

Tesis de Posgrado

Estudio de la dependencia espacial del ruido neutrónico en un reactor de forma anular

Laggiard, Eduardo Sergio

1990

Tesis presentada para obtener el grado de Doctor en Ciencias Físicas de la Universidad de Buenos Aires

Este documento forma parte de la colección de tesis doctorales y de maestría de la Biblioteca Central Dr. Luis Federico Leloir, disponible en digital.bl.fcen.uba.ar. Su utilización debe ser acompañada por la cita bibliográfica con reconocimiento de la fuente.

This document is part of the doctoral theses collection of the Central Library Dr. Luis Federico Leloir, available in digital.bl.fcen.uba.ar. It should be used accompanied by the corresponding citation acknowledging the source.

Cita tipo APA:

Laggiard, Eduardo Sergio. (1990). Estudio de la dependencia espacial del ruido neutrónico en un reactor de forma anular. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires. http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis_2304_Laggiard.pdf

Cita tipo Chicago:

Laggiard, Eduardo Sergio. "Estudio de la dependencia espacial del ruido neutrónico en un reactor de forma anular". Tesis de Doctor. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires. 1990. http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis_2304_Laggiard.pdf

EXACTAS UBA

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales



UBA

Universidad de Buenos Aires

UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

Tema de Tesis

Estudio de la dependencia espacial del ruido neutrónico en un
reactor de forma anular

Autor

Lic. Eduardo Sergio Laggiard

Director de Tesis

Dr. Félix C. Difilippo

Lugar de Trabajo

Departamento Física de Reactores. CAC. CNEA.

Tesis presentada para optar al título de Doctor en
Ciencias Físicas

1990

2304
Ej. 2

Agradecimiento

Agradezco a todas las personas que hicieron posible la realización de este trabajo, en particular al Lic. Guillermo Ricabarra quien autorizó mi dedicación al mismo.

RESUMEN

Este trabajo es un estudio teórico y numérico del comportamiento espacial y dinámico de las funciones de ruido neutrónico en un reactor de forma anular de potencia cero utilizando un modelo bidimensional del reactor y teoría de difusión a dos grupos de energía. Se plantearon las ecuaciones de difusión y se aplicó el esquema perturbativo de Langevin para obtener la fluctuación de los flujos rápido y térmico a fin de determinar la fluctuación del número de cuentas en el detector y se obtuvieron las funciones CPSD_R (count-rate cross power spectral density) y APSD_R (count-rate auto power spectral density) a partir de funciones APSD de entrada derivadas utilizando la definición de los términos de fuente de ruido para el proceso de fisión.

Se construyó una solución analítica para la función importancia del sistema como suma de una parte homogénea y otra inhomogénea o particular teniendo en cuenta explícitamente la dependencia de la función importancia con la frecuencia.

La solución más general de la parte homogénea se escribió como una función simétrica en las variables radial y angular compuesta por una expansión de funciones de Bessel en las distintas zonas del reactor. La solución particular se construyó utilizando las funciones de Bessel con singularidades en el origen de coordenadas y se calculó la expresión de la constante asociada a la solución inhomogénea considerando la continuidad de la función importancia y su derivada a ambos lados del detector.

Las constantes de difusión del núcleo y del grafito utilizado como reflector se obtuvieron a partir de un cálculo standard de celda

efectuado a cinco grupos de energía y luego condensados a dos grupos.

Se generó un programa de cálculo para evaluar las constantes asociadas al flujo estático y las asociadas a la función importancia a partir de las ecuaciones de continuidad de las funciones y sus derivadas en las interfases nucleo-reflector del modelo.

La condición de criticidad se logró ajustando la sección eficaz térmica de neutrones en el sistema de ecuaciones que determina los flujos estáticos. Con la expresión numérica del flujo estático y de la función importancia se calcularon numéricamente las funciones de ruido para distintas posiciones de los detectores neutrónicos y para un rango de frecuencias de 0-1000 rad/seg y se compararon estos valores con datos experimentales medidos en un reactor tipo Argonauta y con la formulación cinética puntual. Luego se estudió la variación de las funciones de ruido para diferentes arreglos agua liviana-grafito en los reflectores interno y externo. Se varió el tamaño del reactor en estado crítico y se estudió la influencia en las funciones de ruido calculadas.

INDICE

Capítulo I. Introducción	1
Capítulo II. Concepto del modelo. Ecuaciones fundamentales, soluciones y relaciones	7
1) Concepto del modelo	8
2) El modelo de difusión a dos grupos de energía	10
3) Solución de la ecuación para determinar las fluctuaciones de los flujos en el dominio de frecuencias	16
3a-Solución utilizada	16
3b-Desarrollo utilizando la función importancia para determinar las fluctuaciones en el detector	17
Capítulo III. Determinación de la función count-rate cross power spectral density ($CPSD_R$)	21
1) Formulación teórica	21
2) Métodos para el cálculo del flujo estático y de la función importancia	26
3) Formulación explícita de la $CPSD_R$	30
Capítulo IV. Resultados Numéricos	35
1) Resultados numéricos de las funciones de Bessel	35
2) Resultados numéricos de las funciones impor- tancia	37
3) Resultados numéricos de las funciones $CPSD_R$, $APSD_R$ y COH	44

Capítulo V. Conclusiones	51
Apéndice A. Flujos Estáticos	55
Apéndice B. Funciones importancia cinética	60
Apéndice C. Cálculo de las constantes de la solución inhomogenea de las funciones importancia	70
Apéndice D. Cálculo de las funciones de Bessel	75
Referencias	80
Tablas	88
Figuras	93

CAPITULO I

Introducción

El análisis del ruido neutrónico en un reactor nuclear es una técnica ampliamente difundida tanto en reactores de tipo experimental como en reactores de potencia. Consiste fundamentalmente en el análisis temporal o en el dominio de frecuencias de las fluctuaciones de la señal proveniente de detectores ubicados dentro del núcleo y/o fuera del mismo en la zona del reflector. Estas fluctuaciones son debidas a fenómenos físicos (por ejemplo la fisión, absorción, escape de neutrones, etc) que inducen fluctuaciones en la reactividad del sistema. Este tipo de ruido es predominante en reactores de baja potencia de tipo experimental. En reactores de potencia además de este tipo de fluctuaciones se tienen otras debidas a movimientos de los mecanismos de control del reactor, vibraciones de componentes estructurales o mecánicos, fluctuaciones termohidráulicas, etc.

La tendencia actual en ruido neutrónico es a interpretar los fenómenos que ocurren en reactores de potencia, según puede observarse en los dos últimos Specialist's Meeting on Reactor Noise (1), (2) (abreviado SMORN), pero aun existen ciertos tópicos no profusamente estudiados en la interpretación del ruido puramente neutrónico en reactores experimentales de baja potencia. Teniendo esto en cuenta se desarrolló este trabajo a fin de modelar el ruido neutrónico en un reactor de simetría anular tipo Argonauta de baja potencia. En caso de obtener resultados satisfactorios en esta modelación se utilizará parte de la misma para interpretar fenómenos de vibraciones de barras absorbedoras y de elementos combustibles en reactores de potencia. Los trabajos realizados por varios autores en (82)(83)(84)(85)(86) y (87) muestran la validez

del análisis de ruido en estos casos.

Otra aplicación del modelo desarrollado en este trabajo será el análisis de reactividades de sistemas fuertemente subcríticos usando el método de la fuente de ^{252}Cf . El análisis de ruido en estos casos ha sido estudiado en detalle en (88) (89) y (90) y su aplicación está orientada al monitoreo "on-line" de sistemas subcríticos en el diseño de plantas de reprocesamiento y en análisis de seguridad.

Las funciones de ruido CPSD_R (Count-rate Cross Power Spectral Density), APSD_R (Count-rate Auto Power Spectral Density) y Coh (Coherence) dependen de las posiciones de ambos detectores y de la frecuencia. El modelo cinético puntual es una primera aproximación en la construcción de estas funciones donde se plantean las ecuaciones que determinan la evolución del reactor sin considerar la dependencia espacial y además se supone que los detectores se encuentran uniformemente distribuidos en todo el espacio. Los apartamientos de este modelo se conocen con el nombre de efectos espaciales. Para estudiar los efectos espaciales es necesario formular un modelo del reactor con teoría de difusión o transporte a uno o más grupos de energía.

Un tratamiento cinético puntual a un grupo de energía fue efectuado por Cohn (3) a partir de considerar una "fuente equivalente" de ruido descrita por la fórmula de Schottky (4). Este modelo ha sido aplicado satisfactoriamente en reactores tipo swimming-pool. En la facilidad crítica RA-2 (5) se determinó la constante de decaimiento de los neutrones prontos del estado crítico a través del ajuste de las funciones de ruido. En el reactor RA-6 (6), (7) del Centro Atómico Bariloche se estimó la potencia térmica, el factor asociado a la carga media liberada por neutrón absorbido en el detector y la constante de decaimiento de los neutrones instantáneos

ajustando los datos experimentales de ruido con el modelo puntual. También es posible obtener la reactividad en forma simple a partir de la constante de decaimiento de los neutrones instantáneos para el reactor en estado crítico y subcrítico con fuente. Mediciones preliminares efectuadas por el Grupo de Análisis de Ruido de la CNEA en el reactor RA-6 permiten inferir la aplicabilidad de este modelo para reactividades de hasta aproximadamente -4 dólares. Las experiencias mencionadas anteriormente se efectuaron con detectores ubicados en el reflector cerca de la interfase nucleo-reflector y mostraron la existencia de efectos espaciales que se manifestaron a diferentes frecuencias. En las mediciones del RA-2 pudo determinarse que estos efectos comienzan en aproximadamente 100 Hz para núcleos reflejados con agua liviana. Para núcleos reflejados parcialmente con grafito los efectos comienzan en alrededor de 80Hz y en núcleos parcialmente reflejados con berilio en 40 Hz. Es de esperar además que los efectos espaciales varíen con el tamaño del reactor, la ubicación de los detectores y el grado de criticidad del sistema. Un estudio de estos efectos fue efectuado por Lescano y Behringer en (8) utilizando un modelo unidimensional a dos grupos de energía para interpretar mediciones realizadas en el reactor SAPHIR del Paul Scherrer Institut (PSI) de Suiza. Una aplicación práctica de esta investigación fue la evaluación "on-line" de la reactividad inducida por el Xenon-135 después de un "shut-down" del reactor con dos detectores ubicados fuera del núcleo. Para reactores de otras geometrías se observaron efectos espaciales más fuertes, en particular en núcleos acoplados. La primera formulación espacial utilizando un modelo unidimensional de un reactor tipo Argonauta fue desarrollado por Danofsky (9) y los resultados numéricos fueron comparados con los resultados del modelo cinético puntual observándose fuertes desviaciones a frecuencias

"grandes". Albrecht y Seifritz (10) estudiaron la función coherencia obtenida para un modelo de reactor simétrico binodal. La coherencia calculada resultó una función real que estimaba el acoplamiento entre los nodos y las fuentes de ruido y presentaba un comportamiento tipo "sink-frecuency" (la función vale cero y luego cambia de signo). A partir de la "sink-frecuency" pudo calcularse el coeficiente de acoplamiento entre los dos nodos o el tiempo requerido por la perturbación neutrónica para propagarse entre los nodos ubicados en los núcleos y la posición de los detectores.

Seifritz y Albrecht (11) midieron las funciones de ruido en el reactor Argonauta del Institut für Neutronenphysik und Reaktortechnik Karlsruhe para una configuración de núcleo anular y otra de núcleo tipo "two-slab". En la configuración "two-slab" observaron un comportamiento tipo "sink-frecuency". Determinaciones experimentales de la CPSD efectuadas en el reactor tipo "two-slab" UTR-10 (University Training Reactor, Iowa State University) por Hendrickson y Murphy en (12) mostraron también un comportamiento tipo "sink-frecuency".

Ebert y Clement (13) desarrollaron un modelo unidimensional a dos grupos de energía utilizando teoría de difusión obteniendo una solución analítica y una aproximación en dos modos para la función coherencia. Compararon los resultados del modelo con las mediciones efectuadas por Seifritz y Albrecht (11) en el reactor Argonauta y con mediciones efectuadas en la facilidad crítica SHA Core 35A` (Solid Homogeneous Assembly) ubicada en EEUU, en el Knolls Atomic Power Laboratory obteniendo una buena correlación modelo teórico-experiencia. Además Ebert y Clement (14) desarrollaron un método para obtener la separación de autovalores que es una medida de la estabilidad del reactor comparada con las oscilaciones del Xenon a partir de las funciones de ruido medidas. Un estudio de núcleos acoplados fue efectuado por Türkcan y Dragt en

(15) utilizando análisis de ruido en el dominio temporal. Las determinaciones experimentales en el reactor STEK-Argonauta del Reactor Centrum Nederland verificaron modelos de aproximación nodal y modal. Estos autores también presentan en el mismo trabajo una revisión histórica del análisis de ruido neutrónico en núcleos acoplados. Genoud en (16) desarrolló un modelo de cuatro zonas para un sistema de dos núcleos acoplados. Con este modelo se interpretó en (17) la $CPSD_R$ medida en el reactor FMRB de la Physikalisch-Technische Bundesanstalt (PTB) de Braunschweig, calculándose el tiempo de tránsito de los neutrones de un núcleo a otro. Morishima en (18) derivó expresiones para las funciones de ruido de un modelo representativo del reactor Argonauta a partir de considerar un tratamiento de ondas de difusión de neutrones térmicos y obtuvo una condición para que se manifieste una "sink frequency". Este modelo representativo del reactor no tiene en cuenta el reflector interno debido a lo cual pudo reproducirse la función coherencia medida en (11) pero no pudieron reproducirse las funciones $CPSD_R$ y $APSD_R$ experimentales. Del análisis de todas estas experiencias y modelos teóricos se desprende que se obtuvo un buen acuerdo experiencia-teoría para reactores con núcleos acoplados tipo "two-slab". Las funciones de ruido $APSD_R$ y $CPSD_R$ de un reactor de núcleo anular no pudieron ser reproducidas por los modelos desarrollados hasta el presente. Pensamos que esto se debe a que se utilizaron en estos análisis formulaciones unidimensionales del reactor que no tienen en cuenta la contribución de las fuentes de ruido que están distribuidas en todo el núcleo del reactor y también a que solamente se utilizaron aproximaciones representativas de núcleos anulares. Teniendo en cuenta lo anterior se desarrolló en este trabajo un modelo bidimensional para un reactor anular utilizando teoría de difusión a dos

grupos de energía y considerando las tres zonas del reactor. Se aplicó el formalismo de Langevin siguiendo las ideas desarrolladas por Sheff y Albrecht en (19) que analizaron la dependencia espacial del ruido neutrónico incluyendo los efectos de los neutrones retardados y efectuaron una distinción entre las fluctuaciones de la densidad neutrónica y las fluctuaciones observadas con un detector. Esta teoría fue aplicada por los mismos autores a varias geometrías utilizando teoría de difusión a un grupo de energía en (20). La forma de obtener los términos de fuente de ruido en estos trabajos fue a partir de la fórmula de Schottky. En nuestro trabajo se obtuvo el término de fuente de ruido del proceso de fisión a partir de la definición de dicho término y asociando los resultados con la derivación probabilística rigurosa hecha en (92). En el caso de efectuar un análisis por medio de la teoría de transporte también puede aplicarse la técnica de Langevin según puede verse en (21).

El cálculo de las funciones de ruido supone la construcción de la llamada función importancia del detector (22) asociada a la función de Green del sistema. El método usual para hallar la función importancia en una simetría anular considerando un detector puntual es tratar la función asociada al detector como una interfase (23) y proponer una expansión modal en funciones de Bessel y angulares para la función importancia. Pázsit y Lux (24) sugirieron una solución analítica suma de la parte homogénea y de la parte inhomogénea o particular de las ecuaciones de la función importancia. En este trabajo se escribieron las soluciones homogénea y particular para una simetría anular y se extendió la solución a todas las frecuencias a fin de estudiar el comportamiento de las funciones de ruido hasta aproximadamente 1000 rad/seg.

Se calcularon las constantes de difusión para la zona del

nucleo y el reflector de grafito y a partir de estos valores se calculó numéricamente el flujo estático térmico y la función importancia rápida y se efectuó numéricamente la convolución correspondiente en todo el nucleo del reactor a fin de calcular la CPSD_A y la parte correlacionada de la APSD_A. Luego se realizó un estudio de la dependencia espacial del ruido en función de las diferentes posiciones de los detectores y de diferentes elementos reflectores utilizados en el reflector interno y en el reflector externo. También se varió el tamaño del reactor y se estudió su efecto en las funciones de ruido CPSD_A.

CAPITULO II

Concepto del modelo. Ecuaciones fundamentales, soluciones y relaciones.

1)-Concepto del modelo

El modelo seleccionado en este trabajo para representar el reactor Argonauta se muestra en la Fig.1. Es un sistema bidimensional que consta de tres zonas: reflector interno, nucleo y reflector externo. El reactor se considera moderado con agua y reflejado con grafito.

Un modelo unidimensional desarrollado en (9) explicó el comportamiento de las funciones de ruido para un arreglo del nucleo del reactor Argonauta tipo "two-slab". Un modelo bidimensional sin reflector interno desarrollado en (18) explicó el comportamiento de la función coherencia pero no reprodujo las funciones $CPSD_R$ y $APSD_R$. La geometría bidimensional seleccionada en ese trabajo considerando las tres zonas del reactor es un modelo mas realista para el reactor de nucleo anular y se espera obtener resultados que interpreten las determinaciones experimentales de todas las funciones de ruido.

Respecto al número de grupos de energía Sheff en (72) estableció que el cálculo de efectos espaciales en densidades espectrales utilizando una teoría a dos grupos de energía no es representativa de experiencias en reactores térmicos debido al amplio espectro energético de los neutrones. Pero es bien conocido que modelos a dos grupos de energía poseen la suficiente información para describir los efectos energéticos. Esto se explica considerando que el tratamiento a dos grupos permite la

separación de una parte global y otra local asociadas a los dos "bucklings" complejos de la función importancia. El "buckling" global genera una longitud de relajación larga y el "buckling" local genera una longitud de relajación corta. La inclusión de un tercer grupo de energía genera una tercera longitud de relajación también corta. Los dos valores de las longitudes de relajación corta son muy cercanos entre si, por lo tanto no se agrega información significativa al sistema al incluir un tercer grupo de energía.

Los detectores fueron considerados del tipo puntual o sea que físicamente tienen la forma de un hilo infinito perpendicular al plano del reactor. La influencia del tamaño del detector en los resultados fue estudiado por Natelson et al. (73) y por Williams (74). De acuerdo a este último autor la influencia de la geometría del detector en las funciones PSD_R no es muy fuerte para medios finitos y decrece al disminuir el tamaño del reactor. En nuestro caso debido al tamaño del reactor involucrado y al rango de frecuencias estudiado puede afirmarse que la geometría del detector no altera los valores de las PSD_R en forma significativa.

Un tratamiento para determinar las funciones de ruido en un reactor son los modelos nodales (10) (75) (76) (77) donde se asocian los nodos a las distintas zonas del reactor con sus correspondientes coeficientes de acoplamiento. En (63) se sugiere que si uno simplemente agrega regiones con sus correspondientes coeficientes de acoplamiento existe una tendencia a sobresimplificar el comportamiento cinético del sistema al considerar regiones espacialmente independientes. Debido a ello se sugiere la conveniencia de desarrollar modelos con dependencia espacial. El tratamiento efectuado en este trabajo sigue básicamente las

ideas de Sheff y Albrecht (19) (20) que desarrollaron una teoría de ruido neutrónico con dependencia espacial a partir de la ecuación de difusión a un grupo de energía con la aproximación de modo fundamental. Aplicaron teoría de perturbaciones a primer orden y la técnica de Langevin para obtener la función correlación de salida en función de la correlación del ruido de entrada como una doble convolución sobre dos sistemas de funciones de Green. En nuestro trabajo se incluye el grupo rápido y un tratamiento novedoso que permite obtener la correlación del ruido de entrada para el proceso de fisión a partir de las fluctuaciones del número medio de neutrones producido por fisión sin utilizar la formulación habitual de Schottky.

Las magnitudes a estudiar serán las funciones $CPSD_R$ y $APSD_R$ del "count-rate" de las fluctuaciones entre detectores en función de la posición de los detectores, del tamaño y la reactividad del sistema y de diferentes elementos reflectores.

2)-El modelo de difusión a dos grupos de energía

En este trabajo se postula un modelo de difusión con dependencia temporal a dos grupos de energía para describir la población neutrónica. Se supone que los flujos rápido y térmico fluctúan alrededor de un valor medio a partir de fluctuaciones de parámetros físicos que representan distintos fenómenos físicos (secciones eficaces, coeficientes de difusión, etc). Se escribieron las constantes de grupo y los flujos como suma de una parte estacionaria y otra fluctuante. Luego se despreciaron los términos de segundo orden en las fluctuaciones, se cancelaron los términos estacionarios utilizando las ecuaciones de difusión estáticas, se tomó la transformada de Fourier de las ecuaciones, se introdujo la expresión de la fluctuación de la concentración de precursores

que generan neutrones retardados en las ecuaciones de la fluctuación de los flujos y se obtuvo un sistema de ecuaciones de Langevin en el dominio de frecuencias que relaciona las fluctuaciones de los flujos con las fuentes equivalentes de ruido compuestas por las fluctuaciones de las constantes de difusión, los flujos estáticos y las fluctuaciones debidas a fuentes externas. El método de Langevin utilizado en este trabajo es un método standard y puede verse un resumen de su aplicación por diversos autores en (25).

Las ecuaciones cinéticas para el núcleo del reactor a dos grupos de energía incluyendo seis grupos de neutrones retardados son según (26)

$$\text{div} D_1 \text{grad } \phi_1 - \Sigma_1 \phi_1 + \nu \Sigma_{f1} (1-\beta) \phi_1 + \nu \Sigma_{f2} (1-\beta) \phi_2 + \Sigma_{\lambda} C_i + Q_1 = \frac{1}{v_1} \frac{\partial \phi_1}{\partial t} \quad (2.2.1)$$

$$\text{div} D_2 \text{grad } \phi_2 - \Sigma_2 \phi_2 + \Sigma_R \phi_1 + Q_2 = \frac{1}{v_2} \frac{\partial \phi_2}{\partial t} \quad (2.2.2)$$

$$\frac{\partial C_i}{\partial t} = -\lambda_i C_i + \nu \Sigma_{f1} \beta_i \phi_1 + \nu \Sigma_{f2} \beta_i \phi_2, \quad i=1, \dots, 6 \quad (2.2.3)$$

donde

$$\Sigma_1 = \Sigma_{a1} + \Sigma_R \quad (2.2.4)$$

$$\Sigma_2 = \Sigma_{a2} \quad (2.2.5)$$

En estas ecuaciones se omitió escribir explícitamente la dependencia espacial y temporal en los flujos, las secciones eficaces y las constantes de difusión. $\phi_1(\underline{r}, t)$, $\phi_2(\underline{r}, t)$ y $C_i(\underline{r}, t)$ son los flujos neutronicos rápido, térmico y la concentración de precursores para el i-ésimo grupo de neutrones retardados.

Los subíndices se refieren a los grupos rápido y térmico. D_i , Σ_{fi} , Σ_{ai} son el coeficiente de difusión, la sección eficaz de fisión y la sección eficaz de absorción. Σ_R , v_1 , v_2 son la sección eficaz de remoción del grupo rápido al térmico, la velocidad promedio en el grupo rápido y la velocidad promedio en

el grupo térmico respectivamente. ν , β , λ son el número promedio de neutrones emitidos por fisión, la fracción efectiva de neutrones retardados y la constante de decaimiento de los precursores. Q_1, Q_2 son términos de fuente rápida y térmica de neutrones presentes en condiciones subcríticas del reactor y posicionadas dentro del núcleo. Se perturban los parámetros de cada grupo con fluctuaciones de tipo random

$$D(\pm, t) = D(\pm) + \delta D(\pm, t) \quad (2.2.6)$$

$$\Sigma(\pm, t) = \Sigma(\pm) + \delta \Sigma(\pm, t) \quad (2.2.7)$$

$$\nu \Sigma_f(\pm, t) = \nu \Sigma_f(\pm) + \delta(\nu \Sigma_f(\pm, t)) \quad (2.2.8)$$

Si existen fuentes presentes, se incluyen las fluctuaciones de las mismas

$$Q(\pm, t) = Q(\pm) + \delta Q(\pm, t) \quad (2.2.9)$$

En las ecuaciones anteriores se omitieron los subíndices "1" y "2" por simplicidad. $D(\pm)$, $\Sigma(\pm)$, $\nu \Sigma_f(\pm)$, $Q(\pm)$ se refieren al sistema sin perturbar. Se supone que todas las fluctuaciones son inducidas por uno o varios procesos ergódicos y que el promedio de las fluctuaciones en el tiempo es nulo. Por lo tanto el reactor se encuentra en estado estacionario tanto crítico como subcrítico con fuente. Estas fluctuaciones generan fluctuaciones en los flujos y en las densidades de precursores

$$\phi(\pm, t) = \phi(\pm) + \delta \phi(\pm, t) \quad (2.2.10)$$

$$C(\pm, t) = C(\pm) + \delta C(\pm, t) \quad (2.2.11)$$

Introduciendo estas expresiones en las ecuaciones (2.2.1) (2.2.2) y (2.2.3) se obtiene la siguiente forma matricial para las ecuaciones de difusión

$$+ \begin{pmatrix} \text{div}(D_1 + \delta D_1) \text{ grad} - \Sigma_1 - \delta \Sigma_1 + (1-\beta)(\nu \Sigma_{f1} + \delta(\nu \Sigma_{f1})) & (1-\beta)(\nu \Sigma_{f2} + \delta(\nu \Sigma_{f2})) \\ \Sigma_R + \delta \Sigma_R & \text{div}(D_2 + \delta D_2) \text{ grad} - \Sigma_2 - \delta \Sigma_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_1 + \delta \phi_1 \\ \phi_2 + \delta \phi_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Sigma_1 \phi_1 + C_1 + \delta C_1 + Q_1 + \delta Q_1 \\ Q_2 + \delta Q_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\nu_1} \frac{\partial \delta \phi_1}{\partial t} \\ \frac{1}{\nu_2} \frac{\partial \delta \phi_2}{\partial t} \end{pmatrix} \quad (2.2.12)$$

Eliminando los términos de segundo orden y la parte estacionaria

se obtiene

$$\begin{pmatrix} \text{div } D_1 \text{ grad} - \varepsilon_1 + v(1-h)\varepsilon_{f_1} & v(1-h)\varepsilon_{f_2} \\ \varepsilon_R & \text{div } D_2 \text{ grad} - \varepsilon_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta\phi_1 \\ \delta\phi_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \text{div } \delta D_1 \text{ grad} - \delta\varepsilon_1 + (1-h)(v\varepsilon_{f_1}) & (1-h)(v\varepsilon_{f_2}) \\ \delta\varepsilon_R & \text{div } \delta D_2 \text{ grad} - \delta\varepsilon_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \sum_i \lambda_i \delta C_i + \delta Q_1 \\ \delta Q_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{v_1} \frac{\partial \delta\phi_1}{\partial t} \\ \frac{1}{v_2} \frac{\partial \delta\phi_2}{\partial t} \end{pmatrix} \quad (2.2.13)$$

las ecuaciones para la concentración de precursores adoptan la siguiente forma

$$\frac{\partial C_i}{\partial t} = -\lambda_i \delta C_i + \beta_i (v\varepsilon_{f_1} \delta\phi_1 + \delta(v\varepsilon_{f_1})\phi_1) + \beta_i (v\varepsilon_{f_2} \delta\phi_2 + \delta(v\varepsilon_{f_2})\phi_2) \quad (2.2.14)$$

$i=1, \dots, 6$

Efectuando la transformada de Fourier de esta ecuación se determina la expresión de la fluctuación de la concentración de precursores en el dominio de frecuencias

$$\delta C_i = \frac{\beta_i}{\lambda_i + i\omega} (v\varepsilon_{f_1} \delta\phi_1 + \delta(v\varepsilon_{f_1})\phi_1 + v\varepsilon_{f_2} \delta\phi_2 + \delta(v\varepsilon_{f_2})\phi_2) \quad (2.2.15)$$

$i=1, \dots, 6$

Introduciendo esta expresión en (2.2.13) se obtiene luego de transformar por Fourier

$$\hat{M} \begin{pmatrix} \delta\phi_1 \\ \delta\phi_2 \end{pmatrix} = -\hat{P} \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \delta Q_1 \\ \delta Q_2 \end{pmatrix} \quad (2.2.16)$$

donde los operadores \hat{M} y \hat{P} tienen la siguiente forma

$$\hat{M} = \begin{pmatrix} \text{div } D_1 \text{ grad} - (\varepsilon_1 + i\frac{\omega}{v_1}) + v\varepsilon_{f_1}(1-h) & v\varepsilon_{f_2}(1-h) \\ \varepsilon_R & \text{div } D_2 \text{ grad} - (\varepsilon_2 + i\frac{\omega}{v_2}) \end{pmatrix} \quad (2.2.17)$$

$$\hat{P} = \begin{pmatrix} \text{div } \delta D_1 \text{ grad} - \delta\varepsilon_1 + \delta(v\varepsilon_{f_1})(1-h) & \delta(v\varepsilon_{f_2})(1-h) \\ \delta\varepsilon_R & \text{div } \delta D_2 \text{ grad} - \delta\varepsilon_2 \end{pmatrix} \quad (2.2.18)$$

h está definido por

$$h = i\omega \sum_i \frac{\beta_i}{i\omega + \gamma_i}, \quad i=1, \dots, 6 \quad (2.2.19)$$

donde ω es la frecuencia angular.

En las expresiones (2.2.16) (2.2.17) y (2.2.18) las fluctuaciones son ahora función del vector posición y de la frecuencia.

$\delta\phi_1(\underline{r}, \omega)$ y $\delta\phi_2(\underline{r}, \omega)$ son las transformadas de Fourier de $\delta\phi_1(\underline{r}, t)$ y de $\delta\phi_2(\underline{r}, t)$ respectivamente. De igual forma $\delta D_1(\underline{r}, \omega)$ $\delta\Sigma_1(\underline{r}, \omega)$, etc son las transformadas de Fourier de $\delta D_1(\underline{r}, t)$ $\delta\Sigma_1(\underline{r}, t)$, etc.

El término de la derecha en la ecuación (2.2.16) representa las llamadas fuentes equivalentes de ruido.

En el reflector no existe material fisible y por lo tanto las ecuaciones de difusión a dos grupos se escriben de la siguiente forma

$$\text{div } D_{1n} \text{ grad } \phi_{1n} - \Sigma_{1n} \phi_{1n} = \frac{1}{v_1} \frac{\partial \phi_{1n}}{\partial t} \quad (2.2.20)$$

$$\text{div } D_{2n} \text{ grad } \phi_{2n} - \Sigma_{2n} \phi_{2n} + \Sigma_{Rn} \phi_{1n} = \frac{1}{v_2} \frac{\partial \phi_{2n}}{\partial t} \quad (2.2.21)$$

donde

$$\Sigma_{1n} = \Sigma_{a1n} + \Sigma_{Rn} \quad (2.2.22)$$

$$\Sigma_{2n} = \Sigma_{a2n} \quad (2.2.23)$$

El subíndice "n" significa que las funciones y constantes se refieren a la zona de los reflectores. Se omitió escribir en forma explícita la dependencia en \underline{r} y t en $\phi_{1n}(\underline{r}, t)$, $\phi_{2n}(\underline{r}, t)$ $\Sigma_{1n}(\underline{r}, t)$, $D_{1n}(\underline{r}, t)$, etc. Se perturbaron los parámetros físicos de forma similar a la efectuada para las ecuaciones referentes a la zona del núcleo, se despreciaron los términos de segundo orden y se efectuó la transformada de Fourier obteniéndose las

siguientes ecuaciones

$$\hat{M}_n \begin{pmatrix} \delta\phi_{1n} \\ \delta\phi_{2n} \end{pmatrix} = - \hat{P}_n \begin{pmatrix} \phi_{1n} \\ \phi_{2n} \end{pmatrix} \quad (2.2.24)$$

donde los operadores \hat{M}_n y \hat{P}_n tienen la siguiente forma

$$\hat{M}_n = \begin{pmatrix} \text{div } D_{1n} \text{ grad} - (\epsilon_{1n} + i \frac{\omega}{V_{1n}}) & 0 \\ \epsilon_{Rn} & \text{div } D_{2n} \text{ grad} - (\epsilon_{2n} + i \frac{\omega}{V_{2n}}) \end{pmatrix} \quad (2.2.25)$$

$$\hat{P}_n = \begin{pmatrix} \text{div } \delta D_{1n} \text{ grad} - \delta \epsilon_{1n} & 0 \\ \delta \epsilon_{Rn} & \text{div } \delta D_{2n} \text{ grad} - \delta \epsilon_{2n} \end{pmatrix} \quad (2.2.26)$$

En las ecuaciones anteriores también se omitió la dependencia explícita en r y w o sea que $\delta\phi_{1n}(r,w)$, $\delta\phi_{2n}(r,w)$, $\epsilon_{1n}(r,w)$, $D_{1n}(r,w)$, etc. En las ecuaciones (2.2.16) y (2.2.24) para la zona del núcleo y de los reflectores respectivamente suponemos homogeneidad y definimos las secciones eficaces modificadas de la siguiente forma

$$\epsilon'_{1,2}(\omega) = \epsilon_{1,2} + i \frac{\omega}{V_{1,2}} \quad (2.2.27)$$

$$\epsilon'_{f_{1,2}}(\omega) = \epsilon_{f_{1,2}} (1-h) \quad (2.2.28)$$

$$\epsilon'_{1,2n}(\omega) = \epsilon_{1,2n} + i \frac{\omega}{V_{1,2}} \quad (2.2.29)$$

La dependencia espacial no se tuvo en cuenta debido a la homogeneidad. Utilizando las definiciones (2.2.27) (2.2.28) y (2.2.29) se reescriben los operadores \hat{M} de la ec. (2.2.16) y \hat{M}_n de la ec. (2.2.24) de la siguiente forma

$$\hat{M} = \begin{pmatrix} \text{div } D_1 \text{ grad} - \epsilon'_1 + v \epsilon'_{f_1} & v \epsilon'_{f_1} \\ \epsilon_R & \text{div } D_2 \text{ grad} - \epsilon'_2 \end{pmatrix} \quad (2.2.30)$$

$$\hat{M}_n = \begin{pmatrix} \text{div } D_{1n} \text{ grad} - \epsilon'_{1n} & 0 \\ \epsilon_{Rn} & \text{div } D_{2n} \text{ grad} - \epsilon'_{2n} \end{pmatrix} \quad (2.2.31)$$

Estos operadores son similares a los operadores asociados a la

ecuación de difusión estática con la diferencia que operan sobre las fluctuaciones de los flujos en el dominio de frecuencias, algunos parámetros de los operadores son complejos y se trata de ecuaciones inhomogéneas debido a los términos de fuente de ruido. Finalmente escribimos los términos de fuente de la ec. (2.2.16) con la notación $S(\underline{r}, \omega)$ y los términos de fuente de la ec. (2.2.24) con la notación $S_4(\underline{r}, \omega)$ y por lo tanto las ecuaciones a resolver son

$$\hat{M} \begin{pmatrix} \delta \phi_1(\underline{r}, \omega) \\ \delta \phi_2(\underline{r}, \omega) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_1(\underline{r}, \omega) \\ S_2(\underline{r}, \omega) \end{pmatrix} \quad (2.2.32)$$

$$\text{y} \quad \hat{M}_4 \begin{pmatrix} \delta \phi_1(\underline{r}, \omega) \\ \delta \phi_2(\underline{r}, \omega) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{1,4}(\underline{r}, \omega) \\ S_{2,4}(\underline{r}, \omega) \end{pmatrix} \quad (2.2.33)$$

Donde los operadores \hat{M} y \hat{M}_4 están determinados por la ec. (2.2.30) y por la ec. (2.2.31) respectivamente.

