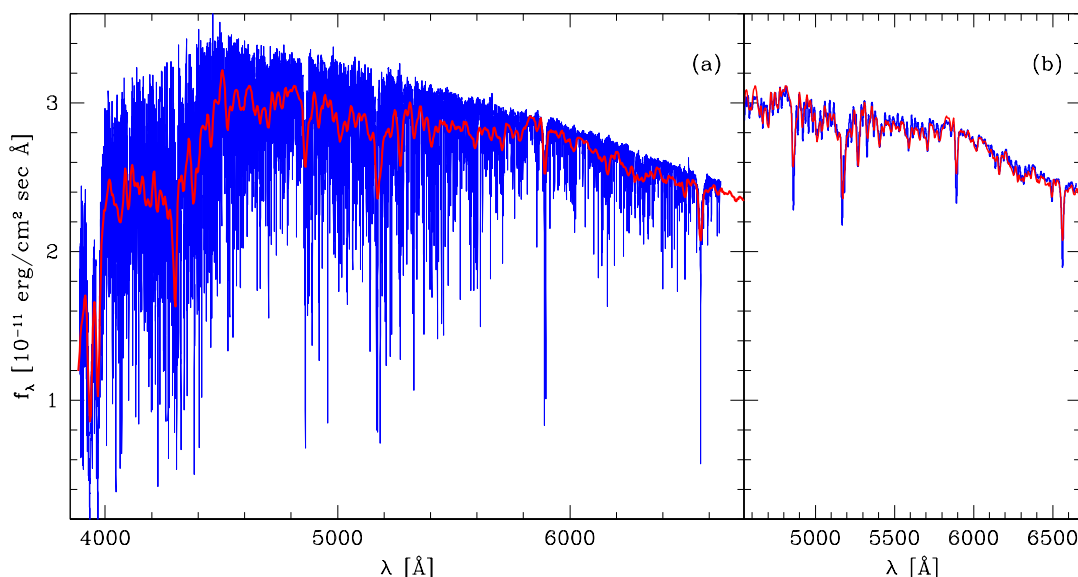


Figura 6.8: (a) Espectros DS (línea roja) y DC (línea azul) para HD158614 (G60), para todo el rango espectral de las observaciones. (b) Detalle de los mismos espectros, pero en este caso el de alta resolución está remuestreado a 6.85 \AA .

Capítulo 7

La biblioteca de espectros

El universo (que otros llaman la Biblioteca) se compone de un número indefinido, y tal vez infinito, de galerías hexagonales, con vastos pozos de ventilación en el medio, cercados por barandas bajísimas. [...] En el zaguán hay un espejo, que fielmente duplica las apariencias. Los hombres suelen inferir de ese espejo que la Biblioteca no es infinita (si lo fuera realmente ¿a qué esa duplicación ilusoria?); yo prefiero soñar que las superficies bruñidas figuran y prometen el infinito...

La luz procede de unas frutas esféricas que llevan el nombre de lámparas. [...] Cuando se proclamó que la Biblioteca abarcaba todos los libros, la primera impresión fue de extravagante felicidad. [...] También se esperó entonces la aclaración de los misterios básicos de la humanidad: el origen de la Biblioteca y del tiempo. [...] Quizá me engañen la vejez y el temor, pero sospecho que la especie humana –la única– está por extinguirse y que la Biblioteca perdurará: iluminada, solitaria, infinita, perfectamente inmóvil, armada de volúmenes preciosos, inútil, incorruptible, secreta.

JORGE LUIS BORGES

Existen bibliotecas de espectros de estrellas de tipo espectral tardío disponibles para diferentes propósitos, y por lo tanto con diferentes propiedades. Por ejemplo, para hacer síntesis espectral de la población estelar de galaxias, se necesita una biblioteca homogénea y completa que cubra un amplio rango espectral, mientras que la resolución espectral es sólo secundaria. Una de las bibliotecas con mejor resolución espectral utilizada para este propósito es la de Serote Roos et al. (1996), con sólo 1.25 Å de resolución.

Esta resolución es mucho menor que la necesaria para estudiar actividad cromosférica. La actividad estelar se ve sólo en el centro de las transiciones más intensas, que usualmente disminuyen su absorción, y sólo en los casos más extremos pueden llegar a emitir.

Sólo hay algunas bibliotecas disponibles en resolución alta y media. Entre las más relevantes para estudios de actividad estelar podemos nombrar a las de Montes et al. (1997, 1999) y Montes & Martin (1998). Sin embargo, estas bibliotecas fueron publicadas para ser utilizadas para sustracción espectral, y por lo tanto se limitan a estrellas muy poco activas.

Por otro lado, la extensa biblioteca de Prugniel & Soubiran (2001) no incluye la región de las líneas H y K del Ca II, fundamental para estudios de actividad estelar. Además, no incluye estrellas de tipo dMe, interesantes para este tipo de trabajos ya que presentan las mayores emisiones cromosféricas observadas. Más aún, en algunas de estas estrellas se observaron

grandes fulguraciones.

En general, estas bibliotecas no están calibradas en flujo (en la última citada sólo están calibrados en flujo los espectros de baja dispersión). Este hecho limita su utilidad para ciertos estudios, como puede ser la exploración de las correlaciones existentes entre diferentes índices de flujo. Finalmente, todas estas bibliotecas están compuestas de estrellas del Hemisferio Norte, debido básicamente a la gran cantidad de telescopios del tipo de 2 m de diámetro disponibles allí.

En este capítulo presentamos una biblioteca de espectros *echelle* de alta resolución de estrellas enanas de tipo espectral tardío del Hemisferio Sur, que cubren el rango entre F6 y M5, y con diferentes niveles de actividad. El procesamiento de las observaciones es el descrito en el capítulo 6. El método utilizado para el procesamiento de las observaciones, así como la comparación con otras bibliotecas presentada en este capítulo, fueron publicados en Cinunegui & Mauas (2004). Así mismo, parte de la biblioteca de espectros de alta resolución calibrados en flujo se halla disponible para la comunidad científica en:

<http://vizier.cfa.harvard.edu/viz-bin/VizieR?-source=J/A+A/414/699>

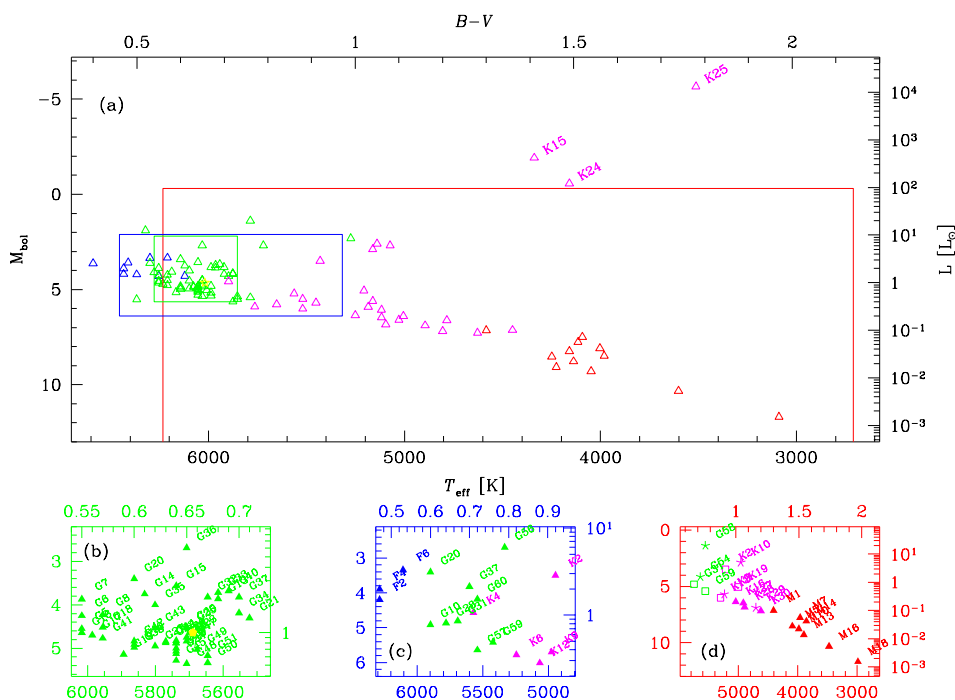


Figura 7.1: Diagrama HR de la muestra de estrellas. Se incluyen sólo las estrellas de las que se tienen observaciones en DS. Tres estrellas, **K1**, **K13** y **K26**, fueron excluidas de estos gráficos por no tener medido el paralaje. (a) Muestra total de estrellas. Los colores son los mismos que los de los rótulos que identifican a cada estrella en la tabla 7.1: azul para estrellas F, verde para G, magenta para K y rojo para M. Notar que las tres estrellas cuyos rótulos se incluyen, si bien están catalogadas como enanas, claramente están fuera de la secuencia principal. Con cuadros de color se indican las secciones que se detallan en las otras figuras. (b) Estrellas de tipo solar. Con una estrella en amarillo se encuentra indicada la ubicación del Sol. (c) Estrellas no variables utilizadas para calibrar el índice S (ver § 8.1.2). (d) Estrellas con alto nivel de actividad: los triángulos llenos corresponden a estrellas dMe o a estrellas que presentan posibles fulguraciones, mientras que los cuadrados vacíos y las estrellas corresponden a estrellas de tipo BY Dra y RS CVn respectivamente.

7.1. La muestra de estrellas

La muestra de estrellas fue elegida de acuerdo a varias condiciones. Por un lado, se incluyeron 18 estrellas no variables, según Henry et al. (1996), que fueron utilizadas para calibrar el habitual índice S del Ca II (ver § 8.1.2). Se incluyeron estrellas tardías con altos niveles de actividad, estrellas de tipo solar, estrellas planetarias, y otras estrellas para completar una distribución medianamente uniforme en tipo espectral. En la figura 7.1 se muestran diagramas HR para estos diferentes subgrupos de la muestra.

En la tabla 7.1 se listan las estrellas incluidas en la muestra. Se incluyen también sus propiedades fotométricas, espectroscópicas, físicas y dinámicas. Algunas de ellas han sido estimadas, como se explica a continuación. En la figura 7.2 se muestran algunos espectros de estrellas de diferentes tipos espectrales.

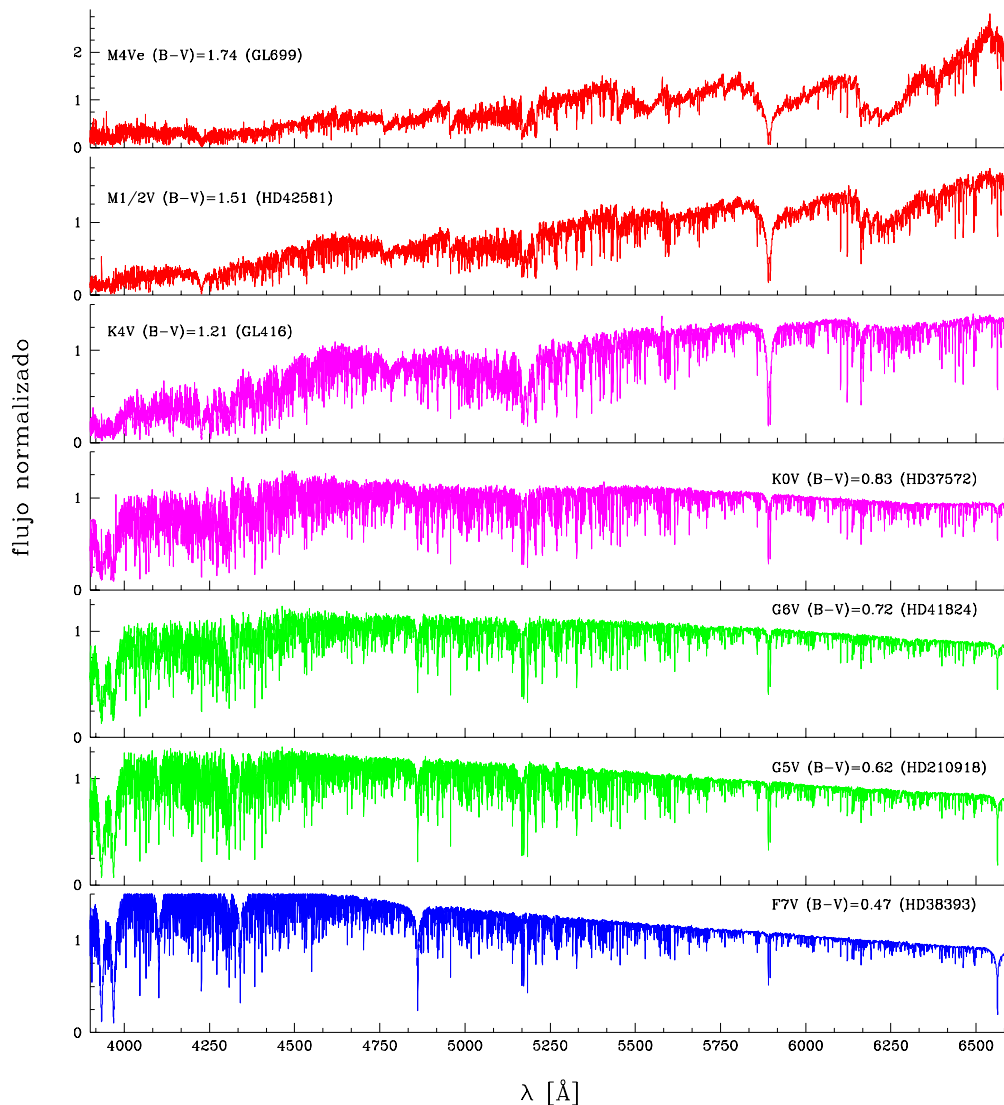


Figura 7.2: Algunos espectros de estrellas de diferentes tipos. Para una mejor comparación, los espectros están normalizados a 1 en el filtro V .

													<i>Continuación de la Tabla 7.1</i>			
ID	tipo	V	B-V	U-B	v _{rad}	d	T _{eff}	log g	[Fe/H]	R	M _{bol}	L	P _{rot}	P _{cie}	N	
M1: GL182	* M0.5Ve	10.10	1.30	1.15	39.00	26.67 ^a	4016			0.65	7.15	9.91E-2	4.40 ^k			
M2: GL803	* M0	8.61	1.44	0.95	1.20	9.94	3681			0.69	7.40	7.85E-2	4.85 ^k			
M3: GL1264	* M0.5	9.80	1.46	1.16		16.13	3619			0.70	7.46	7.43E-2				
M11: GL735	* M3	10.20	1.40		-13.49	11.59	3805			0.34	8.81	2.16E-2	3.28 ^{d,e}			
M12: GL431	M3.5	11.52	1.38			10.48 ^a	3848			0.16	10.40	4.97E-3				
M15: GL729	* M3.5	10.95	1.60		-4.00	2.97	3098			0.17	11.17	2.44E-3				
M17: HD293817	M5V	9.82	1.68				3024									

7.1.1. Estimación de T_{eff}

Un parámetro estelar importante es la temperatura efectiva, ya que es necesaria para calcular flujos absolutos a partir de flujos aparentes, mediante la fórmula (ver capítulo 2)

$$F_{\lambda} = \left(\frac{F_{\text{bol}}}{f_{\text{bol}}} \right) f_{\lambda} = \frac{4\pi\sigma T_{\text{eff}}^4}{L_{\odot}} (10 \text{ pc})^2 10^{0.4(V+BC-M_{\text{bol}}^{\odot})} f_{\lambda}. \quad (7.1)$$

En la bibliografía se encuentra la temperatura efectiva de sólo 57 de las 122 estrellas de la muestra. Johnson (1966) presenta una de las clasificaciones espectrales más confiables, y en particular da valores de índices de color, corrección bolométrica y T_{eff} para 38 tipos espectrales de estrellas de la secuencia principal.

En la figura 7.3 se muestra la interpolación de estos valores que hemos hecho para calcular los valores de T_{eff} utilizados. Así mismo, también se utilizaron los datos de Johnson (1966) para estimar la corrección bolométrica de las estrellas de la muestra, y, contando también con el paralaje, poder calcular la magnitud bolométrica absoluta y la luminosidad que se grafican en los diagramas HR presentados, a partir de las fórmulas

$$M_{\text{bol}} = V + BC - 5 \log \left(\frac{d}{10 \text{ pc}} \right) \quad \text{y} \quad L = \left(\frac{10 \text{ pc}}{d} \right)^2 L_{\odot} 10^{-0.4(V+BC-M_{\text{bol}}^{\odot})}. \quad (7.2)$$

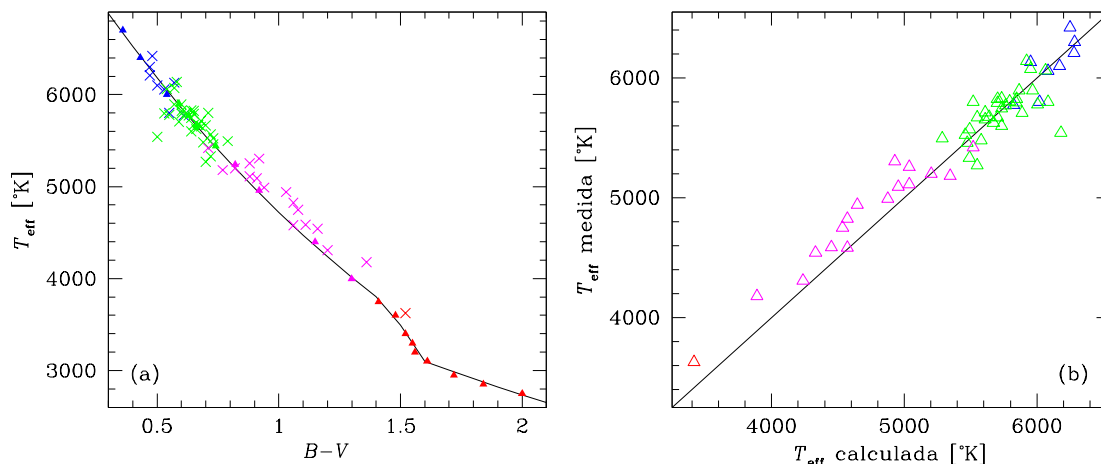


Figura 7.3: (a) T_{eff} en función del color $B-V$. Los triángulos llenos corresponden a los puntos tabulados en Johnson (1966), mientras que las cruces pertenecen a las estrellas que tienen T_{eff} medida en Cayrel de Strobel et al. (2001, 1997). En ambos casos, el color indica el tipo espectral. La curva sólida corresponde al ajuste a los puntos tabulados que fue utilizado para calcular la T_{eff} que se lista en la tabla 7.1. (b) Comparación entre la T_{eff} medida en los trabajos citados y la calculada por interpolación. La recta corresponde a la función identidad.

Por homogeneidad, hemos utilizado la temperatura estimada de esta forma para toda la muestra de estrellas.

7.1.2. Estimación de P_{rot}

Otro parámetro estelar muy importante, en particular para comprender el efecto dínamo, es el período de rotación. Lamentablemente, hay muy pocas mediciones de este valor: sólo 40 de las estrellas tienen medido su período mediante diferentes técnicas.

Un parámetro más fácilmente medible es $v \sin i$, la velocidad de rotación proyectada en la línea de la visual. Si se cuenta con este dato,

$$P_{\text{rot}} = \frac{2\pi R_{\star} \sin i}{v \sin i}. \quad (7.3)$$

Pero la inclinación i del polo de la estrella con respecto a la línea de la visual es un dato aún más complicado de medir, por lo que se suele estimar (Saar & Osten, 1997)

$$P_{\text{rot}} \simeq \frac{2\pi R_{\star} \langle \sin i \rangle}{v \sin i} = \frac{\pi^2 R_{\star}}{2v \sin i}. \quad (7.4)$$

De las 122 estrellas, 53 tienen $v \sin i$ medido, siendo que 34 de ellas también tienen medido el período de rotación. En la figura 7.4 se puede ver la relación que hay entre el período medido y el estimado por la ecuación 7.4 para las estrellas que cuentan con ambas mediciones. La dispersión es bastante alta, pero obviamente proviene de suponer un ángulo i promedio para todas las estrellas.

En la columna correspondiente de la tabla 7.1 se incluyó, de existir, el P_{rot} medido, y en su defecto, el estimado de esta manera. Suman en total 59 estrellas con período de rotación.

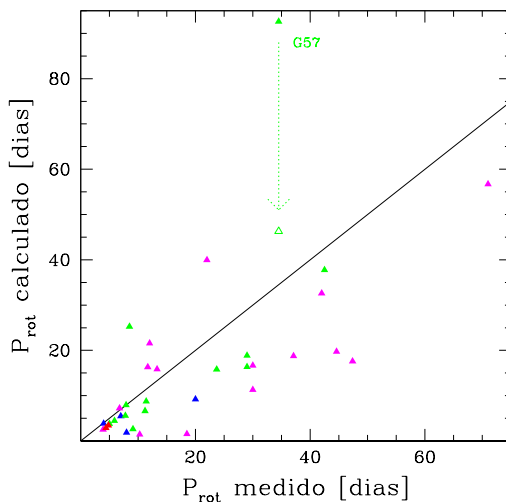


Figura 7.4: P_{rot} estimado de la ecuación 7.4 en función del P_{rot} medido. La recta graficada tiene pendiente 1. Si bien G57 se aparta mucho de la recta para el valor de $v \sin i$ calculado por Glebocki & Stawikowski (2000), Fekel (1997) mide una velocidad rotacional de 0.3 km/s para esta estrella. Usando este último valor para calcular el P_{rot} , el acuerdo con el período rotacional medido es mucho mejor, como muestra el triángulo vacío.

7.2. Comparación con otras bibliotecas

Prugniel & Soubiran (2001) observaron 18 de las estrellas de nuestra muestra. Aunque en la mayoría de los casos nuestros espectros y los suyos concuerdan muy bien, en algunas de las estrellas es posible encontrar pequeñas diferencias. Por ejemplo, en la figura 7.5 comparamos

el espectro de HD9562 (G20) nuestro (c) con el de ellos (d). Se puede apreciar que los continuos difieren, pareciendo que nuestro espectro corresponde a una estrella más roja que el de ellos.

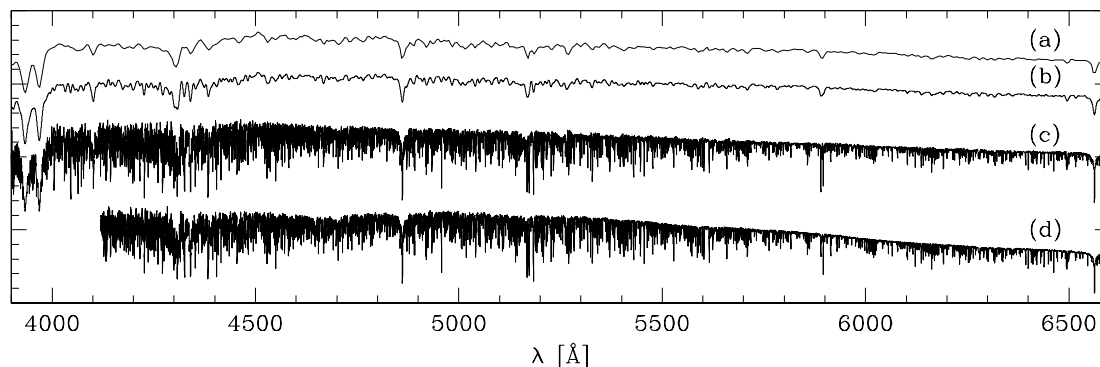


Figura 7.5: Comparación entre nuestro espectro (c) de HD9562 (G20) con otro espectro de la misma estrella de Prugniel & Soubiran (2001), remuestreado a nuestra resolución (d). También se muestra una estrella de tipo espectral G2IV y color $B-V=0.62$ (Silva & Cornell, 1992, a), y nuestro espectro remuestreado a la misma resolución (b). Los cuatro espectros están desplazados arbitrariamente por claridad.

Para corroborar si la diferencia se debía a un error en nuestra calibración, comparamos un espectro de resolución más baja de una estrella del mismo tipo espectral, tomado de Silva & Cornell (1992, a), con el nuestro remuestreado a esta menor resolución (b). Como el posible problema aparecía sólo en el continuo, y éste depende del tipo espectral y no del nivel de actividad de la estrella, para hacer esta comparación es irrelevante que los espectros no pertenezcan a la misma estrella. Vemos en esta misma figura que estos últimos dos espectros son prácticamente iguales. Hemos comparado todos nuestros espectros con ambas bibliotecas mencionadas, encontrando diferencias menores al 10 % en la mayoría de los casos.

Como ejemplo de las diferencias que puede haber entre estrellas del mismo tipo espectral pero diferente nivel de actividad, en la figura 7.6 se comparan varias estrellas de tipo solar incluidas en la muestra con el flujo solar del atlas FTS de Brault & Neckel (Neckel, 1999), remuestreado a nuestra resolución. Como era de esperar, la contribución fotosférica de todas las estrellas es prácticamente la misma, mientras que los centros de las líneas son diferentes, mostrando que si bien estas estrellas tienen fotosferas muy similares sus niveles de actividad difieren.

Cabe mencionar que los espectros de esta biblioteca fueron utilizados para el estudio de la cromósfera de 9 estrellas similares al Sol (Vieytes, Mauas, & Cincunegui, 2005).

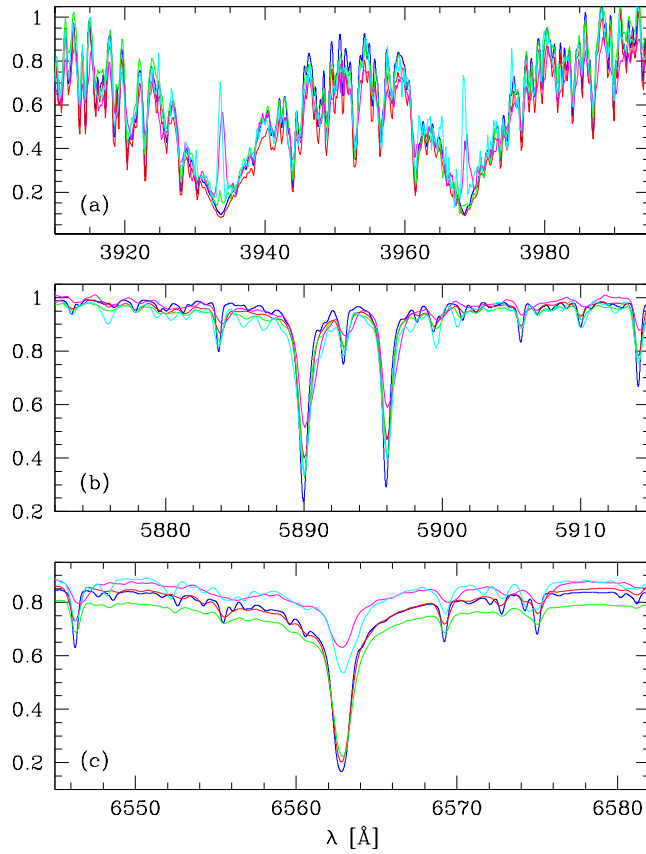


Figura 7.6: Comparación entre diferentes estrellas de tipo solar y el Sol. Por claridad, los espectros han sido normalizados a flujo unitario en el filtro V . (a) Región del Ca II H y K. (b) Región del He I D_3 y del doblete D del Na I. (c) Región de $H\alpha$.

Ordenadas de mayor a menor flujo en el Ca II, las estrellas son:

- G48: G5V y $B-V=0.65$
- G36: G3/5 y $B-V=0.65$
- G24: G25V y $B-V=0.64$
- G23: G2Va y $B-V=0.65$
- Sol: G2Vy $B-V=0.66$.

Capítulo 8

Indicadores de actividad

Ahora no había ni un solo signo mío en todo el espacio. Podía empezar a trazar otro, pero en adelante sabía que los signos sirven también para juzgar a quien los traza y que en un año galáctico los gustos y las ideas tienen tiempo de cambiar, y el modo de considerar los de antes depende del que viene después; en fin, temía que lo que ahora podía parecerme un signo perfecto, dentro de doscientos o seiscientos millones de años me dejase mal parado.

ÍTALO CALVINO

8.1. Las líneas del Ca II

8.1.1. Medición del índice S y calibración del flujo del continuo

El tradicional índice S_{MW} se mide con un instrumento especialmente diseñado para tal fin, consistente en un espectrómetro de cuatro canales: dos canales miden el número de cuentas por \AA en dos ventanas del continuo de 20 \AA de ancho cercanas a las líneas, N_{A} y N_{R} (centrados en 3891 y 4011 \AA respectivamente), mientras que los dos canales restantes miden el número de cuentas en las líneas K y H del Ca II con un perfil instrumental triangular de 1.09 \AA de ancho total a mitad de altura, N_{K} y N_{H} (para una descripción más detallada del instrumento ver, por ejemplo, Vaughan et al., 1978). A partir de estas mediciones, el índice se define como la razón entre el número de cuentas en las líneas y en los continuos:

$$S_{\text{MW}} \doteq \alpha \frac{N_{\text{H}} + N_{\text{K}}}{N_{\text{A}} + N_{\text{R}}}, \quad (8.1)$$

siendo α una constante.

Para reproducir las mediciones del índice S_{MW} con nuestros espectros, hemos calculado el flujo promedio en la superficie terrestre en dos ventanas del continuo cercano a las líneas H y K, f_{A} y f_{R} . Luego integramos el flujo en las líneas con una función de peso triangular que reproduce la respuesta del instrumento de Mount Wilson, como se muestra en la figura 8.1, y los dividimos por el área del triángulo, obteniendo f_{K} y f_{H} , los flujos promedios en las líneas. Por último, definimos:

$$S \doteq \frac{f_{\text{K}} + f_{\text{H}}}{f_{\text{A}} + f_{\text{R}}} \left(= \frac{F_{\text{K}} + F_{\text{H}}}{F_{\text{A}} + F_{\text{R}}} \right), \quad (8.2)$$

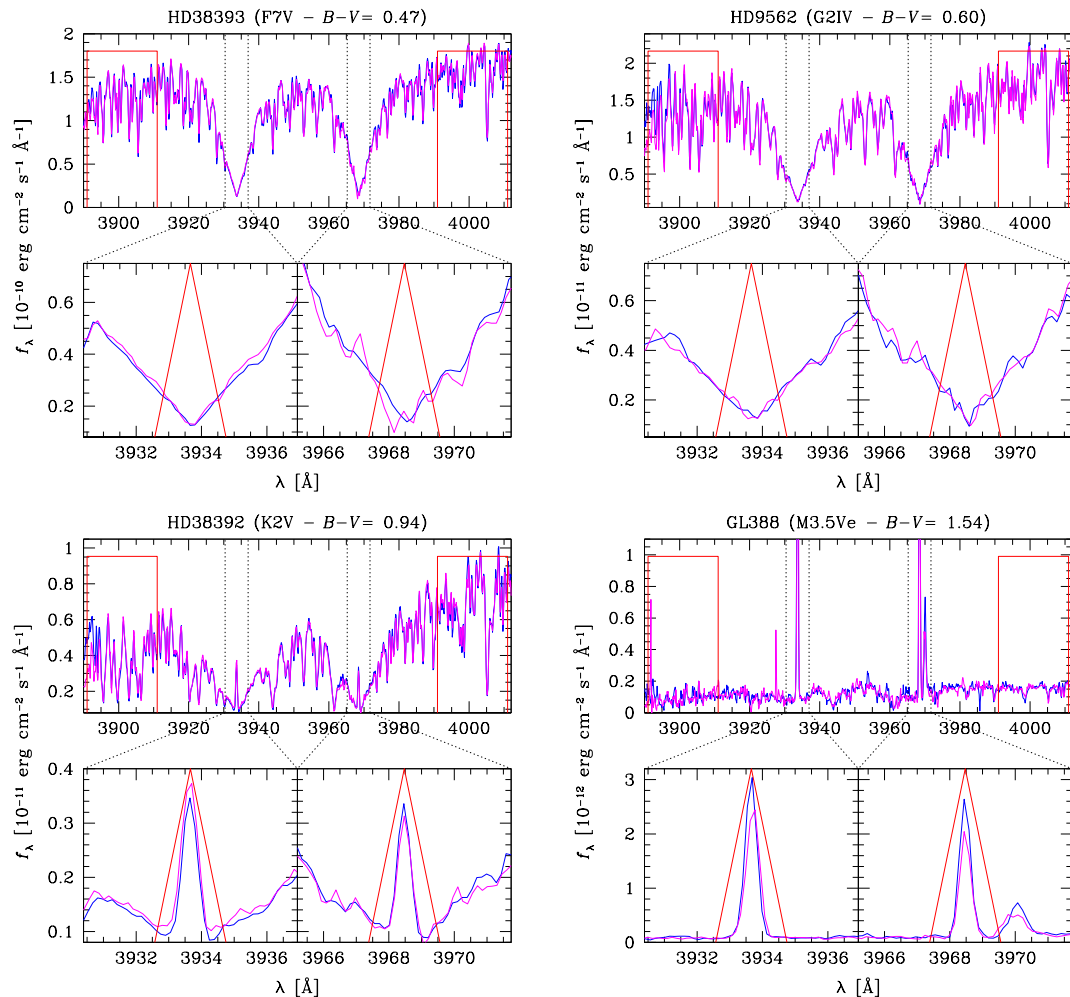


Figura 8.1: Ventanas utilizadas para calcular el índice S . Se muestran cuatro estrellas de diferentes tipos espectrales y niveles de actividad. Para cada una, debajo de la figura principal se muestran en detalle las líneas H y K. En cada caso se muestran dos espectros correspondientes a dos noches diferentes. Además, superpuestas, se señalan en rojo las regiones de integración de los continuos y de las líneas. Para estas últimas se han utilizado perfiles triangulares.

donde los flujos que aparecen entre paréntesis son los flujos en la superficie estelar.

