

Tesis de Posgrado

Amortiguamiento del movimiento colectivo en fluidos nucleares anisotrópicos

Kievsky, Alejandro

1987

Tesis presentada para obtener el grado de Doctor en Ciencias Físicas de la Universidad de Buenos Aires

Este documento forma parte de la colección de tesis doctorales y de maestría de la Biblioteca Central Dr. Luis Federico Leloir, disponible en digital.bl.fcen.uba.ar. Su utilización debe ser acompañada por la cita bibliográfica con reconocimiento de la fuente.

This document is part of the doctoral theses collection of the Central Library Dr. Luis Federico Leloir, available in digital.bl.fcen.uba.ar. It should be used accompanied by the corresponding citation acknowledging the source.

Cita tipo APA:

Kievsky, Alejandro. (1987). Amortiguamiento del movimiento colectivo en fluidos nucleares anisotrópicos. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires. http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis_2023_Kievsky.pdf

Cita tipo Chicago:

Kievsky, Alejandro. "Amortiguamiento del movimiento colectivo en fluidos nucleares anisotrópicos". Tesis de Doctor. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires. 1987. http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis_2023_Kievsky.pdf

UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

Tema de Tesis
AMORTIGUAMIENTO DEL MOVIMIENTO COLECTIVO
EN FLUIDOS NUCLEARES ANISOTROPICOS

Autor
Alejandro Kievsky

Director de Tesis
Dra. Ester Susana Hernández

Lugar de Trabajo
Departamento de Física

2023
y.2

Tesis presentada para optar al título de Doctor en Ciencias Físicas

1987

rec. 12/2/87

A Claudia,
por su apoyo y compañía.

Quiero agradecer a la Dra. Ester Susana Hernández , Directora de esta Tesis, por el permanente apoyo que me brindó a lo largo de la elaboración de este trabajo. Durante los años que trabajé a su lado siempre encontré su puerta abierta para un fructífero intercambio de ideas, estableciéndose un vínculo que perdurará a lo largo del tiempo.

También agradezco al Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas, que mediante el otorgamiento de las becas de Iniciación y Perfeccionamiento posibilitó la realización de este trabajo de Tesis.

Este estudio lo realicé en el Departamento de Física de esta Universidad; quiero agradecer a sus autoridades e integrantes en cuya compañía me fue posible trabajar en forma libre y creativa.

Agradezco al Laboratorio de Física de Plasma por las facilidades de cómputo que me ofreció.

Por último agradezco a Claudia, mi esposa, y a quien está dedicada esta Tesis, por haber realizado la copia mecanográfica del manuscrito.

Buenos Aires, 1987.

I.	INTRODUCCION	1
II.	DESCRIPCION DEL MODELO	5
	2.1 Presentación del sistema	5
	2.2 Construcción del hamiltoniano bosónico H_B	8
	2.3 Análisis de la interacción	17
III.	CONSTRUCCION DE LAS ECUACIONES DE MOVIMIENTO	21
IV.	APLICACIONES. A) CASO DE MATERIA NUCLEAR CON SIMETRIA CILINDRICA	31
	4.1 Consideraciones generales	31
	4.2 Dinámica del fonón	32
	4.2.1 Solución al problema espectral	32
	4.2.2 Resultados obtenidos	38
	4.3 Colisiones inelásticas	50
	4.3.1 Consideraciones generales	50
	4.3.2 Geometría de las colisiones partícula-fonón en materia nuclear cilíndrica	52
	4.3.3 Cinética fermiónica en materia fermiónica cilíndrica	55
	4.3.4 Descripción de los cálculos	58
	4.3.5 Análisis de las frecuencias de colisión parciales y totales	66

V.	APLICACIONES. B) CASO DE UN SISTEMA FINITO CON SIMETRIA CILINDRICA	72
	5.1 El modelo	72
	5.2 Resolución de las ecuaciones dinámicas	76
	5.3 Análisis de los resultados	87
VI.	APLICACIONES. C) CASO DE UN SISTEMA FINITO CON SIMETRIA ELIPSOIDAL	92
	6.1 Descripción del modelo	92
	6.2 La interacción y la dinámica acoplada	96
	6.3 Cálculos y resultados	98
	6.4 Equilibrio termodinámico	109
	6.5 Aproximación al equilibrio	114
VII.	CONCLUSIONES	125
	7.1 Materia nuclear con simetría cilíndrica	125
	7.2 Sistema finito con simetría cilíndrica	127
	7.3 Sistema finito con simetría elipsoidal	129
	7.4 Conclusiones generales	130
	Referencias	133

I INTRODUCCION

La relajación de grados de libertad cuánticos, macroscópicos, en sistemas de muchos cuerpos y campos continúa siendo objeto de activas investigaciones. Aunque este tema recibió sus mayores aportes tradicionalmente de la óptica cuántica (ref. 1), la observación de fenómenos de transporte en el fluido nuclear (ref. 2) abrió nuevas perspectivas y caminos para enriquecer la comprensión, en sus diferentes facetas, de estos procesos. En particular, el núcleo atómico, que es un sistema cuántico de muchos cuerpos, finito, provee una interesante evidencia de amortiguamiento de movimientos colectivos en las llamadas resonancias gigantes, entre las cuales la más antigua y popular es el modo dipolar de carga (ref. 3), que durante décadas ocupó a los físicos teóricos del campo en cuestión en la búsqueda de explicaciones para su ancho. Como una alternativa a los modelos nucleares que inspiran la más aceptada respuesta a la cuestión, el modelo hidrodinámico y la descripción microscópica de la relajación dipolar, un esquema ha sido recientemente propuesto en el cual se sugiere la posibilidad de observar la vibración macroscópica bajo estudio como un oscilador cuántico que realiza un movimiento Browniano en el entorno nuclear (ref. 4). Es el modelo llamado Movimiento Browniano Cuántico (MBC) y fue desarrollado de acuerdo a las distintas técnicas de la mecánica estadística del desequilibrio (ref 5 - 7). El problema a resolver fue la relajación de un oscilador cuántico unidimensional en un reservorio fermiónico en equilibrio (ref 4). En esta primera

etapa se consideró como mecanismo de acoplamiento la interacción partícula - fonón. Posteriores extensiones del modelo inicial implicaron la evaluación y análisis de las frecuencias de colisión de los fermiones en presencia del modo (ref. 8), una aplicación a núcleos esféricos (ref. 9), examinar la competencia entre eventos disipativos y difusivos que se producen en el núcleo a medida que el modo de carga alcanza el equilibrio (ref. 10), la investigación de las soluciones de la ecuación maestra para un oscilador armónico dependiente del tiempo (ref. 11) y el acoplamiento de la vibración a oscilaciones de baja frecuencia (ref. 12). El objeto de este último trabajo es representar modos colectivos de la superficie en núcleos finitos.

El presente trabajo es un nuevo avance en el campo del Movimiento Browniano Cuántico en sistemas fermiónicos y propone una extensión de algunos de los ejemplos arriba mencionados, con el objeto de lograr aproximaciones más realistas. El hecho experimental que motiva la investigación aquí desarrollada es el desdoblamiento de la resonancia dipolar gigante en dos ó tres componentes que se produce en núcleos deformados, de acuerdo presenten una deformación axialmente simétrica o no. Para lograr una formulación del modelo MBC, de tal manera que simule en forma más o menos realista la evidencia experimental, se procedió en etapas realizando en cada una una mejor aproximación. En un primer paso se consideró materia nuclear en equilibrio a una cierta temperatura T en donde se encuentra sumergido un oscilador tridimensional axialmente simétrico, caracterizado por las tres proyecciones posibles, $m = \pm 1, 0$

que puede tomar el momento angular L_z en el modo dipolar (ref. 13 - 14). Luego, como aproximación al problema finito, se considera un recipiente cilíndrico con radio R y altura L donde hay N fermiones y donde también se encuentra sumergido el modo colectivo tridimensional (ref. 15). Finalmente, simulando un núcleo axialmente simétrico, se considera un receptáculo elipsoidal con N neutrones y Z protones ocupando niveles de Nilsson y que se acoplan al modo tridimensional presente (ref. 16).

La organización de este trabajo es la siguiente: en el capítulo II se realiza una descripción del modelo presentando el sistema y el hamiltoniano total que lo describe, presentando en las subsecciones cada uno de los elementos constitutivos del mismo. En el capítulo III se explica cómo se extraen las ecuaciones de movimiento irreversible que describen al sistema bosónico y fermiónico dentro de las aproximaciones del modelo. Aquí se ve cómo la evolución del modo bosónico es gobernada por dos ecuaciones maestras independientes, una para el modo de vibración axial y otra para la componente circularmente degenerada. sin embargo estas ecuaciones están acopladas a través del baño fermiónico. En el capítulo IV se aplican estas ecuaciones al caso de materia nuclear en donde el generador de la evolución resulta ser una matriz no hermítica y constante en el límite de acoplamiento débil suplementado con la condición de colisiones perfectamente elásticas entre el baño térmico y cada una de las vibraciones. En la última parte de este capítulo esta última condición no se mantiene, se permiten colisiones inelásticas, con el objeto de

estudiar las frecuencias de colisión de las partículas que componen el baño. Se introduce un parámetro de inelasticidad en función del cual se obtienen los resultados. El capítulo V trata la aproximación a un recipiente finito con N fermiones y una densidad de partículas similar a la de materia nuclear. Aquí el interés reside en observar la consistencia entre las soluciones asintóticas de la ecuación maestra y la termodinámica. El capítulo VI trata un caso más realista, ya que el reservorio donde se encuentran los fermiones es elipsoidal, tratando de simular un núcleo deformado. Los orbitales de las partículas son los de Nilsson y los modos colectivos se describen por medio de las funciones esféricas de Bessel con número de onda q_m obtenido en forma variacional. Aquí también se estudia la consistencia de las soluciones asintóticas de las ecuaciones con la termodinámica confirmando resultados ya obtenidos en el capítulo V e introduciendo una hipótesis nueva que indica la existencia de un doble baño térmico en equilibrio con cada componente de la vibración. Dejamos el capítulo VII para analizar los resultados, sacar conclusiones y presentar las perspectivas que se abren con este trabajo.

II. DESCRIPCION DEL MODELO

2.1 Presentación del sistema

El modelo propuesto para el estudio de amortiguamiento de resonancias en sistemas deformados, surge como una prolongación del modelo de Movimiento Browniano Cuántico (MBC) (ref. 4). Consideramos en primer lugar un sistema fermiónico (baño térmico) descrito por el siguiente hamiltoniano H_F

$$H_F = \sum_{\alpha} \epsilon_{\alpha} b_{\alpha}^{\dagger} b_{\alpha} + \frac{1}{4} \sum_{\alpha} V_{\alpha\beta\gamma\delta} b_{\alpha}^{\dagger} b_{\beta}^{\dagger} b_{\gamma} b_{\delta} \quad (2.1)$$

Acoplado a este sistema fermiónico consideramos un sistema bosónico descrito por un hamiltoniano H_B

$$H_B = \sum_n \hbar \omega_n \hat{n}_n^{\dagger} \hat{n}_n \quad (2.2)$$

que representa excitaciones armónicas del sistema y que en el presente caso se obtienen de la cuantificación de ondas de densidad producidas al oscilar en contrafase el fluido neutrónico y el protónico. Nuevamente los valores de las energías $\hbar\omega_n$ y las funciones de onda se obtienen según la geometría que se esté considerando. También, en el presente estudio, se seleccionan algunos de los infinitos modos normales que aparecen, de tal manera que la sumatoria sobre n en la ec. (2.2) está restringida solamente a los modos

normales privilegiados que corresponden a los números cuánticos de los estados vibracionales experimentalmente observados que se desea estudiar. Las aplicaciones aquí mostradas se limitan al caso dipolar por lo que aparecen sólo tres oscilaciones independientes.

Estos dos sistemas se encuentran en interacción. Para la elección de la interacción apropiada veamos el proceso físico que se quiere describir. En el instante inicial se tiene presente una oscilación colectiva, descrita por H_B . Esta excitación no es un autovalor del hamiltoniano total H , por lo que en el transcurso del tiempo este movimiento colectivo pierde su coherencia excitando estados de partícula. Finalmente tenemos un sistema fermiónico excitado, el cual recibió la energía que le transfirió el sistema bosónico.

El hamiltoniano H_{FB} más sencillo - a pesar de que no corresponde a la situación real en núcleos pesados, se verá luego de qué manera se puede esquematizar dicha situación real por medio de un hamiltoniano de interacción del siguiente tipo - para describir este proceso es la interacción partícula - fonón

$$H_{FB} = \sum_{\alpha, \mu, n} \lambda_{\alpha\mu}^n a_n^\dagger b_\mu b_\alpha \quad (2.3)$$

Este no es el hamiltoniano más general de este tipo, ya que sólo acopla el sistema bosónico a estados de 1 - partícula - 1 - agujero (1 p - 1 h). Esta limitación es necesaria debido a los problemas numéricos asociados al incluir el espacio de 2 - partículas - 2 - agujeros (2 p - 2 h). Debemos tener presente, entonces, que en

el cálculo del tiempo de vida del estado inicial o, si consideramos la transformada de Fourier, su ancho en energía, lo que se está calculando es el llamado ancho de escape (ref. 17).

Las constantes de interacción que aparecen en la ec. (2.3) resultan

$$\lambda_{\alpha,\mu}^n = \lambda_{\alpha,\mu}^{n,0} \int d^3r \varphi_{\mu}^*(\vec{r}) \gamma_n^*(\vec{r}) \varphi_{\alpha}(\vec{r}) \quad (2.4)$$

donde $\varphi_p(\vec{r})$ es la función de onda fermiónica asociada con el estado de energía ϵ_p y $\gamma_n(\vec{r})$ es la función de onda del n - fonón.

Combinando estos elementos se obtiene un sistema descrito por un hamiltoniano H

$$H = H_F + H_B + H_{FB} \quad (2.5)$$

que se muestra dúctil para ser adaptado a distintas geometrías.

Para tratar de obtener resultados aplicables a núcleos deformados comenzaremos por resolver el problema en materia nuclear y en un sistema finito, ambos con simetría cilíndrica. Para lo cual es necesario construir el hamiltoniano bosónico H_B en esta geometría.

2.2 Construcción del hamiltoniano bosónico H_B

El hamiltoniano bosónico H_B representa excitaciones armónicas del sistema. En futuras aplicaciones a física nuclear esta excitación representará una oscilación del fluido nuclear que origina una resonancia multipolar gigante. Con el objeto de hallar las frecuencias de vibración se recurre a una descripción hidrodinámica que da lugar a un modelo de las oscilaciones. Este tratamiento puede ser utilizado para cualquier mezcla de dos fluidos, uno cargado y el otro no, donde dió comienzo una oscilación de carga. En este modelo (ref. 3) la densidad del fluido cargado n_1 y del neutro n_2 son consideradas dependientes del tiempo, mientras que la densidad total n_0 se asume independiente del tiempo

$$n_0(\vec{r}) = n_1(\vec{r}, t) + n_2(\vec{r}, t) \quad (2.6)$$

Consideramos que las densidades parciales de partículas $n_i(\vec{r}, t)$ experimentan pequeñas desviaciones de sus valores de equilibrio n_1^0 y n_2^0 relacionados por

$$\frac{n_1^0}{n_2^0} = \frac{N_1}{N_2} \quad (2.7)$$

con N_i el número total de partículas del tipo - i.

Podemos poner entonces

$$n_1(\vec{r}, t) = n_1^c [1 + \eta(\vec{r}, t)] \quad (2.8)$$

y de acuerdo a (2.6) tenemos

$$n_2(r, t) = n_2^c \left[1 - \frac{N_1}{N_2} \eta(\vec{r}, t) \right] \quad (2.9)$$

En este modelo el objeto de interés es extraer los modos normales de oscilación asociados con el movimiento relativo de los dos fluidos. Esto se logra partiendo de un principio variacional sobre el lagrangiano del problema $\mathcal{L} = T - U$ donde

i) T es la energía cinética relativa

$$T = \frac{1}{2} m \int d^3r \ n_r(\vec{r}, t) v^2(\vec{r}, t) \quad (2.10)$$

con n_r la densidad reducida de partículas

$$n_r = \frac{n_1 n_2}{n_0} \quad (2.11)$$

para partículas de igual masa m y v es la velocidad relativa de los fluidos

$$\vec{v} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2 \quad (2.12)$$

En el caso que las masas de las partículas del fluido 1 fueran diferentes a aquellas del fluido 2 se deberían considerar densidades de masa en lugar de densidades de partícula en n_1 y n_2 (ó en n_0 y n_r)

ii) U es la energía potencial adecuada al problema que se está describiendo. Como estamos tratando con materia nuclear la energía potencial apropiada es la energía de simetrización

$$U \equiv E_{\text{sim.}} = \frac{K}{n_0} \int d^3r \left[\eta_1(\vec{r}, t) - \eta_2(\vec{r}, t) \right]^2 \quad (2.13)$$

donde K es el parámetro de simetrización dado por la fórmula de masas (ref.18) No se considera la fuerza electromagnética en la aproximación de materia nuclear.

Los modos normales de vibración tanto para la densidad relativa como para la velocidad relativa se extraen de las ecuaciones de Euler - Lagrange para la acción $S = \int d^4x$ sujeta al vínculo $N = N_1 + N_2 = \text{cte.}$ Si se considera el movimiento irrotacional, la velocidad resulta $\vec{v} = \vec{\nabla} \phi$ y las ecuaciones de Euler - Lagrange adoptan la forma de la ecuación de ondas

$$\nabla^2 \gamma = \frac{1}{u^2} \frac{\partial^2 \gamma}{\partial t^2} \quad (2.14)$$

para $\gamma(\vec{r}, t) = \eta(\vec{r}, t)$ o $\phi(\vec{r}, t)$. La velocidad del sonido u toma la forma

$$u = \left(\frac{8K}{m} \frac{N_1 N_2}{(N_1 + N_2)^2} \right)^{1/2} \quad (2.15)$$

en términos de los parámetros del modelo.