3)-Solución de la ecuación para determinar las fluctuaciones de los flujos en el dominio de frecuencias

3a-Solución utilizada

Para la solución de las ecuaciones (2.2.33) se utilizó la función adjunta. Esta función se denomina también función importancia para el caso de definir una ecuación inhomogénea. Esta técnica fue utilizada en el área de ruido neutrónico por van Dam en (22) para determinar la función transferencia de un reactor utilizando teoría de difusión a un grupo de energía. La función importancia permite una mayor sencillez en los cálculos analíticos como fue demostrado por van Dam en (31) al calcular las funciones de ruido para una fuente de ruido debida al turbu-

jeo de vapor en un reactor de potencia tipo BWR (Boiling Water Reactor) utilizando un modelo de difusión homogéneo a dos grupos de energía para un sistema desnudo. Otra aplicación de la función importancia para este tipo de fuente de ruido y la separación del ruido neutrónico en una componente global y otra local fue estudiado en (33) y (34).

Para otro tipo de fuente de ruido como es la debida a vibraciones de barras absorbedoras donde las fluctuaciones están determinadas por variaciones de la sección eficaz térmica de absorción de la barra también se aplica la técnica de la función importancia. Un estudio de este tipo de ruido utilizando un tratamiento unidimensional a un grupo de energía y la técnica de la función importancia fue efectuado por Pázsit en (90) y posteriormente extendido a un tratamiento a dos grupos por el mismo autor en (35). Posteriormente fue planteada una solución bidimensional al problema de vibraciones de barras absorbedoras en (36). Una descripción generalizada del método utilizado para obtener la solución de las ecs. (2.2.32) y (2.2.33) puede verse en (87). Como en nuestro caso hemos seleccionado un modelo de difusión a dos grupos de energía extenderemos la descripción anterior a nuestro modelo en la sección siguiente a fin de determinar las fluctuaciones en el detector.

3b-Desarrollo utilizando la función importancia para determinar las fluctuaciones en el detector

A partir de la definición de la ecuación adjunta de un sistema de ecuaciones homogéneo dado en (27) se obtiene una definición más general según lo establecido en (28)

$$\langle \phi^+, \hat{M} \delta \phi \rangle = \langle \delta \phi, \hat{M}^+ \phi^+ \rangle \quad (2.3b.1)$$

donde el producto interno está definido por la siguiente convolución sobre todo el volumen del reactor

$$\langle \phi, \psi \rangle = \int_{\text{Vol. reactor}} \phi(\underline{r}, \omega) \psi(\underline{r}, \omega) d\underline{r} \quad (2.3b.2)$$

El operador \hat{M} en (2.3b.1) puede ser el determinado por la ec. (2.2.30) o por la ec. (2.2.31). Cuando el operador \hat{M} es auto-adjunto se tiene que el operador adjunto $\hat{M}^{\dagger} = \hat{M}$.

En nuestro caso utilizamos teoría de difusión a dos grupos de energía y por lo tanto según puede verse en (29) el operador adjunto es igual al transpuesto del operador \hat{M} . Teniendo en cuenta la inhomogeneidad de las ecs. (2.2.32) y (2.2.33) se define una ecuación adjunta inhomogénea de la siguiente forma según puede verse en (22)

$$\hat{M}^{\dagger} \phi^{\dagger} = \Sigma_d(\underline{r}) \quad (2.3b.3)$$

donde $\Sigma_d(\underline{r})$ es la sección eficaz de detección. Efectuando los productos internos en el sentido de la ec. (2.3b.1) de ϕ^{\dagger} con la ec. (2.2.32) y de $\delta\phi$ con la ec. (2.3b.3) se tiene

$$\langle \phi^{\dagger}, \hat{M}^{\dagger} \delta\phi \rangle = \langle \phi^{\dagger}, S \rangle \quad (2.3b.4)$$

$$\langle \delta\phi, \hat{M}^{\dagger} \phi^{\dagger} \rangle = \langle \delta\phi, \Sigma_d(\underline{r}) \rangle \quad (2.3b.5)$$

Restando ambas expresiones y aplicando la ec. (2.3b.1) se tiene

$$0 = \int_{\text{Vol. reactor}} (\phi^{\dagger} S - \delta\phi \Sigma_d(\underline{r})) d\underline{r} \quad (2.3b.6)$$

Ahora siguiendo a Behringer (30) definimos las fluctuaciones en el detector como

$$\delta R(\underline{r}, \omega) = V_d \Sigma_d \delta\phi(\underline{r}, \omega) \quad (2.3b.7)$$

donde V_d es el volumen del detector. Σ_d y $\delta\phi(\underline{r}, \omega)$ tienen la

siguiente forma

$$\Sigma_d = (\Sigma_{d_1}, \Sigma_{d_2}) \quad (2.3b.8)$$

$$\delta \phi(\underline{r}, \omega) = \begin{pmatrix} \delta \phi_1(\underline{r}, \omega) \\ \delta \phi_2(\underline{r}, \omega) \end{pmatrix} \quad (2.3b.9)$$

La unidad de la fluctuación δR en la ec. (2.3b.7) es igual a neutrones/seg. Considerando un detector puntual solamente sensible a neutrones térmicos la sección eficaz de detección $\Sigma_d(\underline{r})$ se escribe como

$$\Sigma_d(\underline{r}) = V_d \Sigma_{d_2} \delta(\underline{r} - \underline{r}_0) \quad (2.3b.10)$$

donde \underline{r}_0 es la ubicación del detector. Introduciendo $\delta \phi(\underline{r}, \omega)$ obtenido a partir de (2.3b.7) y $\Sigma_d(\underline{r})$ dado por (2.3b.10) en la ec. (2.3b.6) se obtiene la expresión para las fluctuaciones en el detector que resulta una función que depende de la posición del detector y de la frecuencia

$$\delta R(\underline{r}_0, \omega) = \int_{\text{Vol. reactor}} \phi^+(\underline{r}, \underline{r}_0, \omega) S(\underline{r}, \omega) d\underline{r} \quad (2.3b.11)$$

Explicitando el término de fuente de ruido debido a las fluctuaciones paramétricas y de fuente y escribiendo $\phi^+ = (\phi_1^+, \phi_2^+)$ se tiene

$$\delta R(\underline{r}_0, \omega) = \int_{\text{Vol. reactor}} (\phi_1^+, \phi_2^+) \left[\hat{\rho} \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \delta Q_1 \\ \delta Q_2 \end{pmatrix} \right] d\underline{r} \quad (2.3b.12)$$

$$\delta R(\underline{r}_0, \omega) = \int_{\text{Vol. reactor}} \left[(\phi_1, \phi_2) \hat{\rho}^T + (\delta Q_1, \delta Q_2) \right] \begin{pmatrix} \phi_1^+ \\ \phi_2^+ \end{pmatrix} d\underline{r}$$

Es de destacar que las unidades de la importancia son las mismas que las unidades del flujo estático. En nuestro caso y según la ec. (2.3b.3) la función importancia es adimensional. La solución de la ecuación que determina la función importancia para las distintas ubicaciones del detector en el reactor se da en forma explícita en el Apéndice B. Las funciones ϕ_1^+ y ϕ_2^+ son funciones de la posición del detector \underline{r}_0 , del vector posición espacial \underline{r} y de la frecuencia ω . Debido a que están asociadas a la función de Green del sistema pueden considerarse como la respuesta en el punto de observación \underline{r}_0 a una perturbación ubicada

en r . Es clarificadora la definición dada en (28) y posteriormente servirá para interpretar la forma de las funciones importancia rápida y térmica: "Actividad esperada en el detector, o sea el número de cuentas esperado producido por un neutrón o por neutrones secundarios generados como resultado de scattering, fisión, etc por el neutrón en cuestión".

CAPITULO III

Determinación de la función count-rate cross power spectral density (CPSD)

En este capítulo se realiza un análisis teórico a fin de obtener la función CPSD_R a partir de funciones CPSD de entrada debidas a los distintos procesos físicos que ocurren en el reactor y que involucran a uno o más neutrones. La forma usual de obtener las CPSD de entrada es aplicando la fórmula de Schottky como puede verse en (3)(8)(40)(49)(79)(80). En este trabajo se obtuvo la CPSD de entrada para el proceso de fisión a partir del desarrollo de los términos de fuente de ruido (ec.(2.2.32) para las fisiones rápidas y térmicas y se asoció la formulación desarrollada a la derivación probabilística rigurosa efectuada en (92). Esta derivación permite obtener las fuentes de ruido para el proceso de fisión como una consecuencia del modelo de difusión con dependencia espacial sin que sea necesario efectuar ninguna suposición a priori sobre la forma de dichos términos.

1)-Formulación teórica

La función CPSD_R se define para dos detectores localizados en \underline{r}_1 y \underline{r}_2 de la siguiente forma como puede verse en (39)

$$CPSD_R(\omega_1, \omega_2, \omega) \equiv 2 \lim_{T \rightarrow \infty} \left\langle \frac{\int R_i^*(\omega_1, \omega, T)}{T} \frac{\int R_j(\omega_2, \omega, T)}{T} \right\rangle \quad (3.1.1)$$

Los brackets significan promedio sobre el conjunto de datos o sea el valor esperado sobre el índice j y se consideró que las fluctuaciones se determinaron tomando intervalos temporales finitos. Los valores de $\int R^*$ y $\int R$ están determinados por las ecs. (2.3b.12) y (2.3b.13) sin términos debidos a fuentes externas.

Introduciendo estas expresiones en (3.1.1) se tiene

$$CPSD_R(\underline{r}_1, \underline{r}_2, \omega) = 2 \lim_{T \rightarrow \infty} \int d\underline{r}' / d\underline{r} \phi_i^+(\underline{r}, \underline{r}_1, \omega) \langle S^*(\underline{r}, \omega, T) S(\underline{r}', \omega, T) \rangle \phi_k^T(\underline{r}, \underline{r}_2, \omega) \quad (3.1.2)$$

donde
$$S^*(\underline{r}, \omega, T) = \hat{P}^*(\underline{r}, \omega, T) \begin{pmatrix} \phi_1(\underline{r}) \\ \phi_2(\underline{r}) \end{pmatrix} \quad (3.1.3)$$

$$S(\underline{r}', \omega, T) = (\phi_1(\underline{r}'), \phi_2(\underline{r}')) \hat{P}^T(\underline{r}', \omega, T) \quad (3.1.4)$$

El término entre brackets en (3.1.2) es la matriz CPSD_S de entrada cuyas componentes llamaremos CPSD_{S_{ik}} con i, k = 1, 2.

La CPSD final es la suma de las contribuciones individuales de cada una de las CPSD, por lo tanto

$$CPSD_R(\underline{r}_1, \underline{r}_2, \omega) = \sum_{\substack{i, k \\ (i, k = 1, 2)}} \int d\underline{r}' / d\underline{r} \phi_i^+(\underline{r}, \underline{r}_1, \omega) CPSD_{S_{ik}}(\underline{r}, \underline{r}', \omega) \phi_k^T(\underline{r}, \underline{r}_2, \omega) \quad (3.1.5)$$

Efectuamos ahora la hipótesis que no existe correlación espacial entre los distintos procesos físicos que contribuyen a la ec. (3.1.5) excepto para puntos localizados en la misma posición

$$CPSD_{S_{ik}}(\underline{r}, \underline{r}', \omega) = S_{ik}(\underline{r}, \omega) \delta(\underline{r} - \underline{r}') \quad (3.1.6)$$

Introduciendo esta expresión en (3.1.5) se obtiene

$$CPSD_R(\underline{r}_1, \underline{r}_2, \omega) = \sum_{\substack{i, k \\ (i, k = 1, 2)}} \int d\underline{r} \phi_i^+(\underline{r}, \underline{r}_1, \omega) S_{ik}(\underline{r}, \omega) \phi_k^T(\underline{r}, \underline{r}_2, \omega) \quad (3.1.7)$$

Ahora es necesario distinguir los términos S_{ik}(r, ω) que contribuyen a correlaciones en la CPSD_R. Existen procesos donde interviene un solo neutrón como en la absorción, fuga, scattering o emisión por una fuente externa. En el proceso de fisión pueden intervenir uno o más neutrones llamados procesos single o paired respectivamente. Como el detector neutrónico remueve del sistema al neutrón detectado, todo proceso single no contribuye a la correlación cruzada aparece como un ruido blanco llamado ruido de

detección únicamente en la $APSD_R$. El único proceso que contribuye a la $CPSD_R$ es entonces el proceso de fisión paired.

Los términos de fluctuación debido a las fisiones que aparecen en (3.1.3) y (3.1.4) son los debidos a la fisión rápida $\int S_{1r}$ y a la fisión térmica $\int S_{1t}$ que tienen la siguiente forma

$$\int S_{1r}(\underline{r}, \omega) = (1-h(\omega)) \phi_r(\underline{r}) \delta(v \sum_{f1}(\underline{r}, \omega)) \quad (3.1.8)$$

$$\int S_{1t}(\underline{r}, \omega) = (1-h(\omega)) \phi_t(\underline{r}) \delta(v \sum_{f2}(\underline{r}, \omega)) \quad (3.1.9)$$

Puede verse que los términos de fuente $S_{ik}(\underline{r}, \omega)$ que contribuyen a la $CPSD_R$ en la ec. (3.1.7) son los términos $S_{1r}(\underline{r}, \omega)$ y $S_{1t}(\underline{r}, \omega)$ pesados por las funciones importancia rápida $\phi_1^{r*}(\underline{r}, \underline{r}', \omega)$ y $\phi_1^t(\underline{r}, \underline{r}', \omega)$. Los términos $S_{1r}(\underline{r}, \omega)$ y $S_{1t}(\underline{r}, \omega)$ son las llamadas APSD de entrada de la ec. (3.1.7) y a fin de calcular estos términos escribimos la ecuación (3.1.6) considerando la definición (3.1.1) para intervalo temporal infinito

$$CPSD_{S_{1r}}(\underline{r}, \underline{r}', \omega) \equiv 2 \langle \int S_{1r}^*(\underline{r}, \omega) \int S_{1r}(\underline{r}', \omega) \rangle = S_{1r}(\underline{r}, \omega) \delta(\underline{r}-\underline{r}') \quad (3.1.10)$$

$$CPSD_{S_{1t}}(\underline{r}, \underline{r}', \omega) \equiv 2 \langle \int S_{1t}^*(\underline{r}, \omega) \int S_{1t}(\underline{r}', \omega) \rangle = S_{1t}(\underline{r}, \omega) \delta(\underline{r}-\underline{r}') \quad (3.1.11)$$

En este caso consideramos la definición de la CPSD para un intervalo temporal infinito debido a que las fluctuaciones $\int S_{1r}(\underline{r}, \omega)$ y $\int S_{1t}(\underline{r}, \omega)$ fueron obtenidas en el Capítulo II considerando transformadas de Fourier infinitas.

Primero calcularemos el término rápido $S_{1r}(\underline{r}, \omega)$ introduciendo (3.1.8) en (3.1.10)

$$S_{1r}(\underline{r}, \omega) \delta(\underline{r}-\underline{r}') = 2 |1-h(\omega)|^2 \phi_r(\underline{r}) \langle \delta(v \sum_{f1}(\underline{r}, \omega))^* \delta(v \sum_{f1}(\underline{r}', \omega)) \rangle \phi_r(\underline{r}') \quad (12)$$

Descomponemos los términos debidos a las fluctuaciones $\delta(v \sum_{f1}(\underline{r}, \omega))$ y $\delta(v \sum_{f1}(\underline{r}', \omega))$ en una parte correspondiente a las fluctuaciones de v y otra debida a las fluctuaciones de $\sum_{f1}(\underline{r}, \omega)$ y $\sum_{f1}(\underline{r}', \omega)$

$$\left[\delta(v \sum_{f1}(\underline{r}, \omega)) \right]^* = \sum_{f1}^*(\underline{r}, \omega) \delta v^* + v^* \delta \sum_{f1}^*(\underline{r}, \omega) \quad (3.1.13)$$

$$\left[\delta(v \sum_{f1}(\underline{r}', \omega)) \right] = \sum_{f1}(\underline{r}', \omega) \delta v + v \delta \sum_{f1}(\underline{r}', \omega) \quad (3.1.14)$$

Introduciendo las ecs. (3.1.13) y (3.1.14) en (3.1.12) se tiene

$$S_{n_2}(\underline{t}, \omega) \delta(\underline{t} - \underline{t}') = 2 |1 - h(\omega)|^2 \phi_1(\underline{t}) \left[\xi_{f_1}^*(\underline{t}, \omega) \langle \delta v^* \delta v \rangle \xi_{f_1}(\underline{t}', \omega) + \gamma \xi_{f_1}^*(\underline{t}, \omega) \langle \delta v^* \delta \xi_{f_1}(\underline{t}', \omega) \rangle \right. \\ \left. + \gamma^* \xi_{f_1}(\underline{t}', \omega) \langle \delta \xi_{f_1}^*(\underline{t}, \omega) \delta v \rangle + \gamma^* \gamma \langle \delta \xi_{f_1}^*(\underline{t}, \omega) \delta \xi_{f_1}(\underline{t}', \omega) \rangle \right] \phi_1(\underline{t}') \quad (3.1.15)$$

Suponemos que las fluctuaciones de la sección eficaz de fisión es pequeña frente a las fluctuaciones debidas a γ y por lo tanto despreciamos los términos que contengan a $\delta \xi_{f_1}(\underline{t}, \omega)$ en (3.1.15).

Además escribimos $\xi_{f_1}^*(\underline{t}, \omega)$ y $\xi_{f_1}(\underline{t}, \omega)$ de la siguiente forma

$$\xi_{f_1}^*(\underline{t}, \omega) = \xi_{f_1}(\underline{t}') e^{-i\omega t} \quad (3.1.16)$$

$$\xi_{f_1}(\underline{t}, \omega) = \xi_{f_1}(\underline{t}') e^{i\omega t} \quad (3.1.17)$$

Por lo tanto la ec. (3.1.15) toma la forma siguiente

$$S_{n_2}(\underline{t}, \omega) \delta(\underline{t} - \underline{t}') = 2 |1 - h(\omega)|^2 \phi_1(\underline{t}) \xi_{f_1}(\underline{t}') \langle \delta v^* \delta v \rangle \xi_{f_1}(\underline{t}') \phi_1(\underline{t}') \quad (3.1.18)$$

La fluctuación δv representa la fluctuación de la población neutrónica debida a una fisión y obviamente $\delta v^* = \delta v$. La fluctuación de la población neutrónica genera fluctuaciones en el número de cuentas en el detector. Asociando la variancia del número de cuentas en el detector al cuadrado de la fluctuación $(\delta v)^2$ puede verse en [92] que como resultado de una formulación probabilística rigurosa esta fuente de ruido es proporcional a $\langle \gamma(\gamma-1) \rangle$ donde el promedio debe entenderse de la siguiente

$$\langle \gamma(\gamma-1) \rangle = \sum_{\gamma} \gamma(\gamma-1) P(\gamma)$$

donde $P(\gamma)$ es la probabilidad que se emitan γ neutrones en una fisión. Introduciendo (3.1.19) en (3.1.18) e integrando todo el volumen del reactor se tiene

$$S_{n_2}(\underline{t}, \omega) = 2 |1 - h(\omega)|^2 \phi_1(\underline{t}) \xi_{f_1}(\underline{t}') \langle \gamma(\gamma-1) \rangle \overline{\xi_{f_1} \phi_1} \quad (3.1.20)$$

donde

$$\overline{\xi_{f_1} \phi_1} = \int_{\text{vel. reactor}} d\underline{t}' \xi_{f_1}(\underline{t}') \phi_1(\underline{t}') \quad (3.1.21)$$

Efectuando un desarrollo similar al realizado para hallar $S_{11}(\underline{r}, \omega)$ se puede calcular $S_{12}(\underline{r}, \omega)$ a partir de (3.1.11) y (3.1.9) y se obtiene

$$S_{12}(\underline{r}, \omega) = 2 |1 - h(\omega)|^2 \phi_2(\underline{r}) \overline{\Sigma_{f2}(\underline{r})} \langle \nu(\nu-1) \rangle \overline{\Sigma_{f2} \phi_2}$$

donde

$$\overline{\Sigma_{f2} \phi_2} = \int_{\text{vol. reactor}} d\underline{r}' \Sigma_{f2}(\underline{r}') \phi_2(\underline{r}') \quad (3.1.23)$$

Tanto en (3.1.20) como en (3.1.22) el único término que depende de la frecuencia es $|1 - h(\omega)|^2$ y resulta significativo para frecuencias menores a 1 rad/seg aproximadamente. La parte correspondiente a ruido blanco en (3.1.22) es similar a la expresión obtenida en (19) a partir de la fórmula de Schottky a menos del término $\overline{\Sigma_{f2} \phi_2}$ que es independiente del vector posición. En (40) se utilizó la fórmula de Schottky y se establecieron condiciones sobre los términos de fuente de ruido de forma tal que $S_{11}(\underline{r}, \omega)$ no dependa de la frecuencia aun cuando se incluyan neutrones retardados. En nuestro caso la dependencia en frecuencia en (3.1.29) es consecuencia del modelo de difusión propuesto incluyendo o no a los neutrones retardados.

Es de destacar que no fue definida hasta el momento una fórmula de Schottky para el grupo rápido pero la misma pueda ser derivada de la ec. (3.1.20) a menos del término $\overline{\Sigma_{f1} \phi_1} |1 - h(\omega)|^2$. Introduciendo (3.1.20) y (3.1.22) en (3.1.7) se tiene

$$CPSD_R(\omega_1, \omega_2, \omega) = 2 \langle \nu(\nu-1) \rangle |1 - h(\omega)|^2 \left[\overline{\Sigma_{f1} \phi_1} \int_{\text{Núcleo}} d\underline{r}' \phi_1^+(\underline{r}, \omega_1, \omega) \phi_1(\underline{r}') \Sigma_{f1}(\underline{r}') \phi_1^+(\underline{r}, \omega_2, \omega) + \overline{\Sigma_{f2} \phi_2} \int_{\text{Núcleo}} d\underline{r}' \phi_1^+(\underline{r}, \omega_1, \omega) \phi_2(\underline{r}') \Sigma_{f2}(\underline{r}') \phi_1^+(\underline{r}, \omega_2, \omega) \right] \quad (3.1.24)$$

La sección eficaz de fisión rápida es aproximadamente igual al 2.5% de la sección eficaz de fisión térmica para un núcleo tipo Argonauta mientras que el flujo rápido integrado en todo el núcleo

es aproximadamente tres veces mayor que el flujo térmico integrado según (91). Esto permite despreciar la contribución de las correlaciones rápidas en (3.1.24) y por lo tanto la $CPSD_R$ queda

$$CPSD_R(\omega_1, \omega_2, \omega) = 2 \langle \nu(\nu-1) \rangle |1-h(\omega)|^2 \sum_{f_2} \phi_2 \int_{\text{Núcleo}} d\epsilon \phi_1^+(\epsilon, \omega_1, \omega) \phi_2(\epsilon) \sum_{f_2} \phi_1^+(\epsilon, \omega_2, \omega) \quad (3.1.25)$$

Si $\omega_1 = \omega_2$, o sea si localizamos ambos detectores en la misma posición obtenemos la parte correlacionada de la $APSD_R$ que resulta una función real

$$APSD_R(\omega, \omega) = 2 \langle \nu(\nu-1) \rangle |1-h(\omega)|^2 \sum_{f_2} \phi_2 \int_{\text{Núcleo}} d\epsilon \left| \phi_1^+(\epsilon, \omega, \omega) \right|^2 \phi_2(\epsilon) \sum_{f_2} \quad (3.1.26)$$

La convolución se efectúa en todo el núcleo que es la zona donde se genera el ruido debido al proceso de fisión. Una expresión similar es la utilizada en (19) donde la función transferencia térmica es correlacionada con el flujo estático térmico.

La contribución no correlacionada agrega un ruido blanco a la ec. (3.1.26). Las fuentes de ruido para estos procesos se encuentran detalladas en (19) y (41).

Las $APSD$ de entrada, ecs. (3.1.20) y (3.1.21) fueron derivadas a partir de considerar correlaciones en el detector provenientes del grupo térmico solamente. Si se considera un detector sensible tanto a neutrones térmicos como rápidos hay que efectuar el producto de las fluctuaciones en (3.1.1) en sentido tensorial y por lo tanto las contribuciones finales a la $CPSD_R$ se incrementan en la ec. (3.1.5) debido a que las $CPSD$ de entrada resultan pesadas por todas las combinaciones posibles de ϕ_i^{++} y ϕ_k^+

2)-Métodos para el cálculo del flujo estático y la función importancia

A fin de calcular la $CPSD_R$ (ec. (3.1.25)) y la parte correlacionada

de la $APSD_R$ (ec.(3.1.26)) es necesario definir un método para calcular el flujo estático y la función importancia. Un método posible es el análisis modal donde el flujo o la función importancia se expande en una serie de funciones base con dependencia espacial y coeficientes de expansión que son funciones del tiempo o de la frecuencia. Los problemas asociados a este método son la selección de las funciones base y la convergencia numérica de la serie. En este sentido los métodos variacionales de cálculo han demostrado una mejor convergencia que el método de cálculo de Helmholtz consistente en un análisis modal y pueden ser extendidos a reactores de núcleos acoplados tipo Argonauta en forma sencilla como puede verse en (42). El análisis modal es conveniente en situaciones donde se requieren extraer parámetros cinéticos asociados a los distintos modos a partir de datos experimentales como puede verse en (87).

También es posible efectuar una expansión modal para un sistema rectangular como puede verse en (43) donde se facilitó el cálculo utilizando un sistema móvil de coordenadas de forma que una de las dimensiones del modelo tuviera el origen de coordenadas en cada nueva región. La influencia de los distintos modos en la solución fue estudiado en (44) para un sistema modal con funciones base similares a las anteriores. Una extensión a multigrupos fue realizada en (45). Un análisis tridimensional de una expansión modal para un reactor desnudo a dos grupos de energía puede verse en (46). Para una simetría cilíndrica también es posible efectuar un desarrollo modal utilizando funciones de Bessel como funciones base según puede verse en (23) y (37).

Otro método para el cálculo de estas funciones es utilizar técnicas de cálculo estático según lo sugerido por Cohn en (47) para calcular la función transferencia a multizonas y mul-

tigrupos. van Dam en (32) extendió el uso de estas técnicas para evaluar la función importancia utilizando teoría de transporte a multizonas y multigrupos. La función importancia puede ser separada en una parte real y otra imaginaria y para un formalismo a dos grupos de energía la ecuación que determina la función importancia se desdobra en un sistema de cuatro ecuaciones diferenciales acopladas inhomogeneas que pueden ser resueltas por medio de técnicas de cálculo de flujo estático. El código debe incluir "up-scattering" y debe permitir calcular flujos negativos.

En el caso que se pueda derivar una solución analítica este tratamiento es sugerido por Sheff en (48). La conveniencia del tratamiento analítico es que no enmascara los efectos espaciales especialmente en la zona de altas frecuencias como suele ocurrir con técnicas del tipo de aproximación modal. Una aproximación analítica de la función importancia para una geometría cilíndrica fue efectuada en (36) en forma independiente de la frecuencia para la zona de plateau reduciendo la ecuación del tipo de Helmholtz que determina la función importancia a una ecuación del tipo de Poisson. Nuestro estudio requiere una solución factible de ser extendida considerando la dependencia en frecuencias. Según lo sugerido en (24) y (38) se puede escribir una solución para la ecuación del tipo de Helmholtz de la función importancia como suma de una solución para la parte homogénea de la ecuación una solución para la parte inhomogénea de la ecuación:

Estos autores efectuaron el cálculo en forma independiente de la frecuencia dentro de la zona de plateau de la función importancia. Este esquema de solución fue el adoptado en nuestro trabajo donde el cálculo fue extendido considerando la dependencia

en función de la frecuencia como se muestra en el Apéndice B. La convergencia de la serie solución de la parte homogénea se logra en este caso en forma más veloz que para una aproximación modal.

3)-Formulación explícita de la CPSD_R

En esta sección se calcula en forma explícita la CPSD_R determinada por la ec. (3.1.25) a partir de las soluciones analíticas para el flujo estático y para la función importancia que se detallan en el Apéndice A y en el Apéndice B respectivamente. La expresión del flujo estático térmico para la zona del núcleo es la siguiente

$$\phi_2(r) = C_u (A_3 J_0(\mu r) + A_4 Y_0(\mu r)) + C_v (A_5 I_0(\nu r) + A_6 K_0(\nu r)) \quad (3.3.1)$$

$r_1 \leq r \leq r_2$

Primero se obtendrá la expresión de la CPSD_R para el caso en que ambos detectores se encuentren ubicados dentro de la zona del núcleo. La solución para la función importancia rápida en esta zona y para el detector ubicado en r_1 es la siguiente

$$\begin{aligned} \phi_1^+(r_1, \omega, \omega) = & \sum_{m=0}^{\infty} \left[A_{3m} J_m(\mu^+ r) + A_{4m} Y_m(\mu^+ r) + A_{5m} I_m(\nu^+ r) + A_{6m} K_m(\nu^+ r) \right] \cos m\varphi + \\ & + \frac{1}{2\pi D_2 (S_1 - S_2)} \left[\frac{\pi}{2} Y_0(\mu^+ \rho) + K_0(\nu^+ \rho) \right] \quad (3.3.2) \end{aligned}$$

$r_1 \leq r \leq r_2$

donde $\rho = (\lambda^2 + \lambda_0^2 - 2\lambda\lambda_0 \cos(\varphi - \varphi_0))^{1/2}$ φ es el ángulo del vector posición \underline{r} y φ_0 es el ángulo del vector posición del detector \underline{r}_1 según puede verse en la Fig. 1.

La parte correspondiente al desarrollo en serie corresponde a la solución de la parte homogénea de la ecuación que determina la función importancia y no depende de la posición del detector. La parte restante es la solución de la ecuación inhomogénea. Las funciones $Y_0(\mu^+ \rho)$ y $K_0(\nu^+ \rho)$ pueden escribirse de la siguiente forma utilizando el teorema de adición de las funciones de Bessel según (50) y para cuando $r > r_0$

$$Y_0(\mu^+ \rho) = Y_0(\mu^+ r) Y_0(\mu^+ r_0) + 2 \sum_{m=1}^{\infty} Y_m(\mu^+ r) J_m(\mu^+ r_0) \cos m(\varphi - \varphi_0) \quad (3.3.3)$$

$$K_0(\nu^+ \rho) = K_0(\nu^+ r) I_0(\nu^+ r_0) + 2 \sum_{m=1}^{\infty} K_m(\nu^+ r) I_m(\nu^+ r_0) \cos m(\varphi - \varphi_0) \quad (3.3.4)$$

Para $r < r_1$ se permutan r y r_1 y las funciones $Y_0(\mu^{\dagger\rho})$ y $K_0(r^{\dagger\rho})$ se escriben

$$Y_0(\mu^{\dagger\rho}) = Y_0(\mu^{\dagger r_1}) J_0(\mu^{\dagger r}) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} Y_n(\mu^{\dagger r_1}) J_n(\mu^{\dagger r}) \cos n(\varphi - \varphi_{01}) \quad (3.3.5)$$

$$K_0(r^{\dagger\rho}) = K_0(r^{\dagger r_1}) I_0(r^{\dagger r}) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} K_n(r^{\dagger r_1}) I_n(r^{\dagger r}) \cos n(\varphi - \varphi_{01}) \quad (3.3.6)$$

Introduciendo (3.3.3) y (3.3.4) para $r > r_1$ o (3.3.5) y (3.3.6) para $r < r_1$ en (3.3.2) se obtiene

$$\phi_1^{\dagger}(z, \omega, \omega) = \sum_{n=0}^{\infty} \left[R_n(z) \cos n\varphi + \alpha_n \cos n(\varphi - \varphi_{01}) \right] \quad (3.3.7)$$

$$\text{donde } R_n(r) = A_{3n} J_n(\mu^{\dagger r}) + A_{4n} Y_n(\mu^{\dagger r}) + A_{5n} I_n(r^{\dagger r}) + A_{6n} K_n(r^{\dagger r}) \quad (3.3.8)$$

$$\alpha_n = \frac{1}{2\pi D_2(S_r - S_{\omega})} \left[A_n \left(\frac{\pi}{2} \right) Y_n(\mu^{\dagger r_1}) J_n(\mu^{\dagger r}) + K_n(r^{\dagger r_1}) I_n(r^{\dagger r}) \right] \text{ si } r > r_1 \quad (3.3.9)$$

$$\text{o } \alpha_n = \frac{1}{2\pi D_2(S_r - S_{\omega})} \left[A_n \left(\frac{\pi}{2} \right) Y_n(\mu^{\dagger r}) J_n(\mu^{\dagger r_1}) + K_n(r^{\dagger r}) I_n(r^{\dagger r_1}) \right] \text{ si } r < r_1 \quad (3.3.10)$$

$$\text{donde } A_n = \begin{cases} 1, & n = 0 \\ 2, & n \geq 1 \end{cases} \quad (3.3.11)$$

La función importancia para un segundo detector calizado se escribe de la siguiente forma

$$\phi_1^{\dagger}(z, \omega_2, \omega) = \sum_{m=0}^{\infty} \left[R'_m(z) \cos m\varphi + \beta_m \cos m(\varphi - \varphi_{02}) \right] \quad (3.3.12)$$

$$\text{donde } R'_m(r) = A'_{3m} J'_m(\mu^{\dagger r}) + A'_{4m} Y'_m(\mu^{\dagger r}) + A'_{5m} I'_m(r^{\dagger r}) + A'_{6m} K'_m(r^{\dagger r}) \quad (3.3.13)$$

$$\beta_m = \frac{1}{2\pi D_2(S_r - S_{\omega})} \left[A'_m \left(\frac{\pi}{2} \right) Y'_m(\mu^{\dagger r_1}) J'_m(\mu^{\dagger r}) + K'_m(r^{\dagger r_1}) I'_m(r^{\dagger r}) \right] \text{ si } r > r_1 \quad (3.3.14)$$

$$\beta_m = \frac{1}{2\pi D(\bar{r}_2 - \bar{r}_1)} \left[A_m \frac{\pi}{2} \left(Y_m^{(u^+)} \right)_m(u^+) + K_m(r^+_{o_2}) I_m(r^+_{o_2}) \right] \text{ si } r < r_{o_2} \quad (3.3.15)$$

$$\text{donde } A_m = \begin{cases} 1, & m=0 \\ 2, & m \geq 1 \end{cases} \quad (3.3.16)$$

ψ_2 es el ángulo correspondiente al vector \underline{r}_{o_2} .