Asignarle un error a estas mediciones es un proceso complicado, debido a la cantidad de calibraciones intermedias involucradas. Como se explicó en § 7.2, los errores en la calibración del flujo son en general menores al 10%. Estimamos entonces que como cota máxima los errores en S serán del orden del 20%. Según veremos más adelante, los errores reales son menores que este límite.

Como se puede apreciar en varias de las figuras del capítulo 6 (ver por ejemplo la figura 6.8), la región del Ca II tiene muy baja relación señal-ruido, en particular para las estrellas más tardías. Antes de utilizar este índice S como indicador de actividad, realizamos entonces varios testeos sobre su confiabilidad.

Como primer paso, corroboramos la precisión de nuestras mediciones del flujo en los continuos. Para eso, graficamos el flujo absoluto en el continuo, $F_A + F_R$, calculado de acuerdo

a la ecuación 7.1, en función del color, como se muestra en la parte superior de la figura 8.2. Los diferentes colores de los puntos representan el tipo espectral.

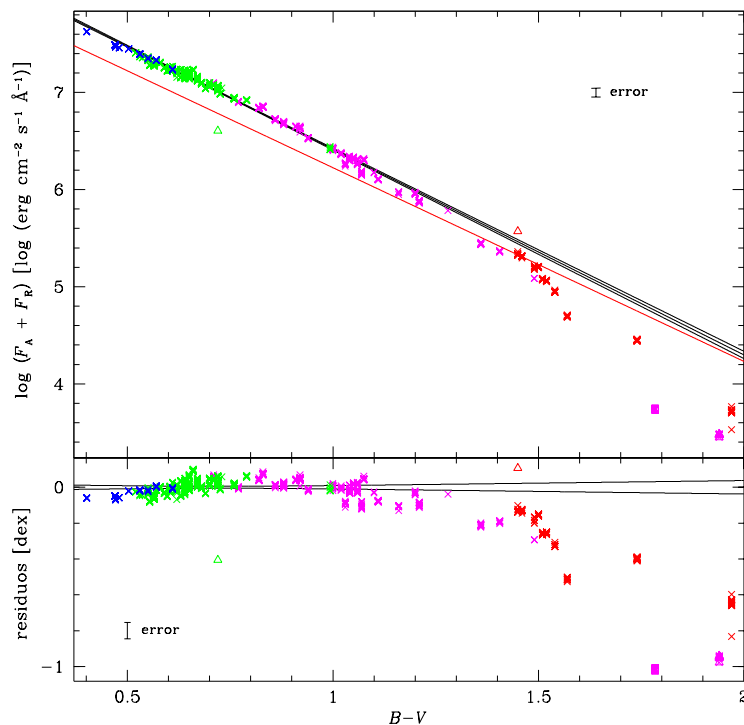


Figura 8.2: En el panel superior, logaritmo del flujo del continuo del Ca II en función del color. El ajuste lineal, en negro, está realizado sólo con las estrellas con $B - V < 1.2$. Se indica la barra de error del 10 % para cada medición^(a). En rojo, el ajuste propuesto por Hall (1996) para el continuo en 3950 Å. En el panel inferior se muestran los residuos.

Observacionalmente se encuentra que el logaritmo en el flujo del continuo, para cualquier región espectral, es una función lineal del color para estrellas tempranas de la secuencia principal. En la misma figura se muestra en negro el ajuste lineal hecho para estrellas de $B - V < 1.2$, junto con las bandas de error de $\pm 3\sigma$, calculadas de acuerdo a la ecuación A.13. Las estrellas con mayor índice de color, todas las M y las K tardías, no presentan una clara correlación entre el flujo del continuo y el color.

Dos espectros individuales, que están indicados en la figura con triángulos verde y rojo, fueron descartados del ajuste y también se descartaron sus valores de S : dado que se diferenciaban claramente del resto, se inspeccionaron particularmente y se corroboró que presentaban anomalías en la calibración en flujo. El ajuste lineal fue hecho entonces con los 654 espectros restantes, pertenecientes a 89 estrellas, obteniendo:

$$\log(F_A + F_R) = (-2.119 \pm 0.009)(B - V) + (8.537 \pm 0.007) \quad \text{y} \quad \rho = -0.971, \quad (8.3)$$

con una significancia del 95 % (ver Apéndice A) considerando errores porcentuales del 10 %, como se indica en la misma figura. Además, la desviación estándar puede acotarse por:

$$\sigma [\log(F_A + F_R)] \lesssim 0.005 \text{ dex} \quad \text{para} \quad B - V \leq 1.2. \quad (8.4)$$

^(a)En esta figura, así como en todas las otras de este capítulo en las que se grafica el logaritmo en base 10 de cierta cantidad, hemos hecho la siguiente aproximación para graficar los errores: si la magnitud x medida pertenece al intervalo $[\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma]$, entonces $\log(x) \in [\log(\bar{x}) + \log(1 - \frac{\sigma}{\bar{x}}), \log(\bar{x}) + \log(1 + \frac{\sigma}{\bar{x}})] \simeq [\log(\bar{x}) - \frac{\sigma}{\ln 10 \bar{x}}, \log(\bar{x}) + \frac{\sigma}{\ln 10 \bar{x}}]$, por lo que los errores en los gráficos logarítmicos corresponden a $\sigma_{\log(x)} = \frac{\sigma_x}{\ln 10 \bar{x}}$.

Por su parte, Hall (1996), recopilando datos espectrofotométricos de varios autores, estudia el flujo del continuo del Ca II a 3950 Å, promediado en ventanas de diferentes anchos de acuerdo al origen de los datos. Haciendo un ajuste lineal con el índice de color obtiene:

$$\log(F_{3950})_{\text{Hall}} = [-1.995(B - V) + 8.221] \pm 0.045, \quad (8.5)$$

para menos de 94 estrellas enanas con $-0.1 \leq B - V \leq 1.2$. Este ajuste se muestra en rojo en la figura 8.2. Si bien hay una diferencia entre ambos ajustes, debe tenerse en cuenta que el continuo elegido en cada caso no es el mismo. Además, a 3950 Å el flujo es “cuasi-continuo”, en el sentido de que como las líneas del Ca II son muy anchas es esperable que en esa región aún exista cierta absorción; es por eso que nuestro continuo, medido en regiones mucho más alejadas de las líneas, es mayor.

Como mencionamos, este ajuste fue realizado principalmente para corroborar cualitativamente la validez de las mediciones de los flujos en el continuo del Ca II. Además nos permitió descartar los dos espectros ya mencionados: dada la gran cantidad de espectros de nuestra muestra, analizarlos individualmente no es un método sencillo de implementar. Por otro lado, en la figura 8.2, hay dos conjuntos de espectros señalados con triángulos y cuadrados rosas –alrededor de $B - V \approx 1.8$ y 1.95 –, correspondientes a las estrellas HD156425 (K26) y HD94683 (K25) respectivamente. Si bien estas estrellas son de tipo espectral K, tienen índices de color muy superiores a otras de su tipo, y vemos que claramente se apartan de la tendencia de las restantes K. K25 es la estrella que más se aparta de la secuencia principal en la figura 7.1, mientras que K26 no tiene paralaje medida y por lo tanto no podemos estimar su ubicación en el diagrama HR.

Cabe decir que al observar los residuos (graficados en el panel inferior de la misma figura), notamos que un ajuste lineal probablemente no sea el más indicado, ya que se puede notar una clara tendencia no aleatoria. Sin embargo, esta tendencia es del orden del 10 % en el flujo, o de 0.05 dex en su logaritmo, y por lo tanto del mismo orden que los errores en el flujo. Como además nuestra intención es solamente hacer una comparación cualitativa, mejorar este ajuste está más allá de los objetivos de este trabajo.

8.1.2. Calibración del índice S

Como mencionamos en § 7.1, entre las estrellas de la muestra incluimos 18 estrellas muy poco variables observadas en numerosas ocasiones en el Mount Wilson Observatory. Éstas fueron usadas por Henry et al. (1996) como “estándares” para calibrar un índice S medido en el Cerro Tololo InterAmerican Observatory con el tradicional de Mount Wilson.

Para estas estrellas, hemos medido el índice S según se explica en § 8.1.1 con un error de medición estimado inicial del 20 %. Para cada una de esas estrellas, hemos hecho un promedio ponderado para encontrar $\{S^i \pm \sigma_S^i\}$. En la tabla 8.1, en la primera columna se listan las estrellas estándares; en la segunda y tercera columnas se resumen los valores medidos en Mount Wilson junto con sus errores estadísticos; en la cuarta columna se indica la cantidad de mediciones de las que disponemos para cada estrella; en la quinta columna se muestran los índices S calculados de esta forma y en la séptima los errores estadísticos considerados inicialmente.

Haciendo el ajuste directo con los valores de S_{MW} , obtuvimos una significancia $Q \sim 1$ (ver

estrella	S_{MW}	$\sigma_{S_{MW}}$	n	S	$\sigma_S [8\%]$	$\sigma_S [20\%]$	
G20	HD9562	0.1365	0.0028	8	0.1082	0.0031	0.0077
K2	HD23249	0.1374	0.0030	11	0.1038	0.0025	0.0064
F6	HD45067	0.1409	0.0024	11	0.1122	0.0027	0.0068
F4	HD38393	0.1514	0.0029	12	0.1252	0.0029	0.0072
G56	HD219834	0.1538	0.0056	9	0.1289	0.0034	0.0086
G37	HD3795	0.1557	0.0038	9	0.1189	0.0032	0.0079
G60	HD158614	0.1581	0.0026	9	0.1240	0.0034	0.0086
G57	HD10700	0.1712	0.0032	9	0.1399	0.0038	0.0095
K4	HD3443	0.1823	0.0068	9	0.1353	0.0036	0.0091
K6	HD26965	0.2060	0.0185	10	0.1474	0.0037	0.0094
F2	HD16673	0.2151	0.0089	9	0.1723	0.0046	0.0115
G28	HD30495	0.2973	0.0159	11	0.2400	0.0058	0.0145
G10	HD11131	0.3355	0.0132	9	0.2635	0.0070	0.0176
G31	HD1835	0.3466	0.0213	10	0.2726	0.0069	0.0173
G59	HD152391	0.3867	0.0299	9	0.3221	0.0087	0.0218
K12	HD22049	0.4919	0.0357	11	0.3752	0.0091	0.0227
K13	HD38392	0.5314	0.0404	10	0.3781	0.0096	0.0240
K9	HD17925	0.6478	0.0455	7	0.5256	0.0160	0.0399

Tabla 8.1.: Índice S de las 18 estrellas de calibración.

apéndice A), por lo que fuimos reduciendo nuestros errores porcentuales de medición, hasta llegar a que con errores del 8% en las mediciones (en lugar del 20% inicial considerado), obteníamos una significancia del 65%, que consideramos aceptable. Vimos además que el valor de S^i es básicamente independiente del porcentaje asignado al error (para la precisión considerada), siendo que las desviaciones estándares σ_S^i dependen mucho más fuertemente. En la tabla anterior, en la sexta columna se detallan estos errores así re-estimados. Con nuestra nueva elección de errores de medición, obtuvimos

$$S_{MW} = (1.261 \pm 0.049) S + (0.0004 \pm 0.0065) \quad \text{y} \quad \rho = -0.91745, \quad (8.6)$$

donde los errores consignados corresponden a una desviación estándar. En la figura 8.3 se muestra el ajuste realizado.

8.1.3. Calibración del flujo en las líneas H y K

En § 8.1.1 comparamos nuestras mediciones del flujo del continuo del Ca II (en la superficie estelar), $F_A + F_R$, con trabajos anteriores. Luego, en § 8.1.2 reproducimos el índice S_{MW} del Mount Wilson Observatory y comprobamos que –para las estrellas estándares seleccionadas– nuestro S presenta una excelente correlación con el mencionado.

El siguiente paso entonces es corroborar que esta relación se puede generalizar para toda la muestra de estrellas. Con este objetivo nos referiremos al trabajo de Noyes et al. (1984). El índice S , por su definición, es sensible, por un lado, a la emisión en las dos ventanas del continuo, que como se puede apreciar en la figura 8.2 depende fuertemente del color; por otro lado, depende también de la cantidad de emisión fotosférica incluida en las ventanas de las líneas, que a su vez también depende del color^(b). Como consecuencia, para poder utilizarse

^(b)Schrijver (1995) presenta un interesante *review* sobre el origen del así llamado *calentamiento basal*, es decir, la existencia de flujo remanente aún en la ausencia de actividad.

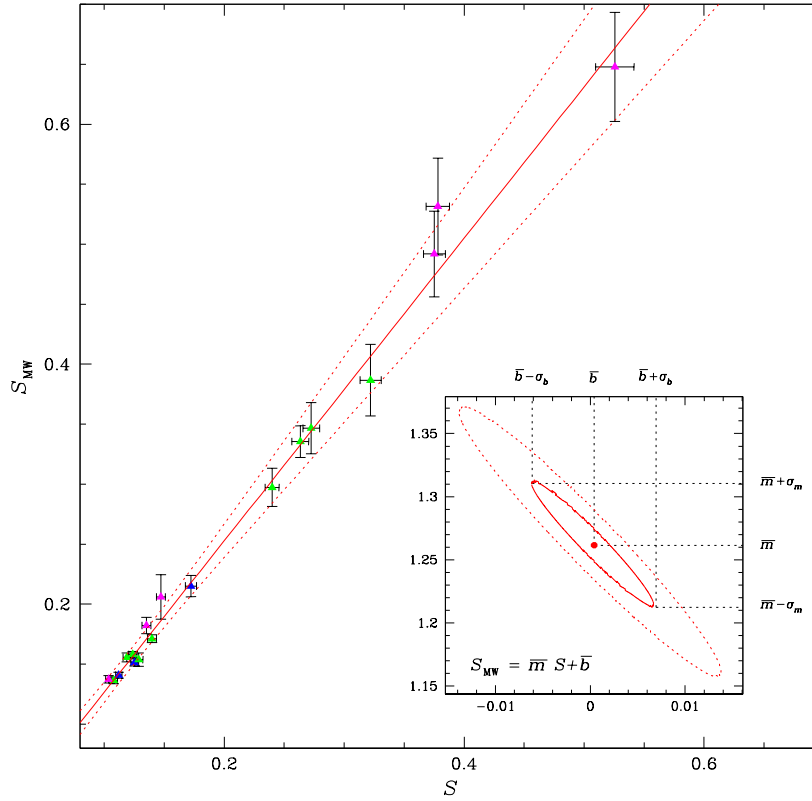


Figura 8.3: Comparación del índice S_{MW} con el S calculado. En líneas punteadas se indican las curvas con $\pm 3\sigma$. En la figura pequeña se grafica, con línea llena, la región cuyo nivel de confianza conjunto es del 39.3 % ($\Delta\chi^2 = 1$), y en línea punteada el nivel de confianza del 90 % ($\Delta\chi^2 = 4.61$).

como un indicador de actividad cromosférica deben corregirse ambos efectos.

Con el fin de corregir el primer efecto, es decir la dependencia del continuo con el color, Noyes et al. definen la tasa entre el flujo en el centro de las líneas y el flujo bolométrico:

$$R_{HK} \doteq \frac{F_{HK}}{F_{bol}}, \quad (8.7)$$

donde $F_{HK} \doteq F_H + F_K$ y $F_{bol} = \sigma T_{eff}^4$. Si el flujo en la superficie terrestre f_{HK} y la cantidad de cuentas medida por el instrumento del Mount Wilson Observatory se relacionan mediante

$$\frac{f_{HK}}{N_H + N_K} = \frac{f_A + f_R}{N_A + N_R} = \beta, \quad (8.8)$$

con β una constante (es decir, despreciando la dependencia con la longitud de onda del factor que relaciona el flujo y el número de cuentas) –ver la pronunciada función sensibilidad para el orden del Ca II de la figura 6.7 (b)–, se puede relacionar el flujo en las líneas con S (ver ecuación 8.1):

$$F_{HK} = \frac{(f_A + f_R)}{\alpha} S_{MW} \frac{F_{bol}}{f_{bol}}. \quad (8.9)$$

De esta forma, usualmente se escribe R_{HK} como

$$R_{HK} = \frac{(f_A + f_R)}{\alpha f_{bol}} S_{MW} \doteq 1.34 \cdot 10^{-4} C_{cf} S_{MW}, \quad (8.10)$$

donde el factor de corrección C_{cf} , básicamente el cociente entre el flujo en el continuo del Ca II y el flujo bolométrico, ambos en la superficie terrestre, es una función que depende del color de la estrella. Así definido R_{HK} no depende del color de la estrella a través de las ventanas del continuo.

Dos son las formas funcionales que se usan para el factor de corrección. Ambas involucran procesos de calibración relativamente complejos, ya que hasta ahora no existían mediciones simultáneas de S y el flujo. La primera de ellas es:

$$\log C_{cf}^{MN} = 1.13 (B - V)^3 - 3.91 (B - V)^2 + 2.84 (B - V) - 0.47 + \Delta, \quad (8.11)$$

válida para el rango $0.45 \leq B - V \leq 1.5$. Esta forma fue originalmente propuesta por Middelkoop (1982) y luego Noyes et al. (1984) le agregaron la corrección del último término definida como

$$\Delta (x \equiv 0.63 - (B - V)) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0, \\ 0.135x - 0.814x^2 + 6.03x^3 & \text{si } x > 0. \end{cases} \quad (8.12)$$

La segunda forma utilizada fue propuesta por Rutten (1984) y es válida para estrellas de la secuencia principal con colores $0.3 \leq B - V \leq 1.6$:

$$\log C_{cf}^R = 0.25 (B - V)^3 - 1.33 (B - V)^2 + 0.43 (B - V) + 0.24. \quad (8.13)$$

Cabe aquí aclarar que estos factores de corrección se utilizan en otros trabajos recientes (ver, por ejemplo, Wright et al., 2004).

En nuestro caso, sin embargo, contamos con mediciones simultáneas del índice S y del flujo F_{HK} , por lo que es posible calcular el factor de conversión combinando las ecuaciones 8.7 y 8.10, obteniendo

$$\log C_{cf} = \log F_{HK} - \log \sigma T_{\text{eff}}^4 - \log [S_{MW}(S)] - \log 1.34 + 4, \quad (8.14)$$

donde S_{MW} se obtiene a partir de la ecuación 8.6 utilizando los índices S medidos. En la

Figura 8.4: Factor de calibración entre el flujo F_{HK} y el índice S_{MW} en función del color. En azul el factor de corrección de Noyes et al. (1984); en rojo, el factor de Rutten (1984). Las líneas punteadas en ambos casos muestran la extensión de estos factores para todo el rango de colores. Los puntos corresponden a los valores del factor de calibración para cada uno de nuestros espectros, mientras que la curva negra es un ajuste a los datos con un polinomio de grado 3.

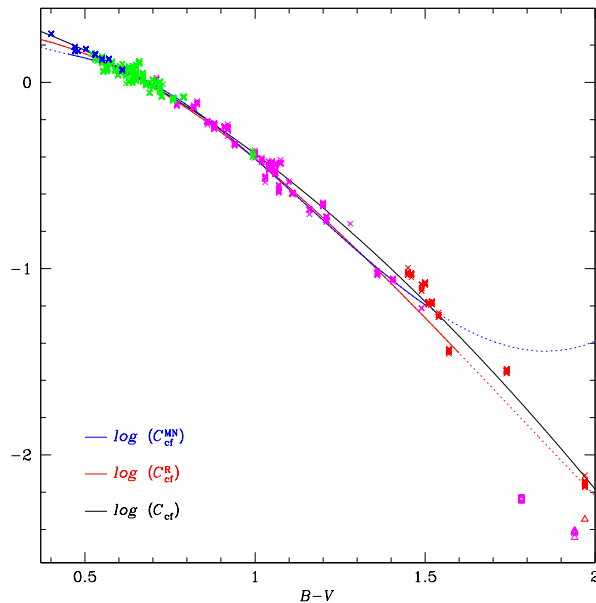


figura 8.4 graficamos este factor de corrección así calculado en función del color (descartando los dos espectros en los que habíamos detectado problemas en el flujo del continuo). Como antes, los colores de cada punto indican el tipo espectral. Superpuestos, los factores de corrección de Noyes et al. y Rutten, en azul y rojo respectivamente. Con líneas llenas se indican los rangos de color propuestos por los autores, mientras que las líneas punteadas extienden estos factores de corrección a todo el rango de colores graficado.

Realizamos un ajuste por cuadrados mínimos para estos datos, excluyendo del análisis a los espectros de las estrellas **K25** y **K26**, y también a otro espectro (indicado por un triángulo rojo en la figura) que se apartaba mucho del resto y del que corroboramos que presentaba deficiencias. En un primer intento propusimos un polinomio de grado 4 en el color, pero los parámetros del ajuste eran inestables ante variaciones del error porcentual en nuestras mediciones, indicando que los cinco parámetros libres del ajuste eran demasiados. Por el contrario, al ajustar un polinomio de grado 3, pequeñas variaciones en los errores llevaban a pequeñas variaciones en los parámetros del ajuste. Finalmente, errores en $\log C_{cf}$ de 4.2 ($\approx 9.5\%$ de error en C_{cf}) resultaron en un nivel de significancia razonable del 60%. La curva obtenida por este método se grafica en negro en la figura 8.4, y sus parámetros son:

$$\log C_{cf} = 0.036 (B - V)^3 - 0.587 (B - V)^2 - 0.29 (B - V) + 0.459. \quad (8.15)$$

Este ajuste está hecho con los 777 espectros restantes de las 105 estrellas. Su desviación estándar, en función del color $x \equiv B - V$, es

$$\sigma(\log C_{cf}) = 10^{-1} [0.10 - 0.59x + 1.41x^2 - 1.75x^3 + 1.19x^4 - 0.42x^5 + 0.06x^6]^{1/2}. \quad (8.16)$$

Por último, en la figura 8.5 comparamos el flujo medido en las líneas con el flujo calculado,

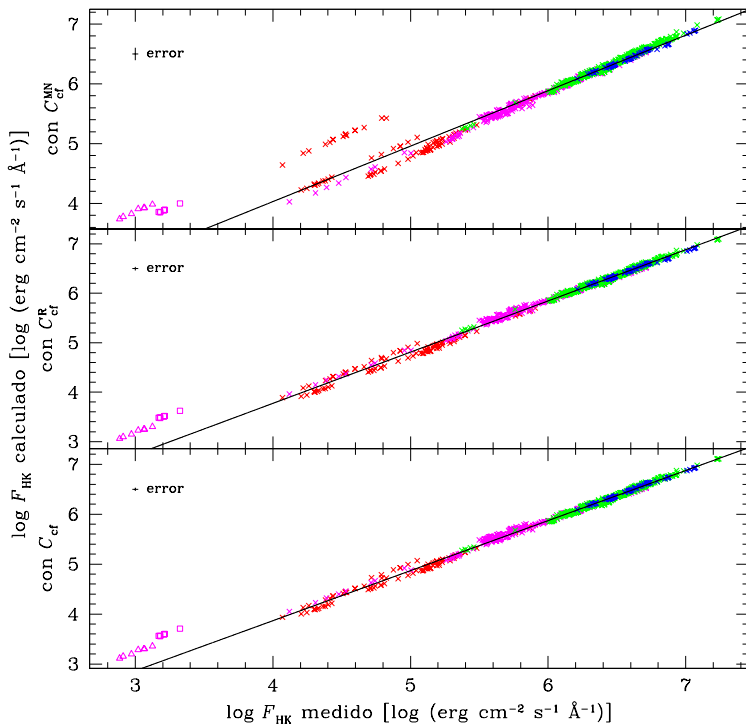


Figura 8.5: En las tres figuras se grafica en las abscisas el flujo medido en el centro de las líneas H y K en la superficie estelar, y en las ordenadas, el flujo calculado a partir de las ecuaciones 8.7 y 8.10, con los diferentes factores de corrección propuestos.

de acuerdo a los 3 factores de corrección. Considerando un error porcentual del 5 % en el flujo medido y del 8 % en el calculado, utilizando el factor de corrección propuesto en este trabajo obtenemos una significancia de más del 60 %, mientras que utilizando los factores C_{cf}^R y C_{cf}^{MN} obtenemos significancias marginales en ambos casos. En el primer caso, con un error porcentual del 8.5 % la significancia es del 50 %, mientras que en el segundo se necesita de un error del 25 % para que la significancia sea mayor al 60 %. En todos los casos, las pendientes no difieren estadísticamente de 1 ni las ordenadas al origen de 0. Las estrellas **K25** y **K26** fueron excluidas de estas regresiones lineales. En base a este análisis, podemos estimar que el error en las mediciones del flujo en las líneas es del orden del 5 %.

8.1.4. La contribución fotosférica

Como se explicó en la sección anterior, el índice R_{HK} es independiente del continuo de la estrella. Pero aún contiene una segunda dependencia con el color, a partir del flujo fotosférico R_{fot} que es integrado en los perfiles triangulares de la figura 8.1, suficientemente anchos como para incluirlo. Por lo tanto, es necesario restar esta contribución fotosférica para llegar a la emisión cromosférica real, definida como:

$$R'_{HK} = R_{HK} - R_{fot} . \quad (8.17)$$

Convencionalmente, se define el calentamiento cromosférico como el que ocurre a profundidades menores que el mínimo de temperatura. Como se explicó en § 4.5, las líneas H y K del Ca II presentan mínimos a cada lado de las líneas (H_1 y K_1 respectivamente), que se originan en el mínimo de temperatura. Más hacia el centro, se encuentran sendos máximos (H_2 y K_2), y finalmente un nuevo mínimo (H_3 y K_3). El flujo entre los mínimos H_1 y K_1 tiene origen cromosférico, mientras que el exterior a ellos es fotosférico. Por lo tanto, se puede estimar el flujo fotosférico (como función del color) integrando el flujo exterior a los mínimos, pesado con el perfil triangular antes utilizado. En la figura 8.6 se muestra la contribución fotosférica para la línea K del Sol.

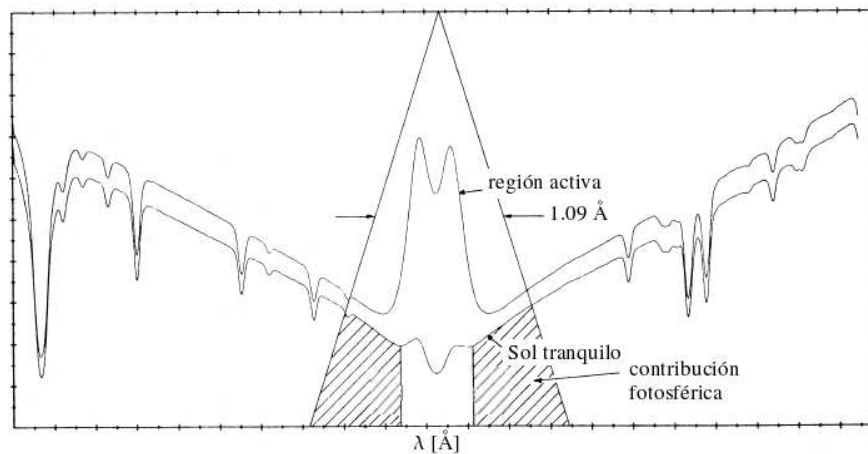


Figura 8.6: Espectro del Sol tranquilo y de una región activa en la línea K, para un punto en particular del disco solar (adaptado de White & Livingston, 1981). La zona rayada representa la contribución fotosférica al flujo medido en la línea.

Pero dada la resolución de la configuración instrumental utilizada, no es posible reconocer en nuestros espectros la ubicación de los mínimos K_1 y H_1 , por lo que no se puede estimar la contribución fotosférica a partir de nuestra muestra. Alternativamente, adoptamos una de las formas propuestas por Noyes et al. (1984):

$$\log R_{\text{fot}} = -4.02 - 1.40(B - V) \quad \text{para} \quad 0.44 < B - V < 0.82 \quad \text{ó} \quad (8.18)$$

$$\log R_{\text{fot}} = -4.898 + 1.918(B - V)^2 - 2.893(B - V)^3 \quad \text{en el mismo rango de color.} \quad (8.19)$$

Estas dos correcciones se grafican en el panel superior de la figura 8.7. Ambas son muy pequeñas para estrellas muy activas, mientras que cobran importancia creciente para las cromosféricamente menos activas. Hemos optado por utilizar la corrección lineal en el color, por su mayor simplicidad y por ser más natural; de cualquier modo, ambas correcciones son muy similares. Además, dado que cuanto mayor es el color menos importante es la contribución fotosférica, hemos usado la ecuación 8.18 para toda la muestra de estrellas; cabe notar que para $B - V > 1$, la corrección es despreciable.

En el panel superior de la figura 8.7, graficamos además $\log R_{\text{HK}}$, donde

$$\log R_{\text{HK}} = \log f_{\text{HK}} + 0.4(m_{\text{bol}} - M_{\text{bol}}^{\odot}) + \log(4\pi 100 \text{ pc}^2) - \log L_{\odot}. \quad (8.20)$$

Los cuadrados vacíos corresponden a las estrellas HD105115 (K15), HD5869 (K24), HD94683 (K25) y HD156425 (K26), que ya habíamos comprobado que son evolucionadas. En el panel inferior de la misma figura graficamos $\log R'_{\text{HK}}$, excluyendo las estrellas antes mencionadas. En la figura 8.8 se muestra el flujo medido en las líneas del Ca II luego de haber sido corregido por el flujo fotosférico, $F_{\text{HK}}^{\text{fot}} = \sigma T_{\text{eff}}^4 R_{\text{fot}}$.

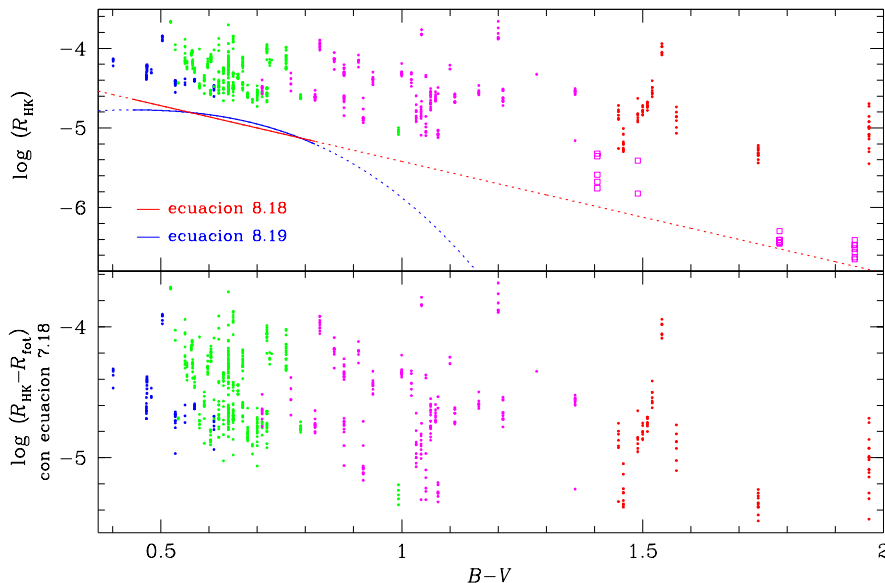


Figura 8.7: En el panel superior, los puntos corresponden a R_{HK} ; las curvas roja y azul corresponden a R_{fot} (ecuaciones 8.18 y 8.19 respectivamente), de acuerdo a Noyes et al. (1984). Las secciones punteadas de las curvas corresponden a la extensión a todo el rango de color del R_{fot} calculado. En el panel inferior, $R'_{\text{HK}} = R_{\text{HK}} - R_{\text{fot}}$, de acuerdo a la contribución fotosférica de 8.18.

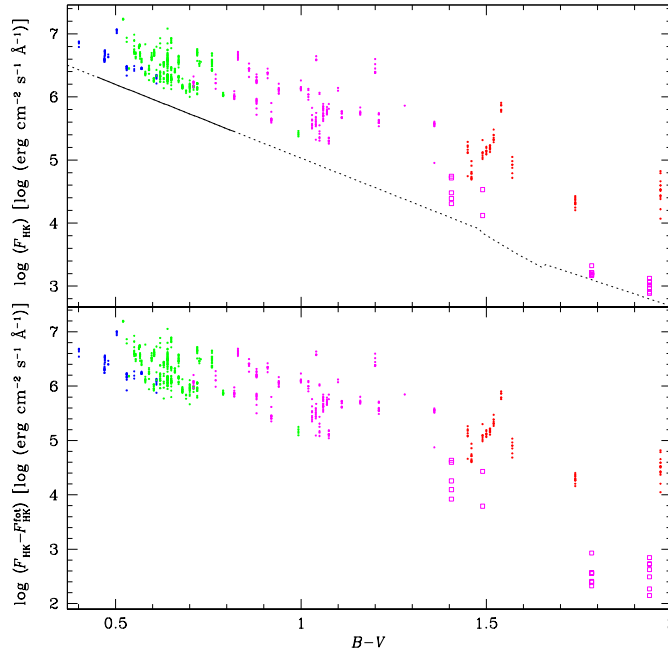


Figura 8.8: En el panel superior, el flujo medido en las líneas del Ca II. Superpuesta se muestra la curva del flujo fotosférico en las líneas, de acuerdo a la ecuación 8.18. La línea punteada corresponde a la extensión del flujo fotosférico a todo el rango de color. En el panel inferior, se grafica el flujo en las líneas de origen cromosférico. Los cuadrados vacíos corresponden a las estrellas evolucionadas.

