

Tesis de Posgrado

Una descripción magnetohidrodinámica de la expansión de la corona solar

Alexander, Pedro M.

1992

Tesis presentada para obtener el grado de Doctor en Ciencias Físicas de la Universidad de Buenos Aires

Este documento forma parte de la colección de tesis doctorales y de maestría de la Biblioteca Central Dr. Luis Federico Leloir, disponible en digital.bl.fcen.uba.ar. Su utilización debe ser acompañada por la cita bibliográfica con reconocimiento de la fuente.

This document is part of the doctoral theses collection of the Central Library Dr. Luis Federico Leloir, available in digital.bl.fcen.uba.ar. It should be used accompanied by the corresponding citation acknowledging the source.

Cita tipo APA:

Alexander, Pedro M.. (1992). Una descripción magnetohidrodinámica de la expansión de la corona solar. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires. http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis_2476_Alexander.pdf

Cita tipo Chicago:

Alexander, Pedro M.. "Una descripción magnetohidrodinámica de la expansión de la corona solar". Tesis de Doctor. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires. 1992. http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis_2476_Alexander.pdf

EXACTAS UBA

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales



UBA

Universidad de Buenos Aires

Universidad de Buenos Aires
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

**UNA DESCRIPCION MAGNETOHIDRODINAMICA DE
LA EXPANSION DE LA CORONA SOLAR**

por

Pedro M. Alexander

Trabajo de Tesis presentado para optar
al título de Doctor en Ciencias Físicas

Febrero de 1992

Directora de Tesis: Dra. Silvia C.N. Duhau
Lugar de Trabajo: Departamento de Física (FCEN)

Tesis.
2476
y. 2.

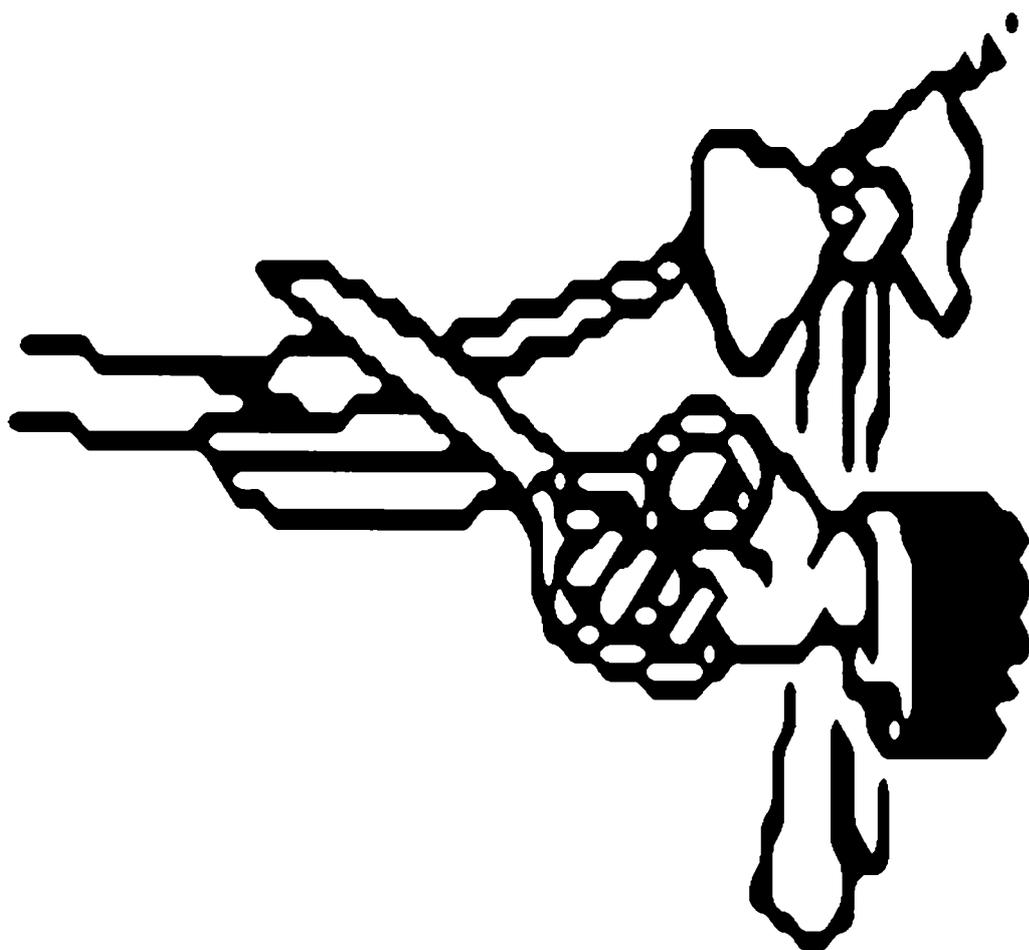
A Goliath, con un año de atraso ...

INDICE

CAPITULO 1	Introducción.....	1
CAPITULO 2	Historia del estudio de la expansión de la corona solar..	9
CAPITULO 3	Una descripción magnetohidrodinámica de dos regiones para la expansión de la corona solar.....	27
3.1	Hipótesis básicas de los modelos del viento solar.....	29
3.2	Modelo para la zona colisional del viento solar.....	30
3.3	Modelo para la zona no colisional del viento solar.....	38
3.4	Aplicación de ambos modelos a la expansión de la corona solar..	44
CAPITULO 4	Soluciones numéricas.....	57
4.1	Implementación de la metodología de resolución numérica.....	59
4.1.1	Sistemas de ecuaciones numéricamente integrables....	59
4.1.2	El método numérico.....	64
4.2	Aplicación en dos ejemplos.....	71
4.3	Interpretación y discusión de los resultados.....	75
CAPITULO 5	Conclusiones.....	91
APENDICES.....		97
1	Importancia relativa entre los términos electromagnéticos en las ecuaciones magnetohidrodinámicas cuasiestacionarias.....	99
2	Transformación de ecuaciones magnetohidrodinámicas del viento solar al formato de conservación.....	103
3	Inclusión de la fuerza gravitatoria en el sistema de ecuaciones para el viento solar no colisional.....	108
4	Divergencia de un tensor en coordenadas esféricas.....	110
5	Programa computacional para hallar las soluciones de las ecuaciones que describen la expansión de la corona solar.....	111
6	Estimación de un tiempo típico de frenado de la rotación del sol debido a la pérdida de momento angular del mismo.....	128
REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS.....		131
AGRADECIMIENTOS.....		137
APROBACION DE LA DIRECTORA DE TESIS.....		138

CAPITULO 1

INTRODUCCION



La corona solar, que es la parte externa de la atmósfera de nuestra estrella (está por encima de los 4000 km de altura aproximadamente), puede ser vista los días de eclipse solar total como un halo luminoso que rodea el oscuro disco lunar (figura 1.1). La temperatura en esta capa está por encima del millón de grados Kelvin, más de cien veces superior a los valores en la superficie del astro. El gradiente de presiones desde la corona hacia el exterior es tan grande que incluso el enorme campo gravitatorio del Sol no puede mantener totalmente atrapada a la misma, la cual se expande. Por lo tanto el espacio interplanetario es atravesado por un constante flujo de materia saliente denominado viento solar.

La corona está formada fundamentalmente por átomos de hidrógeno (96 %) y en una proporción apreciablemente menor existe helio (3 %), hallándose ambos completamente ionizados. También hay trazas de oxígeno, nitrógeno, carbono, silicio y hierro en estados de muy alta ionización. En consecuencia el viento solar está formado básicamente por iones de hidrógeno y electrones, siendo un plasma de baja densidad y muy alta conductividad eléctrica.

Desde un sistema centrado en el Sol y que no gira con el mismo (esta estrella tiene un período de revolución alrededor de su eje de unos veinticinco días) la materia fluye en forma casi radial. Por lo tanto en un sistema de referencia rotante los conjuntos de partículas que emergieron de una misma fuente en el Sol forman curvas (espirales de Arquímedes), coincidiendo estas líneas con las del campo magnético (figura 1.2) porque éste es transportado desde la corona y a lo largo del espacio por el fluido solar debido a la alta conductividad

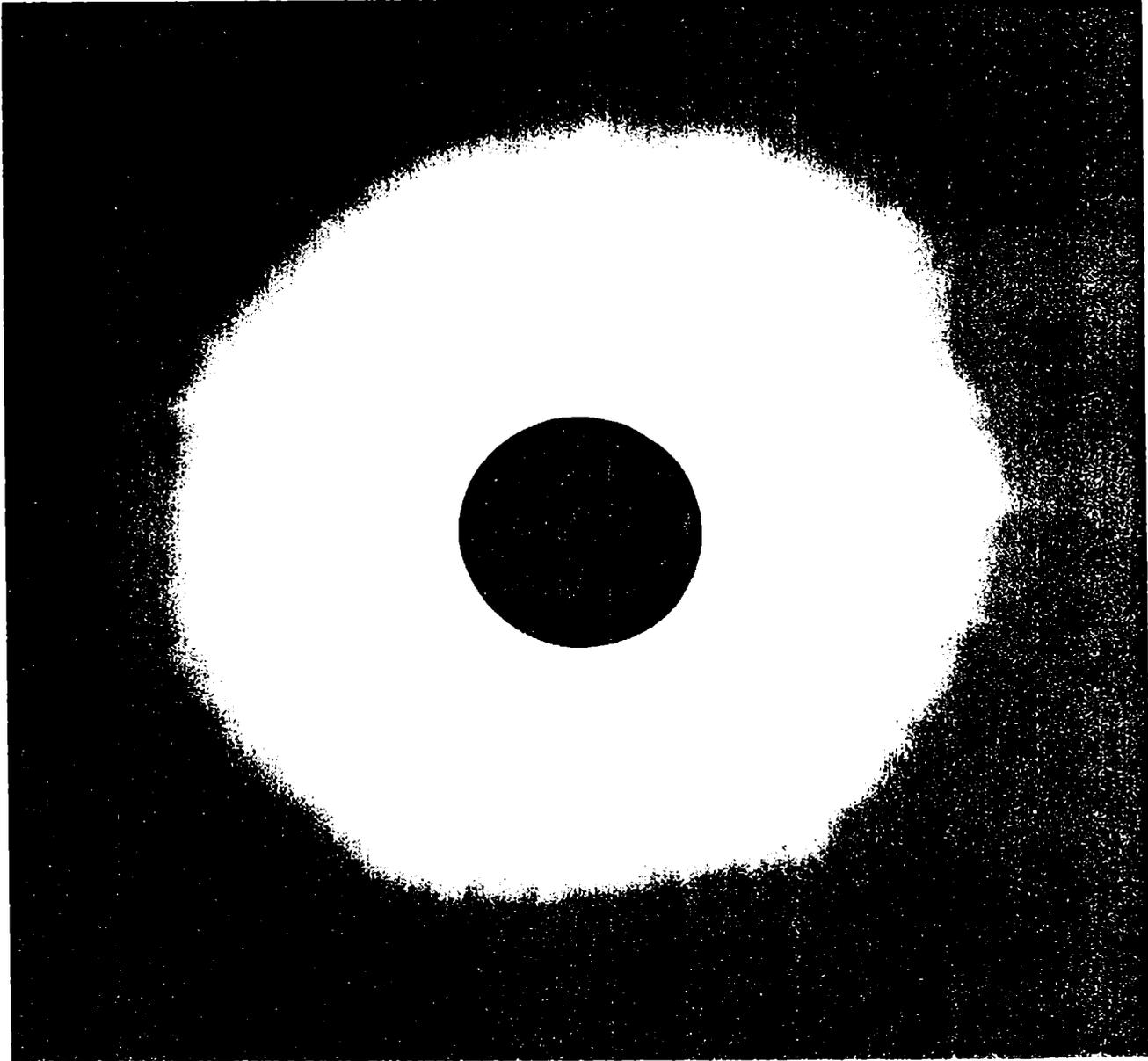
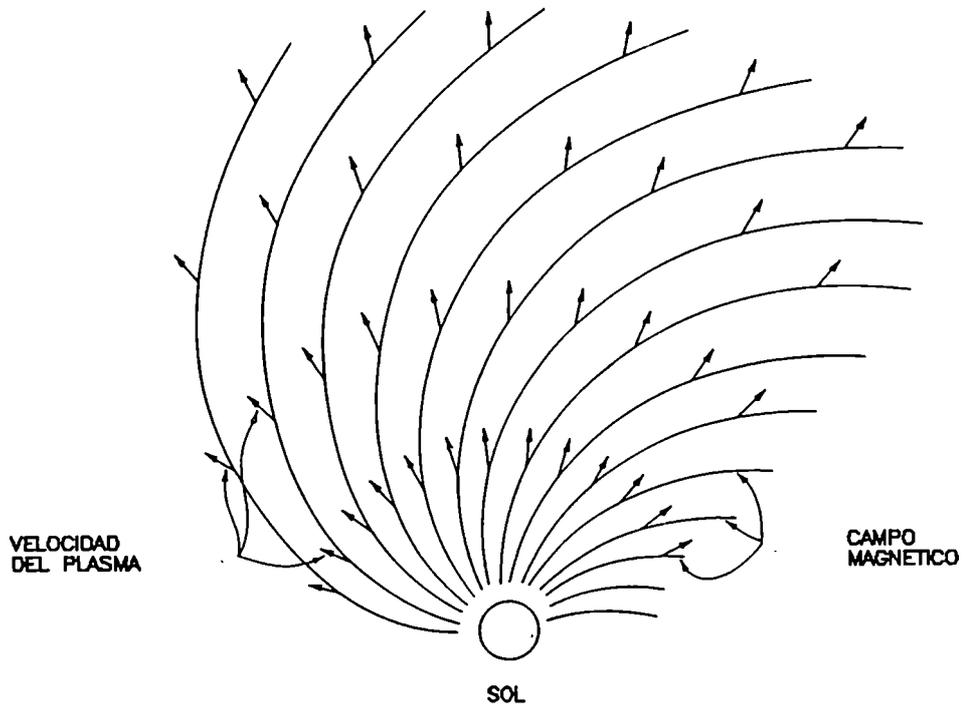


FIGURA 1.1 - EN LOS ECLIPSES TOTALES DE SOL ESTE ULTIMO QUEDA OCULTO Y SE PUEDE APRECIAR ENTONCES CLARAMENTE LA CORONA QUE LO RODEA.

SISTEMA DE REFERENCIA INERCIAL



SISTEMA DE REFERENCIA ROTANTE

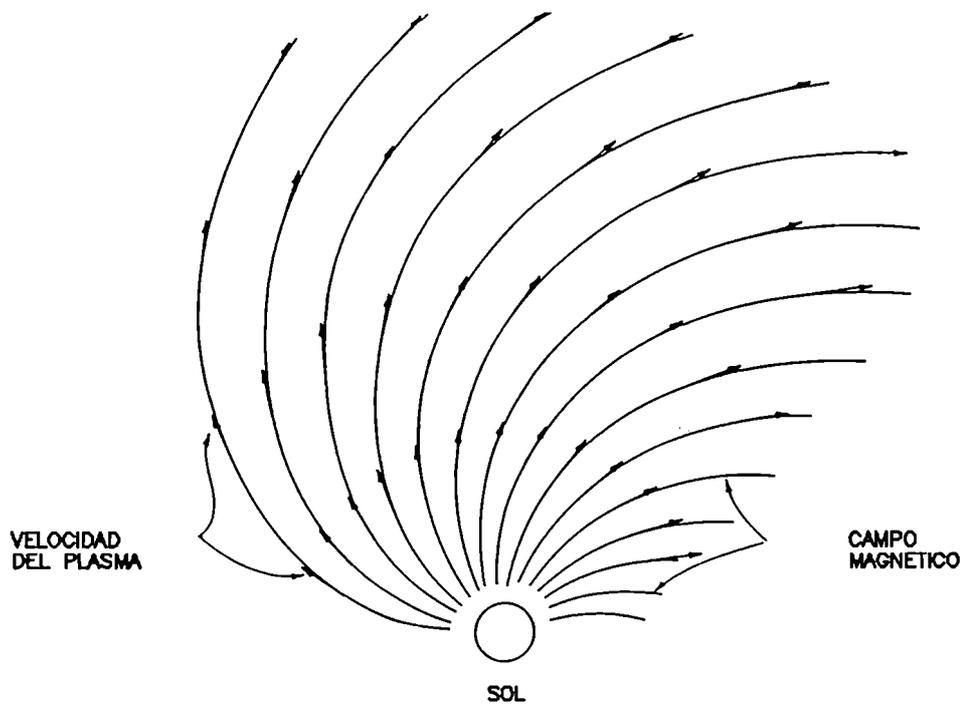


FIGURA 1.2 - LAS CONFIGURACIONES DE LA VELOCIDAD DEL PLASMA Y DEL CAMPO MAGNETICO INTERPLANETARIO EN EL PLANO ECUATORIAL DEL SOL APRECIADOS DESDE UN SISTEMA INERCIAL Y OTRO ROTANTE FIJOS AL CENTRO DE ESTE ASTRO.

eléctrica del mismo. El campo magnético interplanetario está estructurado en segmentos denominados sectores magnéticos, en los cuales esta magnitud apunta preponderantemente hacia o en dirección contraria a el Sol (en la figura 1.2 está representado un sector con campo magnético saliente).

El viento solar es emitido desde zonas con diversas condiciones que imprimen diferentes características al mismo, lo que da lugar, entre otros hechos, a la formación de haces con distinta velocidad media, usualmente clasificados en rápidos y lentos. El Sol también es fuente de otros fenómenos, por ejemplo las protuberancias, súbitas liberaciones de grandes cantidades de energía magnética que conllevan la erupción de masa, lo cual incluye efectos como la producción de trazas de gran luminosidad. Todo lo precedente da lugar a que la expansión de la corona sea un proceso que incluye múltiples fenómenos magnetohidrodinámicos (MHD), entre ellos interacciones de haces lentos y rápidos, discontinuidades y ondas.

No obstante el carácter dinámico del viento solar, estados de quietud han sido detectados en situaciones de baja velocidad (haces lentos), que prevalecen por períodos comparables al tiempo requerido por el fluido para alejarse hasta los confines de la expansión. En la tabla 1.1 están detallados valores característicos de algunas magnitudes físicas a 1 UA (una unidad astronómica equivale a la distancia media Sol-Tierra) en esas condiciones del viento solar.

TABLA 1.1 PARAMETROS CARACTERISTICOS DEL VIENTO SOLAR LENTO A 1 UA^b

Velocidad del plasma, componente radial	320 km seg ⁻¹
Velocidad del plasma, componente no radial	8 km seg ⁻¹
Densidad de protones o electrones	8 cm ⁻³
Temperatura de los protones	4 x 10 ⁴ K
Temperatura de los electrones	1.5 x 10 ⁵ K
Anisotropía térmica de los protones ^a	2
Anisotropía térmica de los electrones ^a	1.1
Flujo de calor de los protones	1 x 10 ⁻⁵ erg cm ⁻² seg ⁻¹
Flujo de calor de los electrones	5 x 10 ⁻³ erg cm ⁻² seg ⁻¹
Campo magnético	5 γ
Angulo campo magnético y dirección radial	-45° ó 135°

^aCociente de temperaturas paralela y perpendicular al campo magnético.

^bTodas las magnitudes están expresadas en unidades cgs excepto la velocidad y el campo magnético, los cuales para el viento solar se expresan tradicionalmente en otras unidades más acordes con los órdenes de magnitud en ese medio (1γ equivale a 10⁻⁵ Gauss).

La diferente temperatura de las dos especies y la existencia de anisotropía en ambos casos indican que no se está en un estado de equilibrio termodinámico. Nótese también que los electrones tienen un rol dominante en el transporte del calor. Puede verificarse con los datos especificados que el flujo es supersónico (la velocidad sónica es de unos 40 km seg⁻¹) y que la presión magnética es del orden de la térmica, respectivamente de unos 10⁻¹⁰ erg cm⁻³ y 2 x 10⁻¹⁰ erg cm⁻³. Las consideraciones de este párrafo se pueden extender a los haces rápidos aunque los valores numéricos son diferentes en este caso.

Es ampliamente sabido que el Sol es la principal fuente de energía de la Tierra, proveyendo las condiciones necesarias para la existencia

de vida en la misma (no obstante los crecientes esfuerzos de muchos seres humanos en contrario). La energía involucrada en el proceso de radiación solar es aproximadamente un millón de veces superior a la invertida en la emisión del viento solar. Sólo una mil millonésima parte de cada una de estas energías llega a nuestro planeta, siendo la menor de ellas comparable a la energía gastada en un mismo lapso por unas cinco mil millones de máquinas térmicas existentes en la Tierra usualmente denominadas homo sapiens. No obstante la apreciablemente mayor potencia involucrada en la radiación, la expansión de la corona solar tiene efectos significativos en el sistema terrestre como lo demuestran las auroras y en ciertas circunstancias los inconvenientes en las telecomunicaciones y en la distribución de corriente eléctrica.

Para comprender la influencia del viento solar en la Tierra resulta de singular importancia el estudio del mismo, permitiendo esto además adquirir conocimientos de plasmas en condiciones que no podrían obtenerse actualmente en los laboratorios. Es de destacar que el tema ha influido en áreas como astronomía, astrofísica, física espacial, física solar, geofísica, relatividad general y teoría de plasmas.

En la presente tesis se muestra un modelo magnetohidrodinámico de la expansión de la corona solar. En el capítulo 2 se hace una reseña de la evolución en los conocimientos, teorías y mediciones vinculados al tema, en el capítulo 3 se presenta, detalla y aplica el modelo para describir el fenómeno, en el capítulo 4 se explica la metodología que se emplea para obtener las correspondientes soluciones numéricas, se muestran los resultados y se analizan sus implicancias y en el capítulo 5 se extraen las conclusiones.

CAPITULO 2

HISTORIA DEL ESTUDIO DE LA EXPANSION DE LA CORONA SOLAR





Los albores de este tema pueden marcarse en una lejana referencia a la posibilidad de que hubiera materia y no exclusivamente vacío a lo largo de la heliosfera (la zona de influencia del Sol, cuyo tamaño es algo superior al sistema planetario). En la teoría sobre la luz zodiacal (responsable del 30 % de la luminosidad del cielo nocturno sin Luna) elaborada por *Cassini* en 1672, ésta era atribuida a la reflexión de la luz solar en polvo interplanetario.

En la primera mitad del siglo XIX diversos autores (ver por ejemplo *Bessel* 1836) vincularon las formas de las colas de los cometas con un medio resistivo interplanetario, pero finalmente esta idea fue descartada.

En la segunda mitad del siglo XIX, ya dejando atrás la prehistoria del tema, se comenzó a delinear una relación causa-efecto entre la actividad solar y eventos terrestres a partir de la observación de algunos fenómenos solares transitorios e intensos y la aparición unas horas después en la Tierra de auroras y tormentas magnéticas (ver por ejemplo *Carrington* 1859). Esto motivó varios estudios sobre la posible emisión de gas desde el Sol como los efectuados por *Fitzgerald* (1892) y *Milne* (1926) y sus efectos en la Tierra (ver por ejemplo *Chapman y Ferrara* 1931, 1932, 1933). Inicialmente estas ideas fueron rechazadas, entre otros por Kelvin, pero fueron ganando adeptos en la primera mitad del presente siglo.

Los indicios de la existencia de gas interplanetario aumentaron por medio de varios trabajos: la explicación de la polarización de la luz zodiacal por la dispersión en electrones interplanetarios, estimándose

una cota superior para su densidad (*Behr y Pidentopf* 1953), la vinculación de la correlación entre menor intensidad de rayos cósmicos que llegan a la Tierra y mayor actividad solar con un aumento de la cantidad de plasma eyectado desde el Sol en épocas más activas, el cual protegería a nuestro planeta de estas partículas (*Forbush* 1954) y la estimación de una densidad de electrones a partir de los "whistlers" (*Helliwell y Morgan* 1959), ondas electromagnéticas en el rango del audio que se mueven a lo largo de las líneas del campo magnético terrestre entre los dos hemisferios. Posteriormente se demostró que algunas de las hipótesis y consecuentes conclusiones de estos trabajos eran incorrectas, pero en esa época los indicios parecían apuntar a la presencia de un gas conteniendo algunos cientos de electrones por centímetro cúbico a 1 UA.

Las interpretaciones indicaban que las corrientes de gas que originaban los fenómenos en la Tierra eran discretas y surcaban un espacio vacío. El paso fundamental para entrar en la era moderna del estudio de la expansión de la corona lo dio *Biermann* (1951, 1953, 1957) al estudiar la orientación (siempre antisolar) de las colas de los cometas, postulando una emisión de partículas desde el Sol en forma continua y en todas direcciones. Previamente *Hoffmeister* (1943) había mencionado el concepto de "radiación solar corpuscular" al estudiar el mismo tipo de fenómeno, pero no profundizó esa idea y *Bartels* (1949) había relacionado las variaciones geomagnéticas con los cambios en intensidad de la "radiación de partículas solares".

La evidencia favorable a la eyección de masa solar es interrumpida en 1957 por *Chapman*. Plantea un modelo hidrodinámico en el cual la

corona y su extensión permanecen estáticas y donde el flujo de la energía está representado sólo a través de la conducción de calor, ya que supone despreciables otras alternativas. Las ecuaciones utilizadas para el plano ecuatorial del Sol son:

$$\frac{dP}{dr} + \frac{g m_s m_p N}{r^2} = 0 \quad (2.1)$$

$$\frac{d}{dr}(r^2 Q) = 0 \quad (2.2)$$

$$P = 2 N k T \quad (2.3)$$

$$Q = - k_0 T^{5/2} \frac{dT}{dr} \quad (2.4)$$

siendo P la presión total (de electrones y protones), g la constante de gravitación universal, m_s la masa solar, m_p la masa de un protón, N la densidad numérica de los protones o de los electrones (se supone que ambas son iguales en este fluido), r la distancia heliocéntrica, Q la intensidad del flujo de calor del gas (dado exclusivamente por los electrones merced al rol dominante de los mismos en esta magnitud), k la constante de Boltzmann, T la temperatura de cualquiera de ambas especies (iguales por la alta colisionalidad) y k_0 es una función que depende muy levemente de la densidad y la temperatura, por lo que se la considera una constante (Chapman estimó que en el viento solar es del orden de $5.2 \times 10^{-7} \text{ erg cm}^{-1} \text{ seg}^{-1} \text{ K}^{-7/2}$, valor similar al usado por otros autores). La ecuación (2.1) refleja la condición de equilibrio hidrostático, (2.2) representa la conservación de energía, (2.3) expresa que se supone válida para este caso la ecuación de estado de un gas ideal y (2.4) es la fórmula de *Spitzer y Härm* (1953) para un flujo de calor radial. La primera y segunda ecuación están expresadas en estado estacionario y con simetría esférica.

Este esquema recibió aceptación en esa época debido a que los valores obtenidos para la densidad y la temperatura del viento solar a 1 UA (muy superiores a los conocidos actualmente) eran similares a los inferidos en ese entonces a partir de las observaciones de la luz zodiacal, cometas y whistlers. Uno de los puntos salientes en esta teoría es el concepto de que la corona no termina cerca del Sol, ya que vincula el material interplanetario y sus efectos con este astro.

Parker (1958a) examinó el modelo de *Chapman* y descubrió que la presión permanecía finita cuando la distancia heliocéntrica tiende a infinito, siendo mucho mayor que cualquier valor razonable de presión interestelar con la cual establecer un equilibrio. La inclusión de mecanismos de pérdida (por ejemplo radiación) no resolvía este inconveniente, por lo que basándose también en los trabajos de *Biermann* concluyó que la corona debía expandirse. Propuso un tratamiento hidrodinámico, cuyo sistema de ecuaciones se detalla a continuación:

$$\frac{d}{dr}(r^2 N U_r) = 0 \quad (2.5)$$

$$m_p N U_r \frac{dU_r}{dr} = - \frac{dP}{dr} - \frac{g m_s m_p N}{r^2} \quad (2.6)$$

representando U_r la velocidad media radial del fluido (desde el Sol). La ecuación (2.5) es la de continuidad y (2.6) es la componente radial de la de movimiento, ambas en estado estacionario y con simetría esférica. A ello debe agregarse la ecuación de estado (2.3) y, en vez de cerrar el sistema con una cuarta ecuación, de energía como (2.2) o una equivalente, usó un dado perfil: la temperatura se mantiene constante hasta cierta distancia heliocéntrica y es nula (por

considerarse despreciable la conducción térmica frente a los otros términos energéticos) desde allí hacia afuera. También incluyó algunas ecuaciones y consideraciones que le permitieron hallar y estudiar el campo magnético interplanetario.

Las soluciones obtenidas reprodujeron las velocidades deducidas a partir de los trabajos de Biermann, los valores de densidad calculados eran similares a los aceptados para 1 UA en esa época y la presión tendía a cero en el infinito. El flujo saliente de materia, que recibe de parte de *Parker* (1958b) el nombre de viento solar, fue explicado como consecuencia de la temperatura del orden de los dos millones de grados de la corona. Este autor presentó posteriormente una gran variedad de publicaciones (se pueden citar por ejemplo trabajos de 1963, 1964, 1965), introduciendo en algunas casos complementos a su idea inicial, como ser el uso de una expresión explícita para el flujo de calor.

La propuesta de Parker no fue ampliamente aceptada y despertó mucha polémica. Un importante respaldo a su modelo fue dado por las primeras mediciones satelitarias realizadas en 1959 por los soviéticos con las naves Lunik III y Venus I (*Gringauz y otros* 1960) y por los norteamericanos en 1961 con la sonda Explorer 10 (*Bonetti y otros* 1963). No obstante, toda duda razonable fue eliminada con la extensa gama de datos provista en 1962 por el vehículo espacial norteamericano Mariner 2 (*Neugebauer y Snyder* 1962), observaciones que confirmaron la existencia del viento solar continuo y dieron detalles sobre su composición. Además se midieron valores de la velocidad del viento solar similares a los hallados con las anteriores naves y una densidad

de unos cinco protones por centímetro cúbico. La forma espiralada de las líneas del campo magnético interplanetario, que había sido predicha por Parker, fue verificada en los años siguientes.

Durante algunos años existió la controversia entre la validez de el modelo hidrodinámico de Parker o el modelo evaporativo de *Chamberlain* (1960). Este determinaba un nivel crítico a partir del cual los iones de la corona se alejaban del Sol sin posteriores colisiones. En esta exosfera el movimiento individual de las partículas era determinado en base al efecto de los campos gravitatorio y eléctrico, a partir de lo cual se inferían propiedades promedio en función de la distancia heliocéntrica. A 1 UA se halló una velocidad media muy inferior a lo medido en los años siguientes, lo que llevó a descartar este modelo de "brisa solar". Algunos refinamientos posteriores (ver por ejemplo *Brandt y Casinelli* 1966, *Jockers* 1970) lograron mejoras que no obstante no obtuvieron una descripción más apropiada que los trabajos basados en el modelo de Parker. El análisis de las mediciones mismas también sugería un comportamiento hidrodinámico.

Se ha intentado fundamentar la validez de una descripción fluidística de la expansión de la corona solar a lo largo de toda su extensión. El camino libre medio de las partículas es pequeño cerca del Sol mientras que más lejos, donde la densidad puede ser extremadamente baja, éstas son cohesionadas por el campo magnético interplanetario, lo cual ha dado sustento a la idea de un comportamiento colectivo también en esta zona a pesar de la baja frecuencia de colisiones (*Beard* 1967).

Si bien un conocimiento preciso del estado de un sistema de muchas partículas requiere que se conozcan la posición y la velocidad de todas ellas, es posible explicar gran parte del comportamiento de los plasmas por medio de dos enfoques (ver por ejemplo *Krall y Trivelpiece* 1973): la descripción macroscópica (hidrodinámica, fluidos) y la descripción microscópica (cinética, estadística).

