

## Tesis de Posgrado

# Fenómenos de transporte en la inundación química de reservorios petrolíferos

Porcelli, Patricia Claudia

1994

Tesis presentada para obtener el grado de Doctor en Ciencias Químicas de la Universidad de Buenos Aires

Este documento forma parte de la colección de tesis doctorales y de maestría de la Biblioteca Central Dr. Luis Federico Leloir, disponible en [digital.bl.fcen.uba.ar](http://digital.bl.fcen.uba.ar). Su utilización debe ser acompañada por la cita bibliográfica con reconocimiento de la fuente.

This document is part of the doctoral theses collection of the Central Library Dr. Luis Federico Leloir, available in [digital.bl.fcen.uba.ar](http://digital.bl.fcen.uba.ar). It should be used accompanied by the corresponding citation acknowledging the source.

**Cita tipo APA:**

Porcelli, Patricia Claudia. (1994). Fenómenos de transporte en la inundación química de reservorios petrolíferos. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires. [http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis\\_2646\\_Porcelli.pdf](http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis_2646_Porcelli.pdf)

**Cita tipo Chicago:**

Porcelli, Patricia Claudia. "Fenómenos de transporte en la inundación química de reservorios petrolíferos". Tesis de Doctor. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires. 1994. [http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis\\_2646\\_Porcelli.pdf](http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis_2646_Porcelli.pdf)

**EXACTAS** UBA

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales



**UBA**

Universidad de Buenos Aires

**FENOMENOS DE TRANSPORTE EN LA INUNDACION QUIMICA**

**DE RESERVORIOS PETROLIFEROS.**

por

**Ing. Patricia Claudia Porcelli.**

**Laboratorio de Ingeniería de Reservorios, UBA.**

Trabajo de Tesis realizado para la obtención del título de Doctor en Ciencias  
Químicas de la Universidad de Buenos Aires.

Directora de Tesis : Ing. Mirtha Susana Bidner.

*Buenos Aires, Febrero de 1994.*

*Fosil's*  
*2646*  
*Ej. 2*

**Agradezco a :**

**M. Susana Bidner, directora de Tesis, por su apoyo personal y científico, sin el cual hubiera sido imposible la realización de esta Tesis.**

**la Dra. Bordenave, consejera de estudios, por su valiosa colaboración durante estos años de Doctorado.**

**Luis, por su aliento constante en mi trabajo.**

**todos los integrantes del LIR, en especial a Griselda, por su eficiente ayuda en el tipeado de la Tesis.**

## INDICE

|   | <b>pag.</b> |
|---|-------------|
| <b>RESUMEN</b>  | 1           |
| <b>INTRODUCCION</b>   | 2           |
| <b>CAPITULO 1 - GENERALIDADES</b>   | 4           |
| <b>1.1.- GENERALIDADES DE LOS PROCESOS ASISTIDOS</b>                                  | 4           |
| <b>1.2.- GENERALIDADES DE LA INUNDACION QUIMICA</b>                                   | 4           |
| <b>1.3 - MECANISMOS INVOLUCRADOS EN UNA INUNDACION QUIMICA</b>                        | 5           |
| <br>  |             |
| <b>CAPITULO 2 - COMPORTAMIENTO DE FASE</b>  | 7           |
| <b>2.1.- REPRESENTACION GRAFICA PSEUDOTERNARIA</b>                                    | 7           |
| <b>2.2.- TIPOS DE COMPORTAMIENTOS DE FASE</b>   | 10          |
| <b>2.3.- REPRESENTACION ANALITICA PSEUDOTERNARIA</b>                                  | 12          |
| <b>2.4 - TRANSFERENCIA DE MASA EN COMPORTAMIENTOS TIPO II(-)<br/>    Y TIPO II(+)</b> | 15          |
| <br>  |             |
| <b>CAPITULO 3 - FORMULACION DE UN MODELO DE INUNDACION<br/>    QUIMICA</b>            | 18          |
| <b>3.1.- ECUACIONES DE CONSERVACION</b>   | 18          |
| <b>3.1.1.- Hipótesis del Continuo</b>   | 18          |
| <b>3.1.2.- Ecuaciones de Conservación de Masa</b>                                     | 18          |
| <b>3.1.3.- Ecuaciones de Conservación de Cantidad de Movimiento</b>                   | 20          |
| <b>3.2.- FORMULACION DEL MODELO</b>   | 21          |
| <b>3.2.1.- Hipótesis Simplificadoras</b>  | 21          |
| <b>3.2.2.- Ecuaciones del Modelo</b>  | 21          |
| <b>3.2.2.1.- Definiciones de Concentraciones Volumétricas</b>                         | 21          |
| <b>3.2.2.2.- Balances Macroscópicos</b>   | 22          |
| <b>3.2.2.3.- Balances Microscópicos</b>   | 22          |
| <b>3.2.2.4.- Propiedades Físicas y Físicoquímicas</b>                                 | 23          |
| <b>3.2.2.5.- Ecuaciones e Incógnitas del Modelo</b>                                   | 24          |
| <b>3.2.3.- Condiciones Iniciales y de Contorno</b>                                    | 24          |
| <b>3.2.4.- Discretización de las Ecuaciones Diferenciales</b>                         | 25          |
| <b>3.2.5.- Algoritmo de Resolución</b>  | 26          |

|  |    |
|--|----|
| <b>CAPITULO 4 - VERIFICACION DEL MODELO</b>  | 27 |
| <b>4.1.- FLUJO BIFASICO BICOMPONENTE</b>   | 27 |
| 4.1.1.- Descripción de la Solución Analítica   | 28 |
| 4.1.2.- Comparación del Modelo con la Solución Analítica                                   | 30 |
| <b>4.2.- FLUJO BIFASICO TRICOMPONENTE</b>  | 32 |
| 4.2.1.- Teoría de Helfferich : Descripción y Desarrollo                                    | 32 |
| 4.2.2.- Obtención de Soluciones Analíticas   | 38 |
| 4.2.3.- Comparación del Modelo con la Solución analítica                                   | 43 |
| 4.2.4.- Aplicabilidad de las Soluciones Analíticas   | 46 |
| <br>   |    |
| <b>CAPITULO 5 - ANALISIS DE LOS FENOMENOS DE TRANSPORTE</b>                                | 49 |
| <b>5.1.- MODELIZACION DE LAS PROPIEDADES FISICAS</b>                                       | 49 |
| 5.1.1.- Permeabilidades Relativas en el Sistema Binario Agua-<br>Petróleo                  | 49 |
| 5.1.2.- Tensión Interfacial  | 50 |
| 5.1.3.- Saturaciones residuales  | 52 |
| 5.1.4 - Permeabilidades Relativas en el Sistema Ternario Agua-<br>Petróleo-Especie Química | 53 |
| 5.1.5.- Viscosidades   | 54 |
| 5.1.6.- Presión Capilar  | 54 |
| 5.1.7.- Adsorción del Solute en la Roca  | 56 |
| <b>5.2.- ANALISIS DE RESULTADOS</b>  | 57 |
| 5.2.1.- Comportamiento de Fase   | 57 |
| 5.2.2.- Reducción de Tensión Interfacial   | 61 |
| 5.2.3.- Viscosidad de las Fases  | 63 |
| 5.2.4.- Presión Capilar  | 65 |
| 5.2.5.- Mojabilidad de los Fluidos con la Roca   | 69 |
| 5.2.6.- Adsorción  | 70 |
| 5.2.6.1.- Adsorción en sistemas BTI  | 72 |
| 5.2.6.2.- Adsorción en sistemas ATI  | 72 |
| 5.2.7.- Dispersión   | 72 |
| 5.2.7.1.- Dispersión Física  | 72 |
| 5.2.7.2.- Dispersión Numérica  | 75 |
| <br>   |    |
| <b>CAPITULO 6 - CONCLUSIONES</b>   | 82 |
| <b>6.1.- COMPORTAMIENTO DE FASE</b>  | 82 |

|   |            |
|---|------------|
| <b>6.2.- VERIFICACION DEL MODELO</b>  | <b>83</b>  |
| <b>6.2.1.- Comparación con la Solución Analítica de Yortsos y Fokas</b>         | <b>83</b>  |
| <b>6.2.2.- Comparación con la Solución Analítica de Helfferich</b>              | <b>84</b>  |
| <b>6.3.-ANALISIS DE LOS FENOMENOS DE TRANSPORTE</b>                             | <b>86</b>  |
| <b>6.4.- APLICACIONES DEL SIMULADOR</b>   | <b>88</b>  |
| <b>APENDICE A - PAUTAS GENERALES DE CONSTRUCCION DE GRILLAS COMPOSICIONALES</b> | <b>89</b>  |
| <b>APENDICE B - CONSTRUCCION DE GRILLAS COMPOSICIONALES</b>                     | <b>92</b>  |
| <b>APENDICE C - OBTENCION DE LAS TRAYECTORIAS Y PERFILES DE CONCENTRACIONES</b> | <b>100</b> |
| <b>APENDICE D - CALCULO DEL PETROLEO RECUPERADO</b>                             | <b>109</b> |
| <b>NOMENCLATURA</b>   | <b>111</b> |
| <b>REFERENCIAS</b>  | <b>114</b> |

## RESUMEN

La teoría del flujo multifásico multicomponente a través de medios porosos constituye un tema básico para muchas disciplinas científicas. Entre ellas se encuentra la recuperación asistida de petróleo mediante la inyección de sustancias químicas. Dicha teoría se expresa matemáticamente aplicando las leyes básicas de conservación junto con las ecuaciones constitutivas correspondientes.

En este trabajo, se formula un modelo de barrido químico que describe el flujo bifásico tricomponente y unidimensional a través de un medio poroso. El mismo está gobernado por un sistema de ecuaciones diferenciales parciales no lineales que surge aplicando la ecuación de conservación de masa para cada componente, la ley de Darcy para el flujo de cada fase y la ley de Fick para la difusión de las especies presentes. Este sistema de ecuaciones se resuelve empleando una técnica explícita e iterativa en diferencias finitas.

Las soluciones numéricas del modelo se verifican con las soluciones analíticas correspondientes a dos casos particulares: la solución analítica de Yortsos y Fokas para el flujo bifásico bicomponente de agua y petróleo considerando los efectos capilares y la solución obtenida por Helfferich para el flujo bifásico tricomponente de agua, petróleo y sustancia química despreciando los efectos capilares y dispersivos.

El objetivo de este trabajo es el análisis de los fenómenos de transporte que ocurren durante la inundación química de un reservorio petrolífero y la influencia de los mismos en la eficiencia microscópica del desplazamiento. Los fenómenos considerados por el modelo son: reducción de la tensión interfacial del sistema bifásico, transferencia de masa de los componentes entre las fases fluidas (miscibilidad parcial o total) y sobre la roca (adsorción), presión capilar, movilidad de las fases, dispersión de los componentes y alteraciones de la mojabilidad entre los fluidos y la roca-reservorio. La modelización de los mismos se realiza a través de relaciones funcionales que describen apropiadamente las propiedades físicas del sistema. Se presenta también un estudio de sensibilidad a los distintos parámetros que caracterizan dichas funciones con el objeto de determinar la incidencia de los fenómenos de transporte mencionados, separadamente y en conjunto, sobre la performance del barrido.

El estudio y análisis de los fenómenos de transporte constituye una etapa preliminar en el diseño de un proceso de barrido químico de reservorios. Los resultados obtenidos con el simulador numérico pueden ser utilizados en la selección del agente químico adecuado y de las condiciones de inyección del mismo.

## INTRODUCCION

La aplicación de la teoría del flujo multifásico multicomponente a la recuperación asistida de petróleo mediante la inyección de sustancias químicas ha sido extensamente presentada por varios investigadores: Lake<sup>3,6,11</sup>, Fleming<sup>4,12</sup>, Helfferich<sup>25</sup>, Pope<sup>31,36,54</sup> y Hirasaki<sup>23,26</sup>. Las sustancias químicas utilizadas son surfactantes, alcoholes, agentes alcalinos, polímeros o una combinación de ellos. Los estudios realizados en este tema dieron lugar al desarrollo de simuladores numéricos cada vez más complicados que culminaron con el UTCHEM de Pope y colaboradores<sup>8,13,33</sup>. Una simulación piloto utilizando UTCHEM<sup>41,45</sup> se lleva a cabo mediante la incorporación de más de 70 parámetros y debe, necesariamente, correrse en computadoras tipo CRAY o VAX.

Durante la inundación química de un reservorio ocurren diversos fenómenos en los cuales se basa el éxito -o el fracaso- en la recuperación de petróleo. A pesar de la complejidad de los mismos, existe un número limitado de mecanismos capaces de movilizar el petróleo residual confinado en los poros y de evitar su posterior reentrapamiento. Estos mecanismos ocurren dentro del reservorio en forma simultánea y además pueden ser igualmente causados por distintas especies químicas.

El propósito y el aporte original de este trabajo de tesis lo constituye el estudio y análisis de dichos mecanismos básicos de transporte en forma separada. El objetivo es doble: contribuir, por un lado, a la comprensión de cada uno de ellos y por otro lado, tratar cada proceso de inundación química como una superposición apropiada de dichos mecanismos. Este análisis se realiza a través de la simulación numérica para lo cual se formula, desarrolla e implementa un modelo unidimensional bifásico tricomponente de barrido químico de un reservorio petrolífero. Estudios de laboratorio o ensayos piloto pueden también conducir a dichos objetivos y además ser útiles para determinar la validez de los simuladores numéricos. Pero en la práctica, todos los fenómenos de transporte actúan simultáneamente y no pueden ser analizados en forma separada. De este modo, la simulación numérica constituye una herramienta fundamental en la etapa de diseño de una inundación química.

En el Capítulo 1 se describen las generalidades inherentes a una recuperación asistida de petróleo mediante la inyección de sustancias químicas. Asimismo, se introducen conceptos utilizados en capítulos posteriores.

El equilibrio termodinámico de fases y componentes constituye un tema decisivo y se detalla en el Capítulo 2. El comportamiento de fase del sistema agua-petróleo-soluto químico y su representación analítica se describe a través de una modificación apropiada del modelo propuesto por Larson<sup>24</sup>. Dicho modelo describe en términos de parámetros constantes la miscibilidad parcial entre las fases, dada por la solubilización del petróleo en fase acuosa, la absorción de agua en fase oleosa y la partición del soluto en dichas fases móviles. La modificación introducida, consiste en considerar que dichos parámetros varían linealmente con la concentración de soluto.

El Capítulo 3 presenta la formulación de un modelo unidimensional, isotérmico, bifásico y tricomponente que describe la inundación química de un reservorio. Para ello, se aplican las ecuaciones de conservación de masa y de cantidad de movimiento para medios continuos y se promedian las propiedades en un volumen elemental representativo (REV) del medio poroso. El sistema de ecuaciones diferenciales parciales no lineales obtenido se completa con las relaciones funcionales que describen las propiedades físicas y fisicoquímicas de los fluidos y la roca y con condiciones iniciales y de contorno apropiadas. Las ecuaciones diferenciales se resuelven numéricamente mediante una técnica iterativa de



diferencias finitas. El simulador numérico fue totalmente desarrollado para esta tesis y se lo implementó en una PC-AT 486.

La validez del simulador se analiza en el Capítulo 4. Para ello, las soluciones numéricas son comparadas con soluciones analíticas existentes en dos casos particulares: el flujo bifásico bicomponente de agua y petróleo incluyendo efectos capilares y el flujo bifásico tricomponente de agua, petróleo y sustancia química despreciando efectos capilares y dispersivos. La solución correspondiente al primer caso fue desarrollada por Yortsos y Fokas<sup>14,15</sup> y de ella se puede obtener la solución de Buckley-Leverett cuando se desprecian los efectos capilares. La solución analítica del segundo caso fue obtenida primeramente por Larson<sup>23,24</sup> para ciertas condiciones especiales de flujo y generalizada luego, rigurosamente, por Helfferich<sup>25</sup>. Las soluciones analíticas, en los dos casos, consideran hipótesis o restricciones adicionales a las de este modelo y sus respectivas resoluciones se llevan a cabo mediante la aplicación del método de las características.

El Capítulo 5 presenta el análisis de los fenómenos de transporte considerados en el modelo: miscibilidad parcial entre las fases, reducción de la tensión interfacial, presión capilar, adsorción, movilidad de las fases, alteraciones en la mojabilidad de los fluidos y la roca-reservorio y dispersión. Para ello, se incorporan en el modelo ciertas funciones representativas de las propiedades físicas y fisicoquímicas del sistema (comportamiento de fase, presión capilar, adsorción del soluto sobre la roca, permeabilidades relativas, saturaciones residuales y viscosidades de las fases). De esta forma se analiza la influencia de distintos mecanismos de transporte sobre la eficiencia microscópica del desplazamiento, definida como el volumen de petróleo desplazado por unidad de volumen del mismo que es contactado por el fluido de inyección.

Desde un punto de vista numérico, se analiza la incidencia del número de puntos de la grilla empleada en la discretización sobre las respuestas del simulador, para distintos tipos de sistemas bifásico-ternarios. El objetivo de este análisis numérico es determinar la grilla apropiada para cada sistema que ofrezca una respuesta precisa y confiable con el menor costo computacional (tiempo y memoria de máquina).

Finalmente, las conclusiones del trabajo se describen y enumeran en el Capítulo 6.

## GENERALIDADES

### 1.1.- GENERALIDADES DE LOS PROCESOS ASISTIDOS

*Recuperación terciaria o asistida de petróleo* es el conjunto de técnicas en las cuales el petróleo es extraído mediante la inyección de materiales originalmente ausentes en el reservorio. Estas técnicas fueron ampliamente desarrolladas y utilizadas en EEUU y algunos países europeos y latinoamericanos. Algunas de ellas (inyección de dióxido de carbono, polímeros, etc.) comenzaron a emplearse en yacimientos de nuestro país. Desde un punto de vista académico, el objetivo es formalizar el estudio de la recuperación asistida de petróleo a través de fundamentos físicos, químicos y matemáticos que permitan describir el flujo de los fluidos en el medio poroso y el comportamiento de las fases formadas.

Los métodos de recuperación asistida de petróleo se dividen en tres categorías principales<sup>6,52</sup>: *métodos térmicos*, *inundación con solventes* e *inundación con sustancias químicas*. La aplicación óptima de cada método depende de las características del reservorio y del tipo de petróleo. En la bibliografía<sup>52</sup> existen tablas que permiten seleccionar el método asistido apropiado a través del valor que adoptan ciertos parámetros característicos ("screening parameters"). En cada método, el petróleo es recuperado a través de diferentes mecanismos: en los métodos térmicos se reduce la viscosidad del crudo mediante un aumento en su temperatura, en la extracción con solventes se inyecta un fluido (generalmente un gas) que produce la miscibilidad del petróleo a través de su vaporización. En la inundación con sustancias químicas, generalmente aplicada luego de una recuperación secundaria o barrido con agua, el objetivo es producir la miscibilidad (parcial o total) entre petróleo y agua.

### 1.2.- GENERALIDADES DE LA INUNDACION QUIMICA

Las especies químicas responsables de la miscibilidad entre petróleo y agua son agentes tensioactivos llamados *surfactantes*. Ellos están formados por moléculas de naturaleza ambifílica que son atraídas en un extremo por agua (extremo hidrofílico) y en el otro por el hidrocarburo (extremo oleofílico). En general son sulfonados de ciertas fracciones de petróleo y se utilizan en forma conjunta con ciertos alcoholes que actúan como *cosurfactantes* o agentes estabilizantes de las microemulsiones formadas. En una inundación alcalina, el surfactante se genera "in situ" mediante reacciones químicas del hidróxido de sodio inyectado, con la roca y el petróleo.

La secuencia de inyección de los fluidos en una inundación química se ilustra esquemáticamente en la Figura 1.1. El reservorio contiene inicialmente agua y el petróleo que quedó atrapado luego de la recuperación secundaria. Se inyecta primeramente un volumen finito o tapón de una solución acuosa de una sustancia química. Dicho tapón es empujado por una solución acuosa de un *agente espesante* (polímero) que permite un incremento importante en la viscosidad del agua. De esta forma, disminuye la dispersión del tapón de surfactante y se mejora la transferencia de masa de los componentes entre las fases acuosa y oleosa. La inyección del

polímero, por cuestiones económicas, también se realiza mediante un volumen finito. Luego del tapón de polímero se inyecta agua de empuje.

La eficiencia del barrido se puede enfocar desde distintos puntos de vista teniendo en cuenta que, por un lado no todo el petróleo inicial es contactado por el agente químico y por el otro, sólo una porción del petróleo realmente contactado es recuperado en el pozo productor. Estas consideraciones permiten definir dos tipos de eficiencias:

- *eficiencia microscópica de desplazamiento*: es el cociente entre los volúmenes de petróleo desplazado y contactado por el fluido inyectado, respectivamente. Dicha eficiencia está fuertemente afectada por las condiciones iniciales, el fluido inyectado (en cantidad y calidad) y las propiedades de la roca y de los fluidos.
- *eficiencia volumétrica de barrido*: es la fracción del volumen inicial de petróleo que ha sido contactado por el fluido inyectado. Debido a que la roca-reservorio es un medio poroso caracterizado por su heterogeneidad, existen *canales preferenciales* al flujo de los fluidos, es decir zonas más permeables que el fluido desplazante atraviesa con más facilidad y zonas menos permeables que permanecen sin barrer.

La eficiencia total del barrido es el producto de ambas. Las dos definiciones anteriores permiten establecer las diferencias entre los siguientes conceptos:

- *saturación residual de petróleo*,  $S^{\omega}$ : es la saturación de la fase oleosa que permanece atrapada en los poros cuando todo el petróleo inicial ha sido contactado por el fluido inyectado (eficiencia volumétrica de barrido del 100%). Es decir que el flujo de petróleo se anula en algún valor no nulo de saturación de dicha fase. La reducción de este valor constituye el principal objetivo de cualquier proceso asistido y es el que define la eficiencia microscópica de desplazamiento.
- *saturación de petróleo remanente*,  $S^{\omega RE}$ : corresponde al volumen poral de petróleo atrapado luego del barrido aunque éste no haya sido totalmente contactado por el fluido inyectado. Por lo tanto siempre se cumple

$$S^{\omega RE} \geq S^{\omega} \quad (1.1)$$

### 1.3.- MECANISMOS INVOLUCRADOS EN UNA INUNDACION QUIMICA

La eficiencia microscópica de desplazamiento depende de un número limitado de factores en los cuales se basa el éxito -o fracaso- del barrido químico. Los fenómenos responsables de movilizar el petróleo atrapado en la roca son:

- *miscibilidad parcial* entre la solución acuosa de surfactante y los fluidos iniciales. La transferencia de masa de los componentes en las fases que ocurre como consecuencia de dicha miscibilidad, permite considerar los siguientes mecanismos:
  - *solubilización del petróleo en la fase acuosa*: el petróleo (originalmente en fase oleosa) es transferido a la fase acuosa y avanza a la velocidad de dicha fase.
  - *absorción de agua en la fase oleosa*: la fase oleosa (conteniendo inicialmente sólo petróleo) se "hincha" con agua y especie química ("swelling"). Es decir que, aunque no se consiga una reducción en la saturación residual de petróleo, el volumen de fase oleosa que permanece atrapado es menor rico en petróleo y en consecuencia una menor cantidad de dicho componente queda sin recuperar.
- *reducción de la tensión interfacial*: este mecanismo permite la disminución de la saturación residual de petróleo y es tratado en detalle en el Capítulo 5.

Otro mecanismo importante que actúa en adición a los anteriores es el *control de movilidades*. A través de alteraciones en las viscosidades de las fases, se controlan los flujos relativos de las mismas. Los surfactantes son, en parte, responsables de estas alteraciones. Sin embargo, los mayores aumentos en la

viscosidad del agua se logran mediante el agregado de agentes espesantes o polímeros como se describió en 1.2.

Los fenómenos de transporte mencionados producen efectos favorables en la eficiencia microscópica de desplazamiento. Existen otros fenómenos que actúan en detrimento de dicha eficiencia:

- dispersión del agente químico.
- adsorción del agente químico en la roca-reservorio.
- presión capilar entre las fases
- alteraciones en la mojabilidad entre los fluidos y la roca.

En realidad todos estos complicados mecanismos que afectan la recuperación de petróleo, ya sea favorable o desfavorablemente, están estrictamente ligados entre sí y deben ser considerados en forma conjunta. Este acople físico de los mismos impide el estudio de sensibilidad a un dado parámetro o propiedad física durante un ensayo de laboratorio. En consecuencia, la *simulación numérica* constituye una herramienta importante en la etapa de diseño y optimización de una inundación química de reservorios.

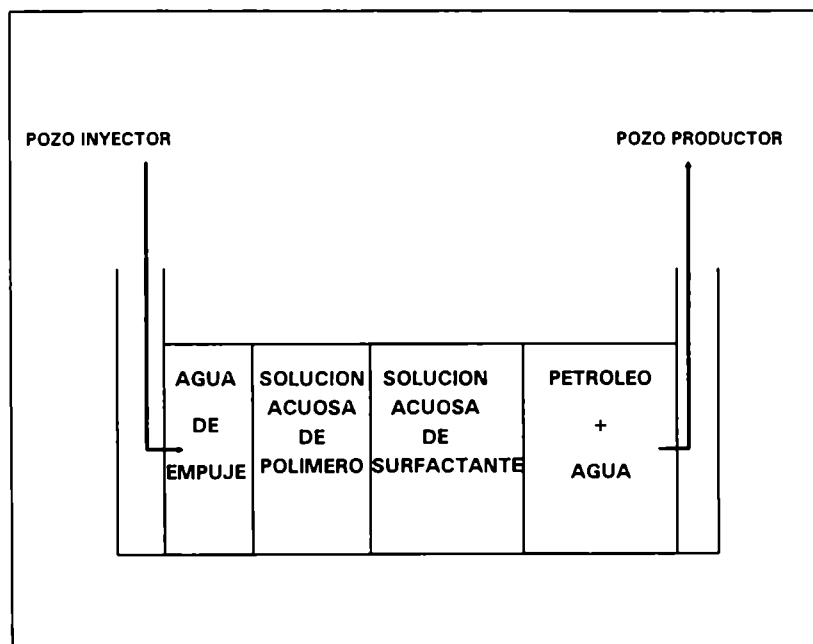


Figura 1.1 - Secuencia de inyección de fluidos en una inundación química.

## COMPORTAMIENTO DE FASE

*Comportamiento de fase* es la separación en equilibrio termodinámico de las masas totales de los componentes de un sistema fluido, dando lugar a la formación de dos o más fases inmiscibles. El comportamiento de fase del sistema agua-petróleo-especie química es decisivo en la selección del agente químico adecuado para el diseño de la inundación química de reservorios. Dicho comportamiento se representa gráficamente a través de diagramas ternarios y analíticamente mediante ecuaciones que describen la transferencia de masa de los componentes en las fases. En este capítulo se describen los distintos tipos de comportamientos que tienen lugar en el sistema agua-petróleo-sustancia química y se presenta un modelo idealizado del mismo.

### 2.1.- REPRESENTACION GRAFICA PSEUDOTERNARIA

El petróleo está formado por una gran variedad de hidrocarburos y caracterizado por las cantidades relativas de cada uno. A su vez la especie química inyectada puede ser una mezcla de varias sustancias puras. En la mayoría de los casos, éstas son mezclas de sulfonados de petróleo que actúan como agentes tensioactivos y de alcoholes que actúan como agentes estabilizantes de las microemulsiones formadas. En consecuencia el sistema agua-petróleo-especie química es, en realidad, un sistema multicomponente. Sin embargo, en la descripción del equilibrio termodinámico de fases y componentes y su posterior representación numérica, dicho sistema es considerado como *pseudoternario*, o sea definido por tres *pseudocomponentes*. Cada pseudocomponente entonces, está formado por una mezcla de sustancias puras. Ellos son:

- agua: que representa las especies polares (agua y sales) y además contiene el agente espesante o polímero.
- petróleo: que representa las especies no polares (hidrocarburos)
- especie química o soluto: que representa las especies ambifílicas (surfactantes y alcoholes).

El equilibrio termodinámico de un sistema fluido bifásico tricomponente e isotérmico se representa gráficamente a través de un triángulo equilátero de lado unitario como se muestra en las Figuras 2.1. Estos diagramas ternarios tienen las siguientes características<sup>51</sup>:

- cada vértice representa un pseudocomponente puro: agua (w), petróleo (p) y especie química o soluto (c).
- cada lado representa una mezcla binaria de los dos pseudocomponentes que determinan dicho lado.
- la distancia de un punto genérico R a un determinado lado es  $Y_i$ , la *concentración volumétrica total en fase fluida del componente i* enfrenteado a dicho lado (Figura 2.1(a)).  $Y_i$  es entonces, la relación entre el volumen ocupado por el componente i en las dos fases fluidas y el volumen total de ambas fases.

- la superficie del triángulo está dividida en dos regiones: en una de ellas se produce la miscibilidad total de ambas fases (Zona M) mientras que la otra es una zona de miscibilidad parcial (Zona B) en la cual coexisten las fases acuosa y oleosa en equilibrio termodinámico. El conjunto de puntos que separan ambas zonas determina la *curva binodal* (CB).
- una concentración genérica R situada en la región bifásica B se separa en dos fases: acuosa y oleosa, representadas por los puntos A y O de la Figura 2.1(b), respectivamente. La línea que une estos tres puntos se denomina *línea de unión* pasante por R y los puntos A y O definen las *concentraciones volumétricas de los componentes en cada fase fluida*. Estas concentraciones se muestran en la Figura 2.1-b mediante las distancias que unen los puntos A y O con los tres lados y se designan con  $V_i^j (i = p, c, w; j = o, a)$ . La relación entre la concentración volumétrica total en fase fluida  $Y_i$  y las correspondientes a cada fase  $V_i^j$  está definida por el siguiente balance macroscópico:

$$Y_i = \sum_{j=o,a} V_i^j S^j \quad i = p, c, w \quad (2.1)$$

La saturación de la fase  $j$ ,  $S^j$ , es la relación entre el volumen ocupado por dicha fase y el volumen total de poros. Si éste último permanece constante y si además el sistema es incompresible se tiene:

$$\sum_{j=o,a} S^j = 1 \quad (2.2-a)$$

$$\sum_{i=p,c,w} V_i^j = 1 \quad j = o, a \quad (2.2-b)$$

Sumando las ecs. 2.1 en  $i$  y utilizando las ecs. 2.2-a y 2.2-b, surge

$$\sum_{i=p,c,w} Y_i = 1 \quad (2.2-c)$$

Las ecs. 2.1 y 2.2-a determinan que, dado un punto R y ubicando la línea de unión que pasa por el mismo, la saturación de cada fase es la relación entre el segmento que une dicho punto con aquel que representa la fase opuesta y el segmento que une los puntos representativos de ambas fases. Entonces

$$S^a = \frac{\overline{RO}}{\overline{AO}} \quad S^o = \frac{\overline{AR}}{\overline{AO}} \quad (2.3)$$

- los puntos ubicados en una misma línea de unión tienen las mismas concentraciones de fase  $V_i^j$  y saturaciones variables.
- el coeficiente de partición del componente  $i$ ,  $K_i$ , es la relación entre la concentración volumétrica de  $i$  en la fase oleosa y aquella en la fase acuosa, o sea

$$K_i = \frac{V_i^o}{V_i^a} \quad i = p, c, w \quad (2.4)$$

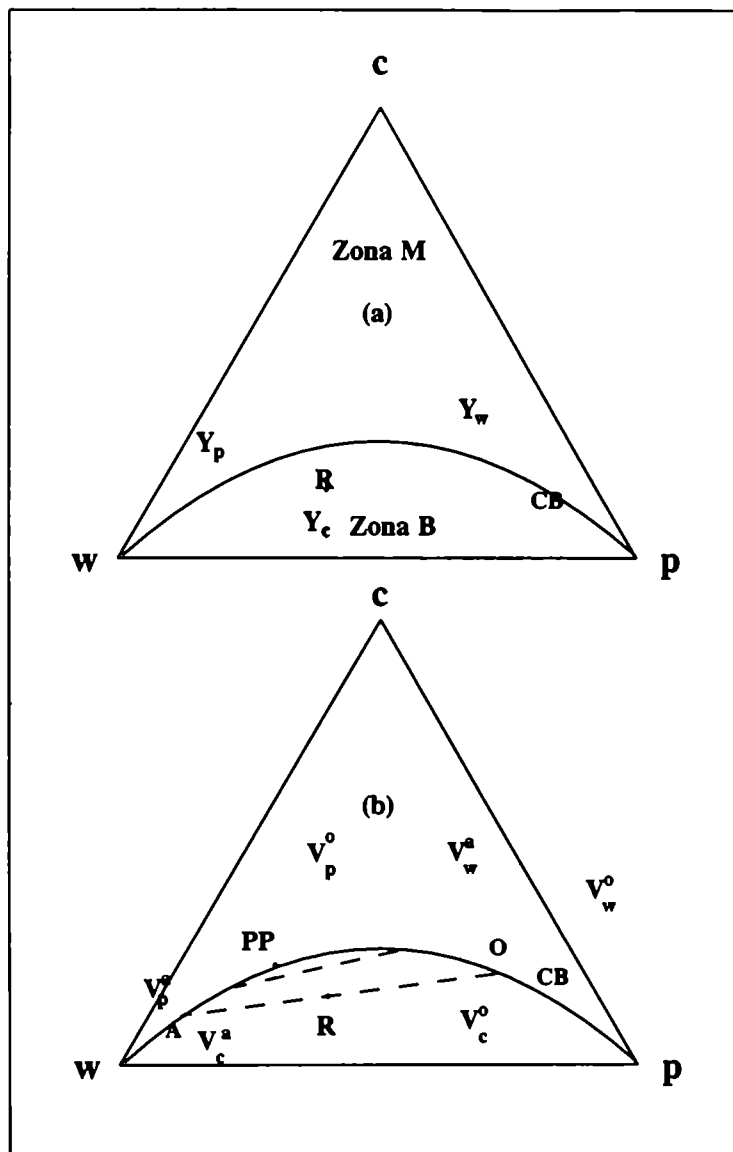


Figura 2.1 - Representación esquemática del equilibrio termodinámico de fases y componentes.

- el coeficiente de partición del soluto,  $K_c$ , define la pendiente de las líneas de unión. Si  $K_c > 1$  se tienen líneas de unión con pendiente positiva mientras que para  $K_c < 1$  dicha pendiente es negativa. Un valor unitario de  $K_c$  no es real en este tipo de sistemas agua-petróleo-especie química<sup>32</sup>.
- las pendientes de las líneas de unión varían con la concentración total de soluto  $Y_c$ , si bien en general, conservan el sentido de esta variación (siempre positivas o siempre negativas).
- a medida que  $Y_c$  aumenta, las líneas de unión convergen en un punto llamado *punto de pliegue* (PP). El mismo constituye un punto de *equisolubilidad* en el cual ambas fases tienen la misma composición y densidad. El punto de pliegue divide a la curva binodal CB en dos porciones. A la izquierda, entre el vértice w y el punto PP, se encuentran todas las concentraciones en la fase acuosa,  $V_1^a$ ; a la derecha (entre PP y el vértice p) se ubican todas las concentraciones en la fase oleosa,  $V_1^o$ .

## 2.2.- TIPOS DE COMPORTAMIENTOS DE FASE

De acuerdo al signo que adopten las pendientes de las líneas de unión, el sistema pseudoternario se clasifica en:

- *Tipo II(-)*: caracterizado por líneas de unión con pendientes negativas. En ellos, el punto de pliegue está ubicado a la derecha de la curva binodal y el coeficiente,  $K_c < 1$  como puede verse en la Figura 2.2(a).

*Tipo II(+)*: caracterizado por líneas de unión con pendientes positivas. El punto de pliegue está situado a la izquierda de la curva binodal y el coeficiente  $K_c > 1$ , Figura 2.2(b).

En un mismo sistema agua-petróleo-soluto puede tenerse cualquiera de estos dos tipos de comportamiento dependiendo de la *salinidad* o concentración de NaCl en el agua. Este componente, NaCl fue considerado dentro del pseudocomponente agua ( $i=w$ ) en la representación pseudoternaria descrita en 2.1. En sistemas con baja salinidad, el comportamiento es Tipo II(-), mientras que altos valores de salinidad definen comportamientos Tipo II(+). Siendo  $V_s^a$  la concentración de aniones  $Cl^-$  en agua, para cada sistema pseudoternario existe una concentración máxima  $V_{s\,máx}^a$  por encima de la cual el comportamiento es Tipo II(+), y una concentración mínima  $V_{s\,mín}^a$  por debajo de la cual el sistema se comporta como Tipo II(-). Para valores de salinidad intermedios, el comportamiento es *Tipo III* y corresponde a los diagramas pseudoternarios de las Figuras 2.2(c) y (d) para dos valores de salinidad creciente, respectivamente. Este tipo de diagramas de fase presentan las siguientes características<sup>32</sup>:

- una región monofásica, Zona M, de miscibilidad total
- dos regiones bifásicas, Zonas B(-) y B(+), en las cuales el comportamiento de fase es Tipo II(-) y Tipo II(+), respectivamente. Ambas zonas están limitadas superiormente por la curva binodal e inferiormente por dos rectas  $r_1$  y  $r_2$  que, partiendo de los vértices w y p respectivamente, convergen en un punto INV llamado *punto invariante*.



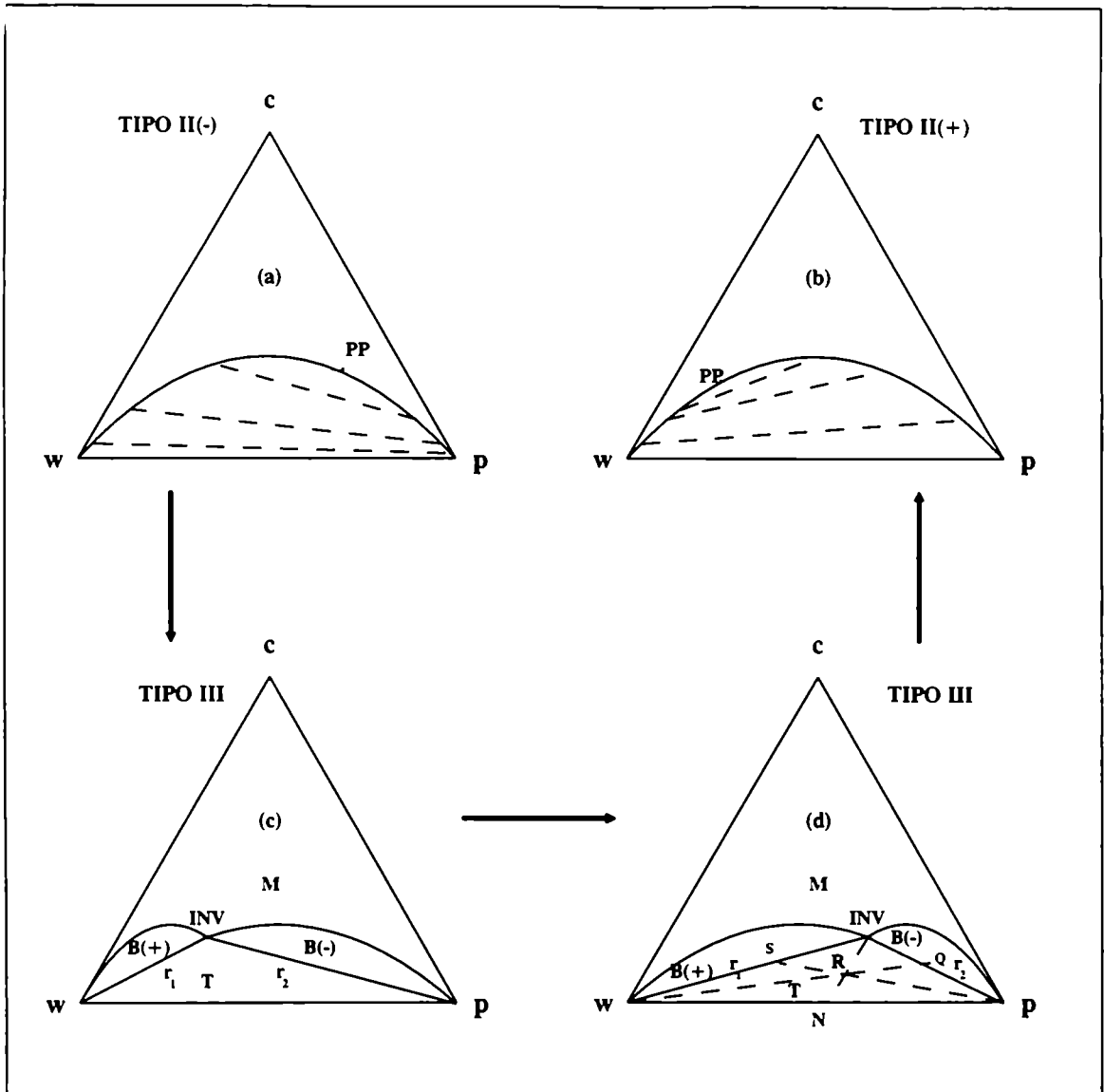


Figura 2.2 - Tipos de diagramas de fases en un sistema pseudoternario genérico agua-petróleo-especie química.

- la posición del punto invariante depende de la salinidad. Para  $V_s^a \leq V_{s\text{mín}}^a$ , INV coincide con el vértice w y el comportamiento es el Tipo II(-) de la Figura 2.2(a). Para  $V_{s\text{mín}}^a < V_s^a < V_{s\text{máx}}^a$ , INV se desplaza desde el vértice w hacia el vértice p, como lo muestran las Figuras 2.2(c) y (d). Para  $V_s^a \geq V_{s\text{máx}}^a$ , el punto INV coincide con el vértice p y el comportamiento es el Tipo II(+) de la Figura 2.2(b). La secuencia de diagramas para valores de salinidad crecientes está marcado por las flechas de la Figura 2.2.
- una región *trifásica*, Zona T, en la cual coexisten tres fases: acuosa, oleosa y *microemulsión* ( $j = o, a, m$ , respectivamente). La concentración de los

componentes en la microemulsión es la correspondiente al punto invariante INV, mientras que las fases acuosa y oleosa contienen sólo agua y petróleo, respectivamente. Es decir que, un punto genérico R ubicado en la Zona T de la Figura 2.2(d), tiene concentraciones de fase dadas por los vértices w, p y por el punto invariante INV. Las saturaciones se calculan mediante las siguientes relaciones entre los segmentos<sup>32</sup>:

$$S^a = \frac{\overline{RQ}}{\overline{WQ}} \quad S^o = \frac{\overline{RS}}{\overline{PS}} \quad S^m = \frac{\overline{RN}}{\overline{INV N}} \quad (2.5)$$

### 2.3.- REPRESENTACION ANALITICA PSEUDOTERNARIA

La representación analítica de los distintos tipos de comportamientos de fase del sistema agua-petróleo-especie química es un tema de importancia en la simulación numérica de una inundación química. El objetivo es encontrar expresiones mediante las cuales, a partir de las concentraciones totales en fase fluida  $Y_i$  ( $i = p, w, c$ ), puedan obtenerse las concentraciones de los componentes en las fases y las saturaciones de las mismas.

Una forma relativamente sencilla de resolver este problema es considerar que la curva binodal está formada por dos tramos rectos. Esta idealización del diagrama de fases y componentes fue propuesta por Larson<sup>24</sup> y permite representar los sistemas bifásicos pseudoternarios correspondientes a los Tipo II(-) y II(+). Las Figuras 2.3(a) y (b) ilustran estos diagramas idealizados. En ambos se observan las siguientes características:

- la transferencia de petróleo a la fase acuosa se cuantifica a través del *coeficiente de solubilización*,  $L_{pc}^a$ , definido por la relación entre las concentraciones volumétricas de petróleo y soluto en la fase acuosa

$$L_{pc}^a = \frac{V_p^a}{V_c^a} \quad (2.6)$$

Esta ecuación corresponde a la porción izquierda de la curva binodal. Dicha porción es una recta, por lo tanto el coeficiente de solubilización es constante en estos diagramas idealizados.

- la absorción del agua en la fase oleosa se cuantifica a través del *coeficiente de hinchamiento* o "swelling",  $L_{wc}^o$ , dado por la relación entre las concentraciones volumétricas de agua y soluto en la fase oleosa

$$L_{wc}^o = \frac{V_w^o}{V_c^o} \quad (2.7)$$

La ec. 2.7 representa la porción de la derecha de la curva binodal. Por ser ésta una recta, el coeficiente de hinchamiento es constante.

- el coeficiente de partición del soluto en ambas fases es constante. De la ec. 2.4 surge

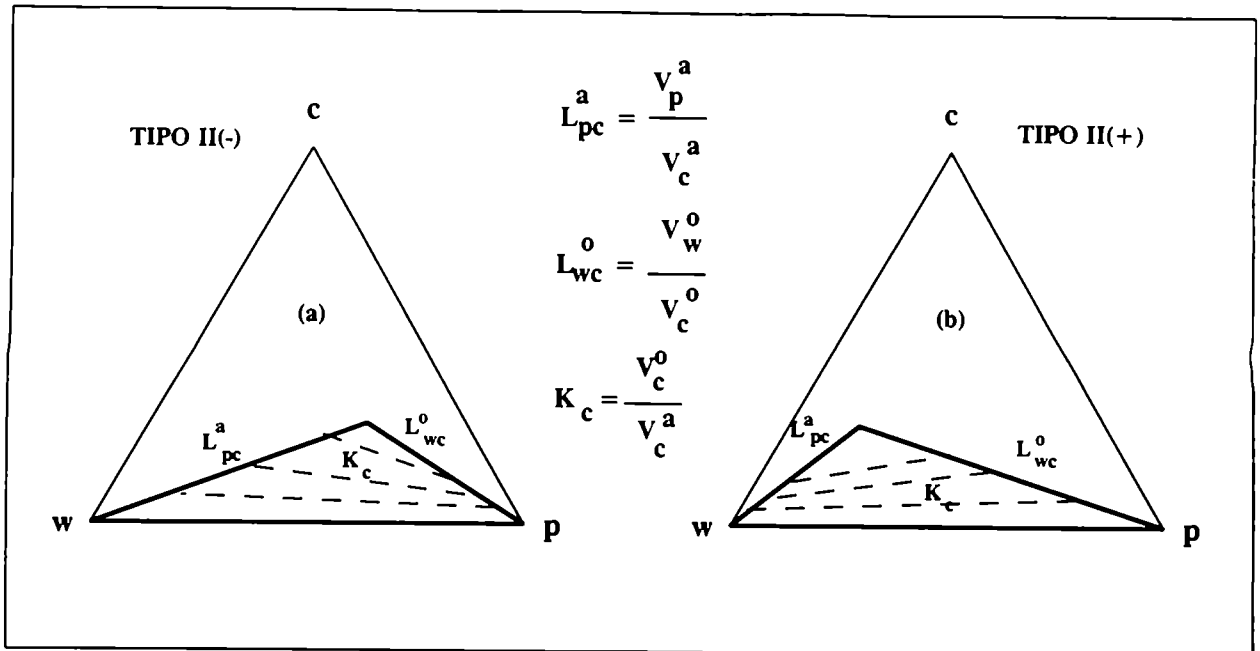


Figura 2.3 - Representación idealizada de los comportamientos de fases (a) Tipo II(-) y (b) Tipo II(+).

$$K_c = \frac{V_c^o}{V_c^a} \quad (2.8)$$

- cuanto mayores son los coeficientes  $L_{pc}^a$  y  $L_{wc}^o$ , más se acerca la curva binodal a la línea w-p y por ende la región de miscibilidad total o monofásica aumenta.

