

## Tesis de Posgrado

# La rendija como filtro espacial : Su influencia en la calidad de la imagen de doble monocromadores de alta resolución

Mattei, Guillermo Oscar

1993

Tesis presentada para obtener el grado de Doctor en Ciencias Físicas de la Universidad de Buenos Aires

Este documento forma parte de la colección de tesis doctorales y de maestría de la Biblioteca Central Dr. Luis Federico Leloir, disponible en [digital.bl.fcen.uba.ar](http://digital.bl.fcen.uba.ar). Su utilización debe ser acompañada por la cita bibliográfica con reconocimiento de la fuente.

This document is part of the doctoral theses collection of the Central Library Dr. Luis Federico Leloir, available in [digital.bl.fcen.uba.ar](http://digital.bl.fcen.uba.ar). It should be used accompanied by the corresponding citation acknowledging the source.

**Cita tipo APA:**

Mattei, Guillermo Oscar. (1993). La rendija como filtro espacial : Su influencia en la calidad de la imagen de doble monocromadores de alta resolución. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires.

[http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis\\_2620\\_Mattei.pdf](http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis_2620_Mattei.pdf)

**Cita tipo Chicago:**

Mattei, Guillermo Oscar. "La rendija como filtro espacial : Su influencia en la calidad de la imagen de doble monocromadores de alta resolución". Tesis de Doctor. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires. 1993.

[http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis\\_2620\\_Mattei.pdf](http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis_2620_Mattei.pdf)

**EXACTAS** UBA

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales



**UBA**

Universidad de Buenos Aires

Tema de Tesis

**La rendija como filtro espacial:  
su influencia en la calidad de la imagen  
de doble monocromadores de alta  
resolución**

Autor

Guillermo Oscar Mattei

Director de Tesis

Mirta Alicia Gil

Lugar de Trabajo

Departamento de Física

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

Tesis presentada para optar al título de Doctor en Ciencias Físicas

- Diciembre de 1993 -

26201

52

*A Marta, a Bárbara, al que  
por ahora vive adentro de  
Marta, a mi vieja, a mi  
hermana y a la idea de mi  
viejo.*

# Resumen

En esta tesis se estudió la influencia de la rendija intermedia, que acopla las dos etapas de doble monocromadores de alta resolución frecuentemente empleados en espectroscopía Raman, sobre la calidad de la imagen dada por estos instrumentos. Para esto se hace uso de una de las herramientas más poderosas de la Óptica de Fourier en el análisis de la respuesta de sistemas lineales: las Funciones de Transferencia Óptica. Asimismo se particulariza el estudio en un diseño espectroscópico de alta resolución: el monocromador Ebert parabolizado en el plano de doble paso. Básicamente, el presente estudio describe el límite de validez de los tratamientos geométricos a partir del cual los efectos de difracción, que impone la rendija intermedia como filtro espacial de frecuencias, prevalecen sobre la distribución de energía asociada a las aberraciones descritas por las técnicas clásicas.

# Indice

Resumen

Indice

Introducción	1
<b>1 El Test de la Rendija</b>	
1.1 Formalismo teórico	
1.1.1 Teoría geométrica .	
1.1.2 Teoría física	
1.2 Configuración experimental	11
1.3 Ejemplo	12
1.4 Aplicación	16
<b>2 La Función Transferencia Óptica</b>	<b>17</b>
2.1 Consideraciones generales	18
2.2 Formalismo	18
2.3 Implementación numérica	20
<b>3 Funciones Transferencia de sistemas acoplados</b>	<b>23</b>
3.1 Consideraciones preliminares .	23
3.2 Funciones Transferencia	24
3.2.1 Caso libre de aberraciones	26
3.2.2 Aberración esférica . . . . .	27
3.2.3 Coma	29
3.2.4 Desenfoque	31

3.2.5	Astigmatismo	33
3.2.6	Coma duplicada en una única etapa .	31
3.2.7	Sistema con coma compensada .	35
3.3	Análisis de los resultados	39
<b>4</b>	<b>Generalidades sobre monocromadores de simple y de doble paso</b>	<b>42</b>
4.1	Características de los doble monocromadores . . . .	13
4.2	La Función Ensanchamiento Espectral	45
4.3	Acoplamiento de las etapas .	18
4.4	Metodología de cálculo de la Función Ensanchamiento Espectral en simple y doble monocromadores	50
<b>5</b>	<b>El monocromador Ebert parabolizado de doble paso</b>	<b>53</b>
5.1	Principales características	53
5.2	Funciones Transferencia Optica	57
5.3	Funciones Ensanchamiento Espectral	61
	<b>Conclusiones</b>	<b>67</b>
	<b>Apéndice</b>	<b>69</b>
<b>A</b>	<b>Cálculo Numérico de la FTO de sistemas ópticos con pupila circular</b>	<b>69</b>
	<b>Referencias</b>	<b>74</b>
	<b>Agradecimientos</b>	<b>77</b>

# Introducción

*“Pero si no hay alivio en los frutos de nuestra investigación, hay al menos algún consuelo en la investigación misma. Los hombres no se contentan con consolarse mediante cuentos de dioses y gigantes, o limitando sus pensamientos a los asuntos cotidianos de la vida. También construyen telescopios, satélites y aceleradores, y se sientan en sus escritorios durante horas interminables tratando de discernir el significado de los datos que reúnen. El esfuerzo para comprender el Universo es una de las pocas cosas que eleva la vida humana por sobre el nivel de la farsa y le imprime algo de la elevación de la tragedia.”*

(Steven Weinberg, 1976)

Los espectrómetros y espectrógrafos ópticos constituyen una familia de instrumentos frecuentemente utilizados en varias áreas. Desde los diseños originales y hasta la fecha, se vienen realizando diversos estudios (aberraciones, luz difusa, alineación, etc.) por medio de los cuales se introdujeron mejoras que redundaron en imágenes de alta calidad. Los avances tecnológicos permitieron mejorar las técnicas de vacío y las redes de difracción, con lo cual se pudieron desarrollar instrumentos de alta resolución. Cuando el láser pasó a ser una herramienta eficaz de laboratorio, se produjeron avances importantes en diversos campos de la Óptica y en particular en la Espectroscopía Raman. Resultó entonces necesario diseñar espectrómetros especiales [Lan65, Kog63, Web67] para detectar las débiles señales Stokes y anti-Stokes,

excitadas por diferentes láseres, en gases, líquidos o sólidos.

Estos diseños especiales para Espectroscopía Raman, básicamente, resultaron de acoplar dos monocromadores mediante una tercer rendija llamada intermedia. El propósito era el de aumentar la pureza espectral en la rendija de salida del segundo sistema dispersando cualquier luz que no fuera la de la frecuencia deseada y que pudiera estar presente en la rendija de salida del primero. Las componentes indeseadas pueden ser causadas por la superposición de órdenes o por la luz dispersada dentro del instrumento. Si esta luz dispersada proviene de la red, es imposible evitarla si no es con un segundo monocromador [Man66, Lan67, Man67].

La dispersión de la luz en la red, es siempre perjudicial en Espectroscopía Raman, y especialmente en la de gases a baja presión, donde la dispersión de Rayleigh y la debida a polvo e impurezas, de la frecuencia excitante, puede ser varios ordenes de magnitud superior a las líneas Stokes y anti-Stokes que son de interés.

Si bien los diseños actuales no difieren sustancialmente de los originales, la optimización de los mismos sigue siendo, hasta el presente, incompleta. Tan solo para citar algunos de los muchos aspectos que se estudian y se estudiaron para mejorar los diseños, podemos enumerar: acoplamiento del haz laser con la muestra, relación señal-ruido del monocromador, detectores, luz difusa, eficiencia de las redes de difracción, calidad de la imagen, Función Ensanchamiento Espectral, etc.

En el presente trabajo se investiga la influencia que tiene la rendija intermedia sobre la calidad de la imagen de estos sistemas. Para esto se utilizan los métodos que proporciona la Óptica de Fourier y en particular las llamadas Funciones de Transferencia Óptica.

Debe recordarse que el efecto de las aberraciones sobre la distribución de intensidades de la imagen de una fuente puntual es la de provocar una reducción en la intensidad en el máximo principal de la configuración de difracción o Función Ensanchamiento de Punto y la de distribuir más luz en las regiones externas de la misma. A pesar de haber una mayor cantidad de luz en los anillos de difracción externos, la imagen de una fuente puntual (que puede tener una distribución muy asimétrica en el caso de estar presente la coma) aún continúa siendo un disco central intenso con anillos de difracción de intensidad apreciablemente menor si las aberraciones son pequeñas (menores que una longitud de onda). Esta pérdida de intensidad, por

parte del máximo de la Función Ensanchamiento de Punto, es usualmente especificada por el Radio de Strehl dado por la razón entre el máximo de intensidad en la configuración con aberraciones y aquella correspondiente al caso libre de aberración.

El criterio de calidad dado por el Radio de Strehl es de gran utilidad en el estudio de la calidad de imagen de sistemas ópticos altamente corregidos y ha dado lugar a numerosos métodos sistemáticos para abordar, entre otras cosas, la tolerancia de aberraciones, la corrección de aberraciones residuales, el establecimiento del mejor plano focal en presencia de aberraciones, etc. De todas maneras estos métodos resultan insuficientes cuando las aberraciones son grandes (mayores que la longitud de onda) ya que la imagen de una fuente puntual no tiene, en este caso, un gran máximo central rodeado por débiles anillos de difracción sino una forma complicada. Además no es fácil apreciar la influencia de un Radio de Strehl reducido para la imagen de un solo punto cuando se está tratando la imagen de un objeto extendido.

La introducción de la Función Transferencia Óptica, como una medida de la respuesta en frecuencias espaciales de los sistemas ópticos lineales, proporcionó una solución a la mayoría de las dificultades anteriores al describir analíticamente, al menos desde su formulación, las relaciones imagen/objeto cualesquiera sea la forma de este último.

De allí que se eligiera este método en el presente trabajo: resulta ser uno de los más adecuados para tratar sistemas de alta resolución al permitir tener en cuenta las modificaciones que, en la distribución de energía, introducen no solo las aberraciones sino también los fenómenos de difracción originados en la rendija intermedia que actúa como filtro espacial pasabajos.

En el Capítulo 1 se presenta el formalismo del que podría dar en llamarse el Test de la Rendija por su analogía con el Test de Foucault. Básicamente, ilustrará en forma teórica y experimental cuál es el efecto que la rendija intermedia produce sobre la distribución de intensidad luminosa que llega a la pupila del segundo monocromador.

El Capítulo 2 introduce el formalismo de las Funciones Transferencia Óptica y presenta el algoritmo de cálculo de las mismas –desarrollado para el presente trabajo–, los cuales resultan necesarios para describir la calidad de la imagen teniendo en

cuenta las aberraciones de cada etapa y los efectos de filtrado que impone la rendija intermedia.

El estudio detallado de los comportamientos de las Funciones Transferencia de sistemas idénticos acoplados por una rendija se presenta en el Capítulo 3. Las configuraciones generales tratadas son las de interés en los diseños de doble monocromadores.

En el Capítulo 4 se reúnen un conjunto de propiedades de monocromadores frecuentemente empleados en espectroscopía Raman que se agregan a las deducidas en el Capítulo anterior y que permiten abordar el estudio de la configuración particular del Capítulo 5.

El Capítulo 5 es una aplicación al estudio pormenorizado de un diseño específico: el monocromador Ebert parabolizado de doble paso.

Los resultados obtenidos mediante estos métodos, en sus aplicaciones a espectrómetros de alta resolución, son de interés, ya que las técnicas usualmente empleadas (cálculo analítico de las aberraciones y optimización por trazado trigonométrico de rayos) no son las más apropiadas para sistemas donde las aberraciones están muy bien compensadas, es decir, donde el tamaño de la imagen geométrica es del orden de la imagen de difracción en ausencia de aberraciones.

El presente trabajo, en su conjunto, podría significar una base para la optimización de estos diseños mediante la adopción de criterios de calidad de imagen, básicamente, asociados a las técnicas aquí empleadas.

# Capítulo 1

## El Test de la Rendija

Desde hace bastante tiempo se conocen diferentes técnicas de taller exitosamente empleadas en el control de superficies ópticas. Entre ellas se encuentran el Test de Ronchi [Oje78a, Car93], el Método del cuchillo de Foucault (1858, 1859) y en general todas las técnicas schlieren: Topler (1866), Ritchey (1904), Hartmann (1908), Platzeck y Gaviola (1939), Wolter (1956) [Oje78b]. La idea básica de estas técnicas es la de detectar desplazamientos laterales de los rayos (respecto de la trayectoria esperada según la Óptica geométrica de primer orden) –que pueden deberse a aberraciones, difracción o deformaciones en la superficies– por medio del bloqueo de los mismos. Generalmente ese bloqueo es acompañado por el posicionamiento de una pantalla en alguno de los planos de convergencia de la luz que pasa a través o es reflejada por la superficie bajo control.

En particular el Test de Foucault se considera como el método de mayor simplicidad de operación y facilidad de interpretación, fundamentalmente, para detectar la presencia de aberraciones transversales. Así, puede usarse para medir el radio de curvatura de diferentes zonas en espejos curvos y para verificar que todas las zonas de un supuesto frente esférico tenga el mismo radio de curvatura. Este test, a partir del cual se han desarrollado muchos otros, bien puede considerarse como el primero en el taller de Óptica [Oje78b].

En este capítulo se presentará lo que podría dar en llamarse el Test de la Rendija. Es decir, se seguirán las ideas básicas del Test de Foucault pero en lugar de bloquear los rayos con un borde se emplearán dos bordes enfrentados, es decir una rendija.

Si bien se puede ver [Mat88, Gil93b] que la principal utilidad del Test de la Rendija es factible relacionarla con la alineación del sistema óptico bajo control, la motivación de su desarrollo completo en el contexto del presente trabajo es sustancialmente diferente.

El objetivo de este capítulo es el de hacer uso del formalismo del Test de la Rendija, de la representación gráfica de sus resultados y de su implementación experimental para obtener una interpretación sencilla y una visualización clara de los efectos de la rendija, que acopla las dos etapas de un sistema de dos monocromadores en serie, sobre la distribución de intensidad luminosa que llega a la pupila de la segunda de las mencionadas etapas. Es decir, se verá que el ancho de la rendija condicionará una iluminación no uniforme sobre dicha pupila aun cuando la correspondiente a la primera etapa haya sido iluminada uniformemente. Teniendo en cuenta las aberraciones presentes, la no uniformidad mencionada (tanto en forma como en modulaciones de intensidad) dependerá fuertemente del filtrado espacial impuesto por la rendija. Se podrá comprender que los cambios en la forma obedecen a sencillos conceptos geométricos y, por su parte, los cambios en las modulaciones tienen que ver con la difracción asociada a la relación entre los tamaños de la rendija y de la pupila.

## 1.1 Formalismo teórico

Para apreciar los méritos de este método es necesario estudiar sus características cuando se usa para detectar la presencia de a) aberraciones más grandes que la longitud de onda de la radiación incidente (teoría geométrica de la formación de imágenes), y b) aberraciones menores que la longitud de onda (teoría física de la formación de imágenes).

La configuración que es necesario tener en cuenta para ambas clases de análisis se muestra en la Figura 1.1 donde se representan: 1) la pupila de salida del sistema

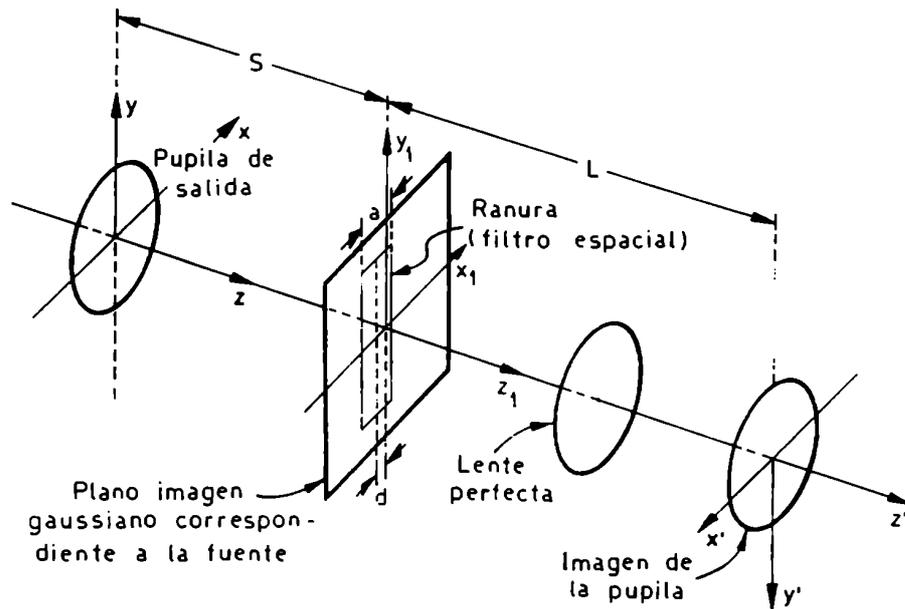


Figura 1.1: Sistema para el cálculo de las distribuciones de intensidad

### 1.1.1 Teoría geométrica

Desde un punto de vista meramente geométrico, es decir basándose exclusivamente en la propagación rectilínea de la luz, es necesario calcular la magnitud del bloqueo que ejerce la rendija sobre los rayos que provienen de la pupila.

La transmitancia sobre el plano  $\{x_1, y_1\}$  donde se encuentra la rendija se puede expresar como:

$$T(x_1, y_1) = \text{rect}\left(\frac{x_1 - d}{a}, 0\right) \quad (1.1)$$

Pero como el plano  $\{x_1, y_1\}$  define el plano paraxial de convergencia de un frente ideal, cualquier punto  $(x_1, y_1)$  sobre este plano satisface, aproximadamente, la siguiente propiedad [Ray61]:

$$(x_1, y_1) = s \frac{\partial}{\partial x} \Phi, -s \frac{\partial}{\partial y} \Phi \quad (1.2)$$

donde  $\Phi$  es la llamada Función Aberración

Luego, la expresión de la transmitancia queda:

$$T\left(\frac{\partial}{\partial x} \Phi, \frac{\partial}{\partial y} \Phi\right) = \text{rect}\left(\frac{-s \frac{\partial}{\partial x} \Phi - d}{a}, 0\right) \quad (1.3)$$

De este modo, la frontera entre las regiones oscuras y brillantes sobre el plano  $\{x', y'\}$  será proporcional a la sombra descrita por las ecuaciones:

$$-s \frac{\partial}{\partial x} \Phi = d + a/2 \quad (1.4)$$

$$-s \frac{\partial}{\partial x} \Phi = d - a/2 \quad (1.5)$$

Este conjunto de ecuaciones es el que determina la forma de la imagen de la pupila en función de las características de la rendija.

### 1.1.2 Teoría física

En términos de la teoría de la difracción el análisis debe tener en cuenta las relaciones entre las amplitudes complejas (o las intensidades) en los diferentes planos. A través de los métodos que proporciona la Óptica de Fourier [Goo70] se podrá reconocer la influencia del filtro espacial de frecuencias (en este caso la rendija) sobre la distribución final en el plano  $\{x', y'\}$

La amplitud compleja que abandona la pupila de salida se puede escribir como:

$$A(x, y) = \text{cyl} \left( \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{2r_0} \right) \exp \left\{ j \frac{2\pi}{\lambda} \Phi(x, y) \right\} \quad (1.6)$$

donde  $\Phi(x, y)$  es la Función Aberración introducida en la sección anterior.

La amplitud compleja en el plano paraxial está dada por la transformada de Fourier de  $A(x, y)$ :

$$W(x_1, y_1) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A(x, y) \times \exp \left\{ -j \frac{2\pi}{\lambda s} r_0 [x(x_1 - x_{10}) + y(y_1 - y_{10})] \right\} dx dy \quad (1.7)$$

donde  $x$  e  $y$  se miden en unidades de  $r_0$  y  $(x_{10}, y_{10})$  es el punto imagen gaussiano correspondiente a la fuente.