Las condiciones de contorno a cumplir son que no haya flujo a través de la superficie; esto es

$$\hat{n} \cdot \bar{\nabla} \eta \Big|_{\text{Sup.}} = 0 \quad (2.16a)$$

$$\hat{n} \cdot \bar{\nabla} \phi \Big|_{\text{Sup.}} = 0 \quad (2.16b)$$

La otra condición a cumplir es la ecuación de continuidad que relaciona las coordenadas de los campos de velocidad y partículas

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} - \frac{n_2^0}{n_0} \nabla^2 \phi = 0 \quad (2.17)$$

La solución de la ecuación (2.14) para la densidad de partículas resulta

$$\eta(\bar{r}, t) = \sum_{n, m, n_z} \eta_{m, n_z}^n(\bar{r}) \alpha_{m, n_z}^n(t) \quad (2.18)$$

donde los modos normales $\eta_{m, n_z}^n(\bar{r})$ en una cavidad cilíndrica de altura L y radio R resultan

$$\eta_{m, n_z}^n(\bar{r}) = F_m^n \bar{J}_m(q_m^n r) e^{im\varphi} \cos\left(\frac{n_z \pi}{L} z\right) \quad (2.19)$$

donde los q_m^n salen de resolver la ecuación (2.16). El factor de normalización F_m^n resulta de la condición

$$\int_V [\eta_{m n_z}^n(\vec{r})]^* \eta_{m n_z}^n(\vec{r}) dV = (F_m^n)^2 \pi L \int_0^R dr r J_m^2(q_m^n r) = 1 \quad (2.20)$$

que para el caso de un cilindro de radio R y altura L resulta

$$F_m^n = \left\{ \frac{\pi L}{2 q_m^{n2}} \left(\frac{q_m^{n2}}{R^2} - m^2 \right) \left[J_m(q_m^n R) \right]^2 \right\}^{-1/2} \quad (2.21)$$

La densidad relativa $\eta(\vec{r}, t)$ es una cantidad real de donde se deduce que

$$\alpha_{m n_z}^{n*} = (-1)^m \alpha_{-m n_z}^n \quad (2.22)$$

Debido a la simetría del problema, si se realiza una rotación alrededor del eje de simetría z en un ángulo arbitrario ψ_0 , las coordenadas generalizadas $\alpha_{m n_z}^{1n}$ en el nuevo sistema se relacionan con las anteriores

$$\alpha_{m n_z}^{1n} = e^{-im\psi_0} \alpha_{m n_z}^n \quad (2.23)$$

El potencial de velocidades $\phi(\vec{r}, t)$ cumple con la misma ecuación que la densidad de partículas $\eta(\vec{r}, t)$. Si separamos las coordenadas espaciales de las temporales en $\phi(\vec{r}, t)$ tal que $\phi(\vec{r}, t) = \phi(\vec{r}) e^{-i\omega t}$ obtenemos para la condición de contorno

$$-i\omega\hat{n} \cdot \bar{\nabla}\phi \Big|_{\substack{r=R \\ z=L}} = 0 \quad (2.24)$$

con lo cual las componentes multipolares de $\eta(\bar{r},t)$ y $\phi(\bar{r},t)$ pueden diferir solo en constantes multiplicativas o aditivas. La cantidad física de interés relacionada con el potencial $\phi(\bar{r},t)$ es $\bar{\nabla}\phi(\bar{r},t)$ por lo que la constante aditiva carece de importancia. Podemos escribir entonces

$$\phi(\bar{r},t) = \sum_{n,m,n_z} \phi_{m,n_z}^n(\bar{r}) \beta_{m,n_z}^n(t) \quad (2.25)$$

donde $\phi_{m,n_z}^n(\bar{r})$ es

$$\phi_{m,n_z}^n = F_m^n J_m(q_m^n r) e^{im\psi} \cos(q_z^n z) \quad (2.26)$$

y la ecuación (2.17) provee una relación entre las coordenadas generalizadas α_{m,n_z}^n y β_{m,n_z}^n

$$\alpha_{m,n_z}^n = -\frac{n_z^0}{n_0} (q_m^n)^2 \beta_{m,n_z}^n \quad (2.27)$$

donde

$$q_{m,n_z}^n = \frac{\omega_{m,n_z}^n}{\mu} = \frac{1}{\mu} \left[(q_m^n)^2 + q_{n_z}^2 \right]^{1/2} \quad (2.28)$$

Lo que sigue ahora es escribir el hamiltoniano en términos de las coordenadas generalizadas $\alpha_{m n_z}^n$ y sus derivadas $\dot{\alpha}_{m n_z}^n$. La energía interna total del sistema de dos fluidos es

$$E = T + U = \frac{1}{2} m n_r^0 \int dV \bar{v}^2 + \frac{\chi}{n_0} \int dV (n_1 - n_2)^2 \quad (2.29)$$

utilizando las ecuaciones (2.18), (2.19), (2.26) y (2.27) obtenemos

$$E = \frac{1}{2} m \frac{(n_r^0)^2}{n_r^0} \sum_{n, m, n_z} \frac{|\dot{\alpha}_{m n_z}^n|^2}{(q_{m n_z}^n)^2} + 4\chi \frac{(n_0^0)^2}{n_0} \sum_{n, m, n_z} |\alpha_{m n_z}^n|^2 \quad (2.30)$$

que se puede poner como

$$E = \sum_{n, m, n_z} \left\{ \frac{1}{2} B_{m n_z}^n |\dot{\alpha}_{m n_z}^n|^2 + \frac{1}{2} C_{m n_z}^n |\alpha_{m n_z}^n|^2 \right\} \quad (2.31)$$

donde

$$B_{m n_z}^n = \frac{m (n_r^0)^2}{n_r^0 (q_{m n_z}^n)^2} \quad (2.32a)$$

$$C_{m n_z}^n = 8\chi \frac{(n_0^0)^2}{n_0} \quad (2.32b)$$

Para cuantificar el sistema dado por la ecuación (2.30) es necesario introducir los momentos canónicos conjugados de las variables generalizadas $\alpha_{m n_z}^n$, que resultan

$$\begin{aligned} \pi_{m n_z}^n &= \partial T / \partial \dot{\alpha}_{m n_z}^n = B_{m n_z}^n \dot{\alpha}_{m n_z}^{n*} \\ &= B_{m n_z}^n (-1)^m \dot{\alpha}_{-m n_z}^n \end{aligned} \quad (2.33)$$

reemplazando en (2.31) se obtiene

$$E = \sum_{n,m,n_z} \left\{ \frac{1}{2} (B_{mn_z}^n)^{-1} |\pi_{mn_z}^n|^2 + \frac{1}{2} C_{mn_z}^n |\alpha_{mn_z}^n|^2 \right\} \quad (2.34)$$

El paso final de este procedimiento es definir los operadores bosónicos

$$\begin{aligned} \pi_{mn_z}^{\dagger n} = \frac{1}{2} \left\{ \left[\frac{2 B_{mn_z}^n \omega_{mn_z}^n}{\hbar} \right]^{1/2} \alpha_{mn_z}^n - \right. \\ \left. - i \left[\frac{2}{\hbar B_{mn_z}^n \omega_{mn_z}^n} \right]^{1/2} (-1)^m \pi_{-mn_z}^n \right\} \end{aligned} \quad (2.35)$$

con lo cual se obtiene

$$H = \sum_{n,m,n_z} \hbar \omega_{mn_z}^n \left(\pi_{mn_z}^{\dagger n} \pi_{mn_z}^n + \frac{1}{2} \right) \quad (2.36)$$

y donde se utilizó la siguiente relación

$$\begin{aligned} \hbar \omega_{mn_z}^n &= \hbar \sqrt{C_{mn_z}^n / B_{mn_z}^n} = \hbar \mu q_{mn_z}^n \\ &= \hbar \mu \left[(q_m^n)^2 + q_{n_z}^2 \right] \end{aligned} \quad (2.37)$$

De acuerdo a la simetría utilizada se observa que $\omega_{mn_z}^n = \omega_{-m n_z}^n$ por lo que es posible escribir la ecuación (2.36) de la siguiente forma

$$\begin{aligned}
H = \sum_{\substack{n, m, 0 \\ n_z}} \hbar \omega_{mn_z}^n \left(\rho_{mn_z}^{+n} \rho_{mn_z}^n + \rho_{-mn_z}^{+n} \rho_{-mn_z}^n + 1 \right) + \\
+ \sum_{n, n_z} \hbar \omega_{n_z}^n \left(\rho_{n_z}^{+n} \rho_{n_z}^n + \frac{1}{2} \right)
\end{aligned} \tag{2.38}$$

En la segunda sumatoria se consideraron los modos normales con $m = 0$. Finalmente para obtener el hamiltoniano bosónico H_B a utilizar en el modelo de NBC seleccionamos de todos los multipolos existentes en el hamiltoniano de (2.38) aquellos modos relacionados con el modo dipolar de menor energía, esto es $n = 1$; $m = -1, 0, 1$; $n_z = 0$; con lo cual obtenemos

$$H_B = \hbar \omega_{10}^1 \left(\rho_{10}^{+1} \rho_{10}^1 + \rho_{-10}^{+1} \rho_{-10}^1 + 1 \right) + \hbar \omega_0^1 \left(\rho_0^{+1} \rho_0^1 + \frac{1}{2} \right) \tag{2.39}$$

Esta elección significa que para el presente modelo los multipolos de mayor energía no son importantes, o bien porque caen en un rango de energía muy grande para la geometría adoptada, o porque no se acoplan al baño fermiónico en forma relevante como para participar en la dinámica.

Hay que notar que los operadores bosónicos definidos en (2.35) tienen proyección de momento angular L_z bien definida

$$L_z \rho_{\pm m n_z}^{+n} |0\rangle = \pm \hbar m \rho_{\pm m n_z}^{+n} |0\rangle \tag{2.40}$$

utilizando esta propiedad y limitándonos a los operadores utilizados

para definir el H_B en (2.39) podemos definir la base $|n m n_z\rangle$ donde i) n es el número de fonones asociados con la energía $\hbar \omega_{10}$ ii) m es la proyección de L_z que de acuerdo a (2.40) puede tomar valores $m = -n, -n+2, \dots, n-2, n$; iii) n_z es el número de fonones asociados con la energía $\hbar \omega_0$. La acción de estos operadores sobre la base adoptada es la siguiente

$$\Gamma_{10}^{+1} |n m n_z\rangle = \sqrt{\frac{n+m}{2} + 1} |n+1 m+1 n_z\rangle \quad (2.41a)$$

$$\Gamma_{10}^{-1} |n m n_z\rangle = \sqrt{\frac{n-m}{2} + 1} |n+1 m-1 n_z\rangle \quad (2.41b)$$

$$\Gamma_0^{+1} |n m n_z\rangle = \sqrt{n_z+1} |n m n_z+1\rangle \quad (2.41c)$$

$$L_z |n m n_z\rangle = \hbar m |n m n_z\rangle \quad (2.41d)$$

queda así definida una base común a los operadores L_z y H_B que será utilizada en futuras aplicaciones.

2.3 Análisis de la interacción

Para obtener un hamiltoniano del tipo (2.3) se supone que el potencial de un cuerpo de las partículas es afectado por la presencia de una vibración de densidad

$$V(\bar{x}) \approx V_0(\bar{x}) + \int d^3\bar{r}_v \eta^*(\bar{r}_v) V_1(\bar{x}, \bar{r}_v) \quad (2.42)$$

donde el segundo miembro de (2.42) es un desarrollo hasta el orden lineal en la densidad relativa $\eta(\bar{r}_v)$ definida en la sección anterior. El primer término de este miembro es el potencial fermiónico de un cuerpo en ausencia de la vibración, mientras que el segundo término representa la interacción. La integral que se realiza es debida al hecho de estar trabajando dentro de la hipótesis hidrodinámica.

A partir de la ecuación (2.42) podemos definir el hamiltoniano de interacción como

$$H_{\text{int}} = \sum_{\alpha\mu} V_{\alpha\mu} b_\alpha^\dagger b_\mu \quad (2.43)$$

donde

$$V_{\alpha\mu} = \int d^3\bar{r}_v \eta^*(\bar{r}_v) \int d^3\bar{x} \psi_\mu^*(\bar{x}) V_1(\bar{x}, \bar{r}_v) \psi_\alpha(\bar{x}) \quad (2.44)$$

de acuerdo a lo ya visto $\eta^*(\bar{r}_v)$ es un operador

$$\eta(\bar{r}_v) = \sum_{n, m, n_z} \eta_{m, n_z}^n(\bar{r}_v) \alpha_{m, n_z}^n \quad (2.45)$$

(ver ecuación (2.35) de la sección anterior) ya que incluye a las coordenadas generalizadas α_{m, n_z}^n que se cuantifican tomando el status de operadores. Reemplazando (2.45) en (2.44) resulta

$$V_{\alpha\mu} = \sum_{n, m, n_z} \left\{ \int d^3 r_v \eta_{m n_z}^{n*}(\bar{r}_v) \int d^3 x \varphi_{\mu}^*(\bar{x}) V_1(\bar{x}, \bar{r}_v) \varphi_{\alpha}(\bar{x}) \right\} (-)^m \alpha_{-m n_z}^n \quad (2.46)$$

teniendo en cuenta la relación (2.35) que relaciona los operadores $\Gamma_{m n_z}^{\dagger n}$ con los operadores $\alpha_{m n_z}^n$, se definen las constantes de la interacción como:

$$\lambda_{\alpha\mu}^{n m n_z} = \left(\frac{\hbar}{B_{m n_z}^n \omega_{m n_z}^n} \right)^{1/2} \int d^3 r_v \int d^3 x \varphi_{\mu}^*(\bar{x}) \eta_{m n_z}^{n*}(\bar{r}_v) V_1(\bar{x}, \bar{r}_v) \varphi_{\alpha}(\bar{x}) \quad (2.47)$$

con el hamiltoniano de interacción

$$H_{\text{int}} = \sum_{\alpha\mu} \sum_{n m n_z} \lambda_{\alpha\mu}^{n m n_z} \Gamma_{m n_z}^{\dagger n} b_{\mu}^{\dagger} b_{\alpha} + h. c. \quad (2.48)$$

podemos tomar para $V_1(\bar{x}, \bar{r}_v)$ una densidad de interacción de rango cero

$$V_1(\bar{x}, \bar{r}_v) = \lambda^0 \delta(\bar{x} - \bar{r}_v) \quad (2.49)$$

reemplazando en (2.47) los elementos de matriz del potencial resultan

$$\lambda_{\alpha\mu}^{n m n_z} = \lambda^0 \left(\frac{\hbar}{B_{m n_z}^n \omega_{m n_z}^n} \right)^{1/2} \int d^3 r \varphi_{\mu}^*(\bar{r}) \eta_{m n_z}^{n*}(\bar{r}) \varphi_{\alpha}(\bar{r}) \quad (2.50)$$

Si finalmente tomamos en cuenta los modos privilegiados que se quieren estudiar, esto es, el modo dipolar gigante con $n=1$; $m = \pm 1, 0$ y $n_z = 0$ obtenemos la interacción a utilizar en el modelo

$$H_{FB} = \sum_{\alpha, \mu, m} \lambda_{\alpha, \mu}^m \tau_m^+ b_{\mu}^+ b_{\alpha} + h. c. \quad (2.51)$$

con $m = \pm 1, 0$ y con la propiedad debida a la simetría cilíndrica que
 $\lambda^1 = \lambda^{-1}$

El haber obtenido un hamiltoniano lineal en los operadores fonónicos es una consecuencia de la aproximación lineal realizada en (2.42). Por otro lado, el haber considerado que la presencia de la onda de densidad modificaba el potencial de un cuerpo resultó en el acoplamiento del fonón al espacio de $1p - 1h$ de los fermiones. Se despreció en este modelo la interacción de dos cuerpos que da lugar al acoplamiento del modo oscilatorio al espacio de $2p - 2h$. Es bien sabido, sin embargo, que el acoplamiento a este espacio y a configuraciones aún más complejas produce una contribución importante al amortiguamiento de la vibración en núcleos pesados, en contraposición con el acoplamiento del tipo (2.51) al espacio de $1p - 1h$ que da lugar al llamado ancho de escape, más importante en núcleos livianos (ref. 17). Se verá más adelante cómo las configuraciones complicadas se tendrán en cuenta con el hamiltoniano dado, ganando en simplicidad pero pagando el precio de tener que introducir un parámetro abierto en el modelo.

III. CONSTRUCCION DE LAS ECUACIONES DE MOVIMIENTO

A partir de la ecuación de Schrodinger-Von Neumann

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \rho = L \rho \quad (3.1)$$

donde ρ es la matriz densidad del sistema total

$$\text{tr} \rho = 1 ; \rho \geq 0 \quad (3.2)$$

y L es el liouvilliano del sistema

$$L = [H,] = L_B + L_F + L_{FB} \quad (3.3)$$

Se pueden extraer ecuaciones acopladas para los dos subsistemas presentes. Definimos

$$\rho = \rho_o + \rho_c \quad \rho_o = \rho_B \rho_F \quad (3.4)$$

con la siguiente propiedad respecto de las trazas parciales

$$\text{tr}_B \rho = \rho_F \quad \text{tr}_F \rho = \rho_B \quad \text{tr}_F \rho_c = 0 \quad (3.5)$$

$$\text{tr}_B \rho_B = \text{tr}_F \rho_F = 1$$

Tomando trazas parciales en la ecuación (3.1) se obtiene

$$i\hbar \dot{\rho}_a = \mathcal{L}_a \rho_a + \text{tr}_{-a} (L \rho_c) \quad (3.6)$$

donde si Q denota al sistema B ó F ; -Q es respectivamente el complementario.

\mathcal{L}_a es el generador de flujo libre o liouvilliano efectivo

$$\mathcal{L}_a = L_Q + \text{tr}_{-Q} (L_{BF} \rho_{-a}) \quad (3.7)$$

El último término de esta expresión representa el campo medio que cada subsistema experimenta en promedio debido a la presencia del otro.

Es posible hallar $\rho_c(t)$ a partir de diferenciar la ecuación (3.4) y utilizar la ecuación (3.6) Se obtiene

$$\begin{aligned} \rho_c(t) = U_{cc}(t) \rho_c(0) - i \int_0^t d\tau U_{cc}(\tau) \left\{ L_{BF} - \right. \\ \left. - t_{r_B} [L_{BF} \rho_B(t-\tau)] - t_{r_F} [L_{BF} \rho_F(t-\tau)] \right\} \rho_c(t-\tau) \end{aligned} \quad (3.8)$$

con el propagador de las correlaciones

$$U_{cc}(\tau) = T \exp \left\{ -i \int_0^\tau d\tau' \left[1 - \rho_F(\tau') t_{r_F} - \rho_B(\tau') t_{r_B} \right] L \right\} \quad (3.9)$$

donde T indica ordenación temporal.

Se introduce ahora la hipótesis cinética de separación de las escalas de tiempo de interés; es decir que se asume que el tiempo de vida τ_{cc} del propagador de las correlaciones $U_{cc}(\tau)$ es menor que cualquier tiempo t de observación (ref.6-8, 19). Esta hipótesis

establece que el tiempo τ_{cc} (que es del orden de duración de una colisión) es mucho menor que el tiempo de relajación, τ_{rel} que es del orden del tiempo entre colisiones. La separación de las escalas de tiempo conduce a considerar el problema dentro de la aproximación markoviana, de tal manera que las ecuaciones a hallar y, a partir de ahí, la descripción del modelo se harán dentro de esta aproximación. No obstante es importante considerar, ya que en el amortiguamiento de vibraciones en núcleos no se observa una separación clara de las escalas de tiempo, el régimen no-markoviano y ya se han hecho progresos importantes en esta línea (ref. 20,21).

Se considera entonces la llamada densidad de correlación asintótica

$$\begin{aligned} \tilde{\rho}_c(t) \approx & -i \int_0^{\infty} d\tau \tilde{U}_{cc}(\tau) \left\{ L_{BF} - t_{r_B} [L_{BF} \tilde{\rho}_B(t-\tau)] - \right. \\ & \left. - t_{r_F} [L_{BF} \tilde{\rho}_F(t-\tau)] \right\} \tilde{\rho}_c(t-\tau) \end{aligned} \quad (3.10)$$

sustituyendo en (3.6) se obtiene para el régimen $t > \tau_{cc}$ el sistema acoplado

$$\dot{\tilde{\rho}}_a = -i \tilde{\mathcal{L}}_a \tilde{\rho}_a - K_a(\tilde{\rho}_0) \quad (3.11)$$

con el término colisional

$$K_a(\tilde{\rho}_0) = \int_0^{\infty} d\tau t_{r_a} [\Upsilon_{BF}(\tau) \tilde{\rho}_0(t-\tau)] \quad (3.12)$$

y el superoperador de memoria

$$\Upsilon_{BF}(\zeta) = L_{BF} \tilde{U}_{cc}(\zeta) L_{BF} \quad (3.13)$$

Al pasar de la ecuación (3.1) a la ecuación (3.6) las densidades reducidas se mantienen normalizadas: $\partial[\text{tr}_a \rho_a(t)] / \partial t = 0$ para todo tiempo. En el régimen asintótico esta condición implica que

$$\text{tr}_Q K_Q(\tilde{\rho}_0) = 0 \quad (3.14)$$

Esta es una condición de consistencia a verificar cuando $K_Q(\tilde{\rho}_0)$ toma una forma determinada.

