

Tesis de Posgrado

Ancho de dispersión de las resonancias multipolares gigantes

Seva, Esteban Carlos

1996

Tesis presentada para obtener el grado de Doctor en Ciencias Físicas de la Universidad de Buenos Aires

Este documento forma parte de la colección de tesis doctorales y de maestría de la Biblioteca Central Dr. Luis Federico Leloir, disponible en digital.bl.fcen.uba.ar. Su utilización debe ser acompañada por la cita bibliográfica con reconocimiento de la fuente.

This document is part of the doctoral theses collection of the Central Library Dr. Luis Federico Leloir, available in digital.bl.fcen.uba.ar. It should be used accompanied by the corresponding citation acknowledging the source.

Cita tipo APA:

Seva, Esteban Carlos. (1996). Ancho de dispersión de las resonancias multipolares gigantes. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires.
http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis_2875_Seva.pdf

Cita tipo Chicago:

Seva, Esteban Carlos. "Ancho de dispersión de las resonancias multipolares gigantes". Tesis de Doctor. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires. 1996.
http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis_2875_Seva.pdf

EXACTAS UBA

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales



UBA

Universidad de Buenos Aires

UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

Tema de Tesis

**Ancho de Dispersión de las
Resonancias Multipolares Gigantes**

Autor
Esteban Carlos Seva

Director de Tesis
Hugo Mario Sofia

Lugar de Trabajo
Departamento de Física
Comisión Nacional de Energía Atómica

Tesis presentada para optar al título de Doctor en Ciencias Físicas
-1996-

№ 2875
Lj2

Resumen

Las *Resonancias Multipolares Gigantes* son vibraciones de la superficie nuclear generadas por la promoción de nucleones, a través de la superficie de Fermi, a capas desocupadas, que están descritas como excitaciones coherentes de partícula-agujero.

En este trabajo evaluamos el ancho de dispersión de las *Resonancias Multipolares Gigantes* usando la discontinuidad, a tiempos cortos, de la segunda derivada de la función de Green del bosón vibracional. Esto nos permitió aislar los procesos que contribuyen al ancho de dispersión en término de una expansión diagramática de Feynman del bosón vestido. Utilizamos para clasificar los procesos el tratamiento perturbativo del estado de un bosón que provee la Teoría Nuclear de Campos (NFT) y obtuvimos una simple expresión para el ancho de dispersión en el menor orden (no nulo) de teoría de perturbaciones.

Extendimos el cálculo del ancho de dispersión de las *Resonancias Multipolares Gigantes* a temperatura finita, con el mismo método de la discontinuidad de la segunda derivada, pero usando la función de Green en el formalismo de Matsubara,

Realizamos los cálculos numéricos del ancho de dispersión, a temperatura cero y temperatura finita, para el ^{208}Pb y el ^{90}Zr utilizando una fuerza separable isoescalar-isovectorial picada sobre la superficie nuclear del tipo $\partial\mathcal{V}(\tau)/\partial\tau$, siendo $\mathcal{V}(\tau)$ el potencial de Wood-Saxon.

Abstract

The *Giant Multipole Resonances* are vibrations of the nuclear surface produced by the promotion of the nucleons, across the Fermi surface, to unoccupied levels, these are very well described as coherent states of particle-hole excitations.

In this work we evaluate the spreading width of the *Giant Multipole Resonances* using the discontinuity in the second derivative, for short times, of the Green's function of the vibrational boson. This allows us to isolate the processes that contribute to the spreading width in terms of the Feynman diagrammatic expansion of the full boson propagator. Utilizing for classification purpose the Nuclear Field Theory (NFT) perturbative treatment of the one boson states, and we obtain a very simple expression for the spreading width in the lowest (nonvanishing) order of perturbation theory.

We extend the calculation of the spreading width of the *Giant Multipole Resonances* to finite temperature, with the same methods of the discontinuity in the second derivative, but using the Matsubara Green's function.

Finally we have applied the calculation of the spreading width, for zero and finite temperature, to the ^{208}Pb and ^{90}Zr . The interaction we have used is a separable isoscalar-isovector one, peaked in the nuclear surface with a radial dependence of the type $\partial\mathcal{V}(r)/\partial r$, being $\mathcal{V}(r)$ a Wood-Saxon potential.

a Analía y a mis viejos

Contenidos

1	Introducción	3
2	Funciones de Green	7
2.1	Funciones de Green a Temperatura Cero	7
2.1.1	Repaso y Definiciones	8
2.1.2	Expansión Perturbativa	10
2.1.3	Discontinuidad de las Funciones de Green y sus Derivadas	11
2.2	Funciones de Green a Temperatura Finita	17
2.2.1	Conjunto Gran Canónico	17
2.2.2	Funciones de Green en el Formalismo de Matsubara	19
2.2.3	Expansión Perturbativa a Temperatura Finita	22
2.2.4	Funciones de Green Térmicas de Tiempo Real	25
3	Teoría Nuclear de Campos (NFT)	29
3.1	Fuerza Isoescalar-Isovectorial	31
3.1.1	Solución de la RPA a Temperatura Cero	32
3.1.2	Solución de la RPA a Temperatura Finita	38
4	Ancho de Dispersión de las Resonancias Multipolares Gigantes	42
4.1	Ancho de Dispersión a Temperatura Cero	42
4.1.1	Momentos de la Distribución de Intensidad	45
4.1.2	TDA en el Modelo de Lipkin	47
4.1.3	RPA en el Modelo de Lipkin	51
4.1.4	Resultados	58
4.2	Ancho de Dispersión a Temperatura Finita	60
4.2.1	Cálculo de la Autoenergía	66
4.2.2	Suma de Diagramas	72
4.2.3	Resultados	78
5	Conclusiones	82
6	Apéndices	85
6.1	NFT en el Modelo de Lipkin	85
6.2	Regla para Partículas-Agujeros en la RPA	89

6.3	Modelo de la Función Intensidad	89
6.4	Regla de Suma de Energía Dependiente de la Temperatura	92
6.4.1	Regla de Suma de Energía para Núcleos Superconductores	94
6.4.2	Límite de Temperatura Cero de la Regla de Suma de Energía	95
6.4.3	Límite de Sistema Normal de la Regla de Suma de Energía ($T \rightarrow T_c$)	95

Capítulo 1

Introducción

En experimentos de fotoabsorción, dispersión inelástica de α , ^3He y protones se excitan estados colectivos. El centroide de la distribución de intensidad, o lo que es lo mismo la energía del correspondiente estado colectivo, puede ser obtenida por medio de la aproximación de la RPA. Estos cálculos reproducen exitosamente los datos experimentales, mientras que el ancho de la distribución esta más allá de la RPA pues requiere la mezcla con estados más complejos.

Las *Resonancias Multipolares Gigantes* pueden pensarse macroscópicamente como vibraciones de la superficie nuclear. En general, la respuesta a un campo externo genera una distribución con un pico resonante en alguna región de la energía de excitación donde existe una alta densidad de niveles. Desde el punto de vista microscópico, estas vibraciones son pensadas como la promoción de nucleones a capas desocupadas que son descritas como una suma coherente de excitaciones de partícula-agujero.

La teoría de campo medio (RPA), la cual es la base del cálculo microscópico, puede explicar dos características de la distribución de intensidad, el centroide y su intensidad total. Pero es incapaz de explicar el ancho de la distribución de intensidad, que depende de tres factores: a) La atenuación de Landau en un núcleo finito^[71], que es la fragmentación de la resonancia sobre muchos pares de partículas-agujeros con similar energía. b) El ancho de dispersión que, esta relacionado al segundo momento de la distribución de intensidad^[38], se origina del acoplamiento de un estado de la RPA a configuraciones cercanas más complejas, principalmente a estados de 2partículas-2agujeros. c) El ancho de escape, que esta relacionado a la emisión directa de partículas^{[35][51][53][56][73]}, juega un rol importante en núcleos livianos donde las barreras coulombianas y centrífugas son bajas.

En este trabajo se desarrolla un modelo para el cálculo del ancho de dispersión de las *Resonancias Multipolares Gigantes*, que es la principal fuente de atenuación para núcleos intermedios y pesados. Para describir el ancho de dispersión se han hecho varias aproximaciones teóricas resumidas en la ref.[15]. En general, en la estructura de estos cálculos las *Resonancias Multipolares Gigantes* se mezclan con estados cercanos más complicados llamados *estados intermedios*. En algunos de estos modelos, los *estados intermedios* están construidos con configuraciones puras de 2partículas-2agujeros^{[2][62][63]}, en otros

lo están con un estado puro de partícula-agujero y con un bosón colectivo^{[14][15][23]}, o con dos bosones colectivos^[66]. La mezcla con los *estados intermedios* no cambian las propiedades promedios de los modos, y lo que genera es una redistribución de la intensidad sin modificar el centroide de la distribución. El modelo que, en general, se utiliza para el cálculo del ancho de dispersión de las *Resonancias Multipolares Gigantes* es el Modelo de la Función Intensidad^[17] que realiza un promedio de la función intensidad, por medio de una función peso, para desechar los detalles finos, quedarse con los gruesos y como medio para generar dispersión. Como resultado de este promedio se genera la atenuación de las resonancias en forma fenomenológica^[43], pues se pasa de un parámetro infinitesimal η (en la función intensidad) a uno finito ajustable Δ (en la función intensidad promediada) cuyo valor, normalmente, se determina en forma empírica.

En este trabajo se generaliza el modelo de Baranger^[4] para el cálculo del ancho de dispersión (o segundo momento de la distribución de intensidad) de las *Resonancias Multipolares Gigantes* usando para ello la discontinuidad, a tiempos cortos, de la segunda derivada de la función de Green del bosón vibracional, construido en la aproximación de la RPA, lo cual nos lleva a una simple expansión diagramática^[41]. La ventaja de utilizar funciones de Green es que uno conoce, desde el punto de vista microscópico, los procesos tenidos en cuenta en las distintas aproximaciones y que, además, no agrega ningún parámetro ajustable. Demostramos que el ancho de dispersión se puede expresar en término de un elemento de matriz efectivo que conecta el estado de un bosón con estados de dos bosones, como fue sugerido por Brown y otros^[30], a primer orden no nulo en la expansión perturbativa.

Nuestro modelo incluye *estados intermedios* de todas las configuraciones descritas previamente, es decir: de 2partículas-2agujeros puros, las de 1partícula-1agujero y un bosón colectivo, y las de dos bosones colectivos. Utilizamos el formalismo de la NFT^{[8][9][10][11]} para clasificar los procesos involucrados y consideramos todos los diagramas que contribuyen al ancho de dispersión al orden $\frac{1}{\Omega}$, a diferencia de la ref.[23] que usando el mismo formalismo utiliza sólo algunas permutaciones temporales.

La NFT hace uso del concepto de modos elementales de excitación de un sistema fermiónico de muchos cuerpos. Dichas excitaciones pueden tener un carácter fermiónico o bosónico según corresponda a la función de Green de uno o dos cuerpos respectivamente. En la NFT el conjunto básico de estados está formado por el producto de ambos tipos de excitaciones y se proveen reglas bien definidas para la construcción del hamiltoniano y de otros operadores físicos en este espacio producto. Para clasificar los diagramas se utiliza un modelo de dos niveles con degeneración 2Ω separados por una diferencia de energía de ϵ y con 2Ω partículas que interactúan entre sí mediante un hamiltoniano de dos cuerpos monopolar. Los diagramas se clasifican de acuerdo a la potencia de $\frac{1}{\Omega}$ con la que contribuyen.

Hasta comienzos de la década del ochenta, uno podía solamente estudiar las *Resonancias Multipolares Gigantes* como excitaciones del estado fundamental. Gracias al desarrollo de aceleradores de iones pesados y de dispositivos de detección fue posible en los últimos años medir propiedades de núcleos a muy alta energía de excitación y con alto momento angular por medio de fusión y colisiones de iones pesados. Los núcleos

altamente excitados son estudiados a través de sus canales de decaimiento, en particular el decaimiento γ de estos núcleos excitados, incluyendo la observación de rayos γ de transiciones Dipolares Gigante, son medidas usando un gran arreglo de detectores.

El núcleo altamente excitado exhibe una variedad de fenómenos interesantes entre los cuales resaltamos los siguientes: La observación de movimientos colectivos a temperatura finita, en particular, la *Resonancia Dipolar Gigante* estudiada como función de la temperatura y del espín^{[48][54]}. La transición de fase de núcleo superconductor a núcleo normal cuando la temperatura supera la temperatura crítica^{[33][49]}. La observación de los cambios dinámicos de la forma de núcleo, a medida que aumenta la temperatura, permite obtener información de la estructura microscópica de núcleos altamente excitados^[68]. La transición de fase de líquido a gas, esto ocurre cuando la energía de ligadura no es lo suficientemente intensa como para compensar la tendencia del núcleo a aumentar la entropía y dispersar los nucleones en forma de vapor^[18]. Debido a la repulsión de coulomb el núcleo se encuentra en un estado inestable, por lo cual no se observan experimentalmente núcleos compuestos en equilibrio a temperaturas superiores a este estado.

Una descripción estadística de tales sistemas es adecuada, para lo cual es necesario realizar la suposición de equilibrio: todos los estados a una dada energía de excitación, espín y otros números cuánticos que se conserven son igualmente probables.

Los núcleos excitados producidos en fusión y colisiones de iones pesados pueden mantener su energía el tiempo suficiente como para alcanzar el equilibrio estadístico, ya que le lleva unas pocas colisiones entre los nucleones distribuir la energía y el momento angular entre todos los grados de libertad. El tiempo de tal reacción es el tiempo que le lleva al nucleón atravesar el diámetro del núcleo que es del orden de 10^{-22} seg. debido a que el radio medio de núcleos pesados es del orden de 6 fm, la distancia media entre nucleones es típicamente de 2 fm y la velocidad del nucleón en la superficie de Fermi es aproximadamente un 30% de la velocidad de la luz^[32]. Esto justifica la hipótesis de equilibrio ya que este tiempo es superior al tiempo medio de la evaporación de partículas, que es del orden de 10^{-19} seg.

Se han desarrollado varias aproximaciones variacionales^{[49][50][67]}, para el tratamiento de sistemas a temperatura finita, basadas en la minimización del potencial termodinámico adecuado. Para la descripción del núcleo se emplea, en general, el conjunto gran canónico y el potencial que se minimiza es, en consecuencia, el gran potencial.

A partir de observación experimental, proveniente del decaimiento γ del núcleo compuesto, se observa que la energía de las *Resonancias Multipolares Gigantes* son bastante independiente de la temperatura a diferencia del ancho total que crece fuertemente^{[36][45]}. Los estudios teóricos reproducen con éxito la independencia de la energía con la temperatura, pero no han podido explicar totalmente el crecimiento del ancho y menos aún la desaparición de los rayos γ de las *Resonancias Multipolares Gigantes* que se observa a temperatura entre los 4 y 5 Mev^{[24][25][27]}. Se indica que existe dos factores principales que contribuyen al incremento: a) Las fluctuaciones de la superficie nuclear. b) El momento angular transferido al núcleo. Estos factores por si solos no explican los datos experimentales por lo cual es necesario investigar otros posibles mecanismos, que no son

los anteriormente señalados, responsables de dicho incremento.

Uno de los posibles responsables es el ancho de dispersión, que es la principal fuente de atenuación para núcleos intermedios y pesados a temperatura cero. A temperatura finita existen solamente unos pocos cálculos teóricos. Por ejemplo, en la ref.[76] utilizando un método semiclassical observaron que el ancho de dispersión crece ligeramente con la temperatura, mientras que en la ref.[22], usando el formalismo de la NFT, observaron que disminuye. Pero en este último trabajo se realizaron una serie de hipótesis que serán discutidas posteriormente.

Una continuación natural, a la primera parte del trabajo, es evaluar el ancho de dispersión de las *Resonancias Multipolares Gigantes* como función de la temperatura^[64], utilizando para ello la discontinuidad de la segunda derivada del propagador vibracional pero ahora dependiente de la temperatura, dentro del formalismo de Matsubara^[58]. Esto nos permite aislar los procesos que contribuyen al ancho de dispersión en términos de una expansión en diagramas de Feynman.

Las funciones de Green en el formalismo de Matsubara dependen de un parámetro imaginario puro. En este formalismo se simplifica mucho los desarrollos y por medio de una continuación analítica se la puede relacionar con la función de Green de tiempo real que tiene una interpretación física directa^[1].

El trabajo fue organizado de la siguiente manera: En el Capítulo 2, se repasa las definiciones de las funciones de Green a temperatura cero y de las funciones de Green en el formalismo de Matsubara. Se describe el método y la información que se obtiene de la discontinuidad de la función de Green y sus derivadas. En el Capítulo 3, se detalla el formalismo de la NFT y como obtener las distintas raíces de la RPA para una fuerza separable isoescalar-isovectorial, tanto a temperatura cero como a temperatura finita. En el Capítulo 4, se desarrolla el modelo para el cálculo del ancho de dispersión y se muestran los resultados obtenidos para la *Resonancia Dipolar Gigante 1⁻* del ²⁰⁸Pb y del ⁹⁰Zr, tanto a temperatura cero como a temperatura finita. En el Capítulo 5, se presentan las conclusiones del trabajo. En el Capítulo 6, se encuentran los apéndices que describen los aspectos básicos del Modelo de la Función Intensidad y de la Regla de Suma de Energía.

Capítulo 2

Funciones de Green

2.1 Funciones de Green a Temperatura Cero

Las funciones de Green demostraron ser una herramienta muy eficaz para obtener la solución de sistemas físicos, que consisten en muchas partículas interactuando mutuamente. Aunque no es fácil de determinarla a partir de las funciones de Green de las partículas que intervienen, por lo cual requiere el uso de teoría de perturbaciones para expandirla en una serie perturbativa. Para esta expansión se obtienen una serie de reglas precisas para encontrar la contribución del n -ésimo orden en la perturbación, pudiéndose expresar cada orden mediante diagramas de Feynman.

Las funciones de Green contienen información relevante del sistema: desde la energía del estado fundamental, la energía y vida media de los estados excitados, el valor medio de cualquier operador de un cuerpo en el estado fundamental, la respuesta a perturbaciones externas hasta su extensión a sistemas dependientes de la temperatura que provee información de la función de partición y por ende de las funciones termodinámicas (entropía, densidad de niveles, etc.).

También demostró su versatilidad, pues es aplicada en distintos problemas de la física: desde los problemas de mecánica estadística, los de la física del estado sólido, los de teoría de campos, los de física nuclear, etc.

En lo que respecta a física nuclear fue ampliamente utilizada, ya en la década del sesenta Thouless^[75] derivó la solución de la RPA, cuando las excitaciones son de partícula-agujero, dentro del formalismo de las funciones de Green; después en la década del setenta Bertsch y Tsai^[13] generaron la teoría de respuesta lineal, cuyo objeto básico es la función de Green de partícula-agujero, para buscar una manera alternativa al cálculo del modelo de capas; Baranger^[4] demostró que se puede obtener información relevante si se analiza las discontinuidades de la función de Green fermiónica y sus derivadas a tiempos cortos; Bes y otros^[10] analizaron la conexión que existe entre la descripción de la Teoría Nuclear de Campos (NFT) y el formalismo de funciones de Green; en la década del ochenta Bortignon y otros^[22] lo mismo que Dussel y otros^[40], utilizando la extensión a temperatura finita para la función de Green que hizo Matsubara^[58], obtuvieron una primera expresión para el ancho de las *Resonancias Multipolares Gigantes* y

una extensión de la PSA respectivamente; y en la década del noventa Kamerdzhev y otros^[53] calcularon el ancho de las *Resonancias Multipolares Gigantes* incluyendo estados de partícula independiente del continuo, etc.

Esta tesis se centra en generalizar lo hecho por Baranger para el caso del ancho de dispersión de las *Resonancias Multipolares Gigantes* tanto a temperatura cero como a temperatura finita, logrando expresar el ancho de dispersión (en ambos casos) en una forma sencilla a primer orden no nulo en una expansión perturbativa de diagramas de Feynman, utilizando a la NFT para clasificar los procesos involucrados.

En lo que sigue de esta sección, se dará un breve repaso de las definiciones de la función de Green, después se analizará sintéticamente cuales son los pasos a seguir para obtener una expansión perturbativa, y finalmente se verá cuales son los procesos que intervienen en la discontinuidad de la función de Green y sus derivadas.

2.1.1 Repaso y Definiciones

Se define la función de Green para estados discretos de un cuerpo¹ como

$$iG(\nu, \nu'; t, t') = \frac{\langle \Psi_0 | T \{ c_\nu(t) c_{\nu'}^\dagger(t') \} | \Psi_0 \rangle}{\langle \Psi_0 | \Psi_0 \rangle} \quad (2.1)$$

donde $|\Psi_0\rangle$ es el estado fundamental del sistema interactuante en la representación de Heisenberg

$$\mathcal{H} | \Psi_0 \rangle = E_0 | \Psi_0 \rangle \quad (2.2)$$

$c_\nu(t)$ ($c_{\nu'}^\dagger(t)$) es el operador de destrucción (creación) dependiente del tiempo en la representación de Heisenberg que en término del operador, en la representación de Schrödinger, c_ν ($c_{\nu'}^\dagger$) se escribe

$$\begin{aligned} c_\nu(t) &= e^{i\mathcal{H}t/\hbar} c_\nu e^{-i\mathcal{H}t/\hbar} \\ c_{\nu'}^\dagger(t) &= e^{i\mathcal{H}t/\hbar} c_{\nu'}^\dagger e^{-i\mathcal{H}t/\hbar} \end{aligned} \quad (2.3)$$

y T es el operador de ordenamiento temporal de Wick

$$T \{ c_\nu(t) c_{\nu'}^\dagger(t') \} = \begin{cases} c_\nu(t) c_{\nu'}^\dagger(t') & t > t' \\ -\epsilon c_{\nu'}^\dagger(t') c_\nu(t) & t < t' \end{cases} \quad (2.4)$$

siendo $\epsilon = 1$ para fermiones y $\epsilon = -1$ para bosones.

La función de Green exacta contiene información relevante de distintos observables, tales como el valor medio de cualquier operador de un cuerpo en el estado fundamental

¹Utilizamos estados discretos para la aplicación directa de las funciones de Green a la física nuclear.

del sistema, la energía del estado fundamental del sistema, el espectro de energías de excitación del sistema, la vida media de los estados excitados, etc.

Para visualizar como obtener el espectro de energías de excitación conviene escribir la función de Green en la representación de Lehmann, que es un desarrollo de la función de Green en un conjunto completo de, operadores de Heisenberg, autoestados del hamiltoniano total

$$iG(\nu, \nu'; t - t') = \sum_n \langle \Psi_0 | c_\nu | \Psi_n \rangle \langle \Psi_n | c_{\nu'}^\dagger | \Psi_0 \rangle e^{-i(E_n - E_0)(t - t')/\hbar} \theta(t - t') - \epsilon \sum_n \langle \Psi_0 | c_{\nu'}^\dagger | \Psi_n \rangle \langle \Psi_n | c_\nu | \Psi_0 \rangle e^{i(E_n - E_0)(t - t')/\hbar} \theta(t' - t) \quad (2.5)$$

donde se usó que el hamiltoniano total no depende explícitamente del tiempo, por eso la función de Green sólo depende de la diferencia de tiempos $(t - t')^{[4]}$. La transformada de Fourier de la función de Green, en la representación de Lehmann, nos lleva a

$$g(\nu, \nu'; \omega) = \sum_n \frac{\langle \Psi_0 | c_\nu | \Psi_n \rangle \langle \Psi_n | c_{\nu'}^\dagger | \Psi_0 \rangle}{\omega - (E_n - E_0)/\hbar + i\eta} + \epsilon \sum_n \frac{\langle \Psi_0 | c_{\nu'}^\dagger | \Psi_{-n} \rangle \langle \Psi_{-n} | c_\nu | \Psi_0 \rangle}{\omega + (E_n - E_0)/\hbar - i\eta} \quad (2.6)$$

el factor $i\eta$ es necesario para que la integral temporal, cuando se realiza la antitransformada de Fourier, converja. Se puede notar que la dependencia en el plano complejo de $g(\nu, \nu'; \omega)$ en ω sólo aparece en el denominador y que las singularidades de la función de Green dan las energías de excitación del sistema siempre y cuando los residuos no se anulen. Además, estos polos están por arriba del eje real cuando las energías $\hbar\omega$ son menores que el potencial químico μ , y por debajo del eje real cuando los valores de $\hbar\omega$ son mayores que μ , por lo tanto se desprende que la función de Green provee información de la energía de Fermi.

Es instructivo obtener la función de Green para un fermion libre sobre el estado fundamental, para ello observamos que en el primer término de $g(\nu, \nu'; \omega)$ [ec.(2.6)] la partícula creada sólo puede estar por arriba del nivel de Fermi

$$\langle \Psi_0 | c_\nu | \Psi_n \rangle \langle \Psi_n | c_{\nu'}^\dagger | \Psi_0 \rangle \rightarrow \delta_{\nu\nu'} \theta(\epsilon - \epsilon_F) \quad (2.7)$$

el denominador del primer término es la diferencia de energía entre la partícula creada y la energía del nivel de Fermi. Análogamente a lo hecho para el primer término, el segundo término de $g(\nu, \nu'; \omega)$ [ec.(2.6)] sólo corresponde a agujeros por debajo del nivel de Fermi. Por lo tanto, la función de Green fermiónica no interactuante en la representación de Lehmann queda

$$g_0(\nu, \nu'; \omega) = \delta_{\nu\nu'} \left[\frac{\theta(\epsilon - \epsilon_F)}{\omega - \epsilon + i\eta} + \frac{\theta(\epsilon_F - \epsilon)}{\omega - \epsilon - i\eta} \right] \quad (2.8)$$

donde ϵ es la energía de la partícula respecto del nivel de Fermi. Desde ahora en adelante, el subíndice 0 indica que estamos tratando a la función de Green de partículas

no interactuantes (*desnuda*), mientras que si no tiene el subíndice significa que estamos tratando con la función de Green exacta de partículas interactuantes (*vestida*).

Del análisis de la expresión anterior [ec.(2.6)] se desprende que la función de Green en la representación de Lehmann no es analítica en ninguno de los semiplanos, por eso es útil definir un nuevo par de funciones que lo sean en alguno de los semiplanos. Definimos las funciones de Green retardada y avanzada como.

$$g^{R,A}(\nu, \nu'; \omega) = \sum_n \frac{\langle \Psi_0 | c_\nu | \Psi_n \rangle \langle \Psi_n | c_{\nu'}^\dagger | \Psi_0 \rangle}{\omega - (E_n - E_0)/\hbar \pm i\eta} + \epsilon \sum_n \frac{\langle \Psi_0 | c_{\nu'}^\dagger | \Psi_{-n} \rangle \langle \Psi_{-n} | c_\nu | \Psi_0 \rangle}{\omega + (E_n - E_0)/\hbar \pm i\eta} \quad (2.9)$$

Aunque expresar la función de Green exacta en la representación de Lehmann clarifica la información que se puede obtener, ésta es en principio una expresión formal pues para resolverla se necesita conocer la función de onda y la energía de todos los estados excitados. La obtención de la función de Green en forma exacta, para problemas no triviales, es de difícil solución por ello se recurre a la expansión perturbativa que se verá en la próxima subsección.

2.1.2 Expansión Perturbativa

En la subsección anterior, definimos la función de Green y vimos como formalmente esta relacionada con algunas propiedades de los observables. Pero esto no resuelve el problema fundamental que es la obtención de la función de Green para problemas de muchos cuerpos interactuando entre si . La obtención de dicha función requiere la utilización de teoría de perturbaciones. Se puede obtener una expansión perturbativa de la función de Green^[44] exacta, en la representación de interacción, por medio de la utilización del Teorema de Gellmann-Low, lo cual nos lleva a

$$iG(\nu, \nu'; t, t') = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{-i}{\hbar} \right)^n \frac{1}{n!} \int_{-\infty}^{\infty} dt_1 \cdots \int_{-\infty}^{\infty} dt_n \frac{\langle \Phi_0 | T \{ \mathcal{H}_1(t_1) \cdots \mathcal{H}_1(t_n) c_\nu(t) c_{\nu'}^\dagger(t') \} | \Phi_0 \rangle}{\langle \Phi_0 | S | \Phi_0 \rangle} \quad (2.10)$$

donde S es el operador de evolución evaluado en $\pm\infty$, Φ_0 es el estado fundamental del sistema sin interacción y \mathcal{H}_1 es el término de interacción residual del hamiltoniano total, que es proporcional a (un número par) los operadores de creación y destrucción. Esta expansión de la función de Green exacta es prácticamente inmanejable pues necesitamos conocer el elemento de matriz de todos los ordenamientos temporales de operadores de creación y destrucción en el estado fundamental del sistema sin interacción. También es claro que los operadores de creación y destrucción deben estar apareados para que el elemento de matriz no desaparezca. Para solucionar el problema recurrimos al Teorema de Wick que provee un procedimiento general para evaluar tales elementos de matriz. La idea esencial es mover todos los operadores de destrucción a la derecha de los operadores de creación, para que éstos se aniquilen con el estado fundamental del sistema sin interacción. Al hacer esto se generan términos adicionales (las contracciones) que son

proporcionales a los conmutadores de los operadores intercambiados. Se puede demostrar que las contracciones de dos operadores de creación o dos operadores de destrucción entre si se anulan, sobreviviendo solamente las que involucran operadores de creación y destrucción. Siendo estas contracciones proporcionales a la función de Green del sistema sin interactuar.

Resumiendo el Teorema de Wick nos permite evaluar la función de Green exacta como una expansión perturbativa de todos los posibles operadores de creación y destrucción contraídos, siendo estas contracciones la función de Green *desnuda*. Además, se puede asociar a cada término en la expansión perturbativa un diagrama de Feynman, generando de esa manera reglas precisas para la contribución del n -ésimo orden en el desarrollo.

También es de destacar que en esta expansión perturbativa sólo sobreviven los diagramas de Feynman conectados, pues los desconectados se cancelan a todo orden (Teorema de Goldstone).

Una forma compacta de expresar la expansión perturbativa de la función de Green exacta es vincular los diagramas conectados, con la función de Green sin perturbar a cada extremo. Esto se debe a Dyson y un ejemplo de esta ecuación se verá en la siguiente subsección, cuando calculemos las discontinuidades de la función de Green exacta.

2.1.3 Discontinuidad de las Funciones de Green y sus Derivadas

En la ref.[4], se mostró que existe una directa relación entre los elementos de matriz de las diferentes potencias del hamiltoniano y el comportamiento de las discontinuidades de las funciones de Green fermiónicas y sus derivadas a tiempos cortos. Por ejemplo, la discontinuidad de la primera derivada de la función de Green esta relacionada con la Regla de Suma de Energía (Sección 6.4), la discontinuidad de la segunda derivada lo esta con el segundo momento de la distribución de intensidad.

La extensión a variables "bosónicas", construidas en la aproximación de la RPA, es directa^[41]. Para ello empezamos definiendo el hamiltoniano total del sistema que puede ser separado en un hamiltoniano \mathcal{H}_0 de un bosón sin interactuar y el hamiltoniano \mathcal{H}_1 que tiene en cuenta la interacción

$$\mathcal{H}_0 = \mathcal{H}_{RPA} + h \tag{2.11}$$

$$\mathcal{H}_1 = \mathcal{V} - h$$

donde \mathcal{H}_{RPA} es el hamiltoniano de un bosón de la RPA, pensado^[17] como un *modo elemental*, mientras que h es un potencial arbitrario de un bosón que contiene todas las interacciones residuales o correcciones de Pauli que pueden mezclar las distintas raíces de la RPA. \mathcal{V} es el resto de la interacción de dos cuerpos. Definimos el estado $|n\rangle$ como aquel que diagonaliza el hamiltoniano \mathcal{H}_0 . Si el hamiltoniano total es independiente del tiempo entonces el propagador² de un bosón *vestido* depende sólo de la diferencia de tiempos entre el estado inicial y el final

²Propagador esta expresado como sinónimo de función de Green.

$$G(n, n'; t_2 - t_1) = \langle \Psi_0 | T \{ \Gamma_{n'}(t_2) \Gamma_n^\dagger(t_1) \} | \Psi_0 \rangle \quad (2.12)$$

donde $|\Psi_0\rangle$ es el estado fundamental del hamiltoniano total, en la representación de Heisenberg, que asumimos normalizado, $\Gamma_n^\dagger(t)$ es el operador que crea un bosón de la RPA con número cuántico n y energía ω_n en la representación de Heisenberg y T es el símbolo de ordenamiento temporal de Wick.

Se puede expresar el propagador *vestido* en término de un conjunto completo, del hamiltoniano total, de estados intermedios como.

$$G(n, n'; t_2 - t_1) = \sum_m \langle \Psi_0 | \Gamma_n | \Psi_m \rangle \langle \Psi_m | \Gamma_{n'}^\dagger | \Psi_0 \rangle e^{-i\omega_m(t_2-t_1)} \theta(t_2 - t_1) \\ + \sum_{\bar{m}} \langle \Psi_0 | \Gamma_{n'}^\dagger | \Psi_{\bar{m}} \rangle \langle \Psi_{\bar{m}} | \Gamma_n | \Psi_0 \rangle e^{-i\omega_{\bar{m}}(t_2-t_1)} \theta(t_1 - t_2) \quad (2.13)$$

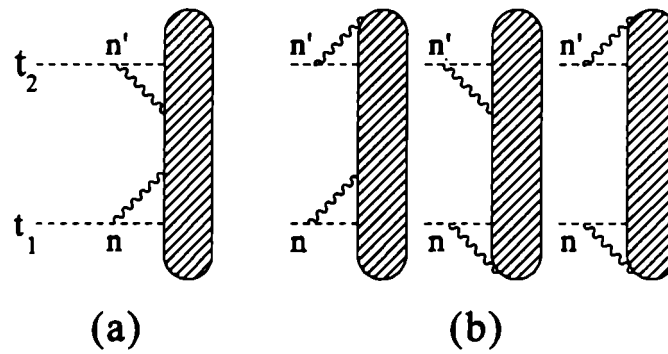


Figura 2.1:

Es útil desarrollar una expansión diagramática de Feynman de la función de Green exacta cuando se tiene en cuenta la interacción residual, para de esa manera poder visualizar cuales son los términos que contribuyen a los distintos momentos de la distribución de intensidad (Capítulo 4). Para la definición del bosón *vestido* utilizamos la ecuación de Dyson

$$G(n, n'; t_2 - t_1) = G_0(n; t_2 - t_1) \delta_{n, n'} + \int d\tau d\tau' \sum_m G_0(n; \tau - t_1) \\ F(n, m; \tau' - \tau) G(m, n'; t_2 - \tau') \quad (2.14)$$

esta expansión esta representada por los diagramas de la fig.2.1 (sin tener en cuenta el primer término de la ec.(2.14), que es el bosón *desnudo*) y consiste de todos los estados

que conectan un estado inicial n a tiempo t_1 con un estado final n' a tiempo t_2 . Las figuras sombreadas se denominan autoenergía $F(n, m; \tau' - \tau)$ del problema. Esta autoenergía contiene sólo diagramas conectados y además incluye los vértices del hamiltoniano que introducen fluctuaciones del estado fundamental

$$G_0(n; t_2 - t_1) = e^{-i\omega_n(t_2 - t_1)} \theta(t_2 - t_1) \quad (2.15)$$

es la función de Green *desnuda* para las energías ω_n positivas.

Los diagramas que nos interesa son los temporales (el tiempo corre hacia arriba) más que los de energía (aunque se los puede obtener, de los temporales, mediante una transformación de Fourier), pues lo que analizamos es la discontinuidad de la función de Green y sus derivadas a tiempos cortos.

En la ref.[4], se mostró que se puede obtener una gran cantidad de información importante analizando el comportamiento de la función de Green y sus derivadas a tiempos cortos.

$$\left. \frac{\partial^n}{\partial t^n} G(n, n'; t) \right|_{t \rightarrow 0^+} - \left. \frac{\partial^n}{\partial t^n} G(n, n'; t) \right|_{t \rightarrow 0^-} \quad (2.16)$$

Siguiendo la clasificación hecha por Baranger, los diagramas de Feynman son de dos tipos:

- Diagramas Restringidos (fig.2.1a): Son aquellos que tiene una cadena continua de líneas bosónicas y fermiónicas, donde los tiempos intermedios τ, τ', \dots están siempre entre t_1 y t_2 .

$$t_1 < \tau < \tau' < \dots < t_2$$

o

$$t_1 > \tau > \tau' > \dots > t_2$$

- Diagramas No Restringidos (fig.2.1b): En estos diagramas los estados intermedios no siguen la anterior regla. Por lo tanto, tales diagramas son continuos cuando $t_2 \rightarrow t_1$ y no contribuyen a la discontinuidad cuando $t_2 = t_1$.

Los diagramas restringidos, existen sólo para $t_2 > t_1$ o $t_2 < t_1$. Si la cadena contiene más que un estado intermedio, cada integración sobre los tiempos intermedios τ, τ', \dots produce un factor del orden de $t_2 - t_1$ (para tiempos cortos). Por lo tanto, es sencillo comprobar que la contribución al n -ésima derivada es sólo dado por aquellos diagramas restringidos que tienen como máximo n tiempos intermedios (o vértices). Por ejemplo, la discontinuidad de la función de Green [ec.(2.14)] viene dada por solamente la discontinuidad de la función de Green *desnuda* [ec.(2.15)] porque ninguno de los término de la expansión diagramática contribuye

$$G(n, n'; t_2 - t_1)|_{t_2 - t_1 \rightarrow 0^+} - G(n, n'; t_2 - t_1)|_{t_2 - t_1 \rightarrow 0^-} = \quad (2.17)$$

$$\left[G_0(n, n'; t_2 - t_1)|_{t_2 - t_1 \rightarrow 0^+} - G_0(n, n'; t_2 - t_1)|_{t_2 - t_1 \rightarrow 0^-} \right] \delta n n' = \delta n n'$$

dando una condición de normalización, para la distribución de intensidad, del bosón desnudo en los autoestados del hamiltoniano.

