

Tesis de Posgrado

Estudio de las aberraciones de espectrógrafos con redes planas

Fantino, Angela Nélica

1990

Tesis presentada para obtener el grado de Doctor en Ciencias Físicas de la Universidad de Buenos Aires

Este documento forma parte de la colección de tesis doctorales y de maestría de la Biblioteca Central Dr. Luis Federico Leloir, disponible en digital.bl.fcen.uba.ar. Su utilización debe ser acompañada por la cita bibliográfica con reconocimiento de la fuente.

This document is part of the doctoral theses collection of the Central Library Dr. Luis Federico Leloir, available in digital.bl.fcen.uba.ar. It should be used accompanied by the corresponding citation acknowledging the source.

Cita tipo APA:

Fantino, Angela Nélica. (1990). Estudio de las aberraciones de espectrógrafos con redes planas. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires.
http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis_2327_Fantino.pdf

Cita tipo Chicago:

Fantino, Angela Nélica. "Estudio de las aberraciones de espectrógrafos con redes planas". Tesis de Doctor. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires. 1990.
http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis_2327_Fantino.pdf

Registro N.º 10234

10234

UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

Departamento de Física - Laboratorio de Optica

ESTUDIO DE LAS ABERRACIONES DE ESPECTROGRAFOS
CON REDES PLANAS

por *Angela Nélica Fantino*

Director de Tesis: Prof. Dr. Juan M. Simon

TESIS PRESENTADA PARA OPTAR AL TITULO DE DOCTORA EN
CIENCIAS FISICAS

1990

*2327
ef. 2-*

Barbara

"Gracias a la vida que me ha dado tanto
me dió el corazón que agita su marco
cuando veo el fruto del cerebro humano
cuando veo el bueno tan lejos del malo.

(Gracias a la vida - Violeta Parra)

AGRADECIMIENTOS

Quiero comenzar estos agradecimientos por la persona de Hans que ha sido para mí un verdadero "Maestro", no sólo durante este trabajo sino también en los comienzos de mi carrera cuando realizaba mi seminario. Y desearía que este agradecimiento sea una proyección al futuro porque sé que aún tiene mucho que enseñarme.

A Mirta Gil le agradezco su contribución en las discusiones acerca de la extensión del diagrama, pero fundamentalmente le agradezco su paciencia durante las mismas.

A Marta Pedernera (aunque se enoje) no sólo le agradezco que haya realizado los dibujos que integran esta tesis, sino que los haya hecho con el cariño y el interés que puso de manifiesto.

A todo el Grupo Humano del Laboratorio de Óptica les agradezco las discusiones, el apoyo y el interés en mi trabajo, aún cuando mi tema fuese muy diferente al de todos ellos. En especial quiero mencionar a Vera, a Verónica, a Silvia, a Claudio y a Ricardo porque fueron "amigos" de ley y me soportaron en estos largos cinco años.

A toda la gente de Departamento de Física, y en especial a Milagros y a Susi, porque con sus afectos hicieron más

fácil mi tarea, y a quienes me acompañaron en la docencia por aliviar y hacer más ameno mi trabajo.

Y no por últimos son menos importantes mis familiares que siempre me rodearon de afectos y confianza, en especial a Bárbara, mi hija de nueve años, que me dijo: "mamá agradeceme porque yo no sólo te "banco" todos los días, también te hago el desayuno". Gracias "Gordita", sin vos nada sería lo mismo.

No puedo concluir estos agradecimientos sin mencionar el recuerdo de Alfredo con quien aprendí que la felicidad es una forma de vida.

Este trabajo fue realizado con el apoyo del CONICET y subsidio de la Universidad de Buenos Aires.

INDICE

Capítulo I

Introducción.	3
-----------------------	---

Capítulo II

Diagrama de placas. Antecedentes.	8
II.1. Sistemas ópticos centrados.	9
II.2. Sistemas fuera de eje	20
II.3. Monocromadores.	28

Capítulo III

Extensión del diagrama de placas. Espectrógrafos. . .	44
III.1. Estudio preliminar comparativo de los espectrógrafos con configuraciones Z y U . . .	49
III.2. Expresiones analíticas	65
III.3. Aplicación del diagrama de placas al diseño	

de un espectrógrafo Czerny-Turner de amplio rango espectral.	70
III.4. Parámetros y evaluación del diseño propuesto .	80

Capítulo IV

Relación de los senos	85
IV.1. Demostración energética de la relación de los senos.	89
IV.2. Extensión de la relación de los senos	93
IV.3. Aplicación: red plana reflectora.	103

Capítulo V

Conclusiones:	109
Referencias.	113

B

El diseño de instrumental óptico ha traído aparejado el desarrollo de métodos analíticos que permitan tanto la obtención de los parámetros como la evaluación de las aberraciones de los diferentes sistemas.

Si bien es cierto que en la actualidad la utilización de programas numéricos de optimización facilitan y agilizan la tarea del diseñador, no es menos cierto que los métodos analíticos aproximados no han perdido vigencia, ya que nos permiten obtener diseños que se encuentren en una buena zona de solución y a partir de los cuales se pueda proceder a su optimización. Notemos que si el diseño de partida no se encontrase en una zona de solución adecuada podría ocurrir que el diseño óptimo encontrado por la computadora no fuese tal, sino que sólo correspondiese a un "óptimo relativo".

En este trabajo nuestra atención se centrará exclusivamente en el análisis de las aberraciones de sistemas espectrográficos reflectores, que incluyan redes planas. Por tal motivo hemos considerado aquellos métodos que fueron empleados hasta la fecha para el estudio de las aberraciones de los monocromadores de similares características, incluso algunos de ellos (como el de la función camino óptico^{[1],[2]}) han sido usados en el análisis de espectrógrafos; no obstante ello hemos considerado que el método del Diagrama de Placas desarrollado por Burch^[3] para sistemas centrados, extendido por Simon^[4] para sistemas fuera de eje, y por Simon y

Gil^{(5),(6)} para incluir la curvatura de campo y la distorsión, era el que presentaba mayores ventajas a causa de su simplicidad y de la claridad con que pone en evidencia la influencia que tienen los diferentes parámetros en la calidad de las imágenes del sistema diseñado. De hecho, la Tesis Doctoral de la Dra. Gil⁽⁷⁾ ha provisto el estudio comparativo de los diferentes monocromadores^{(8),(9)} con red plana e incluso ha permitido la obtención de un nuevo diseño⁽¹⁰⁾ cuya superioridad es evidente. Por lo que hemos considerado de interés hacer una nueva extensión, de forma tal que el método resulte aplicable al análisis de los espectrógrafos, como lo fuera con los monocromadores.

Por otra parte el cálculo de las aberraciones de un sistema requiere el conocimiento de las coordenadas sobre la pupila de salida como función de las coordenadas sobre la pupila de entrada, del objeto y de la imagen. En el caso de los sistemas con simetría esta relación surge en forma inmediata de las relaciones de los senos, pero cuando el sistema carece de tal simetría, como ocurre con los espectrógrafos que nos interesan debido a la presencia de redes de difracción, las relaciones de los senos dejan de ser válidas (lo mismo ocurriría si fuesen prismas fuera del plano), ya que las coordenadas sobre la salida son una combinación lineal de las coordenadas sobre la entrada. Pero, dado que la forma bidimensional de la relación de los senos

deducida por razonamientos termodinámicos y formada por una única ecuación, no depende de la simetría del sistema óptico, hemos considerado la posibilidad de su extensión en una expresión que resultara de utilidad práctica para el cálculo de aberraciones. Obtuvimos así la ecuación matricial de la relación de los senos, o su equivalente, dos ecuaciones unidimensionales que son válidas para todo sistema óptico lineal, con o sin simetría, y para cualquier punto objeto. Estas nuevas expresiones nos dan las coordenadas sobre la pupila de salida como función de los datos para un sistema óptico arbitrario. Cabe sin embargo mencionar que la función que relaciona las coordenadas de pupila de salida con las otras variables, para el caso de una única red ya estaba resuelto por Gil y Simon^[11] por un procedimiento totalmente diferente y que nuestro resultado concuerda exactamente con él.

Con el objeto de facilitar la comprensión de los tratamientos ulteriores, en el Capítulo II comenzamos con una revisión del método del diagrama de placas en su estadio previo al presente trabajo.

El Capítulo III comienza con la extensión del método^[12], para continuar luego con el estudio preliminar comparativo de los espectrógrafos con configuraciones Z y U . Este estudio preliminar nos muestra que el único diseño con el que pueden obtenerse imágenes constantes sobre todo el rango visible es

una variante del Czerny-Turner (no estudiada en la bibliografía), en la cual la red se coloca de tal forma que las distancias red-espejos coincidan con sus respectivos radios de curvatura. Las aparentes bondades de este sistema nos llevó a diseñarlo en forma completa^[13], fijando de este modo los adecuados ángulos de extra-axialidad como así también la orientación de la red. Mostramos entonces que los resultados que predice el diagrama de placas concuerdan con los que se obtienen por trazado de rayos, que es un método de evaluación exacto.

En el Capítulo IV recordamos en primer lugar la deducción termodinámica de la relación de los senos^[14], ya que esta deducción nos indujo a pensar en la existencia de una forma alternativa y general de la relación de los senos, independiente de la simetría del sistema. A continuación presentamos nuestra extensión^[15] y la aplicamos al caso en el cual el sistema óptico está constituido por una única red plana, verificando que nuestros resultados coinciden con los ya obtenidos por Gil y Simon^[11].

Y por último en el Capítulo V exponemos nuestras conclusiones acerca del trabajo en forma sucinta.

CAPITULO II

DIAGRAMA DE PLACAS ANTECEDENTES

El diagrama de placas para sistemas ópticos centrados fue desarrollado por Burch en 1942⁽³⁾. Posteriormente, en 1973, fue extendido por Simon⁽⁴⁾ para su aplicación a sistemas fuera de eje y para el cálculo de las aberraciones de nitidez (aberración esférica, coma y astigmatismo). El análisis de la distorsión del sistema de referencia fue hecho por Simon y Gil en 1978⁽⁵⁾ y el de la curvatura de campo, en términos de las variables que describen el diagrama lo hicieron los mismos autores en 1983⁽⁶⁾.

Asimismo, Gil y Simon aplicaron el método al estudio de los monocromadores^{(8),(9)}, y en este trabajo haremos las modificaciones necesarias para usarlo en el análisis de los espectrógrafos.

En este capítulo veremos el método en su estadio previo al presente trabajo, y en el capítulo siguiente mostraremos nuestros aportes al mismo.

II.1. - Sistemas ópticos centrados

El método de Burch tiene su origen en la cámara diseñada por Schmidt en 1932⁽¹⁶⁾, consistente en un espejo esférico en cuyo centro de curvatura se coloca una placa correctora cuasiplana. La función de la placa es introducir una

diferencia de caminos ópticos, en los rayos provenientes de un objeto en el infinito, tal que la imagen de un objeto puntual sea también puntual. Sabemos que si el objeto en el infinito es axial, un espejo parabólico da imagen perfecta de él, pero al apartarlo del eje desaparece la simetría necesaria y tienen lugar las aberraciones. Por otra parte, si el espejo es esférico, con la pupila en su centro de curvatura, existe simetría, pero la presencia de aberración esférica hace que la imagen no sea puntual. Uniendo ambos hechos, si en el centro de curvatura del espejo esférico se coloca una placa cuyo espesor varía en forma tal que la diferencia de caminos ópticos que introduce es igual a la diferencia de caminos que se produce entre la reflexión en el espejo parabólico y en el esférico, para un objeto axial en infinito, entonces, cualquiera sea el objeto, axial o no, la imagen será perfecta (al menos a tercer orden). Es decir, la cámara de Schmidt no tiene aberraciones de nitidez. Sin embargo, notemos que sí presenta curvatura de campo, ya que la superficie de focalización corresponde a una esfera concéntrica con el espejo, cuyo radio de curvatura es la mitad del radio de curvatura del espejo. En cuanto a la distorsión, ésta dependerá de la posición de la pupila^[17].

Si el objeto a considerar no se encontrase en el infinito, sino a distancia finita sobre el eje, los espejos

que de él dan imagen perfecta son el elíptico y el hiperbólico, en el primer caso objeto e imagen serían ambos reales o ambos virtuales, mientras que en el segundo si el objeto es real la imagen es virtual y viceversa. Pero, al apartar del eje al objeto, las aberraciones se tornan importantes. Luego, es posible definir una cámara análoga a la de Schmidt, pero donde las placas correctoras tengan en cuenta la diferencia entre el espejo "perfecto" y el esférico⁽¹⁷⁾.

A partir de la diferencia de caminos ópticos entre el frente ideal y el real se define la "intensidad de la placa: Γ ", como al término que multiplica a r^4 ⁽¹⁷⁾, y tal que $r^2 = (x^2 + y^2)$ es el punto en que el rayo intersecta la placa, medido desde el rayo principal. Por ejemplo en el caso de un espejo esférico, con objeto en infinito $\Gamma = 1 / 4 R^3$, donde R es el radio de curvatura del espejo. Por convención, el signo de Γ es negativo, si la placa introduce un adelanto y es positivo si se produce un retardo.

Luego, si se quieren analizar las aberraciones de un espejo de forma arbitraria se lo puede simular por un sistema equivalente formado por una cámara Schmidt, de igual distancia focal que el espejo en cuestión, a la que se agregan dos placas, una en el centro de curvatura (llamada antiplaca) que compensa exactamente a la placa Schmidt, y

otra, que llamaremos "de forma", en la posición del espejo y que tiene en cuenta su asfericidad. De donde, las aberraciones de nitidez del espejo en estudio se pueden obtener como la suma de las aberraciones de nitidez de estas dos placas, ya que el sistema de referencia (cámara Schmidt) es libre de ellas. Esta es entonces la base del diagrama de placas.

Luego, un sistema centrado arbitrario puede ser representado por un conjunto de cámaras Schmidt, más un conjunto de placas, formado por:

- a) las antiplacas colocadas en los centros de curvatura de las cámaras,
- b) las placas de forma, en la posición de los espejos,
- c) y por último las placas reales que formen parte del sistema original.

Es importante mencionar, que el diagrama debe construirse en un espacio donde los haces están colimados, ya sea éste el espacio objeto, el espacio imagen, o alguno intermedio, porque es allí donde podemos considerar que las aberraciones del frente debidas, por una parte, a las inclinaciones de los rayos respecto de las placas, y por otra a la deformación del frente al propagarse, son de orden quinto o superior⁽⁷⁾, y por ende despreciables en un análisis a tercer orden. Luego, si alguna de ellas estuviere en un

espacio distinto al del diagrama, se trabajará con su imagen gaussiana en dicho espacio (tanto en el cálculo de la posición como en el del tamaño), y la intensidad de la placa (Γ) será tal que produzca, para cada rayo, la misma diferencia de caminos ópticos que produciría en su posición original. Notemos, de paso, que alguna de las placas (por ser ficticias) podría hallarse en alguna posición inaccesible a la luz, y este problema se subsana al construir el diagrama en el espacio de los haces colimados.

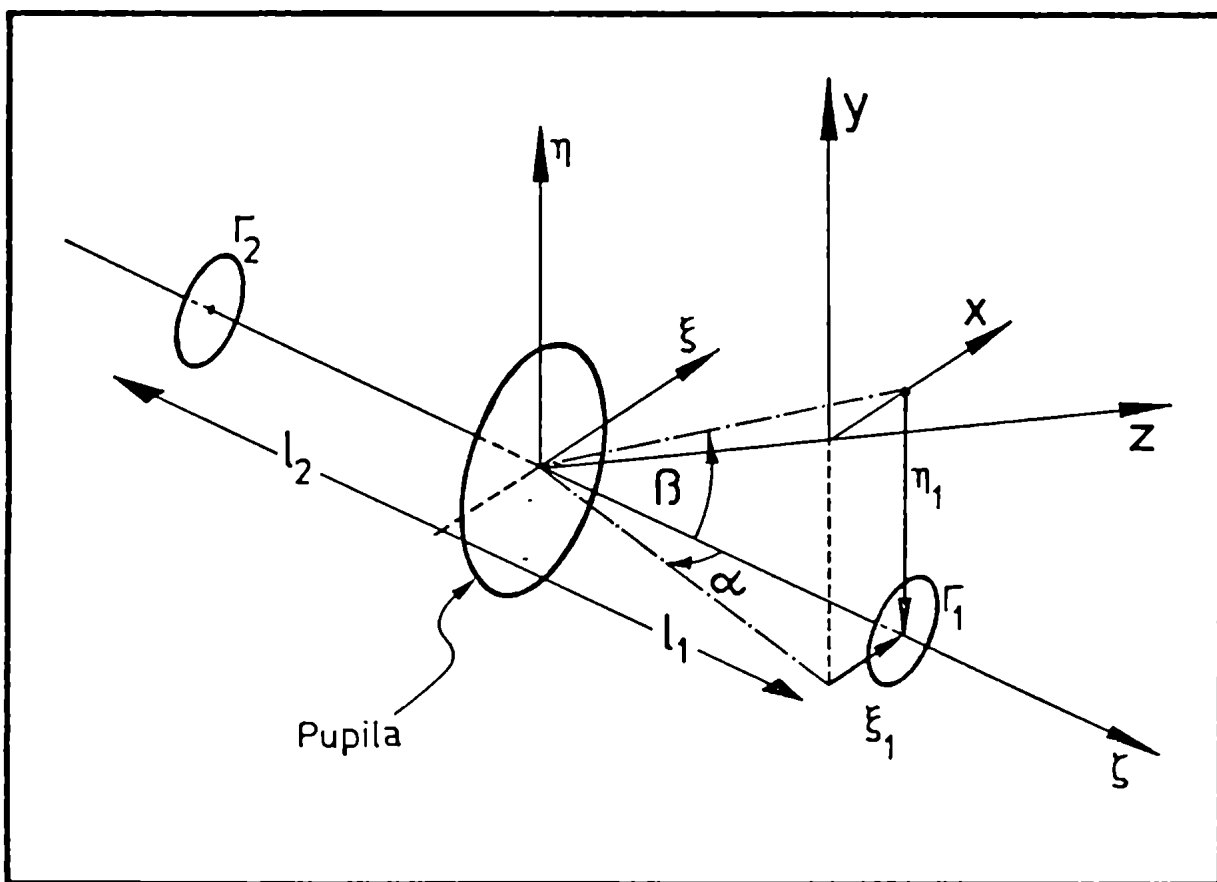


Figura: 2.1

La figura 2.1 representa el diagrama de un sistema arbitrario, donde:

- Γ_i : representan las intensidades de las placas.
- ζ : es el eje del diagrama, que une el centro de la pupila con el centro del campo.
- (ξ, η) : sistema de coordenadas sobre la pupila perpendicular a ζ .
- z : dirección del rayo principal.
- (x, y) : sistema de coordenadas paralelo a (ξ, η) , con origen sobre el eje z .
- α : ángulo que forma la proyección de z sobre el plano $\xi\zeta$, con el eje ζ .
- β : ángulo que forma la proyección de z sobre el plano $\eta\zeta$, con el eje ζ .
- l_i : posiciones de las placas sobre el eje ζ .
- (ξ_i, η_i) : centro de las placas medidos desde el eje z , tal que:

$$\begin{aligned} \xi_i &= -\alpha l_i \\ \eta_i &= -\beta l_i \end{aligned} \quad [2.1]$$

La expresión para la deformación del frente de ondas es^[17]:

$$\Phi = \sum_i \Gamma_i [(x - \xi_i)^2 + (y - \eta_i)^2]^2 \quad [2.2]$$

y, desarrollando la ecuación [2.2] se tienen las distintas aberraciones, que están dadas por las siguientes expresiones^[47] :

Aberración esférica:

$$r^4 \sum \Gamma_i \quad [2.3]$$

Coma:

$$4 r^2 (\alpha x + \beta y) \sum_i \Gamma_i \ell_i \quad [2.4]$$

Astigmatismo:

$$4 (\alpha x + \beta y)^2 \sum_i \Gamma_i \ell_i^2 \quad [2.5]$$

Curvatura de campo debida a las placas:

$$2 r^2 (\alpha^2 + \beta^2) \sum_i \Gamma_i \ell_i^2 \quad [2.6]$$

Distorsión debida a las placas:

$$4 (\alpha x + \beta y) (\alpha^2 + \beta^2) \sum_i \Gamma_i \ell_i^3 \quad [2.7]$$

Es decir, para objetos extra-axiales las tres aberraciones de nitidez resultan proporcionales a los momentos de orden cero, primero y segundo de las intensidades de las placas, y como era de esperar, para objetos axiales las expresiones [2.3] a [2.7] nos dicen que la única aberración presente es la esférica. Luego, evaluando estos momentos, lo que se hace en forma sencilla, se puede tener una información rápida de la calidad del diseño.

Ya hemos mencionado que para evaluar la curvatura de campo y la distorsión del sistema óptico hay que considerar también las correspondientes al sistema de referencia, porque las cámaras que lo componen no son libres de ellas. A partir de la curvatura de Petzval puede verse⁽¹⁷⁾ que la curvatura de la imagen de un objeto de curvatura ρ_0 vale:

$$\rho' = - \sum_i \frac{2}{R_i} + \rho_0 \quad [2.8]$$

donde R_i es el radio de curvatura de los espejos esféricos que forman las cámaras. Y la deformación del frente de ondas, en términos de las variables que describen el diagrama, está dada por⁽¹⁷⁾:

$$\Phi_{CC_{SR}} = (r^2 / 2 R) = - (r^2 / 4) (\alpha^2 + \beta^2) \rho' \quad [2.9]$$

donde R representa, en el espacio de los haces colimados, el radio de curvatura del frente deformado.

