

Tesis de Posgrado

Detección de corrientes de pérdida en un equipo Plasma Focus mediante sondas magnéticas de tamaño finito

Moreno, César Hugo

1995

Tesis presentada para obtener el grado de Doctor en Ciencias Físicas de la Universidad de Buenos Aires

Este documento forma parte de la colección de tesis doctorales y de maestría de la Biblioteca Central Dr. Luis Federico Leloir, disponible en digital.bl.fcen.uba.ar. Su utilización debe ser acompañada por la cita bibliográfica con reconocimiento de la fuente.

This document is part of the doctoral theses collection of the Central Library Dr. Luis Federico Leloir, available in digital.bl.fcen.uba.ar. It should be used accompanied by the corresponding citation acknowledging the source.

Cita tipo APA:

Moreno, César Hugo. (1995). Detección de corrientes de pérdida en un equipo Plasma Focus mediante sondas magnéticas de tamaño finito. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires.

http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis_2800_Moreno.pdf

Cita tipo Chicago:

Moreno, César Hugo. "Detección de corrientes de pérdida en un equipo Plasma Focus mediante sondas magnéticas de tamaño finito". Tesis de Doctor. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires. 1995.

http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis_2800_Moreno.pdf

EXACTAS UBA

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales



UBA

Universidad de Buenos Aires

Universidad de Buenos Aires
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

Detección de corrientes de pérdida en un
equipo Plasma Focus mediante sondas
magnéticas de tamaño finito

Tesista: Lic. César Hugo Moreno

Director: Dr. Héctor Kelly

Instituto de Física del Plasma
Departamento de Física

Diciembre 1995

Tesis para optar al título de Doctor en Ciencias Físicas

Contenidos

1	Introducción	1
1.1	Los Equipos Plasma Focus	1
1.2	Antecedentes	5
1.2.1	Experimentales	5
1.2.2	Teóricos	7
1.3	Contenido de la tesis	8
	Bibliografía adicional	9
2	Parte Experimental	11
2.1	Descripción del Equipo PFII	11
2.2	Método Experimental	14
2.3	Sensores Empleados	17
2.3.1	Bobina de Rogowski	17
2.3.2	Calibración de la bobina de Rogowski	18
2.3.3	Sonda magnética	20
2.3.4	Calibración de la sonda	20
	Medición de su área efectiva y determinación de su normal	21
	Calibración de la sonda relativa a la Rogowski	23
2.4	Determinación de la Inductancia del Equipo	25
2.5	Resultados Típicos de las Mediciones	27
	Bibliografía adicional	32
3	Tratamiento de Datos Experimentales en Procedimientos de Calibración	34
3.1	Introducción	34
3.2	Método	36
3.2.1	Relación entre el criterio de Deming y el método de varianza efectiva	37
3.2.2	Evaluación de los puntos de ajuste	39
3.3	Varianza de k	40

3.4	Casos Especiales	42
3.5	Comparación con el Valor Medio	46
3.6	Ejemplo	48
3.7	Discusión	49
	Bibliografía adicional	50
4	Perturbaciones en las Mediciones con Sondas Magnéticas	52
4.1	Introducción	52
4.2	Interacción del Plasma con la Pared	53
4.3	Exclusión de Corrientes. Caso Estacionario	54
4.3.1	Formulación del problema	54
4.4	Ejemplos	59
4.5	Discusión	65
4.6	Resumen	68
	Bibliografía adicional	68
5	Perturbaciones debidas a la redistribución de corriente. Caso dependiente del tiempo	69
5.1	Formulación del Problema	69
5.1.1	Ejemplos	73
5.1.2	Discusión	76
5.2	Relación entre la Tensión Inducida y la Densidad de Corriente	77
5.2.1	Sondas idcales	78
5.2.2	Señales de sondas reales	79
5.3	Obtención de la Densidad de Corriente a Partir de Señales Perturbadas	81
5.4	Discusión	86
6	Análisis de las Mediciones	88
6.1	Análisis de las Oscilaciones de Alta Frecuencia	88
6.2	Comparación entre la Señal de la Sonda y de la Rogowski	92
6.3	Velocidad de la Lámina de Corriente	93
6.4	Ancho de la Lámina de Corriente	95
6.5	Corrientes de Fuga	97
	Bibliografía adicional	98
7	Resumen General y Conclusiones	99
	Agradecimientos	103
	Bibliografía General	104

Capítulo 1

Introducción

1.1 Los Equipos Plasma Focus

Los Plasma Focus (PF) surgieron en 1962 (Filippov *et al.*, 1962) a partir de una modificación concebida para mejorar el desempeño de los equipos Z-pinch como productores de neutrones (Glastone and Lovberg, 1960). En forma prácticamente simultánea se desarrollaron experimentos similares con descargas en aceleradores coaxiales (Mather, 1964). Ambos tipos de experimentos estaban orientados a la producción de reacciones de fusión mediante la descarga de un banco de condensadores de alta tensión sobre un par de electrodos inmersos en un gas a baja presión (0.1 a 10 mbar).

La diferencia básica entre ambos equipos es la relación de aspecto entre la longitud y el diámetro de los electrodos (ver la Figura 1.1). Se destaca también la diferente posición del aislante y que en los PF tipo Filippov el electrodo externo es cerrado. En esta tesis se empleó el equipo PFII del Instituto de Física del Plasma, UBA-CONICET, que es de tipo Mather y se describe en el Capítulo 2.

Al aplicar tensión a los electrodos (> 10 kV) se produce la ruptura dieléctrica del gas convirtiéndolo en un medio conductor. Una vez iniciada la descarga la

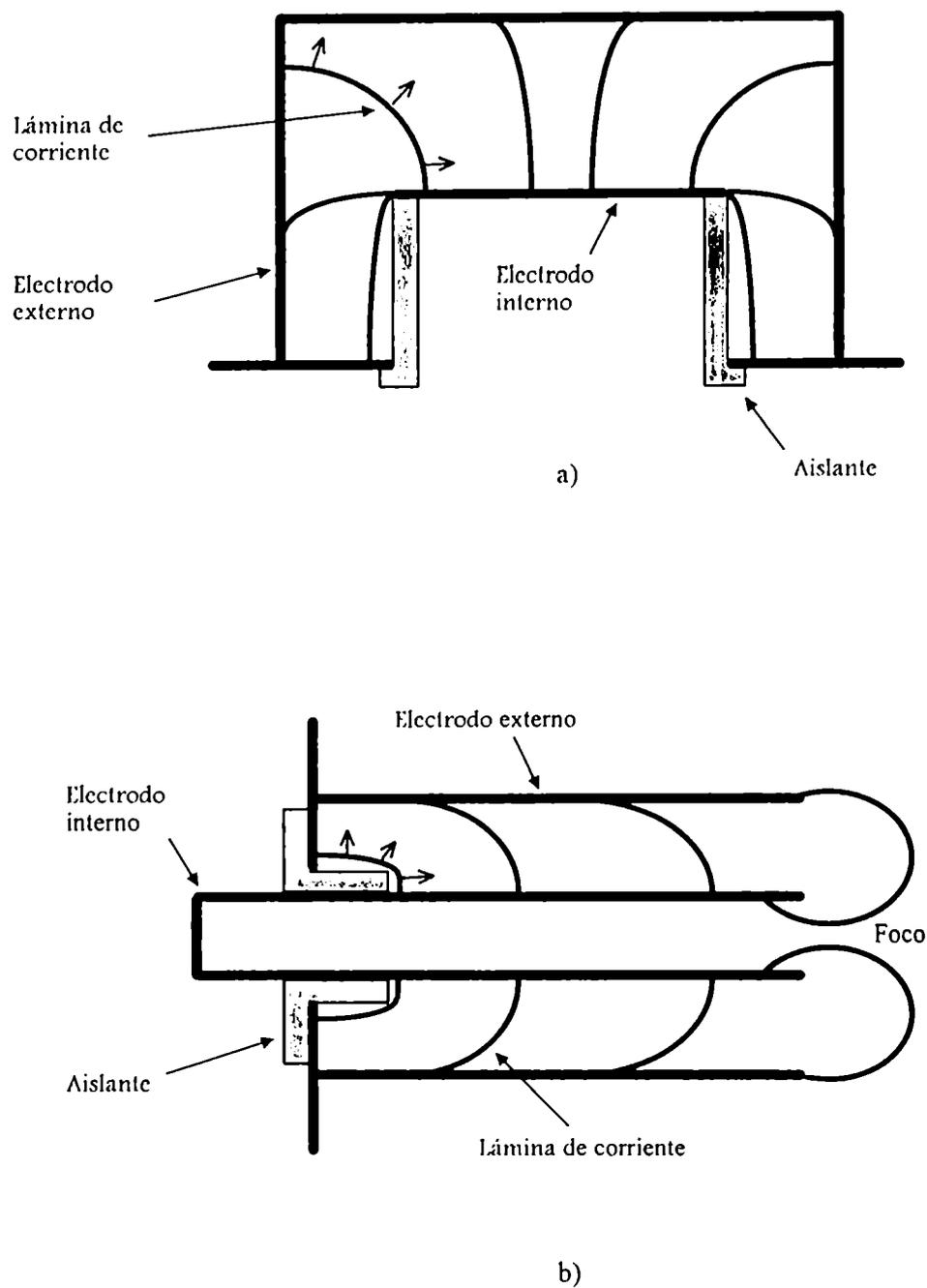


Figura 1.1: Esquema de las configuraciones de Filippov (a) y de Mather (b).

interacción entre la corriente circulante por el gas, que puede hallarse total o parcialmente ionizado, y el campo magnético que ella produce genera una fuerza que impulsa a dicha distribución de corriente hacia el extremo libre de los electrodos. La zona de plasma por donde circula la corriente se denomina lámina de corriente (LC).

A medida que la LC avanza, la corriente entregada por el banco a los electrodos va incrementándose. La lámina a su vez va ionizando e incorporando a su estructura el gas neutro que encuentra a su paso como si fuese una barredora de nieve (Rosenbluth and Garwin, 1954). Las velocidades típicas de la LC en esta etapa se encuentran entre 1 y 10 cm/ μ s.

Cuando la LC traspone el borde de los electrodos se inicia un movimiento radial convergente que tiende a formar una columna cilíndrica de plasma que colapsa sobre el eje de simetría. El movimiento radial es fuertemente acelerado por el campo magnético, cuya amplitud se incrementa tanto por el incremento de la corriente, si el equipo está bien diseñado, como por la geometría convergente del sistema. Cuando el plasma colapsa sobre el eje de los electrodos, formando lo que se denomina foco de plasma, los iones colisionan entre sí produciendo reacciones de fusión nuclear acompañadas de la emisión de haces de electrones y de iones; de Rayos X con un espectro muy amplio de energía y de neutrones de fusión en caso de que el gas de llenado sea D_2 o una mezcla de D_2 y T_2 . Los Rayos X duros ($E > 100$ keV) provienen esencialmente de la interacción de los electrones con el material del ánodo, mientras que los blandos ($E \sim 1$ keV) se atribuyen a procesos del foco. Las densidades típicas de partículas en el foco están en el rango 10^{18} – 10^{19} cm $^{-3}$.

Si bien los equipos PF surgieron como dispositivos para producir reacciones de fusión, el interés actual por ellos se extiende a aplicaciones de índole tecnológica, tales como recubrimientos de superficies; implantación iónica; tratamientos térmicos de superficies; producción de nuevos compuestos de interés industrial (nitruros y carburos de Ti o Al); endurecimiento de metales; tratamiento de residuos

radioactivos y producción de pulsos cortos de Rayos X y de neutrones, para citar sólo los que actualmente alcanzan mayor relevancia.

Los recubrimientos; implantaciones y tratamientos térmicos mejoran la calidad del producto final incrementando su resistencia a la corrosión o al desgaste o bien mejorando su aspecto superficial. El endurecimiento de metales resulta aplicable a herramientas de corte o de perforación. Los nuevos materiales tienen un interés intrínseco: se investiga sobre materiales con propiedades mecánicas o eléctricas inusuales tales como extrema dureza (mayor que la del diamante) o alta conductividad eléctrica o térmica. El interés por pulsos cortos (~ 100 ns) de Rayos X o de neutrones radica en la posibilidad de emplearlos en análisis de materiales y prospección geológica, particularmente petrolífera y uranífera (Bennun *et al.*, 1995). Para mayores detalles sobre aplicaciones tecnológicas de la física del plasma puede consultarse (Dean and Poltoratskaya, 1995), donde se pasa revista a casi una treintena de aplicaciones tecnológicas surgidas de la física del plasma.

Si bien los procesos físicos que confieren interés a los PF se originan en el foco, la importancia de estudiar la etapa inicial de una descarga PF reside en que para lograr una buena focalización es condición necesaria una adecuada formación de la LC. Modificaciones en el material o dimensiones del aislante, por ejemplo, provocan fuertes variaciones en la producción del equipo (Zakaullah *et al.*, 1990). Láminas asimétricas y/o formadas en lugares inadecuados del cañón que desincronizan el instante de focalización con el momento en que el banco entrega la máxima corriente producen focos de baja eficiencia, si es que se producen. Similarmente, la aparición de una segunda lámina mientras la primera está evolucionando reduce la eficiencia del equipo respecto de la producción de reacciones nucleares debido al drenaje de corriente.

En (Zakaullah *et al.*, 1995) se realiza un estudio comparativo de tres equipos Plasma Focus donde se discute la influencia de los parámetros constructivos y de operación sobre el desempeño de estos equipos como productores de neutrones y

Rayos X. En particular se destaca la importancia que las primeras etapas de la descarga tienen para la eficiencia global de estos equipos.

Por los motivos expuestos es útil estudiar el comienzo de una descarga PF; caracterizarlo y determinar si existen o no corrientes circulando por detrás de la LC principal. Un modo de llevar adelante esta tarea es emplear sondas magnéticas para estudiar la distribución de corrientes en la zona del aislante en el transcurso de la descarga. Otro método (que no se empleará en este trabajo) consiste en el estudio de la zona luminosa asociada a la LC mediante fotografía ultrarápida.

1.2 Antecedentes

1.2.1 Experimentales

Entre los antecedentes experimentales sobre medición con sondas magnéticas en la zona del aislante se encuentran (Feugas and von Pamel, 1989), quienes trabajan con H_2 en el rango 1.33 -13.3 mbar. Emplean un banco de capacitores cargado a 20 kV en un equipo donde se alcanzan corrientes típicas de pico de 18.5 kA 60 ns después de iniciada la descarga. Determinan la distribución de corriente durante la etapa del inicio de la descarga empleando sondas magnéticas con una espira circular de 3 mm de diámetro encapsulada en un tubo de vidrio de 5 mm de diámetro externo. Utilizan el método de sondas calibradas respecto de la bobina de Rogowski para inferir la distribución de corrientes por diferencia porcentual entre las señales de la sonda y de la Rogowski. Miden con dos tipos de electrodos internos (17 y 21 mm de diámetro) y electrodo externo compuesto por 16 barras cilíndricas. La longitud de los electrodos es de 70 mm y la del aislante de 25 mm. Obtienen mayores densidades de corriente en el rango 1.33-2.66 mbar e infieren espesores de LC inferiores a los 2 mm. La densidad de corriente es del orden de 10 kA/cm².

En (Krompholz *et al.*, 1980) se estudia la formación de la LC mediante mediciones ópticas con resolución temporal y magnéticas con resolución espacial. Los parámetros del equipo son: capacidad $10 \mu\text{F}$; inductancia 90 nH , y tensión y presión de trabajo 20 kV y 4 mbar de H_2 , respectivamente. La longitud de los electrodos es de 12 cm y sus radios son 0.8 y 2.5 cm respectivamente. El aislante es de pyrex, de 4.5 cm de longitud y 1 cm de radio externo. Se emplean dos sondas: una testigo, ubicada en una posición fija en la base de los electrodos y una móvil. La sonda testigo brinda información sobre la corriente total ingresante a los electrodos. No emplean bobina de Rogowski. Manifiestan que no observaron distorsiones en la LC debidas a la presencia de las sondas. Las fotografías son tomadas con tiempo de exposición de 100 ns en tres instantes diferentes (385 , 430 y 490 ns) luego de iniciada la descarga. Observan 2 tipos de descargas simultáneas: una LC que se forma sobre la superficie del aislante y que luego evoluciona radial y axialmente, y una estructura filamentaria que se forma sobre el borde libre del aislante. La LC permanece en contacto con la superficie del aislante durante los primeros 300 ns . Durante este tiempo la corriente se divide, en una proporción 2:1, entre la LC y la estructura filamentaria. Posteriormente la LC alcanza a los filamentos formándose una estructura que ingresa en la etapa coaxial. Por diferencia entre las señales de ambas sondas infieren la existencia de una segunda LC que se forma sobre el aislante, aproximadamente 900 ns después del inicio de la descarga. Empleando un intensificador de campo eléctrico en la base de los electrodos, conectado al cátodo, logran homogeneizar la LC, reducir significativamente el número de filamentos, e incrementar la producción neutrónica y de Rayos X en un 20 y 100% respectivamente.

En ambos trabajos se desprecia el efecto perturbador de la sonda magnética.

1.2.2 Teóricos

Los trabajos teóricos relacionados con las primeras etapas de las descargas PF tratan esencialmente procesos de ruptura dieléctrica y formación de la LC.

Entre ellos cabe citar a (Gates, 1978) quien estudia la eficiencia de ionización por parte de los electrones, cuando aún no se formó la LC. Encuentra una expresión para la presión que optimiza la eficiencia de ionización, en términos de la tensión de carga, la inductancia del circuito externo al cañón y la inductancia asociada a la región donde se encuentra el aislante. Sin embargo, la presión óptima para la eficiencia de ionización calculada de acuerdo a su modelo no coincide con la presión de trabajo óptima para la producción neutrónica. Las diferencias no llegan a afectar el orden de magnitud de la estimación y son atribuibles a una excesiva simplificación en la descripción de los complejos procesos de ruptura dieléctrica y formación de la LC.

Entre las teorías de la formación de una LC se encuentra la desarrollada por (Vikhrev and Braginskii, 1980) en el marco de la magnetohidrodinámica. Partiendo de un gas parcialmente ionizado describen la evolución de la densidad de corriente en el plasma en términos del campo eléctrico en la zona del aislante; de potenciales de ionización del gas; de pérdidas radiativas y de parámetros eléctricos del circuito externo al cañón.

La interacción entre el plasma y la pared del cuerpo aislante de una sonda fue estudiada por Fuentes y Gratton en 1986 y 1988. El resultado de esta interacción es una perturbación en las mediciones con sondas magnéticas que será discutido en la Sección 4.2.

Modelos sobre la interpretación de señales de sondas magnéticas que tengan en cuenta la exclusión de corrientes por parte del cuerpo aislante de la sonda y/o que consideren variaciones temporales de la corriente circulante por la LC, como

ocurre en una descarga PF, no se hallaron en la literatura y por ello fueron motivo de estudio para esta tesis (ver los Capítulos 4 y 5).

1.3 Contenido de la tesis

En el siguiente Capítulo se presentarán los detalles del equipo donde se realizaron las mediciones prestando atención al análisis de los sensores empleados y a su calibración. Se presentarán también algunos ejemplos de las señales obtenidas.

En el Capítulo 3 se desarrolla un método novedoso para tratar datos experimentales en procedimientos de calibración del tipo de los requeridos en esta tesis. La discusión concluye con un ejemplo tomado del Capítulo 2 y con la comparación entre el método aquí desarrollado y el método tradicional; encontrándose que además de considerar incertezas en dos variables, el formalismo propuesto tiene propiedades matemáticas básicas que el método tradicional no posee.

En los Capítulos 4 y 5 se estudian las perturbaciones que el cuerpo aislante de una sonda magnética provoca sobre la medición del campo en situaciones de LC estacionarias y con corriente total dependiente del tiempo, respectivamente. Se muestra que la exclusión de corrientes produce señales espúreamente ensanchadas, y consecuentemente de menor amplitud respecto de las que se obtendría con una sonda ideal. Como resultado básico se muestra que el ensanchamiento mínimo que debe esperarse para la señal de una sonda real es una distancia equivalente a su diámetro.

Los resultados de las mediciones se analizan en el Capítulo 6 empleando las herramientas desarrolladas en los Capítulos 3, 4 y 5, determinándose velocidades y anchos de la LC en función de la presión. Se analiza también el origen de las oscilaciones de alta frecuencia que se observan en las señales eléctricas obtenidas.

El Capítulo 6 contiene el resumen general, las conclusiones y las perspectivas de futuro del trabajo.

Bibliografía adicional

- Filippov y de Mather continuaron sus respectivos trabajos originales en

Mather, 1965,

Filippov and Filippova, 1966,

Filippov *et al.*, 1971,

Mather, 1971,

Mather, 1976,

Filippov *et al.*, 1977,

Filippov, 1983.

En Mather, 1965 y 1971 se brinda una descripción detallada de los equipos PF y de técnicas de medición asociadas con estos equipos.

- La operación de equipos PF vistos como productores de reacciones de fusión se trata en las siguientes Tesis Doctorales

Kelly, 1979,

Pouzo, 1979,

y en los siguientes artículos

Bostic *et al.*, 1975,

Bernard *et al.*, 1977,

Zucker *et al.*, 1977,

mientras que vistos como productores de haces de electrones, en

Feugeas, 1983.

- Las propiedades del foco se estudian en

Bruzzone, 1976,

Fischfeld, 1986.

- Aplicaciones tecnológicas de los PF pueden verse en

Feugeas *et al.*, 1988,

Feugeas *et al.*, 1994.

- Los siguientes artículos tratan sobre aplicaciones tecnológicas de los pulsos de Rayos X provenientes de equipos PF

Kato and Be, 1986,

Koshelev *et al.*, 1988,

Lebert *et al.*, 1989,

Richter *et al.*, 1989,

Favre *et al.*, 1992.

- El espectro de energía de deuterones en el equipo PFII puede consultarse en

Márquez, 1994

Kelly and Márquez, 1995,

mientras que el de iones de N_2 se detalla en

Kelly *et al.*, 1995.

- Aplicaciones tecnológicas relacionadas con el equipo PFII pueden verse en

Lepone, 1995.

- Los procesos de ruptura dieléctrica en electrodos coaxiales similares a los del equipo PFII se tratan en

Vieytes, 1994.

Capítulo 2

Parte Experimental

2.1 Descripción del Equipo PFII

Las mediciones requeridas para la elaboración de esta tesis se realizaron en el equipo PFII, que es un Plasma Focus del tipo Mather con electrodo externo compuesto por barras de bronce y electrodo interno de cobre. En la Figura 2.1 puede verse un esquema eléctrico simplificado del equipo, que permite presentar parte de la notación que se empleará a lo largo del trabajo.

El banco de capacitores está representado por C_o , que cargado inicialmente a la tensión V_o , se descarga posteriormente sobre el resto del equipo mediante la acción de una llave rápida gaseosa S . La inductancia asociada al banco, al conexionado y a S se denota con L .

La energía almacenada en C_o se transporta hacia los electrodos del equipo mediante la línea de transmisión a-b de longitud l e impedancia característica Z_o . Los 15 capacitores que componen el banco están agrupados en tres módulos de 5 unidades cada uno. El conexionado eléctrico se realiza de modo tal que los 15 capacitores quedan conectados en paralelo. Cada módulo es comandado por una llave gaseosa Maxwell modelo 40065 (tensión de trabajo 30-100 kV). Por sim-

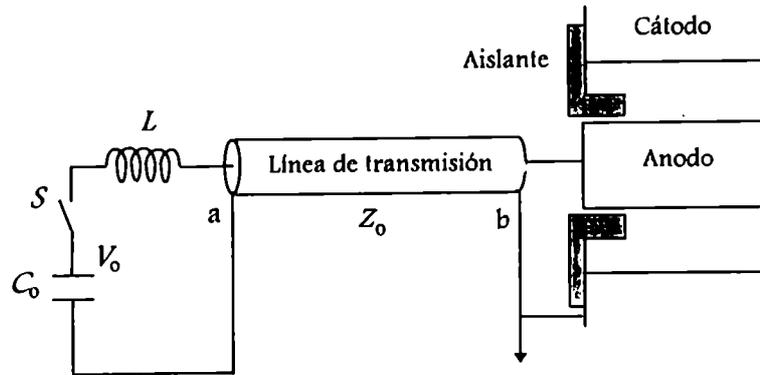


Figura 2.1: Esquema eléctrico simplificado del equipo PFII.

plicidad del diagrama, en la Figura 2.1 se representa el banco completo mediante un único capacitor y una sola llave. Durante la operación normal del equipo los tres módulos se disparan simultáneamente.

El cierre de cada llave de comando se realiza descargando una línea de transmisión auxiliar de 12 m de longitud sobre el correspondiente electrodo de disparo. La tensión de carga de las líneas auxiliares coincide con la tensión de carga del banco. La descarga de estas líneas se controla a su vez con una llave gaseosa de baja potencia construida en el Laboratorio.

La capacidad del banco se determinó a partir del valor nominal de los 15 capacitores Maxwell que lo componen (Modelo 31161, $0.7 \mu\text{F}$, 50 kV, 20 nH de inductancia espúrea serie equivalente cada uno). La tensión de carga se mide antes de efectuar cada disparo empleando un voltímetro de aguja cuya escala tiene divisiones cada 1 kV. El voltímetro está incorporado a la fuente de tensión del equipo. La tensión remanente en el banco luego de cada descarga es inferior al kV bajo condiciones de trabajo normales. Entre el banco de capacitores y la fuente se coloca una resistencia de $470 \text{ k}\Omega$ (formada por 47 resistencias comerciales de $10 \text{ k}\Omega$

Capacidad del banco	10.5 μF
Tensión de trabajo	30 kV
Gas de llenado	D ₂
Rango de presiones	0.3 a 5 mbar
Inductancia espúrea	42.6 nH
Radio del electrodo interno	1.8 cm
Radio del electrodo externo	3.6 cm
Longitud de electrodos	12 cm
Longitud del aislante	3.5 cm
Radio externo del aislante	2.3 cm
Radio interno del aislante	1.9 cm
Material del aislante	Vidrio Pyrex

Tabla 2.1: *Parámetros del Equipo PFII.*

2 W cada una) para proveer la necesaria limitación de corriente que se extrae de la fuente, particularmente en caso de una descarga espontánea del banco.

La línea de transmisión que conecta el banco con las placas colectoras del PFII está compuesta por 15 cables coaxiales (uno por cada capacitor) KMP RG 213 (50Ω) de 57 cm de longitud.

El electrodo central del cañón es un cilindro hueco de pared maciza de (18.0 ± 0.1) mm de radio externo, construido en cobre de alta conductividad libre de oxígeno (tipo especial de cobre denominado OFHC). El electrodo externo está compuesto por 8 barras de bronce de (0.15 ± 0.05) mm de radio cada una que se disponen equiespaciadas sobre una circunferencia de (36.0 ± 0.1) mm de radio. El aislante ubicado en la base de los electrodos es un tubo de vidrio Pyrex, de 4 mm de pared, templado, del tipo de los empleados para visores de nivel de agua en calderas de alta presión. La longitud del tramo de aislante que se interna entre los electrodos es de 3.5 cm. Los valores numéricos de los parámetros del equipo se detallan en la Tabla 2.1.

La conexión entre la línea de transmisión y los electrodos se realiza mediante

un par de placas colectoras que al mismo tiempo permiten el cierre de vacío. Los sensores empleados en las mediciones son dos: una bobina de Rogowski que se aloja en un recinto practicado en la placa de tierra rodeando al electrodo central, y una sonda magnética inductiva que se introduce radialmente entre los electrodos. Las características de estos sensores se detallarán en las Secciones 2.3.1 y 2.3.3 respectivamente.

El equipo cuenta con un sistema de vacío mecánica-difusora con el que se alcanzan presiones de base comprendidas entre 6 y 8 10^{-5} mbar. La cámara es de acero inoxidable y está compuesta por un cuerpo cilíndrico de 30 cm de radio interno y 60 cm de altura que dispone de 5 bocas de acceso de 10 cm de radio cada una, aptas para diagnósticas. Las tapas del cilindro son abovedadas hacia afuera. La superior es removible y tiene una sexta boca de acceso. El volumen de la cámara es aproximadamente de 600 l.

La presión de llenado se controla mediante un manómetro de aguja Leybold-Herereus (Mod FA-160) que tiene divisiones cada 0.1 mbar y opera en el rango 0.1–27 mbar. La presión de base se mide con un sistema Pirani-Penning Edwards 11 PR-10K y 8 CP25-K, respectivamente.

El sistema de medición de señales eléctricas consta de un osciloscopio digitalizador Tektronix 540 (500 MHz, 1 Gs/s) y la correspondiente jaula de Faraday.

