

Tesis de Posgrado

Formalismos modificados de canales acoplados y de la aproximación e Born de canales acoplados para estudiar reacciones nucleares con iones pesados sobre núcleos deformados

Bernath, Martín Daniel

1987

Tesis presentada para obtener el grado de Doctor en Ciencias Físicas de la Universidad de Buenos Aires

Este documento forma parte de la colección de tesis doctorales y de maestría de la Biblioteca Central Dr. Luis Federico Leloir, disponible en digital.bl.fcen.uba.ar. Su utilización debe ser acompañada por la cita bibliográfica con reconocimiento de la fuente.

This document is part of the doctoral theses collection of the Central Library Dr. Luis Federico Leloir, available in digital.bl.fcen.uba.ar. It should be used accompanied by the corresponding citation acknowledging the source.

Cita tipo APA:

Bernath, Martín Daniel. (1987). Formalismos modificados de canales acoplados y de la aproximación e Born de canales acoplados para estudiar reacciones nucleares con iones pesados sobre núcleos deformados. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires. http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis_2024_Bernath.pdf

Cita tipo Chicago:

Bernath, Martín Daniel. "Formalismos modificados de canales acoplados y de la aproximación e Born de canales acoplados para estudiar reacciones nucleares con iones pesados sobre núcleos deformados". Tesis de Doctor. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires. 1987. http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis_2024_Bernath.pdf

UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

Tema de Tesis

FORMALISMOS MODIFICADOS DE CANALES ACOPLADOS Y DE LA APROXIMACION
DE BORN DE CANALES ACOPLADOS PARA ESTUDIAR REACCIONES NUCLEARES
CON IONES PESADOS SOBRE NUCLEOS DEFORMADOS

Autor

Lic Martín D. BERNATH

Director de Tesis

Dra. Olga M. DRAGUN

Lugar de trabajo

Departamento de Física (División Física Nuclear Teórica) de la
Comisión Nacional de Energía Atómica (TANDAR).

Tesis presentada para optar al título de Doctor en Ciencias Físicas.

marzo 1987

- 2024 -
y.2

A Claudia

Agradecimientos

Quiero agradecer a la Dra. Olga Dragún ,directora de este trabajo, no sólo por el invaluable aporte científico y profesional que significó trabajar a su lado en estos años sino también por el constante apoyo brindado en el aspecto humano.

Al Dr. Herbert Massmann, de la Universidad de Chile agradezco también especialmente por las ideas aportadas que contribuyeron a desarrollar muchos de los aspectos que se presentan en esta Tesis.

A los Dres. D.R.Bes, E.Maqueda y J.Testoni quiero manifestar mi mayor reconocimiento por las valiosas y esclarecedoras charlas mantenidas durante este período referidas a muchos de los temas que aquí se tratan.

Al Departamento de Física de la CNEA y en particular al grupo de Física Nuclear Teórica por permitirme la utilización de sus instalaciones y equipos.

A mis padres y hermanos quiero agradecer profundamente por el apoyo y el aliento que me brindaron permanentemente y por la ayuda que son y serán a lo largo de mi carrera profesional.

Finalmente a Claudia que me acompañó con amor durante estos años y a Facundo que desde hace un año hace más feliz mi vida, por la alegría que significan y la fuerza que me dan para seguir adelante.

INDICE

I. Introducción.....	1
II.El formalismo de los desfases dependientes de las coordenadas intrínsecas (ICDPS).....	8
1. Descripción del formalismo.....	8
1.1 El Hamiltoniano y la Función de onda.....	8
1.2 Amplitudes de Dispersión y Secciones Eficaces.....	15
1.3 Reglas de Selección.....	18
2. Códigos y Métodos Numéricos.....	20
2.1 Evaluación de la Matriz de Dispersión Transformada.....	20
2.2 Evaluación de la Sección Eficaz de Dispersión.....	22
3. El Potencial usado para el cálculo de los desfases dependientes de las coordenadas intrínsecas.....	23
4. Aplicaciones.....	26
4.1 La reacción $^{154}\text{Sm} + \alpha$ (Elab=50 Mev).....	26
4.2 La reacción $^{154}\text{Sm} + p$ (Elab=.8 Gev).....	29
5. Conclusiones acerca del ICDPS.....	34
III. Formalismo Modificado de la Aproximación de Born de Canales Acoplados (CCBA).....	36
6. Motivación.....	36
7. Aplicación a la excitación de estados vibracionales en núcleos deformados.....	40
7.1 Formulación del Método.....	40
7.2 La reacción $^{12}\text{C} + ^{150}\text{Nd}$	45
7.3 El potencial óptico $V_{\text{t}}(r, \theta', 0)$ usado para generar las funciones de onda distorsionadas dependientes del ángulo.....	46
7.4 Propiedades de las funciones de onda transformadas.....	48

7.5 El potencial perturbativo.....	50
7.6 Expansión del potencial perturbativo en torno a una superficie esférica.....	52
7.7 Expansión del potencial perturbativo en torno a una superficie deformada.....	54
8. Aplicación a reacciones de transferencia de dos nucleones entre núcleos deformados.....	57
8.1 La amplitud de transición.....	58
8.2 El Factor de Forma Macroscópico.....	59
8.3 Las Reacciones $^{154}\text{Sm}(^{12}\text{C}, ^{14}\text{C})^{152}\text{Sm}$ (Elab=65 Mev) y $^{186}\text{W}(^{12}\text{C}, ^{14}\text{C})^{184}\text{W}$ (Elab=70 Mev).....	62
IV. Conclusiones.....	66
Referencias.....	70
Tablas.....	72
Referencias a las figuras.....	76

I. Introducción

En el estudio de las reacciones nucleares, en las que el blanco está constituido por un núcleo deformado, la excitación de los grados de libertad rotacionales del mismo constituye un proceso de relevante importancia que debe tenerse en cuenta cuando se analizan dicho tipo de colisiones. En efecto, al estudiar la dispersión inelástica de proyectiles por estos núcleos, debe ponerse especial atención en la excitación de estados de naturaleza colectiva cuya sección eficaz resulta órdenes de magnitud más grande que la que se obtiene al tratar el problema de las reacciones de transferencia. Esto se debe a que las interacciones involucradas son mucho más fuertes en las excitaciones inelásticas rotacionales que en los procesos con transferencia de partículas y de este modo, los métodos perturbativos como la Aproximación de Born de las Ondas Distorsionadas (DWBA) resultan inadecuados para tratar el problema.

El formalismo apropiado para atacar este tipo de situaciones es el de Canales Acoplados (CC). En este formalismo, las interacciones son consideradas a orden infinito en el sentido en que aunque uno restringe la cantidad de canales de interés a un número finito de estados, la interacción es tratada exactamente entre los canales considerados. La limitación en el número de canales no es una mala aproximación ya que usualmente uno está solamente interesado en el análisis de unos pocos estados cuya excitación es relevante. Es un tratamiento mecánico-cuántico que fue ampliamente utilizado, a partir de los cálculos de T. Tamura¹⁾ en 1959, y que describe reacciones nucleares en las que se excitan unos pocos grados de libertad rotacionales o vibracionales en una o en ambas partículas intervinientes en la reacción.

En los últimos años, el desarrollo de los aceleradores que pueden

proveer haces de iones pesados, generó una poderosa herramienta que permitió el estudio de una serie de procesos en los que se excitan estados de alta energía o alto momento angular. Cuando se pretende analizar este tipo de colisiones con el formalismo antes mencionado, aparecen problemas ya que el número de canales involucrados crece considerablemente como consecuencia de la magnitud de las masas y cargas de los núcleos intervinientes en la reacción. La resolución numérica de los sistemas de ecuaciones acoplados que deben resolverse para reproducir los datos experimentales, se hace entonces sumamente difícil, conllevando enormes cantidades de tiempo o superando en ciertos casos la capacidad de las computadoras actuales.

El problema se torna aún más complicado cuando uno está interesado en analizar otro tipo de fenómenos que coexisten con la excitación de los grados de libertad rotacionales (esenciales en cualquier proceso que involucre núcleos deformados) como ser la excitación de grados de libertad vibracionales, transferencia de una o varias partículas, etc. En general estos últimos procesos corresponden a órdenes menores comparados con las excitaciones rotacionales pero suelen ser de fundamental interés ya que son una herramienta espectroscópica importante y revelan los distintos mecanismos involucrados en la reacción (camino en una o varias etapas). Para proyectiles livianos son tratados a primer orden en la Aproximación de Born dando origen al formalismo conocido como la Aproximación de Born de Canales Acoplados (CCBA)²⁻⁷ que esencialmente resuelve los sistemas de ecuaciones acopladas para los canales de entrada y salida considerando la interacción que conecta ambos canales en forma perturbativa

En el caso de las colisiones con iones pesados, los mencionados procesos de transferencia resultan de suma importancia para el estudio de fenómenos como la fusión subcoulombiana o la transferencia de partículas a altos momentos angulares. Sin embargo, las razones mencionadas

anteriormente hacen que muchos de estos problemas no estén completamente resueltos en la actualidad, ya que los sistemas de ecuaciones acopladas que aparecen cuando se trata con núcleos pesados son muy difíciles o prácticamente imposibles de implementar en forma numérica.

Ahora bien, las reacciones con iones pesados, pueden constituir sistemas adecuados para la aplicación de formalismos semiclásicos, ya que generalmente la longitud de onda característica del movimiento relativo del sistema blanco-proyectil es mucho menor que las dimensiones características de los núcleos involucrados. Este hecho condujo al desarrollo, en los últimos años de una cantidad de tratamientos semiclásicos con el objeto de estudiar diversos aspectos de las reacciones con iones pesados⁸⁻¹¹).

El presente trabajo de tesis tiene por objeto desarrollar un formalismo que, basado en ciertas aproximaciones de carácter semiclásico permita atacar una amplia gama de reacciones entre iones pesados en las que están involucrados núcleos pesados y deformados y que va desde el análisis de los grados de libertad de rotación a estados de momento angular relativamente alto hasta las reacciones inelásticas con excitación de estados vibracionales de alta energía o reacciones de transferencia de nucleones entre núcleos deformados. Problemas éstos que no están en la actualidad completamente resueltos en particular en el caso en el que las energías incidentes se hallan cercanas a la barrera Coulombiana y en las que adquiere relevante importancia la excitación Coulombiana de largo alcance.

La idea central del tratamiento que presentaremos consiste en permitir que los desfases que aparecen en la expansión en ondas parciales de las funciones de onda distorsionadas dependan en forma paramétrica de coordenadas intrínsecas. En el caso de rotaciones, esta coordenada será el ángulo que forman la dirección de incidencia de las partículas (coincidente con el eje z en el sistema de laboratorio) y el

eje de simetría del blanco, mientras que en el caso de tratar excitaciones vibracionales consideraremos la variable que describe la amplitud de la vibración. Estas consideraciones dan nombre al formalismo que llamaremos de los "Desfasajes Dependientes de Coordenadas Intrínsecas" (ICDPS). Como veremos, de este modo se evita la resolución de los sistemas acoplados de ecuaciones que aparecen al utilizar los formalismos convencionales. El problema numérico queda reducido a resolver para unos pocos casos la ecuación radial de Schrödinger para un potencial que depende en forma paramétrica de las coordenadas intrínsecas. El acoplamiento entre canales es, sin embargo tenido en cuenta, al menos parcialmente a través de transformadas de Legendre-Hermite permitiendo calcular las secciones eficaces diferenciales para los distintos estados excitados del núcleo residual.

En este marco, la suposición de parametrizar los desfasajes tiene sentido si resulta válida la aproximación "súbita" que supone que los tiempos asociados con variaciones de las coordenadas colectivas del blanco son mucho menores que el tiempo en que se produce la reacción.

Estas ideas fueron propuestas inicialmente por Fröman en el análisis del decaimiento de partículas alfa¹²⁾ y aplicadas con posterioridad al tratamiento de reacciones nucleares por Rasmussen y Sugawara-Tanabe¹³⁾.

Los resultados más recientes de Massmann y Lipperheide¹⁴⁻¹⁶⁾ aplicándolas a la excitación Coulombiana de estados rotacionales en núcleos deformados permitieron suponer la viabilidad del método para extenderlo al análisis de reacciones más complejas, inelásticas y de transferencia, con excitación de grados de libertad no sólo rotacionales sino que también vibracionales.

Para verificar el correcto funcionamiento del método propuesto se decidió aplicarlo a casos particulares para los cuales existen datos experimentales y algunos análisis teóricos de canales acoplados convencionales aunque a veces limitados por las dificultades mencionadas

con anterioridad.

En la parte II, se desarrolla el formalismo ICDPS para analizar reacciones de tipo inelástico obteniendo las secciones eficaces diferenciales para la excitación de estados rotacionales montados o no sobre estados intrínsecos vibratoriales con simetría axial del tipo β^2 y octupolares. La sección II.1 presenta las ideas centrales y analiza las reglas de selección que surgen del tratamiento. En II.2 se describen las características de los códigos y métodos numéricos utilizados mientras que en II.3 se detalla el potencial de interacción deformado que interviene en el cálculo de los desfases dependientes de las coordenadas intrínsecas. El primer caso que se estudia se muestra en la sección II.4.1 donde se analizan para la reacción inelástica $\alpha + {}^{154}\text{Sm}$ las distribuciones angulares para los estados de la banda del estado fundamental y para la octupolar $K^\pi = 0^-$ que se comparan con datos experimentales. Para la misma reacción se realiza un estudio de la influencia de los canales vibratoriales en la excitación de los estados rotacionales lo que demuestra la utilidad del tratamiento ya que este tipo de análisis incluyendo en un mismo cálculo una alta cantidad de estados rotacionales y vibratoriales simultáneamente no fue posible de realizar hasta el presente. En II.4.2 se discute la reacción $p + {}^{154}\text{Sm}$ (Elab = 0.8 GeV) desarrollándose las ecuaciones de cinemática relativista requeridas para aplicar el método a este ejemplo. Se compara con datos experimentales y con cálculos convencionales de canales acoplados. La sección II.5 presenta las conclusiones acerca del formalismo ICDPS que surgen de los ejemplos mencionados.

Ahora bien, tal cual lo hemos dicho, en muchas situaciones que se presentan en las reacciones con iones pesados sobre núcleos deformados adquieren interés procesos de segundo orden coexistentes con las excitaciones rotacionales. Para poder aplicar las ideas propuestas en esta tesis a dichos casos, extendemos en la parte III el concepto de

desfasajes dependientes de coordenadas intrínsecas al de funciones de onda paramétrico-dependientes de manera de desarrollar un formalismo del tipo CCBA modificado en donde se reemplazan las funciones de onda de canales acoplados por las obtenidas por el tratamiento ICDPS. De esta manera el formalismo resulta entonces adecuado para tratar los procesos mencionados al menos en forma perturbativa.

Nuevamente para conocer el grado de confiabilidad y más aún, las limitaciones del tratamiento se eligieron ejemplos que contaran con suficientes datos experimentales y análisis previos de CC o CCBA convencionales. Por ejemplo, se aplica en la sección III.7 a la excitación de estados vibracionales en núcleos deformados pero que no pueden ser tratados en el marco del ICDPS debido a la no validez de la aproximación "súbita" para vibraciones, especialmente en casos en que la energía incidente es del orden de la barrera Coulombiana.

Como ejemplo numérico se estudia la reacción $^{12}\text{C} + ^{150}\text{Nd}$ (Elab=70.4 Mev) analizando la distribución angular del estado final 3^- de la banda octupolar del núcleo residual. Posteriormente se analiza el papel de los distintos momentos angulares que intervienen en la reacción, así como la influencia de distintos desarrollos del potencial perturbativo, la importancia del potencial coulombiano y la contribución de cada uno de los términos de la expansión de la perturbación.

Finalmente y para completar el espectro de reacciones plausibles de analizar con el formalismo desarrollado se aplica en III.8 a un proceso de transferencia de dos partículas. El problema se trata en el contexto de los factores de forma macroscópicos, que son descriptos en III.8.2, permitiendo obtener una descripción completamente macroscópica de las reacciones nucleares de transferencia entre núcleos deformados, dada la presencia de aproximaciones de este tipo en el cálculo del factor de forma y en el análisis del mecanismo de reacción. En III.8.3 se muestran los cálculos llevados a cabo para las reacciones

$^{154}\text{Sm}(^{12}\text{C}, ^{14}\text{C})^{152}\text{Sm}$ (Elab= 65 Mev) y $^{186}\text{W}(^{12}\text{C}, ^{14}\text{C})^{184}\text{W}$ (Elab= 70 Mev).

Por último, en la parte IV se presentan las conclusiones del presente trabajo.

Parte II El Formalismo de los Desfasajes Dependientes de las Coordenadas
Intrínsecas (ICDPS)

II.1 Descripción del Formalismo

II.1.1 El Hamiltoniano y la Función de Onda

Asumiremos que el núcleo blanco es un núcleo par-par, permanentemente deformado y centraremos nuestra atención en estados que conservan la simetría axial. Bajo estas suposiciones, además de las excitaciones rotacionales resultan de particular interés la excitación de vibraciones del tipo β (banda con $K=0^+$) y octupolares (banda con $K=0^-$). En este caso, la superficie del núcleo puede ser descrita por

$$R(\theta', \{\beta_2\}) = R_0 \left(1 + \sum_{\lambda} (\beta_{\lambda} + \beta_{\lambda}') Y_{\lambda 0}(\theta') - \frac{(\beta_2 + \beta_2')^2}{4\pi} \right) \quad (1.1.1)$$

La coordenada θ' es el ángulo azimutal medido en el sistema intrínseco de coordenadas en el que el eje z' coincide con el eje de simetría del núcleo (ver figura 1). Por su parte, las coordenadas β_2 describen los apartamientos de la superficie de la posición de equilibrio debido a la vibración. Estas coordenadas intrínsecas jugarán un papel fundamental en el formalismo que desarrollaremos en el presente trabajo de tesis.

Los coeficientes β_2 describen las deformaciones permanentes del núcleo y el término cuadrático en β_2 y β_2' permite conservar el volumen hasta segundo orden.

Sean $\bar{w} = (\alpha, \beta, \gamma)$ los ángulos de Euler que relacionan el sistema intrínseco, solidario al núcleo deformado y el sistema de centro de masa, fijo al laboratorio, según se muestra en la figura 1. Introducimos entonces la "aproximación súbita" que consiste en suponer que los

parámetros colectivos del blanco \bar{w} y $\{\beta_\lambda\}$, que especifican la orientación y la amplitud de la vibración no cambian durante un tiempo característico en el que se lleva a cabo la reacción. Dicho en otras palabras, la energía incidente de las partículas en el sistema de laboratorio es mucho mayor que la energía de los estados intrínsecos que se desean analizar. En este contexto, los parámetros colectivos de masa del núcleo resultan infinitos de manera que los términos de energía cinética provenientes del movimiento colectivo del blanco se desprecian en el Hamiltoniano. En el marco de la aproximación súbita, por lo tanto, todos los estados internos del núcleo se hallan degenerados.

El operador Hamiltoniano resulta entonces

$$\check{H}(\bar{r}, \bar{w}, u) = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 + V_t(\bar{r}, \bar{w}, u) \quad (1.1.2)$$

donde \bar{r} es el vector que une los centros de masa del proyectil y blanco, μ es la masa reducida del sistema y $V_t(\bar{r}, \bar{w}, u)$ es el potencial de interacción entre ambas partículas. La coordenada adimensional u se define a través de la relación $\beta_\lambda = u \beta_{\lambda_0}$ donde

$$\beta_{\lambda_0} = 2^{1/2} (\hbar \omega_\lambda / 2 C_\lambda)^{1/2} \quad (1.1.3)$$

C_λ es la constante restitutiva y ω_λ la frecuencia angular asociada al movimiento vibracional de multipolaridad λ . Como en los casos a analizar solo consideraremos un sólo tipo de vibración, de ahora en más omitiremos el subíndice λ .

Separamos la parte central del potencial de modo que

$$V_t(\bar{r}, \bar{w}, u) = \frac{Z_p Z_t e^2}{r_t} + V(\bar{r}, \bar{w}, u) \quad (1.1.4)$$

donde Z_t y Z_p son las cargas de blanco y proyectil respectivamente.

El Hamiltoniano se escribe entonces

$$\check{H}(\vec{r}, \vec{\omega}, \alpha) = \check{H}_0 + \check{H}_1 \quad (1.1.5)$$

donde

$$\check{H}_0 = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 + \frac{E_p Z}{r} c^2 \quad (1.1.6)$$

y

$$\check{H}_1 = V(\vec{r}, \vec{\omega}, \alpha) \quad (1.1.7)$$

Las funciones de onda autoestados del Hamiltoniano \check{H}_0 son entonces conocidas y pueden escribirse como

$$\phi_{(\vec{r}, \vec{\omega}, \alpha)}^{(0)} = \left[\frac{D_{00}^{(0)*}(\omega) \varphi_0(u)}{\sqrt{2\pi} z} \right] \left[\frac{\sqrt{4\pi}}{kr} \sum_{\lambda=0}^{\infty} \hat{\lambda} i^{\ell} e^{i\ell\alpha} \cdot F_{\ell}(y, kr) Y_{\ell 0}(\theta) \right] \quad (1.1.8)$$

donde $\hat{\lambda} = (2\ell + 1)^{1/2}$ y k el número de onda. En la ecuación (1.1.8) el término del primer corchete constituye la función de onda intrínseca del blanco (consideramos al proyectil sin estructura interna) que viene dada por el producto de una función de un rotor de momento angular cero,

$D_{00}^{(0)*} / \sqrt{2\pi} z$ y una función de onda característica de un oscilador armónico en su estado fundamental ($\nu=0$). Para distintos ν estas últimas funciones se expresan

$$\varphi_{\nu}(u) = \frac{H_{\nu}(u)}{\sqrt{2^{\nu} \nu! \pi}} e^{-u^2/2} \quad (1.1.9)$$

siendo H_{ν} los polinomios de Hermite de grado ν .

El segundo corchete de la ecuación (1.1.8) representa la función de onda característica del movimiento relativo de las partículas. De este modo los σ_l son los desfasajes de Coulomb y las funciones $F_l(\gamma, kr)$ son las funciones regulares de Coulomb. Resulta conveniente introducir las funciones de Coulomb entrante y saliente, $h_l^{(\pm)}$, cuyo comportamiento asintótico es

$$h_l^{(\pm)} \xrightarrow{kr \rightarrow \infty} \exp\left(\pm i(kr - \gamma \ln(2kr) - \frac{l\pi}{2} + \sigma_l)\right) \quad (1.1.10)$$

La función regular de Coulomb puede escribirse entonces como

$$F_l(\gamma, kr) = -\frac{1}{2i} \left[h_l^{(-)} - h_l^{(+)} \right] \quad (1.1.11)$$

siendo

$$\gamma = Z_t Z_p e^2 / \hbar v \quad (1.1.12)$$

el parámetro de Sommerfeld y v la velocidad relativa de las partículas.

Para el caso tratado en el que el estado intrínseco del blanco viene descrito por variables colectivas, el potencial de interacción depende solamente de $r = |\vec{r}|$, θ' y u , con lo que $V(\vec{r}, \vec{w}, u) = V(r, \theta', u)$. Notemos que en el marco de la aproximación súbita θ' y u no son variables dinámicas sino que son consideradas como parámetros.

Si consideramos ahora el potencial $H_1 = V(r, \theta', u)$ y asumimos que las funciones de onda radiales dependen en forma paramétrica de θ' y u , las funciones de onda regulares de Coulomb que aparecen en (1.1.8) deben ser substituidas por

$$F_l(\gamma, kr) \longrightarrow f_l(r, \theta', u) \quad (1.1.13)$$

Las funciones de onda paramétricas $f_{\ell}(r, \theta', u)$ son solución de la siguiente ecuación diferencial unidimensional

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dr^2} + \frac{\hbar^2 \ell(\ell+1)}{2\mu r^2} + \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r} + V(r, \theta', u) - E \right] f_{\ell}(r, \theta', u) = 0 \quad (1.1.14)$$

y se comportan regularmente en el origen.

La idea semiclásica que subyace en permitir que las magnitudes físicas dependan en forma paramétrica de las coordenadas intrínsecas, está relacionada con el hecho que la longitud de onda característica del movimiento relativo de las partículas es mucho menor que las dimensiones típicas del blanco de manera que el desfase que sufre una onda parcial que se refleja depende solamente del potencial en la región de la superficie nuclear cercana a donde alcanza al blanco. Esta idea fue inicialmente propuesta por Fröman¹²⁾ quien la aplicó al decaimiento de partículas alfa y posteriormente Rasmussen y Sugawara-Tanabe¹³⁾ la extendieron a problemas de reacciones entre núcleos deformados.

