

Tesis de Posgrado

Corrientes axiales en teorías de campo hadrónicas

Izquierdo, Eduardo Daniel

1994

Tesis presentada para obtener el grado de Doctor en Ciencias Físicas de la Universidad de Buenos Aires

Este documento forma parte de la colección de tesis doctorales y de maestría de la Biblioteca Central Dr. Luis Federico Leloir, disponible en digital.bl.fcen.uba.ar. Su utilización debe ser acompañada por la cita bibliográfica con reconocimiento de la fuente.

This document is part of the doctoral theses collection of the Central Library Dr. Luis Federico Leloir, available in digital.bl.fcen.uba.ar. It should be used accompanied by the corresponding citation acknowledging the source.

Cita tipo APA:

Izquierdo, Eduardo Daniel. (1994). Corrientes axiales en teorías de campo hadrónicas. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires.
http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis_2636_Izquierdo.pdf

Cita tipo Chicago:

Izquierdo, Eduardo Daniel. "Corrientes axiales en teorías de campo hadrónicas". Tesis de Doctor. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires. 1994.
http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis_2636_Izquierdo.pdf

EXACTAS UBA

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales



UBA

Universidad de Buenos Aires

Universidad de Buenos Aires
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

Corrientes Axiales
en Teorías de Campo Hadrónicas

Por:

Lic. Eduardo D. Izquierdo

Director:

Dr. Aníbal O. Gattone

Lugar de trabajo:

Departamento de Física
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

Año 1994

†Tesis presentada para optar al título de Doctor en Ciencias Físicas.

Nº - 2636

42

a mis dos nenas,

la grande y la chiquita,

y al bebe que viene.

Contenido

| | |
|---|----|
| Agradecimientos | 1 |
| Introducción | 3 |
| Parte 1. Hadrodinámica Cuántica (<i>QHD</i>) | 8 |
| 1.1 Introducción | 9 |
| 1.2 El Modelo de Walecka <i>QHD-I</i> | 9 |
| 1.3 El modelo <i>QHD-II</i> | 11 |
| 1.4 Aproximación de campo medio <i>MFT</i> | 12 |
| 1.5 Aproximación de Dirac–Hartree <i>DH</i> | 16 |
| 1.6 Aproximación de Hartree Relativista <i>RHA</i> | 19 |
| 1.7 Propagadores en <i>QHD</i> | 19 |
| Parte 2. Corriente Axial–Vectorial | 22 |
| 2.1 Introducción | 23 |
| 2.2 Teoría de Fermi del decaimiento β | 23 |
| 2.3 Corriente Vectorial Conservada (<i>CVC</i>) | 26 |
| 2.4 Corriente Axial–Vectorial Hadrónica | 27 |
| 2.5 Desarrollo multipolar de la corriente | 29 |
| 2.5.1 Probabilidad de decaimiento β | 32 |
| 2.5.2 Probabilidad de Captura muónica | 35 |
| Parte 2. Respuesta Lineal | 37 |
| 3.1 Introducción | 38 |
| 3.2 Respuesta Lineal | 40 |

| | |
|---|------------|
| 3.3 Respuesta Lineal Axial | 51 |
| 3.3.1 Representación Seudovectorial | 53 |
| 3.3.1.1 Resultados | 56 |
| 3.3.2 Representación Seudoescalar | 60 |
| 3.3.2.1 Resultados | 61 |
| Parte 4. Relatividad y el aumento de la carga-axial débil | 62 |
| 4.1 Introducción | 63 |
| 4.2 Transiciones mediadas por la carga axial | 66 |
| 4.3 Detalles del cálculo | 68 |
| 4.4 Transiciones β primeras prohibidas | 69 |
| 4.4.1 Decaimientos de los núcleos $^{209}\text{Pb}(9/2^+)$ y $^{207}\text{Tl}(1/2^+)$ | 71 |
| 4.4.2 Decaimientos β del $^{133}\text{Sn}(7/2^-)$ | 74 |
| 4.5 Decaimientos β $^{16}\text{N}(0^-) \rightarrow ^{16}\text{O}(0^+)$ | 77 |
| 4.6 Respuesta nuclear axial a $q \sim m_\mu$ | 79 |
| 4.7 Corrientes Mesónicas de Intercambio <i>MEC</i> | 84 |
| Conclusiones | 91 |
| Apéndice A. Inserción de polarización | 95 |
| A.1 Inserción de polarización | 96 |
| A.1.1 Inserción de polarización con acoplamiento $\pi NN PV$ | 99 |
| A.1.2 Inserción de polarización con acoplamiento $\pi NN PS$ | 102 |
| A.2 Propagador piónico vestido | 104 |
| Apéndice B. Operadores multipolares relativistas | 106 |
| B.1 Introducción | 107 |
| B.2 Corriente electro-débil y operadores multipolares | 107 |
| Referencias | 115 |

Agradecimientos

Quiero agradecer primeramente a todos aquellos con los que compartí afectos todos estos años. Especialmente a Laura, a Gabriela y al bebe que viene, a mi familia, a mis amigos y compañeros, y entre ellos a mi amigo y director Anibal. También quiero agradecer a toda la gente de este querido país que, sin saberlo quizás, me otorgaron la posibilidad de formarme. Me considero en deuda con todos, sobre todo con los más humildes, los que a mi entender llevaron mi carga, mientras que yo jugaba a hacer ciencia.

Corrientes Axiales en Teorías de Campo Hadrónicas

Introducción

A pesar del éxito que ha tenido la física no-relativista en explicar la estructura nuclear en términos de potenciales de interacción nucleón-nucleón estáticos, resulta deseable desarrollar un tratamiento teórico más completo que incluya los grados de libertad *bariónicos* y los *mesónicos* en forma explícita. De esta forma se estará conteniendo en un mismo marco y de manera consistente aquellos problemas que involucran la existencia de mesones como mediadores de la fuerza nuclear. Como ejemplo más claro de lo dicho se encuentra el cálculo de las corrientes mesónicas de intercambio (MEC) que han probado ser un elemento necesario para el entendimiento de la estructura nuclear. Por otro lado, diversas aplicaciones de física nuclear dependen del comportamiento de la materia nuclear en condiciones extremas. Por ejemplo, las propiedades de estrellas de neutrones dependen de la ecuación de estado de la materia neutrónica a densidades muy superiores a las existentes en núcleos ordinarios. Condiciones extremas similares pueden producirse en el laboratorio a través de colisiones entre iones pesados. En todas estas aplicaciones, uno debe describir el flujo hidrodinámico de materia nuclear a velocidades cercanas a la de la luz. Por eso resulta esencial tener un marco teórico para la física nuclear que incorpore principios de covariancia de Lorentz y de relatividad especial. Por último, es también menester mantener la propagación causal de las señales en el medio nuclear y contener la posibilidad de la existencia de antipartículas.

Modelos de campos cuánticos relativistas que incluyan grados de libertad bariónicos y mesónicos han sido desarrollados en la última década y se los ha aplicado a sistemas nucleares con razonable éxito [1]. Estos modelos tienen como motivación las razones expuestas más arriba y están fuertemente sustentados por la evidencia empírica [2, 3] de la existencia de fuertes canales escalares (Lorentz) atractivos y vectoriales (Lorentz) repulsivos, en la interacción nucleón-nucleón. La intensidad de estos campos —comparables con la masa del nucleón— hace del núcleo un sistema intrínsecamente relativista. Es decir que el argumento en favor del empleo de modelos relativistas en la descripción de problemas nucleares resulta dinámico y no cinemático. Un tratamiento relativista ofrece otras ventajas adicionales. Muchas de las propiedades de los núcleos, como la interacción espín-órbita y la dependencia en la energía de la parte real del potencial óptico en la dispersión elástica nucleón-núcleo, aparecen naturalmente a partir de la existencia de estos fuertes campos mesónicos escalar y vectorial.

A pesar de toda esta motivación y fundamento no existe hasta el momento evidencia concluyente que indique la necesidad de llevar a cabo cálculos relativistas sobre los no-relativistas usados en la física nuclear tradicional. Una dificultad intrínseca con la que tropiezan los modelos relativistas existentes es la complejidad adicional que representa el

vacío de la teoría. Estos son inherentes a cualquier teoría de campos cuánticos y requieren métodos de regularización para afrontar el problema de infinitos cuerpos en el vacío con momentos que pueden llegar a ser infinitos. En la actualidad, se ha abandonado un poco la idea de trabajar con modelos perfectamente renormalizables e incluir las correcciones provenientes del vacío. La tendencia actual es pensar estos modelos como efectivos.

Todo esto ha hecho que, en los últimos años se haya puesto mucha atención en la búsqueda de problemas en física nuclear, que discriminen entre el cálculo no relativista y el relativista. Una fuente de eventuales diferencias podría ser la masa efectiva del nucleón, M^* , la cual es significativamente más pequeña que la masa M del nucleón libre debido a la presencia del fuerte campo escalar en el medio nuclear. Una consecuencia inmediata de esta renormalización es el aumento de la corriente de convección nuclear de partícula independiente. Este resultado debería traer aparejado consecuencias experimentales importantes para la respuesta del núcleo a interacciones electromagnéticas. Cálculos relativistas de momentos magnéticos isoescalares llevados a cabo en núcleos de doble capa cerrada *más* una partícula o un agujero (A -impares), en la aproximación de valencia (carozo inerte), dan como resultado un apartamiento importante con respecto a los valores experimentales y a las predicciones basadas sólo en las simetrías del problema (las, así llamadas, "líneas de Schmidt"). Un cuidadoso análisis [4] ha mostrado que este aumento desaparece cuando se trata al sistema carozo más partícula (o agujero) como un todo. El agregado de una partícula o agujero fuera de capa cerrada es responsable de la aparición de campos mesónicos adicionales que, a su vez, polarizan al carozo nuclear induciendo sobre éste una corriente, del mismo orden que la correspondiente al nucleón de valencia, que cancela el aumento producido en la corriente de partícula independiente recobrándose de esta forma las predicciones no-relativistas. La respuesta lineal isoescalar ($T = 0$) del carozo, tomando al nucleón agregado como una perturbación externa, fue calculada [5, 6, 7] en la aproximación de materia nuclear, comprobándose que la mayor parte de la respuesta lineal nuclear ($q \approx 0$) proviene de excitaciones partícula-antipartícula, lo cual es una nueva forma de respuesta que no ocurría en cálculos no-relativistas. La moraleja en este caso es que la autoconsistencia en cálculos relativistas es insoslayable.

La reducción de la masa efectiva del nucleón en el medio nuclear, debido a la existencia de campos mesónicos fuertes se traduce, para la función de onda del nucleón, en un significativo aumento de las componentes inferiores del cuadriespínor de Dirac. Las componentes superiores del cuadriespínor son un orden de magnitud mayor que las inferiores y, por ende, en cálculos de elementos de matriz de operadores diagonales en el espacio de Dirac donde no se mezclan estas componentes, predomina el término que contiene las componentes superiores y no es apreciable el aumento producido en las inferiores. Por el contrario, si el operador en

juego es no diagonal en el espacio de Dirac, se mezclan componentes inferiores y superiores pudiéndose apreciar entonces la existencia de campos relativistas intensos. Es justamente lo que ocurre en el caso de la corriente de convección nuclear donde el operador en juego (γ) es no diagonal. Este hecho nos da una pista acerca de como buscar problemas que discriminen el cálculo relativista del no-relativista.

Existen procesos electrodébiles (más allá de los mediados por la corriente de convección electromagnética) donde la discriminación puede manifestarse. En particular, el formalismo relativista puede extenderse para abarcar procesos semileptónicos débiles [1]. Dentro de éstos las transiciones que proceden a través de la carga axial (transiciones β primeras prohibidas, etc.) son de particular interés ya que el operador en juego es $\gamma^0\gamma^5$, no diagonal en el espacio de Dirac. De esta forma el elemento de matriz nuclear depende sensiblemente del empleo de funciones de onda relativistas. Un fenómeno al que en los últimos años se le ha prestado bastante atención se relaciona, precisamente, con la carga axial. El problema es que el valor efectivo de la constante de acoplamiento axial-vectorial (g_A) en núcleos difiere apreciablemente de su valor en el espacio libre. Particularmente, estudios de transiciones mediadas por la carga axial en núcleos livianos [8], han mostrado un aumento de la constante de acoplamiento axial de aproximadamente un 50% con respecto al valor experimental. Simultáneamente, estudios teóricos sobre las corrientes mesónicas de intercambio (*MEC*), durante la década pasada [9, 10, 11, 12, 13], han predicho una fuerte renormalización del elemento de matriz de transición de la carga axial en núcleos, del orden del 40% al 60%. En un principio, este aumento fue suficiente para explicar las discrepancias entre *IA* y el experimento. Recientemente, sin embargo, un análisis detallado de modelo de capas de transiciones β primeras prohibidas en núcleos en la región $A = 208 - 212$ [14] mostró que existe un aumento anormalmente grande de la constante de acoplamiento axial efectiva, del orden del 100%, respecto de su valor en el espacio libre. Este aumento no puede explicarse completamente por los cálculos existentes de *MEC* y muestra que persiste una discrepancia del orden del 40% al 50% que no está aún explicada.

Hay antecedentes en la literatura de estudios de efectos relativistas en transiciones débiles [15, 16, 17, 18], pero llevados a cabo exclusivamente para la transición $0^+ \leftrightarrow 0^-$ en el sistema $A = 16$ y a nivel fenomenológico. El empleo de dinámica relativista en este sistema produce un aumento del elemento de matriz de transición β por sobre los resultados no relativistas. De todas formas este cálculo no provee una respuesta categórica a la necesidad de emplear dinámica relativista en el medio nuclear ya que el sistema $A = 16$ presenta incertezas con respecto a las mezclas $p+h$ para el primer estado excitado 0^- del N , y $2p+2h$ para el estado fundamental del 0^+ del O . Las transiciones β primeras prohibidas en el sistema $A \approx 208$ se nos aparecen, en cambio, con una gran diferencia entre *IA* y el experimento; esto podría estar

indicando la existencia de un efecto dependiente del medio de la clase de los encontrados en teorías de campo medio relativistas. Cálculos en esta zona son necesarios para dilucidar esta cuestión y son parte del contenido de esta Tesis.

Como ya hemos visto en el caso isoescalar, en el marco de la dinámica relativista, la aproximación de partícula independiente (carozo inerte) puede resultar sólo una pobre aproximación al sistema completo, carozo más nucleón de valencia. Por consiguiente, no es posible encarar el estudio de procesos débiles, sin tener en cuenta la respuesta axial isovectorial del carozo nuclear al agregado de una partícula o agujero de valencia. En principio podría esperarse que en transiciones isovectoriales débiles —como en el caso de transiciones electromagnéticas isovectoriales— la respuesta nuclear fuese débil. Esto, sin embargo dista de ser inmediato. La corriente débil tiene una parte vectorial y una axial y, dado que el pión es un mesón isovectorial y lleva carga axial, puede actuar como fuente adicional de una respuesta axial-vectorial del carozo nuclear. Esto es aún más crítico en procesos como captura muónica donde los momentos transferidos son altos —del orden de la masa del muón. En este trabajo, nos abocamos al estudio de procesos semileptónicos débiles, dentro del marco de una teoría de campo hadrónica renormalizable en la cual, tanto la influencia de las correcciones de vacío como la de la polarización isovectorial débil del carozo nuclear y la de las corrientes mesónicas de intercambio *MEC* se incluyen en forma consistente.

Esta Tesis consta de cuatro Partes y dos Apéndices. En las primeras dos Partes se exponen los conceptos básicos necesarios para el entendimiento de los capítulos siguientes. Esto es, en primer término, el modelo de hadrodinámica cuántica (*QHD*) —teoría de campos hadrónicos, renormalizable conteniendo grados de libertad bariónicos y mesónicos explícitos—, y en segundo término los aspectos fundamentales de la teoría de interacciones débiles, mínimos necesarios para la comprensión de este trabajo.

En la Parte 3, se estudia la influencia de la polarización del carozo nuclear en el cálculo del elemento de matriz de transición de un operador corriente genérico, entre estados inicial y final que comparten el mismo carozo pero que pueden diferir en la partícula (agujero) de valencia. Para ello se emplea teoría de perturbaciones en materia nuclear en la aproximación de respuesta lineal (RPA). Posteriormente, se estudia el caso concreto de corriente axial-vectorial isovectorial, analizando la dependencia de la respuesta del carozo nuclear con el cuadrimomento transferido en la transición, con particular atención al comportamiento a momentos transferidos bajos (decaimientos β) y en la región de cuadrimomento transferido del orden de $q_\nu^2 \approx -m_\mu^2$ (captura muónica).

En la Parte 4, se muestran los resultados obtenidos en el cálculo de transiciones primeras prohibidas en los núcleos ^{209}Pb , ^{207}Tl , ^{133}Sn y ^{16}N . Se estudian además los efectos de la polarización axial isovectorial del carozo nuclear a momentos transferidos del orden de la

masa muónica, formalizados en la Parte 3 del trabajo, en la transición de captura muónica $^{16}\text{O}(0^+) \rightarrow ^{16}\text{N}(0^-)$. Finalmente, se presenta el cálculo de corrientes mesónicas de intercambio *MEC* en el marco del mismo modelo de campos hadrónico:

En el Apéndice A se muestra el cálculo de las inserciones de polarización en materia nuclear infinita, mientras que en el Apéndice B se calculan los operadores multipolares que aparecen en el análisis relativista de los procesos semileptónicos electro débiles.

Parte 1.

Hadrodinámica Cuántica (*QHD*).

Introducción Teórica.

1.1 Introducción

En esta sección expondremos brevemente los aspectos fundamentales del modelo de hadrodinámica cuántica (*QHD*) de Serot y Walecka [1] necesarios para la comprensión de este trabajo. Este modelo de campos hadrónicos, renormalizable, incluye los grados de libertad bariónicos y mesónicos en forma explícita, y nos provee de un marco general para encarar problemas en física nuclear relativista, en forma consistente. El lector informado sobre el tema, puede pasar al próximo capítulo sin pérdida de continuidad.

1.2 El Modelo de Walecka *QHD-I*

Este modelo de teoría de campos, en su forma más simple (*QHD-I*), contiene los grados de libertad de los campos bariónicos (ψ), de un campo mesónico escalar (σ) y otro vectorial (ω^μ). Su motivación básica se basa en el resultado empírico que muestra que al describir las amplitudes de dispersión nucleón-nucleón ($N-N$) en forma covariante, el ajuste a los desfases experimentales requiere la presencia de fuertes componentes de Lorentz tanto escalares como vectoriales [2, 3]. Esto debe ser reproducido en cualquier teoría relativista de estructura nuclear, y una forma simple de introducirla es a través del intercambio de mesones escalares y vectoriales. El mesón vectorial es identificado con el mesón ω , con una masa de 780MeV , mientras que la masa escalar es determinada del ajuste de propiedades nucleares y toma un valor típico del orden de 500MeV . Un mesón escalar tan liviano no se observa como verdadera resonancia en la naturaleza, pero es una idea aceptada que el intercambio de este mesón escalar es una forma simplificada de simular un proceso más complicado, como es el intercambio de dos piones correlacionados, que son responsables de la atracción observada en la interacción $N-N$ en rangos intermedios. Otra componente esencial de esta interacción es el intercambio de un pión, pero este campo se promedia a cero en un cálculo de campo medio en materia nuclear con espín saturados, o en núcleos esféricamente simétricos, y no es tenido en cuenta en este primer modelo (ver *QHD-II*). Un punto importante a enfatizar es que este lagrangiano es renormalizable.

La densidad Lagrangiana de *QHD-I* [1] es:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_I = & \bar{\psi} [\gamma_\mu (i\partial^\mu - g_\omega \omega^\mu) - (M - g_\sigma \sigma)] \psi + \frac{1}{2} (\partial^\mu \sigma \partial_\mu \sigma - m_\sigma^2 \sigma^2) \\ & - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu + \delta\mathcal{L} \end{aligned} \quad (1.1)$$

donde $F^{\mu\nu} = \partial^\mu \omega^\nu - \partial^\nu \omega^\mu$, y $\delta\mathcal{L}$ contiene contratérminos necesarios para la renormalización. Los parámetros M , g_σ , g_ω , m_σ y m_ω son constantes fenomenológicas que pueden ser (en

principio) extraídas de los datos experimentales.

Las interacciones son del tipo Yukawa con constantes de acoplamiento escalar g_σ y vectorial g_ω . Para motivar esta particular elección de Lagrangiano, consideremos la dispersión elástica de dos bariones libres moviéndose con velocidades no relativistas, en la aproximación de intercambio de un mesón, produce un potencial nucleón–nucleón efectivo instantáneo, el cual puede ser escrito en el espacio de coordenadas como suma de dos potenciales del tipo Yukawa,

$$V(r) = \frac{g_\omega^2}{4\pi} \frac{e^{-m_\omega r}}{r} - \frac{g_\sigma^2}{4\pi} \frac{e^{-m_\sigma r}}{r} \quad (1.2)$$

Eligiendo apropiadamente las constantes de acoplamiento y las masas, este potencial es atractivo a gran distancia y repulsivo a cortas distancias, en acuerdo con la interacción nucleón–nucleón observada.

Las ecuaciones para los campos se obtienen a partir de las ecuaciones de Euler–Lagrange, y pueden ser escritas como:

$$[\gamma_\mu (i\partial^\mu - g_\omega \omega^\mu) - (M - g_\sigma \sigma)] \psi(x) = 0 \quad (1.3)$$

$$(\partial_\mu \partial^\mu \sigma + m_\sigma^2) \sigma = g_\sigma \bar{\psi} \psi \quad (1.4)$$

$$\partial_\nu F^{\nu\mu} + m_\omega^2 \omega^\mu = g_\omega \bar{\psi} \gamma^\mu \psi \quad (1.5)$$

que corresponden a la ecuación de Dirac 1.3, Klein–Gordon con una fuente escalar ($\bar{\psi}\psi$) 1.4, y a las dos ecuaciones de Maxwell (masivas) 1.5 con fuente en la corriente bariónica conservada $J^\mu = \bar{\psi} \gamma^\mu \psi$ ($\partial_\mu J^\mu = 0$).

Cuando estos campos son cuantificados, las ecuaciones 1.3–1.5 se convierten en ecuaciones de campo cuánticas no lineales cuya solución exacta resulta muy complicada. Las constantes de acoplamiento de la teoría se anticipan grandes por lo expuesto más arriba y por ende las soluciones perturbativas no resultan útiles.

El principal éxito de este modelo consiste en que, en una aproximación de campo medio (Hartree), con un mínimo número de parámetros determinados a partir de las propiedades de volumen de la materia nuclear, se obtienen dos potenciales muy intensos, del orden de los $400 MeV$, escalar (atractivo) y vectorial (repulsivo), que combinados equivalen, en una reducción no relativista, a un potencial central y un a potencial de espín–órbita consistentes con los espectros de partícula independiente observados.

1.3 El modelo QHD-II

QHD-II es un modelo renormalizable, extensión del modelo anterior, que incluye a los mesones isovectoriales π y ρ [1, 19].

El acoplamiento pión-nucleón se elige análogo al de Yukawa, debiendo satisfacer invariancia isotópica (lo que requiere una dependencia de la forma $\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\pi}$) y conservación de la paridad. Dado que el pión es un mesón pseudoescalar debe acoplarse a una densidad bariónica pseudoescalar. En este modelo el acoplamiento πNN es de la forma $\bar{\psi} \gamma^5 \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\pi} \psi$, al cual se lo conoce como acoplamiento pseudoescalar (*PS*). Una alternativa que también satisface los requisitos de invariancia y que es comúnmente usado es el acoplamiento pseudovectorial (*PV*) ($\bar{\psi} \gamma^5 \boldsymbol{\gamma}^\mu \boldsymbol{\tau} \psi \partial_\mu \boldsymbol{\pi}$). Su desventaja es que su uso lleva a una teoría no renormalizable.

El acoplamiento pseudoescalar no puede reproducir correctamente la interacción πN como se ha hecho notar desde hace ya tiempo en la literatura [20]. En particular en estudios de dispersión πN , la presencia de una gran contribución de pares nucleón-antinucleón, lleva a una longitud de dispersión, correspondiente a la onda s , que resulta dos órdenes de magnitud mayor que el valor experimental. Esto es remediado, en principio, introduciendo un término de interacción no lineal entre los mesones π y σ , de la forma $\frac{1}{2} g_{\sigma\pi} m_\sigma \boldsymbol{\pi} \boldsymbol{\pi} \sigma$, que produce una sutil cancelación entre diagramas de Feynman, en el problema de dispersión.

Con el objetivo de mantener la renormalizabilidad de la teoría, el campo ρ se introduce requiriendo invariancia local de gauge, basada en el grupo $SU(2)$, en el mismo espíritu en que ésta es introducida en el modelo electrodébil de Weinberg, Salam y Glashow. El requerimiento de simetría local implica que el mesón vectorial no debe tener masa. Para restaurar la masa del ρ se usa el mecanismo de Higgs, el cual involucra campos mesónicos escalares complejos adicionales, con una particular forma de autointeracción. Proponiendo, luego, un rompimiento espontáneo del vacío de la teoría ésta puede reinterpretarse en términos de mesones vectoriales cargados con masa.

Omitiendo los términos que contienen a los mesones de Higgs (que equivale al límite $m_H \rightarrow \infty$), la densidad Lagrangiana en este modelo [1] es:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L} = & \bar{\psi} \left[\boldsymbol{\gamma}^\mu \left(i\partial^\mu - g_\omega \boldsymbol{\omega}^\mu - \frac{1}{2} g_\rho \boldsymbol{\tau} \boldsymbol{\rho}^\mu \right) - i g_\pi \boldsymbol{\gamma}^5 \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\pi} - (M - g_\sigma \sigma) \right] \psi \\
& - \frac{1}{4} (\partial_\mu V_\nu - \partial_\nu V_\mu)^2 + \frac{1}{2} m_\omega^2 \boldsymbol{\omega}_\mu \boldsymbol{\omega}^\mu + \frac{1}{2} (\partial^\mu \sigma \partial_\mu \sigma - m_\sigma^2 \sigma^2) \\
& + \frac{1}{2} (\partial_\mu \boldsymbol{\pi} \cdot \partial^\mu \boldsymbol{\pi} - m_\pi^2 \boldsymbol{\pi} \cdot \boldsymbol{\pi}) + \frac{1}{2} g_{\sigma\pi} m_\sigma \boldsymbol{\pi} \boldsymbol{\pi} \sigma \\
& + \frac{1}{2} m_\rho^2 \boldsymbol{\rho}_\mu \boldsymbol{\rho}^\mu - \frac{1}{4} \mathbf{B}_{\mu\nu} \cdot \mathbf{B}^{\mu\nu} \\
& + g_\rho (\partial^\mu \boldsymbol{\pi} \times \boldsymbol{\pi}) \cdot \boldsymbol{\rho}_\mu + \frac{1}{2} g_\rho^2 (\boldsymbol{\pi} \times \boldsymbol{\rho}_\mu) \cdot (\boldsymbol{\pi} \times \boldsymbol{\rho}^\mu)
\end{aligned} \tag{1.6}$$

donde $\mathbf{B}_{\mu\nu} = \partial_\mu \rho_\nu - \partial_\nu \rho_\mu - g_\rho (\rho_\mu \times \rho_\nu)$. Las interacciones electromagnéticas pueden incluirse fácilmente utilizando el criterio de substitución mínima en una teoría de gauge no abeliana [1].

La sutil cancelación entre diagramas de Feynman en el problema de dispersión πN , no se repite en otros tratamientos que involucren problemas de muchos cuerpos. Este es el caso de Hartree-Fock, donde el término de interacción $\sigma\pi\pi$ no entra en juego en la aproximación. De esta forma el término de intercambio lleva a un autoenergía anormalmente grande que tiene efectos drásticos sobre el espectro de partícula independiente.

Mientras que el acoplamiento PS (que produce una teoría renormalizable) presenta serios problemas, el acoplamiento PV (no renormalizable) ha mostrado ser adecuado para describir la interacción πNN . Un modelo renormalizable con acoplamiento PV fue introducido por Matsui y Serot [21], partiendo del Lagrangiano de $QHD-II$ y efectuando una transformación quiral no lineal de los campos. En este modelo la cancelación entre diagramas de Feynman necesaria para describir la interacción πN , ya se efectúa a nivel del Lagrangiano.

1.4 Aproximación de campo medio MFT

Existe una solución aproximada a las ecuaciones cuánticas de campos 1.3, 1.4 y 1.5, cuya validez aumenta a medida que crece la densidad del sistema. Para el caso de un sistema uniforme de A bariones en una caja de volumen Ω , el incremento de la densidad bariónica produce a su vez un aumento de las fuentes en las ecuaciones de los campos mesónicos. Cuando las fuentes son grandes, los operadores de campo mesónicos pueden ser reemplazados por sus valores de expectación, los cuales son campos clásicos. Las simetrías del sistema simplifican considerablemente las cosas, pues por invariancia rotacional las componentes 3-vectoriales se anulan. Además, dado que paridad es un buen número cuántico el valor de expectación del campo piónico debe anularse. Finalmente por invariancia frente a rotaciones sobre el eje \hat{z} en el espacio de isospín sólo la componente cero (neutra) del campo ρ sobrevive, o sea

$$\begin{aligned}\sigma &\rightarrow \langle \sigma \rangle \equiv \sigma_0 \\ \omega_\mu &\rightarrow \langle \omega_\mu \rangle \equiv \delta_{\mu 0} \omega_0 \\ \rho_\mu^i &\rightarrow \langle \rho_\mu^i \rangle \equiv \delta_{\mu 0} \delta_{i0} \rho_0 \\ \pi &\rightarrow \langle \pi \rangle = 0.\end{aligned}$$

Para un sistema estático y uniforme, estas cantidades son constantes independientes de x_μ .

A partir de la densidad lagrangiana de *QHD-II* (ec. 1.6) el Lagrangiano de *MFT* (con el agregado del campo fotónico A_μ) nos queda [1],

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{MFT} = & \bar{\psi} \left[i\gamma^\mu \partial_\mu - g_\omega \gamma^0 \omega_0 - \frac{1}{2} g_\rho \tau_3 \gamma^0 \rho_0 - \frac{1}{2} e(1 + \tau_3) \gamma^0 A_0 - (M - g_\sigma \sigma_0) \right] \psi \\ & - \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma_0^2 + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0^2 + \frac{1}{2} m_\rho^2 \rho_0^2 \end{aligned} \quad (1.7)$$

Del Lagrangiano de *MFT* obtenemos las ecuaciones que satisfacen los campos. Las de los campos mesónicos constantes, pueden ser resueltas inmediatamente,

$$\sigma_0 = \frac{g_\sigma}{m_\sigma^2} \langle \bar{\psi} \psi \rangle = \frac{g_\sigma}{m_\sigma^2} \rho_s \quad (1.8)$$

$$\omega_0 = \frac{g_\omega}{m_\omega^2} \langle \psi^\dagger \psi \rangle = \frac{g_\omega}{m_\omega^2} \rho_B \quad (1.9)$$

$$\rho_0 = \frac{g_\rho}{2m_\rho^2} \langle \psi^\dagger \tau_3 \psi \rangle = \frac{g_\rho}{2m_\rho^2} \rho_3 \quad (1.10)$$

y de esta forma, la ecuación de Dirac cuántica para los bariones resulta una ecuación lineal,

$$\left[i\gamma^\mu \partial_\mu - g_\omega \gamma^0 \omega_0 - \frac{1}{2} g_\rho \gamma^0 \tau_3 \rho_0 - \frac{1}{2} e(1 + \tau_3) \gamma^0 A_0 - (M - g_\sigma \sigma_0) \right] \psi(x) = 0 \quad (1.11)$$

que puede ser resuelta desarrollando los operadores de campo, soluciones de la ecuación (1.11), en modos normales con condiciones de contorno en una caja de volumen Ω :

$$\begin{aligned} \psi(x) = & \frac{1}{\sqrt{\Omega}} \sum_{\mathbf{k}, s, \tau} \left[a_{\mathbf{k}, s, \tau} U(\mathbf{k}, s, \tau) \exp\{-i(\epsilon^+(\mathbf{k})t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{x})\} + \right. \\ & \left. b_{\mathbf{k}, s, \tau}^\dagger V(\mathbf{k}, s, \tau) \exp\{i(-\epsilon^-(\mathbf{k})t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{x})\} \right] \end{aligned} \quad (1.12)$$

$$\begin{aligned} \bar{\psi}(x) = & \frac{1}{\sqrt{\Omega}} \sum_{\mathbf{k}, s, \tau} \left[a_{\mathbf{k}, s, \tau}^\dagger \bar{U}(\mathbf{k}, s, \tau) \exp\{i(\epsilon^+(\mathbf{k})t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{x})\} + \right. \\ & \left. b_{\mathbf{k}, s, \tau} \bar{V}(\mathbf{k}, s, \tau) \exp\{-i(-\epsilon^-(\mathbf{k})t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{x})\} \right] \end{aligned} \quad (1.13)$$

donde $a_{\mathbf{k}, s, \tau}^\dagger$ y $a_{\mathbf{k}, s, \tau}$ son operadores de creación y destrucción de partículas, mientras que $b_{\mathbf{k}, s, \tau}^\dagger$ y $b_{\mathbf{k}, s, \tau}$ son operadores de creación y destrucción de antipartículas, que satisfacen la reglas usuales de anticonmutación fermiónicas. Se ha definido además,

$$\epsilon^\pm(\mathbf{k}) = V_0 \pm [(k - \mathbf{V})^2 + M^{*2}]^{1/2} = V_0 \pm [\kappa^2 + M^{*2}]^{1/2} = V_0 \pm E_{\kappa}^{\pm} \quad \begin{array}{l} + \text{energías positivas} \\ - \text{energías negativas} \end{array}$$

$$\boldsymbol{\kappa} = \mathbf{k} - \mathbf{V},$$

donde para el caso de materia nuclear estática y uniforme:

$$V^\mu = \delta_{0\mu} \left[g_\omega \omega^\mu \pm \frac{1}{2} g_\rho \rho^\mu + \frac{1}{2} e(1 \pm 1) A^\mu \right] \begin{array}{l} +\text{protones} \\ -\text{neutrones} \end{array}$$

y $M^* = M - g_\sigma \sigma$, es la masa efectiva.

Los cuadriespinores están normalizados de acuerdo a

$$U^\dagger(\mathbf{k}, s, \tau) U(\mathbf{k}, s', \tau') = V^\dagger(\mathbf{k}, s, \tau) V(\mathbf{k}, s', \tau') = \delta_{s,s'} \delta_{\tau,\tau'} \quad (1.14)$$

En la representación de Dirac–Pauli tienen la misma forma que los cuadriespinores libres :

$$U(\mathbf{k}, s, \tau) = \left[\frac{E_{\boldsymbol{\kappa}}^* + M^*}{2 E_{\boldsymbol{\kappa}}^*} \right]^{1/2} \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\kappa}}{E_{\boldsymbol{\kappa}}^* + M^*} \end{pmatrix} \chi_s \xi_\tau \quad (1.15)$$

$$V(\mathbf{k}, s, \tau) = \left[\frac{E_{\boldsymbol{\kappa}}^* + M^*}{2 E_{\boldsymbol{\kappa}}^*} \right]^{1/2} \begin{pmatrix} \frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\kappa}}{E_{\boldsymbol{\kappa}}^* + M^*} \\ 1 \end{pmatrix} \chi_s \xi_\tau \quad (1.16)$$

donde χ_s y ξ_τ son el espinor y el iso espinor respectivamente. Los cuadriespinores así normalizados satisfacen la siguiente regla de ortogonalidad:

$$U^\dagger(\mathbf{k}, s, \tau) V(-\mathbf{k}, s', \tau') = V^\dagger(-\mathbf{k}, s, \tau) U(\mathbf{k}, s', \tau') = 0. \quad (1.17)$$

La normalización de los operadores de campo en una caja de volumen Ω está relacionada con la normalización continua de Bjorken and Drell a través de,

$$\Omega \delta_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} = \int_{\Omega} d^3x e^{-i(\mathbf{k}-\mathbf{k}') \cdot \mathbf{x}} \longrightarrow \int d^3x e^{-i(\mathbf{k}-\mathbf{k}') \cdot \mathbf{x}} = (2\pi)^3 \delta^{(3)}(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \quad (1.18)$$

El Hamiltoniano del sistema puede calcularse fácilmente y da:

$$\begin{aligned} \hat{H} &= \sum_{\mathbf{k}\lambda} (\mathbf{k}^2 + M^{*2})^{1/2} (a_{\mathbf{k}\lambda}^\dagger a_{\mathbf{k}\lambda} - b_{\mathbf{k}\lambda} b_{\mathbf{k}\lambda}^\dagger) \\ &+ \hat{B} \left(g_\omega \omega_0 + \frac{1}{2} \tau_3 g_\rho \rho_0 \right) - \Omega \left(\frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0^2 + \frac{1}{2} m_\rho^2 \rho_0^2 - \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma^2 \right) \end{aligned} \quad (1.19)$$

donde λ hace referencia a índices de espín e isoespín, y donde hemos identificado al operador número bariónico \hat{B} como:

$$\begin{aligned}\hat{B} &= \int_{\Omega} d\mathbf{x} \psi^\dagger \psi = \sum_{\mathbf{k}\lambda} \left(a_{\mathbf{k}\lambda}^\dagger a_{\mathbf{k}\lambda} + b_{\mathbf{k}\lambda} b_{\mathbf{k}\lambda}^\dagger \right) \\ &= \sum_{\mathbf{k}\lambda} \left(a_{\mathbf{k}\lambda}^\dagger a_{\mathbf{k}\lambda} - b_{\mathbf{k}\lambda}^\dagger b_{\mathbf{k}\lambda} \right) + \sum_{\mathbf{k}\lambda} 1\end{aligned}\quad (1.20)$$

En la segunda línea se ha expresado a \hat{B} en orden normal, y el último término representa la suma sobre todos los estados de energía negativa en el “mar de Dirac” y es una constante independiente de la dinámica. Ya que toda cantidad es medida respecto del vacío, se debe redefinir a los operadores substrayendo su valor medio en el vacío. De esta forma se tiene,

$$\hat{B} = \int_{\Omega} d\mathbf{x} [\psi^\dagger \psi - \langle 0 | \psi^\dagger \psi | 0 \rangle] = \sum_{\mathbf{k}\lambda} \left(a_{\mathbf{k}\lambda}^\dagger a_{\mathbf{k}\lambda} - b_{\mathbf{k}\lambda}^\dagger b_{\mathbf{k}\lambda} \right). \quad (1.21)$$

$$(1.22)$$

\hat{B} ahora cuenta el número de bariones menos el de antibariones. De igual forma se redefine al operador Hamiltoniano:

$$\hat{H} - \langle 0 | \hat{H} | 0 \rangle = \hat{H}_{MFT} + \delta H \quad (1.23)$$

donde

$$\begin{aligned}\hat{H}_{MFT} &= \sum_{\mathbf{k}\lambda} (\mathbf{k}^2 + M^2)^{1/2} \left(a_{\mathbf{k}\lambda}^\dagger a_{\mathbf{k}\lambda} + b_{\mathbf{k}\lambda}^\dagger b_{\mathbf{k}\lambda} \right) \\ &+ \hat{B} \left(g_\omega \omega_0 + \frac{1}{2} \tau_3 g_\rho \rho_0 \right) - \Omega \left(\frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_0^2 + \frac{1}{2} m_\rho^2 \rho_0^2 - \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma^2 \right)\end{aligned}\quad (1.24)$$

$$\delta H = \sum_{\mathbf{k}\lambda} \left[(\mathbf{k}^2 + M^2)^{1/2} - (\mathbf{k}^2 + M^2)^{1/2} \right] \quad (1.25)$$

δH representa la contribución del mar de Dirac a la energía. El Hamiltoniano remanente \hat{H}_{MFT} define el problema de campo medio (*MFT*), mientras que el Hamiltoniano completo, con las contribuciones del vacío incluidas, define a la aproximación de Hartree relativista (*RHA*) que describiremos brevemente luego. Queda claro que en la aproximación *MFT* se desprecian las contribuciones provenientes de los estados de energía negativa.