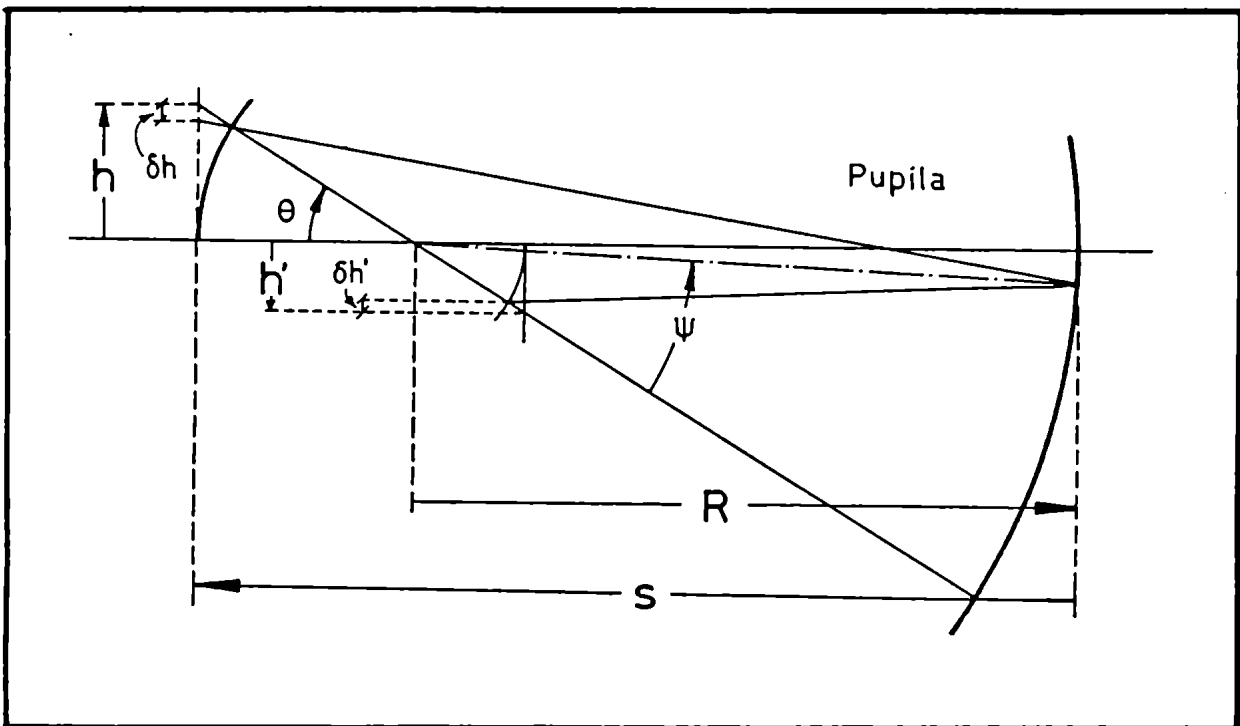


Figura 2.2

En lo que hace a la distorsión, es fácil ver que si la pupila se ubica en el centro de curvatura, la imagen es libre de ella y sólo tiene curvatura de campo. Pero como en general el sistema está formado por un conjunto de cámaras, la pupila no podrá ser considerada en el centro de curvatura (al menos no lo estará en todas las cámaras, ya que la pupila es

única), y habrá que considerar objetos e imágenes planas, luego aparecerá un término de distorsión debido a la curvatura de campo. En tal caso puede verse^[7], en acuerdo con la figura 2.2, que la distorsión relativa para cada cámara vale:

$$\frac{\delta h'}{h'} - \frac{\delta h}{h} = \theta \psi \frac{s - R}{R} \quad [2.10]$$

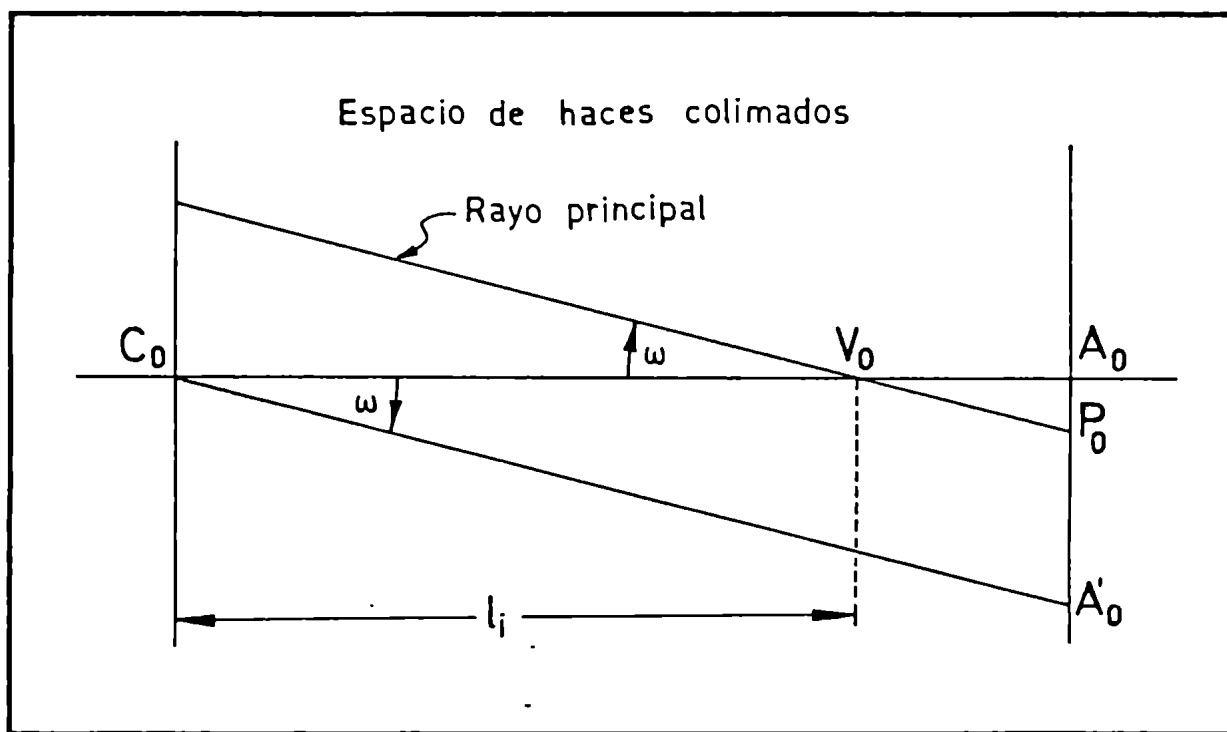


Figura 2.3

De acuerdo con la figura 2.3, donde \$C_0\$, \$V_0\$ y \$A_0\$ son las imágenes (en el espacio de los haces colimados) del centro de curvatura, del punto de intersección del rayo principal con

el eje y del vértice del espejo, respectivamente, y donde ω corresponde a α si el plano es el $x\zeta$, o a β si el plano es el $y\zeta$, puede verse⁽⁷⁾ que si se escribe la distorsión relativa en términos de las variables que describen el diagrama, se tiene, en cada eje:

$$\frac{\delta h'_x}{h'_x} - \frac{\delta h_x}{h_x} = - \frac{\alpha^2 \ell}{R} \quad [2.11]$$

$$\frac{\delta h'_y}{h'_y} - \frac{\delta h_y}{h_y} = - \frac{\beta^2 \ell}{R} \quad [2.12]$$

y dado que la distorsión relativa del sistema de referencia es la suma de las distorsiones relativas de sus componentes, se tiene:

$$\text{Distorsión relativa total}_x = - \alpha^2 \sum_c (\ell_i / R_i) \quad [2.13]$$

$$\text{Distorsión relativa total}_y = - \beta^2 \sum_c (\ell_i / R_i) \quad [2.14]$$

donde \sum_c indica que la suma se restringe a las placas Schmidt ubicadas en los centros de curvatura de las cámaras (no se consideran las antiplacas, ni las placas de forma).

Luego, las desviaciones angulares de la imagen se obtendrán multiplicando las ecuaciones [2.13] y [2.14] por α y β respectivamente.

Por lo tanto, las ecuaciones [2.3] a [2.7], [2.9], [2.13] y [2.14] permiten calcular las aberraciones de tercer orden del frente de ondas para sistemas ópticos centrados.

Este método ha resultado un método excelente para estudiar telescopios⁽¹⁸⁾ tales como el Gregory, el Cassegrain y otros.

II.2.- Sistemas fuera de eje

En el párrafo anterior hemos visto el método de Burch para sistemas centrados. En estos sistemas los centros de las placas están contenidos en la recta que une el centro del campo con el centro de la pupila, que es la recta que hemos denominado eje del diagrama, y las ecuaciones [2.1] y [2.2] dan las posiciones de las placas respecto del rayo principal. Si consideramos sistemas en los cuales los centros de las placas no están contenidos en el eje del diagrama las ecuaciones [2.1] y [2.2] dejan de ser válidas, y debemos considerar entonces la extensión de Simon⁽⁴⁾ (1973), quien al igual que Burch considera sólo las aberraciones de nitidez.

La figura 2.4 representa el diagrama correspondiente a un sistema fuera de eje arbitrario, como en los sistemas centrados el eje del diagrama (ζ) es el eje que une el centro

del campo con el centro de la pupila, la posición de los centros de las placas respecto de él se denotan con ξ_{oi} y η_{oi} . Luego, el valor de ξ_i y η_i medidos desde el rayo principal (z) será función de ξ_{oi} , η_{oi} , l_i , α y β , donde l_i , α y β tienen el mismo significado que les fuera atribuido en el párrafo anterior. De la figura 2.4 puede verse que:

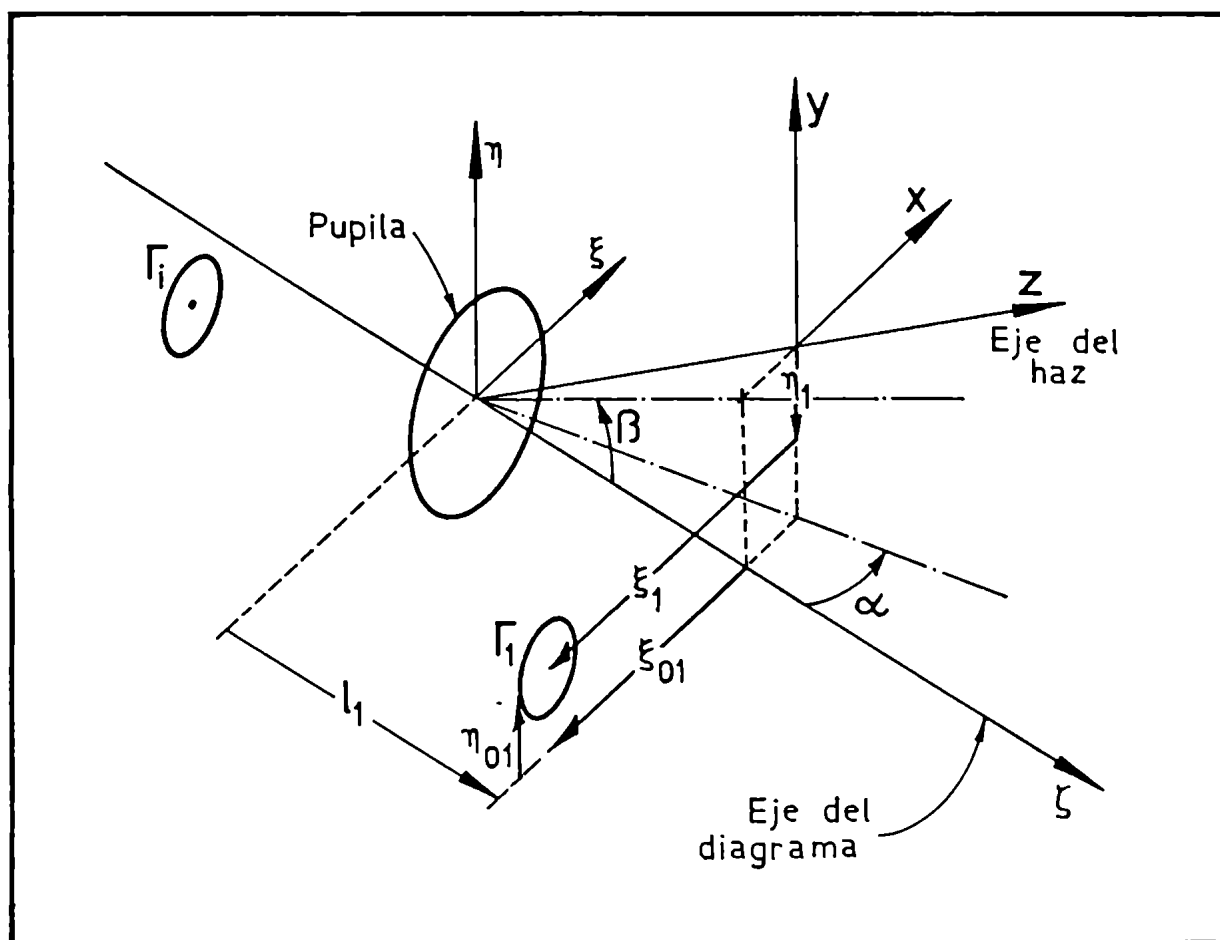


Figura 2.4

$$\xi_i = \xi_{oi} - \alpha \ell_i \quad [2.15]$$

$$\eta_i = \eta_{oi} - \beta \ell_i \quad [2.16]$$

por lo tanto, reemplazando ξ_i y η_i en las ecuaciones [2.3] a [2.7] se obtienen las expresiones para los diferentes términos que dan las aberraciones del frente de ondas, y que son:

Aberración esférica:

$$r^4 \sum_i \Gamma_i \quad [2.17]$$

Coma:

$$\begin{aligned} & - 4 r^2 [x \sum_i \Gamma_i \xi_{oi} + y \sum_i \Gamma_i \eta_{oi}] \\ & + 4 r^2 (\alpha x + \beta y) \sum_i \Gamma_i \ell_i \end{aligned} \quad [2.18]$$

Astigmatismo:

$$\begin{aligned} & 4 x^2 \sum_i \Gamma_i \xi_{oi}^2 + 4 y^2 \sum_i \Gamma_i \eta_{oi}^2 + 8 x y \sum_i \Gamma_i \xi_{oi} \eta_{oi} \\ & - 8 (\alpha x + \beta y) [x \sum_i \Gamma_i \xi_{oi} \ell_i + y \sum_i \Gamma_i \eta_{oi} \ell_i] \\ & + 4 (\alpha x + \beta y)^2 \sum_i \Gamma_i \ell_i^2 \end{aligned} \quad [2.19]$$

Contribución de las placas a la curvatura de campo:

$$\begin{aligned}
 & 2 r^2 \sum_i \Gamma_i (\xi_{oi}^2 + \eta_{oi}^2) \\
 & - 4 r^2 \sum_i \Gamma_i (\alpha \xi_{oi} + \beta \eta_{oi}) \ell_i + 2 r^2 (\alpha^2 + \beta^2) \sum_i \Gamma_i \ell_i^2 \quad [2.20]
 \end{aligned}$$

Contribución de las placas a la distorsión:

$$\begin{aligned}
 & - 4 \sum_i \Gamma_i (\xi_{oi}^2 + \eta_{oi}^2) (x \xi_{oi} + y \eta_{oi}) \\
 & + 4 (\alpha x + \beta y) \sum_i \Gamma_i (\xi_{oi}^2 + \eta_{oi}^2) \\
 & - 4 (\alpha^2 + \beta^2) \sum_i \Gamma_i \ell_i (x \xi_{oi} + y \eta_{oi} - (x \alpha + y \beta) \ell_i) \\
 & + 8 \sum_i (\alpha \xi_{oi} + \beta \eta_{oi}) (x \xi_{oi} + y \eta_{oi} - (x \alpha + y \beta) \ell_i) \quad [2.21]
 \end{aligned}$$

En las ecuaciones [2.17] a [2.21] hemos escrito en forma separada los términos que afectan al centro del campo (primer renglón de cada ecuación) de los que se suman para otros puntos del mismo (renglones subsiguientes). Notemos que para evaluar las aberraciones correspondientes al centro del campo es necesario evaluar los momentos de orden cero, primero y segundo correspondientes al descentrado de la placa, es decir, los momentos respecto del eje del diagrama, mientras que para otros puntos del campo importan los momentos respecto del centro de la pupila. Obviamente, en sistemas

ópticos centrados, para el centro del campo la única aberración presente es la esférica (momento de orden cero) ya que las placas están centradas.

Consideremos ahora al sistema de referencia, y comencemos por la distorsión. La extensión del método, propuesta por Simon y Gil⁽⁵⁾, se restringe a aquellos sistemas en los cuales los centros de curvatura de la cámaras están alineados, por lo tanto, siempre están incluidos los sistemas formados por hasta dos espejos. Este caso representa a casi todos los colimadores y cámaras de los monocromadores existentes, y de allí su interés.

El eje del diagrama es paralelo a la línea que une a los centros de curvatura de los espejos (en el espacio de haces colimados) y contiene al centro de la pupila.

En la figura 2.5 se esquematiza el eje del diagrama (ζ), el eje que une los centros de curvatura de los espejos ($C_o V_o$), la pupila y el rayo principal correspondiente a un punto de campo arbitrario, notemos que el punto de intersección del rayo principal con el eje que une los centros de curvatura de los espejos (V_o) varía con el punto del campo considerado. O sea, en vez de tener un eje de simetría se tiene un plano de simetría, que es el determinado por la línea que une los centros de curvatura y el centro de la pupila.

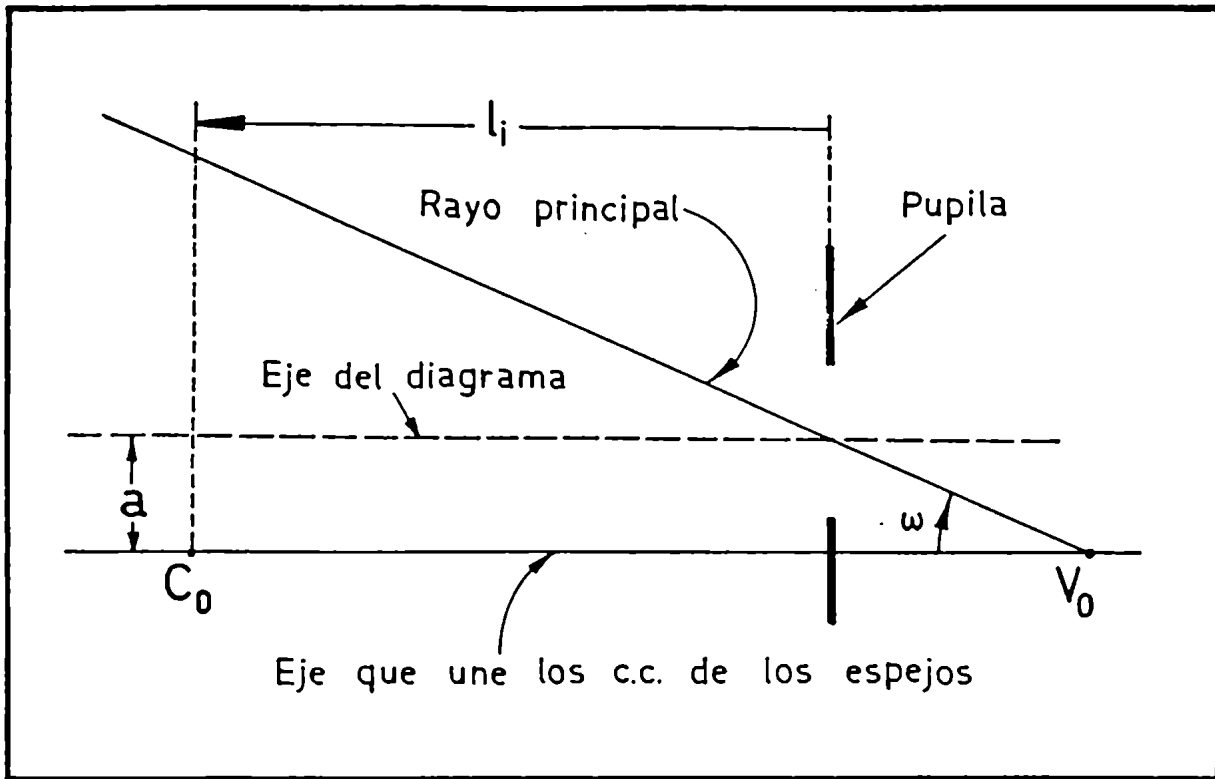


Figura 2.5

Haciendo algunas consideraciones trigonométricas y un poco de álgebra, puede verse⁽⁷⁾ que para un punto campo arbitrario, la distorsión total introducida por el sistema de referencia, cuando el plano de simetría es el $x\zeta$, vale:

Distorsión relativa según x:

$$(\alpha^2 + \beta^2) \sum_c \frac{l_i}{R_i} - \left(\alpha + \frac{\beta^2}{\alpha} \right) \sum_c \frac{\xi_{oi}}{R_i} \quad [2.22]$$

Distorsión relativa según y:

$$(\alpha^2 + \beta^2) \sum_c \frac{l_i}{R_i} \quad [2.23]$$

y si el plano de simetría fuese el $y\zeta$, se tendría:

Distorsión relativa según x:

$$(\alpha^2 + \beta^2) \sum_c \frac{l_i}{R_i} \quad [2.24]$$

Distorsión relativa según y:

$$(\alpha^2 + \beta^2) \sum_c \frac{l_i}{R_i} - \left(\frac{\alpha^2}{\beta} + \beta\right) \sum_c \frac{\eta_{oi}}{R_i} \quad [2.25]$$

Las desviaciones angulares en cada dirección se obtienen multiplicando las distorsiones relativas según x y según y por α y β respectivamente.

En cuanto a la curvatura de campo, ésta es independiente de la posición de la pupila, ya que la pupila no cambia ni recorta el campo. Por lo tanto la expresión [2.8] para la curvatura de la imagen, obtenida para sistemas ópticos centrados, sigue siendo válida, y lo que cambiará será la expresión que da la deformación del frente de ondas en términos de las variables que describen el diagrama.

La figura 2.6 representa, en el espacio colimado, un

rayo principal (z) proveniente de un punto objeto arbitrario, la pupila (descentrada), los planos principales (π y π') del sistema ideal que sucede al espacio colimado y la superficie de Petzval correspondiente a la dada superficie objeto.

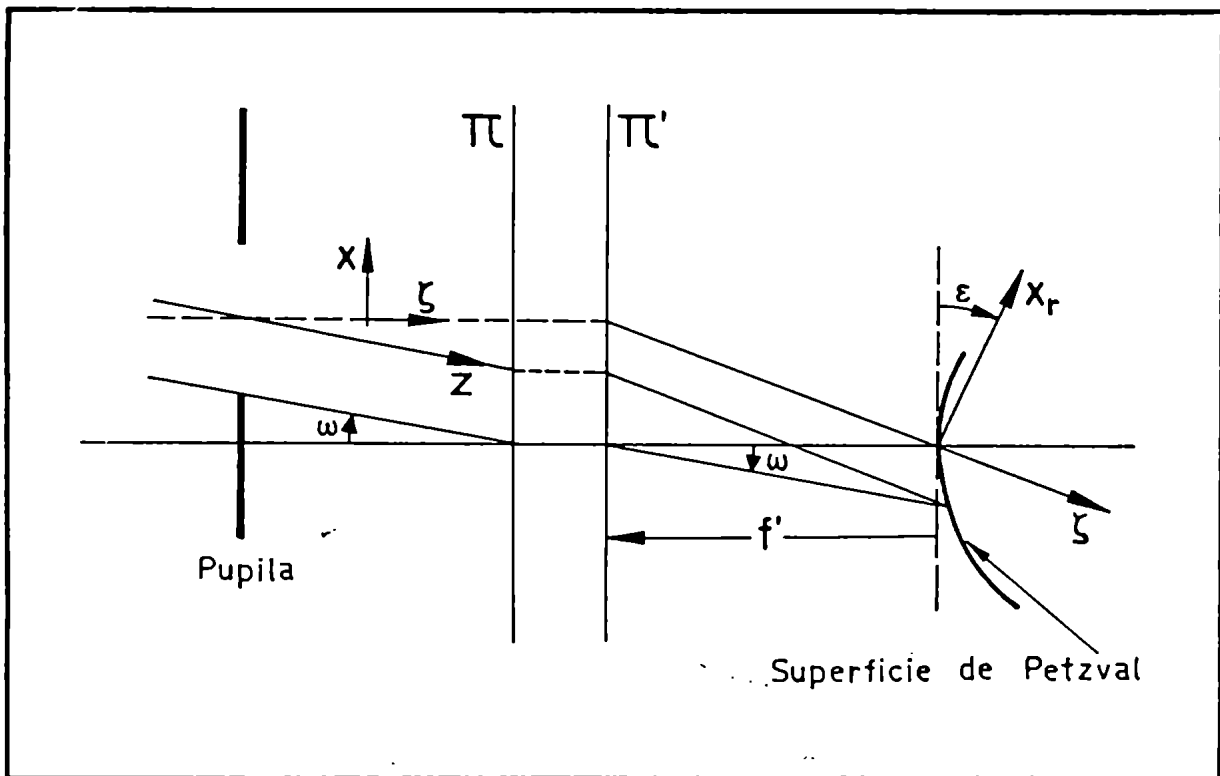


Figura 2.6

A diferencia de lo que sucede con un sistema centrado, el eje del diagrama (ζ) no es ortogonal a la superficie de Petzval. Si (x_r, y_r) es el plano imagen ortogonal a ζ , se debe calcular el desenfoque de cada punto imagen respecto de ese plano, y puede verse^[7] que en el caso en el cual el plano de

simetría es el $x\zeta$ está dado por:

$$\frac{r^2 \alpha}{2 f'^2} \sum \xi_{oi}^2 - \frac{r^2 \rho'}{4} (\alpha^2 + \beta^2) \quad [2.26]$$

Si el plano de simetría fuese el $y\zeta$ se intercambian α con β y ξ_{oi} con η_{oi} . Si por otra parte el espacio de los haces colimados, en vez de ser el espacio objeto como hemos considerado, fuese el espacio imagen el primer término que da la deformación del frente cambia de signo.

II.3. - Monocromadores

Dado que el cálculo total de las aberraciones de tercer orden impone la condición de que los conjugados de los centros de curvatura de los espejos estén alineados, nos restringiremos a aquellos monocromadores cuyas cámaras y colimadores satisfagan esta condición en forma independiente. Obviamente podrán ser considerados todos los monocromadores que contienen hasta dos espejos por rama, lo que por otra parte cubre la mayoría de los diseños existentes.