La amplitud compleja en el plano paraxial es bloqueada por la rendija que tiene la función transmisión descrita precedentemente. Considerando la expresión 1.4, la 1.7 queda:

$$W'(x_1, y_1) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} T(x_1, y_1) A(x, y) \times \exp \left\{ -j \frac{2\pi}{\lambda_s} r_0 [x(x_1 - x_{10}) + y(y_1 - y_{10})] \right\} dx dy \quad (1.8)$$

La distribución de amplitud en el plano imagen de la pupila de salida es la antitransformada de Fourier de  $W'(x_1, y_1)$ :

$$D(x', y') = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} W'(x_1, y_1) \times \exp \left\{ j \frac{2\pi}{\lambda_s} r_0 [(x_1 - x_{10})x + (y_1 - y_{10})y] \right\} dx_1 dy_1 \quad (1.9)$$

Reemplazando por las expresiones correspondientes y operando algebraicamente se obtiene:

$$D(x', y') = \int_{-1}^1 dx \times \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1+x^2}} \exp \left\{ j \frac{2\pi}{\lambda} \Phi(x, y) \right\} dy \times \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left\{ j \frac{2\pi}{\lambda_s} r_0 [(y_1 - y_{10})(y' - y)] \right\} dy_1 \times \int_{d-a/2}^{d+a/2} \exp \left\{ j \frac{2\pi}{\lambda_s} r_0 [(x_1 - x_{10})(x - x')] \right\} dx_1 \quad (1.10)$$

Integrando analíticamente en  $x_1, y_1$  e  $y$  se llega a:

$$D(x', y') = \int_{-1}^1 \exp \left\{ j \frac{2\pi}{\lambda} \Phi(x, y') \right\} \times \left( \frac{2\pi}{\lambda_s} r_0 \right) \left( \frac{a}{2} \right) \text{senc} \left( \left( \frac{2\pi}{\lambda_s} r_0 \right) \left( \frac{a}{2} \right) (x - x') \right) \times \exp \left\{ j \frac{2\pi}{\lambda_s} r_0 [(d - x_{10})(x - x')] \right\} dx \quad (1.11)$$

Para simplificar las expresiones se define:

$$\left( \frac{2\pi}{\lambda_s} r_0 \right) \left( \frac{a}{2} \right) \equiv \frac{A}{2} \quad (1.12)$$

$$\left(\frac{2\pi}{\lambda_s} r_0\right) d \equiv D \quad (1.13)$$

$$\left(\frac{2\pi}{\lambda_s} r_0\right) x_1 \equiv u_0 \quad (1.14)$$

$$\left(\frac{2\pi}{\lambda_s} r_0\right) y_1 \equiv v_0 \quad (1.15)$$

$$\left(\frac{2\pi}{\lambda_s} r_0\right) x_{10} \equiv u_0 \quad (1.16)$$

$$\left(\frac{2\pi}{\lambda_s} r_0\right) y_{10} \equiv v_0 \quad (1.17)$$

Si no tener en cuenta factores constantes, se llega de este modo a una expresión adimensionalizada de la distribución compleja en el plano imagen correspondiente a la pupila de salida del sistema, donde la integración debe hacerse en forma numérica.

$$\begin{aligned} D(x', y') &= \int_{-1}^1 \exp \left\{ j \frac{2\pi}{\lambda} \Phi(x, y') \right\} \\ &\quad \times \left( \frac{A}{2} \right) \text{senc} \left( \left( \frac{A}{2} \right) (x - x') \right) \\ &\quad \times \exp \{ j [(D - u_0)(x - x')] \} dx \end{aligned} \quad (1.18)$$

Para poder conocer la distribución de intensidades se debe calcular, como es sabido:

$$I(x', y') = D(x', y') D^*(x', y') \quad (1.19)$$

Evidentemente, esta distribución varía con la Función Aberración, el ancho de la ranura y el desplazamiento relativo de la misma respecto a  $u_0$ . La inclusión de los efectos de difracción en este último desarrollo determinan como es la modulación en intensidad sobre cada punto de la imagen de la pupila en función de las aberraciones y de las características de la rendija.

## 1.2 Configuración experimental

La Figura 1.2 muestra el esquema experimental empleado para validar los resultados previstos en los anteriores formalismos [Gil93b]. La fuente de luz es un láser de He-Ne cuyo haz es expandido (E) y filtrado (F). La lente (L) representa el sistema óptico que forma una imagen con aberraciones de la fuente. Sobre el plano imagen gaussiano se desliza micrométricamente una rendija (R) de ancho variable que actúa como filtro espacial, de modo que la distribución de intensidades se recoge en la pantalla (P).

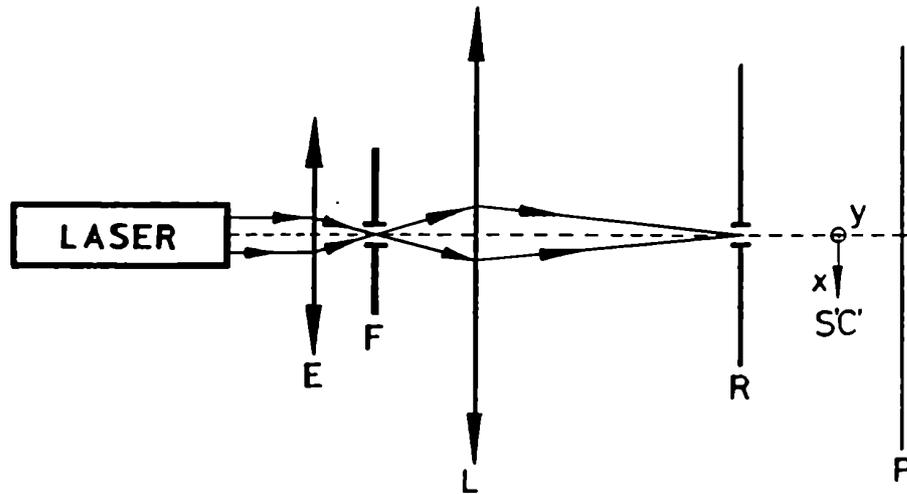


Figura 1.2: Configuración experimental del Test de la Rendija

### 1.3 Ejemplo

Se considerará en detalle el caso particular de aberración esférica. Para esto, es muy conveniente poner todas las distancias en unidades del diámetro disco de Airy.

$$\Delta = 1.22\lambda \frac{s}{r_0} \quad (1.20)$$

Por ejemplo, considerar una rendija de  $A = 100$  y  $(D - u_0) = 37$  significa que su ancho es de  $13\Delta$  y su descentrado de aproximadamente  $5\Delta$ , respectivamente.

Por otro lado, según la teoría de tercer orden, la función aberración para el caso de aberración esférica se escribe:

$$\Phi(x, y) = k(x^2 + y^2)^2 \quad (1.21)$$

Debido a la dependencia funcional de la aberración esférica, los rayos paraxiales convergen aproximadamente al foco gaussiano, mientras que los marginales se focalizan en otro punto, es decir no hay foco real. La imagen en cualquier plano perpendicular al eje es circular y se puede demostrar [Lon73] que a cada círculo sobre la pupila de salida de radio  $r$  le corresponde un círculo centrado en el punto imagen gaussiano de radio proporcional a  $r^3$ . En el caso particular del ejemplo, el radio del círculo máximo es del orden del  $10\Delta$  si se elige  $k = 3.2\lambda$ .

Con la elección anterior, el modelo geométrico queda descrito por las ecuaciones 1.4-1.5, que en este caso particular quedan:

$$-s4kx(x^2 + y^2) = d + a/2 \quad (1.22)$$

$$-s4kx(x^2 + y^2) = d - a/2 \quad (1.23)$$

despejando  $y$ :

$$y = \pm \sqrt{-\frac{d + a/2}{s4kx} - x^2} \quad (1.24)$$

$$y = \pm \sqrt{-\frac{d - a/2}{s4kx} - x^2} \quad (1.25)$$

$$\pm \sqrt{\frac{0.1}{x} - x^2} \quad (1.26)$$

$$y = \pm \sqrt{\frac{0.1}{x} - x^2} \quad (1.27)$$

En la Figura 1.3 se muestra la representación gráfica de este conjunto de ecuaciones, las cuales describen la transición entre las zonas iluminadas y oscuras debidas al bloqueo que, con los parámetros elegidos, produce la rendija descentrada sobre los rayos incidentes. Para que se produzca un bloqueo efectivo, la figura geométrica (aproximadamente  $20\Delta$ ) resulta mayor que el ancho de la rendija. De esta manera, como la rendija está descentrada, uno de sus bordes intercepta simultáneamente sectores centrales y periféricos de la imagen que corresponden a rayos provenientes de zonas marginales y también de zonas paraxiales de la pupila de salida. El otro borde, para este ancho de rendija, intercepta únicamente sectores periféricos de la imagen que corresponden a rayos provenientes de la zona marginal diametralmente opuesta a la anterior. De allí la asimetría que se observa en la Figura 1.3

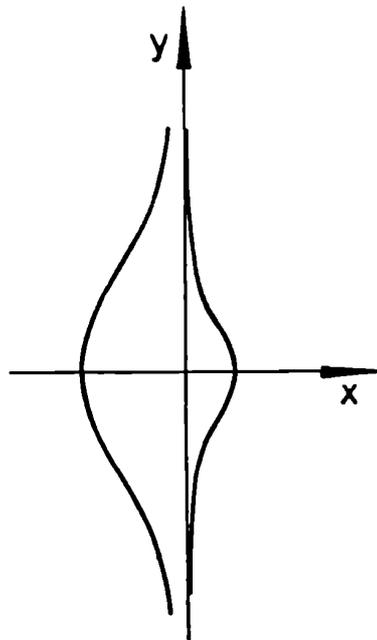


Figura 1.3: Perfil geométrico de la imagen de la pupila de salida del sistema

La Figura 1.4 corresponde a una simulación gráfica en nueve tonos de grises de los resultados numéricos obtenidos al resolver la expresión 1.18 por el método de cuadratura de Gauss-Legendre. Esta implementación tiene en cuenta los efectos de difracción, como puede apreciarse en las modulaciones de intensidad que aparecen dentro del perfil obtenido por el tratamiento geométrico [Mat88].

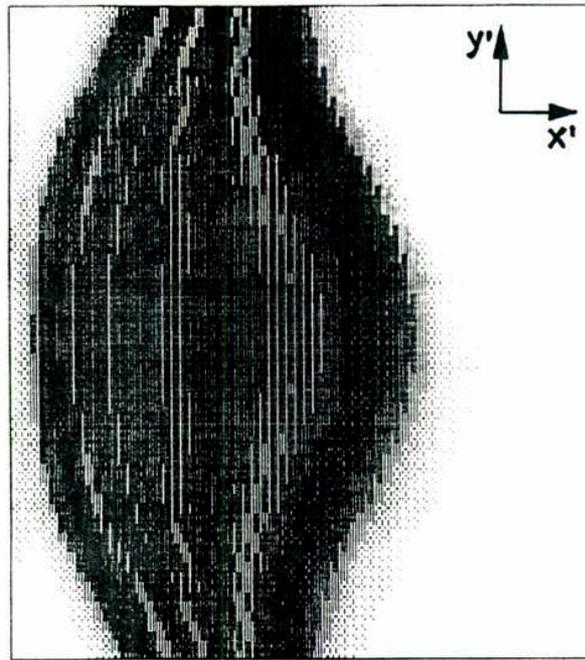


Figura 1.4: Simulación gráfica en nueve tonos de grises

Finalmente, la Figura 1.5 muestra una de las fotos de las distribuciones de intensidad obtenidas con la configuración experimental descrita en la sección anterior. En este caso el sistema óptico es una lente menisco convergente  $f/2$  (con considerable aberración esférica) y cuya imagen fue filtrada por una rendija angosta y descentrada respecto del eje óptico. A efectos de comparar las Figuras 1.4 y 1.5, cabe aclarar que la primera es un negativo mientras que la segunda es un positivo. Si bien los parámetros del sistema correspondiente a la foto no coinciden exactamente con los del ejemplo, es de destacar la notable similitud que guardan los perfiles y las modulaciones de intensidad [Gil93b].



Figura 1.5: Fotografía de la distribución

En las referencias [Mat88, Gil93b] pueden verse los resultados gráficos correspondientes a otros tipos de aberración, anchos y descentrados de rendijas que, a través de un procedimiento análogo al desarrollado para el ejemplo anterior, ilustran de qué manera tales parámetros influyen sobre las distribuciones de intensidad.

## 1.4 Aplicación

Es posible visualizar una aplicación de los desarrollos anteriores, en acuerdo a los objetivos propuestos para el presente trabajo, si se tiene en cuenta ahora que las distribuciones de luz obtenidas representan también la iluminación sobre la pupila de la segunda etapa de sistemas acoplados por una rendija. En este contexto, las secciones precedentes permiten apreciar la utilidad del Test. Por un lado, en el sentido establecido inicialmente: es decir, de interpretación y comprensión de la influencia de la rendija sobre tales distribuciones y por otro lado; como una de las bases formales que, junto al Capítulo 2, permitirá analizar en el capítulo 3 la calidad de la imagen dada por estos sistemas. Como es fácil comprender, la calidad de dicha imagen deberá depender de las características de la rendija.

## Capítulo 2

# La Función Transferencia Óptica

En el Capítulo 1 se desarrolló el Test de la Rendija como herramienta para visualizar la influencia de la, desde ahora denominada, rendija intermedia (RI) sobre la forma y las modulaciones de la distribución de intensidades en la pupila de la segunda etapa de un sistema acoplado por la misma.

En el presente capítulo se presentará una de las metodologías más poderosas para conocer la respuesta de los sistemas lineales en general, y la calidad de las imágenes de los sistemas ópticos en particular: la Función Transferencia Óptica.

Haciendo uso del formalismo del Capítulo 1, que en el caso de los sistemas bajo estudio resulta imprescindible, se desarrollará ahora la metodología de cálculo de las Funciones de Transferencia Óptica con las cuales se analizará, en el Capítulo 3, la calidad de las imágenes dadas por este tipo de sistemas acoplados.

## 2.1 Consideraciones generales

Las ideas físicas asociadas con la Función Transferencia Óptica (FTO) son muy importantes, sobre todo en lo concerniente a la calidad de las imágenes finales dadas por el sistema óptico bajo estudio. Cuando la iluminación es incoherente, la FTO de un sistema formador de imágenes limitado por difracción está determinada por su pupila de salida y, sencillamente especifica el factor de peso complejo aplicado por el sistema a una componente de frecuencia en relación con el factor de peso aplicado a la componente de frecuencia nula. La limitación de la banda de frecuencias impuesta por el tamaño finito de la pupila de salida no es afectado por la presencia de aberraciones. El efecto de las aberraciones consiste en la introducción de distorsiones de la fase dentro del pasabanda que pueden desajustar severamente la fidelidad del sistema.

En este contexto, es posible visualizar a los sistemas acoplados, como un sistema único definido por una pupila cuyas deformaciones están representadas por: a) un factor de amplitud compleja dado por las aberraciones de la primera etapa y la RI y b) un factor de fase dado por las aberraciones de la segunda etapa.

## 2.2 Formalismo

Es bien sabido [Goo70] que la FTO normalizada de modulación de un sistema bajo iluminación incoherente puede definirse por:

$$\begin{aligned}
 H(f_x, f_y) = & \left| \frac{1}{\int \int_{a(0,0)} |D(\xi, \eta)|^2 d\xi d\eta} \right. \\
 & \times \int \int_{a(f_x, f_y)} D\left(\xi + \frac{f_x}{2}, \eta + \frac{f_y}{2}\right) D^*\left(\xi - \frac{f_x}{2}, \eta - \frac{f_y}{2}\right) \\
 & \left. \times \exp[j2\pi[\Phi\left(\xi + \frac{f_x}{2}, \eta + \frac{f_y}{2}\right) - \Phi\left(\xi - \frac{f_x}{2}, \eta - \frac{f_y}{2}\right)]] d\xi d\eta \right|^2 \quad (2.1)
 \end{aligned}$$

donde  $(f_x, f_y)$  representan a las frecuencias espaciales normalizadas en coordenadas cartesianas,  $D(x, y)$  es el factor de amplitud compleja y  $\Phi(x, y)$  es la Función Aberración que determina el factor de fase de la pupila generalizada del sistema,  $a(f_x, f_y)$  es la región de superposición de dos pupilas centradas en  $(-f_x/2, -f_y/2)$

y  $(f_x/2, f_y/2)$  y  $(\xi, \eta)$  son variables de integración y por lo tanto mudas (ver Figura 2.1).

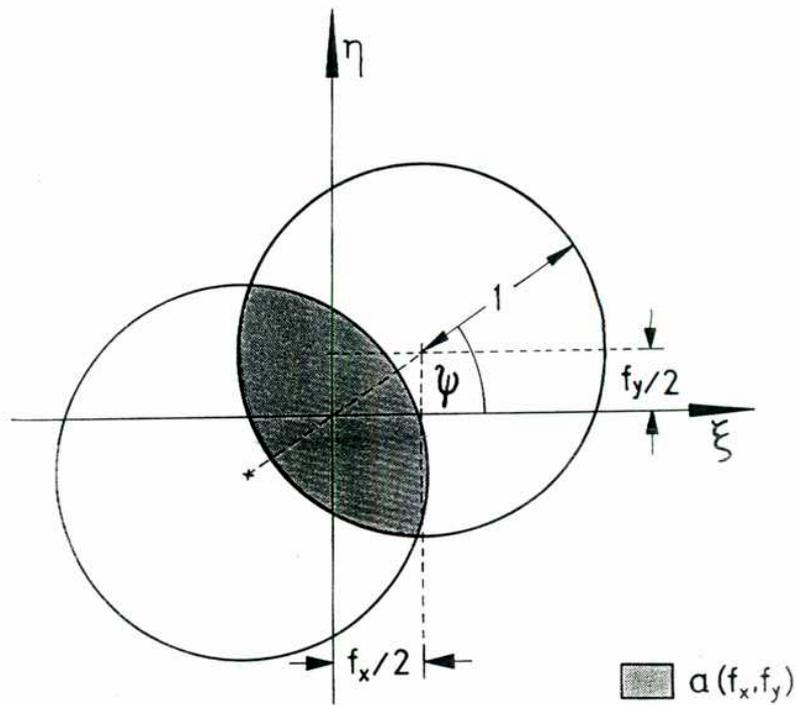


Figura 2.1: Área de superposición de dos pupilas circulares

En general, esta expresión es de difícil manipulación ya que el problema de la evaluación de la FTO de un sistema con pupila circular, solo puede resolverse analíticamente en el caso libre de aberraciones. Por esta razón, la influencia de cualquier clase de aberración sobre la FTO solo puede conocerse a través de una evaluación numérica de la misma.

## 2.3 Implementación numérica

Por lo anteriormente expuesto, el objetivo de poder caracterizar los comportamientos de sistemas de una y dos etapas acopladas por una RI mediante la metodología que proporciona el uso de la FTO, exigió la elaboración de un algoritmo de cálculo sencillo y que, básicamente, insumiera tiempos de cómputo razonables.

Para ello se desarrolló un algoritmo, presentado en detalle en el Apéndice A, que ha sido satisfactoriamente verificado por dos métodos.

El primero, aplicándolo al caso de un sistema iluminado uniformemente ( $D(x, y)$  constante) y libre de aberraciones ( $\Phi(x, y) = 0$ ). En este caso, es bien sabido [Goo70] que la expresión de la FTO, si se expresa la fórmula 2.1 en coordenadas polares  $r, \psi$ , resulta:

$$H(r, \psi) = \frac{2}{\pi} [\cos^{-1}(r) - r(1 - r^2)^{\frac{1}{2}}] \quad (2.2)$$

si  $r$  es menor que la frecuencia de corte y cero en otro caso.

La Figura 2.2 muestra la curva calculada mediante el algoritmo y que se ajusta exactamente a la representación gráfica de la expresión 2.2.

