

Tesis de Posgrado

Análisis del comportamiento anisotrópico de propiedades mecánicas

Mingolo, Norma

1990

Tesis presentada para obtener el grado de Doctor en Ciencias Físicas de la Universidad de Buenos Aires

Este documento forma parte de la colección de tesis doctorales y de maestría de la Biblioteca Central Dr. Luis Federico Leloir, disponible en digital.bl.fcen.uba.ar. Su utilización debe ser acompañada por la cita bibliográfica con reconocimiento de la fuente.

This document is part of the doctoral theses collection of the Central Library Dr. Luis Federico Leloir, available in digital.bl.fcen.uba.ar. It should be used accompanied by the corresponding citation acknowledging the source.

Cita tipo APA:

Mingolo, Norma. (1990). Análisis del comportamiento anisotrópico de propiedades mecánicas. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires. http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis_2302_Mingolo.pdf

Cita tipo Chicago:

Mingolo, Norma. "Análisis del comportamiento anisotrópico de propiedades mecánicas". Tesis de Doctor. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires. 1990. http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis_2302_Mingolo.pdf

EXACTAS UBA

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales



UBA

Universidad de Buenos Aires

Análisis del Comportamiento Anisotrópico
de Propiedades Mecánicas

Por

Norma Mingolo

Tesis de Doctorado en Ciencias Físicas
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Universidad de Buenos Aires

-Febrero de 1990-

Quiero expresar mi agradecimiento:

A la Comisión de Investigaciones Científicas de la Provincia de Buenos Aires por haberme otorgado una beca que me permitió realizar este trabajo de Tesis.

Al Departamento de Materiales de la Comisión de Energía Atómica por haber facilitado sus instalaciones y equipos.

Al Dr. Alberto A. Pochettino por la dirección de esta Tesis y por su orientación y colaboración a lo largo de la realización del trabajo de investigación.

A los Dres. Carlos N. Tomé (UNR), Cristián Vial Edwards (Univ. Católica de Chile), Richard Penelle (Univ. Paris XI), Francois Royer (Univ. Metz, Francia) y Gil R. Canova (Univ. Metz, Francia) por las interesantes discusiones y la colaboración brindada durante el desarrollo del trabajo.

A todo el personal del Departamento de Materiales por su compañerismo e inestimable colaboración.

Al Proyecto Multinacional de Investigación y Desarrollo en Materiales OEA-CNEA por haber otorgado ayuda financiera parcial para la impresión del trabajo de Tesis.

Resumen

En el presente trabajo se estudian los efectos introducidos por las texturas cristalográficas sobre el comportamiento plástico de materiales de estructura *bcc*, en particular aceros ferríticos, cuando los mismos están sometidos a distintos tratamientos térmicos y/o mecánicos. El comportamiento plástico del material se describe a partir del análisis de la curva de fluencia plástica (*CLF*) representada para diferentes estados de tensiones planas.

Las curvas de fluencia de aceros ferríticos son calculadas de acuerdo al modelo de Taylor con hipótesis de deslizamiento no cristalográfico (*pg*) introduciendo la información experimental de la textura inicial del material sometido a distintos procesos industriales. Los resultados obtenidos son comparados con las curvas calculadas mediante una representación tipo Hill más simple que el modelo de Taylor. Además se analiza el ajuste de las curvas calculadas con puntos experimentales obtenidos en el presente trabajo.

A fin de predecir el comportamiento de la curva de fluencia del material en función de la predeformación, se considera la evolución de la textura cristalográfica para diferentes trayectorias de deformación plástica. Para ello, se simulan las condiciones de un proceso de deformación plástica dado y se estudia la respuesta del material en función de la textura resultante. La textura es simulada utilizando el modelo de Taylor (*pg*) con hipótesis de deslizamiento no cristalográfico $\{hkl\} \langle 111 \rangle$ y un modelo tipo viscoplástico con hipótesis de deslizamiento sobre sistemas $\{110\} \langle 111 \rangle$, $\{112\} \langle 111 \rangle$ y $\{123\} \langle 111 \rangle$. Las texturas simuladas son comparadas con texturas experimentales a fin de analizar el alcance de las aproximaciones utilizadas en los modelos.

Indice

1	Representación de texturas experimentales	9
1.1	Descripción cualitativa de texturas a partir de figuras de polos	9
1.1.1	Función Distribución de Orientaciones Cristalinas (FD OC). Relación con las figuras de polos experimentales	11
1.1.2	Obtención de figuras de polos experimentales	14
1.2	Análisis de texturas experimentales en aceros ferríticos	16
1.3	Representación reducida de la textura en el espacio de Euler	18
2	Modelización del comportamiento plástico	26
2.1	Teorías básicas del comportamiento plástico anisotrópico	26
2.2	Aspectos de las teoría de Taylor clásica. Deformación plástica en granos.	29
2.3	Modelo de Taylor - Bishop y Hill clásico con hipótesis de deslizamiento no cristalográfico (<i>pencil glide</i>)	30
2.3.1	Determinación de los sistemas de deslizamiento activos. Factor de Taylor del cristal.	34
2.4	Modelo viscoplástico	37
2.5	Reorientación del cristal por deslizamiento	41
2.5.1	Método (a) del tensor rotación	42
2.5.2	Método (b) de la línea o plano material	44
2.5.3	Método (c) o fórmula de Rodrigues	47

3	Curva Límite de Plasticidad y Aplicaciones a Procesos de Embutido Profundo	49
3.1	Descripción de la curva límite de fluencia plástica (CLF)	49
3.1.1	Criterio de Hill	52
3.1.2	Modelo de Taylor	57
3.2	Análisis de las curvas límites de fluencia calculadas y de la información experimental	60
3.3	Predicción teórica del comportamiento del material sometido al embutido profundo	65
3.4	Representación de perfiles de embutido en aceros ferríticos	67
3.5	Discusión de resultados	69
4	Evolución de la Textura para diferentes trayectorias de deformación. Relación con la CLF	77
4.1	Aspectos de la predicción de texturas de deformación	77
4.2	Evolución de texturas. Predicciones y resultados experimentales	79
4.3	Sistemas activos en granos durante la deformación plástica	83
4.4	Curvas límites de fluencia (CLF) calculadas a partir de la simulación de texturas	85
4.4.1	Análisis de las CLF para texturas de laminado	87
4.4.2	Análisis de las CLF para texturas correspondientes a distintas trayectorias de deformación con una predeformación por laminado	88
4.5	Discusión de resultados	89
A	Matriz de transformación de ángulos de Euler	110
B	Representación del estado de tensiones y deformaciones durante la deformación plástica	111

C	Formalismo utilizado en la descripción del deslizamiento no cristalográfico (<i>pencil glide</i>).	114
D	Formalismo general para la descripción de distintos estados de deformación plástica	128
D.1	Descripción del campo de rotaciones del cristal	129

Introducción

Los estudios realizados en el área de materiales se orientan a la evaluación de propiedades físicas en materiales convencionales, tales como las aleaciones metálicas de aplicación tecnológica, y al desarrollo de nuevos materiales (cerámicos, compuestos, polímeros, etc.). Actualmente, si bien se realizan importantes esfuerzos en el estudio y desarrollo de nuevos materiales, gran parte de los laboratorios del área continúan mostrando su interés en el mejoramiento de las propiedades de los materiales tradicionales, a cuenta que ellos están ligados a la generación de la parte más importante del producto bruto industrial de los países desarrollados y en vías de desarrollo. Uno de los objetivos de las investigaciones actuales es el mejoramiento de las propiedades relacionadas con las sollicitaciones a las cuales han de ser sometidos los materiales durante los procesos industriales. Una de estas sollicitaciones tecnológicas es el control de las propiedades mecánicas anisotrópicas de los materiales. La anisotropía en la respuesta mecánica tiene su origen en la historia experimentada por el material, a partir de los tratamientos térmicos y /o mecánicos.

La anisotropía mecánica, como mecanismo de respuesta del material sometido a un tratamiento dado, está relacionada con los mecanismos de deformación activos en los granos que componen el material y la textura cristalográfica, la cual determina una distribución preferencial de las orientaciones de los granos cristalinos en el seno del material. A fin de contribuir al estudio de dichas propiedades, se analiza en el presente trabajo la producción de texturas cristalográficas a partir de distintos procesos de deformación plástica y el efecto que la misma introduce sobre el comportamiento plástico de metales, en particular aquellos de estructura bcc.

Para comprender los mecanismos que relacionan la textura con el comportamiento plástico del material anisótropo se requiere contar con:

- resultados experimentales que permitan obtener información con respecto a:

1. los mecanismos de deformación activos en los granos.
 2. los parámetros y resultados de ensayos mecánicos.
 3. la descripción de la textura resultante de procesos de deformación plástica.
- una modelización que permita relacionar los datos experimentales.

Entre las primeras modelizaciones desarrolladas para predecir las propiedades plásticas anisotrópicas del material se encuentran las teorías cristalográficas formuladas por Sachs (1928) (hipótesis de tensiones homogéneas) y Taylor (1938) (hipótesis de deformaciones homogéneas), quienes plantean las hipótesis básicas sobre el tipo de interacción entre granos y los mecanismos de deformación activos en cada grano. Posteriormente Bishop y Hill (1951) dan una forma más rigurosa a las hipótesis del modelo de Taylor e introducen el análisis de la superficie de fluencia del cristal. Paralelamente, dentro de las representaciones en medios continuos, se desarrolla una formulación más simple como el criterio de Hill clásico (1948), el cual si bien falla en ciertos aspectos del comportamiento del material, ofrece la posibilidad de efectuar una evaluación rápida de las propiedades del material a nivel industrial.

Otros modelos de tipo cristalográfico fueron planteados por Eshelby (1957) y Kroner (1961) a partir de una formulación autoconsistente, adecuada solamente a bajas deformaciones en la transición elasto-plástica. El modelo de Leffers (1969) introduce un tensor de tensiones real del material en cada paso de deformación, pero su aplicación resulta muy compleja.

La aplicación de los modelos de tipo cristalográfico (Sachs, Taylor, Bishop-Hill, Eshelby, Kroner, Leffers) a un conjunto de granos, introduciendo la descripción de la textura, se generalizó a partir de la década del 70 con el acceso a computadoras de gran capacidad de cálculo.

En este trabajo se describe el comportamiento plástico en metales de estructura bcc, en particular aceros ferríticos. Estos materiales se estudian desde el punto de vista básico, poniéndose énfasis en:

- El análisis de las descripciones de los sistemas de deformación activos en granos y su incidencia sobre el desarrollo de texturas.
- El estudio del efecto producido por la evolución de las texturas sobre las condiciones de fluencia plástica del material (curvas límites de fluencia plástica).
- La comparación de las predicciones teóricas con resultados experimentales propios y otros existentes en la literatura sobre texturas cristalográficas y propiedades mecánicas tales como tensiones de fluencia, coeficiente de anisotropía de Lankford y embutibilidad. Dicha comparación permite analizar la validez de las representaciones utilizadas.

En la predicción del comportamiento plástico del material de estructura bcc, se utiliza básicamente la formulación dada por Royer (1979), en la cual se consideran algunas de las hipótesis dadas en las teorías de Taylor-Bishop y Hill y se introduce el modo de deslizamiento no cristalográfico (pencil glide) para explicar la deformación plástica en monocristales bcc. Bajo esta hipótesis los sistemas de deslizamiento son del tipo $\{khl\} \langle 111 \rangle$ con direcciones de deslizamiento $\langle 111 \rangle$ bien definidas, mientras que cualquier plano $\{hkl\}$ que contiene una de las direcciones $\langle 111 \rangle$ es un posible plano de deslizamiento. La selección de los sistemas de deslizamiento activos se realiza a partir de consideraciones energéticas sobre el trabajo de deformación, resultando suficientes 3 o 4 sistemas de deslizamiento activos para acomodar la deformación plástica de los granos en el material.

Se utiliza además la formulación dada por el modelo viscoplástico (Kocks (1975), Canova (1985)), el cual está basado en la existencia de una relación que tiene en cuenta la sensibilidad a la velocidad de deformación de corte en los sistemas de deslizamiento, efecto que no es considerado en las hipótesis básicas del modelo de Taylor clásico. Los sistemas de deslizamiento propuestos para los materiales bcc son del tipo cristalográfico $\{110\} \langle 111 \rangle$, $\{112\} \langle 111 \rangle$ y $\{123\} \langle 111 \rangle$, para los cuales se deducen los sistemas activos a partir de la velocidad de deformación plástica. Las condiciones

sobre el estado de deformaciones de los granos pueden ser totalmente impuestas (FC) como en la hipótesis de Taylor clásica o parcialmente relajadas (RC).

Teniendo en cuenta los objetivos previamente citados, el plan de ésta presentación comprende:

En el Capítulo 1 se caracterizan las texturas experimentales de los aceros ferríticos a partir de figuras de polos, las cuales son obtenidas mediante la técnica de difracción de rayos X. El análisis del peso y la dispersión de las diferentes componentes de textura se realiza a partir de la Función Distribución de Orientaciones Cristalinas (FDOC). Se presenta además un método que permite reducir la representación de la textura experimental al estudio de ciertas componentes principales. La representación reducida de la textura fue puesta a punto en este trabajo y fue aplicada con éxito en el caso de materiales fuertemente texturados.

En el Capítulo 2 se presentan los aspectos básicos de las teorías utilizadas posteriormente para describir el comportamiento plástico de materiales anisótropos.

En el Capítulo 3 se analiza la representación de las curvas límites de fluencia plástica (CLF) asociadas a diferentes estados de tensiones planas. Las curvas son calculadas de acuerdo al modelo de Taylor introduciendo la información de la textura experimental obtenida en el capítulo 1 para los aceros ferríticos. Además, a partir del conocimiento de los valores experimentales de tensiones y deformaciones obtenidos de ensayos de tracción uniaxial, se aplica el criterio de Hill para el cálculo de la CLF. Para analizar la validez de una representación del continuo en relación a la textura del material, se comparan las CLF calculadas según el criterio de Hill con las calculadas de acuerdo al modelo de Taylor. Por otra parte, se observa el ajuste de las curvas calculadas con puntos experimentales obtenidos en el presente trabajo. Una aplicación directa que surge del cálculo de las curvas de fluencia es el análisis de perfiles durante los procesos de embutido del material anisótropo. Las predicciones dadas por el modelo de Taylor y el criterio de Hill son comparadas con perfiles de embutido experimentales, a fin de analizar el alcance que presentan las representaciones de

Hill y Taylor para describir adecuadamente la ubicación y la altura relativa de las irregularidades (orejas) que se forman en la pared de la copa embutida.

Finalmente, en el Capítulo 4 se estudia la evolución de la textura de aceros ferríticos según diferentes trayectorias de deformación: laminado, expansión biaxial, corte puro, tracción y compresión uniaxial. La textura del material es simulada siguiendo la rotación de los granos en el material para cada paso incremental de deformación. Las rotaciones de los granos son descritas a partir de las modelizaciones de Taylor (con hipótesis de pencil glide (pg)) y viscoplástica. Las texturas son presentadas en la forma de figuras de polos y las mismas son comparadas con resultados experimentales obtenidos en este trabajo y otros existentes en la literatura. Posteriormente se efectúa el cálculo de las CLF introduciendo la textura simulada, a fin de relacionar el efecto de las texturas sobre las CLF.

Capítulo 1

Representación de texturas experimentales

1.1 Descripción cualitativa de texturas a partir de figuras de polos

La ubicación de un grano en el seno de un material policristalino se describe con 6 parámetros referidos a un sistema fijo a la muestra:

- tres parámetros que determinan la posición del mismo en el material,
- tres parámetros que describen la orientación del grano respecto al referencial muestra.

Para materiales metálicos en forma de chapas delgadas, se considera en primera aproximación que el tamaño de los granos es homogéneo y que la distribución de granos de igual orientación es aleatoria (para un número suficientemente grande de granos). Este hecho permite eliminar los parámetros de posición y por lo tanto tres variables angulares serán suficientes para describir las orientaciones cristalinas en el metal.

Los ejes del sistema de referencia en una muestra en forma de chapa están dados por: la dirección del laminado (DL), la dirección transversal (DT) y la dirección normal al plano de la muestra (DN). En un cristal cúbico, las direcciones (100),

(010), (001) determinan un sistema de ejes cartesianos ortogonales (fig. 1.1). La rotación que permita pasar del sistema fijo a la muestra al sistema asociado al cristal pondrá de manifiesto la orientación del grano, indicada con (g).

La distribución de orientaciones cristalinas no es generalmente aleatoria, pues el material presenta orientaciones preferenciales o "texturas", las cuales pueden ser determinadas experimentalmente a través de métodos puntuales o estadísticos.

Los métodos puntuales permiten obtener información de cada grano en una muestra policristalina, midiendo su orientación a través de diferentes técnicas: diagramas de Laue, microdureza, trazas de planos de deslizamiento, etc.

Los métodos estadísticos consisten en determinar simultáneamente la distribución de direcciones cristalográficas de un gran número de granos por difracción de rayos X. Los métodos estadísticos, utilizados en este trabajo, permiten obtener figuras de polos a través de un goniómetro de textura.

En las experiencias de difracción, se define la densidad de polos como el cociente entre las intensidades difractadas por los planos $\{hkl\}$ [11] perpendiculares a una dirección dada en la muestra considerada y las intensidades difractadas en la misma dirección por una muestra sin textura. La figura de polos directa se refiere a la distribución de la densidad de polos de una familia de planos $\{hkl\}$ en todas las direcciones de la muestra, representada en proyección estereográfica [11] donde el plano de la muestra (DL-DT) es considerado como plano de proyección.

Una forma simple de representar las texturas es a partir del estudio de los principales refuerzos de las figuras de polos. Dichos refuerzos se asocian a orientaciones ideales respecto del referencial muestra, las que se notan: $\{hkl\} \langle uvw \rangle$; siendo $\{hkl\}$ el plano paralelo al plano (DL-DT) y $\langle uvw \rangle$ la dirección paralela a DL; de esta manera podemos describir cualitativamente la textura para una o más orientaciones ideales.

1.1.1 Función Distribución de Orientaciones Cristalinas (FD OC). Relación con las figuras de polos experimentales

Para describir cuantitativamente la textura cristalográfica de una muestra se utiliza la "Función Distribución de Orientaciones Cristalinas": $F(g)$, definida como la probabilidad que tiene un grano de poseer una orientación dada entre (g) y $(g+dg)$. La fracción en volumen de cristales con una orientación (g) es proporcional a dicha función:

$$\frac{1}{V_0} dv = K F(g) dg \quad (1.1)$$

donde V_0 es el volumen total de la muestra y K una constante de normalización.

Se supone que $F(g)$ es positiva, continua e infinitamente derivable. La orientación g se describe por medio de los ángulos de Euler (ψ, θ, ϕ) de la figura 1.1, a través de los cuales se pasa del sistema de coordenadas (A,B,C) fijo a la muestra al sistema del grano (X,Y,Z) (A.1). En este espacio de Euler, el elemento dg se expresa:

$$dg = \sin \theta d\theta d\psi d\phi \text{ para } 0 < \psi < 2\pi; 0 < \theta < \pi; 0 < \phi < 2\pi$$

La normalización de la función $F(g)$ se realiza integrando en todas las orientaciones del cristal:

$$\frac{1}{V_0} \int_v dv = K \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} F(\psi, \theta, \phi) d\psi d\phi \sin \theta d\theta = 1$$

Para una muestra isótropa $F(g)$ será constante. Eligiendo $F(g)=1$ resulta $K = 1/8\pi^2$.

Las figuras de polos, obtenidas experimentalmente, permiten poner en evidencia la anisotropía de distribución de orientaciones cristalinas que representa una muestra. Para calcular la Función Distribución de Orientaciones Cristalinas relativa a dicha textura se requiere establecer una relación entre las densidades de polos y la función distribución.

Si se considera una figura de polos $\{hkl\}$, dichos polos están caracterizados por las direcciones \bar{r} de los granos en el referencial cristal. Todos los granos de la muestra

orientados de forma tal que uno de los vectores \bar{r} normales a los planos cristalinos $\{hkl\}$ sea paralelo a una dirección normal a la muestra, contribuyen a la intensidad difractada en cada punto de las figuras de polos [12]. Las orientaciones de cada uno de dichos granos son descriptos por las rotaciones $g(\bar{r})$ y la función distribución será $F(g(\bar{r}))$. La intensidad total difractada por una muestra texturada en un punto \bar{e} de la figura de polos y normalizada por la intensidad difractada de una muestra sin textura, define una densidad de polos en la forma:

$$q^{\bar{r}}(\bar{e}) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} F(g)d\gamma \quad (1.2)$$

donde $d\gamma$ indica la rotación alrededor de la normal \bar{r} al plano difractante $\{hkl\}$.

La ecuación anterior conecta las informaciones $q^{\bar{r}}(\bar{e})$ obtenidas experimentalmente con la Función Distribución de Orientaciones Cristalinas que fue definida matemáticamente para poder efectuar una descripción cuantitativa de la textura de una muestra.

La función $F(g)$ que permita describir cuantitativamente la textura de una muestra deberá poseer las características incluidas en las figuras de polos: simetrías de la ley de difracción cristalográfica, propiedades de simetría del cristal y de la muestra.

La ecuación (1.2) se resuelve utilizando las propuestas de Bunge [13] y Roe [14], quienes desarrollaron los dos miembros de la ecuación (1.2) sobre la base de armónicos esféricos para encontrar una relación entre los coeficientes de ambos desarrollos.

Sobre la base de los trabajos realizados por Pernot [15] y Derwin [16], se utiliza el método matemático con el formalismo de Roe, introduciendo simplificaciones en el cálculo a través de propiedades físicas.

De acuerdo al método de Roe, una dirección \bar{e} asociada a la muestra está descripta en el referencial (ABC) por las coordenadas $(\eta, \chi)(0 \leq \eta \leq 2\pi, 0 \leq \chi \leq \pi/2)$ (fig. 1.2(a)), mientras que una dirección \bar{r} normal a la familia de planos $\{hkl\}$ del cristal está descripta en el referencial cristal (XYZ) (fig. 1.2(b)) por las coordenadas polares $(\alpha, \beta)(0 \leq \alpha \leq 2\pi, 0 \leq \beta \leq \pi/2)$.

Considerando las propiedades de continuidad supuestas para la función $F(g)$, la

misma se desarrolla sobre la base de armónicos generalizados en una serie convergente:

$$F(\psi, \theta, \phi) = \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{m=-\ell}^{\ell} \sum_{n=-\ell}^{\ell} f_{\ell mn} Z_{\ell mn}(\xi) e^{-im\psi} e^{-in\phi} \quad (1.3)$$

donde $\xi = \cos \theta$ y $Z_{\ell mn}(\xi)$ son los polinomios de Legendre asociados generalizados. Asimismo las densidades de polos son desarrolladas sobre la base de armónicos esféricos de superficie:

$$q^{\bar{r}}(\eta, \xi) = \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{m=-\ell}^{\ell} Q_{\ell m}^{\bar{r}} P_{\ell m}(\xi) e^{-im\eta} \quad (1.4)$$

$$\xi = \cos \chi$$

se demuestra [15] que existe una relación lineal entre los coeficientes $Q_{\ell m}^{\bar{r}}$ y $f_{\ell mn}$ de los desarrollos (1.3) y (1.4) en la forma:

$$Q_{\ell m}^{\bar{r}} = 2\pi \left[\frac{2}{2\ell + 1} \right]^{\frac{1}{2}} \sum_{n=-\ell}^{\ell} f_{\ell mn} P_{\ell n}(\cos \beta) e^{in\alpha} \quad (1.5)$$

Los coeficientes $Q_{\ell m}^{\bar{r}}$ son calculados a partir de las densidades de polos experimentales $q^{\bar{r}}(\eta, \xi)$ de acuerdo a la expresión:

$$Q_{\ell m}^{\bar{r}} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\bar{u}} \int_{-1}^1 q^{\bar{r}}(\eta, \xi) P_{\ell m}(\xi) e^{im\eta} d\xi d\eta \quad (1.6)$$

Para ℓ y m fijos la relación (1.5) representa una ecuación de $(2\ell + 1)$ incógnitas $f_{\ell mn}$, para valores $P_{\ell n}(\cos \beta)$ extraídos de tablas y valores $Q_{\ell m}^{\bar{r}}$ obtenidos de la ecuación (1.6). La determinación de los coeficientes $f_{\ell mn}$ se efectúa por resolución del sistema de $(2\ell + 1)$ ecuaciones del tipo (1.5) a cada orden ℓ . Sin embargo, en razón de las propiedades de simetría del cristal y la muestra [12] se reduce el número de incógnitas y consecuentemente, el número de ecuaciones a resolver. Conocidos los coeficientes $f_{\ell mn}$, la función $F(\psi, \theta, \phi)$ se calcula a partir de la ecuación 1.3. En el presente trabajo, se limitan los desarrollos hasta el orden $\ell = 16$ que corresponde a un mínimo de 2 figuras de polos, obteniéndose resultados aceptables con un desarrollo de ese orden. En general, un cálculo al orden $\ell = 16$ representa un error del orden del 15% [15], el que indica una aceptable precisión en la descripción de la textura. Si bien, el

hecho de utilizar órdenes más altos ($\ell > 16$) mejora la convergencia de los desarrollos, el procesamiento de los datos por computadora resulta más largo y costoso.

La función distribución $F(\psi, \theta, \phi)$ calculada en el espacio de Euler se puede representar en forma de cortes a ϕ constante. Cada punto de estos cortes representa una orientación ideal $\{hkl\} \langle uvw \rangle$ para cristales de simetría cúbica.

1.1.2 Obtención de figuras de polos experimentales

Las figuras de polos experimentales son obtenidas mediante la técnica de difracción de rayos X [17]. Para distintas orientaciones de la muestra policristalina, el registro sistemático de las intensidades difractadas por una familia de planos $\{hkl\}$, que verifica la ley de Bragg, permite la obtención de dichas figuras de polos.

Para la obtención de figuras de polos completas se utiliza en éste trabajo el método de reflexión-transmisión, aplicable a chapas planas y delgadas. En reflexión se aplica el método de Schulz [18] y en transmisión el método de Decker, Asp y Harker [19]. En reflexión no se puede obtener la figura de polos completa (fig. 1.3), pues para ángulos de inclinación de la muestra mayores que $\chi = 70^\circ$ las intensidades difractadas son fuertemente atenuadas por la defocalización de rayos X [20]. Básicamente, el fenómeno de defocalización puede ser descrito como un esanchamiento del pico de difracción, debido al desplazamiento de la zona irradiada respecto del plano de focalización, cuando se inclina la muestra un ángulo χ .

Para completar la figura de polos (fig. 1.3) se realizan experiencias de difracción de rayos X por transmisión a partir de un ángulo $\chi = 60^\circ$ y luego se efectúa el empalme con los valores obtenidos en reflexión. En transmisión no es posible obtener información sobre la zona central de la figura de polos [12], pues en ésta región ($\chi < 60^\circ$) el espesor de la muestra atravesado por rayos X es cada vez mayor y consecuentemente disminuye la intensidad del haz difractado por el aumento del volumen difractante en la muestra.

Las mediciones se efectuaron con un goniómetro de textura Siemens y mediante

un contador se registran las intensidades difractadas. La muestra puede efectuar en el goniómetro dos movimientos de rotación (fig. 1.3) en reflexión y transmisión [12]:

- una rotación alrededor de la dirección normal a la muestra (DN) en el ángulo η
- una rotación en el ángulo χ alrededor de la dirección transversal de la muestra (DT).

La figura de polos se representa en el referencial muestra (DL, DT, DN) de acuerdo al esquema de la fig. 1.3. Cada círculo representa el ángulo entre (DN) y la normal al plano difractante $\{hkl\}$ (ángulo χ). Sobre dicho círculo se representan las rotaciones de la muestra alrededor de su normal (ángulo η).

El goniómetro explora la figura de polos por círculos concéntricos con un paso de 5° en χ y sobre cada círculo las medidas de intensidad son efectuadas en forma continua, de ésta manera los valores registrados representan la integral de las intensidades difractadas sobre un dominio angular $\Delta\eta$ (fig. 1.3). La intensidad difractada I_{ij} para un punto de la figura de polos (fig. 1.3) se considera constante en cada zona determinada por $\Delta\eta$ y $\Delta\chi$.

En reflexión, se hace incidir el haz de rayos X sobre una muestra circular de 24 mm de diámetro, la cual debe presentar una superficie plana bien pulida mecánicamente o electroquímicamente, a fin de eliminar capas superficiales que puedan presentar tensiones residuales. En transmisión se emplea una muestra rectangular de 18,mm. x 39 mm. en forma de lámina delgada. En general, para aceros se trabaja con la longitud de onda de la línea K_α característica del espectro de rayos X proveniente de un tubo de Molibdeno, ($\lambda K_\alpha = 0.7107\text{Å}$) pues de esta manera se reducen los efectos de defocalización del haz y de absorción de la intensidad transmitida [18,19].

En transmisión es necesario disponer de una muestra suficientemente delgada a fin que la intensidad transmitida no sea demasiado débil. Por otra parte, la necesidad de contar con una muestra que sea suficientemente representativa de la chapa que se estudia, requiere la utilización de una muestra para transmisión del mayor espesor

posible. Se obtiene un buen compromiso cuando el espesor es del orden de la inversa del coeficiente de absorción lineal [17].

Las intensidades medidas son corregidas respecto del ruido de fondo, de la variación de volumen difractante en transmisión y por defocalización para las medidas en reflexión [12]. A partir de las intensidades corregidas $I(\eta, \chi)$ se pueden representar las figuras de polos, considerando las densidades de polos $q(\eta, \chi)$ normalizadas a un factor \bar{I} , obteniéndose:

$$q(\eta, \chi) = \frac{I(\eta, \chi)}{\bar{I}} \quad (1.7)$$

donde el factor de normalización \bar{I} se determina mediante la ecuación (1.7) suponiendo que la densidad de polos de una muestra con distribución aleatoria es uno para todo valor de χ y η [13].

1.2 Análisis de texturas experimentales en aceros ferríticos

Se caracterizaron las texturas de aceros ferríticos comerciales del tipo calmado e inoxidable. En la tabla 1.1 se muestra la composición química de ambos aceros. Las texturas cristalográficas que presentan las chapas de acero, fueron descritas mediante figuras de polos obtenidas experimentalmente por difracción de rayos X para las siguientes muestras:

muestra 1: chapa laminada de acero calmado al Al sin tratamiento de recocido.

muestra 2: chapa de la muestra 1 más una reducción en espesor del 50% por laminado.

muestra 3: chapa de la muestra 1 con un recocido industrial a una temperatura del orden de 700°C.

muestra 4: chapa de acero inoxidable AISI 409.

En las figuras 1.5 a 1.7, se muestran las figuras de polos $\{200\}$ y $\{110\}$ de las muestras. Los datos experimentales de densidades de polos fueron utilizados para determinar la función distribución de orientaciones cristalinas (FDOC) al orden $\ell = 16$. La figura 1.8 muestra las secciones de la FDOC correspondientes al corte $\phi = 45^\circ$, en el cual se presentan las principales componentes de textura. Se puede describir la textura de las muestras de la siguiente forma:

- para el acero calmado al Al se puede observar la presencia de tres componentes principales de textura: la componente $\{001\} \langle 110 \rangle$ y las del tipo $\{111\} \langle uvw \rangle$ con sus refuerzos para las componentes $\{111\} \langle 110 \rangle$ y $\{111\} \langle 112 \rangle$. Es interesante destacar que, como consecuencia del laminado del 50% (muestra 2), los valores de la FDOC (tabla 1.2) asociados a las componentes principales se refuerzan con respecto a la chapa original sin recocido (muestra 1). El efecto del recocido (muestra 3) implica un refuerzo de la componente $\{111\} \langle 110 \rangle$ y se puede aproximar la textura a una fibra γ ($\{111\} \langle uvw \rangle$) con direcciones $\langle 111 \rangle$ paralelas a la DN de la chapa.
- para el acero inoxidable 409 (muestra 4), la componente de fibra $\{111\} \langle uvw \rangle$ está distorsionada. En éste caso, las principales componentes de textura están localizadas alrededor de orientaciones $\{332\} \langle 113 \rangle$ ($\phi = 45^\circ, \theta = 65^\circ, \psi = 0^\circ$) y $\{554\} \langle 225 \rangle$ ($\phi = 45^\circ, \theta = 60^\circ, \psi = 0^\circ$). Las componentes $\{111\} \langle 112 \rangle$, $\{100\} \langle 110 \rangle$ y $\{112\} \langle 110 \rangle$ también presentan refuerzos importantes.

De acuerdo a resultados experimentales existentes en la literatura [21,22,23,24], se puede considerar que el refuerzo de las componentes de textura observado en el acero inoxidable 409 (0.4% Ti) es una consecuencia del contenido de Ti que el mismo presenta. Sawatani y col [22] observaron que el desarrollo de componentes de textura del tipo $\{554\} \langle 225 \rangle$ en chapas laminadas de aceros inoxidables estabilizados con Ti, está favorecido por el aumento del contenido de impurezas de Ti, las cuales están presentes en el material en la forma de precipitados de TiC.

Por otra parte, también se encuentra que el aumento del contenido de impurezas de Ti en aceros inoxidable contribuye a la desaparición de la componente de Goss $\{110\}\langle 001 \rangle$, ($\phi = 45^\circ, \theta = 90^\circ, \psi = 0^\circ$). En la fig. 1.9 puede ser observado el efecto que produce el contenido de Ti sobre la componente de textura $\{110\}\langle 001 \rangle$ en aceros inoxidable 409 y 430 [25]. La muestra de acero inoxidable 430-A (0.05% Ti) con bajo contenido de Ti presenta una fuerte componente de textura de Goss $\langle 110 \rangle \langle 001 \rangle$ y componentes minoritarias $\{111\}\langle 112 \rangle$. Con el incremento del contenido de Ti, la muestra de acero inoxidable 430-D (0.2% Ti) presenta una contribución débil de la componente de Goss, la cual resulta despreciable en el acero inoxidable 409 con mayor contenido de Ti (0.4%).

En general, no se encuentra en la literatura una explicación sobre la influencia que presentan los precipitados de TiC sobre los modos de deformación y el refuerzo o desaparición de determinadas componentes de textura. A fin de intentar comprender los posibles mecanismos de deformación actuantes en estos casos, se estudian en la sección (4.3) los modos de deformación que operan durante el desarrollo de la deformación por laminado en granos con orientaciones iniciales $\{554\}\langle 225 \rangle$ y $\{110\}\langle 100 \rangle$.

1.3 Representación reducida de la textura en el espacio de Euler

De acuerdo al análisis efectuado por Flowers [27], se pueden obtener fracciones de volumen por integración de la FDOC en determinadas regiones alrededor de componentes de textura ideales en materiales de estructura cúbica o hexagonal. Este tratamiento resulta interesante en el caso de texturas que pueden ser representadas en forma reducida por pocas componentes principales. El método de cálculo para la representación reducida de texturas fue puesto a punto y utilizado en el estudio de superficies de fluencia de materiales de estructura hexagonal compacta, los cuales

presentan texturas cristalográficas muy marcadas [26]. En el caso de materiales de estructura cúbica, tales como los aceros ferríticos, se analizó la posibilidad de su utilización. La existencia de componentes de textura de fibra y las dispersiones asociadas a las componentes implica que sea necesario considerar un gran número de orientaciones para lograr una adecuada descripción de las texturas, lo cual disminuye las posibilidades de aplicación del método.

A continuación se describe el tratamiento utilizado en la representación reducida de texturas en materiales de estructura cúbica y su aplicación al caso de aceros ferríticos. En un cristal cúbico, cada orientación ideal $\{hkl\} \langle uvw \rangle$ de un cristal cúbico se puede localizar en el espacio de Euler a partir de los ángulos (ψ, θ, ϕ) , con los cuales se puede definir un sistema de tres ejes angulares mutuamente perpendiculares.

El rango completo de los ángulos de Euler ($0^\circ \leq \psi, \phi \leq 360^\circ$ y $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$) determina el llamado "volumen de Euler", en el cual las direcciones normales $\{hkl\}$ son funciones de θ y ϕ solamente y no se alteran para una sección ψ constante. Las rotaciones alrededor de una dada dirección normal en un ángulo ψ fijan las direcciones $\langle uvw \rangle$.

Considerando las simetrías del cristal y la muestra se puede reducir el espacio de Euler a una subregión (unidad asimétrica) comprendida por $0^\circ \leq \psi, \theta, \phi \leq 90^\circ$ (fig. 1.10 a). En cada corte a $\psi = \text{cte.}$ hay 6 triángulos estereográficos que contienen las orientaciones cristalográficas características $\langle 001 \rangle$, $\langle 110 \rangle$ y $\langle 111 \rangle$.

Cada unidad asimétrica se puede dividir en 3 subespacios (fig 1.10 (b)) que son equivalentes por reflexiones en los planos de simetría que definen los contornos [28]. En cada uno de los 3 subespacios existen 4 orientaciones físicamente distinguibles: $I)(HKL) \langle UVW \rangle$ $II)(HKL) \langle \bar{U}\bar{V}\bar{W} \rangle$ $III)(\bar{H}\bar{K}\bar{L}) \langle UVW \rangle$ $IV)(\bar{H}\bar{K}\bar{L}) \langle \bar{U}\bar{V}\bar{W} \rangle$. Las orientaciones II, III y IV se deducen de I por rotaciones de 180° en ψ alrededor de ejes x,y,z fijos a la muestra.

Eligiendo uno de los subespacios equivalentes en la unidad asimétrica ($\Delta 1$ y $\Delta 6$), se construyeron elementos de volumen cilíndrico que tienen la misma área ($\Delta \cos \theta \times \Delta \phi$)

a un corte ψ cte. (fig. 1.11). A cada elemento se le asigna el promedio de los valores de la Función Distribución definidos cada 5° en ϕ y θ . El número de orientaciones elegidas en (ψ, θ, ϕ) para el cálculo de la fracción de volumen debe ser representativo y compatible con el tiempo de cálculo. Se consideraron intervalos de ϕ de 10° e intervalos equiespaciados de $\cos \theta$ para tener un área constante. En los contornos del subespacio definido por los planos de simetría (101) y (0 $\bar{1}$ 1) se aproximaron las áreas para simplificar el cálculo y en $\theta = 0^\circ$ se consideró 1/10 de la fracción de volumen asociada porque el ángulo es $(\psi + \phi)$ en lugar de ϕ .

En principio, se asignó valor 1 a la Función Distribución de todos los elementos de volumen en el subespacio, corroborándose que el cálculo de la fracción de volumen corresponde al caso isótropo. Para el caso anisótropo se debe introducir en cada elemento de volumen los valores de la FDOC que sean representativos de resultados experimentales.

En el análisis cuantitativo de texturas a partir de la función distribución $F(g)$, se considera de acuerdo a la expresión (1.1) la fracción de volumen del material asociada a las orientaciones cristalinas $g(\psi, \theta, \phi)$:

$$\Delta V(g)/V_0 = F(g)\Delta g \quad (1.8)$$

donde $\Delta g = \Delta(\cos \theta)\Delta\psi\Delta\phi$ es el volumen del espacio de Euler.

En general, la función $F(g)$ se calcula a partir de una representación discreta que tiene en cuenta elementos de volumen en el espacio de Euler definidos en regiones $\Delta\psi = \Delta\theta = \Delta\phi = 5^\circ$. Esta representación es adecuada para el cálculo de valores medios de magnitudes físicas, superficies de fluencia promedio de policristales y predicciones de evolución de texturas durante la deformación plástica. Sin embargo presenta como inconvenientes: 1) el elevado número de orientaciones a considerar (6859 en el caso de simetría cúbica para $0 < \psi, \theta, \phi < 90^\circ$ y 4693 en el caso de simetría hexagonal para $0 < \psi, \theta < 90^\circ$, $0 < \phi < 60^\circ$) 2) los elementos de volumen no son iguales (Δg depende de $\Delta(\cos \theta)$ y no directamente de $\Delta\theta$) lo cual dificulta

comparar fracciones de volumen asociadas a distintas orientaciones cristalográficas.

Cuando se utiliza en cambio una representación reducida:

- a) Se consideran elementos de volumen en el espacio de Euler que verifican la condición $\Delta g(\psi, \theta, \phi) = cte.$ para $\Delta\psi = \Delta\theta = 10^\circ$ y $\Delta(\cos\theta) = 0.075$ en el caso cúbico (fig.1.11), de forma tal que cada elemento contiene al menos un punto tabulado de la grilla original $\Delta\psi = \Delta\theta = \Delta\phi = 5^\circ$. Se considera que el valor medio $\bar{F}(g)$ asociado al centro del mismo se obtiene interpolando linealmente los valores tabulados de $F(g)$ e integrando sobre dicho elemento de volumen. La fracción de material asociada a ésta orientación viene dada por la ec. 1.8. En este caso, la relación entre la fracción de volumen de un material texturado respecto de un isotrópico es igual a $\bar{F}(g)$.
- b) Se reduce el dominio del espacio de Euler sobre el cual se define la representación sin perder información acerca de la textura, teniendo en cuenta las simetrías del cristal.
- c) Se realiza un tratamiento especial para las orientaciones ubicadas por ejemplo en la frontera $\theta = 0^\circ$, para la cual la relación $\psi + \phi = cte.$ define una misma orientación cristalográfica.
- d) Se reduce el número total de orientaciones discretas mediante un criterio de selección consistente en despreciar fracciones de volumen que no exceden un valor mínimo.

De acuerdo a este método es posible entonces representar en forma reducida los cortes característicos de la FDOC y las orientaciones de los granos asociadas a la representación reducida de la textura. En este último caso se describen las figuras de polos mediante la proyección de las orientaciones desde un referencial fijo a la muestra, para ello se utiliza un programa de cálculo facilitado por el Dr. C.Tomé. Las figuras 1.12 representan las figuras de polos (200) y (110) calculadas a partir de la

representación reducida de las texturas, en las cuales se consideraron 337 orientaciones para el acero calmado al Al y 371 orientaciones para el acero inoxidable 409. Las orientaciones seleccionadas corresponden en el primer caso a un volumen del 76% de la muestra y en el segundo caso al 88%. Comparando con las figuras de polos experimentales (figuras 1.6 y 1.7), se observa que en ambos aceros las componentes de textura significativas deducidas por la representación reducida presentan un buen acuerdo con las obtenidas experimentalmente. En las chapas de acero calmado al Al, la representación reducida reproduce aceptablemente la textura tipo fibra $\langle 111 \rangle$ obtenida de la FDOC deducida de la información experimental (fig. 1.8(c)). En el acero inoxidable 409 el número de orientaciones seleccionadas (371 orientaciones) a partir de la representación reducida permite poner claramente de manifiesto la distorsión de la fibra $\langle 111 \rangle$, pero resulta insuficiente para destacar los refuerzos en $\theta = 0^\circ, \psi = 0^\circ$ y 90° que corresponden a componentes de laminado del tipo $\{001\}\langle 110 \rangle$ (fig. 1.8 (d)).

En la tabla 1.3 se presentan los valores de las fracciones de volumen asociadas a las fibras $\langle 111 \rangle$ y $\langle 001 \rangle$. El cálculo se realizó utilizando un criterio de selección de orientaciones, mediante el cual se consideran solamente orientaciones que verifiquen $\Delta V(g) > 0.3\Delta V_{max}$ donde $\Delta V_{max}/V_0$ corresponde a la fracción de volumen máxima asociada a cada fibra. Esta elección implica una dispersión de orientaciones de 15° a 20° alrededor de los máximos de cada fibra. En el acero inoxidable 409 solamente un 17% del volumen de material forma parte de las fibras $\langle 111 \rangle$, mientras que en el acero calmado al Al se pone de manifiesto que una fracción aproximada del 50% de volumen del material forma parte de la fibra $\langle 111 \rangle$. El resto puede formar parte de la dispersión asociada a dichas fibras y del fondo de orientaciones distribuidas en forma más o menos isotrópica. En el caso de materiales que presentan texturas experimentales muy pronunciadas, tales como chapas de Zircaloy 4 (texturas muy concentradas alrededor de orientaciones ubicadas con el eje \bar{c} a $30^\circ - 35^\circ$ de la DN) y alambres de Cobre (textura de fibra $\langle 111 \rangle$ y $\langle 100 \rangle$), también se obtiene

una representación reducida que describe exitosamente la correspondiente textura experimental [29].

A partir de la caracterización de la textura de los aceros ferríticos analizados, se estudia en los capítulos siguientes la influencia de las principales componentes de textura sobre el comportamiento plástico anisotrópico del material.

elemento	C	S	Al	Mn	Si	P	Cr	Ti
% peso (acero cal- mado al Al)	0.06	0.022	0.06	1.54	0.03	0.005	-	-
% peso (acero inoxidable)	0.03	0.004	0.03	-	0.68		11.5	0.4

Tabla 1.1: Composición química de un acero comercial calmado al Al y un acero comercial inoxidable AISI 409

Muestras de acero ferrítico	{hkl} < uvw >	F(g)
1:calmado al Al sin recocido	{001} < 110 >	3.8
	{111} < 112 >	4.7
	{111} < 110 >	3.1
2:calmado al Al lami- nado 50%	{001} < 110 >	4.5
	{111} < 112 >	6.8
	{111} < 110 >	5.6
3:calmado al Al rec.	{111} < 112 >	7.7
	{111} < 110 >	10.2
4:inoxida- ble AISI 409	{001} < 110 >	8.2
	{111} < 112 >	7.8
	{233} < 113 >	12.9
	{554} < 225 >	10.3
	{112} < 110 >	6.3

Tabla 1.2: Valores de la FDOC asociados a componentes principales de textura

muestra	$(\Delta V/V_0)\%$ fibra $\langle 111 \rangle$	$(\Delta V/V_0)\%$ fibra $\langle 001 \rangle$	total
acero calma- do al Al recocido	45		45
acero inoxi- dable 409	17	4	21

Tabla 1.3: Fracción de volumen del material ($\Delta V/V_0$)

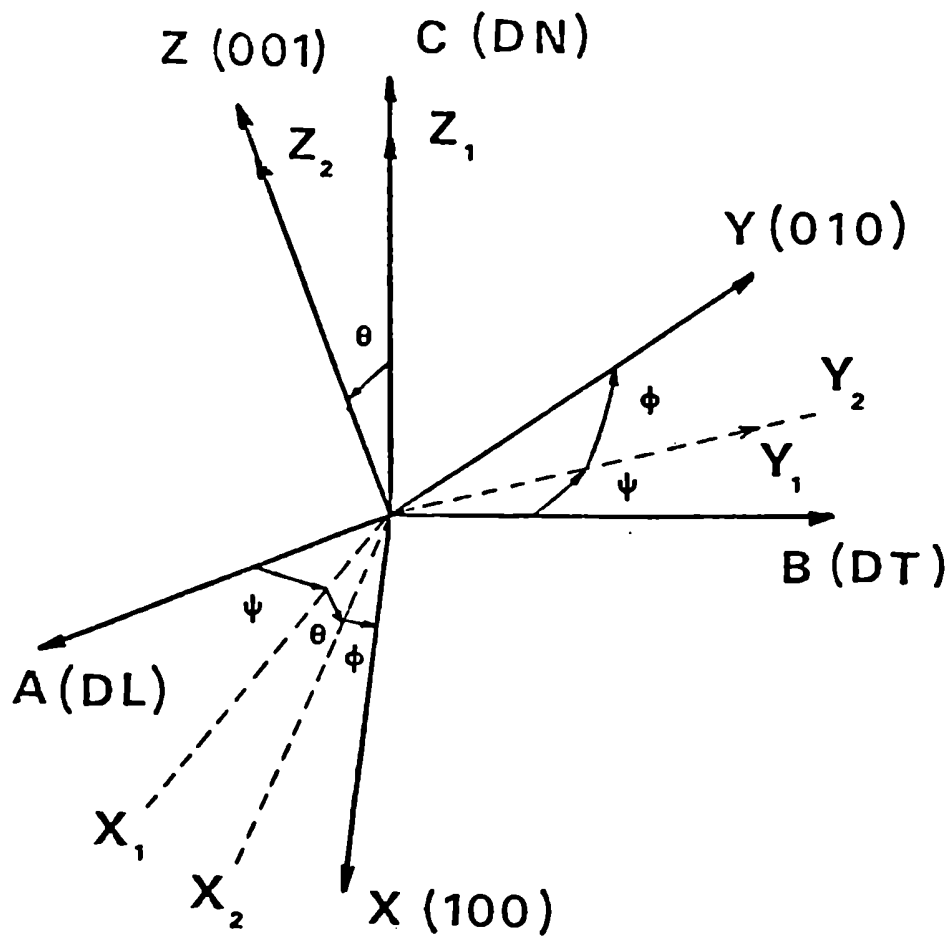


Figura 1.1: Definición de los ángulos de Euler
 ψ rotación alrededor de $C(ABC \rightarrow X_1Y_1Z_1)$
 θ rotación alrededor de $Y(X_1Y_1Z_1 \rightarrow X_2Y_2Z_2)$
 ϕ rotación alrededor de $Z(X_2Y_2Z_2 \rightarrow XYZ)$

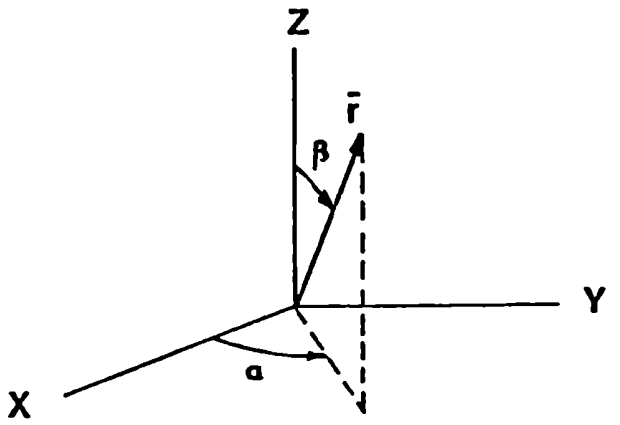
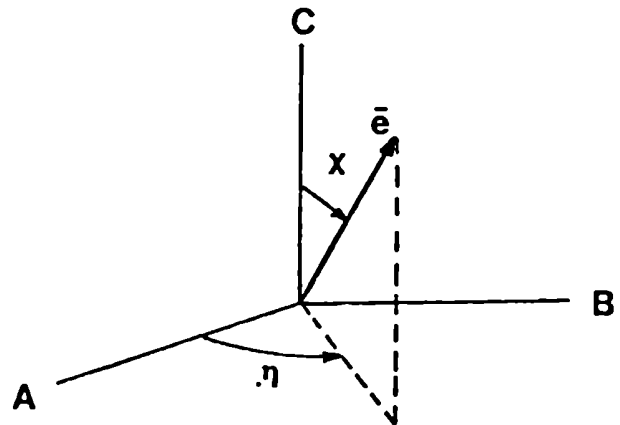


Figura 1.2: Referencial de una direcci3n:
 (a) en la muestra (A B C)
 (b) en el cristal (X Y Z)