El campo constante ω_0 puede calcularse en términos de una densidad conservada ρ_B (ec. 1.9), mientras que σ_0 (o M^*) es una cantidad dinámica que solo puede obtenerse en forma autoconsistente usando la ecuación bariónica junto con la ecuación de campo escalar (1.8),

$$\sigma_0 = \frac{g_\sigma}{m_\sigma^2} \rho_s(\sigma_0) \quad (1.26)$$

Las constantes de la teoría se fijan de tal forma de obtener un adecuado balance entre el campo escalar atractivo ($\approx 400 \text{ MeV}$) y el vectorial repulsivo ($\approx 350 \text{ MeV}$), de tal forma de llevar a una energía de ligadura por nucleón de 15.75 MeV , y una densidad fijada en $k_{\text{Fermi}} = 1.42 \text{ fm}$ obteniéndose,

$$g_\sigma^2 \frac{M^2}{m_\sigma} = 267.1 \quad (1.27)$$

$$g_\omega^2 \frac{M^2}{m_\omega} = 195.9. \quad (1.28)$$

De esta forma sólo el cociente g_σ/m_σ queda determinado. La presencia de un fuerte campo escalar en el medio nuclear genera una masa efectiva, M^* , pequeña, del orden de la mitad de la masa libre M ($M^*/M = 0.56$). Esta reducción de la masa se traduce en un significativo aumento de la componente inferior del cuadri-spinor de Dirac (ver ec. 1.15 y 1.16) y, consecuentemente en un inmediato aumento de la velocidad del nucleón y de la corriente de convección asociada. Este aumento, que no aparece en cálculos no-relativistas trae aparejado importantes consecuencias experimentales para la respuesta del núcleo a interacciones electromagnéticas. Una de las consecuencias más inmediatas de este aumento es la modificación del momento magnético isoescalar de núcleos con una partícula o un agujero fuera de capa cerrada, que debiesen desviarse fuertemente de las predicciones que sólo contemplan la estructura y no la dinámica [5]. Esta discrepancia es luego eliminada tomando en cuenta la respuesta lineal del carozo nuclear al agregado de una partícula o un agujero [6, 7].

Este modelo *MFT* es exactamente resuelto, y provee un buen punto de partida para describir problemas de muchos cuerpos, así también como una base consistente para incluir correcciones perturbativas.

1.5 Aproximación de Dirac–Hartree DH

La aproximación de Dirac–Hartree (*DH*) [22] relativista resulta una generalización del formalismo de *MFT*, permitiendo que los campos mesónicos clásicos estáticos, posean una

dependencia espacial. Y al igual que en *MFT* no considerando la contribución del mar de Dirac. Restrigiéndose a núcleos esféricamente simétricos con impulso angular total cero, los campos mesónicos dependen solamente del radio, y desde la corriente es conservada, las componentes 3-vectoriales de los campos se anulan, además como el estado fundamental nuclear posee paridad definida, el valor medio del campo piónico se anula, y como la carga (Z) esta bien definida, también se anula el valor medio de los campos cargados. De esta forma el Lagrangiano en esta aproximación queda:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{MFT} = \bar{\psi} & \left[i\gamma^\mu \partial_\mu - g_\omega \gamma^0 \omega_0 - \frac{1}{2} g_\rho \tau_3 \gamma^0 \rho_0 - \frac{1}{2} e(1 + \tau_3) \gamma^0 A_0 - (M - g_\sigma \sigma_0) \right] \psi \\ & - \frac{1}{2} [(\nabla \sigma_0)^2 + m_\sigma^2 \sigma_0^2] + \frac{1}{2} [(\nabla \omega_0)^2 + m_\omega^2 \omega_0^2] \\ & + \frac{1}{2} [(\nabla \rho_0)^2 + m_\rho^2 \rho_0^2] + \frac{1}{2} (\nabla A_0)^2 \end{aligned} \quad (1.29)$$

La ecuación para el campo bariónico es:

$$\left[i\gamma^\mu \partial_\mu - g_\omega \gamma^0 \omega_0(r) - \frac{1}{2} g_\rho \gamma^0 \tau_3 \rho_0(r) - \frac{1}{2} e(1 + \tau_3) \gamma^0 A_0(r) - (M - g_\sigma \sigma_0(r)) \right] \psi(x) = 0 \quad (1.30)$$

que es una ecuación cuántica pero lineal, de tal forma que es posible resolverla expandiendo en modos normales, restringiéndose sólo a las energías positivas:

$$\psi(x) = \sum_{\alpha} a_{\alpha} U_{\alpha}(\mathbf{x}) e^{-iEt} \quad (1.31)$$

donde el espinor de energía positiva (normalizado) es:

$$U_{\alpha}(\mathbf{x}) \equiv U_{n\kappa m\tau}(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} F_{n\kappa}(\mathbf{x}) \Phi_{\kappa m} \\ iG_{n\kappa}(\mathbf{x}) \Phi_{-\kappa m} \end{pmatrix} \xi_{\tau} \quad (1.32)$$

donde se ha definido la función angular-espín:

$$\Phi_{\kappa m} = \sum_{m_l m_s} \langle l m_l 1/2 m_s | j m \rangle Y_{l m_l}(\hat{r}) \chi_{1/2 m_s} \quad (1.33)$$

y donde el número cuántico κ es dado en término de l y j por:

$$\kappa = (-1)^{j+l+1/2} \left(j + \frac{1}{2} \right) = \begin{cases} l & \text{si } j = l + 1/2 \\ -(l+1) & \text{si } j = l - 1/2 \end{cases} \quad (1.34)$$

donde facilmente se comprueba que $\Phi_{\kappa m}$ y $\Phi_{-\kappa m}$ tienen paridades opuestas.

Substituyendo 1.31 y 1.32 en la ecuación de Dirac 1.30 obtenemos dos ecuaciones acopladas para las componentes superiores e inferiores del cuadriespino:

$$\frac{d}{dr}F_\alpha(r) + \frac{1+\kappa}{r}F_\alpha(r) - D_\alpha(r)G_\alpha(r) = 0 \quad (1.35)$$

$$\frac{d}{dr}G_\alpha(r) + \frac{1-\kappa}{r}G_\alpha(r) + S_\alpha(r)F_\alpha(r) = 0 \quad (1.36)$$

donde se ha definido:

$$D_\alpha(r) = E_\alpha - g_\omega\omega_0(r) - t_z g_\rho \rho_0(r) - \left(\frac{1}{2} + t_z\right)eA_0(r) + M - g_\sigma\sigma_0(r) \quad (1.37)$$

$$S_\alpha(r) = E_\alpha - g_\omega\omega_0(r) - t_z g_\rho \rho_0(r) - \left(\frac{1}{2} + t_z\right)eA_0(r) - M + g_\sigma\sigma_0(r) \quad (1.38)$$

Las ecuaciones para los campos mesónicos son:

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dr^2}\sigma_0(r) + \frac{2}{r}\frac{d}{dr}\sigma_0 - m_\sigma^2\sigma_0(r) &= -g_\sigma\rho_s(r) \\ &= -g_\sigma \sum_a^{\text{occ}} \frac{2j_a + 1}{4\pi r^2} [|F_a(r)|^2 - |G_a(r)|^2] \end{aligned} \quad (1.39)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dr^2}\omega_0(r) + \frac{2}{r}\frac{d}{dr}\omega_0 - m_\omega^2\omega_0(r) &= -g_\omega\rho_B(r) \\ &= -g_\omega \sum_a^{\text{occ}} \frac{2j_a + 1}{4\pi r^2} [|F_a(r)|^2 + |G_a(r)|^2] \end{aligned} \quad (1.40)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dr^2}\rho_0(r) + \frac{2}{r}\frac{d}{dr}\rho_0 - m_\rho^2\rho_0(r) &= -\frac{1}{2}g_\rho\rho_3(r) \\ &= -\frac{1}{2}g_\rho \sum_a^{\text{occ}} \frac{2j_a + 1}{4\pi r^2} (-1)^{t_{za}-1/2} [|F_a(r)|^2 - |G_a(r)|^2] \end{aligned} \quad (1.41)$$

donde ρ_s es la densidad escalar y ρ_B la densidad bariónica. De esta forma el estado fundamental nuclear queda descrito por un sistema de ecuaciones acopladas ordinarias. Nosotros hemos resuelto este sistema en forma iterativa, comensando de un conjunto dado de campos mesónicos (Wood Saxon), la ecuación de Dirac (ec. 1.35 y 1.36) fue resuelta integrando desde el origen y desde el infinito e imponiendo luego continuidad en un radio intermedio, de esta forma se obtuvieron los autovalores E_α y las funciones de onda bariónicas. Luego se calculan las fuentes de las ecuaciones mesónicas (ec. 1.39 y 1.40 y 1.41) y se integran. Con estos nuevos campos se vuelve a integrar la ecuación de Dirac y así hasta converger. La solución

depende de cuatro parámetros g_σ , g_ω , g_ρ y m_σ , las masas de los mesones ω y ρ son fijas. Las constantes de acoplamiento son elegidas a partir de *MFT* para reproducir las propiedades de saturación de materia nuclear (ec. 1.27 y 1.28). La masa $m_\sigma = 520 \text{ MeV}$ se ajusta (a g_σ/m_σ fijo) para reproducir el radio cuadrático medio del ^{40}Ca

La aproximación de Dirac–Hartree (*DH*) (*MFT* extendido), con un mínimo de parámetros fijos a través de propiedades en materia nuclear, reproduce correctamente el orden de los niveles, brinda naturalmente un correcto espaciamiento de espín–órbita, y revela la existencia de la estructura de capas [22].

1.6 Aproximación de Hartree Relativista RHA

En esta aproximación se incluye al Hamiltoniano de *MFT* la contribución de δH , la cual define la aproximación de *RHA*, también llamada "one loop approximation". Este es un término divergente, pero como el Lagrangiano de *QHD* es renormalizable, puede regularizarse con el agregado de adecuados contratérminos, y por una consistente renormalización de las constantes de la teoría. Esto se logra quedándose a primer orden en una expansión perturbativa en "lops" bariónicos, equivalente a un desarrollo en \hbar . Sin embargo se ha demostrado [23] que esta serie perturbativa no es convergente, como era de esperarse ya que las constantes de acoplamiento adimensionalizadas valen del orden de 10. La idea existente en un principio de trabajar con modelos perfectamente renormalizables e incluir las correcciones provenientes del vacío está siendo cuestionada por muchos autores que prefieren considerar a este tipo de modelos como efectivos.

Estas correcciones (*correcciones de vacío*) suelen incluirse en la aproximación de Dirac–Hartree en una aproximación de densidad local (*LDA*). Donde esencialmente se modifica la ecuación para el campo escalar 1.39 por el agregado de un término a la fuente:

$$\rho_s \longrightarrow \rho_s + \Delta\rho_s^{\text{vacío}} \quad (1.42)$$

donde $\Delta\rho_s^{\text{vacío}}$ sólo depende del campo clásico σ_0 . En esta aproximación se consigue aumentar el valor de la masa efectiva por sobre la aproximación de *MFT* ($M^*/M = 0.731$). Por mayores detalles ver el trabajo de Serot y Walecka [1].

1.7 Propagadores en QHD

Definiendo $|\psi_0\rangle$ como el estado fundamental de un sistema uniforme de A nucleones no interactuantes, en una caja de volumen Ω , ocupando niveles hasta cierto valor de momento

k_{Fermi} , y sin mesones reales (temperatura cero), los propagadores mesónicos y fermiónicos libres se expresan [1]:

$$i\Delta_\sigma^0(y, x) = \langle \psi_0 | T[\sigma(y)\sigma(x)] | \psi_0 \rangle \quad (1.43)$$

$$i\Delta_\pi^{0ab}(y, x) = \langle \psi_0 | T[\pi^a(y)\pi^b(x)] | \psi_0 \rangle \quad (1.44)$$

$$i\Delta_\omega^{0\mu\nu}(y, x) = \langle \psi_0 | T[\omega^\mu(y)\omega^\nu(x)] | \psi_0 \rangle \quad (1.45)$$

$$i\Delta_\rho^{0\mu\nu,ab}(y, x) = \langle \psi_0 | T[\rho^{\mu,a}(y)\rho^{\nu,b}(x)] | \psi_0 \rangle \quad (1.46)$$

$$iG_{\alpha\beta}^0(y, x) = \langle \psi_0 | T[\psi_\alpha(y)\bar{\psi}_\beta(x)] | \psi_0 \rangle \quad (1.47)$$

Donde los campos están en la representación de interacción, y $T[]$ denota el ordenador temporal.

Desarrollando a los propagadores mesónicos y bariónico en el espacio de momentos, partiendo de los desarrollos en modos normales de los campos en una caja de volumen Ω , podemos escribir para un propagador general, bariónico o mesónico, Δ :

$$\Delta(y, x) = \int \frac{dk^0}{2\pi} \frac{1}{\Omega} \sum_{\mathbf{k}}^{k_{Fermi}} e^{-ik(y-x)} \Delta(k) \quad (1.48)$$

Donde las expresiones de los propagadores en el espacio de momentos son:

$$\Delta_\sigma^0(k) = \frac{1}{k_\mu^2 - m_\sigma^2 + i\epsilon} \quad (1.49)$$

$$\Delta_\pi^{0ab}(k) = \delta_{ab} \frac{1}{k_\mu^2 - m_\pi^2 + i\epsilon} \quad (1.50)$$

$$\Delta_\omega^{0\mu\nu}(k) = \left[-g_{\mu\nu} + \frac{k_\mu k_\nu}{m_\omega^2} \right] \frac{1}{k_\mu^2 - m_\omega^2 + i\epsilon} \quad (1.51)$$

$$\Delta_\rho^{0\mu\nu,ab}(k) = \delta_{ab} \left[-g_{\mu\nu} + \frac{k_\mu k_\nu}{m_\rho^2} \right] \frac{1}{k_\mu^2 - m_\rho^2 + i\epsilon} \quad (1.52)$$

$$G_{\alpha\beta}^0(k) = (\gamma_\mu k^\mu + M)_{\alpha\beta} \left[\frac{1}{k_\mu^2 - M^2 + i\delta} + 2\pi i \delta(k_\mu^2 - M^2) \theta(k^0) n_k \right] \quad (1.53)$$

donde G es el propagador bariónico. El primer término de la ecuación 1.53 describe la libre propagación de bariones y antibariones, el segundo término (a densidades finitas) describe la propagación de agujeros en el mar de Fermi y corrige la propagación de bariones de energía positiva de acuerdo al principio de exclusión de Pauli. La función n_k es la función ocupación que define la superficie de Fermi. Para una esfera de Fermi, $n_k = \Theta(k_{Fermi} - |\mathbf{k}|)$.

Los propagadores interactuantes son definidos de manera análoga, pero empleando campos en la representación de Haisenberg y el estado fundamnetal con interacción $|\psi\rangle$. Es facil ver [1] que en la aproximación de *MFT* o *RHA* el propagador bariónico con interacción tiene la misma forma que el propagador libre:

$$\begin{aligned}
G(k) &= (\gamma_\mu \kappa^\mu + M^*) \left[\frac{1}{\kappa_\mu^2 - M^{*2} + i\delta} + 2\pi i \delta(\kappa_\mu^2 - M^{*2}) \theta(\kappa^0) n_\kappa \right] \\
&= (1 - n_\kappa) \frac{\Lambda_+(\kappa)}{\kappa^0 - E_\kappa^* + i\delta} + n_\kappa \frac{\Lambda_+(\kappa)}{\kappa^0 - E_\kappa^* - i\delta} - \frac{\Lambda_-(-\kappa)}{\kappa^0 + E_\kappa^* - i\delta} \\
&= G_p(k) + G_h(k) + G_v(k)
\end{aligned} \tag{1.54}$$

Una descomposición alternativa de G es dada en la segunda linea de 1.54. Allí la dependencia en κ^0 (o k^0) esta aislada en polos simples, y el propagador es dividido en tres partes de acuerdo a la naturaleza de los polos : partícula (p) si $\kappa^0 = E_\kappa^*$ y el estado es desocupado; agujero (h) si $\kappa^0 = E_\kappa^*$ y el estado está ocupado; antipartículas (o agujeros en el mar de Dirac) (v) si $\kappa^0 = -E_\kappa^* < 0$ (estado de energía negativa). Hemos definido a los operadores de proyección $\Lambda_\pm(\kappa)$ para el sistema carozo :

$$\begin{aligned}
\Lambda_+(\kappa) &= \frac{E_\kappa^* \gamma^0 - \kappa \cdot \gamma + M^*}{2E_\kappa^*} = \sum_{s,\tau} U(\kappa, s, \tau) \bar{U}(\kappa, s, \tau) \\
\Lambda_-(\kappa) &= \frac{-E_\kappa^* \gamma^0 + \kappa \cdot \gamma + M^*}{2E_\kappa^*} = - \sum_{s,\tau} V(\kappa, s, \tau) \bar{V}(\kappa, s, \tau)
\end{aligned} \tag{1.55}$$

los cuales son análogos a los familiares operadores de proyección de Dirac en el espacio libre, sobre los estados de energía positiva y negativa respectivamente.

Parte 2.

Corriente Axial–Vectorial Débil.

Introducción Teórica.

2.1 Introducción

En esta sección expondremos brevemente los aspectos fundamentales de la teoría de interacciones débiles necesarios para la comprensión de este trabajo. Seguiremos esencialmente el resumen de Walecka [24], en el cual el lector interesado puede ampliar las ideas aquí expuestas. El lector informado sobre el tema puede pasar al próximo capítulo sin pérdida de continuidad.

2.2 Teoría de Fermi del decaimiento β

El Hamiltoniano de interacción entre un electrón y un campo electromagnético externo, puede expresarse como:

$$\mathcal{H}_\gamma(x) = e \bar{\psi}_e(x) \gamma^\mu \psi_e(x) A_\mu(x) \quad (2.1)$$

donde e es la constante de acoplamiento (carga), $j_e^\mu \equiv \bar{\psi}_e \gamma^\mu \psi_e$ es la corriente electrónica y A_μ es el campo electromagnético externo, cuya fuente podría llegar a ser una corriente protónica $J_p^\mu = \bar{\psi}_p \gamma^\mu \psi_p$ (hadrónica), o sea:

$$\partial^\nu \partial_\nu A^\mu(x) = e J_p^\mu(x) \quad (2.2)$$

o en el espacio de momentos:

$$A^\mu(q) = -\frac{e}{q^2} J_p^\mu(q) \quad (2.3)$$

donde $-1/q^2$ es el propagador de un fotón. De esta forma el Hamiltoniano puede reescribirse, en el espacio de momentos, como

$$\mathcal{H}_\gamma(q) = -e^2 j_{e\mu}(q) \frac{1}{q^2} J_p^\mu(q) \quad (2.4)$$

Basado en la interacción electromagnética Fermi propuso una descripción análoga para el decaimiento β ($n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$) a través de una interacción de una corriente hadrónica con una leptónica, mediada por un campo mesónico de gran masa, de tal forma que la interacción fuese de contacto. Cualquier densidad Hamiltoniana que lleve a una matriz- S invariante de Lorentz, invariante ante reflexión espacial (P), conjugación de carga (C), e

inversión temporal (T), es aceptable. Así, en ausencia de acoplamientos en derivadas, la densidad Hamiltoniana débil sólo puede tener la forma:

$$\mathcal{H}_W(x) = -g \sum_{i=1}^5 [C_i (\bar{\psi}_p O_i \psi_n) (\bar{\psi}_e - O_i \psi_{\bar{\nu}_e})] + cterm. \quad (2.5)$$

donde O_i es una de las siguientes matrices en el espacio de Dirac:

$$O_{EVTAP} = \begin{cases} 1 & \text{escalar} \\ \gamma^\mu & \text{vector} \\ \sigma^{\mu\nu} & \text{tensor} \\ \gamma^5 \gamma^\mu & \text{seudovector} \\ \gamma^5 & \text{seudoescalar} \end{cases}$$

y los C_i son constantes complejas.

En 1956, Lee y Yang, motivados por la dificultad en entender la forma de decaimiento del mesón K , sugirieron que la paridad podría no conservarse en las interacciones débiles. Un experimento realizado por Wu y colaboradores en 1957, en el decaimiento β del ^{60}Co confirmó la hipótesis de Lee y Yang. Más tarde (1957), estos mismos investigadores, y otros como Landau y Salam, sugirieron una forma simple y elegante de introducir la no conservación de la paridad usando, en la expresión 2.5, un campo de dos componentes (espinor de Weil) para los neutrinos:

$$\phi_{\bar{\nu}} = \frac{1}{2} (1 - \gamma^5) \psi_{\bar{\nu}}. \quad (2.6)$$

Este nuevo campo (para el cual $m_\nu = 0$) es autoestado de helicidad positiva para el caso de partículas y negativa para el de antipartículas lo que indica que en la naturaleza sólo existen neutrinos con helicidades fijas.

Feynman y Gell-Mann sugirieron que todas las partículas en la interacción débil se acoplan a través de un campo de dos componentes $\phi = 1/2(1 - \gamma^5)\psi$. Ellos observaron que como $\bar{\phi}_a O_i \phi_b = 1/4 \bar{\psi}_a (1 + \gamma^5) O_i (1 - \gamma^5) \psi_b$ se anula para $O_{E,T,P}$ y se reduce a la misma expresión para $O_{V,A}$, hay una única forma para la interacción débil en término de los campos ϕ que es la propuesta originalmente por Fermi:

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_W(x) &= -\frac{4G}{\sqrt{2}} (\bar{\phi}_p \gamma^\mu \phi_n) (\bar{\phi}_e - \gamma_\mu \phi_{\bar{\nu}_e}) + cterm. \\ &= -\frac{G}{\sqrt{2}} (\bar{\psi}_p \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \psi_n) (\bar{\psi}_e - \gamma_\mu (1 - \gamma^5) \psi_{\bar{\nu}_e}) + cterm. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Hay sólo una constante de acoplamiento G . Esta teoría se conoce con el nombre de teoría Vectorial–Axial de la interacción débil ($\bar{\psi}\gamma^\mu\psi$ vector, $\bar{\psi}\gamma^\mu\gamma^5\psi$ vector axial).

La forma más simple de incluir otros leptones en la interacción, por ejemplo el muón, es definiendo una corriente leptónica generalizada, como:

$$j_{leptonica}^{\lambda(-)} = \bar{\psi}_e - \gamma^\lambda(1 - \gamma^5)\psi_{\bar{\nu}_e} + \bar{\psi}_\mu - \gamma^\lambda(1 - \gamma^5)\psi_{\bar{\nu}_\mu} \quad (2.8)$$

lo cual implica una universalidad del acoplamiento débil para el electrón y el muón, un hecho que el experimento confirma. Dentro de la misma idea de buscar la universalidad de la interacción con el objetivo de describir todos los procesos débiles se definió una corriente total que engloba hadrones y leptones

$$J_\lambda^{(\pm)} = J_\lambda^{(\pm)}(hadronica) + j_\lambda^{(\pm)}(leptonica) \quad (2.9)$$

y una densidad Hamiltoniana de interacción corriente–corriente dada por,

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_W(x) &= -\frac{G}{\sqrt{2}} J_\lambda^{(+)} J^{\lambda(-)} \\ &= -\frac{G}{\sqrt{2}} \left[\int j_\lambda^{(+)}(leptonica) j^{\lambda(-)}(leptonica) dr^3 + \right. \\ &\quad \int J_\lambda^{(+)}(hadronica) J^{\lambda(-)}(hadronica) dr^3 + \\ &\quad \int J_\lambda^{(+)}(hadronica) j^{\lambda(-)}(leptonica) dr^3 + \\ &\quad \left. \int j_\lambda^{(+)}(leptonica) J^{\lambda(-)}(hadronica) dr^3 \right] \quad (2.10) \end{aligned}$$

la cual resulta compatible con la evidencia experimental y describe los tres tipos de procesos de interacción débil posibles.

En su versión moderna las interacciones débiles en el "Standard model" de Weinberg, Salam y Glashow son mediadas por campos mesónicos W^\pm y Z^0 cuyas masas son del orden de varias decenas de veces la masa del protón. La presencia de un campo mediador implica un rango finito para la interacción del orden de \hbar/M_W , pero este hecho no produce efectos significativos en procesos débiles en el núcleo debido a que los momentos transferidos en estos procesos son muy pequeños comparados con las masas de los mediadores.

El valor experimental de la constante de acoplamiento débil es:

$$G = \frac{1.023 \pm 0.002}{M_p^2} 10^{-5} \quad (2.11)$$

donde M_p es la masa del protón.

Resulta conveniente separar explícitamente a la corriente libre en dos términos, uno vectorial (V) y otro vector-axial (A) (ambos isovectoriales)

$$J_\lambda^{(\pm)} = J_\lambda^{V(\pm)} + J_\lambda^{A(\pm)} \quad (2.12)$$

donde:

$$J_\lambda^{V(\pm)} = \bar{\psi} \gamma_\lambda \tau^\pm \psi \quad (2.13)$$

$$J_\lambda^{A(\pm)} = \bar{\psi} \gamma_\lambda \gamma^5 \tau^\pm \psi \quad (2.14)$$

2.3 Corriente Vectorial Conservada (CVC)

La corriente electromagnética bariónica contiene un término isoescalar y otro proporcional a la tercera componente de un operador isovectorial lo que permite escribirla de la forma,

$$J_\gamma^\lambda = J_\gamma^{E\lambda} + J_\gamma^{V_3\lambda} \quad (2.15)$$

donde:

$$\begin{aligned} J_\gamma^{E\lambda} &= F_1^E \bar{\psi} \gamma^\lambda \frac{1}{2} \psi + F_2^E \partial_\nu \left(\bar{\psi} \sigma^{\lambda\nu} \frac{1}{2} \psi \right) \\ J_\gamma^{V_3\lambda} &= F_1^V \bar{\psi} \gamma^\lambda \frac{1}{2} \tau_3 \psi + F_2^V \partial_\nu \left(\bar{\psi} \sigma^{\lambda\nu} \frac{1}{2} \tau_3 \psi \right). \end{aligned} \quad (2.16)$$

F_1 y F_2 son factores de forma electromagnéticos (funciones del momento transferido invariante), y en particular:

$$F_1^V(0) = 1 \quad \text{y} \quad F_2^V(0) = \frac{\lambda_p + \lambda_n}{2M} \quad (2.17)$$

con λ_p y λ_n los momentos magnéticos anómalos del protón y del neutrón, respectivamente.

Así definidas las dos partes de la corriente electromagnética se conservan por separado, o sea $\partial_\lambda J_\gamma^{E\lambda} = \partial_\lambda J_\gamma^{V_3\lambda} = 0$

Una vez más la teoría de la interacción débil se simplificó considerablemente cuando Feynman y Gell–Man (1958) sugirieron que la parte vectorial de la corriente débil (isovectorial) se identificase como las dos componentes isoespinoriales de una única corriente vectorial isovectorial conservada J_λ^V , de acuerdo a:

$$\begin{aligned} J_\gamma^{V_3\lambda} &= J^{V_0\lambda} \\ J_W^{V\lambda\pm} &= J^{V_1\lambda} \pm iJ^{V_2\lambda} \end{aligned} \quad (2.18)$$

Esta teoría (*CVC*) tiene consecuencias muy importantes entre las cuales se encuentra el hecho de que los factores de forma correspondientes al término vectorial de la corriente débil pueden identificarse con los correspondientes a la interacción electromagnética y por ende pueden obtenerse, por ejemplo, a partir de datos de dispersión elástica de electrones. De esta forma tenemos:

$$J_W^{V\lambda\pm} = F_1^V \bar{\psi} \gamma^\lambda \tau_\pm \psi + F_2^V \partial_\nu (\bar{\psi} \sigma^{\lambda\nu} \tau_\pm \psi) \quad (2.19)$$

2.4 Corriente Axial–Vectorial Hadrónica

En el caso de la corriente axial–vectorial hadrónica no es posible proponer una identificación similar a la de la corriente vectorial (no existe una corriente axial electromagnética) y no hay razón para anticipar un mecanismo de conservación de la misma. Por otro lado la corriente *libre* hadrónica, ya sea electromagnética o débil, se ve modificada debido a la presencia de las interacciones fuertes. A pesar de esto, es posible proponer una forma general para la corriente axial–vectorial débil, usando covariancia de Lorentz, invariancia isotópica de la interacción fuerte, y exigiendo hermiticidad e iguales propiedades de transformación ante *P*, *C* y *T* como las que corriente libre (lo que se resume en la ausencia de corrientes de segunda clase, o sea corrientes que no satisfacen alguno de los requisitos enunciados, una ausencia que se verifica experimentalmente). En otras palabras, al encender la interacción fuerte, no pueden aparecer términos nuevos en la corriente que no respeten las mismas propiedades de invariancia que la fuente que los origina.

Es aceptado que la simetría quiral (aproximada) es un genuino rasgo de las interacciones hadrónicas a bajas energías. En particular, el lagrangiano de *QCD*, con quarks *u* y *d* sin

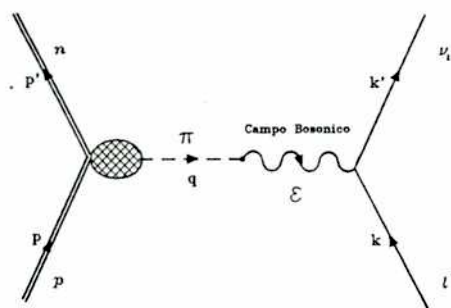


Figura 2.1: Contribución debida al polo piónico. Proceso $l^- + p \rightarrow \nu_l + n$

masa, posee esta simetría la cual es rota por cualquier término de masa que se agregue a la teoría.

Por otra parte, el mesón más liviano (π) es un pseudoescalar. En ausencia de masa de éste Gell-Mann y Levy (1956) mostraron que las interacciones fuertes mediadas por piones no masivos poseen simetría quiral (invariancia separada derecha e izquierda). Esta simetría es homomórfica a una invariancia vectorial-polar - vectorial-axial lo que sugiere una corriente axial conservada. En la realidad, los piones poseen una pequeña masa (comparada con el barión más liviano $m_\pi \approx 1/7M_p$) y se verifica experimentalmente que la corriente axial sólo se conserva aproximadamente. Esto da origen a la hipótesis de conservación parcial de la corriente axial o *PCAC*, que supone una corriente que se conserva exactamente en el límite estricto de $m_\pi \rightarrow 0$.

Se acepta que la principal corrección a la corriente axial-vectorial libre debido a procesos hadrónicos es la emisión virtual de un pión (polo piónico) de la forma que se muestra en la figura 2.1. Incluyendo la contribución inducida por el pión, la corriente axial-vectorial efectiva puede tener dos formas posibles, dependiendo de nuestra elección del tipo de acoplamiento πNN pseudovectorial (*PV*) o pseudoescalar (*PS*). Con acoplamiento *PV* la corriente se expresa de la forma,

$$J_{PV}^{A\lambda(\pm)}(X) = \bar{\psi}(x) \left[g_A \gamma^\lambda \gamma^5 - g_P \frac{q_\nu \gamma^\nu}{q^2 - m_\pi^2} \gamma^5 q^\lambda \right] \tau^\pm \psi(x). \quad (2.20)$$

En 2.20 $g_A = g_A(q^2)$ es el factor de forma que corrige la corriente axial-vectorial libre ($g_A(0) = -1.261 \pm 0.004$). El segundo término es conocido como la contribución pseudoescalar (piónica) inducida. El factor de forma g_P puede ser elegido consistente con *PCAC* o sea,

$$\lim_{m_\pi \rightarrow 0} \partial_\mu J^{A\mu}(X) = \lim_{m_\pi \rightarrow 0} q_\mu J^{A\mu}(X) = 0 \quad (2.21)$$

que se satisface en el caso en que $g_P = g_A$ (el así llamado valor de Goldberger Treiman).

Si empleamos el acoplamiento pseudoescalar la corriente toma la forma

$$J_{PS}^{A\lambda}(X) = \bar{\psi}(x) \left[g_A \gamma^\lambda \gamma^5 + g_P \frac{2M}{q^2 - m_\pi^2} \gamma^5 q^\lambda \right] \tau^\pm \psi(x) \quad (2.22)$$

Para nucleones libres, las dos formas de la corriente axial–vectorial son equivalentes y satisfacen *PCAC*. De todos modos, en el medio nuclear, ellas no son equivalentes y mientras en la representación *PV* se sigue satisfaciendo *PCAC* en la representación *PS* ya no se satisface. Es posible, sin embargo, restaurarla reemplazando la masa nucleónica M en la ecuación 2.22 por M^* .

2.5 Desarrollo multipolar de la corriente

Para el cálculo de los procesos semileptónicos que nos interesarán en este trabajo usaremos el formalismo de Walecka [24]. Este formalismo es alternativo al más tradicional de Behrens y Bühring [25] y tiene la ventaja de ser más manejable con el uso de la dinámica relativista, que el formalismo tradicional. La relación entre ambos ha sido establecida y puede ser encontrada en el libro de Behrens y Bühring.

En esta sección analizaremos los elementos de matriz del Hamiltoniano que gobiernan los procesos semileptónicos (hadrón–leptón). En las dos subsecciones siguientes describiremos los dos procesos particulares que nos ocuparán, a saber, el decaimiento β y la captura muónica. Así, empezamos con la expresión del hamiltoniano de las interacciones semileptónicas débiles,

$$\mathcal{H}_W(r) = -\frac{G}{\sqrt{2}} \int d\mathbf{r} J_\mu^h(r) j^{l\mu}(r) \quad (2.23)$$

Vamos a denotar $l_\mu e^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}}$ (despreciando la interacción coulombiana) al elemento de matriz leptónico, con \mathbf{q} indicando el momento transferido. De esta forma el elemento de matriz de procesos semileptónicos toma la forma

$$\begin{aligned} \langle f | \mathcal{H}_W | i \rangle &= -\frac{G}{\sqrt{2}} l^\mu \int d\mathbf{r} e^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} \langle f | J_\mu^h(r) | i \rangle \\ &= -\frac{G}{\sqrt{2}} \int d\mathbf{r} e^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} [l_0 J^0(r)_{fi} - \mathbf{l}\cdot\mathbf{J}(r)_{fi}] \end{aligned} \quad (2.24)$$

Como nos interesan transiciones entre estados nucleares con buen momento total y paridad definida, resulta conveniente desarrollar la exponencial bajo el signo integral en sus componentes multipolares,

$$e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} = \sum_{J=0}^{\infty} [4\pi(2J+1)]^{1/2} i^J j_J(qr) Y_{J0}(\Omega_r) \quad (2.25)$$

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{e}}_{\lambda} e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} &= -\frac{i}{q} \sum_{J=0}^{\infty} [4\pi(2J+1)]^{1/2} i^J \nabla (j_J(qr) Y_{J0}(\Omega_r)) \quad \text{para } \lambda = 0 \\ &= -\frac{i}{q} \sum_{J=0}^{\infty} [2\pi(2J+1)]^{1/2} i^J \left[\lambda j_J(qr) \mathcal{Y}_{JJ1}^{\lambda} \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{q} \nabla \times (j_J(qr) \mathcal{Y}_{JJ1}^{\lambda}) \right] \quad \text{para } \lambda = \pm 1 \end{aligned} \quad (2.26)$$

donde $\hat{\mathbf{e}}_{\lambda}$ son versores esféricos definidos por:

$$\hat{\mathbf{e}}_{\pm} = \mp \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{\mathbf{e}}_x \pm i\hat{\mathbf{e}}_y), \quad \hat{\mathbf{e}}_0 = \mathbf{q}/|\mathbf{q}| \quad (2.27)$$

y hemos notado $q = |\mathbf{q}|$. En 2.26 hemos introducido los armónicos esféricos vectoriales definidos por

$$\mathcal{Y}_{JL1}^M = \sum_{m\lambda} \langle lm1\lambda | JM \rangle Y_{J0}(\Omega_r) \hat{\mathbf{e}}_{\lambda}. \quad (2.28)$$

Introduciendo estos desarrollos en la ecuación 2.24, obtenemos,

$$\begin{aligned} \langle f | \mathcal{H}_W | i \rangle &= -\frac{G}{\sqrt{2}} \langle f | \left\{ -\sum_{\lambda=\pm 1} l_{\lambda} \sum_{J \geq 1}^{\infty} [2\pi(2J+1)]^{1/2} (-i)^J \right. \\ &\quad \left. [\lambda \hat{T}_{J-\lambda}^{mag}(q) + \hat{T}_{J-\lambda}^{el}(q)] \right. \\ &\quad \left. + \sum_{J=0}^{\infty} [4\pi(2J+1)]^{1/2} (-i)^J [l_3 \hat{\mathcal{L}}_{J0}(q) - l_0 \hat{\mathcal{C}}_{J0}(q)] \right\} | i \rangle \end{aligned} \quad (2.29)$$

donde hemos definido los siguientes operadores multipolares:

$$\hat{C}_{JM}(q) = \hat{C}_{JM}^V(q) + \hat{C}_{JM}^A(q) = \int d\mathbf{r} M_{JM}(q\mathbf{r}) [J_0^V(r) + J_0^A(r)], \quad (2.30)$$

$$\hat{L}_{JM}(q) = \hat{L}_{JM}^V(q) + \hat{L}_{JM}^A(q) = \int d\mathbf{r} \left[\frac{i}{q} \nabla M_{JM}(q\mathbf{r}) \right] \cdot [\mathbf{J}^V(r) + \mathbf{J}^A(r)], \quad (2.31)$$

$$\hat{T}_{JM}^{el}(q) = \hat{T}_{JM}^{V,el}(q) + \hat{T}_{JM}^{A,el}(q) = \int d\mathbf{r} \left[\frac{1}{q} \nabla \times \mathbf{M}_{JLM}(q\mathbf{r}) \right] \cdot [\mathbf{J}^V(r) + \mathbf{J}^A(r)], \quad (2.32)$$

$$\hat{T}_{JM}^{mag}(q) = \hat{T}_{JM}^{V,mag}(q) + \hat{T}_{JM}^{A,mag}(q) = \int d\mathbf{r} \mathbf{M}_{JLM}(q\mathbf{r}) \cdot [\mathbf{J}^V(r) + \mathbf{J}^A(r)], \quad (2.33)$$

los cuales se designan, en analogía al caso electromagnético, coulombiano (\hat{C}_{JM}), longitudinal (\hat{L}_{JM}), transverso eléctrico (\hat{T}_{JM}^{el}), y transverso magnético (\hat{T}_{JM}^{mag}). El supraíndice V o A indica vectorial o axial-vectorial respectivamente. Hemos definido, además, dos funciones, una escalar M_{JM} y otra vectorial \mathbf{M}_{JLM} , a partir de las funciones de Bessel esféricas y los armónicos esféricos escalar y vectorial, como:

$$M_{JM}(q\mathbf{r}) = j_J(qr) Y_{JM}(\hat{r}) \quad (2.34)$$

$$\mathbf{M}_{JLM}(q\mathbf{r}) = j_L(qr) \mathcal{Y}_{JL1}^M. \quad (2.35)$$

La gran virtud de los operadores multipolares es que son tensores esféricos de rango J .