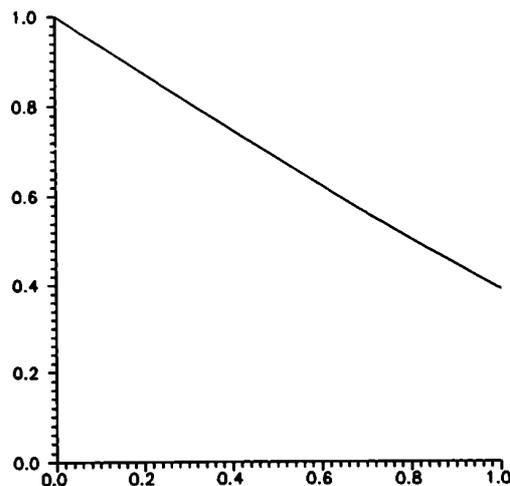


Figura 2.2: FTO de un sistema libre de aberraciones y amplitud real y constante

La segunda verificación del algoritmo es una aplicación a un sistema con coma

$$\Phi(x, y) = k\lambda(x^2 + y^2) \quad (2.3)$$

donde  $k$  es una constante, como se vió en el Capítulo 1. Se considera además, por un lado, amplitud real constante y, por otro, variable en forma parabólica:

$$D(x, y) = 1 - (x^2 + y^2) \quad (2.4)$$

Las Figuras 2.3.a y 2.3.b muestran ambos casos, donde se ha elegido  $k = -1.89$  para  $\psi = 0, \pi/6, \pi/4, \pi/3$  y  $\pi/2$ . Las curvas calculadas para  $\psi = 0$  están en acuerdo con los resultados de la referencia [Hop84] para ambos tipos de iluminación. Los azimuts no nulos no pudieron verificarse ya que, desafortunadamente, no es una práctica usual en la bibliografía calcular las FTOs para ellos. Sin embargo, las curvas para tales azimuts –en ambos tipo de iluminación– presentan un comportamiento físicamente esperable; ya que, teniendo en cuenta la asimetría de la figura de coma, a mayor  $\psi$  le corresponde mayor contraste. Por su parte, si se comparan ambos tipo de iluminación entre sí, se puede considerar que la pupila con variación parabólica de amplitud es un pupila “efectiva” menor que la correspondiente a iluminación uniforme. Esto implica menor coma y en consecuencia mayor contraste como puede fácilmente verse en las Figuras 2.3.a y 2.3.b. Este razonamiento será útil para interpretar resultados posteriores.

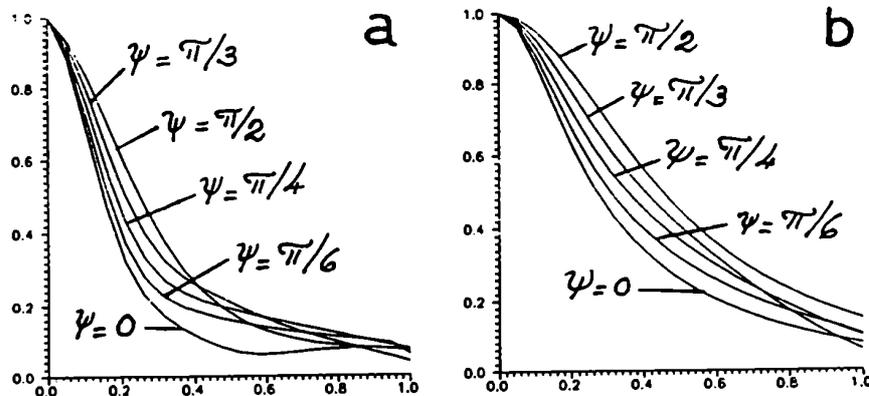


Figura 2.3: FTOs de un sistema con coma circular y a) amplitud real constante y b) amplitud real parabólica

Es de hacer notar que, para la introducción del formalismo de la FTO y para la verificación del algoritmo numérico que se ha desarrollado para el presente trabajo, se ha recurrido a distribuciones luminosas descritas por funciones analíticas, tanto para la fase como para la amplitud. Sin embargo, la principal utilidad en el presente estudio residirá en emplear, en (2.1), a las distribuciones que resultan de la evaluación numérica de la expresión (1.18) que describe el factor de amplitud compleja de la pupila generalizada de la segunda etapa y cuyo factor de fase estará a su vez determinado por sus aberraciones propias. Para lograr este objetivo no solo fue necesario desarrollar un código computacional que reprodujera el algoritmo de la FTO sino también otro que evaluara las distribuciones dadas por (1.18) en las condiciones que impone el posterior cálculo de la FTO; es decir, que calcule tantas distribuciones como pupilas superpuestas sean necesarias en función de los valores de las frecuencias espaciales y azimuts a considerar (ver Figura 2.1).

# Capítulo 3

## Funciones Transferencia de sistemas acoplados

Haciendo uso del formalismo desarrollado en el Capítulo 2, se estudiarán ahora las FTOs de un sistema arbitrario de dos etapas en función de: a) la RI que acopla las mismas y b) de las aberraciones presentes. Ambos efectos estarán parametrizados por el ancho de la RI y el tamaño característico de la figura geométrica asociada a diferentes tipos de aberración, ambos expresados en unidades del disco de Airy.

### 3.1 Consideraciones preliminares

Una de las primeras restricciones que se harán en las presentes consideraciones será suponer que las etapas son idénticas de modo que, en la mayoría de los casos, las aberraciones de cada etapa se sumarán (al menos en una primera visualización de tipo geométrico), exceptuando el último de los mismos, donde se analizará la compensación (o resta) de la coma de cada una de las etapas en virtud del acoplamiento de las mismas.

Solo se considerarán las típicas aberraciones que da la teoría de tercer orden [Hop50],

sin tener en cuenta ciertas particularidades específicas de los doble monocromadores tales como las aberraciones que introduce la red, la extraaxialidad de estos diseños y el empleo de ranuras curvas. Esto no representa una pérdida de generalidad ya que, las propiedades genéricas que se deducirán en el presente capítulo respecto a la influencia que, sobre la calidad de la imagen, tiene la RI como filtro espacial, serán de fundamental importancia cuando se traten, en los capítulos siguientes, configuraciones particulares de doble monocromadores.

Teniendo en cuenta que el estudio del presente trabajo apunta a sistemas bastante bien compensados en sus aberraciones, es que solo se tratarán aberraciones relativamente pequeñas ( $0.5-1\lambda$  por etapa).

## 3.2 Funciones Transferencia

De la misma manera que en el Capítulo 1, es conveniente poner todas las magnitudes en unidades de  $\Delta$  (1.20). Para la evaluación de las FTOs, es posible emplear la expresión adimensionalizada (2.1) parametrizada por la relación entre el ancho de la RI y las dimensiones típicas de las aberraciones con  $\Delta$ , respectivamente. Definiendo:

$$r_{RI} \equiv \frac{a}{\Delta} \quad (3.1)$$

$$r_{Ab} \equiv \frac{\Delta_{xMAX}}{\Delta} \quad (3.2)$$

donde  $r_{RI}$  y  $r_{Ab}$  son los parámetros asociados a la relación ancho-de-la-RI ( $a$ ) y tamaño-de-las-aberraciones (por ejemplo: la desviación máxima en la dirección  $x$ ,  $\Delta_{xMAX}$ ) con  $\Delta$ , respectivamente.

Con esta convención y teniendo en cuenta, por ejemplo el caso de  $1\lambda$  de aberración, es posible calcular [Hop50] los valores de  $r_{Ab}$ : 6.5, 2.5, 3.3 y 3.3 para aberración esférica, coma, desenfoque y astigmatismo, respectivamente (para  $0.5\lambda$ , estos valores se reducen a la mitad).

Los anteriores valores para  $r_{Ab}$  sugieren cuales deben ser los respectivos de  $r_{RI}$ . En este caso se consideraron los valores: 1, 2 y 3 para  $0.5\lambda$  y 2, 4 y 6 para  $1\lambda$ .

En las siguientes secciones se muestran los casos estudiados. Básicamente se exhibirán gráficos en los que se observarán, en general, dos curvas. Este par de curvas pertenecen a lo que se da en llamar los “cortes canónicos” de la FTO (ver

la expresión (2.1) para  $H(f_x, f_y)$ . Es decir, una corresponderá a la FTO dada por  $H(f_x, 0)$  y la otra a  $H(0, f_y)$ .

Se va a adoptar la siguiente simplificación en las denominaciones: cuando se haga referencia a la FTO correspondiente al caso  $H(f_x, 0)$  se dirá el “corte en  $x$ ” análogamente, el “corte en  $y$ ” para  $H(0, f_y)$ .

Por otro lado, es muy útil para la interpretación de los resultados tener en cuenta que la RI se encuentra alineada con el eje  $y$ , por lo que los efectos de filtrado espacial se producirán fundamentalmente sobre  $x$ . En este sentido, “aumento del filtrado” o “disminución del ancho de la RI” (y viceversa) serán expresiones que se emplearán con sentido idéntico.

Todas las expresiones para la Función Aberración tienen la siguiente dependencia funcional:

$$\Phi(x, y) = kf(x, y) \tag{3.3}$$

donde  $(x, y)$  son coordenadas adimensionalizadas sobre la pupila,  $f(x, y)$  es una función asociada a cada tipo de aberración y  $k$  es la magnitud de la aberración que, como se dijo precedentemente, tomará los valores 0.5 y  $1\lambda$  para cada etapa.

### 3.2.1 Caso libre de aberraciones

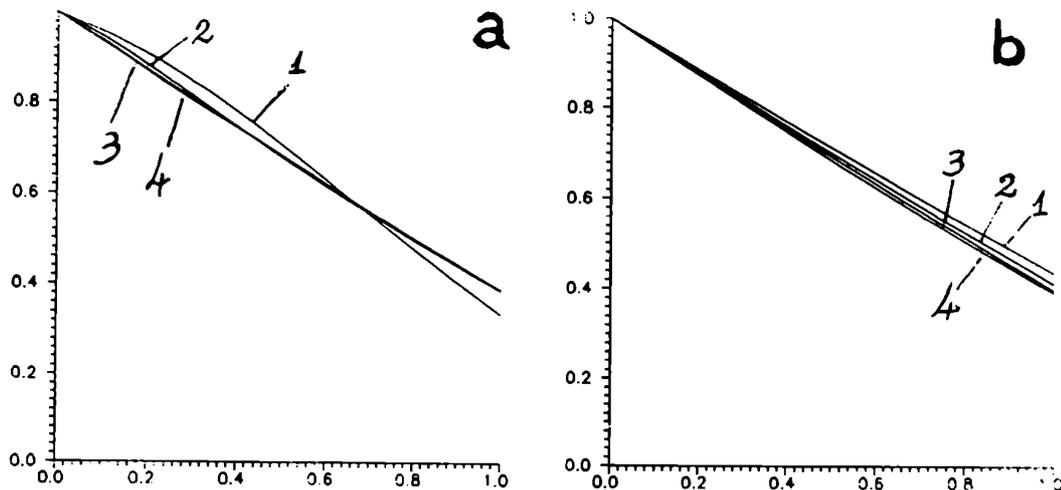


Figura 3.1: FTOs correspondientes al caso libre de aberraciones en los cortes: a)  $x$  y b)  $y$  para RIs de anchos: 1)  $1\Delta$ , 2)  $2\Delta$ , 3)  $3\Delta$  y además, a efectos comparativos. 1) la FTO de un sistema de una sola etapa iluminado uniformemente y libre de aberraciones.

La Figura 3.1 muestra que, aun sin aberraciones presentes, la calidad de la imagen se ve afectada por los efectos que introduce el filtrado de la RI. Se puede observar como las FTOs varían con el ancho de la RI. Ambos cortes tienden a confundirse a medida que el ancho de la RI crece: esto es, la iluminación en la segunda etapa tiende a ser uniforme, con lo cual las FTOs se asemejan al caso de una sola etapa iluminada uniformemente, en donde la FTO es una función con simetría de revolución en el azimut. A medida que el ancho de la RI decrece o, equivalentemente, el filtrado es mayor, ambos cortes tienden a diferenciarse entre sí debido a la alineación de la RI con el eje  $y$ . En el corte  $y$ , la RI produce un aumento del contraste a medida que disminuye su ancho. Con un argumento equivalente se puede decir que a medida que el ancho de la RI crece, la situación se asemeja a la del sistema de una etapa única iluminada uniformemente que, obviamente carece de RI. En el corte en  $x$ , se podría decir, al menos globalmente, que a medida que el ancho de la RI crece, también las

FTOs tienden al caso de una sola etapa libre de aberraciones. Se observa que, a mayor filtrado, las FTOs por ejemplo en las bajas frecuencias, superan el contraste del referido caso de una sola etapa.

### 3.2.2 Aberración esférica

La aberración esférica de tercer orden tiene la siguiente dependencia funcional:

$$f(x, y) = (x^2 + y^2)^2 \quad (3.4)$$

Se puede observar que, si bien la  $f(x, y)$  es simétrica, la presencia de la RI asimetriza la situación en ambos cortes diferenciando las FTOs correspondientes. Este efecto tiende a desaparecer a medida que el filtrado es menor. Es de notar que, si se comparan cada par de FTOs con las correspondientes al caso libre de aberraciones 3.1, los cortes en  $x$  son más sensibles frente a las variaciones del ancho de la RI. Es decir, a mayor filtrado se nota un mayor contraste para el corte en  $x$  mientras que el corte en  $y$  mantiene un contraste casi constante.

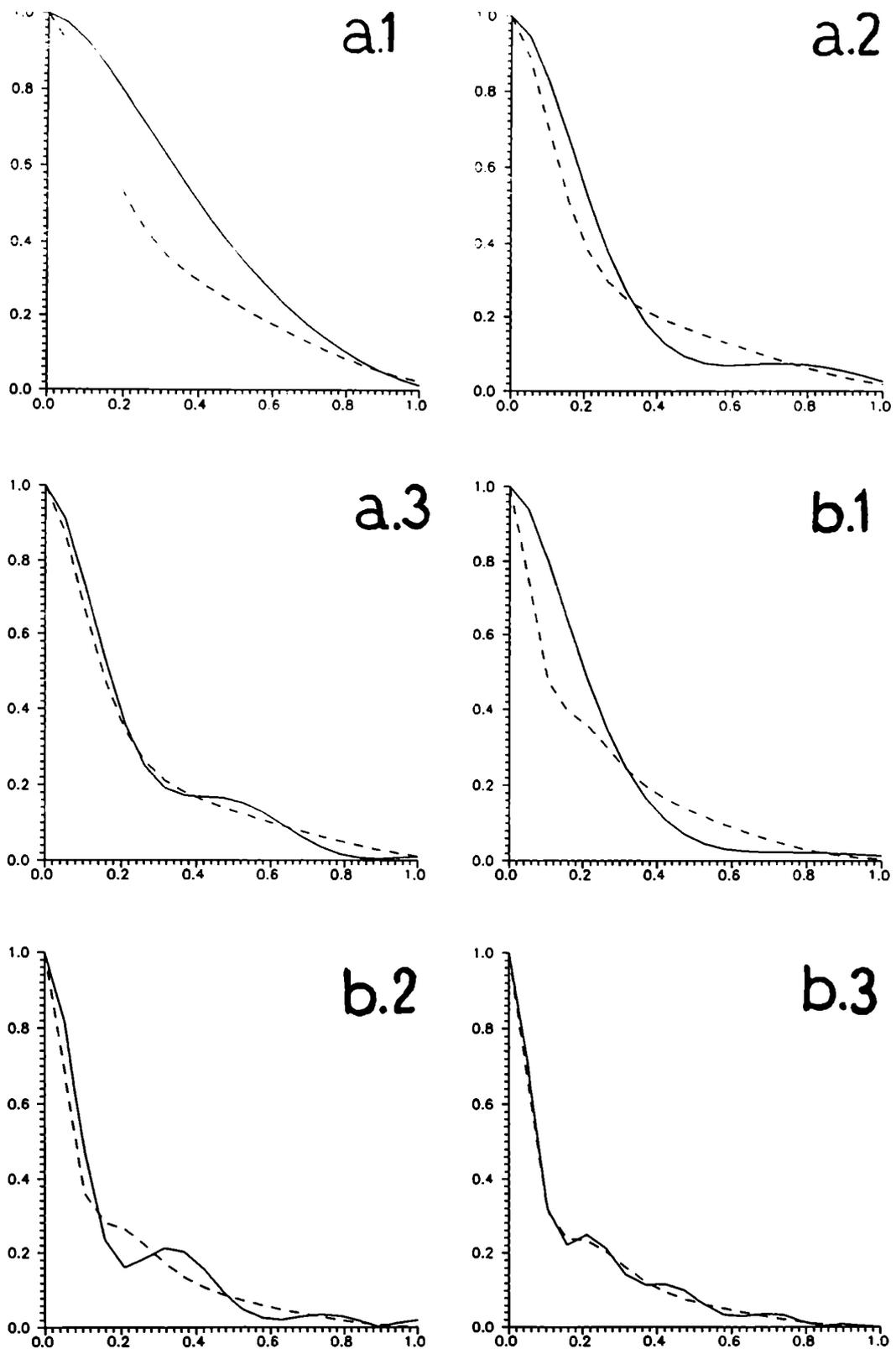


Figura 3.2: FTOs correspondientes a los cortes en  $x$  (trazo continuo) e  $y$  (trazo discontinuo) en el caso de aberración esférica de a)  $k = 0.5\lambda$  y b)  $k = 1\lambda$  para RIs de ancho a.1)  $1\Delta$ , a.2)  $2\Delta$ , a.3)  $3\Delta$ , b.1)  $2\Delta$ , b.2)  $4\Delta$  y b.3)  $6\Delta$ .

### 3.2.3 Coma

La coma de tercer orden tiene la siguiente dependencia funcional:

$$f(x, y) = x(x^2 + y^2) \quad (3.5)$$

Se ve que la asimetría natural que introduce la dependencia funcional de la coma se traduce en una separación entre las curvas correspondientes a ambos cortes que se estabiliza a medida que crece el ancho de la RI. Se observa que el corte  $y$  se mantiene siempre por encima del corte  $x$ . A medida que aumenta el filtrado todas las curvas tienden a exhibir un aumento del contraste, sin una distinción significativa entre ambos cortes.