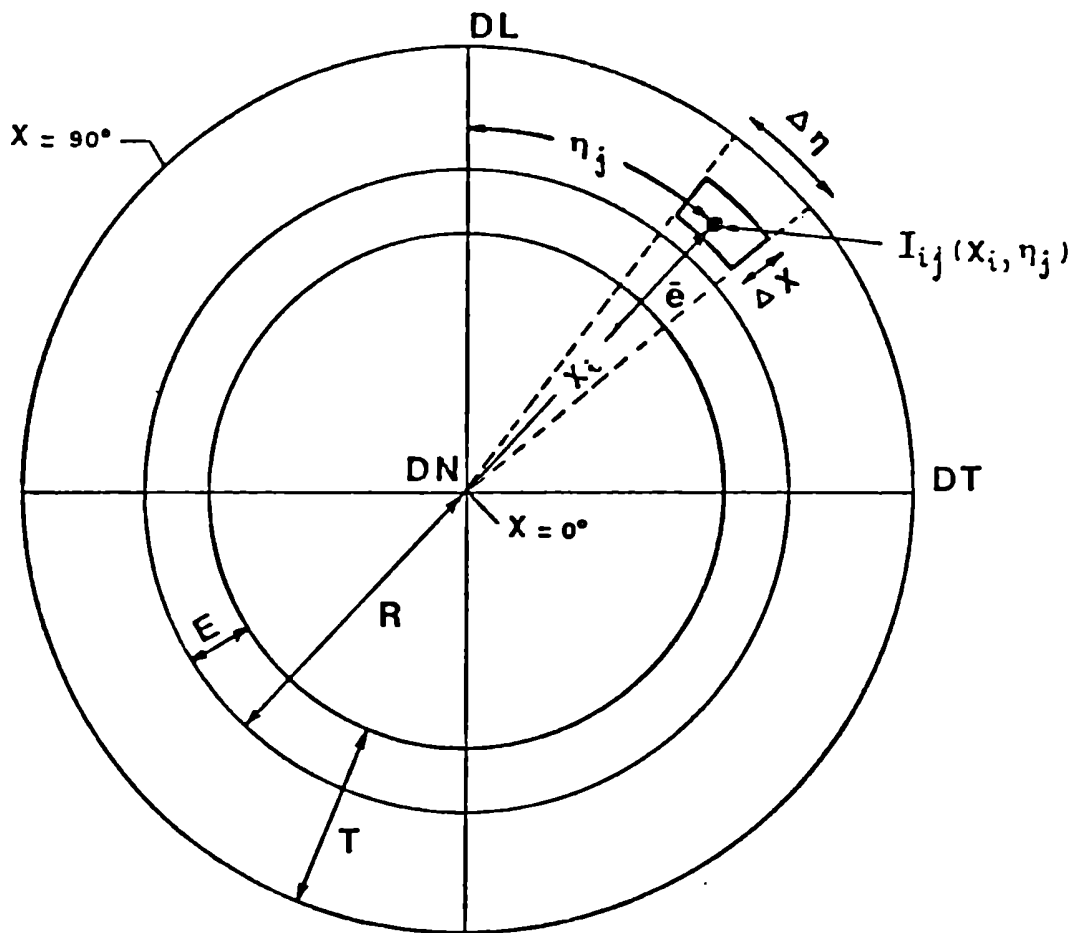


Figura 1.3: Definición de dominios explorados en una figura de polos, en el método reflexión - transmisión

R: dominio explorado en reflexión $0^\circ \leq \chi \leq 90^\circ$

T: dominio explorado en transmisión $0^\circ \leq \eta \leq 360^\circ$

E: dominio de empalme

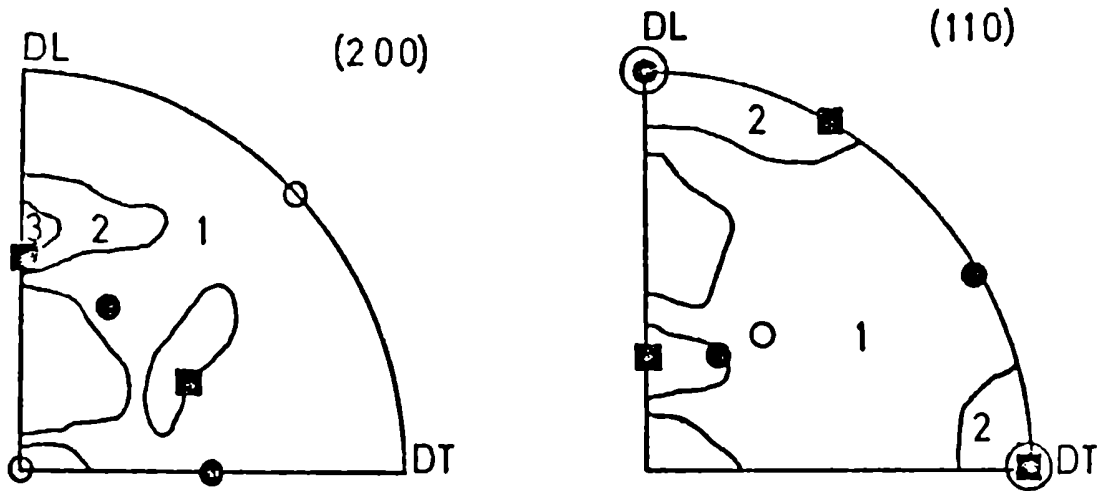


Figura 1.4: Figuras de polos experimentales correspondientes a una chapa de acero calmado al Al sin recocido (muestra 1)

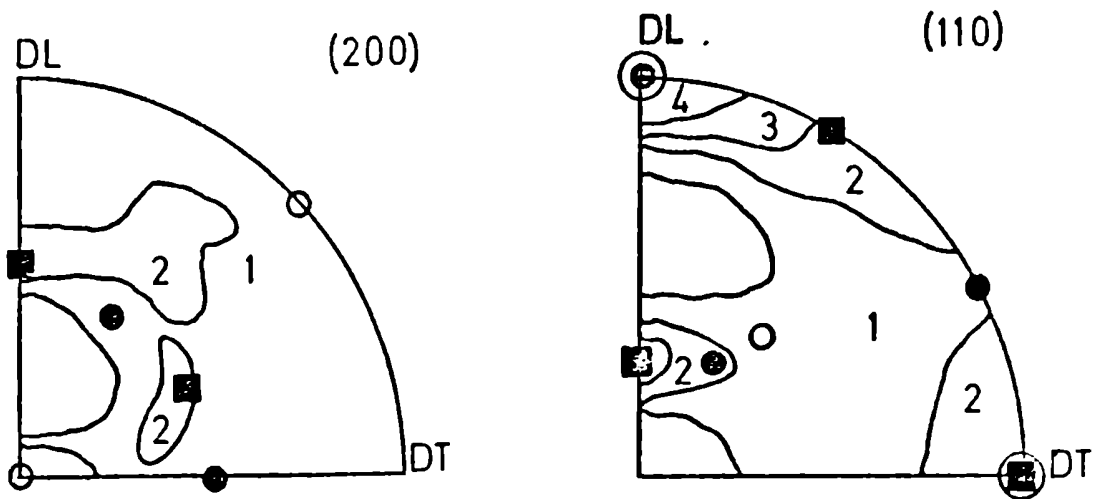


Figura 1.5: Figuras de polos experimentales de un acero calmado al Al laminado 50% (muestra 2). Principales componentes de textura:

- $\{111\} \langle 110 \rangle$ ●
- $\{111\} \langle 112 \rangle$ ■
- $\{001\} \langle 110 \rangle$ ○

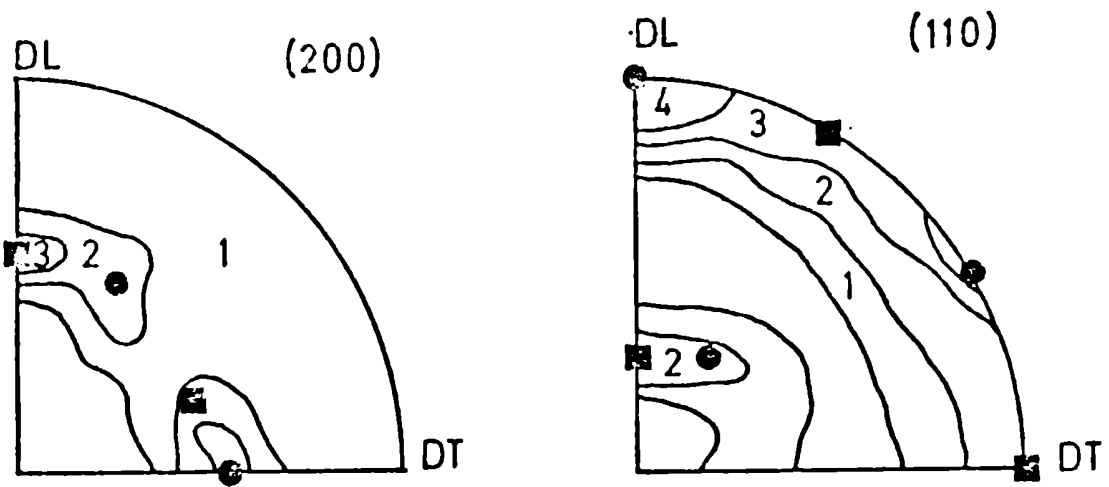


Figura 1.6: Figuras de polos experimentales de un acero calmado al Al recocido (muestra 3)

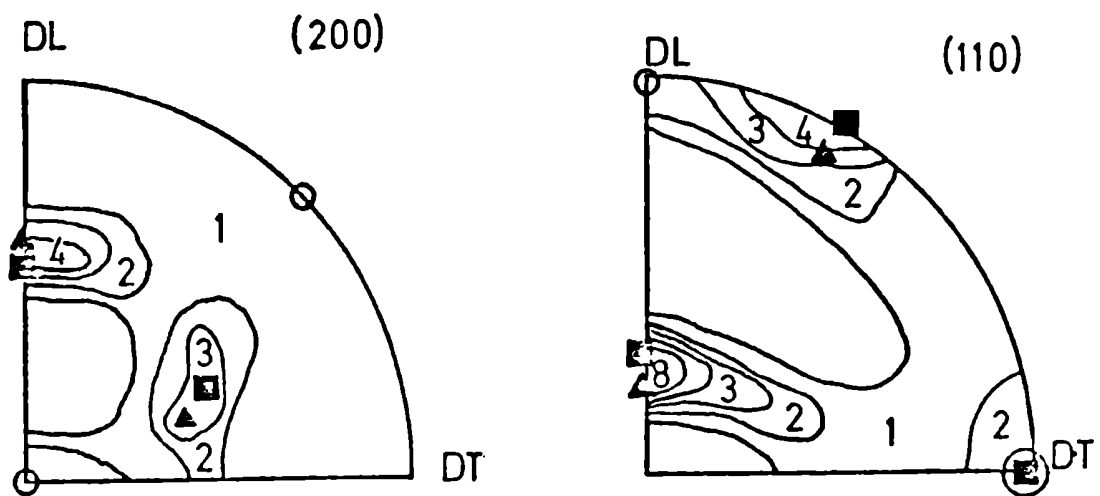
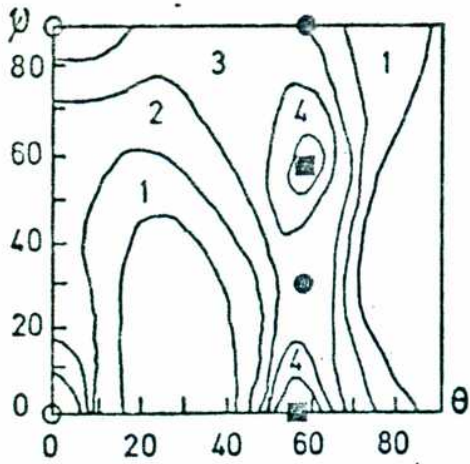
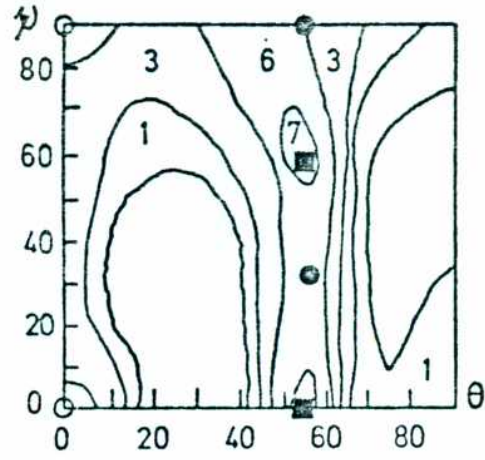


Figura 1.7: Figuras de polos experimentales de un acero inoxidable AISI 409 (muestra 4). Principales componentes de textura:

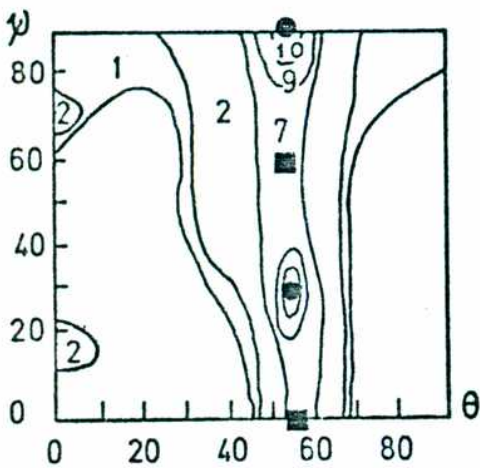
- $\{111\} \langle 110 \rangle$ ●
- $\{111\} \langle 112 \rangle$ ■
- $\{001\} \langle 110 \rangle$ ○
- $\{332\} \langle 113 \rangle$ ▲



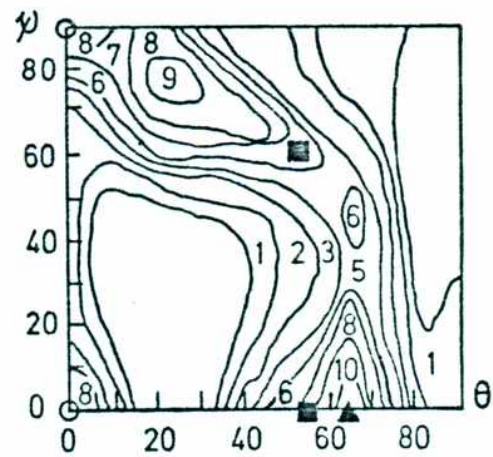
a



b



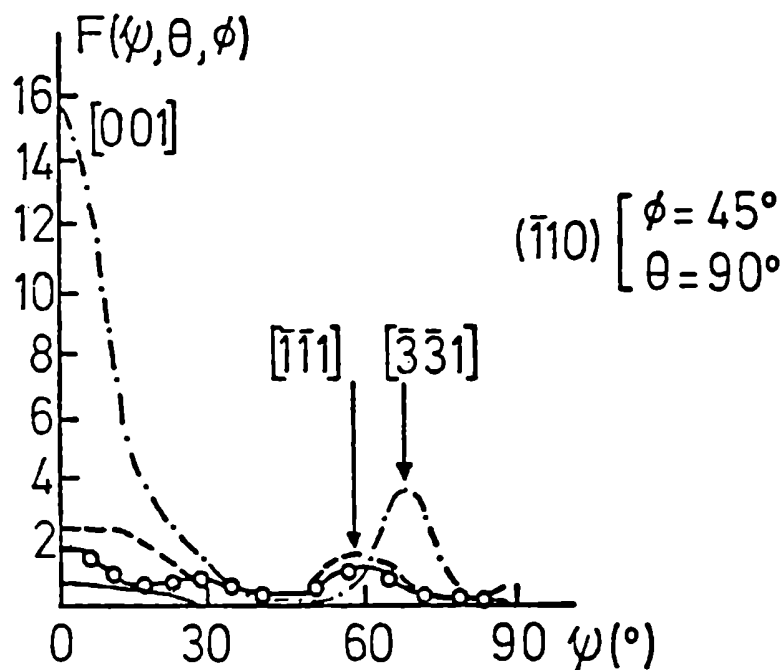
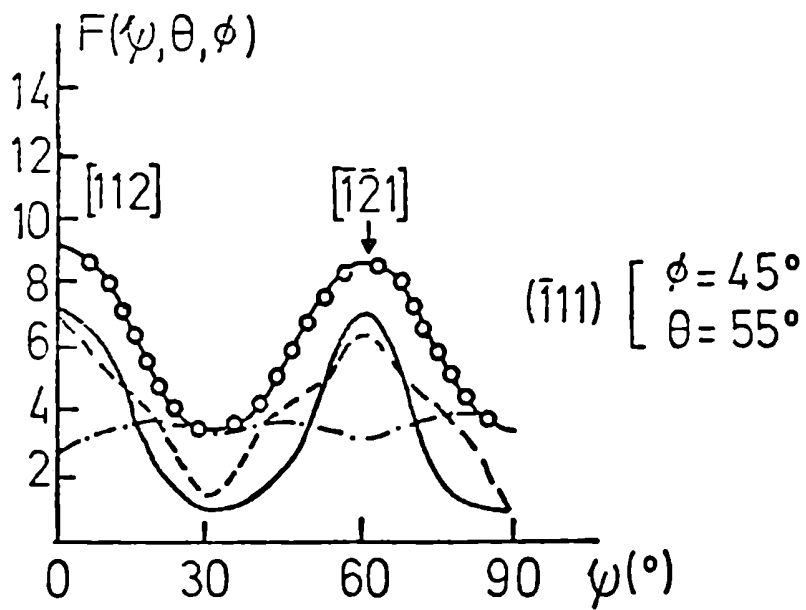
c



d

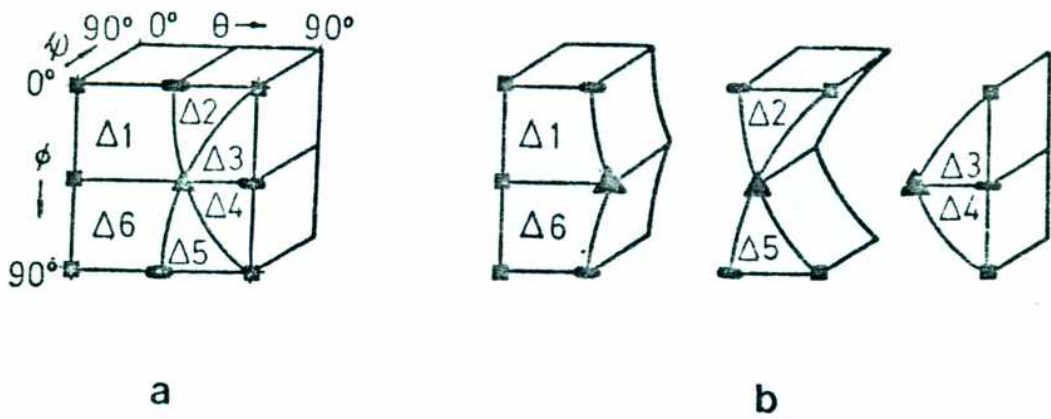
Figura 1.8: Cortes de la FDOC a $\phi = 45^\circ$ para el acero calmado al Al : (a) muestra 1 (b) muestra 2 (c) muestra 3 y (d) acero inoxidable 409 Principales componentes de textura:

- $\{111\} \langle 110 \rangle$ ●
- $\{111\} \langle 112 \rangle$ ■
- $\{001\} \langle 110 \rangle$ ○
- $\{332\} \langle 113 \rangle$ ▲



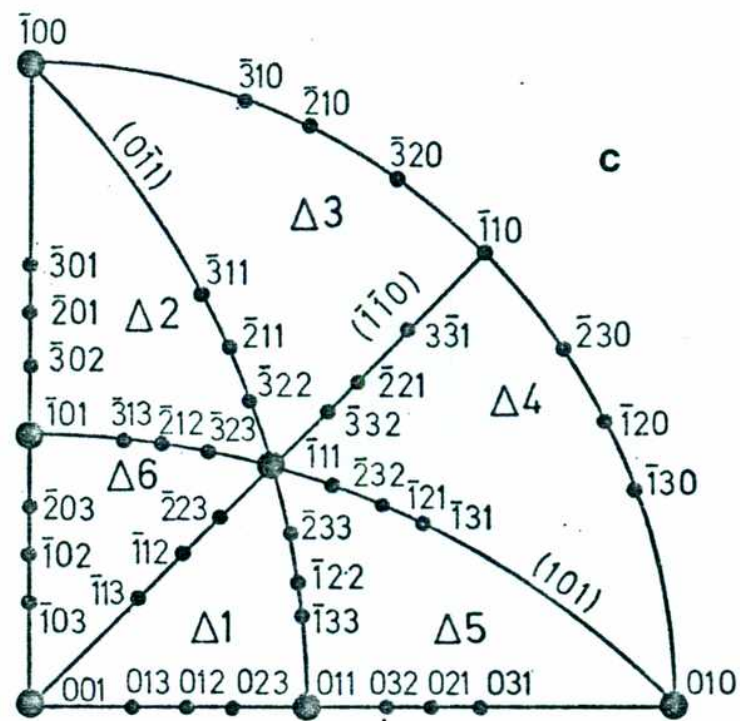
— inox. 409 -.-.-. inox. 430-A
 - - - - - inox. 430-D —○— inox. 430-G

Figura 1.9: Evolución de la FDOC para componentes de textura de aceros inoxidables 430 [25] y 409 correspondientes a planos $\{110\}$ y $\{111\}$ paralelos al plano de la chapa.



a

b



c

Figura 1.10: Subregiones del volumen de Euler

(a) unidad asimétrica

(b) subespacios de la unidad

(c) unidades referidas en una proyección (001) de un cristal cúbico

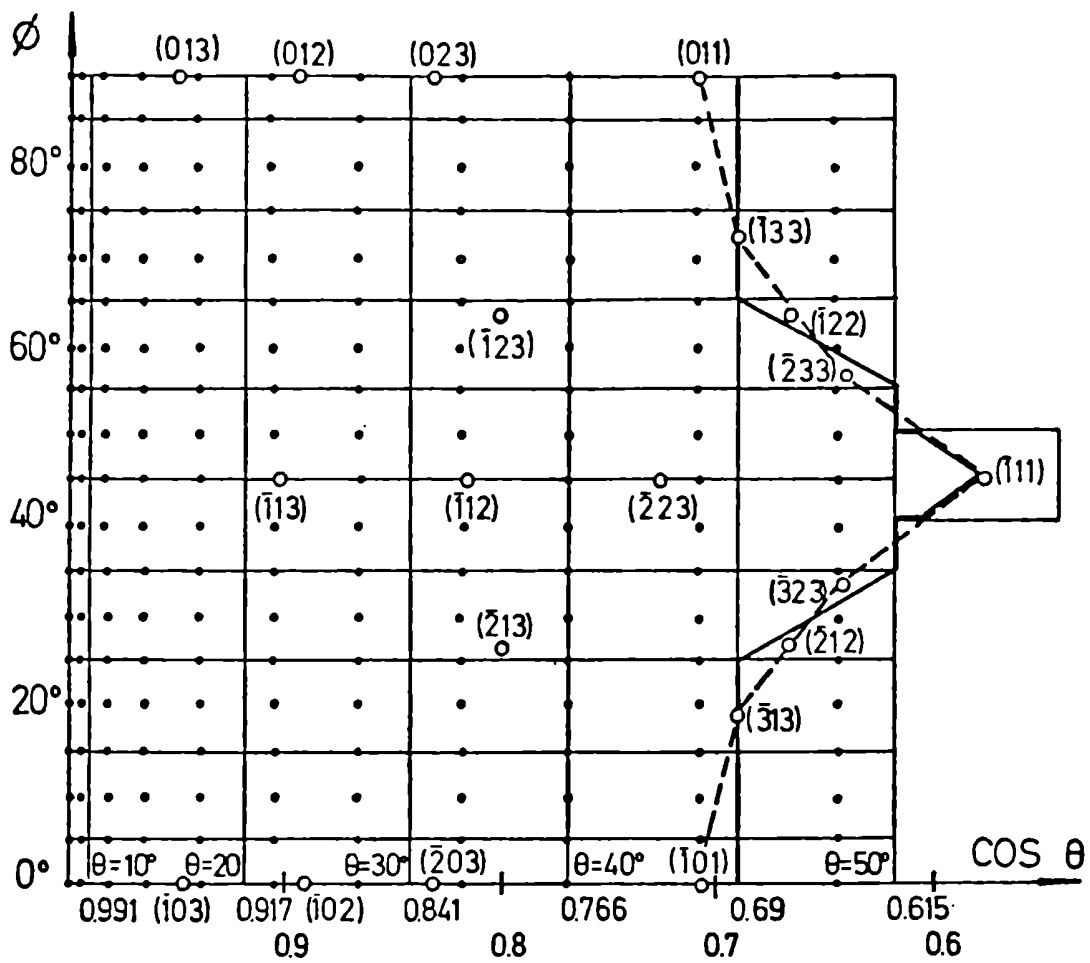
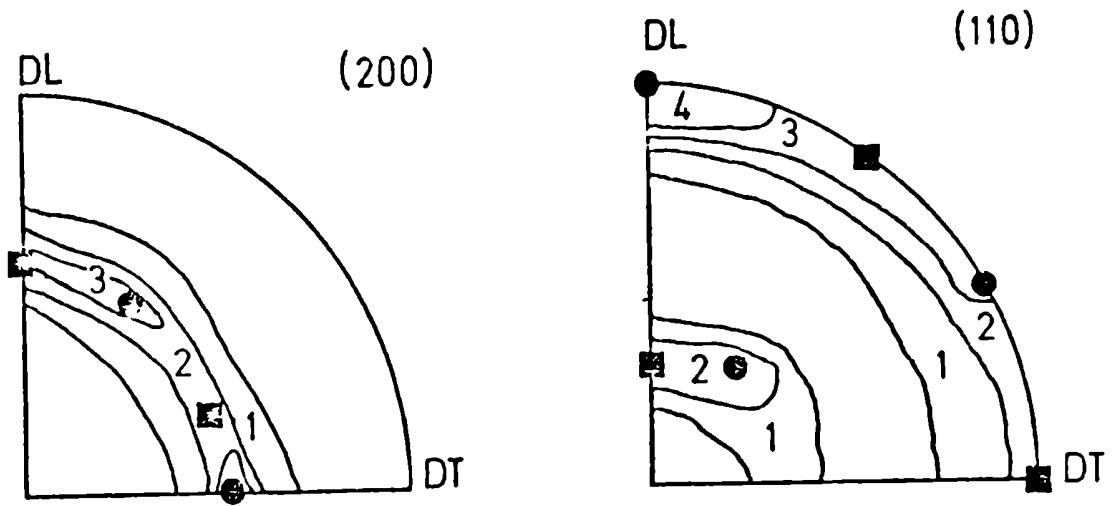


Figura 1.11: Regiones del espacio de Euler utilizadas en la representación reducida de texturas para materiales de estructura cúbica

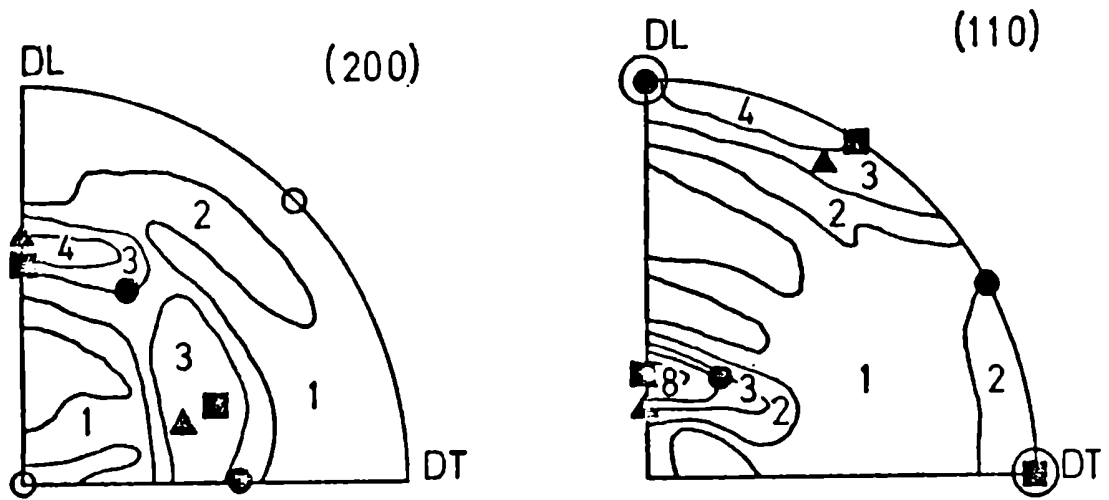
--- Subespacio elegido en el espacio de Euler.

— Area aproximada considerada en el cálculo de la fracción de volumen.

• Puntos considerados en el subespacio cada 5° en θ y ϕ a los cuales se les asignan valores de la FDOC

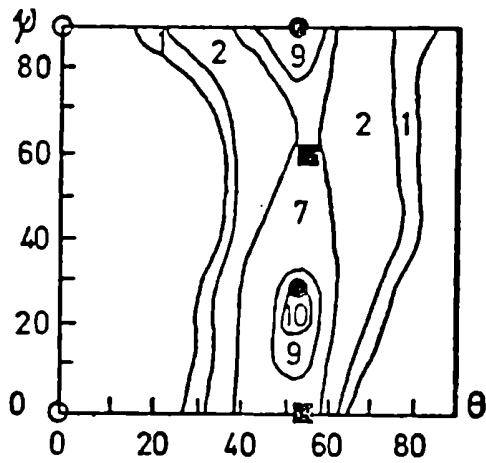


a

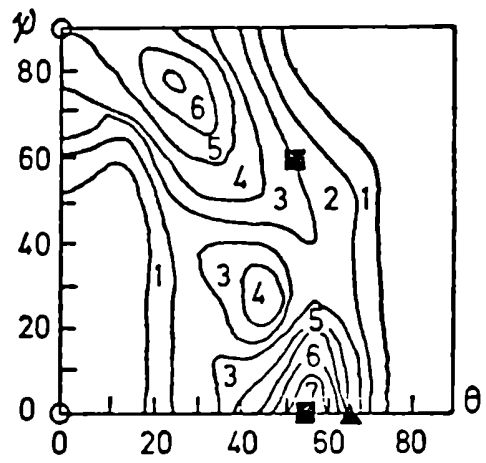


b

Figura 1.12: Figuras de polos (200) y (110) obtenidas utilizando la representación reducida de texturas. (a) acero calmado al Al recocido. (b) acero inoxidable 409



a



b

Figura 1.13: Cortes de la FDOC a $\phi = 45^\circ$ utilizando la representación reducida (a) acero calmado al Al recocido (b) acero inoxidable 409. Principales componentes de textura:

- $\{111\} \langle 110 \rangle$ ●
- $\{111\} \langle 112 \rangle$ ■
- $\{001\} \langle 110 \rangle$ ○
- $\{332\} \langle 113 \rangle$ ▲

Capítulo 2

Modelización del comportamiento plástico

2.1 Teorías básicas del comportamiento plástico anisotrópico

En general, las propiedades físicas y mecánicas de un monocristal son anisotrópicas y es también posible observar un comportamiento anisotrópico de esas mismas propiedades en materiales policristalinos sometidos a diferentes procesos termomecánicos. Las principales fuentes de ésta anisotropía pueden ser la anisotropía cristalográfica debido a la presencia de una distribución de orientaciones preferenciales de los cristales en el material (textura) o la anisotropía microestructural que tiene en cuenta las características de los graños (tamaño y forma, distribución no uniforme de fases, presencia de inclusiones, etc).

Aunque comunmente se consideraba que la anisotropía no era una propiedad deseable en materiales de interés industrial, por el contrario los últimos desarrollos en el área se orientan a suponer que la anisotropía controlada puede ser utilizada como una ventaja considerable, como por ejemplo en el caso de chapas metálicas deformadas plásticamente durante ensayos de embutido [30], reducción de pérdidas de histéresis magnética [31], optimización de propiedades mecánicas [32,33], etc.

En este tipo de procesos la anisotropía microestructural no representa normal-

mente una contribución significativa al comportamiento anisotrópico del material. Debido a ello, se asume frecuentemente que la anisotropía plástica es solamente originada por la anisotropía cristalográfica de la muestra y es entonces derivada a partir del comportamiento plástico del cristal.

Tal como se hace referencia en la introducción, todas las teorías cristalográficas existentes sobre la predicción del comportamiento plástico en metales anisótropos, están comprendidas entre dos casos límites, los cuales corresponden a las formulaciones del tipo Taylor [2] - Bishop y Hill [3] y Sachs [1], quienes plantean hipótesis con bases físicas sobre los mecanismos de deformación e incorporación de la textura. Además se encuentran representaciones en el medio continuo como los criterios tipo Hill ([4], cap.3) más simples que las teorías anteriores pues introducen la información sobre la anisotropía del material a partir de parámetros macroscópicos experimentales.

De acuerdo a las teorías cristalográficas el comportamiento plástico del policristal se describe considerando :

- Aspectos microscópicos de la deformación en cada grano aislado asimilable a un monocristal.
- La definición de una ley de interacción entre granos que determine la relación entre magnitudes mecánicas microscópicas (deformación o tensión del monocristal) y macroscópicas (deformación o tensión del policristal).
- La descripción estadística de la distribución de orientaciones de los granos en el policristal (textura).

En la teoría de Sachs se asume que cada grano está sometido a la misma tensión que el policristal (tensiones homogéneas), que se activa un único sistema de deslizamiento en cada grano y que la tensión de corte crítica resuelta τ_c es diferente en cada grano y dependiente de la orientación del mismo. En éste caso se tiene una descrip-

ción del comportamiento plástico que determina un límite inferior (lower - bound) para las tensiones. Si bien bajo la hipótesis de Sachs queda garantizado el equilibrio de las tensiones, la incompatibilidad que se obtiene en la deformación resulta una grave limitación del modelo.

Las teorías de Taylor - Bishop y Hill determinan en cambio un límite superior para las tensiones (upper bound) y verifican las condiciones de compatibilidad en las deformaciones, considerando además que se activa más de un sistema de deslizamiento en los granos. Si bien la hipótesis de Taylor de deformación homogénea garantiza la compatibilidad de la deformación, la imposición de deformación uniforme implica un desequilibrio de tensiones en los bordes del grano. A pesar del problema de incompatibilidad de tensiones, el modelo de Taylor permite obtener, en la mayoría de los casos resultados aceptables, especialmente cuando los materiales presentan un bajo comportamiento anisotrópico [34,35].

La teoría clásica de Taylor y la versión de Bishop - Hill son clasificadas como del tipo de condiciones impuestas en su totalidad para las deformaciones (full constraints (FC)) [36]. Una formulación más reciente corresponde al modelo de condiciones relajadas (relaxed constraints (RC)) [37], el cual propone una hipótesis intermedia entre Taylor y Sachs. La hipótesis de Taylor de deformación homogénea, se modifica considerando que ciertas componentes de deformación de corte no son impuestas (deformaciones libres) y en dicho caso las correspondientes componentes de tensiones son impuestas, de acuerdo a la hipótesis de Sachs.

A diferencia de las teorías de Sachs, Taylor y Bishop-Hill, el llamado modelo viscoplástico [10,38] incorpora además una ley de comportamiento plástico del monocristal. A partir de dicha ley se plantea una relación entre la velocidad de deformación de corte y la tensión resuelta de corte, introduciendo el efecto de la sensibilidad a la velocidad de deformación. Las hipótesis utilizadas en el modelo viscoplástico pueden ser aplicadas bajo los dos tipos de condiciones: impuestas (FC) o relajadas (RC), obteniéndose de la ley viscoplástica la velocidad de deformación de corte según cada

caso.

En las siguientes secciones se describen las hipótesis básicas utilizadas en las distintas modelizaciones, las cuales serán aplicadas en el desarrollo del trabajo.

2.2 Aspectos de la teoría de Taylor clásica. Deformación plástica en granos.

En la teoría los cristales son considerados individualmente y la misma es normalmente utilizada para identificar los sistemas de deslizamiento activos de un cristal particular, del cual se conoce su orientación cristalográfica en un cierto momento durante un proceso de deformación plástica. Se supone que la trayectoria de deformación es conocida en términos de deformaciones o velocidades de deformación macroscópicas. La identificación de los sistemas de deslizamiento activos está acompañada por el cálculo del estado local de tensiones plásticas, de la velocidad de trabajo plástico local, de las velocidades de deslizamiento sobre los sistemas de deslizamiento individuales (velocidad de deformación de corte local) y finalmente de la velocidad de rotación resultante de la orientación cristalina.

Con respecto a la descripción de los sistemas de deslizamiento se pueden utilizar dos aproximaciones :

- a) Deslizamiento cristalográfico o restringido: cuando los planos y las direcciones de deslizamiento cristalográficos están bien definidos. En materiales *fcc* son del tipo $\{111\} \langle 110 \rangle$ y para materiales *bcc* se pueden considerar planos de deslizamiento cristalográficos que pueden ser del tipo $\{110\}$, $\{112\}$ o $\{123\}$ con dirección de deslizamiento $\langle 111 \rangle$ bien definida.
- b) Deslizamiento no cristalográfico o no restringido (*pencil glide*), para el cual la dirección de deslizamiento está bien definida pero el plano de deslizamiento puede ser cualquiera cuya dirección normal sea perpendicular a la dirección de deslizamiento y sobre el cual se alcanza el valor de tensión de corte crítica

resuelta. Para materiales *bcc* los sistemas serían del tipo $\{hkl\} \langle 111 \rangle$ con planos de deslizamiento $\{hkl\}$ no necesariamente de tipo cristalográfico.

En la teoría de Taylor clásica son consideradas las siguientes suposiciones básicas:

1. Deformación uniforme, es decir todos los cristales están sometidos a la misma deformación plástica (igual a la deformación impuesta).
2. La deformación plástica es alcanzada por deslizamiento (múltiple) y se supone que sobre cada sistema de deslizamiento se alcanza el mismo valor crítico de tensión de corte resuelta. Cuando se alcanza dicho valor, el sistema de deslizamiento es activado.
3. De todas las posibles combinaciones de deslizamientos que alcanzan la deformación impuesta, deben ser elegidas aquellas combinaciones que minimizan el trabajo interno (sistemas de deslizamiento activos).

Por último, se debe además mencionar que en la modelización se utiliza la aproximación rígido - plástica, es decir son despreciadas las deformaciones elásticas y entonces todas las deformaciones o velocidades de deformación que se mencionen son plásticas.

2.3 Modelo de Taylor - Bishop y Hill clásico con hipótesis de deslizamiento no cristalográfico (*pencil glide*)

De acuerdo a las hipótesis del modelo de Taylor clásico, se puede expresar el incremento de deformación del grano a partir de un tensor velocidad de deformación en la forma:

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \sum_{k=1}^N r_{ij}^k \dot{\gamma}^k \quad (i, j = 1, 3) \quad (2.1)$$

siendo $\dot{\gamma}^k$ el incremento del desplazamiento o la velocidad de deformación de corte sobre cada uno de los N sistemas de deslizamiento y r_{ij}^k representa el factor de Schmid generalizado para el k - ésimo sistema de deslizamiento expresado como un tensor simétrico de componentes :

$$r_{ij}^k = \frac{1}{2} (n_i^k b_j^k + n_j^k b_i^k) \quad (2.2)$$

donde n_i^k y b_j^k son las componentes de los vectores que representan la normal al plano de deslizamiento y la dirección de deslizamiento respectivamente.

Dado que el tensor velocidad de deformación es simétrico, se tienen en principio 6 componentes, las que se reducen a 5 componentes independientes considerando que el volumen del material permanece invariable durante la deformación plástica (traza ($\dot{\epsilon} = 0$)) (Apéndice B). En consecuencia, si solamente existen 5 componentes $\dot{\epsilon}_{ij}$ independientes, solamente 5 desplazamientos $\dot{\gamma}^k$ pueden ser linealmente independientes.

Si σ_{ij} son las componentes del tensor de tensiones aplicado sobre un grano, se puede expresar la tensión de corte crítica τ_c^k sobre el k - ésimo sistema de deslizamiento en la forma:

$$\tau_c^k = \sum_{i,j=1}^3 r_{ij}^k \sigma_{ij} \quad (k = 1, N) \quad (2.3)$$

Para un dado estado de tensiones y deformaciones se obtiene el incremento en el trabajo de deformación :

$$\delta W = \sum_{i,j=1}^3 \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} = \tau_c \sum_{k=1}^5 \dot{\gamma}^k \quad (2.4)$$

suponiendo que todos los sistemas de deslizamiento alcanzan la misma tensión de corte crítica ($\tau_c^k = \tau_c$).

Para determinar los sistemas de deslizamiento activos que describen una dada deformación se debe minimizar el trabajo de deformación (ec. 2.4) con respecto a la deformación según las hipótesis de Taylor. Para ello, entre N sistemas de desliza-

miento se seleccionan 5 sistemas independientes que intervienen en una deformación dada y para cada combinación se considera el mínimo de $\sum_{k=1}^5 \dot{\gamma}_k$.

Para un cristal *fcc* el deslizamiento se produce para sistemas $\{111\} \langle 110 \rangle$ resultando 792 combinaciones posibles, que por simetría se reducen a 384 [39]. Los resultados obtenidos son idénticos para el deslizamiento cristalográfico $\{110\} \langle 111 \rangle$ de cristales *bcc*.

El método de Taylor implica un cálculo extenso y es por ello que Bishop - Hill [3] simplificaron la resolución del problema considerando que el estado de tensiones que produce la deformación impuesta al cristal ($\dot{\epsilon}(\text{cristal}) = \dot{E}(\text{poli cristal})$) debe ser tal que se satisfaga simultáneamente la ley de Schmid (3.2) en 5 sistemas de deslizamiento independientes, sin exceder la tensión de corte en el resto :

$$\begin{aligned} r_j^k \sigma_j &= \tau_c^k && \text{en 5 sistemas independientes} \\ r_j^{k'} \sigma_j &\leq \tau_c^{k'} && \text{en el resto de los sistemas} \end{aligned} \quad (2.5)$$

donde las condiciones (2.5) están expresadas de acuerdo a una representación vectorial de los tensores σ_{ij} y r_{ij}^k (Apéndice B).

El sistema de ecuaciones (2.5) definen la superficie de fluencia del cristal representada por vectores de tensión asociados a las componentes ($\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \sigma_{12}, \sigma_{13}, \sigma_{23}$) que alcanzan la tensión crítica .

Para decidir la combinación de sistemas activos que satisfacen la deformación impuesta al cristal, Bishop - Hill proponen que el estado de tensiones asociado con los 5 sistemas de deslizamiento independientes debe maximizar el trabajo plástico (2.4). En consecuencia la superficie de fluencia es convexa y el vector deformación es normal a dicha superficie (sec.3.1).

De acuerdo a la metodología de Bishop - Hill los estados de tensiones diferentes son solamente 28 y el número de sistemas activos puede ser 6 u 8, de los cuales 5 son siempre independientes [15]. En el tratamiento de Bishop, los 28 estados de tensiones se deducen de un análisis geométrico de los vértices de la superficie de fluencia, los

cuales verifican el principio de trabajo máximo [40]. Bishop - Hill [3] y otros autores [41] demostraron la equivalencia entre los criterios de trabajo mínimo de Taylor y trabajo máximo [36], considerando que en el primer caso se minimiza con respecto a los estados geométricos compatibles con una deformación dada y en el segundo caso se maximiza con respecto a los estados de tensiones compatibles con la superficie de fluencia plástica.

En un trabajo reciente para materiales *fcc*, Royer y col. [42] han demostrado, utilizando una adecuada representación tensorial para las tensiones y deformaciones, que existen relaciones de interdependencia entre los 28 casos posibles de tensiones analizados por Bishop, de forma tal que se reduce el número de casos posibles. De acuerdo al tratamiento de Royer se puede deducir una base de 6 tensores de tensiones fundamentales (C.16), a partir de la cual se pueden reproducir por combinaciones simples los 28 estados de tensiones encontrados por Bishop. Esta metodología de trabajo fue extendida a materiales *bcc* [8] considerando el mecanismo de deslizamiento no cristalográfico (*pencil glide*) para sistemas $\{hkl\} \langle 111 \rangle$, en los cuales los planos de deslizamiento difieren en orientación por rotaciones en un ángulo δ alrededor de la dirección $\langle 111 \rangle$ a partir de $\langle 110 \rangle$ (fig. C.1).

En el análisis de Bishop - Hill de los 28 estados de tensiones, en los vértices de la superficie de fluencia del cristal, se sobrestima el número de sistemas de deslizamiento potencialmente activos e introduce una indeterminación en la predicción de la rotación de los granos [34]. Por el contrario, el análisis por *pencil glide* aplicado a materiales *bcc* no plantea como en el caso de deslizamiento cristalográfico la indeterminación en la rotación de los granos [43], pues una deformación arbitraria $\bar{d}\epsilon$ queda unívocamente determinada a partir de 3 o 4 sistemas activos de acuerdo a la orientación de cada grano (Apéndice C).

En el caso de deslizamiento no cristalográfico, las direcciones de deslizamiento que

caracterizan los 3 o 4 sistemas activos están definidas por:

$$\begin{aligned}
 \bar{b}^{(1)} &= [111] \\
 \bar{b}^{(2)} &= [\bar{1}\bar{1}1] \\
 \bar{b}^{(3)} &= [\bar{1}1\bar{1}] \\
 \bar{b}^{(4)} &= [1\bar{1}\bar{1}]
 \end{aligned}
 \tag{2.6}$$

Las normales $\bar{n}^{(i)}$ ($i = 1, 4$) a los planos de deslizamiento son direcciones ubicadas sobre planos $\{111\}$ que forman un ángulo δ_i con una dirección de referencia $\langle 110 \rangle$ (fig. C.1).

El formalismo de *pencil glide* es aplicado en éste trabajo al caso de aceros ferríticos, para los cuales se encuentra experimentalmente, mediante técnicas de Microscopía Electrónica de Transmisión, que los sistemas de deslizamiento activos no son necesariamente del tipo $\{110\} \langle 111 \rangle$, $\{112\} \langle 11\bar{1} \rangle$ o $\{123\} \langle 111 \rangle$ [44].

2.3.1 Determinación de los sistemas de deslizamiento activos. Factor de Taylor del cristal.

Sobre la base de los trabajos de Royer y colaboradores [8], se puso a punto un programa de cálculo utilizando en parte códigos cedidos por dichos autores (cálculo del trabajo de deformación). El programa desarrollado se utilizó en el cálculo de curvas límites de fluencia a partir de la textura experimental (cap. 3) y la simulación de texturas en estructuras *bcc* (cap. 4).

La metodología propuesta en el caso de deslizamiento cristalográfico por Royer, Mohr y Tavard [42] es extendida en otro trabajo [8] al caso de deslizamiento no cristalográfico considerando el siguiente esquema :

a) Se supone que la tensión efectiva sobre cada grano es una combinación lineal de tensores de tensiones σ_J en la forma :

$$\sigma = \sum_{J=1}^6 A_J \sigma_J
 \tag{2.7}$$

donde la base de tensores σ_J (C.16), expresada en el sistema cristal, corresponde a las distintas configuraciones para las cuales los sistemas de deslizamiento alcanzan la tensión de corte crítica. Los tensores σ_J están definidos a menos de un tensor hidrostático y los desviadores verifican la condición :

$$\sum_{J=1}^6 \sigma_J = 0 \quad (2.8)$$

b) El tensor velocidad de deformación del grano ($\dot{\epsilon}$) definido en la ec.(2.1) es representado en la forma:

$$\dot{\epsilon} = \sum_i l_i e'_i \quad (2.9)$$

donde se consideran los tensores de deformación pura e'_i (tabla C.1) asociados a cada una de las 4 direcciones de deslizamiento tipo $\langle 111 \rangle$ (ec.2.6). Las cantidades de deslizamiento l_i dependen de la orientación del grano y la sumatoria (2.9) comprende una combinación de los i-ésimos sistemas de deslizamiento activos. Cada tensor e'_i (tabla C.1) está definido en función del ángulo δ_i que determina la normal al plano de deslizamiento del sistema $\{hkl\} \langle 111 \rangle$. La expresión (2.9) es una forma particular de la ecuación (2.1), en la cual se asocia de acuerdo al formalismo de Royer y col. [8,42] el factor r_{ij}^k con el tensor e'_i y el incremento de corte $\dot{\gamma}_k$ con el parámetro l_i .

c) La tensión de corte crítica resuelta τ_0 de acuerdo a las hipótesis de Taylor es la misma para todos los sistemas de deslizamiento, en consecuencia reemplazando en la ec.(2.3) la correspondiente tensión σ sobre el grano (2.7) y la configuración geométrica de los sistemas r_{ij}^k asociada a cada uno de los tensores e'_i (tabla C.1) resulta la siguiente relación para los sistemas de deslizamiento :

$$-1 \leq \frac{\sigma \cdot e'_i}{\tau_0} \leq 1 \quad (i = 1, 4) \quad (2.10)$$

La igualdad en la expresión anterior se verifica para los sistemas activos. Las relaciones (2.7) y (2.8) y las expresiones de σ y e'_i (ecs. C.16 y tabla C.1) determinan a partir de la relación (2.10) 4 desigualdades (ecs. C.18, C.19, C.20, C.21) del tipo :

$$f(\delta_i) = | A \text{ sen } \delta_i + B \text{ cos } \delta_i | \leq 1 \quad (2.11)$$

donde los parámetros A y B se expresan en función de los coeficientes A_J .

d) Se estudia el comportamiento de la desigualdad del tipo definido en la expresión (2.11), en la cual δ_i es una variable a ajustar a fin de definir la normal al plano de deslizamiento $\{hkl\}$. El deslizamiento efectivo sobre el i -ésimo sistema se alcanza cuando se verifica la relación (2.11). Esto implica la búsqueda del extremo de la función $f(\delta_i)$ el cual se alcanza para un valor particular δ_0 tal que $A \cos \delta_0 = B \operatorname{sen} \delta_0$ y en consecuencia :

$$\begin{aligned} \operatorname{sen} \delta_0 &= \frac{A}{(A^2 + B^2)^{1/2}} \\ \cos \delta_0 &= \frac{B}{(A^2 + B^2)^{1/2}} \end{aligned} \quad (2.12)$$

La ecuación (2.11) evaluada en el extremo de la función $f(\delta_i)$ se expresa:

$$| A \operatorname{sen} \delta_i + B \cos \delta_i | \leq | A \operatorname{sen} \delta_0 + B \cos \delta_0 | = \sqrt{A^2 + B^2} \leq 1 \quad (2.13)$$

De esta forma, las desigualdades del tipo (2.11) se transforman en ecuaciones dependientes de los coeficientes A_J (ecs. C.22, C.23, C.24, C.25). Las desigualdades (2.13) se reducen a igualdades para obtener los sistemas de deslizamiento activos $\{hkl\} < 111 >$, en los cuales la normal al plano de deslizamiento $\{hkl\}$ está determinada de manera unívoca por el ángulo δ_0 .

e) El factor de Taylor $M(g, q)$ para los granos de orientación $g(\psi, \theta, \phi)$ y una deformación caracterizada por el factor de contracción q , resultante de una tensión uniaxial aplicada, está definido en relación al incremento del trabajo de deformación (2.4) en la forma :

$$M(g, q) = \frac{\sigma \cdot \dot{\epsilon}}{\tau_0} = \sum_{J=1}^6 A_J \frac{\sigma_J \dot{\epsilon}}{\tau_0} = \sum_{J=1}^6 A_J M_J \quad (2.14)$$

donde $q = -\dot{\epsilon}_{22} / \dot{\epsilon}_{11}$, siendo $\dot{\epsilon}$ el tensor velocidad de deformación del grano o policristal de acuerdo a la hipótesis de deformaciones homogéneas. En la expresión (2.14) se considera que el factor de Taylor del cristal se puede expresar como una combinación lineal de factores de Taylor parciales M_J (ecs.C.28). Mediante la aplicación

del principio de trabajo máximo se determinan los coeficientes A_J que maximizan el factor de Taylor $M(g, q)$. El valor máximo $M_o(g, q)$ del factor de Taylor determina si el deslizamiento efectivo se produce sobre 3 o 4 sistemas de deslizamiento activos del tipo $\{hkl\} < 111 >$. A partir de la combinación de valores A_J y M_J asociados al valor máximo $M_o(g, q)$, se calculan los parámetros ℓ_i y δ_i que definen unívocamente los sistemas de deslizamiento. En el Apéndice C se indican mayores detalles del método de cálculo utilizado.

2.4 Modelo viscoplástico

Los modelos del tipo Taylor - Bishop - Hill, descritos anteriormente, consideran el criterio de fluencia y el principio de trabajo máximo como elementos fundamentales en el tratamiento de la deformación plástica. En el modelo viscoplástico [10,38], se consideran también las propiedades físicas de la deformación por deslizamiento, pues el modelo está basado en la relación existente entre la velocidad de deformación de corte $\dot{\gamma}^s$ y la tensión de corte resuelta τ^s .