Por otro lado, hemos también calculado un S_{fot} , es decir, el índice S asociado solamente a la emisión fotosférica. Este índice fotosférico estará entonces dado por:

$$\log S_{\text{fot}} = \log(\sigma T_{\text{eff}}^4 R_{\text{fot}}) - \log(F_A + F_R), \quad (8.21)$$

donde hemos utilizando la ecuación 8.3 para calcular $\log(F_A + F_R)$ en función del color. Cabe aclarar que dado que esta última expresión es válida en realidad para $B - V \leq 1.2$, para colores mayores el flujo del continuo podría estar sobreestimado, y por lo tanto S_{fot} subestimado. En el panel superior de la figura 8.9 se muestra la curva de S_{fot} así calculado, junto con los S originales, mientras que en el panel inferior se grafica la resta de ambos, $S' = S - S_{\text{fot}}$. Si bien es clara la dependencia con el color, la diferencia básica entre R'_{HK} y S' es que el primero está normalizado por el flujo bolométrico, es decir, esencialmente por el flujo en el máximo de acuerdo a la ley de Wien, mientras que el segundo está normalizado por el flujo en el continuo cercano. Para estrellas azules, esta diferencia no es de mayor importancia, mientras que para estrellas rojas, el flujo puede ser radicalmente diferente (para una estrella de $B - V = 0.4$, $T_{\text{eff}} \approx 6500^\circ\text{K}$ y por lo tanto $\lambda_{\text{máx}} \approx 4450 \text{ \AA}$, mientras que para una con $B - V = 2$, $T_{\text{eff}} \approx 2800^\circ\text{K}$ y $\lambda_{\text{máx}} \approx 10350 \text{ \AA}$).

La ventaja de usar S' sobre R'_{HK} es que, si bien en el segundo se ha en principio eliminado la dependencia con el color, sí depende de la T_{eff} , y este hecho puede introducir errores extras, mientras que S' no involucra ninguna suposición con la temperatura. Por otro lado, dado que R'_{HK} está normalizado con el flujo bolométrico, subestima la actividad de las estrellas muy tardías. Como ejemplo, podemos mencionar a la estrella Proxima Centauri, la más roja de la muestra ($B - V = 1.97$): el nivel de actividad según el R'_{HK} de la figura 8.7 parece bajo, aún cuando esta estrella es muy activa; en cambio, esta característica sí se aprecia en el S' de la figura 8.9.

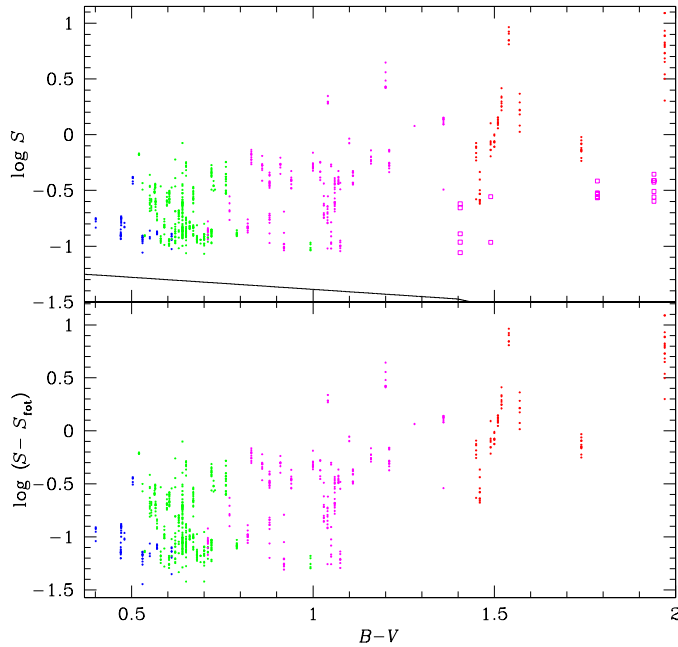


Figura 8.9: En el panel superior, los puntos corresponden a S y la curva a S_{fot} . En el panel inferior, $S' = S - S_{\text{fot}}$.

8.2. La línea $H\alpha$

En el Sol, la intensa absorción que se aprecia en $H\alpha$ se produce en la cromósfera baja y media. De hecho, en observaciones de esta línea se pueden apreciar detalles estructurales cromosféricos, y este fenómeno también ocurre para las estrellas más tardías (Labonte, 1986).

Si bien el carácter subordinado de las líneas de Balmer, sensibles a la temperatura de radiación más que a las condiciones cromosféricas de la zona donde se forman, hace que sea difícil utilizarlas como indicadores simples de actividad, las observaciones sugieren un origen común entre $H\alpha$ y el Ca II: se advierte que el centro de la línea se llena en estrellas cromosféricamente activas y también en binarias activas, llegando incluso a presentarse en emisión, como por ejemplo en las estrellas Ke y Me.

8.2.1. Elección de las ventanas de integración y calibración del continuo

Por lo tanto, una vez hecho el análisis sobre el comportamiento del calcio para nuestra muestra de estrellas, el siguiente paso fue caracterizar la línea $H\alpha$. Dada la ubicación espectral del Ca II, las estrellas más frías requieren un tiempo de integración muy largo para obtener un índice S con una relación señal-ruido aceptable. Además, la profundidad de estas líneas es muy sensible al proceso de calibración en flujo utilizado, por lo que nuestra intención es construir un índice A relacionado con $H\alpha$ que sea más confiable.

Con este propósito, hemos definido este índice como:

$$A = \frac{f_{H\alpha}}{f_{6605}} \left(= \frac{F_{H\alpha}}{F_{6605}} \right), \quad (8.22)$$

donde $f_{H\alpha}$ es el flujo promedio medido en una ventana de 1.5 \AA centrada en la línea, y f_{6605} es el flujo promedio en un continuo cercano de 20 \AA de ancho centrado en 6605 \AA (ver

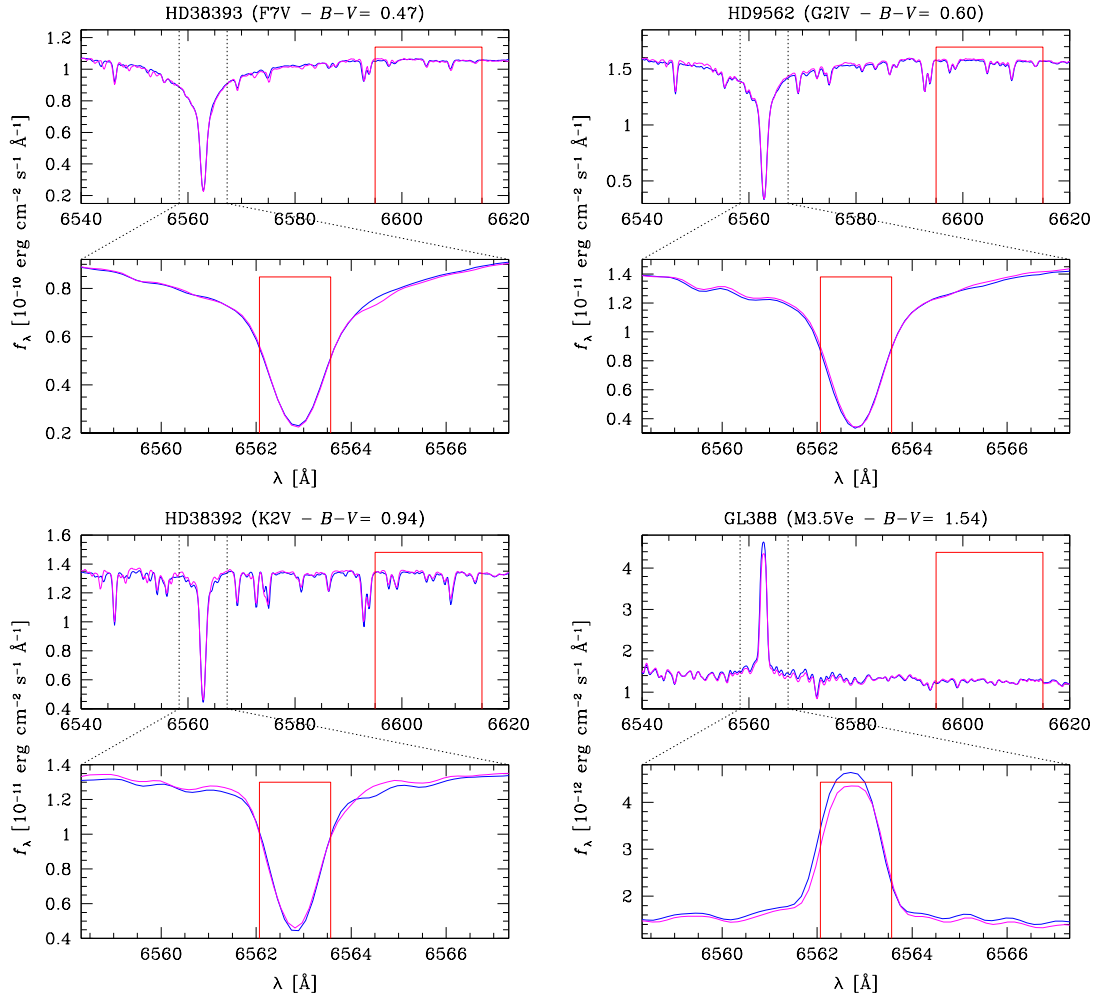


Figura 8.10: Ventanas utilizadas para calcular el índice A . Se muestran las mismas cuatro estrellas de la figura 8.1. Para cada una, debajo de la figura principal se muestra en detalle la línea H α . En cada caso se muestran dos espectros correspondientes a dos noches diferentes. Además, superpuestas, se señalan en rojo las regiones de integración de los continuos y de las líneas.

figura 8.10).

Luego de medir los flujos en todos los espectros de nuestra muestra, estudiamos el comportamiento del continuo con el color $B - V$ de la misma forma que para el Ca II. En la figura 8.11 se muestra el ajuste entre el continuo del flujo de H α y el color. Los parámetros del ajuste lineal, hecho con los 684 espectros de las 93 estrellas con $B - V \leq 1.4$, y variando los errores hasta obtener una significancia del 55 % (errores porcentuales individuales del 4.6 %) son:

$$\log F_{6605} = (-1.041 \pm 0.004)(B - V) + (7.584 \pm 0.003) \quad \text{y} \quad \rho = -0.965. \quad (8.23)$$

Nuevamente, la desviación estándar puede acotarse por

$$\sigma(\log F_{6605}) \leq 0.003 \text{ dex}. \quad (8.24)$$

Hall (1996), mediante un método de interpolación del continuo a la longitud de onda de

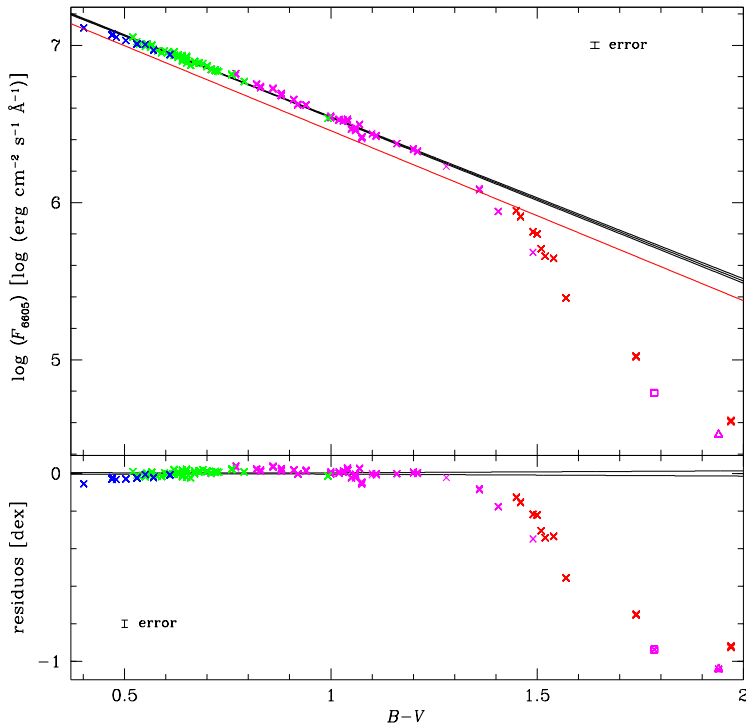


Figura 8.11: Logaritmo del flujo del continuo de $H\alpha$ en función del color. El ajuste lineal está realizado sólo con las estrellas con $B-V < 1.4$. En rojo, la relación propuesta por Hall (1996).

la línea, obtiene un ajuste muy similar con parámetros:

$$\log (F_{6563})_{\text{Hall}} = [-1.081(B - V) + 7.538] \pm 0.033 \text{ dex}, \quad (8.25)$$

para menos de 94 estrellas enanas con $-0.1 \leq B - V \leq 1.4$, que se muestra en rojo en la figura 8.11.

8.2.2. El flujo en la línea $H\alpha$ y la contribución fotosférica

Para corroborar nuestras mediciones del flujo en la línea, comparamos nuestras mediciones con las de Pasquini & Pallavicini (1991), que calcularon el flujo en la superficie estelar con una ventana de 1.7 \AA centrada en la línea, para una muestra de estrellas enanas G y K.

Para las 24 estrellas de nuestra muestra que también se incluyen en el citado trabajo, hemos calculado el flujo medio en $H\alpha$, $\langle F_{H\alpha} \rangle$, mediante promedios ponderados de nuestras mediciones individuales, cada una con un error del 10%. En la figura 8.12 se muestra nuestro flujo medio $\langle F_{H\alpha} \rangle$ y el calculado por Pasquini & Pallavicini, $F_{H\alpha}^{\text{PP}}$, normalizado por el ancho de la ventana. El ajuste lineal entre ambos, que también se muestra en la figura, tiene parámetros:

$$F_{H\alpha}^{\text{PP}} = (1.087 \pm 0.058) \langle F_{H\alpha} \rangle - (0.544 \mp 0.121) \quad \text{y} \quad \rho = -0.985, \quad (8.26)$$

con una significancia de más del 77% (los errores en los flujos de Pasquini & Pallavicini son también del 10%, aunque para cada estrella poseen una única observación).

En el caso de $H\alpha$, determinar cuál es la contribución fotosférica es mucho más complicado que para el Ca II. Por un lado, para el calcio se puede determinar a partir de qué punto en las alas el flujo es fotosférico; por el otro, la contribución fotosférica en el calcio es generalmente muy pequeña con respecto al flujo cromosférico, mientras que en el caso de $H\alpha$ el centro

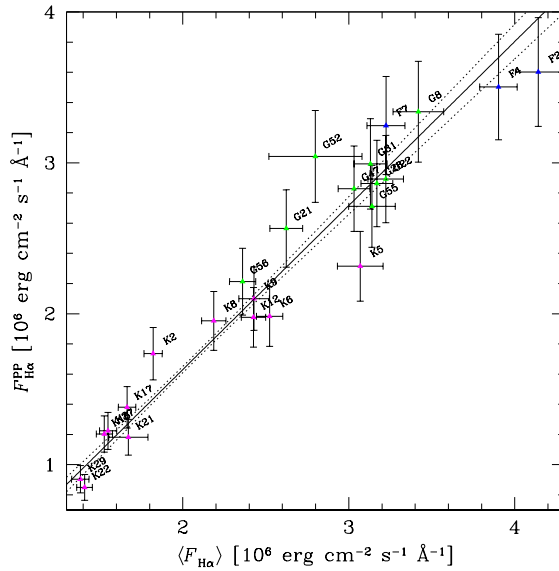


Figura 8.12: Flujo en el centro de H α : en las abscisas nuestras mediciones, y en las ordenadas las de Pasquini & Pallavicini (1991).

es claramente no opaco aún en las estrellas más inactivas, y por lo tanto la contribución cromosférica es el resultado de una diferencia entre dos cantidades comparables. Una forma habitual de superar este inconveniente, cuando la cantidad de observaciones es relativamente importante, es suponer que el flujo fotosférico depende sólo del color y corresponde al mínimo observado.

En la figura 8.13, en el panel superior, se muestra el flujo en H α en función del color. Los puntos indicados con cuadrados vacíos corresponden a las 4 estrellas que descartamos en los gráficos anteriores. Se muestra también la curva que representa al flujo mínimo en la línea,

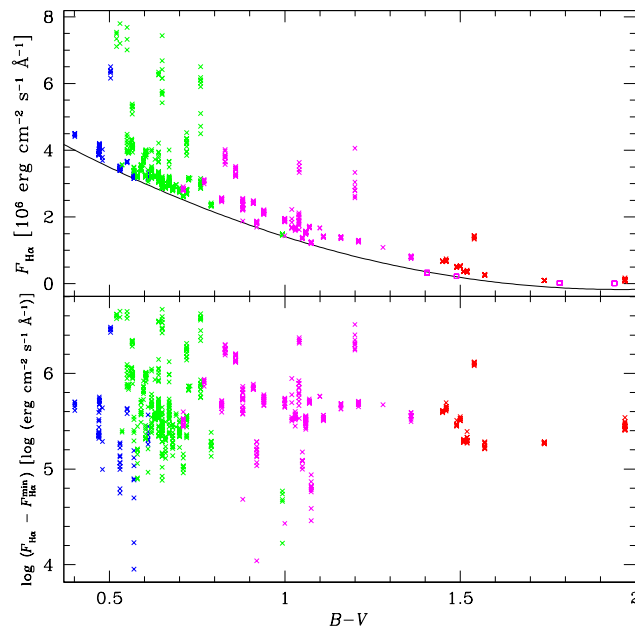


Figura 8.13: En el panel superior, el flujo total en la línea de H α y el flujo mínimo, dado por la ecuación 8.27. En el panel inferior, el flujo cromosférico.

que ajustamos con un polinomio cuadrático dado por:

$$F_{\text{H}\alpha}^{\text{mín}} = 10^4 [643 - 674(B - V) + 172(B - V)^2]. \quad (8.27)$$

En el panel inferior de la misma figura se muestra el flujo cromosférico, calculado como $F_{\text{H}\alpha} - F_{\text{H}\alpha}^{\text{mín}}$.

8.2.3. Relación entre H α y el Ca II

En la figura 8.14 se grafica el flujo total en H α en función del flujo total en el Ca II, para los 760 espectros individuales (una vez eliminados los que presentaban anomalías y los correspondientes a las estrellas evolucionadas), indicando como en las figuras anteriores los tipos espectrales por el color de los puntos. A primera vista, pareciera haber una relación entre ellos. De hecho, es usual que se utilice un ajuste lineal entre ambos y se considere a H α un buen indicador de actividad.

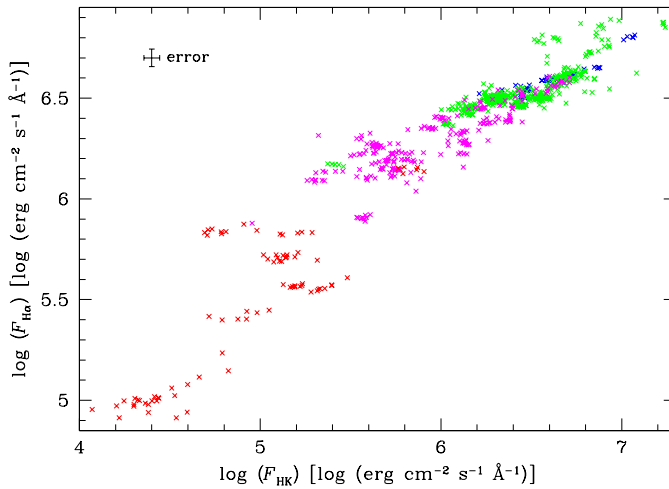


Figura 8.14: Flujos totales de H α y del Ca II para todos los espectros individuales que no han sido excluidos por alguna de las razones ya mencionadas.

En la mayoría de los casos donde se hace esto (ver por ejemplo Montes et al., 1995; Strassmeier et al., 1990; Robinson et al., 1990; Giampapa et al., 1989) se cuenta con una observación por estrella para cada flujo, o bien se toman promedios de varias observaciones de H α y del Ca II por separado, ya que generalmente estas observaciones no son simultáneas. Para reproducir estos resultados, hemos tomado los flujos promedios para cada estrella, ponderando con los errores de medición, obteniendo la figura 8.15.

Pareciera existir un comportamiento diferenciado: para estrellas cuyo flujo promedio en el Ca II, $\langle F_{\text{HK}} \rangle$, es mayor que $295 \cdot 10^3 \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ \AA}^{-1}$, ajustamos una recta con parámetros:

$$\log \langle F_{\text{H}\alpha} \rangle = (0.417 \pm 0.016) \log \langle F_{\text{HK}} \rangle + (3.837 \pm 0.103) \quad \text{y} \quad \rho = -0.983, \quad (8.28)$$

aunque la significancia es sólo marginal: recién al considerar errores tres veces y media mayores a las desviaciones estándares calculadas al promediar, el nivel de confianza es mayor al 50 % para las 90 estrellas en cuestión. En la figura 8.15 se muestra esta recta junto con las bandas de error de $\pm 3\sigma$.

En cambio, las estrellas con $\langle F_{\text{HK}} \rangle$ menor que $295 \cdot 10^3 \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ \AA}^{-1}$ no presentan un comportamiento tan marcado: en la misma figura se muestra el ajuste lineal, aunque en este

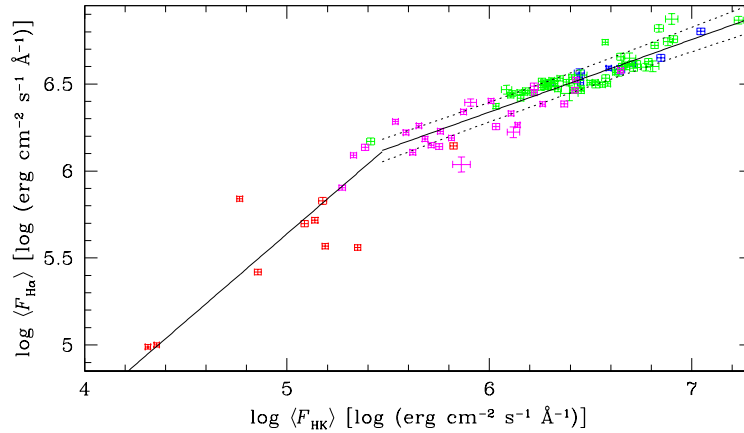
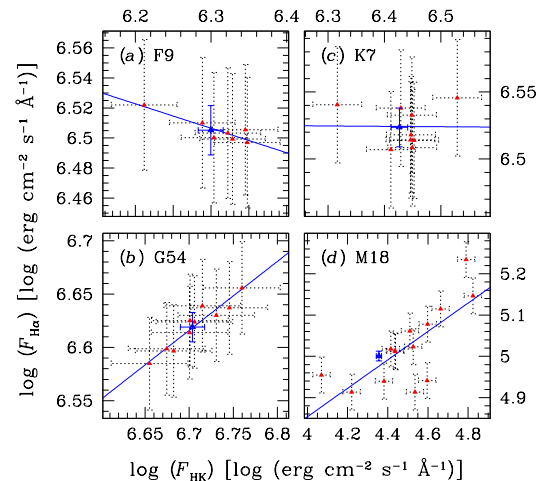


Figura 8.15: Flujo total promedio en $H\alpha$ en función del flujo total promedio en el Ca II. Se muestran también las rectas de ajuste utilizadas (ver texto).

caso la significancia es nula.

Dado que contamos con mediciones simultáneas de ambos flujos para varias fechas de cada estrella, podemos corroborar si cada una de ellas, individualmente, presenta este mismo comportamiento. Con esta finalidad, en la figura 8.16 se muestra el flujo en $H\alpha$ en función del flujo en el Ca II, para algunas estrellas de la muestra, de diferente tipo espectral y diferentes niveles de actividad. Se puede ver que el comportamiento en cada caso es absolutamente distinto: mientras que hay estrellas que presentan una clara correlación entre ambos flujos, como en el caso de las figuras (b) y (d) –aunque con pendientes muy diferentes entre ellas–, hay otras estrellas en las que $H\alpha$ pareciera ser indiferente al nivel de actividad, como en (c), y hasta existen algunas estrellas para las que los flujos están anticorrelacionados, como en (a).

Figura 8.16: Relación entre el flujo de $H\alpha$ y el del Ca II para algunas de las estrellas de la muestra. Se grafican en rojo las mediciones individuales y en azul los promedios ponderados. Para cada gráfico, las pendientes obtenidas por cuadrados mínimos (sin considerar los errores) son: (a) -0.163, (b) 0.647, (c) -0.003 y (d) 0.344.



Este hecho nos indica que la tendencia presente en las figuras 8.14 y 8.15 no es producto de una relación directa de la actividad medida por $H\alpha$ con la actividad medida por el Ca II, sino por el contrario producto de una relación de cada flujo por separado con el color o el tipo espectral.

Para corroborar que la fuerte correlación entre el Ca II y $H\alpha$ es debido al color y no a la actividad, en la figura 8.17 graficamos los flujos promedios directamente relacionados con la

actividad, $\langle F_{\text{HK}} - F_{\text{HK}}^{\text{fot}} \rangle$ y $\langle F_{\text{H}\alpha} - F_{\text{H}\alpha}^{\text{min}} \rangle$ respectivamente. Vemos que efectivamente se pierde toda relación. Soderblom et al. (1993) ya habían sugerido que, dado que las condiciones bajo las cuales se forman H α y el Ca II son diferentes, es posible encontrar diferencias significativas entre ellas al observar una u otra estrella.

Cabe aclarar que, sin embargo, para algunas estrellas en particular, aún permanece válida la existencia de una relación directa entre la actividad medida en H α y la actividad medida en el calcio. Por ejemplo, en el capítulo 9 utilizaremos H α como indicador primario de actividad para Proxima Centauri.

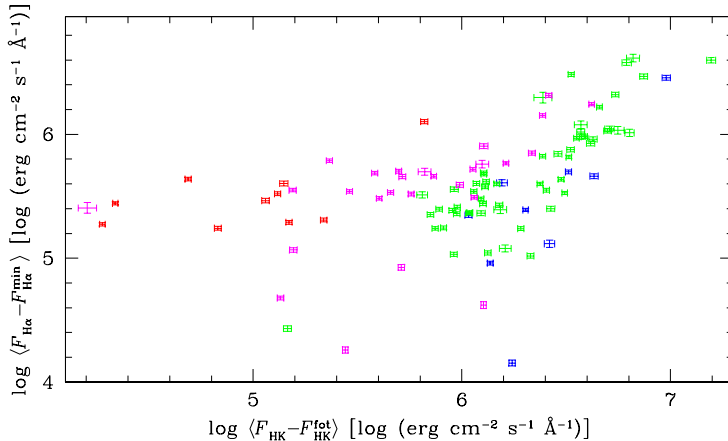


Figura 8.17: Flujo cromosférico promedio en H α en función del flujo cromosférico promedio en el Ca II.

8.3. La línea He I D₃

El triplete D₃ del He I (²P-³D), ubicado en 5875.65 Å, es un interesante diagnóstico de la actividad magnética por diversos motivos. En el caso solar, presenta una excelente correlación espacial con *plages* (Landman, 1981). La ausencia de absorción en regiones no magnéticas en el Sol sugiere que cualquier componente basal no magnética de la línea (es decir, debida al calentamiento acústico; Schrijver, 1995) es mínima, convirtiendo a D₃ en una evidencia de actividad magnética “pura”. Por lo tanto, su sola presencia en estrellas frías indica la existencia de procesos de calentamiento no radiativos, dado que esta línea no puede ser excitada a temperaturas fotosféricas. Además, la absorción de D₃ es más fácil de detectar –contra el fuerte fondo fotosférico– que, por ejemplo, la débil emisión del Ca II en estrellas F (García-López et al., 1993).

Los mecanismos de formación de esta línea son ampliamente debatidos en la literatura. Se ha propuesto que D₃ es producto de fotoionización debida a la radiación coronal, seguida de recombinación radiativa (Zirin, 1975), producto de excitación colisional en la cromósfera densa (Athay & Johnson, 1960), o alguna combinación de ambos fenómenos (Milkey et al., 1973). Shine et al. (1975) sugieren que se debe tener en cuenta la difusión del He por el fuerte gradiente de temperatura cromosférico (aunque esto es cuestionado por Wolff & Heasley, 1984), mientras que Cuntz & Luttermoser (1990) encuentran que los *shocks* producidos por ondas acústicas son importantes en estrellas de baja gravedad superficial. Más recientemente, dos estudios independientes encontraron, mediante el modelado de atmósferas, que el calen-

tamiento coronal (*backwarming*) es relativamente poco importante: Andretta & Giampapa (1995), para estrellas F y G, y Lanzafame & Byrne (1995), para estrellas M activas. Ambos trabajos sugieren que la línea D₃ está principalmente dominada por colisiones, al menos en las atmósferas libres de fulguraciones de la mayoría de las estrellas frías (Mauas et al., 2005).

La temperatura de formación de la línea D₃ está en el rango de $8000 \text{ K} \leq T_{\text{form}} \leq 40000 \text{ K}$, siendo el valor menor más típico del Sol y de estrellas inactivas, y el mayor de estrellas activas con mayores presiones fotosféricas (Andretta & Giampapa, 1995). Este hecho ubica a la línea en temperaturas de formación un poco mayores a la mayoría de los indicadores de actividad en el rango óptico, y por lo tanto es un diagnóstico único de la alta cromósfera vista desde la superficie terrestre.

Dado que la cantidad de mediciones del He I disponibles en la literatura es pequeña, y en general no hay bibliotecas uniformes que involucren amplios rangos espectrales, nuestro propósito es extender el estudio de la línea D₃ al rango espectral de nuestra muestra de estrellas, ampliando trabajos previos restringidos a estrellas F (García-López et al., 1993) y G y K (Saar et al., 1997).

8.3.1. Elección del mejor indicador relacionado con la línea D₃

Índice Z

De forma similar a la empleada para analizar el calcio y el hidrógeno, el primer paso de nuestro estudio del helio fue elegir ventanas de integración para el continuo y para la línea. En el primer caso, se eligió una ventana de 20 Å centrada en 5840 Å, mientras que para la línea la más adecuada resultó una ventana de 0.7 Å de ancho. Nuestra intención es definir un índice Z como:

$$Z = \frac{f_{D_3}}{f_{5840}} \left(= \frac{F_{D_3}}{F_{5840}} \right). \quad (8.29)$$

En la figura 8.18 se muestran las ventanas de integración elegidas, para estrellas de diferentes tipos espectrales.

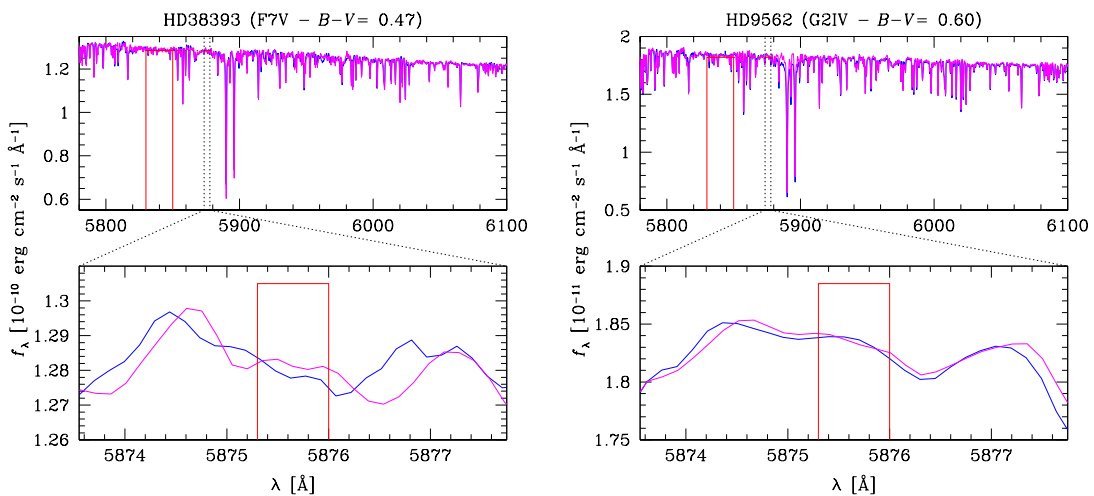


Figura 8.18: *Continúa en la página siguiente.*

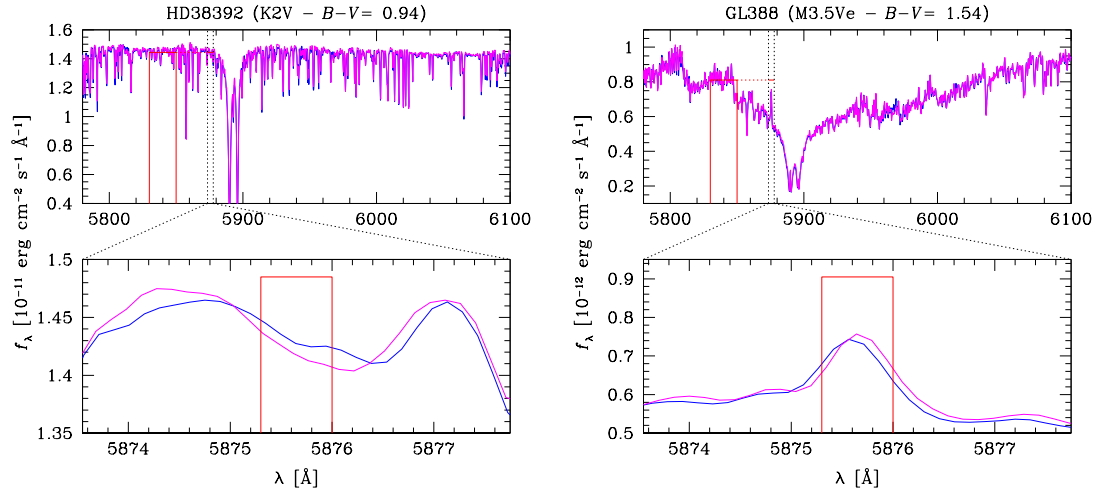


Figura 8.18: *Continuación de la página anterior.* Ventanas utilizadas para calcular el índice Z . Se muestran las mismas cuatro estrellas de la figura 8.1. Para cada una, debajo de la figura principal se muestra en detalle la línea D_3 . En cada caso se muestran dos espectros correspondientes a dos noches diferentes. Además, superpuestas, se señalan en rojo las regiones de integración de los continuos y de las líneas.