La determinación de la inductancia del equipo se realizó como se indica en la Sección 2.4.

2.2 Método Experimental

Las mediciones realizadas consisten en el registro simultáneo de la evolución temporal de la corriente de descarga monitoreada mediante una bobina de

Rogowski, y del campo magnético en la zona del aislante sensado mediante una sonda magnética inductiva.

Analizando la señal inducida en la sonda cuando ésta se ubica a diferentes distancias respecto de la superficie del aislante, es posible determinar, en primer lugar, si se forma o no una LC en la zona del aislante.

En caso de que se forme una lámina, es posible inferir su velocidad y su ancho; y también la zona donde la LC se formó (puede ocurrir que se forme sobre la propia pared del aislante o en una zona alejada del mismo).

En segundo lugar se puede determinar si se forma alguna otra LC mientras la primera esta evolucionando. Comparando la señal de la sonda con la de la Rogowski, puede saberse si queda alguna fracción de la corriente total circulando en la zona del aislante durante la evolución de la LC. Adicionalmente, a partir de ambas señales puede estimarse la estructura espacial de la densidad de corriente en la lámina.

Todos estos estudios pueden hacerse para más de una presión. Las presiones de trabajo fueron 0.5, 1, 3 y 5 mbar, pues cubren la zona de operación del equipo PFII como productor de reacciones de fusión en D_2 , rayos X e iones. Fuera de este rango de presiones la producción del equipo decae fuertemente (Márquez, 1994).

La posición radial r de la sonda respecto del eje de los electrodos se varió desde $r = 23.5$ mm (punta de la sonda tocando el aislante) hasta $r = 63.5$ mm (punta de la sonda a 40 mm respecto de la superficie del aislante), con un paso de variación de 1 mm. Todas estas longitudes se midieron con calibre de 0.04 mm. La posición axial de la sonda es de 17 mm respecto de la base del aislante

La sonda se introduce por una de las ventanas de acceso y puede pasar entre dos de las barras que componen el electrodo externo. Los detalles geométricos pueden apreciarse en la Figura 2.2. El corte transversal al eje de los electrodos

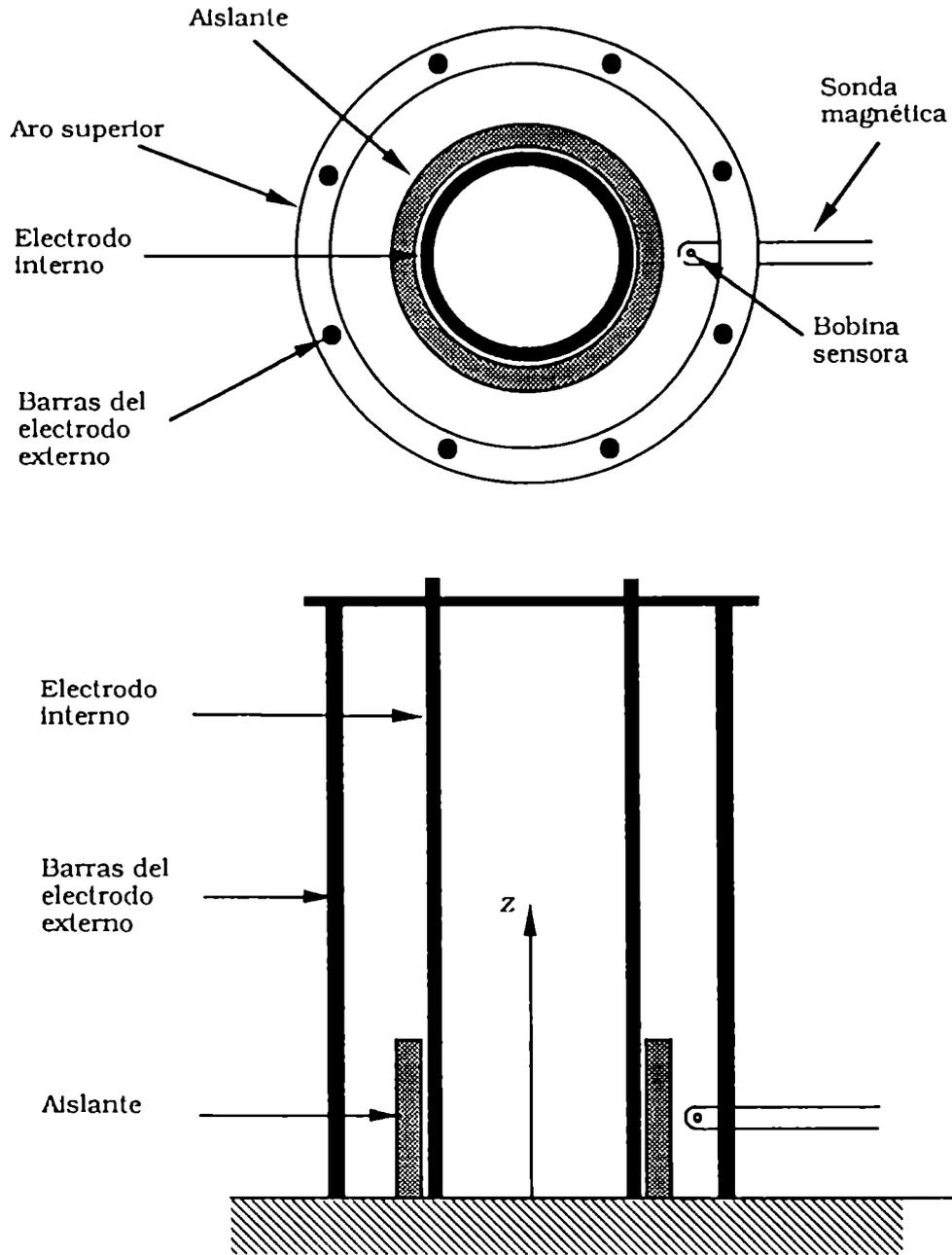


Figura 2.2: Electrodo central, aislante, barras y aro del electrodo externo, y ubicación de la sonda.

permite apreciar las posiciones relativas del aislante y de la sonda.

2.3 Sensores Empleados

2.3.1 Bobina de Rogowski

Para sensar la derivada temporal de la corriente de descarga se empleó una bobina de Rogowski ubicada entre las placas colectoras rodeando al electrodo central. Consta de 30 espiras enrolladas sobre el plástico aislante del conductor central de un cable microcoaxial RFA 174 NU FACETyT (50Ω). Para construir la bobina se tomaron aproximadamente 1.2 m de cable microcoaxial del que se retiraron 80 cm de la malla de blindaje, quedando así un tramo compuesto por el conductor central y el dieléctrico. De estos 80 cm de cable sin malla se retiraron 50 cm de dieléctrico, quedando entonces 50 cm de conductor central descubierto; 30 cm de conductor con dieléctrico y 40 cm de cable completo. El conductor central se compone de 7 hilos de cobre, con uno de los cuales se realizó el bobinado sobre los 30 cm de microcoaxial con dieléctrico. Se completaron 30 vueltas hasta llegar al tramo de microcoaxial completo, donde el hilo con el que se realizó el bobinado se soldó a la malla, cerrando el circuito. Los 6 hilos restantes se cortaron. El paso medio entre vueltas resulta entonces (1.0 ± 0.1) cm y la longitud total de la bobina, medida a lo largo de su eje, (30.0 ± 0.1) cm. El radio del conductor de cobre que forma las espiras es de (0.07 ± 0.01) mm, mientras que el radio de cada una de las espiras es de (0.70 ± 0.01) mm. Estas dos últimas mediciones se realizaron con micrómetro digital.

La resistencia e inductancia del conjunto formado por el bobinado y el microcoaxial de salida son $(0.68 \pm 0.02) \Omega$ y (1.3 ± 0.1) nH, respectivamente. Ambas mediciones fueron realizadas con un Q-metro (la resistencia es medida en continua y la inductancia a 1 kHz) con el objeto de disponer de valores estimativos,

que entre otras cosas, permitan verificar con facilidad el estado de la bobina durante el desarrollo de los experimentos sin necesidad de desarmar el equipo para inspeccionarla.

Las tensiones típicas inducidas en la bobina de Rogowski durante la operación del equipo son de aproximadamente 100 V en los instantes iniciales de la descarga pudiendo alcanzarse tensiones del orden de 400 V durante la etapa de focalización de la LC.

2.3.2 Calibración de la bobina de Rogowski

Para conocer los valores de la derivada temporal de la corriente que ingresa a la cámara durante las descargas es necesario determinar la constante de calibración de la bobina de Rogowski. Aceptando válida la expresión (Bruzzone *et al*, 1973)

$$k_R \approx \mu_o \pi n a^2 \quad (2.1)$$

donde k_R es la constante de la bobina de Rogowski ($V_R = k_R dI/dt$); n es el número de espiras por unidad de longitud y a el radio de cada espira, a partir de los valores experimentales indicados en la Sección precedente resulta

$$V_R = (1.80 \pm 0.07) 10^{-10} \frac{dI}{dt} \quad (2.2)$$

donde las unidades son V, s y A.

La incerteza estimada para la constante de calibración dada en la expresión (2.2) fue asignada a partir de los parámetros constructivos indicados en la Sección anterior. El área ocupada por el conductor central fue descontada estimándola como 7 veces el área de cada uno de los hilos que lo componen. Debe remarcarse

que la incerteza es de naturaleza exclusivamente geométrica y no contempla las aproximaciones necesarias para obtener la expresión (2.1). A continuación se discutirán estas aproximaciones analizando su aplicabilidad al caso del equipo PFII.

La expresión (2.1) es válida en tanto la distancia típica de variación del campo magnético asociado a la corriente que se desea medir sea mayor que el paso entre espiras. La distancia típica de variación debe tomarse a lo largo del eje de las espiras. Esto significa que la bobina de Rogowski debe tener una alta densidad de espiras a lo largo de su eje. Dada la simetría cilíndrica tanto de los electrodos como de la ubicación de la Rogowski respecto de los mismos, el campo magnético generado por la corriente de descarga en la posición de la bobina de Rogowski resulta azimutal y por lo tanto coaxial respecto del eje de la bobina. En consecuencia la hipótesis de alto número de espiras por unidad de longitud resulta aceptablemente justificada pues el módulo del campo magnético es prácticamente constante a lo largo del eje de la bobina de Rogowski.

Es importante también que el conductor de retorno de la bobina se ubique lo más cerca posible del centro geométrico del bobinado (Bruzzone *et al*, 1973). Dado que las espiras se enrollaron en torno del propio conductor central del microcoaxial, que actúa como conductor de retorno, este requerimiento sobre la construcción de la bobina de Rogowski también resulta satisfecho.

Una tercera condición para la validez de (2.1) es que la tensión entregada por la bobina a la impedancia de carga resulte proporcional a la derivada de la corriente que se desea medir. Puede verse que si la impedancia de carga es del orden o menor que la impedancia característica del bobinado, la tensión de salida no guarda relación de proporcionalidad con la derivada de la corriente. En el caso extremo en que la impedancia de carga sea mucho menor que la impedancia del bobinado, la tensión de salida resulta proporcional a la corriente y no a su derivada.

Para el caso de la bobina del PFII la impedancia de carga es $z_o = 50 \Omega$, que

corresponde a la impedancia característica del cable coaxial que transporta la señal hasta el osciloscopio digitalizador. Considerando que la impedancia del bobinado es esencialmente inductiva y que la inductancia es del orden de 1 nH como se indicó en la Sección 2.3.1, se tiene que la condición $\omega L \ll z_0$ se satisface para tiempos característicos del orden de 1 ns o mayores. Como se verá más adelante, los tiempos de interés en el presente trabajo son del orden de 10 ns o mayores, por lo cual la condición de proporcionalidad entre la tensión sensada y la derivada temporal de la corriente de descarga también está asegurada.

2.3.3 Sonda magnética

La sonda magnética está constituida por 5 espiras de aproximadamente 1 mm de radio cada una, construidas con uno de los 7 conductores individuales del conductor central de un microcoaxial del mismo tipo con el que fue construida la bobina de Rogowski. La tensión inducida en las espiras se transporta hasta el exterior del cuerpo de la sonda mediante el mismo microcoaxial. Para la aislación electromagnética se empleó un tubo de bronce de (3.2 ± 0.1) mm y (1.9 ± 0.1) mm de diámetros externo e interno, respectivamente. La aislación eléctrica respecto del plasma es provista por un tubo de vidrio que encierra al de bronce y además aloja a las 5 espiras. El diámetro exterior del tubo de vidrio es de (5.20 ± 0.05) mm. La señal se envía hasta el digitalizador mediante un coaxial RG 58 (50Ω) de 13 m de longitud. La tensión entregada por la sonda en los instantes en que la LC pasa por la zona de las espiras es del orden de 80 V, mientras que durante la focalización de la LC pueden alcanzarse picos de 200 V.

2.3.4 Calibración de la sonda

Para poder determinar valores absolutos de la derivada temporal del campo magnético sensado por la sonda, es necesario medir el área de las espiras e inden-

tificar la dirección de su normal. Adicionalmente, para poder comparar la señal de la Rogowski con la de la sonda cuando esta se ubique en diferentes posiciones radiales, se requiere una calibración relativa entre ambos sensores. Estas tareas se realizaron como se indica en las siguientes Secciones.

Medición de su área efectiva y determinación de su normal

El área efectiva de la sonda se midió empleando un generador de pulsos de campo magnético diseñado especialmente para efectuar este tipo de mediciones (Bruzzone *et al*, 1986). El método se basa en la comparación de la señal que proveen tanto la sonda bajo prueba como otra de área mejor determinada, cuando ambas se ubican en una zona de campo magnético variable en el tiempo. El tiempo característico de variación del campo (~ 300 ns) es similar al tiempo característico de interés, de este modo el área de la sonda queda determinada a frecuencias similares a las de trabajo.

El generador de pulsos de campo magnético contiene una espira patrón cuya área es de (326.5 ± 4.5) mm². La forma de esta espira es circular y su área fue determinada geoméricamente asignándosele una incerteza asociada al radio del cable que la compone: (0.070 ± 0.005) mm. Este radio es aproximadamente 7 veces la incerteza del radio medio de la pieza donde está enrollada la espira patrón, de modo que los posibles apartamientos de la circularidad quedan ampliamente comprendidos en la incerteza asignada a su radio medio. Por el mismo motivo, también quedan comprendidos en la incerteza del área los efectos del espesor de penetración del campo electromagnético en el cable que compone la espira patrón.

En la Figura 2.3 se ilustran las señales inducidas en la espira patrón y en la sonda. Puede observarse que ambas señales son senoidales amortiguadas como cabe esperar para la descarga LC que se emplea para producir el campo magnético. El valor del área efectiva de la sonda obtenido por cociente de ambas señales (Moreno,

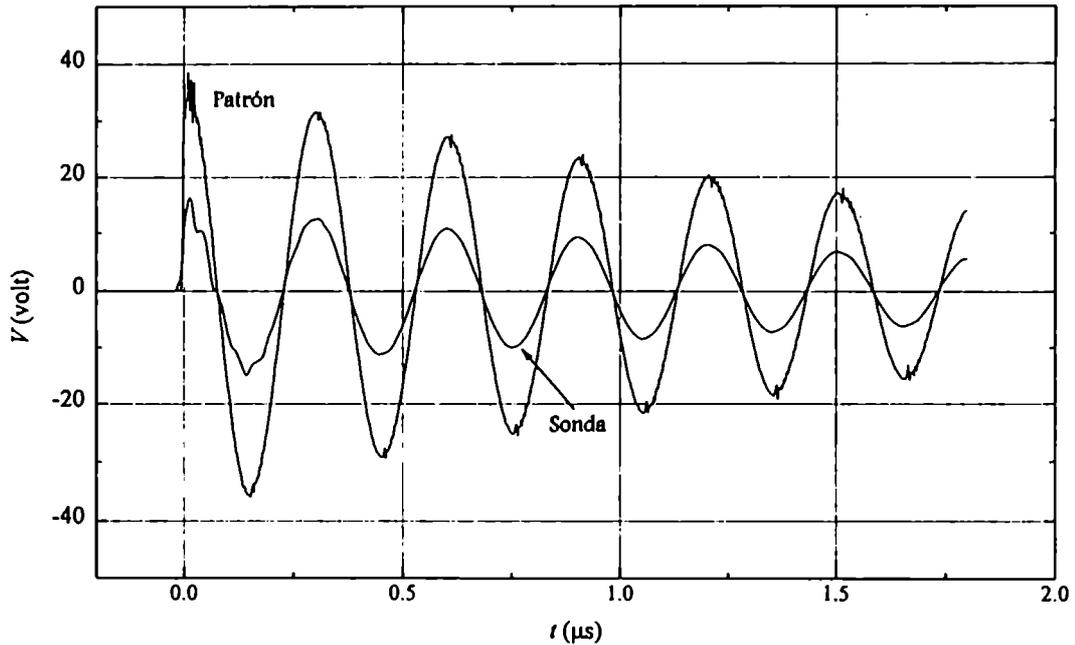


Figura 2.3: Señales obtenidas en la espira patrón y en la sonda para la medición del área efectiva de esta última.

1993 y 1995) es $(15.5 \pm 1.1) \text{ mm}^2$. Se destaca que el valor obtenido en esta calibración concuerda con el que puede estimarse geoméricamente asumiendo que las 5 espiras de la sonda son circulares y estimando el radio medio de las mismas a partir del radio del cable que las compone y del radio del cilindro que se usó para darles la forma circular.

La uniformidad del campo magnético en el área de la espira patrón está garantizada tanto por los cálculos basados en la geometría de la bobina generadora (ver Bruzzone *et al*, 1986), como por la exploración radial realizada con la propia sonda bajo prueba.

La determinación de la normal de la sonda se realizó comparando las señales obtenidas variando su orientación respecto del eje magnético de la bobina generadora del campo. Obtenida la máxima señal, se identifica la normal de la sonda efectuando una marca en su cuerpo de bronce. La incerteza global del método

debida a imperfecciones en el posicionamiento de la sonda se estima inferior a 10^0 ; lo que tiene una incidencia de a lo sumo el 2% en el área efectiva de la sonda.

Se verificó también la completa inversión de la señal de la sonda cuando se invierte la posición de su normal respecto del campo magnético; y se constató que la sonda entrega una señal experimentalmente despreciable (inferior al 0.1 % de la máxima señal registrada) cuando su normal es perpendicular al campo magnético.

Calibración de la sonda relativa a la Rogowski

Para disponer de un medio de comparación entre la señal de la Rogowski y de la sonda cuando esta se ubique en diferentes posiciones radiales se realizó una calibración relativa entre ambas señales a diferentes posiciones r del centro de la espira respecto del eje de los electrodos.

Para realizar la calibración en ausencia de plasma, se construyó una pieza que permite cortocircuitar las placas colectoras del equipo, mediante una réplica del juego electrodos, que en el extremo más alejado de las placas colectoras (zona del foco) posee un disco metálico que los cortocircuita. Ubicando la sonda en la zona del aislante, realizando una descarga y registrando la señal de la Rogowski y de la sonda, es posible obtener una calibración de la sonda respecto de la Rogowski. En la Figura 2.4 pueden observarse las señales obtenidas para $r = 32.5$ mm.

Debe destacarse la brusca variación de las señales en $t \approx 1.1 \mu s$. El salto positivo que se observa en ambas señales se debe a una descarga no sincronizada de al menos un módulo del banco de capacitores. La primera parte de las señales ($0 \leq t \leq 1.1 \mu s$) puede corresponder a un caso donde comienzan a descargarse sólo dos de los tres módulos, debido a que la llave gaseosa que comanda al tercero permanece abierta retrasándose respecto de las otras dos. Luego de $t \approx 1.1 \mu s$ esta llave cierra y el correspondiente módulo comienza a aportar su energía a la

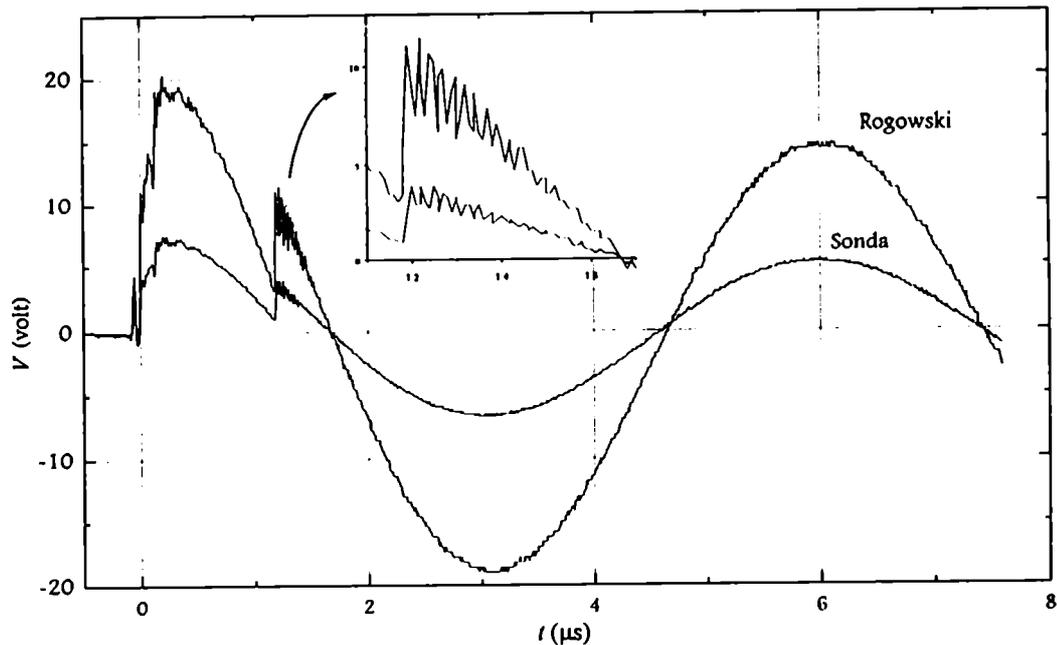


Figura 2.4: Señales de la Rogowski y de la sonda durante el procedimiento de calibración relativa de la sonda respecto de la Rogowski ($r = 32.5 \text{ mm}$).

descarga incrementando bruscamente la derivada temporal de la corriente total. Debe señalarse que si bien este tipo disparo irregular no es común ni conveniente para la operación de un equipo Plasma Focus, no invalida la tarea de calibración relativa entre la sonda y la Rogowski. Por el contrario, permite poner en evidencia que ambos sensores acusan la misma variación temporal de corriente (a menos de un factor constante) aun frente a intensas variaciones de corriente, donde los sensores tienden a distorsionar la señal exitadora.

Durante las mediciones se varió la posición radial de la sonda de modo de tener una calibración en función del radio. Debe señalarse que el electrodo externo está compuesto por barras y que la distancia entre estas es del orden de la separación entre cada barra y el electrodo interno, con lo cual la distribución de corrientes está lejos de poder ser considerada azimutalmente simétrica en la zona interelectródica. Adicionalmente, debe considerarse que la sonda se ubica cerca

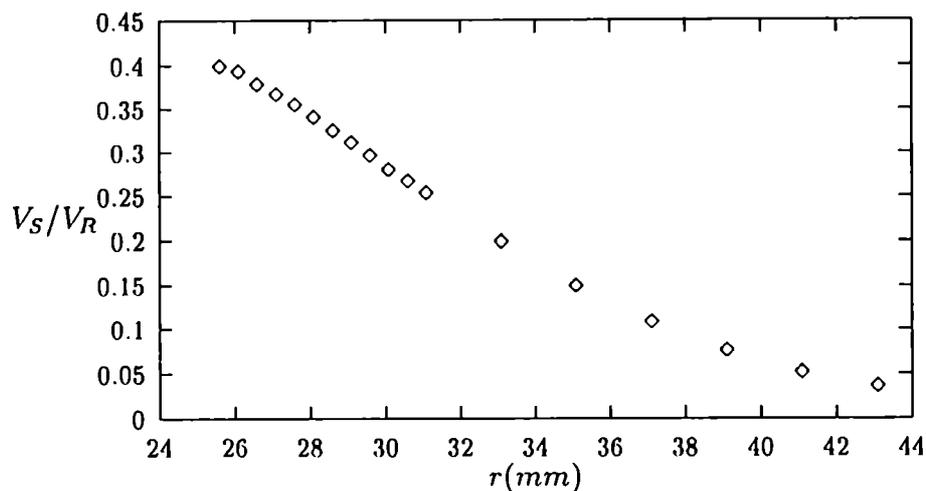


Figura 2.5: Curva de calibración de la sonda respecto de la Rogowski, en función de la posición radial de la espira.

de la base del cañón, donde se tiene una distribución radial de corriente. Los resultados se ilustran en la Figura 2.5.

2.4 Determinación de la Inductancia del Equipo

El valor de la inductancia espúrea del equipo, esto es, aquella asociada con el conexionado entre el banco de capacitores y el cañón; la propia del banco –que a su vez incluye la de las llaves rápidas–; la de las placas colectoras y la conexión entre estas y la base del cañón, fue determinada cortocircuitando los electrodos con la pieza ya descrita en la Sección 2.3.4 y realizando una descarga a 27 kV. La señal obtenida en la bobina de Rogowski se expone en la Figura 2.6.

A partir de esta señal resultan los siguientes valores para la frecuencia ω y el factor de amortiguamiento γ

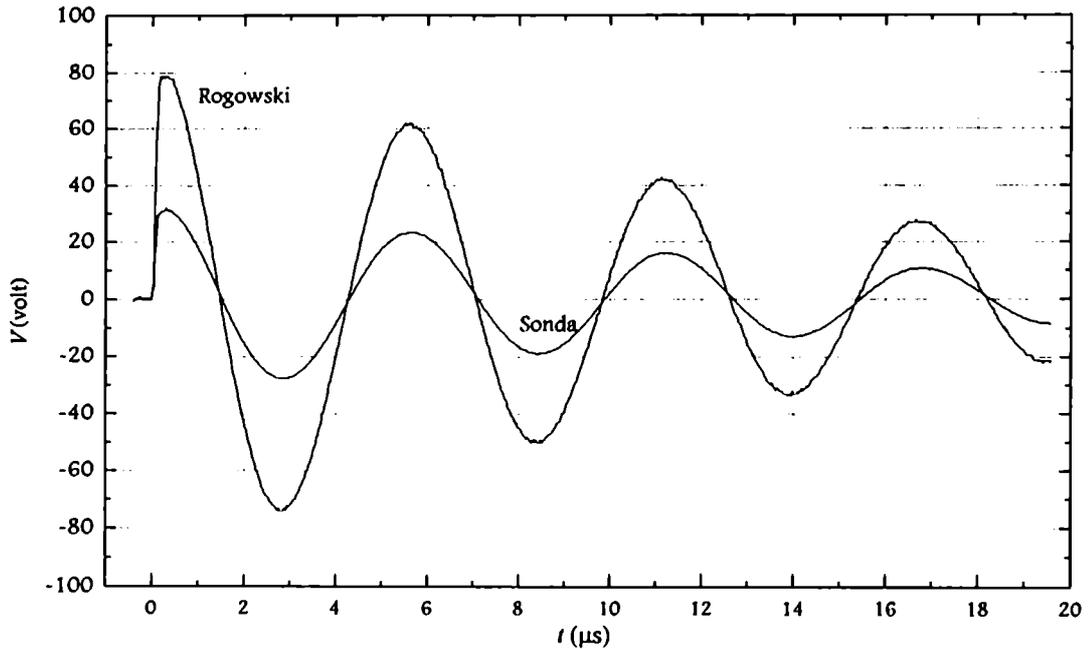


Figura 2.6: Tensión registrada en la bobina de Rogowski durante la determinación de la inductancia del equipo. La señal de menor amplitud corresponde a la sonda magnética, que fue incluida en la medición para controlar su funcionamiento.

$$\omega = (1.1278 \pm 0.0052) \text{ MHz} \quad \gamma = (69.5 \pm 3.4) 10^3 \text{ s}^{-1}$$

donde los parámetros ω y γ y sus incertezas se determinaron ajustando la señal con el método que se detalla en (Moreno, 1992).