Conjugando la expresión (3.3.7) e introduciéndola junto con (3.3.12) y (3.3.1) en la ec. (3.1.25) y efectuando la integral entre $-\pi$ y π para la parte angular se obtiene

$$\text{CPSD}_R(\underline{r}_{o_1}, \underline{r}_{o_2}, \omega) = 2\pi \langle Y(v-1) \rangle |1-h|^2 \sum_{\lambda_1} \overline{\phi_2} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} A_n \left[R_n^*(\alpha) R_n'(\alpha) + \right. \right. \\ \left. \left. + (\alpha_n^* \beta_n + R_n^*(\alpha) \beta_n) \cos n \psi_2 + R_n'(\alpha) \alpha_n^* \right] \right\} \phi_2(\alpha) \alpha \, d\alpha \quad (3.3.17)$$

$$\text{donde } A_n = \begin{cases} 2, & n=0 \\ 1, & n \geq 1 \end{cases} \quad \text{y se tomó } \psi_1 = 0$$

La dependencia de la CPSD_R en función del ángulo entre ambos detectores está contemplada por el término $\cos n \psi_2$ y también se encuentra contenida en los coeficientes de $R_n(\alpha)$. El flujo térmico posee simetría angular y por lo tanto no posee dependencia angular. La parte radial de la integral puede efectuarse en forma analítica pero esto implica un procedimiento engorroso debido a la gran cantidad de términos involucrados por lo tanto se efectuó esta integral en forma numérica por medio de una subrutina standard de integración obtenida en [5].

En el caso de localizar uno de los detectores en la zona del reflector interno o externo en la posición \underline{r}_1 la función importancia dentro de la zona del núcleo se escribe de la siguiente forma

$$\phi_1^+(\underline{r}_1, \underline{r}_{o_1}, \omega) = \sum_{m=0}^{\infty} R_m'(\alpha) \cos m \psi \quad (3.3.18)$$

donde $R_n(r)$ tiene la misma expresión que (3.3.13).

Suponiendo que la función importancia para el detector localizado en r_1 está determinada por la ec. (3.3.7) se conjuga esta expresión y se la introduce con (3.3.18) (3.3.1) en (3.1.25) y luego de resolver la integral angular se obtiene

$$CPSD_R(a_1, a_2, \omega) = 2\pi \langle \gamma(\gamma-1) \rangle |1-h|^2 \sum_{l_2} \overline{\phi_2} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \left[\sum_{m=0}^{\infty} A_m (R_m^*(\alpha) + \alpha_m^*) R_m'(\alpha) \right] \phi_1(\alpha) \alpha d\alpha \quad (3.3.19)$$

$$\text{donde } A_m = \begin{cases} 2, & m=0 \\ 1, & m \geq 1 \end{cases} \quad \varphi_1 = \pi$$

En este caso la dependencia angular entre ambos detectores está contemplada en la aplicación en los coeficientes de $R_n(r)$. Finalmente resolvemos el caso en que ambos detectores están localizados en la zona de los reflectores. La función importancia para el detector localizado en r_2 está dada (3.3.18) escribimos la función importancia para el detector localizado en r_1 como

$$\phi_1^+(a_1, a_2, \omega) = \sum_{n=0}^{\infty} R_n(\alpha) \cos n\varphi \quad (3.3.20)$$

donde $R_n(r)$ tiene la misma expresión que (3.3.6)

Conjugando la expresión (3.3.20) e introduciéndola (3.1.25)

junto con (3.3.18) (3.3.1)

integral angular

$$CPSD_R(a_1, a_2, \omega) = 2\pi \langle \gamma(\gamma-1) \rangle |1-h|^2 \sum_{l_2} \overline{\phi_2} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \left[\sum_{m=0}^{\infty} (A_m R_m^*(\alpha) R_m'(\alpha)) \right] \phi_1(\alpha) \alpha d\alpha \quad (3.3.21)$$

$$\text{donde } A_m = \begin{cases} 2, & m=0 \\ 1, & m \geq 1 \end{cases} \quad \varphi_1 = 0$$

Es de destacar que la fase de las funciones $CPSD_R$ en las expresiones (3.3.17) (3.3.19) (3.3.21) se anula para posiciones $b_1 = b_2$

y para cualquier ángulo entre los detectores siendo esto una consecuencia del modelo matemático propuesto para las funciones importancia.

CAPITULO IV

Resultados Numéricos

Para efectuar el cálculo numérico del flujo estático, de las funciones importancia y de las funciones de ruido se utilizaron las dimensiones características de un reactor Argonauta obtenidas en (56). Las constantes de difusión para la zona del núcleo fueron determinadas por medio del código de celda Wims (53) a partir de los datos de entrada elaborados por Higa (62). Estas constantes se calcularon utilizando cinco grupos de energía y luego fueron condensados a dos grupos. Estos valores se chequearon con las constantes de difusión calculadas a partir de una formulación sencilla a dos grupos obtenida en (52) y se comprobó un muy buen acuerdo entre ambos cálculos. Las constantes de difusión del grafito utilizado como reflector se obtuvieron de (57) y de (43) las del agua se obtuvieron de (57).

Los radios interno externo fueron fijados en 30.5 cm y en 45.75 cm respectivamente y se obtuvo criticidad ajustando la sección eficaz de absorción térmica de la zona del núcleo.

Los valores de las constantes de difusión para el núcleo para el grafito y para el agua se detallan en la Tabla 1. Se adoptó el valor $\beta = 0.0065$ para la fracción de neutrones retardados y los valores $V_1 = 9.4 \times 10^3$ cm/seg y $V_2 = 2.4 \times 10^5$ cm/seg para la velocidad del grupo rápido y térmico respectivamente.

1) - Resultados numéricos de las funciones de Bessel

Las fórmulas y criterios utilizados para calcular las cuatro funciones de Bessel que intervienen en la solución del flujo estático y de la función importancia se encuentran detallados en el Apéndice D. A fin de chequear los resultados numéricos

del programa de cálculo desarrollado para obtener las funciones de Bessel complejas se construyó la Tabla 2. En esta tabla se detallan los valores de los "bucklings" complejos en el núcleo y en los reflectores de grafito para las frecuencias mínima y máxima de 1 rad/seg y de 1000 rad/seg respectivamente consideradas en el cálculo de las funciones de ruido. La dimensión mínima considerada en la solución de las constantes de la función importancia (ec. B 22) para el reactor de tamaño standard fue para la posición del detector en la zona del reflector interno en $r=1$ cm, y la dimensión máxima considerada fue para la posición del detector en la zona del reflector externo en $r=75$ cm. Estos valores generan un argumento mínimo correspondiente al "buckling" k_2^+ para la frecuencia de $\omega=1$ rad/seg de modulo igual a 0.0175 y un argumento máximo correspondiente al "buckling" k_2^+ para la frecuencia de $\omega=1000$ rad/seg de modulo igual a 45.80. Para estos valores extremos se calcularon las funciones de Bessel mediante el código numerico desarrollado para argumentos complejos considerando nula la parte imaginaria. Con los mismos argumentos se calcularon las funciones de Bessel mediante un código standard para funciones de argumento real (58). Los resultados de ambos códigos se muestran en la Tabla3 para el argumento mínimo de 0.0175 y en la Tabla4 para el argumento máximo de 45.80. En ambas tablas se observa un muy buen acuerdo entre los valores obtenidos por nuestro código y por el código standard para las cuatro funciones de Bessel de orden uno a orden diez con una dispersión máxima dada según el siguiente criterio

$$\left| \frac{\text{Func. Bessel} - \text{Func. Bessel st.}}{\text{Func. Bessel}} \right| \leq 4.7 \times 10^{-4} \quad (4.1.1)$$

El acuerdo se mantiene para órdenes superiores a diez pero en

general para las posiciones de los detectores seleccionadas para el cálculo de las funciones importancia el número de términos de la serie solución homogénea no superó el valor diez.

Las funciones de Bessel de primera especie $J_n(z)$, modificada de primera especie $I_n(z)$ y de segunda especie $Y_n(z)$ se calcularon por medio de su definición en serie para valores del módulo del argumento $|z| \leq 15$. La función modificada de segunda especie $K_n(z)$ se calculó mediante su definición en serie para valores del módulo del argumento $|z| \leq 4$. En todos los casos se observó una degradación sucesiva de la solución en serie para argumentos superiores. Esta degradación se incrementaba al incrementar el orden n de las funciones. Debido a esto se adoptó un valor de argumento límite para la solución en serie que fue igual a quince para las funciones $J_n(z)$, $I_n(z)$ y $Y_n(z)$ e igual a cuatro para la función $K_n(z)$. Los valores de las cuatro funciones de Bessel para estos valores de argumentos se detallan en la Tabla 5. Se observa que las distintas funciones coinciden según el criterio dado por (4.1.1) excepto la función $Y_n(z)$ que presenta una dispersión máxima dada por

$$\left| \frac{Y_n(z) - Y_n(z)_{st.}}{Y_n(z)} \right| \leq 2.5 \times 10^{-3} \quad (4.1.2)$$

Para valores del argumento cercanos a $|z| = 14$ la $Y_n(z)$ vuelve nuevamente a coincidir con la $Y_n(z)_{st.}$ según (4.1.1).

No hubo necesidad de efectuar aproximaciones para valores grandes del orden n debido a que el orden máximo alcanzado en la solución del sistema (B.22) del Apéndice B fue igual a quince para una posición del detector igual a $r_0 = 38$ cm del centro del sistema (posiciones ③ y ④ de la Fig. 2).

2)-Resultados Numéricos de las funciones importancia

La Fig. 3 muestra el comportamiento del módulo de la función

importancia rápida en el rango de 1 a 1000 rad/seg para el detector localizado en la posición \textcircled{B} (ver Fig. 2) y para valores del vector posición correspondientes a las interfaces $r=r_1$ y $r=r_2$ sobre el eje positivo de abscisas. En ambos casos se observa una zona de plateau entre aproximadamente 1 y 10 rad/seg donde la función importancia es aproximadamente independiente de la frecuencia y luego decrece con un comportamiento tipo filtro pasa bajo. Este tipo de comportamiento de la función importancia genera una evolución similar de las funciones de ruido en función de la frecuencia. La función transferencia del modelo cinético puntual tiene también un comportamiento similar a la función importancia rápida como puede verse en (5)(6)(59) pero es espacialmente independiente mientras que esta última es espacialmente dependiente. La magnitud de la función importancia para $r=r_2$ es menor que para la posición $r=r_1$ debido a que la primera posición es más lejana al detector y por lo tanto la actividad esperada en el detector es menor.

Puede observarse la continuidad de la función importancia rápida en función de la frecuencia lo cual facilita la discretización de las integrales (3.1.25) y (3.1.26) para el cálculo de las funciones de ruido.

Para frecuencias inferiores a 1 rad/seg la función importancia crece significativamente según puede verse en (23) debido a la contribución de los neutrones retardados pero en nuestro caso estas frecuencias escapan del rango analizado.

En la Fig. 4 se muestra el módulo de la función importancia rápida en función del vector posición \underline{r} ubicado sobre los ejes positivo y negativo de abscisa para un detector localizado en la posición \textcircled{B} (Fig. 2) y para las frecuencias de 1 y 1000 rad/seg.

Se puede observar la continuidad del módulo de la función importancia rápida y su derivada en las interfases nucleo-reflector para ambas curvas lo cual permite inferir una correcta solución del sistema de ecuaciones (B.22) del Apéndice B en todo el rango de frecuencias estudiado. En la zona del nucleo se genera el ruido neutrónico de fisión y por lo tanto la función importancia tiende a incrementarse en esta zona más cercana al detector y en la zona del reflector externo los neutrones cobran menos importancia a medida que crece la distancia al detector. A medida que se incrementa la frecuencia se observa que la respuesta del detector a los neutrones rápidos tiende a hacerse uniforme en el espacio como muestra la curva correspondiente a 1000 rad/seg.

O sea que para frecuencias muy altas la forma de la función importancia rápida tiende a hacerse independiente de la posición que tienen los neutrones dentro del reactor. Además este efecto ocurre para cualquier posición del detector dentro del sistema. La atenuación que sufre la función importancia para frecuencias crecientes puede explicarse considerando que al aumentar la frecuencia se aumentan las secciones eficaces complejas rápida y térmica y por lo tanto disminuyen las longitudes de difusión complejas correspondientes. Asociando los módulos de estas longitudes de difusión con las longitudes de difusión del caso estático se tiene que los neutrones rápidos y térmicos recorren una distancia menor al moderarse y al difundir respectivamente y por lo tanto tienen una probabilidad menor de alcanzar el detector. Por otra parte a distancias crecientes del detector la probabilidad de alcanzarlo es cada vez más pequeña y los puntos cercanos en el espacio tienen aproximadamente la misma importancia y por lo tanto se explica la tendencia al comportamiento

uniforme para altas frecuencias.

Tendencias similares a las descritas fueron halladas por Nagy en (60) y (61) para una solución tipo onda de la función de Green para un modelo de reactor tipo two-slab representativo de un reactor Argonauta. Al incrementarse la frecuencia y por lo tanto las secciones eficaces complejas se incrementa la atenuación de la onda neutrónica y se observa un rápido decremento de la amplitud de la onda para una fuente de frecuencia variable ubicada en el reflector central equidistante de ambos núcleos. En la Fig. 5 se graficó el módulo de la función importancia térmica para un detector localizado en la posición (9) (Fig. 2) y para valores del vector posición \underline{r} contenidos en planos ubicados a 0, 5, 30 y 180 grados y para una frecuencia de 1 rad/seg. Se observa que a medida que la distancia respecta al detector crece en forma radial o angular la función importancia decrece al disminuir la probabilidad de los neutrones de ser detectados. La función importancia dentro de la zona del núcleo es mayor que para la zona de los reflectores para cualesquiera de los planos conteniendo al vector posición considerados. Esto es debido a que en la zona del núcleo se incrementa la cantidad de neutrones secundarios generados por fisión y que serán luego detectados. La mayor importancia de los neutrones en el núcleo se manifiesta también cuando se localiza el detector en el reflector interno o externo según los resultados de un modelo unidimensional desarrollado por Wentzeis (64). La función importancia térmica diverge cuando el vector posición coincide con la posición del detector.

Esto se debe al comportamiento divergente de la función de Bessel de segunda especie $Y_0(\mu r)$ y de la función de Bessel modificada de segunda especie $K_0(\sqrt{\mu} r)$ que intervienen en

la parte inhomogénea de la solución (B.3) para la función importancia en el Apéndice B.

Cuando se localiza el detector en la zona de los reflectores también se aprecia un comportamiento divergente de las soluciones (B.18) y (B.21) del Apéndice B. Este comportamiento también se aprecia en soluciones modales de la función importancia para simetrías cilíndricas como puede verse en (23) y en general para todos los modelos bidimensionales (46).

En la Fig. 6 se graficó la fase de la función importancia térmica para un detector localizado en la posición ⑨ para valores del vector posición r contenidos en planos a 0, 5, 30 y 180 grados y para la frecuencia de 1 rad/seg.

La fase disminuye en forma continua para posiciones del vector posición r cada vez más alejadas del detector y esto se debe a que la perturbación generada en r necesita más tiempo para alcanzar al detector localizado en r_0 . En el caso ideal la fase debería valer cero para la posición $r=r_0$. En nuestro caso la componente imaginaria es muy pequeña lo cual genera una fase de aproximadamente -1 grado en toda la zona de plateau y luego disminuye para frecuencias superiores. El caso de fase nula correspondería al valor de frecuencia nula pero en ese caso el sistema de ecuaciones (B.22) no admite solución como se indica en el Apéndice B.

A medida que se incrementa la frecuencia se observa que la fase decrece y esto puede explicarse físicamente observando que al aumentar la frecuencia aumenta el módulo de la sección eficaz compleja de absorción y asociando al caso estático esto implica un tiempo de difusión menor para los neutrones térmicos y por lo tanto aumenta el tiempo que tardarían los neutrones en ser detectados.

En la Fig. 7 se muestra el módulo de la función importancia rápida para un detector localizado en la posición ⑨ (Fig. 2) para distintos planos conteniendo al vector posición \underline{r} y para la frecuencia de 1 rad/seg. Se aprecia que la función importancia tiene un máximo para $\underline{r}=\underline{r}_0$ y luego decrece a medida que la posición de los neutrones a ser detectados se aleja del detector. En forma similar a la función importancia térmica, la función importancia rápida crece levemente para posiciones dentro de la zona del núcleo para cualquier posición del detector debido al ruido de fisión. La función importancia rápida posee una singularidad en el punto $\underline{r}=\underline{r}_0$ según puede verse en las ecuaciones (B.3) para la zona del núcleo y (B.18) (B.21) para la zona de los reflectores. Esta discontinuidad está muy localizada en el entorno de \underline{r}_0 y por lo tanto es fácilmente salvable en el cálculo de las funciones de ruido.

Para posiciones suficientemente alejadas del detector y dentro de la zona de los reflectores la importancia de los neutrones rápidos es aproximadamente igual a la importancia de los neutrones térmicos según puede verse comparando la Fig. 5 y la Fig. 7. Esto se explica al analizar los "bucklings" complejos en el núcleo y en los reflectores dados en la Tabla 2. La dispersión entre los valores de k_1^+ y k_2^+ es mucho menor a la dispersión entre los valores de μ^+ y ν^+ por lo tanto las longitudes de difusión rápida y térmica presentan una dispersión menor en la zona de los reflectores y entonces la probabilidad de detección de los neutrones rápidos resulta muy cercana a la de los neutrones térmicos.

En la Fig. 8 se muestra la fase de la función importancia rápida para posiciones de \underline{r} y \underline{r}_0 similares a las de la Fig. 7. Se observa que la fase disminuye en forma continua para posiciones

cada vez más alejadas del detector debido a que la perturbación necesita más tiempo para alcanzar al detector. Esta disminución no es tan acentuada como la observada para la fase de la función importancia térmica debido a la mayor velocidad de los neutrones rápidos. A medida que se aumenta la frecuencia se aprecia que la fase de la función importancia rápida disminuye debido al aumento del módulo de la sección eficaz de scattering compleja del grupo rápido y asociando al caso estático esto implica un tiempo de moderación menor para los neutrones rápidos. Como se menciona en el Apéndice B la función importancia en el núcleo puede ser separada en una componente global y en otra componente local según puede verse en (33). Las dos componentes están asociadas a las dos raíces del determinante de la ec.(B.1). La separación en una parte global y otra local es una consecuencia de la matemática de la teoría de difusión a dos grupos de energía y en algunos casos la componente global puede no ser consistente con la respuesta global en el sentido tradicional del término y por lo tanto ambos términos fueron redefinidos en (34). El término global se asoció al término de reactividad y el resto se definió como la componente local pero se concluyó que la definición original era más útil y por lo tanto fue la utilizada en este trabajo. Se define el "peaking-factor" como el módulo del cociente de la parte local sobre la parte global para la posición $r=r_0$ dentro de la zona de plateau tanto para la función importancia rápida como térmica. En nuestro caso la función importancia térmica diverge para dicha posición debido a lo cual se calculó el "peaking - factor" para una distancia $|r-r_0|= 3.5\text{cm}$ siendo $r_0=38\text{ cm}$. Se obtuvo un valor igual a 0.28 para el peaking-factor térmico y un valor igual a 0.027 para el peaking-factor rápido. El valor del "peaking-factor" térmico es comparable al va-

lor calculado por Lee en (23) para una simetría cilíndrica igual a 0.38 para $|r_1 - r_2| = 4\text{cm}$ para el detector localizado en el centro del sistema. Este valor es ligeramente superior al calculado en nuestro caso debido al mayor tamaño de reactor involucrado. El valor del "peaking-factor" obtenido no difiere sensiblemente de los valores calculados para un modelo de reactor tipo slab reflejado en (35) igual a 0.1 y para un modelo unidimensional sin reflector en (33) igual a 0.15. Se puede determinar un peaking-factor para el flujo adjunto aún en el caso de efectuar un análisis mediante un solo grupo de energía para el caso de un medio heterogéneo según puede verse en (65).

Para el caso de vibraciones de barras absorbedoras el "peaking-factor" asociado es sensiblemente mayor que el "peaking-factor" de la función importancia según puede verse en (23) (35) y (66).

3)-Resultados numéricos de las funciones CPSD_R, APSD_R y COH

En esta sección se analizan los resultados numéricos de las funciones de ruido CPSD_R y APSD_R determinadas por las ecs.(3.1.25) y (3.1.26) que en forma explícita son las ecs.(3.3.17) (3.3.19) y (3.3.21). También se calculó la función coherencia que caracteriza el grado de acople entre las zonas donde se encuentran ubicados los detectores. De acuerdo a (10) la coherencia se define como

$$COH(\lambda_{01}, \lambda_{02}, \omega) = \frac{CPSD_R(\lambda_{01}, \lambda_{02}, \omega)}{[APSD_R(\lambda_{01}, \omega) APSD_R(\lambda_{02}, \omega)]^{1/2}} \quad (4.3.1)$$

A fin de reproducir con nuestro modelo las mediciones efectuadas en (11) se situaron los detectores en las posiciones (2) y (10) de la Fig. 2. Los resultados numéricos del modelo y los valores experimentales se muestran en la Fig. 9. En este caso y en el caso de la Fig. 10 se normalizaron las funciones de ruido en forma tal que valgan la unidad para la frecuencia de 10 rad/seg. Se

observa que la $CPSD_R$ calculada reproduce los valores experimentales hasta aproximadamente 300 rad/seg y para frecuencias superiores muestra un comportamiento de tendencia similar a los valores medidos. La función $APSD_R$ calculada prácticamente reproduce los valores experimentales en todo el rango de frecuencias considerado. Es de destacar que en (10) se desarrolló un modelo binodal cuyos resultados no lograron reproducir los valores experimentales para una carga del núcleo del tipo anular. Dicho modelo reprodujo las determinaciones experimentales para la carga del núcleo tipo "two-slab".

En (18) se reprodujo el comportamiento de la función coherencia mediante un modelo representativo del reactor Argonauta pero las funciones $CPSD_R$ y $APSD_R$ calculadas presentan desviaciones significativas respecto de los valores experimentales para la zona de altas frecuencias como puede verse en la Fig. 10.

En la Fig. 11 se muestra la función coherencia calculada con nuestro modelo y la función coherencia experimental. Puede apreciarse que los valores calculados muestran un comportamiento similar a los valores experimentales. Para el modelo cinético puntual la función coherencia es igual a la unidad para todas las frecuencias y por lo tanto se puede apreciar que un reactor de núcleo anular no se comporta como un reactor puntual y que los efectos espaciales comienzan en aproximadamente 100 rad/seg. Comportamientos similares para este tipo de núcleos pueden observarse en (13) (14) (68) y (72).

En la Fig. 12 se graficó la parte correlacionada de la $APSD_R$ calculada mediante nuestro modelo para detectores localizados en el núcleo y en los reflectores interno y externo. En este caso y en los casos siguientes las funciones de ruido se normalizaron a la unidad para la frecuencia de 1 rad/seg. Puede observarse

que la $APSD_R$ para posiciones fuera del núcleo se atenúa más velozmente que la $APSD_R$ para una posición dentro del núcleo. Esta tendencia es similar a la hallada en (9) para un modelo unidimensional representativo de un reactor Argonauta. También puede verse que para detectores localizados en la zona de los reflectores interno y externo la $APSD_R$ se atenúa menos velozmente para posiciones del detector más cercanas a la interfase núcleo-reflector reproduciéndose de esta manera el comportamiento observado en (9). En (11) se ajustaron los resultados experimentales de la $CPSD_R$ para los detectores localizados en las posiciones (2) y (10) por medio del modelo puntual y se obtuvo un valor de $\alpha_c = 34.8$ rad/seg para la constante de decaimiento de los neutrones instantáneos para el reactor en estado crítico.

En las figuras 13, 15, 16 y 18 se graficó la función PSD_p correspondiente al modelo puntual y el módulo de las funciones $CPSD_R$ calculadas mediante nuestro modelo para diferentes ubicaciones de los detectores a fin de mostrar las desviaciones respecto al modelo puntual. En la Fig. 13 se muestra la PSD_p , la $CPSD_R$ experimental y las $CPSD_R$ calculadas para detectores localizados en la zona del reflector externo. Las funciones $CPSD_R$ para detectores separados un ángulo de 180 grados decrecen más rápidamente que la PSD_p y a medida que aumenta la distancia entre los detectores se acentúa esta tendencia. Para detectores ubicados del mismo lado del núcleo la $CPSD_R$ decrece más lentamente que la PSD_p . Esta tendencia es similar a la hallada en (63) para un modelo unidimensional de un reactor tipo MTR. El apartamiento de las $CPSD_R$ calculadas respecto al modelo puntual es considerable a partir de aproximadamente 300 rad/seg llegando a ser cercano a un orden de magnitud para la frecuencia de 1000 rad/seg. También puede apreciarse que el modelo puntual presenta una creciente desviación respecto de

los datos experimentales a partir de aproximadamente 400 rad/seg. La fase de las funciones $CPSD_R$ calculadas mediante nuestro modelo es nula para el caso de detectores ubicados en la misma posición radial independientemente del ángulo entre los mismos según se mencionó anteriormente en el Capítulo III. En la Fig. 14 se muestra la fase de la $CPSD_R$ para los detectores ubicados en las posiciones analizadas en la Fig. 13 y que poseen diferentes posiciones radiales. Puede observarse que la evolución de la fase es prácticamente la misma para detectores separados un ángulo de 0 y de 180 grados.

En la Fig. 15 se graficó el módulo de la $CPSD_R$ para detectores localizados en la zona del reflector interno. Las posiciones más cercanas a la interfase nucleo-reflector interno se fijaron en ④ y ⑧ teniendo en mente la necesidad de mantener acotado el número de términos de la serie solución de la parte homogénea de la función importancia. Las $CPSD_R$ calculadas decrecen aproximadamente con la misma velocidad que la PSD_p pero lo hacen manteniendo un apartamiento considerable desde frecuencias relativamente bajas. La Fig. 16 muestra el caso de detectores localizados en diferentes reflectores. En este caso también se aprecia que las $CPSD_R$ calculadas para diferentes posiciones difieren apreciablemente de la PSD_p en la zona de altas frecuencias.

La Fig. 17 muestra la fase de las $CPSD_R$ de la Fig. 16 se puede observar que la fase presenta mayores variaciones que para el caso de ambos detectores localizados en el reflector externo (Fig. 14).

La Fig. 18 y la Fig. 19 muestran el módulo y la fase de la $CPSD_R$ para el caso de un detector localizado en el núcleo y otro localizado en la zona de los reflectores o en el núcleo. Se observa que para una separación entre detectores de 95cm correspondiente a la curva 5 la $CPSD_R$ decae más velozmente que la PSD_p .

para frecuencias altas y para distancias menores entre detectores esta tendencia se invierte. Existe un apartamiento apreciable entre las $CPSD_R$ y la PSD_p a partir de aproximadamente 100 rad/seg y para la frecuencia de 1000 rad/seg este apartamiento es cercano a un orden de magnitud.

Un comportamiento muy similar al descrito puede verse en (9) para un modelo unidimensional representativo del reactor Argonauta para una carga del núcleo tipo "two-slab".

A fin de estudiar la dependencia de la $CPSD_R$ con el ángulo entre los detectores en la Fig. 20 se muestra el módulo de la $CPSD_R$ para ambos detectores localizados a 21 cm del centro del sistema en la zona del reflector interno y para diferentes ángulos entre detectores. Se aprecia que a medida que aumenta el ángulo entre ambos detectores la $CPSD_R$ decrece más rápidamente.

A fin de estudiar la evolución del reactor en estado subcrítico con fuente se calcularon los "bucklings" reales y complejos según se detalla en el Apéndice A y en el Apéndice B respectivamente para una reactividad de $\rho = -4\beta$. Con estos valores se calculó el flujo estático y las funciones importancia a fin de hallar la $CPSD_R$ del estado subcrítico. Los resultados se muestran en la Fig. 21 para ambos detectores localizados en la misma zona del reactor. En todos los casos se observa que la $CPSD_R$ para el estado subcrítico decrece más lentamente que para el estado crítico.

Esta tendencia es similar a la que muestra el modelo puntual para estados subcríticos donde la constante de decaimiento de los neutrones instantáneos α es mayor que la correspondiente al estado crítico y por lo tanto la PSD_p decrece más lentamente.

A fin de estudiar la influencia del tamaño del reactor en las funciones $CPSD_R$ se extendió el radio del reflector interno a $r_i=61$ cm y el radio del reflector externo a $r_e=75$ cm. En la Tabla 1 se mues-

tra la sección eficaz de absorción térmica del núcleo ajustada para este caso. Se localizaron los detectores a 86.25 cm sobre el eje positivo de abscisa y a la misma distancia sobre el eje negativo de abscisa ambos en la zona del reflector externo. En la Fig. 22 se muestra esta $CPSD_R$ y la $CPSD_R$ correspondiente a los detectores localizados en las posiciones (2) y (10) del reactor de tamaño standard. Ambas $CPSD_R$ muestran una evolución similar hasta aproximadamente 70 rad/seg y para frecuencias mayores la $CPSD_R$ del reactor de mayor tamaño muestra dos mínimos en 93 rad/seg y en 786 rad/seg. Estos mínimos se conocen en la literatura como "sink-frecuencias" y se observa un cambio de signo en la parte real de la $CPSD_R$ siendo la fase de 90 grados positiva o negativa y por lo tanto la $CPSD_R$ es puramente imaginaria. Los valores correspondientes a frecuencias tipo "sink-frequency" se incrementan a medida que aumenta la subcriticidad o decrece la distancia entre detectores como puede verse en (63). Físicamente lo que ocurre es que los neutrones arriban a los detectores con una relación de fase de 90 grados debido a los efectos espaciales como puede verse en (70) y esto genera una cancelación de las fluctuaciones estadísticas a determinadas frecuencias de la $CPSD_R$. La existencia de las "sink-frecuencias" es bien conocida en reactores acoplados donde fue verificada experimentalmente en diferentes trabajos (71) (10) (13) (17). En (11) se encontró una "sink-frequency" para el reactor Argonauta con núcleo dispuesto tipo "two-slab" pero para el núcleo con arreglo anular no fue detectada ninguna "sink-frequency" hasta la frecuencia máxima medida correspondiente a 1000 rad/seg y se supuso que la misma se hallaría probablemente a frecuencias superiores. Utilizando nuestro modelo se extendió el rango de análisis hasta 10000 rad/seg para la $CPSD$ (2) - (10) y la $CPSD$ (2) - (11) no pudiéndose detectar la existencia de ninguna "sink-frequency".

El material reflector utilizado genera las características del filtrado tipo pasa bajo que influencia el comportamiento de las $CPSD_{\kappa}$. En la Fig. 23 se muestra la $CPSD_{\kappa}$ para distintas combinaciones agua-grafito como materiales reflectores y se observa que en el caso de tener agua como reflector interno y externo el reactor evoluciona con una cinética más rápida teniendo una constante α_c asociada mayor que para los demás casos. El comportamiento de la $CPSD_{\kappa}$ en el caso 3 es similar al caso 4 lo cual implicaría que la cinética del sistema está determinada preferentemente por el grafito del reflector central. Esto no ocurre cuando se tiene agua como reflector central según puede verse en los casos 1 y 2.

CAPITULO V

Conclusiones

Este trabajo es parte de dos programas de análisis de ruido orientados el primero a determinar la localización de elementos combustibles o de barras absorbedoras con problemas de vibraciones anómalas y el segundo a la determinación de reactividades en medios fuertemente subcríticos utilizando el método de la fuente de ²¹Cf. Los trabajos realizados por diversos autores como puede verse en (82)(83)(84)(87)(88) y (89) permiten inferir la validez del análisis de estos fenómenos por el método de ruido neutrónico. En ambos casos es necesario determinar las funciones de ruido a partir de los términos de fuente de ruido y de las funciones importancia para una simetría cilíndrica y para diferentes rangos de frecuencia. Paralelamente existen ciertos tópicos no suficientemente interpretados en la modelación del ruido debido a fuentes puramente neutrónicas en reactores experimentales de núcleo de forma anular. Teniendo esto en cuenta se desarrolló este trabajo para interpretar los efectos espaciales de las funciones de ruido en un reactor de núcleo anular y varios de los aportes desarrollados se utilizarán en el futuro para el estudio del problema de vibraciones de barras y para el análisis de reactividades en medios fuertemente subcríticos por medio de la técnica de la fuente de ²⁵²Cf.

El trabajo consta de una parte teórica y otra parte de simulación numérica.

- En la parte teórica se derivó una expresión para la APSD de entrada (ecs.(3.1.20) y (3.1.22)) para el proceso de fisión a partir de la definición de los términos de fuente de ruido. La CPSD _R

se descompuso en una contribución debida a las fisiones rápidas y otra debida a las fisiones térmicas y finalmente se despreció la contribución rápida frente a la térmica. Esta derivación permite obtener las fuentes de ruido para el proceso de fisión como una consecuencia del modelo de difusión con dependencia espacial propuesto

- Se escribió la función importancia como suma de una parte homogénea y otra inhomogénea según lo sugerido por Pázsit en (24). La función importancia fue calculada por este autor para la zona de plateau donde la función importancia puede considerarse independiente de la frecuencia. A fin de interpretar los resultados experimentales dados en (11) fue necesario efectuar el análisis de la función importancia y de las funciones de ruido hasta 1000 rad/seg para lo cual se incluyó la dependencia con la frecuencia en la función importancia como se muestra en el Apéndice B y se logró extender el análisis de las funciones de ruido para frecuencias superiores a la zona de plateau.

- Se derivó la expresión de las constantes de las soluciones inhomogéneas de la función importancia y se demostró su validez para todo el rango $0 \leq r < \infty$ $0 \leq r_0 < \infty$ y para todo n , como se muestra en el Apéndice C donde \underline{r} es el vector posición, \underline{r}_0 es el vector posición del detector y n es el orden de la serie solución homogénea.

- En la parte numérica del trabajo se construyó un código para el cálculo de las cuatro funciones de Bessel con argumento complejo y se chequearon los resultados con un código de cálculo standard haciendo nula la parte imaginaria del argumento. Se comprobó que los resultados fueron coincidentes a menos de un error despreciable.

