

## Tesis de Posgrado

# Haces electromagnéticos espacialmente limitados : estudio vectorial de la dispersión en superficies

Bonomo, Néstor Eduardo

1999

Tesis presentada para obtener el grado de Doctor en Ciencias Físicas de la Universidad de Buenos Aires

Este documento forma parte de la colección de tesis doctorales y de maestría de la Biblioteca Central Dr. Luis Federico Leloir, disponible en [digital.bl.fcen.uba.ar](http://digital.bl.fcen.uba.ar). Su utilización debe ser acompañada por la cita bibliográfica con reconocimiento de la fuente.

This document is part of the doctoral theses collection of the Central Library Dr. Luis Federico Leloir, available in [digital.bl.fcen.uba.ar](http://digital.bl.fcen.uba.ar). It should be used accompanied by the corresponding citation acknowledging the source.

**Cita tipo APA:**

Bonomo, Néstor Eduardo. (1999). Haces electromagnéticos espacialmente limitados : estudio vectorial de la dispersión en superficies. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires. [http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis\\_3179\\_Bonomo.pdf](http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis_3179_Bonomo.pdf)

**Cita tipo Chicago:**

Bonomo, Néstor Eduardo. "Haces electromagnéticos espacialmente limitados : estudio vectorial de la dispersión en superficies". Tesis de Doctor. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires. 1999. [http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis\\_3179\\_Bonomo.pdf](http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis_3179_Bonomo.pdf)

**EXACTAS** UBA

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales



**UBA**

Universidad de Buenos Aires



UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES  
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

Departamento de Física

HACES ELECTROMAGNETICOS ESPACIALMENTE LIMITADOS:  
ESTUDIO VECTORIAL DE LA DISPERSION EN SUPERFICIES

por Néstor Eduardo Bonomo

Director de Tesis: Dr. Ricardo Angel Depine

Lugar de Trabajo: Grupo de Electromagnetismo Aplicado

3179

Trabajo de Tesis para optar por el título de Doctor en Ciencias Físicas

1999

3179

*A mi querida familia grande*

## Indice

Resumen	2
1 Introducción . . . . .	3
2 Reflexión y transmisión de haces limitados en interfaces lineales y homogéneas. .	7
2.1 Expresiones para el campo electromagnético en un medio lineal y homogéneo.	8
2.2 Expresiones para los campos incidentes, reflejados y transmitidos en una interfase lineal y homogénea. . . . .	10
2.3 Campos monocromáticos . . . . .	16
2.4 Haces limitados gaussianos . . . . .	17
2.5 Cálculo de los campos incidentes y difractados. . . . .	19
3 Efectos no especulares. El efecto Goos-Hänchen. . . . .	22
3.1 Efectos no especulares. . . . .	23
3.2 Efecto Goos-Hänchen: Método de la Fase Estacionaria	30
3.2.1 Aplicación: interfase cristal uniaxial - metal	33
4 Efectos no especulares en la aproximación sin aberraciones. . . . .	49
4.1 Obtención de las expresiones para los efectos no especulares	51
4.2 Aplicaciones . . . . .	58
4.2.1 Interfase plana $TiO_2$ -vacío . . . . .	58
4.2.2 Interfase plana quiral-aquiral . . . . .	65
4.2.3 Red senoidal isótropo-uniaxial . . . . .	74
4.3 Comparación entre la aproximación sin aberraciones, el método de la fase estacionaria y la integración directa. . . . .	83
5 Conclusiones . . . . .	86
Referencias . . . . .	88
Agradecimientos	94
Título y Resumen en inglés	95

## Resumen

En el presente trabajo se estudian las propiedades de polarización de haces electromagnéticos limitados cuando éstos interactúan con interfases lineales y homogéneas. En particular se pone especial atención a aquellas situaciones que requieran indefectiblemente del empleo de una descripción vectorial, como es el caso de superficies con anisotropías geométricas y constitutivas.

## 1. Introducción

Los continuos avances en el desarrollo de nuevos materiales y la aparición de nuevos dispositivos tecnológicos en el área del electromagnetismo aplicado requieren el estudio de situaciones que anteriormente podrían revestir un interés meramente académico. Por ejemplo, en el análisis de fenómenos como propagación, scattering y difracción de ondas electromagnéticas en superficies y volúmenes muchas veces es necesario tener en cuenta la *extensión finita* de los haces involucrados pues interesan efectos que no aparecen cuando se idealizan los campos mediante simples ondas planas que se extienden en espacio y tiempo en forma ilimitada. Lo mismo ocurre con el *carácter vectorial* de los campos electromagnéticos el cuál muchas veces puede dejarse de lado si se está solamente interesado en la cinemática y no en la dinámica ondulatoria. El presente trabajo está orientado al estudio del scattering electromagnético de haces cuando es necesario incluir simultáneamente la extensión finita y el carácter vectorial de los campos.

Cuando un haz electromagnético de extensión finita es reflejado en una interfase isótropa, éste generalmente no responde a las predicciones de la óptica geométrica. Varios efectos *no especulares* aparecen, tales como el corrimiento lateral de Goos-Hänchen [1], el corrimiento focal [2], el corrimiento angular [3], la deformación espacial de la distribución reflejada [4], etc. Muchos de estos efectos han sido estudiados teóricamente en diferentes situaciones, tales como el scattering en interfases planas entre dos medios simples [1] - [13], scattering en estructuras multicapas [14, 16], y difracción en interfases corrugadas [17] - [20]. Mediciones experimentales de los corrimientos se dan en [21]-[28].

Desde 1947 (cuando el efecto Goos-Hänchen fue por primera vez observado [1]) las investigaciones teóricas sobre los efectos no especulares han sido desarrolladas a través de diferentes técnicas, tales como el cálculo del flujo de energía en la interfase reflectante [25] - [30] o, principalmente, a través de la descomposición espectral del campo electromagnético en ondas planas [1] - [24]. Dentro de la segunda técnica, el método de la fase estacionaria (SPM) permite una descripción simple para el efecto Goos-Hänchen [31] en la cual la magnitud del corrimiento es proporcional a menos la derivada de la fase del coeficiente de Fresnel respecto de la variable espectral. Otro método espectral alternativo desarrollado por T. Tamir *et al* [16, 17] predice otros efectos no especulares los cuales dependen de las derivadas segundas no sólo de la fase sino también del módulo del coeficiente de Fresnel. Por otro lado, W. Nasalski [13] ha mostrado que estos efectos están relacionados con unos pocos parámetros complejos que describen completamente las desviaciones del haz reflejado de la specularidad.

Si bien el aspecto acotado de los campos es un tema muchas veces estudiado en los problemas de scattering [1] - [31], no ocurre lo mismo con el aspecto vectorial de los mismos. En efecto, los trabajos más arriba mencionados sólo contemplan situaciones esencialmente *escalares* o parcialmente vectoriales [5, 19] donde existen autoestados de polarización que no cambian en el proceso de difracción (matrices de scattering diagonales). Ellos no contemplan los sistemas básicamente vectoriales en los cuales existe ruptura de simetría producida ya sea por anisotropías constitutivas (por ejemplo en cristales o en materiales con actividad óptica) o por anisotropías geométricas (como en las redes de difracción o en las superficies corrugadas aleatoriamente). Debido a la birrefringencia y a la conversión

de polarizaciones que presenta este tipo de sistema [32], un desarrollo completamente vectorial para los campos se hace imprescindible.

En el presente trabajo se desarrolla una descripción unificada de las propiedades de polarización de haces electromagnéticos limitados cuando éstos interactúan con superficies lineales y homogéneas. En particular se pone especial atención a aquellas situaciones que requieran indefectiblemente del empleo de una descripción vectorial, como es el caso de superficies con anisotropías geométricas y constitutivas.

En la primera sección del capítulo 2 se introducen las expresiones para un campo electromagnético arbitrario en un medio lineal y homogéneo. En base a las técnicas de Fourier los campos son descritos como la superposición de ondas planas. En la sección 2.2 se plantea, en forma vectorial, el problema de la difracción de los campos en una interfase. Se comienza analizando el caso de una interfase plana para luego encarar el caso más general de una interfase periódicamente rugosa. En 2.3 finalmente se obtienen las expresiones para la difracción de los *haces limitados*.

El capítulo 3 comienza mostrando (mediante los gráficos de las distribuciones espaciales del campo y del Poynting difractados en una interfase plana isotropo-uniaxial) los efectos no especulares usualmente más notorios. Allí se muestran diversos efectos de polarización asociados a la birrefringencia y a la conversión de polarizaciones, propios de las interfases consideradas en este trabajo. En la sección 3.2 se extiende el método de la fase estacionaria al caso general considerado, obteniéndose fórmulas que describen el corrimiento lateral de Goos Hänchen como función de las derivadas de los coeficientes de Fresnel, de los vectores



de polarización y del ángulo de incidencia. Finalmente estos resultados son discutidos, analizando en detalle el caso de una interfase plana entre un cristal uniaxial y un metal.

En la sección 4.1 los campos difractados son estimados a través de la aproximación sin aberraciones. Este tipo de aproximación conduce a una descripción de los efectos no especulares geométricos a través de expresiones que dependen de un conjunto reducido de parámetros y que describen completamente la deformación que sufre cada haz en el proceso de scattering. Estas expresiones no sólo evitan la integración numérica de los campos (como ocurre en el SPM) sino que además permiten una interpretación clara de los efectos no especulares como funciones de los coeficientes de Fresnel, de los vectores de polarización difractados, y de las características del haz incidente. Como ejemplos, la teoría es aplicada al estudio de tres casos diferentes: una interfase plana entre un cristal uniaxial  $TiO_2$  y vacío, una interfase isotrópica entre un medio quiral y un medio sin actividad óptica, y finalmente una red de difracción de perfil senoidal entre un medio isotrópico y un cristal. Por último, los resultados obtenidos son comparados con aquéllos que arroja el método de la fase estacionaria y la integración directa.

En el capítulo 5 se realizan los comentarios finales.

## 2. Reflexión y transmisión de haces limitados en interfases lineales y homogéneas.

Una onda plana [33] presenta un campo homogéneo sobre cada uno de los planos de fase constante. Estos planos se extienden espacialmente en forma infinita, manteniéndose la intensidad electromagnética idéntica en toda su superficie. Sin embargo en los casos más comunes, como por ejemplo en un laser, dichas superficies no son ilimitadas. En efecto, los frentes de fase constante en un láser se asemejan más a discos de radio finito que a planos infinitos [34], pues la intensidad electromagnética decrece rápidamente hacia los bordes de cada uno de esos discos. Este tipo de campos son los que constituyen los denominados *haces limitados*.

La representación del campo electromagnético mediante la *superposición de ondas planas* constituye un método muy utilizado en distintos temas, como ser propagación, reflexión, difracción, radiación, etc.. Una introducción detallada del método puede encontrarse en las referencias [35]-[37], mientras que una lista con abundante bibliografía sobre aplicaciones del mismo puede ser consultada en [38].

En el presente capítulo dicho método es implementado para el caso de la difracción de un haz electromagnético finito en una interfase lineal y homogénea. Debido a que la mayoría de las interfases con estas características presenta birrefringencia y conversión de polarizaciones [32], es necesario que el tratamiento de los campos sea completamente vectorial.

En la primera sección del capítulo se introducen las expresiones para un campo electro-

magnético arbitrario en un medio lineal y homogéneo. En la siguiente sección se plantea, en forma vectorial, el problema de la difracción de los campos en una interfase plana o periódicamente rugosa. Se considera el caso especial de campos monocromáticos. A continuación se obtienen las expresiones para la difracción de *haces limitados* gaussianos en interfases lineales y homogéneas.

## 2.1. Expresiones para el campo electromagnético en un medio lineal y homogéneo.

Las ecuaciones de Maxwell en un medio sin fuentes se expresan [33]:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D}(\vec{r}, \omega) = 0, \quad (2.1)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E}(\vec{r}, \omega) = i\omega \vec{B}(\vec{r}, \omega), \quad (2.2)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B}(\vec{r}, \omega) = 0, \quad (2.3)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H}(\vec{r}, \omega) = -i\omega \vec{D}(\vec{r}, \omega), \quad (2.4)$$

donde  $\vec{E}$  es el campo eléctrico,  $\vec{B}$  el campo de inducción magnética,  $\vec{D}$  el campo de desplazamiento eléctrico,  $\vec{H}$  el campo magnético,  $\omega$  la frecuencia angular, y  $\vec{r} = (x, y, z)$  el vector posición en un sistema de coordenadas espaciales cartesianas ortogonales momentáneamente arbitrario.

A partir de la siguiente integral de Fourier se obtienen los campos en términos de  $\vec{r}$  y del tiempo  $t$ :

$$\vec{F}(\vec{r}, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \vec{F}(\vec{r}, \omega) \exp[-i\omega t] d\omega, \quad (2.5)$$

donde  $\vec{F}$  representa genéricamente a cualquiera de los campos ( $\vec{E}$ ,  $\vec{B}$ ,  $\vec{D}$  o  $\vec{H}$ ).

Las relaciones constitutivas para los medios considerados tendrán la siguiente forma:

$$\vec{U}(\vec{D}(\vec{r}, \omega), \vec{E}(\vec{r}, \omega), \zeta_j) = 0, \quad (2.6)$$

$$\vec{V}(\vec{B}(\vec{r}, \omega), \vec{H}(\vec{r}, \omega), \zeta_j) = 0, \quad (2.7)$$

$$j = 1, N,$$

donde  $\vec{U}$  y  $\vec{V}$  son funciones lineales de los campos, independientes de  $\vec{r}$ , y donde  $\zeta_i$  representa al conjunto de los  $N$  parámetros constitutivos del material.

Las soluciones de las ecuaciones 2.1 a 2.2 pueden ser expresadas en términos de una triple integral de Fourier:

$$\vec{F}(\vec{r}, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \vec{F}(k_x, k_y, k_z, \omega) \exp[ik_x x] \exp[ik_y y] \exp[ik_z z] dk_x dk_y dk_z, \quad (2.8)$$

las cuales estarán sujetas a la restricción que impone la relación de dispersión del material:

$$A(k_x, k_y, k_z, \omega, \zeta_j) = 0, \quad j = 1, N. \quad (2.9)$$

Esta última relación establece una relación entre las componentes de  $\vec{k}$ , que permite eliminar una de las integrales en 2.8, quedando:

$$\vec{F}(\vec{r}, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \vec{F}(k_x, k_z, \omega) \exp[i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)] dk_x dk_z d\omega. \quad (2.10)$$

Esta expresión constituye una representación para los campos en términos de una superposición de ondas planas monocromáticas. Cada onda plana poseerá un vector de onda  $\vec{k}$ , una frecuencia  $\omega$ , y una amplitud  $\vec{F}(k_x, k_z, \omega)$ , la cual deberá cumplir:

$$\vec{k} \cdot \vec{D}(k_x, k_z, \omega) = 0, \quad (2.11)$$

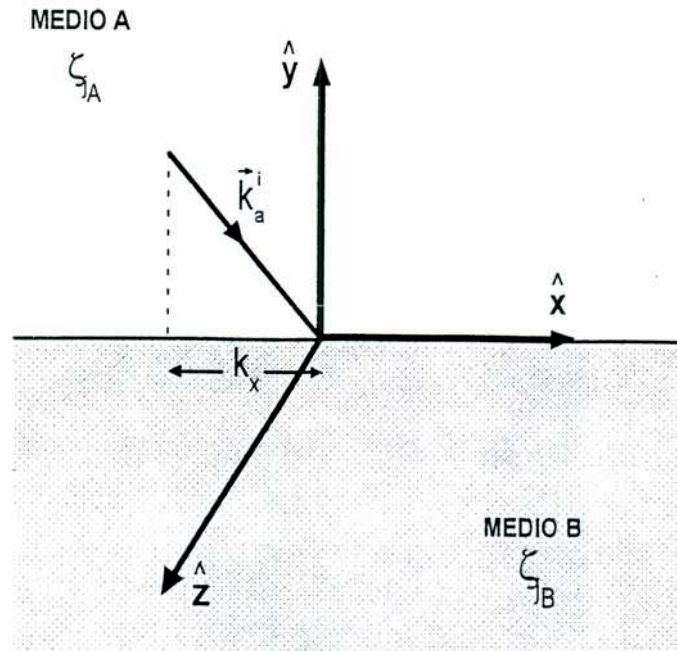


Figura 2.1: Configuración del problema. Sistema de coordenadas utilizado.

$$\vec{k} \times \vec{E}(k_x, k_z, \omega) = \omega \vec{B}(k_x, k_z, \omega) , \quad (2.12)$$

$$\vec{k} \cdot \vec{B}(k_x, k_z, \omega) = 0 , \quad (2.13)$$

$$\vec{k} \times \vec{H}(k_x, k_z, \omega) = -\omega \vec{D}(k_x, k_z, \omega) . \quad (2.14)$$

## 2.2. Expresiones para los campos incidentes, reflejados y transmitidos en una interfase lineal y homogénea.

Consideremos una interfase ubicada en  $y = 0$  entre un medio  $A$  ( $y > 0$ ) y un medio  $B$  ( $y < 0$ ), como se muestra en la figura 2.1. El medio  $A$  está caracterizado por los parámetros constitutivos  $\zeta_{jA}$ , mientras que el medio  $B$  por  $\zeta_{jB}$ . La interfase es iluminada desde el medio  $A$ .

Tomemos inicialmente una onda plana monocromática de amplitud  $\vec{E}^i(k_x, k_z, \omega)$  y frecuencia  $\omega$ , la cual incide (supraíndice  $i$ ) sobre la interfase con una dirección de propagación dada por  $\vec{k}^i$ . Esta onda puede tener polarización  $a_1$  o  $a_2$ , según sea el modo propagante. Indicaremos con subíndice  $a = a_1, a_2$  dicho modo de polarización. Los campos eléctricos incidentes pueden ser escritos entonces como:

$$\vec{E}_a^i(k_x, k_z, \omega) = C_a^i(k_x, k_z, \omega) \exp[i \vec{k}_a^i(k_x, k_z, \omega) \cdot \vec{r}] \hat{e}_a^i(k_x, k_z, \omega), \quad (2.15)$$

$$a = a_1, a_2,$$

donde  $\hat{e}_a^i(k_x, k_z, \omega)$  es el vector unitario de polarización, mientras que  $C_a^i(k_x, k_z, \omega)$  es la amplitud escalar de la onda.

Analicemos momentaneamente el caso de una interfase plana entre dos medios dieléctricos isótropos y sin actividad óptica, donde los modos propagantes en ambos medios son los lineales  $s$  y  $p$  [32]. Es un hecho conocido que toda onda plana que incide sobre este tipo de interfase con una dada polarización, por ejemplo  $s^i$ , genera ondas reflejadas y transmitidas con esa misma polarización, es decir  $s^r$  y  $s^t$ , respectivamente. Lo mismo ocurre con una onda incidente en modo  $p^i$ , la cual genera ondas reflejadas en modos  $p^r$  y  $p^t$ . Esto significa que los modos de polarización difractados no son intercambiados respecto del modo incidente, esto es, la interfase no "mezcla" las polarizaciones difractadas.

Sin embargo, esto no ocurre siempre en otros tipos de interfases planas. Por ejemplo en una interfase entre un medio  $A$ , con las características señaladas en el párrafo anterior, y un medio  $B$ , un cristal uniaxial sin actividad óptica. En este caso los modos propagantes en el medio  $A$  siguen siendo el  $s$  y el  $p$ , mientras que en el medio  $B$  son los modos ordinario  $o$

y extraordinario  $e$  [32]. En efecto, una onda incidente en modo  $s^i$  genera ondas reflejadas tanto en modo  $s^r$  como en modo  $p^r$ , y ondas transmitidas tanto en modo  $o^t$  como en modo  $e^t$ . Algo equivalente ocurre para un modo incidente en modo  $p^i$ . En consecuencia este tipo de interfase mezcla los modos difractados.

Consideremos entonces el caso de una interfase plana donde sí pueda producirse esta mezcla de polarizaciones. Cada onda plana incidente en modo  $a$  de polarización, en general dará lugar a dos ondas planas reflejadas, una con polarización  $b_1$  y la otra con polarización  $b_2$ , las cuales corresponden a los dos modos del medio  $A$ . A su vez, dicha onda incidente dará lugar a dos ondas transmitidas, con polarizaciones  $c_1$  y  $c_2$  respectivamente, las cuales corresponderán a los dos modos del medio  $B$ . Por lo tanto para cada dada onda incidente, los campos eléctricos reflejados y transmitidos se escribirán:

$$\begin{aligned}\vec{E}_a^r(k_x, k_z, \omega) &= \vec{E}_{b_1, a}^r(k_x, k_z, \omega) + \vec{E}_{b_2, a}^r(k_x, k_z, \omega) \\ &= \sum_b \vec{E}_{b, a}^r(k_x, k_z, \omega).\end{aligned}\quad (2.16)$$

$$\begin{aligned}\vec{E}_a^t(k_x, k_z, \omega) &= \vec{E}_{c_1, a}^t(k_x, k_z, \omega) + \vec{E}_{c_2, a}^t(k_x, k_z, \omega) \\ &= \sum_c \vec{E}_{c, a}^t(k_x, k_z, \omega).\end{aligned}\quad (2.17)$$

$$b = b_1, b_2, \quad c = c_1, c_2,$$

donde se han definido:

$$\vec{E}_{b, a}^r(k_x, k_z, \omega) = C_{b, a}^r(k_x, k_z, \omega) \exp[i \vec{k}_b^r(k_x, k_z, \omega) \cdot \vec{r}] \hat{e}_b^r(k_x, k_z, \omega), \quad (2.18)$$

$$\vec{E}_{c, a}^t(k_x, k_z, \omega) = C_{c, a}^t(k_x, k_z, \omega) \exp[i \vec{k}_c^t(k_x, k_z, \omega) \cdot \vec{r}] \hat{e}_c^t(k_x, k_z, \omega), \quad (2.19)$$

$$b = b_1, b_2, \quad c = c_1, c_2.$$

En estas expresiones, las amplitudes reflejadas y transmitidas se relacionan con las incidentes a través de los coeficientes  $R_{ba}$  de reflexión y  $T_{ca}$  de transmisión:

$$C_{b,a}^r(k_x, k_z, \omega) = R_{b,a}(k_x, k_z, \omega) C_a^i(k_x, k_z, \omega), \quad (2.20)$$

$$C_{c,a}^t(k_x, k_z, \omega) = T_{c,a}(k_x, k_z, \omega) C_a^i(k_x, k_z, \omega), \quad (2.21)$$

$$b = b_1, b_2, \quad c = c_1, c_2.$$

Analicemos ahora el caso de una interfase rugosa periódica. Es bien conocido que toda onda plana incidente sobre este tipo de interfase genera un conjunto infinito y numerable de ondas planas reflejadas (a cada una de las cuales se le asigna un orden  $n$  de difracción distinto) y un conjunto similar de ondas planas transmitidas (orden  $m$ ) [39].

Supongamos inicialmente el caso particular de una interfase que no mezcle los modos difractados. Una onda que incida con una dada polarización  $a$  sobre este tipo de interfase generará un conjunto de ondas reflejadas y un conjunto de ondas transmitidas, todas ellas polarizadas en el mismo modo que la onda incidente.

Por el contrario, en el caso más general de una interfase que mezcle los modos, se tendrá que una onda incidente en modo  $a$ , en general producirá dos conjuntos de ondas reflejadas, uno en modo  $b_1$  y otro en modo  $b_2$ , y dos conjuntos de ondas transmitidas, uno en modo  $c_1$  y otro en modo  $c_2$ . Por lo tanto, el campo reflejado deberá expresarse:

$$\begin{aligned} \vec{E}_a^r(k_x, k_z, \omega) &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (\vec{E}_{b_1,a}^{nr}(k_x, k_z, \omega) + \vec{E}_{b_2,a}^{nr}(k_x, k_z, \omega)) \\ &= \sum_{n,b} \vec{E}_{b,a}^{nr}(k_x, k_z, \omega), \end{aligned} \quad (2.22)$$

$$n = -\infty \rightarrow \infty, \quad b = b_1, b_2,$$



donde se ha definido:

$$\vec{E}_{b,a}^{nr}(k_x, k_z, \omega) = C_{b,a}^{nr}(k_x, k_z, \omega) \exp[i \vec{k}_b^{nr}(k_x, k_z, \omega) \cdot \vec{r}] \hat{e}_b^{nr}(k_x, k_z, \omega), \quad (2.23)$$

Análogamente, para los campos transmitidos se tendrá:

$$\begin{aligned} \vec{E}_a^t(k_x, k_z, \omega) &= \sum_{m=-\infty}^{+\infty} (\vec{E}_{c_1,a}^{mt}(k_x, k_z, \omega) + \vec{E}_{c_2,a}^{mt}(k_x, k_z, \omega)) \\ &= \sum_{m,c} \vec{E}_{c,a}^{mt}(k_x, k_z, \omega), \end{aligned} \quad (2.24)$$

$$m = -\infty \rightarrow \infty, \quad c = c_1, c_2,$$

donde:

$$\vec{E}_{c,a}^{mt}(k_x, k_z, \omega) = C_{c,a}^{mt}(k_x, k_z, \omega) \exp[i \vec{k}_c^{mt}(k_x, k_z, \omega) \cdot \vec{r}] \hat{e}_c^{mt}(k_x, k_z, \omega). \quad (2.25)$$

Las expresiones para las amplitudes difractadas en función de las amplitudes incidentes y de los coeficientes de reflexión o transmisión quedan ahora:

$$C_{b,a}^{nr}(k_x, k_z, \omega) = R_{b,a}^n(k_x, k_z, \omega) C_a^i(k_x, k_z, \omega), \quad (2.26)$$

$$C_{c,a}^{mt}(k_x, k_z, \omega) = T_{c,a}^m(k_x, k_z, \omega) C_a^i(k_x, k_z, \omega), \quad (2.27)$$

$$b = b_1, b_2, \quad c = c_1, c_2.$$

Las anteriores ecuaciones, válidas para ondas planas, pueden ser ahora reemplazadas en las expresiones 2.10 y 2.5, válidas para campos eléctricos arbitrarios, obteniéndose en función de  $\vec{r}$  y de  $t$ :

$$\vec{E}^i(\vec{r}, t) = \sum_a \vec{E}_a^i(\vec{r}, t), \quad (2.28)$$

$$\vec{E}^r(\vec{r}, t) = \sum_{n,b,a} \vec{E}_{b,a}^{nr}(\vec{r}, t), \quad (2.29)$$

$$\vec{E}^t(\vec{r}, t) = \sum_{m,c,a} \vec{E}_{c,a}^{mt}(\vec{r}, t), \quad (2.30)$$

$$n, m = -\infty \rightarrow \infty, \quad b = b_1, b_2, \quad c = c_1, c_2,$$

donde

$$\begin{aligned} \vec{E}_a^i(\vec{r}, t) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} C_a^i(k_x, k_z, \omega) \exp[i(\vec{k}_a^{mi}(k_x, k_z, \omega) \cdot \vec{r} - \omega t)] \\ &\quad \hat{e}_a^i(k_x, k_z, \omega) dk_x dk_z d\omega, \end{aligned} \quad (2.31)$$

$$\begin{aligned} \vec{E}_{b,a}^{nr}(\vec{r}, t) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} C_{b,a}^{nr}(k_x, k_z, \omega) \exp[i(\vec{k}_b^{nr}(k_x, k_z, \omega) \cdot \vec{r} - \omega t)] \\ &\quad \hat{e}_b^{nr}(k_x, k_z, \omega) dk_x dk_z d\omega, \end{aligned} \quad (2.32)$$

$$\begin{aligned} \vec{E}_{c,a}^{mt}(\vec{r}, t) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} C_{c,a}^{mt}(k_x, k_z, \omega) \exp[i(\vec{k}_c^{mt}(k_x, k_z, \omega) \cdot \vec{r} - \omega t)] \\ &\quad \hat{e}_c^{mt}(k_x, k_z, \omega) dk_x dk_z d\omega. \end{aligned} \quad (2.33)$$

Análogamente, para el campo magnético se tendrá:

$$\vec{H}^i(\vec{r}, t) = \sum_a \vec{H}_a^i(\vec{r}, t), \quad (2.34)$$

$$\vec{H}^r(\vec{r}, t) = \sum_{n,b,a} \vec{H}_{b,a}^{nr}(\vec{r}, t), \quad (2.35)$$

$$\vec{H}^t(\vec{r}, t) = \sum_{m,c,a} \vec{H}_{c,a}^{mt}(\vec{r}, t), \quad (2.36)$$

$$n, m = -\infty \rightarrow \infty, \quad b = b_1, b_2, \quad c = c_1, c_2,$$

donde

$$\begin{aligned} \vec{H}_a^i(\vec{r}, t) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A_a^i(k_x, k_z, \omega) \exp[i(\vec{k}_a^{mi}(k_x, k_z, \omega) \cdot \vec{r} - \omega t)] \\ &\quad \hat{h}_a^i(k_x, k_z, \omega) dk_x dk_z d\omega, \end{aligned} \quad (2.37)$$

$$\begin{aligned} \vec{H}_{b,a}^{nr}(\vec{r}, t) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A_{b,a}^{nr}(k_x, k_z, \omega) \exp[i(\vec{k}_b^{nr}(k_x, k_z, \omega) \cdot \vec{r} - \omega t)] \\ &\quad \hat{h}_b^{nr}(k_x, k_z, \omega) dk_x dk_z d\omega, \end{aligned} \quad (2.38)$$

$$\begin{aligned} \vec{H}_{c,a}^{mt}(\vec{r}, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} & A_{c,a}^{mt}(k_x, k_z, \omega) \exp[i(\vec{k}_c^{mt}(k_x, k_z, \omega) \cdot \vec{r} - \omega t)] \\ & \hat{h}_c^{mt}(k_x, k_z, \omega) dk_x dk_z d\omega. \end{aligned} \quad (2.39)$$

En estas expresiones, las amplitudes ( $A_a^i$ ,  $A_{b,a}^{nr}$  y  $A_{c,a}^{mt}$ ) y los versores de polarización ( $\hat{h}_a^i$ ,  $\hat{h}_b^{nr}$  y  $\hat{h}_c^{mt}$ ) de cada onda plana magnética son obtenidas a partir de las correspondientes amplitudes y versores de polarización de la onda plana eléctrica, a través de 2.6-2.7 y 2.11-2.14.