En el panel superior de la figura 8.19 se grafica el flujo del continuo así calculado, con errores porcentuales individuales del 4%. Para los 684 espectros con $B - V \leq 1.4$ se obtiene una recta con una significancia del 57%. Los parámetros del ajuste son:

$$\log F_{5840} = (-1.165 \pm 0.003)(B - V) + (7.731 \pm 0.002) \quad \text{y} \quad \rho = -0.965. \quad (8.30)$$

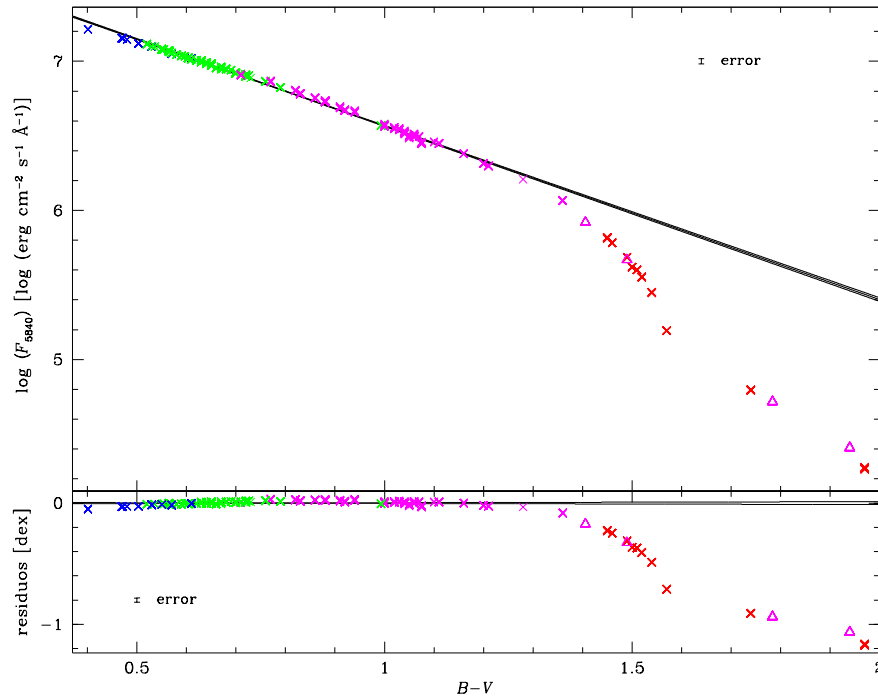


Figura 8.19: Logaritmo del flujo del continuo de D_3 en función del color. El ajuste lineal está realizado sólo con las estrellas con $B - V < 1.4$.

Sin embargo, las estrellas más tardías de la muestra presentan una banda molecular de TiO muy importante en esta región espectral, por lo que el flujo del continuo probablemente esté subestimado. Por otro lado, dado que la línea es tan débil, y además su ancho varía fuertemente con el tipo espectral (ver figura 8.18), las mediciones del flujo promedio en la línea –calculado por integración directa en 0.7 Å– son de calidad dudosa.

En la figura 8.20 graficamos el flujo en la línea en función del flujo en el continuo para los 796 espectros de la muestra. Vemos que ambos flujos son casi idénticos, con una pendiente unitaria y una ordenada al origen que no difiere estadísticamente de 0. Por lo tanto, el flujo promedio en la línea, medido por integración directa en una ventana de 0.7 Å, está esencialmente midiendo el flujo en el continuo, y el índice Z definido por la ecuación 8.29 no es un indicador adecuado.

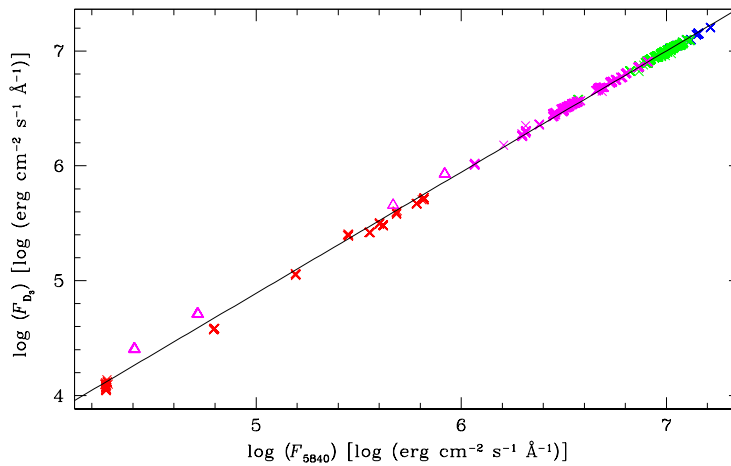


Figura 8.20: Flujo promedio en la línea D₃ en función del flujo promedio en el continuo.

Al respecto, cabe aclarar que en el capítulo siguiente, donde nos concentramos en la actividad de una estrella en particular muy tardía, GL551, sí utilizaremos este índice, debido a que la línea está en emisión y su ancho –para esta estrella– es del orden de la ventana de integración elegida, y por lo tanto Z es un buen parámetro para caracterizar a D₃.

Ancho equivalente y flujo de D₃

Alternativamente, en lugar de utilizar el índice Z de la ecuación 8.29, buscamos un parámetro más representativo de la actividad en la línea D₃. Además de los problemas recién descritos, esta línea presenta una fuerte superposición (*blend*) con líneas débiles fotosféricas, en particular Fe I (5876.30 Å), Cr I (5876.55 Å) y otras, no identificadas, a 5875.76 Å y 5875.14 Å. La más importante de ellas es la de Fe I, y es la única que se puede apreciar en nuestros espectros por su resolución.

Por lo tanto, decidimos ajustar –por cuadrados mínimos– la región espectral del D₃ con dos gaussianas, centradas en la línea de interés y en la del hierro. Luego, escribiendo el ajuste $f(\lambda)$ como

$$f(\lambda) = f_0 + f_1 \lambda + A_{D_3} \exp\left(\frac{\lambda - \lambda_{D_3}}{\sigma_{D_3}}\right) + A_{FeI} \exp\left(\frac{\lambda - \lambda_{FeI}}{\sigma_{FeI}}\right), \quad (8.31)$$

y permitiendo que los dos parámetros del continuo – f_0 y f_1 – y los seis de las dos gaussianas

$-A_{D_3}$, λ_{D_3} , σ_{D_3} , A_{FeI} , λ_{FeI} y σ_{FeI} varíen (ver comentario al final del capítulo 4), podemos calcular el flujo en el continuo:

$$f_0 + f_1 \lambda_{D_3}, \quad (8.32)$$

y el ancho equivalente EW_{D_3} (ver ecuación 4.67):

$$EW_{D_3} \approx -\frac{\sqrt{2\pi} \sigma_{D_3} A_{D_3}}{f_0 + f_1 \lambda_{D_3}}. \quad (8.33)$$

En la figura 8.21 se muestran los ajustes hechos para varios espectros: en negro, se grafica el espectro original, en azul, el ajuste total y en rojo el ajuste a la línea D_3 una vez removido el *blend* del hierro.

Para las pocas estrellas que presentaban el helio en emisión, como por ejemplo la última de esta misma figura, el procedimiento utilizado fue diferente. Primero, para cada una buscamos otra estrella de nuestra muestra que fuese de similar tipo espectral, pero lo menos activa posible. Renormalizamos un espectro de esta estrella auxiliar para llevarlo al mismo nivel de continuo que la de interés, y se lo restamos. Sobre este último espectro así corregido, medimos el ancho equivalente.

Este ajuste lo realizamos sobre la mayoría de los espectros de nuestra muestra. Como dijimos y se puede ver en la figura 8.18, la línea D_3 es muy débil, y en algunos casos la calidad de los espectros no era suficiente para que el ajuste realizado fuese razonable; en estos casos, desistimos de medir el ancho equivalente, y por lo tanto limitamos los análisis

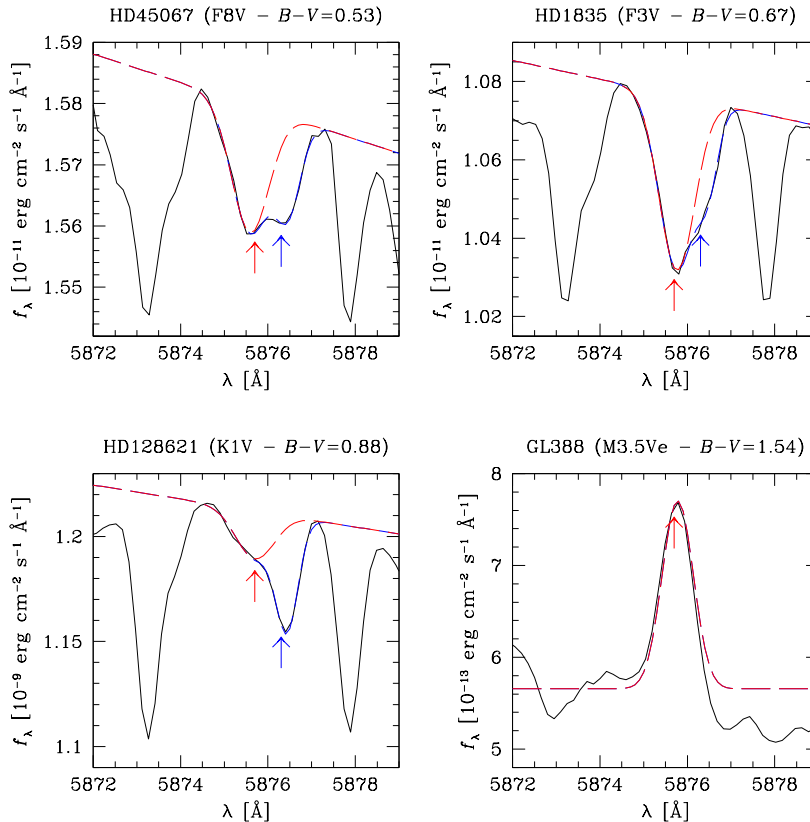


Figura 8.21: Región espectral de la línea D_3 para estrellas de diferentes tipos. En negro, los espectros respectivos. En azul se grafican los ajustes realizados, considerando un *blend* de dos líneas, y en rojo el ajuste sólo a la línea de helio. Con flechas se indican los centros de cada línea.

siguientes a los 613 espectros en los que pudimos ajustar una función $f(\lambda)$.

Para corroborar que los ajustes realizados fuesen confiables, como primer paso graficamos el flujo del continuo –en la superficie estelar– calculado de esta forma, en función del flujo del continuo por integración directa, F_{5840} , como se muestra en la figura 8.22. Superpuesta, se muestra la función identidad. Vemos que ambos difieren sólo en el caso de las estrellas M, para las cuales las bandas moleculares son importantes. Al realizar el ajuste $f(\lambda)$, el flujo del continuo calculado es el flujo del continuo *local*, mientras que al integrar en las ventanas de la figura 8.18 el flujo del continuo está medido en una región más alejada y que, por la banda de TiO, difiere apreciablemente en intensidad de la de la línea. Si bien, entonces, el flujo del continuo calculado como $f_0 + f_1 \lambda_{D_3}$ no es un continuo estricto, en el sentido de que está muy adentro de la banda molecular, sí es el continuo local a la línea, y es el relevante para el cálculo del flujo removido por la misma. Por otro lado, para las estrellas más tempranas, ambos flujos continuos medidos son prácticamente idénticos, justamente por la ausencia de bandas moleculares.

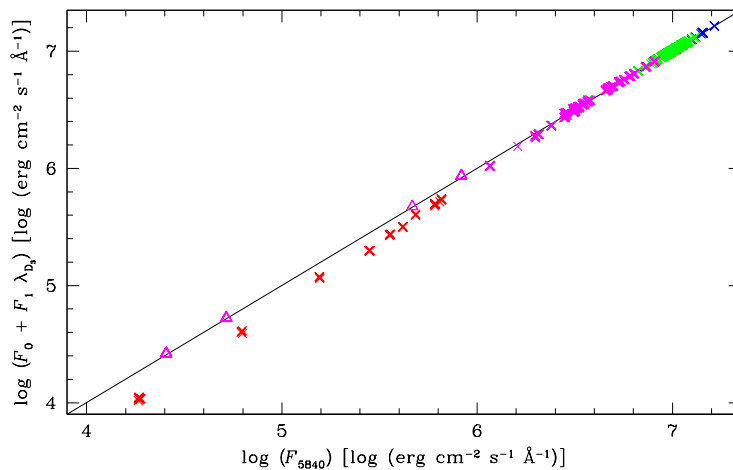


Figura 8.22: Flujo en el continuo del helio calculado según la ecuación 8.32 en función del flujo promedio en el continuo por integración directa. La recta corresponde a la función identidad.

8.3.2. Comparaciones con mediciones de otros autores

Como mencionamos, el trabajo de Saar et al. (1997) incluye mediciones del ancho equivalente del helio para 53 estrellas de tipo G y K, 25 de las cuales están incluidas en nuestra muestra, lo mismo que 3 de las estrellas F del trabajo de Garcia-Lopez et al. (1993). Con el fin de comparar nuestras mediciones con las mencionadas, realizamos un promedio de nuestros anchos equivalentes para cada una de esas 28 estrellas, y los graficamos en la figura 8.23.

En esta figura, las mediciones indicadas con flechas corresponden a cotas máximas dadas para el ancho equivalente en los dos trabajos citados; así mismo, para algunas de las estrellas no se consignan los errores de medición. Para la única estrella con el helio en emisión, se graficó el módulo del ancho equivalente con un triángulo lleno, mientras que las estrellas que tienen D₃ en absorción se indican con triángulos vacíos.

Los errores de nuestras mediciones son ciertamente complejos de estimar: no sólo se deben tener en cuenta posibles errores en la calibración en flujo, como para los índices anteriormente caracterizados, sino también incertezas provenientes del ajuste $f(\lambda)$ empleado. Además,

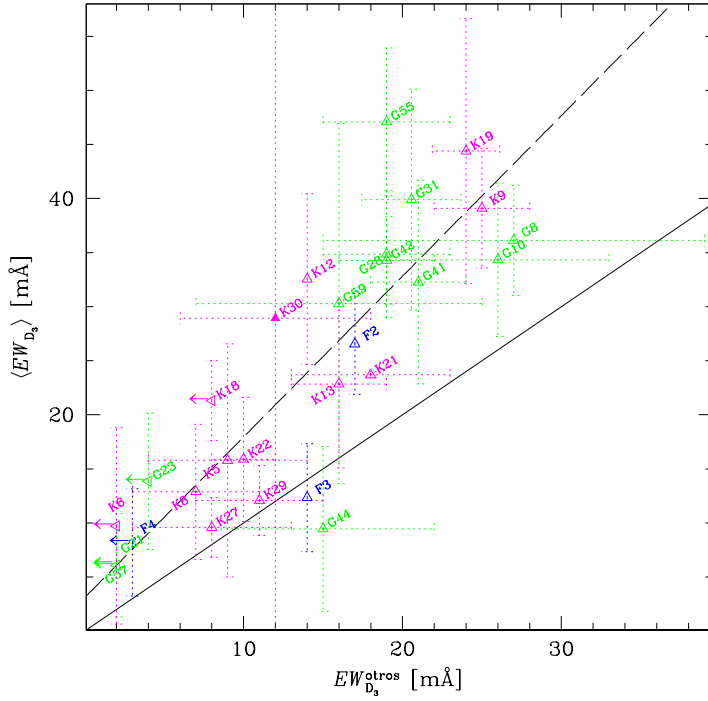


Figura 8.23: Ancho equivalente medido en este trabajo en función del medido por otros autores. En línea llena, la función identidad; en línea quebrada, el ajuste realizado. El significado de los diferentes tipos de puntos se explica en el texto.

debido a la poca intensidad de la línea, es esperable que estos errores sean grandes en comparación con los de los índices del Ca II y de $H\alpha$. En la figura, graficamos como barras de error las desviaciones estándares de los datos de cada estrella. En particular, la estrella que tiene el helio en emisión es de tipo K5Ve, y por lo tanto la gran variabilidad que observamos puede ser debida a su actividad intrínseca. Por último, también se grafican de forma orientativa con línea llena la función identidad, y con línea quebrada la recta de cuadrados mínimos.

El proceso de calibración utilizado por Saar et al. es bastante complejo; básicamente, para remover los *blends* mencionados utilizan espectros de estrellas inactivas que, convolucionados con funciones de ensanchamiento rotacional adecuadas, reproducen la velocidad de cada una de las estrellas de su muestra. Luego utilizan estos espectros, que presentan las líneas fotosféricas pero no la D_3 , para restarlos de los espectros de interés, y proceder finalmente a medir los anchos equivalentes en estos espectros sustraídos. Saar et al. compararon estos anchos así calculados con otros de trabajos anteriores para 10 estrellas en común, encontrando en general que sus anchos eran apreciablemente menores, lo que atribuyen a la deficiente corrección de los *blends* en los trabajos previos, o a una posible corrección exagerada propia. Si bien es cierto que para varias estrellas nuestras mediciones son un 50 % más grandes que la de Saar et al., esta diferencia es equiparable entonces a la recién mencionada. Ciertamente, debe también tenerse en cuenta nuestra menor resolución: $R \approx 26\,400$ contra $R \approx 100\,000$.

Un parámetro con más significado físico que el ancho equivalente es el flujo de la línea –absorbido o emitido–, calculado simplemente multiplicando el ancho equivalente por el flujo en el continuo. En la figura 8.24 graficamos el flujo así calculado en función del flujo en la línea de los trabajos de Saar et al. y Garcia-Lopez et al.. Nuevamente, la línea llena indica la función identidad y la quebrada el ajuste por cuadrados mínimos. En este caso, obtenemos $\langle F_{D_3} \rangle \approx 2.7 F_{D_3}^{\text{otros}}$.

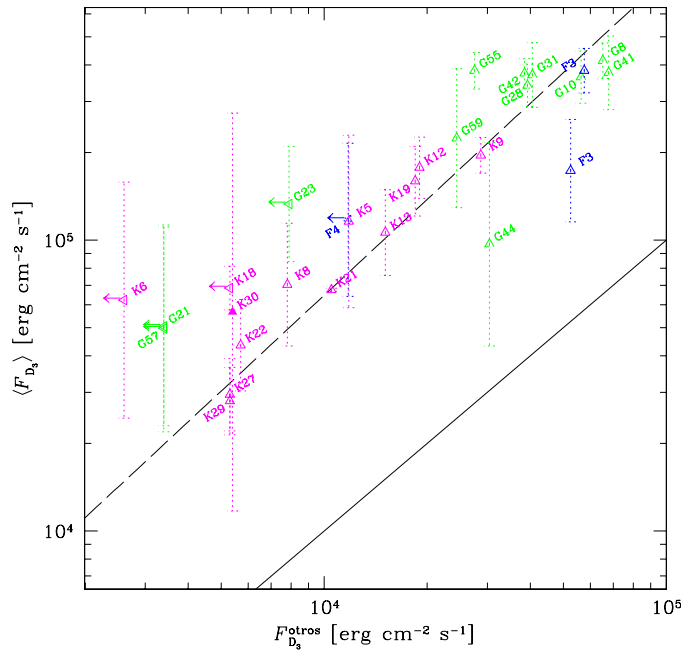


Figura 8.24: Flujo absorbido por D₃. En el eje de las ordenadas, nuestras mediciones, mientras que en el de las abscisas las de Saar et al. (1997) y Garcia-Lopez et al. (1993). Los símbolos utilizados son similares a los de la figura 8.23.

Cabe resaltar que, mientras que nosotros medimos el flujo del continuo, en los dos trabajos citados éste fue estimado interpolando modelos atmosféricos de Kurucz (1979, 1992). Para corroborar si este flujo así calculado era una buena estimación, consideramos la estrella HR6060, incluida en ambos trabajos y en nuestra muestra, que es el mejor análogo solar conocido (Porto de Mello & da Silva, 1997; Soubiran & Triaud, 2004). Medimos entonces el flujo del continuo en 5876 Å del atlas solar de Brault & Neckel (Neckel, 1999), encontrando que éste es aproximadamente 4.3 veces el flujo del continuo de HR6060 calculado por Saar et al. y 3.6 veces el de Garcia-Lopez et al., y sólo 0.9 veces el de nuestro espectro de HR6060, una diferencia que entra dentro del 10% de error estimado en nuestra calibración en flujo. Por lo tanto, concluimos que nuestras mediciones del flujo en el continuo son más confiables que las de Saar et al. y Garcia-Lopez et al..

De todas formas, podríamos estar sobreestimando el flujo en la línea F_{D_3} a partir de sobreestimar el ancho equivalente. Sin embargo, aún cuando encontramos que nuestros anchos equivalentes cumplen $\langle EW_{D_3} \rangle \approx 1.5 EW_{D_3}^{\text{otros}}$ (donde $EW_{D_3}^{\text{otros}}$ son los anchos de Saar et al. y de las únicas dos estrellas F de Garcia-Lopez et al.), y dado que ya ellos habían encontrado que sus mediciones eran menores que las de otros autores en factores comparables con los nuestros, es factible que efectivamente Saar et al. hayan “sobrecorregido” los *blends* cercanos a D₃. Es por eso que estimamos que el flujo removido por D₃ que encontramos en este trabajo es más preciso que en los dos trabajos citados.

8.3.3. Relaciones entre el flujo de D₃ y otras variables

En la figura 8.25 graficamos el flujo absorbido por la línea en función del color. Nuevamente, las estrellas indicadas con triángulos llenos son las que presentan el helio en emisión. Si bien para un color dado se puede apreciar una gran dispersión en $\langle F_{D_3} \rangle$, producto de diferentes

niveles de actividad, existe un claro límite superior para estrellas más azules que $B - V = 1.5$, dado por $\langle \log F_{D_3} \rangle \approx -1.932(B - V) + 7.2$ e indicado con línea quebrada en la figura. Convirtiendo el color a temperatura efectiva, de acuerdo a la figura 7.3, esto implica que la máxima absorción de D₃ es $F_{D_3}^{\text{máx}} \approx 8.5 \cdot 10^{-26} T_{\text{eff}}^{8.26}$ [erg cm⁻² s⁻¹] para $6500 \text{ °K} \geq T_{\text{eff}} \geq 3500 \text{ °K}$ ($0.4 \leq B - V \leq 1.5$). Esta fuerte dependencia no es producto sólo de la del flujo del continuo, ya que de acuerdo a la figura 8.19 el flujo del continuo es proporcional a T_{eff}^5 . En la misma figura se indica con línea llena el flujo máximo según Saar et al. (1997). La diferencia entre ambos flujos máximos es la misma que la ya discutida de la figura 8.24.

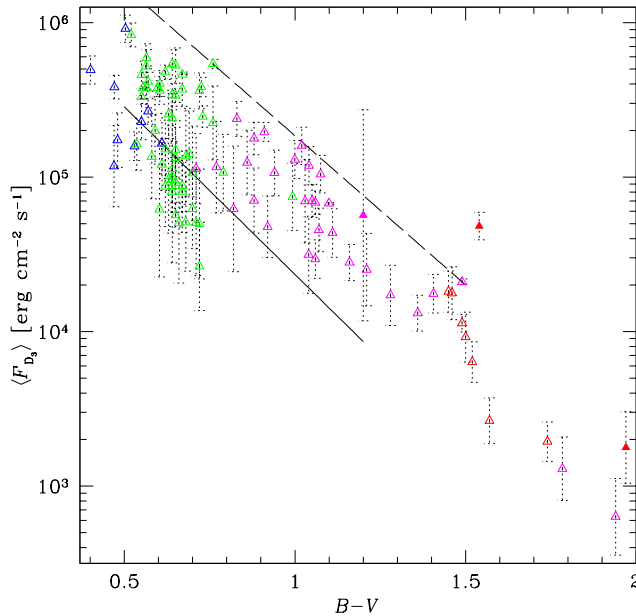


Figura 8.25: Flujo absorbido por D₃ en función del color. Los triángulos llenos corresponden a estrellas con emisión en el helio. La línea llena corresponde a la estimación del flujo máximo hecha por Saar et al. (1997), mientras que la línea quebrada es el flujo máximo según nuestras mediciones.

Por otro lado, si el helio es un buen indicador de actividad, debe presentar una buena correlación con el calcio. Como mencionamos al comienzo de esta sección, la línea D₃ no tiene ninguna componente fotosférica, por lo que su flujo debe ser directamente una medida de la actividad. Para corroborar esto, en la figura 8.26 graficamos el flujo removido por el helio, promediado por estrella, en función del flujo cromosférico de las líneas H y K. Las estrellas indicadas con cuadrados vacíos son las evolucionadas, que se apartan claramente de la tendencia general y fueron excluidas del ajuste realizado, indicado con la línea en la misma figura. Si bien la significancia del ajuste, de pendiente 1, es marginal, al respecto debe tenerse en cuenta que los errores en F_{D_3} son muy grandes. Por este mismo motivo, al graficar las mediciones individuales de ambos flujos la tendencia se pierde. Pero, a diferencia de lo que ocurría entre el Ca II y H α , en este caso para cada estrella en particular sus mediciones individuales se dispersan aleatoriamente en una región del tamaño de los errores en el flujo de D₃, en vez de presentar diferentes correlaciones dependiendo de la estrella en cuestión.

Por último, investigamos la dependencia del flujo en D₃ con el período de rotación, como se muestra en la figura 8.27. Para períodos mayores a 4 días, la tendencia general es que cuanto más rápido rota una estrella, mayor es su actividad en el helio. La recta quebrada de la figura es un ajuste a las estrellas de mayor flujo (el grupo más numeroso de la figura), dado por $\langle F_{D_3} \rangle \approx P_{\text{rot}}^{-0.8}$, similar a la relación encontrada por Saar et al., de exponente -1.2 ± 0.2 .

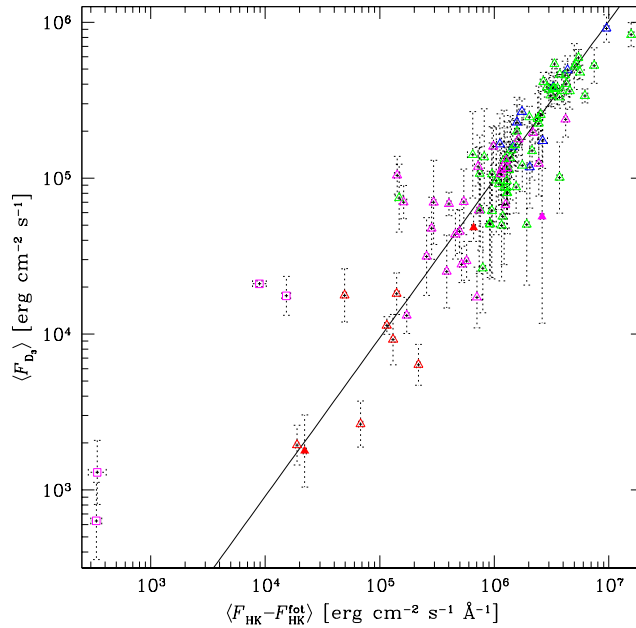


Figura 8.26: Flujo absorbido por D₃ en función del flujo cromosférico en el Ca II. La recta corresponde al ajuste por cuadrados mínimos, excluyendo las estrellas evolucionadas que se indican con cuadrados vacíos.

Se puede apreciar que todas las estrellas M –sin importar cuán rápido roten– presentan una absorción mucho menor que las de otros tipos espectrales. Asimismo, para un período de rotación determinado, la absorción en las estrellas G es mayor que en las K. Por otro lado, además de las M, varias estrellas –aquellas de las que se indica el rótulo– se apartan de la tendencia general, y se descartaron para realizar el ajuste. Entre ellas, **K30** presenta D₃ en emisión y es muy activa; y tanto el período de rotación de **F8** como el de **G40** están calculados a partir de $v \sin i$, por lo que pueden estar mal estimados.

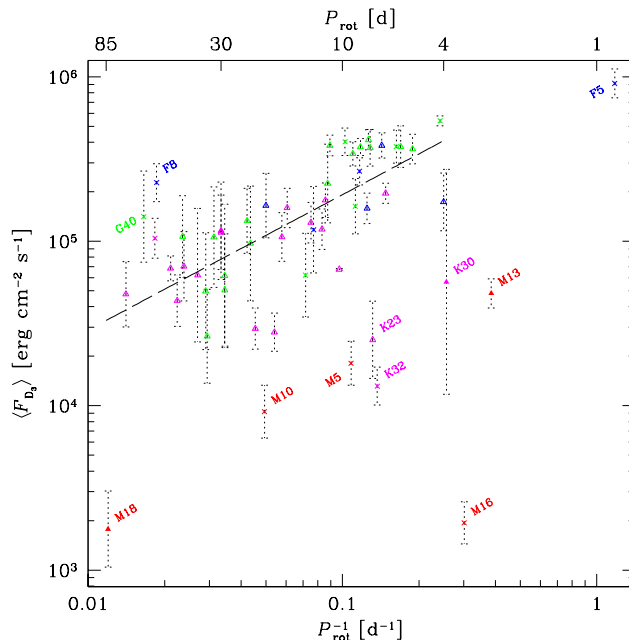


Figura 8.27: Flujo absorbido por D₃ en función de la inversa del período de rotación, para las 40 estrellas con períodos medidos (triángulos) y las 15 con períodos estimados a partir de $v \sin i$ (cruces). La línea quebrada es un ajuste hecho con las 44 estrellas cuyo rótulo no se indica en la figura. Los triángulos llenos corresponden a estrellas con el helio en emisión.

Como se explicó y se puede apreciar en la figura, la actividad magnética aumenta al disminuir el período de rotación. Se considera que para períodos menores a 3 días la actividad magnética en estrellas enanas alcanza un régimen de saturación (Vilhu, 1984). Sin embargo, aún cuando el período de F5 es también incierto, y por lo tanto no se puede ser concluyente, pareciera ser que la tendencia a aumentar el flujo al disminuir el período se continúa en esta estrella. En consecuencia, sería útil en el futuro contar con más mediciones de estrellas rotadoras rápidas para determinar si efectivamente el flujo del helio se satura o por el contrario, como pareciera desprenderse de esta figura, sigue aumentando.

Capítulo 9

Ciclo de actividad en Proxima Centauri

*Aguardad vuestro turno con paciencia y con fe.
Que hay más estrellas que hombres y hay alas para todos.*

LEÓN FELIPE

*Me pregunto si las estrellas están encendidas
con el fin de que cada uno pueda encontrar la suya algún día.*

ANTOINE DE SAINT-EXUPÉRY

Como mencionamos anteriormente, se han observado ciclos de actividad del tipo del solar en numerosas estrellas tardías (ver, por ejemplo, Baliunas et al., 1995). Estas observaciones están restringidas a estrellas de tipo espectral entre F y K.

Sin embargo, dado que en estrellas más tardías la convección es más importante, es de sumo interés extender el estudio de ciclos estelares hacia el final de la secuencia principal. En particular, se supone que estrellas más tardías que M5 son totalmente convectivas.

La intención de este capítulo es entonces investigar la existencia de un ciclo de actividad en la estrella Proxima Centauri, que es la más tardía de nuestra muestra (M5.5e) y es muy activa. Con este objetivo, en la primera parte del capítulo se introduce el problema de las mediciones de señales periódicas en Astrofísica, junto con un detalle de diferentes métodos utilizados para la detección de períodos. En la segunda parte del capítulo se presentan primero las observaciones realizadas, así como una discusión sobre posibles fulguraciones. Por último, se hace un estudio de la existencia o no de un ciclo de actividad en Proxima, aplicando estas técnicas de detección de períodos. Parte de este trabajo ha sido publicado en Cincunegui & Mauas (2005).

9.1. Análisis espectral de datos

9.1.1. Planteo del problema

Como es sabido, la forma más directa de estudiar fenómenos periódicos es a través del análisis tradicional de Fourier. Sin embargo, diversos factores observacionales, como ser la

disponibilidad del tiempo de observación y las condiciones meteorológicas, confluyen para que las series temporales halladas en Astrofísica habitualmente no estén muestreadas en forma equiespaciada temporalmente, o sean incompletas. Es por eso que el análisis de Fourier no es aplicable en forma directa en estos problemas.

Los métodos utilizados en la búsqueda de periodicidades en series temporales astronómicas pueden dividirse en dos grandes grupos: técnicas modificadas de Fourier, en el espacio de frecuencias, y análisis de diagramas de fase, en el espacio de tiempos. En general, ambos métodos tienen sus ventajas y desventajas características. En el caso del análisis de Fourier, es rápido y muy eficiente, pero no es muy sensible ante funciones periódicas no armónicas. Esta última dificultad no está presente en los métodos de diagramas de fase, que además son menos afectados por la no uniformidad del muestreo.