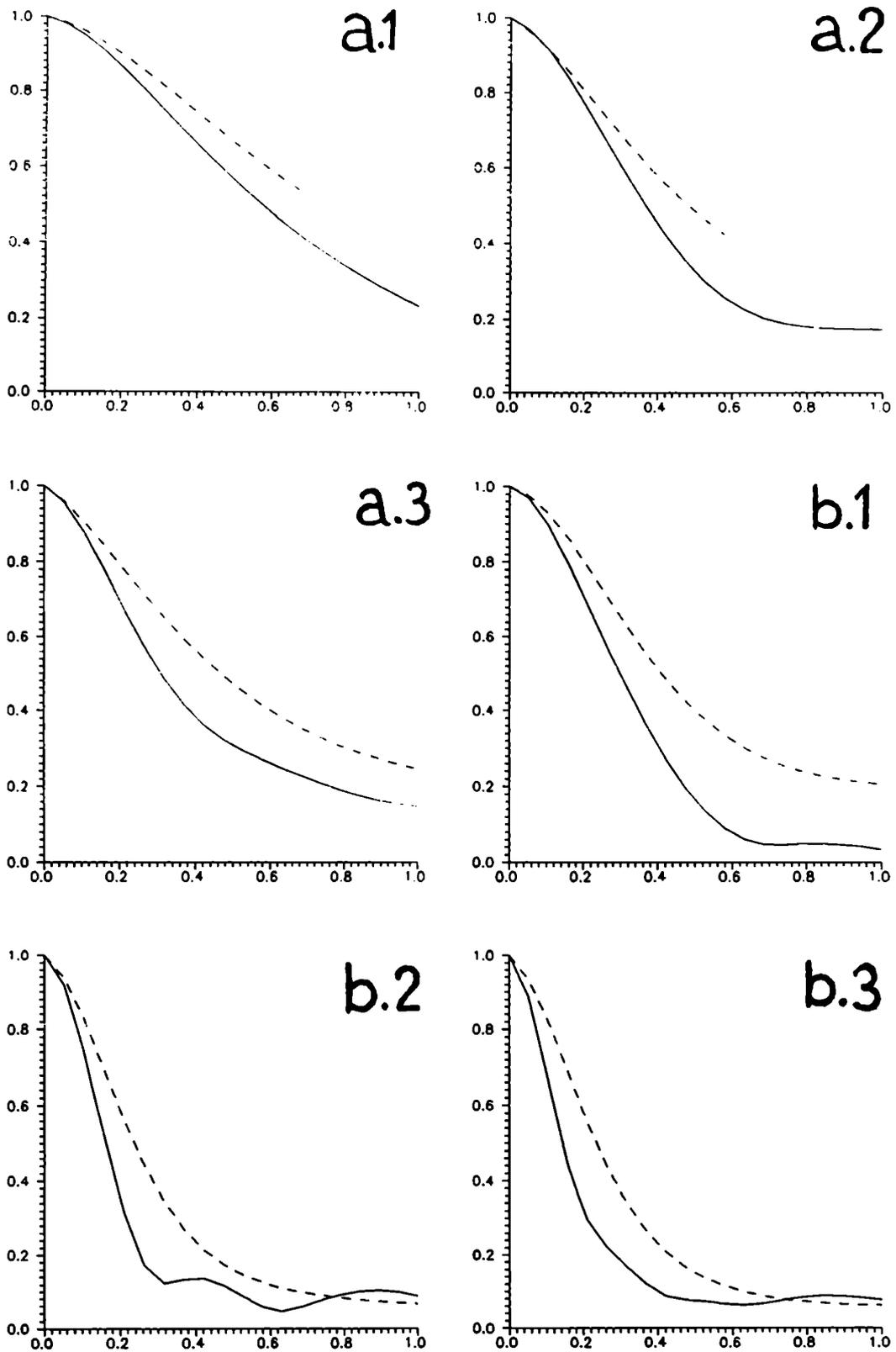


Figura 3.3: FTOs correspondientes a los cortes  $x$  (trazo continuo) e  $y$  (trazo discontinuo) en el caso de coma de a)  $k = 0.5\lambda$  y b)  $k = 1\lambda$  para RIs de ancho a.1)  $1\Delta$ , a.2)  $2\Delta$ , a.3)  $3\Delta$ , b.1)  $2\Delta$ , b.2)  $4\Delta$  y b.3)  $6\Delta$ .

### 3.2.4 Desenfoque

El desenfoque tiene la siguiente dependencia funcional:

$$f(x, y) = (x^2 + y^2) \quad (3.6)$$

Similarmente al caso de la aberración esférica, a medida que el ancho de la RI aumenta, ambos cortes tienden a confundirse. Es decir una vez que desaparecen los efectos de filtrado en  $x$ , que son los responsables de las diferencias entre los cortes, la situación se asemeja a la que ya se viene dando en el corte  $y$ .

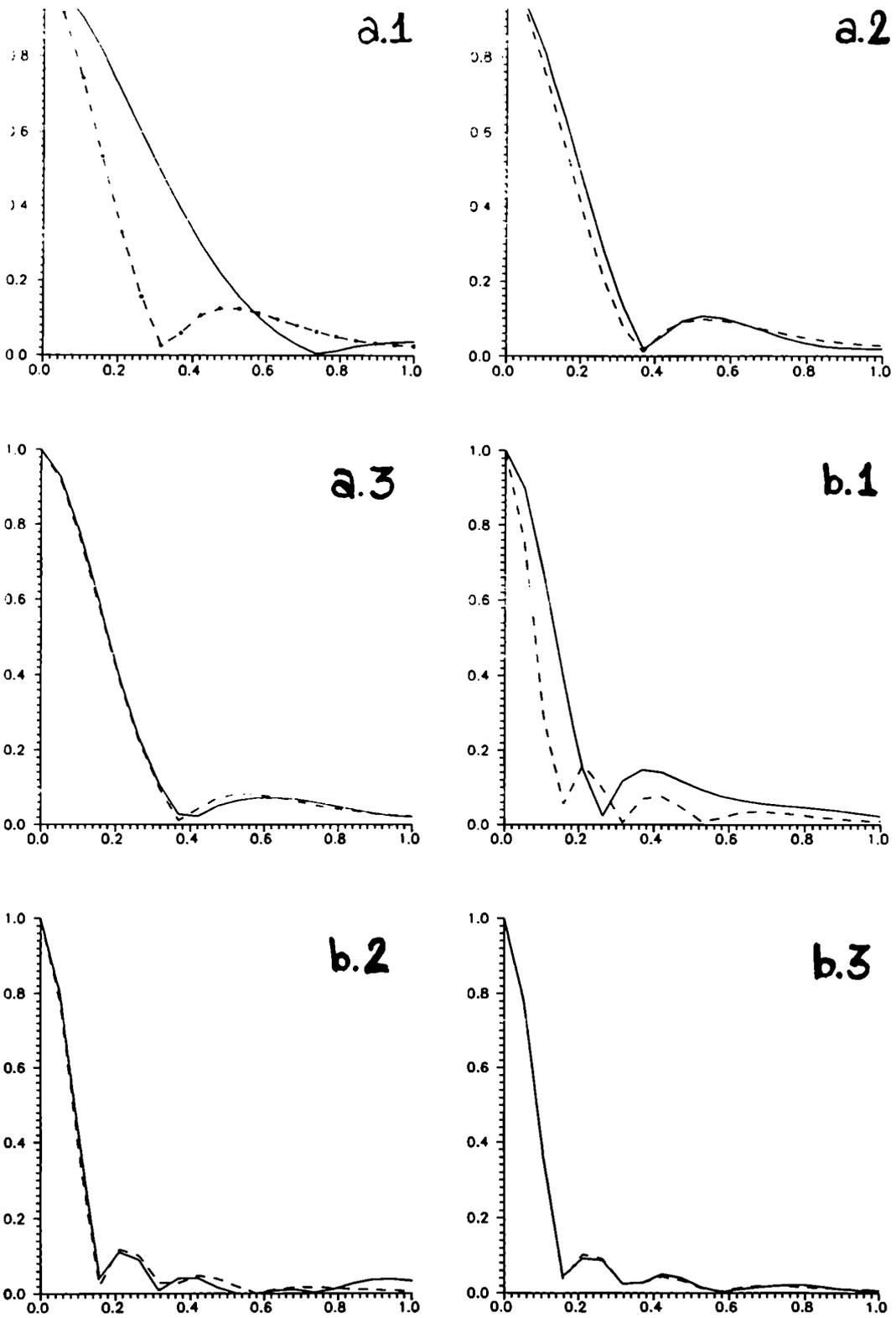


Figura 3.4: FTOs correspondientes a los corte  $x$  (trazo continuo) e  $y$  (trazo discontinuo) en el caso de desenfoco de a)  $k = 0.5\lambda$  y b)  $k = 1\lambda$  para RIs de ancho a.1)  $1\Delta$ , a.2)  $2\Delta$ , a.3)  $3\Delta$ , b.1)  $2\Delta$ , b.2)  $4\Delta$  y b.3)  $6\Delta$ .

### 3.2.5 Astigmatismo

El astigmatismo en  $x$  tiene la siguiente dependencia funcional:

$$f(x, y) = . \tag{3.7}$$

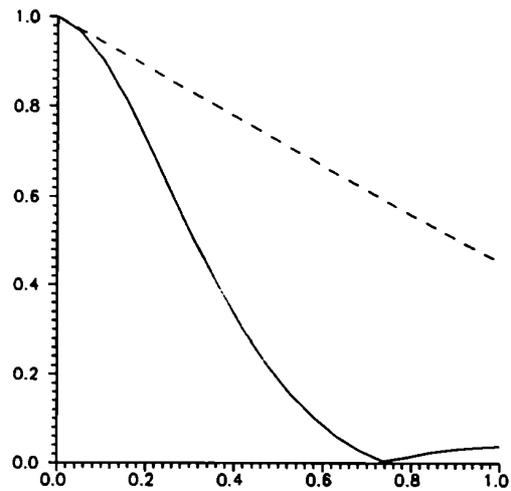


Figura 3.5: FTOs correspondientes a los cortes  $x$  e  $y$  en el caso de astigmatismo de  $k = 0.5\lambda$  para RI de ancho  $1\Delta$ .

La Figura 3.4 solo muestra una de las configuraciones estudiada dado que, por la dependencia funcional del astigmatismo en  $x$ , el corte en  $x$  coincide con el correspondiente al del desenfoque y el corte en  $y$  con el caso libre de aberraciones. Para este caso valen todas las propiedades deducidas para las curvas incluidas en las secciones del desenfoque y del caso libre de aberraciones.

### 3.2.6 Coma duplicada en una única etapa

A los efectos de facilitar la interpretación de los resultados que se muestran en la secciones precedentes se presenta un caso auxiliar. La Figura 3.6 muestra las FTOs correspondientes a ambos cortes para un hipotético monocromador de una sola etapa pero con coma duplicada e iluminado uniformemente. Es decir, considerar una sola de las etapas, por ejemplo con una coma de  $1\lambda$ , debería ser equivalente, desde un razonamiento meramente geométrico, a dos etapas idénticas cada una de las cuales con una coma de  $0.5\lambda$ .

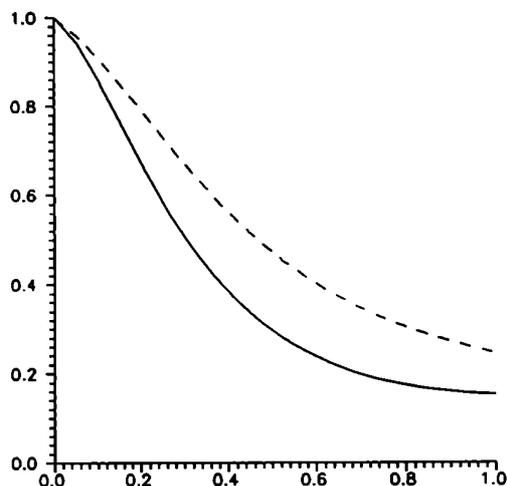


Figura 3.6: FTOs correspondientes a los cortes en  $x$  e  $y$  en el caso de una etapa con coma de  $k = 0.5\lambda$  y libre de aberraciones

Se ve de la Figura 3.6 y de las Figuras 3.3.a.1–3 que la equivalencia enunciada precedentemente solo es válida cuando el ancho de la RI es lo suficientemente grande como para despreciar los efectos de filtrado (o no existe como en el caso de una sola etapa)

### 3.2.7 Sistema con coma compensada

Se muestran las FTOs correspondientes al caso de un sistema de dos etapas acopladas de tal forma que las aberraciones tienden a cancelarse en lugar de duplicarse como en los casos tratados hasta ahora.

Se ve de la Figuras 3.7-3.8 que a medida que la RI aumenta su ancho, ambos cortes tienden a quedar restringidos a una estrecha zona alrededor de la FTO correspondiente a un sistema de una sola etapa sin aberraciones e iluminado uniformemente (ver Figura 3.1).

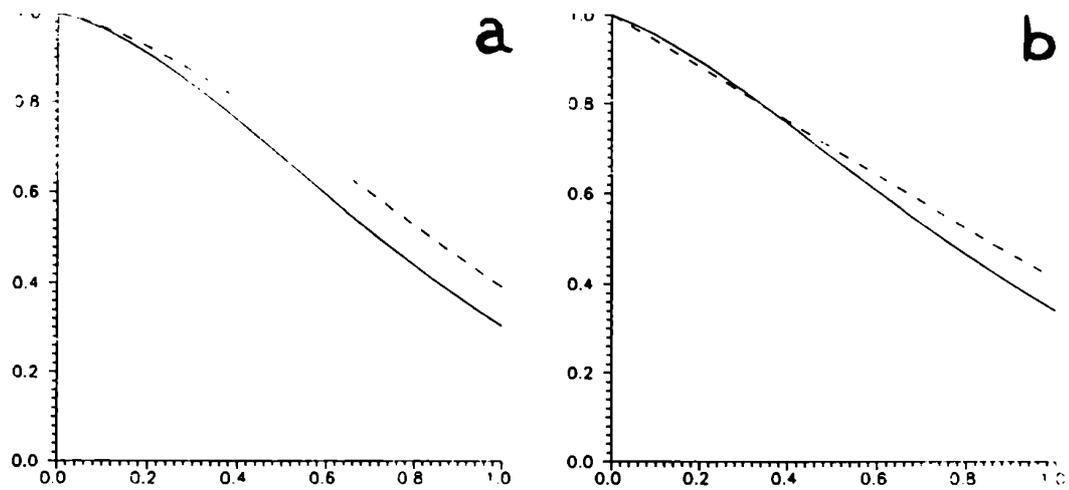


Figura 3.7: FTOs correspondientes al caso de compensación de la coma en ambos cortes para  $k$  igual a  $0.5\lambda$  y RI de anchos a)  $1\Delta$  y b)  $2\Delta$ .

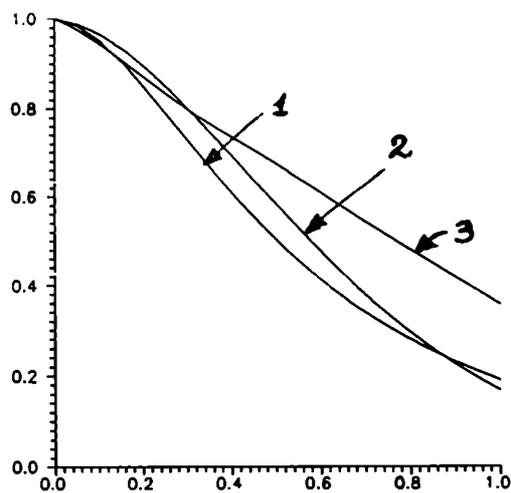


Figura 3.8: FTOs correspondientes al caso de compensación de la coma en el corte  $x$  para  $k$  igual a  $1\lambda$  y RI de anchos 1)  $1\Delta$ , 2)  $2\Delta$  y 3)  $4\Delta$

Se ve en la Figura 3.9 que el contraste disminuye en dos casos: a) aumentando la aberración con un valor fijo del ancho o b) aumentando el filtrado con un valor fijo de la aberración. Además, duplicar la aberración y el ancho de la RI conduce a situaciones similares en lo que al contraste se refiere, como lo muestran las dos FTOs de comportamientos similares a la del caso libre de aberraciones.

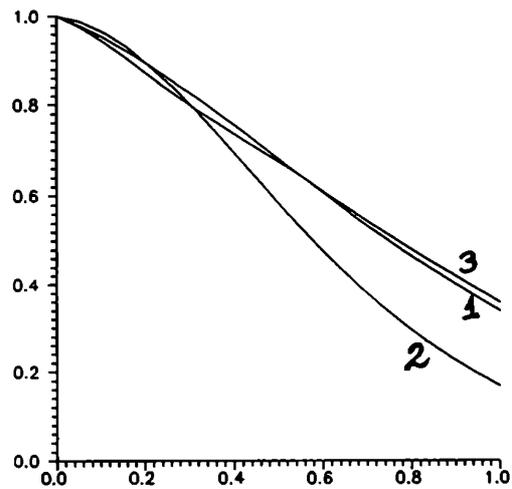


Figura 3.9: FTOs correspondientes al caso de compensación de la coma en el corte  $x$  para valores de  $k$  y anchos de RI 1)  $0.5\lambda$ ,  $2\Delta$ ; 2)  $1\lambda$ ,  $2\Delta$  y 3)  $1\lambda$ ,  $4\Delta$ , respectivamente

En la Figura 3.10 se puede observar la comparación de las FTOs correspondientes a comas compensadas con diferentes valores de la aberración y de los anchos de la RI con el hipotético caso de un sistema cuya segunda etapa es libre de aberraciones, de modo que la iluminación de su pupila tiene la no uniformidad que imponen la RI y el desfasaje proveniente de las aberraciones de la primera etapa.

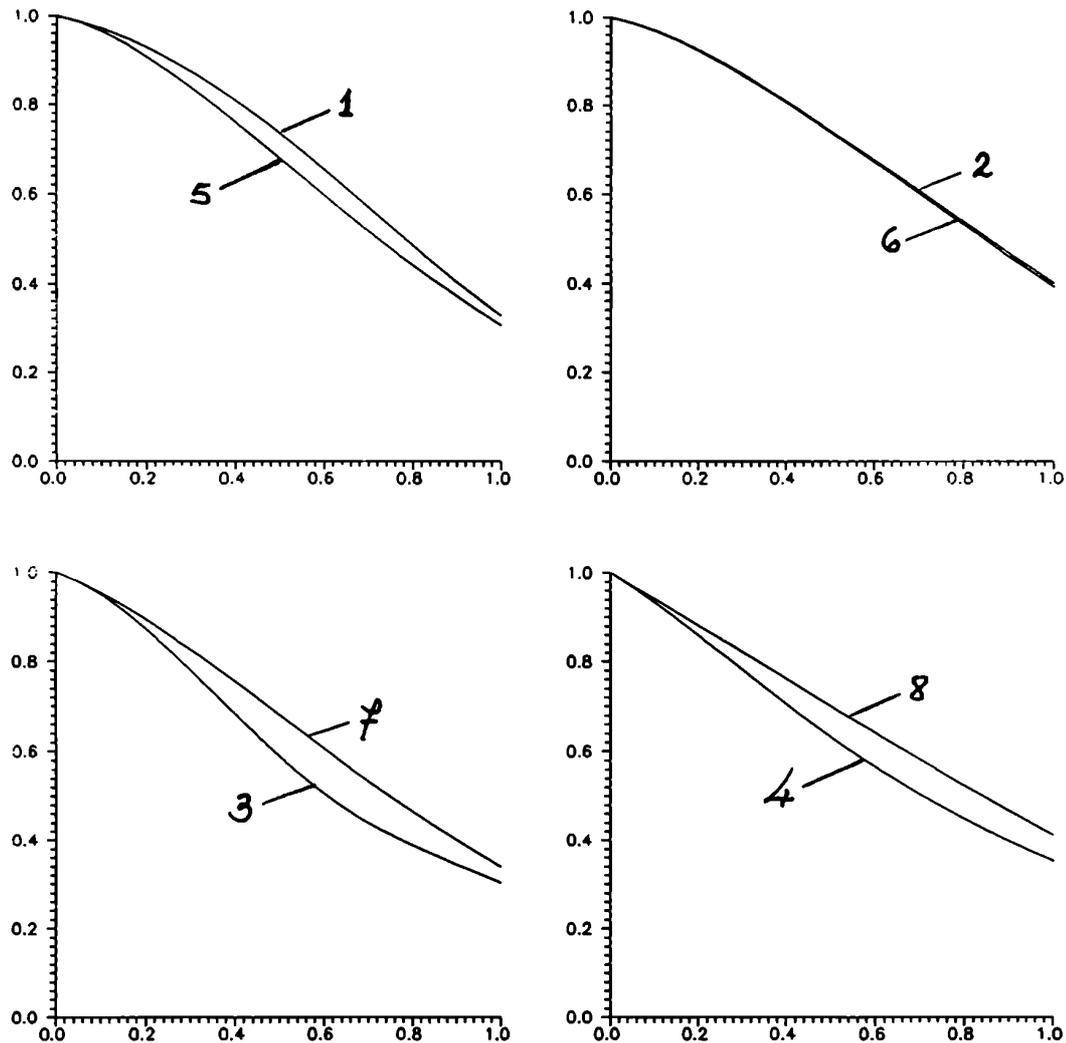


Figura 3.10: FTOs correspondientes a sistemas con coma compensada para  $k = 0.5\lambda$ . Las curvas de trazo continuo corresponden al corte  $x$  y las de trazo discontinuo al corte  $y$ . Las curvas 1, 2, 3 y 4 corresponden a primera etapa con aberraciones de  $k = 0.5\lambda$  y segunda etapa libre de aberraciones. Los anchos de RI son  $1\Delta$  para 1 y 2 y  $2\Delta$  para 3 y 4. Las curvas 5, 6, 7 y 8 corresponden a sistemas con coma compensada: 5 y 6 para ancho de RI de  $1\Delta$  y 7 y 8 para  $2\Delta$ .