Teniendo en cuenta que la capacidad del banco en esa descarga era de $12.6 \mu\text{F}$, el valor de la inductancia total L_T y de la resistencia de conexionado R_c resultan

$$L_T = (62.16 \pm 0.55) \text{ nH} \quad R_c = (8.6 \pm 0.5) \text{ m}\Omega$$

La inductancia de la pieza de cortocircuito, L_{pcc} , calculada a partir de su geometría es (Eltgroth, 1982).

$$L_{\text{pcc}} = (19.6 \pm 1.4) \text{ nH}$$

con lo cual, la inductancia del equipo resulta

$$L = (42.6 \pm 2.0) \text{ nH}$$

Es necesario aclarar que los valores de L y de R_c son estimativos. Luego de estas mediciones, el número de capacitores del banco se redujo de 18 a 15 unidades, dado que tres de ellos se separaron del resto por haberse detectado que perdieron buena parte de su aceite aislante. A pesar de este cambio, puede verse que la inductancia serie equivalente del banco pasa de valer 1.1 nH a 1.3 nH. De modo que los 42.6 nH calculados como inductancia del equipo son representativos de la inductancia global del mismo, tanto para un banco compuesto por 18 como por 15 capacitores. La componente dominante de la inductancia del equipo se encuentra en el conexionado y en las llaves gaseosas.

Cabe señalar además que el valor obtenido para la inductancia total, L_T , junto con el valor máximo de la derivada temporal de la corriente de descarga sensado por la Rogowski (ver la Figura 2.6), y la tensión de carga en ese disparo, conduce a estimar la constante de la bobina de Rogowski en $k_R \sim 1.86 \cdot 10^{-10} \text{ V s}/\Lambda$, valor que está en completo acuerdo con el estimado en la Sección (2.2).

2.5 Resultados Típicos de las Mediciones

Para completar este capítulo se expondrán señales de la sonda y de la Rogowski que son representativas del conjunto de mediciones realizadas. En las Figuras 2.7 y 2.8 se ilustran con fines comparativos 4 señales obtenidas a diferentes radios ($r = 24, 26, 28$ y 30 mm) y a una misma presión (3 mbar).

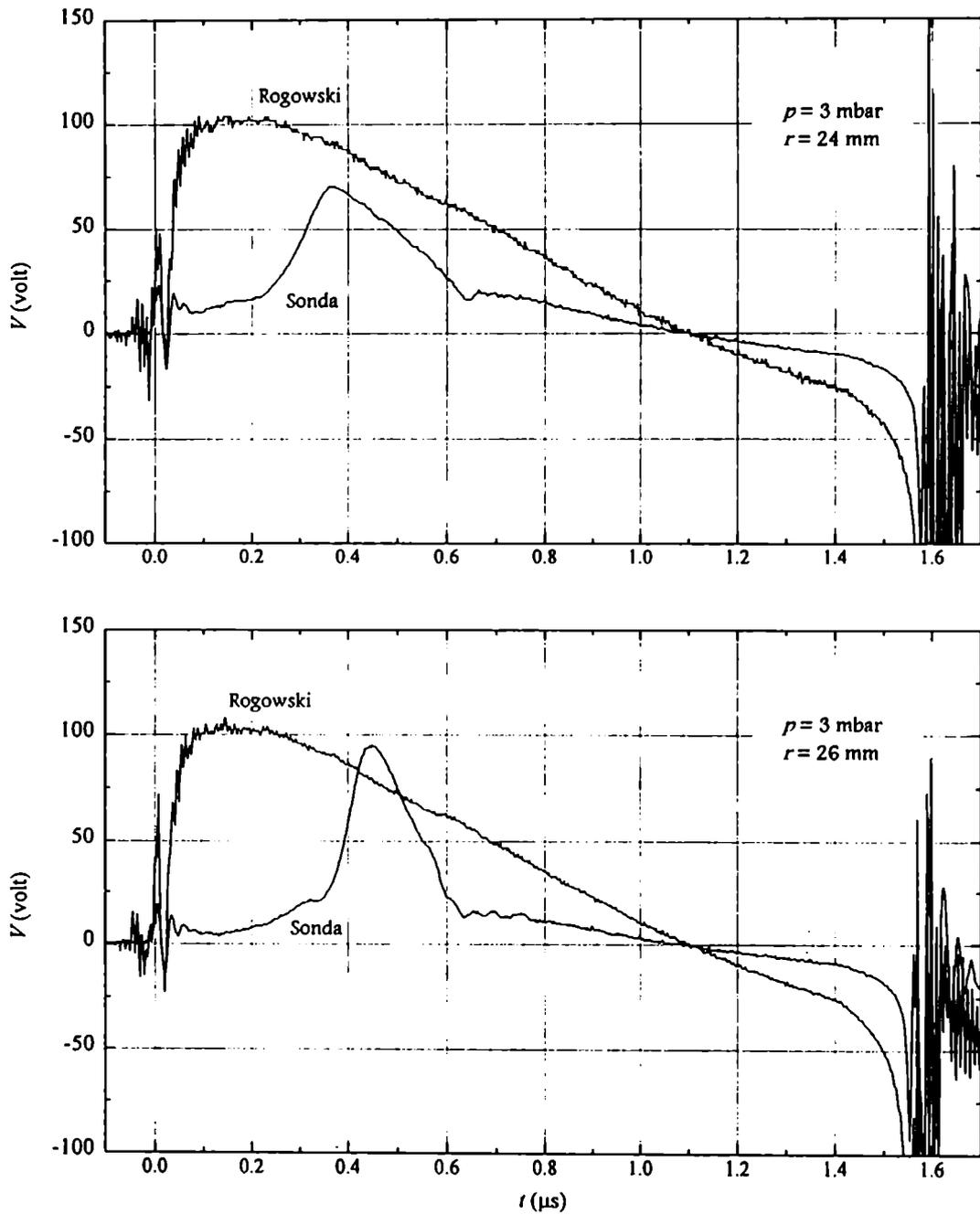


Figura 2.7: Tensión registrada en la bobina de Rogowski y en la sonda magnética, a 3 mbar y $r = 24$ y 26 mm.

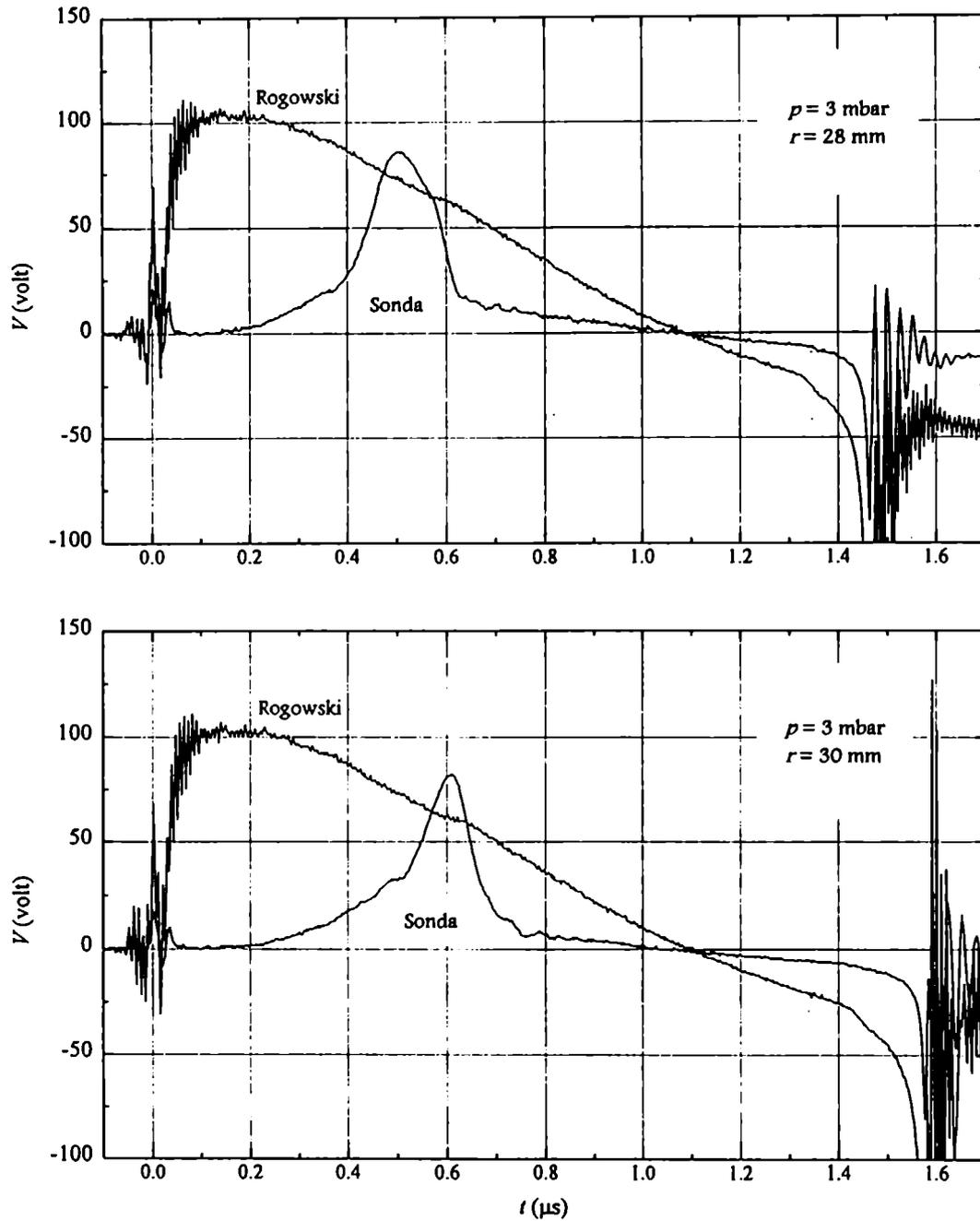


Figura 2.8: Tensión registrada en la bobina de Rogowski y en la sonda magnética, a 3 mbar y $r = 28$ y 30 mm.

Puede observarse que el comportamiento general de la corriente de descarga es similar en todos los casos, como cabe esperar dado que sólo se varió la posición de la sonda. La señal de la sonda en cambio, se modifica a medida que la espira se aleja radialmente de la zona del aislante.

En primer lugar se destaca que la señal de la sonda es aproximadamente triangular y que el pico de la señal se corre hacia tiempos mayores a medida que se incrementa r . Esto indica que el máximo de dB/dt avanza radialmente hacia afuera, lo que a su vez sugiere que se tiene una LC que se forma en las proximidades del aislante y luego avanza radialmente. Se destaca también que el ancho temporal de la señal de la sonda tiende a decrecer a medida que se incrementa la posición radial, sugiriendo que la LC se afina, respecto de su ancho inicial, a medida que avanza.

Merece destacarse también el cruce simultáneo de ambas señales por cero, en $t \approx 1.1 \mu s$; y que la señal de la sonda responde a las bruscas variaciones de la corriente que se producen en la etapa de focalización, y también a las variaciones registradas mediante la Rogowski en la etapa inicial.

En la Figura 2.9 puede apreciarse la modificación de las señales a medida que se incrementa la presión (0.5 y 1 mbar) respectivamente, a un radio fijo en $r = 28$ mm. Finalmente, en la Figura 2.10 se pueden apreciar las mismas señales, a 5 mbar.

De estas señales se infiere que la velocidad de la LC decrece con la presión, lo cual es atribuible al incremento de masa, lo cual también se manifiesta en el tiempo requerido para el desborde y comienzo de colapso.

En próximo Capítulo se desarrollará un método para procesar los datos registrados para realizar las calibraciones y en los dos siguientes se analizará el efecto perturbador de la sonda para poder interpretar su señal.

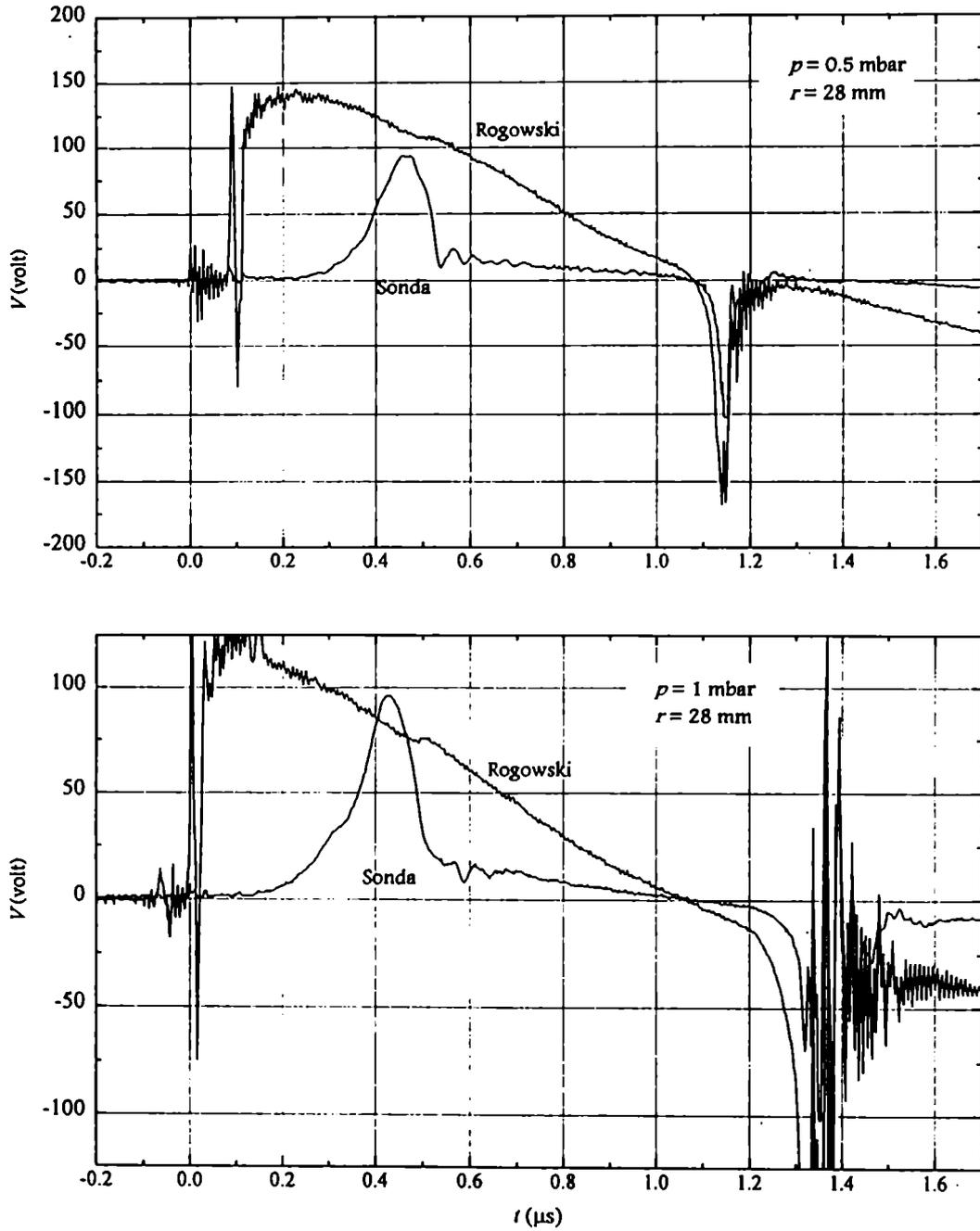


Figura 2.9: Tensión registrada en la bobina de Rogowski y en la sonda magnética, a 0.5 y 1 mbar y $r = 28 \text{ mm}$.

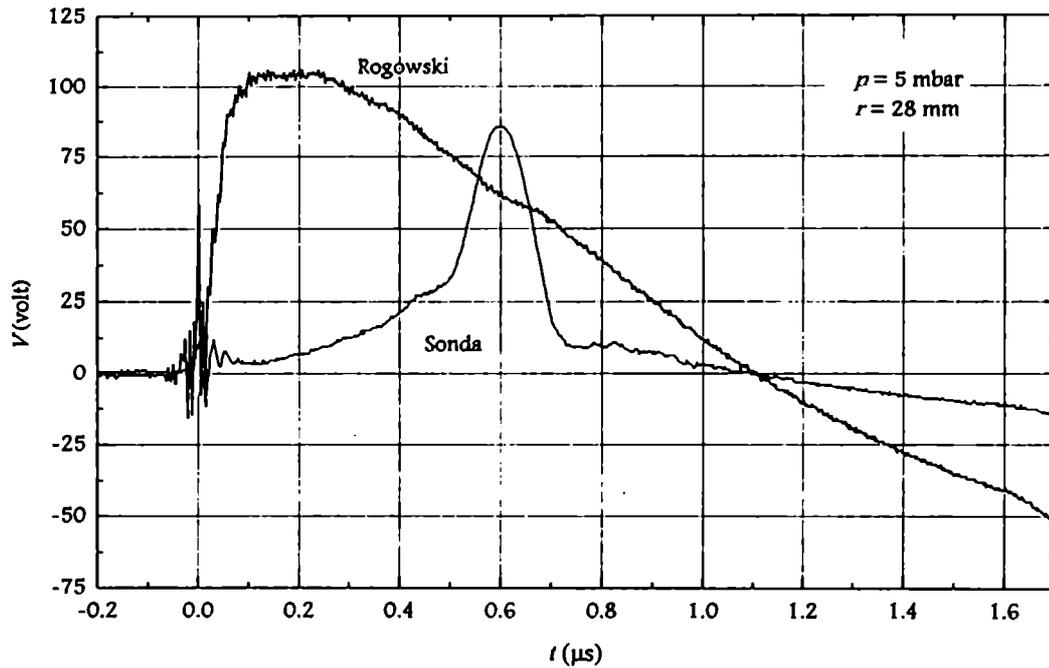


Figura 2.10: Tensión registrada en la bobina de Rogowski y en la sonda magnética, a 5 mbar y $r = 28 \text{ mm}$.

Bibliografía adicional

- La teoría y el diseño de bobinas de Rogowski de rápida respuesta temporal ($\sim 1 \text{ ns}$) se detalla en

Nassisi and Luches, 1979,

Pellinen *et al*, 1980.

- Una cita más reciente sobre construcción de bobinas de Rogowski es

Murgatroyd *et al*, 1991.

- Entre los artículos dedicados a la teoría y construcción de sondas magnéticas inductivas se encuentran

Segre and Allen, 1960,

Ashby *et al*, 1963,

Berglund *et al*, 1963,

Phillips and Turner, 1965.

- La teoría de lazos resistivos que permiten medir altas variaciones temporales de campo magnético se detalla en

Bartoli and Gratton, 1966.

Capítulo 3

Tratamiento de Datos Experimentales en Procedimientos de Calibración

3.1 Introducción

Las calibraciones se cuentan entre los procedimientos más delicados de las ciencias experimentales. No sólo requieren datos de excelente calidad sino también de adecuados métodos de elaboración de dichos datos. Los procesos de calibración requeridos en esta tesis son: la obtención de la constante de calibración de la bobina de Rogowski; la determinación del área efectiva de la sonda y la calibración de la sonda relativa a la Rogowski. En los tres casos se requiere obtener un factor de proporcionalidad entre dos señales sinusoidales amortiguadas, estando ambas afectadas de incertezas experimentales. El procedimiento habitual consiste en tomar las amplitudes de picos y valles de cada señal, luego realizar los respectivos cocientes, y por último efectuar un promedio, en algunos casos ponderado, de los factores parciales obtenidos. Este tipo de procedimientos tiene la desventaja de hacer uso de sólo una pequeña fracción de los datos registrados. Esa pequeña fracción puede ser tan reducida como el 1% o aún menor.

Un modo de subsanar parcialmente este deficiente empleo de la información disponible es extender la evaluación de los cocientes a todo el registro. Sin embargo, si las señales son de tipo senoidal, este tipo de procedimientos presenta los inconvenientes propios de la evaluación de cocientes de mediciones cercanas a cero. Adicionalmente, como se verá en la Sección 3.5, los resultados obtenidos por este método carecen de propiedades matemáticas básicas, de modo que aún excluyendo datos cercanos al cero, el método de promediar cocientes parciales no es recomendable.

El problema de hallar el cociente entre dos magnitudes, x e y , respectivamente, de las cuales se ha medido el conjunto $\{(x_i, y_i), 1 \leq i \leq N\}$, puede ser encarado determinando el factor k que relaciona a y con x en la forma $y = kx$. Cuando $N > 1$, el problema de hallar k está claramente sobredeterminado. Entre los métodos numéricos que pueden emplearse para hallar k en estos casos, el de cuadrados mínimos es el más difundido. Este método admite solución analítica cuando se consideran incertezas experimentales sólo en una variable (Bevington, 1969).

El problema pierde su simplicidad cuando deben considerarse incertezas en las mediciones tanto de x_i como de y_i : $\sigma(x_i)$ y $\sigma(y_i)$, respectivamente. Estas incertezas además de determinar la varianza de k , afectan la propia estimación de k .

Entre los procedimientos basados en el método de cuadrados mínimos que permiten ajustar datos experimentales con errores en ambas coordenadas, el modelo $y = mx + b$ fue extensamente tratado en la literatura. Se destacan por ejemplo, los artículos precursores de York (1966) y Williamson (1968); los trabajos, más recientes, de Reed (1992) y de Press and Teukolsky (1992); y la revisión debida a Macdonald and Thompson (1992) con 35 referencias en su interior. A pesar de los esfuerzos realizados, este modelo continúa atrayendo la atención, principalmente en lo relacionado con la evaluación de las incertezas de los parámetros de ajuste

(Cecchi (1991), Kalantar (1992), Moreno and Bruzzone (1993), Cecchi (1993)).

El ajuste por cuadrados mínimos empleando el modelo $y = kx$ presenta prácticamente las mismas sutilezas que $y = mx + b$, pero no se encuentra en la literatura. Sólo puede citarse un trabajo (Thompson, 1992) donde el valor del parámetro de ajuste se determina considerando incertezas en sólo una de las variables medidas y se calcula de manera incorrecta la varianza de k .

Adicionalmente, los resultados ya conocidos para el caso $y = mx + b$ no pueden ser empleados para evaluar k ni su varianza, pues el valor de la pendiente cambia si en el modelo de ajuste se admite o no un término independiente.

Por los motivos expuestos, como parte de esta tesis se desarrolló el modelo $y = kx$ desde primeros principios; se obtuvieron soluciones analíticas para casos particulares de interés experimental, y se obtuvo una expresión analítica para la varianza de k , válida en el caso general (Moreno, 1993 y 1995).

3.2 Método

Cuando ambas variables medidas presentan incerteza, el criterio de Deming (Deming 1943) establece que la expresión

$$S = \sum_{i=1}^N [\omega(x_i)(x_i - X_i)^2 + \omega(y_i)(y_i - Y_i)^2] \quad (3.1)$$

debe ser minimizada para obtener los puntos de ajuste (X_i, Y_i) . Estos puntos a su vez satisfacen una relación del tipo $f(X, Y, \underline{p}) = 0$, siendo \underline{p} el conjunto de $m < N$ parámetros a determinar y f el modelo propuesto para ser ajustado a los datos. Los coeficientes $\omega(x_i)$ y $\omega(y_i)$ son factores de peso usualmente asignados como $\sigma^{-2}(x_i)$ y $\sigma^{-2}(y_i)$, respectivamente, cuando es aplicable la teoría de errores gaussianas. Si éste

no fuera el caso, se debe emplear otra asignación de pesos o incluso, otra expresión para S . En el caso de una distribución poissoniana, por ejemplo, los pesos se asignan como el recíproco de la magnitud medida, y se emplea la expresión (3.1) por simplicidad (Bevington, 1969). Combinaciones de asignaciones de pesos y/o de distribuciones pueden tratarse en el marco del criterio de máxima verosimilitud (Barford, 1985). En lo que sigue se considerará sólo el caso gaussiano por brevedad y porque es una muy buena aproximación a una gran cantidad de distribuciones, incluyendo la poissoniana. A pesar de ello, toda vez que la distribución poissoniana pueda aproximarse por una curva gaussiana (parámetro de Poisson ≥ 50 , por ejemplo), el formalismo puede extenderse al caso poissoniano redefiniendo los pesos como se indicó más arriba, sin necesidad de modificar la expresión (3.1).

3.2.1 Relación entre el criterio de Deming y el método de varianza efectiva

Para el caso que nos ocupa existe una relación $Y = f(X)$ entre los puntos de ajuste. En consecuencia, la expresión (3.1) puede reescribirse como

$$S = \sum_{i=1}^N \{ \omega(x_i)(x_i - X_i)^2 + \omega(y_i)[y_i - f(X_i)]^2 \} \quad (3.2)$$

donde $f(X_i) = kX_i$ es el modelo propuesto para ajustar los datos.

La minimización de (3.2) para toda función f de buen comportamiento puede realizarse aproximadamente minimizando (Orear, 1982)

$$S = \sum_{i=1}^N \frac{[y_i - f(x_i)]^2}{\sigma^2(y_i) + \left(\frac{df}{dx}\bigg|_{x_i}\right)^2 \sigma^2(x_i)} \quad (3.3)$$

donde la minimización se efectúa variando la función f , la que a su vez puede ser miembro de una familia parametrizable.

La expresión (3.3) corresponde al método de varianza efectiva (Barker and Diana, 1974), la cual, como puede comprobarse siguiendo el trabajo de Orear, es equivalente al criterio de Deming (3.2) cuando f es una función lineal. La equivalencia se basa en un desarrollo a primer orden de $f(x_i)$ en torno de $f(X_i)$ en la expresión (3.2), que resulta exacto si y sólo si f es lineal.

Empleando la expresión (3.3) con el modelo $f(x) = kx$, se tiene

$$S = \sum_{i=1}^N \frac{(y_i - kx_i)^2}{\sigma^2(y_i) + k^2 \sigma^2(x_i)} \quad (3.4)$$

que debe ser minimizada variando k . Esta condición significa

$$\frac{\partial S}{\partial k} = 0 \quad (3.5)$$

lo que conduce a

$$-2 \sum_{i=1}^N \frac{(y_i - kx_i) [x_i \sigma^2(y_i) + k y_i \sigma^2(x_i)]}{[\sigma^2(y_i) + k^2 \sigma^2(x_i)]^2} = 0. \quad (3.6)$$

Nótese que para el modelo que nos ocupa, el método de varianza efectiva no sólo es exacto, sino que reduce el problema original, de $N + 1$ dimensiones (la minimización de (3.2) donde debe variarse tanto k como todos los puntos (X_i)), a uno unidimensional: la minimización de (3.4). A pesar de esta importante simplificación, el problema resultante no tiene solución analítica (esencialmente debido a la presencia de la incógnita en los denominadores de (3.6)). En consecuencia, para obtener k en el caso general deben emplearse métodos numéricos. Existen

diversas técnicas para resolver este tipo de problemas. Entre ellas cabe mencionar el método de Brent; la búsqueda mediante bisección o mediante seccionamiento en proporción áurea; métodos tipo Newton que hacen uso de información sobre el gradiente de la función a minimizar; y métodos simplex. Entre estos últimos se destaca el de Nelder-Mead, que fue empleado en la mayoría de los cálculos de esta tesis, y es altamente recomendable. Para detalles y algoritmos de métodos de minimización puede consultarse Press *et al*, (1992).

3.2.2 Evaluación de los puntos de ajuste

Una vez conocido el cociente k pueden hallarse los puntos de ajuste X_i e Y_i . Comenzando con la expresión (3.2) y considerando a S mínimo como función de X_i , se tiene $\partial S/\partial X_i = 0$, de donde resulta

$$X_i = \frac{x_i \sigma^2(y_i) + k y_i \sigma^2(x_i)}{\sigma^2(y_i) + k^2 \sigma^2(x_i)}.$$

Obtenida X_i , la correspondiente ordenada Y_i puede calcularse empleando su definición: $Y_i = kX_i$. A partir de estas expresiones puede verse como casos límite que

$$X_i = x_i \quad \text{e} \quad Y_i = kx_i$$

$\forall i$ tal que $\sigma(x_i) = 0$; mientras que

$$X_i = y_i/k \quad \text{e} \quad Y_i = y_i$$

toda vez que $\sigma(y_i) = 0$, como cabe esperar a partir de ajustes por cuadrados mínimos con incertezas en una sola variable.

3.3 Varianza de k

Para establecer la precisión con la que se determina k es necesario evaluar la varianza de k proveniente de las incertezas experimentales. A partir de la conocida expresión de propagación de incertezas, válida para errores aleatorios, pequeños y no correlacionados, se tiene

$$\sigma^2(k) = \sum_{i=1}^N \left\{ \left[\frac{\partial k}{\partial x_i} \sigma(x_i) \right]^2 + \left[\frac{\partial k}{\partial y_i} \sigma(y_i) \right]^2 \right\} \quad (3.7)$$

donde las cantidades $\partial k/\partial x_i$ y $\partial k/\partial y_i$ deben determinarse a partir del modelo propuesto y del conjunto de datos experimentales.

Como ya se mencionó, no siempre es posible encontrar una expresión analítica para k . En consecuencia, las derivadas parciales contenidas en (3.7) no siempre pueden ser evaluadas directamente. De todos modos, puede recurrirse al procedimiento que se discute a continuación.