### 2.3. Campos monocromáticos

En el caso de campos monocromáticos, la integración en  $\omega$  en las anteriores expresiones puede ser evitada. De esta manera para 2.31 a 2.33 y 2.37 a 2.39 se obtiene:

$$\begin{aligned} \vec{E}_a^i(\vec{r}) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} & C_a^i(k_x, k_z) \exp[i\vec{k}_a^{mi}(k_x, k_z) \cdot \vec{r}] \\ & \hat{e}_a^i(k_x, k_z) dk_x dk_z, \end{aligned} \quad (2.40)$$

$$\begin{aligned} \vec{E}_{b,a}^{nr}(\vec{r}) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} & C_{b,a}^{nr}(k_x, k_z) \exp[i\vec{k}_b^{nr}(k_x, k_z) \cdot \vec{r}] \\ & \hat{e}_b^{nr}(k_x, k_z) dk_x dk_z, \end{aligned} \quad (2.41)$$

$$\begin{aligned} \vec{E}_{c,a}^{mt}(\vec{r}) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} & C_{c,a}^{mt}(k_x, k_z) \exp[i\vec{k}_c^{mt}(k_x, k_z) \cdot \vec{r}] \\ & \hat{e}_c^{mt}(k_x, k_z) dk_x dk_z. \end{aligned} \quad (2.42)$$

$$\begin{aligned} \vec{H}_a^i(\vec{r}) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} & A_a^i(k_x, k_z) \exp[i\vec{k}_a^{mi}(k_x, k_z) \cdot \vec{r}] \\ & \hat{h}_a^i(k_x, k_z) dk_x dk_z, \end{aligned} \quad (2.43)$$

$$\begin{aligned} \vec{H}_{b,a}^{nr}(\vec{r}) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} & A_{b,a}^{nr}(k_x, k_z) \exp[i\vec{k}_b^{nr}(k_x, k_z) \cdot \vec{r}] \\ & \hat{h}_b^{nr}(k_x, k_z) dk_x dk_z, \end{aligned} \quad (2.44)$$

$$\vec{H}_{c,a}^{mt}(\vec{r}) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A_{c,a}^{mt}(k_x, k_z) \exp[i\vec{k}_c^{mt}(k_x, k_z) \cdot \vec{r}]$$

$$\hat{h}_c^{mt}(k_x, k_z) dk_x dk_z, \quad (2.45)$$

donde la dependencia  $\exp(-i\omega t)$  es asumida en cada una de las onditas constituyentes, y por lo tanto omitida.

Si bien la condición de monocromaticidad es restrictiva, una amplia gama de fenómenos de los cuales trata este trabajo queda comprendida. No obstante debe quedar en claro que la integración en  $\omega$  podría ser mantenida si así se deseara, o si fuese necesario (campos pulsantes), sin introducir mayores inconvenientes.

#### 2.4. Haces limitados gaussianos

En términos generales, los denominados haces limitados presentan la característica de poseer una dirección de propagación bien definida, y un perfil transversal de intensidad que, luego de alcanzar un máximo, decrece rápidamente en la dirección radial. En muchos casos (como por ejemplo en un modo  $TEM_{00}$  de un laser [34]) dicho perfil puede ser considerado prácticamente como gaussiano. En esta sección consideramos la difracción de haces gaussianos espacialmente limitados en interfases lineales y homogéneas.

En lo que sigue, consideramos campos con simetría de traslación en el eje  $\hat{z}$ . Esta resulta ser una buena aproximación que simplifica considerablemente el análisis del problema y acota razonablemente el tiempo de los cálculos numéricos (próximos capítulos).

Para la distribución angular de la sumatoria de onditas incidentes con polarización  $a$  se propone un perfil gaussiano, centrado en  $\alpha_0$ , con amplitud máxima  $C_{0a}$ , y con semiancho

angular  $\omega_a$ :

$$C_a^i(\alpha) = C_{0a} \exp\left[-\frac{(\alpha - \alpha_0)^2}{\omega_a^2}\right], \quad (2.46)$$

$$a = a_1, a_2 .$$

donde se ha redefinido

$$k_x = \alpha , \quad (2.47)$$

$$k_y = \gamma_a^i(\alpha) , \quad (2.48)$$

Las expresiones 2.40 a 2.42 y 2.43 a 2.45 entonces quedan:

$$\vec{E}_a^i(\vec{r}) = \int_{-\infty}^{\infty} C_{0a} \exp\left[-\frac{(\alpha - \alpha_0)^2}{\omega_a^2}\right] \exp[i \vec{k}_a^i(\alpha) \cdot \vec{r}] \hat{e}_a^i(\alpha) d\alpha , \quad (2.49)$$

$$\vec{E}_{b,a}^{nr}(\vec{r}) = \int_{-\infty}^{\infty} C_{0a} \exp\left[-\frac{(\alpha - \alpha_0)^2}{\omega_a^2}\right] R_{ba}^n(\alpha) \exp[i \vec{k}_b^{nr}(\alpha) \cdot \vec{r}] \hat{e}_b^{nr}(\alpha) d\alpha , \quad (2.50)$$

$$\vec{E}_{c,a}^{mt}(\vec{r}) = \int_{-\infty}^{\infty} C_{0a} \exp\left[-\frac{(\alpha - \alpha_0)^2}{\omega_a^2}\right] T_{ca}^m(\alpha) \exp[i \vec{k}_c^{mt}(\alpha) \cdot \vec{t}] \hat{e}_c^{mt}(\alpha) d\alpha , \quad (2.51)$$

$$\vec{H}_a^i(\vec{r}) = \int_{-\infty}^{\infty} A_{0a} \exp\left[-\frac{(\alpha - \alpha_0)^2}{\omega_a^2}\right] \exp[i \vec{k}_a^i(\alpha) \cdot \vec{r}] \hat{h}_a^i(\alpha) d\alpha , \quad (2.52)$$

$$\vec{H}_{b,a}^{nr}(\vec{r}) = \int_{-\infty}^{\infty} A_{0a} \exp\left[-\frac{(\alpha - \alpha_0)^2}{\omega_a^2}\right] R_{ba}^n(\alpha) \exp[i \vec{k}_b^{nr}(\alpha) \cdot \vec{r}] \hat{h}_b^{nr}(\alpha) d\alpha , \quad (2.53)$$

$$\vec{H}_{c,a}^{mt}(\vec{r}) = \int_{-\infty}^{\infty} A_{0a} \exp\left[-\frac{(\alpha - \alpha_0)^2}{\omega_a^2}\right] T_{ca}^m(\alpha) \exp[i \vec{k}_c^{mt}(\alpha) \cdot \vec{t}] \hat{h}_c^{mt}(\alpha) d\alpha , \quad (2.54)$$

Si bien la elección de una distribución incidente angularmente gaussiana no garantiza el deseado perfil espacial gaussiano, puede verse que para valores de  $\omega_a$  lo suficientemente pequeños ( $\omega_a \lambda_0 \gg 1$ , con  $\lambda_0$  la longitud de onda en vacío del haz), ello sí ocurre. En efecto, si  $\omega_a$  es pequeño puede considerarse que  $\alpha \approx \alpha_0$ , y por lo tanto desarrollar las expresiones 2.49 y 2.52 a primer orden en  $\alpha$ , obteniéndose para el vector de Poynting:

$$\vec{P}_a^i(\vec{r}) \approx \exp\left[-\frac{(v - v_0)^2}{(2/\omega_a)^2}\right] \hat{P}_{0a}^i(\alpha_0) , \quad (2.55)$$

donde  $\hat{P}_{0a}^i(\alpha_0)$  es el vector de Poynting correspondiente a una onda plana propagándose con vector de onda  $\vec{k}_a^i = (\alpha_0, \gamma_{0a}^i, 0)$  (donde  $\gamma_{0a}^i = \gamma_a^i(\alpha_0)$ ), y  $v$  es la coordenada en la dirección perpendicular a  $\hat{P}_{0a}^i(\alpha_0)$  y a la normal  $\hat{y}$ . Por lo tanto la dirección del Poynting del haz aproximadamente coincide con la de la onda plana central de la distribución 2.46. A su vez el perfil de intensidad que aparece en la expresión 2.55 depende únicamente de la coordenada transversal  $v$ , alcanza una amplitud máxima en  $v = 0$  y decrece lateralmente hacia  $v = \pm 2/\omega_a$  en forma gaussiana.

Por otro lado, y bajo la misma hipótesis de  $\omega_a$  pequeño, puede verse que la polarización de los haces prácticamente coincide con la polarización de la correspondiente onda plana central en la distribución 2.46, lo cual se debe a la poca variación que suelen presentar los versores de polarización en el rango  $\alpha = \pm\omega_a$ .

## 2.5. Cálculo de los campos incidentes y difractados.

Las expresiones 2.49-2.54 en general suelen ser integrales no analíticas debido a la presencia de los coeficientes de reflexión  $R_{ba}^n$  y transmisión  $T_{ca}^m$  y de los versores de polarización  $\hat{e}_a^i, \hat{e}_b^{nr}, \hat{e}_c^{mt}, \hat{h}_a^i, \hat{h}_b^{nr}$  y  $\hat{h}_c^{mt}$ . Por ende es necesario calcularlas numéricamente.

Para  $\omega_a$  pequeño, el semiancho espacial  $\delta_a^i$  del haz incidente puede ser estimado a primer orden a partir de la fórmula:

$$\delta_a^i \approx \delta_a^{(1)i} = \frac{2\theta_{0a}^{(1)i}}{\omega_a}, \quad (2.56)$$

donde  $\theta_{0a}^{(1)i}$  es el ángulo entre la normal a la interfase y el vector de Poynting de una onda

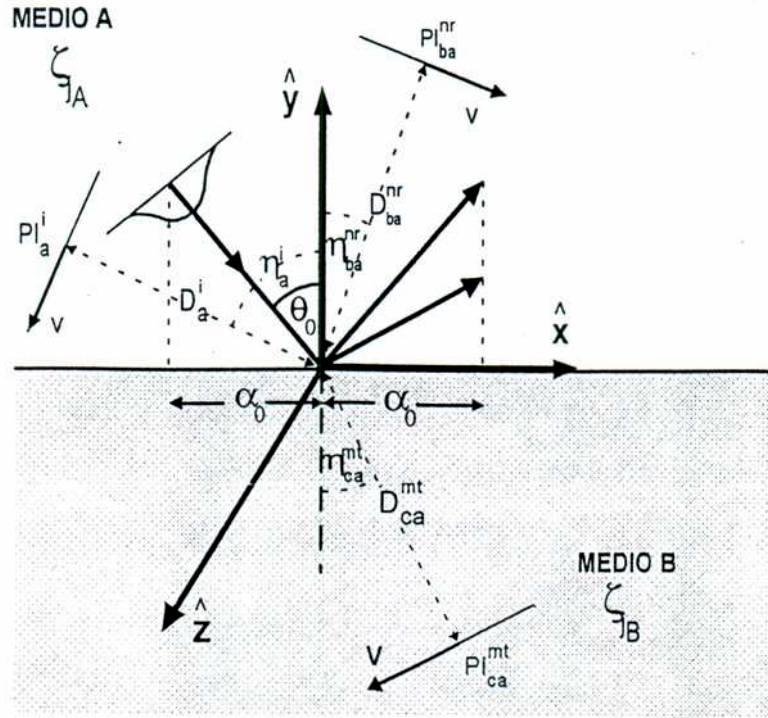


Figura 2.2: Planos utilizados para la evaluación de los campos.

plana con constante de propagación  $\alpha_0$ :

$$\tan \theta_{0a}^{(1)i} = - \frac{\partial \gamma_a^i(\alpha)}{\partial \alpha} \Big|_{\alpha_0} . \quad (2.57)$$

La relación 2.56 permite obtener  $\omega_a$  para el haz incidente en modo  $a$  para un  $\delta_a^{(1)i}$  fijo y para cada  $\alpha_0$ . Luego los campos son obtenidos por integración numérica de las expresiones 2.49-2.54.

Para la evaluación de los mismos se consideran los planos  $Pl_a^i$ ,  $Pl_{ba}^{nr}$  y  $Pl_{ca}^{mt}$  que se muestran en la figura 2.2. El plano  $Pl_a^i$  es perpendicular a la dirección que forma un ángulo  $\eta_a^i$  con el eje  $\hat{y}$ , y su origen de coordenadas dista  $D_a^i$  del origen de coordenadas del sistema de la interfase ( $\vec{r} = \vec{0}$ ). Este plano será usado para evaluar el haz incidente en modo  $a$ .

Similarmente se define el plano  $Pl_{ba}^{nr}$ , perpendicular a la dirección que forma un ángulo  $\eta_{ba}^{nr}$  con el eje  $\hat{y}$ , distante  $D_{ba}^{nr}$  de  $\vec{r} = \vec{0}$ , el cual en general será usado para evaluar el  $n$ -ésimo orden del haz reflejado en modo  $b$  cuando incide un haz en modo  $a$ . Nótese que en la figura 2.2 sólo ha sido graficado el plano correspondiente a uno de los infinitos órdenes reflejados. Finalmente se define el plano  $Pl_{ca}^{mt}$ , perpendicular a la dirección que forma un ángulo  $\eta_{ca}^{mt}$  con el eje  $\hat{y}$ , distante  $D_{ca}^{mt}$  de  $\vec{r} = \vec{0}$ , el cual se usa para evaluar el  $m$ -ésimo orden del haz  $ca$  transmitido.



### 3. Efectos no especulares. El efecto Goos-Hänchen.

Es conocido que cuando un haz acotado incide desde un medio isótropo sobre una interfase plana, ciertos fenómenos no especulares aparecen [13], esto es, el haz reflejado se aparta de las predicciones de la óptica geométrica. Por ejemplo, en el corrimiento lateral de Goos-Hänchen [1] la distribución reflejada es desplazada longitudinalmente a lo largo de la interfase desde la posición del haz incidente. Aunque el corrimiento lateral de Goos-Hänchen representa cuantitativamente en efecto no especular más importante, éste es más bien pequeño, de modo que el mismo ha sido usualmente magnificado a través de múltiples reflexiones [1, 23, 25].

El método de la fase estacionaria (SPM) [31] muestra que una variación de los coeficientes de Fresnel con el ángulo de incidencia conduce al corrimiento lateral de Goos-Hänchen. En esta aproximación el corrimiento es proporcional a menos la derivada de la fase del coeficiente de Fresnel. De esta manera, grandes corrimientos son obtenidos en superficies donde ocurren fuertes variaciones de este coeficiente [2]-[28].

Los estudios mencionados en los párrafos anteriores sobre fenómenos no especulares se aplican a haces que se propagan en medios isótropos y sin actividad óptica. En el presente capítulo se estudian los efectos no especulares en el caso más general de interfases lineales y homogéneas. Como se verá en las siguientes secciones, este tipo de interfases presenta interesantes efectos no especulares debido a la birrefringencia y a la conversión de polarizaciones. Además de obtenerse grandes desviaciones de la specularidad, éstas pueden ocurrir simultáneamente en ambos modos difractados, debido a la forma diferente

de las relaciones de dispersión para las ondas planas de dichos modos.

A modo de introducción, la primer sección del capítulo describe varios efectos no especulares que aparecen en los haces difractados en una interfase lineal y homogénea (se ejemplifica con el caso particular de una interfase plana entre un medio isótropo y un cristal uniaxial, ambos sin pérdidas ni actividad óptica). Allí se muestran diversos gráficos con las distribuciones espaciales de los campos y del Poynting de cada haz. En la siguiente sección se generaliza el método del SPM para el caso general de las interfaces lineales y homogéneas, obteniéndose las fórmulas que describen el corrimiento lateral de Goos Hänchen como función de las derivadas de los coeficientes de Fresnel, de los vectores de polarización y del ángulo de incidencia. Finalmente estos resultados son discutidos, ejemplificando en el caso de una interfase plana entre un cristal uniaxial y un metal.

### 3.1. Efectos no especulares.

A continuación se introducen varios de los efectos no especulares que ocurren en las interfaces lineales y homogéneas a través del análisis de las distribuciones espaciales difractadas. Como ejemplo se ha elegido el caso de una interfase plana entre un medio isótropo (medio  $A$ , donde se propaga el haz incidente) y un cristal uniaxial (medio  $B$ ) [40].

La región isótropa está caracterizada por las relaciones constitutivas [33]:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon_A \vec{E} , \quad (3.1)$$

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_A \vec{H} , \quad (3.2)$$

donde  $\epsilon_0$   $\epsilon_A$  y  $\mu_0$   $\mu_A$  son la permitividad y la permeabilidad del material.

El cristal uniaxial a su vez está caracterizado por [32]:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{\epsilon} \cdot \vec{E}, \quad (3.3)$$

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_B \vec{H}, \quad (3.4)$$

donde  $\mu_0 \mu_B$  es la permeabilidad del cristal,  $\epsilon_0$  y  $\mu_0$  son la permitividad y la permeabilidad del vacío, y  $\vec{\epsilon}$  es el tensor dieléctrico. En notación diádica

$$\vec{\epsilon} = \epsilon_{\perp} \vec{I} + (\epsilon_{\parallel} - \epsilon_{\perp}) \hat{c} \hat{c}, \quad (3.5)$$

donde  $\epsilon_{\perp}$  y  $\epsilon_{\parallel}$  son los autovalores de  $\vec{\epsilon}$ , y  $\hat{c} = (c_x, c_y, c_z)$  es un autovector unitario que corresponde al autovalor no repetido  $\epsilon_{\parallel}$ ; llamado eje óptico. Puede ser demostrado [32] que para cada dirección de propagación  $\vec{k}$  en el material uniaxial, dos ondas llamadas ordinaria (subíndice  $o$ ) y extraordinaria (subíndice  $e$ ), con diferentes polarizaciones y velocidades de fase pueden ser propagadas. Sus vectores de onda verifican las relaciones

$$\vec{k}_o \cdot \vec{k}_o = k_0^2 \mu_B \epsilon_{\perp}, \quad (3.6)$$

$$\vec{k}_e \cdot \vec{\epsilon} \cdot \vec{k}_e = k_0^2 \mu_B \epsilon_{\perp} \epsilon_{\parallel}, \quad (3.7)$$

con  $k_0 = \omega (\mu_0 \epsilon_0)^{1/2} = 2\pi/\lambda_0$  el número de onda en vacío.

En la notación del capítulo anterior, se tiene que los vectores de onda de las ondas planas incidentes, reflejadas y transmitidas son:

$$\vec{k}_a^i = [\vec{k}_a^i \cdot \vec{k}_a^{i*}]^{1/2} \hat{k}_a^i = \alpha \hat{x} + \gamma_a^i \hat{y}, \quad (3.8)$$

$$\vec{k}_b^r = [\vec{k}_b^r \cdot \vec{k}_b^{r*}]^{1/2} \hat{k}_b^r = \alpha \hat{x} + \gamma_b^r \hat{y}, \quad (3.9)$$

$$\vec{k}_c^t = [\vec{k}_c^t \cdot \vec{k}_c^{t*}]^{1/2} \hat{k}_c^t = \alpha \hat{x} + \gamma_c^t \hat{y}, \quad (3.10)$$

con

$$\gamma_s^i = \gamma_p^i = -(k_0^2 \mu_A \epsilon_A - \alpha^2)^{1/2}, \quad (3.11)$$

$$\gamma_s^r = \gamma_p^r = (k_0^2 \mu_A \epsilon_A - \alpha^2)^{1/2}, \quad (3.12)$$

$$\gamma_o^t = -(k_0^2 \mu_B \epsilon_{\perp} - \alpha^2)^{1/2}, \quad (3.13)$$

$$\gamma_e^t = \frac{(\epsilon_{\perp} - \epsilon_{\parallel}) c_x c_y \alpha - \Gamma^{1/2}}{\epsilon_{\perp} + (\epsilon_{\parallel} - \epsilon_{\perp}) c_y^2}, \quad (3.14)$$

$$\Gamma = k_0^2 \mu_B \epsilon_{\perp} \epsilon_{\parallel} (\epsilon_{\parallel} - \epsilon_{\perp}) c_y^2 + k_0^2 \mu_B \epsilon_{\perp}^2 \epsilon_{\parallel} + \alpha^2 \epsilon_{\perp} [\epsilon_{\parallel} (c_z^2 - 1) - \epsilon_{\perp} c_z^2].$$

La polarización de las ondas planas constituyentes de los haces están dadas por [32]:

$$\vec{e}_s^i = \hat{z}. \quad (3.15)$$

$$\vec{e}_p^i = \vec{k}_p^i \times \vec{e}_s^i, \quad (3.16)$$

$$\vec{e}_s^r = \hat{z}, \quad (3.17)$$

$$\vec{e}_p^r = \vec{k}_p^r \times \vec{e}_s^r, \quad (3.18)$$

$$\vec{e}_o^t = \vec{k}_o^t \times \hat{c}, \quad (3.19)$$

$$\vec{e}_e^t = k_0^2 \mu_B \epsilon_{\perp} \hat{c} - (\vec{k}_e^t \cdot \hat{c}) \vec{k}_e^t. \quad (3.20)$$

Las componentes espectrales reflejadas  $C_{ba}^r(\alpha)$  y transmitidas  $C_{ca}^t(\alpha)$  están determinadas por las componentes espectrales en el haz incidente  $C_a^i(\alpha)$  y por los coeficientes de reflexión  $R_{ba}(\alpha)$  y de transmisión  $T_{ca}(\alpha)$ . Las expresiones para estos elementos pueden obtenerse por ejemplo en [41].

Como ejemplo consideremos el caso de una interfase con  $\epsilon_{\perp}/\epsilon_A = 0.850$ ,  $\epsilon_{\parallel}/\epsilon_A = 0.604$ ,  $\mu_B/\mu_A = 1$ ,  $\theta_c = 148^{\circ}32'$  y  $\varphi_c = 78^{\circ}41'30''$  (interfase flint extra denso con nitrato de sodio,  $\lambda_0 = 0.6328\mu m$ ). Aquí se ha definido con  $\theta_c$  al ángulo que forma el eje óptico  $\hat{c}$  con

el eje  $\hat{y}$ , mientras que con  $\varphi_c$  se ha definido al ángulo que forma la proyección de  $\hat{c}$  sobre el plano  $x - z$  con el eje  $\hat{x}$ .

Esta interfase es iluminada por un haz incidente polarizado en modo  $p$ , con  $k_a d_0 \approx 306$  y  $\theta_{0p}^{(1)i} = 51^\circ 24'$ . La figura 3.1 muestra una comparación entre la distribución espacial reflejada  $\vec{E}_{sp}^r$  (asociada con el coeficiente de reflexión  $R_{sp}$ ) y la distribución incidente  $\vec{E}_p^i$  (la componente  $\vec{E}_{pp}^r$  no se muestra). El gráfico corresponde al módulo de las distribuciones, evaluadas sobre la interfase  $y = 0$ , y como funciones de  $v$  (en la interfase vale  $v = x$ ). Se observa que la distribución reflejada tiene un máximo para un valor positivo de  $v$ , y no para  $v = 0$ , la posición de reflexión especular. Este es el denominado *Efecto Goos-Hänchen* [1], en el cual un haz limitado es desplazado longitudinalmente a lo largo de la interfase desde la posición que predice la óptica geométrica. El mismo aspecto es mostrado por la componente a lo largo de  $\hat{e}_p^r$  (asociada con el coeficiente  $R_{pp}$ ), y por una pequeña componente a lo largo de  $\vec{k}_p^r$  (no mostradas) la cual es despreciable en comparación a las otras (dos órdenes de magnitud más pequeñas).

La distribución espacial del (promedio temporal) del vector de Poynting para el haz reflejado se muestra en la figura 3.2 como función de  $v$  para los mismos parámetros considerados en la figura anterior. Este vector está principalmente dirigido a lo largo de  $\vec{k}_p^r$ , la dirección predicha por consideraciones geométricas (figura 3.2a). Las pequeñas componentes a lo largo de  $\hat{e}_p^r$  y  $\hat{z}$  se muestran en las figuras 3.2b y 3.2c respectivamente.

Para las interfases isotrópicas en el régimen de reflexión total, los corrimientos laterales están asociados con una notable asimetría en la distribución espacial del campo reflejado

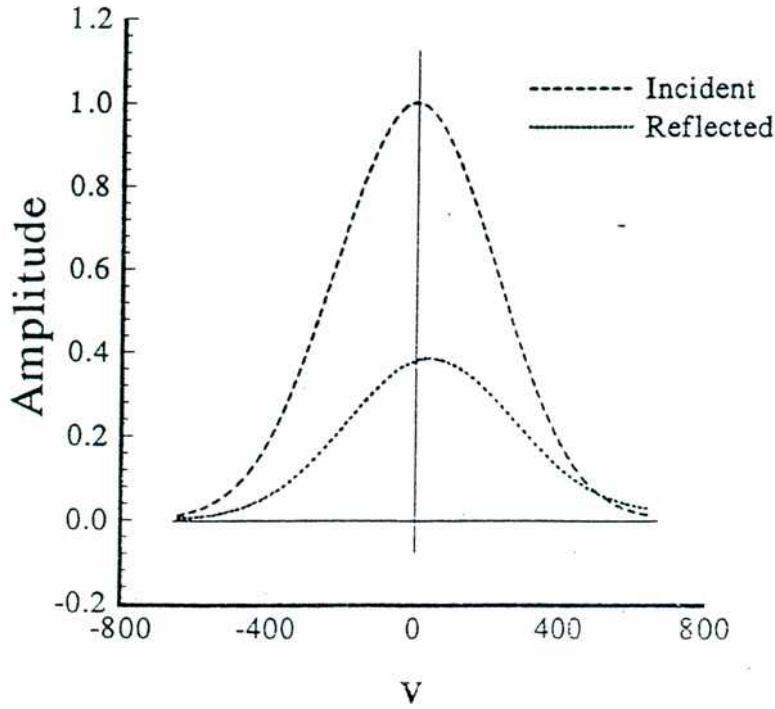


Figura 3.1: Distribución espacial de la componente  $\vec{E}_{sp}^r$  para un haz polarizado en modo p con  $k_a d_0 \approx 306$  y  $\theta_{0p}^{(1)i} = 51^\circ 24'$ . Como referencia se da la distribución espacial correspondiente al haz incidente. La interfase está caracterizada por los parámetros  $\epsilon_{\perp}/\epsilon_A = 0.850$ ,  $\epsilon_{\parallel}/\epsilon_A = 0.604$ ,  $\mu_B/\mu_A = 1$ ,  $\theta_c = 148^\circ 32'$  y  $\varphi_c = 78^\circ 41' 30''$  (interfase flint extra denso con nitrato de sodio,  $\lambda_0 = 0.6328 \mu\text{m}$ ).

[42], el cual exhibe una prolongación de la cola del haz en la dirección hacia adelante (la región con valores positivos de  $v$  en las figuras). Este aspecto puede ser también observado en las interfases isotropo-uniaxial, como se muestra en la figura 3.3 donde se grafica la distribución espacial para el módulo de la componente  $z$  del campo eléctrico  $\vec{E}_{ss}^r$  para un haz incidente polarizado en modo  $s$ . (ángulo de incidencia  $\theta_{0s}^{(1)i} \approx 67.7^\circ$ ).

Los corrimientos laterales observados en interfases entre medios isotropos, sin pérdidas ni actividad óptica son siempre en la dirección positiva respecto al haz incidente. Sin embargo en el caso isotropo-uniaxial es posible obtener corrimientos tanto positivos como

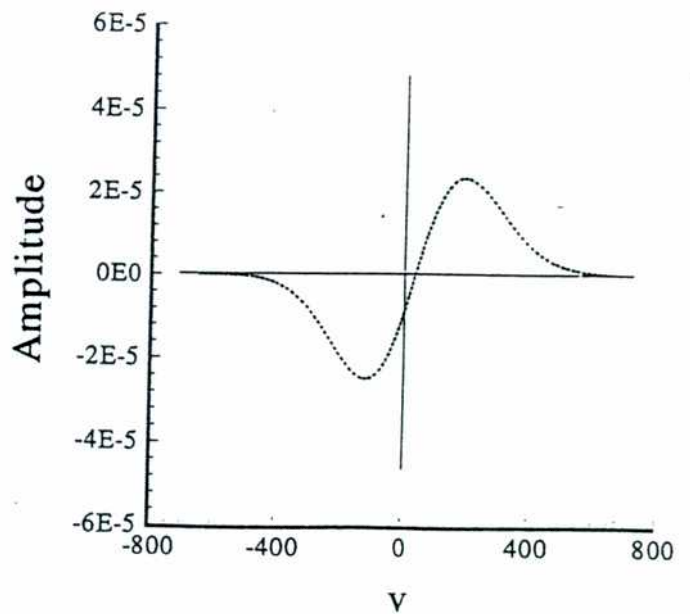
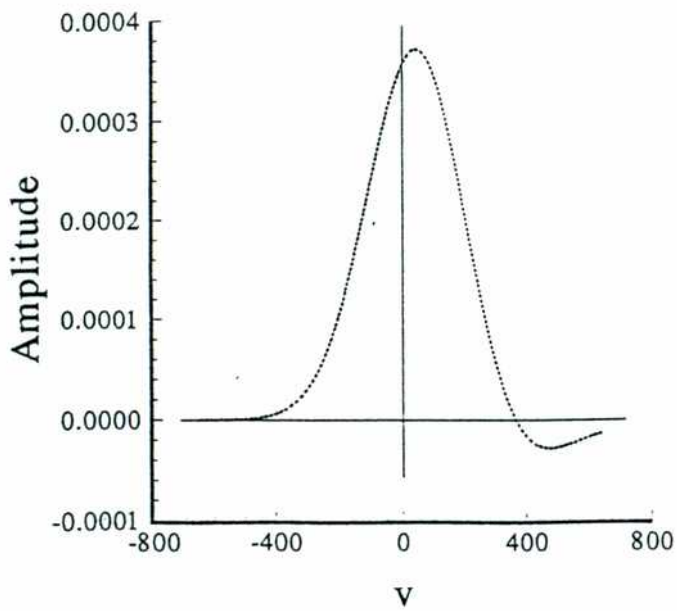
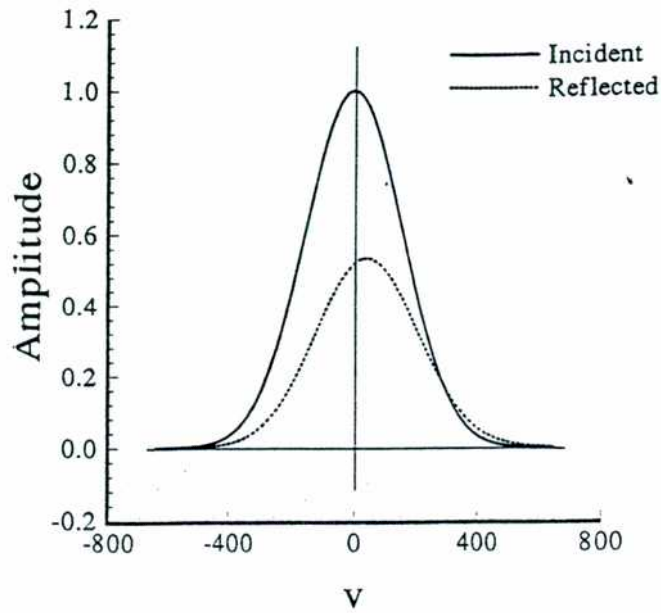


Figura 3.2: Distribución espacial de las componentes del promedio temporal del vector de Poynting del haz reflejado, para los mismos parámetros considerados en la figura anterior. a) componente a lo largo de  $\hat{k}_p^r$  (la línea continua muestra la magnitud del vector de Poynting del haz incidente); b) componente a lo largo de  $\hat{e}_p^r$ ; c) componente a lo largo de  $\hat{z}$ .