Para hallar la forma específica que toma el término de las colisiones $K_Q(\tilde{\rho}_0)$ en esta versión del MBC debemos comenzar calculando el superoperador de memoria u operador de las colisiones Υ_{BF} . Este operador produce una transición del vacío hacia el espacio de las correlaciones a través del liouvilliano de interacción L_{BF} , mientras que la propagación intermedia se realiza con el operador de evolución $\tilde{U}_{cc}(\zeta)$. El principal protagonista en la evolución es entonces la interacción descrita por L_{BF} , cuya descomposición espectral en la representación de Liouville es de la forma (ref. 19, 22, 23)

$$\begin{aligned}
L_{BF} = & \left\{ \sum_{\substack{n,m \\ \alpha,\mu}} \left[\lambda'_{\alpha\mu} (|n+1, m+1, \mu\rangle \langle n, m, \alpha| + |n+1, m-1, \mu\rangle \langle n, m, \alpha|) \right. \right. \\
& + \left. \lambda^{1*}_{\alpha\mu} (|n, m, \alpha\rangle \langle n+1, m+1, \mu| + |n, m, \alpha\rangle \langle n+1, m-1, \mu|) \right] \\
& + \sum_{n_z, \alpha, \mu} \lambda^{\circ}_{\alpha\mu} (|n_z+1, \mu\rangle \langle n_z, \alpha| + \lambda^{\circ*}_{\alpha\mu} |n_z, \alpha\rangle \langle n_z+1, \mu|) \left. \right\} \otimes I \\
& - I \otimes \left\{ \sum_{\substack{n,m \\ \alpha,\mu}} \left[\lambda'_{\alpha\mu} (|n+1, m+1, \mu\rangle \langle n, m, \alpha| + |n+1, m-1, \mu\rangle \langle n, m, \alpha|) \right. \right. \\
& + \left. \lambda^{1*}_{\alpha\mu} (|n, m, \alpha\rangle \langle n+1, m+1, \mu| + |n, m, \alpha\rangle \langle n+1, m-1, \mu|) \right] \\
& + \sum_{n_z, \alpha, \mu} \lambda^{\circ}_{\alpha\mu} (|n_z+1, \mu\rangle \langle n_z, \alpha| + \lambda^{\circ*}_{\alpha\mu} |n_z, \alpha\rangle \langle n_z+1, \mu|) \left. \right\} \quad (3.15)
\end{aligned}$$

El símbolo de factorización \otimes indica la ubicación del operador sobre el cual actúa el superoperador. Al realizar la descomposición espectral se utilizó la base anteriormente descripta $|n, m, n_z\rangle$ y los estados α, μ representan estados de partícula o agujero. Estas bases se utilizan para obtener la descomposición espectral de las densidades reducidas asintóticas $\tilde{\rho}_B(t)$ y $\tilde{\rho}_F(t)$

$$\tilde{\rho}_F(t) = \sum_{\alpha, \mu} \tilde{\rho}_{\alpha\mu}(t) b_{\alpha}^{\dagger} b_{\mu} \quad (3.16a)$$

$$\tilde{\rho}_B(t) = \sum_{\substack{n, m, n_z \\ n', m', n'_z}} \tilde{\rho}_{n, m, n_z, n', m', n'_z}(t) |n, m, n_z\rangle \langle n', m', n'_z| \quad (3.16b)$$

Es necesario ahora evaluar el operador evolución de las correlaciones

$U_{cc}(t)$. Esto se realiza en el marco de la aproximación de acoplamiento débil, que consiste en la siguiente simplificación

$$T \exp \left\{ -i \int_0^t \tilde{L}_{cc}(\tau) d\tau \right\} \approx \exp \left\{ -i (L_B + L_F) t \right\} \quad (3.17)$$

o equivalentemente

$$\tilde{U}_{cc}(t) \approx U_0(t) \quad (3.18)$$

Antes de obtener la forma final del término colisional recordemos que $\tilde{\rho}_F$ es un vector de estado en el espacio de Liouville que representa una configuración de N-cuerpos interactuantes. Podemos introducir las densidades de s-cuerpos como

$$\rho_s = \frac{N!}{(N-s)!} \text{tr}_{s+1 \dots N} \tilde{\rho}_F \quad (3.19)$$

La forma del hamiltoniano de interacción H_{FB} sugiere que en la evaluación de K_Q sólo intervengan ρ_1 y ρ_2 donde cada una de estas densidades se puede tomar

$$\rho_i = \rho_i^o + \rho_i^c \quad ; \quad i = 1, 2 \quad (3.20)$$

La estructura de ρ_2^c introduce problemas no lineales ya que involucra al operador de colisiones que se está tratando de evaluar (ref. 7). Podemos esperar, sin embargo, que la contribución de ρ_2^c sea de un

orden mayor en la interacción, de hecho ρ_2^c contiene la interacción de dos cuerpos definida en el hamiltoniano H_F (ec. 2.1), y tomar $\rho_2 \approx \rho_2^o$ como un producto antisimetrizado de densidades de 1-cuerpo. Como consecuencia de ésto la integral temporal en K_Q afecta la fase relativa entre \mathcal{T}_{BF} y el estado inicial retardado dando lugar a una ley de conservación de la energía

$$\int_0^\infty \exp\{i(\omega - \omega_{\alpha\mu})z\} dz = \pi \delta_+(\omega - \omega_{\alpha\mu})$$

$$= \pi \delta(\omega - \omega_{\alpha\mu}) + i \mathcal{P}\left(\frac{1}{\omega - \omega_{\alpha\mu}}\right) \quad (3.21)$$

Finalmente en el régimen muy cercano al equilibrio, cuando las densidades $\tilde{\rho}_B$ y ρ_A son diagonales en sus respectivos espacios podemos obtener ambos términos de colisión

$$K_B = \sum_{\substack{n,m \\ \alpha,\mu}} |\lambda_{\alpha\mu}^1|^2 \pi \delta(\omega_1 - \omega_{\alpha\mu}) \left\{ 2\rho_{nm} [\rho_\mu(1-\rho_\alpha) + \rho_\alpha(1-\rho_\mu)] \right.$$

$$\left. - \rho_\alpha(1-\rho_\mu) (\rho_{n-1,m+1} + \rho_{n-1,m-1}) - \rho_\mu(1-\rho_\alpha) (\rho_{n+1,m+1} + \rho_{n+1,m-1}) \right\} \cdot$$

$$|nm\rangle \langle nm| + \sum_{\substack{n_2 \\ \alpha,\mu}} |\lambda_{\alpha\mu}^o|^2 \pi \delta(\omega_o - \omega_{\alpha\mu}) \left\{ \rho_{n_2} [\rho_\mu(1-\rho_\alpha) + \rho_\alpha(1-\rho_\mu)] \right.$$

$$\left. - \rho_\alpha(1-\rho_\mu) \rho_{n_2-1} - \rho_\mu(1-\rho_\alpha) \rho_{n_2+1} \right\} |n_2\rangle \langle n_2| \quad (3.22)$$

o sea

$$K_B = K_B^1 + K_B^0 \quad (3.23)$$

donde el 1 y el 0 representan a las vibraciones en el plano y sobre el eje axial respectivamente.

La restricción diagonal de K_F resulta

$$K_F^D = \sum_{\alpha, \mu, i} |\lambda_{\alpha\mu}^i|^2 \pi \delta(\omega_i - \omega_{\alpha\mu}) \left\{ \left[(1-\rho_\alpha^i) \rho_\mu (1-\rho_\alpha) - (1-\rho_\mu^i) \rho_\alpha (1-\rho_\mu) \right] |\mu\rangle \langle \mu| + \left[(1-\rho_\mu^i) \rho_\alpha (1-\rho_\mu) - (1-\rho_\alpha^i) \rho_\mu (1-\rho_\alpha) \right] |\alpha\rangle \langle \alpha| \right\} \quad (3.24)$$

donde $i=1,0$ según se considere el oscilador degenerado en el plano o el axial respectivamente. Como aclaración debemos decir que se truncó el espectro del oscilador hasta un número de cuantos máximo N , de tal manera que

$$\rho_N^1 = \sum_{m=-N}^N \rho_{Nm}(t) \quad (3.25)$$

También es importante notar que se utilizó la factorización

$$\rho_{n_m n_z}(t) = \rho_{n_m}(t) \rho_{n_z}(t) \quad (3.26)$$

Estos operadores de colisión dan lugar a un sistema de ecuaciones

maestras acopladas que regulan la dinámica de los subsistemas

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{nm} = & W_+^1 (\rho_{n+1,m+1} + \rho_{n+1,m-1} - 2\rho_{nm}) + \\ & + W_-^1 (\rho_{n-1,m+1} + \rho_{n-1,m-1} - 2\rho_{nm}) \end{aligned} \quad (3.27a)$$

$$\dot{\rho}_{n_z} = W_+^0 (\rho_{n_z+1} - \rho_{n_z}) + W_-^0 (\rho_{n_z-1} - \rho_{n_z}) \quad (3.27b)$$

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_A = & \sum_{\alpha,\mu,i} |\lambda_{\alpha\mu}^i|^2 \pi \delta(\omega_i - \omega_{\alpha\mu}) \left\{ [(1-\rho_\alpha^i) \rho_\mu (1-\rho_\alpha) - \right. \\ & \left. - (1-\rho_\mu^i) \rho_\alpha (1-\rho_\mu)] \delta_{A\mu} + [(1-\rho_\alpha^i) \rho_\alpha (1-\rho_\mu) - (1-\rho_\mu^i) \rho_\mu (1-\rho_\alpha)] \delta_{A\alpha} \right\} \end{aligned} \quad (3.27c)$$

donde se han definido las probabilidades de transición por unidad de tiempo

$$W_+^i = \sum_{\alpha,\mu} |\lambda_{\alpha\mu}^i|^2 \pi \delta(\omega_i - \omega_{\alpha\mu}) \rho_\mu (1-\rho_\alpha) \quad (3.28a)$$

$$W_-^i = \sum_{\alpha,\mu} |\lambda_{\alpha\mu}^i|^2 \pi \delta(\omega_i - \omega_{\alpha\mu}) \rho_\alpha (1-\rho_\mu) \quad (3.28b)$$

donde nuevamente $i=1,0$ según la vibración que se esté considerando.

El hecho de haber truncado el espectro de los osciladores para aplicaciones numéricas introduce condiciones de contorno. La ecuación (3,27a) se puede representar por medio de una red bidimensional (fig. 1) donde las transiciones permitidas están representadas por

flechas, de tal manera que las que apuntan hacia abajo (arriba) representan una transición con probabilidad W_+^1 (W_-^1). Para construir la ecuación asociada a un nodo determinado se debe asignar un signo menos si la flecha sale del nodo y un signo más en el caso que la flecha llegue. Por ejemplo, para el caso que ilustra la figura 1 se obtiene

$$\dot{\rho}_{nm} = W_+^1 (\rho_{n+1, n+1} + \rho_{n+1, n-1} - \rho_{nm}) + W_-^1 (\rho_{n-1, n-1} - 2\rho_{nn}) \quad (3.29)$$

Para el caso unidimensional (ec. 3.27b) aparecen sólo dos condiciones de contorno, para la población del estado fundamental ρ_0 y para la población del máximo nivel permitido ρ_N

$$\rho_0 = W_+^0 \rho_1 - W_-^0 \rho_0 \quad (3.30a)$$

$$\rho_N = -W_+^0 \rho_N + W_-^0 \rho_{N-1} \quad (3.30b)$$

Resta entonces aplicar estas ecuaciones a diferentes situaciones, cosa que se hará en los capítulos siguientes.

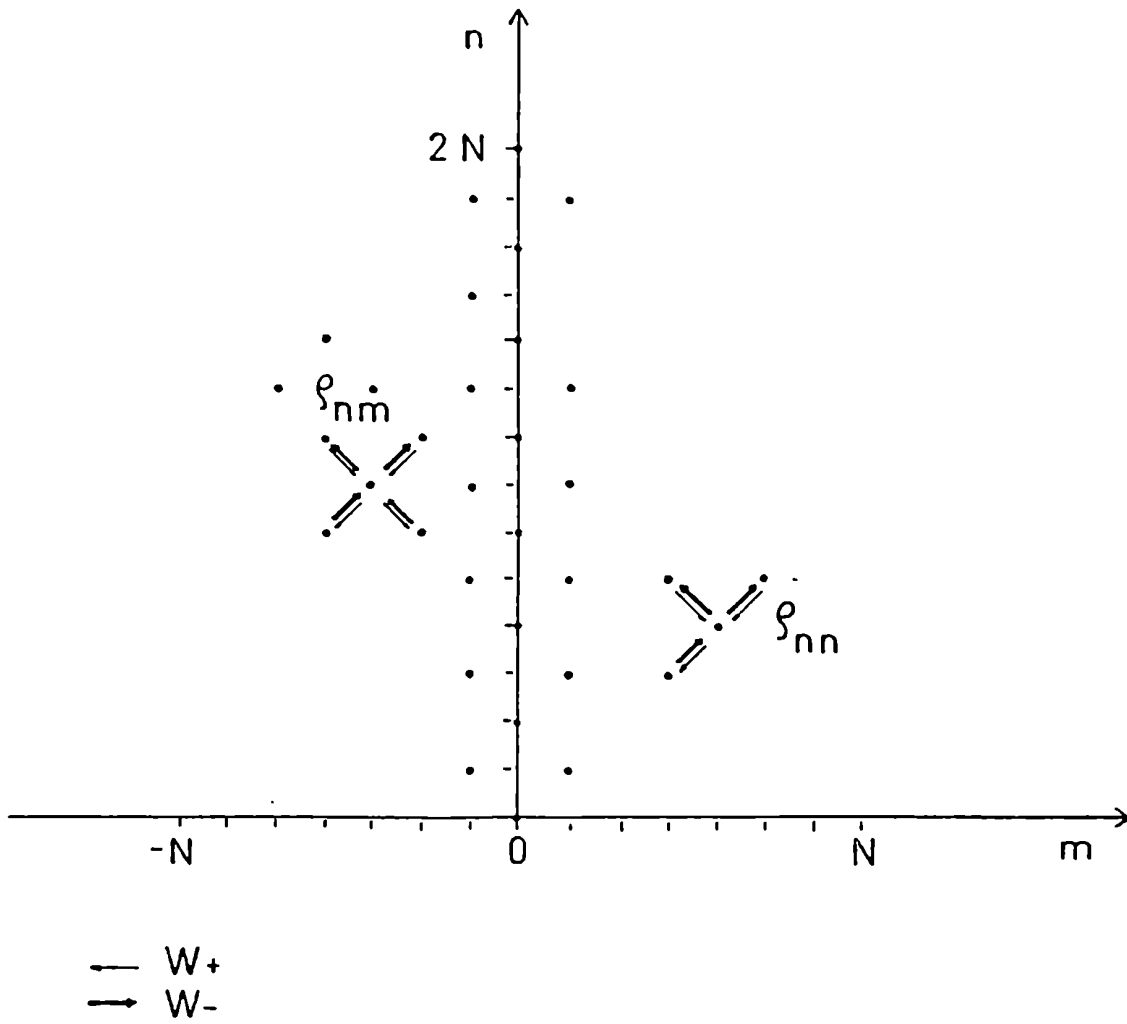


Figura 1. Representación de las condiciones de contorno seleccionadas para buscar una solución analítica a la ecuación maestra (ec. 3.27a). Cada nodo representa un estado (n,m) con una probabilidad de ocupación ρ_{nm} . Las flechas indican las transiciones permitidas y hemos truncado el espectro a lo largo del triángulo con vértices (N,N) , $(N,-N)$, $(2N,0)$.

IV. APLICACIONES

A) CASO DE MATERIA NUCLEAR CON SIMETRIA CILINDRICA

4.1 Consideraciones generales

En este caso el sistema fermiónico representa materia nuclear en equilibrio a una cierta temperatura T , o lo que es lo mismo, un gas de Fermi descrito por la densidad de partícula independiente (p. i.)

$$\rho_{\alpha} \equiv \rho(\epsilon_{\alpha}) = \frac{1}{1 + e^{(\epsilon_{\alpha} - \epsilon_F)/T}} \quad (4.1)$$

donde $\epsilon_F = 38$ MeV y T puede valer unos pocos MeV.

La evolución temporal del sistema combinado está generada por el hamiltoniano

$$H = H_F + H_B + H_{FB} \quad (4.2)$$

donde la definición de cada elemento de la ecuación (4.2) ya fue dada en el capítulo II. El H_B resulta

$$H_B = \hbar\omega_1 (\rho_{11}^{\dagger}\rho_{11} + \rho_{-1-1}^{\dagger}\rho_{-1-1} + 1) + \hbar\omega_0 (\rho_{00}^{\dagger}\rho_{00} + 1/2) \quad (4.3)$$

En este caso se está tratando con materia nuclear infinita, no hay condiciones de contorno, lo que implica que el número de onda del

fonón tipo-i, q_i , no se cuantifica (pertenece a un continuo). Sin embargo, a partir de la relación de dispersión (ec. 2.37) tenemos

$$\omega_i = u q_i \quad (4.4a)$$

$$\omega_o = u q_o \quad (4.4b)$$

donde si tomamos a $u = c/4$ la velocidad del sonido correspondiente a materia nuclear podemos resolver el problema en función de las frecuencias ω_i y ω_o

4.2 Dinámica del fonón

4.2.1. Solución al problema espectral

Antes que nada debemos examinar el problema de autovalores del sistema dinámico (ec. 3.27). La aproximación de acoplamiento débil ($U_{cc}(\zeta) \simeq U_o(\zeta)$) da lugar a una interacción partícula-fonón perfectamente elástica, caracterizada por la distribución delta que aparece en las probabilidades de transición (ec. 3.28), que da lugar a la conservación de la energía, y en la ecuación cinética del baño térmico (ec. 3.27c). Esta última en particular muestra que cuando una colisión partícula-fonón se produce, la frecuencia de

colisión que lleva al sistema fermiónico al equilibrio es infinita. Este hecho, que es el caso límite de los eventos con un cierto ancho de energía, ya fue analizado en versiones anteriores del modelo MBC (ref. 4,8) donde se mostró que aquellos fermiones que, en el espacio de momentos, pertenecían a ciertos planos perpendiculares al eje z alcanzaban una termalización instantánea. Esta termalización no implica ningún cambio de temperatura en el baño térmico ya que la cantidad de energía transferida al sistema es finita. En el caso presente tenemos simetría cilíndrica alrededor del eje z, lo que se refleja en las funciones de onda de los tres modos independientes dando lugar a los elementos de matriz $\lambda_{\alpha\mu}^i$ de la interacción

$$\lambda_{\alpha\mu}^i = \lambda_{\alpha\mu}^{i,0} \delta(k_{\alpha z} - k_{\mu z}) \delta(k - q_i) ; i = 1, 0 \quad (4.5)$$

donde k es el módulo de la proyección del momento relativo $\bar{k}_\alpha - \bar{k}_\mu$ sobre el plano (x,y). La ecuación(4.5) nos dice que un estado de partícula y un estado de agujero con momentos \bar{k}_α y \bar{k}_μ respectivamente pueden participar en una colisión con el oscilador de energía $\hbar \omega_i$ sólo si: a) los momentos pertenecen a un plano $k_z = \text{cste.}$ y b) para una dada proyección $\bar{\alpha}$ de \bar{k}_α en el plano (x,y), $\bar{\mu}$ (proyección de \bar{k}_μ en el plano (x,y)) cae sobre una circunferencia de radio q_i centrada en $\bar{\alpha}$ (fig. 2a).

Combinando este requerimiento con el de la conservación de la energía obtenemos la solución única:

$$\alpha^2 = \mu^2 + \frac{2m}{\hbar} \omega_i \quad (4.6a)$$

$$\alpha^2 + \mu^2 - 2\alpha\mu \cos \varphi = q_i^2 \quad (4.6b)$$

$$\alpha > q_i \left(\frac{m\mu^2}{\hbar\omega_i} + \frac{1}{2} \right) = k_0^i \quad (4.6c)$$

donde φ es el ángulo polar entre $\vec{\alpha}$ y $\vec{\mu}$. Así podemos hallar las probabilidades de transición w_{\pm}^i de la ecuación (3.28) pasando de la sumatoria a una integral

$$\sum_{\mathcal{D}} \longrightarrow \frac{V}{(2\pi)^3} \int d^3 k_{\nu} \quad (4.7)$$

y utilizando la propiedad de la función delta de Dirac

$$\delta[g(x)] = \sum_j \left| \frac{1}{g'(x_j)} \right| \delta(x - x_j) \quad (4.8)$$

donde $g'(x)$ es la derivada de la función g respecto de su argumento y x_j son los ceros simples de la función $g(x)$, tal que $g'(x_j) \neq 0$.