Expandimos primeramente las funciones de onda paramétricas en serie de Legendre

$$f_{\ell}(r, \theta', u) = \sqrt{4\pi} \sum_I \widetilde{f}_{\ell I}(r, u) Y_{I0}^*(\theta') \quad (1.1.15)$$

donde

$$\widetilde{f}_{\ell I}(r, u) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \int d\Omega' f_{\ell}(r, \theta', u) Y_{I0}(\theta') \quad (1.1.16)$$

y luego estos coeficientes en términos de polinomios de Hermite

$$\widetilde{f}_{\ell I}(r, u) = \sum_{\nu=0}^{\infty} \widetilde{f}_{\ell I \nu}(r) Y_{\nu}(u) \quad (1.1.17)$$

donde

$$f_\nu(u) = H_\nu(u) / \sqrt{2^\nu \nu!} \quad (1.1.18)$$

Los coeficientes $\tilde{f}_{\mathcal{I}\nu}$ resultan

$$\tilde{f}_{\mathcal{I}\nu}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} du \tilde{f}_{\mathcal{I}\nu}(r, u) f_\nu(u) e^{-u^2} \quad (1.1.19)$$

Reemplazando la ec.(1.1.17) en la (1.1.15) y rotando las coordenadas angulares al sistema de centro de masa obtenemos una expresión para las funciones de onda distorsionadas paramétricas

$$\begin{aligned} f_{\mathcal{I}}(r, \mathbf{e}_i, \omega) &= \sqrt{4\pi} \sum_{\mathcal{I}\nu} \tilde{f}_{\mathcal{I}\nu}(\mathbf{r}) Y_{\mathcal{I}0}^*(\mathbf{e}_i) f_\nu(u) = \\ &= \sqrt{4\pi} \sum_{\mathcal{I}M\nu} \tilde{f}_{\mathcal{I}\nu}(\mathbf{r}) D_{M0}^{\mathcal{I}}(\omega) Y_{\mathcal{I}M}^*(\mathbf{e}_i) f_\nu(u) \end{aligned} \quad (1.1.20)$$

donde las coordenadas sin primar $\Omega = (\theta, \Phi)$ se refieren al sistema centro de masa. Las ecuaciones (1.1.13) y (1.1.20) permiten obtener la función de onda solución de nuestro Hamiltoniano

$$\begin{aligned} \phi(r, \omega, \mathbf{u}) &= \left[\frac{D_{00}^{c*}(\omega) \varphi_0(u)}{\sqrt{2\pi^2}} \right] \frac{4\pi}{Rr} \sum_{\mathcal{I}M\nu} \hat{\ell}^{\mathcal{I}} i^{\mathcal{I}} e^{i\sigma_{\mathcal{I}}} \tilde{f}_{\mathcal{I}\nu}(\mathbf{r}) \\ &\quad \cdot D_{M0}^{\mathcal{I}}(\omega) Y_{\mathcal{I}M}^*(\mathbf{e}_i) Y_{\mathcal{I}0}^*(\mathbf{e}_i) f_\nu(u) \end{aligned} \quad (1.1.21)$$

que puede ser reescrita de la siguiente manera

$$\begin{aligned} \phi(r, \omega, \mathbf{u}) &= \frac{\sqrt{4\pi}}{Rr} \sum_{\mathcal{I}M\nu} \frac{\hat{\ell}^{\mathcal{I}^2}}{\hat{\ell}^{\mathcal{I}}} i^{\mathcal{I}} e^{i\sigma_{\mathcal{I}}} \tilde{f}_{\mathcal{I}\nu}(\mathbf{r}) Y_{\mathcal{I}M}^*(\mathbf{e}_i) \\ &\quad \cdot \langle \mathcal{I}0 | \mathcal{I}M | \mathcal{I}M \rangle \left[\frac{\hat{\mathcal{I}} D_{M0}^{\mathcal{I}}(\omega)}{\sqrt{2\pi^2}} \cdot \varphi_\nu(u) \right] \end{aligned} \quad (1.1.22)$$

donde

$$\langle l_1 m_1 l_2 m_2 | l_3 m_3 \rangle \approx \langle l_1 m_1 l_2 m_2 | l_3 m_3 \rangle \langle l_1 0 l_2 0 | l_3 0 \rangle \quad (1.1.23)$$

La ecuación (1.1.22) presenta la particularidad de que la parte radial de la función de onda, $\tilde{f}_{l_1 l_2 l_3}(r)$, y la parte angular $Y_{l_1 m_1}(\Omega)$ corresponden a diferentes valores del momento angular. En efecto, en la ec. (1.1.22), la parte radial de una onda parcial l que incide sobre el blanco no cambia su momento angular después de producirse la reacción. Esto claramente no es correcto ya que, dado que el potencial no tiene simetría esférica, el momento angular no tiene por que conservarse. Sin embargo, la parte angular de la función de onda que aparece en (1.1.22) tiene en cuenta la transferencia de momento angular que permite la excitación del rotor. Esta inconsistencia proviene de usar la aproximación simbolizada por la ecuación (1.1.13) que es de fundamental importancia en el presente trabajo y que es la que simplifica los cálculos numéricos. Resulta razonable entonces, reemplazar el valor de l en la parte radial de la función de onda por un valor que tenga en cuenta la transferencia de momento angular al rotor. Considerando que una onda que incide con momento angular l sale con momento angular l' , reemplazaremos

$$\tilde{f}_{l_1 l_2 l_3}(r) \longrightarrow \tilde{f}_{l'_1 l_2 l_3}(r) \quad (1.1.24)$$

Este "ansatz" fue propuesto por Massmann y Lipperheide¹⁴⁾ y, permitió obtener resultados que reproducen, en forma apreciable los resultados experimentales. Digamos también que de esta manera la función de onda (1.1.22) toma la forma convencional en el caso esférico y que la utilización de (1.1.24) no altera las condiciones asintóticas del problema.

II.1.2 Amplitudes de Dispersión y Secciones Eficaces

Analizamos el comportamiento asintótico de las funciones de onda radiales que satisfacen la ecuación (1.1.14)

$$f_{\ell}^{\pm}(r, \theta', u) \xrightarrow[kr \rightarrow \infty]{} \frac{1}{2i} \left[e^{-i(kr - \gamma \ln(2kr) + \sigma_{\ell} - \frac{1}{2}\pi)} + S_{\ell}(\theta', u) e^{i(kr - \gamma \ln(2kr) + \sigma_{\ell} - \frac{1}{2}\pi)} \right] \quad (1.2.1)$$

donde

$$S_{\ell}(\theta', u) = e^{2i\zeta_{\ell}(\theta', u)} \quad (1.2.2)$$

es la matriz de dispersión, S , que depende paramétricamente de las coordenadas intrínsecas θ' y u , al igual que los desfases ζ_{ℓ} .

Utilizando entonces (1.1.16) y (1.1.19) se obtiene el comportamiento asintótico para las funciones de onda doblemente transformadas

$$\tilde{f}_{\ell\nu}^{\pm} \xrightarrow{} \frac{1}{2i} \left(\hat{c}_{\ell 0} \hat{o}_{\nu 0} e^{-i(kr - \gamma \ln(2kr) - \frac{1}{2}\pi + \sigma_{\ell})} + \tilde{S}_{\ell\nu} e^{i(kr - \gamma \ln(2kr) - \frac{1}{2}\pi + \sigma_{\ell})} \right) \quad (1.2.3)$$

donde

$$\tilde{S}_{\ell\nu} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} du \int_{\nu}^{\nu}(\tilde{u}) e^{-\tilde{u}^2} \left(d\Omega' S_{\ell}(\theta', u) \gamma_{\ell 0}(\theta') \right) \quad (1.2.4)$$

es la matriz de dispersión transformada.

De este modo el comportamiento asintótico de la función de onda de dispersión resulta

$$\phi(\vec{r}, \vec{u}, z) \xrightarrow{k_r \rightarrow \omega} \phi^{(0)}(\vec{r}, \omega, u) + \frac{1}{r} e^{i(kr - \gamma \omega)(2kr)} \cdot \sum_{\pm M \nu} \left[\frac{\hat{I}^2}{\sqrt{8\pi^2}} D_{M0}^{\pm(\omega)} \varphi_{\nu}(u) \right] \cdot \left(\frac{-\sqrt{4\pi}}{kr} \right) \sum_{\ell'} \hat{\ell}' i^{l-l'} e^{i(\sigma_l + \sigma_{l'})} \quad (1.2.5)$$

$$\cdot \langle \pm M \ell' - M | \ell 0 \rangle \binom{\ell}{0} \delta_{\nu 0} - 1 \approx \sum_{\ell' \neq \nu} Y_{\ell' - M}(\theta, \phi)$$

siendo

$$\phi^{(0)}(\vec{r}, \omega, u) \xrightarrow{k_r \rightarrow \omega} \frac{-\sqrt{4\pi}}{2i kr} \sum_{\ell} \hat{\ell} i^{\ell} e^{i\sigma_{\ell}} Y_{\ell}(\theta) D_{\ell 0}^{0+}(\omega) / \sqrt{8\pi^2} \varphi_0(u) \quad (1.2.6)$$

$$\left(e^{-i(kr - \gamma \omega)(2kr) - \frac{i\pi}{2} + \sigma_{\ell}} - \sum_{\ell \neq 0} e^{i(kr - \gamma \omega)(2kr) - \frac{i\pi}{2} + \sigma_{\ell}} \right)$$

En la ecuación (1.2.5) el número cuántico l identifica al momento angular intrínseco del estado final, M su proyección en el eje z de laboratorio (coincidente con la dirección de incidencia de las partículas) y ν al número de fonones excitados. En esta expresión, la matriz de dispersión transformada $\widetilde{S}_{\ell' \nu}^{\approx}$ depende del momento angular ℓ' , consecuencia del "ansatz" propuesto en la sección anterior y está relacionada con la probabilidad de excitación en el canal de salida del estado caracterizado por los números cuánticos l y ν . Sin embargo, si se compara con la expresión de la función de onda proveniente de un cálculo cuántico exacto de canales acoplados¹⁾ esta matriz debería depender también del momento angular entrante ℓ . Que en nuestra formulación $\widetilde{S}_{\ell' \nu}^{\approx}$ no dependa de ℓ es ciertamente una limitación. Esta falla se corrige en gran medida si se reemplaza

$$\widetilde{S}_{\ell' \nu}^{\approx} \longrightarrow \widetilde{S}_{\frac{\ell + \ell'}{2}, \nu}^{\approx} \quad (1.2.7)$$

Este proceso de simetrización parece razonable ya que de este modo si una

onda parcial ℓ incide sobre un núcleo no esférico y una parte de ella sale con momento angular ℓ' entonces el corrimiento de fase para esta parte de la onda se calcula con el momento angular promedio. La utilización de (1.2.7) no excluye la posibilidad de realizar otro tipo de promedios, como ser $(\tilde{f}_{\ell \pm \nu} + \tilde{f}_{\ell' \pm \nu}) / 2$ (de hecho este es el criterio para el caso en que ℓ y ℓ' tengan distinta paridad) aunque para momentos angulares l bajos hemos verificado que resultan aproximadamente equivalentes.

El coeficiente que acompaña a la parte saliente de la función de onda radial permite obtener la amplitud de dispersión para un estado final caracterizado por los números cuánticos $IM \nu \neq 000$

$$A_{IM \nu}^{(\ell)} = \frac{\sqrt{\pi}}{ik} \sum_{\ell \ell'} i^{l-\ell'} \hat{\ell}' e^{i(\sigma_{\ell} + \sigma_{\ell'})} \tilde{S}_{\ell \ell' \nu} \langle IM \ell' - M | \ell 0 \rangle Y_{\ell' M}^{(\ell)}(\theta) \quad (1.2.8)$$

La sección eficaz diferencial resulta entonces

$$\frac{d\tilde{\sigma}_{IM \nu}^{(\ell)}(\theta)}{d\Omega} = \frac{\pi}{k^2} \left| \sum_{\ell \ell'} i^{l-\ell'} \hat{\ell}' e^{i(\sigma_{\ell} + \sigma_{\ell'})} \tilde{S}_{\ell \ell' \nu} \langle IM \ell' - M | \ell 0 \rangle Y_{\ell' M}^{(\ell)}(\theta) \right|^2 \quad (1.2.9)$$

Mientras que para el canal elástico obtenemos

$$\frac{d\tilde{\sigma}_{elástico}^{(\ell)}(\theta)}{d\Omega} = \left| f_{\ell}(\theta) - \frac{1}{2ik} \sum_{\ell} \hat{\ell}^2 e^{2i\sigma_{\ell}} (1 - \tilde{S}_{\ell 0 0}) P_{\ell}(\cos\theta) \right|^2 \quad (1.2.9)$$

La sección eficaz diferencial resulta finalmente

$$\frac{d\tilde{\sigma}_{IV}^{(\ell)}(\theta)}{d\Omega} = \sum_M \frac{d\tilde{\sigma}_{IM \nu}^{(\ell)}(\theta)}{d\Omega} \quad (1.2.10)$$

II.1.3 Reglas de Selección

Analizaremos en este párrafo las reglas de selección que surgen del formalismo descripto. Consideraremos que el blanco es un núcleo axialmente simétrico que no tiene deformaciones permanentes impares y analizaremos separadamente las vibraciones β y las octupolares.

Sin pérdida de generalidad podemos despreciar la corrección de volumen y considerar solamente deformaciones cuadrupolares. La ecuación (1.1.1) resulta para el caso

$$R(\epsilon, u) = R_0 \left[1 + \beta \sum_{\lambda=2} Y_{\lambda 0}(\epsilon) + u \sum_{\lambda=2} Y_{\lambda 0}(\epsilon) \right] \quad (1.3.1)$$

Para las vibraciones β , $\lambda=2$, de modo que el radio $R(\theta', u)$ y por lo tanto el potencial $V_c(r, \theta', u)$ son funciones pares de θ' respecto a $\pi/2$ independientemente del valor que tome u . Por lo tanto la matriz S dependiente de las coordenadas intrínsecas $S(\theta', u)$ tendrá la misma propiedad. Por otra parte, ni $R(\theta', u)$, ni $V_c(r, \theta', u)$ y por consiguiente $S(\theta', u)$ tienen paridad definida como funciones de u de lo que resulta que

$$\sum_{I, \nu} \left\{ \begin{array}{ll} = 0 & \text{si } I = \text{impar, } \nu \text{ cualquiera} \\ \neq 0 & \text{si } I = \text{par, } \nu \text{ cualquiera} \end{array} \right. \quad (1.3.2)$$

Esta relación implica que para vibraciones β , solo se excitan estados con momento angular par, independientemente del número de fonones característico del movimiento vibracional.

Para las vibraciones octupolares $K^\pi = 0^-$ ($\lambda = 3$) el radio $R(\theta', u)$ presenta las siguientes propiedades de simetría

$$R(\pi - \theta', u) = R(\theta', u) \quad (1.3.3)$$

Por lo tanto las mismas simetrías resultan para $S(\theta', u)$.

Escribiendo $S(\theta', u)$ como suma de una función par y una impar la ecuación (1.3.3) implica que la parte par en u debe serlo también en la variable $x = \cos\theta'$, mientras que la parte impar en u es impar en x , y en consecuencia

$$S_{\approx}(\theta', u) \begin{cases} = 0 & \begin{array}{l} \text{si } I=\text{par}, \nu = \text{impar} \\ \text{si } I=\text{impar}, \nu = \text{par} \end{array} \\ \neq 0 & \begin{array}{l} \text{si } I=\text{par}, \nu = \text{par} \\ \text{si } I=\text{impar}, \nu = \text{impar} \end{array} \end{cases} \quad (1.3.4)$$

Estas relaciones nos dicen que para la banda octupolar, los estados con un número impar de fonones deben tener momento angular impar, mientras que para una excitación de un número par de fonones deben tener momento angular par.

II.2 Códigos y Métodos Numéricos

II.2.1 Evaluación de la matriz de dispersión transformada

El principal problema para la obtención de la sección eficaz pasa por obtener numéricamente la matriz de dispersión transformada \tilde{S}_{lIV} .

Expandiendo la matriz de dispersión $S(\theta', u)$ en serie de Hermite-Legendre obtenemos

$$S_l(\theta', u) = \sum_{IV} \sqrt{\frac{4\pi}{2^{2\nu} \nu!}} H_\nu(u) Y_{l0}^*(\theta') \tilde{S}_{lIV} \quad (2.1.1)$$

Dado que θ' y u son considerados como parámetros, la parte izquierda de (2.1.1.) puede ser obtenida mediante un cálculo usual de modelo óptico. En principio (2.1.1) contiene dos sumas infinitas sobre l y sobre ν aunque en las aplicaciones prácticas estas sumas siempre se cortan. El efecto de la truncación de la base debe ser analizado en cada caso particular y depende en principio de los grados de libertad que se deseen tener en cuenta así como de los valores de las deformaciones (obviamente cuando más deformado es el núcleo más grande deberá tomarse la base para obtener resultados confiables).

Sea entonces un conjunto discreto de N pares de coordenadas intrínsecas $i = (\theta'_i, u_i)$, $i=1,2,\dots,N$ y N pares de números cuánticos $j = (l_j, \nu_j)$, $j=1,2,\dots,N$ que caracterizan a N estados finales del núcleo podemos definir una matriz de transformación de $N \times N$

$$A_{ij} = \sqrt{\frac{4\pi}{2^{2\nu_j} \nu_j!}} H_{\nu_j}(u_i) Y_{l_j 0}^*(\theta'_i) \quad (2.1.2)$$

Por lo tanto la matriz de dispersión transformada necesaria para el cálculo de la sección eficaz diferencial puede ser fácilmente evaluada a través de

$$\tilde{S}_{\ell \mp j} = \sum_i A_{ji}^{-1} S_{\ell}(\theta'_i, u_i) \quad (2.1.3)$$

evitando de este modo el penoso cálculo numérico de las integrales que aparecen en (1.1.16) y (1.1.19).

Resulta interesante remarcar que para aplicaciones prácticas, el número de diferentes ν_j a ser incluido en el cálculo debe coincidir con el número de amplitudes u_i usadas en el formalismo. Asimismo, para cada ν_j , el número de diferentes l_i debe coincidir con el número de coordenadas θ'_i . El número de θ' y u debe ser suficientemente grande de modo de obtener una buena convergencia para la matriz de dispersión transformada. Para los ejemplos que se muestran en el presente trabajo, se usan 8 ángulos θ' y 4 diferentes amplitudes u (un total de $8 \cdot 4 = 32$ integraciones radiales), aun cuando un cálculo reducido de 4 ángulos diferentes θ' y 2 amplitudes (8 integraciones) permite obtener prácticamente el mismo resultado.

Los óptimos valores para ser usados como amplitudes u_i , vienen dados por los ceros del polinomio de Hermite cuyo orden es igual al número de diferentes valores de u utilizados. Es decir, si se consideraran 4 diferentes valores de u , los valores óptimos resultan los ceros de $H_4(u)$. Un razonamiento similar resulta válido para la elección de las coordenadas θ' donde $\cos\theta'$ deben ser los ceros de un adecuado polinomio de Legendre. De esta manera el término inmediato siguiente en la suma (2.1.1) resulta idénticamente nulo. Cálculos numéricos, han permitido verificar, sin embargo, que resulta igualmente confiable un conjunto de coordenadas intrínsecas equiespaciadas en el intervalo en el que se analizan las distintas matrices de dispersión paramétrico-dependientes.

II.2.2 Evaluación de la sección eficaz de dispersión

Para llevar adelante los cálculos en el marco del formalismo de las coordenadas intrínsecas dependientes del ángulo, se desarrolló un código de computadora que esencialmente a) integra la ecuación radial de Schrödinger con un método Cowell¹⁷⁾, para el potencial descrito en la sección 3, realizando esta integración para distintos pares de coordenadas intrínsecas (θ', u), obteniendo de este modo los desfases paramétrico-dependientes, b) realiza la transformación de la matriz de dispersión de acuerdo al procedimiento descrito en el párrafo anterior y c) evalúa la sumatoria (1.2.9) de manera de obtener las distribuciones angulares para los distintos estados finales caracterizados por los números cuánticos I, ν .

En la tabla I se muestran los parámetros de deformación y los característicos del modelo óptico utilizados en las aplicaciones (ver sección 4). La tabla II muestra otros parámetros relevantes usados en los cálculos numéricos, como ser el máximo radio de integración R_{\max} , el paso Δr y el número de ondas parciales consideradas en cada caso.

Es importante recalcar que el tiempo de computación requerido para llevar adelante un cálculo en el marco del tratamiento presentado es considerablemente menor al necesario para desarrollar un cálculo convencional de canales acoplados que involucre un número similar de estados, obteniéndose sin embargo, como se verá en la sección siguiente resultados igualmente buenos. Esta ventaja del formalismo ICDPS frente al método de canales acoplados, lo hace particularmente útil en el estudio de reacciones más complejas entre iones pesados en las que, además de las excitaciones rotacionales, se quiere analizar procesos de segundo orden como ser transferencia de partículas entre núcleos deformados u otros fenómenos que no se hayan completamente resueltos hasta el presente debido a las limitaciones de los tratamientos convencionales.

II.3 El potencial usado para el cálculo de los desfases dependientes de las coordenadas intrínsecas.

Como θ' y u son considerados como parámetros, en el presente formalismo, las funciones de onda radiales $f_k(r, \theta', u)$ se obtienen resolviendo la ecuación (1.1.14) para un potencial característico del modelo óptico¹⁸⁾. En este modelo, el potencial de interacción entre proyectil y blanco puede escribirse como

$$V_t(r, \theta', u) = V_{Coul.}(r, \theta', u) + V_{Nuc.}(r, \theta', u) \quad (3.1)$$

Para el potencial Coulombiano asumimos la interacción entre una partícula puntual y un núcleo uniformemente cargado. Esta contribución puede separarse en una parte esféricamente simétrica (central) y términos de excitación Coulombiana. La parte central resulta

$$V_0(r) \begin{cases} Z_p Z_t e^2 / r & r \geq R_c \\ \frac{Z_p Z_t e^2}{2 R_c} \left(3 - \left(\frac{r}{R_c} \right)^2 \right) & r \leq R_c \end{cases} \quad (3.2)$$

donde

$$R_c = r_{0c} (A_p^{1/3} + A_t^{1/3}) \quad (3.3)$$

es el radio Coulombiano, que no depende de θ' (de lo contrario $V_0(r)$ no sería un potencial central)

Para las componentes del potencial responsable de la excitación Coulombiana expandimos en multipolos de modo que

$$V_{\text{Coul. Exc.}}(r, \theta', u) = \begin{cases} \frac{3Z_p Z_t e^2}{r} B\left(\frac{R_c'}{r}\right) & \text{para } r \gg R_c' \\ \frac{3Z_p Z_t c^2}{R_c'} B\left(\frac{r}{R_c'}\right) & \text{para } r \approx R_c' \end{cases} \quad (3.4)$$

donde

$$B(y) = \sum_{\lambda \geq 2} \frac{(\beta_{1\lambda c} + \beta_{2\lambda c})}{2\lambda + 1} \cdot y^\lambda \gamma_{\lambda 0}(\theta') \quad (3.5)$$

Los $\beta_{\lambda c}$ son las deformaciones permanentes de Coulomb mientras que $\beta_{\lambda c} = u \beta_{\lambda c}$ describen los desplazamientos de la distribución de carga respecto de la distribución de equilibrio debido al movimiento vibracional. En la ec. (3.4), $R_c' = r_{0c} A_t^{1/3}$, no tiene dependencia en θ' , y en este caso no se incluye la masa del proyectil de modo de obtener el comportamiento adecuado para grandes distancias. Con esta elección del potencial Coulombiano, el mismo resulta nulo en el origen y es continuo en $r=R_c'$. De este modo tenemos la dependencia correcta para grandes distancias (zona donde es fundamental dada la ausencia de fuerzas nucleares) aunque es sólo aproximada para pequeñas distancias en donde domina la parte imaginaria (absortiva) de la interacción nuclear. La contribución nuclear al potencial puede ser descripta por un potencial de tipo Wood-Saxon deformado

$$V_{\text{Nuc}}(r, \theta', u) = \frac{V_0 + iW_0}{1 + \exp[(r - R(\theta', u))/a]} \quad (3.6)$$

donde $R(\theta', u)$ viene dado por (1.1.1) con

$$R_0 = r_{0\alpha} (A_p^{1/3} + A_t^{1/3}) \quad (3.7)$$

El parámetro característico del radio nuclear ' r_{0n} ' y la difusividad ' a ' pueden ser distintos para las partes real e imaginaria del potencial.

II.4. Aplicaciones

Para realizar un análisis de los resultados que se obtienen con el tratamiento desarrollado se han buscado ejemplos de los que se posea datos experimentales suficientemente confiables así como cálculos de CC que nos provean de un conjunto de parámetros ópticos y de deformación que permita comparar con cálculos exactos convencionales aunque limitados en cuanto al número de canales.

II.4.1 La reacción $^{154}\text{Sm} + \alpha$ (Elab=50 Mev)

La figura 2 muestra el esquema de energía para los primeros niveles del ^{154}Sm . Se observan claramente dos bandas, la del estado fundamental caracterizada por $K^\pi=0^+$ y la banda octupolar $K^\pi=0^-$. La barrera Coulombiana para el sistema $\alpha + ^{154}\text{Sm}$, calculada según

$$B = \frac{Z_p Z_t e^2}{0.5 + 1.36 (A_t^{1/3} + A_p^{1/3})} \quad (4.1.1)$$

resulta $B=18$ Mev, de modo que la energía incidente es del orden de 3 veces este valor. Además todos los estados que se muestran en la figura 2 tienen una energía menor a los 1.2 Mev referidas al estado fundamental lo que permite suponer que estamos en un buen rango de validez de la aproximación "súbita". El esquema resulta por lo tanto ideal para analizar la reacción mencionada en el marco del formalismo de la matriz-S dependiente de las coordenadas intrínsecas ya que todos los estados que aparecen en la figura 2 pueden ser incluidos. Un cálculo de este tipo, que incluya los estados 0^+ , 2^+ , 4^+ y 6^+ de la banda del estado fundamental y los estados 1^- , 3^- , 5^- , y 7^- de la banda octupolar conlleva un tiempo del orden de un minuto en un sistema standard IBM 370.