Diferenciando la expresión (3.5) con respecto a x_i , y evaluando el resultado en el valor de k que minimiza a S se tiene

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \frac{\partial S}{\partial k} + \frac{\partial^2 S}{\partial k^2} \frac{\partial k}{\partial x_i} = 0, \quad 1 \leq i \leq N$$

lo que permite obtener

$$\frac{\partial k}{\partial x_i} = \frac{W_i (d_i - k F_i)}{\Delta} \quad (3.8)$$

donde $W_i = [\sigma^2(y_i) + k^2 \sigma^2(x_i)]^{-1}$ es el peso efectivo del i -simo punto; $d_i = y_i - k x_i$ es la separación vertical entre el i -simo punto y la recta de ajuste; el factor F_i se define como $F_i = x_i + 2 k d_i W_i \sigma^2(x_i)$; y

$$\Delta = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 S}{\partial k^2} = \sum_{i=1}^N W_i [F_i^2 - W_i d_i^2 \sigma^2(x_i)]. \quad (3.9)$$

De la misma manera, diferenciando la expresión (3.5) ahora respecto a y_i , y especializando nuevamente en el valor de k que minimiza a S resulta

$$\frac{\partial k}{\partial y_i} = \frac{W_i F_i}{\Delta}. \quad (3.10)$$

Finalmente, la varianza de k se obtiene reemplazando $\partial k/\partial x_i$ y $\partial k/\partial y_i$ en la expresión (3.7). Una vez resueltos los pasos algebraicos se obtiene

$$\sigma^2(k) = \frac{1}{\Delta^2} \sum_{i=1}^N W_i^2 [x_i^2 \sigma^2(y_i) + y_i^2 \sigma^2(x_i)]. \quad (3.11)$$

Nótese que obtenida k ya sea minimizando la expresión (3.4) o resolviendo la ecuación (3.6), la varianza $\sigma^2(k)$ puede obtenerse directamente evaluando (3.11). Es necesario mencionar que Δ debe ser no nula para permitir que las expresiones (3.8) y (3.10), y consecuentemente la varianza de k dada por (3.11), queden definidas. Dado que la condición $\Delta > 0$ es suficiente para asegurar la existencia de un mínimo de S , el requerimiento $\Delta \neq 0$ es compatible con la minimización de S . Sin embargo, dado que dicha condición es suficiente pero no necesaria para la

existencia de un punto estacionario, el haber hallado un mínimo de S no garantiza que Δ sea no nula. En estos casos, es necesario diferenciar (3.5) tantas veces como se requiera para obtener $\partial^n S / \partial k^n > 0$. Estas condiciones corresponden a un mínimo de orden superior, las derivadas de k respecto a cada coordenada quedarán definidas, y con ellas Δ . En lo que sigue se asumirá $\Delta \neq 0$.

3.4 Casos Especiales

A pesar de que no es posible obtener una solución analítica general de la ecuación (3.6), existen tres casos de interés experimental para los que dicha ecuación puede ser resuelta explícitamente en términos de los puntos experimentales y de sus incertezas. Estos casos se presentan cuando las incertezas de una de las variables son proporcionales a las de la otra.

Considérese el caso $\sigma(y_i) = c\sigma(x_i) \forall i$, $c = \text{const.}$ Bajo estas condiciones, la ecuación (3.4) se reduce a

$$S = \frac{\sum_{i=1}^N \omega(x_i)(y_i - k x_i)^2}{c^2 + k^2} \quad (3.12)$$

y la condición de mínimo queda expresada por

$$\sum_{i=1}^N \omega(x_i) d_i (x_i c^2 + k y_i) = 0 \quad (3.13)$$

la cual, en caso de que $\sum_{i=1}^N \omega(x_i) x_i y_i \neq 0$, tiene las soluciones

$$k = \frac{B \pm \sqrt{B^2 + \left[2c \sum_{i=1}^N \omega(x_i) x_i y_i\right]^2}}{2 \sum_{i=1}^N \omega(x_i) x_i y_i} \quad (3.14)$$

donde

$$B = \sum_{i=1}^N \omega(x_i) (y_i^2 - c^2 x_i^2).$$

Si $\sum_{i=1}^N \omega(x_i) x_i y_i = 0$, entonces la ecuación (3.13) conduce a $k = 0$ siempre y cuando B resulte no nula. En los casos en que además $B = 0$, k queda indeterminado. Debe notarse que $\sum_{i=1}^N \omega(x_i) x_i y_i$ es nula si y sólo si la correlación lineal entre x e y también lo es (Bevington, 1969), y sería entonces inadecuado considerar que existe una relación lineal entre x e y . En consecuencia, puede preverse que en los casos de interés práctico, donde las mediciones se realizan justamente para obtener un factor de proporcionalidad entre x e y , resultará $\sum_{i=1}^N \omega(x_i) x_i y_i \neq 0$.

Las dos soluciones dadas por (3.14) corresponden a la línea más cercana y más lejana a los datos, esto es, la que minimiza y maximiza a S , respectivamente. Llamando k_+ a la solución tomada con el signo “+” en (3.14) y k_- a la correspondiente al signo “-”, puede verse que $k_+ k_- < 0$. Adicionalmente, puede verificarse que

$$k_+ k_- = -c^2 = - \left[\frac{\sigma(y_i)}{\sigma(x_i)} \right]^2$$

lo cual significa que cuando ninguna de las dos variables está libre de error, las dos líneas no resultan mutuamente perpendiculares. Los casos límite $\sigma_x \rightarrow 0$ o $\sigma_y \rightarrow 0$ deben considerarse con cierto cuidado debido a que se pierde la duplicidad de soluciones dada por (3.13). Si $\sigma_x \rightarrow 0$, por ejemplo, la expresión (3.12) corresponde al ajuste clásico por cuadrados mínimos al modelo $y = kx$ con incertezas σ_y variables, que tiene por única solución

$$k = \frac{\sum_{i=1}^N \omega(y_i) x_i y_i}{\sum_{i=1}^N \omega(y_i) x_i^2} \quad \text{cuando} \quad \sigma(x_i) = 0 \forall i.$$

Si $\sigma(y_i) \rightarrow 0$, por otra parte, puede verse de la ecuación (3.13) que la solución no trivial es también única, pues proviene de una ecuación lineal en k . En efecto, puede verificarse que la expresión resultante para k en este caso particular es

$$k = \frac{\sum_{i=1}^N \omega(x_i) y_i^2}{\sum_{i=1}^N \omega(x_i) x_i y_i} \quad \text{cuando} \quad \sigma(y_i) = 0 \forall i.$$

Retomando el caso general, cuando $\sigma(x_i)\sigma(y_i) \neq 0$, la selección de k queda aún por resolver. Existen diversas maneras para elegir la solución correcta de entre las dos provistas por la expresión (3.14). Por razones físicas, por ejemplo, el signo de k frecuentemente se conoce de antemano. Otra posibilidad es evaluar S empleando la expresión (3.4) para ambos valores de k , a fin de determinar a cuál de ellos corresponde el mínimo valor de S . Además, puede controlarse que $\Delta > 0$ para el valor de k que minimiza a S . Un método adicional es la inspección de un gráfico de los datos experimentales, junto con ambas rectas para decidir cuál de ellas es la que mejor ajusta. Este es un método simple, casi trivial, que únicamente por estas razones no debería ser descartado. Por el contrario, debe ser considerado como la necesaria contraparte cualitativa, complementaria a los métodos cuantitativos ya mencionados.

La varianza de k para el caso particular que se está analizando resulta

$$\sigma^2(k) = \frac{\sum_{i=1}^N \omega(x_i) (y_i^2 + c^2 x_i^2)}{\Delta^2 (c^2 + k^2)^2} \quad (3.15)$$

donde Δ se evalúa a partir de la expresión (3.9) con $W_i = \omega(x_i)/(c^2 + k^2)$, y $F_i = x_i + (2k d_i)/(c^2 + k^2)$.

Los dos casos especiales restantes son: varianzas constantes a lo largo de cada uno de los ejes; y varianzas iguales en ambos ejes para todo punto. Tomando $\sigma(x_i) = \sigma_x$, $\sigma(y_i) = \sigma_y$, y consecuentemente escribiendo $c = \sigma_y/\sigma_x$ y $\omega(x_i) = \sigma_x^{-2}$ en las expresiones (3.14) y (3.15) se obtienen las fórmulas necesarias para tratar el primer caso.

Finalmente, si se considera $\sigma(x_i) = \sigma(y_i) = \sigma_o$, $\forall i$, con $\sigma_o = \text{const.}$ se puede tratar el caso de varianzas iguales en ambas variables. Quizás este sea el caso menos general desde el punto de vista teórico, pero es una situación que se presenta frecuentemente en el laboratorio. Puede citarse como ejemplo aplicable a esta tesis la medición de voltajes de similar amplitud. Todas las fórmulas necesarias pueden obtenerse fijando $c = 1$ y $\omega = \sigma_o^{-2}$ o, equivalentemente, tomando $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_o$. Las expresiones resultantes no se expondrán aquí en aras de la brevedad.

Antes de pasar a la próxima Sección, es conveniente mencionar que todos los resultados obtenidos satisfacen la ley de escala

$$k(ux, vy) = \frac{v}{u} k(x, y) \quad u, v \text{ const.}, \quad u \neq 0$$

donde $k(ux, vy)$ indica el valor de k obtenido al modificar las escalas de los ejes x e y por los factores u y v respectivamente.

La reversibilidad ante intercambio de coordenadas

$$k(x, y) = k^{-1}(y, x) \tag{3.16}$$

también se verifica. Esta última propiedad no es satisfecha por todos los posibles métodos de tratamiento de datos, como se verá al final de la siguiente Sección.

3.5 Comparación con el Valor Medio

Es útil comparar los resultados obtenidos en las Secciones 3.2 – 3.4 con aquellos que provienen de la teoría de errores aplicada a un conjunto de cocientes. En efecto, disponiendo de una serie de N puntos (x_i, y_i) , se podría intentar estimar el cociente k evaluando los N cocientes y_i/x_i y luego promediando todos estos resultados parciales. Mediante este procedimiento se obtiene

$$k_i = \frac{y_i}{x_i} \quad 1 \leq i \leq N$$

y

$$\sigma^2(k_i) = \frac{y_i^2}{x_i^2} \left[\frac{\sigma^2(x_i)}{x_i^2} + \frac{\sigma^2(y_i)}{y_i^2} \right] \quad 1 \leq i \leq N$$

tal como resulta de la propagación usual de incertezas.

El promedio ponderado, $\langle k \rangle$, de los valores k_i es

$$\langle k \rangle = \frac{\sum_{i=1}^N \sigma^{-2}(k_i) k_i}{\sum_{i=1}^N \sigma^{-2}(k_i)} \quad (3.17)$$

y su varianza está dada por

$$\sigma^2(\langle k \rangle) = \frac{1}{\sum_{i=1}^N \sigma^{-2}(k_i)}.$$

A pesar de que $\langle k \rangle$ puede ser una buena aproximación de k , se verifica

$$\langle k \rangle \neq k$$

debido a que $\langle k \rangle$ no es solución de la ecuación (3.6). Para demostrar esto, es suficiente considerar el caso particular de dos datos (a, b) y (b, a) , respectivamente, siendo $a \neq b$, con a y b positivos, por ejemplo. Adicionalmente, puede considerarse que $\sigma(a) = \sigma(b)$ por simplicidad. Luego de un poco de álgebra, del esquema de promedios resulta $\langle k \rangle = (a^3b + b^3a)/(a^4 + b^4)$, que no satisface la ecuación (3.6). En efecto, resolviendo esta ecuación o siguiendo el procedimiento discutido en la Sección anterior, se obtiene $k = 1$, que es lo que cabe esperar en base a consideraciones de simetría.

Sólo en el caso límite en el que $\sigma(x_i) = 0 \forall i$, resulta $\langle k \rangle = k$. En efecto, de la ecuación (3.6) puede verse que

$$k = \frac{\sum_{i=1}^N \sigma^{-2}(y_i) x_i y_i}{\sum_{i=1}^N \sigma^{-2}(y_i) x_i^2} \quad \text{cuando} \quad \sigma(x_i) = 0 \forall i$$

que coincide con $\langle k \rangle$ tal como fue definido en la expresión (3.17). Puede demostrarse además, por simple sustitución, que

$$\sigma(\langle k \rangle) = \sigma(k)$$

siempre bajo la hipótesis $\sigma(x_i) = 0 \forall i$.

Para cerrar la comparación entre los resultados obtenidos en las Secciones 3.2 a 3.4 por una parte, y el procedimiento de promedios por la otra, cabe destacar que si existen incertezas en ambas variables el esquema de promedios no satisface el criterio de reversibilidad (3.16), esto es

$$\langle k(x, y) \rangle \neq \langle k(y, x) \rangle^{-1}$$

como surge de la expresión (3.17). Este hecho hace al formalismo discutido en las Secciones 3.2 a 3.4 más adecuado para procedimientos de calibración que el método de promedio de cocientes.

3.6 Ejemplo

Para ilustrar la aplicación del método propuesto en las Secciones anteriores, se considerará el problema de calcular el cociente entre las señales de la sonda magnética y de la Rogowski ya vistas en la Figura 2.4 (pág. 24). Dado que se requiere el cociente V_S/V_R , es oportuno inspeccionar un gráfico de V_S en función de V_R .

En la Figura 3.1 puede verse dicho gráfico, construido empleando todos los puntos de la Figura 2.4, incluyendo los cercanos a los ceros y los correspondientes a la zona $1.1 \mu s < t < 1.7 \mu s$, caracterizada por fuertes oscilaciones en ambas señales.

Puede apreciarse que los puntos experimentales quedan alineados en torno de una recta cuya pendiente k y su correspondiente incerteza pueden determinarse como se indicó en la Sección 3.4, en particular son aplicables las expresiones (3.14) y (3.15). Se evidencia además, fuera de toda duda, que la proporcionalidad se da a lo largo de todo el registro.

Resulta claro que el método tradicional de efectuar el cociente entre puntos mínimos y máximos (en este caso un valle y pico de cada señal, correspondientes a su vez a los puntos extremos de la Figura 3.1) desaprovecha gran cantidad de información. También resulta inmediato que los puntos cercanos a los ceros de cada tensión, que originarían divergencias si se realizan cocientes punto a punto entre cada señal, se ubican en torno del origen del gráfico V_S en función de V_R y en consecuencia contribuyen en forma poco significativa a la determinación del factor

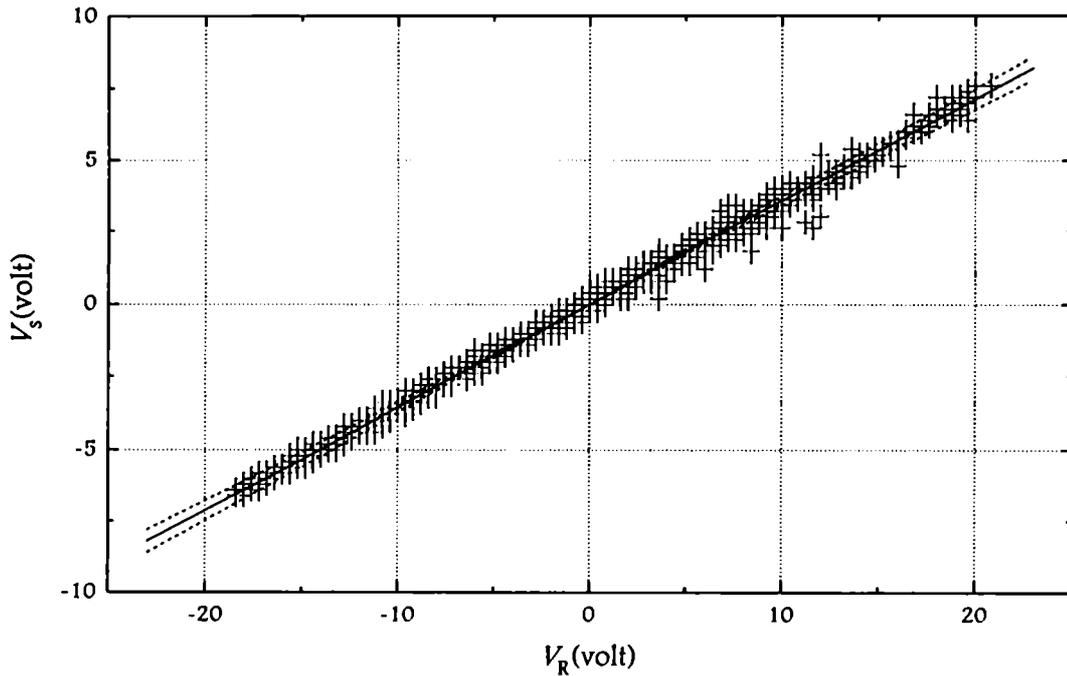


Figura 3.1: Señal de la sonda en función de la señal de la Rogowski correspondientes a la Figura 2.4

k evitándose, además, las divergencias.

3.7 Discusión

Se ha desarrollado un método que permite determinar factores de calibración mediante cociente de señales, obteniéndose soluciones analíticas para casos de interés experimental. Estos casos fueron desarrollados y discutidos en detalle dando por resultado la constante de calibración expresada en términos de las magnitudes medidas y de sus incertezas. La obtención de k en el caso general debe realizarse minimizando la función (3.4) que es uniparamétrica y simple de evaluar. Existen diversos algoritmos de probada eficacia para lograr este tipo de minimizaciones.

La varianza de k se ha obtenido analíticamente para el caso general. También se han obtenido las expresiones de los puntos de ajuste (X_i, Y_i) , y se han consi-

derado casos límite donde sólo una coordenada se supone afectada de incertezas experimentales. Las propiedades matemáticas de los resultados obtenidos también fueron discutidas y comparadas con las de los métodos tradicionales.

Ciertamente habrá muchas situaciones donde k y $\langle k \rangle$ coincidirán dentro de sus dispersiones. Podría argumentarse entonces que lo discutido en este Capítulo es un refinamiento innecesario, útil quizás, en muy pocas ocasiones. Sin embargo, en la opinión del autor, siempre habrá investigadores que prefieran procesar datos de buena calidad empleando métodos adecuados, en lugar de perder parte de esa calidad simplemente por aplicar procedimientos que carecen de propiedades matemáticas básicas. Esto es particularmente importante cuando los datos deben elaborarse para obtener de ellos un factor de calibración confiable.

Bibliografía adicional

- Los criterios actuales para expresar resultados de mediciones se detallan en
Taylor and Kuyatt, 1993.
- Conceptos relevantes y poco difundidos sobre incertezas experimentales pueden hallarse en
Cunningham, 1981,
Tiley, 1985,
Dietrich, 1991,
White and Clare, 1992.
- El método de máxima verosimilitud, que da origen a la expresión de Deming, y que puede consultarse en las siguientes obras clásicas
Young, 1962,
Bevington, 1969,
Meyer, 1975,
ha sido recientemente generalizado por

Jacquelin, 1993,

donde se analiza la validez de una sus hipótesis conceptualmente más delicadas.

- La teoría estadística de la estimación de parámetros se trata con todo rigor en

Borovkov, 1988.

- La importancia de las calibraciones y del mantenimiento y mejoramiento de patrones de medida se destaca en

White, 1993,

donde se pone de manifiesto la relevancia tecnológica de disponer de adecuados métodos de medición y de calibración.

Capítulo 4

Perturbaciones en las Mediciones con Sondas Magnéticas

Las sondas magnéticas son hasta el presente los dispositivos más elementales que permiten estudiar experimentalmente estructuras de campos magnéticos en plasmas; especialmente aquellos generados mediante descargas eléctricas rápidas como las que tienen lugar en los equipos PF. La interpretación de las señales obtenidas con ellas no es, sin embargo, en absoluto elemental.

En este Capítulo se determinará el campo magnético inducido en la bobina sensora de una sonda magnética, considerando el efecto de la inevitable perforación que el cuerpo aislante de la sonda produce en la LC.

4.1 Introducción

Cuando una sonda magnética se introduce en un plasma portador de corrientes tienen lugar diversos fenómenos que pueden distorsionar el campo magnético que

se desea medir. Estos fenómenos, descritos en la literatura clásica de técnicas experimentales en plasmas (Lovberg, 1965; Bötticher, 1968), pueden ser agrupados de la siguiente manera: a) efectos debidos a la interacción plasma-pared y b) efectos debidos a la modificación de la estructura de corrientes causada por el cuerpo de la sonda.

4.2 Interacción del Plasma con la Pared

La interacción entre el plasma y la pared de la sonda fue estudiada por (Fuentes and Gratton, 1986 y Gratton and Fuentes, 1988) donde se analiza la ablación del material del cuerpo de la sonda por el plasma. El análisis asume un plasma termalizado con velocidad dirigida que deposita cierta cantidad de energía por unidad de superficie de la pared y por unidad de tiempo. Empleando luego la ecuación de difusión del calor se estima el tiempo necesario para que la superficie de la sonda alcance la temperatura de ebullición y en consecuencia, para que se forme una corona de material evaporado en torno de la sonda.

La corona constituye un plasma que distorsiona las líneas de campo en torno de la espira y por lo tanto perturba la medición. El tiempo necesario para la ebullición se incrementa fuertemente al disminuir la temperatura del plasma y la velocidad de la LC. A partir de estimaciones basadas en los resultados de los trabajos citados puede verse que el efecto de ablación llega a ser significativo para mediciones cerca del foco, pero no en la etapa coaxial y mucho menos durante las primeras etapas de la descarga, cuando el plasma es relativamente frío. Por este motivo, sustentado experimentalmente a su vez por el hecho que en más de un millar de descargas la superficie de la sonda no se alcanza a ver erosionada, en este trabajo se despreciarán las perturbaciones asociadas a la interacción plasma-pared. Se volverá sobre este tema, ya con carácter más general, en la Sección 4.5.

4.3 Exclusión de Corrientes. Caso Estacionario

A continuación se discutirán las perturbaciones en la señal de la sonda, debidas a la redistribución de corrientes en torno del cuerpo de la sonda. Se considerará el caso de una LC plana que incide perpendicularmente sobre una sonda magnética. Esta situación ha sido previamente estudiada por Malmberg en 1964 [61]. Asumiendo una LC infinitesimalmente delgada, logró obtener un resultado analítico que es de fundamental importancia en la teoría de la medición con sondas magnéticas, por poner de manifiesto la modificación que se produce en el campo magnético generado por una LC plana infinitesimal, cuando es perforada por el cuerpo de una sonda.

Su resultado es aplicable, sin embargo, cuando el diámetro de la sonda es mucho mayor que el ancho de la LC, situación que rara vez se da en la práctica. Se presentará entonces la generalización del resultado de Malmberg a casos de LC de espesor finito, incluyendo además la posibilidad de considerar una distancia predeterminada entre la bobina sensora y la punta del cuerpo aislante de la sonda.

4.3.1 Formulación del problema

Consideremos el esquema de la Figura 4.1. Una lámina de corriente plana, infinita, de espesor D embiste con velocidad u a una sonda que se considera fija en el sistema del laboratorio.

La corriente de retorno en el circuito externo se asume tal que el campo magnético B delante de la lámina no perturbada sea nulo. De ese modo la componente de B en la dirección y , B_y , tendrá un perfil dependiente de la variable z , que crece desde un valor nulo delante de la lámina no perturbada, hasta un valor constante, B_0 , detrás de ella.

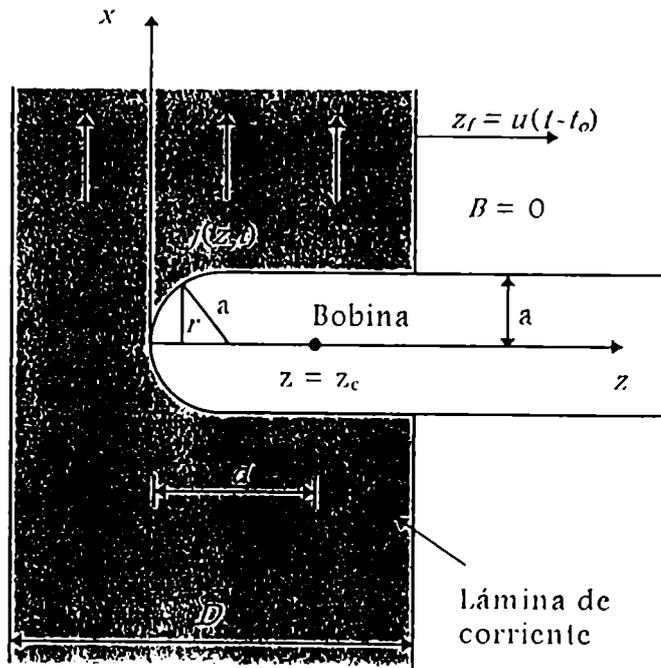


Figura 4.1: Geometría del problema.

En este Capítulo se tratará el problema estacionario, esto es, la densidad de corriente j_x se considerará dependiente sólo de la coordenada $z - ut$; y se asumirá que u es independiente del tiempo.

La sonda magnética se considerará compuesta por un cuerpo cilíndrico, aislante, de radio a , terminado en una punta que podrá ser plana o redondeada. La bobina sensora se considerará de radio mucho menor que el del cuerpo aislante, centrada en el eje del cilindro y desplazada una distancia d respecto del frente de la sonda. El valor del flujo del campo magnético concatenado por la bobina será considerado proporcional al valor del campo magnético en su centro.

Para evaluar la inducción magnética perturbada, esto es, la sensada por la espira de la sonda, se empleará el resultado analítico obtenido por Malmberg de la siguiente manera. De acuerdo con su trabajo, si una lámina de espesor nulo que transporta una distribución de corriente originalmente uniforme es perturbada

perforando un disco de radio unitario, la inducción magnética a lo largo del eje normal al disco que pasa por su centro (eje ζ) tiene sólo componente en la dirección y , dada por

$$B_y = B_0 \left[\frac{1}{\pi} \cot^{-1} \zeta - \frac{\zeta}{\pi (1 + \zeta^2)} \right] \equiv B_0 M(\zeta) \quad (4.1)$$

donde se considera que el origen del eje ζ se encuentra en el centro del disco, con $\zeta > 0$ en la dirección de la velocidad de la LC y se ha definido

$$M(\zeta) = \frac{1}{\pi} \cot^{-1} \zeta - \frac{\zeta}{\pi (1 + \zeta^2)} \quad (4.2)$$

De la expresión (4.1) se obtiene que la distancia característica de variación de B_y (10 % - 90 %) es ~ 2 , esto es, el campo magnético resulta perturbado significativamente dentro de una distancia característica del orden del diámetro del orificio. El gráfico de la función $M(\zeta)$ puede verse en la Figura 4.2.

Puede apreciarse que el campo en el centro del orificio es $B_0/2$, y que el campo es no nulo por delante de la LC perturbada.

Para generalizar el resultado de Malmberg al caso de una lámina de corriente de espesor finito se considerará que dicha lámina está compuesta por elementos diferenciales de espesor dz y que el frente de la LC avanzó una distancia z_f respecto de la punta de la sonda.

A partir de la expresión (4.1) se obtiene que la contribución diferencial del elemento ubicado en $z = z'$ a la inducción magnética en la posición de la bobina, z_0 , es

$$dB_y = \mu_0 j_x(z' - ut) M \left[\frac{z_0 - z'}{r(z')} \right] dz' \quad (4.3)$$

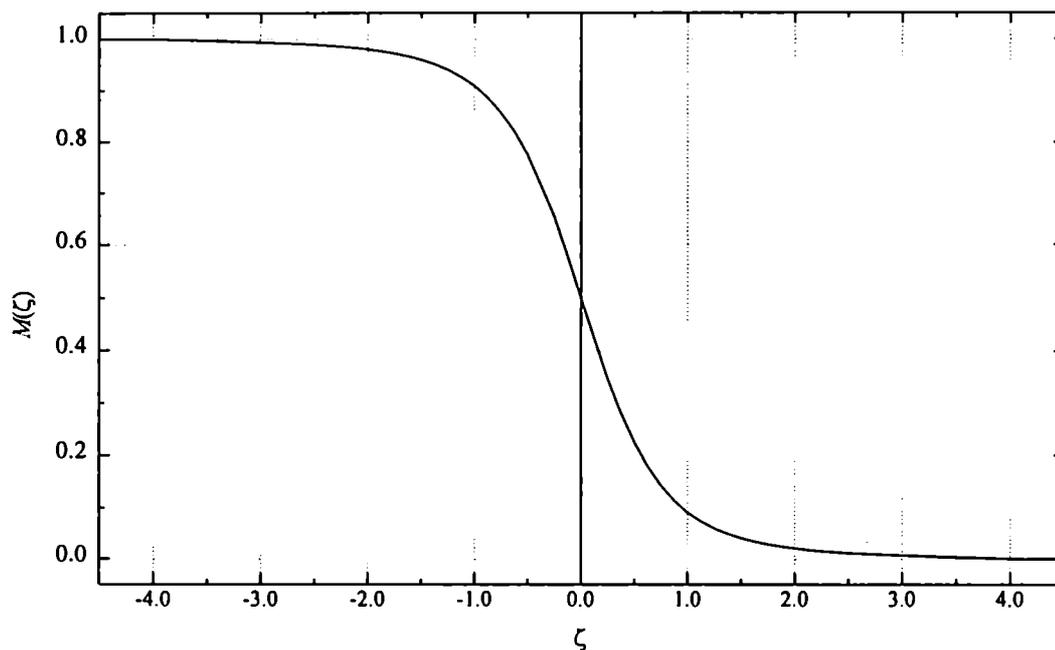


Figura 4.2: Gráfico de la función que describe la amplitud del campo magnético generado por una LC plana infinita con una perforación circular de radio unitario. El eje ζ es normal al plano y tiene su origen en el centro de la perforación.

donde $r(z')$ es el radio de la sonda, que coincide con a en el cuerpo cilíndrico, y estará dado por una función apropiada de z' en la zona de la punta.