Para el cálculo de probabilidades de transición es necesario evaluar el elemento de matriz del Hamiltoniano al cuadrado, y además si trabajamos en sistemas no polarizados, es necesario promediar sobre las proyecciones de espín, de esta forma obtenemos:

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{2J_i + 1} \sum_{M_i} \sum_{M_f} |\langle f | \mathcal{H}_W | i \rangle|^2 = \\
& \frac{G^2}{2} \frac{4\pi}{2J_i + 1} \left\{ \sum_{J \geq 1}^{\infty} \left[\frac{1}{2} (1 \cdot 1^* - l_3 l_3^*) \left(|\langle J_f || \hat{T}_J^{mag} || J_i \rangle|^2 + |\langle J_f || \hat{T}_J^{el} || J_i \rangle|^2 \right) \right. \right. \\
& \quad \left. \left. - \frac{i}{2} (1 \times 1^*)_3 2 \operatorname{Re} \left(\langle J_f || \hat{T}_J^{mag} || J_i \rangle \langle J_f || \hat{T}_J^{el} || J_i \rangle^* \right) \right] \right. \\
& \quad \left. + \sum_{J=0}^{\infty} \left[l_3 l_3^* |\langle J_f || \hat{L}_J || J_i \rangle|^2 + l_0 l_0^* |\langle J_f || \hat{C}_J || J_i \rangle|^2 \right. \right. \\
& \quad \left. \left. - 2 \operatorname{Re} \left(l_3 l_0^* \langle J_f || \hat{L}_J || J_i \rangle \langle J_f || \hat{C}_J || J_i \rangle^* \right) \right] \right\} \quad (2.36)
\end{aligned}$$

Con este resultado general, obtendremos ahora las expresiones particulares para las probabilidades de decaimiento de los procesos semileptónicos β y captura muónica, que serán estudiados en este trabajo.

2.5.1 Probabilidad de decaimiento β

En el decaimiento β la probabilidad diferencial por unidad de tiempo de que un electrón (o positrón) sea emitido con energía ϵ con un ángulo sólido $d\Omega_k$, y un antineutrino con un ángulo sólido $d\Omega_{\bar{\nu}}$, se obtiene a partir de la Regla de Oro de Fermi:

$$d\omega_{e\pm} = 2\pi \frac{V^2}{(2\pi)^6} (W_0 - \epsilon)^2 k \epsilon d\epsilon d\Omega_k d\Omega_{\bar{\nu}} \frac{1}{2J_i + 1} \sum_{spin\ lept.} \sum_{M_i} \sum_{M_f} |\langle f | \mathcal{H}_W | i \rangle|^2 \quad (2.37)$$

donde W_0 es la energía máxima del electrón (o positrón).

En la aproximación en que la función de onda del electrón es una onda plana (no se considera la interacción coulombiana) los elementos de matriz leptónicos se evalúan fácilmente. Luego, introduciendo la expresión 2.36 en la probabilidad diferencial de decaimiento por unidad de tiempo ésta puede expresarse, (para cualquier valor de $\beta = k/\epsilon$ y $\hat{\nu} = \nu/|\nu|$)

$$\begin{aligned}
d\omega_{e\pm} = & \frac{G^2}{2\pi^3} k \epsilon (W_0 - \epsilon)^2 d\epsilon \frac{d\Omega_k}{4\pi} \frac{d\Omega_{\vec{v}}}{4\pi} \frac{4\pi}{2J_i + 1} \\
& \left\{ \sum_{J=0}^{\infty} \left[(1 + \hat{v} \cdot \beta) |\langle J_f \| \hat{C}_J \| J_i \rangle|^2 \right. \right. \\
& \quad + (1 - \hat{v} \cdot \beta + 2(\hat{v} \cdot \hat{q})(\hat{q} \cdot \beta)) |\langle J_f \| \hat{L}_J \| J_i \rangle|^2 \\
& \quad \left. \left. - \hat{q} \cdot (\hat{v} + \beta) 2 \operatorname{Re} \left(\langle J_f \| \hat{L}_J \| J_i \rangle \langle J_f \| \hat{C}_J \| J_i \rangle^* \right) \right] \right. \\
& \quad + \sum_{J \geq 1} \left[(1 - (\hat{v} \cdot \hat{q})(\hat{q} \cdot \beta)) \left(|\langle J_f \| \hat{T}_J^{mag} \| J_i \rangle|^2 + |\langle J_f \| \hat{T}_J^{el} \| J_i \rangle|^2 \right) \right. \\
& \quad \left. \left. \pm \hat{q} \cdot (\hat{v} - \beta) 2 \operatorname{Re} \left(\langle J_f \| \hat{T}_J^{mag} \| J_i \rangle \langle J_f \| \hat{T}_J^{el} \| J_i \rangle^* \right) \right] \right\} \quad (2.38)
\end{aligned}$$

donde los operadores multipolares se evalúan para el momento transferido $q = |\mathbf{q}|$.

Los efectos debido a la interacción coulombiana del electrón (positrón) con el núcleo, se pueden tener en cuenta exactamente reemplazando la onda plana que representa la función de onda del electrón por una onda de Coulomb solución del problema de dispersión del electrón (positrón) sobre el núcleo (carga Ze). El análisis exacto se vuelve, con esta consideración, bastante engorroso [25]. Como primera aproximación para corregir los efectos coulombianos, se suele multiplicar la expresión 2.38 por el factor de Fermi $F^\pm(Z, \epsilon)$, definido como el cociente entre los módulos al cuadrado de las funciones de onda solución de dispersión del electrón sobre el núcleo (carga Ze), y la solución de dispersión sin interacción coulombiana (onda plana), evaluados en el origen, o sea

$$F(Z, \epsilon) \cong \left| \frac{\phi_k(0)_{coul}}{\phi_k(0)_{libre}} \right|^2. \quad (2.39)$$

Para el caso de las aplicaciones de este trabajo resolvimos numéricamente el problema de dispersión de un electrón en el formalismo relativistas, y usamos la definición:

$$F(Z, \epsilon) \cong \frac{|FC|^2 + |GC|^2}{|FB|^2 + |GB|^2} \quad (2.40)$$

donde las funciones FC y GC , se definen:

$$\begin{aligned}
FC &= \sum_{L=0}^1 i^L F_{cL}(0) \\
GC &= \sum_{L=0}^1 i^L G_{cL}(0)
\end{aligned}
\tag{2.41}$$

donde F_{cL} y G_{cL} son las componentes superior e inferior, respectivamente, del cuadriespino de Dirac, soluciones del problema coulombiano. Identica definición tienen FB y GB pero para la solución sin interacción (funciones de Bessel). Esta aproximación resulta razonable para núcleos livianos.

Integrando la ecuación 2.38 e insertando el factor de Fermi, la probabilidad de decaimiento β por unidad de tiempo, en este formalismo, viene dada por,

$$\begin{aligned}
\omega_{e\pm} &= \int \frac{d\Omega_k}{4\pi} \int \frac{d\Omega_{\bar{\nu}}}{4\pi} \int_{m_e}^{W_0} d\epsilon \frac{G^2}{2\pi^3} k \epsilon (W_0 - \epsilon)^2 F^\pm(Z, \epsilon) \frac{4\pi}{2J_i + 1} \\
&\quad \left\{ \sum_{J=0}^{\infty} \left[(1 + \hat{\nu} \cdot \beta) |\langle J_f || \hat{C}_J || J_i \rangle|^2 \right. \right. \\
&\quad \quad + (1 - \hat{\nu} \cdot \beta + 2(\hat{\nu} \cdot \hat{q})(\hat{q} \cdot \beta)) |\langle J_f || \hat{L}_J || J_i \rangle|^2 \\
&\quad \quad \left. - \hat{q} \cdot (\hat{\nu} + \beta) 2 \operatorname{Re} \left(\langle J_f || \hat{L}_J || J_i \rangle \langle J_f || \hat{C}_J || J_i \rangle^* \right) \right] \\
&\quad + \sum_{J \geq 1}^{\infty} \left[(1 - (\hat{\nu} \cdot \hat{q})(\hat{q} \cdot \beta)) \left(|\langle J_f || \hat{T}_J^{mag} || J_i \rangle|^2 + |\langle J_f || \hat{T}_J^{el} || J_i \rangle|^2 \right) \right. \\
&\quad \quad \left. \pm \hat{q} \cdot (\hat{\nu} - \beta) 2 \operatorname{Re} \left(\langle J_f || \hat{T}_J^{mag} || J_i \rangle \langle J_f || \hat{T}_J^{el} || J_i \rangle^* \right) \right] \left. \right\}
\end{aligned}
\tag{2.42}$$

La vida media T se obtiene fácilmente a partir de $\omega_{e\pm}$, $T = \log(2)/\omega_{e\pm}$. Se usa también comúnmente para comparar con el experimento a la cantidad $\log(f_0 T)$ donde se define f_0 como:

$$f_0 = \int_{m_e}^{W_0} d\epsilon k \epsilon (W_0 - \epsilon)^2 F^\pm(Z, \epsilon)
\tag{2.43}$$

2.5.2 Probabilidad de Captura muónica

La captura muónica resulta atractiva por dos motivos principales, el primero es que la función de onda inicial atómica del muón es muy bien conocida, y otro es la magnitud del momento transferido q , del orden de la masa del muón ($m_\mu \approx 105 MeV$), que permite la exploración de la respuesta nuclear a momentos mayores que los encontrados en el decaimiento β .

Resulta una buena aproximación tratar a la función de onda del muón en el estado atómico $1s$ como no relativista, aproximando la función de onda de Dirac por:

$$U_{1s,1/2m} = \phi_{1s}(x) \begin{pmatrix} \chi_m \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.44)$$

donde ϕ_{1s} es la función de onda atómica no-relativista del muón en el estado $1s$, mientras que χ_m es la función de espín de dos componentes. El elemento de matriz de la interacción débil ahora toma la forma:

$$\langle f | \mathcal{H}_W | i \rangle = -\frac{G}{\sqrt{2}} l^\mu \int d\mathbf{r} \frac{\phi_{1s}(x)}{1/\sqrt{V}} e^{-i\mathbf{v}\cdot\mathbf{r}} \langle f | J_\mu^h(\tau) | i \rangle \quad (2.45)$$

y la probabilidad de captura por unidad de tiempo se obtiene a partir de la regla de oro de Fermi:

$$d\omega = 2\pi \frac{V 4\pi \nu^2}{(2\pi)^3} \frac{1}{2} \frac{1}{2J_i + 1} \sum_{spin\ lept.} \sum_{M_i} \sum_{M_f} |\langle f | \mathcal{H}_W | i \rangle|^2 \quad (2.46)$$

y en la aproximación en que $\beta_\mu = k_\mu/\epsilon_\mu \rightarrow 0$, la probabilidad de transición por unidad de tiempo toma la forma simple:

$$d\omega = \frac{G^2 \nu^2}{2\pi} \frac{4\pi}{2J_i + 1} \left\{ \sum_{J=0}^{\infty} |\langle J_f || \hat{C}'_J - \hat{L}'_J || J_i \rangle|^2 + \sum_{J \geq 1} |\langle J_f || \hat{T}'^{mag}_J - \hat{T}'^{el}_J || J_i \rangle|^2 \right\}. \quad (2.47)$$

La energía del neutrino ν se determina a partir de conservación de la energía como:

$$\nu = m_\mu - \epsilon_b + E_i - E_f \quad (2.48)$$

donde ϵ_b es la energía de ligadura de la órbita $1s$, y E_i y E_f son las energías inicial y final del núcleo respectivamente. El primado en los operadores multipolares indica que en la integración de las ecuaciones 2.30–2.33 contienen un factor extra $\phi_{1s}(x)$. La probabilidad de captura se simplifica notablemente, tomando la aproximación que la función de onda atómica varía muy poco en el interior del núcleo, con lo cual puede ser extraída factor común de las integrales, y aproximada por:

$$|\phi_{1s}|^2 \equiv R |\phi_{1s}(0)|^2 = R \frac{(Z\alpha)^3}{\pi} \left(\frac{m_\mu M_T}{M_T + m_\mu} \right)^3 \quad (2.49)$$

donde R es un factor de reducción que tiene en cuenta que el núcleo no es puntual. De esta forma la probabilidad de captura por unidad de tiempo se reduce a:

$$d\omega = \frac{G^2 \nu^2}{2\pi} |\phi_{1s}|^2 \frac{4\pi}{2J_i + 1} \left\{ \sum_{J=0}^{\infty} |\langle J_f || \hat{C}_J - \hat{L}_J || J_i \rangle|^2 + \sum_{J \geq 1} |\langle J_f || \hat{T}_J^{mag} - \hat{T}_J^{el} || J_i \rangle|^2 \right\}. \quad (2.50)$$

donde ahora los operadores multipolares son exactamente los de las ecuaciones 2.30–2.33.

Parte 2.

Respuesta Lineal

3.1 Introducción

En primera aproximación el cálculo del elemento de matriz de un operador tensorial esférico (de rango $J \neq 0$) entre estados nucleares correspondientes a una partícula o un agujero fuera de capa cerrada (núcleos A -impares), puede realizarse considerando nula la contribución del carozo esférico y transfiriendo toda la dependencia del elemento de matriz a la partícula de valencia. Esta aproximación (llamada “de valencia”) suele ser razonable cuando se la utiliza para cálculos no-relativistas. En un marco relativista, sin embargo, puede resultar falsa ya que inclusión de la dinámica del carozo nuclear puede ser crucial.

Cálculos de momentos magnéticos isoescalares llevados a cabo en núcleos de doble capa cerrada *más* una partícula o un agujero (A -impares), en la aproximación de valencia (y con dinámica relativista), muestran una gran desviación con respecto a los valores experimentales y a las predicciones basadas sólo en las simetrías del problema (las, así llamadas, “líneas de Schmidt”) [26]. La razón de esta discrepancia es la pequeña masa efectiva M^* , del orden de la mitad de la masa libre M [5], que tiene la partícula de valencia inmersa en el medio nuclear. Una reducción de la masa efectiva se traduce en un aumento de la velocidad del nucleón y por ende de la corriente de convección, respecto de su valor no-relativista. Este problema es especialmente serio en el caso de momentos magnéticos isoescalares, ya que en este caso los valores de Schmidt coinciden prácticamente con los experimentales y las correcciones debido a corrientes mesónicas de intercambio isoescalares son despreciables [27].

Debido a la intensidad de la interacción nucleón-nucleón via intercambio de mesones aparecen fuertes correlaciones tanto en materia nuclear como en núcleos finitos. Estas correlaciones implican que la corriente de cuasipartícula responsable del momento magnético isoescalar de núcleos A -impares es bastante diferente de la corriente de partícula independiente. El agregado de una partícula o un agujero fuera de capa cerrada es responsable de la aparición de campos mesónicos adicionales que, a su vez, polarizan al carozo nuclear (en el caso isoescalar mesones σ y ω).

Un cuidadoso análisis [4], ha mostrado que el acuerdo con los valores de Schmidt se recupera cuando se trata al sistema carozo más partícula (o agujero) como un todo, donde se pierde la simetría esférica.

La respuesta lineal isoescalar ($T = 0$) del carozo, tomando al nucleón agregado como una perturbación externa, fue calculada [5, 6, 7] en la aproximación de materia nuclear sumando a todo orden la serie perturbativa de los así llamados *diagramas de ring*. Estas correcciones de vértice del tipo “random-phase approximation” (*RPA*) (a momento transferido cero) fueron incluidas en el cálculo de la corriente electromagnética isoescalar en núcleos finitos en la aproximación de densidad local (*LDA*) [5]. La contribución del carozo resulta ser del mismo orden que la correspondiente al nucleón de valencia y cancela el aumento producido

en la corriente de partícula independiente, recobrándose de esta forma las predicciones no-relativistas (Schmidt). Un punto a enfatizar es que la mayor parte de la respuesta lineal nuclear isoescalar ($q \approx 0$ en materia nuclear) proviene de excitaciones partícula-antipartícula, la cual es una nueva forma de respuesta que no ocurre en cálculos no-relativistas.

En transiciones electromagnéticas isovectoriales la respuesta nuclear (mediada por el campo isovectorial mesónico ρ) es débil [5] y se sabe de cálculos no relativistas, que es seriamente modificada por las corrientes mesónicas de intercambio (MEC).

El formalismo relativista puede extenderse para abarcar la descripción de procesos semi-leptónicos débiles [1]. Dentro de este marco cabe preguntarse si el uso de dinámica relativista puede discriminarse, en la descripción de estos procesos, de la tradicional descripción no-relativista. En principio transiciones que proceden a través de la carga axial (transiciones β primeras prohibidas, etc.) son de particular interés ya que el operador en juego es $\gamma^0\gamma^5$ —no diagonal en el espacio de Dirac— y por ende su elemento de matriz debería ser sensible al empleo de funciones de onda nucleares relativistas. También cabe preguntarse si la respuesta lineal en núcleos A -impares tendrá una importancia similar a la que tiene para la corriente electromagnética isoescalar y, en especial, cual será su efecto en procesos como captura muónica donde los momentos transferidos son altos —del orden de la masa del muón.

En principio se espera que en transiciones isovectoriales débiles, como sucede en las transiciones electromagnéticas isovectoriales, la respuesta nuclear resulte débil. De todas maneras una conclusión tal no es inmediata. La corriente débil tiene una parte vectorial y una axial y como el pión, que es un mesón isovectorial, lleva carga axial puede actuar como fuente adicional de una respuesta axial-vectorial del carozo nuclear.

En esta parte del trabajo estudiaremos la influencia de la polarización del carozo nuclear en el caso de transiciones isovectoriales débiles [28]. En la segunda sección derivaremos una expresión para el elemento de matriz de transición de un operador corriente general, en el marco teórico de la *QHD-II* [1], entre estados inicial y final que comparten el mismo carozo nuclear pero que pueden diferir en la partícula (agujero) de valencia. Para ello emplearemos teoría de perturbaciones en materia nuclear, como primera aproximación, sumando a todo orden la serie perturbativa en aproximación de fases al azar (*RPA*). Se espera que el cálculo en materia nuclear sea razonable, ya que la respuesta del carozo es determinada por las propiedades globales del medio y es proporcional a la contribución de la partícula (agujero) de valencia. Optamos por el método perturbativo por sobre la resolución del sistema exacto carozo más partícula como un todo, ya que consideramos que, de esta forma, ganamos en comprensión del problema físico.

Posteriormente, en las secciones subsiguientes, emplearemos la expresión general hallada para el caso concreto de la corriente axial-vectorial isovectorial. Estudiaremos la dependencia

de la respuesta del carozo nuclear con el cuadrimento transferido (q^μ) en la transición. Mostraremos que las correcciones debidas a la polarización del carozo no son relevantes para momentos transferidos bajos, a diferencia de lo que ocurría en el caso electromagnético, pero que si podrían producir una fuerte renormalización del término seudoescalar inducido de la corriente axial en la región de cuadrimento transferido del orden de $q_\nu^2 \approx -m_\mu^2$ (captura muónica). En este último caso los resultados dependerán fuertemente del acoplamiento πNN elegido, seudovectorial (PV) o seudoescalar (PS).

3.2 Respuesta Lineal

Para estudiar la respuesta lineal de un sistema de A nucleones a una perturbación externa comencemos por considerar un operador corriente de la forma general $J_{\Gamma_A}(x) = \bar{\psi}(x)\Gamma_A\psi(x)$, donde Γ_A es un operador matricial arbitrario en el espacio de espín-isoespín, al que denominaremos *vértice de corriente*. Esta corriente podría estar acoplada, en un Lagrangiano general donde intervinieran grados de libertad hadrónicos leptónicos y bosónicos, con algún campo externo bosónico tal como los campos W_μ^\pm , Z_0 y A_μ responsables de la interacción electro-débil. En este caso particular $J_{\Gamma_A}(x)$ sería la corriente bariónica axial-vectorial. En el caso más simple en que $J_{\Gamma_A}(x)$ fuera la corriente electromagnética el campo bosónico correspondería al de los fotones. En esta sección derivaremos [28] una expresión para el elemento de matriz de transición de este operador corriente general $J_{\Gamma_A}(x)$, entre estados inicial y final que comparten el mismo carozo nuclear (esfera de Fermi) y que pueden diferir en la partícula (agujero) de valencia. El nucleón de valencia produce campos mesónicos adicionales los cuales modifican al carozo y, consecuentemente, este actúa a su vez sobre las fuentes (los campos bariónicos) modificando, por ende, el elemento de matriz del operador corriente. Calcularemos este elemento de matriz en el marco teórico de *QHD-II* (ver Sección 1.3) usando teoría de perturbaciones en la aproximación de materia nuclear infinita y en término de los operadores de campo no perturbados por el agregado de la partícula (agujero) de valencia, sumando a todo orden la serie perturbativa en aproximación de fases al azar (*RPA*). Hemos considerado tres casos :

- ^{a)} Los estados inicial y final tienen en común el mismo carozo (esfera de Fermi) y difieren solamente por el agregado de una partícula de valencia en un estado desocupado con números cuánticos (k_i, s_i, τ_i) para el estado inicial y (k_f, s_f, τ_f) para el final. O sea :

$$|\phi_i\rangle = a_{\mathbf{k}_i, s_i, \tau_i}^\dagger |\phi_{\text{carozo}}\rangle \quad \text{y} \quad \langle\phi_f| = \langle\phi_{\text{carozo}}| a_{\mathbf{k}_f, s_f, \tau_f} \quad (3.1)$$

- b) Los estados inicial y final tienen en común el mismo carozo (esfera de Fermi) y difieren solamente por el agregado de un agujero de valencia con números cuánticos (k_i, s_i, τ_i) para el estado inicial y (k_f, s_f, τ_f) para el final. O sea :

$$|\phi_i\rangle = a_{-k_i, -s_i, -\tau_i} |\phi_{\text{carozo}}\rangle \quad \text{y} \quad \langle\phi_f| = \langle\phi_{\text{carozo}}| a_{-k_f, -s_f, -\tau_f}^\dagger \quad (3.2)$$

- c) El estado inicial es el carozo (esfera de Fermi), mientras que el final consiste del mismo carozo más una excitación de partícula agujero. O sea :

$$|\phi_i\rangle = |\phi_{\text{carozo}}\rangle \quad \text{y} \quad \langle\phi_f| = \langle\phi_{\text{carozo}}| a_{-k_h, -s_h, -\tau_h}^\dagger a_{k_p, s_p, \tau_p} \quad (3.3)$$

El cálculo es similar en los tres casos. Para fijar ideas nos concentraremos en el caso a). El elemento de matriz del operador corriente resulta,

$$j_{\Gamma_A}(x) = \langle\phi_f| J_{\Gamma_A}(x) |\phi_i\rangle = \langle\phi_{\text{carozo}}| a_{k_f, s_f, \tau_f} \bar{\psi}(x) \Gamma_A \psi(x) a_{k_i, s_i, \tau_i}^\dagger |\phi_{\text{carozo}}\rangle \quad (3.4)$$

Como primer paso expresaremos a los operadores de creación y aniquilación en términos de los operadores de campo. Trabajaremos en la aproximación de campo medio en materia nuclear (*MFT* o *RHA*, ver Sección 1.4) considerando un sistema uniforme de A bariones en una caja de volumen Ω y reemplazando los campos mesónicos por sus valores de expectación (campos clásicos).

A partir de la expansión de los operadores de campo bariónicos, soluciones de la ecuación (1.11), en modos normales con condiciones de contorno en una gran caja de volumen Ω (ec. 1.12 y 1.13) (ver Sección 1.4) se tiene:

$$\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{\Omega}} \sum_{\mathbf{k}, s, \tau} \left[a_{\mathbf{k}, s, \tau} U(\mathbf{k}, s, \tau) \exp\{-i(\epsilon^+(\mathbf{k})t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{x})\} + b_{\mathbf{k}, s, \tau}^\dagger V(\mathbf{k}, s, \tau) \exp\{i(-\epsilon^-(\mathbf{k})t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{x})\} \right] \quad (3.5)$$

$$\bar{\psi}(x) = \frac{1}{\sqrt{\Omega}} \sum_{\mathbf{k}, s, \tau} \left[a_{\mathbf{k}, s, \tau}^\dagger \bar{U}(\mathbf{k}, s, \tau) \exp\{i(\epsilon^+(\mathbf{k})t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{x})\} + b_{\mathbf{k}, s, \tau} \bar{V}(\mathbf{k}, s, \tau) \exp\{-i(-\epsilon^-(\mathbf{k})t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{x})\} \right]. \quad (3.6)$$

Es posible despejar los operadores de creación $a_{\mathbf{k}, s, \tau}^\dagger$ y aniquilación $a_{\mathbf{k}, s, \tau}$ usando las relaciones de normalización y ortogonalidad (ec. 1.14 y 1.17), y de esta forma obtener:

$$a_{\mathbf{k},s,\tau} = \int \frac{d^3x}{\sqrt{\Omega}} \bar{U}(\mathbf{k}, s, \tau) \gamma^0 \psi(x) e^{i\mathbf{k}^\mu x^\mu} \quad (3.7)$$

$$a_{\mathbf{k},s,\tau}^\dagger = \int \frac{d^3x}{\sqrt{\Omega}} \bar{\psi}(x) \gamma^0 U(\mathbf{k}, s, \tau) e^{-i\mathbf{k}^\mu x^\mu}. \quad (3.8)$$

Ambas ecuaciones tienen una dependencia explícita con el tiempo que desaparece al integrar en todo el volumen de tal forma que t es un parámetro completamente arbitrario que puede ser fijado convenientemente. Para los operadores de creación y aniquilación en el elemento de matriz de la corriente J_{Γ_A} (ec. 3.4) obtenemos,

$$j_{\Gamma_A}(x) = \iint \frac{d^3x_f d^3x_i}{\Omega} e^{i\mathbf{k}_f x_f} e^{-i\mathbf{k}_i x_i} \bar{U}_\omega(\mathbf{k}_f, s_f, \tau_f) \gamma_{\omega\alpha}^\circ \Gamma_{A\gamma\delta} \langle \phi_{\text{carozo}} | \psi_\alpha(x_f) \bar{\psi}_\gamma(x) \psi_\delta(x) \bar{\psi}_\beta(x_i) | \phi_{\text{carozo}} \rangle \gamma_{\beta\epsilon}^\circ U_\epsilon(\mathbf{k}_i, s_i, \tau_i). \quad (3.9)$$

Dado que el elemento de matriz no depende de la elección de los instantes inicial y final y con la intención de introducir un ordenador temporal definimos,

$$T_{\alpha\gamma\delta\beta}(x_f x' x_i) = \lim_{t_i \rightarrow -\infty} \lim_{t_f \rightarrow \infty} \langle \phi_{\text{carozo}} | \psi_\alpha(x_f) \bar{\psi}_\gamma(x) \psi_\delta(x) \bar{\psi}_\beta(x_i) | \phi_{\text{carozo}} \rangle = \lim_{t_i \rightarrow -\infty} \lim_{t_f \rightarrow \infty} \lim_{x' \rightarrow x^+} \langle \phi_{\text{carozo}} | T [\psi_\alpha(x_f) \bar{\psi}_\gamma(x') \psi_\delta(x) \bar{\psi}_\beta(x_i)] | \phi_{\text{carozo}} \rangle. \quad (3.10)$$

del cual tomaremos los límites temporales convenientes al finalizar el cálculo. Este elemento de matriz puede ser calculado con teoría de perturbaciones en función de los operadores de campo no perturbados por la adición de la partícula (o agujero) extra.

El Hamiltoniano de interacción de *QHD-II* con acoplamiento piónico pseudoescalar (*PS*), (ver Lagrangiano de *QHD-II* ec. 1.6) es

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_I(\psi) = -\mathcal{L}_I(\psi) &= g_\omega \bar{\psi} \gamma_\mu \omega^\mu \psi - g_\sigma \bar{\psi} \sigma \psi + \frac{1}{2} g_\rho \bar{\psi} \gamma_\mu \tau \cdot \rho^\mu \psi + \frac{1}{2} e \bar{\psi} \gamma_\mu A^\mu (1 + \tau_3) \psi \\ &+ i g_\pi \bar{\psi} \gamma^5 \tau \cdot \pi \psi - \frac{1}{2} g_{\sigma\pi} m_\sigma \pi \pi \sigma \\ &\circ \left(-\frac{g_\pi}{2M} \bar{\psi} \gamma^\mu \gamma^5 \tau \psi \partial_\mu \pi \right) \quad \text{acoplamiento (PV)}. \end{aligned} \quad (3.11)$$

Trabajaremos en la forma más general posible y para ello escribimos a los términos del Hamiltoniano de interacción nucleón-mesón-nucleón de la siguiente forma compacta,

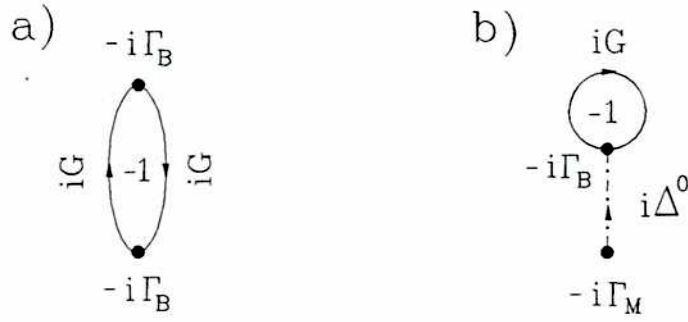


Figura 3.1: Diagramas de Feynman del tipo ^{a)} *ring*, y ^{b)} *escarabajo*

$$\mathcal{H}_I(\psi) = \bar{\psi} \Gamma_B^a \pi^a \psi \tag{3.12}$$

donde Γ_B^a es un operador matricial en el espacio de Dirac, π un operador de campo mesónico, y con “a” indicamos los índices de espín e isospín. También existen términos del Hamiltoniano de interacción mesón–mesón–mesón que denotaremos de la forma,

$$\mathcal{H}_I(\psi) = \Gamma_M \pi \cdot \pi \sigma \tag{3.13}$$

y donde, en este caso, Γ_M es un número. A las matrices $-i\Gamma$ las denominaremos *vértices*. Estos vértices llevan implícita la sumatoria sobre los diferentes tipos de acoplamiento con los diferentes mesones.

Con este Hamiltoniano de interacción desarrollamos la matriz $\Gamma_{A\gamma\delta} \mathcal{T}_{\alpha\gamma\delta\beta}$ de la ec. 3.10 en serie perturbativa sumando a todo orden los diagramas de Feynman del tipo *ring* y los así llamados *escarabajo* (ver fig. 3.1), estos últimos generados por el acoplamiento $\Gamma_M \pi \cdot \pi \sigma$. La elección de estos dos diagramas define nuestra aproximación. El desarrollo se muestra diagramáticamente en la figura 3.2, donde,

$$i\Delta_0^{ab}(y, x) = \langle \phi_{carozo} | T[\pi^a(y) \pi^b(x)] | \phi_{carozo} \rangle \tag{3.14}$$

son los propagadores mesónicos desnudos (de $x \rightarrow y$), mientras que

$$iG_{\alpha\beta}(y, x) = \langle \phi_{carozo} | T[\psi_\alpha(y) \bar{\psi}_\beta(x)] | \phi_{carozo} \rangle \tag{3.15}$$

es el propagador bariónico construido con los operadores de campo no perturbados (de $x \rightarrow y$).

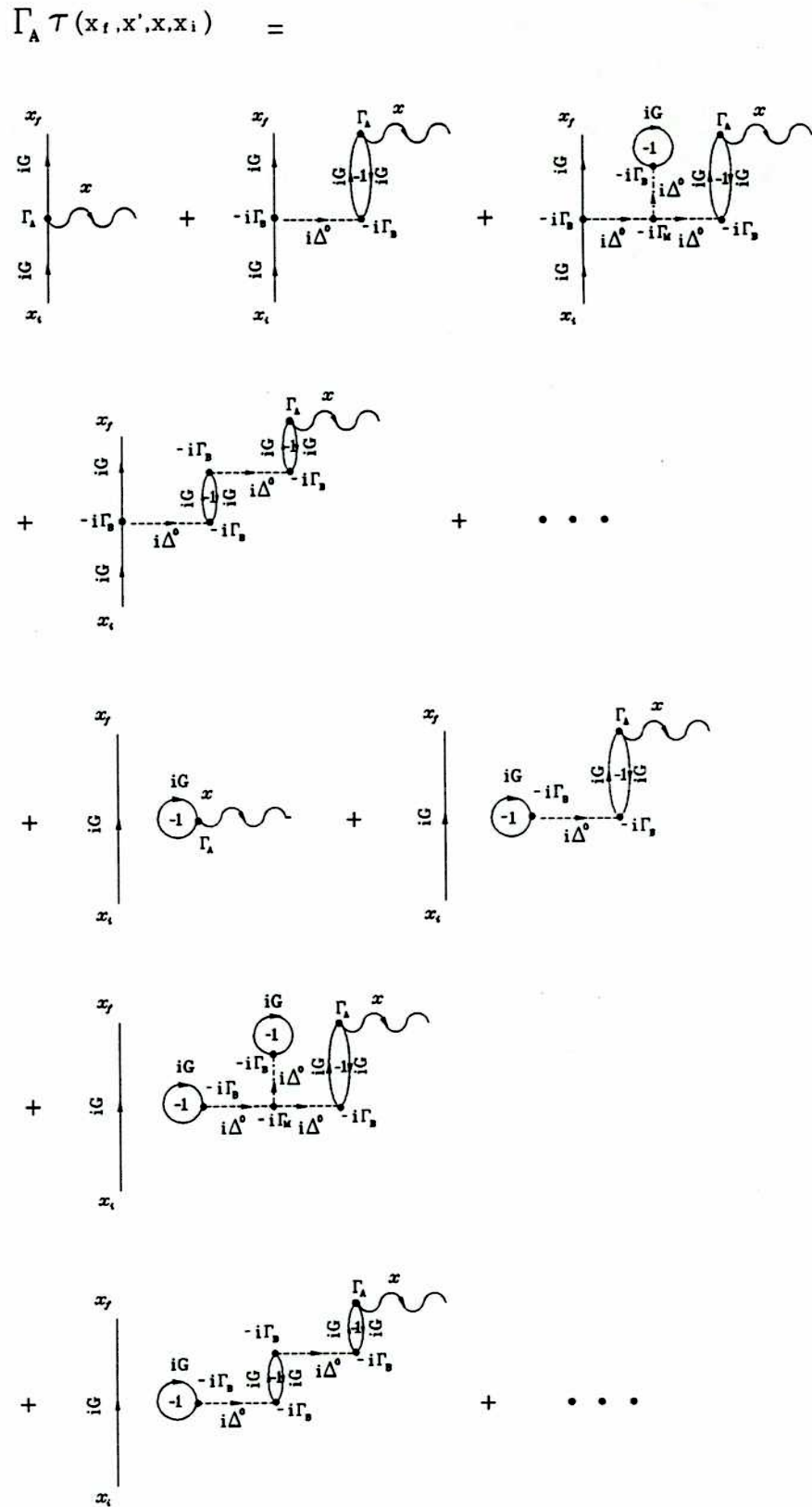


Figura 3.2: Desarrollo perturbativo de la matriz $\Gamma_{A\gamma\delta} \mathcal{T}_{\alpha\gamma\delta\beta}$ en aproximación de fases al azar (RPA). La línea ondulada representa al campo bosónico externo.

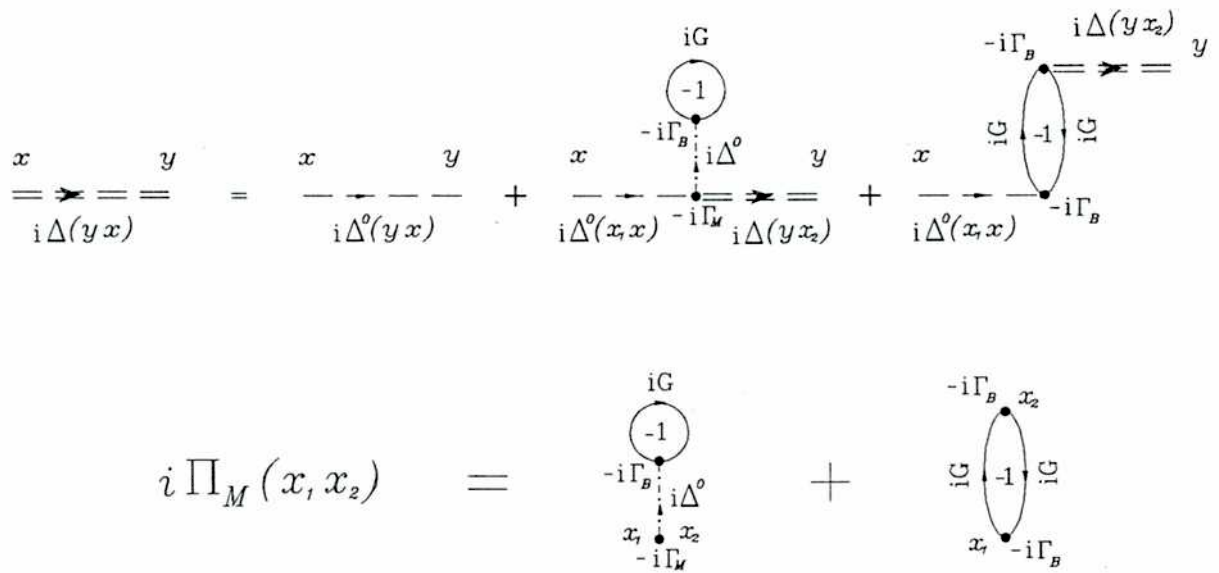


Figura 3.3: Ecuación de Dyson. Definición de la inserción de polarización que viste al propagador mesónico.