Con ésto las probabilidades de transición resultan

$$w_{\pm}^i = 16 \pi^2 |\lambda^{i,0}|^2 \int_{k_0^i}^{\infty} d\alpha \int_{-\infty}^{\infty} dk_z \rho_{\mu}(1-\rho_{\alpha}) \left| \frac{q_i}{\alpha\mu \sin \varphi} \right| \quad (4.9)$$

donde ρ_{ν} está dada por la ecuación (4.1), μ y φ están definidas en la ecuación (4.6). Si combinamos la ecuación (4.1) con la

definición de w_{-}^i obtenemos que

$$w_{-}^i = w_{+}^i \exp(-\hbar \omega_i / T) \quad (4.10)$$

En este trabajo el mayor interés es resolver la ecuación maestra asociada al oscilador bidimensional, ya que la correspondiente al oscilador unidimensional ya fue resuelta anteriormente (ref. 4). Notemos que las ecuaciones de estos osciladores no están acopladas debido al hecho que el baño térmico se encuentra en reposo.

Debemos resolver la ecuación (3.27a) que en forma matricial resulta

$$\dot{\rho} = W \rho = \lambda \rho \quad (4.11)$$

donde λ es la matriz de autovalores correspondiente a la matriz dinámica W . Para diagonalizar analíticamente esta matriz realizamos una rotación en $\pi/2$ de la red de la fig. 1 por medio de la transformación

$$n_R = \frac{n + m}{2} \quad (4.12a)$$

$$n_L = \frac{n - m}{2} \quad (4.12b)$$

La geometría de la nueva red se observa en la figura 3. La ventaja de esta transformación es que ahora es posible factorizar la red en dos redes unidimensionales y por ello utilizar resultados ya conocidos.

Los autovalores y autovectores de la matriz dinámica W resultan

$$\begin{aligned}\lambda_{sr} &= -2W_+ - 2W_- + \sqrt{W_+W_-} (\cos\varphi_s + \cos\varphi_r) \\ &= \lambda_s + \lambda_r\end{aligned}\quad (4.13a)$$

$$\begin{aligned}V_{sr}^{kl} &= \frac{2W_+}{N\sqrt{|W_+W_-|}} \alpha^{(k+l)} \left[\alpha \sin(k\varphi_s) - \sin(k-1)\varphi_s \right] \\ &\quad \cdot \left[\alpha \sin(l\varphi_r) - \sin(l-1)\varphi_r \right] = V_s^k V_r^l\end{aligned}\quad (4.13b)$$

$$\varphi_s = \frac{s\pi}{N} \quad s = 1, 2, \dots, N-1 \quad (4.13c)$$

$$\alpha = \sqrt{W_-/W_+} \quad (4.14)$$

El autovector V_{00} asociado con el autovalor $\lambda_{NN} = 0$ (o, como usualmente se lo denota, $\lambda_{00} = 0$) corresponde a la distribución de equilibrio ρ_0 ; que resulta

$$\rho_0^{kl} = \left(\frac{1-\alpha}{1-\alpha^N} \right)^2 \alpha^{2(k+l-1)} \quad (4.15)$$

La evolución temporal de la matriz densidad bidimensional está dada por la superposición

$$\rho(t) = \rho_0 + \sum_{s,r} c_{s,r} V_{sr} \exp(\lambda_{sr} t) \quad (4.16)$$

donde las amplitudes c_{sr} son las raíces del sistema lineal

$$\rho_{kl}(0) = \rho_0^{kl} + \sum_{sr} c_{sr} V_{sr}^{kl} \quad (4.17)$$

Las cantidades de interés relacionadas con la matriz densidad son las siguientes:

a) la energía bosónica

$$\begin{aligned} E_B(t) &= \hbar \omega_1 \sum_{n,m} n \rho_{nm}(t) \\ &= \hbar \omega_1 \sum_{n_R, n_L} (n_R + n_L) \rho_{n_R, n_L}(t) \end{aligned} \quad (4.18)$$

b) la entropía bosónica

$$S_B(t) = - \sum_{nm} \rho_{nm}(t) \ln \rho_{nm}(t) \quad (4.19)$$

c) la frecuencia efectiva dependiente del tiempo $\nu_E(t)$ definida como la derivada logarítmica

$$\nu_E(t) = \frac{\dot{E}_B(t)}{E_B(t)} \quad (4.20)$$

podemos entonces resolver la ecuación (4.16) y encontrar las cantidades de interés aquí definidas.

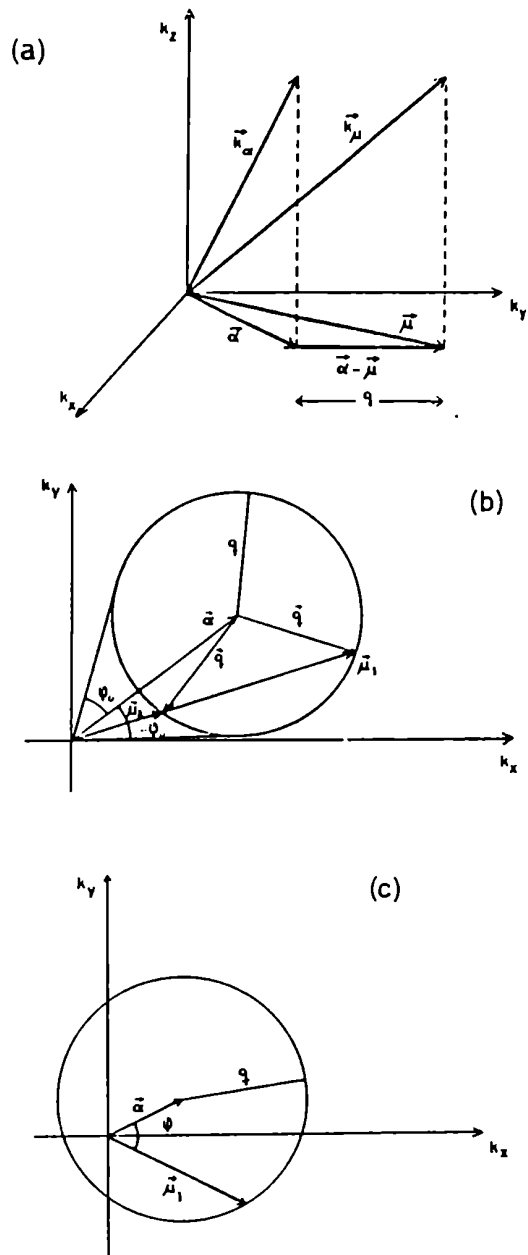


Figura 2. (a) Los momentos correspondientes a los estados de partícula-agujero que participan en la creación o aniquilación de un fonón y sus proyecciones en el plano (k_x, k_y) . (b) Los mismos momentos en el plano cuando $\alpha = |\vec{\alpha}|$ es mayor que el momento del fonón q_1 . (c) Los momentos en el plano cuando $\alpha < q_1$.

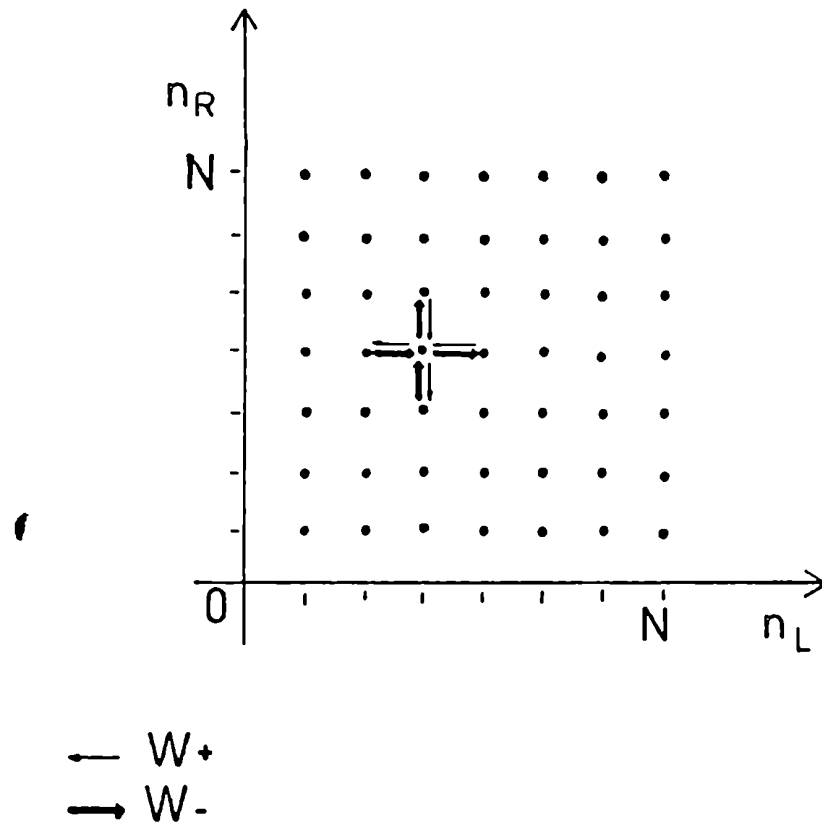


Figura 3. La misma red de la figura 1 rotada de acuerdo a la transformación de la ecuación (4.12).

4.2.2 Resultados obtenidos

Se realizaron cálculos ordenados en dos grupos:

- a) Probabilidades de transición W_+^1 ; W_-^1 y el menor autovalor no nulo $\lambda_{10} = \lambda_{01}$ fueron calculados en función de la energía del bosón cilíndrico $\hbar\omega_1$ y de la temperatura de equilibrio T
- b) La evolución temporal de la matriz densidad y de las cantidades relacionadas con ella, listadas al final de la sección precedente, fueron evaluadas para distintas combinaciones de los parámetros $\hbar\omega_1$ y T, muestreando el rango de interés de aplicaciones físicas. En todos los casos la condición inicial elegida fue

$$\rho_{nm}(0) = \frac{1}{2} \delta_{n1} (\delta_{m,-1} + \delta_{m,1}) \quad (4.21)$$

Las figuras 4-6 exhiben las probabilidades de transición W_+ ; W_- y el autovalor λ_{10} como funciones de $\hbar\omega_1$ y T. Como ilustración de la evolución temporal se muestran distintos gráficos correspondiendo a los valores intermedios de los parámetros $\hbar\omega_1 = 18$ MeV y T = 5 MeV con la condición inicial arriba indicada. El decaimiento de la probabilidad de ocupación $P_{11} = P_{1-1}$ así como la excitación de los estados vecinos se muestra en la figura 7. La figura 8 muestra la entropía y la energía en función del tiempo mientras que la frecuencia efectiva o derivada logarítmica \mathcal{P}_E se muestra en la figura 9.

A partir de la evolución temporal de las cantidades enumeradas (fig. 7-9) se pueden extraer las vidas medias. Definimos el tiempo

de relajación o vida media τ_x de una cantidad X como

$$X(\tau_x) = \begin{cases} X(\infty) + [X(0) - X(\infty)]/e & \text{si X decae} \\ (1 - 1/e) X(\infty) & \text{si X crece} \end{cases} \quad (4.22)$$

La tabla I muestra los valores de $\tau_{\rho_{11}}$; τ_{ρ_3} y τ_{E^-} para los distintos valores de energía del fonón y de la temperatura del baño térmico. Como comparación se da también el tiempo de relajación que corresponde a la inversa del autovalor λ_{10} . Todos los tiempos están dados en la unidad de tiempo nuclear 10^{-21} seg. mientras que las probabilidades de transición y autovalores están dados en $\text{MeV}^2 \cdot 10^{21} \text{ seg}^{-1} / |\lambda|^2$. En esta tabla se muestra además, los valores asintóticos para la energía y la entropía.

Observando las figuras 4-6 se puede verificar de acuerdo a la ecuación (4.13a) que el menor autovalor λ_{10} casi coincide con la probabilidad de transición de desexcitación W_+ para bajas temperaturas, mientras que la probabilidad de reexcitación W_- es casi nula. A medida que aumenta la temperatura se acentúa la diferencia entre W_+ y λ_{10} debido al aumento de probabilidad de los procesos de reexcitación. La curvatura en las gráficas de W_+ ó λ_{10} reflejan la dependencia en el exponente que aparece en las densidades de equilibrio ρ_{\downarrow} y ρ_{\uparrow} en la integral (4.9). Por el contrario la probabilidad de transición W_- es disminuída por el factor de Boltzmann (ec. 4.10) como función de la frecuencia fonónica.

	$\hbar\Omega = 13$			$\hbar\Omega = 18$			$\hbar\Omega = 25$		
	T=1	T=5	T=10	T=1	T=5	T=10	T=1	T=5	T=10
$\tau(s_{11})$	0.020	0.042	0.034	0.016	0.036	0.038	0.013	0.032	0.038
$\tau(s_0)$	0.020	0.048	0.038	0.016	0.040	0.046	0.013	0.032	0.043
$\tau(E)$	0.020	0.052	0.044	0.016	0.042	0.056	0.013	0.033	0.047
$ \lambda_{10} ^{-1}$	0.020	0.089	0.210	0.016	0.056	0.136	0.013	0.037	0.085
$E_{\infty}/\hbar\Omega$	0.0	0.16	0.74	0.0	0.056	0.4	0.0	0.01	0.18
S_{∞}/k	0.0	0.58	1.6	0.0	0.26	1.07	0.0	0.08	0.62

TABLA I. Vidas medias efectivas τ_x (en unidades de 10^{-21} seg.) definidas en la ecuación (4.22) para las dos primeras componentes de la matriz densidad (estado fundamental y primer excitado) y la energía; la inversa del menor autovalor no nulo de la matriz evolución (en unidades de 10^{-21} seg.) y los valores asintóticos de la energía (en MeV) y entropía (en unidades de la constante de Boltzmann k_B) para distintos valores de las energías $\hbar\omega_1$ y temperaturas del baño térmico T, ambas en MeV.

Un resultado esperado y confirmado en este tipo de evolución temporal es el siguiente. Las probabilidades de ocupación de la matriz densidad bosónica (fig. 7) alcanzan un valor asintótico correspondiente a la distribución canónica para una dada temperatura, en un tiempo efectivo dado por la tabla I. La energía y la entropía (fig. 8) alcanzan valores de saturación que coinciden con los predichos por la estadística del equilibrio para la energía interna y entropía de un oscilador bidimensional

$$U = 2\hbar \omega_1 \frac{1}{e^{\hbar\omega_1/T} - 1} \quad (4.23a)$$

$$S = \frac{U}{T} - 2 \ln(1 - e^{-\hbar\omega_1/T}) \quad (4.23b)$$

Debido a la degeneración del estado inicial del oscilador, la entropía no es nula a $t = 0$. Se aprecia en la figura 6 que crece hasta un máximo, a partir del cual decrece hasta alcanzar el estado de equilibrio. Este comportamiento se debe al hecho que la evolución a tiempos cortos es mayormente disipativa, como es evidenciado por la pequeña variación que experimenta la frecuencia efectiva dando lugar a un crecimiento de la entropía. A medida que el tiempo crece el sistema es conducido al equilibrio termodinámico y la entropía evoluciona hasta alcanzar el valor dado por la ecuación (4.23b) para una temperatura fija. Si este valor es menor que el valor inicial como sucede en el caso de la figura 8, se establece un flujo de entropía desde el oscilador al baño térmico. Por otro lado, podemos observar en la figura 9 el notable decrecimiento en la frecuencia ω_E para tiempos largos, indicando la presencia de eventos difusivos acompañando la propagación de las densidades de ocupación en la distribución canónica. Esta situación caracterizada por una franja del espectro del oscilador que se puebla con valores de probabilidad no despreciables, hace entrar en juego una gran cantidad de configuraciones intrínsecas, ya que hay muchas maneras diferentes según las cuales las partículas del baño térmico pueden colisionar con el sistema macroscópico manteniendo invariante la

densidad de equilibrio de este último. Este aumento del espacio de las fases fermiónico da lugar a la producción de la entropía, como lo requiere el segundo principio de la Termodinámica, para compensar el flujo negativo asociado a la pérdida de entropía del oscilador.

Analícemos ahora las vidas medias definidas por la ecuación (4.22) y exhibidas en la tabla I. No es posible establecer un comportamiento general observando la variación con $\hbar\omega_1$ y T , ya que estos tiempos de relajación reflejan un promedio pesado de los distintos autovalores. Es claro que para las temperaturas más bajas las tres vidas coinciden y son iguales al mayor tiempo de relajación definido por λ_{10}^{-1} . A medida que la temperatura crece se produce un apartamiento de los valores de estos parámetros que sin embargo no es muy significativo para energías del fonón muy grandes.