Asumiendo que la porción no perforada de la LC no contribuye a B_y en la posición de la bobina sensora, el valor de B_y en $z = z_o$ puede ser obtenido integrando la expresión (4.3) entre la punta de la sonda y el frente de la LC

$$B_y = \mu_0 \int_0^{z_1} j_x(z' - ut) M\left[\frac{z_o - z'}{r(z')}\right] dz' \quad (4.4)$$

que puede expresarse como

$$B = \int_0^{\zeta_1} J(\zeta') M\left[\frac{\xi_o - \zeta'}{\rho(\zeta')}\right] d\zeta' \quad (4.5)$$

en términos de las siguientes cantidades adimensionales

$$\begin{aligned} B &= B_y/B_0 & \xi_0 &= z_0/a & \delta &= d/a \\ \zeta &= (z - ut)/a & \rho &= r/a & J(\zeta) &= \mu_0 a j_x(z - ut)/B_0. \end{aligned} \quad (4.6)$$

Nótese que B queda expresado como una suerte de convolución entre J y M , en lugar de ser simplemente la integral de J , como correspondería si se desprecia el efecto de la perforación de la lámina. En efecto, a partir de la expresión (4.5) puede verificarse inmediatamente que

$$\lim_{\rho(\zeta') \rightarrow 0} B = \int_0^{\zeta'} J(\zeta') d\zeta'$$

conviniendo en que para una sonda de radio nulo vale $\delta = 0$, y que consecuentemente, $\xi_0 = 0$.

En la siguiente Sección se evaluará B a partir de la expresión (4.5) para casos de puntas planas y redondeadas, y diferentes propuestas para la distribución de corriente, con el objeto de ilustrar cómo el cuerpo de la sonda distorsiona el campo magnético en la posición de la bobina sensora.

Por consistencia, los perfiles de distribución de corriente propuestos, j , deben satisfacer las condiciones de que por delante de la LC el campo magnético es nulo y que por detrás vale B_0 , que a su vez implican

$$\int_0^{\Delta} j(\zeta) d\zeta = 1 \quad \Delta = D/a. \quad (4.7)$$

La densidad de corriente inferida a partir de la señal de la sonda, J , será calculada como $J = dB/d\xi_0$, asumiendo que para una LC plana y estacionaria el voltaje registrado por la sonda es proporcional a la densidad de corriente. Las condiciones de validez de esta suposición se discutirán en la Sección 5.2 y subsiguientes.

4.4 Ejemplos

Se estudiará el efecto de la redistribución de corrientes tomando como propuesta la siguiente distribución

$$j(\zeta) = \begin{cases} -20 \zeta^3(\Delta + \zeta)/\Delta^5 & -\Delta \leq \zeta \leq 0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (4.8)$$

Esta forma funcional de $j(\zeta)$ posee una subida suave en $\zeta = 0$ (empalme de tercer orden con el eje de las abscisas) y una caída abrupta en $\zeta = -\Delta$. Fue elegida para representar una distribución de corriente típica de las LC generadas en equipos de descargas eléctricas rápidas, particularmente en los equipos PF. Se han estudiado también otras posibilidades para $j(\zeta)$ (tales como distribución uniforme, parabólica, etc), pero como no es plausible que ocurran en situaciones experimentales y además los resultados obtenidos con ellas no agregan información relevante, no serán consignados aquí.

En los próximos ejemplos se considerará una sonda con punta semiesférica de radio a , descrita adimensionalmente por

$$\rho(z/a) = \begin{cases} 0 & z/a < 0 \\ \sqrt{1 - (1 - z/a)^2} & 0 \leq z/a \leq 1 \\ 1 & z/a > 1 \end{cases} \quad (4.9)$$

y posteriormente se discutirá el caso de punta plana.

En las Figuras 4.3 (a), (b), y (c) se ilustran $B(\zeta)$ y $J(\zeta)$ para tres espesores distintos de LC: (a) $\Delta = 8$, (b) $\Delta = 4$ y (c) $\Delta = 1$. En todos los casos, $\delta = 1$, esto es, la bobina sensora se halla desplazada una distancia equivalente a un radio, de la punta de la sonda. En cada Figura se ilustran además el campo magnético y la distribución de corriente no perturbados ($\hat{B}(\zeta)$ y $j(\zeta)$, respectivamente), a fin de facilitar la comparación. Puede observarse que cuando la LC tiene un espesor mucho mayor que a (Figura 4.3 (a)) los perfiles perturbados coinciden prácticamente con los originales. La única perturbación destacable que introduce la sonda es un efecto de suavizado en la caída abrupta propuesta en $j(\zeta)$; tal como cabe esperar a partir de la expresión que permite evaluar B (Ecuación 4.5, página 57). Esta perturbación produce un ensanchamiento del orden de a en las curvas inferidas a partir de la señal de la sonda. Puede observarse también, que como es de esperar, la perturbación de la sonda es cada vez más notable a medida que el espesor de la LC se reduce en comparación con el diámetro de aquella. En estos casos se destaca particularmente el ensanchamiento de J en ambos bordes, anterior y posterior, de la LC y su consecuente disminución de amplitud (ver Figuras 4.3 (b) y (c)).

Para ilustrar el efecto que la distancia entre la bobina sensora y la punta de la sonda produce sobre la distribución inferida, en la Figura 4.4 se presenta $J(\zeta)$ para $\Delta = 1$ y $\delta = 0.005, 0.5$ y 2 .

En el primer caso (bobina prácticamente sobre la punta de la sonda) no se observa ensanchamiento en el comienzo de la distribución; mientras que en los demás, el ensanchamiento se pronuncia a medida que aumenta δ . En todos los casos se produce el ensanchamiento en el final de la distribución, que corresponde al caso $\Delta = 1$, ilustrado en la Figura 4.3.

Nótese que en el caso $\delta = 2$ el ancho total de J es aproximadamente el quíntuple del original. Otros casos, realizados con valores de $\delta > 2$ no muestran ensanchamientos discernibles mayores que los ya ilustrados.

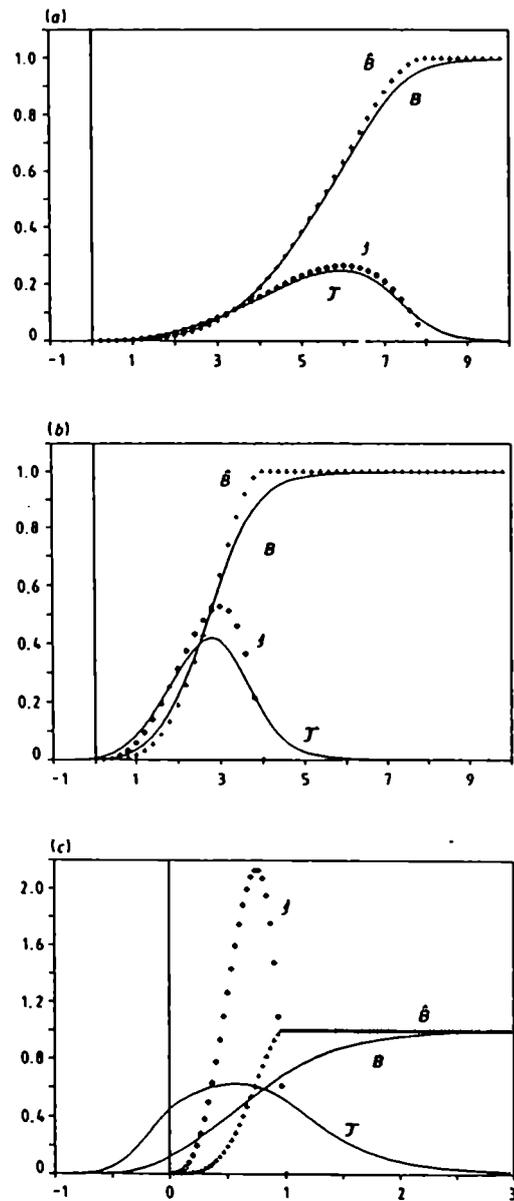


Figura 4.3: Gráficos del campo magnético (+) y de la distribución de corriente no perturbados (o) juntamente con los correspondientes perfiles perturbados (curvas de trazo lleno) todas como funciones de ζ_f (la posición adimensional del frente de la LC), para (a) $\Delta = 8$, (b) $\Delta = 4$ y (c) $\Delta = 1$. En todos los casos, $\delta = 1$. El origen, en estos gráficos, coincide con la posición de la bobina de la sonda.

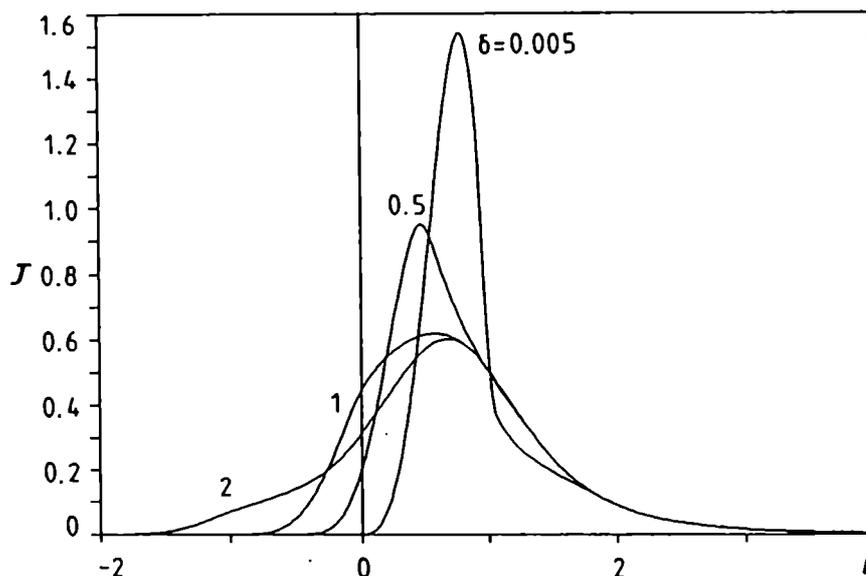


Figura 4.4: *Perfiles de la distribución de corriente perturbada para $\delta = 0.005$, 0.5 y 2 , con punta semiesférica. En todos los casos $\Delta = 1$. El origen coincide con la posición de la bobina sensora.*

Los resultados obtenidos muestran que la geometría de la punta de la sonda tiene una marcada influencia sobre las perturbaciones. Para ilustrar este efecto, en la Figura 4.5 se ha graficado $J(\zeta)$ evaluada en el caso de una sonda con punta plana, para las mismas condiciones de la Figura 4.4. Puede observarse la presencia de un pico en los frentes de los perfiles de J , salvo para el caso de menor δ . La amplitud de los picos decrece a medida que se incrementa δ y simultáneamente su posición se desplaza en forma progresiva hacia la punta de la sonda. A pesar de que no se han realizado cálculos con otras geometrías puede adelantarse que puntas con radios de curvatura intermedios entre el semiesférico y el plano darán resultados intermedios entre los ilustrados en las Figuras 4.5 y 4.4.

Los resultados anteriores muestran que además de la eventual introducción de un pico espúreo en la señal registrada se produce un ensanchamiento. Para definir apropiadamente este ensanchamiento desde un punto de vista experimen-

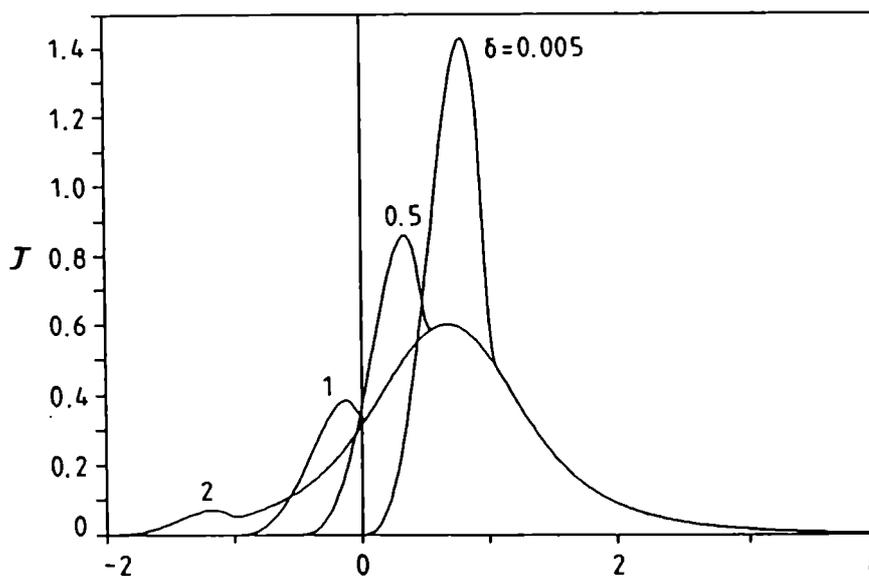


Figura 4.5: Perfiles de la distribución de corriente perturbada, en el caso de punta plana, para $\delta = 0.005, 0.5$ y 2 . En todos los casos $\Delta = 1$. El origen coincide con la posición de la bobina sensora.

tal, se tomará como ancho (o duración) de la señal, a la distancia entre puntos experimentalmente distinguibles de cero. El nivel de discriminación se fijará en el 5 % de la amplitud máxima de la señal. Por consistencia, el mismo criterio se aplicará a la distribución de corriente no perturbada, debido a que es este el ancho mensurable y no Δ . Estos anchos experimentales, Δ_{exp} , de las distribuciones de corriente originales dadas por la expresión (4.8) se relacionan con Δ mediante $\Delta_{exp} \approx 0.81 \Delta$.

En las Figuras 4.6 (a) y (b) se presentan los ensanchamientos calculados para los bordes iniciales (Δ_i), finales (Δ_f) y totales (Δ_T), respectivamente, de las distribuciones perturbadas J , como funciones de (Δ_{exp}) para $\delta = 0.5, 1, 1.5$ y 2 , obtenidos para punta semiesférica. Los cálculos con punta plana producen esencialmente los mismos resultados, pero con ensanchamientos ligeramente mayores (0.2-0.3), originados principalmente en el tramo inicial de las distribuciones.

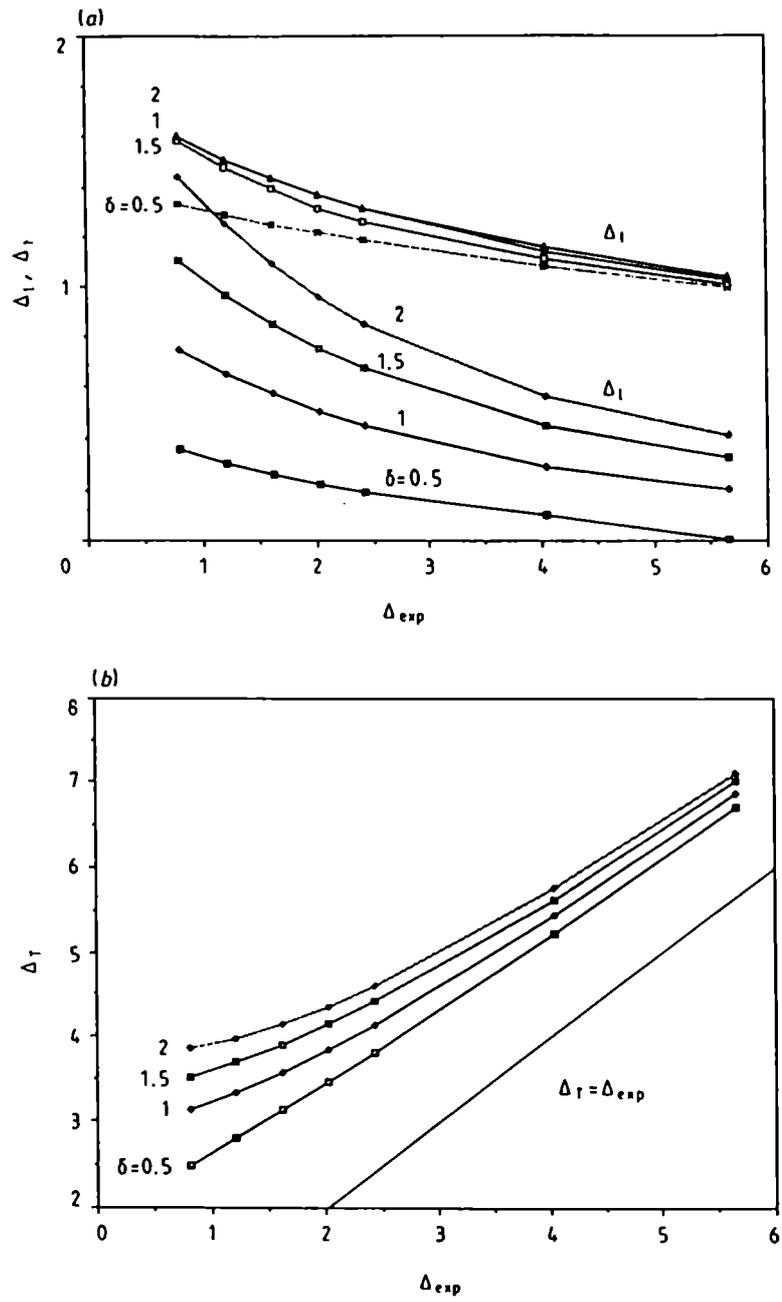


Figura 4.6: (a) Ensanchamientos del borde inicial (Δ_i) y final (Δ_f) de J , en función de (Δ_{exp}) para $\delta = 0.5, 1, 1.5$ y 2 . (b) Ensanchamientos totales (Δ_T) para los mismos valores de δ . Se ilustra también la línea $\Delta = \Delta_{exp}$.

La Figura 4.6 (a) muestra que Δ_i se incrementa con δ y decrece fuertemente con Δ_{exp} , siendo prácticamente despreciable para $\Delta_{exp} \rightarrow \infty$ (LC suficientemente ancha). Δ_r , en cambio, es prácticamente independiente de δ y disminuye ligeramente con Δ_{exp} . Las curvas de la Figura 4.6 (b) ponen en evidencia que deben esperarse ensanchamientos del orden de $1.5a$ como mínimo. También indican que la interpretación de señales medidas cuyo ancho sea igual o menor que $4.5a$ debe realizarse cuidadosamente.

Una consecuencia de los ensanchamientos descritos es que una sonda magnética puede fácilmente resultar inapropiada para resolver LC dobles (dos láminas que viajan muy juntas entre sí o que poseen estructuras de corriente con picos separados por valles angostos y profundos). En efecto, si la separación espacial adimensional (λ) entre picos es menor que $\Delta_i + \Delta_r$, debe esperarse una pérdida de definición de las estructuras. Como ejemplo se han calculado las perturbaciones que resultan cuando se propone una distribución j compuesta por dos picos, cada uno de ellos dado por la expresión (4.8), con ancho $\Delta = 1$. En todos los casos se asume una sonda de punta semiesférica, con $\delta = 1$. Los resultados se muestran en las Figuras 4.7 (a) y (b) correspondientes a $\lambda = 3$ y 1, respectivamente. En el primer caso, $\lambda \approx \Delta_i + \Delta_r$, y la distribución perturbada resultante, J , presenta dos picos aceptablemente bien separados. Sin embargo, la parte constante de \hat{B} entre picos, se ve considerablemente afectada. A medida que los picos se aproximan se pierde resolución, ya no sólo en el perfil del campo, sino además en la distribución de corriente (ver la Figura 4.7 (b)).

4.5 Discusión

Se discutirá aquí la hipótesis concerniente a la no perturbación de la distribución de corriente en las zonas de la LC no penetradas por el cuerpo de la sonda.

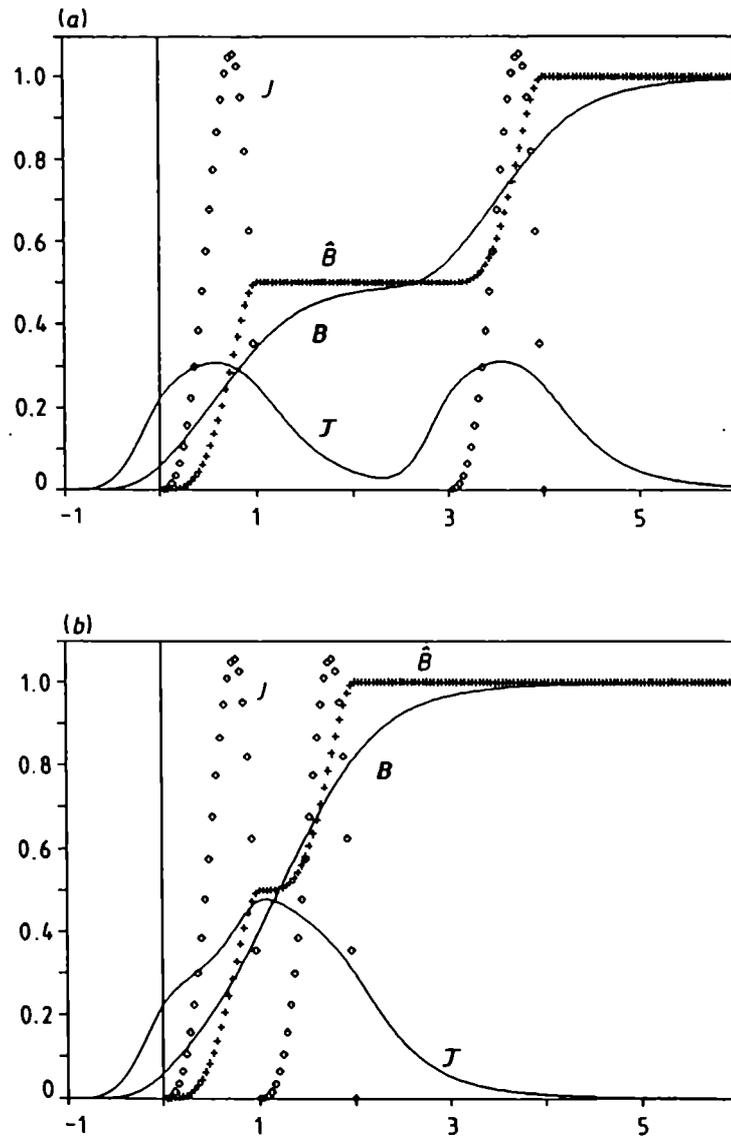


Figura 4.7: Gráficos del campo magnético (+) y densidad de corriente (o) junto con los correspondientes perfiles perturbados (curvas de trazo lleno) para (a) $\lambda = 3$ y (b) $\lambda = 1$. En todos los casos $\delta = 1$.

La mayoría de las LC viajeras producidas experimentalmente, y en especial las obtenidas en equipos PF, están precedidas por una onda de choque fuerte, comúnmente un choque ionizante, que se propaga en un gas neutro. Es claro que cuando el choque alcanza la punta de la sonda se genera una onda reflejada que inicia su viaje hacia el interior de la estructura de corriente. Esta estructura a su vez continúa su avance, embistiendo a la sonda. Cabe esperar entonces que la onda reflejada perturbe la distribución original de corriente en caso de que las líneas de corriente están ligadas al fluido, esto es, si los parámetros de la región de plasma limitada por la onda de choque reflejada y la sonda son tales que el número de Reynolds magnético R_m es mayor que 1 en esta región. Una evaluación detallada de la estructura de la onda de choque reflejada es extremadamente difícil de realizar, no sólo debido a que esta depende de la geometría de la sonda y de los parámetros iniciales del plasma y del choque, sino además debido a que debe considerarse la interacción plasma-pared mencionada en la Sección 4.2, con el correspondiente intercambio de calor, que a su vez afecta las condiciones de la onda reflejada; sin contar que cuando esta onda llega al extremo aun no perforado de la LC se genera otra onda reflejada que avanza hacia la sonda. De todos modos, y sin entrar en detalles, es aceptable asumir que durante el tiempo característico en que la sonda perfora completamente a la LC ($\approx D/V$, típicamente pocos centenares de ns.), la onda de choque reflejada no se aparta significativamente del cuerpo de la sonda. En consecuencia, aún si R_m alcanza valores mayores que 1 en la región relevante del problema, el resultado neto puede ser tenido en cuenta, aproximadamente, mediante un ligero incremento en el tamaño efectivo de la sonda.

La transferencia de calor (que tiende a disminuir R_m) produce ablación de la superficie de la sonda y un consecuente enfriamiento del plasma en la vecindad de la sonda. Puede verse que el material ablado difícilmente alcanza a perturbar la medición. En efecto, aún asumiendo una expansión libre durante varios centenares de ns la estimación de la distancia recorrida por la nube de material en expansión resulta submilimétrica y en consecuencia, este proceso no puede incrementar sig-

nificativamente el tamaño efectivo de la sonda.

4.6 Resumen

A partir de los resultados de la Sección 4.3 (pág 54) puede afirmarse que cuando $\Delta \approx 1$ o menor, tienen lugar perturbaciones significativas de las señales medidas, y que la geometría de la punta de la sonda tiene especial relevancia en la generación de estas perturbaciones. Se ha visto además el rol que desempeña la distancia entre la bobina sensora y la punta de la sonda; lo cual tiene especial importancia al trabajar con sondas de bobinas múltiples dispuestas a lo largo del eje de la sonda. Naturalmente, el espesor de la LC no es conocido de antemano y debe ser obtenido de las mediciones. Se ha mostrado que cuando las señales tienen un ancho espacial de 2 a 3 veces el diámetro de la sonda, la interpretación correcta de las señales no resulta inmediata. El ensanchamiento provocado en la porción inicial de la distribución de corriente (que puede llegar a ser $1.5 a$) puede conducir a conclusiones erróneas sobre la posición de corrientes circulantes y otras variables de interés inferidas a partir de la señal de la sonda, tales como velocidad de la LC, ancho, correlación con mediciones realizadas independientemente (zonas luminosas de la LC o gradientes de densidad).

Bibliografía adicional

- El estudio de la densidad de corriente en la etapa coaxial del equipo PFII se detalla en
Grondona, 1994.
- La inferencia de densidades de corriente a partir de mediciones con sondas magnéticas se trata en
Bilbao and Grondona, 1993.

Capítulo 5

Perturbaciones debidas a la redistribución de corriente. Caso dependiente del tiempo

Se analizará ahora el efecto de la perforación de la lámina sobre la señal de la sonda magnética, considerando tanto el movimiento de la LC respecto de la sonda como la variación temporal de la corriente total que circula por la lámina.

5.1 Formulación del Problema

Considerando una LC como en la Figura 5.1, se introducirá la hipótesis de una variación temporal de la densidad de corriente de la siguiente forma

$$j \equiv j_x(z, t) = A(t) j(z - ut) \quad (5.1)$$

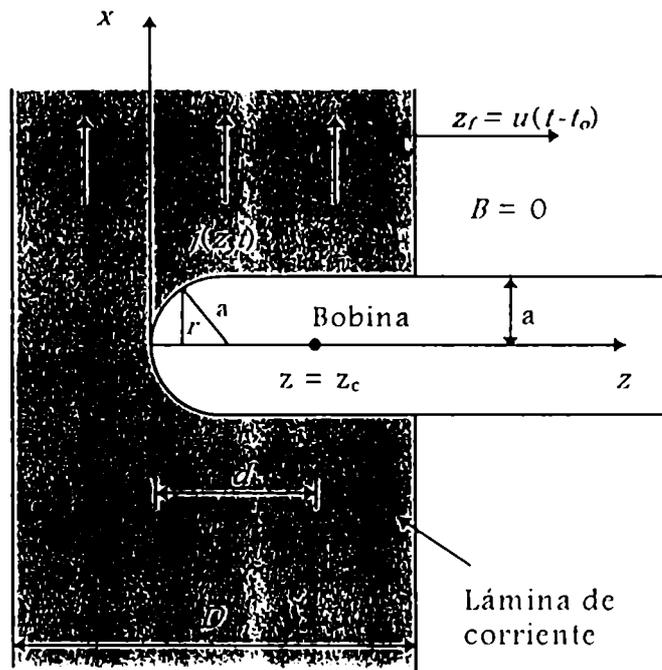


Figura 5.1: Geometría del problema

esto es, se analizará un perfil espacial de corriente congelado en el tiempo, $j(z - ut)$, cuya amplitud evoluciona temporalmente de acuerdo a la función adimensional $A(t)$. Se considerará además que la LC avanza a una velocidad constante u hacia el cuerpo de la sonda.