De la misma manera, que realizamos el cálculo de la discontinuidad de la función de Green lo podemos hacer con sus derivadas. Por ejemplo, para el cálculo de la discontinuidad de la primera derivada necesitamos conocer $G'(n, n'; t)$, para lograrlo lo que hacemos es calcular $G(n, n'; t + dt) - G(n, n'; t)$ y dividir el resultado por dt . Esto da lo siguiente

$$iG'(n, n'; t_2 - t_1) = \omega_{n'} G(n, n'; t_2 - t_1) + B(n, n'; t_2 - t_1) \quad (2.18)$$

donde $B(n, n'; t_2 - t_1)$ involucra los mismos diagramas que en la fig.2.1 excepto que ellos terminan con un vértice en t_2 , y además no puede ser una interacción que haya sido tomada en cuenta en la RPA. Este término surge cuando la perturbación actúa entre $t_2 - t_1$ y $t_2 - t_1 + dt$, mientras que en el término $\omega_{n'} G(n, n'; t_2 - t_1)$ la interacción no actúa.

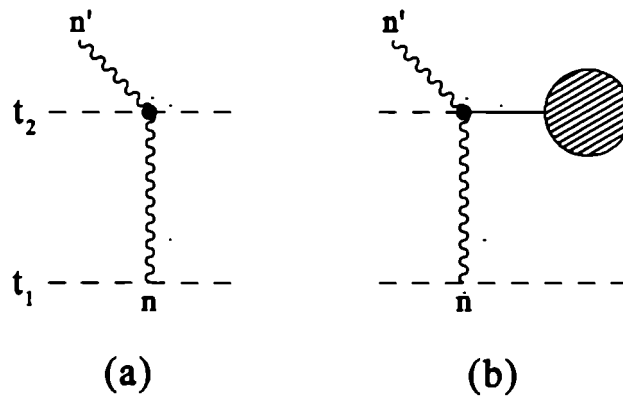


Figura 2.2:

El cálculo de la discontinuidad de la primera derivada requiere la diferencia entre $G'(n, n'; t_2 - t_1)$ para $t_2 - t_1 \rightarrow 0^+$ y $G'(n, n'; t_2 - t_1)$ para $t_2 - t_1 \rightarrow 0^-$

$$\begin{aligned}
& iG'(n, n'; t_2 - t_1)|_{t_2 - t_1 \rightarrow 0^-} - iG'(n, n'; t_2 - t_1)|_{t_2 - t_1 \rightarrow 0^+} = \\
& = \sum_m \omega_m \langle \Psi_0 | \Gamma_n | \Psi_m \rangle \langle \Psi_m | \Gamma_{n'}^\dagger | \Psi_0 \rangle - \sum_{\bar{m}} \omega_{\bar{m}} \langle \Psi_0 | \Gamma_{n'}^\dagger | \Psi_{\bar{m}} \rangle \langle \Psi_{\bar{m}} | \Gamma_n | \Psi_0 \rangle \\
& = \omega_{n'} \delta_{nn'} + B(n, n'; t_2 - t_1 = 0)
\end{aligned} \tag{2.19}$$

donde se utilizó la discontinuidad de la función de Green [ec.(2.17)], algunos de los diagramas que contribuyen a $B(n, n'; t_2 - t_1 = 0)$ son mostrados en la fig.2.2. De esta discontinuidad se observa que, el centroide de energía del bosón *vestido* es igual a la energía del bosón *desnudo* más contribuciones que vienen de la interacción residual entre las partículas y agujeros del bosón no tenidas en cuenta en la RPA (fig.2.2a) o de un vértice de interacción entre el bosón y el estado fundamental (fig.2.2b). Además, el lado derecho de la ecuación anterior es elemento de matriz del hamiltoniano total entre dos diferentes raíces de la RPA. Esto significa que los diagramas de la fig.2.2 no mezcla el estado de un bosón con estados de más de un bosón, puesto que estados que aparecen con más de un par de partícula-agujero a un dado tiempo son producidos por fluctuaciones del estado fundamental.

$$\langle n | \mathcal{H} | n' \rangle = \omega_n \delta_{nn'} + B(n, n'; t_2 - t_1 = 0) \tag{2.20}$$

Esta propiedad fue puntualizada en la ref.[38], fue utilizada en la ref.[4] para explicar la Regla de Suma de factores espectroscópicos en las energías de partícula independiente y en la ref.[39] para obtener la Regla de Suma de Energía para operadores bilineales fermiónicos tanto para núcleos normales como superconductores.

Para obtener las expresiones diagramáticas que contribuyen al segundo momento de la distribución de intensidad $\mu_\lambda^{(2)}$ (Capítulo 4)

$$\mu_\lambda^{(2)} = \langle n | \mathcal{H}^2 | n \rangle - \langle n | \mathcal{H} | n \rangle^2 \tag{2.21}$$

es necesario calcular diagramáticamente $\langle n | \mathcal{H}^2 | n \rangle$, que esta intimamente ligada a la discontinuidad de la segunda derivada de la función de Green^[4].

$$\begin{aligned}
\langle n | \mathcal{H}^2 | n \rangle & = \left(\lim_{t_2 - t_1 \rightarrow 0^+} - \lim_{t_2 - t_1 \rightarrow 0^-} \right) \frac{\partial^2}{\partial t_2 \partial t_1} G(n, n; t_2 - t_1) = \\
& = \sum_m \omega_m^2 \langle \Psi_0 | \Gamma_n | \Psi_m \rangle \langle \Psi_m | \Gamma_n^\dagger | \Psi_0 \rangle - \sum_{\bar{m}} \omega_{\bar{m}}^2 \langle \Psi_0 | \Gamma_n^\dagger | \Psi_{\bar{m}} \rangle \langle \Psi_{\bar{m}} | \Gamma_n | \Psi_0 \rangle
\end{aligned} \tag{2.22}$$

Entonces para obtener la relación entre la anterior ecuación y la expansión diagramática, debemos estudiar primeramente la segunda derivada de la función de Green

$$\frac{\partial^2}{\partial t_2 \partial t_1} G(n, n; t_2 - t_1) = \omega_n^2 G(n, n; t_2 - t_1) + \omega_n B(n, n; t_2 - t_1) \quad (2.23)$$

$$+ \omega_n C(n, n; t_2 - t_1) + D(n, n; t_2 - t_1)$$

donde $B(n, n; t_2 - t_1)$ incluye los diagramas que terminan con un vértice de interacción en t_2 , definido antes y mostrado en la fig.2.2 ; $C(n, n; t_2 - t_1)$ incluye los diagramas que comienzan con un vértice en t_1 y $D(n, n; t_2 - t_1)$ incluye los diagramas que comienzan con un vértice en t_1 y terminan con un vértice en t_2 (fig.2.3).

Este último conjunto de diagramas [$D(n, n; t_2 - t_1)$] se puede separar en dos partes:

- aquellos que pasan por un estado intermedio igual al inicial (fig.2.3a)
- aquellos en los cuales ninguno de los estados intermedios es igual al inicial (fig.2.3b)

La discontinuidad de los diagramas restringidos de los tres primeros términos de la [ec.(2.23)] más la discontinuidad de los diagramas de $D(n, n; t_2 - t_1)$ que pueden ser divididos en dos (fig.2.3a), en los cuales el estado intermedio es el mismo que el estado inicial, producen una contribución a $\langle n | \mathcal{H}^2 | n \rangle$ que es de igual magnitud a la producida por $\langle n | \mathcal{H} | n \rangle^2$, y por lo tanto se eliminan cuando se calcula $\mu_\lambda^{(2)}$.

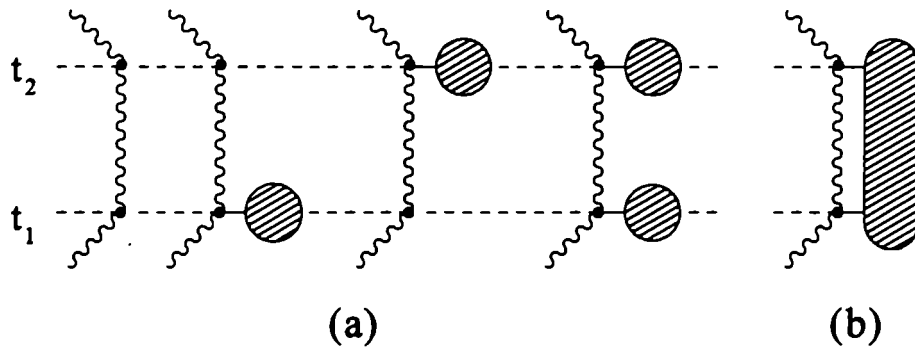


Figura 2.3:

Resumiendo todas las contribuciones al segundo momento de la distribución de intensidad $\mu_\lambda^{(2)}$ vienen de la discontinuidad de aquellos diagramas restringidos (fig.2.3b) que comienzan y terminan con un vértice de interacción y que no tienen estados intermedios igual al inicial. Vale la pena notar que en el límite $t_2 - t_1 = 0$ los dos vértices ocurren al mismo tiempo y por lo tanto no hay propagador entre ellos, dando una contribución igual al producto de los dos elementos de matriz.

2.2 Funciones de Green a Temperatura Finita

En la sección anterior se puntualizó que la función de Green a temperatura cero provee información de las propiedades de equilibrio del sistema y de los distintos observables. En particular su aplicación, a sistemas nucleares, fue útil para estudiar^[26] propiedades de bajas energías tales como energía de ligadura, densidad de niveles, etc. Además se observó que la función de Green exacta del sistema se puede expresar como una expansión perturbativa en la representación de interacción cuyos elementos básicos son la función de Green del sistema sin perturbar.

A temperatura finita función de Green es esencialmente más complicada, ya que lo que se necesita evaluar es un sistema en equilibrio termodinámico. Pero esta función de Green térmica esta relacionada a la función de partición, y por lo tanto a todas las funciones termodinámicas tales como entropía, densidad de niveles, etc.

Para tratar sistemas a temperatura finita en equilibrio termodinámico es más conveniente utilizar el conjunto gran canónico, que permite la posibilidad de intercambiar energía y partículas con el medio exterior.

También a temperatura finita se pueden utilizar métodos perturbativos en forma similar a los usados a temperatura cero. Las diferencias principales aparecen en la definición de la función de Green, que en lugar de calcularse tomando valores medios en el estado fundamental se evalúa tomando promedios en el conjunto gran canónico del sistema. Esto hace que el Teorema de Wick deba reemplazarse por una versión generalizada del mismo más adecuada al formalismo de temperatura finita. Además se observa que cuando la temperatura va a cero el valor medio en el conjunto gran canónico del sistema tiende al valor medio en el estado fundamental, recuperando el límite de temperatura cero en forma natural.

Por lo tanto, las funciones de Green a temperatura finita pueden ser usadas para estudiar propiedades de estados nucleares altamente excitados de la misma manera que las funciones de Green a temperatura cero fueron usadas para estudiar estados construidos sobre el estado fundamental.

En lo que sigue de esta sección, se dará un breve repaso de las definiciones de variables termodinámicas y del conjunto gran canónico. Para después introducir las funciones de Green en el formalismo de Matsubara^[58]. En este formalismo se reemplaza el tiempo por una variable imaginaria para lo cual simplifica enormemente los desarrollos. Las funciones de Green en el formalismo de Matsubara están íntimamente relacionadas con las obtenidas para tiempo real que tienen una interpretación física directa. Se mostrará dicha relación y se resumirá la interpretación física.

2.2.1 Conjunto Gran Canónico

El estado de un sistema cuántico, a temperatura finita, está determinado por el operador densidad estadístico $\hat{\rho}_G$. Dicho operador tiene las propiedades de ser hermítico, definido

positivo y de traza unitaria. En función de sus autovalores y autovectores se escribe

$$\hat{\rho}_G = \sum_{\alpha} P_{\alpha} |\alpha\rangle\langle\alpha| \quad (2.24)$$

con

$$P_{\alpha} \geq 0 \quad , \quad Tr[\hat{\rho}_G] = \sum_{\alpha} P_{\alpha} = 1 \quad (2.25)$$

El autovalor P_{α} es la probabilidad de hallar el sistema en el estado $|\alpha\rangle$. El valor medio de un observable \mathcal{A} en el estado descrito por el operador densidad estadístico $\hat{\rho}_G$ es.

$$\langle\mathcal{A}\rangle = Tr[\hat{\rho}_G\mathcal{A}] = \sum_{\alpha} P_{\alpha}\langle\alpha|\mathcal{A}|\alpha\rangle \quad (2.26)$$

El operador $\hat{\rho}_G$ se determina maximizando la entropía. Ésta se define en términos del operador densidad estadístico de la siguiente forma

$$S = -k_B Tr[\hat{\rho}_G \ln \hat{\rho}_G] \quad (2.27)$$

donde k_B denota la constante de Boltzmann. La maximización se realiza sujeta a condiciones de vínculo que se expresan fijando el valor medio de ciertas variables extensivas $\langle f_{\beta} \rangle$. A estas condiciones de vínculos hay que agregarles la condición de normalización de la traza de $\hat{\rho}_G$. El problema se resuelve utilizando multiplicadores de Lagrange, lo que conduce a minimizar la función

$$\mathcal{F} = Tr[\hat{\rho}_G(\ln \hat{\rho}_G + \sum_{\beta} \lambda_{\beta} f_{\beta})] \quad (2.28)$$

con la condición adicional $Tr[\hat{\rho}_G] = 1$. De lo anterior se deduce que el operador densidad estadístico tiene la forma.

$$\hat{\rho}_G = \frac{e^{-\sum_{\beta} \lambda_{\beta} f_{\beta}}}{Z} \quad \text{con} \quad Z = Tr\left[e^{-\sum_{\beta} \lambda_{\beta} f_{\beta}}\right] \quad (2.29)$$

Cuando consideramos un sistema que intercambia energía y partículas con el medio externo (conjunto gran canónico) la función a minimizar resulta ser el gran potencial termodinámico

$$\Omega = \langle\mathcal{H}\rangle - \mu\langle\mathcal{N}\rangle - TS \quad (2.30)$$

donde el promedio de la energía $\langle\mathcal{H}\rangle$ y el número medio de partículas $\langle\mathcal{N}\rangle$ están dados respectivamente por.

$$\langle\mathcal{H}\rangle = Tr[\hat{\rho}_G\mathcal{H}] \quad (2.31)$$

$$\langle\mathcal{N}\rangle = Tr[\hat{\rho}_G\mathcal{N}]$$

En este caso, la minimización del gran potencial se efectúa a través de la derivada funcional de Ω con respecto al operador densidad estadístico. La estabilidad con respecto a las fluctuaciones térmicas requiere que la segunda derivada funcional sea positiva.

$$\begin{aligned}\delta\Omega/\delta\hat{\rho}_G &= 0 \\ \delta^2\Omega/\delta\hat{\rho}_G^2 &> 0\end{aligned}\tag{2.32}$$

El requerimiento de que la derivada respecto al gran potencial sea estacionaria lleva a la solución formal para el operador densidad en el conjunto gran canónico.

$$\begin{aligned}\hat{\rho}_G &= \frac{e^{-\beta(\mathcal{H}-\mu\mathcal{N})}}{Z} \\ Z &= \text{Tr} \left[e^{-\beta(\mathcal{H}-\mu\mathcal{N})} \right]\end{aligned}\tag{2.33}$$

donde definimos a $\beta = 1/k_B T$ (T es la temperatura) y Z representa la función partición del sistema bajo consideración, la cual nos permite evaluar las propiedades de equilibrio termodinámico del mismo.

En el caso de sistemas de partículas fermiónicas independientes (que no interactúan) el hamiltoniano tiene una expresión sencilla ($\mathcal{H} = \sum_{\nu} \varepsilon_{\nu} c_{\nu}^{\dagger} c_{\nu}$), por lo tanto el operador densidad del sistema tiene la forma

$$\hat{\rho}_G = \prod_{\nu} \left[n_{\nu} c_{\nu}^{\dagger} c_{\nu} + (1 - n_{\nu}) c_{\nu} c_{\nu}^{\dagger} \right]\tag{2.34}$$

siendo c_{ν}^{\dagger} (c_{ν}) el operador de creación (destrucción) de una partícula en el estado ν . n_{ν} denota la probabilidad de ocupación de Fermi-Dirac de ese estado.

$$n_{\nu} = \left(1 + e^{\beta(\varepsilon_{\nu}-\mu)} \right)^{-1}\tag{2.35}$$

2.2.2 Funciones de Green en el Formalismo de Matsubara

En esta subsección, se resumirá el formalismo de Matsubara^[58] en donde las funciones de Green dependen, en lugar del tiempo, de un parámetro imaginario puro $\tau = it$ definido en el intervalo $-1/k_B T$ a $1/k_B T$ (donde T es la temperatura del sistema), esto simplifica notablemente el formalismo de temperatura finita, ya que permite una expansión diagramática de la función de Green de Matsubara³. Como anteriormente, se define la variable $\beta \equiv 1/k_B T$. La definición de la función de Green de Matsubara de un cuerpo es

³Denominamos función de Green de Matsubara a la función de Green construida en el formalismo de Matsubara.

$$G(\nu, \nu'; \tau, \tau') = -Tr \left[\hat{\rho}_G T_\tau \left\{ c_\nu(\tau) c_{\nu'}^\dagger(\tau') \right\} \right] \quad (2.36)$$

donde la Tr indica que esta función de Green de Matsubara implica una suma sobre un conjunto completo de estados en el espacio de Hilbert, cada uno contribuyendo con un peso $\hat{\rho}_G$ (operador densidad estadístico en el conjunto gran canónico) definido en la sección anterior y T_τ es un operador de ordenamiento, el valor de τ más pequeño (cercano a $-\beta$) va a la derecha; T_τ también incluye un factor $(-)^P$ donde P es el número de permutaciones de fermiones necesarias para reinstaurar el ordenamiento inicial. Además $c_\nu(\tau)$ ($c_\nu^\dagger(\tau)$) es el operador de destrucción (creación) en la representación de Heisenberg modificada

$$\begin{aligned} c_\nu(\tau) &= e^{\mathcal{K}\tau/\hbar} c_{\nu} e^{-\mathcal{K}\tau/\hbar} \\ c_\nu^\dagger(\tau) &= e^{\mathcal{K}\tau/\hbar} c_\nu^\dagger e^{-\mathcal{K}\tau/\hbar} \end{aligned} \quad \text{con} \quad \mathcal{K} = \mathcal{H} - \mu\mathcal{N} \quad (2.37)$$

siendo μ el potencial químico, \mathcal{N} el número de partículas y \mathcal{H} el hamiltoniano.

La función de Green de Matsubara nos permite evaluar propiedades de equilibrio termodinámico del sistema. En particular, se puede obtener información de distintos observables tales como el valor medio, en el conjunto gran canónico, de cualquier operador de un cuerpo, la energía media en el conjunto gran canónico, etc. También se puede demostrar que, si el hamiltoniano es explícitamente independiente del tiempo, la función de Green de Matsubara sólo depende de la diferencia $(\tau - \tau')$

$$G(\nu, \nu'; \tau - \tau') = -Tr \left[\hat{\rho}_G \left\{ c_\nu(\tau) c_{\nu'}^\dagger(\tau') \theta(\tau - \tau') - \epsilon c_{\nu'}^\dagger(\tau') c_\nu(\tau) \theta(\tau' - \tau) \right\} \right] \quad (2.38)$$

siendo $\epsilon = 1$ para fermiones y $\epsilon = -1$ para bosones.

La función de Green de Matsubara tiene la propiedad de ser antiperiódica (periódica) en el intervalo $|\tau| \leq \hbar\beta$ para fermiones (bosones) con período $\hbar\beta$. En general, \mathcal{H} es explícitamente independiente del tiempo entonces

$$G(\nu, \nu'; \tau - \tau' < 0) = -\epsilon G(\nu, \nu'; \tau - \tau' + \hbar\beta > 0) \quad (2.39)$$

esta propiedad se demuestra en forma inmediata utilizando la definición de la función de Green

$$\begin{aligned} G(\nu, \nu'; \tau - \tau' < 0) &= \frac{\epsilon}{Z} Tr \left[e^{-\beta\mathcal{K}} c_{\nu'}^\dagger(\tau') c_\nu(\tau) \right] = \frac{\epsilon}{Z} Tr \left[c_\nu(\tau) e^{-\beta\mathcal{K}} c_{\nu'}^\dagger(\tau') \right] = \\ &= \frac{\epsilon}{Z} Tr \left[e^{-\beta\mathcal{K}} c_\nu(\tau + \hbar\beta) c_{\nu'}^\dagger(\tau') \right] = -\epsilon G(\nu, \nu'; \tau - \tau' + \hbar\beta > 0) \end{aligned} \quad (2.40)$$

donde la segunda igualdad se debe a la propiedad cíclica de la traza, y la tercera igualdad a la definición del operador de destrucción en la representación de Heisenberg modificada.

Como la función de Green de Matsubara tiene periodicidad, entonces se la puede descomponer en una serie de Fourier

$$G(\nu, \nu'; \tau) = \frac{1}{\hbar\beta} \sum_n g(\nu, \nu'; \omega_n) e^{-i\omega_n \tau} \quad (2.41)$$

donde en la suma sólo sobreviven los términos con n impar para los fermiones y con n par para los bosones. Los coeficientes del desarrollo se obtienen calculando la antitransformada de Fourier

$$g(\nu, \nu'; \omega_n) = \frac{1}{2} \int_{-\hbar\beta}^{\hbar\beta} G(\nu, \nu'; \tau) e^{i\omega_n \tau} d\tau \quad (2.42)$$

y haciendo uso de la periodicidad (antiperiodicidad) para bosones (fermiones) se puede escribir los coeficientes del desarrollo de Fourier de la siguiente manera

$$g(\nu, \nu'; \omega_n) = \frac{1}{2} (1 - \epsilon e^{-i\hbar\beta\omega_n}) \int_0^{\hbar\beta} G(\nu, \nu'; \tau) e^{i\omega_n \tau} d\tau \quad (2.43)$$

donde

$$\omega_n = \begin{cases} \frac{2n\pi}{\hbar\beta} & \text{bosones} \\ \frac{(2n+1)\pi}{\hbar\beta} & \text{fermiones} \end{cases} \quad (2.44)$$

con n entero.

Es conveniente expresar la función de Green de Matsubara en la representación de Lehmann, pues en esta representación se genera una directa conexión con la función de Green de tiempo real. Para ello, se inserta un conjunto completo de autoestados del hamiltoniano en la definición de $G(\nu, \nu'; \tau)$

$$G(\nu, \nu'; \tau - \tau') = -\frac{1}{Z} \left\{ \sum_{\alpha, \gamma} \langle \alpha | c_\nu | \gamma \rangle \langle \gamma | c_{\nu'}^\dagger | \alpha \rangle e^{-\beta\epsilon_\alpha} e^{(\epsilon_\alpha - \epsilon_\gamma)(\tau - \tau')/\hbar} \theta(\tau - \tau') \right. \\ \left. - \epsilon \sum_{\alpha, \gamma} \langle \gamma | c_{\nu'}^\dagger | \alpha \rangle \langle \alpha | c_\nu | \gamma \rangle e^{-\beta\epsilon_\gamma} e^{(\epsilon_\gamma - \epsilon_\alpha)(\tau' - \tau)/\hbar} \theta(\tau' - \tau) \right\} \quad (2.45)$$

cuya transformada de Fourier es

$$g(\nu, \nu'; \omega_n) = \frac{1}{Z} \sum_{\alpha, \gamma} \langle \alpha | c_\nu | \gamma \rangle \langle \gamma | c_{\nu'}^\dagger | \alpha \rangle \frac{e^{-\beta\epsilon_\alpha} + \epsilon e^{-\beta\epsilon_\gamma}}{i\omega_n + (\epsilon_\alpha - \epsilon_\gamma)/\hbar} \quad (2.46)$$

con $\epsilon_\alpha = E_\alpha - \mu N_\alpha$.

Es interesante notar que los polos de la función de Green de Matsubara están sobre el eje imaginario. Estas energías imaginarias están directamente relacionadas con las energías reales de las funciones de Green de tiempo real.

Es instructivo obtener la función de Green de un sistema de partículas sin interacción. En este caso el hamiltoniano total tienen la forma sencilla

$$\mathcal{K}_0 = \mathcal{H}_0 - \mu \mathcal{N} = \sum_{\alpha} (\varepsilon_{\alpha} - \mu) c_{\alpha}^{\dagger} c_{\alpha} \quad (2.47)$$

partiendo de la definición de la función de Green

$$G(\nu, \nu'; \tau - \tau') = -Tr \left[\hat{\rho}_G \left\{ c_{\nu}(\tau) c_{\nu'}^{\dagger}(\tau') \theta(\tau - \tau') - \epsilon c_{\nu'}^{\dagger}(\tau') c_{\nu}(\tau) \theta(\tau' - \tau) \right\} \right] \quad (2.48)$$

y utilizando el hecho que los operadores de creación $c_{\nu'}^{\dagger}(\tau)$ y destrucción $c_{\nu}(\tau)$ tienen una expresión simple para un sistema sin interacción

$$\begin{aligned} c_{\nu}(\tau) &= e^{\mathcal{K}_0 \tau / \hbar} c_{\nu} e^{-\mathcal{K}_0 \tau / \hbar} = c_{\nu} e^{-\xi_{\nu} \tau / \hbar} \\ c_{\nu}^{\dagger}(\tau) &= e^{\mathcal{K}_0 \tau / \hbar} c_{\nu}^{\dagger} e^{-\mathcal{K}_0 \tau / \hbar} = c_{\nu}^{\dagger} e^{\xi_{\nu} \tau / \hbar} \end{aligned} \quad (2.49)$$

donde $\xi_{\nu} = \varepsilon_{\nu} - \mu$

$$\begin{aligned} G_0(\nu, \nu'; \tau - \tau') &= - \left\{ Tr \left[\hat{\rho}_G c_{\nu} a_{\nu'}^{\dagger} \right] \theta(\tau - \tau') - \epsilon Tr \left[\hat{\rho}_G c_{\nu'}^{\dagger} c_{\nu} \right] \theta(\tau' - \tau) \right\} e^{-\xi_{\nu}(\tau - \tau') / \hbar} \\ &= -\delta_{\nu\nu'} \left\{ (1 - \epsilon n_{\nu}) \theta(\tau - \tau') - \epsilon n_{\nu} \theta(\tau' - \tau) \right\} e^{-\xi_{\nu}(\tau - \tau') / \hbar} \end{aligned} \quad (2.50)$$

donde se ha usado que el promedio en el conjunto gran canónico es

$$Tr \left[\hat{\rho}_G c_{\nu'}^{\dagger} c_{\nu} \right] = \delta_{\nu\nu'} n_{\nu} = \delta_{\nu\nu'} \frac{1}{e^{\beta \xi_{\nu}} + \epsilon} \quad (2.51)$$

por lo tanto la función de Green de Matsubara⁴ de un sistema sin interacción se puede escribir como

$$G_0(\nu, \nu'; \tau) = \delta_{\nu\nu'} \frac{1}{\hbar \beta} \sum_{\tilde{n}} \frac{1}{i\omega_{\tilde{n}} - \xi_{\nu}} e^{-i\omega_{\tilde{n}} \tau} \quad (2.52)$$

donde \tilde{n} significa sumar sobre n impares para fermiones y n pares para bosones.

2.2.3 Expansión Perturbativa a Temperatura Finita

Para obtener una expansión de la función de Green de Matsubara se introduce la representación de interacción, que sirve como base para el cálculo perturbativo, ya que lo que se busca es reescribir la función de Green en dicha representación. Como se trabaja con el conjunto gran canónico, se utilizará en lugar de los hamiltonianos sin perturbar \mathcal{H}_0 y perturbado \mathcal{H}_1 a los operadores

⁴Notar que esta función de Green tiene simultaneamente la probabilidad de ser partícula ($1 - \epsilon n_{\nu}$) como agujero (ϵn_{ν}), dando los números de ocupación anteriores dicha probabilidad.

$$\mathcal{K}_0 = \mathcal{H}_0 - \mu\mathcal{N} \quad y \quad \mathcal{K}_1 = \mathcal{H}_1 - \mu\mathcal{N} \quad (2.53)$$

y siendo $\mathcal{K} = \mathcal{K}_0 + \mathcal{K}_1$

Cualquier operador en la representación de Schrödinger se escribe en las representaciones de interacción y de Heisenberg modificada respectivamente como

$$\mathcal{O}_I(\tau) = e^{\mathcal{K}_0\tau/\hbar} \mathcal{O}_S e^{-\mathcal{K}_0\tau/\hbar} \quad (2.54)$$

$$\mathcal{O}_H(\tau) = e^{\mathcal{K}\tau/\hbar} \mathcal{O}_S e^{-\mathcal{K}\tau/\hbar}$$

para obtener una expansión diagramática equivalente a la obtenida a temperatura cero es conveniente definir el operador de evolución

$$\mathcal{U}(\tau_1, \tau_0) = e^{\mathcal{K}_0\tau_1/\hbar} e^{-\mathcal{K}(\tau_1-\tau_0)/\hbar} e^{-\mathcal{K}_0\tau_0/\hbar} \quad (2.55)$$

que verifica las siguientes relaciones

$$\mathcal{O}_H(\tau) = \mathcal{U}(0, \tau) \mathcal{O}_I(\tau) \mathcal{U}(\tau, 0) \quad (2.56)$$

$$e^{-\mathcal{K}\tau/\hbar} = e^{-\mathcal{K}_0\tau/\hbar} \mathcal{U}(\tau, 0)$$

como el operador de evolución verifica una ecuación similar al caso de temperatura cero, entonces se lo puede expresar como una expansión en término del hamiltoniano de interacción

$$\mathcal{U}(\tau, \tau_0) = T_\tau \left\{ e^{-(\hbar)^{-1} \int_{\tau_0}^{\tau} \mathcal{K}_1(\tau') d\tau'} \right\} \quad (2.57)$$

donde T_τ un operador de ordenamiento con τ decreciendo de izquierda a derecha.

Las expresiones anteriores permiten obtener expansiones diagramáticas de la función de Green de Matsubara de un modo similar al caso de temperatura cero

$$\begin{aligned} G(\nu, \nu'; \tau - \tau') &= -Tr \left[\hat{\rho}_G T_\tau \left\{ c_\nu(\tau) c_{\nu'}^\dagger(\tau') \right\} \right] \\ &= \frac{-Tr \left[e^{-\beta\mathcal{K}} T_\tau \left\{ e^{\mathcal{K}\tau} c_\nu e^{\mathcal{K}(\tau'-\tau)} c_{\nu'}^\dagger e^{-\mathcal{K}\tau'} \right\} \right]}{Tr \left[e^{-\beta\mathcal{K}} \right]} \end{aligned} \quad (2.58)$$

cambiando la representación de los operadores y haciendo uso del operador evolución definido previamente la función de Green de Matsubara equivale a

$$= \frac{-Tr \left[e^{-\beta\mathcal{K}_0} \mathcal{U}(\hbar\beta, 0) T_\tau \left\{ \mathcal{U}(0, \tau) c_\nu(\tau) \mathcal{U}(\tau, \tau') c_{\nu'}^\dagger(\tau') \mathcal{U}(\tau', 0) \right\} \right]}{Tr \left[e^{-\beta\mathcal{K}_0} \mathcal{U}(\hbar\beta, 0) \right]} \quad (2.59)$$

que tiene la misma estructura algebraica, sólo que a temperatura finita la integración en los τ intermedios se realiza entre 0 y $\hbar\beta$. Por lo tanto, admite la siguiente expansión:

$$= \frac{-Tr \left[e^{-\beta\mathcal{K}_0} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{-1}{\hbar} \right)^n \frac{1}{n!} \int_0^{\hbar\beta} d\tau_1 \cdots \int_0^{\hbar\beta} d\tau_n T_{\tau} \left\{ \mathcal{K}_1(\tau_1) \cdots \mathcal{K}_1(\tau_n) c_{\nu}(\tau) c_{\nu'}^{\dagger}(\tau') \right\} \right]}{Tr \left[e^{-\beta\mathcal{K}_0} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{-1}{\hbar} \right)^n \frac{1}{n!} \int_0^{\hbar\beta} d\tau_1 \cdots \int_0^{\hbar\beta} d\tau_n T_{\tau} \left\{ \mathcal{K}_1(\tau_1) \cdots \mathcal{K}_1(\tau_n) \right\} \right]} \quad (2.60)$$

esta expresión es muy similar a la que se obtiene a temperatura cero, pero en lugar de tener que calcularse el valor medio en el estado fundamental del sistema sin perturbar debe calcularse el promedio en el conjunto gran canónico del sistema.

Para el caso de temperatura cero el Teorema de Wick provee un procedimiento general para pasar del ordenamiento temporal de operadores, de creación y destrucción, al ordenamiento normal de los mismos. Con la consiguiente anulación del valor medio en el estado fundamental del orden normal de un producto de operadores, y observando que solamente sobreviven las contracciones de operadores de creación y destrucción entre si, que están relacionadas con las funciones de Green del sistema sin interacción.

A temperatura finita dicha cancelación no ocurre porque el valor medio del ordenamiento normal de operadores, de creación y destrucción, en el conjunto gran canónico solamente se anula a temperatura cero. Sin embargo, existe una generalización del Teorema introducida por Matsubara^[58] que es de suma utilidad para la realización de expansiones diagramáticas a temperatura finita. Dicha formulación generalizada trata con el promedio en el "conjunto gran canónico sin perturbar" de los operadores y se basa en la forma detallada del operador densidad estadístico de un sistema de partículas independientes.

Observando la forma general de la expansión perturbativa de la función de Green de Matsubara [Ec.(2.60)] típicamente se trata de calcular el valor medio en el conjunto gran canónico de un producto par de operadores de creación y destrucción ordenados con τ decreciendo de izquierda a derecha

$$\langle T_{\tau} \{ \phi_{\alpha_1}(\tau_1) \phi_{\alpha_2}(\tau_2) \cdots \phi_{\alpha_n}(\tau_n) \} \rangle = \frac{Tr \left[e^{-\beta\mathcal{K}_0} T_{\tau} \{ \phi_{\alpha_1}(\tau_1) \phi_{\alpha_2}(\tau_2) \cdots \phi_{\alpha_n}(\tau_n) \} \right]}{Tr \left[e^{-\beta\mathcal{K}_0} \right]} \quad (2.61)$$

donde los operadores $\phi_{\alpha_{\nu}}(\tau_{\nu})$ son los operadores de creación o destrucción en la representación de interacción.

Se define la contracción de dos operadores $\phi_{\alpha_{\nu}}(\tau_{\nu})$ y $\phi_{\alpha_{\lambda}}(\tau_{\lambda})$ como

$$\phi_{\alpha_{\nu}}(\tau_{\nu}) \bullet \phi_{\alpha_{\lambda}}(\tau_{\lambda}) \bullet = \langle T_{\tau} \{ \phi_{\alpha_{\nu}}(\tau_{\nu}) \phi_{\alpha_{\lambda}}(\tau_{\lambda}) \} \rangle = \frac{Tr \left[e^{-\beta\mathcal{K}_0} T_{\tau} \{ \phi_{\alpha_{\nu}}(\tau_{\nu}) \phi_{\alpha_{\lambda}}(\tau_{\lambda}) \} \right]}{Tr \left[e^{-\beta\mathcal{K}_0} \right]} \quad (2.62)$$

el Teorema de Wick generalizado establece que el promedio en el conjunto gran canónico es igual a la suma de todos los posibles términos contraídos

$$\langle T_{\tau} \{ \phi_{\alpha_1}(\tau_1) \cdots \phi_{\alpha_n}(\tau_n) \} \rangle = \sum_{contr.} Sgn. [\phi_{\alpha_{\nu}}(\tau_{\nu}) \bullet \phi_{\alpha_{\lambda}}(\tau_{\lambda}) \bullet \cdots \phi_{\alpha_{\eta}}(\tau_{\eta}) \bullet \phi_{\alpha_{\gamma}}(\tau_{\gamma}) \bullet]$$

donde *Sgn.* es el signo correspondiente a la cantidad de contracciones necesarias de cada término para llevar los operadores, a contraer, uno al lado de otro. En general, la mayoría de los términos de la suma desaparecen, sobreviviendo solamente las contracciones entre operadores de creación y destrucción que son proporcionales a la función de Green del sistema sin interacción.

Puesto que la estructura algebraica del Teorema de Wick a temperatura finita es idéntica al de temperatura cero, entonces se puede asociar a cada término en la expansión perturbativa de la función de Green de Matsubara el mismo diagrama de Feynman que tiene la función de Green a temperatura cero. Por lo tanto, las reglas para la construcción de un dado diagramas en la expansión son idénticas, con la salvedad de que a temperatura finita el dominio de integración de τ es entre 0 y $\hbar\beta$, y los polos se encuentran en el eje imaginario. En particular, el análisis diagramático hecho en la Sección 2.1.3 respecto de la discontinuidad de la función de Green y de sus derivadas es válido a temperatura finita.

2.2.4 Funciones de Green Térmicas de Tiempo Real

A temperatura cero los polos de la función de Green de un cuerpo dan las energía y la vida media de los estados excitados de un sistema referido al estado fundamental con una partícula mas o una partícula menos.

A temperatura finita se puede introducir las funciones de Green térmicas de tiempo real que generaliza la de temperatura cero y que contiene información de la energía y vida media de los estados excitados

$$i\tilde{G}(\nu, \nu'; t, t') = Tr \left[\hat{\rho}_G T \left\{ c_{\nu}(t) c_{\nu'}^{\dagger}(t') \right\} \right] \quad (2.63)$$

como es usual T es operador de ordenamiento temporal de Wick, $\hat{\rho}_G$ es el operador densidad en el conjunto gran canónico

$$\hat{\rho}_G = \frac{e^{-\beta\mathcal{K}}}{Z} = \frac{e^{-\beta(\mathcal{H}-\mu\mathcal{N})}}{Z} \quad (2.64)$$

y $c_{\nu}(t)$ ($c_{\nu}^{\dagger}(t)$) es el operador de destrucción (creación) en la representación de Heisenberg.

$$\begin{aligned} c_{\nu}(t) &= e^{i\mathcal{K}t/\hbar} c_{\nu} e^{-i\mathcal{K}t/\hbar} \\ c_{\nu}^{\dagger}(t) &= e^{i\mathcal{K}t/\hbar} c_{\nu}^{\dagger} e^{-i\mathcal{K}t/\hbar} \end{aligned} \quad \text{con} \quad \mathcal{K} = \mathcal{H} - \mu\mathcal{N} \quad (2.65)$$

En general, \mathcal{K} es independiente del tiempo y en consecuencia las funciones de Green de tiempo real sólo dependen de la diferencia de $(t - t')$, lo que permite obtener su transformada de Fourier de como

$$\tilde{g}(\nu, \nu'; \omega) = \frac{1}{Z} \sum_{\alpha, \gamma} \langle \alpha | c_\nu | \gamma \rangle \langle \gamma | c_{\nu'}^\dagger | \alpha \rangle \left[\frac{e^{-\beta \epsilon_\alpha}}{\omega + (\epsilon_\alpha - \epsilon_\gamma) / \hbar + i\eta} + \epsilon \frac{e^{-\beta \epsilon_\gamma}}{\omega + (\epsilon_\alpha - \epsilon_\gamma) / \hbar - i\eta} \right] \quad (2.66)$$

donde $\epsilon_\alpha = E_\alpha - \mu N_\alpha$.