A través de este análisis se desprende que, dadas dos concentraciones totales en fase fluida, por ejemplo  $Y_p$  e  $Y_c$ , las concentraciones en las fases  $V_i^j$  y las saturaciones  $S^j$  se obtienen combinando algebraicamente las ecuaciones de balances 2.1( $j=p,c$ ), 2.2-a y 2.2-b( $j=0,a$ ) y las que corresponden al equilibrio termodinámico del sistema pseudoternario, ecs. 2.6, 2.7 y 2.8. La concentración total restante,  $Y_w$  se calcula con la ec. 2.2-c.

Estos diagramas idealizados presentan las siguientes ventajas:

- están definidos únicamente por tres parámetros:  $K_c$ ,  $L_{pc}^a$  y  $L_{wc}^o$ .
- dadas dos concentraciones totales  $Y_p$  e  $Y_c$ , la obtención de las concentraciones de las fases y saturaciones se realiza algebraicamente en forma directa resolviendo una ecuación cuadrática. Esta resolución puede ser implementada en una computadora PC-486 y los resultados son obtenidos en forma rápida.
- representa convenientemente la transferencia de masa en sistemas Tipo II(-) y Tipo II(+).

Por otro lado presentan las siguientes desventajas:

- son incapaces de representar sistemas Tipo III.
- en diagramas reales Tipo II(-) y Tipo II(+), las tangentes a la curva binodal tienden a los lados w-c y p-c a medida que ésta se acerca a los vértices w y p, respectivamente. En consecuencia, los coeficientes de solubilización y de hinchamiento tienden a cero cuando las concentraciones volumétricas en ambas

fases tienden a cero. Estos diagramas idealizados no cumplen este requisito, dado que en ellos, ambos coeficientes son constantes.

Modelos más representativos de la realidad -y a la vez más complicados- fueron presentados por varios investigadores<sup>7,31,13,46,48</sup>. Pope y Nelson<sup>31</sup> obtienen expresiones analíticas para comportamientos de fase Tipo II(-) y Tipo II(+) utilizando los gráficos de Hand<sup>51</sup>. En ellos, todos los puntos ( $Y_c, Y_p, Y_w$ ) ubicados sobre la curva binodal definen una recta de pendiente negativa en un gráfico de  $Y_c / Y_p$  vs.  $Y_c / Y_w$  en escala doble logarítmica. Además, la curva de distribución de los componentes en las fases es una recta de pendiente positiva en un gráfico de  $V_c^o / V_p^o$  vs.  $V_c^a / V_w^a$  en escala doble logarítmica. Los gráficos de Hand se muestran en la Figura 2.4; la intersección de ambas rectas determina el punto de pliegue PP. Las expresiones que representan dichas rectas son:

$$\text{curva de distribución: } \frac{V_c^o}{V_p^o} = m_1 \left( \frac{V_c^a}{V_w^a} \right)^{m_2} \quad (2.9)$$

$$\text{curva binodal: } \frac{V_c^j}{V_p^j} = m_3 \left( \frac{V_c^j}{V_w^j} \right)^{m_4} \quad j = o, a \quad (2.10)$$

siendo  $m_1, m_2, m_3$  y  $m_4$  parámetros constantes. La ec. 2.9 representa la recta a de la Figura 2.4. Los dos tramos de la recta b, a la izquierda y a la derecha del punto PP, están representados por ambas ecs. 2.10 con  $j=o$  y  $j=a$ , respectivamente.

Es decir que, dadas dos concentraciones totales  $Y_p$  e  $Y_c$  la obtención de  $V_i^j$  y  $S^j$  ( $i = p, c, w; j = o, a$ ) se realiza combinando las ecuaciones de balance 2.1( $i=p, c$ ), 2.2-a y 2.2-b( $j=o, a$ ) con las ecuaciones del equilibrio termodinámico 2.9 y 2.10( $j=o, a$ ). Dicha combinación conduce a una expresión no lineal con una incógnita cuyo grado depende del valor que tomen los cuatro parámetros  $m_i$ . Por lo tanto la resolución debe realizarse en forma indirecta empleando un método iterativo apropiado de búsqueda de raíces.

Pope y Nelson<sup>31</sup> extienden el uso de las ecs. 2.9 y 2.10 a sistemas Tipo III. De este modo las expresiones resultantes requieren 12 parámetros y la resolución de las mismas es aún más complicada. Posteriormente, Camilleri<sup>13</sup> extiende el modelo de Pope y Nelson a sistemas pseudocuaternarios en los cuales el surfactante y el alcohol son considerados dos pseudocomponentes separados. De esta forma es modelo resultante requiere alrededor de 40 parámetros.

En este trabajo la representación analítica del comportamiento de fase se lleva a cabo a través de los diagramas idealizados de Larson<sup>24</sup>. Esto se debe a que, por un lado, el simulador numérico presentado y utilizado en los capítulos siguientes, considera sólo dos fases definidas por los comportamientos Tipo II(-) y Tipo II(+). Por otro lado, dicho simulador es implementado en una computadora PC-486, para la cual el modelo de Camilleri excede la memoria de la misma y el cálculo en el modelo de Pope es extremadamente lento. Asimismo, el problema de la tangente a la curva binodal en los vértices agua (w) y petróleo (p) mencionado anteriormente, se soluciona a través de una modificación apropiada de este comportamiento idealizado. La misma se describe en el Capítulo 5.

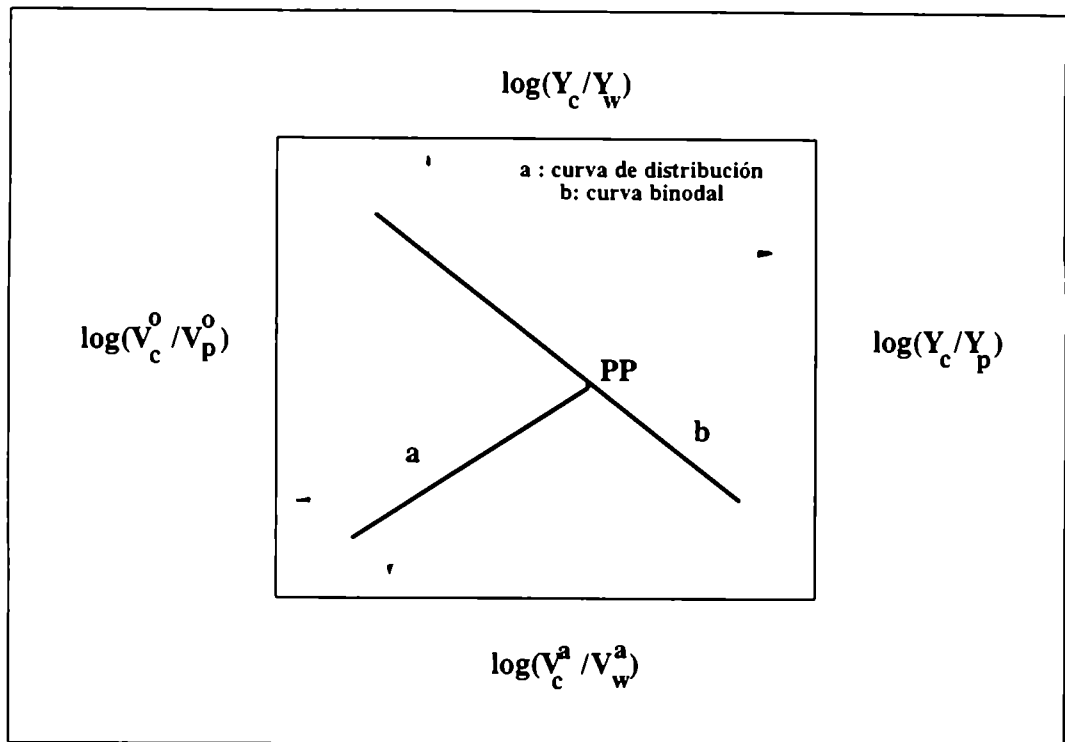


Figura 2.4 - Gráficos de Hand.

## 2.4.- TRANSFERENCIA DE MASA EN COMPORTAMIENTOS TIPO II(-) Y TIPO II(+)

En una inundación química se mezclan el agua y el petróleo contenidos inicialmente en el reservorio, con una solución acuosa de soluto. Este mezclado presenta características comunes en comportamientos Tipo II(-) y Tipo II(+). Para ello, consideremos al reservorio formado por un conjunto de *celdas de mezclado* interconectadas, en las cuales se alcanza el equilibrio termodinámico. La concentración inicial de cada una corresponde al punto I en las Figuras 2.5(a) y (b) que representan los comportamientos Tipo II(-) y Tipo II(+), respectivamente. La línea de puntos ubicada a la izquierda del punto de pliegue determina el lugar geométrico de todos los puntos en los cuales la saturación de petróleo es la residual,  $S^{or}$ .

Se inyecta en la primera celda un volumen finito de solución acuosa de inyección cuya concentración corresponde al punto IN. Cuando dicha celda alcanza el equilibrio, la concentración resultante se encuentra sobre el segmento que une los puntos I e IN en un punto intermedio 1 que surge a partir de la relación entre el volumen inyectado y el volumen de la celda<sup>51</sup>. La línea de unión que pasa por 1 determina las concentraciones en las fases. La saturación de agua supera la correspondiente de la fase oleosa quien apenas excede su valor residual. Por ser ambos fluidos incompresibles, el volumen saliente de la primera celda es igual al volumen inyectado ; por la ubicación del punto 1, el fluido saliente es mayormente la

fase acuosa. En consecuencia, luego de este desplazamiento, la concentración en la primera celda se ubica en el punto 1'. La Figura 2.5(c) ilustra esta primera etapa en los estados : 1' previo al mezclado, 1 luego del mezclado y 1' luego del desplazamiento. El punto 1' resultante contiene un volumen de fase oleosa semejante al inicial pero con menos contenido de petróleo debido a la absorción de agua y soluto. Nuevamente, en la primera celda se realiza una segunda etapa de inyección, mezclado y desplazamiento y la ubicación es ahora el punto 2' de las Figuras 2.5(a) y (b). Las celdas de las Figuras 2.5 (d) ilustran los tres estados de esta segunda etapa de inyección, mezclado y desplazamiento. La ubicación del punto 2' revela que la fase oleosa contiene cada vez menos petróleo debido a la absorción de agua y soluto ("swelling"). Luego de varias etapas puede verse en las Figuras 2.5(a) y (b), que las concentraciones en la primera celda tienden a ubicarse en la línea de unión cuya extensión pasa por el punto de inyección IN ( $LU^{IN}$ ). Con trazo continuo se marcan en dichas figuras, la línea que une las sucesivas concentraciones en cada etapa.

Luego de infinitas etapas de inyección, mezclado y desplazamiento, ocurren los siguientes fenómenos como consecuencia de la transferencia de masa entre las fases:

- las concentraciones se ubican en la línea de unión que pasa por la inyección.
- la fase oleosa absorbe sucesivamente mayores cantidades de agua y soluto hasta que se produce su desaparición. Este fenómeno se denomina *extracción de fase*.
- cuanto más alejado se encuentra el punto IN de la curva binodal, más capacidad tiene la solución acuosa de inyección para conseguir la extracción total de la fase oleosa.

Extendiendo todas las líneas de unión de los comportamientos Tipo II(-) y Tipo II(+) sobre la línea w-c, ésta queda dividida en dos segmentos:  $\overline{WM}$  que contiene dichas extensiones y  $\overline{MC}$  que no contiene ninguna. Con trazo línea-punto se marca, en las Figuras 2.5(a) y (b), la extensión de la línea de unión límite que determina el punto M. Cuando la concentración de soluto de inyección es menor que la correspondiente a M, ( $Y_c^{IN} < Y_c^M$ ) ocurren los fenómenos listados más arriba y el desplazamiento resultante se denomina *semimiscible* (SM). Si  $Y_c^{IN} \geq Y_c^M$ , mediante un análisis similar se demuestra, que las concentraciones resultantes de cada etapa de inyección, mezclado y desplazamiento, tienden al punto de pliegue PP. El desplazamiento resultante se denomina *totalmente miscible* (TM). En síntesis:

$Y_c^{IN} < Y_c^M$  : desplazamientos semimiscibles (SM).

$Y_c^{IN} \geq Y_c^M$  : desplazamientos totalmente miscibles (TM).

En las Figuras 2.5 se ilustra esta división. De ella se desprende que, en comportamientos Tipo II(+) menores concentraciones de soluto de inyección permiten lograr desplazamientos totalmente miscibles que, en definitiva, resultan más favorables para la recuperación de petróleo.

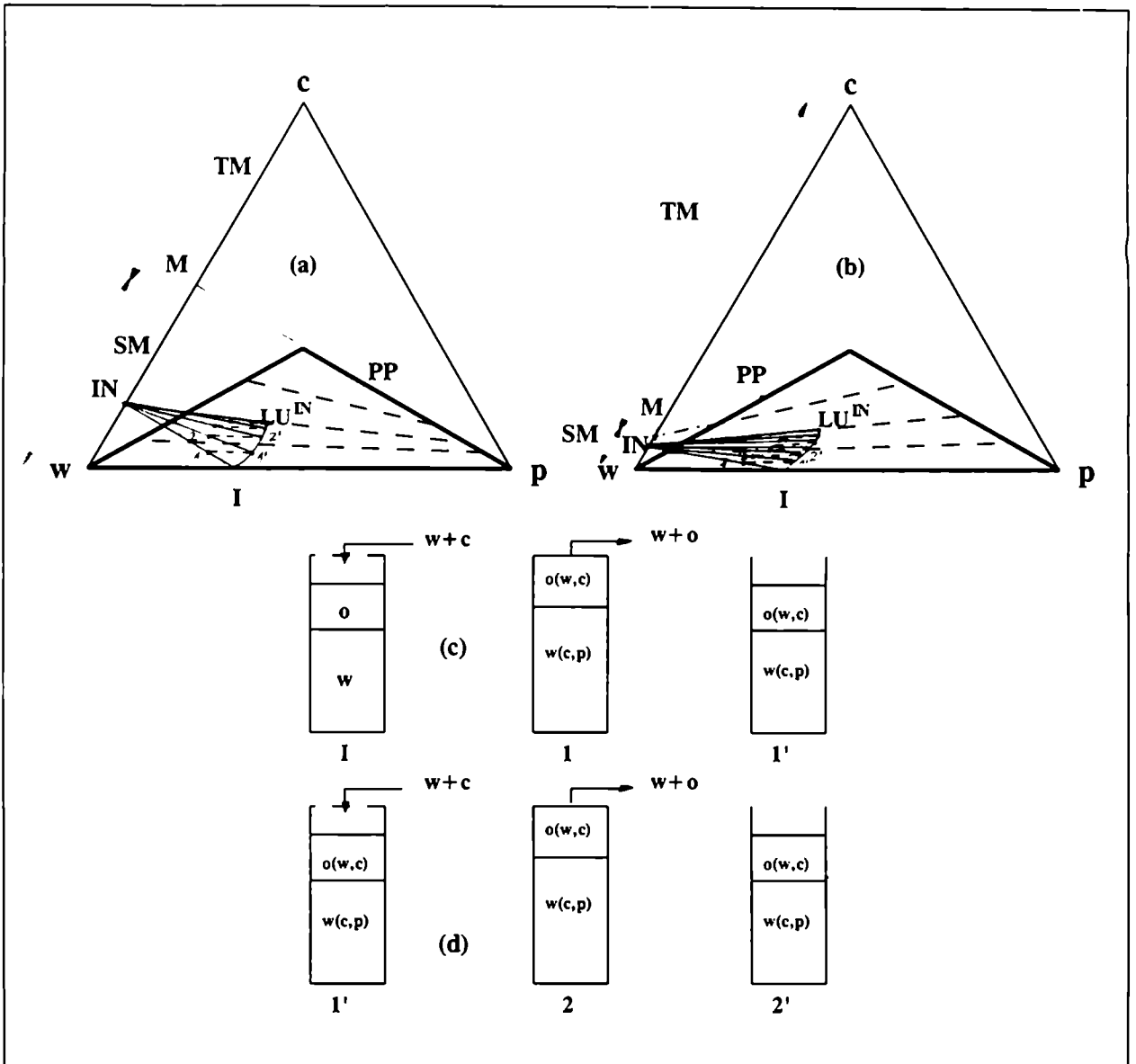


Figura 2.5 - Transferencia de masa en la primera celda de mezclado para comportamientos idealizados (a) Tipo II(-) y Tipo II(+); esquema de la primera celda en los puntos (c) 1 y (d) 2 de los diagramas ternarios.

## FORMULACION DE UN MODELO DE INUNDACION QUIMICA

En este capítulo se presenta la formulación matemática del flujo multifásico multicomponente e isotérmico en medios porosos a través de un planteo riguroso. Se aplican las ecuaciones de conservación de masa y de cantidad de movimiento para un medio continuo promediando las variables en un volumen elemental representativo del medio poroso.

El número de ecuaciones de este planteo general se reduce considerablemente introduciendo algunas hipótesis simplificadoras. El sistema de ecuaciones así formado se completa con las relaciones funcionales que describen las propiedades físicas y fisicoquímicas de los fluidos y de la roca y con condiciones iniciales y de contorno apropiadas. Las ecuaciones diferenciales se resuelven numéricamente mediante una técnica en diferencias finitas.

De este modo se obtiene un modelo bifásico tricomponente y lineal que describe la inundación química de un reservorio petrolífero.

### 3.1.- ECUACIONES DE CONSERVACION

#### 3.1.1.- Hipótesis del Continuo

El movimiento de los fluidos dentro de un medio poroso se desarrolla dentro de los canales múltiples irregulares e interconectados que se encuentran en el interior del mismo. Los contornos de dichos canales son extremadamente tortuosos e irregulares por lo tanto resulta imposible la aplicación local de las ecuaciones de conservación tradicionales<sup>2</sup>. Un método conveniente para la aplicación de las mismas consiste en adoptar una escala macroscópica en la cual el medio poroso pueda ser considerado como un *medio continuo ficticio*<sup>1</sup>. De este modo, cada punto 0 dentro del mismo tiene asignado un único valor de una propiedad genérica  $G_p$ . Este valor surge como promedio de los valores locales o puntuales de dicha propiedad efectuado sobre un *volumen elemental representativo* (REV) con centro en el punto 0. Es decir,  $G_p(0) = \overline{G_p}(REV)$ . Dicho volumen elemental debe ser grande comparado con el volumen de un poro y pequeño comparado con el volumen total del medio. El REV<sup>1</sup> se define como el volumen por debajo del cual se producen grandes fluctuaciones locales de una propiedad primaria del medio poroso (por ejemplo la porosidad). Es decir que, para volúmenes menores que REV el medio poroso es *discontinuo*, mientras que tomando volúmenes de control mayores o iguales a REV, el medio poroso es *continuo*.

#### 3.1.2.- Ecuaciones de Conservación de Masa

Las leyes de conservación de masa para un componente genérico  $i$  dentro de un medio poroso tienen la misma forma que las correspondientes a un medio



continuo pero con distintas definiciones para los términos de acumulación, convectivo, dispersivo, fuente y sumidero. Estas definiciones son promedios efectuados en el volumen elemental representativo (REV). La ecuación de continuidad para cada uno de los  $n_c$  componentes resulta<sup>6</sup>,

$$\frac{\partial}{\partial t} W_i + \nabla \cdot \underline{N}_i = R_i, \quad i = 1, \dots, n_c \quad (3.1)$$

El primer término de la izquierda representa la acumulación de masa de  $i$  en el volumen elemental representativo por unidad de volumen del mismo y se obtiene como suma de los aportes de las  $n_r$  fases fluidas y de la roca,

$$W_i = \phi \sum_{j=1}^{n_r-1} \rho_i^j S^j \quad (3.2)$$

siendo  $\phi$  la porosidad de la roca,  $\rho_i^j$  la concentración másica de  $i$  en la fase  $j$  y  $S^j$  la saturación de la fase  $j$ .

El segundo término de la izquierda de la ec. 3.1 representa la rapidez de entrada neta de masa de  $i$  al REV por unidad de volumen REV y se obtiene como suma de los aportes de las  $n_r$  fases fluidas a través de la siguiente definición para la densidad del flujo másico de  $i$

$$\underline{N}_i = \sum_{j=1}^{n_r} \rho_i^j S^j \underline{v}_i^j \quad (3.3)$$

siendo  $\underline{v}_i^j$  la velocidad del componente  $i$  en la fase  $j$ . Definiendo la velocidad media de la fase  $j$  con

$$\underline{v}^j = \frac{\sum_{i=1}^{n_c} \rho_i^j \underline{v}_i^j}{\sum_{i=1}^{n_c} \rho_i^j} \quad (3.4)$$

y combinando las ecs. 3.3 y 3.4 surge

$$\underline{N}_i = \sum_{j=1}^{n_r} \rho_i^j S^j \underline{v}^j + \sum_{j=1}^{n_r} S^j \rho_i^j (\underline{v}_i^j - \underline{v}^j) \quad (3.5)$$

La ecuación 3.5 expresa que la densidad de flujo de  $i$  es la suma de un aporte convectivo y un aporte dispersivo (análogo al aporte difusivo en el flujo de fluidos en medios no porosos<sup>3</sup>). El aporte convectivo se lo expresa en función de la velocidad de la fase  $j$  referida al área total del medio,  $\underline{u}^j$

$$\underline{u}^j = \underline{v}^j S^j \quad (3.6)$$

mientras que para el término dispersivo es aplicable la ley de Fick para cada fase  $j$  a través de la siguiente ecuación<sup>3,4</sup>

$$\rho_i^j (\underline{v}_i^j - \underline{v}^j) = -\underline{D}_i^j \cdot \nabla \rho_i^j \quad (3.7)$$

$\underline{D}_i^j$  representa la dispersión de  $i$  en la fase  $j$  y es de naturaleza tensorial. Los componentes de dicho tensor son funciones de las velocidades y saturaciones de las fases<sup>1,3</sup>,  $\underline{u}^j$  y  $S^j$ , respectivamente y de los coeficientes de difusividad binaria<sup>2</sup> de  $i$  en  $j$ .

La expresión final para la densidad de flujo másico de  $i$  surge introduciendo las ecs. 3.6 y 3.7 en la ec. 3.5,

$$\underline{N}_i = \sum_{j=1}^{n_f} \rho_i^j \underline{u}^j - \sum_{j=1}^{n_f} S^j \underline{D}_i^j \cdot \nabla \rho_i^j \quad (3.8)$$

El término  $R_i$  de la ec. 3.1 es un término fuente (o sumidero) que representa la velocidad de producción (o de consumo) de  $i$  en reacciones químicas.

### 3.1.3.- Ecuaciones de Conservación de Cantidad de Movimiento

Partiendo de la ecuación de conservación de cantidad de movimiento en un medio continuo<sup>2</sup> y promediando las propiedades en el volumen elemental representativo (REV), Bear<sup>1</sup> obtuvo la ecuación de movimiento promediada para el flujo laminar, newtoniano y monofásico de un fluido a través de un medio poroso. En este desarrollo, Bear introdujo la hipótesis (constitutiva) de que la resistencia al flujo en un canal del medio poroso es proporcional a la velocidad promediada y actúa en sentido opuesto a la misma. Además, despreció los términos inerciales frente a los términos viscosos (válido para números de Reynolds bajos) y los términos difusivos frente a los convectivos. De esta forma, se obtiene la siguiente expresión que constituye una extensión de la ley experimental de Darcy al flujo tridimensional en un medio poroso anisotrópico

$$\underline{u} = -\frac{k}{\mu} (\nabla P + \rho \underline{g}) \quad (3.9)$$

siendo  $\underline{k}$  el tensor de permeabilidad absoluta del medio poroso,  $\mu$  y  $\rho$  la viscosidad y densidad del fluido, respectivamente,  $\underline{g}$  el vector de aceleración de la gravedad (dirección vertical y sentido hacia abajo) y  $P$  la presión del fluido que surge como promedio de los valores locales en el REV como se describió anteriormente. Un tratamiento similar fue desarrollado por Slattery<sup>5</sup> obteniendo la misma expresión para el balance de cantidad de movimiento en el REV.

La versión multifásica de la ec. 3.9. está dada por la siguiente ecuación<sup>6,13,15</sup>

$$\underline{u}^j = -\frac{k_r^j}{\mu^j} \underline{k} (\nabla P^j + \rho^j \underline{g}) \quad (3.10)$$

$k_r^j$ ,  $P^j$  y  $\rho^j$  son la permeabilidad relativa, presión y densidad de la fase  $j$ , respectivamente.

## 3.2.- FORMULACION DEL MODELO

Las ecuaciones de conservación de masa y de cantidad de movimiento fueron presentadas en forma rigurosa. En esta sección se introducen algunas hipótesis simplificadoras que permiten reducir el número de ecuaciones y la resolución del sistema resulta más sencilla.

### 3.2.1.- Hipótesis Simplificadoras

1. El medio poroso es homogéneo e isotrópico: la porosidad  $\phi$ , permeabilidad  $k$  y el área transversal  $A$  son constantes.
2. El flujo es unidireccional (lineal) e incompresible.
3. Se consideran dos fases móviles: acuosa y oleosa (supraíndices  $a$  y  $o$ , respectivamente), una fase inmóvil: la roca reservorio (supraíndice  $R$ ) y tres componentes: agua, petróleo y especie química o soluto (subíndices  $w$ ,  $p$  y  $c$ , respectivamente).
4. Los componentes no reaccionan químicamente entre sí.
5. Las perturbaciones ocurren en forma lo suficientemente lenta en espacio y tiempo como para que se establezca el equilibrio termodinámico de fases y componentes en todo el medio poroso.
6. Los volúmenes son aditivos (no hay exceso en el volumen de mezclado). Por lo tanto la densidad de cada componente puro  $i$  es constante en todas las fases.
7. Sólo el componente químico ( $i=c$ ) puede adsorberse en la roca y lo hace según una isoterma del tipo Langmuir.
8. Se desprecian los efectos gravitatorios

### 3.2.2.- Ecuaciones del Modelo

#### 3.2.2.1.- Definiciones de Concentraciones Volumétricas

Las ecuaciones de conservación de 3.1 pueden reescribirse en términos de concentraciones volumétricas. Para ello se utiliza  $V_i^j$ , concentración volumétrica de  $i$  en  $j$  y se define  $Z_i$ , *concentración volumétrica global de  $i$* , través de las siguientes ecuaciones

$$V_i^j = \rho_i^j / \rho_i \quad i = p, w, c ; j = o, a, R \quad (3.11)$$

$$Z_i = \sum_{j=o,a,R} \frac{\rho_i^j}{\rho_i} S^j \quad i = p, c, w \quad (3.12)$$

siendo  $\rho_i$  la densidad del componente  $i$  puro. Combinando las ecs. 3.11 y 3.12 resulta

$$Z_i = \sum_{j=o,a,R} V_i^j S^j \quad i = p, c, w \quad (3.13)$$

Además, considerando la hipótesis 7 se obtienen

$$Z_i = \sum_{j=o,a} V_j' S_j' \quad i = p, w \quad (3.14-a)$$

$$Z_c = \sum_{j=o,a} V_j' S_j' + S^R \quad (3.14-b)$$

Teniendo en cuenta estas dos últimas ecuaciones y las ecs. 2.1( $j = o, a$ ), las concentraciones globales de agua y petróleo,  $Z_i$  ( $i = p, w$ ), son iguales a sus concentraciones totales en fase fluida  $Y_i$  ( $i = p, w$ ); mientras que la concentración global de soluto,  $Z_c$  es la suma entre su concentración total en fase fluida,  $Y_c$  y su volumen adsorbido por unidad de volumen poral,  $S^R$

$$Z_i = Y_i \quad i = p, w \quad (3.14-c)$$

$$Z_c = Y_c + S^R \quad (3.14-d)$$

### 3.2.2.2.- Balances Macroscópicos

Los balances macroscópicos están representados a través de las siguientes ecuaciones

$$\sum_i V_i^j = 1 \quad j = o, a \quad (3.15)$$

$$\sum_{j=o,a,R} S^j = 1 \quad (3.16-a)$$

Cabe aclarar que en casos en que la adsorción de soluto es nula,  $S^R = 0$ , el volumen ocupado por las fases fluidas ( $j=o, a$ ) es igual al volumen de poros. En consecuencia, la ec. 3.16-a se reduce a la ec. 2.2-a del Capítulo 2. En general, aunque la adsorción no sea nula, siempre se cumple

$$S^R \ll S^o + S^a \quad (3.16-b)$$

con lo cual la ec. 3.16-a resulta igual a la ec. 2.2-a. Además, combinando las ecs. 3.14-a, 3.14-b, 3.15 y 3.16-a surge

$$\sum_{i=p,c,w} Z_i = 1 \quad (3.17)$$

### 3.2.2.3.- Balances Microscópicos

Introduciendo las ecs 3.2, 3.8, 3.11 y 3.12 en la ec. 3.1 y teniendo en cuenta las hipótesis simplificadoras de 3.2.1, se obtiene

$$\phi \frac{\partial Z_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \sum_{j=o,a} V_j' u_j' \right) - \frac{\partial}{\partial x} \sum_{j=o,a} \left( D_j' S_j' \frac{\partial V_j'}{\partial x} \right) = 0 \quad i = p, w, c \quad (3.18)$$

siendo  $x$  y  $t$  espacio y tiempo, respectivamente.

La ecuación de movimiento de la ec. 3.10, adopta la siguiente expresión

$$u^j = -\lambda^j \frac{\partial P^j}{\partial x} \quad j = o, a \quad (3.19)$$

siendo  $\lambda^j$  la movilidad de la fase  $j$  definida con

$$\lambda^j = -\frac{k k_r^j}{\mu^j} \quad j = o, a \quad (3.20)$$

Sumando las ecs. 3.19 en  $j$  resulta

$$u = -\lambda \frac{\partial P^a}{\partial x} - \lambda^o \frac{\partial P_c}{\partial x} \quad (3.21)$$

siendo  $P_c$ , la presión capilar del sistema bifásico;  $\lambda$ , la movilidad total y  $u$  la velocidad total del sistema definidas, respectivamente con las siguientes expresiones

$$P_c = P^o - P^a \quad (3.22)$$

$$\lambda = \lambda^o + \lambda^a \quad (3.23)$$

$$u = u^o + u^a \quad (3.24)$$

Sumando en  $i$  las ecs. 3.18 ( $i = p, w, c$ ), combinando dicha suma con las ecuaciones 3.15, 3.17, 3.21 y 3.24 y considerando<sup>2</sup> que la suma de los términos dispersivos de todos los componentes es nulo, se obtiene

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial P^a}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda^o \frac{\partial P_c}{\partial x} \right) = 0 \quad (3.25)$$

#### 3.2.2.4.- Propiedades Físicas y Fisicoquímicas

El sistema de ecuaciones se completa con las relaciones funcionales que describen la presión capilar  $P_c$ , las permeabilidades relativas y viscosidades de las fases móviles  $k_r^j$  y  $\mu^j$  ( $j = o, a$ ) respectivamente, el volumen adsorbido de especie química por unidad de volumen total  $S^a$ , y el equilibrio termodinámico de fases y componentes. Este último fue tratado en detalle en el Capítulo 2. En esta sección se analizará sólo la dependencia de dichas propiedades con las demás variables; las expresiones finales utilizadas se darán con los ejemplos que se describen en los capítulos 4 y 5. Los coeficientes de dispersión de los componentes en las fases,  $D_i^j$  son considerados constantes en los ejemplos de aplicación y por ende estarán incluidos dentro del conjunto de datos de cada ejemplo.

- Presión Capilar

La diferencia de presión entre las fases oleosa y acuosa o presión capilar depende de las saturaciones y concentraciones de las fases<sup>11,12</sup>, es decir

$$P_c = P_c(S', V_i') \quad i = p, c, w \quad j = o, a \quad (3.26)$$

- Permeabilidades relativas

Las permeabilidades relativas de las fases móviles dependen de las saturaciones  $S'$  y de las concentraciones  $V_i'$  de dichas fases<sup>7,8,11</sup>

$$k_r' = k_r'(S', V_i') \quad i = p, c, w \quad j = o, a \quad (3.27)$$

- Viscosidades

La viscosidad de cualquier fase  $j$  es función de la composición de la misma, o sea<sup>7,8,17</sup>

$$\mu^j = \mu^j(V_i') \quad i = p, c, w \quad j = o, a \quad (3.28)$$

- Adsorción

Sólo la especie química se adsorbe en la roca y el volumen adsorbido de dicha especie por unidad de volumen de poros,  $S^R$  es función de la concentración volumétrica de especie química en las dos fases móviles

$$S^R = S^R(V_i') \quad j = o, a \quad (3.29)$$

### 3.2.2.5.- Ecuaciones e Incógnitas del Modelo

El modelo desarrollado consta de 25 incógnitas:  $u$ ,  $u^j$ ,  $P^j$ ,  $S^j$ ,  $V_i^j$ ,  $Z_i$ ,  $P_c$ ,  $k_r^j$ ,  $\mu^j$ ,  $\lambda^j$ ,  $\lambda$  ( $j = o, a$ ;  $i = p, c, w$ ) y  $S^R$ , y 25 ecuaciones: 2.6, 2.7, 2.8, 3.13( $i = p, c$ ), 3.15( $j = o, a$ ), 3.16-a, 3.17, 3.18( $i = p, c$ ), 3.19( $j = a$ ), 3.20( $j = o, a$ ), 3.21, 3.22, 3.23, 3.24, 3.25, 3.26, 3.27( $j = o, a$ ), 3.28( $j = o, a$ ) y 3.29.

### 3.2.3.- Condiciones Iniciales y de Contorno

Inicialmente, el reservorio contiene solamente agua y petróleo (no hay soluto). Por lo tanto las concentraciones volumétricas de las fases, resultan:  $V_c^o = V_c^a = V_p^a = V_w^o = 0$ ;  $V_p^o = V_w^a = 1$  y la concentración global de petróleo inicial es igual a su saturación. La presión inicial es constante, por lo tanto las condiciones iniciales pueden expresarse

$$t = 0 ; \quad 0 \leq x \leq L : \quad Z_c = 0 ; \quad Z_p = S^o ; \quad P^a = P^o \quad (3.30)$$

En el contorno de entrada se inyecta una solución acuosa de soluto con velocidad y composición constantes durante un tiempo  $t_r$ , a partir del cual se inyecta solamente agua a la misma velocidad de inyección. Es decir

$$\begin{aligned} x = 0 ; \quad 0 < t \leq t_r & \quad Z_c = Z_c^{IN} ; Z_p = Z_p^{IN} \\ & \quad t > t_r \quad Z_c = Z_p = 0 \end{aligned} \quad (3.31)$$

$$x = 0 ; \quad t > 0 \quad -\lambda \frac{\partial P^a}{\partial x} = u^{IN} \quad (3.32)$$

En el contorno de salida se aplican las condiciones de Newman<sup>3,8</sup> para las concentraciones globales y la presión es igual al valor inicial,  $P^a$ , o sea

$$x = L ; \quad t > 0 \quad \frac{\partial Z_i}{\partial x} = 0 \quad i = p, c \quad P^a = P^o \quad (3.33)$$

Las condiciones iniciales y de borde para las concentraciones globales se expresan en términos de  $Z_c$  y  $Z_p$  debido a que  $Z_w$  se obtiene de la ecuación 3.17, como se describe en 3.2.5.

### 3.2.4. Discretización de las Ecuaciones Diferenciales

Las ecuaciones diferenciales 3.18( $i = p, c$ ), 3.19( $j = a$ ), 3.21 y 3.25 se resuelven numéricamente con un esquema iterativo en diferencias finitas que tiene en cuenta los términos no lineales<sup>9,10</sup>. Las ecuaciones 3.25, 3.21 y 3.19( $j = a$ ) se resuelven en forma implícita en el tiempo y centrada en el espacio a través de las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} & \lambda_{m-1}^{n-1,k} (P_{m-1}^a - P_m^a)^{n+1,k+1} - \lambda_m^{n-1,k} (P_m^a - P_{m-1}^a)^{n+1,k+1} = \\ & = -\lambda_{m+1}^o \left[ (P_{C_{m+1}} - P_{C_m}) - \lambda_m^o (P_{C_m} - P_{C_{m-1}}) \right]^{n+1,k} \end{aligned} \quad (3.34)$$

$$(u)_m^{n+1,k+1} = -\lambda_m^{n+1,k} \left( \frac{P_{m+1}^a - P_{m-1}^a}{2\Delta x} \right)^{n+1,k+1} - (\lambda^o)_m^{n+1,k} \left( \frac{P_{C_{m+1}} - P_{C_{m-1}}}{2\Delta x} \right)^{n+1,k} \quad (3.35)$$

$$(u^a)_m^{n+1,k+1} = -(\lambda^a)_m^{n+1,k} \left( \frac{P_{m+1}^a - P_{m-1}^a}{2\Delta x} \right)^{n+1,k+1} \quad (3.36)$$

$$2 \leq m \leq NX - 1$$

siendo  $k$  el nivel de iteración,  $NX$  el número de puntos de grilla,  $\Delta x$  y  $\Delta t$  los incrementos (constantes) de espacio y tiempo respectivamente,  $m$  el número de punto de grilla y  $n$  el número de paso de tiempo. Para la ec. 3.18( $i = p, c$ ) se emplea una técnica explícita en el tiempo, atrasada en el espacio para el término convectivo y centrada en el espacio para el término dispersivo, de acuerdo a

$$\frac{\phi}{\Delta t} (Z_i^{n+1} - Z_i^n)_m + \frac{1}{\Delta X} \sum_{j=0,a} (u_m^{j,n+1,k+1} V_{i,m}^{j,n+1,k} - u_{m-1}^{j,n+1,k+1} V_{i,m-1}^{j,n+1,k}) -$$

$$- \frac{1}{\Delta X^2} \sum_{j=0,a} [(S'D'_i)_{m-1/2} (V_{i,m-1}^j - V_{i,m}^j) - (S'D'_i)_{m-1/2} (V_{i,m}^j - V_{i,m-1}^j)]^{n+1,k} = 0 \quad (3.37)$$

$$i = p, c \quad 2 \leq m \leq NX - 1$$

### 3.2.5. Algoritmo de Resolución

Partiendo de los valores de las 25 variables en la iteración  $k$ ,  $(G_{pl})^{n+1,k}$ ;  $l = 1,2,5$  se obtiene la nueva solución correspondiente a la iteración  $k + 1$ ,  $(G_{pl})^{n+1,k+1}$ ;  $l = 1,2,5$  de acuerdo al siguiente esquema de cálculo

1. Cálculo de la presión de la fase acuosa con la ec. 3.34.
2. Cálculo de la presión de la fase oleosa con la ec. 3.22.
3. Cálculo de las velocidades total y de las fases acuosa y oleosa, respectivamente, con las ecs. 3.35, 3.36 y 3.24.
4. Cálculo de las concentraciones globales de petróleo y soluto con las ecs. 3.37 ( $i = p, c$ )
5. Cálculo de la concentración global de agua con la ec. 3.17.
6. Cálculo de las concentraciones y saturaciones de las fases utilizando las ecs. 2.6, 2.7, 2.8, 3.14-a ( $i = p$ ), 3.14-b, 3.15 ( $j = o, a$ ), 3.16-a y 3.29.
7. Cálculo de las permeabilidades relativas de las fases con las ecs. 3.27 ( $j = o, a$ ).
8. Cálculo de las viscosidades de las fases con las ecs. 3.28 ( $j = o, a$ ).
9. Cálculo de la presión capilar con la ec. 3.26.
10. Cálculo de las movilidades de las fases y total con las ecs. 3.20 ( $j = o, a$ ) y 3.23, respectivamente.
11. Cálculo de las diferencias entre la iteración actual y la anterior:

$$\sum_{i=p,c} \sum_{m=1}^{NX} [(Z_i)_m^{n+1,k+1} - (Z_i)_m^{n+1,k}] \quad (3.38)$$

- 11.1. Si dicha sumatoria es menor que un cierto error preestablecido  $\varepsilon$ , la iteración finaliza y comienza el cálculo desde 1 para el nuevo tiempo,  $n + 2$  asignando a las variables los valores obtenidos en  $n+1$ ,  $k+1$ , o sea

$$(G_{pl})^{n+2,k+1} = (G_{pl})^{n+1,k+1} \quad l = 1,2,5$$

- 11.2. Si dicha sumatoria resulta mayor a  $\varepsilon$ , comienza una nueva iteración  $k + 2$  en el mismo nivel de tiempo  $n+1$ , asignando previamente

$$(G_{pl})^{n+1,k+2} = (G_{pl})^{n+1,k+1}$$

y regresando al 1er. paso del algoritmo.



## VERIFICACION DEL MODELO

Las soluciones numéricas del modelo desarrollado son verificadas en dos casos particulares que tienen solución analítica: el flujo bifásico bicomponente de agua y petróleo que incluye los efectos capilares y el flujo bifásico tricomponente de agua, petróleo y sustancia química. La solución correspondiente al primer caso fue desarrollada por Yortsos y Fokas y de ella se puede obtener la solución de Buckley-Leverett cuando se desprecian los efectos capilares. La solución analítica del segundo caso fue obtenida originalmente por Larson para ciertas condiciones especiales de flujo y generalizada luego, rigurosamente, por Helfferich. Las soluciones analíticas, en los dos casos, consideran ciertas hipótesis o restricciones adicionales a las del modelo y sus respectivas resoluciones se llevan a cabo mediante la aplicación del método de las características.

### 4.1.- FLUJO BIFASICO BICOMPONENTE

En este caso particular el sistema de 25 ecuaciones con 25 incógnitas definido en el capítulo anterior, se reduce considerablemente debido a que no hay sustancia química. Por lo tanto las concentraciones de agua y petróleo se encuentran sobre la línea agua-petróleo (w-p) del diagrama ternario de fases y componentes descrito en el Capítulo 2 y coinciden, respectivamente con las saturaciones de las fases acuosa y oleosa. Es decir,

$$Z_c = V_c^a = V_c^o = 0 \quad ; \quad V_w^o = V_p^a = 0 \quad V_w^a = V_p^o = 1 \quad (4.1)$$

$$Z_w = S^a \quad Z_p = S^o \quad (4.2)$$

Teniendo en cuenta que las concentraciones de las fases,  $V_i^j$  son constantes (ec.4.1), las viscosidades de las fases definidas en las ecs. 3.28 también lo son, o sea

$$\mu^a = \mu^{aH} \quad \mu^o = \mu^{oH} \quad (4.3)$$

El supraíndice  $H$  designa un sistema sin especie química. Además, al no estar presente este último componente, la adsorción es nula,

$$S^R = 0 \quad (4.4)$$

De este modo, el sistema de ecuaciones se reduce a un sistema de 13 incógnitas:  $P^j, P_c, u, u^j, S^j, \lambda, \lambda^j, k_r^j (j = o, a)$  con 13 ecuaciones: 3.16-a, 3.20( $j = o, a$ ), 3.22, 3.23, 3.24, 3.26, 3.27( $j = o, a$ ), 3.34, 3.35, 3.36( $j = a$ ) y 3.37( $i = p$ )

#### 4.1.1. - Descripción de la Solución Analítica

Yortsos y Fokas<sup>14,15</sup> desarrollaron una solución analítica para el flujo unidimensional bifásico y bicomponente de agua y petróleo, considerando los efectos de la presión capilar. Dicha solución fue obtenida, adoptando determinadas expresiones para las permeabilidades relativas y la presión capilar y determinadas condiciones de contorno a la entrada y a la salida del medio poroso.

Para efectuar la comparación entre las soluciones del modelo y la analítica, el simulador numérico fue alimentado con las siguientes funciones utilizadas por Yortsos y Fokas en su desarrollo:

- Permeabilidades Relativas

$$k_r^j = (S^j - S^r) \quad j = o, a \quad (4.5-a)$$

siendo  $S^r$  la saturación residual de la fase  $j$  y representa la saturación para la cual la velocidad de dicha fase es nula. En el flujo bifásico de agua y petróleo, ambas saturaciones residuales, de agua  $S^{ar}$  y de petróleo  $S^{or}$ , son constantes, es decir

$$S^{ar} = S^{arH} \quad S^{or} = S^{orH} \quad (4.5-b)$$

Presión Capilar

$$\frac{dP_C}{dS^o} = \frac{u L \mu^o}{k b_2^2} \frac{1 + b_1 \frac{k_r^o}{k_r^a}}{k_r^o \left( S^o + \frac{1 - S^{ar} - S^{or} b_1}{b_1 - 1} \right)^2} \quad (4.6)$$

siendo  $b_1 = \frac{\mu^a}{\mu^o}$  (parámetro constante según la ec. 4.3).  $b_2$  es un parámetro adimensional que representa la relación entre las fuerzas viscosas y capilares. Es decir que valores pequeños de  $b_2$  representan sistemas donde predominan las fuerzas capilares, mientras que valores grandes de  $b_2$  se refieren a sistemas donde las fuerzas capilares son despreciables;  $b_2 \rightarrow \infty$  corresponde a la solución analítica Buckley-Leverett.