La velocidad de deformación de corte plástica microscópica $\dot{\gamma}^s$, sobre un dado sistema de deslizamiento s , depende del estado de tensiones microscópico a través de la tensión resuelta τ^s según la ecuación constitutiva [9]:

$$\frac{\tau^s}{\tau_0^s} = \left(\frac{\dot{\gamma}^s}{\dot{\gamma}_0^s} \right)^m \quad (2.15)$$

donde m es la sensibilidad a la velocidad de deformación y $\dot{\gamma}_0^s$, τ_0^s representan la velocidad de deformación de corte de referencia y tensión de referencia respectivamente. El modelo de Taylor descrito en la sección 2.3, es un caso límite de la ley (2.15), pues considerando que en ausencia de sensibilidad ($m = 0$) la ec.(2.15) se reduce a la hipótesis de Taylor $\tau^s = \tau_0$ [45].

De acuerdo a la relación (2.3), se puede expresar la relación entre la tensión

resuelta τ^s y las tensiones σ_{ij} (Apéndice B) en la forma :

$$\tau^s = \sum_{ij} r_{ij}^s \sigma_{ij} \quad (2.16)$$

siendo r_{ij}^s (ec.2.2) la parte simétrica del tensor m_{ij}^s que tiene en cuenta la geometría del deslizamiento :

$$m_{ij}^s = b_i^s n_j^s \quad (2.17)$$

en éste caso \bar{n}^s y \bar{b}^s corresponden a los vectores normal al plano de deslizamiento y dirección de deslizamiento respectivamente, para cada sistema de deslizamiento cristalográfico tipo $\{110\} < 111 >$ $\{112\} < 111 >$ o $\{123\} < 111 >$. El número total de dichos sistemas de deslizamiento es 48, esto corresponde a deslizamiento sobre 3 planos $\{110\}$, 3 planos $\{112\}$ y 6 planos $\{123\}$ según cada una de las 4 direcciones de deslizamiento $< 111 >$.

La velocidad de deformación $\dot{\epsilon}_{ij}$ está relacionada con la velocidad de deformación de corte $\dot{\gamma}^s$ según la expresión :

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \frac{d\epsilon_{ij}}{dt} = \sum_s r_{ij}^s \frac{d\gamma^s}{dt} \quad (2.18)$$

la suma se efectúa sobre todos los sistemas activos y conocido el incremento de deformación $\Delta\epsilon_{ij}$ puede obtenerse $\dot{\epsilon}_{ij}$ fijando un intervalo Δt a lo largo del cual se produce dicho incremento de deformación :

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \Delta \epsilon_{ij} / \Delta t \quad (2.19)$$

Debido a la relación tensión - velocidad de deformación de corte (ec.2.15) y la definición de tensión resuelta (ec.2.16), la ley constitutiva del monocristal, considerando que se desprecia la elasticidad, resulta entonces una relación no lineal entre la velocidad de deformación de corte y las tensiones en la forma :

$$\dot{\gamma}^s = \left(\frac{\sum_{k,l} r_{kl}^s \sigma_{kl}}{\tau_o^s} \right)^n \dot{\gamma}_o \quad (2.20)$$

donde n es la inversa de la sensibilidad y tiene un valor cercano a 19 para metales.

Reemplazando en la ecuación (2.18) la expresión de $\dot{\gamma}^s$ (ec.2.20), se obtiene la relación entre la velocidad de deformación y la tensión σ_{kl} :

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \dot{\gamma}_0 \sum_s r_{ij}^s \left(\frac{\sum_{k,\ell} r_{kl}^s \sigma_{kl}}{\tau_0^s} \right)^n \quad (2.21)$$

Conocidos $\dot{\epsilon}_{ij}$ (ec.2.15), r_{ij}^s y τ_0^s (datos correspondientes al cristal), la expresión (2.21) constituye un sistema de 5 ecuaciones no lineales con 5 incógnitas σ_{kl} . Resuelto el sistema (2.21), con los valores de S_{kl} , se calcula $\dot{\gamma}^s$ de acuerdo a la expresión (2.20) y el incremento en la deformación de corte es:

$$\Delta\gamma^s = \dot{\gamma}^s \cdot \Delta t \quad (2.22)$$

El intervalo de tiempo Δt que transcurre durante cada paso incremental de deformación se puede calcular conociendo los escalares velocidad de deformación equivalente $\dot{\epsilon}_{eq}$ e incremento equivalente $\Delta\epsilon_{eq}$ (Apéndice B) en la forma:

$$\Delta t = \Delta\epsilon_{eq} / \dot{\epsilon}_{eq} \quad (2.23)$$

En la expresión (2.21) se asume que el endurecimiento microscópico puede ser descrito adecuadamente por una ley isotrópica tipo Voce, que tiene en cuenta los siguientes parámetros de endurecimiento [46]:

$$d\tau_0^s = \theta_0 (\tau_1 + \tau_{00} - \tau_0) \sum_s |d\gamma^s| / \tau_1 \quad (2.24)$$

θ_0 : velocidad de endurecimiento inicial

τ_0 : tensión de referencia

τ_1 : es tal que su suma con la tensión inicial τ_{00} es la tensión de saturación.

El sistema de ecuaciones (2.21) se resuelve utilizando el método de Newton-Raphson para sistemas no lineales [47]. De acuerdo a la hipótesis de Taylor de condiciones impuestas (FC), el sistema viscoplástico (2.21) resulta un sistema compatible no lineal con 5 valores impuestos $\dot{\epsilon}_{ij}$ y 5 incógnitas σ_{kl} .

Considerando una hipótesis intermedia entre Taylor y Sachs, especialmente adecuada en ensayos de laminado, se obtiene la formulación del modelo de condiciones

relajadas (RC) [37]. El modelo se basa en imponer algunas de las componentes de tensión (hipótesis de Sachs), y algunas de las de deformación (tabla 2.1) (hipótesis de Taylor). De la ecuación viscoplástica (2.21) se obtienen las componentes relajadas o libres considerando que son conocidas las componentes impuestas. La elección de las componentes impuestas y relajadas se basa en la forma característica que adoptan los granos del material sometido a deformación y considerando que la relajación de ciertas componentes no afecte considerablemente la compatibilidad de la deformación. Durante los ensayos de laminado, los granos adoptan formas alargadas y el estado de deformación macroscópico puede ser descrito como una compresión plana ($\bar{\epsilon}_{22} = 0$, $\bar{\epsilon}_{11} = -\bar{\epsilon}_{33}$) [48]. Se asume que éstas condiciones se verifican tanto para las condiciones impuestas (FC) o no impuestas (RC) en todos los granos y la deformación de corte ϵ_{12} es cero por razones de compatibilidad (tabla 2.1). Las condiciones (RC) permiten deformaciones de corte ϵ_{23} y ϵ_{13} que pueden operar en forma simultánea o separada (tabla 2.1). Cuando la componente de deformación es impuesta la correspondiente componente de tensión es no impuesta y viceversa [48]. Si se relajan las componentes ϵ_{23} y ϵ_{13} , la compatibilidad del sistema de ecuaciones (2.21) exige que las tensiones σ_{23} y σ_{13} sean impuestas.

Una vez resuelto el sistema viscoplástico (2.21), la ecuación del tipo (2.20) permite obtener $\dot{\gamma}^s$ correspondiente a cada sistema de deslizamiento para cada orientación del cristal. Un sistema de deslizamiento s con una deformación de corte $\dot{\gamma}^s$ se considera activo si la deformación $\dot{\gamma}^s$ supera el 5% del máximo valor $\dot{\gamma}$ obtenido entre todos los sistemas s de deslizamiento del cristal. A partir de este criterio se selecciona el número de sistemas de deslizamiento activos entre el total de los 48 sistemas de deslizamiento posibles.

2.5 Reorientación del cristal por deslizamiento

Considerando que se aplica una tensión externa a una muestra policristalina, se supone que el mecanismo de deformación por deslizamiento produce una rotación de los ejes geométricos del grano con respecto a un sistema de ejes fijo a la muestra [49]. El cambio de orientación de cada grano en la muestra deformada da como resultado el desarrollo de una textura de deformación, la cual puede ser obtenida experimentalmente (cap.1) o puede ser simulada utilizando modelos de comportamiento plástico (cap. 4).

El cálculo de la reorientación de los granos debe partir de un modelo que permita determinar la deformación de corte γ introducida por deslizamiento. Esto requiere la aplicación de las hipótesis formuladas en los modelos descriptos, correspondientes al modelo de Taylor - Royer (ec.2.9) o al modelo viscoplástico (ec.2.20). El valor γ conocido a partir de alguno de los modelos considerados y los parámetros de deslizamiento \bar{n} , \bar{b} (datos del cristal), son utilizados en el cálculo de las rotaciones suponiendo que la rotación de los granos es representada como una rotación rígida alrededor de un eje de rotación. Dicho eje de rotación puede ser descrito por un vector (Apéndice D), cuyas componentes pueden ser determinadas utilizando diferentes métodos :

- (a) Considerando las componentes del tensor antisimétrico de deformación y la aproximación de rotaciones infinitesimales. El conocimiento de dichas componentes permite obtener los incrementos en los ángulos de Euler asociados a las rotaciones de los granos [49,52]
- (b) Reorientación de una línea o un plano material utilizando una representación vectorial de las direcciones rotadas y una aproximación a primer orden en el valor γ , que resulta equivalente a suponer pequeñas rotaciones [43].
- (c) Fórmula de Rodrigues, en la cual se considera inicialmente como en (a) al tensor

antisimétrico de deformación y se define el vector de Rodrigues [53] en función del vector rotación y la amplitud de rotación (ω) de las rotaciones rígidas.

En el capítulo 4 se presentan las texturas calculadas mediante las distintas representaciones. Los métodos (a) y (b), utilizados comunmente en la literatura, fueron aplicados en los modelos para distintos modos de deformación. En el caso de laminado, se comparan los resultados obtenidos aplicando los métodos (a), (b) y (c) con resultados experimentales de texturas, a fin de analizar el alcance de las distintas descripciones.

A continuación se describen los aspectos básicos utilizados en los diferentes métodos.

2.5.1 Método (a) del tensor rotación

Si se desprecia el deslizamiento entre los bordes de grano, como se supone en el modelo clásico de Taylor, se considera que los ejes principales de los granos rotan a partir de rotaciones rígidas, en cuyo caso la rotación ω_{ij}^c de los ejes cristalográficos del grano con respecto a un sistema fijo a la muestra es opuesta a la rotación plástica $\tilde{\omega}_{ij}^p$ [54,55] :

$$\omega_{ij}^c = -\tilde{\omega}_{ij}^p \quad (2.25)$$

La relación (2.25) puede ser aplicada en los casos de deslizamiento cristalográfico y no cristalográfico. La diferencia entre ambos casos es la expresión del tensor $\dot{\tilde{\omega}}_{ij}^p$.

La rotación $\tilde{\omega}_{ij}^c$ de los ejes del cristal se refiere al cambio desde una orientación inicial de los granos dada por los ángulos de Euler (ψ_o, θ_o, ϕ_o) (fig.1.1) a una orientación (ψ, θ, ϕ).

De acuerdo a la teoría de rotaciones rígidas, la rotación ω_{ij}^c de los granos resultante de una rotación infinitesimal $\Delta g = (\Delta \psi, \Delta \theta, \Delta \phi)$ se expresa a partir

de una matriz rotación [52] :

$$\omega_{ij}^{\epsilon} = \begin{pmatrix} 0 & R & -Q \\ -R & 0 & P \\ Q & -P & 0 \end{pmatrix} \quad (2.26)$$

donde las componentes P , Q y R están definidas como [52]:

$$\begin{aligned} P &= -\Delta\psi \cos\phi_o \operatorname{sen}\theta_o + \Delta\theta \operatorname{sen}\phi_o \\ Q &= \Delta\psi \operatorname{sen}\phi_o \operatorname{sen}\theta_o + \Delta\theta \cos\phi_o \\ R &= \Delta\psi \cos\theta_o + \Delta\phi \end{aligned} \quad (2.27)$$

A partir de la relación (2.25) los valores P , Q y R (ec.2.27) son conocidos a partir de las componentes del tensor velocidad de rotación plástica $\tilde{\omega}_{ij}^p$. En el caso de deslizamiento cristalográfico el tensor está definido en la forma :

$$\tilde{\omega}_{ij}^p = \sum_s \frac{1}{2} (b_i^s n_j^s - b_j^s n_i^s) \dot{\gamma}_s \quad (2.28)$$

donde n_j y b_i son las componentes de los vectores \bar{n} , \bar{b} de cada sistema s de deslizamiento respectivamente.

Si se considera que el deslizamiento es del tipo no cristalográfico, la expresión del tensor rotación plástica es [52] :

$$\tilde{\omega}_{ij}^p = \sum_k l_k \tilde{e}_{ij}^{(k)} \quad (2.29)$$

k : número de sistemas de deslizamiento activos que pueden ser 3 o 4.

l_k : cantidades de deslizamiento sobre cada sistema (k) .

$\tilde{e}_{ij}^{(k)}$: parte antisimétrica del tensor velocidad de deformación correspondiente a cada uno de los sistemas no cristalográficos asociados a cierta dirección de deslizamiento tipo $\langle 111 \rangle$ (tabla C.2).

Para valores dados de P , Q y R (ecs. 2.28 o 2.29) y de las relaciones (2.27) se obtienen los incrementos de rotación :

$$\begin{aligned}
 \Delta \psi &= -\frac{P \cos \phi_o}{\text{sen} \theta_o} + \frac{Q \text{sen} \phi_o}{\text{sen} \theta_o} \\
 \Delta \theta &= P \text{sen} \phi_o + Q \cos \phi_o \\
 \Delta \phi &= R - \frac{\cos \theta_o}{\text{sen} \theta_o} (-P \cos \phi_o + Q \text{sen} \phi_o) \\
 \psi &= \psi_o + \Delta \psi, \quad \theta = \theta_o + \Delta \theta, \quad \phi = \phi_o + \Delta \phi
 \end{aligned}
 \tag{2.30}$$

donde $(\psi_o, \theta_o, \phi_o)$ es la orientación inicial del grano y $(\psi_o + \Delta \psi, \theta_o + \Delta \theta, \phi_o + \Delta \phi)$ es la orientación final del grano sometido a una dada deformación impuesta (C.29).

A partir de las expresiones (2.30) se puede describir el campo de rotaciones de los granos, considerando para el caso de deslizamiento no cristalográfico que los valores P , Q y R se obtienen del tensor $\tilde{\omega}_{ij}^p$ (2.29) propuesto por Royer [8].

El formalismo propuesto por Royer fue aplicado en la predicción de texturas de materiales *bcc*. A tal fin se desarrolló un programa de cálculo que permite obtener las orientaciones finales (ψ, θ, ϕ) de los granos, en respuesta a distintos procesos de deformación plástica (Apéndice D). En el programa se sigue la evolución de la textura considerando que los granos alcanzan una deformación final en incrementos de igual deformación.

2.5.2 Método (b) de la línea o plano material

Para obtener la reorientación de los granos a partir del método (b) mencionado en la sección 2.5, se utilizó una subrutina de cálculo desarrollada por Canova, la cual forma parte de un programa principal implementado para el modelo viscoplástico [10].

En el programa se determinan las orientaciones finales de los granos a partir de una matriz reorientada A' correspondiente a cada paso incremental de deformación. La matriz A' permite calcular los ángulos de Euler (ψ, θ, ϕ) del sistema cristal reorientado con respecto a un sistema de ejes fijo a la muestra, de forma tal que :

$$A' = R \cdot A \tag{2.31}$$

donde A (A.1) representa la matriz de los ángulos de Euler iniciales $(\psi_o, \theta_o, \phi_o)$ del sistema cristal previa a la rotación con respecto al sistema de ejes fijos a la muestra. La matriz de rotación R define el pasaje desde una dirección inicial \bar{d}_c , hacia una dirección rotada \bar{d}'_c ambas referidas al sistema cristal, de acuerdo a la siguiente transformación :

$$\bar{d}'_c = R \cdot \bar{d}_c = R \cdot A \bar{d}_m = A' \bar{d}_m \quad (2.32)$$

Considerando que en la relación (2.31) la matriz inicial A es conocida, se requiere determinar la matriz R para obtener la matriz reorientada A'.

Para ello se considera un sistema de ejes fijos a la muestra y se analiza como rotan los ejes del sistema cristal después de una dada deformación. El cambio en la línea material asociada a los ejes del cristal está dado por la expresión [43] :

$$\bar{d}'_i = \bar{d}_i + \sum_s (\bar{d}_i \cdot \bar{n}^s) \bar{b}^s d\gamma^s \quad (i = 1, 2 \text{ o } 3) \quad (2.33)$$

$d\gamma^s$: incremento en la deformación de corte para cada sistema s de deslizamiento.

\bar{n}^s, \bar{b}^s : dirección normal al plano de deslizamiento y dirección de deslizamiento respectivamente.

\bar{d}_i : vector que representa la línea material antes de la deformación.

La ecuación (2.33) es válida cuando $d\gamma$ es pequeño (típicamente $d\gamma \sim 0.01$) y es la expansión a primer orden de una expresión más compleja [43]. La rotación de los ejes del cristal queda determinada por la relación (2.33) y las condiciones de contorno impuestas para un dado ensayo de tensión:

- Tracción uniaxial según una dirección k:

La línea según la dirección de laminado de la muestra debe permanecer invariante. Si la dirección inicial del eje tensil se encuentra en la dirección \bar{d}_k y la dirección reorientada es \bar{d}'_k , entonces el producto vectorial:

$$\bar{d}_k \times \bar{d}'_k = \bar{\omega} \quad (2.34)$$

determina la dirección del eje de rotación del sistema cristal con respecto al sistema muestra.

- Compresión uniaxial:

El plano de compresión debe permanecer paralelo a sí mismo durante la deformación y el eje de rotación está definido por el producto vectorial:

$$\bar{m} \times \bar{m}' = \bar{\omega} \quad (2.35)$$

donde \bar{m} es la normal al plano de compresión antes de la deformación que se transforma a la dirección normal \bar{m}' luego de la deformación. Si la dirección inicial del eje tensil en compresión se encuentra en la dirección \bar{d}_k y si se consideran las direcciones \bar{d}_i , \bar{d}_j ortogonales a \bar{d}_k , entonces la normal al plano de compresión resulta:

$$\bar{m} = \bar{d}_k = \bar{d}_i \times \bar{d}_j \quad (2.36)$$

y la normal reorientada es:

$$\bar{m}' = \bar{d}'_k = \bar{d}'_i \times \bar{d}'_j \quad (2.37)$$

donde \bar{d}'_i y \bar{d}'_j se transforman de acuerdo a la expresión (2.33).

- Laminado:

La dirección de laminado y el plano de compresión deben permanecer invariantes.

La relación (2.33) puede ser expresada en la forma de una matriz T_{ij} de cosenos directores tal que :

$$T_{ij} = \delta_{ij} + \sum_s n_i^s b_j^s d\gamma^s \quad (2.38)$$

Considerando las condiciones de contorno de cada ensayo particular, se construye una base de vectores ortonormales dada por el eje de rotación $\bar{\omega}$ (2.34 o 2.35), el vector \bar{d} o \bar{m} (ec.2.36) y un vector ortogonal a los anteriores. La matriz

de transformación T_{ij} (ec.2.38) definida en dicha base resulta ser ortonormal y la matriz de rotación R_{ij} asociada a dicha transformación se expresa:

$$R_{ij} = T_{mi} S_{lm} T_{lj} \quad (2.39)$$

donde S_{lm} es una matriz rotación que determina el giro en un ángulo ω (Apéndice D) alrededor del eje de rotación $\bar{\omega}$.

A partir de la matriz R_{ij} (ec.2.39) y la expresión (2.31) se calculan las componentes de la matriz reorientada A' en función de los ángulos de Euler.

2.5.3 Método (c) o fórmula de Rodrigues

La velocidad de distorsión $\dot{\omega}_{ij}$ calculada a partir de todas las $\dot{\gamma}^s$ correspondientes a los sistemas de deslizamiento es el tensor de rotación rígida del cristal definido a partir de (2.25) y (2.28) en la forma:

$$\dot{\omega}_{ij} = \sum_s \frac{1}{2} (n_i^s b_j^s - n_j^s b_i^s) \dot{\gamma}^s \quad (2.40)$$

La ecuación (2.40) da la expresión de $\dot{\omega}_{ij}$ respecto a un sistema fijo a la muestra. Conocido el tensor rotación puede determinarse el eje de rotación $\bar{\omega}$ y el ángulo de rotación ω definido como:

$$\omega = \sqrt{\dot{\omega}_{23}^2 + \dot{\omega}_{31}^2 + \dot{\omega}_{12}^2} \quad (2.41)$$

De acuerdo a la fórmula de Rodrigues [53] se define la matriz R_{ij} asociada a los parámetros de la rotación en la forma:

$$R_{ij} = \delta_{ij} + \frac{2(t_{ij} + t_{ik} t_{kj})}{(1 + |\bar{v}|^2)} \quad (2.42)$$

$$t_{ij} = \frac{\text{tg}(\omega/2)}{\omega} \dot{\omega}_{ij}$$

$$\bar{v} = (\text{tg}(\omega/2)) \bar{n}$$

$$\bar{n} = \left(\frac{\dot{\omega}_{23}}{\omega}, \frac{\dot{\omega}_{31}}{\omega}, \frac{\dot{\omega}_{12}}{\omega} \right)$$

donde \bar{n} es el versor en la dirección del eje de rotación.

Considerando la expresión (2.42) de R_{ij} y la relación (2.31) se obtiene la matriz reorientada A' .

n° de componentes de deformación impuestas (p)	deformaciones		tensiones
	impuestas	no imp.	impuestas
(FC) 5	$\epsilon_{22} = \epsilon_{13} = \epsilon_{12} = \epsilon_{23} = 0$ $\epsilon_{11} = -\epsilon_{33}$	ninguna	ninguna
(RC) 4 (a)	$\epsilon_{22} = \epsilon_{23} = \epsilon_{12} = 0$ $\epsilon_{11} = -\epsilon_{33}$	ϵ_{13}	$\sigma_{13} = 0$
(RC) 4 (b)	$\epsilon_{22} = \epsilon_{13} = \epsilon_{12} = 0$ $\epsilon_{11} = -\epsilon_{33}$	ϵ_{23}	$\sigma_{23} = 0$
(RC) 3	$\epsilon_{22} = \epsilon_{12} = 0$ $\epsilon_{11} = -\epsilon_{33}$	$\epsilon_{13}, \epsilon_{23}$	$\sigma_{13} = \sigma_{23} = 0$

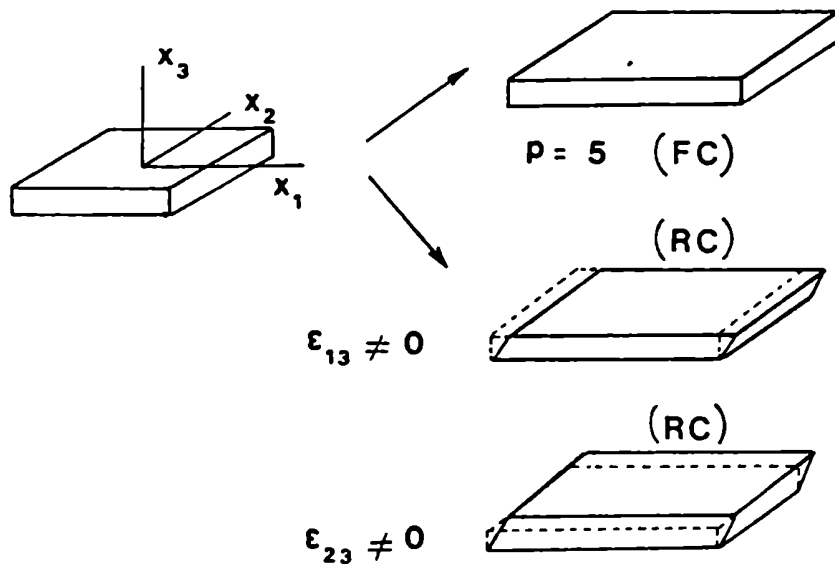


Tabla 2.1: Condiciones de contorno para los modos de deformación en los granos en el caso de laminado.

Capítulo 3

Curva Límite de Plasticidad y Aplicaciones a Procesos de Embutido Profundo

3.1 Descripción de la curva límite de fluencia plástica (CLF)

La anisotropía plástica de un material es puesta en evidencia por su superficie de fluencia. La misma es la representación geométrica de los estados de tensiones para los cuales se alcanza la fluencia plástica. El estado de tensiones correspondiente está descrito por el tensor simétrico σ_{ij} cuyas componentes definen un espacio de tensiones de 6 dimensiones. En dicho espacio la superficie de fluencia se representa analíticamente mediante una función escalar dependiente de las tensiones, de forma tal que $f(\sigma_{ij}) = cte.$ para todo punto ubicado sobre la superficie [50].

En materiales cuya fluencia plástica es independiente de la componente hidrostática de tensiones (Apéndice B), se reduce la representación de la superficie de fluencia a un espacio de 5 dimensiones.

De acuerdo al principio de trabajo máximo, se considera que el trabajo de tensiones asociado a las deformaciones plásticas, es superior σ igual al trabajo de todo otro estado de tensiones admisible asociado a las mismas deformaciones plásticas e igual-

mente situado sobre la superficie de fluencia (para un estado triaxial de tensiones) o sobre la curva límite (para un estado plano de tensiones) [3].

A partir de éste principio se pueden deducir las siguientes propiedades:

- a) las superficies o las curvas de fluencia son convexas.
- b) el incremento de deformación plástica $d\varepsilon_{ij}$ correspondiente a un estado de tensiones σ_{ij} dado, es normal a la superficie de fluencia en el punto correspondiente a la tensión aplicada, obteniéndose la siguiente regla de normalidad [40]:

$$d\varepsilon_{ij} = \nabla f(\sigma_{ij})d\lambda = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}d\lambda \quad (3.1)$$

siendo la función escalar f el potencial plástico, $d\varepsilon_{ij}$ el gradiente del potencial plástico y $d\lambda$ un escalar que depende de la historia del material.

En el caso de chapas metálicas, resulta de interés la descripción de distintos estados de tensiones planas y para ello se requiere analizar una sección plana de la superficie de fluencia de 6 dimensiones.

En el espacio de tensiones principales, la sección plana descrita por las condiciones $\sigma_{33} = \sigma_{23} = \sigma_{13} = \sigma_{12} = 0$ define una curva límite de fluencia plástica (CLF) que depende de las componentes principales σ_{11} y σ_{22} , las cuales se representan según un sistema de ejes principales de tensiones planas (σ_1, σ_2) de forma tal que $f(\sigma_1, \sigma_2) = \text{cte}$.

En la literatura, se encuentran trabajos interesantes en los cuales se presentan métodos analíticos para determinar la curva límite de fluencia mediante teorías cristalográficas del tipo límite inferior (lower-bound) [56] o límite superior (upper-bound) [57] para las tensiones calculadas. En otros trabajos también se utilizan criterios basados en la mecánica del continuo, tales como el criterio de Hill de acuerdo a la versión clásica [4] o modificada [58] y la propuesta de Hosford [59,60]. Los criterios del continuo utilizan un método de cálculo que resulta ser el de más simple aplicación y en consecuencia son frecuentemente utilizados a nivel industrial. Aunque se tiene la ventaja de utilizar un método simple, los criterios del continuo no siempre pueden

representar adecuadamente el comportamiento del material de acuerdo a la textura que el mismo presenta.

En el presente capítulo, se comparan las curvas de fluencia calculadas a partir de una teoría del continuo tipo Hill y una teoría cristalográfica tipo Taylor con hipótesis de deslizamiento no cristalográfico. Ello tiene por objeto analizar el alcance del criterio de Hill para describir las curvas de fluencia en relación a la textura que presentan distintos aceros ferríticos. Las curvas calculadas de acuerdo a los distintos métodos también son comparadas con un número reducido de puntos experimentales obtenidos de chapas metálicas. Los puntos experimentales que pueden ser obtenidos a partir de chapas delgadas, están asociados a estados de expansión biaxial, tracción y compresión uniaxial. Los ensayos de compresión uniaxial no pueden ser realizados directamente sobre chapas delgadas, considerando el pequeño espesor de las muestras (inferior a 2 mm). En este caso, se utiliza un método para reproducir una muestra masiva a partir de chapas delgadas, el cual será detallado en la sección 3.2.

Otros puntos experimentales, que no son obtenidos mediante ensayos convencionales de tracción y compresión uniaxial, son difíciles de determinar sobre chapas delgadas. En particular, la determinación del punto correspondiente a compresión equibiaxial, comprendido en el cuadrante compresión-compresión, requiere la realización de ensayos complejos, para los cuales se han diseñado solamente equipos para ensayos de rocas [61] y no existen aplicaciones al caso de chapas delgadas. En otros casos tales como deformación plana, en lugar de medir el punto experimental, se determinan mediante ensayos las tangentes correspondientes a la CLF [61]. Este método permite estimar en forma indirecta el punto correspondiente a deformación plana, pues el mismo queda determinado por la intersección de la tangente con la CLF descripta analíticamente.

Considerando las dificultades de caracterizar completamente la CLF a partir de medidas experimentales, resulta entonces importante poder describir analíticamente la curva. En particular es interesante el análisis del cuarto cuadrante, pues en ésta

región están representados los estados de tensiones y deformaciones correspondientes a procesos de embutido profundo. En este caso, el análisis está orientado a la predicción de irregularidades (orejas) en el borde de la copa de chapas embutidas. En procesos industriales este tipo de defectos resulta perjudicial desde el punto de vista de los costos, pues se requiere un maquinado adicional para eliminarlos con la consecuente pérdida de material.

A partir de las descripciones analíticas de las tensiones en el cuarto cuadrante de la CLF, dadas por el criterio de Hill y el modelo de Taylor, se calculan en éste trabajo los perfiles de embutido. A fin de analizar el alcance de las descripciones utilizadas, se comparan los perfiles predichos con valores experimentales correspondientes a chapas de aceros ferríticos.

En las siguientes secciones se describen los aspectos básicos utilizados en las descripciones analíticas de la CLF, dadas por el criterio de Hill y el modelo de Taylor.

3.1.1 Criterio de Hill

De acuerdo al concepto de superficie de fluencia, Hill [4] propone un criterio expresado en un sistema de ejes de anisotropía imponiendo una función cuadrática para el potencial plástico $f(\sigma_{ij})$. Dicha función está definida a partir de una extensión del criterio de Von Mises isótropo al caso anisótropo, introduciendo coeficientes de anisotropía.

Se considera una chapa delgada con simetría ortotrópica (fig. 3.1) sometida a un estado de tensiones planas. En éste caso particular cuando $\sigma_{zz} = \sigma_{xx} = \sigma_{yy} = 0$, el criterio de Hill correspondiente a la curva límite de plasticidad según los ejes de anisotropía: dirección de laminado (DL), dirección transversal (DT) y dirección normal (DN) se expresa:

$$2f(\sigma_{ij}) = (G + H)\sigma_{xx}^2 - 2H\sigma_{xx}\sigma_{yy} + (H + F)\sigma_{yy}^2 + 2N\sigma_{xy}^2 = 1 \quad (3.2)$$

Para analizar el comportamiento de la curva límite de plasticidad según distintas

direcciones en el plano de una chapa anisótropa, se efectúan rotaciones alrededor de la DN al plano de la chapa a partir de un ángulo α que forman las direcciones principales (1,2) con respecto a los ejes de anisotropía (DL, DT).

En el sistema de ejes principales (1,2,3) el tensor de tensiones correspondiente a un estado de tensiones planas se expresa de acuerdo a la forma diagonal:

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Las componentes σ_{xx} , σ_{yy} y σ_{xy} del tensor de tensiones en el referencial (DL, DT, DN), utilizadas en la expresión (3.2), se expresan en el sistema de ejes principales (1,2,3) de acuerdo a la siguiente transformación:

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= \sigma_1 \cos^2 \alpha + \sigma_2 \sin^2 \alpha \\ \sigma_{yy} &= \sigma_1 \sin^2 \alpha + \sigma_2 \cos^2 \alpha \\ \sigma_{xy} &= (\sigma_1 - \sigma_2) \sin \alpha \cos \alpha \end{aligned} \quad (3.4)$$

Reemplazando las relaciones (3.4) en la ecuación (3.2), se obtiene la expresión del criterio de Hill en función de las componentes (σ_1, σ_2) del tensor de tensiones (3.3) en el sistema de ejes (1,2,3), resultando:

$$\sigma_1^2 F_{11} + \sigma_2^2 F_{22} + 2F_{12}\sigma_1\sigma_2 = 1 \quad (3.5)$$

siendo:

$$\begin{aligned} F_{11} &= F \sin^4 \alpha + G \cos^4 \alpha + H(\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)^2 + 2N \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha \\ F_{22} &= F \cos^4 \alpha + G \sin^4 \alpha + H(\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)^2 + 2N \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha \\ F_{12} &= F \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha + G \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha - H(\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)^2 - 2N \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha \end{aligned} \quad (3.6)$$

La expresión (3.5) de la curva límite de plasticidad representa una elipse en el espacio de tensiones planas principales (σ_1, σ_2) , caracterizada por los coeficientes de

anisotropía F,G,H, y N. Si en la expresión (3.5) se considera: $F=G=H$ y $N=3F$, el criterio de Hill anisótropo se reduce al criterio de Von Mises para el caso isótropo:

$$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2 = \sigma_0^2$$

De acuerdo al criterio de Hill anisótropo, los coeficientes F, G, H y N contienen la información experimental de la anisotropía del material a través de parámetros macroscópicos, obtenidos de un ensayo de tracción uniaxial según la dirección principal 1.

- Uno de los parámetros macroscópicos es el coeficientes de Lankford $R(\alpha)$ [63] que relaciona las deformaciones según direcciones perpendiculares al eje 1 de tracción:

$$R(\alpha) = dE_{22}/dE_{33} \quad (3.7)$$

- Otros parámetros son los valores de tensiones de fluencia $\sigma_0(\alpha)$ obtenidos de la curva de tracción uniaxial y correspondientes a una deformación del 0.2% ($\sigma_{0.2}$).

El criterio de Hill (ec.3.5) para un estado particular de tensión uniaxial según la dirección principal 1, permite expresar la tensión de fluencia $\sigma_{0.2}(\alpha)$ en función de los coeficientes F,G,H y N en la forma:

$$1/\sigma_{0.2}^2(\alpha) = F \sin^2 \alpha + G \cos^2 \alpha + H + (2N - 4H - G - F) \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha \quad (3.8)$$

El coeficiente de anisotropía R en función de las deformaciones según las direcciones perpendiculares al eje (1) de tracción se expresa:

$$R(\alpha) = \frac{dE_{22}}{dE_{33}} = \frac{H + \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha (2N - F - G - 4H)}{F \sin^2 \alpha + G \cos^2 \alpha} \quad (3.9)$$

Los coeficientes F,G,H,N que figuran en la expresión (3.5) se calculan resolviendo el sistema de ecuaciones propuesto en las ecs. (3.8) y (3.9). Los valores de la tensión $\sigma_{0.2}(\alpha)$ son conocidos a partir de la curva $\sigma = f(dE_{11})$ correspondiente a un ensayo

de tracción uniaxial y los valores $R(\alpha)$ se obtienen midiendo las deformaciones que experimentan las probetas luego del ensayo [12]. En las tablas 3.1 se muestran los valores experimentales que fueron medidos en distintos aceros ferríticos para distintas direcciones tensiles en el plano de la chapa.

A partir del sistema de ecuaciones propuesto en las expresiones (3.8) y (3.9) se ajustan los coeficientes F,H,G,N con la información experimental obtenida del ensayo de tracción uniaxial. La resolución de dicho sistema puede efectuarse por distintos métodos. Una posible solución consiste en calcular los 4 coeficientes incógnitas F,G,H y N resolviendo un sistema de cuatro ecuaciones. Este método implica una elección arbitraria de 4 sistemas de ecuaciones entre todos los sistemas posibles y los coeficientes resultan muy dependientes de la elección efectuada. Por tal razón, resulta más adecuado resolver un sistema de ecuaciones sobredimensionadas ($n \geq 6$) con cuatro incógnitas: F,G,H y N [64]. A partir de la tabla 3.2 se obtiene para los aceros calmado e inoxidable (con distintas texturas), que los coeficientes prácticamente no dependen del sistema elegido, considerando que en éstos casos los valores experimentales $\sigma_0(\alpha)$ y $R(\alpha)$ introducidos en los cálculos, no presentan una marcada variación para distintas direcciones tensiles (α).

A partir de los coeficientes F,G,H y N correspondientes a los aceros calmado e inoxidable se calcularon las curvas límites de plasticidad utilizando la expresión (3.5). Los coeficientes F,G,H y N elegidos para la representación de las curvas corresponden al sistema de ecuaciones que presentan el mejor ajuste entre los valores calculados y experimentales de $\sigma_0(\alpha)$ y $R(\alpha)$.

En la figura 3.3 se representan, por ejemplo para el acero inoxidable, las curvas según los ejes de anisotropía (ejes de tensiones principales σ_1, σ_2) correspondientes a chapas cuya dirección 1 de tracción forma $0^\circ, 45^\circ$ y 90° con respecto a la DL. La rotación de las curvas a distintos ángulos α pone en evidencia el comportamiento anisotrópico de las tensiones según distintas direcciones en el plano de la chapa

De acuerdo a la figura 3.4, las curvas calculadas a $\alpha = 0^\circ$ para el acero calmado

laminado un 50% presentan un aumento proporcional de las tensiones de fluencia con respecto al acero calmado recocido (curvas de fluencias homotéticas). Dado que los coeficientes de anisotropía F, G, H y N obtenidos para ambos aceros (tabla 3.2) son prácticamente proporcionales, resulta entonces evidente que se observe una relación homotética entre las curvas calculadas de acuerdo a la expresión (3.5) del criterio de Hill. El aumento de las tensiones de fluencia en el acero calmado predeformado por laminado, es una consecuencia de los mayores valores de tensiones en tracción observados experimentalmente (tabla 3.1(b)), los cuales son utilizados como parámetros de ajuste de la curva.

Los parámetros macroscópicos $R(\alpha)$ y $\sigma_{0.2}(\alpha)$ utilizados en el criterio de Hill, son responsables de los distintos comportamientos anisotrópicos de las curvas límites. En la figura (3.5) se muestra el comportamiento de $R(\alpha)$ para distintas direcciones (α) en el plano de la chapa. Para cada acero analizado, se consideraron los valores experimentales y los valores calculados a partir del criterio de Hill y el modelo de Taylor. El coeficiente $R(\alpha)$ del acero calmado recocido (fig. 3.5(a)) presenta valores máximos en $\alpha = 0^\circ$ y 90° , mientras que en el acero inoxidable y el calmado laminado se ubica un máximo de $R(\alpha)$ en $\alpha = 45^\circ$.

De acuerdo al criterio de Hill, solo se puede relacionar en forma indirecta la textura con el comportamiento de las curvas límites calculadas, pues los parámetros macroscópicos $R(\alpha)$ y $\sigma_0(\alpha)$ contienen implícitamente la información de la anisotropía de la muestra. Además, dicha anisotropía puede contener no solamente el efecto de la anisotropía cristalográfica (textura), sino también puede incluir una anisotropía morfológica (forma de los granos, inclusiones, etc.), cuya importancia respecto a la anterior no puede ser diferenciada mediante el criterio de Hill. El cálculo de las CLF a partir del modelo de Taylor permite considerar únicamente la anisotropía cristalográfica y en consecuencia se puede interpretar el comportamiento de las CLF en directa relación con las texturas que presentan los materiales estudiados.

3.1.2 Modelo de Taylor

En el modelo clásico de Taylor con hipótesis de deslizamiento no cristalográfico (sección 2.3), la información de la textura y los mecanismos de deformación en cada grano se incorporan en el modelo a partir del factor de Taylor del policristal, que resulta proporcional al trabajo de deformación. Para un estado triaxial de deformaciones impuestas y un estado de tensiones planas aplicadas según direcciones principales, se determina el trabajo plástico del policristal a partir de la siguiente relación:

$$dw = \sigma_{11}dE_{11} + \sigma_{22}dE_{22}$$

o de otra forma

$$\frac{dw}{\tau_c dE_{11}} = \bar{M}(q) = \frac{\sigma_{11}}{\tau_c} - q \frac{\sigma_{22}}{\tau_c} \quad (3.10)$$

donde $\bar{M}(q)$ es el factor de Taylor del policristal para una deformación descrita por dE_{11} y un factor de contracción q , τ_c representa la tensión de corte crítica resuelta.

Para una muestra texturada, el factor de Taylor del policristal se expresa como el promedio de los factores de Taylor del cristal para una dada deformación impuesta sobre todas las orientaciones cristalinas [32]. De ésta forma, se introduce una descripción cuantitativa de la textura mediante la función distribución de orientaciones cristalinas (FDOC) (1.1.1.). Utilizando dicha función, la fracción del volumen de la muestra asociada a una dada orientación $g(\psi, \theta, \phi)$ es proporcional a $f(g)dg$. Entonces, el factor de Taylor del policristal resulta [32]:

$$\bar{M}(q) = \int_g M(q, g) f(g) dg \quad (3.11)$$

donde $M(q, g)$ es el factor de Taylor de cada cristal con una orientación g respecto de la muestra.

Una forma de calcular la integral (3.10) es considerando que las funciones $M(q, g)$ y $f(g)$ pueden ser desarrolladas en series de armónicos esféricos generalizados, teniendo en cuenta propiedades de simetría de la muestra y el cristal. Para describir el

comportamiento anisotrópico del material según distintas direcciones en el plano de la muestra a partir de un ángulo α (fig. 3.1), la ecuación (3.11) puede expresarse en la forma:

$$\bar{M}(q, \alpha) = 4\pi^2 \sum_{\ell mn} f_{\ell mn} \cdot m_{\ell mn}(q) \cdot \cos(m\alpha) \quad (3.12)$$

donde $f_{\ell mn}$ y $m_{\ell mn}$ son los coeficientes de los desarrollos en serie de las funciones $f(g)$ y $M(q, g)$ respectivamente.

Los coeficientes $m_{\ell mn}$ tienen en cuenta la geometría de la deformación de acuerdo a la orientación g de cada grano y en el caso de materiales bcc se calculan de acuerdo a la hipótesis de deslizamiento no cristalográfico [65]. Los coeficientes $f_{\ell mn}$ contienen la información de la distribución de orientaciones de los granos en el material descrita por la FDOC. Los coeficientes $m_{\ell mn}$ tienen las mismas propiedades que los coeficientes $f_{\ell mn}$ deducidas de las simetrías de la muestra y el cristal [12].

Las curvas de fluencia se calculan a partir de la expresión (3.10) que representa una recta en el espacio de tensiones principales σ_{11} y σ_{22} para cada valor de $q(\alpha)$ conocido y $\bar{M}(q, \alpha)$ dado por la ec. (3.11). Aplicando el principio de trabajo máximo se considera la familia de rectas definidas para distintos valores de $q(\alpha)$ y la envolvente determina la curva límite.

De acuerdo al principio anterior, la curva de fluencia es convexa y la tangente a la misma tiene un valor : $tg\theta = 1/q = -dE_{11}/dE_{22}$. La curva de fluencia se construye a partir de 24 tangentes T(1) (fig.3.2) correspondientes a valores de q tales que $0 \leq \theta \leq 2\pi$ con un paso de 15° . Conociendo el conjunto de rectas definidas en la expresión (3.10) se construye entonces la curva envolvente para un ángulo α dado [66].

De acuerdo al modelo de Taylor se calcularon las curvas límite de plasticidad de los aceros calmado e inoxidable. Las curvas fueron representadas utilizando valores de tensiones ajustados de forma tal que las tensiones predichas según el eje σ_{11} fueran coincidentes con valores experimentales. La figura 3.6 muestra para el acero inoxidable

ble, las curvas límites correspondientes a la dirección de tracción σ formando 0° , 45° y 90° con respecto a la dirección de laminado (DL). Como en las curvas calculadas de acuerdo al criterio de Hill, se pone de manifiesto la anisotropía existente según distintas direcciones en el plano de la chapa, si bien los valores de fluencia obtenidos a partir del modelo de Taylor resultan ser menores.

En la figura 3.7 se comparan las curvas calculadas para un ángulo $\alpha = 0^\circ$, correspondientes a los aceros calmado recocido y laminado un 50%. El endurecimiento isótropo observado en las curvas es una consecuencia de las hipótesis utilizadas en el modelo, en el cual no se considera la influencia del endurecimiento anisótropo en el material deformado.

Es importante marcar que las diferentes texturas que presentan los aceros analizados (sección 1.2) son directamente responsables de las diferencias observadas en el comportamiento de las curvas calculadas. Ello se debe a que, de acuerdo al modelo de Taylor, se aplican a los materiales las mismas hipótesis con respecto a los mecanismos de deformación. En la fig. (3.8) se analizan las CLF de los aceros ferríticos del tipo calmado al Al e inoxidables de los tipos 409 y 430 en función de las principales componentes de textura que los mismos presentan (tabla 1.2 y fig. 1.9). El mayor refuerzo en la intensidad de las componentes de textura de fibra $\{111\} \langle uvw \rangle$ para el acero calmado al Al recocido (tabla 1.3) produce el mayor incremento de las tensiones asociadas a estados de deformación plana en el 1º y 3º cuadrantes de la curva. En el acero inoxidable 409 también se observa en el 3º y 4º cuadrantes de la curva un aumento de las tensiones. Dicho comportamiento puede ser una consecuencia de la presencia de fuertes componentes de textura $\{554\} \langle 225 \rangle$ y $\{233\} \langle 113 \rangle$, sumado a componentes de textura $\{100\} \langle 110 \rangle$ y $\{112\} \langle 110 \rangle$ que presentan la misma importancia de la componente $\{111\} \langle 112 \rangle$ del acero calmado al Al recocido (tabla 1.2).

3.2 Análisis de las curvas límites de fluencia calculadas y de la información experimental

La función potencial plástico (3.5) , propuesta en el criterio de Hill, permite representar solamente curvas de fluencia de formas elípticas. Para analizar la validez de ésta representación en relación a la textura que presenta el material, se comparan las curvas calculadas según el criterio de Hill con las calculadas de acuerdo al modelo de Taylor. Además, se analiza el comportamiento de las curvas calculadas en relación a valores experimentales y tangentes a la curva de fluencia tal como se muestra en las figuras 3.9 para los distintos aceros ferríticos.

a) Experiencias:

La figura 3.9(a) presenta puntos experimentales y calculados de la curva de fluencia correspondientes al acero calmado al Al. Las tensiones de fluencia experimentales $\sigma_{0.2}$ para los puntos 1 y 2 fueron fácilmente obtenidos a partir de ensayos de tracción simple según las direcciones DL y DT. Los otros puntos experimentales fueron obtenidos mediante ensayos de compresión pura según los ejes de anisotropía DL, DT y DN. Los ensayos de compresión sobre chapas delgadas no son accesibles y por lo tanto se simula una muestra masiva por medio del apilamiento de chapas [64].

Los ensayos de compresión simple fueron efectuados sobre muestras de 10mm x 10mm de sección y 20mm de altura, construidas por un apilamiento de chapas pegadas con cyanolyte, las cuales fueron rectificadas mecánicamente a fin de asegurar una precisión de $\pm 0.01mm$. en todas las dimensiones de la muestra. Las dimensiones se eligieron de forma tal que la altura sea el doble del espesor como mínimo, a fin de considerar los requerimientos sobre la geometría de muestras masivas utilizadas en ensayos de compresión standart, los cuales se tienen en cuenta para evitar inestabilidades durante la fluencia plástica [64]

Los ensayos de compresión fueron realizados sin lubricación teniendo en cuenta que son necesarias deformaciones plásticas bajas para determinar las tensiones de fluencia,

y en consecuencia se podría suponer que los efectos de fricción son despreciables. Los puntos 3 y 4 de las figuras 3.9 fueron obtenidos mediante ensayos de compresión según las direcciones DL y DT respectivamente. El punto 5 fue obtenido sumando una tensión hidrostática de componentes $\sigma_h = \sigma_3$ a la tensión de compresión según DN, la cual tiene el mismo valor absoluto que la tensión aplicada pero de sentido opuesto. En consecuencia es suficiente efectuar un ensayo de compresión según DN para obtener el punto correspondiente a un estado de tensión biaxial ($\sigma_1 = \sigma_2$), pues las tensiones hidrostáticas no contribuyen a la fluencia plástica.

b) Ajustes de CLF:

La comparación entre los valores calculados y experimentales correspondientes a la curva de fluencia requiere un ajuste de las tensiones calculadas de acuerdo al modelo de Taylor, las cuales son normalizadas al valor de la tensión de corte crítica τ_c (ec. 3.10). El ajuste de las tensiones a partir de un mismo valor τ_c es válido cuando el material no presenta el efecto Bauschinger ni operan mecanismos de maclado, los cuales determinan curvas de fluencia no centrosimétricas. El valor τ_c del cristal solamente se puede estimar a partir de la información experimental de un policristal. Ello se debe, a la dificultad experimental de construir un monocristal con características microestructurales similares a los materiales estudiados (composición química, inclusiones, densidad de dislocaciones, etc). En la literatura existen valores experimentales de τ_c correspondientes a monocristales de *Fe* en un amplio intervalo de valores ($20 \leq \tau_c \leq 100 \text{ MPa}$) según diferentes orientaciones, densidades de dislocaciones e impurezas de los monocristales [67].

La aproximación utilizada en la literatura, para evaluar el valor τ_c del policristal, consiste en suponer que en tracción simple los valores de la tensión de fluencia calculados y experimentales son iguales [64]. De esta manera, se obtienen para los aceros estudiados los siguientes valores estimados de τ_c :

a. calmado recocido: $\tau_c = 73 \text{ MPa}$

a. calm. lam. 50% : $\tau_c = 81 \text{ MPa}$

a. inoxidable 409 : $\tau_c = 98MPa$

los cuales se encuentran comprendidos en el rango de valores experimentales correspondientes a monocristales de *Fe*. En las figuras (3.9) se ajustaron las CLF con los valores estimados de τ_c , encontrándose que las tensiones calculadas utilizando el modelo de Taylor son menores que los valores experimentales en expansión biaxial.

Por otra parte, se estimó el valor τ_c ajustando las curvas calculadas de acuerdo al modelo de Taylor con valores experimentales correspondientes al estado de expansión biaxial. Se consideró como ejemplo el acero calmado recocido (fig. 3.10), pues en éste caso prácticamente no se modifica la forma de la curva obtenida por el criterio de Hill o el modelo de Taylor y en general no existen diferencias importantes en los valores de las tensiones calculadas. Se estimó que, a partir de éste último ajuste, se obtendría un resultado mas coherente en lo que respecta a la sobreestimación (upper bound) de las tensiones calculadas de acuerdo al modelo de Taylor [56], pero los resultados muestran una aproximación más grosera a los puntos experimentales en tracción y compresión.

c) Tangentes a la CLF:

Las tangentes a las curvas de fluencia fueron obtenidas midiendo el coeficiente de Lankford $R(\alpha)$ correspondiente a ensayos de tracción según las direcciones DL y DT (fig. 3.9). El coeficiente de contracción $q(\alpha) = -dE_{22}/dE_{11}$ obtenido de ésta forma está relacionado con $R(\alpha)$ por la ecuación

$$R(\alpha) = \frac{q(\alpha)}{1 - q(\alpha)} \quad (3.13)$$

y la tangente a la curva de fluencia está dada por la relación:

$$tg\theta = -\frac{dE_{11}}{dE_{22}} = \frac{1}{R} + 1 \quad (3.14)$$

En las tablas 3.1 y las figuras 3.5 se comparan los valores medidos y calculados del coeficiente $R(\alpha)$, correspondientes a ensayos de tracción uniaxial según diferentes direcciones tensiles en el plano de la chapa. Se obtiene una mejor aproximación a

los resultados experimentales en el acero calmado al Al, el cual presenta una baja anisotropía ($\bar{R}_{exp.} = 1.27$). En general el criterio de Hill y el modelo de Taylor describen adecuadamente la forma de la curva $R(\alpha)$, aunque en algunos casos el modelo de Taylor no presenta un ajuste perfecto con los valores experimentales. En el acero calmado laminado 50%, los valores $R(\alpha)$ calculados de acuerdo al criterio de Hill, presentan la mayor diferencia con los valores experimentales. Se estima que ello es consecuencia del ajuste efectuado con un menor número de puntos experimentales.

d) Validez de la representación de las CLF en el primer cuadrante:

Los resultados representados en la fig. 3.9 muestran en general un buen acuerdo entre las predicciones teóricas y los puntos experimentales. Sin embargo, el modelo de Taylor presenta una leve desviación respecto a la tensión de fluencia biaxial experimental obtenida a partir de ensayos de compresión según DN. Es difícil asegurar si el desacuerdo del modelo de Taylor con el valor experimental en expansión biaxial se puede atribuir solamente a problemas en la descripción del modelo o bien al método experimental utilizado. Si se determina el valor de tensión biaxial a partir de ensayos "bulge" [35], se observa que el modelo de Taylor (fig. 3.9 (b)) es el que mejor predice el valor experimental en expansión biaxial obtenido para el acero inoxidable 409 [68]. El valor experimental de la tensión biaxial obtenido mediante ensayos "bulge" es menor que el obtenido a partir de los ensayos de compresión según DN. Si bien ambos resultados deberían ser equivalentes, el ensayo "bulge" no introduce los posibles efectos de fricción producidos en un ensayo de compresión uniaxial.

