

Tesis de Posgrado

Relatividad en física nuclear : Efectos del medio en núcleos e hipernúcleos

Chiapparini, Marcelo

1991

Tesis presentada para obtener el grado de Doctor en Ciencias Físicas de la Universidad de Buenos Aires

Este documento forma parte de la colección de tesis doctorales y de maestría de la Biblioteca Central Dr. Luis Federico Leloir, disponible en digital.bl.fcen.uba.ar. Su utilización debe ser acompañada por la cita bibliográfica con reconocimiento de la fuente.

This document is part of the doctoral theses collection of the Central Library Dr. Luis Federico Leloir, available in digital.bl.fcen.uba.ar. It should be used accompanied by the corresponding citation acknowledging the source.

Cita tipo APA:

Chiapparini, Marcelo. (1991). Relatividad en física nuclear : Efectos del medio en núcleos e hipernúcleos. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires. http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis_2447_Chiapparini.pdf

Cita tipo Chicago:

Chiapparini, Marcelo. "Relatividad en física nuclear : Efectos del medio en núcleos e hipernúcleos". Tesis de Doctor. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires. 1991. http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis_2447_Chiapparini.pdf

EXACTAS UBA

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales



UBA

Universidad de Buenos Aires

Universidad de Buenos Aires
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

Relatividad en Física Nuclear:
Efectos del Medio en Núcleos e
Hipernúcleos[†]

Por:
Lic. Marcelo Chiapparini

Director:
Dr. Aníbal O. Gattone

Comisión Nacional de Energía Atómica
Departamento de Física, Laboratorio TANDAR

Año 1991

Tesis.
2447
21.2

[†]Tesis presentada para optar al título de Doctor en Ciencias Físicas.

a Vale,
militante
de
la
vida.

“Estamos convencidos de que los problemas científicos son, al menos en parte, resultado de una tradición científica que acompaña o inicia a la ciencia en su marcha a través de los siglos. Es natural, pues, preguntarse hasta qué punto la presente actividad está determinada o influida por la tradición. Los problemas que nos ocupan ¿están libremente elegidos, a tenor de nuestros intereses e inclinaciones, o nos vienen dados por un proceso histórico? ¿Hasta qué punto es posible elegir los métodos científicos de acuerdo con el propósito correspondiente y hasta qué otro volvemos a seguir una tradición preexistente? Y por último, ¿en qué grado somos libres de elegir los conceptos con que formulamos nuestras preguntas? La actividad científica sólo cabe definirla de un modo, y es diciendo que formula aquellas preguntas que nos gustaría contestar. Pero para poder formularlas necesitamos conceptos con cuya ayuda esperamos asir los fenómenos. Estos conceptos se toman por lo general de la historia pretérita de la ciencia; proporcionan de entrada un posible cuadro de esos fenómenos. Pero cuando lo que nos proponemos explorar es un nuevo ámbito de fenómenos es posible que estos conceptos actúen como una colección de prejuicios que, más que impulsar, retarden el progreso. Aun en este caso, sin embargo, tenemos que utilizar conceptos, y no queda otro remedio que hechar mano de los que nos proporciona la tradición.”

Werner Heisenberg, *La tradición en la ciencia.*

Contenido

Agradecimientos	1
Introducción	3
PARTE I	5
I.1 Dispersión de Electrones	6
I.1.1 Dispersión Elástica	10
I.1.2 Dispersión Inelástica	11
I.1.3 Dispersión Cuasielástica	12
I.2 Dinámica Relativista	12
I.3 Fenomenología de Dirac	15
Referencias	17
PARTE II	18
II.1 Introducción	19
II.2 La Respuesta Nuclear	20
II.2.1 Un Modelo Relativista de Interacción Directa	20
II.2.2 La Corriente Nuclear Efectiva	23
II.2.3 El Vínculo de Conservación de la Corriente	25
II.2.4 La Renormalización de la Función $F(r)$	26
II.3 Aplicaciones	27
II.3.1 Momentos Magnéticos Nucleares	29
II.3.2 Factores de Forma Eléctricos y Amplitudes de Transición .	34
II.3.3 La Respuesta Nuclear en el Pico Cuasielástico .	37
II.3.3.1 Respuestas Transversal y Longitudinal	38
II.3.3.2 Los núcleos ^{12}C y ^{40}Ca .	41
II.3.4 Conclusiones	42
Referencias	45
PARTE III	47
III.1 Introducción	48

III.2 Un Modelo	51
III.2.1 La Descomposición de Gordon Generalizada	53
III.2.2 El Vértice $\omega - \Lambda$	55
III.2.3 El Problema en Materia Nuclear	56
III.2.3.1 La Polarización del Carozo Nuclear	58
III.2.4 La Ecuación de Dirac Fenomenológica	59
III.2.4.1 El equivalente Schrödinger	60
III.3 Aplicaciones	61
III.3.1 Energías de Ligadura	61
III.3.1.1 Parametrización de los Datos	62
III.3.1.2 Dependencia en la Profundidad de los Potenciales	62
III.3.1.3 Geometría de la Interacción	64
III.3.2 Momentos Magnéticos	67
III.4 Conclusiones	70
Referencias	71

Agradecimientos

Deseo expresar aquí mi agradecimiento a las autoridades del Departamento de Física de la Comisión Nacional de Energía Atómica quienes, a través del Plan de Doctorado, me otorgaron una beca para realizar el trabajo de doctorado en las instalaciones del Laboratorio TANDAR. Trabajar en el Laboratorio me permitió tomar contacto con la comunidad científica a través de la asistencia a congresos y conferencias en Argentina y en el exterior.

Asegurar la continuidad en la formación de profesionales en el marco del Plan de Doctorado es una de las formas que tiene el Departamento de mantenerse vivo, y es uno de mis más profundos deseos el que éste se logre.

Un destacadísimo lugar lo ocupa mi director, el Dr. Aníbal O. Gattone. En todo momento me alentó y escuchó mis ideas y puntos de vista con la misma seriedad y respeto que se le debe a otro colega, sin que su mayor preparación significara una barrera en el intercambio de opiniones. Trabajar con él resultó una experiencia estimulante y fructífera a la vez, y espero sinceramente que sea el comienzo de un largo camino de trabajos en conjunto.

Fue gracias a un subsidio de la FUNDACION ANTORCHAS que pude visitar y trabajar en el Grupo de Física Teórica de TRIUMF en Vancouver, Canadá. Fruto de estos trabajos es la Parte III de esta Tesis.

A pesar de que nunca pude explicarles claramente mi oficio —debido a esa manía que tiene la física de hacerse más ininteligible a medida que se especializa—, a lo largo de toda mi carrera conté con el apoyo anímico de mis padres, Halina y Jorge, y de mi hermano Claudio.

Si pude escribir este trabajo en un tiempo razonable se debe también a Roberto D. L. quien, con una paciencia de monje medieval, me ayudó a resolver muchos de los innumerables problemas que surgieron al utilizar el $L^A T_E X$.

Otro lugar lo ocupan los que fueron mis compañeros —tesistas y no tesistas— durante el tiempo en que este trabajo se llevó a cabo. Con varios de ellos cursé materias de grado y nos reencontramos luego en el TANDAR buscando tema de Tesis. A otros los conocí comenzado ya el trabajo. Conforman uno de los mejores grupos humanos con los que me tocó relacionarme y sin duda hicieron mucho más atractiva mi labor. Desgraciadamente las incertidumbres a las que nos tiene acostumbrados nuestro ben(mal)dito país obligó a que algunos de ellos se desmembraran en dos grupos, los que para no dejar la física dejaron el país y los que para no dejar el país dejaron la física.

Por último quiero recordar a Raquel y Raul, quienes me dieron las facilidades necesarias para escribir casi completamente la Parte II.

Relatividad en Física Nuclear: Efectos del Medio en Núcleos e Hipernúcleos

"No hay en el mundo una fortuna mayor, creo, que la incapacidad de la mente humana para relacionar entre sí todo lo que hay en ella. Vivimos en una isla de plácida ignorancia, rodeados por los negros mares de lo infinito, y no es nuestro destino emprender largos viajes. Las ciencias, que siguen sus caminos propios, no han causado mucho daño hasta ahora; pero algún día la unión de esos disociados conocimientos nos abrirá a la realidad, y a la endeble posición que en ella ocupamos, perspectivas tan terribles que enloqueceremos ante la revelación, o huiremos de esa funesta luz, refugiándonos en la seguridad y la paz de una nueva edad de las tinieblas."

H. P. Lovecraft, *El llamado del Cthulhu*.

Introducción

La teoría tradicional de la estructura nuclear se basa en la ecuación de varios cuerpos no relativista de Schrödinger. La dinámica está determinada por un potencial estático nucleón-nucleón que se ajusta a los datos de dispersión de dos cuerpos y a las propiedades estáticas del deuterón. En la aproximación de campo medio –escalón inicial de todo tratamiento perturbativo–, la presencia de los otros nucleones se manifiesta a través de un potencial promedio autoconsistente de un cuerpo y a través del principio de exclusión de Pauli. Este tratamiento de modelo de capas ha mostrado ser un buen punto de partida para entender la estructura nuclear, y la teoría de Hartree–Fock constituye la base para esta descripción en el problema de varios cuerpos no relativista. A pesar de la simplicidad de la idea física, las ecuaciones resultantes son complicadas ya que están acopladas, son no lineales e integrodiferenciales.

La descripción de partícula independiente de la estructura nuclear se extiende a los nucleones en el continuo, donde los experimentos de dispersión son analizados en términos de un potencial óptico. Para nucleones de baja energía la parte real de este potencial es esencialmente el resultado de Hartree–Fock cerca del nivel de Fermi. Sin embargo, hay una fuerte dependencia de la parte real de este potencial con la energía y se vuelve repulsivo a energías del proyectil del orden de 100 MeV mostrando el perfil de “fondo de botella de vino”. En el problema no relativista de muchos cuerpos esto se atribuye a la no localidad de la interacción de dos cuerpos.

Experimentos de dispersión con protones polarizados también revelan una fuerte dependencia del potencial óptico con el spin y, del mismo modo que en la interacción spin–órbita de los estados ligados, la descripción no relativista encuentra dificultades en la predicción de estos efectos.

La magnitud de esta interacción de spin–órbita indica claramente que cualquier discusión que pretenda ir más allá de la fenomenología pura debe incorporar grados de libertad relativistas en la descripción de partícula independiente de los nucleones ligados, por analogía con la situación en el átomo, donde una fracción importante del acoplamiento spin–órbita se explica como una corrección relativista al movimiento del electrón en el campo del núcleo (el llamado acoplamiento de Thomas).

Se trabaja entonces con funciones de onda del nucleón que son soluciones de la ecuación de Dirac, donde el potencial de partícula independiente está dado por el promedio de los campos mesónicos generados por los demás nucleones. De esta manera, la interacción de spin–órbita aparece como una precesión de Thomas y la mayor parte de la dependencia en la energía y la forma de los potenciales ópticos a energías intermedias están relacionados con efectos cinemáticos en este contexto.

Una prueba de confianza del tratamiento de Dirac en núcleos finitos la constituye su aplicación a sistemas exóticos y, como primer paso en este sentido, nos concentramos en los hipernúcleos. En años recientes un análisis extensivo de los Λ –hipernúcleos producidos en las reacciones con intercambio de extrañeza en el núcleo, (π^+, K^+) y (K^-, π^-) , han mostrado un resultado sorprendente y a la vez interesante. La interacción de spin–órbita de los

Λ -hipernúcleos es muy pequeña, casi de un orden de magnitud menor que en el caso nuclear.

Se busca entonces una descripción relativista de los hipernúcleos que sea compatible con la de los núcleos, ya que no tendría sentido obtener ajustes razonables para el desdoblamiento spin-órbita del Λ si al mismo tiempo obtenemos valores demasiado pequeños en el caso nuclear.

Esta Tesis se divide en tres Partes. En la Parte I se exponen los conceptos básicos sobre los cuales descansan las Partes que siguen, esto es, en primer término nociones de dispersión de electrones —la cual constituye una excelente herramienta para estudiar la distribución de cargas y corrientes en el núcleo—, en segundo término la descripción covariante de los sistemas cuánticos y, por último, el tratamiento de campo medio relativista a través de la Fenomenología de Dirac.

Las Partes II y III, si bien ambas hacen uso de la descripción relativista de los sistemas nucleares, son independientes entre sí. En la Parte II se explora las consecuencias de utilizar una reducción a dos componentes de la ecuación de Dirac en el marco de la Aproximación de Impulso —incluyendo los efectos de la polarización del carozo nuclear— para describir los factores de forma de la dispersión de electrones. Se estudian momentos magnéticos, transiciones eléctricas y el pico cuasielástico en diferentes núcleos de la tabla periódica.

La Parte III está dedicada a los Λ -hipernúcleos. Se analizan los efectos que tiene sobre el espectro de energías, los momentos magnéticos del sistema y la polarización del carozo nuclear la incorporación de un término tensorial en el acoplamiento $\omega - \Lambda$, el cual unifica la descripción nucleónica con la hipernucleónica.

A lo largo de todo el trabajo se utilizan unidades naturales, *i.e.* $\hbar = c = 1$. Las referencias aparecen entre corchetes, las ecuaciones entre paréntesis y las secciones y subsecciones numeradas de igual forma que las ecuaciones pero sin paréntesis, de este modo [3], (II.1.2) y I.3 en el texto significan la referencia número tres, la ecuación (II.1.2) y la sección tres de la Parte I respectivamente.

PARTE I

*echó en una mochila sus instrumentos de orientación
y sus mapas, y emprendió la temeraria aventura."*

G. García Márquez, *Cien años de soledad*.

I.1 Dispersión de Electrones

En esta sección se expondrán brevemente y sin demostración los elementos del formalismo de la dispersión de electrones necesarios para la comprensión de esta Tesis. Se seguirán los lineamientos de [1], el cual constituye un excelente resumen de la teoría de la dispersión de electrones y donde el lector interesado puede ampliar los temas aquí tratados.

Hay dos razones fundamentales por las cuales la dispersión de electrones es una poderosa herramienta para estudiar la estructura nuclear. La primera es que la interacción fundamental entre el electrón y el núcleo se conoce muy bien: el electrón interactúa electromagnéticamente con las densidades de carga y corriente nucleares. La segunda es que debido a que la interacción es relativamente débil, del orden de $\alpha = 1/137$, es posible hacer mediciones sobre el núcleo blanco sin perturbar demasiado su estructura y a la vez describir los resultados experimentales en el marco de teoría de perturbaciones a primer orden, *i.e.* intercambio de un fotón. Esto contrasta con la situación utilizando proyectiles que interactúan fuertemente donde el mecanismo de dispersión no puede separarse claramente de los efectos de estructura del blanco.

Veremos que con la dispersión de electrones se pueden relacionar inmediatamente la sección eficaz con los elementos de matriz de los operadores locales de carga y corriente y, de esta manera, con la estructura del blanco mismo. Los electrones tienen la gran ventaja de que para una energía transferida fija ω del electrón, es posible *variar* el trimomento transferido al núcleo, q . La única restricción es que el cuadrimento transferido sea de tipo espacial;

$$q_\mu^2 = \omega^2 - q^2 < 0.$$

Con fotones reales, para una dada energía transferida, hay solamente un momento transferido posible debido a que la masa de un fotón real es nula, $q_\mu^2 = \omega^2 - q^2 = 0$. De esta manera, con electrones podemos estudiar el comportamiento en todo el rango de q^2 de los elementos de matriz de transición y obtener las transformadas de Fourier de la carga y de la densidad de corriente de transición. Así es posible conocer las distribuciones espaciales de carga y densidades de corrientes nucleares, las cuales contienen mucha información sobre la estructura del núcleo.

En la Fig.I.1 se representa esquemáticamente la dispersión de un electrón por un núcleo, los cuadriimpulsos iniciales y finales del electrón son $k_1 \equiv (\varepsilon_1, \mathbf{k}_1)$ y k_2 respectivamente, los correspondientes al núcleo son $P_1 \equiv (E_1, \mathbf{P}_1)$ y P_2 y el ángulo de dispersión es θ . En lugar de estas variables es más conveniente trabajar con θ y las componentes del cuadrimento transferido $q \equiv (\omega, \mathbf{q})$, donde ω es la energía transferida, $\omega = \varepsilon_1 - \varepsilon_2$, y q es el trimomento transferido, $q = k_1 - k_2 = P_2 - P_1$.

Para un θ fijo se obtiene de esta manera una sección eficaz doble diferencial que exhibe tres regímenes claramente diferenciados:

- a) dispersión elástica, es la situación donde (excepto por el retroceso del blanco) se tiene $\omega = 0$ y los electrones son dispersados del núcleo dejándolo en su estado fundamental,
- b) dispersión inelástica, donde $\omega \neq 0$ y el núcleo queda en un nivel excitado discreto y

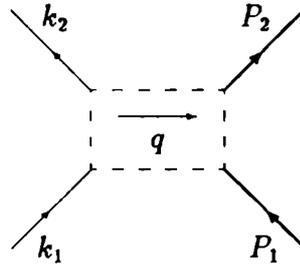


Figura I.1: Representación esquemática del proceso de dispersión.

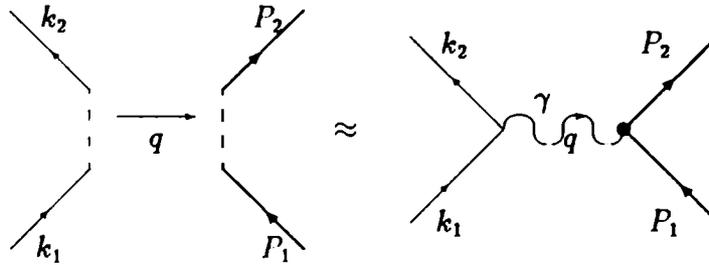


Figura I.2: Representación esquemática del término dominante en el proceso de dispersión.

c) dispersión cuasielástica, donde se emiten uno o más nucleones al continuo.

Con el objeto de obtener una expresión para la sección eficaz de dispersión es necesario proponer alguna forma para la interacción electrón-núcleo. En lo que sigue se describirá brevemente cómo obtener la sección eficaz para un electrón el cual, con un número de onda incidente k_1 , es dispersado en un ángulo θ a un estado final de número de onda k_2 y con el núcleo haciendo una transición del estado $|i\rangle$ al estado $|f\rangle$. Se muestran los resultados a menor orden en $\alpha = 1/137$, *i.e.* intercambio de un fotón (Fig.I.2). La manera más sencilla de hacer esto es imaginar al e^- dispersándose en el potencial electromagnético del núcleo. La interacción del e^- con el núcleo es,

$$\hat{H}_1(\mathbf{x}) = -e\hat{j}^\mu(\mathbf{x})A_\mu^N(\mathbf{x}) \quad , \quad \mathbf{x} \equiv (t, \mathbf{x}),$$

donde para el e^- ,

$$\hat{j}_\mu(\mathbf{x}) = i\bar{\psi}(\mathbf{x})\gamma_\mu\psi(\mathbf{x}),$$

siendo $\psi(\mathbf{x})$ el operador de campo del e^- . El campo electromagnético nuclear satisface,

$$\square A_\mu^N(\mathbf{x}) = -e_p J_\mu(\mathbf{x}),$$

donde $J_\mu(\mathbf{x})$ es el elemento de matriz de transición del operador densidad de corriente electromagnética nuclear,

$$J_\mu(\mathbf{x}) = \langle f | \hat{J}_\mu(\mathbf{x}) | i \rangle = \exp[i(E_2 - E_1)t] \langle f | \hat{J}_\mu(\mathbf{x}) | i \rangle,$$

entre los estados inicial y final del núcleo.

El operador de dispersión a menor orden en e_p está dado por,

$$\hat{S} = -i \int \hat{H}_1(\mathbf{x}) d^4x.$$

La probabilidad de transición es el cuadrado del elemento de matriz $\langle \mathbf{k}_2 f | \hat{S} | \mathbf{k}_1 i \rangle$ y a partir de ella se obtiene la siguiente expresión para la sección eficaz de dispersión (el flujo incidente es $|\mathbf{k}_1|/\Omega\epsilon_1$),

$$d\sigma = \frac{4\alpha^2}{q^4} \frac{1}{|\mathbf{k}_1|} \left[2J_\mu(\mathbf{q})Q^\mu J_\nu^*(\mathbf{q})Q^\nu + \frac{1}{2}q^2 J^\mu(\mathbf{q})J_\mu^*(\mathbf{q}) \right] \delta(E_2 + \epsilon_2 - E_1 - \epsilon_1) \frac{d|\mathbf{k}_2|}{\epsilon_2},$$

donde se han definido,

$$Q_\mu = \frac{1}{2}(k_1 + k_2)_\mu,$$

$$J_\mu(\mathbf{q}) = \int \exp(-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{x}) \langle f | \hat{J}_\mu(\mathbf{x}) | i \rangle d^3\mathbf{x},$$

y usado la ecuación de continuidad $q^\mu J_\mu(\mathbf{q}) = 0$.

El siguiente paso es obtener un desarrollo multipolar de la sección eficaz de dispersión, para ello se hace un desarrollo multipolar del operador densidad de corriente $\hat{J}_\mu(\mathbf{q})$ expandiendo la onda plana en la forma,

$$\exp(-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{x}) = 4\pi \sum_{JM} (-i)^J j_J(|\mathbf{q}||\mathbf{x}|) Y_{JM}(\hat{\mathbf{x}}) Y_{JM}^*(\hat{\mathbf{q}}).$$

En el caso en que el núcleo realice transiciones entre estados de momento angular definido $|J_i\rangle \rightarrow |J_f\rangle$ y en el límite $m_e \rightarrow 0$ ($k_i^2 = \epsilon_i^2$) se llega a la siguiente expresión para la sección eficaz,

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{4\pi\sigma_m}{[1 + 2\epsilon_1 \text{sen}^2(\theta/2)/M]} \left\{ \frac{q^4}{q^4} R_L(\omega, \mathbf{q}) + \left[\frac{q^2}{2q^2} + tg^2(\theta/2) \right] R_T(\omega, \mathbf{q}) \right\},$$

donde,

$$\sigma_m = \frac{\alpha^2 \cos^2(\theta/2)}{4\epsilon_1^2 \text{sen}^4(\theta/2)},$$

y M es la masa del blanco.

Las funciones $R_L(\omega, \mathbf{q})$ y $R_T(\omega, \mathbf{q})$ son los factores de forma que describen la manera en que la sección eficaz se aparta de la correspondiente a un núcleo puntual de carga Ze_p y definen las partes longitudinal y transversal de la sección eficaz. Contienen información

acerca de la distribución de cargas y corrientes dentro del núcleo y se construyen de la siguiente manera,

$$\begin{aligned} R_L(\omega, \mathbf{q}) &= \sum_{J \geq 0} \left\{ \frac{|\langle J_f \| \hat{M}_{JM}^{coul}(\mathbf{q}) \| J_i \rangle|^2}{2J_i + 1} \right\}, \\ R_T(\omega, \mathbf{q}) &= \sum_{J \geq 1} \left\{ \frac{|\langle J_f \| \hat{T}_{JM}^{el}(\mathbf{q}) \| J_i \rangle|^2}{2J_i + 1} + \frac{|\langle J_f \| \hat{T}_{JM}^{mag}(\mathbf{q}) \| J_i \rangle|^2}{2J_i + 1} \right\}, \end{aligned}$$

donde aparecen los elementos de matriz reducidos de ciertos operadores tensoriales irreducibles, $\hat{M}_{JM}^{coul}(\mathbf{q})$, $\hat{T}_{JM}^{el}(\mathbf{q})$ y $\hat{T}_{JM}^{mag}(\mathbf{q})$ y que dan lugar a transiciones que notaremos CJ , EJ y MJ respectivamente. Si escribimos al operador densidad de corriente en la forma $\hat{J}_\mu(\mathbf{x}) = (\hat{\rho}(\mathbf{x}), \hat{\mathbf{J}}(\mathbf{x}))$ estos operadores son,

$$\begin{aligned} \hat{M}_{JM}^{coul}(\mathbf{q}) &= \int j_J(|\mathbf{q}||\mathbf{x}|) Y_{JM}(\hat{\mathbf{x}}) \hat{\rho}(\mathbf{x}) d^3\mathbf{x}, \\ \hat{T}_{JM}^{el}(\mathbf{q}) &= \frac{1}{|\mathbf{q}|} \int \nabla \times [j_J(|\mathbf{q}||\mathbf{x}|) Y_{1JM}(\hat{\mathbf{x}})] \cdot \hat{\mathbf{J}}(\mathbf{x}) d^3\mathbf{x}, \\ \hat{T}_{JM}^{mag}(\mathbf{q}) &= \int j_J(|\mathbf{q}||\mathbf{x}|) Y_{1JM}(\hat{\mathbf{x}}) \cdot \hat{\mathbf{J}}(\mathbf{x}) d^3\mathbf{x}. \end{aligned}$$

El operador longitudinal $\hat{M}_{JM}^{coul}(\mathbf{q})$ tiene en cuenta la distribución de carga en el núcleo mientras que los operadores transversales $\hat{T}_{JM}^{el}(\mathbf{q})$ y $\hat{T}_{JM}^{mag}(\mathbf{q})$ hacen lo mismo con las densidades de corriente de convección $\hat{\mathbf{j}}$ y magnetización $\nabla \times \hat{\boldsymbol{\mu}}$. Para ver esto último basta con escribir $\hat{\mathbf{J}}(\mathbf{x}) = \hat{\mathbf{j}}(\mathbf{x}) + \nabla \times \hat{\boldsymbol{\mu}}(\mathbf{x})$.

Ante el operador paridad $\hat{\Pi}$ estos operadores transforman según,

$$\begin{aligned} \hat{\Pi} \hat{M}_{JM}^{coul} \hat{\Pi}^{-1} &= (-1)^J \hat{M}_{JM}^{coul}, \\ \hat{\Pi} \hat{T}_{JM}^{el} \hat{\Pi}^{-1} &= (-1)^J \hat{T}_{JM}^{el}, \\ \hat{\Pi} \hat{T}_{JM}^{mag} \hat{\Pi}^{-1} &= (-1)^{J+1} \hat{T}_{JM}^{mag}, \end{aligned}$$

lo que da origen a las reglas de selección,

$$\begin{aligned} \Delta \Pi_{coul} &= (-1)^J, \\ \Delta \Pi_{el} &= (-1)^J, \\ \Delta \Pi_{mag} &= (-1)^{J+1}, \end{aligned}$$

donde el J de la transición debe cumplir $|J_i - J_f| \leq J \leq J_i + J_f$ y además $J \geq 1$ en las transversas.

Para entender un poco mejor como los factores de forma se relacionan con las propiedades del núcleo describiremos la sección eficaz de dispersión, obtenida en la aproximación de intercambio de un fotón, en dos de los regímenes mencionados con anterioridad: dispersión elástica y dispersión inelástica que son los dos casos de transiciones entre niveles nucleares discretos. La conexión con las propiedades estáticas del núcleo aparece en el límite de longitud de onda larga (LWL), *i.e* $\mathbf{q} \rightarrow 0$. Las transiciones al continuo, dispersión cuasielástica, necesitan de una descripción distinta ya que en este caso los estados finales del sistema nucleón-núcleo no tienen un buen momento angular total.

I.1.1 Dispersión Elástica

(Además de [1] este tema puede ampliarse en [2]).