El punto de vista fluidístico trata al sistema como un continuo espacial, lo cual quiere decir que el menor volumen de interés contiene suficientes partículas como para que un promedio estadístico, que es lo que se esperaría observar en esa escala, tenga sentido. Por lo tanto se describe el sistema con magnitudes macroscópicas como la densidad, la velocidad promedio, la presión y la temperatura en función de la posición y el tiempo. Estas variables están relacionadas entre sí por ecuaciones que han sido deducidas a partir de leyes de la mecánica y que están vinculadas al transporte de masa, momento, energía y ocasionalmente a otras magnitudes físicas.

La descripción microscópica está vinculada con la distribución de las partículas en el espacio de fases, las correlaciones entre ellas y los campos que generan. Pueden definirse las magnitudes físicas macroscópicas en términos de los momentos de la función de distribución, la cual contiene la descripción estadística del sistema. Incluso deben buscarse en este marco las definiciones de variables como la temperatura y la presión para fluidos de muy baja densidad, ya que para éstos carece de sentido nuestra noción macroscópica de esas magnitudes físicas. Por medio del enfoque microscópico se pueden determinar propiedades y fenómenos macroscópicos e incluso hallar las

ecuaciones para las variables macroscópicas de un plasma tomando los momentos de la ecuación cinética correspondiente, obteniéndose ésta a partir de la ecuación de Liouville.

Los sistemas de ecuaciones deducidos por uno u otro método no son completos en cuanto a que cada ecuación contiene alguna variable cuya evolución está dada también por la ecuación siguiente en la jerarquía. Por ejemplo la ecuación de continuidad (2.5) contiene la densidad y una velocidad, por lo que para estudiar el comportamiento de esta última hay que usar la ecuación de movimiento (2.6), pero como esta incluye a la presión hay que acudir a la ecuación de energía, la cual contiene esta magnitud pero también introduce el flujo de calor, etc.. Por lo tanto es necesario hacer alguna hipótesis adicional, por ejemplo establecer una relación de clausura que permita poner alguna variable en término de las previas y por lo tanto cortar esta cadena. La relación de clausura elegida determina las propiedades del plasma que pueden ser estudiadas, pues la aproximación realizada elimina ciertos aspectos del comportamiento del mismo.

Casi todos los modelos posteriores al original de Parker, varios de los cuales se citan más abajo, presentaron modificaciones al mismo y fueron elaborados a partir de alguno de los dos enfoques recién citados. La mayoría contiene sistemas de ecuaciones que básicamente constan de la ecuación de continuidad, la de movimiento, la de energía (puede ser más de una ecuación, dependiendo esto de la inclusión de la anisotropía y de la consideración de diferente temperatura para cada especie) y la del flujo de calor en función de las otras variables (la relación de clausura). Además incluyen para calcular el campo

magnético en forma autoconsistente alguna de dos alternativas. Con una de éstas se utilizan dos de las ecuaciones de Maxwell, la ley de Gauss para el campo magnético y la ley de Faraday-Henry (en la aproximación de alta conductividad eléctrica), cuyas expresiones en estado estacionario y con simetría esférica, siendo B_r y B_θ las componentes radial y azimutal del campo magnético y U_θ la componente azimutal de la velocidad media en un sistema de coordenadas esférico centrado en el Sol y que no gira con el mismo, son

$$\frac{d}{dr}(r^2 B_r) = 0 \quad (2.7)$$

$$\frac{d}{dr}[r(U_r B_\theta - U_\theta B_r)] = 0 \quad (2.8)$$

Con la otra alternativa se usan la primera de estas leyes y el concepto de líneas de flujo y líneas de campo magnético coincidentes en el sistema rotante (ver la figura 1.2), que puede escribirse como

$$\frac{U_\theta - \omega r}{U_r} = \frac{B_\theta}{B_r} \quad (2.9)$$

siendo ω el módulo de la velocidad angular del Sol. Puede demostrarse que (2.8) y (2.9) son equivalentes en el viento solar (ver sección 3.4). Los primeros modelos a partir del de Parker incluían la condición (2.7) junto a (2.9) con algunas aproximaciones adicionales.

La topología general de las soluciones de los diversos modelos que siguieron la idea inicial de Parker es similar: transición de flujo subsónico a supersónico a una distancia heliocéntrica de unos pocos radios solares, presión tendiendo a cero en el infinito, campo magnético decreciente con la distancia heliocéntrica creciente, etc..

Sucesivamente se ha ido intentando ajustar más las predicciones a lo medido y con ello hallar la teoría que describa más adecuadamente este fluido. Las diferencias más significativas en los resultados de los diversos modelos están originadas en las expresiones de las ecuaciones de la energía, en la relación de clausura utilizada y en el tratamiento del campo magnético.

A las ecuaciones de energía en estado estacionario y con simetría esférica como por ejemplo la de *Noble y Scarf* (1963)

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left[r^2 \left(N U_r \frac{1}{2} m_p U_r^2 + \frac{3}{2} P U_r + P U_r + Q \right) \right] + U_r \frac{g m_s m_p N}{r^2} = 0 \quad (2.10)$$

se les agregaron términos vinculados entre otros a mecanismos de intercambio de esta magnitud (ver por ejemplo *Hartle y Sturrock* 1968, *Superman y Harten* 1970, *Taichi* 1971) y disipación de ondas hidromagnéticas (entre otros *Barnes* 1969, *Barnes y otros* 1971, *Hung y Barnes* 1973). Se lograron mejoras de cierta significación en algunos trabajos.

En cuanto a la relación de clausura, la expresión para el flujo de calor \bar{Q} está dado por los electrones (ley de Spitzer-Härm o de otro tipo), tal como ya fue señalado previamente. Algunos ejemplos son (respectivamente *Parker* 1964, *Wolff y otros* 1971, *Hollweg* 1976):

$$\bar{Q} = - k_0 T^{5/2} \bar{\nabla}_r T \quad \begin{array}{l} \text{ecuación de Spitzer-Härm} \\ \text{radial} \end{array} \quad (2.11)$$

$$\bar{Q} = - k_0 T^{5/2} \bar{\nabla}_{\parallel} T \quad \begin{array}{l} \text{ecuación de Spitzer-Härm} \\ \text{general} \end{array} \quad (2.12)$$

$$\bar{Q} = \frac{3}{2} N k T (\bar{U} - \bar{\omega} \times \bar{r}) \alpha \quad \text{ecuación para el viento solar no colisional} \quad (2.13)$$

siendo \bar{v}_r el gradiente radial, \bar{v}_{\parallel} el gradiente en la dirección del campo magnético, \bar{U} la velocidad media del gas, $\bar{\omega}$ la velocidad angular del Sol, \bar{r} la posición heliocéntrica y α un factor que depende de parámetros del viento solar. Las dos primeras ecuaciones derivan de *Spitzer y Härm* (1953) y la tercera de *Hollweg* (1976).

Otra forma de cerrar el conjunto de ecuaciones ha sido la alternativa de no incluir la ecuación de energía, completándose el sistema de ecuaciones por ejemplo con una descripción isotérmica (*Parker* 1958a) o una ley politrópica (*Weber y Davis* 1967), la cual relaciona la densidad de masa del gas ρ y su presión de acuerdo a

$$\frac{P}{\rho^{\gamma}} = \text{constante} \quad (2.14)$$

siendo γ el índice politrópico (cuyo valor es fijado en base a la teoría o a las observaciones). La densidad de masa de los protones es identificada con la del gas, o sea

$$\rho = m_p N \quad (2.15)$$

pues la igualdad de densidades y la relación 1/1800 entre la masa de electrones y de protones implican que el aporte de los primeros es mínimo. Al utilizarse (2.14) como relación de clausura no aparece el flujo de calor en el problema.

La consideración del campo magnético \bar{B} en (2.7) y (2.8) junto con la inclusión en la ecuación de movimiento de la respectiva fuerza

$$\frac{(\bar{\mathbf{v}} \times \bar{\mathbf{B}}) \times \bar{\mathbf{B}}}{4 \pi} \quad (2.16)$$

dieron origen a los modelos MHD para el viento solar. Nótese que (2.6) no incluía el término correspondiente. Se lograron resultados similares a los de Parker al cerrar el sistema con la politrópica (Weber y Davis 1967). En otros casos, donde incluso se utilizaron ecuaciones de energía que incluían un término relacionado con el campo magnético (entre ellos Brandt y otros 1969, Whang 1971, Acuña y Whang 1976), se pudieron transferencias de diversa importancia de energía magnética a cinética a lo largo de la expansión de la corona, que lograron aumentar en diferente grado los valores de la velocidad radial predicha, lo cual en todos los casos significó acercar más los resultados al rango medido que en los mismos planteos sin estas modificaciones. A partir de la componente azimutal de la ecuación de movimiento se pudo predecir con estos modelos un torque magnético opuesto al giro del Sol, efecto que se suma al momento angular perdido por este astro a través de la componente no radial de la velocidad del fluido emitido. Una consecuencia notoria de los cambios introducidos es que se produjo un aumento en la complejidad de la resolución del problema, siendo una de las causas de esto el hecho de que ya no era posible hallar el campo magnético en forma separada al final, sino que debía calcularse en forma autoconsistente con las demás variables.

En varios trabajos se fueron incorporando más variables. Los modelos de dos fluidos (entre ellos Sturrock y Hartle 1966, Hartle y Sturrock 1968, Superman y Harten 1970) se diferenciaron de los de un fluido al introducir una temperatura diferente para electrones y protones, estando esto fundamentado en las infrecuentes colisiones

coulombianas en la mayor parte de la expansión de la corona. Cambiaron en el modelo de Parker la ecuación (2.3) por

$$P = N k (T_e + T_p) \quad (2.17)$$

siendo T_e y T_p la temperatura de los electrones y de los protones. Esta modificación no afecta la ecuación de continuidad, pero si la de movimiento. Al haber dos temperaturas es necesario tener dos ecuaciones de la energía, una para cada especie. Otro agregado ha sido la incorporación de la anisotropía térmica (entre otros *Weber y Davis* 1970, *Hollweg* 1971, *Marsch y Richter* 1987), que está vinculada no sólo al régimen poco colisional que presenta una parte apreciable del fenómeno en estudio, sino también a la dirección privilegiada establecida por el campo magnético interplanetario. Esto también modificó la ecuación de movimiento y fue necesario utilizar más ecuaciones de energía, una para cada componente térmica de los electrones y de los protones. Algunos trabajos incluyeron la viscosidad (ver entre otros *Scarf y Noble* 1965, *Weber y Davis* 1970, *Wolff y otros* 1971), pero las inapropiadas predicciones obtenidas en estos casos motivaron su posterior exclusión.

Otro jalón en el estudio de la expansión de la corona solar ha sido la introducción, como consecuencia de las conclusiones de algunos trabajos (por ejemplo *Hollweg* 1970, *Burlaga* 1971), del concepto de dos regiones (*Whang* 1972, *Acuña y Whang* 1976): cerca del Sol, donde hay un régimen colisional, se utiliza un modelo isótropo de un fluido y a partir de cierta posición, donde se considera que el gas se torna no colisional, se usa un modelo de dos fluidos con anisotropía. Por supuesto la transición es más suave que en esta simple representación.

Pretender describir una expansión de la corona solar "promedio" con cada modelo puede tener poco sentido debido a que diversas porciones del fenómeno tienen origen en distintas zonas del Sol con disímiles condiciones que le pueden dar una naturaleza y evolución diferente. Por ello se utilizan criterios de diferenciación para este fluido, de los cuales el que más aceptación ha mostrado tener es la clasificación en cuanto a la velocidad media (ver por ejemplo *Marsch y Richter* 1984): flujo lento, intermedio (generalmente presente donde colisionan dos haces de diferente tipo) y rápido.

El problema de la representación de haces lentos y rápidos no se reduce a usar diferentes condiciones iniciales para ambos en el Sol, sino que son necesarios distintos esquemas (por ejemplo la anisotropía electrónica puede llegar a ser considerada despreciable en lo haces lentos, no así en los rápidos) para interpretar los diferentes mecanismos que actúan en ambos casos. Las hipótesis hechas en la gran mayoría de los modelos y las correspondientes resoluciones están referidas al estado de quietud del viento solar (haces lentos). Las soluciones describen un comportamiento medio desde el punto de vista temporal, lo cual obvia toda la estructura fina.

La correspondencia entre los valores predichos y los medidos en los haces rápidos no es aun tan razonable como en los haces lentos (ver *Neugebauer* 1991). Además, los modelos son más elementales en el primer caso (por ejemplo se usa una única temperatura para electrones y protones) por estar los correspondientes análisis en un estado más primario. Existe actualmente una gran diversidad de mecanismos propuestos que logran explicar algunos valores observados en el viento

solar rápido (ver *Whang y Ehien 1978, Pneuman 1986, Chuan-Yi Tu 1987*), pero el terreno de discusión es aun muy amplio. Por el contrario, los modelos que describen el viento solar de baja velocidad (entre otros *Weber y Davis 1967, Brandt y otros 1969, Acuña y Whang 1976*) proveen en general valores apropiados para diversas variables a diferentes distancias heliocéntricas, además de existir una menor dispersión en cuanto a los mecanismos propuestos para su descripción.

Sin embargo deben aun hallarse respuestas a algunos aspectos de la evolución del viento solar de baja velocidad. Es necesaria una adecuada descripción del flujo de calor que permita calcular valores acordes a los medidos en la zona de pocas colisiones. La ecuación de Spitzer-Härm ha sido utilizada reiteradamente para esta región, no obstante ser válida en presencia de muchas colisiones, por la falta de opciones más apropiadas. Se han propuesto algunas alternativas para reemplazarla, por ejemplo la ecuación (2.13). Los cambios han producido algunas mejoras de poca entidad y el tema aun continúa abierto. Una segunda dificultad ha sido la predicción de valores de velocidad azimutal mucho menores que los medidos a 1 UA (por ejemplo *Weber y Davis 1967, Brandt y otros 1969, Acuña y Whang 1976*).

Otro factor a tener en cuenta es el hecho de que las soluciones numéricas de los modelos más elaborados presentaron dificultades computacionales a grandes distancias heliocéntricas (*Whang 1972, Acuña y Whang 1976*), por lo que sólo fue posible hallar soluciones analíticas aproximadas en esa zona con el uso de series asintóticas y algunas suposiciones adicionales.

En la presente tesis se plantea una esquema de dos regiones para estudiar la expansión de la corona solar. Entre el Sol y cierta distancia heliocéntrica se emplea un modelo de un fluido muy similar a los ya utilizados. A continuación y hasta el límite exterior del fenómeno se utiliza un modelo de dos fluidos (*Duhau* 1984), el cual incluye entre otros factores novedosos, una formulación diferente para el flujo de calor. Se obtienen en forma numérica perfiles de todas las variables involucradas en función de la distancia heliocéntrica. Luego se interpretan y discuten los resultados, lo cual incluye la comparación con modelos previos y datos observacionales.

En el próximo capítulo se mencionan algunas hipótesis sobre las cuales se construyeron los dos modelos que se utilizan en esta tesis para analizar la expansión de la corona solar, se presentan y detallan ambos esquemas con sus respectivas ecuaciones y finalmente se aplican los dos conjuntos de ecuaciones al tema en estudio. Se continuará manteniendo en general la convención de utilizar letras minúsculas para constantes y mayúsculas para variables.

CAPITULO 3

UNA DESCRIPCION MAGNETOHIDRODINAMICA DE DOS REGIONES PARA LA EXPANSION DE LA CORONA SOLAR



En el presente capítulo se hallarán en la sección 3.1 las hipótesis elementales sobre las cuales están edificados los modelos del viento solar a ser aplicados en esta tesis, en 3.2 se presenta y explica el modelo colisional, en 3.3 se procede en forma idéntica con el modelo no colisional y en 3.4 se detallan e instrumentan las aproximaciones inherentes a la expansión de la corona solar en el sistema de ecuaciones de ambos esquemas.

3.1 HIPOTESIS BASICAS DE LOS MODELOS DEL VIENTO SOLAR

En la elaboración de los dos modelos MHD que son aplicados en la presente tesis para estudiar la expansión de la corona solar se han utilizado ciertos supuestos (comunes a la gran mayoría de los modelos del viento solar) sobre las condiciones del plasma, los cuales permitieron acotar el grado de complejidad del andamiaje matemático y armonizar más la teoría con las observaciones. Algunas de estas consideraciones fueron mencionadas someramente en los capítulos 1 y 2.

En primer lugar se supone que el plasma en estudio está formado por electrones y protones, es decir que se ignora la presencia de partículas α (su densidad muy rara vez supera el 5 % del total) u otras de existencia aun menos significativa.

Entre ambas especies se establece la condición de cuasineutralidad en fenómenos magnetohidrodinámicos. Debido a las dimensiones finitas de las partículas la carga neta es no nula en algún punto dado, por lo tanto es de suponer que existirá cierta distancia mínima para la cual

la hipótesis anterior es válida. Consideraciones sobre el campo electrostático llevan a encontrar que esta magnitud es la longitud de Debye del plasma λ_D (ver por ejemplo *Hundhausen* 1972).

Además se plantea que los electrones son isótropos y se considera que el flujo de calor de los protones es nulo, ya que es mucho menor al de la otra especie. El rango de validez de estos últimos supuestos está en el orden del 10 % (ver tabla 1.1). También se usa el hecho de que el fluido en estudio tiene una muy alta conductividad eléctrica.

El modelo de dos fluidos lleva implícita la idea de que iones y electrones forman fluidos separados pero interactuantes. El tiempo característico de los procesos estudiados debe ser menor o del orden del tiempo típico entre dos colisiones binarias sucesivas sufridas por una partícula con otra de distinto tipo, o equivalentemente la distancia típica de variación del evento debe ser del orden o menor que el camino libre medio correspondiente. Para el modelo de un fluido el tiempo y la distancia hidrodinámicos típicos deben ser mucho mayores al tiempo y la distancia entre dos colisiones del tipo mencionado más arriba.

3.2 MODELO PARA LA ZONA COLISIONAL DEL VIENTO SOLAR

El modelo de un fluido detallado más abajo para la región colisional del viento solar es muy similar al utilizado por *Acuña y Whang* (1976), más general en cuanto a su formulación matemática (por ejemplo se incluye la variación en el tiempo t), pero idéntico una vez

que se le aplicaron las aproximaciones inherentes a la descripción de la expansión de la corona solar (ver sección 3.4). El sistema de ecuaciones correspondiente es el siguiente (ver por ejemplo *Liboff* 1969):

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \bar{v} \cdot (N \bar{U}) = 0 \quad (3.1)$$

$$m_p N \frac{d\bar{U}}{dt} = - \bar{v} \cdot \mathbb{P} + \frac{\bar{J} \times \bar{B}}{c} + \bar{F} \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} \text{Tr} \mathbb{P} \right) + \bar{v} \cdot \left(\frac{1}{2} \text{Tr} \mathbb{P} \bar{U} \right) + \mathbb{P} : \bar{\nabla} \bar{U} + \bar{v} \cdot \bar{Q} = 0 \quad (3.3)$$

$$\bar{v} \cdot \bar{B} = 0 \quad (3.4)$$

$$\frac{\partial \bar{B}}{\partial t} = \bar{v} \times (\bar{U} \times \bar{B}) \quad (3.5)$$

siendo c la velocidad de la luz,

$$\mathbb{P} = P \mathbb{I} \quad (3.6)$$

donde \mathbb{P} es el tensor de presiones del fluido e \mathbb{I} el tensor identidad (obsérvese que la ecuación de arriba implica que el medio es isótropo y que no existen efectos de corte), Tr quiere decir tomar la traza, \bar{J} es la corriente eléctrica y \bar{F} es una fuerza externa por unidad de volumen, en este caso la gravitatoria solar sobre los protones (la fuerza ejercida por el Sol sobre los electrones es despreciable frente a la producida sobre los protones por ser la masa de aquellos mucho menor), o sea

$$\bar{F} = - \frac{g m_s m_p N}{r^2} \hat{r} \quad (3.7)$$

siendo \hat{r} un versor en la dirección radial desde el centro del Sol.

Nótese que el sistema de ecuaciones es de un fluido pues no distingue magnitudes termodinámicas para cada especie. La ecuación (3.1) es la de continuidad, (3.2) es la de movimiento y (3.3) es la de energía. Las dos últimas ecuaciones del conjunto pertenecen a las de Maxwell, la primera de ellas es la de Gauss para el campo magnético y la segunda es la de Faraday-Henry para fluidos de alta conductividad eléctrica, pudiendo demostrarse que esta última expresa que las líneas del campo magnético se hallan "congeladas" en la masa del fluido y son arrastradas con él en su movimiento, que es equivalente a decir que el flujo magnético a través de cualquier espira que se mueva con la velocidad local del fluido no varía con el tiempo (*Jackson 1966*). Estas dos últimas ecuaciones han debido ser incluidas por la presencia del campo magnético en la ecuación de movimiento y como se verá a continuación, también porque esta magnitud puede aparecer en la ecuación para el flujo de calor.

La ley (2.12), utilizada frecuentemente para fluidos colisionales, es la relación de clausura en el presente caso. Usualmente es expresada como

$$\bar{Q} = -k \bar{V}_{\parallel} T \quad (3.8)$$

donde k es la conductividad térmica, que en un plasma en el cual los electrones interactúan fundamentalmente con los iones a través de colisiones coulombianas tiene el aspecto (*Spitzer y Härm 1953, Spitzer 1956*)

$$k = k_0 T^{5/2} \quad (3.9)$$

Nótese que se calcula el gradiente térmico paralelo al campo

magnético, ya que se demuestra que el flujo de calor perpendicular a aquél es despreciable.

Debe conocerse también la ecuación de estado no sólo para poder calcular la temperatura, sino que la misma es imprescindible para poder cerrar el sistema pues esa variable es introducida por la expresión para el flujo de calor, que al ser la relación de clausura del conjunto debe estar expresada en función de las variables de las restantes ecuaciones. La ecuación de estado es (2.3), o sea que

$$T = P / (2 N k) \quad (3.10)$$

lo cual lleva implícito el concepto de que ambas especies tienen igual densidad y temperatura.

La corriente eléctrica puede ser eliminada de la ecuación (3.2) a través de una de las ecuaciones de Maxwell, la ley de Ampère sin la corriente de desplazamiento, ya que esta última es despreciable cuando las velocidades involucradas son considerablemente inferiores a la de la luz (ver apéndice 1A), tal como sucede en el viento solar. Aquella ley se escribe entonces como

$$\nabla \times \bar{B} = \frac{4 \pi}{c} \bar{J} \quad (3.11)$$

El término $\rho_c \bar{E}$ (ρ_c es la densidad de carga neta y \bar{E} es el campo eléctrico) no aparece en la ecuación de movimiento pues puede ser considerado despreciable cuando se consideran fenómenos con velocidades características muy inferiores a la de la luz (ver apéndice 1B), lo cual elimina aquella variable del sistema de

ecuaciones. No obstante, se puede calcular la misma una vez resuelto el sistema de ecuaciones debido a que la alta conductividad eléctrica implica que (ver por ejemplo *Jackson* 1966)

$$\bar{\mathbf{E}} + \frac{\bar{\mathbf{U}} \times \bar{\mathbf{B}}}{c} = 0 \quad (3.12)$$

Además, la ecuación precedente muestra que el campo eléctrico es de magnitud considerablemente inferior al campo magnético y que (3.5) está originada en la misma y en la ley de Faraday-Henry

$$\bar{\nabla} \times \bar{\mathbf{E}} = - \frac{1}{c} \frac{\partial \bar{\mathbf{B}}}{\partial t} \quad (3.13)$$

El conjunto de ecuaciones que describe un fluido suele expresarse muy frecuentemente en lo que se denomina en forma de conservación (la derivada temporal local de una magnitud más la divergencia de otra expresión es igual a un término fuente-sumidero). Esto no sólo se hace por una posible mayor estética, sino también porque este formato permite una interpretación más sencilla y directa de las ecuaciones, siendo ello uno de los motivos por los cuales se reescribe el modelo a continuación. Otra razón de estos cambios es que son de suma conveniencia para las tareas realizadas en la sección 3.4.

Una vez que las ecuaciones (3.1) - (3.5) han sido transformadas (ver apéndice 2A), presentan la estructura

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \bar{\nabla} \cdot (\rho \bar{\mathbf{U}}) = 0 \quad (3.14)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \bar{\mathbf{U}}) + \bar{\nabla} \cdot \left(\rho \bar{\mathbf{U}} \bar{\mathbf{U}} + \mathbb{P} + \frac{\mathbf{B}^2}{8 \pi} \mathbb{1} - \frac{1}{4 \pi} \bar{\mathbf{B}} \bar{\mathbf{B}} \right) = - \frac{g \ m_s \ \rho}{r^2} \hat{\mathbf{r}} \quad (3.15)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\rho}{2} U^2 + \frac{3}{2} P + \frac{B^2}{8\pi} - \frac{g m_s \rho}{r} \right) + \bar{\nabla} \cdot \left[\left(\frac{\rho}{2} U^2 + \frac{5}{2} P - \frac{g m_s \rho}{r} \right) \bar{U} - \frac{(\bar{U} \times \bar{B}) \times \bar{B}}{4\pi} + \bar{Q} \right] = 0 \quad (3.16)$$

$$\bar{\nabla} \cdot \bar{B} = 0 \quad (3.17)$$

$$\frac{\partial \bar{B}}{\partial t} + \bar{\nabla} \cdot (\bar{U} \bar{B} - \bar{B} \bar{U}) = 0 \quad (3.18)$$

habiendo permitido el reemplazo de ρ por N a través de (2.15) compactar algunas ecuaciones. La relación de clausura no puede ser reescrita en el formato de más arriba, pero es conveniente expresarla como

$$\bar{Q} = -k_0 T^{5/2} \hat{e} \cdot \bar{\nabla} T \hat{e} \quad (3.19)$$

siendo \hat{e} un versor que apunta en la dirección del campo magnético.

Obsérvese que (3.15) incluye entre otros al tensor de esfuerzos de Maxwell, cuya expresión es

$$\mathbb{T} = \frac{1}{4\pi} \left[\overline{EE} + \overline{BB} - \left(\frac{E^2 + B^2}{2} \right) \mathbb{I} \right] \quad (3.20)$$

faltando en esa ecuación los términos del tensor vinculados al campo eléctrico. Además no está en esa ecuación en la derivada temporal el término que se corresponde con aquel tensor, la densidad de momento electromagnético

$$\bar{G} = \frac{(\bar{E} \times \bar{B})}{4\pi c} \quad (3.21)$$

Por otro lado se puede hallar en la ecuación (3.16) la densidad de energía electromagnética

$$u = \left(\frac{E^2 + B^2}{8 \pi} \right) \quad (3.22)$$

si se tiene en cuenta que falta el término vinculado al campo eléctrico. También está presente el flujo de energía electromagnética, es decir el vector de Poynting \bar{S} , ya que

$$\bar{S} = \frac{c}{4 \pi} (\bar{E} \times \bar{B}) = - \frac{(\bar{U} \times \bar{B}) \times \bar{B}}{4 \pi} \quad (3.23)$$

habiéndose obtenido la última igualdad por medio de (3.12).

A partir de las aproximaciones que permiten considerar despreciables la fuerza eléctrica $\rho_c \bar{E}$ en la ecuación de movimiento (3.2) y la corriente de desplazamiento $\partial \bar{E} / \partial t / (4 \pi)$ en la ley de Ampère (3.7), puede verse que las expresiones faltantes en las ecuaciones de momento (3.15) y de energía (3.16) son de orden apreciablemente inferior a los otros términos electromagnéticos en las mismas (ver apéndice 1B, C).

La interpretación del significado de las ecuaciones en forma de conservación es directa y permite en el caso del momento y la energía extraer conclusiones similares al caso de mecánica de partículas.

Magnitudes físicas como la densidad numérica o de masa y la densidad de energía total varían localmente en el tiempo debido a la divergencia de magnitudes de tipo flujo. Si se hace una integral de volumen de las correspondientes ecuaciones se concluye que el número de partículas y la energía total varían exclusivamente debido a un balance no nulo de magnitudes que fluyen a través de la superficie

cerrada que encierra el citado volumen. Esto es obviamente válido para la conservación del número de partículas (es independiente de la existencia de un campo externo), pero para la energía sólo en algunos casos, por ejemplo cuando sobre cada partícula actúa una fuerza conservativa que deriva de un potencial ϕ , o sea cuando la fuerza de volumen es

$$\bar{F} = - N \bar{\nabla} \phi \quad (3.24)$$

siendo en este caso

$$\phi = - \frac{G m_s m_p}{r} \quad (3.25)$$

Nótese que entonces al tomarse el producto escalar de \bar{U} con la ecuación de movimiento para transformar la ecuación de energía a la forma de conservación (ver apéndice 1C) se obtiene

$$\begin{aligned} \bar{F} \cdot \bar{U} &= - N \bar{\nabla} \phi \cdot \bar{U} = - \bar{\nabla} \cdot (N \bar{U} \phi) + \phi \bar{\nabla} \cdot (N \bar{U}) \\ &= - \bar{\nabla} \cdot (N \bar{U} \phi) - \frac{\partial}{\partial t} (N \phi) \end{aligned} \quad (3.26)$$

habiéndose llegado a la última igualdad a través de (3.1) y teniendo en cuenta que ϕ no depende del tiempo. Para el caso particular en (3.26) en el que ϕ representa el campo gravitatorio solar se obtienen los correspondientes términos de (3.16).

Por otra parte el momento se ve afectado en el comportamiento temporal no sólo por el flujo de una magnitud sino también por la acción del campo gravitatorio solar. La acción de un campo externo implica que el momento no se conserva.

La ecuación (3.17) refleja el hecho de que el flujo del campo magnético a través de toda una superficie cerrada es nulo en todo instante y la ecuación (3.18) puede ser interpretada en términos similares a la ecuaciones de conservación de densidad y energía, pero teniendo en cuenta que se refiere a la invariancia de un vector.

3.3 MODELO PARA LA ZONA NO COLISIONAL DEL VIENTO SOLAR

El modelo de dos fluidos para la región no colisional del viento solar detallado más abajo es el desarrollado por *Duhau* (1984) a partir de los momentos de una expansión de la ecuación cinética de Vlasov en potencias a primer orden en $\epsilon = \nu/\Omega = r_L/\ell$ (ν y Ω son las frecuencias hidromagnética característica y de ciclotrón respectivamente, r_L es el radio de Larmor y ℓ el camino libre medio de las partículas) y a orden cero en $\alpha = m_e Z/m_i$ (m_e y m_i son en ese orden las masas de los electrones y de los iones y Z es el número atómico de estos últimos). El sistema de ecuaciones obtenido, que ya ha sido utilizado en el estudio de algunos fenómenos en el viento solar (ver *Alexander y Duhau* 1990), es el siguiente:

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \bar{v} \cdot (N\bar{U}) = 0 \quad (3.27)$$

$$m_i N \frac{d\bar{U}}{dt} = - \bar{v} \cdot P + \frac{\bar{J} \times \bar{B}}{c} \quad (3.28)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{P_{1\parallel} B^2}{N^3} \right) = 0 \quad (3.29)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{P_{1\perp}}{N B} \right) = 0 \quad (3.30)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{P_e}{N^{5/3}} \right) = - \frac{1}{N^{5/3}} \frac{2}{3} \bar{v} \cdot (Q \hat{e}) \quad (3.31)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{B}{N^{2/3}} \right) = \frac{B}{N^{2/3}} \frac{2}{15} (Q \bar{v} \cdot \hat{e} - 2 \hat{e} \cdot \bar{v} Q) \quad (3.32)$$

$$\bar{v} \cdot \bar{B} = 0 \quad (3.33)$$

$$\frac{\partial \bar{B}}{\partial t} = \bar{v}_x (\bar{U}_x \bar{B}) \quad (3.34)$$

siendo en este caso

$$P = P_e + P_i \quad (3.35)$$

donde P_e y P_i son los tensores de presión de electrones e iones respectivamente (diferentes por estar considerándose un fluido no colisional), tal que

$$P_e = P_e \mathbb{I} \quad (3.36)$$

$$P_i = P_{i\parallel} \hat{e}\hat{e} + P_{i\perp} (\mathbb{I} - \hat{e}\hat{e}) \quad (3.37)$$

El versor \hat{e} establece una dirección privilegiada a la cual está vinculada la anisotropía de los iones.