- Se separó la función importancia en una parte global y otra local según lo sugerido en (33) y se calculó el "peaking factor" pa-

ra un detector localizado en la posición ⑨ de la Fig. 2 y para una distancia $|r-r_0| = 3.5\text{cm}$ y se obtuvo para el peaking factor térmico un valor igual a 0.28 que es comparable al valor obtenido en (23) igual a 0.38 para una solución tipo expansión modal de la función importancia.

- El modelo desarrollado reproduce el comportamiento de la función CPSD_R experimental hasta aproximadamente 300 rad/seg y para frecuencias superiores muestra un comportamiento de tendencia similar a los valores experimentales según puede verse en la Fig. 9. La función APSD_R calculada prácticamente reproduce los valores experimentales en todo el rango de frecuencias considerado. Es de destacar que en (18) se reprodujo el comportamiento de la función coherencia mediante un modelo del reactor Argonauta sin reflector interno pero las funciones CPSD_R y APSD_R calculadas muestran desviaciones significativas respecto de los valores medidos. Por otra parte un modelo binodal desarrollado en (10) no logró reproducir las funciones de ruido medidas para una carga del núcleo tipo anular. Pensamos que nuestro modelo es más realista que los desarrollados hasta el presente porque tiene en cuenta todas las zonas del reactor y las conecta en forma natural al considerar dependencia espacial y además considera la contribución de las fuentes de ruido que se encuentran distribuidas en toda el área correspondiente al núcleo.

- El reactor anular muestra desviaciones significativas respecto del modelo puntual como puede verse del comportamiento de la función coherencia en la Fig. 11.

- Las funciones APSD_R calculadas para la zona del reflector interno y del reflector externo se atenúan más velozmente que la APSD_R calculada para la zona del núcleo reproduciéndose la misma tendencia hallada en (9) para un modelo unidimensional represen-

tativo de la carga del núcleo tipo "two-slab".

- Las funciones $CPSD_{\kappa}$ calculadas para diferentes posiciones de los detectores muestran un fuerte apartamiento entre sí que es mayor a un orden de magnitud para $\omega=1000$ rad/seg. Estas funciones también muestran un apartamiento considerable del modelo cinético puntual ajustado en (11) con las determinaciones experimentales. Por lo tanto se deduce que no es válido definir una constante de decaimiento de los neutrones instantáneos asociada al modelo puntual para todo el rango de frecuencias en este tipo de simetrías.

- Variando el tamaño del reactor se modifica fuertemente la forma de la función $CPSD_{\kappa}$ como puede verse en la Fig. 22 al extender el radio interno hasta $r_i=61$ cm y el radio externo hasta $r_e=75$ cm. La $CPSD_{\kappa}$ en este caso presenta dos "sink-frecuencias" debido a la mayor distancia entre detectores que en el caso del reactor de tamaño standard.

- Para el caso de tener grafito como reflector interno la cinética del sistema está determinada preferentemente por este reflector. Este comportamiento cambia al tener agua como reflector interno según puede verse en la Fig. 23.

APENDICE A

Flujos Estáticos

En este apéndice se plantea la solución de la ecuación de difusión estacionaria a dos grupos de energía para una simetría anular. El modelo bidimensional propuesto para este tipo de simetría puede verse en la Fig. 1 donde se supuso homogeneidad para todas las zonas del reactor. Para la zona del núcleo la ecuación de difusión para el estado crítico se escribe según (52) de la forma siguiente

$$\begin{pmatrix} D_1 \nabla^2 - \epsilon_1 & v \epsilon_{fc} \\ \epsilon_R & D_2 \nabla^2 - \epsilon_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (A.1)$$

donde $\epsilon_1 = \epsilon_R + \epsilon_{a1}$, $\epsilon_2 = \epsilon_{a2}$

y se despreció el término debido a las fisiones rápidas.

∇^2 es el Laplaciano en coordenadas cilíndricas donde no se considera la dependencia con la coordenada z debido al modelo bidimensional adoptado. El término $v \epsilon_{fc}$ ha sido reemplazado por el término de producción crítica $v \epsilon_{fc}$. La solución para el sistema (A.1) en el caso de una simetría cilíndrica puede obtenerse en (52). Para el caso del reactor de núcleo anular extendemos la solución cilíndrica a la siguiente expresión

$$\begin{pmatrix} \phi_1(r) \\ \phi_2(r) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ C_\mu \end{pmatrix} [A_3 I_0(\mu r) + A_4 Y_0(\mu r)] + \begin{pmatrix} 1 \\ C_\nu \end{pmatrix} [A_5 I_0(\nu r) + A_6 K_0(\nu r)]$$

(A.2)

Esta solución es independiente del ángulo φ (ver Fig. 1) debido a la simetría del flujo en todo el reactor.

En la ec. (A.1) se escriben los términos de fuga en función de los "bucklings" geométricos y se resuelve el sistema eliminando ϕ_1 y ϕ_2 y se obtiene una ecuación cuadrática para los "bucklings". Solucionando esta ecuación se halla el "buckling" principal μ y el

'buckling' alternativo γ

$$\mu^2 = -\frac{1}{2} \frac{b+L^2}{L^2} \left(1 - \left(1 + \frac{4bL^2(k_{\infty}-1)}{(b+L^2)^2} \right)^{1/2} \right) \quad (A.3)$$

$$\gamma^2 = \frac{1}{2} \frac{b+L^2}{L^2} \left(1 + \left(1 + \frac{4bL^2(k_{\infty}-1)}{(b+L^2)^2} \right)^{1/2} \right) \quad (A.4)$$

donde

$$b = D_1 / \Sigma_1 \quad \text{Edad de Fermi} \quad (A.5)$$

$$L = D_2 / \Sigma_{a2} \quad \text{Area de difusión térmica} \quad (A.6)$$

$$k_{\infty} = \nu \Sigma_{f2} \frac{\Sigma_R}{\Sigma_1 \Sigma_2} \quad \text{Factor de multiplicación infinito} \quad (A.7)$$

Introduciendo la solución (A.2) en la ecuación de difusión (A.1) y escribiendo los términos de fuga en función de los 'bucklings' se determinan los coeficientes de acoplamiento principal C_{μ} y de acoplamiento alternativo C_{γ}

$$C_{\mu} = \frac{\Sigma_R}{D_2 (\mu^2 + 1/L^2)} \quad (A.8)$$

$$C_{\gamma} = \frac{\Sigma_R}{D_2 (-\gamma^2 + 1/L^2)} \quad (A.9)$$

La ecuación de difusión para la zona de los reflectores se obtiene a partir de (A.1) eliminando los términos de fuente

$$\begin{pmatrix} D_{1r} \nabla^2 - \Sigma_{1r} & 0 \\ \Sigma_{Rr} & D_{2r} \nabla^2 - \Sigma_{2r} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_{1r} \\ \phi_{2r} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (A.10)$$

Donde se utiliza el subíndice "r" en la notación de las constantes de difusión y de los flujos. La solución de (A.10) para la zona del reflector central se escribe de la siguiente forma

$$\begin{pmatrix} \phi_{1r}^1(\rho) \\ \phi_{2r}^1(\rho) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ C_{k_1^1} \end{pmatrix} A_1 I_0(k_1^1 \rho) + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} A_2 I_0(k_2^1 \rho) \quad (A.11)$$

$\rho < L_2$

donde el supraíndice "1" indica la zona 1 de la Fig. 1.

Para la zona del reflector externo la solución de (A.10) se escribe de la siguiente forma

$$\begin{pmatrix} \phi_{1\lambda}^3 \\ \phi_{2\lambda}^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ C_{k_1^3} \end{pmatrix} A_7 K_0(k_1^3 \lambda) + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} A_8 K_0(k_2^3 \lambda) \quad \lambda > \lambda_e \quad (\text{A.12})$$

donde el supraíndice "3" indica la zona 3 de la Fig. 1.

A fin de hallar la expresión de los "bucklings" se escriben los términos de fuga en (A.10) en función de los "bucklings" correspondientes y se hace nulo el determinante del sistema homogéneo

$$k_1^1 = \sqrt{\epsilon_{1\lambda}^1 / D_{1\lambda}^1} = 1/\bar{\epsilon}_{1\lambda}^1 \quad \text{"buckling" rápido reflector interno (A.13)}$$

$$k_2^1 = \sqrt{\epsilon_{2\lambda}^1 / D_{2\lambda}^1} = 1/L_{1\lambda}^1 \quad \text{"buckling" térmico reflector interno (A.14)}$$

donde $\bar{\epsilon}_{1\lambda}^1$ y $L_{1\lambda}^1$ son la edad de Fermi y el área de difusión térmica en la zona del reflector interno.

Para la zona del reflector externo valen las mismas expresiones (A.13) y (A.14) reemplazando el supraíndice "1" por "3"

$$k_1^3 = \sqrt{\epsilon_{1\lambda}^3 / D_{1\lambda}^3} = 1/\bar{\epsilon}_{1\lambda}^3 \quad \text{"buckling" rápido reflector externo (A.15)}$$

$$k_2^3 = \sqrt{\epsilon_{2\lambda}^3 / D_{2\lambda}^3} = 1/L_{1\lambda}^3 \quad \text{"buckling" térmico reflector externo (A.16)}$$

Para calcular las constantes A_i , $i=1, \dots, 8$ de las ecuaciones (A.2) (A.11) y (A.12) se plantean las condiciones de contorno usuales en las interfaces núcleo-reflector interno y núcleo-reflector externo para los flujos y las corrientes

$$\phi_{1\lambda}^1 \Big|_{\lambda_i} = \phi_1^1 \Big|_{\lambda_i} \quad (\text{A.17})$$

$$\phi_{2\lambda}^1 \Big|_{\lambda_i} = \phi_2^1 \Big|_{\lambda_i} \quad (\text{A.18})$$

$$\phi_1(\mu) \Big|_{\mu_e} = \phi_{1\mu}^3(\mu) \Big|_{\mu_e} \quad (\text{A.19})$$

$$\phi_2(\mu) \Big|_{\mu_e} = \phi_{2\mu}^3(\mu) \Big|_{\mu_e} \quad (\text{A.20})$$

$$D_{1\mu}^1 \frac{d}{d\mu} \phi_{1\mu}^1(\mu) \Big|_{\mu_i} = D_1 \frac{d}{d\mu} \phi_1(\mu) \Big|_{\mu_i} \quad (\text{A.21})$$

$$D_{1\mu}^1 \frac{d}{d\mu} \phi_{2\mu}^1(\mu) \Big|_{\mu_i} = D_2 \frac{d}{d\mu} \phi_2(\mu) \Big|_{\mu_i} \quad (\text{A.22})$$

$$D_1 \frac{d}{d\mu} \phi_1(\mu) \Big|_{\mu_e} = D_{1\mu}^3 \frac{d}{d\mu} \phi_{1\mu}^3(\mu) \Big|_{\mu_e} \quad (\text{A.23})$$

$$D_2 \frac{d}{d\mu} \phi_2(\mu) \Big|_{\mu_e} = D_{2\mu}^3 \frac{d}{d\mu} \phi_{2\mu}^3(\mu) \Big|_{\mu_e} \quad (\text{A.24})$$

De esta forma se genera el siguiente sistema de ecuaciones

$$\sum_{j=1}^8 M_{ij} A_j = 0, \quad i=1, \dots, 8 \quad (\text{A.25})$$

Donde la matriz M contiene funciones de Bessel y sus derivadas y el vector A contiene los coeficientes solución

$$\begin{bmatrix} I_0(k_1^1 \mu) & 0 & -J_0(\mu \mu_i) & -Y_0(\mu \mu_i) & -I_0(\nu \mu_i) & -K_0(\nu \mu_i) & 0 & 0 \\ C_{\mu}^1 I_0(k_1^1 \mu) & I_0(k_1^1 \mu) & -C_{\mu} J_0(\mu \mu_i) & -C_{\mu} Y_0(\mu \mu_i) & -C_{\nu} I_0(\nu \mu_i) & -C_{\nu} K_0(\nu \mu_i) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_0(\mu \mu_e) & Y_0(\mu \mu_e) & I_0(\nu \mu_e) & K_0(\nu \mu_e) & -k_0^3 k_1^3 \mu_e & 0 \\ 0 & 0 & C_{\mu} Y_0(\mu \mu_e) & C_{\mu} J_0(\mu \mu_e) & C_{\nu} I_0(\nu \mu_e) & C_{\nu} K_0(\nu \mu_e) & -C_{\nu}^3 K_0(k_1^3 \mu_e) & -K_0(k_2^3 \mu_e) \\ D_{1\mu}^1 k_1^1 I_1(k_1^1 \mu) & 0 & D_{1\mu} J_1(\mu \mu_i) & D_{1\mu} Y_1(\mu \mu_i) & -D_{1\nu} I_1(\nu \mu_i) & -D_{1\nu} K_1(\nu \mu_i) & 0 & 0 \\ D_{2\mu}^1 C_{\mu} k_1^1 I_1(k_1^1 \mu) & D_{2\mu}^1 k_1^1 I_1(k_1^1 \mu) & D_{2\mu} C_{\mu} J_1(\mu \mu_i) & D_{2\mu} C_{\mu} Y_1(\mu \mu_i) & -D_{2\nu} C_{\nu} I_1(\nu \mu_i) & -D_{2\nu} C_{\nu} K_1(\nu \mu_i) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -D_{1\mu} J_1(\mu \mu_e) & -D_{1\mu} Y_1(\mu \mu_e) & D_{1\nu} I_1(\nu \mu_e) & D_{1\nu} K_1(\nu \mu_e) & -D_{1\mu}^3 k_1^3 k_1^3 \mu_e & 0 \\ 0 & 0 & -D_{2\mu} C_{\mu} J_1(\mu \mu_e) & -D_{2\mu} C_{\mu} Y_1(\mu \mu_e) & D_{2\nu} C_{\nu} I_1(\nu \mu_e) & D_{2\nu} C_{\nu} K_1(\nu \mu_e) & -D_{2\mu}^3 C_{\mu} k_1^3 k_1^3 \mu_e & -D_{2\mu}^3 k_2^3 k_2^3 \mu_e \end{bmatrix} = M \quad (\text{A.26})$$

$$\text{y } \vec{A} = (A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, A_7, A_8) \quad (\text{A.27})$$

La solución del sistema homogéneo (A.25) se efectuó en forma

numérica mediante una subrutina standard obtenida en (51). El cálculo analítico es engorroso y puede generar imprecisiones en los resultados derivadas de las marcadas diferencias de valores que existe entre los elementos de la matriz M y que una subrutina apropiada de cálculo numérico permite resolver.

A fin de conectar los parámetros de grupo con las dimensiones r_i y r_e del sistema se hace nulo el determinante de la matriz M de (A.25). En nuestro caso se fijaron las dimensiones del sistema en $r_i = 30.5$ cm y $r_e = 45.75$ cm y se ajustó la sección eficaz térmica de absorción para la zona del núcleo.

En el caso de considerar el reactor en estado subcrítico con fuente externa ubicada en la región del núcleo suponemos que la distribución espacial de esta fuente tiene la forma del flujo estático térmico en crítico y que el flujo estático crítico corresponde a la solución de una expansión en autofunciones para el mayor autovalor $k = k_1$. Se genera un estado subcrítico efectuando una variación en el término de generación de neutrones $\nu \Sigma_f = k_1 \nu \Sigma_{fc}$ y se afecta el k_{∞} y los "bucklings" μ y ν de la siguiente forma

$$\mu^2 = -\frac{1}{2} \frac{G+L^2}{GL^2} \left| 1 - \left| 1 + \frac{4GL^2}{(G+L^2)^2} \left(\frac{k_{\infty} k_1}{k_n} - 1 \right) \right|^{\frac{1}{2}} \right| \quad (A.28)$$

$$\nu^2 = \frac{1}{2} \frac{G+L^2}{GL^2} \left| 1 + \left| 1 + \frac{4GL^2}{(G+L^2)^2} \left(\frac{k_{\infty} k_1}{k_n} - 1 \right) \right|^{\frac{1}{2}} \right| \quad (A.29)$$

$$k_{\infty} = \frac{\nu \Sigma_{f_1}}{k_1} \frac{\Sigma_R}{\Sigma_1 \Sigma_2} \quad (A.30)$$

donde k_n es el autovalor del n-ésimo modo, $k_1 > k_2 > \dots > k_n$.

APENDICE B

Funciones importancia cinética

En este apéndice se plantean las ecuaciones que determinan las funciones importancia cinética y sus soluciones analíticas para las distintas zonas del reactor.

La solución de la función importancia se escribió como suma de una solución de la parte homogénea de la ecuación que determina la función importancia y una solución de la parte inhomogénea según lo sugerido por Pázsit en (24). La función importancia fue calculada por este autor para la zona de plateau donde la función importancia puede considerarse independiente de la frecuencia. A fin de calcular la $CPSD_R$ y la $APSD_R$ hasta la frecuencia de 1000 rad/seg se incluyó en este apéndice en forma explícita la dependencia de la función importancia con la frecuencia.

La función importancia depende de la ubicación de los detectores, de la frecuencia y de la posición espacial. Se planteará primero el caso en que el detector está ubicado en la zona del núcleo y por lo tanto de acuerdo a la definición general de la función importancia dada por la eq. (2.2b.3) el sistema a ser resuelto es el siguiente para la zona del núcleo

$$\begin{pmatrix} D_1 0^2 - \Sigma_1^+ & \Sigma_R \\ \nu \Sigma_f (1-h) & D_2 0^2 - \Sigma_2^+ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_1^+ \\ \phi_2^+ \end{pmatrix} = -\lambda_d \begin{pmatrix} \Sigma_{1d} \\ \Sigma_{2d} \end{pmatrix} \delta(\lambda - \lambda_d)$$

donde $\phi_1^+ = \phi_1^+(\lambda, \mu, \omega)$, $\phi_2^+ = \phi_2^+(\lambda, \mu, \omega)$

Para la zona de los reflectores el sistema a resolver es el siguiente

$$\begin{pmatrix} D_{1r} 0^2 - \varepsilon_{1r}^+ & \varepsilon_{2r}^+ \\ 0 & D_{2r} 0^2 - \varepsilon_{2r}^+ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_{1r}^+ \\ \phi_{2r}^+ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{B.2})$$

donde $\phi_{1r}^+ = \phi_{1r}^+(\lambda, \varphi, \omega)$, $\phi_{2r}^+ = \phi_{2r}^+(\lambda, \varphi, \omega)$. En estas ecuaciones ε_1^+ , ε_2^+ , ε_{1r}^+ , ε_{2r}^+ y h dependen de la frecuencia. El subíndice "r" indica en cada caso que los parámetros de grupo y las funciones importancia se refieren a la zona de los reflectores.

La solución de la ec. (B.1) se escribe como suma de la solución de la parte homogénea más la solución de la parte inhomogénea

$$\begin{pmatrix} \phi_1^+ \\ \phi_2^+ \end{pmatrix} = \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ S_{2r} \end{pmatrix} \left[A_{3n} Y_n(\mu^+ r) + A_{4n} Y_n(\mu^+ r) \right] + \begin{pmatrix} 1 \\ S_{1r} \end{pmatrix} \left[A_{5n} I_n(\nu^+ r) + A_{6n} K_n(\nu^+ r) \right] \right\} \cos n\varphi + \quad (\text{B.3})$$

$$+ \frac{1}{2\pi D_2 (r - r_0)} \left[\begin{pmatrix} 1 \\ S_{2r} \end{pmatrix} \frac{\pi}{2} Y_0(\mu^+ r) + \begin{pmatrix} 1 \\ S_{1r} \end{pmatrix} K_0(\nu^+ r) \right]$$

donde $r = (\lambda^2 + \lambda_0^2 - 2\lambda\lambda_0 \cos(\varphi - \varphi_0))^{1/2}$ es la distancia entre el vector posición espacial \underline{r} y la posición del detector \underline{r}_0 (ver Fig. 1). La determinación de la constante de la solución inhomogénea $1/2\pi D_2 (r - r_0)$ se encuentra detallada en el Apéndice C.

La solución de la ec. (B.2) para la zona del reflector interno (zona 1 de la Fig. 1) se escribe de la siguiente forma

$$\begin{pmatrix} \phi_{1r}^+ \\ \phi_{2r}^+ \end{pmatrix} = \sum_{n=0}^{\infty} \left[\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} A_{1n} I_n(k_1^+ r) + \begin{pmatrix} 1 \\ S_{2r}^+ \end{pmatrix} A_{2n} I_n(k_2^+ r) \right] \cos n\varphi \quad r < a_i$$

La solución para la zona del reflector externo (zona 3 de Fig. 1) se escribe como

$$\begin{pmatrix} \phi_{1r}^{3+} \\ \phi_{2r}^{3+} \end{pmatrix} = \sum_{n=0}^{\infty} \left[\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} A_{3n} K_n(k_1^{3+} r) + \begin{pmatrix} 1 \\ S_{2r}^{3+} \end{pmatrix} A_{4n} K_n(k_2^{3+} r) \right] \cos n\varphi$$

En (B.4) y (B.5) los supraíndices "1" y "3" denotan pertenencia al reflector interno y externo respectivamente. Para hallar los "bucklings" adjuntos complejos dependientes de la frecuencia μ^+ y ν^+ para la zona del núcleo se hace nulo el determinante de la parte

homogénea de la ec. (B.1) y los términos de fuga se reemplazan por los "bucklings" correspondientes

$$\mu^{\pm} = -\frac{1}{2} \frac{\xi^{\pm} + L^{\pm 2}}{\xi^{\pm} L^{\pm 2}} \left(1 - \left| 1 + \frac{4\xi^{\pm} L^{\pm 2}}{(\xi^{\pm} + L^{\pm 2})^2} \left(\frac{k_{\infty} K(1-h)\xi^{\pm} L^{\pm 2}}{\xi L^{\pm}} - 1 \right) \right|^{1/2} \right) \quad (B.6)$$

$$\nu^{\pm} = \frac{1}{2} \frac{\xi^{\pm} + L^{\pm 2}}{\xi^{\pm} L^{\pm 2}} \left(1 + \left| 1 + \frac{4\xi^{\pm} L^{\pm 2}}{(\xi^{\pm} + L^{\pm 2})^2} \left(\frac{k_{\infty} K(1-h)\xi^{\pm} L^{\pm 2}}{\xi L^{\pm}} - 1 \right) \right|^{1/2} \right) \quad (B.7)$$

donde ξ^{\pm} es la edad de Fermi compleja y L^{\pm} es el área de difusión térmica compleja y ambas dependen de la frecuencia

$$\xi^{\pm} = \frac{D_1}{\Sigma_1^{\pm}} = \frac{D_1}{\Sigma_1 + i\omega/\nu_1} \quad (B.8)$$

$$L^{\pm} = \frac{D_2}{\Sigma_2^{\pm}} = \frac{D_2}{\Sigma_2 + i\omega/\nu_2} \quad (B.9)$$

Introduciendo la parte homogénea de la solución (B.3) en la parte homogénea de la ecuación (B.1) se obtienen los coeficientes de acoplamiento complejos S_{μ} y S_{ν} dependientes de la frecuencia

$$S_{\mu} = \frac{\nu \Sigma_f (1-h)}{D_2} \frac{1}{\mu^{\pm} + 1/L^{\pm 2}} \quad (B.10)$$

$$S_{\nu} = \frac{\nu \Sigma_f (1-h)}{D_2} \frac{1}{-\nu^{\pm} + 1/L^{\pm 2}} \quad (B.11)$$

Haciendo nulo el determinante de la ec. (B.2) se obtienen los "bucklings" adjuntos rápido K_1^{\pm} térmico K_2^{\pm} para la zona de los reflectores

$$K_1^{\pm} = \sqrt{\frac{\Sigma_{1a}^{\pm}}{D_{1a}}} = \frac{1}{\sqrt{\xi_1^{\pm}}} \quad (B.12)$$

$$K_2^{\pm} = \sqrt{\frac{\Sigma_{2a}^{\pm}}{D_{2a}}} = \frac{1}{L_2^{\pm}} \quad (B.13)$$

Donde ξ_n^+ y L_n^+ son la edad de Fermi adjunta y la longitud de difusión adjunta para la zona de los reflectores. Introduciendo las ecs. (B.4) o (B.5) en la ec. (B.2) se obtiene el valor de la constante de acoplamiento S_{k_i}

$$S_{k_i} = \left(\xi_{1n}^+ - \frac{D_{1d}}{D_{2n}} \xi_{2n}^+ \right) / \xi_{Rn} \quad (\text{B.14})$$

En el caso en que el detector se encuentre ubicado en la zona de los reflectores la ecuación a resolver para la zona del núcleo es la siguiente

$$\begin{pmatrix} D_1 0^2 - \xi_1^+ & \xi_R \\ \nu \xi_{f_2} (1-h) & D_2 0^2 - \xi_2^+ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_1^+ \\ \phi_2^+ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{B.15})$$

Para la zona de los reflectores la ecuación a resolver es la siguiente

$$\begin{pmatrix} D_{1n} 0^2 - \xi_{1n}^+ & \xi_{Rn} \\ 0 & D_{2n} 0^2 - \xi_{2n}^+ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_{1n}^+ \\ \phi_{2n}^+ \end{pmatrix} = -V_d \begin{pmatrix} \xi_{1d} \\ \xi_{2d} \end{pmatrix} d\left(\frac{t}{\tau} - t_0\right) \quad (\text{B.16})$$

La solución de la ecuación homogénea (B.15) debe ser

$$\begin{pmatrix} \phi_1^+ \\ \phi_2^+ \end{pmatrix} = \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ S_{k_n} \end{pmatrix} \left[A_{3n} J_n(\mu_n^+) + A_{4n} Y_n(\mu_n^+) \right] + \begin{pmatrix} 1 \\ S_{k_n} \end{pmatrix} \left[A_{5n} I_n(\nu_n^+) + A_{6n} K_n(\nu_n^+) \right] \right\} \cos n\varphi \quad (\text{B.17})$$

$k_i \leq k_e$

La solución de (B.16) para el detector ubicado en la zona del reflector interno es la siguiente

$$\begin{pmatrix} \phi_{1n}^+ \\ \phi_{2n}^+ \end{pmatrix} = \sum_{n=0}^{\infty} \left[A_{1n} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} I_n(k_i^+) + A_{2n} \begin{pmatrix} 1 \\ S_{k_i} \end{pmatrix} I_n(k_i^+) \right] \cos n\varphi + \frac{(-1)^n}{2\pi D_{2n}^+ S_{k_i}^+} \left[\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} K_0(k_i^+) - \begin{pmatrix} 1 \\ S_{k_i} \end{pmatrix} K_0(k_i^+) \right] \quad (\text{B.18})$$

y para la zona del reflector externo

$k_i < k_e$

$$\begin{pmatrix} \phi_{1\lambda}^{3+} \\ \phi_{2\lambda}^{3+} \end{pmatrix} = \sum_{n=0}^{\infty} \left[A_{1n} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} K_n(k_1^{3+}) + A_{2n} \begin{pmatrix} 1 \\ S_{k_2^3} \end{pmatrix} K_n(k_2^{3+}) \right] \cos n\varphi \quad (B.19)$$

$\lambda > \lambda_e$

Si se localiza el detector en la zona del reflector externo la solución de la ec. (B.16) es

$$\begin{pmatrix} \phi_{1\lambda}^{1+} \\ \phi_{2\lambda}^{1+} \end{pmatrix} = \sum_{n=0}^{\infty} \left[A_{1n} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} I_n(k_1^{1+}) + A_{2n} \begin{pmatrix} 1 \\ S_{k_2^1} \end{pmatrix} I_n(k_2^{1+}) \right] \cos n\varphi \quad (B.20)$$

$\lambda < \lambda_i$

$$\begin{aligned} \text{y} \quad \begin{pmatrix} \phi_{1\lambda}^{3+} \\ \phi_{2\lambda}^{3+} \end{pmatrix} &= \sum_{n=0}^{\infty} \left[A_{3n} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} K_n(k_1^{3+}) + A_{4n} \begin{pmatrix} 1 \\ S_{k_2^3} \end{pmatrix} K_n(k_2^{3+}) \right] \cos n\varphi + \\ &+ \frac{(-1)}{2\pi D_{2\lambda}^3 S_{k_2^1}} \left[\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} K_0(k_1^{3p}) - \begin{pmatrix} 1 \\ S_{k_2^3} \end{pmatrix} K_0(k_2^{3p}) \right] \quad ; \lambda > \lambda_e \end{aligned} \quad (B.21)$$

Para calcular las constantes A_{im} , $i=1, \dots, 8$ de las funciones importancia se plantean las condiciones de contorno para las funciones y sus derivadas en las interfaces nucleo-reflector interno y nucleo-reflector externo. Se multiplican las ocho ecuaciones por $\cos m\varphi$ y se integra entre $-\pi$ π a fin de desacoplar los distintos términos de la serie solución. Se obtiene para cada término n un sistema de ecuaciones inhomogeneo

$$\sum_{j=1}^8 M_{ij}(\underline{r}, \omega) A_{jm}(\underline{r}_0, \omega) = B_{im}(\underline{r}, \underline{r}_0, \omega) \quad (B.22)$$

$i=1, \dots, 8$

el único término que depende explícitamente de la posición del detector \underline{r}_0 es $B(\underline{r}, \underline{r}_0, \omega)$. La matriz $M(\underline{r}, \omega)$ depende de las dimensiones del sistema r_1, r_2 y no depende de \underline{r}_0 , lo cual facilita enormemente los cálculos debido a que para cada valor de frecuencia la matriz M debe ser calculada una sola vez para los distintos términos n y solamente se debe recalcular el vector B al cambiar la posición del detector. Esta ventaja es consecuencia de plantear la solución de la función importancia como suma de la parte homogénea más la parte inhomogénea. En el caso de proponer una solución mediante una expansión modal convencional la matriz M depende de la posición del detector \underline{r}_0 .

El vector A (\underline{r}_e, w) solución del sistema (B.22) depende en forma implícita de la posición del detector y determina una dependencia angular implícita en la CPSD en las ecs. (3.3.17), (3.3.19) y (3.3.21).