En esta situación el electrón no transfiere energía al núcleo, $\omega = 0$, sólo transfiere momento lineal. De esta manera los estados iniciales y finales del núcleo son iguales al estado fundamental, $|J_i\rangle = |J_f\rangle = |J_0\rangle$ y la paridad de la transición cumple $\Pi = \Pi_i \Pi_f = +1$, con lo cual la invariancia ante paridad reduce las multipolaridades permitidas de las transiciones a CJ , EJ con $J = 0, 2, 4, \dots$ y MJ con $J = 1, 3, 5, \dots$. La invariancia ante inversión temporal, por otro lado, sólo permite las multipolaridades CJ con $J = 0, 2, 4, \dots$ y EJ , MJ con $J = 1, 3, 5, \dots$. Luego, en la dispersión elástica las únicas transiciones permitidas son las coulombianas CJ , con $J = 0, 2, 4, \dots$ y las transversales magnéticas MJ , con $J = 1, 3, 5, \dots$. Los factores de forma quedan entonces ($\omega = 0$),

$$\mathbf{R}_L(\mathbf{q}) = \sum_{J=0,2,\dots}^{2J_0} \left\{ \frac{|\langle J_f || \hat{M}_J^{coul}(\mathbf{q}) || J_i \rangle|^2}{2J_i + 1} \right\},$$

$$\mathbf{R}_T(\mathbf{q}) = \sum_{J=1,3,\dots}^{2J_0-1} \left\{ \frac{|\langle J_f || \hat{T}_J^{mag}(\mathbf{q}) || J_i \rangle|^2}{2J_i + 1} \right\}.$$

Las propiedades estáticas del núcleo se hacen manifiestas en el límite $|\mathbf{q}|^2/2M^2 \ll 1$ (LWL) y veremos a continuación de que manera. Se define para ello el factor de forma de carga,

$$|F_c(\mathbf{q})|^2 = \frac{4\pi}{Z^2} \mathbf{R}_L(\mathbf{q}),$$

el cual está relacionado en el LWL con el radio cuadrático medio de carga $\langle r_c^2 \rangle$ y el momento cuadrupolar Q en la forma,

$$|F_c(\mathbf{q})|^2 \stackrel{q \rightarrow 0}{\approx} |F_c(0)|^2 + \frac{Q^2 |\mathbf{q}|^4}{180 Z^2} (2J_0 + 1)^{-1} \begin{pmatrix} J_0 & 2 & J_0 \\ -J_0 & 0 & J_0 \end{pmatrix}^{-2} + \dots,$$

$$|F_c(0)|^2 = \left(1 - \frac{1}{6} \langle r_c^2 \rangle |\mathbf{q}|^2 + \frac{1}{120} \langle r_c^4 \rangle |\mathbf{q}|^4 + \dots \right)^2$$

El término $|F_c(0)|^2$ proviene de la contribución de \hat{M}_0^{coul} mientras que \hat{M}_2^{coul} da origen al segundo término.

El momento magnético aparece al estudiar la contribución de la parte transversal. El multipolo que contribuye en mayor grado es el $M1$ siendo,

$$\hat{T}_{1M}^{mag}(\mathbf{q}) \stackrel{q \rightarrow 0}{\approx} \frac{i}{3} |\mathbf{q}| \sqrt{2} \int d^3 \mathbf{x} \left[\hat{\boldsymbol{\mu}}(\mathbf{x}) + \frac{1}{2} \mathbf{x} \times \hat{\mathbf{j}}(\mathbf{x}) \right] \cdot \nabla |\mathbf{x}| Y_{1M}(\hat{\mathbf{x}}) = i \frac{|\mathbf{q}|}{\sqrt{6\pi}} \hat{\boldsymbol{\mu}}_{1M},$$

donde $\hat{\boldsymbol{\mu}}_{1M}$ es el operador momento magnético nuclear. Podemos relacionar el momento magnético estático μ con el elemento de matriz de $\hat{T}_{1M}^{mag}(0)$ en la forma,

$$\langle J_0 J_0 | \hat{\boldsymbol{\mu}}_{10} | J_0 J_0 \rangle \equiv \frac{\mu}{2M},$$

$$\frac{1}{2J_0 + 1} |\langle J_0 || \hat{\boldsymbol{\mu}}_1 || J_0 \rangle|^2 = \frac{J_0 + 1}{J_0} \frac{\mu^2}{4M^2}.$$

Finalmente, en el límite $m_e \rightarrow 0$ y $|\mathbf{q}|^2/2M^2 \ll 1$ tenemos la siguiente expresión para la sección eficaz elástica,

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_{el}} \approx \frac{Z^2 \sigma_m}{[1 + 2\varepsilon_1 \text{sen}^2(\theta/2)/M]} \left\{ |F_c(\mathbf{q})|^2 + \frac{J_0 + 1}{3J_0} \frac{\mu^2}{Z^2} \frac{|\mathbf{q}|}{4M^2} [1 + 2tg^2(\theta/2)] \right\},$$

donde vemos como en el LWL la sección eficaz elástica contiene, en su parte longitudinal, información sobre el radio cuadrático medio de carga y el momento cuadrupolar mientras que de su parte transversal es posible, con mediciones a $\theta = \pi$, extraer el valor del momento magnético nuclear estático .

I.1.2 Dispersión Inelástica

En este régimen el electrón transfiere al núcleo energía y momento lineal dejándolo en un estado excitado discreto. De la regla de selección $\Delta\Pi_{coul} = (-1)^J$ con $|J_i - J_f| \leq J \leq J_i + J_f$ para los operadores coulombianos se tiene la posibilidad de excitar transiciones $0^+ \rightarrow 0^+$. En este caso el único multipolo que participa es $J = 0$ y en el LWL se tiene,

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} (0^+ \leftarrow 0^+) \xrightarrow{q \rightarrow 0} \frac{Z^2 \sigma_m}{[1 + 2\varepsilon_1 \text{sen}^2(\theta/2)/M]} \left\{ \frac{4\pi}{Z^2} | \langle 0^+ | \hat{M}_0^{coul}(\mathbf{q}) | 0^+ \rangle |^2 \right\} \frac{q^4}{|\mathbf{q}|^4},$$

donde,

$$\hat{M}_0^{coul}(\mathbf{q}) \xrightarrow{q \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \left\{ Z - \frac{|\mathbf{q}|^2}{6} \int |\mathbf{x}|^2 \hat{\rho}(\mathbf{x}) d^3\mathbf{x} + \dots \right\}.$$

La dependencia en \mathbf{q} de los multipolos coulombianos es $\hat{M}_0^{coul}(\mathbf{q}) \sim |\mathbf{q}|^J$ con lo cual, del estudio de la dependencia de la sección eficaz con el momento transferido, es posible obtener la multipolaridad de la transición. En el LWL es posible relacionar, usando la ecuación de continuidad para la carga, los elementos de matriz de los operadores coulombianos y transversal eléctrico en la forma,

$$\langle J_f | \hat{T}_J^{el}(\mathbf{q}) | J_i \rangle \xrightarrow{q \rightarrow 0} \left(\frac{E_1 - E_2}{|\mathbf{q}|} \right) \sqrt{\frac{J+1}{J}} \langle J_f | \hat{M}_J^{coul}(\mathbf{q}) | J_i \rangle.$$

Esta relación demuestra ser útil al considerar el proceso de fotoemisión eléctrica donde aparecen fotones *reales*, en este caso tenemos $\mathbf{q} \equiv \mathbf{k}$ y $E_2 = E_1 + |\mathbf{k}|$ y podemos calcular la sección eficaz a partir del multipolo coulombiano,

$$\begin{aligned} \langle J_f | \hat{T}_J^{el}(\mathbf{k}) | J_i \rangle &\xrightarrow{k \rightarrow 0} \sqrt{\frac{J+1}{J}} \langle J_f | \hat{M}_J^{coul}(\mathbf{k}) | J_i \rangle = \\ &\sqrt{\frac{J+1}{J}} \frac{|\mathbf{k}|^J}{(2J+1)!!} \int |\langle \mathbf{x} \rangle|^J \langle J_f | Y_J(\hat{\mathbf{x}}) \hat{\rho}(\mathbf{x}) | J_i \rangle d^3\mathbf{x}. \end{aligned}$$

El elemento de matriz ω_{if} para la fotoemisión o fotoabsorción es muy similar al factor de forma transverso para la dispersión que vimos antes,

$$\omega_{if}(\omega, \mathbf{k}) = 8\pi\alpha |\mathbf{k}| \sum_{J \geq 1} \frac{1}{2J_i + 1} \left\{ | \langle J_f | \hat{T}_J^{el}(\mathbf{k}) | J_i \rangle |^2 + | \langle J_f | \hat{T}_J^{mag}(\mathbf{k}) | J_i \rangle |^2 \right\}.$$

Notemos que la contribución, en el LWL, del multipolo eléctrico en la dispersión de electrones se ve reducido en un factor $(E_1 - E_2)/|q|$ respecto del coulombiano mientras que en la fotoemisión ambas contribuciones son comparables.

I.1.3 Dispersión Cuasielástica

En esta región se emiten uno o más nucleones al continuo. La expresión de partida para la sección eficaz de dispersión es la misma que se vió al comienzo de esta sección,

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{4\pi\sigma_m}{[1 + 2\varepsilon_1 \text{sen}^2(\theta/2)/M]} \left\{ \frac{q^4}{q^4} R_L(\omega, q) + \left[\frac{q^2}{2q^2} + tg^2(\theta/2) \right] R_T(\omega, q) \right\}.$$

Debido a que el estado final nucleónico no tiene buen momento angular, no es posible hacer ahora un análisis multipolar de los factores de forma longitudinal y transversal.

En todo lo expuesto anteriormente se ha supuesto que existen operadores que describen la densidad de corriente de convección $\hat{j}(\mathbf{x})$, la densidad de magnetización $\hat{\mu}(\mathbf{x})$ y la densidad de carga $\hat{\rho}(\mathbf{x})$. También se ha supuesto que se verifica la ecuación de continuidad para la carga,

$$\nabla \cdot \hat{j}(\mathbf{x}) = -i [\hat{H}_1, \hat{\rho}(\mathbf{x})].$$

De esta manera para obtener predicciones de un modelo nuclear debemos construir estos operadores en el marco del modelo en cuestión y construir los momentos multipolares adecuados.

I.2 Dinámica Relativista

Actualmente la Física Altas de Energías se encuentra muy lejos del radio de Planck, con lo cual los efectos gravitatorios son completamente despreciables y podemos llevar a cabo una descripción en el marco de la Relatividad Restringida.

En esta sección se mostrarán las relaciones de conmutación que deben verificar los operadores dinámicos de un sistema cuántico para obtener una descripción covariante ante transformaciones de Lorentz generales. El lector interesado puede encontrar las demostraciones de los resultados aquí expuestos en el trabajo de P. A. M Dirac [3], donde todas estas ideas son discutidas con mayor detalle.

El Principio de Relatividad Restringida (PRR) de Einstein impone fuertes condiciones que deben satisfacer todas las leyes de la Física. Si en el espacio-tiempo plano se trabaja con el sistema de coordenadas más sencillo, donde el tensor métrico $g^{\mu\nu}$ tiene componentes,

$$g^{00} = -g^{11} = -g^{22} = -g^{33} = 1,$$

$$g^{\mu\nu} = 0 \quad \mu \neq \nu,$$

el PRR establece que las leyes de la Física deben ser invariantes bajo transformaciones lineales del espacio-tiempo que dejen a su vez invariante al tensor métrico $g^{\mu\nu}$. Una transformación de este tipo se llama transformación de Lorentz inhomogénea y las coordenadas cartesianas u'_μ transforman de acuerdo con,

$$\begin{aligned} u'_\mu &= \alpha_\mu + \beta_\mu^\nu u_\nu, \\ \beta_\mu^\nu \beta^{\mu\rho} &= g^{\nu\rho}, \end{aligned} \quad (\text{I.2.1})$$

siendo las α y β constantes.

Una transformación del tipo (I.2.1) puede involucrar reflexiones del sistema de coordenadas en el espacio de tres dimensiones y puede contener también reflexiones temporales. Salvo los casos de reflexiones toda transformación de coordenadas finita puede construirse a partir de la unidad con transformaciones infinitesimales. De esta manera, el PRR se satisface si las leyes físicas son invariantes frente a las versiones infinitesimales de las transformaciones (I.2.1). Estas transformaciones infinitesimales esán dadas por,

$$\begin{aligned} u'_\mu &= u_\mu + a_\mu + b_\mu^\nu u_\nu, \\ b_\mu^\nu &= -b_\nu^\mu, \end{aligned} \quad (\text{I.2.2})$$

donde las a y b son constantes *infinitesimales*.

Antes de ver las implicaciones que el PRR tiene en Mecánica Cuántica estudiemos brevemente sus consecuencias en la Mecánica Hamiltoniana.

La teoría de un sistema dinámico se hace en términos de un número de cantidades algebraicas, llamadas variables dinámicas, cada una de las cuales está definida respecto de un dado sistema de coordenadas en el espacio-tiempo. Las variables dinámicas usuales son las coordenadas y momentos de las partículas a todo tiempo y las variables de campo en un punto del espacio-tiempo, sin embargo pueden usarse otro tipo de cantidades.

Para que la teoría dinámica pueda expresarse en forma hamiltoniana es necesario que dos variables dinámicas cualesquiera, ξ y η , tengan definido un corchete de Poisson (cP) $\{\xi, \eta\}$, sujeto a las siguientes relaciones,

$$\begin{aligned} \{\xi, \eta\} &= -\{\eta, \xi\}, \\ \{\xi, \eta + \zeta\} &= \{\xi, \eta\} + \{\xi, \zeta\}, \\ \{\xi, \eta\zeta\} &= \{\xi, \eta\}\zeta + \eta\{\xi, \zeta\}, \\ \{\{\xi, \eta\}, \zeta\} + \{\{\eta, \zeta\}, \xi\} + \{\{\zeta, \xi\}, \eta\} &= 0. \end{aligned}$$

Un número o una constante física pueden ser considerados como casos particulares de variables dinámicas, y sus cP con todas las demás son nulos.

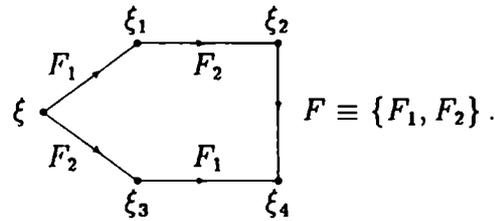
Las variables dinámicas cambian cuando cambia el sistema de coordenadas en el cual están definidas, y deben hacerlo de modo que los cP permanezcan invariantes. Esto requiere

que ante una variación infinitesimal arbitraria de coordenadas cada variable dinámica ξ debe cambiar en la forma,

$$\xi' = \xi + \{\xi, F\},$$

donde F es alguna variable dinámica infinitesimal independiente de ξ , dependiente únicamente del sistema dinámico en cuestión y del cambio de coordenadas.

Supongamos ahora que aplicamos dos cambios infinitesimales de coordenadas y sean F_1 y F_2 las variables dinámicas que dan cuenta de estas transformaciones. Interesa saber que sucede al aplicar las transformaciones en un orden u otro. Puede probarse [3] que el siguiente diagrama conmuta,



Vemos entonces como, en general, el orden en que se aplican las transformaciones es importante y que el conmutador entre ellas tiene en cuenta este hecho,

$$F = \{F_1, F_2\}. \quad (I.2.3)$$

Volviendo a la transformación (I.2.2), la variable dinámica F asociada debe depender linealmente (tener en cuenta que F es infinitesimal) de los coeficientes a y b que fijan la transformación de coordenadas,

$$F = -P^\mu a_\mu + \frac{1}{2} M^{\mu\nu} b_{\mu\nu},$$

$$M^{\mu\nu} = -M^{\nu\mu},$$

donde P^μ y $M^{\mu\nu}$ son variables dinámicas finitas, independientes de la transformación de coordenadas. Determinan la forma en que todas las variables dinámicas de un sistema son afectadas por los cambios de coordenadas que aparecen en Relatividad Especial. Cada una está asociada a un tipo particular de transformación infinitesimal del Grupo de Lorentz inhomogéneo, también llamado Grupo de Poincaré. Siete de ellas tienen una clara interpretación física, P_0 es la energía del sistema, $P_{i=1,2,3}$ son las componentes del impulso lineal total y $M_{ij} \equiv \epsilon_{ijk} J_k$ es el momento angular total del sistema. Las tres componentes restantes $M_{i0} \equiv K_i$ son los generadores infinitesimales de los cambios de coordenadas entre sistemas que se mueven con velocidad relativa constante.

Componiendo casos particulares de transformaciones de coordenadas y usando la relación (I.2.3) se llega a las siguientes relaciones de conmutación entre los diez generadores del Grupo de Poincaré [3],

$$\begin{aligned} \{P_\mu, P_\nu\} &= 0, \\ \{M_{\mu\nu}, P_\rho\} &= -g_{\mu\rho} P_\nu + g_{\nu\rho} P_\mu, \\ \{M_{\mu\nu}, M_{\rho\sigma}\} &= -g_{\mu\rho} M_{\nu\sigma} + g_{\nu\rho} M_{\mu\sigma} - g_{\mu\sigma} M_{\rho\nu} + g_{\nu\sigma} M_{\rho\mu}. \end{aligned} \quad (I.2.4)$$

Para construir la teoría de un sistema dinámico se deben obtener expresiones para los diez generadores del Grupo de Poincaré que satisfagan (I.2.4). *De esta manera se asegura la covariancia de la descripción.*

En el caso de una partícula libre de coordenadas q_μ y momento conjugado p_μ que verifican,

$$\{q_\mu, q_\nu\} = \{q_\mu, p_\nu\} = 0,$$

$$\{p_\mu, p_\nu\} = g_{\mu\nu},$$

la elección $P_\mu = p_\mu$ y $M_{\mu\nu} = q_\mu p_\nu - q_\nu p_\mu$ provee una solución de las relaciones de conmutación (I.2.4).

Todo el planteo anterior sigue siendo válido al pasar a Mecánica Cuántica. Para ello basta con reemplazar las variables dinámicas que generan el Grupo de Poincaré por los operadores $H, \mathbf{P} = (P_1, P_2, P_3), \mathbf{J} = (J_1, J_2, J_3)$ y $\mathbf{K} = (K_1, K_2, K_3)$ en el espacio de Hilbert del sistema y los corchetes de Poisson por conmutadores.

I.3 Fenomenología de Dirac

Hasta hace aproximadamente veinte años la dinámica de partícula independiente del nucleón fué descripta exclusivamente por la ecuación no relativista de Schrödinger, en la cual la presencia de los otros nucleones se manifiesta a través de un potencial medio de un cuerpo y a través de la exclusión de Pauli de ciertos orbitales. A mediados de la década del '70 comenzó a ponerse la fenomenología del modelo de capas sobre una base más fundamental al tratar el movimiento de partícula independiente del nucleón en forma relativista [4]. En la práctica, esto significa suponer que las funciones de onda son soluciones de la ecuación de Dirac [5], con potenciales dados por campos medios mesónicos estáticos generados por los otros nucleones.

La fenomenología de Dirac, aunque no implica el tratamiento completo cuántico relativista de la teoría de campos, ofrece ventajas significativas respecto de la fenomenología de Schrödinger. La primera es que la interacción de spin-órbita emerge naturalmente como una precesión de Thomas. Segundo, una fracción importante de la dependencia en energía observada en los potenciales ópticos (fenomenológicos) de Schrödinger puede ser entendida como un efecto cinemático relativista, al menos en el rango de energías de hasta 200 MeV. Desde el punto de vista de la física de energías intermedias la ventaja más importante de las funciones de onda de Dirac es que contienen una prescripción definida para construir las componentes de Dirac "pequeñas" en función de las "grandes". Siempre que se quiera calcular elementos de matriz para procesos débiles o electromagnéticos o emisión o absorción de piones se requiere de tales prescripciones, ya sea para evaluar directamente los operadores de teoría de campos o para construir operadores efectivos adecuados para cálculos con funciones de onda de modelos no relativistas.

La ecuación fenomenológica de Dirac para un nucleón independiente en unidades naturales tiene la forma [6],

$$\left\{ -i\boldsymbol{\alpha}\cdot\nabla + \beta M + \beta U(\mathbf{r}) + V^0(\mathbf{r}) - \boldsymbol{\alpha}\cdot\mathbf{V}(\mathbf{r}) + iG_{\pi NN}\beta\boldsymbol{\gamma}^5\boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{\pi}(\mathbf{r}) - (2M)^{-1}\mathcal{R}_{T/V} \left[i\beta\boldsymbol{\alpha}\cdot\nabla V^0(\mathbf{r}) + \beta\boldsymbol{\sigma}\cdot\nabla \times \mathbf{V}(\mathbf{r}) \right] \right\} \psi(\mathbf{r}) = E\psi(\mathbf{r}),$$

donde $\boldsymbol{\alpha}$, β , $\boldsymbol{\gamma}^5$ y $\boldsymbol{\sigma} \equiv \boldsymbol{\alpha}\boldsymbol{\gamma}^5 \equiv \boldsymbol{\gamma}^5\boldsymbol{\alpha}$ son las matrices de Dirac usuales, $\psi(\mathbf{r})$ es un spinor de cuatro componentes,

$$U(\mathbf{r}) \equiv -G_{\phi NN}\phi(\mathbf{r}),$$

es el potencial originado por el campo estático $\phi(\mathbf{r})$ del mesón escalar debido a los restantes nucleones, $\boldsymbol{\pi}(\mathbf{r})$ es el campo piónico correspondiente, y

$$V^\mu(\mathbf{r}) \equiv G_{\omega NN}^V\omega^\mu(\mathbf{r}) + G_{\rho NN}^V\boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{\rho}^\mu(\mathbf{r}),$$

es la suma de los campos debido a los mesones ω y ρ . El término que involucra a $\mathcal{R}_{T/V}$ es una expresión condensada del término de acople tensorial con los mesones vectoriales, desarrollado queda,

$$-(2M)^{-1} \left\{ G_{\omega NN}^T \left[i\beta\boldsymbol{\alpha}\cdot\nabla\omega^0(\mathbf{r}) + \beta\boldsymbol{\sigma}\cdot\nabla \times \boldsymbol{\omega}(\mathbf{r}) \right] + G_{\rho NN}^T \left[i\beta\boldsymbol{\alpha}\cdot\nabla\rho^0(\mathbf{r})\cdot\boldsymbol{\tau} + \beta\boldsymbol{\sigma}\cdot\nabla \times (\boldsymbol{\rho}(\mathbf{r})\cdot\boldsymbol{\tau}) \right] \right\}.$$

En el caso nuclear no se tiene en cuenta el término tensorial por tres razones: primero, si los nucleones generan campos mesónicos estáticos con simetría esférica, las componentes espaciales de $\boldsymbol{\omega}^\mu(\mathbf{r})$ y $\boldsymbol{\rho}^\mu(\mathbf{r})$ son nulas por simetría. Segundo, la constante de acoplamiento tensorial del mesón ω es pequeña o cero ¹. El acople con el mesón ρ no es pequeño, pero para núcleos con $N = Z$ el campo $\boldsymbol{\rho}^0$ se anula. La aproximación de campo medio (Hartree) no soporta acoples pseudoescalares por lo cual el campo medio piónico $\boldsymbol{\pi}(\mathbf{r})$ debe ser nulo. Luego, la ecuación fenomenológica propuesta debe ser reemplazada por la ecuación,

$$\left[-i\boldsymbol{\alpha}\cdot\nabla + \beta M + \beta U(\mathbf{r}) + V^0(\mathbf{r}) \right] \psi(\mathbf{r}) = E\psi(\mathbf{r}). \quad (\text{I.3.1})$$

¹ Esto vale sólo en el caso nuclear, al tratar hipernúcleos el término tensorial muestra ser relevante, como se verá en la Parte III de esta Tesis.

Referencias

- [1] T. de Forest, Jr. and J. D. Walecka, *Adv. in Nucl. Phys.* **57**, (1966).
- [2] T. W. Donnelly and I. Sick, *Rev. of Mod. Phys.* **3**, (1984)461.
- [3] P. A. M. Dirac, *Rev. of Mod. Phys.* **3**, (1949)392.
- [4] L. D. Miller, *Ann. of Phys.* **91**, (1975)40.
- [5] J. D. Bjorken and S. D. Drell, *Relativistic Quantum Mechanics*, McGraw-Hill, New York, 1964.
- [6] J. V. Noble, *Nucl. Phys.* **A329**, (1979)354.

PARTE II

*“... y vió formas y colores
que no entendió, perdidos en rumores,
y ensayó temerosos movimientos.”*

J. L. Borges, *El Golem*.

II.1 Introducción

Existen varias razones por las cuales la relatividad comenzó a utilizarse en física nuclear de energías bajas e intermedias durante los últimos quince años. Mencionemos, por ejemplo, la evidencia convincente de que la interacción nucleón-nucleón tiene importantes componentes cuadriescalares y cuadvectoresiales [1]. La consecuencia inmediata de este hecho es que los potenciales de partícula independiente son ahora comparables con la masa en reposo del nucleón, por lo cual se esperan efectos relativistas a energías y densidades ordinarias. En particular, el fuerte campo escalar incrementa la componente inferior del espinor de Dirac del nucleón, lo que da lugar a dependencias significativas en la velocidad, spin y densidad para la interacción nucleón-nucleón [2].

El tratamiento tradicional de la estructura nuclear está basado en la ecuación no relativista de Schrödinger e involucra nucleones interactuando a través de potenciales estáticos de dos cuerpos. Soluciones exactas para núcleos finitos son complicadas y el modelo de capas ha demostrado ser un buen punto de partida para entender la estructura nuclear. En este modelo los nucleones se mueven en un potencial autoconsistente de partícula independiente proveniente de la interacción con los demás nucleones.

Además, el problema nuclear de varios cuerpos adolece de un problema mecánico-cuántico. La teoría cuántica local de campos (TCLC) ha sido el marco tradicional en el cual se elaboran teorías que combinan relatividad con mecánica cuántica. En particular se han usado teorías relativistas de varios cuerpos inspiradas en las TCLC para calcular observables de estados ligados [3,4]. Sin embargo, las TCLC aplicadas a física nuclear presentan una dificultad. Hasta ahora no hay una interpretación clara de las condiciones de contorno espacio-temporales esenciales para formular una descripción de estado ligado en términos de distribuciones de probabilidad localizadas. En otras palabras, es aún materia de discusión determinar si los métodos perturbativos usados en las TCLC son herramientas adecuadas para calcular estados nucleares [5].

De esta manera se vuelve deseable tener modelos mecánico-cuánticos que satisfagan los requerimientos de la relatividad y permitan tratamientos no perturbativos.

Teniendo en mente lo anterior tratamos de encontrar una descripción de los factores de forma nucleares que contenga al mismo tiempo:

- a) el carácter relativista de las interacciones nucleares y de las corrientes,
- b) la esencia mecánico-cuántica del problema —sin recurrir a las TCLC— y,
- c) la posibilidad de aproximarse tanto como se quiera al tratamiento tradicional no relativista basado en la ecuación de Schrödinger.

Ignoraremos temporalmente el último requerimiento y nos concentraremos en los dos primeros. En I.2 vimos que la covariancia relativista se obtiene encontrando una representación unitaria para los generadores del grupo de Poincaré asociado al sistema interactuante. En esta representación los generadores infinitesimales del grupo de Poincaré, H , P , J y K , deben satisfacer las relaciones conmutación que aseguren las correctas propiedades de transformación.

Al mismo tiempo, para construir un modelo satisfactorio de las interacciones electromagnéticas nucleares debe tenerse en cuenta un vínculo adicional que es el de conservación de la carga eléctrica. En los resultados que mostraremos el vínculo de conservación de la carga ha jugado un importante rol, tanto cualitativo como cuantitativo, en los cambios que sufren los factores de forma cuando tenemos en cuenta el medio nuclear [6].