La figura 3 muestra la sección eficaz diferencial para los distintos estados finales del ^{154}Sm correspondientes a la banda del estado fundamental. Los resultados experimentales que se muestran en la misma figura corresponden a los obtenidos por Hendrie y colaboradores¹⁹⁾. En este trabajo se muestran asimismo resultados obtenidos con cálculos convencionales de canales acoplados que incluyen solamente la banda del estado fundamental. Como se observa de la figura, los resultados obtenidos reproducen en muy buena medida los datos experimentales y son tan buenos como los de CC presentados en 19). Los parámetros utilizados son los mismos que los del cálculo de canales acoplados mencionado (ver tabla I) aunque ahora estamos considerando también los estados de la banda octupolar. En la figura 4, se muestran las distribuciones angulares correspondientes a los estados impares, que, dada la ausencia de datos experimentales pueden considerarse una estimación de las magnitudes y características de los resultados esperados. Los valores de \int_{0n}^{θ} y \int_{0c}^{θ} fueron extraídos de la referencia²⁰⁾.

La posibilidad de incluir todos los estados de la banda del fundamental y los pertenecientes a la banda octupolar en un mismo cálculo constituye una de las principales ventajas del presente tratamiento, pues el mismo trata a las excitaciones del tipo rotacional y vibracional en el mismo orden. Esta es una situación que no es posible tratar con métodos convencionales de canales acoplados. En efecto, en estos últimos, los parámetros ópticos y de deformación, son obtenidos ajustando varios estados acoplados pertenecientes a la banda del estado fundamental (0^+ , 2^+ , 4^+ , 6^+) y luego, teniendo en cuenta dos estados de la banda del estado fundamental (por ejemplo el 0^+ y el 2^+) y dos estados pertenecientes a una banda vibracional (por ejemplo el 1^- y el 3^-), se ajustan las secciones eficaces de los estados vibracionales generalmente a primer orden. De este modo, se producen variaciones en el parámetro de deformación vibracional mientras permanecen fijos los parámetros

rotacionales y aparece despreciada, entonces, la influencia del acoplamiento de los canales vibracionales con la banda rotacional. Sin embargo, este efecto puede no ser despreciable y hay casos en los que, dependiendo de la magnitud de los parámetros de deformación y vibración, deba tenerse en cuenta.

Como ejemplo, se ha analizado la reacción mencionada ($\alpha + {}^{154}\text{Sm}$ a $E_{\text{lab}}=50$ Mev), permitiendo en un caso $J_0 = 0$ (sólo se incluyen los canales de la banda del estado fundamental) que se muestra con línea llena en la figura 3; comparando con la situación $J_0 = 0.123$ que se muestra con línea rayada. La figura muestra que en algunos casos la influencia de dicho acoplamiento puede no ser despreciable y el procedimiento adecuado implicaría una búsqueda de todos los parámetros en forma simultánea considerando las excitaciones rotacionales y vibracionales en un mismo nivel de importancia. Estos son ejemplos, por lo tanto, en los cuales el presente tratamiento resulta adecuado para reemplazar a los cálculos usuales de canales acoplados.

II.4.2 La reacción $^{154}\text{Sm} + p$ (Elab=.8 Gev)

El análisis de esta reacción, en el marco del presente formalismo, resulta particularmente interesante debido a la alta energía de las partículas incidentes aunque hace necesaria la utilización de cinemática relativista. Sin embargo, esta alta energía posee una ventaja ya que nos coloca en una situación altamente favorable desde el punto de vista de la aproximación "súbita". Para generalizar el formalismo ICDPS a energías relativistas haremos las siguientes consideraciones.

Supondremos que en el sistema centro de masa el blanco se comporta como una partícula no relativista, cosa razonable considerando que su masa es mucho mayor que la del proyectil. Dado que el blanco nunca se moverá a energías relativistas, podemos usar la expresión clásica para su energía (en este caso sólo energía cinética)

$$T_t = \frac{p^2}{2m_t} \quad (4.2.1)$$

mientras que para el proyectil usaremos la expresión relativista

$$E_p = \sqrt{p^2 c^2 + m_p^2 c^4} \quad (4.2.2)$$

La ecuación de onda

$$\tilde{H} \Psi = E \Psi \quad (4.2.3)$$

queda

$$\left[\overset{\vee}{T}_t + \overset{\vee}{E}_p + \overset{\vee}{V}(\vec{r}) \right] \Psi = E \Psi \quad (4.2.4)$$

En (4.2.4) E es la energía en el sistema centro de masa para el proyectil y el blanco, incluyendo la energía en reposo del proyectil pero no así la del blanco, es decir

$$E = \sqrt{m_p^2 c^4 + p^2 c^2} + \frac{p^2}{2m_t} \quad (4.2.5)$$

despreciando términos del orden p_0^2/mE se tiene

$$E \approx \sqrt{m_p^2 c^4 + p^2 c^2} \quad (4.2.6)$$

$$p^2 c^2 \approx E^2 - m_p^2 c^4 \quad (4.2.7)$$

Expandiendo la raíz en (4.2.2) y usando (4.2.6) y (4.2.7) se deduce

$$\begin{aligned} E_p &= c \sqrt{m_p^2 c^2 + p^2 + (p^2 - p_0^2)} \\ &= \frac{E}{2} + \frac{p^2 c^2}{2E} + \frac{m_p^2 c^4}{2E} \end{aligned} \quad (4.2.8)$$

Reemplazando (4.2.1) y (4.2.8) en (4.2.4) y recordando que $\vec{p} = -i\hbar \vec{\nabla}$ se obtiene

$$\left[\frac{-\hbar^2 c^2}{2E} \left(1 + \frac{E}{m_t c^2} \right) \nabla^2 + V(\vec{r}) - \frac{c^2}{2E} \left(\frac{E^2}{c^2} - m_p^2 c^2 \right) \right] \Psi(\vec{r}) = 0 \quad (4.2.9)$$

Recordemos cómo es la expresión de la ecuación de Schrödinger no

relativista para la dispersión de dos partículas en el sistema centro de masa

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 + V(\vec{r}) - E \right] \Psi(\vec{r}) = 0 \quad (4.2.10)$$

O bien

$$\left[\nabla^2 - U(\vec{r}) + k^2 \right] \Psi(\vec{r}) = 0 \quad (4.2.11)$$

$$U(\vec{r}) = \frac{2\mu}{\hbar^2} V(\vec{r}) \quad (4.2.12)$$

y

$$k^2 = \frac{2\mu E}{\hbar^2} \quad (4.2.13)$$

siendo μ la masa reducida del sistema. Por su parte, si el proyectil es relativista y, en el sistema centro de masa, el blanco es no relativista, hemos visto que el sistema viene descrito por la ecuación de Schrödinger

$$\left[\nabla^2 + u(\vec{r}) + k^2 \right] \Psi(\vec{r}) = 0 \quad (4.2.14)$$

donde de acuerdo a (4.3.9)

$$u(\vec{r}) = \frac{2E}{\hbar^2 c^2} \frac{V(\vec{r})}{(1 + E/m_0 c^2)} \quad (4.2.15)$$

y

$$k^2 = \frac{\frac{E^2}{c^2} - m_p^2 c^2}{(1 + E/m_p c^2)^{1/2}} \quad (4.2.16)$$

Las expresiones (4.2.15) y (4.2.16) se reducen a (4.2.12) y (4.2.13) en el límite no relativista.

El parámetro de Sommerfeld resulta en este caso

$$\gamma = Z_p Z_t e^2 E / c (E^2 - m_p^2 c^4)^{1/2} \quad (4.2.17)$$

La figura 5 muestra los resultados obtenidos con el presente formalismo, comparando con los datos experimentales de Barlett²¹⁾ y con cálculos de canales acoplados que se realizan en dicha referencia. En ambos cálculos se usa el mismo conjunto de parámetros ópticos y deformaciones (ver tabla I), con excepción hecha de la deformación octupolar, que fue reducida respecto de la considerada en 21) de modo de ajustar la magnitud del nivel 1^- . Esta disminución se justifica ya que el formalismo ICDPS, incluye automáticamente todos los órdenes en la deformación del potencial de acoplamiento así como todos los términos de reorientación posibles, cosa que no sucede en los cálculos de Barlett. Un resultado similar fue obtenido en 22) en donde se calculó el acoplamiento de la banda octupolar del ^{150}Nd y la banda del estado fundamental hasta tercer orden en el parámetro de deformación. En dicho trabajo, se halló que la amplitud de la deformación octupolar debía reducirse bastante respecto de cálculos de CC previos que sólo incluían el primer orden de la expansión del potencial. En consecuencia, teniendo en cuenta que el presente tratamiento incluye todos los acoplamientos posibles entre ambas bandas queda plenamente justificada la reducción de $\hat{J}_{\nu\mu}$ y $\hat{J}_{\nu c}$.

La figura 5 muestra una concordancia razonable entre los dos métodos teóricos y los datos experimentales para los estados $0^+, 2^+$ y 1^- (la sección eficaz experimental no está resuelta con el estado 8^+ aunque

las contribuciones del 8^+ son sólo relevantes para ángulos mayores a 15°). Para los estados 4^+ y 3^- , se reproducen los datos experimentales aunque el resultado de canales acoplados parece un poco mejor, mientras que ambos tratamientos reproducen pobremente la sección eficaz diferencial para el estado 6^+ .

La figura 6 muestra otros cálculos en los que además de una leve modificación en el potencial imaginario, de $W=-59.53$ Mev a $W=-66.64$ Mev, sólo hemos permitido variaciones en los parámetros de deformación. El mejor ajuste fue obtenido para $\beta_2 = 0.301$, $\beta_4 = 0.062$ y $\beta_6 = -0.008$. En este caso para las multipolaridades 2 y 4, la llamada longitud de deformación βR resulta coincidente con las establecidas por Hendrie en la reacción $\alpha + {}^{154}\text{Sm}$ que hemos analizado en la sección 4.1 esto es

$$\left(\beta R\right)^{p+\delta_{mi}} = \left(\beta R\right)^{\alpha+\delta_{mi}} \quad (4.2.18)$$

lo que lleva a la relación

$$\beta^{(p+\delta_{mi})} = \frac{1.44}{4.07} \beta^{(\alpha+\delta_{mi})} \quad (4.2.19)$$

El ajuste de los datos experimentales, teniendo en cuenta la ecuación (4.2.8) aun para $\lambda=6$ (en este caso se obtiene $\beta_6 = -0.020$) se muestra con línea llena mientras que la línea rallada se obtuvo con $\beta_6 = -0.008$. En ambos casos las distribuciones teóricas se acercan bastante a las experimentales, aunque evidentemente la concordancia se hace más difícil cuando más alto es el momento angular intrínseco del estado final, consecuencia de la aproximación (1.1.13) que conserva el momento angular para cada onda parcial.

El análisis de la presente reacción $p + {}^{154}\text{Sm}$ ha permitido comprobar, mediante cálculos llevados a cabo, el prácticamente nulo papel desarrollado por la excitación coulombiana en este caso, consecuencia de la alta energía incidente del protón.

II.5. Conclusiones acerca del ICDPS

En la parte II del presente trabajo de tesis hemos presentado el formalismo de los desfasajes dependientes de las coordenadas intrínsecas (ICDPS). El mismo es un tratamiento basado en consideraciones semiclásicas que ha permitido calcular secciones eficaces diferenciales para analizar la dispersión inelástica de iones livianos y pesados por núcleos par-par permanentemente deformados con simetría axial en los que se excitan estados rotacionales y vibracionales pertenecientes a la banda del estado fundamental y/o a bandas vibracionales. El objeto que se persigue es el de estudiar reacciones con iones pesados permitiendo incluir en el cálculo un número razonable de canales rotacionales o vibracionales hasta momentos angulares relativamente elevados y de esta manera resolver uno de los problemas de la física de las reacciones nucleares en la actualidad.

En este sentido el método propuesto aventaja en forma considerable a los tratamientos convencionales ya que hemos visto como un cálculo involucrando a cuatro estados de la banda del estado fundamental y cuatro de la banda octupolar puede ser planteado e implementado numéricamente en forma sencilla, al menos si se compara con las complicadas ecuaciones que surgen de los formalismos convencionales de canales acoplados. Por otra parte, la totalidad de los estados son tratados a un mismo nivel de importancia, cosa que es prácticamente imposible de hacer con los métodos usuales debido a las dificultades mencionadas. Además, se realiza un tratamiento exacto del campo nuclear deformado evitando cualquier expansión en término de parámetros de deformación.

La confiabilidad del ICDPS quedó demostrada en las aplicaciones estudiadas ya que los resultados que se obtuvieron fueron comparados tanto con datos experimentales como con cálculos previos y limitados de CC. Asimismo hemos visto como también pudo ser aplicado con éxito a

energías incidentes relativistas simplemente redefiniendo el número de onda y la constante que multiplica al potencial (ec.4.2.15 y 4.2.16). En todos los casos el tiempo de computación requerido fue órdenes de magnitud más chico que el de los métodos de canales acoplados exactos, lo que provee una herramienta útil para la búsqueda de parámetros ópticos y de deformación.

Una limitación del presente tratamiento lo constituye el uso de la aproximación "súbita". En efecto hemos visto como en general las distribuciones angulares reproducen en menor medida los datos experimentales cuando crece el momento angular y en consecuencia la energía de excitación. Este empeoramiento no es solamente debido al uso de esta aproximación sino que en estos casos tampoco es muy adecuada la suposición de conservación del impulso angular hecha en (1.1.13) y más inexacto el promedio llevado a cabo en (1.2.7). Sin embargo, aún cuando los ajustes no resultan óptimos (tampoco lo son si se aplican tratamientos cuánticos de CC) el método permite obtener una descripción cualitativa cuyo orden de magnitud coincide con el de los datos experimentales.

En la parte III del presente trabajo veremos como el ICDPS resulta de suma utilidad para proveer funciones de onda radiales, aproximadas a las de CC y desarrollar así un tratamiento modificado de CCBA apto para estudiar reacciones de transferencia o reacciones inelásticas con excitación de estados de alta energía, teniendo en consideración el salto entre las cabezas de banda de los núcleos blanco y residual. De este modo ampliaremos el tipo de reacciones analizables en el marco de la aproximación de los desfasajes dependientes de las coordenadas intrínsecas.

Parte III Formalismo Modificado de la Aproximación de Born de Canales
Acoplados (CCBA)

6. Motivación

El método de los desfases dependientes de las coordenadas intrínsecas presentado en la parte II resulta útil para tratar colisiones en donde el blanco, un núcleo permanentemente deformado, queda excitado tras la reacción inelástica en un estado rotacional perteneciente a la banda del estado fundamental o a alguna otra banda vibracional.

Ahora bien, muchas veces uno está interesado en describir procesos que coexisten con la excitación rotacional y que si bien son de segundo orden frente a aquellas, revisten especial interés para el estudio de ciertos fenómenos que tienen lugar en las reacciones entre iones pesados. Por ejemplo, cuando se pretende analizar la fusión nuclear a energías por debajo de la barrera Coulombiana es importante saber que porcentaje del haz incidente va a canales de transferencia de uno o más nucleones. Estos casos en los que el canal de salida y el de entrada corresponden a distintas particiones claramente no pueden ser tratados en el marco del ICDPS. Otra limitación del ICDPS, tal cual lo hemos mencionado, lo constituye la suposición de la validez de la aproximación "súbita" que en situaciones en las que la energía incidente es del orden o menor que la barrera Coulombiana y en particular para el caso de vibraciones no resulta completamente válida.

Para resolver estos problemas, uno debería tener en cuenta el salto de energía entre los canales de entrada y salida, o más aún, para tratar problemas de transferencia tendríamos que considerar distintas particiones, y luego conectar ambos canales con algún tipo de interacción. Dado que estos procesos de segundo orden pueden tratarse perturbativamente la manera usual de atacar el problema es la

Aproximación de Born de Canales Acoplados²⁻⁷). En este tratamiento esencialmente se resuelven en forma separada los sistemas de canales acoplados para los canales de entrada y salida, considerando la perturbación (responsable de la transferencia o la excitación vibracional) a primer orden en la aproximación de Born.

Claro que los cálculos de CCBA se hacen sumamente complicados cuando se trata de situaciones que involucran iones pesados ya que el problema posee aún más complejidad que uno de canales acoplados convencional. En efecto, ahora el potencial perturbativo puede conectar distintos estados excitados pertenecientes al núcleo blanco o residual y el número de canales que deben tenerse en cuenta aumentan mayor que en los casos descritos en la parte II.

Sin embargo, el formalismo ICDPS nos sugiere un camino más económico para resolver el problema ya que nos provee funciones de onda radiales características del movimiento relativo de los núcleos blanco y residual que son aproximadas a las que se obtendrían mediante un cálculo mecánico-cuántico exacto de canales acoplados. Lo que haremos entonces es reemplazar las funciones de onda acopladas exactas por las aproximadas del ICDPS generando de esta manera un tratamiento modificado de CCBA. La obtención de estas funciones de onda con el formalismo descrito en II es inmediata ya que a partir de los desfases y de la matriz de dispersión dependientes de las coordenadas intrínsecas se pueden calcular funciones de onda paramétrico-dependientes que luego de transformadas, contienen la información acerca de la excitación de los distintos estados pertenecientes al canal de entrada o al de salida. El factor de forma que está relacionado con el elemento de matriz entre los estados intrínsecos de ambos canales conectados por la interacción puede ser tratado ya sea en forma aproximada ("no retroceso", rango cero) o incluir tantas correcciones como se desee (efectos de "retroceso", rango finito, etc); por supuesto complicando el cálculo en la misma medida como

en cualquier tratamiento que se desarrolle en el marco de la Aproximación de Born.

Al igual que como procedimos en la parte II, las aplicaciones se limitarán a casos en los que existan datos experimentales y algunos cálculos de CCBA convencionales que permitan verificar la viabilidad del tratamiento. A partir de entonces, veremos como el formalismo propuesto provee un método práctico, útil y de clara interpretación física para estudiar algunos aspectos de las reacciones con iones pesados sobre núcleos deformados que no han sido completamente aclarados hasta el presente.

En primer lugar lo aplicaremos a la reacción $^{12}\text{C} + ^{150}\text{Nd}$ (Elab=70 Mev) estudiando la excitación del estado 3^- de la banda octupolar del Neodimio. Este estado podría ser analizado en el marco del formalismo descrito en la parte II, sin embargo la aproximación "súbita" que desprecia la diferencia de energía entre los estados de la banda del estado fundamental y la banda octupolar no es suficientemente válida en situaciones como la propuesta en las que la energía incidente es del orden de la barrera Coulombiana. Resulta adecuado entonces, un formalismo del tipo CCBA como el que se desarrollará en esta parte. El precio que debemos pagar es que ahora consideramos la excitación de la vibración como una perturbación que conecta dos bandas rotacionales (la del estado fundamental y la banda octupolar). El presente método, nos permitirá estudiar la importancia de los distintos posibles caminos de reacción y la influencia de los diferentes ordenes de expansión del potencial total y de cada una de las contribuciones nuclear y Coulombiana al mismo.

Finalmente y para abarcar un espectro amplio de reacciones analizables con este CCBA modificado, lo aplicaremos a procesos de transferencia de dos nucleones entre núcleos deformados. Lo haremos utilizando factores de forma macroscópicos que fueron recientemente desarrollados por otros autores obteniendo de este modo las secciones

eficaces diferenciales para distintos estados correspondientes al canal de salida. Como se verá, también en este caso hallaremos un método útil para el estudio de diversos aspectos del mecanismo de reacción.

III.7 Aplicación a la excitación de estados vibracionales en núcleos deformados.

III.7.1. Formulación del método

La amplitud de transición que describe una transición $\alpha \rightarrow \beta$, resulta, en la Aproximación de Born de Canales Acoplados²³⁾

$$T_{\beta\alpha}^{ccBA} = \sum_{\alpha', \beta'} \langle X_{\beta\beta'}^{(\alpha')}(\vec{r}_p) \Psi_{\beta'} | Y_{pert}^{1,2,3} | \Psi_{\alpha'} X_{\alpha\alpha'}^{(\beta')} \rangle \quad (7.1.1)$$

donde las χ son funciones de onda distorsionadas generalizadas del movimiento relativo que describen tanto la dispersión elástica como la inelástica. Los dos subíndices de las χ especifican las condiciones de contorno apropiadas. Las Ψ , por su parte son las funciones de onda correspondientes a los estados de estructura intrínseca del blanco (recordemos que el proyectil es considerado sin estructura). El potencial V_{pert} es responsable de la transición $\alpha' \rightarrow \beta'$.

Centrando la atención en estados pertenecientes a la banda del estado fundamental y a la banda octupolar $K^{\pi}=0^{-}$ la superficie nuclear puede describirse por

$$R(\theta', \xi) = R_0 \left(1 + \sum_{\lambda=2,4,6,\dots} \beta_{\lambda} Y_{\lambda 0}(\theta') + \xi Y_{30}(\theta') + \delta Y_{40}(\theta') \right) \quad (7.1.2)$$

donde los β_{λ} son las deformaciones permanentes del blanco, la coordenada θ' es el ángulo azimutal en el sistema intrínseco del núcleo deformado, ξ es el operador asociado con el desplazamiento de la superficie de equilibrio y δY_{40} es un término que se agrega de modo de eliminar movimientos espúreos del centro de masa mientras el núcleo oscila. Para pequeñas desviaciones del caso esférico, ξ será proporcional a $\beta_{\lambda} \xi^{20}$.

Cuando la excitación vibracional es considerada como una

perturbación, la interacción entre el blanco y el proyectil puede aproximarse por

$$\begin{aligned}
 V_t(\bar{r}, \theta', \varphi) &= V_t(\bar{r}, \theta', 0) + V_{\text{perL}}(\bar{r}, \theta', \varphi) = \\
 &\approx V_t(\bar{r}, \theta', 0) + \varphi \left[\frac{\partial}{\partial \varphi} V_t(\bar{r}, \theta', \varphi) \right]_{\varphi=0}
 \end{aligned}
 \tag{7.1.3}$$

siendo \bar{r} el vector que une los centros de masa de proyectil y blanco. En la aproximación CCBA las funciones de onda generalizadas son solución de un conjunto finito de ecuaciones acopladas por el potencial deformado $V_t(r, \theta', 0)$. Con razonamientos análogos a los enunciados en la parte II, introducimos la aproximación súbita, de modo que la coordenada colectiva θ' sea considerada como parámetro y no cambie durante el período de colisión. De este modo se desprecia en el Hamiltoniano la energía cinética proveniente del movimiento colectivo rotacional del blanco. El hecho que estemos desarrollando un formalismo del tipo CCBA hace que no sea necesaria la aplicación de la aproximación súbita entre estados de la banda del estado fundamental y la banda octupolar. Esta suposición sólo se aplica a ambas en forma separada considerando la diferencia de energía entre las cabezas de banda.

Las funciones de onda parciales que describen los grados de libertad rotacionales son soluciones de la siguiente ecuación diferencial,

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dr^2} - \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2\mu r^2} - V_t(r, \theta', 0) + E \right] f_l(r, \theta') = 0
 \tag{7.1.4}$$

que es la misma (1.1.14) donde hemos hecho $u = 0$ y donde el potencial $V_t(r, \theta')$ que depende del parámetro θ' a través de la expresión (7.1.2) del radio nuclear incluye tanto una contribución nuclear de corto rango así como una de largo alcance originada por el campo Coulombiano.

Procediendo como en la parte II del presente trabajo, se obtiene la

función de onda distorsionada correspondiente al movimiento relativo en el canal de entrada,

$$\chi_{\alpha\alpha'}^+(\vec{r}, \omega) = \sqrt{4\pi} \sum_{l_1 l_2 LM} e^{i\vec{r} \cdot \vec{k}_1} i^{l_1} \frac{f_{l_2}^{\alpha} L}{\hat{l}_1^2} \langle l_2 0 LM | f_{l_1}^{\alpha'} M \rangle \widetilde{f_{l_2}^{\alpha} L} D_{M0}^{*L}(\omega) Y_{l_1 M}^{\alpha}(\theta_1, \phi) \quad (7.1.5)$$

Para el canal de salida un resultado análogo se obtiene usando la relación de inversión temporal

$$\chi^+(\vec{k}, \vec{r}) = \chi^{(-)}(-\vec{k}, \vec{r}) \quad (7.1.6)$$

En (7.1.5) $\widetilde{f_{l_2}^{\alpha} L}(\vec{r})$ es la transformada de Legendre de la función de onda radial $f_{l_2}(\vec{r}, \theta')$. Además asumimos que la función de onda intrínseca es el producto de una función de onda vibracional y una característica del movimiento rotacional debidamente normalizadas.

$$\Psi^{\alpha IM} = \Phi(\vec{\beta}) \frac{\hat{I} D_{M0}^{\alpha I}}{\sqrt{8\pi^2}} \quad (7.1.7)$$

Consideraremos solamente estados con cero y un fonón exclusivamente

$$\Phi_0(\vec{\beta}) = (2\pi)^{-1/4} \beta_3^{-1/2} \exp\left[-\frac{\beta^2}{(4\beta_3^2)}\right] \quad (7.1.8.a)$$

$$\Phi_2(\vec{\beta}) = (2\pi)^{-1/4} \beta_3^{-3/2} \vec{\beta} \exp\left[-\frac{\beta^2}{(4\beta_3^2)}\right] \quad (7.1.8.b)$$

donde β_3 es la amplitud de punto cero para la vibración octupolar. El

elemento de matriz de la amplitud de la vibración, $\check{\xi}$, entre los estados con $n=0$ y $n=1$ viene dado por

$$\langle n=1 | \check{\xi} | n=0 \rangle = \sqrt{\frac{\beta}{3}} \quad (7.1.9)$$

Expandiendo el potencial perturbativo $V_{\text{per}}(r, \theta', \check{\xi})$ obtenemos

$$\begin{aligned} V_{\text{per}}(r, \theta', \check{\xi}) &= \check{\xi} \left[\frac{\partial}{\partial \xi} V_t(r, \theta', \xi) \right]_{\xi=0} = \\ &= \sqrt{4\pi} \sum_{L_T} \tilde{V}_L Y_{L_T}(\theta') \cdot \check{\xi} \end{aligned} \quad (7.1.10)$$

Reemplazando la ecuación (7.1.10) y (7.1.5) en la expresión para la amplitud de transición (7.1.1), considerando (7.1.7) y (7.1.8) y haciendo un poco de álgebra de momento angular obtenemos la expresión que adquiere en el presente formalismo la amplitud de transición aproximada

$$\begin{aligned} \tilde{T}_{\omega \rightarrow \tilde{I}_B} &\approx \frac{(4\pi)^{3/2}}{k_a k_b} \cdot \beta \cdot \frac{\hat{I}_a^2}{\hat{I}_b} i^{l_a - l_b} e^{i(\sigma_{l_a} + \sigma_{l_b})} \frac{\hat{L}'_1 \hat{L}'_2 \hat{L}'_3}{\hat{I}_B} \\ &\langle l_a 0 l_a | l_b' M_b' \rangle \langle l_b' M_b' | l_b - (M_b + M_{L_1}) \rangle \langle l_b - (M_b + M_{L_1}) | l_b - M_b \rangle \end{aligned} \quad (7.1.11)$$

$$\langle l_b' M_b' M_{L_1} | l_b - M_b \rangle \langle l_b - M_b | l_b - (M_b + M_{L_1}) \rangle \int_{l_b' L}^{\tilde{f}} \tilde{V}(r) \tilde{f}_{l_b' L'}^{\tilde{f}}(r) dr \cdot Y_{l_b, -M_b}(\theta, \Phi)$$

La ecuación (7.1.11) da la amplitud de transición para procesos que van del estado fundamental $I_A = M_A = 0$ al estado en el cual el blanco es excitado a un estado con momento angular I_B y proyección sobre el eje-z M_B .