En base al algoritmo de cálculo descrito en 3.2.5 es necesario conocer la presión capilar  $P_C$ . Para ello se aplica el método de integración por fracciones simples en la ec. 4.6 y se combina con las ecs. 4.5-a y b para obtener

$$P_C = P_C^{REF} + \frac{u L \mu^{oH}}{k b_2^2} \frac{(b_1 - 1)^2}{(1 - S^{arH} - S^{orH})^2} \ln \left( \frac{S^o - S^{orH}}{(1 - S^{arH} - S^o)^{1/b_1} \left( S^o + \frac{1 - S^{arH} - b_1 S^{orH}}{b_1 - 1} \right)^{b_1 - 1}} \right) \quad (4.7-a)$$

para  $b_1 \neq 1$  y  $S^o + \frac{1 - S^{arH} - b_1 S^{orH}}{b_1 - 1} > 0$

$$P_C = P_C^{REF} + \frac{u L \mu^{OH}}{k b_2^2} \frac{(1-b_1)^2}{(1-S^{arH} - S^{orH})^2} \ln \left( \frac{(1-S^{arH} - S^o)^{1/b_1}}{(S^o - S^{orH}) \left( \frac{1-S^{arH} - b_1 S^{orH}}{1-b_1} - S^o \right)^{\frac{1-b_1}{b_1}}} \right) \quad (4.7-b)$$

para  $b_1 \neq 1$  y  $S^o + \frac{1-S^{arH} - b_1 S^{orH}}{1-b_1} < 0$

$$P_C = P_C^{REF} + \frac{u L \mu^{OH}}{k b_2^2} (1-S^{orH} - S^{arH}) \ln \left( \frac{S^o - S^{orH}}{1-S^{arH} - S^o} \right) \quad \text{para } b_1 = 1 \quad (4.7-c)$$

$P_C^{REF}$  es una constante de integración arbitraria cuyo valor no incide en los gradientes de presión capilar de las ecs. 3.34 y 3.35.

Cabe aclarar que en la solución analítica, Yortsos y Fokas consideran que la velocidad total  $u$  es constante e igual al valor de inyección,  $u = u^{IN}$ . Esto puede ser obtenido a través de las ecuaciones del modelo: derivando con respecto a  $x$  la ec. 3.21 y restándole la ec. 3.25, se llega a

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 0 \rightarrow u = cte = u^{IN} \quad (4.8)$$

La presión capilar de las ecs. 4.7 tiende a infinito cuando la saturación tiende a los dos valores residuales<sup>17</sup>, es decir:

$$\begin{aligned} S^o \rightarrow S^{orH}: P_C &\rightarrow -\infty \\ S^o \rightarrow 1-S^{arH}: P_C &\rightarrow +\infty \end{aligned} \quad (4.9)$$

En consecuencia, la funcionalidad para la presión capilar tuvo que ser modificada para salvar esta indeterminación. De acuerdo a lo propuesto por Douglas<sup>18</sup>, la ec. 4.7 es utilizada en el intervalo  $S^{orH} + \delta \leq S^o \leq 1-S^{arH} - \delta$ , siendo  $\delta$  un incremento positivo. En el intervalo  $S^{orH} \leq S^o < S^{orH} + \delta$  la presión capilar se obtiene con una extrapolación

lineal de pendiente  $\left( \frac{dP_C}{dS^o} \right)_{S^{orH} + \delta}$ . Análogamente, para  $1-S^{arH} - \delta < S^o \leq 1-S^{arH}$  se utiliza

la recta de pendiente  $\left( \frac{dP_C}{dS^o} \right)_{1-S^{arH} - \delta}$ . El valor positivo  $\delta$  permite acotar los valores de

$P_C$ : aumentando  $\delta$ , el valor máximo de  $P_C$  (en valor absoluto) disminuye y el error cometido en dicha aproximación es mayor. Por otra parte, valores muy pequeños de  $\delta$  implican grandes valores en el módulo de  $P_C$ , lo que conduce a inestabilidades numéricas que pueden ser evitadas a través de una disminución en el paso de tiempo<sup>19</sup>. De este modo, en la selección de  $\delta$  se tuvo en cuenta cuánto se acerca la solución numérica a la analítica ( $\delta$  pequeño), a expensas de un aumento en el tiempo total de la simulación ( $\Delta t$  pequeño). Con este criterio se adoptó  $\delta=0.01$  en todos los casos.

- Condición Inicial

$$t = 0 \quad 0 \leq x \leq L : Z_p' = 1 - S^{arH} \quad (4.10)$$

Condiciones de borde

$$x = 0 \quad \frac{\partial P^o}{\partial x} = 0 \quad (4.11-a)$$

$$x \rightarrow \infty \quad S^o \rightarrow 1 - S^{arH} \quad (4.11-b)$$

La condición de borde en la entrada definida por la ec. 4.11-a fue originalmente propuesta por Douglas<sup>20</sup>. Combinando dicha ecuación con las ecs. 3.20, 3.21, 3.22, 3.23, 4.5 y 4.6, se obtiene la siguiente condición

$$x = 0 \quad \frac{\partial S^o}{\partial x} = \frac{b_1 b_2^2}{(b_1 - 1)L} (S^o - S^{arH}) \left( S^o + \frac{1 - S^{arH} - b_1 S^{arH}}{b_1 - 1} \right) \quad (4.12)$$

A través de la ec. 4.11-b el medio poroso es considerado un medio semiinfinito. Para tiempos menores al tiempo en que se produce la irrupción de petróleo en la salida (breakthrough) dicha condición de borde da iguales resultados a la condición de Newmann considerada por el modelo<sup>21,22</sup>.

#### 4.1.2.- Comparación del Modelo con la Solución Analítica

Los resultados del simulador numérico son comparados con la solución analítica, adoptando las relaciones funcionales dadas y condiciones de borde descritas en 4.1.1 y un conjunto de parámetros que se listan en la Tabla 4.1. En la Figura 4.1(a) se muestra la curva de presión capilar  $P_c(S^o)$  que, para los valores de la Tabla 4.1, está representada por la ec. 4.7-a en el tramo  $0.16 \leq S^o \leq 0.9525$ . Fuera de este intervalo ( $0.15 \leq S^o < 0.16$  y  $0.9525 < S^o \leq 0.9625$ ) se extrapola linealmente de acuerdo a lo explicado. Los perfiles de saturación de petróleo correspondientes a la solución analítica y al modelo se grafican en la Figura 4.1(b) en función de la distancia adimensional,  $x_D$  y del tiempo adimensional,  $t_D$  definidos por

$$x_D = \frac{x}{L} \quad t_D = \frac{u^{IN} t}{\phi L} = VP^{IN} \quad (4.13)$$

Ambos perfiles son prácticamente coincidentes aunque existe una menor dispersión en el perfil correspondiente al modelo debido a que en éste la presión capilar se encuentra acotada a través del valor de  $\delta$  seleccionado (Tabla 4.1). Utilizando un valor más pequeño de  $\delta$  podría obtenerse un mayor acercamiento de los perfiles, a expensas de una disminución en el paso de tiempo para evitar inestabilidades de origen numérico. Sin embargo, reduciendo  $\delta$  a la mitad no se producen mejoras apreciables en los perfiles. Por otra parte, una reducción considerable de  $\delta$  implica un paso de tiempo extremadamente pequeño con el consiguiente aumento en el costo computacional.

Tabla 4.1.- Datos utilizados en la comparación del modelo con la solución analítica de Yortsos y Fokas.

|                               |                              |                           |                         |
|-------------------------------|------------------------------|---------------------------|-------------------------|
| $L = 100 \text{ cm}$          | $\mu^{aH} = 1.59 \text{ cp}$ | $Z_c^{IN} = 0$            | $\varepsilon = 0.005$   |
| $\phi = 0.3$                  | $\mu^{oH} = 1 \text{ cp}$    | $b_1 = 3$                 | $t_{DT} = 3 \text{ VP}$ |
| $u^{IN} = 0.001 \text{ cm/s}$ | $S^{aH} = 0.0375$            | $\Delta x = 1 \text{ cm}$ | $D'_i = 0$              |
| $P^e = 1 \text{ atm.}$        | $S^{oH} = 0.15$              | $\Delta t = 20 \text{ s}$ |                         |
| $P_C^{REF} = 0$               | $k = 1 \text{ D}$            | $\delta = 0.01$           |                         |

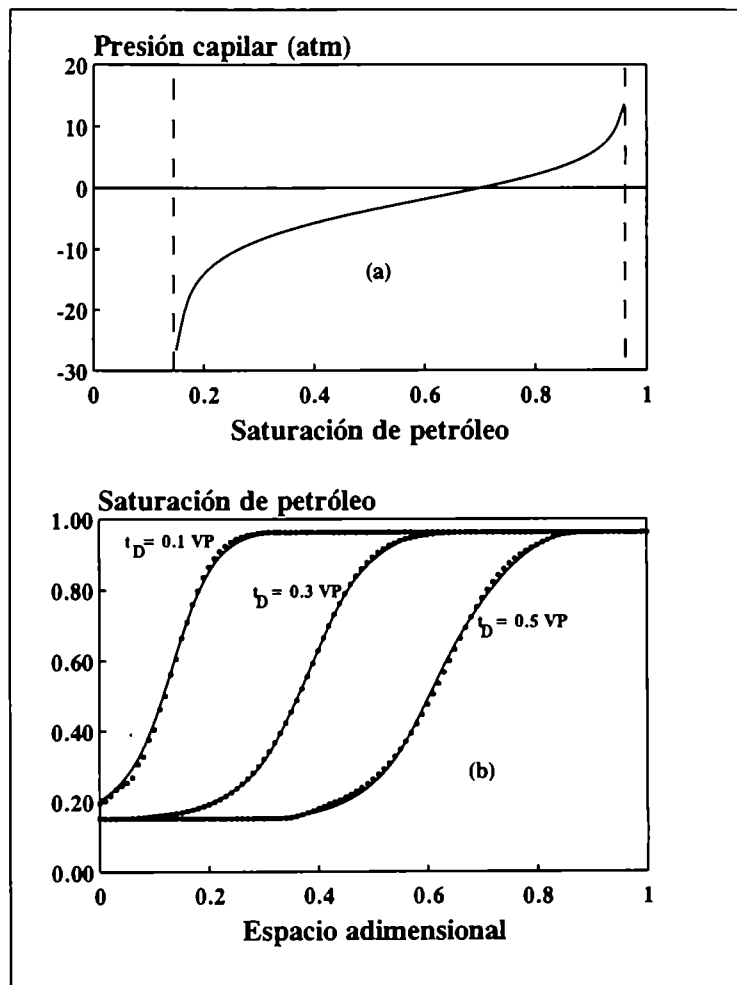


Figura 4.1 - Comparación de los resultados numéricos con la solución analítica de Yortsos y Fokas en el caso bifásico bicomponente : (a) curva de presión capilar utilizada y (b) perfiles de saturación de petróleo a distintos tiempos.

## 4.2.- FLUJO BIFASICO TRICOMPONENTE

Bajo ciertas condiciones especiales de flujo, Larson<sup>23,24</sup> obtuvo una solución analítica para el flujo bifásico tricomponente de agua, petróleo y especie química aplicando el método de las características. Dicha solución constituye una extensión de la solución de Buckley-Leverett que describe el flujo bifásico bicomponente de agua y petróleo, despreciando los efectos capilares. Posteriormente, Helfferich<sup>25</sup> desarrolló una teoría con el objeto de encontrar la solución analítica en problemas de flujo multifásico multicomponente, utilizando también el método de las características. Mediante la aplicación de esta teoría al caso bifásico tricomponente, Hirasaki<sup>26</sup> encontró soluciones analíticas en condiciones más generales a las adoptadas por Larson. Es decir, que la solución originalmente encontrada por Larson constituye un caso particular de la obtenida por Hirasaki y por ende, está considerada en la teoría de Helfferich.

El objetivo de esta sección es la comparación de los resultados del modelo con la correspondiente solución analítica obtenida a partir de la teoría de Helfferich. Para ello, es necesaria una descripción previa de dicha teoría que permitirá posteriormente analizar los alcances y la aplicabilidad de la misma.

### 4.2.1.- Teoría de Helfferich: Descripción y Desarrollo

El desarrollo de esta teoría parte de las mismas ecuaciones del modelo que fueron presentadas en el Capítulo 3. Se agregan ciertas restricciones que permiten una simplificación de las mismas.

En adición a las hipótesis enumeradas en 3.2.1, la teoría de Helfferich desprecia los efectos capilares y dispersivos y considera que es válida la *Teoría de la Coherencia*. Esto quiere decir que las concentraciones globales de todos los componentes en un determinado punto del diagrama espacio-tiempo se desplazan con la misma velocidad, ya sea que el perfil de concentraciones globales sea abrupto (función escalón o "self-sharpening") o continuo ("nonsharpening"). Este concepto de *coherencia* fue utilizado previamente en cromatografía<sup>27,28</sup> y se expresa a través de las siguientes ecuaciones para un flujo bifásico ternario

$$u_{z_i} = \left( \frac{dx}{dt} \right)_{z_i} \quad i = p, c \quad (4.14-a)$$

$$u_{z_p} = u_{z_c} \quad (4.14-b)$$

Empleando las reglas generales de derivación, la ec. 4.14-a se transforma en

$$u_{z_i} = - \frac{(\partial Z_i / \partial t)_x}{(\partial Z_i / \partial x)_t} = \beta \frac{u^{IN}}{\phi} \quad i = p, c \quad (4.15-a)$$

siendo  $\beta$  una constante arbitraria que representa la velocidad adimensional con que avanza  $Z_i$ . Combinando las ecs. 4.13, 4.14-a y 4.15-a surge

$$\beta = u_{Dz_i} = \left( \frac{dx_D}{dt_D} \right)_{z_i} \quad i = p, c \quad (4.15-b)$$

Por otra parte, despreciando los efectos capilares y dispersivos, las ecs. 3.18, 3.19, 3.21 y 3.25 se transforman en

$$\phi \frac{\partial Z_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \sum_j V_i^j u^j \right) = 0 \quad i = p, c \quad (4.16)$$

$$u^j = -\lambda^j \frac{\partial P^a}{\partial x} \quad j = o, a \quad (4.17)$$

$$u = -\lambda \frac{\partial P^a}{\partial x} \quad (4.18)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial P^a}{\partial x} \right) = 0 \quad (4.19)$$

Combinando estas dos últimas ecuaciones se tiene

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad u = u^{IN} = cte \quad (4.20)$$

Se define  $f^j$ , flujo fraccional de la fase  $j$  con

$$f^j = \frac{u^j}{u} \quad j = o, a \quad (4.21)$$

y se introducen las ecs. 4.17 y 4.18 en ésta última, resultando

$$f^j = \frac{\lambda^j}{\lambda} \quad j = o, a \quad (4.22-a)$$

y

$$\sum_{j=o,a} f^j = 1 \quad (4.22-b)$$

Considerando las ecs. 4.20 y 4.21, la ec. 4.16 puede reescribirse de la siguiente forma

$$\frac{\partial Z_i}{\partial t} + \frac{u^{IN}}{\phi} \frac{\partial F_i}{\partial x} = 0 \quad i = p, c \quad (4.23)$$

$F_i$  es el flujo fraccional del componente  $i$ , definido por

$$F_i = \sum_{j=o,a} f^j V_i^j \quad i = p, c \quad (4.24)$$

A partir de la ec. 4.22-a y de las ecs. 3.27 y 3.28 del Capítulo 3 se desprende que el flujo fraccional  $f^j$  es función de la saturación  $S^j$  y de las concentraciones fases  $V_i^j$ , es decir

$$f^j = f^j(S^j, V_i^j) \quad (4.25-a)$$

De acuerdo a lo desarrollado en el Capítulo 2, las relaciones de equilibrio termodinámico de fases y componentes establecen que, del conjunto de variables:  $S^j, V_i^j, Y_i$  ( $i = p, w, c; j = o, a$ ) sólo dos de ellas son independientes: por ejemplo  $Y_p$  e  $Y_c$ . Considerando las relaciones entre las concentraciones en las fases móviles,  $Y_i$  y globales,  $Z_i$ , que surgen combinando las ecs. 3.14 y 3.29, puede establecerse en forma análoga que, del conjunto de variables  $S^j, V_i^j$  y  $Z_i$  ( $i = p, c, w; j = o, a$ ) sólo dos son independientes:  $Z_p$  y  $Z_c$ . Por lo tanto puede adoptarse,

$$f^j = f^j(Z_p, Z_c) \quad j = o, a \quad (4.25-b)$$

$$F_i = F_i(Z_p, Z_c) \quad i = p, c \quad (4.25-c)$$

Considerando la ec. 4.25-c, las ecs. 4.23 pueden ser escritas en forma vectorial de acuerdo a

$$\frac{\partial \underline{Z}}{\partial t} + \frac{u^{IN}}{\phi} \underline{M} \frac{\partial \underline{Z}}{\partial x} = 0 \quad (4.26)$$

siendo  $\underline{Z}$  un vector columna cuyas componentes son las concentraciones globales de petróleo y de especie química, y  $\underline{M}$  una matriz cuadrada cuyos elementos son las derivadas parciales  $(\partial F_i / \partial Z_k)_{z,t}$  ( $i, k = p, c$ ), o sea

$$\underline{Z} = \begin{pmatrix} Z_p \\ Z_c \end{pmatrix} \quad (4.27-a)$$

$$\underline{M} = \begin{pmatrix} (\partial F_p / \partial Z_p)_{z,t} & (\partial F_p / \partial Z_c)_{z,t} \\ (\partial F_c / \partial Z_p)_{z,t} & (\partial F_c / \partial Z_c)_{z,t} \end{pmatrix} \quad (4.27-b)$$

Reescribiendo la ec. 4.15-a en forma vectorial con

$$\left( \frac{\partial \underline{Z}}{\partial t} \right)_x = \beta \frac{u^{IN}}{\phi} \left( \frac{\partial \underline{Z}}{\partial x} \right)_t \quad (4.28)$$

y combinando ésta última con las ecs. 4.26 y 4.23 se obtienen, respectivamente, las siguientes ecuaciones

$$\beta \left( \frac{\partial \underline{Z}}{\partial x} \right)_t = \underline{M} \left( \frac{\partial \underline{Z}}{\partial x} \right)_t \quad (4.29)$$

y



$$\beta \left( \frac{\partial Z_i}{\partial x} \right)_t = \left( \frac{\partial F_i}{\partial x} \right)_t \quad i = p, c \quad (4.30)$$

Esta última puede reescribirse de acuerdo a las reglas de derivación como

$$\left( \frac{\partial F_p}{\partial Z_p} \right)_t = \left( \frac{\partial F_c}{\partial Z_c} \right)_t = \beta \quad (4.31)$$

La ecuación 4.29 expresa que las velocidades adimensionales  $\beta$  son los *autovalores* asociados a la matriz  $\underline{\underline{M}}$  y se obtienen con

$$\det(\underline{\underline{M}} - \beta \underline{\underline{I}}) = 0 \quad (4.32)$$

siendo  $\underline{\underline{I}}$  la matriz identidad de 2 x 2. Combinando las ecs. 4.27-b y 4.32 resulta

$$\left[ \left( \frac{\partial F_p}{\partial Z_p} \right)_{z_c, t} - \beta \right] \left[ \left( \frac{\partial F_c}{\partial Z_c} \right)_{z_p, t} - \beta \right] - \left( \frac{\partial F_c}{\partial Z_p} \right)_{z_c, t} \left( \frac{\partial F_p}{\partial Z_c} \right)_{z_p, t} = 0 \quad (4.33)$$

En consecuencia, a cada concentración global arbitraria  $\underline{Z}$  le corresponden *dos autovalores asociados*,  $\beta_1$  y  $\beta_2$  que son las raíces de la ec. 4.33. Estos dos autovalores representan, de acuerdo a la ec. 4.15-b, dos velocidades adimensionales características de  $\underline{Z}$ ,  $(u_{D\underline{Z}})_{1,2}$

Por otra parte, la ec. 4.31 puede expresarse como

$$(dF_p)_t = \left[ \left( \frac{\partial F_p}{\partial Z_c} \right)_{z_p, t} dZ_p + \left( \frac{\partial F_p}{\partial Z_c} \right)_{z_p, t} dZ_c \right] = (\beta dZ_p)_t \quad (4.34)$$

Dividiendo por  $dZ_p$  y reordenando, de la segunda igualdad de la ec. 4.34 surge

$$\left( \frac{\partial F_p}{\partial Z_c} \right)_{z_p, t} \left( \frac{dZ_c}{dZ_p} \right)_t = \beta - \left( \frac{\partial F_p}{\partial Z_p} \right)_{z_c, t} \quad (4.35)$$

Teniendo en cuenta esta última ecuación, los dos *autovectores*  $(d\underline{Z})_{1,2}$  asociados a los dos autovalores  $\beta_{1,2}$  están dados por:

$$(d\underline{Z})_{1,2} = \begin{pmatrix} dZ_p \\ dZ_c \end{pmatrix}_{1,2} = \left[ \begin{array}{c} 1 \\ \left[ \beta_{1,2} - \left( \frac{\partial F_p}{\partial Z_p} \right)_{z_c, t} \right] \left( \frac{\partial F_p}{\partial Z_c} \right)_{z_p, t}^{-1} \end{array} \right]_{1,2} dZ_p \quad (4.36)$$

Cada autovector de la ec. 4.36 representa una *dirección característica* en el diagrama ternario de fases y componentes. Es decir que, cada concentración  $\underline{Z}$  tiene asociadas dos direcciones características: una de ellas es lenta (correspondiente al menor autovalor) y la otra es rápida (en correspondencia con el mayor autovalor). La teoría de la coherencia permite sólo variaciones de concentraciones globales a lo largo de estas direcciones características. De esta forma pueden construirse, en el diagrama ternario, *caminos composicionales*: los mismos representan variaciones de concentración que cumplen con la teoría de la coherencia. La construcción en forma discreta de dichos caminos composicionales se puede realizar a partir de un punto de

partida,  $\underline{Z}^P$ : se calculan las derivadas parciales  $\left(\frac{\partial F_i}{\partial Z_k}\right)_{Z_i}$  ( $i, k = p, c$ ) en dicho punto y se

obtienen, de la ecuación 4.33, los dos autovalores  $\beta_1^P$  y  $\beta_2^P$ . La determinación del camino lento (subíndice *min*) asociado al punto  $P$  se realiza eligiendo el menor de ambos autovalores,  $\beta_{min}^P$

$$\beta_{min}^P = \min(\beta_1^P, \beta_2^P) \quad (4.37)$$

con el cual se obtiene el segundo punto  $\underline{Z}_{min}^Q$  integrando la ec. 4.36

$$\underline{Z}_{c\ min}^Q - \underline{Z}_{c\ min}^P = \int_{\underline{Z}_p^P}^{\underline{Z}_p^Q} \left[ \left[ \beta_{min}^P - \frac{\partial F_p}{\partial Z_p} \right]_{Z_i} \left( \frac{\partial F_p}{\partial Z_c} \right)_{Z_i}^{-1} \right] dZ_p \quad (4.38)$$

y

$$\underline{Z}_{min}^Q = \begin{pmatrix} Z_p^P + \Delta Z_p \\ Z_{c\ min}^Q \end{pmatrix} \quad (4.39)$$

siendo  $\Delta Z_p$  un incremento arbitrario elegido. Análogamente, calculando las derivadas parciales y el mínimo autovalor, correspondientes a  $\underline{Z}_{min}^Q$ , se obtiene el tercer punto  $\underline{Z}_{min}^R$  del camino lento. Así sucesivamente se hallan los demás puntos.

Partiendo del mismo punto inicial  $\underline{Z}^P$ , pero utilizando los autovalores mayores  $\beta_{máx} = \max(\beta_1, \beta_2)$  se obtienen los puntos del camino rápido:  $\underline{Z}_{máx}^Q, \underline{Z}_{máx}^R$ , etc. (subíndice *máx*), asociado a  $\underline{Z}^P$ . El mismo procedimiento se aplica tomando otro punto de partida  $\underline{Z}^{P'}$ , obteniéndose ambos caminos lento y rápido correspondientes al punto  $P'$ . El conjunto de caminos composicionales (coherentes) lentos y rápidos asociados a los puntos del diagrama ternario, se denomina *grilla composicional*. Este método de integración paso por paso empleado en la obtención de la misma, resulta largo y complicado. Sin embargo, a través de las ecuaciones desarrolladas, surgen pautas que permiten facilitar la tarea de construcción de la grilla composicional. Dichas pautas se describen en el Apéndice A y serán utilizadas en la obtención de

las grillas correspondientes a dos ejemplos de aplicación. La grilla composicional constituye la base para la determinación de las *trayectorias* o secuencia de concentraciones que existen en el medio poroso en un determinado tiempo, partiendo de la concentración de inyección hasta la inicial. La teoría de la coherencia establece tres reglas básicas para la determinación de la trayectoria<sup>25,26,27</sup>:

1. la trayectoria debe seguir *exclusivamente* caminos composicionales *coherentes*.
2. de las dos velocidades características asociadas a una dada concentración se debe elegir siempre la *menor*. Esto obedece a que una concentración aguas arriba debe haber recorrido una distancia menor y por ende debe viajar a una velocidad menor respecto de otra ubicada aguas abajo.
3. para pasar de un camino a otro debe seguirse siempre el sentido en que *aumentan* las velocidades características.

De acuerdo a estas reglas básicas pueden suceder dos situaciones:

- A. que a lo largo de una trayectoria la velocidad disminuya (o permanezca constante); las concentraciones aguas arriba avanzan más rápidamente (o a igual velocidad) que aquellas aguas abajo. La variación de concentración resultante es *discontinua* o *tipo escalón* (self-sharpening), con lo cual las ecuaciones 4.15-b y 4.31 deben expresarse a través de incrementos de acuerdo a

$$u_{Dz} = \left( \frac{\Delta x_D}{\Delta t_D} \right)_z = \beta \quad (4.40)$$

y

$$\left( \frac{\Delta F_i}{\Delta Z_i} \right)_t = \left( \frac{\Delta F_c}{\Delta Z_c} \right)_t = \beta \quad (4.41)$$

siendo

$$\Delta F_i = F_i^1 - F_i^2 \quad (4.42-a)$$

$$i = p, c$$

$$\Delta Z_i = Z_i^1 - Z_i^2 \quad (4.42-b)$$

Los supraíndices 1 y 2 representan los valores aguas arriba y aguas abajo del escalón, respectivamente. Larson<sup>23</sup> establece condiciones suficientes (pero no necesarias) para que el sistema sea "self-sharpening". Ellas son:

- la inyección de soluto se realiza en forma continua y uniforme.
- las isotermas de partición y adsorción de la especie química deben ser no decrecientes con la posición.
- la absorción de la fase acuosa con petróleo (solubilización) y con soluto y de la fase oleosa con agua (hinchamiento o swelling) y con soluto debe ser pequeña o despreciable.

- B. que a lo largo de un camino la velocidad aumente: las concentraciones aguas arriba avanzan más lentamente con respecto a aquellas aguas abajo. La variación de concentración resultante es *continua* (non-sharpening) y no se efectúan modificaciones en las ecuaciones desarrolladas.

La trayectoria así determinada permite obtener el diagrama  $x_D - t_D$  (espacio-tiempo adimensional) asociado a cada concentración que pertenece a la misma. Mediante dichos diagramas  $x_D - t_D$  es posible determinar, para cada tiempo, los

perfiles de concentración de especie química y petróleo que, constituye la solución analítica buscada.

#### 4.2.2.- Obtención de Soluciones Analíticas

Aplicando los conceptos de la teoría de Helfferich se obtienen las soluciones analíticas para dos ejemplos de aplicación, identificados en lo sucesivo como **1er ejemplo** y **2do. ejemplo**, respectivamente. Los datos comunes en ambos son :

las viscosidades de las fases son constantes y el volumen de soluto adsorbido es nulo

$$\mu^a = \mu^o = 1 \text{ cp} \quad (4.43)$$

$$S^R = 0 \quad (4.44)$$

La inyección del soluto se realiza en forma continua. Para ello el tiempo adimensional durante el cual el soluto es inyectado debe ser mayor que el tiempo total del barrido,

$$t_{DT} = 3 VP \quad (4.45)$$

Las relaciones de permeabilidades relativas están dadas por

$$k_r^a = \left( \frac{S^a - 0.3}{1 - S^{or}(V_c^a) - 0.3} \right)^{1.5} \quad 0.3 \leq S^a \leq S^{or}(V_c^a)$$

$$k_r^o = \left( \frac{1 - S^{or}(V_c^a) - S^a}{1 - S^{or}(V_c^a) - 0.3} \right)^{1.5} \quad (4.46)$$

$$\begin{array}{lll} k_r^a = 0 & k_r^o = 1 & S^a < 0.3 \\ k_r^a = 1 & k_r^o = 0 & 1 - S^{or}(V_c^a) < S^a \leq 1 \end{array}$$

La saturación residual de petróleo,  $S^{or}$  se obtiene de

$$S^{or} \begin{cases} 0.3 \left( 1 - \frac{V_c^a}{Z_c^{IN}} \right) & V_c^a \leq Z_c^{IN} \\ 0 & V_c^a > Z_c^{IN} \end{cases} \quad (4.47)$$

Combinando las ecs. 3.16-a, 3.20( $j = o, a$ ), 4.22-a, 4.22-b, 4.43, 4.44 y 4.46 se obtiene la expresión para el flujo fraccional de agua

$$f^a = \begin{cases} \frac{(S^a - 0.3)^{15}}{(S^a - 0.3)^{15} + (1 - S^{or}(V_c^a) - S^a)^{15}} & 0.3 \leq S^a \leq 1 - S^{or}(V_c^a) \\ 0 & S^a < 0.3 \\ 1 & 1 - S^{or}(V_c^a) < S^a \leq 1 \end{cases} \quad (4.48)$$

Las concentraciones de inyección e iniciales y las relaciones de equilibrio termodinámico de fases y componentes adoptadas son, respectivamente,

| 1er. ejemplo  | 2do. ejemplo   |
|---|--|
| $Z_c^{IN} = 0.1; Z_p^{IN} = 0; S^{ol} = 0.3$ (4.49) | $Z_c^{IN} = 0.08; Z_p^{IN} = 0; S^{ol} = 0.3$ (4.50) |
| $K_c = L_{pc}^a = L_{wc}^o = 0$ (4.51)              | $K_c = 2; L_{pc}^a = L_{wc}^o = 1$ (4.52)            |

Ambos casos representan un barrido químico realizado luego de una inundación secundaria. En consecuencia, la saturación inicial de petróleo,  $S^{ol}$  es igual a la saturación residual luego del barrido con agua,  $S^{orH}$

$$S^{ol} = S^{orH} \quad (4.53)$$

El supraíndice H se refiere al sistema agua-petróleo (sin sustancia química).

El **1er ejemplo** representa un caso en el cual la curva binodal ocupa todo el diagrama ternario (no existen zonas monofásicas) por lo tanto la concentración de inyección está situada sobre la curva binodal (Figura 4.2(a)) y no hay solubilización del petróleo en la fase acuosa. El coeficiente de partición es nulo con lo cual el "swelling" o hinchamiento de la fase oleosa es también nulo. El equilibrio termodinámico representado por la ec. 4.51 corresponde a un sistema Tipo II(-), de acuerdo a la clasificación efectuada en 2.2. Además, la concentración de soluto en el agua es pequeña por lo tanto absorción asociada a dicha fase es despreciable. En consecuencia, las hipótesis de Larson de 4.2.1., se satisfacen en el **1er. ejemplo**.

El **2do. ejemplo** representa, en cambio, una inundación química con extracción de fase: el fluido de inyección esta situado en la región monofásica del diagrama ternario (Figura 4.2(b)) y por lo tanto es capaz de solubilizar el petróleo contenido en el reservorio. La transferencia de masa se efectúa de acuerdo al modelo de las celdas de mezclado analizado en 2.4. En este caso, las hipótesis de Larson no se satisfacen: el hinchamiento de la fase oleosa y la solubilización del petróleo en la fase acuosa representados por la curva binodal de la Figura 4.2(b) son apreciables. El equilibrio termodinámico dado por la ec. 4.52 describe un sistema Tipo II(+).

De acuerdo a lo descrito en 4.2.1, la obtención de la solución analítica se realiza siguiendo los siguientes pasos :

**1er. paso - Obtención de la grilla composicional :** A partir de la teoría de Helfferich (representada a través de las ecs. 4.14 a 4.42) surgen ciertas *pautas generales* que facilitan esta tarea. En el Apéndice A se realiza la descripción y el análisis de las mismas. La construcción de las grillas composicionales correspondientes a ambos ejemplos se detalla en Apéndice B.

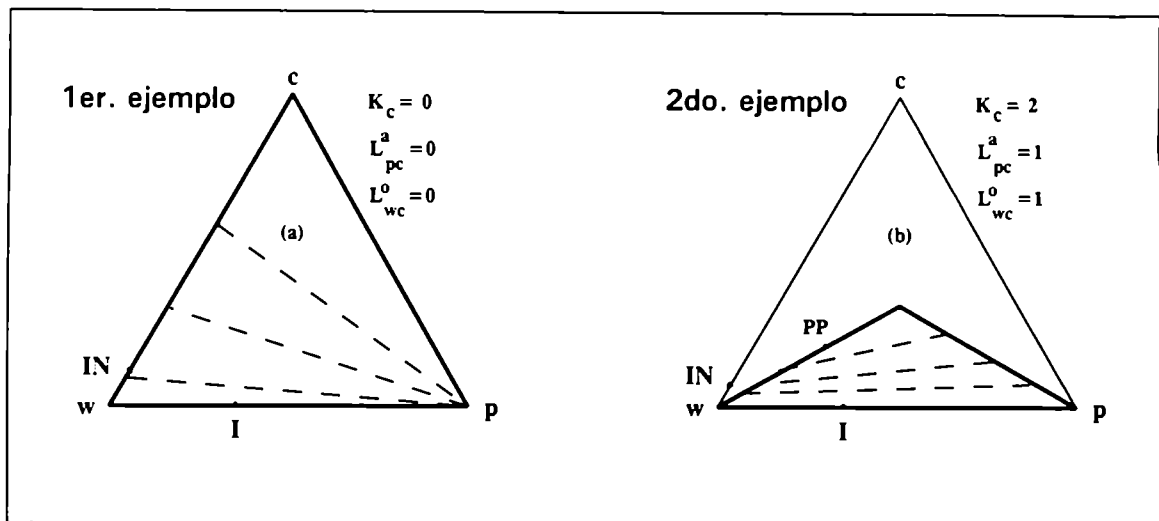


Figura 4.2 - Diagramas ternarios de equilibrio termodinámico de fases y componentes correspondientes a : (a) 1er. ejemplo y (b) 2do. ejemplo.

**2do. paso - Obtención de la trayectoria y del diagrama espacio-tiempo adimensionales,  $x_D - t_D$**  Utilizando la grilla composicional obtenida en el paso previo, y las reglas básicas que establece la teoría de la coherencia enumeradas en 4.2.1, se determinan las trayectorias y los diagramas  $x_D - t_D$  correspondientes a ambos ejemplos. Dicho cálculo se muestra en detalle en el Apéndice C.

**3er. paso - Obtención de los perfiles de concentraciones :** Las Figuras 4.3 y 4.4 muestran los perfiles de concentraciones globales de (a) soluto y (b) petróleo para el 1er. y 2do. ejemplo, respectivamente, correspondientes a  $t_D = 0.4$  VP. La construcción de dichos perfiles se efectúa a partir de las concentraciones pertenecientes a las trayectorias y sus respectivas velocidades, como se describe en el Apéndice C (ecs. C.9 para el 1er. ejemplo y ecs. C.15, C.20, C.24 y C.25 para el 2do. ejemplo).

En las Figuras 4.3(a) y (b) correspondientes al 1er. ejemplo, se visualizan claramente tres zonas a partir de la entrada :

- Banco químico ( $0 < x_D \leq x_D^{S1^{qv}}$ ): es una zona de miscibilidad parcial cuyas concentraciones se ubican dentro de la curva binodal donde se encuentra todo el soluto inyectado. La discontinuidad ubicada en  $x_D^{S1^{qv}}$  se denomina *frente químico*.
- Banco de petróleo ( $x_D^{S1^{qv}} < x_D \leq x_D^{OB}$ ): aguas abajo del frente químico se encuentra una región inmisible en la cual se acumula todo el petróleo movilizado por el soluto en el banco químico. Se extiende desde el frente químico hasta la discontinuidad en  $x_D^{OB}$  o *frente de petróleo*.

- Banco inicial ( $x_D^{OB} < x_D \leq 1$ ): es una zona que mantiene las condiciones iniciales y en la cual la perturbación de inyección no ha entrado.

Los supraíndices  $S1^{IN}$  y  $OB$  se refieren a las posiciones de los frentes químico y de petróleo respectivamente, como se establece en el Apéndice C.

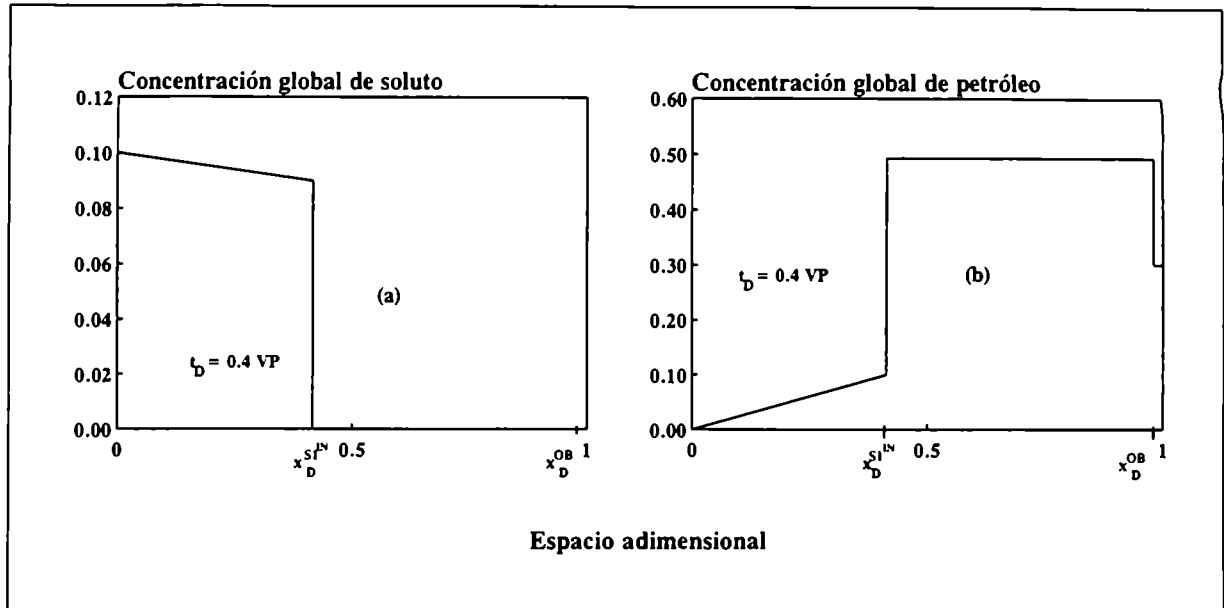


Figura 4.3 - Perfiles de concentraciones globales de (a) soluto y (b) petróleo, correspondientes a la solución analítica del 1er. ejemplo.

En las Figuras 4.4(a) y (b) correspondientes al 2do. ejemplo (inyección en la región monofásica, fuera de la curva binodal) el banco químico ubicado en  $0 < x_D \leq x_D^{S1^{IN}}$  está formado por dos zonas claramente definidas :

- una zona de *miscibilidad total* que se extiende desde la entrada hasta el punto  $x_D^C$ , denominado *frente de solubilización* (el supraíndice C se refiere a dicho frente)
- una zona de *miscibilidad parcial* ubicada entre los frentes de solubilización y de petróleo, respectivamente ( $x_D^C < x_D \leq x_D^{S1^{IN}}$ ).

Aguas abajo del banco químico se ubican, igual que en el 1er. ejemplo, los bancos de petróleo e inicial, respectivamente.

Las discontinuidades ubicadas en  $x_D^C$ ,  $x_D^{S1^{IN}}$  y  $x_D^{OB}$  que dan lugar a la formación de los frentes de solubilización, químico y de petróleo, respectivamente, se producen debido a que las concentraciones ubicadas aguas arriba de los mismos avanzan más rápidamente que aquellas ubicadas aguas abajo ( Apéndice C). De este modo, la variación de concentración resultante en dichos puntos es "self-sharpening", como lo describe la situación A de la sección anterior.

**4to. paso - Cálculo del petróleo recuperado** El volumen poral de petróleo recuperado,  $N_p$  se calcula a través de un balance volumétrico entre el petróleo inicial y el petróleo remanente en el medio poroso en un determinado tiempo,

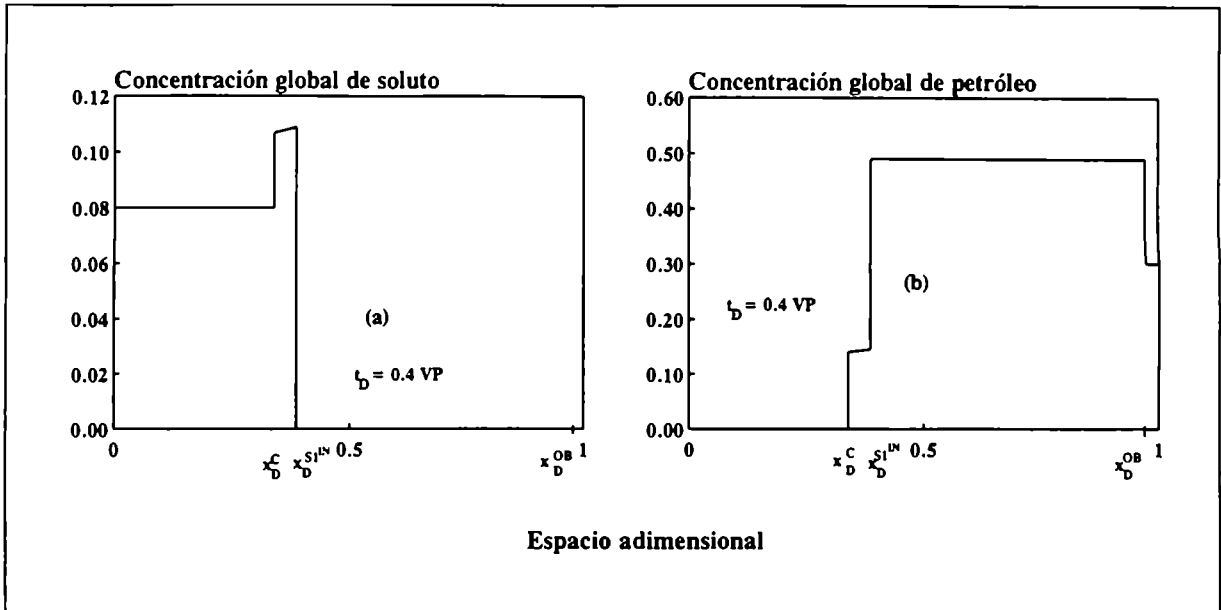


Figura 4.4 - Perfiles de concentraciones globales de (a) soluto y (b) petróleo, correspondientes a la solución analítica del 2do. ejemplo.

$$N_{P(t_D)} = S^{ol} - \int_0^1 Z_p(x_D, t_D) dx_D \quad (4.54-a)$$

Esta última ecuación puede reescribirse, teniendo en cuenta las ecs. 3.14-a, 3.16-a, 4.44 y 4.53, según

$$N_{P(t_D)} = S^{orH} - \int_0^1 \left[ V_p^o + (V_p^a - V_p^o) S^a \right]_{(x_D, t_D)} dx_D \quad (4.54-b)$$

La integral de la ecuación anterior debe ser resuelta en cada una de las zonas del perfil de concentraciones descritas en el paso anterior. Las ecuaciones que permiten calcular los volúmenes de petróleo recuperado en función del tiempo adimensional se obtienen en el Apéndice D. Introduciendo en dichas ecuaciones los resultados obtenidos para ambos ejemplos en el Apéndice C, se grafican en las Figuras 4.5(a) y (b) las curvas de  $N_p(t_D)$  correspondientes al 1er. y 2do. ejemplo, respectivamente.



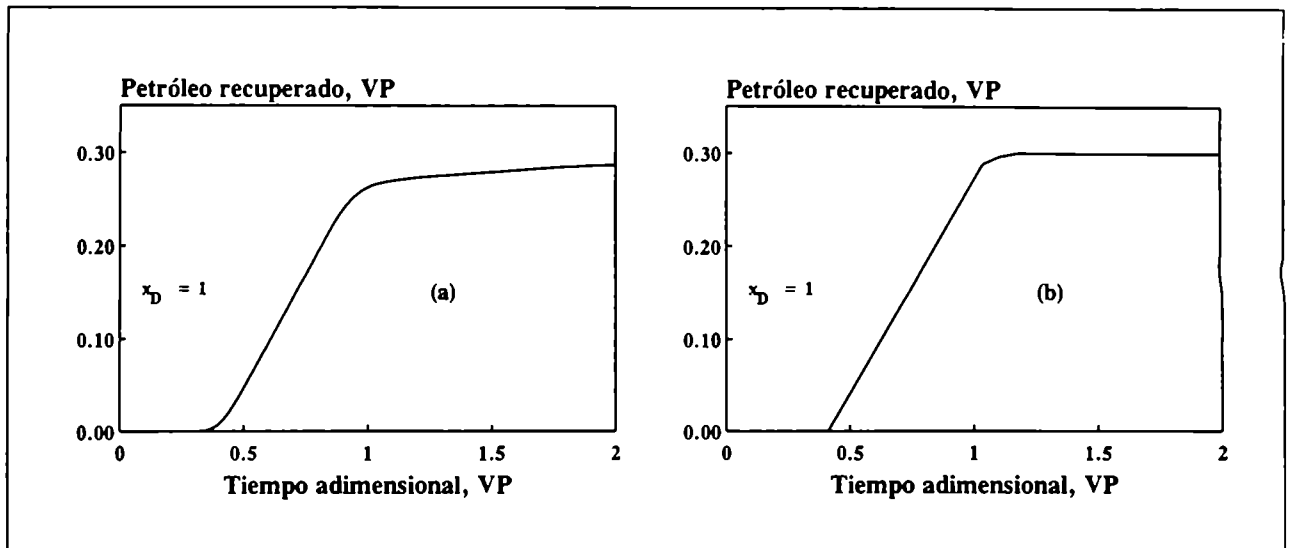


Figura 4.5 - Petr6leo recuperado en funci6n del tiempo adimensional correspondiente a la soluci6n anal6tica del (a) 1er. ejemplo y (b) 2do. ejemplo.