II.2 La Respuesta Nuclear

Las ventajas de usar sondas electromagnéticas para estudiar la estructura nuclear son bien conocidas (ver I.1). Debido a la validez de la Electrodinámica Cuántica y al valor pequeño de la constante de acoplamiento, los procesos pueden ser calculados con mucha mayor precisión que en otro tipo de experimentos de dispersión y, de esta manera, la estructura hadrónica del blanco puede ser examinada directamente. La respuesta general de un núcleo a un campo electromagnético externo puede ser estudiada como función del momento transferido \mathbf{q} y de la energía transferida ω por medio del intercambio de un fotón real o virtual. La ventaja de la electroexcitación sobre la fotoexcitación consiste en el desacoplamiento del momento transferido \mathbf{q} respecto de la energía transferida ω , debido a que en el primer caso se intercambia un fotón virtual mientras que en el segundo se intercambia un fotón real. Con la dispersión de electrones es posible entonces hacer un relevamiento del sector espacial, $q^2 = \omega^2 - |\mathbf{q}|^2 < 0$, del plano (ω, \mathbf{q}) que contrasta con la situación de la fotoexcitación donde sólo puede explorarse la región con $|\mathbf{q}| = \omega$. Variando ω se pueden seleccionar diferentes regímenes de la excitación nuclear tales como las regiones de los estados ligados, de las resonancias gigantes con partículas en el continuo, de la dispersión cuasielástica —que sigue aproximadamente la cinemática de dispersión de un solo nucleón libre con masa m^* —, la región de creación de piones, la de las resonancias Δ , etc. Manteniendo fija ω y variando \mathbf{q} es posible obtener las transformadas de Fourier de la corriente electromagnética y densidad de carga nucleares.

El modelo que se desarrolla en las subsecciones siguientes trabaja en el marco de la Aproximación de Impulso (AI) y se investiga con él la zona de la superficie de la respuesta nuclear donde la AI es válida. La AI consta de dos ingredientes básicos:

- i) La interacción con todo el núcleo puede ser aproximada por una simple suma sobre interacciones “elementales” con los nucleones constituyentes, y
- ii) la interacción “elemental” viene definida por el intercambio de un solo bosón mediador, sin incluir diagramas de orden superior.

En la AI entonces todos los operadores dinámicos involucrados son *operadores de un cuerpo* y se obtienen tratando a los nucleones como partículas libres [7,8].

II.2.1 Un Modelo Relativista de Interacción Directa

Según se muestra en (I.2.4), para asegurar una descripción que sea covariante ante transformaciones de Lorentz es necesario que los diez generadores del grupo de Poincaré satisfagan

las relaciones de conmutación,

$$\begin{aligned}
 [P_i, P_j] &= 0, & [P_i, H] &= 0, & [J_i, H] &= 0, \\
 [J_i, J_j] &= i\varepsilon_{ijk}J_k, & [J_i, P_j] &= i\varepsilon_{ijk}P_k, \\
 [J_i, K_j] &= i\varepsilon_{ijk}K_k, & [H, K_j] &= iP_j, \\
 [K_i, K_j] &= -i\varepsilon_{ijk}J_k, & [P_i, K_j] &= i\delta_{ij}H,
 \end{aligned} \tag{II.2.1.1}$$

donde está implícita la suma sobre subíndices repetidos.

En [9] se muestra como estas relaciones se satisfacen en el caso de un sistema no interactuante con la elección,

$$H = \sum_j H^j, \quad P = \sum_j P^j, \quad J = \sum_j j^j, \quad K = \sum_j K^j,$$

donde se tiene,

$$\begin{aligned}
 H^j &= \alpha^j \cdot \frac{\nabla^j}{i} + \beta^j m^j, & P^j &= \frac{\nabla^j}{i}, \\
 j^j &= \mathbf{x}^j \times \frac{\nabla^j}{i} + \frac{1}{2}\sigma, & K^j &= tP^j - \frac{1}{2}(\mathbf{x}^j H^j + H^j \mathbf{x}^j).
 \end{aligned}$$

En la misma referencia se muestra que, al tener en cuenta las interacciones internas del sistema, el álgebra se mantiene cambiando convenientemente la expresión de los generadores. Estos siguen siendo suma de operadores de partícula independiente, pero estos operadores son ahora,

$$\begin{aligned}
 H^j &= \alpha^j \cdot \frac{\nabla^j}{i} + U_v^j + \beta^j(m^j + U_s^j) \equiv H_0^j + U_v^j + \beta^j U_s^j, \\
 P^j &= \frac{\nabla^j}{i}, & j^j &= \mathbf{x}^j \times \frac{\nabla^j}{i} + \frac{1}{2}\sigma^j, \\
 K^j &= tP^j - \frac{1}{2}(\mathbf{x}^j H_0^j + H_0^j \mathbf{x}^j) - \frac{1}{2}[\mathbf{R}(U_v^j + \beta^j U_s^j) + (U_v^j + \beta^j U_s^j)\mathbf{R}],
 \end{aligned} \tag{II.2.1.2}$$

donde U_v se transforma como la parte temporal de un cuadvectores y U_s como un cuadriscalar. La forma adoptada aquí para el hamiltoniano de partícula independiente corresponde a la fenomenología de Dirac desarrollada en I.3. Notemos que tanto \mathbf{p} como \mathbf{j} mantienen su forma de partícula libre luego, de las relaciones (II.2.1. 1), \mathbf{K} debe cambiar si cambia H . En la expresión para \mathbf{K} la coordenada colectiva \mathbf{R} es la coordenada relativista de centro de masa introducida en [9] (se ignora la contribución del vector \mathbf{W} de la citada referencia por razones que aparecen en [10].)

Se busca ahora tratar de desacoplar entre sí los sectores de energía positiva y negativa del hamiltoniano por medio de una transformación unitaria \mathcal{U} , la cual respetará las relaciones de conmutación (II.2.1. 1). Es decir, se busca dejar al hamiltoniano de partícula independiente en la forma,

$$H' = \mathcal{U}H\mathcal{U}^\dagger = \begin{pmatrix} H_{11} & 0 \\ 0 & H_{22} \end{pmatrix}, \tag{II.2.1.3}$$

donde H_{11} y H_{22} son dos matrices de $C^{2 \times 2}$ que describen la dinámica de espinores de dos componentes de energía positiva (H_{11}) y de energía negativa (H_{22}). Lo importante de este planteo es que mediante la transformación \mathcal{U} los nucleones se pueden describir como espinores de Pauli, descripción que se asemeja mucho al tratamiento no relativista de Schrödinger, *conservando todos los aspectos relativistas del problema*, ya que el álgebra del grupo de Poincaré permanece invariante. Si \mathbf{G} representa cualquiera de los generadores del grupo de Poincaré escritos en la forma canónica (II.2.1. 1)-(II.2.1. 2), al aplicar la transformación \mathcal{U} debemos trabajar con los operadores $\mathbf{G}' = \mathcal{U}\mathbf{G}\mathcal{U}^\dagger$. Esta transformación no es la tradicional transformación de Foldy y Wouthuysen [11], sino una versión mejorada por Eriksen y Kolsrud [12], la cual tiene la virtud de no producir ambigüedades en la representación de los operadores [13,14].

Conviene mencionar ahora lo que debe entenderse por correcciones debidas al medio nuclear. Sea ϵ un parámetro que da cuenta de la interacción entre las partículas, es decir $\epsilon = 0$ representa al sistema no interactuante. La transformación unitaria \mathcal{U} dependerá de los potenciales en juego. Escribimos entonces $\mathcal{U} = \mathcal{U}(\epsilon)$ y para los operadores en cuestión $\mathbf{G}(\epsilon) = \mathcal{U}(\epsilon)\mathbf{G}\mathcal{U}^\dagger(\epsilon)$. La variación del operador \mathbf{G} debida al medio nuclear se define como $\Delta\mathbf{G} = \mathbf{G}(\epsilon) - \mathbf{G}(0)$. Debe tenerse en cuenta que $\mathbf{G}(\epsilon)$ y $\mathbf{G}(0)$ representan operadores relativistas asociados al sistema con y sin interacciones respectivamente.

La transformación \mathcal{U} no puede darse en forma cerrada sino en un desarrollo de potencias de p/m_N . En esta Tesis se estudian las consecuencias del formalismo a *segundo orden* en p/m_N . Esta es la razón por la cual en la expresión para el operador \mathbf{K} se ignora la contribución del vector \mathbf{W} de [9] ya que es de cuarto orden en p/m_N [10].

A segundo orden en p/m_N las expresiones del operador \mathcal{U} y del hamiltoniano de partícula independiente transformado son,

$$\begin{aligned}
 \mathcal{U} &= 1 + \frac{1}{2}\beta\boldsymbol{\alpha}\cdot\frac{\mathbf{p}}{m_N} - \frac{1}{8}\frac{p^2}{m_N^2} - \frac{3}{16}\frac{\beta}{m_N^3}\boldsymbol{\alpha}\cdot\mathbf{p}p^2 + \frac{11}{128}\frac{p^4}{m_N^4} \\
 &+ \left\{ -\beta U_s \frac{\boldsymbol{\alpha}\cdot\mathbf{p}}{2m_N^2} + \frac{i}{4m_N^2}\beta\boldsymbol{\alpha}\cdot[\nabla(U_s + \beta U_v)] \right\} \\
 &+ \left\{ -\frac{1}{16m_N^3}[\nabla^2(U_s + \beta U_v)] - \frac{1}{4m_N^3}\nabla U_s\cdot\mathbf{p} \right. \\
 &\left. + \frac{1}{4m_N^3}U_s p^2 + \frac{1}{8m_N^3}\boldsymbol{\sigma}\cdot[\nabla(U_s - \beta U_v) \times \mathbf{p}] \right\} \\
 \\
 H &= \beta m_N + \left\{ \beta \left[\frac{p^2}{2m_N} + U_s \right] + U_v \right\} \\
 &+ \left\{ -\frac{1}{8m_N^3}\beta p^4 - \frac{1}{4m_N^2}\beta [p^2 U_s + U_s p^2] \right. \\
 &\left. + \frac{1}{8m_N^2}[\nabla^2 U_v - \beta \nabla^2 U_s] - \frac{1}{4m_N^2}\boldsymbol{\sigma}\cdot[\nabla U_v - \beta \nabla U_s] \times \mathbf{p} \right\}.
 \end{aligned} \tag{II.2.1. 4}$$

Todos los operadores que aparecen en adelante están dados en esta representación que diagonaliza, a segundo orden en p/m_N , al hamiltoniano de partícula independiente H .

II.2.2 La Corriente Nuclear Efectiva

Se necesita ahora una expresión para la corriente electromagnética nuclear efectiva que sea covariante y se conserve, es decir, que satisfaga una ecuación de continuidad (cuadri divergencia nula).

Toda la contribución al proceso de dispersión debida a la estructura nuclear está contenida en el elemento de matriz de la corriente electromagnética nuclear $I_\mu^{fi}(q)$, el cual se necesita para construir la matriz de dispersión S^{fi} cuyo cuadrado da la probabilidad de transición y por consiguiente la sección eficaz de dispersión (ver I.1). Se tiene,

$$\begin{aligned} I_\mu^{fi}(q) &= \int e^{-iq \cdot x} \langle N^f(p^f) | I_\mu(x) | N^i(p^i) \rangle d^4x, \\ &= (2\pi)^4 \delta(q - p^i + p^f) \langle N^f(p^f) | I_\mu(0) | N^i(p^i) \rangle, \end{aligned} \quad (\text{II.2.2. 1})$$

donde $I_\mu(x)$ es el operador de corriente electromagnética nuclear y $|N^i(p^i)\rangle$ y $|N^f(p^f)\rangle$ son los estados nucleares iniciales y finales de cuádrimomentos p^i y p^f calculados en el mismo sistema donde $I_\mu(x)$ está definida. Por conveniencia se trabaja en el sistema de Breit, donde los estados nucleares iniciales y finales tienen momento lineal $p^i = q/2$ y $p^f = -q/2$ y energías $E^i = E^f$. Sin embargo el elemento de matriz de la ecuación (II.2.2. 1) está definido en el sistema del laboratorio. Esto se debe a dos razones: la primera es que tanto la energía transferida ω como el momento transferido q experimentalmente se miden en el laboratorio, la segunda es que los estados nucleares $|N^{i,f}(p^{i,f})\rangle$, soluciones del hamiltoniano (II.2.1. 4), están definidos en el sistema en reposo del blanco ¹ (sistema del laboratorio). Debido a que el cálculo propiamente dicho se lleva a cabo en el sistema de Breit deben transformarse las cantidades definidas en el sistema del laboratorio al sistema de Breit por medio de una transformación de Lorentz, la cual es generada por el operador K definido en (II.2.1. 1).

Ante una transformación de Lorentz $x'_\mu = \Lambda_\mu^\nu x_\nu + a_\mu$ (ver I.2), la corriente $I_\mu(x)$ se transforma como un cuádrivector,

$$I'_\mu(x) U(\Lambda, a)^\dagger = (\Lambda_\mu^\nu)^{-1} I_\nu(\Lambda x + a), \quad (\text{II.2.2.2})$$

en la forma,

$$|N(0)\rangle = \sqrt{\frac{p'_0}{p_0}} |N(p)\rangle,$$

normalización de los vectores de estado está fijo debido al

$$U(\Lambda, 0) U(\Lambda, 0)^\dagger = 1,$$

momento lineal cero.

Chiappari

siendo [6],

$$U(\Lambda, 0) = \exp\{-i\theta\hat{v}\cdot\mathbf{K}\}.$$

Veamos ahora los vínculos impuestos a la corriente nuclear. El requerimiento de *conservación de la corriente* en términos de los generadores del grupo de Poincaré está dado por la relación,

$$[H, I_0(\mathbf{x})] + [P_i, I_i(\mathbf{x})] = 0. \quad (\text{II.2.2.3})$$

El requerimiento de *covariancia* ante transformaciones de Lorentz en términos de los generadores del grupo de Poincaré se obtiene desarrollando (II.2.2. 2) en un entorno de la unidad. Se llega así a las relaciones de conmutación para cuadvectores,

$$[J_i, I_j(\mathbf{x})] = i\varepsilon_{ijk}I_k(\mathbf{x}), \quad [J_i, I_0(\mathbf{x})] = 0,$$

$$[K_i, I_j(\mathbf{x})] = -i\delta_{ij}I_0(\mathbf{x}), \quad [K_i, I_0(\mathbf{x})] = -iI_i(\mathbf{x}). \quad (\text{II.2.2. 4})$$

Las ecuaciones (II.2.2. 3)-(II.2.2. 4) resumen los requerimientos necesarios para obtener una corriente conservada y covariante [6]. Las expresiones para las partes espacial y temporal de la corriente son,

$$\begin{aligned} \mathbf{I}^f = & \sum_{a=1}^A \left\{ \frac{e_N}{2m_N} \left[2F(r) \frac{\nabla}{i} + \exp(i\mathbf{q}\cdot\mathbf{x}) \left[\left(\boldsymbol{\sigma} \cdot \frac{\nabla}{i} \right) F(r) \exp(-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{x}) \right] \boldsymbol{\sigma} \right] \right. \\ & \left. + i \frac{\kappa_N}{2m_N} \mathbf{q} \times \boldsymbol{\sigma} \right\}^a, \end{aligned} \quad (\text{II.2.2. 5})$$

$$\begin{aligned} I_0^f = & \sum_{a=1}^A \left\{ e_N \left\{ 1 - \frac{1}{4m_N^2} G(r) \mathbf{q} \cdot \boldsymbol{\sigma} \boldsymbol{\sigma} \cdot \frac{\nabla}{i} \right. \right. \\ & - \frac{1}{8m_N^2} \exp(i\mathbf{q}\cdot\mathbf{x}) \left[\boldsymbol{\sigma} \cdot \frac{\nabla}{i} G(r) \boldsymbol{\sigma} \cdot \frac{\nabla}{i} \exp(-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{x}) \right] \\ & \left. - \frac{1}{4Am_N^2} \left[\mathbf{q} \cdot \frac{\nabla}{i} - \mathbf{q} \cdot \boldsymbol{\sigma} \boldsymbol{\sigma} \cdot \frac{\nabla}{i} + \frac{q^2}{4A} - \frac{i}{2A} q^2 \mathbf{q} \cdot \mathbf{r} \right] \right\} \\ & \left. + \frac{\kappa_N}{4m_N^2} \left[-q^2 F(r) - F(r) \mathbf{q} \cdot \boldsymbol{\sigma} \boldsymbol{\sigma} \cdot \frac{\nabla}{i} + \mathbf{q} \cdot \boldsymbol{\sigma} \boldsymbol{\sigma} \cdot \frac{\nabla}{i} F(r) - 2\mathbf{q} \cdot (\nabla \times \boldsymbol{\sigma} F(r)) \right] \right\}^a \end{aligned} \quad (\text{II.2.2. 6})$$

Las ecuaciones (II.2.2. 5)-(II.2.2. 6) son la expresiones que se usarán para estudiar los factores de forma nucleares, sin embargo conviene trabajarlos para poner de manifiesto la influencia del medio utilizando la relación $\mathbf{a} \cdot \boldsymbol{\sigma} \mathbf{b} \cdot \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} + i(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \cdot \boldsymbol{\sigma}$, las expresiones a las que se llega son,

$$\begin{aligned} \mathbf{I}^f = & \sum_{a=1}^A \left\{ e_N(q^2) \left\{ \frac{F(r)}{2m_N} \left[2\xi \frac{\nabla}{i} - \xi \mathbf{q} + i\mathbf{q} \times \boldsymbol{\sigma} \right] \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{1}{2m_N} \left[\frac{\nabla}{i} F(r) + i\boldsymbol{\sigma} \times \frac{\nabla}{i} F(r) \right] \right\} + \frac{i\kappa_N(q^2)}{2m_N} \mathbf{q} \times \boldsymbol{\sigma} \right\}^a, \end{aligned} \quad (\text{II.2.2. 7})$$

$$I_0^{ef} = \sum_{a=1}^A \left\{ e_N(q^2) \left[1 + \frac{\Gamma_v}{8m_N^2} \right] + \kappa_N(q^2) \frac{\Gamma_m}{4m_N^2} \right\}^a, \quad (\text{II.2.2.8})$$

donde las distintas cantidades que aparecen en (II.2.2. 5)- (II.2.2. 8) se definen de la siguiente manera,

$$\begin{aligned} F(r) &= 2m_N[2m_N + U_s(r) - U_v(r)]^{-1}, \quad G(r) = [F(r)]^2, \\ \Gamma_v &= \frac{q^2}{A^2}(1 + i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}) - \frac{2i\xi}{A} \left(\boldsymbol{\sigma} \times \frac{\nabla}{i} \right) \cdot \mathbf{q} - G(r) \left[q^2 + 2i\xi\boldsymbol{\sigma} \cdot \left(\mathbf{q} \times \frac{\nabla}{i} \right) \right] \\ &\quad + \left\{ \frac{\nabla}{i} G(r) \cdot \mathbf{q} + i\boldsymbol{\sigma} \cdot \left(\frac{\nabla}{i} G(r) \times \mathbf{q} \right) \right\}, \\ \Gamma_m &= -F(r) \left[q^2 + 2i\xi\boldsymbol{\sigma} \cdot \left(\mathbf{q} \times \frac{\nabla}{i} \right) \right] + \left\{ \frac{\nabla}{i} F(r) \cdot \mathbf{q} + i\boldsymbol{\sigma} \cdot \left(\frac{\nabla}{i} F(r) \times \mathbf{q} \right) \right\}, \quad (\text{II.2.2.9}) \\ e_N(q^2) &= \frac{1}{2} e(1 + \tau_3)F_1(q^2), \quad \kappa_N(q^2) = \frac{1}{2} e(\mu_s + \tau_3\mu_v)F_2(q^2), \quad \xi = 1 - \frac{1}{A}, \end{aligned}$$

siendo e la carga del protón, μ_s y μ_v los momentos magnéticos isoescalares e isovectoriales del nucleón respectivamente,

$$\mu_s + \mu_v = 2\mu_p \approx 2 \times 1.793, \quad \mu_s - \mu_v = 2\mu_n \approx 2 \times -1.913,$$

y donde los factores de forma $F_{1,2}$ satisfacen,

$$F_{1,2}(q^2) \xrightarrow{q \rightarrow 0} 1.$$

Se ha supuesto también que el sistema es esféricamente simétrico, con lo cual los potenciales, y con ellos la función $F(r)$, sólo dependen de la coordenada $r = |\mathbf{x}|$.

II.2.3 El Vínculo de Conservación de la Corriente

Sustituyendo las expresiones para el Hamiltoniano (II.2.1. 4) y las partes espacial (II.2.2. 7) y temporal (II.2.2. 8) de la corriente electromagnética nuclear en la ecuación de continuidad (II.2.2. 3) y conservando términos del mismo orden en p/m_N , es posible probar que dicho vínculo se satisface término a término. Es interesante notar que, aunque no todas las cancelaciones son de a pares, los conmutadores de algunos términos de H con I_0 cancelan exactamente los conmutadores de algunos términos de I con \mathbf{P} . Identifiquemos estas cantidades en el hamiltoniano y en la corriente,

$$\begin{aligned} H &= \beta m_N + \left\{ \beta \left[\frac{p^2}{2m_N} + U_s \right] + U_v \right\} \\ &\quad + \left\{ -\frac{1}{8m_N^3} \beta p^4 - \frac{1}{4m_N^2} \beta [p^2 U_s + U_s p^2] \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \left. + \underbrace{\frac{1}{8m_N^2} [\nabla^2 U_v - \beta \nabla^2 U_s]}_{\text{Darwin}} - \underbrace{\frac{1}{4m_N^2} \sigma \cdot [\nabla U_v - \beta \nabla U_s] \times p}_{\text{spin-órbita}} \right\} \\
 \mathbf{r}^j = & e_N(q^2) \left\{ \frac{F(r)}{2m_N} \left[\underbrace{2\xi \frac{\nabla}{i}}_{\text{convección}} - \xi \mathbf{q} + \underbrace{i\mathbf{q} \times \sigma}_{\text{Dirac}} \right] \right. \\
 & \left. - \frac{i}{2m_N} \left[\underbrace{\nabla F(r)}_{\text{DIC}} + \underbrace{i\sigma \times \nabla F(r)}_{\text{MIM}} \right] \right\} + \underbrace{\frac{i\kappa_N(q^2)}{2m_N} \mathbf{q} \times \sigma}_{\text{anómalo}}. \quad (\text{II.2.3. 1})
 \end{aligned}$$

Vemos, de esta manera, que la conmutación con \mathbf{P} de los términos de convección, de corriente inducida de Darwin (*DIC*) y de corriente de magnetización inducida por el medio (*MIM*) de la corriente \mathbf{I} cancelan la conmutación con I_0 de los términos de energía cinética, de Darwin y de spin-órbita del hamiltoniano H respectivamente.

Como se verá luego, ambas corrientes inducidas por el medio nuclear, *i.e.* los términos *DIC* y *MIM*, tienen efectos importantes sobre los valores de los factores de forma transversales nucleares eléctricos y magnéticos. El factor de forma longitudinal se ve modificado poco por el medio debido a que, al orden más bajo, depende exclusivamente de la carga, por lo que se necesita ir a momentos transferidos altos para detectar alguna diferencia respecto de los factores de forma libres.

II.2.4 La Renormalización de la Función $F(r)$

La función $F(r)$ es la responsable de los efectos debidos al medio nuclear. De (II.2.3. 1) se ve que no sólo afecta la parte de convección sino que también modifica a la corriente de magnetización de Dirac. Al orden en que se trabaja la corriente anómala no se ve modificada por el medio. Aparecen además dos contribuciones a la corriente cuyo origen reside exclusivamente en la presencia del medio nuclear, el cual se manifiesta a través de los potenciales, y que son los términos *DIC* y *MIM* indicados en (II.2.3. 1). Si reescribimos la función $F(r)$ en la forma,

$$F(r) = \frac{m_N}{m_N + (U_s - U_v)/2} \equiv \frac{m_N}{m_N^*} \quad (\text{II.2.4.1})$$

y tenemos en cuenta que la cantidad $(U_s - U_v)$ es el potencial central —a orden cero en p/m_N — que aparece en el hamiltoniano (II.2.1. 4) (y es por lo tanto una cantidad menor que cero), se sigue que $F(r) \geq 1$ para todo r . De esta manera los efectos del medio nuclear sobre la corriente electromagnética se manifiestan de dos maneras distintas,

i) a través de un *aumento* de las corrientes de convección y de magnetización de Dirac, y

- ii) con la aparición de dos corrientes inducidas por el medio nuclear que son la corriente inducida de Darwin (DIC) y la corriente de magnetización inducida por el medio (MIM).

Físicamente el origen del aumento de las corrientes de convección y de Dirac reside en el incremento de la velocidad del nucleón ocasionado por la redefinición de su masa. En efecto, como puede verse de (II.2.4. 1), la presencia de los potenciales se traduce en la aparición de una masa efectiva $m_N^* = m_N + (U_s - U_v)/2$ la cual es menor que la masa en reposo m_N . Este problema es conocido desde hace tiempo y aparece aún antes de hacer ninguna reducción a dos componentes de la ecuación de Dirac ²[15,16,17].

Este aumento de las corrientes de convección y de Dirac trae aparejado problemas, por ejemplo, al calcular los momentos magnéticos isoescalares de un núcleo con un nucleón fuera de capa cerrada. Los valores predichos por los formalismos relativistas sobreestiman los obtenidos experimentalmente, los cuales son reproducidos aceptablemente por los así llamados valores de Schmidt, que no son otra cosa que los momentos magnéticos calculados en el más extremo modelo de partícula independiente. La solución a esta discrepancia puede encontrarse en [16,17]. La idea básica es la siguiente. Al agregar una partícula fuera de capa cerrada se rompe la simetría rotacional con lo cual la parte espacial del potencial vectorial mesónico ya no es nula (ver I.3). El nuevo potencial perturba la estructura del carozo subyacente originando una *contracorriente* que se suma a la corriente de la partícula de valencia acercando los resultados a los valores de Schmidt. Debe notarse que esta renormalización se hace en el marco de la teoría de perturbaciones, no es un ingrediente de la fenomenología de Dirac. Sin embargo, es posible introducir esta renormalización dentro de la estructura del carozo y tratar a la partícula de valencia con la fenomenología de Dirac. En [16] esto se consigue, para materia nuclear, redefiniendo las matrices α de la ecuación de Dirac y luego aplicando la aproximación de densidad local. En nuestro caso, y extendiendo lo hecho en la ecuación (16) de [16], la renormalización se lleva a cabo sobre la función $F(r)$, la cual se transforma de la siguiente manera,

$$F(r) \longrightarrow F(r)\aleph(r), \quad (\text{II.2.4.2})$$

donde

$$\begin{aligned} \aleph(r) &= [1 + U_s(r)\eta(r)]^{-1}, \\ \eta(r) &= \left\{ \left[\frac{3}{2} \pi^2 \rho(r) \right]^{\frac{2}{3}} + m^{*2}(r) \right\}^{-1} \\ m^*(r) &= m_N + U_s(r), \end{aligned}$$

y $\rho(r)$ es la densidad nuclear.

²La aparición de una masa efectiva al trabajar con espinores de cuatro componentes se pone de manifiesto en el hamiltoniano de Dirac (II.2.1. 2), donde el término de masa βm debe reemplazarse por el término de masa efectiva $\beta m^* = \beta(m + U_s)$ cuando se consideran las interacciones. Debe notarse que la masa efectiva en este caso no coincide con nuestra definición de masa efectiva, esto se debe a la reducción a dos componentes realizada, sin embargo las consecuencias son las mismas.