En esta sección presentaremos en forma muy breve estos dos tipos de métodos para buscar periodicidad. Supondremos una muestra de observaciones $\{t_n, h_n \pm \varepsilon_n\}$, con $n = 1, \dots, N$, donde t_n es el tiempo (al que suponemos sin error), h_n cierta magnitud medida y ε_n el error de cada medición. El intervalo temporal del conjunto de mediciones es $[t_1, t_N]$. Nuestra hipótesis de trabajo será que la magnitud h que estamos midiendo tiene una dependencia temporal dada por una función real, continua, acotada y de período T desconocido, $h(t)$, y los errores en las mediciones son tales que el valor h_n medido pertenece al intervalo $[h(t_n) - \kappa \varepsilon_n, h(t_n) + \kappa \varepsilon_n]$, siendo $\kappa \sim 1$ cierta constante. En la figura 9.1 se muestra una serie temporal sintética de este tipo.

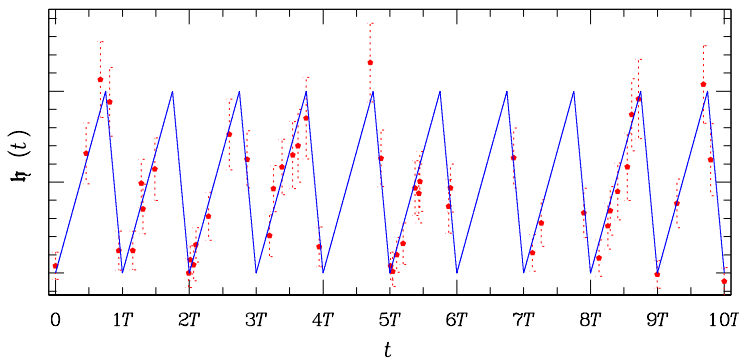


Figura 9.1: Serie temporal sintética, construida a partir de una señal de perfil triangular considerando espaciamiento temporal arbitrario y errores gaussianos para cada punto, menores al 15% en cada caso. La serie consta de 50 datos distribuidos a lo largo de 10 períodos. El período considerado es de 10 unidades temporales.

9.1.2. Métodos modificados de Fourier

Datos equiespaciados temporalmente

Primero supondremos que los datos están equiespaciados para repasar algunas definiciones, y ver cómo se modifican en el caso general. Consideraremos además que las mediciones no tienen errores. Para un resumen más detallado, ver por ejemplo Press et al. (1992).

Dada la función $h(t)$, su transformada de Fourier $\mathcal{H}(f)$ y la densidad del espectro de potencias $P^h(f)$, ambas en función de la frecuencia $f = (2\pi)^{-1}\omega$, son:

$$\mathcal{H}(f) \doteq \int_{-\infty}^{\infty} h(t) e^{2\pi i f t} dt \quad \text{y} \quad P^h(f) \doteq |\mathcal{H}(f)|^2 + |\mathcal{H}(-f)|^2, \quad \text{con} \quad 0 \leq f < +\infty. \quad (9.1)$$

Si la serie de datos está equiespaciada temporalmente, de la forma:

$$h_n = h(t_n), \quad \text{con} \quad t_n = n \Delta t \quad \text{y} \quad n = 1, \dots, N, \quad (9.2)$$

podemos aproximar la integral de la ecuación 9.1 por la suma:

$$\mathcal{H}(f_k) = \Delta t \sum_{n=1}^N h_n \exp\left(\frac{2\pi i k n}{N}\right) \doteq \Delta t \mathcal{H}_k, \quad (9.3)$$

donde hemos definido la transformada discreta de Fourier \mathcal{H}_k .

La *frecuencia crítica de Nyquist* se define como:

$$f_c \doteq \frac{1}{2 \Delta t}. \quad (9.4)$$

Cualquier frecuencia $f > f_c$ presente en la señal temporal será trasladada en forma espúrea (*aliased*) al rango $(-f_c, f_c)$. Por lo tanto, f_c es la frecuencia más alta que podremos buscar en nuestra serie utilizando este método.

Supondremos para simplificar que N es un número par. En ese caso, dado que tenemos N mediciones independientes, a lo sumo podremos tener N valores independientes de la transformada $\mathcal{H}(f_k)$, para N valores de frecuencia f_k en el rango $(-f_c, f_c)$:

$$f_k \doteq \frac{k}{N \Delta t} \quad \text{con} \quad k = -\frac{N}{2}, \dots, \frac{N}{2}. \quad (9.5)$$

Los valores extremos de k en esta ecuación corresponden exactamente a los límites del rango crítico de Nyquist. Si bien en principio son $N + 1$ frecuencias, se puede demostrar que sólo N son independientes, ya que $\mathcal{H}(f_{N/2}) = \mathcal{H}(f_{-N/2})$.

Uno de los estimadores de la densidad del espectro de potencias es el llamado *periodograma*. Utilizando el algoritmo FFT (*Fast Fourier Transform*), está definido en $N/2 + 1$ frecuencias como:

$$\begin{cases} P^h(f_0 = 0) &= |\mathcal{H}_0|^2 / N^2 & k = 0, \\ P^h(f_k) &= (|\mathcal{H}_k|^2 + |\mathcal{H}_{-k}|^2) / N^2 & k = 1, \dots, \frac{N}{2} - 1, \\ P^h(f_{N/2} = f_c) &= |\mathcal{H}_{N/2}|^2 / N^2 & k = \frac{N}{2}. \end{cases} \quad (9.6)$$

Periodograma de Lomb-Scargle

Cuando los datos no están equiespaciados, la ecuación 9.6 no es válida. Sin embargo, es posible encontrar otro buen estimador del espectro de potencias. Siguiendo a Scargle (1982), primero definimos el valor medio y la varianza de la muestra:

$$\bar{h} \doteq \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N h_n \quad \text{y} \quad \sigma^2 \doteq \frac{1}{N-1} \sum_{n=1}^N (h_n - \bar{h})^2, \quad (9.7)$$

y la constante τ como:

$$\tan(2\omega\tau) = \frac{\sum_{n=1}^N \sin(2\omega t_n)}{\sum_{n=1}^N \cos(2\omega t_n)}. \quad (9.8)$$

Entonces, el periodograma normalizado de Lomb-Scargle, en función de la frecuencia angular $\omega = 2\pi f > 0$, se define como:

$$P_{\text{LS}}(\omega) \doteq \frac{1}{2\sigma^2} \left\{ \frac{\left[\sum_{n=1}^N (h_n - \bar{h}) \cos \omega(t_n - \tau) \right]^2}{\sum_{n=1}^N [\cos \omega(t_n - \tau)]^2} + \frac{\left[\sum_{n=1}^N (h_n - \bar{h}) \sin \omega(t_n - \tau) \right]^2}{\sum_{n=1}^N [\sin \omega(t_n - \tau)]^2} \right\}. \quad (9.9)$$

La ventaja de la normalización elegida (σ^{-2}) es que permite testear la validez de la hipótesis. Si la muestra h_n es la suma de una señal periódica y ruido blanco gaussiano independiente, la hipótesis nula es que todos los valores son variables gaussianas aleatorias independientes. Se puede demostrar que para cualquier ω particular, en el caso de hipótesis nula el estimador $P_{\text{LS}}(\omega)$ tiene una distribución de probabilidades exponencial con valor medio unitario (Horne & Baliunas, 1986):

$$P(z \leq P_{\text{LS}}(\omega) \leq z + dz) = e^{-z} dz, \quad \text{o bien} \quad P(P_{\text{LS}}(\omega) \leq z) = 1 - e^{-z}. \quad (9.10)$$

Por lo tanto, si se muestrean M frecuencias *independientes* (es decir, se calcula $P_{\text{LS}}(\omega)$ para M valores independientes de ω), la probabilidad de que ninguna de ellas dé un valor de periodograma mayor a z es $(1 - e^{-z})^M$. En otras palabras, la probabilidad de medir un valor de periodograma mayor a z para alguna frecuencia en el caso de hipótesis nula (FAP, por la sigla en inglés de *False Alarm Probability*) es:

$$P(P_{\text{LS}}(\omega) > z) = 1 - (1 - e^{-z})^M. \quad (9.11)$$

Esta ecuación nos da por lo tanto la significancia de los picos hallados en el periodograma: un valor pequeño en la probabilidad $P(P_{\text{LS}}(\omega) > z)$ nos indica una señal periódica altamente significativa.

Obviamente, para calcular esta significancia es necesario conocer M . En general, dependerá del número de frecuencias muestreadas, el número N de datos, y el espaciamiento entre ellos. Se puede mostrar que cuando los datos están equiespaciados temporalmente y cuando las frecuencias muestreadas “llenen” el rango entre 0 y la frecuencia de Nyquist, M es aproximadamente igual a N . Más aún, este hecho no cambia demasiado si el espaciamiento temporal es aleatorio. Sin embargo, cuando la frecuencia excede la crítica, M aumenta en forma proporcional. (Cabe aclarar aquí que las frecuencias muestreadas pueden ser superiores a la de Nyquist pues al no ser equiespaciados, habrá datos más cercanos temporalmente que el Δt promedio). El único caso donde M difiere significativamente de N es en el caso en que los datos presenten un claro agrupamiento. Cuando, por ejemplo, los datos se adquieren en grupos de a 3, el número de frecuencias independientes se reduce en un factor de aproximadamente un tercio.

En la figura 9.2 se muestra el periodograma de la serie de la figura 9.1. Se grafican también los niveles de confianza del 50% y 99%. El pico más alto, que corresponde al período de 10 de la serie sintética, tiene un nivel de FAP de $7 \cdot 10^{-7}$.

9.1.3. Curvas de luz

La segunda familia de métodos para hallar períodos tienen en común que hacen uso de las llamadas *curvas de luz*. Primero definiremos entonces qué son estas curvas y cómo se construyen.

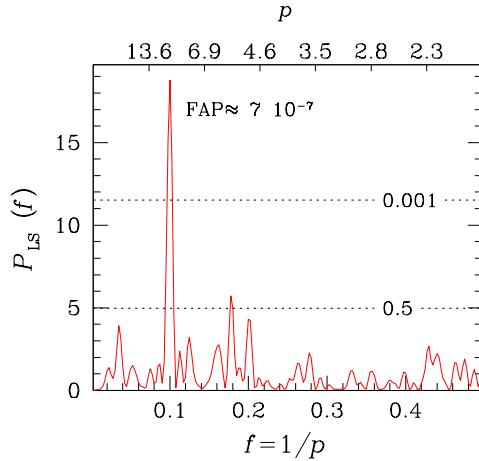


Figura 9.2: Periodograma de Lomb-Scargle de la serie de la figura 9.1.

Volvemos entonces a la función $\mathfrak{h}(t)$ de la cual tomamos la muestra a analizar. Si $\tilde{\mathfrak{h}}(t)$ es la misma función normalizada, está definida en el espacio bidimensional $[t_1, t_N] \times [0, 1] \equiv \mathcal{O}_t$. Bajo la hipótesis de que es una función periódica, llamaremos T a su período, en principio desconocido.

Haremos ahora un cambio de variables, pasando del tiempo t a la fase ϕ , a la que definimos como

$$\phi \doteq \|(t - t_1)/T\|, \tag{9.12}$$

donde $\|a\|$ denotará de aquí en más la parte fraccionaria de a , y $[a]$ la parte entera de a . La función $\tilde{\mathfrak{h}}(\phi)$ –en un abuso de notación, $\tilde{\mathfrak{h}}(\phi) \equiv \tilde{\mathfrak{h}}[t(\phi)]$ – está entonces definida en el cuadrado unitario $[0, 1] \times [0, 1] \equiv \mathcal{O}_\phi$, con lados opuestos $\phi = 0, 1$ identificados. Para una fase dada, la curva $\tilde{\mathfrak{h}}(\phi)$ se repite sobre sí misma para los tiempos que cumplen que $\phi = (t - t_1)/T - m$, con $m = 0, \dots, N_T = [(t_N - t_1)/T]$, y esto sucede N_T veces.

Si (t, z) es un punto cualquiera de \mathcal{O}_t –no necesariamente sobre la curva $\tilde{\mathfrak{h}}(t)$ –, se puede mapear a un punto (φ, η) de \mathcal{O}_ϕ por medio de una función \vec{F}_p que depende de un *período de prueba* p :

$$(t, z) \longrightarrow \vec{F}_p(t, z) = (\varphi, z), \quad \text{donde} \quad \varphi \doteq \left\| \frac{t - t_1}{p} \right\|. \tag{9.13}$$

Se puede ver entonces que la primera componente de \vec{F}_p es cierta fase φ , mientras que la segunda es la identidad $\eta = z$.

Si ahora quisiéramos mapear con la misma función, un punto de \mathcal{O}_t que sí está sobre la curva definida por $\tilde{\mathfrak{h}}(t)$, la transformación será entonces:

$$[t, \tilde{\mathfrak{h}}(t)] \longrightarrow \vec{F}_p[t, \tilde{\mathfrak{h}}(t)] = [\varphi, \tilde{\mathfrak{h}}(\varphi)], \tag{9.14}$$

donde nuevamente hemos utilizado que $\tilde{\mathfrak{h}}(\varphi) \equiv \tilde{\mathfrak{h}}[\varphi(t)]$, y $n = 0, \dots, N_p = [(t_N - t_1)/p] \approx [N_T (T/p)]$. El número n aumenta en uno cada vez que la fase de prueba φ lo hace, mientras que m aumenta en uno cada vez que lo hace la verdadera fase ϕ . Los puntos $\{\varphi, \tilde{\mathfrak{h}}(\varphi)\}$ no siguen una curva simple como los puntos $\{\phi, \tilde{\mathfrak{h}}(\phi)\}$, como se puede ver en la figura 9.3.

Se suele decir entonces que la función \vec{F}_p *mapea* la serie temporal $\{t_n, \tilde{\mathfrak{h}}(t_n)\}$ en el con-

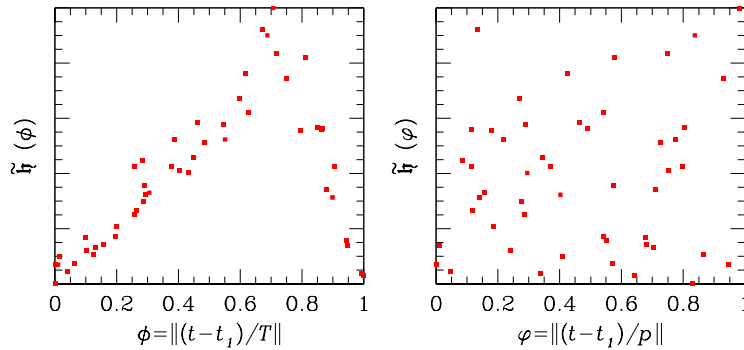


Figura 9.3: En la figura de la izquierda se muestra la curva de luz para el período verdadero T de la serie de la figura 9.1, mientras que en la derecha, se muestra la curva de luz para un período de prueba p incommensurable con T . Se puede ver a simple vista que una forma de estimar el período verdadero es maximizar el orden de la curva de luz, o equivalentemente minimizar su dispersión.

junto $\{\varphi_n, \tilde{h}(\varphi_n)\}$. Este último conjunto es el que habitualmente se llama la *curva de luz normalizada* para el período de prueba p .

Este tipo de métodos utilizados para encontrar períodos en series temporales se basa entonces en construir curvas de luz para diferentes períodos de prueba, y luego estimar de alguna forma cuál de estos períodos es el que minimiza la dispersión de los datos o el que maximiza el orden de la curva, como veremos a continuación.

Método de Jurkevich

El primer método, propuesto por Jurkevich (1971), consiste en minimizar la dispersión de la curva de luz. Con este fin, si \bar{h} es el promedio de toda la muestra, define la desviación cuadrática como:

$$V^2 = (N - 1) \sigma^2 = \sum_{n=1}^N (h_n - \bar{h})^2 = \sum_{n=1}^N h_n^2 - N\bar{h}^2. \quad (9.15)$$

Sea una *partición unidimensional uniforme* del espacio \mathcal{O}_ϕ , es decir, L conjuntos disjuntos que cubren la totalidad del espacio; la podemos escribir como $\{a_l = [\varphi_{l-1}, \varphi_l] \times [0, 1] : \Delta\varphi = 1/L\}$. Para cada subespacio a_l , las estadísticas correspondientes para \bar{h}_l y V_l^2 toman las formas:

$$\bar{h}_l = \frac{1}{n_l} \sum_{n=1}^{n_l} h_n \quad \text{y} \quad V_l^2 = (n_l - 1) \sigma_l^2 = \sum_{n=1}^{n_l} h_n^2 - n_l \bar{h}_l^2, \quad (9.16)$$

donde n_l es el número de datos que están incluidos en el l -ésimo conjunto ($\sum_{l=1}^L n_l = N$). Por lo tanto, cuando se hace una partición de L subconjuntos, la desviación cuadrática total se puede escribir como:

$$V_J^2 = \sum_{l=1}^L V_l^2 = \sum_{l=1}^L \left(\sum_{n=1}^{n_l} h_n^2 - n_l \bar{h}_l^2 \right) < V^2 = \sum_{n=1}^N h_n^2 - N\bar{h}^2, \quad (9.17)$$

donde la desigualdad se debe al teorema de adición de varianzas.

Si bien V^2 es independiente del período de prueba, las cantidades V_l^2 , \bar{h}_l y n_l dependen de p muy fuertemente. Si el período de prueba es diferente al período de la función $h(t)$, la curva de luz se dispersa irregularmente en el espacio $[0, 1] \times [0, 1]$, como se muestra en la figura 9.3. Por lo tanto, V^2 y V_j^2 son muy parecidas y su cociente cercano a 1. Si, en cambio, el período de prueba es T , V_j^2 tiene un mínimo. En la figura 9.4 se muestra el cociente entre ambas dispersiones para la misma serie temporal sintética, considerando diferentes particiones.

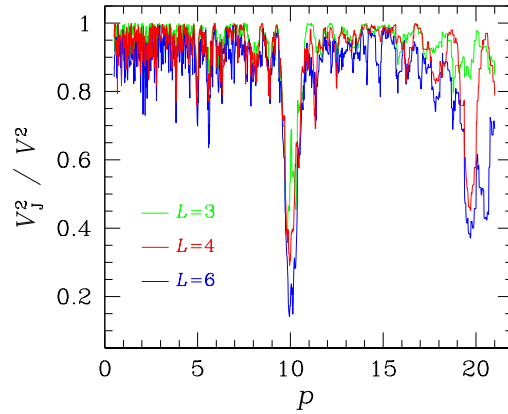


Figura 9.4: Dispersión de la curva de luz de la figura 9.3 según el método de Jurkevich. Se exploraron 1000 períodos de prueba entre 0.5 y 21, y se indica en la figura las diferentes particiones utilizadas.

Tanto este método como el que describiremos a continuación tienen la desventaja que sirven para estimar sólo cualitativamente el período de la muestra, buscando el mínimo de los estimadores descriptos; no es posible, sin embargo, calcular la significancia del período hallado. Cabe aclarar, además, que dado que todos estos métodos utilizan fuertemente la estadística, son muy eficientes cuando el número de observaciones es relativamente alto y el intervalo temporal de las mediciones cubre varios períodos.

Método de Marraco-Muzzio

Marraco & Muzzio (1980) encontraron una forma de mejorar el método anterior. Básicamente, la diferencia consiste en que dentro de cada subconjunto de la partición, estiman la desviación cuadrática con respecto a la recta que ajusta por cuadrados mínimos a cada subconjunto de datos, $V_l'^2 = \langle [h - h(\varphi)]^2 \rangle_l$, siendo:

$$h(\varphi) = \frac{(\langle \varphi h \rangle_l - \langle \varphi \rangle_l \langle h \rangle_l) \varphi + \langle \varphi^2 \rangle_l \langle h \rangle_l - \langle \varphi \rangle_l \langle \varphi h \rangle_l}{\langle \varphi^2 \rangle_l - \langle \varphi \rangle_l^2}, \quad (9.18)$$

donde hemos definido el promedio dentro de cada subconjunto como $\langle a \rangle_l \doteq n_l^{-1} \sum_{i=1}^{n_l} a_i$. En el cálculo de Jurkevich (1971), por el contrario, la dispersión estaba estimada a partir de la varianza, $\sigma^2 = \langle (h - \bar{h})^2 \rangle$.

Teniendo en cuenta esto, se llega a que para cada subconjunto la desviación está dada por:

$$V_l'^2 = \langle h^2 \rangle_l - \langle h \rangle_l^2 - \frac{(\langle \varphi h \rangle_l - \langle \varphi \rangle_l \langle h \rangle_l)^2}{\langle \varphi^2 \rangle_l - \langle \varphi \rangle_l^2}. \quad (9.19)$$

Por lo tanto, la dispersión total cuyo mínimo nos indicará el período real de la muestra es:

$$\sigma_{\text{MM}}^2 = \frac{1}{N - 2L} \sum_{l=1}^L n_l V_l'^2, \quad (9.20)$$

donde la normalización propuesta proviene del hecho de que en cada subconjunto l (de los que hay L en total) los datos independientes son dos menos que los originales. En la figura 9.5 se grafica la dispersión de la curva de luz según este método, para las mismas particiones que en el caso anterior.

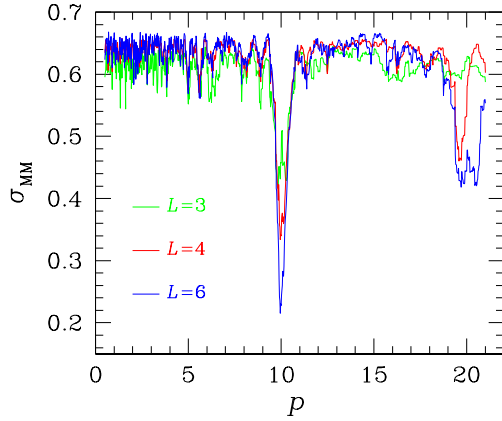


Figura 9.5: Dispersión de la curva de luz de la figura 9.3 según el método de Marraco-Muzzio. Se exploraron 1000 períodos de prueba entre 0.5 y 21, y se indica en la figura las diferentes particiones utilizadas.

La ventaja principal de este método por sobre el anterior es que la dependencia del estimador con el período de prueba p es más suave; este hecho cobra especial relevancia cuando la cantidad de datos es muy pequeña, dado que en ese caso la dispersión de Jurkevich presenta una forma muy escalonada. Además, es insensible a efectos de *aliasing* en las mediciones, así como también a frecuencias espúreas provenientes del espaciamiento temporal.

Método de la entropía de Shannon

El tercer y último método que veremos que hace uso de la curva de luz tiene la ventaja que sí permite estimar la significancia del período hallado, además de poder contemplar los errores en las mediciones, que hasta ahora habíamos despreciado.

Siguiendo a Cincotta (1999), consideramos la curva de luz de la serie temporal, $\{\varphi_n; \eta_n = \tilde{h}(\varphi_n), \tilde{\varepsilon}_n\}$, donde los errores $\tilde{\varepsilon}_n$ se encuentran normalizados de la misma forma que las magnitudes η_n . En este caso, definimos una partición uniforme en ambas variables $\{a_{lk} = [\varphi_{(l-1)}, \varphi_{(l)}] \times [\eta_{(k-1)}, \eta_{(k)}] : \Delta\varphi = 1/L, \Delta\eta = 1/K\}$. Podemos además definir una densidad de probabilidad ρ asociada al punto (φ, η) como:

$$\rho(\varphi, \eta) \doteq R \sum_{n=1}^N \delta(\varphi - \varphi_n) \psi(\eta - \eta_n; \tilde{\varepsilon}_n), \quad (9.21)$$

donde hemos tenido en cuenta que t_n y h_n (y por lo tanto φ_n y η_n) son variables independientes y la primera de ellas no tiene errores. R es una constante de normalización. La probabilidad

asociada a cada elemento de la partición elegida será entonces:

$$\rho(a_{lk}) = \int_{a_{lk}} \rho(\varphi, \eta) d\varphi d\eta = R \sum_{n=1}^{n_l} \int_{\eta_{(k-1)}}^{\eta_{(k)}} \psi(\eta - \eta_n; \tilde{\varepsilon}_n) d\eta, \quad (9.22)$$

siendo n_l los puntos cuyas fases pertenecen al intervalo $[\varphi_{(l-1)}, \varphi_{(l)})$. Suponiendo que la densidad de probabilidad de las variables η_i es gaussiana, podemos integrar esta ecuación llegando a:

$$\rho(a_{lk}) = \frac{\sum_{n=1}^{n_l} \left[\operatorname{erf}\left(\frac{\eta_{(k)} - \eta_n + 1}{\sqrt{2\tilde{\varepsilon}_n}}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{\eta_{(k)} - \eta_n}{\sqrt{2\tilde{\varepsilon}_n}}\right) \right]}{\sum_{n=1}^N \left[\operatorname{erf}\left(\frac{1 - \eta_n}{\sqrt{2\tilde{\varepsilon}_n}}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{\eta_n}{\sqrt{2\tilde{\varepsilon}_n}}\right) \right]}, \quad (9.23)$$

donde $\eta_{(k)} = k/K$.

La *entropía de Shannon* es una función que mide el ordenamiento de la curva de luz (Cincotta et al., 1999); para la partición y el período de prueba dados, se define como:

$$S_p \doteq - \sum_{l=1}^L \sum_{k=1}^K \rho(a_{lk}) \ln[\rho(a_{lk})]. \quad (9.24)$$

Con esta definición, se verifica que para una partición dada, la entropía cumple que $0 \leq S_p \leq 1$. Además, es nula cuando $\rho(a_{lk}) = 1$ para algún a_{lk} y nula para los demás (es decir, todos los puntos caen en el mismo elemento de la partición), y es máxima cuando $\rho(a_{lk}) = (LK)^{-1}$ (cuando todos los puntos están uniformemente distribuidos en el cuadrado unitario). Se puede mostrar también que la entropía así definida es aproximadamente constante (y cercana a 1) para casi todos los valores de p , es mínima para $p \approx T$ y tiene mínimos locales para algunos múltiplos racionales de T . Cabe notar que este método sí es muy sensible a períodos espúreos provenientes del espaciado temporal.

En la figura 9.6 se grafica la entropía de Shannon para la misma curva de luz que en los casos anteriores, considerando los errores y sin considerarlos, respectivamente a la izquierda y a la derecha, para diferentes particiones consideradas. Es importante notar que cuando $K = 1$, es decir, cuando no se particiona la coordenada correspondiente a h , lo que analiza la entropía no es la periodicidad de la señal, sino posibles correlaciones entre las fases de las mediciones. Por lo tanto, de hallarse algún mínimo significativo en una partición de este tipo –como la curva roja de esta figura– este mínimo corresponde a un período espúreo proveniente del espaciado temporal.

Se puede demostrar que, dada una señal no periódica, esta entropía tiene, a primer orden, una distribución de probabilidades gaussiana con parámetros:

$$\langle S_p \rangle \approx 1 \quad \text{y} \quad \sigma_S^2 \approx \frac{1}{N} \left(\frac{\ln N + 1}{\ln LK} - 1 \right)^2 \xrightarrow{N \rightarrow \infty} \left(\frac{\ln N}{N} \right)^2. \quad (9.25)$$

Por lo tanto, reproduciendo la metodología para estimar la significancia del periodograma de Lomb-Scargle, en el caso de hipótesis nula la probabilidad de medir cierto valor de entropía para algún período p es:

$$P(z \leq S_p \leq z + dz) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_S} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{z - \langle S_p \rangle}{\sigma_S} \right)^2 \right] dz. \quad (9.26)$$

Si se muestrean entonces M períodos independientes, la probabilidad de medir un valor de

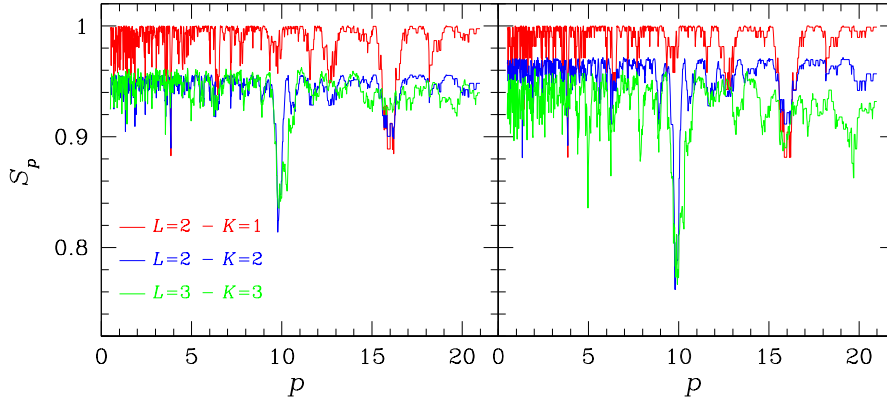


Figura 9.6: Entropía de Shannon de la curva de luz de la figura 9.3. Se exploraron 1000 períodos de prueba entre 0.5 y 21, y se indican en la figura las diferentes particiones utilizadas. En el gráfico de la izquierda se tomaron en cuenta los errores, mientras que en el de la derecha no.

entropía menor a z para algún período en caso de hipótesis nula (FAP) es:

$$P(S_p < z) = 1 - \frac{1}{2^M} \left[1 - \operatorname{erf} \left(\frac{z - \langle S_p \rangle}{\sqrt{2} \sigma_S} \right) \right]^M. \quad (9.27)$$

9.2. Proxima Centauri

El sistema triple α Cen está a una distancia de 1.3 pc del Sol. Está compuesto por Proxima Centauri (α Cen C; GJ551; **M18**), de tipo espectral dM5.5e y magnitud visual aparente 11.05; HD128620 (α Cen A; GJ559A; **G21**), de tipo espectral G2V y magnitud -0.01; y HD128621 (α Cen B; GJ559B; **K8**), de tipo espectral K1V y magnitud 1.33.

Proxima es la estrella conocida más cercana al Sol, 1400 UA más cerca de la Tierra que sus compañeras (Guinan & Morgan, 1996). Parámetros físicos más precisos que los que aparecen en la tabla 7.1 son: temperatura $T_{\text{eff}}=3050^\circ\text{K}$, radio $R \sim 1/7 R_\odot$ (Pettersen, 1980), y $M \sim 0.2 M_\odot$ (Allen, 1976).

El período de rotación de Proxima Centauri ha sido estimado en varias ocasiones. Benedict et al. (1998a), a partir de observaciones fotométricas, encuentran $P_{\text{rot}}=83.5$ días. A partir del nivel de actividad cromosférica, Doyle (1987) midió un período $P_{\text{rot}}=51 \pm 12$ días, mientras que Guinan & Morgan (1996), a partir de observaciones del IUE de las líneas h y k del Mg II midieron un período de rotación $P_{\text{rot}}=31.5 \pm 1.5$ días.

Estos períodos de rotación son más largos que para otras estrellas M. Por ejemplo, Bouvier et al. (1995) encontraron que para un conjunto de estrellas M jóvenes de tipo T Tauri (estrellas pre-secuencia principal con masas del orden de la solar), $4 \text{ días} < P_{\text{rot}} < 8 \text{ días}$. Como se explicó, la actividad magnética hace que la velocidad de rotación disminuya con el tiempo (Collier Cameron & Campbell, 1993), por lo que el mayor período encontrado para esta estrella es consistente con que tenga gran edad. Ésta podría ser de $4\text{-}4.5 \cdot 10^9$ años, si Proxima Centauri tuviese la misma edad que sus dos compañeras (Demarque et al., 1986).

Proxima es la estrella donde primero se encontraron evidencias de la existencia de una corona en ausencia de fulguraciones (Haisch & Linsky, 1980). Numerosas fulguraciones han

sido observadas en Proxima, tanto en rayos X (Reale et al., 1988, 2004; Güdel et al., 2002, 2004), como en el ultravioleta (Haisch et al., 1977), o simultáneamente en ambas regiones del espectro (Byrne & McKay, 1989; Haisch et al., 1990); también se han podido observar fulguraciones fotométricas y espectroscópicas (Walker, 1981; Patten, 1994; Benedict et al., 1998b), e inclusive en ondas de radio (Slee et al., 2003).

Por otra parte, Haisch et al. (1990) sugieren que Proxima presenta un ciclo de actividad. Guinan & Morgan (1996) estiman, en base a observaciones ultravioletas, que su actividad fue mínima alrededor de 1995, si bien en esa época se detectaron cuatro fulguraciones. Por último, mediante observaciones fotométricas en el filtro V, Benedict et al. (1998a) interpretan que el período de actividad de esta estrella es del orden de 1100 días.

9.3. Las observaciones

En la tabla 9.1 se detallan las observaciones *individuales* que realizamos de esta estrella. Como se explicó en § 6.2.4, para cada estrella se tomaron al menos dos espectros por turno, que luego se combinaron de forma de filtrar rayos cósmicos. Siendo ésta una estrella tan activa, es altamente probable que durante una observación ocurra una fulguración. La duración típica de una fulguración es del orden de las horas, comparable con los tiempos de integración involucrados para Proxima.

Es por eso que, dado que contábamos con los espectros individuales filtrados de rayos cósmicos, producto del proceso de extracción en sí, para cada noche calibramos en flujo el espectro combinado, y utilizando luego la función sensibilidad de éste calibramos individualmente cada espectro. En total, contamos con 56 espectros individuales calibrados en flujo, provenientes de 20 noches diferentes distribuidas en 15 turnos de observación a lo largo de más de 6 años.

Cada uno de estos espectros fue inspeccionado visualmente en las regiones de interés. En la misma tabla, además del día juliano modificado y del tiempo de exposición (en minutos) de cada espectro, se incluyen 3 columnas donde se indica si las ventanas de integración en las líneas de interés, y los continuos respectivos, se hallan libres de rayos cósmicos y son aptos para ser analizados. En las figuras 9.7, 9.8 y 9.9 se muestran las regiones del Ca II, el He I y H α para cada espectro. Los espectros en azul son los que hemos considerados deficientes y excluido del análisis posterior.

