

## Tesis de Posgrado

# Mecanismos estacionarios e impulsivos de disipación de energía en la Corona Solar

Milano, Leonardo Julio

1999

Tesis presentada para obtener el grado de Doctor en Ciencias Físicas de la Universidad de Buenos Aires

Este documento forma parte de la colección de tesis doctorales y de maestría de la Biblioteca Central Dr. Luis Federico Leloir, disponible en [digital.bl.fcen.uba.ar](http://digital.bl.fcen.uba.ar). Su utilización debe ser acompañada por la cita bibliográfica con reconocimiento de la fuente.

This document is part of the doctoral theses collection of the Central Library Dr. Luis Federico Leloir, available in [digital.bl.fcen.uba.ar](http://digital.bl.fcen.uba.ar). It should be used accompanied by the corresponding citation acknowledging the source.

**Cita tipo APA:**

Milano, Leonardo Julio. (1999). Mecanismos estacionarios e impulsivos de disipación de energía en la Corona Solar. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires. [http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis\\_3156\\_Milano.pdf](http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis_3156_Milano.pdf)

**Cita tipo Chicago:**

Milano, Leonardo Julio. "Mecanismos estacionarios e impulsivos de disipación de energía en la Corona Solar". Tesis de Doctor. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires. 1999. [http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis\\_3156\\_Milano.pdf](http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis_3156_Milano.pdf)

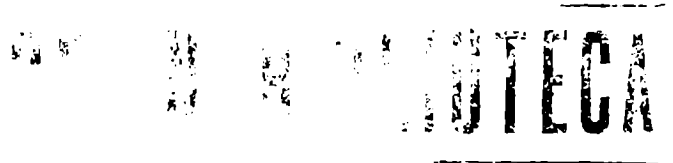
**EXACTAS** UBA

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales



**UBA**

Universidad de Buenos Aires



UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES  
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales  
Departamento de Física

Tesis Doctoral

**Mecanismos Estacionarios e  
Impulsivos de Disipación de Energía  
en la Corona Solar**

Autor: Leonardo Julio Milano

Director: Dr. Daniel Osvaldo Gómez

Nº 3156

Trabajo de Tesis para optar por el título de Doctor en Ciencias Físicas

Julio de 1999

## Resumen

La corona solar está formada por un plasma de alta temperatura cuya dinámica da lugar a una rica variedad de eventos de disipación de energía. Por un lado, las fulguraciones, capaces de liberar cantidades enormes de energía (hasta  $10^{32}$  erg) en tiempos del orden de minutos. Por el otro, el calentamiento estacionario de las regiones activas, con una tasa de  $10^5 - 10^7$  erg cm<sup>-2</sup>s<sup>-1</sup>, que las mantiene a una temperatura dos órdenes de magnitud mayor que la de la capa atmosférica inmediatamente inferior (la fotosfera). Estos fenómenos pueden ser descritos, al menos parcialmente, en el marco de la magnetohidrodinámica. El problema principal al que se enfrenta esta descripción es que los coeficientes moleculares de disipación en la corona son lo suficientemente pequeños como para que los fenómenos disipativos solo puedan ser explicados en presencia de estructuras de escala pequeña. En ese sentido, la turbulencia magnetohidrodinámica y la reconexión magnética resultan tal vez los candidatos naturales a describir, respectivamente, el calentamiento estacionario de la corona y la disipación impulsiva en fulguraciones. Un estudio teórico-numérico de intermitencia magnetohidrodinámica nos permite relacionar las propiedades estadísticas de la turbulencia con la geometría (asintóticamente fractal) de las zonas de disipación, y afirmar que la disipación estacionaria en la corona solar se encuentra sumamente concentrada en zonas distribuidas en forma aleatoria. La aplicación de una teoría de clausura turbulenta a dos puntos indica que los arcos magnéticos son esencialmente calentados por corrientes eléctricas cuasi-estacionarias, inyectadas por el campo de velocidades fotosférico. Estudiamos, tanto en forma numérica como teórica, un caso de reconexión magnética turbulenta entre dos tubos de flujo dentro de un arco coronal, obteniendo una tasa de disipación acorde a la de las microfulguraciones. Por último, una serie de estudios observacionales de la dinámica de las estructuras coronales en la línea espectral H $\alpha$  nos permite conjeturar que el aumento de la vorticidad de esas estructuras, presuntamente ligado a la evolución de los campos dinámicos, puede constituir una herramienta útil para la predicción de fulguraciones.

**PALABRAS CLAVE:** TURBULENCIA - MAGNETOHIDRODINAMICA - RECONEXION MAGNETICA - DISIPACION - CORONA SOLAR - FULGURACIONES

# Steady and Impulsive Mechanisms For Energy Release in the Solar Corona

## Abstract

The hot plasma in the solar corona shows a very rich variety of energy dissipation events. On one hand, the solar flares release enormous amounts of energy (up to  $10^{32}$  erg) in typical times of the order of minutes. On the other hand, the steady heating in active regions, with rates within  $10^5 - 10^7$  erg cm<sup>-2</sup>s<sup>-1</sup> maintain these regions at a temperature two orders of magnitude higher than that of the photosphere. These phenomena can be described, at least partially, within the framework of magnetohydrodynamics. The main problem faced by this description is that the molecular dissipation coefficients in the corona are so small that the previously described dissipation phenomena can only be explained if small scale structures are present. It is in this sense that magnetohydrodynamic turbulence and magnetic reconnection seem to be the natural candidates to describe, respectively, the steady heating of the corona and the impulsive energy release in flares. A numerical-theoretical study of magnetohydrodynamic intermittence allows us to relate the statistical properties of the turbulence to the geometry of the (asymptotically fractal) geometry of the dissipation regions, and state that the steady dissipation in the solar corona is highly concentrated in randomly distributed zones. Application of a two-point turbulent closure theory indicates that coronal loops are primarily heated by quasi-steady electrical currents pumped by the photospheric velocity field. We study, both by theoretical and numerical means, the turbulent magnetic reconnection between two flux tubes inside a coronal loop, obtaining a dissipation rate consistent with those observed for microflares. Finally, a series of observational studies in the H $\alpha$  spectral line leads us to argue that the enhancement of the vorticity of these structures, presumably linked to the evolution of the dynamical fields, might be a useful tool for flare prediction.

**KEYWORDS:** TURBULENCE - MAGNETOHYDRODYNAMICS - MAGNETIC RECONNECTION - DISSIPATION - SOLAR CORONA - FLARES

# Indice

<b>1</b>	<b>Introducción</b>	<b>5</b>
<b>2</b>	<b>Escenario</b>	<b>8</b>
2.1	Estructura del sol . . . . .	8
2.2	Región convectiva y fotosfera	10
2.3	Corona . . . . .	11
2.4	Calentamiento estacionario de la corona	12
2.5	Calentamiento impulsivo de la corona	13
<b>3</b>	<b>Descripción MHD</b>	<b>19</b>
3.1	Ecuaciones MHD . . . . .	19
3.1.1	Energía	22
3.1.2	Presión y tensión magnéticas	24
3.1.3	Ondas de Alfvén	24
3.1.4	Límite ideal . . . . .	25
3.1.5	Límite disipativo . . . . .	26
3.1.6	Equilibrios libres de fuerzas . . . . .	26

3.1.7	Flotación magnética e inestabilidad convectiva	27
3.2	Reconexión magnética . . . . .	28
3.3	Ecuaciones RMHD	31
<b>4</b>	<b>Turbulencia MHD</b>	<b>35</b>
4.1	Introducción . . . . .	35
4.2	Invariantes ideales	37
4.3	Turbulencia forzada: teorías de cascada	39
4.4	Isotropía . . . . .	41
4.5	Auto-organización. Efecto dínamo turbulento. . . . .	42
4.6	Relajación turbulenta. Decaimientos selectivos	43
4.7	La clausura EDQNM . . . . .	45
<b>5</b>	<b>Mecanismos estacionarios. Parte I: intermitencia MHD</b>	<b>47</b>
5.1	Introducción.	48
5.2	Modelos de cascada para turbulencia HD	48
5.3	Intermitencia y dimensiones fractales generalizadas en HD . . . . .	51
5.3.1	Modelos fractales . . . . .	51
5.3.2	Modelos multifractales . . . . .	53
5.4	Modelos de cascada e intermitencia en turbulencia MHD . . . . .	55
5.4.1	MHD 3D	55
5.4.2	MHD 2D	57
5.5	Resultados numéricos	57

---

5.6	Conclusiones y discusión . . . . .	60
<b>6</b>	<b>Mecanismos estacionarios. Parte II: calentamiento resonante y no resonante</b>	<b>65</b>
6.1	Introducción . . . . .	66
6.2	El modelo de clausura . . . . .	67
6.2.1	Dinámica de las macroescalas . . . . .	69
6.2.2	Dinámica de las microescalas y autoconsistencia	71
6.3	Calentamiento AC vs calentamiento DC . . . . .	75
6.4	Resultados cuantitativos . . . . .	77
6.5	Conclusiones y discusión . . . . .	78
<b>7</b>	<b>Mecanismos impulsivos. Parte I. Reconexión magnética en un arco coronal</b>	<b>84</b>
7.1	Introducción . . . . .	85
7.2	Simulaciones numéricas	86
7.3	Resultados . . . . .	88
7.4	Las QSLs y la disipación de energía . . . . .	91
7.4.1	Definición . . . . .	91
7.4.2	Las QSLs en el modelo de arco coronal . . . . .	92
7.5	Conclusiones y discusión . . . . .	93
<b>8</b>	<b>Mecanismos impulsivos. Parte II. Precursores de actividad impulsiva en <math>H\alpha</math></b>	<b>99</b>
8.1	Introducción . . . . .	100
8.2	Observaciones . . . . .	100
8.3	Reducción de datos . . . . .	101

---

8.3.1	La función correlación	102
8.4	Descripción de los fenómenos observados . . . . .	103
8.5	Resultados . . . . .	104
8.6	Conclusiones y discusión . . . . .	106
<b>9</b>	<b>Conclusiones y discusión</b>	<b>112</b>
	<b>Referencias</b>	<b>115</b>
	<b>Agradecimientos</b>	<b>119</b>



# Capítulo 1

## Introducción

En la corona solar tiene lugar una rica variedad de eventos de disipación de energía. Por un lado, las fulguraciones, capaces de liberar cantidades enormes de energía (hasta  $10^{32}$  erg) en tiempos del orden de minutos. Por el otro, el calentamiento estacionario de las regiones activas, que las mantiene a una temperatura dos órdenes de magnitud mayor que la de la capa atmosférica inmediatamente inferior (la fotosfera).

En ambos casos, existe consenso en que la fuente de energía es el campo magnético coronal. La evolución lenta y macroscópica del plasma de la corona solar puede ser estudiada en el marco de la magnetohidrodinámica (MHD). En el límite incompresible, la energía del sistema tiene un aporte magnético y uno cinético. La energía magnética en la corona es varios órdenes de magnitud mayor que la cinética, y domina la dinámica del magnetofluido. Asimismo, la energía magnética disponible en regiones activas, es la suficiente como para proveer la energía liberada en fulguraciones. Por otra parte, en ausencia de fulguraciones, el trabajo que realiza el campo de velocidades fotosférico sobre las líneas de campo magnético alcanza para compensar la tasa de enfriamiento de la corona y proveer entonces la energía necesaria para el calentamiento de este plasma.

En resumen, la descripción MHD del campo magnético coronal es esencialmente la apropiada para estudiar los fenómenos de disipación impulsiva y estacionaria de la corona solar, objetivo de esta Tesis. Sin embargo, a pesar que la *fente de energía* se encuentra bien identificada

en ambos casos, los *mecanismos de disipación* no resultan evidentes, y son motivo de debate e investigación. El problema principal es que los coeficientes moleculares de disipación (la viscosidad  $\nu$  y la resistividad  $\eta$ ) son lo suficientemente pequeños como para que los tiempos de disipación sean extremadamente largos, comparados con los tiempos típicos de evolución de las estructuras coronales.

Los tiempos de disipación se estiman como:  $l^2/\nu$  en el caso cinético, y  $l^2/\eta$  en el caso magnético. En estas expresiones,  $l$  es la escala característica del flujo, o más precisamente, la distancia típica de variación de los campos de velocidades y magnético (respectivamente). Cualquier mecanismo que intente explicar la disipación de energía en la corona debe dar cuenta de la creación de pequeñas escalas en el flujo, capaces de disipar eficientemente. En ese sentido, la turbulencia es un gran candidato para explicar el calentamiento estacionario, y la reconexión magnética es el candidato a describir el calentamiento impulsivo en fulguraciones, como veremos a continuación.

Para números de Reynolds grandes, como es el caso de la corona solar, la disipación resulta despreciable a escalas grandes, pero la dinámica turbulenta resultante termina por crear una cascada de energía que la transfiere hacia las escalas pequeñas, donde es eficientemente disipada. En este sentido, podría decirse que la turbulencia es un “catalizador de la disipación de energía”. Modelos basados en este concepto (Heyvaerts & Priest 1984, Gómez & Ferro Fontan 1988), han dado resultados satisfactorios, obteniéndose tasas de calentamiento consistentes con los requerimientos observacionales. Estos resultados permiten ser optimistas en cuanto a la factibilidad de modelar el calentamiento coronal desde el marco teórico de la turbulencia. Por lo demás, resultaría un hecho más que sorprendente si la corona solar, con números de Reynolds del orden de  $10^{10}$ , y líneas magnéticas sumergidas en la región convectiva donde son arrastradas por el flujo turbulento propio de la región, no desarrollase turbulencia.

Otro proceso de formación de escalas pequeñas en MHD es el de reconexión magnética. Los procesos de reconexión suelen estar asociados a la formación de hojas de corriente, que son delgadas láminas a través de las cuales el campo magnético varía abruptamente, y por lo tanto se disipa eficientemente. Si la reconexión es rápida (es decir, si ocurre en un tiempo del orden del tiempo de Alfvén local), el proceso es marcadamente impulsivo.

En síntesis, en la presente Tesis Doctoral creemos haber aportado nuevos elementos que permitieron profundizar y expandir el conocimiento actual sobre los procesos de disipación MHD en la corona solar. Los Capítulos 2, 3 y 4 son eminentemente monográficos. Describen, respectivamente, el escenario físico donde se desarrollan los fenómenos estudiados (el Sol), las ecuaciones MHD y algunas de sus propiedades (incluyendo la reconexión magnética), y los elementos básicos de la teoría de turbulencia MHD. Los Capítulos 5 al 8 contienen el núcleo de la Tesis, ya que en ellos se reportan los trabajos de investigación realizados. Los dos primeros (5 y 6) se refieren al calentamiento estacionario de regiones activas, y los otros dos (7 y 8) al calentamiento impulsivo. Los resultados obtenidos son resumidos y comentados en el Capítulo 9, donde se exponen también las conclusiones generales de la presente Tesis.

## Capítulo 2

# Escenario

En este capítulo realizamos una breve descripción del sol, escenario en el que tienen lugar los fenómenos investigados en esta Tesis. El énfasis está puesto en la descripción de la región convectiva, fotosfera y corona (secciones §2.2 §2.3), que son las capas del sol directamente comprometidas en los procesos de disipación que nos proponemos estudiar. Dichos procesos son presentados en forma cualitativa en las secciones §2.4 y §2.5.

### 2.1 Estructura del sol

El sol es una esfera gaseosa (90% de H y 10% de He aproximadamente), mantenida en un estado estacionario gracias a un equilibrio de fuerzas entre la presión de gas que tiende a expandirlo y la auto-gravitación que tiende a hacerlo colapsar. También se encuentra en un equilibrio energético: la temperatura y presión en su centro proveen una tasa de producción de energía nuclear que balancea exactamente la tasa de emisión de energía por radiación en su superficie.

La Fig.2.1 muestra la estructura básica del sol. El centro contiene aproximadamente la mitad de su masa en una fracción del 1% de su volumen total, y su temperatura llega a los 15 millones de grados. Su presión es  $10^9$  veces mayor a la de la atmósfera terrestre. Su densidad unas 10 veces mayor que la del plomo. Estas condiciones extremas provocan la fusión de los núcleos de H para producir He. La energía liberada como producto de estos procesos de fusión nuclear viaja

hacia el exterior, atravesando la *zona radiativa*. Esta se entiende desde un radio de  $0.25 R$  hasta un radio de  $0.75 R$ , siendo  $R$  el radio solar. El nombre de esta capa solar obedece, precisamente, al hecho de que la energía producida en el centro se transfiere hacia las capas externas en forma de radiación electromagnética. La alta densidad dispersa a los fotones de tal modo que un fotón típico demora un millón de años en atravesarla. En la zona radiativa, la densidad decae 3 órdenes de magnitud, y la temperatura a la mitad de su valor en el centro.

Por encima de la zona radiativa se encuentra la *zona convectiva*, denominada así debido a que el transporte de energía en esta capa es esencialmente por convección del plasma. Esto se debe a que la temperatura en su base es lo suficientemente baja como para que los iones más pesados (carbón, nitrógeno, oxígeno, etc.) tengan electrones en estados ligados, lo cual aumenta la opacidad del gas (el cual ahora puede absorber fotones en procesos moleculares). Por otro lado, el gradiente de temperaturas es lo suficientemente fuerte como para generar movimientos convectivos por inestabilidad del fluido. Estos movimientos no involucran un transporte neto de materia, pero sí hay un transporte neto de calor hacia el exterior del sol. La apariencia “granular” del sol cuando es visto en luz blanca provee evidencia observacional de tales movimientos convectivos en sus capas más externas ( ver Fig.2.2 ).

Justo por encima de la zona de convección hay una delgada capa de donde provienen la gran mayoría de los fotones emitidos: la *fotósfera*. De modo que la fotósfera es lo que aparece a simple vista como la “superficie” del sol y define el radio solar  $R = 696.000 \text{ km}$ . El espesor de la fotósfera es de un milésimo del radio solar.

Finalmente, las capas más externas y tenues de la atmósfera solar son sucesivamente la *cromósfera*, la *región de transición* y la *corona*. Parte de este plasma se encuentra confinado por campos magnéticos cerrados (zonas más brillantes en la imagen coronal del SOHO, en la Fig.2.1 ), y el resto se escapa a través de líneas de campo abiertas, conformando el denominado *viento solar*. En la región de transición, la temperatura crece abruptamente de  $10^4 \text{ K}$  a  $10^6 \text{ K}$  en solo  $300 \text{ km}$ , como muestra la la Fig.2.3 . Este salto abrupto de la temperatura, indica la presencia de una eficiente fuente de energía térmica en las capas más externas de la corona solar (fenómeno conocido como *calentamiento coronal*).

## 2.2 Región convectiva y fotosfera

En filmaciones en luz blanca de alta resolución espacial, la fotosfera aparece cubierta de *gránulos*, que son estructuras brillantes compuestas de plasma caliente en continuo movimiento ( ver Fig.2.2 ). Estos gránulos no son otra cosa que la manifestación del transporte convectivo de energía que tiene lugar justo debajo de la fotosfera. Los elementos de fluido son calentados en la base de la zona convectiva, ascienden típicamente por el centro de los gránulos, se enfrían al alcanzar alturas fotosféricas y descienden por los bordes de los mismos. La vida media de estos gránulos es de unos 8 *min*, su diámetro de unos 1000 *km*, su velocidad de 1  $km s^{-1}$  y su período de rotación de 30 *min*. En realidad, estos números son solamente indicativos, ya que estudios observacionales recientes (Chou et al. 1991) muestran que el espectro de energía cinética sigue una ley de potencias, lo que señala que hay estructuras relevantes a la dinámica en un amplio rango de escalas espaciales.

Superpuestos a estos movimientos granulares a pequeñas escalas, existen movimientos a grandes escalas conocidos con los nombres de *mesogranulación* y *supergranulación*, según se trate de estructuras de 7000 *km* o 30000 *km* de diámetro aproximadamente. Las velocidades a grandes escalas (típicamente oscilaciones verticales más desplazamientos) aparecen descorrelacionadas de las granulares.

Debido a que la presión de plasma supera a la presión magnética en la zona convectiva, el campo de velocidades arrastra a las líneas magnéticas en forma (casi) pasiva, concentrándolas predominantemente en los bordes de las células supergranulares. A su vez, el campo de velocidades estira, retuerce y termina incrementado la magnitud del campo magnético, en lo que se conoce como *efecto dínamo* (ver el próximo capítulo). Ahora bien; una estructura magnética con un campo suficientemente intenso (y por consiguiente baja densidad) tiende a flotar en la región de convección, emergiendo hacia la superficie. De este modo, la fotosfera expulsa a aquellas estructuras magnéticas que superan (en intensidad) cierto umbral, manteniendo siempre un predominio de la presión de plasma. El campo magnético emergido se suele agrupar en arcos magnéticos que se insertan en la fotosfera dando lugar a las *manchas solares* ( ver Fig.2.2 ). Las manchas solares son regiones que aparecen oscuras en luz blanca, debido a que su temperatura es menor a la de sus alrededores, ya que el intenso campo magnético inhibe las velocidades de plasma perpendicu-

lares al mismo, haciendo menos eficiente el transporte térmico. Las manchas solares suelen estar agrupadas en regiones de gran actividad electromagnética conocidas como *regiones activas*.

## 2.3 Corona

La geometría y la dinámica de la corona son dominadas por el campo magnético. Al contrario que en la fotosfera, aquí la presión magnética supera a la cinética. La corona no puede ser vista en luz blanca, debido a la gran intensidad de la radiación visible emitida por la fotosfera. Sin embargo, la corona emite térmicamente en rayos X ( ver Fig.2.4 ) y puede así ser visualizada directamente, ya que la contribución de las capas atmosféricas inferiores es despreciable en este rango espectral. Las imágenes en rayos X permiten inferir la estructura del campo magnético, del cual aún hoy no se pueden hacer mediciones directas debido a la muy baja densidad de plasma. En muchos casos se lo calcula extrapolando los valores fotosféricos (que sí se miden), bajo alguna aproximación (equilibrio potencial, equilibrio libre de fuerzas, etc.). El campo magnético, confinado en la fotosfera a distribuirse intermitentemente en delgados tubos de flujo entre celdas supergranulares, se expande en el plasma tenue de la corona estructurándose en forma muy complicada. Debido a la alta conductividad de la corona, el plasma permanece congelado al campo magnético. De este modo, las imágenes de la corona solar (tales como la Fig.2.4 ) que muestran la distribución del plasma a distintas temperaturas, son una indicación de la topología del campo magnético.

Las estructuras magnéticas observadas en la corona se suelen clasificar en abiertas o cerradas. Las regiones donde se originan las líneas magnéticas abiertas son llamadas *agujeros coronales*, y aparecen como zonas oscuras en las imágenes en rayos X ( ver Fig.2.4 ). En ellas, el plasma solar escapa en forma aproximadamente radial conformando el denominado *viento solar*. Este fenómeno ocurre debido a que el campo gravitatorio solar no puede compensar los fuertes gradientes de presión existentes. Se produce así un flujo de un flujo saliente de plasma solar, guiado por el remanente del campo magnético solar que inunda el espacio interestelar.

En la corona solar también se observan estructuras magnéticas cerradas. En ellas, el campo magnético, dispuesto en forma de miríadas de *arcos magnéticos*, confina al plasma impidiéndole expandirse por gradiente de presiones. La distribución espacial de estos arcos magnéticos sobre

la superficie solar, es sumamente compleja ( ver Fig.2.4 ). Sus longitudes varían entre  $10^4$  km y  $10^5$  km, siendo los más cortos los que aparecen más brillantes en rayos X. Suelen permanecer varios días sin cambiar, básicamente, ni su forma ni su brillo.

Cada línea magnética de una región activa tiene ambos extremos sumergidos en la región convectiva, debajo de la fotosfera. Debido a la alta conductividad del plasma, las líneas magnéticas y el fluido se encuentran indisolublemente unidos, tanto en la corona como en la fotosfera ( ver sección § 3.1.2). En consecuencia, resulta razonable suponer que los movimientos turbulentos de la región convectiva inducen en las líneas magnéticas una topología y una dinámica extremadamente complejas.

## 2.4 Calentamiento estacionario de la corona

El problema del calentamiento coronal (ver revisiones sobre el tema en Parker 1987, Gómez 1990), consiste en identificar una fuente de energía capaz de mantener al plasma a una temperatura dos órdenes de magnitud por encima de la fotosférica. Virtualmente todos los modelos actuales de calentamiento coronal (ver por ejemplo Parker 1972, Gómez & Fontán 1992, Heyvaerts & Priest 1992), proponen que la fuente de energía reside en la región convectiva, siendo luego transportada hacia la corona por el campo magnético. El campo de velocidades fotosférico fuerza las líneas magnéticas, realizando un trabajo positivo sobre ellas. De este modo, una fracción de la energía cinética fotosférica es transferida a la estructura magnética coronal. Esta energía es disipada en la corona por efecto Joule, y transformada de esta manera en energía térmica.

La corona solar se enfría a razón de  $10^6$  erg cm<sup>-2</sup> s<sup>-1</sup>, debido a la emisión de fotones y a la conducción de calor hacia la base de la región activa. En rigor, la tasa de enfriamiento varía de  $10^5$  erg cm<sup>-2</sup> s<sup>-1</sup> en regiones tranquilas, a  $10^7$  erg cm<sup>-2</sup> s<sup>-1</sup> en regiones activas (Withbroe & Noyes 1977).

Cabe destacar que el tiempo que tardaría en enfriarse la corona solamente por radiación es de unos 10 minutos. Dicha tasa de enfriamiento debe ser compensada por el ingreso de energía antes mencionado. La potencia entregada por la fotosfera al campo magnético coronal se puede estimar fácilmente y en efecto resulta del orden de magnitud correcto.



Pero el problema de la disipación Joule de la energía magnética contenida en el arco no está aún plenamente resuelto. El tiempo típico de disipación de energía magnética en una estructura de tamaño  $l$  es  $\tau_d \sim l^2/\eta$ , siendo  $\eta$  la resistividad molecular del plasma. En la corona es  $\eta \sim 10^4 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$ . Si la disipación está asociada a las estructuras macroscópicas, inducidas por los movimientos fotosféricos ( $l \sim 1000 \text{ km}$ ), entonces  $\tau_d \sim 5 \times 10^4$  años. Este tiempo de disipación resulta claramente insatisfactorio, comparado con los 10 minutos que tardaría la corona en enfriarse. Por lo tanto, los distintos modelos de calentamiento coronal proponen, de un modo u otro, la formación de pequeñas escalas en el fluido.

## 2.5 Calentamiento impulsivo de la corona

Superpuestos a la disipación constante de energía mencionada en la sección anterior, ocurren en la corona solar fenómenos de liberación impulsiva de energía llamados *fulguraciones*. Las mismas liberan una cantidad enorme de energía ( $10^{29} - 10^{32} \text{ erg}$ ) en tiempos relativamente cortos (del orden de minutos). Ocurren en forma esporádica e irregular. Es importante destacar que la tasa de emisión de energía del sol, o *constante solar*, es de  $3.83 \times 10^{33} \text{ erg s}^{-1}$ , lo cual implica que las fulguraciones no alteran el balance global de energía en el sol. Sin embargo, son el fenómeno impulsivo más significativo en la atmósfera solar y su estudio es ciertamente relevante.

El proceso comienza con una rápida liberación de una parte de la energía libre almacenada en el campo magnético de una región activa. Esta energía calienta el plasma a temperaturas de decenas de millones de grados Kelvin. Esto provoca a su vez la aceleración de protones y electrones que son despedidos con altas energías, un aumento de la radiación electromagnética emitida por la región activa y a menudo la expulsión de una importante cantidad de plasma, el cual se aleja del sol conformando una onda de choque en el espacio interestelar. En las fulguraciones más importantes, la energía liberada se reparte aproximadamente de la siguiente forma (Somov 1992):

- a) Flujo hidrodinámico de plasma (eyecciones de masa coronal, etc.):  $(1 - 3) \times 10^{32} \text{ erg}$
- b) Radiación (Rayos X blandos,  $H\alpha$ , continuo en el visible, etc):  $(6 - 8) \times 10^{31} \text{ erg}$
- c) Partículas aceleradas (electrones  $\geq 20 \text{ KeV}$ , protones  $\geq 20 \text{ MeV}$ ):  $(2 - 6) \times 10^{31} \text{ erg}$

El aumento de la emisión de radiación electromagnética durante las fulguraciones hace que estas se manifiesten como abrillantamientos en las distintas líneas espectrales, tales como la línea del hidrógeno  $H\alpha$  (ver Capítulo 8), generada en la cromósfera, y los rayos X blandos ( ver Fig.2.5 ), generados en la corona. Las dos formas más utilizadas para la clasificación de las fulguraciones son: (i) según el área que abarca la fulguración en las imágenes  $H\alpha$ ; (ii) según el máximo de emisión en rayos X blandos, como se muestra a continuación:

Clase	Flujo máximo (watts $m^{-2}$ )
C1–C9	$(1 - 9) \times 10^{-6}$
M1–M9	$(1 - 9) \times 10^{-5}$
X1–X9	$(1 - 9) \times 10^{-4}$
X9+	$\geq 10^{-3}$

Tabla 2.1. Clasificación de las fulguraciones según el flujo máximo en rayos X.

También se las clasifica según su morfología, en (i) *fulguraciones de dos bandas* y (ii) *fulguraciones compactas* (o de una banda). El criterio se basa simplemente en la geometría de las zonas brillantes en las imágenes  $H\alpha$ .

La evolución temporal de una fulguración presenta diversas etapas, como muestra la Fig.2.6 . La fase de pre-fulguración es la que involucra presuntamente los procesos precursores de liberación de energía libre magnética mencionados anteriormente. Es importante destacar que los tiempos típicos para las distintas fases varían de fulguración en fulguración. Otro aspecto a considerar es el hecho de que, si bien no se conocen fulguraciones que hayan superado los  $5 \times 10^{32}$  erg, no existe un límite inferior para la magnitud de las mismas. Es usual denominar fulguraciones (a secas) a los eventos de alrededor de  $10^{32}$  erg, *sub-fulguraciones* a los de  $10^{29}$  erg, *micro-fulguraciones* a los de  $10^{24}$  erg y *nano-fulguraciones* a los (nunca observados pero predichos por la teoría, ver Parker 1988) de  $10^{24}$  erg. El número de eventos impulsivos en un determinado período decrece fuertemente con la energía de los mismos, siguiendo una ley de potencias  $N(E) \sim E^{-\alpha}$ , con  $\alpha \approx 1.5$ . Esto significa que las microfulguraciones ocurren a una tasa continua, lo cual las hace candidatas a dar cuenta del calentamiento estacionario de las regiones activas (Parker 1988).

Hemos completado una apretada descripción del escenario y de los fenómenos que son objeto de estudio de esta Tesis. En los próximos dos capítulos presentamos las herramientas matemáticas y el marco teórico que vamos a utilizar para abordar dichos fenómenos.

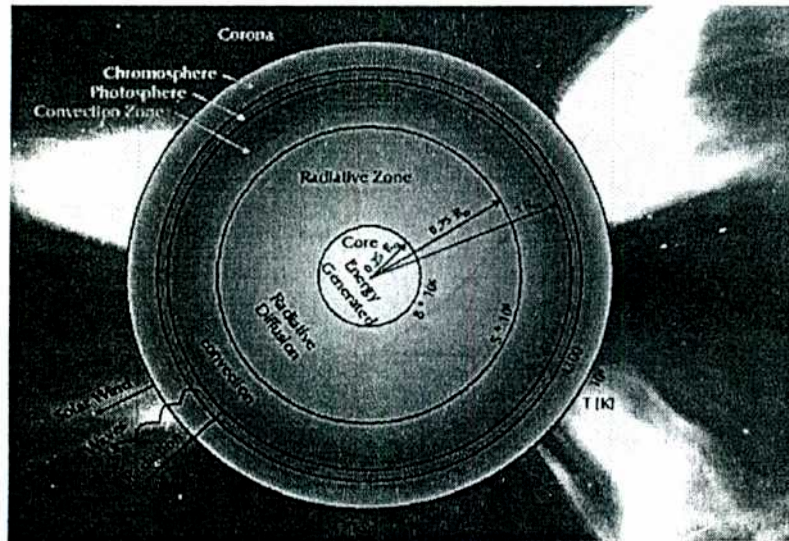


Fig. 2.1: Esquema sencillo de la estructura del sol (Jouni Jussila, 1998) La parte coronal es una imagen de SOHO/LASCO, que muestra los agujeros coronales (zonas oscuras) y las estructuras cerradas (zonas brillantes).

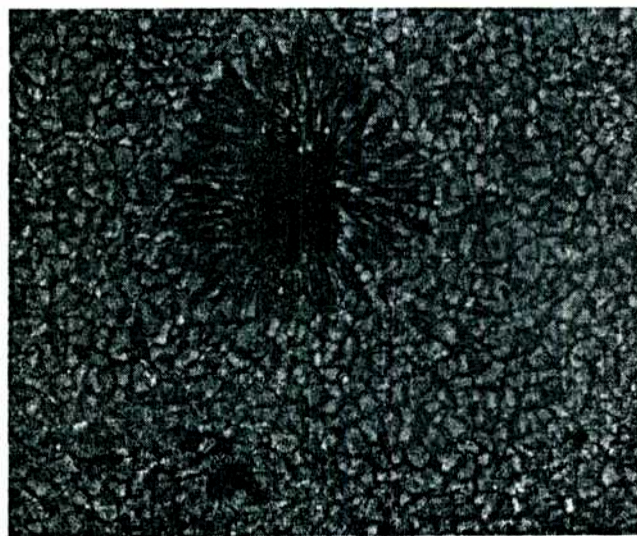


Fig. 2.2: Fotografía en luz blanca de la fotosfera (Brandt, Simon, Scharmer & Shine, 14 de Junio de 1994). La imagen muestra una mancha solar y la granulación como fondo.

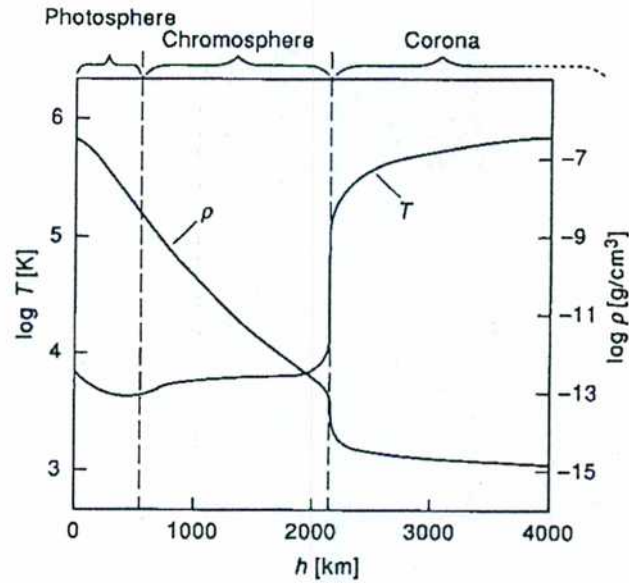


Fig. 2.3: Variación de la densidad y la temperatura en la atmósfera solar, Biskamp 1993. Notar el salto en la temperatura que se produce en la región de transición (representada por una línea vertical a rayas).



Fig. 2.4: La corona solar vista en Rayos X blandos (imagen del satélite SOHO). Las zonas oscuras son los agujeros coronales. las brillantes muestran la forma de arco que toman las estructuras magnéticas de las regiones activas.



Fig. 2.5: Fulguración solar del 4 de Julio de 1993, vista en rayos X blandos (imagen del satélite Yohkoh). Notar la variación del brillo en la región activa con respecto a la imagen del 3 de Julio.

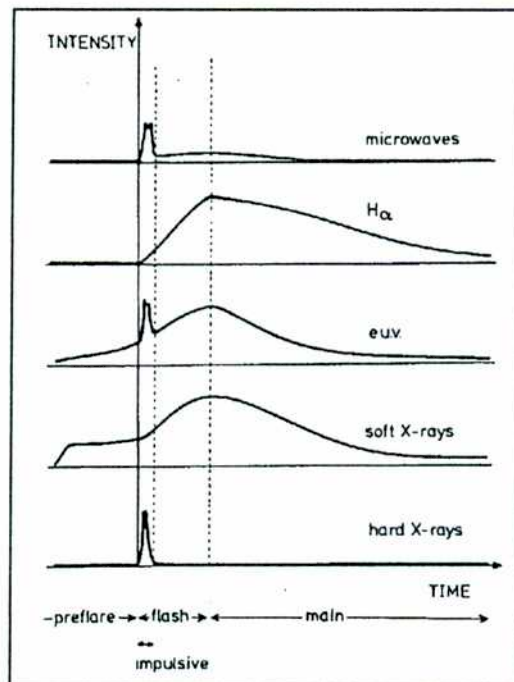


Fig. 2.6: Esquema del perfil temporal típico para una fulguración en las distintas longitudes de onda (Priest 1981). Los tiempos típicos para las distintas fases son: pre-fulguración, 10 *min*; impulsiva, 1 *min*; explosiva, 5 *min*; principal, 1 *h*.

## Capítulo 3

# Descripción MHD

En este capítulo describimos sintéticamente las ecuaciones de la magnetohidrodinámica (MHD), y las aproximaciones que a ellas conducen. Luego estudiamos algunos aspectos de sus soluciones que resultan relevantes para la dinámica coronal. Hacemos también una presentación de la fenomenología básica de la reconexión magnética, la cual constituye un elemento esencial para entender la liberación impulsiva de energía MHD. Finalmente, mostramos las ecuaciones de la aproximación RMHD y la geometría simplificada utilizada en esta Tesis para describir a los arcos coronales.

### 3.1 Ecuaciones MHD

Un plasma es un gas de partículas cargadas eléctricamente. El plasma más simple es el formado por protones y electrones libres. Esa es precisamente la composición básica del plasma de hidrógeno en el sol. Estas partículas cargadas producen al desplazarse campos electromagnéticos, los cuales a su vez afectan sus trayectorias. Por lo tanto, una descripción de plasma debe dar cuenta en forma autoconsistente de la evolución de las partículas y de los campos producidos por ellas.