II.3 Aplicaciones

Con el formalismo desarrollado en la sección anterior es posible la descripción, en la aproximación de campo medio, de cualquier aspecto de la dinámica de un sistema de fermiones interactuantes. En particular, estamos interesados en estudiar las predicciones del formalismo en lo referente al comportamiento del sistema nuclear ante excitaciones electromagnéticas provenientes de la interacción del núcleo con electrones en los procesos de dispersión. Para ello es necesario transformar los operadores que representan a los observables de interés según la prescripción vista en II.2.1. Los operadores a partir de los cuales conviene calcular la sección eficaz de dispersión son (ver I.1) las componentes multipolares $M_{JM}^{coul}(|q|)$, $T_{JM}^{el}(|q|)$ y $T_{JM}^{mag}(|q|)$ de la corriente electromagnética nuclear $I_\mu(\mathbf{x})$. En (II.2.2. 7) y (II.2.2. 8) se muestra la forma de la corriente electromagnética nuclear, que es covariante y se conserva. Si definimos, para abreviar, $r \equiv |\mathbf{x}|$ y $q \equiv |q|$ los operadores multipolares son (Ref. [6]),

$$\begin{aligned}
M_{JM}^{coul}(q) = & \int d^3\mathbf{x} \left\{ e_N \left[\left(1 - \frac{q^2}{16A^2m_N^2} \right) j_J(qr) Y_{JM} \right. \right. \\
& - \frac{q}{4Am_N^2} \left(\sqrt{\frac{J}{2J+1}} j_{J-1}(qr) [Y_{J-1} \otimes \nabla]_{JM} + \sqrt{\frac{J+1}{2J+1}} j_{J+1}(qr) [Y_{J+1} \otimes \nabla]_{JM} \right) \\
& - \frac{q^3}{8A^2m_N^2} \left(\sqrt{\frac{J}{2J+1}} j_{J-1}(qr) [Y_{J-1} \otimes \mathbf{x}]_{JM} + \sqrt{\frac{J+1}{2J+1}} j_{J+1}(qr) [Y_{J+1} \otimes \mathbf{x}]_{JM} \right) \\
& + \frac{q}{8m_N^2} \left(-qG(r)j_J(qr)Y_{JM} + \frac{1}{2J+1} (Jj_{J-1}(qr) - (J+1)j_{J+1}(qr)) \frac{dG}{dr} Y_{JM} \right. \\
& \quad \left. - \frac{\sqrt{J(J+1)}}{2J+1} \frac{1}{qr} j_J(qr) \frac{dG}{dr} [Y_J \otimes \sigma]_{JM} \right) \\
& - \frac{q\sqrt{3}}{4m_N^2} \left(\frac{1}{A} - G(r) \right) \left(\sqrt{\frac{J}{2J+1}} j_{J-1}(qr) [[Y_{J-1} \otimes \sigma]_J \otimes [\nabla \otimes \sigma]_0]_{JM} \right. \\
& \quad \left. + \sqrt{\frac{J+1}{2J+1}} j_{J+1}(qr) [[Y_{J-1} \otimes \sigma]_J \otimes [\nabla \otimes \sigma]_0]_{JM} \right) \\
& - \frac{\kappa_N}{2m_N^2} F(r)q \left(\sqrt{\frac{2J}{2J+1}} j_{J-1}(qr) [Y_{J-1} \otimes [\nabla \otimes \sigma]_1]_{JM} \right. \\
& \quad \left. + \sqrt{\frac{2J+2}{2J+1}} j_{J+1}(qr) [Y_{J+1} \otimes [\nabla \otimes \sigma]_1]_{JM} + \frac{1}{2} qj_J(qr) Y_J \right) \left. \right\},
\end{aligned} \tag{II.3.1}$$

$$\begin{aligned}
T_{JM}^{el}(q) = & \int d^3\mathbf{x} \left\{ \frac{e_N}{2m_N} \left[2\sqrt{\frac{J+1}{2J+1}} F(r)j_{J-1}(qr) [Y_{J-1} \otimes \nabla]_{JM} \right. \right. \\
& \left. - 2\sqrt{\frac{J}{2J+1}} F(r)j_{J+1}(qr) [Y_{J+1} \otimes \nabla]_{JM} \right. \\
& \left. \left. \right] \right\}
\end{aligned} \tag{II.3.2}$$

$$\begin{aligned}
& + \sqrt{J(J+1)} \frac{1}{qr} j_J(qr) \frac{dF}{dr} Y_{JM} + qF(\mathbf{x}) j_J(qr) [Y_J \otimes \sigma]_{JM} \\
& + \frac{1}{2J+1} \frac{dF}{dr} (J j_{J+1}(qr) - (J+1) j_{J-1}(qr)) [Y_J \otimes \sigma]_{JM} \Big] \\
& + q \frac{\kappa_N}{2m_N} j_J(qr) [Y_J \otimes \sigma]_{JM} \Big\},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
T_{JM}^{mag}(q) = & \int d^3 \mathbf{x} \left\{ \frac{e_N}{2im_N} \left[2F(r) j_J(qr) [Y_J \otimes \nabla]_{JM} \right. \right. \\
& - \frac{1}{\sqrt{2J+1}} j_J(qr) \frac{dF}{dr} \left(\sqrt{J+1} [Y_{J-1} \otimes \sigma]_{JM} + \sqrt{J} [Y_{J+1} \otimes \sigma]_{JM} \right) \quad (II.3.3) \\
& - \left. \frac{q}{\sqrt{2J+1}} F(r) \left(\sqrt{J+1} j_{J-1}(qr) [Y_{J-1} \otimes \sigma]_{JM} - \sqrt{J} j_{J+1}(qr) [Y_{J+1} \otimes \sigma]_{JM} \right) \right] \\
& + i \frac{\kappa_N}{2m_N} j_J(qr) [Y_J \otimes \hat{\mathbf{q}} \times \sigma]_{JM} \Big\}.
\end{aligned}$$

En los cálculos que siguen las funciones de onda utilizadas son autofunciones del hamiltoniano H_{11} definido en (II.2.1. 3) y asociado al hamiltoniano (II.2.1. 4),

$$\langle \mathbf{x} | n l J M \rangle \equiv \psi_{nlJM}(\mathbf{x}) = R_{nl}(r) \sum_{m,\nu} \langle l m \frac{1}{2} \nu | J M \rangle Y_{lm}(\hat{\mathbf{x}}) \chi_\nu.$$

Los potenciales mesónicos U_s y U_v se modelan siguiendo una distribución de Wood-Saxon y sus intensidades se ajustan de modo que,

- i) reproduzcan, para los protones, el radio cuadrático medio de carga del carozo,
- ii) reproduzcan aproximadamente las energías de partícula independiente experimentales,
- iii) y se obtenga una descripción razonablemente buena, dentro del formalismo, hasta $|q| \approx 4 \text{ fm}^{-1}$ del factor de forma de carga del carozo para la dispersión elástica de electrones.

Los valores de los parámetros de los potenciales así obtenidos se muestran en la Tabla II.i para los núcleos de ^{16}O y ^{40}Ca , que son los carozos sobre los cuales se trabaja en las dos subsecciones que siguen, y para el núcleo de ^{12}C el cual se utiliza en la tercera subsección. Debe notarse que las intensidades de los potenciales escalares y vectoriales en el ^{12}C son mayores que para el ^{40}Ca . Esto es así debido a que el ^{12}C provee menos información de partícula independiente para el ajuste que el ^{40}Ca y, en particular, la información experimental del desdoblamiento spin-órbita en la capa p juega un papel importante en la determinación de las intensidades de los potenciales.

Núcleo		$U_v(\text{MeV})$	$U_s(\text{MeV})$	$R(\text{fm})$	$a(\text{fm})$
^{12}C	protón	217.4	-290.1	2.80	0.53
	neutrón	217.6	-288.1	2.80	0.53
^{16}O	protón	285.4	-352.3	3.20	0.53
	neutrón	276.6	-341.5	3.20	0.53
^{40}Ca	protón	189.9	-254.23	4.50	0.53
	neutrón	189.9	-254.23	4.50	0.53

Tabla II.i: Parámetros de la interacción usada en el cálculo de las funciones de onda de partícula independiente.

II.3.1 Momentos Magnéticos Nucleares

El momento magnético está relacionado con el límite del factor de forma transverso magnético cuando el momento transferido q tiende a cero (ver I.1.1). Recientemente la discrepancia entre los momentos magnéticos obtenidos en las teorías relativistas de campo medio y los valores de Schmidt ha vuelto a ser discutida [19](ver II.2.4). Esta discrepancia, que se considera proviene exclusivamente de un aumento en la velocidad del nucleón debida a la renormalización de su masa ocasionado por el campo mesónico escalar, ha sido objeto de renovada atención debido a que se sostiene que los argumentos [16], usados antes para cancelar los efectos de la masa efectiva en materia nuclear, no pueden ser aplicados directamente al caso de núcleos finitos para recuperar los valores de Schmidt. Se sostiene que el término adicional de la corriente, relacionado con la interacción de spin-órbita a través de la ecuación de continuidad —y que llamamos MIM en (II.2.3. 1)—, origina discrepancias con los valores de Schmidt en algunos casos mayores que las provistas por la masa efectiva. En esta sección se prueba (ver [20]) que la importancia adjudicada a este término de la corriente resulta relativa. Su contribución muestra ser significativa solamente para núcleos con un agujero de valencia (un agujero en un carozo de capa doblemente cerrada), como ^{15}N y ^{39}K , debido a la cancelación entre los términos de convección y de magnetización de Dirac (II.2.3. 1). En el caso de un núcleo con una partícula de valencia (una partícula sobre un carozo de capa doblemente cerrada), como ^{17}F y ^{41}Sc , es despreciable. Además mostramos que la misma corrección que se hace sobre la corriente de convección puede ser aplicada sobre el término MIM para reducir su intensidad.

Veamos como se llega a esto. De I.1.1 se tiene,

$$\mu_{1M} = -i\sqrt{6\pi} \lim_{q \rightarrow 0} \frac{1}{q} T_{1M}^{mag}(q).$$

Al tomar este límite en la expresión (II.3.3) y usando las expresiones de las funciones de Bessel en el origen, se obtiene la siguiente descomposición para el momento magnético,

$$\mu_{1M} = \mu_{1M}^c + \mu_{1M}^s + \mu_{1M}^{MIM}, \quad (\text{II.3.1. 1})$$

$$\mu_{1M}^c = - \int \sqrt{6\pi} \frac{e_N}{m_N} r F(r) [Y_1 \otimes \nabla]_{1M} d^3x, \quad (\text{II.3.1. 2})$$

$$\mu'_{1M} = \int \left\{ \sqrt{\pi} \frac{e_N}{m_N} F(r) [Y_0 \otimes \sigma]_{1M} + \sqrt{\pi} \frac{\kappa_N}{m_N} r [Y_{1,0} \otimes \sigma]_{1M} \right\} d^3 \mathbf{x}, \quad (\text{II.3.1. 3})$$

$$\mu^{MIM}_{1M} = \int \left\{ \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{e_N}{m_N} r \frac{dF}{dr} \left(\sqrt{2} [Y_0 \otimes \sigma]_{1M} + [Y_2 \otimes \sigma]_{1M} \right) \right\} d^3 \mathbf{x}. \quad (\text{II.3.1. 4})$$

El momento magnético nuclear estático μ se define en la forma,

$$\frac{\mu}{2m_N} = \langle n l J_0 J_0 | \mu_{10} | n l J_0 J_0 \rangle .$$

Cada uno de los términos en la corriente (II.2.3. 1) contribuyen al momento magnético μ_{1M} . El término de convección da origen a la parte orbital del momento magnético μ'_{1M} , los términos de Dirac y anómalo dan lugar a la parte de spin μ'_{1M} y, finalmente, el término *MIM* origina una parte tensorial μ^{MIM}_{1M} . La simetría esférica del término *DIC* hace que su contribución al momento magnético sea nula.

En la ecuaciones (II.3.1. 1)-(II.3.1. 4) se ve explícitamente como el medio nuclear, a través de la función $F(r)$, afecta al momento magnético de acuerdo con lo discutido en II.2.4. Las partes de convección (II.3.1. 2) y de spin de Dirac —primer término en (II.3.1. 3)— se ven incrementadas, mientras que el momento anómalo —segundo término en (II.3.1. 3)— no se ve modificado a este orden. Aparece además una contribución debida a la corriente de magnetización inducida por el medio (II.3.1. 4) cuyo origen se debe exclusivamente a la presencia del medio nuclear. En II.2.4 se ha mostrado como planteando el problema en materia nuclear y luego aplicando la aproximación de densidad local, lo cual equivale en nuestro caso a una renormalización de la función $F(r)$ (II.2.4. 2), es posible corregir el aumento en los valores de las partes de convección y de spin del momento magnético. La situación con el término *MIM* sería diferente ya que, según [19], los argumentos utilizados para renormalizar las partes de convección y de spin de la corriente no pueden ser aplicados directamente.

En las Tablas II.ii y II.iii se resumen los resultados para las corrientes de convección, spin y *MIM* en cuatro casos diferentes del momento magnético isoescalar. En la primera columna se muestra el momento magnético *libre* sin efectos del medio en la corriente, lo cual se logra haciendo $F(r) = 1$ para todo r^3 . En la segunda columna (1) se incluyen los efectos del medio, esto es, se utilizan las expresiones (II.2.2. 7)-(II.2.2. 8) para la corriente las cuales originan las expresiones (II.3.1. 1)-(II.3.1. 4) del momento magnético. Las dos últimas columnas muestran el momento magnético corregido renormalizando $F(r)$ según (II.2.4. 2); en la tercera columna (2) se renormalizan solamente las contribuciones de convección y de spin y en la última columna se renormalizan todas las contribuciones al momento magnético (convección, spin y *MIM*).

De los resultados de las Tablas II.ii y II.iii se sigue que:

i) el momento magnético resultante es esencialmente diferente para estados de agujero que para estados de partícula. En los primeros — ^{15}N y ^{39}K — las contribuciones de convección

³Debe notarse que esto no es equivalente a trabajar con una corriente no relativista, el planteo sigue siendo relativista en el sentido dado en II.1, sin embargo la corriente obtenida de esta manera no se conserva ni es covariante. Tampoco se conserva ni es covariante la corriente obtenida renormalizando la función $F(r)$ ya que la única corriente covariante y conservada es la escrita en (II.2.2. 7)-(II.2.2. 8).

Núcleo		Momentos magnéticos			
		Libre	1	2	3
^{15}N	μ^c	0.622	0.842	0.679	0.679
	μ^s	-0.931	-1.049	-0.961	-0.961
	μ^{MIM}	0.000	0.129	0.129	-0.064
	Total	-0.309	-0.078	-0.153	-0.346
	Schmidt	-0.263			
	Exp.	-0.283			
^{15}O	μ^s	0.638	0.638	0.638	0.638
	Schmidt	0.637			
	Exp.	0.719			
A=15 (isoescalar)	Total	0.164	0.280	0.242	0.146
	Schmidt	0.187			
	Exp.	0.218			
^{17}F	μ^c	1.882	2.378	2.010	2.010
	μ^s	2.793	3.056	2.861	2.861
	μ^{MIM}	0.000	-0.207	-0.207	0.057
	Total	4.675	5.227	4.663	4.937
	Schmidt	4.790			
	Exp.	4.722			
^{17}O	μ^s	-1.913	-1.913	-1.913	-1.913
	Schmidt	-1.91			
	Exp.	-1.894			
A=17 (isoescalar)	Total	1.381	1.657	1.375	1.507
	Schmidt	1.44			
	Exp.	1.41			

Tabla II.ii: Momentos magnéticos para núcleos con A=15 y A=17. Se muestran las contribuciones de los términos de convección (μ^c), spin (μ^s) y MIM (μ^{MIM}) para los cuatro casos descritos en el texto.

Núcleo		Momento magnético			
		Libre	1	2	3
^{39}K	μ^c	1.754	2.179	1.873	1.873
	μ^s	-1.676	-1.821	-1.717	-1.717
	μ^{MIM}	0.000	0.105	0.105	-0.099
	Total	0.078	0.463	0.262	0.058
	Schmidt	0.126			
	Exp.	0.391			
^{39}Ca	μ^s	1.148	1.148	1.148	1.148
	Schmidt	1.432			
	Exp.	1.021			
A=39 (isoescalar)	Total	0.613	0.806	0.705	0.603
	Schmidt	0.779			
	Exp.	0.706			
^{41}Sc	μ^c	2.927	3.509	3.088	3.088
	μ^s	2.793	2.992	2.848	2.848
	μ^{MIM}	0.000	-0.162	-0.163	0.088
	Total	5.720	6.338	5.774	6.024
	Schmidt	5.790			
	Exp.	5.43			
^{41}Ca	μ^s	-1.913	-1.913	-1.913	-1.913
	Schmidt	-1.954			
	Exp.	-1.59			
A=41 (isoescalar)	Total	1.904	2.213	1.931	2.056
	Schmidt	1.918			
	Exp.	1.92			

Tabla II.iii: Momentos magnéticos para núcleos con A=39 A=41. Se muestran las contribuciones de los términos de convección (μ^c), spin (μ^s) y MIM (μ^{MIM}) para los cuatro casos descritos en el texto.

y de spin se cancelan en gran parte unas con otras. De esta manera, el término *MIM* se vuelve importante a pesar de que en todos los casos es casi un orden de magnitud menor que los términos de convección y de spin. En el ^{15}N por ejemplo, la Tabla II.ii muestra que las corrientes de convección y de spin *libres* aumentan notablemente cuando se tienen en cuenta los efectos del medio nuclear (columna 1). Debido a la mencionada cancelación, aún la adición de un pequeño término, como el debido a la corriente *MIM*, lleva el resultado final lejos del valor de Schmidt. Si ahora se renormalizan las dos primeras contribuciones entonces aumentan los efectos del término *MIM* sobre el valor final (2). La posterior renormalización de la corriente *MIM* produce dos efectos: la reducción de su contribución y, lo que es más importante, el cambio de su signo. Esto lleva el resultado final cerca del valor de Schmidt. Para el ^{39}K ocurre una cancelación similar entre los términos de convección y de spin, y se mantiene cuando ambos son renormalizados. Contrariamente al caso anterior, una posterior renormalización del término *MIM* lleva al momento magnético lejos del valor de Schmidt.

ii) Para los estados de partícula vemos que las contribuciones de convección y de spin se suman coherentemente. De esta manera, el término *MIM* pierde relevancia frente a los otros dos con lo cual su renormalización no es determinante en el resultado final. Aunque en [19] se argumenta que la contribución de la corriente *MIM* es tan importante para el momento magnético como lo es la masa efectiva, si se analizan los resultados obtenidos para el ^{41}Sc por ejemplo, y comparamos las tres primeras filas de las columnas *Libre* y 1 en la Tabla II.iii se observa que el término de convección cambia en 0.6, el término de spin en 0.2 y el término *MIM* en 0.1. La suma de los dos primeros cambia entonces en 0.8 mientras que el *MIM* lo hace en 0.1. Se ve entonces que los efectos debidos a la corriente de magnetización inducida por el medio son un 13% de los efectos debidos a la masa efectiva y por lo tanto *no* son comparables. La renormalización del término *MIM* se hace de este modo innecesaria, y de todas maneras, si se hace, aleja al momento magnético del valor de Schmidt.

iii) Por completitud se han incluido en la Tablas II.ii y II.iii los momentos magnéticos isoescalares. Se ve que el momento magnético isoescalar sigue el comportamiento de los núcleos con un protón de valencia. Esto es razonable ya que los términos que originan las discrepancias dependen de la carga.

II.3.2 Factores de Forma Eléctricos y Amplitudes de Transición

En esta subsección se estudia la forma en que el medio afecta los factores de forma eléctricos y las amplitudes de transición para la fotoemisión y la fotoabsorción, $B(EJ, i \rightarrow f)$, en el límite de longitud de onda larga [21].

En la subsección anterior tratamos exclusivamente con el operador transversal magnético en el límite $q \rightarrow 0$. Vimos que el medio influye no sólo incrementando las corrientes de convección y de spin de Dirac sino que también provee una corriente inducida por el medio (*MIC*) en la cual se identifican dos términos, el término de Darwin (*DIC*) y la corriente de magnetización inducida (*MIM*) (II.2.2. 7). La corriente *MIM* es la que participa en las transiciones magnéticas, el término *DIC* da contribución nula. Sin embargo *ambas* corrientes modifican el factor de forma transversal eléctrico y el objeto de esta subsección es estudiar la forma en que lo hacen. Debido a que las transiciones eléctricas involucran al

menos un estado que no es esféricamente simétrico, resulta interesante estudiar también los efectos de renormalización de la corriente en la misma forma en que se hizo en II.3.1 para los momentos magnéticos nucleares. Los cálculos muestran que en el LWL las amplitudes de transición se ven fuertemente modificadas por la presencia del medio. Si se incluyen los efectos de polarización del vacío los efectos se reducen pero siguen siendo apreciables.

En el LWL la expresión del operador transverso eléctrico se reduce a (ver I.2.1),

$$T_{JM}^{el}(q) \xrightarrow{q \rightarrow 0} \frac{1}{q} \sqrt{\frac{J+1}{J}} [H, M_{JM}^{coul}(q)]. \quad (\text{II.3.2. 1})$$

En I.1 se da la expresión del operador coulombiano M_{JM}^{coul} en función del operador densidad de carga I_0 . Si en (II.2.2. 6) tomamos el límite $q \rightarrow 0$ obtenemos la siguiente descomposición del operador coulombiano,

$$\begin{aligned} M_{JM}^{coul}(q) &\xrightarrow{q \rightarrow 0} M_{JM}^c + M_{JM}^{DIC} + M_{JM}^{MIM}, & (\text{II.3.2. 2}) \\ M_{JM}^c(q) &= \frac{q^J}{(2J+1)!!} \int r^J Y_{JM} e_N d^3x, \\ M_{JM}^{DIC}(q) &= \frac{q^J}{(2J+1)!!} \int r^J Y_{JM} e_N \frac{J}{8m_N^2 r} \frac{dG}{dr} d^3x, \\ M_{JM}^{MIM}(q) &= -\frac{q^J}{(2J+1)!!} \int r^J [Y_J \otimes \sigma]_{JM} e_N \frac{\sqrt{J(J+1)}}{2J+1} \frac{1}{8m_N^2 r} \frac{dG}{dr} d^3x, \\ &= \frac{-1}{2J+1} \sqrt{\frac{J+1}{J}} [M_J^{DIC} \otimes \sigma]_{JM}. \end{aligned}$$

En el LWL los términos de convección, *DIC* y *MIM* de la corriente (II.2.2. 7) dan lugar a los términos M^c , M^{DIC} y M^{MIM} del operador coulombiano M^{coul} los cuales, a su vez, originan términos análogos en el operador transverso eléctrico T_{JM}^{el} a través de (II.3.2. 1). Debe notarse que si bien el término *DIC* de la corriente permite definir un operador de carga efectivo,

$$e_N^{\text{ef}} \mathbf{1} \equiv e_N \mathbf{1} + e_N^{DIC} \mathbf{1} = e_N \left(1 + \frac{J}{8m_N^2 r} \frac{dG}{dr} \right) \mathbf{1},$$

no es posible hacer lo mismo con el término *MIM*, el cual acopla al spin σ con las diferentes componentes del operador M_J^{DIC} . Sin embargo *toda* la dependencia en el momento transferido está contenida en el factor q^J , lo cual permite seguir definiendo la amplitud de transición eléctrica $B(EJ, i \rightarrow f)$ para la fotoabsorción o fotoemisión (donde $k = q = \omega_{fi}$) en la forma [22],

$$|\langle f | T_{JM}^{el}(k) | i \rangle|^2 \xrightarrow[q \rightarrow 0]{\text{fotoemisión}} \left(\frac{k^{2J}}{(2J+1)!!} \right)^2 \frac{J+1}{J} B(EJ, i \rightarrow f). \quad (\text{II.3.2.3})$$

Si no se toma en cuenta el medio nuclear, *i.e.* se hace $G(r) = 1$, se obtienen ciertos valores $B(EJ)_0$ para las amplitudes de transición $B(EJ)$. La presencia del medio nuclear modifica los valores de las amplitudes de transición $B(EJ)_0$, pues modifica al mismo operador transverso eléctrico según se discute más arriba, dando lugar a una nueva cantidad $B(EJ)_m$.

<i>Libre</i>	<i>Medio</i>			
	\overline{MIC}	\overline{MIMC}	\overline{DIC}	\overline{RMIC}
0.00	1.59	1.16	0.43	0.22

Tabla II.iv: Incremento relativo de la amplitud de transición con respecto al valor sin medio descrito en el texto. *MIC*: corriente inducidas por el medio. *MIMC*: corriente de magnetización inducida por el medio. *DIC*: corriente de Darwin inducida por el medio. *RMIC*: corriente inducida por el medio renormalizada. Se tiene además que las corrientes se suman en la forma $MIC = MIMC + DIC$.

Se han estudiado las consecuencias de estas redefiniciones de las amplitudes de transición en el núcleo ^{40}Ca . Debido a que estamos interesados en transiciones eléctricas (de paridad natural) se ha tomado al estado fundamental como estado inicial $|i\rangle$ y como estado final $|f\rangle$ al primer estado 3^- a 3.75 MeV . Esta función de onda se describe mediante una combinación lineal de pares partícula-agujero pesados por coeficientes que se obtienen de los cálculos en la aproximación de fases al azar (RPA) de Krewald y Speth [23] con una interacción partícula-agujero de Landau-Migdal. Para los resultados que se presentan la colectividad de la función de onda no es muy relevante, considerando que todos ellos están normalizados al valor de la transición sin interacciones. Esto está de acuerdo con nuestro interés en mostrar sólo los efectos debidos al medio y evitar llevar a cabo sofisticados cálculos de estructura nuclear. Debe tenerse en cuenta, sin embargo, que puede haber ligeras variaciones respecto de estos resultados al usar funciones de onda diferentes.

En la Tabla II.iv se presentan los resultados para las amplitudes $B(EJ)$ definidas según (II.3.2. 3) y utilizando (II.3.2. 1) y (II.3.2. 2). Los resultados se dan como incrementos relativos χ respecto del valor sin medio nuclear (*libre*), es decir $B(EJ)_m = (1 + \chi)B(EJ)_0$. Para el caso *libre* obviamente no hay incremento.

Cuando se introducen las modificaciones al medio debidas al tratamiento relativista se observa lo siguiente:

i) La primer columna (*MIC*) del lado derecho de la Tabla II.iv (*Medio*) corresponde al caso en que las dos corrientes inducidas por el medio, la *DIC* y la *MIM* son incluídas. La amplitud de transición resultante es aproximadamente un 150% mayor que en el caso sin interacciones. Las contribuciones parciales de cada corriente inducida por el medio se muestran en las siguientes dos columnas. Se ve de esta manera que más de los dos tercios del aumento del $B(EJ)$ se debe a la corriente *MIM* mientras que el resto se debe al término de Darwin *DIC*. Aquí, a pesar de que su contribución no es tan grande como la del término de magnetización, no puede ser despreciada.

ii) La última columna del lado derecho de la Tabla II.iv (*RMIC*) muestra el mismo incremento relativo que la primera, pero ahora se incluyen los efectos de la polarización del vacío renormalizando la función $F(r)$ de acuerdo con lo expuesto en II.2.4. El resultado es un incremento del 22% respecto del valor sin interacciones.

II.3.3 La Respuesta Nuclear en el Pico Cuasielástico

La región cuasielástica de la dispersión inclusiva de electrones ha sido objeto de intensos estudios teóricos durante los últimos años [18]-[38]. La motivación básica para estos estudios ha sido la reducción de la respuesta longitudinal observada respecto de la regla de suma de Coulomb no relativista. Debido a que dentro de los modelos tradicionales no relativistas no es posible encontrar una explicación de este fenómeno, se han desarrollado modelos más sofisticados que tienen en cuenta cambios en las dimensiones del nucleón en presencia del medio nuclear [18,25], efectos relativistas en el estado final [26], aproximaciones de fases al azar relativistas con efectos de polarización del vacío [27,28] y, más recientemente, un cambio en la dinámica de la nube mesónica (debido al "mar" de quarks) que cambia las propiedades del nucleón cuando este se sumerge en el núcleo [29].