#### 4.2.3.- Comparaci6n del Modelo con las Soluciones Anal6ticas

Los resultados del modelo se comparan con las soluciones anal6ticas obtenidas para los dos ejemplos de aplicaci6n del flujo bif6sico tricomponente. Debido a que las variaciones de concentraci6n en la soluci6n anal6tica son discontinuas, s6lo se tienen las concentraciones de las fases  $V_i'$  ubicadas sobre la l6nea de uni6n que pasa por la inyecci6n y aquellas ubicadas sobre la l6nea w-p. Por lo tanto s6lo dos curvas de flujo fraccional son utilizadas en la soluci6n anal6tica:

$$f^a = f^a(S^a, V_c^a = V_c^{aIN}) \quad y \quad f^a = f^a(S^a, V_c^a = 0)$$

Los correspondientes valores de saturaci6n de petr6leo residual surgen de la ec. 4.47

$$S^{or} = 0 \quad S^{or} = S^{orH} = 0.3$$

En el simulador num6rico se utilizan las mismas relaciones funcionales y de equilibrio termodin6mico dadas por las ecs. 4.43, 4.44, 4.46, 4.51, 4.52, B.1 y B.2. Pero, teniendo en cuenta lo antedicho se utiliza la siguiente funci6n escal6n<sup>24</sup> para  $S^{or}$

$$S^{or} \begin{cases} 0 & V_c^a \geq 0.5 Z_c^{IN} \\ 0.3 & V_c^a < 0.5 Z_c^{IN} \end{cases} \quad (4.55)$$

La funcionalidad dada por la ec. 4.55 no es representativa de la realidad; sólo será utilizada en la comparación de los resultados numéricos con la solución analítica. En el próximo capítulo se utilizarán relaciones más realistas.

En adición, se utilizan en el simulador numérico:

$$\begin{array}{ll}
 L = 100 \text{ cm} & \Delta x = 1 \text{ cm (100 puntos de grilla)} \\
 \phi = 0.3 & \Delta t = 30 \text{ s} \\
 u^{IN} = 0.001 \text{ cm/s} & \varepsilon = 0.001 \\
 P^o = 1 \text{ atm.} &
 \end{array}$$

y las condiciones iniciales y de inyección representadas por las ecs. 4.49 y 4.50. En la solución analítica se eliminaron los efectos capilares y dispersivos, por lo tanto el modelo fue alimentado con :

$$P_c = 0 \quad D'_i = 0 \quad i = p, c, w$$

Las Figuras 4.6(a) y (b) ilustran los perfiles de concentraciones globales de especie química y petróleo respectivamente, correspondientes a la solución analítica y a los resultados obtenidos con el simulador para el **1er. ejemplo** en  $t_D = 0.4$  VP. El salto en la concentración global de soluto de la Figura 4.6(a) es reproducido por el simulador numérico pero no en forma abrupta debido a la dispersión numérica. Estrictamente, los saltos abruptos son una idealización matemática introducida con el objeto de encontrar soluciones analíticas, pero no representan la realidad física debido a que en el medio poroso existen siempre fenómenos que tienden a suavizar estas variaciones bruscas<sup>6</sup> (dispersión, difusión, efectos capilares, etc.). Dichos fenómenos estarían representados por la dispersión numérica.

Sin embargo, el simulador numérico reproduce razonablemente los saltos abruptos correspondientes a la concentración global de petróleo con una pequeña dispersión numérica en el frente químico (Figura 4.6(b)). En la Figura 4.6(c) se grafica la producción acumulada de petróleo,  $N_p$  en función del tiempo adimensional,  $t_D$ . La dispersión numérica en el frente químico se traduce en una pequeña disminución de  $N_p$  correspondiente al tiempo en que dicho frente irrumpe en la salida ( $t_D^{S+IN} \cong 0.9$  VP), si bien en todos los demás tiempos las dos soluciones son perfectamente coincidentes.

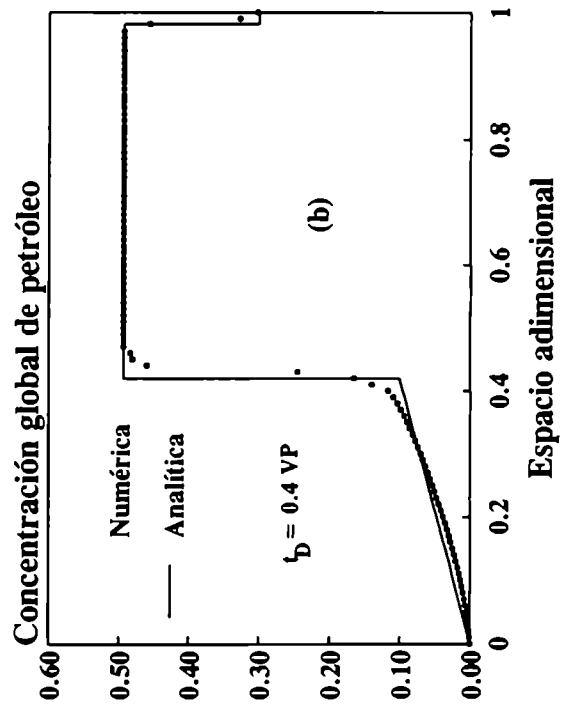
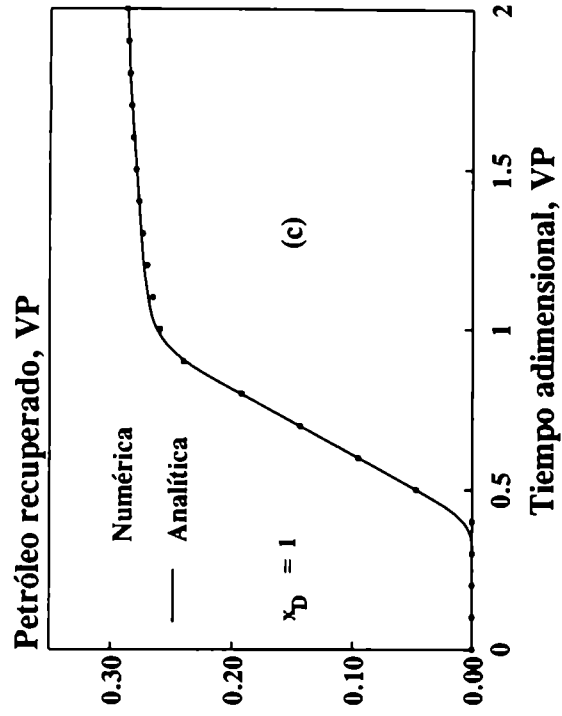
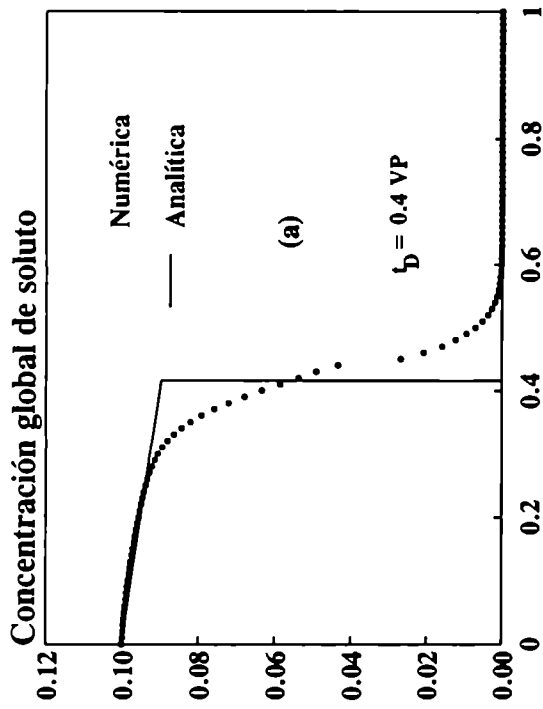


Figura 4.6 - Comparación de los resultados numéricos con la solución analítica del caso bifásico tricomponente correspondiente al 1er. ejemplo.

En las Figuras 4.7(a) y (b) se grafican los perfiles de concentraciones globales de petróleo y especie química obtenido con el simulador y la solución analítica en el **2do. ejemplo**, correspondientes a  $t_D = 0.4$  VP. En este tipo de diagrama de fase (Tipo II(+), con punto de pliegue a la izquierda), el simulador numérico muestra dos características importantes en contraste con la solución analítica :

- dispersión de origen numérico en el perfil de concentraciones globales de soluto y petróleo, localizada en los frentes de solubilización, químico y de petróleo.
- retraso en los frentes de solubilización, químico y de petróleo.

El primer efecto (dispersión numérica), en el diagrama de fase Tipo II(-) del ejemplo anterior, no producía efectos secundarios (los perfiles de concentración de petróleo eran prácticamente coincidentes). Sin embargo, en comportamientos de fase Tipo II(+), la dispersión numérica produce un retardo de los frentes de solubilización y químico y por ende el de petróleo también se retrasa. (Este efecto será tratado en detalle en el Capítulo 5). En consecuencia, la acumulada de petróleo de la Figura 4.7(c) correspondiente al simulador numérico, se encuentra por debajo de la solución analítica a tiempos cortos. A tiempos largos ambas curvas son coincidentes.

Si bien la dispersión numérica provoca diferencias con la solución analítica, el modelo es más representativo de la realidad física debido a que, como se dijo antes, los frentes abruptos o "self-sharpening" son siempre suavizados por fenómenos físicos.

#### 4.2.4 - Aplicabilidad de la solución analítica

En estos dos ejemplos seleccionados, la inyección se realiza en forma continua ( $t_{DT} = 3$  VP), con lo cual las trayectorias correspondientes a ambas soluciones analíticas, son constantes con el tiempo y los perfiles de concentraciones avanzan con velocidades también constantes, es decir, sin deformarse. A partir de los autovalores asociados a los puntos de dichas trayectorias, la teoría de la coherencia establece que los perfiles de concentraciones en la solución analítica tienen variaciones bruscas o "self-sharpening". En consecuencia, dichos perfiles pueden obtenerse a través de un sencillo método gráfico, como se describe en el Apéndice C.

Sin embargo, existe una forma de determinar si los perfiles de concentración son "self-sharpening" sin recurrir al cálculo de la grilla composicional. Larson en su desarrollo original establece ciertas hipótesis adicionales que aseguran esta situación:

- inyección continua y uniforme
- isotermas de partición y adsorción no decrecientes con la posición
- solubilización de petróleo en fase acuosa y absorción de agua y soluto en fase oleosa, ambas despreciables.

El cumplimiento de estas condiciones "self-sharpening" establecidas por Larson permiten la aplicación directa del mencionado método gráfico y en consecuencia, la solución analítica resulta sencilla y fácil de obtener.

Sin embargo, si la inyección se realiza en forma de tapón o "slug", la trayectoria es constante para  $t_D \leq t_{DT}$ , mientras que para tiempos mayores es variable<sup>26</sup> y debe necesariamente resolverse a través de la grilla composicional. Lo mismo ocurre cuando no se satisfacen las condiciones "self-sharpening" de Larson.

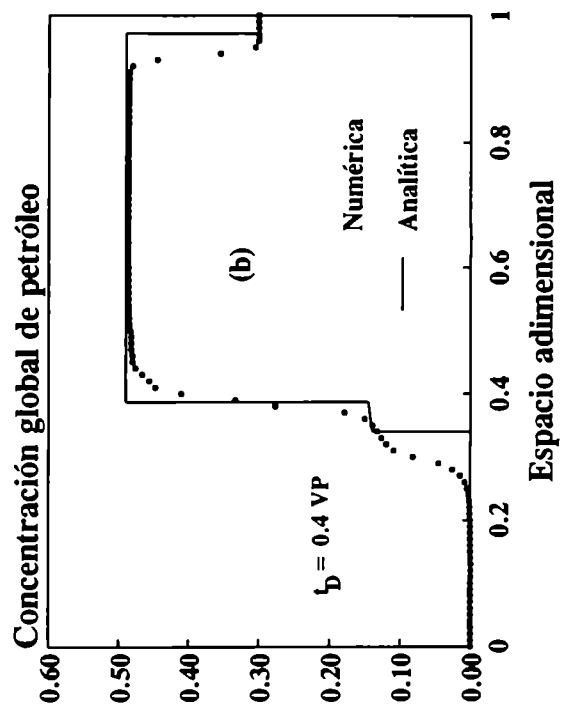
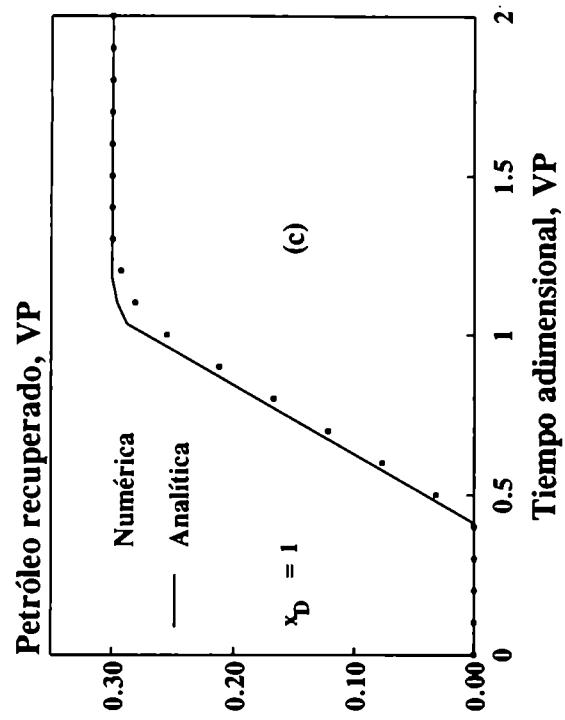
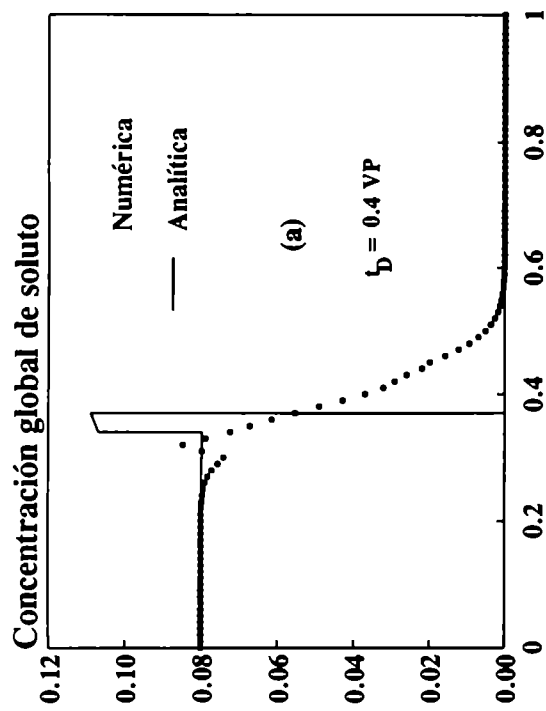


Figura 4.7 - Comparación de los resultados numéricos con la solución analítica del caso bifásico tricompone correspondiente al 2do. ejemplo.

Las dificultades encontradas en la construcción de las grillas composicionales reside en los siguientes factores:

el cálculo analítico de las derivadas parciales  $\frac{\partial F_i}{\partial Z_k}(i, k = p, c)$  es sumamente

complicado, aún utilizando los diagramas idealizados de comportamiento de fase. Este problema se acentúa cuando se adoptan modelos más representativos del equilibrio termodinámico de fases y componentes <sup>31,13,36</sup>, como los descritos en el Capítulo 2.

la obtención de los caminos que no son las líneas de unión (designados como caminos NU en los Apéndices A y B) se realiza empleando el método de integración paso por paso descrito en 4.2.1. Dicho método resulta muy sensible al incremento  $\Delta Z_p$  utilizado (ec. 4.39)

se producen indeterminaciones en el cálculo de las velocidades características de aquellas concentraciones situadas en las cercanías de los puntos singulares.

Dichas dificultades hacen que las soluciones analíticas resulten poco aplicables para la obtención de resultados en ejemplos reales, dado que en ellos las hipótesis "self-sharpening" no se cumplen. En consecuencia, los resultados del simulador numérico son más fáciles de obtener y por otra parte menos restrictivos, dado que éstos consideran fenómenos que fueron despreciados en las soluciones analíticas.

## ANALISIS DE LOS FENOMENOS DE TRANSPORTE

Durante la inundación química de un reservorio ocurren diversos fenómenos en los cuales se basa el éxito -o el fracaso- en la recuperación de petróleo. A pesar de la complejidad de los mismos, existe un número limitado de mecanismos capaces de movilizar el petróleo residual confinado en los poros y de evitar su posterior reentrampamiento. Estos mecanismos ocurren dentro del reservorio en forma simultánea y además pueden ser igualmente causados por distintas especies químicas. Por lo tanto, un paso preliminar en el diseño de la inundación química de reservorios, lo constituye el estudio y análisis de todos los fenómenos básicos de transporte en forma separada para luego tratar cada proceso como una combinación de los mismos. Para ello se utiliza el simulador numérico desarrollado y se le incorporan las funciones que representan los distintos fenómenos involucrados: miscibilidad parcial o total entre las fases, reducción de la tensión interfacial, presión capilar, adsorción, dispersión, alteraciones en las viscosidades de las fases y en la mojabilidad de la roca, etc.

### 5.1.- MODELIZACION DE LAS PROPIEDADES FISICAS

En la formulación del modelo (Capítulo 3), se presentó la dependencia de propiedades físicas tales como permeabilidades relativas, viscosidades, presión capilar, tensión interfacial entre las fases y adsorción del soluto en la roca, sobre las demás variables del sistema bifásico tricomponente. La funcionalidad de dichas propiedades se determina a partir de un análisis teórico y se verifican mediante ensayos de laboratorio. En esta sección se presentan las relaciones que serán luego utilizadas por el modelo en el análisis de los fenómenos de transporte.

#### 5.1.1.- Permeabilidades Relativas en el Sistema Binario Agua-Petróleo

La permeabilidad relativa de una fase  $j$  depende fuertemente de su saturación y además de propiedades intrínsecas del medio poroso (distribución de tamaños de poros, mojabilidad, etc.). Es una propiedad que decrece a medida que la saturación disminuye y se anula en algún punto no nulo de saturación. La saturación para la cual la permeabilidad se anula y por ende no existe flujo de dicha fase, es la *saturación residual de la fase  $j$* ,  $S_r^j$ . Los procesos de recuperación asistida de petróleo tienen como principal objetivo la *reducción de la saturación residual de la fase oleosa*,  $S^{or}$ . Por otra parte, la permeabilidad relativa de la fase  $j$  adquiere su máximo valor cuando la saturación de la otra fase,  $S^j$  alcanza su valor residual,  $S^{j'}$ . Estos valores máximos para cada fase se denominan valores límites y en adelante se designarán con el supraíndice 0. En síntesis:

$$S^j = S_r^j: k_r^j = 0 \quad \text{y} \quad S^j = S^{j'}: k_r^j = k_r^{j0} \quad (5.1)$$

La Figura 5.1 muestra curvas de permeabilidades relativas típicas de un sistema agua-petróleo (sin sustancia química). Dichas curvas representan un medio poroso en el cual la fase mojante es la fase acuosa ( $k_r^{a0} < k_r^{o0}$ ). La expresión analítica utilizada en la representación de dichas curvas es una función potencia<sup>6</sup>

$$k_r^j = k_r^{j0} \left( \frac{S^j - S^{jr}}{1 - S^{jr} - S^{jr}} \right)^{e^j} \quad j = o, a \quad j' = a, o \quad j \neq j' \quad (5.2)$$

La misma expresión dada por la ec. 5.2 se utiliza también para definir las permeabilidades relativas en el sistema ternario agua-petróleo-especie química<sup>11,23,24,26,31</sup>. Pero, en dichos sistemas, las saturaciones residuales de las fases  $S^{jr}$ , los valores límites de permeabilidades,  $k_r^{j0}$  y los exponentes,  $e^j$  no son parámetros constantes sino que dependen de las concentraciones de las fases, como se describe en 5.1.4.

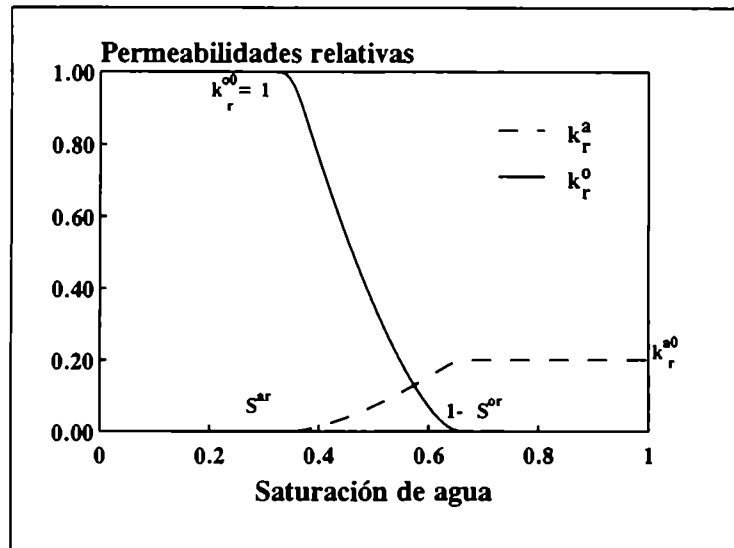


Figura 5.1 - Permeabilidades relativas en un sistema agua-petróleo para un reservorio mojado por agua.

### 5.1.2.- Tensión Interfacial

La tensión interfacial  $\sigma$  en el sistema ternario agua-petróleo-especie química se obtiene a partir del modelo de tensión interfacial de un sistema de tres fases (acuosa, oleosa y microemulsión) desarrollado por Healy y Reed<sup>34,35</sup>. En un sistema bifásico Tipo II (-), se utiliza la siguiente expresión



$$\log \sigma = \log F_H + \left(1 - \frac{V_p^a}{V_c^a}\right) \log \sigma^H + \left(G_2 + \frac{G_1}{1+G_3}\right) \frac{V_p^a}{V_c^a} \quad \frac{V_p^a}{V_c^a} \leq 1 \quad (5.3)$$

$$\log \sigma = \log F_H + G_2 + \frac{G_1}{\left(1 + \frac{V_p^a}{V_c^a} G_3\right)} \quad \frac{V_p^a}{V_c^a} > 1$$

donde  $F_H$  es un factor introducido por Hirasaki<sup>26</sup> que reduce la tensión interfacial a cero a medida que la composición se aproxima al punto de pliegue,

$$F_H = \frac{1 - e^{-\sqrt{\sum_i (v_i^o - v_i^a)^2}}}{1 - e^{-\sqrt{2}}} \quad (5.4)$$

$G_1$ ,  $G_2$  y  $G_3$  son parámetros constantes y  $\sigma^H$  es la tensión interfacial en el sistema agua-petróleo, sin soluto. Análogamente, en un sistema bifásico Tipo II(+), la expresión utilizada resulta,

$$\log \sigma = \log F_H + \left(1 - \frac{V_w^o}{V_c^o}\right) \log \sigma^H + \left(G_2 + \frac{G_1}{1+G_3}\right) \frac{V_w^o}{V_c^o} \quad \frac{V_w^o}{V_c^o} \leq 1$$

$$\log \sigma = \log F_H + G_2 + \frac{G_1}{\left(1 + \frac{V_w^o}{V_c^o} G_3\right)} \quad \frac{V_w^o}{V_c^o} > 1 \quad (5.5)$$

Las expresiones analíticas utilizadas en la representación del equilibrio termodinámico de fases y componentes (ecs. 2.6 y 2.7 del Capítulo 2) suponen que los parámetros de solubilización y de "swelling",  $L_{pc}^a$  y  $L_{wc}^o$  son ambos constantes. Es decir que, en el simulador numérico, las expresiones (5.3) y (5.5) se transforman respectivamente, en

Tipo II(-)

$$\log \sigma = \begin{cases} \log F_H + (1 - L_{pc}^a) \log \sigma^H + \left(G_2 + \frac{G_1}{1+G_3}\right) L_{pc}^a & L_{pc}^a \leq 1 \\ \log F_H + G_2 + \frac{G_1}{(1 + L_{pc}^a G_3)} & L_{pc}^a > 1 \end{cases} \quad (5.6)$$

Tipo II(+)

$$\log \sigma = \begin{cases} \log F_H + (1 - L_{wc}^o) \log \sigma^H + \left(G_2 + \frac{G_1}{1+G_3}\right) L_{wc}^o & L_{wc}^o \leq 1 \\ \log F_H + G_2 + \frac{G_1}{(1 + L_{wc}^o G_3)} & L_{wc}^o > 1 \end{cases} \quad (5.7)$$

De acuerdo a lo establecido en el Capítulo 2, esta idealización del diagrama de fases y componentes está en desacuerdo con el comportamiento real de las fases para valores pequeños de concentración de soluto. En diagramas de fases reales<sup>26,31</sup>, las

pendientes de la curva binodal tienden a ser tangentes a los lados w-c y p-c a medida que  $V_c^a$  y  $V_c^o$  tienden a cero, respectivamente. Las siguientes ecuaciones lo expresan matemáticamente :

$$V_c^a \rightarrow 0: L_{pc}^a = \frac{V_c^a}{V_p^o} \rightarrow 0 \quad (5.8)$$

$$V_c^o \rightarrow 0: L_{wc}^o = \frac{V_c^o}{V_w^o} \rightarrow 0 \quad (5.9)$$

A efectos de poder reproducir esta situación física, los parámetros  $L_{pc}^a$  y  $L_{wc}^o$  del simulador numérico se consideran constantes para concentraciones de fase de soluto  $V_c^a$  y  $V_c^o$ , respectivamente mayores que dos valores mínimos  $V_{c\ min}^a$  y  $V_{c\ min}^o$ . Para valores menores que dichos mínimos se adopta una disminución lineal de ambos parámetros. Por lo tanto, la tensión interfacial se obtiene con las ecs. 5.6 y 5.7 en sistemas Tipo II(-) y Tipo II(+), respectivamente, teniendo en cuenta esta modificación en los parámetros  $L_{pc}^a$  y  $L_{wc}^o$ .

### 5.1.3.- Saturaciones Residuales

Observaciones experimentales realizadas por varios investigadores y resumidas por Lake<sup>6</sup> concuerdan en que la saturación residual de la fase j luego de una inundación con la fase j' es función de la tensión interfacial entre ambas fases,  $\sigma$ . Dicha funcionalidad se realiza a través de una variable,  $N_{vc}$  llamada *número capilar*, que expresa la relación de magnitudes entre las fuerzas viscosas y las fuerzas capilares, Es decir,

$$S^{jr} = S^{jr}(N_{vc}) \quad (5.10)$$

y

$$N_{vc} = \frac{u^{IN} k}{\lambda \sigma} \quad (5.11)$$

De acuerdo con la ec. 5.11, un número capilar pequeño representa un sistema donde las fuerzas capilares son elevadas, mientras que un número capilar grande representa un sistema con fuerzas capilares despreciables frente a las viscosas. En 5.1.2. se estableció que la tensión interfacial  $\sigma$  era función de las concentraciones de las fases, es decir que, en definitiva podemos considerar que las saturaciones residuales dependen exclusivamente de las concentraciones de las fases  $V_i^j$  o sea

$$S^{jr} = S^{jr}(V_i^j) \quad (5.12)$$

La función de la ec. 5.10 se conoce como *curva de desaturación capilar* (CDC). En la Figura 5.2 se muestran dos curvas CDC correspondientes a las fases mojante ( $j=M$ ) y no mojante ( $j=N$ ), respectivamente, para un reservorio mojado por agua en el cual  $M=a$  y  $N=o$ . Para cada una de ellas, existen dos números capilares característicos:

$N_{cv\ min}^j$  y  $N_{cv\ máx}^j$ . Dichos números representan los límites entre los cuales se produce la variación en la saturación residual. A partir de  $N_{cv\ min}^j$  comienza la disminución de  $S^{jr}$

y en  $N_{cv\ máx}^j$  se produce su desaturación total (saturación residual nula). De la Figura 5.2 se desprende que para desaturar totalmente la fase mojanete se necesitan números capilares más elevados (i.e. tensiones interfaciales más pequeñas) que los que corresponden a una desaturación total de la fase no mojanete. Es decir,

$$N_{cv\ máx}^M > N_{cv\ máx}^N \quad (5.13)$$

Además, la desaturación de la fase mojanete comienza con números capilares mayores (menores tensiones interfaciales) que la fase no mojanete, o sea

$$N_{cv\ mín}^M > N_{cv\ mín}^N \quad (5.14)$$

Esto se debe a la mayor afinidad con la roca que caracteriza a la fase mojanete. Las curvas CDC de la Figura 5.2 se expresan adecuadamente de acuerdo a<sup>13,7,26</sup>:

$$S^{jr} = S^{jrh} T_1^j \left[ \log(N_{cv}) + T_2^j \right] \quad j = o, a \quad (5.15)$$

siendo  $T_1^j$  y  $T_2^j$  parámetros constantes definidos por propiedades intrínsecas del medio poroso (distribución de tamaños porales, etc.).

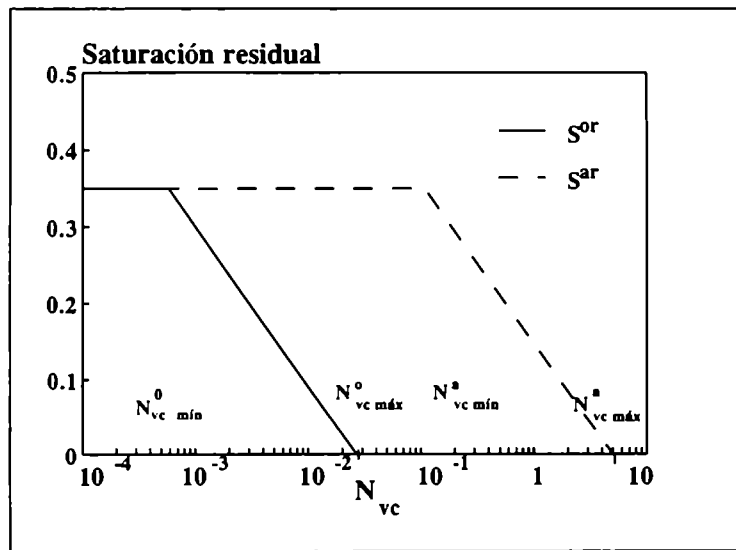


Figura 5.2 - Curva de desaturación capilar en un reservorio mojado por agua

#### 5.1.4.- Permeabilidades Relativas en el Sistema Ternario Agua-Petróleo-Especie Química

La expresión analítica que representa las permeabilidades relativas de las fases corresponde a la ec. 5.2. Las saturaciones residuales  $S^{jr}$  y  $S^{j'r}$  se obtienen con las ecs. 5.15, 5.11, 5.6 y 5.7. En un sistema ternario, los exponentes  $e^j$  y los valores

límites  $k_r^{j0}$  de ambas fases ( $j=0,a$ ) no son constantes sino que dependen de la tensión interfacial  $\sigma$ . Esta dependencia se realiza en forma indirecta utilizando las saturaciones residuales de las fases de acuerdo a<sup>8,26</sup>

$$k_r^{j0} = (k_r^{j0L} - k_r^{j0H}) \left( 1 - \frac{S^{jr}}{S^{j\pi H}} \right) + k_r^{j0H} \quad \begin{array}{l} j = 0,a \\ j' = a,0 \\ j \neq j' \end{array} \quad (5.16)$$

$$e^j = (e^{jL} - e^{jH}) \left( 1 - \frac{S^{jr}}{S^{j\pi H}} \right) + e^{jH} \quad (5.17)$$

La Figura 5.3(a) muestra las permeabilidades relativas del sistema bifásico ternario correspondientes al número capilar  $N_{cv} = N_{cv}^{M_{máx}} = 5$  que produce la desaturación total de ambas fases. Esta es una situación límite optimista en la cual cada fase fluye proporcionalmente a su saturación. En la Figura 5.3(b) se muestran ambas curvas para una tensión interfacial intermedia entre  $\sigma^H$  y la correspondiente a la Figura 5.3(a).

### 5.1.5.- Viscosidades

La viscosidad de cualquier fase  $j$ ,  $\mu^j$  depende de las concentraciones de dicha fase como lo expresa la ec. 3.28 de la formulación del modelo. Varios autores<sup>7,36,11</sup> investigaron esta dependencia. En el simulador numérico se adoptó la siguiente expresión<sup>13</sup>

$$\mu^j = V_w^j \mu^{aH} e^{\alpha_1(V_p^j + V_c^j)} + V_p^j \mu^{oH} e^{\alpha_1(V_w^j + V_c^j)} + V_c^j \alpha_3 e^{\alpha_2(V_w^j + V_p^j)} \quad j = 0,a \quad (5.18)$$

$\mu^{aH}$  y  $\mu^{oH}$  son las viscosidades de las fases acuosa y oleosa puras, conteniendo exclusivamente agua y petróleo, respectivamente.

### 5.1.6.- Presión Capilar

En el flujo simultáneo de agua y petróleo a través de un medio poroso, la presión capilar es la característica básica que representa la interacción de las fases fluidas con la roca-reservorio. Esto se debe a que las velocidades desarrolladas son pequeñas (el régimen de flujo es siempre laminar) y las tensiones interfaciales son importantes. La presencia del soluto tiene por finalidad la disminución de estas tensiones interfaciales, si bien dicho soluto genera otras interacciones con la roca no consideradas en este simulador numérico (intercambio iónico y reacciones químicas<sup>6,13,29,36</sup>).

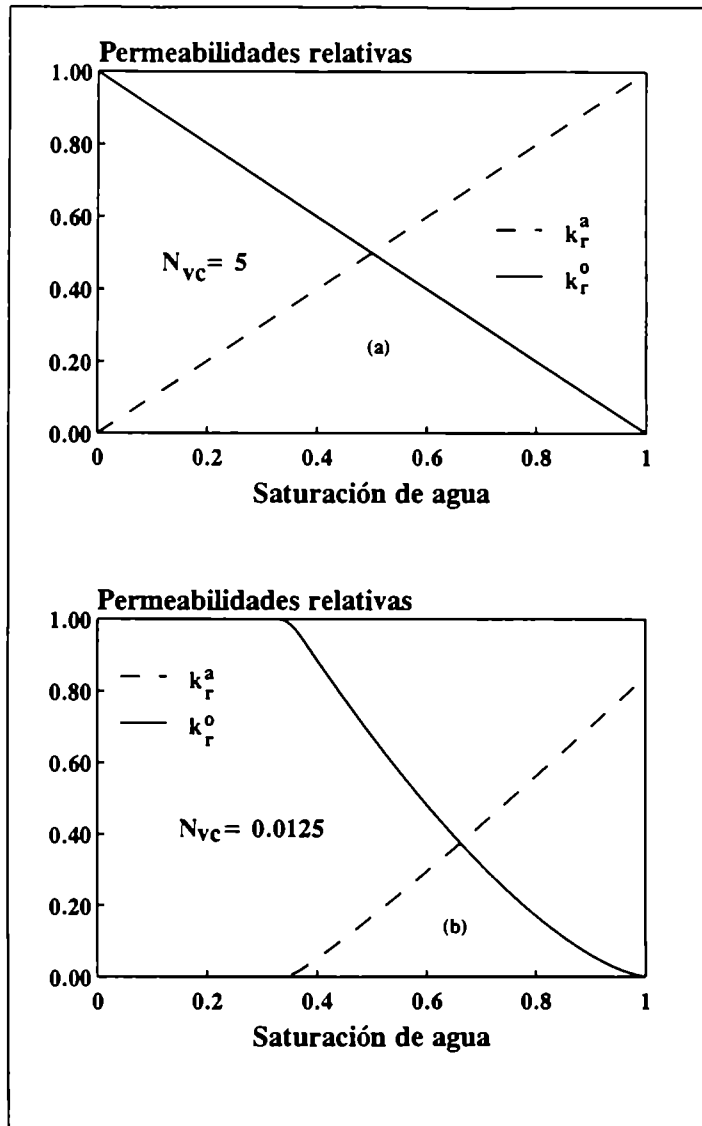


Figura 5.3 - Permeabilidades relativas para dos sistemas agua-petróleo-especie química con distintos números capilares.

Consideremos al espacio poral que contiene las fases acuosa y oleosa como un tubo capilar cuyo radio es igual a un radio de curvatura medio asociado a la interfase fluido-roca,  $\bar{r}$ . La ecuación de Young-Laplace define la presión capilar entre dos fases de acuerdo a

$$P_c = \frac{2\sigma}{\bar{r}} \quad (5.19)$$

El radio de curvatura  $\bar{r}$  es función de las saturaciones de las fases, de la distribución de tamaños porales, del tamaño medio de poros (proporcional a  $\sqrt{\frac{\phi}{k}}$ ) y del ángulo de contacto  $\theta$  de la interfase fluido-roca<sup>6,30,37,39</sup>.

Para poder separar estas cuatro variables, Leverett<sup>39</sup> propuso la siguiente expresión para la presión capilar

$$P_c = \frac{\sigma \cos\theta}{\sqrt{\frac{k}{\phi}}} J(S^a) \quad (5.20)$$

$J(S^a)$  se conoce como función J de Leverett y, en el sistema binario agua-petróleo, depende únicamente de la saturación de agua y de la distribución de tamaños de poros. Una forma conveniente para expresar analíticamente la función  $J(S^a)$  constituye la siguiente función potencia<sup>11,17</sup>

$$J(S^a) = J^0 \left( \frac{S^a - S^{ar}}{1 - S^{ar} - S^{or}} \right)^c \quad (5.21)$$

siendo  $J^0$  y  $c$  el valor límite y el exponente, respectivamente. En el sistema ternario agua-petróleo-especie química, la función  $J$  depende directamente de la saturación de agua e indirectamente de las concentraciones  $V_i^j$  de las fases, a través de las saturaciones residuales  $S^{ar}$  y  $S^{or}$ . Combinando las ecs. 5.20 y 5.21 surge

$$P_c = C \frac{\sigma}{\sigma^H} \left( \frac{S^a - S^{or}}{1 - S^{ar} - S^{or}} \right)^c \quad (5.22)$$

donde  $C$  un parámetro característico del medio poroso definido por

$$C = J^0 \sigma^H \cos\theta \sqrt{\frac{\phi}{k}} \quad (5.23)$$

La ec. 5.22 expresa que la presión capilar depende de la saturación de agua y de las concentraciones  $V_i^j$  de las fases de acuerdo a lo definido por la ec. 3.26 de 3.2.2.4.

### 5.1.7.- Adsorción del Soluto en la Roca

El volumen de soluto retenido por el fenómeno de adsorción sobre la roca varía en forma irreversible con la concentración de soluto, según una isoterma del tipo Langmuir

$$\begin{aligned} S^R &= \frac{a_1 V_c^j}{1 + a_2 V_c^j} & \frac{\partial V_c^j}{\partial t} &\geq 0 \\ \frac{\partial S^R}{\partial t} &= 0 & \frac{\partial V_c^j}{\partial t} &< 0 \end{aligned} \quad (5.24)$$

siendo  $a_1$  y  $a_2$  parámetros constantes y  $V_c^j$  la concentración de soluto en la fase donde éste particiona preferencialmente, es decir

$$V_c^j = \max(V_c^a, V_c^o) \quad (5.25)$$

La ec. 5.24 describe a la adsorción como un fenómeno *irreversible* : cuando la concentración de soluto crece o permanece constante con el tiempo, el medio poroso retiene dicho componente; luego que todo el soluto *pasó* por un punto dado (concentración decreciente con el tiempo), el medio poroso *no devuelve* al fluido la cantidad retenida de soluto.

## 5.2.- ANALISIS DE RESULTADOS

Los mecanismos que ocurren en la inundación química de un reservorio son analizados uno por uno en los siguientes ejemplos. Para ello se alimenta el modelo formulado en el Capítulo 3 con las relaciones de equilibrio termodinámico de fases y componentes descritas en el Capítulo 2 y la modelización de las propiedades físicas dada en la sección 5.1 La Tabla 5.1 muestra un conjunto de datos comunes que serán utilizados en todos los ejemplos a menos que en alguno de ellos se indique un cambio. Los valores dados por los parámetros  $T_1^j$  y  $T_2^j$  ( $j = o, a$ ) definen un sistema en el cual la fase mojante es la acuosa (en la realidad la mayoría de los reservorios son mojados por agua). Las curvas CDC correspondientes son las que muestra la Figura 5.2.

En todos los casos se considera la inyección de un tapón de soluto con concentración constante  $Z_c^{IN} = 0.1$  durante un tiempo adimensional  $t_{DT} = 0.2$  VP. La cantidad total de soluto inyectado es entonces 0.02 VP (valor típico en una inundación química). Las corridas se realizaron en una PC 486/33-50 y cada una tardó alrededor de 2 minutos para un tiempo total de barrido de 2 VP.

|                         |                           |                         |                             |                            |
|-------------------------|---------------------------|-------------------------|-----------------------------|----------------------------|
| $\Delta x_D = 0.02$     | $\phi = 0.24$             | $Z_c^{IN} = 0.1$        | $S^{oH} = S^{aH} = 0.35$    | $T_1^a = -0.6$             |
| $\Delta t_D = 0.001$ PV | $L = 100$ cm              | $Z_p^{IN} = 0$          | $e^{oH} = e^{aH} = 1.5$     | $T_1^o = -0.6$             |
| $\varepsilon = 0.005$   | $\mu^{aH} = 1$ cp         | $u^{IN} = 10^{-4}$ cm/s | $e^{oL} = e^{aL} = 1$       | $T_2^a = -0.7$             |
| $t_{DT} = 0.2$ PV       | $\mu^{oH} = 5$ cp         | $\sigma^H = 20$ din/cm  | $k_r^{oOH} = k_r^{oOL} = 1$ | $T_2^o = 1.57$             |
| $P^e = 1$ atm           | $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$ | $C = c = 0$             | $k_r^{aOH} = 0.2$           | $D_i^o = 0$ ( $i = p, c$ ) |
| $k = 0.5$ D             | $\alpha_3 = 1$            | $a_1 = a_2 = 0$         | $k_r^{aOL} = 1$             | $D_i^a = 0$ ( $i = p, c$ ) |

### 5.2.1.- Comportamiento de Fase

El primer mecanismo analizado es la miscibilidad parcial entre las fases acuosa y oleosa debido a la presencia del agente químico. Esta se lleva a cabo por solubilización del petróleo en la fase acuosa o por absorción de agua y soluto en la fase oleosa ("swelling") o bien por una combinación de ambos. Para analizar cada

fenómeno por separado se eligen primeramente los dos diagramas de fase mostrados en las Figuras 5.4(a) y (b). El Diagrama 1 de la Figura 5.4(a) representa un sistema Tipo II(-) en el cual solamente se produce la solubilización del petróleo en la fase acuosa. Está definido por los siguientes parámetros :  $K_c = 0.5$ ,  $L_{pc}^a = 2$ ,  $L_{wc}^o = 0$ . El Diagrama 2 de la Figura 5.4(b) describe un sistema Tipo II(+) en el cual sólo existe transferencia de agua y soluto hacia la fase oleosa (swelling) y sus parámetros son  $K_c = 2$ ,  $L_{pc}^a = 0$ ,  $L_{wc}^o = 2$ .

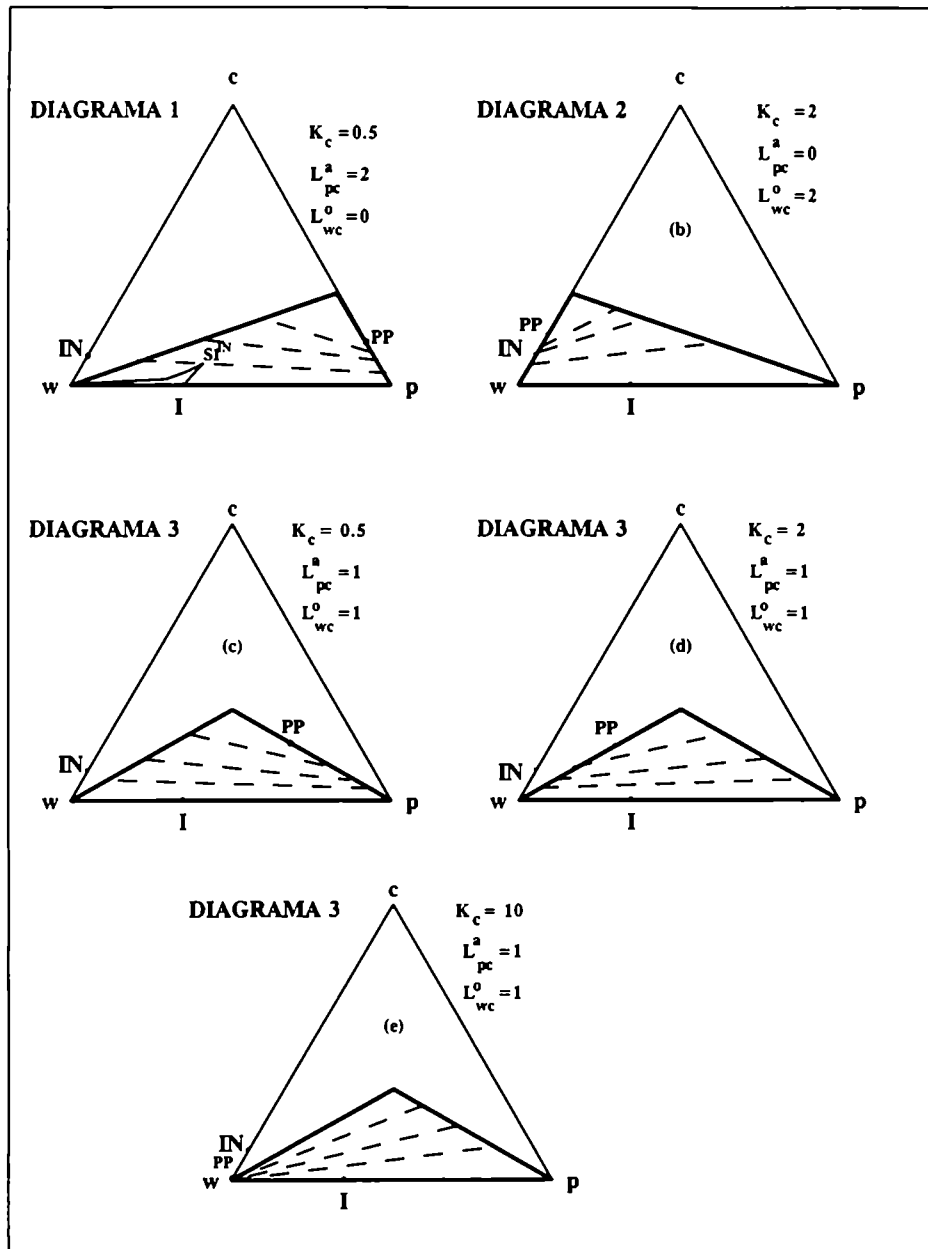


Figura 5.4 - Diagramas ternarios idealizados



La elección de los siguientes valores de los parámetros  $G_i$

$$G_1 = 1.3 \quad G_2 = G_3 = 0 \quad (5.26)$$

permiten considerar sistemas con altas tensiones interfaciales (ATI), para los cuales se verifica

$$N_{vc} < N_{vc\ min}^o = 5 \times 10^{-4} \quad (5.27)$$

Reemplazando las ecs. 5.26 y 5.27 en la curva CDC dada por la ec. 5.15 y utilizando los valores de  $T_1^j$  y  $T_2^j$  ( $j = o, a$ ) de la Tabla 5.1 se obtiene

$$S^{jr} = S^{jH} \quad j = o, a$$

y por ende, de las ecs. 5.16 y 5.17 surge

$$k_r^{j0} = k_r^{jOH} \quad y \quad e^j = e^{jH} \quad j = o, a$$

Por lo tanto, no se produce reducción en los valores de saturaciones residuales, las curvas de permeabilidades relativas de las fases no son alteradas por la presencia de sustancia química y corresponden a las curvas mostradas en la Figura 5.1. De este modo, en estos sistemas ATI (definidos por los parámetros  $G_i$  de la ec. 5.26), la miscibilidad parcial entre las fases constituye el único mecanismo de recuperación de petróleo.