El colimador y la cámara pueden ser considerados dos sistemas (en el eje o fuera de él) independientes entre sí, y se construirá un diagrama para cada uno de ellos. Entre ambas

ramas se coloca la red, elemento que introduce distorsión y anamorfosis. Las aberraciones totales de tercer orden del sistema se obtendrán como suma de las de las ramas pero teniendo en cuenta que los ángulos de apertura y campo se relacionan a través de la ecuación de la red.

En primera aproximación se podrían desprestigiar los efectos de la red y considerar que dichos ángulos son iguales en ambas ramas. Esto es totalmente equivalente a construir un diagrama único y evaluar la suma de los momentos de orden cero, primero y segundo de las intensidades de las placas. Este planteo preliminar es lo que llamamos el análisis simplificado del monocromador. Veamos su utilidad en un ejemplo.

Consideremos los monocromadores en el plano con disposiciones Z y $U^{(8)}$, los nombres asignados a estos sistemas provienen de una construcción artificial para la marcha de rayos, construcción que esquematizamos en la figura 2.7 (la disposición Z se esquematiza en la parte a, y la U en la b). Dicha construcción consiste en prolongar los rayos incidentes sobre la red por detrás de la misma, notemos que esta prolongación coincide con la dirección hipotética que seguirían los rayos difractados si sufrieran una reflexión especular en un cierto "plano especular" determinado por el rayo incidente correspondiente al centro

del campo, el correspondiente rayo difractado y la bisectriz. En esta construcción se desprecian los efectos de anamorfosis. El haz de rayos provenientes de la ranura de entrada, el haz colimado luego de la reflexión en el espejo y el haz que converge a la salida forman, en el caso de la figura 2.7.a una *Z*, mientras que en la disposición de la parte b forman una *U*.

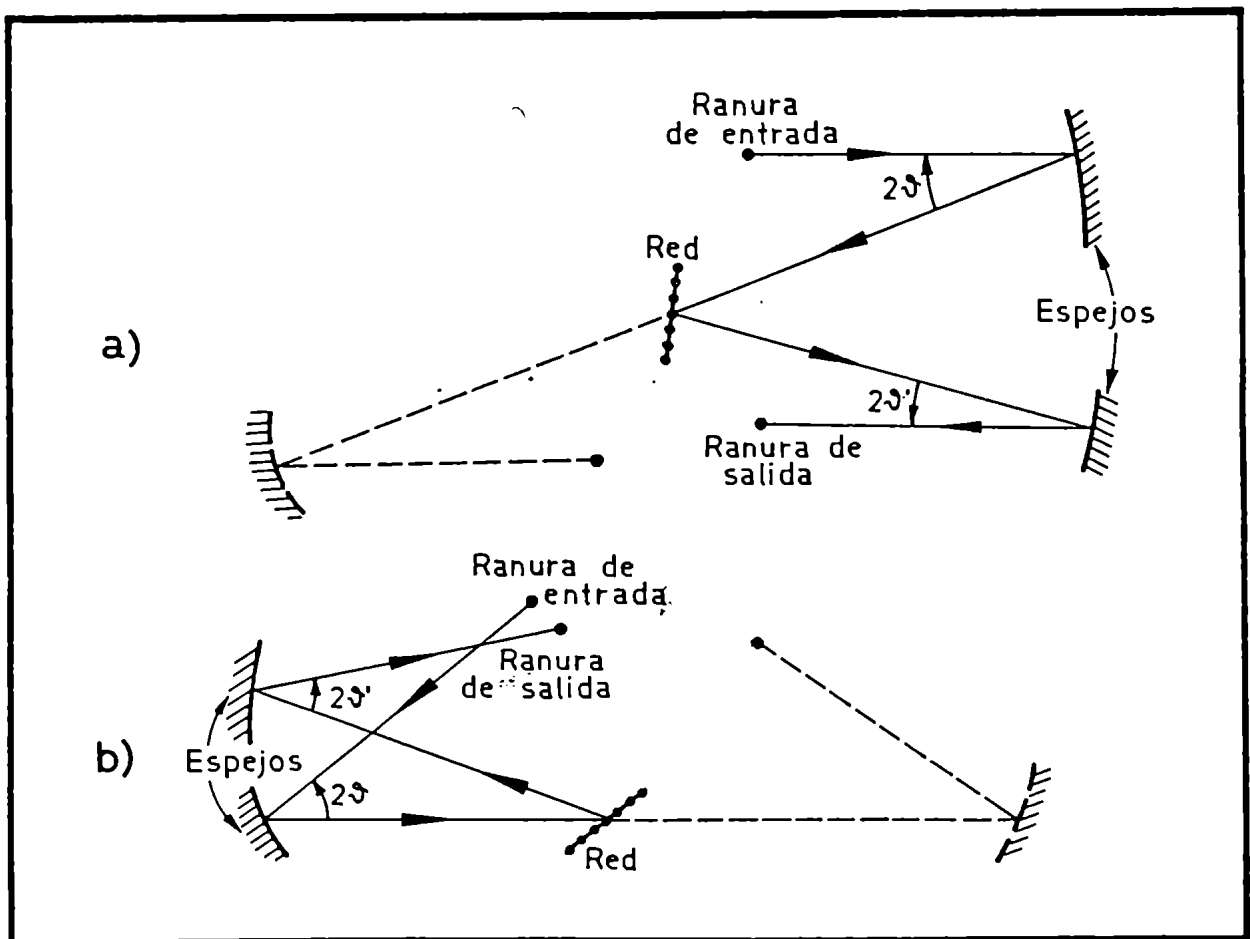


Figura 2.7

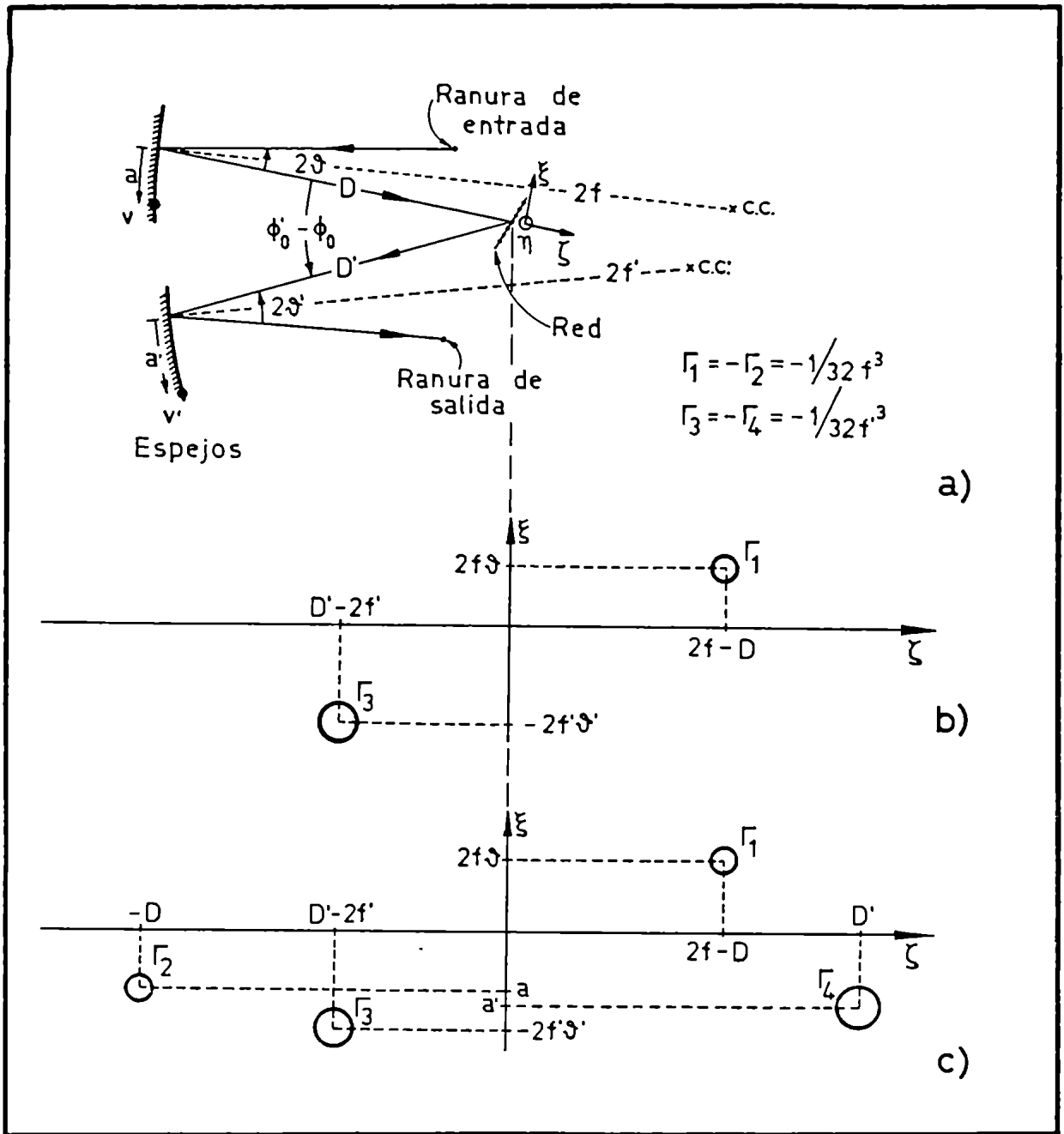


Figura 2.8

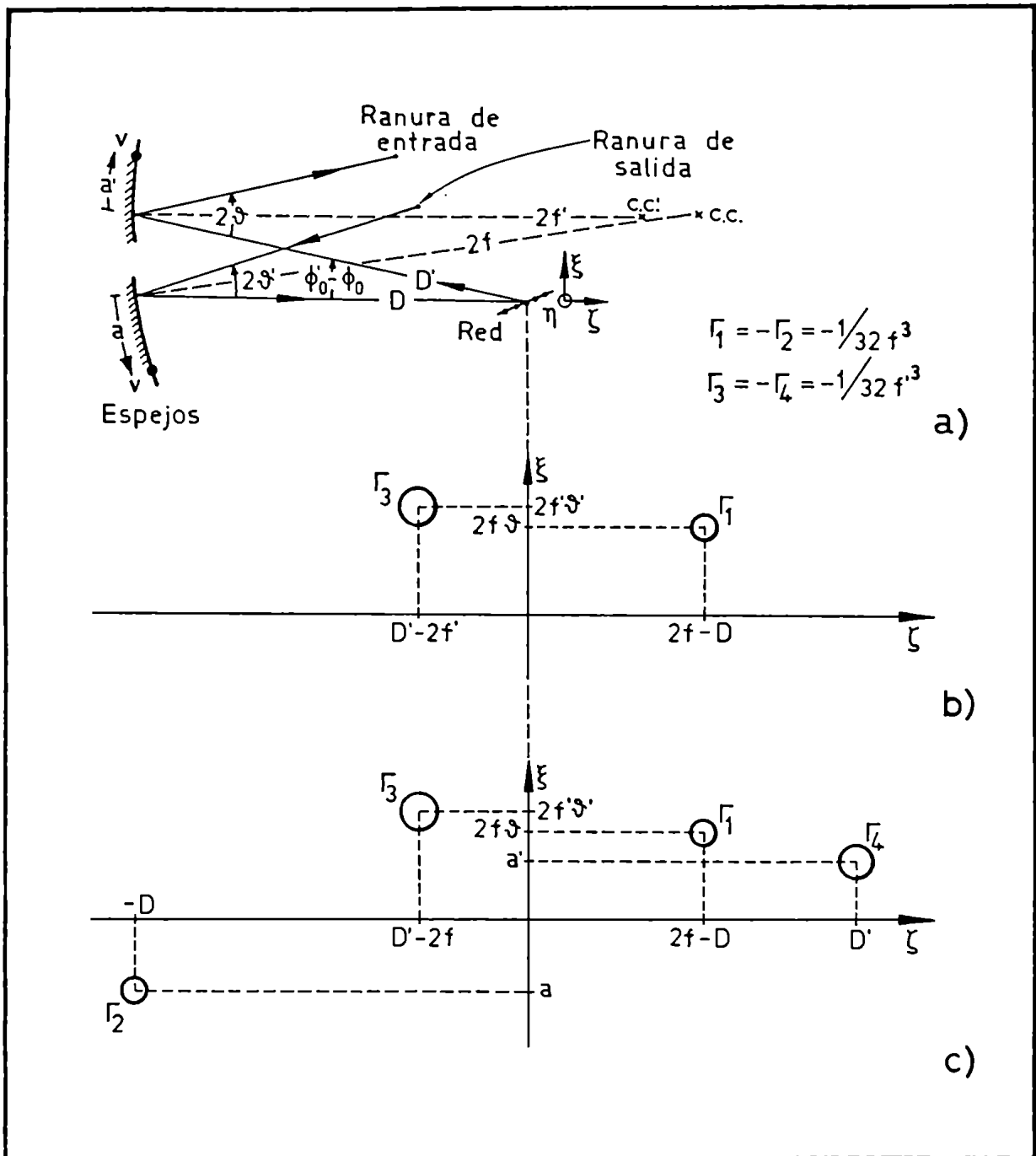


Figura 2.9

En la parte a de las figuras 2.8 y 2.9 se esquematizan los parámetros básicos de estas configuraciones, donde ϑ son los ángulos de extra-axialidad. D las distancias red-espejo; f distancias focales, a posiciones de los vértices de parabolizado y Γ las intensidades de las placas.

Si se propusiese un diseño con espejos esféricos los diagramas unificados (parte b de las figuras 2.8 y 2.9) contendrán sólo dos placas (Γ_1, Γ_3), cuyas intensidades serán función de las distancias focales de los espejos (f, f') y cuyas posiciones también dependen de los ángulos de fuera de eje (ϑ, ϑ') y de las distancias red-espejos (D, D').

Una inspección rápida de estos diagramas muestra que la aberración esférica y el astigmatismo tienen magnitudes similares en ambas configuraciones, pero mientras que en el diseño de configuración Z el momento de primer orden de una placa tiende a compensar el de la otra, en la configuración U ambos se refuerzan. Estos resultados son conocidos en la bibliografía, pero los hemos mostrado aquí a los efectos de evidenciar la sencillez con que se obtienen mediante este método. Si requiriésemos un sistema con mayor resolución deberíamos eliminar la aberración esférica, y esto lo podemos lograr considerando espejos asféricos. Si por ejemplo eligiésemos ambos espejos parabólicos deberíamos agregar al

diagrama considerado dos placas de forma (Γ_2, Γ_4) en la posición de los vértices de los espejos, como se indica en la parte c de las figuras. Por ser ambos espejos parabólicos las placas serán tales que: $\Gamma_2 = -\Gamma_1$ y $\Gamma_4 = -\Gamma_3$, y sus posiciones dependerán de las distancias vértice de la parábola-eje del diagrama (a, a') y de la posición de la red. Para obtener sistemas de calidad podremos ajustar los valores de estos parámetros.

En principio, el mejor sistema será aquel para el cual se cancelen las sumas de los momentos de las placas, esto implica una cancelación total de placas, es decir, $D = f = f'$, $\vartheta = \vartheta'$ y $a = -a' = 2f\vartheta$. Sin embargo, dado que en el análisis simplificado despreciamos los efectos de la red y por consiguiente las aberraciones residuales pueden ser significativas, es importante que consideremos también aquellas disposiciones en las cuales el mayor número de momentos se cancelen en cada rama por separado, es decir: $D = f$, $D' = f'$, $a = 2f\vartheta$ y $|a'| = 2f'\vartheta'$, esto garantiza que las aberraciones residuales, debidas a que el frente incidente en la red no es perfectamente plano, no sean importantes. Los diseños que satisfacen la primer condición son el Ebert parabolizado y el U_4 (diseñado en forma independiente por Hill^[19] y por Chupp y Grantz^[20]), mientras que la segunda condición la satisfacen el Z_4 y el

U_4 . En las referencias [8] y [21] se han analizado dichos diseños y ambos han obtenido que la disposición U_4 resulta superior.

Por lo visto, el análisis simplificado es un método sencillo y valioso para obtener los diseños más promisorios en sus configuraciones básicas.

Las mejoras a tercer orden de estos sistemas y los correspondientes ajustes de parámetros se pueden hacer teniendo en cuenta la distorsión introducida por la red, es decir considerando cómo se relacionan los ángulos de apertura y campo en cámara y colimador a través de la ecuación de la red.

Consideremos una red plana reflectora, como la que esquematizamos en la figura 2.10, el rayo principal incidente proveniente del centro del campo y su correspondiente rayo difractado. Sea (x,y,z) un sistema cartesiano ortogonal, tal que: x pertenece al plano de la red y es perpendicular a sus surcos, y pertenece al plano de la red y es paralelo a los surcos, y z coincide con la normal a la red en el punto medio.

Llamamos plano principal de la red a aquel plano que contiene al eje z y es perpendicular a sus surcos (plano xz). (a_0, b_0, c_0) son las proyecciones del versor incidente en el sistema (x,y,z) , es decir, son los cosenos directores del

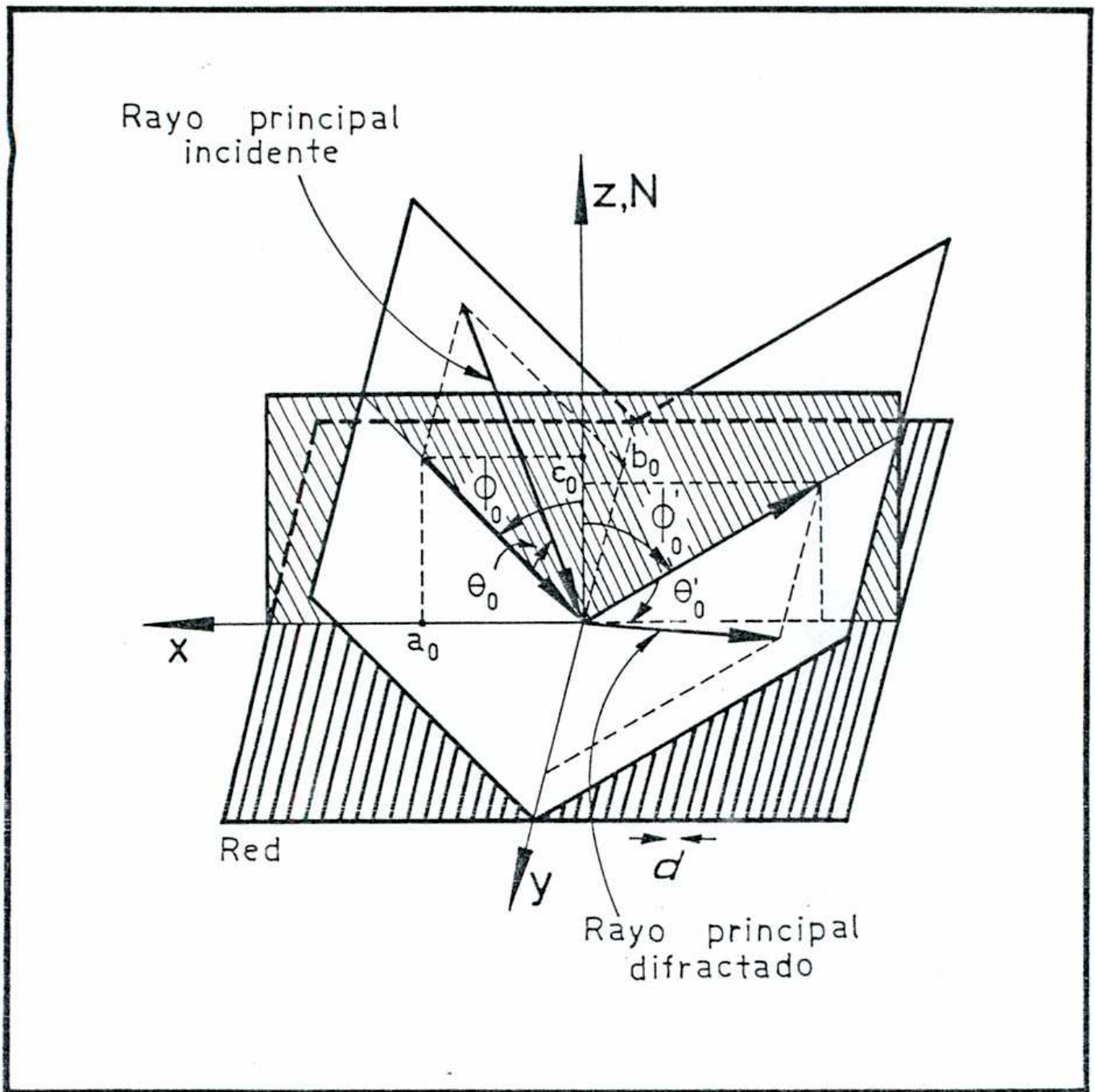


Figura 2.10

versor incidente correspondiente al centro del campo. Por otra parte, θ_0 es el ángulo que forma este versor con el

plano principal de la red y ϕ_0 es el ángulo que forma su proyección sobre el plano principal con la normal. Las variables primadas en la figura 2.10 corresponden a las mismas magnitudes para el versor en la dirección del rayo difractado.

Puede verse que los cosenos directores de los versores incidente y difractado satisfacen las siguientes ecuaciones:

$$a_0^2 + b_0^2 + c_0^2 = a_0'^2 + b_0'^2 + c_0'^2$$

$$a_0 + a_0' = m \lambda / d \quad [2.27]$$

$$b_0' = - b_0$$

donde m es el orden de interferencia, λ la longitud de onda difractada y d el período de la red. Expresando las ecuaciones [2.27] en términos de θ_0 , ϕ_0 , θ_0' y ϕ_0' , tenemos que:

$$\theta_0' = - \theta_0 \quad [2.28]$$

$$\sin \phi_0 + \sin \phi_0' = m \lambda / d \cos \theta_0$$

si consideramos otro rayo principal correspondiente a otro punto del campo tendremos ecuaciones análogas donde suprimiremos el subíndice "o", pero teniendo en cuenta que para este rayo los ángulos θ y ϕ , θ' y ϕ' se pueden escribir

en términos de θ_0 , ϕ_0 , θ'_0 y ϕ'_0 , como:

$$\theta = \theta_0 + \delta\theta \quad [2.29]$$

$$\phi = \phi_0 + \delta\phi \quad [2.30]$$

$$\theta' = \theta'_0 + \delta\theta' \quad [2.31]$$

$$\phi' = \phi'_0 + \delta\phi' \quad [2.32]$$

reemplazando las ecuaciones [2.29] a [2.32] en la ecuación [2.28] para un rayo arbitrario se tiene:

$$\delta\theta' = -\delta\theta \quad [2.33]$$

$$\text{sen}(\phi_0 + \delta\phi) + \text{sen}(\phi'_0 + \delta\phi') = \frac{m\lambda}{d \cos(\theta_0 + \delta\theta)} \quad [2.34]$$

calcular la distorsión implica obtener $\delta\theta'$ y $\delta\phi'$ como función de $\delta\theta$ y $\delta\phi$. $\delta\theta'$ está resuelto en la ecuación [2.33] mientras que la ecuación [2.34] es una ecuación trascendente y para resolverla, por una parte haremos la hipótesis de campos chicos, y por otra distinguiremos entre dos casos diferentes, uno es aquel en el cual el rayo principal correspondiente al centro del campo está contenido en el plano principal de la red y el otro es cuando está fuera del plano.