El objeto de esta sección es estudiar, dentro del modelo relativista que venimos desarrollando, los efectos que el medio, representado a través de potenciales relativistas, introduce en la respuesta nuclear al tratar el régimen cuasielástico. Se investiga también cuales son los términos de la corriente responsables de las modificaciones encontradas. Nos concentramos en la región cuasielástica (e, e') debido a que los estudios realizados dentro del mismo modelo para el factor de forma de carga [13], el factor de forma transverso magnético [20,30] y el factor de forma eléctrico [21], y que ya fueron discutidos en II.3.1 y II.3.2, siempre han producido resultados con fuertes dependencias con el medio. Estos estudios, sin embargo, estuvieron limitados a estados ligados y a energías transferidas por debajo del umbral del continuo. Debido a la estructura del operador de corriente (II.2.2. 7)-(II.2.2. 8), la región cuasielástica es el laboratorio ideal para estudiar la dependencia completa en momento y energía de este operador. El hecho de que en esta región una partícula se encuentra en el continuo nos permite estudiar también los efectos que la interacción de esta partícula con el núcleo residual tiene sobre la respuesta total (e, e'). La región de la resonancia gigante no ha sido considerada debido a que los efectos de estructura nuclear juegan un rol importante en esta zona y considerarla nos llevaría más allá de la descripción de campo medio.

Otro comentario respecto del cálculo es que la expulsión de un sólo nucleón del núcleo blanco —reacción ($e, e'N$)— es considerado como el mecanismo dominante por medio del cual el núcleo responde a la electroexcitación. Consecuentemente, no se utilizan potenciales ópticos en la descripción. Nuevamente, aunque el uso de un potencial complejo puede resultar relevante en la descripción del canal de salida [31], su uso introduce parámetros extra en el cálculo que pueden desdibujar los efectos que tratamos de investigar. Es importante notar que al reducir la ecuación de Dirac original a dos componentes, el campo medio resultante depende de la energía. El potencial real se vuelve radialmente deformado en la forma de "fondo de botella de vino" que se obtiene fenomenológicamente de los ajustes a los datos de dispersión elástica. Los parámetros de este potencial son los mismos que se emplearon en el cálculo de estados ligados (Tabla II.i).

Las funciones de onda ligadas se obtienen según se explica al comienzo de II.3. Las del continuo se obtienen resolviendo el mismo hamiltoniano (II.2.1. 4) que para los estados ligados. Para ello son desarrolladas en ondas parciales y se resuelven con las condiciones de contorno usuales de onda distorsionada de Coulomb o de onda plana en el infinito, según sean

protones o neutrones respectivamente, *en presencia del potencial nuclear* lo cual origina las distorsiones en el canal de salida (distorsiones respecto de los valores *sin* potencial nuclear). Cada onda parcial se normaliza para que se satisfaga la relación,

$$\int \phi_{\epsilon,l,j}^*(\mathbf{x}) \phi_{\epsilon',l',j'}(\mathbf{x}) d^3\mathbf{x} = \delta_{ll'} \delta_{jj'} \delta(\epsilon - \epsilon').$$

Para cada onda parcial de momento angular l y energía ϵ se calcula el acoplamiento con todos los posibles estados ligados de partícula-agujero $|ELJM\rangle$ que den momento angular total J_l y energía de excitación $\omega = \epsilon - E$. Luego se calculan los elementos de matriz de cada término del operador de corriente entre el estado fundamental y estos estados excitados de partícula-agujero y finalmente se suma en forma incoherente la contribución de todos ellos. El factor de forma resultante se eleva al cuadrado y se hace una suma sobre todos los momentos angulares finales J_l . El espectro de energías del continuo se calcula con un paso de 1 MeV para lo cual se desarrolló un algoritmo rápido que permite obtener cada onda parcial para todo valor de energía.

Los resultados obtenidos se discuten en términos de las funciones de respuesta longitudinal y transversal. En las subsecciones que siguen estudiamos cada núcleo a un dado valor de momento transferido q .

II.3.3. 1 Respuestas Transversal y Longitudinal

La función respuesta transversal

Como se mencionó al comienzo de esta subsección esperamos grandes incrementos para la respuesta transversal —respecto de la obtenida sin considerar los efectos del medio nuclear— basado en los resultados obtenidos en II.3.2 al tratar las transiciones eléctricas discretas. Las corrientes *DIC* y *MIM* son fuertemente incrementadas debido a la presencia del medio y dan lugar a grandes amplitudes de transición. Sin embargo, debido al juego existente entre los multipolos eléctricos y magnéticos en el continuo hay una importante cancelación entre ellos y los resultados no exhiben ningún incremento dramático respecto de los cálculos sin medio, *i.e.* con interacción nula.

Globalmente, la presencia del medio tiende a incrementar la respuesta transversal. Sin embargo este incremento nunca supera el 10% en el pico. La corrección inducida por el “boost” a la parte anómala de la corriente espacial contribuye de una manera importante a este aumento, principalmente debido a su dependencia con la energía de excitación.

El efecto de la distorsión en el canal de salida se aprecia claramente en las líneas punteadas de las Figuras II.1-II.2. La intensidad no se ve mayormente afectada por la supresión de la interacción en el canal de salida (*FSI*), pero el ancho del pico cuasielástico está sustancialmente reducido. Nótese también que, consecuentemente, todas las resonancias en el continuo desaparecen. En las figuras las curvas *sin FSI* se han desplazado hacia la izquierda para permitir una mejor comparación con el cálculo completo. En ausencia de interacciones en el canal de salida la respuesta cuasielástica (e, e') se mueve siempre hacia la derecha.

La función respuesta longitudinal

La contribución debida al operador de carga en (II.3.1) aparece en las figuras como *carga sola*. Es el único término que aparece en los cálculos no relativistas. De (II.2.2. 8) puede

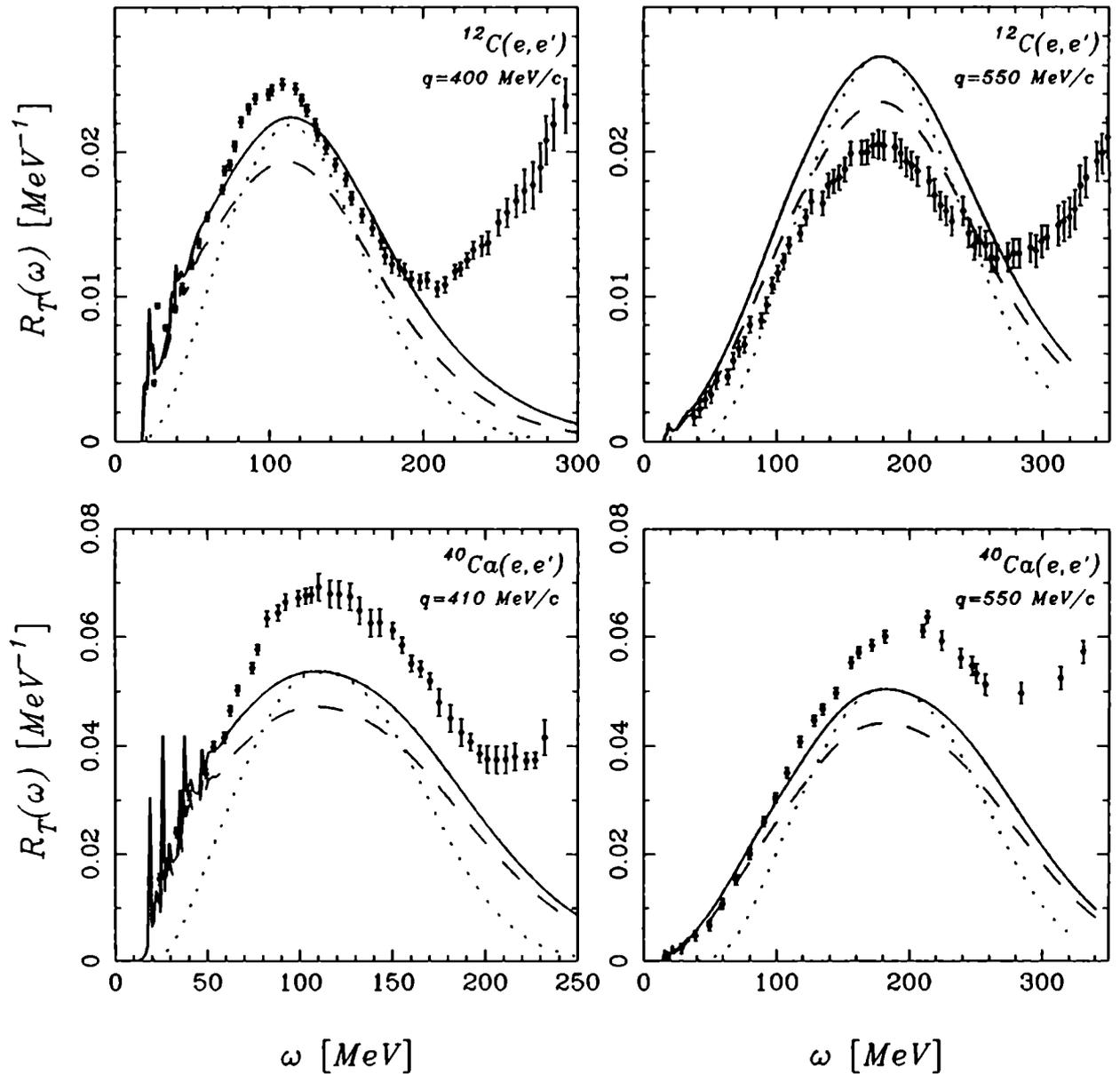


Figura II.1: Funciones de respuesta transversal para ^{12}C y ^{40}Ca . La línea sólida corresponde al cálculo completo descrito en el texto. La línea de trazos es el resultado de suprimir todos los términos dependientes del medio en la estructura del operador de corriente. La línea de puntos (sin FSI) corresponde al caso en que se suprime el potencial distortivo en el canal de salida. Los datos experimentales se tomaron de [40] para el ^{12}C y de [41] para el ^{40}Ca .

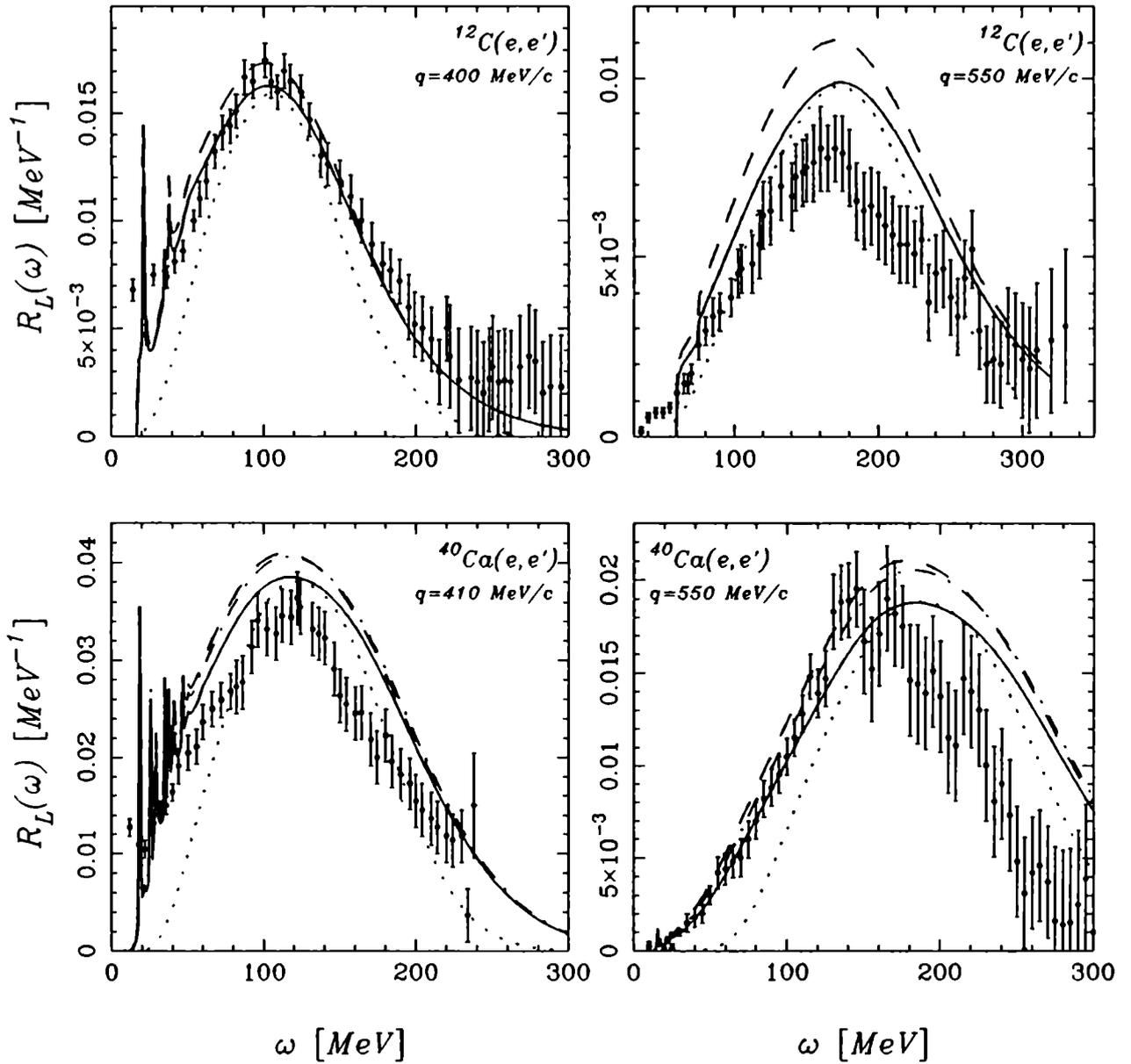


Figura II.2: Funciones de respuesta longitudinal para ^{12}C y ^{40}Ca . La línea sólida corresponde al cálculo completo utilizando el operador (II.2.2.8). La línea de trazos (*carga sola*) es el resultado de utilizar el operador de carga únicamente. En el caso del ^{40}Ca la línea de trazo-punto muestra el resultado de incluir, en el operador de corriente, todos los términos excepto aquellos que dependen del medio. La línea de puntos (*sin FSI*) corresponde al caso en que se suprime el potencial distortivo en el canal de salida. Los datos experimentales se tomaron de [40] para el ^{12}C y de [41] para el ^{40}Ca .

verse que el momento anómalo interviene solamente a través de términos dependientes del medio e impuestos por el vínculo de conservación de la corriente. Los dos primeros términos que modifican al operador de carga provienen de la acción combinada de la reducción a dos componentes más el "boost". Los últimos dos dependen del medio nuclear.

La comparación de las curvas *carga sola* con el cálculo completo muestran en todos los casos una reducción de aproximadamente un 10%. Para dilucidar si esta reducción se debe principalmente a los términos que dependen del medio o a los que no mostramos, para el caso del calcio (Fig.II.2), una curva correspondiente al operador de corriente completo pero eliminando toda la dependencia con el medio. Como puede verse de estas figuras, la mayor contribución a la reducción de la respuesta longitudinal proviene de los términos que dependen del medio nuclear. En otras palabras, encontramos que *el medio es el principal responsable de la disminución en la respuesta longitudinal calculada aquí*. El efecto de las interacciones en el canal de salida es similar al discutido para la respuesta transversal, es decir la intensidad de la función respuesta en el pico no se ve afectada pero el ancho global de la distribución se reduce cuando estas interacciones se suprimen.

II.3.3. 2 Los núcleos ^{12}C y ^{40}Ca

^{12}C : El carbono probablemente no es el mejor núcleo sobre el cual hacer cálculos de campo medio. Como se mencionó antes los parámetros del carbono están menos restringidos por los datos experimentales que en el caso de los núcleos más pesados. De todas formas resultados para el carbono se han obtenido usando el modelo de gas de Fermi [32], funciones de onda de núcleos finitos con operadores modificados por el medio [33], el modelo $\sigma - \omega$ [19] y más recientemente la RPA con polarización del vacío [28,34]. Nuestros resultados para el ^{12}C muestran lo siguiente. En lo que respecta a la respuesta longitudinal se reproduce bien a $q = 400 \text{ MeV}/c$, si se incrementa el momento transferido hasta $550 \text{ MeV}/c$ el cálculo completo sobreestima a los datos en un 20%. Algo similar ocurre para la respuesta transversal, aunque en este caso los datos son subestimados en un 5% a $q = 400 \text{ MeV}/c$. Los resultados obtenidos a $q = 400 \text{ MeV}/c$ para las respuestas longitudinal y transversal para el carbono están más cerca de los datos que los resultados de [19] empleando el modelo $\sigma - \omega$ y también respecto de los cálculos en gas de Fermi. Los cálculos usando una RPA relativista [35] dan resultados más cercanos a los datos que los mostrados aquí en el caso de la respuesta longitudinal. Lo mismo ocurre a $q = 550 \text{ MeV}/c$ donde una RPA relativista con polarización del vacío ofrece una mejor descripción de los datos.

^{40}Ca : La respuesta longitudinal está globalmente bien descrita a $q = 400 \text{ MeV}/c$. A $q = 550 \text{ MeV}/c$ la respuesta longitudinal calculada sobreestima los datos en el lado derecho del pico cuasielástico, un hecho común tanto en los cálculos no relativistas como en los relativistas. La respuesta transversal se comporta en el calcio casi de la misma forma en que lo hizo en el carbono, subestima los datos a lo sumo un 20% en el pico para los dos valores del momento transferido. Nuevamente estos resultados están más cerca de los datos que los provistos por el modelo $\sigma - \omega$ en [19] tanto para la respuesta longitudinal como para la transversal. Si se comparan ahora los resultados usando la RPA relativista encontramos que, en contraposición con el carbono, los datos favorecen los resultados presentados aquí. Lo

mismo ocurre cuando se comparan los resultados de la RPA relativista con correcciones de vacío, aunque en este caso sólo comparamos los resultados a $q = 550 \text{ MeV}/c$. Debe tenerse en cuenta de todas maneras que para hacer una comparación útil ambas descripciones deben tener los mismos ingredientes dinámicos y este no es el caso.

II.3.4 Conclusiones

En esta Parte hemos estudiado diferentes regiones de la función respuesta nuclear usando un modelo relativista de interacción directa que satisface los requerimientos de conservación y covariancia de la corriente. Las ventajas del método son: el tratamiento hamiltoniano en la forma de dos componentes, la forma consistente en que son tratadas las transformaciones de Lorentz entre sistemas ("boost") y la posibilidad de imponer el vínculo de conservación de la corriente a nivel de campo medio. Las principales desventajas son: el rango de aplicabilidad, la dependencia con el tipo de núcleo de los parámetros en juego y la forma en que deben introducirse las correcciones.

Hemos mostrado que la contribución al momento magnético de un término de la corriente, el cuál depende del medio nuclear y no está relacionado con la parte de convección (MIM), no es tan relevante como ha sido propuesto recientemente [19]. Su importancia depende del núcleo en cuestión. Para núcleos con un agujero de valencia el aumento de la corriente de convección debido a la masa efectiva se cancela con un aumento similar de la corriente de magnetización de Dirac dando como resultado un valor pequeño. En estos casos correcciones pequeñas, como las calculadas con la corriente MIM , generan contribuciones importantes.

Contrariamente, cuando tratamos núcleos con una partícula de valencia las corrientes de convección y de Dirac se suman coherentemente y las correcciones MIM son despreciables. También mostramos que las correcciones calculadas en materia nuclear y luego usadas para renormalizar la corriente de convección, si se emplean también para el término MIM , llevan los resultados cerca de los valores de Schmidt en ambos casos.

Las transiciones eléctricas son fuertemente afectadas por la presencia de los potenciales relativistas tratados en la aproximación de impulso. Aunque las correcciones debidas al medio nuclear que hemos calculado son grandes, afirmar que son definitivamente no-realistas no es tan seguro como en el caso de los momentos magnéticos. Allí se tienen los valores de Schmidt y los resultados experimentales contra los cuales contrastar la teoría. Aquí hay reglas de suma que son independientes del modelo (en cierto sentido) y no hay resultados experimentales (excepto para las transiciones dipolares). Uno puede argumentar que hay cierta dependencia del modelo en cualquier regla de suma pero, por otro lado, en el límite de la aproximación de onda larga que se ha considerado aquí, sólo la regla de suma dipolar requiere datos del modelo (ver [24] para un estudio relativista de la regla de suma dipolar). De esta manera, aceptando la validez de la regla de suma octupolar para el ^{40}Ca , los incrementos que obtuvimos para la amplitud de transición en este trabajo —sin incluir las correcciones de vacío— ciertamente sobreestiman los valores de las reglas de suma. Podemos concluir entonces que, para la determinación de las amplitudes de transición, es necesario incluir el acoplamiento de la parte espacial de la interacción vectorial con excitaciones $N\bar{N}$.

Cálculos recientes de dispersión cuasielástica de electrones sobre oxígeno [36] han em-

pleado corrientes modificadas por el medio análogas a las presentadas aquí. Sin embargo en estos cálculos la dependencia radial de las corrientes de convección y de spin-órbita son elegidas *ad hoc*. Además la corriente inducida de Darwin es tratada de una manera muy fenomenológica, sin satisfacer conservación de corriente. Sería interesante ver si cálculos similares, incluyendo esta vez la corriente en la forma consistente presentada aquí, modifican los resultados que se muestran, por ejemplo, en [36].

A diferencia de lo encontrado antes en la región discreta los resultados en el continuo no exhiben discrepancias severas con los datos. De todas formas, siendo este un cálculo de campo medio hay procesos tales como polarización del vacío y correlaciones de RPA que necesitan ser estudiadas en el modelo. Hemos mostrado que el medio provee un mecanismo por el cual la respuesta transversal se incrementa en un 10% con respecto al mismo cálculo sin incluir los términos que dependen del medio en el operador de corriente. Los responsables de esto son los términos *MIM* y *DIC* de la corriente, los cuales dependen del medio y están ausentes de otro modo. Para la respuesta longitudinal también hemos encontrado un efecto del 10%, pero esta vez disminuyendo el valor de la respuesta. El origen de esta reducción debe buscarse en los términos que dependen del medio y que corrigen al operador de carga.

Uno puede preguntarse como ha afectado lo anterior a la regla de suma de Coulomb respecto de la pérdida de intensidad observada experimentalmente en la respuesta longitudinal, siendo el ^{40}Ca el ejemplo más obvio. La regla de suma de Coulomb, de acuerdo con Van Orden [37], predice un valor constante (la carga total del núcleo) bajo las hipótesis de nucleones puntuales y no relativistas. Desafortunadamente no parece posible derivar una regla de suma que sea independiente del modelo y donde estos dos requerimientos se cumplan. Con la expresión dada por De Forest [39] para una regla de suma de Coulomb aproximada,

$$\frac{S(q)}{Z} = \int_{0^+}^{\infty} \frac{R_L(\omega, q)}{g(\eta)} d\omega,$$

donde,

$$g(\eta) = \frac{(ZG_{E_p}^2 + NG_{E_n}^2)(1 + \eta)}{1 + 2\eta},$$

siendo G_{E_p} y G_{E_n} los factores de forma de Sach, $\eta = Q^2/4m_N^2$, y usando para calcular R_L la expresión (II.2.2. 8) obtenemos en nuestro caso valores de sumas de Coulomb que caen dentro de las barras de error de los datos experimentales. Por supuesto, esto no nos enseña nada debido a que la regla de suma depende ahora del modelo, pero pone de manifiesto la ambigüedades subyacentes en la regla de suma y los efectos que aparecen cuando se tratan modelos más realistas. Nuestra principal conclusión es que el área debajo de la curva de la respuesta longitudinal no puede ser comparada con la regla de suma de Coulomb usual debido a que relatividad y conservación de la corriente parecen introducir correcciones significativas al operador de corriente.

La respuesta transversal, como puede verse en la figuras, subestima los datos en todos los casos excepto para el ^{12}C a $q = 550 \text{ MeV}/c$. Debido a que la respuesta transversal es la contribución dominante a la sección eficaz, esta pérdida de intensidad en la predicción teórica puede deberse al hecho de haber considerado al proceso ($e, e'N$) como el único mecanismo

de reacción. Esta subestimación es de aproximadamente un 20% en todos los casos (excepto en el mencionado más arriba) y puede considerarse como la contribución relativa de todos los demás procesos a la reacción. Debe notarse que el acople entre estados de energía positiva y negativa es uno de los posibles procesos que no han sido tenidos en cuenta aquí.

La inclusión de un potencial distortivo en el canal de salida parece ser necesaria tanto en la respuesta longitudinal como en la transversal si se quiere dar cuenta del ancho de la distribución experimental. Una característica relevante de esta interacción distortiva es su dependencia con la energía. La supresión de toda dependencia con la energía en este potencial introduce una modificación sustancial en el cálculo completo (líneas sólidas) mostrado en las figuras. Nuevamente, la intensidad en el pico no se ve modificada pero el ancho cambia y casi se superpone a las curvas *sin FSI*.

Referencias

- [1] K. Erkelenz, Phys. Rep. **C13**, (1974)191; K. Holinde, Phys. Rep. **C68**, (1981)121; L. D. Miller, Phys. Rev. **C9**, (1974)509 ; **C12**, (1975)710; C. J. Horowitz and B. D. Serot, Nucl. Phys. **A368**, (1981)503; J. Boguta, Nucl. Phys. **A372**, (1981)386.
- [2] J. A. McNeil, J. R. Shepard, and S. J. Wallace, Phys. Rev. Lett. **50**, (1983)1439; J. R. Shepard, J. A. McNeil, and S. J. Wallace, Phys. Rev. Lett. **50**, (1983)1443; B. C. Clark, S. Hama, R. L. Mercer, L. Ray, and B. D. Serot, Phys. Rev. Lett. **50**, (1983)1644; J. D. Walecka, Ann. Phys. (N.Y.) **83**, (1974)491.
- [3] B. D. Serot and J. D. Walecka, en: *The Relativistic Nuclear Many-Body Problem*, eds. J. W. Negele and E. Vogt (Plenum Press), Adv. in Nucl. Phys., Vol **16** (1985).
- [4] M. R. Anastasio, L. S. Celenza and C. M. Shakin, Phys. Rev. **C23**, (1981)2258; *ibid.* 2273.
- [5] D. Schütte, Z. Phys. A - Atomic Nuclei **326**, (1987)383.
- [6] A. O. Gattone, en: Proceedings of the Río de Janeiro International Workshop on *Relativistic Aspects of Nuclear Physics*, Ed. T. Kodama, World Scientific, Singapore 1990.
- [7] W-Y P. Hwang, Phys. Rev. **C3**, (1980)1086.
- [8] W-Y P. Hwang, Phys. Rev. **C6**, (1981)2618.
- [9] R. A. Krajcik and L. L. Foldy, Phys. Rev. **D6**, (1974)1777.
- [10] A. O. Gattone and W-Y P. Hwang, Phys. Rev. **D11**, (1985)2874.
- [11] L. L. Foldy and S. A. Wouthuysen, Phys. Rev. **78**, (1950)29.
- [12] E. Eriksen and M. Kolsrud, Nuovo Cimento Suppl. **81**, (1960)1.
- [13] A. O. Gattone, *Factor de forma electromagnético en un modelo relativista*, TANDAR preprint (1988).
- [14] K. Ohta, J. Phys. **G14**, (1988)449.
- [15] T. Matsui, Nucl. Phys. **A370**, (1981)365.
- [16] J. A. Mc Neil, R. D. Amado, C. J. Horowitz, M. Oka, J. R. Shepard and D. A. Sparrow, Phys. Rev. **C2**, (1986)746.
- [17] R. J. Furnstahl and B. D. Serot, Nucl. Phys. **A468**, (1987)539.
- [18] J. V. Noble, Phys. Rev. Lett. **46**, (1986)412; Phys. Lett. **B178**, (1976)285.
- [19] S. Nishizaki, H. Kurasawa and T. Suzuki, Phys. Lett. **B209**, (1988)6.