Los elementos de la matriz M contienen funciones de Bessel y sus derivadas. Escribimos a continuación la matriz M en forma explícita

$$\begin{bmatrix}
 I_m(k_1^+ \lambda_i) & I_m(k_2^+ \lambda_i) & -Y_m(u^+ \lambda_i) & -Y_m(u^+ \lambda_i) & -I_m(v^+ \lambda_i) & -K_m(v^+ \lambda_i) & 0 & 0 \\
 0 & S_{k_2} I_m(k_2^+ \lambda_i) & -S_{u_2} Y_m(u^+ \lambda_i) & -S_{u_2} Y_m(u^+ \lambda_i) & -S_v I_m(v^+ \lambda_i) & -S_v K_m(v^+ \lambda_i) & 0 & 0 \\
 0 & 0 & J_m(k_1^+ \lambda_e) & Y_m(k_1^+ \lambda_e) & I_m(v^+ \lambda_e) & K_m(v^+ \lambda_e) & -K_m(k_1^+ \lambda_e) & -K_m(k_2^+ \lambda_e) \\
 0 & 0 & S_{u_2} J_m(k_1^+ \lambda_e) & S_{u_2} Y_m(k_1^+ \lambda_e) & S_v I_m(v^+ \lambda_e) & S_v K_m(v^+ \lambda_e) & 0 & -S_{k_2} K_m(k_2^+ \lambda_e) \\
 D_{k_1}^1 k_1^+ \alpha & D_{k_2}^1 k_2^+ \beta & -D_{u_1} u^+ \gamma & -D_{u_1} u^+ \delta & -D_{v_1} v^+ \epsilon & -D_{v_1} v^+ \zeta & 0 & 0 \\
 0 & D_{k_2}^1 S_{k_2} k_2^+ \beta & D_{u_2} S_{u_2} u^+ \gamma & D_{u_2} S_{u_2} u^+ \delta & -D_{v_2} S_{v_2} v^+ \epsilon & -D_{v_2} S_{v_2} v^+ \zeta & 0 & 0 \\
 0 & 0 & D_{u_1} u^+ \gamma' & D_{u_1} u^+ \delta' & D_{v_1} v^+ \epsilon' & D_{v_1} v^+ \zeta' & -D_{k_1}^3 k_1^+ \alpha' & -D_{k_2}^3 k_2^+ \beta' \\
 0 & 0 & D_{u_2} S_{u_2} u^+ \gamma' & D_{u_2} S_{u_2} u^+ \delta' & D_{v_2} S_{v_2} v^+ \epsilon' & D_{v_2} S_{v_2} v^+ \zeta' & 0 & -D_{k_2}^3 S_{k_2} k_2^+ \beta'
 \end{bmatrix} = M \quad (\text{B.23})$$

donde
$$\alpha = I_{m-1}(k_1^+ \lambda_i) - \frac{m}{k_1^+ \lambda_i} I_m(k_1^+ \lambda_i) \quad (\text{B.24})$$

$$\beta = I_{m-1}(k_2^+ \lambda_i) - \frac{m}{k_2^+ \lambda_i} I_m(k_2^+ \lambda_i)$$

$$\gamma = Y_{m-1}(u^+ \lambda_i) - \frac{m}{u^+ \lambda_i} Y_m(u^+ \lambda_i) \quad (\text{B.26})$$

$$\delta = Y_{m-1}(u^+ \lambda_i) - \frac{m}{u^+ \lambda_i} Y_m(u^+ \lambda_i) \quad (\text{B.27})$$

$$\epsilon = I_{m-1}(v^+ \lambda_i) - \frac{m}{v^+ \lambda_i} I_m(v^+ \lambda_i) \quad (\text{B.28})$$

$$\lambda = K_{n-1}(r^{\dagger}_{i_1}) + \frac{m}{r^{\dagger}_{i_1}} K_n(r^{\dagger}_{i_1}) \quad (\text{B.29})$$

la expresión para γ^{\dagger} , δ^{\dagger} , E^{\dagger} y λ^{\dagger} son las mismas que las expresiones correspondientes sin primar pero con la salvedad que $r = r_e$. Las expresiones para α^{\dagger} y β^{\dagger} son las siguientes

$$\alpha^{\dagger} = K_{n-1}(k_1^{\dagger} r_e) + \frac{m}{k_1^{\dagger} r_e} K_n(k_1^{\dagger} r_e) \quad (\text{B.30})$$

$$\beta^{\dagger} = K_{n-1}(k_2^{\dagger} r_e) + \frac{m}{k_2^{\dagger} r_e} K_n(k_2^{\dagger} r_e) \quad (\text{B.31})$$

Se detalla ahora la estructura del vector $B(\underline{r}, \underline{r}_e, \omega)$ de la ec. (B.22) cuando el detector se encuentra localizado en la zona del núcleo utilizando el teorema de adición de las funciones de Bessel, ecs. (3.3.3), (3.3.4), (3.3.5) y (3.3.6)

$$B_{im} = C \left(\frac{\pi}{2} J_n(\mu^{\dagger}_{i_1}) Y_n(\mu^{\dagger}_{i_0}) + I_n(r^{\dagger}_{i_1}) K_n(r^{\dagger}_{i_0}) \right) \quad (\text{B.32})$$

$$B_{im} = C \left(\frac{\pi}{2} S_{\mu} J_n(\mu^{\dagger}_{i_1}) Y_n(\mu^{\dagger}_{i_0}) + S_r I_n(r^{\dagger}_{i_1}) K_n(r^{\dagger}_{i_0}) \right) \quad (\text{B.33})$$

$$B_{im} = -C \left(\frac{\pi}{2} J_n(\mu^{\dagger}_{i_0}) Y_n(\mu^{\dagger}_{i_1}) + I_n(r^{\dagger}_{i_0}) K_n(r^{\dagger}_{i_1}) \right) \quad (\text{B.34})$$

$$B_{im} = -C \left(\frac{\pi}{2} S_{\mu} J_n(\mu^{\dagger}_{i_0}) Y_n(\mu^{\dagger}_{i_1}) + S_r I_n(r^{\dagger}_{i_0}) K_n(r^{\dagger}_{i_1}) \right) \quad (\text{B.35})$$

$$B_{im} = D_1 C \left(\frac{\pi}{2} Y_n(\mu^{\dagger}_{i_0}) \mu^{\dagger} \gamma + K_n(r^{\dagger}_{i_0}) r^{\dagger} E \right) \quad (\text{B.36})$$

$$B_{im} = D_2 C \left(\frac{\pi}{2} S_{\mu} Y_n(\mu^{\dagger}_{i_0}) \mu^{\dagger} \gamma + S_r K_n(r^{\dagger}_{i_0}) r^{\dagger} E \right) \quad (\text{B.37})$$

$$B_{im} = -D_1 C \left(\frac{\pi}{2} J_n(\mu^{\dagger}_{i_0}) \mu^{\dagger} \delta^{\dagger} - I_n(r^{\dagger}_{i_0}) r^{\dagger} \lambda^{\dagger} \right) \quad (\text{B.38})$$

$$B_{0m} = -D_2 C \left(\frac{\pi}{2} S_{\mu} J_n(\mu r_0) \mu^{\dagger} J' - S_{\nu} I_n(\nu r_0) \nu^{\dagger} J' \right) \quad (\text{B.39})$$

donde la constante C contiene la dependencia angular $\cos n\varphi_0$.

$$C = \frac{\cos n\varphi_0}{\pi A D_2 (S_{\nu} - S_{\mu})} \quad , \quad A = \begin{cases} 2 & , n=0 \\ 1 & , n \geq 1 \end{cases} \quad (\text{B.40})$$

En el caso en que el detector se encuentre localizado en la zona del reflector interno el vector $B(\underline{r}, \underline{r}_0, \omega)$ se escribe

$$B_{1m} = C' \left(I_m(k_1^{\dagger} \lambda_0) K_m(k_2^{\dagger} \lambda_i) - I_m(k_2^{\dagger} \lambda_0) K_m(k_1^{\dagger} \lambda_i) \right) \quad (\text{B.41})$$

$$B_{2m} = C' \left(-S_{k_2} I_m(k_2^{\dagger} \lambda_0) K_m(k_2^{\dagger} \lambda_i) \right) \quad (\text{B.42})$$

$$B_{3m} = 0 \quad (\text{B.43})$$

$$B_{4m} = 0 \quad (\text{B.44})$$

$$B_{5m} = D_{21}^{\dagger} C' \left(-I_m(k_1^{\dagger} \lambda_0) K_m(k_1^{\dagger} \lambda_i) + \frac{m}{k_1^{\dagger} \lambda_i} K_m(k_1^{\dagger} \lambda_i) \right) + I_m(k_2^{\dagger} \lambda_0) K_m(k_2^{\dagger} \lambda_i) + \frac{m}{k_2^{\dagger} \lambda_i} K_m(k_2^{\dagger} \lambda_i) \quad (\text{B.45})$$

$$B_{6m} = D_{21}^{\dagger} C' \left(S_{k_2} I_m(k_2^{\dagger} \lambda_0) K_m(k_2^{\dagger} \lambda_i) + \frac{m}{k_2^{\dagger} \lambda_i} K_m(k_2^{\dagger} \lambda_i) \right) \quad (\text{B.46})$$

$$B_{7m} = 0 \quad (\text{B.47})$$

$$B_{8m} = 0 \quad (\text{B.48})$$

donde $C' = \frac{\cos n\varphi_0}{\pi A D_{21}^{\dagger} S_{k_2}}$ con $A = \begin{cases} 2 & , n=0 \\ 1 & , n \geq 1 \end{cases} \quad (\text{B.49})$

En el caso en que el detector se encuentre localizado en la zona del reflector externo el vector $B(\underline{r}, \underline{r}_0, \omega)$ se escribe

$$B_{9m} = 0 \quad (\text{B.50})$$

$$\theta_m = 0 \quad (\text{B.51})$$

$$\theta_{2m} = C'' \left(I_n(k_1^{3+}) K_n(k_1^{3+}) - I_n(k_2^{3+}) K_n(k_2^{3+}) \right) \quad (\text{B.52})$$

$$\theta_{4m} = C'' \left(-S_{k_2^3} I_n(k_2^{3+}) K_n(k_2^{3+}) \right) \quad (\text{B.53})$$

$$\theta_m = 0 \quad (\text{B.54})$$

$$\theta_{6m} = 0 \quad (\text{B.55})$$

$$\theta_m^3 = D_{2n}^3 C'' \left(K_n(k_1^{3+}) K_n^{3+} \left(I_{n-1}(k_1^{3+}) - \frac{n}{k_1^{3+}} I_n(k_1^{3+}) \right) - K_n(k_2^{3+}) K_n^{3+} \left(I_{n-1}(k_2^{3+}) - \frac{n}{k_2^{3+}} I_n(k_2^{3+}) \right) \right) \quad (\text{B.56})$$

$$\theta_{8m} = D_{2n}^3 C'' \left(-S_{k_2^3} K_n(k_2^{3+}) K_n^{3+} \left(I_{n-1}(k_2^{3+}) - \frac{n}{k_2^{3+}} I_n(k_2^{3+}) \right) \right) \quad (\text{B.57})$$

$$\text{donde } C'' = \frac{-\cos n \phi_0}{\pi A D_{2n}^3 S_{k_2^3}} \quad \text{con } A = \begin{cases} 2, & n=0 \\ 1, & n \geq 1 \end{cases} \quad (\text{B.58})$$

El sistema de ecuaciones (B.22) fue resuelto numéricamente mediante una subrutina standard obtenida en (51) que permite la solución de sistemas complejos. Puede verse que el determinante de M tiende al determinante del sistema que define el flujo estático para $w \rightarrow 0$ y por lo tanto para el caso particular $w=0$ el sistema (B.22) no tiene solución.

La función importancia en la zona del núcleo puede ser separada en una componente global y en otra componente local según (33) asociadas a las dos raíces o "bucklings" complejos de la ec. (B.1). En (34) se redefinieron los términos global y local pero se concluyó que la definición adoptada en (33) era más útil por lo tanto fue la adoptada en nuestro trabajo. Separando ambas componentes en (B.3) se tiene la componente global

$$\begin{pmatrix} \phi_{1z}^+ \\ \phi_{1y}^+ \end{pmatrix} = \sum_{m=0}^{\infty} \begin{pmatrix} 1 \\ S_z \end{pmatrix} (A_m J_m(\mu_m^+) + A_{-m} Y_m(\mu_m^+)) \cos m\varphi + \frac{1}{2\pi D_2 (k_1^+ k_2^+)} \begin{pmatrix} 1 \\ S_z \end{pmatrix} \frac{\pi}{2} Y_0(\mu^+) \quad (\text{B.59})$$

y la componente local

$$\begin{pmatrix} \phi_{2z}^+ \\ \phi_{2y}^+ \end{pmatrix} = \sum_{m=0}^{\infty} \begin{pmatrix} 1 \\ S_y \end{pmatrix} (A_m I_m(\mu_m^+) + A_{-m} K_m(\mu_m^+)) \cos m\varphi + \frac{1}{2\pi D_2 (k_1^+ k_2^+)} \begin{pmatrix} 1 \\ S_y \end{pmatrix} K_0(\mu^+) \quad (\text{B.60})$$

APENDICE C

Cálculo de las constantes de la solución inhomogénea de las funciones importancia

En este apéndice se derivan las constantes de la solución inhomogénea de la función importancia $1/2\pi D_r(S_r - S_\mu)$ para la zona del núcleo y $1/2\pi D_r(S_r - S_{r_0})$ para la zona de los reflectores para el rango $0 \leq r < \infty$, $0 \leq r_0 < \infty$ y para cualquier orden n de la serie solución homogénea. Consideraremos primero el caso en que el detector se localiza en la zona del núcleo y por lo tanto el sistema a resolver es el determinado por (B.1). Suponemos que el detector de neutrones es sensible solamente a los neutrones térmicos ($\xi_{1d} = 0$) y por simplicidad se hace $V_d \xi_{1d} = 1$. La función δ se escribe de la siguiente forma

$$\delta\left(\frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda}\right) = \frac{\delta(\lambda - \lambda_0)}{\lambda} \delta(\varphi - \varphi_0) \quad (C.1)$$

donde

$$\delta(\varphi - \varphi_0) = \frac{1}{2\pi} \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{im(\varphi - \varphi_0)}$$

La solución inhomogénea más general para el sistema (B.1) se escribe como

$$\begin{pmatrix} \phi_1^+ \\ \phi_2^+ \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 1 \\ S_\mu \end{pmatrix} Y_0(\mu^+ r) + b \begin{pmatrix} 1 \\ S_r \end{pmatrix} K_0(r^+ \rho) \quad (C.3)$$

donde $\phi_1^+ = \phi_1^+(\lambda, \lambda_0, \omega)$, $\phi_2^+ = \phi_2^+(\lambda, \lambda_0, \omega)$ y donde a y b son las constantes a determinar. Utilizando el teorema de adición de las funciones de Bessel, ecs. (3.3.3), (3.3.4), (3.3.5) y (3.3.6) se escribe la ec. (C.3) como producto de una parte con dependencia radial por otra

parte con dependencia angular. Introduciendo la expresión resultante junto con (C.1) y (C.2) en el sistema de ecs. (B.1) e integrando en todo el espacio se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones para la parte radial de la función importancia

$$\begin{aligned} \frac{d}{dr} R_{1n}^+(r, r_0, \omega) \Big|_{r_+} - \frac{d}{dr} R_{1n}^+(r, r_0, \omega) \Big|_{r_-} &= 0 \\ \frac{d}{dr} R_{2n}^+(r, r_0, \omega) \Big|_{r_+} - \frac{d}{dr} R_{2n}^+(r, r_0, \omega) \Big|_{r_-} &= -\frac{1}{2\pi D_2 \lambda_0} \end{aligned} \quad (C.5)$$

donde $R_{1n}^+(r, r_0, \omega)$ es la parte radial de $\phi_1^+(r, r_0, \omega)$ y $R_{2n}^+(r, r_0, \omega)$ es la parte radial de $\phi_2^+(r, r_0, \omega)$ y $r_{\pm} = r_0 \pm \epsilon$, con $\epsilon \rightarrow 0$. Escribamos (C.4) y (C.5) en forma explícita

$$\begin{aligned} a \frac{d}{du} Y_n(u^+) \Big|_{u_+} Y_n(u^+) + b \frac{d}{dv} k_n(v^+) \Big|_{v_+} I_n(v^+) - a Y_n(u^+) \frac{d}{du} Y_n(u^+) \Big|_{u_-} \\ - b k_n(v^+) \frac{d}{dv} I_n(v^+) \Big|_{v_-} = 0 \end{aligned} \quad (C.6)$$

$$\begin{aligned} a S_u \frac{d}{du} Y_n(u^+) \Big|_{u_+} Y_n(u^+) + b S_v \frac{d}{dv} k_n(v^+) \Big|_{v_+} I_n(v^+) - a S_u Y_n(u^+) \frac{d}{du} Y_n(u^+) \Big|_{u_-} \\ - b S_v k_n(v^+) \frac{d}{dv} I_n(v^+) \Big|_{v_-} = -\frac{1}{2\pi D_2 A_n \lambda_0} \end{aligned} \quad (C.7)$$

$$\text{donde } A_n = \begin{cases} 1, & n=0 \\ 2, & n \geq 1 \end{cases}$$

En el entorno r_{\pm} de r_0 los argumentos u^{\pm} y v^{\pm} de las funciones de Bessel de la ec. (C.3) son muy pequeños y esto implica que r_{\pm} es muy cercano a r_0 pudiendo tomar ambas variables todos los valores posibles entre 0 e ∞ . Por lo tanto a fin de calcular las constantes a y b en las ecs. (C.6) y (C.7) consideraremos expresiones asintóticas para las funciones de Bessel para argumentos muy pequeños y luego para argumentos grandes. Primero consideraremos el caso de argumentos pequeños y por lo tanto se escriben las funciones de Bessel de la siguiente forma

$$J_n(\mu^+ \lambda) = \frac{1}{r^{(m+1)}} \left(\frac{\mu^+ \lambda}{2} \right)^m \quad (C.8)$$

$$Y_n(\mu^+ \lambda) = \begin{cases} \frac{2}{\pi} \left(\ln \left(\frac{\mu^+ \lambda}{2} \right) + 0.5772 \right) & , n=0 \\ -\frac{r^{(n)}}{\pi} \left(\frac{2}{\mu^+ \lambda} \right)^n & , n \geq 1 \end{cases} \quad (C.9)$$

(C.10)

$$I_m(\nu^+ \lambda) = \frac{1}{r^{(m+1)}} \left(\frac{\nu^+ \lambda}{2} \right)^m \quad (C.11)$$

$$K_n(\nu^+ \lambda) = \begin{cases} -\left(\ln \left(\frac{\nu^+ \lambda}{2} \right) + 0.5772 \right) & , n=0 \\ \frac{r^{(n)}}{2} \left(\frac{2}{\nu^+ \lambda} \right)^n & , n \geq 1 \end{cases} \quad (C.12)$$

(C.13)

Introduciendo estas expresiones y sus derivadas en las ecs. (C.6) y (C.7) se obtiene el siguiente sistema válido para todo n

$$\frac{2}{\pi \lambda_0} a \quad \frac{b}{\lambda_0} = 0 \quad (C.14)$$

$$\frac{2}{\pi \lambda_0} a S_\mu - \frac{b}{\lambda_0} S_\nu = \frac{-1}{2\pi D_2 \lambda_0} \quad (C.15)$$

cuya solución es la siguiente

$$a = \frac{1}{2\pi D_2} \quad \frac{\pi}{2} \frac{1}{(S_\nu - S_\mu)} \quad (C.16)$$

$$b = \frac{1}{2\pi D_2} \quad \frac{1}{(S_\nu - S_\mu)} \quad (C.17)$$

Ahora consideramos el caso correspondiente a argumentos grandes y escribimos las funciones de Bessel de la siguiente forma

$$J_n(\mu^+ \lambda) = \sqrt{\frac{2}{\pi \mu^+ \lambda}} \cos \left(\mu^+ \lambda - n \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} \right) \quad (C.18)$$

$$Y_m(\mu^+ r) = \sqrt{\frac{2}{\pi \mu^+ r}} \cos\left(\mu^+ r - \frac{m\pi}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \quad (\text{C.19})$$

$$I_n(v^+ r) = \frac{e^{-v^+ r}}{\sqrt{2\pi v^+ r}} \quad (\text{C.20})$$

$$K_n(v^+ r) = \sqrt{\frac{\pi}{2v^+ r}} e^{-v^+ r} \quad (\text{C.21})$$

Introduciendo estas expresiones y sus derivadas en las ecs. (C.6) y (C.7) y despreciando términos del tipo $1/\lambda_0^2$ se obtiene el mismo sistema (C.14) y (C.15) que para el caso de argumentos pequeños. Suponemos entonces que para argumentos de valores intermedios donde las expresiones de las funciones de Bessel son más complicadas se obtiene el mismo sistema de ecuaciones y por lo tanto las constantes (C.16) y (C.17) son soluciones válidas para todo el rango $0 \leq r < \infty$, $0 \leq r_0 < \infty$ y para todo n .

Para el caso en que el detector se localice en la zona de los reflectores la solución inhomogénea del sistema (B.16) es la siguiente

$$\begin{pmatrix} \phi_n^+ \\ \phi_{2n}^+ \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} 1 \\ S_{k_1} \end{pmatrix} K_0(k_1^+ r) + b \begin{pmatrix} 1 \\ S_{k_2} \end{pmatrix} K_0(k_2^+ r) \quad (\text{C.22})$$

Utilizando el teorema de adición de las funciones de Bessel, introduciendo (C.1) (C.2) y (C.22) en el sistema (B.16) e integrando en todo el espacio se obtiene para la parte radial de la solución el siguiente sistema de ecuaciones

$$a I_m(k_1^+ \lambda_0) \left. \frac{d}{dr} K_m(k_1^+ r) \right|_{r_+} + b I_m(k_2^+ \lambda_0) \left. \frac{d}{dr} K_m(k_2^+ r) \right|_{r_+} - a K_m(k_1^+ \lambda_0) \left. \frac{d}{dr} I_m(k_1^+ r) \right|_{r_-} - b K_m(k_2^+ \lambda_0) \left. \frac{d}{dr} I_m(k_2^+ r) \right|_{r_-} = 0 \quad (\text{C.23})$$

$$a S_{k_1} I_m(k_1^+ \lambda_0) \left. \frac{d}{dr} K_m(k_1^+ r) \right|_{r_+} + b S_{k_2} I_m(k_2^+ \lambda_0) \left. \frac{d}{dr} K_m(k_2^+ r) \right|_{r_+} - a S_{k_1} K_m(k_1^+ \lambda_0) \left. \frac{d}{dr} I_m(k_1^+ r) \right|_{r_-} - b S_{k_2} K_m(k_2^+ \lambda_0) \left. \frac{d}{dr} I_m(k_2^+ r) \right|_{r_-} = -\frac{1}{2\pi D_{2n} A_m \lambda_0} \quad (\text{C.24})$$

donde $A_n = \begin{cases} 1, & n=0 \\ 2, & n \geq 1 \end{cases}$

Efectuando las mismas consideraciones anteriores introducimos las expresiones (C.11) (C.12) y (C.13) para argumentos pequeños y (C.20) (C.21) para argumentos grandes y se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones

$$\frac{a}{\lambda_0} + \frac{b}{\lambda_0} = 0 \quad (C.25)$$

$$\frac{a S_{k_1}}{\lambda_0} + \frac{b S_{k_2}}{\lambda_0} = \frac{1}{2\pi D_n \lambda_0} \quad (C.26)$$

cuya solución es la siguiente

$$a = \frac{1}{2\pi D_n (S_{k_1} - S_{k_2})} \quad (C.27)$$

$$b = \frac{1}{2\pi D_n (S_{k_2} - S_{k_1})} \quad (C.28)$$

APENDICE DCálculo de las funciones de Bessel

En este apéndice se detallan los distintos criterios y formulas utilizados para el cálculo de las cuatro funciones de Bessel. Los "bucklings" adjuntos ecs. (B.6) (B.7) (B.12) y (B.13) son funciones complejas y por lo tanto generan argumentos complejos para las funciones de Bessel que intervienen en el cálculo de las funciones importancia cinética. Los códigos standard existentes en el Centro de Cómputos de la CNEA permiten calcular en forma compleja y con precisión single las funciones de Bessel de primera especie de orden cero y de orden uno $J_0(z)$ y $J_1(z)$ y las funciones de Bessel de segunda especie de orden cero y de orden uno $Y_0(z)$ y $Y_1(z)$. En las soluciones propuestas para la función importancia ecs. (B.3) (B.18) y (B.21) es necesario calcular las cuatro funciones de Bessel para un orden n entre aproximadamente $0 \leq n \leq 15$ y para valores del argumento con módulo $0.0175 \leq |z| \leq 45.80$ con la mayor precisión posible. Para tal fin se construyó un código para evaluar estas funciones a partir de sus definiciones utilizando doble precisión para valores "chicos" de los argumentos y para argumentos "grandes" se detalla en cada caso el procedimiento de cálculo empleado.

La función de Bessel de primera especie de orden n para módulo del argumento $|z| \leq 15$ se calculó a partir de su definición obtenida en (50), (55)

$$J_n(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k (z/2)^{2k-n}}{k! \Gamma(k+1-n)} \quad (D.1)$$

Para este cálculo se utilizó doble precisión los resultados

se chequearon parcialmente utilizando subrutinas standard de cálculo para argumentos reales haciendo nula la parte imaginaria de z . Es necesario calcular la $J_n(z)$ para orden $(-n)$ a fin de calcular sus derivadas en la ec. (B.23) y en este caso se utilizó la siguiente fórmula

$$y_m'(z) = (-1)^m y_n'(z) \quad (D.2)$$

Para argumentos $|z| > 15$ el cálculo mediante (D.1) presenta desviaciones crecientes a medida que se aumenta $|z|$ y por lo tanto se intentó el cálculo mediante las relaciones de recurrencia donde la función de orden $n+1$ se calcula a partir de las funciones de orden n y de orden $n-1$. Se observó una degradación sucesiva de los valores de $J_n(z)$ para valores de n crecientes a pesar de haber efectuado los cálculos utilizando doble precisión. Debido a esto se efectuó el cálculo a partir de las funciones $J_0(z)$ y $J_1(z)$ calculadas con precisión single en (54) utilizando la formulación de Lommel que en forma general se escribe como

$$y_{r+m}(z) = y_r(z) R_{m,r}(z) - y_{r-1}(z) R_{m,r-1}(z) \quad (D.3)$$

donde r y m son enteros y $R_{m,r}(z)$ tiene la siguiente expresión

$$R_{m,r}(z) = \sum_{n=0}^{\lfloor m/2 \rfloor} \frac{(-1)^n (m-n)! \Gamma(r+m-n)}{m! (m-2n)! \Gamma(r+n)} \left(\frac{z}{2}\right)^{-m+2n} \quad (D.4)$$

En nuestro caso $r=1$ por lo tanto (D.3) se escribe como

$$y_{m+1}(z) = y_1(z) R_{m,1}(z) - y_0(z) R_{m,0}(z) \quad (D.5)$$

Debido al tamaño del reactor Argonauta y al valor de las constantes de difusión asociadas los argumentos $|z|$ son preferentemente menores a 15 y por lo tanto en la mayoría de los casos el cál-

culo de $J_n(z)$ se realizó mediante (D.1) utilizando doble precisión. La función de Bessel de segunda especie de orden n y para valores de $|z| < 15$ se calculó utilizando doble precisión a partir de su definición obtenida en (50), (55)

$$Y_n(z) = \frac{2}{\pi} \left(\ln \left(\frac{z}{2} \right) + 0.5772156649 \dots \right) J_n(z) - \frac{1}{\pi} \sum_{k=0}^{n-1} \frac{(n-k-1)!}{k!} \left(\frac{z}{2} \right)^{2k-n} - \frac{1}{\pi} \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \left(\phi(k) + \phi(n+k) \right) \left(\frac{z}{2} \right)^{2k+n} / k!(n+k)! \quad (D.6)$$

donde

$$\phi(p) = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{p}, \text{ con } \phi(0) = 0 \quad (D.7)$$

Para ordenes negativos se utilizó

$$Y_{-n}(z) = (-1)^n Y_n(z) \quad (D.8)$$

También en este caso se observó una degradación de la solución (D.6) para argumentos $|z| > 15$ y por lo tanto se utilizó la formulación de Lommel para $Y_n(z)$ que es similar a (D.3). Para $Y=1$ se escribe como

$$Y_{m+1}(z) = Y_1(z) R_{m,1}(z) - Y_0(z) R_{m,2}(z) \quad (D.9)$$

La función modificada de Bessel de primera especie de orden n para argumentos de módulo $|z| < 15$ se calculó utilizando la definición obtenida en (50), (55)

$$I_n(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(z/2)^{n+2k}}{k! \Gamma(n+k+1)} \quad (E.10)$$

y para órdenes negativos

$$I_{-n}(z) = I_n(z) \quad (D.11)$$

Para argumentos de módulo $|z| > 15$ se calculó la $I_n(z)$ a partir de la $J_n(z)$ calculada mediante la relación de Lommel. Las rela-

ciones utilizadas fueron las siguientes

$$I_n(z) = e^{-\frac{n\pi}{2}i} y_n\left(z e^{\frac{\pi}{2}i}\right), \quad -\pi < \arg z \leq \pi/2 \quad (D.12)$$

$$I_n(z) = e^{\frac{n\pi}{2}i} y_n\left(z e^{-\frac{\pi}{2}i}\right), \quad \pi/2 < \arg z \leq \pi \quad (D.13)$$

La función modificada de Bessel de segunda especie de orden n se calculó a partir de su definición obtenida en (50), (55) para $|z| \leq 4$

$$k_n(z) = (-1)^{n+1} \left(\ln\left(\frac{z}{2}\right) + 0.57721 \dots \right) I_n(z) + \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{n-1} (-1)^k \frac{(n-k-1)!}{k!} \left(\frac{z}{2}\right)^{2k-n} + \frac{(-1)^{n+2}}{2} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(z/2)^{n+2k}}{k!(n+k)!} (\phi(k) + \phi(n+k)) \quad (D.14)$$

donde $\phi(k)$ está dada por (D.7). En este caso la degradación de la solución en serie (D.14) se produce para argumentos mas chicos que para las otras soluciones en serie de las funciones de Bessel. Para $|z| > 4$ se calculó $k_n(z)$ a partir de la función de Hankel de primera especie de orden n debido a que esta función cumple la misma relación de Lommel que $u_n(z)$ y $v_n(z)$. Según (50) la $k_n(z)$ se escribe como

$$k_n(z) = \frac{\pi}{2} i e^{\frac{n\pi}{2}i} H_n^{(1)}(iz) \quad (D.15)$$

donde $H_n(iz)$ es la función de Hankel de primera especie definida como

$$H_n^{(1)}(z) = J_n(z) + i Y_n(z) \quad (D.16)$$

Se calculó $H_0^{(1)}(iz)$ y $H_1^{(1)}(iz)$ a partir de (D.16) utilizando las funciones $J_0(iz)$ y $Y_0(iz)$ y se construyó la función de Hankel de orden $n+1$ utilizando la relación de Lommel

$$H_{m_i}^{(1)}(iz) = H_1^{(1)}(iz) R_{m_i}^{(1)}(iz) - H_0^{(1)}(iz) R_{m-1,2}^{(1)}(iz)$$

A partir de (D.15) y (D.17) se obtiene la función Kn(

$|z| > 4$.

REFERENCIAS

- (1) Proceedings of the Fourth Specialists Meeting on Reactor Noise SMORN IV (1984)
Progress in Nuclear Energy, vol. 15
- (2) Proceedings of the Fifth Specialists Meeting on Reactor Noise SMORN V (1987)
Progress in Nuclear Energy, vol. 21
- (3) Cohn Charle E. (1960)
A Simplified Theory of Pile Noise
Nucl. Sci. Eng. 7,472
- (4) Goldman S. (1948)
Frecuency Analysis, Modulation and Noise
Mc. Graw-Hill, New York ,355
- (5) Piñeyro J., Waldman R. , Lescano U. (1983)
Mediciones de las Funciones de Ruido en el Reactor RA-2
Report Interno CNEA 1034
- (6) Gomez A. , Laggiard E. , Lescano U. ,Waldman M. (1986)
Mediciones con Técnicas de Ruido Neutrónico en el Reactor RA-6
Report Interno CNEA 1120
- (7) Gomez A., Waldman M., Laggiard E., Lescano U., Pereyra A.(1988)
Aplicación de la Técnica de Ruido Neutrónico para la Determinación de la Potencia Térmica de un Reactor Nuclear
Report Interno CNEA 1145
- (8) Lescano U. and Behringer K. (1982)
Investigation of Space-Energy Effects in the Reactivity Measurements by Neutron Noise Analysis with ex-core Detectors in a Reflected LWR
Ann. Nucl. Energy 9,443
- (9) Danofsky R. A. (1969)
A Space-Dependent Reactor-Noise Formulation Utilizing Modal Expansions
Nucl. Sci. Eng. 36,28
- (10) Albrecht R.W. and Seifritz W. (1968)
Fundamental Properties of the Coherence Function in Symmetrical Two-Node Systems
Nukleonik 11,143
- (11) Seifritz W. and Albrecht R.W. (1968)
Measurements and Analysis of the Coupled Core Coherence Function in a Two Node Symmetrical Reactor
Nukleonik 11,149
- (12) Hendrickson R. and Murphy G. (1968)
Cross-Spectral Density Measurements in a Coupled-Core Reactor
Nucl. Sci. Eng. 31,215

- (13) Ebert D.D., Clement J.D. and Stacey Jr., W.M. (1974)
Investigation of the Space-and Energy-Dependent Coherence
Function in Zero-Power Coupled-Core Reactors
Nucl. Sci. Eng. 55,368
- (14) Ebert D.D., Clement J.D. and Stacey Jr., W.M. (1974)
Interpretation of Coherence Function Measurements in Zero-
Power Coupled-Core Reactors
Nucl. Sci. Eng. 55,380
- (15) Türkcan E. and Dragt J.B. (1975)
Studies of Neutronic Coupling by Reactor Noise Analysis in
the Time Domain for Facilities of RCN,PETTEN.
Ann. Nucl. Energy 2,217
- (16) Genoud J.P. (1975)
A Stochastic Study of Coupled Reactor Systems
Ann. Nucl. Energy 2,85
- (17) Genoud J.P. (1977)
Determination of the "Transit" Time Between Two Cores by a
Noise Analysis Method
Ann. Nucl. Energy 4,435
- (18) Morishima N. (1979)
High-frequency structure of Space-Dependent Neutron
Fluctuation Spectra in a Coupled-Core Reactor
Ann. Nucl. Energy 6,553
- (19) Sheff J.R. and Albrecht R.W. (1966)
The Space Dependence of Reactor Noise I-Theory
Nucl. Sci. Eng. 24,246
- (20) Sheff J.R. and Albrecht R.W. (1966)
The Space Dependence of Reactor Noise II-Calculations
Nucl. Sci. Eng. 26,207
- (21) Akcasu A.Z. and Osborn R.K. (1966)
Application of Langevin's Technique to Space-and Energy-
Dependent Noise Analysis
Nucl. Sci. Eng. 26,13
- (22) van Dam H. (1975)
A perturbation method for analysis of detector response to
parametric fluctuations in reactors
Atomkernenergie 25,70
- (23) Lee Shyn-Jen (1981)
Theoretical study of the Thermal Neutron Noise for
Diagnostics of Two-Dimensional Control Rod Vibrations in a
Typical PWR Model
Phd Thesis, University of Washington

- (24) Pázsit I. and Lux I. (1982)
Developing Noise Diagnostics Methods Based on Research
Reactors: Theory and Experiment
Progress in Nuclear Energy 9,223
- (25) Saito K. (1979)
Source Papers in Reactor Noise
Progress in Nuclear Energy 3,157
- (26) Duderstadt J.J. , Hamilton L.J. (1976)
Nuclear Reactor Analysis
John Wiley and Sons, Inc. New York
- (27) Morse P.M. and Feshbach H. (1953)
Methods of Theoretical Physics
Mc Graw-Hill Inc., New York
- (28) Bell G. and Glasstone S. (1979)
Nuclear Reactor Theory
Robert Krieger Publishing Company, New York
- (29) Lamarsh J.R. (1972)
Nuclear Reactor Theory
Addison Wesley Publishing Company, N.Y.
- (30) Behringer K. (1977)
Lectures on Reactor Noise
Curso dictado en CNEA
- (31) van Dam H. (1976)
Neutron Noise in Boiling Water Reactors
Atomkernenergie 27,8
- (32) van Dam H. (1977)
On the Adjoint Space in Reactor Noise Theory
Ann. Nucl. Energy 4,185
- (33) Behringer K., Kosály G. and Kostić Lj. (1977)
Theoretical Investigation of the Local and Global Components
of the Neutron-Noise Field in a Boiling Water Reactor
Nucl. Sci. Eng. 63,306
- (34) Behringer K., Kosály G. and Pázsit I. (1979)
Linear Response of the Neutron Field to a Propagating
Perturbation of Moderator Density (Two-Group Theory of Boiling
Reactor Noise)
Nucl. Sci. Eng. 72,304
- (35) Pázsit I. (1978)
Two-Group Theory of Noise in Reflected Reactors with
Application to Vibrating Absorbers
Ann. Nucl. Energy 5,185
- (36) Pázsit I. and Analytis G. (1980)
Theoretical Investigation of the Neutron Noise Diagnostics
of Two-Dimensional Control Rod Vibrations in a PWR
Ann. Nucl. Energy 7,171

- (37) Lee S.J. and Albrecht R.W. (1983)
The Use of Neutronic Fluctuations to Locate a Vibrating Control Rod in a Pressurized Water Reactor Model
Nucl. Sci. Eng. 83,427
- (38) Pázsit I. and Lux I. (1983)
Some Aspects of the Use and Calculation of the Dynamic Adjoint Function in Multi-Region Systems-The Inhomogeneous Response Matrix Method
Kernenergie 26,143
- (39) Bendat J.S. and Piersol A.G. (1971)
Random Data: Analysis and Measurement Procedures
Wiley-Interscience, N.Y.
- (40) Saito K. (1967)
On the Noise-Equivalent Source in a Zero-Power Reactor
Nucl. Sci. Eng. 28,452
- (41) Behringer K. and Lescano U. (1979)
Reactivity Determination by Neutron-Noise Analysis with Detectors Located in the Reflector Zone.
Part I: Theoretical Fundamentals for a Model Calculation
EIR Internal Report TM-PH-775
- (42) Carter N. and Danofsky R. (1967)
The Application of the Calculus of Variations and the Method of "Green Function" to the Solution of Coupled Core Kinetic Equations
Coupled Reactor Kinetics, Texas A & M University Press
- (43) Hennessy W.J., Danofsky R.A. and Hendrickson R.A. (1984)
Some Observations of the Two-Dimensional Neutron Noise Field Generated by a Moving Neutron Absorber Located in the Reflector Region of a Low Power Reactor
Nucl. Sci. Eng. 88,513
- (44) Antonopoulos-Domis M. (1981)
On the Space Dependence of Neutron Density Noise and the Problem of Malfunction Localization
Ann. Nucl. Energy 8,91
- (45) Lee S.J. (1987)
On the Generalized Neutron Noise Formulation with Application to a Coupled Core Reactor
Nucl. Sci. Eng. 96,221
- (46) Analytis G.Th. (1980)
A three-Dimensional Theoretical Investigation of the Local and Global Component of Neutron Noise in Bare Homogeneous Water Moderated Reactors and Applications
Ann. Nucl. Energy 7,351

- (47) Cohn Ch.E., Johnson R.J. and Mac Donald R.N. (1966)
Calculating Space-Dependent Reactor Transfer Function Using
Stastics Techniques
Nucl. Sci. Eng. 26,198
- (48) Sheff J.R. (1968)
Exact Treatment of Neutron Fluctuations in Reflected Systems
Trans. ANS 11,233
- (49) Sheff J.R. (1965)
The Cross Correlation of the Neutron Density Fluctuations
at Two Points in a Nuclear Reactor
Phd Thesis, University of Washington
- (50) Watson G.N. (1952)
A Treatise on the Theory of Bessel Functions
Cambridge University Press
- (51) Harwell Subroutine Library (1980)
Computer Science and Systems Division
Atomic Energy Research Establishment
Harwell, England
- (52) Meeam J.L. (1964)
Two Group Reactor Theory
Gordon and Breach, N.Y.-London
- (53) Roth M.J. (1967)
WIMS
AEEW-R538
- (54) Amos D.E. and Daniel S.L.
NBSLIB Library. Sandia Laboratories
Albuquerque. E.E.U.U.
- (55) Spiegel M.R. (1970)
Manual de Formulas y Tablas Matemáticas
Mc. Graw-Hill. N.Y.
- (56) Directory of Nuclear Reactors, vol. V (1964)
IAEA, Viena
- (57) Winkler H. and Koehler P. (1975)
Grundlegende Daten für die Berechnung des Reactors SAPHIR
EIR Internal Report TM-SR-100
- (58) Biblioteca Científica SSPFORT (IBM)
Centro de Cómputos. CNEA.
- (59) Keeplin G.R. (1965)
Physics of Nuclear Kinetics
Addison-Wesley Publishing Company, Inc.