Nótese cierta similitud entre el conjunto de ecuaciones arriba detallado y el descrito para un fluido colisional. Mientras que (3.27) es la misma ecuación de continuidad, puede verse que (3.28) no coincide exactamente con la ecuación de movimiento descrita en la sección 3.2. La fuerza de volumen no está incluida en este caso porque originalmente el sistema de ecuaciones fue deducido sin incluir la misma, pero puede verificarse que si se considera ésta en la correspondiente deducción, sólo la ecuación de movimiento se ve afectada y que ésta adopta entonces la misma expresión que en el otro

modelo (ver apéndice 3). Por lo tanto en ambos modelos las ecuaciones de movimiento tienen formalmente el mismo aspecto, ya que sólo se diferencian en la descripción del tensor de presión total P . La expresión de éste ahora hace necesario tener tres ecuaciones de la energía en vez de una, ya que se requiere una para cada una de las dos componentes (paralela y perpendicular) de los protones y una para los electrones (isótropos), siendo estas las ecuaciones (3.29), (3.30) y (3.31). Como

$$\mu = \frac{P_{1\perp}}{N B} \quad (3.38)$$

donde μ es el momento magnético de los iones promediado sobre el espacio de velocidades, la segunda de aquellas igualdades es consecuencia de la invariancia de μ en un plasma donde $\varepsilon \rightarrow 0$ (Lynn 1967), mientras que la primera igualdad lleva asociado el denominado segundo invariante adiabático (ambas ecuaciones están igualadas a cero porque se considera despreciable el flujo de calor iónico) λ , el cual se define como

$$\lambda = \frac{P_{1\parallel} B^2}{\rho^3} \quad (3.39)$$

Tanto (3.31) como (3.32) son las dos únicas ecuaciones independientes que surgen de tomar el momento de orden dos de la ecuación cinética para los electrones (se obtiene una identidad tensorial). Gracias a que se ha usado una representación matemática simple de la función de distribución de velocidades observada para esta especie, la cual está expresada en términos de N , \bar{U} , P_e y otros parámetros medidos (Feldman y otros 1975), se ha obtenido (3.32), que es la relación de clausura del sistema. Aquella es una ecuación implícita para el flujo de calor

y a diferencia de lo que sucede en la zona colisional, no implica ninguna relación simple entre el gradiente de temperatura y el flujo de calor. Se considera que la dirección de este último coincide con la del campo magnético también en el régimen aquí tratado, es decir

$$\bar{Q} = Q \hat{e} \quad (3.40)$$

de acuerdo con lo que muestran las observaciones para el viento solar no colisional (*Feldman y otros* 1975). A través de (3.32) se vinculan entre otros el flujo de calor (de los electrones) con el campo magnético, lo cual acopla las tres ecuaciones de energía entre si. Por otro lado las ecuaciones (3.33) y (3.34) coinciden con (3.4) y (3.5). Finalmente el conjunto de ecuaciones ya tiene implícita la condición de cuasineutralidad expresada para la densidad N_e de los electrones y N_i de los iones en la forma

$$N_e = Z N_i \quad (3.41)$$

con $Z = 1$ por tener el viento solar en forma ampliamente mayoritaria iones de átomos de hidrógeno (ver capítulo 1). Esto permite representar la densidad de cualquiera de las dos especies indistintamente por N y reemplazar el índice i de iones por p de protones donde sea necesario de aquí en adelante.

Las ecuaciones de estado son ahora (una para cada componente independiente de presión):

$$P_e = N k T_e \quad (3.42)$$

$$P_{p\parallel} = N k T_{p\parallel} \quad (3.43)$$

$$P_{p\perp} = N k T_{p\perp} \quad (3.44)$$

Estas igualdades permiten definir las respectivas temperaturas (como la temperatura no tiene el significado convencional en un fluido no colisional debe ser interpretada a partir del momento de orden dos de la función de distribución de velocidades), pero obsérvese que en este caso no son imprescindibles para cerrar el sistema de ecuaciones.

También se define

$$P_p = \frac{\text{Tr}P_p}{3} = \frac{P_{p\parallel} + 2 P_{p\perp}}{3} \quad (3.45)$$

o sea que

$$T_p = \frac{T_{p\parallel} + 2 T_{p\perp}}{3} \quad (3.46)$$

La corriente \bar{J} puede ser eliminada de la ecuación de movimiento al igual que en el modelo para la zona colisional por medio de la ley de Ampère (3.11) y el campo eléctrico no está en el sistema de ecuaciones por consideraciones similares a las del modelo precedente, no obstante puede calcularse aquella magnitud nuevamente a través de (3.12).

El sistema de ecuaciones para la zona no colisional también puede ser expresado en el formato de conservación. Utilizando (2.15) para la densidad de masa con el objeto de compactar aun más las expresiones, el sistema de ecuaciones equivalente al (3.27) - (3.34) puede ser escrito, excluyendo la relación de clausura (3.32), como (ver apéndice 2B)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \bar{v} \cdot (\rho \bar{U}) = 0 \quad (3.47)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \bar{U}) + \bar{v} \cdot \left(\rho \bar{U} \bar{U} + P + \frac{B^2}{8 \pi} \mathbb{1} - \frac{1}{4 \pi} \overline{BB} \right) = - \frac{g m_s \rho}{r^2} \hat{r} \quad (3.48)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{P_{P\parallel} B^2}{N^2} \right) + \bar{\nabla} \cdot \left(\frac{P_{P\parallel} B^2}{N^2} \bar{U} \right) = 0 \quad (3.49)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{P_{P\perp}}{B} \right) + \bar{\nabla} \cdot \left(\frac{P_{P\perp}}{B} \bar{U} \right) = 0 \quad (3.50)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\rho}{2} U^2 + \frac{1}{2} \text{Tr}P + \frac{B^2}{8\pi} - \frac{g}{r} \frac{m_s \rho}{r} \right) + \bar{\nabla} \cdot \left[\left(\frac{\rho}{2} U^2 + \frac{1}{2} \text{Tr}P - \frac{g}{r} \frac{m_s \rho}{r} \right) \bar{U} \right. \\ \left. + P \cdot \bar{U} - \frac{(\bar{U} \times \bar{B}) \times \bar{B}}{4\pi} + \bar{Q} \right] = 0 \end{aligned} \quad (3.51)$$

$$\bar{\nabla} \cdot \bar{B} = 0 \quad (3.52)$$

$$\frac{\partial \bar{B}}{\partial t} + \bar{\nabla} \cdot (\bar{U} \bar{B} - \bar{B} \bar{U}) = 0 \quad (3.53)$$

Nótese que los dos sistemas de ecuaciones expresados en forma de conservación, o sea el (3.14) - (3.18) y el (3.47) - (3.53), guardan una gran similitud. Esto permite repetir en el segundo de éstos las consideraciones efectuadas respecto de los términos electromagnéticos faltantes y las interpretaciones de varias de las igualdades. Las ecuaciones de conservación de masa, momento y energía son formalmente idénticas en ambos esquemas, ya que las dos últimas de éstas sólo se diferencian una vez especificado el tensor de presiones. La descripción más compleja de P en la zona aquí tratada impide, a diferencia de lo hecho en la otra región, simplificar y agrupar los términos $1/2 \text{Tr}P \bar{U}$ y $P \cdot \bar{U}$, lo cual haría algo más sencilla a (3.51). Las relaciones (3.49) y (3.50) están vinculadas con la conservación en forma local de la densidad de momento magnético de los iones y la densidad del segundo invariante adiabático respectivamente, mientras que las dos últimas ecuaciones expresadas más arriba también están presentes en el conjunto escrito en forma de conservación para la zona colisional.

Obsérvese que en esta sección las transformaciones de las ecuaciones de energía originales han conducido a la formulación de la conservación de la energía total y de otras dos magnitudes, pero no existen conservaciones por separado de las energías asociadas con cada una de las dos especies o con cada uno de los dos grados de libertad del plasma, el paralelo y el perpendicular al campo magnético.

El conjunto de ecuaciones (3.47) - (3.53) se cierra con la relación de clausura (3.32). No obstante es conveniente para las tareas efectuadas en la sección 3.4 reemplazarla por una ecuación equivalente, cuya obtención se delinea a continuación. Si se multiplican (3.31) por $N^{5/3}/P_e$ y (3.32) por $(-5 N^{2/3})/(2 B)$ y luego se suman miembro a miembro las dos nuevas igualdades resulta

$$\frac{d}{dt} \ln \left(\frac{B^{5/2}}{P_e} \right) = \frac{Q}{P_e} \bar{v} \cdot \hat{e} \quad (3.54)$$

Nótese que esta relación permite hallar una expresión explícita para Q , a través de la cual quedan claramente establecidas las diferencias con las ecuaciones para el flujo de calor utilizadas por otros modelos, a ser (2.11), (2.12) y (2.13) por ejemplo.

3.4 APLICACION DE AMBOS MODELOS A LA EXPANSION DE LA CORONA SOLAR

Para describir la expansión de la corona solar resulta natural por la geometría del problema utilizar un sistema de coordenadas esféricas centrado en el Sol y que no rote con éste (las ecuaciones son válidas en un sistema inercial).

Al aplicar las ecuaciones que describen el viento solar para explicar la expansión de la corona solar y sus principales características existen ciertas simplificaciones basadas en las observaciones de este fenómeno que hacen más accesible la obtención de soluciones analíticas o numéricas.

En todos los modelos se estudia la expansión de la corona solar en el plano ecuatorial (también denominado eclíptico) del Sol, lo cual está motivado en que la amplia mayoría de las mediciones proviene de esa región. En base a los datos de este área se hacen algunas simplificaciones, que al costo de su validez exclusivamente en la zona restringida permiten reducir la complejidad de los sistemas de ecuaciones que intentan describir el fenómeno, a ser:

- los vectores \bar{U} , \bar{B} y \bar{Q} están contenidos en esta superficie
- estado estacionario
- simetría esférica desde el centro del Sol

La primera aproximación implica que la velocidad media y el flujo de calor del plasma y el campo magnético interplanetario pueden ser descriptos cada uno por dos componentes. La segunda condición permite eliminar las derivadas parciales temporales y la tercera trae como consecuencia que de las derivadas parciales espaciales sólo las radiales son no nulas. Nótese que las dos últimas simplificaciones son razonables para zonas del plano donde sólo llegan haces lentos por varios días y siempre que éstos no sean interrumpidos por otros fenómenos de importancia, situación que se observa en forma regular.

Al estar escritos en forma de conservación los dos sistemas de

ecuaciones que serán utilizados en este trabajo se facilita un poco la tarea de aplicar las condiciones de estado estacionario y simetría esférica. Las mismas junto con la reducción de las componentes de \bar{U} , \bar{B} y \bar{Q} simplifican las ecuaciones y disminuyen la cantidad de identidades no redundantes obtenidas a partir de las ecuaciones vectoriales de ambos sistemas. En los dos modelos resultan ahora a partir de la ecuación de movimiento solamente dos identidades, siendo una de ellas para la componente radial y la otra para la azimutal y la ecuación de Faraday-Henry se reduce a una identidad para la componente azimutal.

Las ecuaciones para el régimen colisional (3.14) - (3.19) ahora se escriben como (se ha incluido en el apéndice 4 la expresión de la divergencia de un tensor en coordenadas esféricas debido a que no es fácil hallar bibliografía que contenga a la misma)

$$\frac{d}{dr}(r^2 U_r \rho) = 0 \quad (3.55)$$

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dr} \left[r^2 \left(\rho U_r^2 + P + \frac{B_\theta^2 - B_r^2}{8\pi} \right) \right] \\ & - r \left(\rho U_\theta^2 + 2P + \frac{B_r^2}{4\pi} - \frac{g m_s \rho}{r} \right) = 0 \end{aligned} \quad (3.56)$$

$$\frac{d}{dr} \left[r^3 \left(\rho U_\theta U_r - \frac{B_\theta B_r}{4\pi} \right) \right] = 0 \quad (3.57)$$

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dr} \left\{ r^2 \left[U_r \left(\frac{\rho}{2} (U_r^2 + U_\theta^2) + \frac{5}{2} P + \frac{B_\theta^2}{4\pi} - \frac{g m_s \rho}{r} \right) \right. \right. \\ & \left. \left. - U_\theta \frac{B_r B_\theta}{4\pi} + Q_r \right] \right\} = 0 \end{aligned} \quad (3.58)$$

$$\frac{d}{dr}(r^2 B_r) = 0 \quad (3.59)$$

$$\frac{d}{dr}(r[U_r B_\theta - U_\theta B_r]) = 0 \quad (3.60)$$

$$Q_r = - k_0 T^{5/2} \frac{B_r^2}{B_r^2 + B_\theta^2} \frac{dT}{dr} \quad (3.61)$$

$$Q_{\theta} = Q_r \frac{B_{\theta}}{B_r} \quad (3.62)$$

La ecuación (3.55) es la de continuidad, (3.56) y (3.57) son la componente radial y azimutal de la ecuación de movimiento respectivamente, (3.58) es la ecuación de energía, (3.59) es la ley de Gauss para el campo magnético, (3.60) es la componente azimutal de la ley de Faraday-Henry, mientras que (3.61) y (3.62) describen las dos componentes del flujo de calor. Estas identidades junto con la ecuación de estado (3.10) forman un sistema de ecuaciones cerrado. Puede apreciarse la mayor complejidad que conlleva la inclusión del campo magnético en forma autoconsistente al comparar el conjunto de arriba con las ecuaciones utilizadas inicialmente por Chapman y Parker (ver capítulo 2).

Nótese que en las ecuaciones para el flujo de calor (3.61) y (3.62) aparecen factores vinculados al campo magnético. Esto se debe en primer lugar a que en la ley de Spitzer-Härm (3.8) \bar{Q} es paralelo a \bar{B} y en segundo término a que en la expresión para el flujo de calor debe calcularse el gradiente de temperatura a lo largo de la dirección del campo magnético. Precisamente, al reemplazar

$$\hat{e} = \frac{B_r}{B} \hat{r} + \frac{B_{\theta}}{B} \hat{\theta} \quad (3.63)$$

y teniendo en cuenta la simetría esférica, es decir

$$\bar{\nabla} = \frac{d}{dr} \quad (3.64)$$

en (3.19) resultan las dos últimas ecuaciones del conjunto.

Las ecuaciones del modelo no colisional (3.47) - (3.54) ahora se escriben como (ver en el apéndice 4 las expresiones para la divergencia de un tensor en coordenadas esféricas)

$$\frac{d}{dr}(r^2 U_r \rho) = 0 \quad (3.65)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dr} \left[r^2 \left(\rho U_r^2 + (P_{p\parallel} - P_{p\perp}) \frac{B_r^2}{B_r^2 + B_\theta^2} + P_{p\perp} + P_e + \frac{B_\theta^2 - B_r^2}{8\pi} \right) \right] \\ - r \left(\rho U_\theta^2 + (P_{p\parallel} - P_{p\perp}) \frac{B_\theta^2}{B_r^2 + B_\theta^2} + 2 P_e + 2 P_{p\perp} \right. \\ \left. + \frac{B_r^2}{4\pi} - \frac{g m_s \rho}{r} \right) = 0 \end{aligned} \quad (3.66)$$

$$\frac{d}{dr} \left\{ r^3 \left[\rho U_\theta U_r - \frac{B_\theta B_r}{4\pi} \left(1 - \frac{P_{p\parallel} - P_{p\perp}}{(B_r^2 + B_\theta^2)/(4\pi)} \right) \right] \right\} = 0 \quad (3.67)$$

$$\frac{d}{dr} \left(\frac{r^2 U_r P_{p\perp}}{(B_r^2 + B_\theta^2)^{1/2}} \right) = 0 \quad (3.68)$$

$$\frac{d}{dr} \left(\frac{r^2 U_r P_{p\parallel} (B_r^2 + B_\theta^2)}{N^2} \right) = 0 \quad (3.69)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dr} \left\{ r^2 \left[U_r \left(\frac{\rho}{2} (U_r^2 + U_\theta^2) + \frac{5}{2} P_e + \frac{P_{p\parallel}}{2} + P_{p\perp} \right. \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{P_{p\parallel} B_r^2 + P_{p\perp} B_\theta^2}{B_r^2 + B_\theta^2} + \frac{B_\theta^2}{4\pi} - \frac{g m_s \rho}{r} \right) \right. \\ \left. - U_\theta \frac{B_r B_\theta}{4\pi} \left(1 - \frac{P_{p\parallel} - P_{p\perp}}{(B_r^2 + B_\theta^2)/(4\pi)} \right) + Q_r \right] \right\} = 0 \end{aligned} \quad (3.70)$$

$$\frac{d}{dr}(r^2 B_r) = 0 \quad (3.71)$$

$$\frac{d}{dr}(r[U_r B_\theta - U_\theta B_r]) = 0 \quad (3.72)$$

$$Q_r = P_e U_r \left(\frac{\frac{d}{dr} \ln P_e}{\frac{d}{dr} \ln B} - 1 \right) \quad (3.73)$$

$$Q_{\theta} = Q_r \frac{B_{\theta}}{B_r} \quad (3.74)$$

Las dos últimas ecuaciones fueron obtenidas a partir de (3.54) con las igualdades (3.40) y (3.63).

La mayoría de las ecuaciones para la expansión de la corona solar de los dos modelos no sólo pueden ser reescritas para convertirse de diferenciales en meramente algebraicas, sino que también permiten hallar constantes de movimiento para este fenómeno. En ambos esquemas las excepciones las constituyen las ecuaciones de movimiento radial y de flujo de calor. Las ecuaciones (3.55), (3.57) - (3.60) pueden ser reemplazadas ahora por

$$r^2 U_r \rho = M \quad (3.75)$$

$$M r \left(U_{\theta} - \frac{B_{\theta} B_r}{4 \pi \rho U_r} \right) = L \quad (3.76)$$

$$M \left(\frac{U_r^2 + U_{\theta}^2}{2} + \frac{5}{2} \frac{P}{\rho} + \frac{B_{\theta}^2}{4 \pi \rho} - \frac{g m_s}{r} - \frac{U_{\theta} B_r B_{\theta}}{U_r 4 \pi \rho} + \frac{Q_r}{\rho U_r} \right) = E \quad (3.77)$$

$$r^2 B_r = F_B \quad (3.78)$$

$$r(U_r B_{\theta} - U_{\theta} B_r) = C \quad (3.79)$$

y transformando las ecuaciones (3.65), (3.67) - (3.72) se halla que

$$r^2 U_r \rho = M \quad (3.80)$$

$$M r \left[U_{\theta} - \frac{B_{\theta} B_r}{4 \pi \rho U_r} \left(1 - \frac{P_{p\parallel} - P_{p\perp}}{(B_r^2 + B_{\theta}^2) / (4 \pi)} \right) \right] = L \quad (3.81)$$

$$M \frac{P_{p\perp}}{\rho (B_r^2 + B_{\theta}^2)^{1/2}} = I_1 \quad (3.82)$$

$$M \frac{P_{p\parallel} (B_r^2 + B_{\theta}^2)}{\rho^3} = I_2 \quad (3.83)$$

$$\begin{aligned}
 & M \left[\frac{U_r^2 + U_\theta^2}{2} + \frac{5}{2} \frac{P_e}{\rho} + \left(\frac{1}{2} + \frac{B_r^2}{B_r^2 + B_\theta^2} \right) \frac{P_{p\parallel}}{\rho} \right. \\
 & \quad \left. + \left(1 + \frac{B_\theta^2}{B_r^2 + B_\theta^2} \right) \frac{P_{p\perp}}{\rho} + \frac{B_\theta^2}{4 \pi \rho} - \frac{g \ m_s}{r} \right. \\
 & \quad \left. - \left(1 - \frac{P_{p\parallel} - P_{p\perp}}{(B_r^2 + B_\theta^2)/(4 \pi)} \right) \frac{U_\theta}{U_r} \frac{B_r B_\theta}{4 \pi \rho} + \frac{Q_r}{\rho U_r} \right] = E \quad (3.84)
 \end{aligned}$$

$$r^2 B_r = F_B \quad (3.85)$$

$$r(U_r B_\theta - U_\theta B_r) = C \quad (3.86)$$

donde M , L y E representan el flujo (por unidad de tiempo y ángulo sólido) de masa, momento angular y energía total del sistema, I_1 e I_2 dan el flujo de magnitudes vinculadas al primer y al segundo invariante adiabático respectivamente, mientras que F_B es el flujo de campo magnético (por unidad de ángulo sólido solamente). La constante C no constituye una cantidad independiente (*Weber y Davis 1967*). Esto se puede ver teniendo en cuenta en primer lugar que cerca del Sol el campo magnético es casi exclusivamente radial, por lo que en la ecuación (3.79) el término que contiene esta componente es de mucho mayor significación que el que contiene la componente azimutal de aquel vector y en segundo lugar que en esa zona el viento solar tiende a corrotar, o sea

$$C = r(U_r B_\theta - U_\theta B_r) \cong - r U_\theta B_r = - \omega r^2 B_r \quad (3.87)$$

y de acuerdo a (3.78) esto implica que

$$C = - \omega F_B \quad (3.88)$$

Nótese que insertando la expresión obtenida en (3.87) para C dentro de (3.79) y (3.86) se puede obtener la ecuación (2.9) que refleja el

paralelismo de \bar{U} y \bar{B} vistos desde el Sol. Esto quiere decir que en ambas zonas de la expansión de la corona solar la ley de Faraday-Henry y esa condición geométrica son equivalentes.

Otra característica de interés es el hecho de que en ambas zonas todas las ecuaciones con excepción de las que fijan B_r , o sea (3.78) y (3.85), son invariantes ante un cambio simultáneo de signo de B_r y B_θ , es decir una rotación en 180° . Esto implica que la evolución de las demás variables es independiente de las dos posibles polaridades del campo magnético (ver capítulo 1). Esta característica puede ser generalizada más aun, ya que los sistemas de ecuaciones de ambos modelos, por ejemplo en el formato de conservación (3.14) - (3.19) y (3.47) - (3.54), permanecen invariantes ante una reflexión del campo magnético. Para visualizar esto basta analizar el efecto de esta operación ($\bar{B} \rightarrow -\bar{B}$) sobre los términos que contienen a aquella magnitud, incluyendo al vector flujo de calor y al tensor de presiones (la definición de ambos está estrechamente vinculada al campo magnético).

Si dentro del modelo de dos fluidos se imponen las condiciones de $P_{p\parallel} = P_{p\perp} = P_e$, lo cual implica $P = 2 P_{p\parallel} = 2 P_{p\perp} = 2 P_e$, es posible hallar a partir de (3.66), (3.81) y (3.84) expresiones idénticas a las ecuaciones equivalentes del modelo de un fluido, es decir (3.56), (3.76) y (3.77). En particular, debido a que entonces pueden considerarse las ecuaciones de momento angular y energía total de uno de los modelos como generalización con anisotropía protónica del otro, se utilizan los mismos símbolos en ambos esquemas, L y E , para representar las correspondientes constantes de movimiento.

De acuerdo a las ecuaciones para L , el momento angular involucra no sólo al de las partículas sino también un componente magnético y en el caso no colisional también existe un factor vinculado a la anisotropía iónica. Esto implica que el Sol no sólo pierde momento angular al emitir materia con una velocidad azimutal no nula sino también debido al campo magnético y que al cambiar de régimen el momento angular del sistema es transportado por tres vías diferentes en vez de dos.

En las ecuaciones para E se observa la presencia de las energías cinética, térmica, magnética, gravitatoria y la asociada al calor. Nótese que la energía térmica se redistribuye en cuanto a especies y direcciones al pasar de la región colisional a la no colisional.

Se puede obtener un intervalo de valores representativos para cada constante de movimiento a partir de las ecuaciones (3.80) - (3.85), al reemplazar en las mismas los valores característicos de las diversas variables en alguna distancia heliocéntrica (la posición más apropiada es 1 UA por ser la zona de la cual se poseen más datos observacionales). Existen trabajos que han investigado y corroborado en forma detallada, dentro de los márgenes impuestos por la incertidumbre que acompaña las mediciones, la invariancia con la distancia de estas magnitudes físicas (ver por ejemplo *Marsch y Richter* 1984, 1987), presentando o pudiéndose inferir a partir de este tipo de publicaciones valores típicos para el viento solar de baja velocidad como los que están consignados en la tabla 3.1 a continuación.

TABLA 3.1 VALORES TIPICOS DE LOS INVARIANTES DEL VIENTO SOLAR LENTO^a

M	$1 \times 10^{11} \text{ g seg}^{-1} \text{ er}^{-1}$
L	$1 \times 10^{30} \text{ din cm er}^{-1}$
I_1	$4 \times 10^{27} \text{ cm}^{5/2} \text{ g}^{1/2} \text{ seg}^{-2} \text{ er}^{-1}$
I_2	$2 \times 10^{61} \text{ cm}^7 \text{ seg}^{-5} \text{ er}^{-1}$
E	$6 \times 10^{25} \text{ erg seg}^{-1} \text{ er}^{-1}$
F_B	$1 \times 10^{22} \text{ G cm}^2 \text{ er}^{-1}$

^aLas constantes de movimiento están expresadas en unidades cgs y por lo tanto el campo magnético ha sido expresado en Gauss (G). Los valores han sido presentados usando un solo sistema de unidades para facilitar los cálculos que más adelante incluyen a estos invariantes.

Deben definirse los límites espaciales que delimitan el tramo para el cual tiene sentido la descripción. La cota inferior es el radio solar mientras que la exterior está dada por la distancia a la cual ya no hay haces lentos debido a que han sido "empujados" por los haces rápidos que venían "detrás". Se puede estimar un valor máximo para este último radio de la siguiente forma. Si a 1 UA se considera que después de 15 días ininterrumpidos de haz lento de 350 km/seg aparece un haz rápido de 550 km/seg se hallará que si la velocidad de ambos con la distancia heliocéntrica permanece constante, suposición que las soluciones mostrarán como muy razonable, el viento solar de más alta velocidad alcanzará la parte más adelantada del de baja velocidad a 9.3 UA, por lo que aquí se tomará como extremo exterior 10 UA.

Resta considerar la zona de validez de cada modelo. Al respecto Whang (1972), Acuña y Whang (1976) han señalado que la región entre 0.1 UA y 0.5 UA debe ser considerada como de transición de un régimen al otro. En particular han escogido el punto de transición a 0.4 UA

pues esta eleccion les permiti6 acercar m6s los resultados de la temperatura y la anisotropia prot6nica en 1 UA a los valores t6picos para esa distancia. Esa posici6n est6 razonablemente de acuerdo con las observaciones de la diferencia entre T_e y T_p en haces lentos a diversas distancias del Sol (*Pilipp y otros 1987a, b*), por lo que en esta tesis tambi6n se utiliza esa ubicaci6n como lugar de transici6n.

Por conveniencia y como fuente de consulta para el pr6ximo capitulo se sintetizan a continuaci6n los dos conjuntos de ecuaciones en forma cerrada. Para el r6gimen colisional es

$$r^2 U_r \rho = M \quad (3.89)$$

$$\frac{d}{dr} \left[r^2 \left(\rho U_r^2 + P + \frac{B_\theta^2}{8\pi} \right) \right] - r \left(\rho U_\theta^2 + 2P - \frac{g m_s \rho}{r} \right) = 0 \quad (3.90)$$

$$M r \left(U_\theta - \frac{B_\theta B_r}{4\pi\rho U_r} \right) = L \quad (3.91)$$

$$M \left(\frac{U_r^2 + U_\theta^2}{2} + \frac{5}{2} \frac{P}{\rho} + \frac{B_\theta^2}{4\pi\rho} - \frac{g m_s}{r} - \frac{U_\theta B_r B_\theta}{U_r 4\pi\rho} \right) + r^2 Q_r = E \quad (3.92)$$

$$r^2 B_r = F_B \quad (3.93)$$

$$r(U_r B_\theta - U_\theta B_r) = -\omega F_B \quad (3.94)$$

$$Q_r = -k_0 T^{5/2} \frac{B_r^2}{B_r^2 + B_\theta^2} \frac{dT}{dr} \quad (3.95)$$

$$Q_\theta = Q_r \frac{B_\theta}{B_r} \quad (3.96)$$

$$P = 2 N k T \quad (3.97)$$

mientras que en condiciones de pocas colisiones es

$$r^2 U_r \rho = M \quad (3.98)$$

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dr} \left[r^2 \left(\rho U_r^2 + (P_{p\parallel} - P_{p\perp}) \frac{B_r^2}{B_r^2 + B_\theta^2} + P_{p\perp} + P_e + \frac{B_\theta^2}{8\pi} \right) \right] \\ & - r \left(\rho U_\theta^2 + (P_{p\parallel} - P_{p\perp}) \frac{B_\theta^2}{B_r^2 + B_\theta^2} + 2 P_e + 2 P_{p\perp} \right. \\ & \quad \left. - \frac{g m_s \rho}{r} \right) = 0 \end{aligned} \quad (3.99)$$

$$M r \left[U_\theta - \frac{B_\theta B_r}{4\pi\rho U_r} \left(1 - \frac{P_{p\parallel} - P_{p\perp}}{(B_r^2 + B_\theta^2)/(4\pi)} \right) \right] = L \quad (3.100)$$

$$M \frac{P_{p\perp}}{\rho (B_r^2 + B_\theta^2)^{1/2}} = I_1 \quad (3.101)$$

$$M \frac{P_{p\parallel} (B_r^2 + B_\theta^2)}{\rho^3} = I_2 \quad (3.102)$$

$$\begin{aligned} & M \left[\frac{U_r^2 + U_\theta^2}{2} + \frac{5 P_e}{2\rho} + \left(\frac{1}{2} + \frac{B_r^2}{B_r^2 + B_\theta^2} \right) \frac{P_{p\parallel}}{\rho} \right. \\ & \quad \left. + \left(1 + \frac{B_\theta^2}{B_r^2 + B_\theta^2} \right) \frac{P_{p\perp}}{\rho} + \frac{B_\theta^2}{4\pi\rho} - \frac{g m_s}{r} \right. \\ & \quad \left. - \left(1 - \frac{P_{p\parallel} - P_{p\perp}}{(B_r^2 + B_\theta^2)/(4\pi)} \right) \frac{U_\theta B_r B_\theta}{U_r 4\pi\rho} \right] + r^2 Q_r = E \end{aligned} \quad (3.103)$$

$$r^2 B_r = F_B \quad (3.104)$$

$$r(U_r B_\theta - U_\theta B_r) = -\omega F_B \quad (3.105)$$

$$Q_r = 2 P_e U_r \left(\frac{\frac{d}{dr} \ln P_e}{\frac{d}{dr} \ln(B_r^2 + B_\theta^2)} - 1 \right) \quad (3.106)$$

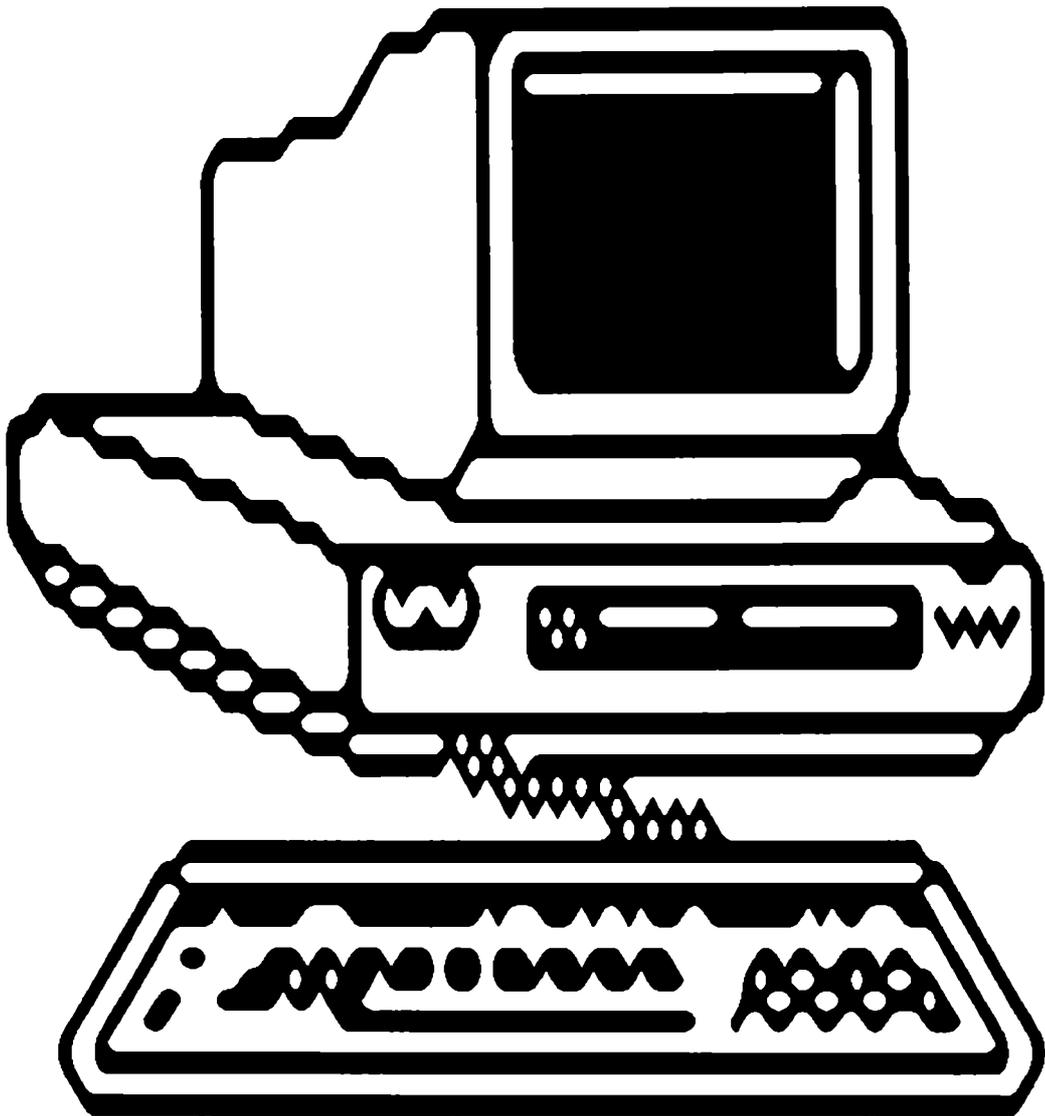
$$Q_\theta = Q_r \frac{B_\theta}{B_r} \quad (3.107)$$

En el próximo capítulo se intenta predecir la evolución espacial de las magnitudes físicas que describen la expansión de la corona solar. Después de efectuar algunas transformaciones adicionales a los dos

sistemas de ecuaciones, que permiten implementar un método numérico, se obtienen las soluciones. A continuación se analizan los resultados obtenidos.