En el primer caso, $\theta_0 = 0$, y desarrollando a primer orden no nulo en $\delta\theta$, $\delta\phi$ y $\delta\phi'$, obtenemos:

$$\delta\phi' = - \frac{\cos\phi_0}{\cos\phi'_0} \delta\phi + \frac{1}{2} \frac{\text{sen}\phi_0 + \text{sen}\phi'_0}{\cos\phi'_0} \delta\theta^2 \quad [2.35]$$

mientras que el segundo caso corresponde a $\theta_0 \neq 0$, de lo que resulta:

$$\delta\phi' = - \frac{\cos\phi_0}{\cos\phi'_0} \delta\phi + \frac{\text{sen}\phi_0 + \text{sen}\phi'_0}{\cos\phi'_0} \left[\frac{\delta\theta^2}{2} + \text{tg}\theta_0 \delta\theta \right] \quad [2.36]$$

donde hemos impuesto la siguiente condición: $\text{tg}\theta_0 \delta\theta \ll 1$, condición que no significa una fuerte restricción para los ángulos de fuera del plano. En particular si $\theta_0 \simeq \delta\theta$, la ecuación [2.36] toma la forma:

$$\delta\phi' = - \frac{\cos\phi_0}{\cos\phi'_0} \delta\phi + \frac{\text{sen}\phi_0 + \text{sen}\phi'_0}{\cos\phi'_0} \left[\frac{\delta\theta^2}{2} + \theta_0 \delta\theta \right] \quad [2.37]$$

y si $\theta_0 \gg \delta\theta$, se desprecia el término cuadrático en $\delta\theta$, resultando^[11]:

$$\delta\phi' = - \frac{\cos\phi_0}{\cos\phi'_0} \delta\phi + \frac{\text{sen}\phi_0 + \text{sen}\phi'_0}{\cos\phi'_0} \text{tg}\theta_0 \delta\theta \quad [2.38]$$

Notemos entonces que las expresiones [2.35] a [2.38] nos dan, en cada caso, la distorsión introducida por la red, ya que aún si la ranura de entrada fuese recta ($\delta\phi = 0$), la imagen sería curva ($\delta\phi' \neq 0$). Por otra parte podemos notar que para rayos principales fuera de plano el término que depende de $\delta\theta$ puede ser un orden de magnitud mayor que para puntos objeto en el plano.

Escribamos entonces la distorsión en términos de las variables que describen el diagrama de placas. Si en el colimador el rayo principal correspondiente al centro del campo está contenido en el plano principal de la red, lo que es equivalente a considerar como plano de simetría al $x\zeta$, resulta inmediato que:

$$\alpha_0 = \delta\phi$$

$$\beta_0 = \delta\theta$$
[2.39]

donde α_0 y β_0 son los ángulos que forman las proyecciones del eje del haz (z) sobre los planos $x\zeta$ e $y\zeta$ con el eje del diagrama (ζ). En forma análoga, y teniendo en cuenta que el diagrama de la cámara se construye con rayos virtuales por detrás de la red^[7], se puede ver que:

$$\alpha'_0 = -\delta\phi' \quad [2.40]$$

$$\beta'_0 = -\delta\theta'$$

siendo el significado de α'_0 y β'_0 análogo al de α y β , considerando el eje del haz difractado (z').

Por otra parte, los ángulos del haz incidente, correspondientes a un objeto de coordenadas (x_r, y_r) son, a primer orden:

$$\alpha = -\frac{x_r}{f} \quad ; \quad \beta = -\frac{y_r}{f} \quad [2.41]$$

donde f es la distancia focal del colimador. A primer orden α y β pueden ser considerados iguales a α_0 y β_0 , pero dado que el colimador introduce distorsión se tiene que a tercer orden:

$$\alpha_0 = \alpha + [\delta_{x_P} + \delta_{x_{SR}}] \quad [2.42]$$

$$\beta_0 = \beta + [\delta_{y_P} + \delta_{y_{SR}}] \quad [2.43]$$

donde δ_{x_P} , δ_{y_P} , $\delta_{x_{SR}}$ y $\delta_{y_{SR}}$ son las desviaciones angulares debidas a distorsión en las direcciones que se indican, e introducidas por las placas o por el sistema de referencia.

En forma análoga se tiene que:

$$\alpha' = \alpha'_0 + [\delta'_{x_P} + \delta'_{x_{SR}}] = \pm \frac{x'_r}{f'} \quad [2.44]$$

$$\beta' = \beta'_0 + [\delta'_{y_P} + \delta'_{y_{SR}}] = \pm \frac{y'_r}{f'} \quad [2.45]$$

donde f' es la distancia focal imagen de la cámara y donde el signo positivo corresponde a sistemas reflectores y el negativo a transmisores.

Reemplazando las ecuaciones [2.39] y [2.40] en las ecuaciones [2.33] y [2.35] tenemos que, cuando el rayo principal correspondiente al centro del campo está contenido en el plano principal de la red, se cumple:

$$\beta'_0 = \beta_0 \quad [2.46]$$

$$\alpha'_0 = \frac{\cos \phi_0}{\cos \phi'_0} \alpha_0 - \frac{1 \operatorname{sen} \phi_0 + \operatorname{sen} \phi'_0}{2 \cos \phi'_0} \beta_0^2 \quad [2.47]$$

Las expresiones [2.46] y [2.47] junto a las [2.42] a [2.45] permiten calcular la posición de la imagen de un dado punto objeto a tercer orden y con las restricciones ya mencionadas.

Si el rayo principal correspondiente al centro del campo objeto (eje del diagrama: ζ), no estuviese contenido en el plano principal de la red, elegiremos las coordenadas (x,y)

de forma tal que el plano de simetría resulte el $y\zeta$, y en tal caso⁽⁷⁾:

$$\alpha_0 = \cos \theta_0 \delta\phi$$

$$\alpha'_0 = -\cos \theta_0 \delta\phi' \quad [2.48]$$

$$\beta_0 = \delta\theta = -\delta\theta' = \beta'_0$$

y reemplazando las ecuaciones [2.48] en la [2.33] y [2.36] a [2.38], según corresponda, se obtiene la distorsión en términos de las variables que describen el diagrama.

Los valores de α , β , α' y β' obtenidos son los que deben usarse en las ecuaciones que dan los diferentes términos de las aberraciones del frente de ondas.

En el caso de los monocromadores, cuyo plano de simetría coincide con el plano principal de la red, es posible calcular la adecuada curvatura de la ranura de entrada para que la curvatura de la línea espectral sea independiente de la longitud de onda⁽⁷⁾ (Condición de Fastie).

CAPITULO III

**EXTENSION DEL DIAGRAMA DE PLACAS
ESPECTROGRAFOS**

En el capítulo anterior, parágrafo 3, hemos visto cómo se usa el diagrama de placas en el análisis de los monocromadores, y hemos visto también que el eje del diagrama es paralelo a la línea que une los conjugados de los centros de curvatura de los espejos en el espacio de los haces colimados y contiene al centro de la pupila. Las cámaras de los monocromadores descritos están constituidas por un único espejo y por lo tanto, cualquier recta que pase por el centro de la pupila puede ser considerada eje del diagrama, razón por la cual siempre hemos tomado como tal al rayo principal proveniente del centro del campo objeto. Para hacer el análisis simplificado hemos unificado los diagramas correspondientes al colimador y a la cámara, igualando los ángulos de campo (a primer orden) en ambas ramas.

Si el sistema bajo estudio es un espectrógrafo, aún considerando sistemas con espejos únicos en cámara y colimador, el rayo principal correspondiente al centro del campo está unívocamente determinado en el colimador, pero en la cámara tendremos un conjunto de rayos principales correspondientes a un mismo punto campo, uno por cada longitud de onda considerada. Por lo tanto, en principio, podríamos construir un diagrama para cada longitud de onda y tratar al sistema como a un conjunto de monocromadores, pero

en cada monocromador tomaríamos diferentes sistemas de coordenadas lo que dificulta la comparación de resultados. Si por el contrario, considerásemos un eje único en la cámara, tal que la posición de las placas respecto de él sea fija, la igualación de ángulos que hacemos en el análisis simplificado implicaría, no sólo despreciar la anamorfosis introducida por la red, sino también despreciar su dispersión, aproximación que obviamente resulta inaceptable.

A continuación mostraremos que aún en este caso es posible unificar ambos diagramas, considerando un eje único en la cámara, pero teniendo en cuenta la dispersión en la red y despreciendo sólo la distorsión.

La figura 3.1 muestra el diagrama correspondiente a la cámara de un espectrógrafo arbitrario en el plano. ζ'_r es el eje del diagrama determinado por el sistema de referencia (en el caso de considerar un único espejo este eje será fijo, aunque arbitrario, y en general será conveniente elegir aquel que corresponde a la longitud de onda media del espectro, ya que a partir de él medimos los ángulos de dispersión). ζ'_λ es el rayo principal correspondiente al centro del campo objeto para la longitud de onda λ . ξ'_{oir} y ℓ'_{ir} determinan la posición de la placa respecto del eje del diagrama y del centro de la pupila, respectivamente. De la figura 3.1 podemos ver que el ángulo de campo α' incluye dos términos de significados muy

diferentes: $\alpha'_D(\lambda)$ da cuenta de la dispersión introducida por la red y α'_λ tiene el significado de ángulo de campo considerado en los monocromadores (posición del punto objeto y distorsión en la red).

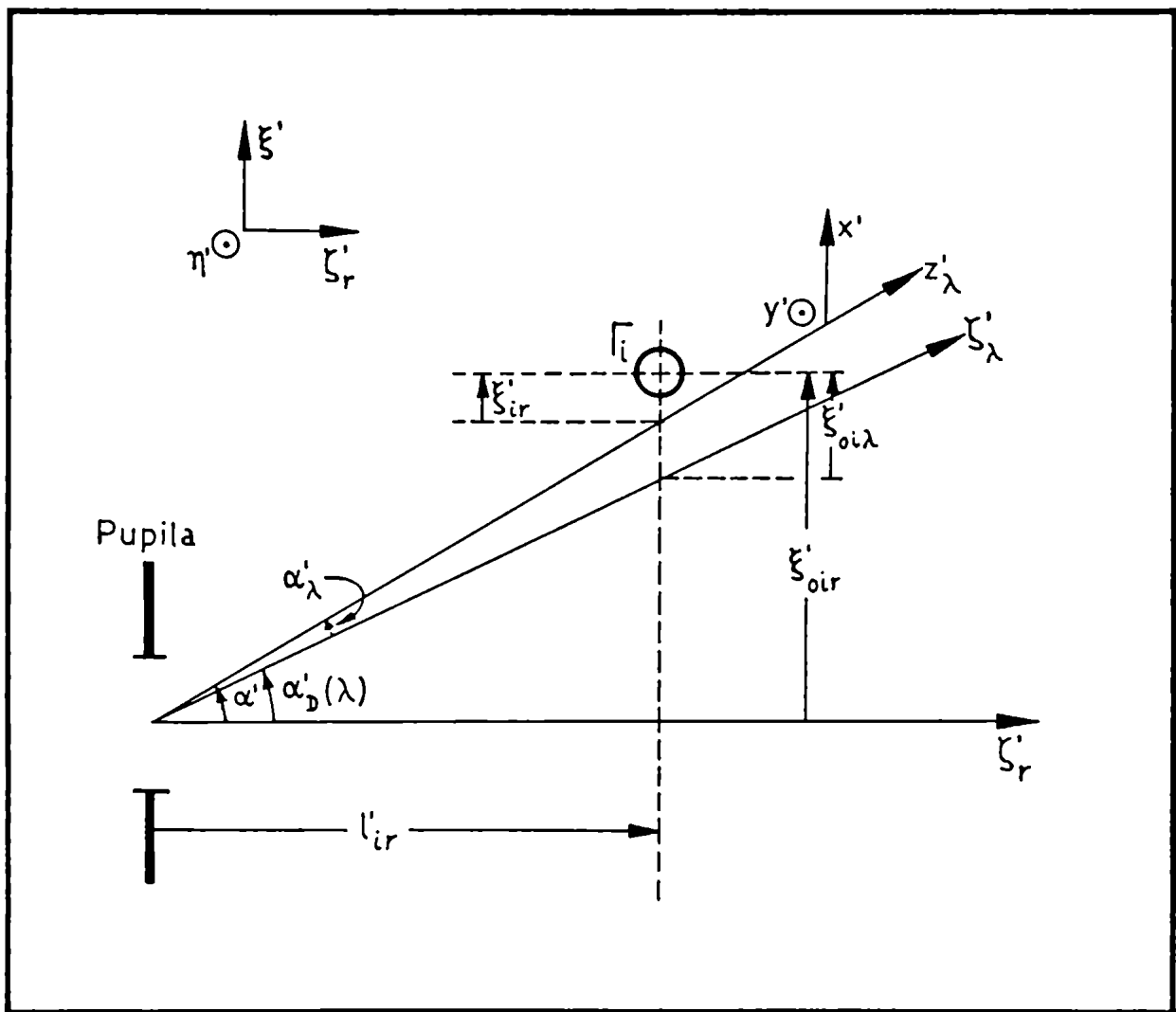


Figura 3.1

Si al igual que en el caso de los monocromadores, los

momentos respecto al eje del haz los descomponemos en momentos con respecto al sistema cartesiano de la cámara (ξ', η', ζ'_r) , la dependencia con la longitud de onda está totalmente contenida en α' (ángulo de campo en dichos sistemas). Pero si, en la aproximación de pequeños ángulos de dispersión ($\alpha'_D(\lambda)$), estos momentos los calculamos respecto del rayo principal para la longitud de onda en consideración, entonces la dependencia con la dispersión aparece explícitamente en la posición transversal de la placa respecto al eje ζ'_λ , la expresión que da dicha posición transversal es:

$$\xi'_{oi\lambda} = \xi'_{oi_r} - \alpha'_D(\lambda) \ell'_{i_r} \quad [3.1]$$

Notemos que esta representación (placa fija, rayo principal variable con λ) es equivalente a considerar fijo al eje y la placa móvil respecto de él, y donde a primer orden el desplazamiento de la placa respecto del eje es perpendicular a él. Esta última representación nos permite construir el diagrama unificado del espectrógrafo, y el análisis simplificado mantiene la sencillez y la utilidad discutida ya con los monocromadores. La unificación de ambos diagramas implica entonces, la igualación de los términos angulares que están afectados sólo por la posición del punto objeto y por la distorsión de la red.

Sin embargo, deseamos dejar claramente establecido que este análisis simplificado, que es muy útil para estimar las aberraciones de nitidez del sistema, no lo es para las aberraciones de posición, ya que en su cálculo el eje del diagrama debe ser único y la posición de la placa es fija, y aún en el caso de un único espejo al considerar ejes diferentes las estimaciones de curvatura de campo y distorsión están dadas también en diferentes sistemas coordenados.

Como aplicación del análisis simplificado, estudiaremos, en forma preliminar, los espectrógrafos de configuraciones Z y $U^{(8)}$, tanto las configuraciones llamadas en el plano como las fuera de plano.

III.1- Estudio preliminar comparativo de espectrógrafos con configuraciones Z y U

Comenzaremos este estudio con las configuraciones denominadas en el plano, es decir, aquellas para las cuales el rayo principal correspondiente al centro del campo está contenido en el plano principal de la red. Claramente a otros puntos del objeto podrán corresponder rayos principales no contenidos en el plano principal de la red pero, como las

ranuras de entrada son chicas, los ángulos de fuera de plano también lo serán.

En la figura 3.2 esquematizamos los sistemas de configuración Z en el plano, con sus diagramas unificados, y en la figura 3.3 hacemos lo mismo para las configuraciones U .

En los esquemas (partes a) de las figuras 3.2 y 3.3), ϑ es el ángulo de fuera de eje del rayo principal correspondiente al centro del campo objeto en el colimador (ϑ es independiente de λ), mientras que ϑ'_r lo es para cierta longitud de onda de referencia en la cámara (como se verá, en general es conveniente considerar a λ_r como la longitud de onda media del espectro) y ϑ'_λ es el ángulo de fuera de eje del rayo principal correspondiente al mismo punto objeto para la longitud de onda λ_i . f y f' son las distancias focales de los espejos colimador y cámara respectivamente, D y D' son las distancias espejo-red; a y a' son las posiciones de los vértices de parabolizado de los espejos respecto del rayo principal correspondiente al centro del campo en el colimador y del mismo rayo principal para λ_r en la cámara. $\Delta\phi'_\lambda$ es el ángulo de difracción medido desde el rayo principal correspondiente al centro del campo para λ_r .

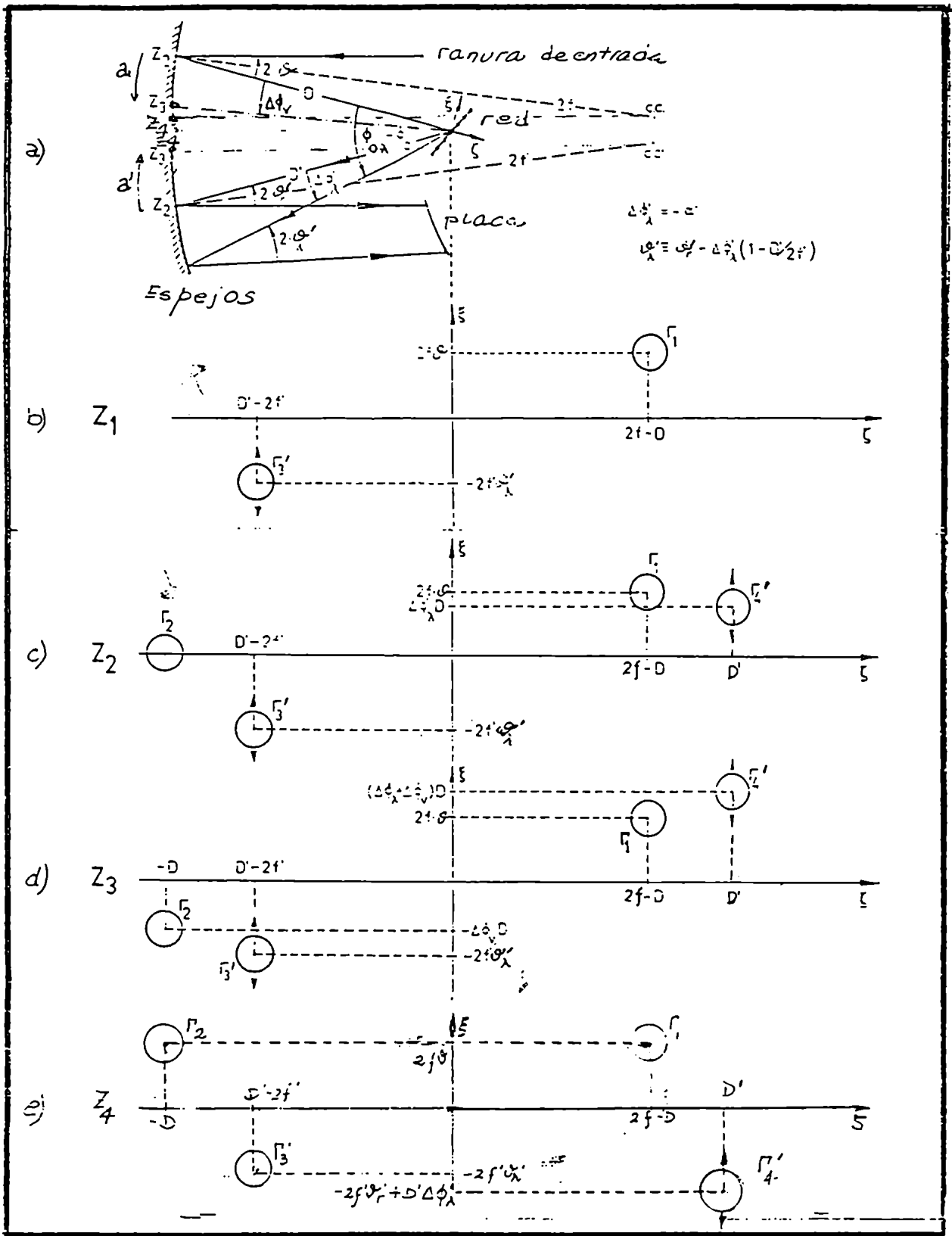


Figura 3.2

De los diseños mencionados consideraremos las siguientes variantes:

Z_1, U_1 : Ambos espejos esféricos (Diagramas 3.2.b y 3.3.b).

Z_2, U_2 : Ambos espejos parabólicos (espejo colimador centrado y espejo cámara centrado para el rayo principal correspondiente a λ_r). (Diagramas 3.2.c y 3.3.c).

Z_3, U_3 : Ambos espejos parabólicos, con vértice de parabolizado en posición arbitraria. (Diagramas 3.2.d y 3.3.d). Como caso particular se tiene el Ebert parabolizado, con espejo único en cámara y colimador.

Z_4, U_4 : Ambos espejos parabólicos descentrados, con vértices de parabolizado en las siguientes posiciones: para el colimador $a = 2f\theta$ y para la cámara $a' = 2f'\theta'_r$. (Diagramas 3.2.e y 3.3.e).

En términos de las variables que describen el diagrama:

$$\alpha'_D(\lambda) = - \Delta\phi'_\lambda \quad [3.2]$$

En la figura 3.4 representamos la cámara de un espectrógrafo de configuración Z , indicando los rayos principales correspondientes a λ_r y a otra longitud de onda arbitraria. De allí se puede ver que:

$$AB \cong D' \Delta\phi'_\lambda \quad [3.3]$$

y

$$AB = 2f' \psi \quad [3.4]$$

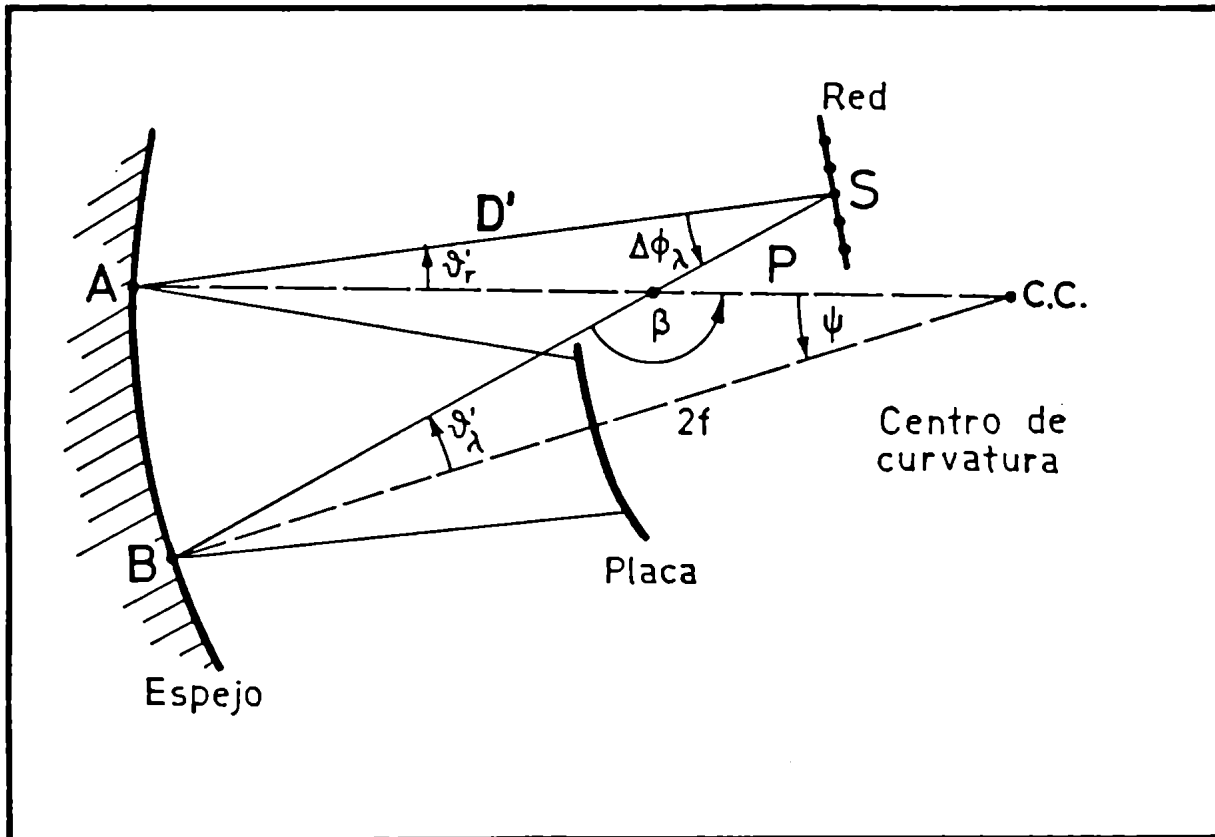


Figura 3.4

y considerando los triángulos APS y $BPCC$, tenemos que:

$$\pi - \beta = \psi + \vartheta'_\lambda = \Delta\phi'_\lambda + \vartheta'_r \quad [3.5]$$

luego, teniendo en cuenta las ecuaciones [3.2] a [3.5] resulta que, para las configuraciones Z se satisface que:

$$\vartheta'_\lambda = \vartheta'_r + \left(1 - \frac{D'}{2f'}\right) \Delta\phi'_\lambda \quad [3.6]$$

mientras que en las configuraciones U , la ecuación [3.6] toma la forma:

$$\vartheta'_\lambda = \vartheta'_r - \left(1 - \frac{D'}{2f'}\right) \Delta\phi'_\lambda \quad [3.7]$$

A continuación resumiremos, en las tablas 3.1, 3.2, 3.3 y 3.4 los parámetros que caracterizan a cada configuración, en acuerdo con las figuras 3.2 y 3.3:

Colimador:

Antiplaca de centro de curvatura: para todas las configuraciones Z y U vale:

$\Gamma_1 = -\frac{1}{32f^3} ; \quad l_1 = 2f - D ; \quad \xi_{o1} = 2f ; \quad \eta_{o1} = 0$
--

Tabla 3.1

Placa de forma para el espejo:

Config	Γ_2	l_2	ξ_{02}	η_{02}
Z_1, U_1	0	-	-	-
Z_2, U_2	$\frac{1}{32f^3}$	- D	0	0
Z_3, U_3	$\frac{1}{32f^3}$	- D	- D $\Delta\phi_0$	0
Z_4, U_4	$\frac{1}{32f^3}$	- D	2f ϑ	0

Tabla 3.2

Cámara:

Antiplaca de centro de curvatura

Config	Γ'_3	l'_3	ξ'_{03}	η'_{03}
∇Z	$-\frac{1}{32f'^3}$	$D' - 2f'$	$-2f'\vartheta'(\lambda)$	0
∇U	$-\frac{1}{32f'^3}$	$D' - 2f'$	$2f'\vartheta'(\lambda)$	0

Tabla 3.3

Placa de forma

Config	Γ'_4	ℓ'_4	ξ'_{o4}	η'_{o4}
Z_1, U_1	0	-	-	-
Z_2, U_2	$\frac{1}{32f'^3}$	D'	$D' \Delta\phi'_\lambda$	0
Z_3, U_3	$\frac{1}{32f'^3}$	D'	$D' (\Delta\phi'_\lambda - \Delta\phi'_o)$	0
Z_4	$\frac{1}{32f'^3}$	D'	$D' \Delta\phi'_\lambda - 2f' \vartheta'_r$	0
U_4	$\frac{1}{32f'^3}$	D'	$D' \Delta\phi'_\lambda + 2f' \vartheta'_r$	0

Tabla 3.4

Recordando que el momento de orden cero está asociado a la aberración esférica, que los momentos de primer orden lo están a la coma, siendo $\sum \Gamma_i \xi_{oi}$ proporcional a la coma en el centro del campo y $\sum \Gamma_i \ell_i$ a la coma adicional para otros puntos del campo, y que los momentos de segundo orden son proporcionales al astigmatismo ($\sum \Gamma_i \xi_{oi}^2$ en el centro del campo y $\sum \Gamma_i \xi_{oi} \ell_i$ y $\sum \Gamma_i \ell_i^2$ a los adicionales para otros puntos del campo), los hemos evaluado, y por simplicidad hemos considerado diseños simétricos, es decir: $f=f'$, $D=D'$, $\vartheta=\vartheta'$ y en el caso particular de Z_3 y U_3 $|\Delta\phi_o| = |\Delta\phi'_o| = 2f\vartheta$, (el Z_3 corresponde al Ebert parabolizado), obteniendo los resultados contenidos en la tabla 3.5.