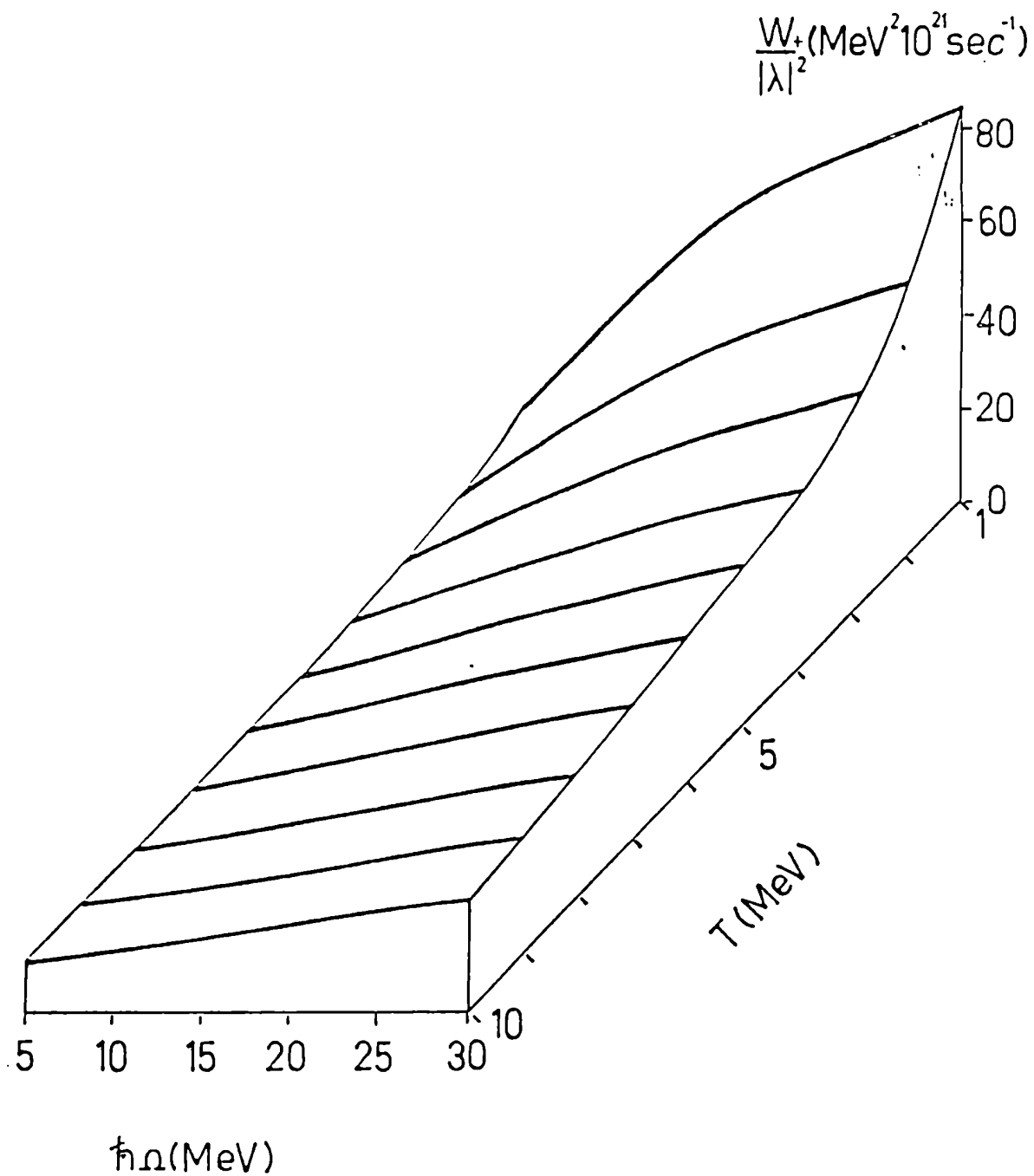
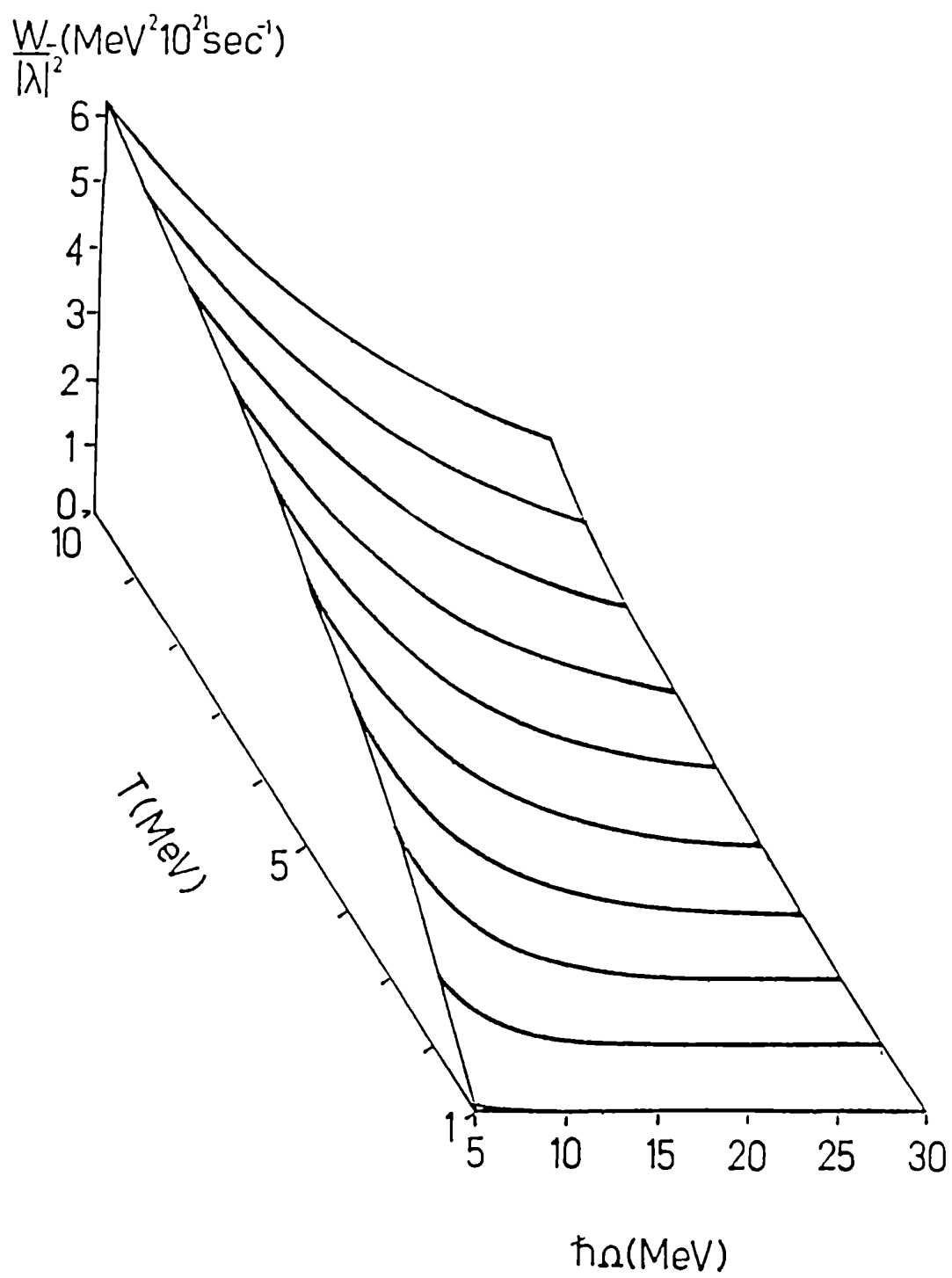


Figura 4. La probabilidad de transición descendente W_+ como función de la energía del fonón y la temperatura del baño térmico.



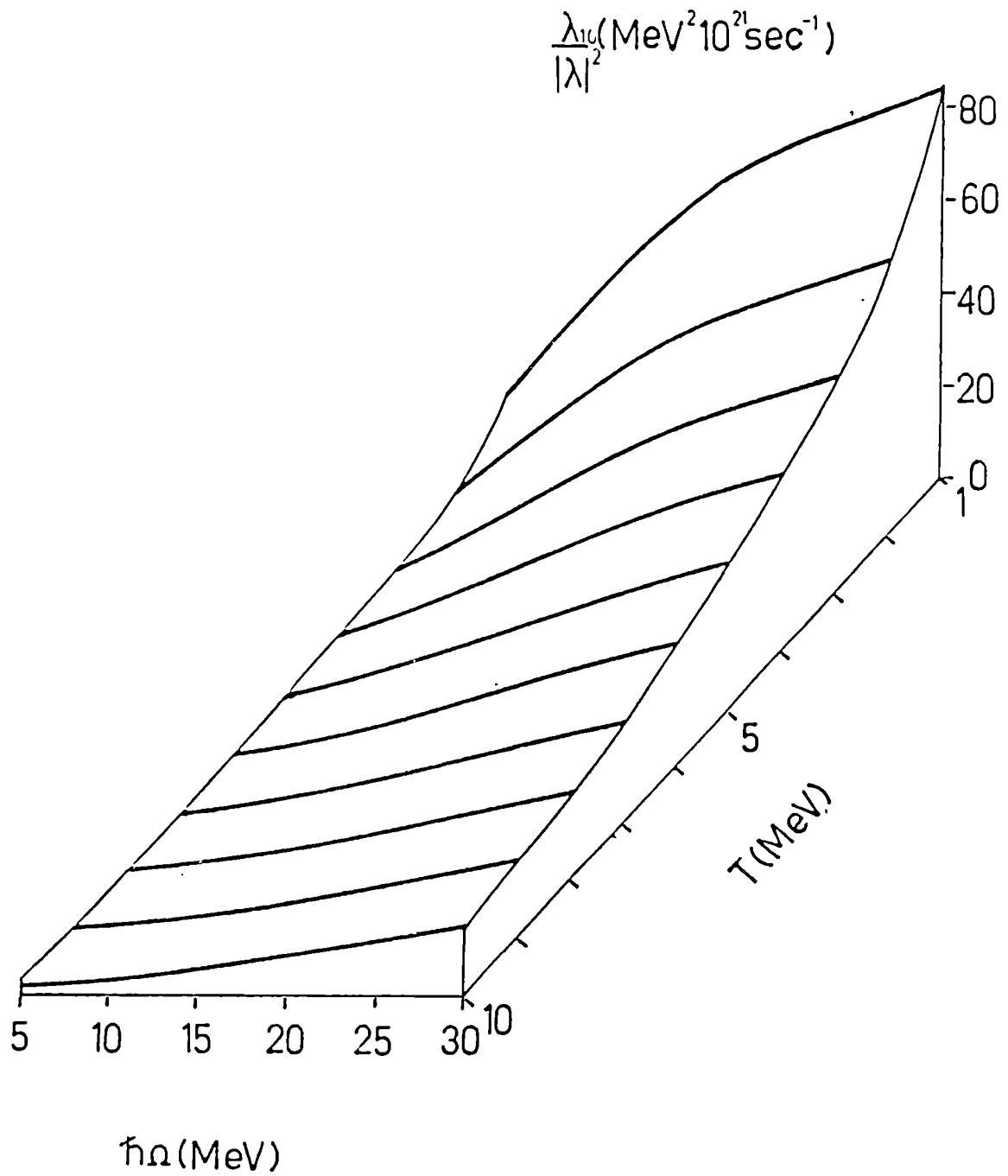


Figura 6. Lo mismo que las figuras 2 y 3 para el menor autovalor no nulo λ_{10} .

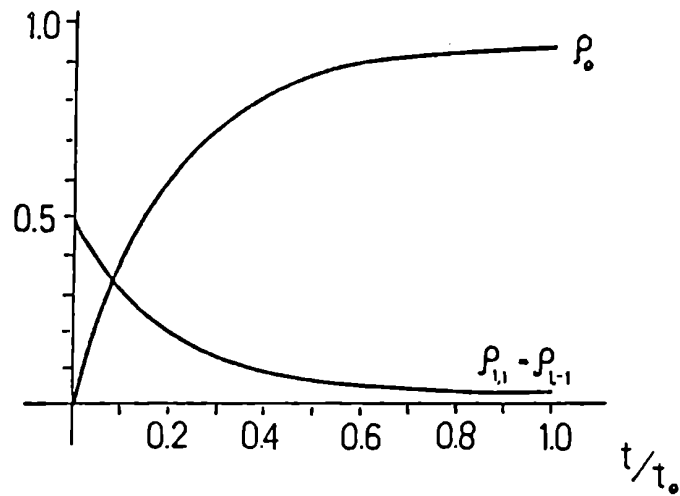


Figura 7. Evolución temporal de las componentes significativas no nulas de la matriz densidad ρ_{nm} . La unidad de tiempo es el período del oscilador no perturbado $t_0 = 2\pi/\omega_1$.

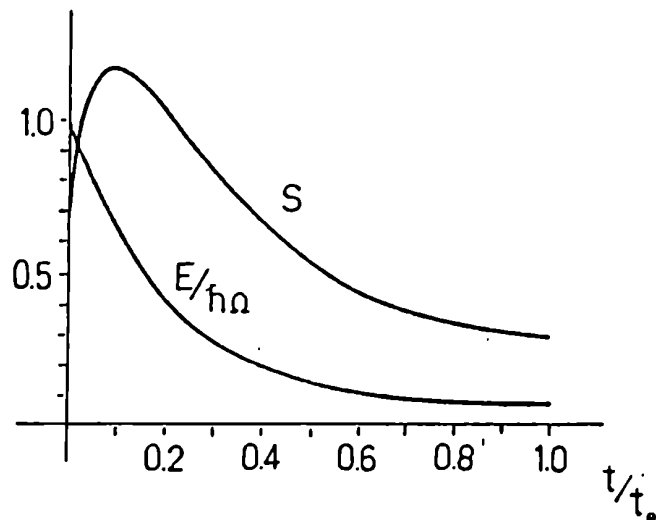


Figura 8. Evolución temporal de la energía del oscilador (en unidades de $\hbar\omega_1$) y de la entropía (en unidades de la constante de Boltzmann k_B).

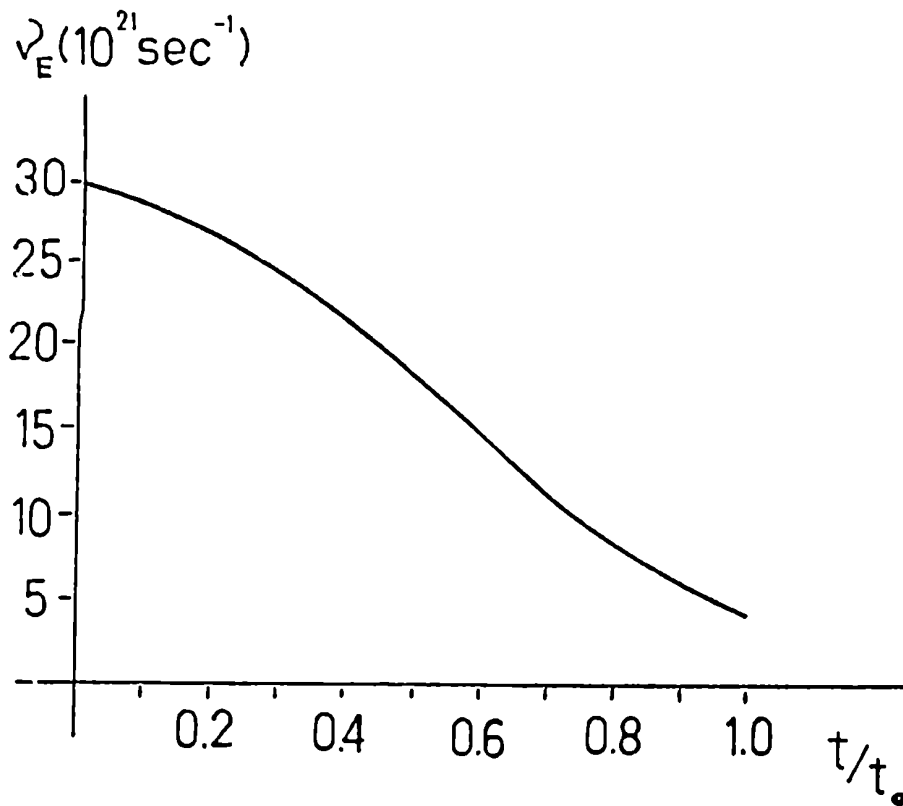


Figura 9. Evolución temporal de la derivada logarítmica de la energía del oscilador.

4.3 Colisiones inelásticas

4.3.1. Consideraciones generales

En la sección anterior se trató el decaimiento de una oscilación con simetría axial en un medio infinito, obteniéndose tiempos de vida para las componentes de la matriz densidad, la energía, etc. En esta sección estudiaremos las inversas de los tiempos de vida,

o frecuencias de colisión, de partícula independiente. Por un lado, cuando se asume un vértice de interacción partícula-fonón totalmente elástico, el reservorio fermiónico se comporta como un baño térmico estacionario donde los estados de p.i. pertenecientes a ciertas superficies del espacio de momentos (ec. 4.6b) se termalizan instantáneamente. Si se elimina la condición de choque totalmente elástico, permitiéndose una duración finita para las colisiones partícula-fonón, aparecen entonces tiempos de vida no nulos para las probabilidades de ocupación de estados fermiónicos.

La conservación de la energía en los vértices de interacción es una consecuencia directa de la representación adoptada para el propagador de las correlaciones en el marco de la hipótesis de acoplamiento débil descrita en el capítulo III, es decir

$U_{cc}(\mathcal{Z}) \simeq U_0(\mathcal{Z})$. Recordemos que el propagador de las correlaciones $U_{cc}(\mathcal{Z})$ tiene una vida media τ_{cc} mientras que el propagador libre U_0 tiene una vida media infinita. Para corregir este hecho proponemos (ref.8)

$$U_{cc}(\mathcal{Z}) \simeq U_0(\mathcal{Z}) \exp(-\tau/\tau_{cc}) \quad (4.24)$$

introduciendo de esta manera un corte al propagador libre, gobernado por un parámetro microscópico τ_{cc} ó $\gamma = \tau_{cc}^{-1}$. Con la expresión (4.24) podemos obtener la nueva ecuación cinética para la densidad de un cuerpo fermiónico, que resulta

$$\dot{\rho} = \sum_{\alpha\mu} |\lambda_{\alpha\mu}|^2 \mathcal{F}_{\alpha\mu} \left\{ \left[(1-\rho_N) \rho_\alpha (1-\rho_\mu) - (1-\rho_0) \rho_\mu (1-\rho_\alpha) \right] |\mu\rangle \langle \mu| \right. \\ \left. + \left[(1-\rho_0) \rho_\mu (1-\rho_\alpha) - (1-\rho_N) \rho_\alpha (1-\rho_\mu) \right] |\alpha\rangle \langle \alpha| \right\} \quad (4.25)$$

donde consideramos sólo la contribución del oscilador axialmente simétrico y se introdujo el filtro de energía $\mathcal{F}_{\alpha\mu}$

$$\mathcal{F}_{\alpha\mu} = \frac{\hbar \gamma}{(\epsilon_\alpha - \epsilon_\mu - \hbar \omega_1)^2 + (\hbar \gamma)^2} \\ = \operatorname{Re} \left\{ \int_0^\infty \frac{dz}{\hbar} \exp \left[(\omega_{\alpha\mu} - \omega_1) z - \gamma z \right] \right\} \quad (4.26)$$

Habiendo relajado las condiciones sobre la energía, todavía se mantienen las condiciones sobre los impulsos, que dan lugar a una geometría particular que analizaremos en la sección siguiente.

4.3.2. Geometría de las colisiones partícula-fonón en materia fermiónica cilíndrica

Recordemos los elementos de matriz de la interacción hallados en la sección 4.2.2.

$$\lambda_{\alpha\mu}^1 \approx \lambda_{\alpha\mu}^{0,1} \delta(k_{\alpha_2} - k_{\mu_2}) \delta(k - q_1) \quad (4.27)$$

donde k es el módulo de la proyección del impulso relativo $\bar{k}_\alpha - \bar{k}_\mu$ sobre el plano (x,y) . Si, al igual que en la sección 4.2, llamamos $\bar{\alpha}(\bar{\mu})$ a la proyección de \bar{k}_α (\bar{k}_μ) sobre el plano (x,y) la condición de la ecuación (4.27) dice

$$\alpha^2 + \mu^2 - 2\alpha\mu \cos\varphi = q_1^2 \quad (4.28)$$

Esto se ilustra en la figura 2. Donde si se cumple $\alpha > q_1$ (fig.2b) los vectores $\bar{\mu}$ permitidos se encuentran en un cono cuyo eje es $\bar{\alpha}$ y ángulo φ_0 dado por

$$\sin \varphi_0 = \frac{q_1}{\alpha} \quad (4.29)$$

Notemos que para cada ángulo relativo φ perteneciendo al cono, hay dos posibles vectores $\bar{\mu}$ que están sobre la circunferencia. Esta situación contrasta con el caso $\alpha < q_1$ (fig. 2c) donde para cada ángulo φ se obtiene un solo vector $\bar{\mu}$ sobre la circunferencia. El significado de esto es lo siguiente: cuando $\alpha > q_1$ la desexcitación del estado fermiónico $|\alpha\rangle$, creando un fonón de momento q_1 y poblando el estado de p.i. $|\mu\rangle$, se puede realizar a través de orbitales de p.i. de acuerdo con las dos posibles orientaciones del vector \bar{q}_1 (fig. 2b). Mientras que cuando $\alpha < q_1$ la desexcitación hacia el estado $|\mu\rangle$ se produce con una única orientación del vector \bar{q}_1 . Recordemos que a pesar de que estamos en una situación donde no hay una conservación estricta de la energía, el estado $|\alpha\rangle$, por definición, tiene mayor energía que el estado $|\mu\rangle$

y como la condición (4.27) implica que $k_{\alpha_2} = k_{\mu_2}$ esto quiere decir que $\alpha > \mu$ por lo que hay una restricción a la orientación del vector \bar{q}_1 sobre la circunferencia.

La notación a utilizar en el resto del capítulo es la siguiente: un dado orbital $|A\rangle$ puede participar en un proceso cumpliendo el rol del estado $|\alpha\rangle$ (centro de la circunferencia) en cuyo caso al estado, producto de la desexcitación, $|\mu\rangle$ lo llamaremos $|A-q\rangle$. Por otro lado, si el estado $|A\rangle$ representa ahora al orbital $|\mu\rangle$ (borde de la circunferencia), al estado $|\alpha\rangle$, que dió origen a este estado $|\mu\rangle$, lo llamaremos $|A+q\rangle$.