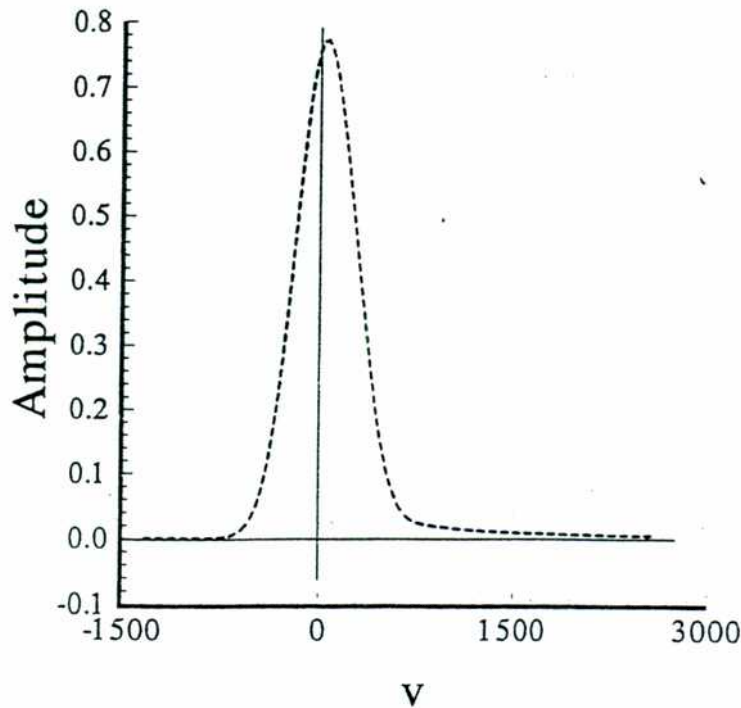


Figura 3.3: Distribución espacial para el módulo de la componente  $z$  en el campo eléctrico reflejado,  $\vec{E}_{ss}^r$ , para un haz incidente polarizado en modo  $s$  (ángulo de incidencia  $\theta_{0s}^{(1)i} \approx 67.7^\circ$ ). Los parámetros son los mismos que en las figuras previas.

negativos. En efecto, esto se observa en la figura 3.4 donde se grafica la distribución espacial para el módulo de las componentes copolarizada  $\vec{E}_{ss}^r$  y con polarización cruzada  $\vec{E}_{ps}^r$  del campo eléctrico reflejado cuando incide un haz polarizado en modo  $s$  (mismos parámetros que en las figuras previas). En la figura 3.5 puede observarse la magnitud de los corrimientos laterales para el campo eléctrico reflejado como función del ángulo de incidencia  $\theta_{0s}^{(1)i}$ . Con líneas de puntos se muestran los campos correspondientes a una polarización  $s$  incidente, mientras que con línea llena los correspondientes a la polarización  $p$ .



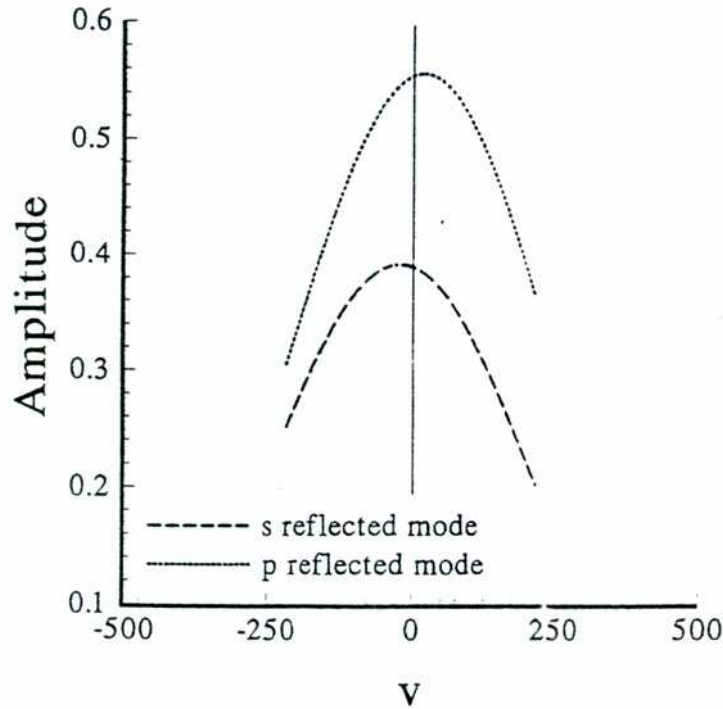


Figura 3.4: Distribución espacial de las componentes del campo eléctrico reflejado para un haz incidente con  $\theta_{0s}^{(1)i} = 67^\circ 45'$ ,  $k_a d_0 \approx 306$ , mostrando un corrimiento lateral negativo para la componente copolarizada y un corrimiento lateral negativo para la componente con polarización cruzada. El haz incidente tiene polarización *s*, los parámetros de la interfase son los mismos que en las figuras previas.

### 3.2. Efecto Goos-Hänchen: Método de la Fase Estacionaria

La evaluación de los campos a lo largo de los planos  $P_{ba}^{nr}$  y  $P_{ca}^{mt}$  permite visualizar las desviaciones de los haces reflejados y transmitidos fuera de las predicciones de la óptica geométrica. Por ejemplo, para interfases planas, isotrópas y sin actividad óptica es usual evidenciar el corrimiento lateral del haz reflejado (transmitido) a través de la evaluación de los campos a lo largo del plano normal a la dirección especular  $\theta_{0b}^{(1)r}$  ( $\theta_{0c}^{(1)t}$ ); un haz reflejado (transmitido) no centrado en  $v = 0$  es lateralmente desplazado [13, 1]; la posición de máxima intensidad da una estimación del desplazamiento. Otro criterio para

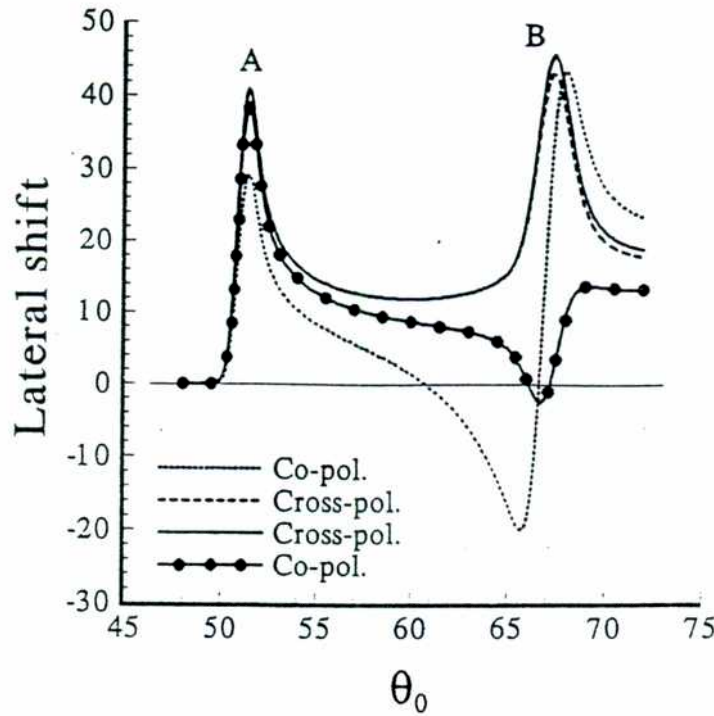


Figura 3.5: Magnitud del corrimiento lateral para las componentes del campo eléctrico como función del ángulo de incidencia  $\theta_{0s}^{(1)i}$ , para haces incidentes polarizados en modo  $s$  (líneas punteadas) y en modo  $p$  (líneas continuas) y para los mismos parámetros que en las anteriores figuras.

estimar cuantitativamente esta cantidad es calcular el valor  $v_m$  donde la distribución está centrada como el valor medio de la posición del haz ponderada con la distribución espacial [5]:

$$v_m = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} v |\vec{E}_j|^2 dv}{\int_{-\infty}^{+\infty} |\vec{E}_j|^2 dv}, \quad (3.21)$$

para la componente  $j$  del haz (incidente, reflejado o transmitido). Sin embargo, ambos tipos de estimaciones requieren de la integración numérica de las expresiones 2.49-2.51.

Una forma alternativa de calcular el corrimiento lateral de Goos-Hänchen evitando la integración de las expresiones 2.49-2.51 surge del Método de la Fase Estacionaria (SPM).

Este método da el máximo de una función  $f(v)$  en la forma

$$f(v) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(\alpha) \exp i \phi(v, \alpha) d\alpha \quad (3.22)$$

donde  $\phi(v, \alpha)$  es la fase del integrando y  $g(\alpha)$  es una función que varía lentamente para  $\alpha \approx \alpha_0$ . Bajo estas condiciones [31], el valor  $v^{SPM}$  donde  $f(v)$  toma su máximo verifica

$$\left. \frac{\partial \phi(v^{SPM}, \alpha)}{\partial \alpha} \right|_{\alpha=\alpha_0} = 0. \quad (3.23)$$

Los anteriores métodos para calcular los corrimientos laterales han sido aplicados sólo al caso de haces incidiendo desde medios isótropos. Para usar el SPM para estimar los corrimientos laterales de los haces en el caso general de interfaces lineales y homogéneas, primero se escriben las componentes cartesianas de las ecuaciones 2.50 y 2.51 en la forma de la ecuación 3.22, de esta manera se obtienen un par de funciones  $g$  y  $\phi$  para cada una de estas componentes cartesianas. Como ocurre en medios isótropos, estas funciones tienen contribuciones de la distribución incidente, de los coeficientes de reflexión o transmisión y del producto escalar entre el vector de onda ( $\vec{k}_b^r$  o  $\vec{k}_c^t$ ) y la posición  $\vec{r}$  donde el campo es evaluado. No obstante, aquí estas funciones también tienen una contribución del versor de polarización  $\hat{e}_b^{nr}$  o  $\hat{e}_c^{mt}$ . Después de evaluar  $\vec{r}$  en la intersección de un plano fijo ( $Pl_{ba}^{nr}$  o  $Pl_{ca}^{mt}$ ) y el plano de incidencia, es posible usar la ecuación 3.23 para obtener las siguientes expresiones para la localización del máximo en las distribuciones reflejada y transmitida

$$v_{ba j}^{nr SPM} = \frac{-\frac{\partial \varphi(R_{ba}^{nr})}{\partial \alpha} \Big|_{\alpha_0} - \frac{\partial \varphi(\hat{e}_{b j}^{nr})}{\partial \alpha} \Big|_{\alpha_0} - D_{ba}^{nr} [\sin \eta_{ba}^{nr} + \cos \eta_{ba}^{nr} \frac{\partial \text{Re}(\gamma_b^{nr})}{\partial \alpha} \Big|_{\alpha_0}]}{\cos \eta_{ba}^{nr} - \sin \eta_{ba}^{nr} \frac{\partial \text{Re}(\gamma_b^{nr})}{\partial \alpha} \Big|_{\alpha_0}} \quad j = x, y, z, \quad (3.24)$$

$$v_{ca j}^{mt SPM} = \frac{-\frac{\partial \varphi(T_{ca}^{mt})}{\partial \alpha} \Big|_{\alpha_0} - \frac{\partial \varphi(\hat{e}_{ca j}^{mt})}{\partial \alpha} \Big|_{\alpha_0} - D_{ca}^{mt} [\sin \eta_{ca}^{mt} + \cos \eta_{ca}^{mt} \frac{\partial \text{Re}(\gamma_c^{mt})}{\partial \alpha} \Big|_{\alpha_0}]}{\cos \eta_{ca}^{mt} - \sin \eta_{ca}^{mt} \frac{\partial \text{Re}(\gamma_c^{mt})}{\partial \alpha} \Big|_{\alpha_0}} \quad j = x, y, z, \quad (3.25)$$

En las ecuaciones de arriba con  $\varphi(f)$  se ha simbolizado a la fase de la cantidad  $f$ . Notar que en estas expresiones las cantidades  $\partial\varphi(\hat{e}_{ba}^{nr})/\partial\alpha|_{\alpha_0}$  y  $\partial\varphi(\hat{e}_{ca}^{mt})/\partial\alpha|_{\alpha_0}$  son diferentes de cero únicamente para  $\alpha_0$  en la región donde los correspondientes campos difractados son evanescentes. En este caso las ecuaciones 3.24 y 3.25 valen sólo cuando son aplicadas a campos cercanos.

Para evaluar el corrimiento de Goos-Hänchen en la interfase se elige  $D_a^i = D_{ba}^{nr} = D_{ca}^{mt} = 0$ . Vale la pena notar que, para evaluar los efectos no especulares en planos distantes, deben estimarse los corrimientos de los haces difractados con respecto a la dirección predicha por la óptica geométrica. Esta dirección es la que corresponde al promedio temporal del vector de Poynting asociado con la onda plana con constante de propagación  $\alpha_0$ . Recordando que los ángulos entre las proyecciones de tales vectores sobre el plano  $x-y$  y la normal a la interfase han sido definidos en secciones previas como  $\theta_{0a}^{(1)i}$ ,  $\theta_{0b}^{(1)nr}$  y  $\theta_{0c}^{(1)mt}$ , es posible elegir  $\eta_a^{(1)i} = \theta_{0a}^{(1)i}$ ,  $\eta_{ba}^{(1)nr} = \theta_{0b}^{(1)nr}$ ,  $\eta_{ca}^{(1)mt} = \theta_{0c}^{(1)mt}$ . Teniendo en cuenta estas relaciones, las ecuaciones 3.24 y 3.25 conducen a las siguientes expresiones sencillas para el corrimiento lateral SPM de los haces reflejados y transmitidos

$$v_{ba}^{nrSPM} = (-1) \cos \theta_{ba}^{nr} \left[ \frac{\partial\varphi(R_{ba}^n)}{\partial\alpha} \Big|_{\alpha_0} - \frac{\partial\varphi(\hat{e}_{bj}^{nr})}{\partial\alpha} \Big|_{\alpha_0} \right], \quad (3.26)$$

$$v_{ca}^{mtSPM} = (-1) \cos \theta_{ca}^{mt} \left[ \frac{\partial\varphi(R_{ca}^n)}{\partial\alpha} \Big|_{\alpha_0} - \frac{\partial\varphi(\hat{e}_{cj}^{mt})}{\partial\alpha} \Big|_{\alpha_0} \right]. \quad (3.27)$$

### 3.2.1. Aplicación: interfase cristal uniaxial - metal

De acuerdo a la teoría de la fase estacionaria, el corrimiento lateral de Goos-Hänchen de los haces difractados está asociado a la variación de la fase, tanto de los coeficientes de Fresnel como de los versores de polarización. Es así que grandes corrimientos se esperan

en superficies donde se produzcan fuertes variaciones de estos términos como funciones de  $\alpha$ .

Las interfases anisótropas uniaxial-metal consideradas en esta sección presentan en muchos casos este tipo de característica. Por ejemplo, para ciertas orientaciones del eje óptico y para ángulos de incidencia cercanos a la conversión total de modos o cerca de la zona de excitación de modos superficiales [44] pueden obtenerse grandes derivadas en los coeficientes de reflexión.

En esta sección se calculan los corrimientos laterales de Goos-Hänchen que surgen del método de la fase estacionaria, para ambos modos reflejados, y se los compara con los resultados obtenidos a partir de la integración directa de la expresión 2.50.

Consideremos entonces una interfase plana entre un cristal uniaxial (medio  $A$ ) y un metal (medio  $B$ ). El cristal está caracterizado por las permitividades  $\epsilon_{\perp}$  y  $\epsilon_{\parallel}$ , la permeabilidad  $\mu_A$  y la dirección del eje óptico dada por  $\hat{c} = (c_x, c_y, c_z)$ , mientras que el metal por la permitividad  $\epsilon_B$  y la permeabilidad  $\mu_B$ . Para la componente  $y$  de los vectores de onda incidente y reflejado se tiene [45]

$$\gamma_o^{i/r} = -/ + (k_0^2 \mu_A \epsilon_{\perp} - \alpha^2)^{1/2}, \quad (3.28)$$

$$\gamma_e^{i/r} = \frac{(\epsilon_{\perp} - \epsilon_{\parallel}) c_x c_y \alpha \mp \Gamma^{1/2}}{\epsilon_{\perp} + (\epsilon_{\parallel} - \epsilon_{\perp}) c_y^2}, \quad (3.29)$$

$$\Gamma = k_0^2 \mu_A \epsilon_{\perp} \epsilon_{\parallel} (\epsilon_{\parallel} - \epsilon_{\perp}) c_y^2 + k_0^2 \mu_A \epsilon_{\perp}^2 \epsilon_{\parallel} + \alpha^2 \epsilon_{\perp} [\epsilon_{\parallel} (c_z^2 - 1) - \epsilon_{\perp} c_z^2],$$

mientras que para los versores de polarización:

$$\vec{e}_o^{i/r} = \vec{k}_o^{i/r} \times \hat{c}, \quad (3.30)$$

$$\vec{e}_e^{i/r} = k_0^2 \mu_A \epsilon_{\perp} \hat{c} - (\vec{k}_e^{i/r} \cdot \hat{c}) \vec{k}_e^{i/r}. \quad (3.31)$$

Para los coeficientes de reflexión a su vez se tiene:

$$R_{oo} = \frac{r_{oo}}{\Delta}, \quad R_{eo} = \frac{r_{eo}}{\Delta},$$

con

$$r_{oo} = (b_3 \gamma^t + k_0^2 b_2 \epsilon_B) (d_4 - d_1 \gamma^t / \mu_B) - (b_4 - b_1 \gamma^t / \mu_B) (d_3 \gamma^t + k_0^2 d_2 \epsilon_B),$$

$$r_{eo} = (d_3 \gamma^t + k_0^2 d_2 \epsilon_B) (a_4 - a_1 \gamma^t / \mu_B) - (d_4 - d_1 \gamma^t / \mu_B) (a_3 \gamma^t + k_0^2 a_2 \epsilon_B),$$

$$\Delta = (b_3 \gamma^t + k_0^2 b_2 \epsilon_B) (a_4 - a_1 \gamma^t / \mu_B) - (b_4 - b_1 \gamma^t / \mu_B) (a_3 \gamma^t + k_0^2 a_2 \epsilon_B),$$

$$a_1 = \hat{e}_o^r \cdot \hat{z}, \quad a_2 = -\hat{e}_o^r \cdot \hat{x},$$

$$a_3 = \frac{1}{\mu_c} (\alpha \hat{e}_o^r \cdot \hat{y} - \gamma_o \hat{e}_o^r \cdot \hat{x}), \quad a_4 = -\frac{1}{\mu_c} \gamma_o \hat{e}_o^r \cdot \hat{z},$$

$$b_1 = \hat{e}_e^r \cdot \hat{z}, \quad b_2 = -\hat{e}_e^r \cdot \hat{x},$$

$$b_3 = \frac{1}{\mu_c} (\alpha \hat{e}_e^r \cdot \hat{y} - \gamma_e^r \hat{e}_e^r \cdot \hat{x}), \quad b_4 = -\frac{1}{\mu_c} \gamma_e^r \hat{e}_e^r \cdot \hat{z},$$

$$d_1 = -\hat{e}_o^i \cdot \hat{z}, \quad d_2 = \hat{e}_o^i \cdot \hat{x},$$

$$d_3 = \frac{1}{\mu_c} (-\alpha \hat{e}_o^i \cdot \hat{y} - \gamma_o \hat{e}_o^i \cdot \hat{x}), \quad d_4 = -\frac{1}{\mu_c} \gamma_o \hat{e}_o^i \cdot \hat{z},$$

donde  $-\gamma^t = -(k_0^2 \mu_B \epsilon_B - \alpha^2)^{1/2}$  es la componente  $y$  del vector de onda transmitido

$\vec{k}^t = \alpha \hat{x} - \gamma^t \hat{y}$  con  $\alpha$  como componente  $x$ .

En este caso, en la expresión 3.24 para los modos reflejados, se tiene:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi(\vec{e}_{oj}^r)}{\partial \alpha} \Big|_{\alpha_0} &= 0, \\ \frac{\partial \text{Re}(\gamma_o^r)}{\partial \alpha} \Big|_{\alpha_0} &= -\alpha_0 / \gamma_o^r, \\ \frac{\partial \text{Re}(\gamma_e^r)}{\partial \alpha} \Big|_{\alpha_0} &= C_1 - \frac{C_2^2}{\frac{\gamma_e^r}{\alpha_0} - C_1}, \end{aligned} \quad (3.32)$$

$$C_1 = \frac{(\epsilon_{\perp} - \epsilon_{\parallel}) c_x c_y}{\epsilon_{\perp} + (\epsilon_{\parallel} - \epsilon_{\parallel} - \epsilon_{\perp}) c_y^2},$$

$$C_2 = \frac{\sqrt{\epsilon_{\perp} [\epsilon_{\parallel} + (\epsilon_{\perp} - \epsilon_{\parallel}) c_x^2]}}{\epsilon_{\perp} + (\epsilon_{\parallel} - \epsilon_{\perp}) c_y^2}.$$

Los corrimientos de Goos-Hänchen en la interfase a su vez se expresan:

$$v_{oa j}^{rSPM} = (-1) \cos \theta_{ba}^r \frac{\partial \varphi(R_{oa})}{\partial \alpha} \Big|_{\alpha_0}, \quad (3.33)$$

$$v_{ea j}^{rSPM} = (-1) \cos \theta_{ea}^r \left[ \frac{\partial \varphi(R_{ea})}{\partial \alpha} \Big|_{\alpha_0} - \frac{\partial \varphi(\hat{e}_{e j}^r)}{\partial \alpha} \Big|_{\alpha_0} \right], \quad (3.34)$$

Notar que las expresiones para los haces reflejados ordinarios no dependen de la componente cartesiana  $j$ , mientras que el que corresponde a los haces extraordinarios sí lo hacen, debido a la función  $\varphi(\hat{e}_{e j}^r)$  que representa a la fase de la componente  $j$  ( $j = x, y, z$ ) del vector de polarización extraordinario  $\hat{e}_e^r$ .

En lo que sigue, se estudia la reflexión de un haz incidente ordinario con  $\delta_0^{(1)i}/\lambda_0 = 100$  incidiendo sobre una interfase uniaxial-metal caracterizada por los siguientes parámetros:  $\epsilon_{\perp} = 2.51$ ,  $\epsilon_{\parallel} = 1.78$ ,  $\mu_A = 1$ ,  $\epsilon_B = -14.9 + 0.55i$ ,  $\mu_B = 1$ , lo cual corresponde a una interfase nitrato de sodio-plata a  $\lambda_0 = 590$  nm. La orientación del eje óptico  $\hat{c} = (\sin \theta_c \cos \varphi_c, \cos \theta_c, \sin \theta_c \sin \varphi_c)$  está definida a través del ángulo  $\theta_c$ , entre  $\hat{c}$  y el eje  $y$ , y el ángulo  $\varphi_c$ , entre la proyección del eje  $\hat{c}$  sobre el plano  $x$ - $z$  y el eje  $x$ . Se toma  $\theta_c = 10.06^\circ$  y  $\varphi_c = 45^\circ$ , los cuales han sido elegidos con el objeto de permitir la excitación de ondas superficiales.

En la figura 3.6 se grafican los módulos (fig. 3.6a) y fases (fig. 3.6b) de los coeficientes de reflexión  $R_{oo}$  y  $R_{eo}$  como funciones del ángulo de incidencia  $\theta_{0o}^{(1)i}$ . Se observa en la figura 3.6a que el módulo de  $R_{oo}$  presenta dos mínimos pronunciados, los cuales coinciden

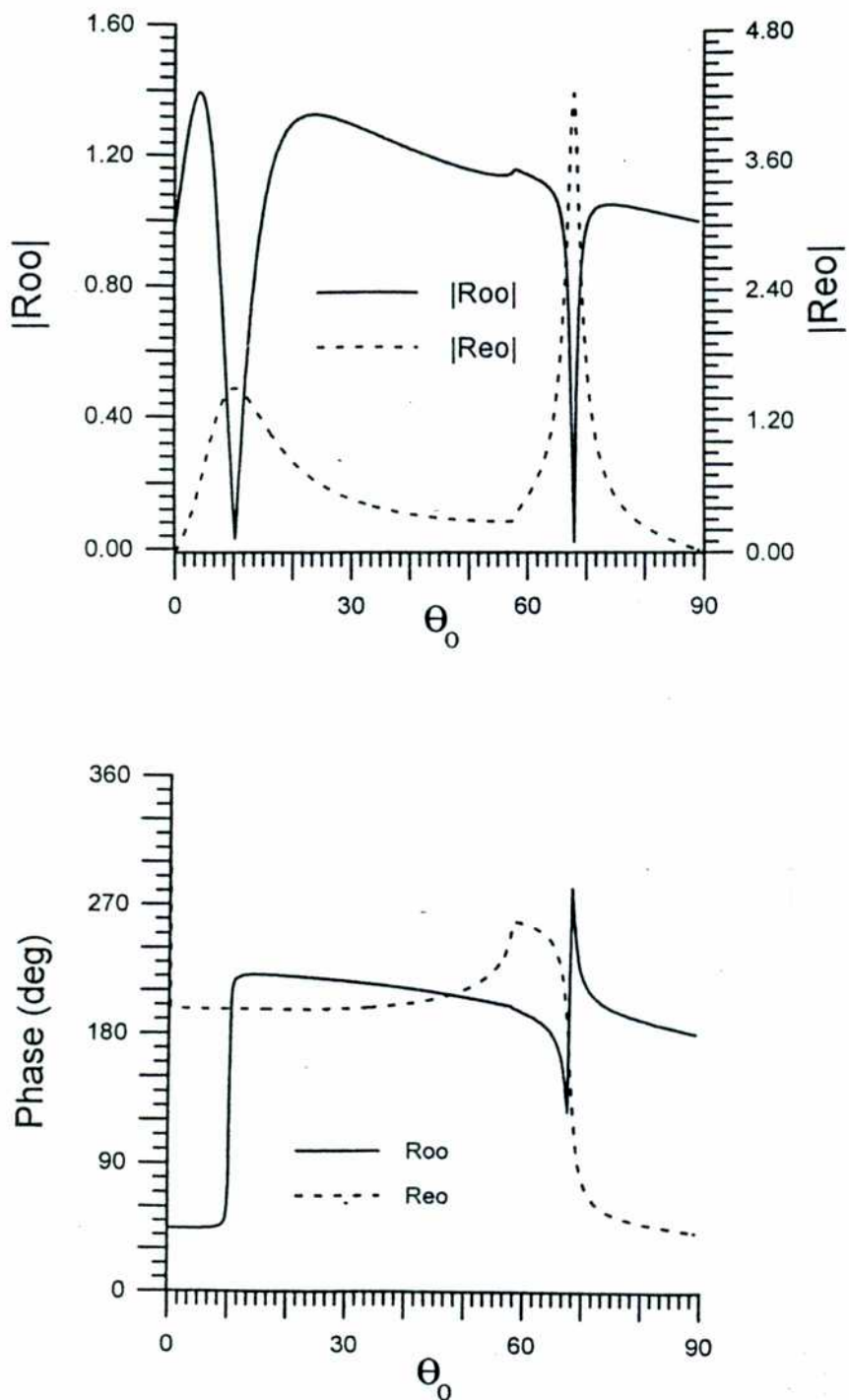


Figura 3.6: a) módulos, y b) fases de  $R_{oo}$  y  $R_{eo}$  como funciones de  $\theta_{0s}^{(1)i}$ , para una interfase nitrato de sodio-plata con  $\lambda_0 = 590$  nm,  $\epsilon_{\perp} = 2.51$ ,  $\epsilon_{\parallel} = 1.78$ ,  $\mu_A = 1$ ,  $\epsilon_B = -14.9 + 0.55i$ ,  $\mu_B = 1$ . La orientación del eje óptico es  $\theta_c = 10.06^\circ$  y  $\varphi_c = 45^\circ$ .



con dos máximos en el módulo de  $R_{eo}$ . Puede mostrarse que el ubicado en  $\theta_{0o}^{(1)i} \approx 10.1^\circ$  está asociado con la conversión de la polarización ordinaria a la extraordinaria, y no a la pérdida de potencia. Por otro lado, para el segundo mínimo ubicado cerca de  $\theta_{0o}^{(1)i} \approx 67.9^\circ$ , no puede ocurrir conversión de polarizaciones en las ondas reflejadas porque en esta región el campo reflejado extraordinario es evanescente. En este caso, toda la potencia incidente es absorbida por la superficie debido a la excitación resonante de ondas superficiales [44]. Para estos ángulos se observan (fig. 3.6b) altos valores de derivada en la fase de  $R_{oo}$ . Un similar comportamiento puede ser apreciado para la derivada de la fase de  $R_{eo}$  cerca de  $\theta_{0o}^{(1)i} \approx 67.9^\circ$  y  $\theta_{0o}^{(1)i} = 58.0^\circ$  donde la onda extraordinaria reflejada se vuelve evanescente. En vista de las ecuaciones 3.33 y 3.34, grandes corrimientos laterales no especulares se esperan para tales ángulos.