Conf	A. Esf	Coma				
		Centro	Borde	Centro		
		$\Sigma \Gamma_i$	$\Sigma \Gamma_i \xi_{oi}$	$\Sigma \Gamma_i \ell_i$	$\Sigma \Gamma_i \xi_{oi}^2$	
Z_1^*	$-\frac{1}{16f^3}$	0	$+\frac{\Delta\phi'_\lambda}{16f^2} \left[1 - \frac{D}{2f}\right]$	0	$-\frac{\vartheta^2}{4f}$	$-\frac{\vartheta \Delta\phi'_\lambda}{4f} \left[1 - \frac{D}{2f}\right]$
Z_2^*	0	0	$+\frac{\Delta\phi'_\lambda}{16f^2}$	0	$-\frac{\vartheta^2}{4f}$	$-\frac{\vartheta \Delta\phi'_\lambda}{4f} \left[1 - \frac{D}{2f}\right]$
Z_3^*	0	0	$+\frac{\Delta\phi'_\lambda}{16f^2}$	0	$-\frac{\vartheta^2}{4f} \left[1 - \frac{D^2}{f^2}\right]$	$-\frac{\vartheta \Delta\phi'_\lambda}{4f} \left[1 - \frac{D}{2f} - \frac{D^2}{2f^2}\right]$
Z_4	0	0	$+\frac{\Delta\phi'_\lambda}{16f^2}$	0	0	$-\frac{\vartheta \Delta\phi'_\lambda}{4f}$
U_1^*	$-\frac{1}{16f^3}$	$-\frac{\vartheta}{8f^2}$	$+\frac{\Delta\phi'_\lambda}{16f^2} \left[1 - \frac{D}{2f}\right]$	0	$-\frac{\vartheta^2}{4f}$	$+\frac{\vartheta \Delta\phi'_\lambda}{4f} \left[1 - \frac{D}{2f}\right]$
U_2^*	0	$-\frac{\vartheta}{8f^2}$	$+\frac{\Delta\phi'_\lambda}{16f^2}$	0	$-\frac{\vartheta^2}{4f}$	$+\frac{\vartheta \Delta\phi'_\lambda}{4f} \left[1 - \frac{D}{2f}\right]$
U_3^*	0	$-\frac{\vartheta}{8f^2}$	$+\frac{\Delta\phi'_\lambda}{16f^2}$	0	$-\frac{\vartheta^2}{4f} \left[1 - \frac{D^2}{f^2}\right]$	$+\frac{\vartheta \Delta\phi'_\lambda}{4f} \left[1 - \frac{D}{2f} - \frac{D^2}{2f^2}\right]$
U_4	0	0	$+\frac{\Delta\phi'_\lambda}{16f^2}$	0	0	$+\frac{\vartheta \Delta\phi'_\lambda}{4f}$

(*) sistemas con coma de anamorfosis no considerada

Tabla 3.5

De esta tabla podemos ver que si comparamos las configuraciones Z_1 y U_1 , ambas tienen coma de anamorfosis, pero en la primera de ellas el momento de primer orden, para

Astigmatismo

Centro		Borde		
$\Sigma \Gamma_i \xi_{oi}^2$	$\Sigma \Gamma_i \ell_i^2$	$\Sigma \Gamma_i \xi_{oi} \ell_i$		
$-\frac{\vartheta \Delta\phi'_\lambda}{4f} \left(1 - \frac{D}{2f}\right)$	$-\frac{\Delta\phi'^2_\lambda}{8f} \left(1 - \frac{D}{2f}\right)^2$	$-\frac{1}{4f} \left(1 - \frac{D}{2f}\right)^2$	$-\frac{\vartheta}{4f} \left(1 - \frac{D}{2f}\right)$	$-\frac{\Delta\phi'_\lambda}{8f} \left(1 - \frac{D}{2f}\right)^2$
$-\frac{\vartheta \Delta\phi'_\lambda}{4f} \left(1 - \frac{D}{2f}\right)$	$-\frac{\Delta\phi'^2_\lambda}{8f} \left(1 - \frac{D}{f}\right)$	$-\frac{1}{4f} \left(1 - \frac{D}{f}\right)$	$-\frac{\vartheta}{4f} \left(1 - \frac{D}{2f}\right)$	$-\frac{\Delta\phi'_\lambda}{8f} \left(1 - \frac{D}{f}\right)$
$-\frac{\vartheta \Delta\phi'_\lambda}{4f} \left(1 - \frac{D}{2f} - \frac{D^2}{2f^2}\right)$	$-\frac{\Delta\phi'^2_\lambda}{8f} \left(1 - \frac{D}{f}\right)$	$-\frac{1}{4f} \left(1 - \frac{D}{f}\right)$	$-\frac{\vartheta}{4f} \left(1 - \frac{D}{2f} - \frac{D^2}{2f^2}\right)$	$-\frac{\Delta\phi'_\lambda}{8f} \left(1 - \frac{D}{f}\right)$
$-\frac{\vartheta \Delta\phi'_\lambda}{4f}$	$-\frac{\Delta\phi'^2_\lambda}{8f} \left(1 - \frac{D}{f}\right)$	$-\frac{1}{4f} \left(1 - \frac{D}{f}\right)$	$-\frac{\vartheta}{4f}$	$-\frac{\Delta\phi'_\lambda}{8f} \left(1 - \frac{D}{f}\right)$
$+\frac{\vartheta \Delta\phi'_\lambda}{4f} \left(1 - \frac{D}{2f}\right)$	$-\frac{\Delta\phi'^2_\lambda}{8f} \left(1 - \frac{D}{2f}\right)^2$	$-\frac{1}{4f} \left(1 - \frac{D}{2f}\right)^2$	0	$-\frac{\Delta\phi'_\lambda}{8f} \left(1 - \frac{D}{2f}\right)^2$
$+\frac{\vartheta \Delta\phi'_\lambda}{4f} \left(1 - \frac{D}{2f}\right)$	$-\frac{\Delta\phi'^2_\lambda}{8f} \left(1 - \frac{D}{f}\right)$	$-\frac{1}{4f} \left(1 - \frac{D}{f}\right)$	0	$-\frac{\Delta\phi'_\lambda}{8f} \left(1 - \frac{D}{f}\right)$
$+\frac{\vartheta \Delta\phi'_\lambda}{4f} \left(1 - \frac{D}{2f} - \frac{D^2}{2f^2}\right)$	$-\frac{\Delta\phi'^2_\lambda}{8f} \left(1 - \frac{D}{f}\right)$	$-\frac{1}{4f} \left(1 - \frac{D}{f}\right)$	0	$-\frac{\Delta\phi'_\lambda}{8f} \left(1 - \frac{D}{f}\right)$
$+\frac{\vartheta \Delta\phi'_\lambda}{4f}$	$-\frac{\Delta\phi'^2_\lambda}{8f} \left(1 - \frac{D}{f}\right)$	$-\frac{1}{4f} \left(1 - \frac{D}{f}\right)$	0	$-\frac{\Delta\phi'_\lambda}{8f} \left(1 - \frac{D}{f}\right)$

la

ramos las
 namorfosis,
 rden, para

cualquier longitud de onda, es nulo si la red se coloca tal que la distancia red-espejos es igual al radio de curvatura de los mismos ($D = 2 f$), mientras que en la segunda hay un término de coma remanente, independiente de λ ; en lo que se refiere al astigmatismo y a la aberración esférica ambos son equivalentes, por ende el Z_1 (Czerny - Turner de espejos esféricos) resulta superior.

La comparación entre el Z_2 y el U_2 arroja similares resultados, pero si comparamos el Z_1 con el Z_2 notamos que si bien éste último es libre de aberración esférica, mantiene un término de coma y un término adicional de astigmatismo en el centro del campo, cuyos valores dependen de la longitud de onda, por lo tanto podremos considerarlo como un sistema de interés sólo en el caso de espectrógrafos sintonizados ($\Delta\phi_\lambda \ll 1$).

Del mismo modo el Z_3 es superior al U_3 . Notemos que el Ebert parabolizado (caso particular del Z_3), con la red en el plano focal del espejo resulta libre de astigmatismo, mientras que mantiene un término de coma dependiente de la longitud de onda y tiene además coma de anamorfosis. Esto nos dice que el sistema podrá ser de interés cuando se requieran espectrógrafos sintonizados.

Por último, la comparación entre el Z_4 y el U_4 nos dice que si se coloca la red en el plano focal de los espejos el

U_4 es superior. Por otra parte la comparación entre éste último y el Ebert parabolizado debe hacerse con cuidado, ya que si bien es cierto que el U_4 mantiene un término de astigmatismo dependiente de λ , no es menos cierto que es libre de coma de anamorfosis, y por ende puede resultar superior al Ebert parabolizado.

En la tabla 3.6 mostramos los momentos de las configuraciones más promisorias, para las adecuadas posiciones de la red.

Conf	Red	Esf.	Coma	Astigmatismo
Z_1	$D = 2f$	$-\frac{1}{16f^3}$	0	$-\frac{\vartheta^2}{4f}$
Z_3	$D = f$	0	$\frac{\Delta\phi'_\lambda}{16f^2}$	0
U_4	$D = f$	0	$\frac{\Delta\phi'_\lambda}{16f^2}$	$\frac{\vartheta \Delta\phi'_\lambda}{4f}$

Tabla 3.6

Resumiendo, a partir del análisis simplificado podemos decir que las configuraciones más promisorias son:

a) Sistemas de amplio espectro: el Czerny-Turner de espejos esféricos (Z_1) con la red colocada en una posición tal que

la distancia red-espejos es igual al radio de curvatura.

b) Sistemas sintonizados: el Ebert parabolizado y el diseño U_4 . Recordemos que si bien éste último carece de coma de anamorfosis su costo es superior por estar formado por dos espejos parabólicos fuera de eje, mientras que el Ebert está formado por un solo espejo parabólico.

Los sistemas fuera de plano se analizan en forma totalmente análoga, razón por la cual a continuación damos las tablas de los parámetros que los caracterizan (tablas 3.7, 3.8, 3.9 y 3.10).

Colimador:

Antiplaca de centro de curvatura: para todas las configuraciones Z y U vale:

$$\Gamma_1 = -\frac{1}{32f^2} ; \quad \ell_1 = 2f - D ; \quad \xi_{01} = 0 ; \quad \eta_{01} = 2f\theta$$

Tabla 3.7

Placa de forma para el espejo:

Config	Γ_2	l_2	ξ_{02}	η_{02}
Z_1, U_1	0	-	-	-
Z_2, U_2	$\frac{1}{32f^3}$	- D	0	0
Z_3, U_3	$\frac{1}{32f^3}$	- D	0	- D $\Delta\phi_0$
Z_4, U_4	$\frac{1}{32f^3}$	- D	0	2f θ

Tabla 3.8

Cámara:

Antiplaca de centro de curvatura

Config	Γ'_3	l'_3	ξ'_{03}	η'_{03}
∇Z	$-\frac{1}{32f'^3}$	$D' - 2f'$	$\Delta\phi'_\lambda (D' - 2f')$	$- 2f' \theta'_r$
∇U	$-\frac{1}{32f'^3}$	$D' - 2f'$	$\Delta\phi'_\lambda (D' - 2f')$	$2f' \theta'_r$

Tabla 3.9

Placa de forma

Config	Γ'_4	l'_4	ξ'_{04}	η'_{04}
Z_1, U_1	0	-	-	-
Z_2, U_2	$\frac{1}{32f'^3}$	D'	$D' \Delta\phi'_\lambda$	0
Z_3, U_3	$\frac{1}{32f'^3}$	D'	$D' \Delta\phi'_\lambda$	0
Z_4	$\frac{1}{32f'^3}$	D'	$D' \Delta\phi'_\lambda$	$- D' \Delta\phi'_0$
U_4	$\frac{1}{32f'^3}$	D'	$D' \Delta\phi'_\lambda$	$- 2f' \theta'_r$

Tabla 3.10

De esta forma la tabla de resultados generales, que teníamos para los sistemas en el plano se ve levemente modificada, pero lo que podemos observar de la tabla 3.11, es que no se ve afectada sustancialmente la suma de momentos totales de cualquier orden.

Comparando las tablas 3.5 y 3.11 vemos que el análisis simplificado establece, en principio, que las configuraciones fuera de plano más promisorias resultan también las siguientes: Z_1 , Z_3 y U_4 . Restaría por analizar las aberraciones introducidas por la red en sistemas fuera de plano, análisis que se realiza teniendo en cuenta el método total.

Conf	A. Esf	Coma				
		Centro		Borde	Centro	
		$\Sigma \Gamma_i$	$\Sigma \Gamma_i \eta_{oi}$	$\Sigma \Gamma_i \xi_{oi}$	$\Sigma \Gamma_i \ell_i$	$\Sigma \Gamma_i \eta_{oi}^2$
Z_1^*	$-\frac{1}{16f^3}$	0	$\frac{\Delta\phi'_\lambda}{16f^2} \left(1 - \frac{D}{2f}\right)$	0	$-\frac{\vartheta^2}{4f}$	$-\frac{\vartheta \Delta\phi'_\lambda}{8f} \left(1 - \frac{D}{2f}\right)$
Z_2^*	0	0	$\frac{\Delta\phi'_\lambda}{16f^2}$	0	$-\frac{\vartheta^2}{4f}$	$-\frac{\vartheta \Delta\phi'_\lambda}{8f} \left(1 - \frac{D}{2f}\right)$
Z_3^*	0	0	$\frac{\Delta\phi'_\lambda}{16f^2}$	0	$-\frac{\vartheta^2}{4f} \left(1 - \frac{D^2}{f^2}\right)$	$-\frac{\vartheta \Delta\phi'_\lambda}{8f} \left(1 - \frac{D}{2f} - \frac{\Delta}{f}\right)$
Z_4	0	0	$\frac{\Delta\phi'_\lambda}{16f^2}$	0	0	$-\frac{\vartheta \Delta\phi'_\lambda}{8f}$
U_1^*	$-\frac{1}{16f^3}$	$-\frac{\vartheta}{8f^2}$	$\frac{\Delta\phi'_\lambda}{16f^2} \left(1 - \frac{D}{2f}\right)$	0	$-\frac{\vartheta^2}{4f}$	$\frac{\vartheta \Delta\phi'_\lambda}{8f} \left(1 - \frac{D}{2f}\right)$
U_2^*	0	$-\frac{\vartheta}{8f^2}$	$\frac{\Delta\phi'_\lambda}{16f^2}$	0	$-\frac{\vartheta^2}{4f}$	$\frac{\vartheta \Delta\phi'_\lambda}{8f} \left(1 - \frac{D}{2f}\right)$
U_3^*	0	$-\frac{\vartheta}{8f^2}$	$\frac{\Delta\phi'_\lambda}{16f^2}$	0	$-\frac{\vartheta^2}{4f} \left(1 - \frac{D^2}{f^2}\right)$	$\frac{\vartheta \Delta\phi'_\lambda}{8f} \left(1 - \frac{D}{2f} - \frac{\Delta}{f}\right)$
U_4	0	0	$\frac{\Delta\phi'_\lambda}{16f^2}$	0	0	$\frac{\vartheta \Delta\phi'_\lambda}{8f}$

(*) sistemas con coma de anamorfosis no considerada

Tabla 3.11

Astigmatismo

Centro		Borde		
η_{oi}	$\Sigma \Gamma_i \xi_{oi}^2$	$\Sigma \Gamma_i \ell_i^2$	$\Sigma \Gamma_i \eta_{oi} \ell_i$	$\Sigma \Gamma_i \xi_{oi} \ell_i$
$\left[1 - \frac{D}{2f}\right]$	$-\frac{\Delta\phi_\lambda'^2}{8f} \left[1 - \frac{D}{2f}\right]^2$	$-\frac{1}{4f} \left[1 - \frac{D}{2f}\right]^2$	$-\frac{\vartheta}{4f} \left[1 - \frac{D}{2f}\right]$	$-\frac{\Delta\phi_\lambda'}{8f} \left[1 - \frac{D}{2f}\right]^2$
$\left[1 - \frac{D}{2f}\right]$	$-\frac{\Delta\phi_\lambda'^2}{8f} \left[1 - \frac{D}{f}\right]$	$-\frac{1}{4f} \left[1 - \frac{D}{f}\right]$	$-\frac{\vartheta}{4f} \left[1 - \frac{D}{2f}\right]$	$-\frac{\Delta\phi_\lambda'}{8f} \left[1 - \frac{D}{f}\right]$
$\left[1 - \frac{D}{2f} - \frac{\Delta\phi_o D^2}{\vartheta f^2}\right]$	$-\frac{\Delta\phi_\lambda'^2}{8f} \left[1 - \frac{D}{f}\right]$	$-\frac{1}{4f} \left[1 - \frac{D}{f}\right]$	$-\frac{\vartheta}{4f} \left[1 - \frac{D}{2f} - \frac{\Delta\phi_o D^2}{4\vartheta f^2}\right]$	$-\frac{\Delta\phi_\lambda'}{8f} \left[1 - \frac{D}{f}\right]$
	$-\frac{\Delta\phi_\lambda'^2}{8f} \left[1 - \frac{D}{f}\right]$	$-\frac{1}{4f} \left[1 - \frac{D}{f}\right]$	$-\frac{\vartheta}{4f}$	$-\frac{\Delta\phi_\lambda'}{8f} \left[1 - \frac{D}{f}\right]$
$\left[1 - \frac{D}{2f}\right]$	$-\frac{\Delta\phi_\lambda'^2}{8f} \left[1 - \frac{D}{2f}\right]^2$	$-\frac{1}{4f} \left[1 - \frac{D}{2f}\right]^2$	0	$-\frac{\Delta\phi_\lambda'}{8f} \left[1 - \frac{D}{2f}\right]^2$
$\left[1 - \frac{D}{2f}\right]$	$-\frac{\Delta\phi_\lambda'^2}{8f} \left[1 - \frac{D}{f}\right]$	$-\frac{1}{4f} \left[1 - \frac{D}{f}\right]$	0	$-\frac{\Delta\phi_\lambda'}{8f} \left[1 - \frac{D}{f}\right]$
$\left[1 - \frac{D}{2f} - \frac{\Delta\phi_o D^2}{\vartheta f^2}\right]$	$-\frac{\Delta\phi_\lambda'^2}{8f} \left[1 - \frac{D}{f}\right]$	$-\frac{1}{4f} \left[1 - \frac{D}{f}\right]$	0	$-\frac{\Delta\phi_\lambda'}{8f} \left[1 - \frac{D}{f}\right]$
	$-\frac{\Delta\phi_\lambda'^2}{8f} \left[1 - \frac{D}{f}\right]$	$-\frac{1}{4f} \left[1 - \frac{D}{f}\right]$	0	$-\frac{\Delta\phi_\lambda'}{8f} \left[1 - \frac{D}{f}\right]$

III.2- Expresiones analíticas

Como hemos señalado en el párrafo anterior el análisis simplificado nos permite obtener las configuraciones más promisorias junto con sus parámetros básicos, pero las expresiones analíticas son necesarias para ajustes posteriores de estos parámetros y eventualmente para determinar nuevos, tales como las adecuadas relaciones de fuera de eje para compensar aberraciones residuales, curvaturas de ranuras, curvatura de la superficie focal imagen, etc..

Como ya hemos mencionado, el método completo requiere la consideración de dos diagramas separados, uno para el colimador y el otro para la cámara, con las variables que caracterizan a las aberraciones en cada rama (ángulos de apertura y campo) relacionadas por la ecuación de la red. La aberración total la obtenemos como la suma de las aberraciones de las ramas, y de este modo incluimos los efectos de la red.

A continuación damos las expresiones que nos permiten calcular las aberraciones, tanto para sistemas en el plano como fuera del plano, y las modificaciones que deben introducirse cuando se estudian el colimador o la cámara.