CAPITULO 4

SOLUCIONES NUMERICAS



En este capítulo se muestran en la sección 4.1 las transformaciones que deben aplicarse en ambos sistemas de ecuaciones para que pueda instrumentarse un método numérico que permita hallar las soluciones correspondientes y se explica el mismo, en 4.2 se exhiben dos soluciones y en 4.3 estas últimas son analizadas.

4.1 IMPLEMENTACION DE LA METODOLOGIA DE RESOLUCION NUMERICA

4.1.1 SISTEMAS DE ECUACIONES NUMERICAMENTE INTEGRABLES

El sistema cerrado de ecuaciones para describir la parte interior de la expansión de la corona solar está formado por (3.89) - (3.97) mientras que el mismo proceso se halla totalmente modelado en el otro sector por (3.98) - (3.107). Ambos modelos quedan constituidos por dos ecuaciones diferenciales y varias ecuaciones algebraicas. El objetivo es hallar la evolución de las magnitudes físicas en función de la distancia heliocéntrica (ésta es la única variable independiente de acuerdo a las aproximaciones realizadas) a partir de los dos sistemas.

Los dos conjuntos de ecuaciones deben ser reescritos con el objeto de que pueda instrumentarse un método de resolución numérica. Se busca expresarlos formalmente como

$$\dot{F}_1 = G_1(F_1, F_2, r) \quad (4.1a)$$

$$\dot{F}_2 = G_2(\dot{F}_1, F_1, F_2, r) \quad (4.1b)$$

$$F_3 = G_3(\dot{F}_1, \dot{F}_2, F_1, F_2, r) \quad (4.2a)$$

$$F_N = G_N(\dot{F}_1, \dot{F}_2, F_1, F_2, \dots, F_{N-1}, r) \quad (4.2b)$$

representando las F_1 las magnitudes físicas de los sistemas de ecuaciones, las F_1' las derivadas radiales de aquellas y las G_1 ciertas funciones cuya expresión se conoce y que dependen exclusivamente de las magnitudes físicas y la distancia heliocéntrica una vez fijadas las constantes de movimiento (esto último es válido para todas las G_1 pues F_1' y F_2' son funciones de F_1 , F_2 y r de acuerdo a las dos primeras ecuaciones del sistema).

Como se podrá notar este esquema consta de dos ecuaciones diferenciales acopladas para F_1 y F_2 y ecuaciones explícitas para las restantes F_1 en función de las anteriores (o equivalentemente en función de F_1 y F_2) y r . Una vez fijadas las constantes de movimiento y las condiciones de contorno para F_1 y F_2 en alguna posición, puede arrancarse la resolución numérica de ambas ecuaciones diferenciales gracias al formato (4.1) e imponiendo la continuidad de las variables en el punto de transición de un modelo al otro pueden hallarse $F_1(r)$ y $F_2(r)$ a lo largo de todo el fenómeno. Esto permite encontrar a continuación las restantes $F_1(r)$ mediante la estructura de las ecuaciones (4.2). La diferencia fundamental respecto de los trabajos precedentes que utilizan métodos de resolución numérica es que en aquellos (ver por ejemplo *Acuña y Whang 1976*) se fijan parámetros diferentes a los invariantes y entonces el sistema (4.1, 2) presenta otro aspecto. Aquella estrategia no atenúa la complejidad de las facetas de la integración numérica y el significado físico de los parámetros dista de tener la claridad de las constantes de movimiento.

Transformando el conjunto de ecuaciones del fluido colisional (3.89) - (3.97) de acuerdo al esquema (4.1, 2) se obtiene

$$\begin{aligned}
 \frac{dT}{dr} = & \frac{M}{r^2 k_o T^{5/2}} \left[1 + \frac{\omega^2 r^2}{U_r^2} \left(\frac{\frac{L}{M r^2 \omega} - 1}{1 - \frac{F_B^2}{4 \pi M U_r r^2}} \right)^2 \right] \left[\frac{U_r^2}{2} \right. \\
 & + \frac{\omega^2 r^2}{2} \left(\frac{\frac{L}{M r^2 \omega} - \frac{F_B^2}{4 \pi M U_r r^2}}{1 - \frac{F_B^2}{4 \pi M U_r r^2}} \right)^2 + \frac{5 k T}{m_p} \\
 & + \frac{\omega^2 F_B^2}{4 \pi M U_r} \left(\frac{\frac{L}{M r^2 \omega} - 1}{1 - \frac{F_B^2}{4 \pi M U_r r^2}} \right)^2 - \frac{g m_s}{r} \\
 & \left. - \frac{\omega^2 F_B^2}{4 \pi M U_r} \frac{\left(\frac{L}{M r^2 \omega} - 1 \right) \left(\frac{L}{M r^2 \omega} - \frac{F_B^2}{4 \pi M U_r r^2} \right)}{\left(1 - \frac{F_B^2}{4 \pi M U_r r^2} \right)^2} - \frac{E}{M} \right] \quad (4.3)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{dU_r}{dr} = & \frac{U_r}{r} \left[\frac{4 k T}{m_p} - \frac{2 k r}{m_p} \frac{dT}{dr} \right. \\
 & + \frac{\omega^2 F_B^2}{2 \pi M U_r} \frac{\left(\frac{L}{M r^2 \omega} - 1 \right) \left(\frac{L}{M r^2 \omega} - \frac{F_B^2}{4 \pi M U_r r^2} \right)}{\left(1 - \frac{F_B^2}{4 \pi M U_r r^2} \right)^3} \\
 & + \omega^2 r^2 \left(\frac{\frac{L}{M r^2 \omega} - \frac{F_B^2}{4 \pi M U_r r^2}}{1 - \frac{F_B^2}{4 \pi M U_r r^2}} \right)^2 - \frac{g m_s}{r} \left. \left[U_r^2 - \frac{2 k T}{m_p} \right. \right. \\
 & \left. \left. - \frac{\omega^2 F_B^2}{4 \pi M U_r} \frac{\left(\frac{L}{M r^2 \omega} - 1 \right)}{\left(1 - \frac{F_B^2}{4 \pi M U_r r^2} \right)^2} \right]^{-1} \right] \quad (4.4)
 \end{aligned}$$

$$\rho = \frac{M}{r^2 U_r} \quad (4.5)$$

$$Br = \frac{FB}{r^2} \quad (4.6)$$

$$U_\theta = \omega r \left(\frac{\frac{L}{M r^2 \omega} - \frac{Br^2}{4 \pi \rho Ur^2}}{1 - \frac{Br^2}{4 \pi \rho Ur^2}} \right) \quad (4.7)$$

$$B_\theta = Br \frac{\omega r}{Ur} \left(\frac{\frac{L}{M r^2 \omega} - 1}{1 - \frac{Br^2}{4 \pi \rho Ur^2}} \right) \quad (4.8)$$

$$Q_r = - k_0 T^{5/2} \frac{Br^2}{Br^2 + B_\theta^2} \frac{dT}{dr} \quad (4.9)$$

$$Q_\theta = Q_r \frac{B_\theta}{Br} \quad (4.10)$$

debiendo identificarse F_1 con T y F_2 con U_r .

Haciendo las transformaciones necesarias para expresar el sistema de ecuaciones del fluido no colisional (3.98) - (3.107) en el formato (4.1, 2) se halla

$$\begin{aligned} \frac{dU_r}{dr} = \frac{U_r}{r} & \left[(2 + X) \left(\frac{E}{M} - \frac{1}{2} U_r^2 - \frac{\omega^2 FB^2}{4 \pi M Ur} \right) - \frac{2 X}{(1 + X)^{1/2}} \frac{I_1 FB}{M r^2} \right. \\ & + \frac{(X + 6)(X - 1)}{2(1 + X)^2} \frac{I_2 M}{Ur^2 FB^2} + \frac{g ms}{r} \left. \right] \left[-X \left(\frac{E}{M} + \frac{g ms}{r} \right) \right. \\ & + (3X + 2) \frac{1}{2} U_r^2 - \frac{\omega^2 FB^2}{4 \pi M Ur} - \frac{2 X}{(1 + X)^{1/2}} \frac{I_1 FB}{M r^2} \\ & \left. + \frac{(X + 6)(X - 1)}{2(1 + X)^2} \frac{I_2 M}{Ur^2 FB^2} \right]^{-1} \quad (4.11) \end{aligned}$$

$$\frac{dP_e}{dr} = - \frac{M}{r^3 U_r} \left[\frac{2}{1+X} + \frac{X}{1+X} \left(1 + \frac{r}{U_r} \frac{dU_r}{dr} \right) \right] \left[\frac{E}{M} - \frac{1}{2} U_r^2 - \frac{\omega^2 F_B^2}{4 \pi M U_r} \right. \\ \left. - \frac{(1+2X)}{(1+X)^{1/2}} \frac{I_1 F_B}{M r^2} - \frac{(3+X)}{2(1+X)^2} \frac{I_2 M}{U_r^2 F_B^2} + \frac{g m_s}{r} \right] \quad (4.12)$$

$$\rho = \frac{M}{r^2 U_r} \quad (4.13)$$

$$B_r = \frac{F_B}{r^2} \quad (4.14)$$

$$P_{p\perp} = \frac{I_1 \rho B_r [1 + (\omega r/U_r)^2]^{1/2}}{M} \quad (4.15)$$

$$P_{p\parallel} = \frac{I_2 \rho^3}{M B_r^2 [1 + (\omega r/U_r)^2]} \quad (4.16)$$

$$U_\theta = \omega r \left(\frac{L}{M r^2 \omega} - \frac{B_r^2}{4 \pi \rho U_r^2} + \frac{P_{p\parallel} - P_{p\perp}}{\rho U_r^2 [1 + (\omega r/U_r)^2]} \right) \quad (4.17)$$

$$B_\theta = - B_r \frac{\omega r}{U_r} \quad (4.18)$$

$$Q_r = \frac{1}{r^2} \left\{ E - M \left[\frac{U_r^2}{2} + \frac{5}{2} \frac{P_e}{\rho} + \left(\frac{1}{2} + \frac{B_r^2}{B_r^2 + B_\theta^2} \right) \frac{P_{p\parallel}}{\rho} \right. \right. \\ \left. \left. + \left(1 + \frac{B_\theta^2}{B_r^2 + B_\theta^2} \right) \frac{P_{p\perp}}{\rho} + \frac{B_\theta^2}{4 \pi \rho} - \frac{g m_s}{r} \right] \right\} \quad (4.19)$$

$$Q_\theta = Q_r \frac{B_\theta}{B_r} \quad (4.20)$$

habiéndose definido

$$X = \left(\frac{\omega r}{U_r} \right)^2 \quad (4.21)$$

para reducir el tamaño de algunas ecuaciones. En este sistema deben asociarse F_1 y F_2 con U_r y P_e respectivamente. Los pormenores de las transformaciones para ambas zonas pueden verse en el apéndice 5A.

Para uniformizar la presentación de los resultados en ambas zonas se ha optado por convertir la temperatura en presión en la zona interior de acuerdo a la fórmula (3.10) y por lo tanto exhibir los valores de esta última magnitud a lo largo de todo el fenómeno.

4.1.2 EL METODO NUMERICO

Las soluciones a ser halladas deben tener significado físico (por ejemplo que la presión tienda a cero a grandes distancias del Sol) y además deben reproducir los valores típicos a diversas distancias heliocéntricas, especialmente a 1 UA (ver tabla 1.1) que es la zona en la cual se han hecho más mediciones. Que esto sea así dependerá de los factores determinantes de la solución que se escojan, es decir las condiciones de contorno para F_1 y F_2 , los invariantes M , L , E , I_1 , I_2 , F_B y la constante k_0 , la cual estaría unívocamente determinada para cada conjunto de valores de los restantes parámetros si se exigiera la continuidad de la derivada de la temperatura total de ambos lados del punto de transición. Las constantes de movimiento deben ser similares a lo exhibido en la tabla 3.1, k_0 debe ser del orden de lo calculado por Chapman y otros autores (ver capítulo 2) y las condiciones de contorno deben ser definidas en alguna posición, tal que permitan obtener resultados aceptables.

Una vez definidos todos los valores se pueden hallar $F_1(r)$ y $F_2(r)$ a lo largo de todo el fenómeno con las ecuaciones diferenciales (imponiendo la continuidad de las variables en el punto de transición) y luego es posible calcular las demás $F_i(r)$ con las ecuaciones explícitas. Modificando los seis invariantes, la constante k_0 y las

dos condiciones de contorno se pueden obtener distintos perfiles para la evolución radial de las variables dependientes y por lo tanto variar los resultados para intentar ajustarlos a lo observado. Nótese que si las condiciones de contorno han debido ser planteadas por conveniencia en alguna posición donde no existe certidumbre acerca de éstas debido a la escasez de datos, las soluciones satisfactorias permitirían hacer una predicción al respecto.

Sobre los nueve parámetros recién mencionados existen restricciones adicionales que representan un importante escollo en el proceso de resolución. Estas condiciones están vinculadas con particularidades matemáticas de la solución y con argumentos físicos.

Obsérvese que el miembro derecho de la ecuación (4.4) podría llegar a tener singularidades y de hecho esto es así para tres conjuntos de valores de cada solución, denominados (r_1, U_{r1}, T_1) , (r_2, U_{r2}, T_2) y (r_3, U_{r3}, T_3) y que *Weber y Davis* (1967) y *Acuña y Whang* (1976) han descrito. En r_1 y en r_3 se anula un denominador (el paréntesis elevado a la -1) y en r_2 se hace cero el denominador de algunos términos en el numerador y el denominador principales. Para que dU_r/dr se mantenga finita y U_r continua deben anularse los correspondientes numeradores en estas posiciones. Por medio de (4.4) - (4.8) se puede ver que para el segundo punto crítico ello equivale a que U_* y B_* sean finitos y continuos allí. Las singularidades ocurren cuando la velocidad local del fluido alcanza una velocidad característica de propagación de un posible modo de onda. Las velocidades son la sónica en r_1 , la de Alfvén determinada con el campo magnético radial en r_2 y la de Alfvén calculada con el campo magnético total en r_3 .

Al pasar por el punto de transición para ingresar en la zona no colisional debe asegurarse la continuidad de la presión, es decir

$$P = P_e + P_i \quad (4.22)$$

lo cual significa que debe ser

$$P_e = P/2 \quad (4.23)$$

$$P_{p\parallel} = P_{p\perp} = P/2 \quad (4.24)$$

ya que se supone que la anisotropía es nula allí. La continuidad de las demás variables está asegurada por las dos condiciones de contorno, que obviamente coinciden para ambos sectores y el aspecto idéntico que presentan varias de las ecuaciones para ambas zonas cuando $P_e = P_{p\parallel} = P_{p\perp} = P/2$, tal como fuera comentado en la sección 3.4. Por el contrario, no es posible igualar simultáneamente las derivadas de la velocidad radial y la temperatura (o equivalentemente la presión) de ambos lados, estando este hecho originado en las expresiones diferentes para el flujo de calor en ambos sectores.

Como se puede ver con los resultados, las soluciones no tienen puntos críticos en la región no colisional, pero allí debe asegurarse que a grandes distancias la presión electrónica tienda a cero.

Las soluciones deben pasar "sin problemas" por los tres puntos críticos y tener el comportamiento apropiado en el punto de transición y lejos del Sol y estas condiciones en definitiva sólo se obtienen para ciertos valores de los parámetros. Para comprender la forma en la que se seleccionaron los mismos es necesario, entre otros, conocer la topología de las soluciones para U_r , que puede ser apreciada en la

figura 4.1 y donde se ve que el primer y el tercer punto crítico son de ensilladura mientras que el segundo es un nodo. Sólo las soluciones que en el tercer punto crítico de (4.4) tienen una pendiente positiva (el valor puede ser evaluado por medio de la regla de L'Hospital por ser un caso 0/0) alcanzan a mayores distancias valores acordes a los medidos (el gráfico y su descripción fueron extraídos de *Weber y Davis 1967* y *Acuña y Whang 1976*).

Obsérvese que si se arranca la integración hacia el lado del Sol con (r_3, U_{r3}, T_3) , asegurando que (4.4) tenga un valor finito y positivo, se tiene garantizado que la solución pase por el segundo punto crítico debido a que es un nodo (como r_2 y r_3 suelen estar muy cerca el error numérico acumulado entre ambos es muy pequeño). Para considerar que la solución numérica pasa por una singularidad se ha exigido que el numerador y el denominador correspondientes se anulen simultáneamente o dentro de un margen de un 1 % de la distancia heliocéntrica involucrada en cada caso.

El problema debe ser atacado entonces en su faz más trabajosa, ajustar reiteradamente r_3 en el arranque, modificando en cada ocasión ciertos parámetros para que dU_r/dr permanezca finita y positiva en este radio (para ello numerador y denominador deben anularse simultáneamente), hasta que la solución pase por el primer punto crítico (al arrancar en r_3 no se divide por cero debido al valor truncado a cierta cantidad de cifras significativas de las magnitudes reajustadas). Un procedimiento de buen rendimiento ha sido modificar sucesivamente M y L para obtener las condiciones recién señaladas. Si llegado a alguna instancia no se lograra progresar, se debe proceder a

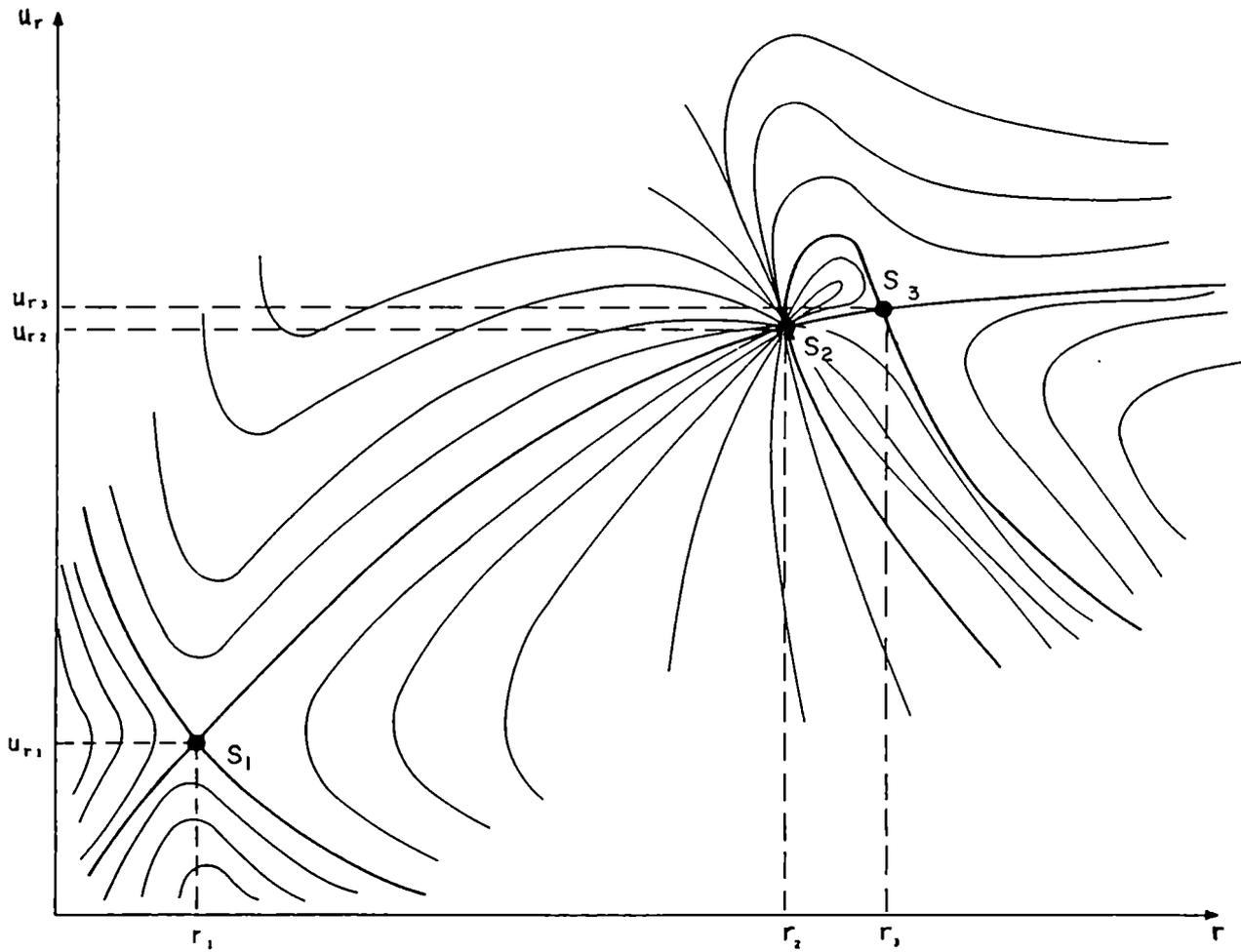


FIGURA 4.1 - TOPOLOGIA DE LAS SOLUCIONES CERCA DE LAS SINGULARIDADES S_1 , S_2 y S_3 UBICADAS RESPECTIVAMENTE EN r_1 , r_2 y r_3 .

reemplazar L por F_B para hallar el camino hacia r_1 . Cumplida esta etapa se procede desde el r_3 hallado hacia afuera ajustando U_{r3} para asegurar que la presión tienda a cero a grandes distancias y alterando I_1 e I_2 para que en el punto de transición sea $P_{p\parallel} = P_{p\perp} = P/2$. Luego se vuelve a comenzar con los últimos valores el procedimiento de integración hacia adentro ya descrito y con los nuevos valores entonces obtenidos se repite la operación hacia afuera para hallar otro valor de U_{r3} . Se realizan iteraciones (que con algo de suerte convergen) hasta que se obtiene el comportamiento esperado a lo largo de todo el recorrido.

Los parámetros M , L , F_B , r_3 y U_{r3} deben ser especificados con siete cifras significativas para obtener el comportamiento deseado en los puntos críticos y lejos del Sol (por lo mismo Acuña y Whang también debieron poner algunos factores con mucha precisión). En cambio I_1 e I_2 se hallan con tres cifras significativas, ya que provienen de imponer la condición (4.24) a los valores en el punto de transición, que son presentados de esa forma. Téngase presente que todos los resultados son especificados con tres dígitos de significación debido a la precisión de las mediciones y las aproximaciones de los modelos, todos del orden del 10 %. Por otro lado E , k_0 y T_3 son fijados al empezar (no sufren alteraciones luego) con tres cifras significativas.

La integración se realiza desde la superficie solar hasta 10 UA y el punto de transición de un régimen al otro se escoge a 0.4 UA (ver sección 3.4). Debido a que r_3 suele estar aproximadamente a 0.1 UA ese planteo implica que el paso de un modelo al otro se produce durante el proceso de integración hacia el exterior.

De lo expuesto más arriba se colige que el problema central es la resolución de las ecuaciones diferenciales, ya que el resto es una cuestión algebraica. Para obtener las correspondientes soluciones numéricas *Acuña y Whang* (1976) han empleado un método de Runge-Kutta de cuarto orden. Este algoritmo es útil para una variada gama de ecuaciones diferenciales, en particular suele resultar satisfactorio para aquellas que tienen puntos singulares, aunque no es la mejor alternativa en cuanto a eficiencia computacional, precisión y rapidez (*Press y otros* 1986). El error numérico acumulado a grandes distancias se torna importante en esta problema y es por ello que *Acuña y Whang* han utilizado series asintóticas para obtener los perfiles lejos de el astro. Este camino ha podido ser obviado aquí gracias a que se ha utilizado un método de Runge-Kutta de cuarto orden con paso adaptable, convirtiéndolo esta última propiedad en definitiva en un método de quinto orden. Subir en uno el orden conlleva la consecuencia de una mayor complejidad del programa, pero esto se puede ver recompensado en los resultados, si bien un orden más alto no es absoluta garantía de una mayor precisión (a veces ésta pareciera estar más bien ligada a un factor aleatorio comunmente denominado suerte).

Para administrar el proceso de obtención de soluciones numéricas se ha desarrollado un programa denominado ADMIN (ver apéndice 5B) en un computador Microvax II usando como lenguaje el Vax Fortran. Para hacer funcionar esta rutina se deben ingresar los seis invariantes, las dos condiciones de contorno, k_0 , r_3 , los dos límites espaciales del fenómeno señalados previamente (todo en unidades cgs) y algunas especificaciones sobre la precisión y el almacenamiento de la solución. Se obtienen como salida dos tablas: la primera con datos que

4.3 INTERPRETACION Y DISCUSION ...

generaron la solución y la segunda muestra la evolución espacial de las variables involucradas en la descripción del fenómeno (en unidades cgs). El programa es utilizado con sucesivos conjuntos de parámetros (correcciones progresivas que se hacen como fuera explicado más arriba) hasta que se obtiene una solución que pasa por los puntos críticos y que tiene una presión electrónica que tiende a cero a grandes distancias.

4.2 APLICACION EN DOS EJEMPLOS

Los perfiles de las diversas soluciones matemática y físicamente aceptables que han sido generadas a partir de conjuntos de parámetros con valores acordes a lo señalado en la sección 4.1.2 son muy similares, por lo que a continuación sólo se exhiben dos de estos casos. Los valores ingresados para la obtención de cada una de ambas soluciones numéricas se hallan en la tabla 4.1, las correspondientes ubicaciones del primer y del segundo punto crítico se pueden ver en la tabla 4.2, mientras que los resultados se encuentran en la tabla 4.3 para la solución #1 y en la tabla 4.4 para la solución #2 (para más detalles sobre ambas corridas dirigirse al apéndice 5C). En la tabla 4.5 pueden hallarse los valores predichos en ambos casos para las magnitudes físicas a 1 UA ($r = 1.50 \times 10^{13}$ cm), para lo cual se volvió a ejecutar el programa para los dos conjuntos de parámetros, pero tomando ese punto como posición final.