La aproximación MHD propone tratar al plasma como un medio continuo. La misma resulta apropiada al estudiar la evolución lenta de un plasma. Por lenta queremos decir que los tiempos típicos son mucho mayores que el tiempo entre colisiones, y entonces es plausible que el plasma

este cerca del equilibrio termodinámico local. En ese límite, resulta razonable proponer una descripción fluidística del plasma. Combinando las ecuaciones de Maxwell, la de Navier-Stokes y la ley de Ohm, se llega a un sistema autoconsistente de ecuaciones, como veremos a continuación (ver también Priest 1984, o Biskamp 1993. Comencemos por escribir las *ecuaciones de Maxwell* en el sistema de unidades Gaussiano:

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (3.1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 4\pi\rho_c \quad (3.2)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c}\partial_t\mathbf{B} \quad (3.3)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \frac{4\pi}{c}\mathbf{j} + \frac{1}{c}\partial_t\mathbf{E} \quad (3.4)$$

donde  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\rho_c$  y  $\mathbf{j}_c$  son, respectivamente, el *campo eléctrico*, el *campo magnético*, la *densidad de carga* y la *densidad de corriente eléctrica*. La Ec.(3.3) es conocida como la *Ley de Faraday*, y la Ec.(3.4) como la *Ley de Ampère*. Un diferencial de volumen de plasma esta sujeto a una *fuerza de Lorentz* por unidad de volumen:

$$\mathbf{f}_L = \rho_c\mathbf{E} + \frac{\mathbf{j}}{c} \times \mathbf{B} \quad (3.5)$$

Mostramos a continuación las aproximaciones y suposiciones que se hacen para llegar a las ecuaciones MHD:

- *Evolución lenta.* Esta suposición permite despreciar la corriente de desplazamiento  $c^{-1}\partial_t\mathbf{E}$  en la ley de Ampère:

$$\nabla \times \mathbf{B} = \frac{4\pi}{c}\mathbf{j} \quad (3.6)$$

De hecho, la ley de Faraday permite estimar una relación entre las magnitudes de  $\mathbf{E}$  y  $\mathbf{B}$  en un flujo con una velocidad característica  $u$ :

$$\frac{E}{B} \sim \frac{u}{c} \quad (3.7)$$

Esta expresión permite ver facilmente que la relación entre la corriente de desplazamiento y el rotor de  $\mathbf{B}$  en la ley de Ampère es de orden  $(u/c)^2$ .



- *Equilibrio termodinámico local* (en cada elemento de fluido). Esto permite escribir una ecuación de Navier–Stokes para el plasma:

$$\rho[\partial_t \mathbf{v} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v}] = -\nabla p + \rho_c \mathbf{E} + \frac{\mathbf{j}}{c} \times \mathbf{B} + \rho \nu \nabla^2 \mathbf{v} \quad (3.8)$$

donde  $p$  es la *presión de plasma*,  $\rho$  la *densidad de masa*,  $\nu$  la *viscosidad cinemática*. Cualquier otra fuerza de volumen, como la de la gravedad, debe ser agregada al lado derecho de la Ec.(3.8) .

- *Quasi-neutralidad*. Debido al apantallamiento de Debye, un plasma es, para movimientos suficientemente lentos, casi-neutro. Esto es, la densidad de iones  $n_i$  y la de electrones  $n_e$  difieren en una cantidad despreciable. Llamamos  $n$  a cualquiera de ellas dos:  $n_e \approx n_i \equiv n$ . Las densidades de carga y de corriente se escriben en esta aproximación como  $\rho_c = e(n_i - n_e)$ , y  $\mathbf{j} = en(\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_e)$ , donde  $\mathbf{v}_i$  y  $\mathbf{v}_e$  son las velocidades medias de iones y electrones respectivamente, y  $e$  es la carga eléctrica del electrón. Con la ayuda de la Ec.(3.7) se puede estimar fácilmente:

$$\frac{|\rho_c \mathbf{E}|}{|\frac{\mathbf{j}}{c} \times \mathbf{B}|} \sim \frac{|n_i - n_e|}{n} \frac{u}{|\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_e|} \ll 1 \quad (3.9)$$

Por lo tanto, el término  $\rho_c \mathbf{E}$  de la fuerza de Lorentz es despreciado en la ecuación de Navier–Stokes.

- *Existencia de una ley de Ohm*. Para eliminar el campo eléctrico y así simplificar el sistema de ecuaciones, se supone válida una *ley de Ohm* de la forma:

$$\mathbf{E} + \frac{\mathbf{v}}{c} \times \mathbf{B} = \frac{1}{\sigma} \mathbf{j} \quad (3.10)$$

La Ec.(3.10) es un caso particular de la ley de Ohm generalizada que se obtiene al deducir las ecuaciones MHD a partir de las ecuaciones de plasma (ver Nicholson 1983)

- *Incompresibilidad*. La *densidad de masa*  $\rho = n(m_i + m_e) \approx nm_i$  satisface una ecuación de continuidad de la forma

$$\partial_t \rho + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \quad (3.11)$$

que expresa la conservación de la masa. En esta Tesis trabajamos en el límite incompresible:  $\rho = cte \Rightarrow \nabla \cdot \mathbf{v} = 0$ . De hecho, la forma del término disipativo escrito en la ecuación de Navier–Stokes solo es válida en el límite incompresible.

Finalmente: combinando la ley de Ampère aproximada, Ec.(3.6) , la ley de Ohm, la ecuación de Navier-Stokes y la ley de Faraday, obtenemos las ecuaciones de la MHD:

$\partial_t \mathbf{v} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\rho^{-1} \nabla p + (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B} + \nu \nabla^2 \mathbf{v}$	Navier-Stokes
$\partial_t \mathbf{B} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) + \eta \nabla^2 \mathbf{B}$	Inducción
$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 = \nabla \cdot \mathbf{B}$	
$\mathbf{j} = \nabla \times \mathbf{B}$	Ley de Ampère
$\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} = \eta \mathbf{j}$	Ley de Ohm

(3.12)

donde hemos supuesto constante a la *resistividad*

$$\dot{\eta} = \frac{c^2}{4\pi\sigma}, \quad (3.13)$$

y hemos realizado, por conveniencia, el cambio de variables

$$\mathbf{B} \rightarrow \frac{1}{\sqrt{4\pi\rho}} \mathbf{B}, \quad \mathbf{E} \rightarrow \frac{c}{\sqrt{4\pi\rho}} \mathbf{E}, \quad \mathbf{j} \rightarrow \sqrt{\frac{4\pi}{\rho}} \mathbf{j}. \quad (3.14)$$

Este conjunto de ecuaciones constituye la descripción más sencilla de la evolución “lenta” de un plasma cuasi-neutro visto como un fluido, y de los campos electromagnéticos generados por dicho plasma. Tomando el rotor de la ecuación de Navier-Stokes, se elimina a la presión y se puede resolver el sistema formado por las primeras cuatro ecuaciones en (3.12), para obtener como solución los campos  $\mathbf{v}$  y  $\mathbf{B}$ . Luego, la ley de Ohm permite calcular el campo eléctrico, y la presión puede obtenerse de la divergencia de la ecuación de Navier-Stokes. Las nuevas magnitudes  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{E}$  y  $\mathbf{j}$  definidas en la Ec.(3.14) tienen respectivamente unidades de velocidad, velocidad al cuadrado y frecuencia.

### 3.1.1 Energía

Combinando las ecuaciones (3.12) se puede escribir una expresión para la energía de los campos MHD. Conviene multiplicar la ecuación de Navier-Stokes por  $\mathbf{v}$ , y la de inducción, escrita en la forma  $\partial_t \mathbf{B} = -\nabla \times \mathbf{E}$ , por  $\mathbf{B}$ . Operando algebraicamente se obtiene la siguiente expresión:

$$\frac{d}{dt} \int \frac{1}{2} (v^2 + B^2) d^3x = - \oint \left( \frac{1}{2} v^2 \mathbf{v} + \frac{p}{\rho} \mathbf{v} + \mathbf{E} \times \mathbf{B} \right) \cdot \hat{n} dS - \eta \int j^2 d^3x + \nu \int \mathbf{v} \nabla^2 \mathbf{v} d^3x, \quad (3.15)$$

El lado izquierdo de la igualdad es la derivada temporal de la *energía MHD del sistema* (cinética más magnética). La integral de superficie representa el intercambio de energía a través del contorno

que encierra al fluido: el primer término en la integral corresponde al flujo de energía cinética, el segundo al trabajo realizado por la presión y el tercero al *flujo de Poynting*. En el caso ideal ( $\eta = 0 = \nu$ ), la integral de superficie se desvanece si se cumple alguna de las siguientes condiciones: (i)  $\mathbf{v} \cdot \hat{\mathbf{n}} = 0 = \mathbf{B} \cdot \hat{\mathbf{n}}$  en el contorno; (ii)  $\mathbf{v} = 0$  en el contorno; (iii) las condiciones de contorno son periódicas. En cualquiera de los casos, decimos que el sistema es aislado (no intercambia energía con el exterior) y vemos que la energía se conserva. Es en virtud de esto último que se dice que la energía es un invariante ideal. Los invariantes ideales tienen un rol fundamental para la turbulencia MHD, como veremos en los capítulos posteriores.

El primer término de volumen en el lado derecho de la Ec.(3.15) representa la disipación Joule, y tiene signo definido negativo. El otro término de volumen se puede reescribir como:

$$\nu \int \mathbf{v} \nabla^2 \mathbf{v} \, d^3x = -\nu \int w^2 \, d^3x + \nu \int (\mathbf{v} \times \mathbf{w}) \cdot \hat{\mathbf{n}} \, dS = -\nu \int \epsilon \, d^3x + W_\nu \quad (3.16)$$

donde  $\mathbf{w} = \nabla \times \mathbf{v}$  es la *vorticidad*,  $\epsilon(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \nu \sum_{i,j} (\partial_i v_j + \partial_j v_i)^2$  el *campo de disipación*, y  $W_\nu$  es un término de superficie que representa el trabajo realizado por las fuerzas viscosas sobre el contorno que rodea al fluido. Si las velocidades son nulas en el contorno, o las condiciones de contorno son periódicas, los términos de superficie se desvanecen y la disipación se escribe de cualquiera de las siguientes formas:

$$\nu \int \mathbf{v} \nabla^2 \mathbf{v} \, d^3x = -\nu \int w^2 \, d^3x = -\nu \int \epsilon \, d^3x \quad (3.17)$$

Si bien es razonable pensar que dondequiera que la vorticidad es importante el campo de disipación lo es y viceversa, es necesario destacar que ambas magnitudes no tienen por que coincidir punto a punto. La verdadera densidad de disipación viene dada por  $\epsilon$ .

Reemplazando la ley de Ohm en la Ec.(3.15) , vemos que la resistividad aporta también un término de superficie. Los términos proporcionales a dicho coeficiente son:

$$-\eta \int j^2 \, d^3x + \eta \int (\mathbf{B} \times \mathbf{j}) \cdot \hat{\mathbf{n}} \, dS \quad (3.18)$$

en analogía con el caso de la disipación viscosa.

Hacemos notar que para obtener unidades de energía, hay que multiplicar la Ec.(3.15) por la constante  $\rho$ .

### 3.1.2 Presión y tensión magnéticas

La fuerza de Lorentz se puede reescribir de la siguiente manera:

$$(\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B} = (\mathbf{B} \cdot \nabla)\mathbf{B} - \nabla\left(\frac{B^2}{2}\right) \quad (3.19)$$

El primer término es el de *tensión magnética*, el cual tiende a reducir la curvatura de las líneas de campo. Esta fuerza restitutiva permite la propagación de *ondas de Alfvén*, similares a las de una cuerda vibrante (ver la próxima sección, también la analogía entre cuerdas vibrantes y campos magnéticos coronales en el Capítulo 6).

El segundo término es formalmente idéntico al de la presión hidrodinámica. Por lo tanto,  $\frac{1}{2}\rho B^2$  recibe el nombre de *presión magnética*, y se define un parámetro que mide la importancia relativa de ambas presiones:

$$\beta \equiv \frac{\langle 2p \rangle}{\rho \langle B^2 \rangle}. \quad (3.20)$$

Puesto que Puesto que para flujos subsónicos es  $\langle p \rangle > \rho \langle u^2 \rangle$ , el coeficiente  $\beta$  es una cota superior para el cociente entre las energías cinética y magnética:  $E^V/E^M < \beta$ . En la corona solar  $\beta \ll 1$ . Esto significa que la dinámica coronal está fuertemente dominada por el campo magnético. En la fotosfera, en cambio, es  $\beta > 1$ , y la dinámica se asemeja más a la del caso hidrodinámico.

### 3.1.3 Ondas de Alfvén

Vamos a estudiar la propagación de pequeñas perturbaciones  $\mathbf{v}$  y  $\mathbf{b}$  en un campo magnético uniforme  $\mathbf{B}_0 = B_0 \hat{z}$ . Esto es, estudiamos soluciones de la forma

$$\mathbf{B} = B_0 \hat{z} + \mathbf{b}(\mathbf{x}, t), \quad \mathbf{v} = \mathbf{v}(\mathbf{x}, t), \quad \frac{v}{B_0} \sim \frac{b}{B_0} = \epsilon \ll 1, \quad (3.21)$$

con  $\mathbf{b} \perp \mathbf{B}_0$ . En ese caso, las ecuaciones MHD son, a primer orden en  $\epsilon$ ,

$$\partial_t \mathbf{v} = B_0 \partial_z \mathbf{b}, \quad (3.22)$$

$$\partial_t \mathbf{b} = B_0 \partial_z \mathbf{v}, \quad (3.23)$$

donde hemos despreciado el gradiente de presión y los términos disipativos. Se pueden combinar estas dos últimas ecuaciones fácilmente en una sola ecuación de ondas de segundo orden:

$$\partial_{tt} \mathbf{b} = B_0^2 \partial_{zz} \mathbf{v}. \quad (3.24)$$

Reemplazando una solución de prueba  $\mathbf{b} = \mathbf{b}_0(x, y)e^{i(kz - \omega t)}$  en la Ec.(3.24) se obtiene la relación de dispersión:

$$\omega = \pm k B_0, \quad (3.25)$$

la cual indica que la onda se propaga en la dirección  $\hat{z}$  con una velocidad  $v_A = B_0$ , conocida como la *velocidad de Alfvén*. Finalmente, reemplazando  $\mathbf{b} = \mathbf{b}_0(x, y)e^{i(kz - \omega t)}$  y  $\mathbf{v} = \mathbf{v}_0(x, y)e^{i(kz - \omega t)}$  en la Ec.(3.22), obtenemos la relación

$$\mathbf{v} = \pm \mathbf{b}. \quad (3.26)$$

En resumen: las ondas de Alfvén son modos transversales de las ecuaciones MHD, en los que los campos perturbados  $\mathbf{v} = \pm \mathbf{b} \perp \mathbf{B}_0$  se propagan en la dirección del campo principal  $\mathbf{B}_0$ , a la velocidad de Alfvén  $v_A = B_0$ .

### 3.1.4 Límite ideal

En el límite  $\eta \rightarrow 0$  las líneas de campo están *congeladas* al fluido. Dada una superficie  $S$ , se define el *flujo* de  $\mathbf{B}$  a través de  $S$  como  $\Phi = \int \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$ . Supongamos que la superficie  $S$  se mueve solidariamente al fluido. La variación temporal del flujo dependerá entonces no solo de la variación del campo sino también de las variaciones de  $S$ :

$$\frac{d\Phi}{dt} = \int \int_S \partial_t \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} + \oint_C \mathbf{B} \cdot \mathbf{v} \times d\mathbf{l} \quad (3.27)$$

Utilizando el teorema de Stokes y la ecuación de inducción en el límite ideal, resulta ser:  $d\Phi/dt = 0$ . Esto muestra, entonces, que las líneas de  $\mathbf{B}$  acompañan al fluido en sus movimientos (están "congeladas"). En la atmósfera solar, donde la hipótesis  $\eta \sim 0$  resulta una muy buena aproximación para las grandes escalas, el congelamiento del plasma al campo magnético lo confina dentro de los arcos magnéticos coronales, como fue descrito en el capítulo anterior.

En MHD ideal, existen entidades bien definidas denominadas *tubos de flujo*. Los tubos de flujo son volúmenes simplemente conexos (por ejemplo, toroidales) delimitados por una superficie paralela al campo magnético (donde  $\mathbf{B} \cdot \hat{n} = 0$ ). La condición  $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$  implica que el flujo  $\Phi$  del campo magnético es el mismo en cualquier superficie transversal, y en consecuencia el campo magnético es más intenso en las zonas donde el tubo es más angosto. Estos tubos están

caracterizados por la masa que transportan (confinada al tubo) y su flujo magnético. Los arcos magnéticos coronales pueden ser visualizados como la parte visible de tubos de flujo que se cierran en la región convectiva. Como veremos en la Sección §3.3, estos tubos de flujo se pueden reconectar y perder su identidad en fenómenos de disipación impulsiva de energía.

### 3.1.5 Límite disipativo

Consideremos ahora el límite opuesto: aquel en que la resistividad es dominante, de modo que en la ecuación de inducción podemos aproximar:

$$\partial_t \mathbf{B} = \eta \nabla^2 \mathbf{B} \quad (3.28)$$

Esta es una ecuación difusiva: una concentración inicial del campo  $\mathbf{B}$  en una región de tamaño  $l$ , se va a difundir progresivamente invadiendo el resto del espacio, a la vez que su energía disminuye monotonamente hasta llegar a un equilibrio sin campo magnético. Estimando el tamaño de los términos en la Ec.(3.28) vemos que el tiempo típico en que se disipa el campo magnético es  $t_d \sim l^2/\eta$ . Lo mismo ocurre con el campo de velocidades, que se difunde en un tiempo del orden de  $l^2/\nu$ . Es interesante señalar que en el límite de alta difusividad y resistividad, los dos campos están descorrelacionados. Por lo tanto, no hay congelamiento posible del uno al otro.

La importancia relativa de los términos disipativos en las ecuaciones MHD depende de la dinámica de los campos, y viene dada por los números de Reynolds, definidos en el próximo capítulo.

### 3.1.6 Equilibrios libres de fuerzas

Para equilibrios estáticos ( $\mathbf{v} = 0$ ) la ecuación de Navier-Stokes resulta

$$\frac{1}{\rho} \nabla p = \mathbf{j} \times \mathbf{B} \quad (3.29)$$

donde  $\mathbf{j} = \nabla \times \mathbf{B}$ . Si además  $\beta \ll 1$ , como es el caso de la corona solar, se obtiene la conocida ecuación de los *equilibrios libres de fuerzas*:  $\mathbf{j} \times \mathbf{B} = 0$ , o bien

$$\mathbf{j} = \mu(\mathbf{x}, t) \mathbf{B}, \quad (3.30)$$

Es decir,  $\mathbf{j}$  y  $\mathbf{B}$  son paralelos en todo punto del espacio. Existen dos casos particulares de interés:

- $\mu = cte \neq 0$ : en ese caso, la Ec.(3.30) se linealiza y el equilibrio es denominado *libre de fuerzas lineal*
- $\mu = cte = 0$ : la Ec.(3.30) se reduce a una ecuación de Poisson, y el equilibrio se llama *potencial*. Esto es fácil de ver, ya que  $\mathbf{j} = \nabla \times \mathbf{B} = 0$  significa que  $\mathbf{B} = \nabla\phi$  para algún potencial  $\phi$ , y entonces  $\nabla \cdot \mathbf{B} = \nabla^2\phi = 0$

El plasma coronal no se encuentra en equilibrio estático. Muy por el contrario, presenta una dinámica muy activa como consecuencia de su interacción con el campo de velocidades subsférico. Sin embargo, puesto que en la corona resulta  $u \ll B$  y, además, los movimientos fotosféricos son suficientemente lentos comparados con los tiempos de respuesta del campo magnético, en muchos modelos se supone que la estructura magnética se encuentra en todo momento suficientemente cerca de un equilibrio libre de fuerzas. El tiempo de respuesta en este caso es el llamado *tiempo de Alfvén*, que se define como el tiempo que le insume a una onda de Alfvén atravesar el arco magnético.

### 3.1.7 Flotación magnética e inestabilidad convectiva

Repasemos brevemente dos fenómenos que solo pueden ser descriptos relajando la hipótesis de incompresibilidad, y considerando a la fuerza de gravedad.

Ya hemos afirmado que los campos magnéticos tienden a emerger desde la fotosfera hacia la corona. Veamos esto. Si en una cierta región del espacio hay una gran concentración de energía magnética, se tiene que cumplir un equilibrio entre las presiones interna y externa a la región:  $B^2/2 + p_{int} = p_0$ , donde  $p_0$  es la presión ambiente (y hemos despreciado el campo magnético ambiente por ser  $\beta > 1$ ). Si el plasma sigue una ecuación de estado de gas ideal,  $p = (R/\mu)\rho T$ , y además la temperatura es la misma adentro y afuera, esto crea un desbalance de densidades  $B^2/2 = (R/\mu)(\rho_0 - \rho_{in})T$ . Por lo tanto, esa región de campo  $B$  intenso tiende a emerger empujada por una fuerza de flotación hidrodinámica

$$f = g(\rho_0 - \rho_{in}) = \frac{\mu g}{2RT} B^2. \quad (3.31)$$

Esta fuerza de flotación también da cuenta de la inestabilidad convectiva, origen de la dinámica fotosférica (ver, por ejemplo, Biskamp 1993). Supongamos que un elemento de fluido inicialmente ubicado a una distancia  $r$  del centro solar se aleja en forma radial una distancia  $dr$ . Si su nueva densidad  $\rho(r) + \delta\rho$  es menor que la ambiente  $\rho(r + dr) = \rho(r) + (d\rho/dr)dr$ , la fuerza de flotación va a empujar al elemento fluido aún más lejos: el flujo se vuelve inestable. Es posible encontrar un criterio de inestabilidad. Supongamos que el proceso es adiabático:  $\delta\rho/\rho = \gamma\delta p/p$ , con  $\gamma = c_p/c_v > 1$ . Supongamos también que la presión del elemento de fluido desplazado está en equilibrio con la ambiente:  $p(r) + \delta p = p(r + dr)$ . Entonces la condición de inestabilidad,  $\rho(r) + \delta\rho < \rho(r + dr)$ , se escribe (usando la ecuación de estado del gas ideal)

$$\frac{|\nabla T|}{T} > \frac{|\nabla\rho|}{\rho}(\gamma - 1) \quad (3.32)$$

Cuando el gradiente de temperaturas cruza un cierto umbral, el plasma se vuelve inestable y fluye convectivamente hacia la superficie.

### 3.2 Reconexión magnética

Virtualmente todos los modelos de fulguraciones solares, y algunos modelos del calentamiento de la corona, recurren al mecanismo de reconexión magnética como ingrediente fundamental.

La descripción básica de la reconexión es la de dos tubos de flujo que evolucionan en forma ideal, hasta que se encuentran tan cerca el uno del otro, que la variación espacial del campo magnético entre los dos tubos, y por lo tanto la disipación Joule, resultan no despreciables. A partir de ese momento, deja de valer la ley de congelamiento del plasma, y el fluido puede desplazarse localmente respecto del campo magnético, cambiando la forma en que los tubos estaban conectados, es decir, *reconectándolos*.

Los mayor parte de los modelos de reconexión fueron formulados para el caso bidimensional. En esa geometría, un caso típico es el de reconexión en un *punto-X*. Se le dice así a un punto del espacio en el cual el campo magnético vale cero, y alrededor del cual las líneas de campo son hiperbólicas, como se muestra en la Fig.3.1 . Es fácil ver que la corriente eléctrica (en realidad su componente en el eje perpendicular al plano del dibujo) es opuesta entre cuadrantes contiguos; los cuadrantes opuestos contienen entonces corrientes paralelas que tienden a atraerse. Si la atracción



entre dos de ellos (digamos los que están dispuestos en forma vertical) es predominante, estos tenderán a colapsar en el punto-X, desplazando a los otros (hacia los costados), como muestra la Fig.3.2 Entre ellos, se forma una hoja de corriente, es decir, una delgada lámina donde la corriente eléctrica ( $\mathbf{j} = \nabla \times \mathbf{B}$ ) toma valores muy altos, ya que el campo magnético cambia su orientación ( $B_0\hat{y} \rightarrow -B_0\hat{y}$ ) en una distancia muy corta ( $2\delta$ ).

Vamos a revisar el modelo de Sweet-Parker (ver Biskamp 1993 por ejemplo), el cual ilustra los aspectos más salientes del proceso de reconexión. Las líneas de campo son arrastradas por una velocidad  $\pm u_0\hat{x}$  ( ver la Fig.3.2 ) hacia la hoja de corriente donde se difunden por disipación Joule. Lo que resta de ellas reaparece reconectado por los costados. Estas nuevas líneas reconectadas son expulsadas por el campo de velocidades saliente  $v_0$  y se integran a los manojos de líneas que estaban previamente a los costados ( ver Fig.3.1 ).

Suponiendo un flujo estacionario e incompresible, se pueden deducir varias relaciones útiles entre las magnitudes. La conservación de la masa,  $\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$ , integrada en el volumen ocupado por la hoja de corriente, implica:

$$u_0\Delta = v_0\delta \quad (3.33)$$

Por otro lado, la ley de Ohm,  $\mathbf{E} = -\mathbf{v} \times \mathbf{B} + \eta\mathbf{j}$ , da un campo eléctrico orientado en  $\hat{z}$ . La estacionariedad supuesta, implica que  $E_z = cte$  en el plano  $(x, y)$ , ya que  $\partial_t B = -\nabla \times \mathbf{E}$ . Si consideramos la ley de Ohm sobre el eje  $x$ , vemos que (i) fuera de la hoja de la hoja de corriente, donde la disipación es despreciable,  $E_z = u_0 B_0 \equiv u_0 v_A$ ; (ii) en  $x = 0$ , donde no hay campo magnético,  $E_z = \eta j \approx \eta v_A / \delta$ . Nótese que hemos definido la velocidad de Alfvén  $v_A \equiv B_0$ . La constancia de  $E_z$  resulta en

$$u_0 = \frac{\eta}{\delta}, \quad (3.34)$$

Consideremos ahora la ecuación de Navier-Stokes sobre el eje  $x$ . Suponiendo  $u_0 \ll v_A$ , y notando que el término de tensión magnética es nulo en la fuerza de Lorentz, obtenemos  $\partial_x(p + v_A^2/2) = 0$ , o bien:

$$v_A^2 + p_0 = p, \quad (3.35)$$

donde  $p_0$  es la presión en los alrededores de la hoja de corriente, y  $p$  es la presión en el origen. Finalmente, la ecuación de Navier-Stokes toma la forma  $v_y \partial_y v_y = -\partial_y p$  sobre el eje  $y$ , donde una

simple integración entre  $y = 0$  e  $y = \Delta$  da como resultado:

$$v_0^2 + p_0 = p. \quad (3.36)$$

Es sencillo combinar las ecuaciones (3.33)–(3.36) para obtener:

$$\frac{v_0}{v_A} = 1, \quad (3.37)$$

$$\frac{\delta}{\Delta} = \left( \frac{\eta}{v_A \Delta} \right)^{1/2} \equiv S^{-1/2}, \quad (3.38)$$

$$\frac{u_0}{v_A} \equiv M_a = S^{-1/2}, \quad (3.39)$$

donde hemos definido el *número de Mach*  $M_a$  y el *número de Reynolds Magnético*  $S$ . Vemos inmediatamente que las líneas reconectadas son expulsadas a la velocidad de Alfvén ( $v_0 = v_A$ ), y que el aspecto de la hoja de corriente,  $\delta/\Delta$ , tiende a cero cuando el número de Reynolds tiende a infinito.

El número de Mach es importante porque determina la *tasa de disipación*  $dE/dt$  del proceso, como veremos a continuación. En un intervalo de tiempo  $\Delta t$ , las líneas magnéticas se desplazan sobre el eje  $x$  una distancia  $u_0 dt$ , y entonces la energía magnética arrastrada a la hoja de corriente (donde es disipada) es  $\Delta E = \rho v_A^2 u_0 dt L_z \Delta$ , donde  $L_z$  es la extensión en la dirección  $z$  de la hoja de corriente. Por lo tanto, la tasa de disipación es:

$$\frac{dE}{dt} = \rho v_A^3 L_z \Delta M_a \quad (3.40)$$

Para dar un valor de referencia, digamos que esta fórmula implica un tasa de energía de  $10^{28} M_a \text{ erg s}^{-1}$  para valores típicos coronales ( $n = 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ ,  $B_0 = 50 \text{ Gauss}$ ,  $l = 1000 \text{ km}$ ,  $l, L_z 10^9 \text{ cm}$ ). Lo cual es compatible con las energías típicas liberadas en fulguraciones, siempre y cuando el número de Mach  $M_a$  sea de orden uno. El problema es que el número de Mach dado por la Ec.(3.39) es muy pequeño, ya que escala como  $S^{1/2}$ , y el número de Reynolds de estos problemas suele ser muy alto ( $S \sim 10^{10}$  en la corona).

En ese sentido, la reconexión de Sweet-Parker es denominada reconexión lenta. Por oposición, se denomina reconexión rápida a la dada en procesos en los que  $M_a \sim 1$ , independientemente del número de Reynolds. Existen numerosos estudios que muestran la posibilidad de reconexión rápida en MHD, pero casi en su totalidad se refieren al caso bidimensional. Desafortunadamente,

los resultados de los modelos 2D no se pueden extrapolar trivialmente al caso 3D. Por lo tanto, casi todos los esfuerzos actuales en cuanto a investigación de procesos de reconexión están puestos en el aún parcialmente comprendido caso tridimensional. En el Capítulo 7 presentamos un estudio numérico de un caso de reconexión magnética tridimensional, basado en las ecuaciones RMHD presentadas a continuación.

### 3.3 Ecuaciones RMHD

En presencia de un campo magnético dominante y aproximadamente constante, las ecuaciones MHD se pueden simplificar notablemente, dando paso a las ecuaciones de la magnetohidrodinámica reducida (RMHD, Strauss 1976). Si bien estas ecuaciones pueden ser obtenidas a través de un desarrollo perturbativo de las ecuaciones MHD, las presentamos aquí desde un enfoque heurístico (Biskamp 1993).

Supongamos que el plasma está fuertemente magnetizado. Con esto queremos decir que existe un campo magnético esencialmente constante en la dirección  $\hat{z}$ ,  $B_z \equiv v_A$ , que cumple:  $v_A^2 \gg p > u^2$ ; es decir, la energía magnética es mucho mayor que la cinética y que la térmica. Entonces la dinámica del plasma es fuertemente anisotrópica: las variaciones en la dirección  $z$  son muy suaves, mientras que en el plano perpendicular aparecen escalas pequeñas asociadas a fuertes gradientes. Las líneas de campo se mueven perpendicularmente a sí mismas; por lo tanto, si el plasma está congelado, el campo de velocidades es también perpendicular.

Podemos hacer esta aproximación al estudiar la corona. Consideramos un arco coronal de longitud  $L$  y sección transversal  $l \times l$ . Suponemos  $L \gg l$ , y "enderezamos" el arco despreciando efectos toroidales ( ver Fig.3.3 ). Las tapas del arco representan a la fotosfera. El campo magnético tendrá esencialmente la dirección de  $z$ , pero el campo de velocidades fotosférico ( $z = 0$  y  $z = L$ ) va a perturbar a las líneas magnéticas produciendo una pequeña componente transversal  $\mathbf{b}$ . Suponemos que el campo de velocidades  $\mathbf{u}$  es perpendicular a  $z$ :

$$\mathbf{B} = v_A \hat{z} + \mathbf{b}(\mathbf{x}, t), \quad \mathbf{b} \cdot \hat{z} = 0, \quad (3.41)$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}(\mathbf{x}, t), \quad \mathbf{v} \cdot \hat{z} = 0, \quad (3.42)$$

Los campos  $\mathbf{b}$  y  $\mathbf{v}$  tienen divergencia nula, y entonces los podemos escribir términos del potencial vector  $a(\mathbf{x}, t)\hat{z}$  y de la función corriente  $\varphi(\mathbf{x}, t)$ :

$$\mathbf{b} = \nabla \times (a\hat{z}) = \nabla a \times \hat{z}, \quad \mathbf{v} = \nabla \times (\varphi\hat{z}) = \nabla\varphi \times \hat{z}, \quad (3.43)$$

para obtener a partir de las ecuaciones MHD las siguientes:

$\partial_t a = v_A \partial_z \varphi + [\varphi, a] + \eta \nabla^2 a$	(3.44)
$\partial_t \omega = v_A \partial_z j + [\varphi, \omega] - [a, j] + \nu \nabla^2 \omega$	
donde	$\omega = -\nabla^2 \varphi = \hat{z} \cdot \nabla \times \mathbf{v}, \quad j = -\nabla^2 a = \hat{z} \cdot \nabla \times \mathbf{B}$

y  $[A, B] = \partial_x A \partial_y B - \partial_y A \partial_x B$  es el corchete de Poisson entre  $A$  y  $B$ ;  $\omega$  es la componente  $z$  de la vorticidad y  $j$  la componente  $z$  de la corriente eléctrica. El operador de Laplace es aquí el transversal:  $\nabla^2 = \partial_{xx} + \partial_{yy}$ .

En nuestro modelo de arco coronal, elegimos condiciones de contorno periódicas en los planos  $(x, y)$ , y prescribimos las velocidades en las tapas del arco, proveiendo  $\varphi(x, y, 0, t)$  y  $\varphi(x, y, L, t)$ , que simulan a la función corriente de la fotosfera. Los términos  $v_A \partial_z$  representan el acople dinámico entre los distintos planos  $(x, y)$ . El rol de esos términos es esencial para transferir la energía entregada por el campo de velocidades fotosférico hacia el interior del arco. Los términos no-lineales están representados por los corchetes de Poisson, y se responsables del acoplamiento y redistribución de la energía (y los demás invariantes ideales) entre los distintos modos de Fourier (ver el próximo capítulo, también Gómez, DeLuca & Mc Clymont 1995).

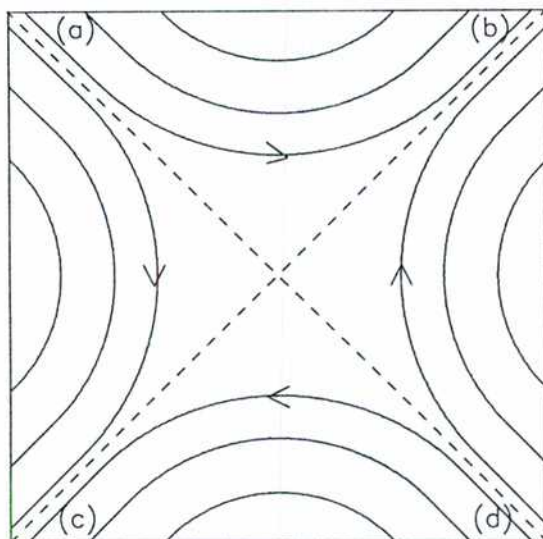


Fig. 3.1: Geometría del campo magnético en dos dimensiones, conocida como punto-X. Estas configuraciones son propensas a la reconexión magnética. En un proceso de reconexión como el ilustrado en la Fig.3.2 , las líneas pasan de conectar los extremos (a)-(b) y (c)-(d), como se muestra aquí , a conectar (a)-(c) y (b)-(d).

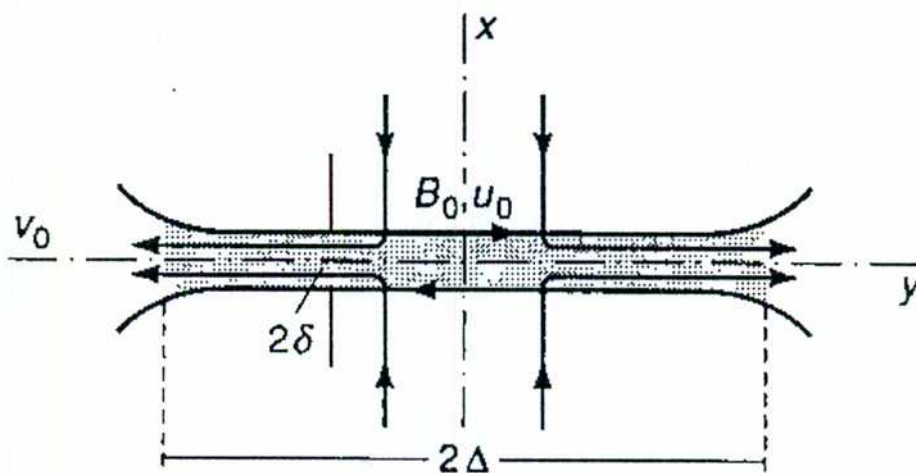


Fig. 3.2: Modelo de reconexión de Sweet-Parker, Biskamp 1993. El campo magnético se difunde en la zona disipativa (sombreada en la figura) denominada hoja de corriente. Las líneas reconectadas son expulsadas por los costados con velocidad  $v_0$ .