Aberración esférica:

$$r^4 \sum_i \Gamma_i \quad [3.8]$$

Coma:

$$- 4 r^2 \left(x \sum_i \Gamma_i \xi_{i,r} + y \sum_i \Gamma_i \eta_{i,r} \right) \quad [3.9]$$

Astigmatismo:

$$4 \sum_i \Gamma_i \left(x \xi_{i,r} + y \eta_{i,r} \right)^2 \quad [3.10]$$

donde:

$$\xi_{i,r} = \xi_{0i,r} - \alpha_0 l_{i,r}$$

$$\eta_{i,r} = \eta_{0i,r} - \beta_0 l_{i,r} \quad [3.11]$$

$$r^2 = x^2 + y^2$$

Desviación angular debida a distorsión del sistema de referencia:

a) Si el plano de simetría es el $x\xi_r$:

$$\delta x_{SR} = (\alpha_o^2 + \beta_o^2) \sum_c \frac{(\alpha_o \ell_{ir} - \xi_{oir})}{R_i}$$

$$\delta y_{SR} = (\alpha_o^2 + \beta_o^2) \sum_c \frac{\beta_o \ell_{ir}}{R_i}$$

[3.12]

b) Si el plano de simetría es el $y\zeta_r$:

$$\delta x_{SR} = (\alpha_o^2 + \beta_o^2) \sum_c \frac{\alpha_o \ell_{ir}}{R_i}$$

$$\delta y_{SR} = (\alpha_o^2 + \beta_o^2) \sum_c \frac{(\beta_o \ell_{ir} - \eta_{oir})}{R_i}$$

[3.13]

Desviación angular debida a la distorsión introducida por las placas:

a) Si el plano de simetría es el $x\zeta_r$:

$$\delta x_p = -4 \sum_i \Gamma_i \xi_{ir} (\xi_{ir}^2 + \beta_o^2 \ell_{ir}^2)$$

$$\delta y_p = 4 \sum_i \Gamma_i \beta_o \ell_{ir} (\xi_{ir}^2 + \beta_o^2 \ell_{ir}^2)$$

[3.14]

b) Si el plano de simetría es el $y\zeta_r$:

$$\delta x_p = 4 \sum_i \Gamma_i \alpha_o \ell_{ir} (\eta_{ir}^2 + \alpha_o^2 \ell_{ir}^2) \quad [3.15]$$

$$\delta y_p = - 4 \sum_i \Gamma_i \eta_{ir} (\eta_{ir}^2 + \alpha_o^2 \ell_{ir}^2)$$

Distorsión introducida por la red:

a) Si los surcos de la red son perpendiculares al plano de simetría $x\zeta_r$:

$$\alpha'_{o\lambda} = - \frac{1}{2} \beta_o^2 \frac{\text{sen}\phi_o + \text{sen}\phi'_{o\lambda}}{\text{cos}\phi'_{o\lambda}} + \alpha_o \frac{\text{cos}\phi_o}{\text{cos}\phi'_{o\lambda}} \quad [3.16]$$

$$\beta'_o = \beta_o$$

b) Si los surcos de la red son paralelos al plano de simetría $y\zeta_r$:

$$\alpha'_{o\lambda} = - \left[\frac{1}{2} \beta_o^2 + \beta_o \text{tg}\theta_o \right] \text{cos}\theta_o \frac{\text{sen}\phi_o + \text{sen}\phi'_{o\lambda}}{\text{cos}\phi'_{o\lambda}} + \alpha_o \frac{\text{cos}\phi_o}{\text{cos}\phi'_{o\lambda}} \quad [3.17]$$

$$\beta'_o = \beta_o$$

Relación entre los ángulos del haz incidente en la red (α_o, β_o) y los correspondientes al punto objeto en consideración (α, β) :

$$\alpha_o = \alpha + (\delta x_{SR} + \delta x_P) \quad [3.18]$$

$$\beta_o = \beta + (\delta y_{SR} + \delta y_P)$$

Relación entre los ángulos del haz difractado por la red $(\alpha'_{o\lambda}, \beta'_{o\lambda})$ y los correspondientes al punto imagen $(\alpha'_\lambda, \beta'_\lambda)$:

$$\alpha'_\lambda = \alpha'_{o\lambda} + (\delta x'_{SR} + \delta x'_P) \quad [3.19]$$

$$\beta'_\lambda = \beta_o + (\delta y'_{SR} + \delta y'_P)$$

Deformación del frente de ondas debido a curvatura de campo cuando el plano de simetría es el $x\zeta_r$:

$$2r^2 \sum_i \Gamma_i (\xi_{ir}^2 + \beta_o^2 t_{ir}^2) + \frac{r^2}{2f'^2} [\pm \alpha_o \sum_c \xi_{oir} - \frac{\rho'}{2} (\alpha_o^2 + \beta_o^2) f'^2] \quad [3.20]$$

donde el signo positivo (negativo) de α_o corresponde al caso donde el sistema que sucede al espacio de los haces colimados tiene un número par (impar) de reflexiones. Si el plano de simetría es el $y\zeta_r$, entonces α_o , β_o , ξ_{ir} y ξ_{oir} deben ser reemplazados por β_o , α_o , η_{ir} y η_{oir} respectivamente.

Las expresiones [3.8] a [3.15] y [3.20] son válidas tanto para el colimador como para la cámara. Si en ellas primamos a las variables que corresponden a la cámara, como lo hemos hecho en las ecuaciones [3.16] a [3.19], tenemos

que:

$$\alpha'_0 = \alpha'_D(\lambda) + \alpha'_{0\lambda} \quad [3.21]$$

y

$$\alpha'_D(\lambda) = - \Delta\phi'_\lambda \quad [3.22]$$

por consiguiente $\alpha'_{0\lambda}$ y el factor de anamorfosis

$$t_\lambda = \frac{x}{x'} = \frac{\cos\phi_0}{\cos\phi'_{0\lambda}} \quad [3.23]$$

dependen explícitamente de $\alpha'_D(\lambda)$. Dado que en este método α'_0 debe ser pequeño es conveniente que la longitud de onda de referencia corresponda a la media del espectro en consideración.

Finalmente, notaremos que para calcular las expresiones [3.8] a [3.15] y [3.19] es suficiente considerar los ángulos α_0 y β_0 , es decir, podemos despreciar la distorsión introducida por los espejos.

III.3- Aplicación del diagrama de placas al diseño de un espectrógrafo Czerny-Turner de amplio espectro

El espectrógrafo Czerny-Turner ha sido estudiado en profundidad por muchos autores^{[22] a [27]}, tanto en su forma

clásica (espejos esféricos y configuración simétrica) como en sus diferentes variantes. El método de estudio empleado, en general, ha sido el de la función camino óptico con las aproximaciones de Beutler⁽¹⁾ y Namioka⁽²⁾ y en algunos casos se ha hecho o completado con el trazado de rayos. Pero lo que resulta llamativo es que todos los autores colocan la red en las vecindades del plano focal de los espejos, la razón que se aduce para elegir esta posición es que con ella se obtiene un campo imagen aproximadamente plano. El análisis simplificado que nosotros hemos realizado nos demuestra que para esta posición de la red las aberraciones son mayores y dependen de la longitud de onda y por lo tanto el rango espectral útil disminuye considerablemente.

Del análisis simplificado hemos obtenido que una buena posición de la red corresponde a colocarla de tal forma que las distancias red-espejos coincidan con los correspondientes radios de curvatura, para que todos los momentos resulten independientes de la longitud de onda, lo que en principio garantizaría constancia de las aberraciones sobre un rango espectral amplio, decimos "en principio" porque en las expresiones analíticas los momentos están multiplicados por términos que sí dependen de la longitud de onda, como el factor de esmerfosis, ángulo de campo, etc..

Pero, si comparamos esta posición de la red con la

elegida por los restantes autores vemos que presenta dos considerables ventajas, por una parte, como dijimos, las aberraciones son menores y aproximadamente constantes en un amplio rango espectral, y por otra, se minimizan los ángulos de fuera de eje que satisfacen la condición de Cary⁽²⁸⁾ (condición necesaria para evitar dispersiones múltiples en la red). En contraposición se duplica la longitud del instrumento y el campo focal imagen se curva. Esta curvatura del campo focal imagen resulta del orden de la distancia focal del espejo, lo que permite, para distancias focales grandes (~ 1 m), curvar la placa fotográfica.

Si tenemos en cuenta las expresiones analíticas dadas ([3.8] a [3.20]), y en ellas imponemos la condición de tener un sistema simétrico, en el plano, de espejos esféricos, con distancias red-espejos igual al radio de curvatura de los mismos, en el que valen las siguientes expresiones:

$$D = D' = 2f = 2f' \quad [3.24]$$

y

$$x = t_\lambda x' \quad [3.25]$$

$$y = y'$$

y si hacemos la hipótesis adicional de que la ranura de entrada sea recta, es decir $\alpha_0 = 0$, obtendremos las siguientes expresiones para las distintas aberraciones:

Aberración esférica:

$$-\frac{1}{32f^3} \left[x^4 \left(1 + \frac{1}{t_\lambda^4} \right) + 2 x^2 y^2 \left(1 + \frac{1}{t_\lambda^2} \right) + 2 y^4 \right] \quad [3.26]$$

Coma:

$$\frac{\vartheta}{4f^2} \left[x^3 \left(1 - \frac{\vartheta'_r}{\vartheta t_\lambda^3} \right) + x y^2 \left(1 - \frac{\vartheta'_r}{\vartheta t_\lambda} \right) \right] \quad [3.27]$$

Astigmatismo:

$$-\frac{\vartheta^2}{2f} x^2 \left(1 + \frac{\vartheta_r'^2}{\vartheta^2 t_\lambda^2} \right) \quad [3.28]$$

Curvatura de campo:

$$-\frac{\vartheta^2}{4f} \left\{ x^2 \left[1 + \frac{\vartheta_r'^2}{\vartheta^2 t_\lambda^2} - \frac{\beta_0^2}{\vartheta^2} \left(1 + \frac{1}{t_\lambda^2} \right) - \frac{\Delta\phi'_\lambda - \alpha'_{0\lambda}}{\vartheta t_\lambda^2} \left(4 \frac{\vartheta'_r}{\vartheta} + \frac{\Delta\phi'_\lambda - \alpha'_{0\lambda}}{\vartheta} \right) \right] \right. \\ \left. + y^2 \left[1 + \frac{\vartheta_r'^2}{\vartheta^2} - 2 \frac{\beta_0^2}{\vartheta^2} - \frac{\Delta\phi'_\lambda - \alpha'_{0\lambda}}{\vartheta} \left(4 \frac{\vartheta'_r}{\vartheta} + \frac{\Delta\phi'_\lambda - \alpha'_{0\lambda}}{\vartheta} \right) \right] \right\} \quad [3.29]$$

Desviación angular debida a distorsión:

$$\delta x_P + \delta x_{SR} = \vartheta^3 \left[1 - \frac{\beta_o^2}{\vartheta^2} \right]$$

$$\delta y_P + \delta y_{SR} = 0$$

$$\delta x'_P + \delta x'_{SR} = -\vartheta_r'^3 \left[1 - \frac{\beta_o^2}{\vartheta_r'^2} - \left(\frac{\Delta\phi'_\lambda - \alpha'_{o\lambda}}{\vartheta_r'} \right)^2 \right] \quad [3.30]$$

$$\delta y'_P + \delta y'_{SR} = 0$$

Distorsión introducida por la red:

$$\alpha'_{o\lambda} = -\frac{1}{2} \beta_o^2 \frac{\text{sen} \phi_o + \text{sen} \phi'_{o\lambda}}{\text{cos} \phi'_{o\lambda}} \quad [3.31]$$

Factor de anamorfosis:

$$t_\lambda = \frac{\text{cos} \phi_o}{\text{cos} \phi'_{o\lambda}} \quad [3.32]$$

Las ecuaciones [3.26] a [3.29] nos muestran que las aberraciones de nitidez del sistema dependen de la longitud de onda sólo a través del factor de anamorfosis. Por lo tanto si desarrollamos la expresión [3.32] en términos de ϑ_r' y $\Delta\phi'_\lambda$, y si para la longitud de onda de referencia la difracción es normal a la red, el factor de anamorfosis varía sólo cuadráticamente con $\Delta\phi'_\lambda$, y en primera aproximación puede ser

considerado constante e igual a t_r .

Pero esto no es todo, la invariancia del factor de anamorfosis nos permite también obtener una adecuada relación de ángulos de fuera de eje que compense la coma residual, es decir, si consideramos que:

$$\vartheta = k \vartheta'_r \quad [3.33]$$

y calculamos las desviaciones en el plano paraxial $(\mathcal{D}'_x, \mathcal{D}'_y)$, obtenemos:

$$\mathcal{D}'_x = \frac{\vartheta'_r}{4f} \left[3 x^2 t_r \left(k - \frac{1}{t_r^3} \right) + y^2 t_r \left(k - \frac{1}{t_r} \right) \right] \quad [3.34]$$

$$\mathcal{D}'_y = \frac{\vartheta'_r}{2f} x y \left(k - \frac{1}{t_r} \right)$$

notemos que los máximos valores de las coordenadas x e y dependen del tamaño de la red y de la orientación del haz incidente, y recordando que el haz difractado, para la longitud de onda de referencia, es normal a la red, si consideramos círculos sobre la pupila de salida tendremos elipses sobre la de entrada, es decir:

$$\begin{aligned}
 x &= \rho_x \cos \psi \\
 y &= \rho_y \sin \psi
 \end{aligned}
 \tag{3.35}$$

donde ρ_x y ρ_y dependen del tamaño de la red y del ángulo de incidencia. Encontramos que los valores extremos para las expresiones [3.34] son:

$$\begin{aligned}
 D'_{x1} &= \frac{\theta'_r}{4f} 3 \rho_x^2 \left(k t_r - \frac{1}{t_r^2} \right) \\
 D'_{x2} &= \frac{\theta'_r}{4f} \rho_x (k t_r - 1) \\
 D'_{x3} &= 0 \\
 D'_{y1,2} &= \pm \frac{\theta'_r}{4f} \rho_x \rho_y \left(k - \frac{1}{t_r} \right)
 \end{aligned}
 \tag{3.36}$$

En la figura 3.5 graficamos las expresiones [3.36] como función de k , junto a las imágenes correspondientes para algunos valores típicos. Podemos ver que existen dos valores de k que resultan de interés, que hemos denotado con k_s y con k_m , para el primero la imagen es simétrica y para el segundo tiene ancho mínimo. (Notar que los tamaños de las imágenes son proporcionales a las distancias entre las dos rectas más apartadas, o sea el área sombreada en la figura 3.5). Los

valores de estos k son:

$$k_S = \frac{3 \rho_x^2 + t_r^2 \rho_y^2}{(3 \rho_x^2 + \rho_y^2) t_r^3} \quad [3.37]$$

$$k_M = \frac{1}{t_r^3} \quad [3.38]$$

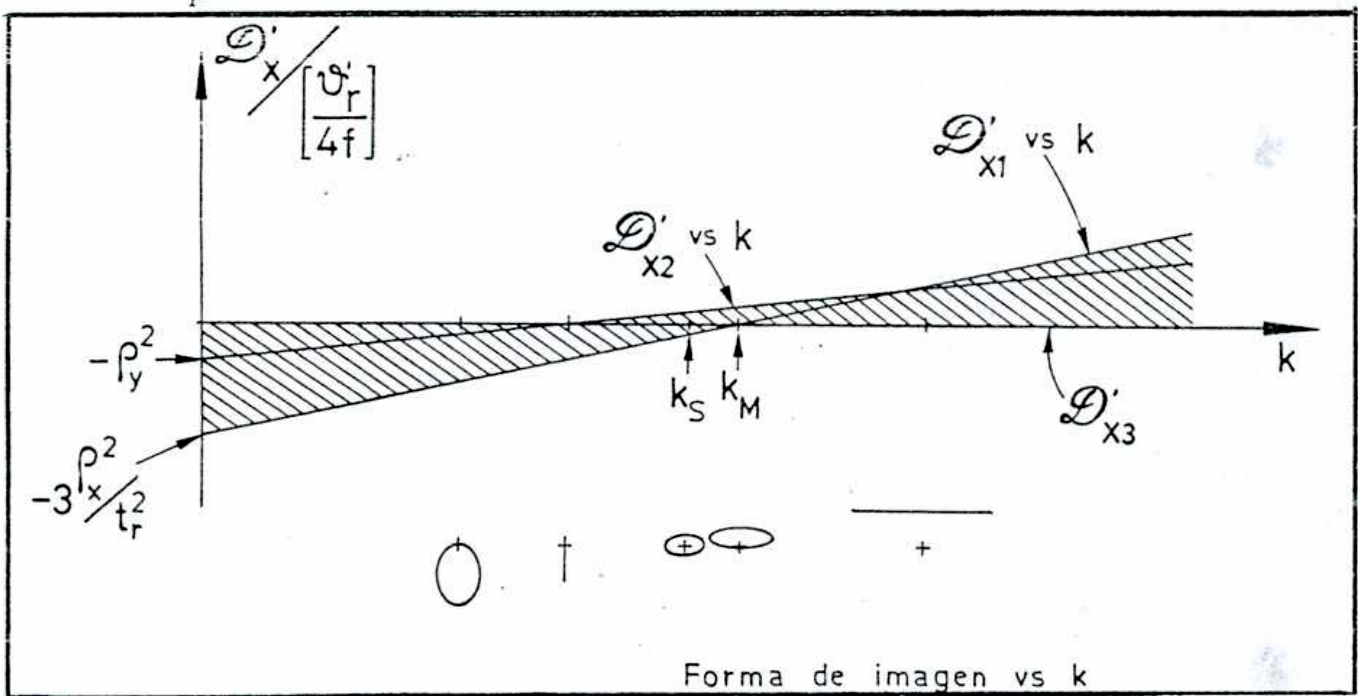


Figura 3.5

En la bibliografía consultada los distintos diseñadores han considerado sólo la solución mínima^{[22],[24],[26],[27]}, cuyo valor coincide con el obtenido por Fastie^[29] para $f=f'$. Nosotros hemos preferido perder en tamaño pero ganar en simetría de la imagen, razón por la cual hemos considerado a k_S como solución de interés.

Por otra parte el tamaño de la imagen de astigmatismo y

curvatura de campo se puede reducir considerablemente mediante corrimientos de la ranura de entrada y curvatura de la superficie detectora. Un desplazamiento en Δf de la ranura de entrada corresponde a una deformación del frente de ondas igual a:

$$-\frac{\Delta f}{2f^2} (x^2 + y^2) \quad [3.39]$$

mientras que la deformación de la placa en $\Delta f'(\lambda)$ produce una deformación del frente dada por:

$$-\frac{\Delta f'(\lambda)}{2f'^2} (x'^2 + y'^2) \quad [3.40]$$

Si sumamos estas deformaciones a las que dan el astigmatismo y la curvatura de campo ([3.28] y [3.29]) para el centro del campo e imponemos la condición de que la deformación resultante total sea nula, obtenemos los valores de Δf y $\Delta f'(\lambda)$, que resultan ser:

$$\Delta f = \frac{\vartheta^2 f}{2(t_r - 1)} \left[3 t_r^2 - 1 + 2 \frac{\vartheta_r^2}{\vartheta^2} \right] \quad [3.41]$$

y:

$$\Delta f'(\lambda) = \frac{\vartheta^2 f}{2} \left[\frac{2t_r^2 + \frac{\vartheta_r'^2}{\vartheta^2} (3-t_r^2)}{1-t_r^2} - 4 \frac{\vartheta_r'}{\vartheta^2} \Delta\phi_\lambda' - \frac{\Delta\phi_\lambda'^2}{\vartheta^2} \right] \quad [3.42]$$

notemos además que como en general las ranuras de un espectrógrafo son cortas el efecto de disminuir el tamaño de las imágenes para el centro del campo se mantiene para otros puntos del campo. De esta forma las aberraciones serán prácticamente constantes no sólo para un amplio rango espectral sino que también lo serán para todo el campo.

Hasta ahora hemos mostrado que el método propuesto es una herramienta ágil y valiosa para determinar las adecuadas relaciones entre los parámetros que caracterizan el diseño. Por otra parte el método también permitiría calcular a tercer orden el valor numérico de las aberraciones pero, dado que el trazado de rayos, además de ser un método rápido es exacto es conveniente hacer la evaluación mediante este último, e incluso proceder a su optimización numérica. En el próximo párrafo asignaremos valores a los parámetros y procederemos a su evaluación.

III.4- Parámetros y evaluación del diseño propuesto

Hemos mencionado que nuestros requerimientos incluían contar con un amplio rango espectral por lo que hemos considerado como tal al comprendido entre $\lambda_m = 3500\text{Å}$ y $\lambda_M = 7500\text{Å}$, es decir, prácticamente todo el espectro visible. Tomamos como $\lambda_r = 5500\text{Å}$ (la media del espectro). También nos impusimos un sistema con buena luminosidad: $f/10$ en la cámara y razonable dispersión ($\sim 8 \text{ Å/mm}$).

Como ya mencionamos el requerimiento de rango espectral amplio trae aparejado la constancia del factor de anamorfosis, lo que nos lleva a establecer $\phi'_{or} = 0$. Si bien esta condición garantiza constancia de aberraciones no podemos dejar de mencionar que esta orientación de la red fija condiciones sobre el cociente entre el orden y el período de la red y establece límites a la resolución.

Compatible con los requisitos antedichos hemos considerado:

- a) Una red de 10 cm de lado, 1200 líneas/mm, en el primer orden de difracción.
- b) Ambos espejos esféricos de distancia focal 1 m.
- c) Angulo de incidencia sobre la red: $\phi_o = 0,7208$ ($t_\lambda \cong t_r \cong 0,75$).
- d) Hemos supuesto una ranura de entrada recta de 1 cm de

longitud, lo que es equivalente a considerar $\alpha_0 = 0$ y $\beta_0 = 0,005$.

e) Para evitar dispersiones múltiples, hemos elegido el mínimo ángulo de extra-axialidad en la cámara que satisface la condición de Cary⁽²⁸⁾, es decir: $\vartheta'_\lambda \cong \vartheta'_r = 0.027$.

f) la compensación de coma nos lleva a establecer que el ángulo de fuera de eje en el colimador es, para los datos del problema $\vartheta = 0.053$, y el valor de k requerido es $k \cong 1,977$. Cabe mencionar que este valor de ϑ garantiza el espacio suficiente para el soporte de la ranura de entrada.

g) Por último, el desplazamiento adecuado de la ranura de entrada es de 0,39 cm, alejándose del colimador, y la placa debe ser curvada con un radio de curvatura de 1 m y acercándose al espejo cámara en 0,57 cm.

A pesar de que el método analítico propuesto no es un método exacto hemos calculado con él el tamaño de las imágenes, para comparar los resultados que se obtienen con los obtenidos por el trazado de rayos y tener, de este modo, una medida del grado de aproximación del método. Este cálculo nos dió un tamaño de imagen de $22 \mu\text{m}$ y de la forma que muestra la figura 3.6. En ella graficamos las curvas para tres radios diferentes sobre la pupila de salida, y donde el radio máximo (r_M) corresponde al radio de la red, es decir 10cm.

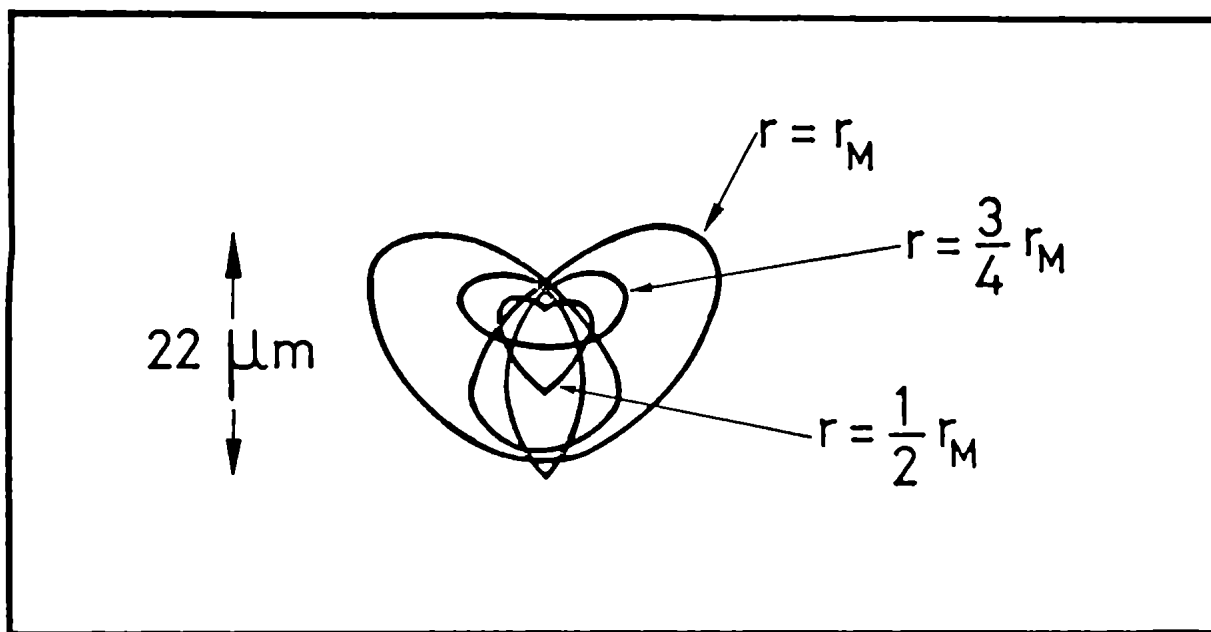


Figura 3.6

En la figura 3.7 reproducimos las imágenes obtenidas por trazado de rayos, para la longitud de onda media ($\lambda_r = 5500\text{\AA}$) y para las dos longitudes de onda extremas ($\lambda_m = 3500\text{\AA}$ y $\lambda_M = 7500\text{\AA}$) tanto para el centro como para el borde del campo. En ella los espacios en blanco corresponden a puntos por los que no pasa ningún rayo, el \cdot equivale a un rayo, el $+$ a 2 ó 3 rayos, el $*$ corresponde a entre 4 y 7 rayos y el signo H a 8 o más rayos.