TABLA 4.1 VALORES DE LOS PARAMETROS PARA LAS SOLUCIONES #1 y #2

	SOLUCION #1	SOLUCION #2
$M (10^{11} \text{ g seg}^{-1} \text{ er}^{-1})$	0.8683246	1.032014
$L (10^{30} \text{ din cm er}^{-1})$	0.8182725	0.9006493
$I_1 (10^{27} \text{ cm}^{5/2} \text{ g}^{1/2} \text{ seg}^{-2} \text{ er}^{-1})$	4.26	4.14
$I_2 (10^{61} \text{ cm}^7 \text{ seg}^{-5} \text{ er}^{-1})$	2.22	1.58
$E (10^{25} \text{ erg seg}^{-1} \text{ er}^{-1})$	5.50	5.68
$F_B (10^{22} \text{ G cm}^2 \text{ er}^{-1})$	0.9790705	1.008990
$K_0 (10^{-7} \text{ erg cm}^{-1} \text{ seg}^{-1} \text{ K}^{-7/2})$	1.88	1.81
$r_3 (10^{12} \text{ cm})$	1.825886	1.757191
$U_{r3} (10^7 \text{ cm seg}^{-1})$	2.729800	2.633799
$T_3 (10^5 \text{ K})$	4.47	4.16

TABLA 4.2 POSICIONES DEL PRIMER Y DEL SEGUNDO PUNTO CRITICO EN LAS SOLUCIONES #1 y #2

	SOLUCION #1	SOLUCION #2
$r_1 (10^{12} \text{ cm})$	0.299	0.288
$r_2 (10^{12} \text{ cm})$	1.80	1.73

TABLA 4.3 RESULTADOS DE LA SOLUCION #1^a

$\frac{r}{r_s}$	$\frac{U_r}{\text{km seg}^{-1}}$	$\frac{P}{\text{erg cm}^{-3}}$	$\frac{P_e}{\text{erg cm}^{-3}}$	$\frac{P_{p\parallel}}{\text{erg cm}^{-3}}$	$\frac{P_{p\perp}}{\text{erg cm}^{-3}}$
1.00	2.11E+01	3.29E-03	-	-	-
1.78	6.30E+01	2.55E-04	-	-	-
3.65	1.31E+02	2.06E-05	-	-	-
7.24	1.92E+02	2.56E-06	-	-	-
13.9	2.38E+02	3.99E-07	-	-	-
29.3	2.79E+02	5.18E-08	-	-	-
39.2	3.02E+02	1.01E-08	-	-	-
86.2	3.17E+02	2.32E-09	-	-	-
86.2	3.17E+02	-	1.16E-09	1.16E-09	1.16E-09
161	3.35E+02	-	1.98E-10	1.88E-10	1.10E-10
371	3.43E+02	-	2.25E-11	1.12E-11	6.64E-12
739	3.46E+02	-	3.08E-12	7.98E-13	7.66E-13
1509	3.48E+02	-	4.05E-13	4.80E-14	8.81E-14
2150	3.48E+02	-	1.33E-13	1.15E-14	2.99E-14
$\frac{U_\theta}{\text{km seg}^{-1}}$	$\frac{N}{\text{cm}^{-3}}$	$\frac{B_r}{\gamma}$	$\frac{B_\theta}{\gamma}$	$\frac{Q_r}{\text{e c}^{-2} \text{ s}^{-1}}$	$\frac{Q_\theta}{\text{e c}^{-2} \text{ s}^{-1}}$
1.88E+00	5.09E+06	2.02E+05	-1.51E+03	2.77E+04	-2.07E+02
2.80E+00	5.32E+05	6.32E+04	-8.41E+02	5.24E+03	-6.98E+01
3.89E+00	6.13E+04	1.51E+04	-4.09E+02	7.25E+02	-1.96E+01
4.61E+00	1.07E+04	3.86E+03	-2.03E+02	1.13E+02	-5.94E+00
4.70E+00	2.32E+03	1.04E+03	-1.03E+02	1.87E+01	-1.85E+00
4.29E+00	4.46E+02	2.34E+02	-4.66E+01	2.32E+00	-4.61E-01
3.14E+00	1.23E+02	7.02E+01	-2.46E+01	4.18E-01	-1.46E-01
2.40E+00	4.55E+01	2.72E+01	-1.48E+01	1.31E-01	-7.13E-02
2.21E+00	4.55E+01	2.72E+01	-1.50E+01	1.30E-01	-7.17E-02
2.13E+00	1.23E+01	7.79E+00	-7.62E+00	1.51E-02	-1.47E-02
8.89E-01	2.28E+00	1.48E+00	-3.23E+00	9.14E-04	-2.00E-03
3.94E-01	5.67E-01	3.70E-01	-1.60E+00	1.53E-04	-6.65E-04
1.90E-01	1.36E-01	8.92E-02	-7.85E-01	2.49E-05	-2.19E-04
1.33E-01	6.63E-02	4.35E-02	-5.47E-01	1.10E-05	-1.39E-04

TABLA 4.4 RESULTADOS DE LA SOLUCION #2^a

$\frac{r}{r_s}$	$\frac{U_r}{\text{km seg}^{-1}}$	$\frac{P}{\text{erg cm}^{-3}}$	$\frac{P_e}{\text{erg cm}^{-3}}$	$\frac{P_{p\parallel}}{\text{erg cm}^{-3}}$	$\frac{P_{p\perp}}{\text{erg cm}^{-3}}$
1.00	2.37E+01	3.58E-03	-	-	-
2.04	7.83E+01	1.77E-04	-	-	-
4.53	1.47E+02	1.27E-05	-	-	-
7.21	1.89E+02	3.01E-06	-	-	-
14.3	2.36E+02	4.21E-07	-	-	-
28.7	2.69E+02	6.09E-08	-	-	-
52.9	2.90E+02	1.12E-08	-	-	-
86.2	3.04E+02	2.45E-09	-	-	-
86.2	3.04E+02	-	1.23E-09	1.23E-09	1.23E-09
164	3.14E+02	-	2.37E-10	1.94E-10	1.16E-10
338	3.20E+02	-	4.05E-11	1.64E-11	1.02E-11
680	3.22E+02	-	5.77E-12	1.14E-12	1.14E-12
1397	3.23E+02	-	7.61E-13	6.61E-14	1.28E-13
2150	3.24E+02	-	1.74E-13	1.17E-14	3.46E-14
$\frac{U_\theta}{\text{km seg}^{-1}}$	$\frac{N}{\text{cm}^{-3}}$	$\frac{B_r}{\gamma}$	$\frac{B_\theta}{\gamma}$	$\frac{Q_r}{e c^{-2} s^{-1}}$	$\frac{Q_\theta}{e c^{-2} s^{-1}}$
1.85E+00	5.39E+06	2.08E+05	-1.61E+03	3.06E+04	-2.36E+02
2.92E+00	3.90E+05	4.99E+04	-7.85E+02	3.82E+03	-6.02E+01
4.14E+00	4.24E+04	1.02E+04	-3.51E+02	4.07E+02	-1.41E+01
4.37E+00	1.29E+04	4.00E+03	-2.18E+02	1.07E+02	-5.84E+00
4.28E+00	2.64E+03	1.02E+03	-1.07E+02	1.49E+01	-1.57E+00
3.82E+00	5.73E+02	2.52E+02	-5.12E+01	1.88E+00	-3.81E-01
2.82E+00	1.57E+02	7.44E+01	-2.68E+01	2.73E-01	-9.84E-02
2.11E+00	5.65E+01	2.80E+01	-1.60E+01	7.21E-02	-4.11E-02
1.96E+00	5.65E+01	2.80E+01	-1.62E+01	7.14E-02	-4.12E-02
1.75E+00	1.52E+01	7.82E+00	-8.26E+00	7.66E-03	-8.09E-03
7.88E-01	3.51E+00	1.83E+00	-3.93E+00	4.18E-04	-8.96E-04
3.39E-01	8.58E-01	4.51E-01	-1.94E+00	1.04E-04	-4.45E-04
1.62E-01	2.02E-01	1.07E-01	-9.38E-01	2.39E-05	-2.10E-04
1.06E-01	8.47E-02	4.48E-02	-6.07E-01	1.33E-05	-1.81E-04

^aTodas las magnitudes tienen las unidades usualmente utilizadas para el viento solar ($e c^{-2} s^{-1}$ es una abreviación de $\text{erg cm}^{-2} \text{seg}^{-1}$). La expresión de las distancias en términos del radio solar r_s , cuyo valor es 6.96×10^{10} cm (1UA = 215 r_s), facilita la apreciación de la evolución de esta variable en las tablas.

TABLA 4.5 VALORES DE LAS VARIABLES A 1 UA EN LAS SOLUCIONES #1 y #2

	SOLUCION #1	SOLUCION #2
U_r (10^2 km seg $^{-1}$)	3.17	3.39
P_e (10^{-10} erg cm $^{-3}$)	1.49	1.17
$P_{p\parallel}$ (10^{-11} erg cm $^{-3}$)	7.90	7.43
$P_{p\perp}$ (10^{-11} erg cm $^{-3}$)	4.44	3.97
U_θ (km seg $^{-1}$)	1.35	1.67
N (cm $^{-3}$)	8.66	6.81
B_r (γ)	4.48	4.35
B_θ (γ)	-6.20	-5.62
Q_r (10^{-3} erg cm $^{-2}$ seg $^{-1}$)	2.26	3.44
Q_θ (10^{-3} erg cm $^{-2}$ seg $^{-1}$)	-3.10	-4.45

4.3 INTERPRETACION Y DISCUSION DE LOS RESULTADOS

La figura 4.2 muestra perfiles de velocidad radial y azimutal similares a los obtenidos en modelos previos. Mientras la primera crece indefinidamente, cada vez con menor gradiente para distancias crecientes, la segunda tiende a corrotar cerca del Sol para luego decrecer, originándose en esta última curva a 0.4 UA un notorio salto en la pendiente debido al cambio de modelo. Nótese que la velocidad radial pasa "suavemente" por las tres singularidades.

La evolución de la presión y la densidad, tal como se puede apreciar en las figuras 4.3 y 4.4 respectivamente, es similar a la obtenida por Whang (1972) y Acuña y Whang (1976). Nótese en particular la variación de la presión en varios órdenes de magnitud a lo largo de la trayectoria.

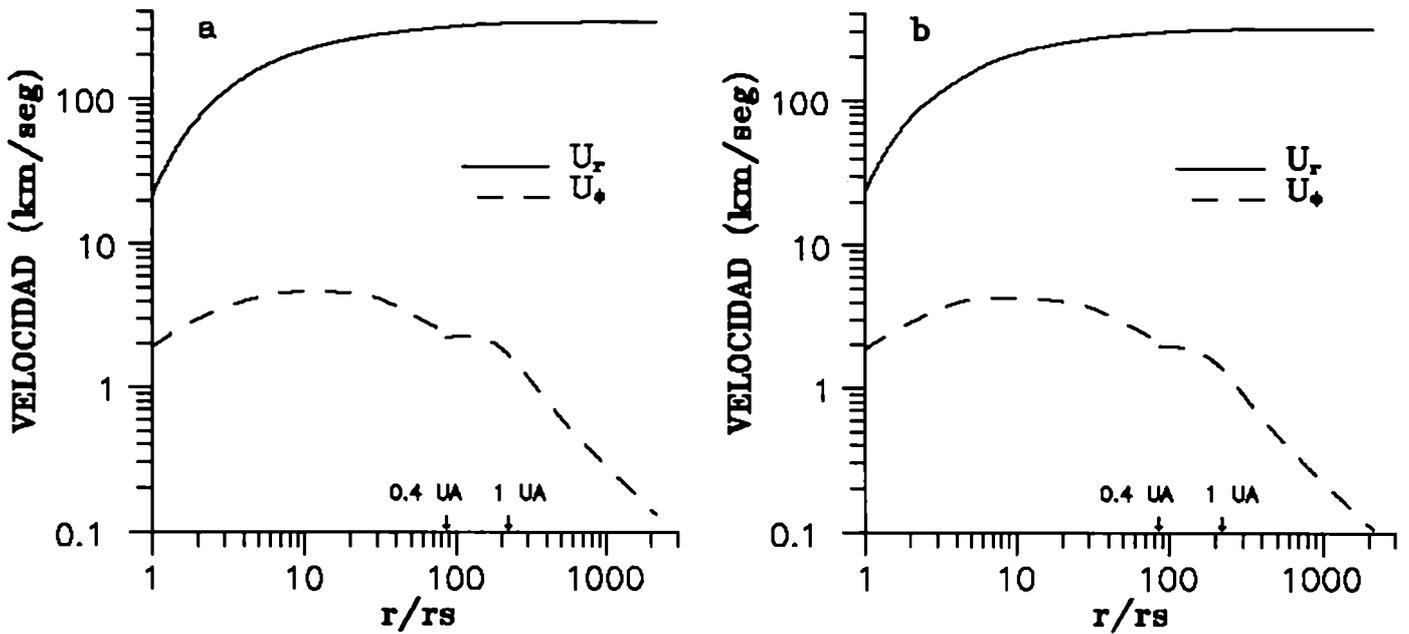


FIGURA 4.2 - LAS COMPONENTES RADIAL Y AZIMUTAL DE LA VELOCIDAD EN FUNCION DE LA DISTANCIA HELIOCENTRICA: a) SOLUCION #1, b) SOLUCION #2.

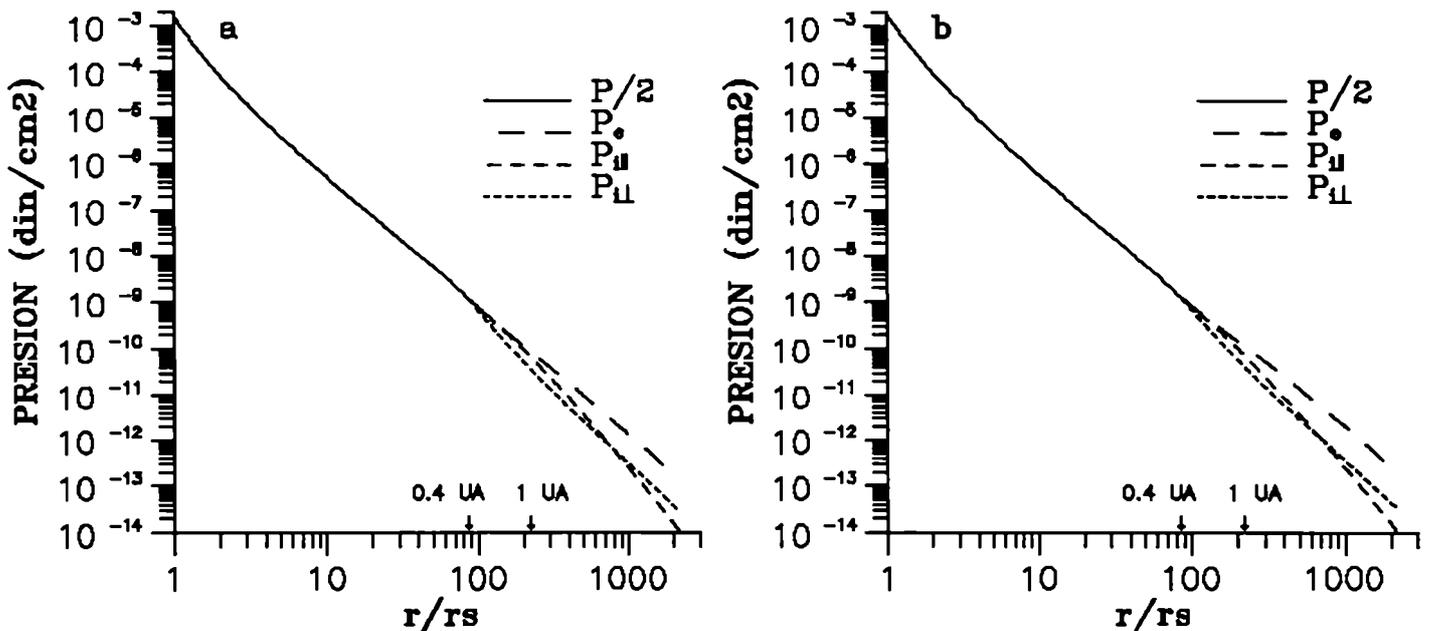


FIGURA 4.3 - LAS DIVERSAS COMPONENTES DE LA PRESION EN FUNCION DE LA DISTANCIA HELIOCENTRICA (EN LA ZONA COLISIONAL SE HA REPRESENTADO P/2 CON EL OBJETO DE QUE LOS GRAFICOS SEAN CONTINUOS EN EL PUNTO DE TRANSICION ENTRE AMBOS REGIMENES): a) SOLUCION #1, b) SOLUCION #2.

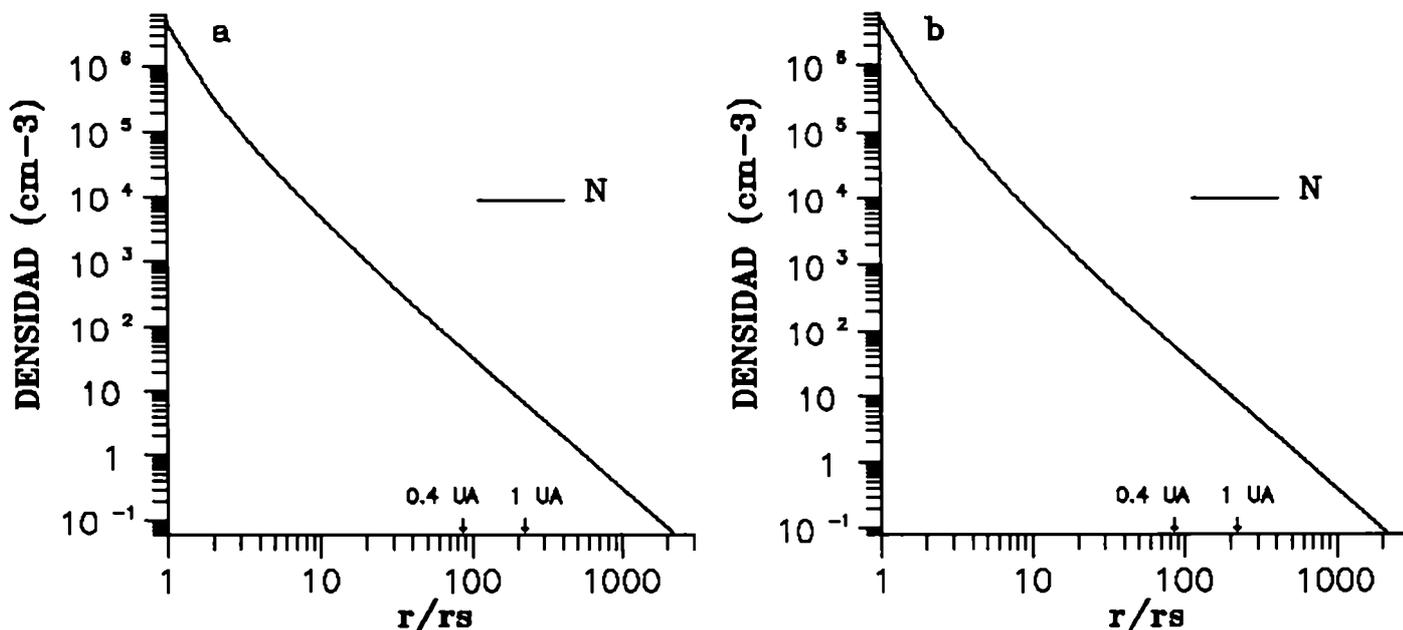


FIGURA 4.4 - LA DENSIDAD DE PROTONES O ELECTRONES COMO FUNCION DE LA DISTANCIA HELIOCENTRICA: a) SOLUCION #1, b) SOLUCION #2.

El campo magnético y el flujo de calor, respectivamente en las figuras 4.5 y 4.6, están dominados por la parte radial o la parte azimutal con excepción de un entorno alrededor de 1 UA (en esta zona se invierte el orden de importancia de ambas componentes en estos vectores). El perfil del flujo de calor para la zona no colisional es distinto al hallado por otros autores, lo cual se debe a la nueva expresión utilizada para describir el mismo.

Puede resultar útil comparar en la región más conocida, 1 UA, el presente modelo con los previos, de los cuales el más apropiado resulta ser el de *Acuña y Whang* (1976) por ser el único que incluye la anisotropía protónica y la velocidad azimutal simultáneamente. También es de interés cotejar los resultados hallados en cada caso con los datos observacionales, lo cual implica analizar si las predicciones

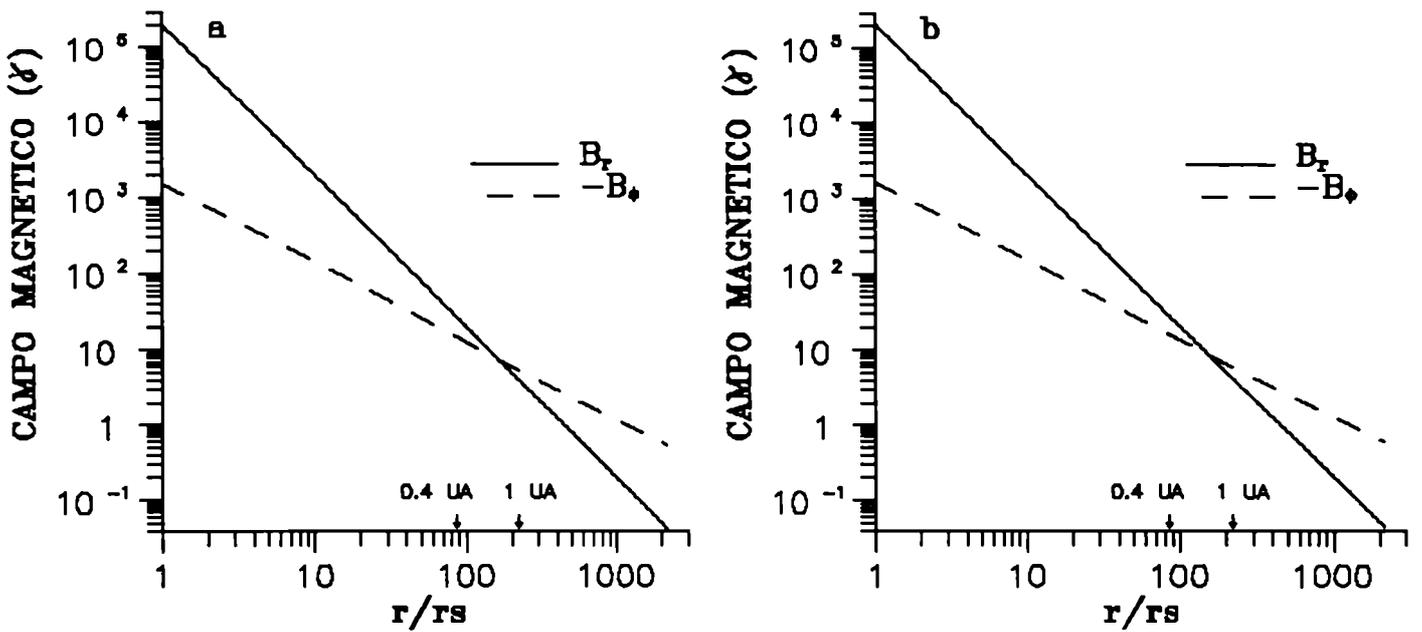


FIGURA 4.5 - LAS COMPONENTES RADIAL Y AZIMUTAL DEL CAMPO MAGNETICO EN FUNCION DE LA DISTANCIA HELIOCENTRICA (PARA QUE AMBAS CURVAS ESTEN EN UN SOLO CUADRANTE SE HA DECIDIDO TRAZAR EL VALOR ABSOLUTO DE LA COMPONENTE AZIMUTAL): a) SOLUCION #1, b) SOLUCION #2.

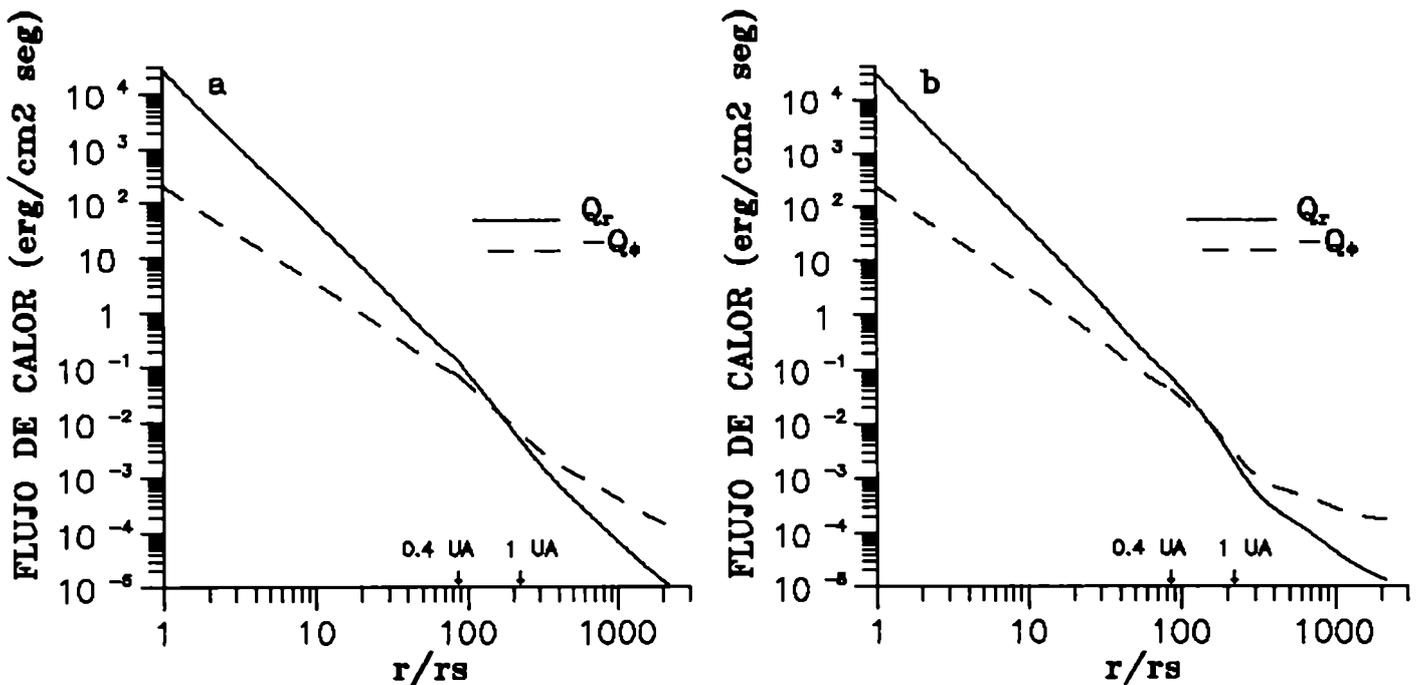


FIGURA 4.6 - LAS COMPONENTES RADIAL Y AZIMUTAL DEL FLUJO DE CALOR ELECTRONICO EN FUNCION DE LA DISTANCIA HELIOCENTRICA (PARA QUE AMBAS CURVAS SE HALLEN EN UN SOLO CUADRANTE SE HA INCLUIDO EL MODULO DE LA COMPONENTE AZIMUTAL): a) SOLUCION #1, b) SOLUCION #2.

están de acuerdo con las mediciones a 1 UA, además de corroborar si las tendencias predichas hacia pequeñas y grandes distancias del Sol están en concordancia con los valores insinuados por las no tan abundantes observaciones de esas zonas.

A continuación se exhibe una tabla elaborada con las predicciones para 1 UA de *Acuña y Whang* (1976) y de esta tesis (ambos trabajos presentan dos soluciones), valores que pueden ser comparados con los datos empíricos presentados oportunamente en la tabla 1.1.

TABLA 4.6 PREDICCIONES PARA 1 UA DE DOS SOLUCIONES DEL PRESENTE TRABAJO Y DE OTRAS DOS DE ACUÑA Y WHANG (1976)

	Soluciones del presente modelo		Soluciones de Acuña y Whang	
U_r (10^2 km seg $^{-1}$)	3.17	3.39	3.18	3.35
U_θ (km seg $^{-1}$)	1.35	1.67	1.44	1.68
N (cm $^{-3}$)	8.66	6.81	7.31	5.85
T_e (10^5 K)	1.25	1.24	1.34	1.98
T_p (10^4 K)	4.68	5.45	6.75	8.50
$T_{p\parallel}/T_{p\perp}$	1.78	1.87	1.73	1.70
Q (10^{-3} erg cm $^{-2}$ seg $^{-1}$)	3.84	5.62	4.26	11.0
B (γ)	7.65	7.11	7.69	7.24
θ ($^\circ$) ^a	-54.1	-52.3	-56.7	-52.3

^a Los valores del ángulo azimutal presentados por Acuña y Whang se refieren a un campo magnético apuntando hacia el Sol. Con el objeto de poder establecer comparaciones con el presente modelo aquí se ha reemplazado aquel ángulo por el que corresponde a un campo magnético que mira al exterior pero que deja el resto de los valores de la tabla inalterados, lo cual se obtiene restando 180° al valor original (ver la sección 3.4).

La similitud de la primera y la segunda solución de un modelo con

la respectiva del otro se debe a que se ha intentado utilizar valores similares a los que corresponderían a cada solución del trabajo de Acuña y Whang, no obstante las variaciones sucesivas que produjo aquí el ajuste de los parámetros que ha conducido a la obtención de resultados con significado físico (ver sección 4.1.2), con el objeto de poder cotejar ambos esquemas.

Comparando las tablas 1.1 y 4.6 se ve que las predicciones de ambos modelos a 1 UA son del orden de lo observado. Como característica saliente pueden apreciarse valores del presente modelo para la temperatura protónica y el flujo de calor en mayor concordancia con lo medido y en una medida mucho menor esto también es así para el campo magnético. En cambio no fue posible predecir una velocidad azimutal más cercana a lo observado. Queda como descargo mencionar que la incertidumbre en la medición de las velocidades es del orden de aquella magnitud y que la misma tiene poca importancia en las ecuaciones en esta zona.

Los datos que reflejan el comportamiento del viento solar lento en el plano eclíptico tanto cerca como lejos del Sol muestran características muy dispersas en algunos casos y ello se debe a los diferentes métodos e hipótesis implícitas en las mediciones indirectas. La información también suele ser incompleta en cuanto a la evolución de las diversas magnitudes a lo largo de todo el recorrido. No obstante pueden trazarse algunas consideraciones generales.

Las mediciones indican que el viento solar lento sufre una caída de la temperatura desde 2.5×10^6 K en $1.5 r_s$ a 1×10^6 K en $4 r_s$ (ver

por ejemplo *Pneuman* 1986) para ir llegando en las cercanías de 0.4 UA a unos 2×10^5 K (*Pilipp y otros* 1987a, b). También se puede inferir un crecimiento de la velocidad radial desde unos 10 km/seg sobre la superficie del Sol hasta valores del orden de 300 km/seg en algún punto entre 10 r_s y 100 r_s , siendo los datos muy variables al respecto (ver por ejemplo *Woo* 1978, *Tyler y otros* 1981). Los resultados de *Acuña y Whang* (1976) y de este trabajo son consistentes con estos hechos y además es natural obtener resultados similares en ambos marcos para la región interior ya que se usan las mismas ecuaciones y similares parámetros.

En la región no colisional el flujo de calor evoluciona desde aproximadamente $0.1 \text{ erg cm}^{-2} \text{ seg}^{-1}$ a una distancia de 0.4 UA hasta unos $0.005 \text{ erg cm}^{-2} \text{ seg}^{-1}$ a 1 UA (*Marsch y Richter* 1984). La densidad recorre un rango desde 100 cm^{-3} alrededor de 0.4 UA (ver *Pilipp y otros* 1987a, b) hasta 0.1 cm^{-3} a 9 UA, siendo en esta ubicación la velocidad radial típica de unos 340 km/seg (*Saxis* 1987). Hasta aquí ambos modelos concuerdan con las observaciones, pero las discrepancias aparecen relacionadas con la temperatura protónica a 9 UA, pues las mediciones reflejan valores del orden de 1×10^4 K (*Saxis* 1987) y los modelos señalan resultados de aproximadamente 3×10^3 K.

Como k_0 es uno de los factores relacionados con la evolución en la zona interior participa en la determinación de las condiciones iniciales para la región exterior. Nótese que el comportamiento predicho en esta última zona por el presente modelo es consistente con un valor de k_0 del orden de $1.9 \times 10^{-7} \text{ erg cm}^{-1} \text{ seg}^{-1} \text{ K}^{-7/2}$, que si bien dista de $5.2 \times 10^{-7} \text{ erg cm}^{-1} \text{ seg}^{-1} \text{ K}^{-7/2}$, que es lo calculado por

Chapman, está apreciablemente más cerca que el valor empleado por Acuña y Whang de $1 \times 10^{-7} \text{ erg cm}^{-1} \text{ seg}^{-1} \text{ K}^{-7/2}$. Los resultados de ambos modelos podrían estar indicando que el rango de valores tradicionalmente aceptado para esa constante es excesivamente alto.

Para analizar más profundamente el significado de las soluciones obtenidas en esta tesis resulta de interés estudiar otras magnitudes derivadas a partir de las previamente halladas. En particular es de sumo interés monitorear la evolución de los diversos tipos de energía a lo largo de toda la expansión de la corona solar.

Se definen los términos

$$E_c = \frac{1}{2} M (U_r^2 + U_\theta^2) \quad (4.25)$$

$$E_t = \frac{5}{2} P U_r r^2 \quad (4.26a)$$

$$E_t = \left[\frac{5}{2} P_e + P_{p\parallel} \left(\frac{1}{2} + \frac{B_r^2}{B_r^2 + B_\theta^2} \right) + P_{p\perp} \left(1 + \frac{B_\theta^2}{B_r^2 + B_\theta^2} \right) \right] U_r r^2 + \left(P_{p\parallel} - P_{p\perp} \right) \frac{B_r B_\theta}{B_r^2 + B_\theta^2} U_\theta r^2 \quad (4.26b)$$

$$E_m = \frac{(B_\theta^2 U_r - B_\theta B_r U_\theta) r^2}{4 \pi} \quad (4.27)$$

$$E_q = r^2 Q_r \quad (4.28)$$

$$E_g = - \frac{g m_s M}{r} + e_{g0} \quad (4.29)$$

donde las ecuaciones representan respectivamente los flujos de energía cinética, térmica para la zona colisional y para la zona no colisional (para $P_e = P_{p\parallel} = P_{p\perp} = P/2$ la expresión con anisotropía se reduce a la otra), magnética, de calor y gravitatoria. La constante e_{g0} es en

principio arbitraria pues E_g está definida a menos de una constante y entonces puede ser eligida como para anular el término gravitatorio sobre la superficie solar, lo cual permite evaluar el trabajo invertido en vencer la gravedad para transportar el plasma desde aquella posición hacia el exterior.