- (60) Nagy M.E., Sawan M.E. and Shaat M.K. (1979)
Space-Dependent neutron wave propagation in coupled core
Argonaut reactors
Atomkernenergie-Kerntechnik Bd. 34,261
- (61) Nagy M.E. (1979)
Spatially dependent stochastic behaviour of coupled core
reactors
Phd Thesis. Iowa State University.
- (62) Higa M. (1988)
Private Communication
- (63) Lescano U. (1983)
Aplicación de Análisis de Ruido Neutrónico para la Deter-
minación de Reactividades Subcríticas en un Reactor Nuclear
Phd Thesis. Instituto Balseiro. Universidad de Cuyo.
- (64) Wentzeis L. (1989)
Private Communication
- (65) Difilippo F.C. (1982)
Neutron Wave Propagation in Heterogeneous Media and the
Interpretation of Neutron Noise in Boiling Water Reactors
Nucl. Sci. Eng. 80,211
- (66) Pohlus J. and Scholz J. (1977)
Untersuchungen zur ortsabhängigen Kinetic am
Nulleistungsreaktor RAKE
Internal Report of ZFK Rossendorf, Arbeitsbericht RPP4/77
- (67) Seifritz W. (1969)
The Polarity Correlation of Reactor Noise in the Frequency
Domain
Nucl. Applications and Technology 7,513
- (68) Lescano U. and Behringer K. (1981)
Investigation of Space-Energy Effects in the Reactivity
Measurements by Neutron Noise Analysis with ex-core
Detectors in a Reflected LWR
EIR Internal Report Bericht 446
- (69) Albrecht R.W. and Danofsky R.A. (1969)
Analytical-Experimental Correlation in Space-Dependent
Coherences
Trans. ANS 12,708
- (70) Hendrickson R.A. and Danofsky R.A. (1967)
Measurement of the Reactivity Coupling Coefficient in the
IOWA State-UTR-10
Texas A&M University Press,506
- (71) Kussmaul G. (1968)
Theoretische und experimentelle Untersuchungen zum
Zweipunktreaktor
Phd Thesis. Universität Karlsruhe

- (72) Sheff J.R. (1969)
Three-Energy-Group Space-Dependent Spectral Densities
Trans. ANS 12,709
- (73) Natelson M., Osborn R.K. and Shure F. (1966)
Space and Energy Effects in Reactor Fluctuation Experiments
Journal of Nuclear Energy Parts A/B 20,557
- (74) Williams M.M.R. (1967)
An Application of Slowing Down Kernels to Thermal Neutron
Density Fluctuations in Nuclear Reactors
Journal of Nuclear Energy 21,321
- (75) Cohn Ch.E. (1962)
Reflected-Reactor Kinetics
Nucl. Sci. Eng. 13,12
- (76) Randall R.L. and Griffin C.W. (1964)
Application of Power Spectra to Reactor-System Analysis.
Noise Analysis in Nuclear Systems by Uhrig R.E., USAEC, 107
- (77) Cohn Ch.E. (1962)
Applicability of Simple Reactor Kinetics to the Interpretation
of Reactor-Noise Experiments
Noise Analysis in Nuclear Systems by Uhrig R.E., USAEC, 307
- (78) Saito K. (1967)
Noise-Equivalent Source in Nuclear Reactors
Nucl. Sci. Eng. 28,384
- (79) Difilippo F.C. (1988)
Correlation of the Signals from Detectors in the Presence
of a Stochastic Neutron Field
Nucl. Sci. Eng. 99,28
- (80) Otsuka M. and Saito K. (1965)
Space-Time Correlations in Neutron Distributions in
Multiplying Media
Journal Nucl. Sci. Technol. 2,191
- (81) Pázsit I. and Glöckler O. (1983)
On the Neutron Noise Diagnostics of Pressurized Water Reactor
Control Rod Vibrations. I. Periodic Vibrations
Nucl. Sci. Eng. 85,167
- (82) Pázsit I. and Glöckler O. (1984)
On the Neutron Noise Diagnostics of Pressurized Water Reactor
Control Rod Vibrations. II. Stochastic Vibrations
Nucl. Sci. Eng. 88,77
- (83) Barthel R. (1985)
Zur Anwendung der Neutronenrauschenanalyse für die
Überwachung von Regelelementschwingungen
Kernenergie 2,61

- (84) Hollstein F. (1985)
Untersuchungen zur ortsabhängigen Übertragungsfunktion bei zufälligen Regelelektabschwingungen in einem Druckwasserreaktor
Kernenergie 2,70
- (85) Barthel R. (1986)
On the Analysis of Neutron Noise Induced by Control Rod Vibrations
19th Informal Meeting on Reactor Noise, ENEA (Rome)
- (86) Kunze U. and Meyer K. (1985)
Transfer of Fuel Assembly Vibrations to Fluctuations of Thermal Neutron Flux
Kernenergie 1,9
- (87) Difilippo F.C. (1989)
Harmonic Analysis of Stochastic Descriptors and the Interpretation of ^{252}Cf Neutron Source Experiments
Paper submitted to Nucl. Sci. and Eng.
- (88) Difilippo F.C. (1988)
Determination of Kinetics Parameters Using Stochastic Methods in a ^{252}Cf Driven System
Proceedings of the NATO Advanced Research Workshop "Noise and Nonlinear Phenomena in Nuclear Systems", Valencia
- (89) Mihalczó J.T., King W.T. and Blakeman E.D. (1987)
Subcriticality Measurements for Coupled Uranium Metal Cylinders Using the ^{252}Cf -Source-Driven Neutron Noise Analysis Method
Nucl. Sci. and Eng. 95,1
- (90) Pázsit I. (1977)
Investigation of the space-dependent noise induced by a vibrating absorber
Atomkernenergie 30,29
- (91) Ricabarra G. (1989)
Private Communication
- (92) Muñoz-Cobo J.L., Perez R.B. and Verdu G. (1987)
Stochastic Neutron Transport Theory: Neutron Counting Statistics in Nuclear Assemblies.
Nucl. Sci. and Eng. 95,83

Parámetro	Nucleo	Reflector de grafito	Reflector de agua
Σ_1 [cm ⁻¹]	0.04056	0.001506	0.05215
Σ_2	0.06309 (1) 0.06229 (2)	0.000280	0.0178
Σ_R	0.03809	0.00150	0.05166
$\nu \Sigma_f$	0.07336		
D_1 [cm]	1.2986	1.4018	1.152
D_2	0.1865	0.8859	0.1653
V_1 [cm/seg]	9.4×10^7	9.4×10^7	9.4×10^7
V_2	2.4×10^5	2.4×10^5	2.4×10^5

(1) $r_i = 30.50$ cm
 $r_e = 45.75$ cm

(2) $r_i = 61$ cm
 $r_e = 75$ cm

Tabla 1. Constantes de difusión del núcleo, del grafito y del agua

	$\omega = 1 \text{ rad/seg}$	$\omega = 1000 \text{ rad/seg}$
μ^+	$0.0489 - i 0.451 \times 10^{-3}$	$0.05164 - i 0.0207$
ν^+	$0.6103 - i 0.184 \times 10^{-4}$	$0.6104 + i 0.0177$
k_1^+	$0.02542 + i 0.265 \times 10^{-6}$	$0.02542 + i 0.291 \times 10^{-3}$
k_2^+	$0.01746 + i 0.130 \times 10^{-3}$	$0.0516 + i 0.0485$
$ \nu^+ _{\min}$		45.80
$ k_2^+ _{\min}$	0.0175	

Tabla 2. Bucklings y valores máximo y mínimo de los argumentos de las funciones de Bessel.

-ARGUMENTO Z= 0.17500D-01

FUNCION DE PRIMERA ESPECIE $J_n(Z)$			
ORDEN n	$J_n(Z)$	$J_n(Z)_{st.}$	$ (J_n - J_{nst.})/J_n $
1	0.9999234390D+00	0.9999234080D+00	0.30952D-07
2	0.8749664149D-02	0.8749663830D-02	0.36523D-07
3	0.3828026521D-04	0.3828029730D-04	0.83844D-06
4	0.1116514745D-06	0.1116516728D-06	0.17761D-05
5	0.2442385105D-09	0.2442388514D-09	0.13957D-05
6	0.4274184405D-12	0.4274191136D-12	0.15747D-05
7	0.6233196316D-15	0.6233211697D-15	0.24676D-05
8	0.7791505252D-18	0.7791522831D-18	0.22563D-05
9	0.8521967060D-21	0.8521991910D-21	0.29160D-05
10	0.8285251955D-24	0.8285287758D-24	0.43214D-05

FUNCION MODIFICADA DE PRIMERA ESPECIE $I_n(Z)$			
ORDEN n	$I_n(Z)$	$I_n(Z)_{st.}$	$ (I_n - I_{nst.})/I_n $
1	0.1000076564D+01	0.1000076294D+01	0.26998D-06
2	0.8750334071D-02	0.8750330657D-02	0.39019D-06
3	0.3828221915D-04	0.3828220360D-04	0.40597D-06
4	0.1116557487D-06	0.1116556518D-06	0.86777D-06
5	0.2442459904D-09	0.2442455127D-09	0.19558D-05
6	0.4274293487D-12	0.4274287630D-12	0.13704D-05
7	0.6233332669D-15	0.6233319694D-15	0.20815D-05
8	0.7791654387D-18	0.7791638120D-18	0.20878D-05
9	0.8522112053D-21	0.8522090865D-21	0.24863D-05
10	0.8285378824D-24	0.8285358756D-24	0.24221D-05

FUNCION DE SEGUNDA ESPECIE $Y_n(Z)$			
ORDEN n	$Y_n(Z)$	$Y_n(Z)_{st.}$	$ (Y_n - Y_{nst.})/Y_n $
1	-0.2649032429D+01	-0.2649031639D+01	0.29836D-06
2	-0.3640423794D+02	-0.3640422058D+02	0.47685D-06
3	-0.4157835729D+04	-0.4157828125D+04	0.18288D-05
4	-0.9503261451D+06	-0.9503243125D+06	0.19284D-05
5	-0.3258219824D+09	-0.3258209280D+09	0.32360D-05
6	-0.1489462568D+12	-0.1489456988D+12	0.37464D-05
7	-0.8511182964D+14	-0.8511147108D+14	0.42128D-05
8	-0.5836225448D+17	-0.5836200419D+17	0.42886D-05
9	-0.4668972324D+20	-0.4668950343D+20	0.47080D-05
10	-0.4268769297D+23	-0.4268748166D+23	0.49501D-05

FUNCION MODIFICADA DE SEGUNDA ESPECIE $K_n(Z)$			
ORDEN n	$K_n(Z)$	$K_n(Z)_{st.}$	$ (K_n - K_{nst.})/K_n $
1	0.4161881194D+01	0.4161880493D+01	0.16833D-06
2	0.5710207317D+02	0.5710203552D+02	0.65931D-06
3	0.6530113768D+04	0.6530105469D+04	0.12708D-05
4	0.1492654687D+07	0.1492652000D+07	0.18003D-05
5	0.5117739037D+09	0.5117726720D+09	0.24068D-05
6	0.2339553011D+12	0.2339546726D+12	0.26863D-05
7	0.1336892689D+15	0.1336888598D+15	0.30602D-05
8	0.9167288487D+17	0.9167253788D+17	0.37851D-05
9	0.7333844908D+20	0.7333811167D+20	0.46008D-05
10	0.6705239483D+23	0.6705208174D+23	0.46693D-05

Tabla 3. Funciones de Bessel para el argumento de valor mínimo

-ARGUMENTO= 0.45800D+02

ORDEN n	FUNCION DE PRIMERA ESPECIE $J_n(Z)$		$ (J_n - J_{nst.})/J_n $
	$J_n(Z)$	$J_n(Z)_{st.}$	
1	0.6073696146D-01	0.6073494628D-01	0.33180D-04
2	0.1017144631D+00	0.1017148495D+00	0.37983D-05
3	-0.5629528215D-01	-0.5629323795D-01	0.36313D-04
4	-0.1066310813D+00	-0.1066316366D+00	0.52076D-05
5	0.4232614579D-01	0.4232403263D-01	0.49928D-04
6	0.1140242941D+00	0.1140252352D+00	0.82534D-05
7	-0.1743001337D-01	-0.1742785797D-01	0.12368D-03
8	-0.1185911095D+00	-0.1185906529D+00	0.38499D-05
9	-0.1882054171D-01	-0.1882258058D-01	0.10832D-03
10	0.1120162482D+00	0.1120151877D+00	0.94672D-05

ORDEN n	FUNCION MODIFICADA DE PRIMERA ESPECIE $I_n(Z)$		$ (I_n - I_{nst.})/I_n $
	$I_n(Z)$	$I_n(Z)_{st.}$	
1	0.4595835046D+19	0.4595827762D+19	0.15849D-05
2	0.4545382115D+19	0.4545383268D+19	0.25371D-06
3	0.4397346757D+19	0.4397347222D+19	0.10557D-06
4	0.4161334389D+19	0.4161334852D+19	0.11124D-06
5	0.3852193817D+19	0.3852193963D+19	0.38005D-07
6	0.3488462151D+19	0.3488462323D+19	0.49205D-07
7	0.3090520909D+19	0.3090519378D+19	0.49541D-06
8	0.2678718736D+19	0.2678718189D+19	0.20422D-06
9	0.2271698643D+19	0.2271697576D+19	0.42571D-06
10	0.1885112276D+19	0.1885110487D+19	0.94897D-06

ORDEN n	FUNCION DE SEGUNDA ESPECIE $Y_n(Z)$		$ (Y_n - Y_{nst.})/Y_n $
	$Y_n(Z)$	$Y_n(Z)_{st.}$	
1	0.1010454676D+00	0.1010452509D+00	0.21449D-05
2	-0.5963760959D-01	-0.5963778123D-01	0.28780D-05
3	-0.1036497299D+00	-0.1036494970D+00	0.22465D-05
4	0.5058523204D-01	0.5058543012D-01	0.39157D-05
5	0.1102766157D+00	0.1102764010D+00	0.19468D-05
6	-0.3132294237D-01	-0.3132318705D-01	0.78117D-05
7	-0.1171156857D+00	-0.1171154976D+00	0.16059D-05
8	0.6376119236D-03	0.6379149854D-03	0.47508D-03
9	0.1173105889D+00	0.1173104644D+00	0.10611D-05
10	0.4034425045D-01	0.4034389555D-01	0.87967D-05

ORDEN n	FUNCION MODIFICADA DE SEGUNDA ESPECIE $K_n(Z)$		$ (K_n - K_{nst.})/K_n $
	$K_n(Z)$	$K_n(Z)_{st.}$	
1	0.2375561544D-20	0.2375557908D-20	0.15305D-05
2	0.2401352804D-20	0.2401351766D-20	0.43221D-06
3	0.2480424105D-20	0.2480420216D-20	0.15676D-05
4	0.2617983716D-20	0.2617982210D-20	0.57522D-06
5	0.2823391381D-20	0.2823387150D-20	0.14983D-05
6	0.3111152483D-20	0.3111150078D-20	0.77306D-06
7	0.3502682271D-20	0.3502676917D-20	0.15286D-05
8	0.4028885768D-20	0.4028880109D-20	0.14047D-05
9	0.4734219323D-20	0.4734209908D-20	0.19887D-05
10	0.5682761404D-20	0.5682750195D-20	0.19724D-05

Tabla 4. Funciones de Bessel para el argumento de valor máximo

-ARGUMENTO= 0.15000D+02

ORDEN n	FUNCION DE PRIMERA ESPECIE $J_n(Z)$	$J_n(Z)_{st.}$	$ (J_n - J_{nst.})/J_n $
1	-0.1422447263D-01	-0.1422481239D-01	0.23885D-04
2	0.2051040385D+00	0.2051042318D+00	0.94270D-06
3	0.4157167791D-01	0.4157208279D-01	0.97391D-05
4	-0.1940182576D+00	-0.1940180659D+00	0.98815D-06
5	-0.1191789809D+00	-0.1191794872D+00	0.42481D-05
6	0.1304561345D+00	0.1304551959D+00	0.71947D-05
7	0.2061497374D+00	0.2061505318D+00	0.38531D-05
8	0.3446365547D-01	0.3446399793D-01	0.99369D-05
9	-0.1739836591D+00	-0.1739839315D+00	0.15658D-05
10	-0.2200462251D+00	-0.2200471163D+00	0.40498D-05

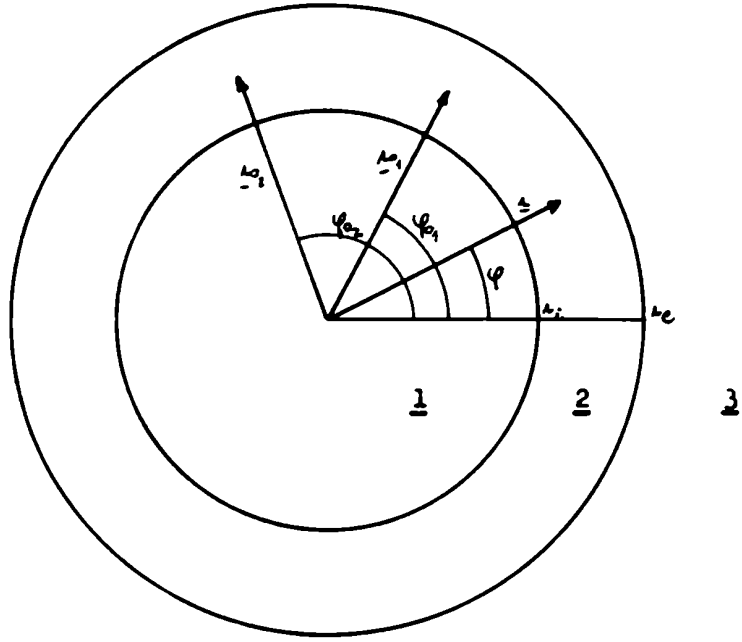
ORDEN n	FUNCION MODIFICADA DE PRIMERA ESPECIE $I_n(Z)$	$I_n(Z)_{st.}$	$ (I_n - I_{nst.})/I_n $
1	0.3396493733D+06	0.3396485000D+06	0.25712D-05
2	0.3281249220D+06	0.3281247500D+06	0.52410D-06
3	0.2958993837D+06	0.2958991875D+06	0.66307D-06
4	0.2492184196D+06	0.2492183125D+06	0.42994D-06
5	0.1962120158D+06	0.1962118125D+06	0.10363D-05
6	0.1445720112D+06	0.1445718750D+06	0.94210D-06
7	0.9983067504D+05	0.9983068750D+05	0.12480D-06
8	0.6470747117D+05	0.6470755078D+05	0.12304D-05
9	0.3943703529D+05	0.3943706250D+05	0.69008D-06
10	0.2264130020D+05	0.2264117187D+05	0.56676D-05

ORDEN n	FUNCION DE SEGUNDA ESPECIE $Y_n(Z)$	$Y_n(Z)_{st.}$	$ (Y_n - Y_{nst.})/Y_n $
1	0.2059831054D+00	0.2054642439D+00	0.25253D-02
2	0.2110122526D-01	0.2107354626D-01	0.13134D-02
3	-0.2022260235D+00	-0.2026544213D+00	0.21139D-02
4	-0.7509947382D-01	-0.7511466742D-01	0.20227D-03
5	0.1728676437D+00	0.1726085544D+00	0.15010D-02
6	0.1671288187D+00	0.1671725512D+00	0.26160D-03
7	-0.6104151276D-01	-0.6116020679D-01	0.19407D-02
8	-0.2161515006D+00	-0.2161006927D+00	0.23511D-03
9	-0.1404925640D+00	-0.1405337453D+00	0.29303D-03
10	0.6616781703D-01	0.6619805098D-01	0.45672D-03

-ARGUMENTO= 0.40000D+01

ORDEN n	FUNCION MODIFICADA DE SEGUNDA ESPECIE $K_n(Z)$	$K_n(Z)_{st.}$	$ (K_n - K_{nst.})/K_n $
1	0.1115955403D-01	0.1115963235D-01	0.70185D-05
2	0.1248361381D-01	0.1248345152D-01	0.13001D-04
3	0.1740133084D-01	0.1740135625D-01	0.14600D-05
4	0.2988498789D-01	0.2988480404D-01	0.61520D-05
5	0.6222877937D-01	0.6222854927D-01	0.36976D-05
6	0.1543425652D+00	0.1543418169D+00	0.48482D-05
7	0.4480851771D+00	0.4480829835D+00	0.48956D-05
8	0.1498598103D+01	0.1498590469D+01	0.50936D-05
9	0.5693178536D+01	0.5693146706D+01	0.55910D-05
10	0.2427131225D+02	0.2427116394D+02	0.61103D-05

Tabla 5. Funciones de Bessel calculadas por su definición en serie

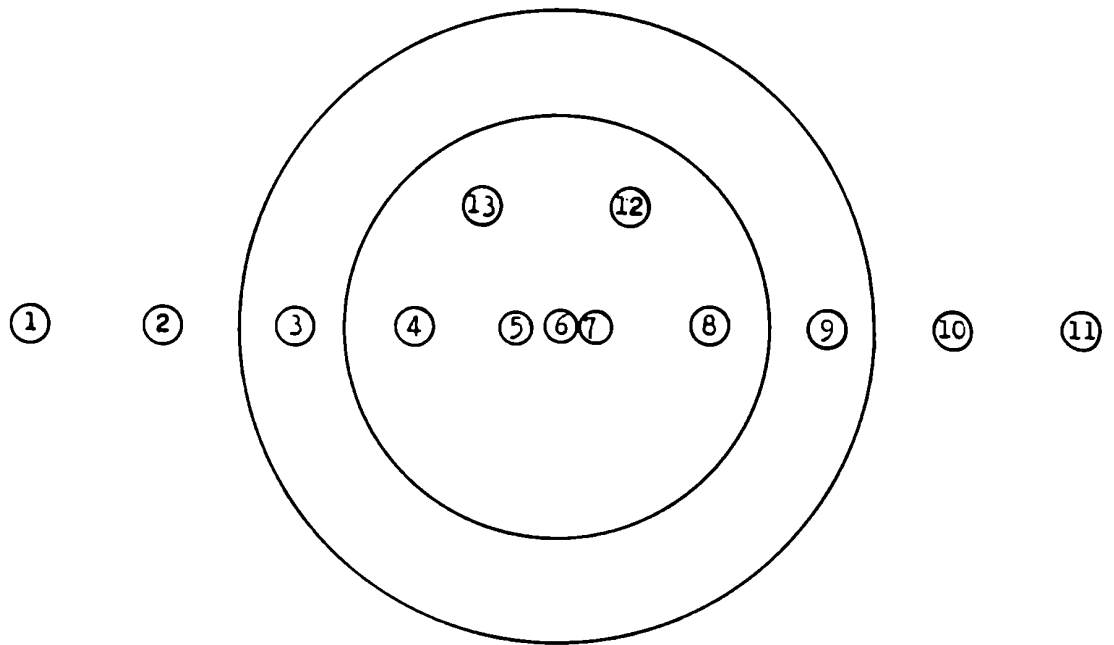


$$r_i = 30.50 \text{ cm}$$

$$r_e = 45.75 \text{ cm}$$

- 1 Reflector interno de grafito
- 2 Nucleo
- 3 Reflector externo de grafito

Fig.1 Modelo bidimensional del reactor Argonauta



Posición detector	r_0 [cm]	φ_0 [grados]
①	75	180
②	57	180
③	38	180
④	21	180
⑤	5	180
⑥	1	0
⑦	5	0
⑧	21	0
⑨	38	0
⑩	57	0
⑪	75	0
⑫	21	60
⑬	21	120

Fig.2 Posiciones de los detectores en las diferentes zonas del reactor

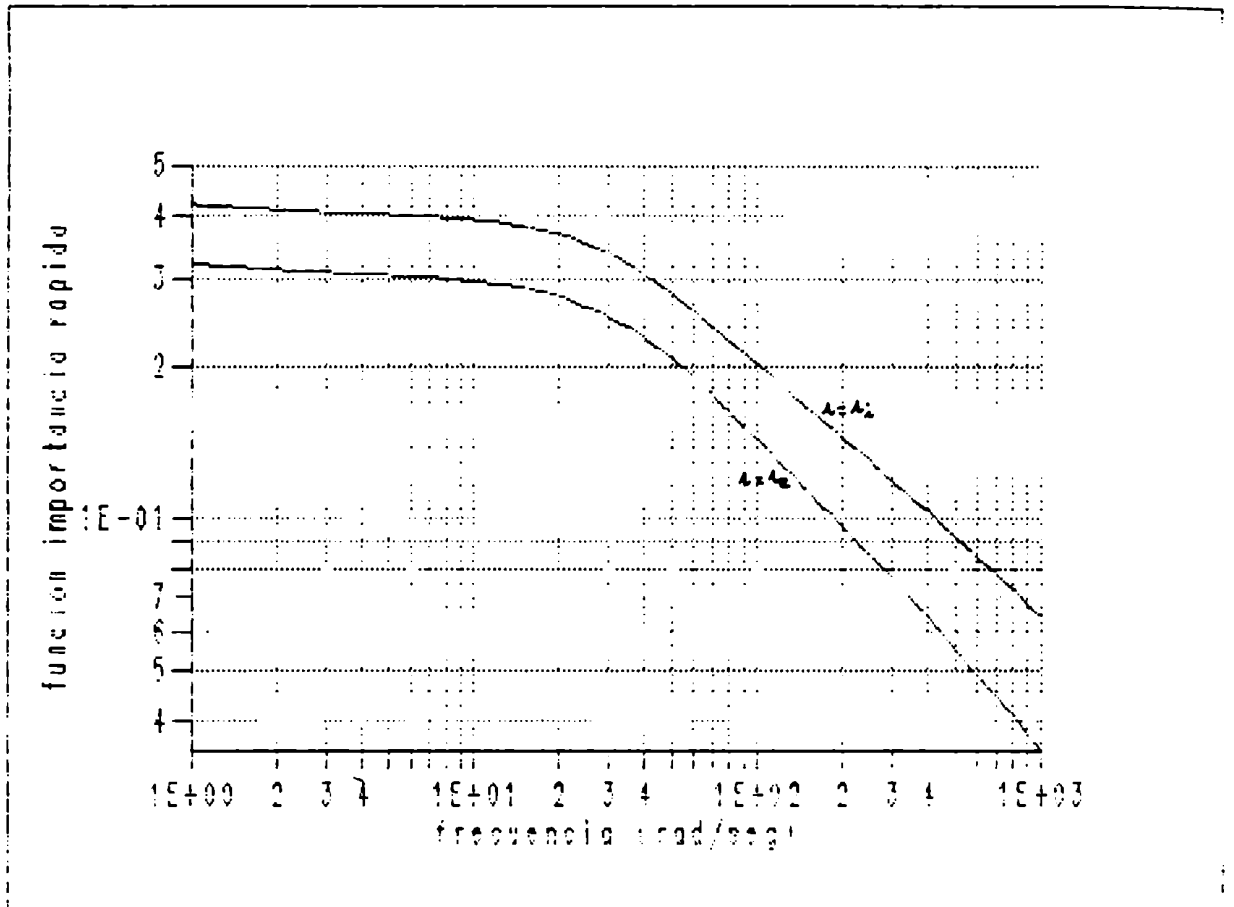


Fig.3 Módulo de la función importancia rápida en función de la frecuencia para un detector localizado en la posición \textcircled{B} y para posiciones r=ri y r=re sobre el eje positivo de abscisa

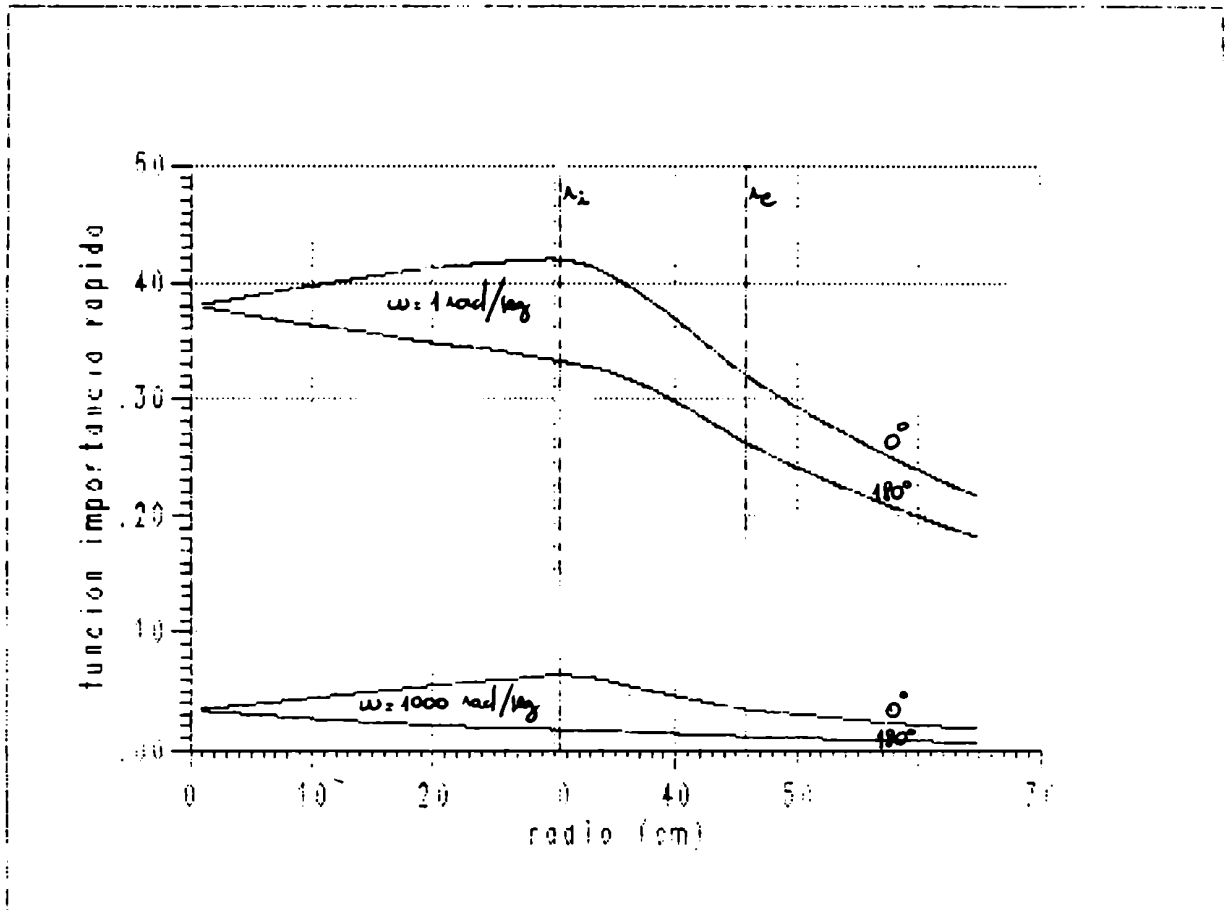


Fig.4 Módulo de la función importancia rápida en función de la posición radial para el detector localizado en la posición ③ y frecuencias de 1 rad/seg y de 1000 rad/seg

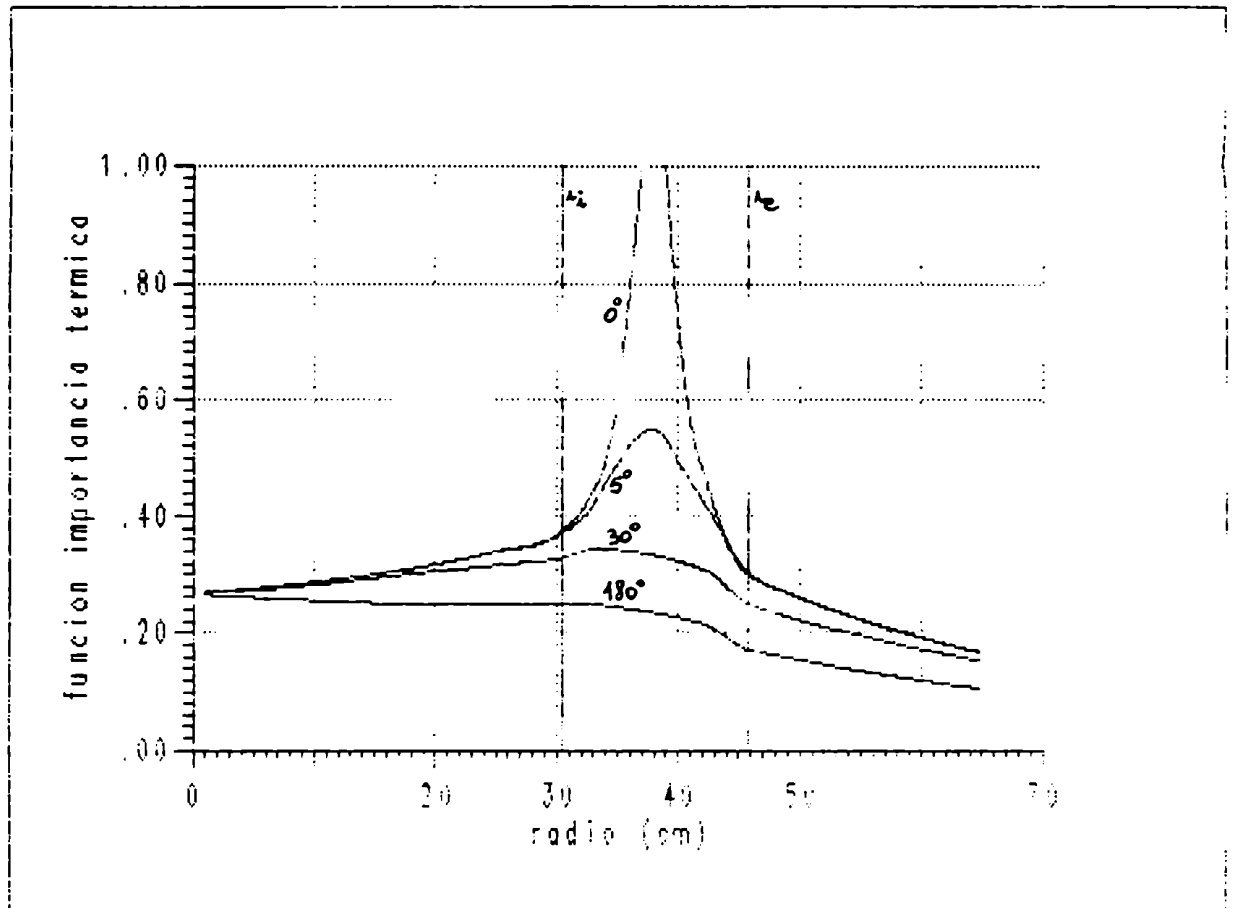


Fig.5 Módulo de la función importancia térmica para el detector localizado en la posición ⑨ y para posiciones radiales ubicadas a 0,5,30 y 180 grados. $\omega=1$ rad/seg