Un interesante análisis sobre la validez de las diferentes representaciones del primer cuadrante de la CLF surge de la comparación entre las predicciones y los resultados experimentales del primer cuadrante de la curva obtenidos por Semiatin [56], Vial [35,68] y los del presente trabajo. El análisis permite suponer que en esta región a medida que la anisotropía aumenta, las fuentes de desacuerdos entre experiencias y predicciones podrían ser encontradas principalmente en el modelo teórico utilizado. Esta idea está basada en el análisis de las relaciones $(\sigma_{11}^{ps}/\sigma_{11}^u)$ y $(\sigma_{11}^{bc}/\sigma_{11}^u)$, donde

σ_{11}^{ps} , σ_{11}^{bc} y σ_{11}^u son las tensiones de fluencia según la dirección σ_{11} correspondientes a un ensayo de deformación plana ($E_{22} = 0$), un ensayo de expansión biaxial y un ensayo de tensión uniaxial respectivamente, aplicadas al acero calmado al Al. Es importante señalar que éstas relaciones son independientes de cualquier ajuste entre los resultados teóricos y los experimentales.

En la figura 3.11 son representados los valores ($\sigma_{11}^{ps}/\sigma_{11}^u$) experimentales y calculados en función del coeficiente de Lankford R . Los valores calculados fueron obtenidos utilizando el modelo de Taylor, una solución de límite inferior (lower bound) y el criterio de Hill para muestras texturadas. Además, la relación ($\sigma_{11}^{ps}/\sigma_{11}^u$) obtenida de acuerdo al criterio de Hill está también representada asumiendo isotropía planar, la cual puede ser asociada a una textura de fibra $\{111\} \langle uvw \rangle$. En éste último caso, la relación entre las tensiones puede ser escrita en la forma [56]:

$$\frac{\sigma_{11}^{ps}}{\sigma_{11}^u} = \frac{R + 1}{(2R + 1)^{1/2}} \quad (3.15)$$

De acuerdo a la fig. 3.11, puede observarse que el modelo de Taylor resulta una buena aproximación para los casos de baja anisotropía ($R < 1.5$). La solución de límite inferior y el criterio de Hill clásico aparecerían como representaciones más apropiadas para altas anisotropías (valores de $R > 1.5$). Considerando que los aceros ferríticos utilizados en éste trabajo, presentan un bajo comportamiento anisotrópico, se puede concluir que el modelo de Taylor como el criterio de Hill podrían ser utilizados como una solución para la descripción de los estados de tensiones σ_{11}^{ps} . De otra forma puede observarse en la tabla 3.3 que los valores experimentales ($\sigma_{11}^{bc}/\sigma_{11}^u$) son siempre mayores ($\sim 10\%$) que aquellos predichos por el modelo de Taylor. A pesar de que podrían existir algunos errores debidos a efectos de fricción en las chapas ensayadas en compresión, se supone que las diferencias observadas en los valores ($\sigma_{11}^{ps}/\sigma_{11}^u$) no podrían ser atribuidas exclusivamente a factores experimentales.

La información experimental obtenida permite conocer algunos puntos asociados con la curva de fluencia y analizar el alcance de las suposiciones teóricas utilizadas.

Sin embargo, ésta información resulta insuficiente cuando se quieren describir estados de tensiones y deformaciones más complejos. Por ejemplo, durante el embutido profundo de chapas metálicas, los estados de tensiones y deformaciones del material deformado corresponden a una región del cuarto cuadrante de la curva de fluencia ($\sigma_{11} > 0$ y $\sigma_{22} < 0$). Entonces, el estudio de los perfiles de embutido calculados y experimentales permite tener una información interesante respecto al alcance de la descripción de tensiones y deformaciones anisotrópicas.

3.3 Predicción teórica del comportamiento del material sometido al embutido profundo

A partir del análisis de las curvas límites de plasticidad, se puede desarrollar un estudio cuantitativo de las deformaciones producidas por el embutido de un material, a fin de prever la formación de orejas, debido a la anisotropía que presenta al material. Para efectuar el cálculo de los perfiles de embutido se puede suponer en primera aproximación que [69]:

- las orejas se forman sobre la región del material sujeto por el prensa chapa. (fig. 3.12 (a))
- las deformaciones en la base de la copa son pequeñas y despreciables.
- la muestra presenta un comportamiento rígido-plástico.
- los estados de tensiones sobre el material ubicado bajo el prensa chapa corresponden a un estado de tensiones planas ($\sigma_z = 0$), ésto significa admitir que la fuerza F ejercida por el prensa chapa es nula o despreciable, dejando al material fluir libremente.
- en todo instante, el sistema presenta un comportamiento estático.

- se supone que la textura y en consecuencia la curva límite de plasticidad no evoluciona en el tiempo.
- los efectos de endurecimiento son despreciados.

Los perfiles pueden ser obtenidos considerando las suposiciones anteriores y resolviendo un sistema de ecuaciones planteado en coordenadas cilíndricas (fig. 3.12 (b)) para las tensiones y los desplazamientos [66]. Además se deben adoptar condiciones de contorno sobre las tensiones asociadas a las curvas de fluencia [66,69] y considerando que para cada ángulo α (fig. 3.12 (c)) existe una distribución de tensiones en la región del material sujeto por el prensa chapa. Esta distribución corresponde al cuarto cuadrante de la curva de fluencia y se verifica la condición $\sigma_{rr} = 0$ para el radio externo (RE) (fig. 3.12(c)) del material. A partir de la curva de fluencia se pueden conocer los valores de las tensiones tangenciales $\sigma_{\alpha\alpha}$, suponiendo que el material de la pared de la copa presenta un estado de deformación plana ($q = 0$) y el material sometido al prensa chapa corresponde a un estado de corte puro ($q = 1$).

Para cada estado de tensiones de la curva de fluencia, se puede conocer la tangente a la curva (ec. 3.14) y en consecuencia se pueden determinar las deformaciones radiales (ϵ_{rr}) y tangenciales ($\epsilon_{\alpha\alpha}$).

Los perfiles de embutido se representan a partir de la variación relativa de la altura de la pared de la copa, expresada como:

$$\Delta H/H_m = (H(\alpha) - H_m)/H_m \quad (3.16)$$

siendo H_m el valor promedio de las alturas $H(\alpha)$ correspondientes a distintos valores de α .

3.4 Representación de perfiles de embutido en aceros ferríticos

En la figura 3.13 se muestran los perfiles calculados y experimentales para los aceros ferríticos analizados en éste trabajo. Se representa el porcentaje de la altura relativa de la pared de la copa $\Delta H/H_m$ para distintas direcciones en el plano de la chapa. La banda de valores experimentales corresponde a medidas efectuadas por el Ing. González (Dpto. Mecánica. Fac. Ingeniería (UNLP)).

Los perfiles experimentales muestran cuatro orejas en el acero calmado al Al, ubicadas en ángulos $\alpha = n\pi/2$ con $n = 1, 2, 3, 4$ y seis orejas en el acero inoxidable para ángulos $\alpha = (n - 1/2)\pi/2$ con $n = 1, 2, 3, 4$ y $\alpha = 0, \pi$. En el caso de chapas embutidas de acero calmado al Al con una reducción en espesor del 50% por laminado, se obtienen cuatro orejas ubicadas en ángulos $\alpha = (n - 1/2)\pi/2$ con $n = 1, 2, 3, 4$.

Los perfiles fueron calculados utilizando el modelo de Taylor en las muestras de acero calmado al Al e inoxidable. Considerando que la forma cuadrática del criterio de Hill no tiene aplicación en la descripción de perfiles que presentan más de cuatro orejas [58], este criterio fue utilizado solamente para el cálculo del perfiles en el acero calmado al Al.

Si se relacionan los perfiles calculados de acuerdo al modelo de Taylor con la textura que presentan los materiales analizados (fig. 1.8), se puede suponer que en el acero inoxidable el marcado refuerzo de componentes $\{554\} < 225 >$ (orientación próxima a la componente de fibra $\{111\} < 112 >$) y de las componentes $\{001\} < 110 >$ modifica el número y la posición de las orejas con respecto al acero calmado al Al, el cual presenta una textura tipo fibra $\{111\} < uvw >$ con refuerzos en componentes $\{111\} < 110 >$ (fig. 1.8 (c)). De acuerdo a la clasificación efectuada por Coulomb [70] en aceros ferríticos se puede asociar, en el acero inoxidable, la formación de orejas ubicadas simétricamente a 45° de la dirección de laminado con la presencia de componentes de textura $\{001\} < 110 >$. En el caso de componentes de fibra $\{111\} < uvw >$

se favorece la formación de orejas a 0° y 90° de la dirección de laminado.

Por otra parte, resulta también interesante analizar la influencia que presentan las principales componentes de textura sobre la capacidad de embutido de las chapas de acero ferrítico analizadas. En general se encuentra que las condiciones óptimas de embutido son satisfechas por la presencia de componentes de textura de fibra $\{111\}\langle uvw \rangle$ [57], las cuales tienen mayor importancia en el acero calmado recocido (tabla 1.2). La componente de textura $\{554\}\langle 225 \rangle$ que presenta un refuerzo importante en el acero inoxidable 409 (tabla 1.2), también puede ser considerada como una componente favorable para un proceso de embutido óptimo [24]. Las componentes de textura de fibra $\{111\}\langle uvw \rangle$ y $\{554\}\langle 225 \rangle$ brindan las condiciones de embutido más favorables porque son las que presentan una mejor combinación entre valores mayores de \bar{R} y valores bajos de ΔR asociados con un orejeado mínimo (tablas 3.4 y 3.5).

El comportamiento de los perfiles calculados, también se puede interpretar a partir del análisis de las deformaciones totales radiales ϵ_{rr} y tangenciales $\epsilon_{\alpha\alpha}$ que experimentan distintos puntos de material, los cuales se encuentran distribuidos inicialmente en forma uniforme en la región de material sujeto por el prensa chapa (fig. 3.12(c)). Dado que toda la deformación se produce en dicha zona, se supone que cuando se alcanza un radio $r \leq RI$ el material fluye en la matriz y cesan las deformaciones plásticas. En las figuras 3.14 se representan las curvas ϵ_{rr} en función de $\epsilon_{\alpha\alpha}$ correspondientes a direcciones ubicadas en ángulos $\alpha = 0^\circ, 45^\circ$ y 90° con respecto a la DL, para las cuales se prevee la formación de orejas. El efecto de rozamiento sobre la región del material sujeto por el prensa chapa, podría producir un aumento de la deformación radial ϵ_{rr} durante el proceso de deformación, observándose que en el acero calmado al Al (fig. 3.14 (a)) se verifica que las deformaciones radiales son mayores a $\alpha = 0^\circ$ y 90° en correspondencia con las orejas que se forman en dichas direcciones. El modelo de Taylor predice en éste caso valores de deformaciones radiales superiores a las calculadas de acuerdo al criterio de Hill. La fig. 3.14(b) muestra para el acero

inoxidable que las deformaciones radiales calculadas de acuerdo al modelo de Taylor son mayores a $\alpha = 45^\circ$.

La comparación entre los perfiles predichos y experimentales (fig. 3.13) pone de manifiesto que el modelo de Taylor brinda una descripción aceptable de la anisotropía plástica. En este caso, la textura es la única responsable de los diferentes perfiles calculados, considerando que las diferentes texturas dan origen a diferentes formas de la curva de fluencia para cada material. En el acero calmado al Al se tiene una predicción correcta de la posición y la altura relativa de la pared de la copa. En el acero inoxidable, aunque la altura relativa verifica la relación $H(0^\circ) > H(90^\circ)$, el modelo de Taylor no brinda una clara evidencia de la existencia de la sexta oreja. Las orejas ubicadas en $\alpha = (n - 1/2)\pi/2$ son predichas en forma satisfactoria.

Las diferencias de comportamiento entre los perfiles predichos y la banda de valores experimentales podría ser atribuido al esquema simple de deformaciones y tensiones asociadas a los procesos de embutido, y también al hecho que la evolución de la textura y los efectos de endurecimiento para diferentes direcciones son despreciados durante la deformación. El criterio de Hill describe correctamente la posición de las orejas en el acero calmado al Al, pero se subestima el comportamiento anisotrópico de las deformaciones durante el embutido profundo.

3.5 Discusión de resultados

Las curvas de fluencia y los perfiles de embutido predichos y experimentales confirman que el modelo de Taylor brinda en general la descripción más adecuada del comportamiento plástico anisotrópico de aceros ferríticos. Las predicciones del modelo de Taylor tienen bases físicas razonables, dadas por la representación cuantitativa de la textura (FDOC) y por la suposición de deslizamiento no cristalográfico (pencil glide) para describir el deslizamiento en los granos.

Aunque se presenten fuertes componentes de textura como en el caso del acero

inoxidable 409, la débil anisotropía medida puede ser atribuida a la anisotropía relativamente débil de monocristales orientados $\{111\} \langle uvw \rangle$ (tabla 3.4), siendo definida la misma por un proceso de deslizamiento no cristalográfico (pencil glide) [72]. Como la curva de fluencia de un material bcc texturado está dada por un promedio de curvas de fluencia de los distintos granos que componen el material, los cuales están preferentemente orientados hacia componentes de textura $\{111\} \langle uvw \rangle$ se puede esperar entonces un bajo comportamiento anisotrópico.

En el caso del criterio de Hill clásico, la descripción de la curva de fluencia es aceptable, pero se encuentran algunos desacuerdos para la descripción de las deformaciones y tensiones en el cuarto cuadrante, el cual está asociado a procesos de embutido profundo. En general, la aplicación de éste criterio está relacionada con la baja anisotropía plástica presentada por los aceros ferríticos estudiados. El coeficiente de Lankford, que es uno de los parámetros macroscópicos introducidos en éste criterio, cambia suavemente en el plano de la chapa. En consecuencia, los coeficientes de anisotropía adoptan valores que difieren en menos del 20% respecto de los obtenidos por la condición de isotropía plana $F = G = H$ y $N = 3F$ (tabla 3.2).

El criterio de Hill representa bien la forma de las curvas de fluencia de aceros ferríticos que presentan importantes componentes de textura $\{111\} \langle uvw \rangle$, las cuales están asociadas a monocristales con curvas de fluencia de formas elípticas (fig.3.15). Si el peso de las componentes de textura asociadas a monocristales con curvas de fluencia de formas no elípticas (fig. 3.16(a)) no es despreciable con respecto al peso de componentes de textura $\{111\} \langle uvw \rangle$, la aplicación del criterio de Hill es dudosa. Este es el caso de los aceros inoxidables ferríticos serie 430 (A) con bajo contenido de Ti (0.05%) que presenta una fuerte componente de textura de Goss $\{110\} \langle 100 \rangle$ y, para el cual es observada una distorsión importante de la forma elíptica de la curva de fluencia (fig.3.16(b)). Esta distorsión puede ser explicada considerando que la curva de fluencia del monocristal asociada a la componente de Goss tiene una forma romboédrica (fig. 3.16(a)), caracterizada por el valor $R(\alpha = \pi/2) = \infty$ y presentando

un vértice asociado a la dirección σ_{11} (para $\alpha = 0$ correspondiente a la dirección de laminado) [72].

En la literatura, son utilizadas representaciones del continuo más elaboradas [59, 60] que la primera versión del criterio de Hill [4] utilizada en éste trabajo. En estas representaciones se modifica la expresión de la función potencial plástico (ec.3.5) por una forma no cuadrática, para la cual se requieren medidas adicionales de ensayos en expansión biaxial. Si bien estas modificaciones del criterio de Hill clásico pueden llegar a describir correctamente los perfiles de embutido en ciertos materiales que presentan más de cuatro orejas, las mismas no proponen en general un mejor acuerdo con los resultados experimentales de deformación plana y expansión biaxial que el obtenido por la versión clásica de Hill [4]. En consecuencia, a partir de las distintas versiones del continuo, no se puede encontrar un único criterio de fluencia que asegure el mejor acuerdo para todas las combinaciones de ensayos y materiales investigados.

Por otra parte los criterios utilizados en el continuo no consideran los mecanismos de deformación en cada grano, los cuales pueden desempeñar un papel importante en ciertas estructuras. En el caso de materiales de estructura hexagonal, tales como el *Ti*, *Zr* y sus aleaciones, son más difíciles de ser tratados que los materiales de estructura cúbica, considerando que la geometría de deformación de los granos tiene asociada un fuerte comportamiento anisotrópico y además como una consecuencia del mecanismo de deformación por maclado, las curvas de fluencia no son centrosimétricas [26].

En los cálculos realizados de acuerdo al modelo de Taylor fue utilizada la suposición de ejes principales de tensiones y deformaciones para cualquier dirección estudiada en el plano de la muestra. El bajo comportamiento anisotrópico observado en los aceros analizados justifica la validez de ésta suposición. Si no se satisface ésta condición, la predicción de las curvas de fluencia utilizando el modelo de Taylor requiere un cálculo más detallado considerando componentes de tensiones y deformaciones no diagonales, tal como se propone en el trabajo de Canova y col. [73].

direcciones tensiles $\alpha(^{\circ})$	coeficientes de Lankford $R(\alpha)$		
	experimental	Hill	Taylor
0	1.25	1.21	1.42
30	1.19	1.18	1.22
45	1.15	1.20	1.19
60	1.32	1.30	1.20
90	1.45	1.46	1.38

direcciones tensiles $\alpha(^{\circ})$	tensiones de fluencia $\sigma_{0.2}(MPa)$		
	experimental	Hill	Taylor
0	197	198	197
30	205	204	206
45	205	207	209
60	212	208	207
90	207	206	203

Tabla 3.1 (a): Valores experimentales y calculados de un acero calmado al Al recocido.

direcciones tensiles $\alpha(^{\circ})$	coeficientes de Lankford $R(\alpha)$		
	experimental	Hill	Taylor
0	0.85	0.84	0.75
45	1.38	1.18	1.28
90	0.70	0.89	1.03

direcciones tensiles $\alpha(^{\circ})$	tensiones de fluencia $\sigma_{0.2}(MPa)$		
	experimental	Hill	Taylor
0	240	238	237
45	249	236	232
90	230	232	224

Tabla 3.1 (b): Valores experimentales y calculados de un acero calmado al Al laminado 50%.

direcciones tensiles $\alpha(^{\circ})$	coeficientes de Lankford $\hat{R}(\alpha)$		
	experimental	Hill	Taylor
0	1.11	1.04	0.84
15	1.18	1.15	0.92
30	1.27	1.24	1.14
45	1.55	1.40	1.32
60	1.32	1.33	1.24
75	1.25	1.28	1.08
90	1.15	1.24	1.04

direcciones tensiles $\alpha(^{\circ})$	tensiones de fluencia $\sigma_{0.2}(MPa)$		
	experimental	Hill	Taylor
0	298	303	297
15	292	299	305
30	293	294	310
45	293	292	303
60	305	299	302
75	312	310	311
90	318	315	314

Tabla 3.1 (c): Valores experimentales y calculados de un acero inoxidable AISI 409.

material	sistema de ecuaciones (n , m)	F	G (x10 ⁻⁶	H MPa ⁻²)	N
acero calmado al Al	(10, 4)	9.510	11.503	13.948	36.887
	(8, 4)	9.344	11.308	13.965	35.112
	(6,4)	9.758	11.649	14.033	36.693
acero inoxidable AISI 409	(14, 4)	4.465	5.265	6.601	18.585
	(10, 4)	4.456	6.203	5.610	18.514
	(8, 4)	4.544	5.297	5.600	18.038
	(6, 4)	4.457	5.149	5.599	19.108
acero calmado lam. 50%	(6,4.)	7.808	8.047	9.324	27.850

Sistema de ecuaciones:

Datos: $\sigma_{0.2}(\alpha)$ y $R(\alpha)$

Incógnitas: F,G,H,N

$$(14, 4) : 14 \text{ ecs. } \begin{bmatrix} R(0), R(15), R(30), R(45), R(60), R(75), R(90) \\ \sigma_{0.2}(0), \sigma_{0.2}(15), \sigma_{0.2}(30), \sigma_{0.2}(45), \sigma_{0.2}(60), \sigma_{0.2}(75), \sigma_{0.2}(90), \end{bmatrix}$$

$$(10, 4) : 10 \text{ ecs. } \begin{bmatrix} R(0), R(30), R(45), R(60), R(90) \\ \sigma_{0.2}(0), \sigma_{0.2}(30), \sigma_{0.2}(45), \sigma_{0.2}(60), \sigma_{0.2}(90), \end{bmatrix}$$

$$(8, 4) : 8 \text{ ecs. } \begin{bmatrix} R(0), R(30), R(60), R(90) \\ \sigma_{0.2}(0), \sigma_{0.2}(30), \sigma_{0.2}(60), \sigma_{0.2}(90), \end{bmatrix}$$

$$(6, 4) : 6 \text{ ecs. } \begin{bmatrix} R(0), R(45), R(90) \\ \sigma_{0.2}(0), \sigma_{0.2}(45), \sigma_{0.2}(90), \end{bmatrix}$$

Tabla 3.2: Coeficientes de Hill F,G,H y N.

n: número de ecuaciones (3.8) y (3.9)

m: número de coeficientes de anisotropía.

material	autor	experimental	Taylor	Hill
acero calmado al Al	resultados propios	1.14	1.03	1.08
	Vial y col. [35]	1.19	-	1.26
acero inoxidable	resultados propios	1.09	0.98	1.06
	Vial [68]	0.99	-	-

Tabla 3.3: Comparación entre valores experimentales y predichos

$$(\sigma_{11}^{bc}/\sigma_{11}^u).$$

Orientaciones Ideales	\bar{R} [24]	ΔR [24]
{111}< 110 >	1.81	0.36
{111}< 112 >	1.81	0.36
{554}< 225 >	1.81	0.39
{100}< 100 >	0.41	0.29
{110}< 100 >	2.87	3.04

$$\bar{R} = (R(0) + 2R(45) + R(90))/4$$

$$\Delta R = (R(0) - 2R(45) + R(90))/2$$

Tabla 3.4: Valores del coeficiente de Lankford promedio (\bar{R}) y variación (ΔR) en el plano para principales orientaciones ideales.

chapas de aceros ferríticos	\bar{R} exp.	ΔR exp.	% orejado promedio experimental
calm. recocido	1.25	0.20	3.74
calm. lam. 50%	1.07	0.60	6.35
inox. 409	1.34	0.42	4.61

$$\% \text{ orejado promedio} = (H_{\text{máx}} - H_{\text{mín}}) / H_m$$

Tabla 3.5: Valores experimentales del coeficiente de Lankford \bar{R} y ΔR . Relación con el porcentaje de orejado.

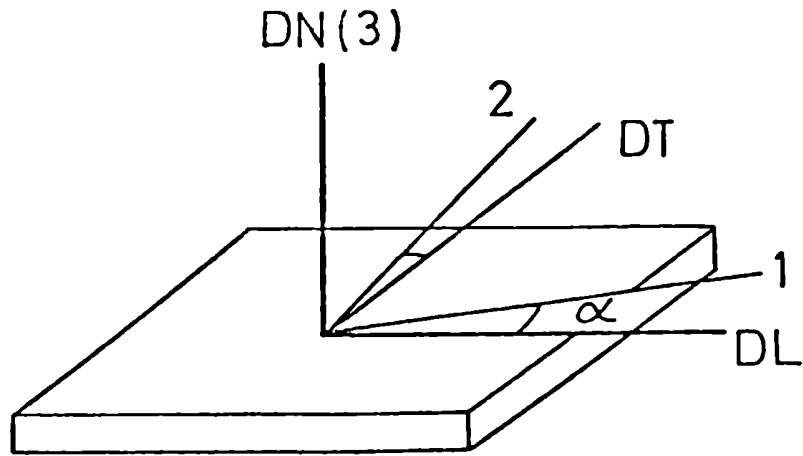


Figura 3.1: Definición de los ejes de anisotropía (DL,DT,DN) y principales (1,2,3) en chapas delgadas

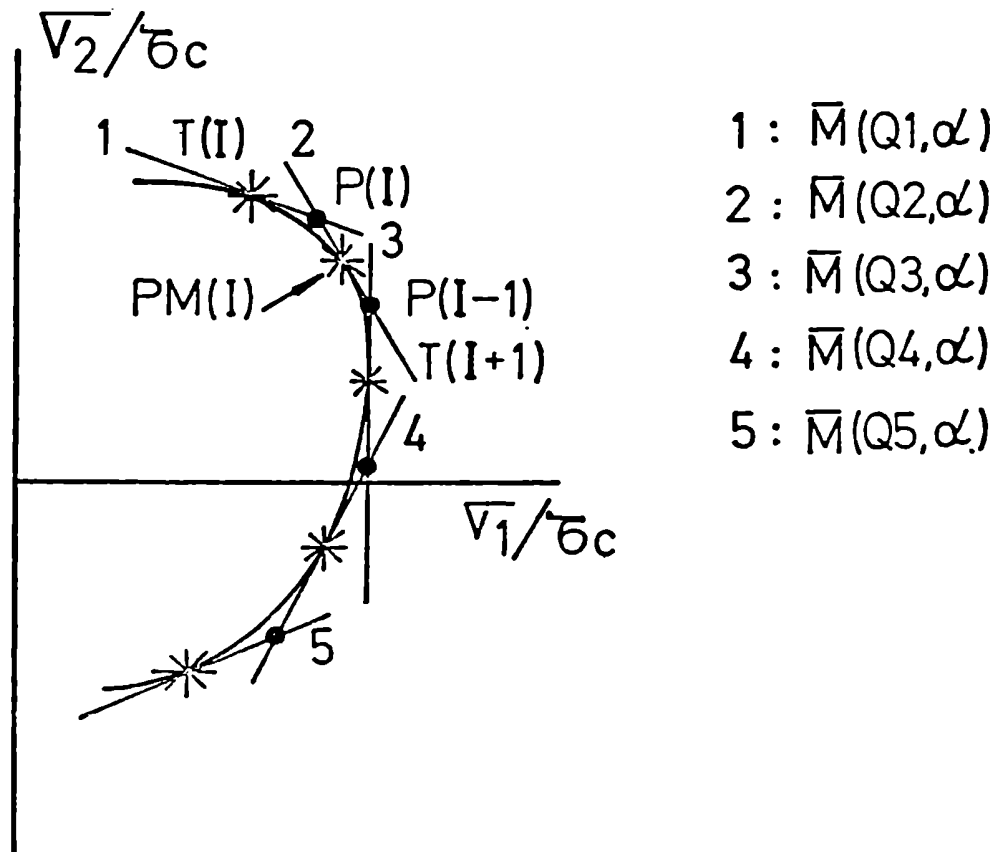


Figura 3.2: Construcción de la curva de fluencia de acuerdo al modelo de Taylor

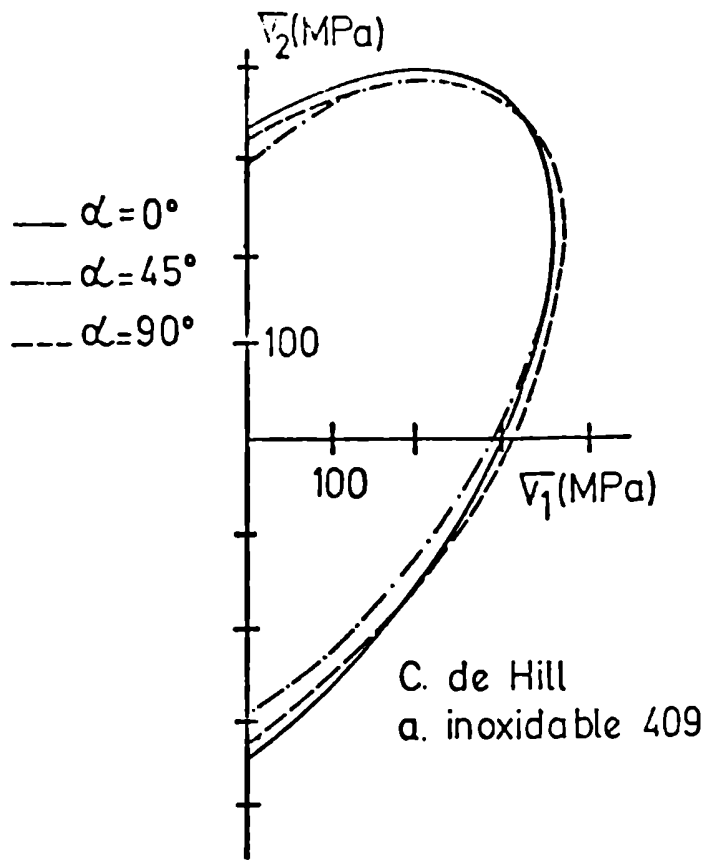


Figura 3.3: Curvas límites de fluencia calculadas de acuerdo al Criterio de Hill para un acero inoxidable 409

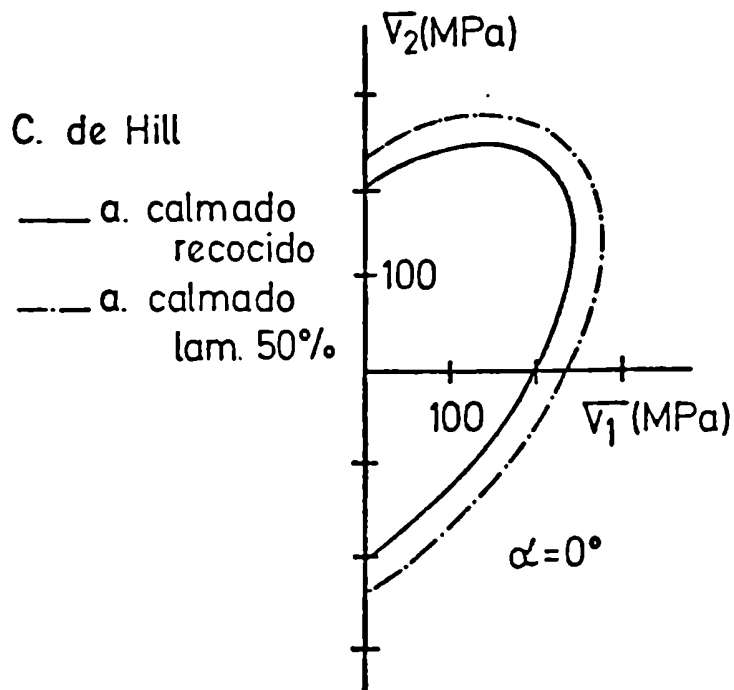
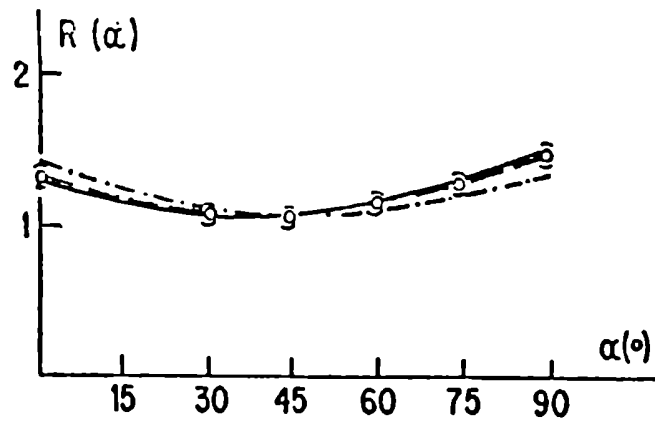
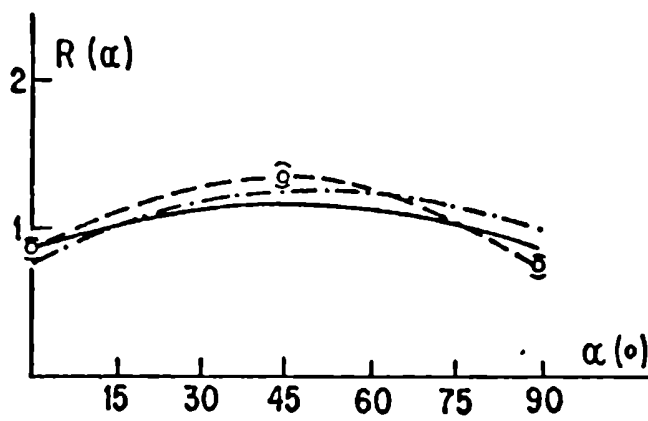


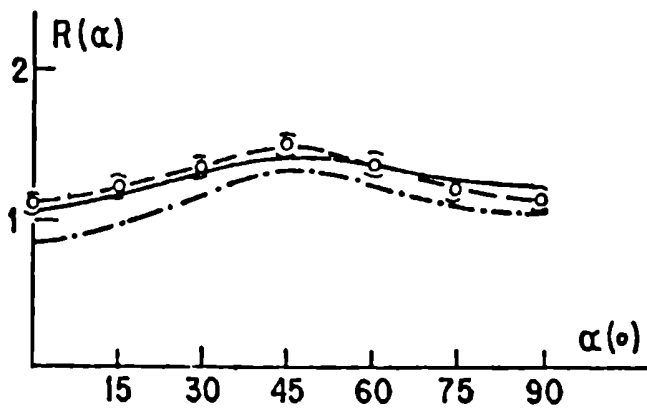
Figura 3.4: Curvas límites de fluencia calculadas de acuerdo al Criterio de Hill para un acero calmado al Al



a



b



c

Figura 3.5: Variación del coeficiente de Lankford $R(\alpha)$ en función del ángulo α que forma la dirección de tracción (1) con la dirección de laminado (DL). (a) acero calmado recocido. (b) acero calmado laminado 50%. (c) acero inoxidable 409.

Valores experimentales \circ
 Criterio de Hill ———
 Modelo de Taylor -·-

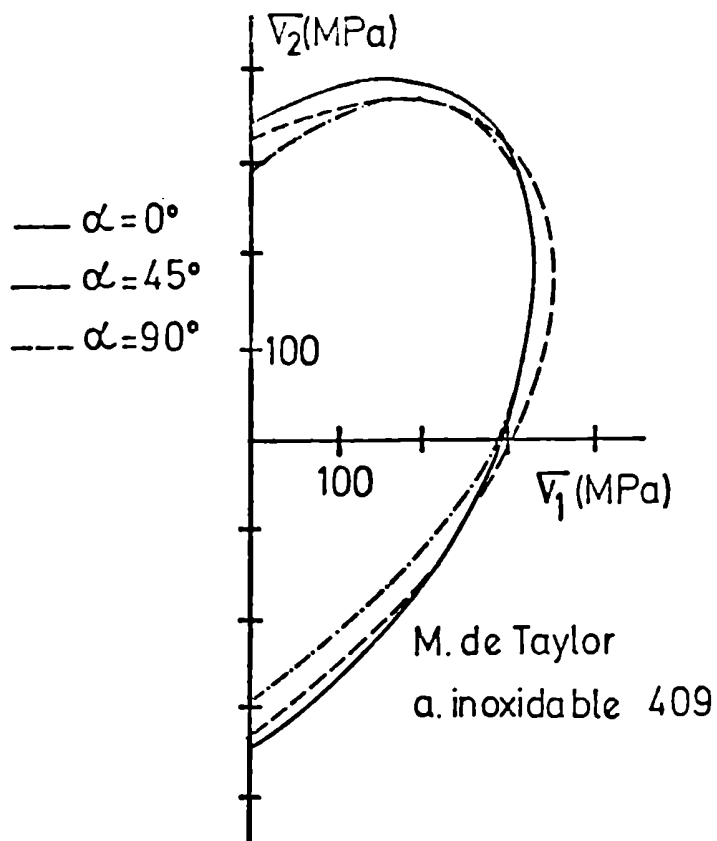


Figura 3.6: Curvas límites de fluencia calculadas de acuerdo al Modelo de Taylor para un acero inoxidable 409

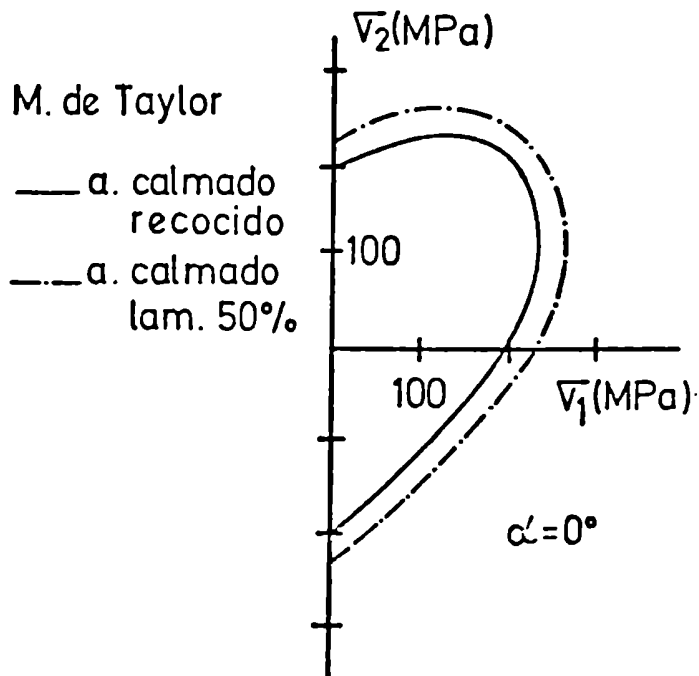


Figura 3.7: Curvas límites de fluencia calculadas de acuerdo al Modelo de Taylor para un acero calmado al Al

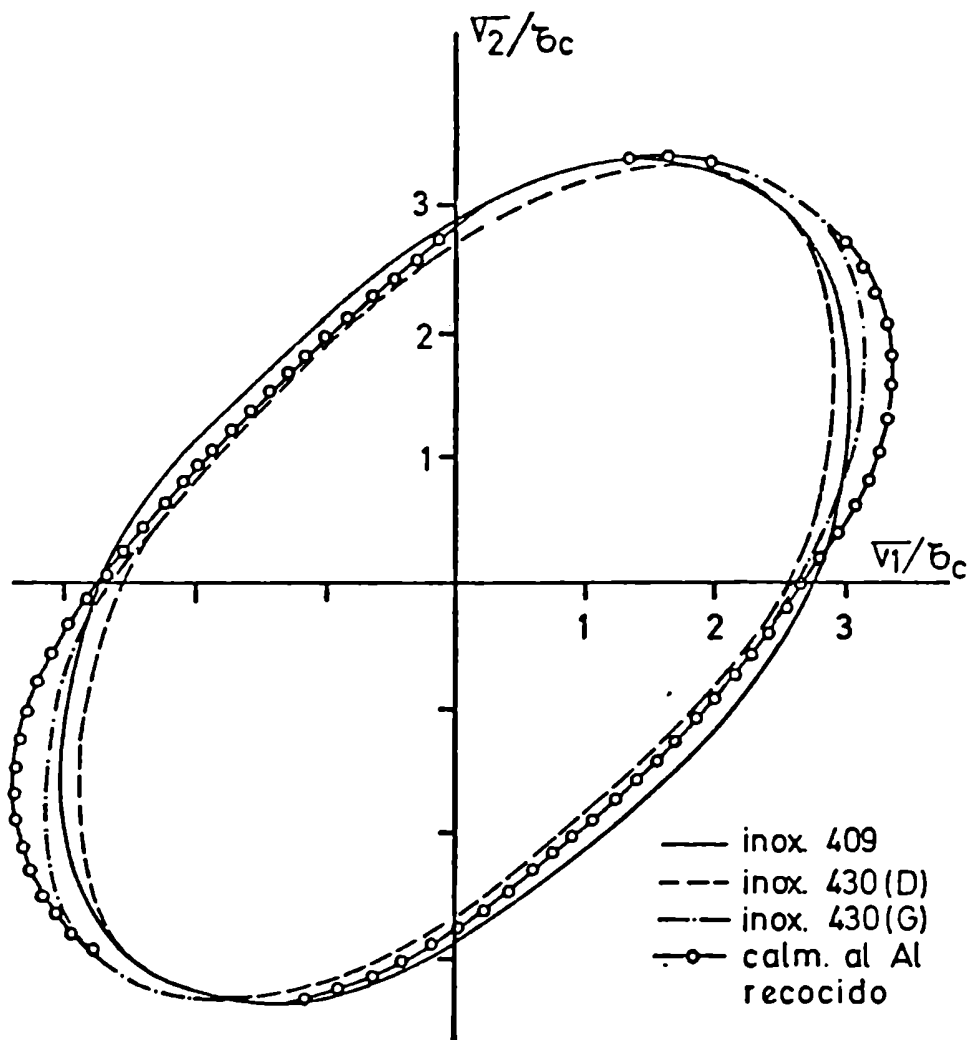


Figura 3.8: Curvas límites de fluencia calculadas de acuerdo al Modelo de Taylor para distintos aceros ferríticos

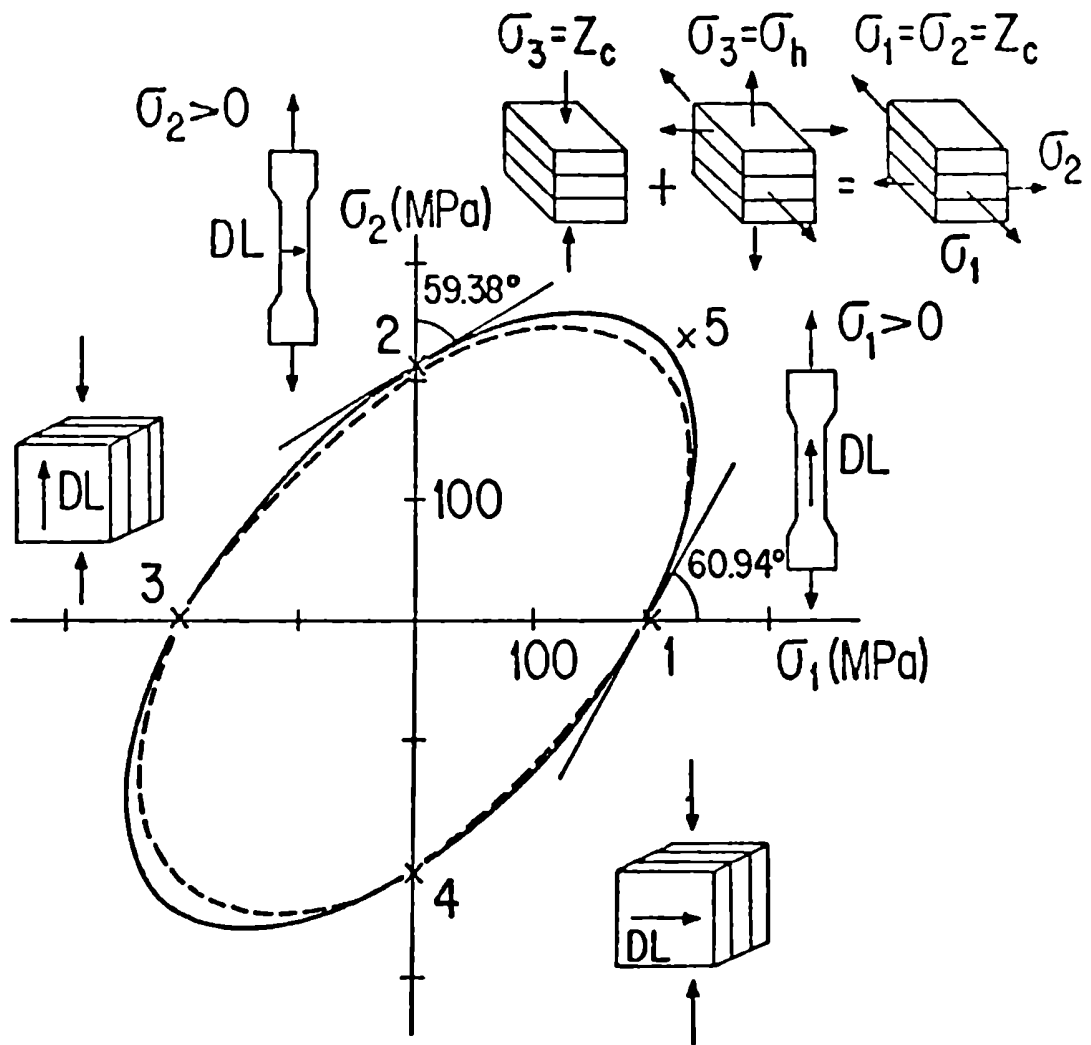


Figure 3.9: a) Comparación entre puntos experimentales y curvas de fluencia calculadas para un acero calmado al Al recocido.

Criterio de Hill
 Modelo de Taylor
 Valores experimentales x

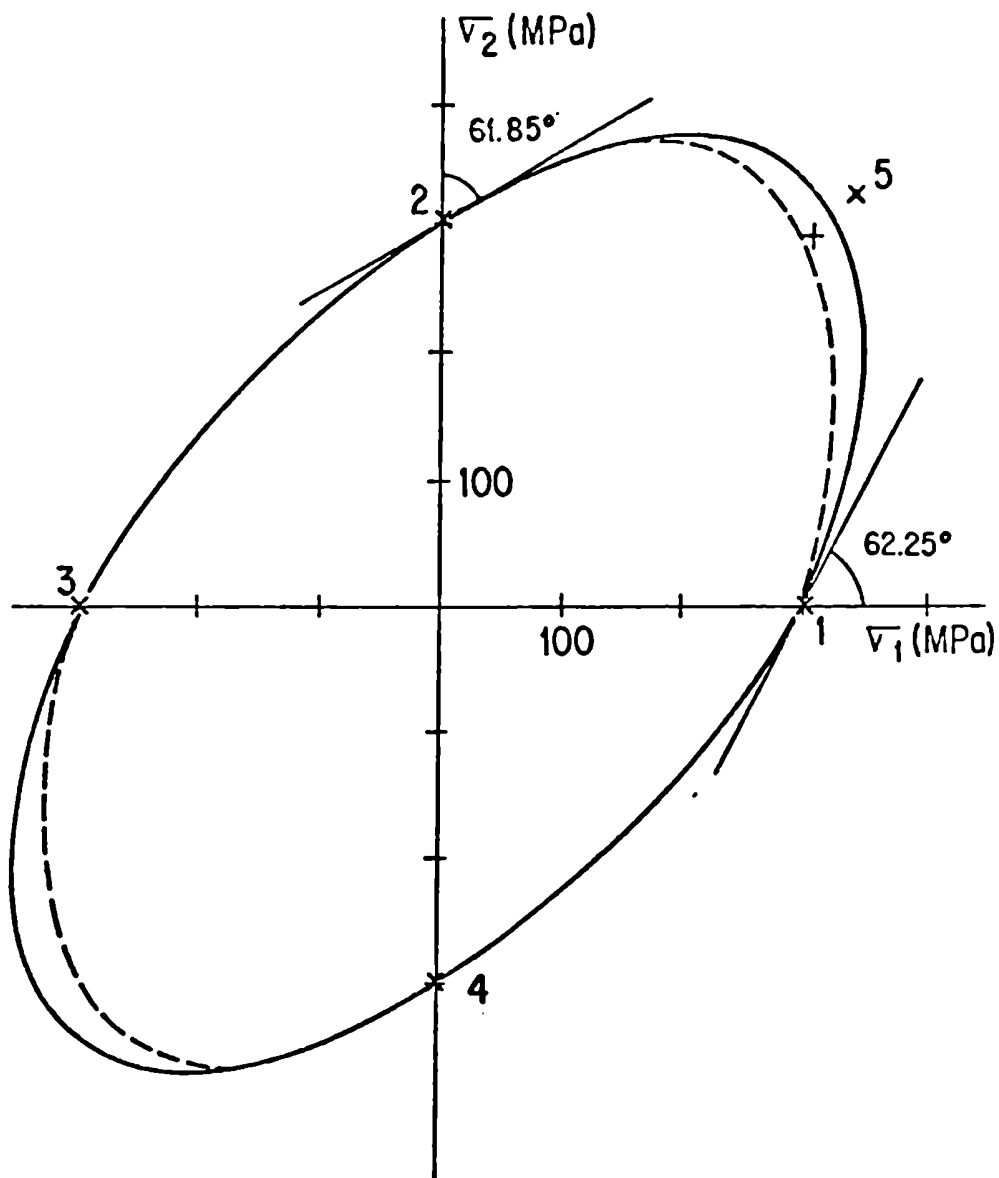


Figura 3.9: b) Comparación entre puntos experimentales y curvas de fluencia calculadas para un acero inoxidable 409.

Criterio de Hill	—
Modelo de Taylor	- - -
Valores experimentales propios	x
Valor experimental (Vial [68])	+

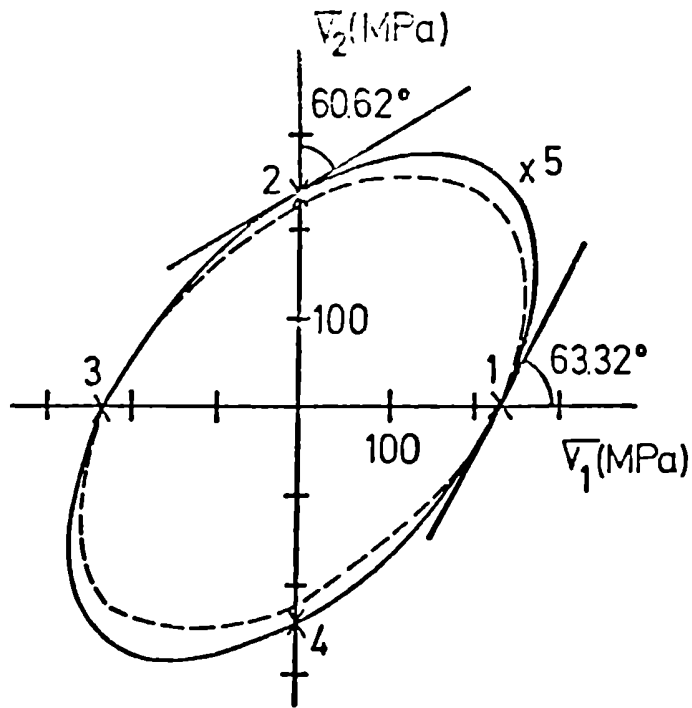


Figura 3.9: c) Comparación entre puntos experimentales y curvas de fluencia calculadas para un acero calmado al Al laminado 50%.

Criterio de Hill ———
 Modelo de Taylor - - - -
 Valores experimentales x

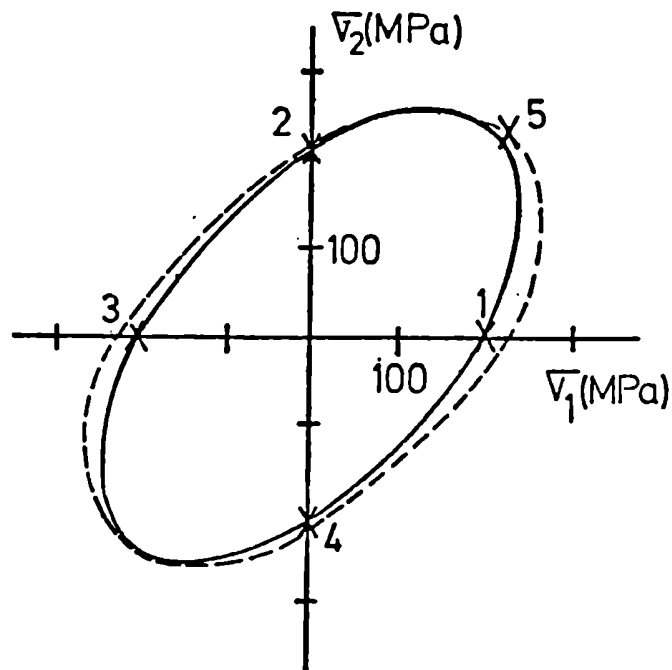


Figura 3.10: Curvas de fluencia calculadas de acuerdo al modelo de Taylor, a partir del valor τ_c obtenido de un estado de expansión biaxial (acero calmado al Al recocido).