Para completar el estudio geométrico de las colisiones partícula-fonón en materia nuclear cilíndrica, calculemos las diferencias de energía $\epsilon_{A+q,A}$ y $\epsilon_{A,A-q}$. Lo que resulta es lo siguiente

$$\epsilon_{A+q,A}^{(i)} = -\epsilon_{A,A-q}^{(i)} \stackrel{\text{def.}}{=} \epsilon_{A,q}^{(i)} ; i = 1, 2 \quad (4.30)$$

donde $i=1$ ($i=2$) denota el arco de circunferencia exterior (interior) para el caso $\alpha > q$ (fig. 2b). Cuando $\alpha < q$ sólo se considera $i=1$.

$$\begin{aligned} \epsilon_{A,q}^{(i)} = \epsilon_A & \left(-2 \sin^2 \theta \sin^2 \varphi - (-)^i 2 \sin \theta \cos \varphi \sqrt{\frac{\epsilon_q}{\epsilon_A} - \sin^2 \theta \sin^2 \varphi} \right. \\ & \left. + \frac{\epsilon_q}{\epsilon_A} \right) \end{aligned} \quad (4.31)$$

donde

$$\epsilon_q = \frac{\hbar^2}{2m} q_i^2 ; \quad \epsilon_A = \frac{\hbar^2}{2m} k_A^2 \quad (4.32)$$

y

$$\sin \theta = \frac{A}{k_A} \quad (4.33)$$

4.3.3. Cinética fermiónica en materia fermiónica cilíndrica

Con estos elementos volvemos a la ecuación (4.25). Esta ecuación es de la forma "ganancia menos pérdida"; dentro de la llamada aproximación del tiempo de relajación (ref. 8,24) podemos despreciar el término de ganancia e introducir la frecuencia de colisión

$$\dot{\rho}_A \approx -\nu_A \rho_A \quad (4.34)$$

que presenta la forma

$$\begin{aligned} \nu_A = & \sum_{\alpha} |\lambda_{\alpha A}|^2 \tilde{F}_{\alpha A} (1-\rho_0)(1-\rho_{\alpha}) + \\ & + \sum_{\mu} |\lambda_{A\mu}|^2 \tilde{F}_{A\mu} (1-\rho_N)(1-\rho_{\mu}) \end{aligned} \quad (4.35)$$

para computar explícitamente \mathcal{V}_A podemos estudiar los casos $A > q$ y $A < q$. En el primer caso tenemos lo siguiente: , pasando de la suma a una integral en el espacio de momentos (ec. 4.17) y con la propiedad (4.18) obtenemos para la frecuencia de las colisiones

$$\begin{aligned}
 \mathcal{V}_{A>} &= q_1 \int d\psi \left\{ |\lambda_{A+q,A}^{1,0}|^2 (1 - \rho_0) \left[\mathcal{F}_{A+q,A}^{(1)} \right. \right. \\
 &\quad \cdot (1 - \rho_{A+q}^{(1)}) \left| \frac{(A+q)^{(1)}}{(A+q)^{(1)} - A \cos \psi} \right| \theta_1^{(1)}(\psi) + \\
 &\quad \left. \left. + \mathcal{F}_{A+q,A}^{(2)} (1 - \rho_{A+q}^{(2)}) \left| \frac{(A+q)^{(2)}}{(A+q)^{(2)} - A \cos \psi} \right| \theta_1^{(2)}(\psi) \right] + \right. \\
 &\quad \left. + |\lambda_{A,A-q}^{1,0}|^2 (1 - \rho_0) \left[\mathcal{F}_{A,A-q}^{(1)} (1 - \rho_{A-q}^{(1)}) \left| \frac{(A-q)^{(1)}}{(A-q)^{(1)} - A \cos \psi} \right| \theta_2^{(1)}(\psi) + \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + \mathcal{F}_{A,A-q}^{(2)} (1 - \rho_{A-q}^{(2)}) \left| \frac{(A-q)^{(2)}}{(A-q)^{(2)} - A \cos \psi} \right| \theta_2^{(2)}(\psi) \right] \right. \\
 &= \mathcal{V}_{A>}^{(1)} + \mathcal{V}_{A>}^{(2)}
 \end{aligned} \tag{4.36}$$

donde los supraíndices (1) y (2) indican los dos posibles eventos en los cuales un estado A , con la condición $A > q$, puede participar; estando el correspondiente estado asociado sobre el arco de circunferencia exterior (1) ó interior (2). Las funciones $\theta_j^{(i)}(\psi)$ seleccionan las porciones de arco a integrar con la condición sobre la energía $\epsilon_{A+q} > \epsilon_A$ y $\epsilon_A > \epsilon_{A-q}$

La función $\theta_1^{(1)}(\varphi)$ selecciona la porción de arco exterior donde se verifica que el módulo del vector $\overline{A+q}$ sea mayor que $|\overline{A}|$. Esto es

$$\theta_1^{(1)}(\varphi) = \begin{cases} 1 & ; \text{ si } -\varphi_1 \leq \varphi \leq \varphi_1 ; \quad \cos \varphi_1 = 1 - \frac{q_1^2}{2A^2} \\ 0 & ; \text{ si } \varphi_0 \gg \varphi \gg \varphi_1 \text{ ó } -\varphi_0 \leq \varphi \leq -\varphi_1 \end{cases} \quad (4.37)$$

La función $\theta_1^{(2)}$ selecciona la porción de arco interior donde se verifica esta condición. Debido al hecho que ningún punto de este arco cumple con $|\overline{A+q}| > |\overline{A}|$; esto implica que $\theta_1^{(2)}(\varphi) = 0$.

La función $\theta_2^{(1)}(\varphi)$ selecciona el arco exterior donde se cumple que $|\overline{A-q}| < |\overline{A}|$ esto es

$$\theta_2^{(1)}(\varphi) = \begin{cases} 1 & ; \text{ si } \varphi_0 \gg \varphi \gg \varphi_1 \text{ ó } -\varphi_0 \leq \varphi \leq -\varphi_1 \\ 0 & ; \text{ si } -\varphi_1 \leq \varphi \leq \varphi_1 \end{cases} \quad (4.38)$$

que es la porción de arco exterior complementario a $\theta_1^{(1)}(\varphi)$. Por último la función $\theta_2^{(2)}(\varphi)$ selecciona a todo el arco interior ya que sobre el mismo se cumple la condición $|\overline{A-q}| < |\overline{A}|$.

Falta considerar ahora el caso $A < q$ En este caso hay un solo posible evento y resulta

$$\begin{aligned}
\mathcal{V}_{A<} &= q_1 \int d\varphi \left| \lambda_{A+q,A}^{(1)} \right|^2 \left[\mathcal{F}_{A+q,A}^{(1)} (1-\rho_0) (1-\rho_{A+q}^{(1)}) \cdot \right. \\
&\quad \cdot \left. \left| \frac{(A+q)^{(1)}}{(A+q)^{(1)} - A \cos \varphi} \right| \omega_1(\varphi) + \mathcal{F}_{A,A-q}^{(1)} (1-\rho_N) (1-\rho_{A-q}^{(1)}) \cdot \right. \\
&\quad \left. \cdot \left| \frac{(A-q)^{(1)}}{(A-q)^{(1)} - A \cos \varphi} \right| \omega_2(\varphi) \right] \tag{4.39}
\end{aligned}$$

donde las funciones $\omega_1(\varphi)$ y $\omega_2(\varphi)$ seleccionan las porciones de circunferencia a integrar

$$\omega_1(\varphi) = \begin{cases} 1; & \text{si } -\varphi_1 \leq \varphi \leq \varphi_1 \\ 0; & \text{fuera} \end{cases} \tag{4.40}$$

$\omega_2(\varphi)$ es justamente la porción de circunferencia complementaria a $\omega_1(\varphi)$.

Con estas consideraciones es posible calcular ahora las frecuencias de partícula independiente, tema que se trata en la próxima sección.

4.3.4. Descripción de los cálculos

Se calculó la frecuencia \mathcal{V}_A , obteniéndose curvas para distintos

valores de los siguientes parámetros: $\hbar\omega_1$; T ; $\hbar\gamma$; θ , que representan respectivamente la energía bosónica, la temperatura del baño fermiónico, la inversa de la vida media del propagador de las correlaciones y el ángulo entre el momento fermiónico $k_A = \sqrt{2m\epsilon_A}/\hbar$ y el eje de simetría axial (eje z). Para cada conjunto de parámetros ($\hbar\omega_1, \hbar\gamma, \theta$) se estableció una relación entre la temperatura adoptada y las poblaciones bosónicas ρ_0 y ρ_N que aparecen en la ecuación (4.35).

Primero se consideró materia fermiónica a $T=0$ con el modo colectivo inicialmente excitado con un pequeño número de cuantos. Esto significa que $\rho_0 = \rho_N = 0$ y las frecuencias ν_A así calculadas representan los procesos correspondientes al decaimiento inicial de los estados de p.i.

En segundo lugar, se consideró un sistema cuasi relajado, donde la probabilidad de ocupación del estado fundamental bosónico es máxima; esto es $\rho_0 \approx 1$ y $\rho_N \approx 0$; y donde la excitación inicial del movimiento colectivo fue transferida al baño térmico que ahora se encuentra en equilibrio a una cierta temperatura T . En ambos casos las densidades fermiónicas que aparecen en la ecuación (4.35) corresponden a las distribuciones de equilibrio de Fermi para una dada temperatura (ec. 4.1).

Resultados típicos se muestran en las figuras 10-17 de acuerdo a los siguientes detalles. Para un dado conjunto ($\hbar\omega_1, \hbar\gamma, T$) se presenta un gráfico tridimensional de la frecuencia de colisión total como función del ángulo θ y la energía de partícula independiente ϵ_A . Para la figura 10 se utilizó $T=1$ y $\hbar\gamma=50$: la energía

del fonón se fijó en $\hbar\omega_1 = 15$. En el siguiente gráfico (fig. 11) el ancho $\hbar\gamma$ fue cambiado al valor 5 y a la figura 12 corresponde $\hbar\gamma = 50$; $T = 0$. Las unidades de energía son arbitrarias, pero los números corresponden a magnitudes nucleares en MeV.

De acuerdo con la ecuación (4.36) la frecuencia de colisiones para energías grandes (suficientes como para verificar $A > q$) recibe dos contribuciones. Es conveniente examinar e interpretar su relativa importancia. Es posible descomponer cada curva en las figuras 13 y 14 en las contribuciones parciales, esto se muestra en las figuras 15 y 16. Estas frecuencias parciales se muestran como función de la energía de p.i. para $\theta = 45^\circ$. Las figuras 13 y 14 corresponden a las situaciones descritas en las figuras 10 y 11 mientras que las figuras 15 a 17 muestran el caso de temperatura cero correspondiente a la figura 12. Notemos que cuando $T = 0$, la frecuencia admite dos contribuciones proporcionales a $(1 - f_0)$ y a $(1 - P_N)$ respectivamente, siendo ambos factores iguales a la unidad. La contribución del proceso tipo-1 (tipo-2) se muestra en la figura 15 (figura 16) y su suma se muestra en la figura 17.

Las características de estos resultados son las siguientes. Primero se observan tres regiones bien definidas donde la frecuencia de colisiones se comporta en forma diferente como función de la energía de p.i. Para las energías menores que una cierta energía de umbral $\epsilon_A^\circ(\theta)$ la frecuencia es nula, luego, a partir de esta energía umbral, crece con una pendiente relativamente grande sobre un rango de energías que aumenta con el ángulo θ para finalmente cambiar hacia una pendiente más moderada que inclusive puede ser

apenas negativa.

En segundo lugar se observa que la forma de las distintas curvas es sensible al parámetro de inelasticidad $\hbar\gamma$ pero presenta pocos cambios respecto de la temperatura, en el rango de interés nuclear (fig. 10-12); pero observar el cambio de escala vertical en estas situaciones. Por último podemos notar que estas similitudes no son una característica de las contribuciones parciales que presentan una estructura más rica y una importante dependencia tanto con la temperatura como con el parámetro de inelasticidad. La interpretación de estos resultados se dan en la sección siguiente.

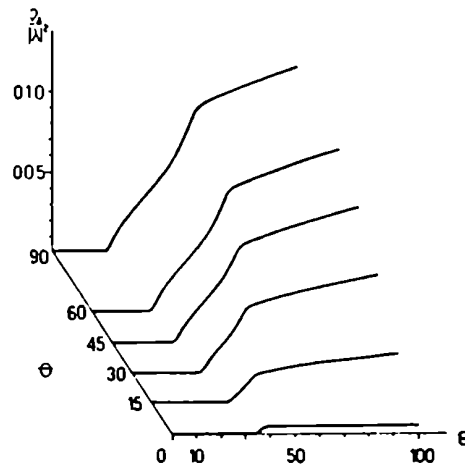


Figura 10. Las frecuencias de colisión ν_A como función del ángulo θ y de la energía de partícula independiente ϵ_A , para una temperatura fermiónica $T = 1$ y un parámetro de inelasticidad $\hbar\gamma = 50$ (en unidades arbitrarias).

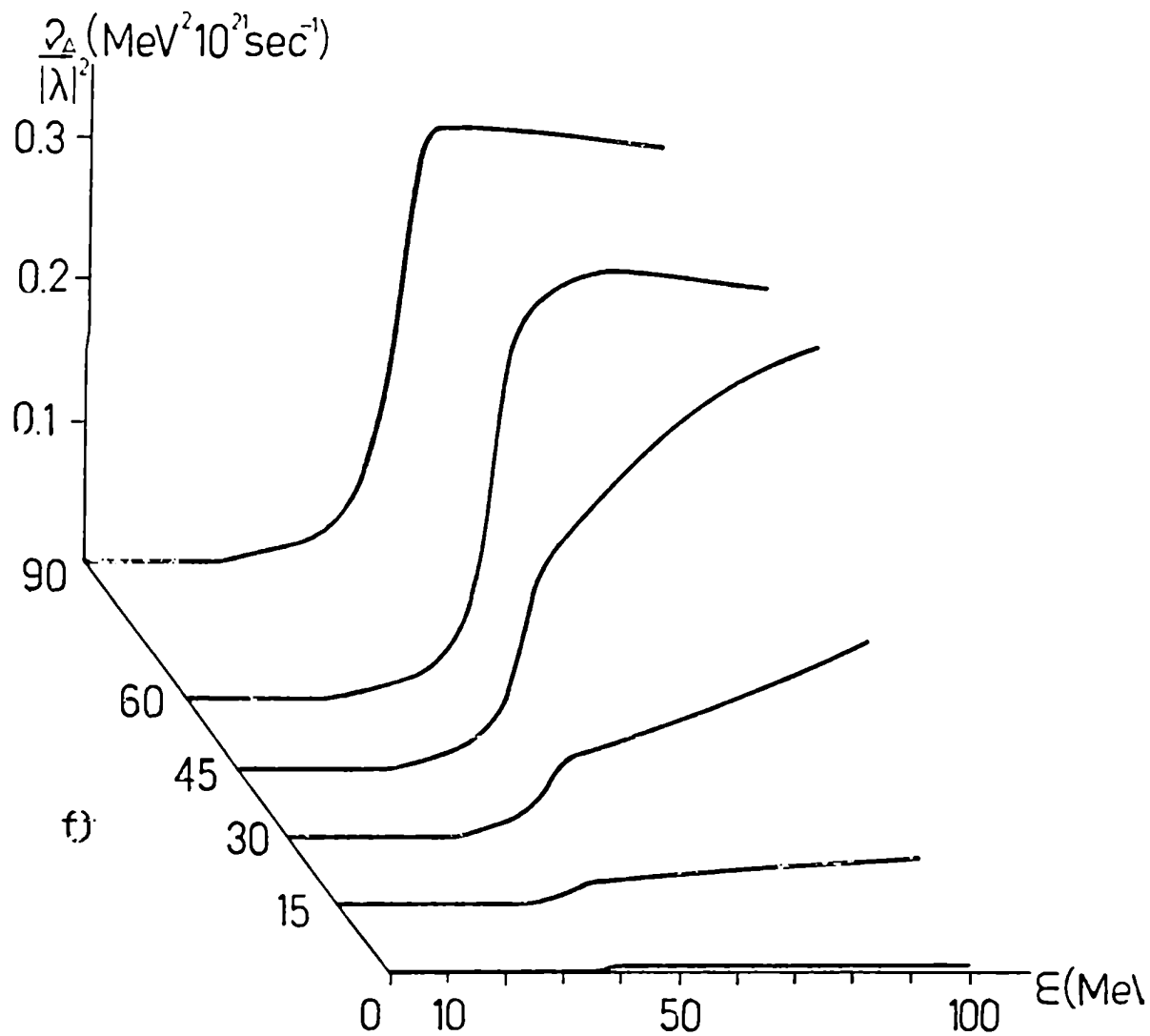


Figura 11. Lo mismo que en figura 10, para $T = 1$, $\hbar\gamma = 5$.

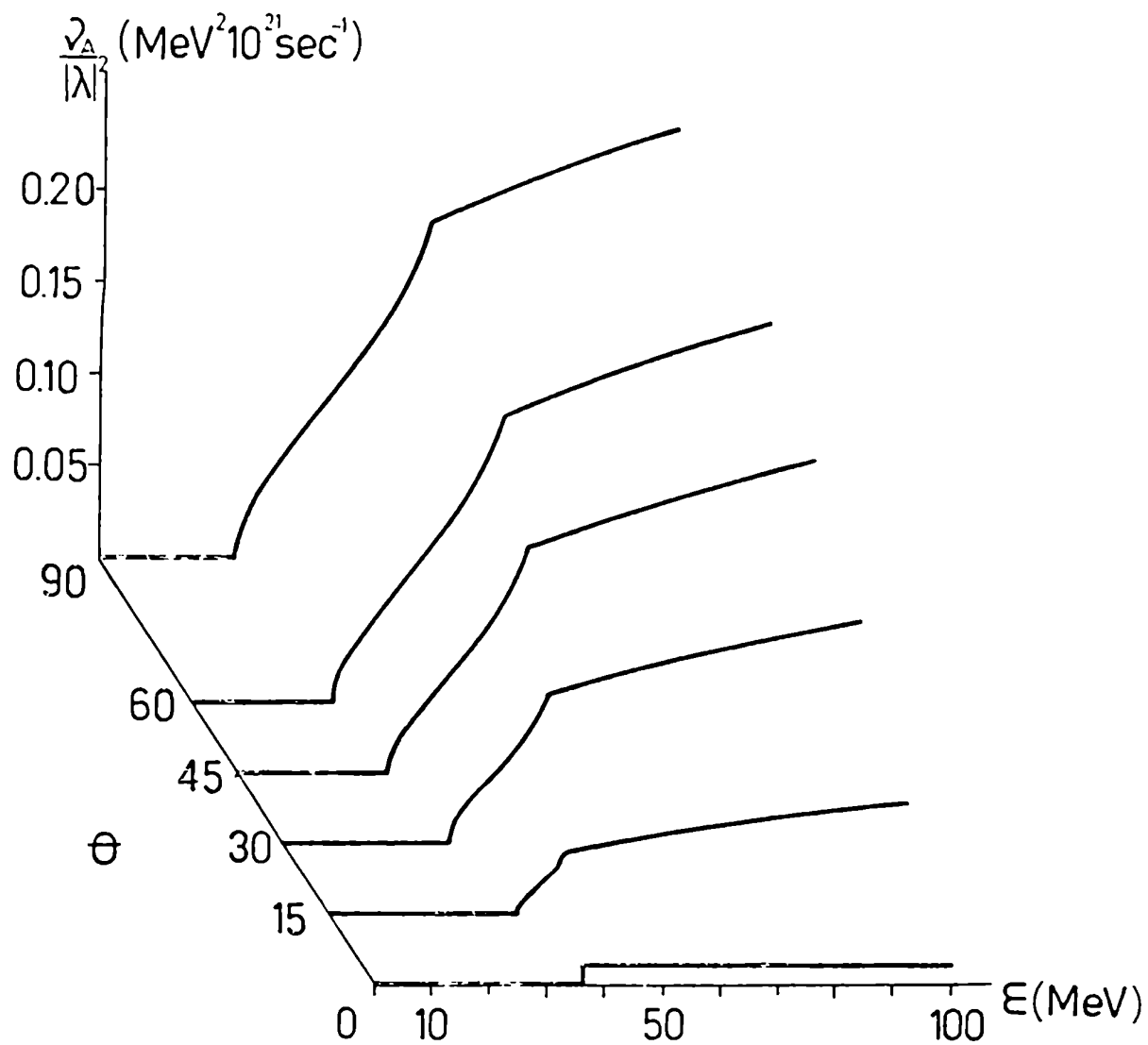


Figura 12. Lo mismo que en figuras 10 y 11, para $T = 0$;
 $\hbar\chi = 50$.