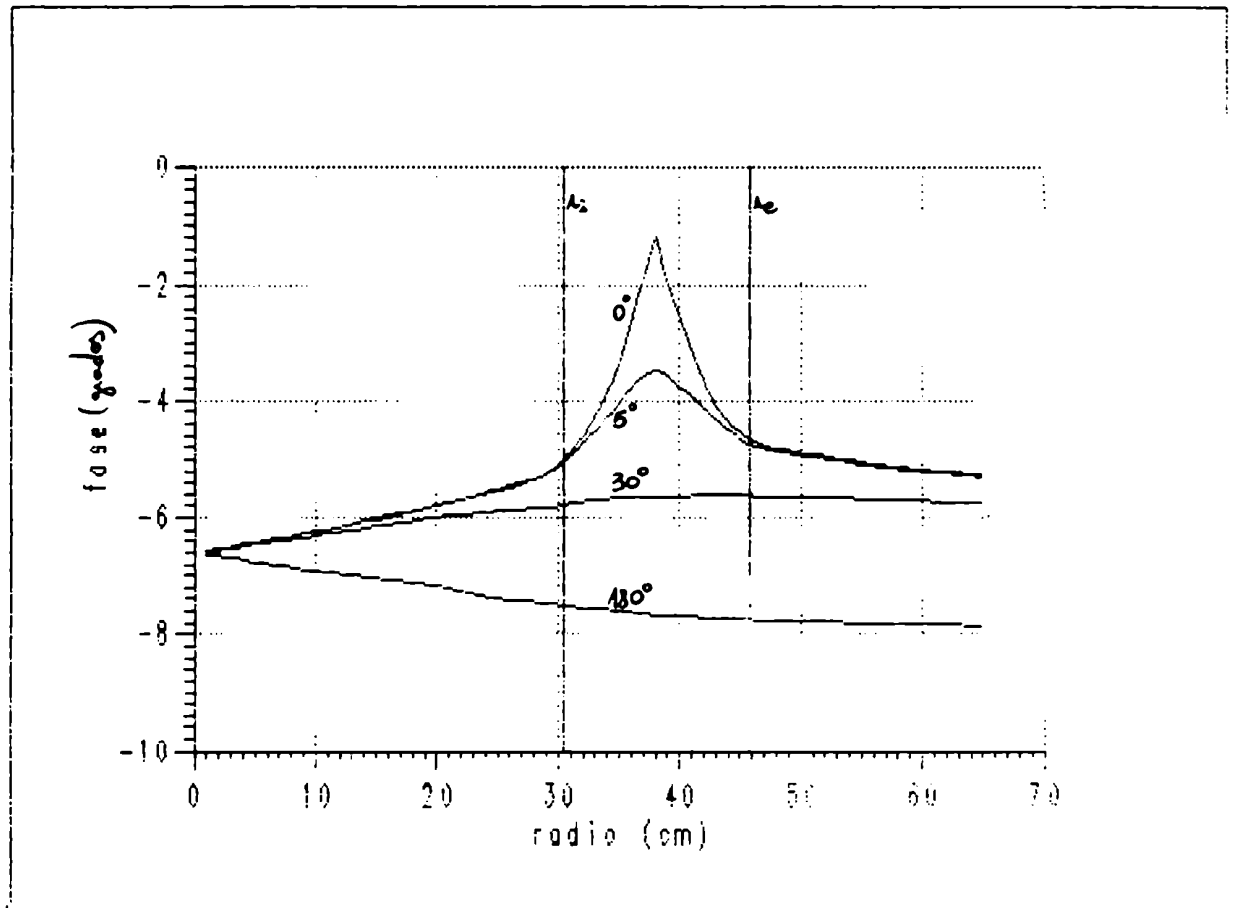


Fig.6 Fase de la función importancia térmica para el detector localizado en la posición $\textcircled{9}$ y para posiciones radiales ubicadas a 0,5,30 y 180 grados. $\omega=1$ rad/seg

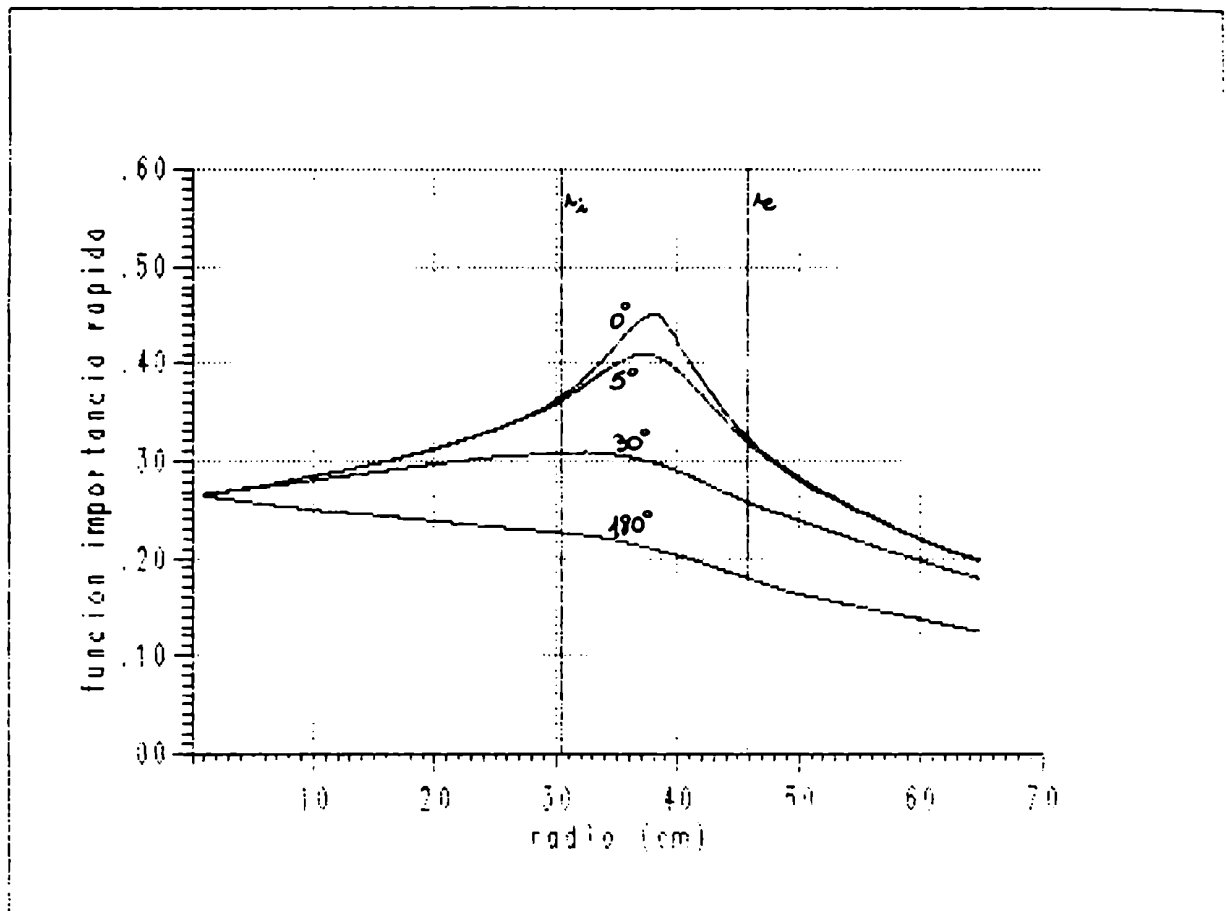


Fig.7 Módulo de la función importancia rápida para el detector localizado en la posición $\textcircled{9}$ y para posiciones radiales ubicadas a 0,5,30 y 180 grados. $w=1$ rad/seg

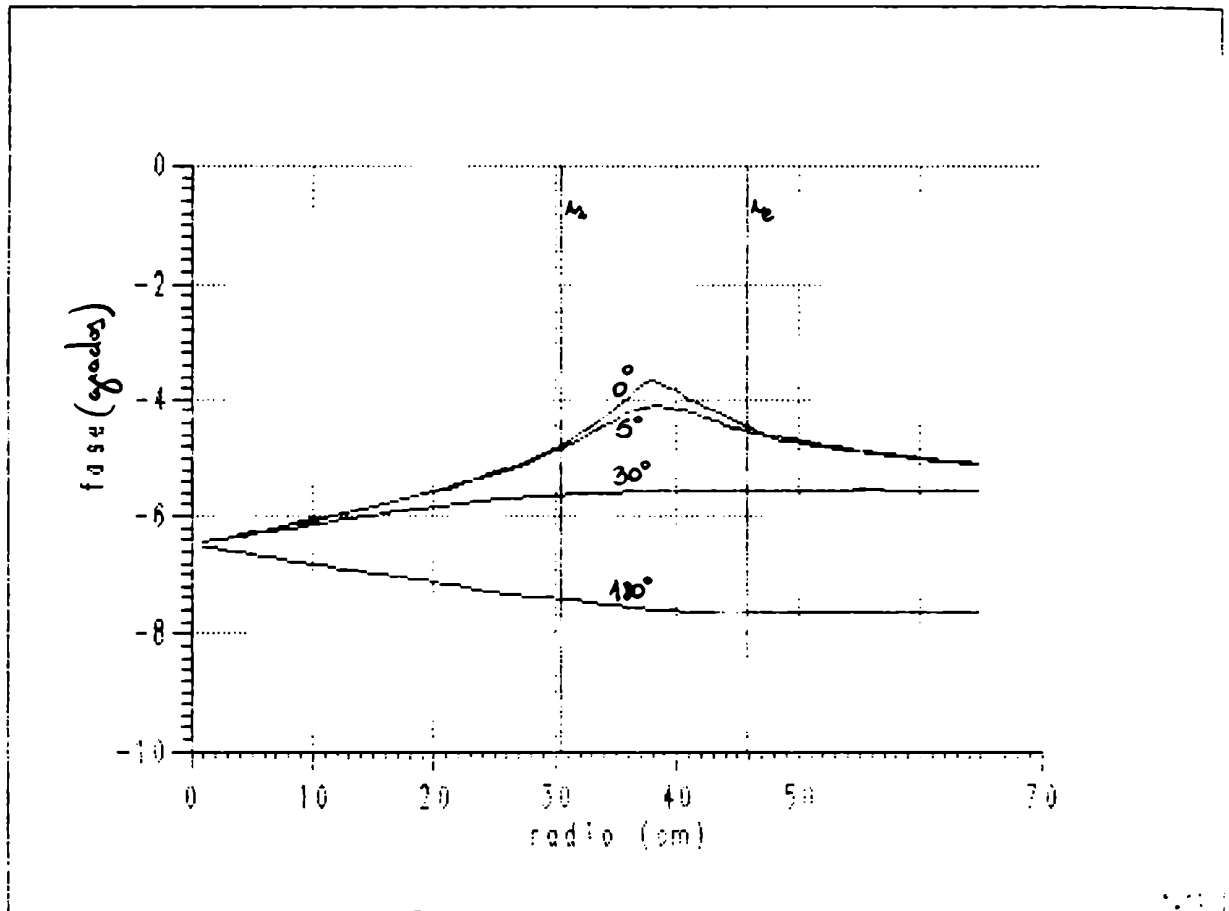
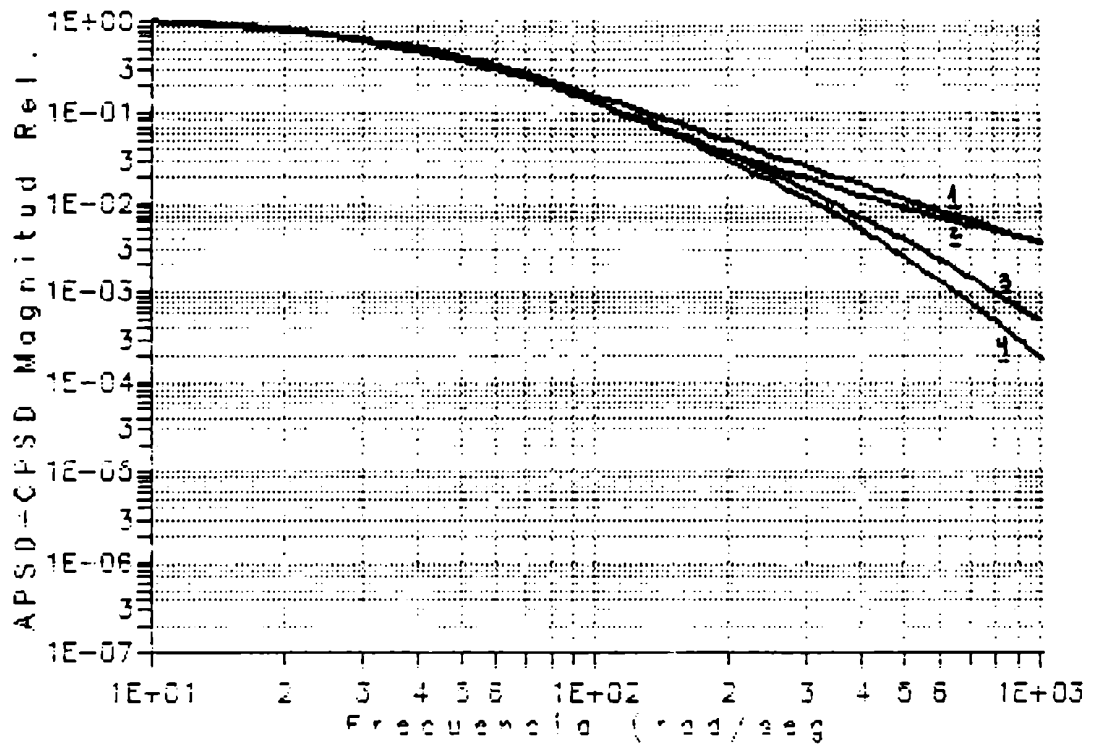
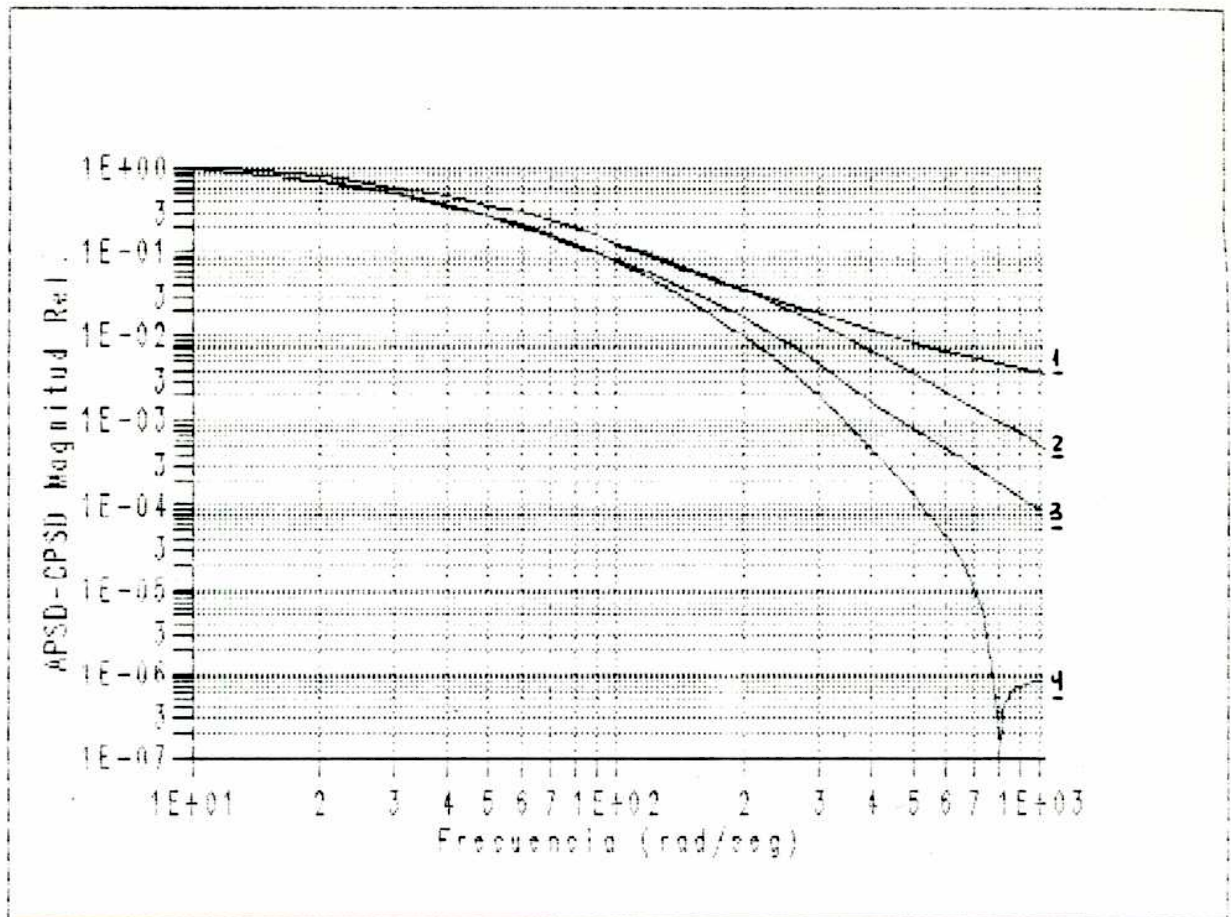


Fig.8 Fase de la función importancia rápida para el detector localizado en la posición ⑨ y para posiciones radiales ubicadas a 0,5,30 y 180 grados. $\omega=1$ rad/seg



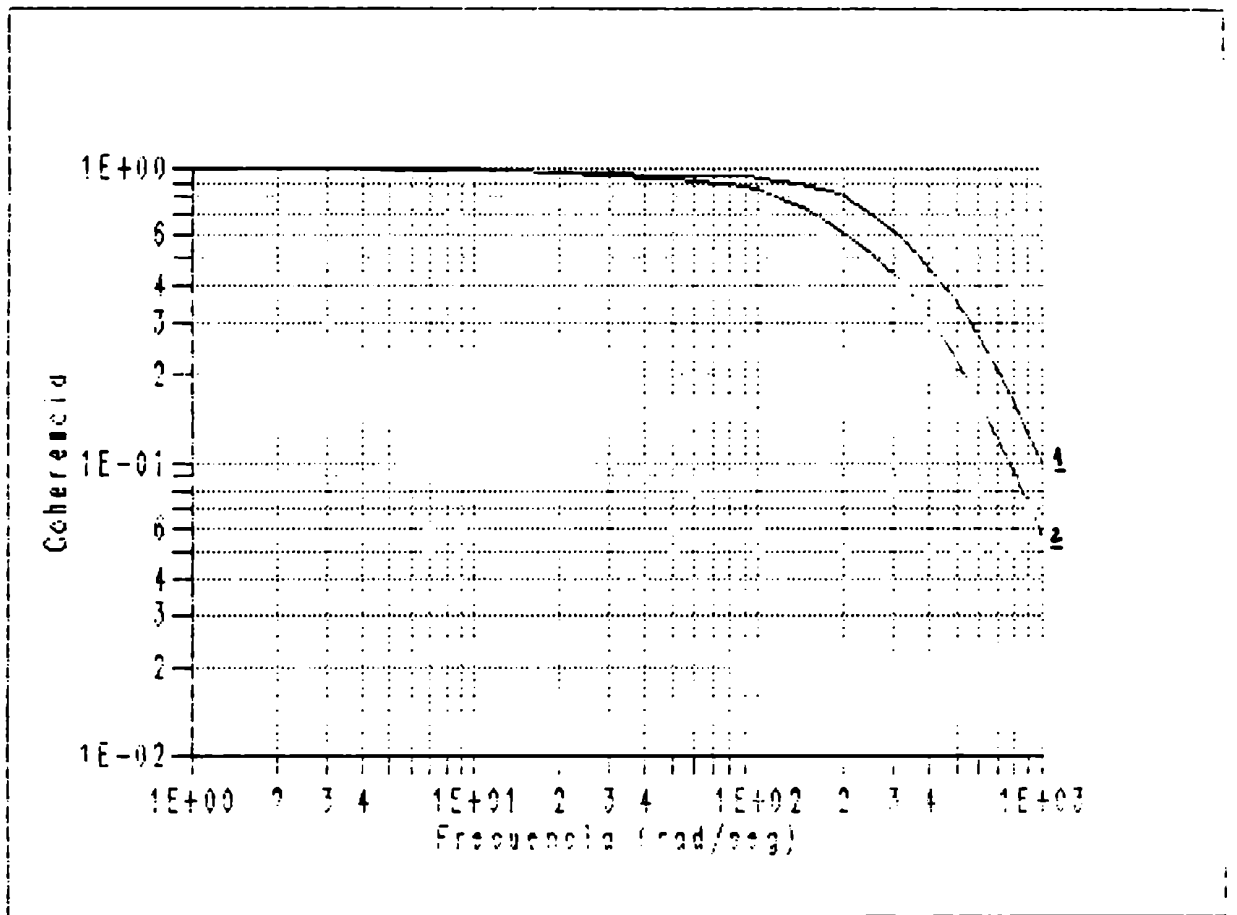
- | | | |
|---|------------------------------|--------------|
| 1 | AFSD _A (10) | Calculada |
| 2 | AFSD _A (10) | Experimental |
| 3 | CPSD _A (2) - (10) | Experimental |
| 4 | CPSD _A (2) - (10) | Calculada |

Fig.9 Módulo de las funciones CPSD_A y AFSD_A experimentales y calculadas



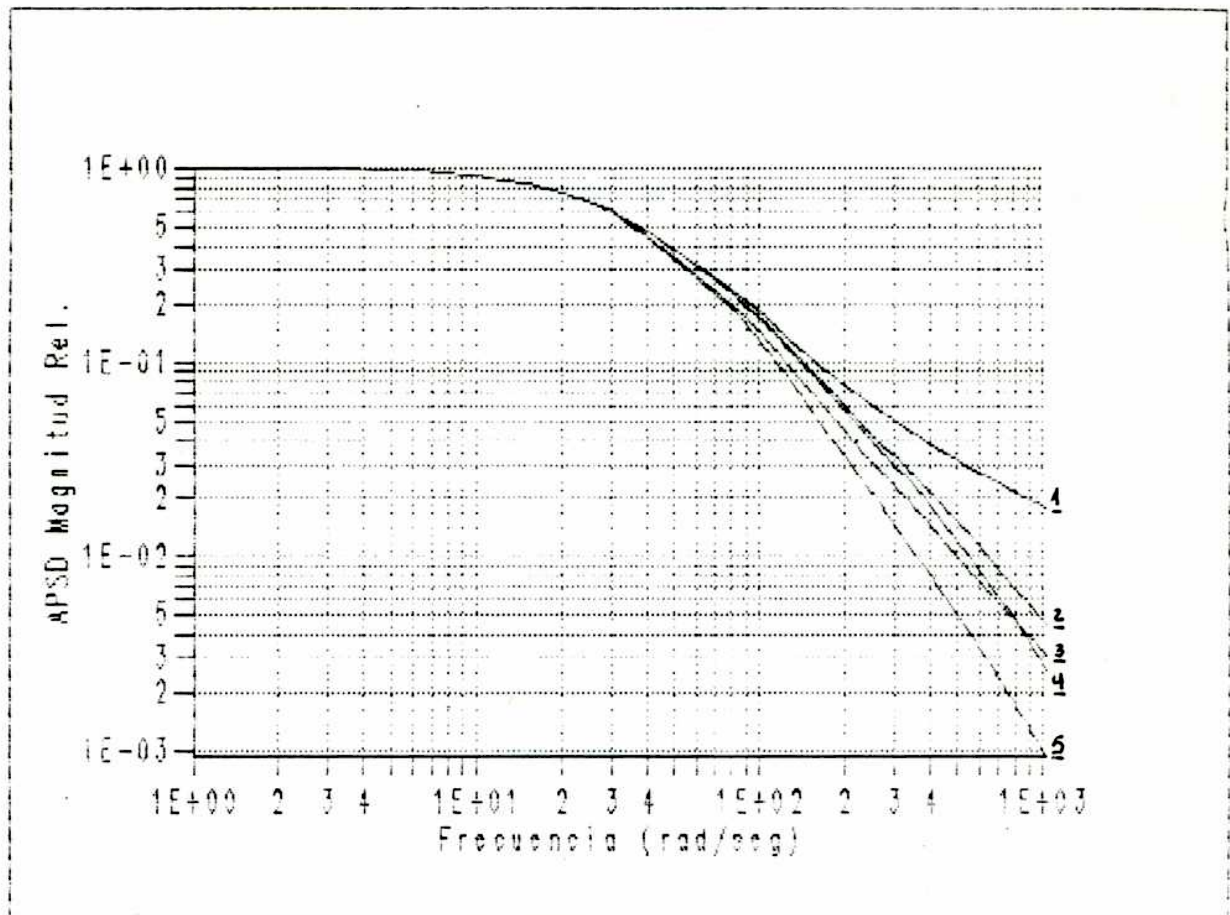
- 1 $APSD_R$ (10) Experimental
 2 $CPSD_R$ (2) - (10) Experimental
 3 $APSD_R$ (10) Calculada
 4 $CPSD_R$ (2) - (10) Calculada

Fig.10 Módulo de las funciones $CPSD_R$ y $APSD_R$ experimentales y calculadas por Morishima



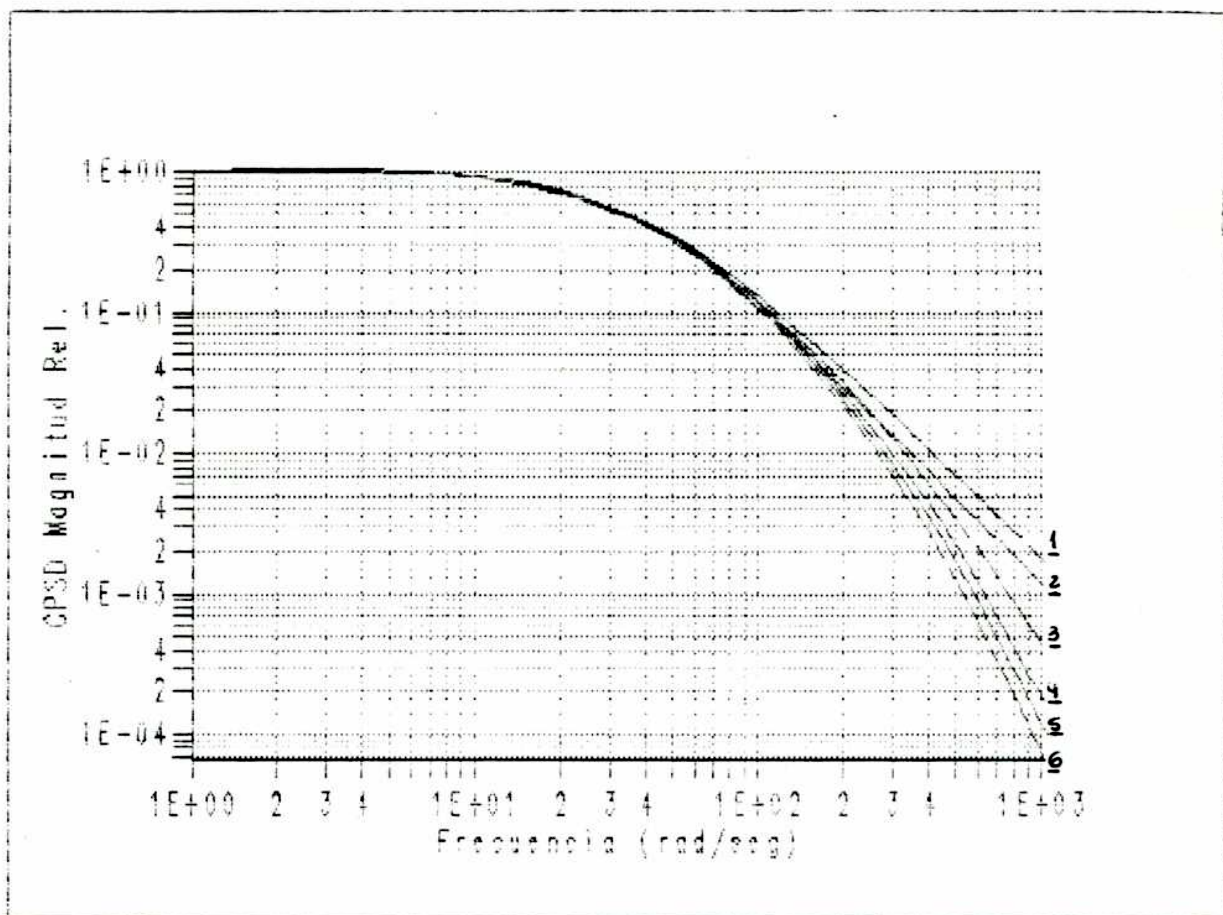
1 COH (2) - (10) Experimental
2 COH (2) - (10) Calculada

Fig.11 Módulo de las funciones Coherencia experimental y calculada



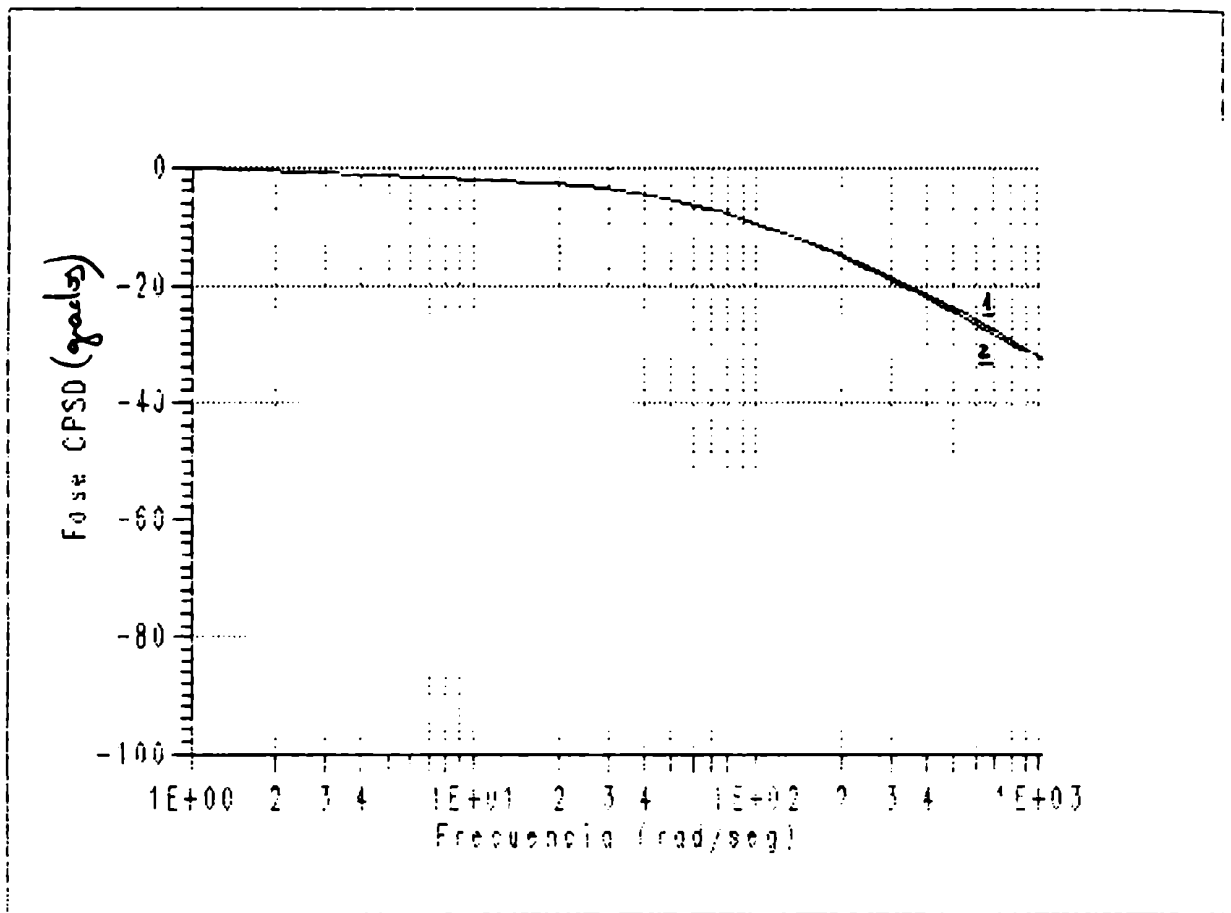
- 1 APSD_R (9)
- 2 APSD_R (8)
- 3 APSD_R (10)
- 4 APSD_R (6)
- 5 APSD_R (11)

Fig.12 Funciones APSD_R calculadas para posiciones del detector en la zona del núcleo y en la zona de los reflectores