- [20] M. Chiapparini and A. O. Gattone, *Phys. Lett.* **B224**, (1989)243.
- [21] M. Chiapparini and A. O. Gattone, *Phys. Rev.* **C41**, (1990)753.
- [22] A. de Shalit and H. Feshbach, *Theoretical Nuclear Physics* vol I, Ed. John Wiley and Sons, NY 1974.
- [23] S. Krewald and J. Speth, *Phys. Lett.* **B52**, (1974)295.
- [24] C. E. Price and G. E. Walker, *Phys. Lett.* **155B**, (1985)17.
- [25] P. J. Mulders, *Phys. Rev. Lett.* **54**,(1985) 2560; *Nucl. Phys.* **A459**, (1986)525.
- [26] G. Do Dang and N. Van Giai, *Phys. Rev.* **C30**, (1984)731.
- [27] C. J. Horowitz, in: *Relativistic Nuclear Many-Body Physics*, eds. B.C. Clark, R.J. Perry and J.P. Vary, World Scientific 1989, p. 250.
- [28] H. Kurasawa and T. Suzuki, in: *Relativistic Nuclear Many-Body Physics*, eds. B.C. Clark, R.J. Perry and J.P. Vary, World Scientific (1989).
- [29] S. Cruz Barrios, L. S. Celenza, S-F Gao, A. Pantziris and C. M. Shakin, Brooklyn College preprint, BCCNT89/063/197.
- [30] A. O. Gattone and J. P. Vary, *Phys. Lett.* **B219**, (1989)22.
- [31] C. R. Chinn, A. Picklesimer and J. W. Van Orden, *Dirac Optical Model Calculations of Quasielectric (e, e') and the Coulomb Sum Rule*, Los Alamos preprint (1989).
- [32] L. S. Celenza, W. S. Pong, M. M. Rahman and C. M. Shakin, *Phys. Rev.* **C26**, (1986)320.
- [33] L. S. Celenza, A. Harindranath, A. Rosenthal and C. M. Shakin, *Phys. Rev.* **C31**, (1985)946; L. S. Celenza, A. Rosenthal and C. M. Shakin, *Phys. Rev.* **32**, (1985)242.
- [34] C. J. Horowitz and J. Piekarewicz, *Phys. Rev. Lett.* **62**, (1989)391.
- [35] J. R. Shepard en: *Relativistic Nuclear Many-Body Physics*, eds. B. C. Clark, R. J. Perry and J. P. Vary, World Scientific 1989.
- [36] J. Ryckebusch, K. Heyde, D. Van Neck and M. Waroquier, *Phys. Lett.* **B126**, (1989)252.
- [37] J. W. Van Orden, en: *Relativistic Nuclear Many-Body Physics*, eds. B. C. Clark, R. J. Perry and J. P. Vary, World Scientific 1989.
- [38] R. Schiavilla, V. J. Pandharipande and R. B. Wiringa, *Nucl. Phys.* **A449**, (1986)219.
- [39] T. De Forest, *Nucl. Phys.*, **A399**, (1984)352
- [40] P. Barreau *et al.*, *Nucl. Phys.* **A402**, (1983)515.
- [41] Z. A. Meziani *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **52**, (1984)2130; *ibid* **54**, (1985)1233.

PARTE III

*“La respuesta a tu pregunta, Boromir —dijo el mago—
es que no conozco la palabra... todavía.”*

J. R. R. Tolkien, *El Señor de los Anillos*.

III.1 Introducción

La física hipernuclear es actualmente un área importante y excitante de la física nuclear. Un sistema ligado de interés (con extrañeza $S = -1$) es el Λ -hipernúcleo (${}_{\Lambda}A$), en el cual un hiperón Λ reemplaza a uno de los nucleones. Este sistema tiene una vida media larga ($\approx 10^{-10}$ seg) y en él es posible estudiar una variedad de fenómenos nucleares.

Un hiperón Λ libre decae principalmente en un nucleón y un pión a través de los siguientes decaimientos no leptónicos,

$$\Lambda \longrightarrow \begin{cases} p\pi^- & (\approx 64\%), \\ n\pi^0 & (\approx 36\%), \end{cases} \quad (\text{III.1.1})$$

con una vida media de aproximadamente $\tau_{\Lambda} \approx 2.6 \times 10^{-10}$ seg.. Esta situación cambia drásticamente cuando el Λ está sumergido en el medio nuclear. En el núcleo el espacio de fases para el decaimiento mesónico (III.1.1) se ve reducido en gran medida. El estado final del nucleón producido en este decaimiento tiene momento muy bajo y se encuentra bloqueado por el principio de Pauli. Como resultado de esto, el decaimiento mesónico $\Lambda \rightarrow N\pi$ está suprimido en su mayor parte. Aparece entonces un nuevo modo de decaimiento *no* mesónico,

$$\Lambda + p \longrightarrow n + p,$$

$$\Lambda + n \longrightarrow n + n.$$

Este modo de decaimiento tiene un espacio de fases mayor que el mesónico y los nucleones finales —debido al elevado valor del momento que llevan— no están bloqueados por Pauli. De esta manera se espera que este modo sea el dominante en el decaimiento débil de los hipernúcleos medianos y pesados [1].

Un objetivo importante de la física hipernuclear es el estudio del octete bariónico (dominio de los quarks u , d y s), generalizando y extendiendo la física tradicional del nucleón (quarks u y d). Es más, el hiperón, cuyos números cuánticos adicionales lo distinguen del resto de los nucleones en el sistema hipernuclear, no está excluido por Pauli de los orbitales nucleónicos llenos y puede penetrar profundamente dentro del núcleo.

Podemos utilizar hipernúcleos para estudiar problemas como el origen de la fuerza spin-órbita, aspectos relativistas de la dinámica nuclear de muchos cuerpos y su extensión a los hipernúcleos (temas que se desarrollan en esta Parte), correlaciones de corto rango, el rol de la simetría de sabor y el límite chiral, extensiones de modelos de interacción fuerte, interacciones débiles en el medio nuclear o posibles modificaciones de las propiedades bariónicas en el medio nuclear. Muchos de los fenómenos que involucran extrañeza pueden únicamente ser estudiados utilizando sistemas ligados hipernucleares, ya que no disponemos hasta ahora de blancos y haces de hiperones libres. Estos sistemas hipernucleares se obtienen experimentalmente bombardeando al núcleo con piones ó kaones dando lugar a las reacciones,

$$\begin{array}{ll} K^- + n \rightarrow \Lambda + \pi^- & \pi^+ + n \rightarrow \Lambda + K^+ \\ K^- + p \rightarrow \Lambda + \pi^0 & \pi^+ + n \rightarrow \Sigma^{0+} + K^{+0} \\ K^- + n \rightarrow \Sigma^{0-} + \pi^{-0} & \pi^+ + p \rightarrow \Sigma^+ + K^+ \\ K^- + p \rightarrow \Sigma^{+-} + \pi^{-+}, \Sigma^0 + \pi^0. & \end{array}$$

Las reacciones con intercambio de extrañeza (K, π) están caracterizadas por un valor pequeño del momento transferido, $q < q_F$, donde q_F es el momento de Fermi. Ellas pueblan preferentemente estados de bajo momento angular y son efectivas a la hora de producir *estados sustitucionales* en los cuales el Λ se forma en el mismo orbital que el neutrón al cual reemplaza ($\Delta J = 0$) [2]. Para núcleos más allá de la capa p , las reacciones (K, π) se vuelven menos eficientes debido a que las capas de valencia tienen alto momento angular y los orbitales ligados del Λ se acoplan a los estados de agujero con un valor de spin consecuentemente alto.

Al estudiar los Λ -hipernúcleos más pesados las reacciones (π^+, K^+) muestran ser las adecuadas para poblar estados de partícula independiente [3]. Las principales características de estas reacciones son,

- a) Los estados de agujero de neutrón y de partícula Λ $[(nlj)_n^{-1}(nlj)_\Lambda]_J$ sin nodos ($n = 0$), alto l_n , alto l_Λ y alto J son los más fuertemente excitados.
- b) Entre los estados $[j_n^{-1}j_\Lambda]_J$, son particularmente seleccionados los pares $[j_n^{-1}j_{\Lambda <}]_{J_{max}}$ y $[j_n^{-1}j_{\Lambda >}]_{J_{max}}$.
- c) Debido al elevado valor de l_Λ , la barrera centrífuga para el Λ es lo suficientemente alta como para hacer que el ancho de decaimiento del estado $[n^{-1}\Lambda]$ sea angosto con el Λ en un estado ligado cerca del continuo.

En [4] y [5] se muestra como el alto valor del spin transferido en las reacciones (π^+, K^+) selecciona preferentemente una serie de estados en los cuales los orbitales del modelo de capas para el Λ (s, p, d, f, \dots) se acoplan a los agujeros de valencia ($p^{-1}, d^{-1}, f^{-1}, g^{-1}, \dots$). Esta serie domina sobre otras combinaciones de partícula-agujero y da lugar a espectros simples y de secciones eficaces apreciables —comparados con los obtenidos en las reacciones (K, π)— aún para los orbitales más internos del Λ .

La efectividad de la producción asociada (π^+, K^+) para obtener espectros hipernucleares a lo largo de toda la tabla periódica puede verse en los resultados experimentales de [2], donde los niveles energéticos de un estado Λ -hiperónico han sido medidos sobre blancos que van desde el ^9Be al ^{89}Y . El espectro de excitaciones de estos procesos (π^+, K^+) consiste en una serie de picos bien definidos que desaparecen dentro de un fondo creciente al aumentar la energía. Estos picos pueden ser identificados como los orbitales $s_\Lambda, p_\Lambda, d_\Lambda, f_\Lambda \dots$ del hiperón. Debido a que la componente de spin de la interacción Λ -nucleón es pequeña, la estructura fina de estos picos no puede ser obtenida dentro de la resolución en energía típica de estos experimentos, la cual es de aproximadamente 3 MeV .

Esto nos muestra una de las características sobresalientes de los estados hipernucleares: *el desdoblamiento spin-órbita es consistente con cero dentro del error experimental*.

En la fenomenología de Dirac, por otro lado, el potencial spin-órbita aparece naturalmente y, para el caso de la interacción nucleón-núcleo, tiene la intensidad requerida por los datos experimentales. Esta aparente contradicción plantea la cuestión de si la fenomenología de Dirac puede aplicarse con el mismo éxito mostrado en el caso nuclear a los hipernúcleos. Se ha tratado de salvar esta dificultad de diferentes maneras. Una forma de obtener una fuerza de spin-órbita pequeña es tomando los potenciales relativistas iguales a un tercio de

los valores correspondientes al nucleón [6]. Desafortunadamente, no queda claro porque debe haber un rompimiento tan grande de la simetría $SU(3)$ [7]. En nuestros ajustes numéricos también nosotros obtuvimos soluciones con potenciales pequeños y las descartamos por la misma razón. En otro trabajo [7] se utiliza un acoplamiento tensorial en el vértice $\omega - \Lambda$ para reducir la interacción spin-órbita. La constante de acoplamiento tensorial se toma proporcional al momento magnético del Λ . Sin embargo en [8] se hace notar que el momento magnético se debe al acoplamiento del quark extraño con el mesón ϕ , de esta manera el momento magnético del Λ no está relacionado directamente con el mesón ω .

Si suponemos, como se sugiere en [9], que los mesones σ y ω no se acoplan a los nucleones sino a los quarks que los constituyen y si además consideramos que todo el spin del Λ viene dado por el spin del quark s , entonces los resultados que se obtienen para la sistemática de los Λ -hipernúcleos difieren notablemente de los cálculos previos y lejos de presentar un impedimento a la fenomenología de Dirac, llegan a favorecerla. Uno de los propósitos de esta Parte es mostrar algunos estudios numéricos en este formalismo [10]. Para ello se supone que los mesones σ y ω se acoplan directamente a los quarks [9]. Debido a que estos mesones tienen extrañeza cero la regla *OZI* implica que se acoplan exclusivamente a los quarks u y d y no al quark s . La constante de acoplamiento del Λ resulta ser, de esta manera, *dos tercios* del valor para el nucleón. Además, en el modelo de quarks ingenuo el spin del Λ es llevado exclusivamente por el quark extraño, el cual no se acopla al mesón ω . Se espera entonces que la estructura de vértice $\omega - \Lambda$ sea diferente a la del vértice ω -nucleón. En la fenomenología de Dirac esto se toma en cuenta introduciendo un acoplamiento tensorial en el vértice $\omega - \Lambda$, el cual está ausente en el caso nuclear (ver I.3).

Además del espectro de partícula independiente existen otros observables estáticos de interés que pueden ser estudiados en los hipernúcleos utilizando la fenomenología de Dirac. Uno de ellos es el momento magnético. Durante los últimos años un cierto número de publicaciones han hecho hincapié en la importancia de medir los momentos magnéticos de los Λ - y Σ -hipernúcleos [11,12,13].

Los efectos de origen relativistas basados en la polarización de los estados de energía negativa del carozo introducen importantes desviaciones respecto de los valores de Schmidt, al menos en el caso de los momentos magnéticos de los Λ -hipernúcleos. En [12], por ejemplo, se predicen desviaciones de un 8% para el ${}^4_1\text{Ca}$ y de un 12% para el ${}^{209}_\Lambda\text{Pb}$, mientras que en [13] se predice la misma desviación para el ${}^4_1\text{Ca}$ y una ligeramente menor para el ${}^{209}_\Lambda\text{Pb}$. En estos cálculos la mayor parte de las correcciones se deben a la contribución de la corriente de respuesta del carozo, conocida también como *contracorriente*, al operador magnético. Esta contribución isoescalar a la corriente bariónica es la que cancela el aumento que exhibe la corriente del *nucleón* de valencia en los cálculos de campo medio relativista (ver II.2.4 y las referencias citadas allí). De esta manera, para el caso *nuclear*, la corriente del nucleón y la respuesta del carozo se suman de modo tal que llevan el valor del momento magnético cerca del valor de Schmidt. Para el caso de un hiperón Λ orbitando un núcleo no se espera que esta cancelación tenga lugar en igual medida debido a que la respuesta del carozo depende del acoplamiento del mesón vectorial (ω) con la partícula de valencia (Λ) y este acoplamiento se anticipa diferente para el Λ que para el nucleón [8]. Debido a que el Λ es una partícula isoescalar y se conoce muy bien su momento magnético, en [12] se propone

medir directamente la corriente de respuesta del carozo midiendo las desviaciones respecto de los valores de Schmidt de los momentos magnéticos de los hipernúcleos. Uno estaría de esta manera midiendo un efecto *genuinamente* relativista. Debe notarse que las correcciones a las que nos referimos corresponden al caso de un Λ en un orbital $s_{1/2}$ de un núcleo con doble capa cerrada de nucleones. Aunque presentamos resultados para orbitales del Λ mayores, sólo las capas s tienen relevancia experimental.

En esta Parte mostramos que, aún en presencia de una fuerte corriente del medio, los cálculos relativistas de los momentos magnéticos hipernucleares pueden dar resultados cercanos a los de Schmidt [14]. El origen de esta diferencia en las predicciones —obtenidas dentro del mismo modelo— radica en el tipo de vértice utilizado para describir el acoplamiento entre el mesón ω y el hiperón Λ . Tal como se menciona más arriba, además del acoplamiento usual entre el mesón vectorial y el campo hiperónico, se introduce un acoplamiento tensorial para describir el vértice $\omega - \Lambda$ cuya justificación se discute en lo que sigue.

III.2 Un Modelo

El modelo fenomenológico que utilizamos se basa en tres supuestos fundamentales,

- i) el spin del Λ lo lleva exclusivamente el quark extraño,
- ii) los mesones σ y ω no se acoplan directamente a los bariones sino a los quarks que los forman y,
- iii) el cumplimiento riguroso de la regla *OZI*.

En el modelo de quarks (*MQ*) el spin del Λ es llevado exclusivamente por el quark extraño. Para ver esto recordemos cuales son los números cuánticos del Λ ,

	Λ
J^π	$1/2^+$
I	0
S	-1

La parte espacial de la función de onda del estado fundamental del hiperón se supone con simetría esférica y, por lo tanto, simétrica respecto del intercambio de los quarks. Analicemos entonces la simetría de la parte asociada a los grados de libertad no espaciales. Tomando la representación fundamental (u, d, s) del grupo $SU(3)$ de sabor y combinándola con la representación fundamental (\uparrow, \downarrow) del grupo $SU(2)$ de spin la función de onda del Λ se escribe en la forma,

$$\psi_\Lambda = \psi_{color} \psi_{spin-sabor},$$

donde ψ_{color} es totalmente antisimétrica (singlete), por lo cual $\psi_{spin-sabor}$ debe ser totalmente simétrica y de la forma [15],

$$\psi_{spin-sabor} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\phi_{ms} \chi_{ms} + \phi_{ma} \chi_{ma}),$$

$$\begin{aligned}
\phi_{ms} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\frac{dsu - usd}{\sqrt{2}} + \frac{s(du - ud)}{\sqrt{2}} \right], \\
\chi_{ms} &= \frac{1}{\sqrt{3}} \left[\frac{(\uparrow\downarrow + \downarrow\uparrow)\uparrow}{\sqrt{2}} - \sqrt{2} \uparrow\uparrow\downarrow \right], \\
\phi_{ma} &= \frac{1}{\sqrt{6}} \left[\frac{s(du - ud)}{\sqrt{2}} + \frac{usd - dsu}{\sqrt{2}} - \frac{2(du - ud)s}{\sqrt{2}} \right], \\
\chi_{ma} &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow) \uparrow,
\end{aligned}$$

donde los subíndices ms y ma denotan las propiedades de simetría frente al intercambio de las partículas, es decir ms y ma significan mixta-simétrica y mixta-antisimétrica respectivamente. Notemos además que todos los quarks u y d están acoplados a isospin total $I=0$.

Si calculamos ahora el valor medio de la proyección de spin sobre el estado ψ_Λ es posible probar que [15],

$$\langle \psi_\Lambda | \sum_{i=1}^3 \sigma_{(i)z} | \psi_\Lambda \rangle = 3 \langle \chi_{ma} | \sigma_{(3)z} | \chi_{ma} \rangle,$$

es decir que las propiedades de el Λ que tienen que ver con el spin, *i.e.* proyección y momento magnético, están dados por el término $\phi_{ma}\chi_{ma}$ de la función de onda. Si además suponemos que los dos quarks que se acoplan formando el singlete de spin $(\uparrow\downarrow - \downarrow\uparrow)$ en χ_{ma} son los quarks u y d (que ya están acoplados formando el singlete de isospin en ϕ_{ma}) entonces se concluye que el spin del Λ lo lleva únicamente el quark s , que es el supuesto i .

Discutamos ahora brevemente el concepto de mezcla ideal en el sector de sabor ($SU(3)$) aplicado a los mesones [15]. Tres sabores de quarks (uds) combinados con cualquiera de los tres sabores de antiquarks ($\bar{u}\bar{d}\bar{s}$) dan nueve combinaciones $q\bar{q}$ para los mesones. De acuerdo con la simetría $SU(3)$ estos se agrupan en un singlete $|1\rangle$ y un octete $|8\rangle$. Si tenemos en cuenta el subgrupo $SU(2)$ de isospin, es posible clasificar los vectores que transforman según representaciones irreducibles de $SU(3)$ de acuerdo con sus propiedades de transformación según $SU(2)$, esto es, en singletes $|1\rangle$ y tripletes $|3\rangle$. De esta manera, en la notación $(SU(3), SU(2))$ tenemos los siguientes vectores,

$$\begin{aligned}
|1, 1\rangle &= \frac{1}{\sqrt{3}} (u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s}) \equiv \eta_1, \omega_1, \\
|8, 1\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s}) \equiv \eta_8, \omega_8, \\
|8, 3\rangle &= \begin{cases} u\bar{d} & \equiv \pi^+, \rho^+, \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(d\bar{d} - u\bar{u}) & \equiv \pi^0, \rho^0, \\ d\bar{u} & \equiv \pi^-, \rho^-, \end{cases}
\end{aligned}$$

donde la tercera columna denota las correspondientes realizaciones escalares y vectoriales.

En el caso de los mesones *vectoriales* los estados físicos son mezclas de estos estados puros. De esta manera tenemos por ejemplo,

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{3}}\omega_1 - \sqrt{\frac{2}{3}}\omega_8 = s\bar{s}, \quad \omega = \frac{1}{\sqrt{3}}\omega_1 + \sqrt{\frac{2}{3}}\omega_8 = \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} + d\bar{d}).$$

Esta combinación se llama *mezcla ideal* y es mezcla de los $|\mathbf{8}\rangle$ y $|\mathbf{1}\rangle$ de $SU(3)$ dentro de una misma representación de $SU(2)$.

El modelo físico del mesón σ no cae dentro del esquema de mezcla ideal. Dadas la masas observadas de los mesones escalares ($\pi \approx 140 \text{ MeV}$ vs. $\eta \eta' \approx 560 \text{ MeV}$) el intercambio de dos piones en el canal $J = 0$ y $I = 0$ resulta de mayor alcance que el de η ó η' y explica la atracción a distancias de $0.9 \text{ fm} - 1.3 \text{ fm}$ que se observa en la interacción nucleón-nucleón. A este intercambio de dos piones se lo representa por el intercambio de un solo mesón ficticio escalar-isoescalar que se denomina mesón σ .

Vemos entonces que si suponemos válidos la mezcla ideal y el modelo para el σ los mesones ω y σ no contienen al quark extraño s .

En un mundo donde la constante de acoplamiento quark-gluón es nula —con lo cual la dinámica de los hadrones está descrita solamente por el flujo de líneas de quarks—, la regla *OZI* (Okubo - Zweig - Iizuka) es la que prohíbe los diagramas disconexos [15].

La consecuencia más importante de la regla *OZI* aplicada en el marco de lo discutido más arriba, es que los mesones ω y σ *no pueden acoplarse al quark extraño s* . Esto tiene, a su vez, dos consecuencias importantes sobre el modelo que se presenta en esta Parte. La primera es que las constantes de acoplamiento escalar y vectorial del Λ deben ser *dos tercios* de los valores para el nucleón, es decir,

$$\begin{aligned} g_{\sigma\Lambda} &= \frac{2}{3}g_{\sigma N}, \\ g_{\omega\Lambda} &= \frac{2}{3}g_{\omega N}. \end{aligned} \quad (\text{III.2.1})$$

La segunda es la siguiente. Vimos más arriba que el spin del Λ lo lleva el quark extraño s únicamente y que además (mezcla ideal y regla *OZI* mediante) el mesón ω no puede acoplarse al quark s . De esto se sigue que el mesón ω *no puede acoplarse al spin del Λ* , es decir, en el vértice ω - Λ *no puede estar presente ninguna componente del spin del Λ* .

Antes de analizar la forma y consecuencias del vértice $\omega - \Lambda$ propuesto en base a estos supuestos, necesitamos introducir una identidad que se aplica al caso de un fermión interactuando con campos escalares y vectoriales.

III.2.1 La Descomposición de Gordon Generalizada

En lo que sigue necesitamos la siguiente propiedad. Si a y b son dos cuadvectores cualesquiera y definimos,

$$\not{a} = a^\mu \gamma_\mu = a_\mu \gamma^\mu, \quad \sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2} [\gamma^\mu, \gamma^\nu],$$

entonces se verifica la siguiente igualdad,

$$\not{a}\not{b} = a^\mu b_\mu - i a^\mu b^\nu \sigma_{\mu\nu}. \quad (\text{III.2.1.1})$$

Sea ahora un campo fermiónico $\psi(x)$, $x = (t, \mathbf{x})$, interactuando con un campo escalar $\phi(x)$ y un campo vectorial $V^\mu(x)$. La forma en que el campo ψ interactúa con los campos ϕ y V^μ es la usual del modelo $\sigma - \omega$ de Walecka [16], donde además se agrega un acoplamiento tensorial entre los campos fermiónico y vectorial. Las ecuaciones de Dirac para ψ y $\bar{\psi}$ son entonces,

$$\left[\gamma_\mu \left(i \vec{\partial}^\mu - g_V V^\mu \right) - m^* + \frac{f}{2m} \sigma^{\mu\nu} \partial_\nu \omega_\mu \right] \psi = 0 \quad (\text{III.2.1.2})$$

$$\bar{\psi} \left[\gamma_\mu \left(-i \vec{\partial}^\mu - g_V V^\mu \right) - m^* + \frac{f}{2m} \sigma^{\mu\nu} \partial_\nu \omega_\mu \right] = 0 \quad (\text{III.2.1.3})$$

donde $m^* = m - g_\phi \phi$ es la masa efectiva y g_ϕ , g_V y f son las constantes de acoplamiento escalar, vectorial y tensorial respectivamente.

Si ahora ψ_1 y ψ_2 son dos soluciones de las ecuaciones de Dirac (III.2.1.2)-(III.2.1.3) y a es un cuadrivector constante y arbitrario se cumple,

$$0 = \bar{\psi}_2 \left[\gamma_\mu \left(-i \vec{\partial}^\mu - g_V V^\mu \right) - m^* + \frac{f}{2m} \sigma^{\mu\nu} \partial_\nu \omega_\mu \right] \not{a} \psi_1 + \bar{\psi}_2 \not{a} \left[\gamma_\mu \left(i \vec{\partial}^\mu - g_V V^\mu \right) - m^* + \frac{f}{2m} \sigma^{\mu\nu} \partial_\nu \omega_\mu \right] \psi_1.$$

Utilizando la propiedad (III.2.1.1), la igualdad anterior puede escribirse en la forma,

$$2m^* \bar{\psi}_2 a_\mu \gamma^\mu \psi_1 = \bar{\psi}_2 \left(i \vec{\partial}^\mu - i \vec{\partial}^\mu - 2g_V V^\mu \right) a_\mu \psi_1 + \bar{\psi}_2 \left(\vec{\partial}_\nu + \vec{\partial}_\nu \right) a_\mu \sigma^{\mu\nu} \psi_1 + \frac{f}{2m} \bar{\psi}_2 \left(\sigma^{\mu\nu} \partial_\nu V_\mu \not{a} + \not{a} \sigma^{\mu\nu} \partial_\nu V_\mu \right) \psi_1.$$

Debido a la arbitrariedad del cuadrivector a y a las relaciones de conmutación,

$$[\gamma^\mu, \gamma^\nu] = 2g^{\mu\nu},$$

(donde $g^{\mu\nu}$ es el tensor métrico de Lorentz), junto con la definición de las matrices $\sigma^{\mu\nu}$ — todo lo cual se utiliza para trabajar el término tensorial—, la igualdad anterior implica la siguiente igualdad,

$$\left(2m^* + \frac{f}{m} i \partial^\nu V_\nu \right) \bar{\psi}_2 \gamma^\mu \psi_1 = \bar{\psi}_2 \left(i \vec{\partial}^\mu - i \vec{\partial}^\mu - 2g_V V^\mu \right) \psi_1 + \partial_\nu \left(\bar{\psi}_2 \sigma^{\mu\nu} \psi_1 \right) + \frac{f}{m} i \bar{\psi}_2 \left(\partial^\mu V_\nu \right) \gamma^\nu \psi_1. \quad (\text{III.2.1.4})$$

Nos referiremos a la ecuación (III.2.1. 4) como la *descomposición de Gordon generalizada*. En ausencia de los campos escalar y vectorial (III.2.1. 4) se reduce a la conocida descomposición [17],

$$2m\bar{\psi}_2\gamma^\mu\psi_1 = \bar{\psi}_2 \left(i\vec{\partial}^\mu - i\vec{\partial}^\mu \right) \psi_1 + \partial_\nu \left(\bar{\psi}_2\sigma^{\mu\nu}\psi_1 \right).$$

En materia nuclear, donde los campos escalar y vectorial son uniformes (y por lo tanto se anulan sus derivadas), vale una descomposición análoga a la de partícula libre haciendo los reemplazos,

$$m \longrightarrow m^*, \quad i\partial^\mu \longrightarrow i\partial^\mu - g_V V^\mu.$$

III.2.2 El Vértice $\omega - \Lambda$

Comencemos con la densidad lagrangeana de nucleones y partículas Λ en presencia de un campo escalar σ y un campo vectorial ω^μ ,

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \bar{\psi}_N [\gamma_\mu (i\partial^\mu - g_{\omega N}\omega^\mu) - (m_N - g_\sigma N\sigma)] \psi_N \\ & + \bar{\psi}_\Lambda [\gamma_\mu i\partial^\mu - (m_\Lambda - g_{\sigma\Lambda}\sigma)] \psi_\Lambda + \mathcal{L}_{\omega\Lambda} \\ & + \text{términos mesónicos,} \end{aligned} \quad (\text{III.2.2. 1})$$

donde el vértice $\mathcal{L}_{\omega\Lambda}$ tiene la forma,

$$\mathcal{L}_{\omega\Lambda} = -g_{\omega\Lambda}\bar{\psi}_\Lambda\gamma^\mu\psi_\Lambda\omega_\mu + \frac{f_{\omega\Lambda}}{2m_\Lambda}\bar{\psi}_\Lambda\sigma^{\mu\nu}\psi_\Lambda\partial_\nu\omega_\mu. \quad (\text{III.2.2.2})$$

El primer término en (III.2.2. 2) es el acople usual del campo vectorial con el campo bariónico, presente también en la parte nucleónica. El segundo término, tensorial, es la extensión natural del acople anterior ¹ y su utilización puede ser motivada invocando, por ejemplo, el modelo de dominancia vectorial [7]. De todas maneras, en el marco del modelo de quarks al cual nos referiremos frecuentemente, esto requeriría incluir al mesón ϕ para preservar la regla *OZI*. En lugar de ello adoptamos aquí las ideas introducidas por Jennings [9] y posteriormente elaboradas por Chiapparini *et al.* [10]. Invocando el modelo de quarks (lo cual significa, utilizar relaciones de $SU(6)$, mezcla ideal para los mesones vectoriales y la validez de la regla *OZI*) vamos a elegir convenientemente los valores de las constantes de acoplamiento $g_{\omega\Lambda}$ y $f_{\omega\Lambda}$ en (III.2.2. 2). Para ello es conveniente utilizar la descomposición (III.2.1. 4) para reescribir el término tensorial en (III.2.2. 2). Finalmente, y a menos de una cuadrdivergencia que no afecta las ecuaciones de movimiento en un sistema acotado ²

¹la motivación fenomenológica de este término se discute en 1.3.