La idea intuitiva de este desarrollo es que el campo bosónico externo que se acopla con la corriente $J_{\Gamma_A}(x)$ podría interactuar con la partícula de valencia directamente o hacerlo indirectamente a través de la excitación de estados de partícula-agujero en el carozo nuclear. Los términos donde el campo bosónico interactúa con el carozo sin perturbar a la partícula de valencia deberían anularse en el caso en que los estados inicial y final no fuesen el mismo.

Este desarrollo puede simplificarse si definimos al propagador mesónico vestido $\Delta(y, x)$, a través de la ecuación de Dyson :

$$\Delta(y, x) = \Delta_0(y, x) - \iint d^4x_1 d^4x_2 \Delta_0(y, x_2) \Pi_M(x_2, x_1) \Delta(x_1, x) \quad (3.16)$$

donde $\Pi_M(x_2, x_1)$ es la inserción de polarización propia cuya definición se muestra diagramáticamente en la figura 3.3, el primer término se origina en el acoplamiento $\Gamma_M \pi \cdot \pi \sigma$, mientras que el segundo incorpora la polarización del estado fundamental de Hartree (aproximación de RPA).

Empleando la expresión anterior en el desarrollo perturbativo (fig. 3.2) obtenemos una expresión más simple para $\Gamma_{A\gamma\delta} T_{\alpha\gamma\delta\beta}$ (ver figura 3.4) en función de los propagadores mesónicos vestidos:

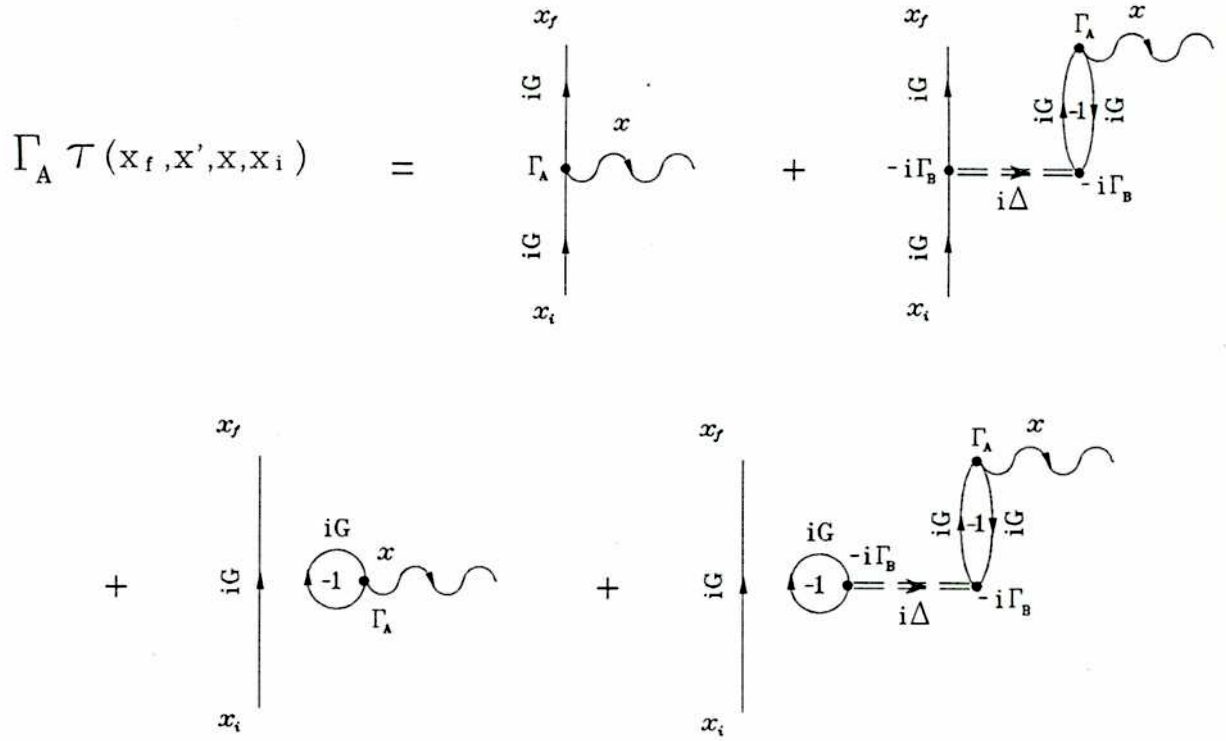


Figura 3.4: Desarrollo perturbativo de la matriz $\Gamma_{A\gamma\delta} \mathcal{T}_{\alpha\gamma\delta\beta}$ en aproximación de fases al azar (RPA), en función de los propagadores mesónicos vestidos.

$$\begin{aligned}
 \Gamma_{A\gamma\delta}^a \mathcal{T}_{\alpha\gamma\delta\beta}(x_f x' x x_i) &= -G_{\alpha\gamma}(x_f, x') \Gamma_{A\gamma\delta}^a G_{\delta\beta}(x, x_i) \\
 &+ \iint d^4 y_1 d^4 y_2 G_{\alpha\delta}(x_f, y_2^+) \Gamma_{B\delta\rho}^b G_{\rho\beta}(y_2, x_i) \Delta^{bc}(y_2, y_1) \Pi_0^{\Gamma_A^a \Gamma_B^c}(y_1, x) \\
 &+ G_{\alpha\beta}(x_f, x_i) \Gamma_{A\gamma\delta}^a G_{\gamma\delta}(x, x') \\
 &- G_{\alpha\beta}(x_f, x_i) \iint d^4 y_1 d^4 y_2 G_{\delta\rho}(y_2, y_2^+) \Gamma_{B\rho\delta}^b \Delta^{bc}(y_2, y_1) \Pi_0^{\Gamma_A^a \Gamma_B^c}(y_1, x)
 \end{aligned} \tag{3.17}$$

donde hemos definido a la inserción de polarización $\Pi_0^{\Gamma_A \Gamma_B}$ como,

$$\Pi_0^{\Gamma_A \Gamma_B}(x, y) = iTr [\Gamma_A G(x, y^+) \Gamma_B G(y, x')] . \tag{3.18}$$

Reemplazando el desarrollo perturbativo de $\Gamma_{A\gamma\delta} \mathcal{T}_{\alpha\gamma\delta\beta}$ (ec. 3.17) en la expresión de $j_{\Gamma_A}(x)$ (ec. 3.9) obtenemos:

$$\begin{aligned}
j_{\Gamma_A^a}(x) = & \bar{U}_\omega(\mathbf{k}_f, s_f, \tau_f) \gamma_{\omega\alpha}^\circ \iint \frac{d^3 x_f d^3 x_i}{\Omega} e^{ik_f x_f} e^{-ik_i x_i} \left[\right. \\
& - G_{\alpha\gamma}(x_f, x') \Gamma_{A\gamma\delta}^a G_{\delta\beta}(x, x_i) \\
& + \iint d^4 y_1 d^4 y_2 G_{\alpha\delta}(x_f, y_2^+) \Gamma_{B\delta\rho}^b G_{\rho\beta}(y_2, x_i) \Delta^{bc}(y_2, y_1) \Pi_0^{\Gamma_A^a \Gamma_B^c}(y_1, x) \\
& + G_{\alpha\beta}(x_f, x_i) \Gamma_{A\gamma\delta}^a G_{\gamma\delta}(x, x') \\
& \left. - G_{\alpha\beta}(x_f, x_i) \iint d^4 y_1 d^4 y_2 G_{\delta\rho}(y_2, y_2^+) \Gamma_{B\rho\delta}^b \Delta^{bc}(y_2, y_1) \Pi_0^{\Gamma_A^a \Gamma_B^c}(y_1, x) \right] \\
& \gamma_{\beta\epsilon}^\circ U_\epsilon(\mathbf{k}_i, s_i, \tau_i)
\end{aligned} \tag{3.19}$$

La expresión anterior puede calcularse desarrollando los propagadores mesónicos y el propagador bariónico en el espacio de momentos. La forma analítica de estos propagadores ya fue expuesta en la Sección 1.7 (ec. 1.50-1.53 y 1.54). Con fines ilustrativos recordemos la expresión para el caso del propagador piónico desnudo

$$\Delta_0(k) = \frac{1}{k_\mu^2 - m_\pi + i\epsilon}. \tag{3.20}$$

El propagador vestido puede obtenerse a partir de la ecuación de Dyson en el espacio de momentos

$$\Delta^{ab}(q) = \Delta_0^{ab}(q) - \Delta_0^{ac}(q) \Pi_M^{cd}(q) \Delta^{db}(q), \tag{3.21}$$

que, en el caso particular en que tanto $\Delta^{ab}(q)$ como $\Pi_M^{cd}(q)$ sean diagonales en el espacio de espín-isoespín, da

$$\Delta^{ab}(q) = \frac{\delta^{ab}}{q_\nu^2 - m_\pi^2 + \Pi_M(q) + i\epsilon}. \tag{3.22}$$

Aquí $\Pi_M(q)$ esencialmente renormaliza la masa del mesón.

Reemplazando los desarrollos de los propagadores en la corriente (ec. 3.19), integrando en las variables espacio-temporales y usando la relación de ortonormalización de la ec. 1.18, obtenemos (luego de un cálculo tedioso),

$$\begin{aligned}
j_{\Gamma_A^a}(x) = & \frac{1}{\Omega} e^{-i(k_i - k_f)x} \int \frac{dq^0}{2\pi} \left[F_{fi}^{\Gamma_A^a}(q^0) - F_{fi}^{\Gamma_B^b}(q^0) \Delta^{bc}(q^0, \mathbf{k}_i - \mathbf{k}_f) \Pi_0^{\Gamma_A^a \Gamma_B^c}(q^0, \mathbf{k}_i - \mathbf{k}_f) \right] + \\
& \delta_{\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_f} C_{fi} \left[B^{\Gamma_A^a} - B^{\Gamma_B^b} \Delta^{bc}(0) \Pi_0^{\Gamma_A^a \Gamma_B^c}(0) \right].
\end{aligned} \tag{3.23}$$

La inserción de polarización $\Pi_0^{\Gamma_A \Gamma_B}$ en el espacio de momentos se escribe

$$\Pi_0^{\Gamma_A \Gamma_B}(q) = i \int \frac{dk^0}{2\pi} e^{ik^0 \eta} \frac{1}{\Omega} \sum_{\mathbf{k}} \text{Tr} [\Gamma_A G(\mathbf{k} + q) \Gamma_B G(\mathbf{k})]. \quad (3.24)$$

Hemos definido además:

$$B^\Gamma = -i \int \frac{dk^0}{2\pi} e^{ik^0 \eta} \frac{1}{\Omega} \sum_{\mathbf{k}} \text{Tr} [\Gamma G(\mathbf{k})], \quad (3.25)$$

$$C_{fi} = i e^{ik_f^0 t_f} e^{-ik_i^0 t_i} \int \frac{dk^0}{2\pi} e^{-ik^0(t_f - t_i)} (\bar{U}(\mathbf{k}_i, s_f, \tau_f) \gamma^0 G(k^0, \mathbf{k}_i) \gamma^0 U(\mathbf{k}_i, s_i, \tau_i)), \quad (3.26)$$

y

$$F_{fi}^\Gamma(q^0) = -e^{i(k_i^0 - k_f^0 - q^0)t} e^{ik_f^0 t_f} e^{i(k_i^0 - q^0)t_i} \int \frac{dk^0}{2\pi} e^{-ik^0(t_f - t_i)} (\bar{U}(\mathbf{k}_f, s_f, \tau_f) \gamma^0 G(k^0, \mathbf{k}_f) \Gamma G(k^0 + q^0, \mathbf{k}_i) \gamma^0 U(\mathbf{k}_i, s_i, \tau_i)), \quad (3.27)$$

donde B^Γ es el valor medio del operador Γ sobre los estados del carozo. Las otras dos cantidades C_{fi} y $F_{fi}^\Gamma(q^0)$ pueden ser calculadas empleando la expresión explícita del propagador bariónico $G(k)$ en la aproximación de campo medio (*MFT* o *RHA*) (ec. 1.54). Integrando por residuos y usando las relaciones de ortogonalidad de los espinores 1.17, obtenemos:

$$C_{fi} = \delta_{s_f, s_i} \delta_{\tau_f, \tau_i} \quad (3.28)$$

y

$$F_{fi}^\Gamma(q^0) = 2 e^{i(K_i^0 - K_f^0 - q^0)t} \bar{U}(\mathbf{k}_f, s_f, \tau_f) \Gamma U(\mathbf{k}_i, s_i, \tau_i) \times \frac{e^{i(q^0 - K_i^0 + K_f^0)t_f} - e^{i(q^0 - K_i^0 + K_f^0)t_i}}{2i(q^0 - K_i^0 + K_f^0)}. \quad (3.29)$$

Dada la libertad de elección de los tiempos inicial y final —con la única condición fijada en 3.10— elegimos $t_f = -t_i = t'$ y tomamos el límite $t' \rightarrow +\infty$ de forma tal de poder usar la expresión aproximante de la δ de Dirac :

$$\lim_{t' \rightarrow +\infty} \frac{\text{sen}[(q^0 - K_i^0 + K_f^0)t']}{q^0 - K_i^0 + K_f^0} = \pi \delta(q^0 - K_i^0 + K_f^0). \quad (3.30)$$

Reemplazando en 3.29 obtenemos,

$$F_{f_i}^\Gamma(q^o) = 2\pi \delta(q^o - K_i^o + K_f^o) \bar{U}(\mathbf{k}_f, s_f, \tau_f) \Gamma U(\mathbf{k}_i, s_i, \tau_i). \quad (3.31)$$

que corresponde esencialmente al elemento de matriz del operador Γ entre los estados de partícula independiente. Sustituyendo las ecuaciones 3.28 y 3.31 en la expresión de la corriente (ec. 3.23) obtenemos,

$$\begin{aligned} j_{\Gamma_A^a}(x) = & \frac{1}{\Omega} e^{-i(k_i - k_f)x} [\bar{U}(\mathbf{k}_f, s_f, \tau_f) \Gamma_A^a U(\mathbf{k}_i, s_i, \tau_i) - \\ & \bar{U}(\mathbf{k}_f, s_f, \tau_f) \Gamma_B^b U(\mathbf{k}_i, s_i, \tau_i) \Delta^{bc}(k_i - k_f) \Pi_0^{\Gamma_A^a \Gamma_B^c}(k_i - k_f)] + \\ & \delta_{\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_f} \delta_{s_f, s_i} \delta_{\tau_f, \tau_i} [B^{\Gamma_A^a} - B^{\Gamma_B^b} \Delta^{bc}(0) \Pi_0^{\Gamma_A^a \Gamma_B^c}(0)]. \end{aligned} \quad (3.32)$$

Si observamos que las funciones de onda de partícula independiente inicial y final son :

$$|p_i\rangle = \frac{1}{\sqrt{\Omega}} e^{-ik_i x} U(\mathbf{k}_i, s_i, \tau_i) \quad (3.33)$$

$$\langle p_f| = \frac{1}{\sqrt{\Omega}} e^{ik_f x} \bar{U}(\mathbf{k}_f, s_f, \tau_f) \quad (3.34)$$

y definimos al momento transferido como $q = k_i - k_f$, podemos escribir a la ecuación 3.32 en una forma compacta :

$$\begin{aligned} j_{\Gamma_A^a}(x) = & \langle \phi_f | J_{\Gamma_A^a}(x) | \phi_i \rangle \\ = & \langle p_f | \Gamma_A^a | p_i \rangle - \langle p_f | \Gamma_B^b | p_i \rangle \Delta^{bc}(q) \Pi_0^{\Gamma_A^a \Gamma_B^c}(q) + \\ & \langle p_f | p_i \rangle \left[\langle \text{carozo} | \Gamma_A^a | \text{carozo} \rangle - \langle \text{carozo} | \Gamma_B^b | \text{carozo} \rangle \Delta^{bc}(0) \Pi_0^{\Gamma_A^a \Gamma_B^c}(0) \right] \end{aligned}$$

donde $\langle p_f | \Gamma | p_i \rangle$ es el elemento de matriz de partícula independiente del operador Γ , mientras que $\langle \text{carozo} | \Gamma | \text{carozo} \rangle$ es el valor medio de ese operador sobre el carozo nuclear.

El primer término de 3.35 corresponde a la corriente de valencia, donde el campo bosónico externo se acopla directamente con la corriente de partícula independiente. El segundo

corrige la corriente de valencia tomando en cuenta la interacción del campo externo con el carozo nuclear, vía la excitación de estados de partícula-agujero y/o partícula-antipartícula que, a través de los campos mesónicos (vértice de interacción Γ_B), termina interactuando con la partícula de valencia. En los últimos dos términos el campo bosónico interactúa con el carozo sin perturbar a la partícula de valencia. Estos últimos se anulan en la mayoría de los casos ya sea porque los estados inicial y final son distintos o porque el valor medio del operador Γ sobre el carozo nuclear es nulo por razones de simetría. En este caso podemos identificar una corriente, que denotaremos $\delta j_{\Gamma_A}(x)$, producto de la polarización del carozo e inducida por la partícula de valencia

$$\delta j_{\Gamma_A}(x) = -\Pi_0^{\Gamma_A^a \Gamma_B^c}(q) \Delta^{bc}(q) (p_f | \Gamma_B^b | p_i) \quad (3.35)$$

donde $\Pi_0^{\Gamma_A^a \Gamma_B^c}(q)$ es la función respuesta lineal o susceptibilidad del carozo nuclear mientras que $\Delta^{bc}(q) (p_f | \Gamma_B^b | p_i)$ hace las veces de perturbación externa. Esto último puede visualizarse mejor si escribimos a la ecuación de Klein Gordon en el espacio de momentos como :

$$\delta \Phi_B(q) = \Delta^{bc}(q) (p_f | \Gamma_B^b | p_i) \quad (3.36)$$

donde $\delta \Phi_B(q)$ es el campo mesónico adicional que tiene como fuente a la partícula de valencia. De esta forma la corriente inducida puede expresarse como :

$$\delta j_{\Gamma_A}(x) = -\Pi_0^{\Gamma_A^a \Gamma_B^c}(q) \delta \Phi_B(q) \quad (3.37)$$

que es la forma usual de respuesta lineal a una perturbación externa. Cabe aclarar que en nuestro caso la inserción de polarización no es retardada permitiendo dos tipos de situaciones. En la primera (ver figura 3.5 ^{a)}) la partícula de valencia interactúa con el carozo nuclear excitando estados de partícula-agujero que decaen posteriormente debido a la interacción Γ_A (ejemplo interacción débil). En la segunda situación (figura 3.5 ^{b)}) la interacción Γ_A es la que excita estados de partícula-agujero que decaen posteriormente interactuando con la partícula de valencia. Un punto a enfatizar es que, en nuestro caso, calculamos un elemento de matriz de transición entre un estado inicial y uno final en los cuales el campo mesónico externo es capaz también de producir excitaciones.

Expresiones similares a 3.35 pueden encontrarse para los otros dos casos considerados reemplazando funciones de onda de partículas (p) por agujeros (h). Resumiendo ambos casos :

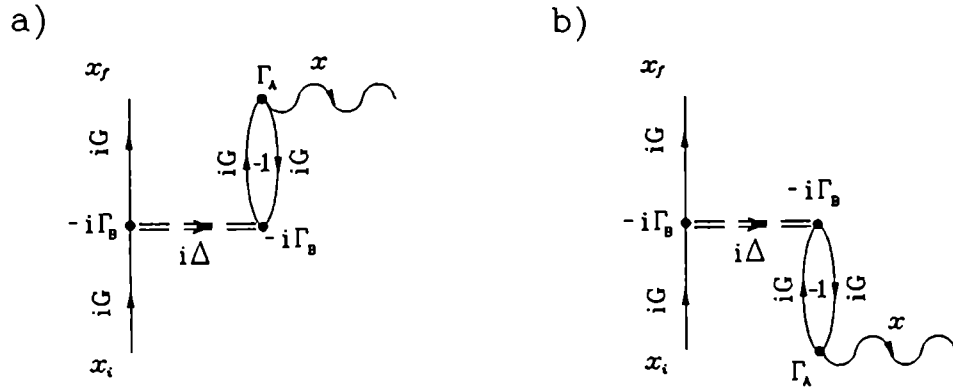


Figura 3.5: Inserción de polarización no retardada.

b) Estados inicial y final de agujero :

$$j_{\Gamma_A^a}(x) = \langle \phi_f | J_{\Gamma_A^a}(x) | \phi_i \rangle = \quad (3.38)$$

$$(h_f | \Gamma_A^a | h_i) - (h_f | \Gamma_B^b | h_i) \Delta^{bc}(q) \Pi_0^{\Gamma_A^a \Gamma_B^c}(q) +$$

$$(h_f | h_i) \left[(\text{carozo} | \Gamma_A^a | \text{carozo}) - (\text{carozo} | \Gamma_B^b | \text{carozo}) \Delta^{bc}(0) \Pi_0^{\Gamma_A^a \Gamma_B^c}(0) \right]$$

c) Estado inicial el carozo, y estado final carozo más una excitación de partícula-agujero:

$$j_{\Gamma_A^a}(x) = \langle \phi_f | J_{\Gamma_A^a}(x) | \phi_i \rangle =$$

$$(p | \Gamma_A^a | h) - (p | \Gamma_B^b | h) \Delta^{bc}(q) \Pi_0^{\Gamma_A^a \Gamma_B^c}(q) \quad (3.39)$$

3.3 Respuesta Lineal Axial

En esta sección nos centraremos en aplicar el desarrollo anterior al caso particular de la corriente axial-vectorial isovectorial débil (ver Sección 2.4) [28]. Analizaremos la contribución de la respuesta axial-vectorial isovectorial del carozo nuclear inducida por la partícula (agujero) de valencia, en función del cuadrimomento transferido, prestando especial atención a la región de $q_\nu^2 \approx 0$ (decaimiento β) y $q_\nu^2 \approx -m_\mu^2$ (captura muónica). Este tipo de respuesta

nuclear sólo puede ser mediada por un campo mesónico de paridad negativa e isovectorial (dadas las características de las corrientes débiles). En nuestro modelo el único campo con esas características es el piónico. Los resultados dependerán fuertemente del tipo de acoplamiento πNN elegido sea éste pseudovectorial (PV) o pseudoescalar (PS) (ver Sección 1.3).

El acoplamiento PV (no renormalizable) se ha mostrado como el más adecuado para describir la interacción πNN , a diferencia del acoplamiento PS (renormalizable) con el que aparecen serios problemas. En particular, en estudios de dispersión πN , el acoplamiento PS da una longitud de dispersión correspondiente a la onda s demasiado grande. Esta falla de la teoría puede compensarse eligiendo convenientemente la constante de acoplamiento entre el campo escalar σ y el campo piónico π en $QHD-II$, lo que produce una cancelación entre diferentes diagramas de Feynman. Pero esta cancelación no se repite cuando se pasa al problema de muchos cuerpos —como es el caso de Hartree-Fock— donde el término de interacción $\sigma\pi\pi$ no entra en juego en la aproximación. De esta forma el término de intercambio lleva a un autoenergía anómalamente grande que tiene drásticos efectos sobre el espectro de partícula independiente.

Un modelo renormalizable con acoplamiento PV fue dado por Matsui y Serot [21], partiendo del Lagrangiano de $QHD-II$ y efectuando una transformación quirral no lineal de los campos. En este modelo la sutil cancelación entre diagramas de Feynman necesaria para describir la interacción πN , ya se efectúa a nivel del Lagrangiano.

Como ya ha se explicó en la Sección 2.4, la corriente axial-vectorial libre

$$J^{A\mu}(X) = \bar{\psi}(x) \gamma^\mu \gamma^5 \psi(x) \quad (3.40)$$

se modifica considerablemente debido a la presencia de los procesos hadrónicos en el medio nuclear, predominantemente debido al polo piónico. Asumiendo invariancia- G la corriente bariónica axial-vectorial débil más general (no considerando corrientes de segunda clase) puede tener dos formas posibles, dependiendo de nuestra elección del tipo de acoplamiento πNN , pseudovectorial (PV) o pseudoescalar (PS). Con acoplamiento PV la corriente se expresa de la forma,

$$\begin{aligned} J_{PV}^{A\mu\pm}(X) &= \bar{\psi}(x) \left[g_A \gamma^\mu \gamma^5 - g_P \frac{q_\nu \gamma^\nu}{q^2 - m_\pi^2} \gamma^5 q^\mu \right] \tau^\pm \psi(x) \\ &= \bar{\psi}(x) \Gamma_{PV}^{\mu 5\pm}(q) \psi(x) \end{aligned} \quad (3.41)$$

donde $g_A = g_A(q)$ es el factor de forma que corrige a la corriente axial-vectorial libre y el segundo término es conocido como la contribución pseudoescalar (piónica) inducida. g_P puede

elegirse consistente con la conservación parcial de la corriente axial-vectorial (*PCAC*) (ver sección 2.4). O sea,

$$\lim_{m_\pi \rightarrow 0} \partial_\mu J^{A\mu}(X) = \lim_{m_\pi \rightarrow 0} q_\mu J^{A\mu}(X) = 0 \quad (3.42)$$

que, ya vimos, se satisface si $g_P = g_A$ (valor de Goldberger-Treiman).

Empleando el acoplamiento pseudoescalar la corriente toma la forma

$$\begin{aligned} J_{PS}^{A\mu}(X) &= \bar{\psi}(x) \left[g_A \gamma^\mu \gamma^5 + g_P \frac{2M}{q^2 - m_\pi^2} \gamma^5 q^\mu \right] \tau^\pm \psi(x) \\ &= \bar{\psi}(x) \Gamma_{PS}^{\mu 5\pm}(q) \psi(x) \end{aligned} \quad (3.43)$$

Para nucleones libres las dos formas de la corriente axial-vectorial son equivalentes y ambas satisfacen *PCAC*. En el medio nuclear la equivalencia desaparece y mientras que en la representación *PV* se sigue satisfaciendo *PCAC*, en la representación *PS* ésto ya no es cierto (es posible restaurar *PCAC* reemplazando la masa nucleónica M en la ecuación 3.43 por M^* pero resulta una solución *ad hoc*.)

Nosotros analizaremos separadamente la respuesta del carozo nuclear para cada tipo de acoplamiento. Veremos que, mientras en la representación *PV* se llega a resultados razonables, el uso de la representación *PS* genera una polarización del carozo nuclear anormalmente grande para el caso de cuádrimomentos transferidos altos.

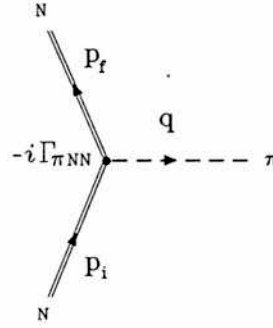
3.3.1 Representación Seudovectorial

Partimos del modelo renormalizable con acoplamiento *PV* introducido por Matsui y Serot [21], cuyo Hamiltoniano de interacción πNN es :

$$\mathcal{H}_I(\psi) = -\mathcal{L}_I(\psi) = -\frac{g_\pi}{2M} \bar{\psi} \gamma^\nu \gamma^5 \tau \psi \partial_\nu \pi. \quad (3.44)$$

De acuerdo a la definición dada en 3.12 el vértice πNN (en el espacio de momentos y con las direcciones especificadas en la figura 3.6), toma la forma :

$$\Gamma_B = \Gamma_{\pi NN}^b = -i \frac{g_\pi}{2M} q_\nu \gamma^\nu \gamma^5 \tau^b \quad (3.45)$$

Figura 3.6: Vertice πNN .

El vértice de la corriente axial-vectorial Γ_A ya ha sido definido en la ecuación 3.41 como :

$$\Gamma_A = \Gamma_{PV}^{\mu 5 \pm} = g_A \left[\gamma^\mu \gamma^5 - \frac{q_\nu \gamma^\nu}{q^2 - m_\pi^2} \gamma^5 q^\mu \right] \tau^\pm. \quad (3.46)$$

Aplicando la expresión hallada en la sección anterior (ec. 3.35) para el cálculo del valor medio de la corriente axial-vectorial débil en núcleos A-impares y omitiendo el índice de isoespín en las trazas (que contribuye con un factor 2 contenido ya en la definición de las polarizaciones) obtenemos :

$$\begin{aligned} \langle \phi_f | J_{PV}^{A\mu \pm}(X) | \phi_i \rangle = & g_A \left[(\phi_f^o | \gamma^\mu \gamma^5 \tau^\pm | \phi_i^o) - \frac{q^\mu}{q^2 - m_\pi^2} (\phi_f^o | q_\nu \gamma^\nu \gamma^5 \tau^\pm | \phi_i^o) \right] - \\ & g_A \left[\left(\frac{g_\pi}{2M} \right)^2 \Delta^\pi(q) \left(\Pi_0^{\mu 5,5}(q) - \frac{q^\mu}{q^2 - m_\pi^2} \Pi_0^{5,5}(q) \right) (\phi_f^o | q_\nu \gamma^\nu \gamma^5 \tau^\pm | \phi_i^o) \right] \end{aligned} \quad (3.47)$$

donde se ha llamado $(\phi^o |$ a la función de onda de la partícula (agujero) de valencia. El segundo término corresponde enteramente a la corriente axial-vectorial inducida debido a la polarización del carozo nuclear.

Los valores medios de los operadores Γ_A y Γ_B sobre el carozo son nulos dado que el sistema tiene paridad definida y es invariante ante rotaciones espaciales; esto se verifica fácilmente efectuando las trazas correspondientes. Entonces,

$$(\text{carozo} | \Gamma_A | \text{carozo}) = (\text{carozo} | \Gamma_B | \text{carozo}) = 0 \quad (3.48)$$

Las inserciones de polarización están definidas por :

$$\Pi_0^{\mu 5,5}(q) = 2i \int \frac{dk^4}{2\pi} e^{ik^0 \eta} \text{Tr} [\gamma^\mu \gamma^5 G(k+q) q_\nu \gamma^\nu \gamma^5 G(k)] \quad (3.49)$$

$$\Pi_0^{5,5}(q) = 2i \int \frac{dk^4}{2\pi} e^{ik^0 \eta} \text{Tr} [q_\mu \gamma^\mu \gamma^5 G(k+q) q_\nu \gamma^\nu \gamma^5 G(k)] \quad (3.50)$$

donde hemos incluido explícitamente un factor 2, proveniente de las trazas en el espacio de isoespín, en la definición de las polarizaciones. $\Pi_0^{\mu 5,5}$ y $\Pi_0^{5,5}$ están relacionadas entre sí, por

$$\Pi_0^{5,5}(q) = q_\mu \Pi_0^{\mu 5,5}(q). \quad (3.51)$$

El cálculo de estas inserciones de polarización se muestra en el Apéndice A, donde se verifica que (ec. A.15),

$$\Pi_0^{\mu 5,5}(q) = q^\mu f_{PV}(q) \quad (3.52)$$

y por ende,

$$\Pi_0^{5,5}(q) = (q^\mu)^2 f_{PV}(q). \quad (3.53)$$

f_{PV} es una función complicada del cuadrimento transferido y depende de la densidad a través de M^* y k_{Fermi} . Sustituyendo las ecuaciones 3.52 y 3.53 en el elemento de matriz de la corriente (ec. 3.47) y reagrupando obtenemos,

$$\begin{aligned} \langle \phi_f | J_{PV}^{A\mu\pm}(X) | \phi_i \rangle &= \langle \phi_f | J_{sp}^{A\mu\pm}(X) + \delta J_{RPA}^{A\mu\pm}(X) | \phi_i \rangle = \\ &g_A \left[(\phi_f^0 | \gamma^\mu \gamma^5 - \frac{q^\mu}{q^2 - m_\pi^2} q_\nu \gamma^\nu \gamma^5 \tau^\pm | \phi_i^0) \right] + \\ &g_A \left[m_\pi^2 \left(\frac{g_\pi}{2M} \right)^2 \Delta^\pi(q) f_{PV}(q) \frac{q^\mu}{q^2 - m_\pi^2} (\phi_f^0 | q_\nu \gamma^\nu \gamma^5 \tau^\pm | \phi_i^0) \right]. \end{aligned} \quad (3.54)$$

En esta última expresión se observa que la respuesta axial-vectorial del carozo es proporcional al cuadrimento transferido por lo cual podemos anticipar que no será significativa

en transiciones β^\pm , contrario a lo que sucedía en el caso electromagnético. La expresión 3.54 puede ser reagrupada convenientemente como sigue:

$$\langle \phi_f | J_{PV}^{A\mu\pm}(X) | \phi_i \rangle = g_A \left[(\phi_f^o | \gamma^\mu \gamma^5 \tau^\pm | \phi_i^o) - C_{PV}(q) \frac{q_\mu}{q^2 - m_\pi^2} (\phi_f^o | q_\nu \gamma^\nu \gamma^5 \tau^\pm | \phi_i^o) \right]$$

donde hemos definido a la función C_{PV} como

$$C_{PV}(q) = 1 - m_\pi^2 \left(\frac{g_\pi}{2M} \right)^2 \Delta^\pi(q) f_{PV}(q). \quad (3.55)$$

A partir de la ecuación 3.55 es posible definir una corriente axial-vectorial efectiva,

$$J_{PVef}^{A\mu\pm}(X) = \bar{\psi}_0(x) g_A \left[\gamma^\mu \gamma^5 - C_{PV}(q) \frac{q_\mu}{q^2 - m_\pi^2} q_\nu \gamma^\nu \gamma^5 \right] \tau^\pm \psi_0(x) \quad (3.56)$$

en la cual los operadores de campo son los no perturbados por la adición de la partícula (agujero) de valencia. En esta última expresión se observa claramente que la respuesta axial-vectorial isovectorial del carozo nuclear termina produciendo una renormalización del segundo término de la corriente debil, término pseudoescalar inducido. Esto puede contabilizarse como una renormalización efectiva del factor de forma correspondiente a este término, $g_P(q) = g_A(q) C_{PV}(q)$. Como puede verse de la ecuación 3.55 esta corriente efectiva con acoplamiento PV satisface $PCAC$ ya que :

$$\lim_{m_\pi \rightarrow 0} C_{PV} = 1 \quad (3.57)$$

concordando en este límite con la ecuación 3.41.

3.3.1. 1 Resultados

La función C_{PV} se calculó, en principio, en la aproximación de campo medio (MFT) [1] en materia nuclear. Esta aproximación consiste en no considerar la contribución del mar de Dirac en el cálculo de autoenergía del nucleón ($Hartree$) pero si tenerla en cuenta en el cálculo de la inserción de polarización (RPA) solamente para aquellos términos dependientes de la densidad (ver Apéndice A). Las inserciones de polarización y el propagador vestido piónico se calculan en el Apéndice A.

En la figura 3.7, en línea llena, se grafica la parte real de la función C_{PV} en función del momento transferido, en la aproximación de MFT . El valor de la energía transferida

Tabla 3.1: Parámetros en la aproximación de *MFT*.

| k_{Fermi} | M^*/M | m_σ | g_σ^2 | g_π^2 |
|-------------|---------|------------|--------------|-------------|
| 1.42 fm | 0.556 | 550 MeV | 91.64 | $4\pi 14.4$ |

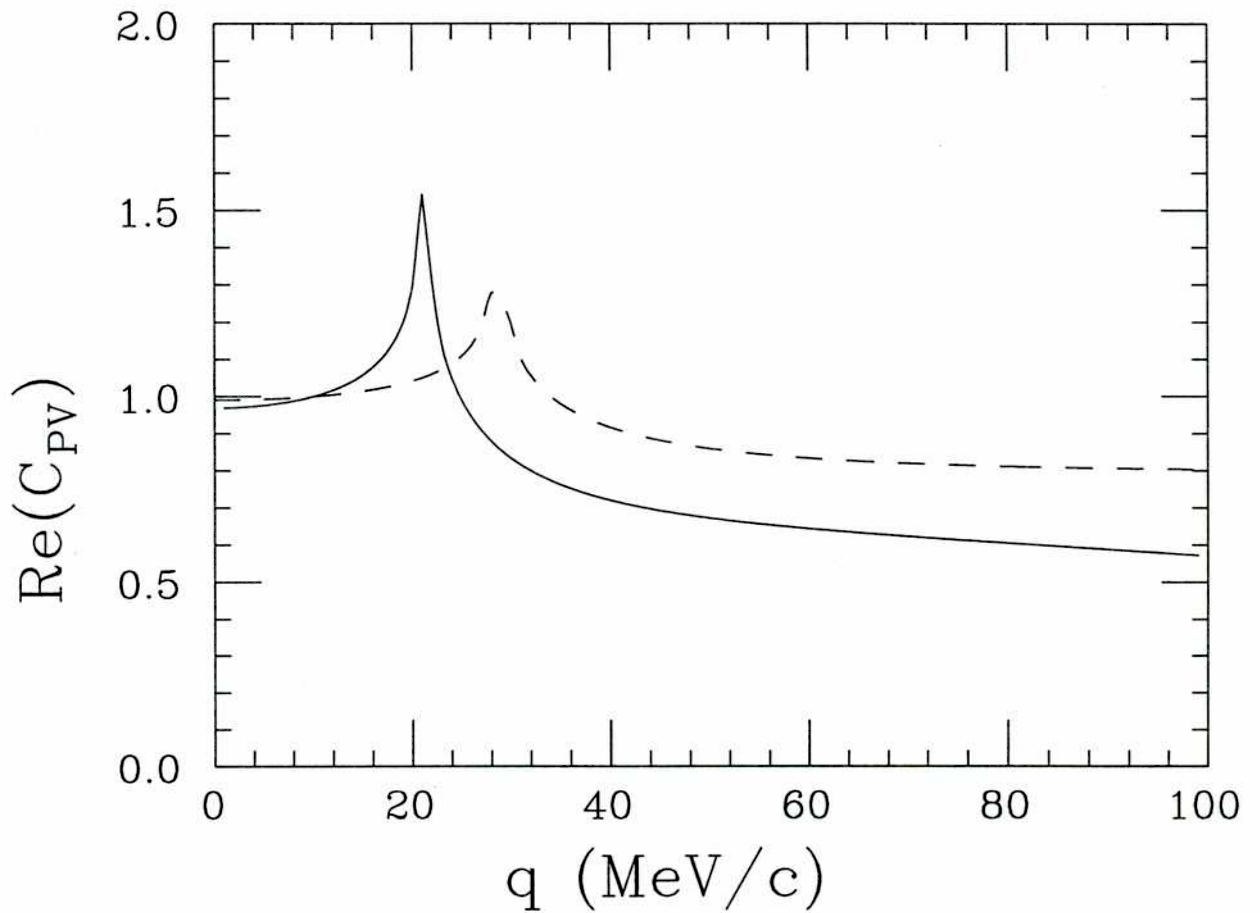


Figura 3.7: $Real(C_{PV})$ en función del momento transferido q . La línea llena corresponde a la aproximación de *MFT*, mientras que la línea rayada corresponde a *RHA*.

se mantuvo fijo en $q_0^2 = 0.01m_\mu^2$ correspondiente, por ejemplo, a la captura muónica en la transición $^{16}\text{N}(0^-)$ a $^{16}\text{O}(0^+)$. Los parámetros utilizados son los de la ref. [1] y se listan en la Tabla 3.1.