La ecuación anterior muestra que la dependencia en el plano complejo de $\tilde{g}(\nu, \nu', \omega)$ en ω sólo aparece en el denominador y que los polos simples de esta expresión son las diferencias de energía entre estados del sistema con una partícula de diferencia. Cuando $\nu = \nu'$ sus residuos son proporcionales a los comunmente llamados factores espectroscópicos $|\langle \alpha | c_\nu | \gamma \rangle|^2$ que pueden ser medidos en reacciones de stripping y pick-up. El promedio en el conjunto gran canónico generaliza la expresión de la función de Green a temperatura cero ya que aquí tanto α como γ pueden ser estados excitados.

Como la función de Green de tiempo real en la representación de Lehmann no es analítica en ninguno de los semiplanos, por eso es de utilidad definir sus partes retardadas y avanzadas que si lo son

$$i\tilde{G}^R(\nu, \nu'; t, t') = \text{Tr} \left[\hat{\rho}_G \mathbb{T} \left\{ c_\nu(t) c_{\nu'}^\dagger(t') \right\} \right] \theta(t - t') \quad (2.67)$$

$$i\tilde{G}^A(\nu, \nu'; t, t') = -\text{Tr} \left[\hat{\rho}_G \mathbb{T} \left\{ c_\nu(t) c_{\nu'}^\dagger(t') \right\} \right] \theta(t' - t)$$

donde el corchete denota anticonmutador (conmutador) para fermiones (bosones). Reescribiendolas en la representación de Lehmann queda

$$\tilde{g}^R(\nu, \nu'; \omega) = \frac{1}{Z} \sum_{\alpha, \gamma} \langle \alpha | c_\nu | \gamma \rangle \langle \gamma | c_{\nu'}^\dagger | \alpha \rangle \frac{(e^{-\beta \epsilon_\alpha} + \epsilon e^{-\beta \epsilon_\gamma})}{\omega + (\epsilon_\alpha - \epsilon_\gamma) / \hbar + i\eta} \quad (2.68)$$

$$\tilde{g}^A(\nu, \nu'; \omega) = \frac{1}{Z} \sum_{\alpha, \gamma} \langle \alpha | c_\nu | \gamma \rangle \langle \gamma | c_{\nu'}^\dagger | \alpha \rangle \frac{(e^{-\beta \epsilon_\alpha} + \epsilon e^{-\beta \epsilon_\gamma})}{\omega + (\epsilon_\alpha - \epsilon_\gamma) / \hbar - i\eta}$$

siendo la función de Green retardada (avanzada) analítica en el semiplano superior (inferior). Además se puede demostrar que la función de Green de tiempo real se expresa en función de sus partes retardadas y avanzadas.

$$\tilde{g}(\nu, \nu'; \omega) = \frac{1}{(1 + \epsilon e^{-\hbar\beta\omega})} \tilde{g}^R(\nu, \nu'; \omega) + \frac{1}{(1 + \epsilon e^{\hbar\beta\omega})} \tilde{g}^A(\nu, \nu'; \omega)$$

Si se compara la transformada de Fourier de la función de Green de Matsubara y la función de Green térmica de tiempo real, que se obtuvieron en la representación de Lehmann, se observa que ambas pueden ser escritas en forma similar. Por eso se define la función de peso como

$$\rho_{\nu\nu'}(\omega) = \frac{2\pi}{Z} \sum_{\alpha,\gamma} \langle \alpha | c_\nu | \gamma \rangle \langle \gamma | c_{\nu'}^\dagger | \alpha \rangle \delta[\omega + (\epsilon_\alpha - \epsilon_\gamma)/\hbar] (e^{-\beta\epsilon_\alpha} + \epsilon e^{-\beta\epsilon_\gamma}) \quad (2.69)$$

que se la puede obtener a partir de la parte imaginaria de la función de Green retardada de tiempo real^[57]. Se observa que con la definición previa de la función peso, la función de Green de Matsubara se expresa como

$$g(\nu, \nu'; \omega_n) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2\pi} \frac{\rho_{\nu\nu'}(\omega)}{i\omega_n - \omega} d\omega \quad (2.70)$$

y las funciones de Green retardadas y avanzadas de tiempo real como

$$\tilde{g}^R(\nu, \nu'; \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2\pi} \frac{\rho_{\nu\nu'}(\omega')}{\omega - \omega' + i\eta} d\omega' \quad (2.71)$$

$$\tilde{g}^A(\nu, \nu'; \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2\pi} \frac{\rho_{\nu\nu'}(\omega')}{\omega - \omega' - i\eta} d\omega'$$

lo que pone de manifiesto la similitud entre las anteriores expresiones. Por ello se define la función de variable compleja z.

$$\Gamma_{\nu\nu'}(z) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega'}{2\pi} \frac{\rho_{\nu\nu'}(\omega')}{z - \omega'} \quad (2.72)$$

Las partes retardada y avanzada de la función de Green térmica de tiempo real se obtienen como los valores límites de esta función al aproximarse al eje real por arriba o debajo, por otro lado la función de Green de Matsubara provee los valores de dicha función sobre un conjunto discreto de puntos en el eje imaginario. O sea, el conocimiento de la función $\Gamma_{\nu\nu'}(z)$ determina tanto la función de Green de Matsubara como las de tiempo real.

$$\tilde{g}^R(\nu, \nu'; \omega) = \Gamma_{\nu\nu'}(\omega + i\eta)$$

$$\tilde{g}^A(\nu, \nu'; \omega) = \Gamma_{\nu\nu'}(\omega - i\eta) \quad (2.73)$$

$$g(\nu, \nu'; \omega_n) = \Gamma_{\nu\nu'}(i\omega_n)$$

Pero esto es una expresión formal para visualizar como ambas funciones de Green se pueden calcular a partir de una única expresión. En la práctica, resulta usualmente más simple calcular $\rho_{\nu\nu'}(\omega)$, en vez de la función $\Gamma_{\nu\nu'}(Z)$, directamente de la función de Green de Matsubara considerando una prolongación analítica de $i\omega_n$ al plano complejo. La función peso se obtiene entonces como el valor límite

$$\rho_{\nu\nu'}(x) = \frac{1}{i} \left\{ |g(\nu, \nu'; \omega_n)|_{i\omega_n=x-i\eta} - |g(\nu, \nu'; \omega_n)|_{i\omega_n=x+i\eta} \right\} \quad (2.74)$$

por lo tanto, cualquier aproximación que se hiciera para la función de Green de Matsubara provee una correspondiente para la función de Green térmica de tiempo real con sólo hacer su prolongación analítica, que no es más que considerar a la variable $i\omega_n$ como continua.

Capítulo 3

Teoría Nuclear de Campos (NFT)

Una forma de trabajar con un sistema de muchos cuerpos interactuantes es hacerlo con variables colectivas conjuntamente con las de partículas. El hamiltoniano en este caso incluye tres términos. El primero, que depende sólo de las coordenadas de los fermiones, incluye un campo medio en el que se mueven las partículas independientes, generado por la aproximación de Hartree-Fock (HF) o Hartree-Fock-Bogolyubov (HFB). El segundo término representa un sistema de bosones independientes que puede obtenerse a partir de la aproximación de Tamm-Dancoff (TDA) o de la aproximación de fases al azar (RPA). El tercer término incluye ambos tipos de variables y representa la interacción entre los grados de libertad de fermiones y de bosones. El estudio de este hamiltoniano de interacción da lugar a la definición de una Teoría Nuclear de Campos (NFT) que hace uso del concepto de modos elementales de excitación de un sistema fermiónico de muchos cuerpos. Dichas excitaciones elementales pueden tener un carácter fermiónico o bosónico según corresponda a la función de Green considerada.

El conjunto básico de estados está formado por el producto de ambos tipos de excitaciones. Sin embargo, dado que ambos tipos de excitaciones están basadas en los grados de libertad de los nucleones, no son estrictamente independientes. Esto implica que la base es sobrecompleta y viola el principio de exclusión de Pauli.

La utilización sistemática de teoría de perturbaciones, para explicar el espectro nuclear, fue aplicada a numerosos trabajos permitiendo una mejor interpretación del acoplamiento entre partículas y bosones (vibraciones de la superficie nuclear), evitando además las violaciones al principio de exclusión de Pauli propias de la configuración de los estados compuestos.

Bes y otros^{(8),(9)} utilizaron el modelo de Lipkin, que consta de un sistema de dos niveles de degeneración 2Ω cada uno (llenando el nivel más bajo) con una separación de energía ϵ , donde la interacción residual de dos cuerpos acopla las partículas en los dos niveles. Este modelo simplificado permitió comparar los resultados provenientes de la solución del sistema en el espacio fermiónico, con aquel obtenido mediante una expansión perturbativa basada en un hamiltoniano de interacción partícula-bosón, tanto para una fuerza monopolar partícula-agujero como para una de apareamiento. En la NFT se postulan una serie de reglas simples y totalmente generales tales que su aplicación da

el resultado exacto al orden perturbativo que se desee. En el apéndice A, se describe sintéticamente como se obtienen las soluciones en el espacio fermiónico y en el contexto de la NFT cuando se utiliza una interacción monopolar. La expansión perturbativa se realiza en potencia de $\frac{1}{\Omega}$ y las reglas principales se pueden resumir como sigue:

- Las energías de partícula independiente deben incluir las energías de HF producidas por la interacción de dos cuerpos.
- Los estados inicial o final pueden incluir partículas, bosones o una mezcla de ambos, pero no está permitido una configuración de partículas que pueda ser reemplazado por una combinación de bosones. No existe tal restricción para los estados intermedios.
- Las propiedades del campo de bosones son obtenidas utilizando un método de linealización del hamiltoniano total, ya sea mediante TDA o RPA.
- Cualquier operador que se desee evaluar debe incluir tanto las contribuciones del mismo en el espacio de partículas como en el espacio de bosones.
- Las contribuciones de cada gráfico se evalúan utilizando las reglas usuales de teoría de perturbaciones de Raleigh-Schrödinger (RS).
- Aquellos diagramas en los cuales dos fermiones son creados y eliminados simultáneamente en dos tiempos consecutivos sin que exista otro tipo de interacción con alguno de ellos en un tiempo intermedio (diagramas tipo burbuja) no deben ser considerados.
- Los diagramas desconectados no contribuyen.
- Todas las permutaciones temporales de los vértices deben ser consideradas.

Con este formalismo, la Teoría Nuclear de Campo (NFT), es posible tratar el problema en un sistema que incluya los grados de libertad de partículas independiente y colectivos en un pie de igualdad, permitiendo calcular perturbativamente (hasta el orden en $\frac{1}{\Omega}$ deseado) distintas propiedades del núcleo tales como energía, transiciones electromagnéticas, transferencia de una y de dos partículas, etc. Las dificultades originadas por la sobrecompletitud de la base y las violaciones al principio de exclusión de Pauli son corregidas, al orden deseado, mediante el tratamiento diagramático.

El precio que hay que pagar para utilizar este formalismo (por ejemplo, en una *Resonancia Multipolar Gigante*) es que la mezcla de un estado colectivo con estados de más de un par coherente de partícula-agujero no es clara debido a la sobrecompletitud de la base, y que el número mínimo de vértices que contribuyen a la expansión perturbativa es tres, porque dos de ellos son necesarios para ir del estado colectivo a un par de partícula-agujero. Como el número de orden temporal de los diagramas es $n!$, donde n es número de vértices, esto significa que el número de diagramas a ser calculado crece rápidamente. Esto es empeorado por el hecho de que existe dos tipos de vértices (fermiónicos y fermion-bosón) en el hamiltoniano de la NFT.

Para interacciones débiles (donde el parámetro de intensidad es más pequeño que el crítico) la NFT demuestra que para un sistema formado por 2Ω partículas la energía del estado fundamental tiene una contribución de Hartree proporcional a Ω , el término de Fock da una contribución del orden de 1, y la RPA (sin término de intercambio) es también proporcional a uno, mientras que el término de intercambio da una contribución del orden de $\frac{1}{\Omega}$ y ordenes más altos en este parámetro. Todas las contribuciones pueden ser clasificadas en término de diferentes potencias de $\frac{1}{\Omega}$, si la excitación colectiva esta descrita por una RPA sin término de intercambio. Es necesario ser cuidadosos en sumar todos los diagramas a un dado orden porque pueden ocurrir grandes cancelaciones.

Se demostró en cálculos realistas^[20] que el desarrollo perturbativo en potencias de $\frac{1}{\Omega}$ es correcto. Por ejemplo, en cálculos realizados en el ^{212}Pb y en el ^{204}Pb se encontró que las contribuciones del orden $\frac{1}{\Omega}$ son 10% más pequeñas que las del orden 1, y las del orden $\frac{1}{\Omega^2}$ dan contribuciones menores que el 10% de las del orden $\frac{1}{\Omega}$.

Este trabajo se centra en el estudio, dentro del formalismo de la NFT, de los procesos que contribuyen al ancho de las *Resonancias Multipolares Gigantes* al orden más bajo en $\frac{1}{\Omega}$, tanto a temperatura cero como a temperatura finita. Para ello definimos, en la próxima sección, la fuerza utilizada para describir dichas resonancias.

3.1 Fuerza Isoescalar-Isovectorial

Las *Resonancias Multipolares Gigantes* son pensadas como vibraciones de la superficie nuclear debido a la promoción de nucleones, sobre la superficie de Fermi, a capas desocupadas. Estas resonancias pueden ser descritas microscópicamente como excitaciones coherentes de partícula-agujero, construidas sobre el estado fundamental, que exhiben una alta probabilidad de decaimiento electromagnético. Para estas excitaciones coherentes la aproximación de la RPA provee una buena descripción de la energía media y del detalle de la estructura de las vibraciones.

Cuando se trabaja con núcleos calientes^[12] (altamente excitados) la inclusión de temperatura finita introduce números de ocupación para los niveles por arriba y por debajo de la superficie de Fermi dando lugar a un nuevo *estado fundamental* sobre el cual se construyen las *Resonancias Multipolares Gigantes* ^{[33][49][50][67][71]}.

Los modos vibracionales se distinguen los que son generados por la parte isoescalar de la fuerza nuclear de los que son generados por la parte isovectorial, y en general a estos modos se los trata separadamente. Se puede ver que la interacción de partícula-agujero es atractiva en el canal isoescalar mientras que es repulsiva en el isovectorial. Por lo tanto, para tener una correcta descripción de las *Resonancias Multipolares Gigantes*, tanto las construidas sobre el estado fundamental que son excitadas en experimentos involucrando fotoabsorción o scattering inelástico de α , He^3 y protones, como las construidas sobre estados excitados generadas en colisiones o fusión de iones pesados, es necesario una interacción efectiva que incluya ambos modos y un término de acoplamiento entre ambos cuando exista un exceso de neutrones^{[11][21]}. El concepto de modo elemental de excitación^[17] es utilizado para construir el hamiltoniano de acoplamiento entre partícula-vibrador.

En esta sección, se estudiará los estados vibracionales de partícula-agujero generados simultáneamente por una interacción residual multipolar separable isoescalar-isovectorial, tanto para las *Resonancias Multipolares Gigantes* construidas sobre el estado fundamental ($T = 0$), como las que son construidas sobre estados excitados ($T > 0$). También se obtendrán algunas expresiones (Sección 6.2) que vinculan las variables colectivas con la intensidad de la fuerza, que son de suma utilidad para la suma de diagramas como se verá en el Capítulo 4.

3.1.1 Solución de la RPA a Temperatura Cero

En esta subsección obtendremos las variables colectivas, para núcleos normales, mediante la diagonalización del hamiltoniano multipolar isoescalar-isovectorial en la aproximación de la RPA, que conjuntamente con el hamiltoniano de interacción entre partícula y vibrador y el de partícula independiente definen el hamiltoniano total de la NFT (Sección 6.1).

Definimos los hamiltonianos de partícula independiente y de interacción^{[11][21]} como

$$\mathcal{H}_{sp} = \sum_{j,p} \varepsilon_j a_j^\dagger(p) a_j(p) \quad (3.1)$$

donde $p=\nu$ (π) neutrones (protones), ε_j es la energía de partícula independiente y $a_j^\dagger(\nu)$ ($a_j^\dagger(\pi)$) crea un neutrón (protón) en el orbital j

$$\begin{aligned} \mathcal{H}(\lambda) &= -\frac{k_0}{2} \sum_{\mu} q_{\lambda\mu}(\tau=0) q_{\lambda\mu}^\dagger(\tau=0) - \frac{k_1}{2} \sum_{\mu} q_{\lambda\mu}(\tau=1) q_{\lambda\mu}^\dagger(\tau=1) \\ &\quad - \frac{k'}{2} \sum_{\mu} [q_{\lambda\mu}(\tau=1) q_{\lambda\mu}^\dagger(\tau=0) + q_{\lambda\mu}(\tau=0) q_{\lambda\mu}^\dagger(\tau=1)] \end{aligned} \quad (3.2)$$

con k_0 la constante de acoplamiento isoescalar, k_1 la isovectorial y k' la constante de acoplamiento entre los dos modos cuando existe un exceso de neutrones; y donde $q_{\lambda\mu}$ es el operador multipolar partícula-agujero de multipolaridad λ , isospin τ y con proyección en la dirección z del isospin $\tau_z = 0$. Este operador multipolar se puede poner en término de sus excitaciones multipolares de neutrones y protones como

$$q_{\lambda\mu}(\tau) = Q_{\lambda\mu}^\nu + (1 - 2\tau) Q_{\lambda\mu}^\pi \quad (3.3)$$

entonces reemplazando este operador, el hamiltoniano¹ multipolar isoescalar-isovectorial se expresa como

¹Utilizando la parte real del potencial óptico se relacionan entre si las constantes de acoplamiento isoescalar e isovectorial.

$$\begin{aligned} \mathcal{H}(\lambda) = & - \left(\frac{k_0+k_1+2k'}{2} \right) \sum_{\mu} \mathcal{Q}_{\lambda\mu}^{\nu} \mathcal{Q}_{\lambda\mu}^{\nu\dagger} - \left(\frac{k_0+k_1-2k'}{2} \right) \sum_{\mu} \mathcal{Q}_{\lambda\mu}^{\pi} \mathcal{Q}_{\lambda\mu}^{\pi\dagger} \\ & - \left(\frac{k_0-k_1}{2} \right) \sum_{\mu} \left[\mathcal{Q}_{\lambda\mu}^{\pi} \mathcal{Q}_{\lambda\mu}^{\nu\dagger} + \mathcal{Q}_{\lambda\mu}^{\nu} \mathcal{Q}_{\lambda\mu}^{\pi\dagger} \right] \end{aligned} \quad (3.4)$$

Los operadores multipolares para neutrones y protones se definen

$$\mathcal{Q}_{\lambda\mu}^p = \frac{(-1)}{\lambda} \sum_{k,i} \mathcal{M}^p(k, i; \lambda) \left[\beta_p^{\dagger}(k, i; \lambda\mu) + (-)^{\lambda-\mu} \beta_p(k, i; \lambda - \mu) \right] \quad (3.5)$$

con $\hat{\lambda} = \sqrt{2\lambda + 1}$ y

$$\beta_p^{\dagger}(k, i; \lambda\mu) = \left[a_k^{\dagger}(p) a_i(p) \right]_{\lambda\mu} = \sum_{m_k, m_i} \langle k i m_k m_i | \lambda\mu \rangle a_{k m_k}^{\dagger}(p) (-)^{i-m_i} a_{i - m_i}(p) \quad (3.6)$$

el índice indicado por k denota un estado por encima del nivel de Fermi, mientras que el indicado por i uno por debajo del nivel de Fermi. Los índices j son usados para indicar cualquiera de los dos estados k o i . El coeficiente $\mathcal{M}^p(j_1, j_2; \lambda)$ es definido como

$$\mathcal{M}^p(j_1, j_2; \lambda) = \langle j_1 || f_{\lambda}^p(\tau) Y_{\lambda} || j_2 \rangle i^{l_2 - l_1 + \lambda} = \mathcal{M}^p(j_2, j_1; \lambda) (-)^{j_1 - j_2 + \lambda} \quad (3.7)$$

la dependencia radial de $f_{\lambda}^p(\tau)$ es picada sobre la superficie nuclear y $\langle j_1 || f_{\lambda}^p(\tau) Y_{\lambda} || j_2 \rangle$ es el elemento de matriz reducido. Definimos el operador de creación de un bosón como

$$\Gamma_{n\lambda\mu}^{\dagger} = \sum_{p,k,i} \chi_{ki}^{(n)p} \beta_p^{\dagger}(k, i; \lambda\mu) - (-)^{\lambda-\mu} \gamma_{ki}^{(n)p} \beta_p(k, i; \lambda - \mu) \quad (3.8)$$

donde el índice n especifica la raíz y p , como siempre, indica que la suma se realiza sobre protones y neutrones. La diagonalización del hamiltoniano $\mathcal{H}(\lambda)$ en la aproximación lineal (RPA) se logra con tal de pedir

$$\left\langle \left[\mathcal{H}_{sp} + \mathcal{H}(\lambda), \Gamma_{n\lambda\mu}^{\dagger} \right] \right\rangle_{gs} = \hbar\omega_n \Gamma_{n\lambda\mu}^{\dagger} \quad (3.9)$$

donde el $\langle \rangle_{gs}$ indica que las *Resonancias Multipolares Gigantes* son construidas sobre el estado fundamental

$$\begin{aligned}
\langle [\mathcal{H}_{sp} + \mathcal{H}(\lambda), \Gamma_{n\lambda\mu}^\dagger] \rangle_{gs} &= \sum_{p,k,i} \varepsilon_{ki}^p \left[\chi_{ki}^{(n)p} \beta_p^\dagger(k, i; \lambda\mu) + (-)^{\lambda-\mu} \gamma_{ki}^{(n)p} \beta_p(k, i; \lambda - \mu) \right] + \\
&+ \left(\frac{k_0+k_1+2k'}{\lambda} \right) \mathcal{Q}_{\lambda\mu}^\nu \sum_{k,i \in \nu} \mathcal{M}^\nu(k, i; \lambda) \left[\chi_{ki}^{(n)\nu} + \gamma_{ki}^{(n)\nu} \right] + \\
&+ \left(\frac{k_0+k_1-2k'}{\lambda} \right) \mathcal{Q}_{\lambda\mu}^\pi \sum_{k,i \in \pi} \mathcal{M}^\pi(k, i; \lambda) \left[\chi_{ki}^{(n)\pi} + \gamma_{ki}^{(n)\pi} \right] + \\
&+ \left(\frac{k_0-k_1}{\lambda} \right) \mathcal{Q}_{\lambda\mu}^\nu \sum_{k,i \in \pi} \mathcal{M}^\pi(k, i; \lambda) \left[\chi_{ki}^{(n)\pi} + \gamma_{ki}^{(n)\pi} \right] + \\
&+ \left(\frac{k_0-k_1}{\lambda} \right) \mathcal{Q}_{\lambda\mu}^\pi \sum_{k,i \in \nu} \mathcal{M}^\nu(k, i; \lambda) \left[\chi_{ki}^{(n)\nu} + \gamma_{ki}^{(n)\nu} \right] \\
&= \hbar\omega_n \Gamma_{n\lambda\mu}^\dagger
\end{aligned} \tag{3.10}$$

donde $\varepsilon_{ki}^p = \varepsilon_k^p - \varepsilon_i^p$, resolviendo para cada particular excitación de partícula-agujero de neutrones y protones obtenemos

$$\begin{aligned}
\chi_{ki}^{(n)\nu} &= \left\{ \left(\frac{k_0+k_1+2k'}{\lambda^2} \right) \mathcal{M}^\nu(k, i; \lambda) \sum_{k_1, i_1 \in \nu} \mathcal{M}^\nu(k_1, i_1; \lambda) \left[\chi_{k_1 i_1}^{(n)\nu} + \gamma_{k_1 i_1}^{(n)\nu} \right] \right. \\
&\quad \left. + \left(\frac{k_0-k_1}{\lambda^2} \right) \mathcal{M}^\nu(k, i; \lambda) \sum_{k_1, i_1 \in \pi} \mathcal{M}^\pi(k_1, i_1; \lambda) \left[\chi_{k_1 i_1}^{(n)\pi} + \gamma_{k_1 i_1}^{(n)\pi} \right] \right\} \frac{1}{\varepsilon_{ki}^\nu - \hbar\omega_n} \\
\gamma_{ki}^{(n)\nu} &= \left\{ \left(\frac{k_0+k_1+2k'}{\lambda^2} \right) \mathcal{M}^\nu(k, i; \lambda) \sum_{k_1, i_1 \in \nu} \mathcal{M}^\nu(k_1, i_1; \lambda) \left[\chi_{k_1 i_1}^{(n)\nu} + \gamma_{k_1 i_1}^{(n)\nu} \right] \right. \\
&\quad \left. + \left(\frac{k_0-k_1}{\lambda^2} \right) \mathcal{M}^\nu(k, i; \lambda) \sum_{k_1, i_1 \in \pi} \mathcal{M}^\pi(k_1, i_1; \lambda) \left[\chi_{k_1 i_1}^{(n)\pi} + \gamma_{k_1 i_1}^{(n)\pi} \right] \right\} \frac{1}{\varepsilon_{ki}^\nu + \hbar\omega_n} \\
\chi_{ki}^{(n)\pi} &= \left\{ \left(\frac{k_0+k_1-2k'}{\lambda^2} \right) \mathcal{M}^\pi(k, i; \lambda) \sum_{k_1, i_1 \in \pi} \mathcal{M}^\pi(k_1, i_1; \lambda) \left[\chi_{k_1 i_1}^{(n)\pi} + \gamma_{k_1 i_1}^{(n)\pi} \right] \right. \\
&\quad \left. + \left(\frac{k_0-k_1}{\lambda^2} \right) \mathcal{M}^\pi(k, i; \lambda) \sum_{k_1, i_1 \in \nu} \mathcal{M}^\nu(k_1, i_1; \lambda) \left[\chi_{k_1 i_1}^{(n)\nu} + \gamma_{k_1 i_1}^{(n)\nu} \right] \right\} \frac{1}{\varepsilon_{ki}^\pi - \hbar\omega_n}
\end{aligned} \tag{3.11}$$

$$\gamma_{ki}^{(n)\pi} = \left\{ \left(\frac{k_0+k_1-2k'}{\lambda^2} \right) \mathcal{M}^\pi(k, i; \lambda) \sum_{k_1, i_1 \in \pi} \mathcal{M}^\pi(k_1, i_1; \lambda) [\chi_{k_1 i_1}^{(n)\pi} + \gamma_{k_1 i_1}^{(n)\pi}] \right. \\ \left. + \left(\frac{k_0-k_1}{\lambda^2} \right) \mathcal{M}^\pi(k, i; \lambda) \sum_{k_1, i_1 \in \nu} \mathcal{M}^\nu(k_1, i_1; \lambda) [\chi_{k_1 i_1}^{(n)\nu} + \gamma_{k_1 i_1}^{(n)\nu}] \right\} \frac{1}{\varepsilon_{ki}^\pi + \hbar\omega_n}$$

definiendo las siguientes variables

$$\mathfrak{S}_n^\nu \Lambda_n^\nu = \sum_{k, i \in \nu} \mathcal{M}^\nu(k, i; \lambda) [\chi_{ki}^{(n)\nu} + \gamma_{ki}^{(n)\nu}] \quad (3.12)$$

$$\mathfrak{S}_n^\pi \Lambda_n^\pi = \sum_{k, i \in \pi} \mathcal{M}^\pi(k, i; \lambda) [\chi_{ki}^{(n)\pi} + \gamma_{ki}^{(n)\pi}]$$

$$\mathfrak{S}_n^p = \sum_{k, i \in p} \mathcal{M}^p(k, i; \lambda)^2 \left[\frac{1}{\varepsilon_{ki}^p - \hbar\omega_n} + \frac{1}{\varepsilon_{ki}^p + \hbar\omega_n} \right]$$

y utilizando las ec.(3.11) se pueden obtener las siguientes relaciones

$$\Lambda_n^\nu = \left(\frac{k_0+k_1+2k'}{\lambda^2} \right) \mathfrak{S}_n^\nu \Lambda_n^\nu + \left(\frac{k_0-k_1}{\lambda^2} \right) \mathfrak{S}_n^\pi \Lambda_n^\pi \quad (3.13)$$

$$\Lambda_n^\pi = \left(\frac{k_0+k_1-2k'}{\lambda^2} \right) \mathfrak{S}_n^\pi \Lambda_n^\pi + \left(\frac{k_0-k_1}{\lambda^2} \right) \mathfrak{S}_n^\nu \Lambda_n^\nu$$

lo que lleva a la ecuación de dispersión.

$$\frac{\Lambda_n^\pi}{\Lambda_n^\nu} = \frac{\hat{\lambda}^2 - (k_0 + k_1 + 2k') \mathfrak{S}_n^\nu}{(k_0 - k_1) \mathfrak{S}_n^\pi} \quad (3.14)$$

De esta ecuación se obtienen las energías ω_n de la n -ésima raíz colectiva. Usando las definiciones anteriores se hallan las amplitudes que definen los bosones [ec.(3.8)]

$$\chi_{ki}^{(n)\nu} = \frac{\Lambda_n^\nu \mathcal{M}^\nu(k, i; \lambda)}{\varepsilon_{ki}^\nu - \hbar\omega_n}, \quad \gamma_{ki}^{(n)\nu} = \frac{\Lambda_n^\nu \mathcal{M}^\nu(k, i; \lambda)}{\varepsilon_{ki}^\nu + \hbar\omega_n} \quad (3.15)$$

$$\chi_{ki}^{(n)\pi} = \frac{\Lambda_n^\pi \mathcal{M}^\pi(k, i; \lambda)}{\varepsilon_{ki}^\pi - \hbar\omega_n}, \quad \gamma_{ki}^{(n)\pi} = \frac{\Lambda_n^\pi \mathcal{M}^\pi(k, i; \lambda)}{\varepsilon_{ki}^\pi + \hbar\omega_n}$$

utilizando la relación de normalización del bosón y las amplitudes que definen el bosón

$$\sum_{k,i \in p} \left[\chi_{ki}^{(n)\nu} \chi_{ki}^{(n_1)\nu} - \gamma_{ki}^{(n)\nu} \gamma_{ki}^{(n_1)\nu} + \chi_{ki}^{(n)\pi} \chi_{ki}^{(n_1)\pi} - \gamma_{ki}^{(n)\pi} \gamma_{ki}^{(n_1)\pi} \right] = \delta_{nn_1} \quad (3.16)$$

entonces se llega a una expresión explícita para el factor Λ_n^ν .

$$\begin{aligned} \Lambda_n^{\nu-2} &= \sum_{k,i \in \nu} \mathcal{M}^\nu(k, i; \lambda)^2 \left[\frac{1}{(\epsilon_{ki}^\nu - \hbar\omega_n)^2} - \frac{1}{(\epsilon_{ki}^\nu + \hbar\omega_n)^2} \right] \\ &+ \sum_{k,i \in \pi} \mathcal{M}^\pi(k, i; \lambda)^2 \left[\frac{\hat{\lambda}^2 - (k_0 + k_1 + 2k') \mathfrak{G}_n^\nu}{(k_0 - k_1) \mathfrak{G}_n^\pi} \right]^2 \left[\frac{1}{(\epsilon_{ki}^\pi - \hbar\omega_n)^2} - \frac{1}{(\epsilon_{ki}^\pi + \hbar\omega_n)^2} \right] \end{aligned} \quad (3.17)$$

Para el caso en que $N=Z$, asumiendo que los niveles de partícula independiente de neutrones y protones coinciden, se observa que $\mathfrak{G}_n^\pi = \mathfrak{G}_n^\nu$, $k_0 = k_1$ [ec.(3.12) y ec.(3.13)], por ende $k' = 0$ con lo cual no existe fuerza actuando entre neutrones y protones, esto se ve reflejado en la ec.(3.4), y se obtiene la bien conocida ecuación de dispersión.

$$\frac{1}{k_0} = \frac{1}{k_1} = \mathfrak{G}_n^\pi + \mathfrak{G}_n^\nu = \sum_{p,k,i} \mathcal{M}^p(k, i; \lambda)^2 \left[\frac{1}{\epsilon_{ki}^p - \hbar\omega_n} + \frac{1}{\epsilon_{ki}^p + \hbar\omega_n} \right] \quad (3.18)$$

Esta ecuación muestra que los dos modos colectivos isoescalar ($\tau = 0$) e isovectorial ($\tau = 1$) son independientes uno del otro en ausencia de exceso de neutrones. Por lo tanto, la solución para cada raíz lleva al isospin como buen número cuántico, además implica despreciar términos proporcionales a $\frac{T_2}{A}$ o sea términos proporcionales a k' .

Cuando existe un exceso de neutrones, los modos isoescalar ($\tau = 0$) e isovectorial ($\tau = 1$) están acoplados, esto se refleja en el último término de la ec.(3.2). Si uno permite valores de k' pequeños, se puede hacer un desarrollo en término de $\frac{T_2}{A}$, entonces las autofunciones de $\mathcal{H}(\lambda)$ estarán caracterizadas por el isospin aunque en este caso se conserva sólo aproximadamente.

El hamiltoniano de acoplamiento entre partículas y bosones^{[11][21]} se obtiene del hamiltoniano $\mathcal{H}(\lambda)$ [ec.(3.2)] expresando uno de los dos operadores multipolares en término de las variables colectivas, generando sólo términos lineales en las variables fermiónicas y bosónicas

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{p-\nu}(\lambda) &= \sum_{\mu,\tau} -\frac{k_\tau}{2} \left[(q_{\lambda\mu}(\tau))_{coll} q_{\lambda\mu}^\dagger(\tau) + q_{\lambda\mu}(\tau) (q_{\lambda\mu}^\dagger(\tau))_{coll} \right] \\ &- \frac{k'}{2} \sum_{\mu,\tau} \left[(q_{\lambda\mu}(\tau))_{coll} q_{\lambda\mu}^\dagger(1-\tau) + q_{\lambda\mu}(\tau) (q_{\lambda\mu}^\dagger(1-\tau))_{coll} \right] \end{aligned} \quad (3.19)$$

donde la suma es sobre ambos modos vibracionales y $q_{\lambda\mu}(\tau)$ tiene la misma expresión formal que en la ec.(3.3)

$$(q_{\lambda\mu}(\tau))_{coll} = (\mathcal{Q}_{\lambda\mu}^v)_{coll} + (1 - 2\tau) (\mathcal{Q}_{\lambda\mu}^p)_{coll} \quad (3.20)$$

y el operador $(\mathcal{Q}_{\lambda\mu}^p)_{coll}$ se expresa como

$$(\mathcal{Q}_{\lambda\mu}^p)_{coll} = \sum_n \mathfrak{S}_n^p \Lambda_n^p [\Gamma_{n\lambda\mu}^\dagger + (-)^{\lambda-\mu} \Gamma_{n\lambda-\mu}] \quad (3.21)$$

despreciando términos en $(\frac{T_i}{A})^2$ se puede ver que el hamiltoniano de interacción entre partículas y vibradores^{[11][21]} queda

$$\mathcal{H}_{p-v}(\lambda) = - \sum_{n,p,\mu} \Lambda_n^p \mathcal{Q}_{\lambda\mu}^p [\Gamma_{n\lambda\mu}^\dagger + (-)^{\lambda-\mu} \Gamma_{n\lambda-\mu}] \quad (3.22)$$

imponiendo la condición $[\beta_p(k, i; \lambda\mu), \Gamma_{n\lambda\mu}^\dagger] = 0$, tratamos a los grados de libertad de partículas y los colectivos como si fueran independientes uno del otro. Del \mathcal{H}_{p-v} se pueden derivar las expresiones para los vértices diagramáticos que acoplan partículas y vibradores, observando que los factores Λ_n^p son la intensidad de dicho acoplamiento. El correspondiente elemento de matriz entre el estado fundamental y un estado de un bosón es igual a (fig.3.1a)

$$\langle n\lambda\mu | \mathcal{Q}_{\lambda\mu}^p | 0 \rangle = \mathfrak{S}_n^p \Lambda_n^p \quad (3.23)$$

donde $|n\lambda\mu\rangle$ indica la n -ésima raíz de la RPA, $|0\rangle$ el estado fundamental, y todos los posibles vértices de acoplamiento entre el estado colectivo y el campo fermiónico son (fig.3.1b)

$$\begin{aligned} \langle \Gamma_{n\lambda\mu}^\dagger | \mathcal{H}_{p-v}(\lambda) | \beta_p^\dagger(k, i; \lambda\mu) \rangle_{gs} &= -\Lambda_n^p \mathcal{M}^p(k, i; \lambda) \\ \langle 0 | \mathcal{H}_{p-v}(\lambda) | \Gamma_{n\lambda\mu}^\dagger, \beta_p^\dagger(k, i; \lambda\mu) \rangle_{gs} &= -\sqrt{2\lambda+1} \Lambda_n^p \mathcal{M}^p(k, i; \lambda) \end{aligned} \quad (3.24)$$

$$\langle a_{i_1} | \mathcal{H}_{p-v}(\lambda) | \Gamma_{n\lambda\mu}^\dagger, a_{i_2} \rangle_{gs} = \sqrt{\frac{2\lambda+1}{2i_1+1}} \Lambda_n^p \mathcal{M}^p(i_1, i_2; \lambda)$$

$$\langle a_{k_1}^\dagger | \mathcal{H}_{p-v}(\lambda) | \Gamma_{n\lambda\mu}^\dagger, a_{k_2}^\dagger \rangle_{gs} = \sqrt{\frac{2\lambda+1}{2k_1+1}} \Lambda_n^p \mathcal{M}^p(k_1, k_2; \lambda)$$

no existe acoplamientos entre dos estados colectivos pues la raíces de la RPA son ortogonales entre si.