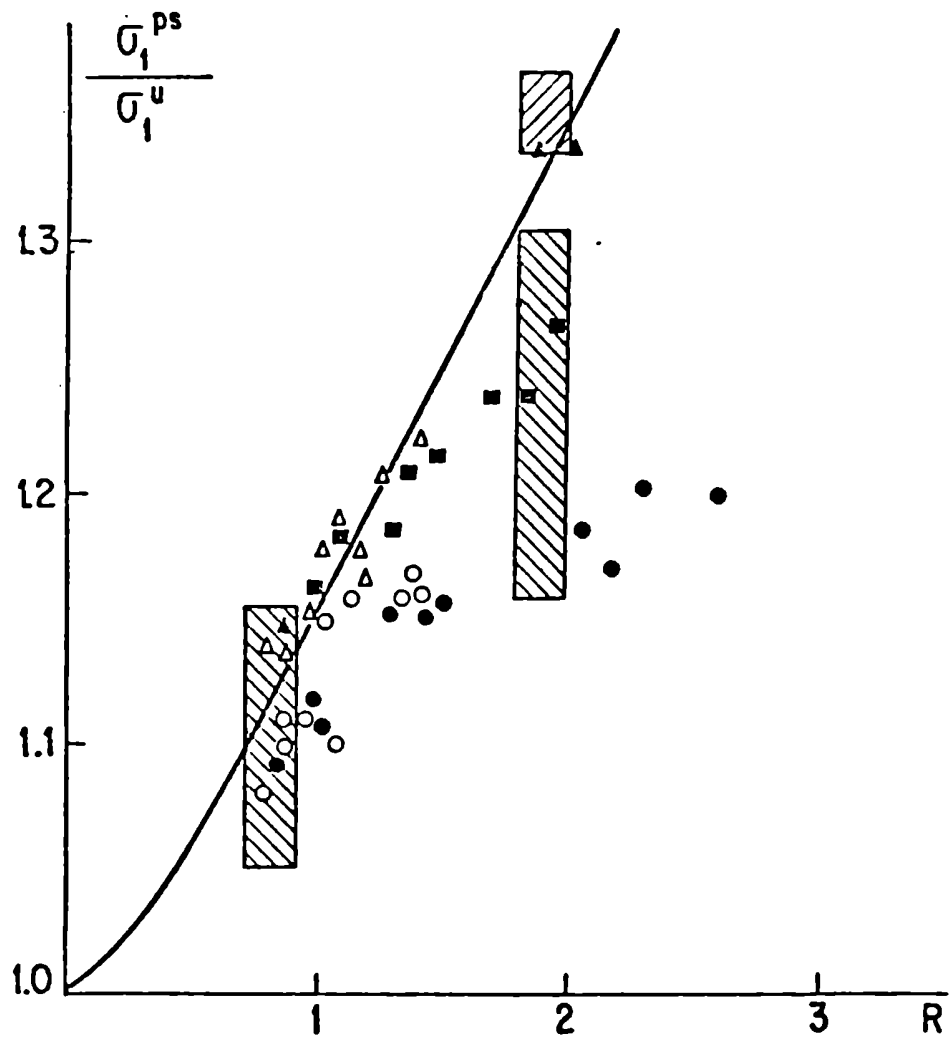
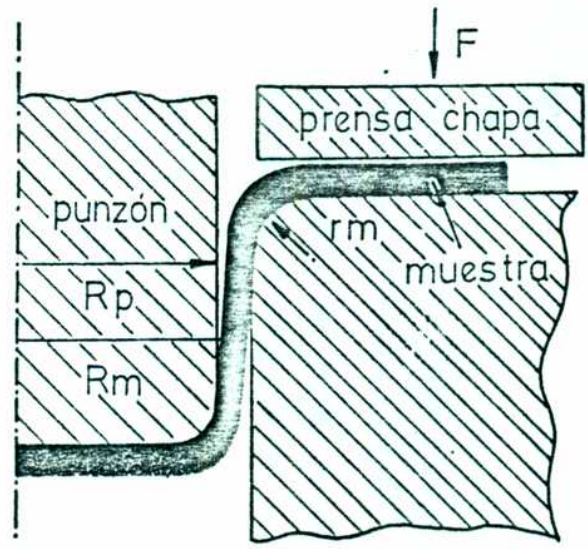


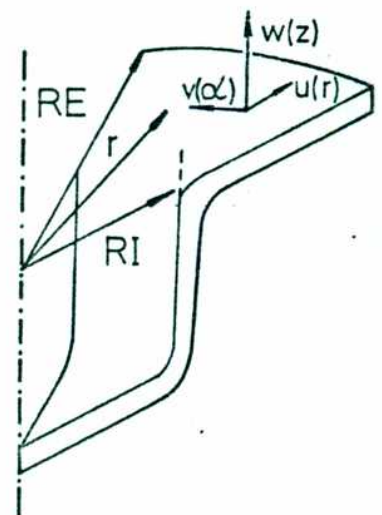
Figura 3.11: Valores $\sigma_{11}^{ps}/\sigma_{11}^u$ experimentales y predichos en función del coeficiente de Lankford (R), siendo σ_{11}^{ps} y σ_{11}^u las tensiones de fluencia para estados de deformación plana ($E_{22} = 0$) y tracción uniaxial según la dirección 1 respectivamente.

Experiencias	[Semiatin y co. [56]	▨
		Vial y col. [35]	▨

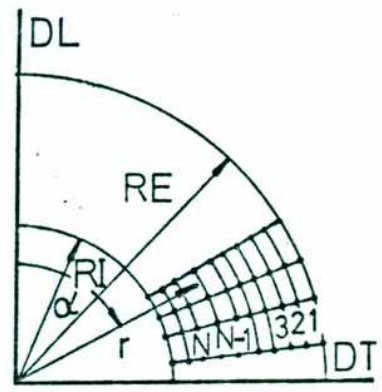
Predicciones	Modelo de Taylor	Semiatin y Col.	●
		Resultados propios	○
	Solución lower bound	Semiatin y Col.	■
		Semiatin y Col.	▲
	Criterio de Hill	Resultados propios	△
		Textura de fibra $\{111\} \langle uvw \rangle$	—



a) Esquema del ensayo de embutido profundo.

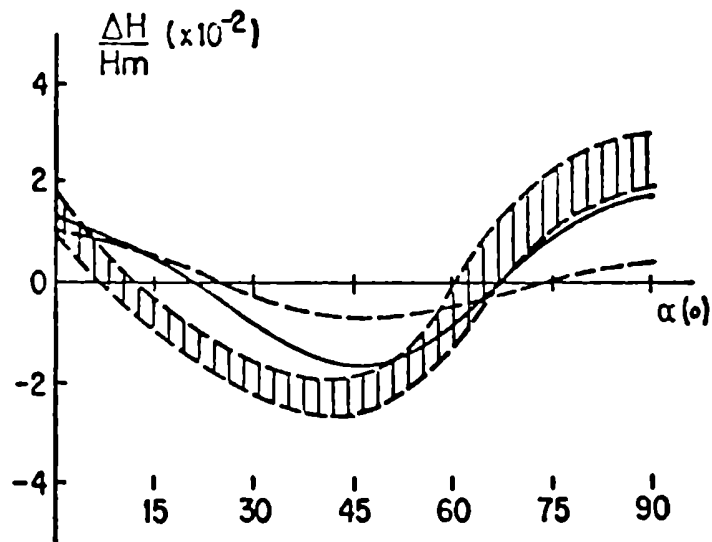


b) Definición del sistema de coordenadas.

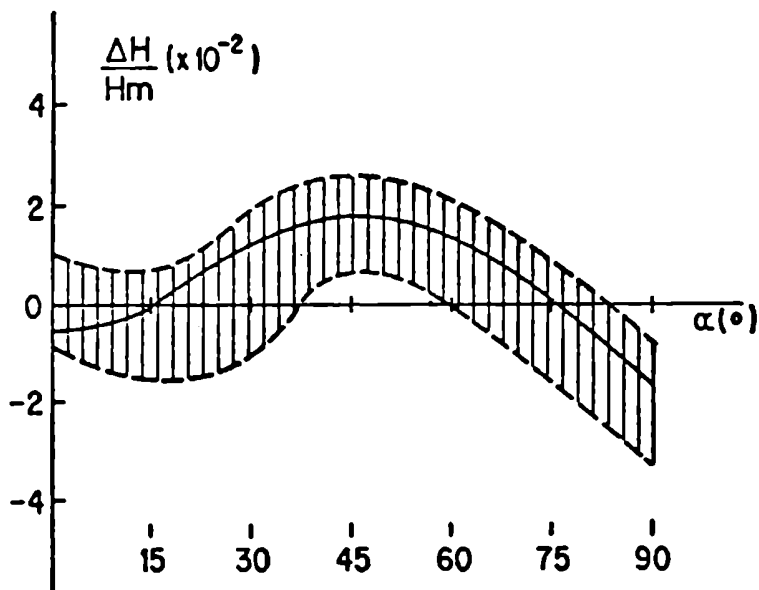


c) Grilla de puntos utilizada en el cálculo.

Figura 3.12: Cálculo de perfiles de embutido profundo en chapas metálicas.



a



b

Figura 3.13: Perfiles de embutido experimentales y calculados (a) acero calmado al Al recocido (b) acero inoxidable AISI 409

Criterio de Hill - - - -
 Modelo de Taylor ————
 Valores experimentales ▨▨▨▨

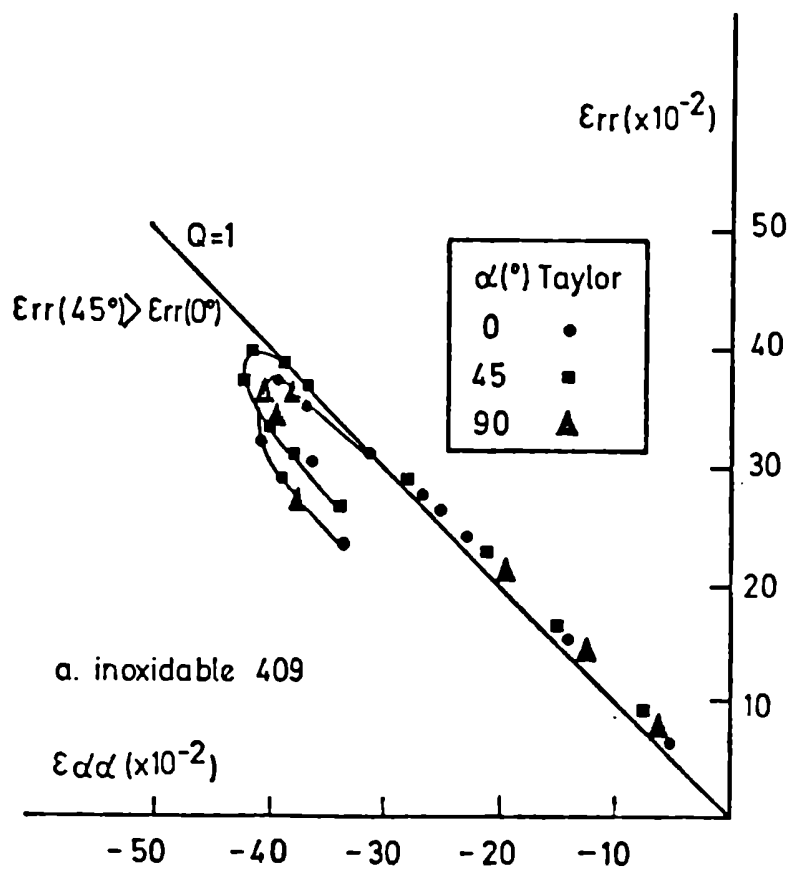
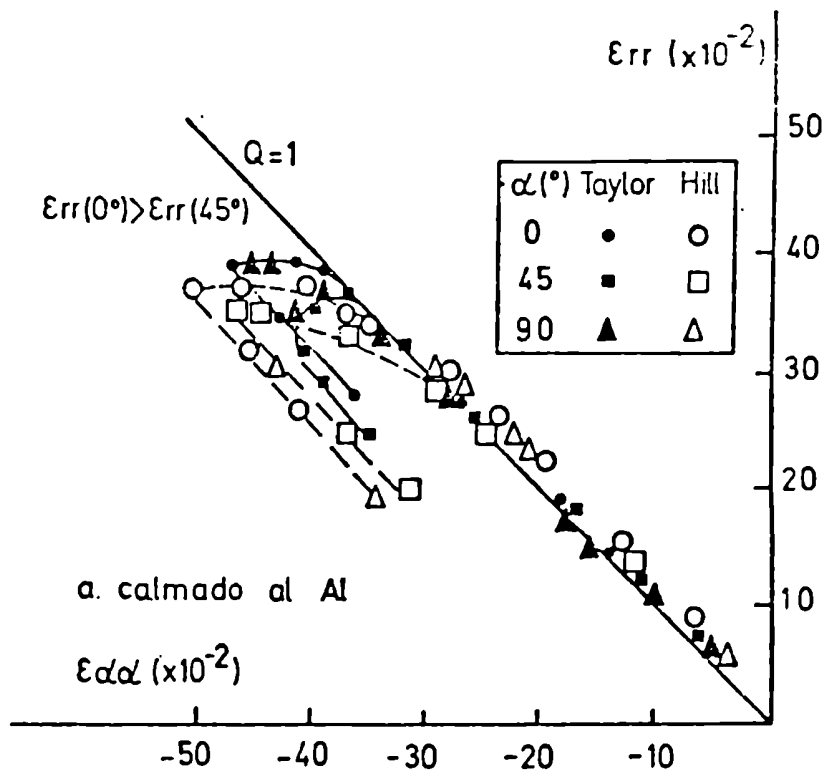


Figura 3.14: Deformaciones radiales ϵ_{rr} y tangenciales $\epsilon_{\alpha\alpha}$ calculadas

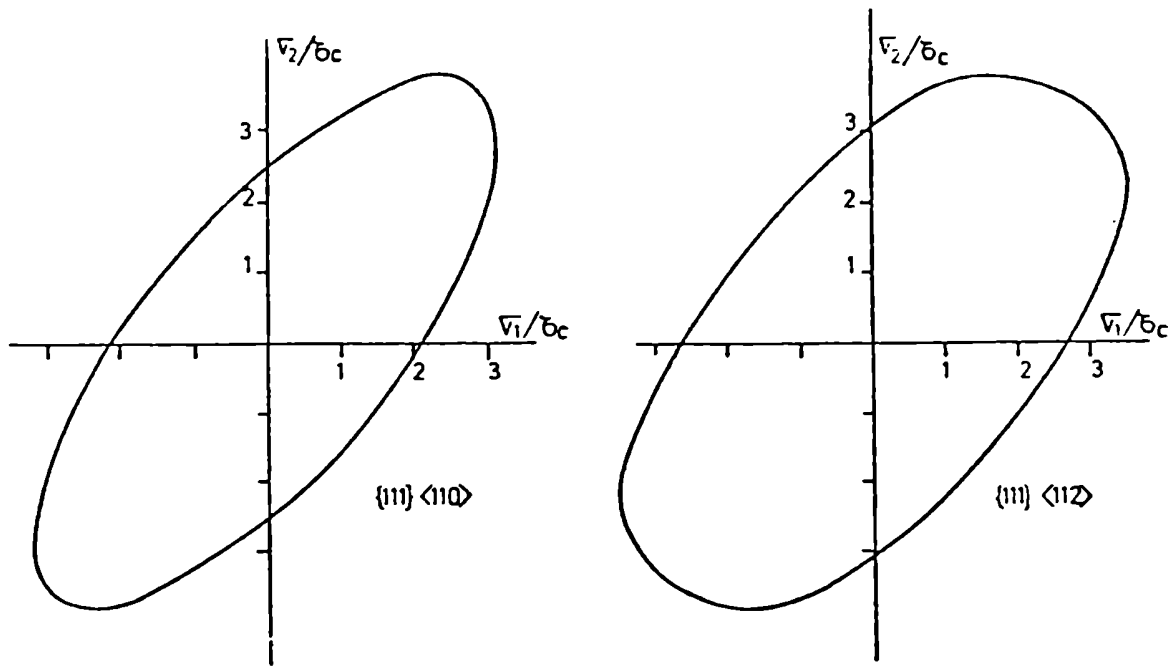


Figura 3.15: CLF de monocristales $\{111\} \langle uvw \rangle$.

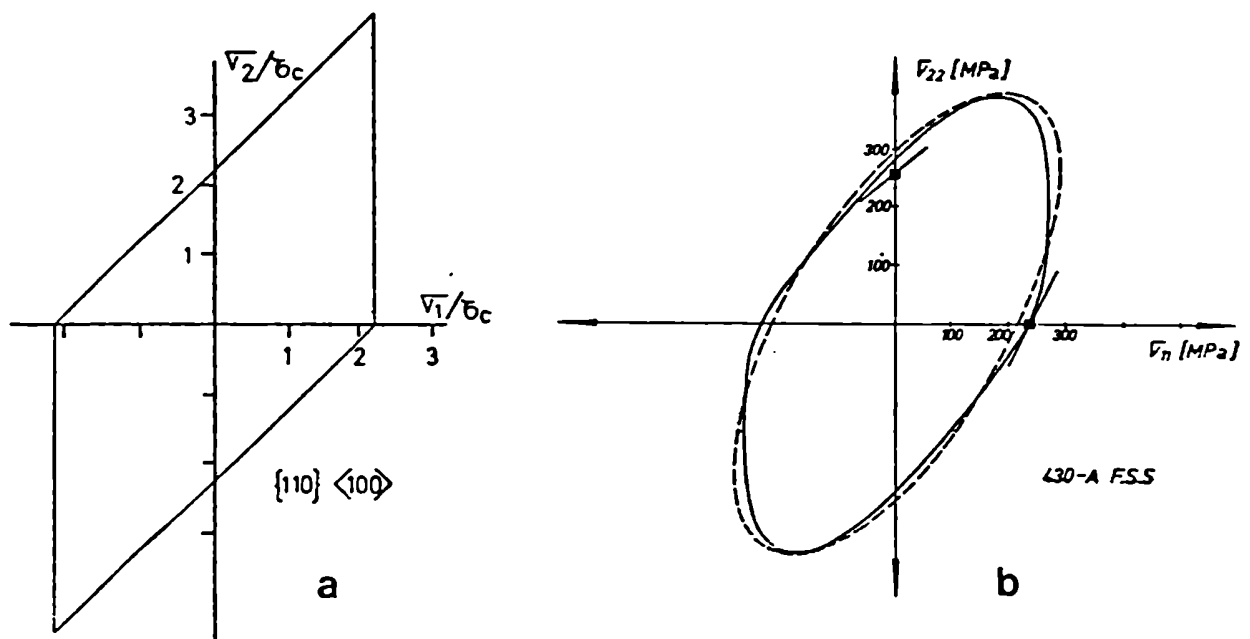


Figura 3.16: CLF de (a) un monocristal orientado $\{110\} \langle 100 \rangle$ (b) acero inoxidable 430-A con fuertes componentes de textura $\{110\} \langle 100 \rangle$.

Capítulo 4

Evolución de la Textura para diferentes trayectorias de deformación. Relación con la CLF

4.1 Aspectos de la predicción de texturas de deformación

En el Capítulo 3, se consideró que las curvas de fluencia (CLF) de un material pueden ser descritas a partir del conocimiento de la textura experimental y del estado de deformaciones impuesto al material de acuerdo al modelo clásico de Taylor, o, de otra forma, si se conocían los parámetros macroscópicos experimentales introducidos en el criterio del Hill.

El objetivo de éste capítulo es predecir el comportamiento de las curvas límites de plasticidad, considerando la evolución de la textura para diferentes trayectorias de deformación. Para ello, se propone la simulación de un ensayo mecánico y se estudia la respuesta del material en función de la textura simulada durante el proceso de deformación. La simulación de la textura del material, requiere la formulación de modelos de comportamiento plástico, tales como los descritos en el cap.2 y para los cuales se tienen en cuenta los siguientes parámetros:

- La textura inicial. Para el caso de laminado, inicialmente se suponen orienta-

ciones de los granos obtenidas por generación aleatoria en el espacio de ángulos de Euler.

- Características del ensayo mecánico, considerando que se describe el estado de deformaciones a partir del tensor macroscópico de deformación (D.1), el cual está expresado en un sistema de ejes principales (DL,DT,DN) de una muestra en forma de chapa.
- Mecanismos de deformación por deslizamiento, utilizando hipótesis del tipo cristalográfico o no cristalográfico (pg) en el caso de materiales bcc.

El método tradicional de simulación numérica de la textura utilizado en la literatura [34,45,74], está basado en la reorientación de un conjunto de granos. Para un número dado de pasos incrementales de deformación se calcula la reorientación de cada grano. Si se considera que la muestra deforma una pequeña cantidad $\Delta\epsilon$, la deformación final alcanzada es el número de pasos $\times \Delta\epsilon$.

La orientación de cada grano representa un punto en el espacio de ángulos de Euler. A partir de una textura inicial, cada paso incremental de deformación produce el movimiento de tales puntos en el espacio de Euler. Dicho movimiento determina el desarrollo de la textura del material.

El cálculo de las reorientaciones de los granos requiere la resolución del sistema de ecuaciones planteado para las rotaciones (cap. 2), considerando el modelo de Taylor o el modelo viscoplástico. En cada paso incremental, se aplican las hipótesis del modelo imponiendo una deformación incremental a cada grano, que coincide con $\Delta\epsilon$ macroscópica.

Las rotaciones de los granos, deducidas a partir de un modelo particular, son presentadas en forma de figuras de polos, a partir de las cuales se representan las orientaciones rotadas de los granos en el plano (DL, DF) de la muestra.

El análisis de los resultados obtenidos está orientado a verificar la validez de los modelos en la representación de texturas simuladas en materiales de estructura bcc.

A tal fin se comparan las texturas simuladas con texturas experimentales, obtenidas en este trabajo o existentes en la literatura.

4.2 Evolución de texturas. Predicciones y resultados experimentales

A fin de verificar el alcance de las diferentes modelizaciones utilizadas para describir el comportamiento plástico del material, se presentan resultados de evolución de texturas cristalográficas simuladas para distintos estados de deformación, correspondientes a laminado ($q=0$), expansión biaxial ($q=-1$), corte puro ($q=1$), tracción y compresión uniaxial, siendo los mismos comparados con resultados experimentales (figuras de polos).

• LAMINADO

En el caso de la deformación por laminado, se estudió la evolución de texturas a partir de un material representado por una textura inicial isótropa, la cual fue simulada por una grilla de 552 puntos de coordenadas (ψ, θ, ϕ) y definida en la región $0 \leq \psi, \theta, \phi \leq \pi/2$ del espacio de Euler. En las figuras 4.1 se presentan las figuras de polos $\{110\}$ correspondientes a una textura de laminado para una deformación total $E=1$ asociada a una reducción en espesor del orden del 80%. Las figuras de polos simuladas fueron calculadas de acuerdo al modelo viscoplástico con condiciones relajadas (RC) (fig. 4.1 (a)) e impuestas (FC) (fig. 4.1(b)) y el modelo de Taylor con hipótesis de deslizamiento no restringido (pg) (fig. 4.1 (c)). A partir del modelo viscoplástico, las rotaciones fueron calculadas utilizando el método de reorientación de una línea o plano material (2.5.2) y el tensor antisimétrico de deformación (2.5.1) fue utilizado para el cálculo de rotaciones en el caso del modelo de Taylor (pg). Las texturas simuladas son satisfactorias si se comparan con la textura experimental obtenida en éste trabajo para un acero ferrítico calmado al Al (fig. 4.1 (d)). En éste caso, resultan reforzadas las componentes de textura asociadas a la fibra γ ($\{111\} \langle uvw \rangle$), en

particular las componentes $\{111\}\langle 110 \rangle$ y $\{111\}\langle 112 \rangle$.

En las figuras 4.1 (e) y (f) se muestran las figuras de polos $\{110\}$ calculadas a partir de la fórmula de Rodrigues (2.5.3). Se observan componentes de textura de la fibra $\{111\}\langle uvw \rangle$ y componentes de la fibra $\{hkl\}\langle 110 \rangle$, las cuales están presentes en la textura experimental (fig. 4.1 (d)) pero no poseen la importancia de las componentes $\{111\}\langle uvw \rangle$. De acuerdo a la fórmula de Rodrigues, la textura resulta más pronunciada que la experimental y se incrementan los refuerzos en las componentes $\{111\}\langle 110 \rangle$ y $\{100\}\langle 110 \rangle$. Considerando que las representaciones obtenidas por los otros métodos (2.5.1 y 2.5.2), reproducen mejor los resultados experimentales, los mismos fueron utilizados para describir las texturas correspondientes a distintos modos de deformación.

En las figuras 4.2 se muestran las texturas de laminado para una reducción del 90% y deformación total $E=2$, simuladas de acuerdo a las distintas modelizaciones. La descripción dada por el modelo de Taylor con hipótesis de deslizamiento no restringido (pg) es similar a la obtenida aplicando el modelo viscoplástico tipo relajado (RC), en lo que respecta a la presencia de componentes de fibra $\{111\}\langle uvw \rangle$, aunque destaca la existencia de la componente $\{111\}\langle 110 \rangle$ y componentes próximas de tipo $\{hkl\}\langle 110 \rangle$. En la versión de deformaciones impuestas (FC) del modelo viscoplástico, no se ponen claramente en evidencia las componentes de la fibra $\{111\}\langle uvw \rangle$ ni las dispersiones asociadas a las diferentes componentes. En las tablas (4.1) y (4.2 (b)) se analiza en particular la evolución de algunas orientaciones cristalinas con la deformación por laminado. De acuerdo a la versión (FC) del modelo viscoplástico, se observa una tendencia de los granos a orientarse hacia componentes de textura del tipo $\{hkl\}\langle 110 \rangle$. Entre las componentes de fibra $\langle 110 \rangle$ se encuentra la componente principal $\{112\}\langle 110 \rangle$, la cual no está particularmente reforzada en la textura experimental de los aceros calmados analizados.

A partir de la textura de laminado simulada para una reducción en espesor del 80% ($E=1$) de acuerdo al modelo viscoplástico de tipo relajado (RC) (fig. 4.1. (a)),

se obtuvieron las texturas predichas para posteriores estados de deformación en expansión biaxial, tracción uniaxial, compresión uniaxial, tracción - expansión biaxial y corte puro.

- PREDEFORMACION POR LAMINADO ($E = 1$)

- EXPANSION BIAxIAL

En las figuras 4.4 se comparan las texturas simuladas de acuerdo a las diferentes modelizaciones y la textura experimental obtenida por Arminjon [75] para un acero microaleado al Nb laminado en frío y sometido a una deformación del 25% en expansión biaxial. En general, los modelos representan bien la textura experimental, la cual se puede describir a partir de componentes de fibra $\{111\} \langle uvw \rangle$, principalmente la componente $\{111\} \langle 112 \rangle$. En la fig. (4.5) se incrementa el porcentaje de deformación hasta un 50%, valor que puede ser alcanzado de acuerdo a resultados experimentales de ensayos en expansión biaxial [75]. La textura evoluciona de forma tal que existe una tendencia a completar la fibra $\{111\} \langle uvw \rangle$, siendo más marcado este efecto en el caso del Modelo de Taylor con hipótesis de deslizamiento no cristalográfico (pg) (fig. 4.5 (c)). En el modelo viscoplástico (FC) se indica además la presencia de componentes del tipo $\{112\} \langle 110 \rangle$.

Se puede también relacionar la tendencia a la formación de la fibra $\{111\} \langle uvw \rangle$ en la textura simulada del policristal, mediante el análisis de las orientaciones rotadas de los granos debido a la deformación en expansión biaxial. De acuerdo a la tabla 4.2, el monocristal se orienta de forma tal que se conservan las orientaciones asociadas a componentes principales de textura de fibra $\{111\} \langle uvw \rangle$ y además en el caso (FC) permanece estable con la deformación la orientación $\{112\} \langle 110 \rangle$.

- TRACCION UNIAXIAL

En el caso de los ensayos de tracción uniaxial, se presentan en las figuras 4.6 y 4.7 las texturas calculadas y experimentales para tracción según las direcciones de lami-

nado (DL) y transversal (DT) de una chapa laminada. Las texturas simuladas fueron calculadas considerando la anisotropía de la deformación macroscópica del ensayo, utilizando coeficientes de contracción $q = 0.6$ y $q = 0.45$, los cuales son representativos de resultados experimentales para la tracción según DL y DT respectivamente. Estas predicciones presentan un buen acuerdo con los resultados experimentales, los cuales corresponden a un acero calmado al Al traccionado un 12% según DL (a partir de una chapa laminada) y a un acero al Nb traccionado un 33% según DT [75].

En el caso de tracción según DL se puede observar un refuerzo de la componente $\{111\} \langle 110 \rangle$ con la deformación, mientras que durante los ensayos de tracción según DT, es la componente $\{111\} \langle 112 \rangle$ la que se refuerza. Considerando que las deformaciones introducidas en los ensayos de tracción no son tan importantes como en el caso de laminado, no se observan diferencias sustanciales entre los cálculos realizados utilizando la formulación de Taylor (pg) y la versión viscoplástica de tipo relajada.

- TRACCION Y EXPANSION BIAXIAL

Se considera la evolución de la textura siguiendo una trayectoria de deformación de uso industrial compuesta por tracción según DT y expansión biaxial en una chapa predeformada por laminado. En la figura 4.8 (a) se presenta la figura de polo $\{200\}$ simulada de acuerdo al modelo viscoplástico (RC) a partir de una textura inicial correspondiente a la tracción según DT ($E=0.33$). Los refuerzos de textura $\{111\} \langle 112 \rangle$ y $\{100\} \langle 110 \rangle$ que presenta la figura de polo $\{200\}$ experimental [75] (fig. 4.8 (b)) son correctamente predichos por el modelo. Además, a partir de la figura de polo $\{110\}$ simulada (fig. 4.8 (c)) se observa una tendencia a reforzar componentes de fibra $\{111\} \langle uvw \rangle$ como en el caso de la trayectoria de deformación en laminado y expansión biaxial. Los resultados obtenidos son similares cuando se aplica el modelo de Taylor (pg).

- COMPRESION UNIAXIAL

En la figura 4.9 se presentan las figuras de polos $\{110\}$ simuladas de acuerdo a distintas modelizaciones para el caso de una deformación en compresión del 33% según

DL y un coeficiente de contracción $q=0.6$, valor que es representativo de los ensayos de tracción según DL. Se consideró para el cálculo la textura inicial correspondiente a una deformación por laminado ($E=1$). De acuerdo al modelo de Taylor con hipótesis de deslizamiento no cristalográfico (pg). (fig. 4.9 (b)) se predicen componentes de textura de fibra $\{111\} \langle uvw \rangle$ con refuerzos en la componente $\{111\} \langle 112 \rangle$, no presentando modificaciones importantes respecto a la textura inicial de laminado. El modelo viscoplástico de tipo relajado (RC) (fig. 4.9 (a)), predice además la presencia de componentes de textura de fibra $\{hkl\} \langle 110 \rangle$ cercanas a la componente $\{112\} \langle 110 \rangle$, las cuales no se encuentran particularmente reforzadas en la textura inicial de laminado.

- CORTE PURO

Para una trayectoria de deformación correspondiente a estados de laminado ($E=1$) y corte puro ($q=1$, $E=0.25$), éste último asociado a procesos de embutido, se presentan en las figuras 4.10 las texturas simuladas. El modelo viscoplástico (RC) (fig. 4.10 (a)) predice una textura de fibra $\{111\} \langle uvw \rangle$ incompleta similar a la textura inicial de laminado. En el modelo de Taylor con hipótesis de deslizamiento no cristalográfico (pg) (fig. 4.10 (b)) la textura muestra una tendencia a completar la fibra $\{111\} \langle uvw \rangle$ con refuerzos en componentes $\{111\} \langle 110 \rangle$ y $\{111\} \langle 112 \rangle$.

4.3 Sistemas activos en granos durante la deformación plástica

A fin de contribuir a la comprensión de las texturas simuladas en relación a las suposiciones dadas por los modelos, se complementa el estudio con un análisis de las rotaciones de los granos y la actividad de los sistemas de deslizamiento en granos con diferentes orientaciones cristalográficas. En las tablas (4.1 y 4.2) se muestra la evolución, con el incremento de la deformación por laminado, de algunas orientaciones iniciales de los granos, a partir de las cuales se deduce la textura final de laminado

(E=2). Además en las tablas (4.3) se compara para algunas de las orientaciones de los granos, la actividad de los sistemas de deslizamiento cristalográfico impuestos en el modelo viscoplástico (RC) y (FC) como una combinación de sistemas del tipo $\{110\} \langle 111 \rangle$, $\{112\} \langle 111 \rangle$ y $\{123\} \langle 111 \rangle$ con la actividad de los sistemas de deslizamiento no cristalográfico $\{hkl\} \langle 111 \rangle$ deducidos a partir de las hipótesis de pencil glide. En el modelo viscoplástico (RC) y (FC) los sistemas de deslizamiento activos son seleccionados a partir de la actividad (A) que presentan respecto de la actividad máxima ($A > 0.05A_{max}$). Las figuras (4.16) esquematizan en una proyección estereográfica según los ejes del cristal, la distribución de las direcciones normales a los planos de deslizamiento más representativos para los distintos casos. En general, se encuentra para grandes deformaciones por laminado (E=2), que los sistemas de deslizamiento aproximados obtenidos bajo hipótesis de deslizamiento no cristalográfico (pg) están caracterizados por planos de deslizamiento del tipo cristalográfico $\{111\}$, $\{112\}$ o $\{123\}$. Para las distintas descripciones, se obtiene que, los sistemas de deslizamiento que presentan la máxima actividad poseen direcciones de deslizamiento $\langle 111 \rangle$ comunes, pero en general no se verifica la coincidencia de los planos de deslizamiento. Para deformaciones menores, pueden observarse además, en el caso (pg) planos de deslizamiento aproximados del tipo $\{143\}$ y $\{541\}$ que se encuentran comprendidos entre planos cristalográficos $\{110\}$ y $\{123\}$. Estos resultados permitirían suponer que las diferencias observadas entre los distintos modelos estarían asociadas al tipo de condiciones de contorno (FC) o (RC) entre granos.

Por otra parte, resulta interesante analizar en particular la evolución de la orientación $\{554\} \langle 225 \rangle$ según las distintas modelizaciones a fin de comparar los mecanismos de deformación en cada caso y relacionarlos con resultados experimentales obtenidos sobre texturas de aceros inoxidable estabilizados con Ti [21]. En éste tipo de aceros es observado un refuerzo importante de la componente de textura $\{554\} \langle 225 \rangle$ durante el desarrollo de la deformación por laminado con el aumento del contenido de Ti. El modelo viscoplástico (RC) predice que la orientación

$\{554\} \langle 225 \rangle$ ($\phi = 45^\circ, \theta = 60^\circ, \psi = 0^\circ$) se mantiene estable con la deformación (tablas 4.1 y 4.2) y se encuentra que en los sistemas de deslizamiento activos los planos de deslizamiento son restringidos a planos del tipo $\{110\}$. Una pequeña variación con respecto a la orientación estable es observada al aplicar las condiciones (FC). En éste caso la orientación final es $\{112\} \langle 114 \rangle$ ($\phi = 45^\circ, \theta = 70^\circ, \psi = 0^\circ$) y se introducen cambios en la actividad de los sistemas de deslizamiento (tabla 4.3 (h)), para los cuales se observa actividad sobre planos $\{112\}$ y $\{123\}$, además de los planos $\{110\}$ encontrados en los casos (RC) y (pg). Aparentemente el refuerzo de componentes de textura del tipo $\{554\} \langle 225 \rangle$ podría ser relacionado con la presencia de modos de deformación representados por condiciones relajadas (RC), para los cuales se determina la estabilidad de la orientación $\{554\} \langle 225 \rangle$ y se restringen los sistemas de deslizamiento a los del tipo $\{110\} \langle 111 \rangle$.

Es evidente que el efecto del agregado de Ti no afecta las condiciones geométricas de los estados de deformación de los granos. Se podría entonces pensar que el efecto de dicha impureza sobre los mecanismos de deformación está basado en la formación de precipitados de TiC [21], los cuales interactuarían con las dislocaciones asociadas a los sistemas de deslizamiento favoreciendo la actividad de los sistemas $\{110\} \langle 111 \rangle$. Sin embargo, esta hipótesis debería completarse con un análisis más profundo de la interacción entre las dislocaciones y precipitados de TiC, el cual requiere de un estudio utilizando técnicas de Microscopía Electrónica de Transmisión

4.4 Curvas límites de fluencia (CLF) calculadas a partir de la simulación de texturas

Las CLF obtenidas en el Capítulo 3 a partir de la textura experimental del material fueron calculadas como la envolvente de la familia de rectas definidas en la ec.(3.10). Para cada recta se tenía en cuenta el factor de Taylor del policristal calculado como promedio de factores de cada grano pesado para las distintas componentes de tex-

tura y considerando los coeficientes f_{lmn} obtenidos de la textura experimental (ec. 3.11). En particular, cuando se requiere calcular la CLF introduciendo la textura simulada, la ec. (3.11) se aproxima como una suma sobre un número de orientaciones discretas. Dado que inicialmente se le asigna igual peso a cada orientación, dicha ecuación se calcula simplemente como el promedio de factores de Taylor de cada grano para los distintos estados de deformaciones. En la fig. 4. 11 se muestran las CLF correspondientes a una deformación por laminado ($E=1$) La curva (a) fue obtenida introduciendo en la ec. (3.11) aproximada la textura simulada a partir del modelo viscoplástico (RC). La curva (b) fue calculada a partir de la ec. (3.11) considerando los coeficientes f_{lmn} ec.(3.11) obtenidos de la textura experimental. La curva (a) calculada a partir de la textura simulada, prácticamente no presenta modificaciones en su forma comparada con el caso (b) y la diferencia entre los valores de tensiones de fluencia es pequeña. Ello permite suponer que la aproximación efectuada en la ec. (3.11), introduciendo las orientaciones correspondientes a la textura simulada, resulta una descripción razonable de las CLF para otros modos de deformación. Las diferencias entre las curvas están dadas por la dispersión alrededor de las componentes principales de textura dadas por una u otra representación.

Considerando la información obtenida a partir de la textura simulada para diferentes trayectorias de deformación, se calcularon las CLF asociadas con el objeto de:

- a) analizar la influencia de la evolución de la textura sobre el comportamiento de las CLF en relación a procesos de conformado mecánico de chapas metálicas.
- b) comparar las CLF calculadas a partir de la textura simulada por los modelos viscoplástico ((RC) y (FC)) y de Taylor (pg), en relación a las distintas hipótesis planteadas en los modelos.

4.4.1 Análisis de las CLF para texturas de laminado

En la fig. 4.12 se comparan las curvas de fluencia correspondientes a la textura de laminado simulada de acuerdo al modelo viscoplástico de tipo relajado (RC), para reducciones en espesor del 80% (E=1) y 90% (E=2). Se observa un aumento en los valores de tensiones de fluencia en el primer y tercer cuadrante de la curva con el incremento de la deformación en laminado. El aumento de las tensiones para estados de deformación plana y expansión biaxial, en el primer cuadrante, indicaría un posible incremento en la capacidad de embutido de una chapa laminada (fig.3.8 y [57]), considerando que se aumenta la capacidad de carga en la pared de la copa sin cambios cerca de estados de corte puro. Desde el punto de vista de la textura, dicho comportamiento puede ser relacionado con el refuerzo de componentes de fibra $\{111\} \langle uvw \rangle$, presentes en la textura simulada del material laminado (E=2), las cuales resultan favorables en procesos de embutido (tablas 3.4 y 3.5).

En la fig. 4.13 se comparan las CLF correspondientes a la textura de laminado (E=2) simulada de acuerdo a las distintas modelizaciones. Aunque el modelo viscoplástico (RC) y el modelo de Taylor (pg) no introducen diferencias muy significativas en la descripción de la textura (fig. 4.2 (b) y (c)), se observan diferencias importantes en la descripción de las CLF dadas por los modelos. En el primer y tercer cuadrante de la curva, para la región comprendida aproximadamente entre estados de expansión biaxial y tracción según DL, se observa que la curva calculada de acuerdo al modelo de Taylor con hipótesis de deslizamiento no cristalográfico (pg) presenta una diferencia importante con respecto a la curva calculada por el modelo viscoplástico (RC). También se observan diferencias con la curva calculada de acuerdo al modelo viscoplástico bajo hipótesis de deformaciones impuestas (FC), aunque resulta que la diferencia es menor que la correspondiente al modelo de Taylor (pg). Las diferencias entre las curvas de plasticidad calculadas son destacables para estados de deformación plana y como consecuencia de la aplicación del tipo de condiciones relajadas, la

curva en el caso (RC) presenta valores de tensiones de fluencia menores en el primer cuadrante. Además, a medida que evoluciona la deformación por laminado, el incremento del número de orientaciones finales del tipo fibra $\{111\} \langle uvw \rangle$ en la textura simulada por el modelo de Taylor (pg) (tabla 4.4) introduce un mayor aumento de las tensiones en el 1° y 3° cuadrante de la CLF, tal como es observado en aceros ferríticos (fig. 3.8).

4.4.2 Análisis de las CLF para texturas correspondientes a distintas trayectorias de deformación con una predeformación por laminado

Para la trayectoria de deformación en laminado ($E=1$) y expansión biaxial ($E=0.25$ y 0.5), las CLF calculadas de acuerdo a las distintas modelizaciones, no presentan modificaciones significativas con respecto a la forma de la CLF inicial calculada a partir de la textura de laminado ($E=1$) (fig. 4.12). Se puede suponer que la invariancia de la forma de la CLF se relaciona con el hecho que la textura presenta una tendencia a reforzar componentes de fibra $\{111\} \langle uvw \rangle$ con respecto a la textura inicial de laminado.

Un comportamiento similar al caso anterior es observado para trayectorias de deformación por tracción según DT y deformaciones en expansión biaxial con una predeformación en tracción según DT.

En los casos analizados, los modelos minimizan el efecto de endurecimiento textural observado experimentalmente para las distintas trayectorias de deformación [75].

Para estados de deformación por laminado ($E=1$) seguidos de estados de compresión según DL, la CLF calculada a partir de la correspondiente textura simulada por el modelo viscoplástico (RC) (fig. 4.14) presenta un aumento de las tensiones de fluencia en el segundo y cuarto cuadrante de la curva. En la fig. (4.14) no está representada la CLF correspondiente al modelo de Taylor (pg), pues en este caso no se observan cambios significativos en la forma de la curva con respecto al estado inicial

de laminado ($E=1$). Comparando las texturas simuladas por los modelos de Taylor (pg) y viscoplástico (RC) (fig. 4.9 (a) y (b)), se podría suponer que las diferencias entre las CLF calculadas por los modelos se relacionan con el refuerzo de componentes de textura del tipo $\{hkl\} \langle 110 \rangle$ presentes en la textura simulada por el modelo viscoplástico (RC).

Considerando la trayectoria de deformación desde un estado inicial de laminado ($E=1$) para deformaciones correspondientes a estados de corte puro ($E=0.25$), la CLF calculada a partir de la textura simulada por el modelo de Taylor (pg) (Fig. 4.15), presenta valores de fluencia superiores a los correspondientes a la CLF inicial en el primer y tercer cuadrante de la curva. En ésta región, se puede relacionar el incremento de las tensiones con el refuerzo de componentes de textura $\{111\} \langle uvw \rangle$ presentes en la textura simulada por el modelo de Taylor (pg). Este resultado puede ser asociado al hecho que la textura tipo fibra $\{111\} \langle uvw \rangle$ favorece la capacidad de embutido de chapas metálicas (tabla 3.5).

4.5 Discusión de resultados

Para distintas trayectorias de deformación fueron analizadas las texturas simuladas de acuerdo a las diferentes modelizaciones, considerando como textura inicial la correspondiente al estado de laminado ($E=1$). La simulación de la evolución de las texturas, introduce refuerzos cualitativos de componentes principales de distintos tipos de fibras. Las texturas de laminado simuladas pueden describirse en términos de componentes de fibra γ ($\{111\} \langle uvw \rangle$) y componentes de fibra α ($\{hkl\} \langle 110 \rangle$). Algunas orientaciones ideales localizadas sobre esas fibras tiene particular importancia, tales como la componente $\{111\} \langle 110 \rangle$, presente en las dos fibras, la componente $\{111\} \langle 112 \rangle$ en la fibra γ y las componentes $\{112\} \langle 110 \rangle$ y $\{100\} \langle 110 \rangle$ en la fibra α . La textura de laminado ($E=2$) simulada por el modelo viscoplástico (RC), es la que mejor representa los resultados experimentales de aceros ferríticos calmados al

Al, para los cuales no están particularmente reforzadas las componentes de textura de fibra $\{hkl\}\langle 110 \rangle$ próximas a la componente $\{112\}\langle 110 \rangle$.

El análisis efectuado a partir de las figuras de polos, simuladas para distintas trayectorias de deformación permite caracterizar las texturas siguientes:

- la tracción simple según DT refuerza orientaciones $\{111\}\langle 112 \rangle$ y $\{100\}\langle 110 \rangle$ a expensas de las otras orientaciones que tienden a disminuir. La tracción simple según DL refuerza las componentes $\{111\}\langle 110 \rangle$. Los refuerzos mencionados son observados en texturas experimentales y son correctamente predichos por los modelos de Taylor (pg) y viscoplástico (RC).
- la expansión biaxial refuerza todas las orientaciones de fibra $\{111\}\langle uvw \rangle$ y disminuye las orientaciones de fibra $\{hkl\}\langle 110 \rangle$ no próximas a componentes $\{111\}\langle 110 \rangle$ y $\{100\}\langle 110 \rangle$. Además, del análisis del monocristal equivalente y la textura del policristal, la expansión biaxial deja prácticamente invariante la distribución de orientaciones $\{100\}\langle 110 \rangle$. Estos resultados están de acuerdo con la observación efectuada en texturas experimentales.
- la expansión biaxial después de una tracción simple según DT, así como en el caso de laminado, produce texturas intermedias entre las texturas de tracción simple y expansión biaxial.
- las texturas simuladas para estados de deformación correspondientes a corte puro y compresión según DL, con una predeformación en laminado, presentan refuerzos diferentes de acuerdo al modelo utilizado. En éstos casos, dado que no se cuenta en la literatura con resultados experimentales que puedan ser comparados con las predicciones dadas por los modelos; el estudio fue limitado al análisis de la influencia de ciertas componentes de textura sobre las CLF y su relación con procesos de embutido.

En general se encuentra que a partir del análisis de las figuras de polos, el modelo viscoplástico (RC) predice una textura menos pronunciada que el modelo de Taylor (pg). Este comportamiento puede ser relacionado con la diferencia en los valores del coeficiente de sensibilidad m (ec. 2.15), el cual es cero en el caso del modelo de Taylor (pg) y $m \approx 0.05$ en el modelo viscoplástico. Un estudio detallado a partir del coeficiente m , para el caso de laminado, fue efectuado por Gilormini [45], quien encuentra que el efecto del aumento del coeficiente m , para valores desde 0 a 0.2, lleva a una textura menos pronunciada.

En el caso de laminado a grandes deformaciones ($E=2$), las diferencias en las CLF introducidas por los modelos de Taylor (pg) y viscoplástico (RC), pueden ser tan importantes como las diferencias en la descripción de la textura introducidas por los modelos. El tipo de condiciones impuestas o relajadas utilizadas en los modelos de Taylor y viscoplástico, parecería presentar una mayor influencia sobre el diferente comportamiento de las tensiones de fluencia calculadas.

Para las trayectorias de deformación en expansión biaxial, tracción uniaxial, tracción uniaxial - expansión biaxial, con una predeformación por laminado ($E=1$), las texturas simuladas por los distintos modelos son similares. Las modificaciones observadas para cada trayectoria de deformación se relaciona con el refuerzo de componentes de fibra $\{111\} \langle uvw \rangle$. Las tensiones de fluencia calculadas a partir de la textura $\{111\} \langle uvw \rangle$ no están influenciadas significativamente por el tipo de trayectoria de deformación.

orientación inicial del monocristal	orientaciones finales aproximadas		
	laminado ($E = 0.25$)(pg)	laminado ($E = 0.25$)(RC)	laminado ($E = 0.25$)(FC)
{110}<100>	{110}<100>	{110}<100>	{110}<100>
{111}<110>	{111}<110>	{111}<110>	{111}<110>
{111}<112>	{111}<123>	{111}<123>	{111}<112>
{111}<123>	{111}<123>	{111}<123>	{111}<123>
{100}<110>	{100}<110>	{100}<110>	{100}<110>
{112}<110>	{112}<110>	{112}<110>	{112}<110>
{230}<223>	{133}<110>	{123}<112>	{230}<223>
{100}<230>	{223}<110>	{100}<230>	{100}<230>
{113}<112>	{113}<130>	{100}<130>	{113}<130>
{554}<225>	{233}<113>	{554}<225>	{554}<225>

Tabla 4.1 (a)

orientación inicial del monocristal	orientaciones finales aproximadas		
	laminado ($E = 0.5$)(pg)	laminado ($E = 0.5$)(RC)	laminado ($E = 0.50$)(FC)
{110}<100>	{122}<120>	{122}<120>	{110}<100>
{111}<110>	{233}<110>	{111}<110>	{223}<110>
{111}<112>	{111}<123>	{111}<123>	{111}<123>
{111}<123>	{233}<230>	{111}<123>	{111}<123>
{100}<110>	{100}<110>	{100}<110>	{100}<110>
{112}<110>	{112}<110>	{112}<110>	{112}<110>
{230}<223>	{233}<110>	{112}<110>	{123}<112>
{100}<230>	{223}<110>	{100}<230>	{100}<230>
{113}<112>	{112}<113>	{130}<100>	{100}<110>
{554}<225>	{233}<113>	{554}<225>	{223}<113>

Tabla 4.1 (b)

orientación inicial del monocristal	orientaciones finales aproximadas		
	laminado ($E = 1$) (RC)	laminado ($E = 2$) (RC)	laminado ($E = 1$)(RC) y exp. biaxial ($E = 0.5$)(RC)
{110} < 100 >	{111} < 112 >	{111} < 123 >	{111} < 112 >
{111} < 110 >	{111} < 110 >	{111} < 110 >	{111} < 110 >
{111} < 112 >	{111} < 123 >	{111} < 123 >	{111} < 112 >
{111} < 123 >	{111} < 123 >	{111} < 110 >	{111} < 112 >
{100} < 110 >	{100} < 110 >	{100} < 110 >	{100} < 110 >
{112} < 110 >	{112} < 110 >	{223} < 110 >	{111} < 110 >
{230} < 223 >	{112} < 110 >	{112} < 110 >	{223} < 110 >
{100} < 230 >	{100} < 110 >	{100} < 110 >	{100} < 110 >
{113} < 112 >	{223} < 110 >	{223} < 110 >	{111} < 110 >
{223} < 230 >	{111} < 123 >	{111} < 110 >	{111} < 112 >
{100} < 130 >	{100} < 120 >	{100} < 230 >	{100} < 110 >
{133} < 130 >	{112} < 113 >	{112} < 110 >	{111} < 110 >
{230} < 230 >	{233} < 110 >	{111} < 123 >	{111} < 110 >
{554} < 225 >	{554} < 225 >	{554} < 225 >	{111} < 112 >

Tabla 4.2 (a): Evolución de las orientaciones del monocristal con la deformación de acuerdo al modelo viscoplástico.

orientación inicial del monocristal	orientaciones finales aproximadas		
	laminado ($E = 1$) (FC)	laminado ($E = 2$) (FC)	laminado ($E = 1$)(RC) y exp. biaxial ($E = 0.5$)(FC)
{110} < 100 >	{233} < 113 >	{223} < 110 >	{111} < 112 >
{111} < 110 >	{223} < 110 >	{112} < 110 >	{111} < 110 >
{111} < 112 >	{223} < 110 >	{223} < 110 >	{111} < 112 >
{111} < 123 >	{223} < 110 >	{112} < 110 >	{111} < 123 >
{100} < 110 >	{100} < 110 >	{100} < 110 >	{100} < 110 >
{112} < 110 >	{112} < 110 >	{112} < 110 >	{112} < 110 >
{230} < 223 >	{112} < 110 >	{112} < 110 >	{223} < 110 >
{100} < 230 >	{100} < 230 >	{100} < 110 >	{100} < 110 >
{113} < 112 >	{123} < 230 >	{123} < 230 >	{111} < 110 >
{223} < 230 >	{223} < 110 >	{223} < 110 >	{111} < 110 >
{100} < 130 >	{100} < 130 >	{100} < 110 >	{100} < 110 >
{133} < 130 >	{233} < 230 >	{223} < 110 >	{111} < 110 >
{230} < 230 >	{122} < 110 >	{223} < 110 >	{233} < 110 >
{554} < 225 >	{122} < 114 >	{122} < 114 >	{233} < 113 >

Tabla 4.2 (b): Evolución de las orientaciones del monocristal con la deformación de acuerdo al modelo viscoplástico (FC).

orientación inicial del monocristal	orientaciones finales aproximadas		
	laminado ($E = 1$) (pg)	laminado ($E = 2$) (pg)	laminado ($E = 1$)(RC) y exp. biaxial ($E = 0.5$)(pg)
{110}<100>	{111}<123>	{111}<110>	{111}<123>
{111}<110>	{223}<110>	{111}<110>	{111}<123>
{111}<112>	{111}<110>	{111}<123>	{111}<123>
{111}<123>	{223}<110>	{111}<112>	{111}<110>
{100}<110>	{100}<110>	{100}<110>	{100}<110>
{112}<110>	{112}<110>	{111}<112>	{111}<123>
{230}<223>	{111}<110>	{111}<123>	{223}<110>
{100}<230>	{100}<110>	{100}<110>	{100}<120>
{113}<112>	{223}<230>	{223}<110>	{111}<123>
{223}<230>	{223}<110>	{223}<110>	{111}<110>
{100}<130>	{111}<112>	{111}<123>	{111}<123>
{133}<130>	{111}<123>	{111}<110>	{111}<123>
{230}<230>	{233}<110>	{111}<110>	{233}<110>
{554}<225>	{233}<113>	{233}<113>	{111}<112>

Tabla 4.2 (c): Evolución de las orientaciones del monocristal con la deformación de acuerdo al modelo de Taylor (pg).