Se observa que, en ambos cortes, se produce una inversión en cuanto al contraste entre los casos compensado y libre de aberración en la segunda etapa, al pasar de ancho de RI de  $4\Delta$  a  $2\Delta$ .

### 3.3 Análisis de los resultados

Los casos observados en las secciones precedentes permiten hacer las siguientes consideraciones.

En principio, cuando las aberraciones aumentan, el contraste disminuye, o equivalentemente, las curvas de FTO están más alejadas de sus correspondientes casos libres de aberraciones. En otras palabras, los casos de  $k = 1\lambda$  presentan menor contraste que los equivalentes con  $k = 0.5\lambda$  para cada una de las aberraciones consideradas.

Cuando la Función Aberración es simétrica los comportamientos de las FTOs tienden a ser iguales a medida que el ancho de la RI crece. En el caso de la coma, la disminución de filtrado se traduce en una tendencia de los comportamientos al observado en el caso de una sola etapa con aberración duplicada. En este caso de la coma, el hecho que el corte en  $y$  se mantenga por encima del corte en  $x$  se comprende si se tienen en cuenta los tamaños relativos de la imagen geométrica de coma en ambos ejes.

Se puede ver que, a medida que disminuye el filtrado de la RI, las FTOs tienden a parecerse al caso de tener una duplicación de las aberraciones en una sola etapa. En otras palabras, los razonamientos geométricos por los cuales las aberraciones de cada etapa se suman son válidos cuando los efectos de filtrado espacial no son importantes. Cuando la difracción introducida por la RI comienza a competir con las aberraciones, aparecen nuevos efectos en lo que al contraste de la imagen se refiere.

De la comparación entre la aberración esférica y el desenfoque, ambos con una dependencia funcional simétrica, se puede observar que, para anchos de RI de 4 y 6  $\Delta$  y  $k$  igual a  $1\lambda$ , la primera exhibe pocas diferencias entre las FTOs de ambos cortes y el segundo casi ninguno. Pese a que los tamaños de las figuras geométricas ( $6.5\Delta$

para aberración esférica y  $3.3\Delta$  para desenfoque) no guardan la misma relación con los valores de anchos de RI, se podría decir que se produce similar filtrado en ambos tipos de aberración. Para interpretar esto es necesario tener en cuenta, no solo a los tamaños relativos, sino también que la distribución de energía es muy diferente para estos dos tipos de aberración considerados.

La situación que describen las Figuras 3.7-3.10 respecto al caso particular de la coma compensada que, como se vió, tiene particular interés en el diseño de doble monocromadores, es en algún sentido diferente a los casos de duplicación de las aberraciones como los anteriormente analizados.

En general, el uso de las técnicas descritas en este trabajo, implica asociar la calidad de la imagen a una medida del contraste básicamente dado por las FTOs. Por lo tanto, las mejoras o desmejoras en el contraste deben relacionarse con alguna FTO que marque el límite superior del contraste que es posible obtener.

En los casos en los cuales los diseños son aditivos respecto a las aberraciones de cada etapa, es natural elegir como caso ideal aquel en el cual ambas etapas son libres de aberraciones, la iluminación es uniforme sobre la primera y con las modulaciones que introduce la RI, sobre la segunda (Figuras 3.1).

En el caso donde el acoplamiento de las etapas compensa, en particular a la coma, la RI como filtro espacial además regula la magnitud de la compensación. Para fijar ideas es posible hacer un primer análisis de tipo geométrico: la RI recorta la imagen dada por el primer sistema de modo que la compensación con la imagen dada por el segundo es parcial y da lugar a una aberración resultante efectiva.

De esta manera es posible observar de la Figura 3.7-3.8 que un aumento del ancho de la RI se traduce en una mayor compensación y por lo tanto en una tendencia de las FTOs a asemejarse a la que corresponde a un simple paso iluminado uniformemente sin aberraciones.

La Figura 3.9 refuerza los conceptos anteriores: cuando la figura geométrica dada por la primera etapa es grande ( $1\lambda$ ) una disminución en el ancho de la RI da lugar a la descompensación que puede medirse por la caída de la FTO correspondiente, alejándose de los casos libres de aberración. Cuando la imagen geométrica se reduce a la mitad, aun con filtrado considerable, la situación se parece a la ideal.

Las Figuras 3.10 ilustran lo que se discutió precedentemente respecto a la FTO

que marca la situación ideal. En lugar de hacer la natural comparación con un sistema cuyas dos etapas son libres de aberraciones, se compara con las FTOs de un hipotético sistema en el cual solo su segunda etapa es libre de aberraciones. Es decir las aberraciones de la primera etapa, como siempre iluminada uniformemente, más la acción de la RI determinan una iluminación no uniforme de la segunda etapa que sí es libre de aberraciones. En el caso de la compensación, la situación es la misma, salvo que la segunda etapa tiene una fase, dada por sus aberraciones, de signo contrario al de la primera etapa. De este modo la comparación entre ambas situaciones parece ser la más natural. Sin embargo, la Figura 3.10 muestra que cuando la RI se abre, la FTO correspondiente resulta de mayor contraste que la FTO en el caso del segundo sistema libre y tiende a parecerse a la FTO del sistema de una etapa iluminado uniformemente sin aberraciones. Esto puede comprenderse si se piensa que la fase de la pupila que llega al segundo sistema no es arbitraria sino justamente opuesta a la de la segunda etapa: esto determina que exista un ancho de RI a partir del cual la compensación de la aberración supera al caso correspondiente libre de aberraciones. Podría pensarse que la segunda etapa es un sistema con ciertas aberraciones que, adecuadamente iluminado y filtrado, pasa a no tener aberraciones.

# Capítulo 4

## Generalidades sobre monocromadores de simple y de doble paso

Los tres capítulos precedentes, en una sucesión lógica, forman la estructura conceptual y metodológica imprescindible para poder desarrollar el estudio del caso particular que se presentará en el Capítulo 5.

En este capítulo se resumirán algunas características generales de sistemas ópticos de una sola etapa y de dos etapas acopladas por una RI, tales como los monocromadores de simple paso y los doble monocromadores frecuentemente empleados en espectroscopía Raman.

En particular, cabe mencionar que se describirán las llamadas Funciones de Ensamchamiento Espectral como otra herramienta que, al igual que las FTOs, permitirá tener en cuenta los efectos que la RI introduce como filtro. En este sentido se presentará la metodología desarrollada para el cálculo numérico de las mencionadas funciones de estos sistemas.

## 4.1 Características de los doble monocromadores

Los diseños para trabajar en Espectroscopía Raman pueden clasificarse básicamente en dos tipos: doble monocromadores (que incluyen a los monocromadores de doble paso) y los monocromadores de doble red (que no serán tratados en este trabajo).

Debe tenerse en cuenta que, como se aclaró en el capítulo anterior, las funciones aberración consideradas en aquel análisis correspondían a sistemas centrados. Es bien sabido que el cálculo de aberraciones de sistemas ópticos centrados se puede hacer por diversos métodos: trazado de rayos, función camino óptico y Método del Diagrama de Placas. De todos ellos, el Método del Diagrama de Placas, desarrollado por Burch en la década del '40, permite formular cálculos analíticos sumamente sencillos, con los que se adquiere una idea bastante completa de las aberraciones presentes en un dado sistema a diseñar, lo cual permite disponer de una descripción inmediata de la influencia que los parámetros del sistema tienen sobre las aberraciones del mismo. Este formalismo resultó de gran utilidad para estudiar, por ejemplo, aberraciones de telescopios tales como el Gregory, Cassegrain, el Schmidt-Cassegrain, el Ritchey-Cretién, etc.. Cuando se desea aplicar este método a espectrómetros surgen dos dificultades: primero, muchos de los diseños son fuera de eje y el método así concebido no puede aplicarse; y segundo, la red de difracción introduce anamorfosis aunque el diseño sea centrado [Fil64, Sim71]. Cuando el haz incidente sobre la red está aproximadamente contenido en el plano que contiene la normal a su superficie y es perpendicular a los surcos, la red introduce solo anamorfosis. De lo contrario, aparecen otros efectos [Sim84, Gil85, Koi86, Lem91]) que no se detallarán aquí debido a que el presente trabajo apunta al estudio de sistemas en el plano donde los mismos son despreciables. La anamorfosis podría interpretarse como sigue: la desigualdad de anchos de los haces incidentes y difractados en la red no permite compensar la coma que introduce el colimador con la correspondiente de la cámara, de modo que una pequeña cantidad de coma aun subsiste y es llamada coma residual o de anamorfosis.

La primer dificultad mencionada se resuelve empleando una extensión del método

de Burch a sistemas descentrados [Sim73, Gil81], y la segunda relacionando las coordenadas correspondientes al diagrama de placas del colimador con las correspondientes al de la cámara a través del llamado factor de anamorfosis  $t$ .

Si bien en el Capítulo 5 se verá explícitamente la expresión que tiene la coma de anamorfosis en un diseño particular, se puede anticipar, en acuerdo con los objetivos de este capítulo, que su dependencia funcional es la siguiente:

$$\Phi(x, y) \propto (k_1 x^3 + k_2 xy^2) \quad (4.1)$$

donde  $(k_1, k_2)$  dependen de la longitud de onda ( $\lambda$ ). Se ve entonces que, debido a la anamorfosis, las aberraciones de estos diseños son generalmente función de  $\lambda$ .

Recordando la expresión (2.3) para la coma circular y teniendo en cuenta la teoría de aberraciones a tercer orden [Lon73, Hop50], es posible visualizar que, recorrer una circunferencia de radio  $r$  sobre la pupila de salida, significa que las desviaciones transversales recorren dos circunferencias de radio  $r^2$  y centro en  $2r^2$  sobre el plano paraxial. Cuando se consideran distintos radios sobre la pupila, se obtiene la característica imagen de coma correspondiente a un punto objeto extra-axial. En el caso de la coma de anamorfosis no es difícil deducir de (4.1) que, dada la asimetría que aparece entre las coordenadas  $(x, y)$ , la figura sobre el plano paraxial consistirá ahora en elipses de centro y excentricidad dependiente de los valores de  $k_1$  y  $k_2$ .

Otra característica importante es que la red curva las líneas espectrales, es decir la imagen de una rendija recta es curva [Str63] y su curvatura depende de  $\lambda$ . Sin embargo, es posible resolver este problema curvando adecuadamente la rendija de entrada (RE) de modo que su imagen sea independiente de  $\lambda$  [Rup52, Gil79, Gil83]

Es de hacer notar que las características mencionadas en la presente sección valen para sistemas de una sola etapa y, por lo tanto, también para cada etapa de sistemas acoplados como en el caso de los doble monocromadores.

## 4.2 La Función Ensanchamiento Espectral

Es posible describir otra serie de características generales de los monocromadores de simple y de doble paso mediante la llamada Función Ensanchamiento Espectral (FEE). En esta sección solo se hará la introducción del concepto de FEE para monocromadores de simple paso pues, si bien el mismo sigue siendo válido para los de doble paso, la presencia de tres rendijas, en este último caso, complica la visualización de su significado como se verá en una sección posterior y en el próximo capítulo, donde se hará un cálculo detallado para un ejemplo concreto.

En general, se puede decir que en un espectrómetro de red iluminado con luz monocromática, una imagen de la RE se forma en el foco de salida. Si se disminuye el ancho de la RE, el ancho de la imagen focalizada se aproxima a un valor finito más que a cero. Esto es una consecuencia, por un lado, de la naturaleza ondulatoria de la luz y por otro de las imperfecciones de la red y las aberraciones de los espejos. La distribución de luz en el foco de salida para una fuente monocromática se conoce como FEE y es justamente su perfil el que determina la máxima resolución que el espectrómetro puede alcanzar [Ver80].

En otras palabras, la intensidad luminosa a la salida de un instrumento perfecto con el que se examina un espectro formado por una sola línea de emisión, de longitud de onda  $\lambda$  e intensidad unitaria es:

$$I(\lambda) = \delta(\lambda - \lambda_0) \quad (4.2)$$

donde  $\delta(\lambda - \lambda_0)$  es la Delta de Dirac centrada en  $\lambda_0$ .

Esto indica que un espectro real podría ser de la forma:

$$I(\lambda) = k \cdot e(\lambda - \lambda_0) \quad (4.3)$$

donde  $k$  es una constante que depende de la transmisión y de la luminosidad del espectro y, la función  $e(\lambda)$  es la FEE que, en general, es diferente para diferentes valores de  $\lambda_0$ . Por ejemplo, para un monocromador en el cual la imagen de la RE es igual al ancho de la rendija de salida (RS) y  $\lambda_0$  es la longitud de onda de trabajo en la cual se ha sintonizado al instrumento, la FEE tiene la forma de la Figura 4.1.

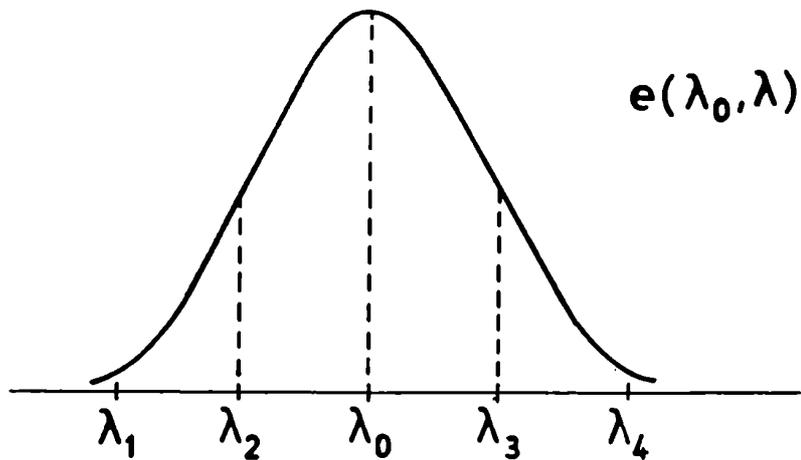


Figura 4.1: FEE para un monocromador con imagen de la RE igual al ancho de la RS

El estudio de estos sistemas mediante técnicas asociadas con la FEE, podría decirse que es no clásico en el siguiente sentido: los efectos de difracción son tenidos en cuenta, a diferencia de las técnicas basadas en la Óptica Geométrica [Nik79, loa79, Sau86, Gil87].

Haciendo un análisis detallado [Kos79] de las posiciones relativas de la RS y de las imágenes de la RE para unos cuantos haces monocromáticos cercanos a  $\lambda_0$ , es posible obtener una primera comprensión (es decir desde un punto de vista aún geométrico) acerca de la forma de la FEE de la Figura 4.1. Es decir, en el límite ideal (prescindiendo de los efectos de difracción y de las aberraciones) y cuando la dispersión del instrumento y la respuesta del detector no varían con la longitud de onda en el rango indicado en la Figura 4.1, el gráfico de la FEE como función de la longitud de onda de los haces monocromáticos considerados, debería ser triangular (ver Figura 4.2).

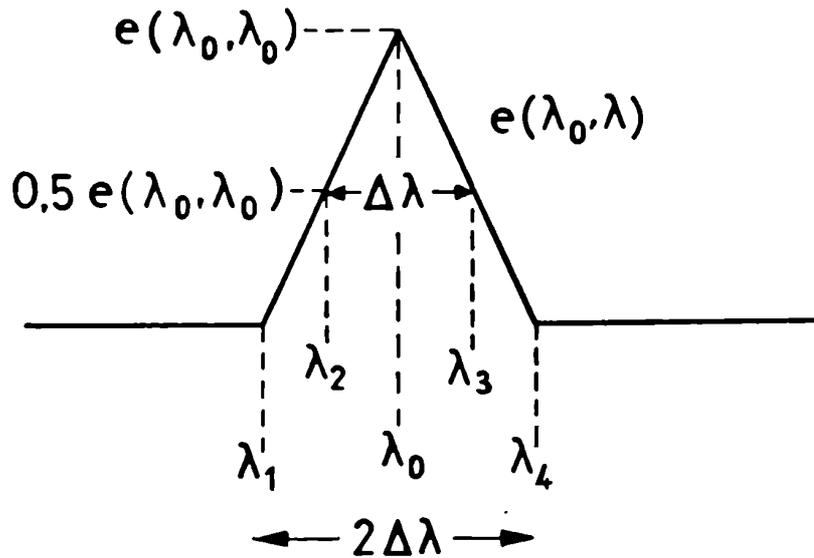


Figura 4.2: FEE triangular de semiancho  $\Delta\lambda$

Cuando la RS y la imagen de la RE no tienen el mismo ancho, la FEE tiene una forma similar a la de la Figura 4.3.

La pendiente en la meseta superior se debe, entre otras cosas (aberraciones y difracción) a pequeñas variaciones con respecto a la longitud de onda en la respuesta del detector. Bajo las condiciones ideales anteriormente expuestas, la FEE debería ser trapezoidal como se muestra en la Figura 4.4.

Tal como se ha resaltado en las figuras, el semiancho característico  $\Delta\lambda$  de las FEE es usualmente de interés y está definido como el ancho de la función en la mitad del valor máximo.

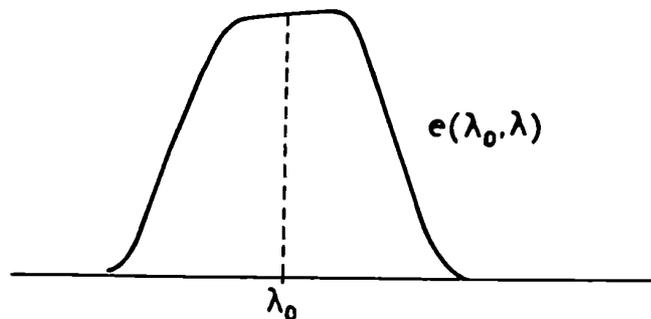


Figura 4.3: FEE para un monocromador con imagen de la RE de ancho diferente al de la RS

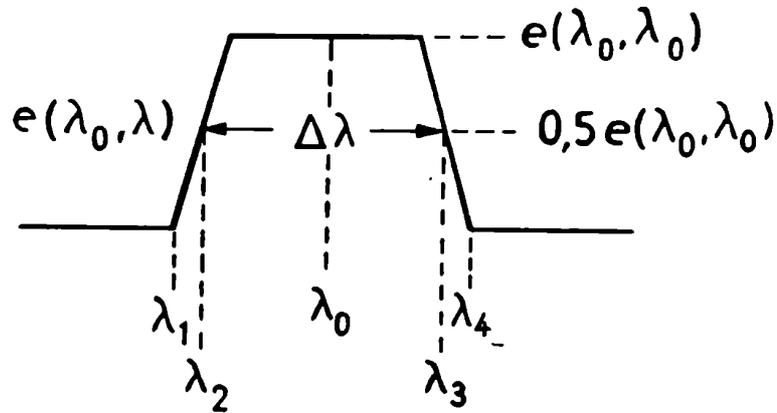


Figura 4.4: FEE trapezoidal de semiancho  $\Delta\lambda$

### 4.3 Acoplamiento de las etapas

Respecto de las características de los doble monocromadores es muy instructivo resumir las propiedades relativas al acoplamiento de etapas.

Muchos autores [Str63, Lan65, Man66, Lan67, All70] han considerado los aspectos relacionados con la dispersión en monocromadores. En algunos instrumentos, la dispersión es aditiva mientras que en otros es nula. Por su parte, Murty [Mur72a, Mur72b] señaló que el acoplamiento de dos monocromadores puede ser favorable o desfavorable respecto de la anamorfosis y la coma. Es bién sabido que monocromadores del tipo Czerny-Turner o Ebert-Fastie sufren los efectos anamórficos [Sha64]. Ambos efectos, la coma y la anamorfosis, más la dispersión dependen de la forma en que se realice el acoplamiento: Murty encontró cuatro configuraciones posibles para los doble monocromadores como indica la Figura 4.5.

La Tabla 4.1, que muestra los resultados obtenidos por Murty para cada uno de los acoplamientos, permite entender la importancia de haber considerado en el Capítulo 3 los casos de sistemas con coma compensada además de aditiva.