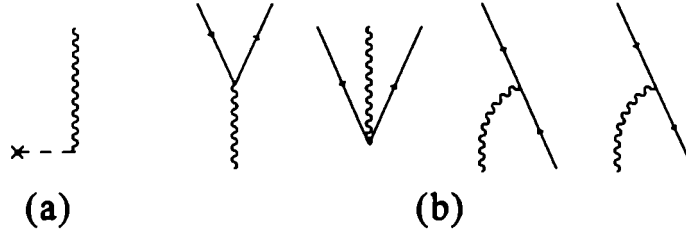


Figura 3.1:

3.1.2 Solución de la RPA a Temperatura Finita

La extensión de la fuerza isoescalar-isovectorial a temperatura finita para tratar núcleos normales altamente excitados requiere la suposición de reemplazar un sistema individual, cada uno en un estado de definida energía de excitación y definido número de partícula, por el conjunto gran canónico del núcleo. La temperatura y el potencial químico determinan la energía y el número de partículas promedio del sistema. Partiendo del mismo $\mathcal{H}(\lambda)$ [ec.(3.4)] y análogamente a lo hecho a $T=0$, para calcular los estados colectivos, sólo que a temperatura finita se requiere redefinir los operadores multipolares de neutrones y protones para permitir excitaciones de partícula-partícula y agujero-agujero² que el caso $T=0$ no contempla

$$Q_{\lambda\mu}^p = \frac{(-1)}{\lambda} \sum_{j_1 \geq j_2} \mathcal{M}^p(j_1, j_2; \lambda) \left[\beta_p^\dagger(j_1, j_2; \lambda\mu) + (-)^{\lambda-\mu} \beta_p(j_1, j_2; \lambda - \mu) \right] \quad (3.25)$$

y definimos el operador de creación de un bosón como

$$\Gamma_{n\lambda\mu}^\dagger = \sum_{p, j_1 \geq j_2} \chi_{j_1 j_2}^{(n)p} \beta_p^\dagger(j_1, j_2; \lambda\mu) - (-)^{\lambda-\mu} \gamma_{j_1 j_2}^{(n)p} \beta_p(j_1, j_2; \lambda - \mu) \quad (3.26)$$

donde el índice n indica el número de raíz. La diagonalización del hamiltoniano en la aproximación lineal (RPA) se logra con tal de pedir

$$\left\langle \left[\mathcal{H}_{sp} + \mathcal{H}(\lambda), \Gamma_{n\lambda\mu}^\dagger \right] \right\rangle_{ex} = \hbar\omega_n \Gamma_{n\lambda\mu}^\dagger \quad (3.27)$$

donde el $\langle \rangle_{ex}$ indica que las *Resonancias Multipolares Gigantes*, en este caso, son construidas a partir de valores promedios en el conjunto gran canónico. Para dicho cálculo, es necesario calcular el promedio en el conjunto gran canónico de un par de operadores de creación y destrucción, observando que

²Definimos excitaciones de partícula-partícula como las excitaciones de partícula-agujero que están por arriba del nivel de Fermi, y las de agujero-agujero cuando están por debajo del nivel de Fermi.

$$\left. \begin{aligned} \langle a_{\alpha}^{\dagger} a_{\beta} \rangle &= n_{\alpha} \delta_{\alpha\beta} \\ \langle a_{\alpha} a_{\beta}^{\dagger} \rangle &= (1 - n_{\alpha}) \delta_{\alpha\beta} \end{aligned} \right\} \text{ con } n_{\alpha} = \frac{1}{\exp[\beta(\epsilon_{\alpha} - \mu)] + 1} \quad (3.28)$$

donde μ es el potencial químico, se define $\beta = 1/k_B T$ (T es la temperatura) y siendo n_{α} el número de ocupación térmica que es determinado explícitamente a través de la minimización del gran potencial termodinámico (Capítulo 2). Análogamente a lo hecho a $T = 0$ se obtienen las distintas amplitudes que definen el bosón de la RPA [ec.(3.26)]

$$\begin{aligned} \chi_{j_3 j_4}^{(n)\nu} &= \left\{ \left(\frac{k_0 + k_1 + 2k'}{\lambda^2} \right) \mathcal{M}^{\nu}(j_3, j_4; \lambda) \sum_{j_1 \geq j_2 \in \nu} (n_{j_2} - n_{j_1}) \mathcal{M}^{\nu}(j_1, j_2; \lambda) [\chi_{j_1 j_2}^{(n)\nu} + \gamma_{j_1 j_2}^{(n)\nu}] \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{k_0 - k_1}{\lambda^2} \right) \mathcal{M}^{\nu}(j_3, j_4; \lambda) \sum_{j_1 \geq j_2 \in \pi} (n_{j_2} - n_{j_1}) \mathcal{M}^{\pi}(j_1, j_2; \lambda) [\chi_{j_1 j_2}^{(n)\pi} + \gamma_{j_1 j_2}^{(n)\pi}] \right\} \frac{1}{\epsilon_{j_3 j_4}^{\nu} - \hbar\omega_n} \\ \gamma_{j_3 j_4}^{(n)\nu} &= \left\{ \left(\frac{k_0 + k_1 + 2k'}{\lambda^2} \right) \mathcal{M}^{\nu}(j_3, j_4; \lambda) \sum_{j_1 \geq j_2 \in \nu} (n_{j_2} - n_{j_1}) \mathcal{M}^{\nu}(j_1, j_2; \lambda) [\chi_{j_1 j_2}^{(n)\nu} + \gamma_{j_1 j_2}^{(n)\nu}] \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{k_0 - k_1}{\lambda^2} \right) \mathcal{M}^{\nu}(j_3, j_4; \lambda) \sum_{j_1 \geq j_2 \in \pi} (n_{j_2} - n_{j_1}) \mathcal{M}^{\pi}(j_1, j_2; \lambda) [\chi_{j_1 j_2}^{(n)\pi} + \gamma_{j_1 j_2}^{(n)\pi}] \right\} \frac{1}{\epsilon_{j_3 j_4}^{\nu} + \hbar\omega_n} \end{aligned} \quad (3.29)$$

$$\begin{aligned} \chi_{j_3 j_4}^{(n)\pi} &= \left\{ \left(\frac{k_0 + k_1 - 2k'}{\lambda^2} \right) \mathcal{M}^{\pi}(j_3, j_4; \lambda) \sum_{j_1 \geq j_2 \in \pi} (n_{j_2} - n_{j_1}) \mathcal{M}^{\pi}(j_1, j_2; \lambda) [\chi_{j_1 j_2}^{(n)\pi} + \gamma_{j_1 j_2}^{(n)\pi}] \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{k_0 - k_1}{\lambda^2} \right) \mathcal{M}^{\pi}(j_3, j_4; \lambda) \sum_{j_1 \geq j_2 \in \nu} (n_{j_2} - n_{j_1}) \mathcal{M}^{\nu}(j_1, j_2; \lambda) [\chi_{j_1 j_2}^{(n)\nu} + \gamma_{j_1 j_2}^{(n)\nu}] \right\} \frac{1}{\epsilon_{j_3 j_4}^{\pi} - \hbar\omega_n} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \gamma_{j_3 j_4}^{(n)\pi} &= \left\{ \left(\frac{k_0 + k_1 - 2k'}{\lambda^2} \right) \mathcal{M}^{\pi}(j_3, j_4; \lambda) \sum_{j_1 \geq j_2 \in \pi} (n_{j_2} - n_{j_1}) \mathcal{M}^{\pi}(j_1, j_2; \lambda) [\chi_{j_1 j_2}^{(n)\pi} + \gamma_{j_1 j_2}^{(n)\pi}] \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{k_0 - k_1}{\lambda^2} \right) \mathcal{M}^{\pi}(j_3, j_4; \lambda) \sum_{j_1 \geq j_2 \in \nu} (n_{j_2} - n_{j_1}) \mathcal{M}^{\nu}(j_1, j_2; \lambda) [\chi_{j_1 j_2}^{(n)\nu} + \gamma_{j_1 j_2}^{(n)\nu}] \right\} \frac{1}{\epsilon_{j_3 j_4}^{\pi} + \hbar\omega_n} \end{aligned}$$

donde se observa la presencia de números de ocupación para los distintos niveles, lo que implica excitaciones de partícula-partícula y agujero-agujero. Análogamente al caso $T = 0$ se definen las siguientes variables

$$\begin{aligned}\mathfrak{S}_n^\nu \Lambda_n^\nu &= \sum_{j_1 \geq j_2 \in \nu} (n_{j_2} - n_{j_1}) \mathcal{M}^\nu(j_1, j_2; \lambda) \left[\chi_{j_1 j_2}^{(n)\nu} + \gamma_{j_1 j_2}^{(n)\nu} \right] \\ \mathfrak{S}_n^\pi \Lambda_n^\pi &= \sum_{j_1 \geq j_2 \in \pi} (n_{j_2} - n_{j_1}) \mathcal{M}^\pi(j_1, j_2; \lambda) \left[\chi_{j_1 j_2}^{(n)\pi} + \gamma_{j_1 j_2}^{(n)\pi} \right]\end{aligned}\quad (3.30)$$

$$\mathfrak{S}_n^p = \sum_{j_1 \geq j_2 \in p} (n_{j_2} - n_{j_1}) \mathcal{M}^p(j_1, j_2; \lambda)^2 \left[\frac{1}{\varepsilon_{j_1 j_2}^p - \hbar\omega_n} + \frac{1}{\varepsilon_{j_1 j_2}^p + \hbar\omega_n} \right]$$

con estas definiciones se obtienen las mismas relaciones [ec.(3.13)] que en el caso $T = 0$ y la misma ecuación de dispersión [ec.(3.14)]

$$\frac{\Lambda_n^\pi}{\Lambda_n^\nu} = \frac{\hat{\lambda}^2 - (k_0 + k_1 + 2k') \mathfrak{S}_n^\nu}{(k_0 - k_1) \mathfrak{S}_n^\pi}\quad (3.31)$$

$$\begin{aligned}\chi_{j_1 j_2}^{(n)\nu} &= \frac{\Lambda_n^\nu \mathcal{M}^\nu(j_1, j_2; \lambda)}{\varepsilon_{j_1 j_2}^\nu - \hbar\omega_n}, & \gamma_{j_1 j_2}^{(n)\nu} &= \frac{\Lambda_n^\nu \mathcal{M}^\nu(j_1, j_2; \lambda)}{\varepsilon_{j_1 j_2}^\nu + \hbar\omega_n} \\ \chi_{j_1 j_2}^{(n)\pi} &= \frac{\Lambda_n^\pi \mathcal{M}^\pi(j_1, j_2; \lambda)}{\varepsilon_{j_1 j_2}^\pi - \hbar\omega_n}, & \gamma_{j_1 j_2}^{(n)\pi} &= \frac{\Lambda_n^\pi \mathcal{M}^\pi(j_1, j_2; \lambda)}{\varepsilon_{j_1 j_2}^\pi + \hbar\omega_n}\end{aligned}\quad (3.32)$$

utilizando la relación de normalización del bosón

$$\sum_{j_1 \geq j_2 \in p} (n_{j_2} - n_{j_1}) \left[\chi_{j_1 j_2}^{(n)\nu} \chi_{j_1 j_2}^{(n_1)\nu} - \gamma_{j_1 j_2}^{(n)\nu} \gamma_{j_1 j_2}^{(n_1)\nu} + \chi_{j_1 j_2}^{(n)\pi} \chi_{j_1 j_2}^{(n_1)\pi} - \gamma_{j_1 j_2}^{(n)\pi} \gamma_{j_1 j_2}^{(n_1)\pi} \right] = \delta_{nn_1}\quad (3.33)$$

entonces llegamos a una expresión explícita para la intensidad del acoplamiento partícula-bosón similar al caso $T = 0$, salvo que la suma no está restringida a niveles de partícula-agujero sino que debe sumarse sobre todos los niveles.

$$\begin{aligned}\Lambda_n^{\nu-2} &= \sum_{j_1 \geq j_2 \in \nu} (n_{j_2} - n_{j_1}) \mathcal{M}^\nu(j_1, j_2; \lambda)^2 \left[\frac{1}{(\varepsilon_{j_1 j_2}^\nu - \hbar\omega_n)^2} - \frac{1}{(\varepsilon_{j_1 j_2}^\nu + \hbar\omega_n)^2} \right] + \\ &\sum_{j_1 \geq j_2 \in \pi} (n_{j_2} - n_{j_1}) \mathcal{M}^\pi(j_1, j_2; \lambda)^2 \left[\frac{\hat{\lambda}^2 - (k_0 + k_1 + 2k') \mathfrak{S}_n^\nu}{(k_0 - k_1) \mathfrak{S}_n^\pi} \right]^2 \left[\frac{1}{(\varepsilon_{j_1 j_2}^\pi - \hbar\omega_n)^2} - \frac{1}{(\varepsilon_{j_1 j_2}^\pi + \hbar\omega_n)^2} \right]\end{aligned}\quad (3.34)$$

El hamiltoniano de acoplamiento entre partícula y bosones se halla en forma analoga al caso $T = 0$, dando formalmente los mismos elementos de matriz entre el estado fundamental y un bosón, los mismos vértices de acoplamiento entre el estado colectivo y el campo fermiónico, etc.

Capítulo 4

Ancho de Dispersión de las Resonancias Multipolares Gigantes

4.1 Ancho de Dispersión a Temperatura Cero

En experimentos de transferencia de una partícula, lo que se observa es un fuerte pico en el estado de partícula independiente y picos más pequeños asociados a estados del mismo spin y paridad, formando una distribución de transferencia de intensidad de partícula independiente que no tiene la forma de una función tipo delta sino, más bien, forma una distribución extendida. El centroide de esta distribución de intensidad se calcula en término de un potencial promedio de un cuerpo (HF), mientras que el cálculo de su ancho no es posible obtenerlo via campo medio y requiere introducir mezcla con configuraciones más complicadas.

Algo similar sucede en experimentos de fotoabsorción, dispersión inelástica de α , ^3He y protones que excitan estados colectivos, el centroide de la distribución de intensidad, o lo que es lo mismo la energía del correspondiente estado colectivo puede ser obtenida por medio de la aproximación de la RPA. Estos cálculos reproducen exitosamente los datos experimentales, mientras que el ancho de la distribución esta más allá de la RPA pues requiere la mezcla con estados más complejos.

En general, la respuesta a un campo externo genera una distribución con un pico¹ resonante en alguna región de la energía de excitación donde existe una alta densidad de niveles. El carácter del campo externo determina la clase de vibración excitada. El campo externo puede tener una dependencia en el spin o isospin de los nucleones, como también una dependencia espacial. Una importante herramienta para interpretar la distribución de intensidad es la Regla de Suma de Energía^[16], pues un pico en la distribución de intensidad puede ser considerado una *Resonancia Multipolar Gigante* si

¹Los núcleos deformados presentan dos picos resonantes, asociados a los dos frecuencias diferentes que existe.

exhibe la mayor parte de la Regla de Suma de Energía para operadores multipolares eléctricos o magnéticos.

Desde el punto de vista macroscópico las *Resonancias Multipolares Gigantes*, que son pensadas como vibraciones de la superficie nuclear, tienen distinta naturaleza y pueden ser clasificadas según su multipolaridad, por si involucran el espín de los nucleones (*Resonancia Gigante de Gamow-Teller*, $S=1$) o no ($S=0$), y por si los neutrones y protones oscilan en fase (modo isoescalar, $T=0$) o fuera de fase (modo isovectorial, $T=1$), por ejemplo: la *Resonancia Monopolar Gigante* isoescalar está relacionada con el modo de compresión del núcleo, los movimientos de los protones y neutrones son radiales, en fase y la frecuencia depende de la compresibilidad del núcleo. La distribución angular de esta resonancia, en dispersión inelástica, tiene un máximo pronunciado a ángulos pequeños y es visible en núcleos más pesados que el ^{40}Ca . La *Resonancia Dipolar Gigante* isovectorial, la primera que fue descubierta y una de las más estudiada de las *Resonancias Multipolares Gigantes*, es la oscilación en contrafase de los neutrones contra los protones y está generada por un campo dipolar isovectorial. Es visible en núcleos tan livianos como el ^4He hasta tan pesados como el ^{208}Pb . La *Resonancia Cuadrupolar Gigante* isoescalar es una vibración en la cual los neutrones y protones se mueven en fase, es una oscilación con forma elipsoidal, no puede ser excitada por rayos γ , se observa desde el ^{12}O hasta el ^{238}U y está a una energía similar a la *Resonancia Monopolar Gigante*. La *Resonancia Octupolar Gigante* se encuentra a energía más alta que las otras vibraciones y su ancho es considerablemente más grande, etc. En general, la dispersión de partículas inducen vibraciones más complejas que la dispersión de rayos γ , puesto que el campo eléctrico del fotón sólo actúa en los protones y en una sola dirección.

Desde el punto de vista microscópico, estas vibraciones son pensadas como la promoción de nucleones a capas desocupadas que son descritas como una suma coherente de excitaciones de partícula-agujero, no existiendo diferencias principales entre las distintas *Resonancias Multipolares Gigantes*, diferenciándose una de las otras por las reglas de selección.

La teoría de campo medio (RPA), la cual es la base del cálculo microscópico, puede explicar dos características de la distribución de intensidad, el centroide y su intensidad total. Pero es incapaz de explicar el ancho de la distribución de intensidad; éste tiene tres fuentes:

- La atenuación de Landau en un núcleo finito, o lo que es lo mismo la fragmentación de la resonancia sobre la configuración de la RPA.
- El ancho de dispersión, que está relacionado al segundo momento $\mu_\lambda^{(2)}$ de la distribución de intensidad^[38] se origina del acoplamiento de un estado de la RPA a configuraciones cercanas más complejas, principalmente a estados de 2partículas-2agujeros, en una región donde existe una alta densidad de niveles. Está relacionado macroscópicamente con la viscosidad nuclear.
- El ancho de escape, que está relacionado a la emisión directa de partículas y que frecuentemente está asociado a la porción de la *Resonancia Multipolar Gigante* que tiene una partícula (del par de partícula-agujero) en el continuo^{[35][51][53][56][73]}.

El Modelo de la Función Intensidad (Sección 6.3), dentro del contexto de la RPA, permite calcular la atenuación de Landau^{[15][71][74]}. Sin embargo, ésta no explica el ancho total experimental de la distribución de intensidad, pues su contribución al ensanchamiento es pequeña^{[29][70]}.

Se observa experimentalmente, que en núcleos livianos el ancho de la distribución de intensidad es considerablemente más grande que en núcleos intermedios y pesados (ver tabla 4.1). Esto se debe a que el ancho de escape es importante para núcleos livianos, donde las barreras coulombianas y centrífugas son bajas, y es pequeño para núcleos intermedios y pesados. En éstos núcleos la emisión de partículas es principalmente de neutrones ya que no sufren la barrera coulombiana. Aplicando el formalismo de la función de Green en la representación de coordenadas^{[61][65]}, que permite tener en cuenta el estado de partícula independiente del continuo, se puede estudiar como son pobladas (preferentemente los estados de agujero) las configuraciones de los núcleos hijos y se observa lo anteriormente dicho. Por lo tanto, el ancho de dispersión es el que prevalece para núcleos intermedios y pesados, y el decaimiento de este estado colectivo en otras configuraciones nucleares más complicadas, que aparecen a esa energía de excitación, esta más allá del cálculo de campo medio pues involucran mezcla con estados de 2partículas-2agujeros, 3partículas-3agujeros, etc.

Vibraciones Multipolares	Núcleos Livianos (Mev)	Núcleos Pesados (Mev)
Monopolar		3
Dipolar	7	4
Cuadrupolar	8	2.5
Octupolar	10	5

Tabla 4.1: Ancho total aproximado de las *Resonancias Multipolares Gigantes*

Para describir el ancho de dispersión, en ambas clases de excitaciones (de partícula y colectiva), se han hecho varias aproximaciones teóricas resumidas en la ref.[15] y referencias allí citadas. En general, en la estructura de estos cálculos los modos elementales^[17] están inmersos en un espectro complejo y se mezclan con estados cercanos más complicados llamados *estados intermedios*. En algunos de estos modelos, los *estados intermedios* están contruidos con configuraciones puras de 2partículas-2agujeros^{[2][62][63]}, en otros lo están con un estado puro de partícula-agujero y con un bosón colectivo^{[14][15][23]}, o con dos bosones colectivos^[66]. La mezcla de los modos elementales con los *estados intermedios* no cambian las propiedades promedios de los modos, y lo que genera es una redistribución de la intensidad sin modificar el centroide de la distribución.

Estas ideas fueron usadas dentro del método consistente de la función de Green^[53] y en un modelo que utiliza Teoría Nuclear de Campo (NFT)^[23]. Este modelo subestima el ancho de dispersión en un factor de 2 como fue indicado en la ref.[15].

En estos modelos se observan grandes cancelaciones cuando se hace el cálculo diagramático, esto se debe a que las partículas y los agujeros se acoplan con distinto signo a los grados de libertad colectivos. Esto no sucede en el modelo independiente^[37] que presupone que las partículas y agujeros decaen independientemente, pues desprecia la coherencia del estado colectivo.

En este capítulo desarrollamos un método para calcular el ancho de dispersión (o segundo momento de la distribución de intensidad) basado en la evolución temporal de los grados de libertad colectivos (Sección 2.1.3), lo cual nos lleva a una simple expansión diagramática^[41]. Demostramos que el ancho de dispersión se puede expresar en término de un elemento de matriz efectivo que conecta el estado de un bosón con estados de dos bosones, como fue sugerido por Brown y otros^[30], a primer orden no nulo en la expansión perturbativa.

Nuestro método incluye (a diferencia de la ref.[23]) *estados intermedios* de todas las configuraciones descritas previamente, es decir: de 2partículas-2agujeros puros, las de 1partícula-1agujero y un bosón colectivo, y las de dos bosones colectivos. Utilizamos a la NFT (Capítulo 3) para clasificar los procesos involucrados, que permite un desarrollo perturbativo en una base sobrecompleta y asegura la exactitud del cálculo al orden deseado.

Observamos que los diagramas relevantes para el cálculo del ancho de dispersión son aquellos que tienen dos interacciones de dispersión que cambian el número de bosones o de pares de partícula-agujero en uno respecto del estado inicial o final. Estos vértices deben actuar entre la aniquilación del bosón inicial y la creación del bosón final.

En la próxima sección se mostrará cuales son los procesos relevantes para el cálculo de los distintos momentos de la distribución de intensidad. Después, en las subsecciones siguientes se realizará el cálculo del ancho de dispersión, en el modelo de Lipkin, cuando las *Resonancias Multipolares Gigantes* son construidas tanto en la aproximación de la TDA como en la de RPA.

4.1.1 Momentos de la Distribución de Intensidad

El cálculo de los distintos momentos de la distribución de intensidad de partícula independiente o colectiva da información de los procesos que están involucrados. En particular, el 1^{er} y 2^{do} momentos son útiles pues dan información del centroide y del ancho de la distribución respectivamente, cuando la base es completa.

Para analizar los distintos momentos definimos el hamiltoniano \mathcal{H} cuyos elementos de matriz son h_{ij} y siendo U la matriz unitaria que lleva a \mathcal{H} a su forma diagonal con autovalores E . La matriz U es construida de los autovectores de \mathcal{H} . Entonces se cumplen las siguientes ecuaciones

$$\mathcal{H}U = UE \quad , \quad U^\dagger U = 1 \quad (4.1)$$

y así

$$\mathcal{H} = UEU^T = M(E) \quad (4.2)$$

escrito en término de los elementos de matriz queda

$$\sum_j h_{ij} u_{jk} = u_{ik} E_k \quad (4.3)$$

$$h_{ii} = \sum_k (u_{ik})^2 E_k = \sum_k u_{ik} E_k u_{ki}^* \quad (4.4)$$

esta ecuación es la regla de suma de la energía para los componentes de los autovectores u_{ik} , relacionando las energías no perturbadas contenidas en h_{ii} con los autovalores finales E_k . Vemos que el promedio pesado de los autovalores finales esta dado por los elementos de matriz diagonal de \mathcal{H} que esta compuesto solamente por la energía de partícula independiente o bosón independiente, dependiendo de que tipo de excitación estemos considerando. La introducción de estados más complicados en la base, 2partículas-1agujero para el caso de partícula independiente y de 2partículas-2agujeros para el de bosón independiente, provoca una redistribución de la energía sin cambiar el centroide de la distribución de intensidad. Esta redistribución se observa en el siguiente momento de la distribución de intensidad a través de los términos no diagonales del hamiltoniano. Para ver esto, notamos que

$$(\mathcal{H})^2 = (UEU^\dagger UEU^\dagger) = (UE^2U^\dagger) = M(E^2) \quad (4.5)$$

el segundo momento $\mu_i^{(2)}$ con el i -ésimo estado no perturbado es

$$\mu_i^{(2)} = (UE^2U^\dagger)_{ii} - (UEU^\dagger)_{ii}^2 = \sum_{k \neq i} h_{ki}^2 \quad (4.6)$$

es conceptualmente útil desarrollar una interpretación perturbativa del segundo momento $\mu_i^{(2)}$ (ref.[38]). Para este propósito analizamos la expansión perturbativa de Brillouin-Wigner (BW)^[42] del estado i con energía ε_i . Esto se logra resolviendo la siguiente ecuación

$$E = f_i(E) \quad (4.7)$$

con

$$\begin{aligned} f_i(E) &= \varepsilon_i + \langle i | \mathcal{V} \frac{1}{E - \mathcal{H}_0} (1 - |i\rangle\langle i|) \mathcal{V} | i \rangle + \\ &\quad \langle i | \mathcal{V} \frac{1}{E - \mathcal{H}_0} (1 - |i\rangle\langle i|) \mathcal{V} \frac{1}{E - \mathcal{H}_0} (1 - |i\rangle\langle i|) \mathcal{V} | i \rangle + \dots \\ &= \varepsilon_i + \sum_{k \neq i} \frac{\mathcal{V}_{ik}^2}{E - \varepsilon_k} + \sum_{k,r \neq i} \frac{\mathcal{V}_{ik} \mathcal{V}_{kr} \mathcal{V}_{ri}}{(E - \varepsilon_k)(E - \varepsilon_r)} + \dots \end{aligned} \quad (4.8)$$

en esta fórmula asumimos que el hamiltoniano se separa en una parte no perturbada \mathcal{H}_0 y una perturbación \mathcal{V} que acopla el estado $|i\rangle$ a configuraciones más complicadas k, r, \dots . Además asumimos que toda contribución diagonal \mathcal{V}_{ii} esta absorvida en ϵ_i .

Se puede ver claramente, mediante la aplicación del teorema de Cauchy que el segundo momento se expresa como

$$\mu_i^{(2)} = \frac{1}{2\pi i} \int_c f_i(Z) dz = \sum_{k \neq i} \mathcal{V}_{ki}^2 \quad (4.9)$$

donde c es un contorno cerrado en el plano complejo de la energía que encierra todos los autovalores de \mathcal{H}_0 . Así concluimos que $\mu_i^{(2)}$ es univocamente determinada por el segundo orden (en potencias de V) en la expansión perturbativa de BW. Se puede extender este argumento a los momentos superiores de la distribución de intensidad

$$\mu_i^{(3)} = \left(UE^3U^\dagger\right)_{ii} - 3 \left(UE^2U^\dagger\right)_{ii} \left(UEU^\dagger\right)_{ii} + 2 \left(UEU^\dagger\right)_{ii}^3 \quad (4.10)$$

utilizando el teorema de Cauchy.

$$\mu_i^{(3)} = \frac{1}{2\pi i} \int_c (Z - \epsilon_i) f_i(Z) dz = \sum_{k \neq i} \mathcal{V}_{ki}^2 (\epsilon_k + \mathcal{V}_{kk} - \epsilon_i) + \sum_{k, r \neq i} \mathcal{V}_{ik} \mathcal{V}_{kr} \mathcal{V}_{ri} \quad (4.11)$$

Los términos que contribuyen al tercer momento de la distribución de intensidad vienen del segundo y tercer término de la ec.(4.8). La principal conclusión es que todos los momentos a un dado orden son calculados sobre la inclusión de todos los términos en la expansión de BW hasta ese mismo orden, ya que los ordenes superiores en la expansión sólo cambian los momentos superiores. Esto no indica que la distribución de intensidad no cambie por la inclusión de ordenes superiores, sólo que el cambio es de tal manera que mantiene la misma forma que la envuelve^[38].

Resumiendo este método nos permite calcular los distintos momentos de la distribución intensidad en el lenguaje diagramático simplemente identificando los procesos que son relevantes al orden que se desea calcular.

Los argumentos que fueron expuestos en esta sección sólo pueden ser aplicados en la evaluación del ancho de dispersión de las *Resonancias Multipolares Gigantes*, cuando la base no es sobrecompleta. Este es el caso de los bosones de TDA por lo menos al primer orden en la aproximación. Los bosones de la RPA, por otra parte, forman una base sobrecompleta debido a las correlaciones del estado fundamental (tiene un número indefinido de bosones), y serán tratados con el método de la discontinuidad de la segunda derivada de la función de Green (Sección 2.1.3).

4.1.2 TDA en el Modelo de Lipkin

En esta sección utilizamos la NFT, en el modelo de Lipkin, para obtener el segundo momento de la distribución de intensidad $\mu_\lambda^{(2)}$ cuando las *Resonancias Multipolares Gigantes* son construidas como excitaciones de partícula-agujero, sobre el estado fundamental, dentro de la aproximación de la TDA. La base en la aproximación de la TDA es

completa, en primera aproximación, por lo tanto uno podría usar los argumentos de la sección anterior como fue hecho en la ref.[38], pero por razones didácticas vamos a calcular $\mu_\lambda^{(2)}$ aplicando el método de la discontinuidad de la segunda derivada de la función de Green del bosón de la TDA (Sección 2.1.3).

El bosón de la TDA es definido como

$$|\lambda, n\rangle = \sum_{k,i} X_{ki}^{(n)} [a_k^\dagger a_i]_\lambda |0\rangle \quad (4.12)$$

donde k denota estados por arriba del nivel de Fermi, i denota estados por debajo del nivel de Fermi.

Hay que notar que de los tres vértices de interacción entre partícula y bosones que permite la NFT para la aproximación de la TDA (fig.4.1a) el primer diagrama no debe ser considerado como un vértice de interacción, pues lo único que expresa es la amplitud del estado de partícula-agujero en el estado colectivo, o sea.

$$\langle \lambda, n | [a_k^\dagger a_i]_\lambda |0\rangle = X_{ki}^n \quad (4.13)$$

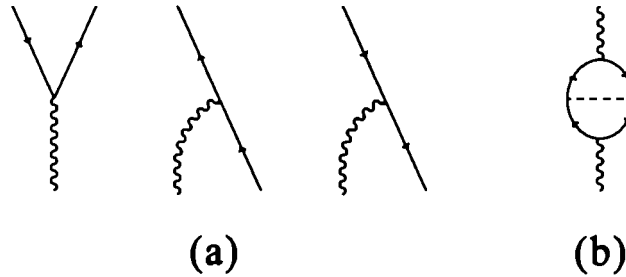


Figura 4.1:

Vamos a realizar un cálculo, dentro del formalismo de la NFT, para demostrar que los diagramas que utilizamos en el cálculo del ancho de dispersión de las *Resonancias Multipolares Gigantes*, o lo que es lo mismo el segundo momento de la distribución de intensidad $\mu_\lambda^{(2)}$ puede ser interpretados como el cuadrado del elemento de matriz efectivo entre el estado de un bosón y el estado de dos bosones.

La diagonalización del hamiltoniano en la aproximación de la TDA en el modelo de Lipkin, en el cual el término de intercambio fue despreciado para la construcción del bosón, da un sólo estado colectivo con una energía de excitación $\omega = \epsilon(1-x)$, los 2Ω coeficientes $X_{\sigma\bar{\sigma}}$ son iguales a $1/\sqrt{2\Omega}$, los diferentes signos de las distintas orientaciones fermiónicas están en el factor $-q_1 q_{\bar{1}}$ y $\Lambda = \epsilon x/\sqrt{2\Omega}$ (Sección 6.1).

Utilizando las reglas para el cálculo diagramático, que proporciona el formalismo de la NFT^{[7][8][9][10]}, obtenemos todos los diagramas a primer orden en $1/\Omega$ (fig.4.2) que usamos para el cálculo de $\mu_\lambda^{(2)}$, y que conjuntamente con el diagrama que incluye la

interacción de intercambio (fig.4.1b) son todos los que contribuyen a la corrección de la energía del estado de un bosón a orden $1/\Omega$. Donde la expresión para cada diagrama de la fig.4.2 es

$$\begin{aligned}
 F_{1_a} + F_{1_b} &= -\frac{X^4 \Lambda^2}{\omega} 4\Omega^2 (1-x) (q_1 - q_{\bar{1}})^2 \\
 F_2 &= -\frac{X^4 \Lambda^2}{\omega} 4\Omega^2 \frac{(1-x)}{(1+x)} (q_1 - q_{\bar{1}})^2 \\
 F_{3_a} + F_{3_b} + F_{3_c} &= -\frac{X^4 \Lambda^2}{\omega} 4\Omega^2 x \frac{(1-x)}{(1+x)} (3+x) (q_1 - q_{\bar{1}})^2 \\
 F_{4_a} + F_{4_b} + F_{4_c} &= -\frac{X^4 \Lambda^2}{\omega} 4\Omega^2 x^2 \frac{(3+x)}{(1+x)} (q_1 - q_{\bar{1}})^2
 \end{aligned} \tag{4.14}$$

sumando todas las contribuciones llegamos a.

$$\Delta E_F = \sum_i F_i = -\frac{X^4 \Lambda^2}{\omega} 8\Omega^2 (q_1 - q_{\bar{1}})^2 \tag{4.15}$$

Vamos a recalcular, hasta el mismo orden ($1/\Omega$) en teoría de perturbaciones, el elemento de matriz entre el estado de un bosón y el estado de dos bosones (fig.4.3). Sólo que en este caso $\lambda = \lambda_1 = \lambda_2$ pues la solución, en la aproximación de la TDA, en este sistema de dos niveles da un sólo estado colectivo.

La obvia consecuencia, es que el cálculo del elemento de matriz está concentrado en el término $\Lambda X X$ que tiene en cuenta todas las posibles fragmentaciones del estado de un bosón en todas las posibles configuraciones de dos bosones

$$\langle \lambda | \mathcal{H} | \lambda_1 \lambda_2 \rangle = X^2 \Lambda (q_1 - q_{\bar{1}}) 2\Omega \sqrt{2} \tag{4.16}$$

donde el $\sqrt{2}$ viene de la normalización del estado de dos bosones, 2Ω viene del ciclo cerrado y $(q_1 - q_{\bar{1}})$ de las distintas circulaciones de los fermiones (fig.4.3).

Usando este elemento de matriz podemos calcular la corrección a la energía del estado de un bosón, dentro del formalismo de la NFT, hasta el mismo orden en $1/\Omega$ (fig.4.4)

$$\Delta E_B = \frac{|\langle \lambda | \mathcal{H} | \lambda_1 \lambda_2 \rangle|^2}{\omega - 2\omega} = -\frac{X^4 \Lambda^2}{\omega} 8\Omega^2 (q_1 - q_{\bar{1}})^2 \tag{4.17}$$

donde se observa que los dos cálculos [ec.(4.15) y ec.(4.17)] coinciden en este sistema de dos niveles.

Por lo tanto, hemos podido expresar todos los diagramas que contribuyen al segundo momento $\mu_\lambda^{(2)}$ (fig.4.2) como un sólo diagrama, esquemáticamente representado en la fig.4.4, que depende de un elemento de matriz efectivo entre el estado de un bosón y el de dos bosones (fig.4.3).

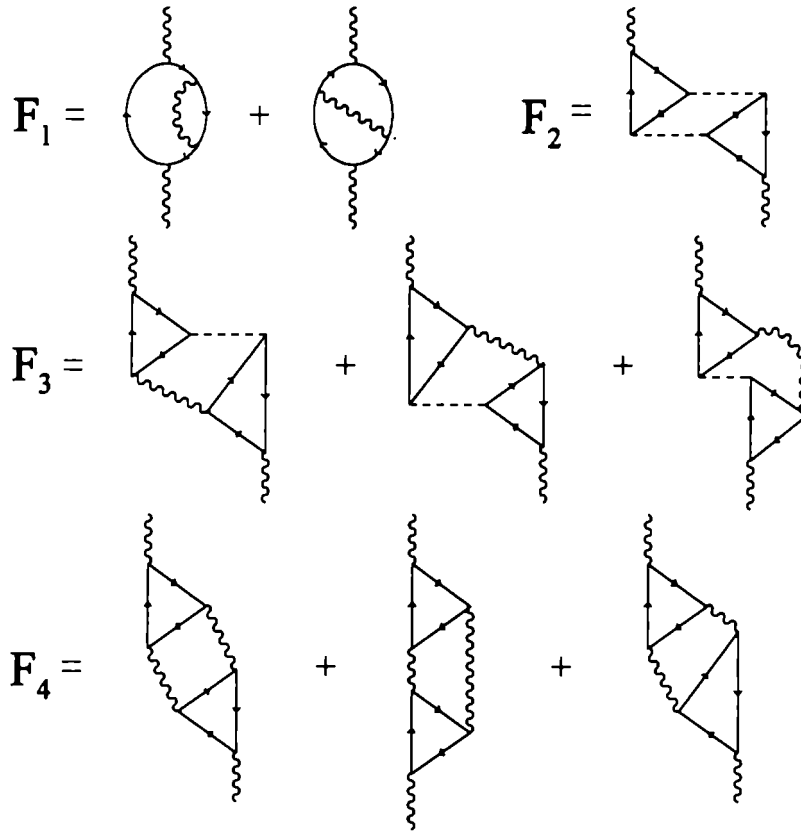


Figura 4.2:

La generalización a un sistema de más de dos niveles es directa con tal de tener presente los procesos involucrados. Entonces el elemento de matriz efectivo entre un bosón y dos bosones para un sistema general en la aproximación de TDA queda

$$\begin{aligned}
 \langle \lambda_1 n_1, \lambda_2 n_2 | \mathcal{H} | \lambda n \rangle = & \sum_{k, k', i} X_{ki}^{(n_1)} X_{k'i}^{(n)} \Lambda_{k'k}^{(n_2)} \sqrt{2\lambda_1 + 1} \sqrt{2\lambda_2 + 1} \\
 & (-)^{k+i+\lambda_2+\lambda} \left\{ \begin{array}{ccc} \lambda & \lambda_1 & \lambda_2 \\ k & k' & i \end{array} \right\} \sqrt{1 + \delta_{n_1 n_2}}
 \end{aligned}
 \tag{4.18}$$

donde todos los términos posibles están representados en la fig.4.3, considerando el intercambio de los dos bosones intermedios entre si y la circulación de los fermiones en ambos sentidos. $X_{j_1 j_2}^{(n)}(\lambda)$ es la amplitud que definen el bosón de la TDA [ec.(4.12)], mientras que el vértice de dispersión esta dado por^{[7][8][9][10]}

$$\Lambda_{jj'}^{(n)}(\lambda) = \sum_{k,i} X_{ki}^{(n)}(\lambda) \langle j'i | \mathcal{V} | j'k \rangle \quad (4.19)$$

el elemento de matriz de dispersión cambia de signo dependiendo de si el nivel j corresponde a una partícula o a un agujero.