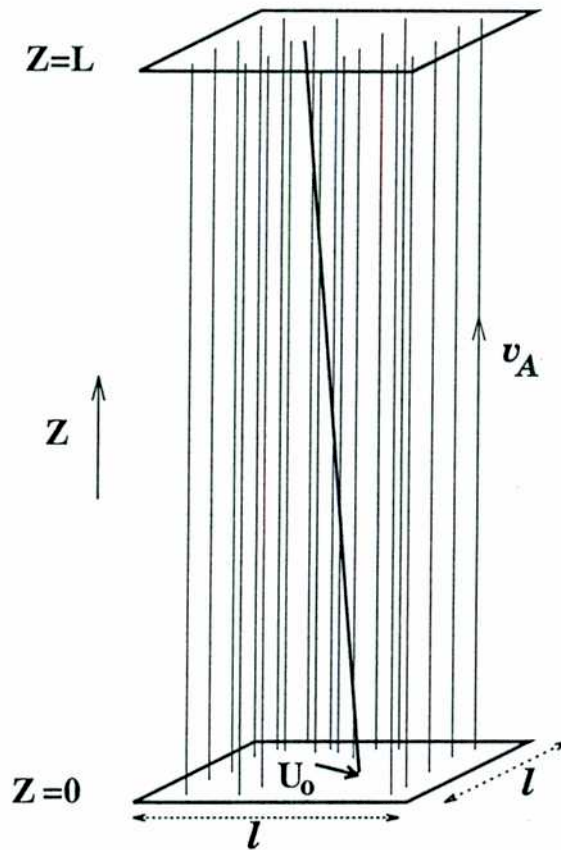


Fig. 3.3: Modelo RMHD de arco coronal. El arco magnético es enderezado, de modo que las tapas ( $z = 0$  y  $z = L$ ), representan a la fotosfera. El campo magnético es aproximadamente vertical:  $\mathbf{B} \approx v_A \hat{z}$ . Los movimientos fotosféricos (esquematizados por  $U_0$ ) fuerzan a las líneas de campo, creando una pequeña componente  $\mathbf{b}$ .

## Capítulo 4

# Turbulencia MHD

Repasamos en este capítulo aquellos aspectos de la teoría de turbulencia MHD que son relevantes al desarrollo de esta Tesis. Introducimos el importante concepto de transferencia espectral de los invariantes ideales, y las teorías de cascada de Kolmogorov y Kraichnan. Discutimos el efecto de un campo magnético macroscópico sobre la turbulencia, el efecto dínamo turbulento y los procesos de relajación turbulenta. Finalmente, hacemos una breve introducción a la clausura EDQNM.

### 4.1 Introducción

Los fluidos ordinarios desarrollan turbulencia cuando sus números de Reynolds son lo suficientemente altos. Un comportamiento similar ocurre en los magnetofluidos, si bien la evidencia experimental y numérica en este último caso es mucho menos abundante.

Un flujo turbulento se caracteriza por su carácter desordenado e impredecible. Un trazador pasivo inmerso en un fluido turbulento es arrastrado caóticamente, difundiéndose a una velocidad mucho mayor que la supuesta por los coeficientes de difusión molecular. Matemáticamente, esto se traduce en la importancia de los términos no-lineales en las ecuaciones de evolución del fluido. Para cuantificar este efecto, se definen en las ecuaciones MHD los *números de Reynolds cinético*  $R$  y *magnético*  $S$  según :

$$\frac{|(\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v}|}{|\nu \nabla^2 \mathbf{v}|} \sim \frac{u_0 L}{\eta} \equiv R \quad (4.1)$$

$$\frac{|\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B})|}{|\eta \nabla^2 \mathbf{B}|} \sim \frac{u_0 L}{\nu} \equiv S \quad (4.2)$$

Los estudios de turbulencia proponen una descripción estadística del problema. La extrema sensibilidad a las condiciones iniciales y de contorno para números de Reynolds altos hace que los detalles de una realización particular de un experimento de turbulencia sean irrelevantes. Sin embargo, es de utilidad conocer los valores estadísticos de las magnitudes físicas. Normalmente, se considera a los campos magnético y de velocidades como variables aleatorias, y se estudian sus distintos momentos  $\langle u^n \rangle$ , donde  $u$  es cualquier componente de dichos campos, y  $\langle \dots \rangle$  representa un promedio sobre un ensamble de realizaciones del experimento preparado en condiciones similares. En sistemas con suficiente grado de ergodicidad, estos promedios pueden ser reemplazados por integrales en el tiempo o en el espacio.

Se puede clasificar a los estudios sobre turbulencia en: (i) teorías de clausura (ii) teorías fenomenológicas, (iii) simulaciones numéricas directas. Las teorías de clausura estudian sistemáticamente la evolución de los momentos de los campos dinámicos. La no-linealidad de las ecuaciones MHD hace que la evolución de los momentos de orden  $N$  dependa de la de los de orden  $N+1$ , lo cual origina una jerarquía infinita de momentos. Los modelos de clausura hacen alguna hipótesis que permita escribir los momentos de cierto orden (digamos  $N_0$ ) en términos de los momentos de ordenes menores. De esta manera se logra "clausurar" la jerarquía y obtener un sistema de ecuaciones cerrado (para los momentos de orden menor a  $N_0$ ). En el segundo grupo podemos incluir aquellos estudios que intentan captar los ingredientes esenciales de la dinámica turbulenta con argumentos físicos y desarrollos teóricos medianamente sencillos. Ejemplos de este tipo de teorías son las de cascadas, por ejemplo la de Kolmogorov y la de Kraichnan, introducidas en este capítulo y analizadas en forma extensiva en el Capítulo 5. Por último, las simulaciones directas de turbulencia suelen suponer condiciones de contorno periódicas, lo cual permite realizar una descomposición de Galerkin (típicamente de Fourier), cuyas ventajas veremos a lo largo de este capítulo.

Se pueden distinguir dos casos límite en turbulencia: (i) las situaciones forzadas y (ii) los decaimientos. Dado que las ecuaciones magnetohidrodinámicas son disipativas, cualquier sistema aislado gobernado por ellas termina por decaer a un equilibrio trivial sin campos (o con campos uniformes). Sin embargo, en algunos casos el sistema puede permanecer un cierto tiempo en lo que



se denomina un *equilibrio meta-estable*, cuyas propiedades son determinadas por las condiciones iniciales. Las situaciones forzadas, en cambio, permiten en principio alcanzar estados estacionarios no triviales. Para esto se requiere una fuente de excitación que equilibre las pérdidas de energía debidas a la disipación. La naturaleza de esta excitación es generalmente modelada por una fuerza estocástica. Tanto en procesos de relajación como estacionarios, las propiedades de los sistemas turbulentos son fuertemente determinadas por el comportamiento de sus invariantes ideales.

## 4.2 Invariantes ideales

Los *invariantes ideales robustos* (o “invariantes ideales” a secas) son magnitudes cuadráticas que se conservan en sistemas aislados, en el límite ideal. En MHD 3D son la *energía total*  $E$ , la *helicidad cruzada*  $K$  y la *helicidad magnética*  $H^M$ :

$$E = \frac{1}{V} \int \frac{1}{2}(u^2 + B^2) d\tau \equiv E^V + E^M \quad (4.3)$$

$$K = \frac{1}{V} \int \mathbf{v} \cdot \mathbf{B} d\tau \quad (4.4)$$

$$H^M = \frac{1}{V} \int \frac{1}{2} \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} d\tau \quad (4.5)$$

donde  $d\tau$  denota un diferencial de volumen o de superficie, dependiendo de la dimensionalidad del problema,  $V$  es el volumen (o superficie) de integración y  $\mathbf{A}$  es el potencial vector ( $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$ ), usualmente en la medida de Coulomb. En el caso bidimensional, se puede tomar en general  $\mathbf{A}(x, y) = a(x, y)\hat{z}$ .  $E$  y  $K$  siguen siendo invariantes, y

$$H^a = \frac{1}{V} \int \frac{1}{2} a^2 d\tau \quad (4.6)$$

conocido como *potencial cuadrado*, toma el lugar de la helicidad magnética. Por completitud, agreguemos que en el caso puramente hidrodinámico solo la energía (cinética) sigue siendo invariante ideal. Para flujos tridimensionales, se agrega la *helicidad cinética*

$$H^V = \frac{1}{V} \int \frac{1}{2} \mathbf{v} \cdot \mathbf{w} d\tau \quad (4.7)$$

y para flujos bidimensionales la *enstrofia*

$$\Omega = \frac{1}{V} \int \frac{1}{2} w^2 d\tau \quad (4.8)$$

donde  $\mathbf{w} = \nabla \times \mathbf{v}$  es la vorticidad. Las cantidades que hemos definido son los únicos invariantes “robustos” (en el sentido de que aún se conservan en un espacio de Fourier truncado) que se conocen.

Analicemos su aspecto en el espacio de Fourier. Suponiendo condiciones de contorno periódicas en una caja de volumen finito  $V$ , las cantidades físicas se expanden en la forma

$$f(\mathbf{x}, t) = \sum_{\mathbf{k}} f_{\mathbf{k}}(t) e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}} \quad (4.9)$$

con la relación de ortogonalidad

$$\frac{1}{V} \int e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}} d\tau = \delta_{\mathbf{k}} . \quad (4.10)$$

Si la función expandida  $f$  toma valores reales, entonces la relación trivial  $f(\mathbf{x}, t) = f^*(\mathbf{x}, t)$  aplicada a la Ec.(4.9), implica

$$f_{-\mathbf{k}}(t) = f_{\mathbf{k}}^*(t) . \quad (4.11)$$

Utilizando estas últimas tres relaciones, es fácil de ver que la energía se puede escribir en la forma

$$\begin{aligned} E &= \sum_{\mathbf{k}} E_{\mathbf{k}} = \sum_k E_k, \\ E_{\mathbf{k}} &\equiv \frac{1}{2} (|v_{\mathbf{k}}|^2 + |B_{\mathbf{k}}|^2) \\ E_k &\equiv \sum_{k \leq |\mathbf{k}| < 2k} E_{\mathbf{k}} \end{aligned} \quad (4.12)$$

$E_{\mathbf{k}}$  es denominado *espectro modal* de la energía, mientras que  $E_k$  es el *espectro de potencias* de la energía. El índice  $k$  en el espectro de energía toma los valores  $k_n = 2^n k_0$ , donde  $n = 0, 1, 2, \dots$ ,  $k_0 = 2\pi/L$  es el mínimo número de onda y  $L$  es el tamaño de la caja.

La evolución temporal de los invariantes ideales se calcula manipulando convenientemente las ecuaciones MHD. En la sección §3.1.1 encontramos una ecuación para la energía, Ec.(3.15). En ella se ve claramente que las no linealidades de las ecuaciones MHD aportan términos de superficie, que se desvanecen por ejemplo si las condiciones de contorno son periódicas. Esto significa que los términos no-lineales no alteran el balance global de energía en un sistema aislado. Sin embargo, la redistribuyen entre las distintas escalas del flujo, como veremos a continuación.

Las no-linealidades de las ecuaciones MHD aportan a la ecuación de evolución de la energía términos cúbicos de la forma  $\int uvwd\tau$ , donde  $u$ ,  $v$  y  $w$  representan cada cual a alguna componente

de los campos  $\mathbf{v}$  o  $\mathbf{B}$ . Debido a la relación de ortogonalidad Ec.(4.10) , solo aportan las *ternas de modos de Fourier* definidas por la relación:

$$\mathbf{k} + \mathbf{p} + \mathbf{q} = 0 \quad (4.13)$$

Estas ternas tienen el rol de redistribuir la energía entre los distintos modos de Fourier (y por consiguiente entre las distintas escalas del flujo), mecanismo conocido como *transferencia espectral*. Se puede escribir una ecuación de evolución para el espectro modal  $E_{\mathbf{k}}$ , de la forma  $\dot{E}_{\mathbf{k}} = T(\mathbf{k}, \mathbf{p}, \mathbf{q})$ , donde  $T(\mathbf{k}, \mathbf{p}, \mathbf{q})$  es la *función de transferencia no-lineal de energía*.  $T(\mathbf{k}, \mathbf{p}, \mathbf{q})$  es una suma (de cantidades cúbicas) sobre los índices  $\mathbf{p}$  y  $\mathbf{q}$ , sujeta a la condición  $\mathbf{k} + \mathbf{p} + \mathbf{q} = 0$ . Dada una terna definida por la Ec.(4.13) , se verifica

$$\dot{E}_{\mathbf{k}} + \dot{E}_{\mathbf{p}} + \dot{E}_{\mathbf{q}} = T(\mathbf{k}, \mathbf{p}, \mathbf{q}) + T(\mathbf{p}, \mathbf{q}, \mathbf{k}) + T(\mathbf{q}, \mathbf{k}, \mathbf{p}) = 0 \quad (4.14)$$

Esta relación, conocida como *balance detallado de energía*, expresa el hecho de que la misma se conserva para cada terna de modos de Fourier. Una de sus consecuencias es la conservación de la energía en un espacio de Fourier truncado (e.g., en el cual solo se describen los modos  $k_{min} < k < k_{max}$ ).

Los demás invariantes ideales también pueden ser escritos en términos de sus espectros modales y espectros de potencias, y satisfacen relaciones del tipo Ec.(4.14) . Tal como en el caso de la energía, las interacciones entre ternas redistribuyen a los invariantes ideales entre las distintas escalas. Esta transferencia espectral es quizás la propiedad fundamental de la turbulencia. Como veremos a continuación, las teorías de cascada permiten estimar la forma del espectro de potencias del invariante, haciendo ciertas hipótesis sobre la transferencia espectral del mismo.

### 4.3 Turbulencia forzada: teorías de cascada

Las teorías de cascada suponen que la transferencia espectral de los invariantes ideales ocurre *localmente* (entre ternas  $(\mathbf{k}, \mathbf{p}, \mathbf{q})$  tales que  $k \sim p \sim q$ ), y siempre en un mismo sentido: o bien desde los números de onda pequeños hacia los grandes (lo que se conoce como *cascada directa* del invariante), o bien en el sentido inverso (o *cascada inversa* del invariante).

Consideremos el caso clásico de modelo de cascada: la fenomenología de Kolmogorov 1941 para turbulencia isótropa hidrodinámica. Pensemos en un fluido excitado a través de una fuerza externa  $f$ , cuya escala espacial característica es  $l_0 \equiv k_0^{-1}$ . Kolmogorov supone que la energía entregada por la fuerza externa al fluido es transferida gracias a la cascada directa hacia las escalas pequeñas, donde es disipada. En estado estacionario, la energía que reciben las estructuras de tamaño  $l = k^{-1}$ , proveniente de las escalas de tamaño  $2l$ , es entregada a las de tamaño  $l/2$  en forma ideal. Esto ocurre hasta que la energía llega a una escala denominada “de disipación”  $l_d \equiv k_d^{-1}$ , en la cual los términos difusivos pasan a ser importantes. El rango de números de onda  $k_0 < k < k_d$  es conocido como *rango inercial*. Suponiendo que la transferencia de energía de las escalas  $k$  se realiza en un tiempo  $t_k = (ku_k)^{-1}$ , la constancia de la transferencia espectral (o conservación) de la energía, junto con argumentos dimensionales lleva a la siguiente expresión para el espectro de potencias de la energía en el rango inercial (Kolmogorov 1941):

$$E_k^V = C \epsilon^{2/3} k^{-5/3} \quad (4.15)$$

donde  $C$  es una constante universal ( $C \sim 1$ ), y  $\epsilon$  es la tasa de inyección de energía (energía por unidad de tiempo por unidad de masa que ingresa al sistema a través del forzado). Esta expresión para el espectro de energía ha sido verificada en numerosos experimentos y simulaciones numéricas. En el Capítulo 5 analizamos esta fenomenología y en general las teorías de cascada con mayor detalle.

La información sobre la dirección de las cascadas para los invariantes ideales se obtiene por distintos métodos: observando la forma de la función de transferencia no lineal, recurriendo a los ensambles de equilibrio (ver Biskamp 1993) o a través de simulaciones numéricas directas. La Tabla 4.1 presenta un resumen de lo que se conoce actualmente al respecto:

	3D	2D
<b>MHD</b>	$E_k$ directa	$E_k$ directa
	$K_k$ directa	$K_k$ directa
	$H_k$ inversa	$H_k^a$ inversa
<b>HD</b> (Navier-Stokes)	$E_k^V$ directa	$E_k^V$ inversa
	$H_k^V$ directa	$\Omega_k$ directa

Tabla 4.1. Dirección de las cascadas de los invariantes ideales

La cascada directa de energía en el caso MHD hace pensar en la existencia de un rango inercial con características similares al de Kolmogorov en el caso 2D. Kraichnan (1965) presentó un modelo fenomenológico similar al de Kolmogorov, que además incluye el llamado *efecto Alfvén*, esto es, la capacidad de propagar perturbaciones a lo largo de las líneas de un campo magnético  $v_A = |\mathbf{B}|$  aproximadamente uniforme. Esto modifica el tiempo de transferencia de energía  $t_k$  y da como resultado un espectro un poco menos empinado, que tiende asintóticamente a la equipartición:

$$\boxed{E_k^M = E_k^V = C (\epsilon v_A)^{1/2} k^{-3/2}} \quad (4.16)$$

donde  $C \sim 1$ . En el próximo capítulo analizamos la fenomenología de Kraichnan en detalle.

Es importante aclarar el rol de la disipación de energía, motivo principal de estudio de esta Tesis, en la turbulencia. Para escalas macroscópicas, del orden de  $l_0$ , la disipación resulta despreciable, puesto que la turbulencia se produce en presencia de números de Reynolds *macroscópicos* ( $R = u_0 l_0 / \nu$ ) grandes. Sin embargo, el número de Reynolds *local*  $R(k) = u_k k^{-1} / \nu$  decrece con  $k$ . Lo cual equivale a decir que la importancia de los términos disipativos crece con  $k$ . La longitud de disipación, justamente, se define por la relación  $R(k_d \equiv 1/l_d) = 1$ . Es fácil de ver, a partir del espectro de Kraichnan, que la longitud de disipación escala como

$$\frac{l_d}{l_0} \approx R^{-2/3}. \quad (4.17)$$

Esto implica que el número mínimo de grados de libertad necesario para resolver todas las escalas significativas del problema (e.g. el rango inercial), es aproximadamente  $(k_d/k_0)^3 \approx R^2$ . Lo cual resulta prohibitivamente grande para números de Reynolds del orden de  $10^{10}$ , como los que caracterizan a la corona.

## 4.4 Isotropía

Las teorías de turbulencia hidrodinámica suelen suponer homogeneidad e isotropía. Por homogeneidad se entiende que los promedios de ensamble no dependen del punto del espacio donde se los compute. Por ejemplo, los funciones de correlación de dos puntos, o momentos de orden dos,  $\langle v_i(\mathbf{x} + \mathbf{r})v_j(\mathbf{x}) \rangle$  solo dependen de  $\mathbf{r}$ . Por isotropía, se entiende que no hay dirección

privilegiada en el espacio, y por ejemplo  $\langle \mathbf{v} \rangle = 0$ . La hipótesis de isotropía se cumple, en los fluidos ordinarios, en un marco de referencia inercial solidario a la velocidad media del fluido.

La situación de los magnetofluidos es muy distinta. La cascada inversa de los invariantes magnéticos suele generar campos magnéticos macroscópicos. Ahora bien, un campo magnético de gran escala aproximadamente uniforme *no puede* ser eliminado por una transformación de Galileo, y tiene consecuencias fundamentales en la evolución del plasma. Este punto es fundamental a esta Tesis, y en general a la física de la corona solar. Un campo global cuasi-uniforme genera una dinámica como la descrita en relación a las ecuaciones RMHD en el capítulo anterior. La evolución en la dirección del campo es esencialmente suave y corresponde a la propagación de ondas de Alfvén. Mientras que la evolución en los planos transversales genera, para números de Reynolds altos, estados de turbulencia cuasi-bidimensional. Este tipo de turbulencia es fuertemente anisotrópica. Sin embargo, se puede suponer isotropía en los planos transversales.

Es importante notar que la fenomenología de Kraichnan supone isotropía. El efecto Alfvén consiste en la propagación de perturbaciones de escala pequeña a lo largo del campo magnético de escala grande, el cual puede ser considerado (a tal efecto) localmente uniforme, pero cuyo promedio de ensamble (e.g. espacial, o temporal) es nulo.

#### 4.5 Auto-organización. Efecto dínamo turbulento.

Según los resultados expuestos en la Tabla 4.1, se espera una mayor similitud entre los casos 2D y 3D para la turbulencia MHD que para la HD. De hecho, mientras la turbulencia de Navier-Stokes tridimensional no parece exhibir *auto-organización* (evolución de un estado muy complejo e impredecible hacia un estado relativamente ordenado, dominado por las longitudes de onda del tamaño del sistema), la bidimensional sí lo hace. El desarrollo espontáneo de vórtices coherentes debido a la coalescencia de vórtices más pequeños es un fenómeno dominante en este último caso. La razón de esta fundamental diferencia está en que sólo en el caso 2D existe una cascada inversa de energía (es decir, transferencia de energía de las estructuras más pequeñas a las más grandes).

En el caso MHD, en cambio, los invariantes ideales que involucran tanto a  $\mathbf{v}$  como a  $\mathbf{b}$  verifican cascadas directas, mientras que los invariantes puramente magnéticos tienen cascada inversa. Esto

está íntimamente relacionado con el efecto dínamo turbulento: esto es, la posibilidad de que el campo de velocidades fluctuante genere campos magnéticos globales.

Existe consenso en que los campos magnéticos del sol se originan por efecto dínamo. La energía liberada en los procesos de fusión nuclear en el centro, luego de atravesar la zona radiativa, acelera grandes masas de plasma por inestabilidad convectiva, y se transforma de ese modo en energía cinética turbulenta del plasma de la región convectiva. Finalmente, una parte de esa energía cinética se transforma en energía magnética de gran escala. Los modelos clásicos sobre el efecto dínamo en la región convectiva (ver Foukal 1990 por ejemplo) dan una descripción cualitativa del fenómeno, pero no son válidos en el límite de números de Reynolds altos (Biskamp 1993). Por otro lado, el efecto dínamo turbulento (Pouquet, Frisch & Léorat 1976) provee una descripción apropiada para la generación de campos magnéticos en la región convectiva. En el modelo de Pouquet y colaboradores, la energía cinética del campo de velocidades turbulento de la pequeña escala se equiparte con la energía magnética de la pequeña escala por efecto Alfvén, y luego la cascada inversa de helicidad magnética se encarga de transferir ese invariante hacia las escalas grandes, construyendo así un campo magnético de gran escala.

## 4.6 Relajación turbulenta. Decaimientos selectivos

Un sistema disipativo aislado finalmente decae al equilibrio trivial  $\mathbf{v} = \text{cte}$ ,  $\mathbf{B} = \text{cte}$ , en un tiempo típico  $t_d = (l^2/\eta + l^2/\nu)$ , donde  $l$  es el tamaño del sistema. Sin embargo, en algunos casos el sistema puede permanecer un cierto tiempo ( $t \ll t_d$ ) en un equilibrio meta-estable.

Los invariantes ideales tienen distintos tiempos de decaimiento. Un *decaimiento selectivo* es un proceso de relajación en el cuál un invariante ideal decae más rápidamente que otro. En turbulencia MHD-3D, la energía decae mucho más rápidamente que las helicidades cruzada y magnética. Esto se puede argumentar a partir de las expresiones para sus tasas de disipación, las cuales con condiciones de contorno periódicas toman la forma:

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{1}{V} \int (\eta j^2 + \nu w^2) d\tau \quad (4.18)$$

$$\frac{dK}{dt} = -\frac{1}{V} (\eta + \nu) \int \mathbf{j} \cdot \mathbf{w} d\tau \quad (4.19)$$

$$\frac{dH^M}{dt} = -\frac{1}{V} \eta \int \mathbf{j} \cdot \mathbf{B} \, d\tau \quad (4.20)$$

Mientras la derivada temporal de la energía tiene signo definido negativo, no ocurre lo mismo con la evolución de las helicidadades. Los integrandos en los lados derechos de las ecuaciones (4.19) y (4.20) tienen signo indefinido. Por lo tanto, parece razonable suponer que la energía decae mucho más rápido.

Esto sugiere buscar dos tipos de equilibrio: el de mínima  $E$  para un dado valor de  $K$ , y el de mínima  $E$  para un dado valor de  $H^M$ . Matemáticamente, esto se logra mediante un sencillo cálculo variacional. Por ejemplo, si planteamos

$$\delta[E - 2\lambda K] = 0 = \frac{1}{2} \delta \int (\mathbf{v} \cdot \mathbf{v} + \mathbf{B} \cdot \mathbf{B} - 2\lambda \mathbf{v} \cdot \mathbf{B}) \, d\tau, \quad (4.21)$$

una pequeña variación arbitraria de los campos  $\mathbf{v} \rightarrow \mathbf{v} + \delta\mathbf{v}$ ,  $\mathbf{B} \rightarrow \mathbf{B} + \delta\mathbf{B}$  implica

$$\mathbf{v} = \lambda \mathbf{B}, \quad (4.22)$$

$$\mathbf{B} = \lambda \mathbf{v}, \quad (4.23)$$

con lo cual  $\lambda = \pm 1$  y:

$$\mathbf{v} = \pm \mathbf{B}, \quad (4.24)$$

lo cual debe satisfacerse en todo punto. El estado relajado es en este caso lo que se denomina un estado Alfvénico, correspondiente a la propagación de ondas de Alfvén linealmente polarizadas. Al proceso que lleva a este equilibrio se lo denomina *alineamiento dinámico*. Desde el punto de vista de las observaciones del viento solar, esta es una posibilidad atractiva, ya que las observaciones muestran que el campo de velocidades y el campo magnético están alineados o son antiparalelos.

Un cálculo variacional similar muestra que el estado de mínima energía para un valor dado de la helicidad magnética y del campo magnético normal en el contorno,  $\mathbf{B} \cdot \hat{\mathbf{n}}|_{\partial S}$ , es un equilibrio libre de fuerzas lineal:

$$\mathbf{v} = 0, \quad \nabla \times \mathbf{B} = \mu \mathbf{B}. \quad (4.25)$$

El valor de  $\mu$  para un dado equilibrio viene determinado por el valor de la helicidad magnética y del campo magnético normal en la superficie. Esta segunda posibilidad de decaimiento (conocida como *relajación de Taylor*) parece estar más de la mano con las condiciones de las regiones cerradas



de la baja corona, donde  $\beta \ll 1$  y entonces se espera que una descripción libre de fuerzas sea adecuada, al menos como primera aproximación.

Matemáticamente, la Ec.(4.25) se obtiene haciendo  $\delta[E - \mu H^M] = 0$  a través de una variación arbitraria de los campos:  $\mathbf{v} \rightarrow \mathbf{v} + \delta\mathbf{v}$ ,  $\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{A} + \delta\mathbf{A}$ . La condición de que el campo magnético normal  $\mathbf{B} \cdot \hat{\mathbf{n}}|_{\partial S}$  es dato se asegura haciendo  $\delta\mathbf{A}|_{\partial S} = 0$ . Notar que el caso  $\mu = 0$  corresponde a minimizar la energía con el único vínculo de que el campo magnético en la superficie sea dato. En ese caso, la Ec.(4.25) refleja un equilibrio potencial. Esto nos permite enunciar el importante resultado: *el estado de mínima energía dado un cierto campo magnético normal en el contorno del sistema es un equilibrio potencial.*

Este resultado tiene importantes implicaciones para la física solar. Los campos coronales no pueden ser medidos, y son obtenidos extrapolando los valores de los campos magnéticos que se miden en la fotosfera. Hacer esto con las ecuaciones MHD completas es muy complejo. Una simplificación usual consiste en calcular el equilibrio potencial consistente con las condiciones de contorno medidas. Sin embargo, eso nos da el estado de mínima energía posible, como acabamos de ver. Suponiendo que los campos magnéticos coronales evolucionan sin afectar su valor en la fotosfera, es evidente que la energía libre de una configuración magnética dada es la diferencia entre su energía y la del equilibrio potencial consistente con sus condiciones de contorno. Esa energía libre es necesariamente importante, como resulta evidente debido a la ocurrencia de las fulguraciones solares. Por lo tanto, es de esperarse que, si los campos magnéticos coronales se encuentran cerca de un estado de equilibrio macroscópico, dicho equilibrio no sea potencial.

## 4.7 La clausura EDQNM

La EDQNM es una teoría de clausura a dos puntos. Las clausuras a dos puntos estudian las correlaciones entre dos posiciones, de la forma  $\langle v_i(\mathbf{x} + \mathbf{r})u_j(\mathbf{x}) \rangle$  (donde  $v$  y  $u$  representan a cualquiera de los campos dinámicos), y en particular la de los invariantes ideales.

Escribamos a las ecuaciones MHD en la forma simbólica  $\partial_t u = uu$ , solo para entender el proceso de clausura. Aquí  $uu$  representa a los términos no lineales. Las ecuaciones de evolución para los momentos de orden dos se obtienen multiplicando las ecuaciones MHD por los campos

dinámicos y promediando:  $\langle u\partial_t u \rangle = \partial_t \langle \frac{1}{2}uu \rangle = \langle uuu \rangle$ . Vemos que la evolución de los momentos de orden dos depende de los de orden tres, los que a su vez satisfacen una ecuación de evolución del tipo  $\partial_t \langle uuu \rangle = \langle uuuu \rangle$  en términos de los de orden cuatro, y así sucesivamente. Queda definida de este modo una jerarquía infinita de momentos, que se debe cerrar con alguna hipótesis de clausura.

La aproximación EDQNM clausura la jerarquía suponiendo que los momentos de orden 4 son Gaussianos, lo cual permite escribirlos en términos de los de orden dos utilizando un resultado exacto para distribuciones de Gauss. Esto permite calcular los momentos de orden tres integrando  $\langle uuu \rangle = \int \langle uuuu \rangle dt$ , y finalmente los de orden dos tras una nueva integración. El nombre, "Eddy Damped Quasi Normal Markovian", refleja los detalles del cálculo, en los cuales no vamos a profundizar. Por un lado, la markovianización que se debe realizar luego de la integración temporal, y por otro lado la introducción de un factor fenomenológico, la tasa de amortiguamiento por torbellinos, que modela el tiempo de relajación de las ternas de Fourier. Es importante notar que esta teoría de clausura, en principio más formal que las fenomenológicas, termina recurriendo a ellas para modelar este coeficiente ad-hoc. El resultado más importante de la clausura EDQNM es el de proveer una serie de ecuaciones de evolución para los espectros de los invariantes ideales que son fácilmente integrables en forma numérica.

En el Capítulo 6, utilizamos esta clausura para modelar en forma autoconsistente la disipación turbulenta en un modelo macroscópico de un arco magnético coronal.

## Capítulo 5

# Mecanismos estacionarios. Parte I: intermitencia MHD

Uno de los mecanismos más promisorios para explicar la eficiente liberación de energía y el consecuente calentamiento estacionario de la corona solar es el de cascada de energía. Esta cascada es capaz de transferir una importante cantidad de energía desde las escalas grandes (del orden del tamaño de una región activa) hasta escalas varios órdenes de magnitud mas pequeñas (dependiendo de los números de Reynolds). En el capítulo anterior vimos una primera aproximación a las teorías de cascadas. Aquí (ver también Milano et al 1999-b) profundizamos sobre el tema, introduciendo el concepto de cascada desde un modelo dinámico. En especial, estudiamos la geometría de las zonas de disipación en turbulencia MHD plenamente desarrollada.

El ingrediente esencial para entender la distribución espacial (y temporal) de los eventos de disipación en turbulencia desarrollada es el concepto de intermitencia, para cuya descripción matemática hacemos uso de la noción de dimensión fractal. Mostramos aquí un novedoso resultado que vincula las dimensiones fractales generalizadas del campo de disipación con los momentos estadísticos de los campos dinámicos. Dicha relación es contrastada con una simulación numérica bidimensional, con un resultado altamente satisfactorio. La simulación muestra que el campo de disipación esta asintóticamente concentrado en una región de dimensión  $D_1 \approx 1.81$ , lo cual es consistente con la estructura filamentaria de las estructuras disipativas en turbulencia MHD-2D.

## 5.1 Introducción.

La teoría de cascada de Kolmogorov 1941 para turbulencia HD supone autosimilaridad del campo de velocidades fluctuante, en escalas contenidas en el rango inercial. Es decir, dos subsistemas de un flujo turbulento, re-escalados al mismo tamaño, deberían tener las mismas propiedades estadísticas. Sin embargo, las simulaciones numéricas y experimentos muestran que el campo de velocidades en turbulencia plenamente desarrollada no es autosimilar, sino intermitente. Esto es: las fluctuaciones ocupan menos proporción del volumen total cuanto menor es su escala. Este fenómeno no tiene un efecto significativo sobre el espectro de energía (asociado a los momentos de orden 2 del campo de velocidades), pero sí sobre los momentos de orden superior ( $\langle v^n \rangle$ , con  $n \gg 2$ ). Los modelos de intermitencia son, en general, un refinamiento de los modelos de cascada. La intermitencia en turbulencia HD fue mucho más estudiada que en el caso MHD. Algunos modelos de intermitencia MHD fueron presentados, sin embargo (ver Carbone 1993, también Biskamp 1993).

Repasamos aquí los modelos de cascada y las correcciones de intermitencia primeramente para el caso HD, con el objeto de introducir conceptos y notación. Luego hacemos un repaso de los conocimientos actuales en cuanto a modelos de cascada e intermitencia para el caso MHD. Finalmente, presentamos un estudio de intermitencia MHD cuyos principales resultados ya fueron resumidos más arriba.

## 5.2 Modelos de cascada para turbulencia HD

La evolución de un fluido incompresible está dada por las ecuaciones de *Navier-Stokes*. Podemos recuperar estas ecuaciones haciendo  $\mathbf{B} = 0$  en las ecuaciones MHD incompresibles:

$$(\partial_t + \mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v} = -\nabla p + \mathbf{f} + \nu \nabla^2 \mathbf{v}, \quad \nabla \cdot \mathbf{v} = 0, \quad (5.1)$$

Hemos incluido aquí una fuerza externa por unidad de volumen  $\mathbf{f}$ . Vamos a suponer, como es usual, condiciones de contorno periódicas en una caja de tamaño  $L$ . Como vimos en el capítulo anterior, estas condiciones de contorno permiten trabajar con transformadas de Fourier de los

campos. De ese modo, las cantidades cuadráticas como la energía y la enstrofia se pueden escribir en términos de sus espectros de potencias:  $E = \sum_{k=0}^{\infty} E_k$  y  $\Omega = \sum_{k=0}^{\infty} \Omega_k$ .

Es fácil escribir una ecuación para la evolución de la energía. Multiplicando la Ec.(5.1) por  $\mathbf{v}$  e integrando en el espacio, obtenemos:

$$\frac{dE}{dt} = F - 2\nu\Omega \quad (5.2)$$

donde  $F = \langle \mathbf{v} \cdot \mathbf{f} \rangle$  es la potencia “inyectada” por la fuerza externa  $\mathbf{f}$ . En la ausencia de forzado externo y de disipación, la energía se conserva. Es por eso que se le dice “invariante ideal”. Nótese que la enstrofia cumple el rol de un sumidero en el balance de energía. Sin embargo, un estado estacionario ( $dE/dt = 0$ ) es posible a priori si la potencia  $F$  ejercida por la fuerza externa es compensada por la disipación viscosa  $2\nu\Omega$ .

Nótese, asimismo, que el término no-lineal de la ecuación de Navier-Stokes no afecta el balance global de energía. En cambio, su función es la de redistribuir la energía entre las distintas escalas que caracterizan al flujo. El muy difundido modelo fenomenológico de Kolmogorov 1941 para turbulencia HD homogénea e isotrópica hace una predicción acerca de cómo se redistribuye esa energía. Vamos a repasar sus ideas desde un enfoque moderno (Frisch 1995). La evolución de la energía contenida en estructuras de tamaño mas grande que  $K^{-1}$  se calcula del siguiente modo. Escribamos el desarrollo de Fourier de la velocidad:

$$\mathbf{v} = \sum_{\mathbf{v}_k} \mathbf{v}_k(t) e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}}. \quad (5.3)$$

Vamos a definir el *filtro pasa-bajo*  $P_K$  a través de la relación

$$P_K \mathbf{v} \equiv \sum_{|\mathbf{k}| \leq K} \mathbf{v}_k(t) e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}}, \quad (5.4)$$

Solo las componentes de Fourier de números de onda menores o iguales que  $K$  pasan a través del filtro  $P_K$ .  $P_K$  se comporta matematicamente como un operador de proyección en el espacio de funciones L-periódicas en  $\mathcal{R}^3$ . Multiplicando la ecuación de Navier-Stokes por  $(P_K \mathbf{v})$  y promediando en el espacio, se obtiene una versión detallada de la Ec.(5.2). Es decir, una ecuación de balance para la energía de las estructuras de tamaño mayor que  $K^{-1}$ :

$$\frac{d}{dt} \sum_{k=0}^K E_k = -\Pi_K + F_K - 2\nu \sum_{k=0}^K \Omega_k \quad (5.5)$$

donde  $\Pi_K = \langle (P_K \mathbf{v}) \cdot (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \rangle$  es el *flujo de energía* no-lineal y  $F_K = \langle (P_K \mathbf{v}) \cdot \mathbf{f} \rangle$ . Supongamos ahora que el forzado actúa en una escala típica  $l_0 \equiv k_0^{-1}$  (e.g.  $f_k = 0$  si  $k \neq k_0$ ). En ese caso,  $F_K$  será una función de Heaviside:  $F_K = 0$  si  $K < k_0$ , y  $F_K = F = \text{constante}$  en cualquier otro caso. Como la disipación es despreciable a escalas grandes (por los altos Números de Reynolds supuestos en cualquier teoría de turbulencia), la única manera de mantener un estado estacionario (lado izquierdo de la Ec.(5.5) igual a cero) es que la energía inyectada sea transferida a escalas más chicas a través de las interacciones no-lineales (descriptas por el término  $\Pi_K$ ). Nótese que  $\Omega_k = k^2 E_k$  es una función creciente del número de onda, siempre y cuando  $E_k$  decaiga más lentamente que  $k^{-2}$  (lo cual se verifica consistentemente para el espectro  $E_k \sim k^{-5/3}$  que se obtiene como resultado de esta teoría fenomenológica). Esto, a su vez, implica la existencia de una *longitud de disipación*  $l_d \equiv k_d^{-1}$  para la cual la disipación resulta apreciable. El llamado *rango inercial*, es el que queda comprendido entre  $k_0$  y  $k_d$ . Para un número de onda  $K$  en el rango inercial ( $k_0 < K \ll k_d$ ), la Ec.(5.5) resulta ser  $\Pi_K = F = \text{const.}$  Mientras que el límite  $K \rightarrow \infty$  de la misma ecuación resulta  $F = 2\nu\Omega$ . La interpretación es simple: la energía  $F$  inyectada (por unidad de tiempo) en el sistema a través de la fuerza externa es transferida a las estructuras más pequeñas por medio de las no linealidades (con una tasa  $\Pi_K = F$ ), y luego es disipada con un tasa  $\epsilon \equiv 2\nu\Omega = F = \Pi_K$ . Para estimar  $E_k$ , se hace una hipótesis adicional: las interacciones son locales en el espacio de Fourier. Esto es: solo interactúan estructuras de tamaño comparable. Por lo tanto, es útil agrupar los números de onda en capas delimitadas por números de onda representativos  $k_n \equiv r^{-n} k_0 \equiv l_n^{-1}$ , con  $0 < r < 1$  (de aquí en más usamos el valor  $r=1/2$ ). Esto define una velocidad típica de la capa,  $\frac{1}{2}v_n^2 \equiv \sum_{k=k_n}^{k_{n+1}} E_k$ , e implica el escala sencillo:  $\Pi_{k_n} \sim k_n v_n^3$ . Finalmente, notando que  $v_n^2 \sim k_n E_{k_n}$ , la constancia de la transferencia espectral  $\Pi_k = \epsilon$  nos permite obtener el muy famoso espectro de Kolmogorov:  $E_k = C\epsilon^{2/3} k^{-5/3}$ .