Resulta inmediato calcular entonces la expresión para la sección eficaz diferencial de excitación a un estado final I_B

$$\frac{d\sigma_{IB}}{d\Omega} = \left[\frac{M}{2\pi\hbar^2} \right]^2 \frac{k_b}{k_a} \sum_{M_B} |T_{I_B M_B}|^2 \quad (7.1.12)$$

En la figura 7 se ilustra el significado físico de los momentos angulares considerados. Como se observa, inicialmente tenemos al rotor en su estado fundamental, el momento angular del canal proviene en su totalidad del momento angular característico del movimiento relativo de las partículas, l_a ; tras la primera excitación del rotor que queda con momento angular I'_A , el momento angular del canal, resulta del acoplamiento entre l'_a e I'_A , que describen el estado intermedio en el canal de entrada. Entre este estado y el estado intermedio del canal de salida, caracterizado por l'_b e I'_B se produce la transferencia de momento angular L_T aportado por la excitación vibracional. Finalmente tiene lugar la desexcitación rotacional en el canal de salida que lleva al estado final (I_B, M_B, l_b) . Obsérvese como la suma de las proyecciones del momento angular intrínseco más el relativo es siempre cero. Dicha suma es la proyección del momento angular total sobre el eje z durante la reacción.

En la expresión (7.1.11) de la amplitud de transición, aparecen, además de los factores geométricos, integrales entre dos funciones de onda transformadas correspondientes a los canales de entrada y salida en sus estados intermedios, multiplicadas por un término proveniente de la expansión del potencial perturbativo. Estas integrales contienen toda la información física referida al acoplamiento entre las bandas rotacional y vibracional y determinan el comportamiento de la matriz de transición. Un estudio más detallado de estas integrales se hará en secciones posteriores donde se aplica el método a transferencia de dos nucleones. Primeramente aplicaremos el formalismo a la reacción $^{12}\text{C} + ^{150}\text{Nd}$ (Elab=70.4 Mev).

III.7.2. La reacción $^{12}\text{C} + ^{150}\text{Nd}$

La reacción $^{12}\text{C} + ^{150}\text{Nd}$ (Elab=70.4 Mev) constituye un ejemplo en el que el presente formalismo resulta completamente apropiado ya que el uso de un CCBA evita aplicar la aproximación súbita a los estados vibracionales manteniendo la diferencia de energía entre las cabezas de banda. Esto es de fundamental importancia a energías que, como la correspondiente a esta reacción, se hallan cerca de la barrera Coulombiana que para el sistema en estudio es de aproximadamente 50 Mev. En efecto, al estudiar la excitación inelástica de los diferentes estados finales del ^{150}Nd , debemos prestar especial atención a la excitación Coulombiana que en los ejemplos descritos anteriormente tenía una influencia relativamente moderada. Esto hace que el número de ondas parciales que intervienen crezca considerablemente, haciendo muy difícil un cálculo completo de canales acoplados.

El isótopo ^{150}Nd puede ser considerado como un núcleo transicional, más que uno rotacional, sin embargo de modo de realizar los cálculos correspondientes en el marco del tratamiento estudiado, asumiremos que los estados 0^+ , 2^+ , 4^+ , y 6^+ pertenecen a la banda del estado fundamental, mientras que supondremos que el estado 3^- más bajo pertenece a la banda octupolar $K^\pi=0^-$. Esta es una descripción bastante pobre del núcleo residual; de hecho, no se han observado niveles de momento angular y paridad 1^- ni 5^- cerca del mencionado 3^- . Sin embargo, considerando que la realimentación del 3^- a través de estos hipotéticos estados es considerablemente pequeña, es de esperar, al menos una descripción cualitativa de la distribución angular del 3^- . Similares suposiciones, realizaron Hillis y colaboradores en el análisis de los datos experimentales de la presente reacción²⁴⁾. El presente tratamiento provee una manera fácil de simular este fenómeno limitando la suma que aparece en (7.1.11) permitiendo únicamente el valor $I'_B=3$. De esta manera se

inhiben las transiciones a estos estados intermedios inexistentes, eliminándose posibles realimentaciones del 3^- desde el 1^- y el 5^- .

Los parámetros utilizados son los mismos que los de los cálculos de canales acoplados desarrollados en la ref. 24). Solamente hemos modificado en forma leve los parámetros de deformación del Nd. reduciendo su valor respecto de los cálculos mencionados de $\beta_2 = .26$ a $\beta_2 = .22$. Esta reducción puede entenderse considerando que el número de acoplamientos permitidos en un cálculo de tipo ICDPS y por consiguiente las posibles realimentaciones que contribuyen a la sección eficaz de los distintos estados es mucho mayor que el considerado en canales acoplados. La reducción de β_2 entonces compensa este efecto pues disminuye la intensidad de los elementos de matriz que conectan los estados de la banda rotacional del estado fundamental.

III.7.3 El potencial óptico $V_t(r, \theta', 0)$ usado para generar las funciones de onda distorsionadas dependientes del ángulo

El potencial óptico que aparece en la ecuación (7.1.4) tiene dos contribuciones, la nuclear y la Coulombiana. Para la parte nuclear asumimos una forma de Wood-Saxon con una dependencia explícita en la coordenada θ' , análogamente a lo descrito en la parte II.

$$V_t^{Nuc.}(r, \theta') = \frac{V_0}{1 + e^{\alpha R}} + \frac{iW_0}{1 + e^{\alpha R}} \quad (7.3.1)$$

donde

$$\alpha_{R,I} = r - R_{R,I}^{Nuc.}(\theta') \quad (7.3.2)$$

y

$$R_{R\bar{r}}^{Ncl} = \Gamma_{R\bar{r}}^{Ncl} A_t^{1/3} \left(1 + \sum_a \beta_a^c Y_{l_0}^c(\theta') \right) + \Gamma_{R\bar{r}}^{Ncl} A_p^{1/3} \quad (7.3.3)$$

Para la parte Coulombiana haremos un tratamiento diferente al usado en la parte II. Dado que como veremos es de relevante importancia esta contribución, desarrollaremos una expresión más exacta que la usual expansión a primer orden en los parámetros de deformación. De este modo

$$V_t^{Coul}(r > R_{max}) = \frac{Z_t Z_p e^2}{r} + 3 Z_t Z_p e^2 \sum_{l=1}^{\infty} \frac{R_c^l}{r^{l+1}} \cdot \frac{I_l^{out}}{(2l+1)} \cdot Y_{l_0}(\theta') \quad (7.3.4)$$

donde $R^c = r_{0c} A_t^{1/3}$ y R_{max} es el valor máximo de

$$R^c(\theta') = r_{0c} A_t^{1/3} \left(1 + \sum_{l=2,4,\dots} \beta_l^c Y_{l_0}^c(\theta') \right) \quad (7.3.5)$$

Las I_l^{out} son integrales angulares calculadas numéricamente

$$I_l^{out} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} Y_{l_0}^c(\theta) \left(1 + \sum_a \beta_a^c Y_{l_0}^c(\theta) \right)^{l+1} d\Omega \quad (7.3.6)$$

Las ecuaciones (7.3.5) y (7.3.6) llevan a las conocidas expresiones en primer y segundo orden de la excitación Coulombiana, cuando se hace una expansión en los parámetros de deformación β_a^c .

Una expresión análoga se obtiene para $r < R_{min}$, donde R_{min} es el mínimo valor que toma (7.35)

$$V_t^{Coul}(r < R_{min}) = \frac{Z_t Z_p e^2}{R_c} \left[\frac{3}{2} - \frac{r^2}{2 R_c^2} \left(1 + \sum_a \beta_a^c \right) \right] \quad (7.3.7)$$

$$+ 3 Z_t Z_p e^2 \sum_{l=2}^{\infty} \frac{r^l}{R_c^{l+1}} \frac{I_l^{in}}{(2l+1)} Y_{l_0}(\theta')$$

donde

$$I_{\ell}^{in} = \begin{cases} \frac{1}{2-\ell} \int Y_{\ell 0}^d(\theta) \left(1 + \frac{\beta}{2} \beta_{\ell}^c Y_{\ell 0}^c(\theta)\right)^{2-\ell} d\Omega & \ell \neq 2 \\ \int Y_{\ell 0}(\theta) \ln \left(1 + \frac{\beta}{2} \beta_{\ell}^c Y_{\ell 0}^c(\theta)\right) d\Omega & \ell = 2 \end{cases} \quad (7.3.8)$$

Hemos verificado que la forma del potencial Coulombiano para r pequeños no tiene relevancia en la obtención de la distribución angular del estado 3^{-} , mientras que ésta sí es sumamente sensible a la intensidad de la excitación Coulombiana para grandes distancias. Esto es razonable ya que a grandes distancias domina la interacción Coulombiana (de largo alcance) mientras que para $r \ll R_{\min}$ domina la absorción del potencial óptico. Por lo tanto, a fines prácticos usaremos la expresión (7.3.4) para $r > r_{0c} A_t^{1/3}$ y (7.3.7) para $r < r_{0c} A_t^{1/3}$.

En la tabla III se muestran valores de I_{ℓ} para $\beta_2 = 0.22$ y $\beta_2 = 0$ para $\ell \neq 2$. La integración fue realizada en forma numérica con un método de Gauss-Legendre. Como era de esperar la principal contribución proviene del valor $\ell = 2$ y el valor de I_2^{out} aumenta la magnitud de la excitación Coulombiana en la región externa respecto de un cálculo a primer orden.

III.7.4 Propiedades de las funciones de onda transformadas

En la tabla IV se muestran los parámetros usados en el cálculo de las funciones de onda que describen la dispersión elástica e inelástica de los iones de ^{12}C . Estos están basados en los usados en la referencia 22). Las deformaciones nucleares se obtienen de la relación de escala de la longitud de deformación β_R es decir

$$\rho^c R^c = \rho^{Nuc} R^{Nuc} \quad (7.4.1)$$

donde $R_c = r_0^c A_t^{1/3}$ y $R^{Nuc} = r_0^n A_t^{1/3}$.

En la figura 8 se muestra la función de onda radial $f(r, \theta')$ para $\ell = 36$ y para $\theta' = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$ y 90° . Para $\theta' = 0$ la función de onda tiene el comportamiento de una onda incidente (desfasaje entre las partes real e imaginaria igual a $\pi/2$, con ambas partes de igual magnitud). En este caso la función de onda es esencialmente absorbida debido a la parte imaginaria del potencial óptico. Por otro lado para $\theta' = 90^\circ$, el proyectil no penetra en el blanco (notemos que $R(\theta' = 90^\circ)$ es menor que $R(\theta' = 0^\circ)$) debido a la barrera centrífuga; de este modo toda la onda es reflejada. Esto se aprecia en la figura en donde las partes real e imaginaria de la función de onda tienen nodos en el mismo lugar, característica ésta de las ondas estacionarias. Comportamientos intermedios se observan para $\theta' = 30^\circ$ y 60° . En la figura 9 se observan las transformadas de Legendre de estas funciones para $\ell = 36$ y para distintos valores de L . Las componentes 2, 4 y 6 se comportan asintóticamente como ondas salientes (desfasaje entre las partes real e imaginaria de $\pi/2$) decreciendo la amplitud cuando L crece. La componente $L=0$, en cambio tiene una componente de onda entrante además de la onda saliente, en concordancia con las condiciones de contorno del problema.

La onda $\ell = 36$ analizada corresponde a la región denominada "rasante" aunque se han analizado otras ondas parciales.

Un estudio detallado de las funciones de onda distorsionadas y sus transformadas, así como de su dependencia con la energía y otros parámetros, fue realizado en 25). Las principales propiedades de estas funciones puede resumirse así : a) Sólo la componente $L=0$ tiene ondas entrantes para todos los valores de ℓ , b) Para grandes valores de ℓ , relacionados con absorción moderada, se observan ondas salientes en

diferentes componentes L , c) Para pequeños valores de λ , la absorción nuclear inhibe las ondas salientes en todos los canales.

De este modo, las funciones de onda radiales satisfacen las condiciones de contorno impuestas por el problema.

Los resultados obtenidos con estas funciones de onda, usando el tratamiento descrito en la parte II para la banda del estado fundamental se muestra en la figura 10. Se observa una concordancia razonable con los datos experimentales. Aun es posible obtener todavía un mejor ajuste, especialmente del estado 4^+ , si se permite $\beta_4 \neq 0$, sin embargo, con el objeto de comparar con cálculos de canales acoplados, haremos por el momento $\beta_4 = 0$.

III.7.5 El potencial perturbativo

Hemos considerado la vibración octupolar como una perturbación en torno a un núcleo permanentemente deformado. Teniendo en cuenta la ecuación (7.1.2) y (7.3.1) podemos escribir la forma explícita del potencial perturbativo $V_t(r, \theta', \beta)$ para la contribución nuclear a primer orden en β

$$V_{\text{pert}}^{\text{Ncl.}}(r, \theta', \beta) = V_0 \frac{e^{-\alpha}}{(1+e^{-\alpha r})} \frac{r^{\text{Ncl.}} A_t^{1/3}}{a_2} \beta \left(Y_{30}(\theta') + \delta' Y_{40}(\theta') \right) + \text{Parte Imaginaria} \quad (7.5.1)$$

donde α viene dado por (7.3.2) y δ' es la derivada $\left. \frac{\partial \delta}{\partial \beta} \right|_{\beta=0}$ donde δ se ha definido a través de (7.1.2).

Cuando se desarrolla la expansión de Legendre (7.1.10), sólo aparecen contribuciones transformadas impares, dado que α contiene solamente parámetros de deformación pares. En los cálculos, tomaremos en

cuenta solamente los términos relevantes $L_T=1, 3, \text{ y } 5$.

Para la parte Coulombiana del potencial perturbativo, realizaremos un cálculo exacto apelando a integrales numéricas análogamente a lo descrito en la sección (7.3). La relación que aparece a primer orden en

$$\int \text{es}$$

$$V_{\text{pert}}^{\text{Coul}}(r > R_{\text{máx}}, \theta, \xi) = 3Z_p Z_t e^2 \sum_l \frac{R_c^l}{r^{l+1}} \frac{\int \beta Y_{l0}(\theta)}{(2l+1)}$$

(7.5.2)

$$\cdot \int Y_{l0}^*(\theta) \left(1 + \sum_n \beta_n^c Y_{n0}(\theta)\right)^{l+2} \cdot (Y_{l0}(\theta) + \delta' Y_{l0}(\theta)) d\Omega$$

Es remarcable que el término de corrección introducido en (7.1.2) debido al movimiento del centro de masa, cancela el momento dipolar (término con $l = 1$) en la ecuación (7.5.2). Para $r < R_{\text{mín}}$ se obtiene

$$V_{\text{pert}}^{\text{Coul}}(r < R_{\text{mín}}, \theta, \xi) = 3Z_p Z_t e^2 \sum_l \frac{r^l}{R_c^{l+1}} \frac{\int \beta Y_{l0}(\theta)}{(2l+1)}$$

(7.5.2)

bis

$$\int Y_{l0}^*(\theta) \left(1 + \sum_n \beta_n^c Y_{n0}(\theta)\right)^{l-2} \cdot (Y_{l0}(\theta) + \delta' Y_{l0}(\theta)) d\Omega$$

En la figura 11 se muestran los estados, acoplamientos y transiciones que, en principio pueden ser incluidos con el presente formalismo. En las secciones siguientes mostraremos resultados que provienen de darle diferentes tratamientos al potencial perturbativo.

III.7.6 Expansión del potencial perturbativo en torno a una superficie esférica

Como una primera aproximación para el potencial perturbativo y con la idea de comparar los resultados con tratamientos de canales acoplados asumiremos que en la ecuación (7.3.2)

$$R_{R,I}^{Nvcl}(\theta') = R_{R,I}^{Nvcl} = r_{R,I}^{Nvcl} (A_t^{1/3} + A_p^{1/3}) \quad (7.6.1)$$

y para la parte Coulombiana $\beta_\lambda^c = 0$ en (7.5.2) y (7.5.2 bis). Esto equivale a considerar que la vibración tiene lugar en torno a una superficie esférica. Sin embargo esta aproximación no significa que hemos despreciado la deformación cuadrupolar ya que ésta ha sido previamente considerada en la evaluación de las funciones de onda transformadas. Como resulta obvio, con esta suposición sólo aparece el término con $L_T=3$ en la expansión del potencial perturbativo (7.1.10).

En este marco es posible comparar nuestros resultados con los cálculos de canales acoplados en primer orden llevados a cabo por Baker²²⁾ quien analizó la reacción estudiada en la presente sección mediante un formalismo de canales acoplados rotacional y vibracional, expandiendo el potencial nuclear y Coulombiano a primer, segundo y tercer orden en los parámetros de deformación y en la variable vibracional ξ , aunque despreciando correcciones debido al movimiento espúreo del centro de masa.

De esta manera, nuestra primera aproximación es comparable con el primer orden de dicha referencia ya que en ambos tratamientos se tiene la misma intensidad para el acoplamiento interbanda y se usan los mismos parámetros ópticos.

De manera de simular aun más el cálculo de canales acoplados hecho

por Baker limitaremos en (7.1.11) la suma sobre L a los valores 0 y 2, eliminando de esta manera transiciones interbandas provenientes del estado 4^+ .

Sin embargo, hay que considerar que aún quedan dos diferencias entre ambos formalismos: a) Como consecuencia de la Aproximación de Born, nuestro tratamiento sólo considera transiciones interbandas en una dirección (de la banda del estado fundamental a la octupolar) sin tener en cuenta realimentaciones en el sentido inverso,

b) El formalismo ICDPS usado en el cálculo de las funciones de onda, automáticamente incluye términos de orden infinito en el parámetro de deformación cuadrupolar dentro de cada banda rotacional, mientras que Baker en su aproximación de primer orden considera sólo contribuciones proporcionales a β_2 . Este último efecto es parcialmente compensado con la reducción de β_2 aunque el primero no puede ser evitado de ninguna manera en un cálculo de CCBA.

La figura 12 muestra la comparación de nuestro tratamiento usando la aproximación descrita en esta sección con el resultado de la ref. 22). Ambos métodos teóricos dan similares resultados, tanto en el aspecto cualitativo como cuantitativo, al menos en este orden de aproximación. Coincidentemente con 22) se halló que el β_3 adecuado es $\beta_3 = 0.070$, que es menor al usado por Hillis en sus análisis de primer orden.

III.7.7. Expansión del potencial perturbativo en torno a una superficie deformada

La línea llena de la figura 13 muestra un razonable ajuste de los datos experimentales, obtenido ahora a través de la completa expresión (7.1.11) para el potencial perturbativo usando las expresiones de los radios dependientes del ángulo (7.3.3) y (7.3.5) y el esquema de acoplamiento de la figura 11. El vibrador oscila en torno a una superficie deformada descrita por las mencionadas ecuaciones. El único parámetro que nos hemos permitido variar en el potencial perturbativo respecto del cálculo anterior fue el radio Coulombiano que es ahora 1.5 fm. Dicho cambio puede ser atribuido al presente tratamiento dado a la excitación Coulombiana que es evaluada en forma exacta a través de integrales numéricas, evitando las usuales expansiones en los parámetros de deformación β_d^c . La línea rayada en la misma figura, muestra un cálculo en donde se ha realizado una expansión hasta primer orden en β_d^c . Esta figura muestra la importancia de la inclusión en los cálculos, de los términos de orden más alto de la excitación Coulombiana, al menos en este tipo de reacciones en las que están involucrados sistemas pesados y deformados y la energía de las partículas incidentes es del orden de la barrera Coulombiana. En este caso el uso de las expresiones (7.3.4) y (7.3.7) podría ser recomendable cuando se desarrolla una búsqueda de parámetros ópticos.

El formalismo presentado en este trabajo, permite asimismo, estudios simples de la influencia de los diferentes acoplamientos y de las distintas componentes multipolares de la expansión del potencial. Como un ejemplo, hemos analizado la influencia de realimentar el 3^- a través del 4^+ permitiendo que en (7.1.11) L pueda tomar los valores 0, 2, y 4. Resulta razonable en este caso incluir también la deformación hexadecapolar, importante en la excitación del estado 4^+ en el canal de

entrada. El resto del esquema de acoplamiento permanece igual que en las secciones anteriores. La línea rayado-punteado muestra el resultado obtenido que presenta diferencias importantes con el cálculo precedente en la zona de los ángulos traseros, resultando en consecuencia cierto desacuerdo con los datos experimentales. Esta diferencia llama la atención acerca de la credibilidad de los parámetros ópticos y de deformación que se obtienen a través de tratamientos limitados de canales acoplados ya que en nuestro formalismo hemos desarrollado una descripción más completa del mecanismo de reacción y sería razonable entonces una búsqueda de estos parámetros con un método que involucre a todos los acoplamientos. La posibilidad de realizar cálculos confiables que tengan en cuenta la excitación nuclear y Coulombiana de estados de momento angular relativamente alto, así como la realimentación de estos estados a través de varios niveles distintos, constituye una de las principales ventajas del CCBA modificado que se desarrolla en este trabajo.

En la figura 14 se muestran otros ejemplos que ilustran la versatilidad del formalismo.

Si en la ecuación (7.1.11) limitamos la suma sobre L' al término $L'=0$, estaremos simulando un cálculo de CC en donde el elemento de matriz $(3^- || \mathcal{V}(E2) || 3^-)$ resulta idénticamente nulo. La línea llena muestra ese tipo de cálculo en donde se aprecia que la magnitud aumenta para ángulos traseros respecto del cálculo completo de la figura 13 (línea llena) y la interferencia nuclear Coulombiana resulta más intensa.

También podemos simular la eliminación del elemento de matriz $(5^- || \mathcal{V}(E3) || 2^+)$ fijando el valor de L en $L=0$ en la ec.(7.1.11). El correspondiente resultado se muestra con línea rayada en la figura 14. Se aprecia la importancia del papel que cumple el mencionado elemento de matriz, misma conclusión a la que llega Baker en su trabajo, en oposición a lo señalado en la ref. 24 que lo considera despreciable.

Finalmente con línea rayado-punteada se muestra un tercer cálculo en

el cual, limitando la suma a $L_T=3$ se investiga la importancia de las componentes multipolares 1 y 5 al potencial perturbativo. Una comparación con la línea llena de la figura 13 permite apreciar la relevancia de dichas contribuciones para obtener un ajuste razonable de los datos experimentales.

Para la evaluación numérica de los ejemplos mencionados se usaron 150 ondas parciales y un radio de empalme de 50 fm. Para el cálculo de las integrales radiales se utilizó un criterio de "ventana " en la coordenada radial determinando el valor mínimo y máximo de r a considerar en la integral, acorde con los momentos angulares característicos de cada una.

III.8. Aplicación a reacciones de transferencias de dos nucleones entre núcleos deformados.

Como última aplicación del tratamiento CCBA modificado que se desarrolla en el presente trabajo, analizaremos reacciones de transferencia de dos nucleones entre núcleos deformados, bombardeados con iones pesados. De este modo el método se extiende para analizar otro aspecto distinto de las colisiones con núcleos deformados como lo son las reacciones de transferencia, aspecto en el que se ha puesto un gran esfuerzo en los últimos tiempos dado que constituyen una poderosa herramienta desde el punto de vista espectroscópico. Se estudiarán las reacciones $^{154}\text{Sm}(^{12}\text{C}, ^{14}\text{C})^{152}\text{Sm}$ (Elab=65 Mev) y $^{186}\text{W}(^{12}\text{C}, ^{14}\text{C})^{184}\text{W}$ (Elab=70 Mev), obteniendo las distribuciones angulares que llevan a los estados 0^+ y 2^+ del núcleo residual y comparándose con resultados experimentales y con algunos cálculos teóricos limitados de canales acoplados.