9.4. Relaciones entre los diversos índices

En el capítulo 8 mostramos cuáles eran los mejores indicadores para cada una de las tres líneas estudiadas. Sin embargo, dado que la diferencia entre los índices definidos como cocientes entre flujos y el flujo en sí depende básicamente del tipo espectral, y lo mismo se puede decir sobre las correcciones fotosféricas empleadas oportunamente, cuando limitamos nuestro estudio a una estrella en particular, como en este caso, donde la fotosfera y el tipo espectral están fijos, utilizar cualesquiera de los indicadores mencionados es indistinto. Es por eso que, en este capítulo, utilizaremos los índices que hemos definido a partir de cocientes, S , A y Z , sin perder precisión ni generalidad.

Rótulo	MJD	Texp	Ca II	He I	H α
0399a1	241.85	25	–	sí	sí
0399a2	241.87	25	–	sí	sí
0399a3	241.89	15	–	NO	NO
0399b1	242.67	30	sí	–	–
0399b2	242.70	30	sí	–	–
0300a1	626.82	30	sí	sí	sí
0300a2	626.84	30	sí	sí	sí
0300a3	626.86	30	sí	sí	sí
0300a4	626.88	30	sí	sí	sí
0300b1	627.82	45	sí	sí	sí
0300b2	627.86	45	sí	sí	sí
0301a1	972.78	60	sí	sí	sí
0301a2	972.83	60	sí	sí	sí
0301c1	974.70	90	sí	sí	sí
0301c2	974.77	90	sí	sí	sí
0701c1	1096.46	90	sí	sí	sí
0701c2	1096.53	90	sí	sí	sí
0302b	1364.69	45	sí	sí	sí
0602a1	1451.66	45	sí	sí	sí
0602a2	1451.69	45	sí	sí	sí
0802c1	1519.50	45	sí	sí	sí
0802c2	1519.53	45	sí	sí	sí
0303c1	1715.72	45	sí	sí	sí
0303c2	1715.75	45	sí	sí	sí
0303d1	1716.60	60	sí	sí	sí
0303d2	1716.65	60	sí	sí	sí
0303d3	1716.69	60	sí	sí	sí
0303d4	1716.74	60	sí	sí	sí
0303d5	1716.78	60	sí	sí	sí
0303d6	1716.82	60	sí	sí	sí
0303d7	1716.87	60	sí	sí	sí
0603c1	1804.59	45	NO	NO	NO
0603c2	1804.63	45	NO	NO	NO
0903b1	1895.51	33	sí	sí	sí
0903b2	1895.53	33	sí	sí	sí
0604c1	2160.59	45	NO	sí	sí
0604c2	2160.63	45	NO	sí	sí
0604d1	2161.47	60	NO	NO	NO
0604d2	2161.51	60	sí	sí	sí
0604d3	2161.55	60	sí	sí	sí
0604d4	2161.61	60	sí	sí	sí
0604d5	2161.65	60	sí	sí	sí
0604d6	2161.69	60	sí	sí	sí
0604d7	2161.73	60	NO	NO	NO
0904b1	2274.48	30	sí	sí	sí
0904b2	2274.50	30	sí	sí	sí
0305a1	2448.78	45	sí	sí	sí
0305a2	2448.81	45	sí	sí	sí
0605u1	2523.55	60	sí	sí	sí
0605u2	2523.60	60	sí	sí	sí
0605u3	2523.64	60	sí	NO	sí
0605u4	2523.69	60	sí	sí	sí
0605u5	2523.74	60	sí	sí	sí
0605u6	2523.78	60	sí	NO	sí
0605a1	2543.60	90	NO	sí	sí
0605a2	2543.66	90	NO	NO	sí
Total			45	46	49

Tabla 9.1.: Registro de las observaciones de Proxima Centauri. El rótulo de cada una indica la fecha (por ejemplo, 0399a1 corresponde a la primera observación de la noche “a” de marzo de 1999). En cada caso se indican el Día Juliano modificado MJD y el tiempo de exposición (Texp) en minutos. Para cada espectro se inspeccionaron visualmente las regiones espectrales de interés, que involucran al Ca II, al He I D₃ y a H α . En cada caso se indica con “sí” los espectros que consideramos aceptables, con “NO” los que estaban contaminados en la región de interés con rayos cósmicos o eventualmente mal calibrado el continuo, y con “–” los que, por una diferente disposición instrumental, no incluían a la región en cuestión.

Como mencionamos en § 8.2.3, para algunas estrellas se verifica una relación lineal entre el Ca II y H α . En la figura 9.10 se grafica el índice A en función del S , para los 43 espectros individuales que tienen mediciones simultáneas de ambos índices, junto con el ajuste por cuadrados mínimos realizado. Con errores del 13 % para ambos índices obtenemos una significancia del 76 %. Los parámetros del ajuste son:

$$A = (0.193 \pm 0.027) S + (1.400 \pm 0.153) \quad \text{y} \quad \rho = -0.943, \quad (9.28)$$

donde los errores consignados corresponden a una desviación estándar.

Como se observa, existe una buena correlación entre S y A para esta estrella. Si bien el índice de H α resulta ser menos sensible a la actividad, dada la baja calidad de los espectros

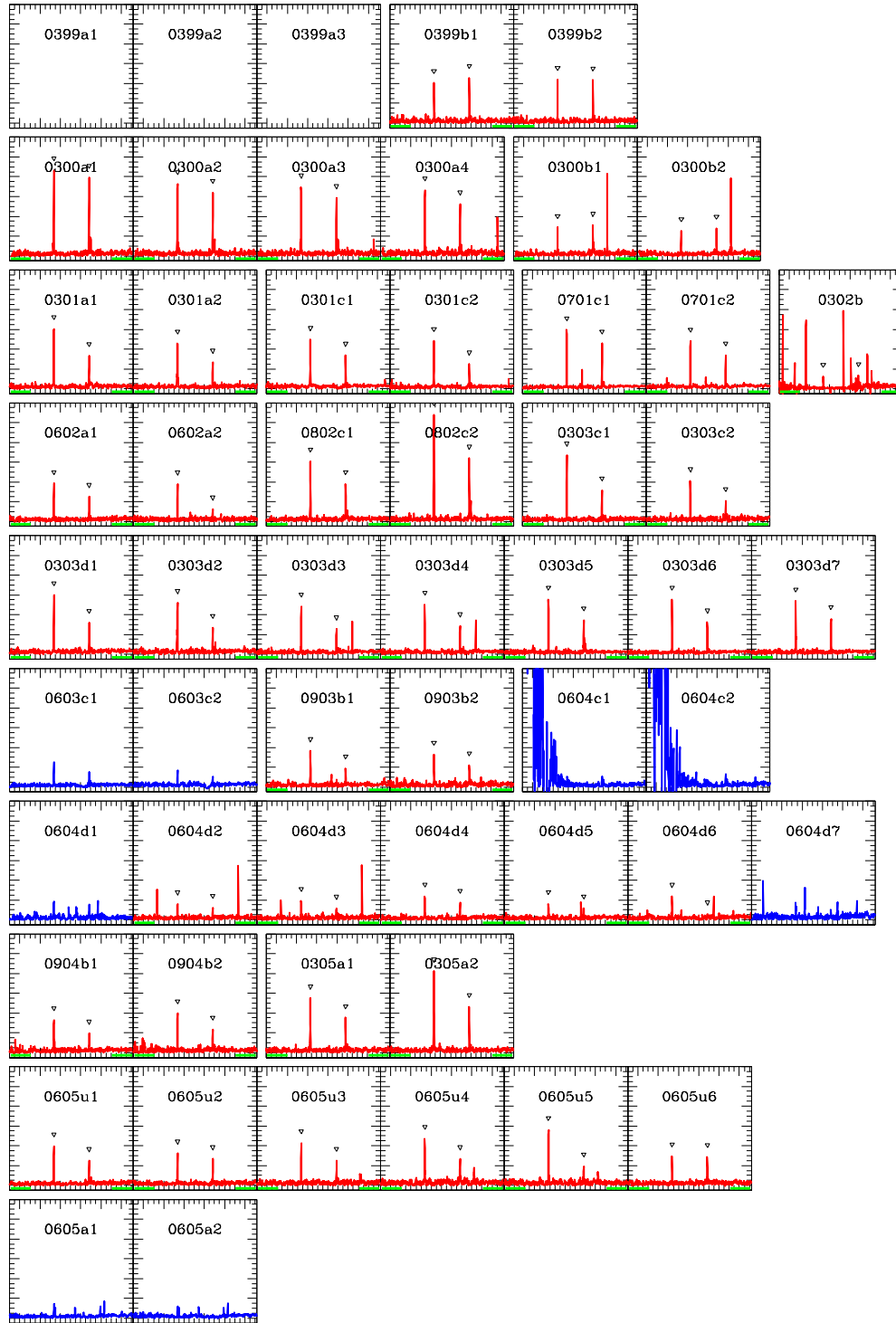


Figura 9.7: Secuencia temporal de la región del Ca II. En cada gráfico se indica el rótulo de la observación. En todos los casos, el eje de las abscisas se extiende entre 3890 y 4012 Å, mientras que el de las ordenadas entre -0.05 y $1.2 \cdot 10^{-12} \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ Å}^{-1}$. Los espectros en azul son los considerados deficientes y descartados de los análisis posteriores. En verde se señalan las regiones de integración de los continuos y con triángulos se indica la ubicación de las líneas.

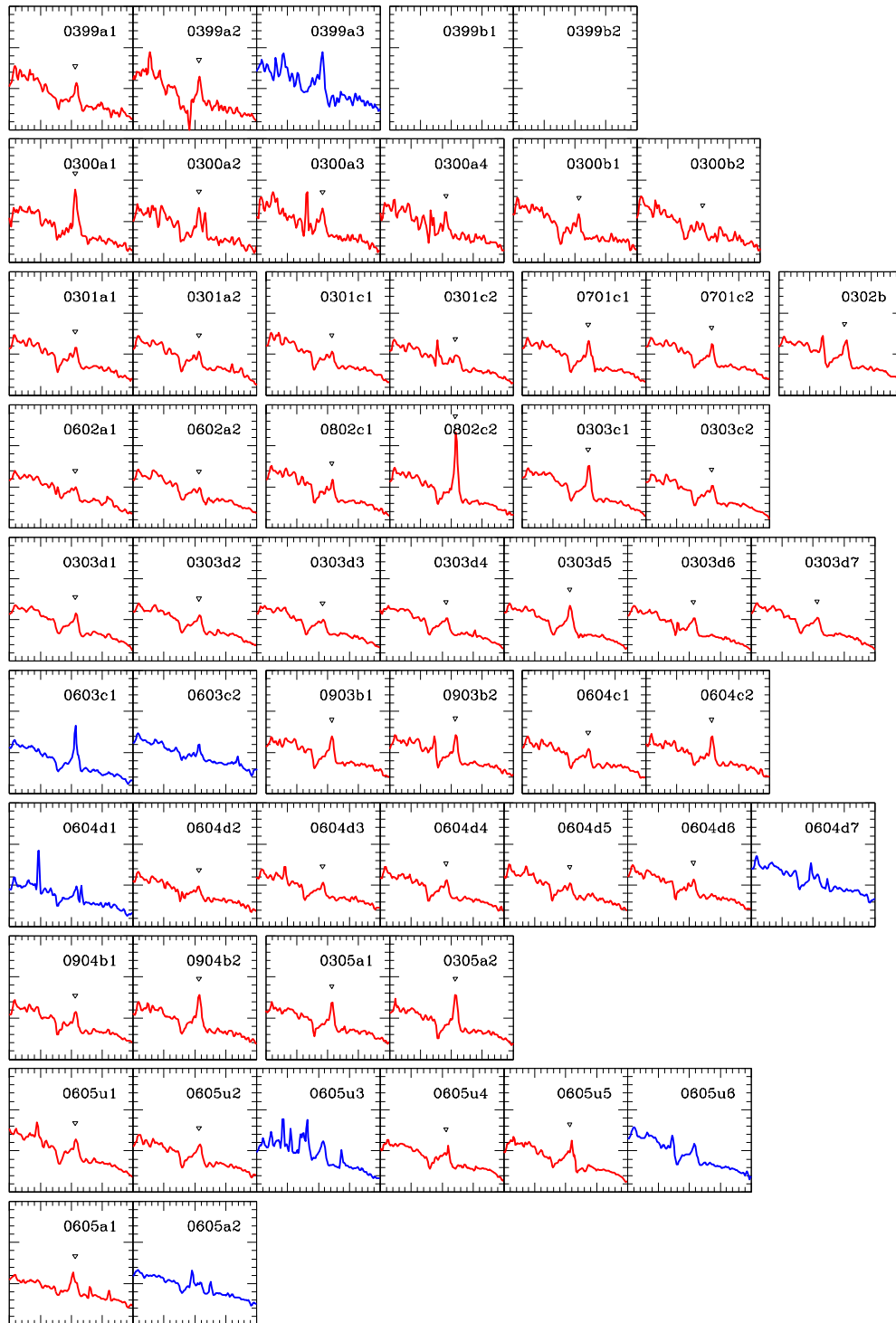


Figura 9.8: Secuencia temporal de la región del He I. En cada grafico se indica el rótulo de la observación. En todos los casos, el eje de las abscisas se extiende entre 5865 y 5885 Å, mientras que el de las ordenadas entre 0.5 y $2 \cdot 10^{-13}$ erg cm⁻² s⁻¹ Å⁻¹. Los espectros en azul son los considerados deficientes y descartados de los análisis posteriores. La región de integración del continuo no entra en la escala elegida. Con triángulos se indica la ubicación de la línea.

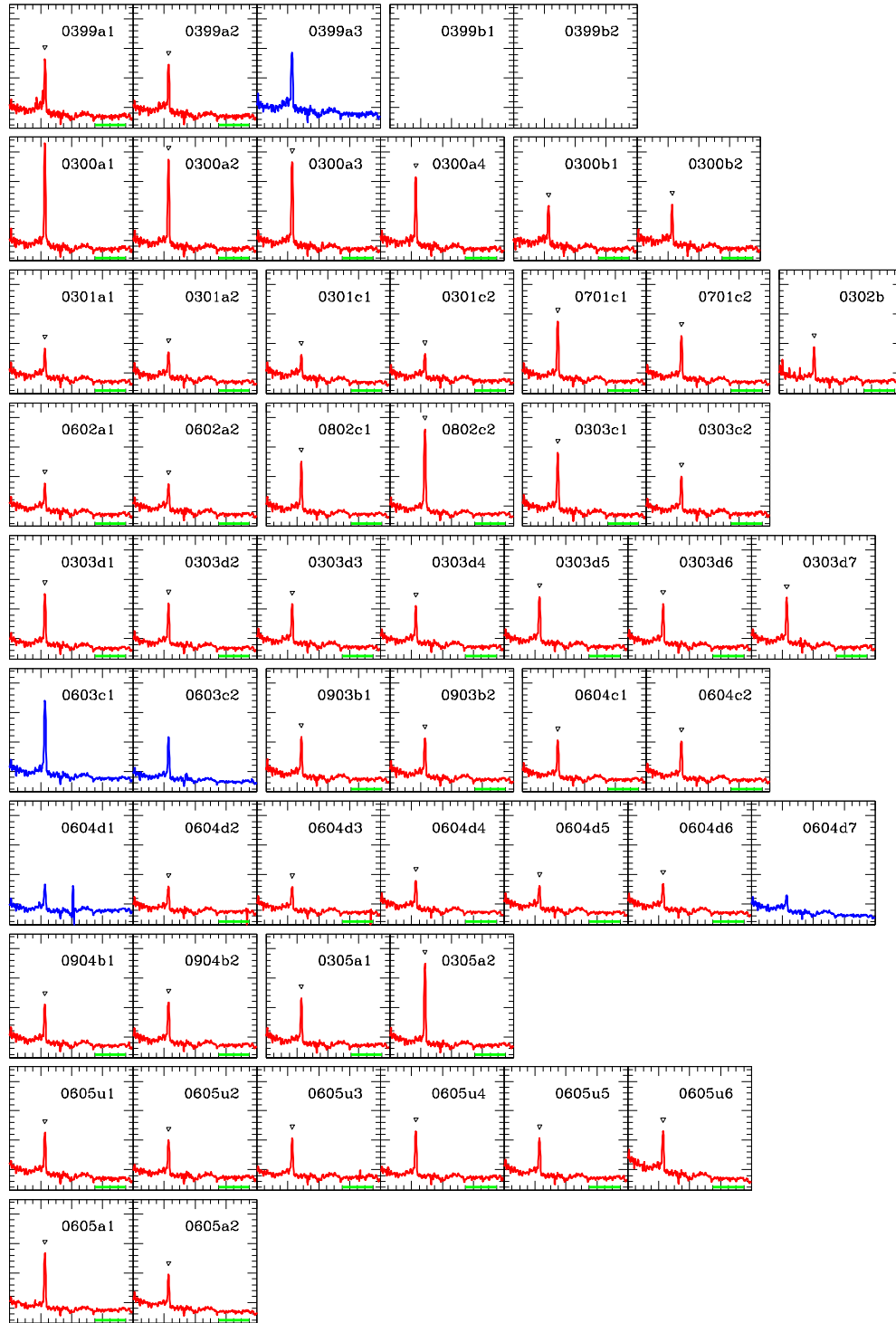


Figura 9.9: Secuencia temporal de la región de $H\alpha$. En cada grafico se indica el rótulo de la observación. En todos los casos, el eje de las abscisas se extiende entre 6540 y 6620 Å, mientras que el de las ordenadas entre 0.15 y $2.25 \cdot 10^{-12} \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ \AA}^{-1}$. Los espectros en azul son los considerados deficientes y descartados de los análisis posteriores. En verde se señala la región de integración del continuo y con triángulos se indica la ubicación de la línea.

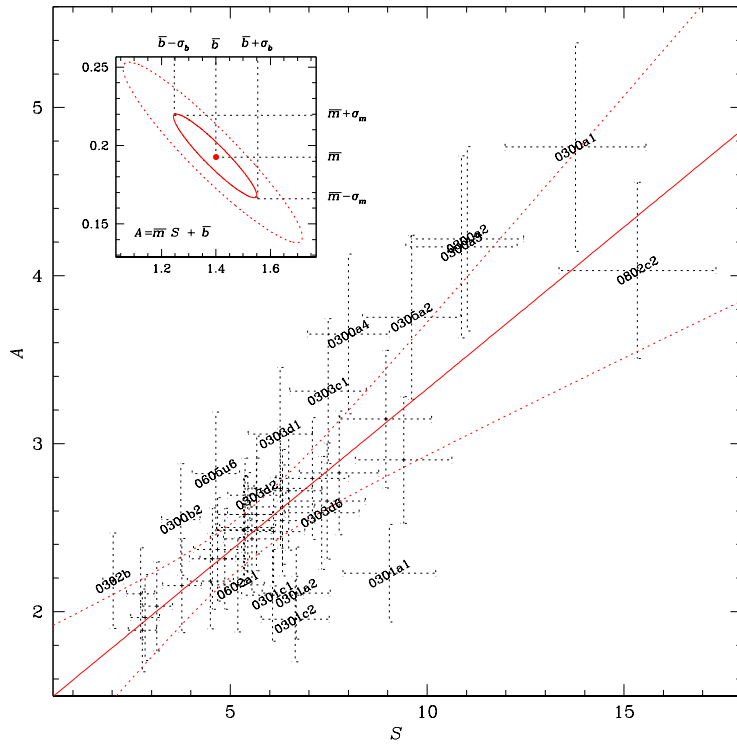


Figura 9.10: Comparación del índice A con el S calculado. En líneas punteadas se indican las curvas con $\pm 3\sigma$. En la figura pequeña se grafica, con línea llena, la región cuyo nivel de confianza conjunto es del 39.3% ($\Delta\chi^2 = 1$), y en línea punteada el nivel de confianza del 90% ($\Delta\chi^2 = 4.61$). Para los puntos que más se apartaban de la tendencia general, hemos incluido los rótulos de las observaciones.

individuales, y la mucho mejor relación señal-ruido en la región del hidrógeno, consideramos recomendable utilizar a este último como indicador de actividad –para Proxima Centauri–.

El siguiente paso antes de explorar la posible existencia de un ciclo es determinar si nuestras observaciones involucran alguna fulguración. Por simple inspección de las series temporales de las figuras 9.7, 9.8 y 9.9, se puede apreciar lo que pareciera ser una intensa fulguración en las cuatro observaciones de la noche 0300a, transcurriendo de máximo a mínimo, con las dos exposiciones centrales con un nivel similar e intermedio de actividad. Este hecho se puede notar claramente tanto en el Ca II como en H α . Así mismo, en el segundo espectro de la noche 0802c vemos que todas las líneas, inclusive el He I, son mucho más intensas que las del primero. Algo similar ocurre con los espectros de las noches 0303c y 0305a, aunque en ambos casos la intensidad de las líneas es menor que en las fulguraciones anteriores.

Con el objetivo de corroborar que se tratasen efectivamente de fulguraciones, estudiamos la relación entre H α y la línea D $_3$. Como mencionamos en § 8.3.1, el índice Z es un buen indicador de la actividad en D $_3$ para esta estrella, dado que la línea del helio en Proxima es bastante ancha, del orden de los 0.7 Å de integración elegidos. En la figura 9.11 graficamos Z en función de A , para los 46 espectros con mediciones simultáneas de ambos. A diferencia de lo que ocurre entre A y S , no se encuentra para esta estrella una clara relación lineal entre ambos índices. Por el contrario, cuando graficamos el cociente Z/A en función de A en la figura 9.12, se aprecia que para $A < 3.5$ existe una fuerte correlación. Realizando un ajuste por cuadrados mínimos para estos 40 datos, con errores porcentuales del 3% en ambos índices (y por lo tanto del 6% para el cociente), obtenemos una recta de parámetros:

$$Z/A = (-0.083 \pm 0.008) A + (0.466 \pm 0.020) \quad \text{y} \quad \rho = -0.992, \quad (9.29)$$

con una significancia de casi 95 %. Esta recta, junto con las bandas de error correspondientes a $\pm 3\sigma$, se grafican en rojo en ambas figuras, extendiéndolas aún para $A > 3.5$. Para graficar las bandas de error de la figura 9.11 hemos tenido en cuenta que, escribiendo la recta de la ecuación anterior como $Z = m A^2 + b A$, entonces

$$\sigma_Z = \sqrt{\sigma_m^2 A^4 + \sigma_b^2 A^2 + 2 \rho \sigma_m \sigma_b A^3}. \quad (9.30)$$

Pero esto, además de no reproducir los datos de la figura 9.11, implica una relación cuadrática entre ambos índices, con un máximo en $A = 2.8$. Si consideramos que la rela-

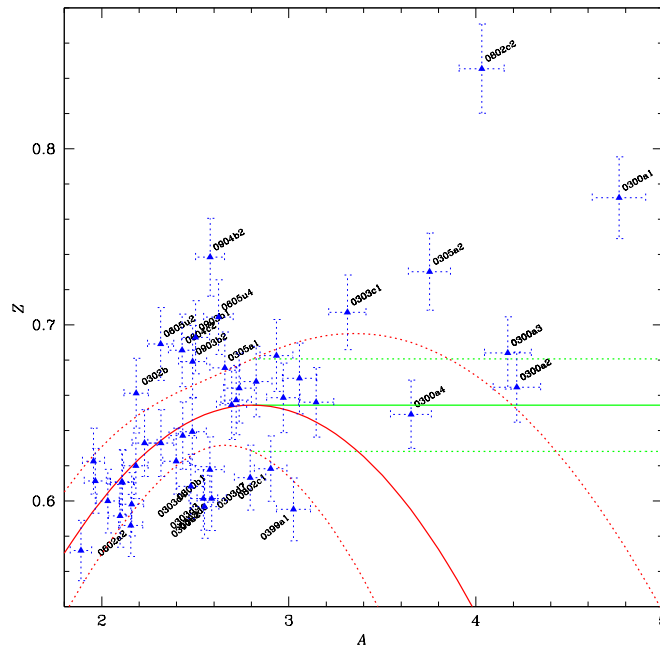


Figura 9.11: Índice del He I en función del de $H\alpha$. Por claridad, sólo se indican los rótulos de los datos que se apartan de la tendencia general. En rojo, la curva que ajusta los datos de la figura 9.12 que cumplen $A < 3.5$; en verde, la misma curva, suponiendo que para $A > 2.8$ la línea D_3 satura.

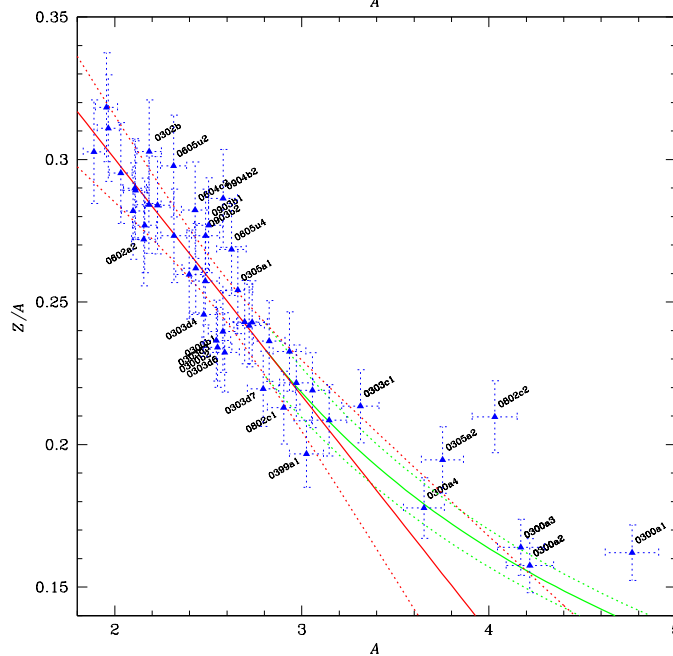


Figura 9.12: Cociente entre el índice de D_3 y el de $H\alpha$, en función de este último. Por claridad, sólo se indican los rótulos de los datos que se apartan de la tendencia general. En rojo, la recta que ajusta los datos que cumplen $A < 3.5$; en verde, la misma curva, suponiendo que para $A > 2.8$ la línea D_3 satura.

ción se vuelve constante para valores mayores de A obtenemos la curva que se muestra en verde en ambas figuras, y que ajusta mucho mejor todos los puntos, con excepción de aquellos correspondientes a los máximos de las fulguraciones. En los gráficos hemos considerado que el error para $A > 2.8$ también se mantiene constante.

La línea D_3 se puede excitar debido a población colisional del nivel superior, o por fotoionización directa de átomos de helio cromosféricos debida a radiación coronal de longitudes de onda menores a 504 Å, seguida de recombinaciones sucesivas a los niveles excitados del He I. La curva verde de la figura 9.11 sugiere que el primero de estos mecanismos domina en condiciones “normales” de actividad, donde una cromósfera más caliente –asociada con mayor actividad– produce mayores emisiones tanto en $H\alpha$ como en la línea D_3 , aunque para esta última llega a un nivel de saturación. Para las fulguraciones más intensas, por otro lado, el aumento de radiación UV genera un aumento de la emisión de D_3 aún por sobre este nivel de saturación.

Por lo tanto, podemos considerar que ocurre una fulguración cuando el índice Z sobrepasa este nivel de saturación. Claramente, los espectros 0802c2 y 0300a1 cumplen esta condición. En el primer caso, el otro espectro de la misma noche no presenta rasgos de la ocurrencia de una fulguración. En el segundo, por el contrario, podemos considerar que todos los espectros están –en mayor o menor medida– afectados por la fulguración. Así mismo, tanto el espectro 0305a2 como el 0303c1 presentan características que pueden ser compatibles con una fulguración. En el caso del espectro 0904b2, por el contrario, si bien tiene una alta emisión en el He I, dada su baja actividad en $H\alpha$ es factible que esta gran emisión sea debido a un error de calibración en la zona del helio.

9.5. Búsqueda de un período de actividad

9.5.1. Datos utilizados

Siguiendo la discusión de § 9.4, vimos que el índice A es el más adecuado para estudiar actividad en Proxima, dados su tipo espectral y baja luminosidad. Además, utilizando el helio hemos determinado qué espectros presentan emisión en $H\alpha$ debido a la actividad promedio y no producto de fulguraciones.

Para las observaciones que no presentan fulguraciones, hemos realizado un promedio pesado por noche, considerando errores del 10 % en las observaciones individuales. En la tabla 9.2 presentamos estos valores, que utilizaremos para explorar la existencia o no de un período de actividad en esta estrella.

9.5.2. Análisis de los datos

Los datos de la tabla 9.2 fueron procesados utilizando los diferentes métodos descritos en § 9.1. Mediante el algoritmo *period* de Press et al. (1992), con un factor de *oversampling* de 6 y una frecuencia muestreada máxima del doble de la crítica, obtuvimos el periodograma de Lomb-Scargle de la figura 9.13. Se puede observar un período de alrededor de 430 días, con una significancia del 78 %. Los picos en 145 y 1150 días corresponden aproximadamente a armónicos del principal con $n \approx 1/3$ y 3 respectivamente. (Notar que si bien este

Rótulo	N	MJD	Texp	A	σ_A
0399a	2	241.8	50	2.998	0.212
0300b	2	627.8	90	2.563	0.181
0301a	2	972.8	120	2.167	0.153
0301c	2	974.7	180	2.022	0.143
0701c	2	1096.46	180	2.902	0.206
0302b	1	1364.69	45	2.184	0.218
0602a	2	1451.66	90	2.157	0.153
0802c	1	1519.50	45	2.903	0.290
0303c	1	1715.72	45	2.316	0.232
0303d	7	1716.60	420	2.687	0.102
0903b	2	1895.51	66	2.494	0.176
0604c	2	2160.59	90	2.413	0.171
0604d	5	2161.47	300	2.025	0.091
0904b	2	2274.48	60	2.530	0.179
0305a	1	2448.78	45	2.658	0.266
0605u	6	2523.55	360	2.522	0.103
0605a	2	2543.60	180	2.614	0.186
Total de horas			39.43		

Tabla 9.2.: Índice A promedio por noche, excluidos los espectros que presentan fulguraciones. Se incluye también la cantidad de espectros individuales involucrados en cada caso, y el tiempo de integración en minutos.

último debería tener un período de 1290 días, dado que el periodograma tiene frecuencias equiespaciadas, para bajas frecuencias el espaciamiento temporal es muy grande.)

En la figura 9.14 se muestra la dispersión de Jurkevich en función del período de prueba. Hemos muestreado 200 períodos entre 100 y 1500 días, con una partición $L = 2$, dada la baja cantidad de datos disponibles. Se pueden apreciar dos picos pronunciados, para 205 y 422 días. A medida que el período de prueba aumenta, y se hace comparable con el intervalo temporal total de los datos, la dispersión es cada vez menos significativa y se producen escalones en la figura, pues como mencionamos un requerimiento para estos métodos es que $p \ll t_N - t_1$.

En la figura 9.15 se muestra la dispersión según el método de Marraco-Muzzio, calculada

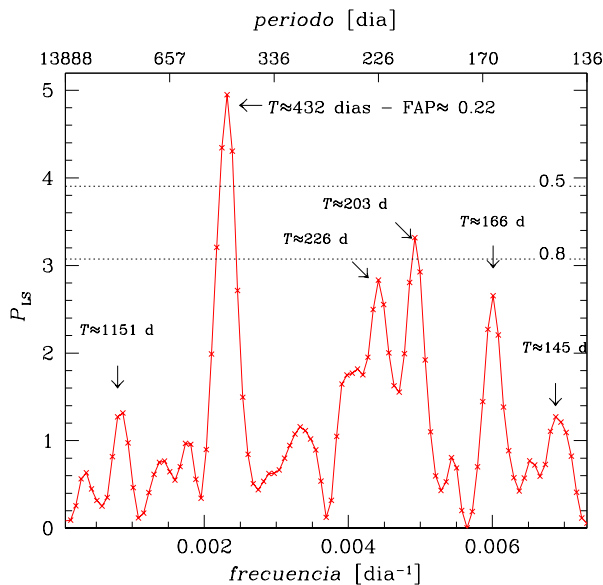


Figura 9.13: Periodograma de Lomb-Scargle. Se indican los períodos correspondientes a algunos picos, entre ellos el máximo (con una significanca de casi el 80%), así como diferentes niveles de FAP.

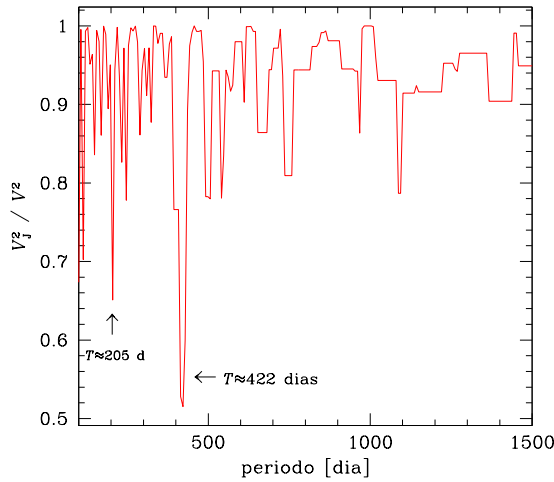


Figura 9.14: Método de Jurkevich.