La representación de esta fenomenología es la de una *cascada de energía*. Los torbellinos en una  $n$ -capa (estructuras de tamaño  $\sim l_n$ ) reciben una cierta cantidad de energía  $\approx v_n^2$  de parte de los que están en la capa  $(n-1)$ , y se la transfieren a los de la capa  $(n+1)$  en un tiempo  $t_n = l_n/v_n$ . Por lo tanto, la tasa de transferencia es  $\Pi_n = v_n^2/t_n = v_n^3/l_n$ . El escala de Kolmogorov implica que el *campo de disipación*  $\epsilon(\mathbf{x}) = \frac{1}{2}\nu \sum_{i,j} (\partial_i v_j + \partial_j v_i)^2$  (la tasa de disipación de la densidad de energía) escala como:  $(\Delta u(r)/r)^2 \sim r^{-4/3}$ . En el límite (asintótico) ideal, la escala de disipación tiende a cero y el campo de disipación es singular (diverge) en cada punto del espacio.

### 5.3 Intermitencia y dimensiones fractales generalizadas en HD

Sin embargo, y de acuerdo a lo dicho anteriormente, la disipación en flujos turbulentos es intermitente (ni uniforme ni constante en el tiempo). Mandelbrot 1993 sugirió que la intermitencia se debe a singularidades en las ecuaciones de Navier-Stokes *que se encuentran concentradas en un conjunto fractal de dimensión  $D_0$* .

#### 5.3.1 Modelos fractales

Las dimensiones fractales fueron introducidas inicialmente en la teoría de sistemas dinámicos, y son una caracterización de la geometría de los atractores extraños en sistemas caóticos (ver Ott 1993). Por ejemplo, un atractor que consta de superficies que se repiten autosimilarmente tiene una dimensión fractal  $2 < D_0 < 3$ . Cuando hablamos de atractor, nos referimos al conjunto de puntos del espacio de fases en los cuales el sistema dinámico pasa la mayor cantidad del tiempo. Más precisamente. Se denomina *medida natural* de un subvolumen en el espacio de fases a la fracción de tiempo que el sistema dinámico transcurre en ese subvolumen. El atractor extraño es el conjunto de puntos del espacio en el cual se tiende a concentrar la medida natural. Para medir  $D_0$ , se divide el espacio de fases en "cubos" (en la dimensión que corresponda) de tamaño  $l_n = l_0 2^{-n}$ , donde  $l_0$  es el tamaño total del sistema. Se cuenta el número de cubos  $N_n$  cuya medida natural es distinta de cero (es decir, que contienen puntos del atractor). Si se verifica para  $n$  suficientemente grande que  $N_n \sim l_n^{-D_0}$  para algún número real  $D_0$ , se dice que  $D_0$  es la dimensión fractal del atractor. Cuando se aplican estas definiciones a los flujos turbulentos, el campo de disipación cumple el rol de la densidad de medida natural. En general, los modelos fractales de turbulencia mantienen la hipótesis de conservación de energía durante la cascada, pero agregan la siguiente variante: la tasa de volumen ocupada por las fluctuaciones es cada vez menor cuanto menor es su escala. En el límite ideal, la tasa de disipación tiende a cero en todos lados, excepto en el conjunto de dimensión fractal  $D_0$  donde diverge.

Veamos un ejemplo. El modelo  $\beta$  (fractal-uniforme) para turbulencia HD (Frisch, Sulem & Nelkin 1978) sigue la cascada de energía cinética en pasos cuyo tiempo típico es  $t_n = l_n/u_n$ , donde  $l_n = l_0 2^{-n}$  y  $u_n$  son respectivamente el tamaño y la velocidad típica del paso  $n$ -ésimo de

la cascada. El parámetro crucial del modelo es  $\beta = V_{n+1}/V_n < 1$ : el volumen fraccional ocupado por las fluctuaciones turbulentas. Las cantidades promedio dependen ahora de  $\beta$ . Por ejemplo; en el paso  $n$ -ésimo, una fracción  $\beta^n$  del volumen contiene fluctuaciones turbulentas, de modo que  $\Pi_n = \beta^n v_n^3/l_n$ . La transferencia de energía puede ser pensada como un mapeo de la medida natural de un sistema dinámico disipativo subyacente. Cada paso de la cascada se corresponde con una iteración del sistema dinámico. Cada "vórtice" tiene una medida  $\mu = v_n^3/l_n$ , y se divide en "vórtices hijos" de tamaño  $l_{n+1}$ , de modo que se conserve la medida. En otras palabras: la conservación de la medida se expresa en la constancia de  $\Pi_n$ . Los diferentes pasos de la cascada pueden ser también pensados como las diferentes resoluciones espaciales a las cuales el atractor extraño es visto al calcularse la dimensión fractal  $D_0$ . Si  $N_n$  es el número de cubos que incluyen puntos del atractor (o equivalentemente, que contienen vórtices activos de tamaño  $l_n$ ), entonces  $N_n \sim l_n^{-D_0}$ . Comparando esta relación con la definición de  $\beta$ , es fácil de ver que  $\beta = 2^{D_0-3}$ . Conservación de la medida ( $\Pi_n = \epsilon = \text{constante}$ ), implica que el campo de velocidad escala como:

$$v_n \sim l_n^{\frac{1}{3} + \frac{D_0-3}{3}} \equiv l_n^h \quad (5.6)$$

y por lo tanto  $E_{k_n} \sim k_n v_n^2 \sim k^{-5/3+\delta}$ , con  $\delta \equiv (3 - D_0)/3$ .

La dimensión fractal  $D_0$  puede ser calculada ajustando la Ec.(5.6) a valores experimentales de los *exponentes de escala*  $\zeta_p$ . Recordemos que los exponentes de escala se definen por la relación  $S_p \sim r^{\zeta_p}$ , donde las  $S_p$  son las *funciones de estructura*  $S_p = \langle [\Delta v(\tau)]^p \rangle$  y  $\Delta v(\tau) \equiv |(\mathbf{v}(\mathbf{x}) - \mathbf{v}(\mathbf{x} + \mathbf{r})) \cdot \hat{\mathbf{r}}|$ . Los valores así obtenidos son usualmente cercanos a  $D_0 \approx 2.9$ . La corrección al espectro de Kolmogorov (asociada a  $\zeta_2$ ) debida a la intermitencia es entonces lo suficientemente chica como para quedar enmascarada por el error experimental de cualquier experimento o simulación numérica realizable actualmente. Las correcciones por intermitencia son significativas en cambio para funciones de estructura de órdenes superiores. Sin embargo, para  $p$  suficientemente grande,  $\zeta_p$  se aleja del comportamiento lineal y es convexa ( $\zeta_p'' < 0$ ) Esta convexidad de  $\zeta_p$  está íntimamente relacionada con la naturaleza multifractal de la cascada de energía turbulenta, como mostramos a continuación.



### 5.3.2 Modelos multifractales

Los atractores que aparecen en sistemas dinámicos suelen tener la medida natural distribuida de modo no-uniforme. Algo similar ocurre en los flujos turbulentos, donde el campo de disipación (que representa, como dijimos, a la densidad de medida del sistema dinámico asociado a la cascada) es altamente inhomogéneo. Para cuantificar esa distribución no uniforme de la medida se definen las *dimensiones fractales generalizadas*  $D_q$  (ver por ejemplo Ott 1993):

$$D_q = \frac{1}{q-1} \lim_{l_n \rightarrow 0} \frac{\log(I(q, l_n))}{\log(l_n)} \quad (5.7)$$

donde

$$I(q, l_n) = \sum_{i=1}^{N_n} \mu_i^q, \quad (5.8)$$

Un multifractal (ver McCauley 1990) por una revisión de multifractales en turbulencia) es un conjunto en el cual  $D_q$  decrece con  $q$ , mientras que en un conjunto fractal todos los  $D_q$  coinciden ( $D_q = D_0 \forall q$ ,  $D_0 \notin N$ ). La dimensión del "núcleo" donde se concentra la medida natural es  $D_1$ , en el sentido de que  $D_1$  coincide con la dimensión de capacidad- $\theta$   $D_0(\theta)$  (ver la definición en interpretación de  $D_0(\theta)$  en Ott 1993). En nuestro caso, como ya dijimos, la medida de un cubo  $B$  es la integral sobre el cubo del campo de disipación  $\mu(B) = \int_B \varepsilon d^3x$ .

Un modo sencillo de relacionar las dimensiones generalizadas con las funciones de estructura es utilizar el formalismo del *espectro de singularidades*  $f(\alpha)$ . La hipótesis multifractal se puede expresar diciendo que el flujo turbulento tiene un rango de índices de escala  $I = (h_{min}, h_{max})$ . Para cada  $h$  en ese rango existe un atractor extraño  $\mathcal{A}_h$  de dimensión fractal  $D(h)$ , en el cual la velocidad escala como  $v_n \sim l_n^h$ . Los modelos fractales corresponden al caso particular en que  $h$  toma un único valor. Por ejemplo, en el caso del modelo  $\beta$ , es el valor dado por la Ec.(5.6). En ese caso, existe un solo atractor con inhomogéneo  $D(h) = D_0$ . Nótese que, para un dado vórtice de tamaño  $l_n$  e índice de escala  $h$ , la medida  $\mu_i$  escala como  $\mu_i \sim (v_n^3/l_n)l_n^3 \sim l_n^\alpha$ , donde  $\alpha = 3h + 2$ . El número de cubos con medida  $\mu_i$  tal que  $\mu_i \sim l_n^\alpha$ , escala como  $N_n(\alpha) \sim l_n^{-f(\alpha)}$  donde  $f(\alpha) = D(h)$ , siempre que  $\alpha = 3h + 2$ . Para distinguir  $f(\alpha)$  de  $D(h)$ , a este último lo llamamos *espectro de singularidades de la velocidad*. Suponiendo que el número de cajas es suficientemente grande, uno puede pasar al continuo y escribir  $I(q, l_n) = \int l_n^{\alpha q - f(\alpha)} \rho(\alpha) d\alpha$ , donde  $\rho(\alpha)$  es una función suave de  $\alpha$ . En el límite  $l_n \rightarrow 0$ , la contribución principal a la integral proviene del valor de  $\alpha$  para el

cual la función  $\alpha q - f(\alpha)$  alcanza su mínimo. Ante lo cual  $I(q, l_n) \sim l_n^{\min[\alpha q - f(\alpha)]}$  y

$$D_q = \frac{1}{q-1} \min_{\alpha} [\alpha q - f(\alpha)] \quad (5.9)$$

Del mismo modo, los exponentes de escala pueden ser calculados mediante una suma sobre "vórtices":  $S_p = L^{-3} \int |\Delta u(l_n)|^p d^3x = \sum_h u_n^p l_n^3 N_n(h) = \int l_n^{hp+3-D(h)} \rho(h) dh$ . Los mismos razonamientos que nos llevaron a la Ec.(5.9) nos conducen a:

$$\zeta_p = \min_h [hp + 3 - D(h)] \quad (5.10)$$

Finalmente, el cambio de variables  $\alpha = 3h + 2 \Rightarrow f(\alpha) = D(h)$  nos permite eliminar el operador de minimización entre la Ec.(5.9) y la Ec.(5.10) para obtener

$$D_q = 3 - \frac{q - \zeta_p}{q-1} \quad (5.11)$$

Este resultado aparece en una publicación (Jensen 1991) sin demostración ni discusión sobre el mismo. Puede ser muy útil para calcular dimensiones generalizadas a partir de valores experimentales de  $\zeta_p$  (que son usualmente obtenidos a partir de series temporales utilizando la hipótesis de Taylor). También puede ser usada para calcular funciones de estructura en simulaciones numéricas (donde muchas veces el calculo de las  $D_q$  por definición es mucho mas sencillo que el cálculo directo de  $\zeta_p$ ).

Es notable el hecho de que la Ec.(5.11) implica:

$$D'_q < 0 \Leftrightarrow \zeta_p'' < 0 \quad (5.12)$$

Esta es una relación de consistencia muy importante la cual, hasta donde llega nuestro conocimiento, nunca ha sido discutida en la literatura. El hecho de que  $D_q$  decrezca con  $q$  es un resultado exacto de la teoría ergódica (Ott 1993), mientras que la convexidad de  $\zeta_p$  es un resultado exacto (y un dato experimental) en teoría de turbulencia (Frisch 1995). Para deducir la Ec.(5.12) alcanza con derivar ambos lados de la Ec.(5.11). Obtenemos:

$$D'_q < 0 \Leftrightarrow \zeta_p'(3-p) + (\zeta_p - 1) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \zeta_p' < \frac{\zeta_p - \zeta_3}{p-3}, & \text{si } p < 3; \\ \zeta_p' > \frac{\zeta_p - \zeta_3}{p-3}, & \text{si } p > 3; \end{cases} \quad (5.13)$$

donde hemos usado el resultado exacto  $\zeta_3 = 1$ . Nótese que las dos desigualdades del lado derecho de Ec.(5.13) son equivalentes a la condición  $\zeta_p'' < 0$ . El Teorema de Lagrange establece que  $(\zeta_p - \zeta_3)/(p-3) = \zeta_p'$ , con  $\theta$  entre 3 y  $p$ . Ahora bien, si  $p > 3$ ,  $\zeta_p'$  es monotonamente decreciente ( $\zeta_p'' < 0$ ) si y solo si  $\zeta_p' < \zeta_p$ . Del mismo modo, para  $p < 3$ ,  $\zeta_p'' < 0$  si y solo si  $\zeta_p' > \zeta_p$ .

## 5.4 Modelos de cascada e intermitencia en turbulencia MHD

Veamos ahora como se modifican los resultados previos para el caso MHD. Vamos a considerar por separado los casos 2D y 3D.

### 5.4.1 MHD 3D

Como mencionamos en el capítulo anterior, el modelo de cascada más aceptado para el caso MHD es el de Kraichnan 1965. Este modelo está basado en el *efecto Alfvén*; el cual, a su vez, está relacionado con la capacidad que tiene un campo magnético uniforme  $\mathbf{b}_0$  de propagar ondas a la *velocidad de Alfvén*  $v_A \equiv |\mathbf{b}_0|$ . Para entender el efecto Alfvén, reescribamos las ecuaciones MHD en términos de los campos de Elsasser  $\mathbf{z}^\pm = \mathbf{v} \pm \mathbf{b}$ :

$$(\partial_t + \mathbf{z}^\mp \cdot \nabla) \mathbf{z}^\pm = -\nabla P + \mathbf{f} + \nu \nabla^2 \mathbf{z}^\pm, \quad \nabla \cdot \mathbf{z}^\pm = 0 \quad (5.14)$$

donde  $P$  es la presión total (plasma más magnética) y suponemos  $\eta = \nu$  por simplicidad.

El efecto de agregar un campo magnético uniforme  $\mathbf{b}_0$  a ciertos campos preexistentes puede ser tenido en cuenta reemplazando  $\partial_t \rightarrow \partial_t \pm \mathbf{b}_0 \cdot \nabla$  en las Ecs.(5.14). Las fluctuaciones (“vórtices”) preexistentes en los campos  $\mathbf{z}^\pm$  son propagadas en direcciones *opuestas*, con la velocidad de Alfvén  $v_A = b_0$ , y son llamadas *fluctuaciones Alfvénicas*. Los términos no-lineales en las Ecs.(5.14) solo acoplan “vórtices”  $\mathbf{z}^+$  con “vórtices”  $\mathbf{z}^-$ . Suponiendo una cascada local, la representación del rango inercial es la de una colección de vórtices  $\mathbf{z}_k^\pm$  de tamaños  $l \sim 1/k$ , viajando en direcciones opuestas y dispersándose. También se supone isotropía, lo cual es contradictorio con la presencia de un campo  $\mathbf{b}_0$  uniforme. En realidad, se supone que  $\langle \mathbf{b} \rangle = 0$ , pero que el campo “macroscópico” actúa localmente como un campo uniforme por el cual se propagan las fluctuaciones “microscópicas”. La velocidad de Alfvén típica de esa propagación es entonces  $v_A = \langle b^2 \rangle = (2 \int E_k^b dk)^{1/2}$ . El tiempo de interacción de dos vórtices opuestos es  $t_k^A \equiv (k v_A)^{-1} = l/v_A$ , que es el tiempo que tardan en recorrer una distancia del orden de su propio tamaño. Mientras que el tiempo típico para la distorsión no-lineal de un vórtice  $\mathbf{z}^\pm$  es  $t_k^\pm \equiv (k z_k^\mp)^{-1} \sim \langle |z_k^\mp \cdot \nabla| \rangle^{-1}$ , como se puede ver fácilmente estimando la magnitud del término no-lineal en las Ecs.(5.14).

La distorsión de un vórtice en cada encuentro es pequeña: los dos términos en el lado izquierdo de las Ecs.(5.14) comparan como  $\delta z^\pm/t_k^A \sim z^\pm/t_k^\pm$ , resultando  $\delta z^\pm/z^\pm \sim t_k^A/t_k^\pm = z^\mp/v_A \ll 1$ . Como consecuencia, los campos  $z^\pm$  están asintóticamente decorrelacionados, lo cual implica (tendencia asintótica a la) equipartición de energía  $E_k^b = E_k^v$ , ya que  $\langle \mathbf{z}^+ \cdot \mathbf{z}^- \rangle = 0 = \langle v^2 - b^2 \rangle$ . La distorsión de un vórtice en cada choque es considerada aleatoria, análogamente al desplazamiento de una partícula en una "caminata al azar". Por lo tanto, y por analogía, se necesitan  $N = (z^\pm/\delta z^\pm)^2$  choques para producir una distorsión apreciable  $\Delta z^\pm \sim z^\pm$ . Como resultado, el tiempo de transferencia de energía para los campos  $z^\pm$  es  $T_k^\pm = N t_k^A = (t_k^\pm)^2/t_k^A$ , y la tasa de transferencia de energía es  $\Pi_k^\pm = (z_k^\pm)^2/T_k^\pm$ . La suposición adicional de que la helicidad cruzada  $H = \langle \mathbf{u} \cdot \mathbf{b} \rangle = 1/4 \langle z^{+2} - z^{-2} \rangle$  es despreciable implica la relación  $z^+ \sim z^-$ , y por lo tanto  $u \sim b \sim z^\pm$ . La conservación de energía durante la cascada,  $\Pi_k = k v_k^4/v_A \equiv \epsilon$ , lleva al conocido espectro de Kraichnan  $E_k^v = E_k^b = C(\epsilon v_A)^{1/2} k^{-3/2}$ .

Se pueden hacer correcciones fractales y multifractales a la fenomenología de Kraichnan extendiendo las ideas expuestas para el caso HD. El modelo  $\beta$  MHD, por ejemplo, es muy similar al del caso HD. Las dos principales diferencias son: (i) el campo fluctuante puede ser  $v$ ,  $B$ ,  $z^+$  o  $z^-$ , ya que todos escalan igual; llamamos  $u$  a cualquiera de esos campos; (ii) el tiempo de transferencia ya no es más  $l/u$ , sino  $T_k$ , como discutimos anteriormente. La conservación de la energía ( $\Pi_n \sim \beta^n u_n^4/l = \epsilon = \text{constante}$ ), implica que el campo fluctuante escala como:

$$u_n \sim l_n^{\frac{1}{4} + \frac{D_0 - 3}{4}} \equiv l_n^h \quad (5.15)$$

donde hemos usado la relación  $\beta = 2^{D_0 - 3}$ . Como resultado, el modelo- $\beta$  predice, al igual que en el caso HD, un comportamiento lineal.

Consideremos ahora el caso multifractal. Es fácil de ver que la Ec.(5.9) y la Ec.(5.10) son aún válidas. La diferencia es la relación entre  $h$  y  $\alpha$ . La medida de un vórtice de tamaño  $l_n$  es  $\mu_i = (u_n^4/l_n) l_n^3$ . Recordando que  $u_n \sim l_n^h$  y  $\mu_i \sim l_n^\alpha$ , llegamos a la relación:

$$\alpha = 4h + 2 \Leftrightarrow f(\alpha) = D(h) \quad (5.16)$$

Ahora, la Ec.(5.16) permite combinar la Ec.(5.10) con la Ec.(5.9) para escribir la análoga a la Ec.(5.11) ,

$$D_q = 3 - \frac{q-\zeta_4 q}{q-1} \quad (5.17)$$

#### 5.4.2 MHD 2D

Vamos a considerar, de aquí en más, las ecuaciones MHD 2D. Es importante notar (ver el capítulo anterior) que la turbulencia MHD 2D y la MHD 3D están íntimamente relacionadas. En ambos casos la helicidad cruzada y la energía total sufren una cascada directa, mientras que una cantidad puramente magnética verifica cascada inversa. Las ecuaciones de Elsasser toman exactamente la misma forma en dos o en tres dimensiones. El efecto Alfvén 2D conduce, como en el caso 3D, al espectro  $k^{-3/2}$  de Kraichnan. La Ec.(5.18) toma, ahora, la forma:

$$D_q = 2 - \frac{q-\zeta_4 q}{q-1} \quad (5.18)$$

La ligera diferencia entre la Ec.(5.17) y la Ec.(5.18) proviene del hecho de que la medida de un cubo escala como  $(u_n^4/l_n)l_n^3$  en 3D y como  $(u_n^4/l_n)l_n^2$  en 2D. La relación de consistencia Ec.(5.12) puede ser también obtenida para el caso MHD, derivando la Ec.(5.17) o la Ec.(5.18) , y teniendo en cuenta que en este caso  $\zeta_4 = 1$ .

En la próxima sección mostramos los resultados que obtuvimos al poner a prueba la Ec.(5.18) con una simulación numérica MHD-2D.

## 5.5 Resultados numéricos

Las ecuaciones MHD-2D pueden ser obtenidas a partir de las RMHD (Capítulo 3), despreciando los términos con derivadas en  $z$ . Eligiendo  $l$  como la unidad de longitud,  $t_0$  como la unidad de tiempo y  $u_0 \equiv l/t_0$  como la unidad de velocidad y campo magnético, escribimos:

$$\partial_t a = f + [\psi, a] + \frac{1}{S} \nabla_{\perp}^2 a \quad (5.19)$$

$$\partial_t w = [\psi, w] - [a, j] + \frac{1}{R} \nabla_{\perp}^2 w \quad (5.20)$$

donde  $f$  es la fuerza externa que inyecta energía al sistema, como discutimos previamente, para permitir llegar a un estado estacionario turbulento.  $S = u_0 l / \eta$  y  $R = u_0 l / \nu$  son los números de Reynolds. Las coordenadas espaciales expanden una caja de longitud  $2\pi$ , es decir  $0 \leq x, y \leq 2\pi$ .

Realizamos simulaciones de las Ecs.(5.19)-(5.20) suponiendo condiciones de contorno periódicas en  $(x, y)$ , con un forzado constante (en el tiempo) y angosto en el espacio de Fourier:

$$f_k = \begin{cases} f_0 & \text{si } 3 < k < 4 \\ 0 & \text{otro caso} \end{cases} \quad (5.21)$$

con  $f_0 = \text{constante} \approx 1$ .

El potencial vector  $a$  y la función corriente  $\psi$  son expandidos en modos de Fourier. Las ecuaciones para los coeficientes  $\psi_k(t)$  y  $a_k(t)$  son evolucionadas usando un método predictor-corrector de segundo orden, y los términos no-lineales son evaluados siguiendo una técnica pseudo-espectral totalmente de-aliaseada (ver Canuto et al. 1988; también Dmitruk, Gómez & DeLuca 1998). La caja en la cual hacemos la simulación es de tamaño  $512 \times 512$  y los números de Reynolds  $R = S = 20000$ .

Corremos el código desde una condición inicial turbulenta, obtenida a partir de una corrida previa de baja resolución ( $96 \times 96$ ). Hacemos esto para ahorrar tiempo de CPU: lleva un tiempo excesivamente largo, con las computadoras a las que tenemos acceso, llegar a un estado estacionario turbulento con alta resolución espacial. A pesar de que los números de onda grandes son inicialmente forzados a valer cero, la cascada lleva rapidamente energía a esos modos. A  $t = 5$  (en nuestras unidades adimensionales), los espectros de potencias  $E_k^v$  y  $E_k^b$  muestran las características de un estado de turbulencia plenamente desarrollada (ver Fig.5.1 ).

En simulaciones de turbulencia, el rango inercial es mas una definición de trabajo que una determinación precisa. El rango inercial debería estar lo suficientemente lejos del rango disipativo, y del forzado. Esto último es mas o menos fácil de realizar, eligiendo un forzado angosto como el nuestro. Pero lo segundo, solo se puede lograr: (i) con un numero de grados de libertad mucho mayor al accesible hoy en día (ii) usando términos disipativos que actúen como un escalón en el espacio de Fourier. Es decir, despreciables por debajo de un cierto numero de onda, y dominantes por encima de él. Un término disipativo del tipo descrito en (ii) es denominado *hiper-disipación*. Usualmente, se usan operadores de la forma  $(\nabla^2)^n$ , con  $n = 2, 4$ , etc. Pero esto implica, por

supuesto, trabajar con ecuaciones que ya no son las originales. Nosotros trabajamos con los operadores de disipación convencionales, y en la Fig.5.1 mostramos cual es nuestra definición de "rango inercial". Nótese que, aún a pesar de que la energía magnética es dominante, las fluctuaciones de pequeña escala están cerca de la equipartición predicha por Kraichnan. En realidad, hay un leve exceso de energía magnética en todas las escalas, lo cual no está en desacuerdo con la predicción de *tendencia asintótica* a la equipartición. De aquí en más, usamos los campos a  $t = 5$  para nuestros cálculos, ya que son representativos del estado turbulento (estadísticamente) estacionario que estamos estudiando.

Para determinar el grado de alineamiento de los campos magnético y de velocidades, calculamos el *espectro de potencias normalizado de la helicidad cruzada*  $\rho_k = H_k/E_k$ , como mostramos en la Fig.5.2 . Como mencionamos antes, el escala de Kraichnan supone que no hay correlación entre los campos de velocidad y magnético (e.g.  $\rho_k = 0$ ). La Fig.5.2 muestra que nuestra simulación alcanza valores moderados de  $\rho_k \approx 0.2$  en el rango inercial.

El comportamiento espectral mostrado en la Fig.5.1 y en la Fig.5.2 nos parece lo suficientemente satisfactorio como para realizar un estudio de intermitencia con nuestras simulaciones.

Una representación en el espacio físico de los campos de disipación es mostrada en la Fig.5.3 . Nótese que las disipaciones cinética y magnética se encuentran altamente correlacionadas. Esto no debería sorprender, puesto que las las fluctuaciones Alfvénicas satisfacen, idealmente, la relación  $\mathbf{u} = \pm \mathbf{b}$ .

En la Fig.5.4 mostramos las dimensiones fractales generalizadas, calculadas por definición (Ec.(5.7) y Ec.(5.8) ). La medida de cada caja es la integral sobre la misma del campo de disipación (cinético + magnético). Notar que, para valores positivos de  $q$ , las dimensiones generalizadas están bien por debajo de  $D = 2$ . La dimensión de información toma el valor  $D_1 = 1.81$ , y los valores asintóticos son  $D_{-\infty} = 3.07$  y  $D_{+\infty} = 1.43$ .

La Ec.(5.9) puede ser fácilmente reescrita en la forma (Ott 1993):

$$f(\alpha) = q\tau'(q) - \tau(q), \quad \alpha = \tau'(q), \quad (5.22)$$

donde  $\tau(q) = (q - 1)D_q$ . Ecs.(5.22) permite una construcción paramétrica del espectro de singularidades  $f(\alpha)$  con  $q$  como parámetro, siempre que uno conozca  $D_q$ . Calculamos el espectro de

singularidades usando esta técnica, derivando  $\tau(q)$  por diferencias finitas centradas. El resultado es presentado en la Fig.5.5 , donde mostramos  $D(h) = f((\alpha - 1)/4)$  (recordar que en caso 2D,  $\alpha = 4h + 1$ ). El valor más probable para el exponente  $h$  es  $(D_1 - 1)/4 = 0.20$ , sensiblemente menor al valor de Kraichnan: 0.25.

Finalmente, testamos la Ec.(5.18) usando los resultados de nuestra simulación numérica. Por un lado, calculamos los exponentes de escala partiendo de los valores de  $D_q$ , calculados por definición, e invirtiendo la Ec.(5.18) para obtener  $\zeta_p$  (estrellas en la Fig.5.6 ) Por otro lado, calculamos los mismos exponentes de escala usando la técnica ESS ("Extended Self Similarity", Benzi et al. 1993). Como muestra la Fig.5.6 , el acuerdo es excelente, lo cual constituye un importante respaldo para la teoría. El hecho de elegir el método ESS tiene que ver con el hecho de que es apropiado para números de Reynolds modestos, que son los únicos que se pueden utilizar en simulaciones directas (donde el tamaño de la caja de la simulación es siempre limitado). La versión original del método ESS fue formulada para el caso HD-3D, donde el resultado exacto  $S_3 = -\frac{4}{5}\epsilon r$ , junto con la relación  $S_p \sim r^{\zeta_p}$  sugiere que  $\zeta_p$  puede ser calculado a partir de la pendiente de un gráfico log-log de  $S_p$  vs  $S_3$ , en lugar del típico  $S_p$  vs  $r$ . Carbone 1994 aplica este método para estudiar las funciones de estructura en el marco de un modelo de capas para turbulencia MHD tipo Kolmogorov ( $E_k \sim k^{-5/3}$ ). Nosotros adaptamos aquí el método para el caso de turbulencia de Kraichnan MHD, notando que ahora  $S_4 \sim r$ , y entonces calculamos  $\zeta_p$  a partir de un gráfico log-log de  $S_p$  vs  $S_4$ .

## 5.6 Conclusiones y discusión

Los altísimos números de Reynolds ( $\sim 10^{20}$ ) presentes en la corona solar hacen que el desarrollo de turbulencia resulte inevitable, al menos desde nuestro punto de vista. El hecho de que el campo magnético tenga una componente axial (la que da forma a los arcos) medianamente ordenada y estable, implica que esa turbulencia sea anisotrópica, como discutimos en detalle en el próximo capítulo. Por lo tanto, es necesario comprender los procesos de transferencia espectral de energía e intermitencia en las fluctuaciones para tener una idea física realista de como se lleva a cabo la disipación de energía.



---

Los resultados presentados aquí contribuyen a comprender la intermitencia en el caso MHD, tema que no fue aún debidamente explorado en la literatura. La relación obtenida (Ec.(5.17) y Ec.(5.18) ) entre las dimensiones generalizadas y los exponentes de escala puede resultar de suma utilidad para posteriores estudios de intermitencia MHD. Su contrastación, por medio de nuestras simulaciones numéricas (Fig.5.6 ), dio un resultado altamente satisfactorio. La demostración de que las relaciones obtenidas (Ec.(5.17) y Ec.(5.18) ) implican que los exponentes de escala son una función convexa si y solo si las  $D_q$  decrecen con  $q$ , es una importante y novedosa comprobación de consistencia para toda la teoría.

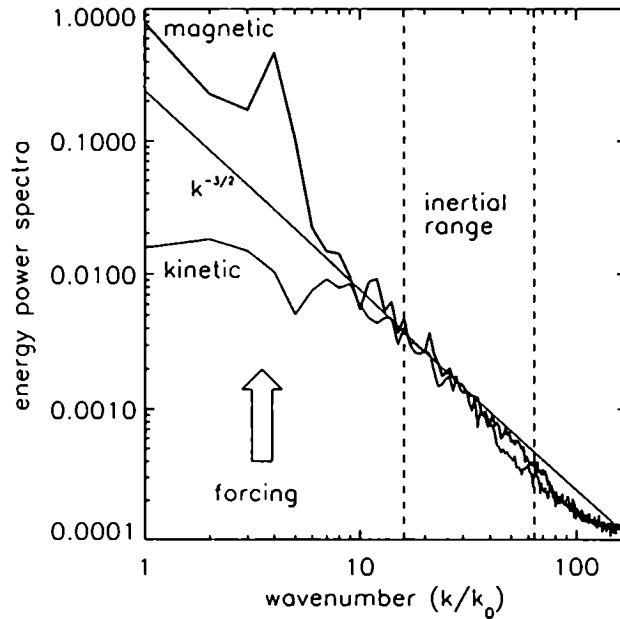


Fig. 5.1: Espectros de potencia cinético y magnético. La inyección de energía debida al forzado (en los modos  $3 \leq k \leq 4$ ), es indicada por una flecha. Las líneas verticales muestran el rango de escalas que elegimos para calcular nuestros resultados (nuestro “rango inercial”).

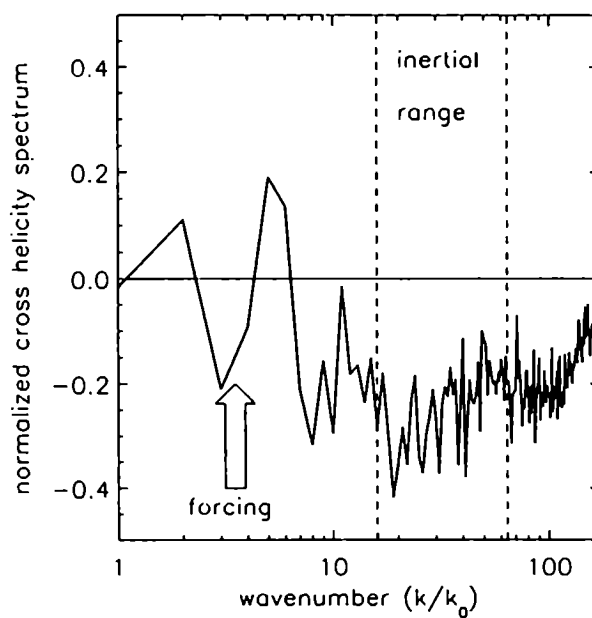


Fig. 5.2: Espectro normalizado de helicidad cruzada  $\rho_k$ . Para una cierta escala  $k^{-1}$ ,  $\rho_k = \pm 1$  indicaría alineación perfecta ( $\mathbf{u} = \pm \mathbf{b}$ ).

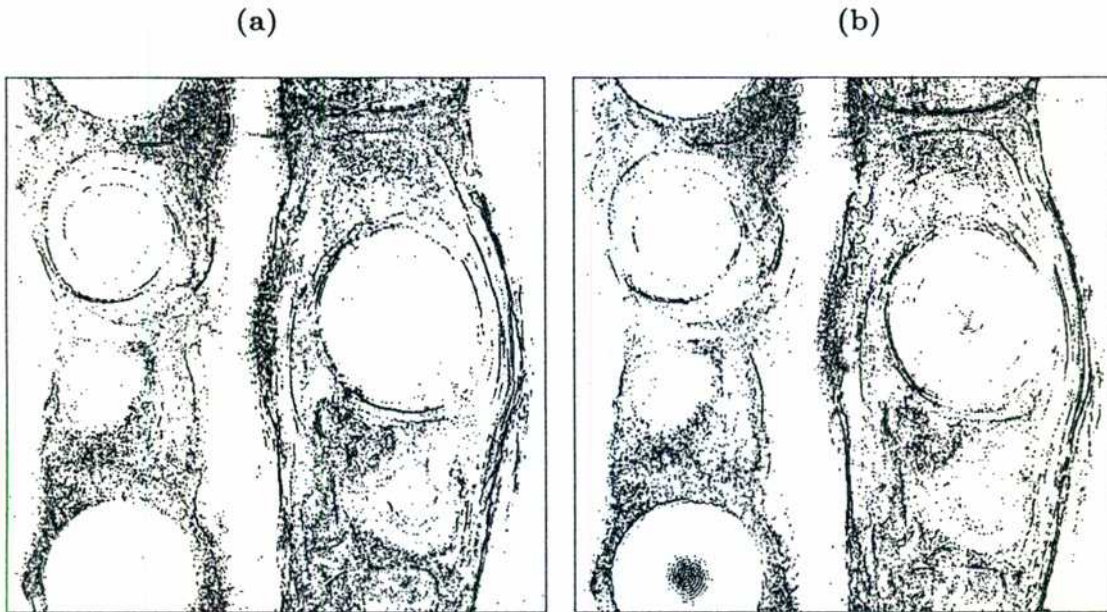


Fig. 5.3: Campos de disipación: (a) cinético (b) magnético. Los puntos negros son aquellos donde la disipación supera un cierto umbral  $\epsilon_c = 1.7 \langle \epsilon \rangle$ ; un 75% de la disipación total ocurre en esos puntos. El factor de llenado es de un 13% en los dos casos. Un 53% de la disipación es magnética.