Ahora analizamos el comportamiento de los campos reflejados obtenidos cuando el haz incidente está centrado en diferentes ángulos de incidencia. Primero se considera un haz centrado en  $\theta_{0o}^{(1)i} = 1.5^\circ$ , un ángulo para el cual los coeficientes de reflexión para las ondas planas componentes del haz tienen un valor despreciable de sus derivadas de fase y por lo tanto es de esperar apartamientos despreciables respecto de la óptica geométrica. Las distribuciones espaciales de los haces incidentes y reflejados (valor absoluto) son graficadas en la figura 3.7a como funciones de la coordenada  $v$  a lo largo del plano distante  $Pl_{oo}^r$  ( $D_{oo}^r/\lambda_0 = 300000$ ,  $\eta_{oo}^r = \theta_{0o}^{(1)i}$ ). La posición  $v$  donde el eje  $y$  intersecta al plano  $Pl_{oo}^r$  está indicada con un asterisco. Como puede verse a partir de esta figura la distribución reflejada ordinaria ha sido especularmente reflejada, esto es, está centrada en  $v = 0$ . Se debería tener en mente que el hecho de que el haz reflejado extraordinario no esté centrado

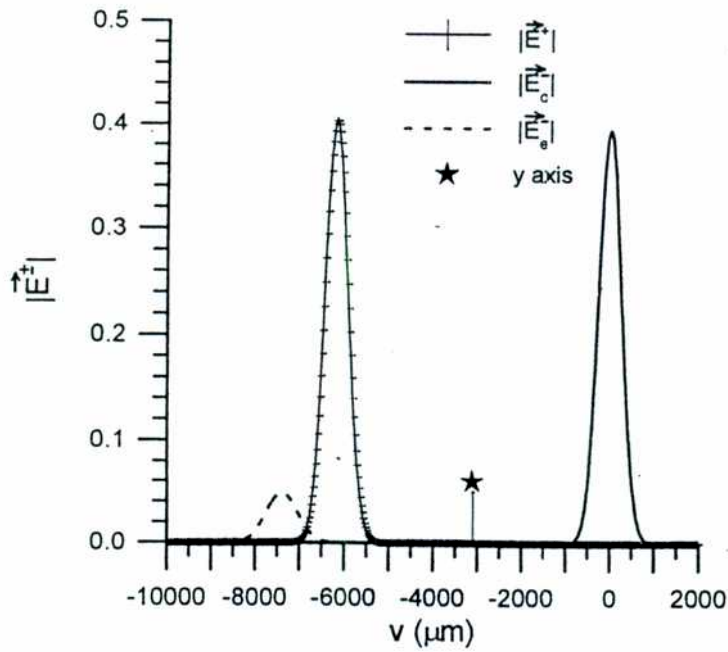
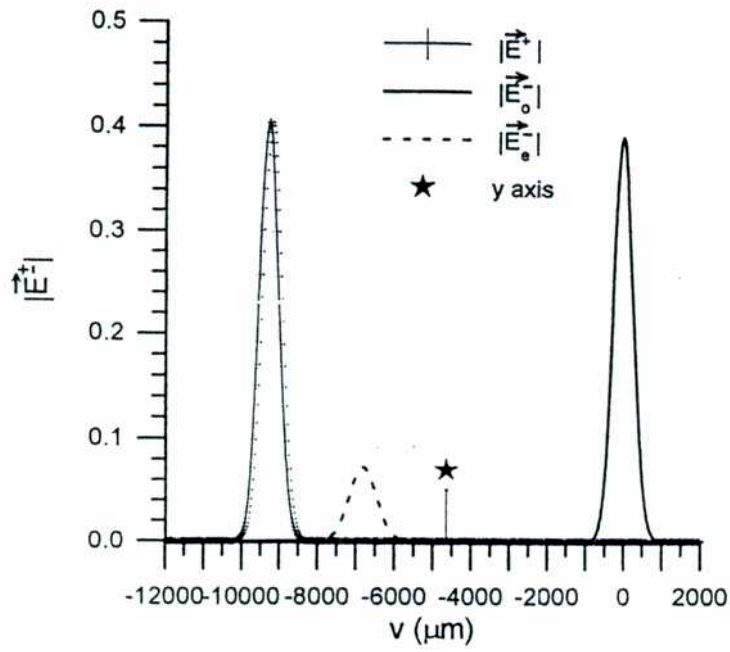


Figura 3.7: Distribuciones espaciales de los campos incidente y reflejado (valor absoluto) como funciones de la coordenada  $v$  a lo largo del plano distante  $Pl_{oo}^r$  ( $D_{oo}^r/\lambda_0 = 300000$ ,  $\eta_{oo}^r = \theta_{0o}^{(1)i}$ ). El haz incidente está caracterizado por  $\delta_{0o}^{(1)i}/\lambda_0 = 100$ , a)  $\theta_{0o}^{(1)i} = 1.5^\circ$ , y b)  $\theta_{0o}^{(1)i} = 1.0^\circ$ . Los parámetros de la interfase son los mismos que en la figura 3.6. La posición  $v$  donde el eje  $y$  interseca al plano  $Pl_{oo}^r$  está indicada con un asterisco.

en  $v = 0$  no significa necesariamente un apartamiento de las predicciones de la óptica geométrica. En efecto, los cálculos muestran que la posición obtenida para el máximo del haz extraordinario en este ejemplo corresponde a la dirección del rayo con constante de propagación  $\alpha_0$ . La figura 3.7b muestra lo mismo que la figura 3.7a, pero para un ángulo de incidencia  $\theta_{0o}^{(1)i} = 1.0^\circ$ . Como puede esperarse a partir de los valores despreciables de la derivada de la fase de los coeficientes de reflexión, los cálculos nuevamente no predicen corrimientos en los haces reflejados ordinario y extraordinario. Permítasenos notar que para los casos considerados en las figuras 3.7a y 3.7b el haz reflejado extraordinario se propaga a lo largo de una dirección que está a la izquierda del eje  $y$  (la normal a la interfase); en la figura 3.7a a la derecha, mientras que en la figura 3.7b a la izquierda del haz incidente. Este comportamiento no está relacionado con el tamaño finito del haz incidente. Debido a la variación del índice refractivo extraordinario con  $\alpha_0$ , el ángulo entre la dirección del haz reflejado extraordinario y el eje  $\hat{y}$  no es generalmente igual al ángulo entre la dirección del haz incidente ordinario e  $\hat{y}$ , aún para ondas incidentes ilimitadas.

En nuestro próximo ejemplo tratamos con un ángulo de incidencia de  $\theta_{0o}^{(1)i} = 10.1^\circ$  en la región de alta conversión entre las ondas planas ordinaria y extraordinaria (los mismos parámetros constitutivos que en las figuras previas). La figura 3.8a muestra las distribuciones espaciales para los campos ordinario y extraordinario graficados como funciones de  $v$ . Estas distribuciones han sido calculadas en los planos  $Pl_{oo}^r$  y  $Pl_{eo}^r$  respectivamente. Para ambos planos  $D_{oo}^r/\lambda_0 = D_{eo}^r/\lambda_0 = 30000$ , mientras que  $\eta_{oo}^r = 10.1^\circ$  para el haz ordinario y  $\eta_{eo}^r = 11.3^\circ$  para el extraordinario. Observamos que la distribución incidente ordinaria ha sido casi completamente reflejada como un haz extraordinario. Un detalle del

pequeño campo reflejado ordinario se muestra en la figura 3.8b con  $\theta_{0o}^{(1)i}$  como parámetro. Para varios valores de  $\theta_{0o}^{(1)i}$  el máximo de la distribución sufre un desplazamiento desde  $v = 0$  a lo largo del plano  $PI_{oo}^r$  hacia los valores negativos de  $v$ , lo cual está de acuerdo con las predicciones del método de la fase estacionaria ya que la fase de  $R_{oo}$  exhibe una derivada positiva en esta región espectral. No son apreciadas variaciones con  $\alpha_0$  ni desplazamientos laterales para el campo extraordinario predominante (no se lo muestra).

En las figuras 3.9a y 3.9b las distribuciones para los haces reflejados ordinario y extraordinario son evaluadas en la interfase y sus módulos graficados en la región de excitación de modos superficiales con  $\theta_{0o}^{(1)i}$  como parámetro. El ángulo crítico de absorción total es  $\theta_{crit} = 67.9^\circ$  [44]. Los otros parámetros de incidencia son aquéllos de las figuras previas. En esta región sólo las ondas planas ordinarias pueden propagarse, las ondas planas extraordinarias son evanescentes. Estas figuras muestran que ambas distribuciones ordinaria y extraordinaria presentan fuertes variaciones con  $\alpha_0$ . El campo ordinario (figura 3.9a) alcanza su mínima amplitud justo para  $\theta_{0o}^{(1)i} = \theta_{crit}$  donde un modo superficial es excitado. Por el contrario, para este ángulo de incidencia el campo extraordinario en la interfase (fig. 3.9b) muestra su máxima amplitud, alcanzando una notable magnificación del campo de aproximadamente 8.5. Las distribuciones reflejadas ordinarias lejanas son graficadas en la figura 3.9c ( $D_{oo}^r/\lambda_0 = 30000$ ,  $\eta_{oo}^r = 10.1^\circ$ ) para varios  $\theta_{0o}^{(1)i}$ . Hacemos notar que la fuerte dependencia de la distribución reflejada con el ángulo central  $\theta_{0o}^{(1)i}$  de incidencia y la presencia de desplazamientos laterales positivos y negativos son aspectos también predichos por el SPM, como se verá más abajo.

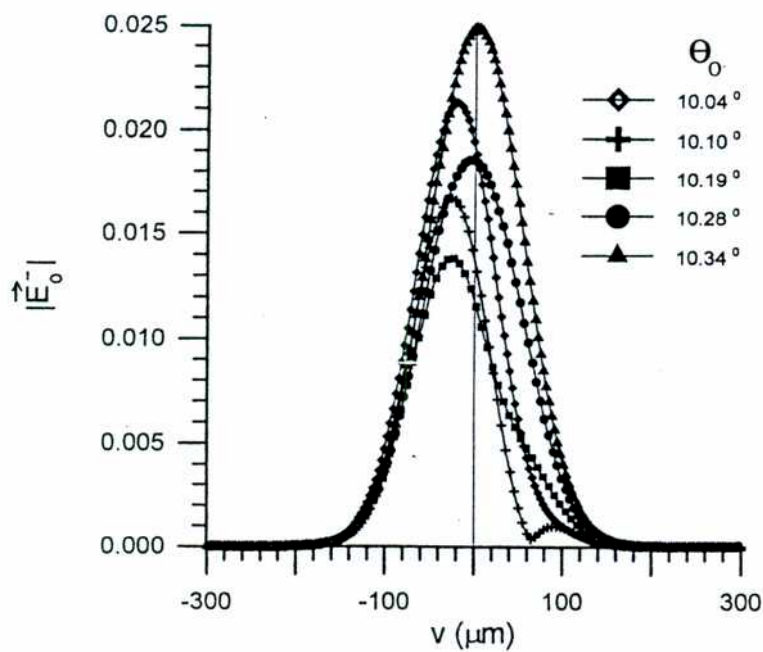
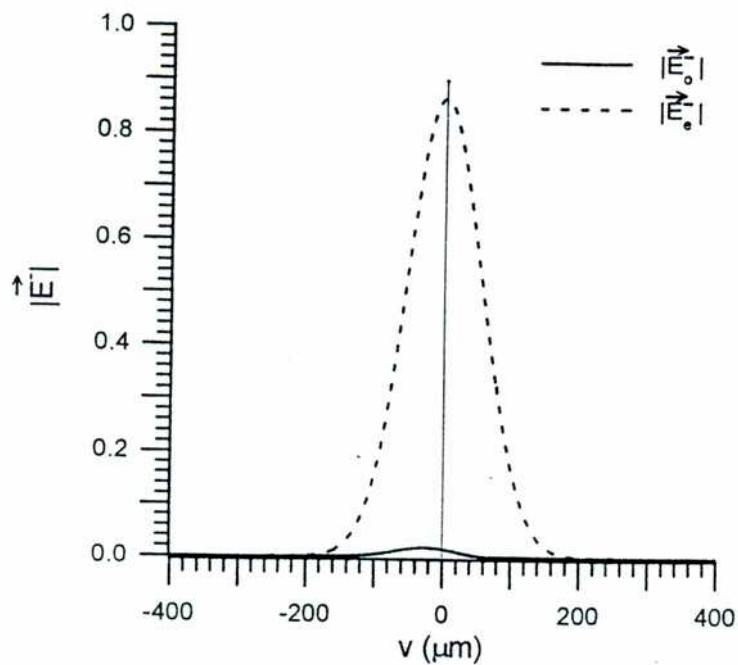


Figura 3.8: Distribuciones espaciales de los campos reflejados (valor absoluto) como funciones de  $v$  para  $\theta_{0o}^{(1)i} = 10.1^\circ$ . a) campos reflejados ordinario y extraordinario en los planos distantes  $Pl_{oo}^r$  ( $D_{oo}^r/\lambda_0 = 30000$ ,  $\eta_{oo}^i = 10.1^\circ$ ) y  $Pl_{eo}^r$  ( $D_{eo}^r/\lambda_0 = 30000$ ,  $\eta_{eo}^i = 11.3^\circ$ ) para un haz incidente con  $\theta_{0o}^{(1)i} = 10.1^\circ$ . Los otros parámetros son los mismos que en las figuras 3.6 y 3.7. b) detalle del campo ordinario reflejado en el plano  $Pl_{eo}^r$  con  $\theta_{0o}^{(1)i}$  como parámetro ( $(D_{oo}^r/\lambda_0 = 30000$ ,  $\eta_{oo}^i = \theta_{0o}^{(1)i}$ ).

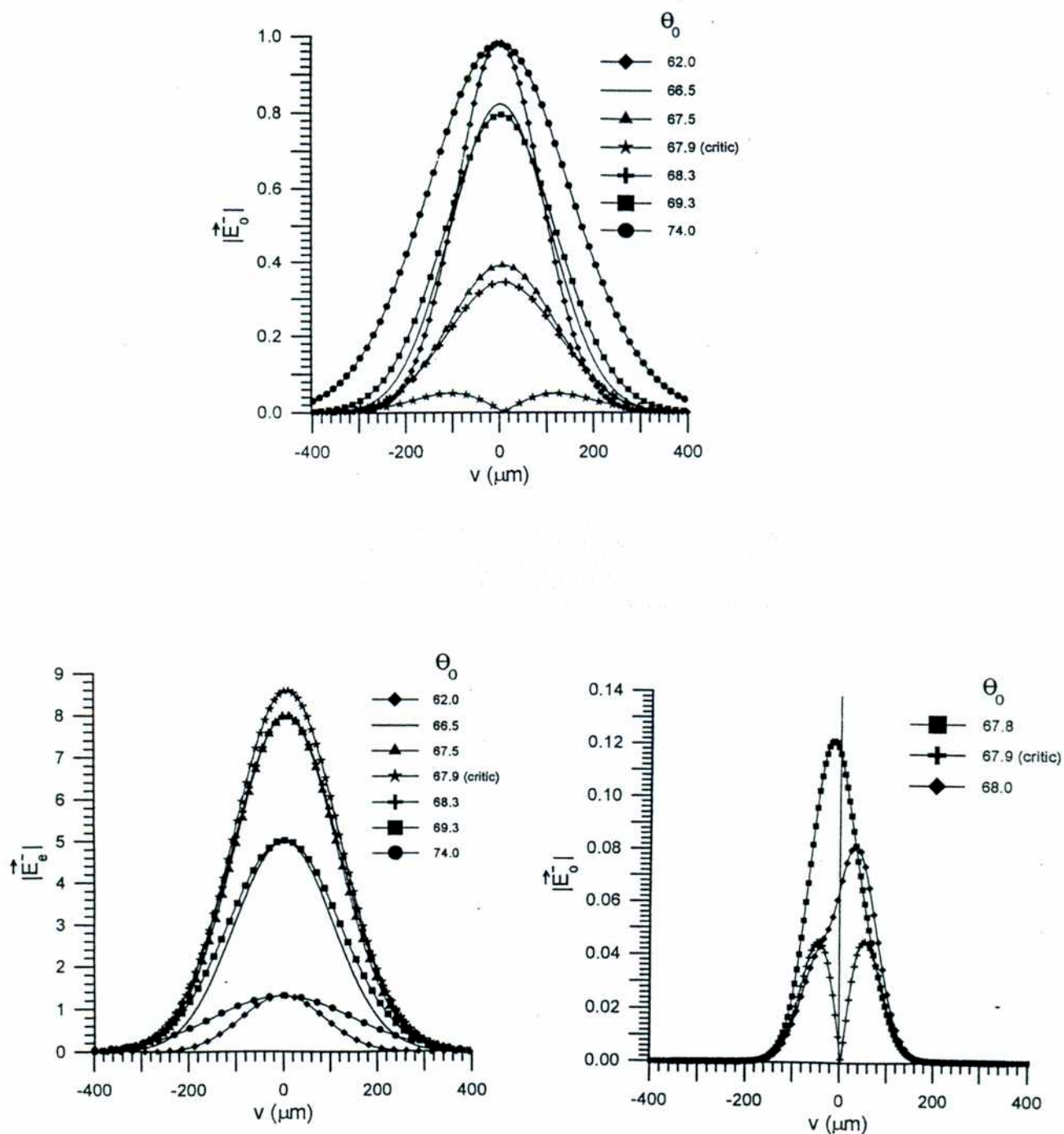


Figura 3.9: Distribución espacial para haces reflejados, a) ordinario, b) extraordinario, evaluados en la interfase con  $\theta_{0o}^{(1)i}$  como parámetro. c) distribución ordinaria reflejada lejana ( $D_{oo}^r/\lambda_0 = 30000$ ,  $\eta_{oo}^r = 10.1^\circ$ ). Los otros parámetros de incidencia son los mismos que en las figuras previas.

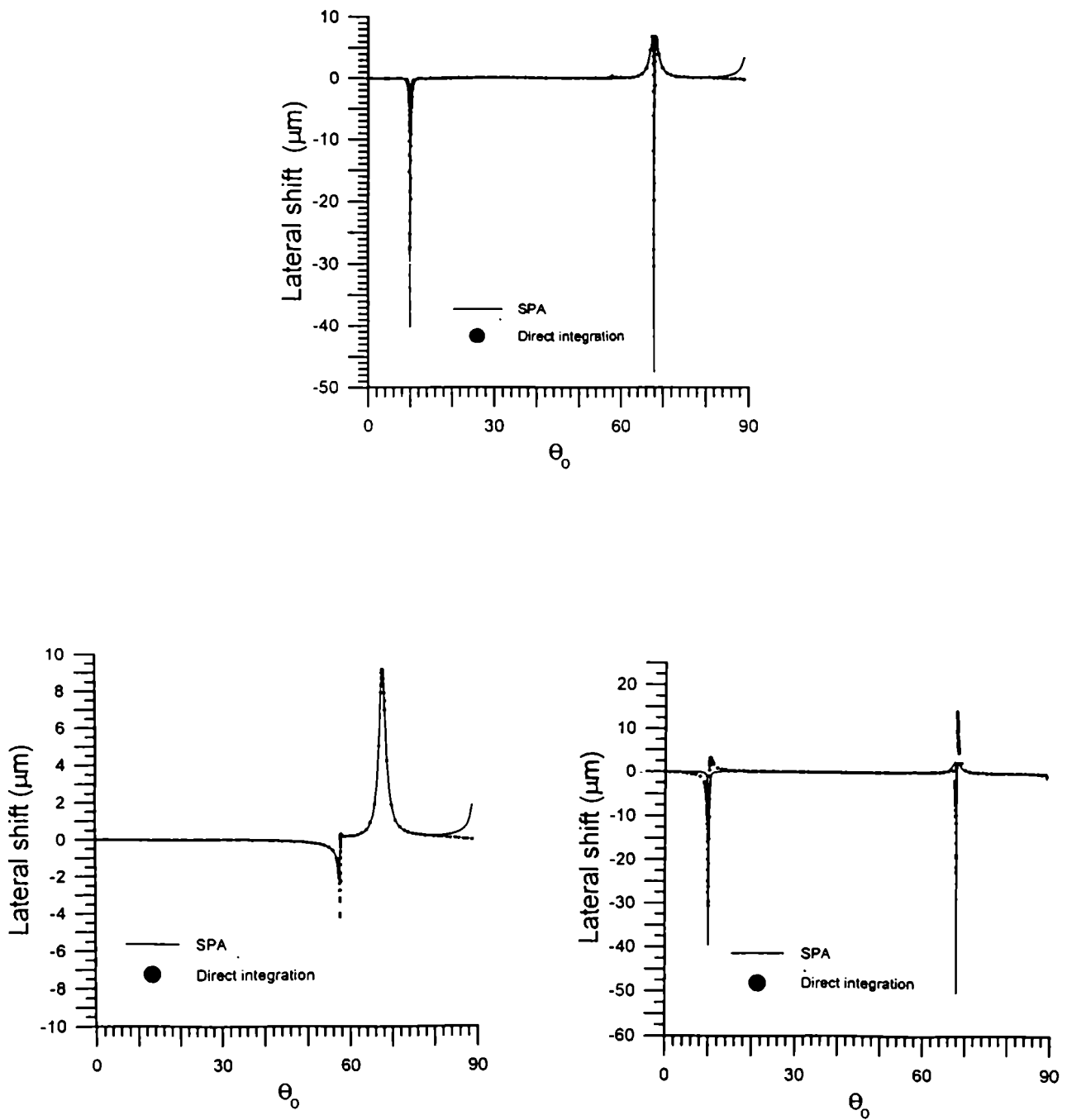


Figura 3.10: Corrimientos laterales como funciones de  $\theta_{0\sigma}^{(1)i}$ . Haces reflejados, a) ordinario, b) extraordinario, sobre la interfase. c) haz reflejado ordinario sobre el plano distante  $Pl_{\sigma\sigma}^r$  ( $D_{\sigma\sigma}^r/\lambda_0 = 30000$ ,  $\eta_{\sigma\sigma}^i = \theta_{0\sigma}^{(1)i}$ ). Los parámetros de incidencia son los mismos que en la figura 3.9, excepto por  $\theta_c = 9.9^\circ$ .

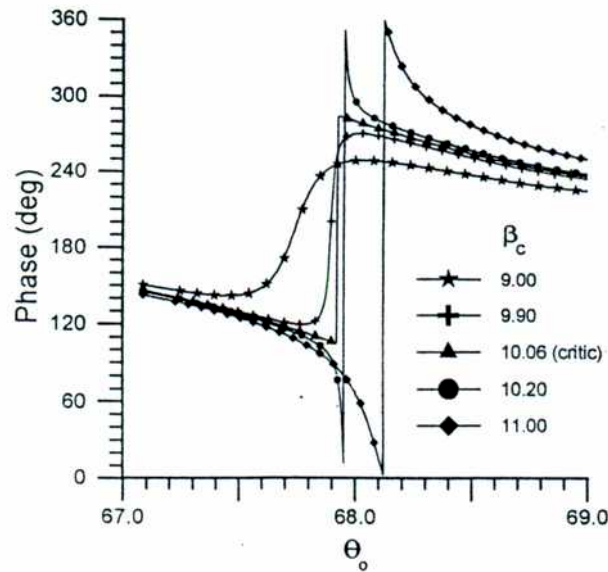


Figura 3.11: Detalle de la curva mostrada en la figura 3.6 para la fase de  $R_{oo}$  vs.  $\theta_{0o}^{(1)i}$ , con  $\theta_c$  como parámetro.

Ahora comparamos los corrimientos laterales en la interfase obtenidos por dos métodos: la aproximación de la fase estacionaria (ecuación 3.33), y la integración directa (ecuación 3.24). Los corrimientos laterales de Goos-Hänchen para las distribuciones reflejadas ordinaria y extraordinaria son respectivamente graficados en las figuras 3.10a y 3.10b como funciones de  $\theta_{0o}^{(1)i}$  y para los mismos parámetros de incidencia que en las figuras 3.9 excepto por  $\theta_c = 9.9^\circ$ . Las curvas continuas corresponden al SPM, mientras que las discontinuas corresponden a la integración numérica directa. Observamos que ambos métodos coinciden bien excepto para  $\theta_{0o}^{(1)i} > 80^\circ$  debido a la divergencia de la estimación de la fase estacionaria cuando  $\theta_{0o}^{(1)i}$  tiende a  $90^\circ$  (ver ecuaciones 3.33 y 3.34). Grandes desplazamientos en el haz reflejado extraordinario son obtenidos (fig. 3.10a) en ángulos de incidencia



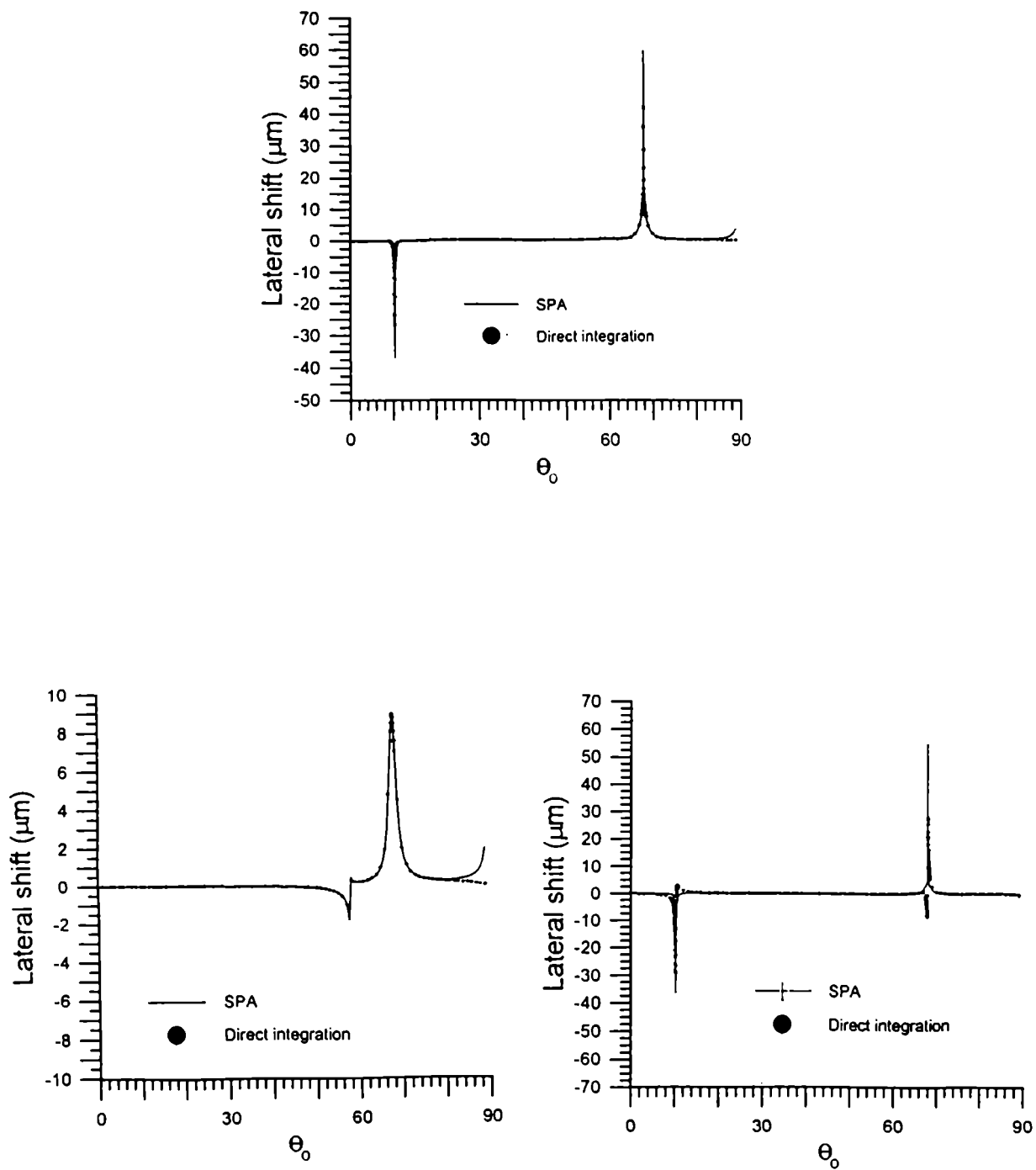


Figura 3.12: Lo mismo que en la figura 3.10, pero para otra orientación del eje óptico ( $\theta_c = 10.2^\circ$ ).

cerca de la conversión total de modos y en la región de excitación de ondas superficiales. En estas regiones la fase del coeficiente  $R_{eo}$  da importantes corrimientos en el haz reflejado extraordinario (fig. 3.10b) sólo en la región donde el modo propagante extraordinario se vuelve evanescente ( $\theta_{0o}^{(1)i} \approx 57^\circ$ ) y en la región de excitación de ondas superficiales. Notar que en la última región el corrimiento lateral para el haz ordinario exhibe dos máximos con un pronunciado valor negativo entre ellos. Este hecho puede ser entendido a partir de la ecuación 3.33 en términos de la fase de  $R_{oo}$  para esta orientación particular del eje óptico ( $\theta_c = 9.9^\circ$ ). Observamos en la figura 3.11 (donde graficamos un detalle de la fase de  $R_{oo}$  vs.  $\theta_{0o}^{(1)i}$ , con  $\theta_c$  como parámetro) que para  $\theta_{0o}^{(1)i} \approx \theta_{crit}$  la fase presenta una zona con gran derivada positiva entre dos zonas con gran derivada negativa. A partir de la ecuación 3.33 vemos que es la derivada de la fase positiva la que lleva a un corrimiento lateral negativo. El más fuerte corrimiento negativo ocurre para  $\theta_{0o}^{(1)i} \approx \theta_{crit}$ , donde éste alcanza un valor de cerca de  $-50 \mu m$  ( $\approx 100\lambda_0 = \delta_{0o}^{(1)i}$ ). Notar que para tal ángulo el campo reflejado ordinario tiene una amplitud muy baja. Por otro lado, la derivada de la fase de  $R_{eo}$  (fig. 3.10b) es siempre negativa cuando  $\theta_{0o}^{(1)i}$  es variada alrededor de  $\theta_{crit}$ , dando de esta manera solo un corrimiento positivo.