Nótese que

$$E_c + E_t + E_m + E_q + E_g = E + e_{go} \quad (4.30)$$

por lo que se define

$$E' = E + e_{go} \quad (4.31)$$

La inclusión de e_{go} cambia el valor de la energía total pero no altera las soluciones previamente halladas y permite obtener resultados novedosos (como se verá más adelante) al modificar el enfoque dado por otros autores al estudio de la energía del fenómeno y su distribución en las diversas componentes. Para encarar esto último acá es apropiado evaluar la importancia relativa de cada tipo de energía a través de

$$\varepsilon_c = E_c/E' \quad (4.32)$$

$$\varepsilon_t = E_t/E' \quad (4.33)$$

$$\varepsilon_m = E_m/E' \quad (4.34)$$

$$\varepsilon_q = E_q/E' \quad (4.35)$$

$$\varepsilon_g = E_g/E' \quad (4.36)$$

siendo obviamente

$$\varepsilon_c + \varepsilon_t + \varepsilon_m + \varepsilon_q + \varepsilon_g = 1 \quad (4.37)$$

En la figura 4.7 se hallan representados estos cocientes aunque la

escala logarítmica en el eje vertical no permite apreciar que la suma de todas las curvas es constante.

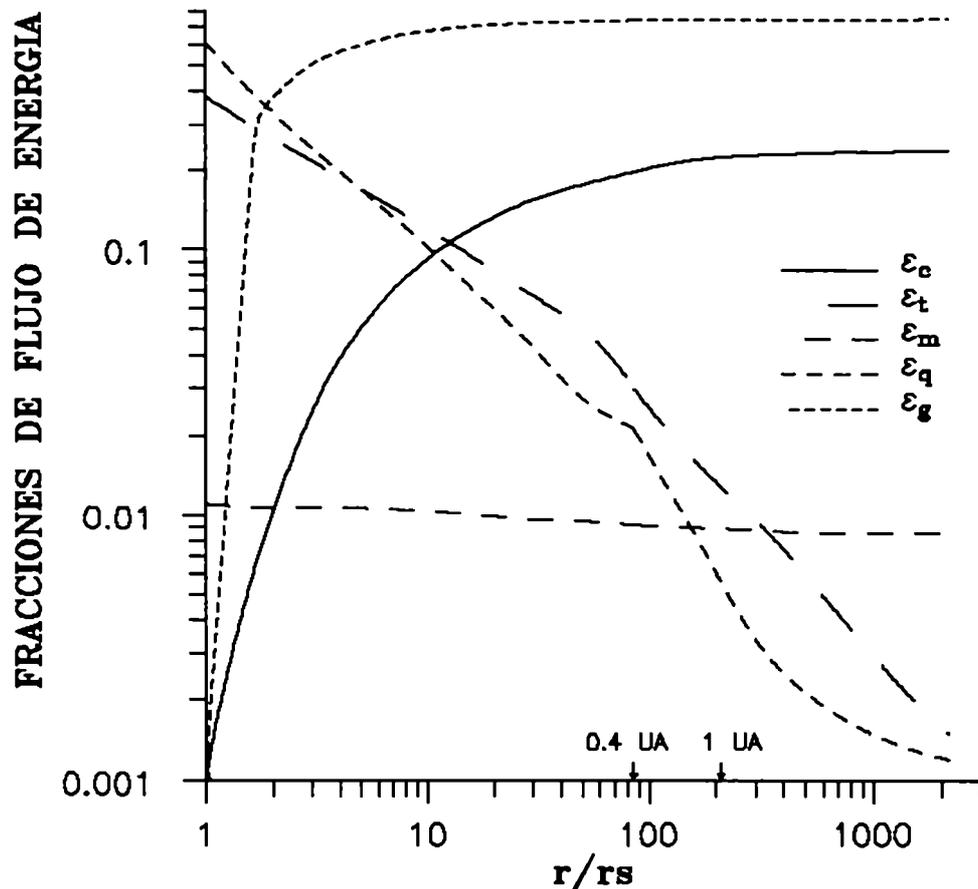


FIGURA 4.7 - LOS COCIENTES DE LOS DIVERSOS TIPOS DE FLUJO DE ENERGIA CON EL FLUJO DE ENERGIA TOTAL EN FUNCION DE LA DISTANCIA HELIOCENTRICA (SE HA OPTADO POR SUMAR UNA CONSTANTE AL TERMINO GRAVITATORIO CON EL OBJETO DE PODER ANULAR EL MISMO SOBRE LA SUPERFICIE SOLAR).

De acuerdo al gráfico y en oposición a lo sugerido en primer término por Whang (1971) y en concordancia con lo manifestado posteriormente por Acuña y Whang (1976) no debe buscarse en la energía magnética la fuente del crecimiento de la energía cinética, ya que en comparación el decrecimiento de la primera reviste muy poca

significación. Concretamente la participación del término magnético presenta una pequeña declinación hacia distancias crecientes pero ronda siempre el 1 % del total. El comportamiento casi invariable puede ser explicado a partir de la transformación del lado derecho de (4.27) con (3.94) y (3.105) de acuerdo a

$$E_m = - \frac{\omega r F_B B_0}{4 \pi} \quad (4.38)$$

y la observación en la figura 4.5 de que B_0 tiene una evolución del tipo r^{-1} .

Las curvas también muestran que la energía en las regiones de la corona solar de donde salen los haces lentos es calórica en un 61 % y térmica en un 38 % y que son estas fuentes las que dan origen al crecimiento de la energía cinética a lo largo del proceso, pero no transformándose preponderantemente en ésta, sino que convirtiéndose principalmente en un incremento de la energía potencial gravitatoria (de no sumarse e_{g0} la parte gravitatoria tiende a cero a grandes distancias y se obtiene una interpretación diametralmente diferente). En definitiva se observa que al expandir la corona hasta 10 UA un 24 % de la energía inicial es destinada a incrementar la energía cinética y un 75 % a realizar el trabajo necesario contra la atracción solar.

Otro punto que puede resultar de interés es el hecho de que la importancia relativa de cada componente se invierte totalmente al ir de la mínima a la máxima distancia. Las transformaciones de mayor significación suceden en la zona colisional. Nótese que el cambio de modelo en el punto de transición también produce un salto visible en

la pendiente de ϵ_t y ϵ_q .

El comportamiento de las componentes de la temperatura ha sido ilustrado en la figura 4.8, la cual presenta características similares a la figura 4.3, que muestra la presión. Se obtiene una temperatura algo superior a 2×10^6 K para la corona, que condice con lo aceptado. La causa de este valor muy superior al de las capas atmosféricas inferiores y al de la superficie solar sigue siendo tema de discusión.

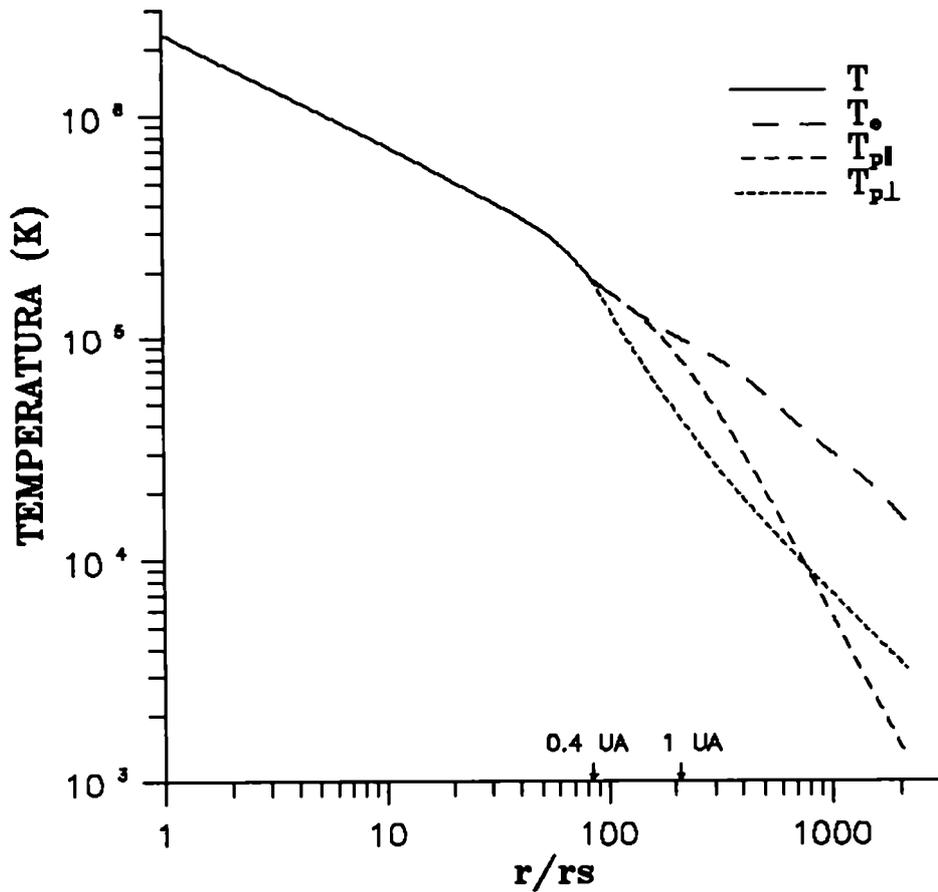


FIGURA 4.8 - LAS DIVERSAS COMPONENTES DE LA TEMPERATURA EN FUNCION DE LA DISTANCIA HELIOCENTRICA.

La figura (4.9) muestra que la anisotropía protónica dentro de la zona no colisional crece con la distancia hasta arribar a un máximo cerca de 1 UA, para luego decrecer hasta valores inferiores a la unidad. El cociente de temperatura protónica a electrónica presenta un comportamiento continuamente decreciente. La muy baja frecuencia de colisiones implica por lo tanto que a grandes distancias los diversos componentes de la temperatura (o presión) tienden a diferenciarse.

Existen modelos de un fluido que utilizan un índice politrópico constante en la descripción de la evolución de la expansión de la corona solar (ver capítulo 2). Aquel parámetro vincula la presión con la densidad de acuerdo a la ecuación (2.14). En algunos casos se ha extendido la formulación de esta ley a fluidos no colisionales (ver por ejemplo *Whang* 1972), reemplazándose la presión y la densidad totales por las de los electrones. En las condiciones de estado estacionario y simetría esférica aquí consideradas puede reescribirse la ecuación politrópica para las zonas interior y exterior, en ese orden, como

$$\gamma = \frac{N}{P} \frac{dP/dr}{dN/dr} \quad (4.39)$$

$$\gamma = \frac{N}{P_e} \frac{dP_e/dr}{dN/dr} \quad (4.40)$$

expresiones que permiten calcular el índice politrópico en función de las magnitudes halladas por el método numérico. El mismo provee las derivadas de ambas presiones y de la velocidad radial (no han sido incluidas en las tablas 4.3 y 4.4 para reducir el abarrotamiento de datos), permitiendo la última obtener la derivada de la densidad a través de la ecuaciones (2.15) y (3.55).

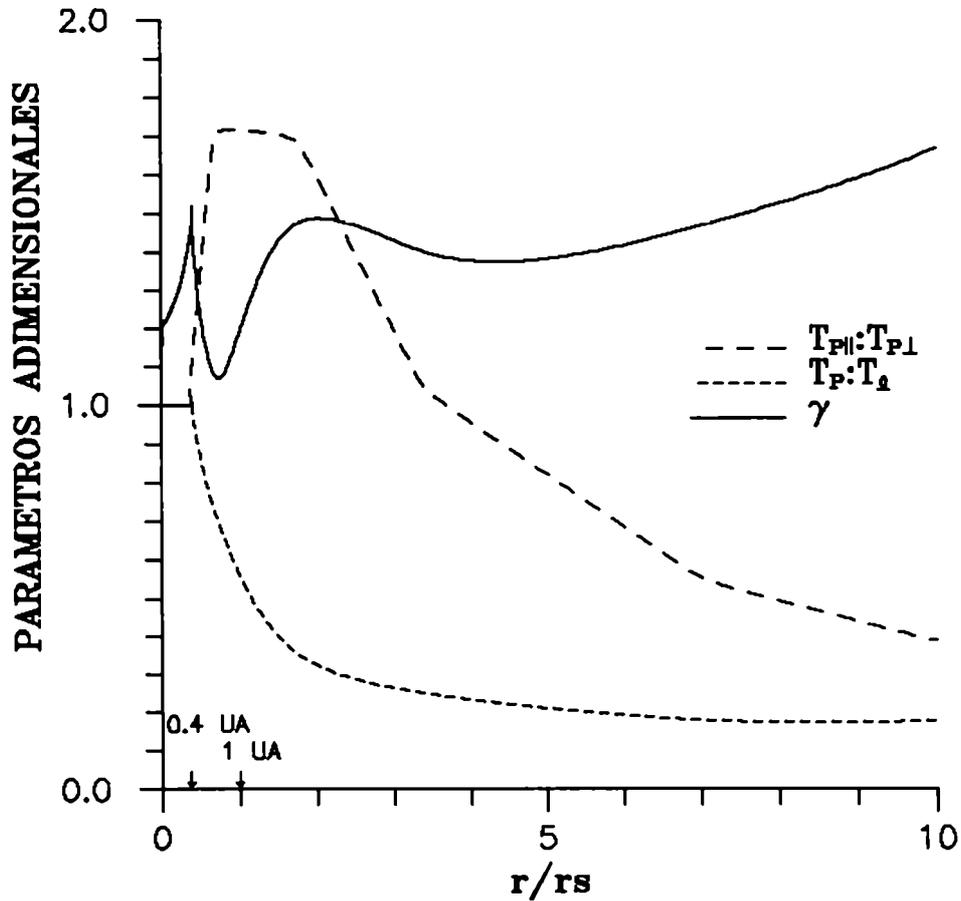


FIGURA 4.9 - EL INDICE POLITRÓPICO, EL COCIENTE DE TEMPERATURAS PROTONICA A ELECTRONICA Y LA ANISOTROPIA DE LOS PROTONES REPRESENTADOS COMO FUNCION DE LA DISTANCIA HELIOCENTRICA (LAS DOS ULTIMAS MAGNITUDES VALEN EN FORMA UNIFORME 1 EN TODA LA REGION COLISIONAL).

De acuerdo a la figura 4.9 el presente modelo predice que no puede tomarse un valor fijo para el índice politrópico y que por lo tanto la correspondiente ecuación no puede reemplazar a la ecuación de energía. A grandes distancias el índice γ muestra una tendencia hacia $5/3$, el valor adiabático. El comportamiento abrupto a 0.4 UA se debe a que el modelo no exige la continuidad de la derivada de la presión y de la velocidad radial en ese punto.

4.3 INTERPRETACION Y DISCUSION ...

En la figura 4.10 se puede ver la evolución del ángulo comprendido entre el campo magnético interplanetario (o equivalentemente el flujo de calor de los electrones) y la dirección radial. Obviamente el comportamiento observado está de acuerdo con lo que se puede inferir de las figuras 4.5 y 4.6, en particular los valores que se pueden apreciar cerca de la superficie solar, en los alrededores de 1 UA y a grandes distancias.

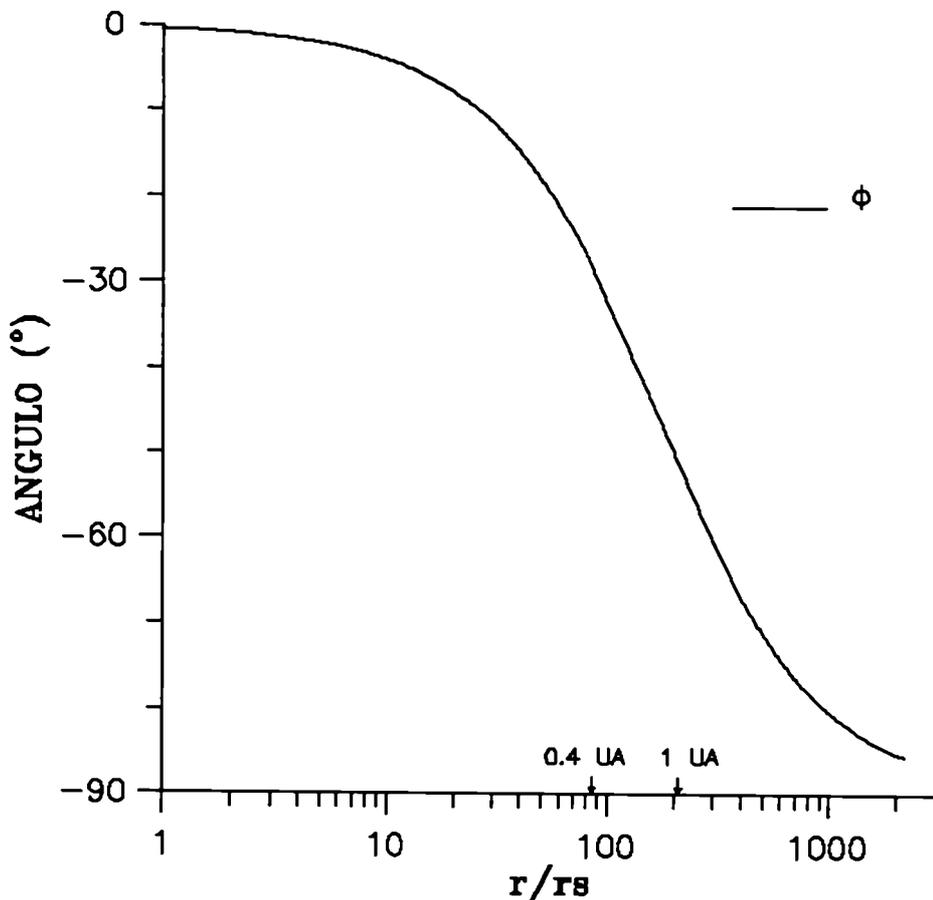


FIGURA 4.10 - EL ANGULO QUE FORMAN EL CAMPO MAGNETICO (O EL FLUJO DE CALOR) Y LA DIRECCION RADIAL EN FUNCION DE LA DISTANCIA HELIOCENTRICA.

Finalmente nótese que al aplicar la solución #1 sobre la superficie solar a la ecuación (3.91) se observa que un 0.1 % de L está vinculado a la pérdida del momento angular que acarrea el alejamiento del plasma con velocidad azimutal no nula y el 99.9 % restante está relacionado con el torque producido por el campo magnético. Esto demuestra que por lo menos cerca del Sol el campo magnético juega un papel mucho más preponderante para el momento angular que para la energía.

Para estimar el orden de magnitud de ese efecto contra la rotación del Sol puede resultar de interés estimar un tiempo característico de detención de los giros del mismo τ_w (ver apéndice 6)

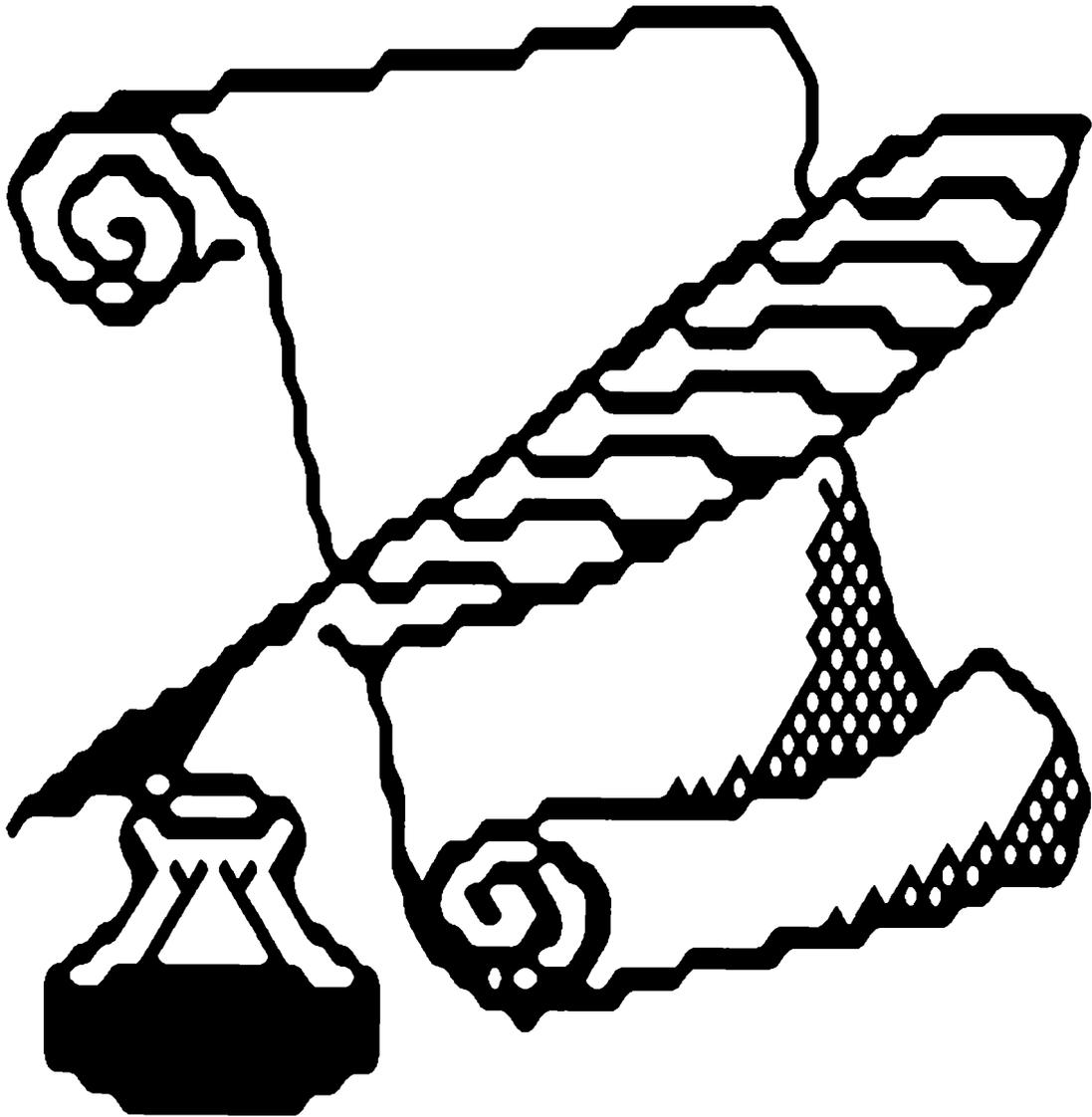
$$\tau_w = \frac{m_s r_s^2 \omega}{10 \pi L} \cong 10^{18} \text{ seg}$$

siendo $m_s \cong 2 \times 10^{33}$ g, $r_s \cong 7 \times 10^{10}$ cm, $\omega \cong 3 \times 10^{-6}$ seg^{-1} y tomando para L un valor típico de 1×10^{30} din cm er^{-1} .

El resultado de arriba refleja que la velocidad angular se anularía en un lapso de unos treinta mil millones de años. El valor es idéntico al estimado por *Parker* (1958a) y algo superior al obtenido por *Weber y Davis* (1967) por caminos similares. Este período es medianamente comparable con los seis mil millones de años que restan para que comience la fusión del helio del núcleo solar en carbón y nuestra estrella empiece a transformarse entonces en una gigante roja, lo cual implicará un cambio respecto de las condiciones actuales que dan lugar a la expansión de la corona.

CAPITULO 5

CONCLUSIONES





Los resultados del presente modelo concuerdan en varios aspectos con las observaciones. Esto es así tanto a 1 UA como en las regiones más cercanas y alejadas del Sol, pero en estos dos últimos casos el examen no puede ser tan exhaustivo debido a la escasez o ausencia de datos de algunas magnitudes. La utilización en este trabajo de una nueva ecuación para el flujo de calor electrónico en la región no colisional en reemplazo de la ley de Spitzer-Härm ha permitido acercar más los valores predichos a los medidos en 1 UA para aquella magnitud y la temperatura protónica, no habiendo cambios de significación para las otras variables en esa posición.

Un punto en el cual no se ha logrado una disminución en las diferencias entre las predicciones y las mediciones con respecto a trabajos previos es en lo atinente a la velocidad azimutal a 1 UA. No obstante debe tenerse presente que la incerteza en las mediciones de la velocidad son del orden de los valores observados para aquella magnitud y que además, la energía asociada a la misma tiene muy poco peso en esa zona.

El presente trabajo presenta un cambio de enfoque en el tratamiento del balance del flujo de energía del fenómeno en estudio, lo cual permite marcar que la mayor porción de aquella no es destinada a aumentar la velocidad del fluido sino a realizar trabajo contra la atracción gravitatoria solar y que las fuentes de esta transformación son las energías calórica y térmica en la corona solar.

Esta tesis también muestra que la aplicación de un método numérico más poderoso que los precedentemente usados permite obviar la

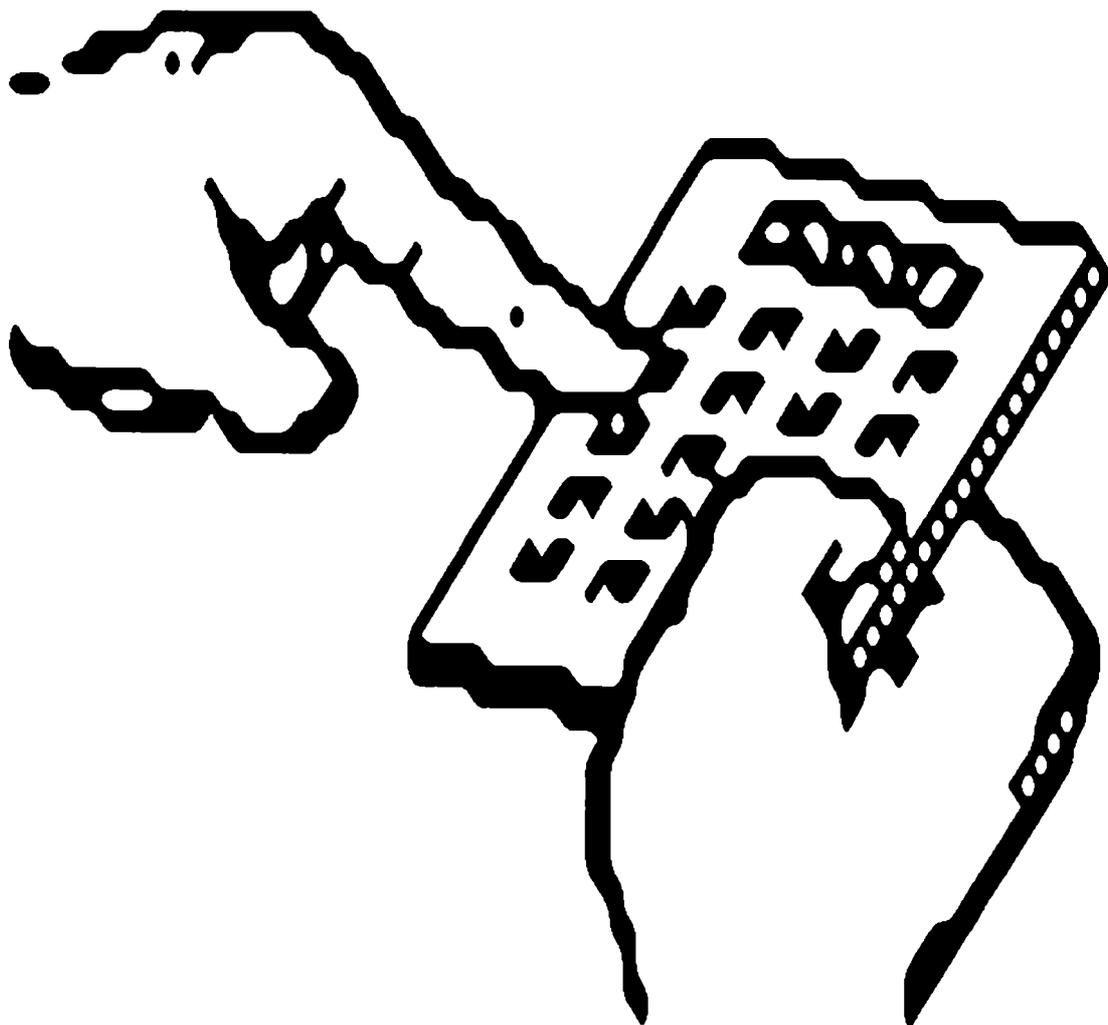
utilización de series asintóticas, que han sido introducidas para evitar el inconveniente de la acumulación de errores numéricos lejos del Sol, pero que implican plantear una forma funcional a priori.

Una alternativa que podría arrojar alguna información adicional es el estudio de las soluciones en función de los parámetros que las definen (los invariantes, k_0 y las condiciones de contorno), ya que la variación de los valores de los mismos permitiría analizar más detenidamente su influencia en la determinación de los perfiles. La interacción no lineal de estos factores conlleva que este aspecto diste de ser simple.

Es imprescindible la obtención en el futuro de una mayor variedad de datos a diversas distancias heliocéntricas para seguir analizando los modelos y ver cuáles son los que mejor ajustan las observaciones y en consecuencia son más apropiados para describir el plasma en estudio. Sobre todo serían de gran interés mediciones coordinadas de forma que se pueda hacer un seguimiento de la evolución de un haz desde el Sol hacia el exterior en vez de tener que trabajar con valores promedios observados a diversas distancias. Reviste particular importancia la medición del flujo de calor electrónico a lo largo de la zona no colisional para constatar cuál descripción teórica es más apropiada en esta parte. La dificultad en ajustar esta magnitud está íntimamente relacionada con su poca importancia relativa en la energética de esta región. Los resultados aquí provistos para 1 UA, si bien se acercan algo más a lo medido en comparación con modelos previos, no permiten extraer conclusiones definitivas.

No es de descartar que en sucesivos refinamientos sea aconsejable incluir factores como la anisotropía electrónica, diversos tipos de inestabilidades y la participación de otras partículas presentes en el viento solar. No obstante esto tendrá sentido en la medida en que las nuevas mediciones a diversas distancias produzcan discrepancias con las predicciones. Estas modificaciones sucesivas tienen mayor importancia por el momento en los haces rápidos pues las diferencias con los datos experimentales son más notorias en este caso.

APPENDICES



APENDICE 1: IMPORTANCIA RELATIVA ENTRE LOS TERMINOS ELECTROMAGNETICOS
EN LAS ECUACIONES MAGNETOHIDRODINAMICAS CUASIESTACIONARIAS

A) ECUACIONES DE MAXWELL

Sea

$$\frac{\partial}{\partial t} \sim \frac{1}{\mathcal{T}} \quad (\text{A1.1})$$

$$\nabla \sim \frac{1}{\mathcal{D}} \quad (\text{A1.2})$$

$$v = \frac{\mathcal{D}}{\mathcal{T}} \quad (\text{A1.3})$$

donde \mathcal{T} , \mathcal{D} y v representan un tiempo, una distancia y una velocidad típicos de variación del problema.