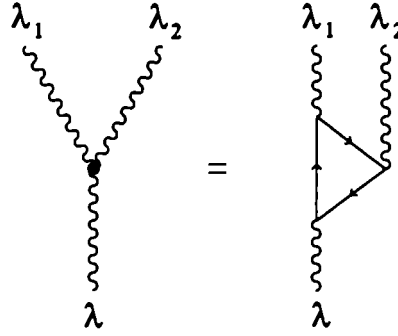


Figura 4.3:

Siguiendo lo expresado en la Sección 2.1.3 el segundo momento de la distribución de intensidad $\mu_\lambda^{(2)}$ se calcula como la discontinuidad de la segunda derivada de la función de Green del bosón, en este caso, construido en la aproximación de la TDA. Cuando se realiza la discontinuidad, se observa que los dos vértices de la fig.4.4 ocurren al mismo tiempo y que no existe propagador entre ellos, esto significa que este diagrama no tiene denominador de energía. Por lo cual, llegamos a la siguiente expresión para el ancho de dispersión de las *Resonancias Multipolares Gigantes*

$$\sigma^2 = \mu_\lambda^{(2)} = \sum_{\lambda_1 n_1, \lambda_2 n_2} |\langle \lambda_1 n_1, \lambda_2 n_2 | \mathcal{H} | \lambda n \rangle|^2 \quad (4.20)$$

donde la suma se extiende sobre todos los estados intermedios de dos bosones, siendo n 's las distintas raíces de dichos bosones.

4.1.3 RPA en el Modelo de Lipkin

La obtención del segundo momento de la distribución de intensidad $\mu_\lambda^{(2)}$ cuando el estado colectivo de partícula-agujero es construido en la aproximación de la RPA es más complicado que en el caso de la aproximación de la TDA, por la existencia de las correlaciones del estado fundamental. Pero las ideas básicas son las mismas que en la subsección anterior, es decir los diagramas relevantes para el cálculo de $\mu_\lambda^{(2)}$ son aquellos que tienen dos interacciones de dispersión que cambian el número de bosones o de partícula-agujero en uno respecto del estado inicial o el final, para formar un estado intermedio cercano

$$\sigma^2 = \text{Diagrama de un bucle de bosones con dos vértices}$$

Figura 4.4:

más complicado. Estos vértices deben actuar entre la aniquilación del bosón inicial y la creación del bosón final.

Si definimos el bosón de la RPA como

$$|\lambda, n\rangle = \sum_{k,i} X_{ki}^{(n)} [a_k^\dagger a_i]_\lambda |0\rangle - Y_{ki}^{(n)} [a_i^\dagger a_k]_\lambda |0\rangle \quad (4.21)$$

donde k denota estados por arriba del nivel de Fermi, i estados por debajo del nivel de Fermi. Los vértices adelantados y atrasados de la interacción entre partícula-bosones de la NFT (fig.4.5a) no son vértices de interacción del hamiltoniano sino, más bien, son las contribuciones que hacen los estados de partícula-agujero al estado colectivo, y consecuentemente no tienen un estado intermedio en la expansión diagramática de Feynman.

$$\langle \lambda, n | [a_k^\dagger a_i]_\lambda |0\rangle = X_{ki}^n, \quad \langle \lambda, n | [a_i^\dagger a_k]_\lambda |0\rangle = Y_{ki}^n \quad (4.22)$$

Mientras que los vértices de dispersión [fig.4.5b] deben ser considerados como una interacción del hamiltoniano, pues éstos cambian el número de partículas-agujeros o de bosones del estado, permitiendo pasar de un estado inicial de un bosón a un estado intermedio más complicado.

En este sentido, los diagramas necesarios para calcular la mezcla del estado de dos bosones en el estado de un bosón se reducen drásticamente, y estos son los que contribuyen al segundo momento del estado colectivo en el orden más pequeño no nulo.

Vamos a realizar el cálculo, dentro del formalismo de la NFT, que demuestra que los diagramas que utilizamos en el cálculo de $\mu_\lambda^{(2)}$ pueden ser interpretados como el cuadrado del elemento de matriz efectivo entre el estado de un bosón y el estado de dos bosones. En forma similar a lo hecho para la aproximación de la TDA, sólo que en este caso está presente la correlación del estado fundamental aumentando considerablemente la complejidad del problema.

La obtención de los diagramas relevantes para el cálculo de $\mu_\lambda^{(2)}$ en la aproximación de la TDA no tiene ambigüedad, pues todos los diagramas considerados, a primer orden

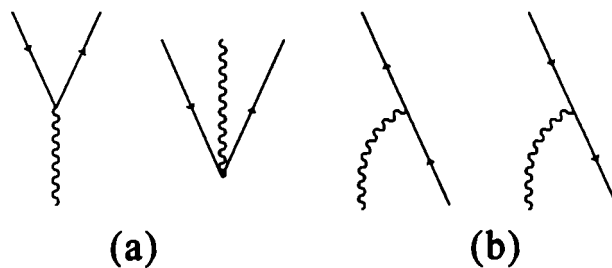


Figura 4.5:

en $1/\Omega$ (fig.4.2), van de un estado inicial de un bosón a un *estado intermedio*, via un vértice de dispersión, de 2partículas-2agujeros o de 1partícula-1agujero más un bosón o de dos bosones para después volver a un bosón final también por medio de otro vértice de dispersión. Pero cuando están presentes las correlaciones del estado fundamental hay que considerar todas las posibles permutaciones temporales de los diagramas anteriores. Por ejemplo, para los diagramas F_1, F_2 de la fig.4.2 hay $4!$ posibles permutaciones, para los diagramas F_3 hay $5!$, etc. Pero no todas las permutaciones temporales contribuyen a $\mu_\lambda^{(2)}$, pues para que contribuyan deben pasar por un *estado intermedio*, via una interacción de dispersión, que verifiquen los requerimientos expresados previamente.

Por ejemplo, algunos de los diagramas que no contribuyen, son los que no tienen vértices de dispersión (fig.4.6a) o los que tienen dos vértices de dispersión al mismo tiempo (fig.4.6b), o los diagramas que aunque tienen un vértice de dispersión (fig.4.6c) éste actúa antes de la aniquilación del bosón inicial. Pues para todos estos casos entre el bosón inicial y el bosón final no existe un *estado intermedio* más complicado que se propaga entre ellos. Aunque estos diagramas contribuyen a la corrección de la energía del estado de un bosón no cambian su distribución de intensidad. Por lo tanto, los diagramas necesarios para calcular $\mu_\lambda^{(2)}$ como la mezcla entre el estado de un bosón y *estados imtermedios* se reducen significativamente.

Resumiendo, para que los diagramas sean considerados en el cálculo de $\mu_\lambda^{(2)}$ tiene que haber como mínimo dos vértices de dispersión que actuen entre la aniquilación del bosón inicial y la creación del bosón final. Además de no considerar los diagramas que, aunque cumplen éstas condiciones, participan en la definición del bosón de la RPA (fig.4.6d).

La diagonalización del hamiltoniano en la aproximación de la RPA, en el modelo de Lipkin, da un sólo estado colectivo cuya energía y cuyos parámetros son (Sección 6.1)

$$\omega = \varepsilon\sqrt{1-x} \quad , \quad \varepsilon = \varepsilon_1 - \varepsilon_{\bar{1}} \quad (4.23)$$

$$x = \frac{4\Omega V}{\varepsilon} \quad , \quad \Lambda^2 = \frac{\varepsilon^3 x^2}{8\Omega\omega}$$

y las amplitudes que definen el bosón de la RPA [ec.(4.21)].

$$X = \frac{\varepsilon + \omega}{2\sqrt{2\varepsilon\omega\Omega}} \quad , \quad Y = \frac{\varepsilon - \omega}{2\sqrt{2\varepsilon\omega\Omega}} \quad (4.24)$$

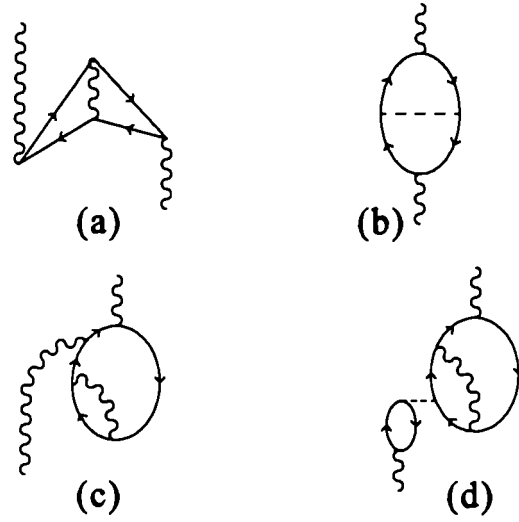


Figura 4.6:

Analogamente a lo hecho para TDA obtenemos todos los diagramas a primer orden en $1/\Omega$ que contribuyen $\mu_\lambda^{(2)}$, pero para la RPA necesitamos realizar una expansión en x (el cálculo hecho en TDA vale para todo x). Al cálculo hecho en las ref.[7][8][9][10] (hasta x^3), lo extendemos hasta el orden x^4 para tener en cuenta todos los diagramas en $1/\Omega$ que son necesarios para el cálculo de $\mu_\lambda^{(2)}$, pues para aquellos proporcionales a XY su orden mínimo es x^4 .

Las expresiones para la suma de los de diagramas de la fig.4.7 son

$$\begin{aligned} F_1 &= \sum_{i=a,b,\dots} F_{1i} = -\frac{\varepsilon x^2}{8\Omega} (q_1 - q_{\bar{1}})^2 \left(1 + x + \frac{13}{12}x^2\right) \\ F_2 &= \sum_{i=a,b,\dots} F_{2i} = -\frac{\varepsilon x^2}{8\Omega} (q_1 - q_{\bar{1}})^2 \left(1 + \frac{5}{24}x^2\right) \\ F_3 &= \sum_{i=a,b,\dots} F_{3i} = -\frac{\varepsilon x^2}{\Omega} (q_1 - q_{\bar{1}})^2 \left(\frac{1}{4}x + \frac{23}{96}x^2\right) \\ F_4 &= \sum_{i=a,b,\dots} F_{4i} = -\frac{\varepsilon x^4}{6\Omega} \frac{31}{32} (q_1 - q_{\bar{1}})^2 \end{aligned} \quad (4.25)$$

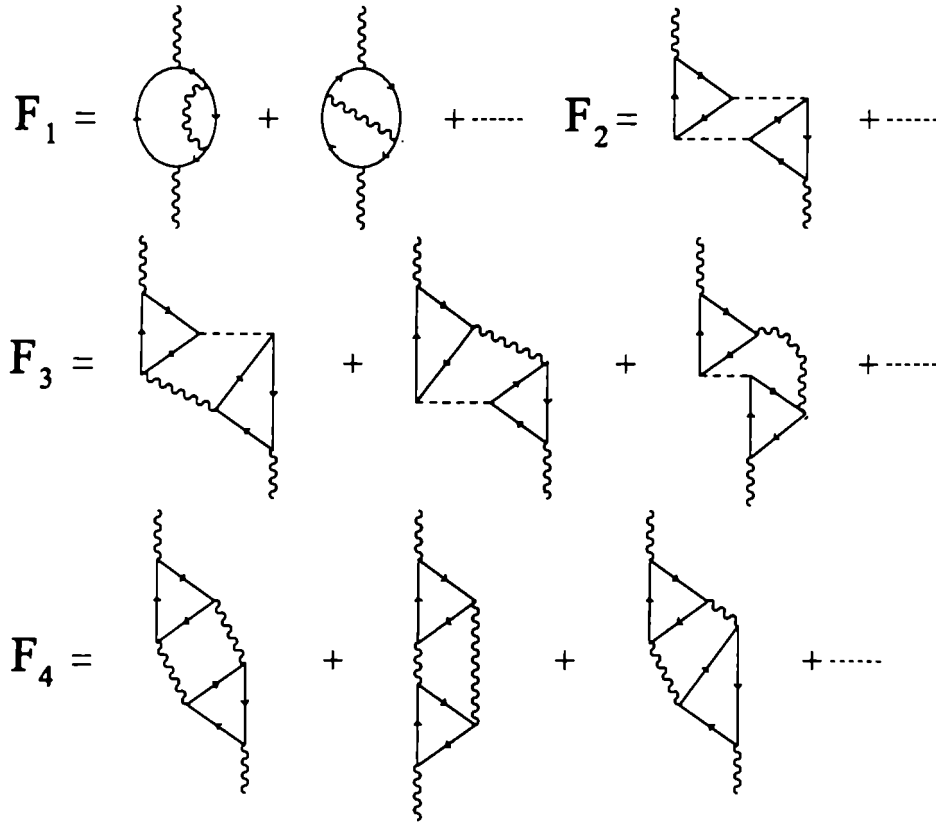


Figura 4.7: Los puntos suspensivos indican las restantes permutaciones temporales que contribuyen a $\mu_\lambda^{(2)}$.

para los diagramas del tipo F_4 sólo se consideraron aquellos diagramas que tienen sus extremos fijos, pues las permutaciones de los extremos contribuyen a un orden superior (x^5). Sumando todas las contribuciones diagramáticas relevantes para el cálculo de $\mu_\lambda^{(2)}$ (fig.4.7) llegamos a.

$$\Delta E_F = \sum_{i=1,4} F_i = -\frac{\epsilon x^2}{4\Omega} (q_1 - q_{\bar{1}})^2 \left(1 + \frac{3}{2}x + \frac{9}{4}x^2 \right) \quad (4.26)$$

Vamos a recalcular, hasta el mismo orden en teoría de perturbaciones ($1/\Omega$ y hasta x^4), el elemento de matriz efectivo entre el estado de un bosón y el estado de dos bosones (fig.4.8), sólo que en este caso hay que agregar el vértice efectivo de la fig.4.8b que no estaba en la aproximación de la TDA y que esta relacionado con que la RPA permite vértices atrasados

$$B_1 = \langle \lambda | \mathcal{H} | \lambda_1 \lambda_2 \rangle = (X^2 + Y^2 + XY) \Lambda (q_1 - q_{\bar{1}}) 2\Omega\sqrt{2} \quad (4.27)$$

$$B_2 = \langle 0 | \mathcal{H} | \lambda \lambda_1 \lambda_2 \rangle = 3XY\Lambda (q_1 - q_{\bar{1}}) 2\Omega\sqrt{2} \quad (4.28)$$

donde el $\sqrt{2}$ viene de la normalización del estado de dos bosones, 2Ω viene del ciclo cerrado y $(q_1 - q_{\bar{1}})$ de las distintas circulaciones permitidas de los fermiones de la fig.4.8.

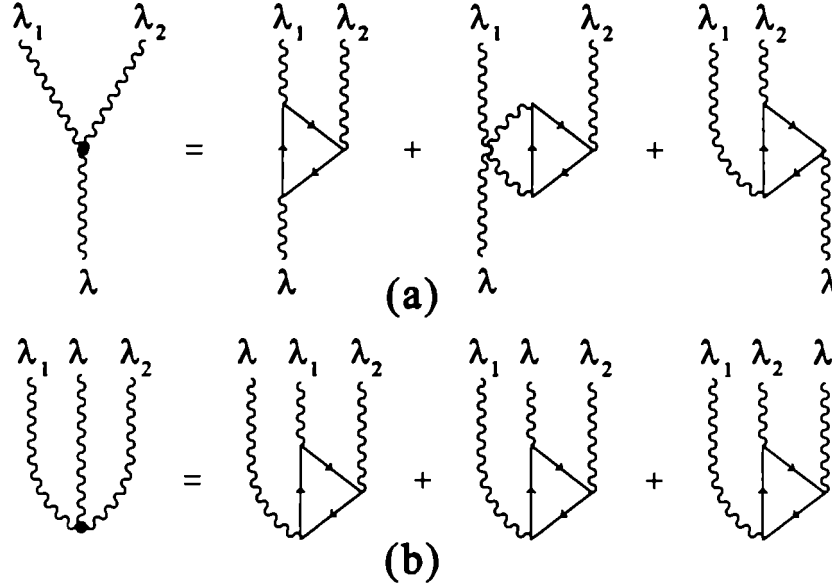


Figura 4.8:

Usando estos elementos de matrices podemos calcular la corrección a la energía del estado de un bosón (fig.4.9), dentro del formalismo de la NFT, hasta el mismo orden en $1/\Omega$ y en x^4

$$\Delta E_{B_1} = \frac{|\langle \lambda | \mathcal{H} | \lambda_1 \lambda_2 \rangle|^2}{\omega - 2\omega} = -\frac{\epsilon x^2}{4\Omega} (q_1 - q_{\bar{1}})^2 \left(1 + \frac{3}{2}x + \frac{33}{16}x^2 \right) \quad (4.29)$$

$$\Delta E_{B_2} = \frac{|\langle 0 | \mathcal{H} | \lambda \lambda_1 \lambda_2 \rangle|^2}{-3\omega} = -\frac{3}{64} \frac{\epsilon x^4}{\Omega} (q_1 - q_{\bar{1}})^2 \quad (4.30)$$

realizando la suma de ambas contribuciones da

$$\Delta E_B = \Delta E_{B_1} + \Delta E_{B_2} = -\frac{\epsilon x^2}{4\Omega} (q_1 - q_{\bar{1}})^2 \left(1 + \frac{3}{2}x + \frac{9}{4}x^2 \right) \quad (4.31)$$

que es el mismo resultado al obtenido anteriormente [ec.(4.26)]. Esto demuestra, que el método de construir el elemento de matriz efectivo entre uno y dos bosones de la RPA es correcto.

La generalización a un sistema de más niveles es directa con tal de tener presente los procesos involucrados. Entonces el elemento de matriz efectivo entre un bosón y dos bosones para un sistema general queda

$$\begin{aligned} \langle \lambda n | \mathcal{H} | \lambda_1 n_1, \lambda_2 n_2 \rangle = & \sum_{j_1, j_2, j_3} \left\{ \left[X_{j_1 j_2}^{(n)}(\lambda) X_{j_1 j_3}^{(n_1)}(\lambda_1) + Y_{j_1 j_2}^{(n)}(\lambda) Y_{j_1 j_3}^{(n_1)}(\lambda_1) \right] \right. \\ & \left. \Lambda_{j_2 j_3}^{(n_2)}(\lambda_2) + X_{j_2 j_3}^{(n_2)}(\lambda_2) Y_{j_1 j_3}^{(n_1)}(\lambda_1) \Lambda_{j_1 j_2}^{(n)}(\lambda) \right\} \sqrt{2\lambda_1 + 1} \\ & \sqrt{2\lambda_2 + 1} (-)^{j_1 + j_3 + \lambda_2 + \lambda} \left\{ \begin{array}{ccc} \lambda & \lambda_1 & \lambda_2 \\ j_3 & j_2 & j_1 \end{array} \right\} \sqrt{1 + \delta_{n_1 n_2}} \end{aligned} \quad (4.32)$$

$$\begin{aligned} \langle 0 | \mathcal{H} | [\lambda_1 n_1, \lambda_2 n_2]_{\lambda}, \lambda n \rangle = & \sum_{j_1, j_2, j_3} \left\{ \left[X_{j_1 j_2}^{(n)}(\lambda) Y_{j_1 j_3}^{(n_1)}(\lambda_1) + X_{j_1 j_3}^{(n_1)}(\lambda_1) Y_{j_1 j_2}^{(n)}(\lambda) \right] \right. \\ & \left. \Lambda_{j_2 j_3}^{(n_2)}(\lambda_2) + Y_{j_2 j_3}^{(n_2)}(\lambda_2) X_{j_1 j_3}^{(n_1)}(\lambda_1) \Lambda_{j_1 j_2}^{(n)}(\lambda) \right\} \sqrt{2\lambda_1 + 1} \\ & \sqrt{2\lambda_2 + 1} (-)^{j_1 + j_3 + \lambda_2 + \lambda} \left\{ \begin{array}{ccc} \lambda & \lambda_1 & \lambda_2 \\ j_3 & j_2 & j_1 \end{array} \right\} \sqrt{1 + \delta_{n_1 n_2}} \end{aligned} \quad (4.33)$$

donde todos los términos posibles son los que están representados en la fig.4.8 considerando, además, el intercambio de los bosones intermedios entre si y la circulación de los fermiones en ambos sentidos. $X_{j_1 j_2}^{(n)}(\lambda)$, $Y_{j_1 j_2}^{(n)}(\lambda)$ son las amplitudes que definen el bosón de la RPA, mientras que el vértice de dispersión esta dado por^{[7][8][9][10]}

$$\Lambda_{j j'}^{(n)}(\lambda) = \sum_{k, i} \left[X_{k i}^{(n)}(\lambda) \langle j i | \mathcal{V} | j' k \rangle + Y_{k i}^{(n)}(\lambda) \langle j k | \mathcal{V} | j' i \rangle \right] \quad (4.34)$$

es importante notar que el elemento de matriz de dispersión cambia de signo dependiendo de si el nivel j corresponde a una partícula o a un agujero, esto provoca que exista una gran cancelación en la suma diagramática como fue expresado en la ref.[15]. Las expresiones explícitas para las amplitudes que definen los bosones de la RPA y el vértice de dispersión, cuando se trabaja con una interacción separable isoescalar-isovectorial, están dadas en el Capítulo 3.

Siguiendo lo expresado en la Sección 2.1.3, teniendo en cuenta todas las contribuciones, el ancho de dispersión de las *Resonancias Multipolares Gigantes* a primer orden en $1/\Omega$ esta dado por la discontinuidad de la segunda derivada de la función de Green del bosón de la RPA

$$\sigma^2 = \mu_{\lambda}^{(2)} = \sum_{\lambda_1, n_1, \lambda_2, n_2} |\langle \lambda n | \mathcal{H} | \lambda_1 n_1, \lambda_2 n_2 \rangle|^2 + |\langle 0 | \mathcal{H} | [\lambda_1 n_1, \lambda_2 n_2]_{\lambda}, \lambda n \rangle|^2 \quad (4.35)$$

donde la suma se extiende sobre todas las raíces de los bosones intermedios. Esta es nuestra expresión final para el ancho, hasta el orden $1/\Omega$, de las *Resonancias Multipolares Gigantes* y está resumida en los diagramas de la NFT de la fig4.9.

$$\sigma^2 = \text{(a)} + \text{(b)}$$

Figura 4.9:

4.1.4 Resultados

Aplicamos nuestro modelo al cálculo del ancho de dispersión de la *Resonancia Dipolar Gigante* 1^- del ^{208}Pb y del ^{90}Zr . Donde tanto las *Resonancias Multipolares Gigantes* como las otras raíces de la RPA son obtenidas para una fuerza separable isoescalar-isovectorial picada sobre la superficie nuclear, generada a partir de $\partial\mathcal{V}(r)/\partial r$, que actúa entre neutrones y protones (Capítulo 3). Siendo $\mathcal{V}(r)$ el potencial de Wood-Saxon

$$\mathcal{V}(r) = \frac{-V_0}{\left[1 + \exp\left(\frac{r-R_0}{a}\right)\right]} \quad (4.36)$$

con

$$V_0 = 50\text{Mev} \quad R_0 = r_0 A^{1/3} \quad a \approx 0.5\text{fm} \quad r_0 \approx 1.2\text{fm} \quad (4.37)$$

Las distintas raíces de la RPA se las obtienen de la ec.(3.14) donde el índice ν (π) indica que se trata de neutrones (protones).

Las energías de partícula independiente fueron obtenidas fenomenológicamente de los isótopos impares vecinos del ^{208}Pb y del ^{90}Zr cuando éstas son conocidas y del oscilador de la ref.[59] para los estados de alta y baja energía. La intensidad de la interacción isoescalar-isovectorial fueron escogidas como en las ref.[11][21] y están relacionadas como

$$k_1 \approx \left\{ 0.21 (3 + 2\lambda) \frac{V_1}{V_0} \right\} k_0 \quad (4.38)$$

donde λ el impulso angular del estado colectivo y V_0 , V_1 son las profundidades de los potenciales isoescalar e isovectorial y valen^[17]

$$V_0 = -50 \text{Mev} \quad V_1 = 120 \text{Mev}$$

La presencia de un exceso de neutrones implica que los modos isoescalar e isovectorial están acoplados, esto se refleja en el último término de la ec.(3.2)

$$k' = -\frac{1}{2} \frac{N-Z}{A} k_1 \quad (4.39)$$

donde A el número atómico. Quedando solamente k_0 como único parámetro indeterminado, que se lo obtiene fijando la energía de la primera raíz colectiva para los distintos impulsos angulares.

A continuación mostramos, como ejemplo (tabla 4.2), los resultados obtenidos para el ^{208}Pb cuando calculamos las raíces de la RPA y de las *Resonancias Multipolares Gigantes* usando la ec.(3.14), los valores de k_0 fijando la primera raíz colectiva (obtenida de datos experimentales) y los valores de la Regla de Suma de Energía (Sección 6.4) para los distintos impulsos angulares.

Impulso Angular	Primera Raíz Colectiva (Mev)	Resonancia Gigante (Mev)	k_0 $[\frac{m\omega}{\hbar}]^\lambda$ (Mev)	Regla de Suma $[\frac{c_1^2}{c_2}]$ (Mev spu)
0 ⁺	13.7	13.70	1.256×10^{-4}	2.73×10^2
1 ⁻	0.0	14.10	1.272×10^{-4}	1.09×10^3
2 ⁺	4.07	8.82	1.384×10^{-4}	2.21×10^3
3 ⁻	2.62	15.50	1.167×10^{-4}	3.92×10^3
4 ⁺	4.3	9.49	1.264×10^{-4}	6.27×10^3
5 ⁻	3.2	15.90	1.081×10^{-4}	7.41×10^3

Tabla 4.2:

Donde c_1 y c_2 están definidos como.

$$c_1 = (1.012 A^{1/3})^{\lambda/2} \quad c_2 = \left[\frac{3(1.012 A^{1/3})^\lambda}{\lambda + 3} \right]^2 \frac{2\lambda + 1}{4\pi} \quad (4.40)$$

En el cálculo del ancho de dispersión de la *Resonancia Dipolar Gigante* 1⁻ del ^{208}Pb y de ^{90}Zr se utilizaron todas las raíces (tanto las colectivas como las no colectivas) con multipolaridad $\lambda=0,1,2,3,4,5$ y con energías de excitación de hasta 30 Mev.

Como ejemplo en la tabla 4.3, se muestran los resultados parciales del ancho de dispersión [ec.(4.35)] del ^{208}Pb , para mostrar como es la contribución relativa de los

dos diagramas de la fig.4.9. Observamos, para los distintos bosones intermedios, que la contribución del diagrama de la fig4.9a (B_1) es considerablemente más grande que la de la fig4.9b (B_2).

Bosones Intermedios		B_1 (fig.4.9a)	B_2 (fig.4.9b)
λ_1^π	λ_2^π	(Mev)	(Mev)
1^-	0^+	0.478	0.072
2^+	1^-	3.165	0.554
3^-	2^+	5.194	1.008
4^+	3^-	5.528	1.248
5^-	4^+	5.988	0.884

Tabla 4.3:

Los resultados finales para el ancho de dispersión del ^{208}Pb y del ^{90}Zr se muestran en la tabla 4.4.

	Ancho de Dispersión Experimental ^[6] (Mev)	Ancho de Dispersión Teórico (Mev)	
		Nuestro Modelo	Modelo de la ref.[23]
^{208}Pb	4.0	4.91	7.3
^{90}Zr	4.0	5.27	6.0

Tabla 4.4:

Se observa que nuestro modelo sobrestima el ancho de dispersión en un 40%, pero mejora la estimación de la ref.[23] que utiliza el mismo formalismo (NFT).

4.2 Ancho de Dispersión a Temperatura Finita

Un interesante y debatido aspecto de sistemas nucleares está relacionado con sus propiedades térmicas^{[43][47][69]}. Este interés está relacionado con actividades experimentales en tópicos tales como: reacciones profundamente inelástica y fusión de iones pesados, generando *Resonancias Multipolares Gigantes* a altas temperaturas² que son pensadas como vibraciones construidas sobre estados nucleares altamente excitados. Los núcleos altamente excitados y con alto momento angular, generados en fusión y colisiones de iones pesados, son estudiados a través de sus canales de decaimiento, en particular, el

²Mediante el modelo de gas de Fermi, se relacionan la energía de excitación (E^*) y la temperatura nuclear (T) $E^* = \frac{A}{8}T^2$, donde A es el número atómico del núcleo compuesto.

decaimiento γ de estos núcleos excitados, incluyendo la observación de rayos γ de transiciones Dipolares Gigante, son medidas usando un gran arreglo de detectores. La teoría de tales procesos es necesariamente estadística.

En sistemas nucleares térmicos se verifica la hipótesis de Brink^[31] que establece que uno puede construir la *Resonancia Dipolar Gigante* sobre cualquier estado excitado. En particular, se verifica en un núcleo compuesto a energía de excitación y momento angular finitos. No obstante que existen distintas *Resonancias Multipolares Gigantes* la más estudiada experimentalmente, a temperatura finita, es la Dipolar.

La forma de tratar el decaimiento de núcleos altamente excitados es utilizando el modelo estadístico^[60], el cual presupone que todos los grados de libertad del sistema han alcanzado el equilibrio, o sea todos los estados a una dada energía de excitación, momento angular total y paridad son igualmente poblados; y del cálculo de la reacción inversa, mediante la utilización del Teorema de Balance Detallado^[52], uno puede inferir la probabilidad de emisión de una dada partícula o de un rayo γ por parte del núcleo. Esta es la esencia del modelo de Bohr del núcleo compuesto, que es pensado como una etapa intermedia en la reacción y que su modo de decaimiento depende de la conservación de la energía, el impulso angular, etc. Este modelo fue usado para describir el núcleo con energía de excitación del orden de decenas de Mev y el dominio de su aplicación es extendido para considerar núcleos producidos con energía de excitación de cientos de Mev.

Las colisiones nucleares con iones pesados tienen la propiedad de distribuir la energía más eficientemente y de un modo uniforme entre los nucleones del núcleo compuesto. La energía cinética transferida de los núcleos que colisionan es depositada en las excitaciones internas y distribuida entre un gran número de grados de libertad del núcleo compuesto. La energía transferida es acompañada con una gran transferencia de momento angular. Esto contrasta con la utilización de protones, electrones y otros proyectiles elementales que cuando transfieren una gran cantidad de energía la entregan a una porción reducida de nucleones del núcleo blanco.

Cerca del estado fundamental el núcleo tiene estados discretos, el espaciamiento entre los niveles depende de la energía de excitación, el momento angular y el número atómico. Se pueden observar experimentalmente transiciones entre los distintos niveles discretos y decaimientos de las *Resonancias Multipolares Gigantes* construidas sobre el estado fundamental. A medida que aumenta la energía de excitación, cuando se supera la energía de ligadura de los neutrones, los estados del núcleo pueden decaer por emisión de una partícula, con lo cual los niveles adquieren un ancho. Además, se observa que la densidad de niveles nucleares crece rápidamente con la energía de excitación, con la consiguiente imposibilidad de distinguir entre niveles individuales, ni observar experimentalmente transiciones entre ellos. Por lo tanto, una descripción estadística de tales sistemas es adecuada, para lo cual es necesario realizar la suposición de que el sistema está en equilibrio estadístico: todos los estados a una dada energía, espín y otros números cuánticos que se conserven son igualmente probables. El conjunto microcanónico es el que describe tales sistemas cerrados y está caracterizado por valores fijos de las variables extensivas: energía, espín, número de neutrones y protones, etc. En la práctica es difícil

utilizar este conjunto así que se lo aproxima por el conjunto gran canónico^{[3][43]}, donde las correspondientes variables conjugadas son fijas: temperatura, velocidad angular, potenciales químicos, etc.

En esta sección, consideramos solamente aquellos sistemas, formados en fusión y colisiones de iones pesados, a la suficiente energía de excitación como para que sea posible la descripción estadística, o sea que todos los estados con la misma energía de excitación son poblados con la misma probabilidad. Pero que no sea la energía de excitación tan alta como para que decaiga por evaporación de partículas sin poder llegar al equilibrio entre los grados de libertad del sistema, detectable experimentalmente ya que la distribución angular de estas partículas evaporadas se vuelve anisótropa. A partir de consideraciones teóricas^[19], dentro del formalismo de campo medio dependiente de la temperatura, se indica que pueden existir núcleos compuestos hasta la temperatura de 12 Mev, pero experimentalmente sólo se ha observado núcleos compuestos hasta los 5 Mev^[24], apareciendo esta temperatura como un límite superior para la existencia de núcleos compuestos.

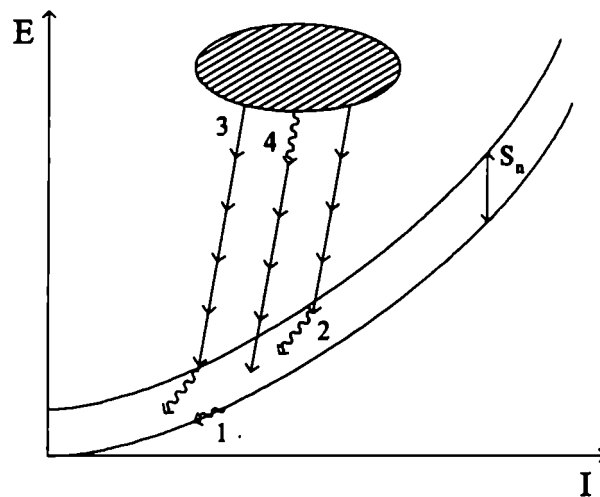


Figura 4.10:

Los procesos que estamos discutiendo en la desexcitación del núcleo compuesto son los que están explicados esquemáticamente en la fig.4.10 . Donde se representa la energía de excitación en función del momento angular. Después de la colisión de iones pesados el núcleo compuesto es formado con cierta energía de excitación y con cierta distribución angular. Este decae en varias etapas por emisión de partículas y por emisión de radiación γ . En la región de alta energía de excitación el proceso más importante es la evaporación de neutrones (3) el cual remueve ≈ 10 Mev de energía de excitación para núcleos con $A \geq 100$. Además, existe una intensificación de la emisión de radiación γ que es observada

mediante la extrapolación del modelo estadístico a esta región. Esta intensificación se entiende como la emisión de fotones de alta energía correspondiente a la desexcitación de la *Resonancia Multipolar Gigante*, construida sobre estados excitados, en el estado compuesto y sus primeros núcleos hijos (4), que compite con la evaporación de nucleones en esta región no ligada. Estos procesos enfrían al núcleo y lo acercan a la línea yrast, pero no se llevan mucho momento angular. Cuando la energía de excitación remanente está por debajo de la energía de separación del neutrón se observa decaimiento estadístico de radiación γ , mayormente E1 pero con mezcla de E2 y M1 (2). Esto alimenta las bandas paralelas a la línea yrast que produce una radiación γ casi continua (1) que es la radiación más intensa detectada en los experimentos y que es típicamente tres ordenes de magnitud más grande que la desexcitación de la *Resonancia Multipolar Gigante*. También existe un alto fondo de radiación cósmica la cual limita el análisis del espectro de alta energía de la radiación γ .

Varias aproximaciones a las propiedades termodinámicas de sistemas finitos han sido desarrolladas. Están basadas usualmente en descripciones variacionales térmicas de los sistemas, que da a las ecuaciones de la TDHF^[67] (aproximación de Hartree-Fock dependiente de la temperatura) la aproximación de campo medio, la cual es la base del cálculo microscópico. Cuando las correlaciones del estado fundamental son consideradas se obtiene la así llamada TRPA^[40] (aproximación de la RPA a temperatura finita).

Información experimental proveniente del decaimiento de la radiación γ del núcleo compuesto, en particular en la región de las *Resonancias Multipolares Gigantes*, revelan que la energía de las *Resonancias Multipolares Gigantes* es bastante independiente de la energía de excitación, mientras que su ancho crece fuertemente a moderada energía de excitación^{[36][45]}. Los estudios teóricos pueden reproducir exitosamente la independencia de la energía con la temperatura, pero no han podido dar una explicación acabada del fuerte incremento observado del ancho, y menos aún de la desaparición de los rayos γ de las *Resonancias Multipolares Gigantes* que se observa a temperaturas entre los 4 y 5 Mev. Unos grupos interpretan que se debe a un efecto de saturación^{[24][25][27]} de la resonancia (fig.4.11), mientras que otros^[77] asumen que el ancho de las resonancias crece fuertemente en esta región ($\sim 3E_{RDG}$), de tal manera que no se la puede observar.

El ancho de dispersión de las *Resonancias Multipolares Gigantes* construidas sobre el estado fundamental es el principal responsable del ancho, observado a temperatura cero, para núcleos medios y pesados. Su extensión a temperatura finita fue realizada en la ref.[22] utilizando el modelo de la función intensidad (sección 6.3), observaron que el ancho disminuye ligeramente con la temperatura. Sin embargo, en dicho trabajo formularon una serie de hipótesis que serán discutidas en la subsección siguiente.