La tensión inducida en la espira de la sonda está dada por

$$v_s = -\mathcal{A} \frac{dB(z_o, t)}{dt} \quad (5.2)$$

donde \mathcal{A} es el área de la espira, que se ha supuesto pequeña como en el Capítulo anterior, y ubicada en la posición $z = z_o$.

Por su parte, el campo magnético en la posición de la espira está dado por

$$B = \mu_o \int_0^{z_f} j(z, t) M \left[\frac{z_o - z}{r(z)} \right] dz \quad (5.3)$$

donde z_f es la posición del frente de la LC, $r(z)$ es una función que describe la forma de la punta de la sonda, y M es la función de Malmberg. Estas dos últimas funciones ya fueron definidas en el Capítulo anterior (Ecuaciones (4.9) y (4.1), respectivamente).

Con la elección $z = 0$ coincidente con la punta de la sonda se tiene que

$$z_f = u(t - t_o) \quad (5.4)$$

y además

$$j(z, t) = A(t) j[z - u(t - t_o)] \quad (5.5)$$

donde t_o es el instante en que la LC llega a la punta de la sonda. Con esto, el campo magnético en la posición de la espira resulta

$$B = \mu_o A(t) \int_0^{z_f} j[z - u(t - t_o)] M \left[\frac{z_o - z}{r(z)} \right] dz \quad (5.6)$$

$$= A(t) B^* \quad (5.7)$$

donde B^* denota el campo magnético sentido por una sonda con cuerpo aislante de radio finito, pero considerando que la corriente total circulante por la LC es independiente del tiempo. De este modo, la tensión inducida en la sonda resulta

$$v_s = -\mathcal{A} \left[\frac{dA(t)}{dt} B^* + A(t) \frac{dB^*}{dt} \right] \quad (5.8)$$

En términos de variables adimensionales se tiene

$$B^* = \int_0^{\xi t} J[\zeta - (T - T_0)] M \left[\frac{\xi_0 - \zeta}{\rho(\zeta)} \right] d\zeta \quad (5.9)$$

$$V_s = \frac{dA(T)}{dT} B^* + A(T) \frac{dB^*}{dT} \quad (5.10)$$

donde a las variables adimensionales ya definidas en el Capítulo anterior (Ecuaciones 4.6, pág 58) se agregan: el tiempo T' , medido en unidades del lapso necesario para que la LC avance una distancia igual al radio de la sonda

$$T' = \frac{u t}{a} \quad (5.11)$$

y la tensión inducida en la sonda

$$V_s = -\frac{v_s a}{\mathcal{A} u B_0} \quad (5.12)$$

medida por unidad de área de la espira y de una variación temporal de campo magnético, dada por un salto de magnitud B_0 , producido en un intervalo temporal igual al lapso empleado para adimensionalizar t .

5.1.1 Ejemplos

Para ilustrar el efecto de una corriente total variable en el tiempo sobre la tensión inducida en la sonda, se considerará un perfil de corriente idéntico al del Capítulo anterior (Ecuación (4.8), pág 59), avanzando hacia una sonda con punta semiesférica, fija en el sistema del Laboratorio. La forma funcional de la evolución temporal de la corriente propuesta para representar a las observaciones experimentales es, expresada ya en términos de variables adimensionales

$$\frac{dA(T)}{dT} = \alpha [1 - (1 + \alpha T) e^{-\alpha T}] \cos(\omega T) \quad (5.13)$$

siendo α y ω dos parámetros que permiten modificar las características relevantes de la curva. El primero de ellos regula el tiempo de subida ($t_{s.10\%-90\%} \approx 3.36/\alpha$) y el segundo determina el instante del cruce por cero. La amplitud $A(T)$ está dada por la integral de (5.13), que es calculable analíticamente

$$\begin{aligned} A(T) = & \frac{\alpha}{(\alpha^2 + \omega^2)^2} \left\{ -2\alpha^3 + \alpha^2 [2\alpha + T(\alpha^2 + \omega^2)] \cos(\omega T) e^{-\alpha T} + \right. \\ & + \frac{1}{\omega} \left\{ (\alpha^2 + \omega^2)^2 - \omega^2 [2\alpha^2 + (1 + \alpha T)(\alpha^2 + \omega^2)] e^{-\alpha T} \right\} \times \\ & \left. \times \text{sen}(\omega T) \right\} \quad (5.14) \end{aligned}$$

La constante de integración se determinó de manera que resulte

$$A(0) = 0 \quad (5.15)$$

Como ejemplo, en la Figura 5.2 se han graficado la amplitud $A(T)$ y su derivada, para el caso en que $\alpha = 10$ y $\omega = 1/4$.

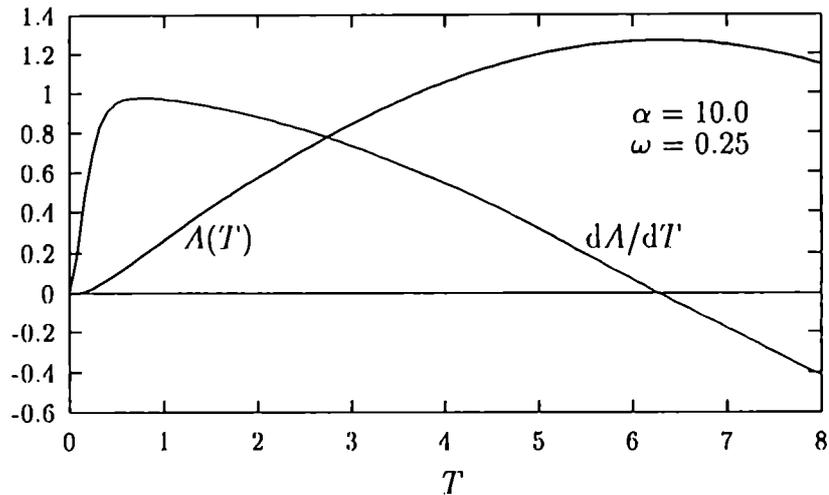


Figura 5.2: Amplitud $\Lambda(T)$ y su derivada temporal.

En la Figura 5.3 se ilustran los casos de una LC con $\Delta = 3$, $\delta = 1$ e instantes de arribo de la LC a la punta de la sonda: a) $T_o = 0$, b) $T_o = 0.1$ y c) $T_o = 0.2$. En cada caso se grafican, la señal que registraría una sonda ideal en una situación estacionaria, V_j ; la correspondiente a una sonda no perturbadora en el caso no estacionario, "Sonda ideal"; la inducida perturbadora en esas condiciones, V_s ; y la derivada temporal de la amplitud $\Lambda(t)$, "Rogowski".

En el primer caso la LC llega a la punta de la sonda en el mismo instante en que comienza a circular la corriente. En el segundo y tercer casos el arribo se produce en $T = 0.1$ y $T = 0.2$, respectivamente.

En el caso a), la tensión V_s comienza a crecer inmediatamente después del inicio de la descarga ($T = 0$), dado que la LC comienza a ser perforada desde ese instante. En el caso b) la tensión de la sonda es nula durante los primeros instantes ($0 \leq T \leq 0.1$) y luego presenta una amplitud relevante cuando las primeras capas de la LC comienzan a ser perforadas por el cuerpo de la sonda. Lo equivalente ocurre en el último caso: el instante en que se inicia la señal de la sonda se desplaza

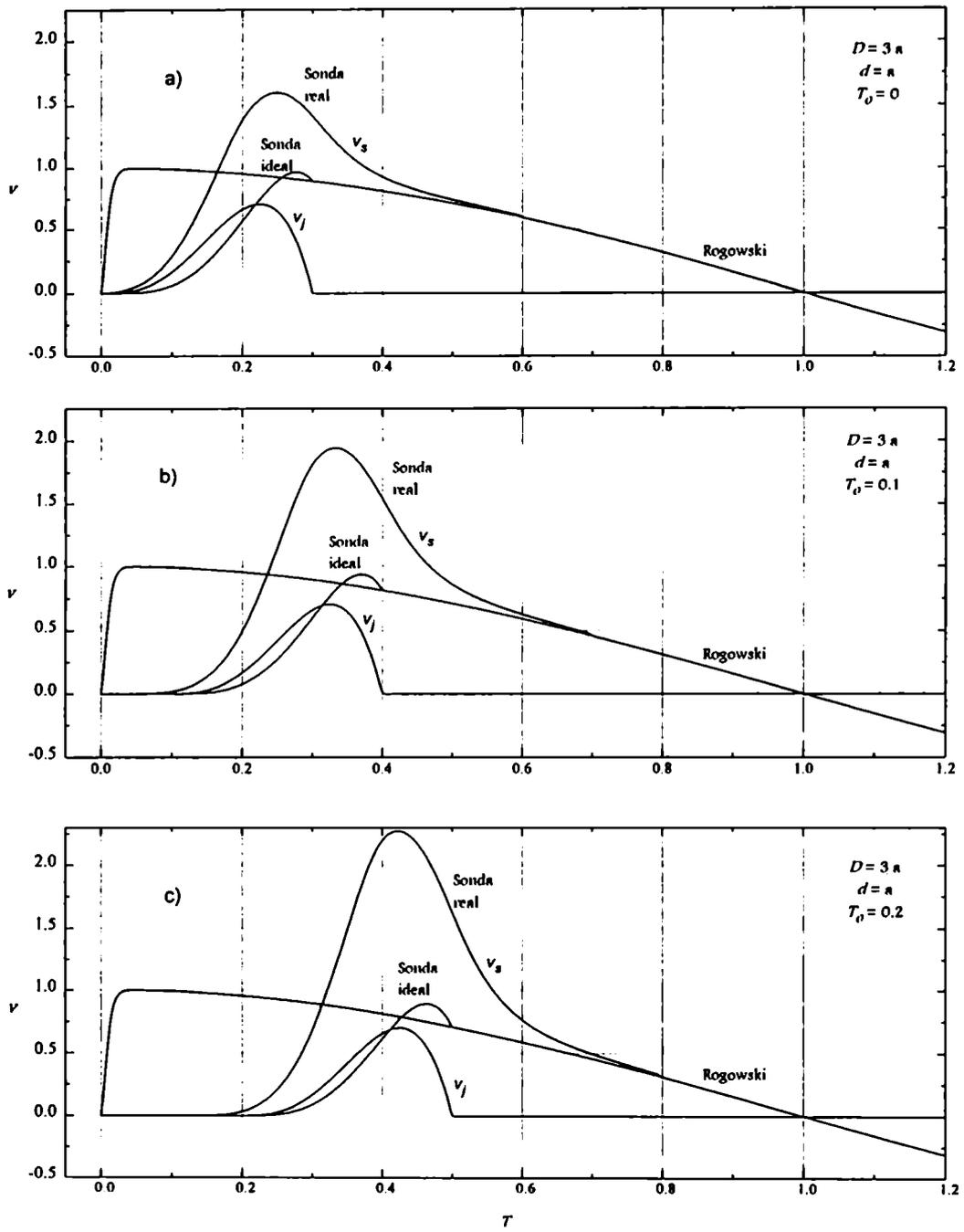


Figura 5.3: Casos $D = 3a$, $d = a$ y $T_0 = 0$ (a), 0.1 (b) y 0.2 (c)

hasta $T = 0.2$.

Puede observarse que la tensión de la sonda en todos los casos se aproxima asintóticamente a la curva dA/dT' algunos instantes después del pasaje de la LC por la posición de la espira. Esto es debido a que una vez que la LC traspone la posición de la espira, esta última sensa el campo magnético correspondiente a su posición, siendo despreciable la perturbación debida a la perforación de la LC. En consecuencia,

$$B^* \rightarrow 1 \quad \text{y} \quad \frac{dB^*}{dT} \rightarrow 0 \quad (5.16)$$

cuando $T \rightarrow \infty$. Debido a esto, la tensión de la sonda se aproxima a dA/dT' , como puede verse a partir de la expresión (5.10) bajo las hipótesis expresadas para (5.16). Desde el punto de vista experimental, esto significa que una vez que la LC abandona la zona de la espira y el efecto de la perforación de la LC es despreciable, la sonda sensa la misma variación de campo magnético que la bobina de Rogowski.

Es necesario destacar la influencia que ejerce la variación temporal de la corriente de descarga sobre la señal de la sonda. En efecto, en el caso estacionario, esta tensión coincide con dB^*/dT' y tiene el perfil ya estudiado en el Capítulo anterior, mientras que en el caso dependiente del tiempo, la tensión de la sonda se ve fuertemente modificada, en especial después del pasaje de la LC. En estas circunstancias la tensión de la sonda no es proporcional a j , sino a la derivada temporal de la corriente de descarga, como se desprende inmediatamente de la expresión (5.10).

5.1.2 Discusión

Debido a que en la señal de la sonda interviene el campo modificado B y no simplemente $\int j dz$ aun en el caso más simple ($u \equiv 0$) la determinación experimental del ancho de la LC está afectada por lo menos en δ . Es posible obtener $v_s \neq 0$, por ejemplo, aun cuando la bobina sensora esté fuera de los límites de la LC. Adicionalmente, la señal de la sonda no es proporcional a la corriente total circulante por la LC ni aun cuando el cuerpo de la sonda la hubiese perforado completamente. Este efecto, si bien es esperado en el caso de sondas con punta redondeada (que además poseen la bobina sensora desplazada hacia el interior del cuerpo aislante), ocurre también en el caso de sonda con punta plana con la bobina en su extremo. Por lo dicho, si la LC está limitada por una pared (por ejemplo en $\zeta = \Delta$), no es posible comparar trivialmente la integral de la señal de la sonda, (cuando ésta perfora completamente a la LC), con la corriente total circulante, obtenida por ejemplo mediante una bobina de Rogowski.

5.2 Relación entre la Tensión Inducida y la Densidad de Corriente

Se discutirá ahora el modo de extraer información sobre la densidad de corriente a partir de la señal de la sonda y del conocimiento de la derivada de la corriente de descarga.

La ecuación (5.6) (pág. 71) es general en el sentido de que mediante ella pueden estudiarse tanto casos en que la sonda se asuma ideal, esto es que no provoque distorsiones en la densidad de corriente, para lo cual basta tomar $M = 1$; como situaciones con corriente total independiente del tiempo, escribiendo $\Lambda(t) = 1 \forall t$.

La posibilidad de relacionar la señal de sondas magnéticas con densidades

de corriente en aceleradores coaxiales fue sugerida por Bostic *et al.*, en 1965 [12]. En dicho trabajo se propuso que la contribución principal a la variación temporal del campo en la espira de la sonda es debida al pasaje del perfil magnético por la posición de la espira

$$\frac{\partial B}{\partial z} = -\mu_0 j_r$$

(en geometría cilíndrica), con lo cual la tensión inducida resulta proporcional a la densidad de corriente. Este razonamiento, si bien es valioso para el propósito del trabajo de la Referencia [12], no provee un criterio para decidir si

$$\frac{dB}{dt} \approx u \frac{\partial B}{\partial z} \quad (5.17)$$

ni establece cómo extraer j de una medición cuando no es aplicable la aproximación (5.17).

5.2.1 Sondas ideales

Una demostración de la relación entre la tensión inducida y la densidad de corriente puede darse a partir de las expresiones (5.2) y (5.6). En efecto, tomando $M = 1$ y $\Lambda = 1$ y notando que

$$\frac{d}{dt} \int_0^{u(t-t_0)} j[z - u(t - t_0)] dz = u j[-u(t - t_0)]$$

se obtiene

$$v_1(t) = \mathcal{A} u \mu_0 j[-u(t - t_0)] \quad (5.18)$$

donde v_1 indica la tensión registrada por una sonda ideal en el caso estacionario. Este resultado coincide con la deducción heurística de Bostic *et al.*, y muestra que la señal temporal de la sonda es, en este caso simple, directamente proporcional al perfil espacial de j , y consecuentemente la señal de la sonda permite obtener j con sólo conocer su área y la velocidad de la LC.

Denotando v_2 a la tensión registrada por una sonda ideal cuando la corriente total varía en el tiempo se tiene

$$v_2 = \mathcal{A}\mu_0 \frac{d}{dt} \left[\Lambda(t) \int_0^{u(t-t_0)} j[-u(t-t_0)] dz \right]$$

Integrando esta ecuación con respecto al tiempo y despejando la integral de j resulta

$$\frac{1}{\mathcal{A}\mu_0 \Lambda(t)} \int_0^t v_2(t) dt = \int_0^{u(t-t_0)} j[-u(t-t_0)] dz$$

que diferenciada respecto del tiempo y empleando la definición de Λ conduce a

$$j[-u(t-t_0)] = \frac{I_{\text{Max}}}{\mathcal{A}\mu_0 u I} \left[v_2(t) - \frac{1}{I} \frac{dI}{dt} \int_0^t v_2(t) dt \right] \quad (5.19)$$

de donde surge que el perfil de la densidad de corriente no se relaciona trivialmente con la señal de la sonda. Este perfil puede sin embargo, ser obtenido de la relación (5.19) a partir de la señal de la sonda si se conocen \mathcal{A} , u e $I(t)$.

5.2.2 Señales de sondas reales

La situación estudiada en el Capítulo anterior corresponde al caso $A(t) = 1 \forall t$ y M dada por la función de Malmberg. Designando con $v_3(t)$ a la tensión

inducida en este caso resulta

$$v_3(t) = \mu_o \mathcal{A} \frac{d}{dt} \int_0^{u(t-t_o)} j[z - u(t - t_o)] M \left[\frac{z_o - z}{r(z)} \right] dz \quad (5.20)$$

$$= \mathcal{A} \frac{dB^*}{dt} \quad (5.21)$$

$$= \mathcal{A} \mu_o \left\{ u (j[z - u(t - t_o)] M)|_{z=u(t-t_o)} - u \int_0^{u(t-t_o)} j' M dz \right\} \quad (5.22)$$

donde j' indica la derivada de j respecto de su argumento. Integrando el último término de la ecuación (5.22) por partes se obtiene

$$v_3(t) = \mathcal{A} u \mu_o \left\{ -j[-u(t - t_o)] M \left[\frac{z_o}{r(0)} \right] + \int_0^{u(t-t_o)} j[z - u(t - t_o)] dM \right\} \quad (5.23)$$

$$= \mathcal{A} u \mu_o \int_0^{u(t-t_o)} j[z - u(t - t_o)] dM \quad (5.24)$$

pues $r(0) = 0$ y $M(\zeta) \rightarrow 0$ cuando $\zeta \rightarrow \infty$.

En el caso general, cuando ni \mathcal{A} ni M son constantes, la tensión inducida, $v_4(t)$, resulta

$$v_4(t) = \mathcal{A} \mu_o \frac{d}{dt} \mathcal{A}(t) \int_0^{u(t-t_o)} j[z - u(t - t_o)] M \left[\frac{z_o - z}{r(z)} \right] dz \quad (5.25)$$

y siguiendo un desarrollo análogo al realizado para v_2 se obtiene

$$\mathcal{A} \frac{dB^*}{dt} = \frac{I_{\text{Max}}}{I(t)} \left[v_4(t) - \frac{1}{I} \frac{dI}{dt} \int_0^t v_4(t) dt \right] \quad (5.26)$$

La ecuación (5.26) permite extraer la señal perturbada por la exclusión de corrientes, habiéndose descontado ya la contribución de la variación de la corriente de descarga a partir de la señal de una sonda real en una situación no estacionaria.

Empleando las expresiones (5.26) y (5.23) podría en principio inferirse la distribución espacial de corriente.

5.3 Obtención de la Densidad de Corriente a Partir de Señales Perturbadas

El modo de obtener la distribución real de corriente empleando la ecuación (5.23) sería invertir numéricamente dicha ecuación. Desafortunadamente esto no es simple de realizar debido a que la complejidad de su núcleo convierte a la inversión en un problema de mal comportamiento (Linz, 1979).

Otra posibilidad, que se empleará en este trabajo, es analizar las señales perturbadas que se deberían obtener con una sonda que sensa un perfil de prueba, en función de los parámetros relevantes del problema: D/a y d/a .

La cantidad elegida en el Capítulo anterior para estudiar el efecto de la exclusión de corrientes ha sido el denominado perfil perturbado, J , definido como la derivada espacial del campo magnético perturbado. Esta función se relaciona con v_3 de la siguiente manera: de la ecuación (5.6) con $A = 1$ se obtiene

$$J = - \int_0^{u(t-t_0)} j[z - u(t - t_0)] \frac{M'}{r(z)} dz \quad (5.27)$$

donde M' denota la derivada de M respecto de su argumento. Comparando esta expresión con la correspondiente tensión perturbada dada por la ecuación (5.23) y usando que

$$dM = M' \frac{d}{dz} \left[\frac{z_0 - z}{r(z)} \right] dz = -M' \left[\frac{1}{r(z)} + \frac{z_0 - z}{r^2(z)} \frac{dr}{dz} \right]$$

resulta

$$v_3(t) = -\mathcal{A} u \mu_0 \int_0^{u(t-t_0)} j[z - u(t - t_0)] M' \left[\frac{1}{r(z)} + \frac{z_0 - z}{r^2(z)} \frac{dr}{dz} \right] dz \quad (5.28)$$

Comparando las ecuaciones (5.27) y (5.28) se encuentra que a menos del factor constante $\mathcal{A} u \mu_0$, la tensión $v_3(t)$ coincide con J sólo en el caso de sondas con punta plana. Las diferencias entre ellas dependen de los detalles del perfil de j y de las características geométricas de la sonda.

Para estudiar estas diferencias, se elejirá el perfil de prueba empleado en el Capítulo anterior, que resulta, especializado aquí en la variable $z - u(t - t_0)$ para facilitar la comparación

$$j(z - ut) = \begin{cases} \frac{20J_{\text{Max}}}{D^5 L} [u(t - t_0) - z]^3 \times \\ [D + z - u(t - t_0)] & -D < z - u(t - t_0) < 0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

donde L es la longitud de la LC a lo largo del campo magnético. En una geometría coaxial por ejemplo, resulta $L = 2\pi r$, donde r es la posición radial de la espira.

En las Figuras 5.4 y 5.5 pueden apreciarse los perfiles de $v'_3 \equiv v_3 / \mathcal{A} u \mu_0$ y J para una sonda con punta semiesférica y para valores típicos de los parámetros

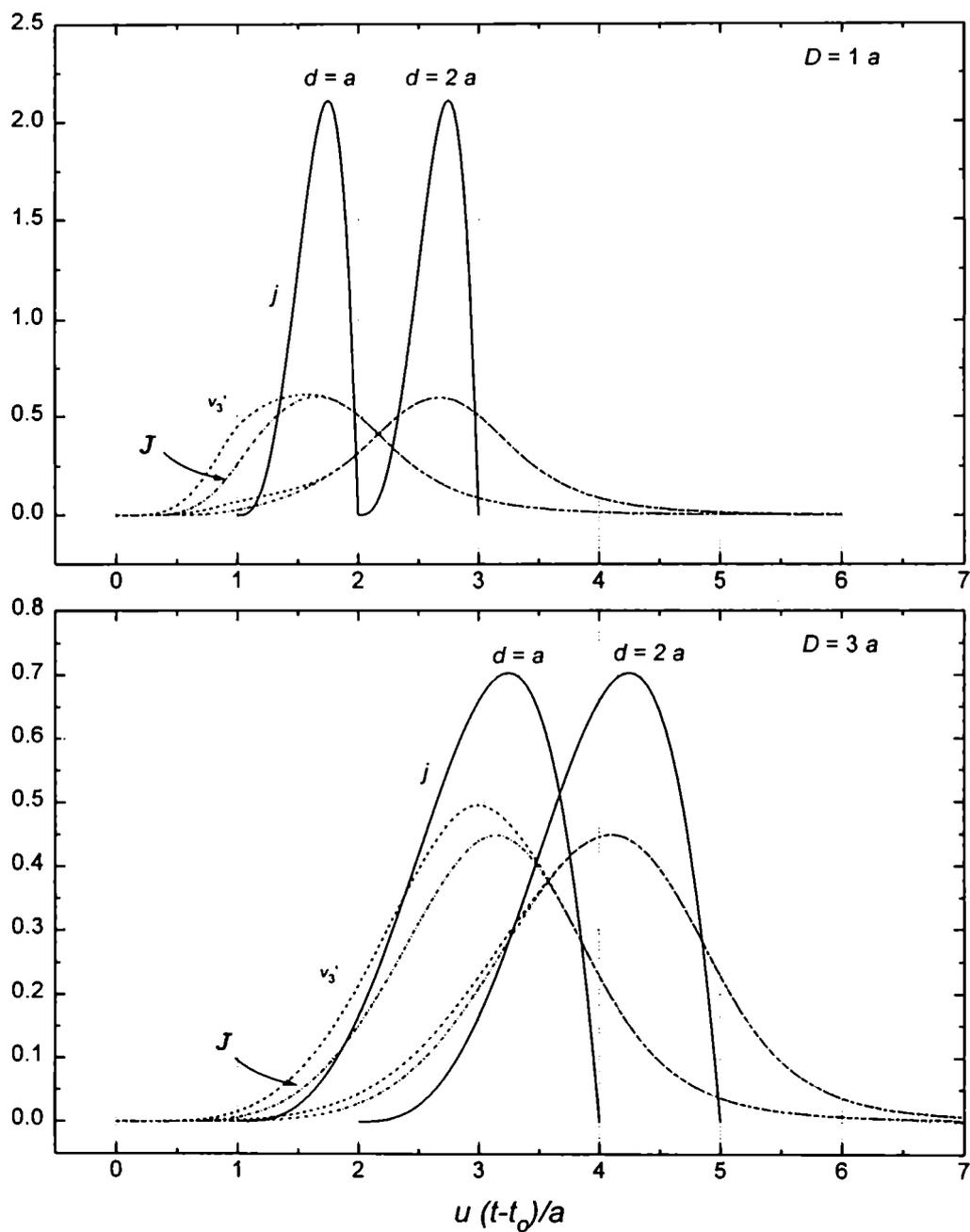


Figura 5.4: Cuadro superior: Perfiles de v'_3 , J y j para $D = a$ con $d = a$ y $d = 2a$. Cuadro inferior: idem para $D = 3a$.

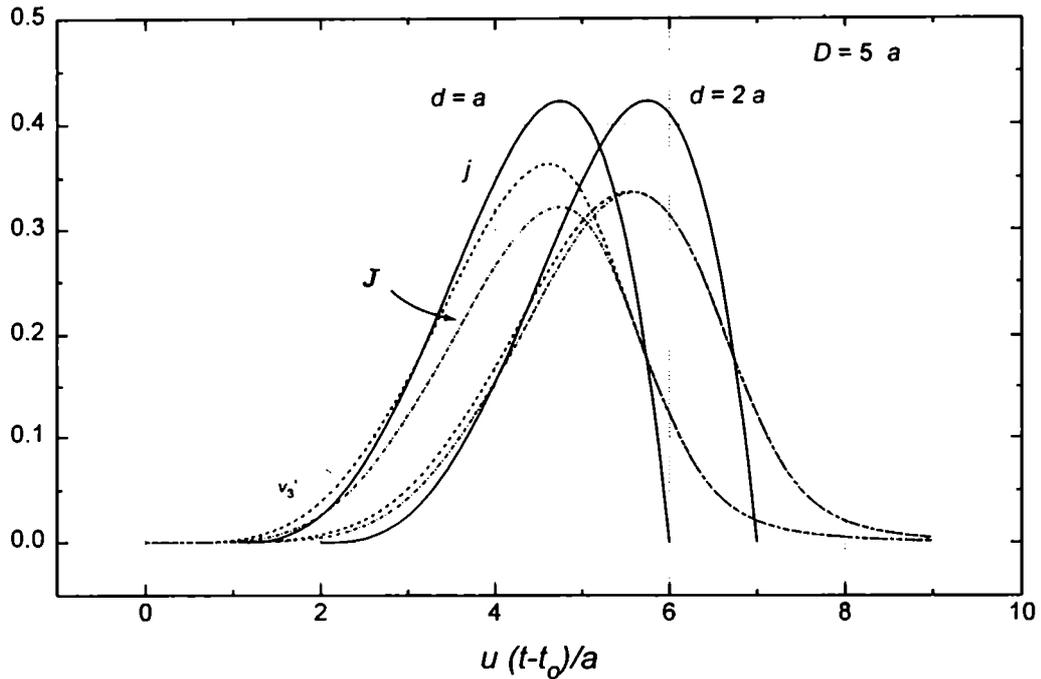


Figura 5.5: Perfiles de v'_3 , J y j para $D = 5a$ con $d = a$ y $d = 2a$.

geométricos del problema. Para facilitar la comparación se grafica también el perfil de j en todos los casos.