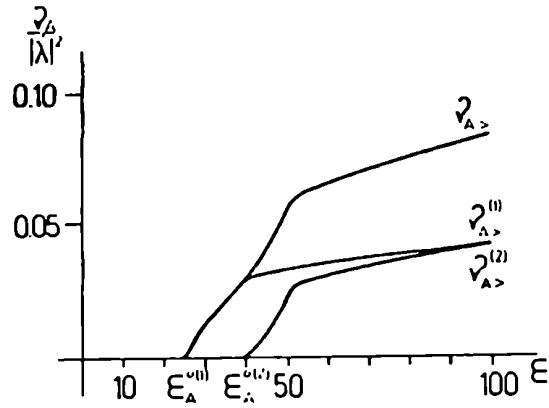


Figura 13. Las contribuciones a la frecuencia de colisión apareciendo en la ecuación (4.36) para un ángulo $\theta = \pi/4$ y los parámetros correspondientes a la figura 10.

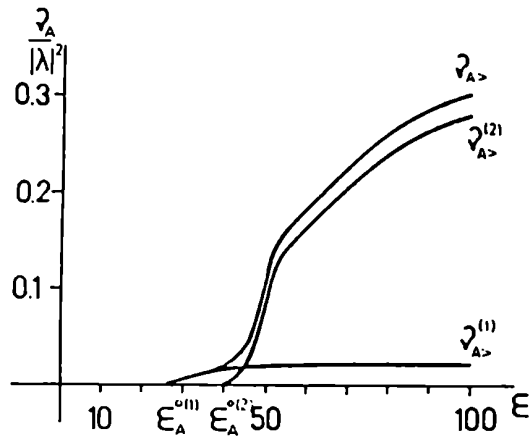


Figura 14. Lo mismo que en figura 13 para los parámetros correspondientes a la figura 11.

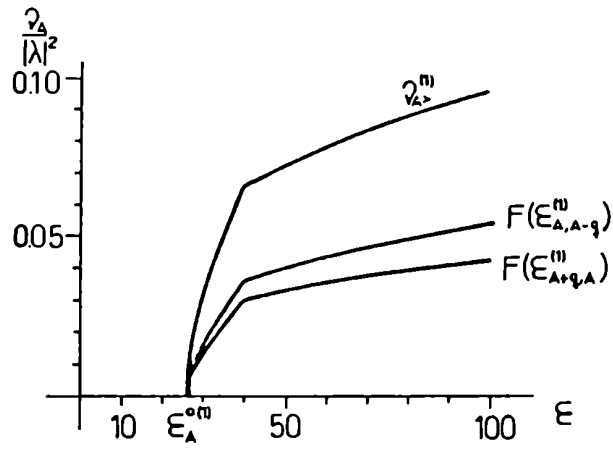


Figura 15. Las dos contribuciones separadas a la frecuencia parcial $\nu_{A>}^{(1)}$ para $T = 0$ y $\hbar\gamma = 50$.

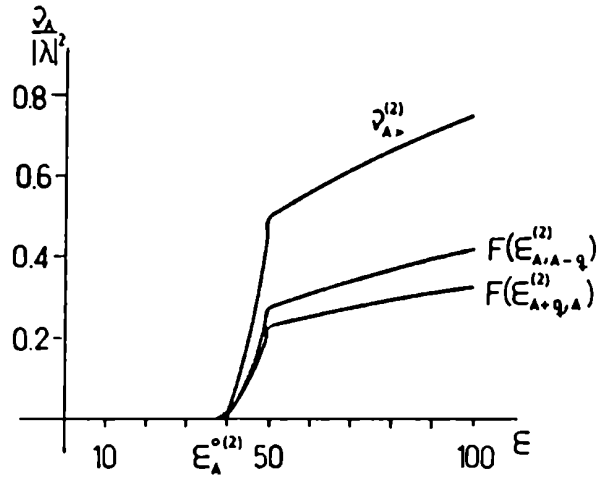


Figura 16. Lo mismo que en figura 15 para la frecuencia parcial $\nu_{A>}^{(2)}$

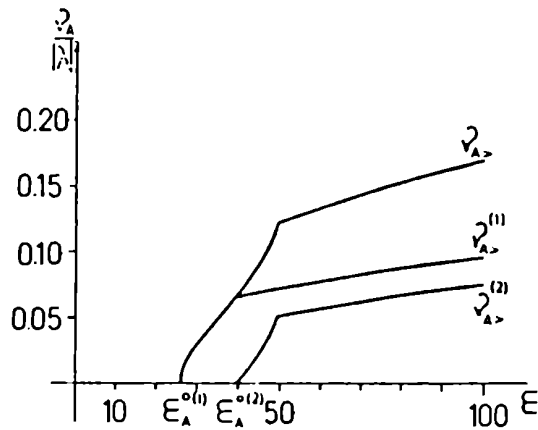


Figura 17. Lo mismo que en figuras 13 y 14 para los parámetros de la figura 12. Las contribuciones separadas $\rho_A^{(1)}$ y $\rho_A^{(2)}$ han sido desdobladas en las figuras 15 y 16.

4.3.5. Análisis de las frecuencias de colisión parciales y totales

Podemos, primero, interpretar la aparición de tres regiones bien definidas en cada figura. Para ésto observemos que en las integrales (4.36) y (4.39) aparecen las energías E_{A+q} como argumentos de la densidad fermiónica, mientras que el filtro lorentziano $\tilde{F}_{d\mu}$ depende de la diferencia de energías $E_{A,q}$ dada por (4.30). Esta diferencia depende explícitamente de ψ y con la

ayuda de (4.31) podemos poner

$$\begin{aligned} \epsilon_{A+q}^{(i)} &= \epsilon_{A-q}^{(i)} = \epsilon_{A,q}^{(i)} + \epsilon_A \\ &= \epsilon_q + \epsilon_A (1 - 2 \sin^2 \theta \sin^2 \psi - (-)^i 2 \sin \theta \cos \psi \sqrt{\frac{\epsilon_q}{\epsilon_A} - \sin^2 \theta \sin^2 \psi}) \end{aligned} \quad (4.41)$$

donde ϵ_A y ϵ_q están dados por (4.32). Vemos que $\epsilon_{A\pm q}^{(i)}$ varía entre un valor máximo y mínimo dado por

$$\begin{aligned} \epsilon_{\min}^{(1)}(\theta) &= \epsilon_{\max}^{(2)}(\theta) = \epsilon_A - \epsilon_q \\ \text{para } \psi &= \sin^{-1} \sqrt{\frac{\epsilon_q}{\epsilon_A \sin^2 \theta}} \end{aligned} \quad (4.42a)$$

$$\epsilon_{\max}^{(2)}(\theta) = \epsilon_A (1 + 2 \sin \theta \sqrt{\frac{\epsilon_q}{\epsilon_A}}) + \epsilon_q \quad \text{para } \psi = 0 \quad (4.42b)$$

$$\epsilon_{\min}^{(2)}(\theta) = \epsilon_A (1 - 2 \sin \theta \sqrt{\frac{\epsilon_q}{\epsilon_A}}) + \epsilon_q \quad \text{para } \psi = 0 \quad (4.42c)$$

Es claro que cuando $\epsilon_{\max}^{(i)}$ es menor que la energía de Fermi ϵ_F para las temperaturas bajo consideración, se tiene $\rho(\epsilon_{A\pm q}^{(i)}) \approx 1$ para cualquier argumento de la energía. En consecuencia la frecuencia de colisión se anula debido al bloqueo del factor de Fermi $(1 - \rho)$ en el integrando. Por el otro lado si $\epsilon_{\min}^{(i)}$ es mayor que la energía de Fermi ϵ_F , entonces la densidad de p.i. es cercana a cero para todas las energías $\epsilon_{A\pm q}^{(i)}$; en esta situación el integrando se reduce al filtro lorentziano $\mathcal{F}_{A+q,A}$ ó $\mathcal{F}_{A,A-q}$ y la frecuencia de colisión cae sobre la tercera región del plano $(\epsilon_A, \bar{\nu}_A)$ donde

varía suavemente.

Para cada ángulo θ podemos hallar la energía de umbral que corresponde a la condición $\epsilon_{\text{máx}}^{(i)} = \epsilon_F$. Se obtiene la relación

$$\epsilon_A^{0(1)}(\theta) = (-\sin\theta \sqrt{\epsilon_q} + \sqrt{\epsilon_F - \epsilon_q \cos^2\theta})^2 \quad (4.43a)$$

$$\epsilon_A^{0(2)}(\theta) = \epsilon_F + \epsilon_q \quad (4.43b)$$

La frecuencia de colisión parcial $\nu_A^{(i)}$ es cercana a cero (estrictamente nula para $T = 0$) para energías ϵ_A por debajo de la energía de umbral, cuyos valores para los parámetros bajo consideración se muestran en la tabla II. La energía de Fermi es 38 (corresponde a la energía de Fermi para materia nuclear en MeV) y para una energía del fonón de $\hbar\omega_1 = 15$ se obtiene $\epsilon_q = 1,91$. Las energías de umbral están claramente identificadas en las figuras 13-17.

Podemos localizar también el cambio en la pendiente que se produce en el pasaje de la segunda a la tercer zona en la gráfica

$\nu_A(\epsilon_A)$ imponiendo la condición $\epsilon_{\text{mín}}^{(i)} = \epsilon_F$. Esto da

$$\epsilon_A^{1(1)}(\theta) = \epsilon_F + \epsilon_q \quad (4.44a)$$

$$\epsilon_A^{1(2)}(\theta) = (\sin\theta \sqrt{\epsilon_q} + \sqrt{\epsilon_F - \epsilon_q \cos^2\theta})^2 \quad (4.44b)$$

θ	$\epsilon_A^{0(1)}$	$\epsilon_A^{1(2)}$
0	36,03	36,09
15	32,00	40,65
30	28,69	45,40
45	26,10	49,89
60	24,29	53,62
90	22,87	56,95

TABLA II. La energía umbral $\epsilon_A^{0(1)}$ para procesos tipo-1 y la energía de cambio de pendiente $\epsilon_A^{1(2)}$ para procesos de tipo-2 como función del ángulo θ entre el momento de partícula k y el eje z . Notar que la energía umbral $\epsilon_A^{0(2)}$ y la energía de cambio de pendiente son $\epsilon_A^{1(1)}$ idénticas y su valor común es 39.91 para el caso bajo consideración.

Para energías ϵ_A sobre el valor $\epsilon_A^{1(i)}$ la frecuencia de colisiones es gobernada por el factor de forma lorentziano. Los correspondientes valores se observan en la tabla II y pueden ser identificados en las figuras 13-17.

Debemos remarcar que para los valores de parámetros utilizados la transición $\nu_{A<} a \nu_{A>}$ toma lugar en la primera zona de los gráficos. De hecho, la condición $A = q$ significa

$$\epsilon_A = \epsilon_q \sin^2 \theta \leq \epsilon_q \tag{4.45}$$

y recordemos que el valor de ϵ_q cae muy por debajo del valor de energía umbral. Esto quiere decir que en todos los casos estamos obteniendo frecuencias del tipo ν_A , que presenta contribuciones debidas a la doble valuación del estado $|A - q\rangle$ que participa en una colisión con un dado estado $|A\rangle$ (fig. 2b).

Otra característica de estos resultados aquí examinados es la dependencia con el parámetro de inelasticidad $\kappa\gamma$ (fig. 10-11 y las correspondientes fig. 13-14). Como este parámetro está relacionado con el tiempo de correlación, que no es conocido hasta el momento, es importante estudiar la sensibilidad de los coeficientes de transporte a cambios en su magnitud. En este caso encontramos que modificando un orden de magnitud el valor de $\kappa\gamma$, la forma general de las frecuencias varían en un factor tres. Además, el gráfico en la tercera zona, donde el filtro lorentziano domina, cambia más drásticamente con el ángulo θ (ver fig. 10-11). Desdoblado la frecuencia total en sus contribuciones parciales (fig. 13-14) se puede observar que angostando el factor de forma, es decir, seleccionando colisiones más elásticas, la importancia relativa de los procesos tipo-1 disminuye. Por otro lado, la frecuencia total aumenta ya que para colisiones totalmente elásticas debe diverger.

La temperatura como parámetro es una fuente de ensanchamiento de energía afectando a las densidades de un cuerpo. Para $T = 0$, la distribución de Fermi es una función escalón, hecho que se refleja en la derivada infinita $\partial \nu_A / \partial \epsilon_A$ que presenta la frecuencia en la energía umbral (fig. 13); y en la derivada discontinua en la

transición entre la segunda y tercera zona. Los rasgos generales para la frecuencia total son muy similares, sólo hay un cambio de escala al tomar temperaturas finitas que sin embargo son muy bajas ($\epsilon_F \gg T$).

En las figuras 15-16 podemos ver en forma separada las contribuciones a los procesos tipo-1 y tipo-2, respectivamente, que se originan en los diferentes factores lorentzianos de la ecuación (4.36) con argumentos mayores o menores que $\epsilon_{A,q}^{(i)}$. Es claro que el argumento positivo es siempre favorecido, especialmente para mayores energías ϵ_A las diferencias, sin embargo, no son muy importantes en vista del tamaño de las escalas, como se puede observar en la figura 17 donde las contribuciones de los procesos 1 y 2 se exhiben junto con la frecuencia total.

V. APLICACIONES

B) CASO DE UN SISTEMA FINITO CON SIMETRIA CILINDRICA

En este capítulo trataremos una aplicación del modelo presentado al caso de un recipiente cilíndrico. El objeto de esta investigación es servir de preparación para el caso del ensanchamiento y desdoblamiento de una resonancia en un núcleo deformado. En esta etapa, el problema se encara a partir de la mecánica estadística del no equilibrio ya que este modelo no es lo suficientemente realista para permitir una comparación con resultados experimentales.

5.1 El modelo

Partimos del hamiltoniano ya descripto anteriormente

$$H = H_F + H_B + H_{FB} \quad (5.1)$$

donde ahora el hamiltoniano fermiónico H_F de un cuerpo, se obtiene de resolver la ecuación de Schrödinger en un recipiente cilíndrico de altura L y radio R

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi_A(r, \varphi, z) = \epsilon_A \psi_A(r, \varphi, z) \quad (5.2)$$

con las condiciones de contorno en la superficie $\Psi_A(\text{sup}) = 0$

Obtenemos

$$\begin{aligned}\Psi_A(\vec{r}) &= \Psi_{nmn_z}(r, \varphi, z) \\ &= C_{nm} J_m(k_m^n r) e^{im\varphi} \sin(k_z z)\end{aligned}\quad (5.3)$$

Donde $J_m(k_m^n r)$ es la función cilíndrica de Bessel con número de onda k_m^n tal que $J_m(k_m^n R) = 0$; m es un entero y el número de onda axial k_z es: $k_z = \pi n_z / L$ para n_z entero positivo. La constante de normalización C_{nm} resulta

$$C_{nm} = \sqrt{\frac{2}{V}} \left[J_m'(k_m^n R) \right]^{-1} \quad (5.4)$$

con V el volumen del cilindro. Las energías de p.i. son

$$\epsilon_{nmn_z} = \frac{\hbar^2}{2m} \left[(k_m^n)^2 + \frac{\pi^2}{L^2} n_z^2 \right] \quad (5.5)$$

El hamiltoniano bosónico, representando las componentes $m = \pm 1, 0$; de una onda de densidad es

$$H_B = \hbar\omega_1 (\rho_1^{\dagger} \rho_1 + \rho_{-1}^{\dagger} \rho_{-1} + 1) + \hbar\omega_0 (\rho_0^{\dagger} \rho_0 + 1/2) \quad (5.6)$$

con las funciones de onda

$$\langle \vec{r} | \rho_{\pm 1}^{\dagger} | 0 \rangle = D_{\pm 1} J_{\pm 1}(q_{\pm 1} r) e^{\pm i\varphi} = \eta_{\pm 1}(\vec{r}) \quad (5.7a)$$

$$\langle \bar{r} | \hat{\pi}_i^\dagger | 0 \rangle = D_0 J_0(q_i^\dagger r) = \eta_0(\bar{r}) \quad (5.7b)$$

con las constantes de normalización D_i ($i=1,0$) dadas por la ecuación (2.21). La condición de la anulac:ón de flujo a través de la superficie es

$$\hat{n} \cdot \bar{\nabla} \eta_i |_{\text{sup.}} = 0 \quad (5.8)$$

que en este caso da lugar a las siguientes ecuaciones

$$J_1(q_1^\dagger R) - q_1^\dagger R J_0(q_1^\dagger R) = 0 \quad (5.9a)$$

$$J_1(q_0^\dagger R) = 0 \quad (5.9b)$$

que tienen soluci:ón

$$q_1^\dagger = \frac{1.841}{R} \quad q_0^\dagger = \frac{3.832}{R} \quad (5.10)$$

Con estos resultados es posible calcular las energías de los respectivos modos (ec. 2.28)

$$\hbar \omega_1 = \hbar u q_1^\dagger = 1.841 \hbar u / R \quad (5.11a)$$

$$\hbar \omega_0 = \hbar u q_0^\dagger = 3.832 \hbar u / R \quad (5.11b)$$

vemos que para el caso cilíndrico el desdoblamiento es grande.

El hamiltoniano de interacción

$$H_{FB} = \sum_{\alpha, \mu, m} \lambda_{\alpha, \mu}^m \Gamma_m^{\dagger} b_{\mu}^{\dagger} b_{\alpha} + h.c. \quad (5.12)$$

donde $m = \pm 1, 0$ y $\lambda_{\alpha, \mu}^1 = \lambda_{\alpha, \mu}^{-1}$ debido a la simetría axial. Estas constantes de interacción $\lambda_{\alpha, \mu}^m$ se obtienen de realizar el producto escalar (ec. 2.50)

$$\lambda_{\alpha, \mu}^m = \lambda_{\alpha, \mu}^{m, 0} \int d^3 r \chi_{\mu}^*(\vec{r}) \eta_m^*(\vec{r}) \chi_{\alpha}(\vec{r}) \quad (5.13)$$

Utilizando las funciones de onda de p.i. de la ecuación (5.3) y la función de onda del fonón-i (ec. 5.7) obtenemos

$$\lambda_{\alpha, \mu}^1 = \lambda_{\alpha, \mu}^{1, 0} \delta_{n_{z\alpha}, n_{z\mu}} \begin{cases} F(k_{m\alpha}^{n\alpha}, k_{m\mu}^{n\mu}, q_i^1, 1) \delta_{m\alpha, 1} \delta_{m\mu, 0} \\ F(k_{m\mu}^{n\mu}, k_{m\alpha}^{n\alpha}, q_i^1, 1) \delta_{m\alpha, 0} \delta_{m\mu, 1} \end{cases} \quad (5.14a)$$

$$\lambda_{\alpha, \mu}^0 = \lambda_{\alpha, \mu}^{0, 0} \delta_{n_{z\alpha}, n_{z\mu}} \delta_{m\alpha, m\mu} F(k_{m\alpha}^{n\alpha}, q_i^1, k_{m\mu}^{n\mu}, m_{\alpha}) \quad (5.14b)$$

donde se define la función

$$F(k_1, k_2, k_3, m) = \begin{cases} \frac{1}{\pi k_1 k_3} \frac{\cos(mR)}{\sin R} + \mathcal{O}[(kR)^{-1}] & \text{si } |k_1 - k_2| < k_3 < |k_1 + k_2| \\ 0 & \text{fuera} \end{cases} \quad (5.14c)$$

siendo el argumento \mathcal{A}

$$\mathcal{A} = \cos^{-1}\left(\frac{k_1^2 + k_2^2 + k_3^2}{2k_1 k_2 k_3}\right) \quad (5.14d)$$

Notemos que la función F se anula a menos que se cumpla una condición triangular entre los momentos. Esta condición refleja una situación de conservación no estricta del momento lineal. Una condición estricta de conservación no tiene sentido en la presente geometría que no permite a las componentes del momento lineal ser buenos números cuánticos.