Orientación inicial	Deformación por laminado	N° sist. deslz. activos para $c/dirección < 111 >$			Sistemas deslz. asociados con la actividad (A) máxima			
		$< 111 >$	(pg)	(RC)	(FC)	(pg)	(RC)	(FC)
{110} < 110 >	E=0.25	[111]	1		2	(341)[$\bar{1}\bar{1}1$]	(12 $\bar{1}$)[$\bar{1}11$]	(12 $\bar{1}$)[$\bar{1}11$]
		[$\bar{1}\bar{1}1$]	1	1	3	A=0.77	A=0.41	A=0.24
		[$\bar{1}1\bar{1}$]	1	3				
	E=0.5	[111]	1		2	(231)[$\bar{1}\bar{1}1$]	(12 $\bar{1}$)[$\bar{1}11$]	(12 $\bar{1}$)[$\bar{1}11$]
		[$\bar{1}\bar{1}1$]	1	1	3	A=0.59	A=0.41	A=0.29
		[$\bar{1}1\bar{1}$]	1	3				
	E=1	[111]	1		3	(231)[$\bar{1}\bar{1}1$]	(12 $\bar{1}$)[$\bar{1}11$]	(12 $\bar{1}$)[$\bar{1}11$]
		[$\bar{1}\bar{1}1$]	1	1	2	(3 $\bar{1}2$)[$\bar{1}\bar{1}1$]	A=0.40	A=0.26
		[$\bar{1}1\bar{1}$]	1	3	3	A=0.35		
	E=2	[111]	1	2	3	(321)[111]	(12 $\bar{1}$)[$\bar{1}11$]	($\bar{1}01$)[111]
		[$\bar{1}\bar{1}1$]	1	1	2	A=0.36	($\bar{1}01$)[111]	(23 $\bar{1}$)[$\bar{1}11$]
		[$\bar{1}1\bar{1}$]	1	3	3		A=0.24	A=0.18

Tabla 4.3(a)
 $A = \dot{\gamma}k / \sum_k \dot{\gamma}k$
(k:sistemas de deslizamiento activos $\{hkl\} < 111 >$)

orientación inicial	Deformación por laminado	N° sist. desliz. activos para c/dirección < 111 >			Sistemas desliz. asociados con la actividad (A) máxima				
		(pg)	(RC)	(FC)	(pg)	(RC)	(FC)		
{112} < 110 >	E=0.25	[111]	1		2	(211)[111] (132)[111]	(312)[111] (132)[111]	A=0.37 A=0.42	
		[111]	1	2	2			A=0.43	
		[111]	1	2	2			A=0.43	
	E=0.5	[111]	1		2	2	(211)[111] (132)[111]	(312)[111] (132)[111]	A=0.36 A=0.42
		[111]	1	2	2			A=0.43	
		[111]	1	2	2			A=0.43	
	E=1	[111]	1		1	2	(143)[111]	(312)[111] (132)[111]	A=0.40 A=0.74
		[111]	1	2	2			A=0.41	
		[111]	1	2	2			A=0.41	
	E=2	[111]	1		1	2	(121)[111]	(312)[111] (132)[111]	A=0.40 A=0.38
		[111]	1	2	2			A=0.40	
		[111]	1	2	2			A=0.40	

Tabla 4.3 (b)

orientación inicial	Deformación por laminado	N° sist. desliz. activos para $c/dirección < 111 >$				Sistemas desliz. asociados con la actividad (A) máxima		
		$< 111 >$	(pg)	(RC)	(FC)	(pg)	(RC)	(FC)
	E=0.25	[111]	1	3	2	(415)[111]	(312)[111]	(101)[111]
		[111]	1			A=0.47	A=0.22	A=0.88
		[111]	1					
		[111]	1	2				
{230}	E=0.5	[111]	1	3	3	(314)[111]	(312)[111]	(101)[111]
		[111]	1			A=0.46	A=0.20	A=0.57
		[111]	1					
		[111]	1	3	2			
< 223 >	E=1	[111]	1	3	3	(312)[111]	(101)[111], (110)[111], (231)[111]	(101)[111]
		[111]	1			A=0.38	A=0.22	A=0.26
		[111]	1					
		[111]	1	3	3			
	E=2	[111]	1	3	3	(312)[111]	(101)[111]	(101)[111]
		[111]	1			A=0.38	A=0.27	A=0.22
		[111]	1					
		[111]	1	3	2			

Tabla 4.3 (c)

orientación inicial	Deformación por laminado	N° sist. deslíz. activos para c/dirección < 111 >			Sistemas deslíz. asociados con la actividad (A) máxima			
		< 111 >	(pg)	(RC)	(FC)	(pg)	(RC)	(FC)
{100} < 230 >	E=0.25	[111]	1	3	3	(312)[111]	(321)[111]	(321)[111]
		[111]	1	3		(321)[111]	(321)[111]	(321)[111]
		[111]	1	3	3	A=0.52	A=0.22	A=0.22
	E=0.5	[111]	1	3	3	(211)[111]	(321)[111]	(321)[111]
		[111]	1	3		(211)[111]	(321)[111]	(321)[111]
		[111]	1	3	3	A=0.37	A=0.22	A=0.22
	E=1	[111]	1	3	3	(110)[111]	(321)[111]	(321)[111]
		[111]	1	3		(110)[111]	(321)[111]	(321)[111]
		[111]	1	3	3	A=0.45	A=0.21	A=0.22
	E=2	[111]	1	3	3	(110)[111]	(211)[111]	(321)[111]
		[111]	1	3		(110)[111]	(211)[111]	(321)[111]
		[111]	1	3	3	A=0.45	A=0.19	A=0.22

Tabla 4.3 (d)

orientación inicial	Deformación por laminado	N° sist. deslíz. activos para $c/dirección < 111 >$		Sistemas deslíz. asociados con la actividad (A) máxima					
		$< 111 >$	(pg)	(RC)	(FC)	(pg)	(RC)	(FC)	
$\{113\}$ $< 112 >$	E=0.25	[111]	1						
		$\bar{1}\bar{1}\bar{1}$	1	4					
		$1\bar{1}\bar{1}$	1				$(\bar{1}10)[\bar{1}\bar{1}1]$ A=0.46	$(0\bar{1}\bar{1})[\bar{1}\bar{1}1]$ A=0.40	$(110)[\bar{1}11]$ A=0.26
		$\bar{1}\bar{1}1$	1	2					
	E=0.5	[111]	1						
		$\bar{1}\bar{1}\bar{1}$	1	3					
		$1\bar{1}\bar{1}$	1				$(\bar{2}11)[111]$ $(1\bar{1}0)[\bar{1}\bar{1}1]$ A=0.43	$(0\bar{1}\bar{1})[\bar{1}\bar{1}1]$ A=0.52	$(110)[\bar{1}11]$ A=0.26
		$\bar{1}\bar{1}1$	1	1					
	E=1	[111]	1						
		$\bar{1}\bar{1}\bar{1}$	1	2					
		$1\bar{1}\bar{1}$	1	3			$(\bar{3}12)[111]$ A=0.38	$(0\bar{1}\bar{1})[\bar{1}\bar{1}1]$ A=0.34	$(110)[\bar{1}11]$ A=0.23
		$\bar{1}\bar{1}1$	1						
E=2	[111]	1							
	$\bar{1}\bar{1}\bar{1}$	1	2						
	$1\bar{1}\bar{1}$	1				$(\bar{1}01)[\bar{1}\bar{1}1]$ A=0.36	$(\bar{1}01)[\bar{1}\bar{1}1]$ A=0.33	$(110)[\bar{1}11]$ A=0.12	
	$\bar{1}\bar{1}1$	1	3						

Tabla 4.3 (e)

orientación inicial	Deformación por laminado	N° sist. deslíz. activos para c/dirección < 111 >			Sistemas deslíz. asociados con la actividad (A) máxima					
		< 111 >	(pg)	(RC)	(FC)	(pg)	(RC)	(FC)		
{111} < 110 >	E=0.25	[111]	1	2	3	($\bar{2}\bar{1}1$)[$\bar{1}\bar{1}1$]	($\bar{1}01$)[111] (23 $\bar{1}$)[$\bar{1}\bar{1}1$]	(110)[$\bar{1}\bar{1}1$] ($\bar{1}01$)[111]	A=0.19	
		[$\bar{1}\bar{1}1$]	1							
		[1 $\bar{1}1$]	1	3	2					A=0.39
	E=0.5	[111]	1	2	3	($\bar{2}\bar{1}1$)[$\bar{1}\bar{1}1$]	($\bar{1}01$)[111] (23 $\bar{1}$)[$\bar{1}\bar{1}1$]	(110)[$\bar{1}\bar{1}1$] ($\bar{1}01$)[111]	A=0.20	
		[$\bar{1}\bar{1}1$]	1							
		[1 $\bar{1}1$]	1	3	2					A=0.42
	E=1	[111]	1	2	3	($\bar{4}31$)[111]	($\bar{1}01$)[111] (23 $\bar{1}$)[$\bar{1}\bar{1}1$]	(110)[$\bar{1}\bar{1}1$] ($\bar{1}01$)[111]	A=0.22	
		[$\bar{1}\bar{1}1$]	1							
		[1 $\bar{1}1$]	1	3	2					A=0.44
	E=2	[111]	1	2	3	($\bar{5}21$)[111]	($\bar{1}01$)[111] (23 $\bar{1}$)[$\bar{1}\bar{1}1$]	(110)[$\bar{1}\bar{1}1$] ($\bar{1}01$)[111]	A=0.23	
		[$\bar{1}\bar{1}1$]	1							
		[1 $\bar{1}1$]	1	3	2					A=0.43

Tabla 4.3 (f)

orientación inicial	Deformación por laminado	N° sist. deslíz. activos para $c/dirección < 111 >$			Sistemas deslíz. asociados con la actividad (A) máxima			
		$< 111 >$	(pg)	(RC)	(FC)	(pg)	(RC)	(FC)
{111}	E=0.25	[111]	1	2	3	($\bar{3}21$)[111]	(12 $\bar{1}$)[$\bar{1}11$]	($\bar{1}01$)[111]
		[$\bar{1}\bar{1}1$]	1			($\bar{3}\bar{1}2$)[$\bar{1}\bar{1}1$]		
		[1 $\bar{1}1$]	1	1	2	A=0.39	A=0.29	A=0.27
			[$\bar{1}\bar{1}1$]		2			
	E=0.5	[111]	1	2	3	($\bar{3}21$)[111]	(12 $\bar{1}$)[$\bar{1}11$]	($\bar{1}01$)[111]
		[$\bar{1}\bar{1}1$]	1			($\bar{5}\bar{1}4$)[$\bar{1}\bar{1}1$]		
		[1 $\bar{1}1$]	1	1	2	A=0.37	A=0.28	A=0.21
			[$\bar{1}\bar{1}1$]		2			
	E=1	[111]	1	2	3	(413)[111]	(12 $\bar{1}$)[$\bar{1}11$]	(110)[111]
		[$\bar{1}\bar{1}1$]	1			($\bar{1}01$)[$\bar{1}\bar{1}1$]		($\bar{1}01$)[111]
		[1 $\bar{1}1$]	1	1	2	A=0.35	A=0.28	(312)[$\bar{1}\bar{1}1$]
			[$\bar{1}\bar{1}1$]		3			A=0.18
E=2	[111]	1	2	3	($\bar{2}11$)[111]	($\bar{1}01$)[111]	(110)[$\bar{1}11$]	
	[$\bar{1}\bar{1}1$]	1				(12 $\bar{1}$)[$\bar{1}11$]	($\bar{1}01$)[111]	
	[1 $\bar{1}1$]	1	3	3	A=0.37	A=0.26	($\bar{1}01$)[111]	
		[$\bar{1}\bar{1}1$]		3			A=0.21	

Tabla 4.3 (g)

orientación inicial	Deformación por laminado	N° sist. deslíz. activos para $c/dirección < 111 >$			Sistemas deslíz. asociados con la actividad (A) máxima			
		$< 111 >$	(pg)	(RC)	(FC)	(pg)	(RC)	(FC)
{554} < 225 >	E=0.25	[111]	1	2	1	($\bar{1}01$)[$\bar{1}\bar{1}1$]	(110)[$\bar{1}11$]	(110)[$\bar{1}11$]
		[$\bar{1}\bar{1}1$]	1		3		(110)[$\bar{1}\bar{1}1$]	
		[$\bar{1}\bar{1}1$]	1		3		A=0.38	A=0.61
	E=0.5	[111]	1	2	1	($\bar{1}01$)[$\bar{1}\bar{1}1$]	($\bar{1}01$)[111]	(110)[$\bar{1}11$]
		[$\bar{1}\bar{1}1$]	1		3		A=0.43	(110)[$\bar{1}\bar{1}1$]
		[$\bar{1}\bar{1}1$]	1		3		A=0.62	A=0.27
	E=1	[111]	1	2	1	($\bar{1}01$)[$\bar{1}\bar{1}1$]	($\bar{1}01$)[111]	(110)[$\bar{1}11$]
		[$\bar{1}\bar{1}1$]	1		3		A=0.45	(110)[$\bar{1}\bar{1}1$]
		[$\bar{1}\bar{1}1$]	1		3		A=0.64	A=0.26
	E=2	[111]	1	2	1	($\bar{1}01$)[$\bar{1}\bar{1}1$]	($\bar{1}01$)[111]	(110)[$\bar{1}11$]
		[$\bar{1}\bar{1}1$]	1		3		A=0.46	(110)[$\bar{1}\bar{1}1$]
		[$\bar{1}\bar{1}1$]	1		3		A=0.65	A=0.23

Tabla 4.3 (h).

Fracción del n° de orientaciones (N° de orientaciones totales: 552)				
componentes de textura		{111} < uvw >	{100} < 110 >	{112} < 110 >
laminado E=1.	(pg)	22%	4%	10%
	(RC)	19%	4%	2%
	(FC)	20%	3%	5%
laminado E = 2.	(pg)	36%	4%	4%
	(RC)	24%	4%	2%
	(FC)	26%	3%	8%

Tabla 4.4

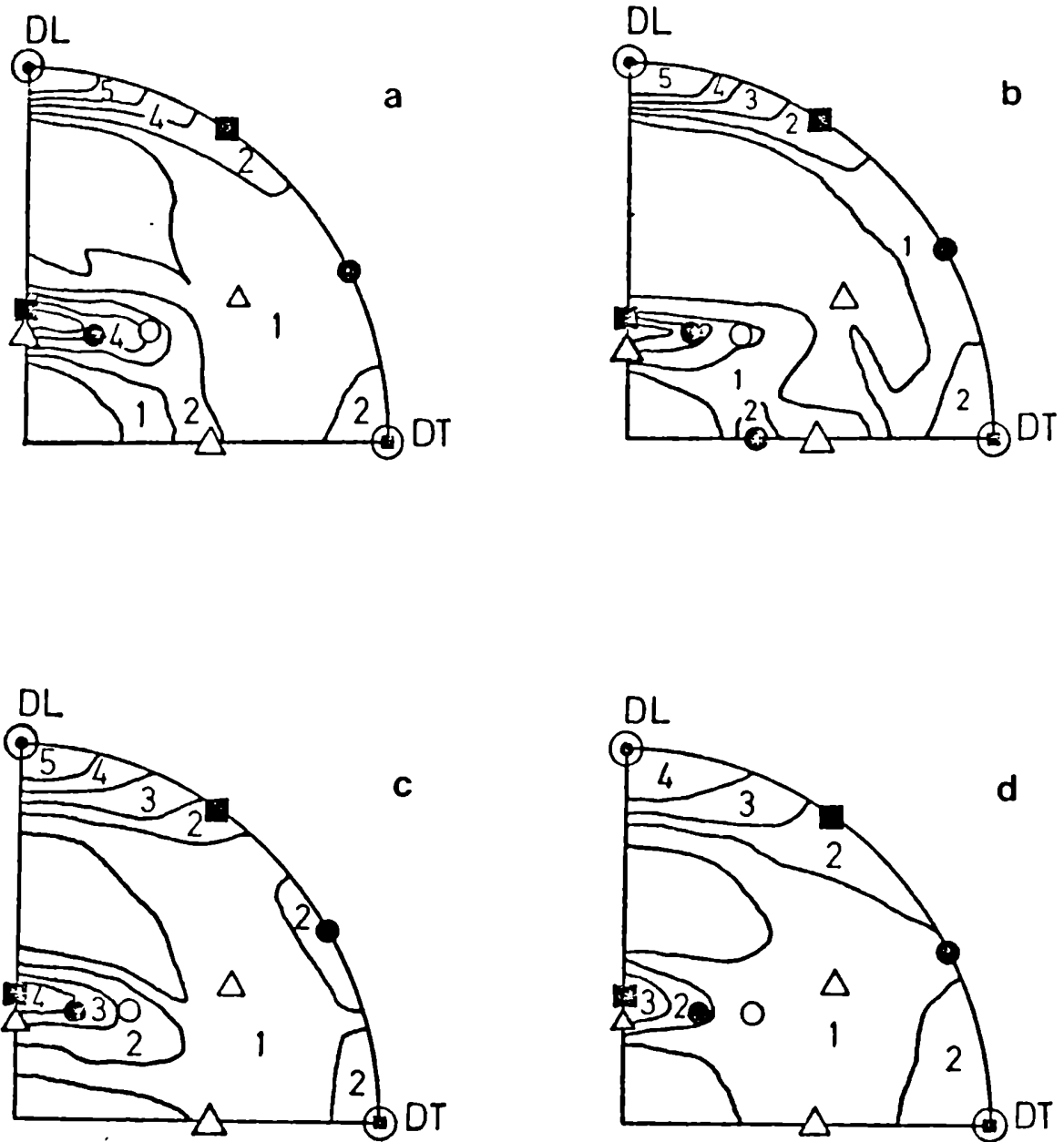


Figura 4.1: FDP $\{110\}$ calculada para una reducción por laminado del 80% ($E=1$), (a) modelo viscoplástico (RC), (b) modelo viscoplástico (FC), (c) modelo de Taylor (ρg), (d) experimental correspondiente a un acero calmado al Al laminado.

- $\{111\} \langle 110 \rangle$ ●
- $\{111\} \langle 112 \rangle$ ■
- $\{100\} \langle 110 \rangle$ ○
- $\{112\} \langle 110 \rangle$ △

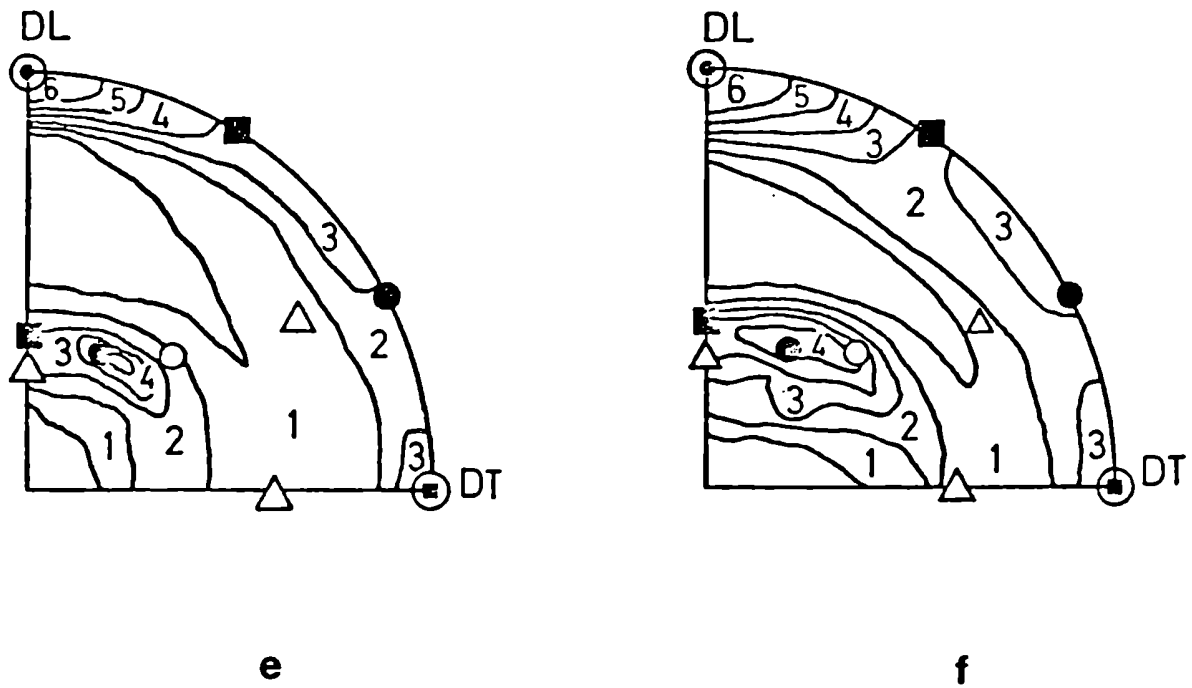


Figura 4.1: FDP $\{110\}$ calculada para una reducción por laminado del 80% ($E=1$) considerando la fórmula de Rodrigues para (e) el modelo viscoplastico (RC), (f) el modelo de Taylor (pg).

- $\{111\} \langle 110 \rangle$ ●
- $\{111\} \langle 112 \rangle$ ■
- $\{100\} \langle 110 \rangle$ ○
- $\{112\} \langle 110 \rangle$ △

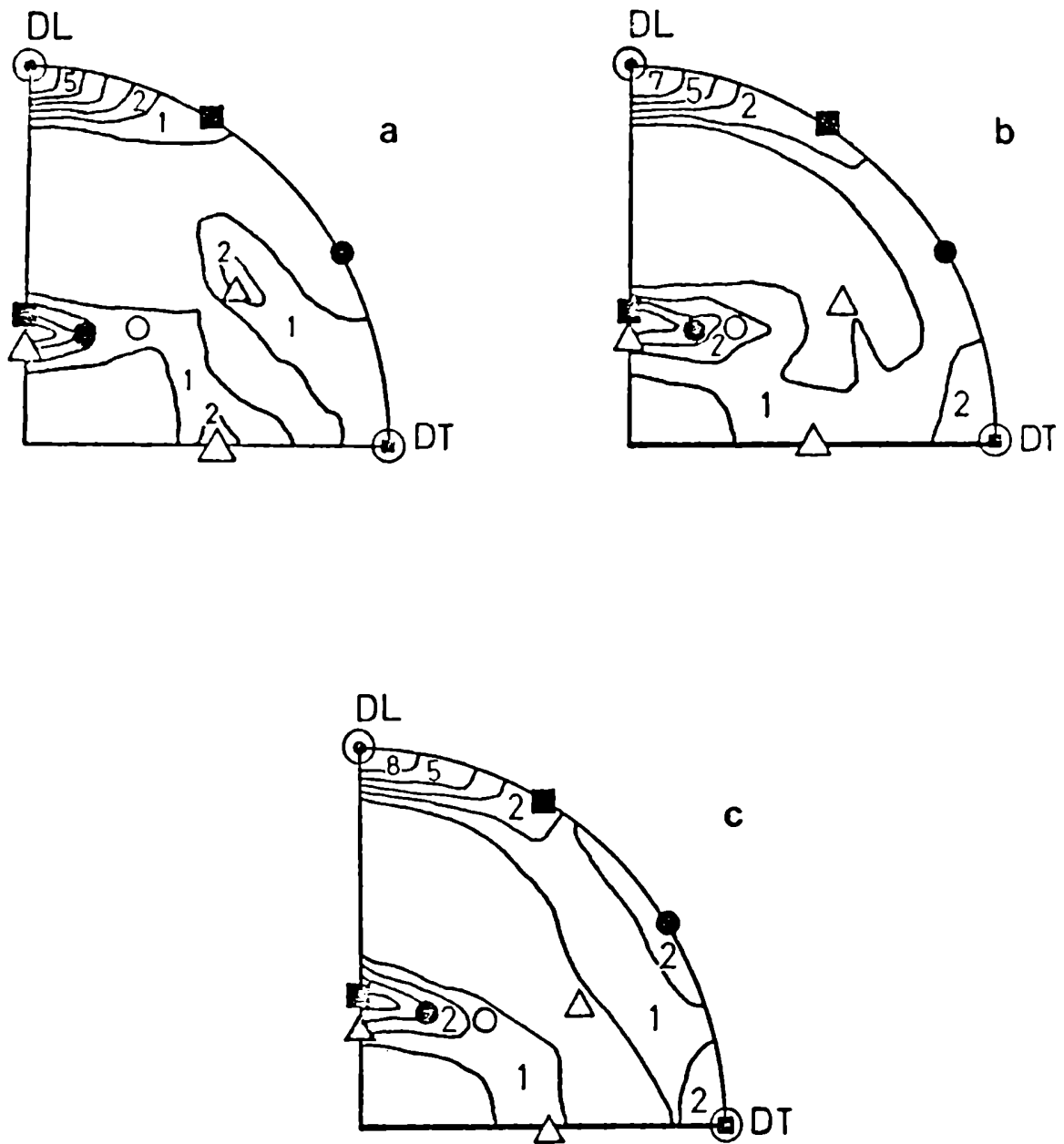


Figura 4.2: FDP $\{110\}$ calculada para una reducción por laminado del 90% ($E=2$), (a) viscoplástico (FC), (b) viscoplástico (RC), (c) Taylor (pg).

- $\{111\} \langle 110 \rangle$ ●
- $\{111\} \langle 112 \rangle$ ■
- $\{100\} \langle 110 \rangle$ ○
- $\{112\} \langle 110 \rangle$ △

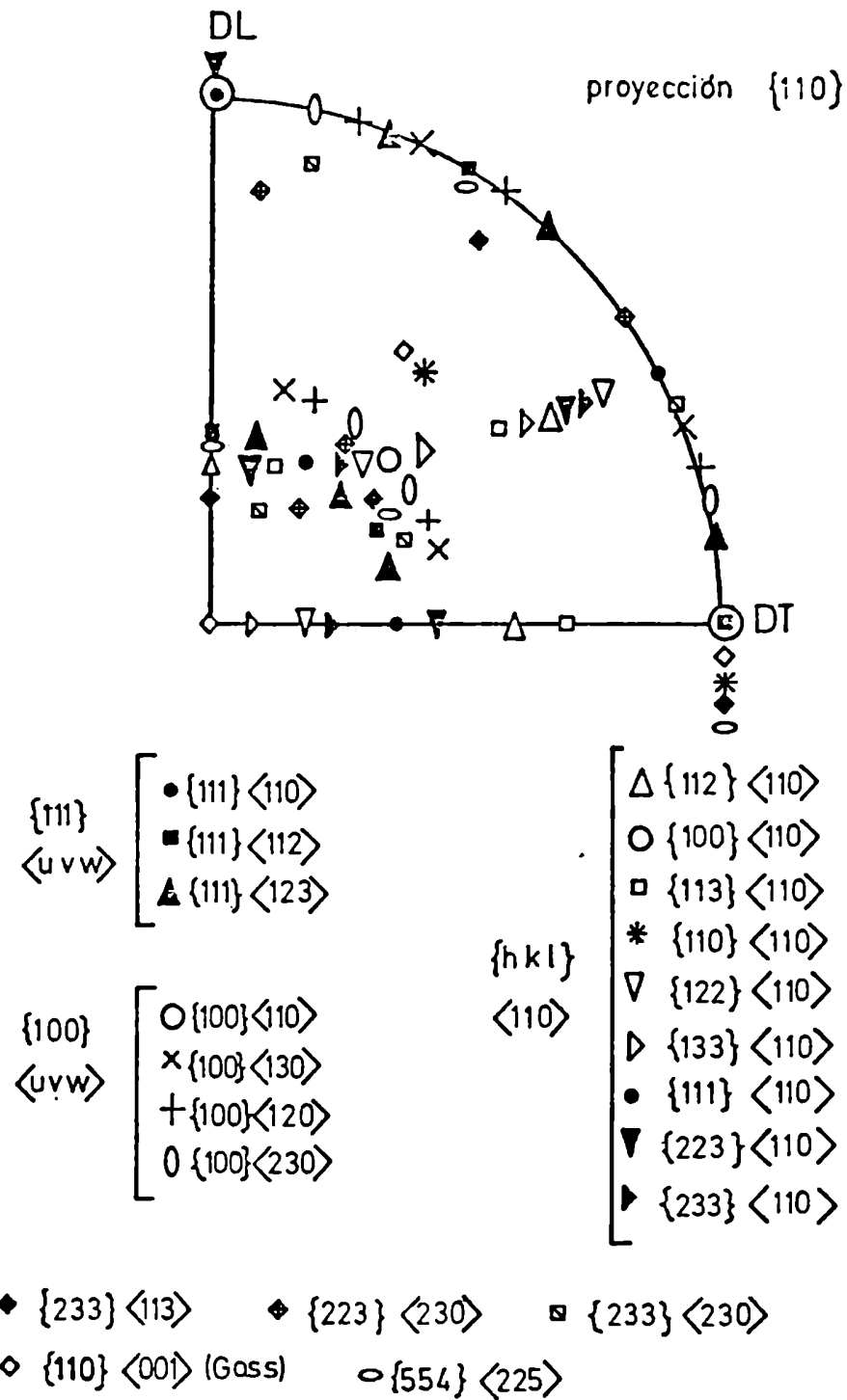


Figura 4.3: Orientaciones ideales de un monocristal $\{hkl\} \langle uvw \rangle$ orientado respecto al sistema muestra (DL, DT, DN).

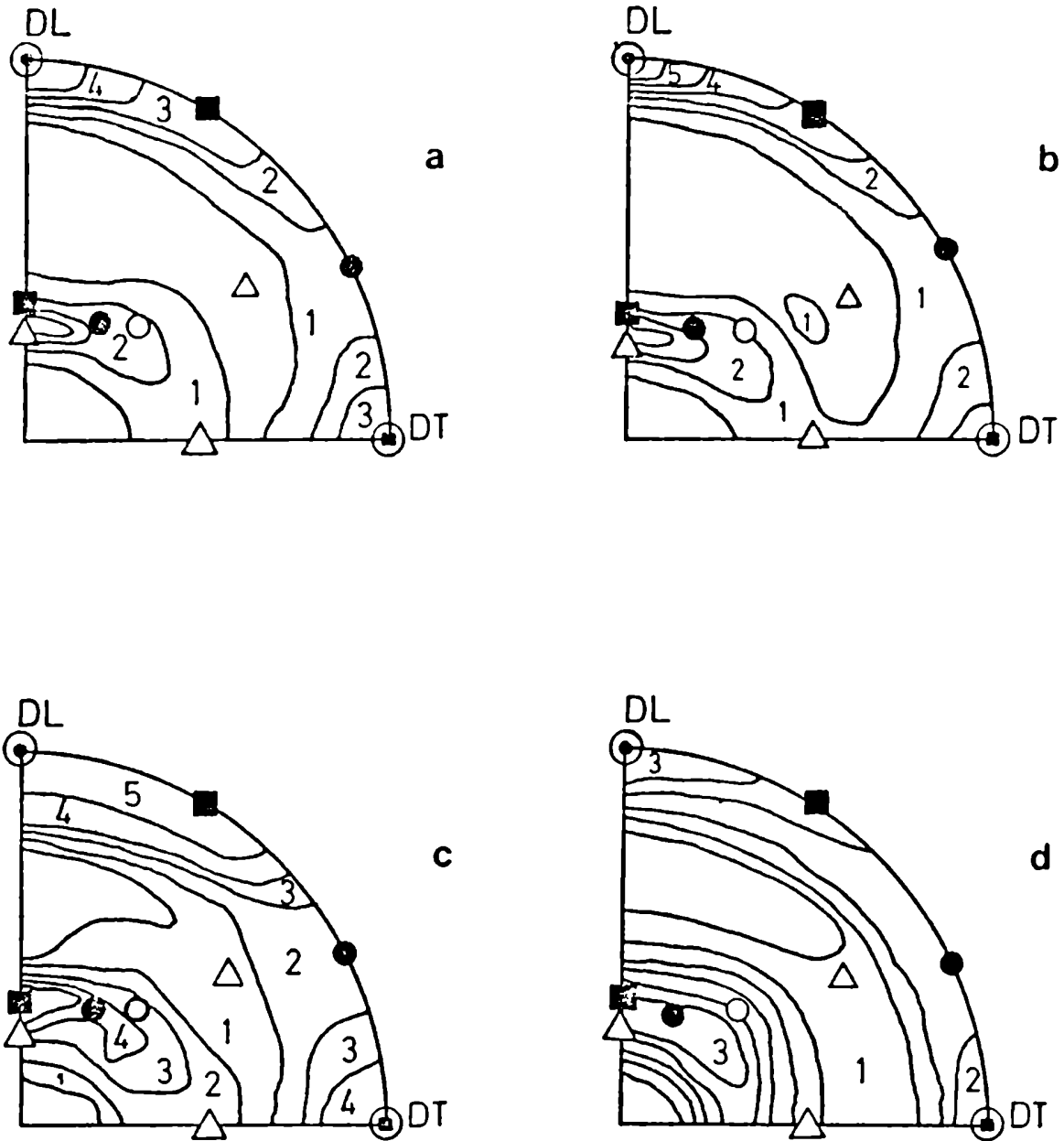


Figura 4.4: FDP $\{110\}$ calculada de acuerdo al modelo viscoplástico: (a) (RC) y (b) (FC), (c) modelo de Taylor (pg), (d) experimental de un acero al Nb [75] para expansión biaxial ($E=0.25$).

- $\{111\} \langle 110 \rangle$ ●
- $\{111\} \langle 112 \rangle$ ■
- $\{100\} \langle 110 \rangle$ ○
- $\{112\} \langle 110 \rangle$ △

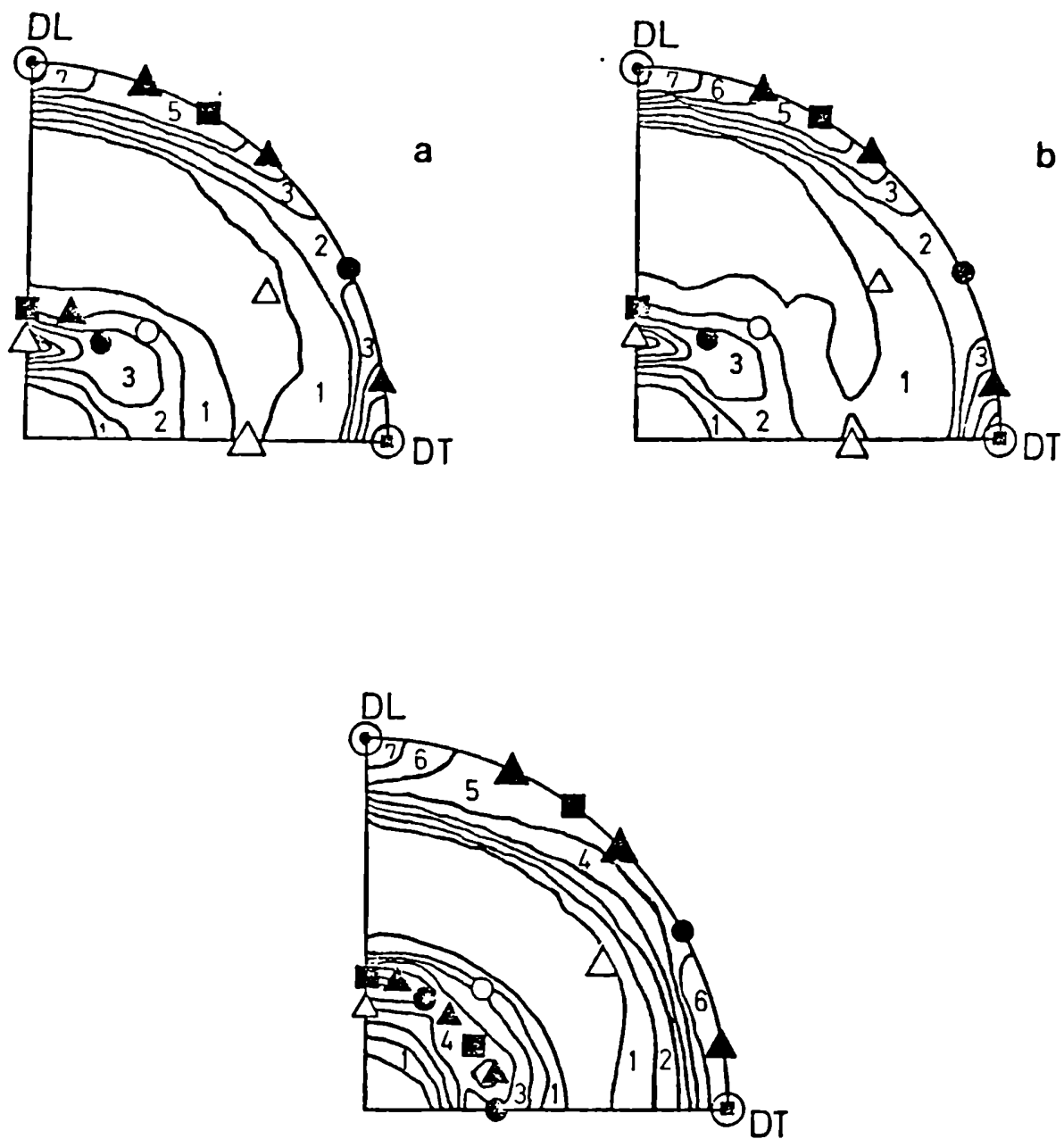


Figura 4.5: FDP $\{110\}$ calculada de acuerdo al modelo viscoplástico: (a) (RC) y (b) (FC), (c) modelo de Taylor (pg), para expansión biaxial ($E=0.5$).

- $\{111\} \langle 110 \rangle$ ●
- $\{111\} \langle 112 \rangle$ ■
- $\{100\} \langle 110 \rangle$ ○
- $\{111\} \langle 123 \rangle$ ▲
- $\{112\} \langle 110 \rangle$ △

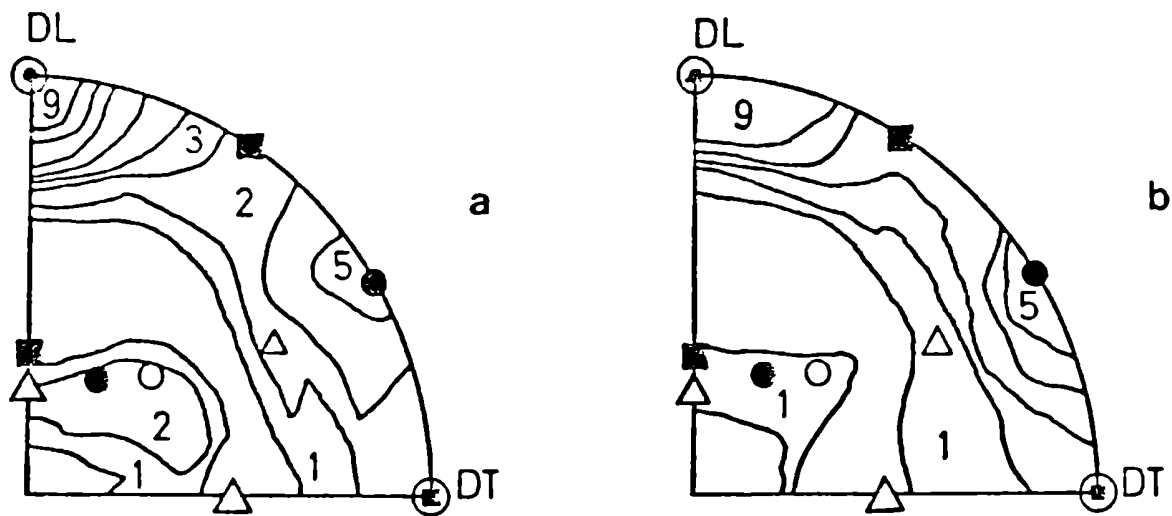


Figura 4.6: FDP $\{110\}$ calculada de acuerdo al modelo de Taylor (pg) para la tracción según DL, (b) experimental correspondiente a un acero calmado al Al traccionado un 12% según DL.

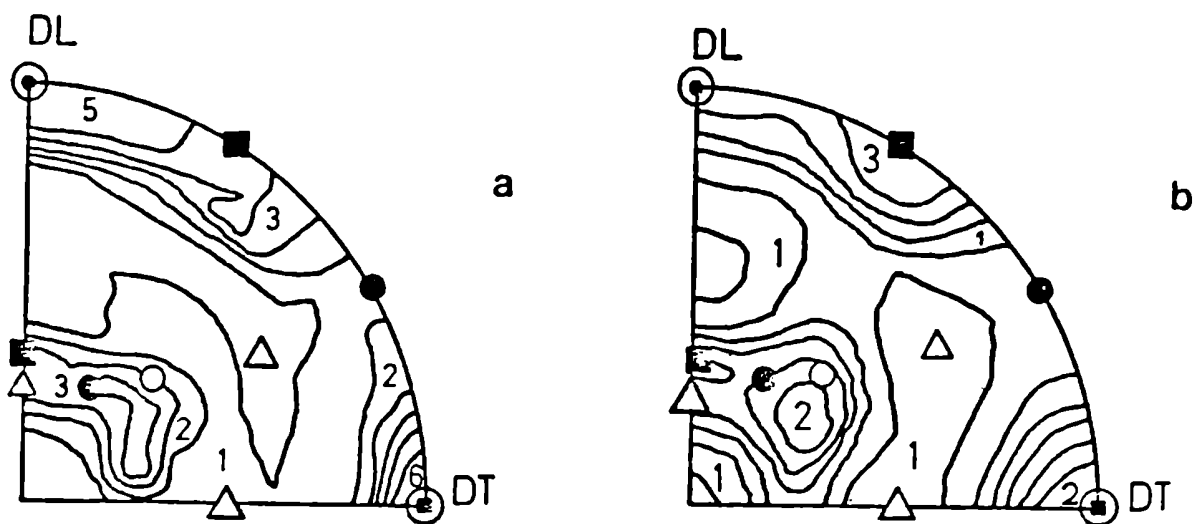


Figura 4.7: FDP $\{110\}$ calculada de acuerdo al modelo viscoplastico (RC) para tracción según DT, (b) experimental de un acero al Nb traccionado un 33% según DT [75].

- $\{111\} \langle 110 \rangle$ ●
- $\{111\} \langle 112 \rangle$ ■
- $\{100\} \langle 110 \rangle$ ○
- $\{112\} \langle 110 \rangle$ △

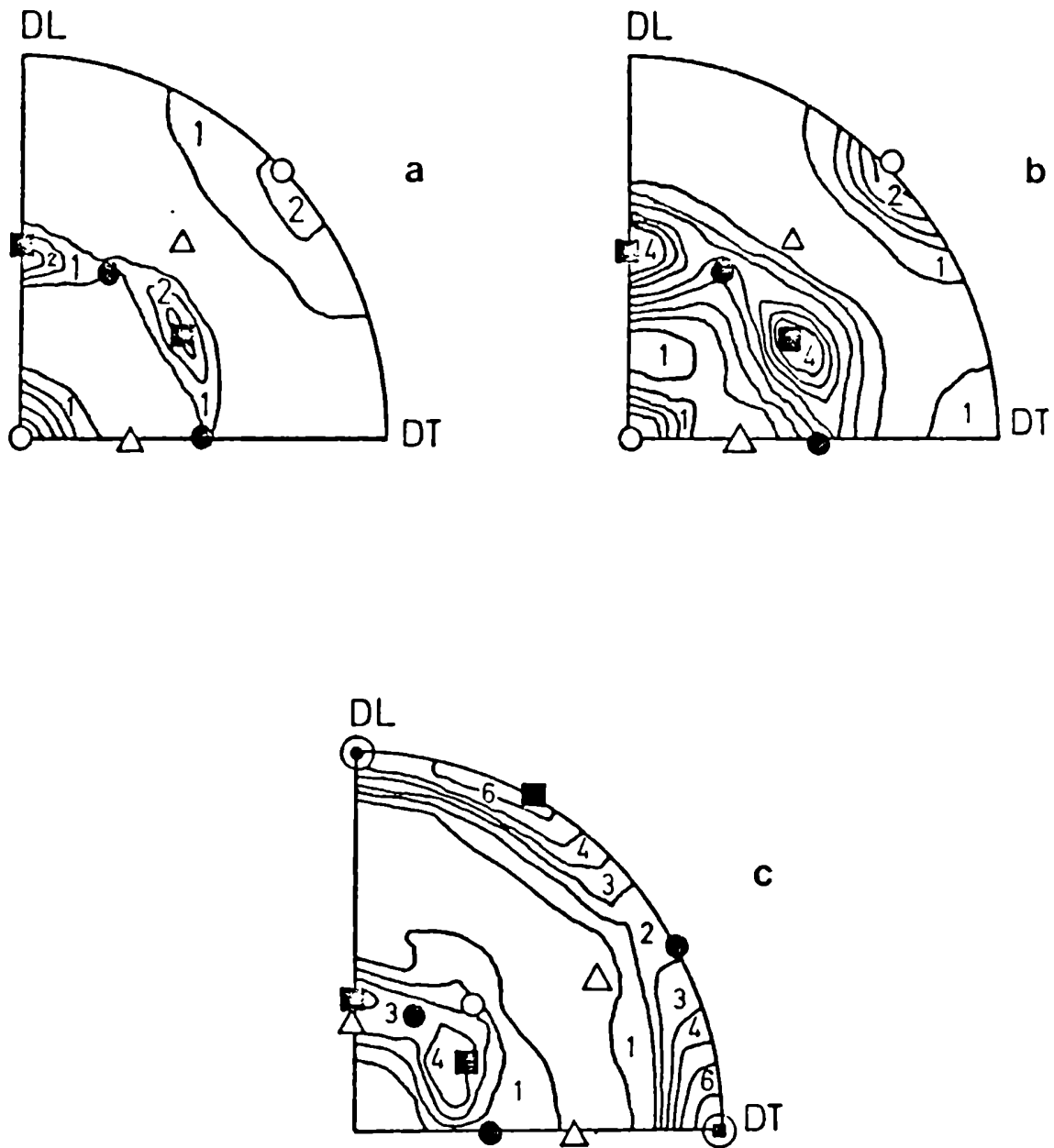


Figura 4.8: FDP {200} (a) calculada de acuerdo al modelo viscoplástico (RC), (b) experimental de un acero al Nb [75], (c) FDP {110} calculada según el modelo viscoplástico (RC) para tracción según DT ($E=0.33$) seguida de expansión biaxial ($E=0.25$).

- {111} < 110 > ●
- {111} < 112 > ■
- {100} < 110 > ○
- {112} < 110 > △

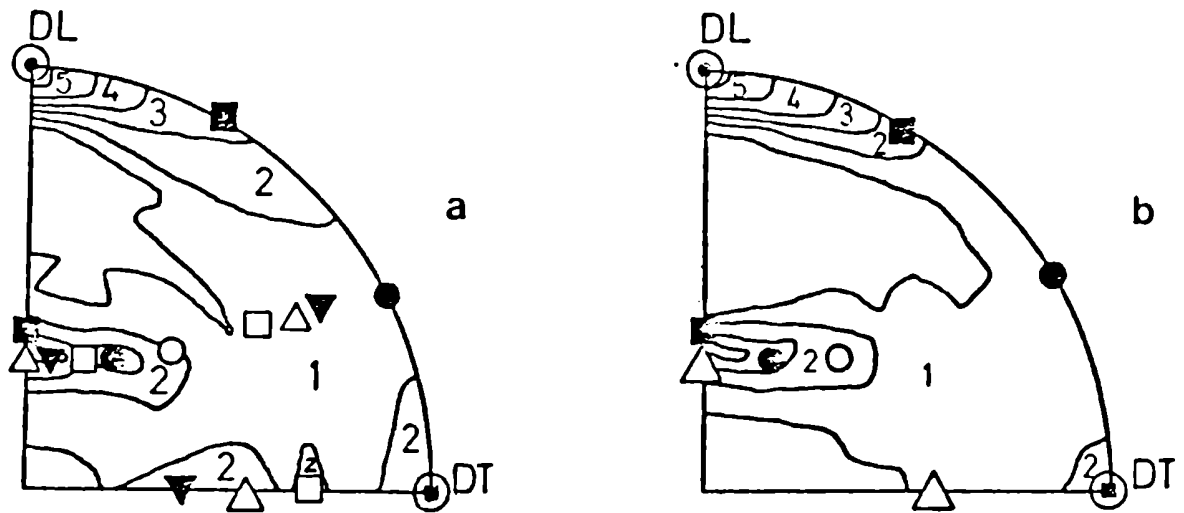


Figura 4.9: FDP {110} calculada de acuerdo al modelo viscoplástico (RC), (b) modelo de Taylor (pg) para compresión según DL ($E=0.33$) ($q=0.6$).