En general, para este tipo de reacciones se utilizan factores de forma evaluados en base a consideraciones de tipo microscópico que contienen la información acerca de las funciones de onda de los nucleones transferidos ligados a las "corazas" del blanco y el proyectil, así como de la interacción responsable de la transferencia. Sin embargo, para el caso en que se trata con iones pesados y núcleos deformados estos cálculos resultan sumamente dificultosos debido a que además de que la falta de simetría esférica del potencial obliga a la utilización de bases deformadas, tampoco es posible la aplicación de aproximaciones simplificadoras como la aproximación de rango cero puesto que las grandes masas involucradas hacen incorrecta este tipo de suposición. Se utilizarán en cambio, factores de forma macroscópicos, que han sido recientemente desarrollados para aplicar a este tipo de reacciones en donde se transfieren pares de nucleones.

III.8.1 La Amplitud de transición

La expresión aproximada que se obtiene en este caso para la amplitud de transición es muy similar a la del ejemplo anterior

$$T_{\infty \rightarrow \mathbb{I}_B M_B} \approx \frac{(4\pi)^{3/2}}{k_a k_b} \frac{1}{\mathbb{I}_B} \begin{array}{c} \nearrow \\ \hline \text{L}_0 \text{L}'_0 \text{L}_B \text{L}'_B \text{L}'_T \text{L}'_T \\ \text{H}_L \text{M}_T \end{array} \frac{\hat{k}_c^2}{\hat{k}_b} i^{(l_0 - l_b)} e^{i(\delta_{l_0} + \delta_{l_b})} \mathbb{L} \hat{l}_T \hat{L}'$$

$$\langle \mathbb{I}_B \text{L}_0 \text{L}'_0 \text{L}_B \text{L}'_B \text{L}'_T \text{L}'_T | \mathbb{I}_B (M_B + M_L) \rangle \langle \mathbb{I}'_B (M_B + M_L) | \mathbb{L}'_T \text{L}'_T | \mathbb{I}_B - M_B \rangle \quad (8.1.1.)$$

$$\langle \mathbb{I}'_B (M_B + M_L) | \mathbb{L}'_T \text{L}'_T | \mathbb{I}_B M_B \rangle \langle \mathbb{L}'_T \text{L}'_T | \mathbb{I}'_B (M_B + M_L) \rangle \cdot \int \tilde{f}_{\mathbb{L}}^{\sim}(r) \tilde{F}_T^{\sim}(r, \{\beta\}) \tilde{f}_{\mathbb{L}'_T}^{\sim}(r) dr$$

$\cdot Y_{l_b, -M_B}(\theta, \phi)$

donde $\tilde{F}_T^{\sim}(r, \{\beta\})$ es el factor de forma macroscópico que se explicará en el párrafo siguiente. Nuevamente esta expresión aparece dominada por integrales radiales que están relacionadas con la transferencia de momento angular l_T , ahora provisto por los dos nucleones que se transfieren, entre los estados intermedios correspondientes a los canales de entrada y salida. La interpretación del resto de los momentos angulares es la misma que la del ejemplo anterior remitiendo al lector a la figura 7.

Podemos obtener también, en el marco del presente tratamiento una expresión para la matriz de transferencia S. Realizando un poco de álgebra de momento angular a partir de la ecuación (8.1.1) se obtiene

$$S_{bc}^{FB} = \sum_{L' L'' l'_b l'_c} \hat{L}' \hat{l}'_T \hat{l}'_a \hat{l}'_b \hat{J}'_B \langle l'_c 0 L' 0 | l'_a 0 \rangle \langle l'_a 0 l'_T 0 | l'_b 0 \rangle$$

$$\langle L 0 l 0 | J'_B 0 \rangle \langle l'_b 0 L' 0 | l_b 0 \rangle \langle J'_B 0 L' 0 | J_B 0 \rangle$$

(8.1.2)

$$\left\{ \begin{matrix} l'_b & l'_c & L \\ L & J'_B & l_c \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} l_b & l'_b & L' \\ J'_B & J_B & l_c \end{matrix} \right\} \int \tilde{f}_{l'_a L'}(r) \tilde{F}_{l'_T}(r, \beta) \tilde{f}_{l'_b L'}(r) dr$$

Cabe notar que si bien hemos usado factores de forma macroscópicos, el formalismo no inhibe de considerar otro tipo de factores de forma más complicados que incluyan aproximaciones de rango finito y efectos de "retroceso".

III.8.2 El factor de forma macroscópico

Hemos visto en la sección 7, en la que hemos analizado excitaciones vibracionales, como la consideración de variables macroscópicas asociadas a la deformación en el cálculo del factor de forma resultaba considerablemente simple y de fácil interpretación física. En efecto, la formulación del factor de forma como la derivada del potencial de interacción, permitía obtener muy buenos resultados que coincidían con los datos experimentales.

En contraste con las reacciones de tipo inelástico, las reacciones de transferencia son, en general analizadas con factores de forma provenientes de cálculos microscópicos. Sin embargo, en un reciente trabajo Dasso y Pollarolo propusieron la utilización de factores de forma macroscópicos para la transferencia de dos partículas, en reacciones con iones pesados²⁶⁾. Su razonamiento se basa en la analogía entre las conocidas oscilaciones de la superficie nuclear (que tienen lugar en el

espacio de coordenadas de posición) y las vibraciones de apareamiento (que tienen lugar en el espacio de medida)²⁷⁾. En este trabajo, se analiza la densidad de transiciones de pares, que es la probabilidad de crear o destruir un par de partículas en estados reverso temporales en un dado punto r del espacio,

$$\delta P_{\pm 2}(F) = \langle A \pm 2 | \sum_{k>0} c_k^{\pm}(F) c_k^{\mp}(F) + c_k^{\mp}(F) c_k^{\pm}(F) | A \rangle \quad (8.2.1)$$

Por su parte, el cambio en el número de partículas, acarrea modificaciones en la densidad, ρ , y el volumen nuclear. Se establece entonces la relación

$$\Delta \rho = \left(\frac{\partial \rho}{\partial A} \right) \Delta A \quad (8.2.2)$$

donde

$$\frac{\partial \rho}{\partial A} \approx \frac{\rho_0}{3A^{2/3}} \frac{\partial \rho}{\partial r} \approx \frac{0.4}{A^{2/3}} \frac{\partial \rho}{\partial r} \quad (8.2.3)$$

Introduciendo el factor de escala β_p , que juega un papel análogo a la coordenada de deformación dinámica β en las transiciones inelásticas (por ejemplo el β_3 utilizado en la sección 7). El factor de forma macroscópico para transferencia de dos nucleones en núcleos esféricos resulta

$$\tilde{T}(r) = \beta_p \frac{\partial U}{\partial A} \approx \frac{\beta_p R}{3A} \left(\frac{\partial U}{\partial r} \right) \quad (8.2.4)$$

siendo U el potencial de interacción entre las núcleos intervinientes en la reacción.

Cálculos microscópicos de Bes y colaboradores²⁸⁾ han corroborado la relación (8.2.1), al menos en la zona de la superficie nuclear donde este

tipo de reacciones con iones pesados de energía cercana a la barrera Coulombiana tiene lugar fundamentalmente.

La extensión a núcleos deformados fue realizada por Dasso y Vitturi²⁹⁾ quienes también están desarrollando los formalismos microscópicos correspondientes a fin de hacer las comparaciones entre ambos casos³⁰⁾. La diferencia radica en la dependencia angular del potencial ya que en este caso

$$F(r, \theta, \beta) = \left[\frac{\partial U}{\partial A} \right] = \frac{\beta R}{3A} \left(1 + \frac{2}{3} \beta \gamma_2(\theta) \right) \frac{\partial U(r, \theta, \beta)}{\partial r} \quad (8.2.5)$$

que se expande entonces en multipolos,

$$F(r, \theta, \beta) = \sum_{\lambda} \tilde{F}_{\lambda}(r, \beta) \gamma_{\lambda}(\theta) \quad (8.2.6)$$

siendo los β los parámetros de deformación espacial. Este factor de forma tiene la información acerca de la transición desde un estado perteneciente a la banda del estado fundamental del núcleo de A partículas a otro perteneciente a la banda del fundamental con $A \pm 2$ partículas.

Adoptaremos para U la forma de un potencial de tipo Wood-Saxon deformado (ec. 7.3.1) de modo que los factores de forma dados por (8.2.6), derivados del potencial, estarán centrados en la superficie nuclear y se extenderán en una zona del espacio relacionada con la difusividad. Por su parte la importancia de los distintos multipolos está en relación con los parámetros de deformación espacial del núcleo, siendo más importante los multipolos de orden superior cuando más deformado es el núcleo que se trate. El estudio de los factores de forma deformados, así como los valores razonables de β , son aún tema de discusión y resta mucho por aclarar al respecto. En el marco de estos análisis el presente

trabajo constituye una prueba más de la validez de estos factores de forma, agregándole el hecho que el formalismo de reacción que estamos desarrollando tiene también aproximaciones de carácter macroscópico, tal cual lo hemos señalado en las secciones iniciales. En este sentido resulta ahora un tratamiento completamente macroscópico para describir reacciones de transferencia de nucleones entre núcleos deformados, ya que este tipo de aproximaciones está presente tanto en la evaluación de los factores de forma como de las funciones de onda características del movimiento relativo.

III.8.3 Las reacciones $^{154}\text{Sm}(^{12}\text{C}, ^{14}\text{C})^{152}\text{Sm}$ (Elab=65 Mev) y $^{186}\text{W}(^{12}\text{C}, ^{14}\text{C})^{184}\text{W}$ (Elab=70 mev)

Se desarrollaron los cálculos numéricos para las reacciones $^{154}\text{Sm}(^{12}\text{C}, ^{14}\text{C})^{152}\text{Sm}$ (Elab=65 Mev) y $^{186}\text{W}(^{12}\text{C}, ^{14}\text{C})^{184}\text{W}$ (Elab=70 Mev) que excitan los estados 0^+ y 2^+ de los núcleos residuales. Los resultados obtenidos se muestran junto a los datos experimentales medidos por Hanson y colaboradores³¹⁾. Los parámetros ópticos para el potencial se muestran en la tabla IV y están basados en los de la referencia 29). La excitación Coulombiana, al igual que en 31) fue evaluada hasta primer orden en los parámetros de deformación. El número de ondas parciales evaluadas, 70, es considerablemente menor al necesario al tratar las excitaciones inelásticas dado que el factor de forma de transferencia se hace cero rápidamente al alejarnos de la superficie nuclear.

El esquema de acoplamiento considerado se muestra en la figura 15. Cabe destacar que aunque la aproximación "súbita" se aplica a los canales de entrada y salida por separado, sí tenemos en cuenta la diferencia de energía entre las cabezas de banda de los núcleos blanco y residual.

Para el caso del Samario (figura 16.a), nuestros cálculos reproducen

el pico en la zona "rasante" característico del 0^+ , así como la forma de la sección eficaz del 2^+ que aparece dominada por la interferencia entre los procesos que ocurren en una y en dos etapas. Estos ajustes resultan aún mejores que los obtenidos previamente con tratamientos convencionales de CC y factores de forma microscópicos³²⁻³³⁾ o macroscópicos²⁶⁾. Esta mejoría puede atribuirse a la inclusión, en el cálculo llevado a cabo en el marco del CCBA modificado, de un número más alto de posibles acoplamientos entre los distintos estados mejorando en consecuencia la descripción del mecanismo de reacción.

Como lo hemos señalado, otra ventaja del presente tratamiento es que provee maneras fáciles para analizar la influencia de los distintos mecanismos de reacción así como la importancia relativa de las contribuciones nuclear y Coulombiana al potencial.

Para el ejemplo mencionado hemos estudiado el comportamiento de las integrales que aparecen en (8.1.1) y que se relacionan con la amplitud de probabilidad para la transferencia de un par de nucleones que transfiere un momento angular l_r entre los estados intermedios del proceso de reacción.

En la figura 17.a se muestran los diagramas de Argand para las integrales del tipo $\int \widetilde{f}_{b'0} \widetilde{F}_2 \widetilde{f}_{b'0} dr$ como función de $l_a' = l_b' = l$. Estas integrales son relevantes en los procesos de una etapa que van del estado fundamental del núcleo blanco (estado intermedio caracterizado por $I_A' = 0$) al nivel 2^+ (estado con $I_B' = 2$). Estas integrales son muy sensibles a variaciones en la deformación nuclear como se aprecia de la misma figura en donde se comparan curvas para distintos valores de β_2^v . Esta dependencia es consecuencia de la relación establecida entre potencial de interacción y factor de forma (ver ec. 8.2.5)

Por otro lado, las integrales del tipo $\int \widetilde{f}_{b'2} \widetilde{F}_0 \widetilde{f}_{b'0} dr$ que se muestran en la figura 17.b son esencialmente responsables de los procesos en dos etapas en los cuales se excita el estado 2^+ en el canal

de entrada y se llega al estado 2^+ del canal de salida transfiriéndose los neutrones sin aportar momento angular. Para este tipo de integrales es de esperar una gran dependencia en los parámetros de deformación Coulombiana dado que esta interacción es importante en la excitación inelástica del estado 2^+ del núcleo blanco, previa a la transferencia y por lo tanto afecta a las funciones transformadas $\widetilde{f}_{\lambda 2}$. La variación con β_2^c también se muestra en la figura 17.b. Finalmente la distribución angular del estado 2^+ aparece dominada por la interferencia entre estos dos posibles caminos de reacción como se muestra en la figura 16.a.

La figura 16.b muestra los resultados obtenidos para la reacción $^{186}\text{W}(^{12}\text{C}, ^{14}\text{C})^{184}\text{W}$. Los datos experimentales así como un cálculo de canales acoplados en el marco de la aproximación de "no retroceso" fueron llevados a cabo en 31). El ajuste de los datos experimentales obtenidos con nuestra descripción macroscópica resulta excelente tanto para el estado 0^+ como para el 2^+ , reproduciendo correctamente las magnitudes relativas de ambas secciones eficaces.

Para ilustrar las facilidades del método analizaremos las contribuciones nuclear y Coulombiana al potencial en los procesos de 2 etapas que como veremos son dominantes en la excitación del estado 2^+ . Esto se llevó a cabo estableciendo, para el cálculo de las funciones de onda distorsionadas, $\beta_2^c = 0$ (solamente excitación nuclear) o $\beta_2^n = 0$ (solamente excitación Coulombiana) usando en ambos casos el mismo factor de forma macroscópico. En la figura 18.a se observa como la interferencia resultante de estas contribuciones da la distribución angular para procesos en dos etapas que es muy parecida a la total (una y dos etapas) sugiriendo que los procesos en una etapa no son importantes en la excitación del estado 2^+ del ^{184}W .

En la figura 18.b se muestra el cuadrado del módulo de la matriz S correspondiente al estado 2^+ para los casos mencionados más arriba. Observemos como el máximo de la matriz S se desplaza hacia momentos

angulares más altos cuando se apaga el potencial nuclear y cómo decae rápidamente a cero cuando se apaga el potencial Coulombiano que es importante para los altos momentos angulares.

IV Conclusiones

El presente trabajo de tesis ha tenido por objeto el estudiar reacciones con iones pesados en las que están involucrados núcleos deformados. Cuando este tipo de colisiones se pretende analizar con los tratamientos convencionales rápidamente aparecen dificultades ya que la magnitud de las masas y cargas de los participantes de la reacción hace que el número de posibles canales abiertos sea mucho mayor que el que usualmente resulta de aplicar estos formalismos a las colisiones con iones livianos. Lo que hemos hecho es desarrollar un método alternativo, basado en consideraciones de tipo semiclásico que permitió resolver los sistemas de ecuaciones acopladas, al menos en forma aproximada. Con este objetivo, presentamos en la parte II el formalismo de los desfases dependientes de las coordenadas intrínsecas (ICDPS). El mismo está basado en permitir que la matriz S (y por consiguiente las funciones de onda y los desfases) dependa en forma paramétrica de coordenadas intrínsecas, evitando así resolver los complicados sistemas de ecuaciones diferenciales acopladas que se presentan al analizar estas reacciones con los tratamientos convencionales. Hemos visto como el cálculo a realizar se reduce entonces, a resolver un número pequeño de ecuaciones diferenciales unidimensionales. Las ventajas que se obtienen con esta aproximación son numerosas y han sido expuestas a lo largo del trabajo a saber:

- Es posible incluir en el cálculo un número relativamente elevado de canales rotacionales y vibracionales en forma simultánea.
- Los canales de rotación y vibración son tratados en un mismo orden de importancia, permitiendo observar la influencia de la excitación de estados vibraciones en la de los estados rotacionales.
- No es necesario desarrollar el potencial de interacción a distintos órdenes en el parámetro de deformación sino que el campo deformado es

tratado en forma exacta.

- En todos los casos el tiempo de computación requerido fue muchísimo menor que el que ocuparía un cálculo cuántico exacto de canales acoplados, en los casos en los que este último puede llevarse a cabo.

Los resultados que se presentaron para las reacciones inelásticas $^{154}\text{Sm}(^4\text{He}, ^4\text{He})^{154}\text{Sm}$ (Elab=50 Mev) y $^{154}\text{Sm}(p, p')^{154}\text{Sm}$ (Elab=.8 Gev) mostraron una muy buena concordancia con los datos experimentales y con cálculos convencionales de canales acoplados reproduciendo correctamente las distribuciones angulares que llevan a los distintos estados de la banda rotacional del estado fundamental y de la banda octupolar $K^\pi=0^-$. Este último ejemplo permitió extender el rango de aplicación del tratamiento al caso de energías relativistas mediante la utilización de ecuaciones de cinemática relativista en el cálculo de las matrices de dispersión.

La limitación más grande del ICDPS la constituye la necesaria suposición de la validez de la aproximación "súbita" pues impide el tratamiento de estados de alta energía, en general vibracionales, en casos en los que la energía incidente no supera la barrera Coulombiana.

Sin embargo, la mayor ventaja del ICDPS es la posibilidad de generar funciones de onda radiales características del movimiento relativo del blanco y proyectil, que son aproximadas a las que resultarían de un cálculo completo exacto de canales acoplados. Este hecho permitió el desarrollo de un tratamiento modificado de CCBA, cosa que hemos hecho en la parte III, lo que amplió enormemente el rango de aplicabilidad de la aproximación de las funciones de onda (o desfases) dependientes de las coordenadas intrínsecas. De este modo el formalismo resultó adecuado para tratar reacciones en las cuales se desarrollan procesos periféricos de segundo orden simultáneamente con la excitación de los estados rotacionales, como la excitación de estados vibracionales o la transferencia de varias partículas. Estos últimos suelen ser de

fundamental interés cuando se analizan diversos aspectos de las colisiones con iones pesados (fusión Subcoulombiana, excitación Coulombiana en reacciones de transferencia, etc). En efecto, la resolución por medio del ICDPS de las funciones de onda radiales acopladas para los canales de entrada y salida en forma separada, obvió la suposición de la aproximación "súbita" para estados vibracionales, o como sucedió en el caso de transferencia permitió que ambos canales correspondan a distintas particiones. La interacción fue tratada en cambio en forma perturbativa a primer orden en el marco de la Aproximación de Born.

Resultados numéricos se obtuvieron usando este CCBA modificado para la excitación inelástica del estado vibracional 3^- perteneciente a la banda octupolar del ^{150}Nd , bombardeado por isótopos de ^{12}C de 70.4 Mev y para las reacciones de transferencia $^{154}\text{Sm}(^{12}\text{C}, ^{14}\text{C})^{152}\text{Sm}$ (Elab=65 Mev) y $^{186}\text{W}(^{12}\text{C}, ^{14}\text{C})^{184}\text{W}$ (Elab=70 Mev). En todos los casos analizados el ajuste de los datos experimentales fue tan bueno o mejor que el obtenido por cálculos previos limitados de canales acoplados.

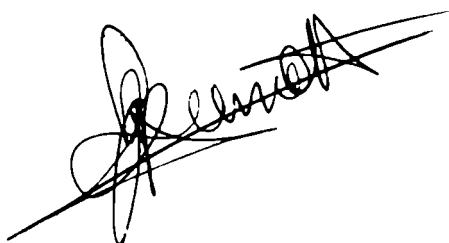
En el análisis de la reacción del Nd, el método ha permitido desarrollar una descripción bastante completa del mecanismo de reacción, que ha mostrado la relevancia de la alimentación del estado 3^- a través del 4^+ , así como las diferencias que se suceden al considerar la interacción Coulombiana hasta diferentes órdenes de expansión en los parámetros de deformación. Asimismo hemos visto la influencia de los distintos términos de la expansión en multipolos del potencial perturbativo en la obtención de la distribución angular para el estado mencionado.

Finalmente, en el estudio de las reacciones de transferencia, mediante el presente tratamiento hemos analizado los posibles caminos de reacción así como las interferencias que dominan la forma de las distribuciones angulares resultando una versátil herramienta, de clara

interpretación física para comprender los mecanismos que tienen lugar en las reacciones nucleares .

La utilización de los recientemente desarrollados factores de forma macroscópicos no sólo ha servido como una verificación más de la validez de los mismos sino que, dado que el formalismo de reacción que surge del ICDPS contiene también en su esencia aproximaciones de carácter macroscópico hemos generado una descripción bastante realista de las reacciones de transferencia entre núcleos deformados con suposiciones de tipo macroscópico tanto en el mecanismo de reacción como en los factores de forma.

En resumen, digamos que la totalidad de ejemplos presentados, correspondientes a distintos tipos de colisiones y que han sido debidamente verificados con datos experimentales y algunos cálculos teóricos previos constituyen una muestra de la utilidad y del amplio rango de aplicabilidad de la aproximación de las funciones de onda dependientes de las coordenadas intrínsecas que pensamos resulta un valioso aporte al estudio de las reacciones nucleares con iones pesados.

A handwritten signature in black ink, appearing to be 'R. J. ...', written over a horizontal line.A handwritten signature in black ink, appearing to be 'R. J. ...', written over a horizontal line.

Referencias

- 1) T.Tamura, Rev.of Mod. Phys. 37 (1965)79
- 2) S.K.Penny, G.R.Satchler, Nucl.Phys.53(1964)145
- 3) P.J. Iano , N. Austern Phys Rev 151(1966)1983
- 4) B. Kozlowsky , A. De-Shalit Nucl.Phys 77(1966)215
- 5) R.J.Ascuitto, N.K. Glendenning Phys.Rev 181(1969)1396
- 6) R.S. Mackintock, N.K.Glendenning Nucl Phys 168 (1971)575
- 7) T.Tamura, D.R.Bes,R.A.BrogliA,S.Landowne. Phys.Rev.Lett 25(1970)507
- 8) R.A. Broglia, A. Winther Phys.Lett. 4C (1972)153
- 9) R.A. Broglia, A. Winther Nucl.Phys 182(1972)112
- 10) R.A.BrogliA, S. Landowne, R. Malfliet, V. Rostokin, A. Winther.
Phys.Rep 11C(1974)1
- 11) Proc.Symp on Semiclassical Description of Atomic and Nuclear
Collisions, 25-30 March, Copenhaguen, Ed.J.Bang and J.de Boer,
Amsterdam, North Holland
- 12) P. Fröman , Mat.Fys.Medd.Dan.Vid. Selsk 1,N°3(1957)
- 13) J.O.Rasmussen and K.Sugawara-Tanabe, Nucl.Phys. A171 (1971)497
- 14) H.Massmann and R.Lipperheide, Ann. of Phys.123 (1979) 120
- 15) R.Lipperheide, H.Massmann and H.Roessner, Nucl.Phys.A366(1981)119
- 16) R.Lipperheide, H.Roessner and H.Massmann, Nucl.Phys.A394(1983)312
- 17) M.Melkanoff, J.Raynal, T.Sawada. "Nuclear Optical Model Calculation"
University of Southern California 1965
- 18) P.E.Hodgson." The Optical Model of The Atomic Nucleus". Clarendon
Press 1963
- 19) D.Hendrie et al. Phys.Lett 268(1968)127
- 20) A.Bohr and B.Mottelson, Nuclear Structure, Vol 2 (W.A.Benjamin,
Mass.1975)
- 21) M.L.Barlett et al., Phys.Rev.C22(1980)1168

- 22) F.T.Baker, Nucl.Phys A299(1978)357
- 23) G.R.Satchler, Direct Nuclear Reactions, Oxford University Press, Oxford (1983)
- 24) D.L.Hillis et al., Phys.Rev. C16(1977)1467
- 25) M.Bernath "Cálculo de las funciones de onda distorsionadas paramétricas", Tesis de Licenciatura, Univ. de Bs.As. 1983
- 26) C.H.Dasso and G.Pollarolo, Phys. Lett.155B(1985)223
- 27) R.Brogliá, O.Hansen, C.Riedel. Advances in Nuclear Physics. Vol.6. eds. M.Baranger, E. Vogt (Plenum N.Y.1973)
- 28) D.R.Bes, P.Lotti, E.Maglione, A.Vitturi, Phys.Lett 169B(1986)5
- 29) C.Dasso and A.Vitturi preprint 1986
- 30) P.Lotti, E.Maglione and A.Vitturi, Proceedings of the Int.Nucl Phys. Conference, Harrogate, U.K., 1986, Vol 1, pag.51
- 31) D.L.Hanson et al. Nucl.Phys.A269(1976)520
- 32) R.J.Ascuitto et al Phys.Lett 55B(1975)289
- 33) K.A.Erb et al Phys.Rev.Lett 33 (1974) 1102
- 34) I.Ye.Lee et al Phys.Rev.Lett 33 (1974)383

TABLA I

Parámetros ópticos y de deformación usados en las aplicaciones de la parte II

	+ ^{154}Sm	p + ^{154}Sm
Elab (MeV)	50.0	800.0
V_o (MeV)	-65.9	5.35
r_{on} (fm)	1.44 *)	1.077 *)
a (fm)	0.637	0.846
W_o (MeV)	-27.3	-59.50
r_{on} (fm)	1.44 *)	1.113 *)
a (fm)	0.637	0.575
r_{oc} (fm)	1.44 *)	1.05 *)
β_{2n}	0.225	0.301
β_{4n}	0.045	0.11
β_{6n}	-0.015	-0.016
β_{2c}	0.225	0.301
β_{4c}	0.045	0.11
β_{6c}	-0.015	-0.016
ξ_{on}	0.123	0.078
ξ_{oc}	0.123	0.078

*) se ignora la extensión del proyectil en la expresión del radio.