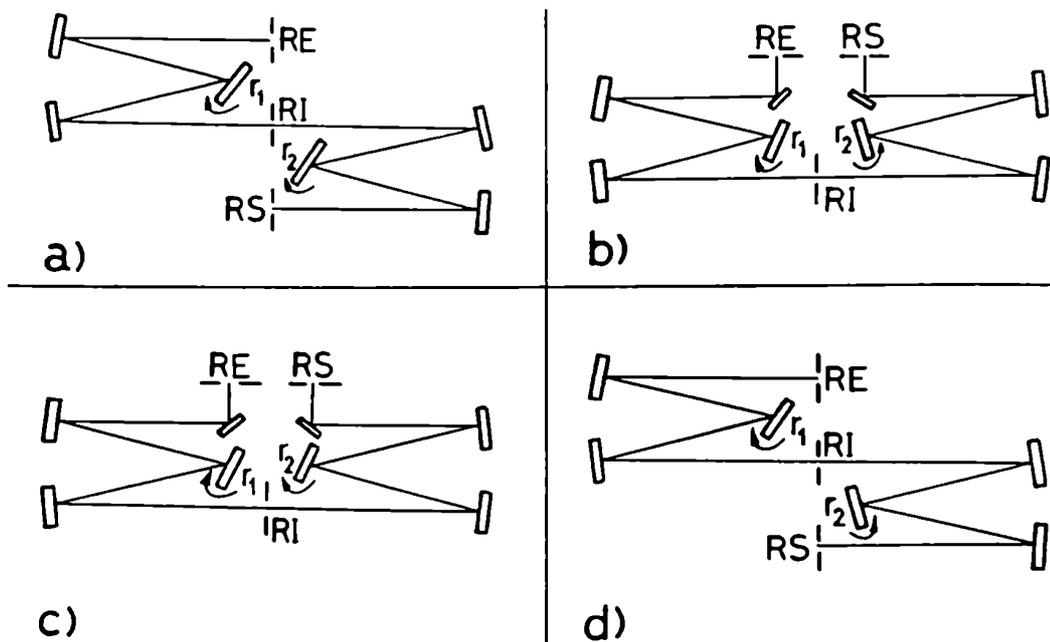


Figura 4.5: Diferentes formas de acoplar dos monocromadores

Tabla 4.1: Resumen de las propiedades de las cuatro configuraciones posibles que resultan de acoplar dos monocromadores convencionales

	Anamorfosis	Coma	Dispersión
Fig. 4.1.a	Compensada	Duplicada	Duplicada
Fig. 4.1.b	Compensada	Compensada	Nula
Fig. 4.1.c	Aumentada	Duplicada	Duplicada
Fig. 4.1.d	Aumentada	Compensada	Nula

## 4.4 Metodología de cálculo de la Función En-sanchamiento Espectral en simple y doble monocromadores

Habiéndose mencionado algunas de las principales características de simple y doble monocromadores, el concepto de FEE y la forma de acoplar dos monocromadores, se detallará ahora la metodología, desarrollada para el presente trabajo, con la cual se calcularán las FEEs del diseño particular del próximo capítulo.

Para la evaluación de la FEE de un monocromador de simple paso, cuya pupila se ilumina uniformemente, se recurrió al formalismo desarrollado en el Capítulo 1 para obtener la expresión (1.18), con algunas salvedades. La primera es que la amplitud compleja en el plano paraxial ahora es bloqueada por una rendija curva como se dijo precedentemente que, sin pérdida de generalidad puede considerarse parabólica. La segunda es que la función de transmisión correspondiente a este tipo de filtro es aproximada por una sucesión de rendijas rectas inclinadas en la misma dirección que la tangente a la parábola que pasa por cada punto imagen gaussiano correspondiente a cada punto objeto sobre la RE. Con esta aproximación se logran resolver algunas integraciones en forma analítica con la consecuente reducción en los tiempos de cómputo de aquellas que deben calcularse en forma numérica [Gil93a]. Finalmente hay que tener en cuenta que, al tratar con aberraciones de sistemas no centrados, las desviaciones no se miden con respecto a un eje óptico sino al rayo principal correspondiente al centro de la RE (ver Figura 1.1).

Con ayuda de la Figura 4.6 es posible deducir la siguiente expresión para la función transmisión:

$$T(x_1, y_1, x_{10}, y_{10}) = \text{rect} \left( \frac{x_1}{a} - \left( \frac{2cy_{10}}{a} \right) y_1^2 - \frac{cy_{10}^2}{a}, 0 \right) \quad (4.4)$$

es decir, en forma aproximada vale 1 dentro de la zona delimitada por dos parábolas de radio de curvatura  $1/2c$  y separadas una distancia  $a$ , y cero afuera.

Con esta consideración, los cálculos son análogos a los del Capítulo 1 y llevan, para un sistema de una sola etapa iluminada uniformemente, a una distribución

$$\begin{aligned}
D(x', y') &= | \pi k(\lambda) \int_{-1}^1 B(x, y' - 2cv_0(x - x')) \\
&\times \exp \left\{ j \frac{2\pi}{\lambda} \Phi(x, y' - 2cv_0(x - x')) \right\} \\
&\times \left( \frac{A}{2} \right) \text{senc} \left( \left( \frac{A}{2} (x - x') \right) \right) \\
&\times \exp \left\{ j [(x - x')(u_0 - cv_0^2)] \right\} dx \quad (4.5)
\end{aligned}$$

donde  $k(\lambda)$  es una función compleja que depende de la longitud de onda y de los parámetros constructivos del sistema,  $B(x, y)$  es una función compleja asociada a la distribución de amplitud en la pupila de salida que, como se dijo previamente, será constante (iluminación uniforme);  $(u_0, v_0)$  son las frecuencias angulares correspondientes al punto imagen gaussiano;  $A$  es el ancho normalizado (de manera similar al Capítulo 1) de la RS y  $c$  está relacionado con la curvatura de dicha rendija como se dijo previamente.

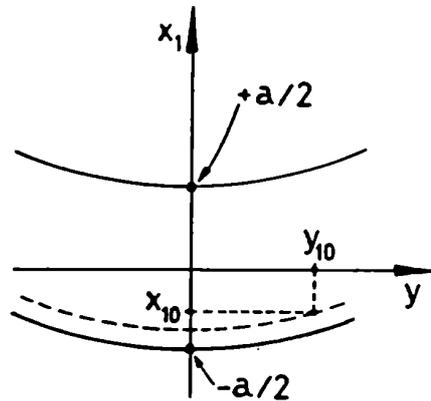


Figura 4.6: Rendija curva

Resumiendo, la expresión (4.5) representa la distribución de amplitudes sobre la imagen de la pupila de salida, debida a cada punto objeto. Luego, para el cálculo de la FEE, según lo adelantado en secciones precedentes, es necesario tener en cuenta todos los puntos objeto ubicados a lo largo del ancho de la RE (es decir, en forma independiente de las variaciones con  $v_0$ ) por lo que se integra numéricamente en

$u_0$  (allí puede considerarse que las aberraciones no varían con  $u_0$ ) y, finalmente se integra numéricamente sobre  $(x', y')$ , para diferentes posiciones de la red. Notar que esto último significa que se gira la red — es decir, se consideran muchos haces monocromáticos — y se deja la RS fija, lo cual es equivalente a tener en cuenta todas las posiciones relativas de la RS con respecto a las imágenes de la RE para los mencionados haces monocromáticos alrededor de  $\lambda_0$ , como se dijo en la sección 4.2.

Para la evaluación de la FEE de un monocromador de dos etapas se procede de un modo similar al descrito para una sola etapa, pero ahora implementando numéricamente dos cálculos. Primero, se calcula la no uniformidad de la pupila de salida de la segunda etapa, recurriendo a la expresión 4.5 donde  $A$  ahora representa el ancho normalizado de la RI,  $c$  está relacionado con su curvatura y  $\Phi(x, y)$  corresponde a las aberraciones de la primera etapa; y en segundo término, se evalúa nuevamente la (4.5) pero  $B$  es la distribución no uniforme obtenida en el primer cálculo,  $A$  el ancho de la RS,  $c$  su curvatura y  $\Phi(x, y)$  son las aberraciones de la segunda etapa. Análogamente se integra en  $u_0$ , y  $(x', y')$  para cada posición de la red.

# Capítulo 5

## El monocromador Ebert parabolizado de doble paso

En el presente capítulo se hará un análisis de la influencia de la RI como filtro espacial de frecuencias en la calidad de la imagen de un doble monocromador de alta resolución: el monocromador Ebert parabolizado en el plano de doble paso.

Para lograr estos objetivos se describirán ciertas características del diseño, que si bien aumentan la complejidad del problema, no dificultan la aplicación de los métodos desarrollados en los tres primeros capítulos del presente trabajo en cuanto a las FTOs como una medida de la calidad de las imágenes finales, y en el Capítulo 4 en lo referente a las FEEs.

### 5.1 Principales características

El diseño del monocromador Ebert parabolizado emplea un único espejo parabólico fuera de eje como elemento de colimación y enfoque (ver Figura 5.1).

En adelante llamaremos a esta configuración: monocromador Ebert parabolizado de simple paso (MEPS). Este sistema ha sido extensamente tratado en la

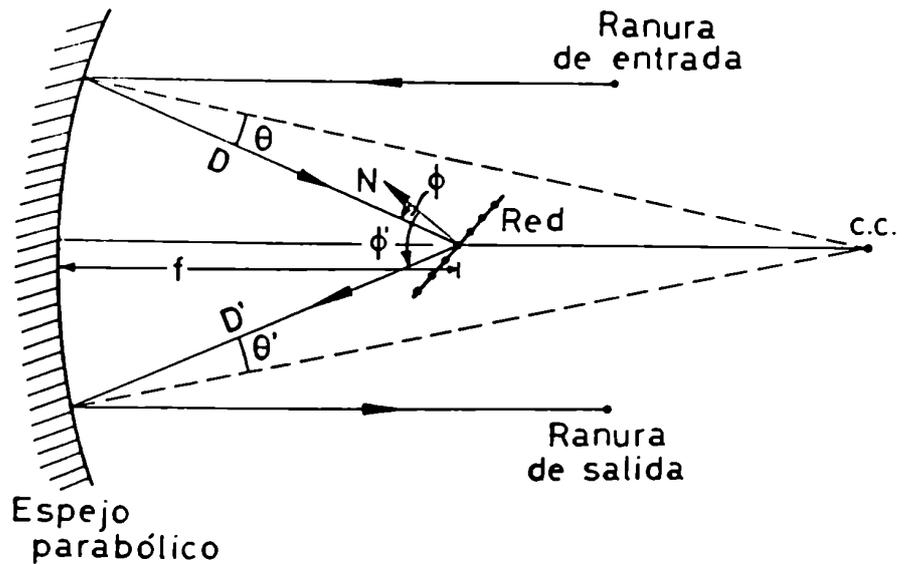


Figura 5.1: Monocromador Ebert de simple paso

bibliografía [Wel63, Fil61, Gil79], como consecuencia de lo cual, las dependencias analíticas de las aberraciones de cuarto orden en los ángulos de apertura, campo y fuera de eje con los parámetros constructivos del sistema son bien conocidas. Estas expresiones analíticas han sido testeadas a través de la técnica de trazado de rayos y se ha observado un muy buen ajuste [Gil83], lo cual indica que las aberraciones de orden superior son despreciables.

Por su parte el monocromador Ebert parabolizado de doble paso (MEPD) es un sistema constituido por dos etapas idénticas a la anteriormente descrita (ver Figura 5.2). Se puede ver, con la ayuda de la Figura 4.5, que su configuración equivale a la de un acoplamiento del tipo de la figura c. Este diseño, solo estudiado aquí en su forma convencional simétrica ( $\theta = \theta'$ ,  $D = D'$ ), fue elegido como ejemplo de sistema acoplado porque, aun dentro de los diseños de alta resolución, presenta (entre otras) la ventaja de que el conocimiento de las expresiones analíticas para las aberraciones permite elegir fácilmente el conjunto de parámetros constructivos del sistema:

- a) la coma del colimador y de la cámara de cada etapa se compensan salvo anamorfosis; b) el posicionamiento de la red en el foco del espejo parabólico cancela el astigmatismo del colimador y de la cámara, por separado y para cada etapa, y c)

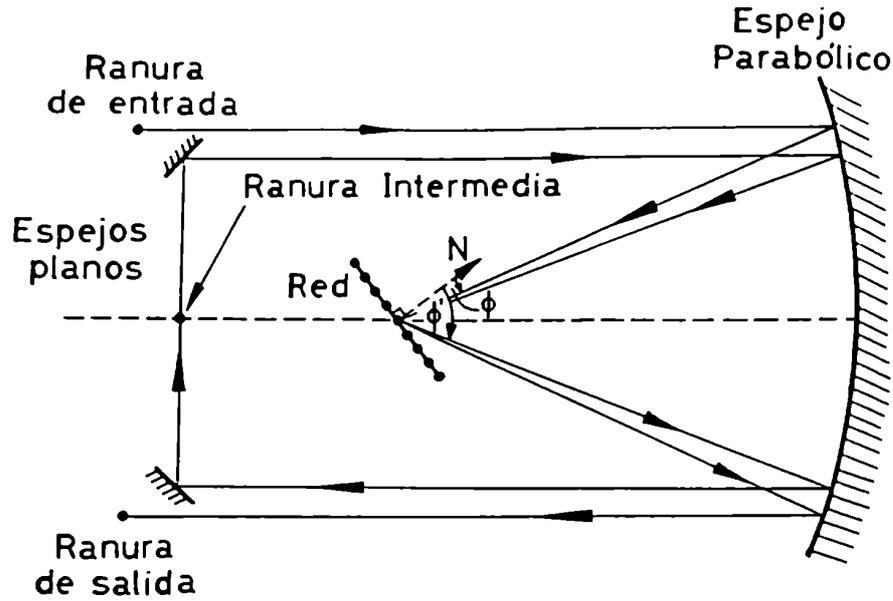


Figura 5.2: Monocromador Ebert de doble paso

dado que el espejo es parabólico no existe aberración esférica. De esta forma, la única aberración presente en cada etapa es la coma residual o de anamorfosis [Fil64, Gil79] que, según la Tabla 4.1, son aditivas. Entonces, la Función Aberración en el centro del campo (en rigor, correspondiente al punto objeto ubicado en el centro de la RE), expresada en términos de coordenadas adimensionalizadas  $(x, y)$ , es [Gil87]:

$$\Phi(x; y) = \frac{R^3 \cos^3 \phi'}{2f^2} (t - 1) (3\theta x^3 + \theta xy^2) \quad (5.1)$$

donde  $t = \cos \phi / \cos \phi'$  es el factor de anamorfosis introducido en el capítulo anterior. Como se dijo, evidentemente  $\Phi(x, y)$  depende de  $\lambda$  a través de  $t$  y  $\cos \phi'$  y su dependencia explícita puede ser fácilmente evaluada mediante la ecuación de la red y la relación  $\phi' - \phi = 4\theta$  [Gil87] (ver Figura 5.1). Es interesante señalar que la coma de anamorfosis es en la práctica independiente del punto del campo [Gil87], lo cual permitirá asegurar, en secciones posteriores, que las FTOs correspondientes serán realmente representativas de la calidad de la imagen del sistema.

Considerando que las dos etapas del sistema son idénticas, las aberraciones (la coma de anamorfosis) deben sumarse y las expresiones analíticas que las describen son también idénticas.

La curvatura de la RE es seleccionada, de acuerdo a lo anticipado en el Capítulo 4, de modo tal que la curvatura de la línea espectral sea independiente de la longitud

de onda [Gil79, Gil83].

En el presente ejemplo, se puede demostrar [Gil87] que los parámetros  $A$  y  $c$  (ver expresión (1.5)) asociados con el ancho de la RI y su curvatura pueden escribirse como:

$$A = \frac{\pi R \cos \phi'}{\lambda f} a \quad (5.2)$$

$$c = \frac{1}{2\rho} \frac{\lambda f}{2\pi R \cos \phi'} \quad (5.3)$$

donde  $a$  es el ancho dimensional y  $\rho$  es la curvatura de la RI.

Los parámetros constructivos son los siguientes: una red de 1200 líneas/mm y radio ( $R$ ) de 5 cm, un espejo de distancia focal ( $f$ ) de 1 m y rendijas curvas de 3 cm de longitud ubicadas a 9 cm del centro de la red (lo cual implica  $\theta = \theta' = 0.045$ ).

Teniendo en cuenta estos parámetros, se pueden calcular los anchos de la imagen geométrica primaria y el correspondiente  $\Delta$  mediante (1.20). La Tabla 5.1 muestra los  $\Delta_{xMAX}$  y  $\Delta$  para diferentes longitudes de onda. Los anchos de la RI considerada en el presente capítulo ( $25\mu m$ ,  $50\mu m$  y  $75\mu m$ , respectivamente) se eligen de modo tal que produzcan filtrado.

Tabla 5.1: Diámetro del disco de Airy ( $\Delta$ ) y ancho de la imagen geométrica ( $\Delta_{xMAX}$ )

$\lambda(nm)$	$\Delta(\mu m)$	$\Delta_{xMAX}(\mu m)$
350	7	18
500	10	23
750	15	29

## 5.2 Funciones Transferencia Optica

En base a todas las modificaciones que la sección anterior impone sobre los formalismos desarrollados en el Capítulo 3, se desarrollaron códigos computacionales capaces de evaluar las FTOs en los casos del MEPS y del MEPD y cuyos resultados se muestran a continuación.

Todas las FTOs que se muestran en las Figuras 5.3 a 5.4 están representadas con la convención del Capítulo 3 salvo que aquí las frecuencias espaciales están normalizadas a la longitud de onda  $\lambda = 350nm$ .

La Figura 5.3 muestra las FTOs (corte en  $x$ ) correspondientes a  $\lambda = 350nm$ ,  $500nm$  y  $750nm$ , respectivamente. En cada figura aparecen las curvas para los valores elegidos de RI, la FTO del sistema libre de aberraciones y la FTO del hipotético MEPS con doble aberración mencionado en el Capítulo 3. Estas curvas muestran que, a medida que la RI va teniendo un ancho mayor que la imagen primaria, el sistema se asemeja a un MEPS con doble aberración. Contrariamente, solo en los casos de mucho filtrado las curvas se diferencian apreciablemente del MEPS con aberración doble. En particular, en el caso  $\lambda = 350nm$  las curvas 4 y 5 de la Figura 5.3.a) no pueden distinguirse una de otra. Con estos parámetros no se observan diferencias significativas en las FTOs correspondientes al sistema libre de aberraciones como una función del ancho de la RI, contrariamente a lo observado en los ejemplos respectivos del Capítulo 3. Esto es de esperar si se tiene en cuenta que los anchos de las RIs son siempre mayores que  $\Delta$ , según se vió en la Tabla 5.1.

Las Figura 5.4 muestra las FTOs correspondientes a valores fijos de la RI para los valores elegidos de  $\lambda$  y corte  $x$ . Las curvas correspondientes a diferentes valores de  $\lambda$  presentan comportamientos diferentes. A medida que  $\lambda$  aumenta, aumentan también las aberraciones, mostrando más efectos de filtrado para  $\lambda = 750nm$  que para  $\lambda = 350nm$ . Al mismo tiempo, los mayores filtrados ( $\lambda = 500, 700nm$  para RI de  $25\mu m$ ) muestran curvas suaves de alto contraste en relación con sus correspondientes casos libre de aberraciones, mientras que los menores filtrados exhiben un comportamiento particularmente diferente: todos son indistinguibles de sus correspondientes MEPS con doble aberración.