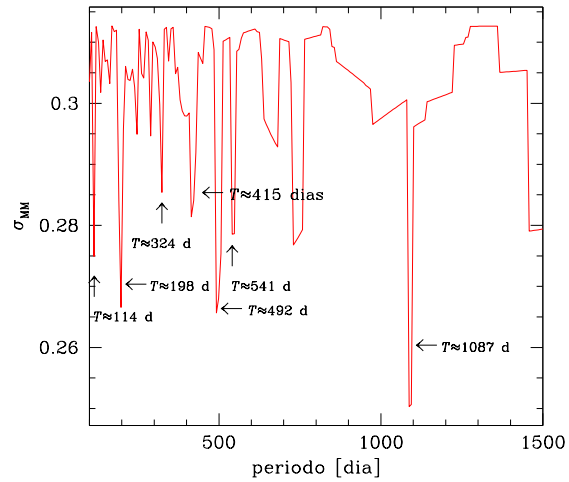


Figura 9.15: Método de Marraco-Muzzio.

para la misma partición que en el caso anterior y para los mismos períodos de prueba. Si bien aquí se pueden apreciar varios mínimos de la dispersión, correspondientes a 114, 198, 324, 415, 492, 541 y 1087 días, ninguno de ellos es cualitativamente importante (comparar la profundidad de los mínimos con la de las zonas libres de mínimos). Igualmente, cabe aclarar que aún sin ser importante, está también presente el período de aproximadamente 430 días de los casos anteriores, junto con el tercer armónico ya mencionado, en este caso más importante.

Por último, en la figura 9.16 se muestra la entropía de Shannon para los mismos períodos de prueba y para dos particiones diferentes: a la izquierda, $L = 2$ y $K = 1$, y a la derecha, $L = 2$ y $K = 2$. En ambos casos, se grafica en rojo la entropía teniendo en cuenta los errores de la tabla 9.2, y en azul con línea de puntos la entropía calculada sin considerar los errores. Como comentamos anteriormente, cuando la partición es tal que $K = 1$, un mínimo de entropía indica una correlación entre las fases de los datos. Por lo tanto, los períodos de 359 y 744 días corresponden a períodos espúreos, provenientes de la semi-regularidad anual

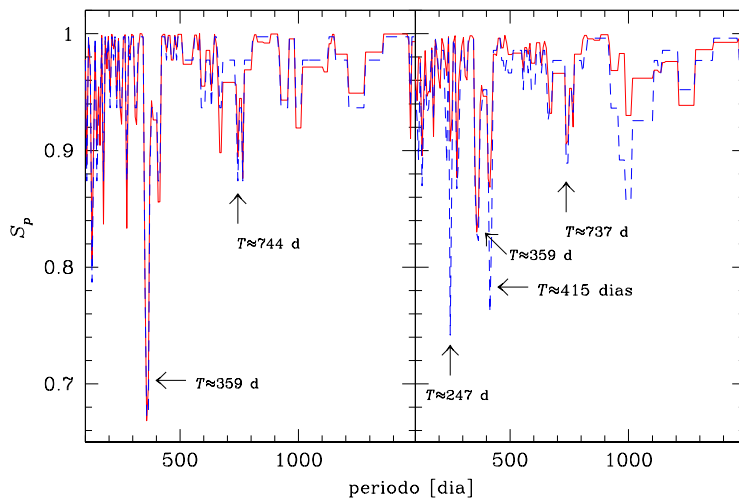


Figura 9.16: Entropía de Shannon. A la izquierda, la partición $L = 2$ y $K = 1$. A la derecha, $L = 2$ y $K = 2$. En ambos casos la línea roja corresponde a la entropía calculada teniendo en cuenta los errores en las mediciones, mientras que la curva punteada azul a la entropía despreciando los errores.

de las mediciones (1 y 2 años aproximadamente). Estos períodos también están presentes en el caso de la segunda partición, y deben descartarse. Cabe aclarar que, aunque no señalados en la figura, se pueden apreciar pequeños mínimos de entropía para períodos de 128, 177 y 275 días.

El mínimo correspondiente a un período de 247 días es el más intenso en la entropía al descartar los errores, aunque pierde en significancia al considerarlos. Así mismo, también el período de 415 días es más significativo descartando los errores, pero aún considerándolos, este mínimo continúa siendo importante.

Al intentar calcular la significancia de estos mínimos según la ecuación 9.27 obtuvimos valores de FAP marginales, debido a que S_p tiene una distribución gaussiana de probabilidad cuando el número de datos es grande y el intervalo temporal involucra muchos períodos, y ninguna de estas hipótesis se cumplen en el presente caso. Sin embargo, al observar un período del orden de 415–435 días en todos los métodos analizados, en particular en el primero con una muy alta significancia, concluimos que es altamente probable que éste sea el período de actividad de Próxima.

Finalmente, fijando un período de $T = 430$ días, realizamos un ajuste por cuadrados mínimos lineales de una función armónica con los datos de la tabla 9.2, obteniendo:

$$A = 2.503 - 0.176 \cos(2\pi t/T) - 0.356 \sin(2\pi t/T), \quad (9.31)$$

para los 17 datos con una significancia marginal. Aumentando los errores en un 50 % (es decir, considerando errores en las mediciones individuales del 15 %), obtenemos en cambio una significancia del 50 %, con una matriz de covariancia tal que, llamando $x \equiv 2\pi t/T$:

$$\sigma_A = 10^{-2} [55 \cos^2(x) + 94 \sin^2(x) + 36 + 23 \cos(x) \sin(x) - 20 \sin(x) - 19 \cos(x)]^{0.5}. \quad (9.32)$$

Cabe decir que, igualmente, los ciclos de actividad hallados en el Sol y en otras estrellas son cuasiperiódicos, en el sentido de que –además de no ser armónicos– su período no está definido con exactitud. Por lo tanto, la significancia de este último ajuste es relativa.

En la figura 9.17 mostramos la serie temporal junto con la curva ajustada. Además, en rojo se grafican los datos descartados por posibles fulguraciones. Como mencionamos antes, existe

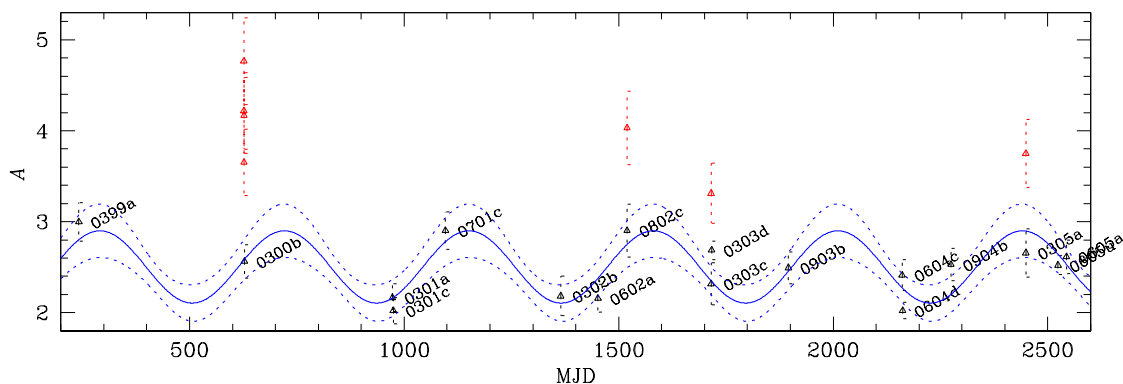


Figura 9.17: Índice A en función del tiempo. Los puntos negros corresponden a los datos de la tabla 9.2, mientras que los rojos a los espectros descartados por presentar fulguraciones. En azul, la curva de la ecuación 9.31, junto con sus bandas de $\pm 3\sigma$.

un único trabajo previo donde se estima un período de actividad para Proxima del orden de 1100 días (Benedict et al., 1998a). Por un lado, éste corresponde aproximadamente al triple del período de 430 días que proponemos, por lo que podría tratarse de un armónico. Pero además, el objetivo principal del trabajo de Benedict et al. era medir el período de rotación de Proxima, por lo que las observaciones fotométricas que presenta no son las más adecuadas para medir el ciclo de actividad; de hecho, el período de 1100 días propuesto proviene sólo del comportamiento cualitativo de estas observaciones.

Este período de sólo 1.2 años es muy corto si se lo compara con los períodos de actividad medidos en otras estrellas, de al menos 2.5 años (Baliunas et al., 1995). Pero cabe notar que en el trabajo mencionado las estrellas involucradas son de tipo F y G, incluyendo sólo algunas K tempranas. Si bien Proxima es una estrella relativamente vieja, es muy activa, con grandes niveles de emisión en las líneas de hidrógeno y en las de calcio. Esto no es lo que sucede en las estrellas más tempranas, donde mayor edad implica menor actividad. Sería deseable entonces en el futuro estudiar ciclos de actividad en otras estrellas de tipo M, verificando si efectivamente presentan períodos más cortos que las estrellas más tempranas.

Capítulo 10

Conclusiones

*Las personas viajan grandes distancias para maravillarse de las altas montañas,
de las enormes olas de los mares, de las largas trayectorias de los ríos,
de la inmensidad del océano y del movimiento de las estrellas.
Y sin embargo ellas pasan por sus propias vidas sin maravillarse.*

SAN AGUSTÍN

*Y a lo mejor esto constituye la más grande virtud del hombre, su toque divino.
El último de los atorrantes de Flores es más interesante que una estrella,
solamente porque su comportamiento no es previsible.*

ALEJANDRO DOLINA

Dado que este trabajo se basa en el análisis de espectros de estrellas enanas tardías, una parte fundamental del mismo consistió en la obtención y calibración de estos espectros. Con este propósito, se seleccionó una muestra de 122 estrellas enanas tardías, cubriendo en forma bastante completa el rango espectral entre F6 y M5, y con diferentes niveles de actividad. Estas estrellas fueron observadas sistemáticamente en el CASLEO en alta dispersión, en 20 turnos de observación distribuidos a lo largo de más de 6 años. Además, 108 de ellas fueron también observadas en baja dispersión en 6 de esos turnos.

Simultáneamente con las observaciones, se diseñó e implementó un procesamiento óptimo para los espectros en alta dispersión, que involucra espectros auxiliares en baja dispersión para cada estrella. El método diseñado permite corregir la fuerte función de *blaze* de las imágenes del CASLEO, calibrar en flujo los espectros, y (mediante imágenes intermedias) extraer espectros individuales no contaminados con rayos cósmicos.

Posteriormente se aplicó este procedimiento a los 816 espectros obtenidos de las 108 estrellas observadas en ambas resoluciones. Se realizó una exhaustiva comparación de estos espectros con bibliotecas de diversas características, encontrando un excelente acuerdo en todos los casos. Como resultado, se obtuvo entonces una amplia biblioteca de espectros que reúne propiedades no habituales: estos espectros están calibrados en flujo, abarcando además el rango espectral entre el Ca II y H α ; asimismo, las observaciones en las diferentes longitudes de onda son simultáneas, y el procesamiento de los espectros homogéneo. Todos estos factores confluyen para que esta biblioteca sea particularmente apropiada para el estudio de las relaciones entre diferentes indicadores de actividad en el rango óptico. Además, ésta

es –según nuestro conocimiento– la primer biblioteca de estas características que cubre un rango de tipos espectrales tan amplio –básicamente, en ella están contempladas todas las posibles profundidades de la zona convectiva exterior–, y la primera que incluye estrellas sólo observables en el Hemisferio Sur.

La segunda parte del trabajo se centró en el estudio estadístico de diferentes indicadores de actividad. El primer indicador caracterizado fue el relacionado con las líneas H y K del Ca II. Estudiamos la dependencia del flujo del continuo cercano a estas líneas con el color, y encontramos un excelente acuerdo con la hallada en la literatura, lo que corrobora la calidad de nuestras mediciones. De la misma forma, para 18 estrellas seleccionadas por su bajo nivel de variabilidad, nuestro índice S reproduce muy satisfactoriamente el tradicional del *Mount Wilson Observatory*. Al contar con mediciones simultáneas de S y del flujo, pudimos recalcular y extender a un mayor rango de color el factor de corrección usualmente utilizado para convertir el índice S a flujo en las líneas H y K, C_{cf} . Las muy buenas correlaciones halladas en todos los casos con trabajos anteriores nos permitieron utilizar al Ca II como indicador primario de actividad.

El segundo indicador caracterizado es el relacionado con $H\alpha$. Nuevamente, el acuerdo entre la dependencia del flujo del continuo cercano con el color y la dependencia encontrada por otros autores fue muy buena. Asimismo, encontramos una excelente correspondencia entre nuestras mediciones del flujo en la línea y las recopiladas en la literatura existente. Habitualmente se utilizan en forma indistinta tanto el flujo del Ca II como el de $H\alpha$ como indicadores de actividad. Sin embargo, al contar con observaciones simultáneas de ambos flujos, pudimos explorar con mayor precisión esta dependencia: encontramos que la fuerte dependencia que existe para los valores medios de cada estrella es básicamente producto del color de las mismas. Efectivamente, al investigar la dependencia entre ambos flujos para las observaciones individuales, éstas se apartan de la tendencia general, y para cada estrella la relación entre el calcio y el hidrógeno es distinta. Por lo tanto, encontramos que $H\alpha$ no es un indicador adecuado de actividad para la muestra general de estrellas, aún cuando sí puede serlo para algunas de ellas.

Por último hemos estudiado la línea D_3 del helio y encontramos que el flujo promedio en la línea no es un buen indicador debido al ancho variable de la misma. Diseñamos entonces un algoritmo para medir su ancho equivalente, que permite además filtrar el *blend* de una línea de hierro cercana. Aplicándolo en la mayor parte de la muestra de espectros –los de calidad suficiente para esta línea tan débil–, calculamos el ancho equivalente y el flujo removido por D_3 . Para 28 de nuestras estrellas con valores publicados del ancho equivalente, comparamos nuestras mediciones con las anteriores. Si bien la correlación encontrada no es tan buena como en los casos previos, se debe tener en cuenta que, por un lado, esta línea es mucho menos intensa que las del Ca II y $H\alpha$, y por lo tanto más difícil de medir, y por el otro, la contaminación con líneas fotosféricas complica aún más el procedimiento. En cuanto al flujo removido por la línea, encontramos que en los trabajos publicados anteriormente éste ha sido subestimado, posiblemente por la utilización de un incorrecto flujo del continuo cercano.

Hallamos además que el flujo removido en la línea tiene un límite superior dependiente del color de la estrella. Si bien este límite es claro para estrellas más azules que 1.5, parece extenderse hasta $B - V = 2$, a pesar de la poca cantidad de estrellas en esa zona del diagrama.

Al comparar el flujo del helio con el flujo cromosférico del Ca II, los errores significativos de nuestras mediciones de D₃ no nos permiten investigar las relaciones entre las mediciones individuales. No obstante, cualitativamente observamos que para los valores medios por estrella el comportamiento es claramente diferente al de H α , dado que en aquel caso la correlación no se mantenía al restar la contribución fotosférica mientras que en éste sí lo hace. Por último, exploramos la relación de esta línea con el período de rotación. Encontramos que las estrellas de tipos F a K con $P_{\text{rot}} \geq 4$ días presentan $\langle F_{\text{D}_3} \rangle \approx P_{\text{rot}}^{-0.8}$, en acuerdo con lo encontrado en trabajos previos, siendo que en general cuanto más temprana es la estrella mayor es el flujo. Si bien se estima que las estrellas con períodos menores a 3 días alcanzan un régimen de saturación, la única estrella de nuestra muestra con velocidad de rotación tan alta sugiere que esto no se cumple. Observaciones de más estrellas enanas en este rango de períodos rotacionales permitirían dilucidar este aspecto.

En la tercera y última parte del trabajo, hemos analizado la existencia de un ciclo de actividad en Proxima Centauri, la estrella más tardía de nuestra muestra y cuyo tipo espectral está en el límite a partir del cual se supone que toda la estrella es convectiva. Dado que Proxima presenta fulguraciones frecuentes, cuya duración es comparable a los tiempos de integración utilizados, hemos procesado las 56 observaciones individuales e inspeccionado cada espectro para descartar aquellos de baja calidad. Además, para esta estrella en particular, hemos utilizado a H α como indicador primario de actividad, debido a que presenta una buena correlación con el Ca II y a que, para esta estrella tan roja, las mediciones del hidrógeno son más confiables que las de las líneas H y K.

Complementando el análisis hecho de la línea D₃ en el apartado anterior, al comparar el helio con H α encontramos evidencia de que en condiciones “normales” de actividad esta línea se forma por población colisional del nivel superior, llegando a un nivel de saturación cuando la cromósfera es lo suficientemente caliente, mientras que, en el caso de que ocurra una fulguración, el aumento de radiación coronal ultravioleta genera una mayor emisión de la línea, por sobre este nivel de saturación. Por lo tanto, concluimos que la línea D₃ es un buen indicador de la presencia de fulguraciones –al menos en estrellas de tipo Me–.

Utilizando este resultado, hemos podido separar la actividad producto de las fulguraciones de la variabilidad remanente de Proxima, con el objetivo de analizar su comportamiento en períodos largos de tiempo. Descartando entonces aquellas mediciones realizadas durante una fulguración, hemos promediado las mediciones restantes dentro de cada noche obteniendo 17 valores de A característicos de la actividad fuera de fulguraciones.

Dada la escasa cantidad disponible de datos, hemos utilizado diversos métodos de análisis espectral, ya sea en el espacio de frecuencias o en el de tiempos. El análisis del periodograma de Lomb-Scargle de estos datos nos indica la fuerte presencia de un período de aproximadamente 430 días. Para corroborarlo, hemos aplicado diversos métodos que miden la dispersión de la curva de luz. Si bien ninguno de estos últimos es concluyente, todos son concordantes con el ciclo propuesto. Más aún, este resultado también es compatible con estimaciones cualitativas encontradas en la literatura.

Este es el primer trabajo –a nuestro conocimiento– donde se ha medido un período de actividad en una estrella M. El corto período de actividad encontrado para esta estrella sugiere que el comportamiento de las estrellas M difiere del de las F y G: en éstas, cuanto menor sea

su edad mayor es el nivel de actividad; los períodos más cortos hallados para estas estrellas son de 2.5 años. Proxima, en cambio, es relativamente vieja y a la vez muy activa, y el período de 1.2 años es más corto que en los otros casos. Por otro lado, se supone que las estrellas más tardías que M5 son completamente convectivas, y como tales su actividad no presentaría un comportamiento periódico. El tipo espectral de Proxima corresponde precisamente a este límite, y el hecho de que sí tenga un período estimula fuertemente a extender el estudio de ciclos de actividad a más estrellas de tipo M, especialmente en el rango de M3 a M7, para estimar con más precisión el tipo espectral límite para la existencia de un ciclo y la dependencia de la actividad con la edad para estrellas tan tardías.

Apéndice A

Algunos conceptos de estadística

Sólo me fío de las estadísticas que yo mismo he falseado.

WINSTON CHURCHILL

A.1. Ajuste de una recta por Máxima Verosimilitud

Dadas dos variables aleatorias independientes, x e y , se llama una *muestra* de ellas a una serie de N experimentos independientes llevados a cabo para medirlas, cada uno de los cuales tiene un error estadístico en cada variable. Es decir, una muestra es un conjunto de mediciones

$$\{x^i \pm \sigma_x^i\} \quad \text{e} \quad \{y^i \pm \sigma_y^i\} \quad \text{con} \quad i = 1, \dots, N. \quad (\text{A.1})$$

Supondremos, además, que cada x^i e y^i provienen de sendas distribuciones de probabilidades gaussianas, $N(\bar{x}^i, \sigma_x^i)$ y $N(\bar{y}^i, \sigma_y^i)$, con \bar{x}^i y \bar{y}^i desconocidos. Nuestra hipótesis de trabajo es que existe una relación $y = f(x | \vec{a})$ entre ambas variables, donde $\vec{a} = (a_1, \dots, a_k)$ son los k parámetros ($k < N$) que queremos determinar de la función f . Basados en esta hipótesis, el valor medio de cada y^i se puede escribir

$$\bar{y}^i = f(\bar{x}^i | \vec{a}). \quad (\text{A.2})$$

Los *estimadores de máxima verosimilitud* de los parámetros (a_1, \dots, a_k) son los que minimizan a una nueva variable aleatoria $\mathcal{S}(a_1, \dots, a_k)$, definida como

$$\mathcal{S}(a_1, \dots, a_k) \doteq \sum_{i=1}^N \left[\left(\frac{x^i - \bar{x}^i}{\sigma_x^i} \right)^2 + \left(\frac{y^i - f(\bar{x}^i | \vec{a})}{\sigma_y^i} \right)^2 \right]. \quad (\text{A.3})$$

En el caso de que la hipótesis propuesta sea que ambas variables se relacionan de forma lineal, mediante $y = mx + b$, la ecuación anterior se simplifica a

$$\mathcal{S}(b, m) = \sum_{i=1}^N \left[\frac{y^i - (mx^i + b)}{\delta_i} \right]^2, \quad \text{con} \quad \delta_i^2 = m^2 (\sigma_x^i)^2 + (\sigma_y^i)^2. \quad (\text{A.4})$$

Entonces, si es válido que cada variable tiene una distribución de probabilidades dada por una gaussiana, y que la relación entre ambas es lineal, se puede demostrar que la variable \mathcal{S} de

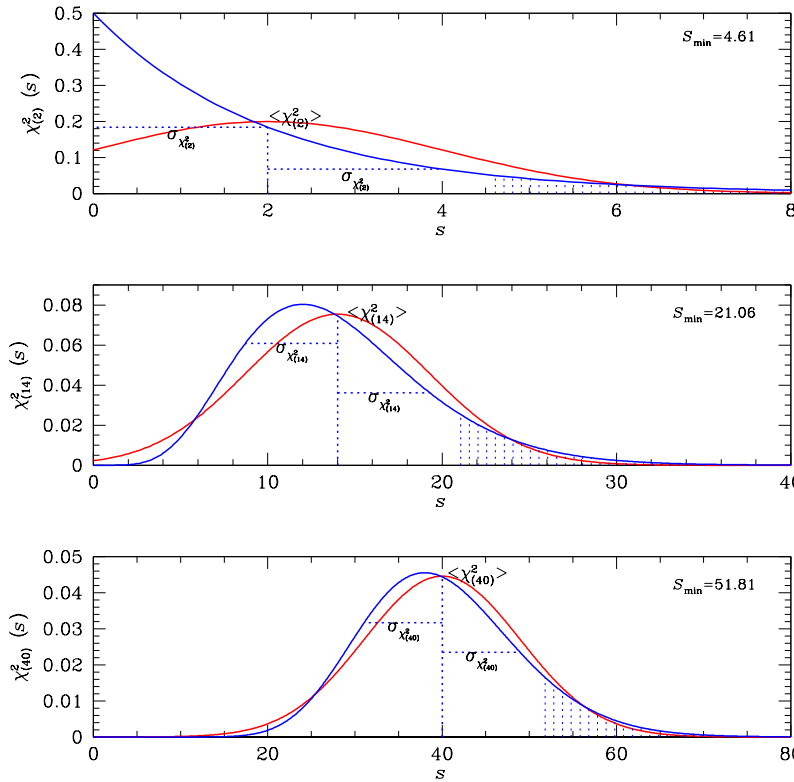


Figura A.1: Distribuciones de probabilidad chi-cuadrado de diferentes grados $\chi^2_{(n)}$, en azul. Superpuestas en rojo se grafican distribuciones gaussianas $N(n, \sqrt{2n})$. De arriba hacia abajo, los grados son 2, 14 y 50. En cada caso se indican el valor medio y las desviaciones estándares. Además, aparece sombreada la región en la cual el nivel de confianza es menor al 10% ($Q \leq 0.1$), especificando en cada caso cuánto vale el S_{\min} correspondiente. Se puede ver, a simple vista, que $\chi^2_{(n)} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} N(n, \sqrt{2n})$.

la ecuación A.4 es la suma de N variables aleatorias con distribución de probabilidad $N(0, 1)$, y por lo tanto la distribución de S es una chi-cuadrado de grado N , $\chi^2_{(N)}$ (ver figura A.1). Es más, si \bar{m} y \bar{b} son los parámetros de f que minimizan a $S(b, m)$, entonces

$$\chi^2_{\min} \doteq S(\bar{b}, \bar{m}) \quad (\text{A.5})$$

es una variable aleatoria con una distribución de probabilidades dada por $\chi^2_{(N-2)}$, ya que son dos los parámetros a ajustar del modelo propuesto, y su valor numérico dependerá de la muestra particular $\{x^i \pm \sigma_x^i; y^i \pm \sigma_y^i\}$. De la misma forma,

$$\Delta\chi^2 \doteq S(b, m) - \chi^2_{\min} \quad (\text{A.6})$$

es una variable con una distribución de probabilidades de la forma $\chi^2_{(2)}$.

Hay que aclarar que, si bien en muchos casos se confunde el estimador de máxima verosimilitud con el de cuadrados mínimos (del que hablaremos en la siguiente sección), en este caso no existe una identificación entre ellos, ya que el estimador de cuadrados mínimos presupone que existe una variable *independiente* (en nuestro caso sería x) cuyos errores son despreciables. En algunos de los casos que estudiaremos las dos variables que queremos relacionar tienen errores comparables, y por lo tanto utilizamos el estimador de máxima verosimilitud, aún cuando cumple con propiedades más débiles que el de cuadrados mínimos.

Una vez encontrado el mínimo valor posible de $S(b, m)$ para nuestra muestra particular $\{x^i \pm \sigma_x^i; y^i \pm \sigma_y^i\}$, queremos obtener la *significancia* de nuestro modelo. Supongamos entonces que obtenemos que el mínimo valor de $S(b, m)$ es S_{\min} , es decir, minimizamos la variable χ^2_{\min} para nuestra muestra particular y obtenemos el valor S_{\min} . Como sabemos que la función distribución de χ^2_{\min} es una $\chi^2_{(N-2)}$, deberemos calcular la probabilidad Q de que

$\chi^2_{(N-2)}$ sea mayor que el \mathcal{S}_{\min} calculado (ver figura A.1):

$$Q = P(\chi^2_{(N-2)} \geq \mathcal{S}_{\min}) \equiv \int_{\mathcal{S}_{\min}}^{\infty} \chi^2_{(N-2)}(x) dx. \quad (\text{A.7})$$

Si el modelo propuesto fuese exacto, es decir, si $y^i \equiv f(x^i | \vec{a})$, uno esperaría que \mathcal{S}_{\min} fuese nulo. Pero dado que x^i e y^i son variables aleatorias, el valor medio $\langle \chi^2_{\min} \rangle$ no es nulo: $\langle \chi^2_{(n)} \rangle = n$, con una dispersión dada por $\sigma(\chi^2_{(n)}) = \sqrt{2n}$. Q es entonces la probabilidad de que una distribución $\chi^2_{(N-2)}$ sea mayor a un cierto valor \mathcal{S}_{\min} debido a fluctuaciones estadísticas y no por errores en nuestro modelo.

Aquí se pueden dar dos casos en los cuales deberemos reconsiderar nuestras suposiciones:

- ▷ Si $Q \sim 1$, los errores están sobreestimados.
- ▷ Si $Q \ll 1$, o los errores están subestimados, o las variables están mal descritas por distribuciones gaussianas, o directamente el modelo es incorrecto (este caso crítico se considera en general cuando $Q < 10^{-3}$).

Supongamos que hemos encontrado un valor *razonable* de Q , y por lo tanto un nivel de confianza del $(100Q)\%$; el siguiente paso es entonces estimar los errores de (\bar{b}, \bar{m}) .

Cuando la cantidad de mediciones es asintóticamente grande, se puede demostrar que las curvas que en el plano (b, m) determinan *regiones de confianza* están dadas por las elipses que cumplen

$$\frac{1}{1 - \rho^2} \left[\left(\frac{m - \bar{m}}{\sigma_m} \right)^2 + \left(\frac{b - \bar{b}}{\sigma_b} \right)^2 - 2\rho \left(\frac{m - \bar{m}}{\sigma_m} \right) \left(\frac{b - \bar{b}}{\sigma_b} \right) \right] = p = \text{constante}, \quad (\text{A.8})$$

donde σ_b y σ_m son las desviaciones estándares de cada variable y, si $\text{Cov}(m, b)$ es la covarianza entre m y b , el *coeficiente de correlación* ρ se define como

$$\rho \doteq \frac{\text{Cov}(m, b)}{\sigma_m \sigma_b}; \quad (\text{A.9})$$

además, el ángulo α entre el eje mayor de la elipse y el eje coordenado b está dado por

$$\tan 2\alpha = \frac{2\rho \sigma_b \sigma_m}{\sigma_b^2 - \sigma_m^2}. \quad (\text{A.10})$$

La constante p es un valor particular propuesto para $\Delta\chi^2$. A mayor p , mayor será el apartamiento entre $\mathcal{S}(b, m)$ y \mathcal{S}_{\min} , y por lo tanto más grande la región de confianza.

De esta forma, podemos calcular la probabilidad de que los parámetros *reales* $(b, m)_{\text{real}}$ estén dentro de la elipse como

$$P((b, m)_{\text{real}} \subset \text{elipse centrada en } (\bar{b}, \bar{m}) \text{ definida por } \Delta\chi^2 = p) = \gamma, \quad (\text{A.11})$$

donde

$$\gamma \equiv \int_0^p \chi^2_{(2)}(x) dx = 1 - e^{-p/2}. \quad (\text{A.12})$$

En particular, si buscamos los puntos que en el plano (b, m) cumplen $p = 1$, obtendremos una elipse circunscripta en el rectángulo $[\bar{b} - \sigma_b, \bar{b} + \sigma_b] \times [\bar{m} - \sigma_m, \bar{m} + \sigma_m]$ de forma que la probabilidad conjunta de hallar $(b, m)_{\text{real}}$ dentro de la elipse es del 39.35%, mientras que la probabilidad de que $m_{\text{real}} \in [\bar{m} - \sigma_m, \bar{m} + \sigma_m]$ independientemente del valor de b es del 68.27%. En la figura A.2 se muestran diferentes regiones de confianza.

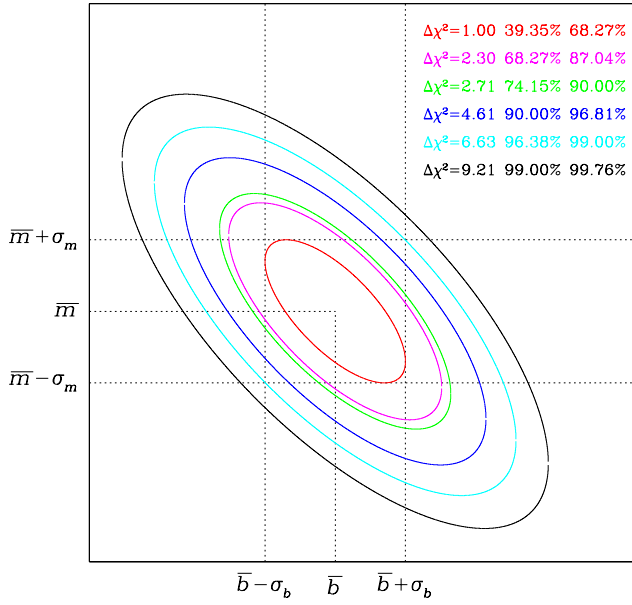


Figura A.2: Diferentes regiones de confianza para el ajuste de una recta. Se indican en diferentes colores los valores de $\Delta\chi^2$ en cada caso, junto con la probabilidad de que el punto $(b, m)_{\text{real}}$ esté incluido en la elipse (primera columna) y la probabilidad de que el valor real de una de las variables esté incluido en la proyección de la elipse respectiva en el eje en cuestión, independientemente del valor que tome la otra variable (segunda columna). Así, por ejemplo, cuando $\Delta\chi^2 = 1$, la probabilidad de que $(b, m)_{\text{real}}$ pertenezca a la elipse es sólo del 39.35 %, mientras que la probabilidad de que $m_{\text{real}} \in [\bar{m} - \sigma_m, \bar{m} + \sigma_m]$ (mientras b_{real} puede tomar cualquier valor) es del 68.27 %.

Por último, si queremos estimar el error cometido al suponer $y_0 = \bar{m} x_0 + \bar{b}$ para un punto x_0 particular, debemos calcular la desviación estándar como

$$\sigma_{y_0} = \sqrt{x_0^2 \sigma_m^2 + \sigma_b^2 + 2x_0 \rho \sigma_m \sigma_b}. \quad (\text{A.13})$$

Este método ha sido utilizado extensivamente a lo largo de los capítulos 8 y 9, en todos los casos donde consideramos relaciones lineales entre dos variables con errores comparables, utilizando el algoritmo *fit* de Press et al. (1992). Como ejemplos, basta citar los ajustes lineales hechos en las figuras 8.3, 8.5, 8.12 y 9.12.