Las viscosidades de las fases se mantienen prácticamente constantes a través del conjunto de valores  $\alpha_i$  mostrados en la Tabla 5.1. Luego,  $\mu^a \cong \mu^{aH} = 1$  cp y  $\mu^o \cong \mu^{oH} = 5$  cp.

Las Figuras 5.5(a) y (b) muestran los perfiles de concentraciones globales de soluto y de petróleo respectivamente, para los Diagramas 1 y 2. El tiempo adimensional en ambos es 0.4 VP lo que significa que la inyección de soluto finalizó ( $t_{DT} = 0.2$  VP) y se está inyectando sólo agua. En el Diagrama 1 (Figura 5.4(a)), la concentración de inyección IN se encuentra fuera de la curva binodal. Por lo tanto, en los perfiles de concentración global de soluto y petróleo se observan, la zona de miscibilidad total ( $0 < x_D \leq 0.12$ ), la zona de miscibilidad parcial ( $0.12 < x_D \leq 0.55$ ), el banco de petróleo ( $0.55 < x_D < 0.85$ ) y el banco inicial ( $0.85 \leq x_D < 1$ ). Cabe destacar que, en este caso, las máximas concentraciones de petróleo se ubican en la zona miscible y no en el banco de petróleo. Esto se debe a que en este sistema ATI Tipo II(-), los caminos composicionales NU tienen direcciones  $dZ_c/dZ_p$  positivas entre los puntos singulares S1 y de equivelocidad E, en contraste con los resultados obtenidos en los ejemplos del capítulo anterior (Figuras 4.6 y 4.7 y Tablas C.1 y C.2). En la Figura 5.4(a) se muestra la trayectoria para  $t_D = 0.4$  VP, comenzando desde  $w$  hacia S1<sup>IN</sup> y siguiendo por el camino NU hacia I.

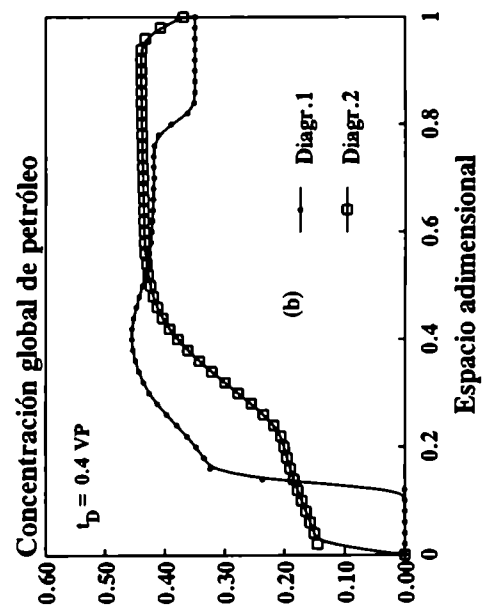
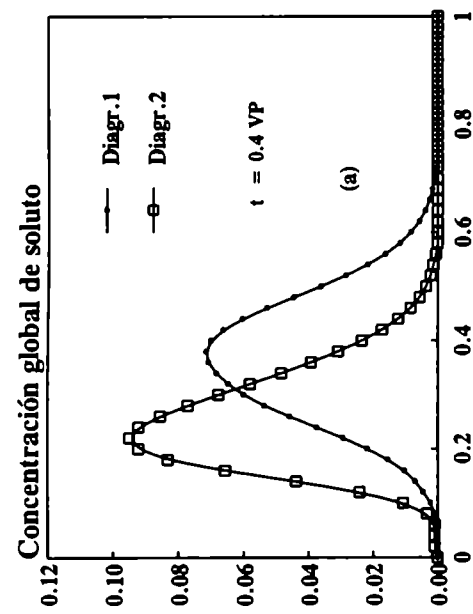
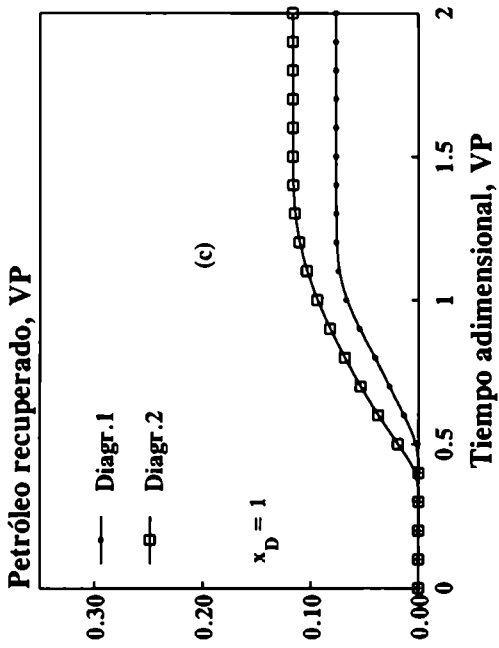


Figura 5.5 - Influencia de la solubilización del petróleo en fase acuosa y absorción de agua en fase oleosa en desplazamientos ATI para los Diagramas 1 y 2.

Para el Diagrama 2, la concentración de inyección se ubica en la curva binodal por lo tanto se observan, en los perfiles de concentraciones de las Figuras 5.5, las zonas de miscibilidad parcial ( $0 < x_D < 0.3$ ) y el banco de petróleo (desde 0.3 hasta la salida, aproximadamente). Dicha zona recién comienza a irrumpir en la salida, por lo tanto el banco inicial desaparece para  $t_D \geq 0.4$  VP. El banco químico se retrasa en este caso con respecto al anterior. Esto permite desentrampar mayor cantidad de petróleo y movilizarlo hacia el banco oleoso, con lo cual la producción acumulada de petróleo de la Figura 5.5(c) supera a la correspondiente del Diagrama 1. De todas formas ambos mecanismos por separado no consiguen recuperar cantidades considerables de petróleo (18% y 31% del petróleo inicial en los Diagramas 1 y 2, respectivamente).

Desplazamientos más eficientes en sistemas ATI se obtienen combinando ambos efectos (solubilización del petróleo y swelling de la fase oleosa). Para ello se selecciona un diagrama simétrico, en el cual,  $L_{pc}^a = L_{wc}^o = 1$ . En el mismo, a través de distintos valores de  $K_c$  se consideran los comportamientos de fase Tipo II (-),  $K_c = 0.5$  y Tipo II(+),  $K_c = 2$  y  $10$ , mostrados en las Figuras 5.4(c), (d) y (e), respectivamente. Los resultados se ilustran en las Figuras 5.6. A mayor  $K_c$ , mayores cantidades de soluto se transfieren a la fase oleosa ( $V_c^o > V_c^a$ ). Por otra parte, dicha fase absorbe este volumen de soluto y un volumen equivalente de agua ( $L_{wc}^o = 1$ ) con lo cual su saturación aumenta (hinchamiento o swelling) por encima de la inicial y consigue fluir. Pero estas velocidades de flujo son mucho más lentas que las correspondientes a la fase acuosa con lo cual el soluto (mayormente en la fase oleosa) se retrasa y sus concentraciones globales aumentan por encima de la de inyección. Este retraso produce, como en el Diagrama 2 con  $K_c = 2$ , una mejor transferencia de masa entre las fases; sin embargo en el Diagrama 3, una menor cantidad de petróleo permanece entrampado por detrás del banco químico, (Figuras 5.6(c) y (d)), ya que debido al mecanismo de solubilización, el petróleo fluye además en la fase acuosa. La Figura 5.6(e) muestra las curvas de recuperación de petróleo correspondientes al Diagrama 3 con  $K_c = 0.5, 2$  y  $10$ . A partir de las mismas se desprende que los diagramas Tipo II(+) permiten recuperar mayores volúmenes de petróleo que los Tipo II(-) en sistemas caracterizados por altas tensiones interfaciales: 18%, 44% y 65% recuperado para  $K_c = 0.5, 2$  y  $10$ , respectivamente.

### 5.2.2.- Reducción de Tensión Interfacial

Otro mecanismo importante es la reducción de la tensión interfacial que permite movilizar el petróleo residual inicial. Para analizar la influencia de este mecanismo en comportamientos de fase Tipo II(-) y Tipo II(+) se seleccionan los Diagramas 3 de la Figura 5.4(c), (d) y (f) con  $K_c = 0.5, 2$  y  $10$ , respectivamente, los datos de la Tabla 5.1 y los siguientes valores de los parámetros  $G_i$ :

$$G_1 = -1.7 \quad G_2 = G_3 = 0 \quad (5.28)$$

que caracterizan un sistema con bajas tensiones interfaciales (BTI). Las curvas de permeabilidades relativas son intermedias entre las curvas graficadas en las Figuras 5.1 y 5.3(a).

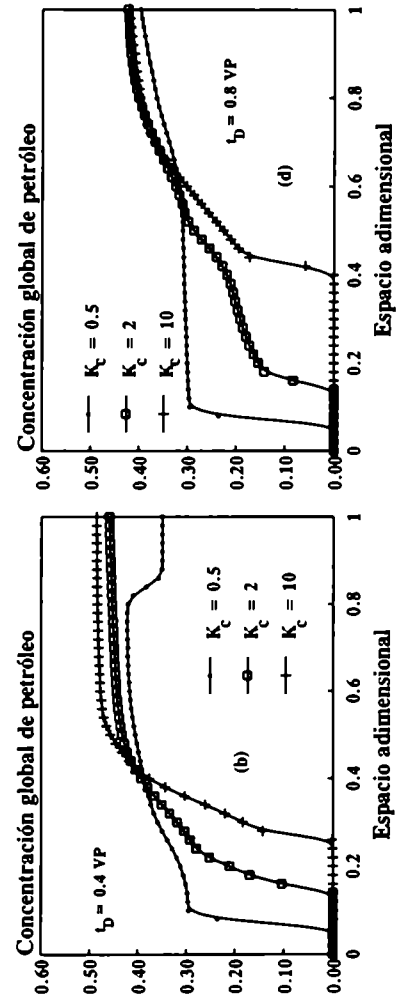
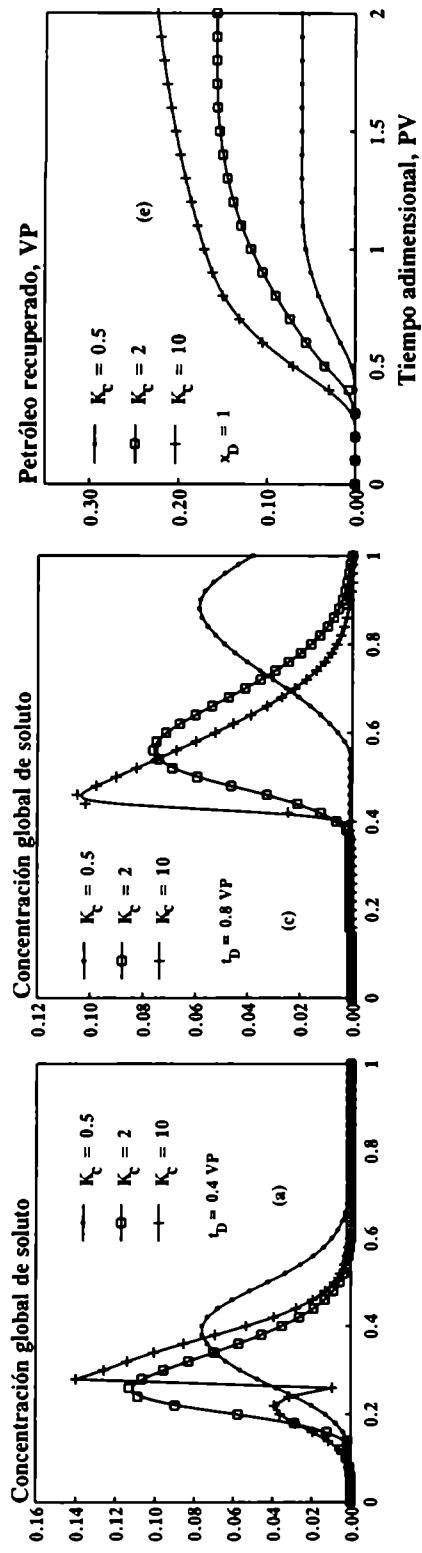


Figura 5.6 - Influencia de la solubilización del petróleo en fase acuosa (Tipo II(-),  $K_c = 0.5$ ) y absorción de agua en fase oleosa (Tipo II(+),  $K_c = 2$  y  $10$ ) en desplazamientos ATI correspondientes al Diagrama 3.

Los perfiles de concentraciones globales de soluto de la Figura 5.7(a) en este sistema BTI, son similares a los obtenidos con el sistema ATI de la Figura 5.6(a). Sin embargo, el petróleo atrapado en el banco químico de la Figura 5.6(b), es ahora movilizado hacia el banco de petróleo, Figura 5.7(b), con un mayor contenido de este componente. En las Figuras 5.7(c) y (d) se grafican los perfiles de tensiones interfaciales y de saturaciones residuales, respectivamente. En el banco químico se produce la reducción de ambos a los siguientes valores :

$$\sigma_{min} \cong 0.02 \text{ din / cm} \quad S_{min}^{\alpha} \cong 0.07$$

La diferencia entre los perfiles de las Figuras 5.6(b) y 5.7(b) se agranda a medida que decrece el coeficiente de partición. Esto se traduce en las curvas de recuperación de petróleo de las Figuras 5.6(e) y 5.7(e) : el aumento en el volumen final recuperado es más notable para  $K_c = 0.5$  (del 18% al 62%) que para  $K_c = 10$  (del 65% al 91%). A partir de estos resultados se concluye que los diagramas de fase Tipo II(-) resultan más afectados al mecanismo de reducción de la tensión interfacial que los diagramas Tipo II(+).

### 5.2.3.- Viscosidad de las Fases

Hasta aquí, los mecanismos básicos de recuperación de petróleo fueron miscibilidad parcial entre las fases y reducción de tensión interfacial. Este último altera las saturaciones residuales de las fases (ecs. 5.11 y 5.15), las permeabilidades relativas (ec. 5.2) y, en consecuencia, los flujos relativos de ambas fases. Otra forma de producir alteraciones en los flujos relativos de las fases, se basa en la modificación de las viscosidades de las mismas debido a la presencia del agente químico. Los objetivos en este caso son dos: por un lado, lograr una mayor movilidad relativa,  $\lambda^o$  de la fase oleosa a través de una disminución en su viscosidad y por otro lado, conseguir que la fase acuosa sea menos móvil a través de un aumento en su viscosidad (menor  $\lambda^a$ ). Para cuantificar estos dos efectos en forma conjunta se define  $M^{oa}$ , relación de movilidades relativas de las fases oleosa y acuosa, de acuerdo a

$$M^{oa} = \frac{\lambda^o}{\lambda^a} = \frac{k_r^o \mu^a}{k_r^a \mu^o} \quad (5.29)$$

Es decir que, cuanto mayor sea la relación de viscosidades agua-petróleo,  $\mu^a/\mu^o$ , el flujo relativo de petróleo con respecto al de agua aumenta para la misma saturación y por lo tanto, se obtiene un mejor barrido del petróleo. Estos efectos son analizados en el siguiente ejemplo.

Consideremos el sistema BTI de la sección anterior con comportamientos de fase Tipo II(-) ( $K_c = 0.5$ ) y Tipo II(+) ( $K_c = 2$  y  $10$ ), correspondientes a los Diagramas 3 de las Figuras 5.4(c), (d) y (e). Las tensiones interfaciales están definidas por los parámetros  $G_j$  de la ec. 5.28 y los demás datos corresponden a la Tabla 5.1 a excepción de los parámetros  $\alpha_j$ . Para los mismos se considera el siguiente conjunto de valores

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 2 \quad (5.30)$$

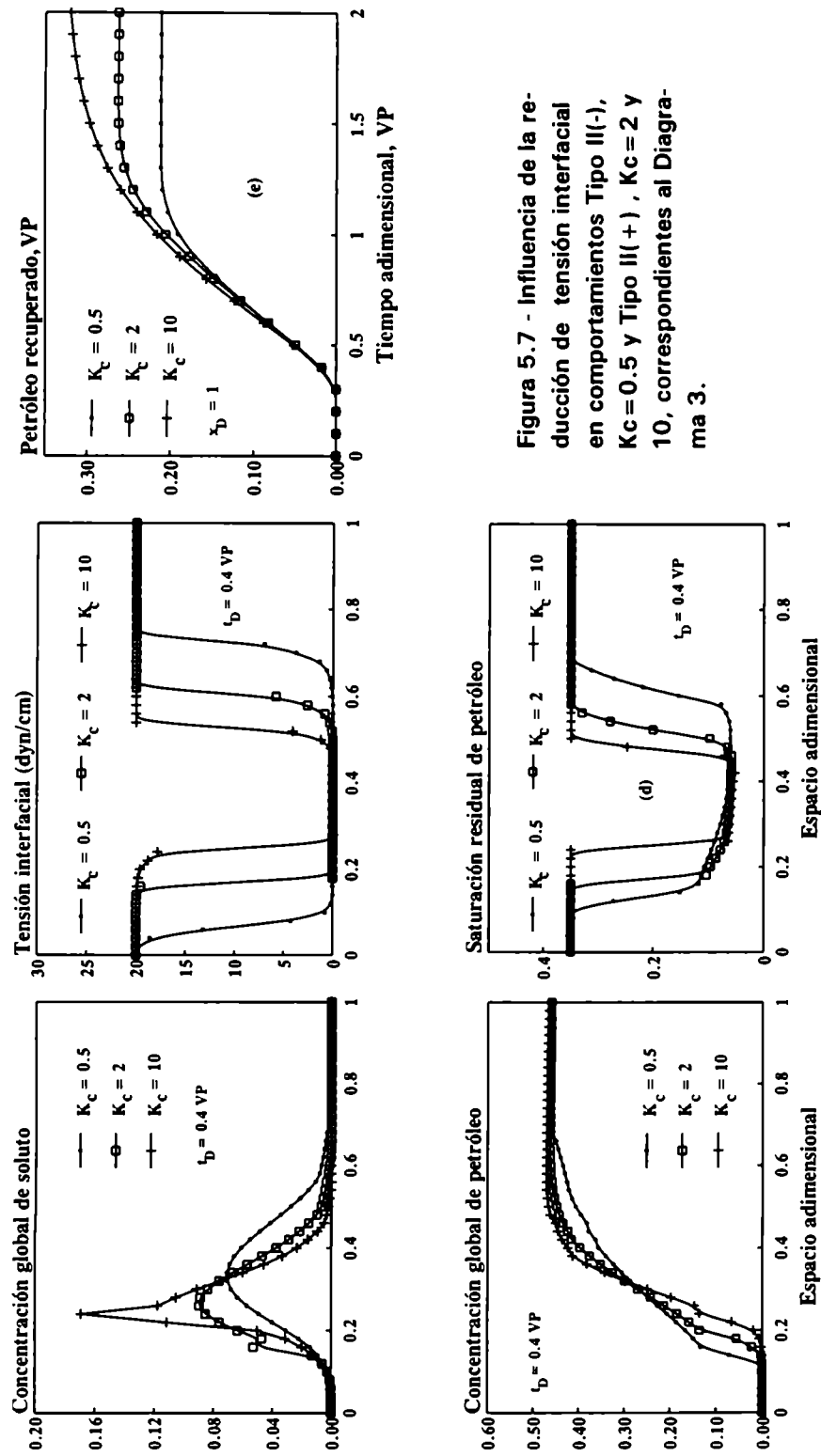


Figura 5.7 - Influencia de la reducción de tensión interfacial en comportamientos Tipo II(-),  $K_c=0.5$  y Tipo II(+),  $K_c=2$  y  $10$ , correspondientes al Diagrama 3.

Los perfiles de concentraciones globales de petróleo y soluto en  $t_D = 0.4$  VP se grafican en las Figuras 5.8(a) y (b). Los perfiles de viscosidades de las fases acuosa y oleosa se muestran en las Figuras 5.8(c) y (d). Cuando el soluto particiona preferencialmente en la fase acuosa, la relación de viscosidades agua-petróleo,  $\mu^a/\mu^o$ , aumenta en la zona del banco químico ( $0.2 < x_D < 0.5$ ). En esta zona los valores máximos de dicha relación son 0.83, 0.41 y 0.3 para  $K_c = 0.5, 2$  y  $10$ , respectivamente. En consecuencia, la relación de movilidades dada por la ec. 5.29, resulta más favorable a medida que  $K_c$  disminuye, con lo cual más cantidad de petróleo es transferido al banco oleoso (Figura 5.8(b)) y recuperado en la salida (Figura 5.8(e)). La recuperación final de petróleo en los tres casos es del 88% del petróleo inicial. Comparando los resultados para  $K_c = 0.5$  y  $2$  de las Figuras 5.8 con

los obtenidos en las Figuras 5.7 (en los cuales  $\frac{\mu^a}{\mu^o} \cong 0.2$ ), se observa:

el tapón de soluto se dispersa menos y alcanza mayores concentraciones. Además, para  $K_c = 0.5$  se retrasa, efecto favorable porque permite una mejor transferencia de masa entre las fases.

- el perfil de petróleo se adelanta y avanza en forma más eficiente (menor cantidad de petróleo queda atrapado por detrás del banco químico).
- se obtienen mayores cantidades de petróleo recuperado.

Para  $K_c = 10$ , el efecto de la viscosidad es contrario: el banco oleoso contiene menor cantidad de petróleo y se retrasa. En consecuencia a tiempos cortos la acumulada de petróleo disminuye. Sin embargo, la cantidad final de petróleo recuperado permanece aproximadamente constante. Es decir que, los diagramas Tipo II(-) resultan más sensibles a variaciones en la viscosidad de las fases que los diagramas Tipo II(+) con elevados coeficientes de partición del soluto.

#### 5.2.4.- Presión Capilar

Resultados obtenidos con el simulador numérico indican que los efectos de la presión capilar son despreciables en sistemas con bajas tensiones interfaciales (BTI). En teoría esto se debe a que, como lo demuestran las ecs. 5.22 y 5.23, los mayores valores de presión capilar corresponden al banco de petróleo donde  $\sigma = \sigma^H$ , mientras que en el banco químico  $\sigma$  es muy pequeña y por ende  $P_c$  también. La Figura 5.7(c) presentada en 5.2.2 ilustra estos resultados. Analicemos por ejemplo lo que ocurre con los perfiles de concentraciones globales de las Figuras 5.7(a) y (b) cuando  $K_c = 10$ :

- en la porción parcialmente miscible del banco químico ( $0.25 < x_D < 0.45$ ),  $\sigma \cong \sigma_{min}$  con lo cual la presión capilar y su gradiente adoptan valores muy pequeños.
- en el banco de petróleo ( $0.45 < x_D < 1$ ), la tensión interfacial es máxima,  $\sigma = \sigma^H$ ; pero los gradientes de saturaciones son muy pequeños ( $S^a \cong cte = 0.48$ ). En consecuencia, el gradiente de presión capilar es despreciable.

Esto permite establecer que en un sistema BTI se cumple :

$$\forall x_D : \frac{\partial P_c}{\partial x_D} \cong 0 \quad (5.31)$$

y en consecuencia, los efectos de la presión capilar resultan despreciables.

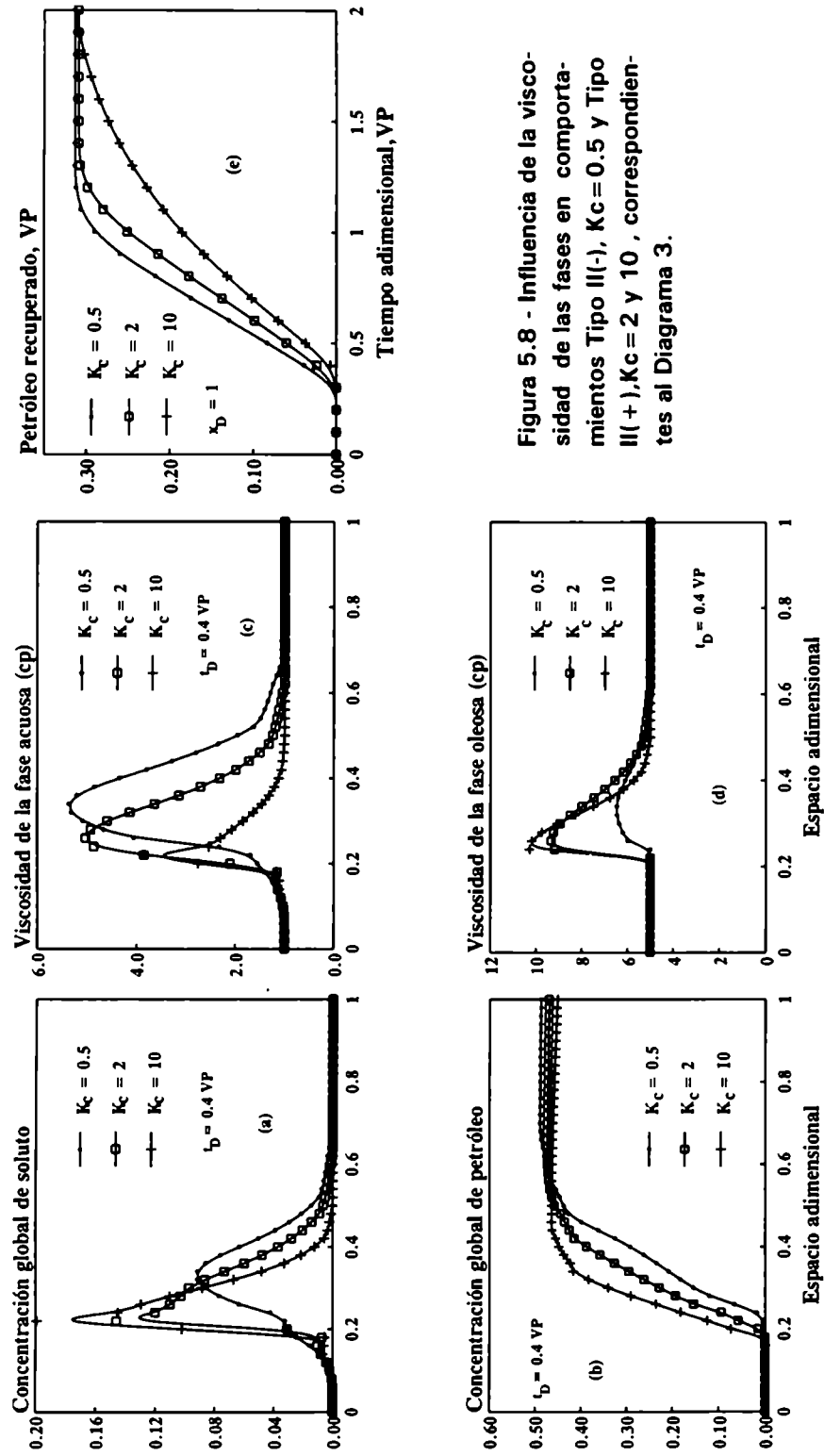


Figura 5.8 - Influencia de la viscosidad de las fases en comportamientos Tipo II(-),  $K_c = 0.5$  y Tipo II(+),  $K_c = 2$  y 10, correspondientes al Diagrama 3.



Por este motivo, se considera el sistema ATI definido por los parámetros  $G_i$  de la ec. 5.26, el Diagrama 3 con  $K_c = 10$  de la Figura 5.4(e) y los siguientes pares de valores para el parámetro  $C$  y el exponente  $c$  de la curva de presión capilar de la ec. 5.22 :

$$C = 0.05 \text{ atm} \quad c = 2 \quad (5.32)$$

$$C = 1 \text{ atm} \quad c = 6 \quad (5.33)$$

Las curvas  $P_c(S^a)$  definidas por los valores dados por las ecs. 5.32 y 5.33 en este sistema ATI se muestran en la Figura 5.9(a). El paso de tiempo se disminuye a  $\Delta t_D = 0.0002 \text{ VP}$ , debido a inestabilidades numéricas en el cálculo de las velocidades de las fases introducidas por los gradientes de presión capilar<sup>19</sup>. Los demás datos corresponden a la Tabla 5.1.

Las Figuras 5.9(b) y (c) muestran los perfiles de concentraciones globales de soluto y petróleo en  $t_D = 0.4 \text{ VP}$  para los valores dados en las ecs. 5.32 y 5.33 junto con el caso de presión capilar nula dado por  $C = 0$ . A medida que  $C$  aumenta ambos perfiles se retrasan y el banco oleoso tiene menor contenido de petróleo. Esto provoca una disminución en la recuperación del mismo graficada en la Figura 5.9(d).

Los perfiles de presión de la fase acuosa se muestran en la Figura 5.9(e). La curva correspondiente a  $C = 0$  está formada por dos tramos rectos mientras que las otras dos curvas presentan una variación casi lineal con la posición. A partir de dicha figura se desprende:

$$0 < x_D < 1 \quad \left( -\frac{\partial P^a}{\partial x_D} \right)_{c=2} = \left( -\frac{\partial P^a}{\partial x_D} \right)_{c=6} \cong \text{constante} = \text{grad}_2 \quad (5.34)$$

$$0 < x_D < 0.32 \quad \text{grad}_1 = \left( -\frac{\partial P^a}{\partial x_D} \right)_{c=0} < \left( -\frac{\partial P^a}{\partial x_D} \right)_{c=2} = \left( -\frac{\partial P^a}{\partial x_D} \right)_{c=6} = \text{grad}_2 \quad (5.35)$$

$$0.32 < x_D < 1 \quad \left( -\frac{\partial P^a}{\partial x_D} \right)_{c=0} = \left( -\frac{\partial P^a}{\partial x_D} \right)_{c=2} = \left( -\frac{\partial P^a}{\partial x_D} \right)_{c=6} = \text{grad}_2 \quad (5.36)$$

siendo  $\text{grad}_1$  y  $\text{grad}_2$  los gradientes de presión de la fase acuosa en cada tramo recto. En los tres casos los gradientes de presión son coincidentes en el tramo  $0.32 < x_D < 1$ . Desde la entrada hasta  $x_D \cong 0.32$  la presión capilar provoca aumentos en dichos gradientes; como consecuencia, la presión de inyección debe elevarse para mantener la misma velocidad total.

Los perfiles de presión capilar se muestran en la Figura 5.9(f), de la cual se desprenden las siguientes características :

- en  $0 < x_D < 0.2$  la presión capilar es nula
- en la porción de miscibilidad parcial del banco químico ( $0.2 < x_D < 0.45$ ) se desarrollan los mayores gradientes de presión capilar.
- Dichos gradientes son mayores cuanto menor es la curvatura de  $P_c(S^a)$  dada por el exponente  $c$ .

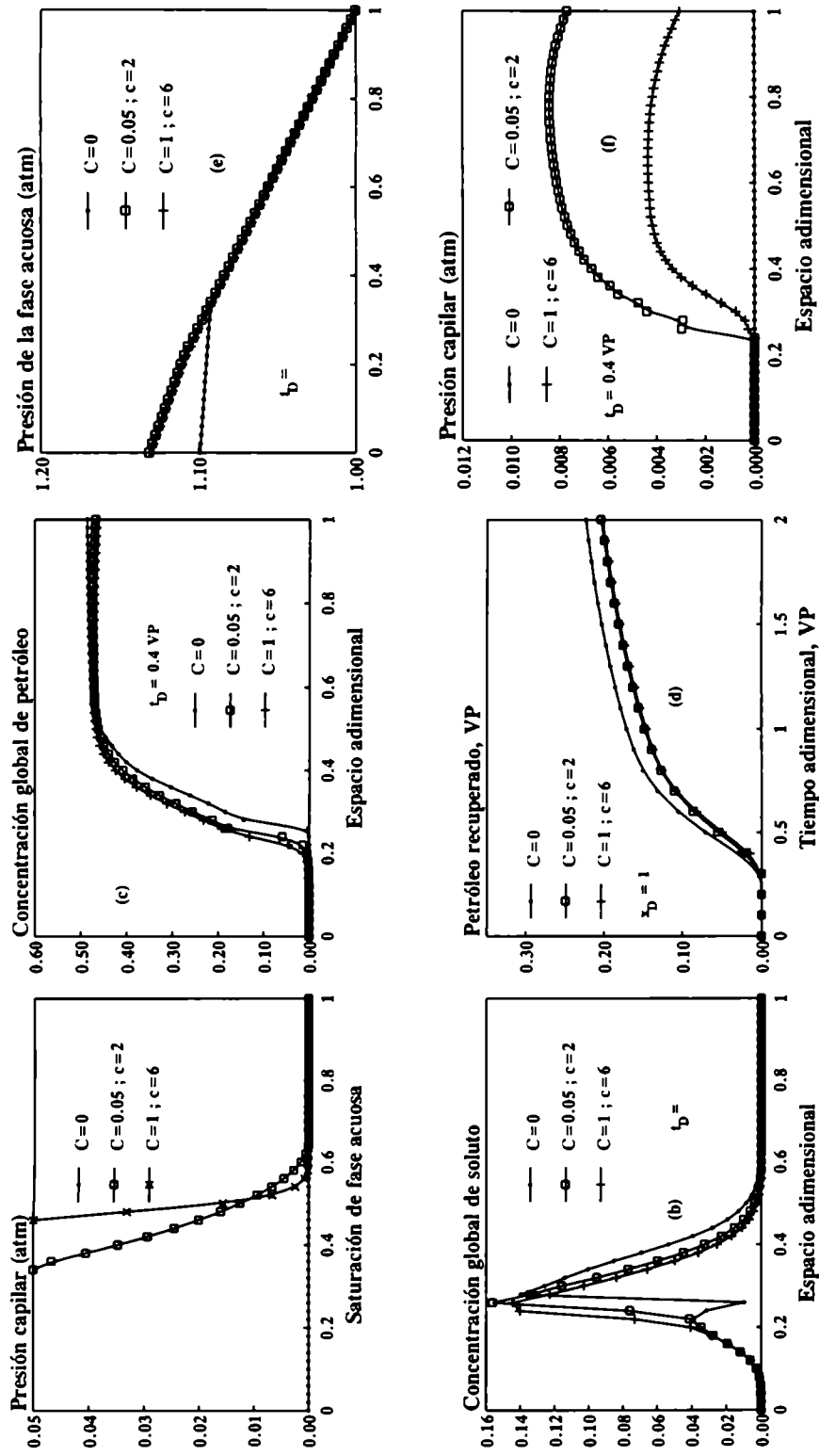


Figura 5.9 - Influencia de la presión capilar en desplazamientos ATI y comportamiento Tipo II(+), correspondiente al Diagrama 3 con  $Kc = 10$ .

- en el banco de petróleo ( $0.45 < x_D < 1$ ) se tienen los mayores valores de presión capilar mientras que, el gradiente de la misma es muy pequeño. los mayores valores de presión capilar se alcanzan cuanto menor es la curvatura de  $P_c(S^a)$ , es decir  $c \rightarrow 1$ .

Las siguientes expresiones representan matemáticamente estos resultados :

$$0 < x_D < 0.2 \quad P_c = 0 \quad \therefore \frac{\partial P_c}{\partial x_D} = 0 \quad (5.37)$$

$$0.2 < x_D < 0.45 \quad \left( \frac{\partial P_c}{\partial x_D} \right)_{c=0} = 0 < \left( \frac{\partial P_c}{\partial x_D} \right)_{c=6} < \left( \frac{\partial P_c}{\partial x_D} \right)_{c=2} \quad (5.38)$$

$$0.45 < x_D < 1 \quad \left( \frac{\partial P_c}{\partial x_D} \right) \equiv 0 \quad (5.39)$$

Por otra parte, derivando la ec 3.22 con respecto a  $x_D$  se obtiene

$$\left( \frac{\partial P_c}{\partial x_D} \right) = \left( - \frac{\partial P^a}{\partial x_D} \right) - \left( - \frac{\partial P^o}{\partial x_D} \right) \quad (5.40)$$

Combinando las ecs. 5.36, 5.38 y 5.40 resulta

$$0.32 < x_D < 0.45 \quad \left( - \frac{\partial P^o}{\partial x_D} \right)_{c=0} > \left( - \frac{\partial P^o}{\partial x_D} \right)_{c=6} > \left( \frac{\partial P^o}{\partial x_D} \right)_{c=2} \quad (5.41)$$

Esta última ecuación revela que, entre  $0.32 < x_D < 0.45$ , la fuerza impulsora del flujo de petróleo (dada por el gradiente negativo de la presión de dicha fase) disminuye debido al fenómeno de presión capilar. Esta disminución es mayor cuanto menor es la curvatura de la función  $P_c(S^a)$ . Es decir que, la presión capilar actúa como *barrera* o resistencia adicional al flujo de la fase oleosa que causa la disminución en la recuperación final de petróleo.

### 5.2.5.- Mojabilidad de los Fluidos con la Roca

En todos los ejemplos anteriores, los parámetros  $T_1'$  y  $T_2'$  de la Tabla 5.1 representaban un medio poroso mojado por agua. La relación entre los números capilares que producen la desaturación completa de las fases acuosa y oleosa se obtienen considerando  $S^r = 0$  en la ec. 5.15 y operando

$$\log \left( \frac{N_{cv \text{ máx}}^o}{N_{cv \text{ máx}}^a} \right) = T_2^a - T_2^o \quad (5.42)$$

Combinando las ecs. 5.15 y 5.42 surge

$$\frac{\sigma_{min}^a}{\sigma_{min}^o} = 10^{(T_2^a - T_2^o)} \quad (5.43)$$

y reemplazando por los valores de la Tabla 5.1,

$$\frac{\sigma_{min}^a}{\sigma_{min}^o} = 10^{-2.27} \quad (5.44)$$

Luego, la desaturación completa de agua requiere una tensión interfacial dos órdenes de magnitud menor que la necesaria para desaturar completamente la fase oleosa cuando la roca es mojada por agua. A efectos de simular un reservorio mojado por petróleo, se revierten los valores de  $T_2'$  dados en la Tabla 5.1 de acuerdo a

$$T_2^a = 1.57 \quad T_2^o = -0.7 \quad (5.45)$$

Además se considera el sistema BTI definido por los parámetros  $G$ , de la ecuación 5.28 y los comportamientos de fase Tipo II(-) y Tipo II(+) correspondientes a los Diagramas 3 con  $K_c = 0.5$ , Figura 5.4(c) y  $K_c = 10$ , Figura 5.4(e), respectivamente. Los datos restantes corresponden a la Tabla 5.1. Los perfiles de concentración global de soluto de la Figura 5.10(a) del reservorio mojado por petróleo, prácticamente coinciden con los que corresponden al reservorio mojado por agua graficados en la Figura 5.7(a). Comparando los perfiles de concentraciones globales de petróleo de la Figura 5.10(b) con los perfiles de la Figura 5.7(b) se desprende que, en un reservorio mojado por petróleo, una gran cantidad de este componente queda atrapado por detrás del banco químico (mayor cantidad cuanto menor es  $K_c$ ) y por lo tanto menos petróleo es transferido hacia el banco oleoso. La recuperación final de petróleo disminuye drásticamente a 17% y 42% del petróleo inicial, para  $K_c = 0.5$  y 10 (Figura 5.10(c)). Análogamente si se comparan los perfiles de la Figura 5.10(b) con los que corresponden al sistema ATI de la Figura 5.6(b), se desprende que en un reservorio mojado por petróleo la recuperación final es aún menor que en un reservorio mojado por agua con altas tensiones interfaciales. Esto se debe a que la reducción de tensión interfacial en el reservorio mojado por petróleo permite reducir la saturación residual de agua pero no la residual de petróleo. Esta situación es más desfavorable para el flujo de petróleo que el ejemplo con altas tensiones interfaciales mostrado en las Figuras 5.6.

### 5.2.6.- Adsorción

En esta sección se analizan los efectos causados por el fenómeno de adsorción de soluto en sistemas BTI y ATI con comportamientos Tipo II(-) y Tipo II(+). Para ello se seleccionan los siguientes datos

- Diagrama 3 con  $K_c = 0.5$  y 10 que representan los sistemas Tipo II(-) y Tipo II(+) de las Figuras 5.4(c) y (e), respectivamente.  
los siguientes pares de valores de los parámetros  $a_1$  y  $a_2$  de la ec. 5.24:

$$a_1 = a_2 = 0 \quad \text{sin adsorción, SA} \quad (5.46)$$

$$a_1 = 0.1 \text{ y } a_2 = 0 \quad a_1 = 0.1 \text{ y } a_2 = 0.2 \quad \text{con adsorción, CA} \quad (5.47)$$

los demás datos de la Tabla 5.1

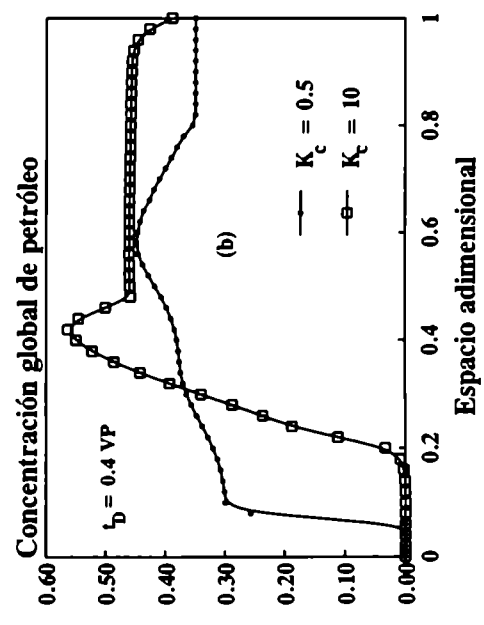
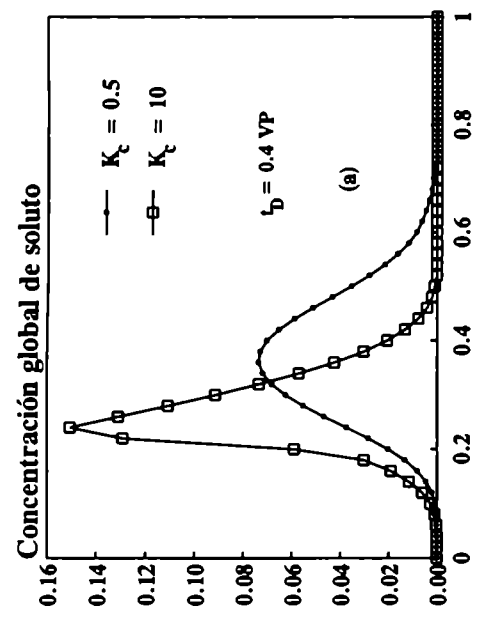
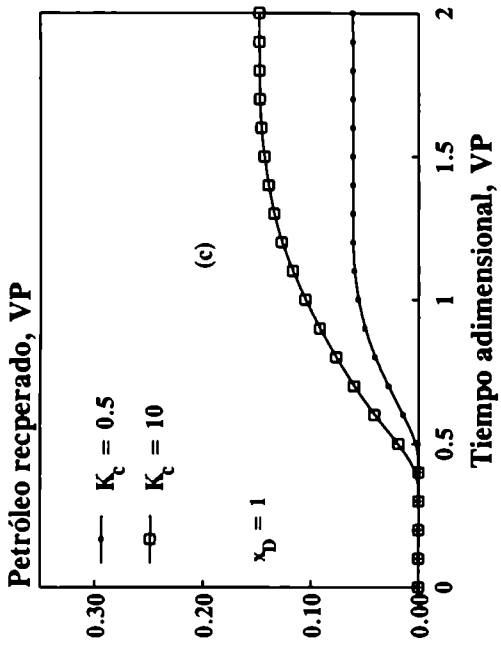


Figura 5.10 - Alteración de la mojabilidad en comportamientos Tipo II (-) y Tipo II(+) (Diagrama 3 con  $K_c = 0.5$  y  $10$ , respectivamente) para un reservorio mojado por petróleo.

### 5.2.6.1.- Adsorción en sistemas BTI

En adición a los datos del párrafo anterior se seleccionaron los parámetros de tensiones interfaciales,  $G_i$ , de la ec. 5.28 que definen un sistema BTI. Las Figuras 5.11(a) y (b) muestran los perfiles de concentración total de soluto en fase fluida y global de petróleo, respectivamente en  $t_D = 0.4$  VP. Los dos casos de adsorción dados por las ecs. 5.47 son coincidentes, es decir que la incidencia de  $a_2$  es despreciable. Por lo tanto, la suposición de que la adsorción es lineal con  $V_c'$  considerada por varios autores<sup>9,10,23,53,54</sup> constituye una simplificación válida para los rangos de concentraciones de soluto en que generalmente se trabaja.