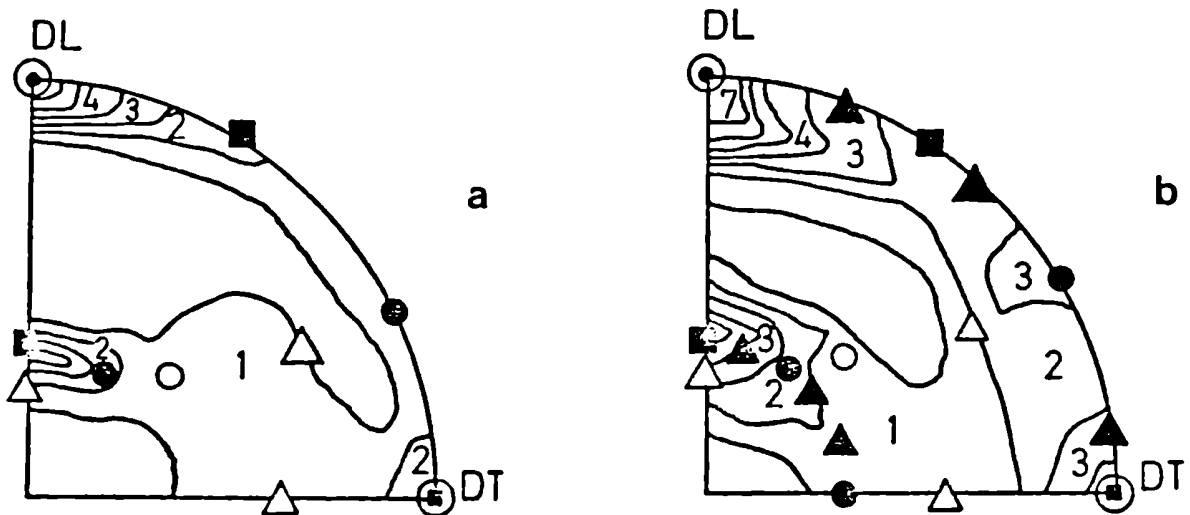


Figura 4.10: FDP {110} calculada de acuerdo (a) modelo viscoplástico (RC), (b) modelo de Taylor (pg) para corte puro ($q=1$) ($E=0.25$).

- {111} < 110 > ●
- {111} < 112 > ■
- {100} < 110 > ○
- {112} < 110 > ▲
- {111} < 123 > ▲

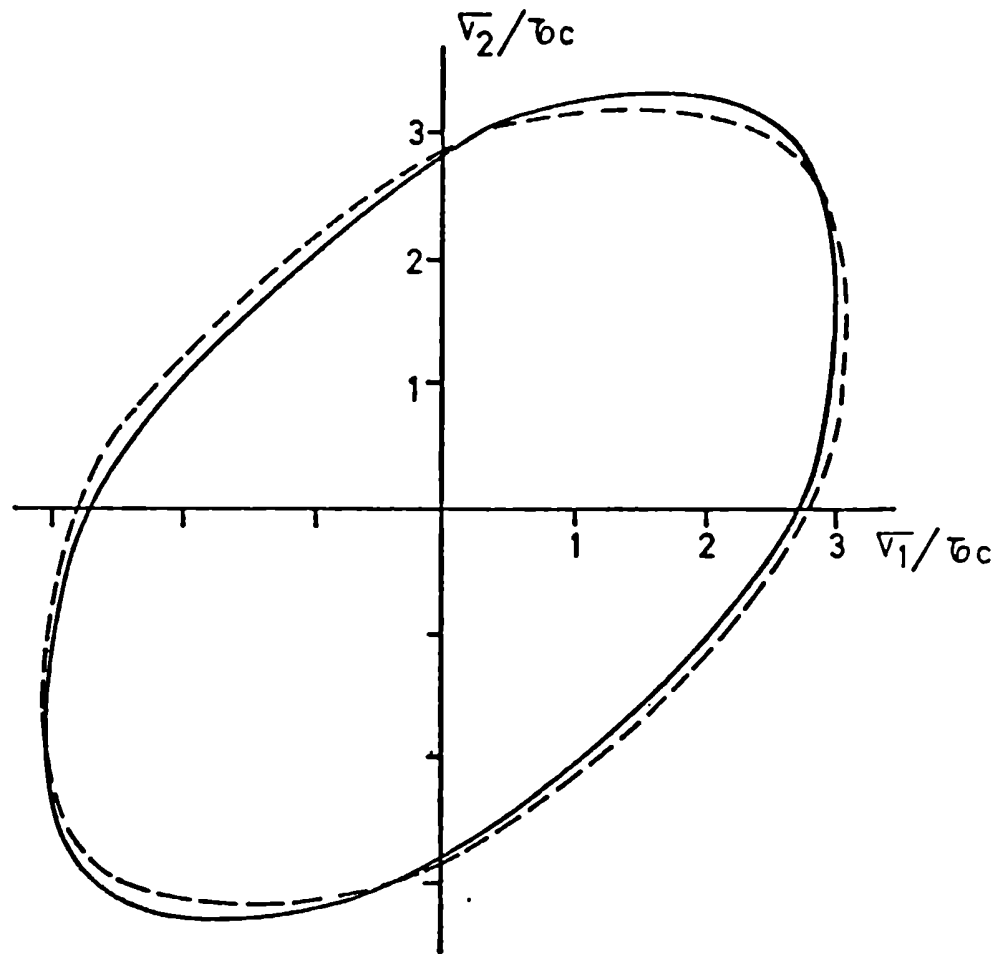


Figura 4.11: Curvas límites de fluencia. (a) — Curva calculada a partir de la textura de laminado ($E=1$) simulada de acuerdo al modelo viscoplastico (RC) (552 orientaciones).
 (b) - - - Curva calculada considerando la textura experimental de un acero caimado al Al laminado.

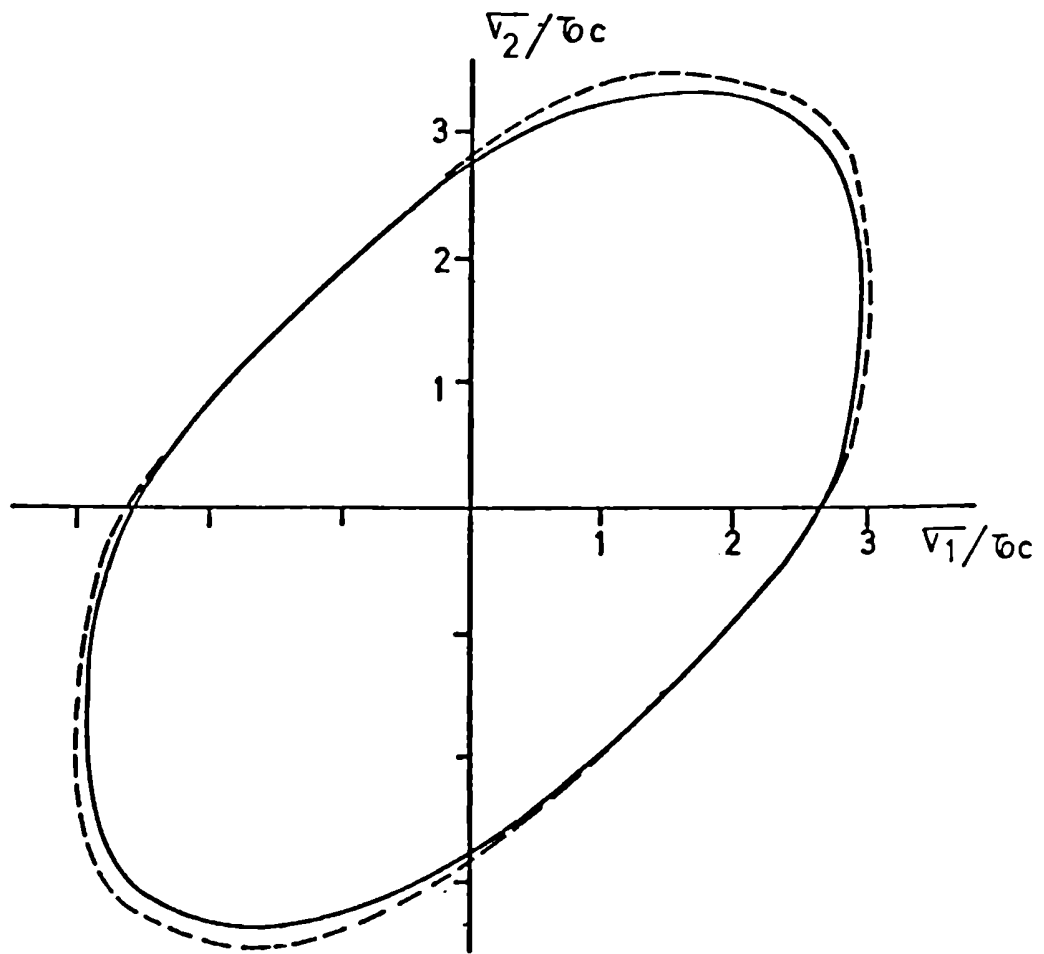


Figura 4.12: Curvas límites de fluencia calculadas a partir de la textura simulada por el modelo viscoplástico (RO)

- laminado (E=1)
- - - laminado (E=2)

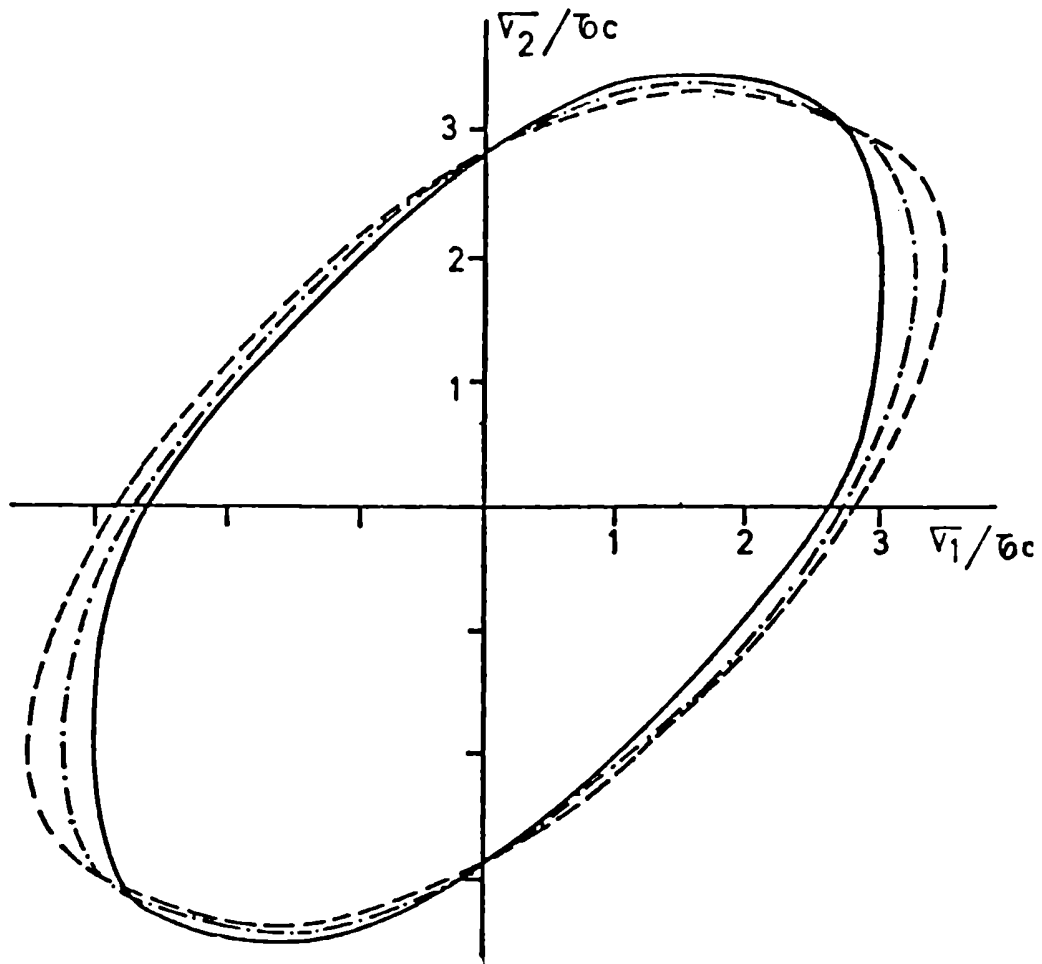


Figura 4.13: Curvas límites de fluencia calculadas a partir de la textura de laminado simulada por los diferentes modelos.

Modelo viscoplastico (RC). ———

Modelo viscoplastico (FC). -.-.-

Modelo de Taylor (pg). - - - -

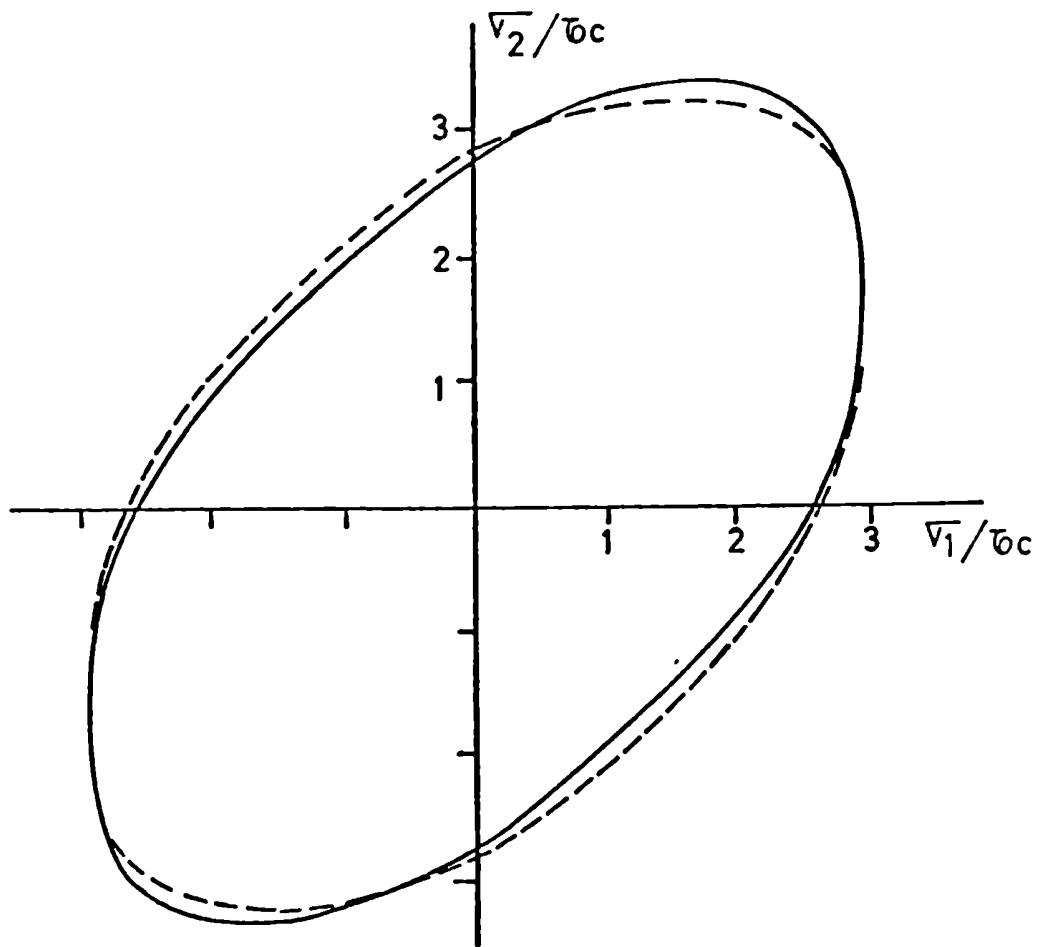


Figura 4.14: Curvas límites de fluencia calculadas a partir de la textura simulada por el modelo viscoplástico (RC) para una deformación final en compresión según DL.
 — laminado ($E=1$) (RC)
 - - - laminado ($E=1$) (RC) y compresión según DL ($E=0.33$)(RC)

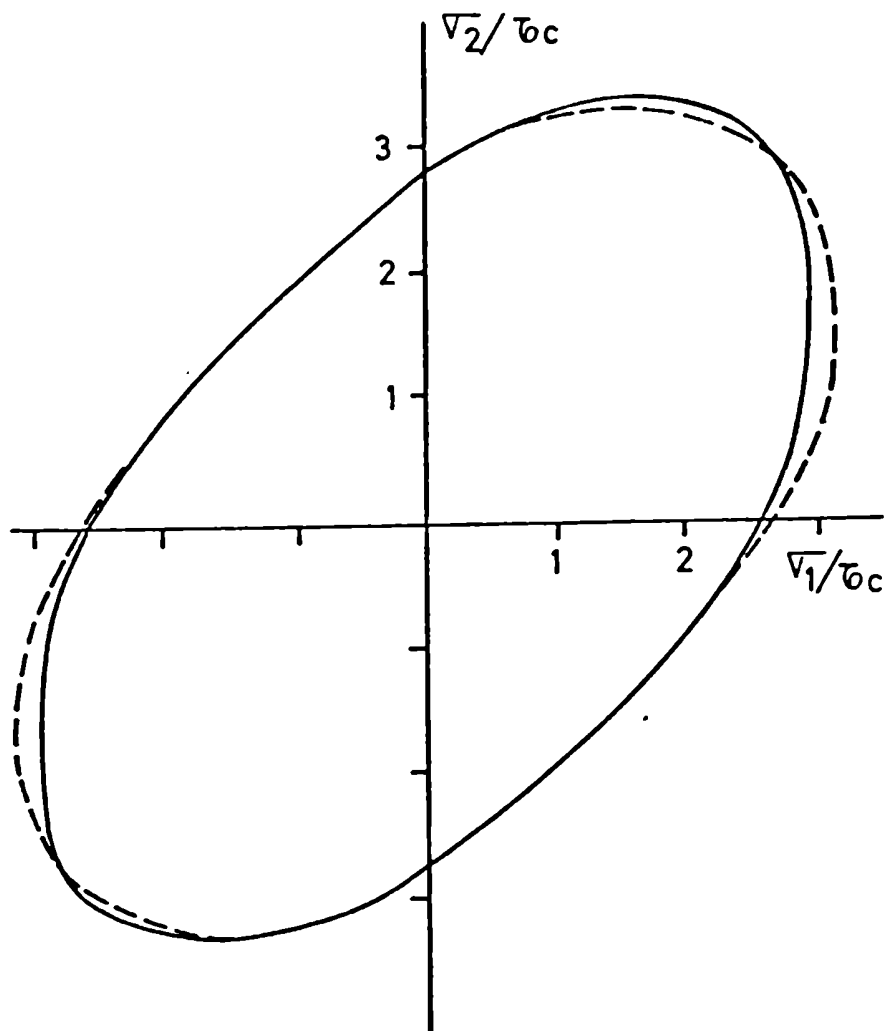
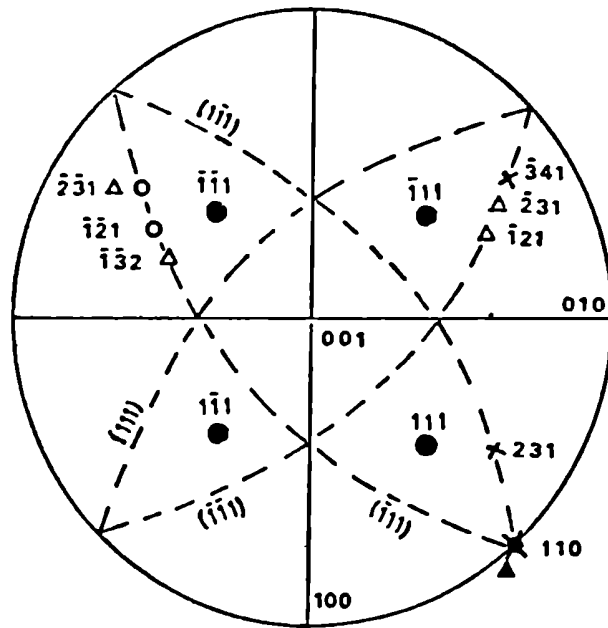


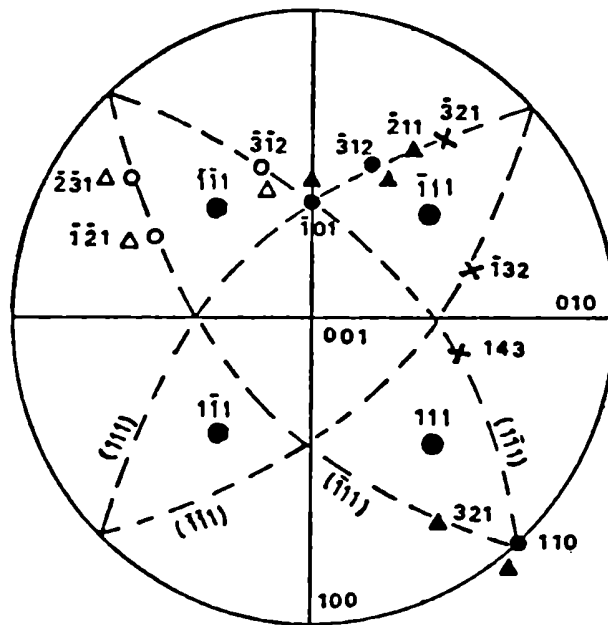
Figura 4.15: Curvas límites de fluencia calculadas a partir de la textura simulada por el modelo de Taylor (pg) para una deformación final en corte puro.

———— laminado ($E=1$) (RC)

- - - - laminado ($E=1$) (RC) y corte puro ($q=1$) ($E=0.25$)(pg)



A



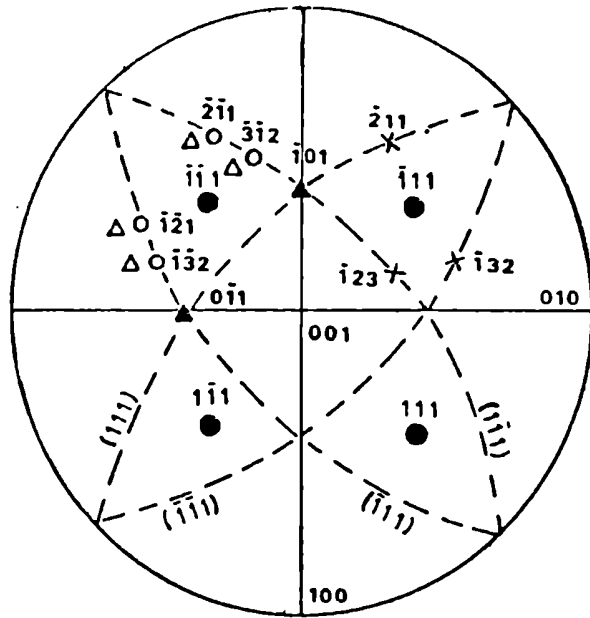
B

Figura 4.16 (a): Representación de los sistemas de deslizamiento activos $\{hkl\} \langle 111 \rangle$ en una proyección estereográfica (001) según los ejes del cristal para deformaciones por laminado (A) $E=0.25$ (B) $E=2$.

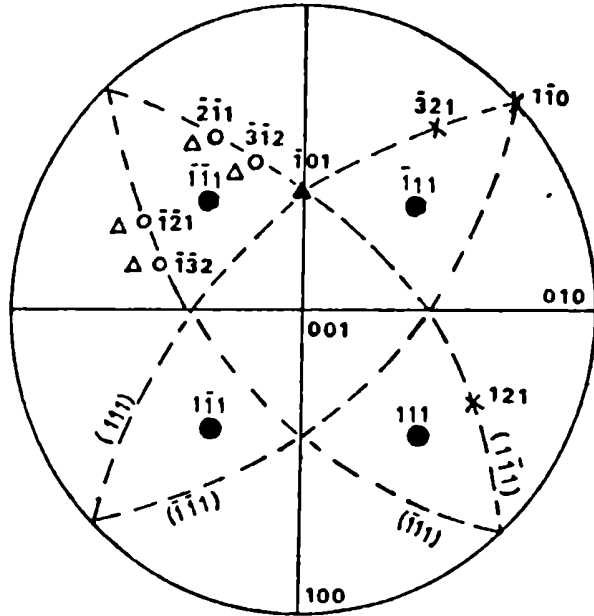
Orientación inicial del cristal : $\{110\} \langle 100 \rangle$

Direcciones de la normal al plano de deslizamiento $\{hkl\}$:

- modelo viscoplastico (RC)
- ▲ modelo viscoplastico (FC)
- direcciones con (RC)
- △ signo opuesto (FC)
- × modelo de Taylor (pg) (direcciones aproximadas)



A



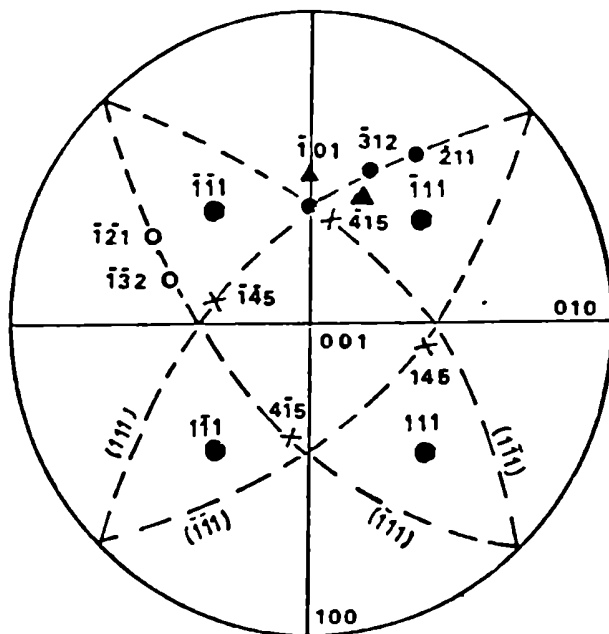
B

Figura 4.16 (b): Sistemas de deslizamiento para deformaciones por laminado (A)

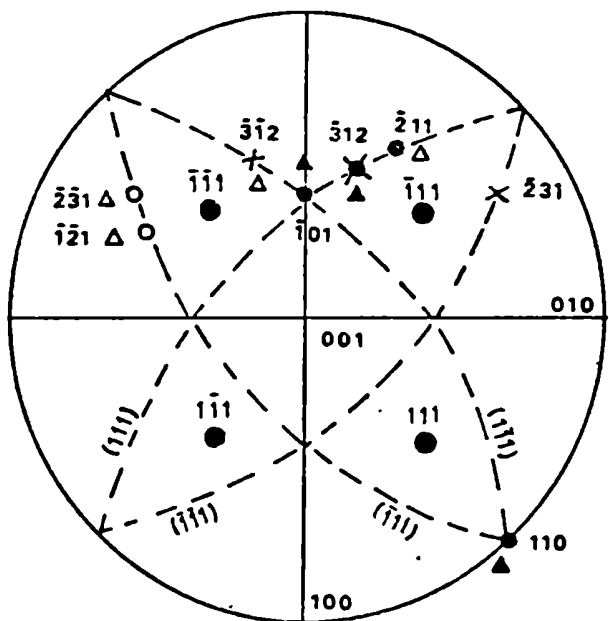
E=0.25 (B) E=2. Orientación inicial :{112}< 110 >

Direcciones de la normal al plano de deslizamiento {hkl}:

- modelo viscoplástico (RC)
- ▲ modelo viscoplástico (FC)
- direcciones con (RC) signo opuesto
- △ direcciones con (FC) signo opuesto
- X modelo de Taylor (pg) (direcciones aproximadas)



A



B

Figura 4.16 (c): Sistemas de deslizamiento para deformaciones por laminado (A)

$E=0.25$ (B) $E=2$.

Orientación inicial :{230}< 223 >

Direcciones de la normal al plano de deslizamiento {hkl}:

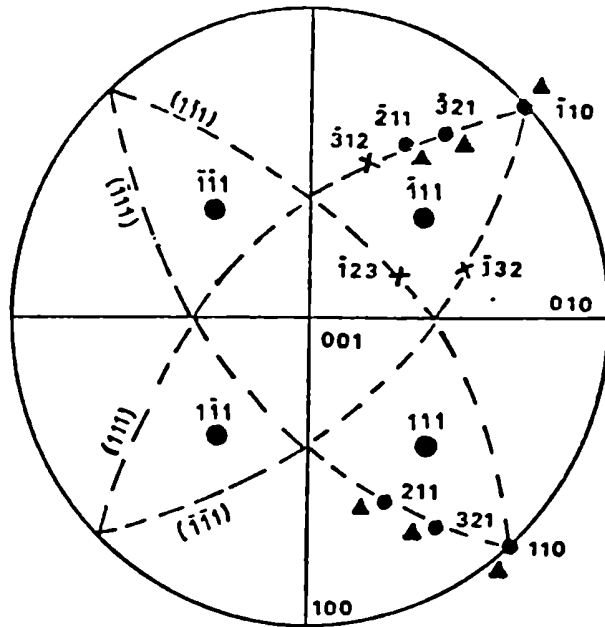
● modelo viscoplástico (RC)

▲ modelo viscoplástico (FC)

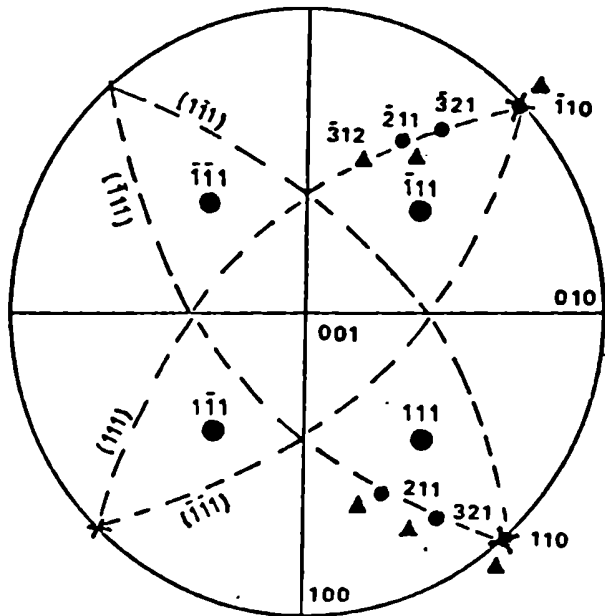
direcciones con

signo opuesto

○ (direcciones con signo opuesto)
 △ (direcciones con signo opuesto)
 × modelo de Taylor (pg) (direcciones aproximadas)



A



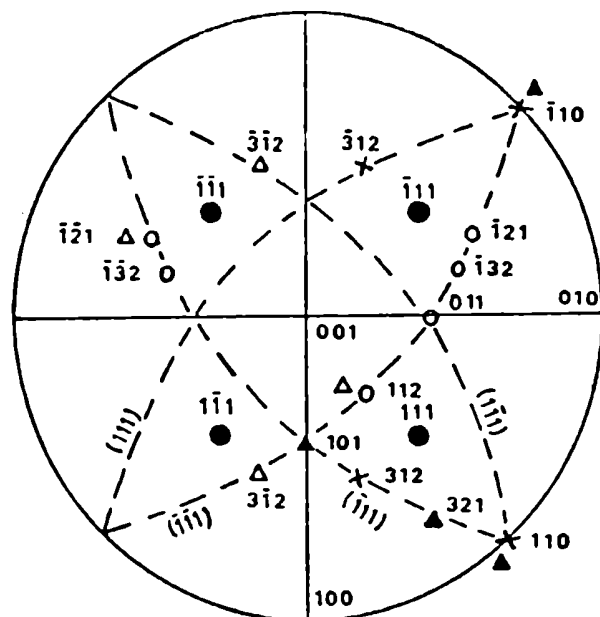
B

Figura 4.16 (d): Sistemas de deslizamiento para deformaciones por laminado (A) $E=0.25$ (B) $E=2$.

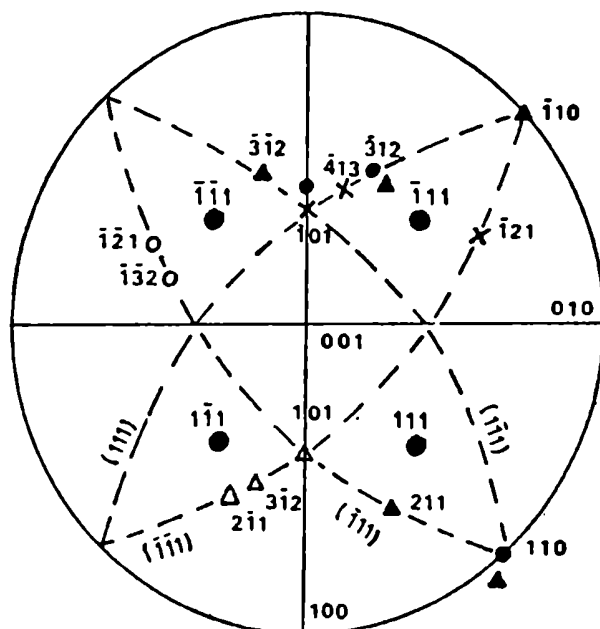
Orientación inicial: $\{100\} \langle 230 \rangle$.

Direcciones de la normal al plano de deslizamiento $\{hkl\}$:

- modelo viscoplástico (RC)
- ▲ modelo viscoplástico (FC)
- direcciones con (RC)
- △ signo opuesto (FC)
- × modelo de Taylor (pg) (direcciones aproximadas)



A



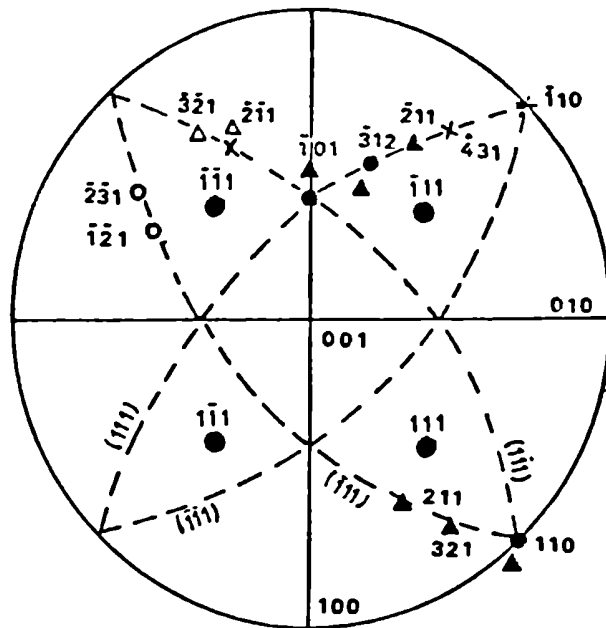
B

Figura 4.16 (e): Sistemas de deslizamiento para deformaciones por laminado (A)

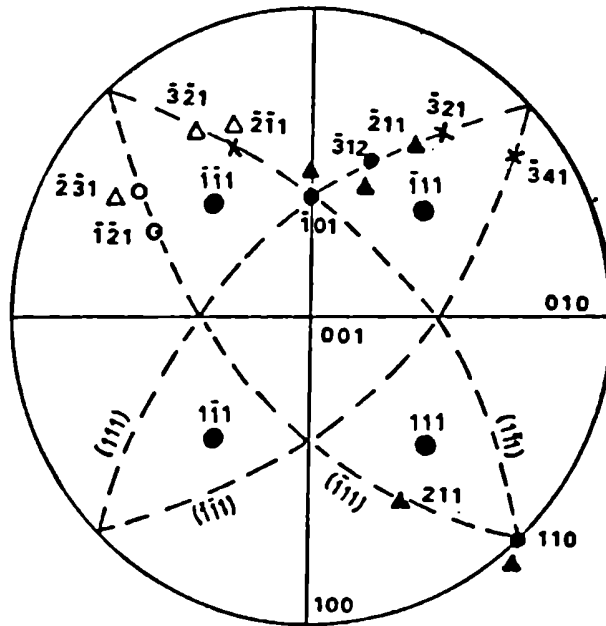
$E=0.25$ (B) $E=2$. Orientación inicial: $\{113\} \langle 112 \rangle$

Direcciones de la normal al plano de deslizamiento $\{hkl\}$:

- modelo viscoplástico (RC)
- ▲ modelo viscoplástico (FC)
- direcciones con signo opuesto (RC)
- △ direcciones con signo opuesto (FC)
- × modelo de Taylor (pg) (direcciones aproximadas)



A



B

Figura 4.16 (f): Sistemas de deslizamiento para deformaciones por laminado (A) $E=0.25$ (B) $E=2$.

Orientación inicial: $\{111\} \langle 110 \rangle$

Direcciones de la normal al plano de deslizamiento $\{hkl\}$:

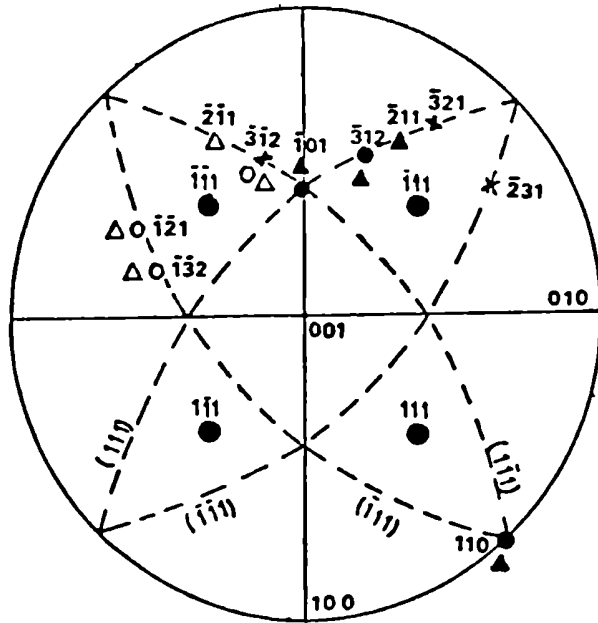
● modelo viscoplastico (RC)

▲ modelo viscoplastico (FC)

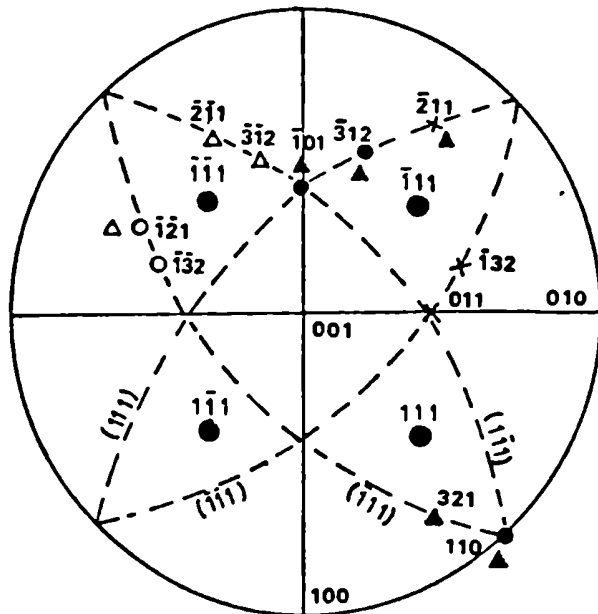
direcciones con (RC) ○

signo opuesto (FC) △

× modelo de Taylor (pg) (direcciones aproximadas)



A



B

Figura 4.16 (g): Sistemas de deslizamiento para deformaciones por laminado (A)

$E=0.25$ (B) $E=2$. Orientación inicial: $\{111\} \langle 112 \rangle$

Direcciones de la normal al plano de deslizamiento $\{hkl\}$:

- modelo viscoplástico (RC)
- ▲ modelo viscoplástico (FC)
- direcciones con (RC) signo opuesto
- △ direcciones con (FC) signo opuesto
- × modelo de Taylor (pg) (direcciones aproximadas)

Conclusiones

En el desarrollo del presente trabajo se estudiaron los efectos inducidos por las texturas cristalográficas sobre el comportamiento plástico anisotrópico de materiales de estructura bcc. Los principales resultados obtenidos son los siguientes:

a) Descripción de la textura experimental de aceros ferríticos.

A partir del análisis del peso y la dispersión que presentan las componentes de textura de los aceros ferríticos analizados (calmado al Al e inoxidable 409), se encontró que en general, la textura puede ser descripta en relación al refuerzo de componentes de dos tipos de fibra: $\{111\}\langle uvw \rangle$ y $\{hkl\}\langle 110 \rangle$. El acero calmado al Al recocido es el que presenta la mayor fracción de volumen del material ($\sim 50\%$) representada por componentes de textura de fibra $\{111\}\langle uvw \rangle$, con refuerzos en componentes $\{111\}\langle 110 \rangle$. En el acero calmado al Al predeformado por laminado también son importantes las componentes de textura del tipo $\{100\}\langle 110 \rangle$ con respecto a componentes principales de fibra $\{111\}\langle uvw \rangle$.

La textura del acero inoxidable 409 presenta refuerzos que se encuentran próximos a la componente de fibra $\{111\}\langle 112 \rangle$ y corresponden a las componentes $\{332\}\langle 113 \rangle$ y $\{554\}\langle 225 \rangle$. La presencia de la componente $\{554\}\langle 225 \rangle$ puede ser favorecida por el contenido de impurezas de Ti que presenta el material. Las componentes de textura $\{100\}\langle 110 \rangle$ ($F(g) = 8.2$) y $\{112\}\langle 110 \rangle$ ($F(g)=6.3$) de la fibra $\{hkl\}\langle 110 \rangle$, presentan un peso comparable al de la componente de textura $\{111\}\langle 112 \rangle$ ($F(g) = 7.8$) de la fibra $\{111\}\langle uvw \rangle$.

b) Modelización de la evolución de la textura para diferentes modos de deformación.

En el estudio efectuado mediante la modelización de la evolución de texturas, se analizaron los efectos que, diferentes trayectorias de deformación plástica, inducen en la textura de materiales de estructura bcc. Estas trayectorias combinan modos

de sollicitación en laminado, expansión biaxial, corte puro, tracción y compresión uniaxial. La evolución de texturas durante el desarrollo de la deformación plástica fue simulada por los modelos de Taylor con hipótesis de deslizamiento no cristalográfico (pg) y viscoplástico.

A partir de una textura inicial de laminado ($\epsilon = 1$) simulada por el modelo viscoplástico (RC), se analizaron las texturas correspondientes a trayectorias en expansión biaxial ($\epsilon = 0.25$ y 0.5), tracción uniaxial ($\epsilon = 0.33$) y la combinación de ambos modos llegando a deformaciones finales importantes. Para estos modos de deformación, las texturas simuladas por los modelos de Taylor (pg) y viscoplástico reproducen adecuadamente los refuerzos de las texturas experimentales con componentes de fibra $\{111\} \langle uvw \rangle$.

La descripción de la textura de laminado simulada para grandes deformaciones ($\epsilon = 2$) y el cálculo de las curvas límites de fluencia introduciendo la correspondiente textura, pone en evidencia las mayores diferencias existentes en los modelos. El tipo de condiciones (impuestas (FC) o relajadas (RC)) sobre el estado de deformaciones en los granos parece ser la hipótesis más fuerte con respecto a las hipótesis efectuadas sobre la actividad de los sistemas de deslizamiento (cristalográficos o no cristalográficos (pg)). Ello se pone en evidencia en el análisis de las rotaciones de los granos efectuado en el Capítulo 4. Este resultado está en acuerdo con los presentados por Gilormini [45], quien comprara las texturas simuladas por el modelo viscoplástico del tipo (RC) o (FC) introduciendo en ambos casos la hipótesis de deslizamiento no cristalográfico (pencil glide) y encuentra que la textura experimental está mejor representada por el tipo de condiciones relajadas (RC). En general se encuentra que, los modelos de Taylor (pg) y viscoplástico (RC), son los que mejor respresentan el comportamiento anisotrópico real del material, el cual puede ser descripto mediante condiciones intermedias entre los casos límites (FC) y (RC). Las hipótesis planteadas por ambos modelos sobre el estado de deformaciones de los granos están adecuadas a las geometrías que adoptan los granos deformados en un amplio rango de deformaciones [76].

Para grandes deformaciones ($\epsilon \geq 2$) la geometría de los granos alargados resultantes de una deformación por laminado, está bien representada por el modelo viscoplástico con condiciones relajadas (RC), mientras que a deformaciones intermedias ($\epsilon < 1$) las condiciones impuestas (FC) en el modelo de Taylor (pg) son adecuadas para granos equiaxiados.

c) Determinación de las curvas límites de fluencia (CLF) en aceros ferríticos.

La relación que presenta la textura con el comportamiento plástico (coeficiente de Lankford (R), CLF y perfiles de embutido), se estudió a partir de la textura experimental inicial de los aceros ferríticos sin deformar. El comportamiento plástico se ha descrito utilizando las representaciones dadas por el modelo de Taylor con hipótesis de deslizamiento no cristalográfico (pg) y el criterio de Hill, obteniéndose conclusiones sobre el alcance de las modelizaciones. En general, los resultados predichos por el modelo de Taylor (pg), incorporando la información de la textura experimental inicial, presentan una buena aproximación a los valores experimentales.

Por el contrario, si bien el criterio de Hill presenta la ventaja de ser un método simple y de rápida utilización en procesos industriales, su adecuada aplicación está restringida al caso de aceros ferríticos que presentan componentes de fibra $\{111\} \langle uvw \rangle$ mayoritarias. En este caso, dichas componentes están asociadas a curvas de fluencia de formas elípticas. En el caso de aceros inoxidables del tipo 409 que presentan refuerzos importantes en componentes de textura del tipo $\{554\} \langle 225 \rangle$ y $\{233\} \langle 113 \rangle$, próximas a la componente de fibra $\{111\} \langle 112 \rangle$, el criterio de Hill representa bien la forma elíptica de las curvas de fluencia, pero resulta inadecuado para la descripción de los perfiles de embutido. Cuando los materiales presentan componentes de textura de Goss $\{110\} \langle 001 \rangle$, con un peso no despreciable respecto a las componentes $\{111\} \langle uvw \rangle$, la aplicación del criterio de Hill es dudosa.

d) Análisis del efecto de la evolución de la textura simulada sobre el comportamiento de la CLF.

La evolución de texturas simuladas durante el desarrollo de la deformación plástica, ha permitido analizar el comportamiento de la curva límite de fluencia plástica (CLF) para diferentes trayectorias de deformación. En el análisis realizado para las trayectorias en expansión biaxial, tracción uniaxial y una combinación de ambos modos de deformación, la evolución de las texturas, que está relacionada con el refuerzo de componentes de fibra $\{111\}\langle uvw \rangle$, no introduce cambios importantes en la forma de las curvas de fluencia. Dado que en las modelizaciones no se introduce una ley explícita de endurecimiento para los sistemas activos en cada grano del material, todo el efecto de endurecimiento del material puede ser considerado de origen textural.

A fin de obtener una mejor aproximación de la evolución de tensiones predichas para distintas trayectorias de deformación, sería necesario considerar, además del efecto que presenta la textura sobre el endurecimiento macroscópico, la influencia de la evolución del endurecimiento en cada grano del material. Para ello resulta indispensable conocer la relación entre las tensiones (τ) y deformaciones (γ) microscópicas a partir de la curva experimental $\tau - \gamma$ del monocristal para diferentes orientaciones de los granos. Considerando que las curvas $\tau - \gamma$ son difíciles de obtener experimentalmente en monocristales de estructura bcc, se podría intentar otro camino alternativo proponiendo, en cada paso de deformación, el ajuste de las tensiones (σ/τ_c) en la CLF calculada con los valores experimentales de las tensiones de fluencia obtenidos de las curvas $\sigma - \epsilon$ del policristal para distintas trayectorias de deformación.

El tratamiento utilizado en este trabajo para predecir el comportamiento plástico del material mediante modelizaciones que tienen en cuenta la textura, puede ser aplicado en otros temas de interés básico y tecnológico, tales como:

- El estudio de los problemas de inestabilidad plástica en aceros, considerando el

efecto de la textura sobre los diagramas límites de formado para una trayectoria de deformación dada.

- La determinación de constantes elásticas radiocristalográficas en aceros introduciendo el cálculo de la evolución de texturas simuladas [77].
- La posibilidad de simular la deformación en caliente de materiales como Zr, Ti y sus aleaciones (de estructura hcp a temperatura ambiente), los cuales pueden presentarse en fase $\beta(bcc)$. Algunas aleaciones de Ti, templadas en fase β , son utilizadas como superconductores metálicos, los cuales poseen a diferencia de los superconductores cerámicos, las propiedades de un metal dúctil en la fase superconductora [78].

Apéndice A

Matriz de transformación de ángulos de Euler

De acuerdo a la notación de Roe se indica con los ángulos de Euler (ψ, θ, ϕ) la orientación del cristal con respecto a la muestra (fig. 1.1). Las componentes A_{ij} de la matriz de transformación asociada al pasaje del sistema de referencia muestra al sistema cristal son [14]:

$$\begin{aligned} A_{11} &= \cos \psi \cos \theta \cos \phi - \sin \psi \sin \phi & (A.1) \\ A_{12} &= \sin \psi \cos \theta \cos \phi + \cos \psi \sin \phi \\ A_{13} &= -\sin \theta \cos \phi \\ A_{21} &= -\cos \psi \cos \theta \sin \phi - \sin \psi \cos \phi \\ A_{22} &= -\sin \psi \cos \theta \sin \phi + \cos \psi \cos \phi \\ A_{23} &= \sin \theta \sin \phi \\ A_{31} &= \cos \psi \sin \theta \\ A_{32} &= \sin \psi \sin \theta \\ A_{33} &= \cos \theta \end{aligned}$$

La matriz de transformación correspondiente al pasaje del sistema de referencia cristal a muestra, está dada por la traspuesta de la matriz A_{ij} .

Apéndice B

Representación del estado de tensiones y deformaciones durante la deformación plástica

El estado de tensiones asociado con la deformación plástica está representado por el tensor de tensiones σ_{ij} . El tensor σ es simétrico de forma tal que se tienen solamente 6 componentes independientes y en consecuencia es suficiente un espacio de 6 dimensiones para representar una superficie asociada con la fluencia plástica del material [50].

Para materiales anisotrópicos cuya fluencia plástica es independiente de la componente hidrostática p de tensiones, se puede reducir a 5 el número de dimensiones:

$$p = \frac{1}{3} \sigma_{ii} = \frac{1}{3} \text{traza} (\sigma_{ij})$$

ésto permite reemplazar la tensión σ por la tensión desviadora S :

$$S_{ij} = \sigma_{ij} - p \delta_{ij}$$

y se encuentra la siguiente propiedad:

$$S_{ii} = \text{traza} (S_{ij}) = 0$$

con lo cual hay solamente 5 componentes de tensiones desviadoras independientes. Los materiales para los cuales la fluencia plástica es independiente de la componente

hidrostática de tensiones no experimentan un cambio de volumen durante la deformación plástica. Esto se expresa como:

$$\dot{E}_{ii} = \text{traza} (\dot{E}_{ij}) = 0$$

donde \dot{E}_{ij} son las componentes del tensor simétrico velocidad de deformación plástica. En consecuencia se obtienen 5 componentes \dot{E}_{ij} independientes.

El factor de Schmid generalizado representado por el tensor simétrico r_{ij}^k para cada sistema k de deslizamiento, también se puede reducir a 5 componentes independientes, considerando que los vectores \bar{n} y \bar{b} son ortogonales y en consecuencia la traza del tensor r_{ij}^k es nula:

$$\text{traza} (r_{ij}^k) = n_1^k b_1^k + n_2^k b_2^k + n_3^k b_3^k = \bar{n}^k \cdot \bar{b}^k = 0$$

Dado que los tensores S_{ij} , \dot{E}_{ij} y r_{ij}^k tienen 5 componentes independientes, se pueden vectorizar los tensores considerando que todo tensor Z_{ij} simétrico de rango 2 tiene un único vector asociado de 5 dimensiones [51]. Los vectores se eligen de forma tal que el producto escalar sea invariante en las dos representaciones: $Z_{ij}Z'_{ij} = Z_pZ'_p$. Como ejemplo, ello significa que la velocidad de trabajo plástico por unidad de volumen es igual al producto escalar de los vectores \dot{e} y S , los cuales son las representaciones vectoriales en el espacio tensión - deformación de los tensores \dot{E} y S [50].

Las tensiones y velocidades de deformación equivalentes de acuerdo a Von Mises son directamente proporcionales a las longitudes de los vectores \dot{e} y S :

$$S_{VM} = \left(\frac{3}{2} S_{ij} S_{ij}\right)^{1/2} = \left(\frac{3}{2} \bar{S} \cdot \bar{S}\right)^{1/2}$$

$$\dot{E}_{VM} = \left(\frac{2}{3} \dot{E}_{ij} \dot{E}_{ij}\right)^{1/2} = \left(\frac{2}{3} \bar{\dot{e}} \cdot \bar{\dot{e}}\right)^{1/2}$$

De acuerdo a la formulación de Lequeu [51] el vector Z genérico se expresa de la forma:

$$Z_1 = Z_{33}(3/2)^{1/2}$$

$$Z_2 = (Z_{22} - Z_{11})/2^{1/2}$$

$$Z_3 = Z_{23}2^{1/2}$$

$$Z_4 = Z_{13}2^{1/2}$$

$$Z_5 = Z_{12}2^{1/2}$$

Las expresiones anteriores son generales y la representación es aplicable a los tensores S_{ij} , \dot{E}_{ij} y r_{ij}^k

Apéndice C

Formalismo utilizado en la descripción del deslizamiento no cristalográfico (pencil glide).