El pico corresponde a una excitación resonante para la cual el cuadrimomento q se transfiere a una única partícula (cuasielástico). Se encuentra centrado en $q = M^* q_0 / k_{\text{Fermi}}$ lo que equivale a $20.6 \text{ MeV}/c$ en MFT . La parte imaginaria de C_{PV} resulta un orden de magnitud menor que la parte real para todo valor del momento transferido.

Para valores de momento del orden de los transferidos en transiciones del tipo β ($q \approx 0$), la función C_{PV} toma un valor cercano a la unidad lo que significa que la renormalización del segundo término de la corriente axial-vectorial debido a la polarización del carozo nuclear es muy pequeña. Esto puede apreciarse mejor observando las expresiones 3.52 y 3.53 y notando que

$$\lim_{q \rightarrow 0} \Pi_0^{\mu 5,5}(q) = \lim_{q \rightarrow 0} \Pi_0^{5,5}(q) = 0. \quad (3.58)$$

La pequeña respuesta axial-vectorial del carozo resulta razonable si se tiene en cuenta que la interacción πNN (PV) tiende a cero en el límite de $q \rightarrow 0$ (“soft pion limit”).

Además, en decaimientos β , el término pseudoescalar inducido resulta completamente despreciable frente al primero ya que tiene una dependencia cuadrática respecto de q . Como conclusión podemos afirmar que las correcciones debidas a la polarización del carozo no son relevantes para momentos transferidos bajos; una situación muy diferente de la que ocurre en el caso electromagnético.

Otro punto de interés es el comportamiento de C_{PV} a momentos del orden de los transferidos en procesos de captura muónica ($q_\nu^2 \approx -m_\mu^2$). Para estos valores de q transferido, la componente espacial ($\gamma\gamma^5$) del término pseudoescalar inducido de la corriente axial, predomina sobre el primer término ($g_A\gamma^\mu\gamma^5$). Además, aparece una sutil cancelación entre este último y la componente temporal del término pseudoescalar inducido ($g_P\gamma^0\gamma^5$) [15]. El predominio de la componente $\gamma\gamma^5$ sobre las demás implica que, dado que la matriz en juego no mezcla componentes superiores con inferiores del espinor de Dirac, en captura muónica no se espera que el tratamiento relativista introduzca grandes modificaciones a los resultados no-relativistas. Sin embargo este primer análisis es válido sólo a nivel de partícula independiente. Como vimos pueden aparecer modificaciones importantes cuando la polarización del carozo nuclear se tiene en cuenta.

Para $q = 99.5 \text{ MeV}/c$ que corresponde a la captura muónica $\mu^- + ^{16}\text{O}(0^+) \rightarrow ^{16}\text{N}(0^-) + \nu_\mu$, la función C_{PV} toma el valor $C_{PV} = 0.57$ lo cual implica una fuerte disminución del término pseudoescalar inducido. Esta fuerte renormalización podría ocasionar un fuerte efecto

Tabla 3.2: Parámetros en la aproximación de *RHA*.

| k_{Fermi} | M^*/M | m_σ | g_σ^2 | g_π^2 |
|-------------|---------|------------|--------------|-------------|
| 1.30 fm | 0.731 | 520 MeV | 69.97 | $4\pi 14.4$ |

sobre el cálculo de la probabilidad de captura muónica, principalmente, porque afectaría el balance existente entre el primer y el segundo término de la corriente axial–vectorial.

Cabe destacar que la respuesta nuclear axial–vectorial isovectorial proviene casi enteramente de excitaciones partícula–agujero (ver Apéndice A), mientras que la contribución debida a excitaciones partícula–antipartícula resulta, para todos los fines, despreciable. Esto no indica, sin embargo, que el tratamiento relativista no sea necesario ya que está presente en el cálculo de las inserciones de polarización, principalmente, a través de la existencia de una masa efectiva M^* .

Estos resultados se obtuvieron en la aproximación de densidad nuclear uniforme. En la Parte 4 del trabajo analizaremos las consecuencias de este resultado en el caso de un núcleo finito donde la densidad no es constante. Para ello utilizaremos la aproximación de densidad local (*LDA*).

Por completitud hemos calculado también la función C_{PV} en la aproximación de Hartree Relativista *RHA* o "one loop approximation" (Sección 1.6). En esta aproximación se incluye el mar de Dirac y, en consecuencia, los cálculos involucran integrales divergentes. Estas divergencias se eliminan por el agregado de contratérminos adecuados en el Lagrangiano y por una consistente renormalización de las constantes de la teoría. En nuestro cálculo no ha sido posible renormalizar la inserción de polarización con vértice débil ya que el modelo Lagrangiano con que trabajamos no reúne interacción nuclear fuerte con débil por lo cual resulta imposible el agregado de contratérminos que regularicen estas inserciones. De esta forma, como primera aproximación al cálculo correcto, hemos calculado las inserciones de polarización con vértice débil en la aproximación de *MFT* pero con los valores de M^* , k_{Fermi} y constantes de acoplamiento de la aproximación de *RHA* [21] dados en la Tabla 3.2.

El propagador piónico vestido fue tomado del trabajo de Matsui y Serot [21], calculado en la aproximación de *RHA*, donde las inserciones de polarización (vértices fuertes) que lo visten fueron renormalizadas.

En la figura 3.7 se ha graficado (línea rayada) la parte real de la función C_{PV} en función del momento transferido, en la aproximación de *RHA*, fijando nuevamente el valor $q_0^2 = 0.01m_\mu^2$.

El pico resonante cuasielástico, está centrado en $q = M^*q_0/k_{Fermi} = 29.6 MeV/c$

($M^*/M = .731$; $k_{Fermi} = 1.3 fm^{-1}$).

En esta aproximación vuelve a verificarse que correcciones debidas a la polarización del carozo no son relevantes para valores de momento del orden de los transferidos en transiciones del tipo β , volviendo a verificarse el límite dado en 3.58. A momentos del orden de los transferidos en procesos de captura muónica la función C_{PV} toma el valor $C_{PV}(99.5 MeV/c) = 0.82$, de esta forma la renormalización del término pseudoescalar inducido es mucho menor en la aproximación de RHA que la obtenida en MFT .

3.3.2 Representación Pseudoescalar

Partimos del Lagrangiano de $QHD-II$ (ec. 1.6) cuyo Hamiltoniano de interacción πNN es,

$$\mathcal{H}_I(\psi) = -\mathcal{L}_I(\psi) = ig_\pi \bar{\psi} \gamma^5 \tau \pi \psi - \frac{1}{2} g_{\sigma\pi} m_\sigma \pi \pi \sigma. \quad (3.59)$$

De acuerdo a la definición dada en la ec. 3.12 los vértices πNN y $\pi\pi\sigma$ toman la forma:

$$\Gamma_B = \Gamma_{\pi NN}^b = ig_\pi \gamma^5 \tau^b \quad (3.60)$$

$$\Gamma_M = \Gamma_{\pi\pi\sigma} = -g_{\sigma\pi} m_\sigma \quad (3.61)$$

El vértice de la corriente axial-vectorial Γ_A ya ha sido definido en la ecuación 3.43 como,

$$\Gamma_A = \Gamma_{PS}^{\mu 5 \pm} = g_A \left[\gamma^\mu \gamma^5 + \frac{2M^* q^\mu}{q^2 - m_\pi^2} \gamma^5 \right] \tau^\pm. \quad (3.62)$$

Siguiendo los mismos pasos que en el caso del acoplamiento PV se llega a una expresión similar a 3.55

$$\langle \phi_f | J_{PS}^{A\mu\pm}(X) | \phi_i \rangle = g_A \left[(\phi_f^o | \gamma^\mu \gamma^5 \tau^\pm | \phi_i^o) + C_{PS}(q) \frac{2M^* q^\mu}{q^2 - m_\pi^2} (\phi_f^o | \gamma^5 \tau^\pm | \phi_i^o) \right] \quad (3.63)$$

donde hemos definido a la función C_{PS} como,

$$C_{PS}(q) = 1 + g_\pi^2 \Pi_0^{5,5}(q) \Delta^\pi(q) + \frac{g_\pi^2}{2M^*} (q_\nu^2 - m_\pi^2) \Delta^\pi(q) f_{PS}(q) \quad (3.64)$$

donde las inserciones de polarización estan definidas por :

$$\Pi_0^{\mu 5,5}(q) = 2i \int \frac{dk^4}{2\pi} e^{ik^0 \eta} \text{Tr} [\gamma^\mu \gamma^5 G(k+q) \gamma^5 G(k)], \quad (3.65)$$

$$\Pi_0^{5,5}(q) = 2i \int \frac{dk^4}{2\pi} e^{ik^0 \eta} \text{Tr} [\gamma^5 G(k+q) \gamma^5 G(k)] \quad (3.66)$$

y

$$\Pi_0^{\mu 5,5}(q) = q^\mu f_{PS}(q) \quad (3.67)$$

donde f_{PS} está relacionada con f_{PV} (ver Apéndice A),

$$f_{PS}(q) = \frac{1}{2M^*} f_{PV}(q) \quad (3.68)$$

En este caso no existe una relación tan directa entre las dos inserciones de polarización (ver Apéndice A) como la que ocurre en el caso del acoplamiento PV (ec. 3.51), lo cual trae aparejado que, con esta corrección, la corriente deje de satisfacer $PCAC$ ya que no se verifica un límite similar al dado en la ecuación 3.57. En el Apéndice A demostramos que en el límite en que $k_{Fermi} \rightarrow 0$ se restablece $PCAC$.

Como sucedió en el caso PV la respuesta axial–vectorial isovectorial del carozo nuclear, con el acoplamiento PS termina produciendo una renormalización del segundo término de la corriente débil, término pseudoescalar inducido, que modifica al factor de forma $g_P(q) = g_A(q) C_{PS}(q)$.

3.3.2. 1 Resultados

La función C_{PS} ha sido calculada en ambas aproximaciones, MFT y RHA , verificándose nuevamente que correcciones debidas a la polarización del carozo no son relevantes para valores de momento del orden de los transferidos en transiciones del tipo β (ver Apéndice A).

A momentos del orden de los transferidos en procesos de captura muónica la función C_{PS} toma valores del orden de -1.62 en la aproximación de MFT , lo cual significa un cambio de signo del término pseudoescalar inducido, que tiene consecuencias catastróficas en el cálculo de la probabilidad de captura muónica. Este resultado no mejora cuando lo aplicamos usando LDA en un núcleo finito (ver Parte 4). Este hecho es una manifestación más de la dificultad que presenta el acoplamiento PS en describir la interacción πNN .

Parte 4.

Relatividad y el aumento de la carga axial débil

4.1 Introducción

En los últimos años se ha prestado bastante atención al hecho de que el valor efectivo de la constante de acoplamiento axial-vectorial (g_A) en núcleos difiere apreciablemente de su valor en el espacio libre. Particularmente, estudios de transiciones mediadas por la carga-axial en núcleos livianos [8], han mostrado un aumento de la constante de acoplamiento axial de aproximadamente un 50% con respecto al valor experimental. En otras palabras, el elemento de matriz calculado en el medio nuclear utilizando la aproximación de impulso (IA) (no relativista) y la constante de acoplamiento axial obtenida del decaimiento libre del neutrón ($g_A = 1.26$), ha mostrado ser un 50% más pequeño que el observado experimentalmente. Simultáneamente, estudios teóricos sobre las corrientes mesónicas de intercambio (MEC), durante la década pasada [9, 10, 11, 12, 13], han predicho una fuerte renormalización del elemento de matriz de transición de la carga axial en núcleos, del orden del 40% al 60%. En un principio, este aumento fue suficiente para explicar las discrepancias entre IA y el experimento. Un cálculo realizado en la región del plomo, por Kirchbach y Reinhardt [29], estimó el aumento del correspondiente elemento de matriz, debido a la contribución de las MEC , en un 40%.

Recientemente, sin embargo, un detallado análisis de modelo de capas de transiciones β primeras prohibidas, en núcleos en la región $A = 208 - 212$ [14] mostró la existencia de un aumento anormalmente grande de la constante de acoplamiento axial efectiva, del orden del 100%, respecto de su valor en el espacio libre. Este aumento no puede ser explicado completamente por los cálculos existentes de MEC y muestra que persiste una discrepancia del orden del 40% al 50% que no está aún explicada. Un intento en esta dirección fue presentado por Kubodera y Rho [30] quienes atribuyen este aumento a una renormalización de la constante de decaimiento del pión y de la masa del nucleón *ambos en el medio nuclear*, y que son parámetros en la parte de intercambio de un pión que entra en el cálculo del elemento de matriz del operador de carga axial. Esta idea fue posteriormente criticada por Kirchbach, Riska, y Tsushima [31] quienes sostienen que este aumento no es un efecto que depende fuertemente del medio, sino que resulta una consecuencia natural de la gran componente central atractiva de la interacción nucleón-nucleó la cual puede representarse como debida al intercambio de mesones escalares efectivos. Esto último es, justamente, una de las principales características de las teorías relativistas de campo medio y motiva, por ende, el estudio de la dinámica relativista para entender el origen del aumento de la constante de acoplamiento axial efectiva.

Por otro lado, las transiciones que proceden via la carga axial (transiciones β primeras prohibidas, etc.) son de particular interés ya que el operador en juego es $\gamma^0\gamma^5$, no diagonal en el espacio de Dirac, que conecta componentes superiores e inferiores del cuadri-spinor de Dirac

modificadas por el medio nuclear [32]. De esta forma el elemento de matriz podría depender sensiblemente del empleo de funciones de onda nucleares relativistas. Recordemos que el uso de dinámica relativista trae aparejado una reducción de la masa efectiva (M^*) del nucleón en el medio nuclear debido a la existencia de un campo mesónico escalar atractivo intenso. Esto se traduce, dentro de la función de onda del nucleón, en un significativo aumento de la componente inferior del cuadrespinor de Dirac. Este aumento de la componente inferior produce un incremento de los valores medios de cualquier operador no diagonal en el espacio de Dirac que conecte componentes superiores e inferiores. Este es el caso del momento magnético isoescalar (matriz γ), donde se produce un aumento anormal por sobre el valor de Schmidt [26]. De todos modos se sabe también que, en este último caso, el aumento se compensa por la aparición de una corriente inducida en el medio y originada en la polarización isoescalar del carozo nuclear cuando una partícula o agujero es incluida.

Esto no significa que podamos predecir un aumento en el elemento de matriz de transición de la carga axial ya que en este caso los estados inicial y final son distintos y el resultado dependerá de la diferencia espacial entre éstos (pudiendo incluso disminuir en lugar de aumentar.) Por ello, cada transición debe ser explorada en detalle no pudiéndose obtener una conclusión en principio general.

Hay antecedentes en la literatura de estudios de efectos relativistas en transiciones débiles [15, 16, 17, 18], pero llevados a cabo exclusivamente en la transición $0^+ \leftrightarrow 0^-$ en el sistema $A = 16$ y a nivel fenomenológico. El empleo de dinámica relativista, en este sistema, produce un aumento del elemento de matriz de transición β por sobre los resultados no relativistas. De todas formas este cálculo no provee una respuesta categórica a la necesidad de emplear dinámica relativista en el medio nuclear ya que el sistema $A = 16$ presenta incertezas con respecto a las mezclas $p + h$ para el primer estado excitado 0^- del N, y $2p + 2h$ para el estado fundamental del 0^+ del O. Esto, además de las correcciones esperadas debidas a las MEC. Las transiciones β primeras prohibidas en el sistema $A \approx 208$, se nos aparecen, en cambio, con una gran diferencia entre IA y el experimento; esto podría estar indicando la existencia de un efecto dependiente del medio de la clase de los encontrados en teorías de campo medio relativistas.

El descubrimiento de transiciones primeras prohibidas $\Delta J = 0$ en el ^{133}Sn [33] ofrece, además, la oportunidad de extender estos estudios en una región intermedia entre $A \sim 16$ y 208, y explorar la dependencia con A del aumento de la carga axial efectiva.

A partir de los resultados de la sección anterior es posible afirmar que la respuesta axial isovectorial del carozo nuclear al agregado de una partícula o agujero resulta irrelevante en transiciones del tipo β donde los momentos transferidos son cercanos a cero. Es decir, cualquier aumento que se produzca por efectos relativistas del medio no será compensado

por una corriente inducida por la polarización del carozo, a diferencia de lo que ocurría en el caso electromagnético. En cambio, en procesos de captura muónica donde los momentos transferidos son del orden de la masa del muón, la polarización del carozo nuclear podría llevar a una fuerte renormalización del factor de forma del término pseudoescalar inducido, según lo anticipan nuestros cálculos en materia nuclear.

La captura de un muón por el ^{16}O resulta en la aproximación de impulso (IA) insensible al empleo de dinámica relativista si empleamos un acoplamiento PV en el vértice πNN . Esto se debe a que, como explicamos en la Parte 3 del trabajo, para los valores de q transferidos en la transición la componente espacial ($\gamma\gamma^5$) del término pseudoescalar inducido de la corriente predomina sobre el primer término ($g_A\gamma^\mu\gamma^5$) y existe además una sutil cancelación entre este último y la componente temporal del término pseudoescalar inducido ($g_P\gamma^0\gamma^5$) [15]. El predominio de la componente $\gamma\gamma^5$ sobre las demás implica que en captura muónica no se espera que el tratamiento relativista introduzca grandes modificaciones a los resultados no-relativistas ya que la matriz en juego no mezcla componentes superiores con inferiores. Pero este análisis es sólo válido a nivel de partícula independiente. Pueden aparecer modificaciones sustanciales cuando la polarización del carozo nuclear sea tenida en cuenta como vimos más arriba.

Como ya hemos dicho, todos los cálculos relativistas en transiciones débiles, han sido hechos en un nivel fenomenológico. En este trabajo nosotros llevaremos a cabo un cálculo dentro del marco de $QHD-II$ que es una teoría de campo hadrónica renormalizable en la cual tanto la influencia de las correcciones de vacío como la de la polarización isovectorial débil del carozo nuclear y la de las corrientes mesónicas de intercambio MEC , pueden ser incluídas en forma consistente.

Nos detendremos en el estudio de aquellas transiciones donde los estados nucleares pueden ser descriptos, en primera aproximación, como una partícula y/o agujero fuera de doble capa cerrada. Esto último minimiza las incertezas propias de la descripción del estado nuclear y deja el camino mucho más claro para examinar las implicancias que trae aparejado el uso de dinámica relativista.

Esta cuarta parte de esta tesis está dividida en seis secciones. En la segunda sección fundamentamos la razón del estudio de transiciones β primeras prohibidas mediadas por la carga axial. En la tercer sección presentamos los detalles del cálculo de los elementos de matriz y de las funciones de onda nucleónicas. En la cuarta sección mostramos los resultados obtenidos en el cálculo de transiciones primeras prohibidas en los núcleos ^{209}Pb , ^{207}Tl , ^{133}Sn y ^{16}N . En la quinta sección analizamos los efectos de la polarización axial isovectorial del carozo nuclear, a momentos transferidos del orden de la masa muónica, estudiados en la Parte 3 del trabajo, en la transición de captura muónica $^{16}\text{O}(0^+) \rightarrow ^{16}\text{N}(0^-)$. Finalmente,

en la sexta sección presentamos el cálculo relativista de corrientes mesónicas de intercambio *MEC* llevado a cabo por Barenboim, Gattone e Izquierdo [34].

4.2 Transiciones mediadas por la carga axial

El objetivo de esta sección es el de fundamentar la razón del estudio de transiciones β primeras prohibidas mediadas por la carga axial. Como ya se ha dicho, el uso de dinámica relativista en física nuclear trae aparejado la reducción de la masa efectiva del nucleón en el medio. Esto se traduce dentro de la función de onda del nucleón en un significativo aumento de la componente inferior del cuadriespino de Dirac. La componente superior es un orden de magnitud mayor que la inferior y, por ende, en cálculos de elementos de matriz de operadores diagonales en el espacio de Dirac predomina el término que contiene las componentes superiores y no es apreciable el aumento producido en las inferiores. Por el contrario, si el operador en juego es no diagonal se mezclan componentes inferiores y superiores pudiéndose apreciar entonces la presencia de los intensos campos relativistas.

Analicemos ahora el comportamiento de la corriente débil. Si tenemos en cuenta que en transiciones β el momento transferido es pequeño, sólo el primer término (libre) de la corriente vectorial y la axial-vectorial resultan importantes (ver Apéndice B), es decir,

$$J_{\lambda}^{V(\pm)} = \bar{\psi} \gamma_{\lambda} \tau^{\pm} \psi, \quad (4.1)$$

$$J_{\lambda}^{A(\pm)} = \bar{\psi} \gamma_{\lambda} \gamma^5 \tau^{\pm} \psi. \quad (4.2)$$

Si separamos sus componentes temporales y espaciales:

$$\begin{aligned} \rho_V \propto \gamma^0 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} & \mathbf{j}_V \propto \boldsymbol{\gamma} &= \begin{pmatrix} 0 & \boldsymbol{\sigma} \\ -\boldsymbol{\sigma} & 0 \end{pmatrix} \\ \rho_A \propto \gamma^0 \gamma^5 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} & \mathbf{j}_A \propto \boldsymbol{\gamma} \gamma^5 &= \begin{pmatrix} \boldsymbol{\sigma} & 0 \\ 0 & -\boldsymbol{\sigma} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

podemos identificar a aquellos operadores que mezclan componentes del espinor de Dirac. Éstos son ρ_A (carga axial) y \mathbf{j}_V . Los otros dos términos, ρ_V y \mathbf{j}_A , son los responsables de las bien conocidas transiciones de Fermi y de Gamow-Teller, respectivamente, las cuales no mezclan componentes inferiores y superiores y que son los términos dominantes en la mayor parte de las transiciones débiles nucleares. Nuestro interés es encontrar transiciones donde las reglas de selección releguen a las de Fermi o Gamow-Teller. Para ello comenzamos estudiando a los operadores multipolares definidos en la Sección 2.5. Estos son:

Tabla 4.1: Caracter diagonal o no diagonal de los operadores multipolares en el espacio de Dirac, y paridad transferida.

| No Diagonales | | | | Diagonales | | | |
|---------------|---------------|------------------------------|-------------------------------|---------------|---------------|------------------------------|-------------------------------|
| \hat{C}_J^A | \hat{L}_J^V | $\hat{T}_{J \geq 1}^{V\,el}$ | $\hat{T}_{J \geq 1}^{V\,mag}$ | \hat{C}_J^V | \hat{L}_J^A | $\hat{T}_{J \geq 1}^{A\,el}$ | $\hat{T}_{J \geq 1}^{A\,mag}$ |
| $(-1)^{J+1}$ | $(-1)^J$ | $(-1)^J$ | $(-1)^{J+1}$ | $(-1)^J$ | $(-1)^{J+1}$ | $(-1)^{J+1}$ | $(-1)^J$ |

$$\hat{C}_{JM}^{(V \circ A)}(q) = \int d\mathbf{r} M_{JM}(q\mathbf{r}) \rho_{(V \circ A)}(r), \quad (4.3)$$

$$\hat{L}_{JM}^{(V \circ A)}(q) = \int d\mathbf{r} \left[\frac{i}{q} \nabla M_{JM}(q\mathbf{r}) \right] \cdot \mathbf{j}_{(V \circ A)}(r), \quad (4.4)$$

$$\hat{T}_{JM}^{(V \circ A)\,el}(q) = \int d\mathbf{r} \left[\frac{1}{q} \nabla \times \mathbf{M}_{JJM}(q\mathbf{r}) \right] \cdot \mathbf{j}_{(V \circ A)}(r), \quad (4.5)$$

$$\hat{T}_{JM}^{(V \circ A)\,mag}(q) = \int d\mathbf{r} \mathbf{M}_{JJM}(q\mathbf{r}) \cdot \mathbf{j}_{(V \circ A)}(r), \quad (4.6)$$

los cuales corresponden a los operadores multipolares coulombiano, longitudinal, transversal eléctrico y transversal magnético, vectorial V y axial-vectorial A respectivamente. En la Tabla 4.1 los dividimos en dos grupos; aquéllos diagonales en el espacio de Dirac y aquéllos no diagonales y que, por ende, mezclan las componentes inferiores y superiores. Las paridades transferidas por estos operadores tensoriales de rango J también se detallan.

Con esta información podemos ahora analizar en que transiciones los operadores no diagonales predominan sobre los diagonales. Consideremos un decaimiento β desde un estado inicial con impulso y paridad $I_i^{\pi_i}$ a un estado final con $I_f^{\pi_f}$, definiendo $\Delta I = I_f - I_i$ (resta escalar) y $\Delta\pi = \pi_i \pi_f$. En transiciones del tipo $\Delta I^{\Delta\pi} = 0^-$ con $I_i = I_f = 0$, los únicos operadores que contribuyen (ver las reglas de selección), son \hat{C}_0^A y \hat{L}_0^A . Observando la estructura del operador \hat{L}_0^A (ver Apéndice B) vemos que a momentos transferidos bajos resulta proporcional a $j_1(qr) \propto q$, por lo cual se espera que su contribución no sea muy importante en transiciones β (ya que para ellas $q \sim 0$). Por consiguiente, en este tipo de transiciones (primeras prohibidas) el operador \hat{C}_J^A (carga axial) resulta dominante. No ocurre lo mismo en procesos como captura muónica donde los momentos transferidos son del orden de la masa del muón. En este caso ambos operadores compiten, y ya no es posible

Tabla 4.2: Reglas de selección

| | No Diagonales | | | | Diagonales | | | |
|-------------|---------------|---------------|-----------------------------|------------------------------|---------------|---------------|-----------------------------|------------------------------|
| $J = 0$ | \hat{C}_0^A | \hat{L}_0^V | $\hat{T}_{J \geq 1}^{V el}$ | $\hat{T}_{J \geq 1}^{V mag}$ | \hat{C}_0^V | \hat{L}_0^A | $\hat{T}_{J \geq 1}^{A el}$ | $\hat{T}_{J \geq 1}^{A mag}$ |
| $\Delta\pi$ | - | + | no | no | + | - | no | no |
| | $\propto q^0$ | $\propto q^1$ | no | no | $\propto q^0$ | $\propto q^1$ | no | no |
| $J = 1$ | \hat{C}_1^A | \hat{L}_1^V | $\hat{T}_1^{V el}$ | $\hat{T}_1^{V mag}$ | \hat{C}_1^V | \hat{L}_1^A | $\hat{T}_1^{A el}$ | $\hat{T}_1^{A mag}$ |
| $\Delta\pi$ | + | - | - | + | - | + | + | - |
| | $\propto q^1$ | $\propto q^0$ | $\propto q^0$ | $\propto q^1$ | $\propto q^1$ | $\propto q^0$ | $\propto q^0$ | $\propto q^1$ |

despreciar los términos con dependencia lineal en q en la corriente vectorial-axial.

En transiciones del tipo $\Delta I^{\Delta\pi} = 0^-$ con $I_i = I_f \neq 0$ las reglas de selección permiten ordenes multipolares mayores que $J = 0$, por consiguiente \hat{C}_0^A competirá con \hat{C}_1^V , \hat{L}_J^V , $\hat{T}_1^{V el}$ y $\hat{T}_1^{A mag}$, pero nuevamente usando el hecho de que $\hat{C}_1^V(q)$ y $\hat{T}_1^{A mag}(q)$ son proporcionales a $j_{J=1}(qr) \propto q$ (ver Apéndice B), concluimos que en este tipo de transiciones, β primeras prohibidas, dominarán esencialmente los operadores multipolares \hat{C}_0^A , \hat{L}_J^V y $\hat{T}_1^{V el}$, todos ellos no diagonales en el espacio de Dirac.

Transiciones con $\Delta I^{\Delta\pi} = 1^+$, por razones similares a las analizadas en el proceso anterior, son dominadas principalmente por \hat{L}_J^V y $\hat{T}_1^{V el}$, no diagonales en el espacio de Dirac.

En la Tabla 4.2 resumimos las reglas de selección de los operadores multipolares para $J = 0$ y $J = 1$, especificando también la dependencia con el momento transferido q , para $q \sim 0$.

En conclusión, las transiciones que hemos analizado podrían, en principio, ser sensibles al empleo de una dinámica relativista en la descripción del núcleo.

4.3 Detalles del cálculo

Como hemos hecho notar en la Sección 2.5 en este trabajo emplearemos el formalismo de Walecka [24] para el cálculo de procesos semileptónicos. Esta es una forma alternativa a

la más tradicional de Behrens y Bühring [25] que tiene la ventaja de ser más manejable y adaptable al uso de dinámica relativista. La relación entre ambos formalismos ha sido establecida y puede ser encontrada en la referencia [25].

La probabilidad de decaimiento β por unidad de tiempo, dentro de este formalismo, ya la hemos presentado en la Sección 2.5.1 (ec. 2.42). Los operadores multipolares, definidos en la Sección 2.5 se calculan en detalle en el Apéndice B con el empleo de funciones de onda relativistas (soluciones ligadas de la ecuación de Dirac.)

Las funciones de onda relativistas de los nucleones en el núcleo se calcularon dentro del marco teórico de *QHD-II* resolviendo numéricamente el sistema de ecuaciones diferenciales acopladas de los campos bariónicos y mesónicos en la aproximación de Hartree *DH* (sin correcciones de vacío) y *RHA* (con correcciones de vacío), como se detalló en la Sección 1.5. El campo Coulombiano, obtenido a partir del cálculo anterior, fue empleado para resolver numéricamente el problema de dispersión de un electrón en el formalismo relativista y, de esta forma, obtener un factor de Fermi $F^\pm(Z, \epsilon)$ más exacto que el usual, donde se considera al núcleo como una esfera cargada.

Con el objeto de comparar el cálculo relativista con el no relativista en lugar de efectuar la usual reducción de los operadores a su forma no relativista llevamos a cabo una reducción *ad hoc*, completamente equivalente a la tradicional, reemplazando la componente inferior del espinor de Dirac 1.32 por su relación en el espacio libre con la componente superior (ver ec. 1.35):

$$G_{n\kappa}(r) = \frac{1}{E + M} \left[\frac{d}{dr} + \frac{1 + \kappa}{r} \right] F_{n\kappa}(r) \quad (4.7)$$

y normalizando nuevamente. El propósito de este método es utilizar los mismos elementos de matriz (relativistas) calculados en el Apéndice B, y comparar en igualdad de complejidad de cálculo. Este nuevo cuadriespinor no presenta el aumento de la componente inferior debido a la presencia del campo escalar. Estas funciones de onda fueron a su vez verificadas calculando el momento magnético de los núcleos involucrados en las transiciones como así también el factor de forma de carga, obteniendo resultados satisfactorios para nuestro nivel de precisión.

4.4 Transiciones β primeras prohibidas

En esta sección mostraremos los resultados obtenidos en el cálculo de transiciones primeras prohibidas en los núcleos ^{209}Pb , ^{207}Tl , ^{133}Sn y ^{16}N , cuyos esquemas de decaimiento se muestran en la Figura 4.1 . Estas transiciones fueron elegidas debido a que los estados nucleares

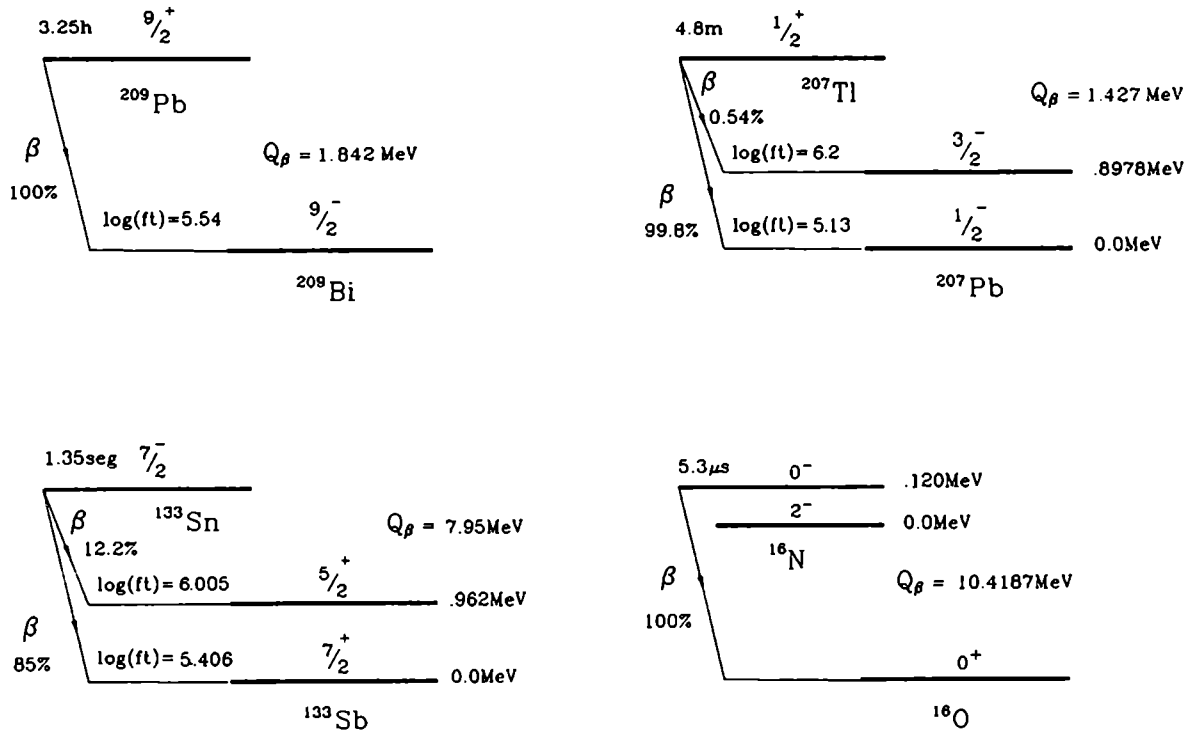


Figura 4.1: Decaimientos β primeras prohibidas.

pueden ser descritos, en primera aproximación, como una partícula y/o agujero fuera de doble capa cerrada. Esto último hace que estas transiciones estén libres, en principio, de las incertezas propias de la descripción del estado nuclear, lo cual nos deja el camino mucho más claro para examinar las implicancias que trae aparejado el uso de la dinámica relativista.

Los elementos de matriz de los operadores multipolares que entran en juego en cada transición se calculan en esta sección en la aproximación de impulso tanto no relativista (*NRIA*) como relativista (*DH* y *RHA*), y se comparan ambos resultados. Se muestran también resultados del cálculo relativista de las correcciones debidas a corrientes mesónicas de intercambio obtenidos por Barenboim, Gattone e Izquierdo [34]. Algunos detalles de este último cálculo se darán en la Sección 4.6.

Se hace notar que todos los resultados obtenidos en transiciones β son independientes del acoplamiento πNN elegido (sea éste *PV* o *PS*), ya que para la magnitud de los momentos transferidos en estos procesos el término pseudoescalar inducido resulta completamente despreciable frente al primer término de la corriente axial.

4.4.1 Decaimientos de los núcleos $^{209}\text{Pb}(9/2^+)$ y $^{207}\text{Tl}(1/2^+)$

Recientemente Warburton [14] realizó un análisis detallado, utilizando el modelo de capas, de las transiciones β primeras prohibidas en núcleos en la región $A = 208 - 212$. Del análisis surge la existencia de un gran aumento, anómalo, de la constante de acoplamiento axial efectiva, del orden del 100% con respecto a su valor en el espacio libre. Este aumento puede parametrizarse de la forma,

$$g_A^{effect.} = g_A^{libre} (1 + \delta_A) \quad (4.8)$$

donde de acuerdo a los ajustes de Warburton

$$\delta_A = 1.05 \pm 0.05. \quad (4.9)$$

Esto es un 50% más grande que el anticipado por cálculos no relativistas de *MEC*. A su vez este mismo autor encontró que la corrección a la constante vectorial era despreciable, o sea,

$$g_V^{effect.} = g_V^{libre} (1 + \delta_V) \quad (4.10)$$

donde

$$\delta_V = 0.03 \pm 0.06, \quad (4.11)$$

Estos valores de δ_A y δ_V resultan compatibles con las 18 transiciones que en ese trabajo se analizaron.

En esta subsección mostraremos los resultados de nuestro cálculo [35] de las transiciones

- a) $^{209}\text{Pb}(9/2^+) \rightarrow ^{209}\text{Bi}(9/2^-)$
- b) $^{207}\text{Tl}(1/2^+) \rightarrow ^{207}\text{Pb}(1/2^-)$
- c) $^{207}\text{Tl}(1/2^+) \rightarrow ^{207}\text{Pb}(3/2^-)$

dominadas, principalmente, por las transiciones de partícula independiente

- a) $\nu 2g_{9/2} \rightarrow \pi 1h_{9/2}$
- b) $(\pi 3s_{1/2})^{-1} \rightarrow (\nu 3p_{1/2})^{-1}$
- c) $(\pi 3s_{1/2})^{-1} \rightarrow (\nu 3p_{3/2})^{-1}$

En las Tablas 4.3, 4.4 y 4.5 mostramos los resultados de los elementos de matriz, de partícula independiente de los operadores multipolares a $q = 0$. La primera columna de las Tablas corresponde a la IA no relativista, mientras que la segunda y tercer columnas corresponden a los cálculos relativistas de DH y RHA . En ambos casos se presentan resultados en la aproximación de impulso sólomente (IA), e incluyendo también el efecto de las corrientes mesónicas de intercambio ($IA+MEC$). Entre paréntesis se muestra el incremento porcentual respecto al resultado IA no relativista y, para el caso de la carga axial aparece además, el valor de δ_A predicho por cada cálculo (nuevamente respecto al resultado IA no relativista.)