Tabla II

Parámetros relevantes usados en los cálculos numéricos

	R_{\max} (fm)	Δr (fm)	R_{\max}	Pares de Coordenadas intrínsecas (θ', u)		Pares de Números Cuánticos (I, ν)	
^{154}Sm	40.00	0.08	120	($0^\circ, + 1.$),	($30^\circ, + 1.$)	($0,0$), ($2,0$), ($4,0$), ($6,0$)	
				($60^\circ, + 1.$),	($90^\circ, + 1.$)	($1,1$), ($3,1$), ($5,1$), ($7,1$)	
$p+^{154}\text{Sm}$	25.00	0.05	110	($20^\circ, + 1.$)	($40^\circ, + 1.$)		ídem
				($60^\circ, + 1.$)	($80^\circ, + 1.$)		

Tabla III

Valores para las integrales numéricas I_{ℓ} definidas de acuerdo a (7.3.6) y (7

ℓ	I_{ℓ}^{in}	I_{ℓ}^{out}
2	0.2162	0.2412
4	- 0.0161	0.0404
6	0.0026	0.0069
8	- 0.0005	0.0012
10	0.0001	0.0002

Tabla IV

Parámetros ópticos usados en los cálculos de las secciones 7 y 8.

	V_0^R	r_{0R}^n	a_R	V_0^I	r_{0I}^n	a_I	r_0^c
	(MeV)	(fm)	(fm)	(MeV)	(fm)	(fm)	(fm)
$^{12}\text{C} + ^{150}\text{Nd}$	-20.00	1.315	0.562	-17.64	1.341	0.356	1.25
$^{12}\text{C} + ^{152}\text{Sm}$	-40.00	1.350	0.450	-15.00	1.310	0.450	1.15
$^{12}\text{C} + ^{186}\text{W}$	-50.00	1.230	0.600	-10.00	1.230	0.600	1.15

Referencias a las figuras

Figura 1. Sistemas de coordenadas utilizadas en el formalismo.

Figura 2. Esquema de niveles del núcleo deformado ^{154}Sm

Figura 3. Sección eficaz diferencial para la dispersión elástica e inelástica de partículas alfa por ^{154}Sm a energía de laboratorio de 50 Mev. para distintos estados de la banda del estado fundamental. Las líneas sólidas corresponden a $\beta_0^E=0$. Las líneas rayadas muestran la influencia de $\beta_0^E=0.123$ en la banda del estado fundamental. Los datos experimentales fueron tomados de la referencia 19).

Figura 4. Idem figura 3 para los estados de la banda octupolar $K^\pi=0^-$

Figura 5. a) Sección eficaz diferencial para la dispersión elástica e inelástica de protones por ^{154}Sm a energía de 0.8 Gev para los estados finales de paridad par. Las líneas sólidas corresponden a cálculos del presente formalismo y las líneas rayadas a canales acoplados²¹⁾. Los datos experimentales fueron extraídos de 21).

b) Idem para los estados de paridad impar.

Figura 6. Idem que la figura 5.a. Las líneas sólidas corresponden al cálculo del presente tratamiento usando los parámetros de deformación que surgen de la relación (4.2.19). Las líneas rayadas corresponden a $\beta_6^b = -0.008$.

Figura 7. Representación esquemática de los momentos angulares que aparecen en la ecuación (7.1.11)

Figura 8. Funciones de onda distorsionadas $f_{\lambda=36}(r, \theta')$ dependientes de θ' para la reacción $^{12}\text{C} + ^{150}\text{Nd}$ (Elab=70.4 Mev) para $\theta'=0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$ y 90° . En cada caso se indica el módulo de la matriz de dispersión S.

Figura 9. Funciones de onda distorsionadas transformadas para la reacción $^{12}\text{C} + ^{150}\text{Nd}$, $Q=36$ y $L=0, 2, 4$ y 6

Figura 10. Sección eficaz diferencial para los estados de la banda del fundamental del ^{150}Nd en la reacción mencionada, obtenidos con el tratamiento ICDPS descrito en la parte II.

Figura 11. Esquema de acoplamientos usado en la sección III.7. Las transiciones al 1^- , 5^- y 7^- son inhibidas al fijar $I'_B=3$ en la ecuación (7.1.11) mientras que las transiciones interbandas provenientes del 4^+ y 6^+ se prohíben al establecer $I'_A=0$ y 2 .

Figura 12 Sección eficaz diferencial para el estado 3^- . La línea sólida corresponde al presente formalismo, expandiendo el potencial en torno a una superficie esférica. La línea rayada corresponde al cálculo de primer orden de la referencia 22). Los parámetros son los mismos en ambos casos salvo que en el primero se reduce ρ_2 de 0.26 a 0.22.

Figura 13 Sección eficaz diferencial para el estado 3^- . La línea sólida corresponde a un cálculo en el que el potencial perturbativo se expande en torno a una superficie deformada. La línea rayada corresponde a el mismo tipo de expansión pero considerando la excitación Coulombiana hasta primer orden en β_λ^c . La línea rayado-punteada muestra la influencia de la realimentación proveniente del estado 4^+ (permitiendo $I'_A=4$) y $\beta_4 = 0.03$. Los datos experimentales fueron extraídos de 24)

Figura 14. Sección eficaz diferencial para el estado 3^- . La línea sólida corresponde a un cálculo donde se ha fijado el reacoplamiento $3^- - 3^- = 0$. La línea rayada a $3^- - 2^+ = 0$ y la línea rayado-punteada al caso en el cual la suma sobre L_T en (7.1.11) se restringe a $L_T=3$. En estos casos se desprecia la realimentación proveniente del 4^+ .

Figura 15. Acoplamientos que intervienen en el análisis de las reacciones de transferencia de dos nucleones.

Figura 16. Distribuciones angulares para los estados 0^+ y 4^+ del núcleo residual para a) $^{154}\text{Sm}(^{12}\text{C}, ^{14}\text{C})^{152}\text{Sm}$ (Elab=65 Mev) y b) $^{186}\text{W}(^{12}\text{C}, ^{14}\text{C})^{184}\text{W}$. Los parámetros de deformación nuclear usados en el cálculo de las funciones de onda transformadas y para la evaluación de los factores de forma macroscópicos son a) $\beta_2=0.27$ (ref.19) y b) $\beta_2=0.20$, $\beta_4=-0.085$ (ref.33). En ambos casos los estados 0^+ y 2^+ fueron normalizados al mismo valor de β_p ($\beta_p^{\text{Sm}}=14.7$, $\beta_p^{\text{W}}=24.1$).

Figura 17. Diagramas de Argand para las integrales que aparecen en la ec.(8.1.1) , responsable de los procesos en una y dos etapas.

a) la línea sólida corresponde a $\beta_2^N = \beta_2^C = 0.27$, la línea rayada a $\beta_2^N = 0.30$ y $\beta_2^C = 0.27$. b) la línea sólida corresponde a $\beta_2^N = \beta_2^C = 0.27$, la línea rayada a $\beta_2^N = 0.27$ y $\beta_2^C = 0.30$.

Figura 18 a) Estudio comparativo de la influencia de las contribuciones nuclear y Coulombiana del potencial a los procesos en 2 etapas para la población del estado 2^+ del ^{184}W .

b) Cuadrado del módulo del elemento de matriz S_{01b}^{2+} correspondientes a los casos de la figura 18.a para $k_e = k_0 = l$.

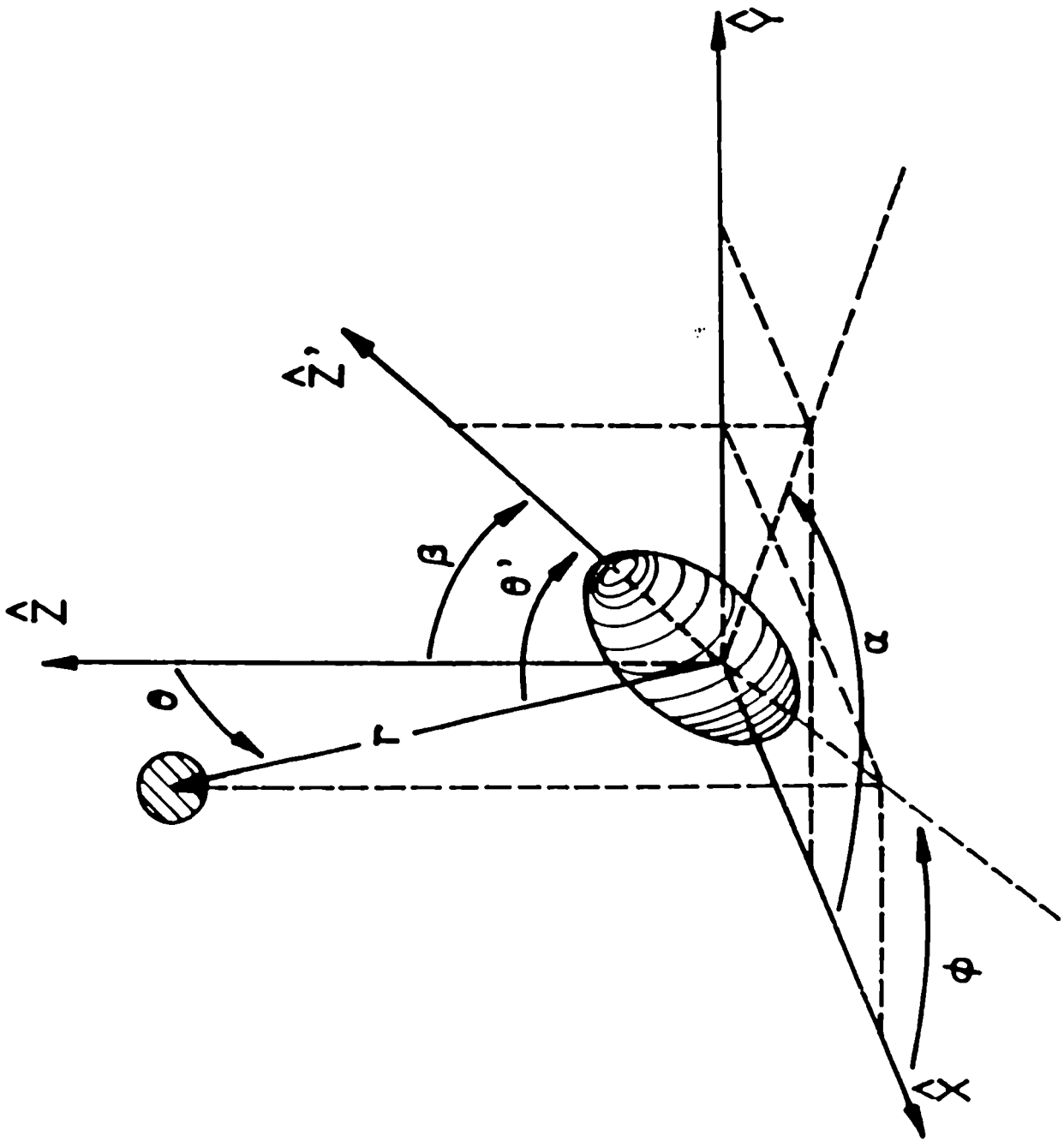


Figura 1

	<u>5-</u>	<u>1.182</u>
	<u>3-</u>	<u>1.012</u>
	<u>1-</u>	<u>0.921</u>
<u>8+</u>	0.9034	
<u>6+</u>	0.5443	
<u>4+</u>	0.2669	
<u>2+</u>	0.08199	
<u>0+</u>	0	