A partir de la ecuación de Faraday - Henry

$$\nabla \times \bar{E} = - \frac{1}{c} \frac{\partial \bar{B}}{\partial t} \quad (\text{A1.4})$$

se ve que

$$\frac{E}{B} \sim \frac{v}{c} \quad (\text{A1.5})$$

y entonces en la ley de Ampère

$$\nabla \times \bar{B} = \frac{4}{c} \pi \bar{J} + \frac{1}{c} \frac{\partial \bar{E}}{\partial t} \quad (\text{A1.6})$$

se puede estimar que

$$\frac{\frac{1}{c} \frac{\partial \bar{E}}{\partial t}}{\nabla \times \bar{B}} \sim \frac{v^2}{c^2} \quad (\text{A1.7})$$

En fenómenos cuasiestacionarios v es pequeña en comparación con otras velocidades y si por ejemplo se le asocia un valor del orden de la velocidad del fluido, que es una alta cota superior de aquella, se ve que

$$\frac{v}{c} \sim 10^{-3} \quad (\text{A1.8})$$

y por lo tanto (A1.6) puede ser reducida a

$$\bar{\nabla} \times \bar{B} = \frac{4 \pi}{c} \bar{J} \quad (\text{A1.9})$$

siendo aquella la única de las cuatro ecuaciones de Maxwell que puede ser simplificada en las condiciones planteadas por (A1.1) - (A1.3) y (A1.8).

B) ECUACION DE MOVIMIENTO

Para estudiar las consecuencias de un estado cuasiestacionario del viento solar sobre el tipo de ecuación aquí en estudio se consideran válidas las mismas hipótesis y condiciones que en la parte A.

Los términos electromagnéticos que en principio aparecen en la ecuación de movimiento de los modelos magnetohidrodinámicos son la fuerza magnética $(\bar{J} \times \bar{B})/c$ y la fuerza eléctrica $\rho_c \bar{E}$. Para comparar ambos considérese la ley de Gauss para el campo eléctrico

$$\bar{\nabla} \cdot \bar{E} = 4 \pi \rho_c \quad (\text{A1.10})$$

junto con (A1.2), (A1.5) y (A1.9). Se halla que

$$\frac{\rho_c \bar{E}}{(\bar{J} \times \bar{B})/c} \sim \frac{v^2}{c^2} \quad (\text{A1.11})$$

lo cual permite justificar que con (A1.8) se desprecie el término eléctrico en la ecuación de movimiento.

No es de extrañar entonces que una vez transformada la ecuación de movimiento al formato de conservación la divergencia del tensor de Maxwell éste dada por

$$\bar{\nabla} \cdot \bar{\mathbb{T}} = \bar{\nabla} \cdot \left[\frac{1}{4\pi} \left(\bar{\mathbb{B}}\bar{\mathbb{B}} - \frac{B^2}{2} \mathbb{1} \right) \right] \quad (\text{A1.12})$$

en vez de

$$\bar{\nabla} \cdot \bar{\mathbb{T}} = \bar{\nabla} \cdot \left\{ \frac{1}{4\pi} \left[\bar{\mathbb{E}}\bar{\mathbb{E}} + \bar{\mathbb{B}}\bar{\mathbb{B}} - \left(\frac{E^2 + B^2}{2} \right) \mathbb{1} \right] \right\} \quad (\text{A1.13})$$

ya que de acuerdo a (A1.5)

$$\frac{E^2}{B^2} \sim \frac{v^2}{c^2} \quad (\text{A1.14})$$

lo cual de acuerdo a (A1.8) implica que el cociente es muy inferior a uno. También es coherente con esta línea que en la ecuación no se halle la derivada temporal de la densidad de momento electromagnético

$$\bar{G} = \frac{(\bar{E} \times \bar{B})}{4\pi c} \quad (\text{A1.15})$$

ya que (A1.1, 2, 3) y (A1.5) muestran que

$$\frac{\partial \bar{G}}{\partial t} \sim v \frac{E B}{4\pi c} \sim \frac{v^2}{c^2} \frac{B^2}{4\pi} \quad (\text{A1.16})$$

o sea que el cociente es claramente inferior a la unidad.

C) ECUACION DE ENERGIA

Aquí también se toman por válidas las hipótesis y condiciones de la parte A.

Los términos electromagnéticos que usualmente aparecen en la ecuación de energía ya escrita en forma de conservación en los diversos modelos magnetohidrodinámicos son por un lado la derivada temporal de la densidad de energía electromagnética, que con las condiciones reinantes se reduce de

$$u = \left(\frac{E^2 + B^2}{8 \pi} \right) \quad (A1.17)$$

a

$$u = \frac{B^2}{8 \pi} \quad (A1.18)$$

en forma coherente con (A1.5) y (A1.8) y por otro lado la divergencia del vector de Poynting

$$\bar{S} = \frac{c}{4 \pi} (\bar{E} \times \bar{B}) \quad (A1.19)$$

que satisface

$$\frac{\bar{\nabla} \cdot \bar{S}}{\frac{\partial u}{\partial t}} \sim 1 \quad (A1.20)$$

de acuerdo con (A1.1, 2, 3), (A1.5) y (A1.18, 19).

**APENDICE 2: TRANSFORMACION DE ECUACIONES MAGNETOHIDRODINAMICAS DEL
VIENTO SOLAR AL FORMATO DE CONSERVACION**

A) PLASMA COLISIONAL

Se parte del conjunto de ecuaciones (3.1) - (3.5), pero expresando previamente la fuerza de volumen \bar{F} a través del término gravitatorio (3.7) y la corriente \bar{J} por medio de la ley de Ampère (3.11). Nótese que no se incluye la relación de clausura (3.8), ya que no puede ser transformada al formato deseado.

La ecuación de continuidad (3.1) ya está en forma de conservación por lo que la primera ecuación a transformar es la de movimiento (3.2). Para llevar esto a cabo es necesario desarrollar dos de los cuatro términos. Para el término de la izquierda, teniendo en cuenta que la derivada total se toma siguiendo la trayectoria del fluido y mediante la ecuación (3.1) vale

$$\begin{aligned} N \frac{d\bar{U}}{dt} &= N \frac{\partial \bar{U}}{\partial t} + N (\bar{U} \cdot \bar{\nabla}) \bar{U} = N \frac{\partial \bar{U}}{\partial t} + \bar{\nabla} \cdot (N \bar{U} \bar{U}) + \bar{U} \frac{\partial N}{\partial t} \\ &= \frac{\partial}{\partial t} (N \bar{U}) + \bar{\nabla} \cdot (N \bar{U} \bar{U}) \end{aligned} \quad (A2.1)$$

En el lado derecho, el término vinculado al campo magnético se puede desarrollar teniendo en cuenta la identidad

$$(\bar{\nabla} \times \bar{B}) \times \bar{B} = \bar{\nabla} \cdot \bar{B} \bar{B} - \bar{B} \bar{\nabla} \cdot \bar{B} - \bar{\nabla} \left(\frac{B^2}{2} \right) \quad (A2.2)$$

junto a la ecuación de Gauss para el campo magnético (3.4) y considerando que para cualquier escalar a es

$$\bar{\nabla} a = \bar{\nabla} \cdot (a \mathbb{1}) \quad (\text{A2.3})$$

para finalmente arribar a

$$\frac{(\bar{\nabla} \times \bar{B}) \times \bar{B}}{4 \pi} = \frac{\bar{\nabla} \cdot \bar{B} \bar{B}}{4 \pi} - \frac{\bar{\nabla} B^2}{8 \pi} = \bar{\nabla} \cdot \left(\frac{\bar{B} \bar{B}}{4 \pi} - \frac{B^2}{8 \pi} \mathbb{1} \right) \quad (\text{A2.4})$$

El término gravitatorio en la ecuación de movimiento no puede ser expresado como una divergencia o una derivada temporal local y por lo tanto debe ser interpretado como un término fuente-sumidero.

En la ecuación de energía (3.3) es necesario modificar solamente el tercer término del lado izquierdo. Para ello será útil tomar el producto escalar de la velocidad del fluido con la ecuación (3.2), o sea

$$m_p N \bar{U} \cdot \frac{d\bar{U}}{dt} + \bar{U} \cdot (\bar{\nabla} \cdot \mathbb{P}) - \bar{U} \cdot \frac{(\bar{\nabla} \times \bar{B}) \times \bar{B}}{4 \pi} - \bar{U} \cdot \left(- \frac{g}{r^2} \frac{m_p N}{\hat{r}} \right) = 0 \quad (\text{A2.5})$$

Usando la ecuación (3.1) para desarrollar el primer término, transformando el tercer término con una propiedad del producto mixto y con la ecuación de Faraday-Henry para fluidos de alta conductividad eléctrica (3.5) tal que

$$\begin{aligned} \bar{U} \cdot (\bar{\nabla} \times \bar{B}) \times \bar{B} &= - (\bar{\nabla} \times \bar{B}) \cdot (\bar{U} \times \bar{B}) \\ &= - (\bar{\nabla} \times \bar{B}) \cdot (\bar{U} \times \bar{B}) + \bar{B} \cdot \bar{\nabla} \times (\bar{U} \times \bar{B}) - \bar{B} \cdot \frac{\partial \bar{B}}{\partial t} \end{aligned} \quad (\text{A2.6})$$

o sea

$$\bar{U} \cdot (\bar{\nabla} \times \bar{B}) \times \bar{B} = \bar{\nabla} \cdot [(\bar{U} \times \bar{B}) \times \bar{B}] - \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{B^2}{2} \right) \quad (\text{A2.7})$$

y modificando el cuarto término con el auxilio de (3.1), en (A2.5) se

llega a

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{m_p}{2} U^2 N \right) + \bar{v} \cdot \left(\frac{m_p}{2} U^2 N \bar{U} \right) + \bar{U} \cdot (\bar{v} \cdot P) + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{B^2}{8 \pi} \right) \\ & - \bar{v} \cdot \left(\frac{(\bar{U} \times \bar{B}) \times \bar{B}}{4 \pi} \right) - \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{g m_s m_p N}{r} \right) - \bar{v} \cdot \left(\frac{g m_s m_p N}{r} \bar{U} \right) = 0 \end{aligned} \quad (A2.8)$$

Esta expresión debe ser sumada a (3.3) para obtener la ecuación de energía en forma de conservación.

La ecuación (3.4) ya está en forma de conservación y para reescribir la ecuación (3.5) basta notar que

$$\bar{v}_x (\bar{U}_x \bar{B}) = \bar{v} \cdot (\bar{B} \bar{U} - \bar{U} \bar{B}) \quad (A2.9)$$

Considerando (2.15) para la densidad de masa con el objeto de compactar aun más las expresiones y teniendo en cuenta que la isotropía reflejada mediante la ecuación (3.6) implica que

$$\text{Tr}P = 3 P \quad (A2.10)$$

$$P \cdot \bar{U} = P \bar{U} \quad (A2.11)$$

se puede llegar al sistema de ecuaciones equivalente al (3.1) - (3.5) que está expresado en forma de conservación, o sea (3.14) - (3.18).

B) PLASMA NO COLISIONAL

En este caso se comienza con el conjunto de ecuaciones dado por (3.27) - (3.34) sin la relación de clausura (3.32), incluyéndose el término gravitatorio en la ecuación de movimiento (3.28) de acuerdo a lo mostrado en el apéndice 3 y reemplazándose \bar{J} nuevamente con (3.11).

La ecuación de continuidad (3.27) obviamente también en este caso presenta el formato de conservación, mientras que la de movimiento (3.28) puede ser transformada de la misma manera que en el otro modelo debido a que es formalmente idéntica.

En el caso de las dos ecuaciones de energía de los iones, (3.29) y (3.30), nótese que si un escalar a cumple que $da/dt = 0$ entonces

$$\begin{aligned}
 0 &= N \frac{da}{dt} = N \frac{\partial a}{\partial t} + N \bar{U} \cdot \bar{\nabla} a \\
 0 &= \frac{\partial}{\partial t} (a N) - a \frac{\partial N}{\partial t} + \bar{\nabla} \cdot (a N \bar{U}) - a \bar{\nabla} \cdot (N \bar{U}) \\
 0 &= \frac{\partial}{\partial t} (a N) + \bar{\nabla} \cdot (a N \bar{U}) \tag{A2.12}
 \end{aligned}$$

habiéndose utilizado la ecuación (3.27) para efectuar el último paso. La identidad (A2.12) ahora permite transformar (3.29) y (3.30) de acuerdo al aspecto buscado.

Para obtener la ecuación de conservación de la energía total deben darse varios pasos. En primer lugar puede usarse la relación (A2.8), deducida dentro del marco del otro modelo, puesto que la misma es válida también en este caso al haber sido hallada a partir de las ecuaciones de movimiento y de continuidad (idénticas en ambos esquemas si se obvia la estructura del tensor de presiones). En segundo lugar puede demostrarse a partir de la ecuación de continuidad que

$$\frac{1}{N} \frac{dN}{dt} = - \bar{\nabla} \cdot \bar{U} \tag{A2.13}$$

y con la ecuación de Gauss (3.33) y de Faraday-Henry (3.34) que

$$\frac{1}{B} \frac{dB}{dt} = \hat{e} \cdot (\hat{e} \cdot \bar{v}) \bar{U} - \bar{v} \cdot \bar{U} \quad (\text{A2.14})$$

igualdades que permiten transformar convenientemente (3.29) si previamente es multiplicada por $N^3/(2 B^2)$ y (3.30) si anteriormente es multiplicada por $N B$, tal que al sumarlas se obtiene

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{P_{1\parallel}}{2} + P_{1\perp} \right) + \bar{v} \cdot \left[\left(\frac{P_{1\parallel}}{2} + P_{1\perp} \right) \bar{U} \right] + P_1 : \bar{v} \bar{U} = 0 \quad (\text{A2.15})$$

En tercer lugar, si se aplica (A2.13) en la ecuación de energía para los electrones (3.31) se puede hallar que

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{3}{2} P_e \right) + \bar{v} \cdot \left(\frac{3}{2} P_e \bar{U} + \bar{Q} \right) + P_e \bar{v} \cdot \bar{U} = 0 \quad (\text{A2.16})$$

Sumando (A2.8), (A2.15) y (A2.16) y teniendo en cuenta entonces la definición de P como la suma de P_e y P_i en (3.35) y la isotropía de P_e en (3.36), o sea que

$$\bar{U} \cdot (\bar{v} \cdot P) + P_1 : \bar{v} \bar{U} + P_e \bar{v} \cdot \bar{U} = \bar{v} \cdot (P \cdot \bar{U}) \quad (\text{A2.17})$$

se puede arribar a la ecuación de energía en el nuevo formato.

Finalmente (3.33) y (3.34) se pueden reescribir en forma idéntica a la señalada para el modelo de la zona colisional.

Usando (2.15) para la densidad de masa con el objeto de compactar aun más las expresiones, el conjunto de ecuaciones (3.27) - (3.34) sin (3.32), puede ser escrito equivalentemente en forma de conservación de acuerdo a lo mostrado por las ecuaciones (3.47) - (3.53).

APENDICE 3: INCLUSION DE LA FUERZA GRAVITATORIA EN EL SISTEMA DE ECUACIONES PARA EL VIENTO SOLAR NO COLISIONAL

El modelo de *Duhau* (1984) es deducido a partir de los momentos de un desarrollo en series de potencias de la ecuación cinética de Vlasov (ver sección 3.3) considerando que la fuerza resultante sobre cada partícula tiene su origen exclusivamente en el campo electromagnético autoconsistente. Para estudiar la expansión de la corona solar se debe incorporar la atracción gravitatoria ejercida por el Sol.

Es preciso incluir entonces en la ecuación de Vlasov el término

$$\frac{\bar{F}}{m_p} \cdot \bar{\nabla}_v f_0 \quad (\text{A3.1})$$

siendo \bar{F} la fuerza gravitatoria del Sol sobre los protones (repetiendo los procedimientos de más abajo para los electrones puede verse que la expresión final para éstos sería de orden m_e/m_p respecto de la otra especie), $\bar{\nabla}_v$ el gradiente en el espacio de las velocidades y f_0 la función de distribución a orden cero de los protones. Al tomar los sucesivos momentos con la velocidad intrínseca \bar{W} , que se define como

$$\bar{W}(\bar{V}, \bar{r}, t) = \bar{V} - \bar{U}(\bar{r}, t) \quad (\text{A3.2})$$

se observa que aparece el término

$$\frac{j}{j!} \left[\frac{\bar{F}}{m_p} M_{j-1} \right]_j \quad (\text{A3.3})$$

siendo M_j el momento intrínseco de orden j

$$M_{j_{11} \dots 1_j} = m_p N \int W_{11} \dots W_{1_j} f_0 d\bar{V} \quad (\text{A3.4})$$

y teniendo [] el significado de que se toman las $j!$ permutaciones del tensor de orden j y se suman.

Para $j = 0$ (ecuación de continuidad) y $j = 2$ (ecuación de energía) M_{j-1} resulta ser nulo, por lo que sólo en el caso $j = 1$ (ecuación de movimiento) aparece una nueva contribución. Siendo

$$M_0 = m_p N \quad (A3.5)$$

y

$$\bar{F} = -g \frac{m_s m_p}{r^2} \hat{r} \quad (A3.6)$$

se tiene que para $j = 1$ (A3.3) es igual a

$$-g \frac{m_s m_p N}{r^2} \hat{r} \quad (A3.7)$$

y por lo tanto este es el término que hay que agregar en la ecuación de movimiento.

APENDICE 4: DIVERGENCIA DE UN TENSOR EN COORDENADAS ESFERICAS

En coordenadas esféricas un punto está unívocamente determinado por (r, α, θ) , siendo r la distancia al origen de coordenadas y θ el ángulo azimutal alrededor del eje $\alpha = 0^\circ$. Para un tensor

$$A = \begin{pmatrix} A_{rr} & A_{r\alpha} & A_{r\theta} \\ A_{\alpha r} & A_{\alpha\alpha} & A_{\alpha\theta} \\ A_{\theta r} & A_{\theta\alpha} & A_{\theta\theta} \end{pmatrix} \quad (\text{A4.1})$$

resulta ser

$$\begin{aligned} \bar{\nabla} \cdot A = & \left(\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 A_{rr}) + \frac{1}{r \operatorname{sen} \alpha} \frac{\partial}{\partial \alpha} (\operatorname{sen} \alpha A_{\alpha r}) + \frac{1}{r \operatorname{sen} \alpha} \frac{\partial A_{\theta r}}{\partial \theta} \right. \\ & \left. - \frac{A_{\alpha\alpha}}{r} - \frac{A_{\theta\theta}}{r} \right) \hat{r} + \left(\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 A_{r\alpha}) + \frac{1}{r \operatorname{sen} \alpha} \frac{\partial}{\partial \alpha} (\operatorname{sen} \alpha A_{\alpha\alpha}) \right. \\ & \left. + \frac{1}{r \operatorname{sen} \alpha} \frac{\partial A_{\theta\alpha}}{\partial \theta} + \frac{A_{\alpha r}}{r} - \frac{A_{\theta\theta}}{r \tan \alpha} \right) \hat{\alpha} + \left(\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 A_{r\theta}) \right. \\ & \left. + \frac{1}{r \operatorname{sen} \alpha} \frac{\partial}{\partial \alpha} (\operatorname{sen} \alpha A_{\alpha\theta}) + \frac{1}{r \operatorname{sen} \alpha} \frac{\partial A_{\theta\theta}}{\partial \theta} + \frac{A_{\theta r}}{r} + \frac{A_{\theta\alpha}}{r \tan \alpha} \right) \hat{\theta} \end{aligned} \quad (\text{A4.2})$$

APENDICE 5: PROGRAMA COMPUTACIONAL PARA HALLAR LAS SOLUCIONES DE LAS ECUACIONES QUE DESCRIBEN LA EXPANSION DE LA CORONA SOLAR

A) REESTRUCTURACION DE ECUACIONES PARA LA INTEGRACION NUMERICA

El sistema de ecuaciones que describe la parte colisional de la expansión de la corona solar está formado por (3.89) - (3.97). Para arribar a un esquema del tipo de las ecuaciones (4.1, 2) que permita proceder con una integración numérica es conveniente identificar F_1 con T y F_2 con U_r .

Para comenzar es aconsejable abocarse a la transformación de la ecuación diferencial que contiene a dT/dr , o sea (3.95), que es la componente radial de la relación de clausura, procedimiento que permitirá obtener una expresión para aquella derivada en función de T , U_r y r . Insertando aquella en la ecuación de energía (3.92) y teniendo en cuenta la ecuación de estado (3.97) se puede llegar a

$$\frac{dT}{dr} = \frac{1}{r^2 k_0 T^{5/2}} \frac{B_r^2 + B_\theta^2}{B_r^2} \left[M \left(\frac{U_r^2 + U_\theta^2}{2} + \frac{5 k T}{m_p} + \frac{B_\theta^2}{4 \pi \rho} - \frac{g m_s}{r} - \frac{U_\theta B_r B_\theta}{U_r 4 \pi \rho} \right) - E \right] \quad (A5.1)$$

Para poner a ρ y B_r en función de U_r y r se pueden utilizar la ecuación de continuidad (3.89) y la ecuación de Gauss (3.93). Con el objeto de reemplazar a U_θ y B_θ se combinan la ecuación de momento angular (3.91) y la ecuación de Faraday-Henry (3.94) para arribar a

$$U_{\theta} = \omega r \left(\frac{\frac{L}{M r^2 \omega} - \frac{B_r^2}{4 \pi \rho U_r^2}}{1 - \frac{B_r^2}{4 \pi \rho U_r^2}} \right) \quad (\text{A5.2})$$

$$B_{\theta} = B_r \frac{\omega r}{U_r} \left(\frac{\frac{L}{M r^2 \omega} - 1}{1 - \frac{B_r^2}{4 \pi \rho U_r^2}} \right) \quad (\text{A5.3})$$

y también aquí pueden despejarse ρ y B_r de acuerdo a (3.89) y (3.93), tras lo cual ambas variables azimutales quedan dependiendo de U_r y r . En definitiva puede obtenerse a partir de (A5.1) una expresión para dT/dr en función exclusivamente de T , U_r y r (una vez fijadas las constantes de movimiento).

Con el objeto de hallar una expresión para dU_r/dr en función de dT/dr , T , U_r y r debe reescribirse la otra ecuación diferencial, o sea (3.90), que es la componente radial de la ecuación de movimiento. Usando (3.89) para reescribir el término en U_r , la ecuación (3.97) para eliminar P y luego (3.89) y la relación entre densidad de masa y numérica (2.15) para hallar el gradiente radial de N , puede obtenerse en aquella ecuación

$$U_r \frac{dU_r}{dr} - \frac{2 k T}{m_p} \left(\frac{2}{r} + \frac{1}{U_r} \frac{dU_r}{dr} \right) + \frac{2 k}{m_p} \frac{dT}{dr} + \frac{B_{\theta}}{4 \pi \rho r} \frac{d}{dr} (r B_{\theta}) - \frac{U_{\theta}^2}{r} + \frac{g m_s}{r^2} = 0 \quad (\text{A5.4})$$

Para transformar el término que contiene a B_{θ} se pueden combinar (3.89), (3.91), (3.93) y (3.94) para obtener

$$\frac{d}{dr}(r B_0) = \frac{-1}{U_r [1 - B_r^2 / (4 \pi \rho U_r^2)]} \left(r B_0 \frac{dU_r}{dr} + 2 B_r U_0 \right) \quad (\text{A5.5})$$

y por lo tanto (A5.4) puede ser representada como

$$\frac{dU_r}{dr} = \frac{U_r}{r} \left(\frac{4 k T}{m_p} - \frac{2 k r}{m_p} \frac{dT}{dr} + \frac{B_r B_0 U_0}{2 \pi \rho U_r [1 - B_r^2 / (4 \pi \rho U_r^2)]} + U_0^2 - \frac{g m_s}{r} \right) \left(U_r^2 - \frac{2 k T}{m_p} - \frac{B_0^2}{4 \pi \rho [1 - B_r^2 / (4 \pi \rho U_r^2)]} \right)^{-1} \quad (\text{A5.6})$$

debiendo reemplazarse ρ , B_r , U_0 y B_0 de acuerdo a (3.89), (3.93), (A5.2) y (A5.3) respectivamente.

El conjunto de ecuaciones (3.89) - (3.96) puede escribirse ahora en el formato (4.1, 2) de acuerdo a (4.3) - (4.10).

En la zona no colisional el fenómeno en estudio es emprendido a través de las ecuaciones (3.98) - (3.107) siendo ahora apropiado asociar F_1 y F_2 con U_r y P_e respectivamente para reescribir el conjunto de ecuaciones de acuerdo al formato (4.1, 2).

En este caso es aconsejable empezar aplicando la aproximación

$$U_0 \ll \text{términos de orden } U_r \quad (\text{A5.7})$$

que permite obviar U_0 en en la componente radial de la ecuación de movimiento (3.99) y en la ecuación de energía (3.103). La aproximación, que es útil para reducir la extensión de esas ecuaciones, es autoconsistente con las soluciones en la zona no colisional pues está en un rango inferior al 3 % en toda la región (ver tablas 4.3 y 4.4), siendo además coherente con las mediciones.

Para proseguir es conveniente transformar la ecuación (3.99), lo cual permitirá obtener una expresión para dU_r/dr en función de U_r , P_e y r . Para comenzar a esbozar los desarrollos en los términos nótese en primer lugar que merced a la ecuación de continuidad (3.98) es

$$\frac{d}{dr}(r^2 \rho U_r^2) = M \frac{dU_r}{dr} \quad (A5.8)$$

Para modificar varios de los restantes elementos es necesario despejar U_θ , B_θ , $P_{p\parallel}$ y $P_{p\perp}$ en función de P_e , U_r y r . Tanto U_θ como B_θ son obtenidos esta vez también a partir de la ecuación de momento azimutal y la ecuación de Faraday-Henry, o sea (3.100) y (3.105), pero la presencia de la anisotropía no permite hallar como en el caso anterior expresiones explícitas para aquellas dos variables a menos que se haga alguna otra simplificación como

$$U_\theta \ll \omega r \quad (A5.9)$$

que es coherente con las soluciones obtenidas, ya que el miembro de la izquierda no llega a un 2 % del otro en el punto más desfavorable (ver tablas 4.3 y 4.4) y que además está de acuerdo con las observaciones. Para despejar B_θ en la forma deseada debe recordarse que la ecuación (3.105) es equivalente a (2.9) tal como ya fue demostrado en la sección 3.4. Aplicándole a ésta la condición (A5.9) se llega a

$$B_\theta = - B_r \frac{\omega r}{U_r} \quad (A5.10)$$

mientras que para despejar U_θ con el formato buscado se puede introducir (A5.10) en (3.100) para obtener

$$U_{\theta} = \omega r \left(\frac{L}{M r^2 \omega} - \frac{B_r^2}{4 \pi \rho U_r^2} + \frac{P_{p\parallel} - P_{p\perp}}{\rho U_r^2 [1 + (\omega r/U_r)^2]} \right) \quad (\text{A5.11})$$

pudiendo eliminarse en estas dos últimas ecuaciones ρ y B_r a través de (3.98) y la ley de Gauss (3.104) respectivamente. También es de interés hallar expresiones para $P_{p\parallel}$ y $P_{p\perp}$ en (A5.11), que se obtienen a partir de las ecuaciones de energía para los iones (3.101) y (3.102) con la ayuda de (A5.10) para eliminar B_{θ} y su aspecto es

$$P_{p\perp} = \frac{I_1 \rho B_r [1 + (\omega r/U_r)^2]^{1/2}}{M} \quad (\text{A5.12})$$

$$P_{p\parallel} = \frac{I_2 \rho^3}{M B_r [1 + (\omega r/U_r)^2]} \quad (\text{A5.13})$$

eliminándose nuevamente ρ y B_r con (3.98) y (3.104). Por otro lado es

$$\frac{d}{dr}(r^2 P_e) - 2 r P_e = r^2 \frac{dP_e}{dr} \quad (\text{A5.14})$$

y entonces para terminar la transformación de (3.99) resta acudir a la componente radial del flujo de calor descrita por (3.106). Esta última puede ser reescrita como

$$\frac{dP_e}{dr} = \frac{d}{dr} \ln(B_r^2 + B_{\theta}^2)^{1/2} \left(\frac{Q_r}{U_r} + \frac{5}{2} P_e \right) \quad (\text{A5.15})$$

y aquí pueden ponerse dB_r/dr en función de r por medio de (3.104) y dB_{θ}/dr en términos de U_r , dU_r/dr y r de acuerdo a (A5.10), mientras que Q_r puede ser eliminado por medio de (3.103) con la aproximación (A5.7) incluida. Se obtiene

$$\frac{dP_e}{dr} = -\frac{1}{r} \left(\frac{2}{1 + \frac{\omega^2 r^2}{U_r^2}} + \frac{1 + \frac{r}{U_r} \frac{dU_r}{dr}}{1 + \frac{U_r^2}{\omega^2 r^2}} \right) \left[\frac{E}{U_r r^2} - \frac{1}{2} \rho U_r^2 \right. \\ \left. - \left(\frac{1}{2} + \frac{B_r^2}{B_r^2 + B_\theta^2} \right) P_{p\parallel} - \left(1 + \frac{B_\theta^2}{B_r^2 + B_\theta^2} \right) P_{p\perp} - \frac{B_\theta^2}{4\pi} + \frac{g_{ms} \rho}{r} \right] \quad (A5.16)$$

pudiendo ponerse ρ , B_r , B_θ , $P_{p\parallel}$ y $P_{p\perp}$ gracias a (3.98), (3.104), (A5.10), (A5.12) y (A5.13) en función de U_r y r . Finalmente teniendo en cuenta los lineamientos precedentes y haciendo algunas manipulaciones matemáticas adicionales se puede poner a (3.99) en el formato (4.1a).

La ecuación con el formato (4.1b), que debe tener a dP_e/dr como función de dU_r/dr , P_e , U_r y r , está dada por (A5.16) con las expresiones para ρ , B_r , B_θ , $P_{p\parallel}$ y $P_{p\perp}$ como funciones de U_r y r especificadas en el párrafo anterior.

El sistema de ecuaciones (3.98) - (3.107) puede expresarse ahora en el formato (4.1, 2) de acuerdo a lo expuesto en (4.11) - (4.21).

B) EL PROGRAMA COMPUTACIONAL

La estructura del programa ADMIN, que permite hallar las soluciones del problema, consta básicamente de un proceso de ingreso de datos que generan los resultados, llamados a la subrutina que integra ecuaciones diferenciales ordinarias INTEDO para hacer los cálculos de U_r y T en la zona colisional y de U_r y P_e en la región no colisional, un llamado a la subrutina RESTO1 que calcula las restantes variables en forma explícita en la primera de aquellas zonas y otro a la subrutina RESTO2

que hace lo mismo en la otra región y un almacenamiento de datos ingresados en una tabla en el archivo 1 y de resultados en otra tabla en el archivo 2. Las magnitudes físicas ingresadas y los resultados obtenidos están expresados en el sistema de unidades cgs.

La subrutina INTEDO es el eslabón superior de tres en una cadena que permite integrar ecuaciones diferenciales. Maneja el proceso con la ayuda de una subrutina CCRK, que invoca y efectiviza en cada punto el control de calidad a la subrutina RK4, la cual tiene implementadas las fórmulas del Runge-Kutta de orden 4. Esta última subrutina calcula a partir de los datos en una posición los nuevos valores un paso más allá y da información sobre la calidad de la solución, pero es tonta en cuanto a que no toma decisiones respecto a la razonabilidad del resultado. La subrutina CCRK es la encargada de analizar el resultado, puede rechazarlo y en ese caso disminuir el paso y volver a llamar a RK4 hasta compatibilizar el resultado con el criterio de precisión especificado por el usuario. El objetivo es hallar el paso más largo consistente con la performance requerida y esto llevará a hacer pequeños avances en "terreno sinuoso" y grandes zancos en una "suave llanura".