La figura 3.10c muestra el corrimiento para el haz reflejado ordinario en el plano distante  $Pl_{oo}^r$  ( $D_{oo}^r/\lambda_0 = 30000$ ,  $\eta_{oo}^i = \theta_{0o}^{(1)i}$ ). Observamos que el corrimiento lateral calculado por integración directa se aparta de las predicciones del SPM en la región de de alta conversión de polarización y, especialmente, en la zona de excitación de modos superficiales. Esto es debido a la existencia de un pequeño *corrimiento angular*, el cual no es predicho por el método de la fase estacionaria (la ecuación 3.33 muestra que el corrimiento lateral

no depende de  $D_{oo}^r$ ). Este corrimiento lateral es muy pequeño, lo hemos calculado a partir de los valores del corrimiento lateral en la interfase y en el plano distante  $Pl_{oo}^r$ ; su módulo nunca excede los 0.06 grados. Debería notarse que los corrimientos obtenidos por integración directa dan el valor promedio de  $v$  para los cuales la distribución tiene un máximo. Ambos criterios podrían apartarse el uno del otro si la distribución reflejada no es gaussiana. Esto ocurre, por ejemplo, cerca de  $\theta_{0o}^{(1)i} \approx 67.9^\circ$  (ver fig. 3.9c).

Como puede verse en la figura 3.11, variaciones pequeñas en la orientación del eje óptico alrededor de  $\theta_c = 10.06^\circ$  pueden conducir a cambios drásticos en el comportamiento de la fase de  $R_{oo}$ . Esto ocurre porque la parte imaginaria del polo complejo de la matriz de reflexión cambia su signo en este valor crítico de  $\theta_c$ . Para orientaciones del eje óptico tales que  $\theta_c < 10.06^\circ$  (como en la figura 3.10), la región con derivada positiva prevalece sobre las regiones con pequeña derivada negativa. Por el contrario, para  $\theta_c > 10.06^\circ$  las regiones con derivada negativa son claramente predominantes. De modo que, en vistas de la ecuación 3.33, sólo son esperados corrimientos positivos en el último caso. Este comportamiento puede ser apreciado en la figura 3.12a la cual es la análoga de la figura 3.10a pero para  $\theta_c = 10.2^\circ$ . Similares consideraciones a las formuladas en oportunidad de las figuras 3.10b y 3.10c son aplicables a las figuras 3.12b y 3.12c.

#### 4. Efectos no especulares en la aproximación sin aberraciones.

Aunque la aplicación directa del método de la descomposición espectral nos permite calcular las deformaciones de los haces en una manera rigurosa, la requerida integración numérica de las respuestas de ondas planas no provee una interpretación clara de los efectos no especulares. Usualmente, es preferible usar la aproximación sin aberraciones: se supone que el haz secundario tiene la misma forma que el haz incidente y que las deformaciones del haz son descritas por los cambios de unos pocos parámetros característicos del campo difractado presumido [13]. Los ejemplos de esta aproximación incluyen la obtención de expresiones analíticas para el corrimiento lateral usando el método de la fase estacionaria [31], el uso de corrimientos complejos para definir los cuatro efectos geométricos longitudinales (corrimiento de Goos-Hänchen, corrimiento angular, corrimiento focal, y deformaciones de la silueta del haz) [16] y el análisis completo de todos los efectos envueltos en los casos 2D [46] y 3D [13].

Los estudios mencionados en el párrafo anterior sobre fenómenos no especulares en general se aplican a haces que se propagan en medios isótropos y sin actividad óptica. En el capítulo previo se ha encarado el estudio de la dispersión de haces limitados espacialmente en el caso más general de las interfases lineales y homogéneas, en particular se han estudiado los casos de interfases planas isótropo-uniaxial y uniaxial-metal. Las principales diferencias entre el caso isótropo y el caso general se debieron a la birrefringencia: mientras que en el caso isótropo un haz incidente da sólo un haz reflejado y un haz transmitido, en el caso general se obtienen  $2n$  haces reflejados y  $2m$  haces transmitidos propagándose

en diferentes direcciones. Además, la dirección de propagación promedio de los campos eléctrico y magnético en general es diferente de la dirección de propagación promedio del flujo de energía (como ocurre, por ejemplo, con un modo propagante extraordinario). Los ejemplos además mostraron que, para  $n$  y  $m$  dados, muy diferentes apartamientos de la specularidad pueden ocurrir simultáneamente para ambos modos reflejados y transmitidos en una interfase lineal y homogénea debido a la forma diferente de las relaciones de dispersión para las ondas planas de ambos modos.

En el capítulo anterior el énfasis ha sido puesto en el estudio del corrimiento lateral de Goos-Hänchen a través de la integración directa de las expresiones y del método de la fase estacionaria. El propósito de este capítulo es extender la aproximación sin aberraciones al caso de haces difractados en interfases lineales y homogéneas. Este tipo de aproximación no sólo evita la la integración numérica de los campos (como ocurre en el SPM) sino que además permite un análisis detallado del resto de los efectos no especulares como funciones de los coeficientes de Fresnel, de los vectores de polarización difractados, y de las características del haz incidente.

En la primer sección del capítulo se obtienen las expresiones para los efectos no especulares geométricos a partir de los desarrollos del capítulo 1 y se las compara con aquéllas predichas por el método de la fase estacionaria. Luego, como ejemplos, la teoría se aplica a los casos de una interfase plana entre un cristal uniaxial  $TiO_2$  y vacío, a una interfase isotrópica entre un medio quiral y un medio sin actividad óptica, y finalmente a los órdenes difractados en una red senoidal entre un medio isotrópico y un cristal, ambos sin actividad

óptica. Por último, los resultados obtenidos son comparados con aquéllos que arroja el método de la fase estacionaria y la integración directa.

#### 4.1. Obtención de las expresiones para los efectos no especulares

Las expresiones 2.49-2.51 envuelven un total de  $[10 + 8(n + m)]$  haces;  $[2]$  haces incidentes ( $\vec{E}_{a_1}^i$  y  $\vec{E}_{a_2}^i$ );  $[2 + 8n]$  haces reflejados ( $\vec{E}_{b_1 a_1}^{nr}$ ,  $\vec{E}_{b_2 a_1}^{nr}$ ,  $\vec{E}_{b_1 a_2}^{nr}$ , y  $\vec{E}_{b_2 a_2}^{nr}$ , con  $-\infty < n < \infty$ ), y  $[2 + 8m]$  haces transmitidos ( $\vec{E}_{c_1 a_1}^{mt}$ ,  $\vec{E}_{c_2 a_1}^{mt}$ ,  $\vec{E}_{c_1 a_2}^{mt}$ , y  $\vec{E}_{c_2 a_2}^{mt}$ , con  $-\infty < m < \infty$ ). Es conveniente escribir estos  $[10 + 8(n + m)]$  haces en la siguiente manera:

$$\vec{E}_k(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} G_k(\alpha) \exp\left[-\frac{(\alpha - \alpha_0)^2}{\omega_k^2}\right] \exp[i(\alpha x + \gamma_k(\alpha) y)] \hat{e}_k(\alpha) d\alpha, \quad (4.1)$$

$$k = 1, \dots, [10 + 8(n + m)],$$

donde las cantidades  $\vec{E}_k$ ,  $G_k$ ,  $\omega_k$ ,  $\gamma_k$  y  $\hat{e}_k$  ( $k = 1, \dots, [10 + 8(n + m)]$ ) están definidas en la tabla 1.

Tabla 1. Definiciones para las expresiones 4.1.

$\vec{E}_k$	$G_k$	$\omega_k$	$\gamma_k$	$\hat{e}_k$
$\vec{E}_{a_1}^i$	1	$\omega_{a_1}$	$\gamma_{a_1}^i$	$\hat{e}_{a_1}^i$
$\vec{E}_{a_2}^i$	1	$\omega_{a_2}$	$\gamma_{a_2}^i$	$\hat{e}_{a_2}^i$
$\vec{E}_{b_1 a_1}^{nr}$	$R_{b_1 a_1}^n$	$\omega_{a_1}$	$\gamma_{b_1}^{nr}$	$\hat{e}_{b_1}^{nr}$
$\vec{E}_{b_2 a_1}^{nr}$	$R_{b_2 a_1}^n$	$\omega_{a_1}$	$\gamma_{b_2}^{nr}$	$\hat{e}_{b_2}^{nr}$
$\vec{E}_{b_1 a_2}^{nr}$	$R_{b_1 a_2}^n$	$\omega_{a_2}$	$\gamma_{b_1}^{nr}$	$\hat{e}_{b_1}^{nr}$
$\vec{E}_{b_2 a_2}^{nr}$	$R_{b_2 a_2}^n$	$\omega_{a_2}$	$\gamma_{b_2}^{nr}$	$\hat{e}_{b_2}^{nr}$
$\vec{E}_{c_1 a_1}^{mt}$	$T_{c_1 a_1}^m$	$\omega_{a_1}$	$\gamma_{c_1}^{mt}$	$\hat{e}_{c_1}^{mt}$
$\vec{E}_{c_2 a_1}^{mt}$	$T_{c_2 a_1}^m$	$\omega_{a_1}$	$\gamma_{c_2}^{mt}$	$\hat{e}_{c_2}^{mt}$
$\vec{E}_{c_1 a_2}^{mt}$	$T_{c_1 a_2}^m$	$\omega_{a_2}$	$\gamma_{c_1}^{mt}$	$\hat{e}_{c_1}^{mt}$
$\vec{E}_{c_2 a_2}^{mt}$	$T_{c_2 a_2}^m$	$\omega_{a_2}$	$\gamma_{c_2}^{mt}$	$\hat{e}_{c_2}^{mt}$

Tomando la  $j$ -ésima ( $j = x, y, z$ ) componente cartesiana del campo en la ecuación 4.1

obtenemos

$$E_{kj}(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left[ \ln(r_{kj}(\alpha)) - \frac{(\alpha - \alpha_0)^2}{\omega_k^2} + i(\alpha x + \gamma_k(\alpha) y) \right] d\alpha, \quad (4.2)$$

$$j = x, y, z,$$

donde

$$r_{kj}(\alpha) = G_k(\alpha) e_{kj}(\alpha) = \exp[\ln(r_{kj}(\alpha))]. \quad (4.3)$$

Cuando el argumento de la exponencial en 4.3 es expandido hasta el segundo orden alrededor de  $\alpha_0$ , la ecuación 4.2 da

$$E_{kj}(x, y) = r_{kj}(\alpha_0) \exp[i(\alpha_0 x + \gamma_k(\alpha_0) y)] \int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left[ -\frac{(\alpha - \alpha_0)^2 \sigma_{kj}^2(y)}{4} + i(x + M_k y - L_{kj}) \right] d\alpha, \quad (4.4)$$

donde las cantidades complejas  $M_k$ ,  $L_{kj}$ ,  $\sigma_{kj}^2(y)$ ,  $N_k$  y  $F_{kj}$  están dadas por

$$M_k = \frac{\partial \gamma_k(\alpha)}{\partial \alpha} \Big|_{\alpha_0} = M'_k + i M''_k, \quad (4.5)$$

$$L_{kj} = \frac{i}{r_{kj}(\alpha_0)} \frac{\partial r_{kj}(\alpha)}{\partial \alpha} \Big|_{\alpha_0} = L'_{kj} + i L''_{kj}, \quad (4.6)$$

$$\sigma_{kj}^2(y) = \frac{4}{\omega_k^2} + i 2 N_k (y - F_{kj}), \quad (4.7)$$

$$N_k = -\frac{\partial^2 \gamma_k(\alpha)}{\partial \alpha^2} \Big|_{\alpha_0} = N'_k + i N''_k, \quad (4.8)$$

$$F_{kj} = \frac{-i}{N_k} \frac{\partial}{\partial \alpha} \left( \frac{1}{r_{kj}(\alpha)} \frac{\partial r_{kj}(\alpha)}{\partial \alpha} \right) \Big|_{\alpha_0} = F'_{kj} + i F''_{kj}, \quad (4.9)$$

con  $M'_{kj}$ ,  $M''_{kj}$ ,  $L'_{kj}$ ,  $L''_{kj}$ ,  $N'_{kj}$ ,  $N''_{kj}$ ,  $F'_{kj}$ ,  $F''_{kj}$  cantidades reales. Notar que la expresión 4.4 no es válida para aquellos valores de  $\alpha_0$  para los cuales la distribución de campo 4.2 es despreciable ( $r_{kj}(\alpha_0) \approx 0$ ).

La integral en 4.4 puede ser evaluada de manera cerrada [47]. El resultado final para la  $j$ -ésima componente cartesiana del  $k$ -ésimo haz (Tabla 1) es

$$E_{kj}(x, y) = \frac{2\pi^{1/2} r_{kj}(\alpha_0)}{\sigma_{kj}(y)} \exp\left[-\frac{(x + M_k y - L_{kj})^2}{\sigma_{kj}(y)^2}\right] \exp[i(\alpha_0 x + \gamma_k(\alpha_0) y)], \quad (4.10)$$

$$j = x, y, z,$$

$$k = 1, \dots, [10 + 8(n + m)]$$

La ecuación 4.10 da una descripción paramétrica de los diferentes haces en términos de las cantidades complejas  $M_k$ ,  $L_{kj}$ ,  $\sigma_{kj}^2(y)$ ,  $N_k$  y  $F_{kj}$ . A partir de esta ecuación obtendremos algunas cantidades físicas que caracterizan a los haces incidentes y difractados.

Primero calculamos el ángulo  $\theta_{kj}$  entre la dirección normal a la interfase (eje  $y$ ) y la dirección correspondiente al valor máximo absoluto en el  $kj$  haz propagante. El resultado es

$$tg(\theta_{kj}) = \text{bigg} \left| \frac{N'_k L''_{kj}}{P_{kj}} - M'_k \right|, \quad (4.11)$$

$$P_{kj} = 2/\omega_k^2 + N'_k F''_{kj}, \quad (4.12)$$

ya que para haces propagantes

$$\gamma_k = N''_k = M''_k = 0. \quad (4.13)$$

El semiancho espacial  $\delta_{kj}(y)$  para el haz  $kj$  en la dirección perpendicular a aquélla dada por  $\theta_{kj}$  es obtenido a partir de la posición para la cual la distribución alcanza un valor absoluto de  $e^{-1}$  veces el máximo. El semiancho es mínimo para

$$(x_{Fkj}, y_{Fkj}) = (L'_{kj} - M'_k F'_{kj}, F'_{kj}), \quad (4.14)$$



la cual es la posición focal del haz. En esta posición el semiancho espacial se expresa como

$$\delta_{kj}(y = y_{Fkj}) = \left( \frac{2 \cos^2(\theta_{kj}) P_{kj}^2}{P_{kj} - 2 N_k'^2 \operatorname{sen}^2(\theta_{kj}) \cos^2(\theta_{kj})} \right)^{1/2}, \quad (4.15)$$

y el campo alcanza su máximo valor absoluto

$$|E_{kj}(x_{Fkj}, y_{Fkj})|^2 = \frac{2 \pi |r_{kj}(\alpha_0)|^2}{|P_{kj}|} \exp \left[ \frac{L_{kj}''^2}{P_{kj}} \right]. \quad (4.16)$$

Otra cantidad de interés es la posición  $x_{Lkj}$  sobre la interfase ( $y = 0$ ) para la cual la distribución  $kj$  toma su máximo valor absoluto

$$x_{Lkj} = L_{kj}' + \frac{L_{kj}''(F_{kj}'' N_k'' - F_{kj}' N_k')}{P_{kj} + F_{kj}' N_k''}. \quad (4.17)$$

El máximo en esta posición es

$$|E_{kj}(x_{Lkj}, 0)|^2 = \frac{2 \pi |r_{kj}(\alpha_0)|^2}{[(P_{kj} + F_{kj}' N_k'')^2 + (F_{kj}'' N_k'' - F_{kj}' N_k')^2]^{1/2}} \exp \left[ \frac{L_{kj}''^2}{P_{kj} + F_{kj}' N_k''} \right] \quad (4.18)$$

Notar que tanto la ecuación 4.17 como la ecuación 4.18 incluyen la posibilidad de que  $\gamma_k \neq 0$ ,  $N_k'' \neq 0$ ,  $M_k'' \neq 0$ , lo cual ocurre para campos no propagantes.

Las expresiones 4.6 y 4.9 para  $L_{kj}$  y  $F_{kj}$  pueden ser escritas en términos de  $\gamma_k$ , los coeficientes de Fresnel y los vectores unitarios de polarización. Para los haces incidentes tenemos (ver la tabla de conversión)

$$L_{aj}' = 0, \quad (4.19)$$

$$L_{aj}'' = \frac{1}{|e_{aj}^+(\alpha_0)|} \frac{\partial |e_{aj}^+(\alpha)|}{\partial \alpha} \Big|_{\alpha_0}, \quad (4.20)$$

$$F_{aj}' = 0, \quad (4.21)$$

$$F_{aj}'' = \left( \frac{\partial^2 \gamma_a'(\alpha)}{\partial \alpha^2} \Big|_{\alpha_0} \right)^{-1} \frac{1}{|e_{aj}^+(\alpha_0)|} \left[ \frac{\partial^2 |e_{aj}^+(\alpha)|}{\partial \alpha^2} \Big|_{\alpha_0} - \frac{1}{|e_{aj}^+(\alpha_0)|} \left( \frac{\partial |e_{aj}^+(\alpha)|}{\partial \alpha} \Big|_{\alpha_0} \right)^2 \right] \quad (4.22)$$

mientras que para los difractados

$$L_{baj}^{nr'} = - \left( \frac{\partial \varphi(R_{ba}^n(\alpha))}{\partial \alpha} \Big|_{\alpha_0} + \frac{\partial \varphi(e_{bj}^{nr}(\alpha))}{\partial \alpha} \Big|_{\alpha_0} \right), \quad (4.23)$$

$$L_{baj}^{nr''} = \frac{1}{|R_{ba}^n(\alpha_0)|} \frac{\partial |R_{ba}^n(\alpha)|}{\partial \alpha} \Big|_{\alpha_0} + \frac{1}{|e_{bj}^{nr}(\alpha_0)|} \frac{\partial |e_{bj}^{nr}(\alpha)|}{\partial \alpha} \Big|_{\alpha_0}, \quad (4.24)$$

$$F_{baj}^{nr'} = \left( \left( \frac{\partial^2 \gamma_b^{nr'}(\alpha)}{\partial \alpha^2} \Big|_{\alpha_0} \right)^2 + \left( \frac{\partial^2 \gamma_b^{nr''}(\alpha)}{\partial \alpha^2} \Big|_{\alpha_0} \right)^2 \right)^{-1} \left\{ - \frac{\partial^2 \gamma_b^{nr'}(\alpha)}{\partial \alpha^2} \Big|_{\alpha_0} \left\{ \frac{\partial^2 \varphi(R_{ba}^n(\alpha))}{\partial \alpha^2} \Big|_{\alpha_0} + \frac{\partial^2 \varphi(e_{bj}^{nr}(\alpha))}{\partial \alpha^2} \Big|_{\alpha_0} \right\} + \frac{\partial^2 \gamma_b^{nr''}(\alpha)}{\partial \alpha^2} \Big|_{\alpha_0} \left\{ \frac{1}{|R_{ba}^n(\alpha_0)|} \left[ \frac{\partial^2 |R_{ba}^n(\alpha)|}{\partial \alpha^2} \Big|_{\alpha_0} - \frac{1}{|R_{ba}^n(\alpha_0)|} \left( \frac{\partial |R_{ba}^n(\alpha)|}{\partial \alpha} \Big|_{\alpha_0} \right)^2 \right] + \frac{1}{|e_{bj}^{nr}(\alpha_0)|} \left[ \frac{\partial^2 |e_{bj}^{nr}(\alpha)|}{\partial \alpha^2} \Big|_{\alpha_0} - \frac{1}{|e_{bj}^{nr}(\alpha_0)|} \left( \frac{\partial |e_{bj}^{nr}(\alpha)|}{\partial \alpha} \Big|_{\alpha_0} \right)^2 \right] \right\} \right\}, \quad (4.25)$$

$$F_{baj}^{nr''} = \left( \left( \frac{\partial^2 \gamma_b^{nr'}(\alpha)}{\partial \alpha^2} \Big|_{\alpha_0} \right)^2 + \left( \frac{\partial^2 \gamma_b^{nr''}(\alpha)}{\partial \alpha^2} \Big|_{\alpha_0} \right)^2 \right)^{-1} \left\{ \frac{\partial^2 \gamma_b^{nr''}(\alpha)}{\partial \alpha^2} \Big|_{\alpha_0} \left\{ \frac{\partial^2 \varphi(R_{ba}^n(\alpha))}{\partial \alpha^2} \Big|_{\alpha_0} + \frac{\partial^2 \varphi(e_{bj}^{nr}(\alpha))}{\partial \alpha^2} \Big|_{\alpha_0} \right\} + \frac{\partial^2 \gamma_b^{nr'}(\alpha)}{\partial \alpha^2} \Big|_{\alpha_0} \left\{ \frac{1}{|R_{ba}^n(\alpha_0)|} \left[ \frac{\partial^2 |R_{ba}^n(\alpha)|}{\partial \alpha^2} \Big|_{\alpha_0} - \frac{1}{|R_{ba}^n(\alpha_0)|} \left( \frac{\partial |R_{ba}^n(\alpha)|}{\partial \alpha} \Big|_{\alpha_0} \right)^2 \right] + \frac{1}{|e_{bj}^{nr}(\alpha_0)|} \left[ \frac{\partial^2 |e_{bj}^{nr}(\alpha)|}{\partial \alpha^2} \Big|_{\alpha_0} - \frac{1}{|e_{bj}^{nr}(\alpha_0)|} \left( \frac{\partial |e_{bj}^{nr}(\alpha)|}{\partial \alpha} \Big|_{\alpha_0} \right)^2 \right] \right\} \right\}, \quad (4.26)$$

$$L_{caj}^{mt'} = - \left( \frac{\partial \varphi(T_{ca}^m(\alpha))}{\partial \alpha} \Big|_{\alpha_0} + \frac{\partial \varphi(e_{cj}^{mt}(\alpha))}{\partial \alpha} \Big|_{\alpha_0} \right), \quad (4.27)$$

$$L_{caj}^{mt''} = \frac{1}{|T_{ca}^m(\alpha_0)|} \frac{\partial |T_{ca}^m(\alpha)|}{\partial \alpha} \Big|_{\alpha_0} + \frac{1}{|e_{cj}^{mt}(\alpha_0)|} \frac{\partial |e_{cj}^{mt}(\alpha)|}{\partial \alpha} \Big|_{\alpha_0}, \quad (4.28)$$

$$F_{caj}^{mt'} = \left( \left( \frac{\partial^2 \gamma_b^{mt'}(\alpha)}{\partial \alpha^2} \Big|_{\alpha_0} \right)^2 + \left( \frac{\partial^2 \gamma_b^{mt''}(\alpha)}{\partial \alpha^2} \Big|_{\alpha_0} \right)^2 \right)^{-1} \left\{ - \frac{\partial^2 \gamma_b^{mt'}(\alpha)}{\partial \alpha^2} \Big|_{\alpha_0} \left\{ \frac{\partial^2 \varphi(T_{ca}^m(\alpha))}{\partial \alpha^2} \Big|_{\alpha_0} + \frac{\partial^2 \varphi(e_{cj}^{mt}(\alpha))}{\partial \alpha^2} \Big|_{\alpha_0} \right\} + \frac{\partial^2 \gamma_b^{mt''}(\alpha)}{\partial \alpha^2} \Big|_{\alpha_0} \left\{ \frac{1}{|T_{ca}^m(\alpha_0)|} \left[ \frac{\partial^2 |T_{ca}^m(\alpha)|}{\partial \alpha^2} \Big|_{\alpha_0} - \frac{1}{|T_{ca}^m(\alpha_0)|} \left( \frac{\partial |T_{ca}^m(\alpha)|}{\partial \alpha} \Big|_{\alpha_0} \right)^2 \right] + \frac{1}{|e_{cj}^{mt}(\alpha_0)|} \left[ \frac{\partial^2 |e_{cj}^{mt}(\alpha)|}{\partial \alpha^2} \Big|_{\alpha_0} - \frac{1}{|e_{cj}^{mt}(\alpha_0)|} \left( \frac{\partial |e_{cj}^{mt}(\alpha)|}{\partial \alpha} \Big|_{\alpha_0} \right)^2 \right] \right\} \right\}, \quad (4.29)$$

$$F_{caj}^{mt''} = \left( \left( \frac{\partial^2 \gamma_b^{mt'}(\alpha)}{\partial \alpha^2} \Big|_{\alpha_0} \right)^2 + \left( \frac{\partial^2 \gamma_b^{mt''}(\alpha)}{\partial \alpha^2} \Big|_{\alpha_0} \right)^2 \right)^{-1}$$

$$\begin{aligned}
& \left\{ \frac{\partial^2 \gamma_b^{mt''}(\alpha)}{\partial \alpha^2} \Big|_{\alpha_0} \left\{ \frac{\partial^2 \varphi(T_{ca}^m(\alpha))}{\partial \alpha^2} \Big|_{\alpha_0} + \frac{\partial^2 \varphi(e_{cj}^{mt}(\alpha))}{\partial \alpha^2} \Big|_{\alpha_0} \right\} + \right. \\
& + \frac{\partial^2 \gamma_b^{mt'}(\alpha)}{\partial \alpha^2} \Big|_{\alpha_0} \left\{ \frac{1}{|T_{ca}^m(\alpha_0)|} \left[ \frac{\partial^2 |T_{ca}^m(\alpha)|}{\partial \alpha^2} \Big|_{\alpha_0} - \frac{1}{|T_{ca}^m(\alpha_0)|} \left( \frac{\partial |T_{ca}^m(\alpha)|}{\partial \alpha} \Big|_{\alpha_0} \right)^2 \right] + \right. \\
& \left. \left. + \frac{1}{|e_{cj}^{mt}(\alpha_0)|} \left[ \frac{\partial^2 |e_{cj}^{mt}(\alpha)|}{\partial \alpha^2} \Big|_{\alpha_0} - \frac{1}{|e_{cj}^{mt}(\alpha_0)|} \left( \frac{\partial |e_{cj}^{mt}(\alpha)|}{\partial \alpha} \Big|_{\alpha_0} \right)^2 \right] \right\} \right\}, \quad (4.30)
\end{aligned}$$

donde hemos notado con  $\varphi(\zeta)$  a la fase de la cantidad compleja  $\zeta$ .

Como consecuencia de las relaciones 4.13, 4.19 y 4.21 la posición para el máximo del módulo de la distribución  $aj$  incidente en la interfase (ecuación 4.17) coincide con el origen, como es de esperar. No obstante, ésto no ocurre para los haces difractados, ya que en este caso la ecuación 4.17 generalmente se vuelve una cantidad no nula. Entonces, los haces difractados  $ba_j$  y  $ca_j$  son corridos desde las posiciones de difracción de la óptica geométrica (corrimiento lateral de Goos-Hänchen).

A partir de la ecuación 4.17 para el corrimiento lateral observamos que el primer término es predominante, ya que por definición,  $L_{ba_j}^{nr'}$  ( $L_{ca_j}^{mt'}$ ) está relacionado con variaciones de  $\alpha$  de primer orden en  $R_{ba}^n$  ( $T_{ca}^m$ ) y  $e_{bj}^{nr}$  ( $e_{cj}^{mt}$ ), mientras que el segundo término depende de correcciones de más alto orden. Esto es así ya que  $F_{ba_j}^{nr}$  ( $F_{ca_j}^{mt}$ ) y  $N_{ba_j}^{nr}$  ( $N_{ca_j}^{mt}$ ) toman en cuenta variaciones de segundo orden en  $\alpha$ . Restringiendo nuestra atención al término predominante  $L_{ba_j}^{nr'}$  ( $L_{ca_j}^{mt'}$ ) (ecuación 4.23), notamos un primer término incluyendo la derivada de la fase del coeficiente de Fresnel  $R_{ba}^n$  ( $T_{ca}^m$ ) y un segundo término conteniendo la derivada de la fase del vector de polarización  $e_{bj}^{nr}$  ( $e_{cj}^{mt}$ ).

Aunque hemos usado un haz incidente con su foco sobre la interfase ( $F_{a_j}^{i'} = 0$ , ecuación 4.14), no ocurre lo mismo para los haces difractados ( $F_{ba_j}^{nr'} \neq 0$ ,  $F_{ca_j}^{mt'} \neq 0$ ). Este

apartamiento de la óptica geométrica es el denominado *corrimiento focal*. Ya que el mismo se refiere sólo a haces propagante, las expresiones 4.14 no dependen de la componente  $j$

$$y_{F_{ba}^{nr}} = - \left( \frac{\partial^2 \gamma_b^{nr'}(\alpha)}{\partial \alpha^2} \Big|_{\alpha_0} \right)^{-1} \left( \frac{\partial^2 \varphi(R_{ba}^n(\alpha))}{\partial \alpha^2} \Big|_{\alpha_0} \right), \quad (4.31)$$

$$y_{F_{ca}^{mt}} = - \left( \frac{\partial^2 \gamma_b^{mt'}(\alpha)}{\partial \alpha^2} \Big|_{\alpha_0} \right)^{-1} \left( \frac{\partial^2 \varphi(T_{ca}^m(\alpha))}{\partial \alpha^2} \Big|_{\alpha_0} \right), \quad (4.32)$$

( $\gamma_b^{nr''}(\alpha) = \gamma_c^{mt''}(\alpha) = 0$  y  $e_{bj}^{nr}, e_{cj}^{mt} \in \Re$  en las ecuaciones 4.25 y 4.29). Las derivadas de segundo orden en 4.31 y 4.32 implican que el corrimiento focal corresponde a un efecto no especular de segundo orden, de modo que éste será apreciable sólo cuando ocurran muy fuertes variaciones con  $\alpha$  en las fases de los coeficientes de Fresnel o en la ecuación de dispersión.

Otro efecto no especular surge de considerar la ecuación 4.11 para el ángulo  $\theta_{kj}$  entre el haz  $kj$  y la normal a la interfase. La presencia de un término de orden superior (el primer término) causa una desviación del haz  $kj$  respecto de la dirección seguida por el vector de Poynting asociado con una onda plana con constante de propagación  $\alpha_0$ . Este es el denominado *corrimiento angular* (mencionado en el capítulo anterior). Este efecto no especular es análogo del conocido para incidencia en medios isótropos [17]. Sin embargo, en el presente caso este fenómeno también depende de la birrefringencia del medio, ya que los términos  $N'_k, L''_{kj}, P_{kj}$  y  $M'_k$  en la ecuación 4.11 están relacionados con las derivadas de  $\gamma_k$  y  $e_{kj}$  con respecto a  $\alpha$ .