La retención de soluto en la roca provoca una disminución de la cantidad de soluto activo dada por el área bajo el perfil  $Y_c$  vs  $x_D$ . Esta disminución crece con el tiempo ( $t_D = 0.8$  VP, Figura 5.11(c)). En sistemas Tipo II(-), dicha disminución no provoca diferencias apreciables en la acumulada de petróleo de la Figura 5.11(e). Sin embargo en sistemas Tipo II(+) la retención de soluto causa un retraso de los perfiles de ambos componentes en  $t_D = 0.4$  VP, que crece con el tiempo como lo demuestran las Figuras 5.11(c) y (d) para  $t_D = 0.8$  VP. La cantidad de petróleo recuperado es severamente reducida (Figura 5.11(e)).

### 5.2.6.2.- Adsorción en sistemas ATI

Las Figuras 5.12 muestran los resultados obtenidos en sistemas ATI. Para ello se consideran los valores de los parámetros  $G_i$  dados por la ec. 5.26. Los comportamientos Tipo II(+) son muy sensibles al fenómeno de adsorción de soluto también en este caso: los perfiles de los componentes se retrasan, disminuye la cantidad de soluto activo y por ende la miscibilidad parcial entre las fases (único mecanismo de recuperación de petróleo en este caso). Por el contrario, el comportamiento Tipo II(-) es poco sensible a este fenómeno.

### 5.2.7.- Dispersión

La dispersión física de soluto dada por los coeficientes  $D_c^j (j = o, a)$  y la dispersión numérica dada a través del número de puntos de grilla  $NX$ , producen efectos similares. El análisis de los mismos se efectúa en las siguientes secciones.

#### 5.2.7.1.- Dispersión Física

Se analizan los efectos de la dispersión física de soluto en comportamientos de fase Tipo II(-) y Tipo II(+) dados por los Diagramas 3 con  $K_c = 0.5$  y 10, respectivamente. Para ello se seleccionan dos valores de  $D_c^j$ :

$$D_c^j = 0 \quad ; \quad \text{sin dispersión, SD} \quad \quad \quad j = o, a \quad \quad \quad (5.48)$$
$$D_c^j = 0.0005 \text{ cm}^2 / \text{s} \quad ; \quad \text{con dispersión, CD}$$

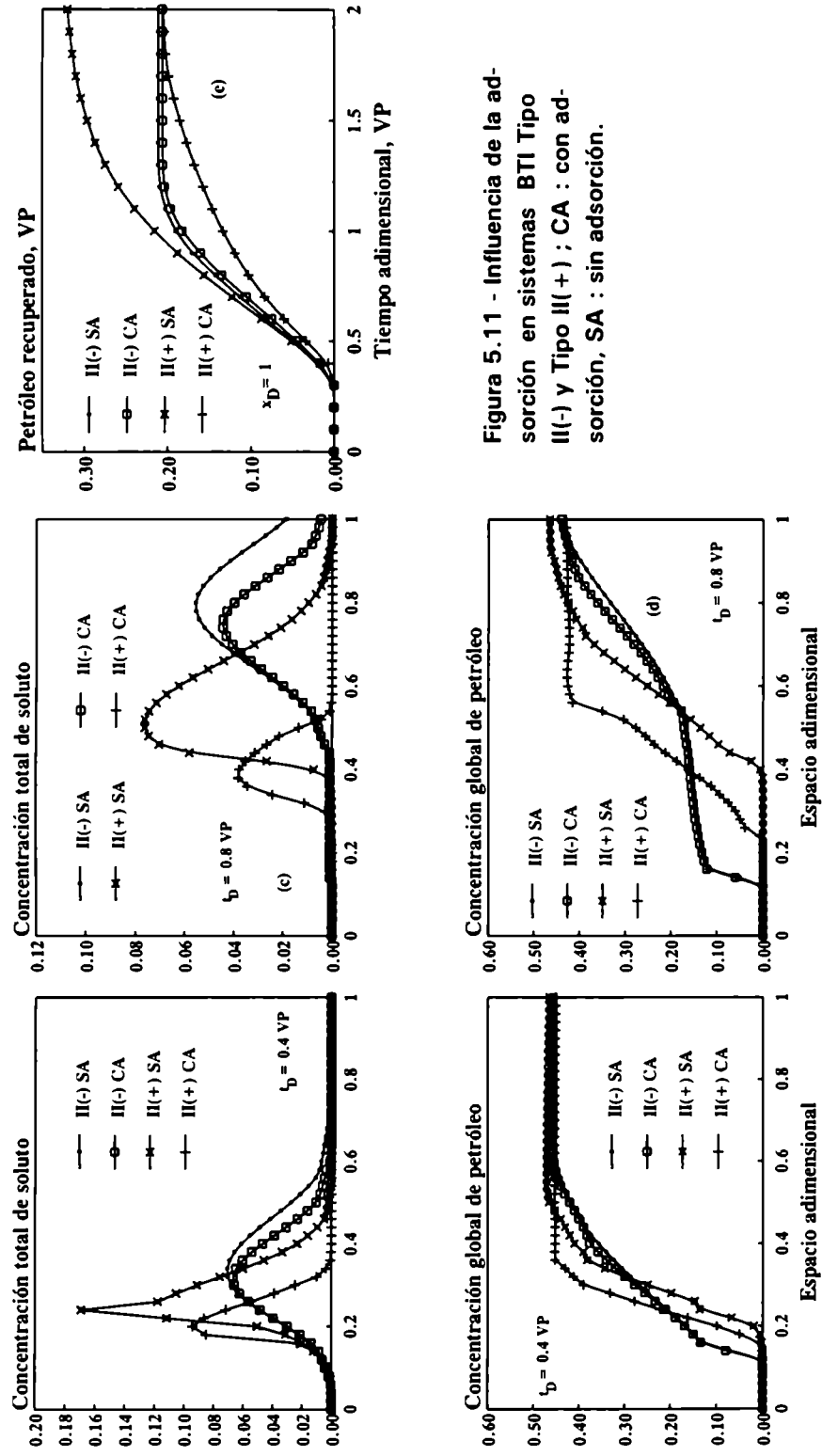


Figura 5.11 - Influencia de la adsorción en sistemas BTI Tipo II(-) y Tipo II(+); CA : con adsorción, SA : sin adsorción.

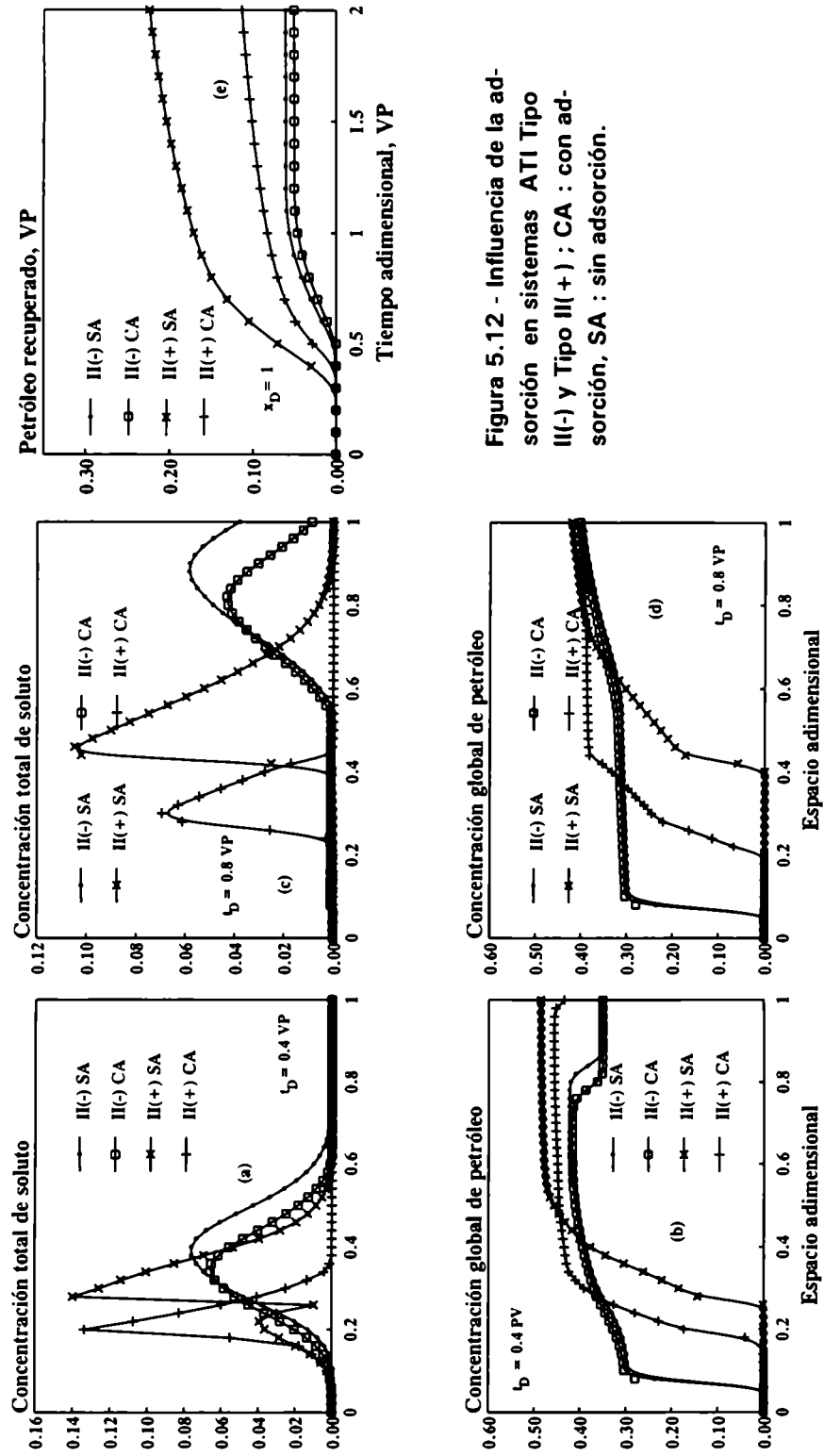


Figura 5.12 - Influencia de la adsorción en sistemas ATI Tipo II(-) y Tipo II(+); CA : con adsorción, SA : sin adsorción.



y los sistemas BTI y ATI definidos por los parámetros  $G_i$  de las ecs. 5.28 y 5.26, respectivamente. Los demás datos corresponden a la Tabla 5.1.

**Sistemas con Bajas Tensiones Interfaciales (BTI)** - Las Figuras 5.13(a) y (b) ilustran los perfiles de concentraciones globales de soluto y petróleo, respectivamente en  $t_D = 0.4$  VP. Los mismos perfiles en  $t_D = 0.8$  VP se grafican en las Figuras 5.13(c) y (d). La dispersión física provoca un *achataamiento* en ambos perfiles de concentración que resulta más notable en comportamientos Tipo II(+). Como consecuencia del mismo, mayores cantidades de petróleo permanecen atrapadas aguas arriba del banco químico. La recuperación de petróleo disminuye en los casos CD (Figura 5.13(e)); esta disminución es más significativa en comportamientos Tipo II(+).

- **Sistemas con Altas Tensiones Interfaciales (ATI)** - En sistemas ATI la incidencia de la dispersión de soluto es más importante en comportamientos Tipo II(+): no sólo se produce el achataamiento en los perfiles de concentración global de soluto (Figuras 5.14 (a) y (c)) sino también un *retraso* de los mismos. Dado que el único mecanismo de recuperación de petróleo en un sistema ATI es la miscibilidad parcial de las dos fases, ambos efectos combinados hacen que una mayor cantidad de petróleo quede atrapado por detrás del banco químico, como puede verse en las Figuras 5.14(b) y (d), y la recuperación final de dicho componente disminuya drásticamente (Figura 5.14(e)). En los comportamientos Tipo II(-), los cuales sin dispersión eran ya bastante ineficientes, este efecto resulta más atenuado.

De este modo, se concluye que la dispersión física achata los perfiles en sistemas BTI mientras que en sistemas ATI con comportamientos Tipo II(+) se produce, además, retraso en dichos perfiles.

#### 5.2.7.2.- Dispersión Numérica

A efectos de analizar la influencia de la dispersión numérica se seleccionan dos grillas: una de 51 puntos ( $\Delta x_D = 0.02$  valor de la Tabla 5.1 utilizado en todos los ejemplos de este capítulo) y la otra de 101 puntos ( $\Delta x_D = 0.01$ , valor que resulta en una menor dispersión numérica). El paso de tiempo en esta última se redujo a la mitad ( $\Delta t_D = 0.0005$  VP) para conservar la estabilidad del esquema explícito iterativo. Los demás datos corresponden a los comportamientos Tipo II(-) y Tipo II(+) del caso SD (sin dispersión física) del análisis anterior.

**Sistemas con Bajas Tensiones Interfaciales (BTI)** - Las Figuras 5.15(a), (b), (c) y (d) muestran los perfiles de concentraciones globales de soluto y petróleo para dos tiempos distintos:  $t_D = 0.4$  VP y 0.8 VP. En comportamientos de fase Tipo II(-), los perfiles correspondientes a ambas grillas no presentan grandes diferencias entre sí: la grilla de 51 puntos introduce una dispersión de los mismos levemente superior comparada con la correspondiente a la grilla de 101 puntos. La recuperación final de petróleo se ve escasamente disminuida. Los sistemas Tipo II(+), en cambio, resultan más sensibles al número de puntos de la grilla numérica: los perfiles de concentraciones de soluto y petróleo se achatan y además se retrasan cuando el número de puntos de la misma se

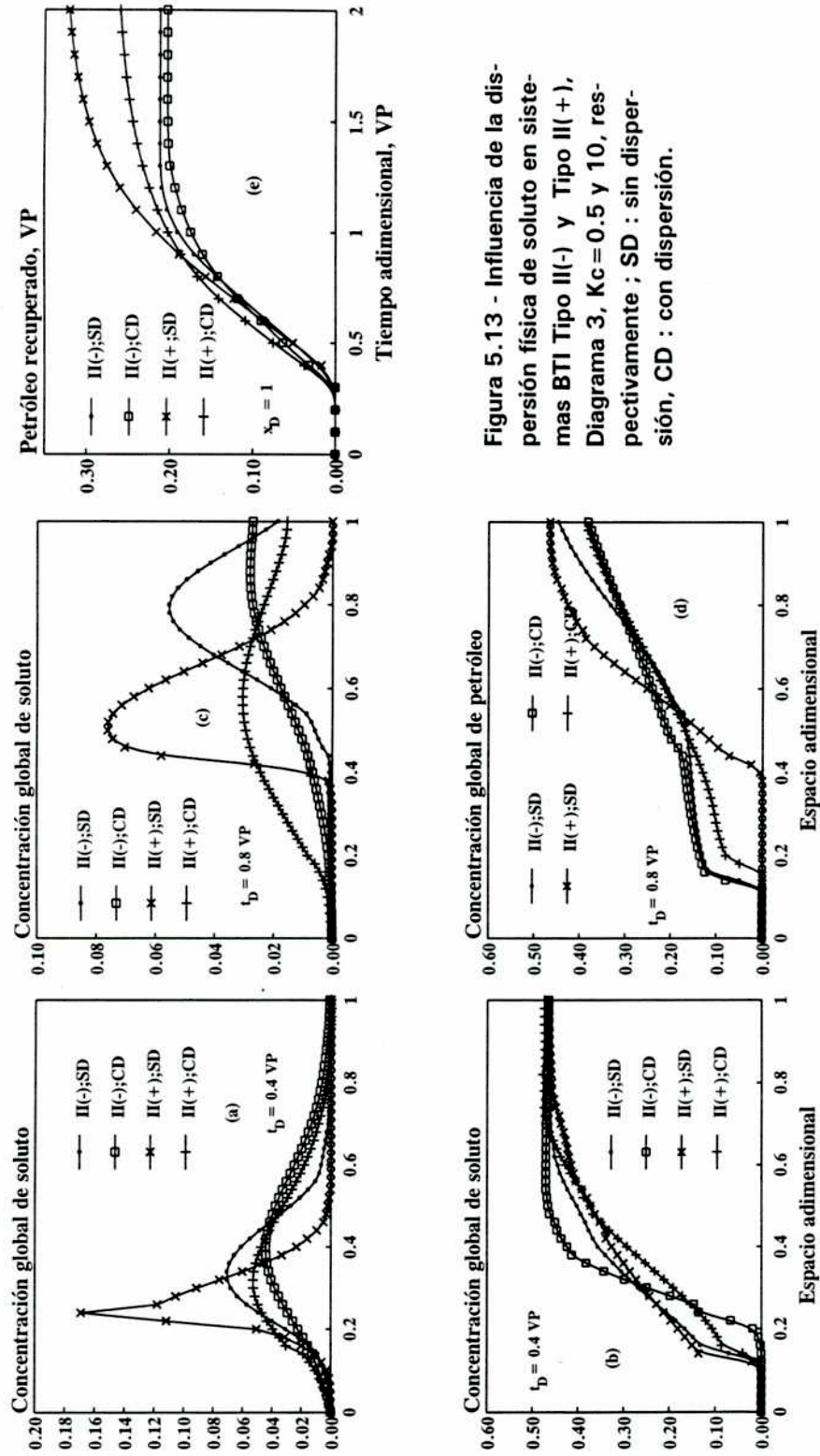


Figura 5.13 - Influencia de la dispersión física de soluto en sistemas BTI Tipo II(-) y Tipo II(+), Diagrama 3,  $K_c = 0.5$  y 10, respectivamente; SD : sin dispersión, CD : con dispersión.

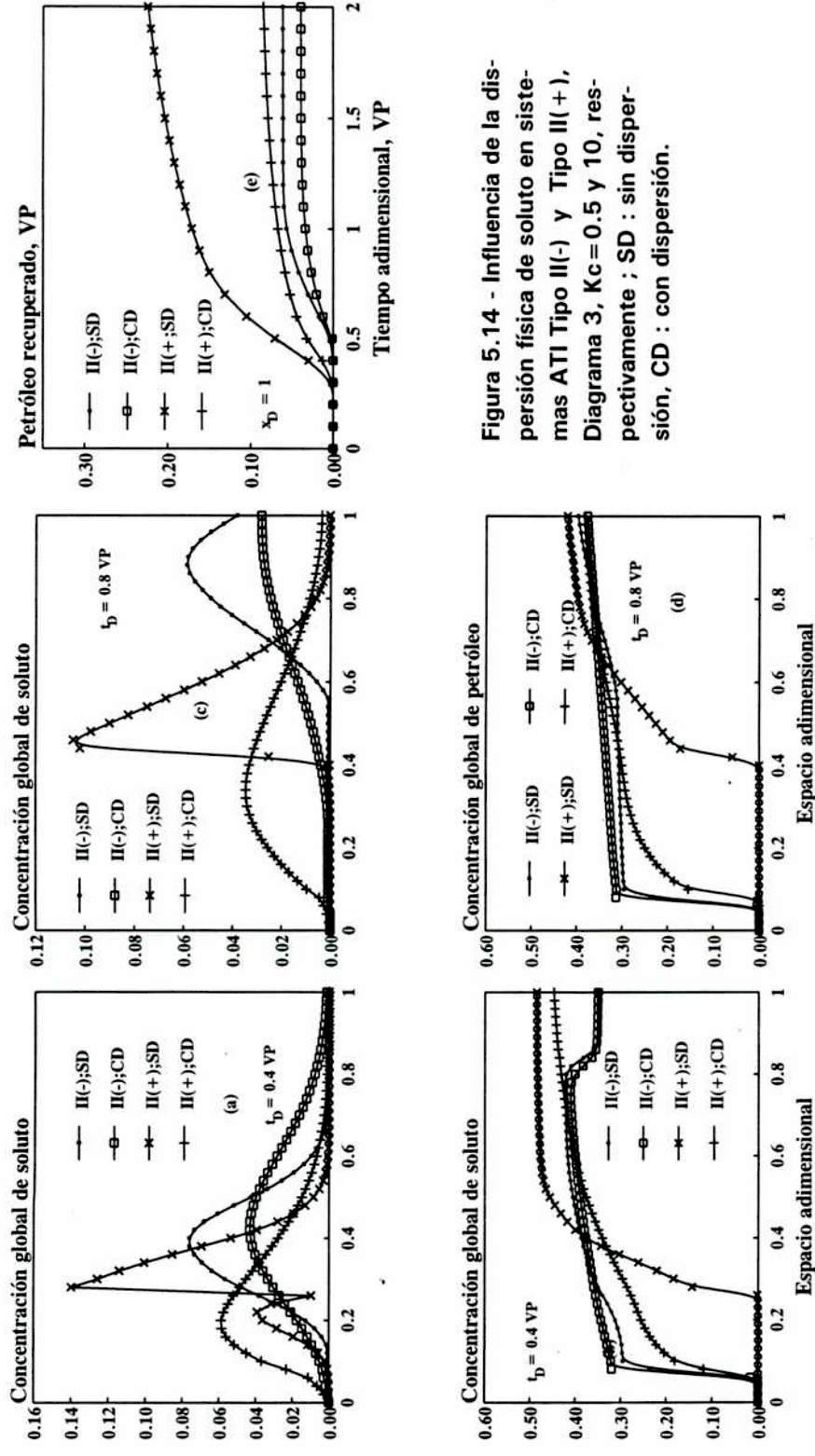


Figura 5.14 - Influencia de la dispersión física de soluto en sistemas ATI Tipo II(-) y Tipo II(+), Diagrama 3,  $Kc=0.5$  y 10, respectivamente; SD : sin dispersión, CD : con dispersión.

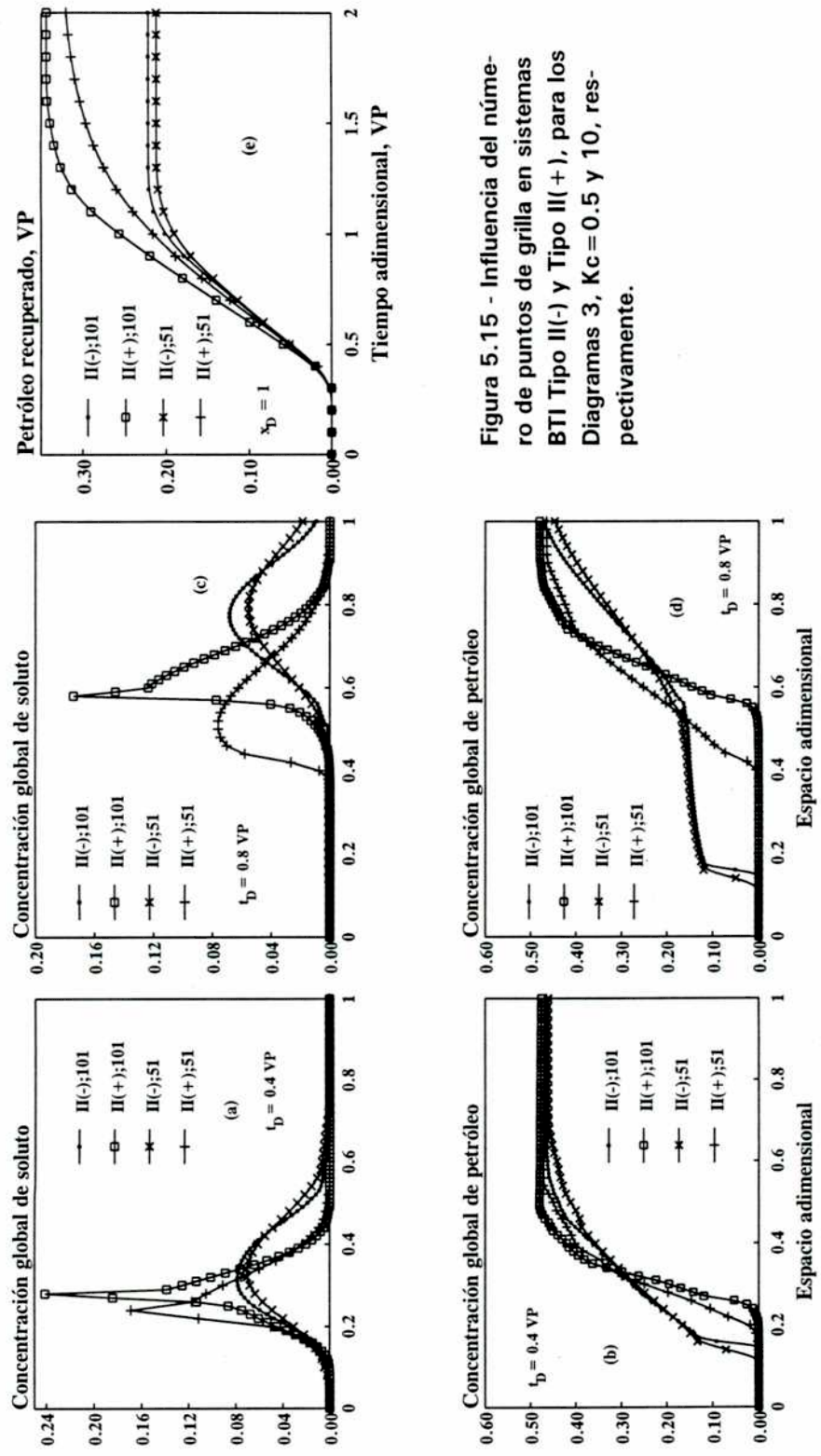


Figura 5.15 - Influencia del número de puntos de grilla en sistemas BTI Tipo II(-) y Tipo II(+), para los Diagramas 3,  $K_c = 0.5$  y 10, respectivamente.

reduce de 101 a 51 puntos. En consecuencia, una grilla menos densa predice una menor recuperación de petróleo en comportamientos Tipo II(+).

- **Sistemas con Altas Tensiones Interfaciales (ATI)** - Los efectos producidos por la dispersión numérica en sistemas ATI se describen con la ayuda de los perfiles de concentraciones globales de soluto y petróleo graficados en las Figuras 5.16(a) a (d). En comportamientos Tipo II(-), la dispersión numérica ocasionada por una grilla menos densa achata levemente dichos perfiles y no altera la recuperación final de petróleo (Figura 5.16(e)). Por el contrario, en comportamientos Tipo II(+), la dispersión numérica achata y retrasa en forma apreciable los perfiles de concentraciones de ambos componentes. En consecuencia, la producción acumulada de petróleo obtenida con la grilla de 51 puntos resulta severamente disminuida con respecto a la predicha por la grilla de 101 puntos. Este efecto es característico de los comportamientos Tipo II(+) y son más notables en este sistema ATI que en el sistema BTI descrito en el párrafo anterior.

Este análisis permite establecer que la grilla numérica utilizada en la discretización altera severamente los resultados obtenidos con el simulador en sistemas con comportamiento de fase Tipo II(+) (ATI o BTI): en estos casos la grilla seleccionada debe ser lo más densa posible.

El efecto producido por la dispersión numérica acentúa los resultados obtenidos en la sección 5.2.2. En ella se describe la influencia del mecanismo de reducción interfacial en comportamientos Tipo II(-) y Tipo II(+). La Figura 5.17(a) muestra las recuperaciones de petróleo obtenidas numéricamente con grillas de 101 puntos, correspondientes al comportamiento Tipo II(-) dado por el Diagrama 3 con  $K_c = 0.5$ , en sistemas ATI y BTI. En forma análoga, la Figura 5.17(b) ilustra dichas curvas para un comportamiento de fase Tipo II(+) definido por el Diagrama 3 con  $K_c = 10$ . La utilización de una grilla con mayor cantidad de puntos (menor dispersión numérica) acentúa la sensibilidad de los comportamientos Tipo II(-) al mecanismo de reducción interfacial (Figura 5.17(a)), mientras que sistemas Tipo II(+) con elevados coeficientes de partición de soluto resultan menos afectados por dicho mecanismo.

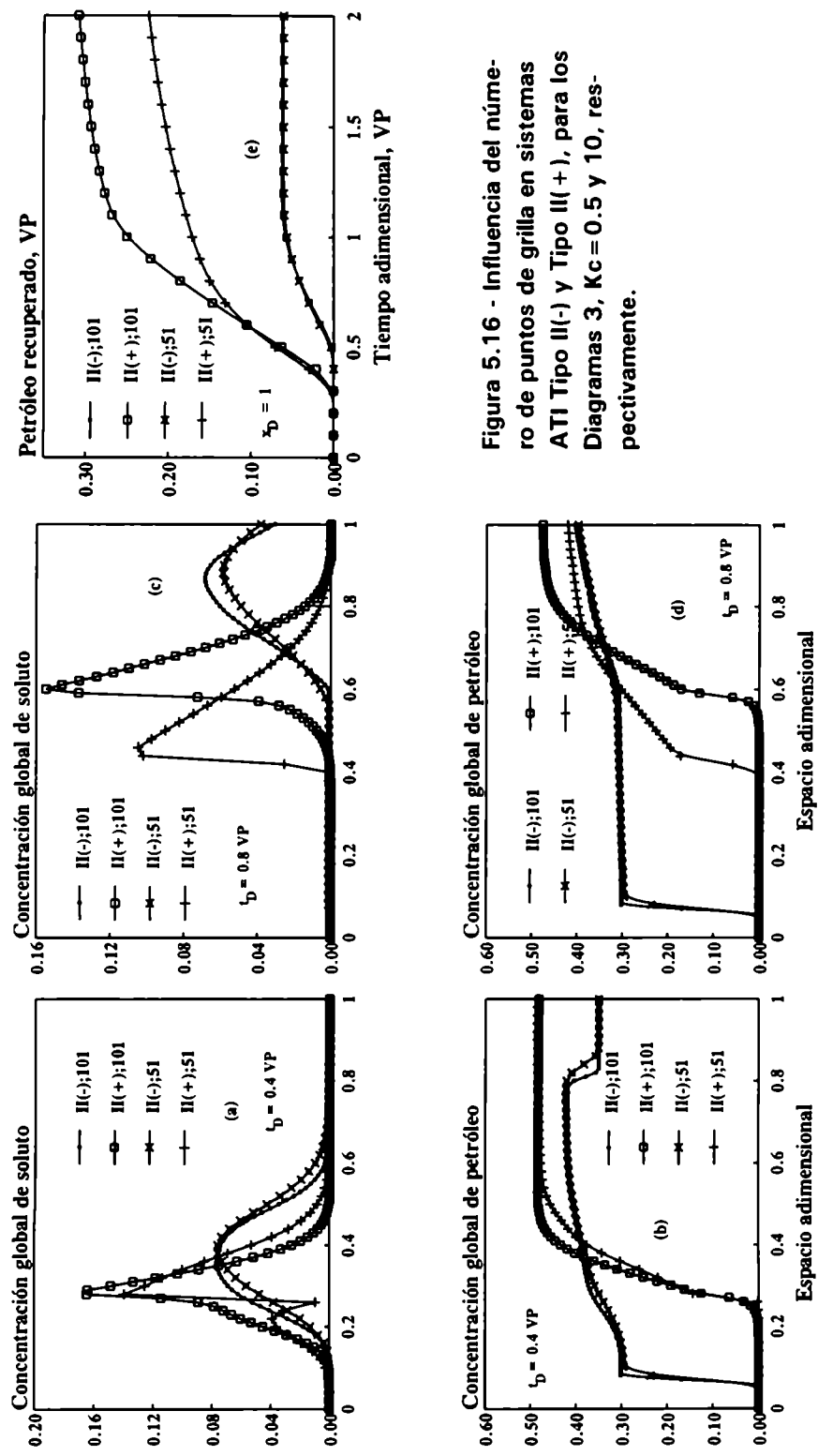


Figura 5.16 - Influencia del número de puntos de grilla en sistemas ATI Tipo II(-) y Tipo II(+), para los Diagramas 3,  $K_c = 0.5$  y  $10$ , respectivamente.

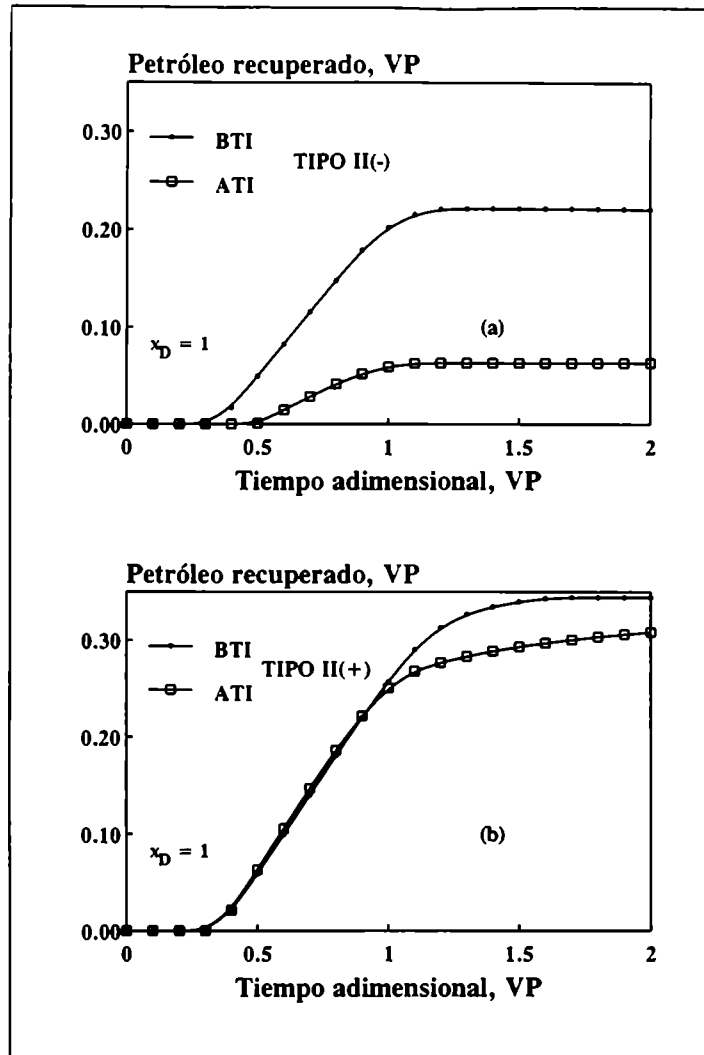


Figura 5.17 - Influencia de la reducción de tensión interfacial en comportamientos de fase (a) Tipo II(-) y (b) Tipo II(+), utilizando una grilla de 101 puntos.

## CONCLUSIONES

Se formula un modelo que describe el flujo unidimensional bifásico y tricomponente a través de un medio poroso, con el objeto de analizar y cuantificar los diversos mecanismos que ocurren en la inundación química de un reservorio petrolífero. El sistema de ecuaciones diferenciales parciales no lineales y ecuaciones algebraicas que describen matemáticamente dicho modelo se resuelve numéricamente aplicando una técnica explícita e iterativa de diferencias finitas. El simulador numérico es implementado en una PC-AT 486.

Inicialmente, se realiza la discusión de las distintas formas de representación analítica del comportamiento de las fases en el sistema bifásico y ternario agua-petróleo-especie química.

Posteriormente, se efectúa la verificación del modelo. Para ello, se comparan los resultados numéricos con las soluciones analíticas de dos casos particulares: el flujo bifásico bicomponente de agua y petróleo considerando efectos capilares (solución de Yortsos y Fokas), y el flujo bifásico ternario de agua, petróleo y sustancia química despreciando efectos capilares y dispersivos (solución de Helfferich).

Finalmente, se introducen en el simulador numérico las relaciones funcionales que representan las distintas propiedades físicas: comportamiento de fase, tensión interfacial, presión capilar, adsorción, dispersión, permeabilidades relativas, saturaciones residuales, viscosidades de las fases, etc. A través de ellas, se efectúa el análisis de cada uno de los fenómenos de transporte involucrados en el barrido químico y la influencia de ellos en la eficiencia microscópica del desplazamiento.

### 6.1.- COMPORTAMIENTO DE FASE

El comportamiento de fase del sistema agua-petróleo-especie química se clasifica en Tipo II(-) o Tipo II(+), de acuerdo a que el soluto particione preferencialmente en la fase acuosa o en la fase oleosa, respectivamente. La representación analítica de ambos tipos de comportamientos se lleva a cabo a través de una modificación del modelo idealizado propuesto por Larson<sup>24</sup>. Dicho modelo considera que el coeficiente de partición del soluto en las fases móviles es constante y la curva binodal está formada por dos tramos rectos. La pendiente de cada uno de ellos representa, respectivamente, la solubilización del petróleo en la fase acuosa y la absorción de agua y soluto en la fase oleosa o "swelling". Estos diagramas idealizados de equilibrio termodinámico de fases y componentes están definidos por tres parámetros constantes: los coeficientes de solubilización y de swelling, definidos por las pendientes de dichos tramos rectos, y el coeficiente de partición del soluto en las fases móviles, definido por la pendiente de las líneas de unión. La modificación introducida en este trabajo, es considerar que, a medida que las concentraciones volumétricas de las fases se acercan a los vértices del agua y del petróleo puros, respectivamente, los coeficientes no son constantes sino que varían linealmente con la concentración del soluto en dichas fases. Esta modificación se debe a que en



diagramas de fases reales, las pendientes a la curva binodal tienden a los lados agua-soluto y petróleo-soluto a medida que las concentraciones de fase tienden a los vértices agua y petróleo, respectivamente.

Modelos más representativos de la realidad fueron desarrollados por otros investigadores. Pope y Nelson<sup>31</sup> obtienen expresiones analíticas para comportamientos de fase Tipo II(-) y Tipo (+) utilizando los gráficos de Hand.

La elección de los diagramas idealizados reside en las siguientes ventajas:

- (i) están definidos solamente por tres parámetros.
- (ii) describen apropiadamente los comportamientos de fase Tipo II(-) y Tipo II(+), a través de la modificación mencionada en el párrafo anterior.
- (iii) dadas dos concentraciones totales en fase fluida, las concentraciones en las fases y las saturaciones de las mismas se realiza en forma directa y rápida resolviendo una ecuación cuadrática. El cálculo en el modelo de Pope, en cambio, debe realizarse en forma indirecta, empleando un método iterativo apropiado de búsqueda de raíces. Esto hace que la obtención de las soluciones numéricas del simulador sea extremadamente lenta en una PC-AT 486.

## 6.2 - VERIFICACION DEL MODELO

### 6.2.1 - Comparación con la solución analítica de Yortsos y Fokas

Yortsos y Fokas obtuvieron la solución analítica del flujo unidimensional de agua y petróleo considerando los efectos capilares. En este sistema, la presión capilar es función exclusivamente de la saturación y la expresión utilizada es del tipo logarítmica. En ella, se producen indeterminaciones cuando las saturaciones de las fases acuosa y oleosa tienden a sus respectivos valores residuales,  $S^{arH}$  y  $S^{orH}$ , respectivamente (la presión capilar tiende a infinito en estos puntos). En el simulador numérico, este problema se resuelve reduciendo el dominio de la función logarítmica en forma simétrica a través de un incremento  $\delta$  y utilizando una extrapolación lineal de dicha función en el resto del intervalo, es decir para  $S^{orH} < S^o < S^{orH} + \delta$  y  $1 - S^{arH} - \delta < S^o < 1 - S^{arH}$ .

Las conclusiones obtenidas se enumeran a continuación:

- (i) La presencia de presión capilar introduce inestabilidades de origen numérico que se evitan disminuyendo el paso de tiempo.
- (ii) El procedimiento empleado para acotar los valores de presión capilar hace que el simulador numérico, en realidad, utilice valores menores (en valor absoluto) que aquellos utilizados en la solución analítica. En consecuencia, los perfiles de saturación de petróleo obtenidos con el simulador resultan levemente menos dispersos con respecto a los obtenidos analíticamente.
- (iii) Un menor valor del incremento  $\delta$  implica un mayor acercamiento de las funciones de presión capilar utilizadas por el simulador y la solución analítica. Pero asimismo, debe tenerse en cuenta que los valores de presión capilar son sensiblemente afectados por  $\delta$ : una pequeña disminución de  $\delta$  resulta en un gran aumento del módulo de la presión capilar. En consecuencia, el paso de tiempo debe ser drásticamente disminuido (de acuerdo a lo establecido en (i)) y la simulación numérica se torna impracticable en una AT-486 debido al tiempo total de la misma.
- (iv) La concordancia entre ambos perfiles es muy buena, especialmente para tiempos mayores a 0.1 VP en los cuales la resistencia ofrecida por los efectos capilares en

el borde de entrada es superada por las fuerzas viscosas y por consiguiente, la saturación de petróleo alcanza su valor residual,  $S^{orr}$ .

### 6.2.2 - Comparación del modelo con la solución analítica de Helfferich.

La solución analítica del flujo unidimensional bifásico y ternario despreciando los efectos capilares y dispersivos fue primeramente obtenida por Larson bajo ciertas condiciones especiales de flujo. Posteriormente Helfferich, en base a la teoría de la coherencia aplicada en problemas de cromatografía, desarrolló una solución analítica para el flujo multifásico multicomponente despreciando los efectos capilares y dispersivos. Aplicando dicha solución al caso bifásico tricomponente, Hirasaki obtuvo una solución analítica más amplia y por ende menos restrictiva que aquella encontrada originalmente por Larson, constituyendo esta última un caso particular de la teoría de Helfferich.

Las dos soluciones, numérica y analítica, se comparan en dos ejemplos de aplicación. Ambos representan una inundación terciaria: inicialmente el medio poroso contiene agua y el petróleo remanente luego de un barrido con agua y se inyecta, en forma continua y con concentración constante, una solución acuosa de un soluto capaz de producir miscibilidad entre ambas fases. El **1er ejemplo** considera un sistema en el cual el comportamiento de fase es del Tipo II(-) y la concentración de inyección se encuentra sobre la curva binodal. En el **2do. ejemplo**, el comportamiento de fase es del Tipo II(+) y la inyección se ubica en la región monofásica, fuera de la curva binodal (inundación con extracción de fase).

En ambos ejemplos, los perfiles de concentraciones obtenidos con la solución analítica presentan discontinuidades que dan lugar a la formación de tres zonas claramente definidas. La primera de ellas, a partir de la entrada, se denomina banco químico y en él ocurre la miscibilidad entre las fases acuosa y oleosa. De este modo, el petróleo inicialmente atrapado en esta zona es movilizado hacia la segunda zona o banco de petróleo, rico en dicho componente. La discontinuidad entre ambos bancos se conoce como frente químico. Aguas abajo, el banco de petróleo está limitado por otra discontinuidad: el frente de petróleo, a partir del cual el sistema mantiene su estado inicial (banco inicial).

En el **1er. ejemplo** el banco químico constituye una zona de miscibilidad parcial. En el **2do. ejemplo**, en cambio, la extracción de fase característica de una inyección ubicada en la región monofásica produce la aparición de otro salto en el perfil de concentraciones: el frente de solubilización. Dicho frente se ubica entre la entrada y el frente químico, dividiendo de este modo al banco químico en dos regiones. En la primera, partiendo de la entrada, la miscibilidad es total: el petróleo ha sido completamente solubilizado en la fase acuosa. Aguas abajo la miscibilidad es parcial, igual que en el 1er. ejemplo.

La comparación entre las soluciones analítica y numérica permite establecer las siguientes conclusiones:

#### 1er. ejemplo : comportamiento Tipo II(-)

- (i) El simulador numérico reproduce razonablemente los saltos correspondientes al perfil de concentración global de petróleo con una pequeña dispersión numérica en el frente químico.
- (ii) El salto en la concentración global de soluto en el frente químico es reproducido por el simulador con una mayor dispersión numérica.
- (iii) Las curvas de recuperación de petróleo de ambas soluciones son prácticamente coincidentes. Para tiempos cercanos a la irrupción del frente químico en la salida

(breakthrough químico), la producción acumulada de petróleo es levemente inferior.

#### 2do ejemplo : comportamiento Tipo II(+)

- (iv) Las variaciones bruscas en el perfil de concentración global de petróleo son reproducidas por el simulador con una apreciable dispersión numérica en el frente de solubilización.
- (v) La dispersión numérica en el perfil de concentración global de soluto es apreciable, como ocurre en el 1er. ejemplo.
- (vi) En el simulador numérico, los frentes de solubilización, químico y de petróleo se encuentran **retrasados** con respecto a la solución analítica. Este retraso es característico en comportamientos de fase Tipo II(+) y es consecuencia directa del número finito de puntos de la grilla empleada en la discretización de las ecuaciones diferenciales (dispersión numérica).
- (vii) A tiempos cortos, el simulador predice una menor cantidad de petróleo recuperado con respecto a la solución analítica. A tiempos largos, ambas curvas son coincidentes debido a la inyección continua de soluto.

#### Aplicabilidad y alcances de la solución analítica del caso bifásico tricomponente.

- (viii) El método de obtención de la solución analítica del flujo multifásico multicomponente propuesto por Helfferich resulta poco práctico en la generalidad de los casos. Esto se debe a que la construcción de la **grilla composicional** del caso bifásico tricomponente, paso preliminar para la obtención de la solución analítica, presenta las siguientes dificultades:

- el cálculo analítico de las funciones de flujo fraccional de los componentes,  $F_i$  y sus respectivas derivadas con respecto a las concentraciones globales,

$\frac{\partial F_i}{\partial Z_k}(i, k = p, c)$  es bastante complicado, aún adoptando los diagramas

idealizados de equilibrio de fases y componentes descritos en 2.3. Este problema se acentúa cuando se adoptan modelos más reales del comportamiento de fase, como los que se detallan en 2.2.

- se producen indeterminaciones en el cálculo de las velocidades características correspondientes a concentraciones situadas en las cercanías de los puntos singulares.

- (ix) Cuando se cumplen ciertas restricciones de flujo o hipótesis adicionales, la construcción de la grilla composicional puede ser obviada y el método de obtención de la solución analítica se reduce a un sencillo método gráfico, fácilmente implementable en cualquier PC. Dichas hipótesis adicionales fueron propuestas por Larson<sup>23,24</sup> y se dan a continuación:

- las isothermas de adsorción y de partición del soluto son no decrecientes con la posición.
- la inyección es continua y uniforme.
- la solubilización del petróleo en la fase acuosa y la absorción de agua y soluto en la fase oleosa es pequeña o despreciable.