Como puede verse en la Tabla 4.3 el decaimiento del $^{209}\text{Pb}(9/2^+)$ está mediado principalmente por el operador multipolar \hat{C}_0^A (carga axial) cuyo elemento de matriz relativista aparece incrementado respecto del cálculo IA no relativista. La magnitud del aumento depende fuertemente del modelo utilizado y es del 76% en DH y del 40% en RHA . Si a estos resultados le sumamos las correcciones debidas a MEC obtenemos

$$\delta_A = 1.77 \quad (DH)$$

$$\delta_A = 1.20 \quad (RHA)$$

es decir que en la aproximación DH se sobreestima el aumento de la carga axial, mientras que en el caso RHA nuestro resultado está en relativo acuerdo con el análisis de Warburton.

Un hecho importante en el cálculo del decaimiento del $^{209}\text{Pb}(9/2^+)$, y que merece nuestra atención, es el comportamiento de los elementos de matriz de los operadores \hat{L}_1^V y \hat{T}_1^{Ael} . Estos operadores mezclan componentes superiores e inferiores del espinor de Dirac pero, sin embargo, los resultados relativistas sólo muestran un aumento del orden del 3% respecto del cálculo de IA no relativista; un incremento insignificante comparado con el producido en la carga axial. Lo primero a recalcar es que ésta pequeña variación es compatible con el resultado de Warburton $\delta_V \approx 0$. La segunda observación es que éste hecho contradice la idea comúnmente aceptada de que el elemento de matriz de un operador que mezcle componentes superiores con inferiores aumenta, respecto a su contraparte no relativista, debido a la presencia del campo escalar. Esto último es estrictamente cierto sólo cuando son iguales los estados inicial y final, pero no necesariamente se satisface cuando estos estados son distintos, como ocurre en el caso de las transiciones que estamos estudiando. El resultado será sensible a la diferencia espacial entre los estados y sus números cuánticos, y a la diferente estructura del operador en juego, pudiendo inclusive disminuir en lugar de aumentar. Esta observación indica que cada transición debe ser explorada en detalle, no pudiéndose obtener una conclusión en principio general. Prueba de ello es el comportamiento de estos dos operadores en el caso del decaimiento del $^{207}\text{Tl}(1/2^+)$ donde en DH se produce un aumento

Tabla 4.3: Resultados de la transición $^{209}\text{Pb} \rightarrow ^{209}\text{Bi}$

| | <i>NR</i> | <i>DH</i> | | | <i>RHA</i> | | |
|--------------------|-----------------------|-----------------------------|-----------------------|------------|-----------------------------|-----------------------|------------|
| | <i>IA</i> | <i>IA</i> | <i>IA+MEC</i> | δ_A | <i>IA</i> | <i>IA+MEC</i> | δ_A |
| \hat{C}_0^A | 1.12×10^{-1} | 1.98×10^{-1} (76%) | 3.12×10^{-1} | 1.77 | 1.58×10^{-1} (40%) | 2.48×10^{-1} | 1.2 |
| \hat{L}_1^V | 5.61×10^{-3} | 5.77×10^{-3} (3%) | | | 5.69×10^{-3} (1%) | | |
| $\hat{T}_1^{V el}$ | 7.93×10^{-3} | 8.16×10^{-3} (3%) | | | 8.05×10^{-3} (1%) | | |

Tabla 4.4: Resultados de la transición $^{207}\text{Tl}(1/2^+) \rightarrow ^{209}\text{Pb}(1/2^-)$

| | <i>NR</i> | <i>DH</i> | | | <i>RHA</i> | | |
|--------------------|------------------------|------------------------------|------------------------|------------|------------------------------|------------------------|------------|
| | <i>IA</i> | <i>IA</i> | <i>IA+MEC</i> | δ_A | <i>IA</i> | <i>IA+MEC</i> | δ_A |
| \hat{C}_0^A | -0.75×10^{-1} | -1.15×10^{-1} (52%) | -1.60×10^{-1} | 1.12 | -0.97×10^{-1} (28%) | -1.37×10^{-1} | 0.81 |
| \hat{L}_1^V | 2.01×10^{-2} | 3.33×10^{-2} (65%) | | | 2.71×10^{-2} (34%) | | |
| $\hat{T}_1^{V el}$ | 2.85×10^{-2} | 4.71×10^{-2} (65%) | | | 3.83×10^{-2} (34%) | | |

Tabla 4.5: Resultados de la transición $^{207}\text{Tl}(1/2^+) \rightarrow ^{209}\text{Pb}(3/2^-)$

| | <i>IA - NR</i> | <i>IA - DH</i> | <i>IA - RHA</i> |
|--------------------|-----------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| \hat{L}_1^V | 2.92×10^{-2} | 4.28×10^{-2} (46%) | 3.63×10^{-2} (24%) |
| $\hat{T}_1^{V el}$ | 4.13×10^{-2} | 6.05×10^{-2} (46%) | 5.14×10^{-2} (24%) |

del orden del 65% (Tabla 4.4) y 46% (Tabla 4.5). Esto motiva aún más la idea de encontrar procesos que discriminen entre el cálculo relativista y el no relativista.

En la transición $^{207}\text{Tl}(1/2^+) \rightarrow ^{207}\text{Pb}(1/2^-)$ (Tabla 4.4), nuevamente el operador multipolar \hat{C}_0^A es el de mayor peso, aunque, \hat{L}_1^V y \hat{T}_1^{Ael} resultan del mismo orden. Los elementos de matriz de los tres operadores se ven aumentados y, nuevamente, la magnitud del aumento depende fuertemente del modelo utilizado. Como puede verse los valores de δ_A predichos por nuestros cálculos para este decaimiento, en $IA + MEC$, son

$$\delta_A = 1.12 \quad (DH)$$

$$\delta_A = 0.81 \quad (RHA)$$

resultados acordes con el análisis de Warburton. Nuestro resultado en el término vectorial, sin embargo, sugiere un aumento del orden del 65% en DH y del 34% en RHA respecto del cálculo de IA no relativista, lo que no resulta despreciable en esta transición.

Un resultado similar se obtiene para la transición del $^{207}\text{Tl}(1/2^+)$ al segundo estado excitado del ^{207}Pb (ver Tabla 4.5), mediada predominantemente por los operadores \hat{L}_1^V y \hat{T}_1^{Ael} . Estos aumentan un 46% en DH y 24% en RHA respecto del cálculo de IA no relativista, no resultando compatibles con $\delta_V \approx 0$. Cabe destacar que en este caso la aproximación de partícula independiente no resulta tan buena como en los dos casos anteriores.

En las tres transiciones se verifica que el aumento en la aproximación de RHA , es decir cuando las correcciones de vacío son tenidas en cuenta, es significativamente menor que en DH . Esto es esperable teniendo en cuenta que la masa efectiva M^* en RHA no es tan chica en comparación con lo que sucede en DH (ver Sección 2.6).

Es necesario recalcar que estos resultados no pueden tomarse como concluyentes ya que hemos trabajado en la aproximación de partícula o agujero (donde sólo la configuración principal es considerada) mientras que los resultados de Warburton fueron obtenidos con toda la tecnología existente en el cálculo de modelo de capas.

4.4.2 Decaimientos β del $^{133}\text{Sn}(7/2^-)$

Más recientemente Warburton [36] también llevó a cabo un detallado análisis, dentro del modelo de capas, de las transiciones β primeras prohibidas en núcleos en la región $A \approx 132$ encontrando una renormalización de la carga axial del orden del 82%, es decir,

$$\delta_A = 0.87 \pm 0.07 \quad (4.12)$$

En esta subsección mostraremos resultados de nuestros cálculos, en la misma región, para las transiciones:

$$\text{a) } {}^{133}\text{Sn}(7/2^-) \rightarrow {}^{133}\text{Sb}(7/2^+)$$

$$\text{b) } {}^{133}\text{Sn}(7/2^-) \rightarrow {}^{133}\text{Sb}(5/2^+)$$

dominadas principalmente por las transiciones de partícula independiente:

$$\text{a) } \nu 2f_{7/2} \rightarrow \pi 1g_{7/2}$$

$$\text{b) } \nu 2f_{7/2} \rightarrow \pi 2d_{5/2}$$

En la Tabla 4.6 y 4.7 se muestran los resultados de los elemento de matriz de partícula independiente de los operadores multipolares a $q = 0$.

En la tabla 4.6 puede verse que el decaimiento del ${}^{133}\text{Sn}$ al estado fundamental del ${}^{133}\text{Sb}$ ($J^\pi = 7/2^+$) es mediado principalmente por el operador multipolar \hat{C}_0^A (carga axial) cuyo elemento de matriz relativista aumenta significativamente respecto del cálculo IA no relativista. La magnitud del aumento depende nuevamente del modelo utilizado pero resulta del mismo orden del registrado en el decaimiento del ${}^{209}\text{Pb}(9/2^+)$, esto es, 73% en DH y 45% en RHA . Si a estos resultados le sumamos las correcciones debidas a MEC obtenemos:

$$\delta_A = 1.26 \quad (DH)$$

$$\delta_A = 0.73 \quad (RHA)$$

En el método DH el aumento encontrado es superior al encontrado en el análisis de Warburton, mientras que en RHA se obtiene un resultado del mismo orden. Los elementos de matriz de los operadores \hat{L}_1^V y \hat{T}_1^{Ael} aumentan también —alrededor del 20%— pero en esta transición su incidencia es menor por lo cual no contradicen los resultados de Warburton.

El decaimiento del ${}^{133}\text{Sn}$ al primer estado excitado ${}^{133}\text{Sb}(5/2^+)$ está mediado, principalmente, por los operadores multipolares \hat{L}_1^V y \hat{T}_1^{Vel} . En la Tabla 4.7 se observa que estos operadores aumentan del orden del 34% en DH y 23% en RHA . Estos aumentos no se compatibilizan con los obtenidos por Chou y Warburton [37] los cuales, usando la interacción de Kuo–Herling, obtienen en esta transición un buen acuerdo con los resultados experimentales.

Tabla 4.6: Resultados de la transición $^{133}\text{Sn}(7/2^-) \rightarrow ^{133}\text{Sb}(7/2^+)$

| | <i>NR</i> | <i>DH</i> | | | <i>RHA</i> | | |
|--------------------|-----------------------|-----------------------------|-----------------------|------------|-----------------------------|-----------------------|------------|
| | <i>IA</i> | <i>IA</i> | <i>IA+MEC</i> | δ_A | <i>IA</i> | <i>IA+MEC</i> | δ_A |
| \hat{C}_0^A | 0.98×10^{-1} | 1.69×10^{-1} (73%) | 2.22×10^{-1} | 1.26 | 1.42×10^{-1} (45%) | 1.70×10^{-1} | 0.73 |
| \hat{L}_1^V | 0.66×10^{-2} | 0.81×10^{-2} (23%) | | | 0.78×10^{-2} (18%) | | |
| $\hat{T}_1^{V el}$ | 0.93×10^{-2} | 1.15×10^{-2} (23%) | | | 1.10×10^{-2} (18%) | | |

Tabla 4.7: Resultados de la transición $^{133}\text{Sn}(7/2^-) \rightarrow ^{133}\text{Sb}(5/2^+)$

| | <i>NR</i> | <i>DH</i> | <i>RHA</i> |
|--------------------|------------------------|------------------------------|------------------------------|
| | <i>IA</i> | <i>IA</i> | <i>IA</i> |
| \hat{L}_1^V | -0.56×10^{-1} | -0.75×10^{-1} (34%) | -0.69×10^{-1} (23%) |
| $\hat{T}_1^{V el}$ | -0.79×10^{-1} | -1.06×10^{-1} (34%) | -0.97×10^{-1} (23%) |

4.5 Decaimientos β $^{16}\text{N}(0^-) \rightarrow ^{16}\text{O}(0^+)$

Existe abundante literatura utilizando métodos relativistas en este decaimiento [15, 16, 17, 18]. En todos los casos los cálculos fueron llevados a cabo a nivel fenomenológico, para investigar efectos, pero nunca a partir de una teoría más general. Dentro de un programa tal encaramos el cálculo en este núcleo dentro del esquema teórico de QHD. Esta transición está mediada, predominantemente, por la carga axial. El cálculo de la probabilidad de decaimiento β en IA no relativista resulta anormalmente pequeño respecto del resultado experimental (por aproximadamente un factor dos), sugiriendo la existencia de un aumento de la constante de acoplamiento axial efectiva del orden del 40% respecto a su valor en el espacio libre. La inclusión de efectos de estructura nuclear reduce aún más la probabilidad de decaimiento. El sistema $A = 16$ presenta incertezas con respecto a las mezclas $p + h$ para el primer estado excitado 0^- del N, y $2p + 2h$ para el estado fundamental del 0^+ del O. Esto además de las correcciones esperadas debidas a *MEC*.

Para el cálculo de la probabilidad de transición consideramos un modelo nuclear simple, en el cual el primer estado excitado del ^{16}N , $J^\pi = 0^-$, (con una energía de excitación de sólo 0.120MeV), se describe como una mezcla de dos configuraciones de partícula-agujero,

$$|0^-\rangle = \sqrt{1 - \lambda^2} |[2s_{1/2}1p_{1/2}]_{0^-}\rangle + \lambda |[1d_{3/2}1p_{3/2}]_{0^-}\rangle \quad (4.13)$$

donde λ es la amplitud de mezcla cuyo valor típico es de $\lambda \approx 0.08$ [38]. El estado fundamental del ^{16}O , en cambio, lo consideramos como doble capa cerrada. El valor medio de un operador tensorial de rango cero y paridad negativa entre estos dos estados es:

$$\langle 0^- | T_{0^-} | 0^+ \rangle = \sqrt{1 - \lambda^2} \langle 1p_{1/2} | T_{0^-} | 2s_{1/2} \rangle + \lambda \langle 1p_{3/2} | T_{0^-} | 1d_{3/2} \rangle \quad (4.14)$$

Cálculos previos (por ejemplo, los de Nedjadi y Rook [15]) han mostrado que el resultado es fuertemente dependiente de la elección de la función de onda radial, y concuerdan en que la cantidad crucial a reproducir es el radio cuadrático medio (rcm). El modelo de *QHD* ajusta sus parámetros para reproducir el rcm del ^{40}Ca y, por ende, se espera que presente diferencias apreciables con los cálculos fenomenológicos. Por esta razón y con fines comparativos hemos reproducido, también, el cálculo fenomenológico. Las funciones de onda utilizadas en este caso fueron tales que, no sólo reproducen el rcm de N sino también ajustan las energías de partícula independiente obtenidas a partir de los espectros experimentales. Las transiciones analizadas anteriormente ($A \sim 208$ y 132) no presentaban esta sensibilidad, razón por la cual no fue necesario un análisis similar.

Tabla 4.8: Resultados de la transición $^{16}\text{N}(0^-) \rightarrow ^{16}\text{O}(0^+)$

| | <i>NR</i> | <i>DH</i> | | | <i>RHA</i> | | |
|---------------------|------------------------|------------------------------|------------------------|------------|------------------------------|------------------------|------------|
| | <i>IA</i> | <i>IA</i> | <i>IA+MEC</i> | δ_A | <i>IA</i> | <i>IA+MEC</i> | δ_A |
| $\hat{C}_0^A j=1/2$ | 3.95×10^{-2} | 5.97×10^{-2} (51%) | 7.90×10^{-2} | 1.35 | 5.86×10^{-2} (48%) | 7.51×10^{-2} | 0.90 |
| $\hat{C}_0^A j=3/2$ | -1.31×10^{-1} | -1.64×10^{-1} (29%) | -1.78×10^{-1} | 0.36 | -1.56×10^{-1} (18%) | -1.68×10^{-1} | 0.28 |

Tabla 4.9: Resultados empíricos de la transición $^{16}\text{N}(0^-) \rightarrow ^{16}\text{O}(0^+)$

| | <i>IA - NR</i> | <i>IA - R</i> |
|---------------------|------------------------|------------------------------|
| $\hat{C}_0^A j=1/2$ | 4.88×10^{-2} | 6.63×10^{-2} (35%) |
| $\hat{C}_0^A j=3/2$ | -1.30×10^{-1} | -1.62×10^{-1} (25%) |

En las Tablas 4.8 y 4.9 mostramos los resultados de los elementos de matriz de partícula independiente del operador multipolar \hat{C}_0^A a $q = 0$, para $j = 1/2$ y $j = 3/2$ (ver ec. 4.14). Como en las transiciones anteriores la carga axial se ve aumentada respecto al cálculo no relativista. Este aumento es del 50% (caso de los modelos *DH* y *RHA*) para la configuración principal, y trepa a un 135% en *DH* y 90% en *RHA*, cuando se suman las *MEC*. El aumento no es tan pronunciado cuando trabajamos con funciones de onda empíricas, donde obtenemos un 35% de aumento, que es compatible con el experimento.

En la Figura 4.2 se muestra la variación de la probabilidad de decaimiento β por unidad de tiempo (ω_{e^-}) para los casos: i) no relativista, ii) relativista calculado dentro del modelo de *QHD* (en aproximación de *MFT*) y iii) el obtenido usando las funciones de onda relativistas fenomenológicas (que reproducen el *rcm* y los niveles de energía). Todo en *IA* y en función del parámetro de mezcla λ . Los resultados del cálculo no relativista y el fenomenológico concuerdan con los ya obtenidos en la referencia [15], observándose que la probabilidad de decaimiento en el cálculo no relativista esta muy reducida, mientras que en el cálculo relativista se obtiene un acuerdo razonable con el resultado experimental para un valor de

$\lambda = 0.06$ (comparar con el valor típico de 0.08). Los resultados obtenidos con las funciones de onda del modelo de QHD, resultan bastante inferiores a los empíricos, subestimando el valor de ω_{e^-} , tanto con la aproximación no relativista como con las relativistas, resultado que no sorprende dada la sensibilidad del cálculo con la función de onda.

De todas maneras estos resultados no son definitivos ya que es necesario contar con una mejor descripción del estado nuclear, incluyendo $2p + 2h$ para el estado fundamental del 0^+ del O.

4.6 Respuesta nuclear axial a $q \sim m_\mu$

La captura de un muón por el ^{16}O resulta, en principio, insensible al empleo de dinámica relativista, (si empleamos un acoplamiento PV en el vértice, como hicimos notar en la Parte 3). El predominio de la componente $\gamma\gamma^5$ sobre las demás implica que en captura muónica no se espera que relatividad introduzca grandes modificaciones a los resultados no-relativistas ya que la matriz en juego no mezcla componentes superiores con inferiores del espinor de Dirac. Pero este análisis, hecho a nivel de partícula independiente, puede sufrir modificaciones cuando se tenga en cuenta la polarización del carozo nuclear.

En la Sección 3.3 hemos analizado la respuesta axial isovectorial del carozo nuclear en núcleos A-impares, en el caso de materia nuclear infinita. Allí mostramos que la corriente inducida por la polarización del carozo produce una renormalización del segundo término de la corriente débil (seudoescalar inducido) que puede ser contabilizado como una renormalización del factor de forma correspondiente a este término, $g_P(q) = g_A(q) C_{PV}(q)$. A partir de los resultados de la Sección 3.3.1 y 3.3.2, es posible afirmar que la respuesta axial isovectorial del carozo nuclear al agregado de una partícula o agujero, resulta irrelevante en transiciones del tipo β , donde los momentos transferidos son cercanos a cero. En cambio en procesos de captura muónica, donde los momentos transferidos son del orden de la masa del muón, la polarización del carozo podría llevar a una gran renormalización del factor de forma $g_P(q)$. Para momentos transferidos $q_\nu^2 \approx -m_\mu^2$ y empleando el acoplamiento $\pi NN PV$ obtuvimos:

$$C_{PV} = 0.57 \quad (MFT) \quad (4.15)$$

$$C_{PV} = 0.82 \quad (RHA) \quad (4.16)$$

lo cual implica una fuerte reducción de la contribución del término pseudoescalar inducido. Esta reducción podría tener un efecto notable sobre el cálculo de la probabilidad de captura muónica. En particular, porque afectaría el balance existente entre el primer y el segundo término de la corriente axial-vectorial.

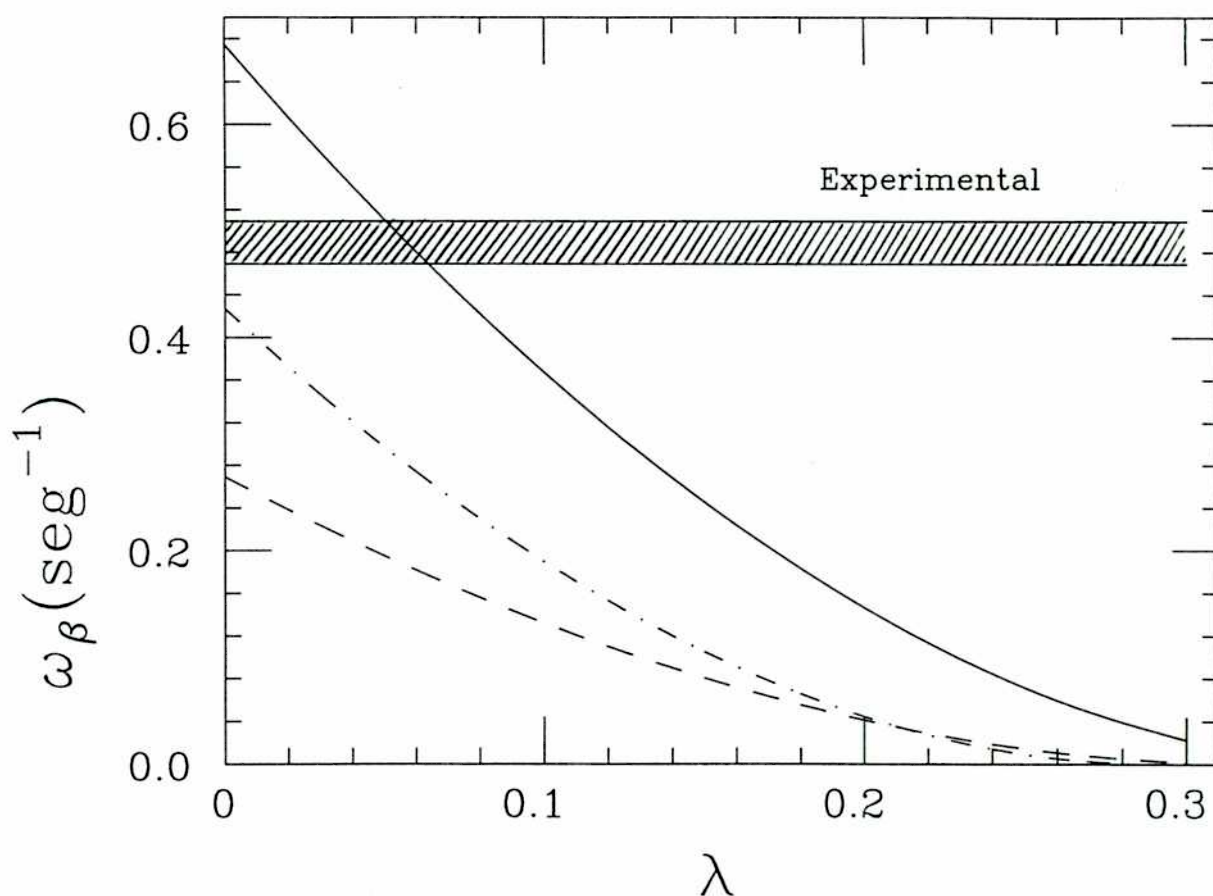
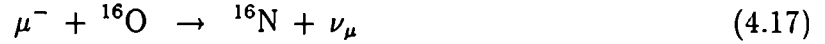


Figura 4.2: Probabilidad de decaimiento β por unidad de tiempo, relativista y no relativista en IA , en función del parámetro de mezcla λ . La región sombreada corresponde al resultado experimental con su incerteza [39], la línea llena corresponde al resultado obtenido usando las funciones de onda relativistas fenomenológicas, la línea de raya y punto al resultado relativista calculado dentro del modelo de QHD , y la línea rayada al resultado no relativista.

Estos resultados se obtuvieron trabajando con medios a densidad nuclear uniforme. En esta sección exploramos las consecuencias que esta renormalización produce en un núcleo finito donde la densidad no es constante. Analizamos particularmente el proceso de captura muónica:



el cual ha sido extensamente estudiado en la literatura [15, 16, 17, 18] empleando modelos relativistas.

La función $C_{PV}(q)$ ha sido definida como:

$$C_{PV}(q) = 1 - m_\pi^2 \left(\frac{g_\pi}{2M} \right)^2 \Delta^\pi(q) f_{PV}(q) \quad (4.18)$$

donde f_{PV} es una función complicada del cuadrimomento transferido, dependiente además de la densidad a través de M^* y k_{Fermi} . Nosotros aplicamos los resultados obtenidos en materia nuclear a un núcleo finito en aproximación de densidad local (*LDA*). Esta aproximación consiste en considerar que los resultados de materia nuclear valen localmente en el núcleo finito, permitiendo de esta forma una dependencia radial a $M^*(r)$ y $k_{Fermi}(r)$. Estas funciones se obtienen de resolver la ecuación de Dirac acoplada con las ecuaciones de los campos mesónicos (*QHD*).

En la Tabla 4.10 mostramos los resultados de la probabilidad por unidad de tiempo de captura muónica obtenidas en las aproximaciones de *DH* y *RHA*, ambos con (C_{PV} en *LDA*) y sin ($C_{PV} = 1$) inclusión de la respuesta del medio. Estos resultados se obtuvieron fijando $\lambda = 0$. El punto importante a destacar es que no obstante la fuerte disminución del término pseudoescalar inducido en materia nuclear, el efecto en núcleos finitos (en esta transición) resulta muy pequeño. El hecho es que la función C_{PV} posee una marcada dependencia con la densidad que puede apreciarse en la figura 4.3, donde se muestra la parte real de C_{PV} en la aproximación *DH*. En el centro del núcleo C_{PV} toma exactamente el valor de materia nuclear; decreciendo luego a medida que la densidad disminuye. En la superficie nuclear vuelve a crecer más allá de la unidad, para luego tender asintóticamente a $C_{PV} = 1$ como se espera que suceda en el infinito. El efecto total en la probabilidad por unidad de tiempo de captura muónica es del orden del 4% en *DH* y menos del 1% en *RHA*.

Este resultado sugiere que los cálculos en materia nuclear uniforme deben ser examinados con cuidado, sobre todo en casos como éste donde los resultados presentan una fuerte dependencia con la densidad.

Si elegimos un acoplamiento πNN *PS* los efectos son dramáticos, produciéndose un aumento en la probabilidad por unidad de tiempo de captura muónica del orden del 266%

Tabla 4.10: Resultados de la probabilidad de captura muónica por unidad de tiempo en la transición $^{16}\text{O}(0^+) \rightarrow ^{16}\text{N}(0^-)$ incluyendo la respuesta del medio

| | $C_{PV} = 1$ | $C_{PV} \equiv LDA$ |
|--|--------------|---------------------|
| $\omega_\mu \left[\frac{1}{seg}\right]$ en DH | 3193 | 3336 |
| $\omega_\mu \left[\frac{1}{seg}\right]$ en RHA | 2762 | 2779 |

en DH y 304% en RHA , lo cual resulta completamente inaceptable. Este resultado es una manifestación más de la dificultad que presenta el acoplamiento PS en describir la interacción πNN .

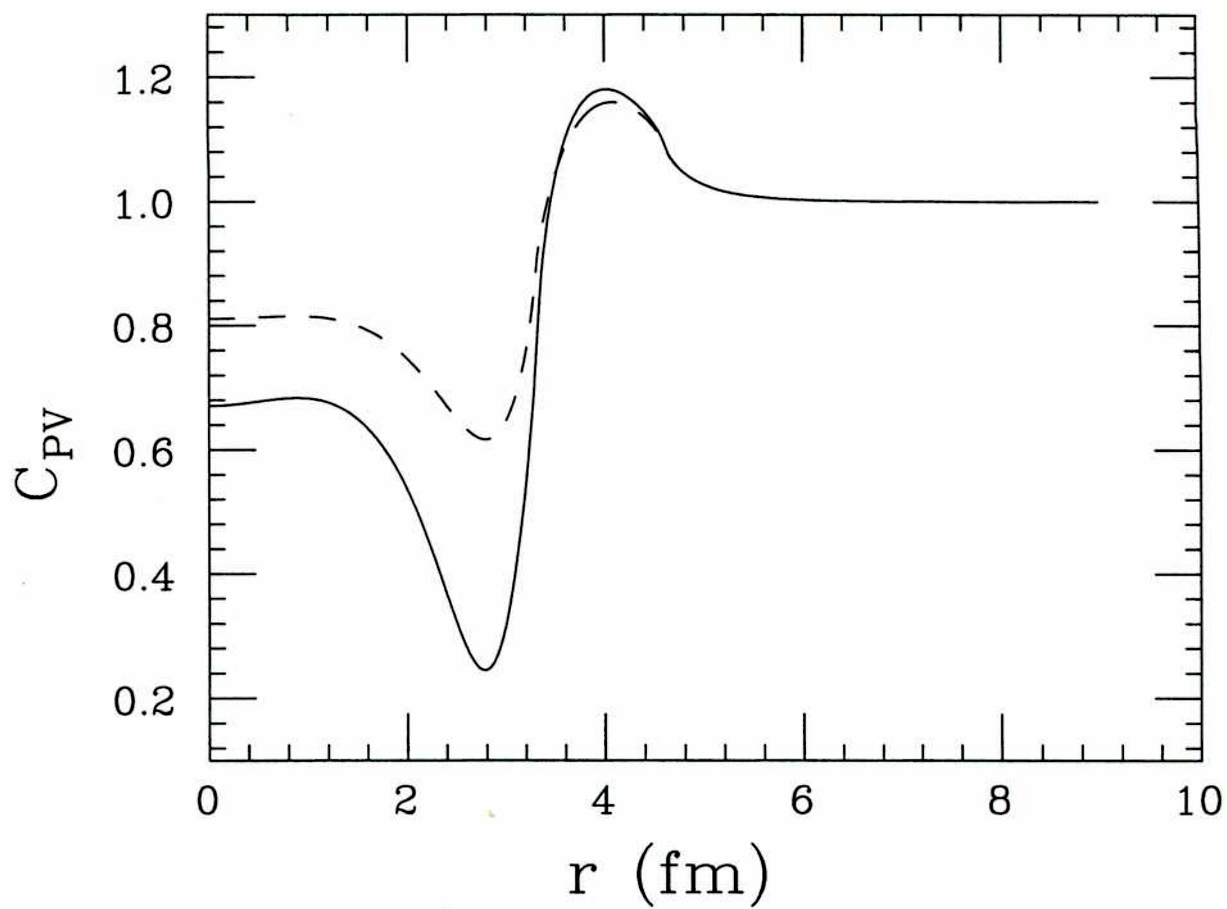
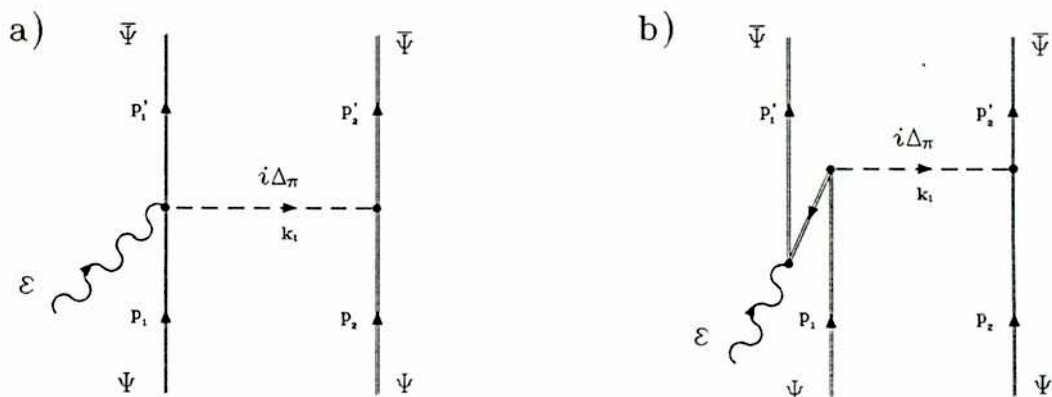


Figura 4.3: Dependencia de la función C_{PV} con el radio. En línea llena el resultado en la aproximación de *MFT*, mientras que en línea rayada *RHA*.

Figura 4.4: Términos de ^{a)} Born y ^{b)} pair.

4.7 Corrientes Mesónicas de Intercambio MEC.

En esta Sección presentamos el cálculo relativista de las correcciones a la carga axial debidas a corrientes mesónicas de intercambio (*MEC*) en el marco del modelo de *QHD-II* [34].

Cálculos no relativistas [31, 32] muestran que la contribución principal de las *MEC* provienen de los así llamados términos de *Born* y de *pares* que se ilustran en la fig. 4.4. En la descripción no relativista Riska [31] y Towner [32] concluyen por separado, que el aumento anormal de la constante de acoplamiento axial en núcleos pesados es una consecuencia natural de la fuerte componente central y atractiva de la interacción nucleón-nucleón. Esta componente, en un desarrollo perturbativo, se traduce en una corriente mesónica de intercambio que genera términos de *pares* (el nombre proviene de la consideración en el estado intermedio de un par partícula-antipartícula) como se ilustra en la figura. Estos pares aparecen más marcadamente cuanto menor sea la masa de los bariones componentes. En un desarrollo relativista estos términos están contenidos naturalmente en las componentes inferiores de las funciones de onda y, consecuentemente, se manifiestan implícitamente en la aproximación de impulso relativista. Por esta razón no se espera que un cálculo relativista de *MEC* introduzca grandes modificaciones a los resultados de *IA*. De todos modos, con el propósito de tener una descripción completa de los procesos mediados por la carga axial desde el punto de vista relativista, es necesario formular la contribución de las corrientes de dos cuerpos en el mismo marco teórico que las de un cuerpo.

A nivel de diagramas *de árbol* ("tree level") la corriente axial isovectorial de dos cuerpos

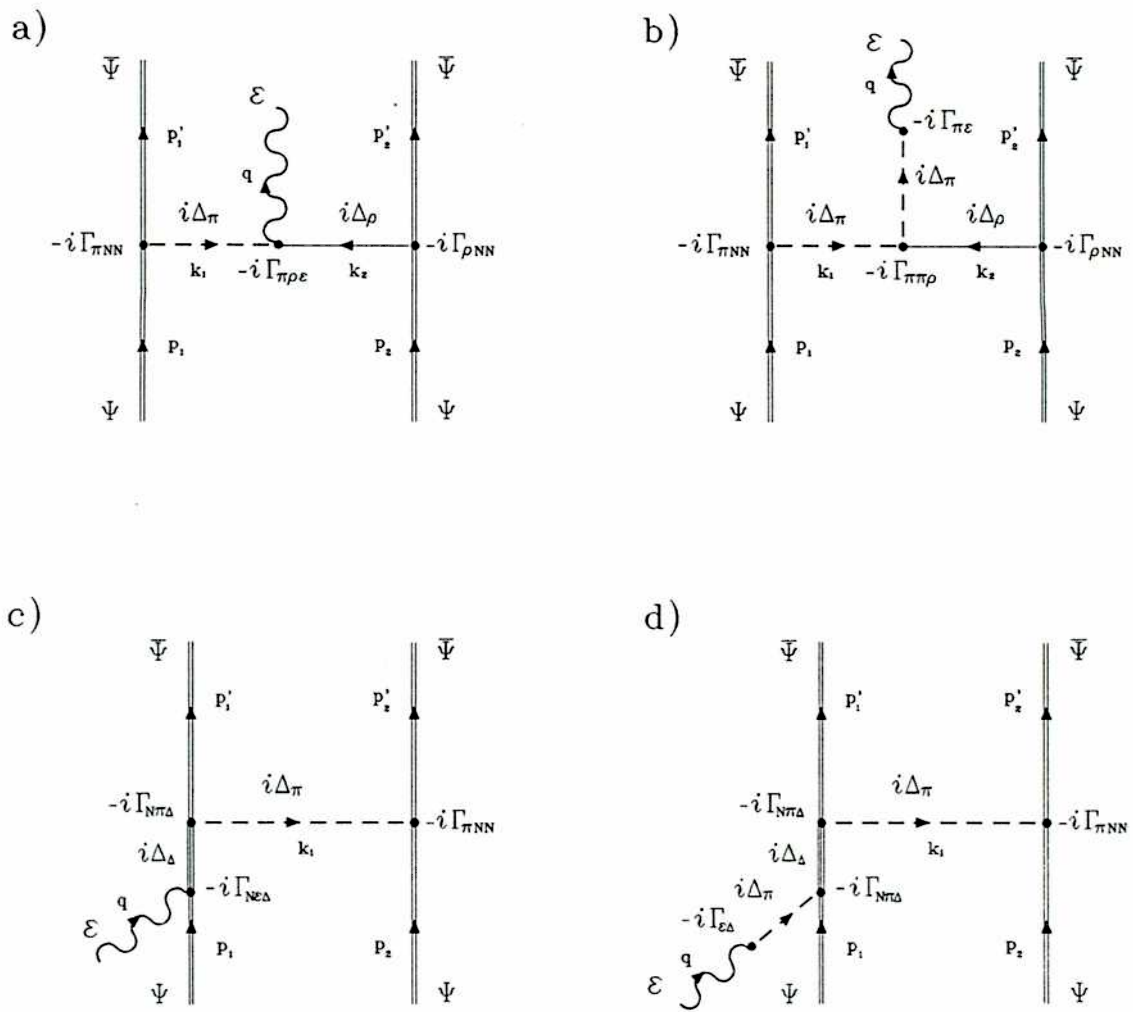
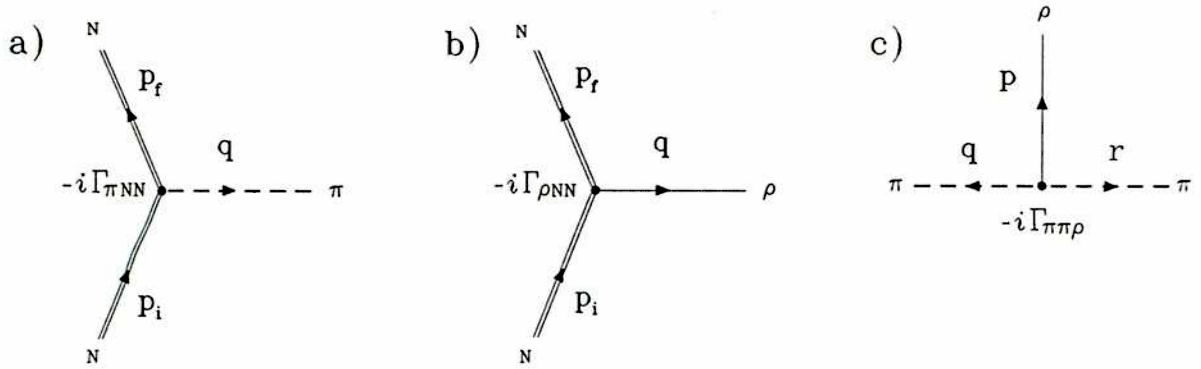


Figura 4.5: Gráficos principales del operador corriente de dos cuerpos, a nivel árbol. Términos a) $\pi\rho\epsilon$, b) $\pi\pi\rho$ (polo piónico), c) $N\epsilon\Delta$ y d) $N\pi\Delta$.

viene dada principalmente [40] por la suma de los cuatro gráficos que se muestran en la figura 4.5. En ella hemos denotado con, $\epsilon^{5\mu\alpha}$, al operador de campo mediador de la interacción débil. Los diagramas a) y b) resultan los más importantes ya que involucran el intercambio de piones. En nuestro cálculo no consideramos la contribución del campo Δ (un estado excitado del nucleón con $J = 3/2$ e $I = 3/2$) ya que, por un lado no existe una forma establecida de incluir una partícula de espín 3/2 en una teoría de campos —como QHD — y, por otro, Nozawa y colaboradores [41] han demostrado en base a argumentos de simetría que su contribución a estos procesos es pequeña.