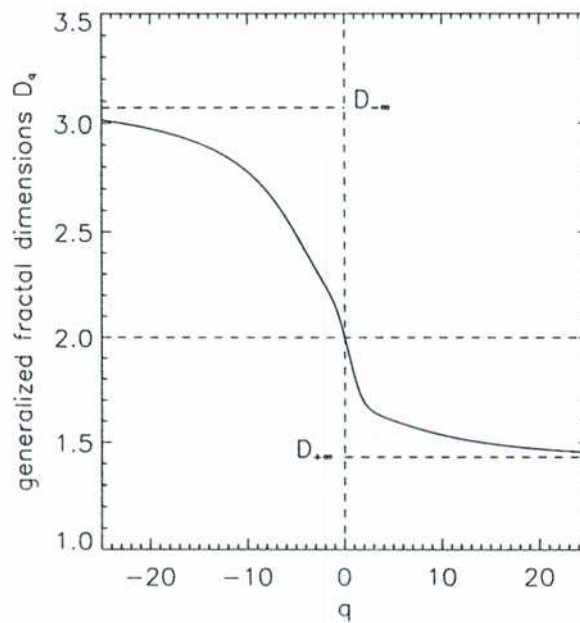


Fig. 5.4: Dimensiones fractales generalizadas  $D_q$ , calculadas directamente por definición (Ec.(5.7) y Ec.(5.8) ).

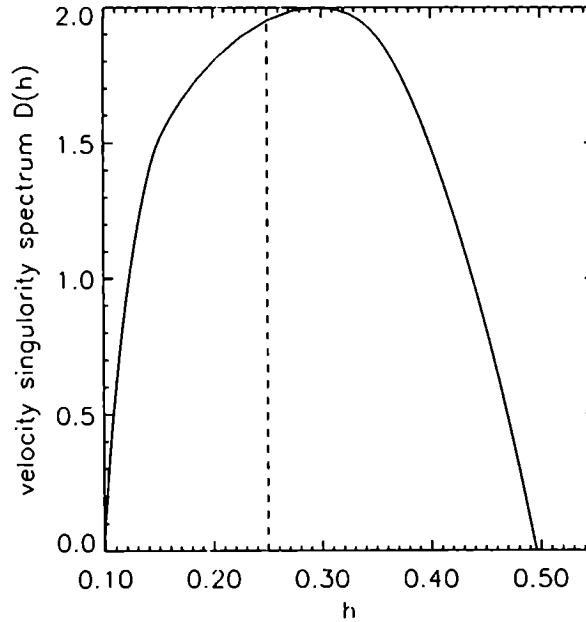


Fig. 5.5: Espectro de singularidades de la velocidad  $D(h) = f(\alpha = 4h + 1)$ , calculado a partir de los valores de  $D_q$  mostrados en la figura anterior, por medio de la Ec.(5.22)

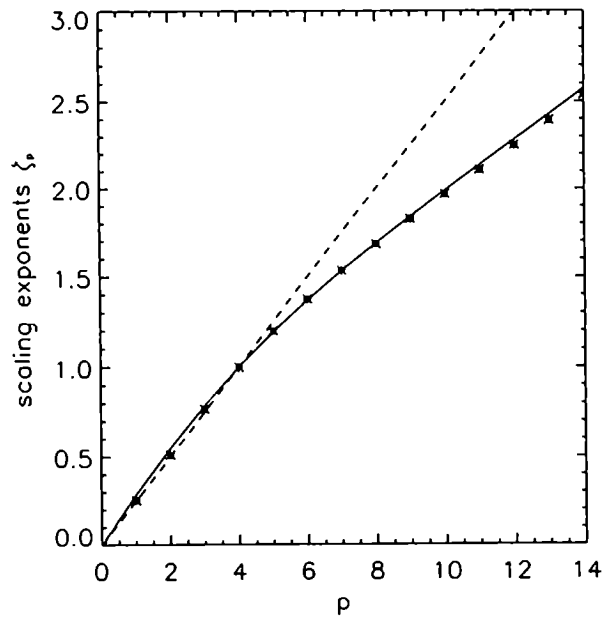


Fig. 5.6: Puesta a prueba de la Ec.(5.18) . En línea sólida aparecen los exponentes de escala, calculados según la técnica ESS. En estrellas los mismos exponentes pero calculados usando la Ec.(5.18) , con las  $D_q$  calculadas por definición. Las rayas representan el escaleo de Kraichnan ( $\zeta_p = p/4$ ).

## Capítulo 6

# Mecanismos estacionarios. Parte II: calentamiento resonante y no resonante

La cascada de energía total descrita en el capítulo anterior es un excelente candidato para dar cuenta del calentamiento estacionario requerido para mantener la corona a una temperatura de  $2 - 3 \cdot 10^6 \text{ K}$ . Sin embargo, se requiere un esfuerzo teórico para aplicar las técnicas y resultados en turbulencia isótropa, homogénea, estacionaria, y con condiciones de contorno periódicas, a las regiones activas solares, donde no se cumple en sentido estricto ninguna de estas propiedades.

En este capítulo presentamos un modelo autoconsistente que simplifica el aspecto espacial de la turbulencia para estudiar el temporal con mayor detalle. La energía disipada en la corona solar (presuntamente) por la cascada directa de energía de los campos MHD, es inducida por los movimientos fotosféricos que arrastran las líneas magnéticas aumentando constantemente la energía libre de las regiones activas. Estos movimientos son turbulentos (ver Capítulo 2) y, como tales, tienen toda una gama de frecuencias relevantes a la dinámica. La pregunta acerca de si el calentamiento es debido a las frecuencias bajas (*calentamiento DC, o no resonante*) o altas (*calentamiento AC, o resonante*) del campo de velocidades fotosférico sigue abierta, y es el objeto de estudio del presente capítulo (ver también Milano, Gómez & Martens 1997).

## 6.1 Introducción

El espectro de energía de la turbulencia depende, en general, no solo de los números de onda  $k$ , sino también del tiempo, o equivalentemente de las frecuencias  $\omega$ . En un estudio como el del capítulo anterior, el aspecto temporal es simplificado al suponer estacionariedad estadística. En un estudio como el que abordamos en este capítulo, por el contrario, el aspecto temporal debe ser tratado en detalle, a cambio de lo cual simplificaremos el aspecto espacial. Para eso apelamos a una descripción de la evolución de las macroescalas de una región activa, recurriendo al concepto de *coeficientes efectivos de disipación* descrito a continuación para dar cuenta del efecto sobre la dinámica del resto de las escalas.

En un escenario turbulento, la energía es transferida desde la escala del forzado (o macroescala) hasta la escala de disipación, por medio de la cascada directa que opera en el rango inercial. Por lo tanto, el efecto de la turbulencia sobre la evolución de las escalas grandes es el de quitarles una determinada cantidad de energía por unidad de tiempo. En un modelo que solo describa las macroescalas de un sistema turbulento, una forma de dar cuenta de esa constante pérdida de energía es reemplazar los coeficientes de disipación moleculares por nuevos *coeficientes efectivos* (ver por ejemplo Prandtl 1925), los que habitualmente resultan varios órdenes de magnitud (dependiendo del número de Reynolds) mayores que los originales.

Tradicionalmente, las teorías de calentamiento coronal se han clasificado en AC y DC, dependiendo del tipo de corrientes eléctricas que se inyectan desde la fotosfera. Las corrientes DC son aquellas que varían en tiempos mucho más largos que el tiempo de tránsito de una onda de Alfvén a lo largo del arco magnético en cuestión, es decir, que el tiempo de Alfvén  $t_A$ . Mientras que las corrientes que varían en un tiempo menor o del orden de  $t_A$  son denominadas corrientes AC. El calentamiento AC involucra procesos de disipación resonantes, en frecuencias que son armónicos de la *frecuencia de Alfvén*  $\omega_A$ . Ionson 1982, 1984, 1985 propuso una serie de modelos en los que presenta una analogía entre arcos magnéticos coronales y circuitos RLC, para estudiar el calentamiento resonante. Sin embargo, esa analogía está limitada por el hecho de que, mientras en la teoría de circuitos la extensión espacial no es relevante, esta misma extensión es vital para entender el comportamiento resonante de los arcos coronales.

Proponemos un modelo para un arco magnético coronal en el que integramos la evolución de las macroescalas. Las ecuaciones de evolución son las de la RMHD, descritas en el Capítulo 3. El rol de las microescalas es modelado utilizando los coeficientes de disipación efectiva de la EDQNM (ver Capítulo 4). El campo de velocidades fotosférico provee las condiciones de contorno en los “pies” del arco, como es usual. Suponemos un espectro de potencias de energía ancho y de tipo ley de potencias, tanto en frecuencias como en números de onda, consistente con las observaciones. Obtenemos como resultado el hecho de que los arcos coronales son principalmente calentados por corrientes DC. Sin embargo, la simplificación hecha en el tratamiento en el aspecto espacial, tanto como las imprecisiones en el conocimiento actual del espectro de potencias de energía fotosférica, hacen que el problema merezca ser reconsiderado en el futuro cuando se tenga acceso a mejores recursos computacionales (que permitan modelar el aspecto espacial en un modo más realista) y datos observacionales más precisos.

## 6.2 El modelo de clausura

Es imposible, desde el punto de vista práctico, hacer simulaciones numéricas directas de turbulencia plenamente desarrollada. El número de grados de libertad necesarios para describir el sistema viene dado por el cociente entre la longitud del forzado y la longitud de disipación, y suele escalar (ver Capítulo 4) como  $N \sim R^\gamma$ , donde  $\gamma$  es un número en general mayor pero del orden de uno, y depende del tipo de turbulencia y de la dimensionalidad del problema. En cualquier caso, para números de Reynolds mayores que  $10^4$ , típicos en los flujos turbulentos, el número de grados de libertad resulta prohibitivo. Por lo tanto, en muchos caso se recurre a simulaciones de grandes escalas (ver por ejemplo Lesieur 1990), como es nuestro caso en este trabajo. Estas simulaciones requieren un modelado de la dinámica de las microescalas, y de su interacción con las macroescalas, que son las descriptas explícitamente.

La idea básica es la siguiente: imaginemos una discretización de los campos en una grilla regular, de paso  $\Delta x$ . Esta grilla finita impone un número de onda máximo, o número de onda de Nyquist,  $k_{cutoff} = \pi/\Delta x$ . Vamos a considerar macroscópicas a las longitudes mayores que el paso de la grilla, y microscópicas a las menores a dicho paso. Cualquier campo continuo  $h(\mathbf{x})$  puede ser descompuesto en:  $h = h_{macro} + h_{micro}$ , donde  $h_{macro}$  es el campo discreto, sujeto

a integración numérica, y  $h_{micro}$  es la fluctuación del verdadero campo  $h$  respecto del campo discretizado. Nótese que, en el espacio de Fourier,  $h_{macro}$  esta expandido por los números de onda  $k \leq k_{cutoff}$ . Consideremos un promedio de ensamble sobre las fluctuaciones de la microescala  $\langle \dots \rangle$ , tal que  $\langle h \rangle = h_{macro}$  y  $\langle h_{micro} \rangle = 0$ . Aplicando esta descomposición a los campos  $a$  y  $\varphi$  en las ecuaciones RMHD y promediando, se obtienen nuevas ecuaciones para  $a_{macro}$  y  $\varphi_{macro}$ , similares a las originales, excepto por la presencia de nuevos términos no lineales del tipo  $\langle [\varphi_{micro}, a_{micro}] \rangle$ . Esos términos representan el efecto de las fluctuaciones de la microescala sobre la dinámica de la macroescala. La conclusión es que no se pueden integrar las ecuaciones macroscópicas satisfactoriamente si no se hace un adecuado modelo de sub-grilla.

En la sección §5.2.2 detallamos la manera en que realizamos este modelado en la presente Tesis. Aplicando la aproximación de interacciones no-locales de la EDQNM desarrollada por Pouquet 1978 para el caso MHD-2D (ver Pouquet, Frisch & Léorat 1976 para el caso MHD-3D), encontramos una expresión para los coeficientes efectivos  $\nu_{ef}$  y  $\eta_{ef}$ . Estos nuevos coeficientes dependen de la *tasa de calentamiento*  $\epsilon$ , que es (el promedio temporal de) la energía por unidad de tiempo y masa disipada en la microescala.

En la sección §5.2.1 modelamos la dinámica de las macroescalas. Haciendo la hipótesis de que las interacciones no-lineales entre escalas grandes son despreciables, utilizamos las ecuaciones RMHD linealizadas, donde los coeficientes de disipación efectiva son considerados parámetros libres. Obtenemos una expresión para la *tasa de inyección de energía*  $P$ , que es (el promedio temporal de) la potencia por unidad de masa que el campo de velocidades fotosférico entrega a los campos coronales. Como ya lo hemos señalado, la cascada de energía (que no es considerada explícitamente en este modelo) debería transferir esa energía hacia la microescala donde a su vez se disiparía con una tasa  $\epsilon$ . Nosotros consideramos implícitamente la existencia de la cascada forzando la relación

$$\boxed{P = \epsilon} \quad (6.1)$$

a la cual llamamos *condición de autoconsistencia*. Para el cálculo macroscópico de  $P$ , los coeficientes  $\eta_{ef}$  y  $\nu_{ef}$  son parámetros libres, mientras que  $\epsilon$  ( $= P$ ) es un parámetro libre para el calculo microscópico de  $\eta_{ef}$  y  $\nu_{ef}$ . La Ec.(6.1) provee, pues, una clausura para obtener en forma autoconsistente  $\epsilon$ ,  $\eta_{ef}$  y  $\nu_{ef}$  sin parámetros libres.



En nuestro modelo, por lo tanto, todos los efectos de la turbulencia están modelados auto-consistentemente por los coeficientes de disipación efectivos. Estos coeficientes renormalizados modelan el efecto de las microescalas ( $k > k_{cutoff}$ ) sobre las macroescalas ( $k < k_{cutoff}$ ), cuya dinámica es calculada explícitamente.

### 6.2.1 Dinámica de las macroescalas

En esta sección consideramos a  $\eta_{ef}$  y a  $\nu_{ef}$  (que serán calculados en la próxima subsección) parámetros libres. Proponemos el siguiente cambio a variables adimensionales en las ecuaciones RMHD:

$$z \rightarrow Lz, \quad (x, y) \rightarrow (lx, ly), \quad t \rightarrow \frac{1}{2} t_A t, \quad (\mathbf{v}, \mathbf{b}) \rightarrow u_{ph}(\mathbf{v}, \mathbf{b}), \quad (6.2)$$

de modo que  $0 \leq x, y, z \leq 1$ . La *velocidad fotosférica*  $u_{ph}$  es definida por la relación  $\frac{1}{2} u_{ph}^2 = E_{ph}^V$ , donde  $E_{ph}^V$  es el espectro de energía cinética fotosférica por unidad de masa, y  $t_A = 2L/v_A$  es el denominado *tiempo de Alfvén*. Las ecuaciones RMHD adimensionales linealizadas toman entonces la forma:

$$\partial_t a = \partial_z \varphi + \frac{1}{S_{ef}} \nabla^2 a, \quad (6.3)$$

$$\partial_t \omega = \partial_z j + \frac{1}{R_{ef}} \nabla^2 \omega, \quad (6.4)$$

donde

$$R_{ef} = \frac{l^2}{t_A \nu_{ef}}, \quad S_{ef} = \frac{l^2}{t_A \eta_{ef}} \quad (6.5)$$

$R_{ef}$  y  $S_{ef}$  son respectivamente los *números efectivos de Reynolds y Lundquist*.

Para resolver las ecuaciones RMHD suponemos periodicidad tanto en  $(x, y)$  como en el tiempo (con período  $\tau$ ). Buscamos soluciones del tipo:

$$a = \sum_{w, \mathbf{k}} a_{w, \mathbf{k}}(z) e^{i(\mathbf{k}_\perp \cdot \mathbf{x} + wt)}, \quad (6.6)$$

$$\varphi = \sum_{w, \mathbf{k}} \varphi_{w, \mathbf{k}}(z) e^{i(\mathbf{k}_\perp \cdot \mathbf{x} + wt)}, \quad (6.7)$$

$$a_{w, \mathbf{k}}(z), \varphi_{w, \mathbf{k}}(z) \sim e^{\pm i \mathbf{k}_z z}, \quad (6.8)$$

donde  $\mathbf{k}_\perp = (k_x, k_y)$ . La hipótesis de periodicidad temporal no tiene fundamentos físicos, pero permite hacer el desarrollo de Fourier mostrado más arriba. Elegimos  $\tau$  de modo que sea mucho más largo que cualquier tiempo físico del problema, para evitar consecuencias espurias.

Las condiciones de contorno en los planos  $z = 0$  y  $z = 1$  simulan el campo de velocidades fotosférico. Por simplicidad, mantenemos el plano inferior estático:

$$\varphi(x, y, 0, t) = 0, \quad \varphi(x, y, 1, t) = \sum_{w, \mathbf{k}} f_{w, \mathbf{k}} e^{i(\mathbf{k}_\perp \cdot \mathbf{x} + wt)}. \quad (6.9)$$

Las propiedades de  $f_{w, \mathbf{k}}$  pueden ser inferidas de las observaciones. Se caracteriza por un espectro de potencias de tipo ley de potencias, tanto en  $w$  como en  $\mathbf{k}_\perp$ . Insertando la Ec.(6.6) y la Ec.(6.7) en las ecuaciones RMHD obtenemos:

$$a(\mathbf{x}, t) = - \sum_{w, \mathbf{k}} f_{w, \mathbf{k}} \frac{\cos(k_z z)}{k_z \sin(k_z)} \left( iw + \frac{k_\perp^2}{R_{ef}} \right) e^{i(\mathbf{k}_\perp \cdot \mathbf{x} + wt)}, \quad (6.10)$$

$$\varphi(\mathbf{x}, t) = \sum_{w, \mathbf{k}} f_{w, \mathbf{k}} \frac{\sin(k_z z)}{\sin(k_z)} e^{i(\mathbf{k}_\perp \cdot \mathbf{x} + wt)}, \quad (6.11)$$

junto con la relación de dispersión

$$k_z^2 = w^2 - iw k_\perp^2 \left( \frac{1}{R_{ef}} + \frac{1}{S_{ef}} \right) - \frac{k_\perp^4}{S_{ef} R_{ef}}. \quad (6.12)$$

Es evidente a partir de esta ecuación la existencia de resonancias siempre que  $\sin(k_z) \approx 0$ . Mostramos más abajo que esas resonancias corresponden en el caso ideal a armónicos de la frecuencia de Alfvén  $w_A = 2\pi/t_A$ , o en variables adimensionales,  $w_A = \pi$ .

Definimos la *energía total* según:

$$E(t) = E^V(t) + E^M(t) = \int d^3x \frac{1}{2} (u^2 + B^2). \quad (6.13)$$

A partir de la Ec.(6.3) y la Ec.(6.4), y promediando en el tiempo, obtenemos:

$$\left\langle \frac{dE}{dt} \right\rangle = \langle K(z=1) \rangle - \frac{2}{R_{ef}} \langle \Omega^V \rangle - \frac{2}{S_{ef}} \langle \Omega^M \rangle, \quad (6.14)$$

donde

$$\langle K(z) \rangle = \sum_{w, \mathbf{k}} k_\perp^2 \Re[\varphi_{w, \mathbf{k}_\perp}^* a_{w, \mathbf{k}}], \quad (6.15)$$

$$\langle \Omega^V \rangle = \int dz \sum_{w, \mathbf{k}} \frac{k_\perp^4}{4} |\varphi_{w, \mathbf{k}}|^2, \quad (6.16)$$

$$\langle \Omega^M \rangle = \int dz \sum_{w,k} \frac{k_{\perp}^4}{4} |a_{w,k}|^2, \quad (6.17)$$

y

$$\langle \dots \rangle = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \dots dt. \quad (6.18)$$

$K(z)$  es la *helicidad cruzada* ( $K = \int \mathbf{v} \cdot \mathbf{b} d^2x$ ), mientras que  $\Omega^V$  y  $\Omega^M$  son respectivamente las *enstrofías* cinética y magnética. De acuerdo con nuestra suposición de periodicidad temporal,  $\langle dE/dt \rangle = (E(\tau) - E(0))/\tau = 0$ , y por lo tanto:

$$P = - \sum_{w,k} \Re \left[ \frac{\cos(k_z)}{k_z \sin(k_z)} \left( iw + \frac{k_{\perp}^2}{R_{ef}} \right) \right] k_{\perp}^2 |f_{w,k}|^2 = \frac{2}{R_{ef}} \langle \Omega^V \rangle + \frac{2}{S_{ef}} \langle \Omega^M \rangle, \quad (6.19)$$

donde  $P = \langle K(z=1) \rangle$  es la tasa de inyección de energía definida más arriba, y  $\Re[ \ ]$  es el operador “parte real” de un número complejo. El valor de  $P$  depende de los coeficientes turbulentos  $R_{ef}$  y  $S_{ef}$ , que hasta aquí fueron tratados como parámetros libres. En la próxima sección calculamos esos parámetros, modelando la dinámica de las pequeñas escalas.

### 6.2.2 Dinámica de las microescalas y autoconsistencia

La presencia de un campo ordenado y dominante  $B_z = v_A$  lleva, en la aproximación RMHD, a la evolución de solo las componentes transversales de los campos. Como primera aproximación, parece natural pensar en una colección de planos  $(x, y)$  a distintas alturas  $z$ , cada uno de los cuales desarrolla un estado de turbulencia MHD-2D forzado por los términos del tipo  $\partial_z$ . Sin embargo, mostramos más adelante importantes desviaciones de ese escenario simplificado, cuando la dinámica en la dirección  $z$  es considerada apropiadamente.

Comenzaremos buscando una expresión para los coeficientes  $\eta_{ef}$  y  $\nu_{ef}$  para el caso 2D, y luego haremos las modificaciones pertinentes al caso RMHD. Pouquet 1978 escribe las ecuaciones espectrales EDQNM para turbulencia MHD-2D. Para las interacciones no locales (interacciones entre modos de Fourier tales que  $\mathbf{k} + \mathbf{p} + \mathbf{q} = 0$ ,  $k \ll p \sim q$ ), efectúa una expansión en las ecuaciones espectrales en potencias del cociente de números de onda. Más específicamente, consideremos las ecuaciones de evolución para los espectros de energía. Pueden ser escritas en forma simbólica como:

$$(\partial_t + 2\nu k^2) E_k^V = \int_{\mathbf{p} + \mathbf{q} + \mathbf{k} = 0} F^V(k, p, q) dp dq, \quad (6.20)$$

donde el lado derecho de la Ec.(6.20) representa a los términos de transferencia no-lineal; la ecuación para  $E_k^M$  es totalmente análoga. Para turbulencia isótropa, la contribución de las interacciones no-locales de la forma  $p, q \geq k^* = k/a$  (con  $a \ll 1$ ) a la integral del lado derecho de la Ec.(6.20) , desarrollada a primer orden en  $a$ , es de la forma:

$$(\partial_t E_k^V)_{\text{microescalas}} = -2\nu_{\text{turb}} k^2 E_k^V \quad (6.21)$$

$$(\partial_t E_k^M)_{\text{microescalas}} = -2\eta_{\text{turb}} k^2 E_k^M \quad (6.22)$$

La forma funcional de la Ec.(6.21) y la Ec.(6.22) muestra claramente que en las ecuaciones espectrales se puede tener en cuenta el efecto de las escalas chicas sobre la evolución de las grandes haciendo el cambio:

$$\nu \rightarrow \nu + \nu_{\text{turb}} \equiv \nu_{\text{ef}}, \quad \eta \rightarrow \eta + \eta_{\text{turb}} \equiv \eta_{\text{ef}}. \quad (6.23)$$

Los coeficientes turbulentos calculados para el caso MHD-2D por Pouquet 1978 son:

$$\nu_{\text{turb}}^{2D} = \frac{\pi}{4} \int_{k^*}^{\infty} \mu_{kqq}^{-1} \left( 3E_q^M + E_q^V + q\partial_q(E_q^V - E_q^M) \right) dq, \quad (6.24)$$

$$\eta_{\text{turb}}^{2D} = \pi \int_{k^*}^{\infty} \mu_{kqq}^{-1} (E_q^V - E_q^M) dq. \quad (6.25)$$

El factor  $\mu_{kpq}$  es la frecuencia típica asociada a la relajación de la terna  $(k, p, q)$ , que juega un rol crucial en la saturación de los momentos de orden 3. Se la puede escribir en términos de las tasas de amortiguamiento de vórtices  $\mu_k$ :  $\mu_{kpq} = \mu_k + \mu_p + \mu_q$ , donde

$$\mu_q = (\nu + \eta) q^2 + 0.36 \left( \int_0^q p^2 (E_p^V + E_p^M) dp \right)^{1/2} + q \left( \frac{2}{3} \int_0^q E_p^M dp \right)^{1/2} \quad (6.26)$$

es la tasa de amortiguamiento de los vórtices de tamaños  $q^{-1}$  (Pouquet, Frisch & Léorat 1976). El segundo término en el lado derecho de esa ecuación representa la tasa a la cual las escalas  $\sim q^{-1}$  son distorsionadas por las escalas más grandes, mientras que el tercer término es el que tiene en cuenta el *efecto Alfvén*, descrito en el capítulo pasado.

Nótese que  $\mu_k$  crece monotonamente con  $k$  (ver Ec.(6.26) ), y que  $q > k$  en las ecuaciones (6.24) y (6.25). Por lo tanto, hacemos la aproximación  $\mu_{kqq} \approx 2\mu_q$ . Mas aún, hacemos la extensión (simplificatoria) del método para incluir *todas las interacciones no-lineales* en la aproximación no-local. Lo cual corresponde al límite en que  $k^* \rightarrow k$  en la Ec.(6.25) y en la Ec.(6.24) (ver por ejemplo Inverarity, Priest & Heyvaerts 1995, también Heyvaerts & Priest 1992 , por aproximaciones del mismo tipo).

La existencia de cascadas inversas es usualmente reflejada en la presencia de coeficientes turbulentos de signo negativo. La Ec.(6.24) , por ejemplo, da un valor negativo al término viscoso en el caso puramente HD, lo cual corresponde a la cascada inversa de energía en turbulencia HD-2D. En el caso MHD-2D, un exceso de energía magnética implica un coeficiente  $\eta_{turb}$  de signo negativo, como muestra la Ec.(6.25) . Esto corresponde a la cascada inversa del potencial vector cuadrado en turbulencia MHD-2D (ver Pouquet 1978, por ejemplo).

Existe una importante diferencia entre RMHD y MHD-2D, en cuanto a los invariantes ideales. La conservación del potencial vector cuadrado de la MHD-2D se pierde en la RMHD. Por lo tanto, no se conocen invariante ideales que sigan una cascada inversa. Montgomery & Hatori 1984 calculan los coeficientes de disipación turbulenta en RMHD y encuentran que la componente  $z$  de los números de onda juega un rol crucial en la expresión para la resistividad turbulenta. Precisamente,  $\eta_{turb}^{RMHD} = \eta_{turb}^{2D} (1 - e)/(1 + e)$ , donde  $e = (k_z v_A / \eta k_{\perp}^2)^2$ . En el límite 2D,  $k_z = 0$  y entonces  $\eta_{turb}^{RMHD} = \eta_{turb}^{2D}$ . En nuestro modelo, debido a la extremadamente grande difusividad molecular,  $e \gg 1$  para todos los modos Fourier  $(k_{\perp}, k_z)$  de interés, dando como resultado  $\eta_{turb}^{RMHD} \approx -\eta_{turb}^{2D}$  (ver Montgomery & Hatori 1984), es decir,

$$\eta_{turb}^{RMHD} \approx \pi \int_{k^*}^{\infty} \mu_{kqq}^{-1} (E_q^M - E_q^V) dq . \quad (6.27)$$

Por otro lado, no se esperan mayores diferencias para la viscosidad turbulenta, ya que la Ec.(6.24) es muy similar para los casos MHD-3D y MHD-2D. De hecho, Montgomery & Hatori 1984 no encuentran mayores diferencias en ese coeficiente entre los casos MHD-2D y RMHD. Por lo tanto,

$$\nu_{turb}^{RMHD} \approx \frac{\pi}{4} \int_{k^*}^{\infty} \mu_{kqq}^{-1} (3E_q^M + E_q^V + q \partial_q (E_q^V - E_q^M)) dq . \quad (6.28)$$

Para calcular los coeficientes turbulentos a partir de estas ecuaciones, necesitamos proponer espectros de energía  $E_k^V$  y  $E_k^M$  para la microescala. Bajo nuestro escenario de turbulencia cuasi-bidimensional, parece razonable esperar un régimen de Kraichnan (Kraichnan 1965)  $E_k^M = C_{\kappa} (\epsilon b_0)^{1/2} k^{-3/2}$ , donde  $b_0$  es la *velocidad de Alfvén perpendicular*, definida por  $\frac{1}{2} b_0^2 = E^M$ , y  $C_{\kappa}$  es la constante de Kraichnan (de aquí en más usamos el valor  $C_{\kappa} = 1.5$ , ver por ejemplo Biskamp & Welter 1989). El espectro de potencias de la energía cinética satisface la relación  $E_k^V \leq E_k^M$ , teniendo a la equipartición para números de onda grandes. Este resultado fue obtenido por Pouquet 1978 en el marco de la EDQNM y Biskamp & Welter 1989 en simulaciones numéricas. En nuestro

modelo, soluciones DC implican  $E^V \ll E^M$ , mientras que las soluciones AC son equipartidas en todas las escalas ( $E_k^V = E_k^M$ ), como argumentamos en la sección §6.3.

Proponemos por lo tanto una forma sencilla para el espectro de energía cinética:  $E_k^V = (E^M/2k_0) \left( (3E^M/2E^V)^3 + (k/k_0)^{3/2} \right)^{-1}$ , donde  $k_0$  es el número de onda perpendicular mínimo ( $k_0 = 2\pi/l$ ,  $k_n = nk_0$ ). Este espectro de energía muestra un plateau para números de onda pequeños, y tiende a la equipartición para los grandes. La integración de la Ec.(6.28) y la Ec.(6.27) lleva a las siguientes expresiones aproximadas:

$$\nu_{turb} \approx \left( \frac{\epsilon}{b_0} \right)^{1/2} k^{-3/2}, \quad (6.29)$$

$$\eta_{turb} \approx \nu_{turb} \left( 1 - \frac{E^V}{E^M} \right). \quad (6.30)$$

Como esos coeficientes son mucho más grandes que los moleculares, de aquí en más simplemente usamos  $\nu_{ef} = \nu + \nu_{turb} \approx \nu_{turb}$  y  $\eta_{ef} = \eta + \eta_{turb} \approx \eta_{turb}$ . Hacemos uso de los números de Reynolds efectivos definidos previamente para obtener:

$$R_{ef}(k_\perp) \approx R_0 \left( \frac{k_\perp}{k_0} \right)^{3/2}, \quad (6.31)$$

$$S_{ef}(k_\perp) \approx R_0 \left( \frac{k_\perp}{k_0} \right)^{3/2} \left( 1 - \frac{E^V}{E^M} \right)^{-1}, \quad (6.32)$$

donde

$$R_0 = \left( \frac{w_A}{w_{ph}} \right)^{2/3} \epsilon^{-1/3}. \quad (6.33)$$

y  $w_{ph} = 2\pi/\tau_{ph} = 2\pi(u_{ph}/l)$  es la *frecuencia fotosférica*.

La Ec.(6.33) provee una expresión para  $R_0$  en función de la tasa de calentamiento  $\epsilon$ , que a su vez es igual a  $P$  debido a la condición de autoconsistencia Ec.(6.1). Por otro lado, la tasa de inyección de energía  $P$  es una función de  $R_0$ , como muestra la Ec.(6.19). Para determinar simultáneamente el valor de  $R_0$  y de  $\epsilon$  ( $= P$ ), procedemos de la siguiente forma. Elegimos un valor inicial de  $R_0$  y calculamos  $P$  ( $= \epsilon$ ) usando la Ec.(6.19). Con el valor de  $\epsilon$  así obtenido, calculamos  $R_0$  a partir de la Ec.(6.33) y luego nuevamente  $P$  ( $= \epsilon$ ) a partir de la Ec.(6.19) y así sucesivamente, hasta que el proceso iterativo converge. Para calcular los coeficientes turbulentos en cada paso de la iteración, necesitamos el valor del cociente de energías  $E^V/E^M$ . Por lo tanto, proveemos un valor inicial para dicho cociente y obtenemos, a cada paso de la iteración, un nuevo

valor que es el cociente de energías obtenido en el calculo macroscópico. Una vez que el proceso converge, no solo el valor de  $\epsilon$ , sino también el de  $E^V/E^M$  es obtenido. Nótese que, a pesar de que linealizamos las ecuaciones macroscópicas, una relación no-lineal, la Ec.(6.1) , determina el valor de los coeficientes efectivos.

### 6.3 Calentamiento AC vs calentamiento DC

La corriente eléctrica puede ser escrita, en la aproximación RMHD, como:

$$\mathbf{j} = j \hat{\mathbf{z}} + \mathbf{j}_\perp, \quad (6.34)$$

con  $j = -\nabla^2 a$  y  $\mathbf{j}_\perp = \nabla_\perp(\partial_z a)$ . Heyvaerts & Priest 1984 (también Ionson 1985) definen a los modos DC como aquellos modos cuyas corrientes no tienen componente perpendicular ( $\mathbf{j}_\perp = 0$ ), lo cual ocurre por ejemplo si  $\partial_z a = 0$ . En el límite ideal ( $R, S \rightarrow \infty$ ), las ecuaciones RMHD linealizadas admiten soluciones DC de la forma

$$\varphi = z f(x, y), \quad a = t f(x, y), \quad (6.35)$$

solo si el campo de velocidades fotosférico es estacionario ( $\partial_t f = 0$ ). Nótese que la solución DC Ec.(6.35) escala como  $b/u \sim \tau_{ph}/t_A \gg 1$ , puesto que  $z \sim 1$  y  $t \sim \tau_{ph}/t_A$ . En ausencia de disipación, la relación de dispersión toma la forma  $k_z = w$ . Los modos resonantes (ver Ec.(6.12) ) satisfacen  $\sin(w) = 0$ , esto es, las resonancias son armónicos de la frecuencia de Alfvén  $w_A = \pi$ . Ionson 1985 llama "m-resonancia" al modo  $w = m w_A$ . En este contexto, el modo  $m = 0$  (la "0-resonancia"), es el modo DC, mientras que todos los otros modos  $m \neq 0$  corresponden a resonancias AC (aunque hacemos notar que el espectro de frecuencias obtenido en el presente modelo es continuo). Nótese que las soluciones AC son, en cambio, equipartidas (ver Ec.(6.10) y Ec.(6.11) en el límite  $R, S \rightarrow \infty$ ).

Parece razonable esperar que para movimientos fotosféricos cuasiestáticos ( $w \ll w_A$ ) se obtengan soluciones aproximadamente DC. Como mostramos previamente (ver Ec.(6.19) ), la tasa de calentamiento puede ser escrita en nuestro modelo como una suma

$$\epsilon = \sum_{w, \mathbf{k}} \mathcal{R}_{w, \mathbf{k}}^{R_0} \frac{k_\perp^2}{2} |f_{w, \mathbf{k}}|^2, \quad \mathcal{R}_{w, \mathbf{k}}^{R_0} = -2 \Re \left[ \frac{\cos(k_z)}{k_z \sin(k_z)} \left( iw + \frac{k_\perp^2}{R_{ef}} \right) \right], \quad (6.36)$$

sobre los modos individuales  $(w, k_{\perp})$ . La cantidad  $\mathcal{R}_{w,k}^{R_0}$  puede ser pensada como la *función respuesta* de la corona a los modos  $(w, k_{\perp})$ , y  $\frac{1}{2}k_{\perp}^2 |f_{w,k}|^2$  es la densidad de energía cinética fotosférica asociada al modo  $(w, k_{\perp})$ . Sin embargo, es importante notar que en este modelo  $\mathcal{R}_{w,k}^{R_0}$  no es una función respuesta (lineal) en el sentido usual del término, ya que depende del número de Reynolds efectivo  $R_0$ , el cual a su vez depende del valor del campo de velocidades fotosférico, es decir, de  $f_{w,k}$ .

Un criterio de separación tentativo es considerar DC, o *lento*, a todo modo tal que  $w < \frac{1}{2}w_A$ , y AC o *rápido* a cualquier otro modo ( $w \geq \frac{1}{2}w_A$ ). Estas clases de modos dan lugar a calentamiento *no-resonante* y *resonante* respectivamente. En la Fig.6.1 mostramos la función respuesta en función de la frecuencia, para distintos valores de  $R_0$  y  $k$ . La figura refleja el hecho general de que la disipación en sistemas físicos amortigua las resonancias. También muestra que, para frecuencias mayores que  $\frac{1}{2}w_A$ , la función respuesta oscila alrededor de un valor promedio  $\mathcal{R}_{w,k}^{R_0} \approx 2$ , que es independiente de  $R_0$  y de  $k$ . Más aún, en los casos mostrados en la Fig.6.1, la integral  $\int_{w_A/2}^{\infty} \mathcal{R}_{w,k}^{R_0} dw$  permanece esencialmente constante. Por lo tanto, la contribución AC al calentamiento es simplemente

$$\boxed{\epsilon_{AC} \sim E_{ph}^{AC}/t_A} \quad (6.37)$$

(ver Ec.(6.36)). donde  $E_{ph}^{AC}$  es la energía cinética total contenida en el espectro fotosférico en frecuencias mayores que  $\frac{1}{2}w_A$ . Sin embargo, el aporte DC a la disipación es más sensible al valor de  $R_0$ , que a su vez depende de  $w_{ph}$ .

Vamos a comparar brevemente nuestro modelo con la analogía entre la corona y los circuitos RLC estudiada por Ionson 1982 (también Ionson 1984). En esos trabajos, Ionson integra las ecuaciones electrodinámicas en el caso cuasi-estacionario (corriente de desplazamiento nula). Modelando términos, obtiene la ecuación de un circuito RLC para la corriente global del arco  $I = L^{-1} \int_{arco} j_z d^3x$ . La fem que alimenta al circuito proviene de la contribución de la fotosfera a la evolución de esa corriente. Antes de integrar, supone la existencia de modos resonantes  $w = m w_A$  y  $k_z = m\pi/L$ , y entonces hace la sustitución  $\partial_z \rightarrow im\pi/L$ .