La Figura 5.4 corresponde a $D = a$ e i) $d = a$ y ii) $d = 2a$, respectivamente (cuadro superior), y a $D = 3a$ con los mismos valores de d (cuadro inferior); mientras que la Figura 5.5 corresponde a $D = 5a$ y los mismos valores de d . Puede verificarse que J difiere de v'_3 sólo durante el tiempo que la LC requiere para viajar desde la punta de la sonda hasta la posición a partir de la cual el radio de la misma es constante ($r = a$).

Puede verse también que las diferencias no son relevantes y que se mantienen dentro de los límites usuales de incerteza experimental, excepto para casos de LC gruesa y $d \approx a$, donde las diferencias llegan al 15%.

Dado que estas diferencias se reducen a medida que la punta de la sonda se aplatana, para propósitos prácticos puede considerarse que v'_3 está dada aproxi-

madamente por J , y en consecuencia lo discutido en el Capítulo anterior puede emplearse para inferir la distribución de corriente.

Para ilustrar el efecto de la variación temporal de la corriente total sobre la señal de la sonda y el modo en que éste puede descontarse, en la Figura 5.6 se muestran las curvas de v_3 (líneas a trazos) que resultan de aplicar la expresión (5.26) a las señales de V_s de la Figura 5.3 a y c) de la pág 75 correspondientes a una sonda perturbadora en una situación no estacionaria. Se grafican también las curvas de V_s , dA/dt , y las correspondientes a sondas no perturbadoras en los casos estacionario y dependiente del tiempo, V_j y "Sonda ideal", respectivamente. Como puede verse, se recupera inmediatamente el perfil correspondiente al caso estacionario (ver el cuadro inferior de la Figura 5.4).

Es conveniente destacar que si bien se puede descontar de la señal de la sonda aquella parte que corresponde a la variación temporal de la corriente total con relativa sencillez aplicando (5.26), el problema remanente que implica inferir el perfil de la densidad de corriente a partir de v_3 no es de solución sencilla.

5.4 Resumen

Se ha mostrado que la tensión inducida en una sonda magnética puede dar información directa sobre la estructura de la densidad de corriente circulante en una LC si se conoce la velocidad de la lámina y la corriente total en función del tiempo. Para obtener el perfil real de la densidad de corriente, la fracción de la tensión de la sonda inducida por variaciones temporales de $I(t)$ puede ser descontada empleando la expresión (5.26), que conduce a la ecuación (5.24) para resolver el problema.

Claramente, el punto crucial es decidir si la perturbación de la sonda es relevante o no, y esto debe realizarse en cada caso particular. De todos modos,

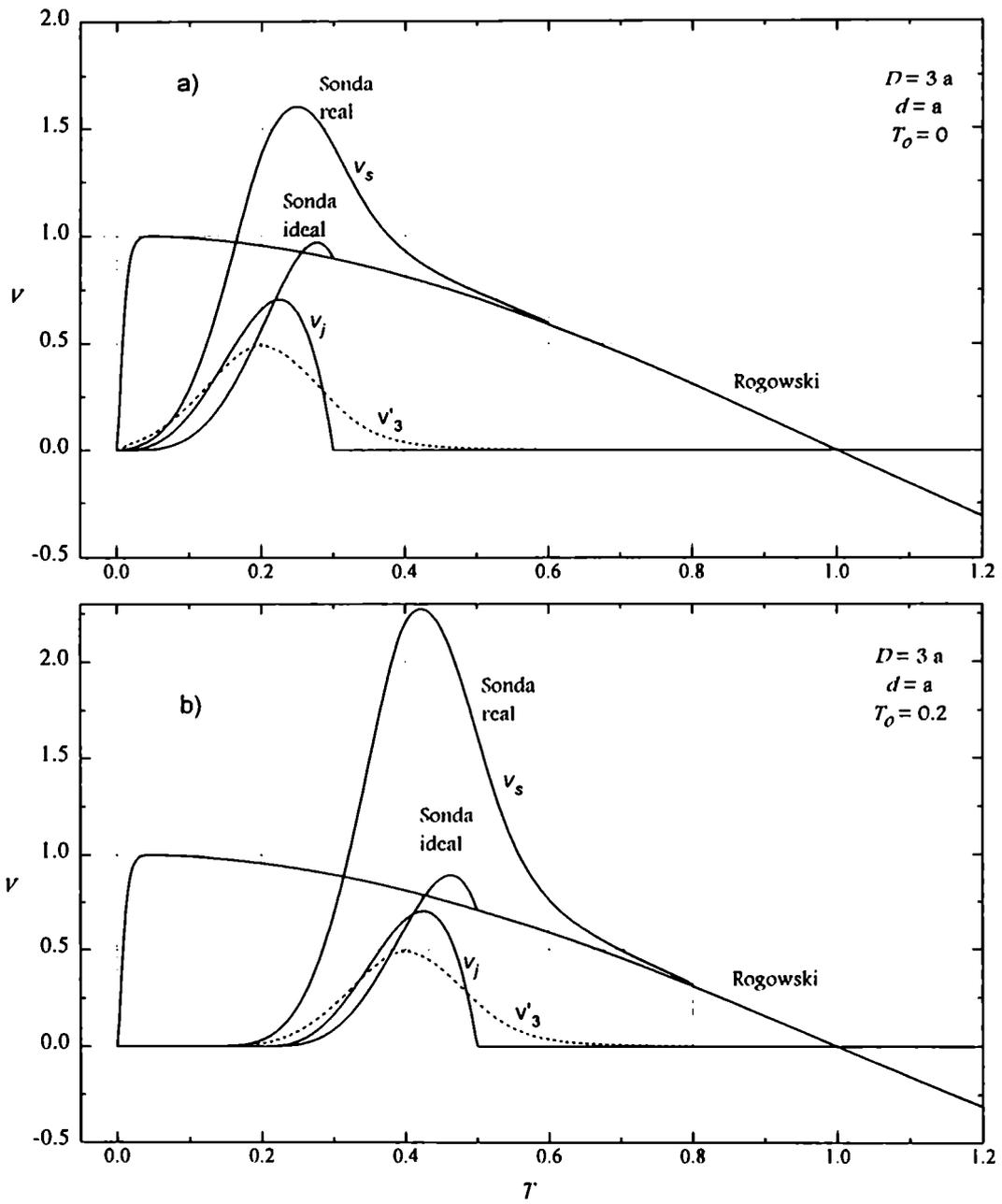


Figura 5.6: Perfiles de v_3 , J y j para $D = 3a$ con $d = a$ y $d = 2a$ y $T_0 = 0$ (a), y 0.2 (b).

como criterio práctico para saber si los efectos perturbativos son relevantes o no, puede considerarse que si la señal medida tiene un ancho espacial mayor que 5 veces el radio de la sonda, las perturbaciones pueden ignorarse al menos para determinar el ancho espacial de la LC. Si la señal temporal tiene asociado un ancho igual o inferior a 5 veces el radio de la sonda (nunca puede ser menor que 4 radios –el límite de lámina infinitesimalmente delgada–), entonces su ancho es incierto, pero inferior a 5 radios.

Debe notarse además que el diámetro de la sonda es el límite de la resolución espacial para detalles de la estructura de j . Esto es debido a que el ancho del borde anterior y posterior de la distribución de j se engrosan como mínimo una distancia igual al radio de la sonda y en consecuencia, cualquier estructura de la distribución de corriente que tenga dimensiones espaciales del orden o menores que $2a$ resulta severamente ensanchada.

Capítulo 6

Análisis de las Mediciones

Las mediciones realizadas se analizarán desde varios aspectos. Ellos son: interpretación y explicación de las oscilaciones de alta frecuencia observadas en las señales de la Rogowski y de la sonda; análisis de la relación entre la señales de la sonda y de la Rogowski a la luz de lo discutido en el Capítulo anterior; y la determinación de las fugas de corriente.

6.1 Análisis de las Oscilaciones de Alta Frecuencia

La presencia de componentes de alta frecuencia es una característica comúnmente observada en las señales eléctricas de los equipos Plasma Focus. Durante varios años se las atribuyó a ruido de tipo aleatorio provocado ya sea por la descarga principal, por las llaves rápidas y/o por el sistema de disparo. Se las asoció también a procesos que podrían ocurrir en el plasma en formación. Lo cierto es que observadas con detalle presentan una regularidad y repetibilidad tan altas que ponen en duda un origen aleatorio. El primer estudio experimental acompañado de la correspondiente explicación de estas oscilaciones en términos de parámetros eléctricos

del circuito data de los años 1989 (Moreno, 1989 [68]) y 1990 (Bruzzone *et al* 1990, [17]).

En lo que sigue se intentará aplicar un tratamiento similar a las señales obtenidas para la realización de esta tesis, con el propósito de aplicar el modelo ya desarrollado a una nueva configuración eléctrica del PFII.

Procediendo como se indica en las referencias citadas se tiene un circuito primario formado por el banco de capacitores, la inductancia espúrea, y las llaves gaseosas. El secundario es el cañon con las placas colectoras. Ambos circuitos están conectados entre sí mediante una línea de transmisión, a-b, de longitud l e impedancia característica Z_o .

Una vez excitado el circuito, mediante el cierre de las llaves por ejemplo, de todas las componentes de Fourier, quedarán presentes sólo aquellas para las que el circuito presenta impedancia nula o mínima. Para un circuito RLC serie simple, esto conduce a la conocida expresión para la frecuencia de resonancia.

Cuando el circuito contiene líneas de transmisión el cálculo se complica ligeramente y aparece más de una frecuencia de resonancia. En efecto, considerando que la impedancia equivalente Z_e de una línea de longitud l e impedancia característica Z_o vista desde el extremo de entrada (extremo "a") es

$$Z_e = Z_o \frac{Z_c + Z_o \tanh(iWT_{ab})}{Z_o + Z_c \tanh(iWT_{ab})} \quad (6.1)$$

donde Z_c es la impedancia de carga conectada al extremo "b" de la línea; W es la correspondiente componente de Fourier; T_{ab} es el tiempo de tránsito de las señales eléctricas en la línea, que típicamente vale 5 ns/m para dieléctricos comunes (permitividad relativa ~ 2); e i es la unidad imaginaria.

La impedancia de carga se considerará inductiva para analizar el caso del

cañón cerrado ya sea por el plasma o por la pieza de cortocircuito. Se tiene entonces $Z_e = iWL_c$.

La impedancia total de la malla conectada al extremo "a" de la línea es

$$i \left(WL - \frac{1}{WC_o} \right) + Z_e$$

donde C_o es la capacidad del banco y L la autoinductancia del equipo (ver Capítulo 2).

Las frecuencias de resonancia se obtienen resolviendo la ecuación

$$i \left(WL - \frac{1}{WC_o} \right) + Z_e = 0 \quad (6.2)$$

Esta ecuación no tiene solución analítica en el caso general. Adicionalmente, debido a la forma funcional de su primer término y a la periodicidad de Z_e , la ecuación (6.2) admite infinitas soluciones. Claramente, desde el punto de vista experimental sólo las frecuencias más bajas tienen la posibilidad de ser excitadas y de entre éstas, quizás sólo algunas podrán ser observadas, dependiendo del sistema de medición.

Resolviendo la numéricamente la ecuación (6.2) para W , tomando el caso en que $L_c = L_{pcc}$ y los valores de L , C_o , l , Z_o y L_{pcc} dados en el Capítulo 2, se obtienen las soluciones que figuran en la Tabla 6.1, ya expresadas en términos de períodos. La elección $L_c = L_{pcc}$ permite comparar los períodos previstos a partir de los parámetros eléctricos del circuito con los valores medidos durante la calibración relativa entre la sonda y la Rogowski. Las incertezas asignadas a los valores predichos según (6.2) provienen de las incertezas con que se determinaron los parámetros del circuito. En este aspecto, son particularmente relevantes las incertezas de las inductancias L y L_c .

	Predichos (ns)	Medidos (ns)
1	5904 ± 120	5733 ± 60
2	24.1 ± .5	25 ± 4
3	5.4 ± .2	—
4	2.8 ± .1	—
⋮	⋮	⋮

Tabla 6.1: *Períodos predichos y medidos para las oscilaciones de alta frecuencia.*

El primer período de la Tabla 6.1 corresponde a la oscilación básica del circuito RLC del PFII, que puede estimarse sin necesidad de resolver una ecuación como la (6.2).

El período correspondiente a la segunda solución, donde ya interviene decisivamente la línea de transmisión, coincide con el observado experimentalmente, como se alcanza a apreciar en la parte ampliada de la Figura 2.4 (página 24).

El tercer período y los siguientes no se observan debido a la frecuencia de muestreo del sistema de medición (que en el caso de la Figura 2.4 es de un punto por cada 4 ns) y a que probablemente esos modos no alcancen a ser excitados pues sus correspondientes períodos son del orden o menores que el tiempo de cierre de la llave en esa descarga (estimado entre 4 y 8 ns a partir de la misma Figura).

El mismo estudio que se ha realizado aquí para el caso de la Figura 2.4 puede extenderse a las demás señales, incluyendo las correspondientes a las descargas en presencia de plasma. Para ello puede aproximarse la impedancia que ofrece el cañón una vez iniciada la descarga, por un cortocircuito ($Z_c = 0$), dado que justamente después de la ruptura gaseosa la impedancia que ofrece el plasma es despreciable frente a la del resto del circuito. Los resultados que se obtienen representan adecuadamente las oscilaciones observadas en la Rogowski.

En este punto cabe aclarar que los períodos de resonancia no se relacionan trivialmente con números enteros de tiempos de tránsito en la línea, como podría pensarse en una primera aproximación al problema. La relación entre dichas cantidades es no lineal, y está dada por la ecuación (6.2), que es trascendente. Esto dificulta la asociación de las componentes de alta frecuencia con la línea de transmisión del equipo. Por este motivo, quizás, estas oscilaciones se atribuyeron a fenómenos aleatorios no explicables en términos de los parámetros del circuito.

6.2 Comparación entre la Señal de la Sonda y de la Rogowski

En todas las señales observadas la señal de la sonda resulta proporcional a la señal de la Rogowski luego de cierto tiempo que puede asociarse al necesario para que la LC traspase la sonda. La proporcionalidad se mantiene aun a tiempos correspondientes a la focalización del plasma. La razón de esta proporcionalidad puede verse en la expresión (5.8). Una vez que la LC traspone la sonda, el término que contiene la derivada temporal del campo no contribuye a la tensión de la sonda, quedando entonces la variación temporal de la amplitud de la corriente de descarga como única fuente para la tensión inducida en la espira.

Los factores de proporcionalidad entre las señales coinciden dentro de las incertezas experimentales con los valores resultantes de la calibración relativa entre la sonda y la bobina de Rogowski descrita en la Sección 2.3.4.

Puede afirmarse entonces que de existir corrientes circulando por la zona del aislante cuando la LC se encuentra en la etapa coaxial o de colapso, son constantes o tienen una variación temporal no registrable por la Rogowski.

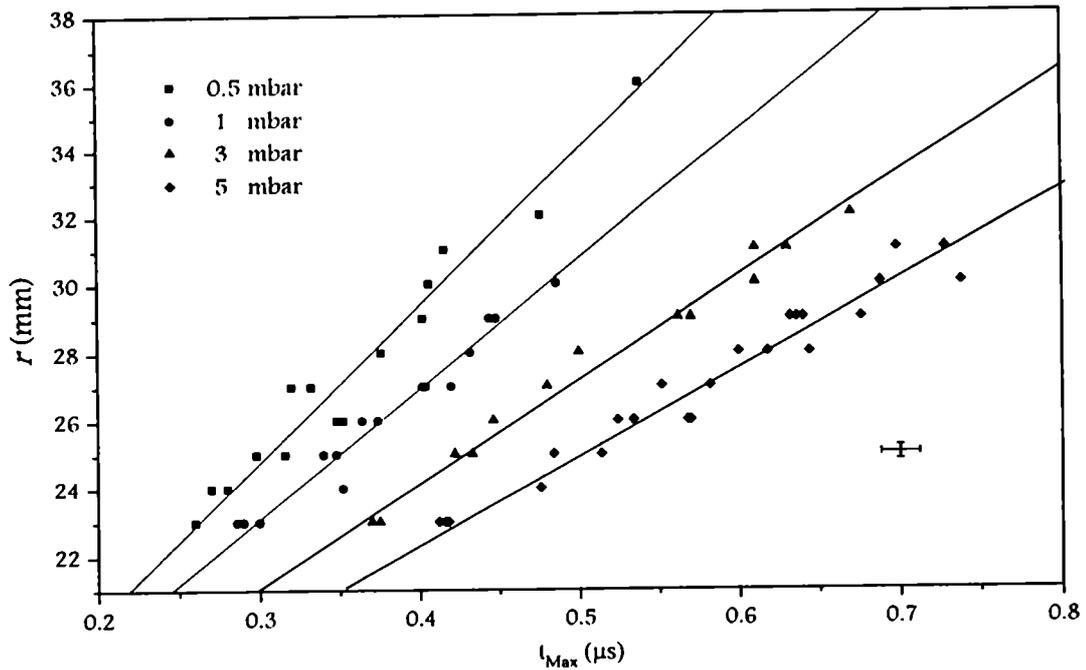


Figura 6.1: Posición radial de la espira en función de los instantes en que la tensión de la sonda alcanza su máximo, para varias presiones.

6.3 Velocidad de la Lámina de Corriente

A partir de la posición radial de la sonda y del pico de la tensión inducida en su espira puede estimarse la velocidad de la LC. En la Figura 6.1 se grafica la dependencia entre los instantes en que la tensión inducida en la sonda alcanza su máximo y la posición radial de la espira.

Se aprecia que para todas las presiones el pico de tensión se alcanza a tiempos cada vez mayores a medida que la espira se aleja de la pared del aislante. Esto indica que el máximo de la densidad de corriente demora más tiempo a llegar a distancias más lejanas, lo cual da una imagen de LC viajera.

Se observa también que para cada presión los puntos se ubican en torno de una recta, lo cual permite estimar la velocidad de la LC, (V_{LC}). Por otra parte, se

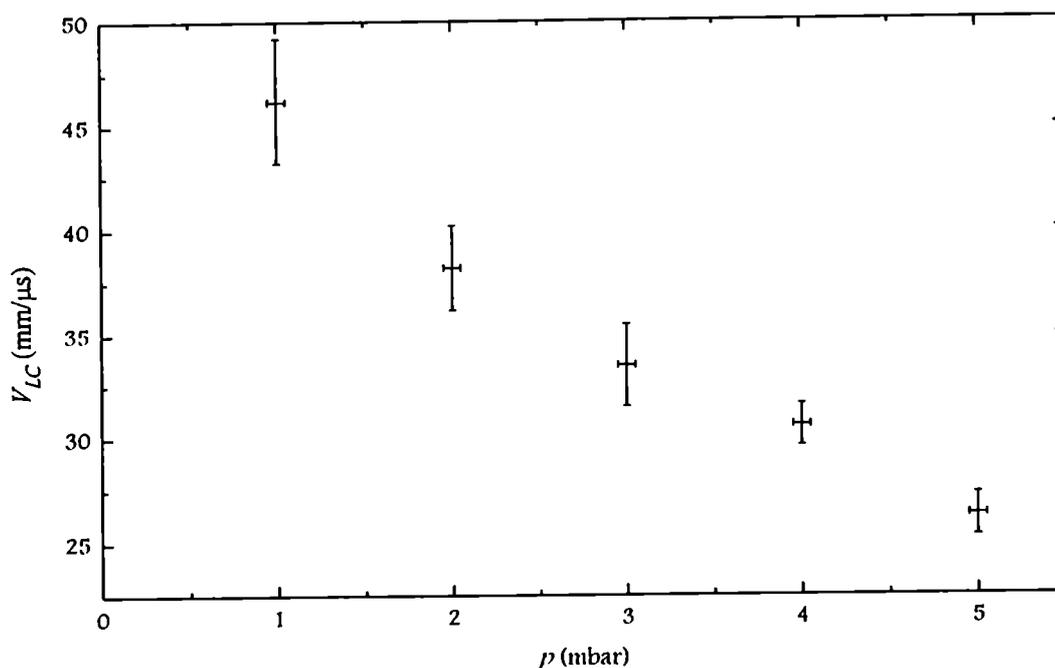


Figura 6.2: Velocidad inferida de la lámina en función de la presión.

observa que esta velocidad decrece con la presión (ver la Tabla 6.2) como se ilustra en la Figura 6.2.

Presión (mbar)	Velocidad (cm/ μ s)
0.5 ± 0.1	4.6 ± 0.3
1 ± 0.1	3.8 ± 0.2
3 ± 0.1	3.1 ± 0.1
5 ± 0.1	2.6 ± 0.1

Tabla 6.2: Velocidades de la LC inferidas para distintas presiones.

Puede resultar interesante comparar los resultados obtenidos con los que predice el modelo de la barredora de nieve (Rosebluth and Garwin, 1958) mencionado en la Introducción. En el gráfico de la Figura 6.3 puede observarse $\ln V_{LC}$ en función del $\ln p$, que pone de manifiesto que los valores obtenidos se ubican en torno de una recta. La pendiente de ajuste es -0.22 ± 0.02 , lo cual indica que los

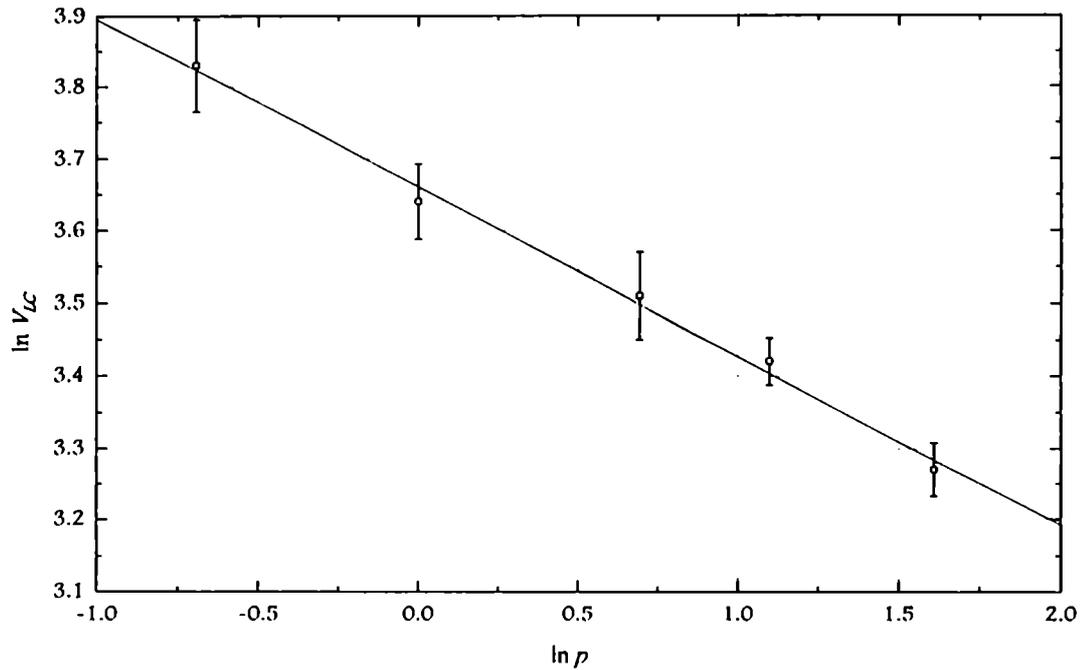


Figura 6.3: Gráfico del \ln de la velocidad de la lámina de corriente en función del \ln presión.

resultados obtenidos no son compatibles, en el rango estudiado, con el modelo de la barredora de nieve pues este modelo predice una dependencia del tipo $V_{LC} \propto p^{-1/2}$. El motivo de esta discrepancia reside en que en el modelo se asume una lámina plana de espesor infinitesimal, mientras que en las condiciones experimentales se tiene una LC cilíndrica, gruesa y en expansión radial, que está muy lejos de ser similar a la asumida en el modelo.

6.4 Ancho de la Lámina de Corriente

A partir de las señales de la sonda magnética y de la bobina de Rogowski y el formalismo descrito en el Capítulo 5 es posible estimar el ancho de la LC en función de la presión. Como ejemplo, en la Figura 6.4 se ilustra el resultado obtenido al descontar la contribución de la variación temporal de la corriente de

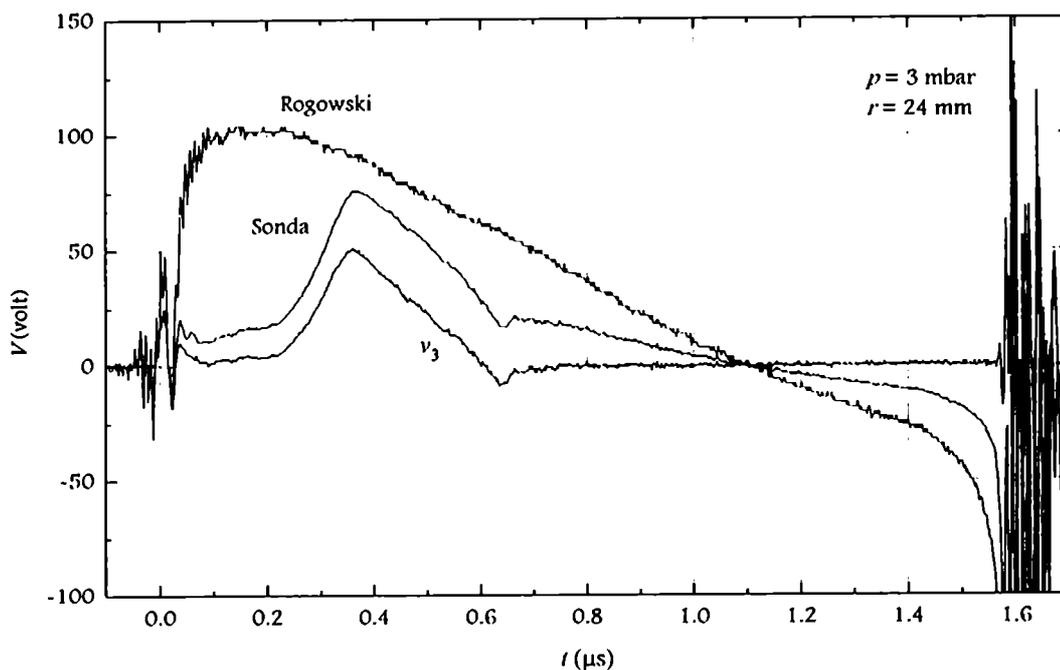


Figura 6.4: Traza obtenida, v_3 , al descontar la contribución de la variación temporal de la corriente circulante por la lámina a la tensión de la sonda.

descarga a la tensión inducida en la sonda en el caso de la Figura 2.7 (cuadro superior).

Puede apreciarse cómo el efecto de descontar la contribución de la variación temporal de la corriente total permite establecer un ancho temporal de la señal de la sonda, particularmente en los comienzos de la descarga.

Aplicando este procedimiento a todas las señales obtenidas es posible determinar el ancho de la LC en función de la presión y del radio, cuyo resultado se ilustra en la Figura 6.5. Las curvas continuas, graficadas para dar mayor claridad a la Figura, son ajustes parabólicos de los correspondientes datos.