En el capítulo anterior el método de la fase estacionaria fue utilizado para evitar la integración directa de las expresiones 2.49-2.51. Allí se mostraba que el corrimiento lateral

de Goos-Hänchen en la interfase estaba dado aproximadamente por

$$x_{kj}^{SPM} = L'_{kj}, \quad (4.33)$$

donde  $L'_{kj}$  está dado por las expresiones 4.19, 4.23 y 4.27 para los haces incidente, reflejados y transmitidos, respectivamente. Observamos que los resultados del SPM (ecuación 4.33) y el nuevo resultado obtenido en este capítulo (ecuación 4.17) son los mismos hasta el primer orden en  $\alpha$  pero la ecuación 4.17 contiene términos correctivos de orden más alto.

Así mismo, en el capítulo anterior se ha visto que el resultado del SPM para el ángulo  $\theta_{kj}^{SPM}$  entre el haz propagante  $kj$  y la normal a la interfase es

$$tg(\theta_{kj}^{SPM}) = | - M'_k |, \quad (4.34)$$

el mismo para todas las componentes cartesianas  $j$  ( $M'_k$  está dado por 4.5). Por lo tanto en los cálculos del SPM la dirección del haz no difiere de la dirección del vector de Poynting de una onda plana propagándose con  $\alpha_0$ . De la comparación entre las expresiones 4.34 y 4.11, también se observa que en los cálculos del SPM no hay presentes términos correctivos de segundo orden.

## 4.2. Aplicaciones

### 4.2.1. Interfase plana $TiO_2$ -vacío

Como primer ejemplo consideramos la reflexión en una interfase plana entre  $TiO_2$  (medio  $A$ ) y vacío (medio  $B$ ) con  $\lambda_0 = 0.59\mu m$ ,  $\epsilon_{\perp} = 6.84$ ,  $\epsilon_{\parallel} = 8.43$ ,  $\epsilon_B = 1$  y  $\mu_A = \mu_B = 1$ . La dirección del eje óptico ha sido elegida como  $(c_x, c_y, c_z) = (0.88, 0.34, 0.32)$ . Los módulos y las fases de los coeficientes de Fresnel para esos parámetros se muestran

en la figura 4.1 como funciones de  $\alpha$ .

En las figuras 4.2a y 4.2b el corrimiento lateral de Goos-Hänchen para el haz *ba<sub>j</sub>* reflejado (ecuación 4.17) es graficado como función de los ángulos de incidencia  $\theta_o^{(1)i}$  y  $\theta_e^{(1)i}$  para haces incidentes ordinario y extraordinario, respectivamente. Las curvas discontinuas corresponden a los haces copolarizados mientras que las curvas llenas corresponden a los haces con polarización cruzada. Los puntos obtenidos a partir de los cálculos de el SPM (ecuación 4.33) también son mostrados (símbolos más y menos). Debido a las diferencias despreciables que ocurren entre las tres componentes cartesianas, los resultados de la figuras 4.2 se refieren a la componente genérica *j*. No obstante, deberían mencionarse algunos pequeños apartamientos entre las componentes del haz *oe* para ángulos de incidencia mayores que  $81.3^\circ$  (no se muestran) [48]. Para estos ángulos, el campo ordinario reflejado se vuelve evanescente y fuertes aunque diferentes variaciones en las fases de las componentes del vector de polarización  $e_{oej}$  ocurren con  $\alpha$ . Estas variaciones producen segundos términos diferentes en la ecuación 4.23 y consecuentemente aparece una dependencia en la expresión 4.17 para el corrimiento lateral. Para otros ángulos de incidencia tenemos que  $e_{oej} \in \mathbb{R}$ , y entonces el efecto Goos-Hänchen coincide con menos la derivada de la fase del coeficiente de Fresnel con respecto a  $\alpha$ . No se observan diferencias apreciables entre los resultados obtenidos a partir de la ecuación 4.17 y aquéllos dados por el SPM. Esto se debe a los valores despreciables que toma el término correctivo de segundo orden en la ecuación 4.17 en este ejemplo.

En las figuras 4.3a y 4.3b graficamos el corrimiento focal para el haz reflejado *ba* como

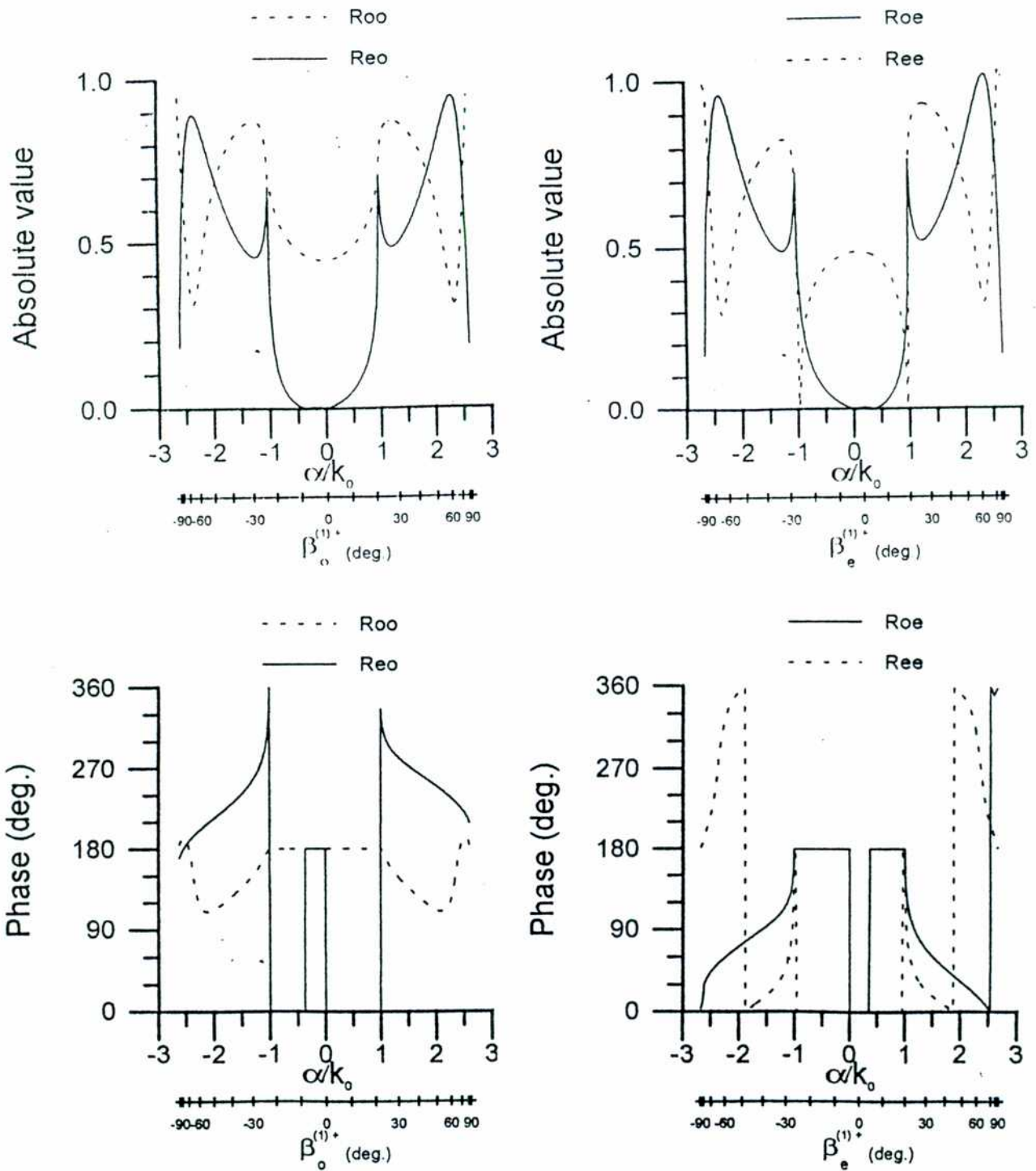


Figura 4.1: Elementos de la matriz de reflexión para una interfase  $TiO_2$ -vacío vs.  $\alpha/k_0$ . Los parámetros son  $\lambda_0 = 0.59\mu m$ ,  $\epsilon_\perp = 6.84$ ,  $\epsilon_\parallel = 8.43$ ,  $\epsilon_B = 1$ ,  $\mu_A = \mu_B = 1$  y  $(c_x, c_y, c_z) = (0.88, 0.34, 0.32)$ . a)  $|R_{oo}|$  (línea discontinua) y  $|R_{eo}|$  (línea continua); b)  $|R_{ee}|$  (línea discontinua) y  $|R_{oe}|$  (línea continua); c) Fases de  $R_{oo}$  (línea discontinua) y  $R_{eo}$  (línea continua); d) Fases de  $R_{ee}$  (línea discontinua) y  $R_{oe}$  (línea continua).

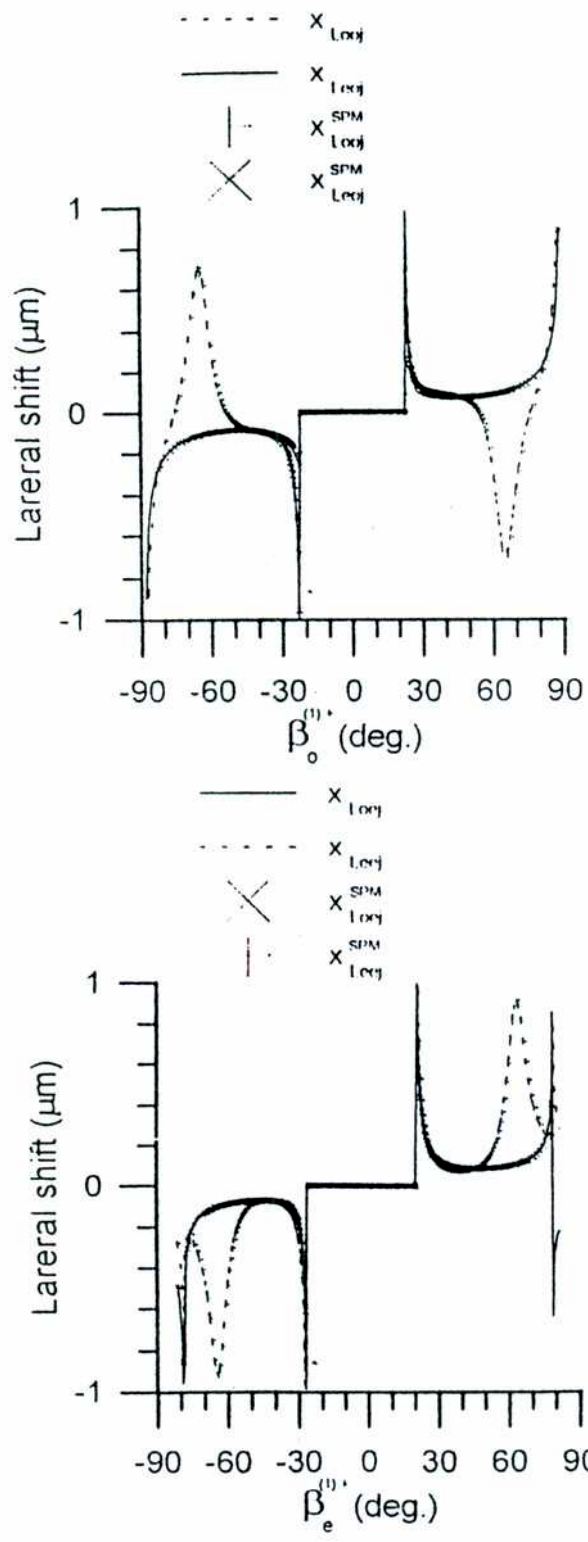


Figura 4.2: Corrimientos laterales vs. ángulo de incidencia para los haces reflejados ordinario y extraordinario cuando el haz incidente es a) ordinario o b) extraordinario. Curvas discontinuas: haz copolarizado; curvas continuas: haz con polarización cruzada. El haz incidente tiene semianchos  $\delta_o^{(1)z} = \delta_e^{(1)z} = 59\mu\text{m}$ . Los parámetros de la interfase son los de la figura 4.1.



función de  $\theta_o^{(1)i}$  y  $\theta_e^{(1)i}$  respectivamente. Como se ha hecho notar más arriba, no se debe esperar dependencia con  $j$ . Una comparación entre las figuras 4.3 y 4.1 muestra que el corrimiento focal es proporcional a *más* la segunda derivada de la fase del coeficiente de Fresnel respecto de  $\alpha$ . Esto ocurre porque el factor  $\partial^2 \gamma_b'(\alpha) / \partial \alpha^2 |_{\alpha_0}$  en la ecuación 4.31 es siempre una función negativa de  $\alpha_0$ .

En la figura 4.4 graficamos la distancia angular ( $\theta_{oez}^r - \theta_o^{(1)r}$ ) entre la dirección de la componente  $z$  del haz reflejado  $oe$  y la dirección correspondiente a la onda plana reflejada con constante de propagación  $\alpha_0$ , como función de  $\theta_e^{(1)i}$ . Aunque varios valores picos se observan para esta diferencia a lo largo de la curva, la mayoría de ellos corresponden a ángulos  $\alpha_0$  para los cuales la intensidad del campo para esta componente es nula (la expresión 4.4 ya no vale). Esto puede ser apreciado en la figura 4.5, donde hemos graficado la intensidad del campo en el máximo de la distribución  $z$  sobre la interfase (ecuación 4.18) como una función de  $\theta_e^{(1)i}$ . En efecto, sólo los picos marcados por asteriscos (ocurren para  $\alpha_0$  alrededor de los ángulos de reflexión total) presentan una diferencia angular grande e intensidad no nula. Por otro lado, han sido obtenidas (no se muestran) curvas coincidentes para las componentes  $x$ ,  $y$  y  $z$  (las únicas diferencias ocurren para los picos de intensidad cero), de modo que no pueden reportarse efectos astigmáticos ([19]). Consideraciones similares surgen a partir de las curvas para los otros haces reflejados (no se las muestra), de modo que han sido omitidas.

Por otro lado, la expresión 4.15 para el semiancho espacial del haz  $kj$  calculada a segundo

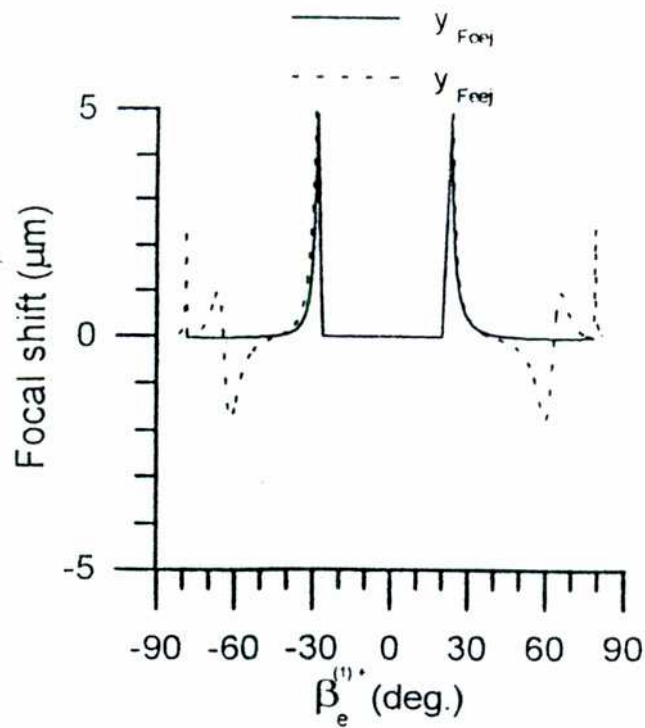
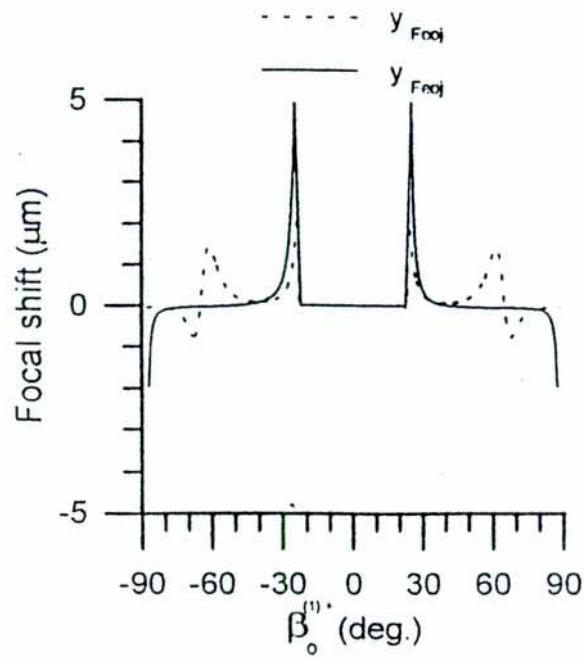


Figura 4.3: Corrimientos focales vs. ángulo de incidencia para los haces reflejados ordinario y extraordinario cuando el haz incidente es a) ordinario o b) extraordinario. Curvas discontinuas: haz copolarizado; curvas continuas: haz con polarización cruzada. El haz incidente tiene semiancho  $\delta_o^{(1)*} = \delta_e^{(1)*} = 59\mu\text{m}$  y los parámetros de la interfase son como en la figura 4.1.

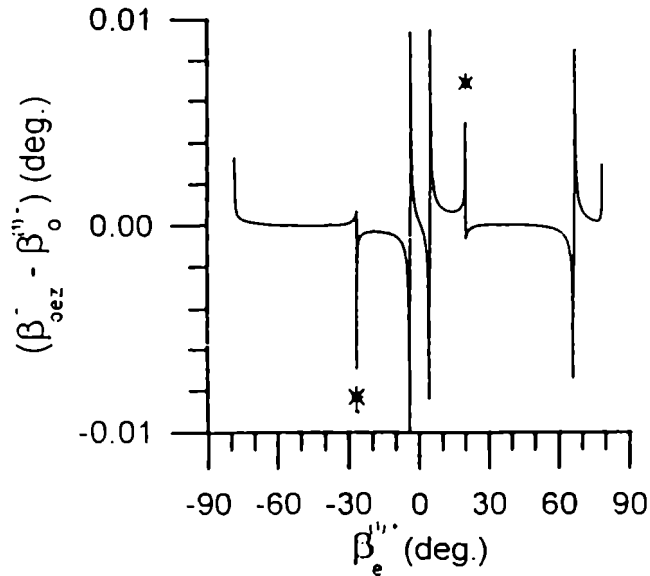


Figura 4.4: Distancia angular  $(\theta_{oez}^r - \theta_0^{(1)r})$  entre la dirección de la componente  $z$  del haz reflejado  $oe$  y la dirección correspondiente a una onda plana con constante de propagación  $\alpha_0$ , como función de  $\theta_e^{(1)i}$ . Los parámetros de la interfase son los de la figura 4.1.

orden no concuerda con la expresión para dicho semiancho calculada a primer orden:

$$\delta_{nj} \approx \delta_n^{(1)} = \frac{2 \cos(\theta_n^{(1)})}{\omega_n}, \quad (4.35)$$

donde  $\theta_n^{(1)}$  es el ángulo entre la normal a la interfase y el vector de Poynting de una onda plana con constante de propagación  $\alpha_0$

$$tg(\theta_n^{(1)}) = | - M'_n |. \quad (4.36)$$

En la figura 4.6 mostramos la diferencia  $(\delta_0^{(1)r} - \delta_{oez}^r)$  para la componente  $z$  en el haz reflejado  $oe$  como una función de  $\theta_e^{(1)i}$ . Notar que esta curva puede ser interpretada como una comparación entre los semianchos espaciales incidente (a primer orden) y reflejado

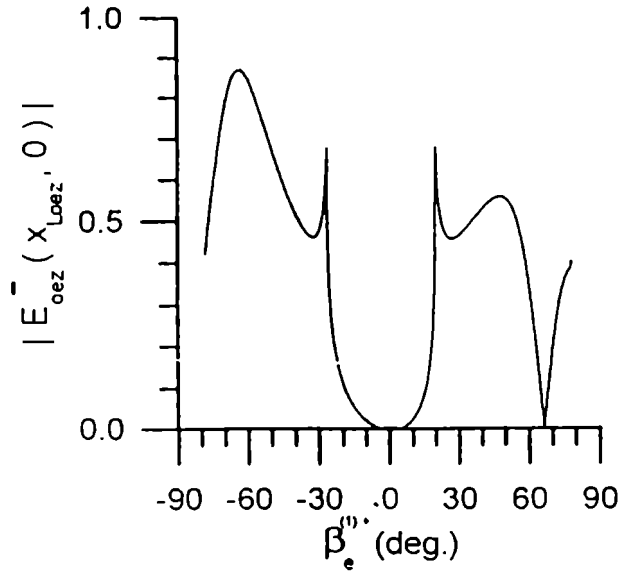


Figura 4.5: Intensidad del campo en el máximo de la distribución  $z$  en la interfase como función de  $\theta_e^{(1)i}$ .

(a segundo orden), ya que a partir de 4.35 surge que  $\delta_o^{(1)r} = \delta_e^{(1)i}$ . Como en la figura 4.4, ocurren grandes picos, pero sólo aquéllos marcados con asteriscos corresponden a intensidades de campo no nulas. Consideraciones similares a aquéllas hechas para la figura 4.4 pueden mencionarse en este caso.

#### 4.2.2. Interfase plana quirral-aquiral

Los medios quirales isotrópos y sin pérdidas pueden ser caracterizados por las relaciones constitutivas de Drude-Born-Fedorov [49, 50]

$$\vec{D} = \epsilon_q(\vec{E} + \beta_q \vec{\nabla} \times \vec{E}), \quad (4.37)$$

$$\vec{B} = \mu_q(\vec{H} + \beta_q \vec{\nabla} \times \vec{H}), \quad (4.38)$$

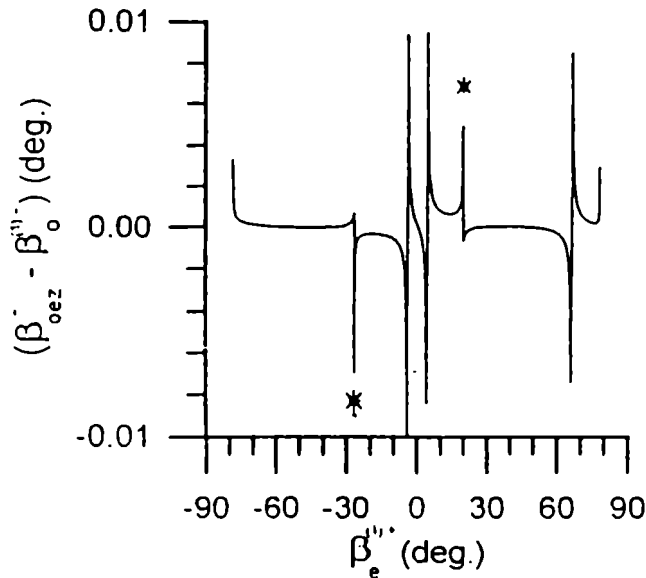


Figura 4.4: Distancia angular  $(\theta_{oez}^r - \theta_0^{(1)r})$  entre la dirección de la componente  $z$  del haz reflejado  $oe$  y la dirección correspondiente a una onda plana con constante de propagación  $\alpha_0$ , como función de  $\theta_e^{(1)i}$ . Los parámetros de la interfase son los de la figura 4.1.

orden no concuerda con la expresión para dicho semiancho calculada a primer orden:

$$\delta_{nj} \approx \delta_n^{(1)} = \frac{2 \cos(\theta_n^{(1)})}{\omega_n}, \quad (4.35)$$

donde  $\theta_n^{(1)}$  es el ángulo entre la normal a la interfase y el vector de Poynting de una onda plana con constante de propagación  $\alpha_0$

$$\text{tg}(\theta_n^{(1)}) = | - M_n' |. \quad (4.36)$$

En la figura 4.6 mostramos la diferencia  $(\delta_0^{(1)r} - \delta_{oez}^r)$  para la componente  $z$  en el haz reflejado  $oe$  como una función de  $\theta_e^{(1)i}$ . Notar que esta curva puede ser interpretada como una comparación entre los semianchos espaciales incidente (a primer orden) y reflejado

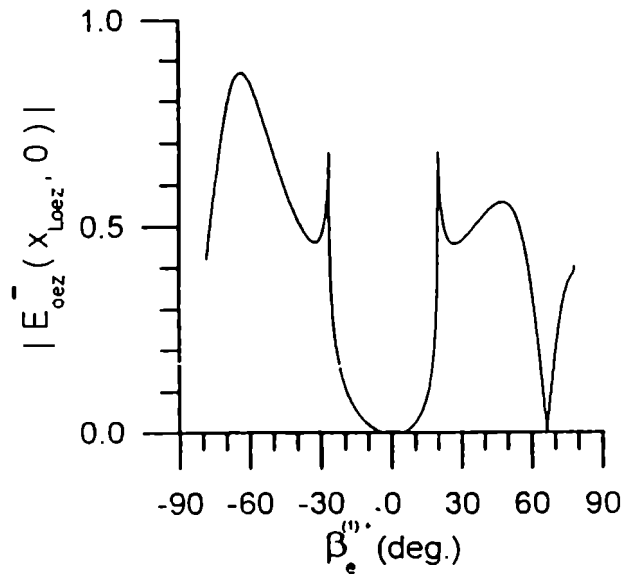


Figura 4.5: Intensidad del campo en el máximo de la distribución  $z$  en la interfase como función de  $\theta_e^{(1)i}$ .

(a segundo orden), ya que a partir de 4.35 surge que  $\delta_o^{(1)r} = \delta_e^{(1)i}$ . Como en la figura 4.4, ocurren grandes picos, pero sólo aquéllos marcados con asteriscos corresponden a intensidades de campo no nulas. Consideraciones similares a aquéllas hechas para la figura 4.4 pueden mencionarse en este caso.

#### 4.2.2. Interfase plana quiral-aquiral

Los medios quirales isotrópos y sin pérdidas pueden ser caracterizados por las relaciones constitutivas de Drude-Born-Fedorov [49, 50]

$$\vec{D} = \epsilon_q(\vec{E} + \beta_q \vec{\nabla} \times \vec{E}), \quad (4.37)$$

$$\vec{B} = \mu_q(\vec{H} + \beta_q \vec{\nabla} \times \vec{H}), \quad (4.38)$$

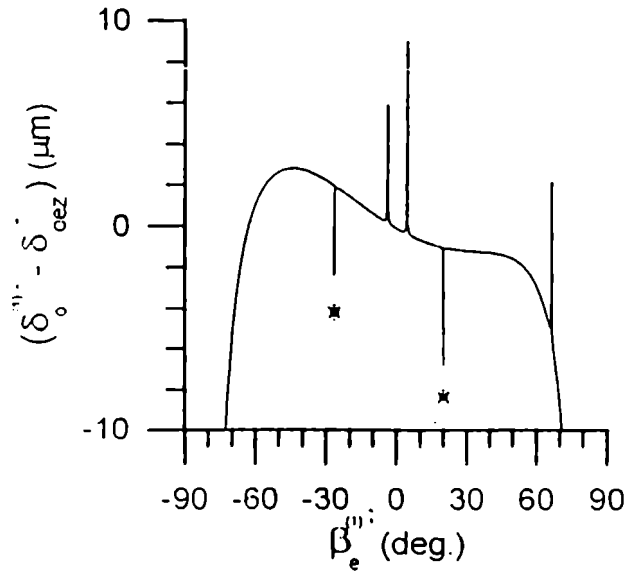


Figura 4.6:  $[\delta_0^{(1)r} - \delta_{oez}^r]$  para la componente  $z$  en el haz reflejado  $oe$  como una función de  $\theta_e^{(1)i}$ .

donde los parámetros reales  $\epsilon_q$ ,  $\mu_q$  y  $\beta_q$  representan la permitividad, la permeabilidad y el pseudoescalar quiralidad del medio, respectivamente. Estos y otras relaciones constitutivas similares se aplican a cualquier medio compuesto por objetos quirales de forma arbitraria. Un objeto quiral carece de simetría de reflexión, esto es, no se lo puede hacer coincidir con su imagen especular a través de una traslación y rotación y por lo tanto éste tendrá un característica izquierda o derecha. Este mismo tipo de característica aparece también en la respuesta electromagnética del medio quiral, de modo que en tal tipo de medio se propagan ondas electromagnéticas con polarizaciones circulares izquierda y derecha con diferente velocidad de fase.