En nuestro modelo, obtenemos las mismas resonancias *directamente* a partir de las ecs. RMHD. Sin embargo, los campos promediados en  $z$  *no son resonantes*. Integrando las ecuaciones RMHD linealizadas y combinándolas para escribir una sola ecuación de segundo orden para la corriente



global  $I_{k_\perp} = k_\perp^2 \int a dz$ , obtenemos (en variables dimensionales)

$$\frac{d^2 I_{k_\perp}}{dt^2} + (\eta_{ef} + \nu_{ef}) k_\perp^2 \frac{dI_{k_\perp}}{dt} + \eta_{ef} \nu_{ef} k_\perp^4 I_{k_\perp} = v_A k_\perp^2 \left( \frac{df}{dt} + \nu_{ef} k_\perp^2 f \right) \quad (6.38)$$

donde  $(w, k_\perp)$ , y  $f$  es la función corriente fotosférica. EL lado derecho de la Ec.(6.38) de una fem y es, como era de esperarse, un cantidad puramente fotosférica. Aún a pesar de que la Ec.(6.38) luce a primera vista como una ecuación de un circuito RLC forzado externamente, su lado izquierdo no presenta frecuencias resonantes. Su relación de dispersión  $(w - ik_\perp^2 \eta_{ef})(w - ik_\perp^2 \nu_{ef}) = 0$  corresponde a soluciones puramente disipativas.

En resumen, a pesar de que nuestro modelo RMHD presenta un comportamiento resonante, esas resonancias desaparecen al integrar en  $z$ . El resultado es que no hay analogía entre este modelo y los circuitos RLC. Mientras que Ionson supone un espectro discreto  $k_z \sim m\pi/L$  en la dirección  $\hat{z}$ , nosotros obtenemos como resultado que el espectro consistente con una condición de contorno móvil es continuo. Por lo tanto, en lugar de circuitos RLC, una analogía más razonable parece ser la de cuerdas vibrantes con uno de los extremos moviéndose arbitrariamente.

## 6.4 Resultados cuantitativos

Suponemos que el espectro de energía cinética (nuestra condición de contorno) es isotrópico, y que presenta un comportamiento de ley de potencias tanto en frecuencias como en números de onda

$$E_{ph}^V(w, k_\perp) \sim k_\perp^{-\alpha} w^{-\beta} \quad (6.39)$$

con  $\alpha = 5/3$  (pendiente de Kolmogórov) y  $\beta$  variando en entre 1 y 2.5 . Para las frecuencias por debajo de  $w_A$  incluimos movimientos granulares y modos-p, cuyas frecuencias características son  $w_{ph}$  y  $w_p$  respectivamente. Como en Ionson 1985, suponemos  $w_p \approx 3w_{ph}$ , lo cual es mostrado en la Fig.6.2 , donde se ilustra el espectro de frecuencias fotosférico  $E_{ph}^V(w) = \int E_{ph}^V(w, k) d^2k$ .

Con el objeto de incluir todas esas contribuciones en una expresión matemática sencilla, elegimos la siguiente función corriente fotosférica (ver Ec.(6.9) ):

$$f_{w,k} \propto f(k_\perp) g(w) e^{iS(w, k_\perp)}, \quad (6.40)$$

donde

$$f(k_{\perp}) = k_{\perp}^{-(\alpha+3)/2}, \quad (6.41)$$

$$g(w) = \left[ \left(1 + \left(\frac{w}{w_{ph}} - \frac{w_{ph}}{w}\right)^2\right)^{-1} + \frac{2}{3} \left(1 + \left(\frac{w}{w_p} - \frac{w_p}{w}\right)^2\right)^{-1} \right]^{-\beta/4} \quad (6.42)$$

y  $S(w, k_{\perp})$  es una fase aleatoria, que satisface  $S(w, k_{\perp}) = -S(-w, -k_{\perp})$ , de modo que

$$f_{w, k_{\perp}}^* = f_{-w, -k_{\perp}}. \quad (6.43)$$

Esta condición es necesaria para garantizar el que  $f(\mathbf{x}, t)$  sea una función que toma valores reales. Esta condición también garantiza que  $a(\mathbf{x}, t)$  y  $\varphi(\mathbf{x}, t)$  sean funciones reales, como se puede ver de la Ec.(6.10) y la Ec.(6.11). La fase aleatoria  $S(w, k_{\perp})$  es irrelevante a los cálculos de disipación de energía, que solo dependen de  $|f_{w, k}|^2$  (ver Ec.(6.36)). La constante de proporcionalidad en la Ec.(6.40) es elegida de modo que la energía cinética en  $z = 1$  sea igual a  $\frac{1}{2}$  (en otras palabras, que la energía cinética dimensional sea  $E^V = \frac{1}{2}u_{ph}^2$  en la tapa móvil).

Es evidente, a partir del tratamiento en la sección §6.3, que la dinámica de la corona según este modelo está fuertemente determinada por el parámetro  $w_A/w_{ph}$ . Para calcularlo, adoptamos un conjunto de condiciones apropiadas para la corona:  $l = 2\pi/k_0 = 10^8 \text{ cm}$ ,  $L = 10^{10} \text{ cm}$ ,  $u_{ph} = 10^5 \text{ cm s}^{-1}$ ,  $w_{ph} = 2\pi u_{ph}/l = 6.3 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$  y  $v_A = 2 \cdot 10^{8-9} \text{ cm s}^{-1}$ . Esto implica:  $w_A/w_{ph} = 10^{1-2}$ .

En la Fig.6.3, mostramos la tasa de calentamiento  $\epsilon$ , en unidades del parámetro fotosférico  $\epsilon_{ph} = u_{ph}^3/l$ . Supongamos que tenemos arcos de diferentes tamaños e intensidades magnéticas (cada cual con su propio valor de  $w_A$ ), los cuales son calentados por una misma fotosfera (caracterizada por ciertos valores de  $w_{ph}$  y  $\epsilon_{ph}$ ). La Fig.6.3 muestra que el calentamiento es casi lineal en  $w_A/w_{ph}$ . El rango en el flujo de calentamiento implicado por la figura va desde  $5 \cdot 10^5 \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$  hasta  $8 \cdot 10^6 \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ , lo cual está de acuerdo con los requerimientos de regiones activas típicas (Withbroe & Noyes 1977).

Definimos el calentamiento DC ( $\epsilon_{DC}$ ) como la contribución al calentamiento total  $\epsilon$  de los modos DC ( $w < \frac{1}{2}w_A$ ). Mostramos en la Fig.6.4 el porcentaje de calentamiento DC ( $\epsilon_{DC}/\epsilon$ ) como función de  $w_A/w_{ph}$ , para distintos valores de  $\beta$ .

Por último, en la Fig.6.5 mostramos el cociente entre la energía total macroscópica magnética, y la energía total macroscópica cinética,  $E^M/E^V$ , como función de  $w_A/w_{ph}$ . Nótese que cuanto

mas DC es el calentamiento, más dominante es la energía magnética en la dinámica del arco. Esto está de acuerdo con lo discutido en la sección §6.3

## 6.5 Conclusiones y discusión

En resumen, presentamos en este capítulo un modelo para estudiar el calentamiento de arcos magnéticos coronales, bajo la suposición de la existencia de un estado de turbulencia MHD plenamente desarrollada. El principal resultado que se desprende de la aplicación del modelo es el hecho de que los arcos magnéticos están principalmente calentados por corrientes DC, inyectadas por el campo de velocidades fotosférico.

El modelo consiste esencialmente en resolver las ecuaciones RMHD linealizadas para un arco magnético coronal típico. El efecto de la turbulencia es absorbido por coeficientes de disipación turbulenta que son calculados en forma autoconsistente, sin parámetros libres, utilizando la aproximación de interacciones no-locales de la EDQNM para MHD-2D, adaptada al caso RMHD.

Uno de los importantes resultados de este modelo es el hecho de que la tasa de calentamiento por unidad de masa de un determinado arco depende de su densidad, intensidad magnética y longitud a través de la frecuencia de Alfvén  $w_A = 2\pi/t_A = \pi L^{-1} B_0 (4\pi\rho)^{-1/2}$  (donde  $B_0$  está medido en Gauss). En la Fig. 6.3 mostramos que la tasa de calentamiento crece monotonamente con  $w_A/w_{ph}$ . También calculamos la fracción del calentamiento total que corresponde a calentamiento DC. Encontramos que, para arcos tales que  $w_A > 10 w_{ph}$ , y pendientes del espectro de frecuencias fotosféricas de al menos  $\beta = 1.3$  o más, el calentamiento es principalmente DC. Encontramos que, como era de esperarse, cuanto más chato es el espectro de frecuencias fotosférico (es decir, cuanto más energía tiene en sus modos AC), más relevante es la componente AC del calentamiento.

Otro resultado importante es la relación  $\epsilon_{AC} \sim E_{ph}^{AC}/t_A$ , Ec.(6.37) . Tal como fuera argumentado por Parker 1988, si suponemos la existencia de un espectro de frecuencias que decae como  $E^V(w) \sim w^{-\beta}$ , para valores razonables de  $\beta$  la contribución AC al calentamiento de regiones activas es despreciable.

Para finalizar, creemos que la analogía entre circuitos RLC y la corona es una simplificación excesiva. Las corrientes en la corona no son homogéneas en el espacio. Tienen una dependencia del tipo  $e^{i(k_x x + k_z z)}$ , mientras que en los circuitos RLC las corrientes eléctricas sí son homogéneas. Los aspectos espaciales empiezan a tomar relevancia en los circuitos eléctricos a frecuencias extremadamente altas, del orden de  $\omega \sim c/l$  (donde  $c$  es la velocidad de la luz y  $l$  el tamaño del circuito). En el caso de la corona, la velocidad de propagación MHD no es  $c$  sino  $v_A$ , y las ondas que se propagan lo hacen con frecuencias lo suficientemente cercanas a la frecuencia de Alfvén (o sus armónicos) como para que no se pueda despreciar el aspecto espacial. Por lo tanto, parece más plausible una analogía con la oscilación de una cuerda vibrante con un extremo móvil. De hecho, las ecuaciones RMHD linealizadas se pueden combinar para escribir:

$$\partial_{tt}\varphi - v_A^2 \partial_{zz}\varphi = 0 . \quad (6.44)$$

que no es otra cosa que la ecuación de una cuerda, donde  $\varphi$  juega el rol del desplazamiento transversal de la cuerda, y  $v_A$  el de la velocidad de propagación. Para completar la analogía, las condiciones de contorno para la cuerda deben ser  $\varphi(z = 0, t) = 0$ , y  $\varphi(z = L, t) = f(t)$ . Las frecuencias resonantes son los modos normales de una cuerda con ambos extremos fijos ( $k_z = m\pi/L$  y  $\omega = v_A q$ ).

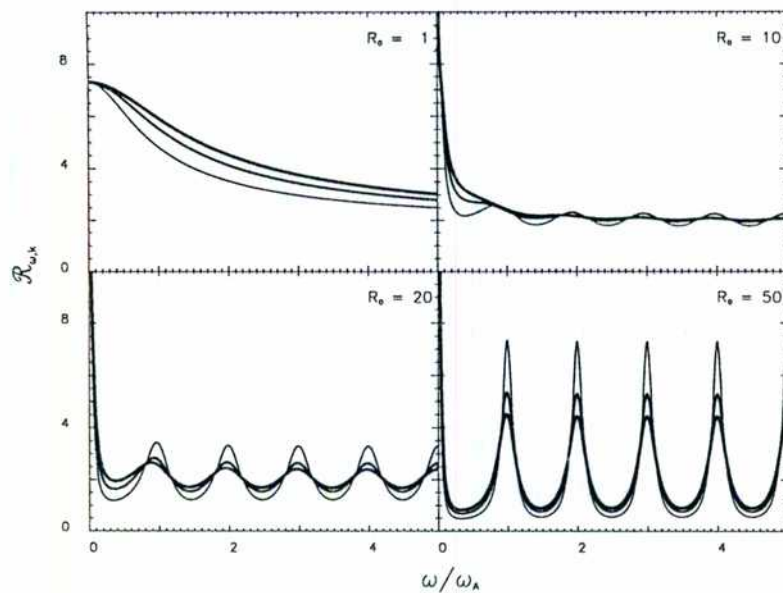


Fig. 6.1: Función respuesta  $\mathcal{R}_{w,k}^{R_0}$  como función de  $w$ , para distintos valores de  $R_0$  y  $k$ . El trazo es cada vez mas grueso cuanto mayor es el número de onda  $k = 2\pi, 4\pi$  o  $6\pi$ .

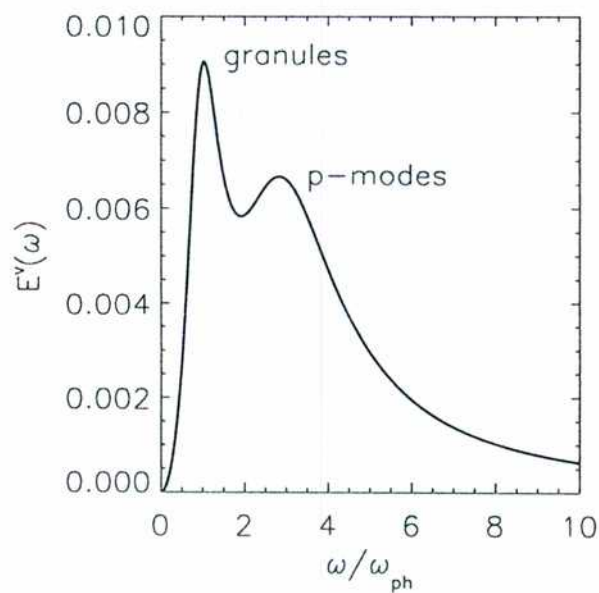


Fig. 6.2: Espectro de frecuencias de la energía cinética fotosférica  $E^V(w)$  utilizado en el modelo.

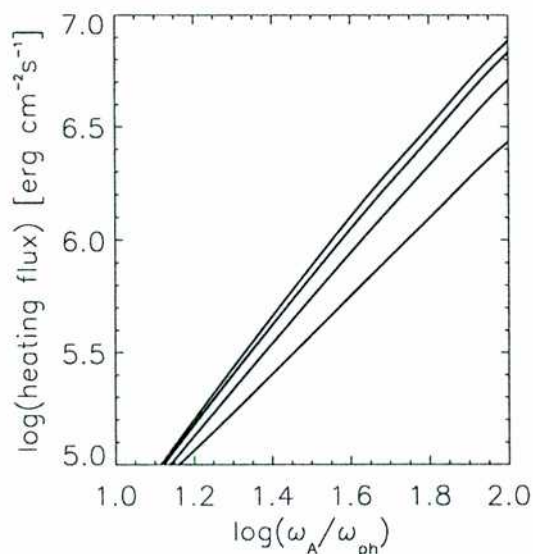


Fig. 6.3: Tasa de disipación de energía  $\epsilon$  (en unidades de  $\epsilon_{ph}$ ) en función del parámetro  $w_A/w_{ph}$ . Las diferentes curvas corresponden a diferentes valores de  $\beta$ . Empezando desde abajo:  $\beta = 1, 1.5, 2$  y  $2.5$ .

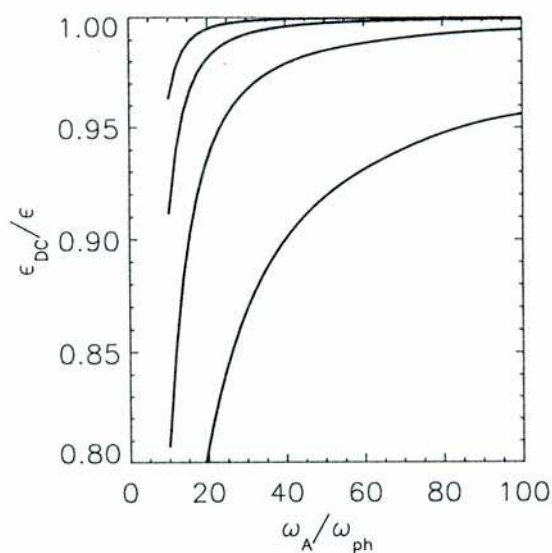


Fig. 6.4: Fracción de calentamiento DC ( $\epsilon_{DC}/\epsilon$ ) vs  $w_A/w_{ph}$ . Las diferentes curvas corresponden a diferentes valores de  $\beta$ . Empezando desde abajo:  $\beta = 1, 1.5, 2$  y  $2.5$ .

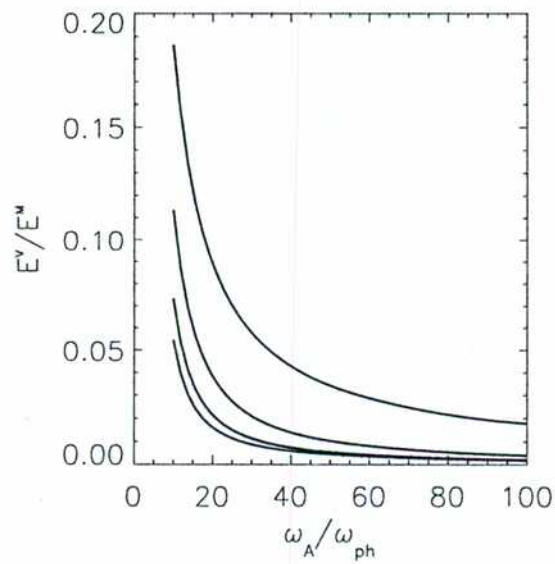


Fig. 6.5: Cociente entre la energía magnética y la cinética obtenidas en el cálculo macroscópico, como función del parámetro  $w_A/w_{ph}$ . Las diferentes curvas corresponden a diferentes valores de  $\beta$ . Empezando desde abajo:  $\beta = 1, 1.5, 2$  y  $2.5$ .

## Capítulo 7

# Mecanismos impulsivos. Parte I. Reconexión magnética en un arco coronal

Como ya lo hemos señalado, los arcos de la corona solar son forzados por el campo de velocidades convectivo de la fotosfera. En el trabajo expuesto en el capítulo anterior, hemos encontrado que el tiempo característico del forzado es el tiempo fotosférico (de alrededor de 1000 segundos). La energía entregada por este campo de velocidades fotosférico a los campos MHD coronales da lugar a dos tipos de fenomenología en principio distinguibles: (i) el calentamiento estacionario de las regiones activas, que puede ser entendido en términos de la cascada de energía, mecanismo explorado en los capítulos anteriores; (ii) procesos de liberación impulsiva de energía (fulguraciones y microfulguraciones o abrillantamientos transitorios). Este segundo tipo de fenómenos suele ocurrir en lapsos del orden del tiempo de Alfvén (10 – 100 segundos), y determinan un cambio de topología para el campo magnético, mediante la reconexión de las líneas de campo (o reconexión magnética, ver Capítulo 3). La zona donde se reconectan las líneas magnéticas es por lo general una hoja de corriente, en la cual la disipación de energía es muy eficiente.

En este capítulo (ver también Mandrini et al 1998, Milano et al 1999-a) simulamos numéricamente un proceso de reconexión magnética entre dos tubos de flujo, que forman parte de un



arco magnético en la corona solar. Los tubos de flujo encierran corrientes eléctricas paralelas y se atraen mutuamente hasta fusionarse en un proceso de reconexión magnética en el que se libera una importante cantidad de energía en forma impulsiva. Estudiamos el evento utilizando el método de las QSL (*Quasi-Separatrix Layers*). Las zonas donde se produce la hoja de corriente entre los tubos de flujo son predichas muy satisfactoriamente por las QSLs, lo cual constituye un importante respaldo al método. Otro importante resultado es el hecho de que, durante el proceso de reconexión, el sistema atraviesa un estado transitorio de turbulencia MHD caracterizado por un espectro ancho del tipo  $k^{-3/2}$ . Este transitorio turbulento alcanza el pico de actividad en coincidencia con el máximo (local) en la disipación de energía, sugiriendo que la cascada de energía asociada a este transitorio tiene un rol importante en el aumento de la disipación durante el evento de reconexión.

## 7.1 Introducción

La representación básica de la reconexión magnética es la de dos tubos de flujo que son arrastrados en un flujo casi ideal, hasta que se encuentran lo suficientemente cerca como para que una corriente eléctrica  $\mathbf{j} = \nabla \times \mathbf{B}$  crezca dramáticamente entre ellos, dando lugar a una tasa de disipación Joule  $\eta j^2$  no despreciable. En un tiempo corto (del orden de tiempo de Alfvén local), los tubos magnéticos aparecen reconectados, esto es, conectados en una nueva forma, que es topológicamente diferente a la configuración inicial (ver, por ejemplo, Longcope & Strauss 1994a).

En 2D, la topología magnética está totalmente determinada por el potencial escalar magnético  $a$  (tal que  $\mathbf{B} = \nabla \times a\hat{z}$ ). En ese contexto, la reconexión magnética está asociada a la presencia de puntos nulos magnéticos (puntos X o Y). La reconexión ocurre en separatrices, que son líneas en las que el mapa de las líneas del campo magnético es discontinuo (totalmente análogas a las separatrices de la mecánica clásica). Este mismo análisis puede ser realizado en  $2\frac{1}{2}D$  (campos MHD 2D más una componente de  $B$  perpendicular a los planos 2D). Sin embargo, perturbaciones 3D usualmente hacen que las separatrices desaparezcan (Longcope & Strauss 1994b, Lau & Finn 1991). La existencia de esta inestabilidad estructural de las separatrices ha llevado a la búsqueda de nuevos métodos, pero aún no hay consenso acerca de cuál es la mejor extensión de los modelos de reconexión 2D al caso 3D (ver por ejemplo Jardine 1991, o Priest 1997).

Una forma de cuantificar los cambios topológicos ha sido propuesta, en términos de las QSLs (Quasi-Separatrix Layers, Priest & Démoulin 1995; Démoulin et al. 1996a). Las QSLs son capas extremadamente delgadas en las que el gradiente del mapa de las líneas de campo entre dos porciones del contorno que rodea al volumen magnético es varios órdenes de magnitud más grande que su valor estándar. La reconexión, aún en ausencia de puntos nulos y separatrices en el sentido estricto, puede ocurrir en las QSLs, donde la MHD ideal deja de valer y las líneas de campo magnético pueden cambiar su conectividad. Priest & Démoulin 1995 han propuesto que ese cambio de conectividad ocurre donde la velocidad de las líneas de campo es mayor que la máxima velocidad de plasma (típicamente del orden de la velocidad de Alfvén), de modo que las líneas de campo son forzadas a deslizarse a través del plasma.

El análisis de fulguraciones solares ha mostrado, en muchos casos, que la liberación de energía está asociada a la presencia de QSLs (ver Mandrini et al 1997). En esos casos, el campo magnético fotosférico es extrapolado a la corona por distintos métodos, para poder luego calcular las QSLs. Por otro lado, las QSLs han mostrado estar asociadas a las zonas de disipación en modelos teóricos de tubos de flujo retorcidos (Démoulin et al. 1996b), y en su aplicación a los filamentos en observaciones (Aulanier et al. 1998). En la presente Tesis calculamos, por primera vez, las QSLs en un modelo numérico de un arco magnético, y estudiamos la relación entre la ubicación de las QSLs y las zonas de alta disipación de energía obtenidas de la simulación. En la sección §7.2 describimos las simulaciones numéricas efectuadas, cuyos resultados son analizados en la sección §7.3 desde el marco de la teoría de reconexión magnética. Las QSLs son definidas en la sección §7.4, donde se muestran también los resultados de su aplicación a los campos obtenidos en la simulación numérica. Finalmente, discutimos los resultados y concluimos en la sección §7.5

## 7.2 Simulaciones numéricas

Adimensionamos los campos RMHD eligiendo a  $l$  y  $L$  como las unidades para distancias longitudinales y transversales,  $t_A \equiv L/v_A$  como la unidad de tiempo y  $u_0 \equiv l/t_A$  como la unidad de velocidad y campo magnético. Las ecuaciones RMHD adimensionales resultan ser:

$$\partial_t a = \partial_z \psi + [\psi, a] + \frac{1}{S} \nabla_{\perp}^2 a \quad (7.1)$$

$$\partial_t w = \partial_z j + [\psi, w] - [a, j] + \frac{1}{R} \nabla_{\perp}^2 w \quad (7.2)$$

donde  $S = u_0 l / \eta$  y  $R = u_0 l / \nu$  son respectivamente los números de Reynolds cinético y magnético. Las coordenadas espaciales adimensionales expanden los rangos  $0 \leq x, y \leq 2\pi$  y  $0 \leq z \leq 1$ .

Realizamos simulaciones numéricas de las Ecs.(7.1)-(7.2) suponiendo condiciones de contorno periódicas, tanto para  $\psi$  como para  $a$ , en los planos  $(x, y)$ , y una dada función corriente en los planos  $z = 0$  y  $z = 1$ , que representa el forzado del campo de velocidades fotosférico a los pies de las líneas de campo magnético. El potencial escalar magnético y la función corriente son expandidos en sus modos de Fourier en cada plano  $(x, y)$ . Las ecuaciones para los coeficientes  $\psi_{\mathbf{k}}(z, t)$  y  $a_{\mathbf{k}}(z, t)$  son evolucionadas en el tiempo con un método del tipo predictor-corrector de segundo orden, y los términos no-lineales son evaluados siguiendo una técnica pseudo-espectral de-aliasada según la regla de los 2/3 (ver Canuto et al. 1988, también Dmitruk, Gómez & DeLuca 1998).

Calculamos las derivadas en  $z$  usando un método de colocación de Chebyshev con nodos de Gauss-Lobatto, en lugar del método estándar de diferencias finitas en una grilla regular alternada (ver Strauss 1976, por ejemplo). La principal ventaja del método es la precisión. En esta simulación, logramos un 99% de precisión (ver más abajo) con aproximadamente la mitad de los puntos de grilla requeridos con una grilla regular.

Para monitorear la precisión de las simulaciones, chequeamos el balance de *energía*  $E(z, t) = \frac{1}{2} \int (u^2 + b^2) d^2x$  y *helicidad cruzada*  $K(z, t) = \int \mathbf{u} \cdot \mathbf{b} d^2x$  por unidad de longitud del arco:

$$\partial_t E = v_A \partial_z H - \int (\eta j^2 + \nu w^2) d^2x \quad (7.3)$$

$$\partial_t K = v_A \partial_z E - (\eta + \nu) \int \mathbf{w} \cdot \mathbf{j} d^2x \quad (7.4)$$

Notar que  $E(z, t)$  es la energía libre por unidad de longitud del arco. La energía total del arco se obtiene agregando la contribución del campo principal,  $v_A^2 / 2(2\pi l)^2$ . Sin embargo, esa energía no está disponible para ser disipada en RMHD, donde es una constante. Por lo tanto no tenemos en cuenta esta contribución y llamamos a  $E(z, t)$  la energía del arco.

Realizamos una serie de simulaciones numéricas con las mismas condiciones iniciales pero distintos números de Reynolds. Como condición de contorno en los planos  $z = 1$  y  $z = 0$  (bases

fotosféricas del arco) elegimos una función corriente de la forma:

$$\psi(x, y, 1, t) = \Phi_0 \left[ \exp\left(-\frac{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2}{d^2}\right) + \exp\left(-\frac{(x-x_2)^2 + (y-y_2)^2}{d^2}\right) \right] \equiv \Phi(x, y),$$

$$\psi(x, y, 0, t) = 0 \quad (7.5)$$

donde  $x_{1,2} = \pm\pi/4 = y_{1,2}$  y  $d = 2\pi/7$ . Esta función corriente  $\Phi$  representa dos vórtices paralelos de igual intensidad centrados en  $(x_1, y_1)$  y  $(x_2, y_2)$ , como mostramos en la Fig.7.1 . La condición inicial es:

$$\psi(x, y, z, 0) = z\Phi(x, y), \quad a(x, y, z, 0) = 0, \quad (7.6)$$

esto es, sin campo magnético transversal, y un campo de velocidades que interpola linealmente al de los contornos  $z = 0$  y  $z = 1$ . La potencia del forzado está dada por la velocidad fotosférica  $u_{ph}$ , que corresponde al valor medio del campo de velocidades aplicado a la tapa móvil ( $z = 1$ ). El factor de normalización  $\Phi_0$  en la Ec.(7.5) es entonces proporcional a  $t_A/t_{ph}$ , donde  $t_{ph} \equiv l/u_{ph}$  es el tiempo de giro de un gránulo fotosférico. Otro factor adimensional relevante al análisis topológico es el aspecto del arco,  $2\pi l/L$ .

Elegimos para nuestras simulaciones  $t_A/t_{ph} = 0.016$ ,  $2\pi l/L = 0.1$  y varios números de Reynolds en el rango  $100 \leq R, S \leq 700$ . Nótese que por simplicidad hemos elegido  $R = S$  en todas las simulaciones. Como cantidades fotosféricas típicas, elegimos  $l = 10^3 \text{ km}$  y  $u_{ph} = 1 \text{ km s}^{-1}$ . Suponiendo una densidad coronal de  $10^{10} \text{ cm}^{-3}$ , el campo magnético vertical resulta ser  $B_z = 90 \text{ Gauss}$ .

### 7.3 Resultados

Comenzando con la condición inicial descrita en la Ec.(7.6) , obtenemos soluciones que, a tiempos cortos ( $t < 5t_A$ ), están muy cerca de la solución DC lineal:

$$\psi(x, y, z, t) = z\Phi(x, y), \quad a(x, y, z, t) = t\Phi(x, y) \quad (7.7)$$

Estas expresiones, presentadas en el capítulo anterior, son solución exacta de las ecuaciones RMHD linealizadas. El campo magnético en estas instancias iniciales crece linealmente en el tiempo, y corresponde topológicamente a dos tubos de flujo retorcidos, como se muestra en la Fig.7.3 (a). Cada uno de esos tubos contiene la misma densidad de corriente eléctrica positiva  $j$ .

La disipación de energía es esencialmente despreciable en esta etapa laminar. La extrapolación en el tiempo de esta solución está muy lejos de la verdadera dinámica del sistema, como muestra por ejemplo la figura Fig.7.2 , que ilustra la evolución temporal tanto de la energía como de la tasa de disipación. Esto no es sorprendente, ya que las no-linealidades se tornan cada vez más importantes al avanzar el tiempo. No obstante, como discutimos más abajo, la información acerca de los sitios de intensa disipación de energía puede ser obtenida mediante el cálculo de las QSLs sobre la solución lineal Ec.(7.7) .

Durante la etapa lineal, la corriente eléctrica confinada en cada tubo de flujo crece linealmente en el tiempo. La fuerza atractiva entre sus corrientes los acelera al uno contra el otro llevando a la compresión del campo magnético y a la formación de una hoja de corriente entre ambos, que se hace evidente a  $t \approx 9t_A$ , cuando los efectos no-lineales se tornan dominantes. Este proceso de reconexión es altamente disipativo, como muestra la Fig.7.2 . Para  $t < 5t_A$ , la disipación y energía magnéticas crecen como  $t^2$ , según lo establecido por la solución DC, Ec.(7.7) (ver la línea de puntos en la Fig.7.2 ). Pero para  $7 < t < 11$ , hay un notable aumento, tanto de la disipación de energía magnética como cinética. El cambio en la conectividad involucrado en el proceso de reconexión que tiene lugar a  $t \approx 9t_A$ , y la coalescencia de los tubos de flujo, son mostrados en la Fig.7.3 . La Fig.7.3 (a) muestra un conjunto de líneas de campo a  $t = 4t_A$ , que corresponden a dos tubos de flujo bien individualizados. La mayor parte de la energía magnética del arco esta contenida en esos tubos. La Fig.7.3 (b) muestra otra colección de líneas, que intersectan al plano  $z = 0$  en los mismos puntos que las líneas de la parte (a). Es claro que las líneas de campo han cambiado su conectividad, dando un aspecto global de un solo tubo de flujo, como resultado de la coalescencia de los tubos de flujo originales. Este resultado está en total acuerdo con el trabajo de Longcope & Strauss 1994a donde se estudia la coalescencia en una configuración inestable de tubos de flujo de helicidad magnética alternada.

La Fig.7.4 muestra la distribución espacial de la corriente eléctrica y el campo de velocidades a media altura en el arco ( $z = 0.5$ ). La parte (a) de la figura nos muestra un típico caso de reconexión 2D. Dos concentraciones de corriente eléctrica positiva se atraen mutuamente, llevando a la formación de una intensa hoja de corriente negativa. El fluido ingresa a la zona de reconexión desde ambos lados, y es despedido en los bordes de la hoja de corriente a una velocidad mucho

mayor. La Fig.7.4 (b) corresponde al instante en que la tasa de disipación alcanza su máximo local ( $t \approx 9.7$ ). A pesar de que la situación es comparable a la anterior, los chorros Alfvénicos y la hoja de corriente misma se encuentran levemente desplazados respecto de sus previas ubicaciones, dando lugar a una configuración menos simétrica. Además la distribución de corriente eléctrica positiva muestra fragmentos que previamente estaban completamente ausentes. Este desarrollo de estructura fina fue conjeturado por LaRosa & Moore 1993, en un trabajo en el cual presentan un escenario de desarrollo de turbulencia durante la fase impulsiva de las fulguraciones solares (ver también Matthaeus & Lamkin 1986 por uno de los primeros trabajos sobre reconexión magnética y turbulencia). Como mostramos a continuación, nuestras simulaciones apoyan ese escenario en general, al menos para la geometría sencilla de un modelo RMHD, que solo permite modelar micro-fulguraciones dentro un mismo arco coronal.

Una caracterización más precisa de la escala fina resultante del proceso de reconexión se obtiene al considerar los espectros de potencias de la energía, como muestra la Fig.7.5. A  $t \approx 9t_A$ , el espectro de potencias de la energía es del tipo ley de potencias, con pendiente  $\approx -3/2$ , lo cual indica un estado de turbulencia desarrollada. Sin embargo, los espectros de energía son mucho más empinados (“menos turbulentos”) antes y después del evento de reconexión. Parece natural pensar que la coalescencia de los dos tubos dispara un proceso fuertemente no-lineal que envuelve a todas las escalas resueltas por la simulación, como indica la presencia de un espectro de potencias ancho. La energía es transferida a las escalas más pequeñas donde es disipada eficientemente en un tiempo típico  $t_d \sim St_A (l_d/l)^2$ , donde  $l_d$  es la escala de disipación. Es importante notar que la existencia de este transitorio estacionario pudo bien haber pasado inadvertida, si uno se hubiese concentrado únicamente en los aspectos macroscópicos de la evolución del sistema.

La Fig.7.6 muestra los espectros de potencias de las tasas de disipación cinética y magnética a  $t = 9.7t_A$ . Como es de esperarse para un espectro de energía  $k^{-3/2}$ ,  $\epsilon_k^{V,M} \propto k^2 E_k^{V,M} \sim k^{1/2}$ , esto es, las escalas más pequeñas disipan más que las escalas grandes. La Fig.7.2 también muestra que, durante la reconexión, las disipaciones cinética y la magnética son comparables aún a pesar de que el grueso de la energía es magnética. La razón es muy clara a partir de la Fig.7.6: las fluctuaciones de pequeña escala tienden a la equipartición, tal como lo predice la fenomenología de

Kraichnan 1965. Sin embargo, la mayor parte de la energía proviene de las escalas grandes (puesto que los espectros de energía decrecen con  $k$ ), donde la contribución magnética es dominante.

Finalmente, hacemos notar que, antes y después del evento de reconexión, los espectros de potencia de la energía decaen más rápido que  $k^{-2}$  (Fig.7.5), indicando que el grueso de la disipación proviene de las escalas espaciales macroscópicas. Por lo tanto, excepto por el proceso de reconexión, la evolución del sistema es esencialmente ideal.

## 7.4 Las QSLs y la disipación de energía

### 7.4.1 Definición

Las QSLs son la generalización de las separatrices para todo tipo de configuración magnética. El concepto de QSL no está ligado a algún criterio local, como lo es el de puntos nulos magnéticos, que son usados normalmente para buscar separatrices. Las QSLs son definidas en términos del mapa de las líneas de campo magnético. Son esencialmente superficies definidas de tal modo que, dos líneas de campo que se encuentran arbitrariamente cerca y a ambos lados de la superficie, se alejan considerablemente entre sí al recorrer una distancia finita (notar el paralelismo con el separamiento exponencial de trayectorias en el espacio de fases en un flujo caótico).

Vamos a expresar esto matemáticamente para el caso de un arco coronal, donde las líneas de campo empiezan y terminan en la fotosfera, facilitando de esta manera el cálculo. Comenzamos integrando en ambas direcciones una línea de campo que pasa por el punto  $P(x, y, z)$  en la corona, hasta llegar a la fotosfera. Llamamos  $P'(x', y', z')$  y  $P''(x'', y'', z'')$  a los puntos de inserción de la línea en la fotosfera. Queda así definido un vector  $D(x, y, z) = \{x'' - x', y'' - y', z'' - z'\}$  que describe el mapeo de las líneas. Decimos que la conectividad de las líneas varía abruptamente en  $(x, y, z)$  si, un leve cambio en la ubicación del punto  $P$  se traduce en un cambio importante en el vector  $D$ . En nuestro modelo RMHD del arco coronal, la fotosfera es representada por dos planos paralelos, de modo que  $(z'' - z') = L$  es una constante. Consistentemente con la aproximación RMHD, podemos suponer que el aporte de las derivadas en  $z$  es de segundo orden y despreciarlas.