El ancho de Landau y el de escape, para núcleos medios y pesados, dan una contribución pequeña al ancho total (Sección 4.1) y son prácticamente independiente de la temperatura^[61]. Sólo en la ref.[74] se muestra un aumento del ancho de Landau respecto de la temperatura, pero fue realizado en un modelo esquemático, y no fue confirmado por otros modelos más realistas.

Existen varias razones que contribuyen al fuerte aumento del ancho de las *Resonancias Multipolares Gigantes* a medida que aumenta la temperatura, tiene una dependencia

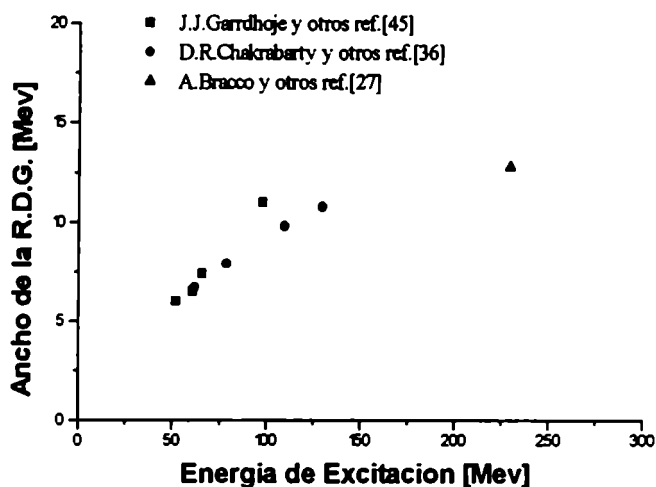


Figura 4.11: Datos experimentales del ^{110}Sn .

aproximadamente cúbica. Pero se ha indicado que existen dos factores principales para dicho incremento: La fluctuación de la superficie nuclear y el momento angular transferido al núcleo, pero éstos por si solos no llegan a explicar los datos experimentales.

Las fluctuaciones térmicas de la superficie nuclear sólo refleja un aumento del orden de $T^{1/2}$. Reproducimos los argumentos esquemáticos de la ref.[46] para visualizar esta dependencia, utilizando para ello un gas de Fermi. La entropía $S = 2[a(E - V)]^{1/2}$ depende de la deformación nuclear via la energía potencial V . Por simplicidad asumimos $V = k\beta^2$, siendo β el parámetro de deformación. La probabilidad de encontrar al sistema con una dada deformación es $P(E, \beta) = e^S$. La más probable deformación es la que maximiza la entropía. Para núcleos esféricos la distribución tiene un pico a $\beta = 0$ pero es ensanchada cuando aumenta la energía de excitación, como se ve expandiendo la entropía como $S = 2(aE)^{1/2} \left(1 - \frac{V}{2E}\right)$, entonces la distribución de probabilidad que depende del parámetro de deformación es una distribución de gauss $P(\beta) = e^{-k\beta^2/T}$ con un ancho $\Gamma = \frac{1}{2} \left(\frac{T}{k}\right)^{1/2}$, en la última derivación se usó la relación $T = (E^*/a)^{1/2}$. Por lo tanto, en ausencia de otros efectos el ancho debido a la fluctuación térmica aumenta como $\sim \sqrt{T}$.

El otro efecto importante, citado como responsable en el aumento del ancho, viene del momento angular transferido al núcleo compuesto. Esta rotación induce deformaciones en el núcleo compuesto^[68] lo cual es responsable del incremento del ancho. Aunque este efecto existe, no es suficiente para explicar los datos, especialmente a bajas temperaturas donde la deformación no es importante. A temperaturas altas el efecto de la deformación esta limitado por el máximo impulso angular que puede sostener el núcleo compuesto

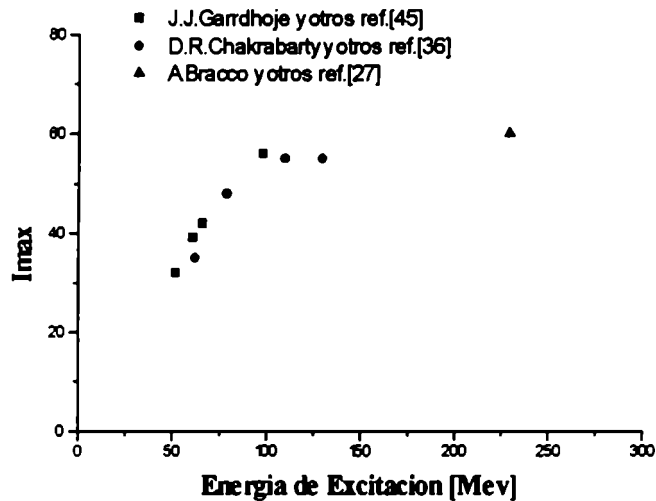


Figura 4.12: Datos experimentales del ^{110}Sn . Los valores del impulso angular máximo están en unidades de \hbar .

antes de fisionarse. Por ejemplo, el impulso angular máximo que puede sostener el núcleo de Sn es $\approx 60\hbar$ (fig.4.12), esto sugiere que para energías de excitación superiores a 100 Mev el ancho de la *Resonancia Dipolar Gigante* no depende del espín, pero se observa que aún se mantiene la curva de crecimiento del ancho de la *Resonancia Dipolar Gigante* por arriba de esta energía (fig.4.11). Lo cual indica, por un lado que existe otros efectos que no son ni las fluctuaciones térmicas de la superficie ni las deformaciones que contribuyen al aumento del ancho de las *Resonancias Multipolares Gigantes*, y por otro lado que se puede separar los efectos de temperatura de los efectos de momento angular, permitiendo una investigación detallada de los mecanismos responsables del incremento del ancho de las *Resonancias Multipolares Gigantes*.

En nuestro modelo trabajamos con núcleos esféricos, y realizamos una extensión al cálculo hecho a temperatura cero del ancho de dispersión utilizando la discontinuidad de la segunda derivada de la función de Green, para estudiar los efectos que dependen solamente de la temperatura.

En la sección 4.2.1, obtendremos las reglas para calcular las distintas permutaciones temporales de la autoenergía, dependiente de la temperatura, de los diagramas vistos en la Sección 4.1 y discutiremos la aproximación hecha en la ref.[22]. En la sección 4.2.2, indicaremos como hay que realizar la sumas de diagramas relevantes para el cálculo del ancho de dispersión de las *Resonancias Multipolares Gigantes* a temperatura finita, y observaremos que se puede expresar en término de una interacción efectiva entre el estado de un bosón y el de dos bosones.

4.2.1 Cálculo de la Autoenergía

Vamos a evaluar en el conjunto gran canónico la autoenergía ($F(\tau'' - \tau')$) asociada con la fig.4.13, que es una corrección del orden $1/\Omega$ a la función de Green no perturbada de un bosón, dentro el formalismo de Matsubara. Las reglas son las mismas que en el cálculo de la autoenergía a temperatura cero excepto que las integrales son reemplazadas por sumas sobre frecuencias discretas imaginarias ya que las funciones de Green en el formalismo de Matsubara son periódicas (bosones) y antiperiódicas (fermiones) en el intervalo $[-\beta, \beta]$, como fue puntualizado en el Capítulo 2.

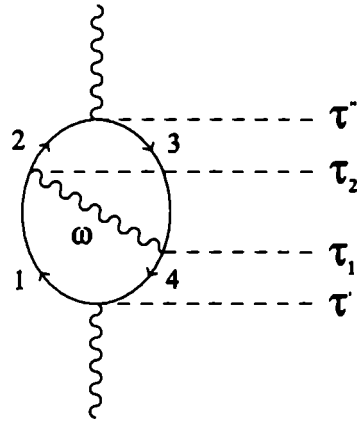


Figura 4.13:

$$F(\tau'' - \tau') = \sum_{1,2,3,4,\lambda} \mathcal{V}(1,2;\lambda) \mathcal{V}(3,4;\lambda) \mathcal{V}(2,3;GR) \mathcal{V}(1,4;GR) \iint d\tau_1 d\tau_2 \quad (4.41)$$

$$G_0(1; \tau_2 - \tau') G_0(2; \tau'' - \tau_2) G_0(\lambda; \tau_2 - \tau_1) G_0(3; \tau_1 - \tau'') G_0(4; \tau' - \tau_1)$$

donde las sumas se realizan sobre todos los estados intermedios posibles de fermiones y bosones, siendo $\mathcal{V}(i,j;\lambda)$ la intensidad de la interacción entre los grados de libertad de fermiones y bosones. Para el caso de una fuerza separable isoescalar-isovectorial (Capítulo 3) vale

$$\mathcal{V}(i,j;GR) = - \sum_p \Lambda_n^p \mathcal{M}^p(i,j;GR) \quad (4.42)$$

donde Λ_n^p y $\mathcal{M}^p(i,j;GR)$ se definen como en el Capítulo 3, y la suma se debe hacer sobre neutrones y protones.

Definiendo las funciones de Green³ de partículas libres y su transformada de Fourier como [ec.(2.52)]

³Consideramos $\hbar = 1$.

$$\begin{aligned}
G_0(i; \tau) &= -(1 - n_i) e^{-(\varepsilon_i - \mu)\tau} \theta(\tau) + n_i e^{-(\varepsilon_i - \mu)\tau} \theta(-\tau) \\
&= \frac{1}{\beta} \sum_{p_n} \frac{1}{ip_n - \tilde{\varepsilon}_i} e^{-ip_n \tau}
\end{aligned} \tag{4.43}$$

donde $\beta = 1/k_B T$ (T es la temperatura), $p_n = \frac{n\pi}{\beta}$ (con $n = \text{impar}$), $\tilde{\varepsilon}_i = \varepsilon_i - \mu$ (ε_i es la energía de partícula independiente y μ es la energía de Fermi), y $n_i = (e^{\beta \tilde{\varepsilon}_i} + 1)^{-1}$ es el número de ocupación fermiónico. Definiendo la función de Green de bosones libres y su transformada de Fourier^[57] como

$$\begin{aligned}
G_0(\lambda; \tau) &= -[(1 + n_\omega) e^{-\omega\lambda\tau} + n_\omega e^{\omega\lambda\tau}] \theta(\tau) \\
&\quad - [n_\omega e^{-\omega\lambda\tau} + (1 + n_\omega) e^{\omega\lambda\tau}] \theta(-\tau) \\
&= \frac{1}{\beta} \sum_{k_n} \left(\frac{1}{ik_n - \omega_\lambda} - \frac{1}{ik_n + \omega_\lambda} \right) e^{-ik_n \tau}
\end{aligned} \tag{4.44}$$

donde ω_λ es la energía del bosón, λ es la multipolaridad, $k_n = \frac{n\pi}{\beta}$ (con $n = \text{par}$) y $n_\lambda = (e^{\beta \omega_\lambda} - 1)^{-1}$ es el número de ocupación bosónico. La existencia de dos términos en la ecuación anterior se debe a que el estado intermedio puede ser formado por la creación o la aniquilación de un bosón. Expresando la autoenergía en término de las transformadas de fourier de las funciones de Green de partícula libre y de bosón libre se tiene

$$\begin{aligned}
F(\tau'' - \tau') &= \frac{1}{\beta^5} \sum_{1,2,3,4,\lambda} \mathcal{V}(1,2;\lambda) \mathcal{V}(3,4;\lambda) \mathcal{V}(2,3;GR) \mathcal{V}(1,4;GR) \\
&\quad \sum_{p_{n_1}, p_{n_2}, p_{n_3}, p_{n_4}} \sum_{k_n} \iint d\tau_1 d\tau_2 \frac{e^{-ip_{n_1}(\tau_2 - \tau')}}{ip_{n_1} - \tilde{\varepsilon}_1} \frac{e^{-ip_{n_2}(\tau'' - \tau_2)}}{ip_{n_2} - \tilde{\varepsilon}_2} \frac{e^{-ip_{n_3}(\tau_1 - \tau'')}}{ip_{n_3} - \tilde{\varepsilon}_3} \\
&\quad \frac{e^{-ip_{n_4}(\tau' - \tau_1)}}{ip_{n_4} - \tilde{\varepsilon}_4} \left(\frac{1}{ik_n - \omega_\lambda} - \frac{1}{ik_n + \omega_\lambda} \right) e^{-ik_n(\tau_2 - \tau_1)}
\end{aligned} \tag{4.45}$$

integrando en los tiempos intermedios, utilizando para ello la identidad

$$\int_0^\beta d\tau e^{-i\tau(k_i - k_j - k_i)} = \beta \delta_{k_i, k_j + k_i} \tag{4.46}$$

y redefiniendo las variables independientes queda

$$\begin{aligned}
F(\tau'' - \tau') &= \frac{1}{\beta^3} \sum_{1,2,3,4,\lambda} \mathcal{V}(1,2;\lambda) \mathcal{V}(3,4;\lambda) \mathcal{V}(2,3;GR) \mathcal{V}(1,4;GR) \\
&\quad \sum_{p_{n_1}, p_{n_2}} \sum_{k_n} \frac{e^{-ik_n(\tau'' - \tau')}}{ip_{n_1} - \tilde{\epsilon}_1} \frac{1}{ip_{n_2} - \tilde{\epsilon}_2} \frac{1}{ip_{n_1} - ik_n - \tilde{\epsilon}_4} \frac{1}{ip_{n_2} - ik_n - \tilde{\epsilon}_3} \\
&\quad \left(\frac{1}{ip_{n_2} - ip_{n_1} - \omega_\lambda} - \frac{1}{ip_{n_2} - ip_{n_1} + \omega_\lambda} \right) \tag{4.47}
\end{aligned}$$

evaluando las sumas sobre las frecuencias impares

$$\begin{aligned}
\frac{1}{\beta} \sum_{p_{n_1}=\text{impar}} \frac{1}{ip_{n_1} - \tilde{\epsilon}_i} &= n_i - \frac{1}{2} \\
\frac{1}{\beta} \sum_{p_{n_1}=\text{impar}} \frac{1}{ip_{n_1} - ik_n - \tilde{\epsilon}_i} &= n_i - \frac{1}{2} \\
\frac{1}{\beta} \sum_{p_{n_1}=\text{impar}} \frac{1}{ip_{n_1} - ik_n + \omega_\lambda} &= n_\omega + \frac{1}{2}
\end{aligned} \tag{4.48}$$

con lo cual la autoenergía de la fig.4.13 resulta

$$\begin{aligned}
F(\tau'' - \tau') &= \frac{1}{\beta} \sum_{k_n=\text{par}} \frac{e^{-ik_n(\tau'' - \tau')}}{2} \sum_{1,2,3,4,\lambda} \mathcal{V}(1,2;\lambda) \mathcal{V}(3,4;\lambda) \mathcal{V}(2,3;GR) \mathcal{V}(1,4;GR) \\
&\quad \left\{ \frac{[(1-n_1)(1+n_\omega) + n_1 n_\omega] (2n_2 - 1)}{(ik_n + \tilde{\epsilon}_{41})(-ik_n + \tilde{\epsilon}_{23})(\tilde{\epsilon}_{21} - \omega_\lambda)} + \frac{[(1-n_1)(1+n_\omega) + n_1 n_\omega] (2n_3 - 1)}{(ik_n + \tilde{\epsilon}_{41})(ik_n + \tilde{\epsilon}_{32})(ik_n + \tilde{\epsilon}_{31} - \omega_\lambda)} \right. \\
&\quad + \frac{(-)[n_1 n_\omega - (1-n_1)(1+n_\omega)]}{(ik_n + \tilde{\epsilon}_{41})(\tilde{\epsilon}_{12} + \omega_\lambda)(ik_n - \tilde{\epsilon}_{13} - \omega_\lambda)} - \frac{[(1-n_4)(1+n_\omega) + n_4 n_\omega] (2n_2 - 1)}{(ik_n + \tilde{\epsilon}_{41})(ik_n - \tilde{\epsilon}_{23})(ik_n - \tilde{\epsilon}_{24} + \omega_\lambda)} \\
&\quad - \frac{[(1-n_4)(1+n_\omega) + n_4 n_\omega] (2n_3 - 1)}{(ik_n + \tilde{\epsilon}_{41})(ik_n + \tilde{\epsilon}_{32})(\tilde{\epsilon}_{34} - \omega_\lambda)} - \frac{[n_4 n_\omega - (1-n_4)(1+n_\omega)]}{(ik_n + \tilde{\epsilon}_{41})(ik_n + \tilde{\epsilon}_{42} + \omega_\lambda)(\tilde{\epsilon}_{43} + \omega_\lambda)} \\
&\quad + \frac{[(1-n_1)n_\omega + n_1(n_\omega + 1)] (2n_2 - 1)}{(ik_n + \tilde{\epsilon}_{41})(-ik_n + \tilde{\epsilon}_{23})(\tilde{\epsilon}_{21} + \omega_\lambda)} + \frac{[(1-n_1)n_\omega + n_1(1+n_\omega)] (2n_3 - 1)}{(ik_n + \tilde{\epsilon}_{41})(ik_n + \tilde{\epsilon}_{32})(ik_n + \tilde{\epsilon}_{31} + \omega_\lambda)} \\
&\quad + \frac{(-)[n_1(1+n_\omega) - (1-n_1)n_\omega]}{(ik_n + \tilde{\epsilon}_{41})(\tilde{\epsilon}_{12} - \omega_\lambda)(ik_n - \tilde{\epsilon}_{13} + \omega_\lambda)} - \frac{[(1-n_4)n_\omega + n_4(1+n_\omega)] (2n_2 - 1)}{(ik_n + \tilde{\epsilon}_{41})(ik_n - \tilde{\epsilon}_{23})(ik_n - \tilde{\epsilon}_{24} - \omega_\lambda)} \\
&\quad \left. - \frac{[(1-n_4)n_\omega + n_4(1+n_\omega)] (2n_3 - 1)}{(ik_n + \tilde{\epsilon}_{41})(ik_n + \tilde{\epsilon}_{32})(\tilde{\epsilon}_{34} + \omega_\lambda)} - \frac{[n_4(1+n_\omega) - (1-n_4)n_\omega]}{(ik_n + \tilde{\epsilon}_{41})(ik_n + \tilde{\epsilon}_{42} - \omega_\lambda)(\tilde{\epsilon}_{43} - \omega_\lambda)} \right\} \tag{4.49}
\end{aligned}$$

donde $k_n = \frac{n\pi}{\beta}$ (con n par) pues es la autoenergía de un bosón, $\tilde{\epsilon}_{ij} = \tilde{\epsilon}_i - \tilde{\epsilon}_j$ y los últimos seis términos son iguales a menos los primeros seis si se realiza el intercambio de

$\omega_\lambda \rightarrow -\omega_\lambda$, con lo cual $n_\omega \rightarrow -(n_\omega + 1)$. Note que la aparición de números de ocupación bosónicos es consecuencia directa de tratar a todas las vibraciones como bosones, como sucede en la aproximación de la RPA.

Trabajar con la autoenergía así expresada y extraer información de ella no resulta sencillo, pues los diferentes diagramas están sumados entre sí y no se los puede visualizar en forma independiente, con la consiguiente imposibilidad de distinguir los procesos relevantes para el cálculo del ancho de dispersión, tal como fue hecho en la Sección 4.1. Por ello, es útil reescribir la ec.(4.49) para obtener los 4! términos posibles que surgen de las distintas permutaciones temporales de las interacciones en la autoenergía de la fig.4.13, además de considerar las dos posibilidades que existen debido a que se puede crear o aniquilar un bosón intermedio, dando en total 48 términos

$$\begin{aligned}
F(\tau'' - \tau') &= \frac{1}{\beta} \sum_{k_n = \text{par}} e^{-ik_n(\tau'' - \tau')} \sum_{1,2,3,4,\lambda} \mathcal{V}(1,2;\lambda) \mathcal{V}(3,4;\lambda) \mathcal{V}(2,3;GR) \mathcal{V}(1,4;GR) \\
&\left\{ \frac{[(1-n_1)(1-n_2)n_3n_4(1+n_\omega) - n_1n_2(1-n_3)(1-n_4)n_\omega]}{(ik_n + \tilde{\epsilon}_{41})(ik_n - \tilde{\epsilon}_{23})(ik_n - \tilde{\epsilon}_{13} - \omega_\lambda)} \right. \\
&+ \frac{[(1-n_1)(1-n_2)n_3(1-n_4)(1+n_\omega) - n_1n_2(1-n_3)n_4n_\omega]}{(ik_n - \tilde{\epsilon}_{13} - \omega_\lambda)(ik_n - \tilde{\epsilon}_{23})(\tilde{\epsilon}_{43} + \omega_\lambda)} \\
&+ \frac{[(1-n_1)n_2n_3n_4(1+n_\omega) - n_1(1-n_2)(1-n_3)(1-n_4)n_\omega]}{(ik_n - \tilde{\epsilon}_{14})(ik_n - \tilde{\epsilon}_{13} - \omega_\lambda)(\tilde{\epsilon}_{12} + \omega_\lambda)} \\
&+ \frac{[n_1(1-n_2)n_3n_4n_\omega - (1-n_1)n_2(1-n_3)(1-n_4)(1+n_\omega)]}{(ik_n - \tilde{\epsilon}_{23})(ik_n - \tilde{\epsilon}_{24} + \omega_\lambda)(\tilde{\epsilon}_{21} - \omega_\lambda)} \\
&+ \frac{[(1-n_1)(1-n_2)(1-n_3)n_4n_\omega - n_1n_2n_3(1-n_4)(1+n_\omega)]}{(ik_n - \tilde{\epsilon}_{14})(ik_n - \tilde{\epsilon}_{24} + \omega_\lambda)(\tilde{\epsilon}_{34} - \omega_\lambda)} \\
&+ \frac{[(1-n_1)(1-n_2)n_3n_4n_\omega - n_1n_2(1-n_3)(1-n_4)(1+n_\omega)]}{(ik_n - \tilde{\epsilon}_{14})(ik_n - \tilde{\epsilon}_{24} + \omega_\lambda)(ik_n - \tilde{\epsilon}_{23})} \quad (4.50) \\
&+ \frac{[n_1(1-n_2)n_3(1-n_4)(1+n_\omega) - (1-n_1)n_2(1-n_3)n_4n_\omega]}{(\tilde{\epsilon}_{14} - \tilde{\epsilon}_{23})(\tilde{\epsilon}_{43} + \omega_\lambda)(ik_n - \tilde{\epsilon}_{14})} \\
&+ \frac{[n_1(1-n_2)n_3(1-n_4)(1+n_\omega) - (1-n_1)n_2(1-n_3)n_4n_\omega]}{(\tilde{\epsilon}_{14} - \tilde{\epsilon}_{23})(\tilde{\epsilon}_{43} + \omega_\lambda)(-ik_n + \tilde{\epsilon}_{23})} \\
&+ \frac{[(1-n_1)n_2n_3(1-n_4)(1+n_\omega) - n_1(1-n_2)(1-n_3)n_4n_\omega]}{(\tilde{\epsilon}_{43} + \omega_\lambda)(\tilde{\epsilon}_{12} + \omega_\lambda)(ik_n - \tilde{\epsilon}_{13} - \omega_\lambda)} \\
&+ \frac{[(1-n_1)n_2n_3(1-n_4)(1+n_\omega) - n_1(1-n_2)(1-n_3)n_4n_\omega]}{(\tilde{\epsilon}_{43} + \omega_\lambda)(\tilde{\epsilon}_{12} + \omega_\lambda)(-ik_n - \tilde{\epsilon}_{42} - \omega_\lambda)} \\
&+ \frac{[(1-n_1)n_2(1-n_3)n_4(1+n_\omega) - n_1(1-n_2)n_3(1-n_4)n_\omega]}{(\tilde{\epsilon}_{23} + \tilde{\epsilon}_{41})(\tilde{\epsilon}_{21} - \omega_\lambda)(ik_n - \tilde{\epsilon}_{14})}
\end{aligned}$$

$$+ \frac{[(1 - n_1) n_2 (1 - n_3) n_4 (1 + n_\omega) - n_1 (1 - n_2) n_3 (1 - n_4) n_\omega]}{(\tilde{\epsilon}_{23} + \tilde{\epsilon}_{41})(\tilde{\epsilon}_{21} - \omega_\lambda)(-ik_n + \tilde{\epsilon}_{23})} \}$$

- {lo mismo cambiando $\omega_\lambda \rightarrow -\omega_\lambda$ con lo cual $n_\omega \rightarrow -(1 + n_\omega)$ }

donde cada uno de los términos representa un diagrama que se obtiene como una permutación temporal del diagrama original (fig.4.13).

Como resultado del cálculo anterior y de los cálculos realizados sobre la autoenergía de los diferentes diagramas que se muestran en la fig.4.15 . Se observa que la construcción de cada permutación temporal sigue reglas bien definidas:

- El numerador de cada término tiene en cuenta los números de ocupación de fermiones y bosones, y se construye simplemente observando la circulación del diagrama. O sea, por cada partícula que exista en el diagrama va un factor proporcional al número de ocupación $(1 - n_i)$ y por cada agujero un n_i , mientras que para los bosones cuando son creados en el estado intermedio se lo representa como una flecha que corre en el sentido del tiempo y se agrega un número de ocupación $(1 + n_\omega)$, y cuando en el estado intermedio los bosones son aniquilados la flecha va en sentido contrario al tiempo y tiene un número de ocupación n_ω . Además de este numerador siempre existe otro que se construye invirtiendo totalmente la circulación del anterior, o sea, las que eran partículas pasan a ser agujeros, y viceversa, y los bosones que eran creados pasan a ser aniquilados, y viceversa. Entre estos dos numeradores existe un signo dependiendo del número de estados intermedios que exista. Cuando existe un número par de estados intermedios entonces los dos numeradores se suman y cuando existe un número impar se restan.
- Los denominadores de energía siguen la regla clásica de construcción de denominadores que utiliza la NFT, o lo que es lo mismo, la que surge de la teoría de perturbaciones de RS. O sea, el denominador se construye como el producto de los denominadores de los estados intermedios, donde cada uno surge de restarle a la energía del estado inicial la energía del estado intermedio. Teniendo en cuenta que cuando el bosón es creado en el estado intermedio la energía ω_λ es positiva y cuando es aniquilado es negativa.
- Hay que agregar un signo a cada permutación temporal cuando existe una cantidad distinta de vértices de dispersión de partículas y agujeros respecto del diagrama original, que se uso para obtener la autoenergía.

Por ejemplo, el segundo término de la ec.(4.50) representa las permutaciones temporales de la fig.4.14 y se lo puede construir simplemente siguiendo las reglas antes detalladas.

En el cálculo de ancho de dispersión, en término del Modelo de la Función de Intensidad, que realizaron en la ref.[22] de los 48 posibles términos que surgen de las distintas permutaciones temporales de la autoenergía de la fig.4.13 sólo consideraron el primero

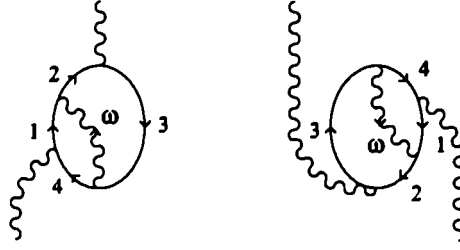


Figura 4.14: El segundo diagrama se construye como una rotación del primero

y el sexto término de la ec.(4.50), conjuntamente con los términos que surgen de éstos cuando en el estado intermedio se realiza el intercambio de $\omega_\lambda \rightarrow -\omega_\lambda$. Las restantes permutaciones temporales de la autoenergía no las tienen en cuenta, argumentando para ello que todas éstas incluyen vértices atrasados del tipo de los que permite la RPA, y que estos son sólo importantes si los estados son muy colectivos teniendo, por lo tanto, una amplitud de retraso (Y_{ki}) muy grande.

La anterior suposición implica despreciar la variación que sufren los números de ocupación fermiónicos cuando varía la temperatura, trabajando con los números de ocupación fermiónicos de temperatura cero. Al afirmar que los números de ocupación fermiónicos no influyen se está implícitamente suponiendo que las configuraciones, que surgen a temperatura finita, de partícula-partícula y de agujero-agujero son despreciables. Esta suposición implica hacer el reemplazo en la autoenergía [ec.(4.50)] de

$$(1 - n_1), (1 - n_2), n_3, n_4 \rightarrow 1 \quad (4.51)$$

con lo cual, desaparecen las permutaciones que incluyen vértices retrasados, y se llega a

$$F(\tau'' - \tau') = \frac{1}{\beta} \sum_{k_n = \text{par}} e^{-ik_n(\tau'' - \tau')} \sum_{1,2,3,4,\lambda} \mathcal{V}(1, 2; \lambda) \mathcal{V}(3, 4; \lambda) \mathcal{V}(2, 3; GR) \mathcal{V}(1, 4; GR) \quad (4.52)$$

$$\left\{ \frac{(1 + n_\omega)}{(ik_n + \tilde{\epsilon}_{41})(ik_n - \tilde{\epsilon}_{23})(ik_n - \tilde{\epsilon}_{13} - \omega_\lambda)} + \frac{n_\omega}{(ik_n - \tilde{\epsilon}_{14})(ik_n - \tilde{\epsilon}_{24} + \omega_\lambda)(ik_n - \tilde{\epsilon}_{23})} \right. \\ \left. \frac{n_\omega}{(ik_n + \tilde{\epsilon}_{41})(ik_n - \tilde{\epsilon}_{23})(ik_n - \tilde{\epsilon}_{13} + \omega_\lambda)} + \frac{(1 + n_\omega)}{(ik_n - \tilde{\epsilon}_{14})(ik_n - \tilde{\epsilon}_{24} - \omega_\lambda)(ik_n - \tilde{\epsilon}_{23})} \right\}$$

que es la ec.(17) de la ref.[22]⁴ y con esta ecuación realizan el cálculo del ancho de dispersión de la *Resonancia Cuadrupolar Gigante* del ²⁰⁸Pb y de la *Resonancia Dipolar Gigante* del ⁹⁰Zr, utilizando el Modelo de la Función Intensidad, y observan que tiende a disminuir ligeramente con la temperatura.

⁴Existe un signo de diferencia con respecto a la ref.[22], esto se debe a que en dicha referencia el bosón está invertido (temporalmente) con respecto al bosón de la fig.4.13, lo que provoca una fase global (ec.4.44).

4.2.2 Suma de Diagramas

La suma de diagramas para el cálculo del ancho de dispersión a temperatura finita requiere trabajar con las distintas permutaciones temporales de la autoenergía, no se puede realizar el cálculo de la misma forma en que fue hecho a temperatura cero, ya que en este caso entran en juego los números de ocupación fermiónicos y bosónicos impidiendo una suma directa de diagramas. Tampoco se pueden simplificar los números de ocupación fermiónicos (como fue hecho en la ref.[22]) pues implica despreciar las nuevas configuraciones que aparecen cuando la temperatura es finita.

No obstante, los diagramas que consideramos para el cálculo del ancho de dispersión deben cumplir los requisitos que se expresaron en la Sección 4.1. Es decir, que deben existir dos interacciones de dispersión que cambian el número de bosones o de partícula-agujero en uno respecto del estado inicial o final y éstas deben actuar entre la aniquilación del bosón inicial y la creación del bosón final.

Observamos como en el caso de temperatura cero que los diagramas relevantes para el cálculo del ancho de dispersión de las *Resonancias Multipolares Gigantes* pueden ser interpretados como el cuadrado del elemento de matriz efectivo entre el estado de un bosón y el estado de dos bosones. Sólo que a temperatura finita este elemento de matriz efectivo depende de los números de ocupación fermiónicos, mientras que los números de ocupación de los bosones se encuentran factorizados respecto de éstos y no forman parte del elemento de matriz sino que están relacionados con el propagador intermedios de dos bosones.

Para realizar el cálculo del ancho de dispersión consideramos la autoenergía de los diagramas que se presentan en la fig.4.15 ,que son del orden $\frac{1}{\Omega}$, siendo los mismos que consideramos a temperatura cero. Estos diagramas están relacionados entre si observando simplemente como se escribe el bosón de la RPA (fig.4.16) en término de su ecuación de Dyson [ec.(4.53)].

$$G(\lambda; \tau) = G_0(1, 2; \tau) \delta_{13} \delta_{24} + \int d\tau_3 G_0(1, 2; \tau_3) \mathcal{V}(1, 2, 3, 4) G_0(3, 4; \tau - \tau_3) + \int d\tau_1 d\tau_2 G_0(1, 2; \tau_1) \mathcal{V}(1, 2; \lambda) G(\lambda; \tau_2 - \tau_1) \mathcal{V}(3, 4; \lambda) G_0(3, 4; \tau - \tau_2) \quad (4.53)$$

donde $G_0(i, j; \tau)$ es la función de Green de partícula-agujero que se define como

$$G_0(i, j; \tau) = (1 - n_i) n_j e^{-(\epsilon_i - \epsilon_j)\tau} \theta(\tau) + n_i (1 - n_j) e^{-(\epsilon_i - \epsilon_j)\tau} \theta(-\tau) \quad (4.54)$$

Es interesante notar que los números de ocupación fermiónicos y bosónicos se pueden factorizar si se suman convenientemente los diagramas.

Como ejemplo para entender como se realiza la suma de diagramas a temperatura finita, suponemos que consideramos el caso en el cual no hay dos estados fermiónicos iguales, entonces se tiene que considerar solamente la autoenergía de los diagramas que incluyen dos triángulos (fig.4.15c,d,e,f). Las sumas de las distintas autoenergías no

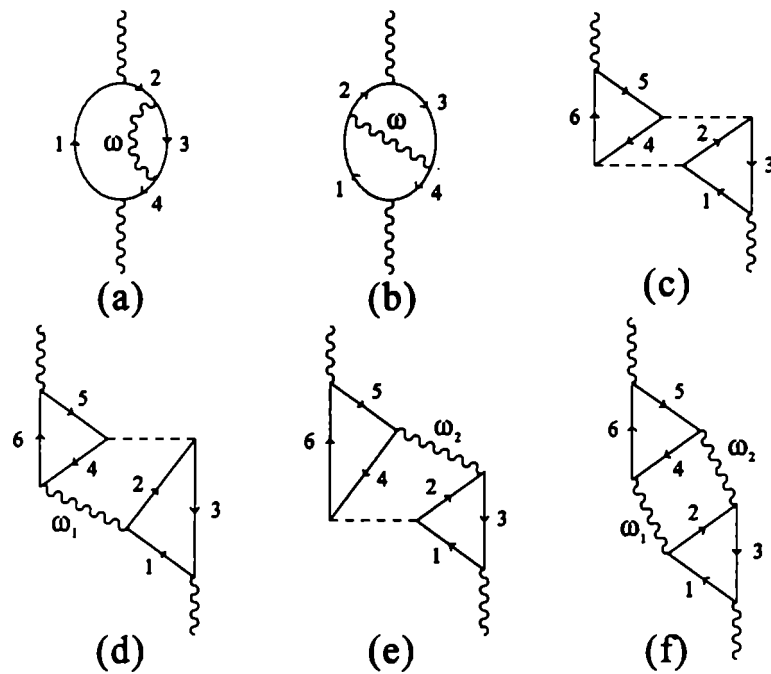


Figura 4.15:

se hacen término a término, sino que hay que fijarse en las distintas permutaciones temporales y seleccionar aquellas permutaciones que tengan los números de ocupación fermiónico que nos interese analizar, independientemente de los números de ocupación bosónicos que posea.

Por ejemplo, vamos a analizar las permutaciones temporales de la autoenergía que posean los siguientes números de ocupación fermiónicos $n_1 n_2 (1 - n_3) n_4 n_5 (1 - n_6)$ y las permutaciones que se obtienen de intercambiar partículas por agujeros y viceversa, y la de intercambiar los bosones que eran creados en el estado intermedio por lo que son aniquilados, y viceversa.

Ninguna de las permutaciones temporales de la autoenergía del diagrama de la fig.4.15c contiene estos números fermiónicos, por lo tanto no debe ser considerado. De la autoenergía de la fig.4.15d son 3 las permutaciones temporales que contienen estos números fermiónicos, donde el valor de cada permutación se obtiene de usar la regla expresada en la sección anterior, siendo la suma de estas igual a.

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{\beta} \sum_{k_n=par} e^{-ik_n(\tau''-\tau')} \sum_{1,2,3,4,5,6,\lambda_1} \mathcal{V}(1,3;GR) \mathcal{V}(6,5;GR) \mathcal{V}(2,3,4,5) \mathcal{V}(1,2;\lambda_1) \mathcal{V}(4,6;\lambda_1) \\
& \left\{ \frac{[n_1 n_2 (1-n_3) n_4 n_5 (1-n_6) n_{\omega_1} + (1-n_1)(1-n_2) n_3 (1-n_4)(1-n_5) n_6 (1+n_{\omega_1})]}{(ik_n - \tilde{\epsilon}_{65})(ik_n - \tilde{\epsilon}_{13})(ik_n - \tilde{\epsilon}_{23} - \omega_1)(\tilde{\epsilon}_{46} + \omega_1)} \right. \\
& \left. + \frac{[n_1 n_2 (1-n_3) n_4 n_5 (1-n_6)(1+n_{\omega_1}) + (1-n_1)(1-n_2) n_3 (1-n_4)(1-n_5) n_6 n_{\omega_1}]}{(ik_n - \tilde{\epsilon}_{65})(ik_n - \tilde{\epsilon}_{13})(ik_n - \tilde{\epsilon}_{23} + \omega_1)(\tilde{\epsilon}_{46} - \omega_1)} \right\} \quad (4.55)
\end{aligned}$$

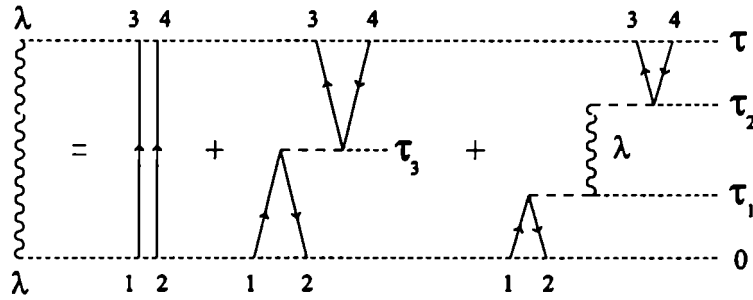


Figura 4.16:

Del diagrama de la fig.4.15e son 3 las permutaciones temporales que contienen estos números fermiónicos y la suma de estas vale.