Consideremos la reflexión de un haz limitado en una interfase plana entre un medio quiral

(medio  $A$ ) caracterizado por  $\epsilon_A$ ,  $\mu_A$  y  $\beta_A$  y un medio aquiral (medio  $B$ ) caracterizado por  $\epsilon_B$  y  $\mu_B$ . Para las ondas incidentes y reflejadas tendremos.

$$\gamma_a^i(\alpha) = -\sqrt{k_a^2 - \alpha^2}, \quad (4.39)$$

$$\gamma_b^r(\alpha) = -\gamma_a^i(\alpha), \quad (4.40)$$

$$a, b = d, i,$$

$$k_d = \frac{\kappa}{1 - \beta_A \kappa},$$

$$k_i = \frac{\kappa}{1 + \beta_A \kappa},$$

$$\kappa = k_0 \sqrt{\epsilon_c \mu_c},$$

$$\vec{e}_d^i(\alpha) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( -i \frac{\gamma_d^i(\alpha)}{k_d}, -i \frac{\alpha}{k_d}, -1 \right),$$

$$\vec{e}_i^i(\alpha) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( i \frac{\gamma_i^i(\alpha)}{k_i}, i \frac{\alpha}{k_i}, -1 \right),$$

$$\vec{e}_d^r(\alpha) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( -i \frac{\gamma_d^r(\alpha)}{k_d}, -i \frac{\alpha}{k_d}, -1 \right),$$

$$\vec{e}_i^r(\alpha) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( i \frac{\gamma_i^r(\alpha)}{k_i}, i \frac{\alpha}{k_i}, -1 \right),$$

con  $k_0 = 2\pi/\lambda_0$ . Cabe aclarar que no se está considerando disipación, esto es, asumimos que para la frecuencia  $\omega$  considerada, los parámetros constitutivos de ambos medios son reales. Los coeficientes de reflexión están dados por [51, 52]

$$R_{dd} \Delta = (\zeta - 1)^2 (\delta_i - 1) (\delta_d + 1) - (\zeta + 1)^2 (\delta_i + 1) (\delta_d - 1),$$

$$R_{id} \Delta = -4(\zeta^2 - 1) \delta_d,$$

$$R_{di} \Delta = -4(\zeta^2 - 1) \delta_i,$$

$$R_{ii} \Delta = (\zeta - 1)^2 (\delta_i + 1) (\delta_d - 1) - (\zeta + 1)^2 (\delta_i - 1) (\delta_d + 1),$$

$$\Delta = (\zeta - 1)^2 (\delta_i - 1) (\delta_d - 1) - (\zeta + 1)^2 (\delta_i + 1) (\delta_d + 1),$$



$$\zeta = \sqrt{\frac{\epsilon_A \mu_B}{\epsilon_B \mu_A}},$$

$$\delta_d = \frac{\gamma_d^r / k_d}{\gamma / k},$$

$$\delta_i = \frac{\gamma_i^r / k_i}{\gamma / k},$$

$$k = k_0 \sqrt{\epsilon_B \mu_B},$$

$$\gamma = \sqrt{k^2 - \alpha^2}.$$

Ahora calcularemos [53] los distintos efectos no especulares a través de las expresiones 4.11, 4.14, 4.15 y 4.17. Como ejemplo consideramos una interfase con  $\epsilon_A = 3.5$ ,  $\mu_A = 1$ ,  $(\beta_A \kappa) = 0.04$ ,  $\epsilon_B = 1$  y  $\mu_B = 1$ . Los valores absolutos y fases de los coeficientes  $R_{ba}$  se muestran en la figura 4.7 como funciones de  $\theta_0$  para incidencia  $d$  (figuras 4.7a y 4.7c) e  $i$  (figuras 4.7b y 4.7d). Los haces incidentes  $d$  e  $i$  están caracterizados por  $\lambda_0 = 0.59 \mu m$  y  $\delta_a^i = 59 \mu m$ .

En la figura 4.8 graficamos el corrimiento lateral de Goos-Hänchen sobre la interfase para las distribuciones reflejadas como funciones del ángulo de incidencia  $\theta_0$ , para haces incidentes con polarizaciones  $d$  (figura 4.8a) e  $i$  (figura 4.8b). Los corrimientos correspondientes a las polarizaciones cruzada y no cruzada son descriptos respectivamente por líneas discontinuas y llenas cuando se considera la ecuación 4.17, mientras que para la estimación de SPM (ecuación 3.26) se usan cruces y círculos. Debido a que no se observan diferencias significativas entre las tres componentes calculadas a través de la ecuación 4.17, las correspondientes curvas se refieren a la componente genérica  $j$ . A partir de las figuras 4.8a y 4.8b podemos observar que ambas estimaciones concuerdan bien para todos los  $\theta_0$  debido al valor despreciable que toman los términos correctivos en la expresión

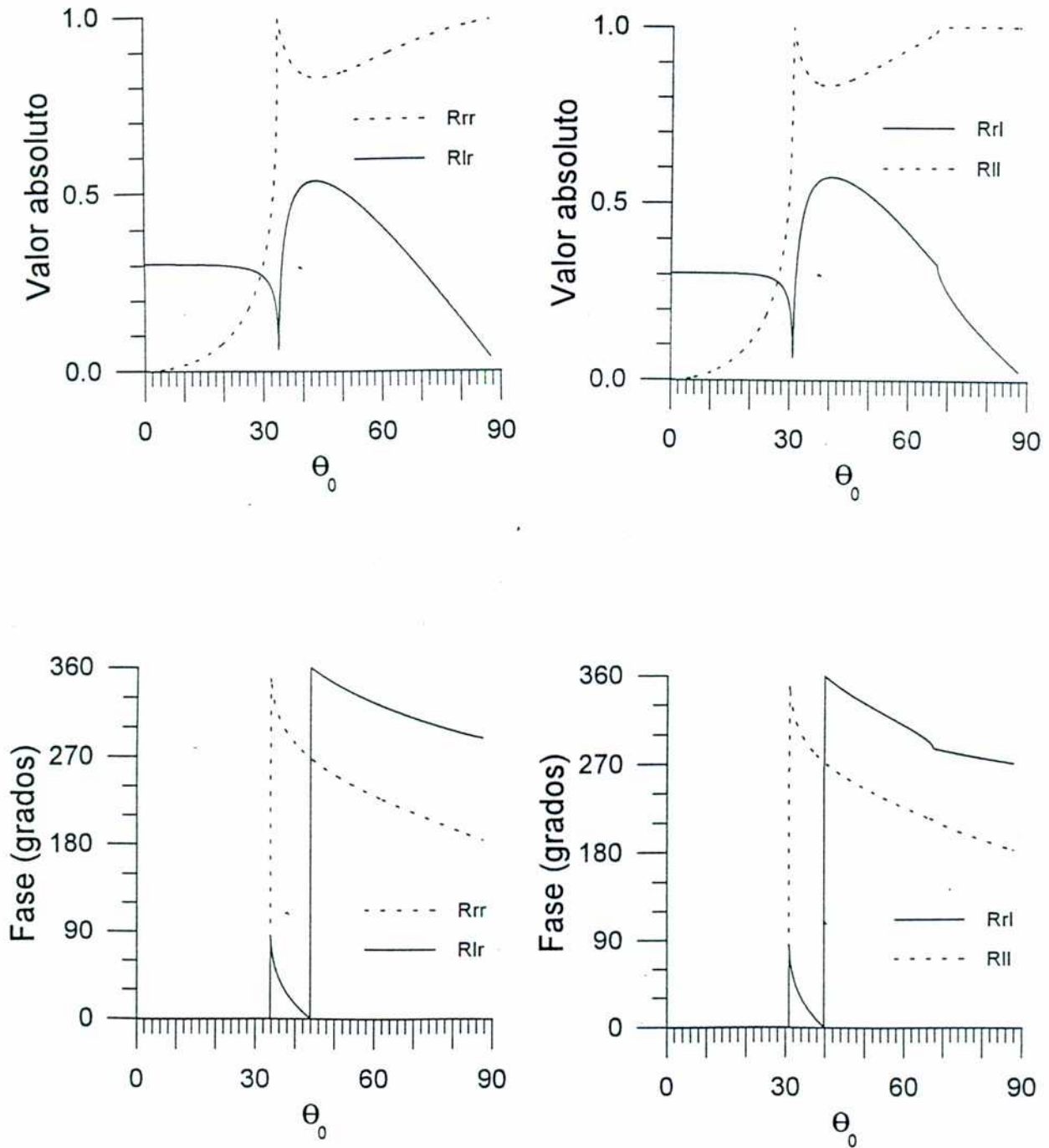


Figura 4.7: Valores absolutos y fases de los coeficientes  $R_{ba}$  para una interfase quiral-aquiral vs. ángulo de incidencia. Los parámetros de la interfase son  $\epsilon_A = 3.5$ ,  $\mu_A = 1$ ,  $(\beta_A \kappa) = 0.04$ ,  $\epsilon_B = 1$  y  $\mu_B = 1$ . Las figuras 4.7a y 4.7c corresponden a una onda incidente con polarización  $d$ , mientras que las figuras 4.7b y 4.7d corresponden a una onda con polarización  $i$ .

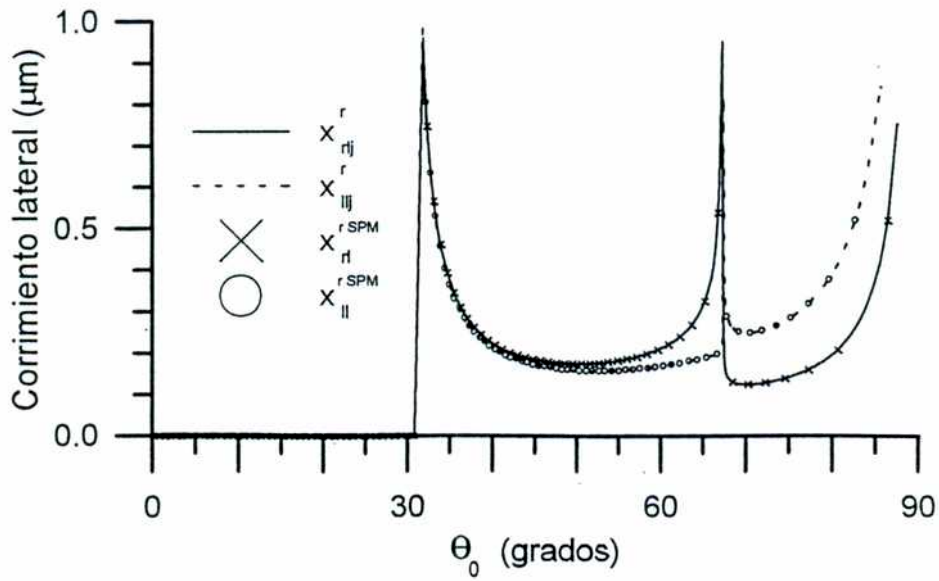
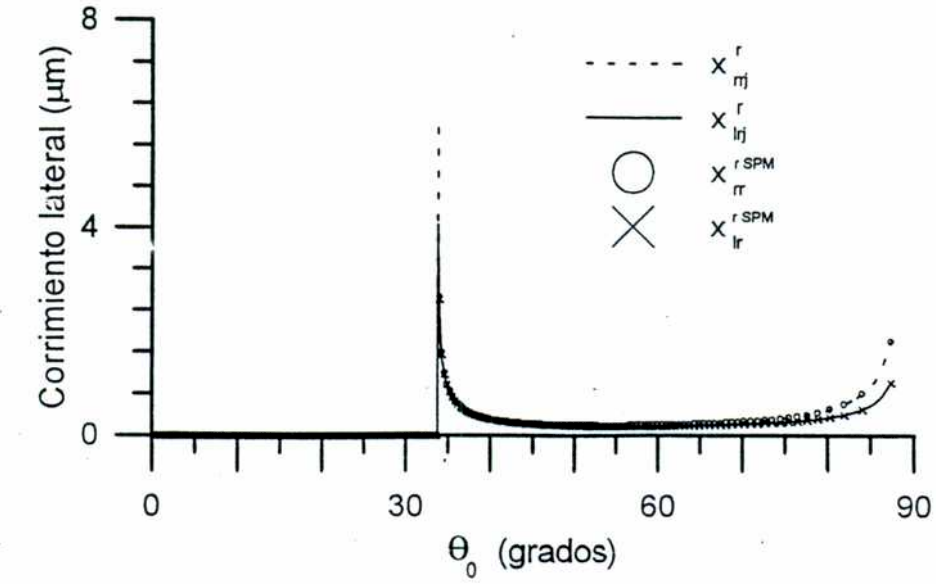


Figura 4.8: Corrimientos laterales vs.  $\theta_0$  para los haces reflejados con polarizaciones derecha e izquierda cuando el haz incidente tiene polarización a) derecha, b) izquierda. Curvas discontinuas: haz copolarizado, curvas discontinuas: haz con polarización cruzada. Los haces incidentes están caracterizados por  $\lambda_0 = 0.59\mu\text{m}$  y  $\delta_a^i = 59\mu\text{m}$ . Los parámetros de la interfase son los de la figura 4.7.

4.17. Como fuera predicho anteriormente, se obtienen grandes corrimientos para ángulos de incidencia alrededor del ángulo de reflexión total  $\theta_{0c}$  ( $\theta_{0c} = 33.8^\circ$  para incidencia  $d$ ,  $\theta_{0c} = 30.9^\circ$  para incidencia  $i$ ) y alrededor del ángulo  $\theta_{0*}$  para el cual la onda reflejada con polarización cruzada se vuelve evanescente ( $\theta_{0*} = 67.3^\circ$ , para incidencia  $i$ ). Notar que, para los parámetros constitutivos elegidos, no es posible un modo evanescente  $i$  cuando se considera un haz incidente polarizado en modo  $d$ , de modo que en la figura 4.8b se obtiene un solo pico.

En la figura 4.9 se muestran las curvas para el corrimiento focal (ecuación 4.14) en las distribuciones reflejadas (las convenciones son las mismas que aquéllas definidas anteriormente). En la figura 4.9a (incidencia  $d$ ) observamos un desplazamiento grande de la posición focal  $y$  para ángulos  $\theta_0$  ligeramente superiores a  $\theta_{0c}$ , donde  $|R_{ba}(\alpha)|$  presenta su mayor derivada segunda respecto de  $\alpha$ . Este pico está también presente en la figura 4.9b (incidencia  $i$ ) pero un segundo pico en el haz copolarizado (línea discontinua) aparece ahora para  $\theta_0 \approx \theta_{0*}$  debido a las fuertes variaciones con  $\alpha$  que ocurren alrededor de  $\theta_{0*}$  no sólo en  $|R_{ba}(\alpha)|$  (figura 4.7b) sino también en  $\gamma_i(\alpha)$  (ver ecuación 4.40). Notar que la línea llena está graficada para valores de  $\theta_0$  por debajo de  $\theta_{0*}$  puesto que la polarización cruzada es evanescente para  $\theta_0 > \theta_{0*}$ .

La diferencia angular entre  $\theta_{ba}^r$  (ecuación 4.11) y  $\theta_{0b}^r$  (correspondiente a una onda plana reflejada infinita con constante de propagación  $\alpha_0$ ) es graficada en la figura 4.10 como una función de  $\theta_0$ . La figura muestra, como ejemplo, el corrimiento angular correspondiente al haz reflejado copolarizado cuando incide un haz con polarización  $d$  (no se observan

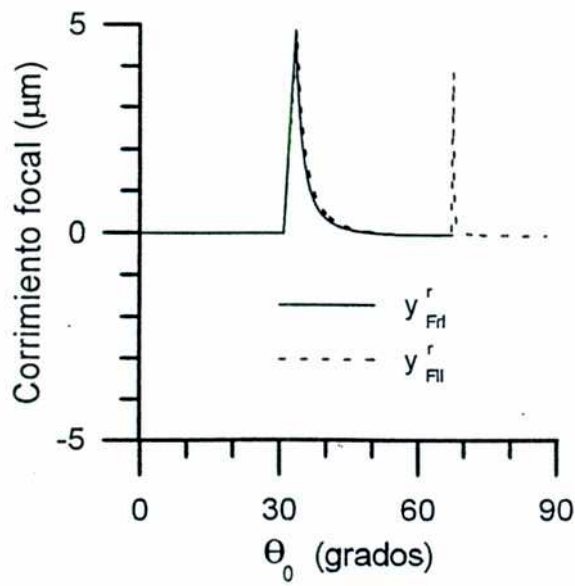
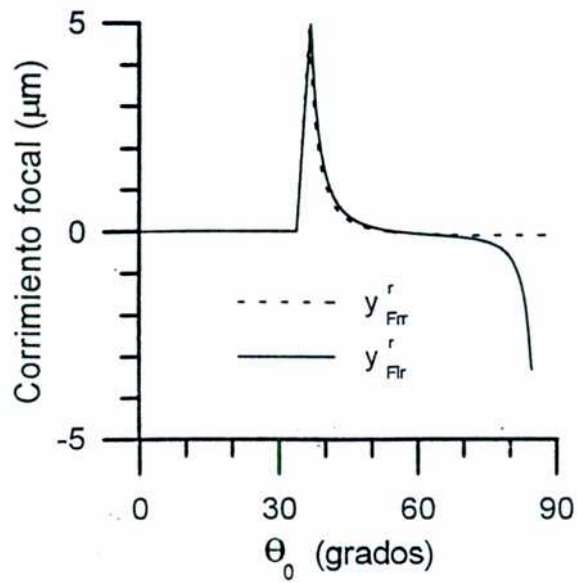


Figura 4.9: Corrimientos focales vs.  $\theta_0$  para los haces reflejados con polarizaciones derecha e izquierda cuando los haces incidentes tienen polarización a) derecha, b) izquierda (los mismos parámetros que en las figuras anteriores).

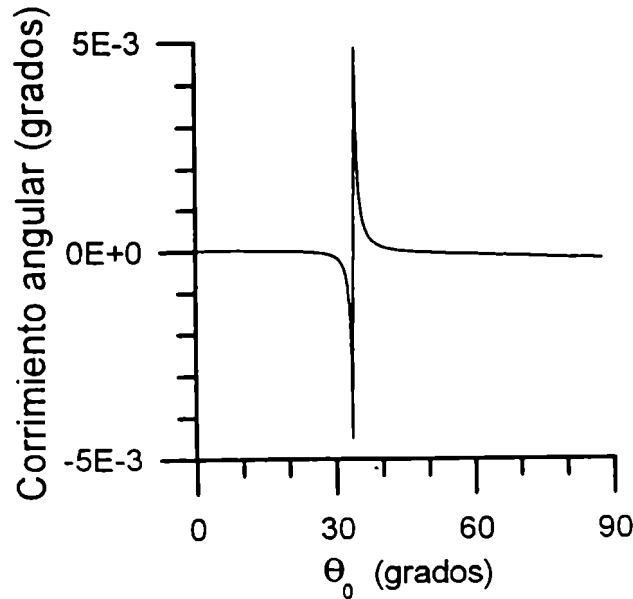


Figura 4.10: Distancia angular  $[\theta_{ba_j}^r - \theta_{0b}^r]$  entre la dirección del haz reflejado  $dd$  y la dirección correspondiente a la onda plana reflejada con constante de propagación  $\alpha_0$ , como una función de  $\theta_0$ . Los parámetros de la interfase son los mismos que en la figura 4.7.

diferencias significativas entre las tres componentes cartesianas, de modo que el gráfico se refiere a la coordenada genérica  $j$ ). Como fuera mencionado anteriormente, se obtienen pequeños valores para el corrimiento, lo cual ocurre sólo para  $\theta_0 \approx \theta_{0c}$ . Un comportamiento similar se observa para el otro haz reflejado (polarización cruzada), y cuando se considera el caso de incidencia con polarización  $i$  (no se muestra).

En la figura 4.11 se muestra la diferencia entre la silueta del haz incidente  $\delta_a^i$  ( $\delta_a^i = 59\mu m$ ) y la silueta del haz reflejado  $\delta_{ba_j}^r$  (ecuación 4.15) como una función de  $\theta_0$ . La curva corresponde al haz reflejado copolarizado para incidencia  $i$  (coordenada genérica  $j$ ). Se observan altos valores en esta diferencia para  $\theta_0$  alrededor de  $\theta_{0c}$ . Contrariamente, no se

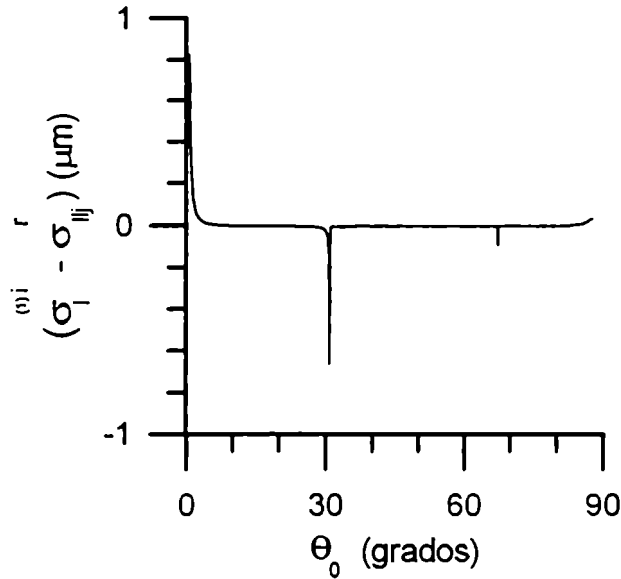


Figura 4.11: Diferencia en la silueta  $[\delta_a^i - \delta_{ba}^r]$  entre la silueta del haz incidente y la silueta del haz reflejado, como un función de  $\theta_0$ . La curva corresponde al haz reflejado copolarizado para incidencia  $i$ .

obtienen valores significativos para  $\theta_0 \approx \theta_{0*}$  debido a las pequeñas variaciones con  $\alpha$  que ocurren en la curva del coeficiente de reflexión  $R_{ii}$  (figuras 4.7b y 4.7d) para tales valores de  $\theta_0$ .

#### 4.2.3. Red senoidal isótropo-uniaxial

Como tercer ejemplo se estudia el caso de una interfase periódicamente rugosa entre un medio isótropo (medio  $A$ ) y un cristal uniaxial (medio  $B$ ), ambos sin pérdidas ni actividad óptica. El medio  $A$  está caracterizado por la permitividad  $\epsilon_A$  y la permeabilidad  $\mu_A$ , mientras que el medio  $B$  está caracterizado por las permitividades  $\epsilon_{\perp}$  y  $\epsilon_{\parallel}$ , la permeabilidad  $\mu_B$  y la dirección del eje óptico  $\hat{c}$ . El perfil considerado para la interfase es

senoidal, con período  $d$  y altura máxima  $h$ .

Para las distintas ondas incidentes y difractadas se tiene [54]:

$$\gamma_s^i = \gamma_p^i = -(k_0^2 \mu_A \epsilon_A - \alpha^2)^{1/2}, \quad (4.41)$$

$$\gamma_s^{nr} = \gamma_p^{nr} = (k_0^2 \mu_A \epsilon_A - (\alpha^n)^2)^{1/2}, \quad (4.42)$$

$$\alpha^n = \alpha_0 + 2\pi n/d, \quad (4.43)$$

$$\gamma_o^{mt} = -(k_0^2 \mu_B \epsilon_{\perp} - (\alpha^m)^2)^{1/2}, \quad (4.44)$$

$$\gamma_e^{mt} = \frac{(\epsilon_{\perp} - \epsilon_{\parallel}) c_x c_y \alpha - \Gamma^{1/2}}{\epsilon_{\perp} + (\epsilon_{\parallel} - \epsilon_{\perp}) c_y^2}, \quad (4.45)$$

$$\alpha^m = \alpha_0 + 2\pi m/d, \quad (4.46)$$

$$\Gamma = k_0^2 \mu_B \epsilon_{\perp} \epsilon_{\parallel} (\epsilon_{\parallel} - \epsilon_{\perp}) c_y^2 + k_0^2 \mu_B \epsilon_{\perp}^2 \epsilon_{\parallel} + (\alpha^m)^2 \epsilon_{\perp} [\epsilon_{\parallel} (c_x^2 - 1) - \epsilon_{\perp} c_x^2].$$

La polarización de las ondas planas constituyentes de los haces están dadas por:

$$\vec{e}_s^i = \hat{z}, \quad (4.47)$$

$$\vec{e}_p^i = \vec{k}_p^i \times \vec{e}_s^i, \quad (4.48)$$

$$\vec{e}_s^{nr} = \hat{z}, \quad (4.49)$$

$$\vec{e}_p^{nr} = \vec{k}_p^{nr} \times \vec{e}_s^{nr}, \quad (4.50)$$

$$\vec{e}_o^{mt} = \vec{k}_o^{mt} \times \hat{c}, \quad (4.51)$$

$$\vec{e}_e^{mt} = k_0^2 \mu_B \epsilon_{\perp} \hat{c} - (\vec{k}_e^{mt} \cdot \hat{c}) \vec{k}_e^{mt}. \quad (4.52)$$

Las expresiones para los coeficientes de reflexión  $R_{ba}^n$  y transmisión  $T_{ca}^m$  pueden obtenerse por ejemplo en [54].

Consideremos una interfase caracterizada por  $\epsilon_A = 1$ ,  $\mu_A = \mu_B = 1$ ,  $\epsilon_{\perp} = 2.515$ ,  $\epsilon_{\parallel} = 1.787$ ,  $\hat{c} = (0.22, -0.77, 0.60)$ ,  $d/\lambda_0 = 2.5$  y  $h/d = 0.3$ . Los haces incidentes (modos  $s$  o



$p$ ) a su vez están caracterizados por un semiancho espacial  $\delta_s^{(1)i} = \delta_p^{(1)i} = 59\mu m$  y una longitud de onda  $\lambda_0 = 0.59\mu m$ .

Si bien, para los parámetros elegidos, se tienen varios órdenes difractados con eficiencia no despreciable, sólo ilustramos (a modo de ejemplo) los efectos no especulares correspondientes al orden transmitido  $m = +1$ . En las figuras 4.12 se comienza mostrando a) el valor absoluto y b) la fase de los coeficientes de transmisión para dicho orden transmitido como funciones del ángulo de incidencia y para los parámetros mencionados más arriba.

Las figuras 4.13 muestran el corrimiento lateral de Goos-Hänchen de cada haz transmitido como función del ángulo de incidencia, cuando incide un haz polarizado en modo  $s$  (figura 4.13a) o  $p$  (figura 4.13b). Las líneas continuas corresponden a los haces transmitidos en modo  $o$ , mientras que las líneas discontinuas corresponden a los haces transmitidos en modo  $e$ . En estas figuras pueden observarse numerosos picos en el corrimiento lateral, los cuales ocurren para ángulos de incidencia próximos a los ángulos críticos, en los cuales alguno de los modos difractados se torna evanescente. En la figura 4.13a los mayores corrimientos aparecen en el modo  $o$  para ángulos de incidencia comprendidos en la región que va desde la incidencia normal hasta  $\theta_0 \approx 11.54^\circ$ , donde los dos modos reflejados del orden  $n = +2$  dejan de ser propagantes; y en el modo  $e$ , en las proximidades de  $\theta_{0C_2^i}^i = 71.50^\circ$  donde dicho modo transmitido se hace evanescente. A su vez, en la figura 4.13b (haz incidente en modo  $p$ ) sólo puede mencionarse como pico relevante aquél que ocurre en la curva del haz transmitido en modo  $e$  cerca de  $\theta_{0C_2^i}^i$ . Por otro lado, picos menores se obtienen en las distintas curvas en las proximidades de los siguientes ángulos

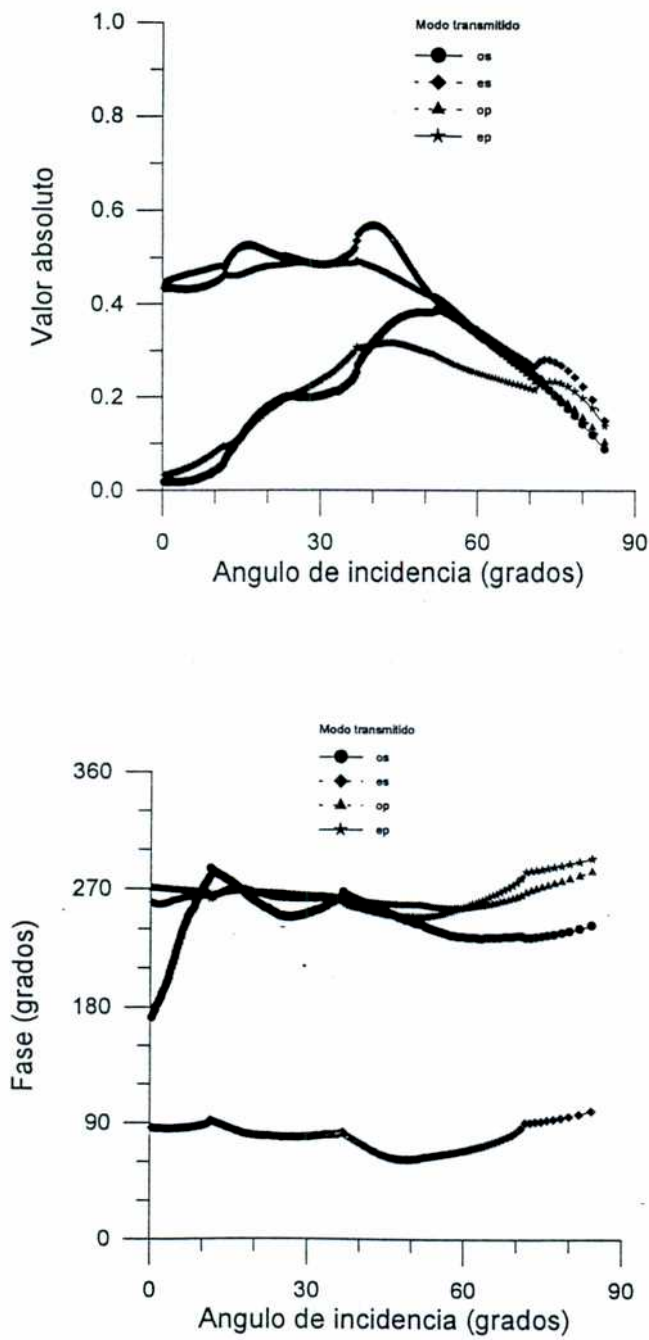


Figura 4.12: a) valor absoluto y b) fase de los coeficientes de transmisión del orden  $m = +1$  para una interfase periódicamente rugosa (perfil senoidal) entre un medio isótropo y un cristal uniaxial como función del ángulo de incidencia. Los parámetros de la interfase son  $\epsilon_A = 1$ ,  $\mu_A = \mu_B = 1$ ,  $\epsilon_{\perp} = 2.515$ ,  $\epsilon_{\parallel} = 1.787$ ,  $\hat{c} = (0.22, -0.77, 0.60)$ ,  $d/\lambda_0 = 2.5$  y  $h/d = 0.3$ .