Se destaca que el ancho de la LC disminuye a medida que aumenta la presión y el radio, aunque para $r > 30 \text{ mm}$ el ancho inferido resulta aproximadamente constante dentro de las incertezas experimentales. Debe señalarse que para radios

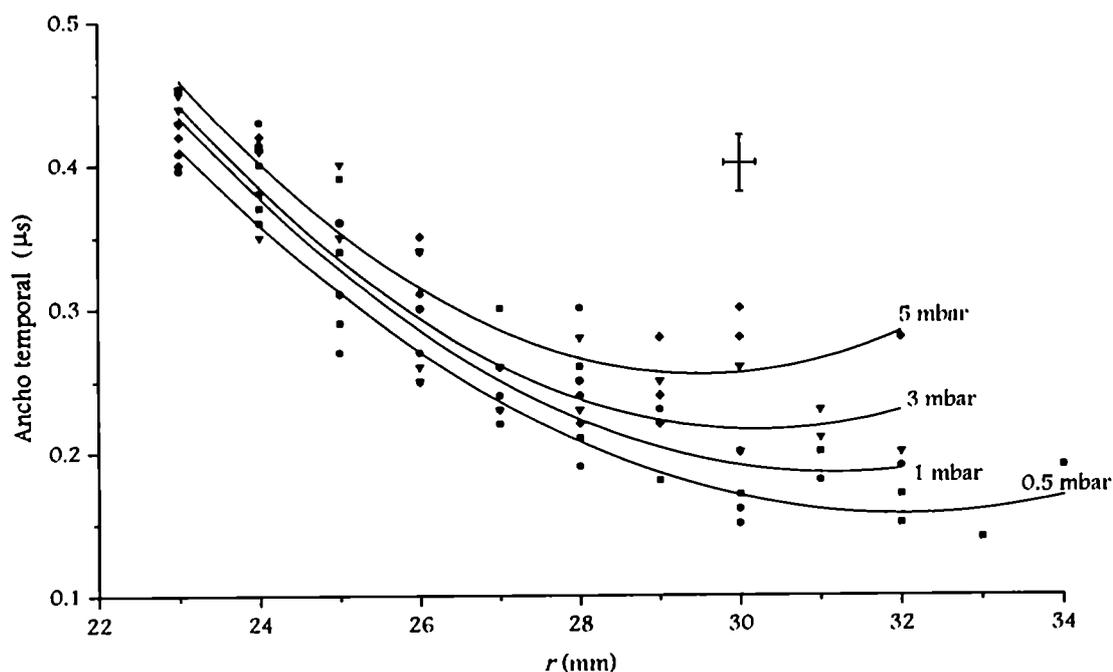


Figura 6.5: Anchos de la LC en función de la presión.

mayores a los graficados, la espira se encuentra próxima a las barras del electrodo externo y en consecuencia la determinación del ancho de la LC se ve fuertemente afectada por la interacción del plasma con las barras.

A partir de los anchos temporales graficados en la Figura 6.5 y de las velocidades consignadas en la Tabla 6.2 podría intentarse determinar el ancho espacial de la LC. Para $r \sim 24$ mm se estima un ancho temporal de $\Delta t = 0.4 \mu s$, lo cual implica, para $p = 3$ mbar (caso de la Figura 6.4), un ancho espacial $\Delta x \sim 1.2$ cm, que equivale a $\sim 4.6a$. A la luz de lo discutido en los Capítulos 4 y 5, esta señal está significativamente perturbada por exclusión de corrientes, siendo imposible entonces conocer detalles de la distribución de corriente (más allá de una estimación del ancho) sin recurrir a la inversión de la señal.

La zona $r > 26$ mm, donde los anchos temporales son aún más reducidos, se ve aún más afectada por el cuerpo de la sonda.

6.5 Corrientes de Fuga

Como ya se adelantó en la Sección 6.2 la proporcionalidad registrada entre la señal de la sonda y de la Rogowski luego del paso de la LC por la posición de la sonda, permite afirmar que de existir corrientes de fuga, estas son constantes a lo largo de más de 500 ns, o tienen una variación temporal despreciable respecto de la correspondiente a la LC principal. La posibilidad de que existan corrientes de fuga constantes a lo largo de la descarga es muy difícil de sustentar debido a la significativa variación de la impedancia del cañón a medida que la LC evoluciona desde la etapa del inicio de la descarga hasta la focalización. Por otra parte, en caso de que exista una corriente de fuga variable en el tiempo pero no detectable por la Rogowski, la corriente neta asociada resulta despreciable respecto de la entregada por el banco de capacitores. Puede entonces afirmarse que en el rango de operación del PFII como productor de reacciones de fusión, de haces de iones y de Rayos X, no hay corrientes de fuga relevantes.

Bibliografía adicional

- La teoría de líneas de transmisión puede consultarse en

Chipman, 1971,

Fischfeld, 1984,

donde se tratan aspectos generales, particularmente estados estacionarios. Los fenómenos transitorios en líneas se tratan en

Metzger and Vabre, 1969,

y los fenómenos transitorios junto con efectos de tiempo finito de cierre de llaves eléctricas se analizan en

Bruzzone *et al*, 1993.

- Un análisis de las componentes de alta frecuencia de las señales eléctricas en el equipo CCH del INFIP puede verse en

Moreno and Vieytes, 1995.

Capítulo 7

Resumen General y Conclusiones

Luego de un Capítulo introductorio a los equipos Plasma Focus en general y a las mediciones con sondas magnéticas en la zona del aislante en particular, el Capítulo 2 se dedicó a describir el equipo donde se realizaron las mediciones; a detallar los instrumentos y sensores empleados; la metodología de medición y a mostrar y comentar varios ejemplos de las señales obtenidas.

En el Capítulo 3 se desarrolló un método para obtener el factor de proporcionalidad entre dos señales y su correspondiente incerteza. El formalismo está basado en primeros principios de análisis de datos; es exacto en el sentido de Deming; y contempla las incertezas experimentales de ambas señales. Se verificó que las expresiones que de él se derivan se reducen a las fórmulas ya conocidas para el caso en que una de las variables se considere libre de incertezas.

Si bien debe recurrirse a métodos numéricos para hallar el factor de proporcionalidad en el caso general, se encontraron soluciones analíticas cerradas válidas para casos de interés experimental; entre ellos, los correspondientes a las mediciones del presente trabajo.

Se mostró además que los resultados del formalismo gozan de propiedades

matemáticas que el método tradicional de realizar cocientes punto a punto no posee. Tratamientos de esta naturaleza no se encuentran aún en la literatura especializada y constituyen uno de los aportes originales de esta tesis.

En el Capítulo 4 se realizó un análisis del efecto de exclusión de corrientes por parte del cuerpo de la sonda magnética sobre la señal inducida en la bobina sensora. Debido a la complejidad que presenta el problema en geometría cilíndrica, se lo encaró en geometría plana para poder dilucidar los efectos dominantes.

Se encontró que la señal de una sonda real presenta una duración significativamente mayor que la correspondiente a una sonda ideal; y consecuentemente, que la amplitud de la tensión inducida se reduce respecto de la ideal. Se discutió además la resolución espacial mostrando que experimentalmente no es posible resolver estructuras más finas que 2 veces el radio de la sonda.

En el Capítulo 5 se analizó el caso de láminas cuya corriente total varía en el tiempo, con el propósito de interpretar la información contenida en la señal de una sonda cuando hay fuertes variaciones de la corriente de descarga, como es el caso de las mediciones de esta tesis.

Se mostró que la tensión inducida en la sonda es proporcional a la densidad de corriente sólo en el caso estacionario y para una sonda ideal.

Se mostró también que la contribución a la tensión inducida en la sonda por variación temporal de la corriente total puede ser descontada de la señal medida, reduciendo así el problema no estacionario a uno estacionario. El problema resultante, sin embargo, es de difícil solución.

En este aspecto se avanzó respecto de lo existente en la literatura sobre medición de densidades de corriente, en particular se analizaron con detalle los efectos perturbadores del cuerpo de la sonda y se encontró de qué modo la señal de la sonda contiene información sobre la densidad de corriente.

Los resultados obtenidos en este trabajo apuntan a clarificar la interpretación de la señal de una sonda magnética cuando es embestida por una LC con corriente total variable en el tiempo.

El problema planteado sobre la inversión de la señal de la sonda con el propósito de inferir la densidad de corriente queda abierto y merece mayores esfuerzos. A pesar de ello, se han propuesto criterios para determinar cuantitativamente bajo qué condiciones puede considerarse que las perturbaciones debidas al radio finito de la sonda pueden ignorarse, estableciéndose además, criterios para estimar la resolución espacial de una sonda.

Con las herramientas desarrolladas en los Capítulos 3, 4 y 5, se analizaron las mediciones realizadas, determinándose la velocidad y el ancho de la LC para varias presiones y radios. Se estableció asimismo, la ausencia de corrientes de fuga en el rango de parámetros explorado.

La tarea emprendida para desarrollar esta tesis ofrece interesantes perspectivas para su continuación. Desde el punto de vista teórico, por ejemplo, puede encararse el caso de láminas inclinadas respecto de la sonda, esto es, que el ataque no sea frontal, para considerar otras situaciones de interés experimental; y, por supuesto, la generalización del problema plano al cilíndrico, lo cual sin dudas, es un verdadero desafío. Hasta donde nosotros hemos podido ver, ese problema no tiene solución analítica.

Desde el punto de vista numérico puede avanzarse en la solución de la inversión de la señal de la sonda con el propósito de inferir estructuras de corriente a partir de señales medidas. Como se dijo en el Capítulo 5 este problema no es trivial, pero en nuestra opinión, tampoco es imposible de resolver, o al menos, de avanzar hacia su solución. La tarea que ello implica queda fuera de los alcances de este trabajo y de hecho, puede ser motivo de otra tesis.

En lo referente a la parte experimental, ha quedado establecido que el empleo de sondas de dimensiones reducidas es crucial para poder determinar experimentalmente perfiles de densidad de corriente. Es por ello que abocarse a la construcción de sondas magnéticas miniaturizadas, empleando tecnologías de integración de circuitos, si fuera necesario, es a la vez interesante y promisorio.

A handwritten signature or set of initials, possibly 'J.C.', written in black ink.

Agradecimientos

Quisiera agradecer a mi Director de Tesis, el Dr. H. Kelly y al Dr. H. Bruzzone por la formación que me han brindado a lo largo de tantos años.

A mis compañeras de trabajo en el equipo PFII las Dras. D. Gondona y A. Márquez con quienes compartí buena parte de la tarea experimental.

A los restantes integrantes del Instituto de Física del Plasma, por su compañerismo.

Al CONICET y a la Universidad de Buenos Aires por el apoyo económico brindado.

Bibliografía

- [1] Ashby D E T F, Holmes L S, and Kasha M A. A multi-coil magnetic probe. *J. Sci. Instrum.*, **40**, pp. 364-7, 1963.
- [2] Barford N C. *Experimental measurements: precision, error and truth*. Wiley, New York, 1985.
- [3] Barker D R and Diana L M. Simple method for fitting data when both variables have uncertainties. *Am. J. Phys.*, **42**, (3), pp. 224-7, March 1974.
- [4] Bartoli C and Gratton R. Measurements of large magnetic flux derivatives by means of a closed resistive loop. Technical report, Comitato Nazionale Energia Nucleare, Laboratorio Gas Ionizzati-Euratom-C.N.E.N, Roma, 1966. RT/FI(66)3.
- [5] Bennun L, Korochinski S A, and Mayer R E. Sondas neutrónicas para prospección uranífera: I determinación del grado de mineralización. II determinación de humedad - factibilidad de lixiviación 'in situ'. 80° *Reunión Nacional de Física*, San Carlos de Bariloche, 2 al 6 de Oct. 1995.
- [6] Berglund S, Westerlund S, and Svennerstedt S. A magnetic probe for plasma measurement. *J. Sci. Instrum.*, **40**, pp. 250-2, 1963.
- [7] Bernard A, Cloth P, Conrads H, Coudeville A, Gourlan C, Jolas A, Maisonnier C, and Rager J P. The dense Plasma Focus: a high intensity neutron source. *Nucl. Instr. and Meth.*, **145**, pp. 191-218, 1977.
- [8] Bevington P R. *Data Reduction and Error Analysis for the Physical Sciences*. McGraw-Hill Book Co, New York, 1969.

- [9] Bilbao L E and Grondona D E. Inversion of first kind Volterra equations: Back to direct methods? *Zeitschrift für Naturforschung A: Physical Science.*, **48a**, (11), pp. 1119-30, November 1993.
- [10] Borovkov A A. *Estadística Matemática*. Mir, Moscú, 1988.
- [11] Bostic W H, Nardi V, and Prior W. Production and confinement of high density plasmas. *Annals of the New York Acad. of Sci.*, **251**, pp. 2-29, 1975.
- [12] Bostic W H, Prior W, and Farber E. Plasma vortices in the coaxial plasma accelerator. *Phys. Fluids*, **8**, pp. 745-7, 1965.
- [13] Bötticher W. *Measurements of Magnetic Fields in Plasmas, in Plasma Diagnostics*. ed. W. Lochte-Holtgreven (Amsterdam: North-Holland), 1968.
- [14] Bruzzone H, Fantino A, Kelly H, Medwid A, Molina J, Pais V, and Pouzo J. Instrumentos para medir magnitudes eléctricas durante una descarga rápida en un plasma. Informe interno, Laboratorio de Física del Plasma UBA, CONICET, 1973. Ti: 4/73.
- [15] Bruzzone H, Grondona D, Kelly H, Márquez A, Moreno C, and Vieytes R. Operating regime in low energy plasma focus devices. In *Third International Conference on Dense Z-Pinches*, pp. 281-7, London, April 1993. Imperial College.
- [16] Bruzzone H, Kelly H, Moreno C, and Vieytes R. Diseño y construcción de sondas magnéticas inductivas. Informe interno, Laboratorio de Física del Plasma PRIFIP, UBA, CONICET, 1986. Ti: 2/86.
- [17] Bruzzone H, Kelly H, and Moreno C. The effect of transmission lines and switching action on the electrical signals in a powerful capacitive discharge. *IEEE Trans. on Plasma Sci.*, **18**, (4), pp. 689-94, August 1990.
- [18] Bruzzone H, Moreno C, and Kelly H. Perturbations of magnetic probe signals sensing current density profiles of current sheets with time varying total current. Enviado a *Meas. Sci. Technol.*, December 1995.
- [19] Bruzzone H, Moreno C, and Kelly H. Measurements of current sheets in plasmas with a finite-sized magnetic probe. *Meas. Sci. Technol.*, **2**, (12), pp. 1195-200, December 1991.

- [20] Bruzzone H, Moreno C, and Wessel C. Modelos analíticos de fenómenos transitorios en líneas de transmisión. Informe interno, Instituto de Física del Plasma INFIP, UBA, CONICET, 1993. Ti: 1/93.
- [21] Bruzzone H A. *Foco de plasma producido mediante un sistema de electrodos coaxiales*. Tesis Doctoral, FCEyN, Universidad de Buenos Aires, Laboratorio de Física del Plasma, CONICET, September 1976.
- [22] Cecchi G C. Error analysis of the parameters of a least-squares determined curve when both variables have uncertainties. *Meas. Sci. Technol.*, **2**, (12), pp. 1127-8, December 1991.
- [23] Cecchi G C. Erratum: Error analysis of the parameters of a least-squares determined curve when both variables have uncertainties. *Meas. Sci. Technol.*, **4**, (8), p. 906, August 1993.
- [24] Chipman R A. *Líneas de Transmisión*. McGraw-Hill, New York, 1971.
- [25] Cunningham M J. Measurement errors and instrument inaccuracies. *J. Phys. E: Sci. Instrum.*, **14**, pp. 901-8, 1981.
- [26] Dean S O and Poltoratskaya N. Applications of fusion and plasma device technology. *Plasma Devices and Operators*, **4**, (1), pp. 11-19, 1995.
- [27] Deming W F. *The Statistical Adjustment of Data*. John Willey and Sons, New York, 1943.
- [28] Dietrich C F. *Uncertainty, Calibration and Probability. The Statistics of Scientific and Industrial Measurement. 2nd Revised Edition*. Institute of Physics Publishing. Measurement Science and Technology Series, United Kingdom., 1991.
- [29] Eltgroth P E. Comparison of plasma focus calculations. *Phys. Fluids*, **25**, (12), pp. 2408-14, December 1982.
- [30] Favre M, Lee S, Moo S P, and Wong C S. X-ray emission in a small plasma focus operating with $\text{h}_2 - \text{ar}$ mixtures. *Plasma Sources Sci. Technology*, **1**, pp. 122-5, May 1992.

- [31] Feugeas J, Llonch E, González C, and Galambos G. Nitrogen implantation of AISI 304 stainless steel with a coaxial plasma gun. *J. Appl. Phys.*, **64**, pp. 2648–51, 1988.
- [32] Feugeas J, Sánchez G, González C, Hermida J D, and Scordia G. *Rad. Eff. and Def. in Solids*, p. 267, 1994.
- [33] Feugeas J and von Parnel O. Current distribution during the breakdown in a coaxial electrode system. *J. Appl. Phys.*, **66**, (3), pp. 1080–3, August 1989.
- [34] Feugeas J. *Generación, propagación y estructura de haces de electrones en equipos Plasma Focus*. Tesis Doctoral, FCEyN, Universidad de Buenos Aires, 1983.
- [35] Feugeas J. The influence of the insulator surface on the Plasma Focus behaviour. *J. Appl. Phys.*, **66**, (3), p. 3467, 1989.
- [36] Filippov N V, Bozbatchenko V, Belyaeva I, and Filippova T I. In *Proc 8 Europ. Conf. on Controlled Fusion and Plasma Phys.* **1**, p. 63, Praga, 1977.
- [37] Filippov N V, Filippova T I, and Vinogradov V P. *Nuclear Fusion Supp, Part 2*, p. 577, 1962.
- [38] Filippov N V, Filippova T I, and Vinogradov V P. In *Proc 1st IAEA Conf. on Plasma Phys. and CNFR*, p. 577, Salzburgo, 1971.
- [39] Filippov N V and Filippova T I. Phenomena associated with the build-up of noncylindrical focused Z-Pinch. In *Plasma Phys. and Contr. Nucl. Fusion Res. Proc. Conf. (Proc 2nd IAEA Conf. on Plasma Phys. and CNFR)*, p. 405, Vienna, 1966.
- [40] Filippov N V. *Sov. J. Pl. Phys*, **1**, pp. 14–24, 1983.
- [41] Fischfeld G J. Líneas de transmisión y fenómenos transitorios. Informe interno, Instituto de Física de Rosario, IFIR, UNR, CONICET, 1984. Ti: LFP/MAY-84.
- [42] Fischfeld G J. *Estudio de propiedades de plasmas generados por medio de descargas eléctricas rápidas a través de técnicas diagnósticas ópticas*. Tesis

- Doctoral, FCEyN, Universidad Nacional de Rosario, Facultad de Ciencias Exactas e Ingeniería, September 1986.
- [43] Fuentes N and Gratton F T L. On the boil-off time of probe surfaces in plasmas. *IEEE Trans on Plasma Sci.*, **PS-14**, (5), pp. 575–8, 1986.
- [44] Gates D. Studies of a 60 kV Plasma Focus. In *2nd International Conference on Energy Storage, Compression and Switching*, volume 2, p. 247, Venecia, 1978.
- [45] Glastone S and Lovberg R H. *Controlled Thermonuclear Reactions*. Van Nostrand, New York, 1960.
- [46] Gratton F T L and Fuentes N. Magnetic field propagation across a weakly conducting layer. *IEEE Trans. on Plasma Sci.*, **PS-14**, (3), pp. 240–5, 1988.
- [47] Grondona D E. *Estructura de la lámina de corriente en equipos Plasma Focus*. Tesis Doctoral, FCEyN, Universidad de Buenos Aires, Instituto de Física del Plasma, CONICET, March 1994.
- [48] Jacquelin J. Generalization of the method of Maximum Likelihood. *IEEE Trans. Electr. Insul.*, **28**, (1), pp. 65–72, February 1993.
- [49] Kalantar A H. Straight-line parameters' errors propagated from the errors in both coordinates. *Meas. Sci. Technol.*, **3**, p. 1113, 1992.
- [50] Kato Y and Be S H. *Appl. Phys. Lett.*, **48**, p. 686, 1986.
- [51] Kelly H J, Lepone A, and Márquez A B. A Nitrogen ion spectrum generated with a Plasma Focus device. In *III Encontro Brasileiro do Física dos Plasmas*, Brasil, December 1995.
- [52] Kelly H J and Márquez A B. The influence of multiple scattering on the ion spectrum from a Thompson spectrometer in a Plasma Focus device. *Meas. Sci. Technol.*, **6**, pp. 400–4, 1995.
- [53] Kelly H J. *Régimen de operación de los equipos Plasma Focus desde el punto de vista de la optimización de reacciones de fusión*. Tesis Doctoral, FCEyN, Universidad de Buenos Aires, Laboratorio de Física del Plasma, CONICET, September 1979.

- [54] Koshelev K N, Krenz V I, Reshtniak N G, Salukvadze R G, Sidelnikov Yu V, and Khantiev E Yu. *J. Phys. D: Appl. Phys.*, **21**, p. 1827, 1988.
- [55] Krompholz H, Neff W, Rühl F, Schönbach K, and Herziger G. Formation of the plasma layer in a plasma focus device. *Phys. Lett.*, **77A**, (4), pp. 246-8, May 1980.
- [56] Lebert R, Neff W, Holz R, and Richter F. In Lerner G, editor, *II Int. Conf. on Dense Z-Pinches, Laguna Beach, CA, 195 AIP Conf. Proc.*, p. 507, 1989.
- [57] Lepone A F. Tratamiento de superficies mediante un cañón coaxial de plasma. Master's thesis, FCEyN, Universidad de Buenos Aires, Instituto de Física del Plasma, CONICET, 1995.
- [58] Linz P. *Theoretical Numerical Analysis. An Introduction to Advanced Techniques*. Wiley, New York, 1979.
- [59] Lovberg R H. *Magnetic Probes, in Plasma Diagnostic Techniques*. ed. R. H. Huddlestone and S. L. Leonard (New York: Academic), 1965.
- [60] Macdonald J R and Thompson W J. Least-squares fitting when both variables contain errors: Pitfalls and possibilities. *Am. J. Phys.*, **60**, (1), pp. 66-73, 1992.
- [61] Malmberg J H. Magnetic probe resolution. *Rev. Sci. Instrum.*, **35**, pp. 1622-3, 1964.
- [62] Márquez A B. *Haces de iones en un Plasma Focus: caracterización, experimental y mecanismos de emisión*. Tesis Doctoral, FCEyN, Universidad de Buenos Aires, Instituto de Física del Plasma, CONICET, 1994.
- [63] Mather J W. *Phys. Fluids*, Suppl. **7**, pp. 5-28, 1964.
- [64] Mather J W. An intense source of neutrons from the dense plasma focus. *Phys. Fluids*, **8**, (2), pp. 366-72, 1965.
- [65] Mather J W. *Dense Plasma Focus, in Methods of Experimental Physics 9 Part B*, pp. 187-249. ed. Lovberg H and Griem H R, (Academic Press), New York and London, 1971.

- [66] Mather J W. In *Proc Int. Conf. on Plasma Phys. and CNFR*, 2, p. 385, Culham, 1976.
- [67] Metzger G and Vabre J P. *Transmission Lines with Pulse Excitation*. Academic Press, New York and London, 1969. Translated from the original in French: "Electronique des Impulsions, Tome II. Circuits à Constantes Réparties" in the series Les Techniques de Base de l'Informatique, 1966.
- [68] Moreno C and Bruzzone H. Parameters' variances of a least-squares determined straight line with errors in both coordinates. *Meas. Sci. Technol.*, 4, (5), pp. 635-6, May 1993.
- [69] Moreno C and Vieytes R. Study of the electrical signals observed during the initial stage in a coaxial gun. In *III Encontro Brasileiro do Física dos Plasmas and V Brazilian Plasma Astrophysics Workshop*, pp. 256-8, Aguas de Lindóia, SP, Brasil, December 1995.
- [70] Moreno C. Modelo eléctrico de una descarga plasma focus considerando efectos de tiempos de cierre y tiempos de tránsito finito. Master's thesis, FCEyN, Universidad de Buenos Aires, Laboratorio de Física del Plasma, CONICET, March 1989.
- [71] Moreno C. Discusión del método de cuadrados mínimos para modelos no lineales con incertezas en dos variables. *Anales AFA.*, 4, pp. 3-8, 1992.
- [72] Moreno C. Numerical treatment of experimental data in calibration procedures. INTERNATIONAL CENTRE FOR THEORETICAL PHYSICS; Trieste, Italy, Preprint: IC/93/122, June 1993.
- [73] Moreno C. A least-squares-based method to determine the ratio between two measured quantities. *Meas. Sci. Technol.*, Dec 1995. In press.
- [74] Murgatroyd P N, Chu A K Y, Richardson G K, West D, Yearley G A, and Spencer A J. Making Rogowski coils. *Meas. Sci. Technol.*, 2, (12), pp. 1218-9, 1991.
- [75] Nassisi V and Luches A. Rogowski coils: Theory and experimental results. *Rev. Sci. Instrum.*, 50, (7), pp. 900-2, July 1979.

- [76] Orear J. Least squares when both variables have uncertainties. *Am. J. Phys.*, **50**, (10), pp. 912-6, October 1982. Erratum: 1984, **52**, p. 278.
- [77] Pellinen D G, Di Capua M S, Sampayan S E, Gerbracht H, and Wang M. Rogowski coil for measuring fast, high-level pulsed currents. *Rev. Sci. Instrum.*, **51**, (11), pp. 1535-40, November 1980.
- [78] Phillips R C and Turner E B. Construction and calibration techniques of high frequency magnetic probes. *Rev. Sci. Instrum.*, **36**, (12), pp. 1822-5, December 1965.
- [79] Pouzo J O. *El Plasma Focus como una posible línea de la fusión controlada*. Tesis Doctoral, FCEyN, Universidad de Buenos Aires, Laboratorio de Física del Plasma, CONICET, 1979.
- [80] Press W H, Flannery B P, Teukolsky S A, and Vetterling W T. *Numerical Recipes in C: The Art of Scientific Computing*. Cambridge U. P., New York, 1988.
- [81] Press W H and Teukolsky S A. Fitting straight line data with errors in both coordinates. *Computers in Physics.*, **6**, (3), pp. 274-6, May/June 1992.
- [82] Reed B. C. Linear least-squares fits with errors in both coordinates. II: Comments on parameter variances. *Am. J. Phys.*, **60**, (1), pp. 59-62, January 1992.
- [83] Richter R, Eberle J, Holz R, Neff W, and Lebert R. In Lerner G, editor, *II Int. Conf. on Dense Z-Pinches, Laguna Beach, CA, 195 AIP Conf. Proc.*, p. 515, 1989.
- [84] Rosenbluth M and Garwin R. Technical report, Los Alamos Scientific Laboratory, 1954. LA-1850.
- [85] Segre S E and Allen J E. Magnetic probes of high frequency response. *J. Sci. Instrum.*, **37**, pp. 369-71, October 1960.
- [86] Taylor B N and Kuyatt C E. Guidelines for evaluating and expressing the uncertainty of NIST measurement results. Technical report, National Institute of Standards and Technology; US, 1993. NIST Technical Note 1297.

- [87] Thompson W J. Algorithms for normalizing by least-squares. *Computers in Physics*, **6**, (4), pp. 386-8, Jul/Aug 1992.
- [88] Tiley P F. The misuse of correlation coefficients. *Chemistry in Britain*, **21**, (2), pp. 162-3, 1985.
- [89] Vieytes R E. *Ruptura dieléctrica en equipos Plasma Focus*. Tesis Doctoral, FCEyN, UBA, Instituto de Física del Plasma, CONICET, 1994.
- [90] Vikhrev V V and Braginskii S I. *Dinamics of the Z pinch*, in *Reviews of Plasma Physics* **10**, pp. 425-517. ed. Leontovich M A, Consultants Bureau, New York, 1986.
- [91] White D R and Clare J F. Noise in measurements obtained by sampling. *Meas. Sci. Technol*, **3**, (1), pp. 1-16, January 1992.
- [92] White M R. Measurement technology: Immeasurably important. *Physics Today*, **46**, (4), pp. 55-7, April 1993.
- [93] Williamson J H. Least-squares fitting of a straight line. *Can. J. Phys.*, **46**, pp. 1845-7, 1968.
- [94] York D. Least-squares fitting of a straight line. *Can. J. Phys.*, **44**, pp. 1079-86, 1966.
- [95] Young H D. *Statistical treatment of experimental data*. McGraw-Hill, New York, 1962.
- [96] Zakaullah M, Baig T J, Beg F N, Beg S, and Murtaza G. *Study of insulator sleeve and ceiling effect in Mather type Plasma Focus*, in *Small Plasma Physics Experiments II*, pp. 259-67. ed. Lee S and Sakanaka P H, Singapore, 1990.
- [97] Zakaullah M, Murtaza G, Ahmad I, Beg F N, Beg M M, and Shabbir M. Comparative study of low energy Mather-type Plasma Focus devices. *Plasma Sources Sci. Technol.*, **4**, pp. 117-21, 1995.
- [98] Zucker O, Bostic W, Long J, Luce J, and Sahlin H. The Plasma Focus as a large fluence neutron source. *Nucl. Instr. and Meth.*, **145**, pp. 185, 1977.