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{\beta} \sum_{k_n=par} e^{-ik_n(\tau''-\tau')} \sum_{1,2,3,4,5,6,\lambda_2} \mathcal{V}(1,3;GR) \mathcal{V}(6,5;GR) \mathcal{V}(1,2,4,6) \mathcal{V}(2,3;\lambda_2) \mathcal{V}(4,5;\lambda_2) \\
& \left\{ \frac{[n_1 n_2 (1-n_3) n_4 n_5 (1-n_6)(1+n_{\omega_2}) + (1-n_1)(1-n_2) n_3 (1-n_4)(1-n_5) n_6 n_{\omega_2}]}{(ik_n - \tilde{\epsilon}_{65})(ik_n - \tilde{\epsilon}_{13})(ik_n - \tilde{\epsilon}_{64} - \omega_2)(\tilde{\epsilon}_{32} + \omega_2)} \right. \\
& \left. + \frac{[n_1 n_2 (1-n_3) n_4 n_5 (1-n_6) n_{\omega_2} + (1-n_1)(1-n_2) n_3 (1-n_4)(1-n_5) n_6 (1+n_{\omega_2})]}{(ik_n - \tilde{\epsilon}_{65})(ik_n - \tilde{\epsilon}_{13})(ik_n - \tilde{\epsilon}_{64} + \omega_2)(\tilde{\epsilon}_{32} - \omega_2)} \right\} \quad (4.56)
\end{aligned}$$

Del diagrama de la fig.4.15f son 20 las permutaciones temporales que contienen estos números fermiónicos y la suma de estas vale.

$$\frac{1}{\beta} \sum_{k_n = \text{par}} e^{-ik_n(\tau'' - \tau')} \sum_{1,2,3,4,5,6,\lambda_1,\lambda_2} \mathcal{V}(1,3;GR) \mathcal{V}(6,5,GR) \mathcal{V}(1,2;\lambda_1) \quad (4.57)$$

$$\begin{aligned} & \mathcal{V}(4,6;\lambda_1) \mathcal{V}(2,3;\lambda_2) \mathcal{V}(4,5;\lambda_2) \frac{1}{(ik_n - \tilde{\epsilon}_{65})(ik_n - \tilde{\epsilon}_{13})(ik_n - \omega_1 - \omega_2)} \\ & \left\{ \frac{n_1 n_2 (1 - n_3) n_4 n_5 (1 - n_6) (1 + n_{\omega_2}) + (1 - n_1) (1 - n_2) n_3 (1 - n_4) (1 - n_5) n_6 n_{\omega_2}}{(ik_n - \tilde{\epsilon}_{64} - \omega_2) (\tilde{\epsilon}_{32} + \omega_2)} \right. \\ & \left. + \frac{n_1 n_2 (1 - n_3) n_4 n_5 (1 - n_6) n_{\omega_1} + (1 - n_1) (1 - n_2) n_3 (1 - n_4) (1 - n_5) n_6 (1 + n_{\omega_1})}{(ik_n - \tilde{\epsilon}_{23} - \omega_1) (\tilde{\epsilon}_{46} + \omega_1)} \right\} \\ & - \{ \text{lo mismo cambiando } \omega_1 \rightarrow -\omega_1 \} - \{ \text{lo mismo cambiando } \omega_2 \rightarrow -\omega_2 \} \\ & + \{ \text{lo mismo cambiando } \omega_1 \rightarrow -\omega_1 \text{ y } \omega_2 \rightarrow -\omega_2 \} \end{aligned}$$

Una manera de poder sumar las ecuaciones anteriores es utilizando las reglas de sumas que verifican la solución de la RPA cuando la fuerza es separable (Sección 6.2), que relaciona los elementos de matriz fermiónicos con los elementos de matriz entre partículas y bosones. Esto se expresa genéricamente, para cualquier fuerza separable, como

$$\mathcal{V}(i,j,k,l) = - \sum_{\lambda} \mathcal{V}(i,j;\lambda) \mathcal{V}(k,l;\lambda) \left[\frac{1}{\tilde{\epsilon}_{ij} - \omega_{\lambda}} - \frac{1}{\tilde{\epsilon}_{ij} + \omega_{\lambda}} \right] \quad (4.58)$$

donde la suma se realiza sobre todas las raíces ω_{λ} de la RPA de multipolaridad λ , y es válida para todo estado de partícula-agujero i, j .

Reemplazando los elementos de matriz fermiónicos que corresponda en las ec.(4.56) y ec.(4.55), y realizando la suma de las distintas autoenergías obtenemos lo siguiente

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\beta} \sum_{k_n = \text{par}} e^{-ik_n(\tau'' - \tau')} \sum_{1,2,3,4,5,6,\lambda_1,\lambda_2} \frac{[(1 + n_{\omega_1})(1 + n_{\omega_2}) - n_{\omega_1} n_{\omega_2}]}{(ik_n - \omega_1 - \omega_2)} \\ & \frac{\mathcal{V}(4,5;\lambda_2) \mathcal{V}(6,5,GR) \mathcal{V}(4,6;\lambda_1)}{(ik_n - \tilde{\epsilon}_{65})(\tilde{\epsilon}_{64} - \omega_1)} \frac{\mathcal{V}(1,3;GR) \mathcal{V}(1,2;\lambda_1) \mathcal{V}(2,3;\lambda_2)}{(\tilde{\epsilon}_{23} - \omega_2)(ik_n - \tilde{\epsilon}_{13})} \quad (4.59) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & [(1 - n_1) (1 - n_2) n_3 (1 - n_4) (1 - n_5) n_6 + n_1 n_2 (1 - n_3) n_4 n_5 (1 - n_6)] \\ & - \{ \text{lo mismo cambiando } \omega_1 \rightarrow -\omega_1 \} - \{ \text{lo mismo cambiando } \omega_2 \rightarrow -\omega_2 \} \\ & + \{ \text{lo mismo cambiando } \omega_1 \rightarrow -\omega_1 \text{ y } \omega_2 \rightarrow -\omega_2 \} \end{aligned}$$

observando que en esta suma se separan los números de ocupación fermiónicos de los bosónicos.

Si además realizamos un análisis similar a este pero invirtiendo la circulación de las partículas de uno de los triángulos y la sumamos con la anterior se observa que la expresión final para la autoenergía, considerando solamente las permutaciones temporales que contienen los números de ocupación elegidos, queda

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{\beta} \sum_{k_n=par} e^{-ik_n(\tau''-\tau')} \sum_{1,2,3,4,5,6,\lambda_1,\lambda_2} \frac{[(1+n_{\omega_1})(1+n_{\omega_2})-n_{\omega_1}n_{\omega_2}]}{(ik_n-\omega_1-\omega_2)} \\
& [n_1n_2(1-n_3)-(1-n_1)(1-n_2)n_3] \frac{\mathcal{V}(1,3;GR)\mathcal{V}(1,2;\lambda_1)\mathcal{V}(2,3;\lambda_2)}{(\tilde{\epsilon}_{23}-\omega_2)(ik_n-\tilde{\epsilon}_{13})} \\
& [n_4n_5(1-n_6)-(1-n_4)(1-n_5)n_6] \frac{\mathcal{V}(4,5;\lambda_2)\mathcal{V}(6,5;GR)\mathcal{V}(4,6;\lambda_1)}{(ik_n-\tilde{\epsilon}_{65})(\tilde{\epsilon}_{64}-\omega_1)} \\
& - \{lo\ mismo\ cambiando\ \omega_1 \rightarrow -\omega_1\} - \{lo\ mismo\ cambiando\ \omega_2 \rightarrow -\omega_2\} \\
& + \{lo\ mismo\ cambiando\ \omega_1 \rightarrow -\omega_1\ y\ \omega_2 \rightarrow -\omega_2\}
\end{aligned} \tag{4.60}$$

donde en esta expresión se observan claramente tres factores bien diferenciados. El primero, esta relacionado con el propagador de los dos bosones intermedios que depende de la energía y de los números de ocupación de dichos bosones; y los otros dos factores siguientes, representan el elemento de matriz efectivo entre el estado de un bosón y el de dos bosones, que están asociados a diagramas del tipo triángulo, teniendo una dependencia en los números de ocupación fermiónicos de las partículas (agujeros) que los forman, contabilizando las dos posibles circulaciones de dichos triángulos. Los demás términos, que aparecen en estos dos factores, están relacionados con las amplitudes que definen los bosones de la RPA y con el vértice de dispersión que aparece en los triángulos.

Este resultado se generaliza a otros, en los cuales se analizan distintas permutaciones temporales que tienen los mismos números de ocupación fermiónicos, llegándose a una expresión similar a la ec.(4.60) que manifiesta la misma separación en tres factores bien identificables.

Para calcular el ancho de las *Resonancias Multipolares Gigantes* necesitamos conocer la función de Green de tiempo real, para poder aplicar el método de la discontinuidad de la segunda derivada (Sección 2.1.3). Para ello, realizamos la continuación analítica de la función de Green, en el formalismo de Matsubara, que nos permite obtener la de tiempo real^[57] simplemente cambiando $ik_n \rightarrow k_n + i\eta$, siendo η un parámetro infinitesimal.

Cuando se realiza la discontinuidad de la segunda derivada de la función de Green se elimina el propagador intermedio de dos bosones, obteniéndose la siguiente expresión para el ancho de dispersión de las *Resonancias Multipolares Gigantes* a temperatura finita

$$\sigma^2 = \mu_\lambda^{(2)} = \sum_{\lambda_1, n_1, \lambda_2, n_2} \left\{ |\langle \lambda n | \mathcal{H} | \lambda_1 n_1, \lambda_2 n_2 \rangle|^2 [(n_{\omega_1} + 1)(n_{\omega_2} + 1) - n_{\omega_1} n_{\omega_2}] \right. \\ \left. + |\langle 0 | \mathcal{H} | [\lambda_1 n_1, \lambda_2 n_2]_\lambda, \lambda n \rangle|^2 [(n_{\omega_1} + 1)(n_{\omega_2} + 1) - n_{\omega_1} n_{\omega_2}] \right\} \quad (4.61)$$

la suma se extiende sobre todas las raices de los bosones intermedios y cada uno de los términos se visualiza diagramáticamente en la fig.4.17.

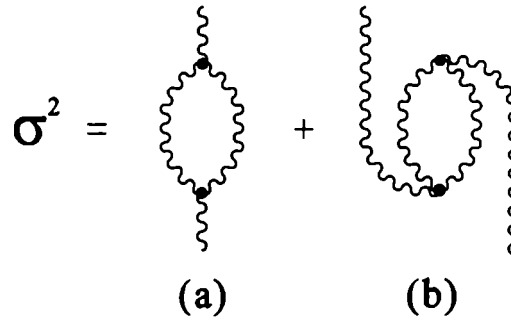


Figura 4.17:

Cada elemento de matriz efectivo, a temperatura finita, entre el estado de un bosón y dos bosones para un núcleo compuesto se expresa como

$$\langle \lambda n | \mathcal{H} | \lambda_1 n_1, \lambda_2 n_2 \rangle = \sum_{j_1, j_2, j_3} \left\{ \left[X_{j_1 j_2}^{(n_1)}(\lambda_1) X_{j_1 j_3}^{(n)}(\lambda) + Y_{j_1 j_2}^{(n_1)}(\lambda_1) Y_{j_1 j_3}^{(n)}(\lambda) \right] \right. \\ \Lambda_{j_2 j_3}^{(n_2)}(\lambda_2) [(1 - n_1) n_2 n_3 - n_1 (1 - n_2) (1 - n_3)] + X_{j_2 j_3}^{(n_2)}(\lambda_2) \\ \left. Y_{j_1 j_3}^{(n_1)}(\lambda_1) \Lambda_{j_1 j_2}^{(n)}(\lambda) [n_1 n_2 (1 - n_3) - (1 - n_1) (1 - n_2) n_3] \right\} \\ \sqrt{2\lambda_1 + 1} \sqrt{2\lambda_2 + 1} (-)^{j_1 + j_3 + \lambda_2 + \lambda} \begin{Bmatrix} \lambda & \lambda_1 & \lambda_2 \\ j_3 & j_2 & j_1 \end{Bmatrix} \sqrt{1 + \delta_{n_1 n_2}} \quad (4.62)$$

y

$$\begin{aligned}
\langle 0 | \mathcal{H} | [\lambda_1 n_1, \lambda_2 n_2]_{\lambda}, \lambda n \rangle &= \sum_{j_1 j_2 j_3} \left\{ \left[X_{j_1 j_2}^{(n_1)}(\lambda_1) Y_{j_1 j_3}^{(n)}(\lambda) + X_{j_1 j_3}^{(n)}(\lambda) Y_{j_1 j_2}^{(n_1)}(\lambda_1) \right] \right. \\
&\quad \Lambda_{j_2 j_3}^{(n_2)}(\lambda_2) [(1 - n_1) n_2 n_3 - n_1 (1 - n_2) (1 - n_3)] + Y_{j_2 j_3}^{(n_2)}(\lambda_2) \\
&\quad \left. X_{j_1 j_3}^{(n_1)}(\lambda_1) \Lambda_{j_1 j_2}^{(n)}(\lambda) [n_1 n_2 (1 - n_3) - (1 - n_1) (1 - n_2) n_3] \right\} \\
&\quad \sqrt{2\lambda_1 + 1} \sqrt{2\lambda_2 + 1} (-)^{j_1 + j_3 + \lambda_2 + \lambda} \left\{ \begin{array}{ccc} \lambda & \lambda_1 & \lambda_2 \\ j_3 & j_2 & j_1 \end{array} \right\} \sqrt{1 + \delta_{n_1 n_2}}
\end{aligned} \tag{4.63}$$

donde todos los términos posibles son los que están representados en la fig.4.18 considerando, además, el intercambio de los bosones intermedios entre si y la suma es sobre todos los niveles de fermiones que incluye además de la excitaciones de partícula-agujero, las de partícula-partícula y las de agujero-agujero. $X_{j_1 j_2}^{(n)}(\lambda)$, $Y_{j_1 j_2}^{(n)}(\lambda)$ son las amplitudes que definen el bosón de la RPA a temperatura finita, mientras que el vértice de dispersión esta dado por

$$\Lambda_{j j'}^{(n)}(\lambda) = \sum_{j_1 j_2} \left[X_{j_1 j_2}^{(n)}(\lambda) \langle j j_2 | \mathcal{V} | j' j_1 \rangle + Y_{j_1 j_2}^{(n)}(\lambda) \langle j j_1 | \mathcal{V} | j' j_2 \rangle \right] \tag{4.64}$$

es importante notar que el elemento de matriz de dispersión cambia de signo dependiendo de si el nivel j corresponde a una partícula o a un agujero, esto provoca que exista una gran cancelación en la suma diagramática como sucede a temperatura cero. Las expresiones explícitas para las amplitudes que definen los bosones de la RPA y el vértice de dispersión, cuando se trabaja con una interacción separable isoescalar-isovectorial a temperatura finita, están dadas en el Capítulo 3.

Cuando la temperatura va a cero se reobtiene el ancho de dispersión calculado en la Sección 4.1 [ec.(4.35)], simplemente realizando el límite de $T \rightarrow 0$ en la ec.(4.61), donde los números de ocupación fermiónicos verifican: $(1 - n_i) \rightarrow 1$ (para partículas) y $n_i \rightarrow 1$ (para agujeros); mientras que los bosónicos $n_{\omega} \rightarrow 0$. Sobreviendo solamente las excitaciones de partícula-agujero.

4.2.3 Resultados

Aplicamos nuestro modelo al cálculo del ancho de dispersión, dependiente de la temperatura, de la *Resonancia Dipolar Gigante* 1^- del ^{208}Pb y del ^{90}Zr , para temperaturas entre los 1 y 5 Mev. Estos cálculos resultan ser una extensión de los cálculos hechos a temperatura cero (sección 4.1).

En los distintos cálculos teóricos la temperatura (T) es un parámetro que caracteriza la energía de excitación del núcleo. Los experimentos no determinan la temperatura, no

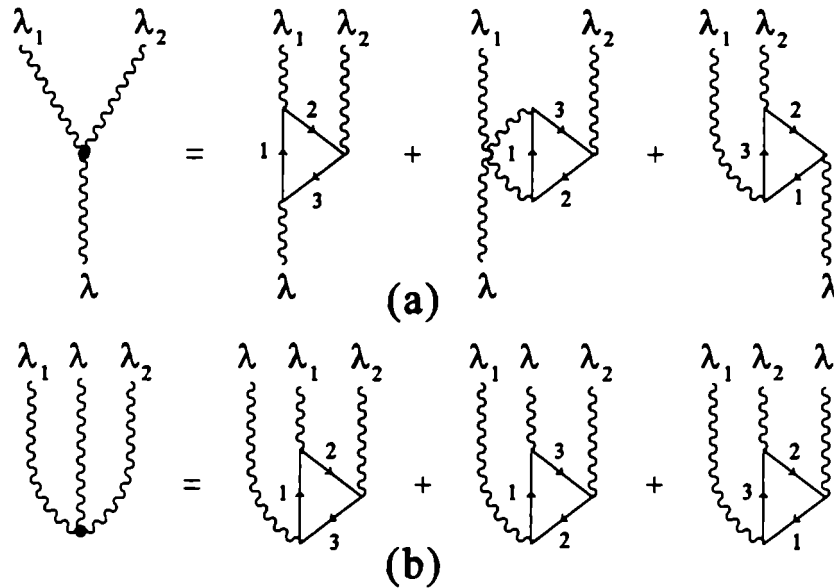


Figura 4.18:

es un observable. pero si lo hacen con la energía de excitación (E^*). Se puede relacionar la E^* con T mediante el modelo de partícula independiente

$$E^*(T) = \sum_j \varepsilon_j n_j(T) - \sum_j \varepsilon_j \quad (4.65)$$

donde ε_j son las energías de partícula independiente de temperatura cero y $n_j(T)$ es el número de ocupación fermiónico del nivel j a la temperatura T . Se mostró^[55] que los valores de E^* obtenidos usando esta expresión coinciden con buena exactitud con los cálculos de H-F dependiente de la temperatura. Cuando la temperatura no es muy alta se puede usar el modelo de gas de Fermi para relacionar la E^* con la T pues se obtienen los mismos resultados que usando la ec.(4.65)^[34].

$$E^* \approx aT^2 \quad (4.66)$$

donde a es el parámetro de la densidad de niveles que típicamente es $a \approx A/8 \text{ Mev}^{-1}$.

Cálculos térmicos de H-F^[18] muestran que las energías de partícula independiente dependen muy débilmente respecto de la temperatura. Por lo tanto, en nuestros cálculos usamos las energías de partícula independiente y funciones de onda del oscilador de temperatura cero. Como así también utilizamos los parámetros de la intensidad de la fuerza isoescalar-isovectorial k_0, k_1, k' de temperatura cero^[28].

Los potenciales químicos para protones y neutrones son ajustados a cada temperatura para que conserven en valor medio los respectivos números de partículas, es decir.

$$\langle N \rangle = \sum_{j_\nu \in \nu} n_{j_\nu} \quad , \quad \langle P \rangle = \sum_{j_\pi \in \pi} n_{j_\pi} \quad (4.67)$$

A continuación mostramos, como ejemplo (tabla 5.1), como varían la energía de la *Resonancia Dipolar Gigante* 1^- y los potenciales químicos para neutrones y protones [ec.(4.67)] del ^{208}Pb como función de la temperatura.

	T=1	T=2	T=3	T=4	T=5
$\omega_{R.D.G.}$	14.06	13.85	13.63	13.41	13.22
μ_n	-0.37	-0.64	-1.01	-1.50	-2.10
μ_p	-0.30	-0.55	-0.97	-1.54	-2.27

Tabla 5.1: Los resultados y las temperaturas están en Mev.

Se muestra en la tabla 5.2 la Regla de Suma de Energías (Sección 6.4) del ^{208}Pb en función de la temperatura para los distintos bosones de la RPA.

λ^π	T=1	T=2	T=3	T=4	T=5
0^+	2.72×10^2	2.61×10^2	2.44×10^2	2.26×10^2	2.08×10^2
1^-	1.10×10^3	1.09×10^3	1.06×10^3	1.02×10^3	$.97 \times 10^3$
2^+	2.21×10^3	2.17×10^3	2.09×10^3	2.00×10^3	1.90×10^3
3^-	3.92×10^3	3.86×10^3	3.74×10^3	3.59×10^3	3.41×10^3
4^+	6.25×10^3	6.12×10^3	5.93×10^3	5.68×10^3	5.39×10^3
5^-	7.38×10^3	7.22×10^3	6.99×10^3	6.68×10^3	6.33×10^3

Tabla 5.2: Los resultados están en Mev spu y las temperaturas en Mev.

En la tabla 5.3 se muestran los resultados parciales del ancho de dispersión de la *Resonancia Dipolar Gigante* 1^- del ^{208}Pb dependiente de la temperatura [ec.(4.61)], para los distintos bosones intermedios, de los diagramas de la fig.4.17.

Bosones Intermedios		T=1		T=2		T=3		T=4		T=5	
λ_1^π	λ_2^π	B ₁	B ₂	B ₁	B ₂	B ₁	B ₂	B ₁	B ₂	B ₁	B ₂
1^-	0^+	0.43	0.06	0.37	0.04	0.32	0.03	0.31	0.03	0.31	0.03
2^+	1^-	3.18	0.58	3.19	0.66	3.06	0.63	3.14	0.61	3.24	0.57
3^-	2^+	5.12	1.08	6.00	1.48	6.68	1.60	7.08	1.72	9.23	1.71
4^+	3^-	5.65	1.35	6.70	2.09	7.71	2.31	9.32	2.36	11.48	2.31
5^-	4^+	5.92	0.90	6.09	0.99	6.59	0.97	8.02	1.00	10.85	1.04

Tabla 5.3: Contribución al ancho de los diagramas de la fig.4.17a y b (B1 y B2).

Los resultados finales para el ancho de dispersión de la *Resonancia Dipolar Gigante* 1^- , en función de la temperatura, del ^{208}Pb y del ^{90}Zr se muestran en las figuras 4.19 y 4.20 respectivamente.

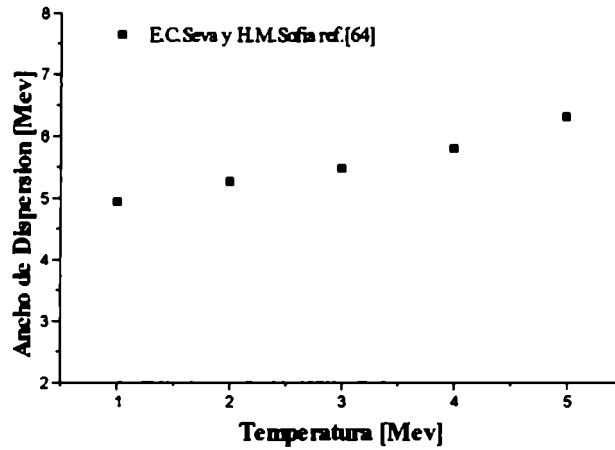


Figura 4.19: Ancho de dispersión de la R.D.G. para el ^{208}Pb .

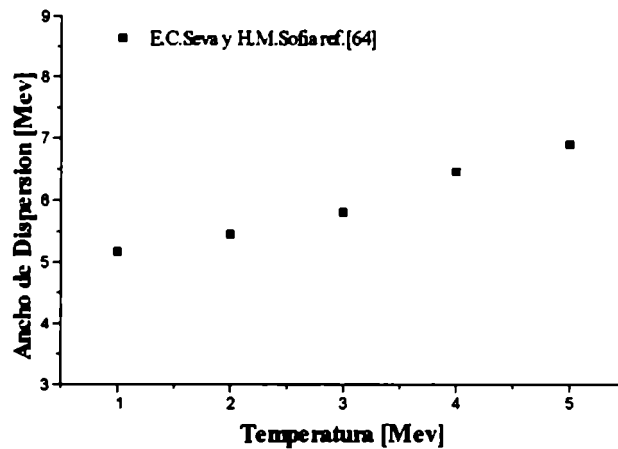


Figura 4.20: Ancho de dispersión de la R.D.G. para el ^{90}Zr .

Capítulo 5

Conclusiones

Existen diferentes aproximaciones para evaluar el ancho de dispersión de las *Resonancias Multipolares Gigantes*, pero para la mayoría de ellas la física es muy similar: El ancho de dispersión es debido a la mezcla entre un estado coherente de partícula-agujero con configuraciones cercanas más complicadas. En general, para calcular el ancho de dispersión, se utiliza el Modelo de la Función Intensidad que contiene un parámetro finito ajustable Δ determinado normalmente en forma empírica.

Es bien conocido que si las correlaciones del estado fundamental no son consideradas entonces el ancho de dispersión puede ser evaluado en término de la mezcla entre la *Resonancia Multipolar Gigante* y el estado de 2partículas-2agujeros (ver por ejemplo la ref.[38]).

El problema se complica enormemente cuando las correlaciones del estado fundamental son consideradas. En nuestro modelo las correlaciones del estado fundamental son tomadas en cuenta por medio de un hamiltoniano efectivo que acopla el estado de un bosón a estados de dos bosones. En la ref.[66] esta aproximación fue usada para obtener una relación de dispersión efectiva para el estado colectivo. De esta manera no sólo se calcula el ancho de dispersión sino que también el ancho de Landau es incluido en una manera natural. Otra posibilidad es considerar un estado de partícula-agujero vestido que incluya configuraciones más complicadas que las usualmente contenida en la RPA (ver el tratamiento desarrollado en la ref.[53]).

En este trabajo propusimos una simple versión para el ancho de dispersión de las *Resonancias Multipolares Gigantes* correspondiente al primer orden no nulo (en potencias de $\frac{1}{\Omega}$) en el formalismo de la NFT. Para realizar el cálculo utilizamos (generalizando el modelo de Baranger) la discontinuidad, a tiempos cortos, de la segunda derivada de la función de Green del bosón vibracional construido en la aproximación de la RPA que permite definir un elemento de matriz de mezcla efectivo, adelantado y atrasado para la RPA, que incluye las fluctuaciones del vacío y que además tiene la ventaja de no agregar ningún parámetro ajustable. Consideramos los *estados intermedios* de las siguientes configuraciones: las de 2partículas-2agujeros, las de 1partícula-1agujero y un bosón colectivo, y las de dos bosones colectivos. Además de tener en cuenta todos los diagramas al orden $\frac{1}{\Omega}$ (compatible con el modelo de Baranger) que contribuyen al ancho

de dispersión, a diferencia de las ref.[14][23] que utilizando el mismo formalismo y usando una base mezcla, de estados de 1partícula-lagujero con un bosón colectivo de la RPA, sólo consideran algunas permutaciones temporales.

Nuestro modelo sobrestima el ancho de dispersión en 40% pero mejora la estimación de la ref.[23]. Observamos que la contribución al ancho de dispersión del diagrama de la fig.4.9b (surge debido a que la RPA permite vértices retrasados) no es despreciable, siendo generalmente un 20% de la contribución del diagrama de la fig.4.9a; y que todos los bosones intermedios que se mezclan con la *Resonancia Dipolar Gigante* contribuyen al ancho de dispersión (tabla 4.3) en forma relevante.

Como una continuación natural evaluamos el ancho de dispersión de las *Resonancias Multipolares Gigantes* como función de la temperatura dado que los datos experimentales lo permiten. Utilizamos para el cálculo, la discontinuidad de la segunda derivada de la función de Green del bosón vibracional dentro del formalismo de Matsubara. La extensión del ancho de dispersión a temperatura finita requirió la suposición de reemplazar un sistema individual, cada uno en un estado de definida energía y número de partícula, por el conjunto gran canónico del núcleo con la consiguiente aparición de los números de ocupación fermiónicos y bosónicos que complicaron considerablemente la obtención y la suma de diagramas relevantes para el cálculo del ancho de dispersión.

Se sugirió^[25] que existen dos factores principales para el fuerte incremento del ancho total con la temperatura: las fluctuaciones de la superficie nuclear y el momento angular transferido, pero éstos por si solos no explican los datos experimentales principalmente en la región de bajas y altas temperaturas. Era de interés evaluar si el ancho de dispersión de las *Resonancias Multipolares Gigantes* aumenta con la temperatura, pues los resultados de la ref.[22] (disminuye con la temperatura) se obtuvieron bajo una serie de hipótesis que fueron discutidas en el Capítulo 4..

Hemos podido verificar que el ancho de dispersión juega un rol destacado, crece con la temperatura como fue sugerido en la ref.[76] y concuerda con la tendencia de los datos experimentales obtenidos en la ref.[77]. Además comprobamos que el ancho de dispersión a temperatura finita [ec.(4.61)] tiende en forma natural al de temperatura cero [ec.(4.35)] cuando se realiza el $\lim T \rightarrow 0$.

Si sólo se considerara la variación que sufren los números de ocupación fermiónicos (despreciando los bosónicos) el ancho de dispersión [ec.(4.61)] disminuye con la temperatura, esta tendencia se compensa con el crecimiento que experimenta el ancho de dispersión debido la presencia de los números de ocupación bosónicos. Estos efectos serían los responsables de la saturación del ancho total observada experimentalmente en las ref.[24][27], aunque no pudo ser comprobado por nuestro modelo a la temperatura en que trabajamos (5 Mev) que es la temperatura máxima para la cual un núcleo compuesto existe.

También resaltamos del trabajo lo siguiente:

- Extendimos lo realizado en las ref.[11][21] para calcular los estados colectivos a temperatura finita cuando se utiliza una fuerza separable isoescalar-isovectorial. Para lo cual se tuvo que redefinir los operadores multipolares y los bosones de la RPA para incluir las configuraciones de partícula-partícula y agujero-agujero

que el caso de temperatura cero no contempla, con la consiguiente aparición de números de ocupación fermiónicos. Hubo que tener en cuenta la variación, con la temperatura, que sufre la energía de Fermi para que conserve en promedio el número de partícula.

- Desarrollamos la Regla de Suma de Energía a temperatura finita para poder identificar las distintas resonancias que aparecen en la solución de la RPA. Para evaluar la Regla de Suma de Energía generalizamos los resultados de la ref.[39] utilizando la discontinuidad de la primera derivada de la función de Green, en el formalismo de Matsubara, para un operador bilineal partícula-agujero. Realizamos el desarrollo para núcleos superconductores por lo cual fue necesario incluir las funciones de Green normales y anómalas.
- Hemos podido establecer reglas bien precisas para la contribución de cada diagrama a temperatura finita: los numeradores, que contienen los números de ocupación, se construyen fijándose en la circulación de los fermiones y bosones de cada permutación temporal, mientras que los denominadores siguen las reglas usuales de teoría de perturbaciones. Además observamos que los diagramas viene de a pares: los dos tienen el mismo denominador, mientras que en el numerador las partículas de uno se intercambian por los agujeros del otro, y viceversa.
- Establecimos como hay que realizar las sumas de las distintas permutaciones temporales (compatibles con el modelo de Baranger) a temperatura finita para la obtención del ancho de dispersión, la suma no es tan directa como a temperatura cero (entran en juego los números de ocupación fermiónicos y bosónicos).
- Obtuvimos una relación cuando se utilizan fuerzas separables (facilita enormemente los desarrollos), que cumple la solución de la RPA tanto a temperatura cero como a temperatura finita, para un estado cualquiera de partícula-agujero.

Capítulo 6

Apéndices

6.1 NFT en el Modelo de Lipkin

El modelo considerado consiste en un sistema de dos niveles donde cada nivel tiene una degeneración de 2Ω , y las partículas interactúan via una interacción monopolar que las acopla. Un sistema de capa cerrada se puede simular imponiendo la condición de que las 2Ω partículas se encuentren en el nivel más bajo. El hamiltoniano utilizado es

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_{sp} + \mathcal{H}_q \quad (6.1)$$

donde \mathcal{H}_{sp} es el hamiltoniano de partícula independiente y \mathcal{H}_q es el hamiltoniano de interacción monopolar que se define como

$$\mathcal{H}_q = -\frac{1}{2} \nu Q^2 \quad (6.2)$$

con

$$Q = \mathcal{A}_0^\dagger + \mathcal{A}_0 + q_{1,0} \mathcal{N}_{1,0} - q_{\bar{1},0} \mathcal{N}_{\bar{1},0} \quad (6.3)$$

y donde

$$\mathcal{N}_{1,0} = \sum_m b_{m1}^\dagger b_{m1} \quad , \quad \mathcal{N}_{\bar{1},0} = \sum_m b_{m\bar{1}} b_{m\bar{1}}^\dagger \quad , \quad \mathcal{A}_0^\dagger = \sum_m b_{m1}^\dagger b_{m\bar{1}} \quad (6.4)$$

$b_{m\sigma}^\dagger$ es el operador de creación de una partícula en el estado $(m\sigma)$, donde el número cuántico m indica cada degeneración y $\sigma = 1$ ($\sigma = -1$) denota el nivel superior (inferior). Debido a la presencia del término de dispersión en la interacción monopolar, el hamiltoniano no satisface la condición de minimización de Hartree-Fock, es decir que existe un elemento de matriz del hamiltoniano no nulo entre el estado fundamental y el estado de una partícula-agujero ($\langle g.s. | \mathcal{H} | \mathcal{A}_0^\dagger \rangle \neq 0$). Por lo tanto, se realiza una transformación de Hartree-Fock para pasar a nuevos operadores de partícula independiente que si verifiquen la minimización

$$c_{m1} = zb_{m1} - yb_{m\bar{1}} \quad , \quad c_{m\bar{1}} = zb_{m1} + yb_{m\bar{1}} \quad , \quad z^2 + y^2 = 1 \quad (6.5)$$

con lo cual se pasa a un nuevo hamiltoniano al que se lo puede tratar diagramáticamente

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}'_{sp} + \mathcal{H}'_q + \mathcal{U} \quad (6.6)$$

siendo cada término igual a

$$\mathcal{H}'_{sp} = \varepsilon_1 \mathcal{N}_1 - \varepsilon_{\bar{1}} \mathcal{N}_{\bar{1}} \quad (6.7)$$

y

$$\begin{aligned} \mathcal{H}'_q = & -\frac{\nu}{2} (\mathcal{A}^{\dagger 2} + 2\mathcal{A}^{\dagger} \mathcal{A} + \mathcal{A}^2) - \nu \left[\mathcal{A}^{\dagger} (q_1 \mathcal{N}_1 - q_{\bar{1}} \mathcal{N}_{\bar{1}}) + (q_1 \mathcal{N}_1 - q_{\bar{1}} \mathcal{N}_{\bar{1}}) \mathcal{A} \right] \\ & -\frac{\nu}{2} \left[(q_1 \mathcal{N}_1 - q_{\bar{1}} \mathcal{N}_{\bar{1}})^2 - q_1^2 \mathcal{N}_1 - q_{\bar{1}}^2 \mathcal{N}_{\bar{1}} \right] \end{aligned} \quad (6.8)$$

donde \mathcal{A}^{\dagger} , \mathcal{N}_1 y $\mathcal{N}_{\bar{1}}$ son definidos como.

$$\mathcal{A}^{\dagger} = \sum_m c_{m1}^{\dagger} c_{m\bar{1}} \quad \mathcal{N}_1 = \sum_m c_{m1}^{\dagger} c_{m1} \quad , \quad \mathcal{N}_{\bar{1}} = \sum_m c_{m\bar{1}} c_{m\bar{1}}^{\dagger} \quad (6.9)$$

Se puede ver que \mathcal{H}'_q no contribuye a la energía de excitación de partículas o de agujeros, ni contiene términos que conecten el estado fundamental con estados de partícula-agujero. \mathcal{U} es un término constante no siendo importante en el cálculo de las excitaciones.

Este hamiltoniano [ec.(6.6)] se puede resolver tanto utilizando teoría de perturbaciones en el espacio de fermiones como utilizando el formalismo de la Teoría Nuclear de Campos (NFT) en el espacio conjunto, verificándose que ambos métodos coinciden en la region de superposición^{[8][9]}.

La resolución en el espacio fermiónico se simplifica por el hecho de que los operadores \mathcal{A}^{\dagger} , \mathcal{A} y $\frac{1}{2} (\mathcal{N}_1 + \mathcal{N}_{\bar{1}} - 2\Omega)$ verifican la relación de conmutación del álgebra de SU(2)

$$\left[\mathcal{A}^{\dagger}, \mathcal{A} \right] = \mathcal{N}_1 + \mathcal{N}_{\bar{1}} - 2\Omega \quad , \quad \left[\frac{1}{2} (\mathcal{N}_1 + \mathcal{N}_{\bar{1}} - 2\Omega), \mathcal{A}^{\dagger} \right] = \mathcal{A}^{\dagger} \quad (6.10)$$

lo que permite pensar a \mathcal{A}^{\dagger} , \mathcal{A} y $\frac{1}{2} (\mathcal{N}_1 + \mathcal{N}_{\bar{1}} - 2\Omega)$ como los operadores del momento angular I_+ , I_- y I_z . El más pequeño valor de I_z es $-\Omega$ y ocurre cuando todas las partículas están el nivel más bajo ($\mathcal{N}_1 = \mathcal{N}_{\bar{1}} = 0$) y por lo tanto el máximo valor de I es Ω que ocurre para el sistema de capa cerrada. Para el sistema impar vecino el máximo valor de I es $\Omega - \frac{1}{2}$.

Como el hamiltoniano sólo conecta estados con diferente número de pares de partícula-agujero, es conveniente indicar los estados del sistema par por el número de partículas-agujeros $N = \frac{1}{2} (\mathcal{N}_1 + \mathcal{N}_{\bar{1}})$ y a los del sistema impar vecino agregarles los números

cuánticos de la partícula o agujero restante (m, σ) . Con esta representación se puede expresar los elementos de matriz de los operadores del álgebra en forma sencilla. Por ejemplo, los elementos de matriz del operador \mathcal{A}^\dagger en el sistema par e impar se escriben como.

$$\begin{aligned} \langle N' | \mathcal{A}^\dagger | N \rangle &= \delta_{N+1, N'} \sqrt{(2\Omega - N)(N + 1)} \\ \langle m', \sigma'; N' | \mathcal{A}^\dagger | m, \sigma; N \rangle &= \delta_{m, m'} \delta_{\sigma, \sigma'} \delta_{N+1, N'} \sqrt{(2\Omega - N - 1)(N + 1)} \end{aligned} \quad (6.11)$$

Lo que permite calcular en forma simple los elementos de matriz del hamiltoniano total [ec.(6.6)], y por lo tanto, realizar una expansión perturbativa de Raleigh-Schrödinger en el espacio fermiónico. En esta expansión se puede expresar todo observable físico (energía del estado fundamental, energía de excitación del sistema par e impar, etc.) en función de dos parámetros adimensionales, uno de ellos es la degeneración de los niveles y el otro es x , que se define como

$$x = \frac{4\nu\Omega}{\varepsilon}, \quad \varepsilon = \varepsilon_1 - \varepsilon_{\bar{1}} \quad (6.12)$$

donde cada orden en la expansión corresponde a una potencia de x y siendo válido a todo orden en $\frac{1}{\Omega}$.