²La cuadrdivergencia en cuestión es,

$$\partial_\nu \left(\bar{\psi}_\Lambda\sigma^{\mu\nu}\psi_\Lambda\omega_\mu \right).$$

La contribución al lagrangeano total de este término es nula en un sistema acotado pues la integral sobre todo el espacio se lleva a un cuadriflujo en el infinito. Este término también da contribución nula en materia nuclear, donde el paréntesis es *uniforme*.

el vértice $\omega - \Lambda$ queda en la forma,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\omega\Lambda} = & \left(-g_{\omega\Lambda} - \frac{m_{\Lambda}^*}{m_{\Lambda}} f_{\omega\Lambda} - \frac{f_{\omega\Lambda}^2}{2m_{\Lambda}^2} i\partial^{\nu}\omega_{\nu} \right) \bar{\psi}_{\Lambda} \gamma^{\mu} \psi_{\Lambda} \omega_{\mu} + \frac{f_{\omega\Lambda}}{m_{\Lambda}} \bar{\psi}_{\Lambda} (i\partial^{\mu} - g_{\omega\Lambda}\omega^{\mu}) \psi_{\Lambda} \omega_{\mu} \\ & + \frac{f_{\omega\Lambda}^2}{2m_{\Lambda}^2} i\bar{\psi}_{\Lambda} \gamma^{\nu} \psi_{\Lambda} (\partial^{\mu}\omega_{\nu}) \omega_{\mu}, \end{aligned} \quad (\text{III.2.2. 3})$$

donde $m_{\Lambda}^* = m_{\Lambda} - g_{\sigma\Lambda}\sigma$. Si trabajamos a orden $1/m_{\Lambda}$ no deben tomarse en cuenta los términos que contienen derivadas del campo ω , ya que estos son de orden $1/m_{\Lambda}^2$, y el vértice queda escrito de la siguiente manera,

$$\mathcal{L}_{\omega\Lambda}^{(1)} = \underbrace{\left(-g_{\omega\Lambda} - \frac{m_{\Lambda}^*}{m_{\Lambda}} f_{\omega\Lambda} \right) \bar{\psi}_{\Lambda} \gamma^{\mu} \psi_{\Lambda} \omega_{\mu}}_{\text{spin}} + \underbrace{\frac{f_{\omega\Lambda}}{m_{\Lambda}} \bar{\psi}_{\Lambda} (i\partial^{\mu} - g_{\omega\Lambda}\omega^{\mu}) \psi_{\Lambda} \omega_{\mu}}_{\text{convección}}. \quad (\text{III.2.2.4})$$

En lo que sigue se estudiarán las consecuencias que tiene sobre la fenomenología de los hipernúcleos la elección como interacción del vértice linealizado (III.2.2. 4). En la estructura del vértice (III.2.2. 4) se distinguen claramente dos términos. El primero acopla al campo ω con la corriente de spin del Λ y el segundo lo hace con la corriente de convección.

Las consideraciones al comienzo de esta sección obligan a que el término de spin sea nulo, o al menos se vea reducido en su mayor parte. Esto se consigue con la elección,

$$f_{\omega\Lambda} = -\frac{m_{\Lambda}}{m_{\Lambda}^*} g_{\omega\Lambda}, \quad (\text{III.2.2.5})$$

que fija la relación entre las constantes de acoplamiento del hiperón. Sin embargo debe recordarse que m_{Λ}^* en núcleos finitos es una función de punto lo cual hace imposible que (III.2.2. 5) se satisfaga con $f_{\omega\Lambda}$ y $g_{\omega\Lambda}$ constantes. De todas maneras se pueden estudiar las consecuencias de imponer la condición (III.2.2. 5) en algún punto en particular. Nosotros hemos tomado $r \rightarrow \infty$ con lo cual los campos se anulan y la relación (III.2.2. 5) y el vértice (III.2.2. 4) quedan en la forma,

$$f_{\omega\Lambda} = -g_{\omega\Lambda}, \quad (\text{III.2.2.6})$$

$$\mathcal{L}_{\omega\Lambda}^{(1)} = -g_{\omega\Lambda} g_{\sigma\Lambda} \frac{\sigma}{m_{\Lambda}} \bar{\psi}_{\Lambda} \gamma^{\mu} \psi_{\Lambda} \omega_{\mu} - \frac{g_{\omega\Lambda}}{m_{\Lambda}} \bar{\psi}_{\Lambda} (i\partial^{\mu} - g_{\omega\Lambda}\omega^{\mu}) \psi_{\Lambda} \omega_{\mu}. \quad (\text{III.2.2.7})$$

De (III.2.2. 7) puede verse que aunque no se ha eliminado totalmente el acople del mesón ω con el spin del hiperón Λ , aquél comienza a disminuir rápidamente en el borde nuclear (ya que el campo escalar σ tiende a cero allí) que es la zona donde la interacción spin-órbita es más fuerte. En efecto, en las próximas subsecciones veremos como el vértice (III.2.2. 7) provee un desdoblamiento spin-órbita compatible con los datos experimentales.

III.2.3 El Problema en Materia Nuclear

Partiendo de la densidad lagrangeana (III.2.2. 1) y utilizando el vértice (III.2.2. 3) y la relación (III.2.2. 6) se llega al siguiente conjunto de ecuaciones a primer orden en las constantes de acoplamiento que rigen la dinámica de los campos bariónicos y mesónicos,

$$\{\gamma_{\mu} [i\partial^{\mu} - g_{\omega N}\omega^{\mu}] - (m_N - g_{\sigma N}\sigma)\} \psi_N = 0, \quad (\text{III.2.3. 1})$$

$$\left\{ \gamma_\mu i \partial^\mu - (m_\Lambda - g_{\sigma\Lambda} \sigma) - \frac{g_{\omega\Lambda}}{m_\Lambda} \omega^\mu i \partial_\mu \right\} \psi_\Lambda = 0, \quad (\text{III.2.3. 2})$$

$$m_\omega^2 \omega^\mu = g_{\omega N} \bar{\psi}_N \gamma^\mu \psi_N + \frac{g_{\omega\Lambda}}{m_\Lambda} \bar{\psi}_\Lambda i \partial^\mu \psi_\Lambda, \quad (\text{III.2.3. 3})$$

$$m_\sigma^2 \sigma = g_{\omega N} \bar{\psi}_N \psi_N + g_{\omega\Lambda} \bar{\psi}_\Lambda \psi_\Lambda. \quad (\text{III.2.3. 4})$$

La solución general de energía positiva de la ecuación para el Λ (III.2.3. 2) es,

$$\psi_\Lambda(\mathbf{x}, t) = \sqrt{\frac{E_k + m_\Lambda^*}{2E_k}} \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{k}}{E_k + m_\Lambda^*} \end{bmatrix} \exp(-iE_k t + i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}), \quad (\text{III.2.3. 5})$$

aquí la energía E_k y la masa efectiva m_Λ^* se relacionan entre sí a través de una relación de dispersión más complicada que en el caso nuclear,

$$\begin{cases} E_k^2 = m_\Lambda^* + k^2 \\ m_\Lambda^* = m_\Lambda + g_{\omega\Lambda}/m_\Lambda \omega^0 E_k, \end{cases} \quad (\text{III.2.3. 6})$$

donde se ha supuesto que el sistema no perturbado es esféricamente simétrico ($\omega = 0$). Antes de seguir conviene discutir la estructura de la corriente bariónica del Λ , la cual está dada por,

$$j_\Lambda^\mu = \bar{\psi}_\Lambda \left(\gamma^\mu - \frac{g_{\omega\Lambda}}{m_\Lambda} \omega^\mu \right) \psi_\Lambda. \quad (\text{III.2.3. 7})$$

Si calculamos esta corriente con la función de onda (III.2.3. 5) y utilizamos las relaciones (III.2.3. 6) obtenemos,

$$j_\Lambda = \frac{\mathbf{k}}{E_k} \xrightarrow{k \rightarrow 0} \frac{\mathbf{k}}{m_\Lambda} \left(\frac{1 - \frac{g_{\omega\Lambda}}{m_\Lambda} \omega^0}{1 - \frac{g_{\sigma\Lambda}}{m_\Lambda} \sigma} \right) \approx \frac{\mathbf{k}}{m_\Lambda},$$

es decir que *al orden en que se trabaja no existe un aumento de la corriente bariónica de la partícula de valencia* y por lo tanto no deben esperarse incrementos no realistas en los observables calculados a partir de ella, como por ejemplo los momentos magnéticos. Esta situación debe compararse con el caso *nuclear*, donde se tiene [24],

$$j_N = \frac{\mathbf{k}}{E_k} \xrightarrow{k \rightarrow 0} \frac{\mathbf{k}}{m_N} \left(1 - \frac{g_{\sigma N}}{m_N} \sigma \right) \approx \frac{\mathbf{k}}{m_N}$$

relación que da origen al problema del incremento en los momentos magnéticos nucleares calculados en el marco de las teorías relativistas de campo medio —y tratado anteriormente en II.2.4—; o aún en el mismo caso hipernuclear donde no se incluye el término tensorial en el lagrangeano y que da lugar a una descripción esencialmente idéntica a la del nucleón [12],

$$j_\Lambda = \frac{\mathbf{k}}{E_k} \xrightarrow{k \rightarrow 0} \frac{\mathbf{k}}{m_\Lambda} \left(1 - \frac{g_{\sigma\Lambda}}{m_\Lambda} \sigma \right) \approx \frac{\mathbf{k}}{m_\Lambda}$$

III.2.3. 1 La Polarización del Carozo Nuclear

De las ecuaciones (III.2.3. 3) y (III.2.3. 4) puede verse entonces que si a un sistema de nucleones se le agrega un hiperón Λ , éste genera campos mesónicos *adicionales* dados por,

$$m_\omega^2 \delta\omega^\mu = \frac{g_{\omega\Lambda}}{m_\Lambda} \bar{\psi}_\Lambda i\partial^\mu \psi_\Lambda,$$

$$m_\sigma^2 \delta\sigma = g_{\omega\Lambda} \bar{\psi}_\Lambda \psi_\Lambda.$$

Con la función de onda (III.2.3. 5) podemos calcular las perturbaciones a los campos mesónicos por unidad de volumen. De esta manera obtenemos,

$$\delta\sigma = \frac{1}{\Omega} \frac{g_{\sigma\Lambda}}{m_\sigma^2} \frac{m_\Lambda^{**}}{E_k}, \quad (\text{III.2.3. 1.1})$$

$$\delta\omega^0 = \frac{1}{\Omega} \frac{g_{\omega\Lambda}}{m_\omega^2} \frac{m_\Lambda^{**}}{m_\Lambda}, \quad (\text{III.2.3. 1.2})$$

$$\delta\omega = \frac{1}{\Omega} \frac{g_{\omega\Lambda}}{m_\omega^2} \frac{k}{E_k} \frac{m_\Lambda^{**}}{m_\Lambda}. \quad (\text{III.2.3. 1.3})$$

De todo lo anterior surge algo importante y es que la dinámica del Λ y las perturbaciones a los campos que genera dependen de m^{**} y no de m^* como en el caso nuclear. Las consecuencias de esto se ponen de manifiesto al estudiar el límite $k \rightarrow 0$ de la perturbación espacial del campo ω (III.2.3. 1.3). En efecto, de (III.2.3. 6) es posible probar que,

$$\frac{m^{**}}{E_k} \xrightarrow{k \rightarrow 0} 1,$$

con lo cual,

$$\delta\omega \xrightarrow{k \rightarrow 0} \frac{1}{\Omega} \frac{g_{\omega\Lambda}}{m_\omega^2} \frac{k}{m_\Lambda}.$$

Esta situación debe compararse con el caso *nuclear*, donde se tiene [24],

$$\delta\omega \xrightarrow{k \rightarrow 0} \frac{1}{\Omega} \frac{g_{\omega N}}{m_\omega^2} \frac{k}{m_N^*}.$$

De todos modos, aunque no haya un incremento en la corriente del Λ de valencia, su presencia perturba los campos mesónicos en la forma (III.2.3. 1.1)–(III.2.3. 1.3) y en particular se pierde la simetría esférica. El carozo nuclear no permanece estático ante estas perturbaciones sino que responde modificando las funciones de onda de los nucleones de forma tal que aparece ahora una contribución nucleónica (la cual es *nula* en el sistema no perturbado) a la corriente bariónica total originada como respuesta del carozo a la presencia del Λ . En [24] se calcula esta *contracorriente* perturbativamente en el caso nuclear y en [12] se aplican estas ideas en el caso de los hipernúcleos. El resultado saliente de estos tratamientos es que en materia nuclear las perturbaciones (III.2.3. 1.1)–(III.2.3. 1.3) tienen elementos de matriz no nulos

únicamente entre estados de energía positiva y estados de energía negativa. Se sigue entonces que la contracorriente del carozo es un efecto netamente relativista ³.

La corriente bariónica total es entonces la suma de la corriente del Λ de valencia y la corriente de polarización del carozo nuclear. Siguiendo las ideas expuestas en [12,24] esta corriente bariónica queda, en nuestro caso, de la forma,

$$\mathbf{J}_B = \frac{k}{E_k} \left[1 - \frac{m_\Lambda^{**} g_{\omega\Lambda}}{m_\Lambda g_{\omega N}} \frac{\left(\frac{g_{\omega N}}{m_\omega}\right)^2 \frac{\rho_N}{E_{kF}}}{1 + \left(\frac{g_{\omega N}}{m_\omega}\right)^2 \frac{\rho_N}{E_{kF}}} \right]. \quad (\text{III.2.3. 1.4})$$

III.2.4 La Ecuación de Dirac Fenomenológica

En la subsección anterior vimos cómo, a partir de la Teoría de Campos, es posible motivar los valores de las constantes de acoplamiento escalar y vectorial del hiperón Λ con los campos mesónicos. En lo que sigue no se resuelven las ecuaciones de movimiento acopladas de los campos bariónicos y mesónicos sino que los estados hiperónicos se obtienen en la aproximación de campo medio, con campos mesónicos *estáticos* en el sentido de la fenomenología de Dirac desarrollada en I.3 *conservando* el término tensorial de (I.3.1) y con las constantes de acoplamiento obtenidas a partir de (III.2.1) y (III.2.2. 6). La ecuación a resolver para el Λ es entonces,

$$\left\{ -i\boldsymbol{\alpha}\cdot\nabla + \beta[m_\Lambda + U(r)] + V^0(r) - \frac{f_{\omega\Lambda}}{g_{\omega\Lambda}} \frac{1}{2m_\Lambda} i\beta\boldsymbol{\alpha}\cdot\nabla V^0(r) \right\} \psi_\Lambda = E_\Lambda \psi_\Lambda. \quad (\text{III.2.4.1})$$

La relación entre los potenciales y los campos mesónicos es la siguiente,

$$U(r) = -g_{\sigma\Lambda}\sigma(r), \quad V^0(r) = g_{\omega\Lambda}\omega^0(r).$$

Utilizando la relación (III.2.2. 6) la ecuación para el Λ puede ponerse en la forma (la prima significa derivada respecto de la coordenada radial),

$$\left\{ -i\boldsymbol{\alpha}\cdot\nabla + \beta[m_\Lambda + U(r)] + V^0(r) + \underbrace{\frac{1}{2m_\Lambda} V^{0'}(r) i\beta\boldsymbol{\alpha}\cdot\hat{r}}_{\text{término tensorial}} \right\} \psi_\Lambda = E_\Lambda \psi_\Lambda. \quad (\text{III.2.4.2})$$

Esta es la ecuación que se resuelve en las aplicaciones que siguen, en las cuales se ha tomado una parametrización particular para los potenciales y donde sus valores en el origen se obtienen a partir del mejor ajuste a los datos experimentales.

Antes de pasar a las aplicaciones conviene discutir brevemente las consecuencias de usar la ecuación (III.2.4. 2) para describir los Λ -estados en los hipernúcleos.

³En [12] se sugiere poner en evidencia esta polarización midiendo en hipernúcleos los apartamientos de los momentos magnéticos isoescalares respecto de los valores de Schmidt.

III.2.4. 1 El equivalente Schrödinger

La manera en que el término tensorial en (III.2.4. 2) reduce la interacción spin-órbita se visualiza al trabajar con el *equivalente Schrödinger* (ES) de esta ecuación. Si escribimos al espinor de Dirac solución de (III.2.4. 2) en la forma,

$$\begin{aligned} \psi_{\Lambda}(\mathbf{r}) &= r^{-1} \begin{bmatrix} F_{nlj}(\mathbf{r})\phi_{ljm}^{\kappa}(\hat{\mathbf{r}}) \\ iG_{nlj}(\mathbf{r})\phi_{ljm}^{-\kappa}(\hat{\mathbf{r}}) \end{bmatrix}, \\ \phi_{ljm} &= \sum_{\nu} \langle lm - \nu \frac{1}{2} \nu | jm \rangle Y_{m-\nu}^l \chi_{\nu}, \quad \kappa = (l-j)(2j+1), \end{aligned} \quad (\text{III.2.4. 1.1})$$

y definimos las funciones,

$$\begin{aligned} d(\mathbf{r}) &= -i [V^0(\mathbf{r}) - E_{\Lambda} - U(\mathbf{r}) - m_{\Lambda}], \\ s(\mathbf{r}) &= -i [V^0(\mathbf{r}) - E_{\Lambda} + U(\mathbf{r}) + m_{\Lambda}], \\ ker(\mathbf{r}) &= \frac{d'(\mathbf{r})}{2d(\mathbf{r})} - \frac{3}{4} \left[\frac{d'(\mathbf{r})}{d(\mathbf{r})} \right]^2 - d(\mathbf{r})s(\mathbf{r}), \\ T(\mathbf{r}) &= \frac{1}{2m_{\Lambda}} V^{0'}(\mathbf{r}) \\ F_{nlj}(\mathbf{r}) &= \sqrt{d(\mathbf{r})} R_{nlj}(\mathbf{r}), \end{aligned} \quad (\text{III.2.4. 1.2})$$

puede probarse que la parte radial $R(r)$ de la componente superior de $\psi(\mathbf{r})$ verifica la siguiente ecuación, que se asemeja a la ecuación de Schrödinger,

$$\begin{aligned} R_{nlj}''(\mathbf{r}) + \left\{ ker(\mathbf{r}) - \frac{\kappa}{r} \left[\frac{d'(\mathbf{r})}{d(\mathbf{r})} - 2T(\mathbf{r}) \right] + \frac{d'(\mathbf{r})}{d(\mathbf{r})} T(\mathbf{r}) - T'(\mathbf{r}) \right. \\ \left. - T^2(\mathbf{r}) - \frac{\kappa(\kappa+1)}{r^2} \right\} R_{nlj}(\mathbf{r}) = 0, \end{aligned} \quad (\text{III.2.4. 1.3})$$

en la cual se identifican términos que se comportan como potenciales central $U_c(\mathbf{r})$ y de spin-órbita $U_{so}(\mathbf{r})$,

$$\begin{aligned} U_c(\mathbf{r}) &= \frac{1}{2m_{\Lambda}} \left\{ k^2 - ker(\mathbf{r}) - \frac{1}{r} \left[\frac{d'(\mathbf{r})}{d(\mathbf{r})} - 2T(\mathbf{r}) \right] - \frac{d'(\mathbf{r})}{d(\mathbf{r})} T(\mathbf{r}) + T'(\mathbf{r}) + T^2(\mathbf{r}) \right\}, \\ U_{so}(\mathbf{r}) &= -\frac{1}{2m_{\Lambda}r} \left\{ \frac{d'(\mathbf{r})}{d(\mathbf{r})} - 2T(\mathbf{r}) \right\}. \end{aligned} \quad (\text{III.2.4. 1.4})$$

Atendiendo a las definiciones (III.2.4. 1.2), los potenciales $U_c(\mathbf{r})$ y $U_{so}(\mathbf{r})$ pueden ser escritos en la forma,

$$\begin{aligned} U_c(\mathbf{r}) &= V^0 + U + \left(\frac{U^2 - V^{02}}{2m_{\Lambda}} \right) + B_{\Lambda} \left(\frac{V^0}{m_{\Lambda}} - 1 \right) - \frac{B_{\Lambda}^2}{2m_{\Lambda}} + \\ &\quad \frac{1}{2m_{\Lambda}} \left[\frac{3}{4} \left(\frac{d'}{d} \right)^2 - \frac{d''}{2d} - \frac{1}{r} \left(\frac{d'}{d} - 2T \right) - \frac{d'}{d} T + T' + T^2 \right] + \frac{k^2}{2m_{\Lambda}}, \\ U_{so}(\mathbf{r}) &= -\frac{1}{2m_{\Lambda}r} \left[\frac{U' - V^{0'}}{E_{\Lambda} + m_{\Lambda} + U - V^0} + 2 \frac{V^{0'}}{2m_{\Lambda}} \right], \end{aligned} \quad (\text{III.2.4. 1.5})$$

donde $E_\Lambda^2 - m_\Lambda^2 = 2m_\Lambda B_\Lambda + B_\Lambda^2$. Si en primera aproximación hacemos,

$$E_\Lambda + m_\Lambda + U - V^0 \approx 2m_\Lambda,$$

puede verse como el término tensorial modifica el potencial de spin-órbita. En efecto, al introducir el acople tensorial el potencial de spin-órbita cambia en la forma,

$$U_{so}^{(v)} \longrightarrow U_{so}^{(t)},$$

siendo,

$$\begin{aligned} U_{so}^{(v)} &= -\frac{1}{2m_\Lambda r} \left[\frac{U' - V^{0'}}{2m_\Lambda} \right], \\ U_{so}^{(t)} &= -\frac{1}{2m_\Lambda r} \left[\frac{U' + V^{0'}}{2m_\Lambda} \right]. \end{aligned} \quad (\text{III.2.4. 1.6})$$

Hemos pasado entonces de una situación gobernada por $U - V^0$, donde los dos potenciales se suman coherentemente (recordar que U y V^0 tienen signos opuestos), a una situación regida por $U + V^0$, donde los dos potenciales se cancelan entre sí. En la Fig.III.4 puede verse un ejemplo de como el acople tensorial reduce la intensidad de la interacción spin-órbita en el caso particular del ${}^8_8\text{Y}$.

III.3 Aplicaciones

El modelo desarrollado en III.2 es puesto a prueba en los cálculos de la presente Sección. Primeramente se ajustan las energías de ligadura experimentales de varios hipernúcleos, obteniéndose también predicciones para los desdoblamientos spin-órbita. Luego se estudian los momentos magnéticos y las consecuencias de incorporar, en el marco del modelo, la contracorriente debida a la polarización del carozo. Se predicen también los momentos magnéticos de hipernúcleos con el Λ ocupando distintos orbitales del modelo de capas.

III.3.1 Energías de Ligadura

Se ha elegido ajustar las energías de ligadura B_Λ dadas en la Fig.1 del trabajo de Millener, Dover y Gal (MDG) [18]. La función de onda del Λ es solución de la ecuación (III.2.4. 2). Para el ajuste por cuadrados mínimos hemos considerado diecinueve de los veintiún puntos dados en MDG (dos de ellos están en el continuo y es difícil tratarlos numéricamente). Se resolvió el ecuación de Dirac para cada B_Λ (como dos ecuaciones diferenciales acopladas) utilizando el método de Runge-Kutta de cuarto orden y para el ajuste por cuadrados mínimos utilizamos el algoritmo de Levenberg-Marquardt [10].

III.3.1. 1 Parametrización de los Datos

Para los potenciales que entran en la ecuación de Dirac se tomó una parametrización que sigue una distribución de Fermi,

$$U(r) = U_0 f(r), \quad V^0(r) = V_0^0 f(r),$$

donde,

$$f(r) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{r-R}{a}\right)},$$

de modo que la geometría de los potenciales mesónicos σ y ω es la misma. De acuerdo con [18] fijamos la difusividad en $a = 0.6 \text{ fm}$ debido a que los resultados muestran una sensibilidad muy limitada a variaciones de este parámetro. Dado el acuerdo sustancial con los datos que el cálculo no relativista de [18] obtiene utilizando para el potencial la forma,

$$-V(r) = V_1 f(r) - V_2 f^2(r),$$

con $R = r_0(A)A^{1/3}$, nuestro ajuste se basa en la determinación de las intensidades U_0 y V_0^0 de los potenciales, ambos independientes de A , y del radio efectivo $r_0(A)$. Es interesante notar que una reducción de la ecuación de Dirac a la forma de Pauli produce un potencial de Schrödinger dependiente de la energía cuya dependencia radial recuerda la de $V(r)$ (Fig. III.1). De esta manera, la elección de este conjunto de parámetros no es *ad hoc* sino que está motivada por resultados obtenidos en el caso no relativista. Los resultados de la minimización se muestran en la Tabla III.i. Estos resultados se alcanzaron con $U_0 = -268.5 \text{ MeV}$, $V_0^0 = 238.6 \text{ MeV}$ y un radio efectivo $r_0 = 1.224 - 0.431A^{-2/3} \text{ fm}$. El $\chi^2/g.d.l.$ es 0.58. A continuación discutimos estos resultados desde el punto de vista de la magnitud y de la geometría de los potenciales.