Notemos que el tamaño de estas imágenes es prácticamente constante en todo punto del campo y para todo el rango espectral y su tamaño es del orden de los $19 \mu\text{m}$. La simetría de la imagen disminuye a medida que nos apartamos de la longitud de onda media y esto se debe a que la compensación de coma es levemente diferente (recordar que ϑ_λ no es

exactamente constante).

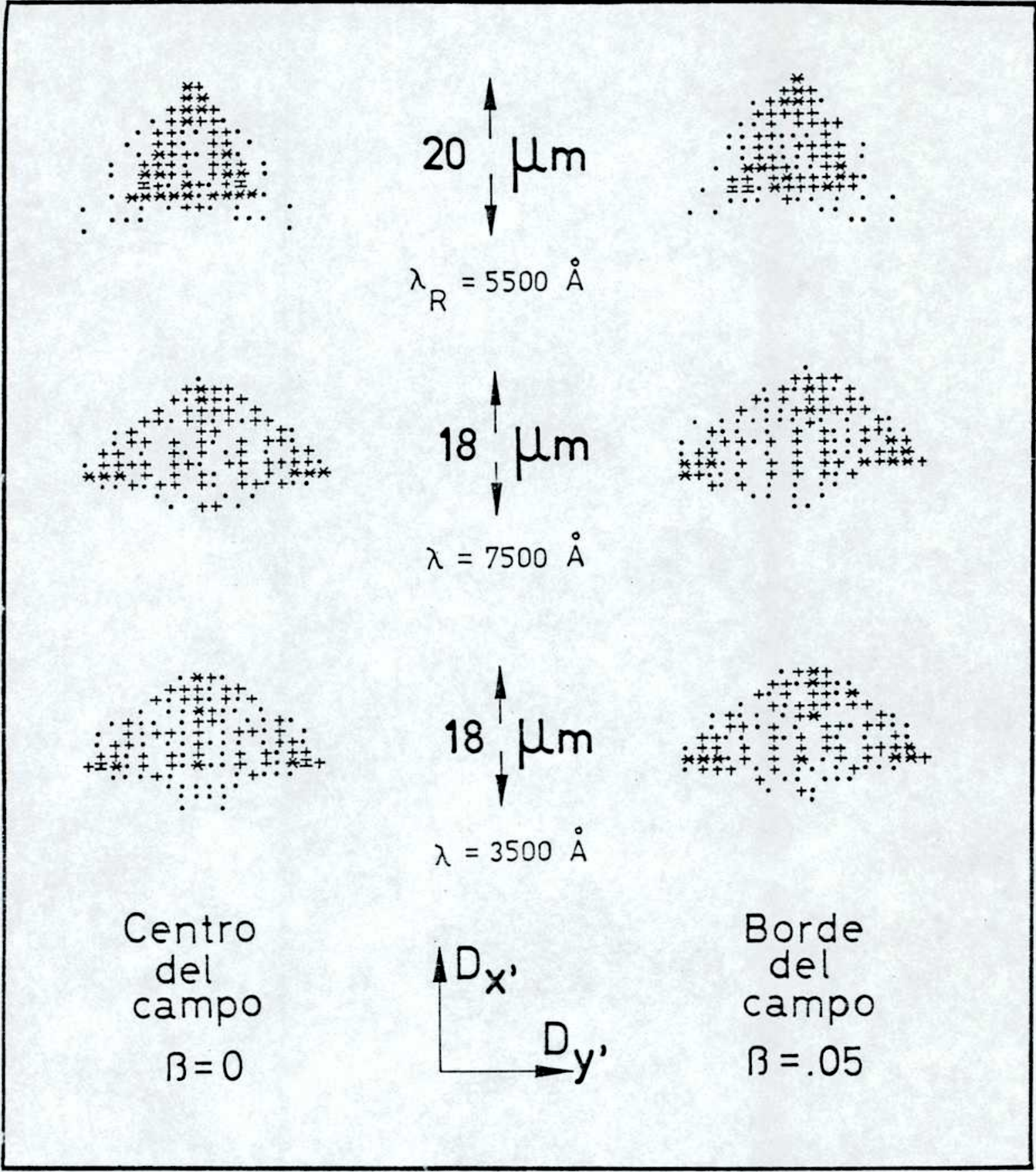


Figura 3.7

Es importante remarcar que las imágenes dadas en la figura 3.7 fueron obtenidas con los parámetros que fijamos en forma analítica y que sólo se ajustó levemente la posición de la imagen para obtener un mejor enfoque.

El acuerdo entre los resultados numéricos (exactos) y los analíticos (aproximados) muestra que el método no sólo es útil para obtener sistemas en buena zona de solución sino que esta solución es muy próxima a la óptima, dado que los términos de orden superior son prácticamente despreciables.

De este modo hemos querido mostrar, por una parte la agilidad que brinda al diseñador el análisis simplificado y por otra, que el método analítico realmente complementa al primero en las mejoras del diseño.

Es claro que el sistema así diseñado podría finalmente ser optimizado, ya sea mediante cálculo numérico, ya sea en forma experimental, aunque la similitud entre los resultados teóricos, a tercer orden, y los numéricos nos dicen que las aberraciones de orden superior son pequeñas, y en principio, si sumamos a ello la aproximación experimental, parecería difícil mejorar el diseño si nos mantenemos en el Czerny - Turner.

CAPITULO IV

EXTENSION DE LA RELACION DE LOS SENOS

Si bien el diseño de sistemas ópticos se ve en la actualidad sumamente facilitado por los programas de optimización automática por computadora, las teorías aproximadas para el cálculo de las aberraciones siguen teniendo importancia tanto en la elección de las zonas de solución que servirán de punto de partida a la optimización, como en la comprensión del funcionamiento del sistema.

En el cálculo numérico es conveniente tratar al instrumento como un sistema único y las coordenadas de campo y de pupila para cada rayo se pueden encontrar por métodos tales como los propuestos por Hopkins⁽³⁰⁾. Sin embargo, en el prediseño del sistema suele resultar de utilidad considerar al instrumento como una secuencia de subsistemas. Si se procede de esta forma resulta que para un dado rayo, las coordenadas objeto y de pupila de entrada del primer sistema determinan todas las coordenadas de imagen y de pupila para los sistemas subsiguientes; más aún, si se trata de sistemas ópticos centrados, dadas las relaciones entre coordenadas objeto e imagen, la relación entre las coordenadas de pupila de entrada y de salida del sistema total, en la aproximación de campos axiales pequeños, estará determinada por la relación de los senos⁽³¹⁾. Para sistemas con planos de simetría, por ejemplo sistemas anamórficos, la extensión de la relación de los senos resulta inmediata si se compatibilizan los sistemas de coordenadas con los planos de

simetría del sistema óptico.

Es decir, conocida la relación entre una grilla objeto y su correspondiente grilla imagen es posible, para una dada grilla en la pupila de entrada, conocer la grilla en la pupila de salida mediante la relación de los senos.

Si el sistema óptico carece de simetría, como ocurre con aquellos que incluyen redes y/o prismas fuera de plano, prismas polarizantes fuera de plano o tandems de estos elementos, la forma conocida^[31] de relación de los senos deja de ser válida en general.

Para sistemas con simetría de revolución y objetos extra-axiales se han encontrado^[32] relaciones equivalentes a la relación de los senos que permiten obtener también las coordenadas sobre la pupila de salida. E incluso, en el caso de sistemas sin simetría de revolución, pero con un plano de simetría definido, es posible, mediante una adecuada elección del sistema de coordenadas tener relaciones equivalentes a las dadas.

Nosotros hemos trabajado con sistemas espectrográficos con redes planas y en ellos no existe una simetría definida a menos que los rayos incidentes sobre la red estén contenidos en su plano principal, cosa que no ocurre para todo punto del campo, incluso en los sistemas denominados en el plano.

En los capítulos anteriores hemos utilizado la relación de coordenadas obtenida por Gil y Simon^[11] para una red

plana, mediante las rotaciones de los sistemas coordenados en el espacio. Si el sistema espectrográfico estuviese constituido por dos redes planas, la relación empleada perdería validez y la forma de obtener las coordenadas sobre la pupila de salida sería sumamente complicada. Por este motivo hemos vuelto nuestra atención hacia la relación de los senos. En la bibliografía es habitual hallar su deducción mediante la aplicación de la ley de Snell a una dioptra esférica^[31] o mediante el tratamiento de los rayos próximos^[33] e incluso, más recientemente, a través de la óptica de Fourier^[34]; en todas estas demostraciones se toma la forma lineal de la relación de los senos:

$$n h_i \operatorname{sen} u_i = n' h'_i \operatorname{sen} u'_i \quad i = x, y \quad [4.1]$$

y los rayos se encuentran siempre contenidos en el mismo plano, lo que es equivalente a considerar al sistema con simetría.

Born y Wolf^[33] mencionan que la relación de los senos fue obtenida por primera vez por Clausius (en 1864^[35]) y reobtenida por Helmholtz (en 1874^[36]) mediante consideraciones termodinámicas. La búsqueda de estas demostraciones nos llevó a consultar la obra de Drude^[14] editada en 1912, ya que los trabajos originales nos resultaron inaccesibles, y la demostración termodinámica, si bien aparentemente fue realizada para sistemas con simetría

de revolución, presenta una generalidad mucho mayor que aquellas dadas por la óptica geométrica y por la óptica de Fourier; su forma cuadrática (en una ecuación única) y los postulados que hacen a su deducción nada tienen que ver con la simetría del sistema óptico. Este hecho nos indujo a pensar que una relación de los senos más general, expresable también en la forma de dos ecuaciones lineales, debía ser posible, sea el sistema óptico simétrico o no. La obtención de tales ecuaciones nos permitiría entonces obtener las coordenadas sobre la pupila de salida como función de los datos del sistema (relación de coordenadas objeto-imagen y coordenadas sobre la pupila de entrada).

Por estos motivos comenzaremos recordando la demostración termodinámica, en la forma que la expresa Drude^[14], luego expondremos nuestra extensión^[15], tanto en la forma matricial como en la de un sistema de dos ecuaciones lineales, y luego la aplicaremos al caso de una red plana, mostrando que el resultado coincide en forma exacta con el obtenido por Gil y Simon^[11] y que fuera verificado mediante trazados de rayos.

IV.1- Demostración energética de la relación de los senos

Consideremos un elemento de superficie axial dS como se

muestra en la figura 4.1 cuya imagen a través del sistema óptico centrado sea otro elemento de superficie dS' . Sean u y u' los ángulos de apertura de los haces en el espacio objeto (de índice n) y en el espacio imagen (de índice n') respectivamente.

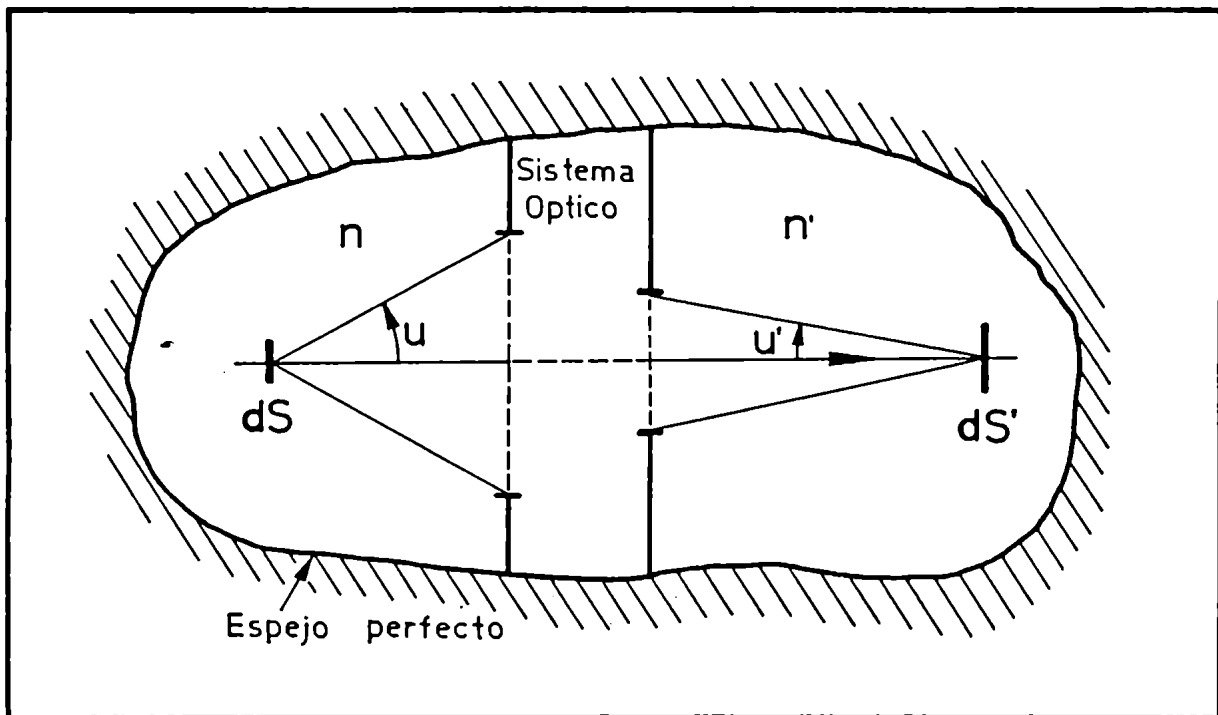


Figura 4.1

Por ser dS' imagen de dS la energía radiada por este último en el cono de apertura u incide sobre dS' y viceversa si dS' fuese el objeto y dS la imagen. Esto ocurre en razón de que los rayos representan la trayectoria de la energía radiada.

Consideremos ahora a dS y a dS' como a dos superficies negras en equilibrio térmico y aisladas del exterior por

espejos. Por la segunda ley de la termodinámica el equilibrio no puede alterarse por radiación térmica pura, en consecuencia la energía radiada por dS hacia dS' debe ser igual a la energía que dS absorbe proveniente de dS' .

Pero, si dS es un cuerpo negro inmerso en un medio de índice n , la energía radiada en un cono de apertura u es:

$$dU = \pi i dS \text{ sen}^2 u \quad [4.2]$$

donde i es la intensidad de radiación del cuerpo negro en el medio de índice n , y recordando^[14] que:

$$i = n^2 i_0 \quad [4.3]$$

donde i_0 es la intensidad de radiación del cuerpo negro en vacío a la misma temperatura; tenemos que la ecuación [4.2] se escribe:

$$dU = \pi n^2 i_0 dS \text{ sen}^2 u \quad [4.4]$$

Análogamente, la energía radiada por dS' en el cono de apertura u' será:

$$dU' = \pi n'^2 i_0 \text{ sen}^2 u' \quad [4.5]$$

pero, en razón del equilibrio termodinámico, las ecuaciones

[4.4] y [4.5] deben ser iguales, o sea:

$$n^2 dS \operatorname{sen}^2 u = n'^2 dS' \operatorname{sen}^2 u' \quad [4.6]$$

que es la relación de los senos en su forma cuadrática. Este resultado, si bien fue obtenido para cuerpos negros, es una propiedad del sistema óptico y no de los objetos e imágenes particulares que consideremos. Cabe mencionar que como el sistema óptico considerado tiene simetría de revolución, la ecuación [4.6] puede ser descompuesta en dos ecuaciones lineales idénticas a las [4.1].

Por otra parte, si bien en la obtención de la ecuación [4.6] hemos propuesto sistemas con simetría de revolución y objetos axiales, lo que da lugar al término $\operatorname{sen}^2 u$, bastaría con considerar el área efectiva de la pupila de entrada (entendiendo por tal a la proyección de área de la pupila en la dirección normal al rayo principal correspondiente al centro del campo, es decir sobre un plano paralelo al plano objeto) dividida por la distancia pupila-objeto, y lo mismo a la salida. De esta forma podríamos obtener una expresión cuadrática válida para cualquier sistema de coordenadas, pero que en principio no puede ser descompuesta en forma simple en un sistema de dos ecuaciones lineales al estilo de las dadas por [4.1]; por otra parte, la forma cuadrática equivalente a la ecuación [4.6] no nos resulta de utilidad para determinar las coordenadas sobre la pupila de salida. Pero es importante

remarcar que una forma cuadrática de la relación de los senos mantiene su validez aún si se consideran sistemas sin ningún tipo de simetría definida.

IV.2. Generalización de la relación de los senos

Al comienzo del capítulo hemos mencionado que el objetivo del presente trabajo es hallar las coordenadas sobre la pupila de salida como función de las correspondientes coordenadas sobre la pupila de entrada, del objeto y de la imagen.

A tal fin consideramos un sistema óptico lineal arbitrario, es decir, un sistema en el cual las coordenadas de la imagen son combinación lineal de las coordenadas del objeto, pero tal que la transformación no necesariamente tenga simetría definida.

Llamando (x_1, x_2) a las coordenadas de un punto genérico del plano objeto en un sistema ortogonal en dicho plano (entendiendo por tal al plano perpendicular al rayo principal correspondiente al centro del campo), tendremos que su imagen en otro sistema ortogonal en el plano imagen tendrá coordenadas (x'_1, x'_2) , las que deberán satisfacer las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned}x_1' &= m_{11} x_1 + m_{12} x_2 \\x_2' &= m_{21} x_1 + m_{22} x_2\end{aligned}\tag{4.7}$$

Definimos la matriz aumento de los objetos como la matriz que da la transformación lineal, es decir:

$$M_o = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{pmatrix}\tag{4.8}$$

Luego, las ecuaciones [4.7] pueden ser escritas en la forma:

$$\bar{x}' = M_o \bar{x}\tag{4.9}$$

Cabe mencionar que los vectores \bar{x} y \bar{x}' pueden representar tanto las coordenadas lineales del objeto como sus coordenadas angulares medidas desde el centro de la pupila de entrada. Esta última representación es la que resulta más adecuada cuando se consideran objeto o imágenes en el infinito.

En términos del álgebra vectorial diremos que la ecuación [4.9] establece que existe una transformación lineal $M: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ (con coeficientes en el campo de los reales) cuya matriz $M_o = \{m_{ij}\}$ transforma un punto del plano objeto \bar{x} , expresado en una base $\{\bar{x}_i\}$ de dicho plano, en otro punto \bar{x}' del plano imagen, expresado en una base $\{\bar{x}'_j\}$ del

correspondiente plano imagen.

Si aplicamos a nuestro caso particular el teorema 7.3 de la referencia [37] que establece lo siguiente: "Sea $T: U \rightarrow V$ una transformación lineal entre dos espacios vectoriales de dimensión finita sobre un campo K , y sea r el rango de T . Entonces existen bases $\{u_i\}$ y $\{v_j\}$ de U y V para las cuales la matriz t de T tiene la siguiente forma:

$$t_{ii} = 1 \quad \text{para } i = 1, \dots, r \tag{4.10}$$

$$t_{ij} = 0 \quad \text{en otro caso.}"$$

En el caso que nos interesa esto corresponde a: $U = V = \mathbb{R}^2$, $n = m = r = 2$, K : campo de los números reales. Por lo tanto existe una base en el plano objeto, que denotamos con $\{\bar{y}_i\}$, y otra base en el plano imagen, que denotamos con $\{\bar{y}'_j\}$ para las cuales la matriz de la transformación es diagonal. Notemos que hemos impuesto como condición adicional que el rango de la transformación coincida con la dimensión de los espacios vectoriales, o lo que es equivalente, que la transformación sea biyectiva, es decir:

$$\det M_o \neq 0 \tag{4.11}$$

Luego, en tales bases la transformación se expresa como:

$$\bar{y}' = M_o^\circ \bar{y} = \begin{bmatrix} m_1^\circ & 0 \\ 0 & m_2^\circ \end{bmatrix} \tag{4.12}$$

donde m_1^o y m_2^o son función de los coeficientes m_{ij} , y los elementos de la nueva base serán combinación lineal de los anteriores.

El teorema establece que existe una base para la cual la matriz de transformación es diagonal, pero nada dice acerca de la ortogonalidad de la misma. Queremos entonces mostrar que esa nueva base es también ortogonal. Para ello supondremos que existen dos ángulos, δ y δ' , tales que un vector, expresado en la base $\{\bar{x}_i\}$, se obtiene como una rotación en δ del mismo vector expresado en la base $\{\bar{y}_i\}$, es decir:

$$\bar{x} = R_\delta \bar{y} \quad [4.13]$$

donde:

$$R_\delta = \begin{pmatrix} \cos \delta & \text{sen } \delta \\ -\text{sen } \delta & \cos \delta \end{pmatrix} \quad [4.14]$$

y análogamente, en el espacio imagen:

$$\bar{x}' = R_{\delta'} \bar{y}' \quad [4.15]$$

con:

$$R_{\delta'} = \begin{pmatrix} \cos \delta' & \text{sen } \delta' \\ -\text{sen } \delta' & \cos \delta' \end{pmatrix} \quad [4.16]$$

Pero usando las ecuaciones [4.9], [4.12], [4.13] y [4.15], tenemos que:

$$M_o^o = R_{\delta'}^{-1} M_o R_{\delta} \quad [4.17]$$

La ecuación [4.17] da un sistema de cuatro ecuaciones con cuatro incógnitas, cuyas soluciones luego de algún álgebra son:

$$m_1^o = \frac{1}{2} \left\{ \sqrt{(m_{yx} - m_{xy})^2 + (m_{xx} + m_{yy})^2} + \sqrt{(m_{yx} + m_{xy})^2 + (m_{xx} - m_{yy})^2} \right\}$$

$$m_2^o = \frac{1}{2} \left\{ \sqrt{(m_{yx} - m_{xy})^2 + (m_{xx} + m_{yy})^2} - \sqrt{(m_{yx} + m_{xy})^2 + (m_{xx} - m_{yy})^2} \right\}$$

[4.18]

$$\text{sen}(\delta + \delta') = - (m_{xy} + m_{yx}) / \sqrt{(m_{yx} + m_{xy})^2 + (m_{xx} - m_{yy})^2}$$

$$\text{sen}(\delta - \delta') = - (m_{xy} - m_{yx}) / \sqrt{(m_{yx} - m_{xy})^2 + (m_{xx} + m_{yy})^2}$$

De las ecuaciones [4.18], podemos ver que los resultados son físicamente aceptables, ya que tanto m_1^o como m_2^o son reales y además $|\text{sen}(\delta + \delta')| \leq 1$ y $|\text{sen}(\delta - \delta')| \leq 1$. Luego, ambos sistemas son ortogonales.