Estas restricciones constituyen condiciones suficientes (pero no necesarias) para que los perfiles de concentraciones de las especies sean funciones escalón (sistemas "self-sharpening").

- (x) Las hipótesis "self-sharpening" de Larson, en general, no se cumplen. En la mayoría de los casos, la miscibilidad parcial entre las fases (solubilización del

petróleo en agua y swelling de la fase oleosa) resulta apreciable y además la inyección se realiza a través de un volumen finito de soluto (tapón). Las soluciones analíticas deben ser obtenidas a través de la grilla composicional. Por lo tanto, de acuerdo a lo dicho en (viii), el simulador numérico constituye una mejor alternativa para la obtención de resultados.

- (xi) Sin embargo, aunque no se cumplan dichas hipótesis, la solución analítica obtenida a través del método gráfico, puede considerarse como una solución límite.

### **6.3 - ANALISIS DE LOS FENOMENOS DE TRANSPORTE**

Los diversos fenómenos de transporte son analizados uno por uno con el objeto de considerar a cada proceso de barrido químico como una superposición apropiada de los mismos. Los mecanismos básicos analizados son: miscibilidad parcial y total entre las fases, reducción de la tensión interfacial, relación de movilidades relativas de las fases, presión capilar, mojabilidad de las fases fluidas y la roca, adsorción de soluto en la roca, y dispersión de los componentes. En todos los casos, se considera que un volumen finito de sustancia química (volumen tapón o "slug") es inyectado en fase acuosa y con concentración constante. Luego del tapón de soluto de inyecta solamente agua.

Las conclusiones obtenidas se describen y enumeran a continuación:

#### **(i) Comportamiento de fase.**

La influencia del comportamiento de fase se efectúa eligiendo un sistema en el cual el único mecanismo capaz de movilizar el petróleo inicial entrampado es la miscibilidad (parcial o total) de las fases. Para ello, el sistema seleccionado considera altas tensiones interfaciales la relación de movilidades relativas de las fases es constante y unitaria, y la presión capilar, adsorción del soluto en la roca y dispersión de los componentes son consideradas nulas. Los resultados numéricos indican que en estos casos, comportamientos de fase Tipo II(+) permiten obtener mejores recuperaciones de petróleo con respecto a aquellos Tipo II(-). Esto se debe a que un elevado coeficiente de partición, característico de los sistemas Tipo II(+), causa un retraso del banco químico permitiendo un mayor tiempo de contacto entre las fases. De este modo, la mejor transferencia de masa entre ellas produce desplazamientos más eficientes.

#### **(ii) Reducción de tensión interfacial**

La saturación residual de la fase oleosa en el sistema ternario agua-petróleo-especie química está directamente vinculada a la tensión interfacial entre ambas fases móviles. Las especies químicas utilizadas poseen la característica de producir, en mayor o menor grado, una reducción de dichas tensiones interfaciales. Esto ocasiona una reducción en el valor de la saturación residual de petróleo y en consecuencia, una mayor cantidad de petróleo recuperado. Los resultados numéricos muestran que este aumento es más significativo en sistemas Tipo II(-) que en aquellos Tipo II(+). Se concluye entonces que, sistemas Tipo II(-) son más sensibles al fenómeno de reducción de tensión interfacial.

### **(iii) Movilidades relativas de las fases**

La relación de movilidades relativas entre las fases oleosa y acuosa produce alteraciones en los flujos relativos de cada fase. Un aumento en la relación de movilidades relativas de la fase oleosa con respecto a la fase acuosa (causado por ejemplo a través de un aumento en la viscosidad del agua de inyección), provoca un incremento en la recuperación de petróleo. Este incremento es más importante en comportamientos Tipo II(-); su influencia es menor en sistemas Tipo II(+) a medida que aumenta el coeficiente de partición del soluto.

### **(iv) Presión capilar**

En sistemas con altas tensiones interfaciales, la presión capilar constituye una **barrera** o resistencia adicional al flujo de la fase oleosa. Dicha barrera se localiza en el frente de solubilización y se manifiesta a través de una disminución en el gradiente negativo de presión de la fase oleosa, que constituye la fuerza impulsora del flujo de dicha fase. Esto causa una disminución en la recuperación final de petróleo. Sin embargo, el efecto de la presión capilar resulta nulo en sistemas donde las tensiones interfaciales son bajas o ultrabajas.

### **(v) Alteraciones en la mojabilidad**

Las conclusiones (i) a (iv) establecidas en esta sección se refieren a reservorios mojados por la fase acuosa. La mayoría de los reservorios presenta dicho comportamiento. Los reservorios mojados por petróleo son insensibles al mecanismo de reducción de tensión interfacial: se comportan como si éstas fueran siempre elevadas. Las mejores recuperaciones en estos reservorios se consiguen a través del hinchamiento o swelling de la fase oleosa con agua y soluto, que permite que ésta aumente su saturación y fluya. Este mecanismo ocurre predominantemente en sistemas Tipo II(+) con elevados coeficientes de partición del soluto.

### **(vi) Adsorción de soluto**

La retención de especie química en la roca causada por el mecanismo de adsorción, disminuye la cantidad de soluto activo y consecuentemente, la cantidad de petróleo que éste es capaz de movilizar. Sin embargo este efecto es más importante en sistemas Tipo II(+): la recuperación final de petróleo es severamente disminuida. Los sistemas Tipo II(-) son prácticamente insensibles a dicho mecanismo.

### **(vii) Dispersión de los componentes**

La dispersión física de los componentes actúa en forma similar a la dispersión numérica. Esta última es consecuencia directa del número finito de puntos de la grilla empleada en la discretización de las ecuaciones diferenciales. Sin embargo, los efectos causados por ambas formas de dispersión sobre los perfiles de concentraciones, dependen del comportamiento de fase considerado, de acuerdo al siguiente análisis:

- ♦ En comportamientos Tipo II(-) la dispersión produce sólo achatamiento en los perfiles de concentraciones globales de petróleo y soluto (sin retraso de los mismos). La incidencia en la recuperación de petróleo es relativamente

pequeña. En consecuencia, la selección del número de puntos de la grilla no resulta relevante en estos casos.

- ♦ En comportamientos Tipo II(+), en cambio, la dispersión achata y retrasa los perfiles de concentración de soluto y petróleo. La incidencia es importante en todos los casos, especialmente en sistemas ATI. Por lo tanto la selección de la grilla constituye una decisión fundamental en los comportamientos Tipo II(+): cuánto más puntos se tomen mejor es el acercamiento a la solución real (este punto se mencionó en el punto (vi) de 6.2.2 al comparar los resultados del 2do. ejemplo con la solución analítica correspondiente).

#### 6.4.- APLICACIONES DEL SIMULADOR

- ♦ El simulador numérico desarrollado en este trabajo constituye una herramienta básica en la etapa preliminar del diseño de una inundación química de reservorios. A través del mismo y en forma rápida pueden analizarse en una PC distintas alternativas de explotación: selección del agente químico adecuado (en concentración y tiempo de inyección) que aseguren una mayor eficiencia microscópica de barrido con el menor costo posible.
- ♦ La programación estructurada del simulador, realizada en código FORTRAN 77, y su división en apropiadas subrutinas de trabajo, permite la utilización del mismo en otros procesos asistidos: inundación con solventes o con dióxido de carbono ( $CO_2$ ) en fase líquida o gaseosa. Esta aplicación del simulador puede ser implementada cambiando únicamente las subrutinas que definen el comportamiento de fase y las propiedades físicas de los fluidos (densidades, viscosidades, permeabilidades relativas de las fases, etc.).



**PAUTAS GENERALES DE CONSTRUCCION DE GRILLAS  
COMPOSICIONALES**

(a) Consideremos una concentración ubicada en la región monofásica del diagrama ternario (fuera de la curva binodal o sobre la misma) donde sólo la fase  $j$  existe. Entonces

$$f^j = S^j = 1 \quad f^{j'} = S^{j'} = 0 \quad j' \neq j \quad (\text{A.1})$$

y

$$V_i^j = Z_i \quad i = p, c \quad (\text{A.2})$$

Introduciendo estas dos ecuaciones en la ec. 4.24 resulta

$$F_i = Z_i \quad i = p, c \quad (\text{A.3})$$

Los elementos de la matriz  $\underline{M}$  son

$$\left( \frac{\partial F_p}{\partial Z_p} \right)_{Z_c, t} = \left( \frac{\partial F_c}{\partial Z_c} \right)_{Z_p, t} = 1 \quad \left( \frac{\partial F_p}{\partial Z_c} \right)_{Z_p, t} = \left( \frac{\partial F_c}{\partial Z_p} \right)_{Z_p, t} = 0 \quad (\text{A.4})$$

Combinando las ecs. 4.33 y A.4 surge

$$\beta_1 = \beta_2 = 1 \quad (\text{A.5})$$

Las ecuaciones A.4 y A.5 demuestran que cualquier valor de  $\left( \frac{dZ_c}{dZ_p} \right)_t$  satisface la ec.

4.35 es decir, que *en la región monofásica cualquier camino es coherente.*

(b) Consideremos ahora una concentración ubicada en la región bifásica del diagrama ternario para la cual la ec. 4.31 puede reescribirse, teniendo en cuenta las ecs. 4.22-b, 4.24 y las ecs. 3.13, 3.14-a( $i=p$ ), 3.14-b y 3.16-a del capítulo anterior, a través de cocientes de diferenciales de acuerdo a

$$\beta = \frac{(V_p^s - V_p^o)df^s + dV_p^o + f^s d(V_p^s - V_p^o)}{(V_p^s - V_p^o)dS^s + dV_p^o + S^s d(V_p^s - V_p^o)} = \frac{(V_c^s - V_c^o)df^s + dV_c^o + f^s d(V_c^s - V_c^o)}{(V_c^s - V_c^o)dS^s + dV_c^o + S^s d(V_c^s - V_c^o) + (1 - V_c^o)dS^R - S^R dV_c^o} \quad (\text{A.6})$$

A lo largo de una línea de unión las concentraciones de los componentes en las fases  $V_j^i (i = p, c; j = o, a)$  son constantes. Lo mismo ocurre con el volumen adsorbido de especie química por unidad de volumen total,  $S^R$  que es sólo función de  $V_c^j (j = o, a)$  como lo expresa la ec. 3.29. Es decir que la dirección de la línea de unión constituye una de las dos direcciones características ya que en dicha dirección se verifica,

$$dV_j^i = 0 \quad i = p, c \quad j = o, a \quad \text{y} \quad dS^R = 0 \quad (\text{A.7})$$

y en consecuencia se satisface la ec. A.6. En adelante para cualquier punto ubicado en la zona bifásica llamaremos camino LU a la línea de unión y camino NU al otro camino asociado a dicho punto. Por lo tanto de las ecs. A.6 y A.7, el autovalor asociado a la dirección LU resulta,

$$\beta_{LU} = \left( \frac{\partial f^a}{\partial S^a} \right)_{V_j^i} \quad (\text{A.8})$$

(c) Consideremos ahora el conjunto de concentraciones  $\underline{Z}^E$  para las cuales se cumple

$$f^a = S^a \quad (\text{A.9})$$

y en consecuencia

$$df^a = dS^a \quad (\text{A.10})$$

Estos puntos  $\underline{Z}^E$  se denominan de *equivelocidad*. Las sucesivas direcciones que unen los puntos de equivelocidad son direcciones características porque en ellas se verifica la ec. A.6 (teniendo en cuenta la ec. 3.16-b). Entonces, el autovalor asociado a dicha dirección tiene valor unitario. Por lo tanto, para cada punto  $\underline{Z}^E$  se conocen los dos caminos composicionales: la línea de unión que pasa por  $\underline{Z}^E$  determina el camino LU y la línea que une los puntos  $\underline{Z}^E$  determina el camino NU.

(d) En cada línea de unión se encuentran *dos puntos singulares*. Un punto es singular cuando los dos autovalores asociados son iguales, es decir

$$\beta_1 = \beta_2 \quad (\text{A.11})$$

Por lo tanto en cada uno de ellos, las dos direcciones características son coincidentes y los dos caminos composicionales asociados a cada punto son tangentes entre sí. Teniendo en cuenta todo el análisis anterior se desprende que, *en un punto singular el camino composicional NU es tangente a la línea de unión (o camino LU)*.

Los dos autovalores iguales de la ec. A.11 se obtienen anulando el discriminante de la ecuación cuadrática 4.33 para cada línea de unión. Luego de algunos arreglos algebraicos se obtiene



$$\left[ \left( \frac{\partial F_p}{\partial Z_p} \right)_{z_c,t} - \left( \frac{\partial F_c}{\partial Z_c} \right)_{z_p,t} \right]^2 + 4 \left( \frac{\partial F_p}{\partial Z_c} \right)_{z_p,t} \left( \frac{\partial F_c}{\partial Z_p} \right)_{z_c,t} = 0 \quad (\text{A.12})$$

**CONSTRUCCION DE GRILLAS COMPOSICIONALES**

La construcción de las grillas composicionales correspondientes al 1er. y 2do. ejemplo implica el cálculo previo de las funciones  $F_p$  y  $F_c$  y sus respectivas derivadas con respecto a  $Z_p$  y  $Z_c$ . Para ello se combinan las ecs. 4.51 y 4.52 con las ecs. 3.14-a, 3.14-b ( $i = p$ ), 3.15 ( $j = o, a$ ), 3.16-a y 4.44 obteniéndose

| 1er. ejemplo  | 2do. ejemplo  |
|---|---|
| $V_c^o = V_w^o = V_p^a = 0$ $V_p^o = V_w^a = 1$ $S^a = 1 - Z_p ; S^o = Z_p \quad (B.1)$ $V_c^a = \frac{Z_c}{1 - Z_p}$ | $V_c^o = 2V_c^a ; V_w^o = V_c^o ; V_p^o = 1 - 4V_c^a$ $V_p^a = V_c^a ; V_w^a = 1 - 2V_c^a ; V_c^a = \frac{2Z_c}{1 + g_1}$ $S^a = \frac{3 - g_1}{2} \quad S^o = \frac{g_1 - 1}{2} \quad (B.2)$ <p>siendo : <math>g_1 = Z_p + 5 Z_c + g_2</math><br/>y</p> $g_2 = \sqrt{(1 - Z_p - 5Z_c)^2 + 4(Z_p - Z_c)}$ |

Las relaciones  $F_p$  y  $F_c$ , sus respectivas derivadas con respecto a  $Z_p$  y  $Z_c$  y otras relaciones auxiliares se obtienen combinando las ecs. 4.24, 4.22-b, 4.44, 4.47, 4.48, B.1, B.2, 3.14-a ( $i=p$ ), 3.14-b y 3.16-a, resultando, para cada caso

**1er. ejemplo**

$$F_p = (1 - f^a) \quad F_c = V_c^a f^a \quad (B.3)$$

$$\left( \frac{\partial F_p}{\partial Z_p} \right)_{Z_c} = - \frac{\partial f^a}{\partial S^a} \left( \frac{\partial S^a}{\partial Z_p} \right)_{Z_c} - \frac{\partial f^a}{\partial S^{or}} \frac{\partial S^{or}}{\partial V_c^a} \left( \frac{\partial V_c^a}{\partial Z_p} \right)_{Z_c} \quad (B.4)$$

$$\left( \frac{\partial F_p}{\partial Z_c} \right)_{Z_p} = \frac{-\partial f^a}{\partial S^{or}} \frac{\partial S^{or}}{\partial V_c^a} \left( \frac{\partial V_c^a}{\partial Z_c} \right)_{Z_p} \quad (B.5)$$

$$\left( \frac{\partial F_c}{\partial Z_p} \right)_{Z_c} = V_c^a \left[ \frac{\partial f^a}{\partial S^{or}} \frac{\partial S^{or}}{\partial V_c^a} \left( \frac{\partial V_c^a}{\partial Z_p} \right)_{Z_c} + \frac{\partial f^a}{\partial S^a} \left( \frac{\partial S^a}{\partial Z_p} \right)_{Z_c} \right] + f^a \left( \frac{\partial V_c^a}{\partial Z_p} \right)_{Z_c} \quad (B.6)$$

$$\left(\frac{\partial F_c}{\partial Z_c}\right)_{z_p} = V_c^a \frac{\partial f^a}{\partial S^{or}} \frac{\partial S^{or}}{\partial V_c^a} \left(\frac{\partial V_c^a}{\partial Z_c}\right)_{z_p} + f^a \left(\frac{\partial V_c^a}{\partial Z_c}\right)_{z_p} \quad (B.7)$$

$$\left(\frac{\partial V_c^a}{\partial Z_p}\right)_{z_c} = \frac{V_c^a}{S^a} \quad (B.8)$$

$$\left(\frac{\partial V_c^a}{\partial Z_c}\right)_{z_p} = \frac{1}{S^a} \quad (B.9)$$

$$S^{or} \begin{cases} 0.3 - 3V_c^a & V_c^a \leq 0.1 \\ 0 & V_c^a > 0.1 \end{cases} \quad (B.10)$$

$$\frac{\partial S^{or}}{\partial V_c^a} \begin{cases} -3 & V_c^a \leq 0.1 \\ 0 & V_c^a > 0.1 \end{cases} \quad (B.11)$$

$$\frac{\partial f^a}{\partial S^a} \begin{cases} \frac{1.5 \sqrt{(S^a - 0.3)(1 - S^{or} - S^a)} (0.7 - S^{or})}{[(S^a - 0.3)^{1.5} + (1 - S^{or} - S^a)^{1.5}]^2} & 0.3 \leq S^a \leq 1 - S^{or} \\ 0 & S^a < 0.3 \text{ y } 1 - S^{or} < S^a \leq 1 \end{cases} \quad (B.12)$$

$$\left(\frac{\partial S^a}{\partial Z_c}\right)_{z_p} = 0 \quad (B.13)$$

$$\left(\frac{\partial S^a}{\partial Z_p}\right)_{z_c} = -1 \quad (B.14)$$

$$\frac{\partial f^a}{\partial S^{or}} \begin{cases} \frac{1.5(S^a - 0.3)^{1.5} (1 - S^{or} - S^a)^{0.5}}{[(S^a - 0.3)^{1.5} + (1 - S^{or} - S^a)^{1.5}]^2} & 0.3 \leq S^a \leq 1 - S^{or} \\ 0 & S^a < 0.3 \text{ y } 1 - S^{or} < S^a \leq 1 \end{cases} \quad (B.15)$$

En las ecs. B.5 y B.7 se introdujo la ec. B.13.

**2do. ejemplo**

$$F_p = 1 - 4V_c^a + f^a [5V_c^a - 1] \quad (B.16)$$

$$F_c = (2 - f^a)V_c^a \quad (B.17)$$

$$\left(\frac{\partial F_p}{\partial Z_p}\right)_{z_c} = (5f^a - 4) \left(\frac{\partial V_c^a}{\partial Z_p}\right)_{z_c} + (5V_c^a - 1) \left[ \frac{\partial f^a}{\partial S^a} \left(\frac{\partial S^a}{\partial Z_p}\right)_{z_c} + \frac{\partial f^a}{\partial S^{or}} \frac{\partial S^{or}}{\partial V_c^a} \left(\frac{\partial V_c^a}{\partial Z_p}\right)_{z_c} \right] \quad (B.18)$$

$$\left(\frac{\partial F_p}{\partial Z_c}\right)_{z_p} = (5f^a - 4)\left(\frac{\partial V_c^a}{\partial Z_c}\right)_{z_p} + (5V_c^a - 1)\left[\frac{\partial f^a}{\partial S^a}\left(\frac{\partial S^a}{\partial Z_c}\right)_{z_p} + \frac{\partial f^a}{\partial S^{or}}\frac{\partial S^{or}}{\partial V_c^a}\left(\frac{\partial V_c^a}{\partial Z_c}\right)_{z_p}\right] \quad (B.19)$$

$$\left(\frac{\partial F_c}{\partial Z_p}\right)_{z_c} = -V_c^a\left[\frac{\partial f^a}{\partial S^a}\left(\frac{\partial S^a}{\partial Z_p}\right)_{z_c} + \frac{\partial f^a}{\partial S^{or}}\frac{\partial S^{or}}{\partial V_c^a}\left(\frac{\partial V_c^a}{\partial Z_p}\right)_{z_c}\right] + (2 - f^a)\left(\frac{\partial V_c^a}{\partial Z_p}\right)_{z_c} \quad (B.20)$$

$$\left(\frac{\partial F_c}{\partial Z_c}\right)_{z_p} = -V_c^a\left[\frac{\partial f^a}{\partial S^a}\left(\frac{\partial S^a}{\partial Z_c}\right)_{z_p} + \frac{\partial f^a}{\partial S^{or}}\frac{\partial S^{or}}{\partial V_c^a}\left(\frac{\partial V_c^a}{\partial Z_c}\right)_{z_p}\right] + (2 - f^a)\left(\frac{\partial V_c^a}{\partial Z_c}\right)_{z_p} \quad (B.21)$$

$$\left(\frac{\partial V_c^a}{\partial Z_p}\right)_{z_c} = -\frac{2Z_c}{g_1^2}\left(1 + \frac{1 + Z_p + 5Z_c}{g_2}\right) \quad (B.22)$$

$$\left(\frac{\partial V_c^a}{\partial Z_c}\right)_{z_p} = \frac{2}{g_1} - \frac{2Z_c}{g_1^2}\left(5 + \frac{-7 + 5Z_p + 25Z_c}{g_2}\right) \quad (B.23)$$

$$\left(\frac{\partial S^a}{\partial Z_p}\right)_{z_c} = -\frac{1}{2}\left(1 + \frac{1 + Z_p + 5Z_c}{g_2}\right) \quad (B.24)$$

$$\left(\frac{\partial S^a}{\partial Z_c}\right)_{z_p} = -\frac{1}{2}\left[5 + \frac{-7 + 5Z_p + 25Z_c}{g_2}\right] \quad (B.25)$$

$$S^{or} \begin{cases} 0.3 - 3.75V_c^a & V_c^a \leq 0.08 \\ 0 & V_c^a > 0.08 \end{cases} \quad (B.26)$$

$$\frac{\partial S^{or}}{\partial V_c^a} \begin{cases} -3.75 & V_c^a \leq 0.08 \\ 0 & V_c^a > 0.08 \end{cases} \quad (B.27)$$

En este caso  $\frac{\partial f^a}{\partial S^a}$  y  $\frac{\partial f^a}{\partial S^{or}}$  se obtienen de las ecs. B.12 y B.15 respectivamente.

Las Figuras B.1(a) y (b) muestran las curvas de flujo fraccional  $f^a(S^a)$  correspondientes al 1er. y 2do. ejemplo respectivamente, para algunos valores de  $V_c^a$ . Las intersecciones entre la recta identidad LE y las curvas  $f^a(S^a)$  determinan los puntos de equivalencia E. En ambas figuras se muestran los puntos IN (de inyección), I (inicial) y E (de equivalencia).

En los diagramas ternarios de las Figuras B.2(a) y (b) se grafican algunas líneas de unión, que constituyen caminos LU, y sus correspondientes puntos de equivalencia E. La unión de dichos puntos da lugar a la línea de equivalencia LE (trazo raya-punto) que constituye un camino composicional con velocidad característica unitaria, de acuerdo a lo descrito en el Apéndice A. Ambas Figuras B.2 muestran, además, algunos caminos composicionales NU (definidos en el Apéndice A como caminos que no son las líneas de unión). Dichos caminos se obtienen empleando el método de integración paso por paso, descrito en la sección 4.2.1.

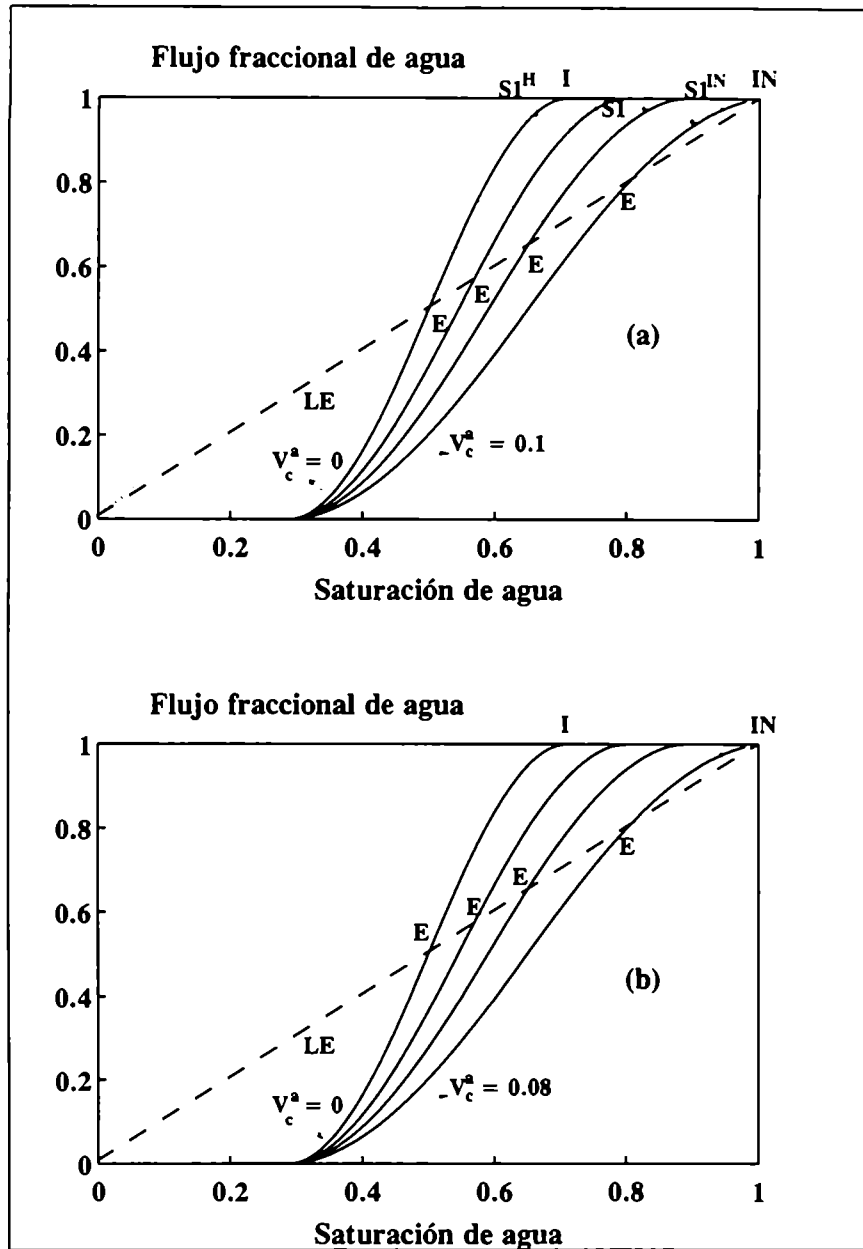


Figura B.1 - Curvas de flujo fraccional de agua a distintas concentraciones de soluto en fase acuosa para: (a) 1er. ejemplo, (b) 2do. ejemplo.

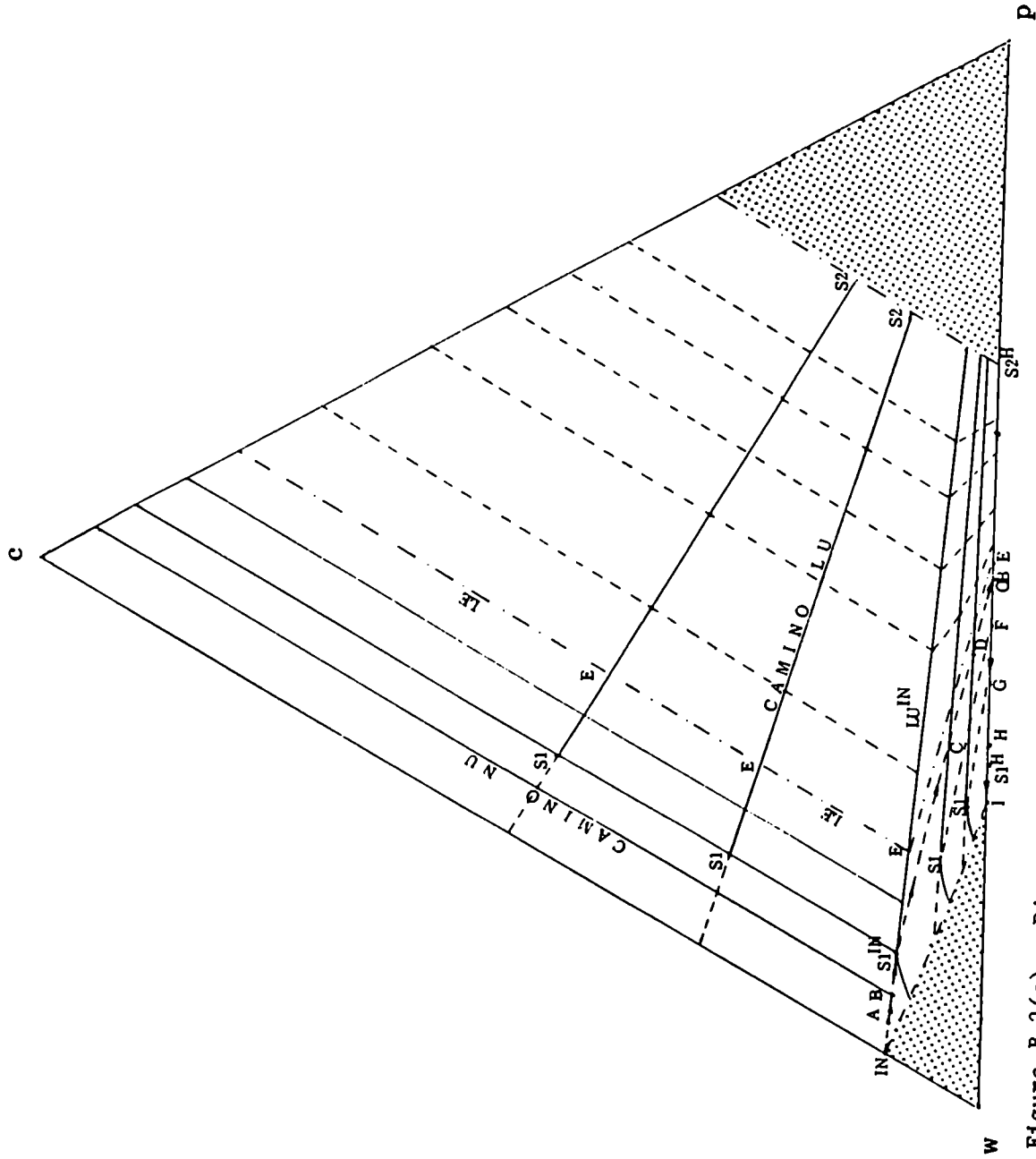


Figura B.2(a) - Diagrama ternario de equilibrio termodinámico de fases y componentes y grilla composicional, correspondientes al ler. ejemplo.

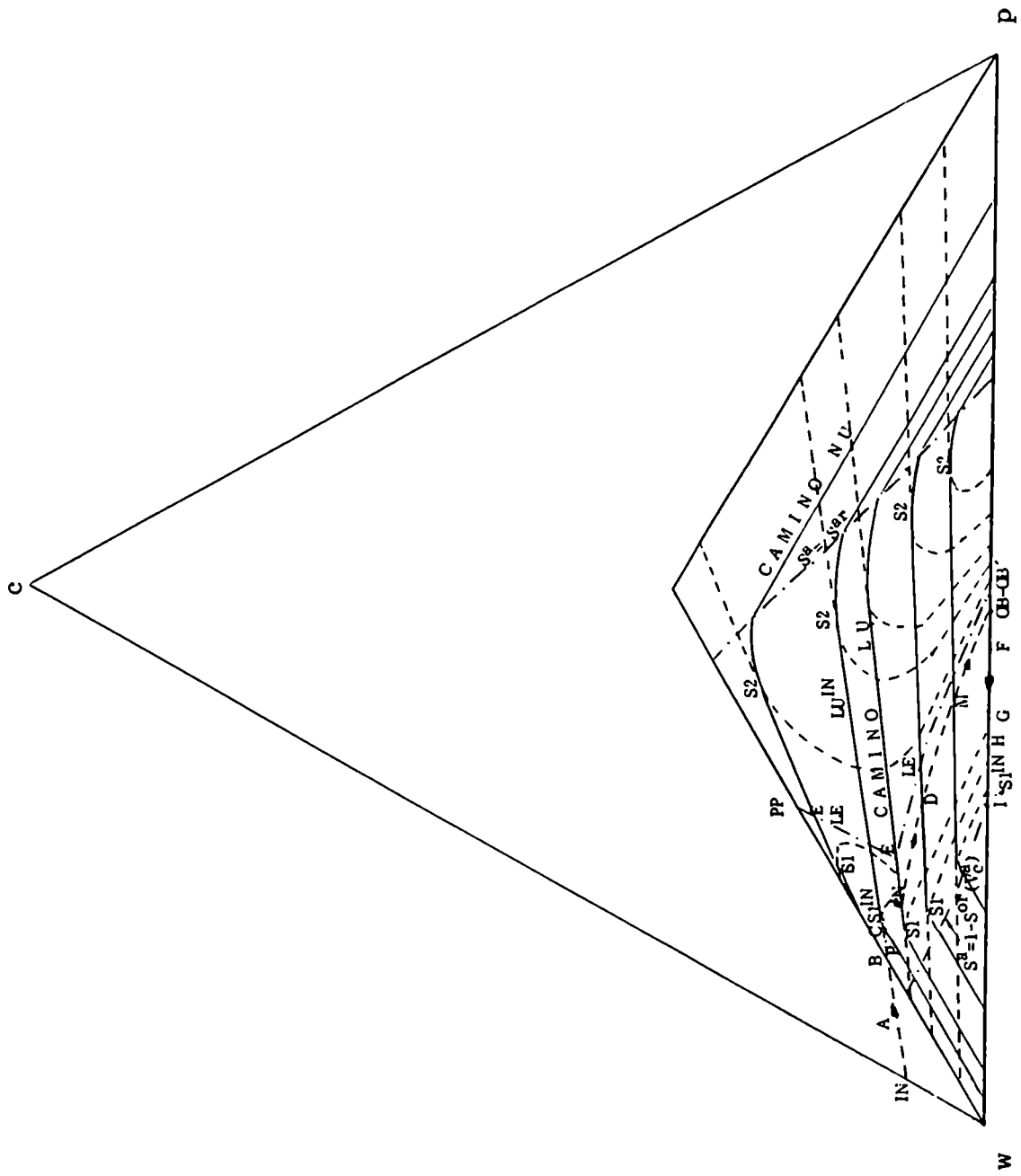


Figura B.2(b) - Diagrama ternario de equilibrio termodinámico de fases y componentes y grilla composicional, correspondientes al 2do. ejemplo.

Introduciendo en la ec. A.12, las expresiones de las derivadas parciales dadas por ecs. B.4 a B.5 para el **1er. ejemplo** y B.12, B.15, B.16 a B.27 para el **2do. ejemplo**, se obtienen (en cada línea de unión) dos expresiones cuyas raíces son los puntos singulares S1 y S2. La búsqueda de estas raíces se realizó computacionalmente en ambos ejemplos. En el **1er ejemplo**, la expresión se simplifica considerablemente y las raíces resultan:

**1er. ejemplo**

$$\beta_1 = \beta_2 = \frac{\partial f^a}{\partial S^a} = \frac{f^a}{S^a} \quad (\text{B.28})$$

Ambos autovalores pueden ser obtenidos, además gráficamente, como lo muestra la Figura B.1(a): a partir del origen se trazan las tangentes a las curvas  $f^a(S^a)$  para cada  $V_c^a$ , los puntos de tangencia, S1 se ubican luego en la línea de unión correspondiente a  $V_c^a$  de la Figura B.2(a). Nótese que todas las curvas  $f^a(S^a)$  tienen un punto común de tangencia correspondiente a  $S^a = 0.3$  en el cual se cumple la ec. B.28. Los autovalores se obtienen introduciendo las expresiones B.4 a B.15 en la ec. 4.33, resultando

$$\beta_1 = \beta_{LU} = \frac{\partial f^a}{\partial S^a} \quad \beta_2 = \beta_{NU} = \frac{f^a}{S^a} \quad (\text{B.29})$$

Los subíndices *LU* y *NU* se refieren a los caminos línea de unión y no-línea de unión, respectivamente.

Además, para  $V_c^a > 0.1$ , las derivadas de las ecs. B.4 a B.8 se simplifican

considerablemente por ser  $S^{or} = \frac{\partial S^{or}}{\partial V_c^a} = 0$ . Por lo tanto, las direcciones características de la ec. 4.36 correspondientes al **1er. ejemplo** resultan

$$\forall V_c^a : \left( \frac{dZ_p}{dZ_c} \right)_{LU} = -\frac{1}{V_c^a} \quad \text{y para } V_c^a > 0.1 : \left( \frac{dZ_p}{dZ_c} \right)_{NU} = 0 \quad (\text{B.30})$$

Es decir que para valores de  $V_c^a$  mayores al de inyección, el camino NU es paralelo a la línea w-c :  $dZ_p = 0$ .

En las Figuras B.2(a) y (b) se grafican los caminos composicionales del **1er. y 2do. ejemplo** con la ayuda de la línea equipotencial LE, los puntos singulares S1 y S2 (a la izquierda y a la derecha de los puntos equipotenciales E, respectivamente) y algunas direcciones características NU obtenidas para ciertos puntos con el método de integración paso por paso descrito en 4.2.1. Además, se marcan las líneas de saturación constante,  $S^a = S^{ar}$  y  $S^a = 1 - S^{or}$  con trazo de raya-punto. De acuerdo a los autovalores asociados a cada punto, se marcan con trazo continuo el camino rápido (asociado al mayor  $\beta$ ) y con trazo discontinuo el camino lento (asociado al menor  $\beta$ ). En adelante, los supraíndices S1 y S2 se refieren a los puntos singulares ubicados a la izquierda y a la derecha de la línea equipotencial, respectivamente).



De ambas Figuras B.2 se desprende:

para  $1 - S^{or} < S^a < S^{a S1}$ : el camino LU es lento y el camino NU es rápido

para  $S^{a S1} < S^a < S^{a S2}$ : el camino LU es rápido y el camino NU es lento

para  $S^{a S2} < S^a < S^{or}$ : el camino LU es lento y el camino NU es rápido. Nótese que en el **1er. ejemplo**  $S^{a S2} = S^{ar}$  por lo tanto este intervalo no existe.

para  $S^a \geq 1 - S^{or}$  y  $S^a \leq S^{ar}$ , *cualquier camino* es coherente en el **1er. ejemplo** (zona sombreada). En el **2do. ejemplo** los caminos NU son rectas de pendientes constantes.

la línea w-p constituye un camino coherente ya que en todos sus puntos

$$V_c^a = Z_c = 0 \quad (B.31)$$

Introduciendo la ec. B.31 en las ecs. B.4, B.6, B.18 y B.20 y utilizando las ecs. B.1, B.2, B.8, B.14, B.22 y B.24 resulta

$$\frac{\partial F_p}{\partial Z_p} = \frac{\partial f^a}{\partial S^a} = \beta_1 \quad \frac{\partial F_c}{\partial Z_p} = 0 \quad (B.32)$$

Combinando la ec. B.32 con la ec. 4.35 se tiene

$$\left( \frac{dZ_c}{dZ_p} \right)_1 = 0 \quad (B.33)$$

es decir que la dirección w-p ( $dZ_c = 0$ ) es característica y el *camino w-p* es *coherente* en ambos ejemplos.

## OBTENCION DE LAS TRAYECTORIAS Y PERFILES DE CONCENTRACIONES

En las Figuras B.2(a) y (b) se indican los puntos de inyección (IN) e inicial (I). Por ser la inyección continua, el punto IN no cambia su posición y por lo tanto *la trayectoria es la misma para cualquier tiempo*. Los puntos IN e I deben ser unidos siguiendo exclusivamente caminos composicionales coherentes de acuerdo a las reglas de la teoría de la coherencia.

### 1er. ejemplo

La trayectoria debe comenzar en el punto IN siguiendo siempre la dirección del menor autovalor asociado a cada punto de la misma (camino lento). En este caso el camino lento es la línea de unión que pasa por IN ( $LU^{IN}$ ) hasta llegar al punto singular  $S1^{IN}$  en  $V_c^a = 0.1$ . A partir de ahí, la línea de unión se transforma en rápida por lo tanto sigue el camino NU hasta intersectar la línea w-p en el punto OB. El segmento que une los puntos OB e I es coherente por encontrarse sobre la línea w-p. Los puntos IN,  $S1^{IN}$ , OB e I junto con los puntos intermedios: A, B, C, D, OB', F, G,  $S1^H$  y H, se encuentran ubicados en la Figura B.2(a). La unión de estos puntos, marcada con flechas en la Figura B.2(a), constituye la trayectoria. La Tabla C.1 muestra, para dichos puntos, los dos autovalores y las dos direcciones características (o autovectores) asociados y en la última columna el autovalor y la dirección característica seleccionados de acuerdo a la teoría de la coherencia. El punto OB' es un punto muy cercano a OB ubicado aguas arriba del mismo y el punto  $S1^H$  es el punto singular de la línea w-p.

Los autovalores seleccionados en la sexta columna de la Tabla C.1, permiten construir el diagrama  $x_D - t_D$  de la Figura C.1. Las pendientes para cada concentración son los autovalores  $\beta$  como surge de la ec. 4.15-b. Utilizando dicho diagrama se efectúa el siguiente análisis, recordando las reglas de la teoría de la coherencia y sus implicancias:

| Tabla C.1.- Autovalores y autovectores correspondientes a puntos de la trayectoria del 1er. ejemplo. |              |              |                                       |                                       |                   |  |
|--|--------------|--------------|---------------------------------------|---------------------------------------|-------------------|--|
|  | $\beta_{LU}$ | $\beta_{NU}$ | $\left(\frac{dz_c}{dz_p}\right)_{LU}$ | $\left(\frac{dz_c}{dz_p}\right)_{NU}$ | $\beta_{ELEGIDO}$ | $\left(\frac{dz_c}{dz_p}\right)_{ELEGIDO}$ |
| IN   | 0            | cualquiera   | -0.1                                  | cualquiera                            | 0                 | -0.1 (LU <sup>IN</sup> )                   |
| A  | 0.486        | 1.021        | -0.1                                  | 0.272                                 | 0.486             | -0.1 (LU <sup>IN</sup> )                   |
| B  | 0.742        | 1.034        | -0.1                                  | 0.035                                 | 0.742             | -0.1 (LU <sup>IN</sup> )                   |
| S1 <sup>IN</sup>   | 1.04         | 1.04         | -0.1                                  | -0.1                                  | 1.04              | -0.1 (LU <sup>IN</sup> =NU)                |
| C  | 2.35         | 1.04         | -0.06                                 | -0.25                                 | 1.04              | -0.25(NU)                                  |
| D  | 2.97         | 1.04         | -0.031                                | -0.25                                 | 1.04              | -0.25(NU)                                  |
| OB'  | 3.75         | 1.04         | 0                                     | -0.25                                 | 1.04              | -0.25(NU)                                  |
| OB   | 3.75         | 1.04         | 0                                     | -0.25                                 | 3.75              | 0 (w-p)                                    |
| F  | 3.51         | 1.22         | 0                                     | -0.19                                 | 3.51              | 0 (w-p)                                    |
| G  | 2.51         | 1.42         | 0                                     | -0.11                                 | 2.51              | 0 (w-p)                                    |
| S1 <sup>H</sup>  | 1.46         | 1.46         | 0                                     | 0                                     | 1.46              | 0 (w-p)                                    |
| H  | 0.93         | 1.45         | 0                                     | 0.14                                  | 0.93              | 0 (w-p)                                    |
| I  | 0            | cualquiera   | 0                                     | cualquiera                            | cualquiera        | 0 (w-p)                                    |

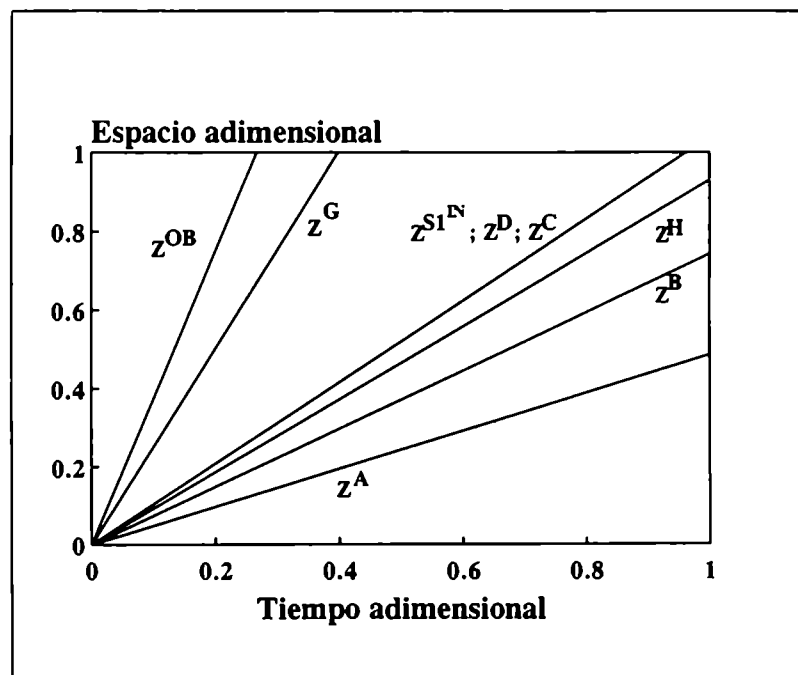


Figura C.1 - Diagrama espacio-tiempo adimensionales correspondientes al 1er. ejemplo.

- concentraciones de la trayectoria ubicadas entre IN y S1<sup>IN</sup> tienen velocidades crecientes por lo tanto entre ambos puntos el perfil de concentraciones es *continuo*
- concentraciones de la trayectoria entre S1<sup>IN</sup> y OB' tienen la misma velocidad: en el perfil de concentraciones se produce un salto o *discontinuidad* entre ambos y los puntos intermedios C y D no existen. Dicha discontinuidad se denomina *frente químico* y se designa con el supraíndice S1<sup>IN</sup>.
- entre los puntos OB' y OB la velocidad aumenta bruscamente, y aguas abajo de OB hasta el punto I, las velocidades son decrecientes. En el perfil

de concentraciones se produce una discontinuidad entre los puntos OB e I y tampoco existen las concentraciones intermedias F, G, S1<sup>H</sup> y H. Dicha discontinuidad se conoce como *frente de petróleo* (supraíndice OB).