La corriente de dos cuerpos puede ser calculada a partir de los gráficos a) y b) empleando las reglas usuales de Feynman. Para ello utilizamos los propagadores mesónicos ya expli-


 Figura 4.6: Vértices fuertes πNN , ρNN y $\rho\pi\pi$.

tados en la Sección 1.7. Los vértices πNN , ρNN y $\rho\pi\pi$ (vértices fuertes, ver fig. 4.6), se obtienen fácilmente a partir del Lagrangiano de *QHD-II* (Sección 1.3, ec. 1.6). El Hamiltoniano de interacción πNN es,

$$\mathcal{H}_{\pi NN} = ig_\pi \bar{\psi} \gamma^5 \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\pi} \psi \quad \text{con acoplamiento } PS \quad (4.19)$$

o

$$\mathcal{H}_{\pi NN} = -\frac{g_\pi}{2M} \bar{\psi} \gamma^\mu \gamma^5 \boldsymbol{\tau} \psi \partial_\mu \boldsymbol{\pi} \quad \text{con acoplamiento } PV. \quad (4.20)$$

A partir de este Hamiltoniano, y con la convención de momentos dada en la figura 4.6, el vértice πNN resulta,

$$\Gamma_{\pi NN}^a = ig_\pi \gamma^5 \tau^a \quad \text{con acoplamiento } PS \quad (4.21)$$

o

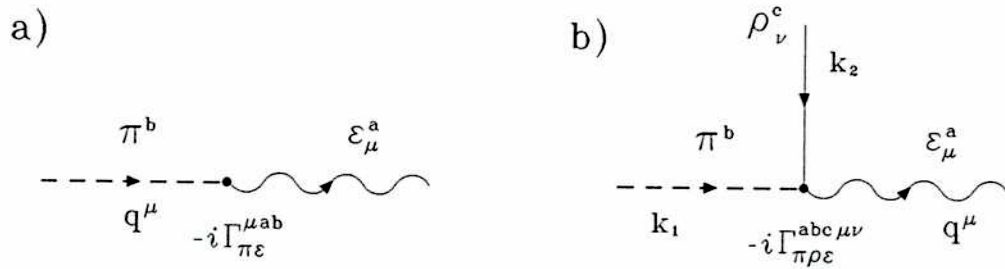
$$\Gamma_{\pi NN}^a = -i\frac{g_\pi}{2M} \gamma^\mu q_\mu \gamma^5 \tau^a \quad \text{con acoplamiento } PV \quad (4.22)$$

El Hamiltoniano de interacción ρNN es,

$$\mathcal{H}_{\rho NN} = \frac{1}{2} g_\rho \bar{\psi} \gamma^\mu \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\rho}_\mu \psi \quad (4.23)$$

y de esta forma el vértice ρNN resulta,

$$\Gamma_{\rho NN}^{\mu a} = \frac{1}{2} g_\rho \gamma^\mu \tau^a \quad (4.24)$$


 Figura 4.7: Vértices débiles $\pi\epsilon$ y $\rho\pi\epsilon$.

El Hamiltoniano de interacción $\pi\pi\rho$ es,

$$\mathcal{H}_{\pi\pi\rho} = -g_\rho (\partial^\mu \pi \wedge \pi) \cdot \rho_\mu \quad (4.25)$$

y nuevamente con la convención de momentos de la figura 4.6, el vértice $\pi\pi\rho$ resulta,

$$\Gamma_{\pi\pi\rho}^{\mu abc} = ig_\rho (q^\mu - r^\mu) \epsilon_{abc} \quad (4.26)$$

Los vértices débiles $\pi\epsilon$ y $\pi\rho\epsilon$ (ver figura 4.7) no pueden obtenerse a partir del modelo Lagrangiano de QHD ya que este no reúne a la interacción fuerte con la débil. El vértice $\pi\epsilon$ se obtiene a partir de los datos experimentales del decaimiento del pión, es decir,

$$\Gamma_{\pi\epsilon}^{\mu ab} = \langle \text{vacío} | J^{A,\mu a} | \pi^b(q) \rangle = if_\pi q^\mu \delta^{ab} \quad (4.27)$$

donde $f_\pi = 0.93$ GeV es la constante de decaimiento débil del pión [24]. El vértice $\pi\rho\epsilon$ lo definimos como,

$$\Gamma_{\pi\rho\epsilon}^{\mu\nu abc} = \langle \pi^b(k_1) \rho^c(k_2) | J^{A,\mu c} | \text{vacío} \rangle = \epsilon_{abc} T^{\mu\nu} \quad (4.28)$$

La forma del tensor $T^{\mu\nu}$ la determinaremos luego imponiendo como única condición que la corriente axial de dos cuerpos satisfaga $PCAC$.

Con esta información, a partir de los gráficos *a*) y *b*) de la figura 4.5, obtenemos los dos términos considerados de la corriente axial de dos cuerpos (habiendo adoptado el acoplamiento $\pi NN PV$),

$$\begin{aligned}
J_{\rho\pi}^{A,\mu c} &= -i \frac{g_\pi g_\rho}{4M} [\tau_1 \times \tau_2]^c \bar{\psi}(p'_1) \gamma^5 \gamma_\lambda k_1^\lambda \psi(p_1) \\
&\quad \frac{1}{k_1^2 - m_\pi^2} T^{\mu\nu} \frac{1}{k_2^2 - m_\rho^2} \bar{\psi}(p'_2) \gamma_\nu \psi(p_1)
\end{aligned} \tag{4.29}$$

$$\begin{aligned}
J_{\rho\pi\pi}^{A,\mu c} &= -i \frac{f_\pi g_\pi g_\rho^2}{4M} [\tau_1 \times \tau_2]^c \bar{\psi}(p'_1) \gamma^5 \gamma_\lambda k_1^\lambda \psi(p_1) \frac{1}{k_1^2 - m_\pi^2} \\
&\quad q^\mu (q + k_1)^\nu \frac{1}{q^2 - m_\pi^2} \frac{1}{k_2^2 - m_\rho^2} \bar{\psi}(p'_2) \gamma_\nu \psi(p_1).
\end{aligned} \tag{4.30}$$

Sumando ambos términos obtenemos la corriente axial isovectorial de dos cuerpos completa,

$$\begin{aligned}
J_{2C}^{A,\mu c} &= -i \frac{g_\pi g_\rho}{4M} [\tau_1 \times \tau_2]^c \bar{\psi}(p'_1) \gamma^5 \gamma_\lambda k_1^\lambda \psi(p_1) \frac{1}{k_1^2 - m_\pi^2} \frac{1}{k_2^2 - m_\rho^2} \\
&\quad \times \left\{ T^{\mu\nu} + g_\rho f_\pi \frac{q^\mu}{q^2 - m_\pi^2} (q + k_1)^\nu \right\} \bar{\psi}(p'_2) \gamma_\nu \psi(p_1)
\end{aligned} \tag{4.31}$$

La cantidad entre corchetes se comporta como un vértice efectivo $\pi\rho\epsilon$. Todavía es una incógnita la forma del tensor $T^{\mu,\nu}$. Esto se resuelve pidiendo que la divergencia de la corriente axial sea proporcional a [40],

$$q_\mu J^{A,\mu c} = i f_\pi \frac{m_\pi^2}{q^2 - m_\pi^2} M^c(2C) \tag{4.32}$$

que equivale a exigir *PCAC*. En la ecuación 4.32 $M^c(2C)$ es la amplitud de absorción de un pión que se obtiene a partir del diagrama $\rho\pi\pi$ (diagrama b) de la fig. 4.5) sacando la línea externa correspondiente a $\epsilon^{5\mu a}$. Queda entonces,

$$\begin{aligned}
M^c(2C) &= -\frac{g_\pi g_\rho^2}{4M} [\tau_1 \times \tau_2]^c \bar{\psi}(p'_1) \gamma^5 \gamma_\lambda k_1^\lambda \psi(p_1) \\
&\quad (q + k_1)^\nu \frac{1}{k_1^2 - m_\pi^2} \frac{1}{k_2^2 - m_\rho^2} \bar{\psi}(p'_2) \gamma_\nu \psi(p_1).
\end{aligned} \tag{4.33}$$

De esta forma usando 4.32 obtenemos una solución para $T^{\mu\nu}$ de la forma,

$$T^{\mu\nu} = -f_\pi g_\rho \left[g^{\mu\nu} + \frac{q^\mu k_1^\nu}{q^2 - m_\pi^2} \right] \tag{4.34}$$

el cual define al vértice $\rho\pi\epsilon$. En el límite $k_1 \rightarrow 0$ (así llamado “*soft-pion limit*”), $T^{\mu\nu} = -f_\pi g_\rho g^{\mu\nu}$. La validez de este resultado se ve afianzada por el acuerdo que muestra con el obtenido por Ivanov and Truhlik [42] en este mismo límite a partir del modelo alternativo de “*hard pions*”. Reemplazando la expresión de $T^{\mu\nu}$ en la corriente axial y usando que $f_\pi g_\rho = g_A M$ (Goldberger–Treiman) obtenemos,

$$J_{2C}^{A,\mu c} = -i \frac{g_A g_\rho^2}{4} [\tau_1 \times \tau_2]^c \bar{\psi}(p'_1) \gamma^5 \gamma_\lambda k_1^\lambda \psi(p_1) \frac{1}{k_1^2 - m_\pi^2} \frac{1}{k_2^2 - m_\rho^2} \left\{ -g^{\mu\nu} + \frac{q^\mu q^\nu}{q^2 - m_\pi^2} \right\} \bar{\psi}(p'_2) \gamma_\nu \psi(p_1). \quad (4.35)$$

De observar la expresión entre corchetes vemos claramente que $J_{2C}^{A,\mu c}$ satisface *PCAC* ya que,

$$q_\mu J_{2C}^{A,\mu c} \propto q_\mu \left\{ -g^{\mu\nu} + \frac{q^\mu q^\nu}{q^2 - m_\pi^2} \right\} = q^\nu \frac{m_\pi^2}{q^2 - m_\pi^2} \xrightarrow{m_\pi \rightarrow 0} 0 \quad (4.36)$$

Una vez obtenida la corriente axial de dos cuerpos calculamos el elemento de matriz de la carga axial correspondiente este término, es decir,

$$\hat{C}_0^{A,2C}(q) = \int d\mathbf{r} M_{00}(q\mathbf{r}) \rho_A^{2C}(\mathbf{r}), \quad (4.37)$$

$$(4.38)$$

donde el elemento de matriz puede ser expresado,

$$\langle Jf || \hat{C}_0^{A,2C}(q) || J_i \rangle = \sum_{a,b,j_1} \sum_{a',b',j_2} \langle [a', b']_{j_2} || \hat{C}_0^{A,2C}(q) || [a, b]_{j_1} \rangle \psi_{J=0}^{(i,f)}([a', b']_{j_2}, [a, b]_{j_1}) \quad (4.39)$$

y donde $\psi_{J=0}^{(i,f)}([a', b']_{j_2}, [a, b]_{j_1})$ es la matriz densidad de dos cuerpos. Mayores detalles pueden obtenerse de la ref. [43].

Los resultados en la aproximación de impulso son esencialmente insensibles al valor elegido para la constante de acoplamiento ρNN ya que la única dependencia se produce a través del cálculo de las funciones de onda en el modelo de *QHD-II*, y estas no dependen fuertemente de g_ρ . En cambio, las correcciones debidas a corrientes mesónicas de intercambio resultan esencialmente proporcionales a g_ρ^2 y, por lo tanto, el cálculo presenta una gran

sensibilidad a la elección de esta constante. Los resultados de MEC detallados en la sección anterior se obtuvieron utilizando el valor $g_\rho^2 = 65.23$, determinado a partir del ajuste de la energía de simetría en materia nuclear infinita, $a_4 = 35\text{MeV}$ [1]. El mismo valor se eligió para hallar las funciones de onda en las aproximaciones de DH y RHA. Alternativamente, el valor $g_\rho^2 = 36.76$, determinado a partir del decaimiento $\rho \rightarrow \pi\pi$, produce resultados un 44% inferiores a los hallados. En este trabajo hemos adoptado el primer valor para g_ρ , por consistencia con el modelo de QHD, y por entender que un valor obtenido a partir de propiedades globales del núcleo es más consistente como constante efectiva en el medio nuclear.

Otro punto a comentar es la gran diferencia entre los resultados obtenidos con acoplamiento PV y con acoplamiento PS. Este último produce resultados consistentemente mayores. Aquí hemos adoptado el primero de los acoplamientos por los mismos motivos comentados en la sección 3.3.

Conclusiones

En este trabajo hemos encarado el estudio de procesos semileptónicos débiles dentro del marco de una teoría de campo hadrónica renormalizable en la cual hemos considerado la influencia de las correcciones originadas en el vacío de la teoría, aquéllas debidas a la polarización isovectorial débil del carozo nuclear y las debidas a las corrientes mesónicas de intercambio. Todas estas contribuciones fueron consideradas siempre en forma consistente. Nos hemos interesado, especialmente, en procesos mediados por la carga axial (transiciones β primeras prohibidas y captura muónica) donde el operador en juego ($\gamma^0\gamma^5$) es no diagonal en el espacio de Dirac. En este caso el elemento de matriz nuclear depende sensiblemente del empleo de la dinámica relativista, caracterizada por la existencia de campos mesónicos intensos en el medio nuclear, y puede ser un indicador de procesos nuevos en el núcleo, o bien, brindar una explicación unificada a fenómenos hasta ahora desconectados.

Uno de los objetivos del trabajo fue el de analizar la posibilidad de que el origen del aumento del valor efectivo de la constante de acoplamiento axial–vectorial, g_A , dentro del núcleo (respecto de su valor en el espacio libre) fuera consecuencia natural de la existencia de una gran componente central atractiva de la interacción nucleón–nucleo. Esta se originaría, esencialmente, en el intercambio de mesones escalares efectivos. Esto es, justamente, una de las características principales de las teorías relativistas de campo medio. Con esta idea, estudiamos las transiciones primeras prohibidas en los núcleos ^{209}Pb , ^{207}Tl , ^{133}Sn y ^{16}N . Estas transiciones tienen una particularidad y es que los estados nucleares pueden ser descritos, en primera aproximación, como una partícula y/o agujero fuera de doble capa cerrada. Esto minimiza las incertezas propias de la descripción del estado nuclear y deja el camino mucho más claro para examinar las implicaciones que genera el uso de dinámica relativista.

Las transiciones primeras prohibidas son mediadas principalmente por el operador multipolar de carga axial \hat{C}_0^A . En nuestro cálculo hemos comprobado que el elemento de matriz relativista calculado en la aproximación más simple (aproximación de impulso, IA) aparece incrementado respecto de un cálculo similar no relativista. La magnitud del aumento depende fuertemente de la aproximación relativista utilizada, esto es incluyendo (RHA) o ignorando (DH) los efectos del vacío, y de cada transición. A su vez, las correcciones a estos procesos debidas a la presencia de las corrientes mesónicas de intercambio son siempre considerables, dependiendo los resultados del modelo elegido, de cada transición particular y, sobre todo, de la elección del tipo de acoplamiento πNN y $\rho\pi$. Las correcciones debidas a corrientes mesónicas de intercambio resultan esencialmente proporcionales a g_ρ^2 y, por lo tanto, el cálculo presenta una gran sensibilidad a la elección de esta constante. Nuestros resultados de MEC fueron obtenidos utilizando el valor $g_\rho^2 = 65.23$, determinado a partir

del ajuste de la energía de simetría en materia nuclear infinita. El mismo valor se eligió para hallar las funciones de onda en las aproximaciones de DH y RHA . El uso alternativo de una constante más pequeña, $g_\rho^2 = 36.76$, determinada a partir del decaimiento $\rho \rightarrow \pi\pi$, produce resultados un 44% inferiores a los hallados. En este trabajo hemos adoptado el primer valor para g_ρ , por consistencia con el espíritu de la teoría de QHD que ajusta todos sus parámetros a las propiedades de materia nuclear infinita y, por entender que un valor obtenido a partir de propiedades globales del núcleo es más consistente como constante efectiva en el medio nuclear.

En las tres transiciones se verifica que el aumento en la aproximación de RHA , es decir cuando las correcciones de vacío son tenidas en cuenta, es significativamente menor que en DH . Esto es esperable teniendo en cuenta que la masa efectiva M^* en RHA no es tan chica en comparación con lo que sucede en DH .

A pesar de que el aumento de la carga axial encontrado en el cálculo $IA+MEC$ relativista respecto de igual cálculo no relativista, resulta compatible con la evidencia experimental en estas transiciones, no resulta una prueba concluyente que indique la necesidad de utilizar dinámica relativista para la descripción de estos procesos. La razón principal es que hemos trabajado en la aproximación de partícula o agujero donde sólo se considera la configuración principal. Una descripción más exacta de la estructura nuclear de los núcleos considerados resulta necesaria para arribar a una conclusión más definitiva.

Un hecho importante a destacar, que motiva aún más la idea de encontrar procesos que discriminen entre el cálculo relativista y el no relativista, es que *a priori* no es posible afirmar que el elemento de matriz de un operador que mezcle componentes superiores con inferiores aumente, respecto a su contraparte no relativista, debido a la presencia del campo escalar. Esto último es estrictamente cierto sólo cuando son iguales los estados inicial y final, pero no necesariamente se satisface cuando estos estados son distintos, como ocurre en el caso de las transiciones que hemos estudiado. El resultado será sensible a la diferencia espacial entre los estados y sus números cuánticos, y a la diferente estructura del operador en juego, pudiendo inclusive disminuir en lugar de aumentar. Esta observación indica que cada transición debe ser explorada en detalle, no pudiéndose obtener una conclusión en principio general.

En un cálculo relativista la aproximación de partícula independiente (carozo inerte) puede resultar sólo una pobre aproximación al sistema completo de carozo más nucleón de valencia. No es posible encarar el estudio de procesos débiles dentro del núcleo sin tener en cuenta la respuesta axial isovectorial del carozo nuclear al agregado de una partícula o agujero de valencia. Por ello encaramos el estudio de la influencia de la polarización del carozo nuclear en el cálculo del elemento de matriz de transición de un operador corriente general, entre estados inicial y final que comparten el mismo carozo nuclear pero que pueden diferir en la partícula

(agujero) de valencia. Para ello empleamos teoría de perturbaciones en materia nuclear, en la aproximación de respuesta lineal (*RPA*). Optamos por el método perturbativo por sobre la resolución del sistema exacto carozo más partícula como un todo ya que consideramos que, de esta forma, ganamos en comprensión del problema físico.

Posteriormente analizamos el caso particular de la corriente axial isovectorial débil, calculando la contribución de la respuesta del carozo nuclear inducida por la partícula (agujero) de valencia en función del cuadrimento transferido, prestando especial atención a la región de $q_\nu^2 \approx 0$ (decaimiento β) y $q_\nu^2 \approx -m_\mu^2$ (captura muónica). Este tipo de respuesta nuclear sólo puede ser mediada por un campo mesónico de paridad negativa e isovectorial (dadas las características de las corrientes débiles). En nuestro modelo el único campo con esas características es el piónico. Los resultados dependen fuertemente del tipo de acoplamiento πNN elegido sea éste pseudovectorial (*PV*) o pseudoescalar (*PS*).

A partir de nuestros resultados es posible afirmar que la corriente inducida por la polarización axial isovectorial del carozo produce una renormalización del segundo término de la corriente débil (pseudoescalar inducido) que puede ser contabilizado como una renormalización del factor de forma correspondiente a este término, $g_P(q) = g_A(q) C_{PV \text{ o } PS}(q)$.

Una de las principales conclusiones de este trabajo es que, a partir de los resultados de la Sección 3.3.1 y 3.3.2, es posible afirmar que la respuesta axial isovectorial del carozo nuclear al agregado de una partícula o agujero resulta irrelevante en transiciones del tipo β , donde los momentos transferidos son cercanos a cero, resultado independiente del acoplamiento πNN elegido. Es decir, cualquier aumento que se produzca por efectos relativistas del medio no será compensado por una corriente inducida por la polarización del carozo, a diferencia de lo que ocurría en el caso electromagnético. En cambio en procesos de captura muónica, donde los momentos transferidos son del orden de la masa del muón, la polarización del carozo podría llevar a una notable reducción del factor de forma $g_P(q)$ (acoplamiento *PV*). Esta renormalización trae aparejado un fuerte efecto sobre el cálculo de la probabilidad de captura muónica, principalmente, porque afecta el balance existente entre el primer y el segundo término de la corriente axial-vectorial. Es importante enfatizar que estos resultados se obtuvieron trabajando con medios a densidad nuclear uniforme. Para explorar las consecuencias que esta renormalización produce en un núcleo finito, donde la densidad no es constante, analizamos el proceso de captura muónica $\mu^- + {}^{16}\text{O} \rightarrow {}^{16}\text{N} + \nu_\mu$. El punto importante a destacar es que no obstante la fuerte disminución del término pseudoescalar inducido en materia nuclear, el efecto en núcleos finitos resulta a partir de esta transición, muy pequeño. El hecho es que la función C_{PV} posee una marcada dependencia con la densidad que hace que los cambios producidos en el centro del núcleo se vean virtualmente cancelados por modificaciones antagónicas en la superficie. Este resultado sugiere que los cálculos en

materia nuclear uniforme deben ser examinados con cuidado, sobre todo en casos como éste donde los resultados presentan una fuerte dependencia con la densidad.

Cabe destacar que la respuesta nuclear axial–vectorial isovectorial proviene casi enteramente de excitaciones partícula–agujero, mientras que la contribución debida a excitaciones partícula–antipartícula (tan importante en la respuesta electromagnética) resulta, para todos los fines prácticos, despreciable. Esto no debe tomarse como indicador de la utilidad del tratamiento relativista ya que está presente en el cálculo de las inserciones de polarización, principalmente, a través de la existencia de una masa efectiva M^* .

Cuando utilizamos un acoplamiento πNN PS , a momentos del orden de los transferidos en procesos de captura muónica, la función C_{PS} toma valores del orden de -1.62 en la aproximación de MFT , lo cual significa un cambio de signo del término pseudoescalar inducido, que tiene consecuencias catastróficas en el cálculo de la probabilidad de captura muónica. Este resultado no mejora cuando lo aplicamos usando la aproximación de densidad local (LDA) en un núcleo finito. Este hecho es una manifestación más de la dificultad que presenta el acoplamiento PS en describir la interacción πNN aplicada a problemas de muchos cuerpos.

Resumiendo, hallamos que el uso de una teoría relativista para la descripción de procesos semileptónicos en núcleos da cuenta del fuerte incremento de las transiciones de carga axial que se observa experimentalmente. Encontramos que la respuesta axial isovectorial del carozo nuclear al agregado de una partícula o agujero, resulta irrelevante en transiciones del tipo β pero no es así con aquéllas que involucran altos momentos transferidos. Verificamos que el efecto de las corrientes mesónicas de intercambio es el anticipado para una dada elección de las constantes de acoplamiento. Futuros estudios de otras transiciones, así también como un mejora en la descripción de la estructura nuclear de los nucleos considerados, son necesarios para establecer fehacientemente la necesidad o no del empleo de una descripción relativista para el entendimiento de estos procesos. También resulta necesaria una determinación más precisa de la constante de acoplamiento ρNN para eliminar ambigüedades en los resultados de MEC .

Apéndice A.

Inserción de polarización

A.1 Inserción de polarización

En esta sección mostramos brevemente el cálculo de la inserción de polarización $\Pi_0^{\Gamma_A \Gamma_B}$ en materia nuclear infinita dentro del marco teórico de QHD . Esta función de polarización fue definida en la Parte 3 del trabajo como,

$$\Pi_0^{\Gamma_A \Gamma_B}(q) = i \int \frac{dk^0}{2\pi} e^{ik^0 \eta} \frac{1}{\Omega} \sum_{\mathbf{k}} \overline{\text{Tr}}[\Gamma_A G(k+q) \Gamma_B G(k)]. \quad (\text{A.1})$$

donde Γ_A y Γ_B son vértices barión-bosón genéricos. Partimos para ello de la expresión de la función de Green en el medio nuclear dada en la Sección 1.7,

$$\begin{aligned} G(k) &= (\gamma_\mu \kappa^\mu + M^*) \left[\frac{1}{\kappa_\mu^2 - M^2 + i\delta} + 2\pi i \delta(\kappa_\mu^2 - M^2) \theta(\kappa^0) n_\kappa \right] \\ &= (1 - n_\kappa) \frac{\Lambda_+(\kappa)}{\kappa^0 - E_\kappa^* + i\delta} + n_\kappa \frac{\Lambda_+(\kappa)}{\kappa^0 - E_\kappa^* - i\delta} - \frac{\Lambda_-(-\kappa)}{\kappa^0 + E_\kappa^* - i\delta} \\ &= G_p(k) + G_h(k) + G_v(k) \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

donde se lo divide en tres partes de acuerdo a la naturaleza de los polos: partícula (p) si $\kappa^0 = E_\kappa^*$ y el estado está desocupado; agujero (h) si $\kappa^0 = E_\kappa^*$ y el estado está ocupado; antipartículas (o agujeros en el mar de Dirac) (v) si $\kappa^0 = -E_\kappa^* < 0$ (estado de energía negativa). Los operadores de proyección sobre estados de energía positiva y negativa $\Lambda_+(\kappa)$ y $\Lambda_-(-\kappa)$, ya han sido definidos en la Sección 1.7.

Reemplazando la expresión de la función de Green bariónica A.2 en la ecuación A.1, integrando por residuos en k_0 , empleando la identidad simbólica,

$$\frac{1}{\omega \pm i\eta} = \mathcal{P} \frac{1}{\omega} \mp i\pi \delta(\omega) \quad (\text{A.3})$$

donde \mathcal{P} significa parte principal, y luego de un cálculo tedioso obtenemos,

$$\begin{aligned}
\Pi_0^{\Gamma_A \Gamma_B}(q) = & \mathcal{P} \int \frac{dk^3}{(2\pi)^3} \left\{ \begin{array}{l} \text{partícula-agujero} \\ -n_{\mathbf{k}}(1-n_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}) \frac{\text{Tr}[\Gamma_A \Lambda_+(\mathbf{k}+\mathbf{q}) \Gamma_B \Lambda_+(\mathbf{k})]}{q_0 - E_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}^* + E_{\mathbf{k}}^*} \\ \\ \text{partícula-agujero} \\ +n_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}(1-n_{\mathbf{k}}) \frac{\text{Tr}[\Gamma_A \Lambda_+(\mathbf{k}+\mathbf{q}) \Gamma_B \Lambda_+(\mathbf{k})]}{q_0 - E_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}^* + E_{\mathbf{k}}^*} \\ \\ \text{partícula-antipartícula} \\ +(1-n_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}) \frac{\text{Tr}[\Gamma_A \Lambda_+(\mathbf{k}+\mathbf{q}) \Gamma_B \Lambda_-(-\mathbf{k})]}{q_0 - E_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}^* - E_{\mathbf{k}}^*} \\ \\ \text{partícula-antipartícula} \\ -(1-n_{\mathbf{k}}) \frac{\text{Tr}[\Gamma_A \Lambda_-(-\mathbf{k}-\mathbf{q}) \Gamma_B \Lambda_+(\mathbf{k})]}{q_0 + E_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}^* + E_{\mathbf{k}}^*} \end{array} \right\} \\
& + i\pi \int \frac{dk^3}{(2\pi)^3} \left\{ \begin{array}{l} \text{partícula-agujero} \\ n_{\mathbf{k}}(1-n_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}) \text{Tr}[\Gamma_A \Lambda_+(\mathbf{k}+\mathbf{q}) \Gamma_B \Lambda_+(\mathbf{k})] \delta(q_0 - E_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}^* + E_{\mathbf{k}}^*) \\ \\ \text{partícula-agujero} \\ +n_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}(1-n_{\mathbf{k}}) \text{Tr}[\Gamma_A \Lambda_+(\mathbf{k}+\mathbf{q}) \Gamma_B \Lambda_+(\mathbf{k})] \delta(q_0 - E_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}^* + E_{\mathbf{k}}^*) \\ \\ \text{partícula-antipartícula} \\ -(1-n_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}) \text{Tr}[\Gamma_A \Lambda_+(\mathbf{k}+\mathbf{q}) \Gamma_B \Lambda_-(-\mathbf{k})] \delta(q_0 - E_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}^* - E_{\mathbf{k}}^*) \\ \\ \text{partícula-antipartícula} \\ -(1-n_{\mathbf{k}}) \text{Tr}[\Gamma_A \Lambda_-(-\mathbf{k}-\mathbf{q}) \Gamma_B \Lambda_+(\mathbf{k})] \delta(q_0 + E_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}^* + E_{\mathbf{k}}^*) \end{array} \right\} \quad (\text{A.4})
\end{aligned}$$

donde hemos indicado el origen (partícula o antipartícula) de cada uno de los términos en la función de polarización. Es conveniente separar a $\Pi_0^{\Gamma_A \Gamma_B}(q)$ en dos partes,

$$\Pi_0^{\Gamma_A \Gamma_B}(q) = \Pi_0^{\Gamma_A \Gamma_B D}(q) + \Pi_0^{\Gamma_A \Gamma_B V}(q) \quad (\text{A.5})$$

donde en Π_{0D} incluimos los términos dependientes de la densidad, mientras que en Π_{0V} separamos todos aquéllos que no dependen de la densidad y que, por ende, son divergentes. Este último término debe ser renormalizado con la inclusión de contratérminos apropiados en el Lagrangiano. En nuestro cálculo no ha sido posible renormalizar la inserción de polarización con vértice débil, ya que el modelo Lagrangiano con que trabajamos no contiene naturalmente la interacción débil. Esto hace imposible el agregado de contratérminos que regularicen estas inserciones. De todas formas, para los valores de energía en juego en los procesos que hemos estudiado ($|q_0| \ll E_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}^* + E_{\mathbf{k}}^*$), esperamos que la contribución debida a la polarización del vacío sea pequeña tal como se discute en las refs. [5, 7, 44]. Aquí calcularemos la inserción de polarización explícitamente dependiente de la densidad Π_{0D} , es decir

$$\begin{aligned}
\Pi_{0D}^{\Gamma_A \Gamma_B}(q) = & \mathcal{P} \int \frac{dk^3}{(2\pi)^3} \left\{ \begin{array}{l} \text{partícula-agujero} \\ (n_{\mathbf{k}+\mathbf{q}} - n_{\mathbf{k}}) \frac{\text{Tr}[\Gamma_A \Lambda_+(\mathbf{k}+\mathbf{q}) \Gamma_B \Lambda_+(\mathbf{k})]}{q_0 - E_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}^* + E_{\mathbf{k}}^*} \\ \\ \text{partícula-antipartícula} \quad \text{partícula-antipartícula} \\ -n_{\mathbf{k}+\mathbf{q}} \frac{\text{Tr}[\Gamma_A \Lambda_+(\mathbf{k}+\mathbf{q}) \Gamma_B \Lambda_-(-\mathbf{k})]}{q_0 - E_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}^* - E_{\mathbf{k}}^*} + n_{\mathbf{k}} \frac{\text{Tr}[\Gamma_A \Lambda_-(-\mathbf{k}-\mathbf{q}) \Gamma_B \Lambda_+(\mathbf{k})]}{q_0 + E_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}^* + E_{\mathbf{k}}^*} \end{array} \right\} \\
& + i\pi \int \frac{dk^3}{(2\pi)^3} \\
& \begin{array}{l} \text{partícula-agujero} \\ \{ (n_{\mathbf{k}} - 2n_{\mathbf{k}}n_{\mathbf{k}+\mathbf{q}} + n_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}) \text{Tr}[\Gamma_A \Lambda_+(\mathbf{k}+\mathbf{q}) \Gamma_B \Lambda_+(\mathbf{k})] \delta(q_0 - E_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}^* + E_{\mathbf{k}}^*) \\ \\ \text{partícula-antipartícula} \\ + n_{\mathbf{k}+\mathbf{q}} \text{Tr}[\Gamma_A \Lambda_+(\mathbf{k}+\mathbf{q}) \Gamma_B \Lambda_-(-\mathbf{k})] \delta(q_0 - E_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}^* - E_{\mathbf{k}}^*) \\ \\ \text{partícula-antipartícula} \\ + n_{\mathbf{k}} \text{Tr}[\Gamma_A \Lambda_-(-\mathbf{k}-\mathbf{q}) \Gamma_B \Lambda_+(\mathbf{k})] \delta(q_0 + E_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}^* + E_{\mathbf{k}}^*) \} \end{array} \quad (\text{A.6})
\end{aligned}$$

De esta última expresión podemos concluir que en esta aproximación, consistente en incluir sólo aquellos términos dependientes de la densidad, también aparecen contribuciones prove-

nientes de excitaciones partícula-antipartícula. La ecuación A.6 puede simplificarse aún más con cambios adecuados de variables. Esta expresión resulta válida para cualquier par de vértices Γ_A y Γ_B . A partir de aquí nos centraremos en el cálculo de las inserciones de polarización definidas en la Sección 3.3, en los casos particulares de vértice débil y/o vértice πNN , es decir

i) Cálculo de $\Pi_{0D}^{\mu 5,5}(q)$ donde

$$\Gamma_A = \gamma^\mu \gamma^5 \tau^a \quad \text{acoplamiento axial débil} \quad (\text{A.7})$$

$$\Gamma_B = \Gamma_{\pi NN} \quad \text{acoplamiento } \pi NN \quad (\text{A.8})$$

ii) Cálculo de $\Pi_{0D}^{5,5}(q)$ donde

$$\Gamma_A \equiv \Gamma_B \equiv \Gamma_{\pi NN} \quad \text{acoplamiento } \pi NN \quad (\text{A.9})$$

donde según el acoplamiento elegido el vértice πNN resulta,

$$\Gamma_{\pi NN} = \begin{cases} \gamma^5 \tau^a & \text{con acoplamiento } PS \\ \gamma^\mu q_\mu \gamma^5 \tau^a & \text{con acoplamiento } PV \end{cases} \quad (\text{A.10})$$

El grado de libertad de isospín sólo contribuye con un factor 2 en todo el cálculo. Hemos incluido este factor explícitamente en el resultado de las polarizaciones.

A.1.1 Inserción de polarización con acoplamiento πNN PV

Luego de un poco de álgebra y separando $\Pi_{0D}^{\mu 5,5}$ en parte real e imaginaria obtenemos para la parte real,

$$\begin{aligned}
\mathcal{R}e \Pi_{0D}^{\mu 5,5}(PV, q) &= -2 \frac{M^2}{2\pi^2} \frac{q^\mu}{q} \int_0^{k_{Fermi}} dk \frac{k}{E_{\mathbf{k}}^-} \\
&\quad \text{partícula-agujero} \\
&\quad \left\{ \ln \left(\left| \frac{q_0^2 - \left(\sqrt{(\mathbf{k} + \mathbf{q})^2 + M^2} - \sqrt{\mathbf{k}^2 + M^2} \right)}{q_0^2 - \left(\sqrt{(\mathbf{k} - \mathbf{q})^2 + M^2} - \sqrt{\mathbf{k}^2 + M^2} \right)} \right| \right) \right. \\
&\quad \text{partícula-antipartícula} \\
&\quad \left. + \ln \left(\left| \frac{q_0^2 - \left(\sqrt{(\mathbf{k} + \mathbf{q})^2 + M^2} + \sqrt{\mathbf{k}^2 + M^2} \right)}{q_0^2 - \left(\sqrt{(\mathbf{k} - \mathbf{q})^2 + M^2} + \sqrt{\mathbf{k}^2 + M^2} \right)} \right| \right) \right\} \quad (\text{A.11})
\end{aligned}$$

y para la imaginaria,

$$\begin{aligned}
\mathcal{I}m \Pi_{0D}^{\mu 5,5}(PV, q) &= -4\pi M^2 q^\mu \int \frac{dk}{(2\pi)^3} \frac{n_{\mathbf{k}}}{E_{\mathbf{k}}^- E_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}^-} \\
&\quad \text{partícula-agujero} \\
&\quad \{ [\delta(q_0 - E_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}^- + E_{\mathbf{k}}^-) + \delta(q_0 + E_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}^- - E_{\mathbf{k}}^-)] (1 - n_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}) \} \\
&\quad \text{partícula-antipartícula} \\
&\quad \{ [\delta(q_0 + E_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}^- + E_{\mathbf{k}}^-) + \delta(q_0 - E_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}^- - E_{\mathbf{k}}^-)] \} \quad (\text{A.12})
\end{aligned}$$

donde $q = |\mathbf{q}|$. Para los procesos de interés en esta tesis ($|q_0| \leq 2M^*$), las dos últimas deltas provenientes de excitaciones partícula-antipartícula no contribuyen. En este límite la parte imaginaria toma la forma,

$$\mathcal{I}m \Pi_{0D}^{\mu 5,5}(PV, q) = -2 \frac{M^2}{8\pi} \frac{q^\mu}{q} \int_{E_{Fermi}^* - |q_0|}^{E_{Fermi}^*} dE^- \Theta \left(1 - \left| \frac{|q_0| E_{\mathbf{k}}^-}{kq} + \frac{(q_\nu)^2}{2kq} \right| \right). \quad (\text{A.13})$$

La función de polarización $\Pi_{0D}^{5,5}$ resulta,

$$\Pi_{0D}^{5,5}(PV, q) = q_\mu \Pi_{0D}^{\mu 5,5}(PV, q) \quad (\text{A.14})$$

A partir de A.11 y A.13 es posible definir una función f_{PV} (ver Sección 3.3), que satisface,

$$\Pi_{0D}^{\mu 5,5}(PV, q) = q^\mu f_{PV}(q) \quad (\text{A.15})$$

y luego,

$$\Pi_{0D}^{5,5}(PV, q) = (q^\mu)^2 f_{PV}(q) \quad (\text{A.16})$$

donde f_{PV} es una función complicada del cuadrimomento transferido, y de la densidad a través de M^* y k_{Fermi} .