Si consideramos ahora la relación de los senos en este sistema de coordenadas ortogonal preferencial tenemos que:

$$n' h_i' \text{sen} \alpha_i' = n h_i \text{sen} \alpha_i \quad i = 1, 2 \quad [4.19]$$

donde (h_1, h_2) son las coordenadas lineales en el plano objeto y $(\text{sen } \alpha_1, \text{sen } \alpha_2)$ son coordenadas "angulares" sobre la pupila de entrada. Las variables primadas corresponden a sus análogos en el espacio imagen. Otra forma equivalente de la relación de los senos puede obtenerse de la figura 4.2, donde

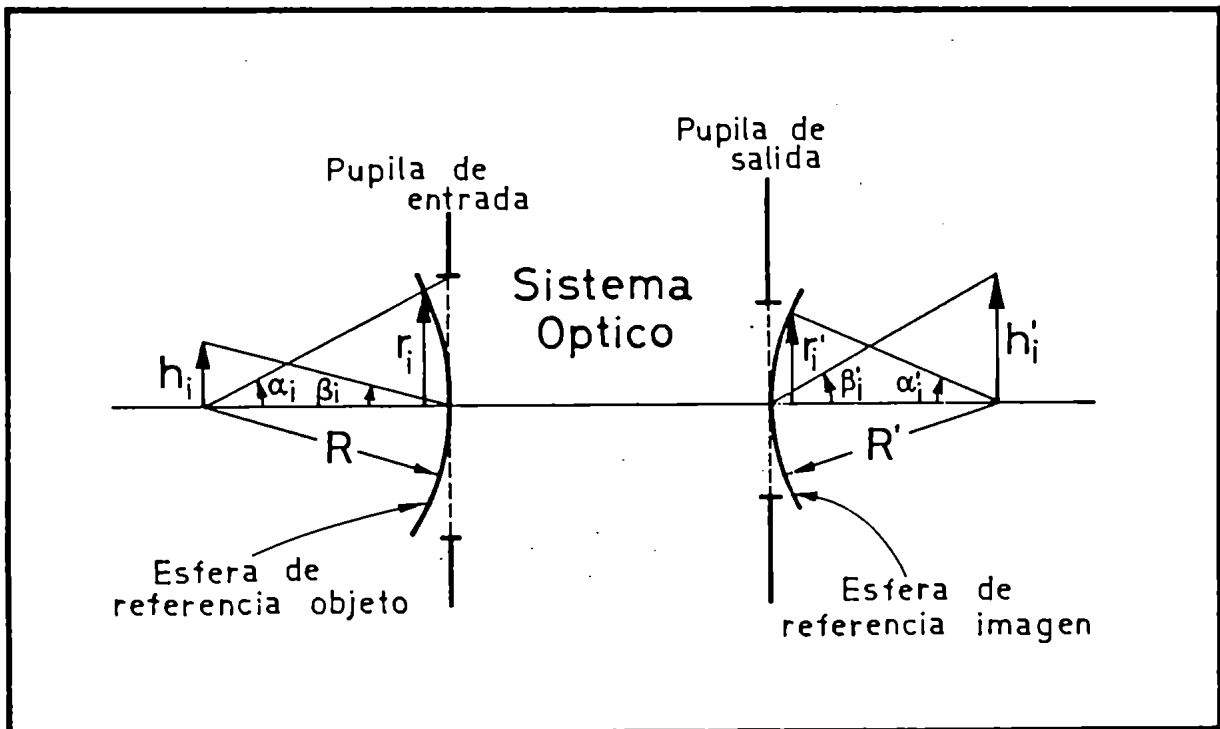


Figura 4.2

$$h_i = R \operatorname{tg} \beta_i$$

y

[4.20]

$$\operatorname{sen} \alpha_i = r_i / R \quad i = 1, 2$$

con r_i coordenadas lineales sobre la esfera de referencia en la pupila de entrada. Si tenemos en cuenta que la relación de

los senos es válida para campos chicos tenemos que:

$$\operatorname{tg} \beta_i \cong \beta_i \quad [4.21]$$

Notemos que esta limitación se aplica a los campos, no a las aperturas, esto último nos restringiría a considerar el invariante de Lagrange-Helmholtz, mientras que nuestro rango de validez sigue siendo el de la relación de los senos. Entonces, reemplazando en la ecuación [4.19] tenemos que la forma alternativa de la relación de los senos es:

$$n' \beta'_i r'_i = n \beta_i r_i \quad i = 1, 2 \quad [4.22]$$

Luego, si consideramos coordenadas lineales en el plano objeto (ec.[4.19]) identificamos:

$$\begin{aligned} y_1 &= h_1 ; & v_1 &= \operatorname{sen} \alpha_1 \\ y_2 &= h_2 ; & v_2 &= \operatorname{sen} \alpha_2 \end{aligned} \quad [4.23]$$

mientras que si trabajamos con coordenadas angulares en el objeto (ec.[4.22]), la identificación será:

$$\begin{aligned} y_1 &= \beta_1 ; & v_1 &= r_1 \\ y_2 &= \beta_2 ; & v_2 &= r_2 \end{aligned} \quad [4.24]$$

en ambos casos las variables primadas identifican las

magnitudes correspondientes en el espacio imagen y la relación de los senos se puede escribir como:

$$n' y'_i v'_i = n y_i v_i \quad i = 1, 2 \quad [4.25]$$

Luego, teniendo en cuenta las ecuaciones [4.12] y [4.25]:

$$\frac{v'_i}{v_i} = \frac{n}{n'} \frac{y_i}{y'_i} = \frac{n}{n' m_i^o} \quad i = 1, 2 \quad [4.26]$$

y

$$\bar{v}' = M_P^o \bar{v} \quad [4.27]$$

Y en este sistema de referencia preferencial la matriz de transformación de coordenadas de pupila, que denotamos con M_P^o se escribe de la siguiente forma:

$$M_P^o = \frac{n}{n'} \begin{bmatrix} 1 / m_1^o & 0 \\ 0 & 1 / m_2^o \end{bmatrix} = \frac{n}{n'} M_O^{o-1} \quad [4.28]$$

y la relación de los senos toma la forma:

$$M_P^o M_O^o = \frac{n}{n'} \mathbb{I} \quad [4.29]$$

donde \mathbb{I} es la matriz identidad. La ecuación [4.29] es la forma matricial de la relación de los senos para sistemas con simetría. Pero el sistema preferencial, en el cual la

relación de los senos toma la forma de la ecuación [4.29], es desconocido en un sistema óptico arbitrario, y si bien hemos visto como obtener los ángulos de rotación y los coeficientes de la matriz diagonal, no es nuestro objetivo trabajar en él. Es decir queremos retornar a los sistemas para los cuales la matriz de transformación de los objetos es conocida pero no tiene forma diagonal. Llamamos \bar{u} y \bar{u}' a los vectores que dan las coordenadas de puntos sobre la pupila de entrada y salida en sistemas ortogonales paralelos a $\{x_i\}$ y a $\{x_j\}$ respectivamente. Tendremos que \bar{u} y \bar{u}' se relacionan por una matriz de transformación, en principio desconocida, que denotamos con M_p . O sea:

$$\bar{u}' = M_p \bar{u} \quad [4.30]$$

pero:

$$\bar{u} = R_\delta \bar{v} \quad [4.31]$$

y

$$\bar{u}' = R'_\delta \bar{v}' \quad [4.32]$$

y teniendo en cuenta las ecuaciones [4.27] y [4.30] a [4.32], resulta:

$$M_p = R'_\delta \cdot M_p^\circ \cdot R_\delta^{-1} \quad [4.33]$$

considerando las ecuaciones [4.28], [4.17] y [4.18], operando obtenemos:

$$M_P = \frac{n}{n' \Delta_M} \begin{pmatrix} m_{22} & m_{21} \\ m_{12} & m_{11} \end{pmatrix} \quad [4.34]$$

donde Δ_M es el determinante de la matriz M_O . La ecuación [4.34] es la forma matricial de la relación de los senos para cualquier sistema óptico lineal tal que la transformación de los objetos sea biyectiva.

Si quisiésemos escribir la relación de los senos en forma de dos ecuaciones algebraicas lineales, podemos ver, a partir de las ecuaciones [4.2] y [4.34], que:

$$x'_i u'_i = \sum_{j,k} m'_{ij} m_{ik} x_k u_j \quad i = 1, 2 \quad [4.35]$$

y sustituyendo m'_{ij} de la ecuación [4.34] obtenemos:

$$n' x'_i u'_i = \frac{n}{m_{11} m_{22} - m_{12} m_{21}} \sum_{\substack{j,k \\ s \neq i}} m_{sj} m_{ik} x_k u_j \quad ; \quad i = 1, 2 \quad [4.36]$$

que es la expresión general de la relación de los senos, para sistemas lineales, biyectivos, con o sin simetría de revolución. En el caso de sistemas con simetría de revolución se satisface que $m_{12} = m_{21} = 0$, y como era de esperar la

ecuación [4.36] toma la forma de la ecuación [4.1].

IV.3. Aplicación: Red plana reflectora

Consideremos, por simplicidad, la red plana reflectora de la figura 4.3. En ella podemos considerar tres sistemas de referencia preferenciales, que son:

a) *Sistema de referencia objeto* (x_1, x_2, x_3): en este sistema x_3 coincide con el rayo principal incidente correspondiente al centro del campo, y el eje x_2 está contenido en el plano de incidencia principal, entendiendo por tal al plano determinado por x_3 y por la dirección de los surcos de la red.

b) *Sistema de referencia red* (X, Y, Z): en él XY es el plano de la red, con "Y" paralelo a los surcos, y Z coincide con la normal en el centro de la red. Definimos al plano principal de la red como aquel plano perpendicular a la red y a sus surcos que contiene al punto medio, es decir, plano XZ.

c) *Sistema de referencia imagen* (x'_1, x'_2, x'_3): en él x'_3 coincide con el rayo principal difractado correspondiente al centro del campo y junto con la dirección de los surcos determina el plano de difracción principal, x'_2 pertenece a dicho plano.

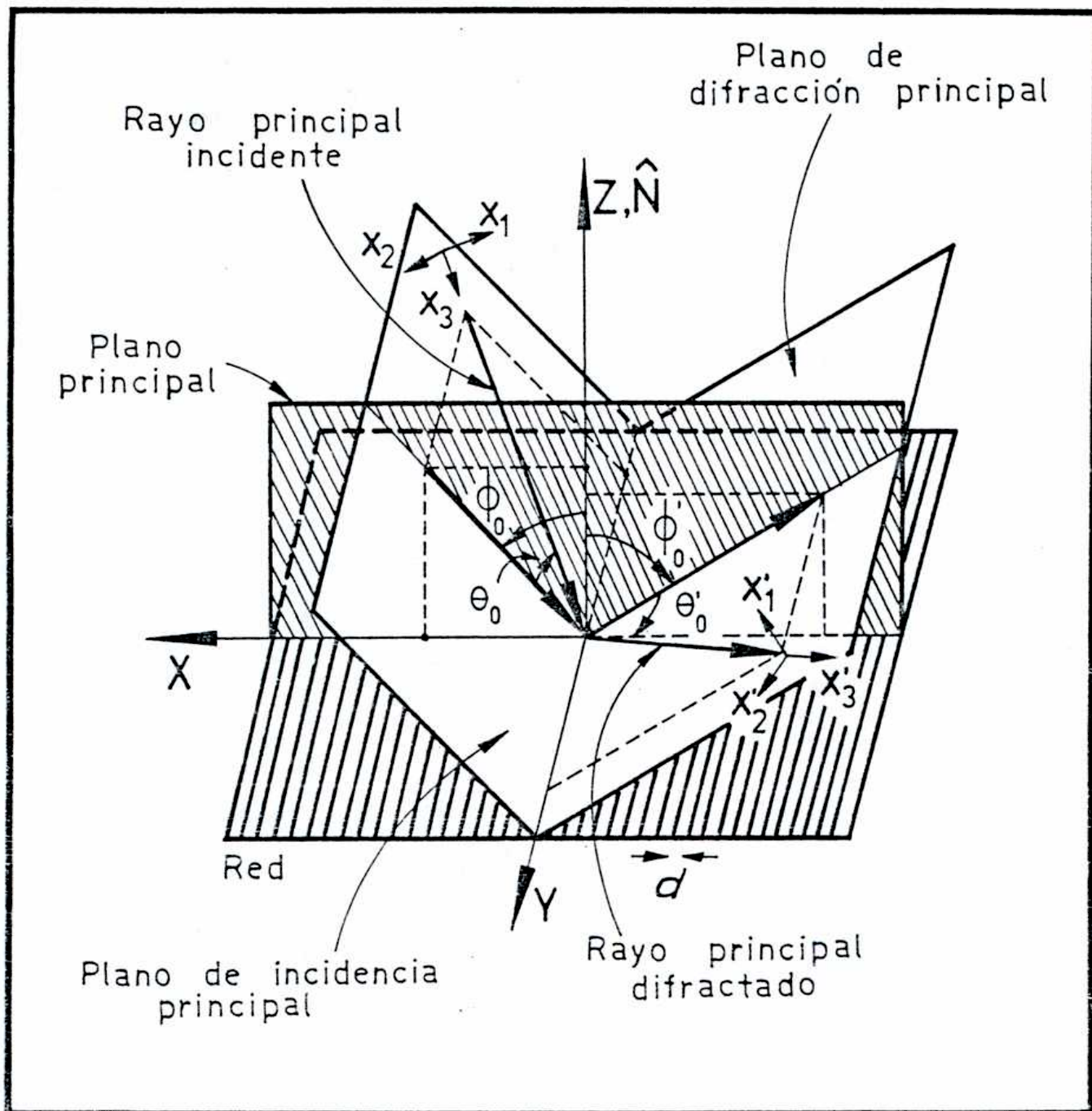


Figura 4.3

Los tres sistemas recién definidos son terna derecha y los ángulos son positivos cuando corresponden a

rotaciones antihorarias alrededor de la dirección positiva de uno de sus ejes.

En el sistema *b*) el rayo incidente viene dado por dos ángulos característicos, a saber: el ángulo de fuera de plano principal θ ($\theta_0 > 0$ para el rayo principal correspondiente al centro del campo en la fig 4.3 y el ángulo que forma la proyección del rayo sobre el plano principal con la normal a la red ($\phi + \pi$) ($(\phi_0 + \pi) > 0$ para el rayo principal correspondiente al centro del campo en la fig.4.3).

Para el rayo principal correspondiente a un punto campo arbitrario se cumple que:

$$\theta = \theta_0 + \Delta\theta \quad [4.37]$$

y

$$\phi = \phi_0 + \Delta\phi \quad [4.38]$$

Si consideramos ahora la ecuación de la red⁽³⁸⁾ para un rayo arbitrario fuera del plano tenemos que:

$$\text{sen } \theta' = - \text{sen } \theta \quad [4.39]$$

y

$$\text{sen } \phi + \text{sen } \phi' = \frac{m \lambda}{d \cos \theta} \quad [4.40]$$

donde m es el orden de interferencia, d el período de la red

y λ la longitud de onda en consideración. Si desarrollamos las ecuaciones [4.39] y [4.40] a primer orden no nulo en $\Delta\theta$ y $\Delta\phi$ tendremos, para $\text{tg } \theta_0 \neq 0$, las siguientes expresiones:

$$\Delta\theta' = - \Delta\theta \quad [4.41]$$

$$\Delta\phi' = - \Delta\phi \frac{\cos \phi_0}{\cos \phi'_0} + \Delta\theta \frac{m \lambda}{d \cos \theta_0} \frac{\text{tg } \theta_0}{\cos \phi'_0} \quad [4.42]$$

Por otra parte, en forma bastante sencilla, puede verse que las coordenadas angulares de este rayo incidente, en el sistema (x_1, x_2, x_3) , a primer orden en $\Delta\theta$ y $\Delta\phi$ son:

$$x_1 = \Delta\phi \cos \theta_0$$

$$y \quad [4.43]$$

$$x_2 = - \Delta\theta$$

Mientras que en el espacio de los haces difractados la relación es la siguiente:

$$x'_1 = \Delta\phi' \cos \theta_0$$

$$y \quad [4.44]$$

$$x'_2 = - \Delta\theta'$$

Luego, reemplazando las ecuaciones [4.43] en las [4.44] obtenemos:

$$x_1' = - \Delta\phi \cos \theta_0 \frac{\cos \phi_0}{\cos \phi_0'} + \Delta\theta \frac{m \lambda}{d \cos \theta_0} \frac{\sin \theta_0}{\cos \phi_0'}$$

y [4.45]

$$x_2' = - \Delta\theta$$

y sustituyendo las ecuaciones [4.41] y [4.42], obtenemos:

$$x_1' = - x_1 \frac{\cos \phi_0}{\cos \phi_0'} - x_2 \frac{m \lambda}{d \cos \theta_0} \frac{\sin \theta_0}{\cos \phi_0'}$$

y [4.46]

$$x_2' = x_2$$

definiendo el factor de anamorfosis como:

$$t = \cos \phi_0 / \cos \phi_0' \quad [4.47]$$

tenemos que la matriz de transformación angular de los objetos (correspondiente a la ecuación [4.8]) es:

$$M_0 = \begin{pmatrix} -t & -m \lambda \operatorname{tg} \theta_0 / d \cos \phi_0' \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad [4.48]$$

Por lo tanto por lo demostrado en el punto IV.1 de este trabajo, aplicando la ecuación [4.34] a este caso particular

($n = n'$) obtenemos:

$$M_P = \begin{pmatrix} -1/t & 0 \\ m \lambda \operatorname{tg} \theta_o / d \cos \phi_o & 1 \end{pmatrix} \quad [4.49]$$

y recordando de la ecuación [4.30] que:

$$\bar{u}' = M_P \bar{u} \quad [4.50]$$

resulta:

$$u'_1 = -u_1 / t \quad [4.51]$$

$$u'_2 = u_1 \frac{\operatorname{sen} \phi_o + \operatorname{sen} \phi'_o}{\cos \phi_o} \operatorname{sen} \theta_o + u_2$$

expresiones que dan las coordenadas sobre la pupila de salida en función de las correspondientes a las de la pupila de entrada y que salvo cambios de notación concuerdan exactamente con las obtenidas en la referencia [11].

CAPITULO

CONCLUSIONES

Al comienzo del presente trabajo se contaba con un método completo para el diseño y análisis de las aberraciones de tercer orden de monocromadores con una red plana, y tal que los espejos del colimador por un lado y los de la cámara por otro, estuviesen alineados. El análisis simplificado permitió el estudio comparativo de los monocromadores de configuración Z y U , llevado a cabo por la Dra M. Gil en su Tesis Doctoral, e incluso condujo a los Dres. Simon y Gil al diseño de un sistema totalmente novedoso y cuya calidad es superior a los pre-existentes. Pero el análisis simplificado, tal como estaba concebido no era aplicable al estudio de los espectrógrafos de similares características; por otra parte tampoco se contaba con un método que permitiese evaluar las coordenadas de pupila si el elemento difractor estaba constituido por un tandem de redes.

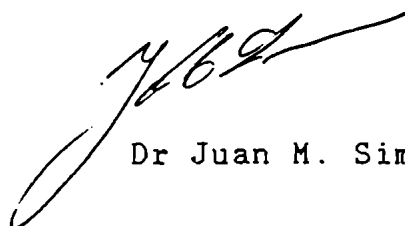
En este trabajo por una parte hemos reinterpretado el análisis simplificado de modo que mantenga la misma sencillez y versatilidad en el estudio de los espectrógrafos, verificando la aplicabilidad del método analítico completado por Gil y Simon. Y por otra parte hemos extendido la relación de los senos, en la forma de una ecuación matricial, válida para todo tipo de sistemas, con o sin simetría. Esta nueva formulación de los senos nos permite establecer la relación entre las coordenadas de pupila no sólo para una red sino

también para un tandem de redes (aunque cabe mencionar que la extensión de la relación de los senos tiene aplicaciones más generales que aquellas para las que fuera pensada).


Mediante el análisis simplificado modificado hemos hecho un estudio preliminar comparativo de los espectrógrafos de configuraciones Z y U con una red plana como elemento difractor. Los resultados en lo que hace a la calidad de las imágenes difiere de lo que ocurría con los monocromadores. En estos últimos los diseños Z_3 y U_4 (ver página 34) mostraban una evidente superioridad sobre los restantes diseños, mientras que si se los analiza como espectrógrafos ambas configuraciones presentan coma dependiente de la longitud de onda, lo que permite que sean considerados sólo cuando el diseñador está interesado en un espectrógrafo sintonizado; mientras que el análisis simplificado muestra que una variante del Czerny-Turner, no estudiada en la bibliografía, y que es aquella en la cual la red se coloca en una posición tal que las distancias red-espejos coincidan con los correspondientes radios de curvatura, tiene aberraciones independientes de la longitud de onda. Este hecho nos condujo a estudiar tal sistema mediante el método completo, obteniendo un diseño cuyas aberraciones son independientes de la longitud de onda en todo el rango visible y para todo punto del campo.

Por lo tanto, la unión del diagrama de placas, aplicable en forma independiente al colimador y a la cámara de los espectrógrafos en los que los centros de curvatura de los espejos estén alineados, y la extensión de la relación de los senos, aplicable a tandems de redes o prismas, constituyen una herramienta valiosa para el diseño y la evaluación de tales sistemas espectrográficos.

Buenos Aires, Junio de 1990



Dr Juan M. Simon



Angela N. Fantino

REFERENCIAS

- 1.- Beutler H.G., J. Opt. Soc. Am. 35, 311, (1945).
- 2.- Namioka T., J. Opt. Soc. Am. 49, 446, (1959).
- 3.- Burch C.R., Proc. Phys. Soc. London, 55, 433, (1943).
- 4.- Simon J.M., Opt. Acta, 20, 493, (1973).
- 5.- Simon J.M. and Gil M.A., Opt. Acta, 25, 381, (1978).
- 6.- Gil M.A. and Simon J.M., Opt. Acta, 30, 65, (1983).
- 7.- Gil M.A., **Aberraciones en espectrómetros de red plana**,
Tesis Doctoral, FCEN, UBA, Arg., (1981).
- 8.- Gil M.A. and Simon J.M., Opt. Acta, 30, 777, (1983).
- 9.- Gil M.A. and Simon J.M., Opt. Acta, 30, 1287, (1983).
- 10.- Gil M.A. and Simon J.M., Appl. Opt., 22, 152, (1983).
- 11.- Gil M.A. and Simon J.M., Appl. Opt., 24, 2956, (1985).
- 12.- Simon J.M., Gil M.A. and Fantino A.N., Appl. Opt., 27,
4062, (1988).
- 13.- Gil M.A., Simon J.M. and Fantino A.N., Appl. Opt., 27,
4069, (1988).
- 14.- Drude P., **Précis D'Optique**, Gauthier-Villars, Imprimeur
Libraire, Paris, (1912).
- 15.- Simon J.M. and Fantino A.N., enviado para publicación al
J. of Modern Optics.
- 16.- Schmidt B., Mitt. der Hamburger Sternwarte zu Göttinger,
Part II, 1905, (1930).
- 17.- Linfoot E.H., **Recent advances in optics**, Clarendon
Press, Oxford, (1958).

- 18.- Burch C.R., Opt. Acta, 26, 493, (1979).
- 19.- Hill R.A., Appl. Opt., 8, 575, (1969).
- 20.- Chupp V.L. and Grantz P.C., Appl. Opt., 8, 925, (1969).
- 21.- Miyake K.P., Opt. Acta, 22, 603, (1975).
- 22.- Shafer A.B. Megill L.R. and Droppleman L., J. Opt. Soc. Am., 54, 879, (1964).
- 23.- Chandler G.G., J. Opt. Soc. Am., 58, 895, (1968).
- 24.- Allemand C.D., J. Opt. Soc. Am., 58, 159, (1968).
- 25.- Rouse P.E.(Jr), Brixner B. and Kline J.V., J. Opt. Soc. Am., 59, 955, (1969).
- 26.- Reader J., J. Opt. Soc. Am., 59, 1189, (1969).
- 27.- Lindblom P., J. Opt. Soc. Am., 62, 756, (1972).
- 28.- Pribram J.K. and Penchina C.M., Appl. Opt., 7, 2005, (1968).
- 29.- Fastie W.G., U.S. Patent 3, 011, 391, (1961).
- 30.- Hopkins H.H., Opt. Acta, 28, 667, (1981).
- 31.- Longhurst R.S., Geometrical and physical optics, Longman London, (1973).
- 32.- Simon J.M. and Comastri S.A., Appl. Opt., 27, 4725, (1988).
- 33.- Born M. and Wolf E., Principles of Optics, Pergamon Press, Great Britain, (1986).
- 34.- Simon J.M., Ratto J.O. and Comastri S.A., Appl. Opt., 18, 2912, (1979).

- 35.- Clausius R., Pogg. Ann., 121, 1, (1864).
- 36.- Helmholtz H., Pogg. Ann., Jubelband, 557, (1874).
- 37.- Mostow G.D., Sampson J.H. and Meyer J.P., **Fundamental structures of Algebra**, McGraw Hill, Tokyo, (1963).
- 38.- Stroke G.W., **Handbuck der Physik**, Springer Verlag, (1967).