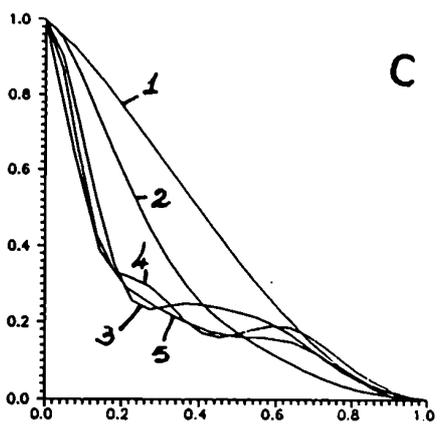
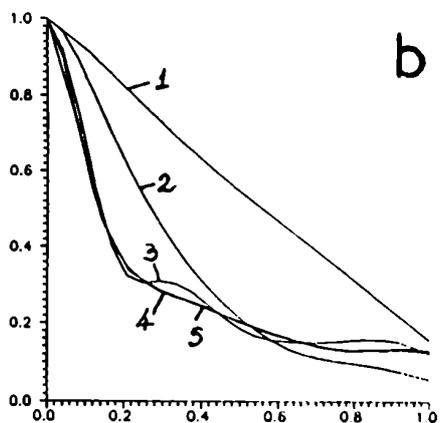
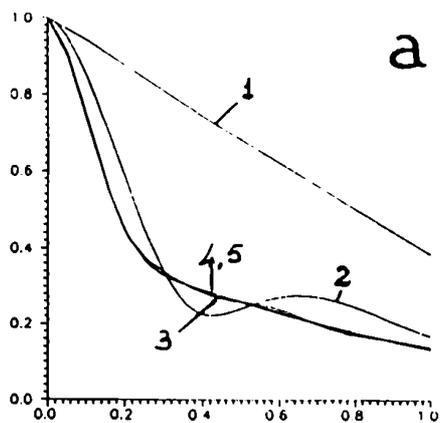


Figura 5.3: FTOs correspondientes a valores fijos de la longitud de onda: a)  $\lambda = 350\text{nm}$ , b)  $\lambda = 500\text{nm}$  y c)  $\lambda = 750\text{nm}$  respectivamente, y 1) libre de aberraciones; 2) RI de  $25\mu\text{m}$ ; 3) RI de  $50\mu\text{m}$ ; 4) RI de  $75\mu\text{m}$  y 5) MEPS con doble aberración. Corte en  $x$ .

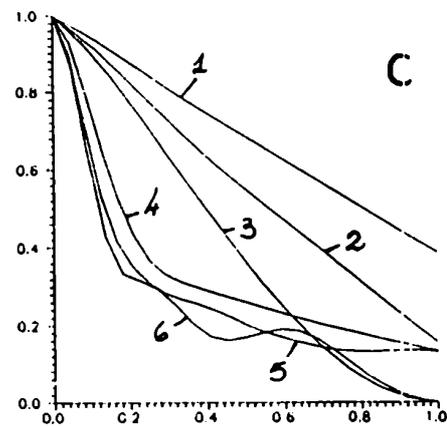
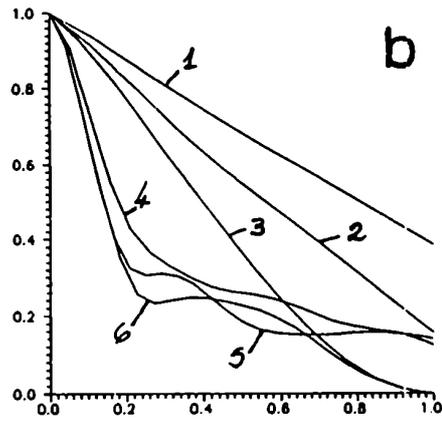
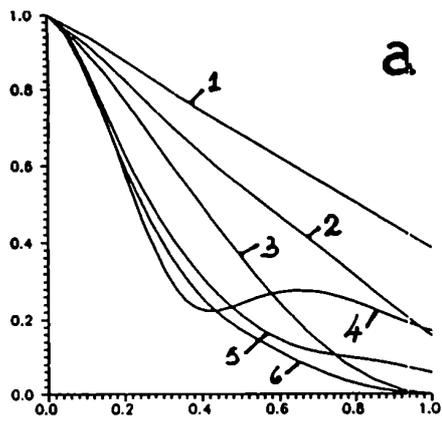


Figura 5.4: FTOs correspondientes a valores fijos de la RI: a)  $25\mu m$ ; b)  $50\mu m$  y c)  $75\mu m$  respectivamente, y 1)  $\lambda = 350nm$ , libre de aberraciones; 2)  $\lambda = 500nm$ , libre de aberraciones; 3)  $\lambda = 750nm$ , libre de aberraciones; 4)  $\lambda = 350nm$ ; 5)  $\lambda = 500nm$ ; y 6)  $\lambda = 750nm$ . Corte en  $x$ .

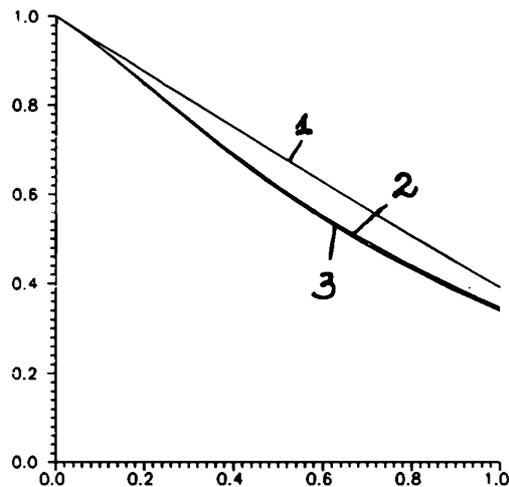


Figura 5.5: FTO correspondientes a los casos 1) libre de aberraciones  $\lambda = 350nm$  y 2) RI de  $50\mu m$  y 3) MEPS con doble aberración. Corte en  $y$ .

La comparación entre las FTOs de estos sistemas y sus correspondientes MEPS con doble aberración resultan ser de gran utilidad si se considera que muestra cuáles son los anchos de RI que hacen importante la acción del filtrado y en consecuencia invalidan la mera suma geométrica de las aberraciones de cada etapa. También es cierto que se podría haber obtenido tal información si se hubiera usado un diagrama de puntos a partir de un trazado trigonométrico de rayos, pero los efectos asociados con la difracción se hubieran perdido.

Si se observa la Figura 5.4 es posible comprender el comportamiento de las curvas a partir de la siguiente idea. Los bordes de la pupila de entrada al segundo sistema son atenuados dependiendo de la magnitud del filtrado producido por la RI. En consecuencia, podría visualizarse esta situación como correspondiente a una pupila efectiva menor. Pero menor pupila implica menores aberraciones y consecuente-

mente mayor contraste. Algo similar puede encontrarse en la referencia [Hop84] para las FFOs de sistemas con coma y una variación parabólica de la amplitud en la atenuación de los bordes como también se vió en el Capítulo 2.

Por otro lado, los resultados obtenidos para el corte  $y$  se pueden entender fácilmente si se tiene en cuenta la asimetría de la imagen geométrica dada por la coma residual, que es muy diferente a la típica coma circular estudiada en el Capítulo 3. En este caso el contraste en el corte  $y$  es casi el del caso libre de aberraciones debido a que la distribución de energía en la coma residual corresponde a elipses descentradas y de gran excentricidad.

### 5.3 Funciones Ensanchamiento Espectral

Otra manera de comprender los efectos asociados a la RI del MEPD, y en especial para analizar la transición entre los casos que deben ser tratados mediante un formalismo geométrico o mediante uno físico, es a través del concepto de FEE introducido en el capítulo anterior.

La Figura 5.6 muestra las FEEs del MEPD para tres valores diferentes de la longitud de onda ( $\lambda_0 = 350nm$ ,  $500nm$  y  $750nm$ ).

En cada uno de los tres casos se supone que las REs y las RSs tienen el mismo ancho ( $50\mu m$ ), mientras que para la RI se consideraron tres anchos diferentes ( $25\mu m$ ,  $50\mu m$  y  $75\mu m$ ).

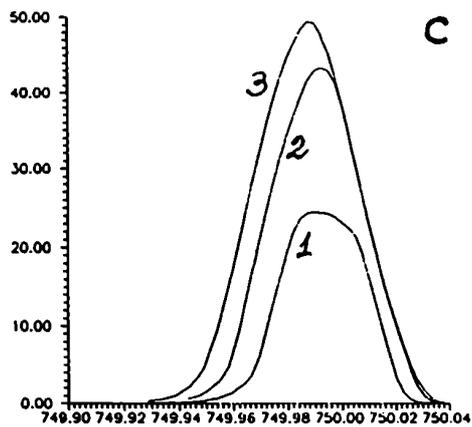
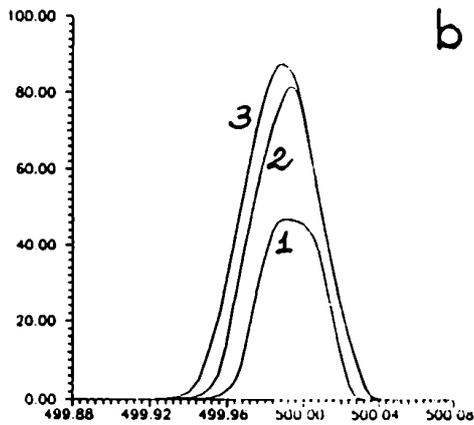
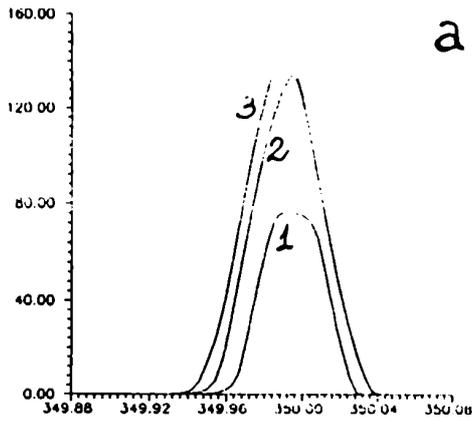


Figura 5.6: FEEs de un MEPD para  $\lambda_0 = 350, 500$  y  $750nm$ . Las abscisas representan las longitudes de onda efectivas ( $\lambda_e$  y las ordenadas las intensidades relativas a  $\lambda_0$  ( $I/\lambda_0$ ). Las curvas 1, 2 y 3 corresponden a anchos de RI de  $25\mu m$ ,  $50\mu m$  y  $75\mu m$ , respectivamente.

La Tabla 5.2 resume las principales características de las curvas de la Figura 5.6: la desviación ( $\Delta_D$ ) entre el valor de la longitud de onda efectiva ( $\lambda_e$ ) correspondiente al máximo de intensidad ( $I_M$ ) y  $\lambda_0$  varían con el ancho de la RI ( $a$ ) y también con

Tabla 5.2: Principales características de las FEEs de la Figura 5.6.

$a(\mu m)$	$\lambda_0(nm)$	$\Delta_D(nm)$	$I_M(u.a.)$	$\Delta\lambda(nm)$
25	350	.0083	267	.0414
50	350	.0062	468	.0430
75	350	.0056	487	.0472
25	500	.0082	235	.0409
50	500	.0061	408	.0428
75	500	.0109	438	.0468
25	750	.0102	184	.0388
50	750	.0077	325	.0410
75	750	.0128	371	.0443

Cuando  $a$  es igual a los anchos de las RE y RS ( $50\mu m$ ),  $\Delta_D$  es del mismo orden (o menor) que el obtenido para  $a \neq 50\mu m$ . Contrariamente,  $\Delta_D$  aumenta con el aumento de  $\lambda_0$ , es decir a mayor coma mayor  $\Delta_D$ . Se observa también que el valor de  $I_M$  para  $a = 25\mu m$  es, para todo  $\lambda_0$ , aproximadamente 57% de  $I_M$  para  $a = 50\mu m$ , mientras que los valores de  $I_M$  para  $a = 75\mu m$  son 4, 7 y 14% mayores que el valor de  $I_M$  para  $a = 50\mu m$  y  $\lambda_0 = 350, 500$  y  $750nm$ , respectivamente. Si  $a$  permanece constante,  $I_M$  decrece con el aumento de  $\lambda_0$ . Se ve además que los semianchos ( $\Delta\lambda$ ) aumentan con el aumento de  $a$ . Las desviaciones de las FEEs observadas respecto de las formas triangulares y trapezoidales vistas en el capítulo anterior muestran los efectos de la coma y de la difracción debida a la RI.

La Figura 5.7 muestra las FEEs de un MEPS para  $\lambda_0 = 500nm$ , y con los mismos parámetros que el MEPS tratado previamente, excepto por los anchos de la RS que se fijaron en  $a = 25, 50$  y  $75nm$ , respectivamente. En este caso, las FEEs muestran

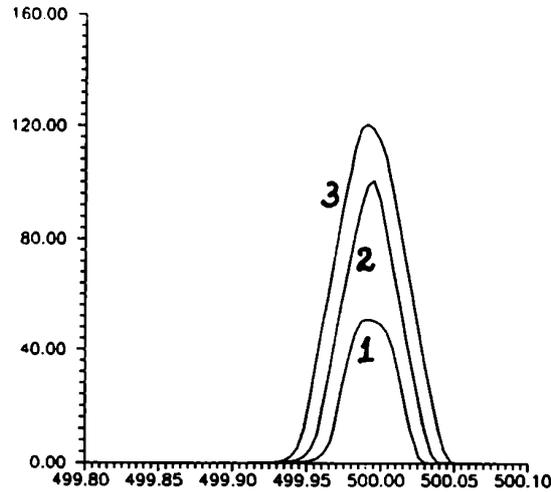


Figura 5.7: FEEs para el MEPS para  $\lambda_0 = 500nm$ . Las curvas 1, 2 y 3 corresponden a RSs de anchos  $25\mu m$ ,  $50\mu m$  y  $75\mu m$ , respectivamente.

La Tabla 5.3 resume las principales características de la Figura 5.7:  $\Delta_D$  varía con  $a$  (aumenta cuando el ancho de la RS es mayor o menor que el ancho de la RE);  $I_M$  también varía con  $a$ : en particular, los valores de  $I_M$  correspondientes a  $a = 25\mu m$  y  $75\mu m$  son, respectivamente, 49% menor y 20% mayor que el valor de  $I_M$  para  $a = 50\mu m$ ; y finalmente,  $\Delta\lambda$  aumenta con  $a$ .

Tabla 5.3: Principales características de las FEEs de la Figura 5.7.

$a(\mu m)$	$\lambda_0(nm)$	$\Delta_D(nm)$	$I_M(u.a.)$	$\Delta\lambda(nm)$
25	500	.0086	254	.0409
50	500	.0043	503	.0436
75	500	.0086	603	.0565

Resumiendo, tanto la RI del MEPD como la RS del MEPS influyen sobre las FEEs. Sin embargo, al comparar las Figuras 5.6 y 5.7 debe tenerse en cuenta que las FEEs de la segunda de las mencionadas figuras corresponden a la misma línea espectral pero a diferentes RSs, mientras que las FEEs de la primer figura están asociadas a líneas espectrales de diferentes anchos (de acuerdo al filtrado que impone la RI) y RS fija.

Comparando los resultados de la Tabla 5.2 para  $\lambda_0 = 500nm$  con sus correspondientes de la Tabla 5.3 para  $a = 50\mu m$ , es decir comparando MEPSs y MEPDs equivalentes, se ve que las FEEs del MEPD tienen mayor  $\Delta_D$  y menor valor de  $I_M$  mientras  $\Delta\lambda$  se mantiene aproximadamente constante.

La Figura 5.8 muestra las FEEs para  $\lambda = 500nm$  de un MEPS con la aberración duplicada respecto al caso anterior. Como se vió, esto se hace para poder comparar con un MEPD de similar aberración.

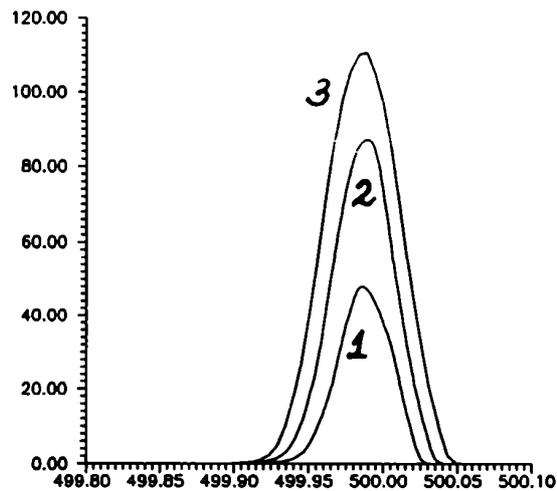


Figura 5.8: FEEs para el MEPS para  $\lambda_0 = 500nm$  donde la aberración ha sido duplicada. Las curvas 1, 2 y 3 corresponden a RSs de anchos  $25\mu m$ ,  $50\mu m$  y  $75\mu m$ , respectivamente.

La Tabla 5.4 resume las principales características de esta configuración

Tabla 5.1: Principales características de las FEEs de la Figura 5.8.

$a(\mu m)$	$\lambda_0(nm)$	$\Delta_D(nm)$	$I_M(u.a.)$	$\Delta\lambda(nm)$
25	500	.0140	240	.0425
50	500	.0108	435	.0488
75	500	.0109	555	.0603

Las FEEs de las Figuras 5.7 y 5.8 muestra similares características; sin embargo, hay diferencias notorias con las formas clásicas en el segundo de los casos, lo cual indica la influencia de aberraciones grandes sobre las FEEs. Por otro lado, duplicar la coma introduce un  $\Delta_D$  que es significativamente mayor ( $0.0108nm$ ) que el correspondiente al MEPD equivalente ( $0.0061nm$ ).

Los resultados presentados revelan que la FEE de un MEPD presenta desviaciones de las clásicas formas triangulares o trapezoidales las cuales no son solo debidas a la coma residual sino al ancho de la RI. Así mismo,  $\Delta_D$  aumenta con el aumento de  $\lambda_0$  (es decir con el aumento de la coma), y también varía con el ancho de la RI.

A pesar que, desde un punto de vista meramente geométrico, el valor de  $\Delta_D$  asociado con la FEE del MEPD debería aproximadamente duplicar el valor que le correspondería al MEPS, en los casos donde el ancho de la RI coincide con los de las REs y RSs, el valor observado es menor que el esperado, mientras que  $\Delta_D$  se incrementa a medida que el ancho de la RI es mayor o menor que aquel de las otras dos. Esto muestra que la RI tiene una influencia capital en la simetría de las curvas.

Por otro lado, se observa que las variaciones de intensidad no son solo debidas al ancho de la RI (un resultado esperable clásicamente ya que esta RI modifica el ancho de la línea espectral respecto de la RS) sino que también son afectadas por la coma y los efectos de difracción. A mayor  $\lambda_0$  (por ejemplo mayores coma y efectos de difracción) menor  $I_M$ .

Finalmente, como la RI modifica el ancho de línea espectral, el semiancho de las FEEs también depende del ancho de la primera.

# Conclusiones

*“Allá fuera estaba ese gran mundo que existe independientemente de los hombres y que se alza ante nosotros como un enigma grande y eterno, pero que es accesible, en parte al menos, a la inspección y al pensamiento. Su contemplación hacía señas de liberación, y no tardé en advertir que más de uno a quien yo había llegado a estimar y admirar había hallado libertad y seguridad interior a través de ella. La aprehensión mental de este mundo extrapersonal en el marco de las posibilidades que están a nuestro alcance flotaba en mi mente, mitad consciente, mitad inconscientemente, como meta suprema”*

(Albert Einstein, 1946).

Las conclusiones del presente trabajo podrían resumirse de la siguiente manera.

Los Capítulos 1, 2 y 3 conforman la estructura metodológica y conceptual que permite describir la influencia que la rendija intermedia de sistemas acoplados de alta resolución tiene sobre la calidad de las imágenes finales.

En el Capítulo 1 se ha modelizado el que se dió en llamar Test de la Rendija, se ha desarrollado una representación gráfica del mismo y se ha comprobado experimentalmente la validez del primero y la utilidad de la segunda. Además de la sugerida utilidad del Test de la Rendija en la alineación de sistemas ópticos, se ha adquirido a través del mismo el conocimiento básico de la acción de la rendija intermedia como filtro espacial de frecuencias teniendo en cuenta tanto los efectos de las

aberraciones como los de la difracción.