Finalmente las subrutinas DERIV1 (para la zona colisional) y DERIV2 (para la zona no colisional) incluyen las dos ecuaciones diferenciales como derivadas de acuerdo al formato (4.1) para ser utilizadas en los cálculos de RK4, mientras que AUXIL es utilizada por ADMIN para convertir temperatura en presión en la zona interior y en el punto de transición (se ha optado por presentar la temperatura y no la presión tal como ya fuera explicado en la sección 4.1.1).

A continuación se transcribe el programa en lenguaje Vax Fortran:

```

PROGRAM ADMIN
EXTERNAL DERIV1,DERIV2,CCRK
COMMON /ALMAC/ KMAX,DrALM /PUNTOS/ CONT,rp(200),Yp(10,200),
*DYpDrp(10,200) /CONST/ w,g,ms,C(6),mp,pi,k,ko /OTROS/
*Ppar(200),Pper(200),N(200),Br(200),Bf(200),Uf(200),Qr(200),
*Qf(200)
INTEGER CONT,CONTAD
REAL ms,mp,ko,k,N
DIMENSION Y1(2)
w=2.92E-6
g=6.67E-8
ms=1.99E33
mp=1.67252E-24
pi=3.14159
k=1.38054E-16
TYPE*, 'M,L,I1,I2*mp**2,E,FB'
READ*, (C(I),I=1,6)
TYPE*, 'h1,hMIN,hMAX,TOL,INTERVMINPUNTOS,CANTMAXPUNTOSSECTOR'
READ*, h1,hMIN,hMAX,TOL,DrALM,KMAX
TYPE*, 'r3,rTRANS,rMIN,rMAX,Ur(r3),T(r3),ko'
READ*, r3,r4,rMIN,rMAX,Y1(1),Y1(2),ko
N1=2
CALL INTEDO(Y1,N1,r3,rMIN,TOL,h1,hMIN,hMAX,NOK,NMAL,DERIV1,CCRK)
CALL RESTO1
CALL AUXIL
WRITE (1,10) KMAX,DrALM,h1,hMIN,hMAX,TOL,(C(I),I=1,6),ko,r3,
*Y1(1),Y1(2)
WRITE (2,20) (rp(I),Yp(1,I),Yp(2,I),DYpDrp(1,I),DYpDrp(2,I),
*I=1,CONT)
WRITE (2,30) (N(I),Br(I),Bf(I),Uf(I),Qr(I),Qf(I),I=1,CONT)
10  FORMAT (X,'CANTMAXPUNTOSSECTOR: ',I3,4X,'INTERVMINPUNTOS:',E10.3,
*/,X,'h1:',E10.3,4X,'hMIN:',E10.3,4X,'hMAX:',E10.3,4X,'TOL:',
*E10.3,/,X,'M,L,I1,I2,E,FB:',3(X,E14.7),/,16X,3(X,E14.7),/,X,
*'ko:',E14.7,3X,'r3:',E14.7,3X,'Ur3:',E14.7,3X,'T3:',E14.7)
20  FORMAT (2X,'r',10X,'Ur',9X,'P',10X,'DUrDr',6X,'DPDr',/,

```

```

*200(5(X,E10.3),/)
30  FORMAT (X,/,2X,'N',10X,'Br',9X,'Bf',9X,'Uf',9X,'Qr',9X,'Qf',/,
*200(6(X,E10.3),/)
CONTAD=CONT
NSI=NOK
NNO=NMAL
CALL INTEDO(Y1,N1,r3,r4,TOL,h1,hMIN,hMAX,NOK,NMAL,DERIV1,CCRK)
CALL RESTO1
CALL AUXIL
WRITE (2,20) (rp(I),Yp(1,I),Yp(2,I),DYpDrp(1,I),DYpDrp(2,I),
*I=1,CONT)
WRITE (2,30) (N(I),Br(I),Bf(I),Uf(I),Qr(I),Qf(I),I=1,CONT)
Y1(1)=Yp(1,CONT)
Y1(2)=Yp(2,CONT)/2
CONTAD=CONTAD+CONT
NSI=NSI+NOK
NNO=NNO+NMAL
CALL INTEDO(Y1,N1,r4,rMAX,TOL,h1,hMIN,hMAX,NOK,NMAL,DERIV2,CCRK)
CALL RESTO2
WRITE (2,40) (rp(I),Yp(1,I),Yp(2,I),DYpDrp(1,I),DYpDrp(2,I),
*I=1,CONT)
WRITE (2,50) (Ppar(I),Pper(I),N(I),Br(I),Bf(I),Uf(I),Qr(I),Qf(I),
*I=1,CONT)
40  FORMAT (X,/,2X,'r',10X,'Ur',9X,'Pe',9X,'DUrDr',6X,'DPeDr',/,
*200(5(X,E10.3),/)
50  FORMAT (X,/,2X,'Ppar',7X,'Pper',7X,'N',10X,'Br',9X,'Bf',9X,'Uf',
*9X,'Qr',9X,'Qf',/,200(8(X,E10.3),/)
CONTAD=CONTAD+CONT-1
NSI=NSI+NOK
NNO=NNO+NMAL
WRITE (1,60) CONTAD,NSI,NNO
60  FORMAT (X,'CANTPUNTOS: ',I3,4X,'PASOSOK: ',I3,4X,'PASOSMAL: ',I3)
END
SUBROUTINE INTEDO(YINIC,NVAR,ri,rf,EPS,h1,hMIN,hMAX,NOK,NMAL,
*DERIVS,CCRK)
PARAMETER (PASMAL=10000,NMAX=10,DOS=2.0,CERO=0.0,PEQ=1.E-30)
COMMON /ALMAC/ KMAX,DrALM /PUNTOS/ CONT,rp(200),Yp(10,200),

```

```

CALL RK4 (YTEMP, DYDr, N, r, hh, Y, DERIVS)
r=rALM+h
IF(r.EQ.rALM) PAUSE 'Paso no significativo en CCRK.'
CALL RK4 (YALM, DYALM, N, rALM, h, YTEMP, DERIVS)
ERRMAX=0.
DO 12 I=1, N
    YTEMP(I)=Y(I)-YTEMP(I)
    ERRMAX=MAX (ERRMAX, ABS (YTEMP (I) / YESCAL (I) ) )
12 CONTINUE
ERRMAX=ERRMAX/ EPS
IF (ERRMAX.GT.UNO) THEN
    h=SEGUR*h*( ERRMAX**PDISM)
    GOTO 1
ELSE
    hANT=h
    IF (ERRMAX.GT.CONERR) THEN
        hPROX=SEGUR*h*( ERRMAX**PAUM)
    ELSE
        hPROX=4.*h
    ENDIF
ENDIF
DO 13 I=1, N
    Y(I)=Y(I)+YTEMP(I)*CORR5
13 CONTINUE
RETURN
END
SUBROUTINE RK4 (Y, DYDr, N, r, h, YSAL, DERIVS)
PARAMETER (NMAX=10)
DIMENSION Y(N), DYDr(N), YSAL(N), YT(NMAX), DYT(NMAX), DYM(NMAX)
hh=h*0.5
h6=h/6.
rh=r+hh
DO 11 I=1, N
    YT(I)=Y(I)+hh*DYDr(I)
11 CONTINUE
CALL DERIVS (rh, YT, DYT)
DO 12 I=1, N

```

```

        YT(I)=Y(I)+hh*DYT(I)
12  CONTINUE
        CALL DERIVS(rh, YT, DYM)
        DO 13 I=1, N
            YT(I)=Y(I)+h*DYM(I)
            DYM(I)=DYT(I)+DYM(I)
13  CONTINUE
        CALL DERIVS(r+h, YT, DYT)
        DO 14 I=1, N
            YSAL(I)=Y(I)+h6*(DYDr(I)+DYT(I)+2.*DYM(I))
14  CONTINUE
        RETURN
        END
        SUBROUTINE DERIV1(r, Y, DYDr)
        COMMON /CONST/ w, g, ms, C(6), mp, pi, k, ko
        REAL ms, mp, k, ko
        DIMENSION DYDr(2), Y(2)
        A=0.5*Y(1)**2
        B=k*Y(2)/mp
        D=C(6)/4/pi/C(1)/Y(1)/r**2*C(6)
        E=w*r*(C(2)/C(1)/r**2/w-D)/(1-D)
        H=C(6)*w/Y(1)/r*(C(2)/C(1)/r**2/w-1)/(1-D)
        F=g*ms/r
        Z=C(5)/C(1)
        O=Y(1)/r
        V=1+H**2/C(6)*r*r*r*r/C(6)
        P=C(1)*V/ko/Y(2)**2.5/r**2
        U=A+E**2/2+5*B+H**2/C(1)/4/pi*Y(1)*r**2-F-E*C(6)*H
*   /4/pi/C(1)-Z
        DYDr(2)=P*U
        S=4*B-F-2*k*r/mp*DYDr(2)+E**2+2*C(6)*H*E/4/pi/C(1)/(1-D)
        T=2*A-2*B-H**2/4/pi/C(1)*Y(1)*r**2/(1-D)
        DYDr(1)=O*S/T
        RETURN
        END
        SUBROUTINE DERIV2(r, Y, DYDr)
        COMMON /CONST/ w, g, ms, C(6), mp, pi, k, ko

```

```

REAL ms,mp,k
DIMENSION DYDr(2),Y(2)
X=(w*r/Y(1))**2
X1=(X+6)*(X-1)
X2=X+1
B=0.5*Y(1)**2
A=(C(6)*w)**2/(4*pi*Y(1)*C(1))
D=C(4)*C(1)/(2*(mp*C(6)*Y(1))**2)
E=C(3)/r**2*C(6)/C(1)
F=g*ms/r
Z=C(5)/C(1)
O=Y(1)/r
S=(2+X)*(Z-B-A)+X1/X2**2*D-2*X/SQRT(X2)*E+F
T=-X*(Z+F)+B*(3*X+2)+X1/X2**2*D-2*X/SQRT(X2)*E-A
DYDr(1)=O*S/T
P=-C(1)*(2+X+X*r/Y(1)*DYDr(1))/(X2*r*Y(1))
U=Z-B-(3+X)/X2**2*D-(1+2*X)/SQRT(X2)*E-A+F
DYDr(2)=P*U/r**2
RETURN
END
SUBROUTINE RESTO1
COMMON /PUNTOS/ CONT,rp(200),Yp(10,200),DYpDrp(10,200)
*/CONST/ w,g,ms,C(6),mp,pi,k,ko /OTROS/ Ppar(200),Pper(200),
*N(200),Br(200),Bf(200),Uf(200),Qr(200),Qf(200)
INTEGER CONT
REAL ms,mp,k,ko,N
DO 11 I=1,CONT
  N(I)=C(1)/(mp*Yp(1,I)*rp(I)**2)
  Br(I)=C(6)/rp(I)**2
  Bf(I)=Br(I)*w*rp(I)/Yp(1,I)*(C(2)/C(1)/rp(I)**2/w-1)/(1-
*   Br(I)**2/4/pi/mp/N(I)/Yp(1,I)**2)
  Uf(I)=w*rp(I)*(C(2)/C(1)/rp(I)**2/w-Br(I)**2/4/pi/mp/
*   N(I)/Yp(1,I)**2)/(1-Br(I)**2/4/pi/mp/N(I)/Yp(1,I)**2)
  Qr(I)=-ko*Yp(2,I)**2.5*DYpDrp(2,I)*Br(I)**2/(Br(I)**2+Bf(I)**2)
  Qf(I)=Qr(I)*Bf(I)/Br(I)
11 CONTINUE
RETURN

```

```

END
SUBROUTINE RESTO2
COMMON /PUNTOS/ CONT, rp(200), Yp(10,200), DYpDrp(10,200)
*/CONST/ w,g,ms,C(6),mp,pi,k,ko /OTROS/ Ppar(200),Pper(200),
*N(200),Br(200),Bf(200),Uf(200),Qr(200),Qf(200)
INTEGER CONT
REAL ms,mp,k,ko,N
DO 11 I=1,CONT
  X=(w*rp(I)/Yp(1,I))**2
  Ppar(I)=C(4)*C(1)**2/(mp*Yp(1,I)*C(6))**2/Yp(1,I)/
*      (rp(I)**2*(1+X))
  Pper(I)=C(3)/rp(I)**2*C(6)*SQRT(1+X)/rp(I)**2/Yp(1,I)
  N(I)=C(1)/(mp*Yp(1,I)*rp(I)**2)
  Br(I)=C(6)/rp(I)**2
  Bf(I)=-Br(I)*SQRT(X)
  Uf(I)=C(2)/(C(1)*rp(I))+rp(I)**2*Br(I)*Bf(I)/C(1)*(1/(4*pi)-
*      (Ppar(I)-Pper(I))/(Br(I)**2+Bf(I)**2))
  Qr(I)=mp*N(I)*Yp(1,I)*(C(5)/C(1)+g*ms/rp(I)-Bf(I)**2
*      / (4*pi*mp*N(I)) - ((Ppar(I)*Br(I)**2+Pper(I)*Bf(I)**2)/
*      (Br(I)**2+Bf(I)**2)+Yp(2,I))/mp/N(I) - (Ppar(I)/2+
*      +Pper(I)+1.5*Yp(2,I))/mp/N(I)-0.5*Yp(1,I)**2)
  Qf(I)=-Qr(I)*SQRT(X)
11  CONTINUE
RETURN
END
SUBROUTINE AUXIL
COMMON /PUNTOS/ CONT, rp(200), Yp(10,200), DYpDrp(10,200)
*/CONST/ w,g,ms,C(6),mp,pi,k,ko
INTEGER CONT
REAL mp,ko,k
DO 11 I=1,CONT
  T=Yp(2,I)
  Yp(2,I)=2*C(1)/(mp*Yp(1,I)*rp(I)**2)*k*Yp(2,I)
  DYpDrp(2,I)=Yp(2,I)*(DYpDrp(2,I)/T-DYpDrp(1,I)/Yp(1,I)-2/rp(I))
11  CONTINUE
RETURN
END

```

C) DATOS ADICIONALES SOBRE LAS DOS CORRIDAS DEL PROGRAMA

El perfil de cada solución está dado por la elección de los valores para M , L , I_1 , I_2 , E , F_B , k_0 , r_3 , U_{r3} , T_3 (los números ingresados para las dos soluciones están detallados en la tabla 4.1) y para los dos límites espaciales de la integración, que en esta tesis han sido especificados como la superficie solar y la máxima distancia hasta la cual se estima que se extiende el fenómeno.

Por otro lado la probable calidad de los resultados viene dada por otros parámetros ingresados al correr el programa. Estos son h_1 , el valor del paso inicial en r , h_{MIN} , el paso aceptable más pequeño, h_{MAX} , el paso aceptable más extenso y TOL , una tolerancia que se considera razonable en las soluciones (esto "en principio" da una idea de la precisión de los cálculos). También se ingresan la cantidad máxima de puntos por almacenar en cada uno de los tres sectores de la integración (los tramos $r_3 - r_s$, $r_3 - 0.4$ UA y 0.4 UA - 10 UA) y la distancia mínima entre un punto nuevo y el anterior almacenado para que el primero sea guardado (no todos los puntos son necesariamente almacenados), siendo estos parámetros denominados en el programa como $CANTMAXPUNTOSSECTOR$ e $INTERVMINPUNTOS$ respectivamente.

Como datos de salida complementarios a la solución se presentan la cantidad de puntos almacenados (contando doble el punto de transición porque se evalúan las magnitudes físicas de ambos lados en esta posición) y la cantidad de veces que el paso especificado para el punto anterior pudo ser mantenido o tuvo que ser modificado de acuerdo a la precisión requerida, siendo estos parámetros respectivamente

CANTPUNTOS, PASOSOK y PASOSMAL.

A continuación se detallan en la tabla A5.1 los datos de entrada que dan idea de la probable bondad de los resultados de ambas corridas (son los mismos para ambas soluciones). En la tabla A5.2 se presentan unos datos de salida que también pueden resultar de interés.

TABLA A5.1 DATOS DE ENTRADA VINCULADOS A LA CALIDAD DE LAS SOLUCIONES #1 Y #2

h ₁ : 2×10^{10} cm	h _{MIN} : 1×10^6 cm
h _{MAX} : 1.5×10^{14} cm	TOL: 1×10^{-2}
CANTMAXPUNTOSSECTOR: 200	
INTERVMINPUNTOS: 1×10^{10} cm	

TABLA A5.2 DATOS DE SALIDA VINCULADOS A LAS SOLUCIONES #1 Y #2

	CANTPUNTOS	PASOSOK	PASOSMAL
SOLUCION #1	38	26	10
SOLUCION #2	40	36	17

Nótese que en las tablas 4.3 y 4.4 hay menos puntos que los mostrados por CANTPUNTOS en ambos casos. Esto se debe a que se han seleccionado para aquellas sólo puntos que mantienen entre si una distancia del orden de r (es un intervalo típico de variación) para disminuir la maraña de datos.

APENDICE 6: ESTIMACION DE UN TIEMPO TIPICO DE FRENADO DE LA ROTACION DEL SOL DEBIDO A LA PERDIDA DE MOMENTO ANGULAR DEL MISMO

Para poder estimar un tiempo característico de detención de la rotación del Sol supóngase en primer lugar que éste es un cuerpo rígido de momento de inercia I , o sea

$$L = I \omega \quad (\text{A6.1})$$

donde L es el momento angular del Sol e I puede ser asociado con la expresión correspondiente a una esfera, es decir

$$I = \frac{2}{5} m_s r_s^2 \quad (\text{A6.2})$$

A partir de (A6.1) y (A6.2) es

$$\frac{dL}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{2}{5} m_s r_s^2 \omega \right) \quad (\text{A6.3})$$

Bastará ver que el tiempo τ_m en el cual se escaparía toda la masa solar, que está estrechamente vinculado con el tiempo en el cual el radio solar se haría nulo, es consistentemente muy superior al tiempo τ_w en el cual la rotación del Sol sería detenida, para que en el lado derecho de (A6.3) se pueda intentar la aproximación

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{2}{5} m_s r_s^2 \omega \right) = \frac{2}{5} m_s r_s^2 \frac{d\omega}{dt} \quad (\text{A6.4})$$

y entonces con

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{\omega}{\tau_w} \quad (\text{A6.5})$$

se pueda hallar una expresión para τ_w . Antes de proceder con este

último paso es conveniente poner en términos conocidos el lado izquierdo de (A6.3), el cual debe ser identificado con la pérdida de L por unidad de tiempo en toda la superficie solar (debida fundamentalmente a la acción del campo magnético). Si se supone que este efecto es uniforme en todas direcciones entonces es

$$\frac{dL}{dt} = 4 \pi L \quad (\text{A6.6})$$

y si además se considera que L permanecerá aproximadamente constante en el tiempo entonces se le puede asignar un valor permanente a esta derivada, con lo cual finalmente se halla a partir de (A6.3) - (A6.6)

$$\tau_w = \frac{m_s r_s^2 \omega}{10 \pi L} \quad (\text{A6.7})$$

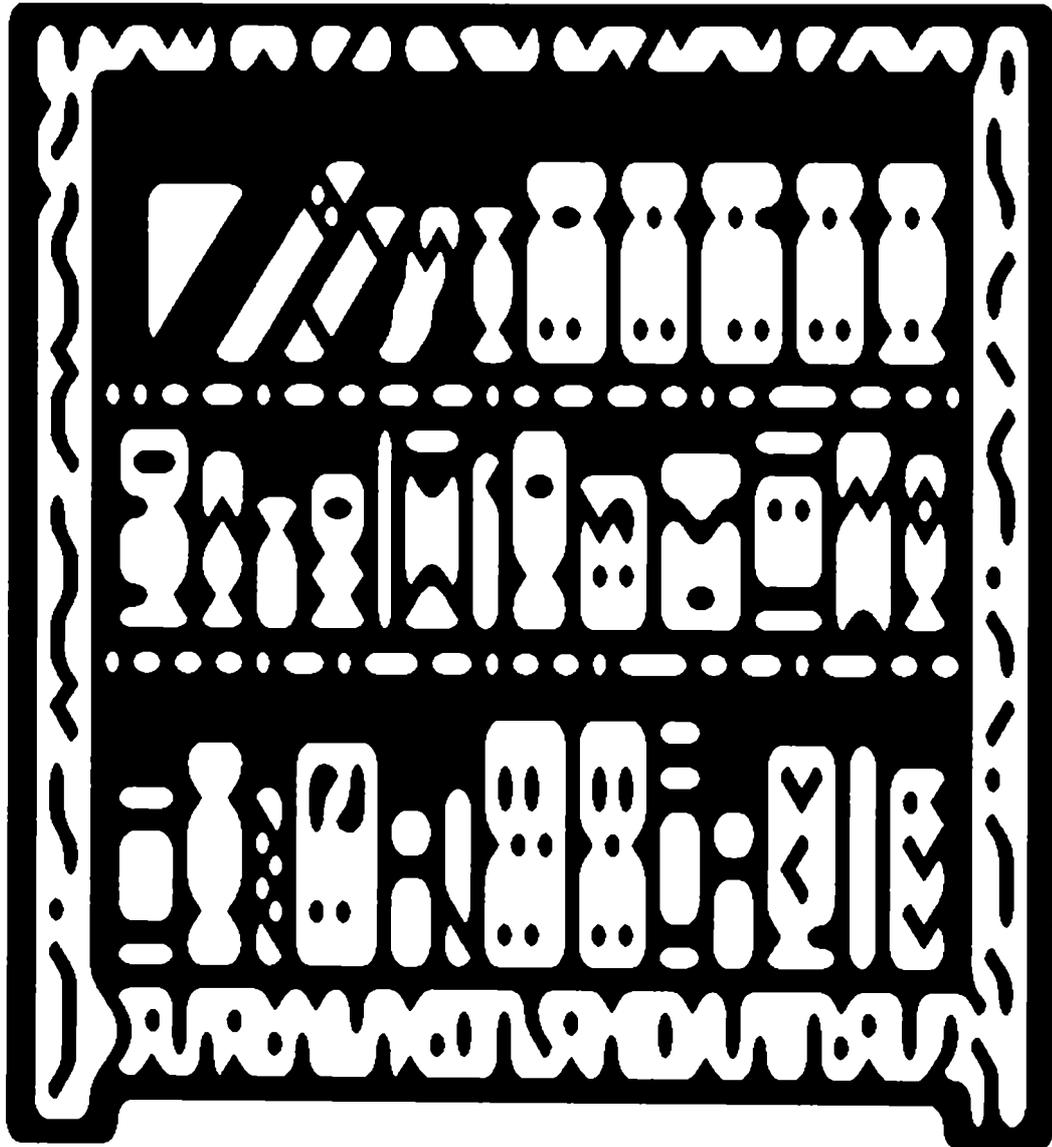
Para verificar la condición entre tiempos citada más arriba (nótese que en particular es coherente con el sentido del cálculo de τ_w pues significa que el Sol no desaparece antes de ser frenado) considérese que también el flujo de masa M variará poco en el tiempo y que es uniforme en todas direcciones, o sea

$$\tau_m = \frac{m_s}{4 \pi M} \quad (\text{A6.8})$$

Con los valores representativos para L de 1×10^{30} din cm er^{-1} y para M de 1×10^{11} g seg^{-1} er^{-1} (ver tabla 3.1) y considerando además que es $r_s \cong 7 \times 10^{10}$ cm y $\omega \cong 3 \times 10^{-6}$ seg^{-1} (¡última simplificación!) se obtiene a partir de (A6.7) y (A6.8) que $\tau_m \gg \tau_w$ pues

$$\frac{\tau_w}{\tau_m} = \frac{\frac{2}{5} M r_s^2 \omega}{L} \cong 10^{-3}$$

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS



- Acuña, M. y Whang, Y. C.: *Astrophys. J.* 203, 720 (1976).
- Alexander, P. y Duhau, S.: *J. Geophys. Res.* 95, 19149 (1990).
- Barnes, A.: *Astrophys. J.* 155, 311 (1969).
- Barnes, A., Hartle, R. E. y Bredekamp, J. H.: *Astrophys. J. (letters)* 166, L53 (1971).
- Bartels, J.: *J. Geophys. Res.* 54, 296 (1949).
- Beard, D. B.: *The solar wind*, trabajo editado por Imperial College of Science and Technology, London (1967).
- Behr, A. y Siedentopf, H.: *Zs. f. Astrophys.* 32, 19 (1953).
- Bessel, F. W.: *Astr. Nach.* 13, 185 (1836).
- Biermann, L.: *Zs. f. Astrophys.* 29, 274 (1951).
- Biermann, L.: *Mem. Soc. Sci. Liége* 13, 251 (1953).
- Biermann, L.: *Observatory* 77, 109 (1957).
- Bonetti, A., Bridge, H. S., Lazarus, A. J., Lyon, E. F., Rossi, R. y Scherb, F.: *J. Geophys. Res.* 68, 4017 (1963).
- Brandt, J. C. y Cassinelli, J. P.: *Icarus* 5, 47 (1966).
- Brandt, J. C., Wolff, C. y Cassinelli, J. P.: *Astrophys. J.* 156, 1117 (1969).
- Burlaga, L. F.: *Space Sci. Rev.* 11, 600 (1971).
- Carrington, R. C.: *Month. Not. Roy. Astron. Soc.* 20, 13 (1859).
- Cassini, J. D.: *Mem. Acad. Sci. (Paris)* 8, 121 (1672).
- Chamberlain, J. W.: *Astrophys. J.* 131, 45 (1960).
- Chapman, S.: *Smithsonian Contrib. Astrophys.* 2, 1 (1957).
- Chapman, S. y Ferraro, V. C. A.: *Terr. Magn. Atmos. Elect.* 36, 77, 171 (1931).
- Chapman, S. y Ferraro, V. C. A.: *Terr. Magn. Atmos. Elect.* 37, 147, 421 (1932).

- Chapman, S. y Ferraro, V. C. A.: *Terr. Magn. Atmos. Elect.* **38**, 79 (1933).
- Chuan-Yi Tu: *Solar Phys.* **109**, 149 (1987).
- Cuperman, S. y Harten, A.: *Astrophys. J.* **162**, 315 (1970).
- Duhau, S.: *J. Plasma Phys.* **32**, 23 (1984).
- Feldman, W. C., Asbridge, J. R., Bame, S. J., Montgomery, M. D. y Gary, S. P.: *J. Geophys. Res.* **80**, 4181 (1975).
- Fitzgerald, G. F.: *The Electrician* **30**, 481 (1892).
- Forbush, S. E.: *J. Geophys. Res.* **59**, 525 (1954).
- Gazis, P. R.: *J. Geophys. Res.* **92**, 2231 (1987).
- Gringauz, K. I., Bezrukikh, V. V., Ozerov, V. D., Rybchinskiy, R. E.: *Soviet Phys. "Doklady" (English Transl.)* **5**, 361 (1960).
- Hartle, R. E. y Sturrock, P. A.: *Astrophys. J.* **151**, 1155 (1968).
- Helliwell, R. A. y Morgan, M. G.: *Proc. IRE* **47(2)**, 200 (1959).
- Hoffmeister, C.: *Zs. f. Astrophys.* **23**, 265 (1943).
- Hollweg, J. V.: *J. Geophys. Res.* **75**, 2403 (1970).
- Hollweg, J. V.: *J. Geophys. Res.* **76**, 7491 (1971).
- Hollweg, J. V.: *J. Geophys. Res.* **81**, 1649 (1976).
- Hundhausen, A. J.: *Coronal Expansion and Solar Wind*, Springer, New York (1972).
- Hung, R. J. y Barnes, A.: *Astrophys. J.* **181**, 183 (1973).
- Jackson, J. D.: *Classical Electrodynamics*, J. Wiley & Sons, New York (1966).
- Jockers, K.: *Astron. Astrophys.* **6**, 219 (1970).
- Krall, N. A. y Trivelpiece, A. W.: *Principles of Plasma Physics*, McGraw-Hill, New York (1973).
- Liboff, R. L.: *Introduction to the Theory of Kinetic Equations*, J. Wiley & Sons, New York (1969).

- Lynn, Y. M.: Phys. Fluids 10, 2278 (1967).
- Marsch, E. y Richter, A. K.: J. Geophys. Res. 89, 6599 (1984).
- Marsch, E. y Richter, A. K.: Ann. Geophysicae 5A, 71 (1987).
- Milne, E. A.: Month. Not. Roy. Astron Soc. 86, 459 (1926).
- Neugebauer, M.: Science 252, 404 (1991).
- Neugebauer, M. y Snyder, C. W.: Science 138, 1095 (1962).
- Noble, L. M. y Scarf, F. L.: Astrophys. J. 138, 1169 (1963).
- Parker, E. N.: Astrophys. J. 128, 664 (1958a).
- Parker, E. N.: Phys. Fluids 1, 171 (1958b).
- Parker, E. N.: Interplanetary Dynamical Processes, Interscience, New York (1963).
- Parker, E. N.: Astrophys. J. 139, 93 (1964).
- Parker, E. N.: Space Sci. Rev. 4, 666 (1965).
- Pilipp, W. G., Miggenrieder, H., Montgomery, M. D., Mühlhäuser, K.-H., Rosenbauer, H. y Schwenn, R.: J. Geophys. Res. 92, 1093 (1987a).
- Pilipp, W. G., Miggenrieder, H., Mühlhäuser, K.-H., Rosenbauer, H., Schwenn, R. y Neubauer, F. M.: J. Geophys. Res. 92, 1103 (1987b).
- Pneuman, G. W.: Space Sci. Rev. 43, 105 (1986).
- Press, W. H., Flannery, B. P., Teukolsky, S. A. y Vetterling, W. T.: Numerical Recipes, Cambridge University Press, Cambridge (1986).
- Scarf, F. L. y Noble, L. M.: Astrophys. J. 141, 1479 (1965).
- Spitzer, L.: Physics of Fully Ionized Gases, Interscience, New York (1956).
- Spitzer, L. y Härm, R.: Phys. Rev. 89, 977 (1953).
- Sturrock, P. A. y Hartle, R. E.: Phys. Rev. Lett. 16, 628 (1966).
- Toichi, T.: Solar Phys. 18, 150 (1971).
- Tyler, G. L., Vesecky, J. F., Plume, M. A., Howard, H. T. y Barnes, A.: Astrophys. J. 249, 318 (1981).

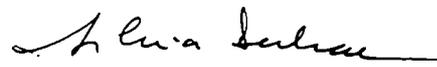
- Weber, E. J. y Davis, L.: *Astrophys. J.* **148**, 217 (1967).
- Weber, E. J. y Davis, L.: *J. Geophys. Res.* **75**, 2419 (1970).
- Whang, Y. C.: *Astrophys. J.* **169**, 369 (1971).
- Whang, Y. C.: *Astrophys. J.* **178**, 221 (1972).
- Whang, Y. C. y Chien, T. H.: *Astrophys. J.* **221**, 350 (1978).
- Wolff, C. L., Brandt, J. C. y Southwick, R. G.: *Astrophys. J.* **165**, 181
(1971).
- Woo, R.: *Astrophys. J.* **219**, 727 (1978).

AGRADECIMIENTOS

Habiendo concluido la redacción de esta tesis deseo expresar mi gratitud a todos aquellos que me ayudaron y apoyaron en la concreción de la misma: mi familia, mi Directora de Tesis, mis amigos y varios colegas (incluyendo aquellos asiduos concurrentes a la Sala de Computadoras que soportaron mis prolongadas "sentadas" mientras escribía este trabajo). También quiero agradecer al Departamento de Física por haberme brindado lugar de trabajo y acceso a computadoras y bibliografía, a la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales y al IAFE por las posibilidades de consulta de publicaciones y libros y a esta última institución por permitirme imprimir esta tesis en sus instalaciones.

P. Alexander

La presente tesis ha sido aprobada por

A handwritten signature in black ink, appearing to read "Dra. S. Duhau", written in a cursive style. The signature is positioned above a horizontal line.

Dra. S. Duhau
Directora de Tesis