Por lo tanto, el tensor de gradiente del mapa  $M$  viene definido por:

$$M = \begin{pmatrix} \partial(x'' - x')/\partial x & \partial(x'' - x')/\partial y \\ \partial(y'' - y')/\partial x & \partial(y'' - y')/\partial y \end{pmatrix}. \quad (7.8)$$

La definición general del tensor  $M$  es una extensión de la presentada aquí, y se la puede encontrar en Priest & Démoulin 1995 y Démoulin et al. 1996a, donde también se argumenta que la mejor medida para determinar la presencia de una QSL viene dada por la norma  $N$  del tensor  $M$ :

$$N(x, y, z) = \left[ \left( \frac{\partial(x'' - x')}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial(x'' - x')}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial(y'' - y')}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial(y'' - y')}{\partial y} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (7.9)$$

Denominamos QSLM (*Quasi-Separatrix Layers Method*) al cálculo de las QSLs mediante el uso del código numérico descrito en Démoulin et al. 1996a.

#### 7.4.2 Las QSLs en el modelo de arco coronal

Aplicamos el QSLM al resultado de nuestras simulaciones numéricas RMHD para el caso  $S = 500$ . La Fig.7.7 muestra una comparación entre la ubicación de la hoja de corriente y las QSLs. Es notable la correspondencia entre las QSLs y la hoja de corriente. Es todavía más llamativo el hecho de que la posición y forma de la QSL depende suavemente del tiempo. Las QSLs tienen el mismo aspecto a  $t = 7$  ("antes" del proceso de reconexión) y a  $t = 9.7$  ("durante"). Lo que sí depende del tiempo es la magnitud del máximo de la norma  $N$ : entre  $t = 4$  y  $t = 9$  la corriente negativa entre los tubos crece dramáticamente, al igual que el máximo de  $N$ , que crece varios órdenes de magnitud, consistentemente por lo discutido por Longcope & Strauss 1994b.

La Fig.7.8 (a) muestra el cambio en la conectividad para líneas magnéticas integradas a partir de  $z = 0$ , a ambos lados de la QSL. Por claridad, solo integramos las líneas a lo largo de la mitad de la cuasi-separatriz. La figura ilustra claramente la idea que hay detrás de la definición de las QSLs. La parte (b) de la figura muestra una notable similitud entre las QSLs calculadas a partir de los campos obtenidos con el código no-lineal y los de la solución lineal Ec.(7.7).

Démoulin & Priest 1997 calcularon las QSLs en el caso de una configuración estática similar a la solución lineal Ec.(7.7) para un valor fijo del tiempo. Las QSLs que obtienen son cualitativamente las mismas que obtenemos aquí y mostramos en la Fig.7.8 (a) y (b) (ver Fig.1 en Démoulin & Priest



1997). Uno de los resultados importantes de este trabajo es el que se desprende de la coincidencia entre las tres figuras mencionadas: la ubicación de las QSLs depende de las características globales de la topología del campo magnético. A pesar de que nuestra simulación describe las interacciones no-lineales, estas no son relevantes al cálculo de las QSLs (y por consiguiente a la ubicación de la hoja de corriente). Pero son esenciales al proceso mismo de reconexión, tanto como a la cascada de energía (y consiguiente aumento de la disipación) descrita en la sección anterior.

## 7.5 Conclusiones y discusión

Hemos explorado el mecanismo MHD más utilizado en el modelado teórico de los procesos de liberación impulsiva en la corona: el de la reconexión magnética. La utilización de un código RMHD nos limita al estudio de procesos de reconexión para la componente transversal del campo magnético. Simulamos, pues, el proceso de reconexión magnética entre dos tubos de flujo dentro de un arco coronal. Los resultados más importantes son resumidos a continuación.

Encontramos una excelente correspondencia entre la ubicación de las QSLs y la hoja de corriente (negativa), como muestra por ejemplo la Fig.7.7 . Este resultado confirma que las QSLs son un instrumento confiable para identificar sitios en los que se puede producir reconexión magnética.

La información acerca de la ubicación y forma de la hoja de corriente está contenida en la solución lineal dada por la Ec.(7.7) , como surge de la comparación entre la Fig.7.8 (a) y (b). Esto indica claramente que las características de las QSLs vienen determinadas por la configuración magnética global, tal como fué discutido en Mandrini et al 1997 , y trabajos allí citados. A pesar de que las no-linealidades juegan un rol crucial en otros aspectos de la dinámica, como el aumento de la disipación y la fragmentación de la corriente eléctrica alrededor de la hoja de corriente, estas interacciones no-lineales no parecen ser relevantes a la ubicación y forma de la hoja de corriente donde se produce la reconexión.

Nuestros resultados son consistentes con el escenario de reconexión turbulenta. La interacción que se produce entre los tubos de flujo al acercarse mutuamente, dispara un proceso fuertemente no-lineal que involucra a todas las escalas espaciales del rango inercial, tal como lo indica el espectro de Kraichnan mostrado en la Fig.7.5 . Durante este transitorio turbulento, la energía

es transferida en un proceso de cascada a las escalas chicas donde es eficientemente disipada. Esta disipación no ocurre solo en la hoja de corriente predicha por el QSLM, sino también en los alrededores.

Las características generales de este proceso de reconexión turbulenta son consistentes con las propuestas por LaRosa & Moore 1993 para describir la fase impulsiva en fulguraciones solares. Sin embargo, debido a las limitaciones geométricas de la RMHD, el análisis presentado aquí solo podría corresponder a microfulguraciones, es decir, abrillantamientos transitorios que se observan en rayos X blandos. De acuerdo a lo presentado en este trabajo, un forzado fotosférico coherente a lo largo de un tiempo relativamente corto (unos pocos tiempos de Alfvén), es suficiente para producir microfulguraciones del orden de  $10^{26} - 10^{27}$  *erg*.

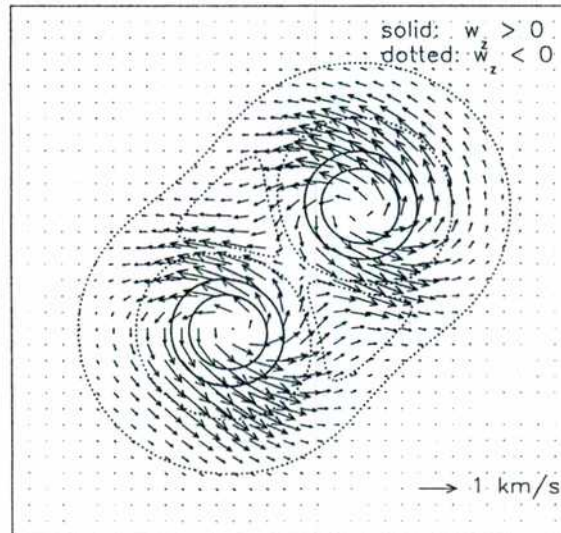


Fig. 7.1: Isocontornos de vorticidad y campo de velocidades a  $z = 1$  (condición de contorno fotosférica del arco).

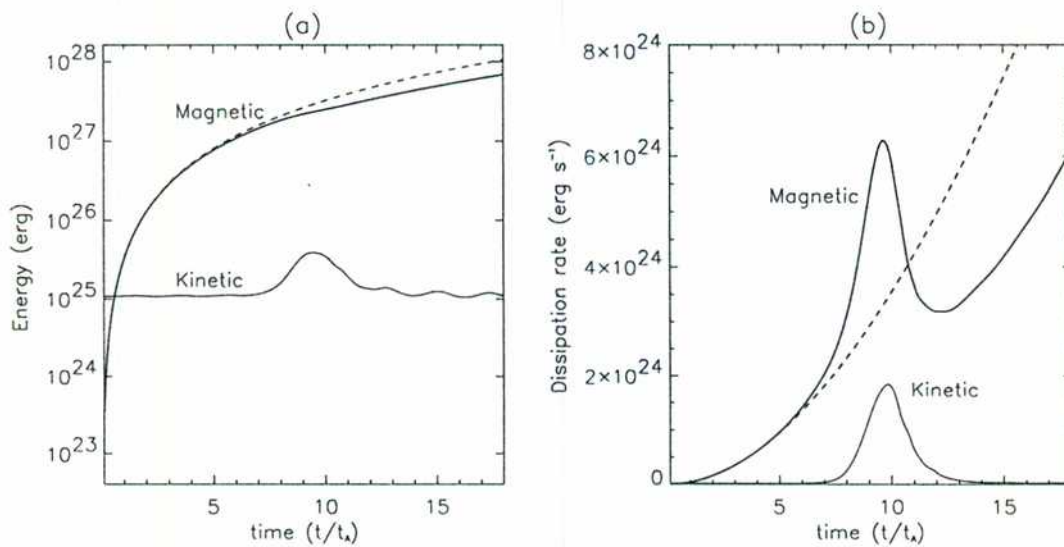


Fig. 7.2: Evolución temporal de la energía y de la disipación. (a) Energía magnética y cinética como función del tiempo. La línea punteada corresponde al caso lineal, Ec.(7.7). El pico en la energía cinética se debe a los chorros Alfvénicos que se desarrollan durante el proceso de reconexión. (b) Tasa de disipación magnética y cinética en función del tiempo. La línea punteada corresponde al caso lineal.

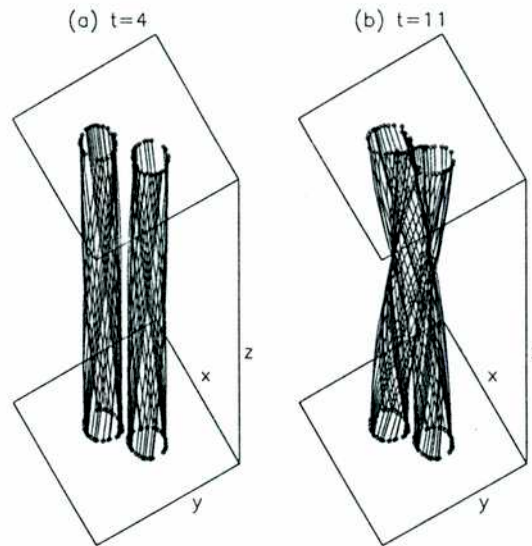


Fig. 7.3: Coalescencia de los dos tubos de flujo. (a) líneas de campo magnético a  $t = 4t_A$  (b) Idem (a) a  $t = 11t_A$ . Las líneas de campo cruzan el plano  $z = 0$  en los mismos puntos para las dos figuras.

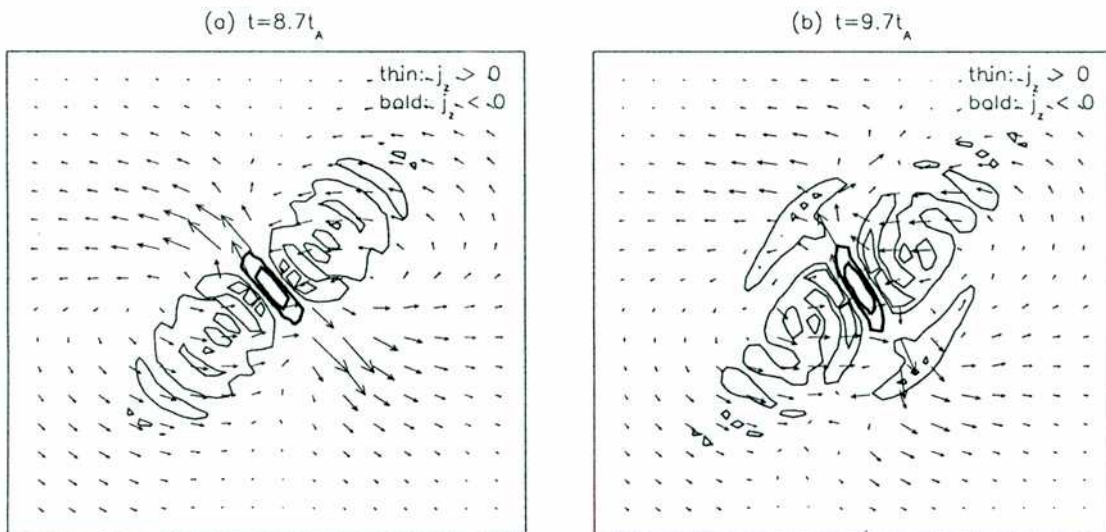


Fig. 7.4: Campo de velocidades y componente vertical de la densidad de corriente eléctrica  $j$  a mitad de altura del arco ( $z = 0.5$ ), a distintos tiempos (a)  $t = 8.7t_A$  (b)  $t = 9.7t_A$ . Los contornos gruesos encierran la hoja de corriente negativa. Los chorros Alfvénicos mostrados en (a) han perdido coherencia espacial en (b), donde la corriente aparece más fragmentada.

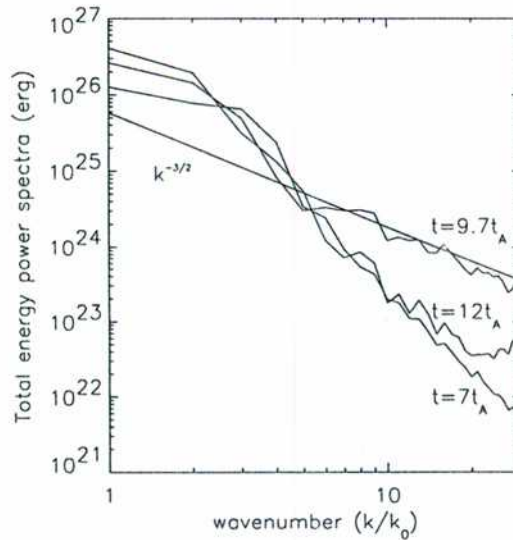


Fig. 7.5: Espectro de potencias de la energía a distintos tiempos ( $t = 7t_A, 9.7t_A, 12t_A$ ). El espectro es más plano durante el proceso de reconexión ( $t = 9.7t_A$ ). La pendiente  $3/2$  corresponde al régimen de Kraichnan.

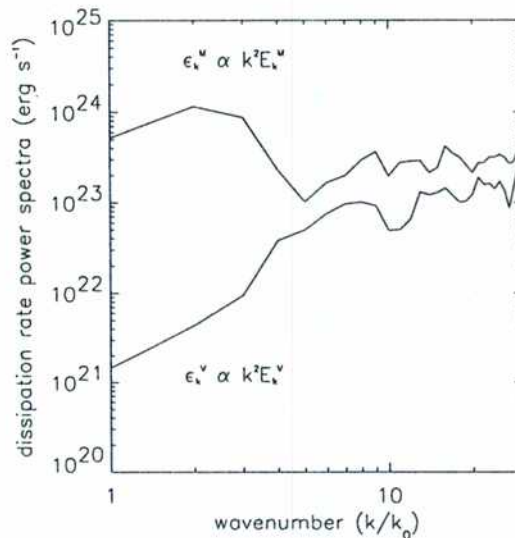


Fig. 7.6: Espectros de potencias de la disipación cinética y magnética a  $t = 9.7t_A$ . La disipación de la gran escala es esencialmente magnética, mientras que la de las pequeñas escalas crece como  $k^{\frac{1}{2}}$  y tiene contribuciones comparables de los campos de velocidades y magnético.

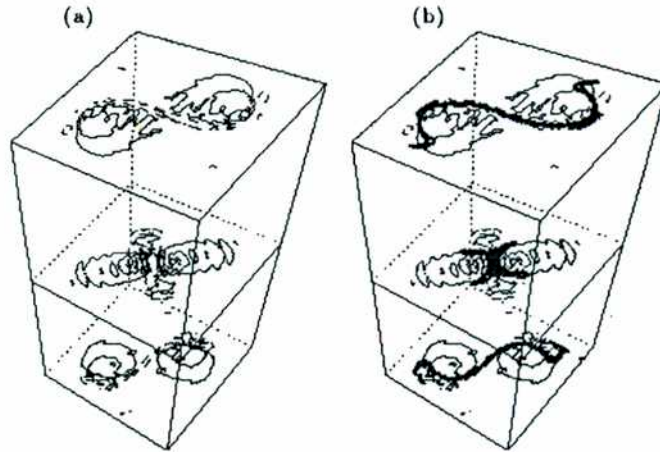


Fig. 7.7: QSLs e isocontornos de  $j$  a diferentes alturas  $z = 0, 0.5, 1$ , a  $t = 9t_A$ : (a) isocontornos de  $j = \pm 1.2, \pm 2.4, \pm 3.6 \text{ mA m}^{-2}$  (trazo continuo: corriente positiva; trazo a rayas: corriente negativa); (b) isocontornos de  $N = 50, 100$ .

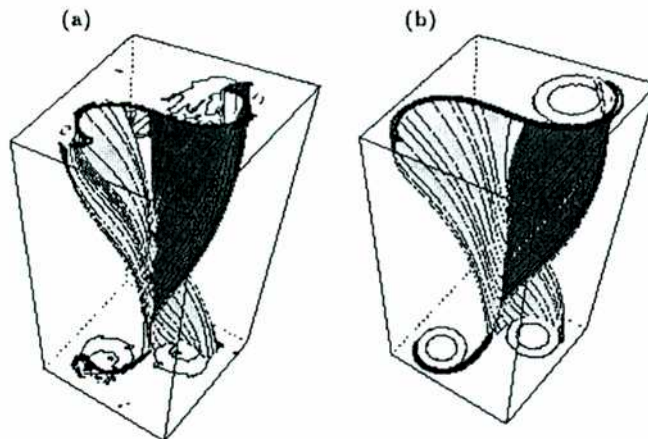


Fig. 7.8: (a) QSLs a  $z = 0, 1$  y  $t = 9t_A$ . Dos conjuntos de líneas de campo integradas a partir de  $z = 0$  a ambos lados de la QSL muestran el abrupto cambio en la conectividad magnética a través de la cuasi-separatriz. (b) Idem (a), pero para la solución de las ecuaciones RMHD linealizadas.

## Capítulo 8

# Mecanismos impulsivos. Parte II. Precursores de actividad impulsiva en $H\alpha$

En el capítulo anterior hemos explorado en forma teórica los mecanismos básicos de la liberación impulsiva de energía MHD en la corona solar. Presentamos aquí una serie de esfuerzos observacionales por identificar mecanismos y diagnósticos de actividad precursora de dichos procesos impulsivos.

La capacidad de predecir fulguraciones es una de las metas fundamentales de la física solar-terrestre. Mostramos aquí la utilidad del estudio de la dinámica de regiones activas en los momentos previos a la ocurrencia de fulguraciones. Este estudio observacional, centrado en la línea espectral  $H\alpha$ , consiste esencialmente en el cálculo de un campo de velocidades cromosférico en función del tiempo. Las velocidades se obtienen rastreando los desplazamientos de las pequeñas estructuras que componen la región activa en las imágenes en  $H\alpha$ . El estudio sistemático de las velocidades así obtenidas parece ser un buen diagnóstico de la inminencia de fulguraciones.

## 8.1 Introducción

Las observaciones sinópticas del sol en  $H\alpha$  son un diagnóstico útil para monitorear actividad impulsiva en la corona solar. Las erupciones de filamentos (o prominencias) suelen resultar en *eyecciones de masa coronal* (CMEs). Si bien estas erupciones son procesos en principio independientes de las fulguraciones, muchas veces ambos fenómenos aparecen acoplados. Una revisión detallada de fulguraciones solares y CMEs ha sido presentada en Kahler 1992. La idea básica es que una erupción de filamento puede disparar una inestabilidad que produzca una fulguración en una región activa, del mismo modo que una fulguración puede distorsionar el campo magnético que soporta al filamento, produciendo su erupción.

Los días 6 y 7 de Abril de 1997, la región activa NOAA 8027 produjo una serie de eventos impulsivos, incluyendo fulguraciones y CMEs. Observaciones simultáneas desde distintos observatorios en Tierra, así como observaciones satelitales, han permitido un estudio extensivo de estos eventos.

En este trabajo analizamos imágenes cromosféricas de alta cadencia en  $H\alpha$  usando la técnica de *rastreo de correlaciones* (correlation tracking) para caracterizar la evolución de la región activa durante los días 6 y 7 de Abril de 1997. Esta técnica nos permite calcular un campo de velocidades (horizontal) cromosférico. La vorticidad determinada a partir de dicho campo de velocidades muestra un signo bien definido y opuesto en ambas bandas, y crece notablemente unos 20 minutos antes de la fulguración. Lo cual sugiere que el estudio de la vorticidad de las estructuras cromosféricas en  $H\alpha$  en regiones activas puede resultar un buen diagnóstico de la inminencia de actividad eruptiva.

## 8.2 Observaciones

Las observaciones fueron automáticamente realizadas en el telescopio *Hilltop* del *National Solar Observatory/Sacramento Peak*, USA. Este telescopio usa un objetivo de 7.62 cm y un filtro Halle para observar el centro de la línea  $H\alpha$ . Las imágenes del disco solar son de 16.5 mm en diámetro



y son grabadas en film de 35 mm Technical Pan 2415. Una cámara de film toma una imagen de disco-completo cada 1 o 2 minutos, según se diseñe el experimento.

Los datos aquí analizados son imágenes de disco-completo con una cadencia de 2 minutos, durante los días 6 (280 imágenes) y 7 (407 imágenes) de Abril de 1997. El 6 de Abril, las condiciones meteorológicas interrumpieron una parte significativa del tiempo de observación (ver Fig.8.1 ).

### 8.3 Reducción de datos

El total de las 687 imágenes para los días 6 y 7 de Abril de 1997 fueron digitalizados con una resolución de 2.3 segundos de arco, usando el Microfotómetro del NSO/Sacramento Peak. Las imágenes fueron alineadas entre sí maximizando la función de correlación (ver sección §8.3.1). Irregularidades en las imágenes debidas a partículas de polvo y deterioro físico del film fueron removidas usando criterios de continuidad espacial y temporal.

Las coordenadas de la región NOAA 8027 para el día 6 de Abril a las 17:25 UT fueron S30-E27. Investigamos un área de  $577 \times 577$  segundos de arco ( $(251 \times 251)$  pixels) cubriendo la región activa y alrededores). El brillo de cada imagen fue normalizado de modo de preservar el valor medio del brillo en los alrededores de la región activa. Cada imagen fue subdividida en sub-imágenes de  $9.2 \times 9.2$  segundos de arco para calcular la función de correlación local (ver sección §8.3.1). El algoritmo de rastreo de correlaciones (o correlation tracking) calcula los desplazamientos, entre sucesivas imágenes de la región activa, de las distintas subimágenes (ver por ejemplo November & Simon 1988). Luego de eliminar las componentes de alta frecuencia debidas a la turbulencia atmosférica (*seeing*), el algoritmo de correlación local da como resultado del proceso la velocidad correspondiente al desplazamiento de las estructuras brillantes en  $H\alpha$ , como función del tiempo.

Llamamos de aquí en más *campo de velocidades cromosférico* al campo de velocidades así obtenido. Es importante resaltar que este campo de velocidades no tiene por qué coincidir punto a punto con el campo de velocidades del fluido (el plasma cromosférico). Las velocidades obtenidas por el método de correlación local de las estructuras  $H\alpha$  pueden obedecer a: (a) verdadero flujo

del plasma, (b) ondas, (c) brillantamiento secuencial de zonas contiguas, o (d) una combinación de estas posibilidades.

### 8.3.1 La función correlación

La correlación cruzada entre dos funciones  $f(x, y)$  y  $g(x, y)$ , en términos del desplazamiento espacial  $\mathbf{d} \equiv (d_x, d_y)$  viene dada por:

$$C_{f,g}(\mathbf{d}) \equiv \frac{\langle f^{\mathbf{d}}, g \rangle}{\|f\| \|g\|} \quad (8.1)$$

donde  $f^{\mathbf{d}}(\mathbf{x}) \equiv f(\mathbf{x} + \mathbf{d})$ ,  $\langle f, g \rangle \equiv \iint f(\mathbf{x})g(\mathbf{x}) \, dx dy$  es el usual producto interno entre  $f$  y  $g$  en un adecuado espacio de Hilbert y  $\|f\| \equiv \langle f, f \rangle^{1/2}$  es la norma de  $f$ . Llamamos a  $C_{f,g}$  *función correlación*. Es evidente por su definición que  $-1 \leq C_{f,g} \leq 1$ . Si dos imágenes del mismo objeto físico se encuentran desplazadas en una magnitud  $\mathbf{d}^0 = (d_x^0, d_y^0)$ , su función correlación  $C(\mathbf{d})$  alcanzará su valor máximo en  $\mathbf{d}^0$ . Por lo tanto, la maximización de la función correlación nos permite: (i) alinear entre sí las distintas imágenes del disco solar o de la región activa de interés; (ii) calcular el desplazamiento, entre una imagen y la siguiente, de una pequeña sub-imagen de la región activa en estudio. Esto último permite calcular una velocidad horizontal media en la porción de la región activa expandida por la sub-imagen.

El cálculo numérico de la función correlación se simplifica mediante el uso de la transformada de Fourier discreta. Las imágenes son usualmente arreglos bi-dimensionales, digamos de dimensión  $N \times N$ . La integral doble en el producto interno se reemplaza por una suma finita sobre los  $N^2$  términos de la forma  $f(i, j)g(i, j)$ , con  $1 \leq i, j \leq N$ . Esto hay que hacerlo para los  $N^2$  posibles vectores de desplazamiento  $\mathbf{d}$ . Por lo tanto,  $N^4$  operaciones son necesarias para obtener la matriz  $C_{f,g}(\mathbf{d})$ . Sin embargo, la misma matriz se puede calcular con un número de operaciones muchísimo menor, del orden de  $N^2$ , como mostramos a continuación. Vamos a escribir a cualquier función  $h$  en términos de su transformada discreta  $h_{\mathbf{k}}$ :

$$h(\mathbf{x}) = \sum_{\mathbf{k}} h_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}} \equiv F^{-1}[h_{\mathbf{k}}](\mathbf{x}) \quad (8.2)$$

donde  $F^{-1}$  es la transformada inversa de Fourier. El producto interno se puede reescribir en la forma  $\langle f^{\mathbf{d}}, g \rangle = \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'} f_{\mathbf{k}} g_{\mathbf{k}'} e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{d}} \langle e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}}, e^{i\mathbf{k}' \cdot \mathbf{x}} \rangle$ . La ortogonalidad de las funciones de expansión ( $\langle e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}}, e^{i\mathbf{k}' \cdot \mathbf{x}} \rangle = \delta_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'}$ ) y el carácter real de las funciones expandidas ( $h_{-\mathbf{k}} = h_{\mathbf{k}}^*$ )

permiten escribir

$$C_{f,g}(d) = \frac{\sum_{\mathbf{k}} f_{\mathbf{k}} g_{\mathbf{k}}^* e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{d}}}{\|f\| \|g\|} = \frac{F^{-1}[f_{\mathbf{k}} g_{\mathbf{k}}^*](\mathbf{d})}{\|f\| \|g\|}. \quad (8.3)$$

Es evidente que esta expresión se puede calcular con un número de operaciones del orden de  $N^2$ . Las transformadas  $f_{\mathbf{k}}$  y  $g_{\mathbf{k}}$  se obtienen en un número de operaciones que va entre  $N \log(N)$  y  $N^2$ , según la transformada discreta que se utilice, lo mismo que la antittransformada de la función  $h_{\mathbf{k}} = f_{\mathbf{k}} g_{\mathbf{k}}^*$ . Los  $N^2$  valores de la función  $h_{\mathbf{k}}$  se obtienen mediante sencillas multiplicaciones entre los valores de  $f_{\mathbf{k}}$  y  $g_{\mathbf{k}}^*$  para los distintos valores de  $\mathbf{k}$ .

Una descripción del método de rastreo de correlaciones puede es efectuada en von der Luhe 1983, donde se discuten ciertos detalles técnicos que optimizan al método (tales como la sustracción de la función bi-lineal que mejor se ajuste a cada una de las funciones a correlacionar).

## 8.4 Descripción de los fenómenos observados

Resumimos los fenómenos observados de la siguiente forma:

- Tres fulguraciones (6 de Abril 18:46 UT, rayos-X clase B2.6; 6 de Abril 24:34 UT, rayos-X clase B3.7 y 7 de Abril 14:03 UT, fulguración de dos bandas rayos-X clase C6.8). La Fig.8.1 muestra el brillo de la región activa durante los dos días. Las fulguraciones mencionadas aparecen como picos en la intensidad (o brillo) en  $H\alpha$ . Los valores del brillo son normalizados al valor del brillo del "fondo" (una porción de "sol tranquilo" alrededor pero independiente de la región activa). La Fig.8.2 muestra la evolución en el tiempo de la fulguración de dos bandas del 7 de Abril. Los magnetogramas del NSO/Kitt Peak muestran que la componente vertical del campo magnético tiene polaridad opuesta en las dos bandas.
- Un *chorro* horizontal (o *surge*, o *spray*) el 6 de Abril, entre las 23:34 UT y las 23:56 UT, con velocidades cuya componente horizontal es, en promedio, de  $60 \text{ km s}^{-1}$ , como muestra la Fig.8.3 .
- Evaporación de un filamento y re-formación del mismo entre el 6 de Abril a las 23:34 y el 7 de Abril a las 00:36 UT. Un seguimiento detallado de las imágenes del 6 de Abril entre las

23:30 y las 24:00 UT sugiere que el surge descrito en el ítem anterior es el resultado de la erupción de filamento aquí mencionada.

- Evaporación de un filamento (señalado con una flecha en la Fig.8.2 ), el 7 de Abril a las 13:52 UT, dos minutos antes del comienzo de la fulguración. Esta erupción del filamento está asociada a la eyección de masa coronal captada por el SOHO (Maia et al 1997, Thompson 1997) y otros varios instrumentos.
- Oscurecimiento de la región (en  $H\alpha$ ) justo antes del comienzo de la fulguración.

## 8.5 Resultados

Los siguientes resultados fueron obtenidos usando las técnicas de correlación y rastreo de estructuras en  $H\alpha$  descritas previamente.

- Los velocidades en el núcleo de la región activa (un rectángulo centrado en la región activa pero de la mitad de tamaño que la región mostrada en la Fig.8.2 ) tienen valores significativamente menores a las velocidades de los alrededores (que son del orden de  $1 \text{ km s}^{-1}$ ). Esto se verifica durante todo el tiempo de observación, excepto durante las fulguraciones. Este fenómeno puede interpretarse como la consecuencia inmediata del congelamiento de la materia al campo. La zona donde el campo magnético vertical es más intenso (y medianamente estacionario), el núcleo de la región activa, muestra una supresión de velocidades horizontales.
- Durante la fulguración de dos bandas del 7 de Abril, las velocidades son mayores en el núcleo de la región activa que en los alrededores, mientras que luego de la fulguración los papeles se invierten, como señalamos en el punto anterior. Para cuantificar este efecto, definimos la *distribución de energía cinética* como:

$$E^u(r) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{1}{2} u^2(r, \phi) d\phi, \quad (8.4)$$

donde  $(r, \phi)$  son coordenadas polares medidas desde el centro de la región activa. El centro de masa de la distribución, medido por

$$R(r) = \frac{\int r E^u(r) dr}{\int E^u(r) dr}, \quad (8.5)$$

se desplaza a una velocidad  $dR/dt \approx 20 - 40 \text{ km s}^{-1}$  entre las 14:10 UT y las 15:20 UT, como muestra la Fig.8.6 .

- Las bandas de la fulguración del 7 de Abril se desplazan a una velocidad media de  $2 \text{ km s}^{-1}$ , aunque la expansión es asimétrica. (hay un exceso de velocidad en una de las bandas).
- Calculamos la evolución Lagrangiana de trazadores artificiales (escalares pasivos) arrastrados por el campo de velocidades cromosférico. Los trazadores tienden a estacionarse en lo que parecen ser límites de celdas super-granulares, de tamaños de alrededor de  $5 \times 10^4 \text{ km}$ .
- Para tener una medida del grado de incompresibilidad del flujo, comparamos la divergencia con el rotor de la velocidad. Obtenemos:

$$\frac{\langle |\nabla \cdot \mathbf{u}| \rangle}{\langle |\nabla \times \mathbf{u}| \rangle} \approx 0.3 \quad (8.6)$$

- Los espectros de potencias de la energía cinética fotosférica obtenidos se encuentran cerca de una ley de potencias de pendiente  $3/2$ , lo cual es consistente con turbulencia desarrollada ( ver Fig.8.5 ). Sin embargo, hay que recalcar que solo estamos calculando velocidades en escalas grandes (mayores o del orden de la escala de granulación fotosférica), y que las frecuencias altas del campo de velocidades son filtradas para eliminar el aporte de la turbulencia en la atmósfera terrestre.
- La componente vertical de la vorticidad cromosférica,  $w_z \equiv \hat{z} \cdot \nabla \times \mathbf{u}$ , tiene signos opuestos en las dos bandas de la fulguración. Más específicamente, la Fig.8.4 muestra la evolución temporal de la vorticidad en las bandas, antes y durante la fulguración. Es notable el hecho de que la vorticidad comienza a crecer marcadamente unos 20 minutos antes del inicio de la fulguración. Supongamos que esta vorticidad se debe a desplazamientos físicos del plasma. El hecho de que la vorticidad tenga signos opuestos en las dos bandas, las cuales a su vez tienen polaridad magnética opuesta, sugiere dos posibles interpretaciones:

- (i) un forzado coherente del campo magnético que tiende a enroscar las líneas de un arco magnético que se extiende desde una banda a la otra; esto se corresponde en términos generales al modelo de reconexión estudiado con el capítulo anterior.
- (ii) una relajación de un campo inicialmente enroscado, mediante la reducción de torsión de las líneas de campo.

Los resultados más interesantes de este trabajo son los relacionados a la vorticidad de las bandas en la fulguración del 7 de Abril. Si bien la interpretación física aún está abierta, es interesante considerar la energía asociada a las opciones (i) y (ii) listadas anteriormente. Empecemos por considerar (i), bajo las simplificaciones geométricas utilizadas en el Capítulo 7. Supongamos también que el campo es inicialmente potencial, y que sigue una evolución lineal DC como la estudiada en el Capítulo 7:  $a = (t/t_A)\Phi$ ,  $\varphi = (z/L)\Phi$ , donde  $\Phi(x, y)$  es la función corriente fotosférica, que en este caso viene dada por un solo vórtice de magnitud igual a la suma de las vorticidades de las dos bandas. Es inmediato ver que la energía magnética libre del arco es  $E_{arco} = \rho(t/t_A)E_{ph}$ , donde  $E_{ph}$  es la integral en la tapa móvil de  $\frac{1}{2}u_{ph}^2$ . Aproximando la velocidad en la tapa por el promedio de velocidades en un vórtice de radio  $r$  (medido en segundos de arco) y magnitud  $10 \text{ h}^{-1}$  (ver Fig.8.4), obtenemos  $u_{ph} = 2r \text{ km s}^{-1}$ . Suponiendo además que el arco tiene ancho  $2r$  (en segundos de arco), llegamos a la expresión

$$E_{arco} = 2.5 \times 10^{24} r^4 \text{ erg}, \quad (8.7)$$

donde adoptamos valores típicos: campo magnético vertical  $B_0 = 50 \text{ Gauss}$ , densidad de partículas  $n = 10^{10} \text{ cm}^{-3}$  y longitud del arco  $L = 10^{10} \text{ cm}$ . También hemos considerado que el proceso dura una hora, como se desprende de la Fig.8.4. Nuestras observaciones sugieren  $r \sim 30$  y por lo tanto la energía libre entregada al arco por el supuesto forzado, previamente a la fulguración, es del orden de  $10^{30} \text{ erg}$ . Si suponemos, en cambio, un proceso de relajación (caso (ii)), podemos pensar que se produce el proceso inverso, y la energía liberada es la misma que la calculada anteriormente.

## 8.6 Conclusiones y discusión

A partir de estas simples observaciones (sinópticas y de alta cadencia) cromosféricas en  $H\alpha$ , mostramos la cantidad de información valiosa que se puede extraer para el estudio de actividad

solar. El seguimiento del surge del 6 de Abril y su relación con la desaparición del filamento en la región activa, la asimetría en la expansión de las bandas e la fulguración del 7 de Abril, la supresión de velocidades en el núcleo de la región activa y los diagnósticos realizados al campo de velocidades cromosférico son una muestra de ello.

Es importante no perder de vista las limitaciones señaladas anteriormente. El campo de velocidades cromosférico que obtenemos como resultado del seguimiento de las estructuras brillantes en  $H\alpha$  puede obedecer a: (a) verdadero flujo del plasma, (b) ondas, (c) abrillantamiento secuencial de zonas contiguas. Esto dificulta la interpretación de los resultados.

El significativo aumento en la vorticidad cromosférica en la zona de las bandas (ver Fig.8.4 ), 20 minutos antes del comienzo y 30 minutos antes del máximo en  $H\alpha$  y rayos-X de la fulguración del 7 de Abril sugiere que el estudio de la vorticidad podría proveer un buen método para predecir fulguraciones de esta magnitud. El análisis de la vorticidad en las fulguraciones menores del 6 de abril parece mostrar que en eventos de menor energía el análisis de la vorticidad no es tan útil.

Los resultados del trabajo aquí presentado han impulsado un nuevo estudio (Keil et al 1999 ) tendiente a verificar o descartar la utilidad de la vorticidad cromosférica en la predicción de fulguraciones. En las Fig.8.7 y Fig.8.8 mostramos los resultados más importantes de ese trabajo, en forma preliminar. Los resultados fueron obtenidos con la misma técnica que la descrita en este capítulo. En términos generales, tienden a confirmar las conjeturas y resultados del presente estudio.

Si bien resultan muy esclarecedoras, las observaciones en  $H\alpha$  resultan insuficientes para intentar un modelado teórico confiable de la evolución de regiones activas y la dinámica impulsiva que frecuentemente desarrollan. Otros datos observacionales, tales como el campo de velocidades y magnético fotosférico, deberían ayudar a discernir entre los distintos modelos posibles.