La obtención de la solución del sistema de fermiones interactuante en el formalismo de la NFT implica redefinir el hamiltoniano para incluir tres términos. El primero, que depende sólo de las coordenadas de los fermiones, contiene el hamiltoniano de partícula independiente y la interacción de dos cuerpos originales. El segundo, representa un sistema de bosones independientes de energía ω . El tercer término incluye ambos tipos de variables y representa la interacción entre estos grados de libertad

$$\mathcal{H}_{NFT} = \mathcal{H}'_{sp} + \mathcal{H}'_q + \omega \Gamma^\dagger \Gamma + \mathcal{H}_{p-v} \quad (6.13)$$

donde los dos primeros términos fueron los utilizados en el cálculo fermiónico [ec.(6.7) y ec.(6.8)] y se ha omitido el término \mathcal{U} pues no contribuye a las excitaciones.

La NFT provee una serie de reglas generales (Capítulo 3) para trabajar en el espacio conjunto, tal que su aplicación da el mismo resultado que el cálculo efectuado en el espacio fermiónico, corrigiendo violaciones al principio de exclusión de Pauli y a la sobrecompletitud de la base que son generadas por el uso de ambos grados de libertad.

La construcción del bosón se realiza a través de la linealización del hamiltoniano total provisto por la aproximación de la RPA¹, en este caso el bosón se define como una combinación de estados de partículas-agujeros.

$$\Gamma^\dagger = X \mathcal{A}^\dagger - Y \mathcal{A} \quad (6.14)$$

¹También se puede linealizar con la aproximación de la TDA, en este caso $Y = 0$, obteniéndose también un sólo estado colectivo cuya energía y amplitud es $\omega = \varepsilon(1 - x)$, $X = \frac{1}{\sqrt{2\Omega}}$ y con $\Lambda = \frac{\varepsilon x}{\sqrt{2\Omega}}$.

Para un sistema de dos niveles con una interacción monopolar separable (no incluye término de intercambio) sólo un estado colectivo es obtenido, con energía y amplitudes dadas por

$$\omega = \varepsilon \sqrt{1-x}$$

$$X = \langle n=1 | c_{m1}^\dagger c_{m\bar{1}} | n=0 \rangle = \frac{(\varepsilon + \omega)}{2\sqrt{2\varepsilon\omega\Omega}} \quad (6.15)$$

$$Y = \langle n=1 | c_{m\bar{1}}^\dagger c_{m1} | n=0 \rangle = \frac{(\varepsilon - \omega)}{2\sqrt{2\varepsilon\omega\Omega}}$$

donde $|n=1\rangle$ es el estado de un bosón de la RPA y $|n=0\rangle$ es el estado fundamental de la RPA.

La NFT introduce el hamiltoniano de interacción entre partículas y vibradores que produce nuevos vértices y permite una expansión diagramática

$$\mathcal{H}_{p-v} = -\Lambda (\Gamma^\dagger + \Gamma) (\mathcal{A}^\dagger + \mathcal{A} + q_1 \mathcal{N}_1 - q_{\bar{1}} \mathcal{N}_{\bar{1}}) \quad (6.16)$$

donde Λ expresa la intensidad del acoplamiento entre partículas y vibradores, siendo obtenido de la condición de normalización del bosón

$$\Lambda = \nu 2\Omega (X + Y) \quad (6.17)$$

todos los vértices de la NFT son definidos por el hamiltoniano anterior [ec.(6.13)]. La expansión diagramática es directa con tal de aplicar las reglas de la NFT resumidas en el Capítulo 3 a las cuales hay que agregarles las siguientes:

- Debe agregarse un signo menos cada vez que dos líneas de fermiones se crucen.
- Cada bosón posee una energía ω y cada fermión una energía $\frac{\varepsilon}{2}$.
- Los denominadores se obtienen restando la energía de cada estado intermedio a la energía del estado inicial y deben ser multiplicados entre si.
- Existe un factor 2Ω asociado a cada ciclo fermiónico cerrado, ya que existen 2Ω estados degenerados por cada σ .
- Dado un diagrama se debe considerar otros que se obtienen intercambiando partículas por agujeros, salvo que en este intercambio se reproduzca el diagrama original.

La expansión se realiza en potencias de $\frac{1}{\Omega}$ a todo orden en x , verificando que cada vértice de interacción es del orden de $\frac{1}{\Omega}$ y cada acoplamiento entre partículas y bosones del orden de $\frac{1}{\sqrt{\Omega}}$.

La NFT permite introducir vértices de intercambio en la definición del bosón con la consiguiente disminución del número de diagramas ha ser considerado, pero a costa de no poder obtener una solución de la RPA tan simple como la obtenida con la fuerza separable.

6.2 Regla para Partículas-Agujeros en la RPA

Una regla importante que verifica la solución de la RPA, tanto a temperatura cero como a temperatura finita, para una fuerza separable isoescalar-isovectorial es la distribución que tiene un estado cualquiera de partícula-agujero (también partícula-partícula o agujero-agujero para el caso de temperatura finita) sobre todas las raíces de la RPA. Esto genera una expresión, que se puede obtener sumando un conjunto completo de estados intermedios al elemento de matriz $\langle 0 | \beta_p^\dagger(j_1, j_2; \lambda \mu) \rangle$, y que diagramáticamente se expresa como

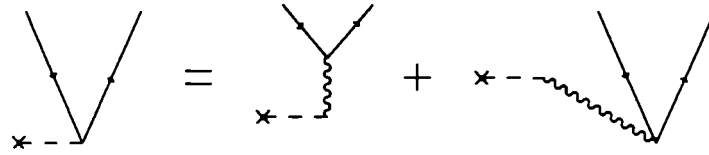


Figura 6.1:

$$\sum_n \mathfrak{F}_n^p \Lambda_n^p \left[\frac{\Lambda_n^{p_1} \mathcal{M}^{p_1}(j_1, j_2, \lambda)}{\varepsilon_{j_1 j_2}^{p_1} - \hbar \omega_n} - \frac{\Lambda_n^{p_1} \mathcal{M}^{p_1}(j_1, j_2, \lambda)}{\varepsilon_{j_1 j_2}^{p_1} + \hbar \omega_n} \right] = \mathcal{M}^p(j_1, j_2, \lambda) \delta_{pp_1} \quad (6.18)$$

donde la suma se realiza sobre todas las raíces de la RPA, es válido para todo j_1, j_2 y siendo $p, p_1 =$ neutrones y/o protones y viceversa. Teniendo en cuenta la ecuación de dispersión [ec.(3.31)], llegamos a las siguientes ecuaciones que relacionan las variables bosónicas con la intensidad de la fuerza dependiendo de cual es el vértice de interacción involucrado

$$\begin{aligned} \sum_n \Lambda_n^{\nu^2} \left[\frac{1}{\varepsilon_{j_1 j_2}^{\nu} - \hbar \omega_n} - \frac{1}{\varepsilon_{j_1 j_2}^{\nu} + \hbar \omega_n} \right] &= \frac{(k_0 + k_1 + 2k')}{\hat{\lambda}^2} \\ \sum_n \Lambda_n^{\pi^2} \left[\frac{1}{\varepsilon_{j_1 j_2}^{\pi} - \hbar \omega_n} - \frac{1}{\varepsilon_{j_1 j_2}^{\pi} + \hbar \omega_n} \right] &= \frac{(k_0 + k_1 - 2k')}{\hat{\lambda}^2} \\ \sum_n \Lambda_n^p \Lambda_n^{p_1} \left[\frac{1}{\varepsilon_{j_1 j_2}^p - \hbar \omega_n} - \frac{1}{\varepsilon_{j_1 j_2}^p + \hbar \omega_n} \right] &= \frac{(k_0 - k_1)}{\hat{\lambda}^2} \end{aligned} \quad (6.19)$$

con p (p_1) = neutrones (protones) y viceversa.

6.3 Modelo de la Función Intensidad

La respuesta del estado fundamental del núcleo a la acción de un operador arbitrario Q esta complementamente caracterizada por su asociada función intensidad, que se define en forma general como

$$S(E) = \sum_i |\langle i | Q | 0 \rangle|^2 \delta(E_i - E) \quad (6.20)$$

donde $|0\rangle$, $|i\rangle$ son el estado fundamental y los estados excitados del sistema, E_i son las energías de excitación y $\langle i | Q | 0 \rangle$ es el elemento de matriz del operador que crea el modo. Se puede expresar la función intensidad en término de la parte imaginaria de la función respuesta

$$S(E) = \frac{1}{\pi} \text{Im} \langle 0 | Q (\mathcal{H} - E - i\eta)^{-1} Q | 0 \rangle \quad (6.21)$$

Esta función intensidad contiene más información de la necesaria para describir la dispersión del modo, en particular contiene la energía de los autoestados, por consiguiente se la promedia para desechar los detalles finos, quedarse con los gruesos y como artificio para generar dispersión

$$\bar{S}(E) = \int S(E') \rho(E - E') dE' \quad (6.22)$$

utilizando por conveniencia, para obtener una solución analítica, la siguiente función peso

$$\rho(E - E') = \frac{1}{\pi} \frac{\Delta}{(E - E')^2 + \Delta^2} \quad (6.23)$$

donde $\Delta/2$ representa el intervalo de energía, alrededor de E , sobre el cual se realiza el promedio.

Podemos evaluar la función intensidad promediada en la aproximación de estados intermedios, para lo cual definimos el hamiltoniano como $\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \mathcal{V}$:

$$\mathcal{H}_0 |a\rangle = E_a |a\rangle \quad (6.24)$$

$$\mathcal{H}_0 |\alpha\rangle = E_\alpha |\alpha\rangle$$

con a pensado como un estado colectivo, y a los α pensandolos como los *estados intermedios* a los cuales se acopla

$$\langle a | \mathcal{V} | \alpha \rangle = \langle \alpha | \mathcal{V} | a \rangle = \mathcal{V}_{a\alpha} \quad (6.25)$$

$$\langle a | \mathcal{V} | a \rangle = \langle \alpha | \mathcal{V} | \alpha \rangle = 0$$

este hamiltoniano se puede diagonalizar exactamente dando la siguientes ecuaciones para los autovalores E_i

$$E_a - E_i = \sum_\alpha \frac{\mathcal{V}_{a\alpha}^2}{E_\alpha - E_i} \quad (6.26)$$

y para la amplitud $c_a(i)$, que mide como se distribuye el estado a sobre el espectro i

$$c_a(i) = \left(1 + \sum_{\alpha} \frac{V_{a\alpha}^2}{(E_{\alpha} - E_i)^2}\right)^{-1/2} \quad (6.27)$$

Calculando el promedio de la función intensidad se observa que tiene una forma parecida a una distribución de Breit-Wigner, ya que el ancho y la corrección del centroide son dependientes de la energía

$$\bar{S}(E) = \frac{1}{\pi} \frac{\Gamma(E)/2 + \Delta}{[E_{\alpha} - E - \Delta E_{\alpha}(E)]^2 + [\Gamma(E)/2 + \Delta]^2} \quad (6.28)$$

donde

$$\Delta E_{\alpha}(E) = \sum_{\alpha} \frac{V_{a\alpha}^2 (E - E_{\alpha})}{(E - E_{\alpha})^2 + \Delta^2} \quad (6.29)$$

y

$$\Gamma(E) = 2 \sum_{\alpha} \frac{V_{a\alpha}^2 \Delta}{(E - E_{\alpha})^2 + \Delta^2} \quad (6.30)$$

Con esta aproximación fenomenológica de la función intensidad, se pasa de un parámetro infinitesimal η [ec.(6.21)] a un parámetro finito ajustable Δ [ec.(6.28)], se ha podido generar una distribución cuyo ancho está asociado al modo.

Se puede obtener una expresión más simple de la función intensidad cuando los elementos de matriz $V_{a\alpha}$ son en promedio independiente de la energía del estado α ($V_{a\alpha} = v$), y si además consideramos el espectro uniformemente espaciado

$$E_{\alpha} = \alpha D \quad \text{con} \quad \alpha = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (6.31)$$

con estas suposiciones y debido a que el espectro es denso, por lo cual se realiza un promedio de la función intensidad en un intervalo de energía, ésta tiene la forma exacta de una distribución de Breit-Wigner

$$\bar{S}(E) = \frac{1}{D} c_a^2(E_i \approx E) = \frac{1}{2\pi} \frac{\Gamma}{(E_{\alpha} - E)^2 + (\Gamma/2)^2} \quad (6.32)$$

donde el ancho de la distribución es $\Gamma = 2\pi \frac{v^2}{D}$, y se supuso que $v > D$. Que la función de intensidad tenga esta forma es consecuencia de la suposición de acoplamiento constante con los otros grados de libertad del sistema.

El efecto de acoplamiento del estado a a otros grados de libertad se puede estudiar en una descripción dependiente del tiempo. La probabilidad de encontrar el sistema en el mismo estado inicial a un tiempo t después es

$$A_a(t) = \langle a | \exp\{-i\mathcal{H}t\} | a \rangle = \sum_i c_a^2(i) \exp\{-iE_i t\} \quad (6.33)$$

donde se realizo una expansión de a en un conjunto de estados estacionarios i . En la aproximación de espaciamento uniforme entre los niveles de energía, y de elementos de matriz constante con los otros grados de libertad, se llega

$$A_a(t) = \exp \left\{ -\frac{\Gamma}{2} |t| - iE_a t \right\} \quad (6.34)$$

donde Γ determina la probabilidad por unidad de tiempo que la transición del estado a al α ocurra.

6.4 Regla de Suma de Energía Dependiente de la Temperatura

En esta sección extendemos, a temperatura finita, los resultados obtenidos en la ref.[39] que relaciona la Regla de Suma de Energía con la discontinuidad de la primera derivada de la función de Green.

A temperatura finita el valor medio de un observable \mathcal{O} en un sistema en equilibrio térmico que intercambia energía y partículas con el medio externo es (Capítulo 2)

$$\langle \mathcal{O} \rangle = Tr [\hat{\rho}_G \mathcal{O}] = \frac{1}{Z} Tr [e^{-\beta(\mathcal{H} - \mu N)} \mathcal{O}] = \frac{1}{Z} \sum_m e^{-\beta(E_m - \mu N_m)} \langle m | \mathcal{O} | m \rangle \quad (6.35)$$

siendo N_m (E_m) el número de partículas (la energía) del estado estacionario $|m\rangle$ y Z la función de partición gran canónica

$$Z = Tr [e^{-\beta(\mathcal{H} - \mu N)}] \quad (6.36)$$

con $\beta = 1/k_B T$.

La Regla de Suma de Energía y el primer momento de la RPA, a temperatura finita, para un operador hermítico de un cuerpo \mathcal{Q} son definidos respectivamente como^[71]

$$m_1(\mathcal{Q}, T) = \frac{1}{2} \langle [\mathcal{Q}, [\mathcal{H}, \mathcal{Q}]] \rangle \quad (6.37)$$

$$m^{RPA}(\mathcal{Q}, T) = \sum_{n>0} \omega_n |\langle n | \mathcal{Q} | 0 \rangle|^2 \quad (6.38)$$

Se puede demostrar que la Regla de Suma de Energía es igual al primer momento de la RPA con tal que la Regla de Suma sea evaluada en la aproximación de HF (Teorema de Thouless a Temperatura Finita^{[5][67][71]}). La Regla de Suma de Energía dependiente de la temperatura, haciendo un poco de algebra, queda

$$m_1(\mathcal{Q}, T) = \frac{1}{2} \langle [\mathcal{Q}, [\mathcal{H}, \mathcal{Q}]] \rangle = \frac{1}{Z} \sum_{m,n} e^{-\beta(E_m - \mu N_m)} |\langle n | \mathcal{Q} | m \rangle|^2 (E_n - E_m) \quad (6.39)$$

La función de Green de Matsubara para un operador bilineal partícula-agujero se define como

$$\begin{aligned}
G_{(\alpha\beta,\gamma\delta;\tau)} &= \frac{1}{Z} \text{Tr} \left[e^{-\beta(\mathcal{H}-\mu\mathcal{N})} \left\{ c_\delta^\dagger(\tau) c_\gamma(\tau) c_\alpha^\dagger(0) c_\beta(0) \theta(\tau) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + c_\alpha^\dagger(0) c_\beta(0) c_\delta^\dagger(\tau) c_\gamma(\tau) \theta(-\tau) \right\} \right] \\
&= \frac{1}{Z} \sum_{m,k} e^{-\beta(E_m - \mu N_m)} \left\{ \langle m | c_\delta^\dagger(\tau) c_\gamma(\tau) | k \rangle \langle k | c_\alpha^\dagger(0) c_\beta(0) | m \rangle \theta(\tau) \right. \\
&\quad \left. + \langle m | c_\alpha^\dagger(0) c_\beta(0) | k \rangle \langle k | c_\delta^\dagger(\tau) c_\gamma(\tau) | m \rangle \theta(-\tau) \right\}
\end{aligned} \tag{6.40}$$

usando la representación de Heisenberg modificada [ec.(2.37)] se ve que

$$\begin{aligned}
G_{(\alpha\beta,\gamma\delta;\tau)} &= \frac{1}{Z} \sum_{m,k} e^{-\beta(E_m - \mu N_m)} \left\{ e^{-(E_k - E_m)\tau} \langle m | c_\delta^\dagger c_\gamma | k \rangle \langle k | c_\alpha^\dagger c_\beta | m \rangle \theta(\tau) \right. \\
&\quad \left. + e^{-(E_m - E_k)\tau} \langle m | c_\alpha^\dagger c_\beta | k \rangle \langle k | c_\delta^\dagger c_\gamma | m \rangle \theta(-\tau) \right\}
\end{aligned} \tag{6.41}$$

entonces la discontinuidad de la primera derivada de la función de green de Matsubara a tiempos cortos es

$$\begin{aligned}
G'_{(\alpha\beta,\gamma\delta;\tau)}|_{\tau=0^+} - G'_{(\alpha\beta,\gamma\delta;\tau)}|_{\tau=0^-} &= \frac{1}{Z} \sum_{m,k} e^{-\beta(E_m - \mu N_m)} \\
&\quad (E_m - E_k) \left\{ \langle m | c_\delta^\dagger c_\gamma | k \rangle \langle k | c_\alpha^\dagger c_\beta | m \rangle + \langle m | c_\alpha^\dagger c_\beta | k \rangle \langle k | c_\delta^\dagger c_\gamma | m \rangle \right\}
\end{aligned} \tag{6.42}$$

y sabiendo que

$$\langle k | \mathcal{Q} | m \rangle = \sum_{\alpha,\beta} \mathcal{Q}_{\alpha\beta} \langle k | c_\alpha^\dagger c_\beta | m \rangle \tag{6.43}$$

se observa que la Regla de Suma de Energía [ec.(6.39)] se puede escribir en función de la discontinuidad de la primera derivada de la función de Green en forma análoga a lo hecho en la ref.[39]

$$m_1(\mathcal{Q}, T) = \frac{-1}{2} \sum_{\alpha,\beta,\gamma,\delta} \mathcal{Q}_{\gamma\delta}^* [G'_{(\alpha\beta,\gamma\delta;\tau)}|_{\tau=0^+} - G'_{(\alpha\beta,\gamma\delta;\tau)}|_{\tau=0^-}] \mathcal{Q}_{\alpha\beta} \tag{6.44}$$

6.4.1 Regla de Suma de Energía para Núcleos Superconductores

Cuando las correlaciones de apareamiento son importantes, es necesario definir las funciones de Green de quasipartículas normales y anómalas dependientes de la temperatura, dentro del formalismo de Matsubara, como^[40]

$$G_{\alpha}(t, T) = \left[-N_{\alpha} V_{\alpha}^2 e^{E_{\alpha} \tau} - (1 - N_{\alpha}) U_{\alpha}^2 e^{-E_{\alpha} \tau} \right] \theta(\tau) + \left[(1 - N_{\alpha}) V_{\alpha}^2 e^{E_{\alpha} \tau} + N_{\alpha} U_{\alpha}^2 e^{-E_{\alpha} \tau} \right] \theta(-\tau) \quad (6.45)$$

$$F_{\alpha}(t, T) = V_{\alpha} U_{\alpha} \left\{ \left[N_{\alpha} e^{E_{\alpha} \tau} - (1 - N_{\alpha}) e^{-E_{\alpha} \tau} \right] \theta(\tau) - \left[(1 - N_{\alpha}) e^{E_{\alpha} \tau} - N_{\alpha} e^{-E_{\alpha} \tau} \right] \theta(-\tau) \right\} \quad (6.46)$$

con $\tilde{\epsilon}_{\alpha} = (\epsilon_{\alpha} - \mu)$, $E_{\alpha} = \sqrt{\tilde{\epsilon}_{\alpha}^2 + \Delta^2}$ y

$$N_{\alpha} = \frac{1}{e^{\beta E_{\alpha}} + 1}, \quad U_{\alpha}^2 = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\tilde{\epsilon}_{\alpha}}{E_{\alpha}} \right), \quad V_{\alpha}^2 = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\tilde{\epsilon}_{\alpha}}{E_{\alpha}} \right) \quad (6.47)$$

a partir de la definición de las funciones de Green de dos quasipartículas^[40] $K^{10}(\alpha, \beta; \tau)$, $K^{10}(\alpha, \beta; \tau)$, $K^{00}(\alpha, \beta; \tau)$, $K^{00}(\alpha, \beta; \tau)$ se puede obtener la función de Green de partícula-agujero *vestida* a través de la ecuación de Dyson

$$G^{00}(\alpha\beta, \gamma\delta; \tau) = K^{00}(\alpha, \beta; \tau) \delta_{\alpha\gamma} \delta_{\beta\delta} + K^{00}(\alpha, \beta; \tau) \delta_{\alpha\gamma} \delta_{\beta\delta} + \int d\tau' \sum_{\mu, \alpha', \beta'} \langle \alpha\beta | \mathcal{W} | \alpha' \beta' \rangle K^{0\mu}(\alpha, \beta; \tau') G^{\mu 0}(\alpha' \beta', \gamma\delta; \tau - \tau') \quad (6.48)$$

se puede ver, si no se tiene en cuenta la interacción cuadrupolar de pairing, que la discontinuidad de la primera derivada de la función de Green de partícula-agujero *vestida* es

$$\left. \frac{\partial}{\partial \tau} G^{00}(\alpha\beta, \gamma\delta; \tau) \right|_{\tau=0^+} - \left. \frac{\partial}{\partial \tau} G^{00}(\alpha\beta, \gamma\delta; \tau) \right|_{\tau=0^-} = B_0 + B_1 \quad (6.49)$$

con

$$B_0 = \left\{ \left[K^{00}(\alpha, \beta; \tau) + K^{00}(\alpha, \beta; \tau) \right] \Big|_{\tau=0^+} - \left[K^{00}(\alpha, \beta; \tau) + K^{00}(\alpha, \beta; \tau) \right] \Big|_{\tau=0^-} \right\} \delta_{\alpha\gamma} \delta_{\beta\delta} \quad (6.50)$$

$$B_1 = \left[\sum_{res} K^{00}(\alpha, \beta; \omega_n) \right] \left[\sum_{res} K^{00}(\gamma, \delta; \omega_n) \right] \quad (6.51)$$

donde (\sum_{res}) indica que la suma es sobre los residuos de la transformada de Fourier de la función de Green de Matsubara. También se observa que $K_{\alpha\beta}^{00}(\omega_n)$ no contribuye a la discontinuidad de la primera derivada en B1 pues $(\sum_{res} K_{\alpha\beta}^{00}(\omega_n)) = 0$. Por lo tanto, la Regla de Suma de Energía dependiente de la temperatura para una fuerza separable ($B_1 = 0$ ver ref.[39]) queda

$$m_1(Q, T) = \frac{1}{2} \sum_{\alpha, \beta} |Q_{\alpha\beta}|^2 \left[E_{\alpha\beta} (1 - N_\alpha - N_\beta) (U_\alpha V_\beta + V_\alpha U_\beta)^2 \right. \\ \left. + \tilde{E}_{\alpha\beta} (N_\beta - N_\alpha) (U_\alpha U_\beta - V_\alpha V_\beta)^2 \right] \quad (6.52)$$

donde $E_{\alpha\beta} = (E_\alpha + E_\beta)$, $\tilde{E}_{\alpha\beta} = (E_\alpha - E_\beta)$

6.4.2 Límite de Temperatura Cero de la Regla de Suma de Energía

El límite de temperatura cero para la Regla de Suma de Energía se obtiene facilmente pues verifica que $\lim_{T \rightarrow 0} N_\alpha = 0$ ($E_\alpha > 0$) con lo cual la ec.(6.52) queda

$$m_1(Q, T) = \frac{1}{2} \sum_{\alpha, \beta} |Q_{\alpha\beta}|^2 E_{\alpha\beta} (U_\alpha V_\beta + V_\alpha U_\beta)^2 \quad (6.53)$$

que es la fórmula usual para una fuerza separable a $T = 0$.

6.4.3 Límite de Sistema Normal de la Regla de Suma de Energía ($T \rightarrow T_c$)

El límite en el cual la temperatura tiende a la crítica, se produce la transición de fase de un núcleo superconductor a uno normal^{[33][49]}, y verifica que $\lim_{T \rightarrow T_c} \Delta = 0$, con lo cual

$$E_i = \begin{cases} \tilde{\epsilon}_i & si \quad \epsilon_i > \mu \\ -\tilde{\epsilon}_i & si \quad \epsilon_i < \mu \end{cases}, \quad N_i = \begin{cases} n_i & si \quad \epsilon_i > \mu \\ 1 - n_i & si \quad \epsilon_i < \mu \end{cases} \quad (6.54)$$

$$U_i = \begin{cases} 1 & si \quad \epsilon_i > \mu \\ 0 & si \quad \epsilon_i < \mu \end{cases}, \quad V_i = \begin{cases} 0 & si \quad \epsilon_i > \mu \\ 1 & si \quad \epsilon_i < \mu \end{cases} \quad (6.55)$$

con $n_i = (e^{\beta \tilde{\epsilon}_i} + 1)^{-1}$. Finalmente la ec.(6.52), cuando se produce la transición de fase, queda

$$m_1(Q, T) = \frac{1}{2} \sum_{\alpha, \beta} (\bar{\epsilon}_\alpha - \bar{\epsilon}_\beta) (n_\beta - n_\alpha) |Q_{\alpha\beta}|^2 \quad (6.56)$$

que es la fórmula usual de la Regla de Suma de Energía para un núcleo normal dependiente de la temperatura^[34].

Cuando la fuerza separable es del tipo isoescalar-isovectorial (Capítulo 3) se cumple que la Regla de Suma de Energía queda

$$m_1(Q, T) = \frac{1}{2} \sum_{\alpha, \beta, p} \bar{\epsilon}_{\alpha\beta}^p (n_\beta - n_\alpha) |\mathcal{M}^p(\alpha, \beta; \lambda)|^2 = \sum_{n>0, p} \omega_n^p [\mathfrak{S}_n^p \Lambda_n^p]^2 \quad (6.57)$$

esta es la expresión que usamos en la sección 4.2.3 y en la sección 4.1.4, haciendo previamente el límite de temperatura cero.

Bibliografía

- [1] A.A.Abrikosov, L.P.Gorkov y I.E.Dzyaloshinski, *Methods of Quantum Field Theory in Statistical Mechanics*, (Prentice Hall, N.Jersey, 1963)
- [2] A.Adachi y N.Van Giai, *Phys. Lett.* B149 (1984)447.
- [3] Y.Alhassid, *Nucl. Phys.* A553 (1993)137.
- [4] M.Baranger, *Nucl. Phys.* A149 (1970)225.
- [5] M.Barranco, A.Polls, J.Martorell, *Nucl. Phys.* A444 (1985)445.
- [6] B.L.Berman y S.C.Fultz, *Rev. Mod. Phys.* 47 (1975)713.
- [7] D.R.Bes y R.A.Brogliá, *Phys. Rev.* C3 (1971)2349.
- [8] D.R.Bes, G.G.Dussel, R.A.Brogliá, R.J.Liotta y B.R. Mottelson, *Phys. Lett.* 52B (1974)253.
- [9] D.R.Bes, R.A.Brogliá, G.G.Dussel, R.J.Liotta y H.M.Sofia, *Nucl. Phys.* A260 (1976)1 y 27.
- [10] D.R.Bes, R.A.Brogliá, G.G.Dussel, R.J. Liotta y R.P.J. Perazzo, *Nucl. Phys.* A260 (1976)77.
- [11] D.R.Bes, R.A.Brogliá y B.Nilsson, *Phys. Rep.* 16C (1975)1.
- [12] G.F.Bertsch y R.A.Brogliá, *Phys. Today* 39 (1986)44.
- [13] G.F.Bersch y J.F.Tsai, *Phys. Rep.* 18C (1975)127.
- [14] G.F.Bertsch, P.F.Bortignon, R.A.Brogliá y C.H.Dasso, *Phys. Lett.* B80 (1979)161.
- [15] G.F.Bertsch, P.F.Bortignon y R.A.Brogliá, *Rev. Mod. Phys.* 55 (1983)287.
- [16] O.Bohigas, A.M.Lane y J.Martorell, *Phys. Rep.* 51 (1979)267.
- [17] A.Bohr y B.R.Mottelson, *Nuclear Structure*, Vol. I (Benjamin New York, 1969); Vol. II (1975).
- [18] P.Bonche, S.Levit y D.Vautherin, *Nucl. Phys.* A427 (1984)278.

- [19] P.Bonche, S.Levit y D.Vautherin, Nucl. Phys. A436 (1985)265.
- [20] P.Bortignon, R.A.Brogia y D.R.Bes, Phys. Lett. 76B (1978)153.
- [21] P.F.Bortignon, R.A.Brogia, D.R.Bes y R.J.Liotta, Phys. Rep. 30C (1977)307.
- [22] P.F.Bortignon, R.A.Brogia, G.F.Bertsch y J.Pacheco, Nucl. Phys. A460 (1986)149.
- [23] P.F.Bortignon y R.A.Brogia, Nucl. Phys. A371 (1981)405.
- [24] P.F.Bortignon, A.Bracco, D.Brink y R.A.Brogia, Phys. Rev. Lett. 67 (1991)3360.
- [25] P.F.Bortignon, A.Bracco, F.De Blasio, E.Ormand y R.A.Brogia, Nucl. Phys. A553 (1993)501.
- [26] A.Bouyssy y N.Vin Mau, Nucl. Phys. A229 (1974)1.
- [27] A.Bracco, J.J.Gaardhoje, A.M.Bruce, J.D.Garrett, B.Herskind, M.Pignanelli, D.Barneoud, H.Nifenecker, J.A.Pinston, C.Ristori, F.Schussler, J.Bacelar y H.Hofmann, Phys. Rev. Lett. 62 (1989)2080.
- [28] M.Brack y P.Quentin, Phys. Lett. B52 (1974)159.
- [29] S.Brandenburg, W.T.A.Borghols, A.G.Drentje, L.P.Ekström, M.N.Harakeh, A.Van der Woude, A.Hakanson, L.Nilsson, N.Olsson, M.Pignanelli y R. De Leo, Nucl. Phys. A466 (1987)29.
- [30] G.E.Brown, J.S.Dehesa y J.Speth, Nucl. Phys. A330 (1979)290.
- [31] D.M.Brink, Ph. D. Univerity of Oxford (1955), Nucl. Phys. A482 (1988)3.
- [32] D.M.Brink, Nucl. Phys. A519 (1990)3.
- [33] O.Civitarese, G.G.Dussel y R.P.J.Perazzo, Nucl. Phys. A404 (1983)15.
- [34] O.Civitarese, R.A.Brogia y C.H.Dasso, Ann. of Phys. 156 (1984)142.
- [35] P.Curutchet, T.Vertse y R.J.Liotta, Phys. Rev. C39 (1989)1020.
- [36] D.R.Chakrabarty, S.Sen, N.Alamanos, P.Paul, R.Schicker, J.Stachel y J.J.Gaardhoje, Phys. Rev. C36 (1987)1886.
- [37] C.B.Dover, R.H.Lemmer y f.J.W.Hahner, Ann. Phys. 70 (1972)458.
- [38] G.G.Dussel, R.P.J.Perazzo, S.Reich y H.M.Sofia, Nucl. Phys. A401 (1983)1.
- [39] G.G.Dussel, R.P.J.Perazzo y H.M.Sofia, Phys. Rev. C43 (1991)1211.
- [40] G.G.Dussel, H.Fortunato, H.M.Sofia, Phys. Rev. C42 (1990)2093.
- [41] G.G.Dussel, E.C.Seva y H.M.Sofia, Phys. Rev. C49 (1994)1989.

- [42] G.G.Dussel y R.J.Liotta, Phys. Lett. 37B (1971)477.
- [43] J.L.Egido y P.Ring, J. Phys. G19 (1993)1.
- [44] A.L.Fetter y J.D.Walecka, Quantum Theory of Many Particle System, (McGraw-Hill Inc.,1971).
- [45] J.J.Gaardhoje, C.Ellegaard, B.Herskind, R.M.Diamond, M.A.Delaplanque, G.Dines, A.O.Macchiavelli y F.S.Stephens, Phys. Lett. 56 (1986)1783.
- [46] J.J.Gaardhoje, A.M.Bruce y B.Herskind, Nucl. Phys. A482 (1988)121.
- [47] J.J.Gaardhoje, Nucl. Phys. A458 (1988)261.
- [48] M.Gallardo, M.Diebel, T.Dossing y R.A.Brogia, Nucl. Phys. A443 (1985)415.
- [49] A.L.Goodman, Nucl. Phys. A352 (1981)30 y 45.
- [50] A.L.Goodman, Phys. Rev. C35 (1987)2338.
- [51] R.De Haro, S.Krewald y J.Speth, Nucl. Phys. A388 (1982)265.
- [52] W.Hauser y H.Feshbach, Phys. Rev. 87 (1952)366.
- [53] S.Kamerdzhev, J.Speth, G.Tertychny y V.Tselyaev, Nucl. Phys. A555 (1993)90.
- [54] S.Kamerdzhev y D.Zawischa, Phys. Lett. B275 (1992)1.
- [55] A.K.Kerman y S.Levit, Phys. Rev. C24 (1981)1029.
- [56] E.Maglione, R.J.Liotta y T.Vertse, Phys. Lett. B298 (1993)1.
- [57] G.D.Mahan Many Particle Physics (Plenum, 1981)
- [58] T.Matsubara, Prog. Theor. Phys. 14 (1955)351.
- [59] S.G.Nilsson, C.F.Tsang, A.Sobiczewski, Z.Szymanski, S.Wycech, C.Gustafson, I.L.Lamm, P.Moller y B.Nilsson, Nucl. Phys. A131 (1969)1.
- [60] F.Pühlhofer, Nucl. Phys. A280 (1977)267.
- [61] H.Sagawa y G.F.Bertsch, Phys. Lett. 146B (1984)138.
- [62] J.Sawicki, Nucl. Phys. 23 (1961)285.
- [63] B.Schwesinger y J.Wambach, Phys. Lett. B134 (1984)29.
- [64] E.C.Seva y H.M.Sofia, enviado a publicar a Phys. Rev. C.
- [65] S.Shlomo y G.Bertsch, Nucl. Phys. A243 (1975)507.
- [66] V.G.Soloviev, C.Stoyanov y A.I.Vdovin, Nucl. Phys. A288 (1977)376.

- [67] H.M. Sommermann, *Ann. of Phys.* 151 (1983)163.
- [68] K.A.Snover, *Nucl. Phys.* A553 (1993)153.
- [69] K.Snover, *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* 36 (1986)545.
- [70] A.Van der Woude, *Prog. Part. Nucl. Phys.* 18 (1987)17.
- [71] D. Vautherin y N. Vinh Mau, *Nucl. Phys.* A422 (1984)140.
- [72] D.Vautherin y N.Vinh Mau, *Phys. Lett.* 120B (1983)261.
- [73] T.Vertse, P.Curutchet y R.J.Liotta, *Phys. Rev.* C42 (1990)2605.
- [74] N.Vinh Mau, *Nucl. Phys.* A548 (1992)381.
- [75] D.J.Thouless, *Nucl. Phys.* 22 (1960)78.
- [76] C.Yanhuang y M.Di Toro, *Phys. Rev.* C39 (1989)105.
- [77] K.Yoshida, J.Kasagi, H.Hama, M.Sakurai, M.Kodama, K.Furutaka, K.Ieki, W.Galster, T.Kubo y M.Ishihara, *Phys. Lett.* 245B (1990)7.

Agradecimientos

En primer lugar deseo agradecer a mi esposa Analía (aunque no corrigió la ortografía del trabajo) por haberme bancado durante estos años, en especial en la etapa de redacción de la tesis donde tuvo que soportar mis momentos de mal humor, y el haber estado sentado todo el tiempo frente a la máquina.

A mi bebé Gregorio al que le tuve que robar tiempo de juego para escribir el trabajo. A mis viejos Teresa y Juan Carlos que si no fuera por ellos no hubiese podido realizarlo, y a mis hermanos María Teresa y Alejandro que siempre me apoyaron y alentaron.

Quiero agradecer al Dr. Hugo M. Sofia por haberme brindado, a lo largo de estos años, su más amplia colaboración y guía. Además de los innumerables aportes a la realización del presente trabajo.

A los viejos y nuevos amigos de siempre, y los del TANDAR: Carlos, Raúl, Cacho, el Pulpo, Eduardo, el Huevo, Gabriela, Fermín, Dardo, Gad, Martín, Carlos, Juan Pedro, Fernando, Mafe, Guillermo, Fabricio, Alejandra, Roberto, Gabriela, Gloria, el Chappa, Ignacio, Gabriel, Fabián, Alejandro y seguramente me estoy olvidando de alguno.

Deseo agradecer, por último, al Dpto. de Física de la CNEA por el financiamiento que me brindó a través de su plan de becas de doctorado.