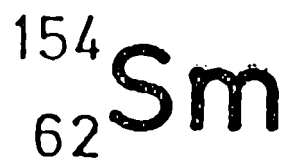


Figura 2

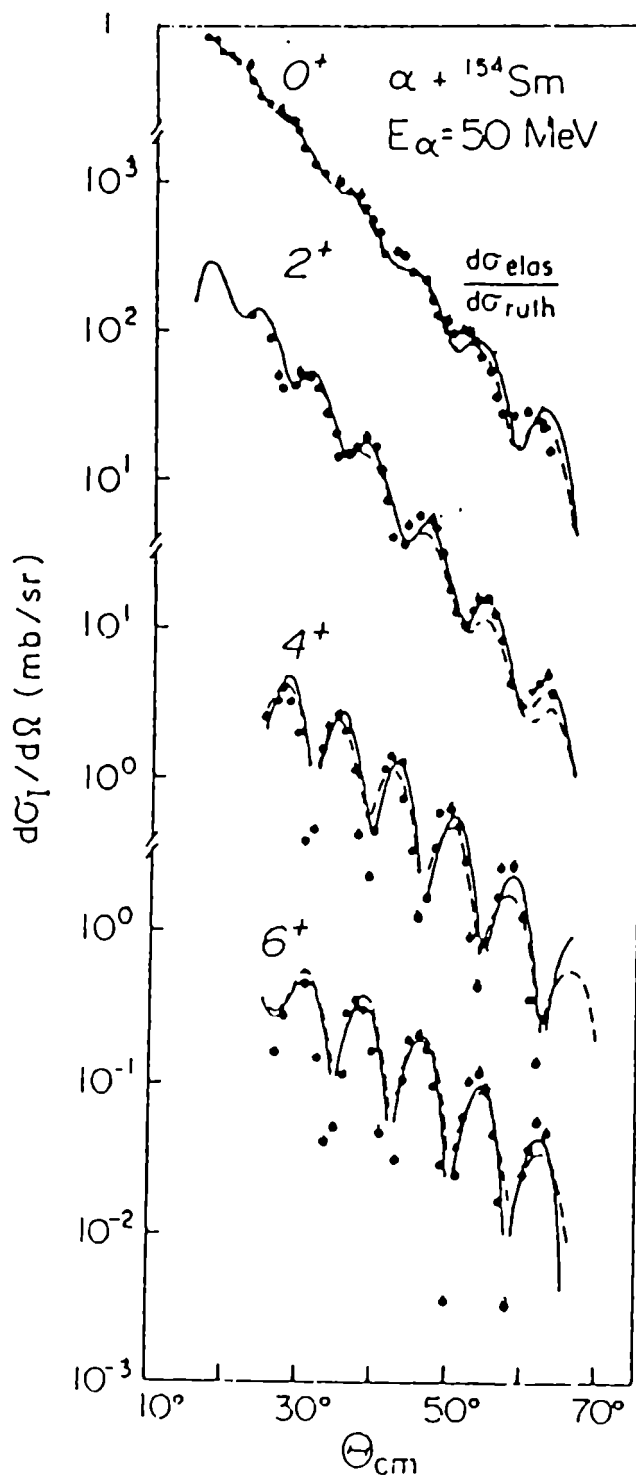


Figura 3

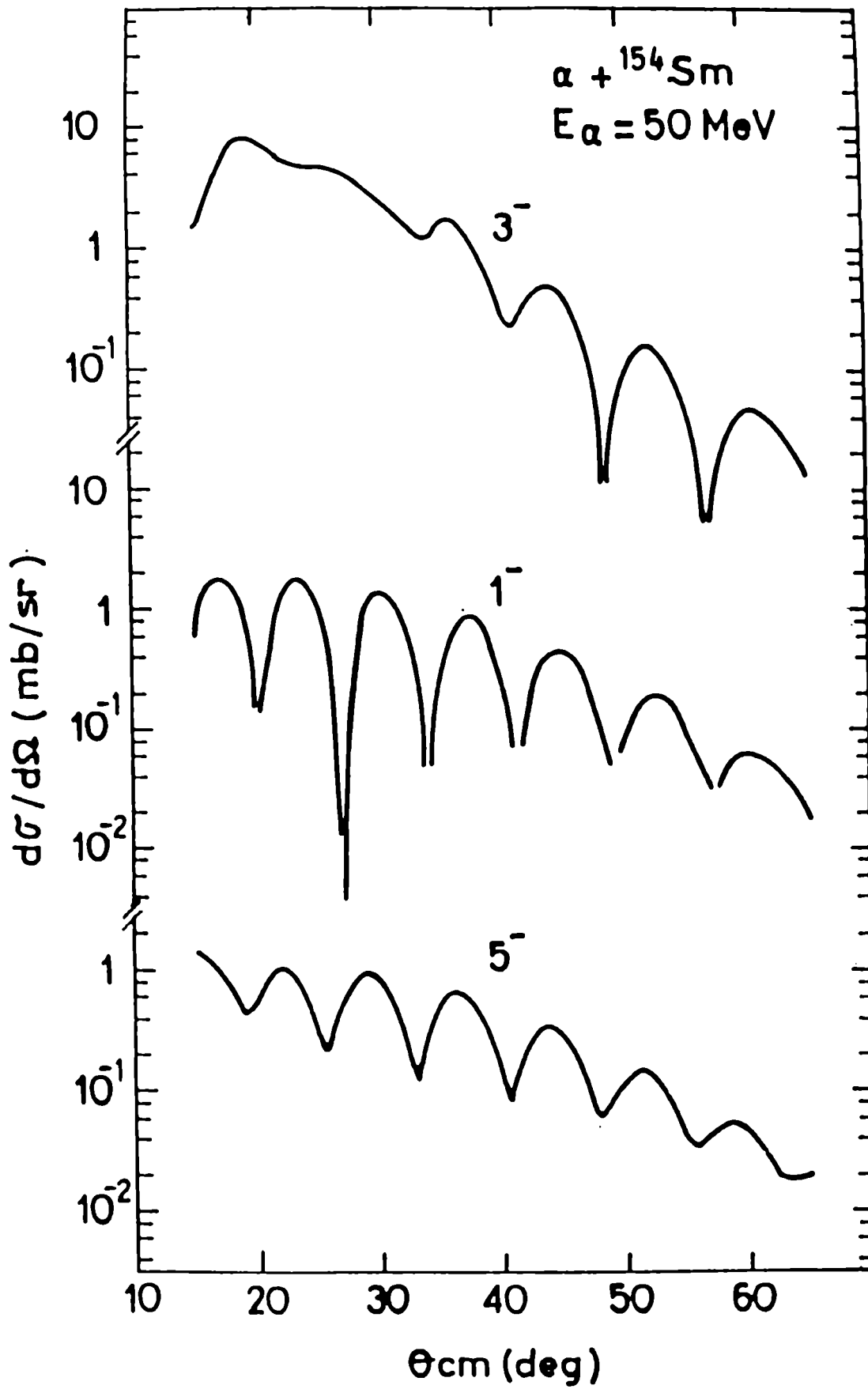


Figura 4

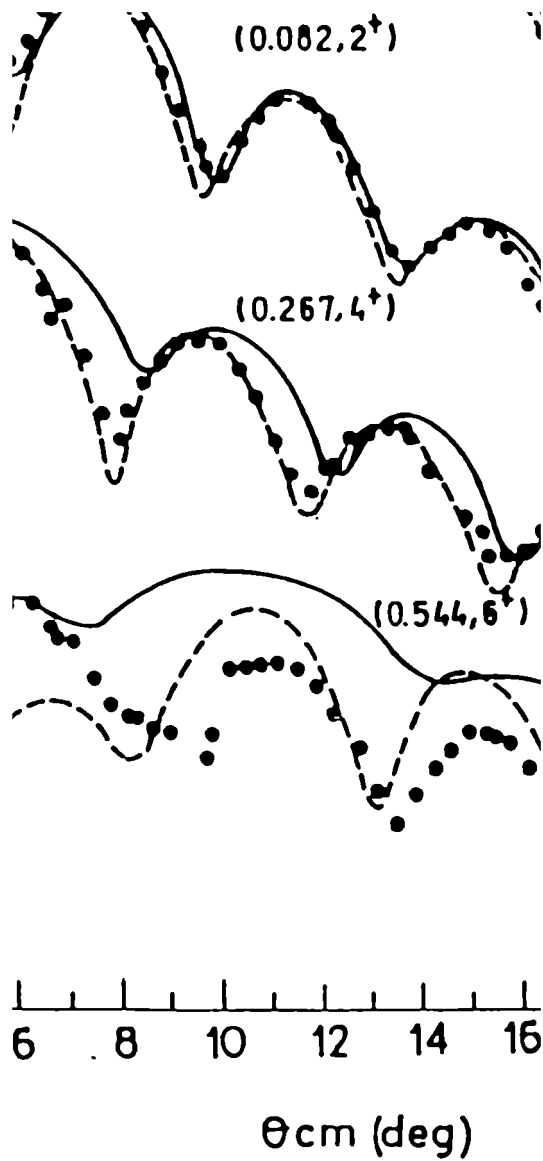


Figura 5.a

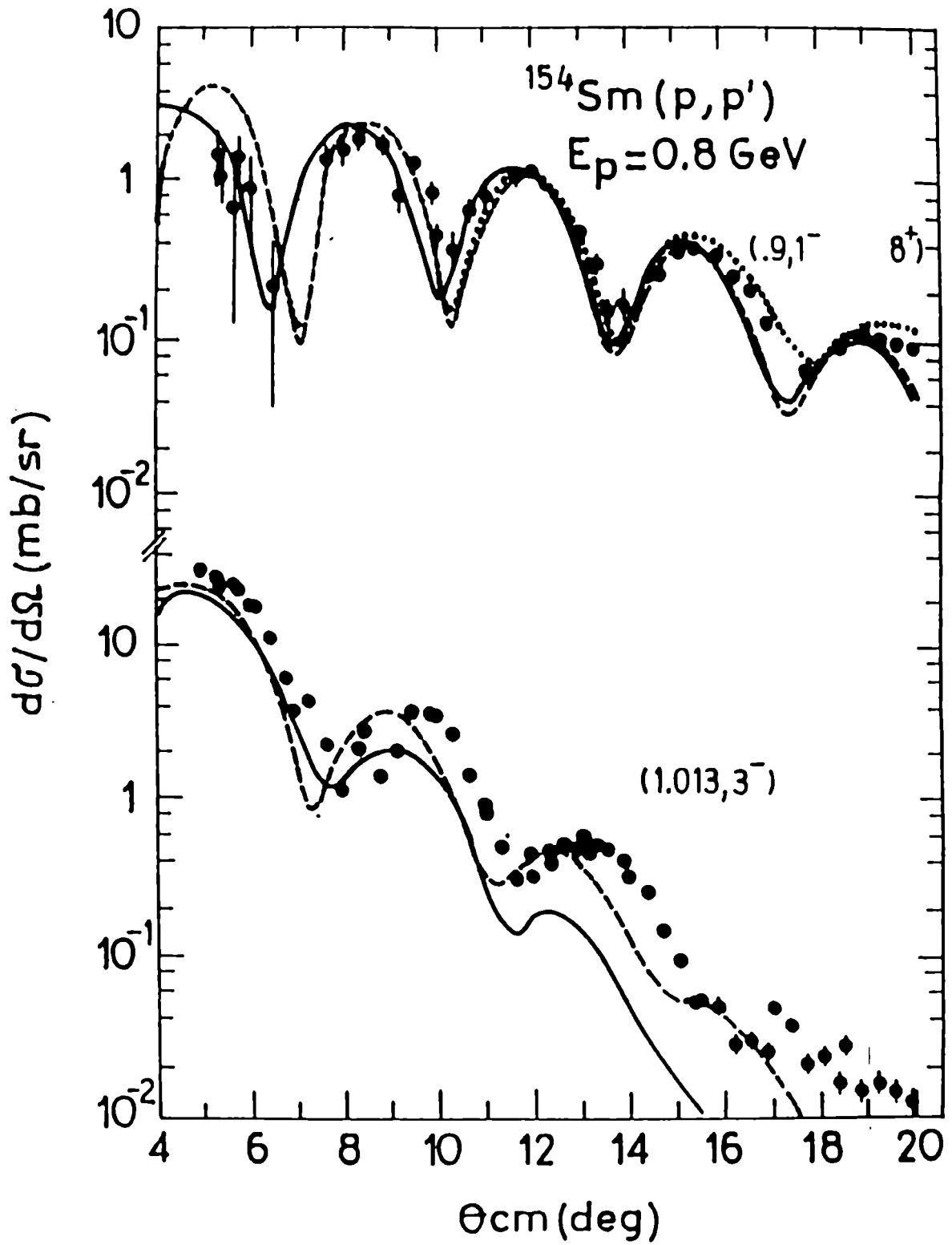


Figura 5.b

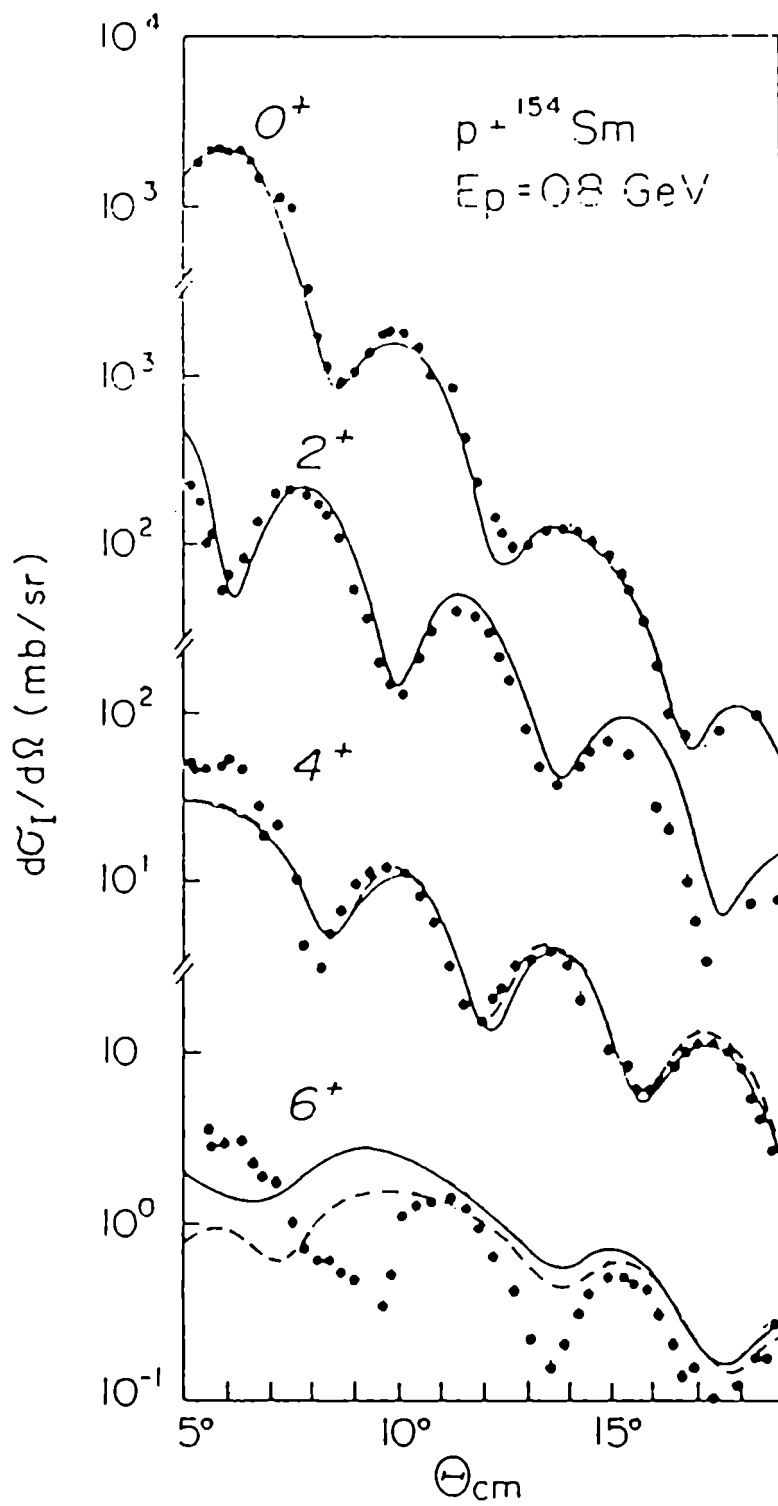


Figura 6

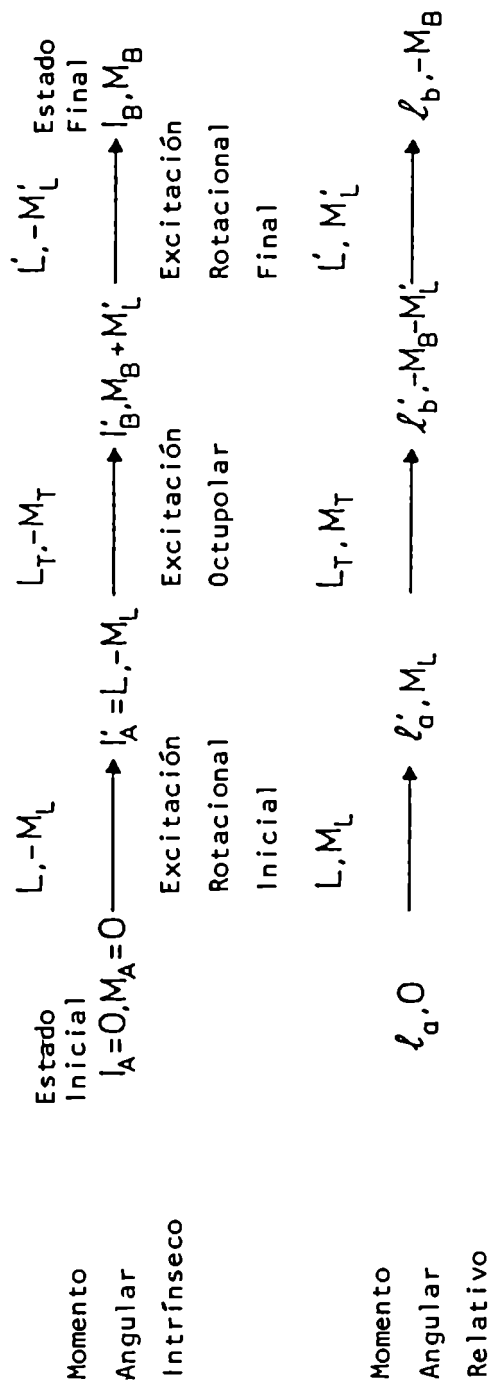


Figura 7

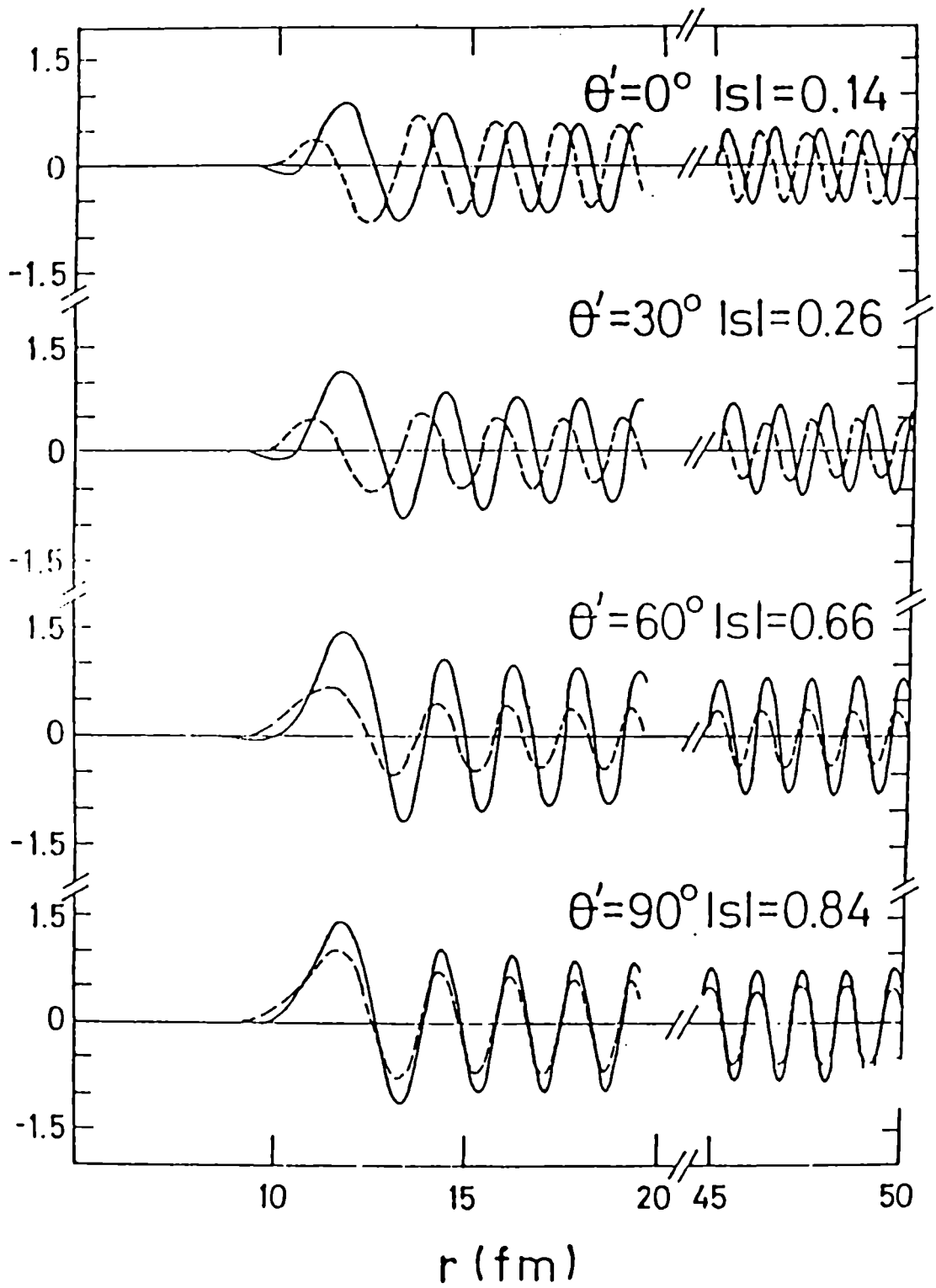


Figura 8

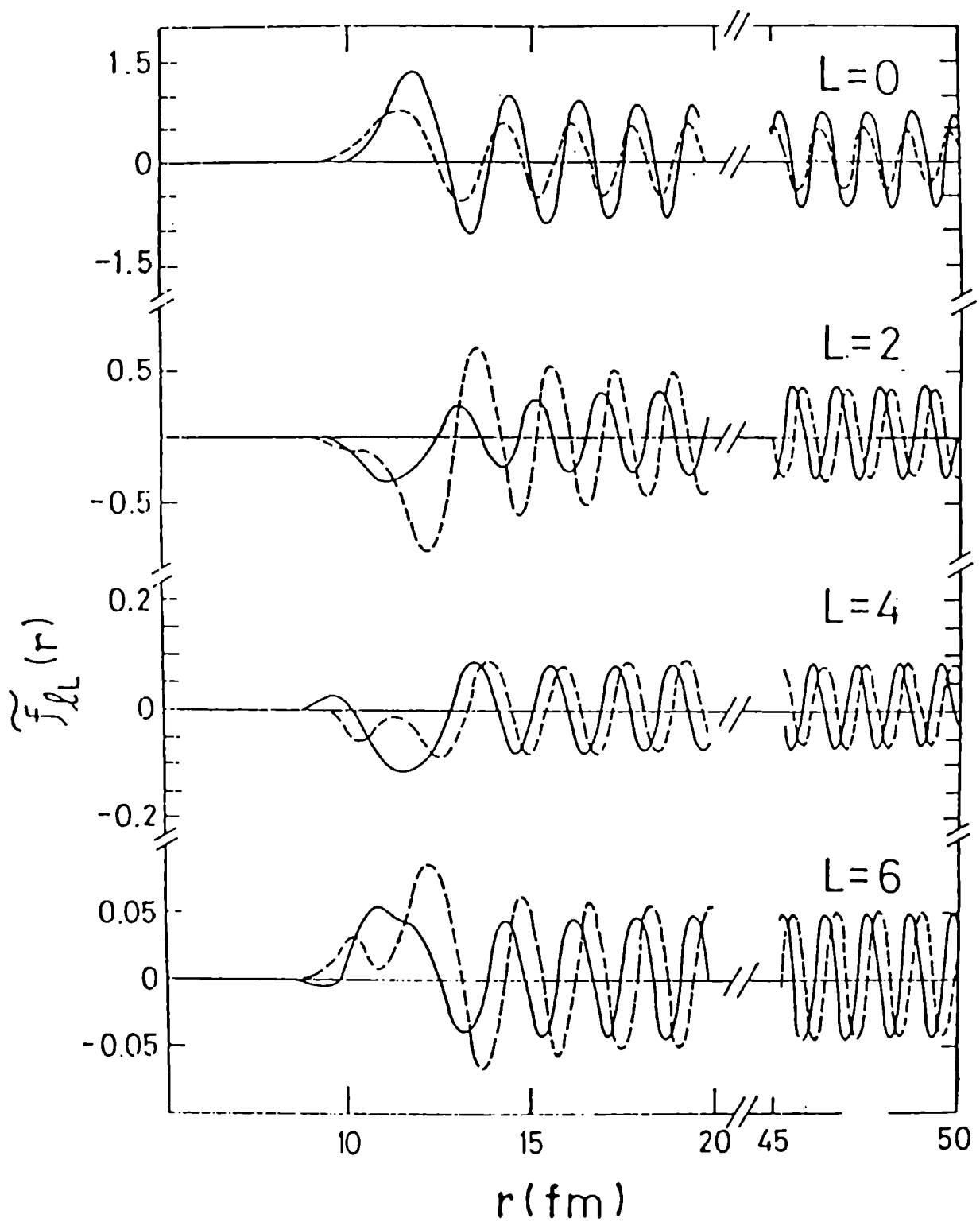


Figura 9

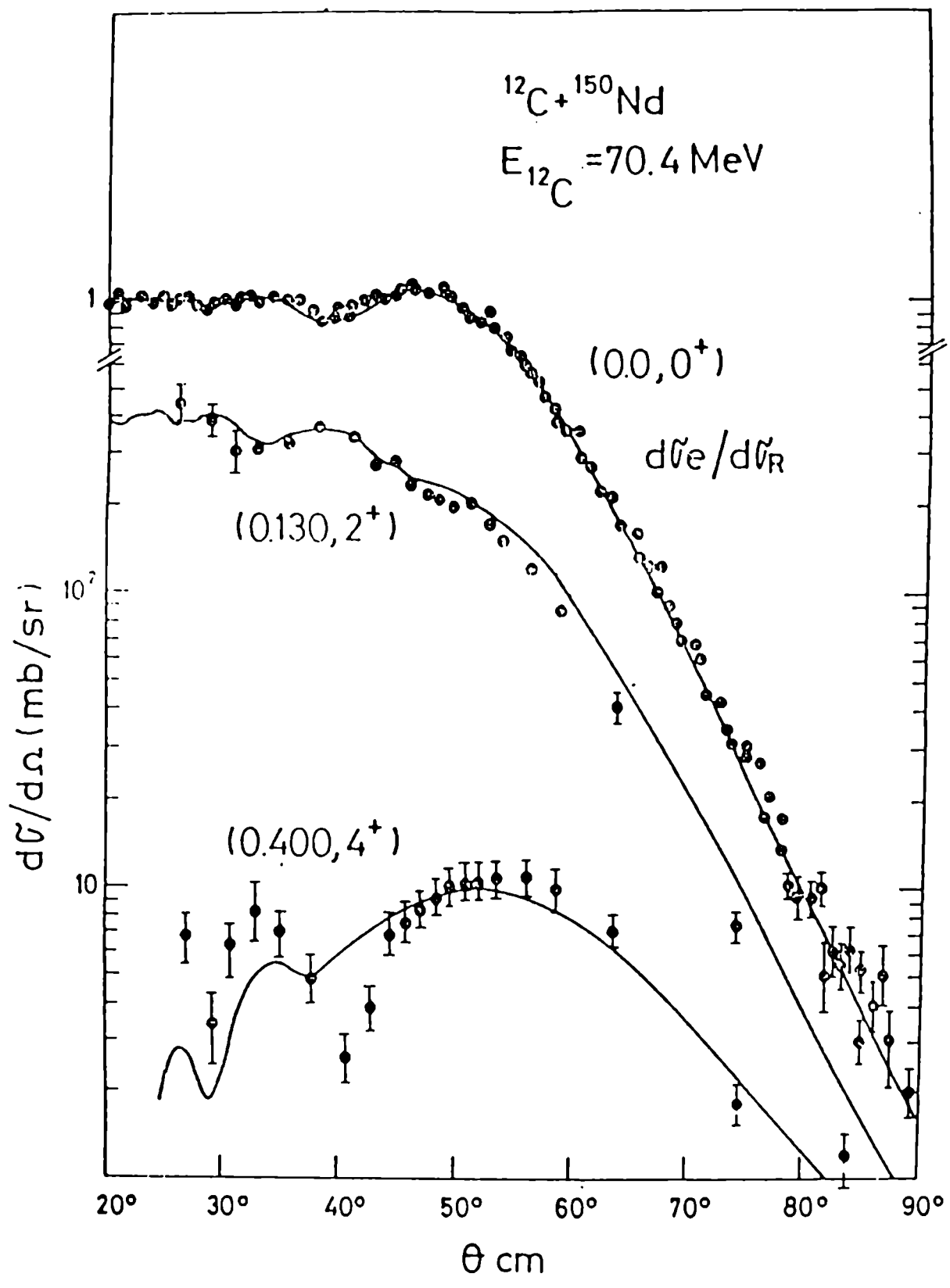


Figura 10

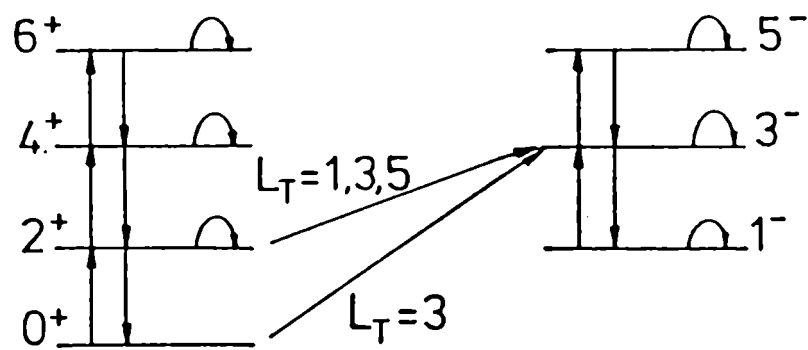


Figura 11

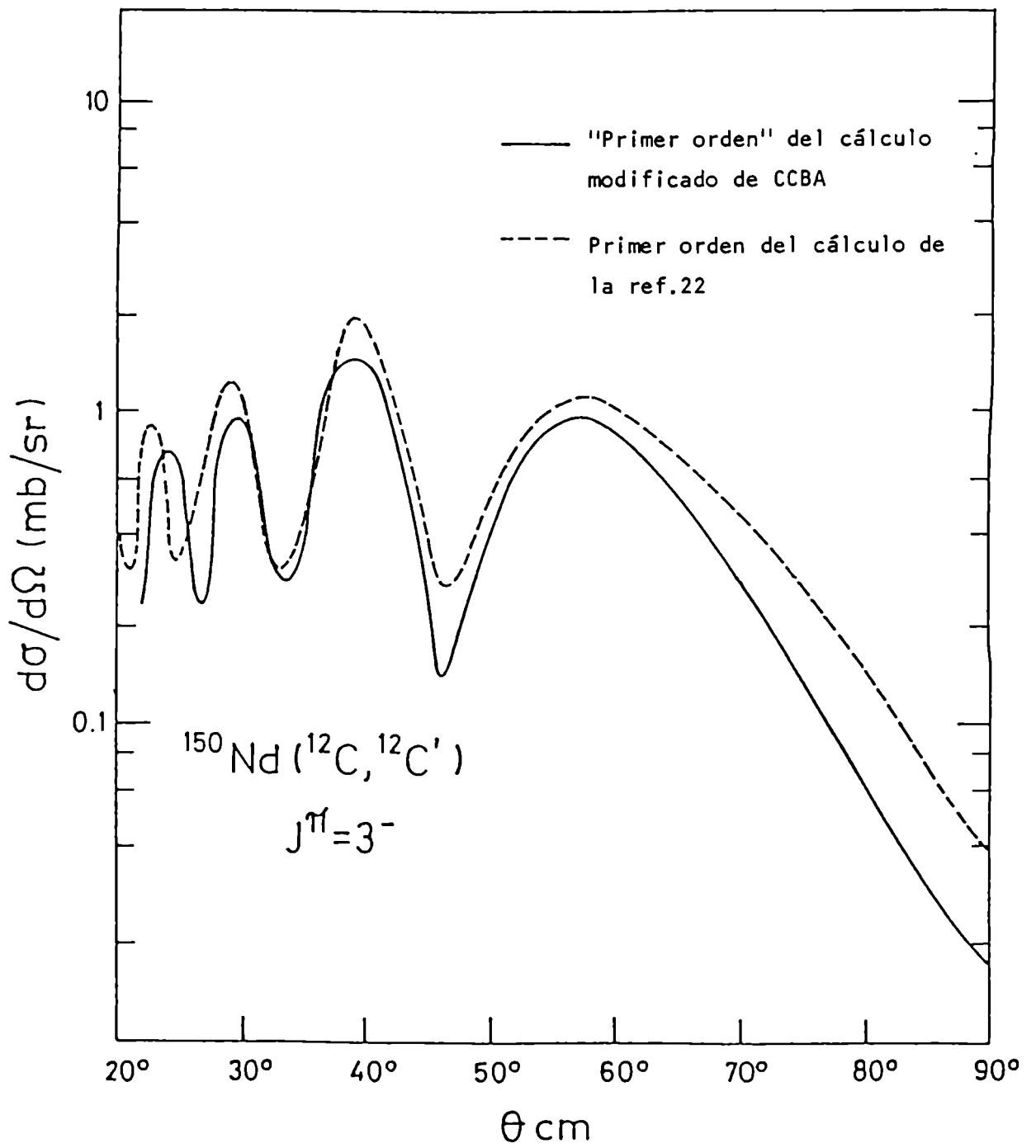


Figura 12

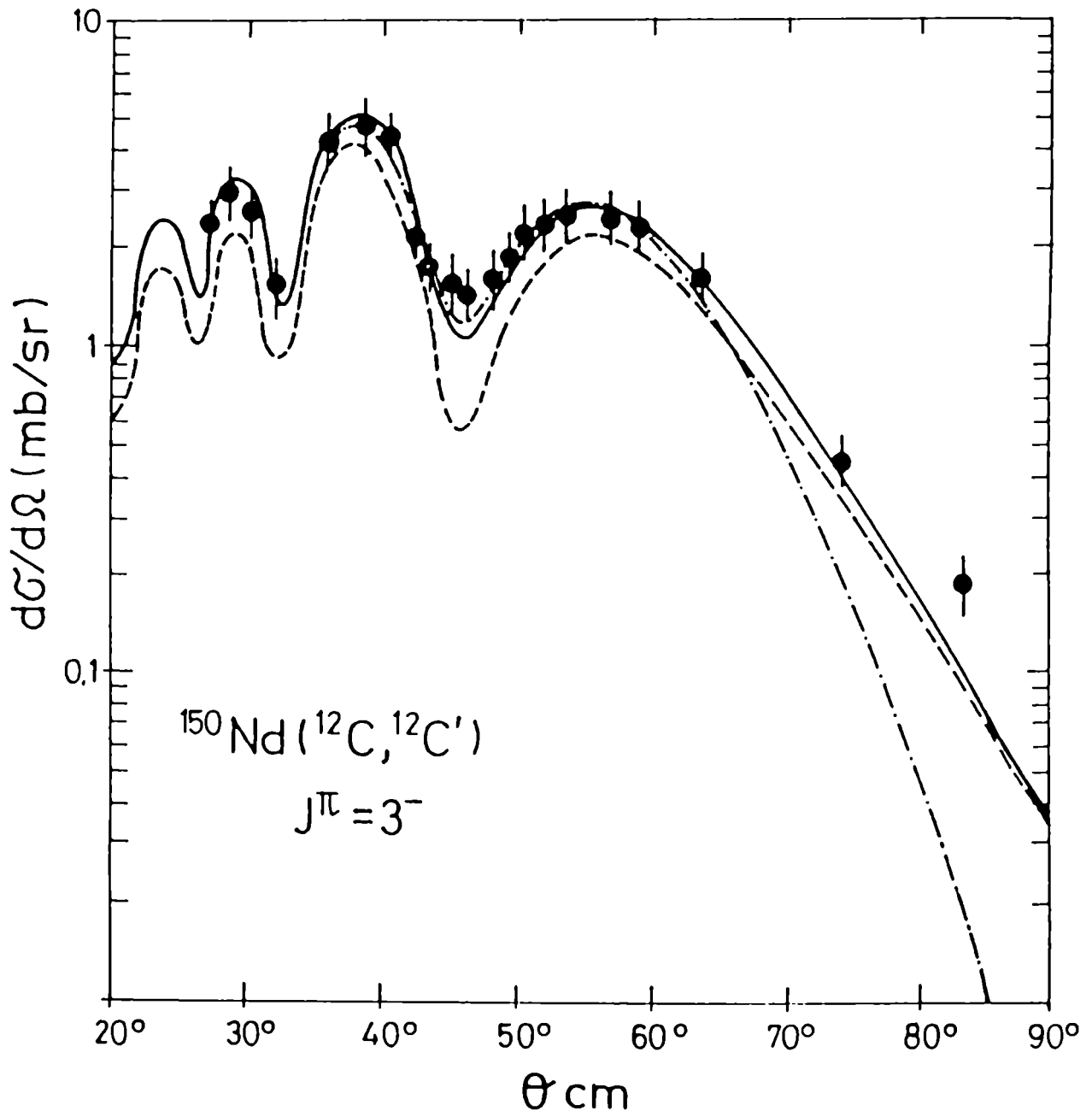