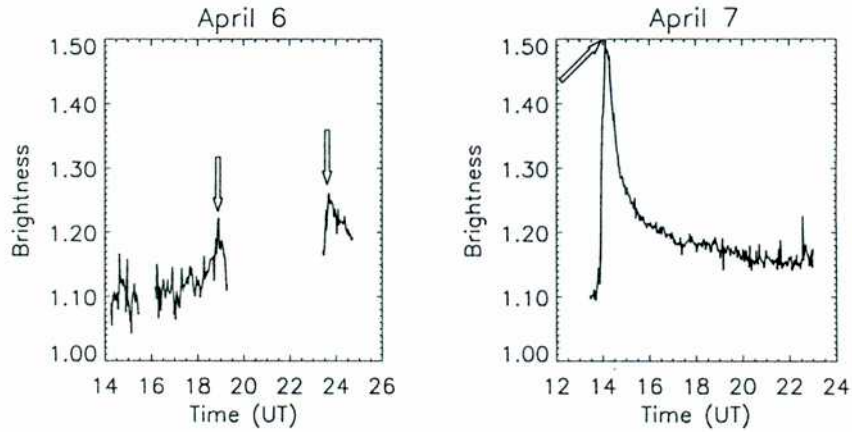


Fig. 8.1: Variación del brillo en  $H\alpha$  para la región activa NOAA 8027. El brillo es promediado sobre el núcleo de la región activa, y normalizado al brillo promedio de sus alrededores. Las tres fulguraciones observadas durante los días 6 y 7 de Abril del 1999 aparecen señaladas con flechas. Los intervalos sin datos durante el 6 de Abril se deben a interrupciones en las observaciones debidas a la presencia de nubes.

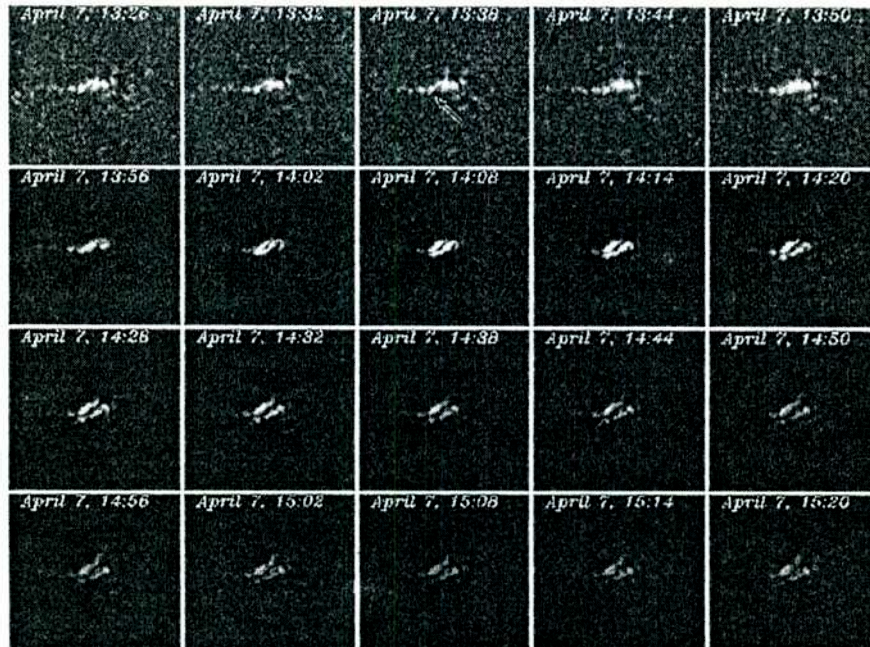


Fig. 8.2: Serie temporal de imágenes  $H\alpha$  de la región activa NOAA 8027, mostrando la evolución de la fulguración de dos bandas. Los primeros 5 cuadros fueron generados con un contraste apropiado para mostrar el filamento (apuntado con una flecha) cuya evaporación precede inmediatamente al comienzo de la fulguración. Las imágenes expanden  $577 \times 577$  segundos de arco.



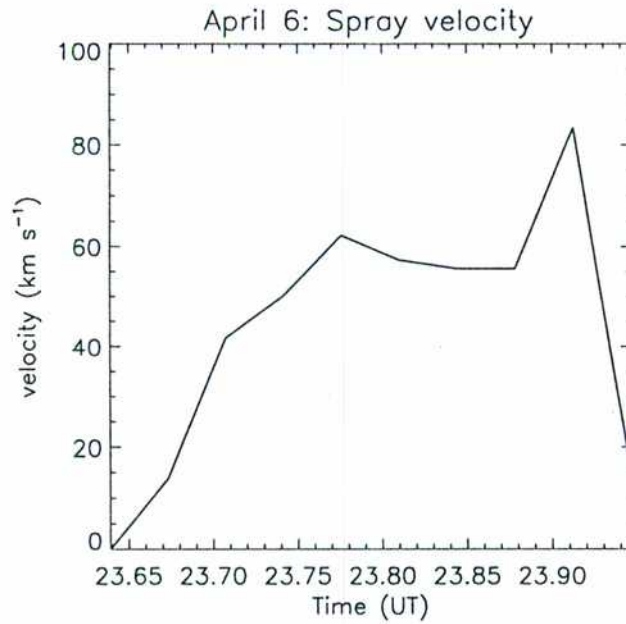


Fig. 8.3: Velocidad del surge del 6 de Abril de 1997, determinada siguiendo físicamente la evolución del frente del mismo.

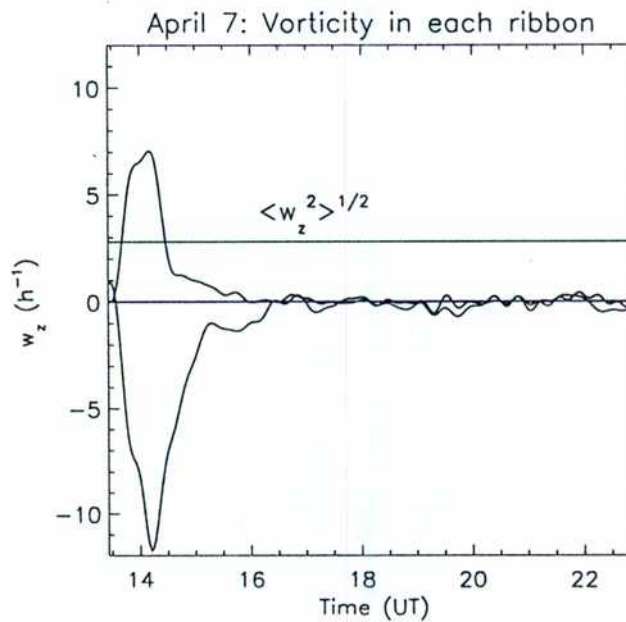


Fig. 8.4: Vorticidad media en cada una de las bandas de la fulguración del 7 de Abril. La vorticidad de las bandas, en abrupto crecimiento inicial, cruza el valor cuadrático medio de la vorticidad del fondo (del sol tranquilo) 20 minutos antes del comienzo de la fulguración.

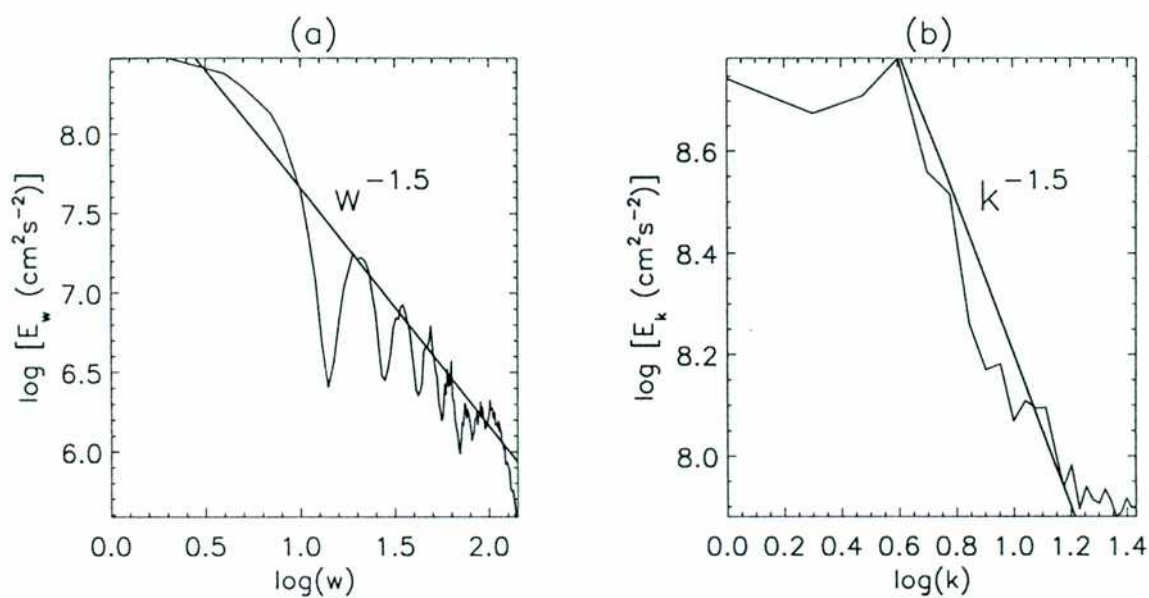


Fig. 8.5: Espectros de potencias de la energía cinética cromosférica, tanto en el espacio de frecuencias como en el de números de onda.

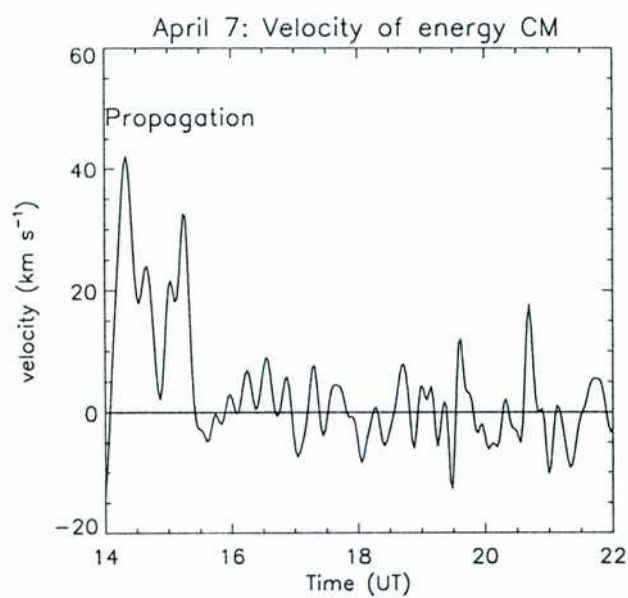


Fig. 8.6: Evolución del centro de masa de la energía cinética ( definido por la Ec.(8.5) ), durante la fulguración.

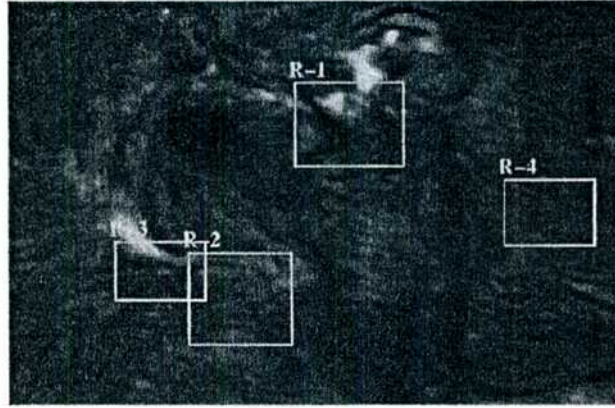


Fig. 8.7: Región activa NOAA 8210 vista en  $H\alpha$  el 5 de Mayo de 1998. Los rectángulos muestran las zonas donde se calcularon los valores de vorticidad y brillo mostrados en la Fig.8.8

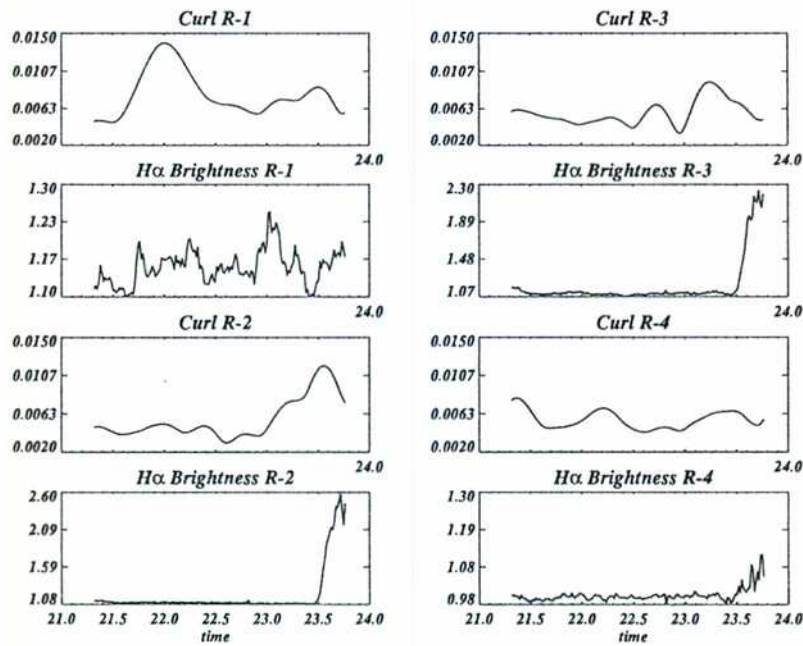


Fig. 8.8: Valor absoluto promedio de la vorticidad (en unidades arbitrarias) en los rectángulos señalados en la Fig.8.7 , junto con el brillo en  $H\alpha$  de cada rectángulo. La región encerrada por R1 desarrolló una pequeña fulguración a las 23:00 UT, y muestra un máximo para la vorticidad una hora antes. La región delimitada por R2 produjo una fuerte fulguración M25 a las 23:27 UT; la vorticidad empieza a crecer 30 minutos antes de la fulguración. R3 delimita una zona afectada por la fulguración de las 23:27, y el crecimiento de su vorticidad también antecede al comienzo de la fase impulsiva. Por último, R4 es tomada como referencia.

## Capítulo 9

# Conclusiones y discusión

Heimos presentado la evolución general de los campos magnetohidrodinámicos en las capas externas del sol desde una perspectiva moderna. La energía emitida por los procesos de fusión nuclear en el centro del sol es transmitida en forma de radiación a través de la zona radiativa, hasta llegar la base de la zona convectiva. Allí la temperatura es lo suficientemente baja como para que los núcleos pesados tengan electrones ligados y puedan absorber fotones en procesos de ionización. Esto hace que el plasma de la base de la región convectiva se caliente hasta superar un cierto umbral en el cual se vuelve inestable y fluye convectivamente hacia el exterior (§3.1.7). Esto genera una dinámica turbulenta esencialmente hidrodinámica, en la cual el campo magnético es arrastrado en forma pasiva hacia los bordes de las células supergranulares. Esta dinámica turbulenta produce, gracias al efecto Alfvén, campos MHD equipartidos a escalas chicas, los cuales finalmente producen campos magnéticos a escalas grandes, a través de la cascada inversa de la helicidad magnética, en lo que se conoce como efecto dínamo turbulento (§4.4). Sin embargo, el campo magnético nunca llega a ser predominante en la región convectiva, ya que un volumen magnético cuya energía magnética supera cierto umbral resulta “flotante” y emerge hacia la tenue corona. Este mecanismo provee a la corona una importante fuente de energía libre. Los intensos y complicados campos magnéticos que pueblan la corona pueden (i) disipar en forma impulsiva, en procesos de reconexión magnética conocidos como fulguraciones (§2.5, §3.3 y Capítulos 7 y 8) (ii) disipar en forma estacionaria, a través de la cascada directa de energía (Capítulos 4, 5 y 6).

Los procesos (i) y (ii) no son contradictorios entre sí y ocurren, el primero en forma esporádica, y el segundo en forma continua, en las regiones activas de la corona solar.

Hemos analizado en detalle el modelo de cascada de Kraichnan para turbulencia MHD, y las correcciones por intermitencia al modelo de cascada (ver El capítulo 5, también Milano et al 1999-b). Hemos descrito en forma numérica y teórica la geometría de las zonas de alta disipación en términos de las dimensiones fractales generalizadas. Obtuvimos una relación (Ec.(5.17) y Ec.(5.18) ) entre las dimensiones generalizadas y los exponentes de escala que puede resultar de suma utilidad para posteriores estudios de (la aún poco explorada) intermitencia MHD. La demostración de que las relaciones obtenidas (Ec.(5.17) y Ec.(5.18) ) implican que los exponentes de escaleo son una función convexa si y solo si las  $D_q$  decrecen con  $q$ , es una importante y novedosa comprobación de consistencia para toda la teoría. Cabe destacar que los valores obtenidos para las dimensiones fractales en la simulación numérica realizada implica que la disipación estacionaria en la corona solar se encuentra sumamente concentrada en zonas distribuidas en forma impredecible a lo largo del volumen ocupado por las regiones activas.

En el Capítulo 6 (también Milano, Gómez & Martens 1997), presentamos un modelo auto-consistente para estudiar el calentamiento de arcos magnéticos coronales, bajo la suposición de la existencia de un estado de turbulencia MHD plenamente desarrollada. El principal resultado que se desprende del modelo es que los arcos magnéticos están esencialmente calentados por corrientes DC (de frecuencia mucho menor que la de Alfvén), inyectadas por el campo de velocidades fotosférico. Otro resultado importante del modelo es que el calentamiento estacionario de las regiones activas está determinado por el cociente entre la frecuencia de Alfvén y la frecuencia fotosférica,  $w_A/w_{ph}$ . En particular, la tasa de calentamiento crece monotonamente con ese cociente.

Estudiamos, tanto en forma numérica como teórica, un caso de reconexión magnética entre dos tubos de flujo dentro de un arco coronal (ver Capítulo 7, también Milano et al 1999-a y Mandrini et al 1998). La hoja de corriente que se forma entre los tubos, durante el proceso de reconexión, es excelentemente predicha por el método de las QSLs, lo cual constituye un importante respaldo a dicho método como herramienta para el estudio de reconexión magnética 3D. Nuestros resultados son consistentes con el escenario de reconexión turbulenta. La interacción que se produce entre los tubos de flujo al acercarse mutuamente, dispara un proceso fuertemente no-lineal que involucra a

todas las escalas espaciales del rango inercial, tal como lo indica el espectro de Kraichnan mostrado en la Fig.7.5 . Durante este transitorio turbulento, la energía es transferida en un proceso de cascada a las escalas chicas donde es eficientemente disipada. Esta disipación no ocurre solo en la hoja de corriente predicha por el QSLM, sino también en los alrededores. Los resultados aquí obtenidos, corresponden a las microfulguraciones de la corona solar.

Por último, hemos hecho una serie de estudios observacionales de la dinámica de las estructuras en  $H\alpha$  previa a las fulguraciones solares (Capítulo 8, Balasubramaniam, Milano & Keil 1998, Keil et al 1999). La técnica utilizada, conocida con el nombre de “rastreo de correlaciones”, permite calcular un campo de velocidades cromosférico a partir de las imágenes del disco solar en  $H\alpha$ . La vorticidad cromosférica obtenida a partir del campo de velocidades así obtenido aumenta considerablemente su magnitud en la zona de central de la fulguración, unos 20 minutos antes del comienzo de la misma. Este fenómeno podría proveer una herramienta para predecir fulguraciones en tiempo real. Físicamente, el aumento de la vorticidad podría estar vinculado a procesos de relajación (o de excitación) magnetohidrodinámica en la fase precursora de las fulguraciones. Es interesante el hecho de que los espectros de potencias de la energía obtenidos a partir de la velocidad cromosférica son consistentes con un régimen turbulento.

En síntesis, hemos abordado una serie de estudios teóricos, numéricos y observacionales tendientes a comprender los fenómenos de disipación impulsiva y estacionaria en la corona solar. La reconexión de tubos de flujo coherentes de gran escala y la cascada turbulenta de energía proveen, respectivamente, mecanismos para la creación de escalas finas en dichas situaciones. Esas escalas finas son capaces de disipar eficientemente la energía de los campos MHD, dando cuenta de los fenómenos observados.

Se desprende de esta Tesis, y queda abierta a estudios posteriores, la relación entre la turbulencia MHD y la reconexión magnética. Por un lado, se cree que la reconexión magnética tiene un rol preponderante en los fenómenos no-lineales de la MHD. Por el otro, los procesos de reconexión pueden disparar estados fuertemente turbulentos. Una unificación de ambas teorías (la de turbulencia y la de reconexión MHD), permitiría darle una unidad conceptual a los procesos de disipación en la corona solar, y representaría un importante avance teórico en sí misma.

# Referencias

- Aulanier, G., Démoulin, P., van Driel-Gesztelyi, L., Mein, P. & DeForest, C. 1998, *Astron. Astrophys.* 335, 309
- Balasubramaniam, K.S., Milano, L.J. & Keil, S.L. 1998, *Synoptic Solar Physics*, Publication of the *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, Vol 140, p. 189
- Benzi R., Ciliberto S., Tripicciono R., Baudet C., Massaioli F. & Succi, S. 1993, *Phys. Rev. E* 48, R29
- Biskamp, D. & Welter, H. 1989, *Phys. Fluids B* 1, 1964
- Biskamp, D. 1993, *Nonlinear Magnetohydrodynamics*, Cambridge University Press, Cambridge
- Canuto, C., Hussaini, M.Y., Quarteroni, A., & Zang, T.A. 1988, *Spectral Methods in Fluid Dynamics*, Springer, New York
- Carbone, V. 1993, *Phys. Rev. Lett.* 71, 1546
- Carbone V. 1994, *Phys. Rev. E* 50, R671
- Chou, D.Y., La Bonte, B.J., Braun, D.C. & Duvall, T.L. 1991, *Astrophys. J.* 372, 314
- Démoulin, P., Hénoux J.C., Priest E.R., Mandrini C.H. 1996a, *Astron. Astrophys.* 308, 643
- Démoulin, P., Priest, E.R. & Lonie, D.P. 1996b, *J. Geophys. Res.* 101, 7631
- Démoulin P., Bagalá L.G., Mandrini C.H., Hénoux J.C., Rovira M.G. 1997, *Astron. Astrophys.* 325, 305

- Démoulin, P. & Priest, E.R. 1997, *Solar Phys.* 175, 123
- Dmitruk, P., Gómez, D.O. & DeLuca, E.E. 1998, *Astrophys. J.* 505, 974
- Foukal, P. 1990, *Solar Astrophysics*, John Wiley & Sons, Inc., New York
- Frisch, U., Sulem, P. & Nelkin, M. 1978, *J. Fluid Mech.* 87, 719
- Frisch, U. 1995, *Turbulence: the legacy of Kolmogorov*, Cambridge University Press, Great Britain
- Gómez, D.O. & Ferro Fontan, C. 1988, *Solar Phys.* 116, 33
- Gómez, D.O. 1990, *Fund. Cosmic Phys.* 14, 361
- Gómez, D.O. & Ferro Fontán, C 1992, *Astrophys. J.* 394, 662
- Gómez, D.O. , DeLuca, E.E. & Mc Clymont, A.N. 1995, *Astrophys. J.* 448, 954
- Heyvaerts, J. & Priest, E.R. 1984, *Astron. Astrophys.* 137, 63
- Heyvaerts, J. & Priest, E.R 1992, *Astrophys. J.* 390, 297
- Inverarity, G.N., Priest, E.R. & Heyvaerts, J. 1995, *Astron. Astrophys.* 293, 913
- Ionson, J.A. 1982, *Astrophys. J.* 254, 318
- Ionson, J.A. 1984, *Astrophys. J.* 276, 357
- Ionson, J.A. 1985, *Astron. Astrophys.* 146, 199
- Jardine, M. 1991, *Mechanisms of Chromospheric and Coronal Heating*, Springer-Verlag, p. 588
- Jensen M.H., Paladin G. & Vulpiani A., *Phys. Rev. A* 43, 798
- Kahler, S. 1992, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* 30, 113
- Keil, S. L., Balasubramaniam, K. S., Bernasconi, P., Smaldone L. A., & Cauzzi, G. 1993, *ASP Conference Series*, 68, 265.
- Keil, S.L., Balasubramaniam, K.S., Milano, L.J., Bayliss, A., Jones, J. & Clark, J. 1999, Proc. of 19th NSO/SP Workshop on High Resolution Solar Physics, enviado.



- Kolmogorov, A.N. 1941, *Dokl. Acad. Sci. URSS* 30, 301
- Kraichnan, R.H., 1965, *Phys. Fluids* 8, 138
- LaRosa T.N., Moore R.L. 1993, *Astrophys. J.* 418, 912
- Lau, Y.T. & Finn, J.M. 1991, *Astrophys. J.* 366, 577
- Lesieur, M. 1990, *Turbulence in Fluids*, Kluwer Academic Publishers, Netherlands
- Longcope, D.W., Strauss, H.R. 1994a, *Astrophys. J.* 426, 742
- Longcope, D.W., Strauss, H.R. 1994b, *Astrophys. J.* 437, 851
- Maia, D., Pick, M., Howard, R., Brueckner, G. E., Lamy, P. 1997, *ESA SP-404, Proc. of the Fifth SOHO Workshop*, p. 539
- Mandelbrot B. 1993, *The fractal Geometry of Nature* (Freeman, San Francisco, 1983).
- Mandrini, C.H., Démoulin, P., van Driel-Gesztelyi, L., Schmieder, B., Cauzzi, G. & Hofmann, A. 1996, *Solar Phys.* 168, 115
- Mandrini, C.H., Démoulin, P., Bagalá, L.G., van Driel-Gesztelyi, L., Hénoux, J.C., Schmieder, B. & Rovira, M.G. 1997, *Solar Phys.* 174, 229
- Mandrini, C.H., Milano, L.J., Dmitruk, P., Gómez, D.O. & Démoulin, P. 1998, *Proc. VIII LAWPP*, Contributed Paper, p III-2.10
- Matthaeus, W.H. & Lamkin, S.L. 1986, *Phys. Fluids* 29, 2513
- McCauley, J.L. 1990, *Phys. Reports* 189 No.5, 225
- Milano, L.J., Gómez, D.O. & Martens, P.C.H. 1997, *Astrophys. J.* 490, 442.
- Milano, L.J., Dmitruk, P., Mandrini, C.H.P., Gómez, D.O., & Demoulin, P. 1999, *Astrophys. J.* , en prensa.
- Milano, L.J., Dmitruk, P., Ponce Dawson, S. & Gómez, D.O. 1999, *Phys. Rev. E* , enviado.
- Montgomery, D. & Hatori, T. 1984, *Plasma Phys. Contr. Fusion* 26, 717

- Nicholson, D.R. 1983, *Introduction to Plasma Theory*, John Wiley & Sons, New York
- November, L. J., & Simon G. W., 1988, *Astrophys. J.* 333, 427
- Ott, E 1993, *Chaos in Dynamical Systems* (Cambridge University Press, Oakleigh 1993)
- Parker, E.N. 1972, *Astrophys. J.* 174, 499
- Parker, E.N. 1987, *Phys. Today* July, 36
- Parker, E.N. 1988, *Astrophys. J.* 330, 474
- Pouquet, A., Frisch, U. & Léorat, J. 1976, *J. Fluid Mech.* 77, 321
- Pouquet, A. 1978, *J. Fluid Mech.* 88, 1
- Prandtl, Z.A. 1925, Bericht über Untersuchungen zur ausgebildeten Turbulenz, *Zs Angew. Math. Mech.* 5, 136-169.
- Priest, E.R 1981, *Solar Flare Magnetohydrodynamics*, Gordon and Breach Science Publishers, New York
- Priest, E.R 1984, *Solar Magnetohydrodynamics*, D. Reidel Publishing Company, Dordrecht
- Priest, E.R. & Démoulin, P. 1995, *J. Geophys. Res.* 100, 23443
- Priest, E.R. 1997, *Phys. Plasmas* 4 (5), 1945
- Somov, B.S. 1992, *Physical Processes in Solar Flares*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht
- Strauss, H. 1976, *Phys. Fluids* 19, 134
- Thompson, B. J. 1997, *BAAS, SPD Meeting 29*, 03.02, 907
- von der Luhe, O. 1983, *Astron. Astrophys.* 119, 85.
- Withbroe, G.L. & Noyes, R.W. 1977, *Am. Rev. Astron. Ap.* 15, 363.

## Gracias !

Daniel: gracias por la enorme dedicación y esfuerzo puestos en mi, yendo mucho más allá de lo que tus responsabilidades como Director hubiesen supuesto. Taz, Paharx, Mackei, Sergei, Juanma: gracias por estar siempre, sobre todo en los momentos jodidos. Bebi: gracias por compartir **este** esfuerzo tan grande con total amor y comprensión.

Al National Solar Observatory - Sac Peak, por el acceso al sistema de computos.

Esta tesis ha sido realizada con el apoyo económico de los siguiente proyectos: UBACYT EX-247 de la Universidad de Buenos Aires, PEI 105/98 del Conicet, PIP 4519/96 del Conicet, y de las becas internas de Iniciación y Perfeccionamiento que me fueron otorgadas por el Conicet.

**INFORME DEL DIRECTOR**  
**MECANISMOS ESTACIONARIOS E IMPULSIVOS DE  
LIBERACION DE ENERGIA EN LA CORONA SOLAR**

**TESISTA:** Lic. Leonardo Milano

**DIRECTOR:** Dr. Daniel Gómez

La dinámica de la corona solar está fuertemente ligada a la evolución del campo magnético. En las llamadas *regiones activas*, los campos magnéticos confinan un plasma de alta temperatura y originan una interesante variedad de fenómenos de liberación de energía, que van desde el *calentamiento coronal* hasta las *fulguraciones solares*.

Las fulguraciones solares son eventos aislados e impulsivos en los cuales se liberan grandes cantidades de energía. Los eventos mas pequeños que los telescopios actuales permiten detectar liberan alrededor de  $10^{27}$  erg (Shimizu 1995), llegando en las fulguraciones mas intensas hasta  $3 \cdot 10^{32}$  erg. Se especula que el calentamiento estacionario de los arcos magnéticos es producido por una superposición de pequeñas fulguraciones, cuyas energías individuales se encuentran por debajo de los actuales umbrales de detección (Hudson 1991), pero este escenario es aun motivo de análisis. El problema central del calentamiento coronal es encontrar un mecanismo de disipación de energía magnética lo suficientemente eficiente como para dar cuenta de las tasas de calentamiento que se desprenden de las observaciones ( $10^5 - 10^7$  erg.cm<sup>-2</sup>.s<sup>-1</sup>).

El objetivo central de la presente tesis fue investigar los mecanismos de liberación de energía citados precedentemente, combinando técnicas observacionales y teóricas. El plan de tesis oportunamente propuesto es eminentemente interdisciplinario, lo cual exigió por parte del tesista asimilar y combinar adecuadamente los siguientes temas:

- (1) *astrofísicos* en general, y de física solar en particular. Estos conceptos fueron obtenidos a partir de la lectura de libros de texto específicos (por ejemplo Priest 1981, o Golub & Passachoff 1997) y de su participación en el *Summer Student Program* del National Solar Observatory (New Mexico, USA). El *Capítulo 2* constituye una breve reseña, que introduce adecuadamente el problema a investigar.
- (2) *de física del plasma*, esencialmente orientados hacia la aproximación magnetohidrodinámica (MHD). Los fundamentos del formalismo MHD y una breve descripción de los regímenes de interés, son presentados en el *Capítulo 3*.
- (3) *de turbulencia de fluidos*. Los elementos básicos de turbulencia MHD empleados en esta tesis, son reseñados en el *Capítulo 4*.

Las etapas iniciales de realización de la tesis fueron complementadas con una adecuada selección de cursos de postgrado, los cuales cubrieron varias de las facetas del problema a resolver.

Uno de los aspectos de interés en el marco de flujos turbulentos, es el estudio de las estructuras de disipación que se generan en los mismos. La naturaleza fractal de las zonas de disipación, es una manifestación de la intermitencia de las fluctuaciones asociadas a la turbulencia. En el *Capítulo 5* de esta tesis, se reseña la extensión del análisis de fractalidad hecho por otros autores para turbulencia hidrodinámica (Frisch 1996), al caso de turbulencia MHD. Entre los resultados importantes de este análisis, se encuentra una relación entre las dimensiones fractales generalizadas ( $D_q$ ) del atractor del sistema y los exponentes de escala ( $\zeta_p$ ) asociados

a las funciones de estructura del campo turbulento. Si bien esta relación fue previamente obtenida por Jensen et al. 1991 (aunque solo para el caso hidrodinámico), su potencial importancia teórica y aplicabilidad práctica no ha sido discutida en la literatura. Asimismo, esta relación teórica es verificada con muy buena aproximación por simulaciones numéricas de turbulencia MHD en dos dimensiones, tal como se muestra en la Figura 5.6 (ver también Milano et al. 1999a).

Un mecanismo promisorio para explicar el calentamiento coronal, es el desarrollo de turbulencia MHD en los arcos magnéticos, como consecuencia del forzado provocado por los movimientos convectivos de la fotosfera (Heyvaerts & Priest 1992, Gómez & Ferro Fontán 1992). Los altos números de Reynolds coronales permiten avalar esta propuesta. Este escenario implica la presencia de estructuras en un rango de longitudes de varios ordenes de magnitud. Las teorías de clausura (DIA, EDQNM, RNG) permiten modelar el efecto de las estructuras microscópicas sobre las macroscópicas reemplazando los coeficientes de disipación molecular (cinética y magnética) por coeficientes efectivos o turbulentos, tal como se describe en la *Sección 4.7*. En el *Capítulo 6* elaboramos un modelo de clausura para el caso específico de los arcos magnéticos coronales, utilizando la aproximación RMHD. Entre otros resultados, este modelo permite responder una de las dudas que persisten en la literatura de calentamiento coronal: si los movimientos fotosféricos relevantes son *lentos* (calentamiento DC) o *rápidos* (Calentamiento AC) en relación con el tiempo de Alfvén del arco magnético (Milano et al. 1997). Suponiendo que el campo de velocidades fotosférico presenta un espectro de potencias de tipo Kolmogorov, encontramos que el calentamiento coronal es fuertemente debido a los movimientos fotosféricos lentos.

En virtud de la gran variedad de procesos físicos involucrados, el modelado teórico de las fulguraciones es sumamente complejo. Sin embargo, existe consenso en que la energía proviene de los campos magnéticos y es disipada fundamentalmente en procesos de reconexión magnética. La reconexión magnética ha sido estudiada con bastante detalle en el caso bidimensional, y esta comenzando a ser explorada en el caso tridimensional. El método de las *Quasi-Separatrix Layers* o QSL's (Démoulin et al. 1996, y referencias allí citadas), busca predecir, para una dada configuración magnética, las zonas donde habrá reconexión. En colaboración con los Dres. Mandrini (IAFE) y Demoulin (Observatorio de París, Francia), elegimos una configuración magnética inicialmente simple, y simulamos su evolución a través de un código de integración de las ecuaciones magnetohidrodinámicas reducidas (RMHD, Strauss 1976). Tal cual se detalla en el *Capítulo 7*, esta simulación aspira a modelar fulguraciones moderadas, es decir, con liberaciones de energía en el rango  $10^{25} - 10^{29}$  erg (Shimizu 1995). Este estudio sirvió en parte para evaluar cuantitativamente el método de QSLs, pero fundamentalmente permitió identificar la presencia de transitorios de turbulencia MHD asociados al proceso de reconexión (ver también Milano et al. 1999b).

Las fulguraciones solares también fueron estudiadas desde el punto de vista observacional en esta tesis. Gracias a una visita del tesista al National Solar Observatory (New Mexico, USA), en el marco del *Summer Students Program* de dicho observatorio, realizó un estudio de imágenes en  $H\alpha$  de una región activa particular. Este trabajo, realizado bajo la dirección de los Dres. Balasubramaniam y Keil (NSO, USA), consistió en la digitalización y reducción de imágenes del disco solar en  $H\alpha$ . Posteriormente, utilizando la técnica conocida como *correlation tracking*, se determinaron campos de velocidades cromosféricos, tal como se detalla en el *Capítulo 8*. Si bien los movimientos convectivos en las bases de las regiones activas cumplen un rol central en la dinámica del campo magnético coronal, claramente esta información es insuficiente para modelar

fenómenos coronales. Sin embargo, una de las conclusiones importantes de este estudio, es la sugerencia de utilizar la vorticidad del campo de velocidades cromosférico para la eventual predicción de fulguraciones solares.

Todas las etapas de esta tesis han sido realizadas por el Lic. Milano con un alto grado de independencia, que considero importante resaltar en este informe. Algunos de los trabajos de investigación aquí expuestos, han sido incluso propuestas originales suyas, llevadas adelante con singular convicción y madurez. Deseo finalmente destacar su permanente buen humor en el trabajo cotidiano, lo cual ha significado un aporte muy saludable para nuestro grupo de investigación.

Por los motivos expuestos, considero que el Lic. Milano ha acumulado sobrados méritos para optar al grado de Doctor en Ciencias Físicas de la Universidad de Buenos Aires.

#### BIBLIOGRAFIA CITADA

- Démoulin, P., Hénoux, J.C., Priest, E.R. & Mandrini, C.H. 1996, *Astron. & Astrophys.*, 308, 643.
- Frisch, U. 1996, *Turbulence*, Cambridge Univ. Press (Cambridge).
- Golub, L., & Passachoff, J. 1997, *The Solar Corona*, Cambridge Univ. Press (Cambridge).
- Gómez, D. y Ferro Fontán, C. 1992, *Ap.J.*, 394, 662.
- Heyvaerts, J. y Priest, E. 1992, *Ap.J.*, 390, 297.
- Hudson, H. 1991, *Solar Phys.*, 133, 357.
- Jensen, M., Paladin, G., & Vulpiani, A. 1991, *Phys. Rev. A*, 43, 798.
- Milano, L., Gómez, D., & Martens, P. 1997, *Ap. J.*, 490, 442.
- Milano, L., Dmitruk, P., Ponce Dawson, S., & Gómez, D. 1999a, *Phys. Rev. E*, enviado.
- Milano, L., Dmitruk, P., Mandrini, C., Gómez, D. y Demoulin, P. 1999b, *Ap. J.*, en prensa.
- Priest, E. 1981, *Solar Flare MHD*, D. Reidel Publ. Co.
- Shimizu, T. 1995, *Publ. Astron. Soc. Japan*, 47, 251.
- Strauss, H. 1976, *Phys. Fluids*, 19, 134.



Dr. Daniel Gómez

Buenos Aires, 13 de julio de 1999