A partir de la información obtenida con la trayectoria y el diagrama  $x_D - t_D$  de las Figuras B.2(a) y C.1 respectivamente, sólo el tramo entre los puntos IN y S1<sup>IN</sup> puede ser llevado al perfil de concentraciones.

La ubicación de los frentes químico y de petróleo se realiza determinando las velocidades de ambos,  $\beta^{S1^{IN}}$  y  $\beta^{OB}$ , respectivamente. Para ello se combinan las ecs. 4.41, 4.42-a y 4.42-b, resultando

$$\beta^{OB} = \frac{F_p^{OB} - F_p^I}{Z_p^{OB} - Z_p^I} \quad (C.1)$$

en la cual

$$F_p^{OB} = (1 - f^a)^{OB} \quad F_p^I = 0 \quad Z_p^I = S^{\alpha H} \quad (C.2)$$

Por otra parte, de la Tabla C.1, se tiene

$$\beta^{S1^{IN}} = \beta^{OB'} \quad (C.3)$$

y por ser S1<sup>IN</sup> punto singular, de la ec. B.28 resulta

$$\beta^{S1^{IN}} = \left( \frac{\partial f^a}{\partial S^a} \right)^{S1^{IN}} = \left( \frac{f^a}{S^a} \right)^{S1^{IN}} \quad (C.4)$$

Además OB' está ubicado en un camino NU (Tabla C.1), entonces utilizando la ec. B.29 surge

$$\beta^{OB'} = (f^a/S^a)^{OB'} \quad (C.5)$$

y por estar OB' muy próximo a OB se tiene

$$\left( \frac{f^a}{S^a} \right)^{OB} = \left( \frac{f^a}{S^a} \right)^{OB'} \quad (C.6)$$

Finalmente, si se combinan las ecs. C.1 a C.6 con las ecs. 4.49 y 4.51, se obtienen

$$\left( \frac{\partial f^a}{\partial S^a} \right)^{S1^{IN}} = \left( \frac{f^a}{S^a} \right)^{OB} \quad (C.7)$$

y

$$\beta^{OB} = \frac{1 - f^{aOB}}{1 - S^{aOB} - S^{\alpha H}} \quad (C.8)$$

De las ecs. C.4, C.7 y C.8 surge un método gráfico mostrado en la Figura C.2 que permite obtener los puntos S1<sup>IN</sup>, OB y la velocidad de éste último:

- desde el origen se traza la recta  $r_1$  tangente a la curva  $f^a(S^a, V_c^a = V_c^{aIN})$  con lo cual se obtiene el punto  $S1^{IN}$  (ec. C.4)
- la recta  $r_1$  intersecta a la curva  $f^a(S^a, V_c^a = 0)$  en el punto OB (ec. C.7)
- la velocidad del punto OB es la pendiente de la recta  $r_2$  que une los puntos OB e I (ec. C.8)

Sin embargo la resolución gráfica implica grandes errores debido a que en el punto de tangencia, la pendiente tiene mucha variación. Por lo tanto, la solución de las ecs. C.4, C.7 y C.8 se realiza computacionalmente encontrándose los siguientes valores,

$$\begin{aligned}
 S^a S1^{IN} &= 0.90 & f^a S1^{IN} &= 0.936 & Z_p^{S1^{IN}} &= 0.1 & Z_c^{S1^{IN}} &= 0.09 & \beta^{S1^{IN}} &= 0.967 & (C.9) \\
 S^a OB &= 0.507 & f^a OB &= 0.526 & Z_p^{OB} &= 0.493 & \beta^{OB} &= 2.45
 \end{aligned}$$

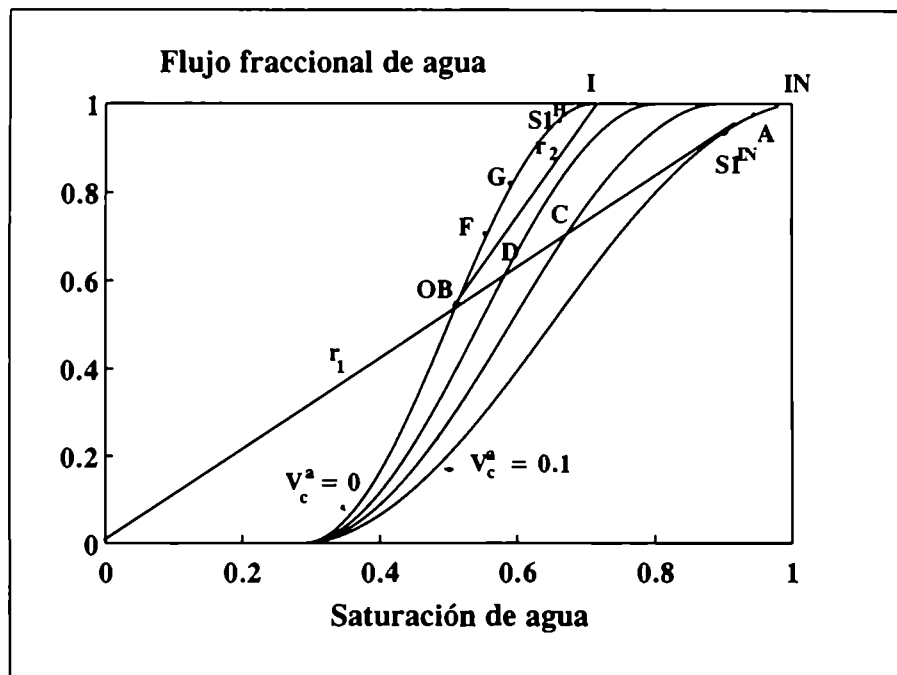


Figura C.2 - Método gráfico de obtención de la solución analítica. del 1er. ejemplo.

## 2do. ejemplo

De acuerdo a lo descrito en 2.4, cuando la concentración de inyección se encuentra en la zona monofásica y además existe una línea de unión cuya extensión pasa por el punto de inyección, las concentraciones próximas a la entrada se ubican sobre dicha línea y su extensión. En la Figura B.2(b) se identificó la línea de unión  $LU^{IN}$  que pasa por el punto IN. La misma constituye el camino lento entre la curva binodal y  $S1^{IN}$  (tramo B- $S1^{IN}$ ). Luego, igual que en el 1er. ejemplo, pasa a ser rápida y la trayectoria sigue por el camino NU hasta OB, terminando en I por el camino coherente w-p. La trayectoria entonces está determinada por la línea orientada que

une los puntos: IN, B, S1<sup>IN</sup>, N, D, M, OB'-OB e I de la Figura B.2(b) (Apéndice B). Nótese que el camino IN-B es coherente por estar en la región monofásica (Apéndice A). En la Tabla C.2 se muestran los dos autovalores, las dos direcciones características, el autovalor y la dirección seleccionados de acuerdo a la teoría de la coherencia, para los puntos mencionados y algunos puntos intermedios a éstos.

| Tabla C.2 - Autovalores y autovectores correspondientes a puntos de la trayectoria del 2do. ejemplo. |              |              |                                       |                                       |                   |  |
|--|--------------|--------------|---------------------------------------|---------------------------------------|-------------------|--|
|  | $\beta_{LU}$ | $\beta_{NU}$ | $\left(\frac{dZ_c}{dZ_p}\right)_{LU}$ | $\left(\frac{dZ_c}{dZ_p}\right)_{NU}$ | $\beta_{ELEGIDO}$ | $\left(\frac{dZ_c}{dZ_p}\right)_{ELEGIDO}$ |
| IN   | 1            | 1            | 0.2                                   | cualquiera                            | 1                 | 0.2 (LU <sup>IN</sup> )                    |
| A  | 1            | 1            | 0.2                                   | cualquiera                            | 1                 | 0.2 (LU <sup>IN</sup> )                    |
| B  | 0            | 1            | 0.2                                   | +0.5                                  | 0 (LU)            | 0.2 (LU <sup>IN</sup> )                    |
| P  | 0.424        | 0.959        | 0.2                                   | 0.963                                 | 0.424 (LU)        | 0.2 (LU <sup>IN</sup> )                    |
| C  | 0.851        | 0.926        | 0.2                                   | 0.467                                 | 0.851 (LU)        | 0.2 (LU <sup>IN</sup> )                    |
| S1 <sup>IN</sup>   | 0.967        | 0.967        | 0.2                                   | 0.2                                   | 0.967 (LU=NU)     | 0.2 (LU=NU)                                |
| N  | 1.213        | 0.943        | 0.164                                 | -3.23                                 | 0.943(NU)         | -3.23 (NU)                                 |
| D  | 2.013        | 0.920        | 0.067                                 | -0.228                                | 0.920(NU)         | -0.228 (NU)                                |
| M  | 2.90         | 0.961        | 0.0285                                | -0.325                                | 0.961(NU)         | -0.325 (NU)                                |
| OB'  | 3.738        | 0.982        | 0                                     | -0.358                                | 0.982             | -0.358 (NU)                                |
| OB   | 3.738        | 0.982        | 0                                     | -0.358                                | 3.738             | 0 (w-p)                                    |
| F  | 2.707        | 1.149        | 0                                     | -0.524                                | 2.707             | 0 (w-p)                                    |
| S1 <sup>H</sup>  | 0.76         | 0.76         | 0                                     | 0                                     | 0.76              | 0 (w-p)                                    |

De acuerdo a los autovalores seleccionados en la sexta columna de la Tabla C.2, se construye el diagrama  $x_D - t_D$  graficado en la Figura C.3, del cual se desprende el siguiente análisis:

- los puntos ubicados entre IN y B tienen velocidades unitarias y aquellos entre B y S1<sup>IN</sup> tienen velocidades menores (desde cero hasta 0.967). Por lo tanto se tiene, en este caso, una discontinuidad adicional entre el punto de inyección IN y un punto perteneciente a LU<sup>IN</sup> ubicado entre B y S1<sup>IN</sup> que llamaremos C. Esta discontinuidad se denomina *frente de solubilización* y es característico de una concentración de inyección ubicada en la región monofásica, fuera de la curva binodal. En consecuencia, aguas arriba del frente de solubilización, se tiene una zona totalmente miscible. La ubicación del punto C se realiza utilizando las ecuaciones 4.41, 4.42-a y 4.42-b,

$$\beta^C = \frac{F_p^{IN} - F_p^C}{Z_p^{IN} - Z_p^C} = \frac{F_c^{IN} - F_c^C}{Z_c^{IN} - Z_c^C} \quad (C.10)$$

siendo  $\beta^C$  la velocidad del frente de solubilización. Además por estar ubicado en la porción lenta de la línea de unión, la velocidad del punto C (supraíndice C) es, de acuerdo a la ec. A.8,

$$\beta^C = \beta_{LU} = \left( \frac{\partial f^a}{\partial S^a} \right)^C \quad (C.11)$$

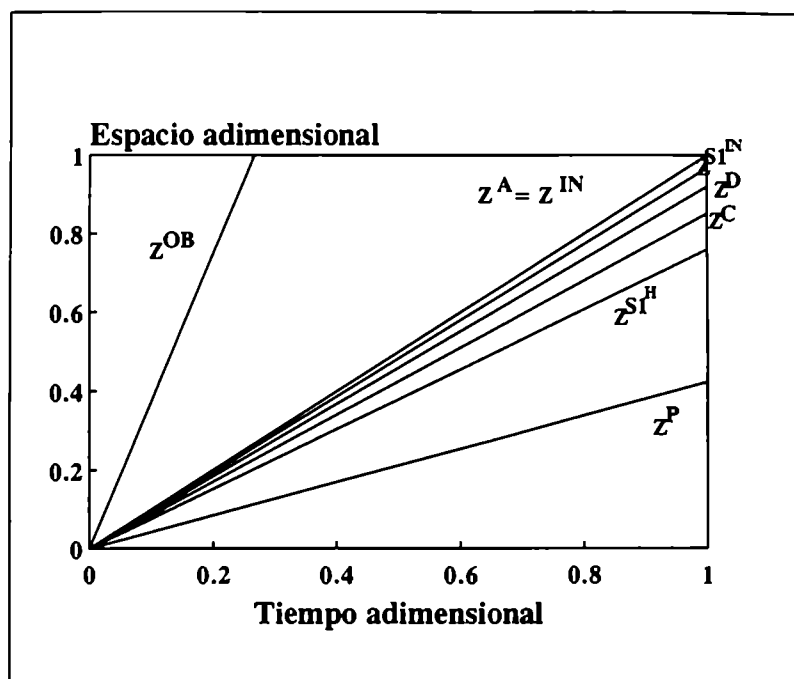


Figura C.3 - Diagrama espacio-tiempo adimensionales correspondiente al 2do ejemplo.

Combinando las ecs. C.10, C.11, 4.24 y 4.22-b, 4.44, 3.13 y 3.16-a, surge

$$\frac{f^{aC} - \left( -\frac{V_p^{oC}}{V_p^{aC} - V_p^{oC}} \right)}{S^{aC} - \left( \frac{-V_p^{oC}}{V_p^{aC} - V_p^{oC}} \right)} = \frac{f^{aC} - \frac{V_c^{aIN} - V_c^{oC}}{V_c^{aC} - V_c^{oC}}}{S^{aC} - \frac{V_c^{aIN} - V_c^{oC}}{V_c^{aC} - V_c^{oC}}} = \left( \frac{\partial f^a}{\partial S^a} \right)^C \quad (C.12)$$

La primera igualdad de la ec. C.12 establece que el punto C está ubicado en la línea de unión que pasa por la inyección; por lo tanto, de la Figura B.2(b) se obtienen los siguientes valores:

$$V_c^{aC} = V_p^{aC} = 0.1 \quad V_w^{oC} = V_c^{oC} = 0.2 \quad V_p^{oC} = 0.6 \quad (C.13)$$

La segunda igualdad de la ec. C.12, permite ubicar el punto C gráficamente como lo muestra la Figura C.4. Se traza la tangente  $r_1$  a la curva  $f^a(S^a, V_c^a = V_c^{aC})$  desde

el punto  $R_1 \left( \frac{V_c^{aIN} - V_c^{oC}}{V_c^{aC} - V_c^{oC}}, \frac{V_c^{aIN} - V_c^{oC}}{V_c^{aC} - V_c^{oC}} \right)$ . Siendo  $R_1$  (1.2,1.2), el punto de tangencia C se encontró computacionalmente en

$$S^{aC} = 0.926 \quad f^{aC} = 0.97 \quad (C.14)$$

y por lo tanto

$$Z_c^C = 0.107 \quad Z_p^C = 0.14 \quad \beta^C = 0.85 \quad (C.15)$$

- La trayectoria desde el frente de solubilización C hasta el frente químico S1<sup>IN</sup> es la línea de unión LU<sup>IN</sup> (camino LU) y entre ambos puntos los autovalores aumentan. Por lo tanto el perfil de concentraciones en ese tramo es *continuo*. La zona comprendida entre los frentes de solubilización y químico es una zona de miscibilidad parcial.
- A partir del punto S1<sup>IN</sup> la línea de unión es camino rápido: la trayectoria sigue por el camino NU hasta el punto OB'. Las concentraciones entre S1<sup>IN</sup> y OB' tienen velocidades decrecientes: el perfil entre ambos puntos es *discontinuo* (frente químico) con una velocidad dada por

$$\beta^{S1^{IN}} = \frac{F_c^{S1^{IN}} - F_c^{OB}}{Z_c^{S1^{IN}} - Z_c^{OB}} = \frac{f^{a S1^{IN}} V_c^{aC} + (1 - f^{a S1^{IN}}) V_c^{oC}}{S^{a S1^{IN}} V_c^{aC} + (1 - S^{a S1^{IN}}) V_c^{oC}} \quad (C.16)$$

Las concentraciones  $V_c^j$  del punto S1<sup>IN</sup> son iguales que las correspondientes al punto C por estar ambos en la misma línea de unión. Además, por ser S1<sup>IN</sup> punto singular resulta

$$\beta^{S1^{IN}} = \left( \frac{\partial f^a}{\partial S^a} \right)^{S1^{IN}} \quad (C.17)$$

Igualando las ecs. C.16 y C.17 se tiene

$$\left( \frac{\partial f^a}{\partial S^a} \right)^{S1^{IN}} = \frac{f^{a S1^{IN}} - a}{S^{a S1^{IN}} - a} \quad (C.18)$$

siendo,

$$a = \frac{-V_c^{oC}}{V_c^{aC} - V_c^{oC}} = \frac{-K_c}{1 - K_c} \quad (C.19)$$

Es decir que, si desde el punto  $R_2$  de coordenadas  $(a,a) = (2,2)$  se traza una tangente a la curva  $f^a(S^a, V_c^{a IN})$ , ( $r_2$  de la Figura C.4), el punto de tangencia representa el punto singular S1<sup>IN</sup>. Dicho punto se encontró computacionalmente y sus valores son

$$\begin{aligned} S^{a S1^{IN}} &= 0.910 & f^{a S1^{IN}} &= 0.9464 & \beta^{S1^{IN}} &= 0.967 \\ Z_p^{S1^{IN}} &= 0.145 & Z_c^{S1^{IN}} &= 0.109 \end{aligned} \quad (C.20)$$

Por otra parte, la ec. C.16 puede expresarse también en términos de  $F_p$  y  $Z_p$  con

$$\beta^{S1^{IN}} = \frac{F_p^{S1} - F_p^{OB}}{Z_p^{S1} - Z_p^{OB}} = \frac{f^{a S1} (V_p^{aC} - V_p^{oC}) + f^{a OB} - 1 + V_p^{oC}}{S^{a S1} (V_p^{aC} - V_p^{oC}) + S^{a OB} - 1 + V_p^{oC}} \quad (C.21)$$



Combinando las ecs. C.16, C.17 y C.21 y luego de manipulaciones algebraicas para eliminar  $S^{aS1^w}$  y  $f^{aS1^w}$ , se obtiene

$$\beta^{S1^w} = \left( \frac{\partial f^a}{\partial S^a} \right)^{S1^w} = \frac{f^{aOB} - b}{S^{aOB} - b} \quad (C.22)$$

donde

$$b = 1 - V_p^{oc} + \frac{K_c}{1 - K_c} (V_p^{ac} - V_p^{oc}) \quad (C.23)$$

En la Figura C.4 se ubica el punto OB en forma gráfica: la recta  $r_3$ , paralela a  $r_2$  y pasante por el punto  $R_3$  de coordenadas  $(b,b) = (1.4, 1.4)$ , intersecta la curva  $f^a(S^a, V_c^a = 0)$  en OB. Los valores obtenidos computacionalmente son

$$S^{aOB} = 0.51 \quad f^{aOB} = 0.5375 \quad Z_p^{OB} = 0.49 \quad (C.24)$$

- Aguas abajo del punto OB las velocidades son decrecientes; por lo tanto, entre OB e I se produce otra discontinuidad: el frente de petróleo. Su velocidad se calcula con la ec. C.8 del **1er. ejemplo** aplicable también a este ejemplo ya que OB se encuentra en la línea w-p y además son válidas las ecs. C.1 y C.2. Con los valores hallados se obtiene

$$\beta^{OB} = 2.43 \quad (C.25)$$

Esta velocidad es la pendiente de la recta  $r_4$  que une los puntos OB e I de la Figura C.4.

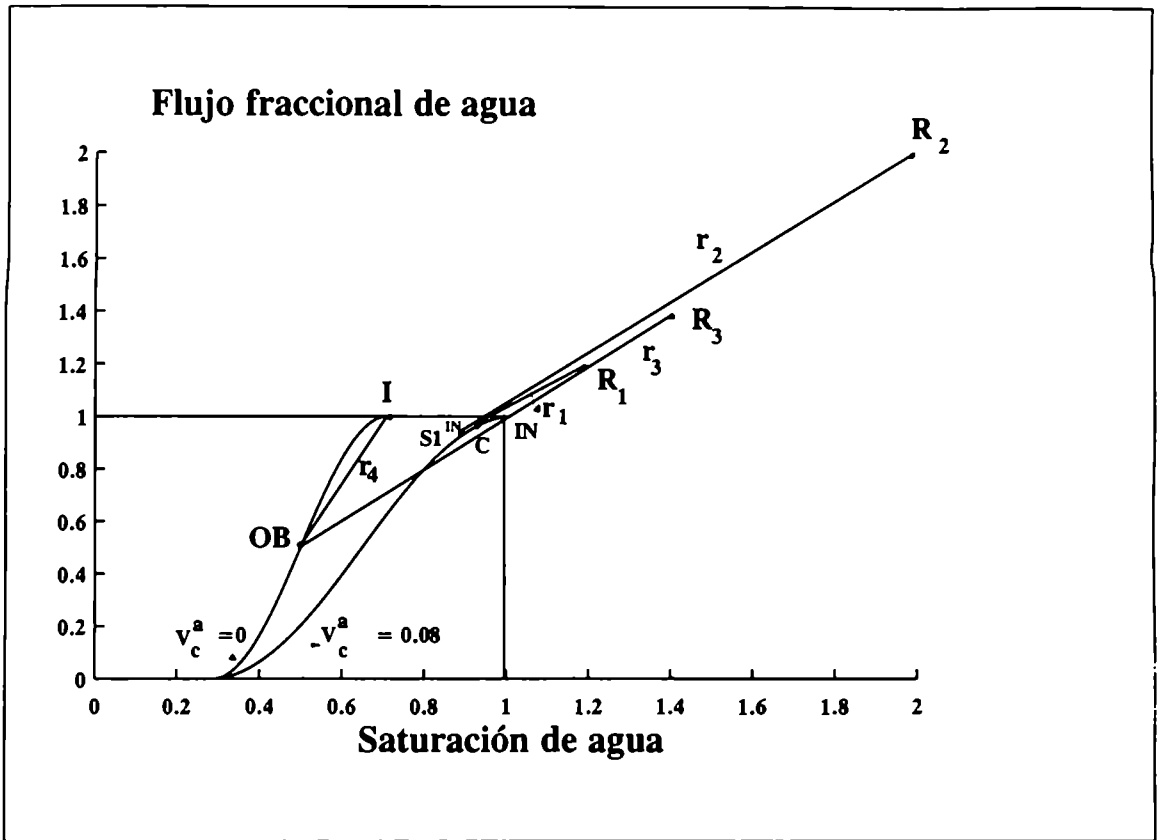


Figura C.4 - Método gráfico de obtención de la solución analítica del 2do. ejemplo.

**CALCULO DEL PETROLEO RECUPERADO.**

La ec. 4.54 se resuelve analíticamente a distintos tiempos a partir de la inyección. Dicha resolución se realiza en este Apéndice para el 2do. ejemplo (inyección en la zona monofásica) pero puede ser utilizado para el 1er. ejemplo ya que éste puede considerarse un caso particular del anterior como se verá más adelante. Los tiempos en los cuales los frentes de petróleo, químico y de solubilización irrumpen en la salida ( $x_D = 1$ ),  $t_D^{OB}$ ,  $t_D^{S^{1N}}$  y  $t_D^C$  respectivamente, se obtienen a partir de las velocidades de dichos frentes, dadas por las ecs. C.8, C.17 y C.11

$$t_D^{OB} = \frac{1 - S^{aOB} - S^{orH}}{1 - f^{aOB}} \quad t_D^{S^{1N}} = \left( \frac{\partial f^a}{\partial S^a} \right)_{S^{1N}}^{-1} \quad t_D^C = \left( \frac{\partial f^a}{\partial S^a} \right)_C^{-1} \quad (D.1)$$

El cálculo de  $N_p$  se realiza en cuatro etapas:

$$1.- t_D < t_D^{OB} : N_p = 0 \quad (D.2)$$

2.-  $t_D^{OB} \leq t_D < t_D^{S^{1N}}$ : la integral de la ec. 4.54-b se divide en dos tramos:  $x_D^C < x_D \leq x_D^{S^{1N}}$  y  $x_D^{S^{1N}} < x_D \leq 1$  (el tramo  $0 \leq x_D \leq x_D^C$  no contiene petróleo). Además, las concentraciones de las fases  $V_i'$  son constantes en ambos tramos porque todos los puntos están ubicados en la línea de unión que pasa por la inyección. Entonces, la ec. 4.54-b se transforma en

$$N_p = S^{orH} - \left[ \int_{x_D^C}^{x_D^{S^{1N}}} V_p^{oC} + (V_p^{aC} - V_p^{oC}) S^a(x_D) dx_D + \int_{x_D^{S^{1N}}}^1 V_p^{oC} + (V_p^{aC} - V_p^{oC}) S^a(x_D) dx_D \right] \quad (D.3)$$

La posición de dichas absisas se obtiene de

$$\beta^C = \frac{x_D^C}{t_D} \quad y \quad \beta^{S^{1N}} = \frac{x_D^{S^{1N}}}{t_D} \quad (D.4)$$

Combinando las ecuaciones D.1, D.2, D.3, C.11, C.12 y C.21 y aplicando el método de integración de Welge<sup>30</sup> resulta

$$N_p = S^{orH} - 1 + S^{aOB} + (1 - f^{aOB}) t_D \quad (D.5)$$

En consecuencia, los volúmenes porales de petróleo recuperado crecen linealmente con el tiempo adimensional.

3-  $t_D^{S^{IV}} \leq t_D < t_D^C$ : sólo un tramo contiene petróleo:  $x_D^C < x_D \leq 1$ . La expresión 4.54-b se transforma entonces en

$$N_p = S^{orH} - \int_{x_D^C}^1 [V_p^o + (V_p^a - V_p^o) S^a(x_D)] dx_D \quad (D.6)$$

La saturación de agua en este intervalo varía en forma continua entre  $S^{aC} < S^a \leq S^{ae}$  siendo  $S^{ae}$  la saturación acuosa en la salida. El tiempo adimensional en el cual  $S^{ae}$  irrumpe en  $x_D = 1$ , es

$$(t_D)_{S^{ae}} = \left( \frac{\partial f^a}{\partial S^a} \right)_{(S^{ae}, V_p^{ae})}^{-1} \quad (D.7)$$

Combinando las expresiones D.3, D.6, C.11 y C.12, surge

$$N_p = S^{orH} - V_p^o - (V_p^a - V_p^o) S^{ae} + t_D [V_p^o + (V_p^a - V_p^o) f^{ae}] \quad (D.8)$$

donde  $f^{ae}$  y  $S^{ae}$  se obtienen resolviendo la ec. D.7 para cada tiempo  $t_D$  de esta etapa.

4.-  $t_D > t_D^C$ : todo el petróleo ha sido extraído por lo tanto

$$N_p = S^{orH} \quad (D.9)$$

Otra forma de obtener la ec. D.9, es reemplazando en las ecs. D.7 y D.8 la siguiente expresión

$$S^{ae} = S^{aC} \quad f^{ae} = f^{aC}$$

y utilizando las ecs. C.11 y C.12.

Como se dijo al comenzar este Apéndice, este desarrollo corresponde a casos en los que la inyección se encuentra fuera de la curva binodal (**2do. ejemplo**). Cuando la inyección está situada sobre la curva binodal (**1er. ejemplo**) se puede considerar que el frente de solubilización avanza con velocidad nula, o sea

$$\beta^C = 0 \quad t_D^C \rightarrow \infty \quad x_D^C = 0 \quad (D.10)$$

y sus valores son iguales a los de inyección, es decir

$$S^{aC} = f^{aC} = 1 \quad V_i^{jC} = V_i^{jIN} \quad (j = p, c; j = o, a) \quad (D.11)$$

Por lo tanto, el cálculo del petróleo recuperado se realiza a través de las ecs. D.2, D.5 y D.8, teniendo en cuenta estas dos últimas ecuaciones.

## NOMENCLATURA

|                      |  |
|----------------------|--|
| $A$                  | area transversal del medio poroso, $\text{cm}^2$                                     |
| $a$                  | variable auxiliar definida en la ec. C.19.   |
| $a_1, a_2$           | parámetros de adsorción del soluto utilizados en la ec. 5.24                         |
| $b$                  | variable auxiliar definida en la ec. C.23.   |
| $b_1$                | relación de viscosidades utilizada en las ecs. 4.6 y 4.7                             |
| $b_2$                | relación entre las fuerzas capilares y viscosas utilizada en las ecs. 4.6 y 4.7      |
| $C$                  | parámetro característico del medio poroso, definido en la ec. 5.23.                  |
| $c$                  | exponente de la curva de presión capilar de la ec. 5.22.                             |
| $D$                  | coeficiente de dispersión, $\text{cm}^2/\text{s}$ .                                  |
| $d$                  | derivada total.  |
| $E$                  | punto de equivelocidad.  |
| $e$                  | exponente de la curva de permeabilidad relativa.                                     |
| $F$                  | flujo fraccional de un componente definido por la ec. 4.24.                          |
| $f$                  | flujo fraccional de una fase definido por la ec. 4.22-a.                             |
| $F_H$                | variable auxiliar definida en la ec. 5.4   |
| $G_1, G_2,$<br>$G_3$ | parámetros de tensión interfacial de las ecs. 5.3 y 5.5.                             |
| $G_P$                | propiedad genérica.  |
| $g$                  | aceleración de la gravedad, $\text{cm}/\text{s}^2$ .                                 |
| $g_1, g_2$           | relaciones auxiliares definidas en la ec. B.2.                                       |
| $I$                  | matriz identidad.  |
| $J$                  | función $J$ de Leverett.   |
| $K$                  | coeficiente de partición, definido en la ec. 2.4                                     |
| $k$                  | permeabilidad absoluta, D.   |
| $k_r$                | permeabilidad relativa.  |
| $L$                  | longitud total del medio poroso, cm.   |
| LE                   | línea equipotencial.   |
| $L_{pc}^a$           | coeficiente de solubilización del petróleo en la fase acuosa definido en la ec. 2.6. |
| $L_{wc}^o$           | coeficiente de absorción de agua en la fase oleosa definido en la ec. 2.7.           |
| $M$                  | matriz de derivadas parciales definida en la ec. 4.27-b.                             |
| $M^{oa}$             | relación de movilidad de las fases acuosa y oleosa, definida en la ec. 5.29.         |
| $m_1, m_2$           | parámetros de la curva de distribución definida en la ec. 2.9.                       |
| $m_3, m_4$           | parámetros de la curva de binodal definida en la ec. 2.10.                           |
| $N$                  | densidad de flujo de un componente, $\text{g}/\text{cm}^2\text{s}$                   |
| $N_{vc}$             | número capilar definido en la ec. 5.11.  |
| $N_p$                | volúmenes porales de petróleo recuperado, VP.  |
| $NX$                 | número de puntos de grilla.  |
| $n_c$                | número de componentes.   |
| $n_f$                | número de fases.   |
| $P$                  | presión, atm.  |
| $P_C$                | presión capilar, atm.  |

|            |  |
|------------|--|
| <i>R</i>   | masa de un componente por unidad de REV producida en reacciones químicas, g/cm <sup>2</sup> s. |
| REV        | volumen elemental representativo del medio poroso, cm <sup>3</sup>                             |
| $\bar{r}$  | radio de curvatura medio de la interfase roca-fluidos, cm.                                     |
| <i>S</i>   | saturación.  |
| S1         | punto singular ubicado a la izquierda de la línea equipotencial.                               |
| S2         | punto singular ubicado a la derecha de la línea equipotencial.                                 |
| $T_1, T_2$ | parámetros de la función de saturación residual de la ec. 5.15.                                |
| <i>t</i>   | tiempo, s.   |
| <i>u</i>   | velocidad referida al área total de medio poroso, cm/s.  |
| <i>V</i>   | concentración volumétrica de fase, cm <sup>3</sup> / cm <sup>3</sup> .                         |
| <i>v</i>   | velocidad referida al área de poros, cm/s.   |
| <i>x</i>   | espacio, cm.   |
| <i>Y</i>   | concentración volumétrica total en fase fluida, cm <sup>3</sup> / cm <sup>3</sup> .            |
| <i>W</i>   | concentración másica global, g / cm <sup>3</sup> .   |
| <i>Z</i>   | concentración volumétrica global, cm <sup>3</sup> / cm <sup>3</sup> .                          |

### Subíndices

|            |                                     |
|------------|-------------------------------------|
| <i>c</i>   | especie química.                    |
| <i>D</i>   | adimensional.                       |
| <i>i</i>   | componente genérico.                |
| <i>LU</i>  | camino línea de unión.              |
| <i>m</i>   | punto de grilla.                    |
| <i>máx</i> | valor máximo.                       |
| <i>mín</i> | vapor mínimo.                       |
| <i>NU</i>  | camino que no es la línea de unión. |
| <i>p</i>   | petróleo.                           |
| <i>s</i>   | aniones Cl <sup>-</sup> .           |
| <i>T</i>   | tapón de soluto.                    |
| <i>w</i>   | agua.                               |
| -          | notación vectorial.                 |
| =          | notación matricial.                 |

### Supraíndices

|           |  |
|-----------|--|
| 0         | valor límite.                              |
| 1         | valor aguas arriba.                        |
| 2         | valor aguas abajo.                         |
| <i>a</i>  | fase acuosa.                               |
| <i>C</i>  | frente de solubilización.                  |
| <i>E</i>  | equivelocidad.                             |
| <i>e</i>  | contorno de salida.                        |
| <i>H</i>  | sistema con altas tensiones interfaciales. |
| <i>I</i>  | inicial.                                   |
| <i>IN</i> | inyección.                                 |

|         |  |
|---------|--|
| $j, j'$ | fases genéricas.                           |
| $k$     | nivel de iteración.                        |
| $L$     | sistema con bajas tensiones interfaciales. |
| $M$     | fase mojante.                              |
| $m$     | microemulsión.                             |
| $N$     | fase no mojante.                           |
| $n$     | paso de tiempo.                            |
| $o$     | fase oleosa.                               |
| $OB$    | frente de petróleo.                        |
| $R$     | roca-reservorio.                           |
| $RE$    | remanente.                                 |
| $REF$   | valor de referencia.                       |
| $r$     | residual.                                  |
| $S1$    | frente químico.                            |

### Letras griegas

|                      |  |
|----------------------|--|
| $\alpha_1, \alpha_2$ | parámetros utilizados en la función de viscosidad de la ec. 5.18.            |
| $\alpha_3$           | autovalor o velocidad característica adimensional definida en la ec. 4.15-b. |
| $\beta$              | autovalor o velocidad característica adimensional definida en la ec. 4.15-b. |
| $\delta$             | incremento positivo utilizado en la curva de presión capilar.                |
| $\Delta$             | incremento.  |
| $\varepsilon$        | error máximo entre dos iteraciones sucesivas.                                |
| $\nabla$             | operador nabla.  |
| $\lambda$            | movilidad, D/cp.   |
| $\mu$                | viscosidad, cp.  |
| $\phi$               | porosidad.   |
| $\rho$               | concentración másica de fase, g/cm <sup>3</sup>                              |
| $\sigma$             | tensión interfacial, din/cm.   |
| $\theta$             | ángulo de contacto de la interfase fluido-roca.                              |
| $\partial$           | derivada parcial.  |

## REFERENCIAS

1. Bear, J.: *Dynamics of Fluids in Porous Media*, American Elsevier Publishing Company, New York. (1972).
2. Bird, R.B., Stewart, W.E. and Lightfoot, E.N., *Fenómenos de Transporte*, Editorial Reverté, España. (1975).
3. Lake, L.W.; Pope, G.A.; Carey, G.F. and Sepehrmoori, K.: "Isothermal, Multiphase, Multicomponent Fluid Flow in Permeable Media - Part I", *In Situ*, **8**, (1984), No.1, 1-40.
4. Fleming, P.D.; Thomas, C. P.; Winter, W.K.: "Formulation of a General Multiphase Multicomponent Chemical Flood Model", *Soc. Pet. Eng. J.*, **21**, No.1 (1981), 63-76.
5. Slattery, J.C., *Momentum, Energy and Mass Transfer in Continua*, R. E. Krieger Publishing Company, New York (1981).
6. Lake, L. W., *Enhanced Oil Recovery*, Prentice Hall, New Jersey (1989)
7. Van Quy, N. and Labrid, J.: "A Numerical Study of Chemical Flooding-Comparison With Experiments", *Soc. Pet. Eng. J.* **23**, No.3 (1983), 461-474.
8. Camilleri, D.; Engelsen, S.; Lake, L.W.; Lin, E.C.; Ohno, T.; Pope, G.A. and Sephermoori, K.: "Description of an Improved Compositional Micellar/Polymer Simulator", *Soc. Pet. Eng. Res. Eng.*, **2**, No.4 (1987), 427-432.
9. Porcelli, P.C. and Bidner, M.S.: "Modelización de la Inundación, Química de Yacimientos Petrolíferos", *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*, **8**, No. 2, (1992), 157-175.
10. Porcelli, P.C. and Bidner, M. S.: "Simulation and Transport Phenomena of a Ternary Two-Phase Flow". *Transport in Porous Media*, en prensa (1994).
11. Lake, L.W.; Pope, G.A.; Carey, G.F. and Sepehrmoori, K.: "Isothermal, Multiphase, Multicomponent Fluid Flow in Permeable Media - Part II", *In Situ*, **8**, (1984), No.1, 40-97
12. Thomas, C.P.; Fleming, P.D. and Winter, W.K.: "A Ternary, Two-Phase, Mathematical Model of Oil Recovery With Surfactant Systems", *Soc. Pet. Eng. J.*, **24**, No.6 (1984), 606-616.
13. Camilleri, D.; Fil, A.; Pope, G.A.; Rouse, B.A. and Sepehrmoori, K.: "Improvements in Physical-Property Models Used in Micellar/Polymer Flooding", *Soc. Pet. Eng. Res. Eng.*, **2**, No.4 (1987), 433-440.
14. Yortsos, Y.C. and Fokas, A.S.: "On the Exactly Solvable Equation  $S_t = \left[ (\beta S + \gamma)^{-2} S_x \right]_x + \alpha (\beta S + \gamma)^{-2} S_x$  Occuring in Two-Phase Flow in Porous Media", *SIAM J. Appl. Math.*, **42**, No.2 (1982), 318-332.
15. Yortsos, Y.C. and Fokas, A.S.: "An Analytical Solution for Linear Waterflood Including the Effects of Capillary Pressure", *Soc. Pet. Eng. J.*, **23**, No.1 (1983), 115-124.
16. Buckley, S.E. and Leverett, M.C.: "Mechanism of Fluid Displacement in Sands", *Trans AIME* (1942), **146**, 107-116.
17. Dawe, R.A., Wheat, M.R. and Bidner, M.S.: "Experimental Investigation of Capillary Pressure Effects on Immiscible Displacement in Lensed and Layered Porous Media", *Transport in Porous Media*, **7** (1992), 83-101.
18. Douglas, J. Jr.: "Finite Difference Methods For Two-Phase Incompressible Fluid Flow in Porous Media", *SIAM. J. NUMER. ANAL.* **20**, No.4, (1983), 681-696.
19. Aziz, K.A. and Settari, A., *Petroleum Reservoir Simulation*, Elsevier Applied Science Publishers V.B., New York (1979).
20. Douglas, J., Blair, P.M. and Wagner, R.J.: "Calculation of Linear Waterflood Behavior Including the Effects of Capillary Pressure", *Trans. AIME* (1958), **213**, 96-102.



21. Carpano, P.M., Grattoni, C.A., Gabbanelli, S.C. y Bidner, M.S.: "Análisis de las Soluciones Numéricas de la Ecuación de Convección, Dispersión y Adsorción", *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*, **3**, No.4 (1987), 389-409.
22. Gabbanelli, S.C., Grattoni, C.A. and Bidner M.S.: "Miscible Flow Through Porous Media with Dispersion and Adsorption", *Advances in Water Resources*, **10** (1987), 149-158.
23. Larson, R. G. and Hirasaki, G.J.: "Analysis of the Physical Mechanisms in Surfactant Flooding", *Soc. Pet. Eng. J.*, **18**, No.1 (1978), 42-58.
24. Larson, R. G.: "The Influence of Phase Behavior on Surfactant Flooding", *Soc. Pet. Eng. J.*, **19**, No.6 (1979), 411-422.
25. Helfferich, F. G.: "Theory of Multicomponent, Multiphase Displacement in Porous Media", *Soc. Pet. Eng. J.*, **21**, No.1 (1981), 51-62.
26. Hirasaki, G. J.: "Application of the Theory of Multicomponent, Multiphase Displacement to Three-Component, Two-Phase Surfactant Flooding", *Soc. Pet. Eng. J.*, **21**, No.2 (1981), 191-204
27. Pope, G.A., Lake, L.W. and Helfferich, F.G.: "Cation Exchange in Chemical Flooding: Part 1 - Basic Theory Without Dispersion", *Soc. Eng. Pet. J.*, **18**, No.6 (1978), 418-434.
28. Lake, L.W. and Helfferich, F.G.: "Cation Exchange in Chemical Flooding: Part 2 - The Effect of Dispersion, Cation Exchange and Polymer/Surfactant Adsorption on Chemical Flood Environment", *Soc. Pet. Eng. J.*, **18**, No.6 (1978), 435-444.
29. Hill, H.J. and Lake, L.W.: "Cation Exchange in Chemical Flooding: Part 3 - Experimental", *Soc. Pet. Eng. J.*, **18**, No.6 (1978), 445-456.
30. Dake, L.P., *Fundamentals of Reservoir Engineering*, Elsevier Scientific Publishers B.V., New York (1978).
31. Pope, G.A. and Nelson, R.C.: "A Chemical Flooding Compositional Simulator", *Soc. Pet. Eng. J.*, **18**, No.5 (1978), 339-354.
32. Nelson, R.C. and Pope, G.A.: "Phase Relationships in Chemical Flooding", *Soc. Pet. Eng. J.*, **18**, No.5 (1978), 325-338.
33. Camilleri, D.; Fil, A.; Pope, G.A.; Rouse, G.A. and Sepehmoori, K.: "Comparison of an Improved Compositional Micellar/Polymer Simulator With Laboratory Corefloods", *Soc. Pet. Eng. Res. Eng.*, **2**, No.4 (1987) 441-451.
34. Healy, R.N. and Reed, R.L.: "Immiscible Microemulsion Flooding", *Soc. Pet. Eng. J.* **17**, No.2 (1977), 129-139.
35. Healy, R. N., Reed, R.L. and Stenmark, D.G.: "Multiphase Microemulsion Flooding", *Soc. Pet. Eng. J.*, **17**, No.3 (1977), 147-160.
36. Pope, G.A.; Wang, B. and Tsauro, K.: "A Sensitivity Study of Micellar/Polymer Flooding", *Soc. Pet. Eng. J.*, **19**, No.6 (1979), 357-368.
37. Scheidegger, A.E., *The Physics of Flow Through Porous Media*, The Macmillan Company, New York (1960).
38. Peaceman, D.W., *Fundamentals of Numerical Reservoir Simulation*, Elsevier Scientific Publishing Company B.V., New York (1977).
39. Leverett, M.C.: "Capillary Behavior in Porous Solids", *Trans. AIME*, **142** (1941), 152-159.
40. Grattoni, C.A.; Dawe, R.A. and Bidner, M.S.: "On the simultaneous determination of dispersion and non-linear adsorption parameters from displacement test by using models and optimisation techniques", *Advances in Water Resources*, **16** (1993), 127-135.
41. Saad, N; Pope, G. A. and Sepehmoori, K.: "Simulation of Big Muddy Surfactant Pilot", *Soc. Pet. Eng. Res. Eng.*, **4**, No.1 (1989), 24-34.
42. Larson, R.G.: "Controlling Numerical Dispersion by Variably Timed Updating in One Dimension", *Soc. Pet. Eng. J.*, **22**, No.3 (1982), 399-408.

43. Chiou, C.S. and Kellerhals, G.E.: "Polymer/Surfactant Transport in Micellar Flooding", *Soc. Pet. Eng. J.*, **21**, No.5 (1981), 603-612.
44. Bang, H.W. and Caudle, B.H.: "Modeling of a Micellar/Polymer Process", *Soc. Pet. Eng. J.*, **24**, No.6 (1984), 617-627.
45. Gupta, A.D., Pope, G.A., Sepehmoori, K. and Shook, M.: "Effects of Reservoir Heterogeneity on Chemically Enhanced Oil Recovery", *Soc. Pet. Eng. Res. Eng.*, **3**, No.2 May 1988, 479-487.
46. Nelson, R.C.: "The Salinity-Requirement Diagram-A Useful Tool in Chemical Flooding Research and Development", *Soc. Pet. Eng. J.*, **22**, No.2 (1982), 259-270.
47. Rossen W.R., Brown, R.G., Davis, H.T., Prager, S. and Scriven, L.E.: "Thermodynamic Modeling of Pseudoternary Phase Behavior", *Soc. Pet. Eng. J.*, **22**, No.6 (1982), 945-961.
48. Robertson, S.D.: "An Empirical Model For Microemulsion Phase Behavior", *Soc. Pet. Eng. Res. Eng.*, **3**, No. 3 (1988), 1002-1015.
49. Falls, A.H. and Schulte, W.M.: "Features of Three-Component, Three Phase Displacement in Porous Media", *Soc. Pet. Eng. Res. Eng.*, **7**, No. 4 (1992), 426-432.
50. Chen, Z.X.: "Some Invariant Solutions to Two-Phase Fluid Displacement Problems Including Capillary Effect", *Soc. Pet. Eng. Res. Eng.*, **3**, No. 2 (1988), 691-699.
51. Treybal, R.E., *Extracción en Fase Líquida*, 2da. Edición, Mc. Graw-Hill Book Co. Inc., New York (1963).
52. Donaldson, E.C., Chilingarian, G.V. and Yen, T.F., *Enhanced Oil Recovery, I*, Elsevier Science Publishers B.V., New York (1985).
53. Larson, R. G.; Davis, H. T. and Scriven, L. E.: "Elementary Mechanisms of Oil Recovery by Chemical Methods", *Journal of Pet. Tech.*, **34** (1982), 243-258.
54. Pope, G.A.: "The Application of Fractional Flow Theory to Enhanced Oil Recovery", *Soc. Pet. Eng. J.*, **22**, No. 3 (1982), 191-205.
55. Falls, A.H. and Schulte, W.M.: "Theory of Three-Component, Three-Phase Displacement in Porous media", *Soc. Pet. Eng. Res. Eng.*, **7**, No. 3 (1992), 377-384.