Para cada sistema de deslizamiento no cristalográfico, se define un sistema de referencia R^g según direcciones (x_1^g, x_2^g, x_3^g) , donde x_2^g define la normal al plano de deslizamiento y x_3^g define la dirección de deslizamiento. Para cada una de las 4 direcciones de deslizamiento tipo $\langle 111 \rangle$ se definen cuatro referencias $R_g^i (i = 1, 4)$. En cualquiera de las referencias R_g^i , el tensor de deformación pura $\dot{\epsilon}_{ij}^{(g)}$ y de rotación $\tilde{\epsilon}_{ij}^{(g)}$ tienen la forma [8]:

$$\dot{\epsilon}_{ij}^{(g)} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \dot{0} & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{C.1})$$

$$\tilde{\epsilon}_{ij}^{(g)} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{C.2})$$

Para expresar los tensores anteriores en un sistema de referencia cristal R^c ($[100]$, $[010]$, $[001]$), se considera que cada referencia R_g^i está definida por su dirección de deslizamiento $\langle 111 \rangle$ y el ángulo de rotación δ_i alrededor de la i -ésima dirección $\langle 111 \rangle$ contada a partir de la dirección $\langle 110 \rangle$ asociada (fig. C.1).

La matriz de transformación T_{jk}^i que expresa el pasaje del sistema R_g^i al sistema

cristal R_c para cada dirección de deslizamiento tiene la forma:

$$T^1 = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{\cos \delta_1}{\sqrt{3}} - \sin \delta_1 \right) & \frac{-1}{\sqrt{2}} \left(\frac{\sin \delta_1}{\sqrt{3}} + \cos \delta_1 \right) & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{\cos \delta_1}{\sqrt{3}} + \sin \delta_1 \right) & \frac{-1}{\sqrt{2}} \left(\frac{\sin \delta_1}{\sqrt{3}} - \cos \delta_1 \right) & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{-\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \cos \delta_1 & \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \sin \delta_1 & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{pmatrix} \quad (C.3)$$

$$T^2 = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{-\cos \delta_2}{\sqrt{3}} + \sin \delta_2 \right) & \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{\sin \delta_2}{\sqrt{3}} + \cos \delta_2 \right) & \frac{-1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{-\cos \delta_2}{\sqrt{3}} - \sin \delta_2 \right) & \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{\sin \delta_2}{\sqrt{3}} - \cos \delta_2 \right) & \frac{-1}{\sqrt{3}} \\ \frac{-\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \cos \delta_2 & \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \sin \delta_2 & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{pmatrix} \quad (C.4)$$

$$T^3 = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{-\cos \delta_3}{\sqrt{3}} + \sin \delta_3 \right) & \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{\sin \delta_3}{\sqrt{3}} + \cos \delta_3 \right) & \frac{-1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{\cos \delta_3}{\sqrt{3}} + \sin \delta_3 \right) & \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{-\sin \delta_3}{\sqrt{3}} + \cos \delta_3 \right) & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \cos \delta_3 & \frac{-\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \sin \delta_3 & \frac{-1}{\sqrt{3}} \end{pmatrix} \quad (C.5)$$

$$T^4 = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{\cos \delta_4}{\sqrt{3}} - \sin \delta_4 \right) & \frac{-1}{\sqrt{2}} \left(\frac{\sin \delta_4}{\sqrt{3}} + \cos \delta_4 \right) & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{-\cos \delta_4}{\sqrt{3}} - \sin \delta_4 \right) & \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{\sin \delta_4}{\sqrt{3}} - \cos \delta_4 \right) & \frac{-1}{\sqrt{3}} \\ \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \cos \delta_4 & \frac{-\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \sin \delta_4 & \frac{-1}{\sqrt{3}} \end{pmatrix} \quad (C.6)$$

Para los sistemas de deslizamiento $\{hkl\} \langle 111 \rangle$, las componentes de los tensores $\dot{\epsilon}_{ij}^{(g)}$ y $\tilde{\epsilon}_{ij}^{(g)}$ (C.1 y C.2) se expresan en el sistema R^c según la siguiente transformación [52]:

$$\dot{\epsilon}_{jk}^i = T_{jt}^i T_{km}^i \dot{\epsilon}_{tm}^{(g)} \quad (C.7)$$

$$\tilde{\epsilon}_{jk}^i = T_{jt}^i T_{km}^i \tilde{\epsilon}_{tm}^{(g)} \quad (C.8)$$

Las relaciones (C.7) y (C.8) determinan las componentes $\dot{\epsilon}_{jk}^i$ y $\tilde{\epsilon}_{ij}^i$ de los tensores e'_i y \tilde{e}'_i (tablas C.1 y C.2) para cada una de las i -ésimas ($i=1,4$) direcciones de deslizamiento $\langle 111 \rangle$.

A partir de los tensores e'_i y \tilde{e}'_i , se definen el tensor velocidad de deformación $\dot{\epsilon}$ y el tensor velocidad de rotación $\tilde{\epsilon}_i$, considerando la contribución de los i -ésimos sistemas

activos:

$$\dot{\epsilon} = \sum_i \ell_i \dot{e}'_i \quad (\text{C.9})$$

$$\tilde{\epsilon} = \sum_i \ell_i \tilde{e}'_i \quad (\text{C.10})$$

• Para obtener la expresión analítica de las normales $\bar{n}^{(i)}$ a los planos de deslizamiento $\{hkl\}$, se considera que las componentes de la normal en el referencial R^g son $(0,1,0)$. En el sistema cristal R^c , la normal $\bar{n}^{(i)}$ se expresa a partir de la matriz de transformación $T^{(i)}$ (C.3 C.4, C.5, C.6) en la forma siguiente:

$$\begin{aligned} \bar{n}^{(R_c)} &= T^{(i)} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \\ \bar{n}_{[111]}^{(1)} &= \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} -\sin \delta_1 - \sqrt{3} \cos \delta_1 \\ -\sin \delta_1 + \sqrt{3} \cos \delta_1 \\ 2 \sin \delta_1 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (\text{C.11})$$

$$\bar{n}_{[\bar{1}\bar{1}\bar{1}]}^{(2)} = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} \sin \delta_2 + \sqrt{3} \cos \delta_2 \\ \sin \delta_2 - \sqrt{3} \cos \delta_2 \\ 2 \sin \delta_2 \end{pmatrix} \quad (\text{C.12})$$

$$\bar{n}_{[\bar{1}\bar{1}\bar{1}]}^{(3)} = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} \sin \delta_3 + \sqrt{3} \cos \delta_3 \\ -\sin \delta_3 + \sqrt{3} \cos \delta_3 \\ -2 \sin \delta_3 \end{pmatrix} \cdot \quad (\text{C.13})$$

$$\bar{n}_{[1\bar{1}\bar{1}]}^{(4)} = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} -\sin \delta_4 - \sqrt{3} \cos \delta_4 \\ \sin \delta_4 - \sqrt{3} \cos \delta_4 \\ -2 \sin \delta_4 \end{pmatrix} \quad (\text{C.14})$$

En el formalismo de Royer, Mohr y Tavard [42], se expresa la tensión σ sobre un grano como una combinación de tensores $\sigma_J (J = 1, 6)$:

$$\sigma = \sum_{J=1}^6 A_J \sigma_J \quad (\text{C.15})$$

donde los tensores σ_J son tales que sus proyecciones $(\sigma_J \cdot e'_i)$ sobre los sistemas de deslizamiento verifican la hipótesis de Taylor $\tau_c = \tau_0$, lo cual implica suponer la misma tensión crítica para todos los sistemas.

En el sistema de referencia cristal R^C las expresiones de los tensores σ_J [8] son:

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{3\tau_0}{\sqrt{8}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} & \sigma_4 &= \frac{3\tau_0}{\sqrt{8}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \\ \sigma_2 &= \frac{3\tau_0}{\sqrt{8}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} & \sigma_5 &= \frac{3\tau_0}{\sqrt{8}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ \sigma_3 &= \frac{3\tau_0}{\sqrt{8}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \sigma_6 &= \frac{3\tau_0}{\sqrt{8}} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (C.16)$$

Los tensores desviadores S_J verifican la relación:

$$S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5 + S_6 = 0 \quad (C.17)$$

donde $S_J = \sigma_J - \frac{1}{3}$ traza (σ_J) es de forma tal que :traza $(S_J) = 0$ para cualquier $J = 1, 6$. En consecuencia se pueden reducir las 6 componentes independientes de cada tensor σ_J a 5 componentes independientes de cada tensor S_J , considerando que la presión hidrostática no contribuye a la fluencia plástica.

• Reemplazando los tensores σ (C.15) y e'_i (Tabla C.1) en la expresión (2.10) se obtienen para los sistemas de deslizamiento las siguientes relaciones [52]:

$$\left| \left(\frac{A_1 + A_2}{2} - A_3 \right) \sin \delta_1 + \frac{\sqrt{3}}{2} (A_1 - A_2) \cos \delta_1 \right| \leq 1 \quad (C.18)$$

$$\left| \left(\frac{A_4 + A_5}{2} - A_3 \right) \sin \delta_2 + \frac{\sqrt{3}}{2} (A_4 - A_5) \cos \delta_2 \right| \leq 1 \quad (C.19)$$

$$\left| \left(\frac{A_2 + A_4}{2} - A_6 \right) \sin \delta_3 + \frac{\sqrt{3}}{2} (A_4 - A_2) \cos \delta_3 \right| \leq 1 \quad (C.20)$$

$$|(\frac{A_1 + A_5}{2} - A_6) \sin \delta_4 + \frac{\sqrt{3}}{2}(A_1 - A_5) \cos \delta_4| \leq 1 \quad (\text{C.21})$$

Las desigualdades anteriores de acuerdo a la condición (2.13) se transforman en:

$$(\frac{A_1 + A_2}{2} - A_3)^2 + 3 (\frac{A_1 - A_2}{2})^2 \leq 1 \quad (\text{C.22})$$

$$(\frac{A_4 + A_5}{2} - A_3)^2 + 3 (\frac{A_4 - A_5}{2})^2 \leq 1 \quad (\text{C.23})$$

$$(\frac{A_2 + A_4}{2} - A_6)^2 + 3 (\frac{A_4 - A_2}{2})^2 \leq 1 \quad (\text{C.24})$$

$$(\frac{A_1 + A_5}{2} - A_6)^2 + 3 (\frac{A_1 - A_5}{2})^2 \leq 1 \quad (\text{C.25})$$

- El factor de Taylor $M(g, q)$ definido en la ecuación (2.14) es la combinación de factores parciales M_J que se expresan en la forma:

$$M_J = \frac{\sigma_J \dot{\epsilon}}{\tau_0} \quad (J = 1, 6) \quad (\text{C.26})$$

Reemplazando en la ecuación (C.26) la expresión (C.9) del tensor deformación $\dot{\epsilon}$ resultan las siguientes relaciones:

$$M_J = (\sum_{i=1}^4 \ell_i e'_i) \frac{\sigma_J}{\tau_0} \quad (J = 1, 6) \quad (\text{C.27})$$

$$\begin{aligned} M_1 &= \ell_1 \sin(2\pi/3 - \delta_1) + \ell_4 \sin(2\pi/3 - \delta_4) \\ M_2 &= -\ell_1 \sin(2\pi/3 + \delta_1) - \ell_3 \sin(2\pi/3 + \delta_3) \\ M_3 &= -\ell_1 \sin \delta_1 - \ell_2 \sin \delta_2 \\ M_4 &= \ell_2 \sin(2\pi/3 - \delta_2) + \ell_3 \sin(2\pi/3 - \delta_3) \\ M_5 &= -\ell_2 \sin(2\pi/3 + \delta_2) - \ell_4 \sin(2\pi/3 + \delta_4) \\ M_6 &= -\ell_3 \sin(\delta_3) - \ell_4 \sin \delta_4 \end{aligned} \quad (\text{C.28})$$

Los factores parciales M_J no pueden ser obtenidos directamente de las relaciones (C.28), pues las mismas están expresadas en función de los parámetros de deslizamiento ℓ_i y δ_i desconocidos. Otra forma de calcular los factores M_J es a partir de las relaciones (C.26), considerando que son conocidos los valores de σ_J (ecs. C.16) y de la velocidad de deformación del cristal $\dot{\epsilon}_{ij}$. El tensor microscópico $\dot{\epsilon}_{ij}$ impuesto a cada grano, se obtiene a partir del tensor macroscópico $\dot{E}_{k\ell}$ conocido (ec. D.1) según la expresión:

$$\dot{\epsilon}_{ij} = A_{ik} A_{j\ell} \dot{E}_{k\ell} \quad (\text{C.29})$$

donde la matriz A_{ik} representa el pasaje del sistema muestra a cristal (ecs. A.1) y está expresada en función de la orientación $g(\psi, \theta, \phi)$ conocida para cada grano.

Considerando los valores $M_J (J = 1, 6)$ conocidos a partir de la relación (C.26) y analizando diferentes combinaciones entre las relaciones (C.18, C.19, C.20, C.21) y (C.28), se pueden obtener los parámetros incógnitas ℓ_i y δ_i correspondientes a 3 o 4 sistemas de deslizamiento activos.

- Deslizamiento sobre 4 sistemas

Para analizar la posibilidad de deslizamiento sobre 4 sistemas activos se consideran las 4 igualdades (C.22, C.23, C.24, C.25) en las variables A_J . Definiendo [52]: $u = A_1 - A_4$, $v = A_2 - A_5$ y $w = A_3 - A_6$ se reduce el sistema inicial a 3 ecuaciones:

$$I) u(2A_1 + 2A_4 - A_2 - A_3 - A_5 - A_6) = vw \quad (\text{C.30})$$

$$II) v(2A_2 + 2A_5 - A_1 - A_3 - A_4 - A_6) = uw \quad (\text{C.31})$$

$$III) w(2A_3 + 2A_6 - A_1 - A_2 - A_4 - A_5) = uv \quad (\text{C.32})$$

las ecuaciones anteriores se condensan en una única ecuación del tipo:

$$u^2v^2 + v^2w^2 + w^2u^2 = 0 \quad (\text{C.33})$$

que se satisface si al menos dos de los parámetros u , v , o w son nulos.

De ésta manera, se obtienen 3 posibilidades: I) $v = w = 0$, II) $u = w = 0$, III) $u = v = 0$. Aplicando cada caso particular en alguna de las relaciones (C.30, C.31, C.32)

se obtiene un único coeficiente A_J independiente y en consecuencia el factor de Taylor $M(g, q) = \sum A_J M_J$ depende solamente del parámetro A_J independiente, donde los $M_J (J = 1, 6)$ son conocidos (C.26). Luego, aplicando el principio del trabajo máximo, se maximiza el factor $M(g, q)$ respecto del coeficiente A_J independiente obteniéndose en cada caso los valores máximos M_I, M_{II} y M_{III} según el esquema siguiente:

$$\begin{aligned}
 I) \quad & (v = w = 0) \\
 & A_2 = A_5 = -A_3 = -A_6 \\
 & A_1 = \pm A_4 \\
 & A_1 = (1 - 3A_2^2)^{1/2} \\
 & A_2 = \frac{(M_2 + M_5 - M_3 - M_6)}{(3(M_2 + M_5 - M_3 - M_6)^2 + 9(|M_1| + |M_4|)^2)^{1/2}} \\
 & M_I = \left[\frac{(M_2 + M_5 - M_3 - M_6)^2}{3} + (|M_1| + |M_4|)^2 \right]^{1/2}
 \end{aligned} \tag{C.34}$$

$$\begin{aligned}
 II) \quad & (u = w = 0) \\
 & A_1 = A_4 = -A_3 = -A_6 \\
 & A_2 = \pm A_5 \\
 & A_2 = (1 - 3A_1^2)^{1/2} \\
 & A_1 = \frac{(M_3 + M_6 - M_1 - M_4)}{(3(M_3 + M_6 - M_1 - M_4)^2 + 9(|M_2| + |M_5|)^2)^{1/2}} \\
 & M_{II} = \left[\frac{(M_3 + M_6 - M_1 - M_4)^2}{3} + (|M_2| + |M_5|)^2 \right]^{1/2}
 \end{aligned} \tag{C.35}$$

$$\begin{aligned}
 III) \quad & (u = v = 0) \\
 & A_1 = A_4 = -A_2 = -A_5 \\
 & A_3 = \pm A_6 \\
 & A_3 = (1 - 3A_1^2)^{1/2}
 \end{aligned} \tag{C.36}$$

$$A_1 = \frac{(M_1 + M_4 - M_2 - M_5)}{(3(M_1 + M_4 - M_2 - M_5)^2 + 9(|M_3| + |M_6|)^2)^{1/2}}$$

$$M_{III} = \left[\frac{(M_1 + M_4 - M_2 - M_5)^2}{3} + (|M_3| + |M_6|)^2 \right]^{1/2}$$

Entre los 3 valores M_I, M_{II} y M_{III} se retiene el valor máximo $M_0(g, q)$ como la magnitud característica del deslizamiento sobre 4 sistemas. Suponiendo que el máximo M_0 se alcanza por ejemplo para el caso particular III) $u=v=0$, las relaciones obtenidas entre los A_J (C.33) introducidas en (C.18, C.19, C.20, C.21) muestran que:

$$\begin{aligned} \delta_1 &= \delta_2 \\ \delta_1 &= \pm \delta_3 \\ \delta_3 &= \delta_4 \end{aligned} \quad (C.37)$$

obteniéndose dos series de valores δ_i posibles. Resulta entonces indispensable fijar unívocamente las orientaciones δ_i de las normales a los planos de deslizamiento. Para ello Royer y col [8] consideran el sistema de ecuaciones (C.28) con valores M_J conocidos. El sistema puede ser resuelto a partir de una representación vectorial plana de vectores unitarios \hat{i} y \hat{j} , en la cual las incógnitas ℓ_i y δ_i son las coordenadas polares de vectores $\bar{\ell}_i$ que verifican las relaciones:

$$\begin{aligned} \text{III)} \quad u = v = 0 \\ \\ - \quad M_3 = (\bar{\ell}_1 + \bar{\ell}_2) \cdot \hat{j} = \ell_1 \sin \delta_1 + \ell_2 \sin \delta_2 = \bar{a} \cdot \hat{j} \\ - \quad M_6 = (\bar{\ell}_3 + \bar{\ell}_4) \cdot \hat{j} = \ell_3 \sin \delta_3 + \ell_4 \sin \delta_4 = \bar{b} \cdot \hat{j} \\ \Delta = \frac{M_1 + M_4 - M_2 - M_5}{\sqrt{3}} = (\bar{\ell}_1 + \bar{\ell}_2 + \bar{\ell}_3 + \bar{\ell}_4) \cdot \hat{i} = \\ = \ell_1 \cos \delta_1 + \ell_2 \cos \delta_2 + \ell_3 \cos \delta_3 + \ell_4 \cos \delta_4 = (\bar{a} + \bar{b}) \cdot \hat{i} \end{aligned} \quad (C.38)$$

Considerando la indeterminación sobre los ángulos δ_i descripta por las relaciones (C.37) y representada sobre la figura (C.2), se encuentra que se pueden definir los

siguientes vectores:

$$\begin{aligned}\bar{a} &= \frac{\Delta|M_3|}{|M_3|+|M_6|}\hat{i} - M_3\hat{j} \\ \bar{b} &= \frac{\Delta|M_6|}{|M_3|+|M_6|}\hat{i} - M_6\hat{j}\end{aligned}\quad (C.39)$$

Para resolver la indeterminación en los vectores \bar{a} y \bar{b} se definen los vectores [52]:

$$\begin{aligned}\bar{a}' &= \bar{\ell}_1 - \bar{\ell}_2 = \lambda\bar{a} \\ \bar{b}' &= \bar{\ell}_3 - \bar{\ell}_4 = \mu\bar{b}\end{aligned}\quad (C.40)$$

que satisfacen las relaciones:

$$\begin{aligned}M_1 - M_2 - M_4 + M_5 &= \sqrt{3}\bar{a}'\cdot\hat{i} - \bar{b}'\cdot\hat{j} = \frac{\lambda\sqrt{3}|M_3|}{(|M_3|+|M_6|)}\Delta + \mu M_6 \\ - M_1 - M_2 + M_4 + M_5 &= \sqrt{3}\bar{b}'\cdot\hat{i} - \bar{a}'\cdot\hat{j} = \lambda M_3 + \frac{\mu\sqrt{3}|M_6|}{(|M_3|+|M_6|)}\Delta\end{aligned}\quad (C.41)$$

La resolución del sistema anterior, donde las incógnitas son λ y μ , determina los vectores $\bar{\ell}_i$ y en consecuencia las coordenadas polares de $\bar{\ell}_i$ definen completamente las cantidades de deslizamiento ℓ_i y las orientaciones δ_i .

- Deslizamiento sobre 3 sistemas

Si se supone que el deslizamiento se produce sobre 3 sistemas, se considera que tres de las cuatro desigualdades (C.22,C.23,C.24,C.25) se reducen a igualdades. Cuando no se activa el sistema de deslizamiento relativo a la i -ésima dirección tipo $\langle 111 \rangle$ entonces la cantidad de deslizamiento correspondiente ℓ_i es nula.

Considerando por ejemplo que no se activa el sistema asociado a la dirección [111] ($\ell_1 = 0$), los sistemas activos (C.43) y el sistema no activo (C.42) verifican, a partir de las relaciones (C.22, C.23, C.24, C.25), las siguientes condiciones:

$$A_1^2 + A_2^2 + A_3^2 + A_1A_2 - A_3(A_1 + A_2) \leq 1 \quad (C.42)$$

$$\left. \begin{aligned} A_3^2 + A_4^2 + A_5^2 - A_4 A_5 - A_3(A_4 + A_5) &= 1 \\ A_2^2 + A_4^2 + A_6^2 - A_2 A_4 - A_6(A_2 + A_4) &= 1 \\ A_1^2 + A_5^2 + A_6^2 - A_1 A_5 - A_6(A_1 + A_5) &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (\text{C.43})$$

A partir de las ecuaciones (C.43) se introducen parámetros $\alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ tales que:

$$\begin{aligned} \cos \alpha_2 &= A_3 - \frac{1}{2}(A_4 + A_5), \quad \sin \alpha_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}(A_4 - A_5) \\ \cos \alpha_3 &= A_2 - \frac{1}{2}(A_4 + A_6), \quad \sin \alpha_3 = \frac{\sqrt{3}}{2}(A_6 - A_4) \\ \cos \alpha_4 &= A_1 - \frac{1}{2}(A_5 + A_6), \quad \sin \alpha_4 = \frac{\sqrt{3}}{2}(A_5 - A_6) \end{aligned} \quad (\text{C.44})$$

con la condición suplementaria:

$$\sin \alpha_2 + \sin \alpha_3 + \sin \alpha_4 = 0 \quad (\text{C.45})$$

A partir de los parámetros α_i se puede escribir el factor de Taylor en la forma [8]:

$$M(g, q) = \sum_{J=1}^6 A_J M_J = \sum_{i=2}^4 (B_i \cos \alpha_i + C_i \sin \alpha_i) \quad (\text{C.46})$$

e identificando los términos de las dos sumatorias resulta:

$$\begin{aligned} B_2 = M_3 & \quad C_2 = \frac{2}{3\sqrt{3}}(M_4 - M_5 + \frac{1}{2}(M_2 - M_1)) + K \\ B_3 = M_2 & \quad C_3 = \frac{2}{3\sqrt{3}}(M_6 - M_4 + \frac{1}{2}(M_1 - M_3)) + K \\ B_4 = M_1 & \quad C_4 = \frac{2}{3\sqrt{3}}(M_5 - M_6 + \frac{1}{2}(M_3 - M_2)) + K \end{aligned} \quad (\text{C.47})$$

donde K es una constante a ajustar y es equivalente a determinar el origen de los coeficientes $C_i(K)$.

De acuerdo a la definición de los parámetros α_2, α_3 y α_4 , los coeficientes B_i y C_i representan las proyecciones de los tres vectores $\vec{\ell}_i$ no nulos en el plano según las relaciones:

$$\cos \alpha_i = B_i/\ell_i \quad \sin \alpha_i = C_i/\ell_i \quad (i = 2, 3, 4) \quad (\text{C.48})$$

La constante K (C.48) se determina buscando el valor extremo del factor de Taylor:

$$M(g, q) = \sum_{i=1}^4 |\bar{\ell}_i| = \sum_{i=2}^4 (B_i^2 + C_i^2(K))^{1/2} \quad (\text{C.49})$$

y considerando $\sum_{i=2}^4 C_i(K) = 3K$

La ecuación (C.49) en función de la constante K incógnita, se resuelve mediante un procedimiento iterativo del tipo Newton-Raphson [8], obteniéndose un valor de K razonable a partir de 3 o 4 iteraciones solamente. El valor del factor de Taylor $M'_I(g, q)$ asociado a dicho valor de K resulta ser el máximo para el caso $\ell_1 = 0$.

Se procede luego a comparar el resultado $M'_I(\ell_1 = 0)$ con las posibilidades restantes $M'_{II}(\ell_2 = 0)$, $M'_{III}(\ell_3 = 0)$ y $M'_{IV}(\ell_4 = 0)$, donde los casos II, III y IV se deducen a partir de un esquema de cálculo análogo al caso I. Entre los cuatro valores de M', se retiene el valor máximo como el factor de Taylor asociado al deslizamiento sobre 3 sistemas. La cantidad de deslizamiento ℓ_i se calcula a partir del módulo del vector $\bar{\ell}_i$:

$$\ell_i = (B_i^2 + C_i^2(K))^{1/2} \quad (\text{C.50})$$

donde B_i y C_i son conocidos para el caso que corresponde al valor máximo de M'.

Los valores ℓ_i (C.50) se introducen como datos en el sistema de ecuaciones (C.28) para obtener las orientaciones δ_i de las normales a los planos de deslizamiento en el caso de 3 sistemas activos. Las expresiones que resultan de aplicar los distintos casos son:

$$\begin{aligned} I) \quad \ell_1 &= 0 \\ \sin \delta_2 &= -M_3/\ell_2 \\ \sin(\delta_3 + 2\pi/3) &= -M_2/\ell_3 \\ \sin(\delta_4 - 2\pi/3) &= -M_1/\ell_4 \end{aligned} \quad (\text{C.51})$$

$$II) \quad \ell_2 = 0$$

$$\begin{aligned}
\sin \delta_1 &= -M_3/\ell_1 \\
\sin(\delta_3 - 2\pi/3) &= -M_4/\ell_3 \\
\sin(\delta_4 + 2\pi/3) &= -M_5/\ell_4
\end{aligned}
\tag{C.52}$$

$$\begin{aligned}
III) \quad \ell_3 &= 0 \\
\sin(\delta_1 + 2\pi/3) &= -M_2/\ell_1 \\
\sin(\delta_2 - 2\pi/3) &= -M_4/\ell_2 \\
\sin \delta_4 &= -M_6/\ell_4
\end{aligned}
\tag{C.53}$$

$$\begin{aligned}
IV) \quad \ell_4 &= 0 \\
\sin(\delta_1 - 2\pi/3) &= -M_1/\ell_1 \\
\sin(\delta_2 + 2\pi/3) &= -M_5/\ell_2 \\
\sin \delta_3 &= -M_6/\ell_3
\end{aligned}
\tag{C.54}$$

$$\begin{aligned}
c'_1[111] &= \frac{1}{3\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 2 \sin(\delta_1 - 2\pi/3) & -\sin \delta_1 & -\sin(\delta_1 + 2\pi/3) \\ -\sin \delta_1 & 2 \sin(\delta_1 + 2\pi/3) & -\sin(\delta_1 - 2\pi/3) \\ -\sin(\delta_1 + 2\pi/3) & -\sin(\delta_1 - 2\pi/3) & 2 \sin \delta_1 \end{pmatrix} \\
c'_2[\bar{1}\bar{1}1] &= \frac{1}{3\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 2 \sin(\delta_2 - 2\pi/3) & -\sin \delta_2 & -\sin(\delta_2 + 2\pi/3) \\ -\sin \delta_2 & 2 \sin(\delta_2 + 2\pi/3) & \sin(\delta_2 - 2\pi/3) \\ \sin(\delta_2 + 2\pi/3) & -\sin(\delta_2 - 2\pi/3) & 2 \sin \delta_2 \end{pmatrix} \\
c'_3[\bar{1}1\bar{1}] &= \frac{1}{3\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 2 \sin(\delta_3 - 2\pi/3) & \sin \delta_3 & -\sin(\delta_3 + 2\pi/3) \\ \sin \delta_3 & 2 \sin(\delta_3 + 2\pi/3) & \sin(\delta_3 - 2\pi/3) \\ -\sin(\delta_3 + 2\pi/3) & \sin(\delta_3 - 2\pi/3) & 2 \sin \delta_3 \end{pmatrix} \\
e'_4[1\bar{1}\bar{1}] &= \frac{1}{3\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 2 \sin(\delta_4 - 2\pi/3) & \sin \delta_4 & \sin(\delta_4 + 2\pi/3) \\ \sin \delta_4 & 2 \sin(\delta_4 + 2\pi/3) & -\sin(\delta_4 - 2\pi/3) \\ \sin(\delta_4 + 2\pi/3) & -\sin(\delta_4 - 2\pi/3) & 2 \sin \delta_4 \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

Tabla C.1: Tensores e'_i simétricos.

$$\begin{aligned} \tilde{e}'_1 [111] &= \frac{1}{2\sqrt{6}} \begin{pmatrix} 0 & -2 \cos \delta_1 & -(\sqrt{3} \sin \delta_1 + \cos \delta_1) \\ 2 \cos \delta_1 & 0 & -(\sqrt{3} \sin \delta_1 - \cos \delta_1) \\ (\sqrt{3} \sin \delta_1 + \cos \delta_1) & (\sqrt{3} \sin \delta_1 - \cos \delta_1) & 0 \end{pmatrix} \\ \tilde{e}'_2 [\bar{1}\bar{1}1] &= \frac{1}{2\sqrt{6}} \begin{pmatrix} 0 & -2 \cos \delta_2 & (\sqrt{3} \sin \delta_2 + \cos \delta_2) \\ 2 \cos \delta_2 & 0 & (\sqrt{3} \sin \delta_2 - \cos \delta_2) \\ -(\sqrt{3} \sin \delta_2 + \cos \delta_2) & -(\sqrt{3} \sin \delta_2 - \cos \delta_2) & 0 \end{pmatrix} \\ \tilde{e}'_3 [\bar{1}1\bar{1}] &= \frac{1}{2\sqrt{6}} \begin{pmatrix} 0 & 2 \cos \delta_3 & -(\sqrt{3} \sin \delta_3 + \cos \delta_3) \\ -2 \cos \delta_3 & 0 & (\sqrt{3} \sin \delta_3 - \cos \delta_3) \\ (\sqrt{3} \sin \delta_3 + \cos \delta_3) & -(\sqrt{3} \sin \delta_3 - \cos \delta_3) & 0 \end{pmatrix} \\ \tilde{e}'_4 [1\bar{1}\bar{1}] &= \frac{1}{2\sqrt{6}} \begin{pmatrix} 0 & 2 \cos \delta_4 & (\sqrt{3} \sin \delta_4 + \cos \delta_4) \\ -2 \cos \delta_4 & 0 & -(\sqrt{3} \sin \delta_4 - \cos \delta_4) \\ -(\sqrt{3} \sin \delta_4 + \cos \delta_4) & (\sqrt{3} \sin \delta_4 - \cos \delta_4) & 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Tabla C.2: Tensores \tilde{e}'_i ; antisimétricos

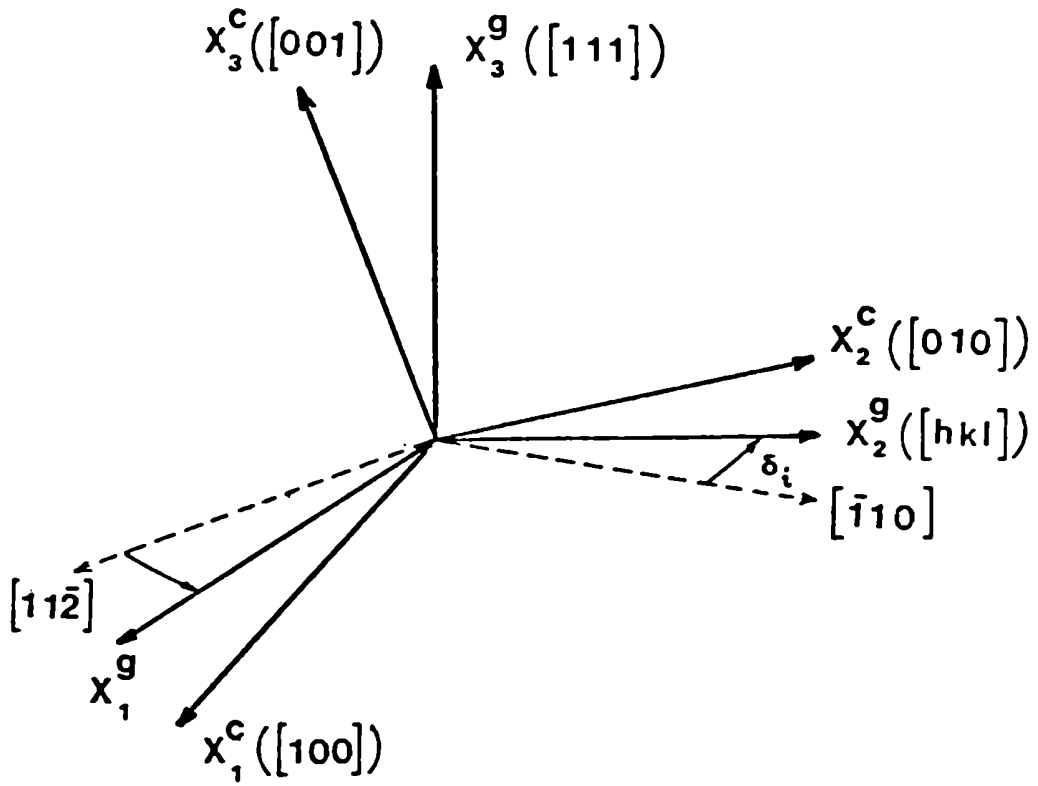


Figura C.1: Referencia R^g asociada al sistema de deslizamiento tipo $\{hkl\} \langle 111 \rangle$ y referencia cristal R^c ([100], [010], [001])

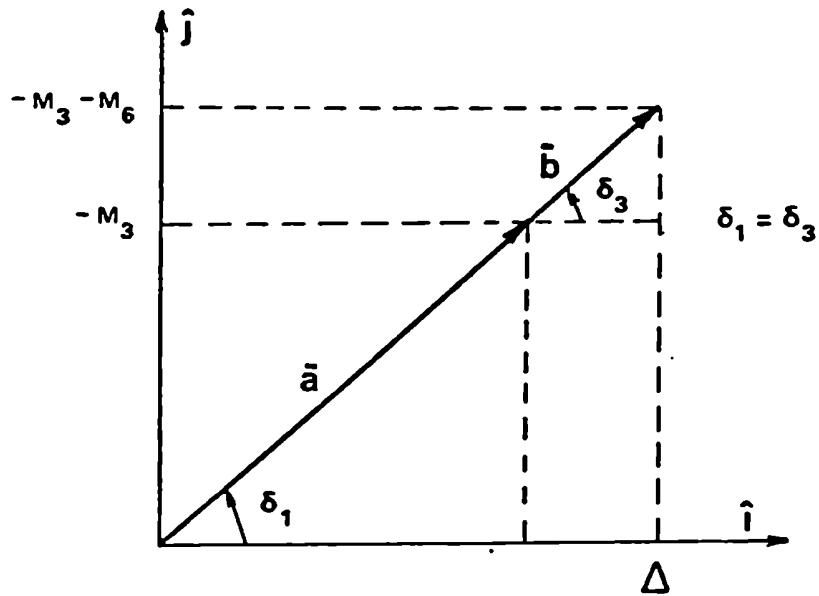
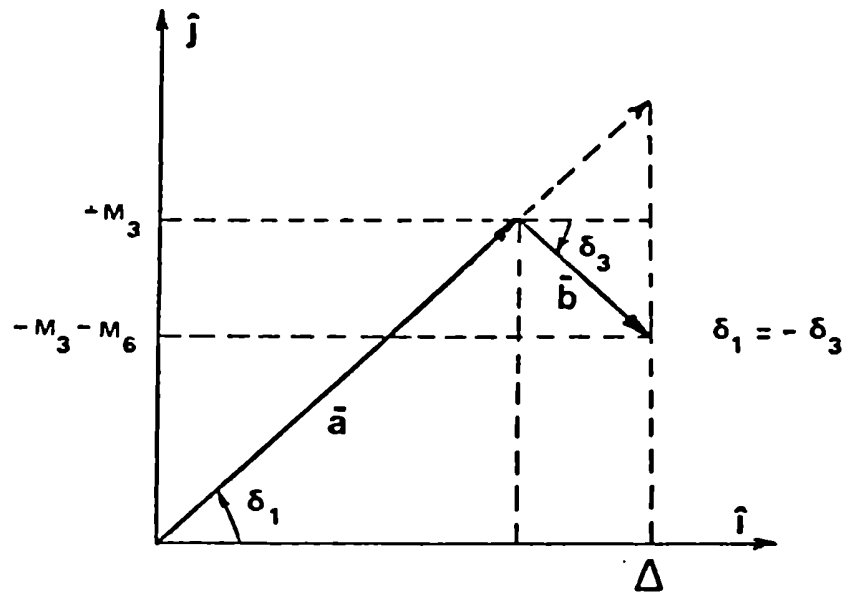


Figura C.2: Determinación de las cantidades de deslizamiento \bar{l}_i en el caso de deslizamiento sobre 4 sistemas (caso III)

Apéndice D

Formalismo general para la descripción de distintos estados de deformación plástica

Un sólido policristalino está generalmente descrito desde una referencia que considera los elementos de simetría del sólido. En consecuencia, para el caso de productos laminados es conveniente adoptar para la muestra el sistema de referencia R^S definido por las direcciones de laminado (DL), transversal (DT) y normal (DN) (fig. 3.1). Si se admite que los ejes principales de deformación coinciden con los ejes del referencial muestra [8]:

$$R^S(DL, DT, DN) \equiv R^S(X_1^S, X_2^S, X_3^S)$$

en la referencia anterior, el tensor macroscópico de velocidad de deformación \dot{E}_{kt} para el caso de tracción uniaxial según la dirección X_1^S se expresa:

$$\dot{E}_{kt} = \dot{E}_1 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -q & 0 \\ 0 & 0 & (q-1) \end{pmatrix} \quad (D.1)$$

donde se introduce el factor de contracción q definido por Bunge [62].

$$q = -\dot{E}_2 / \dot{E}_1 \quad (D.2)$$

El tensor \dot{E}_{kt} (D.1) definido en función del coeficiente q , también puede ser repre-

sentado a partir del coeficiente de Lankford [63]:

$$R = \dot{E}_2 / \dot{E}_3 \quad (D.3)$$

obteniéndose que las representaciones de \dot{E}_{kl} utilizando el factor q o el coeficiente R son equivalentes y los dos parámetros se relacionan en la forma:

$$q = \frac{R}{1+R} \quad R = \frac{q}{1-q} \quad (D.4)$$

El tensor \dot{E}_{kl} descrito en (D.1) permite también estudiar otros tipos de deformación tales como:

- deformación plana (laminado): $q = 0$, $\dot{E}_2 = 0$ y $\dot{E}_1 = -\dot{E}_3$
- expansión biaxial: $q = -1$, $\dot{E}_1 = \dot{E}_2$ y $\dot{E}_3 = -2\dot{E}_1$
- corte puro: $q = 1$, $\dot{E}_1 = -\dot{E}_2$ y $\dot{E}_3 = 0$
- compresión uniaxial según X_1^S (DL): $\dot{E}_{kl} (c.DL) = -\dot{E}_{kl} (D.1)$
- tracción uniaxial según X_2^S (DT): $\dot{E}_{kl} (tr.DT) = -(1/q)\dot{E}_{kl} (D.1)$
- compresión uniaxial según X_2^S (DT): $\dot{E}_{kl} (c.DT) = -\dot{E}_{kl} (tr.DT)$

D.1 Descripción del campo de rotaciones del cristal

La componente antisimétrica del tensor deformación macroscópico está dada por [49]:

$$\bar{E}_{ij}^a = \omega_{ij}^m + R_{ij}^m \quad (D.5)$$

donde R_{ij}^m representa la componente de un tensor rotación del cristal expresado en un sistema de ejes muestra. ω_{ij}^m representa la componente antisimétrica del tensor deformación asociado al deslizamiento y está expresado en el sistema de ejes muestra en la forma:

$$\omega_{ij}^m = A_{ki} A_{lj} \omega_{kl}^e \quad (D.6)$$

A_{ki} : traspuesta de la matriz transformación A definida en (A.1)

$\omega_{k\ell}^c$: tensor antisimétrico de deformación definido en el sistema de coordenadas cristal (2.28).

En la expresión (D.5), el tensor antimimétrico R_{ij}^m describe la rotación del cristal a partir de una rotación rígida respecto de un eje de rotación. Si se supone una rotación infinitesimal se puede representar el tensor R_{ij}^m por un vector rotación \vec{R} de componentes:

$$\begin{aligned} R_1^m &= R_{23} \\ R_2^m &= R_{31} \\ R_3^m &= R_{12} \end{aligned} \quad (D.7)$$

En el caso de rotaciones infinitesimales el módulo del vector \vec{R} determina el ángulo de rotación ω , tal que $|\vec{R}| \sim \omega$. Si se considera el tensor macroscópico de deformación del tipo (D.1), resulta que la componente antisimétrica \bar{E}_{ij}^a es nula y en consecuencia el tensor rotación R_{ij}^m se calcula directamente a partir de la rotación plástica ω_{ij}^m :

$$R_{ij}^m = -\omega_{ij}^m \quad (D.8)$$

La expresión del vector rotación R_j^m (D.7) en el sistema de coordenadas cristal está dada por la transformación:

$$R_i^c = A_{ij} R_j^m \quad (D.9)$$

Las componentes R_i^c para el caso de rotaciones infinitesimales se expresan en función de los incrementos $\Delta\psi, \Delta\theta, \Delta\phi$ del espacio de Euler en la forma:

$$\begin{aligned} R_1^c &= -\sin \theta_0 \cos \phi_0 \Delta\psi + \sin \phi_0 \Delta\theta \\ R_2^c &= \sin \theta_0 \sin \phi_0 \Delta\psi + \cos \phi_0 \Delta\theta \\ R_3^c &= \cos \theta_0 \Delta\psi + \Delta\phi \end{aligned} \quad (D.10)$$

donde ψ_0, θ_0, ϕ_0 son los ángulos de Euler iniciales previos a la rotación.

Referencias

- [1] G.Sachs, Z.V. Deut. Ing., 72, 734 (1928).
- [2] G.I.Taylor, J. Instit. Metals, 62, 307 (1938)
- [3] J.F.W.Bishop y R.Hill, Phil. Mag. 42, 414, 1298 (1951)
- [4] R.Hill. Proc. R. Soc. A193, 281 (1948).
- [5] J.D.Eshelby. Proc. Royal Soc. A, 241 (1957)
- [6] E.Kroner. Acta Met., 9, 155 (1961).
- [7] T.Leffers "Textures in Research and Practice". Springer Verlag, Berlin, 120 (1969).
- [8] F.Royer, C.Tavard y P.Penning. J.Appl.Cryst.,12, 436 (1979).
- [9] U.F.Kocks. "Constitutive Equations in Plasticity". A.S.Argon, ed. MIT Press, 81 (1975).
- [10] G.R.Canova, U.F.Kocks, C.N.Tomé y J.J.Jonas. J.Mech. Phys. Solids, 33, 371 (1985).
- [11] A.F.Bonfiglioli, M.Ipohorski y R.J.Acuña. "Elementos de cristalografía". PMM/A-321, CNEA - AC 21/81.
- [12] N.Mingolo, Tesis de Licenciatura en Física (UBA) (1982).

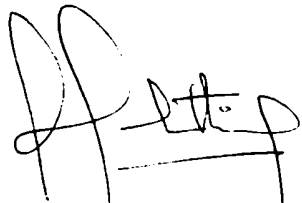
- [13] H.J.Bunge. "Mathematische Methoden der Texturanalyse". Berlin, Akademie Verlag (1968).
- [14] R.J.Roe. J.Appl.Phys., 36, 2024 (1965).
- [15] M.Pernot. Tesis para el título de Doctor en Física. Universidad Paris-Sud (1977).
- [16] P.Dervin. Tesis de Doctor-Ingeniero en Física, París XI (1978).
- [17] A.F.Bonfiglioli, R.J.Acuña y M.Ipohorski. "Elementos de difracción de rayos X". PMM/A-246.
- [18] L.G.Schulz. J.Appl. Phys., 20, 1030 (1949).
- [19] B.F.Decker, E.T.Asp y D.Harker. J.Appl. Phys., 19, 388 (1948).
- [20] J.C.Couterne y G.Cizeron. J.Appl. Cryst., 4, 461 (1971).
- [21] H.Inagaki. Textures and Microstructures, 8, 173 (1988).
- [22] T.Sawatani, K.Shimizu, T.Nakayama y M.Miyoshi, Proc. ICOTOM 6, 862 (1981).
- [23] J.A.Salsgiver, T.H.Shen, S.D.Washko y K.Lücke. Proc. ICOTOM 8, 1065 (1988).
- [24] W.D.Mac Donald y S.Saimoto. Proc. ICOTOM 8, 1085 (1988).
- [25] N.Mingolo, A.Pochettino, N.Thomas y R.Penelle, Proc. ICOTOM 8, The Metallurgical Soc., 1059 (1988).
- [26] C.Tomé, A.Pochettino y R. Penelle, Proc. ICOTOM 8, Santa Fe (USA), 985 (1988).
- [27] J.W.Flowers. Textures and Microstructures, 5, 205 (1983).
- [28] P.Van Houtte y E.Aernoudt. Materials Science and Engineering, 23, 11 (1976).

- [29] N.Mingolo, A.Pochettino y C.Tomé. Proc. 1° Simposio Franco-Argentino Ciencia de Materiales, 63 (1986).
- [30] D.V.Wilson, Metall. Rev. 14, 175 (1969).
- [31] N.P.Goss, Trans ASME 23, 511 (1935).
- [32] W.F.Hosford y W.A.Backofen, Fundamentals of Deformation Processing, 259, New York (1964).
- [33] R.Sowerby y W.Johnson, Mat. Sci. Engng., 20, 101 (1975).
- [34] M.Arminyon, Acta metall., 3, 615 (1987).
- [35] C.Vial, W.F.Hosford y R.M.Cadell. Int. J.Mech. Sci.,25,899 (1983).
- [36] P.Van Houtte, Proc. ICOTOM 7, Netherlands Soc. Mater. Sci., 7(1984).
- [37] H.Honneff y H.Mecking. Proc. ICOTOM 6, 347 (1981).
- [38] G.R.Canova y U.F.Kocks, Proc. ICOTOM 7, 573 (1984).
- [39] G.Y.Chin "Constitutive equations in plasticity". Argon editor, The Mit Press, 431 (1975).
- [40] R.Hill, The Mathematical Theory of Plasticity, Clarendon Press, Oxford (1950).
- [41] J.Gil Sevillano, P.Van Houtte y E.Aernoudt. Progr. Mater. Sci., 25, 69 (1980).
- [42] F.Royer, J.M.Mohr y C.Tavard. J. Appl. Cryst. 11, 35 (1978).
- [43] G.Chin, F. Thurston y A.Nesbitt. Trans.Met., 236, 69 (1966).
- [44] P.Vedoya y A.Pochettino. Proc. 1° Simposio Franco-Argentino, Ciencia de Materiales, Argentina (1986).
- [45] P.Gilormini. a publicarse en Acta Metalurgica (1989).

- [46] G.R.Canova, U.F.Kocks, C.Fressengcas, D.Dudzinski, Ph. Lequeu y G.Sornberger. Proc. ICOTOM 8, 1019 (1988).
- [47] R.Lebensohn. Tesis de Licenciatura en Física (UNR) (1989).
- [48] A. Skalli, R.Fortunier, r.Fillit y J.H.Driver. Acta Metall., 33, 997 (1985).
- [49] H.J.Bunge, C.Esling, E.Dahlem y H.Klein. Textures and Microstructures, 6, 181 (1986).
- [50] P.Van Houtte. Textures and Micostructures, 8, 313 (1988).
- [51] Ph. Lequeu, P.Gilormini, F.Montheillet, B.Bacroix y J.J.Jonas. Acta Metall., 35, 431 (1987).
- [52] F.Royer. Tesis de Doctorado. Universidad de Metz (Francia) (1986).
- [53] F.C.Frank. Journal de Physique, 47, 165 (1986).
- [54] P.Van Houtte. Textures and Microstructures 7, 29 (1987).
- [55] R.Penelle. Proc. ICOTOM 6, 67 (1981).
- [56] S.L.Semiatin, P.R.Morris y H. R. Piehler. Texture of Crystalline Solids, 3, 191 (1979).
- [57] C.S.Da Viana, J.S.Kallend y G.J.Davies. Inst. J.Mech. Sci, 21, 355 (1979).
- [58] R.Hill. Theoretical plasticity of Textures aggregates. Math. Proc. Camb. Phil. Soc. 85, 179 (1979).
- [59] W.F.Hosford. Seventh N. Amer. Metals. Res. Conf. Proc., 191 (1979).
- [60] R.W.Logan y W.F.Hosford. Int. J. Mech. Sci, 22, 419 (1980).

- [61] H.C.Heard. "Preferred orientation in deformed metals and rocks". Academic Press, 485 (1985).
- [62] H.J.Bunge. *Krist. U. Tech.*, 5, 145 (1970).
- [63] W.J.Lankford, S.C.Snyder y T.A.Bauscher. *Trans. A.S.M.*, 42, 1197 (1950).
- [64] C.Carre, These 3 eme Cycle, Université de Paris Sud, Orsay (1984).
- [65] J.P.Moussy. These 3eme Cycle, Orsay (1977).
- [66] A.Pochettino. These 3eme Cycle, Université Paris Sud (1981).
- [67] A.S.Keh. *Phil. Mag.*, 12, 9 (1965).
- [68] C.Vial. Comunicación personal.
- [69] M.Grumbach, P.Parniere, L.Roesch y C.Sauzay. *Mem. Sci. Rev. Met.*, 72, 241 (1975).
- [70] P.Coulomb. "Les textures dans les métaux de réseau cubique" Dunod, Paris (1972).
- [71] Ph. Lequeu y J.J.Jonas. *Proc. ICOTOM 8*, 1091 (1988).
- [72] C.Parniere y C.Sauzay, *Mat. Science and Engineering*, 22, 271 (1976).
- [73] G.R.Canova, U.F.Kocks, C.N.Tomé y J.J.Jonas, *J.Mech. Phys. solids*, 33, 371 (1985).
- [74] R.Logan y W.F.Hosford, *Int. J. Mech. Soc.*, 22, 419 (1980).
- [75] M.Arminjon. RE 1186, IRSID (France) (1985).
- [76] S.Tiem, M.Berveiller y G.R.Canova. *Acta Metall.*, 34, 2139 (1986).

- [77] M.Barral, J.L.Lebrun, J.M.Spranel y G.Maçder. Metall. Transactions, 18 A, 1229 (1987).
- [78] S.Hanada, T.Yoshio, K.Nishimura y O.Izumi. Sixth World Conference on Titanium, 105 (1988)



Dr. Alberto A. Pochettino
Director de Tesis



Lic. Norma Mingolo
Tesisista