En los casos donde no existen errores en una de las variables, o donde éstos han sido despreciados (por ejemplo en las figuras 8.2 y 8.11, donde hemos considerado que el índice de color $B - V$ es exacto), este análisis sigue siendo válido. En este caso la ecuación A.4 se simplifica a:

$$S(b, m) = \sum_{i=1}^N \left[\frac{y^i - (m x^i + b)}{\sigma_y^i} \right]^2, \quad (\text{A.14})$$

por lo que esta variable se puede minimizar en forma analítica, llegando a:

$$\bar{m} = \frac{\langle \frac{1}{\sigma_y^2} \rangle \langle \frac{x^i y^i}{\sigma_y^2} \rangle - \langle \frac{x^i}{\sigma_y^2} \rangle \langle \frac{y^i}{\sigma_y^2} \rangle}{\langle \frac{1}{\sigma_y^2} \rangle \langle \frac{x^{i2}}{\sigma_y^2} \rangle - \langle \frac{x^i}{\sigma_y^2} \rangle^2} \quad \text{y} \quad \bar{b} = \frac{\langle \frac{x^{i2}}{\sigma_y^2} \rangle \langle \frac{y^i}{\sigma_y^2} \rangle - \langle \frac{x^i}{\sigma_y^2} \rangle \langle \frac{x^i y^i}{\sigma_y^2} \rangle}{\langle \frac{1}{\sigma_y^2} \rangle \langle \frac{x^{i2}}{\sigma_y^2} \rangle - \langle \frac{x^i}{\sigma_y^2} \rangle^2}, \quad (\text{A.15})$$

donde hemos definido

$$\langle h^i \rangle \doteq \frac{1}{N} \sum_{i=0}^N h^i. \quad (\text{A.16})$$

Además, podemos también escribir en forma analítica

$$\text{Var}(m) = \sigma_m^2 = \frac{\langle \frac{1}{\sigma_y^2} \rangle}{\langle \frac{1}{\sigma_y^2} \rangle \langle \frac{x^{i2}}{\sigma_y^2} \rangle - \langle \frac{x^i}{\sigma_y^2} \rangle^2}, \quad \text{Var}(b) = \sigma_b^2 = \frac{\langle \frac{x^{i2}}{\sigma_y^2} \rangle}{\langle \frac{1}{\sigma_y^2} \rangle \langle \frac{x^{i2}}{\sigma_y^2} \rangle - \langle \frac{x^i}{\sigma_y^2} \rangle^2} \quad \text{y} \quad (\text{A.17})$$

$$\text{Cov}(m, b) = - \frac{\langle \frac{x^i}{\sigma_y^2} \rangle}{\langle \frac{1}{\sigma_y^2} \rangle \langle \frac{x^{i2}}{\sigma_y^2} \rangle - \langle \frac{x^i}{\sigma_y^2} \rangle^2} \Rightarrow \rho = - \frac{\langle \frac{x^i}{\sigma_y^2} \rangle}{\sqrt{\langle \frac{1}{\sigma_y^2} \rangle \langle \frac{x^{i2}}{\sigma_y^2} \rangle}}. \quad (\text{A.18})$$

A.2. Ajuste de una función general por Cuadrados Mínimos

Sea una muestra $\{x^i; y^i\}$ donde, a diferencia de § A.1, las variables x^i no tienen errores y los errores de las variables y^i pueden estar correlacionados (es decir, no es necesario que las y^i provengan de distribuciones gaussianas). Se puede entonces escribir la matriz de covarianza \mathbb{V} de las variables y^i como

$$\mathbb{V}_{jk} = \text{Cov}(y^j, y^k). \quad (\text{A.19})$$

Ahora suponemos una relación $y = f(x | \vec{a})$ general entre ambas variables, donde $\vec{a} = (a_1, \dots, a_k)$, y definimos la función

$$\mathcal{S}(a_1, \dots, a_k) \doteq \sum_{i,j=1}^N [y^i - f(x^i | \vec{a})] \mathbb{V}_{ij}^{-1} [y^j - f(x^j | \vec{a})]. \quad (\text{A.20})$$

Si, como antes, $(\bar{a}_1, \dots, \bar{a}_k)$ son los parámetros que minimizan a $\mathcal{S}(a_1, \dots, a_k)$, entonces

$$\mathcal{S}(a_1, \dots, a_k) \simeq \mathcal{S}(\bar{a}_1, \dots, \bar{a}_k) + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^k \frac{\partial^2 \mathcal{S}}{\partial a_i \partial a_j} (a_i - \bar{a}_i) (a_j - \bar{a}_j). \quad (\text{A.21})$$

Este cálculo se realiza en forma numérica: dada la no linealidad de la función de ajuste, se requiere de un proceso de iteración para minimizar $\mathcal{S}(a_1, \dots, a_k)$. En el caso en que los errores de las variables dependientes y^i son no correlacionados, la ecuación A.20 se simplifica a

$$\mathcal{S}(a_1, \dots, a_k) = \sum_{i=1}^N \left[\frac{y^i - f(x^i | \vec{a})}{\sigma_y^i} \right]^2. \quad (\text{A.22})$$

Solamente en el caso en que las variables aleatorias tengan distribuciones gaussianas de probabilidad, este método provee información sobre las relaciones entre $\Delta\chi^2$ (definido como en § A.1), el nivel de confianza y la matriz de covarianza de los parámetros (a_1, \dots, a_k) . En este caso, el método de cuadrados mínimos coincide con el de máxima verosimilitud.

Por último, la desviación estándar de nuestra función de ajuste, en el punto genérico x_0 , está dada por

$$\sigma_{y_0} = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left[\left(\frac{\partial f}{\partial a_i} \Big|_{x_0} \right)^2 \sigma_{a_i}^2 + \sum_{j=1}^N \frac{\partial^2 f}{\partial a_i \partial a_j} \Big|_{x_0} \text{Cov}(a_i, a_j) \right]}. \quad (\text{A.23})$$

Este método ha sido utilizado en los capítulos 8 y 9 en aquellos casos donde una de las variables tiene errores depreciables: por ejemplo el ajuste de la figura 8.4, donde la relación propuesta entre las dos variables no es lineal, y el de la figura 9.17, donde sí es lineal. Se ha implementado con el algoritmo *lfit* de Press et al. (1992).

Índice de símbolos utilizados

En este índice se han incluido ciertas cantidades definidas a lo largo de todo el trabajo, con sus unidades correspondientes en el Sistema CGS (cuando no se incluyen se trata de cantidades adimensionales) e indicando la primera página donde se hace mención de ellas. En la tabla 1 se muestran las unidades básicas del Sistema CGS Electroestático; en las tablas 2 y 3 se muestran respectivamente las unidades derivadas del CGS y otras unidades utilizadas.

Tabla 1: Unidades básicas del Sistema CGS Electroestático.

Mecánica		Electroestática	
Cantidad	Símbolo	Cantidad	Símbolo
longitud	cm	carga eléctrica	statC
masa	g	corriente eléctrica	statA
tiempo	s	potencial eléctrico	statV

Cantidad	Nombre	Símbolo	Relación con las unidades básicas
energía	ergio	erg	$\text{g cm}^2 \text{s}^{-2}$
frecuencia	hertz	Hz	s^{-1}
fuerza	dyna	dyn	g cm s^{-2}
inducción magnética	gauss	G	$3.3356 \cdot 10^{-11} \text{ g statA}^{-1} \text{ s}^{-2}$
viscosidad cinemática	stokes	St	$\text{cm}^2 \text{s}^{-1}$
viscosidad dinámica	poise	P	$\text{g s}^{-1} \text{cm}^{-2}$

Tabla 2: Unidades derivadas del Sistema CGS.

Cantidad	Nombre	Símbolo	Relación con otras unidades
ángulo sólido	steradian	sr	$\text{cm}^2 \text{cm}^{-2}$
ángulo plano	segundo de arco	"	$\pi/648000$
longitud	angstrom	Å	10^{-8} cm
masa	unidad de masa atómica	m_u	$1.66053 \cdot 10^{-24} \text{ g}$
temperatura	Kelvin	°K	
cantidad de partículas	número de Avogadro	N_A	$6.0221 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

Tabla 3: Otras unidades utilizadas.

Ω , potencial gravitatorio, $[\Omega] = \text{cm}^2 \text{s}^{-2}$, 20

α , helicidad promedio de convección, $[\alpha] = \text{cm s}^{-1}$, 60

α_ν , sección eficaz de absorción atómica, $[\alpha_\nu] = \text{cm}^{-2} \text{át.}^{-1}$, 35

η_ν , emisividad, $[\eta_\nu] = \text{erg cm}^{-3} \text{s}^{-1} \text{Hz}^{-1} \text{sr}^{-1}$, 35

η_0 , difusividad magnética, $[\eta_0] = \text{cm s}^{-1}$, 57

η_e , resistividad eléctrica, $[\eta_e] = \text{s}$, 57

$\bar{\kappa}$, opacidad media de Rosseland, $[\bar{\kappa}] = \text{cm}^{-1}$, 38

κ_ν , opacidad, $[\kappa_\nu] = \text{cm}^{-1}$, 35

$\bar{\kappa}^m$, opacidad media de Rosseland por unidad de masa, $[\bar{\kappa}^m] = \text{cm}^2 \text{g}^{-1}$, 24

- μ , peso molecular adimensional medio, 22
 ν_c , viscosidad cinemática, $[\nu_c] = \text{St}$, 58
 ν_d , viscosidad dinámica, $[\nu_d] = \text{P}$, 57
 ϕ_ν , perfil de absorción, $[\phi_\nu] = \text{Hz}^{-1}$, 41
 π , paralaje trigonométrica, $[\pi] = ''$, 16
 ψ_ν , perfil de emisión, $[\psi_\nu] = \text{Hz}^{-1}$, 41
 ρ , densidad de masa, $[\rho] = \text{g cm}^{-3}$, 20
 ρ_c , densidad de carga, $[\rho_c] = \text{statC cm}^{-3}$, 56
 σ , constante de Stefan-Boltzmann, $\sigma = 5.6705 \cdot 10^{-5} \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ }^\circ\text{K}^{-4}$, 12
 τ_ν , profundidad óptica, 37
 τ_c , tiempo de correlación de la convección turbulenta, $[\tau_c] = \text{s}$, 59

 a , constante de radiación, $a = 7.5657 \cdot 10^{-15} \text{ erg cm}^{-3} \text{ }^\circ\text{K}^{-4}$, 24
 A_{UL} , coeficiente de Einstein de emisión espontánea, $[A_{UL}] = \text{s}^{-1}$, 41

 \vec{B} , campo magnético, $[\vec{B}] = \text{G}$, 56
 $B - V$, 12
 B_ν , función de Planck, $[B_\nu] = \text{erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ Hz}^{-1} \text{ sr}^{-1}$, 37
 BC , corrección bolométrica, 13
 B_{LU} , coeficiente de Einstein de absorción directa, $[B_{LU}] = \text{cm}^2 \text{ erg}^{-1} \text{ s}^{-1}$, 40
 B_{UL} , coeficiente de Einstein de emisión estimulada, $[B_{UL}] = \text{cm}^2 \text{ erg}^{-1} \text{ s}^{-1}$, 41

 d , distancia Tierra-estrella, $[d] = \text{cm}$, 12

 \vec{E} , campo eléctrico, $[\vec{E}] = \text{statV cm}^{-1}$, 56
 e , carga elemental, $e = 1.60217653 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, 56

 F_λ , flujo monocromático absoluto, $[F_\lambda] = \text{erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ \AA}^{-1}$, 12
 f_λ , flujo monocromático relativo, $[f_\lambda] = \text{erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ \AA}^{-1}$, 12
 \vec{F}_ν , flujo de radiación, $[\vec{F}_\nu] = \text{erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ Hz}^{-1}$, 34
 F_{bol} , flujo bolométrico absoluto, $[F_{\text{bol}}] = \text{erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$, 11
 f_{bol} , flujo bolométrico relativo, $[f_{\text{bol}}] = \text{erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$, 12
 $[\text{Fe}/\text{H}]$, índice de metalicidad, 15

 G , constante de gravitación universal, $G = 6.6726 \cdot 10^{-8} \text{ cm}^3 \text{ g}^{-1} \text{ s}^{-2}$, 22

 \vec{H}_ν , flujo de Eddington, $[\vec{H}_\nu] = \text{erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ Hz}^{-1} \text{ sr}^{-1}$, 34
 H_p , escala mecánica de distancias, $[H_p] = \text{cm}$, 27

 I_ν , intensidad específica de radiación, $[I_\nu] = \text{erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ Hz}^{-1} \text{ sr}^{-1}$, 33

 \bar{J} , intensidad media promediada sobre el perfil de línea, $[\bar{J}] = \text{erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ Hz}^{-1} \text{ sr}^{-1}$, 41
 \vec{j} , densidad de corriente, $[\vec{j}] = \text{statA cm}^{-2}$, 56
 J_ν , intensidad media de radiación, $[J_\nu] = \text{erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ Hz}^{-1} \text{ sr}^{-1}$, 34

 k , constante de Boltzmann, $k = 1.3807 \cdot 10^{-16} \text{ erg }^\circ\text{K}^{-1}$, 27
 \mathbb{K}_ν , momento de segundo orden de la intensidad, $[\mathbb{K}_\nu] = \text{erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ Hz}^{-1} \text{ sr}^{-1}$, 34

- L , luminosidad, $[L] = \text{erg s}^{-1}$, 11
 l , luminosidad interior, $[l] = \text{erg s}^{-1}$, 22
- M_{bol} , magnitud bolométrica absoluta, 13
 m_{bol} , magnitud bolométrica aparente, 13
 M_X , magnitud absoluta, 12
 m_X , magnitud aparente, 12
- N_D , número de dínamo, 60
- p , presión, $[p] = \text{g cm}^{-1} \text{s}^{-2}$, 21
 P_{cic} , período de actividad estelar, $[P_{\text{cic}}] = \text{s}$, 61
 p , presión del gas, $[p_{\text{gas}}] = \text{g cm}^{-1} \text{s}^{-2}$, 27
 p , presión de radiación, $[p_{\text{rad}}] = \text{g cm}^{-1} \text{s}^{-2}$, 27
 p_{ν}^{rad} , presión monocromática de radiación, $[p_{\nu}^{\text{rad}}] = \text{g cm}^{-1} \text{s}^{-2} \text{Hz}^{-1}$, 34
 P_{rot} , período de rotación estelar, $[P_{\text{rot}}] = \text{s}$, 60
- R , radio estelar, $[R] = \text{cm}$, 11
 $R = N_A k$, constante universal de los gases, $R = 8.3145 \cdot 10^7 \text{ erg } ^\circ\text{K}^{-1} \text{mol}^{-1}$, 27
 $\tilde{R} = k/m_u$, constante universal de los gases, $\tilde{R} = 8.3148 \cdot 10^7 \text{ erg } ^\circ\text{K}^{-1} \text{g}^{-1}$, 27
 Re , número de Reynolds, 59
 R_M , número de Reynolds magnético, 59
 Ro , número de Rossby, 60
- S_{ν} , función fuente, $[S_{\nu}] = \text{erg cm}^{-2} \text{s}^{-1} \text{Hz}^{-1} \text{sr}^{-1}$, 37
- T_{eff} , temperatura superficial efectiva, $[T_{\text{eff}}] = ^\circ\text{K}$, 11
- \vec{u} , velocidad media, $[\vec{u}] = \text{cm s}^{-1}$, 20
 $U - B$, 12
 U_{ν} , densidad volumétrica de energía monocromática, $[U_{\nu}] = \text{erg cm}^{-3} \text{Hz}^{-1}$, 34
- W_{λ} , ancho equivalente, $[W_{\lambda}] = \text{Å}$, 47

Índice de definiciones

En este índice se han incluido algunas definiciones y siglas utilizadas extensivamente a lo largo de todo el trabajo. Se indica así mismo la primera página donde han sido introducidas.

índice S , 63

aliasing, 123

atmósfera gris, 40

blaze, 71

ciclo solar, 53

constante solar, 55

corona, 33

cromósfera, 32

curva de luz, 124

DC, dispersión cruzada, 67

dínamo, 56

DS, dispersión simple, 67

ensanchamiento Doppler: perfil de Gauss, 48

ensanchamiento natural: perfil de Lorentz, 49

ensanchamiento total: perfil de Voigt, 49

equilibrio estadístico, 40

equilibrio hidrostático, 22

equilibrio radiativo, 38

equilibrio termodinámico, 24, 37

equilibrio termodinámico local, 24, 38

FAP, *False Alarm Probability*, 124

fotósfera, 32

fulguración, 52

HR, diagrama de Hertzsprung-Russell, 17

línea de visión, 37

línea dominada colisionalmente, 44

línea dominada por radiación, 44

mancha solar, 52

MHD, aproximación magnetohidrodinámica, 56

mínimo de Maunder, 56

MJD, Día Juliano modificado, 69

periodograma, 123

periodograma de Lomb-Scargle, 124

plage, 52

rayos cósmicos, 76

región activa, 51

región de transición, 32

rotación diferencial, 58

seeing, 68

Bibliografía

- Abell, G. O., Morrison, D., & Wolff, S. C. 1993, *Exploration of the universe* (New York: Saunders College Publishing, 1991, —c1993, 6th ed.)
- Allen, C. W. 1976, *Astrophysical Quantities* (*Astrophysical Quantities*, London: Athlone (3rd edition), 1976)
- Andretta, V. & Giampapa, M. S. 1995, *ApJ*, 439, 405
- Athay, R. G. & Johnson, H. R. 1960, *ApJ*, 131, 413
- Ayres, T. R. 2000, *Sol. Phys.*, 193, 273
- Baliunas, S. & Jastrow, R. 1990, *Nature*, 348, 520
- Baliunas, S., Sokoloff, D., & Soon, W. 1996, *ApJL*, 457, L99+
- Baliunas, S. & Soon, W. 1995, *ApJ*, 450, 896
- Baliunas, S. L., Donahue, R. A., Soon, W., & Henry, G. W. 1998, in *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, 153—+
- Baliunas, S. L., Donahue, R. A., Soon, W. H., Horne, J. H., Frazer, J., Woodard-Eklund, L., Bradford, M., Rao, L. M., Wilson, O. C., Zhang, Q., Bennett, W., Briggs, J., Carroll, S. M., Duncan, D. K., Figueroa, D., Lanning, H. H., Misch, T., Mueller, J., Noyes, R. W., Poppe, D., Porter, A. C., Robinson, C. R., Russell, J., Shelton, J. C., Soyumer, T., Vaughan, A. H., & Whitney, J. H. 1995, *ApJ*, 438, 269
- Baliunas, S. L. & Vaughan, A. H. 1985, *ARA&A*, 23, 379
- Benedict, G. F., McArthur, B., Nelan, E., Story, D., Whipple, A. L., Shelus, P. J., Jefferys, W. H., Hemenway, P. D., Franz, O. G., Wasserman, L. H., Duncombe, R. L., van Altena, W., & Fredrick, L. W. 1998a, *AJ*, 116, 429
- Benedict, G. F., McArthur, B., Nelan, E., Story, D., Whipple, A. L., Shelus, P. J., Jefferys, W. H., Hemenway, P. D., Franz, O. G., Wasserman, L. H., van Altena, W., & Fredrick, L. W. 1998b, in *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, 1212—+
- Bouvier, J., Covino, E., Kovo, O., Martin, E. L., Matthews, J. M., Terranegra, L., & Beck, S. C. 1995, *A&A*, 299, 89

- Bromage, G. E., Kellett, B. J., Jeffries, R. D., Innis, J. L., Matthews, L., Anders, G. J., & Coates, D. W. 1992, in ASP Conf. Ser. 26: Cool Stars, Stellar Systems, and the Sun, 80–+
- Byrne, P. B. & McKay, D. 1989, *A&A*, 223, 241
- Cayrel de Strobel, G., Soubiran, C., Friel, E. D., Ralite, N., & Francois, P. 1997, *A&AS*, 124, 299
- Cayrel de Strobel, G., Soubiran, C., & Ralite, N. 2001, *A&A*, 373, 159
- Chandrasekhar, S. 1960, *Radiative transfer* (New York: Dover, 1960)
- Cincotta, P. M. 1999, *MNRAS*, 307, 941
- Cincotta, P. M., Helmi, A., Mendez, M., Nuñez, J. A., & Vucetich, H. 1999, *MNRAS*, 302, 582
- Cincunegui, C. & Mauas, P. J. D. 2002, in ESA SP-477: Solspa 2001, Proceedings of the Second Solar Cycle and Space Weather Euroconference, 91–94
- Cincunegui, C. & Mauas, P. J. D. 2004, *A&A*, 414, 699
- Cincunegui, C. & Mauas, P. J. D. 2005, in ESA SP-560: Proceedings of the 13th Cambridge Workshop on Cool Stars, Stellar Systems and the Sun, 479–482
- Collier Cameron, A. & Campbell, C. G. 1993, *A&A*, 274, 309
- Cox, J. P. & Giuli, R. T. 1968, *Principles of Stellar Structure* (New York: Gordon & Breach)
- Cuntz, M. & Luttermoser, D. G. 1990, *ApJL*, 353, L39
- Demarque, P., Guenther, D. B., & van Altena, W. F. 1986, *ApJ*, 300, 773
- Doyle, J. G. 1987, *MNRAS*, 224, 1P
- Eddy, J. A. 1976, *Science*, 192, 1189
- Fekel, F. C. 1997, *PASP*, 109, 514
- Fleming, T. A., Giampapa, M. S., Schmitt, J. H. M. M., & Bookbinder, J. A. 1993, *ApJ*, 410, 387
- Fröhlich, C. & Lean, J. 2004, *A&ARv*, 12, 273
- Friis-Christensen, E. & Lassen, K. 1991, *Science*, 254, 698
- Güdel, M., Audard, M., Reale, F., Skinner, S. L., & Linsky, J. L. 2004, *A&A*, 416, 713
- Güdel, M., Audard, M., Skinner, S. L., & Horvath, M. I. 2002, *ApJL*, 580, L73
- Garcia-Lopez, R. J., Rebolo, R., Beckman, J. E., & McKeith, C. D. 1993, *A&A*, 273, 482
- Giampapa, M. S., Cram, L. E., & Wild, W. J. 1989, *ApJ*, 345, 536

- Glebocki, R. & Stawikowski, A. 2000, *Acta Astronomica*, 50, 509
- Gliese, W. & Jahreiß, H. 1991, Preliminary Version of the Third Catalogue of Nearby Stars, Tech. rep.
- Guinan, E. F. & Morgan, N. D. 1996, *Bulletin of the American Astronomical Society*, 28, 942
- Haisch, B., Antunes, A., & Schmitt, J. H. M. M. 1995, *Science*, 268, 1327
- Haisch, B. & Schmitt, J. H. M. M. 1996, *PASP*, 108, 113
- Haisch, B., Strong, K. T., & Rodono, M. 1991, *ARA&A*, 29, 275
- Haisch, B. M., Butler, C. J., Foing, B., Rodono, M., & Giampapa, M. S. 1990, *A&A*, 232, 387
- Haisch, B. M. & Linsky, J. L. 1980, *ApJL*, 236, L33
- Haisch, B. M., Linsky, J. L., Lampton, M., Paresce, F., Margon, B., & Stern, R. 1977, *ApJL*, 213, L119
- Hall, J. C. 1996, *PASP*, 108, 313
- Hartmann, L. W. & Noyes, R. W. 1987, *ARA&A*, 25, 271
- Heise, J., Brinkman, A. C., Schrijver, J., Mewe, R., Gronenschild, E. H. B. M., den Boggende, A. J. F., & Grindlay, J. 1975, *ApJL*, 202, L73
- Henry, T. J., Soderblom, D. R., Donahue, R. A., & Baliunas, S. L. 1996, *AJ*, 111, 439
- Hooten, J. T. & Hall, D. S. 1990, *ApJS*, 74, 225
- Horne, J. H. & Baliunas, S. L. 1986, *ApJ*, 302, 757
- Huang, K. 1963, *Statistical Mechanics* (*Statistical Mechanics*, New York: Wiley, 1963)
- Jenkins, L. F. 1952, General catalogue of trigonometric stellar parallaxes. ([New Haven, Yale University Observatory] 1952.)
- Johnson, H. L. 1965, *Communications of the Lunar and Planetary Laboratory*, 3, 73
- . 1966, *ARA&A*, 4, 193
- Johnson, H. L. & Morgan, W. W. 1953, *ApJ*, 117, 313
- Joy, A. H. & Humason, M. L. 1949, *PASP*, 61, 133
- Jurkevich, I. 1971, *ApSS*, 13, 154
- Kippenhahn, R. & Weigert, A. 1990, *Stellar Structure and Evolution* (*Stellar Structure and Evolution*, XVI, 468 pp. 192 figs.. Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York. Also Astronomy and Astrophysics Library)

- Kurster, M. 1994, in ASP Conf. Ser. 64: Cool Stars, Stellar Systems, and the Sun, 104–+
- Kurucz, R. L. 1979, *ApJS*, 40, 1
- . 1992, *Revista Mexicana de Astronomía y Astrofísica*, vol. 23, 23, 45
- Labonte, B. J. 1986, *ApJS*, 62, 241
- Landman, D. A. 1981, *ApJ*, 244, 345
- Lanzafame, A. C. & Byrne, P. B. 1995, *A&A*, 303, 155
- Lean, J., Beer, J., & Bradley, R. 1995, *GeoRL*, 22, 3195
- Levato, H. 1997, *Espectrógrafo REOSC. Manual operativo*
- Marraco, H. G. & Muzzio, J. C. 1980, *PASP*, 92, 700
- Marsh, N. & Svensmark, H. 2000, *Space Science Reviews*, 94, 215
- Mauas, P. J. D., Andretta, V., Falchi, A., Falciani, R., Teriaca, L., & Cauzzi, G. 2005, *ApJ*, 619, 604
- Middelkoop, F. 1982, *A&A*, 107, 31
- Mihalas, D. 1978, *Stellar atmospheres /2nd edition/* (San Francisco, W. H. Freeman and Co., 1978. 650 p.)
- Milkey, R. W., Heasley, J. N., & Beebe, H. A. 1973, *ApJ*, 186, 1043
- Mininni, P. D. 2003, PhD thesis, FCEN, UBA
- Montes, D., Fernandez-Figueroa, M. J., de Castro, E., & Cornide, M. 1995, *A&A*, 294, 165
- Montes, D. & Martin, E. L. 1998, *A&AS*, 128, 485
- Montes, D., Martin, E. L., Fernandez-Figueroa, M. J., Cornide, M., & de Castro, E. 1997, *A&AS*, 123, 473
- Montes, D., Ramsey, L. W., & Welty, A. D. 1999, *ApJS*, 123, 283
- Montesinos, B., Thomas, J. H., Ventura, P., & Mazzitelli, I. 2001, *MNRAS*, 326, 877
- Neckel, H. 1999, *Sol. Phys.*, 184, 421
- Noyes, R. W. 1996, in ASP Conf. Ser. 109: Cool Stars, Stellar Systems, and the Sun, 3–6
- Noyes, R. W., Hartmann, L. W., Baliunas, S. L., Duncan, D. K., & Vaughan, A. H. 1984, *ApJ*, 279, 763
- Ottmann, R. & Schmitt, J. H. M. M. 1994, *A&A*, 283, 871
- Parker, E. N. 1955, *ApJ*, 122, 293

- Pasquini, L. & Pallavicini, R. 1991, *A&A*, 251, 199
- Patten, B. M. 1994, *Informational Bulletin on Variable Stars*, 4048, 1
- Perryman, M. A. C., Lindegren, L., Kovalevsky, J., Hoeg, E., Bastian, U., Bernacca, P. L., Crézé, M., Donati, F., Grenon, M., van Leeuwen, F., van der Marel, H., Mignard, F., Murray, C. A., Le Poole, R. S., Schrijver, H., Turon, C., Arenou, F., Froeschlé, M., & Petersen, C. S. 1997, *A&A*, 323, L49
- Pettersen, B. R. 1980, *A&A*, 82, 53
- . 1989, *A&A*, 209, 279
- Porto de Mello, G. F. & da Silva, L. 1997, *ApJL*, 482, L89+
- Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T., & Flannery, B. P. 1992, *Numerical recipes in C. The art of scientific computing* (Cambridge: University Press, —c1992, 2nd ed.)
- Prugniel, P. & Soubiran, C. 2001, *A&A*, 369, 1048
- Radick, R. R. 1992, in *ASP Conf. Ser. 27: The Solar Cycle*, 450–+
- Reale, F., Güdel, M., Peres, G., & Audard, M. 2004, *A&A*, 416, 733
- Reale, F., Peres, G., Serio, S., Rosner, R., & Schmitt, J. H. M. M. 1988, *ApJ*, 328, 256
- Reid, G. C. 1987, *Nature*, 329, 142
- Reiners, A. & Schmitt, J. H. M. M. 2003, *A&A*, 398, 647
- Robinson, R. D., Cram, L. E., & Giampapa, M. S. 1990, *ApJS*, 74, 891
- Rodono, M., Byrne, P. B., Neff, J. E., Linsky, J. L., Simon, T., Butler, C. J., Catalano, S., Cutispoto, G., Doyle, J. G., Andrews, A. D., & Gibson, D. M. 1987, *A&A*, 176, 267
- Rutten, R. G. M. 1984, *A&A*, 130, 353
- Saar, S. H., Huovelin, J., Osten, R. A., & Shcherbakov, A. G. 1997, *A&A*, 326, 741
- Saar, S. H., Nordstrom, B., & Andersen, J. 1990, *A&A*, 235, 291
- Saar, S. H. & Osten, R. A. 1997, *MNRAS*, 284, 803
- Scargle, J. D. 1982, *ApJ*, 263, 835
- Schmitt, J. H. M. M., Kahabka, P., Stauffer, J., & Pitters, A. J. M. 1993, *A&A*, 277, 114
- Schrijver, C. 1995, *A&ARv*, 6, 181
- Schwarzschild, M. 1965, *Structure and evolution of the stars* (New York: Dover Publication, 1965)
- Serote Roos, M., Boisson, C., & Joly, M. 1996, *A&AS*, 117, 93

- Shine, R., Gerola, H., & Linsky, J. L. 1975, *ApJL*, 202, L101
- Shu, F. H. 1982, *The physical universe. an introduction to astronomy* (A Series of Books in Astronomy, Mill Valley, CA: University Science Books, 1982)
- Silva, D. R. & Cornell, M. E. 1992, *ApJS*, 81, 865
- Skoog, D. A. & Leary, J. J. 1996, *Análisis instrumental* (McGraw-Hill)
- Slee, O. B., Willes, A. J., & Robinson, R. D. 2003, *Publications of the Astronomical Society of Australia*, 20, 257
- Soderblom, D. R., Stauffer, J. R., Hudon, J. D., & Jones, B. F. 1993, *ApJS*, 85, 315
- Soubiran, C. & Triaud, A. 2004, *A&A*, 418, 1089
- Strömgren, B. 1963, *QJRAS*, 4, 8
- Strassmeier, K. G., Fekel, F. C., Bopp, B. W., Dempsey, R. C., & Henry, G. W. 1990, *ApJS*, 72, 191
- Sturrock, P. A. 1994, *Plasma physics. an introduction to the theory of astrophysical, geophysical, and laboratory plasmas* (Cambridge, UK: Cambridge University Press, —c1994)
- Svensmark, H. 1998, *Physical Review Letters*, 81, 5027
- Vaughan, A. H., Preston, G. W., & Wilson, O. C. 1978, *PASP*, 90, 267
- Vernazza, J. E., Avrett, E. H., & Loeser, R. 1981, *ApJS*, 45, 635
- Vieytes, M., Mauas, P., & Cincunegui, C. 2005, *A&A*, *en prensa*
- Vieytes, M. & Mauas, P. J. D. 2004, *ApSS*, 290, 311
- Vilhu, O. 1984, *A&A*, 133, 117
- Walker, A. R. 1981, *MNRAS*, 195, 1029
- White, O. R. & Livingston, W. C. 1981, *ApJ*, 249, 798
- Willson, R. C. & Hudson, H. S. 1991, *Nature*, 351, 42
- Wilson, O. C. 1978, *ApJ*, 226, 379
- Wolff, S. C. & Heasley, J. N. 1984, *PASP*, 96, 231
- Wright, J. T., Marcy, G. W., Butler, R. P., & Vogt, S. S. 2004, *ApJS*, 152, 261
- Zeldovich, I. B., Ruzmaikin, A. A., & Sokolov, D. D., eds. 1983, *Magnetic fields in astrophysics*
- Zirin, H. 1975, *ApJL*, 199, L63
- . 1988, *Annual Scientific Supplement to Urania*

Agradecimientos

No digas de ningún sentimiento que es pequeño o indigno. No vivimos de otra cosa que de nuestros pobres, hermosos y magníficos sentimientos, y cada uno de ellos contra el que cometemos una injusticia es una estrella que apagamos.

HERMAN HESSE

Lo mismo es nuestra vida que una comedia; no se atiende a si es larga, sino a si la han representado bien. Concluye donde quieras, con tal de que pongas buen final.

LUCIO ANNEO SÉNECA

Y el final llega, después de todo. Innumerables son las personas que me han ayudado de una u otra forma para estar escribiendo hoy estas líneas, y a todas ellas les estoy agradecida. Muchas veces en mi vida me han hecho notar mi torpeza en los momentos en que mi dura coraza externa se abre. Sin embargo, más allá de mis dificultades, no quiero perder la ocasión de hacer una mención especial de algunas personas que fueron fundamentales para mí en estos cuatro años de intenso trabajo.

A la primer persona que le quiero agradecer es a Pablo Mauas, que me guió por este camino, pero que además siempre creyó en mi trabajo –más que yo misma varias veces– y en mí.

A Pablo, mi compañero de vida, por tantas cosas... En cuanto a este trabajo, por ayudarme en varios capítulos, con fructíferas discusiones y visiones diferentes a las mías; y porque sin él, no sé si hubiera tenido la fuerza para llegar al final. Más allá de la tesis, por olvidarse de todas las distancias para estar conmigo cada día; por sobrellevar mis inseguridades; por apoyarme en todos mis cambios; por estar al lado mío.

A mi mamá, por su apoyo absolutamente incondicional, y por su fuerza para animarse a buscar de nuevo la felicidad.

A Maia, porque a pesar de los años de diferencia, para mí es un ejemplo de fortaleza y me llena de admiración.

A Lali, porque los años no pasan para ella, y siempre va a ser mi abuela preferida.

A Andrea, Eugenia, Gabriela y Mariela, porque cada una a su manera, me acompañaron todo este tiempo.

A Carmen, que mira las estrellas de otra forma.

A Máximo, porque su voz ya no me asusta; a Rodrigo, por soportar tantos cigarrillos, en especial en este último tiempo; a mis amigos de la vida, los de hoy y los de ayer.

Y a todas las personas del IAFE que más de una vez me han brindado su colaboración.