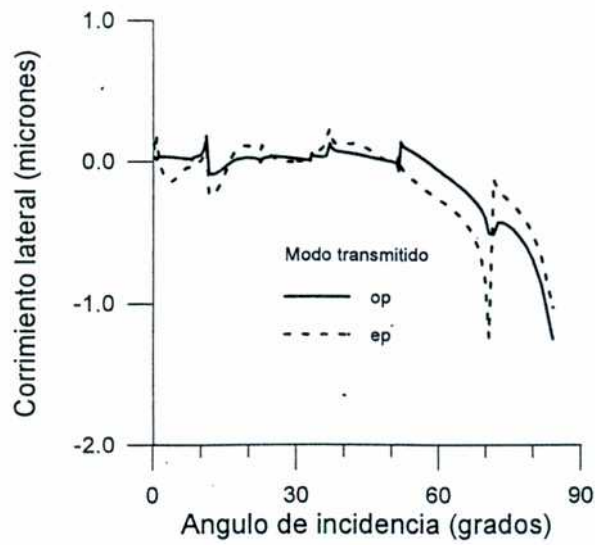
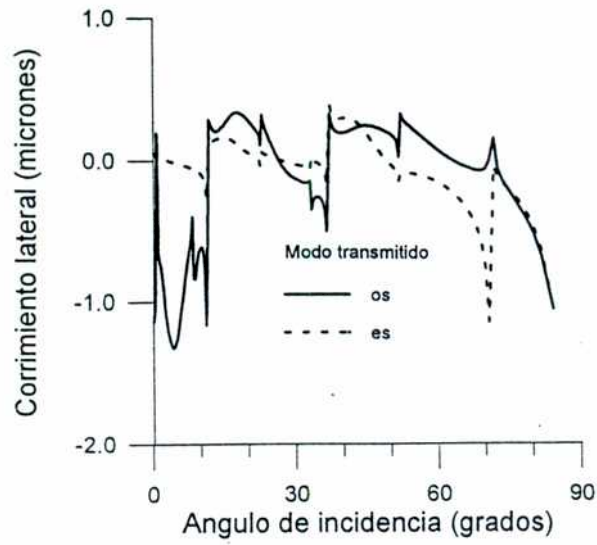


Figura 4.13: Corrimiento lateral de Goos-Hänchen como función del ángulo de incidencia para los haces transmitidos con orden  $m = +1$ , cuando incide un haz polarizado en modo a)  $s$  o b)  $p$ . Los haces incidentes están caracterizados por  $\delta_s^{(1)i} = \delta_p^{(1)i} = 59\mu m$  y  $\lambda_0 = 0.59\mu m$ . Las líneas continuas corresponden a los haces transmitidos en modo  $o$ , mientras que las líneas discontinuas corresponden a los haces transmitidos en modo  $e$ .

críticos:  $\theta_{0C_e^{+3t}}^i = 8.53^\circ$ ,  $\theta_{0C_o^{+3t}}^i = 22.71^\circ$ ,  $\theta_{0C_e^{+2t}}^i = 33.25^\circ$ ,  $\theta_{0C_o^{+1t}}^i = 36.87^\circ$  ( $b = s, p$ ),  $\theta_{0C_o^{+2t}}^i = 51.82^\circ$ . Cabe mencionarse que los comportamientos mostrados por las curvas de corrimiento lateral pueden ser predichos fácilmente a partir del análisis de las derivadas de los coeficientes de transmisión según lo explicado en las secciones previas.

En las figuras 4.14 se muestra el corrimiento focal que presentan los haces transmitidos (orden  $m = +1$ ) como función de  $\theta_0$  cuando incide un haz en a) modo  $s$ , b) modo  $p$ . Los parámetros de la interfase y de incidencia son los mismos que en las figuras 4.12 y 4.13. Nuevamente las líneas continuas se refieren a los haces difractados en modo  $o$ , mientras que las líneas discontinuas se refieren a los haces difractados en modo  $e$ . Considerables corrimientos en la posición de los focos de los distintos haces transmitidos aparecen para ángulos de incidencia en las proximidades de los ángulos críticos. En particular merece citarse la zona de incidencia que va desde  $\theta_0 = 0^\circ$  hasta  $\theta_0 \approx 11.54^\circ$  donde el haz transmitido  $os$  alcanza grandes corrimientos (figura 4.14a, línea continua).

La diferencia angular  $[\theta_{caj}^{+1t} - \theta_{oc}^{+1t}]$  para los distintos haces transmitidos (orden  $m = +1$ ) se muestra en las figuras 4.15 como función de  $\theta_0$ . Los parámetros de la interfase y de incidencia son los mismos que en las figuras anteriores. Nuevamente las mayores diferencias ocurren para el modo transmitido  $o$  (líneas continuas, misma convención que en las figuras previas) y para  $0^\circ < \theta_0 < 11.54^\circ$  donde el correspondiente coeficiente de Fresnel presenta las mayores variaciones en función de  $\theta_0$ .

La diferencia de semianchos  $[\delta_a^i - \delta_{ba_j}^{+1t}]$  para los haces transmitidos (orden  $m = +1$ ) puede verse en la figuras 4.16 como función de  $\theta_0$  y para los mismos parámetros que en las

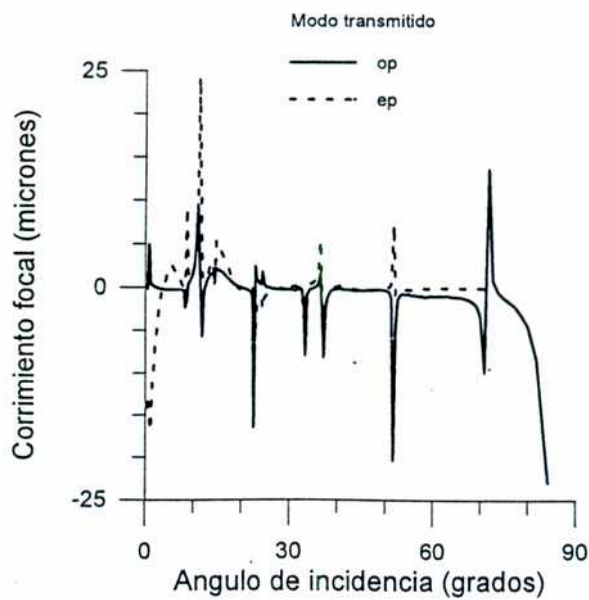
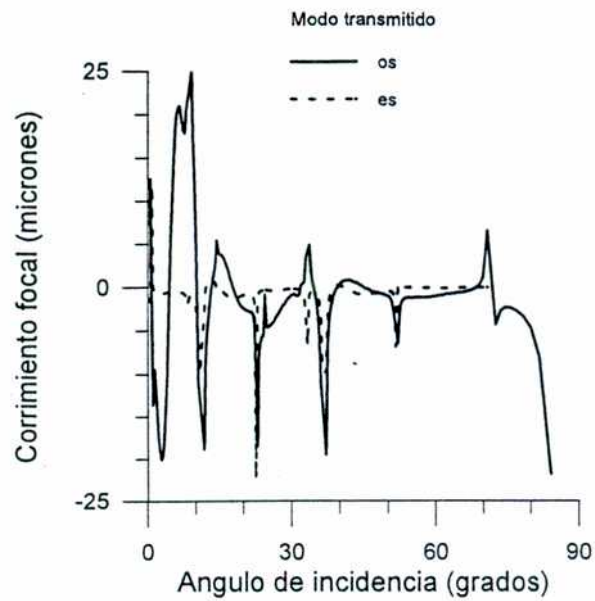


Figura 4.14: Corrimiento focal para los haces transmitidos (orden  $m = +1$ ) como función de  $\theta_0$  cuando incide un haz en modo a)  $s$ , b)  $p$ . Los parámetros de la interfase y de incidencia son los mismos que en las figuras 4.12 y 4.13. Líneas continuas: haces difractados en modo  $o$ , líneas discontinuas: haces difractados en modo  $e$ .

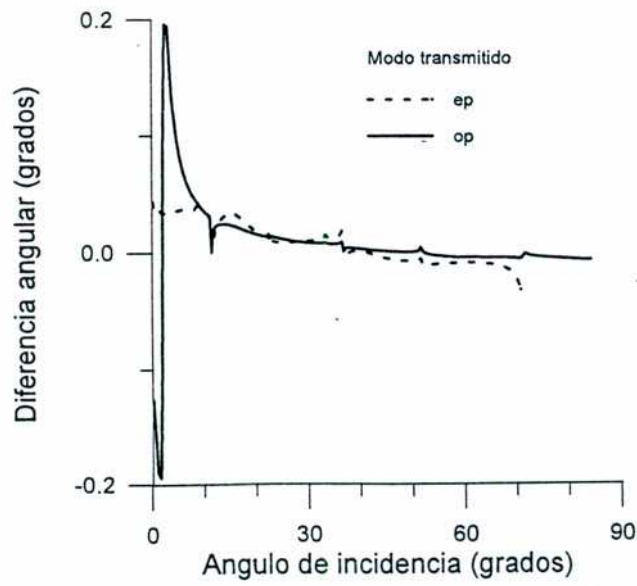
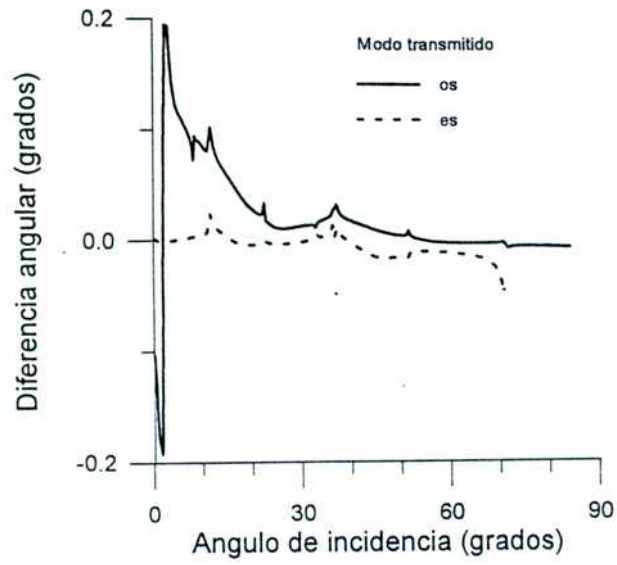


Figura 4.15: Diferencia angular  $[\theta_{caj}^{+1t} - \theta_{0c}^{+1t}]$  para los haces transmitidos (orden  $m = +1$ ) como función de  $\theta_0$ . Los parámetros de la interfase y de incidencia son los mismos que en las figuras anteriores. Las convenciones son las mismas que en las figuras previas.

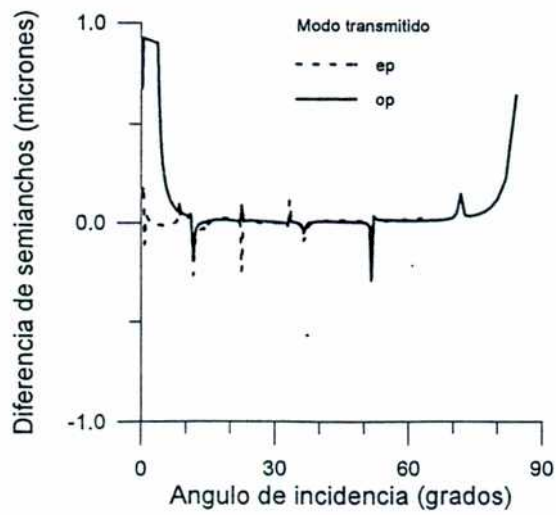
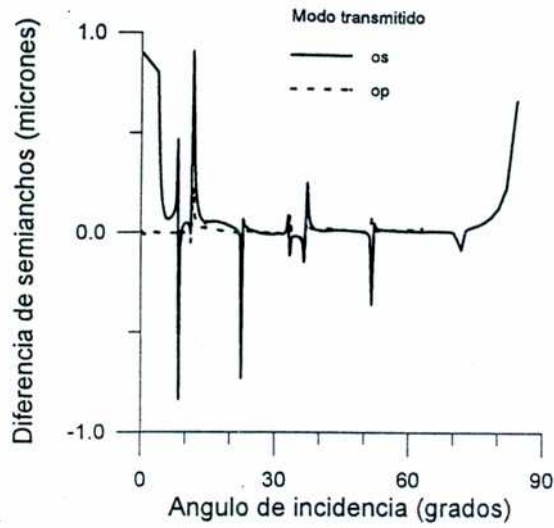


Figura 4.16: Diferencia de semianchos  $[\delta_a^i - \delta_{baj}^{+1t}]$  para los haces transmitidos (orden  $m = +1$ ) como función de  $\theta_0$  y para los mismos parámetros que en las figuras previas (mismas convenciones).

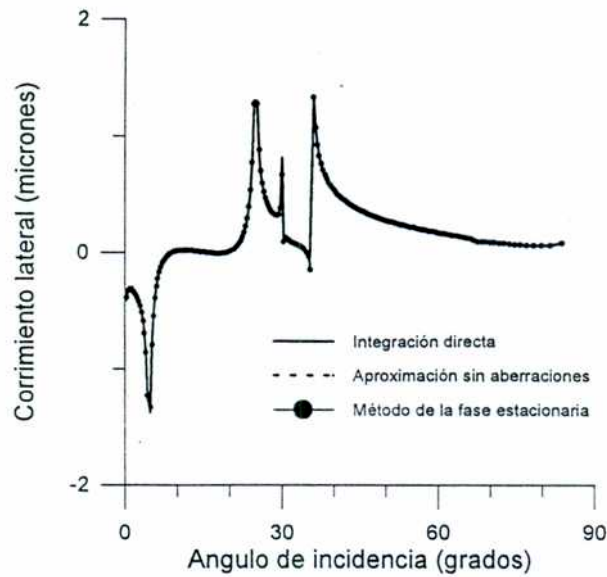


Figura 4.17: Corrimiento lateral de Goos-Hänchen vs.  $\theta_0$  para el haz reflejado  $o$  cuando incide un haz polarizado en modo  $s$ . Líneas continuas: integración directa, línea continua con círculos: método de la fase estacionaria, línea discontinua: aproximación sin aberraciones. Los parámetros elegidos para la interfase son  $\epsilon_A = 2.9584$ ,  $\epsilon_B = 1.$ ,  $\mu_A = \mu_B = 1$ ,  $d/\lambda_0 = 1.16$  y  $h/d = 0.3$ . El haz incidente está caracterizado por un semiancho espacial  $\delta_s^{(1)i} = 59\mu m$  y una longitud de onda  $\lambda_0 = 0.59\mu m$ .

figuras previas. Como se observa en estas figuras, la magnitud de dicha diferencia en general resulta pequeña en casi toda la extensión de las curvas; la única excepción ocurre con el modo  $o$  transmitido en el rango  $0^\circ < \theta_0 < 11.54^\circ$  (líneas continuas, ambas figuras).

### 4.3. Comparación entre la aproximación sin aberraciones, el método de la fase estacionaria y la integración directa.

A continuación, y antes de finalizar el capítulo, se comparan entre sí los cálculos que surgen de la integración directa, de la aproximación sin aberraciones, y del método de la fase estacionaria.



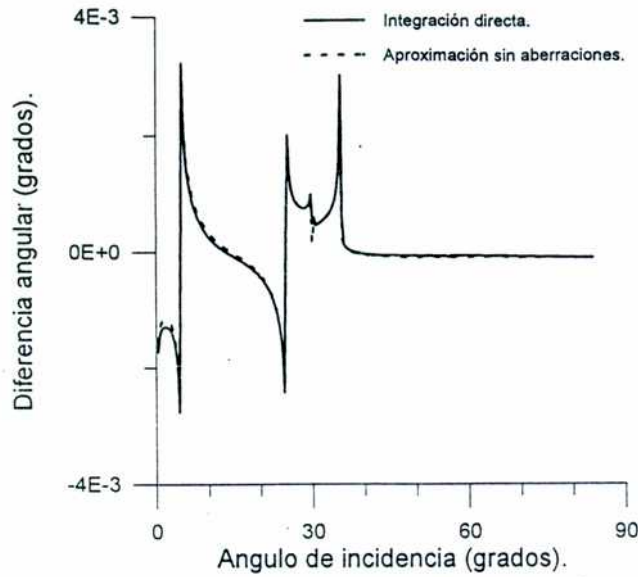


Figura 4.18: Diferencia angular  $[\theta_{\alpha j}^{-1r} - \theta_{0b}^{-1r}]$  vs  $\theta_0$  para el haz reflejado  $os$ , orden  $n = -1$ . Los parámetros de la interfase y del haz incidente son los mencionados más arriba. Línea continua: integración directa, línea discontinua: aproximación sin aberraciones.

En particular se ejemplifica con el caso de una interfase periódicamente rugosa de perfil senoidal (período  $d$ , altura  $h$ ) entre dos medios isótropos, sin pérdidas ni actividad óptica.

Los parámetros elegidos para la interfase son  $\epsilon_A = 2.9584$ ,  $\epsilon_B = 1.$ ,  $\mu_A = \mu_B = 1$ ,  $d/\lambda_0 = 1.16$  y  $h/d = 0.3$ . Los haces incidentes (modos  $s$  o  $p$ ) a su vez están caracterizados por un semiancho espacial  $\delta_s^{(1)i} = \delta_p^{(1)i} = 59\mu m$  y una longitud de onda  $\lambda_0 = 0.59\mu m$ .

En la figura 4.17 se muestra, como función de  $\theta_0$ , el corrimiento lateral de Goos-Hänchen para el haz reflejado  $o$  cuando incide un haz polarizado en modo  $s$ . Con líneas continuas se grafican los resultados que surgen de la integración directa y del método de la fase estacionaria (línea continua con círculos). A su vez, con línea discontinua se grafican los

resultados que surgen de la aproximación sin aberraciones. Como puede observarse en la figura, las tres curvas coinciden entre sí.

La figura 4.18 muestra la diferencia angular  $[\theta_{ba_j}^{-1r} - \theta_{ob}^{-1r}]$  para el haz reflejado  $os$ , orden  $n = -1$ . Los parámetros de la interfase y del haz incidente son los mencionados más arriba. Con línea continua se grafican los resultados que surgen de la integración directa, mientras que con línea discontinua se grafican los resultados que surgen de la aproximación sin aberraciones (recordar que el método de la fase estacionaria no predice diferencia angular alguna). En dicha figura vemos que, más allá de lo pequeño que resultan estas diferencias angulares (la diferencia angular es un efecto no especular de orden superior) ambas curvas coinciden plenamente.

## 5. Conclusiones

En el presente trabajo se han estudiado las propiedades de polarización de haces electromagnéticos limitados cuando éstos interactúan con interfases lineales y homogéneas. En particular se ha puesto especial atención a aquellas situaciones que requieren indefectiblemente del empleo de una descripción vectorial, como es el caso de las superficies con anisotropías geométricas y constitutivas.

En base a la descripción espectral de los campos se obtuvieron expresiones vectoriales que describen la difracción en este tipo de interfases. A partir de la integración directa de las mismas se mostraron diversos efectos no especulares relacionados con la polarización de los campos, como ser aquéllos ligados a la birrefringencia y a la conversión de polarizaciones, propias de las interfases consideradas en este trabajo.

El método de la fase estacionaria ha sido extendido al caso general estudiado, obteniéndose fórmulas que describen el corrimiento lateral de Goos Hänchen como función de las derivadas de los coeficientes de Fresnel, de los vectores de polarización y del ángulo de incidencia. Estos resultados han sido discutidos, analizando en detalle el caso de una interfase plana entre un cristal uniaxial y un metal.

Por otro lado, los campos difractados han sido estimados a través de la aproximación sin aberraciones. Este tipo de aproximación ha conducido a una descripción unificada de los efectos no especulares geométricos a través de expresiones que dependen de un conjunto reducido de parámetros y que describen completamente la deformación que sufre cada haz en el proceso de scattering. Estas expresiones no sólo permiten evitar la integración

numérica de los campos (como ocurre en la extensión del SPM) sino que además permiten una interpretación clara de los efectos no especulares como funciones de los coeficientes de Fresnel, de los vectores de polarización difractados, y de las características del haz incidente.

Finalmente la teoría ha sido aplicada al estudio de tres casos diferentes: una interfase plana entre un cristal uniaxial  $TiO_2$  y vacío, una interfase isotrópica entre un medio quiral y un medio sin actividad óptica, y finalmente una red de difracción de perfil senoidal entre un medio isotrópico y un cristal.

## Referencias

- [1] F. Goos and H. Hänchen, "Ein neuer und fundamentaler Versuch zur Totalreflektion", *Ann. Phys.* 1, 333-346 (1947).
- [2] C. Carniglia and K. Brownstein, "Focal shift and ray model for total internal reflection", *J. Opt. Soc. Am.* 67, 121-122 (1977).
- [3] I. White, A. Snyder and C. Pask, "Directional change of beams undergoing partial reflection", *J. Opt. Soc. Am.*, 67, 703-705 (1977).
- [4] S. Kozaki and H. Sakurai, "Characteristics of a Gaussian beam at a dielectric interface", *J. Opt. Soc. Am.* 68, 508-514 (1978).
- [5] J. Greffet and C. Baylard, "Nonspecular reflection from a lossy dielectric", *Opt. Lett.* 18, 1129-1131 (1993).
- [6] J. Navasquillo, V. Such, and F. Pomer, "Angular shift of an electromagnetic beam reflected by a planar dielectric interface", *J. Opt. Soc. Am. A*, 6, 10, 1522-1528 (1989).
- [7] E. E. Kriezis, P. K. Pandelakis, and A. G. Papagiannakis, "Diffraction of a Gaussian beam from a periodic planar screen", *J. Opt. Soc. Am. A* 11, 630-636 (1994).
- [8] H. M. Lai, F. C. Cheng, and W. K. Tang, "Goos-Hänchen lateral effect around and off the critical angle", *J. Opt. Soc. Am. A*, 3, 4, 550 (1986).
- [9] V. G. Fedoseyev, "Energy motion on total internal reflection of an electromagnetic wave packet", *J. Opt. Soc. Am. A*, 3, 6, 826 (1986).

- [10] R. A. Depine, "Lateral displacement of bounded electromagnetic beams at a surface with modulated reactance", *Optik*, 4, 157 (1990).
- [11] C. Chiu Chan and T. Tamir, "Beam phenomena at and near critical incidence upon a dielectric interface", *J. Opt. Soc. Am. A*, 4, 4, 655-663 (1987).
- [12] S. R. Seshadri, "Goos-Hänchen beam shift at total internal reflection", *J. Opt. Soc. Am. A*, 5, 4, 583 (1987).
- [13] W. Nasalski, "Longitudinal and transverse effects of nonspecular reflection", *J. Opt. Soc. Am. A* 13, 172-181 (1996).
- [14] R. Riesz and R. Simon, "Reflection of a Gaussian beam from a dielectric slab", *J. Opt. Soc. Am. A* 2, 1809-1817 (1985).
- [15] C. W. Hsue and T. Tamir, "Lateral displacement and distortion of beams incident upon a transmitting-layer configuration", *J. Opt. Soc. Am. A*, 2, 6, 978-986 (1985).
- [16] T. Tamir, "Nonspecular phenomena in beam fields reflected by multilayered media", *J. Opt. Soc. Am. A* 3, 558-565 (1986).
- [17] S. Zhang and T. Tamir, "Spatial modifications of Gaussian beams diffracted by reflection gratings", *J. Opt. Soc. Am. A* 6, 1368-1381 (1989).
- [18] R. Güther and B. H. Kleemann, "Shift and shape of grating diffracted beams", *J. Mod. Opt.*, 45, 7, 1375-1393 (1998).
- [19] J. Greffet and C. Baylard, "Nonspecular astigmatic reflection of a 3D gaussian beam on an interface", *Opt. Commun.* 93, 271-276 (1992).

- [20] S. Peng and G. Michael Morris, "Resonant scattering from two-dimensional gratings", *J. Opt. Soc. Am. A* 13, 993-1005 (1996).
- [21] P. Maddalena, G. Abbate, P. Mormile, G. Pierattini and E. Santamato, "Experimental investigation of lateral wave contribution to the shift of a reflected beam at surface resonance", *Opt. Commun.* 96, 221-224 (1993).
- [22] J. Cowan and B. Aničin, "Longitudinal and transverse displacements of a bounded microwave beam at total internal reflection", *J. Opt. Soc. Am.* 67, 1307-1314 (1977).
- [23] M. Green, P. Kirkby and R. S. Timsit, "Experimental results on the longitudinal displacement of light beams near total reflection", *Phys. Lett.* 45 A, 259-260 (1973).
- [24] D. Rhodes and C. Carniglia, "Measurement of the Goos-Hänchen shift at grazing incidence using Lloyd's mirror", *J. Opt. Soc. Am.* 67, 679-683 (1977).
- [25] O. Costa de Beauregard and C. Imbert, "Quantized longitudinal and transverse shifts associated with total internal reflection", *Phys. Rev. D* 7, 3555-3563 (1973).
- [26] E. Pfléghaar, A. Marseille, A. Weiss, "Quantitative investigation of the effect of resonant absorbers on the Goos-Hänchen shift", *Phys. Rev. Lett.* 70, 2281-2284 (1993).
- [27] V. Akylas, J. Kaur and T. Knasel, "Measurement of the longitudinal shift of radiation at total internal reflection by microwave techniques", *Am. J. Phys.* 44, 77-80 (1976).
- [28] O. Costa de Beauregard, C. Imbert and L. Levy, "Observation of shifts in total reflection of a light beam by a multilayered structure", *Phys. Rev. D* 12, 3553-3562 (1977).

- [29] M. Mâaza and B. Pardo, "On the possibility to observe the longitudinal Goos-Hänchen shift with cold neutrons", *Opt. Commun.*, 142, 84-90 (1997).
- [30] R. Renard, "Total reflection: a new evaluation of the Goos-Hänchen shift", *J. Opt. Soc. Am.* 54, 1190-1197 (1964).
- [31] K. Artmann, "Berechnung der Seitenversetzung des total reflektierten Strahles", *Ann. Phys.* 2, 87-102 (1948).
- [32] H. C. Chen; "Theory of Electromagnetic Waves: A Coordinate-Free Approach" (McGraw Hill, New York, 1983).
- [33] J. Jackson; "Classical Electrodynamics", John Wiley & Sons, New York, 1975, Cap. 7.
- [34] E. Hecht y A. Zajak; "Optica", Addison-Wesley Iberoamericana, España, 1988, Cap. 14.
- [35] E. Hecht y A. Zajak; op. cit., Cap. 11.
- [36] J. Goodman; "Introduction to Fourier Optics.", McGraw-Hill, New York, 1968, Cap. 3.
- [37] A. Lohmann; "Optical Information Processing.", University Offset, Erlangen, 1978, Cap. 16.
- [38] M. Nieto Vesperinas; "Scattering and diffraction in physical optics", Wiley, New York, 1991, Cap. 2.



- [39] R. Petit; "Electromagnetic Theory of Gratings", Springer-Verlag, New York, 1990.
- [40] R. A. Depine and N. E. Bonomo, "Spatial modifications of Gaussian beams reflected at isotropic-uniaxial interfaces", *J. Mod. Opt.* 42, 2401-2412 (1995).
- [41] R. A. Depine and M. L. Gigli, "Total reflection, total transmission and Brewster angle conditions for planar boundaries between isotropic and uniaxial media with different magnetic permeabilities", *Optik* 97, 135-141 (1994).
- [42] T. Tamir and A. Oliner, "Role of the lateral wave in total reflection of light."; *J. Opt. Soc. Am.* 59, 942-949 (1969).
- [43] R. A. Depine and N. E. Bonomo, "Goos-Hänchen lateral shift for Gaussian beams reflected at achiral-chiral interfaces", *Optik*, 103, 37-42 (1996).
- [44] R. A. Depine and M. L. Gigli, "Resonant excitation of surface modes at a single flat uniaxial-metal interface", *J. Opt. Soc. Am. A*, 14, 2, 510-519 (1996).
- [45] N. E. Bonomo, M. L. Gigli y R. A. Depine, "Lateral displacement of a beam incident from a uniaxial medium onto a metal", *J. Mod. Opt.*, 44, 1393-1408 (1997).
- [46] W. Nasalski, "Modified reflectance and geometrical deformation of gaussian beams reflected at a dielectric interface", *J. opt. Soc. Am. A* 6, 1447-1454 (1989).
- [47] I. Gradshteyn y I. Ryzhik; "Table of Integrals, Series and Products", Academic Press, New York, 1979, p. 307.
- [48] N. Bonomo and R. Depine, "Nonspecular reflection of ordinary and extraordinary beams in uniaxial media, *J. Opt. Soc. Am. A*, , 14, 3402 (1997).

- [49] A. Lakhtakia, V. K. Varadan and V. V. Varadan, "Time harmonic electromagnetic fields in chiral media" (Springer-Verlag, Berlin, 1989).
- [50] A. I. Miteva and I. J. Lalov, "Reflection of electromagnetic waves from isotropic optically active media", *Journal of Physics: Condensed Matter* 2, 529-538 (1991).
- [51] H. Cory and I. Rosenhouse, "Electromagnetic wave reflection and transmission at a chiral-dielectric interface", *Journ. Mod. Optics* 38, 1229-1241 (1991).
- [52] R. A. Depine, A. N. Fantino and A. Lakhtakia, "A parametric study of light reflection at the planar interface of a dielectric-magnetic and a magnetic-chiral medium", *Journal of Modern Optics* 40, 219-233 (1993).
- [53] N. E. Bonomo y R. A. Depine, "Nonspecular reflection of left and right circularly polarized beams at chiral-achiral interfaces", *Optik*, 108, 4, 174 (1998).
- [54] M. L. Gigli y R. A. Depine, "Conical diffraction from uniaxial gratings", *J. Mod. Opt.*, 42, 1281 (1995).

## **Agradecimientos:**

A Ricardo, por haberme permitido trabajar con él, por todo el tiempo y ayuda que me ha brindado, y por la buena onda que siempre me ha transmitido.

A Miriam, por ser tan solidaria y por estar siempre lista a darme una mano.

A los demás integrantes del Grupo: Marina, Diana, Claudio, Angela, Vera y Susana, por haber contado con ellos cada vez que los necesité.

A los muchachos: Diego, Juan, Peter, Jorge, Cristina y Vladimir.

A todos ellos por su compañerismo y amistad.

Asimismo deseo expresar mi agradecimiento a las autoridades del Departamento de Física de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales por haberme permitido trabajar en este ámbito; y al Consejo de Investigaciones Científicas y Técnicas y a la Universidad de Buenos Aires por las becas y la ayuda económica otorgadas para realizar el presente trabajo.

## **Título y Resumen en inglés**

**Title:** Spatially bounded electromagnetic beams: a vectorial study of the dispersion at surfaces.

**Abstract:** In this work the polarization properties of spatially bounded electromagnetic beams interacting with linear homogeneous interfaces are studied. Special attention is paid to those situations which necessary require a vectorial description, as in the case of surfaces containing geometric and constitutive anisotropies.

**Keywords:** optics, electromagnetism, bounded beams, nonspecular effects, dispersion.

## **Título y Resumen en castellano**

**Título:** Haces electromagnéticos espacialmente limitados: estudio vectorial de la dispersión en superficies.

**Resumen:** En el presente trabajo se estudian las propiedades de polarización de haces electromagnéticos limitados cuando éstos interactúan con interfases lineales y homogéneas. En particular se pone especial atención a aquellas situaciones que requieran indefectiblemente del empleo de una descripción vectorial, como es el caso de superficies con anisotropías geométricas y constitutivas.

**Palabras clave:** óptica, electromagnetismo, haces limitados, efectos no especulares, dispersión.