Figura 13

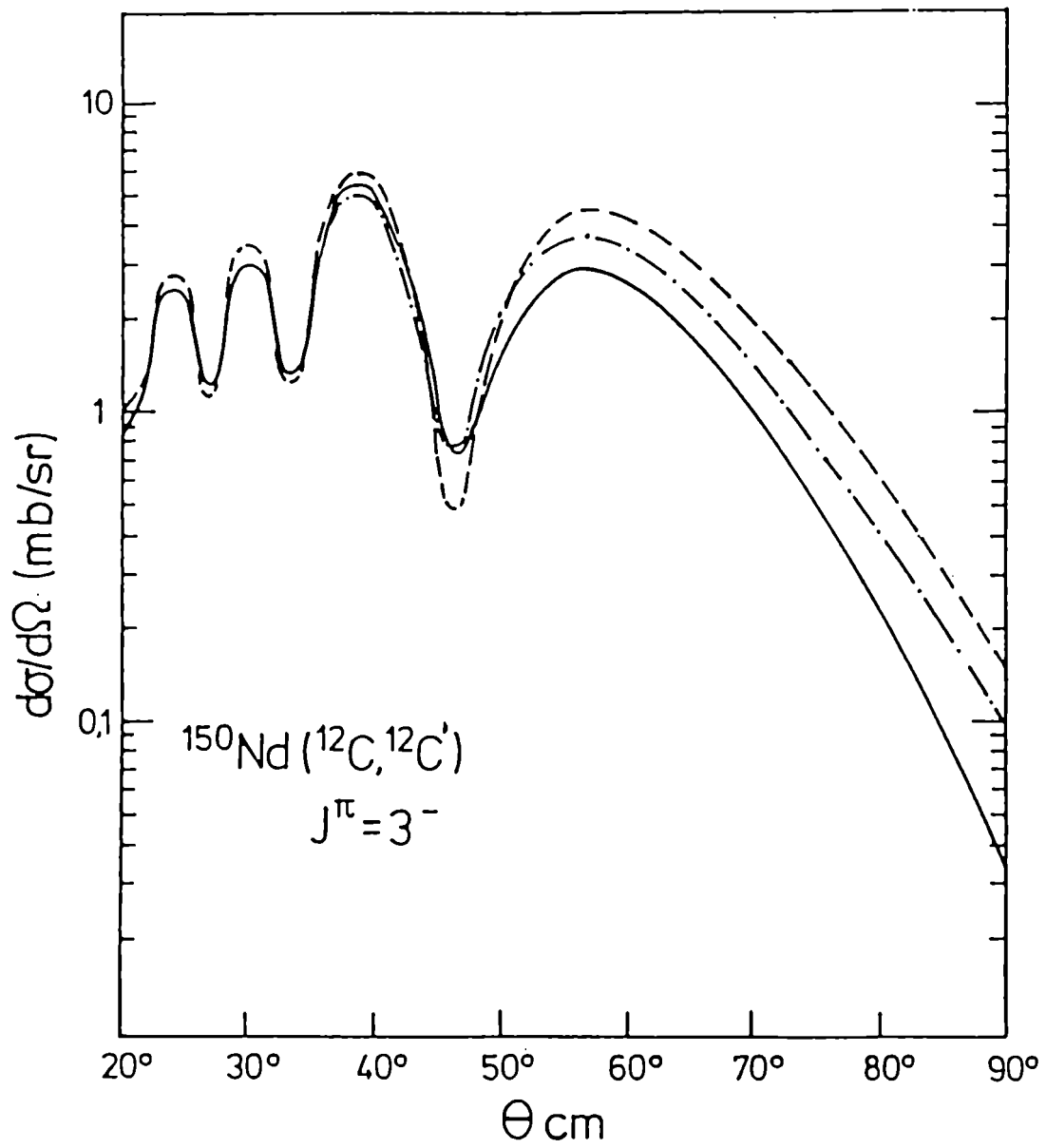


Figura 14

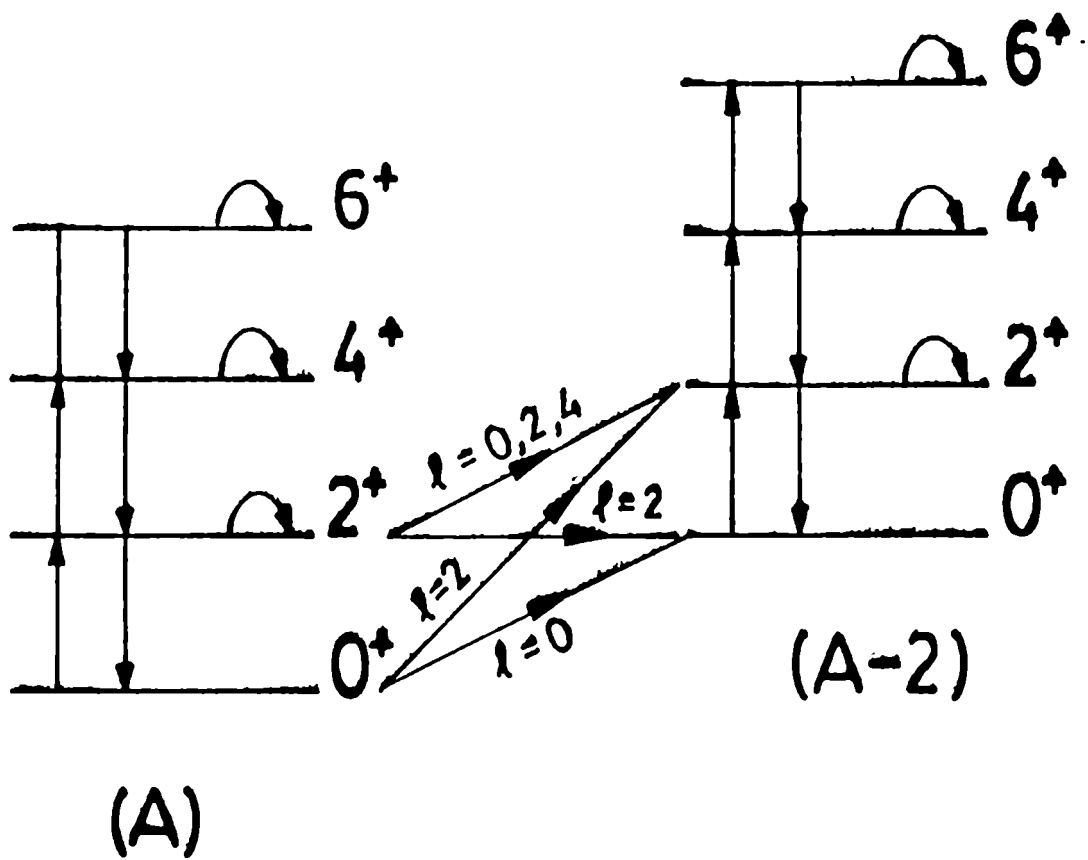


Figura 15

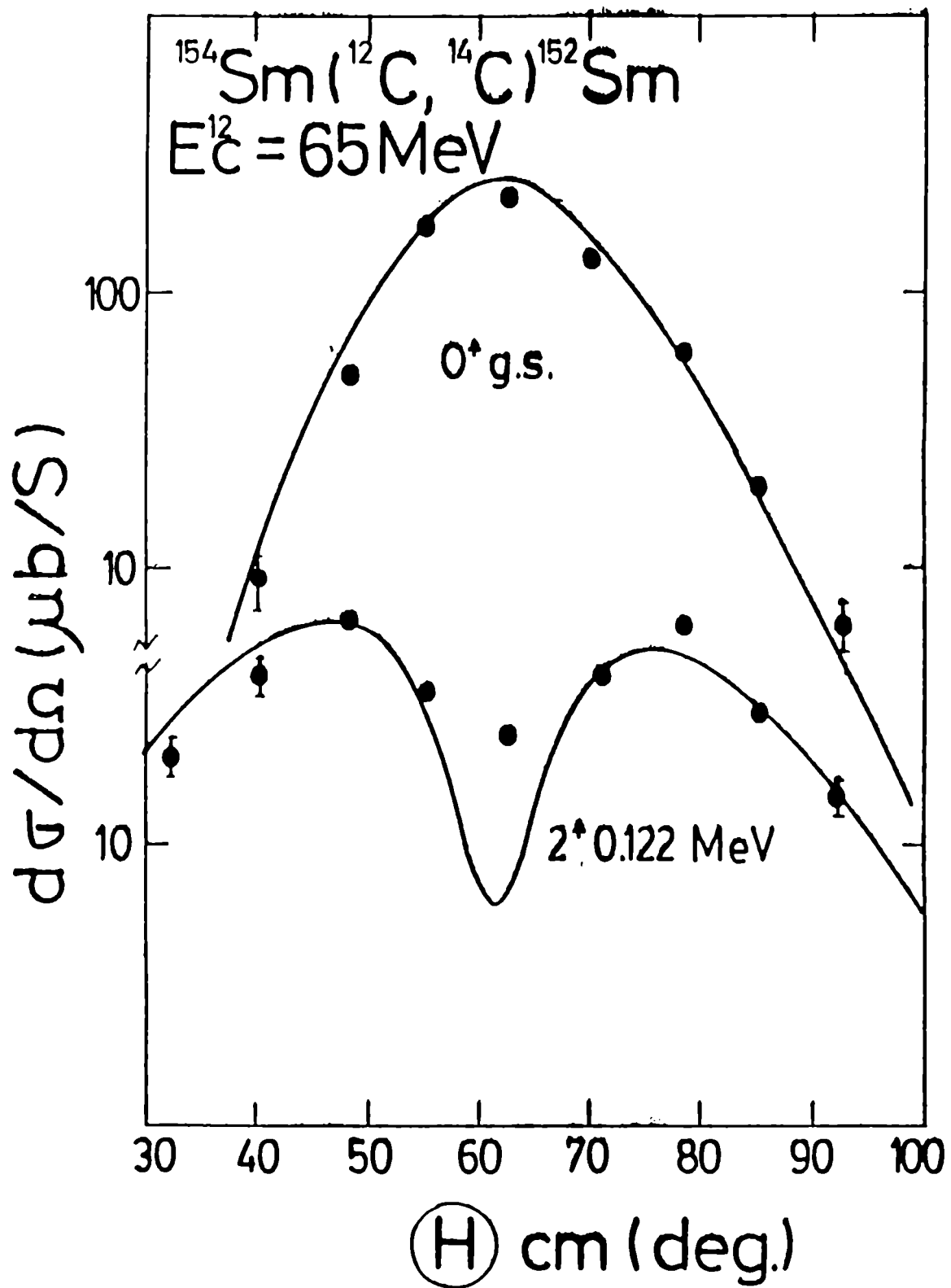


Figura 16.a

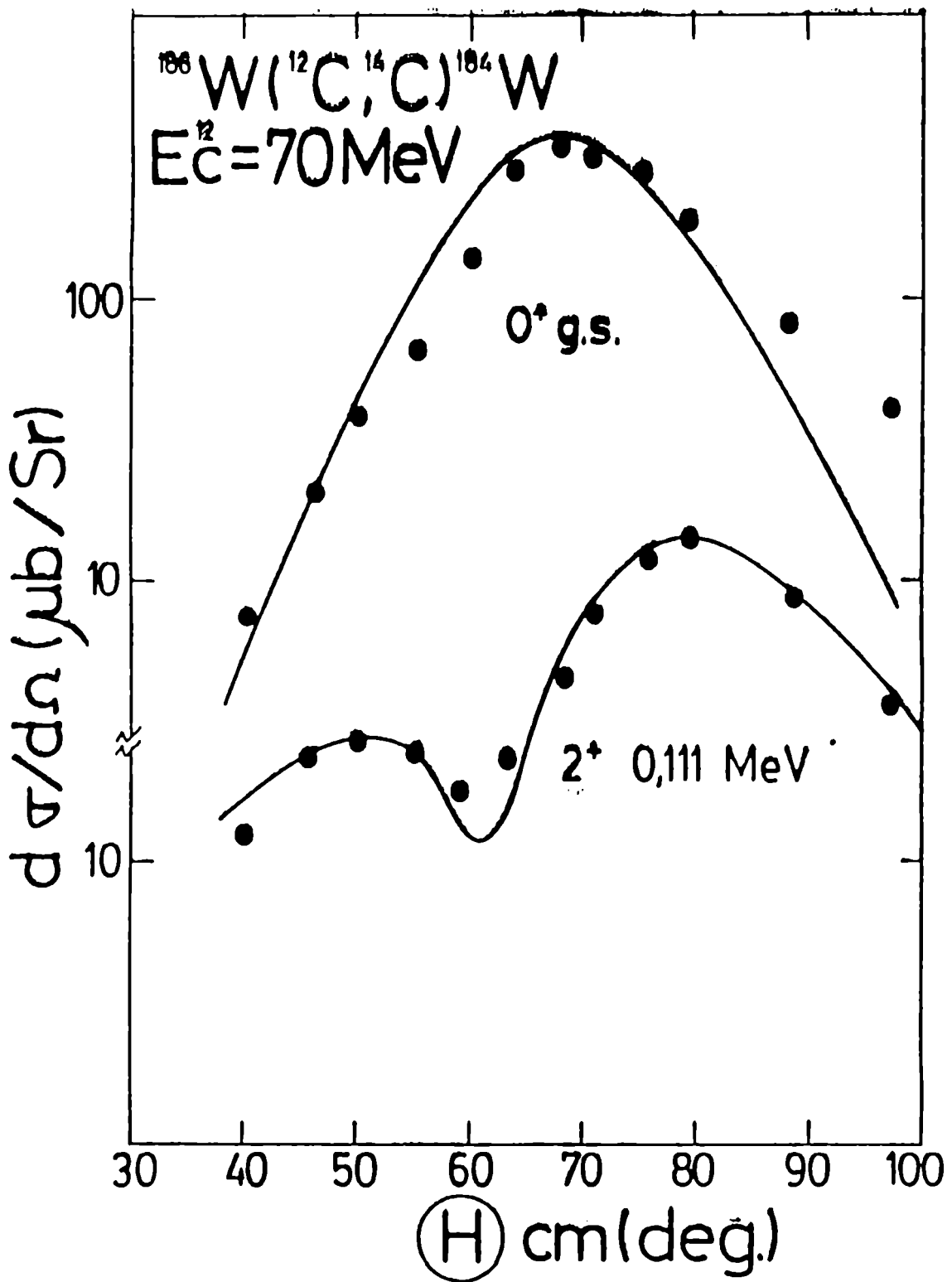


Figura 16.b

$^{154}\text{Sm} (^{12}\text{C}, ^{14}\text{C}) ^{152}\text{Sm} 2^+$
 $E^{12}\text{C} = 65\text{MeV}$

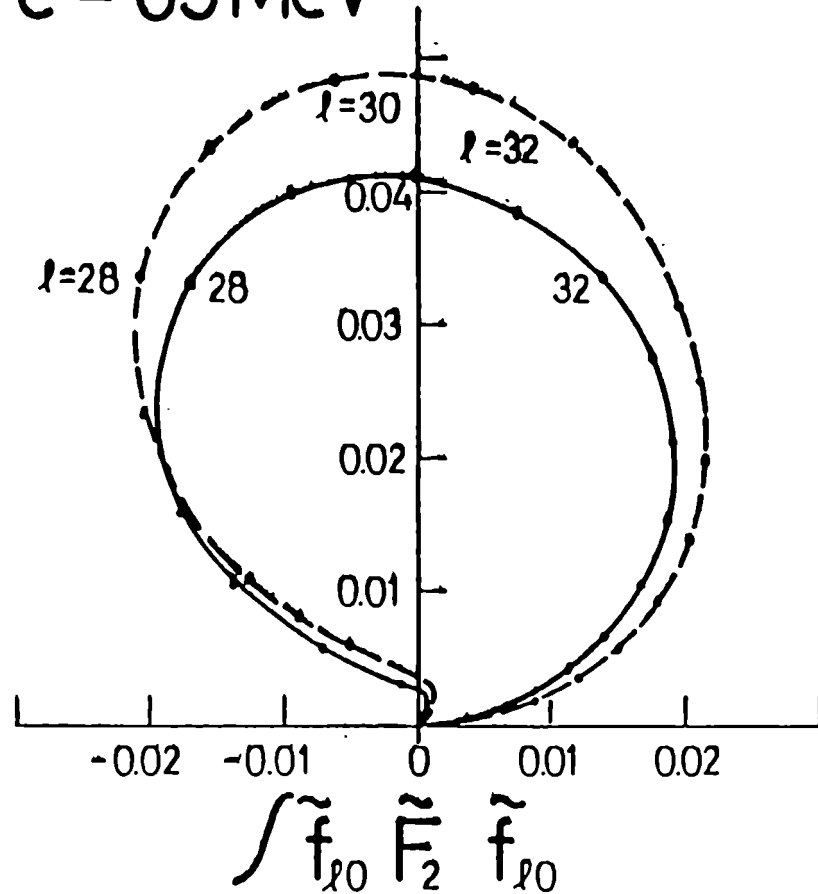


Figura 17.a

$^{154}\text{Sm}(^{12}\text{C}, ^{14}\text{C})^{152}\text{Sm } 2^+$
 $E^{12\text{C}} = 65 \text{ MeV}$

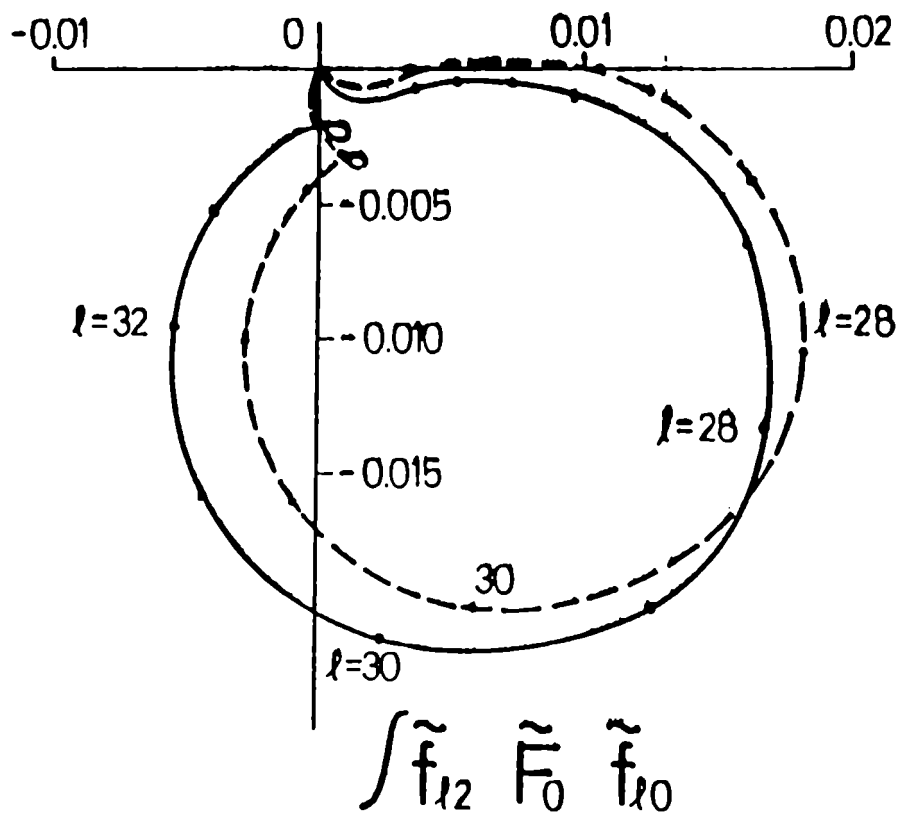


Figura 17.b

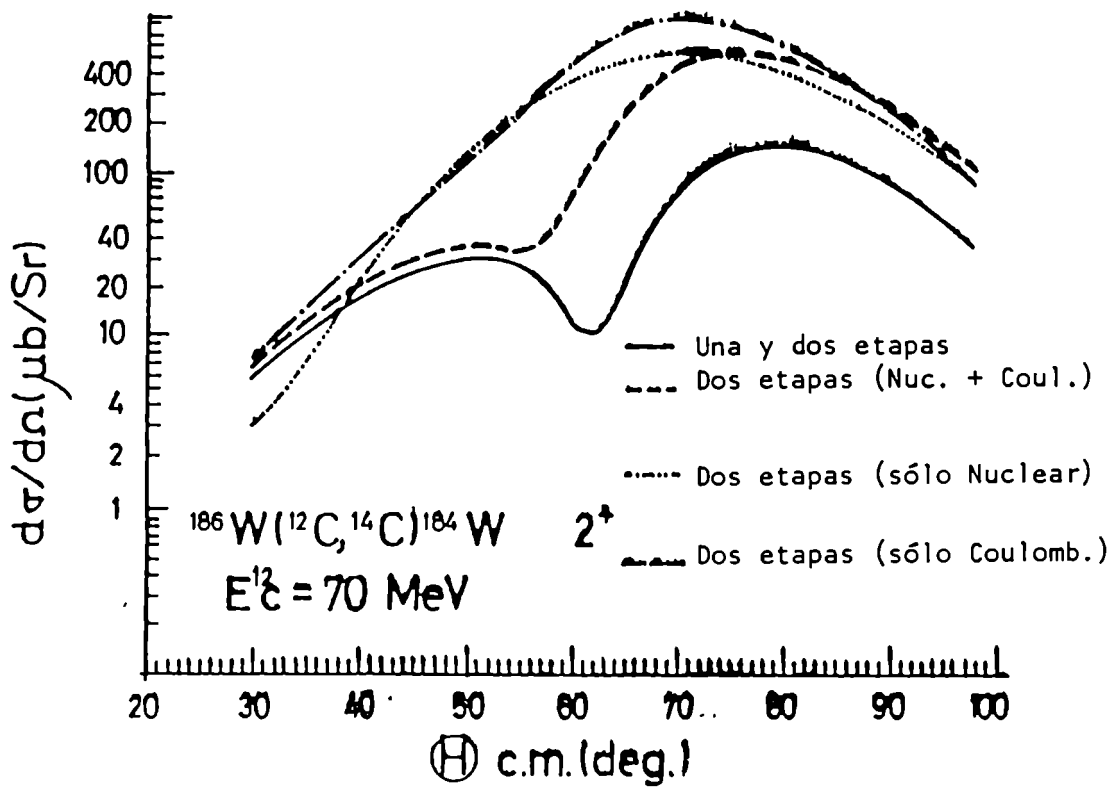


Figura 18.a

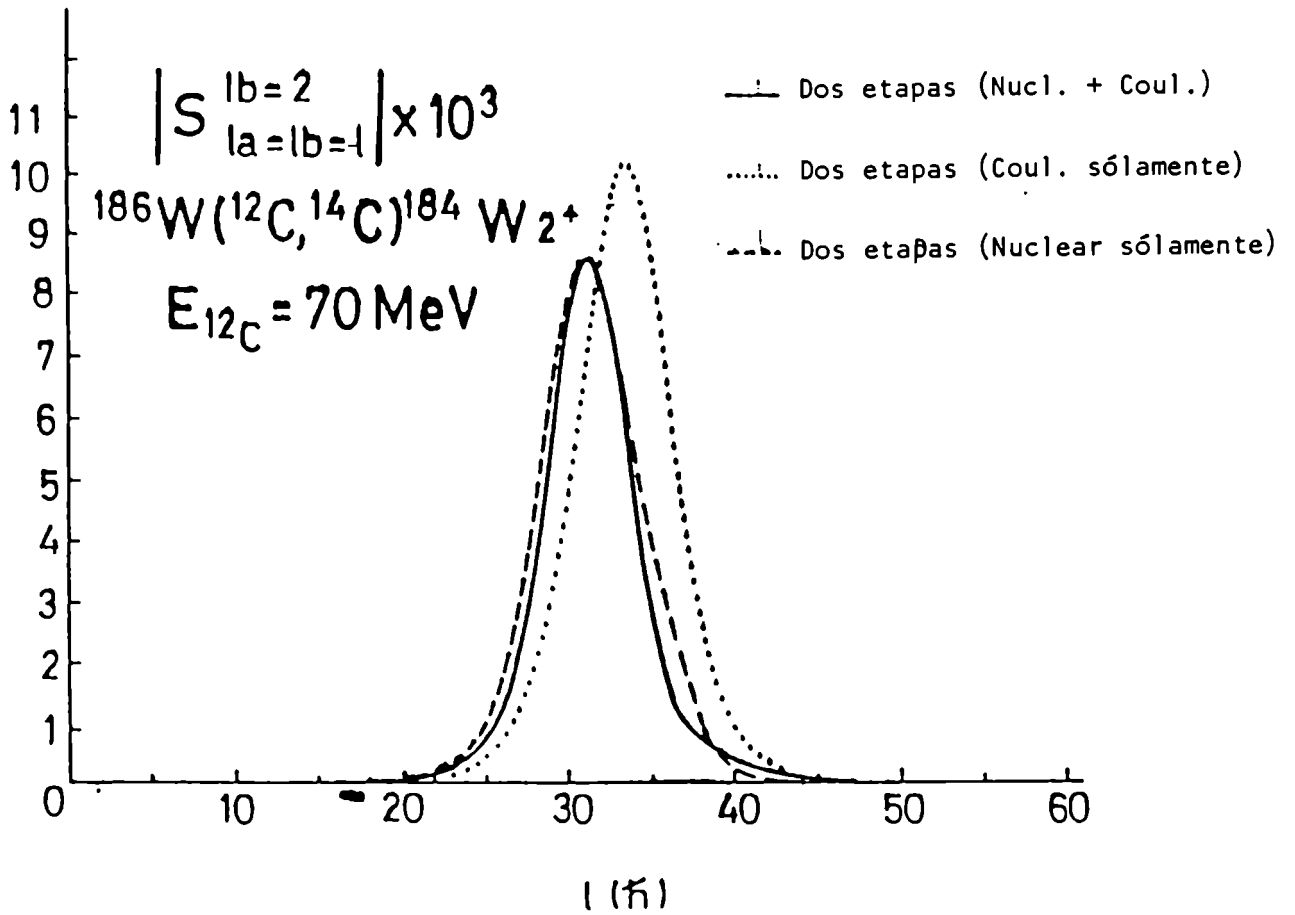


Figura 18.b