III.3.1. 2 Dependencia en la Profundidad de los Potenciales

Como se puede ver de la Tabla III.i hemos obtenido un excelente ajuste global con potenciales cuyas profundidades son aproximadamente $2/3$ de los valores utilizados en el caso nuclear. Es decir que con los resultados anteriores uno obtendría, para el caso nucleón-núcleo, profundidades del orden de 350 MeV y -400 MeV para las interacciones vectorial y escalar respectivamente. De todas maneras, más importante que las magnitudes de los potenciales es su suma, la cual es del orden de 30 MeV . En efecto, de (III.2.4. 1.5) puede verse que esta suma representa aproximadamente al potencial central en la reducción al caso Pauli-Schrödinger confirmando, de esta manera, lo que ya se conocía para el Λ [18].

Si bien la suma de los potenciales es la que globalmente gobierna el espectro de energías, el sistema es sensible a los valores individuales de cada uno. El origen de esta dependencia debe buscarse en los otros términos presentes en (III.2.4. 1.5). De esta manera, búsquedas iniciadas con profundidades de potenciales mayores que las mostradas en la subsección anterior, sistemáticamente convergían a estos últimos valores. En forma opuesta, cuando la elección inicial era aproximadamente 50 MeV menor que el mejor ajuste, la convergencia se

A	L	J	Energías de Ligadura		desdoblamiento spin-órbita
			Exp.	Este Trabajo	
9	s	1/2	-8.5	-8.7	
11	s	1/2	-10.3	-10.2	
12	s	1/2	-11.0	-10.8	
13	s	1/2	-11.6	-11.4	
16	s	1/2	-13.0	-12.9	
28	s	1/2	-16.5	-16.7	
32	s	1/2	-17.5	-17.5	
89	s	1/2	-22.7	-22.9	
12	p	3/2	0.00	-0.34	
		1/2		-0.2	0.19
13	p	3/2	-1.0	-0.9	
		1/2		-0.6	0.35
16	p	3/2	-2.5	-2.4	
		1/2		-1.7	0.73
28	p	3/2	-7.5	-7.1	
		1/2		-6.3	0.80
32	p	3/2	-8.2	-8.3	
		1/2		-7.5	0.74
40	p	3/2	-11.0	-10.2	
		1/2		-9.6	0.66
89	p	3/2	-16.0	-16.6	
		1/2		-16.3	0.33
40	d	5/2	-1.0	-1.7	
		3/2		-0.8	0.98
51	d	5/2	-4.0	-4.1	
		3/2		-3.1	0.97
89	d	5/2	-9.5	-9.7	
		3/2		-8.9	0.72
89	f	7/2	-3.0	-2.5	
		5/2		-1.6	0.95

Tabla III.i: Energías de ligadura y desdoblamientos spin-órbita para diferentes estados en Λ -hipernúcleos. Las energías están en MeV . Los datos experimentales fueron extraídos de [1], [20], [21] y [22]. La asignación de los datos experimentales al estado $j = l + \frac{1}{2}$ (en principio arbitrario) se justifica *a posteriori* por los pequeños valores calculados para los desdoblamientos spin-órbita.

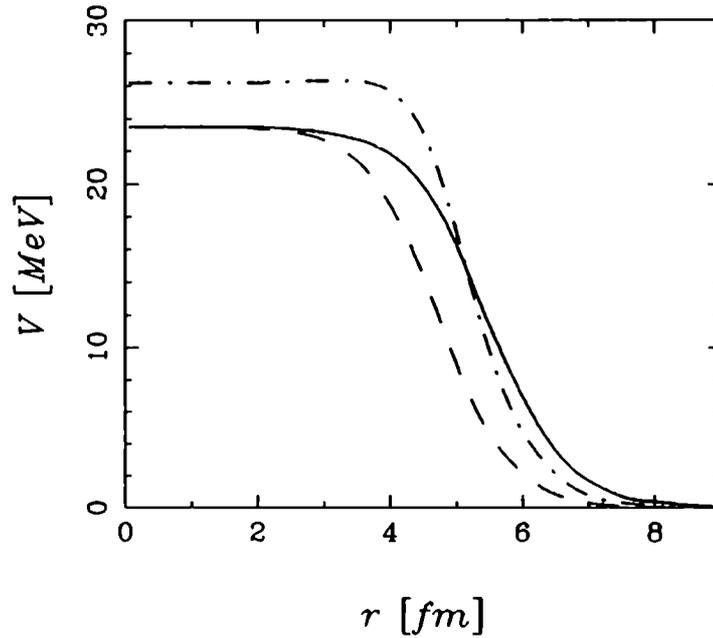


Figura III.1: Se muestra el potencial central U_c equivalente Schrödinger (línea llena) como función de la distancia radial. También se muestra la densidad nuclear (línea de trazos) y el potencial del modelo de capas de [18] (línea de punto y trazo) como se describe en el texto.

alcanzaba esta vez con un $\chi^2/g.d.l. \approx 4 - 5$. Un cálculo realizado con valores iniciales de 90 MeV y -120 MeV produjo el mejor ajuste de todos con un $\chi^2/g.d.l. \approx 0.5$ y profundidades de 72 MeV y -120 MeV para los potenciales vectorial y escalar respectivamente. Aunque este valor de χ^2 es menor que el obtenido para profundidades de potenciales mayores, la diferencia no es estadísticamente significativa y, tal como se dijo en la Introducción, descartamos esta solución debido a la importante rotura de la simetría $SU(3)$ que implica al comparar con el caso nucleón-nucleón. La descripción que emerge de todas las consideraciones anteriores es que hay un mínimo local para intensidades menores que 240 MeV y -270 MeV y un mínimo global en estos valores.

Es interesante notar que, gracias a la validez de la Fenomenología de Dirac en el caso nuclear, la fracción 0.6 para la masa efectiva obtenida para el nucleón se traslada a 0.78 para el Λ , lo cual corresponde a una intensidad escalar de -260 MeV , muy cercana al valor del mejor ajuste obtenido aquí.

III.3.1. 3 Geometría de la Interacción

Una de las observaciones de Millener, Dover y Gal [18] respecto de la interacción Λ -núcleo es que el radio medio $R_{1/2}$ del potencial es mayor (dependiendo de A) que el radio de carga. Un efecto similar aparece en nuestros cálculos. Con el objeto de comparar con nuestros resultados utilizamos el potencial $U_c(r)$ definido en (III.2.4. 1.5) y con las definiciones de

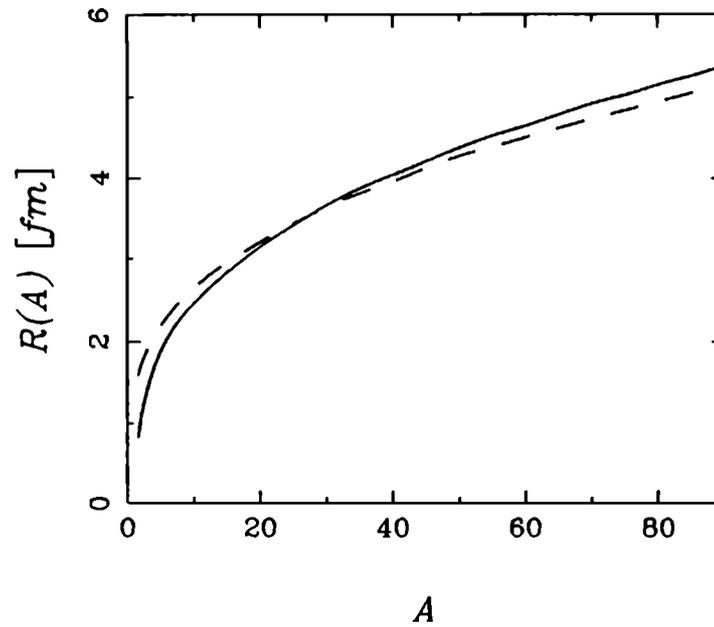


Figura III.2: El radio del potencial en función del número másico. La línea sólida corresponde a las fuentes de los mesones σ y ω que resulta de nuestros ajustes. La línea de trazos es el radio del potencial calculado en [18] y que se muestra en la figura anterior.

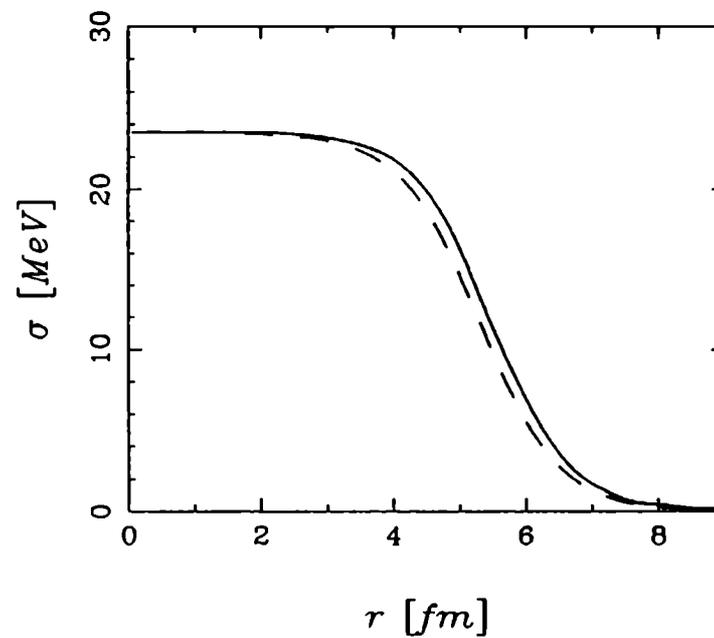


Figura III.3: Se compara potencial central equivalente Schrödinger U_c (línea llena) con la distribución del mesón σ en función del radio (línea de trazos).

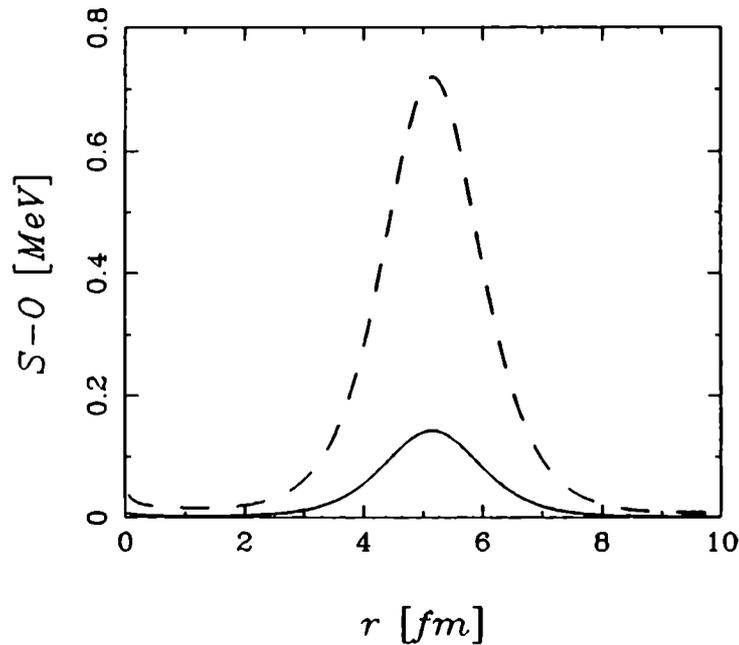


Figura III.4: Se compara la distribución radial del potencial de spin-órbita dado por (III.2.4.1.3) en el texto (línea sólida) con la misma distribución sin incluir el acoplamiento tensorial con el mesón ω (línea de trazos).

(III.2.4. 1.2).

El potencial U_c se muestra en la Fig.III.1 (línea llena) junto con la densidad nuclear (línea de puntos) la cual está representada por la distribución de Fermi,

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + \exp\left(\frac{r-c}{a}\right)},$$

con $c = 1.08 A^{1/3} fm$ y $a = 0.54 fm$ para el ^{89}Y . La densidad se normaliza al valor del potencial en el origen con el objeto de comparar la dependencia radial. También se muestra en la misma figura el potencial no relativista obtenido en [18] (MDG) ajustando un potencial con un término no lineal en la densidad. Ambos potenciales, el de MDG y el nuestro, dan un radio medio $R_{1/2}$ mayor que el de la densidad de carga y están cerca uno del otro. La dependencia en A de $R_{1/2}$ es ligeramente diferente en ambos casos, $r_0 = 1.224 - 0.431 A^{-2/3} fm$ en nuestro caso contra $r_0 = 1.144 - 1.276 A^{-2/3} fm$ en MDG. Ambos r_0 se comparan en la Fig.III.2.

Cálculos relativistas para el ajuste de las energías de ligadura de nucleones en el sector no extraño del ^{12}C [19] también exhiben diferencias entre los radios medios de la densidad de carga y del potencial U_c . En este caso hay una diferencia de $0.3 fm$ entre ellos. Este efecto puede ser entendido de la siguiente manera: el segundo término de U_c en (III.2.4. 1.5), $(U^2 - V^{02})/2m$, el cual es positivo, provee un mecanismo por el cual el radio medio del potencial excede el de la densidad nuclear (ver Eq.(12) en [18]), de esta manera el potencial U_c tiene un radio medio mayor que cualquiera de los potenciales mesónicos escalar ó vectorial.

Aunque este efecto esta en la dirección correcta no es suficiente para el problema del Λ -núcleo. Con propósitos ilustrativos en la Fig.III.3 comparamos el potencial central U_c con la distribución del mesón σ . Puede verse que son muy similares, de esta manera el paso de los potenciales mesónicos al potencial equivalente Schrödinger U_c no explica el importante efecto visto en la Fig.III.1.

En la III.2.4.1 se discutió la manera en que el término tensorial de (III.2.4. 2) reduce la interacción spin-órbita. En la Fig.III.4 se muestra el potencial de spin-órbita para el ${}^{80}_{\Lambda}\text{Y}$ como función del radio. Desafortunadamente la información experimental disponible hasta el momento no es suficiente para determinar si los desdoblamientos de spin-órbita mostrados en la Tabla III.i son los correctos. Mejores datos nos permitirán discriminar, por ejemplo, entre los diferentes conjuntos de profundidades de los potenciales escalares y vectoriales que hasta el presente parecen reproducir correctamente el espectro del Λ en el hipernúcleo. De todas maneras los valores dados en la Tabla III.i están dentro de las cotas superiores dados por los experimentos [20].

III.3.2 Momentos Magnéticos

Ahora examinaremos las consecuencias que la estructura del Lagrangeano (III.2.2. 7) tiene en la determinación de los momentos magnéticos de un sistema de nucleones al cual se le agrega una partícula Λ [14].

Aplicando las ideas expuestas en [12,24] a la descripción de los hipernúcleos desarrollada en III.2 se obtiene la siguiente expresión para el operador contracorriente electromagnética del carozo, deducida para materia nuclear y que aplicamos aquí en la aproximación de densidad local,

$$\mathbf{J}_{\text{carozo}}^{el} = -\frac{1}{2} \frac{g_{\omega\Lambda}}{g_{\omega N}} \left[1 + \left(\frac{m_{\omega}}{g_{\omega\Lambda}} \right)^2 \frac{E_{k_F}^* N}{\rho_n(\mathbf{x})} \right]^{-1} \frac{\nabla}{im_{\Lambda}}. \quad (\text{III.3.2. 1})$$

Debido a que el Λ es una partícula neutra contribuye a la corriente electromagnética únicamente a través de su momento anómalo,

$$\mathbf{J}_{\Lambda}^{el} = \frac{\mu_{\Lambda}}{2m_N} \nabla \times \sigma, \quad (\text{III.3.2. 2})$$

y obtenemos de esta manera el operador corriente electromagnética total,

$$\mathbf{J}^{el} = \mathbf{J}_{\text{carozo}}^{el} + \mathbf{J}_{\Lambda}^{el}. \quad (\text{III.3.2. 3})$$

Utilizamos para el momento magnético la siguiente expresión [25],

$$\begin{aligned} \mu &= \lim_{q \rightarrow 0} \frac{2m_N}{iq} \langle \bar{\psi}_{\Lambda \uparrow} | e^{-iqy} \mathbf{J}^{el}(0) | \psi_{\Lambda \uparrow} \rangle, \\ &= \mu_{\Lambda} + \mu_c \end{aligned} \quad (\text{III.3.2. 4})$$

donde se han tomado $\sigma \parallel \hat{z}$, $q \parallel \hat{y}$ y la expresión (III.3.2. 3) para J^z . Cada término de (III.3.2. 4) está generado por los términos correspondientes (III.3.2. 1) y (III.3.2. 2) y las expresiones para estas contribuciones son,

$$\mu_\Lambda = -2\mu_\Lambda j \operatorname{sg}(\kappa) \int \left(\frac{F_{nlj}^2(r)}{2l_\kappa + 1} + \frac{G_{nlj}^2(r)}{2l_{-\kappa} + 1} \right) r^2 dr, \quad (\text{III.3.2. 5})$$

$$\begin{aligned} \mu_c &= \frac{j}{2} \int (F_{nlj}^2(r) - G_{nlj}^2(r)) B_c(r) r^2 dr \\ &\quad - \operatorname{sg}(\kappa) \frac{j}{2} \int \left(\frac{F_{nlj}^2(r)}{2l_\kappa + 1} + \frac{G_{nlj}^2(r)}{2l_{-\kappa} + 1} \right) B_c(r) r^2 dr, \end{aligned} \quad (\text{III.3.2. 6})$$

donde j es el momento angular total del orbital del Λ y $\kappa = (l - j)(2j + 1)$. También se tiene,

$$l_\kappa = \begin{cases} \kappa & \text{si } \kappa > 0 \\ -(\kappa + 1) & \text{si } \kappa < 0 \end{cases},$$

y la función $B_c(r)$ está dada por,

$$B_c(r) = \frac{g_{\omega\Lambda} m_N}{g_{\omega N} m_\Lambda} \left[1 + \left(\frac{m_\omega}{g_{\omega\Lambda}} \right)^2 \frac{E_{k_F}^{\omega N}}{\rho_N(r)} \right]^{-1}$$

Para los cálculos presentados aquí la función de onda del Λ es la (III.2.4. 1.1) y se obtuvo de la misma manera que en III.3.1 para el cálculo de la energías de ligadura de los Λ -hipernúcleos.

En la Tabla III.ii se presentan los resultados para los momentos magnéticos de los hipernúcleos ${}_\Lambda^{13}\text{C}$, ${}_\Lambda^{17}\text{O}$, ${}_\Lambda^{41}\text{Ca}$ y ${}_\Lambda^{91}\text{Zr}$. También se incluyen los valores de Schmidt no relativistas para comparar. Primero debe notarse que, para la Λ en un estado s , la contracorriente es prácticamente nula y el momento magnético resultante se vuelve muy cercano al de Schmidt. Esto puede entenderse de la siguiente manera. La estructura de las ecuaciones (III.3.2. 5) y (III.3.2. 6) muestra que en los estados s ($\kappa = -1$, $l_\kappa = 0$ y $l_{-\kappa} = 1$) existe una cancelación entre dos términos proporcionales a los cuadrados de las componentes superiores de la función de onda, quedando sólo una contribución debida a la componente inferior, la cual es pequeña para estados de energía positiva. Esta cancelación se debe al hecho de que con toda la dependencia en spin eliminada y con el Λ moviéndose en un estado esféricamente simétrico, no hay una dirección preferencial en el espacio y, por lo tanto, no hay contribución debida a la contracorriente del carozo. Estos resultados son diferentes de aquéllos presentados en [12] y [13] (ver Tabla III.ii), y son consecuencia directa del acoplamiento $\Lambda - \omega$ que utilizamos. Debido a que las mediciones experimentales involucrarán hipernúcleos con el Λ orbitando en el estado s más bajo es posible que la ausencia de importantes desviaciones de los valores de Schmidt no impliquen una falla del tratamiento relativista. Por el contrario, debido a que las ideas adoptadas aquí han sido capaces de poner al modelo $\sigma - \omega$ sobre un fundamento más sólido al tener en cuenta su extensión a los hiperones Λ , el no encontrar divergencias entre los datos y los cálculos indicaría un éxito y no un fracaso del modelo.

Estado de Λ		<i>Momentos Magnéticos</i>			
		$^{13}_{\Lambda}\text{C}$	$^{17}_{\Lambda}\text{O}$	$^{41}_{\Lambda}\text{Ca}$	$^{91}_{\Lambda}\text{Zr}$
$1s_{1/2}$	Ref.[12]	-0.650	-0.648	-0.665	-0.676
	Ref.[13]	-0.658	-0.643	-0.656	-0.658
	Schmidt	-0.613	-0.613	-0.613	-0.613
	Este trabajo	-0.611	-0.611	-0.611	-0.612
	μ_{Λ}	-0.611	-0.611	-0.611	-0.612
	μ_c	1.6×10^{-3}	1.7×10^{-3}	2.0×10^{-3}	1.6×10^{-3}
	$1p_{3/2}$	Ref.[12]	-0.633	-0.644	-0.690
Ref.[13]				-0.689	-0.709
Schmidt		-0.613	-0.613	-0.613	-0.613
Este trabajo		-0.647	-0.655	-0.684	-0.700
μ_{Λ}		-0.612	-0.612	-0.611	-0.612
μ_c		-0.035	-0.044	-0.073	-0.089
$1p_{1/2}$		Ref.[12]	0.190	0.179	0.163
	Ref.[13]			0.165	0.155
	Schmidt	0.204	0.204	0.204	0.204
	Este trabajo	0.187	0.180	0.158	0.147
	μ_{Λ}	0.206	0.206	0.207	0.207
	μ_c	-0.019	-0.026	-0.049	-0.060
	$1d_{5/2}$	Ref.[12]	-0.616	-0.616	-0.681
Ref.[13]				-0.685	-0.731
Schmidt		-0.613	-0.613	-0.613	-0.613
Este trabajo				-0.709	-0.768
μ_{Λ}				-0.612	-0.612
μ_c				-0.097	-0.157

Tabla III.ii: Momentos magnéticos de Λ -hipernúcleos en unidades del magnetón de Bohr. Los espacios en blanco en nuestros resultados corresponden a estados no ligados. Los datos tomados de [13] corresponden al caso en el cual se utiliza el conjunto de parámetros L2 (los valores ausentes en la Tabla no se reportan en la citada referencia).

Incluimos también en la Tabla III.ii resultados para los momentos magnéticos de hipernúcleos con el Λ ocupando orbitales más altos. Es interesante notar en este caso que, independientemente de la estructura de la contracorriente, los momentos magnéticos de [12] y [13] y el nuestro son muy próximos. Esto es de esperarse debido a que las corrientes en los tres casos son similares y solamente sus particulares estructuras de spin hacen que sean diferentes las contribuciones para los estados s .

III.4 Conclusiones

En esta Parte se han explorado las consecuencias de una extensión del modelo $\sigma - \omega$ la cual, a través de la inclusión en el lagrangeano de un acople tensorial entre el mesón vectorial y el campo hiperónico, contempla la fenomenología de los Λ -hipernúcleos.

La sistemática de las energías de ligadura muestra que las magnitudes predichas en [9] para los potenciales escalar y vectorial reproducen los datos experimentales. Con otros conjuntos de valores para los potenciales se obtienen buenos ajustes y no pueden ser descartados en base a sus χ^2 . Es posible que con una mejora en la resolución de las energías experimentales podamos descartarlos. Hemos hecho notar que nuestro conjunto de parámetros de mejor ajuste representa un límite superior para la intensidad de los potenciales. Es más, mediciones de separaciones spin-órbita menores que los reportados en la Tabla III.i favorecerían menores valores de los potenciales.

Respecto de los momentos magnéticos encontramos que el cambio en el acople del Λ introduce una modificación en la estructura del sector hiperónico de la corriente bariónica. Este cambio tiene también implicaciones sobre la estructura de la contracorriente en núcleos finitos. Se manifiesta más dramáticamente en aquellos casos en los que el Λ ocupa un estado s , los cuales son precisamente los más adecuados para medir experimentalmente. Nuestros resultados indican que, en el caso en que no se observen grandes desviaciones experimentales respecto de los valores de Schmidt, esto puede tomarse como una señal de éxito y no como un fracaso de la descripción relativista.

El modelo resulta promisorio y quedan por investigar otros aspectos. En particular la descomposición de Gordon generalizada, la cual es inédita y se ha utilizado para motivar la elección de la constante de acoplamiento vectorial, predice un acoplamiento altamente no lineal entre los campos hiperónico y mesónicos en materia nuclear (ver (III.2.2. 7)). Estos acoplamientos de segundo orden no han sido tenidos en cuenta en esta Parte (recientemente han aparecido trabajos que utilizan acoples no lineales entre los campos bariónicos y mesónicos del tipo propuesto en (III.2.2. 7), tanto en materia nuclear [26] como en materia extraña [27]). Una segunda etapa se impone entonces y es estudiar en que forma estos acoplamientos de mayor orden modifican los resultados presentados aquí. En particular interesa obtener una ecuación de estado para materia extraña con este formalismo, problema que resulta de interés en astrofísica.

Referencias

- [1] J. Cohen, reprint from: *Prog. in Part. and Nucl. Phys.*, vol. 25, (Pergamon Press, 1990)139.
- [2] R. E. Chrien, *Nucl. Phys.* **A478**, (1988)705c.
- [3] H. Bandō, *Nucl. Phys.* **A478**, (1988)697c.
- [4] C. B. Dover, L. Ludeking and G. E. Walker, *Phys. Rev.* **C22**, (1980)2073.
- [5] H. Bandō and T. Motoba, *Prog. Theor. Phys.* **76**, (1986)1321.
- [6] R. Brockman and W. Weise, *Phys. Lett.* **B69**, (1977) 2700.
- [7] J. V. Noble, *Phys. Lett.* **B89**, (1980)325.
- [8] C. B. Dover and A. Gal, *Progress in Particle and Nuclear Physics*, vol. 12, ed. D. Wilkinson, Pergamon Press, Oxford, p. 171.
- [9] B. K. Jennings, *Phys. Lett.* **B246**, (1990)345.
- [10] M. Chiapparini, A. O. Gattone and B. K. Jennigs, *Nucl. Phys.* **A529**, (1991)589.
- [11] T. Yamazaki, *Phys. Lett.* **B160**, (1985)227.
- [12] J. Cohen and R. J. Furnstahl, *Phys. Rev.* **C35**, (1987)2231.
- [13] J. Mareš and J. Žofka, Saclay preprint IPNO/TH 90-47, y enviada a *Phys. Lett. B*.
- [14] A. O. Gattone, M. Chiapparini and E. Izquierdo, *Phys. Rev.* **C44**, (1991)548.
- [15] F. Close, *Introduction to quarks and partons*, Academic Press, 1979.
- [16] J. D. Walecka, *Ann. of Phys.* **83**, (1974)491.
- [17] J. D. Bjorken and S. D. Drell, *Relativistic Quantum Mechanics*, (McGraw-Hill, New York, 1965).
- [18] D. J. Millener, C. B. Dover and A. Gal, *Phys. Rev.* **C38**, (1988)2700.
- [19] A. Ramos y E. van Meijgaard, comunicación privada.
- [20] R. E. Chrien *et al.*, *Phys. Lett.* **B89**, (1979)31; W. Brückner *et al.*, *Phys. Lett.* **B79**, (1978)157.
- [21] C. Milner *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **54**, (1985)1237.
- [22] R. Bertini *et al.*, *Phys. Lett.* **B83**, (1979)306.

- [23] R. Bertini *et al.*, Nucl. Phys. A360, (1981)315.
- [24] R. J. Furnstahl and B. D. Serot, Nucl. Phys. A468, (1987)539.
- [25] A. O. Gattone, W-Y. P. Hwang and B. Goulard, Phys. Rev. C31, (1985)1430.
- [26] J. Zimanyi and S. A. Moszkowski, Phys. Rev. C43, (1990)1416.
- [27] M. Barranco, R. J. Lombardi, S. Marcos and S. A. Moszkowski, Phys. Rev. C44, (1991)178.