En transiciones β primeras prohibidas el cuadrimomento transferido q^μ es pequeño comparado con k_{Fermi} ; por consiguiente resulta interesante analizar el comportamiento de la polarización axial isovectorial en el límite $q^\mu \rightarrow 0$. Se obtienen resultados diferentes al tender q y q_0 a cero en distinto orden [5, 6]. En el caso del cálculos de momentos magnéticos isoescalares donde q es estrictamente cero, se toma primero el límite $q \rightarrow 0$ con q_0 finito, anulándose de esta forma el término correspondiente a excitaciones partícula-agujero pero permaneciendo una contribución no nula proveniente de las excitaciones partícula-antipartícula. De esta forma, la respuesta isoescalar del carozo nuclear proviene exclusivamente de excitaciones partícula-antipartícula, lo cual es una nueva forma de respuesta que no ocurría en cálculos no relativistas. En nuestro caso q es estrictamente distinto de cero y, de esta forma, permite excitaciones de partícula-agujero. Por ende, el orden adecuado para este límite es el inverso al del caso anterior; primeramente hacemos tender $q_0 \rightarrow 0$ y en segundo lugar $q \rightarrow 0$. Puede facilmente verificarse que de esta forma se cumple que

$$\lim_{q^\mu \rightarrow 0} \Pi_{0D}^{\mu 5,5}(PV, q) = 0 \quad (\text{A.17})$$

$$\lim_{q^\mu \rightarrow 0} \Pi_{0D}^{5,5}(PV, q) = 0, \quad (\text{A.18})$$

es decir que la contribución del pión (PV) a la respuesta axial del carozo nuclear se anula en el límite $q^\mu \rightarrow 0$. Esto lo podemos visualizar mejor si estudiamos el comportamiento de la función C_{PV} definida en la Sección 3.3, la cual renormaliza el factor de forma correspondiente al segundo término de la corriente axial debil ($g_P(q) = g_A(q) C_{PV}(q)$), esta función fue definida como,

$$C_{PV}(q) = 1 - m_\pi^2 \left(\frac{g_\pi}{2M} \right)^2 \Delta^\pi(q) f_{PV}(q) \quad (\text{A.19})$$

En primer lugar buscamos el límite de la función f_{PV} para $q^\mu \rightarrow 0$ obteniendo,

$$\lim_{q^\mu \rightarrow 0} f_{PV}(q) = -\frac{2}{\pi^2} M^{*2} \left[\ln \left(\frac{k_{Fermi} E_{Fermi}^*}{M^*} \right) - \frac{k_{Fermi}}{E_{Fermi}^*} \right] \quad (A.20)$$

y cuando $k_{Fermi} \ll M^*$ es posible aproximar por,

$$\lim_{q^\mu \rightarrow 0} f_{PV}(q) \approx -\frac{2}{3\pi^2} M^{*2} \left(\frac{k_{Fermi}}{M^*} \right)^3 \quad (A.21)$$

que corresponde a una fracción pequeña de M^{*2} . En el límite sólo contribuye el término correspondiente a excitaciones de partícula-antipartícula ya que el término de partícula-agujero se anula. Reemplazando en A.19 obtenemos,

$$\lim_{q^\mu \rightarrow 0} C_{PV}(q) \approx 1 + m_\pi^2 g_\pi^2 \Delta^\pi(0) \frac{2}{3\pi^2} \left(\frac{k_{Fermi}}{M^*} \right)^3 \quad (A.22)$$

Este límite da $C_{PV}(0) \approx 1$ tanto en *MFT* como en *RHA*, lo cual indica que la renormalización del segundo término de la corriente axial débil resulta despreciable a $q^\mu \approx 0$. Esto además del hecho de que este término se hace despreciable frente al primero para estos valores de cuadrimomento transferido.

Un punto a enfatizar es que, en los procesos con $|q_0| \leq 2M^*$, el término de la polarización correspondiente a excitaciones partícula-antipartícula resulta completamente despreciable frente al término de partícula-agujero, salvo para $q^\mu \approx 0$. Esto puede verse claramente en la expresión A.11.

A.1.2 Inserción de polarización con acoplamiento πNN *PS*

Luego de un poco de álgebra obtenemos,

$$\Pi_{0D}^{\mu 5,5}(PS, q) = \frac{1}{2M^*} \Pi_{0D}^{\mu 5,5}(PV, q) \quad (A.23)$$

y

$$\Pi_{0D}^{5,5}(PS, q) = -\frac{1}{(2M^*)^2} \Pi_{0D}^{5,5}(PV, q) + \frac{1}{\pi^2} \left[k_{Fermi} E_{Fermi}^* - M^{*2} \ln \left(\frac{k_{Fermi}}{M^*} \right) \right] \quad (A.24)$$

Al igual que en el caso *PV*, es posible definir una función f_{PS} (ver Sección 3.3), que satisface,



$$\Pi_{0D}^{\mu 5,5}(PS, q) = q^\mu f_{PS}(q) \quad (\text{A.25})$$

donde f_{PS} está relacionada con f_{PV} a través de A.23 por,

$$f_{PS}(q) = \frac{1}{2M^*} f_{PV}(q) \quad (\text{A.26})$$

El comportamiento de la polarización axial isovectorial, con acoplamiento πNN PS , en el límite $q^\mu \rightarrow 0$ es el siguiente,

$$\lim_{q^\mu \rightarrow 0} \Pi_{0D}^{\mu 5,5}(PS, q) = 0 \quad (\text{A.27})$$

$$\lim_{q^\mu \rightarrow 0} \Pi_{0D}^{5,5}(PS, q) = \frac{1}{\pi^2} \left[k_{Fermi} E_{Fermi}^* - M^{*2} \ln \left(\frac{k_{Fermi}}{M^*} \right) \right]. \quad (\text{A.28})$$

De la ecuación A.27 podemos concluir que la contribución de la polarización del carozo ($\Pi_{0D}^{\mu 5,5}$) al primer término de la corriente axial débil ($\gamma^\mu \gamma^5$) se anula cuando q^μ se aproxima a cero. No sucede lo mismo con la contribución al segundo término (término pseudoescalar inducido), mediada por $\Pi_{0D}^{5,5}$ la cual no resulta despreciable para $q^\mu \approx 0$. Esto puede verse mejor si observamos el comportamiento de la función C_{PS} definida en la Sección 3.3, la cual renormaliza el factor de forma correspondiente al segundo término de la corriente axial débil ($g_P(q) = g_A(q) C_{PS}(q)$), a $q^\mu \approx 0$ en la aproximación de MFT se obtiene,

$$C_{PS}(0) = -1.1 \quad (\text{A.29})$$

Este resultado nos muestra que existe una fuerte renormalización del segundo término de la corriente axial a $q^\mu \approx 0$, ya que cambia el signo de g_P . De todas formas este resultado no es trascendente ya que a $q^\mu \approx 0$ el término pseudoescalar inducido resulta completamente despreciable frente al primer término de la corriente axial débil.

Es interesante ver que si usásemos el vértice πNN completo con constantes de acoplamiento incluídas, es decir

$$\Gamma_{\pi NN}^{PV} = i \frac{g_\pi}{2M} q_\nu \gamma^\nu \gamma^5 \tau^a \quad (\text{A.30})$$

$$\Gamma_{\pi NN}^{PS} = i g_\pi \gamma^5 \tau^a \quad (\text{A.31})$$

las relaciones A.23 y A.24 resultarían,

$$\Pi_{0D}^{\mu 5,5}(PS, q) = \frac{M}{M^*} \Pi_{0D}^{\mu 5,5}(PV, q) \quad (\text{A.32})$$

y también incluyendo el $2M^*$ al vértice PS γ^5 proveniente del segundo término de la corriente axial débil, obtendríamos,

$$\Pi_{0D}^{5,5}(PS, q) = -\frac{M}{M^*} \Pi_{0D}^{5,5}(PV, q) + \frac{ig_\pi}{\pi^2} \left[k_{Fermi} E_{Fermi}^* - M^{*2} \ln \left(\frac{k_{Fermi}}{M^*} \right) \right] \quad (\text{A.33})$$

donde se ve que la inserción de polarización $\Pi_{0D}^{\mu 5,5}(PS)$ es M/M^* mayor que la $\Pi_{0D}^{\mu 5,5}(PV)$, mientras que la inserción de polarización $\Pi_{0D}^{5,5}(PS)$ es igual a $-M/M^*$ veces $\Pi_{0D}^{5,5}(PV)$ más un término dependiente de la densidad e independiente de q^μ . Fácilmente puede verificarse, utilizando el vértice completo, que ambas inserciones de polarización PS y PV concuerdan en el límite en que $k_{Fermi} \rightarrow 0$, ya que en este límite ambos acoplamientos son equivalentes, y por consiguiente vuelve a restaurarse $PCAC$ en la corriente axial débil con acoplamiento PS .

A.2 Propagador piónico vestido

En esta sección exponemos brevemente detalles sobre la construcción del propagador piónico vestido dentro del modelo de $QHD-II$, basándonos en el trabajo de Matsui y Serot [21].

El propagador vestido puede obtenerse a partir de la ecuación de Dyson en el espacio de momentos,

$$\Delta^{ab}(q) = \Delta_0^{ab}(q) - \Delta_0^{ac}(q) \Pi_M^{cd}(q) \Delta^{db}(q) \quad (\text{A.34})$$

donde $\Pi_M(q)$ es la inserción de polarización propia, cuya definición damos diagramáticamente en la figura A.1 (nuestra definición de Π difiere en un signo de la dada por Matsui y Serot). El primer término se origina en el acoplamiento $\pi \cdot \pi \sigma$, mientras que el segundo incorpora la polarización del estado fundamental de Hartree (aproximación de RPA).

En el caso particular en que tanto $\Delta^{ab}(q)$ como $\Pi_M^{cd}(q)$ sean diagonales en el espacio de espín-isoespín, el propagador puede despejarse fácilmente de la ecuación A.34 para dar,

$$\Delta^{ab}(q) = \frac{\delta^{ab}}{q_\nu^2 - m_\pi^2 + \Pi_M(q) + i\epsilon} \quad (\text{A.35})$$

donde es posible ver que $\Pi_M(q)$ esencialmente renormaliza la masa del mesón.

La inserción de polarización $\Pi_M(q)$ fue calculada por Matsui y Serot para los dos posibles acoplamientos piónicos. Mayores detalles al respecto pueden hallarse en esta referencia.

$$\begin{aligned}
 \frac{x \rightleftharpoons y}{i\Delta_\pi(yx)} &= \frac{x \text{ --- } y}{i\Delta_\pi^\circ(yx)} + \begin{array}{c} iG \\ \circ -1 \\ \vdots -i\Gamma_{\sigma NN} \\ \vdots i\Delta_\sigma^\circ \\ \vdots -i\Gamma_{\pi\sigma\sigma} \\ \text{--- } i\Delta_\pi^\circ(x, x) \text{ --- } i\Delta_\pi^\circ(y, x_2) \end{array} + \begin{array}{c} -i\Gamma_{\pi NN} \quad i\Delta_\pi(y, x_2) \\ \text{--- } x \text{ --- } y \\ \circ -1 \circ \\ \text{--- } i\Delta_\pi^\circ(x, x) \text{ --- } -i\Gamma_{\pi NN} \end{array} \\
 \\
 i\Pi_M(x, x_2) &= \begin{array}{c} iG \\ \circ -1 \\ \vdots -i\Gamma_{\sigma NN} \\ \vdots i\Delta_\sigma^\circ \\ \vdots -i\Gamma_{\pi\sigma\sigma} \\ x_1 \text{ --- } x_2 \end{array} + \begin{array}{c} -i\Gamma_{\pi NN} \quad x_2 \\ \circ -1 \circ \\ x_1 \text{ --- } -i\Gamma_{\pi NN} \end{array}
 \end{aligned}$$

Figura A.1: Ecuación de Dyson. Definición de la inserción de polarización que viste al propagador mesónico.

Apéndice B.

Operadores multipolares relativistas.

B.1 Introducción

En este apéndice calculamos los operadores multipolares que aparecen en el análisis relativista de los procesos semileptónicos electrodebiles. Estos operadores de un cuerpo se evalúan entre funciones de onda relativistas las cuales son soluciones ligadas de la ecuación de Dirac para un núcleo esféricamente simétrico. Los elementos de matriz reducidos aquí calculados pueden aplicarse a diferentes procesos tales como: dispersión elástica e inelástica de electrones, procesos que involucran fotones reales, decaimientos β , captura electrónica o muónica, etc. No es nuestra intención aburrir al lector con el detalle del cálculo, que si bien es simple resulta muy tedioso, sino mostrar, principalmente, las expresiones obtenidas las cuales resultan de utilidad en el cálculo de una variedad de procesos.

B.2 Corriente electro-débil y operadores multipolares

El propósito de esta sección es el cálculo de los elementos de matriz reducidos de los operadores multipolares definidos en la Sección 2.5, dentro del formalismo relativista. Como ya hemos aclarado en la Sección 2.5, en nuestro trabajo usaremos el formalismo de Walecka [24] para el cálculo de procesos semileptónicos.

Comenzamos con la corriente axial isovectorial débil definida en las Secciones 2.2-2.4 :

$$J_W^{\mu(\pm)} = J^{V\mu(\pm)} + J^{A\mu(\pm)} \quad (\text{B.1})$$

donde el término vectorial de la corriente débil es:

$$J^{V\mu\pm} = \bar{\psi} [F_1^V(q_\lambda^2) \gamma^\mu - iF_2^V(q_\lambda^2) q_\nu \sigma^{\mu\nu}] \tau_\pm \psi \quad (\text{B.2})$$

El término axial de la corriente débil, con acoplamiento PV se expresa:

$$J_{PV}^{A\mu(\pm)}(X) = \bar{\psi}(x) [F_A(q_\lambda^2) \gamma^\mu \gamma^5 - F_P(q_\lambda^2) q_\nu \gamma^\nu \gamma^5 q^\mu] \tau^\pm \psi(x) \quad (\text{B.3})$$

donde hemos definido:

$$F_A(q_\lambda^2) = g_A(q_\lambda^2) \quad (\text{B.4})$$

$$F_P(q_\lambda^2) = \frac{g_P(q_\lambda^2)}{q_\nu^2 - m_\pi^2} \quad (\text{B.5})$$

Con acoplamiento PS , la corriente axial toma la forma,

$$J_{PS}^{A\mu}(X) = \bar{\psi}(x) [F_A(q_\lambda^2) \gamma^\mu \gamma^5 + F_P(q_\lambda^2) \gamma^5 q^\mu] \tau^\pm \psi(x) \quad (\text{B.6})$$

donde $F_A(q_\lambda^2)$ es como antes pero ahora,

$$F_P(q_\lambda^2) = \frac{g_P(q_\lambda^2) 2M}{q_\nu^2 - m_\pi^2} \quad (\text{B.7})$$

En todas estas expresiones debe entenderse a q^μ por,

$$q^\mu = i \bar{\partial}^\mu = i \left(\bar{\partial}^\mu + \bar{\partial}^\mu \right). \quad (\text{B.8})$$

Separando la parte temporal y espacial de cada término de la corriente, y luego de algunos cálculos, se obtiene:

$$J^{V0\pm}(x) = \bar{\psi}(x) \left[F_1^V \gamma^0 + i F_2^V \gamma^0 \gamma \cdot \vec{\nabla} \right] \tau_\pm \psi(x) \quad (\text{B.9})$$

$$\mathbf{J}^{Vi\pm}(x) = \bar{\psi}(x) \left[F_1^V \gamma^i - F_2^V q_0 \gamma^0 \gamma^i + F_2^V \gamma^0 \gamma^5 \left(\gamma \times \vec{\nabla} \right)^i \right] \tau_\pm \psi(x) \quad (\text{B.10})$$

$$J_{PV}^{A0(\pm)}(x) = \bar{\psi}(x) \left[F_A \gamma^0 \gamma^5 - F_P q_0^2 \gamma^0 \gamma^5 - i F_P q_0 \vec{\nabla} \cdot (\gamma \gamma^5) \right] \tau^\pm \psi(x) \quad (\text{B.11})$$

$$\mathbf{J}_{PV}^{Ai(\pm)}(x) = \bar{\psi}(x) \left[F_A \gamma^i \gamma^5 + i F_P q_0 \gamma^0 \gamma^5 \vec{\nabla}^i - F_P \vec{\nabla}^i \left(\vec{\nabla} \cdot \gamma \right) \gamma^5 \right] \tau^\pm \psi(x) \quad (\text{B.12})$$

$$J_{PS}^{A0(\pm)}(x) = \bar{\psi}(x) \left[F_A \gamma^0 \gamma^5 + F_P q_0 \gamma^5 \right] \tau^\pm \psi(x) \quad (\text{B.13})$$

$$\mathbf{J}_{PS}^{Ai(\pm)}(x) = \bar{\psi}(x) \left[F_A \gamma^i \gamma^5 - i F_P \gamma^5 \vec{\nabla}^i \right] \tau^\pm \psi(x) \quad (\text{B.14})$$

donde q_0 es fijo, e igual a la energía transferida.

Los operadores multipolares de la corriente débil vectorial (V) y axial (A), que fueron definidos en la Sección 2.5, son:

$$\hat{C}_{JM}^{(V \circ A)}(q) = \int d\mathbf{r} M_{JM}(q\mathbf{r}) J_0^{(V \circ A)}(r), \quad (\text{B.15})$$

$$\hat{L}_{JM}^{(V \circ A)}(q) = \int d\mathbf{r} \left[\frac{i}{q} \nabla M_{JM}(q\mathbf{r}) \right] \cdot \mathbf{J}^{(V \circ A)}(r), \quad (\text{B.16})$$

$$\hat{T}_{JM}^{(V \circ A)el}(q) = \int d\mathbf{r} \left[\frac{1}{q} \nabla \times \mathbf{M}_{JJM}(q\mathbf{r}) \right] \cdot \mathbf{J}^{(V \circ A)}(r), \quad (\text{B.17})$$

$$\hat{T}_{JM}^{(V \circ A)mag}(q) = \int d\mathbf{r} \mathbf{M}_{JJM}(q\mathbf{r}) \cdot \mathbf{J}^{(V \circ A)}(r), \quad (\text{B.18})$$

los cuales corresponden a los operadores multipolares (tensores esféricos de rango J) coulombiano, longitudinal, transverso eléctrico y transverso magnético, respectivamente, vectorial (V) y axial (A). Las funciones M_{JM} (escalar) y \mathbf{M}_{JLM} (vectorial), ya han sido definidas en la sección 2.5, a partir de las funciones de Bessel esféricas y los armónicos esféricos escalar y vectorial.

Reemplazando las expresiones de la corriente B.9-B.14 en cada uno de los operadores multipolares es posible expresarlos en función de ocho operadores de un cuerpo que operen sobre las funciones de onda de Dirac de los nucleones. Estos se definen:

$$\Gamma_{JM}(q\mathbf{r}) = M_{JM}(q\mathbf{r}), \quad (\text{B.19})$$

$$\Gamma_{JM}^5(q\mathbf{r}) = -iM_{JM}(q\mathbf{r})\gamma^5, \quad (\text{B.20})$$

$$\Gamma'_{JM}(q\mathbf{r}) = i\mathbf{M}_{JJM}(q\mathbf{r}) \cdot \boldsymbol{\gamma}, \quad (\text{B.21})$$

$$\Gamma_{JM}^{\prime 5}(q\mathbf{r}) = \mathbf{M}_{JJM}(q\mathbf{r}) \cdot \boldsymbol{\gamma} \gamma^5, \quad (\text{B.22})$$

$$\Delta_{JM}(q\mathbf{r}) = i\frac{1}{q} [\nabla M_{JM}(q\mathbf{r})] \cdot \boldsymbol{\gamma}, \quad (\text{B.23})$$

$$\Delta_{JM}^5(q\mathbf{r}) = \frac{1}{q} [\nabla M_{JM}(q\mathbf{r})] \cdot \boldsymbol{\gamma} \gamma^5, \quad (\text{B.24})$$

$$\Delta'_{JM}(q\mathbf{r}) = \frac{1}{q} [\nabla \times \mathbf{M}_{JJM}(q\mathbf{r})] \cdot \boldsymbol{\gamma}, \quad (\text{B.25})$$

$$\Delta_{JM}^{\prime 5}(q\mathbf{r}) = -i\frac{1}{q} [\nabla \times \mathbf{M}_{JJM}(q\mathbf{r})] \cdot \boldsymbol{\gamma} \gamma^5, \quad (\text{B.26})$$

donde $q = |\mathbf{q}|$. Notar que estos operadores no contienen gradientes actuando sobre las funciones de onda bariónicas.

De esta forma, los operadores multipolares vectoriales (V) terminan expresándose como:

$$\hat{C}_{JM}^V(q) = \int d\mathbf{r} \bar{\psi} [F_1^V \gamma^0 \Gamma_{JM}(q\mathbf{r}) - F_2^V q \gamma^0 \Delta_{JM}(q\mathbf{r})] \tau_{\pm} \psi \quad (\text{B.27})$$

$$\hat{L}_{JM}^V(q) = \int d\mathbf{r} \bar{\psi} [F_1^V \Delta_{JM}(q\mathbf{r}) - F_2^V q_0 \gamma^0 \Delta_{JM}(q\mathbf{r})] \tau_{\pm} \psi \quad (\text{B.28})$$

$$\begin{aligned} \hat{T}_{JM}^{V\text{el}}(q) = \int d\mathbf{r} \bar{\psi} [F_1^V \Delta'_{JM}(q\mathbf{r}) - F_2^V q_0 \gamma^0 \Delta'_{JM}(q\mathbf{r}) \\ + F_2^V q \gamma^0 \Gamma_{JM}^{\prime 5}(q\mathbf{r})] \tau_{\pm} \psi \end{aligned} \quad (\text{B.29})$$

$$\begin{aligned} \hat{T}_{JM}^{V\text{mag}}(q) = \int d\mathbf{r} \bar{\psi} i [-F_1^V \Gamma'_{JM}(q\mathbf{r}) + F_2^V q_0 \gamma^0 \Gamma'_{JM}(q\mathbf{r}) \\ + F_2^V q \gamma^0 \Delta'_{JM}{}^5(q\mathbf{r})] \tau_{\pm} \psi \end{aligned} \quad (\text{B.30})$$

Los operadores multipolares axiales (A), con acoplamiento pseudovectorial (PV) se expresan:

$$\begin{aligned} \hat{C}_{JM}^A(q) = \int d\mathbf{r} \bar{\psi}(x) i [F_A \gamma^0 \Gamma_{JM}^5(q\mathbf{r}) - F_P q_0^2 \gamma^0 \Gamma_{JM}^5(q\mathbf{r}) \\ + F_P q_0 q \Delta_{JM}^5(q\mathbf{r})] \tau_{\pm} \psi(x) \end{aligned} \quad (\text{B.31})$$

$$\begin{aligned} \hat{L}_{JM}^A(q) = \int d\mathbf{r} \bar{\psi}(x) i [F_A \Delta_{JM}^5(q\mathbf{r}) - F_P q_0 q \gamma^0 \Gamma_{JM}^5(q\mathbf{r}) \\ + F_P q^2 \Delta_{JM}^5(q\mathbf{r})] \tau_{\pm} \psi(x) \end{aligned} \quad (\text{B.32})$$

$$\hat{T}_{JM}^{Ael}(q) = \int d\mathbf{r} \bar{\psi}(\mathbf{x}) i [F_A \Delta'_{JM}{}^5(q\mathbf{r})] \tau^\pm \psi(\mathbf{x}) \quad (\text{B.33})$$

$$\hat{T}_{JM}^{A\text{mag}}(q) = \int d\mathbf{r} \bar{\psi}(\mathbf{x}) [F_A \Gamma'_{JM}{}^5(q\mathbf{r})] \tau^\pm \psi(\mathbf{x}) \quad (\text{B.34})$$

y con acoplamiento pseudoescalar (*PS*):

$$\hat{C}_{JM}^A(q) = \int d\mathbf{r} \bar{\psi}(\mathbf{x}) i [F_A \gamma^0 \Gamma_{JM}^5(q\mathbf{r}) + F_P q_0 \Gamma_{JM}^5(q\mathbf{r})] \tau^\pm \psi(\mathbf{x}) \quad (\text{B.35})$$

$$\hat{L}_{JM}^A(q) = \int d\mathbf{r} \bar{\psi}(\mathbf{x}) i [F_A \Delta_{JM}^5(q\mathbf{r}) + F_P q \Gamma_{JM}^5(q\mathbf{r})] \tau^\pm \psi(\mathbf{x}) \quad (\text{B.36})$$

$$\hat{T}_{JM}^{Ael}(q) = \int d\mathbf{r} \bar{\psi}(\mathbf{x}) i [F_A \Delta'_{JM}{}^5(q\mathbf{r})] \tau^\pm \psi(\mathbf{x}) \quad (\text{B.37})$$

$$\hat{T}_{JM}^{A\text{mag}}(q) = \int d\mathbf{r} \bar{\psi}(\mathbf{x}) [F_A \Gamma'_{JM}{}^5(q\mathbf{r})] \tau^\pm \psi(\mathbf{x}) \quad (\text{B.38})$$

Para el cálculo de los elementos de matriz reducidos de los operadores B.20-B.26 escribimos la función de onda de un nucleón en un núcleo esféricamente simétrico (ver Sección 2.5) de la forma,

$$\psi_{n\kappa}^m(\mathbf{r}) = \begin{pmatrix} F_{n\kappa}(\mathbf{x}) \Phi_{\kappa m} \\ iG_{n\kappa}(\mathbf{x}) \Phi_{-\kappa m} \end{pmatrix} \equiv |n \kappa m\rangle \quad (\text{B.39})$$

donde hemos definido la función de ángulo-espín:

$$\Phi_{\kappa m} = \sum_{m_l m_s} \langle l m_l 1/2 m_s | j m \rangle Y_{lm_l}(\hat{r}) \chi_{1/2 m_s}, \quad (\text{B.40})$$

y donde el número cuántico κ , en términos de l y j , viene dado por

$$\kappa = (-1)^{j+l+1/2} \left(j + \frac{1}{2}\right) = \begin{cases} l & \text{si } j = l + 1/2 \\ -(l+1) & \text{si } j = l - 1/2 \end{cases} \quad (\text{B.41})$$

Se comprueba fácilmente que $\Phi_{\kappa m}$ y $\Phi_{-\kappa m}$ tienen paridades opuestas. Usando, luego, las técnicas del álgebra de momento angular, y luego de un extenso y algo tedioso cálculo, obtenemos los elementos de matriz reducidos de los operadores B.20-B.26:

$$\langle n' \kappa' || (\gamma^0) \Gamma_{JM}(q\mathbf{r}) || n \kappa \rangle = I_J(\kappa', \kappa) \int d\mathbf{r} r^2 j_J(qr) [F_{n'\kappa'} F_{n\kappa} \mp G_{n'\kappa'} G_{n\kappa}] \quad (\text{B.42})$$

$$\begin{aligned} \langle n' \kappa' || (\gamma^0) \Gamma_{JM}^5(q\mathbf{r}) || n \kappa \rangle = \\ I_J(-\kappa', \kappa) \int d\mathbf{r} r^2 j_J(qr) [F_{n'\kappa'} G_{n\kappa} \pm G_{n'\kappa'} F_{n\kappa}] \end{aligned} \quad (\text{B.43})$$

$$\begin{aligned} \langle n' \kappa' || (\gamma^0) \Gamma'_{JM}(q\mathbf{r}) || n \kappa \rangle = \\ \frac{(\kappa + \kappa')}{\sqrt{J(J+1)}} I_J(-\kappa', \kappa) \int d\mathbf{r} r^2 j_J(qr) [F_{n'\kappa'} G_{n\kappa} \pm G_{n'\kappa'} F_{n\kappa}] \end{aligned} \quad (\text{B.44})$$

$$\begin{aligned}
\langle n' \kappa' || (\gamma^0) \Gamma_{JM}^5(q\mathbf{r}) || n \kappa \rangle = \\
\frac{(\kappa - \kappa')}{\sqrt{J(J+1)}} I_J(\kappa', \kappa) \int d\mathbf{r} r^2 j_J(qr) [F_{n'\kappa'} F_{n\kappa} \mp G_{n'\kappa'} G_{n\kappa}] \quad (B.45)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\langle n' \kappa' || (\gamma^0) \Delta_{JM}(q\mathbf{r}) || n \kappa \rangle = \frac{I_J(\kappa', \kappa)}{2J+1} \int d\mathbf{r} r^2 \\
\{F_{n'\kappa'} G_{n\kappa} [(-J-1+\kappa-\kappa') j_{J+1}(qr) + (J+\kappa-\kappa') j_{J-1}(qr)] \\
\mp G_{n'\kappa'} F_{n\kappa} [(-J-1-\kappa+\kappa') j_{J+1}(qr) + (J-\kappa+\kappa') j_{J-1}(qr)]\} \quad (B.46)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\langle n' \kappa' || (\gamma^0) \Delta_{JM}^5(q\mathbf{r}) || n \kappa \rangle = -\frac{I_J(-\kappa', \kappa)}{2J+1} \int d\mathbf{r} r^2 \\
\{F_{n'\kappa'} F_{n\kappa} [(-J-1-\kappa-\kappa') j_{J+1}(qr) + (J-\kappa-\kappa') j_{J-1}(qr)] \\
\pm G_{n'\kappa'} G_{n\kappa} [(-J-1+\kappa+\kappa') j_{J+1}(qr) + (J+\kappa+\kappa') j_{J-1}(qr)]\} \quad (B.47)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\langle n' \kappa' || (\gamma^0) \Delta'_{JM}(q\mathbf{r}) || n \kappa \rangle = \frac{\sqrt{J(J+1)}}{2J+1} I_J(\kappa', \kappa) \int d\mathbf{r} r^2 \\
\{F_{n'\kappa'} G_{n\kappa} \left[\left(1 - \frac{\kappa - \kappa'}{J+1}\right) j_{J+1}(qr) + \left(1 + \frac{\kappa - \kappa'}{J}\right) j_{J-1}(qr) \right] \\
\mp G_{n'\kappa'} F_{n\kappa} \left[\left(1 + \frac{\kappa - \kappa'}{J+1}\right) j_{J+1}(qr) + \left(1 - \frac{\kappa - \kappa'}{J}\right) j_{J-1}(qr) \right] \} \quad (B.48)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\langle n' \kappa' || (\gamma^0) \Delta_{JM}^5(q\mathbf{r}) || n \kappa \rangle &= -\frac{\sqrt{J(J+1)}}{2J+1} I_J(-\kappa', \kappa) \int d\mathbf{r} r^2 \\
&\quad \left\{ F_{n'\kappa'} F_{n\kappa} \left[\left(1 + \frac{\kappa + \kappa'}{J+1}\right) j_{J+1}(qr) + \left(1 - \frac{\kappa + \kappa'}{J}\right) j_{J-1}(qr) \right] \right. \\
&\quad \left. \pm G_{n'\kappa'} G_{n\kappa} \left[\left(1 - \frac{\kappa + \kappa'}{J+1}\right) j_{J+1}(qr) + \left(1 + \frac{\kappa + \kappa'}{J}\right) j_{J-1}(qr) \right] \right\} \quad (\text{B.49})
\end{aligned}$$

donde el signo inferior corresponde al caso en que se evalúa al elemento de matriz reducido del operador multiplicado a la izquierda por γ^0 . En las fórmulas anteriores se ha definido a la función $I_J(\kappa', \kappa)$ como,

$$\begin{aligned}
I_J(\kappa', \kappa) &= (\Phi_{\kappa'} || Y_J(\hat{r}) || \Phi_{\kappa}) \\
&= \frac{(-1)^{j'+1/2}}{2\sqrt{\pi}} [j'] [j] [J] \left[\frac{1 + (-1)^{l'+l+J}}{2} \right] \begin{pmatrix} j' & J & j \\ 1/2 & 0 & -1/2 \end{pmatrix} \quad (\text{B.50})
\end{aligned}$$

donde $[j] = \sqrt{2j+1}$. Hacemos notar que la parte angular del elemento de matriz es considerablemente simple en esta formulación relativista.

Estos multipolos han sido contrastados exhaustivamente, y verificados numéricamente en cálculos de dispersión de electrones y transiciones débiles cuyos resultados son conocidos.

Referencias

- [1] B.D. Serot y J.D. Walecka, in *The Relativistic Nuclear Many-Body Problem*, Advances in Nuclear Physics, Vol. 16. J.W. Negele y E. Vogt eds., Plenum Press, New York 1986.
- [2] K. Erkelenz, *Phys. Reports* **C13**, 191 (1974).
- [3] K. Holinde, *Phys. Reports* **C68**, 121 (1981).
- [4] C.E. Price and G.E. Walker, *Phys Rev C* **36**, 354 (1987).
- [5] R.J. Furnstahl y B.D. Serot, *Nucl. Phys.* **A468**, 539(1987).
- [6] Kurasawa and Suzuki, *Phys. Lett.* **165B**, 234 (1986).
- [7] T. Matsui, *Nucl. Phys.* **A370**, 365 (1981)
- [8] I.S.Towner, *Comments Nucl. Part. Phys.* **15**, 145 (1986).
- [9] K. Kubodera, J. Delorme y M. Rho, *Phys. Rev. Lett.* **40**,755 (1978).
- [10] P. Guichon, M. Giffon, and C. Samour, *Phys. Lett.* **74B**, 15 (1978).
- [11] J. Delorme, *Nucl. Phys.* **A374**, 541c (1982).
- [12] D.J. Millener and E.K. Warburton, en *Nuclear Shell Models*, editado por M. Vallieres and B.H. Wildenthal (World Scientific, Singapore, 1985), p. 365; E.K. Warburton, en *Interactions and Structures in Nuclei*, editado por R.J. Blin-Stoyle and W.D. Hamilton (Hilger, Bristol, 1988), p. 81.
- [13] E.K. Warburton, J.A. Becker, B.A. Brown, and D.J. Millener, *Ann. Phys. (N.Y.)* **187**, 471 (1988).
- [14] E.K.Warburton, *Phys Rev. Lett.* **66**, 1823 (1991).
- [15] Y. Nadjadi y J.R. Rook, *Nucl. Phys.* **A528**, 537 (1991).
- [16] J.A. McNeil and J.R. Shepard, *Phys Rev C* **31**, 686 (1985).
- [17] G. Do Dang, M. Jaminon y N. Van Giai, *Phys. Lett.***153B**, 17 (1985).
- [18] M.W. Price and G.E. Walker, *Phys Rev C* **38**, 2860 (1988).
- [19] B.D. Serot, *Phys. Lett.* **86B**, 146 (1979).

- [20] G.E. Brown and A.D. Jackson, "*The nucleon-nucleon interaction*", North Holland publishing company, 1976. Capítulo 8.
- [21] T. Matsui and B.D. Serot, *Ann. Phys.* **144**, 107 (1982).
- [22] C. Horowitz and B.D. Serot, *Nucl. Phys.* **A368**, 503 (1981).
- [23] R.J.Furnstahl, R.J. Perry and B.D. Serot, *Phys. Rev.* **C40** 321 (1989).
- [24] J.D. Walecka, en *Muon Physics*, editado por V.W. Hughes and C.S. Wu (Academic, New York, 1975), Vol II, p. 113.
- [25] H. Beherens and W. Buring, en *Electron Radial Wave Functions and Nuclear Beta Decay*, International series of Monographs on Physics, editado por J.A. Krumhansl, R.J. Elliott, and D.H. Wilkinson (Clarendon, Oxford, 1982), Vol. **67**.
- [26] A.Bouyssy, S. Marcos y J.F. Mathiot, *Nucl.Phys.* **A415**, 497 (1984).
- [27] S.Ichii, W.Bentz and A. Arima, *Nucl. Phys.* **A464** 575 (1987).
- [28] E.D. Izquierdo and A.O. Gattone, *Phys. Rev.* **C49** (1994)
- [29] M. Kirchbach y H. Reinhardt, *Phys. Lett.* **208B**,79 (1988).
- [30] K. Kubodera y M. Rho, *Phys. Rev. Lett.* **67**, 3479 (1991).
- [31] M. Kirchbach, D.O. Riska y K. Tsushima, *Nucl. Phys.* **A542**, 619 (1992).
- [32] J. Delorme y I.S. Towner, *Nucl. Phys.* **A475**, 720 (1987).
- [33] B.Fogelberg. B.Ekström. I.Sihver and G. Rudstam, *Phys. Rev.* **C41** (1990).
- [34] G. Barenboim, A.O. Gattone, E.D. Izquierdo, *Phys. Rev.* **C48** 2537 (1993)
- [35] A.O. Gattone, E.D. Izquierdo, and M. Chiapparini, *Phys Rev C* **46** 788 (1992).
- [36] E.K.Warburton, *Phys. Letters* **B294** 1 (1992).
- [37] W.T.Chou and E.K.Warburton, *Phys. Rev.* **C45** 1720 (1992).
- [38] L.S. Towner and F.C. Khanna, *Nucl. Phys.* **A372**, 331 (1981).
- [39] A.R. Heath and G.T. Gaevey, *Phys. Rev.* **C31** 2190 (1985)
- [40] I.S.Towner, *Nucl. Phys.* **A542**, 631 (1992).

- [41] S. Nozawa, K. Kubodera and H. Ohtsubo, *Nucl. Phys.* **A453**, 645 (1986)
- [42] E. Ivanov and E. Truhlik, *Nucl. Phys.* **A316** 437 (1979).
- [43] G. Barenboim, Tesis de Licenciatura UBA (1991).
- [44] S.A. Chin, *Ann. Phys. (N.Y.)* **108**, 301 (1977).