En el Capítulo 2 se ha desarrollado una metodología basada en el concepto de Función Transferencia Óptica para el análisis de la respuesta en frecuencias de los sistemas bajo estudio. En este sentido se elaboraron códigos computacionales que compatibilizaron a) el cálculo de las distribuciones de amplitudes en la pupila de salida de la segunda etapa como función de las aberraciones y de la acción de la rendija intermedia con b) el cálculo de la Función Transferencia Óptica del sistema acoplado al considerar las aberraciones de la segunda etapa.

Finalmente, el Capítulo 3 constituyó el núcleo conceptual del trabajo al aportar propiedades de las Funciones Transferencia Óptica de sistemas acoplados que, aun deducidas con hipótesis sencillas y genéricas, tienen validez en aplicaciones que pueden presentar complejidades adicionales.

Es posible decir que, si la metodología básica desarrollada en los tres primeros capítulos se complementa con el formalismo y la implementación numérica del cálculo de las Funciones Ensanchamiento Espectral de monocromadores Ebert parabolizados de simple y de doble paso se dispone --entonces-- de una estructura de análisis adaptable a diversos diseños espectroscópicos.

En este último sentido el Capítulo 5 muestra las dificultades que aparecen al agregar las características del monocromador Ebert de doble paso que, si bien aumentan la complejidad del problema, no impiden la aplicación de un tratamiento análogo al del Capítulo 3.

Por las razones expuestas, el empleo de la metodología desarrollada en el presente trabajo, con ligeras modificaciones, permite abordar el tratamiento de configuraciones esencialmente diferentes a la que presenta el monocromador Ebert parabolizado de doble paso. Por ejemplo, en diseños fuera del plano o con aberraciones dependientes del punto del campo que, en particular, obligan a reformular los criterios basados en la Función Transferencia Óptica (cálculo de la Función Transferencia en los bordes y el centro de la rendija de entrada).

Finalmente, es de destacar que una de las aplicaciones, en el nivel de diseño de sistemas acoplados de alta resolución, podría ser el establecimiento de criterios de selección de anchos de rendijas intermedias que optimicen la calidad de las imágenes finales.

# Apéndice A

## Cálculo Numérico de la FTO de sistemas ópticos con pupila circular

El algoritmo de cálculo de la FTO, que se desarrolla en este Apéndice, está basado en el formalismo de Gauss Legendre para la cuadratura numérica de funciones en varias variables [Abr70]

Sea la función pupila generalizada de un sistema óptico arbitrario:

$$P(x, y) = A(x, y)e^{j2\pi\Phi(x, y)} \quad (\text{A.1})$$

donde  $(x, y)$  son coordenadas normalizadas sobre la pupila generalizada.  $A(x, y)$  puede ser una magnitud real o compleja que representa la distribución de amplitudes sobre la pupila generalizada y  $\Phi(x, y)$  es la función aberración.

Podemos escribir la FTO de la siguiente manera:

$$H(r, \psi) = \frac{I(r, \psi)}{I(0, \psi)} \quad (\text{A.2})$$

donde  $(r, \psi)$  son las frecuencias espaciales expresadas en coordenadas polares y:

$$I(r, \psi) = \int \int_{a(r, \psi)} f(x, y, r, \psi) dx dy \quad (\text{A.3})$$

donde:

$$f(x, y, r, \psi) = A(p_+, q_+) e^{j2\tau\Phi(p_+, q_+)} A^*(p_-, q_-) e^{-j2\tau\Phi(p_-, q_-)} \quad (\text{A.4})$$

$$p_{\pm}(x, r, \psi) = \pm \frac{r \cos \psi}{2} \quad (\text{A.5})$$

$$q_{\pm}(y, r, \psi) \equiv y \pm \frac{r \cos \psi}{2} \quad (\text{A.6})$$

y  $a(r, \psi)$  es el área de superposición de dos funciones pupilas desplazadas.

Imponiendo límites cartesianos:

$$I(r, \psi) = \int_{y_1}^{y_2} \int_{x_1(y)}^{x_2(y)} f(x, y, r, \psi) dx dy \quad (\text{A.7})$$

Las Figuras A.1.a y A.1.b muestran que hay dos casos diferentes para  $a(r, \psi)$ . El primer caso (*I*) corresponde a la situación donde los puntos de  $a(r, \psi)$  con valores máximo y mínimo de su coordenada  $y$  ( $P_2$  y  $P_1$  respectivamente) no yacen sobre el eje  $y'$ . Mientras que en el segundo caso (*II*) ambos puntos están sobre  $y'$ . El límite entre los dos casos está determinado, por ejemplo, por la distancia entre los dos centros ( $r$ ) que hace que los puntos pertenecientes a  $C_2$  con máximo valor de su coordenada  $y$  ( $Q_2$ ) yazcan sobre  $y'$  ( $P_2 \equiv Q_2$ ). Se llamará  $r_L$  a tal valor. De la Figura A.1.b y usando trigonometría:

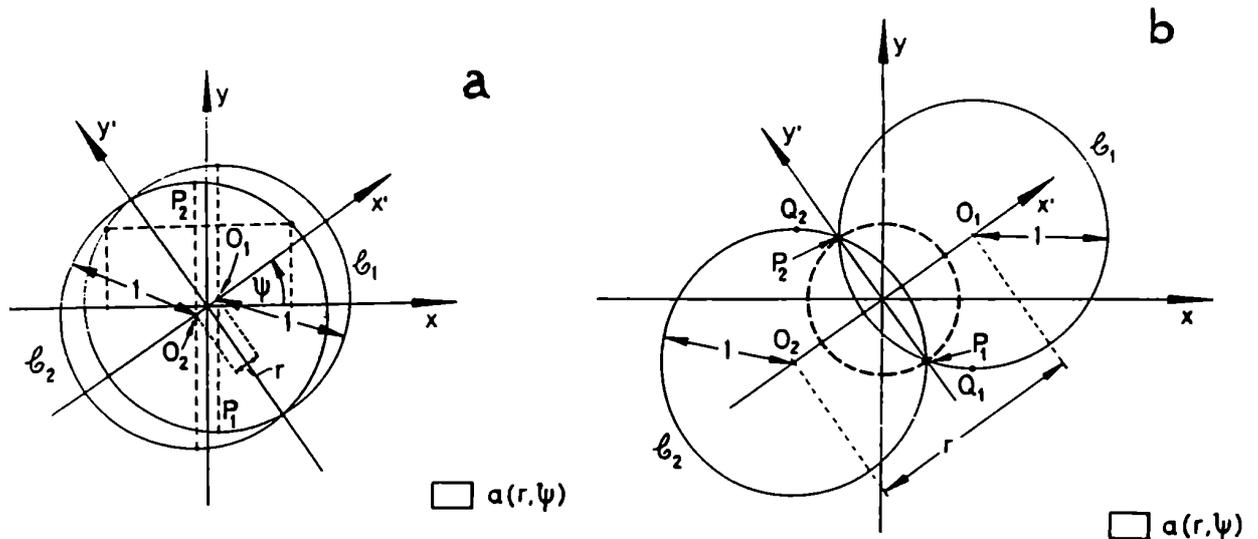


Figura A.1: a) caso *I* y b) caso *II*

$$\frac{r}{2} = \text{sen}\psi \quad (\text{A.8})$$

En el Caso *I*, de la ecuación de la circunferencia y la Figura A.1.a, se puede deducir que las coordenadas  $y$  de  $P_1$  y  $P_2$  son:

$$y_1^I = -1 + \frac{r}{2} \text{sen}\psi \quad (\text{A.9})$$

$$y_2^I = 1 - \frac{r}{2} \text{sen}\psi \quad (\text{A.10})$$

En el Caso *II*, para  $\psi = 0$ , es posible deducir de la Figura A.1.b que:

$$y_1^{II}(\psi = 0) = -(1 - (\frac{r}{2})^2)^{\frac{1}{2}} \quad (\text{A.11})$$

$$y_2^{II}(\psi = 0) = (1 - (\frac{r}{2})^2)^{\frac{1}{2}} \quad (\text{A.12})$$

Entonces, para valores arbitrarios de  $\psi$ , las coordenadas  $y$  de  $P_1$  y  $P_2$  son:

$$y_1^{II}(\psi) = -(1 - (\frac{r}{2})^2)^{\frac{1}{2}} \cos\psi \quad (\text{A.13})$$

$$y_2^{II}(\psi) = (1 - (\frac{r}{2})^2)^{\frac{1}{2}} \cos\psi \quad (\text{A.14})$$

Definiendo:

$$y_2^{I,II} = -y_1^{I,II} \equiv y_0^{I,II} \quad (\text{A.15})$$

se puede resumir:

$$y_0 = \begin{cases} y_0^I & \text{si } 0 < \frac{r}{2} \leq r_L \\ y_0^{II} & \text{si } r_L < \frac{r}{2} \leq 1 \end{cases}$$

donde:

$$y_0^I = 1 - \frac{r}{2} \text{sen}\psi \quad (\text{A.16})$$

$$y_0^{II} = (1 - (\frac{r}{2})^2)^{\frac{1}{2}} \cos\psi \quad (\text{A.17})$$

Haciendo el cambio de variable:

$$y'' \equiv \frac{y}{y_0} \quad (\text{A.18})$$

se tiene:

$$I(r, \psi) = \int_{-1}^1 \int_{x_1(y'')}^{x_2(y'')} y_0 f(x, y'', r, \psi) dx dy'' \quad (\text{A.19})$$

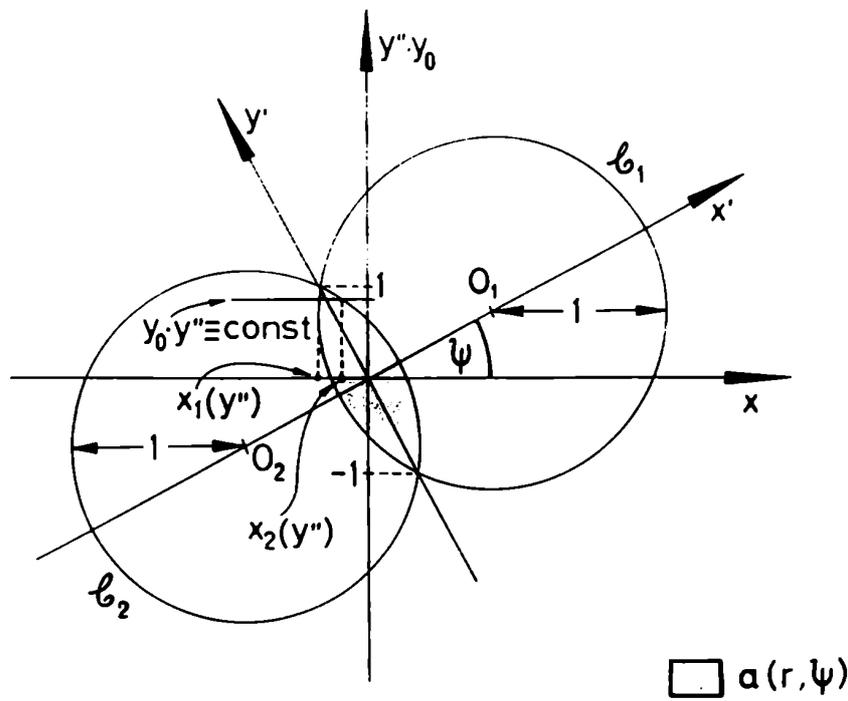


Figura A.2: Límites de integración para el eje  $x$

De la Figura A.2 en la cual se ha considerado el Caso II (se podría haber considerado análogamente el Caso I) y teniendo en cuenta las ecuaciones de  $C_1$  y  $C_2$  se puede deducir:

$$x_1 = \frac{r \cos \psi}{2} - \left(1 - \left(y_0 y'' - \frac{r \sin \psi}{2}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}} \quad (\text{A.20})$$

$$x_2 = -\frac{r \cos \psi}{2} + \left(1 - \left(y_0 y'' + \frac{r \sin \psi}{2}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}} \quad (\text{A.21})$$

Finalmente, la integral (A.19) puede ser numéricamente evaluada por implementación del algoritmo basado en la fórmula de cuadratura de Gauss-Legendre de  $m$ -puntos [Abr70]

$$I(r, \psi) \approx y_0 \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^m \omega_j \omega_i \{c_i(y_{1j}) f(x_{1i}(y_{1j}), y_{1j}) + c_i(y_{2j}) f(x_{2i}(y_{2j}), y_{2j}) + c_i(y_{2j}) f(x_{1i}(y_{2j}), y_{2j}) + c_i(y_{1j}) f(x_{2i}(y_{1j}), y_{1j})\} \quad (\text{A.22})$$

donde  $(\omega_i, \omega_j)$  son factores de peso, y:

$$x_{1i} = c(y'') t_i + d(y'') \quad (\text{A.23})$$

$$x_{2i} = -c(y'') t_i + d(y'') \quad (\text{A.24})$$

$$y_{1j} = t_j \quad (\text{A.25})$$

$$y_{2j} = -t_j \quad (\text{A.26})$$

$$c(y'') = (x_2(y'') - x_1(y''))/2 \quad (\text{A.27})$$

$$d(y'') = (x_2(y'') + x_1(y''))/2 \quad (\text{A.28})$$

y los coeficientes  $t_j$  son las raíces de los polinomios de Legendre ( $1 \leq j \leq m$ ).

De este modo, reemplazando en la expresión (A.2) es posible calcular la FTO.

# Referencias

- [Abr70] T. Abramowitz, *Handbook of Mathematical Functions*, (Dover Publications, 1970).
- [All70] C. D. Allemand, *Appl. Op.* **9** (1970) 1304.
- [Car93] L. Carretero, C. González, A. Fimia y I. Pascual, *Appl. Op.* **32** (22) (1993) 4132.
- [Fil64] A. S. Filler, *J. Opt. Soc Am.* **54** (1964) 424.
- [Gil79] M. A. Gil y J. M. Simon, *Appl. Opt.* **18** (1979) 2280.
- [Gil81] M. A. Gil, *Tesis Doctoral*, (Departamento de Física, F.C.E.N., U.B.A., 1981).
- [Gil83] M. A. Gil y J. M. Simon, *Opt. Acta* **30** (1983) 777.
- [Gil85] M. A. Gil y J. M. Simon, *Appl. Op.* **24** (1985) 2956.
- [Gil87] M. A. Gil y J. M. Simon, *Appl. Opt.* **26** (1987) 2906.
- [Gil88] M. A. Gil, J. M. Simon y A. N. Fantino, *Appl. Opt.* **27** (1988) 4069.
- [Gil93a] M. A. Gil y G. O. Mattei, *Appl. Opt.* **32** (1993) 27.
- [Gil93b] M. A. Gil, G. O. Mattei y R. M. Echarri, *Optik*, en prensa (1993).
- [Goo70] J. W. Goodman, *Introduction to Fourier Optics*, (Mac Graw Hill Book Company, N. Y., 1970).
- [Hop50] H. H. Hopkins, *Wave theory of aberrations*, 1st ed. (Oxford at the Clarendon Press, 1950).

- [Hop81] H. H. Hopkins, *Opt. Acta* **31** (1981) 315.
- [Ioa79] A. B. Ioannisianni y V. A. Nikitin, *Sov. J. Opt. Technol.* **46(3)** (1979) 123.
- [Kog63] H. S. Kogelnik y S. P. Porto, *J. Opt. Soc. Am.* **53** (1963) 1446.
- [Koi86] M. Koike y K. Ohkubo, *Appl. Op.* **25** (1986) 4071.
- [Kos79] H. J. Kostkowski, *The relative Spectral Responsitivity and Slit-Scattering Function of a Spectroradiometer*, en Self Study Manual on Optical Radiation Measurements, ed. F. E. Nicodemus, (U. S. Department of Commerce/National Bureau of Standards, 1979).
- [Lan65] D. O. Landon y S. P. Porto, *Appl. Op.* **4** (1965) 763.
- [Lan67] D. O. Landon, *Appl. Op.* **6** (1967) 346.
- [Lem91] P. O. Lemaire, *Appl. Op.* **30** (1991) 1294.
- [Lon73] R. S. Longhurst, *Geometrical and Physical Optics*, (Longman, London, 1973).
- [Man66] H. I. Mandelberg, *Appl. Op.* **5**, (1966) 674.
- [Man67] H. I. Mandelberg, *Appl. Op.* **6**, (1967) 347.
- [Mat88] G. O. Mattei y M. A. Gil, *Optik* **79** (1988) 128.
- [Mat93] G. O. Mattei y M. A. Gil, *Appl. Op.*, en prensa (1993).
- [Mur72a] M. V. Murty, *Appl. Op.* **11** (1972) 1637.
- [Mur72b] M. V. Murty, *Appl. Op.* **11** (1972) 2286.
- [Nik79] V. A. Nikitin, *Sov. J. Opt. Technol.* **46(1)** (1979) 12.
- [Oje78a] J. Ojeda-Castañeda, *Ronchi Test*, en Optical Shop Testing, ed. D. Malacara, (John Wiley and sons, N. Y., 1978).

- [Oje78b] J. Ojeda Castañeda, *Foucault, Wire, and Phase Modulation Tests*, en Optical Shop Testing, ed. D. Malacara, (John Wiley and sons, N. Y 1978).
- [Ray61] J. L. Rayces, *Opt. Acta* **11** (1961) 85.
- [Rup52] C. S. Rupert, *J. Opt. Soc. Am.* **42** (1952) 779.
- [Sau86] R. D. Saunders y J. B. Shumaker, *Appl. Op.* **25** (1986) 3710.
- [Sha64] A. B. Shafer, L. R. Megill y L. Droppleman, *J. Opt. Soc. Am.* **53** (1964) 879.
- [Sim71] J. M. Simon, L. R. de Novarirni y R. S. Platzeck, *Optica Acta* **18** (1971) 829.
- [Sim73] J. M. Simon, *Optica Acta* **20** (1973) 345.
- [Sim84] J. M. Simon y Mirta A. Gil, *Appl. Op.* **23** (1984) 1075.
- [Str63] G. W. Stroke y H. H. Stroke, *J. Op. Soc. Am.* **53**
- [Str63] G. W. Stroke, en Handbüch der Physik, ed. S. Flügge, (Springer-Verlag, Berlín,1967).
- [Ver80] J. F. Verril and E. W. Palmer, *Optica Acta* **28** (1980) 169.
- [Web67] A. P. Weber, S. P. Porto, L. E. Cheesman y J. J. Barret, *J. Opt. Soc. Am.* **57** (1967) 19.
- [Wel63] W. T. Welford, *J. Opt. Soc. Am* **53** (1963) 766.

# Agradecimientos

*Mi más cordial agradecimiento para...*

*la Sociedad en su conjunto por ser la legítima sostenedora de la Educación Pública, Laica y Gratuita.*

*... la Universidad Nacional de Buenos Aires, de la cual fui Becario de Investigación durante siete años, por desarrollar un perfil académico basado en la Investigación Docencia, aún soportando presiones externas casi terminales.*

*la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, de la que adquirí, como todos los que pasan gran parte de sus vidas en ella, ciertas características sociales no convencionales de las que estoy muy orgulloso.*

*el Departamento de Física, al que pertenezco como docente auxiliar, por haberme dado un lugar de trabajo lo cual no solo significa un reducto individual sino además una parte dentro de una estructura eminentemente colectiva.*

*Mirta, entre otras muchísimas cosas –académicas y profesionales incluidas–, por su gran sensibilidad y humanismo (aún pese a estar condicionado casi a una sola posibilidad: escuchar).*

*mis amigos Silvia, Claudio, Clodé, Nestor, Ernesto y Fabián.*

*... los “ópticos” Angela, Jorge, Liliana, Ricardo, Rodolfo, Vera, Verónica, Silviana, Susana y Teresa.*

*... Marta Pedernera, entre otras muchísimas cosas –gráficas y estéticas incluidas–, por su amistad (aún pese a estar condicionado casi a una sola posibilidad: no contradecirla).*

*... mis compañeros docentes y no docentes del Departamento.*

*... y a muchos de los que fueron compañeros de estudio y alumnos en los cursos en los que fui docente.*