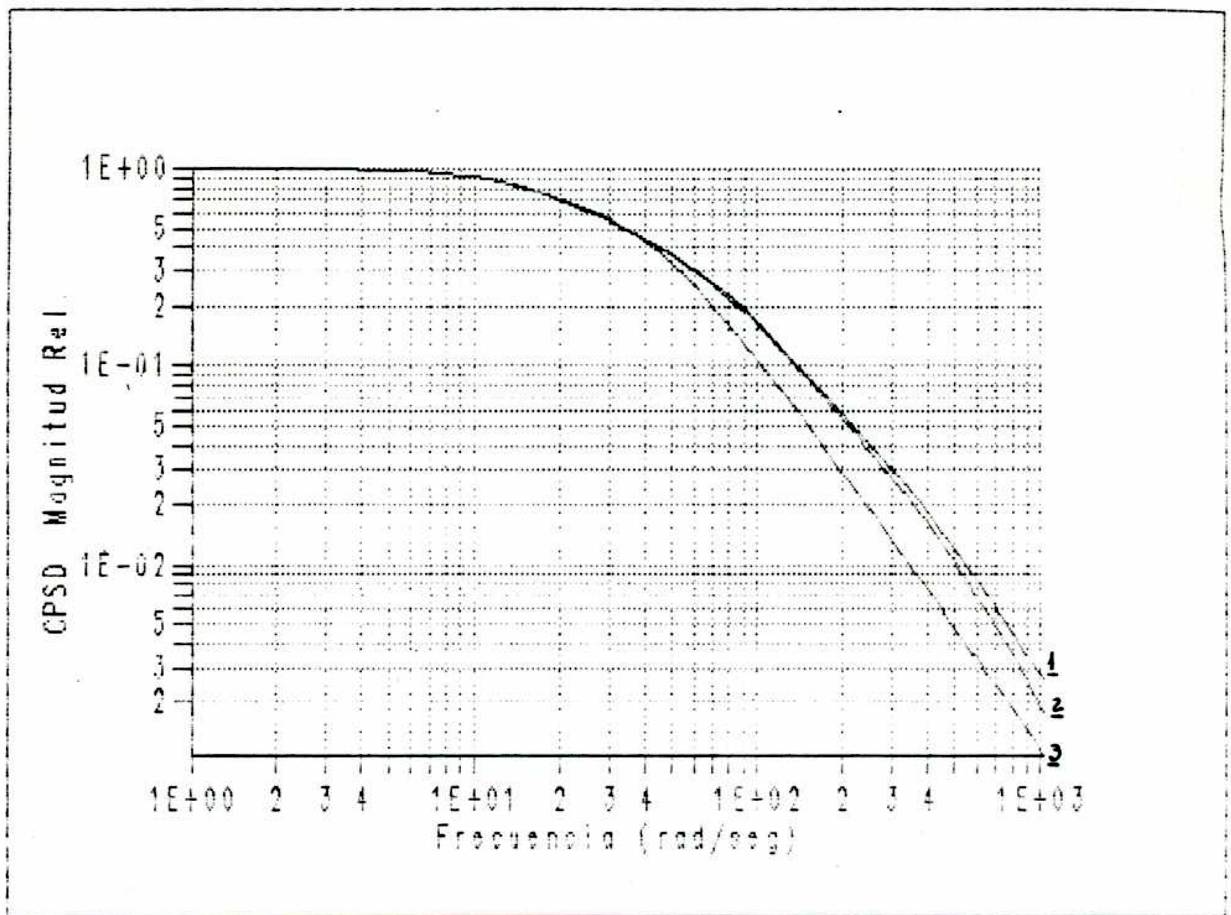
- 1 CPSD_R (10) - (11)
- 2 PSD_p
- 3 CPSD_R (2) - (10) Experimental
- 4 CPSD_R (2) - (10)
- 5 CPSD_R (2) - (11)
- 6 CPSD_R (1) - (11)

Fig.13 Módulo de las funciones CPSD_R calculadas para posiciones de los detectores en la zona del reflector externo



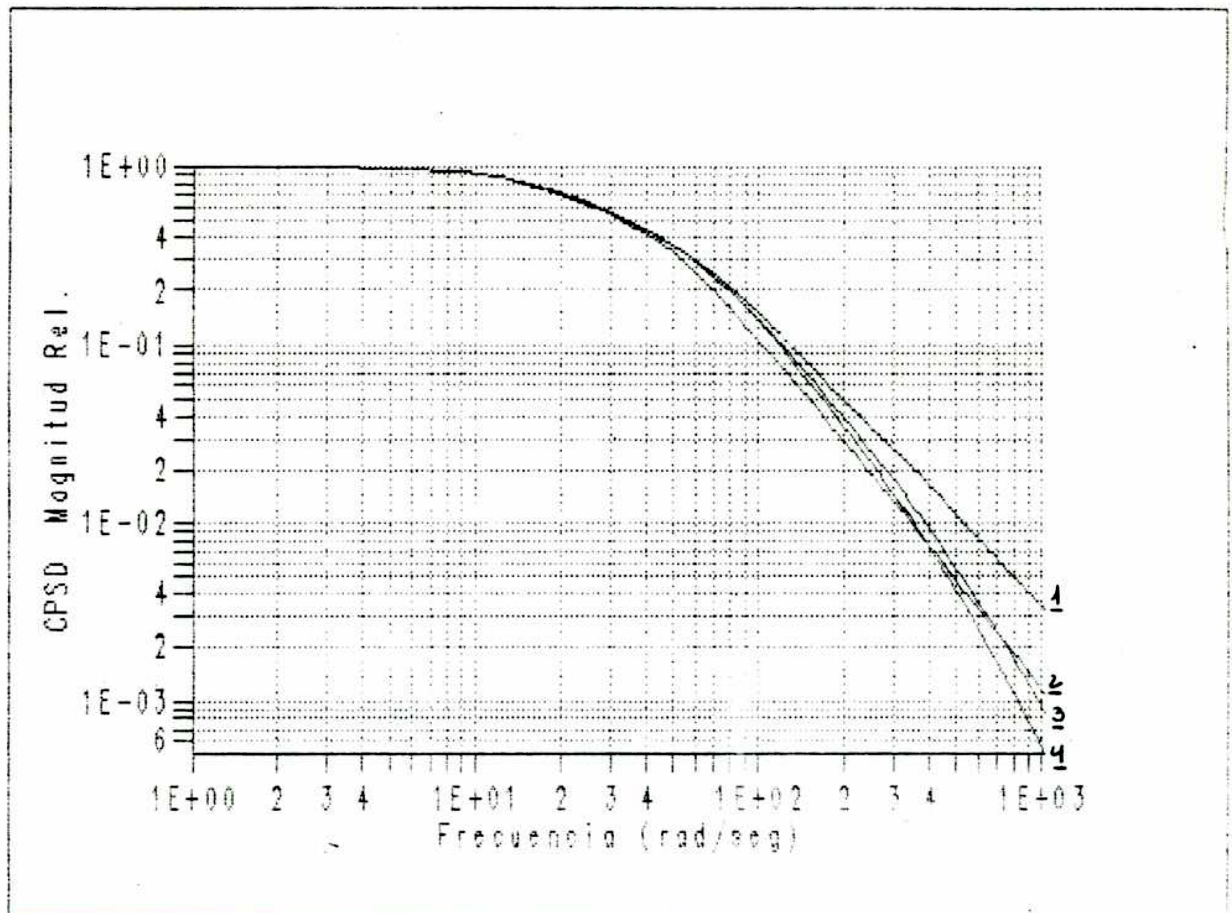
- 1 Fase CPSD_A (2) - (11)
- 2 Fase CPSD_A (10) - (11)

Fig.14 Fase de las funciones CPSD_A calculadas para posiciones de los detectores en la zona del reflector externo



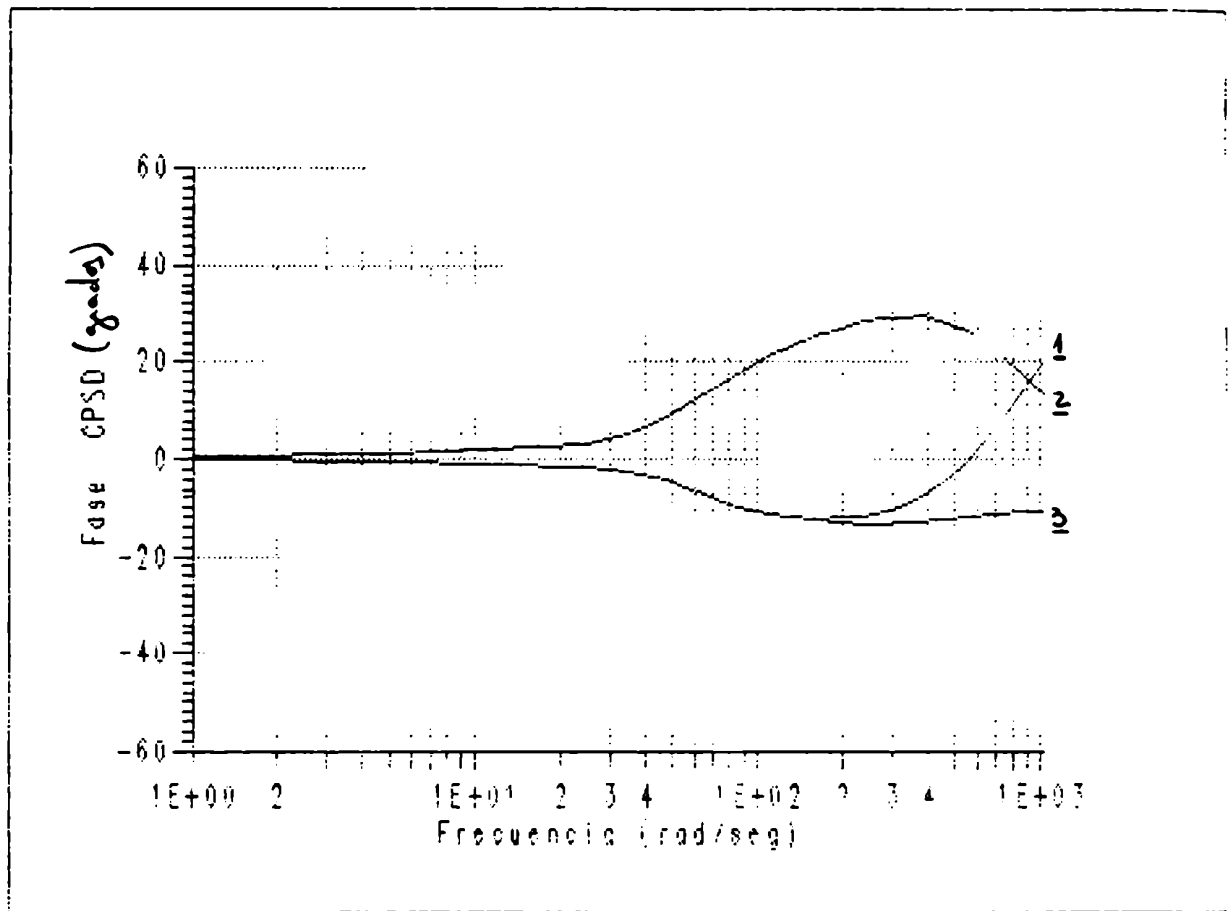
- 1 CPSD_R (5)-(7)
 2 CPSD_R (4)-(8)
 3 PSD_P

Fig.15 Módulo de las funciones CPSD_R calculadas para posiciones de los detectores en la zona del reflector interno



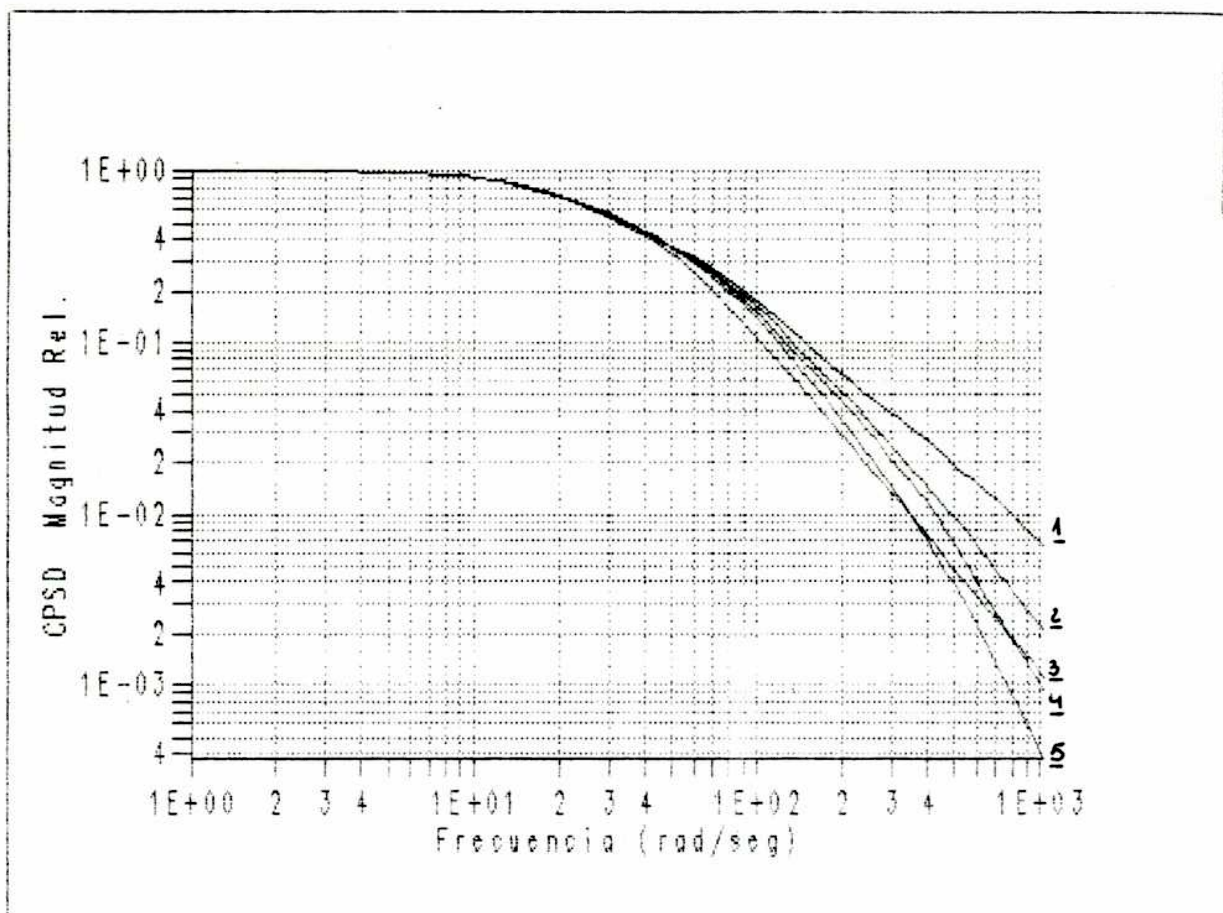
- 1 $CFSD_R$ (8) - (10)
2 FSD_P
3 $CFSD_R$ (4) - (10)
4 $CFSD_R$ (1) - (8)

Fig.16 Módulo de las funciones $CFSD_R$ calculadas para el caso de un detector localizado en el reflector interno y otro en el reflector externo



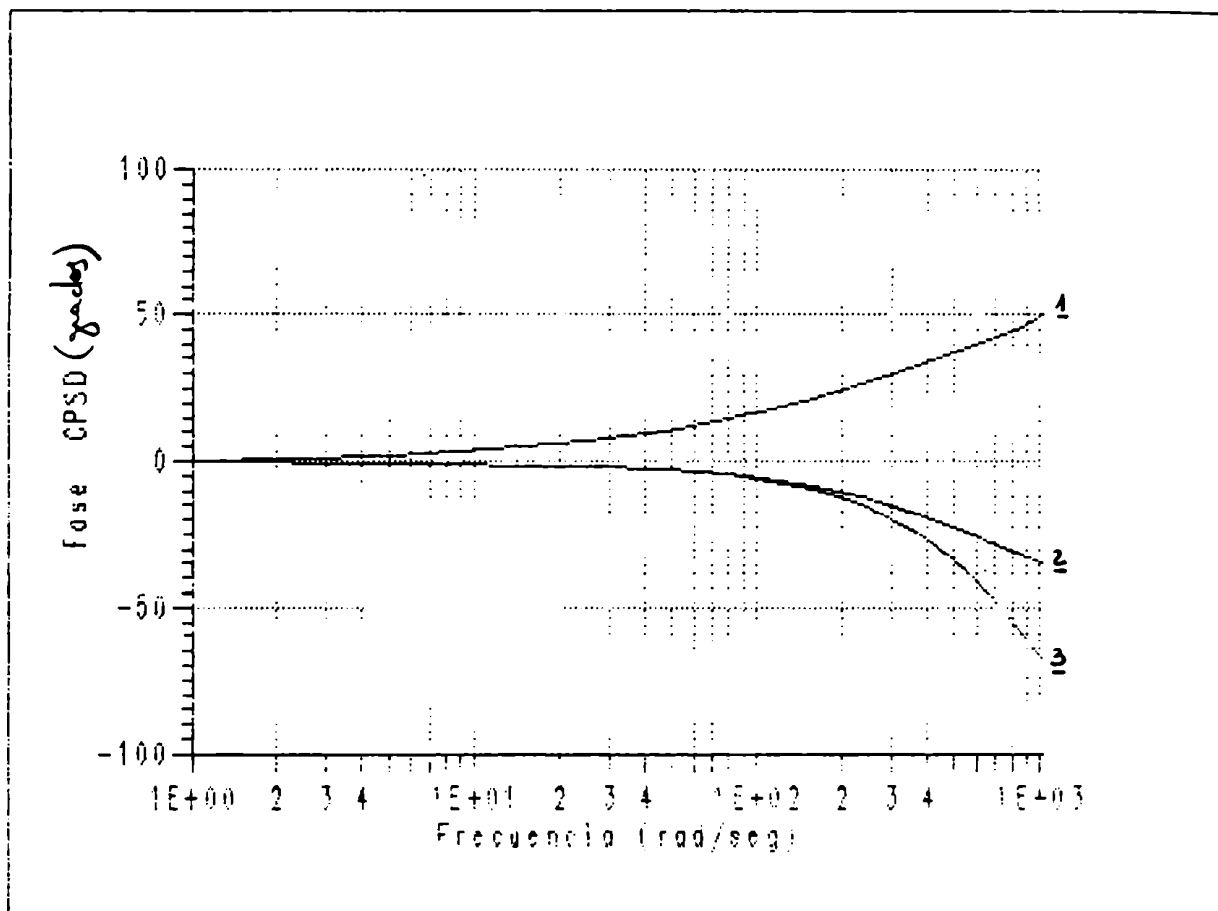
- 1 Fase CPSD (8) - (10)
- 2 Fase CPSD (1) - (8)
- 3 Fase CPSD (4) - (10)

Fig.17 Fase de las funciones CPSD_A calculadas para el caso de un detector localizado en el reflector interno y otro en el reflector externo



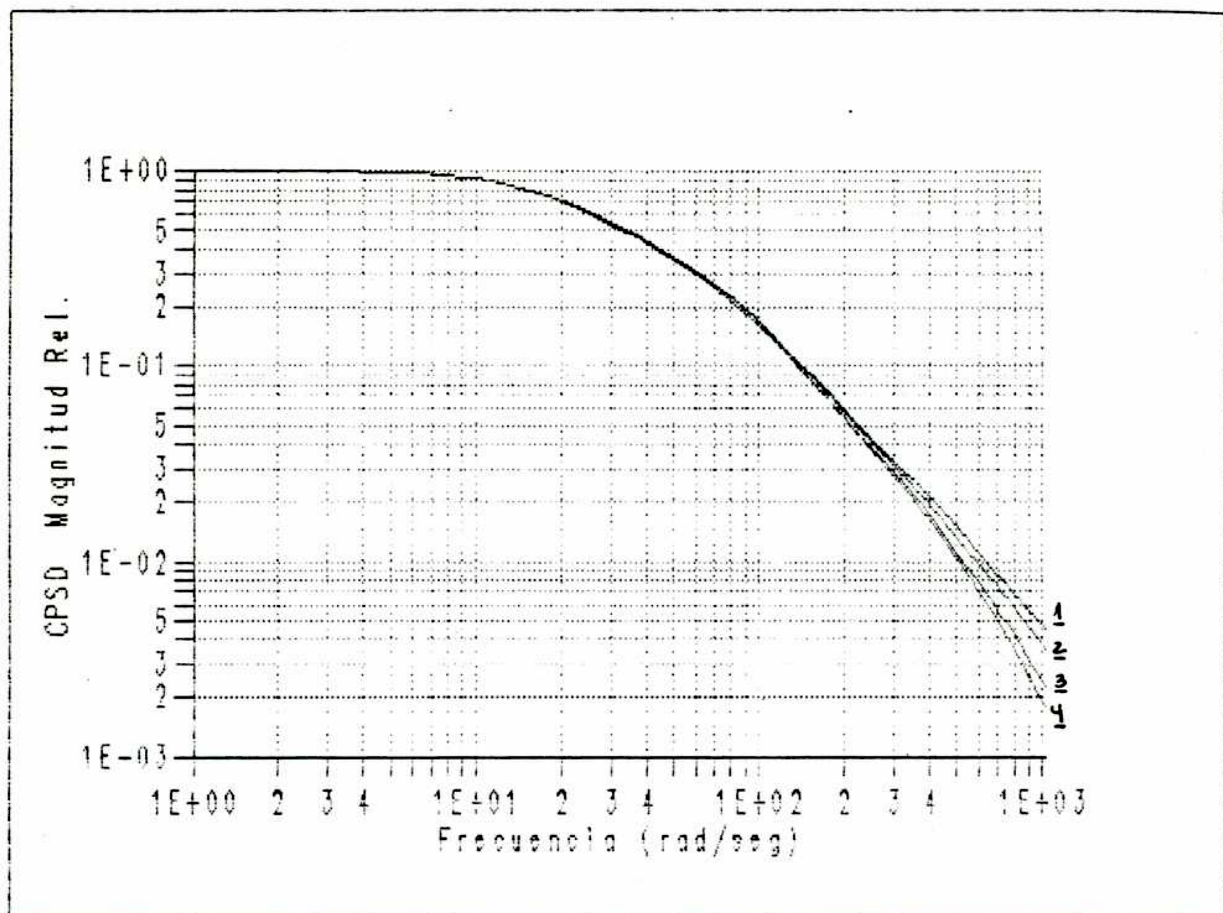
- 1 $CPSD_A$ (3) - (4)
2 $CPSD_A$ (3) - (8)
3 PSDp
4 $CPSD_A$ (3) - (9)
5 $CPSD_A$ (3) - (10)

Fig.18 Módulo de las funciones $CPSD_A$ calculadas para el caso de un detector localizado en el núcleo y otro en la zona de los reflectores o en el núcleo



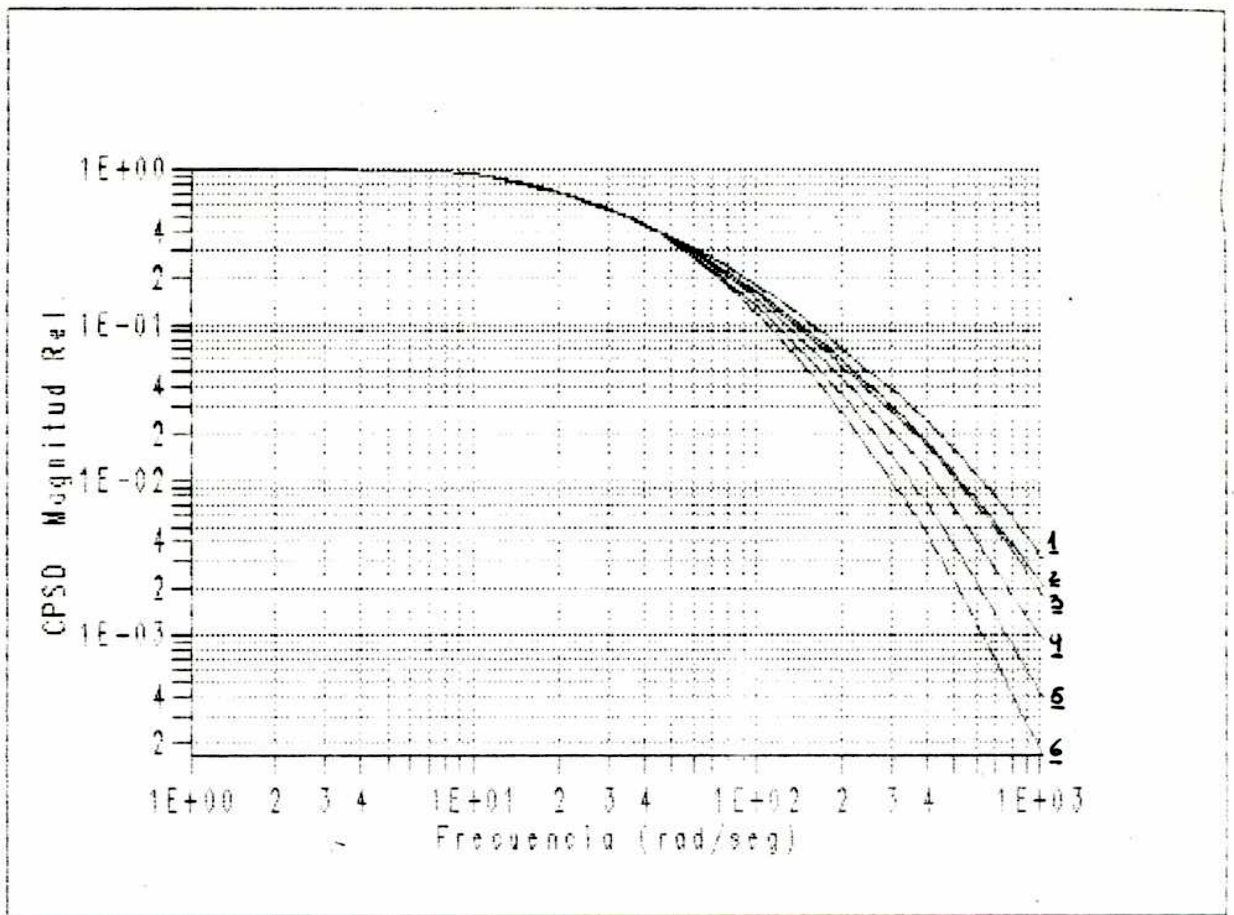
- 1 Fase CPSD_R (3) - (10)
- 2 Fase CPSD_R (3) - (4)
- 3 Fase CPSD_R (3) - (8)

Fig.19 Fase de las funciones CPSD_R calculadas para el caso de un detector localizado en el núcleo y otro en la zona de los reflectores



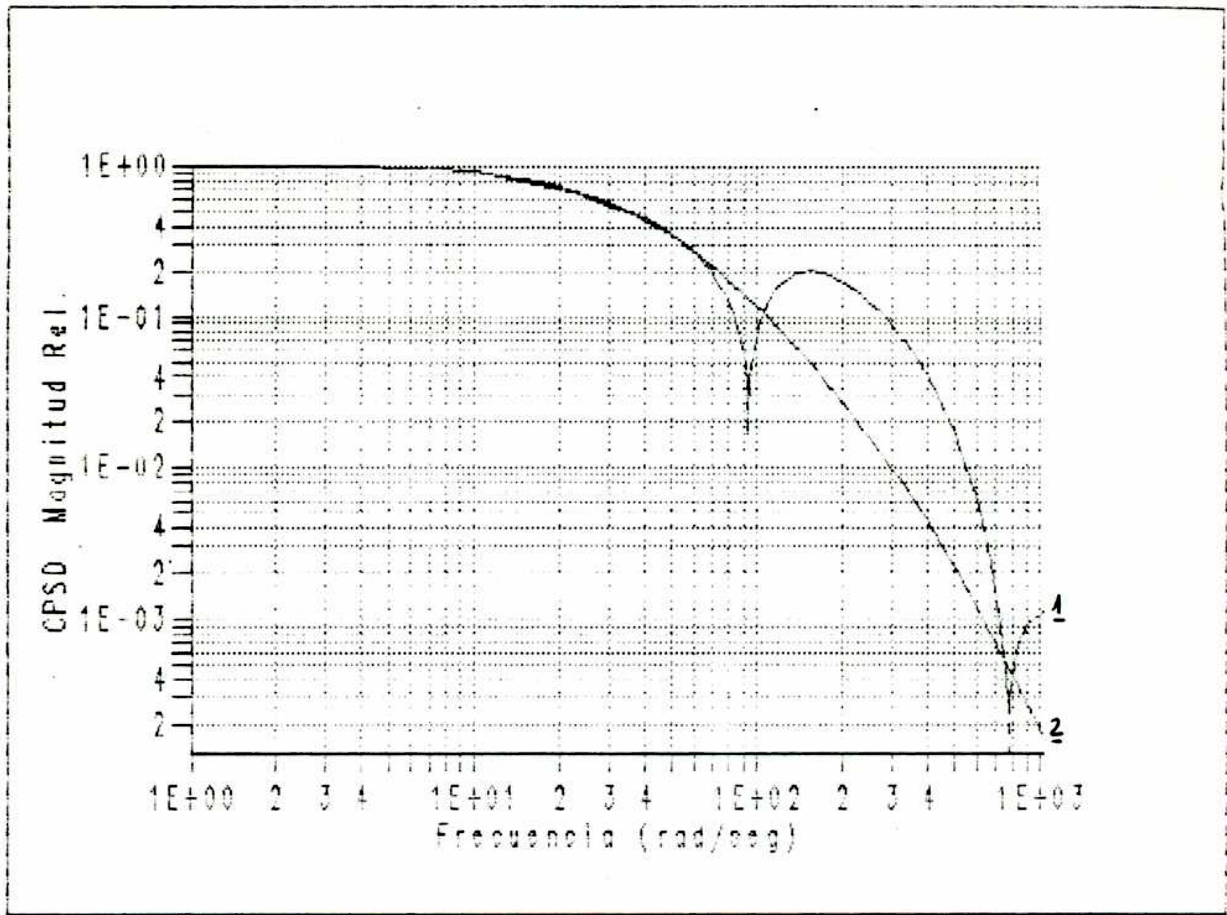
- 1 $APSD_R$ (8)
- 2 $CPSD_R$ (8) - (12)
- 3 $CPSD_R$ (8) - (13)
- 4 $CPSD_R$ (4) - (8)

Fig.20 Módulo de las funciones $CPSD_R$ calculadas para detectores localizados en $r_0 = 21$ cm y diferentes ángulos



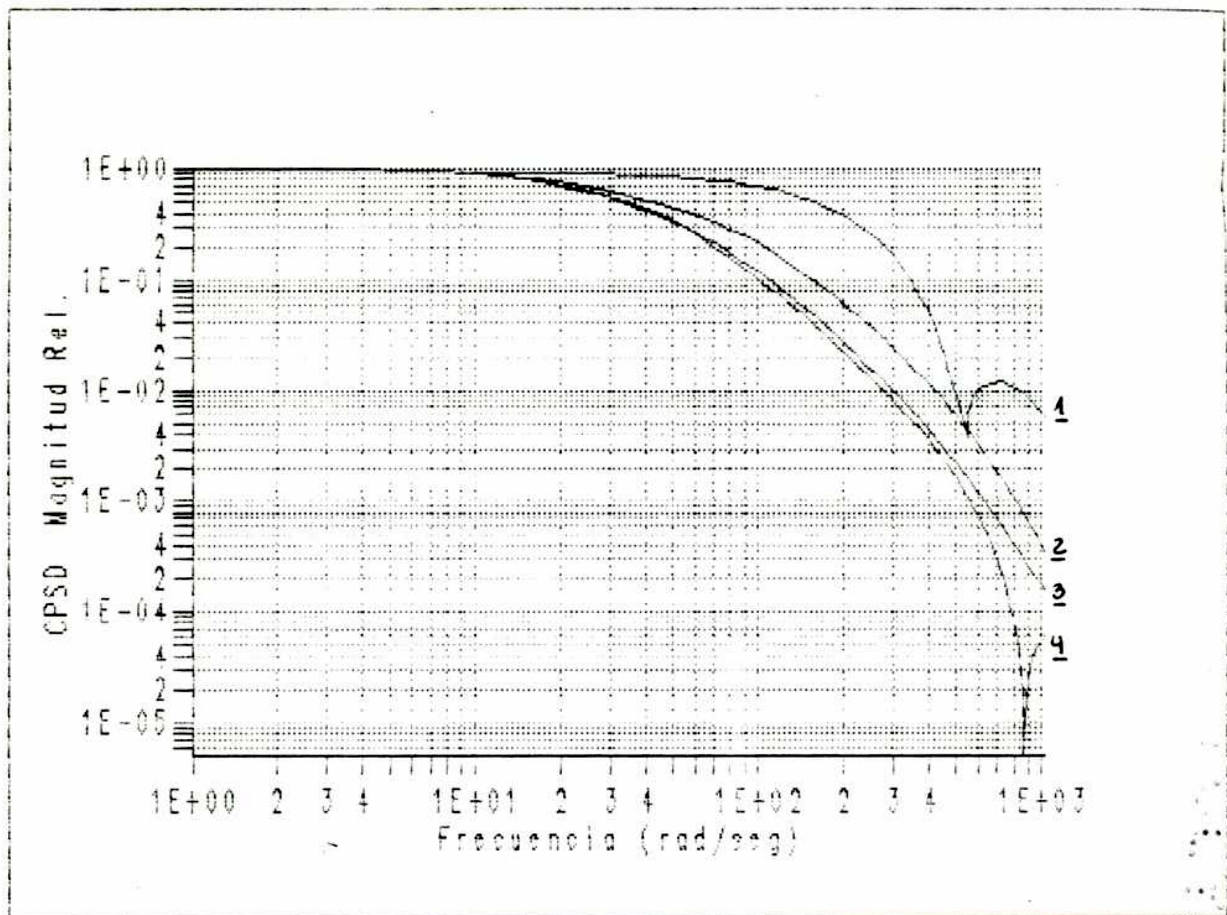
- 1 CPSD_R (4)-(8), $\rho = -4$ *
 2 CPSD_R (3)-(7), $\rho = -4$ *
 3 CPSD_R (4)-(8)
 4 CPSD_R (3)-(7)
 5 CPSD_R (2)-(10), $\rho = -4$ *
 6 CPSD_R (2)-(10)

Fig.21 Módulo de las funciones CPSD_R calculadas para estado crítico y subcrítico con $\rho = -4$ *




- $\underline{1}$ $CPSD_R$
 $\left\{ \begin{array}{l} r_i = 61 \text{ cm} \\ r_e = 75 \text{ cm} \\ r_{e1} = 86.25 \text{ cm}, 0^\circ \\ r_{e2} = 86.25 \text{ cm}, 180^\circ \end{array} \right.$
- $\underline{2}$ $CPSD_R$ $\textcircled{2} - \textcircled{10}$

Fig.22 Módulo de las funciones $CPSD_R$ calculadas para el reactor de tamaño standard y para el reactor de $r_i = 61\text{cm}$ y $r_e = 75 \text{ cm}$



Caso	Reflector interno	Reflector externo
1	Agua	Agua
2	Agua	Grafito
3	Grafito	Grafito
4	Grafito	Agua

Fig.23 Módulo de la función CPSD $\kappa(2) - (10)$ calculada para distintos arreglos agua-grafito utilizados como reflectores


Dr. Felix C. DiFilippo

Dr. Horacio V. Lescano
Co-Director

Eduardo Laggiard

Lic. Eduardo Laggiard

Doctorando