5.2 Resolución de las ecuaciones dinámicas

Las ecuaciones dinámicas a resolver son las correspondientes a la ecuación (3.27). Donde en lugar de permitir colisiones elásticas, se recurre a la forma del propagador $U_{cc}(\mathcal{Z}) \approx U_0(\mathcal{Z}) \exp(-\gamma \mathcal{Z})$ dando lugar a un factor de forma de la energía

$$\mathcal{F}_{\alpha\mu}(\omega_i) = \frac{\hbar\gamma}{(\epsilon_{\alpha\mu} - \hbar\omega_i)^2 + (\hbar\gamma)^2} \quad (5.15)$$

para este caso y utilizando la base $|n m n_z\rangle$ para descomponer la densidad bosónica (ec. 3.15b), se obtienen las ecuaciones para el sistema cercano al equilibrio, o sea, una vez que los elementos

extradiagonales decayeron (ref. 4)

$$\dot{\rho}_n^i = W_+^0 (\rho_{n+1} - \rho_n) - W_-^0 (\rho_{n-1} - \rho_n) \quad (5.16a)$$

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{nm}^i &= W_+^1 (\rho_{n+1, m+1} + \rho_{n+1, m-1} - 2\rho_{nm}) + \\ &+ W_-^1 (\rho_{n-1, m+1} + \rho_{n-1, m-1} - 2\rho_{nm}) \end{aligned} \quad (5.16b)$$

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_A^i &= \sum_{\alpha, \mu, i} |\lambda_{\alpha\mu}^i|^2 \tilde{F}_{\alpha\mu}(w_i) \left\{ \delta_{A\mu} \left[(1-\rho_0^i) \rho_\mu (1-\rho_\alpha) - (1-\rho_N^i) \rho_\alpha (1-\rho_\mu) \right] + \right. \\ &\left. + \delta_{A\alpha} \left[(1-\rho_N^i) \rho_\alpha (1-\rho_\mu) - (1-\rho_0^i) \rho_\mu (1-\rho_\alpha) \right] \right\} \end{aligned} \quad (5.16c)$$

donde $i = 1, 0$ y al igual que la ecuación (3.25)

$$\rho_N^1 = \sum_{m=-N}^N \rho_{Nm}^1(t) \quad (5.17)$$

Las condiciones de contorno de las ecuaciones (5.16a) y (5.16b) para el caso de un espectro truncado en cierto nivel N son las ya descritas en el capítulo anterior. A diferencia del caso de materia fermiónica infinita, tenemos ahora un conjunto de ecuaciones diferenciales acopladas. El acoplamiento entre los modos colectivos se produce a través del baño térmico que aparece en las probabilidades de transición

$$W_+^i = \sum_{\alpha, \mu} |\lambda_{\alpha\mu}^i|^2 \tilde{F}_{\alpha\mu}(w_i) \rho_\mu (1-\rho_\alpha) \quad (5.18a)$$

$$w_{-}^i = \sum_{\alpha\mu} |\lambda_{\alpha\mu}^i|^2 \tilde{F}_{\alpha\mu}(w_i) \rho_{\alpha}(1-\rho_{\mu}) \quad (5.18b)$$

Para resolver el sistema dinámico dado por el conjunto de ecuaciones (5.16)-(5.18) es necesario definir las condiciones iniciales y fijar las dimensiones del cilindro y el número de partículas presente. Las dimensiones del cilindro se eligieron de tal manera que reproduzcan: a) junto con N , una densidad típica de materia nuclear $n_0 = 0,17$ fermiones por unidad de volumen; b) una razón R/L consistente con una deformación cuadrupolar nuclear promedio. Con estas condiciones se obtuvieron resultados para distintos valores del número de partículas N .

Las energías bosónicas se evaluaron según la ecuación (5.11). El espectro de partícula independiente se construyó por medio de la ecuación (5.5) permitiendo una degeneración de spin e isospin. Se incluyeron estados por encima del nivel de Fermi que participan de la dinámica hasta un segundo paso en la generación de fonones. Este criterio fue establecido luego de varios intentos para lograr la estabilidad del cálculo, consiguiendo saturación si se incluyen más estados de p.i. Las condiciones iniciales que se tomaron fueron tres

$$1) \quad \rho_{n m n_z}(0) = \frac{1}{2} \delta_{n,1} (\delta_{m,1} + \delta_{m,-1}) \delta_{n_z,0} \quad (5.19a)$$

$$2) \quad \rho_{n m n_z}(0) = \delta_{n,0} \delta_{m,0} \delta_{n_z,1} \quad (5.19b)$$

$$3) \quad \rho_{n m n_z}(0) = \frac{1}{2} \delta_{n,1} (\delta_{m,1} + \delta_{m,-1}) \delta_{n_z,1} \quad (5.19c)$$

De acuerdo a la condición inicial 1) el oscilador circularmente degenerado tiene probabilidad uno de hallarse en su primer estado excitado, mientras que el oscilador axial se encuentra en su estado fundamental. Esta situación se invierte en la condición inicial 2) y finalmente, en la condición inicial 3), los dos osciladores se encuentran con probabilidad uno en su primer estado excitado. En los tres casos el gas de Fermi se consideró en su estado fundamental a temperatura cero.

La tabla III muestra los números de partículas N para los que se hicieron cálculos. Indicando en cada caso el radio del cilindro R y su altura L , así como la energía de Fermi ϵ_F y las energías de los fonones $\hbar\omega_1$ y $\hbar\omega_0$ (en unidades de $\hbar^2/2m$). En la tabla IV se dan los resultados para cada condición inicial. Se computaron las energías a $t = 0$ y $t \rightarrow \infty$ y las correspondientes entropías tanto del sistema fermiónico como de los osciladores. El tratamiento numérico utilizado muestra cómo se alcanza el equilibrio en los subsistemas considerados, por lo que la extrapolación a infinito tiene sentido. Este hecho se puede apreciar en la figura 18 donde se observan las entropías, tanto de los osciladores como del sistema fermiónico, como funciones del tiempo para el caso $N = 52$. La evolución de la distribución de p.i. para $N = 100$ partículas se muestra en las figuras 19-21 correspondiendo cada una a una de las tres condiciones iniciales definidas en (5.19). Los estados de p.i. y sus energías respectivas se muestran en la tabla V.

Todos estos cálculos fueron realizados para un parámetro de inelasticidad $\hbar\gamma = 0,5$ (en las unidades de energía utilizadas).

Fue elegido de tal modo de ensanchar cada nivel de p.i. incluyendo entre dos y cuatro estados vecinos. Recordemos que el papel que juega este parámetro es tomar en cuenta canales abiertos a través de los cuales puede llegar o irse flujo y convierte el espectro discreto de p.i. en un espectro continuo sin el cual no podría tener lugar una dinámica disipativa.

N	52	100	200
R	3.5	4.5	5.57
L	4.68	6.0	7.5
ϵ_F	4.20	3.00	2.85
$\hbar\omega_1$	1.04	0.81	0.65
$\hbar\omega_0$	2.16	1.68	1.36

TABLA III. Valores del radio R y altura L del cilindro, energía de Fermi ϵ_F y energías fonónicas $\hbar\omega_1$ y $\hbar\omega_0$ para distintos valores del número de partículas N.

	52			100			200		
$E_F(0)$	108,0			147,0			326,0		
c. i.	1	2	3	1	2	3	1	2	3
$E_B^j(0)$	1,04	0,0	1,04	0,81	0,0	0,81	0,65	0,0	0,65
$E_B^o(0)$	0,0	2,16	2,16	0,0	1,68	1,68	0,0	1,36	1,36
$E_F(\infty)$	112,0	121,8	130,4	151,6	156,5	170,0	329,4	355,5	359,0
$E_B^1(\infty)$	0,189	0,528	0,671	0,093	0,181	0,306	0,039	0,363	0,445
$E_B^o(\infty)$	0,017	0,133	0,262	0,004	0,019	0,040	0,001	0,068	0,082
$S_F(\infty)/N$	0,355	0,574	0,615	0,222	0,370	0,455	0,122	0,506	0,540
$S_B^1(\infty)$	0,625	1,264	1,470	0,447	0,726	1,042	0,269	1,339	1,520
$S_B^o(\infty)$	0,043	0,235	0,301	0,017	0,061	0,113	0,005	0,200	0,231

TABLA IV. Valores de las energías fermiónica y bosónica iniciales; las energías fermiónica y bosónica asintóticas y las entropías fermiónica y bosónica asintóticas para las tres condiciones iniciales consideradas (ec. 5.19) y para los distintos valores del número de partículas N.

nmn_z	ϵ_{nmn_z}
101	0,35
111	0,79
104	1,38
201	1,57
114	1,81
211	2,50
204	2,60
214	3,53
301	3,77
304	4,79
311	5,18
314	6,21

TABLA V. Orbitales fermiónicos y sus respectivas energías para $N=100$ partículas y para las dimensiones del recipiente dadas por la tabla III. Sólo se muestran los orbitales que efectivamente participan en eventos de colisión con un modo vibracional en el presente modelo.

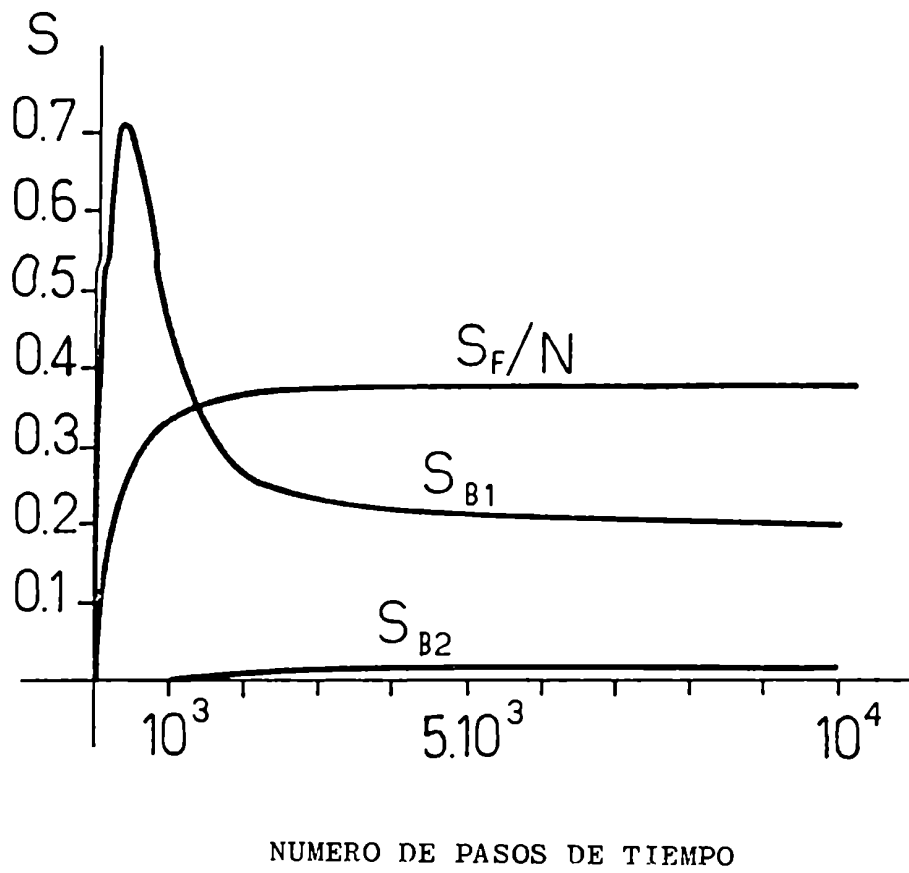


Figura 18. La evolución temporal de las entropías correspondientes a los sistemas bosónicos y fermiónico (en unidades arbitrarias).

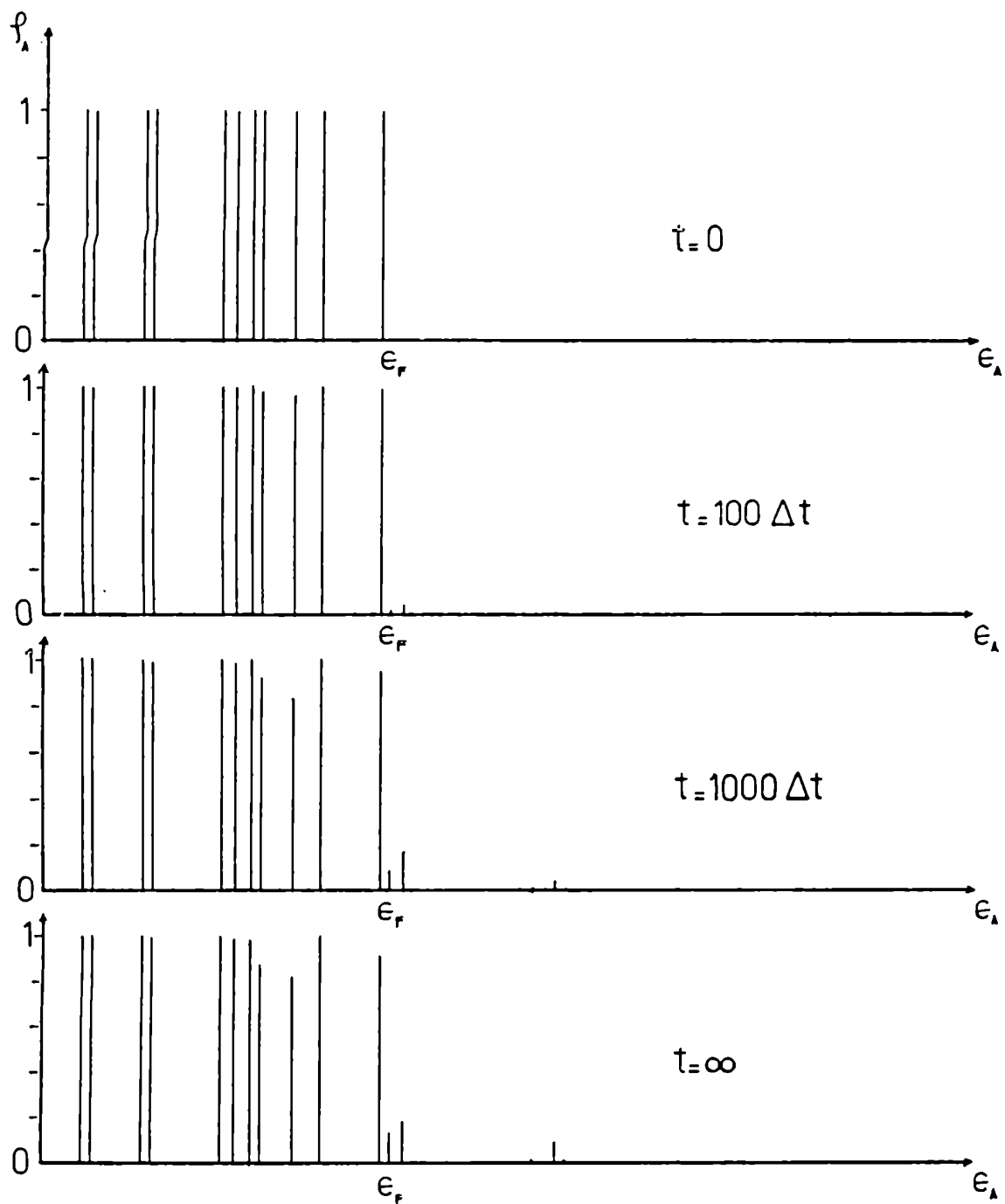


Figura 19. La distribución de los fermiones a diferentes tiempos de integración durante la evolución. La condición inicial corresponde a una vibración circular excitada y la componente axial en el estado fundamental.

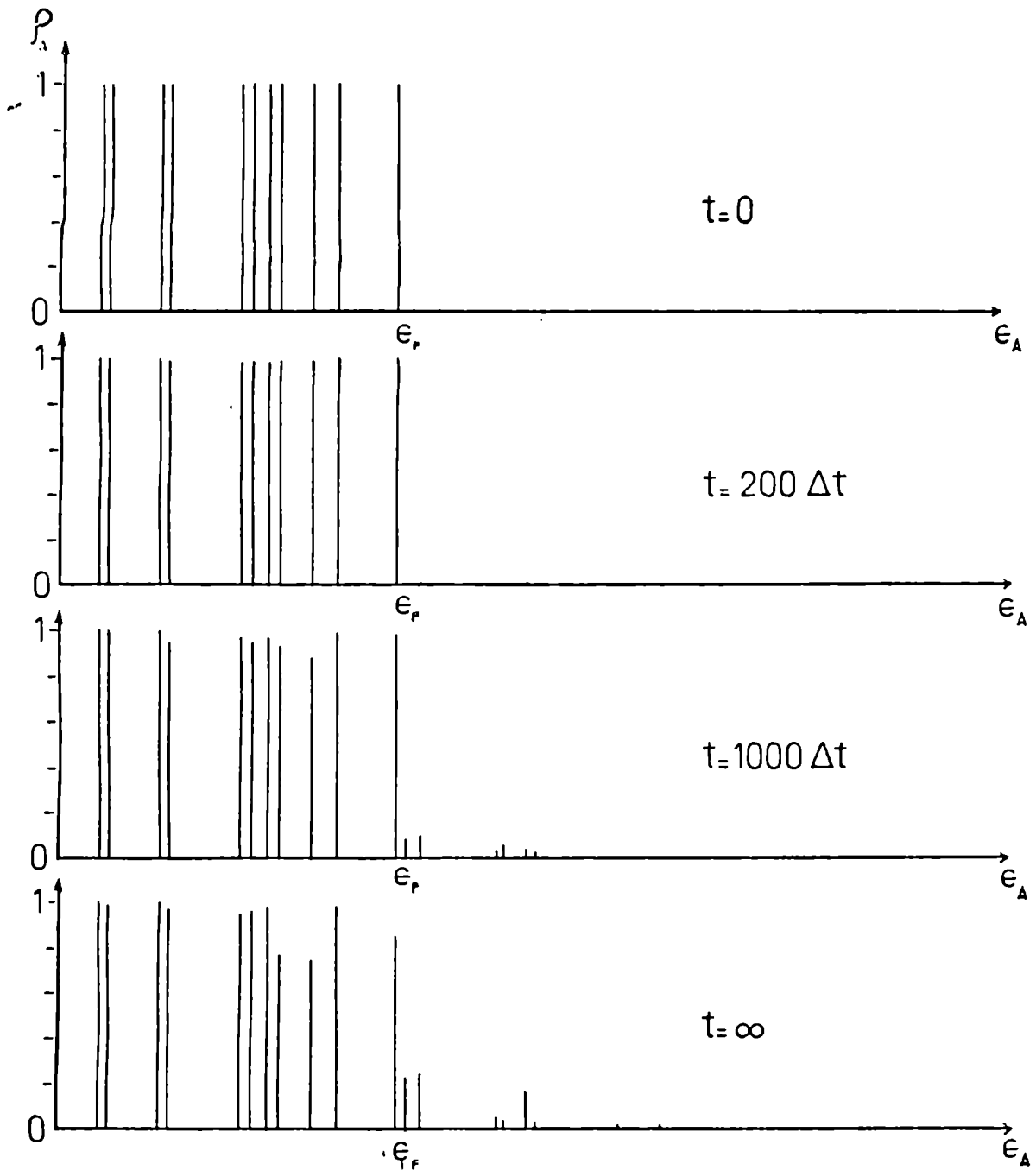


Figura 20. Lo mismo que en figura 19 con un fonón axial inicialmente excitado y el oscilador circular en su estado fundamental.

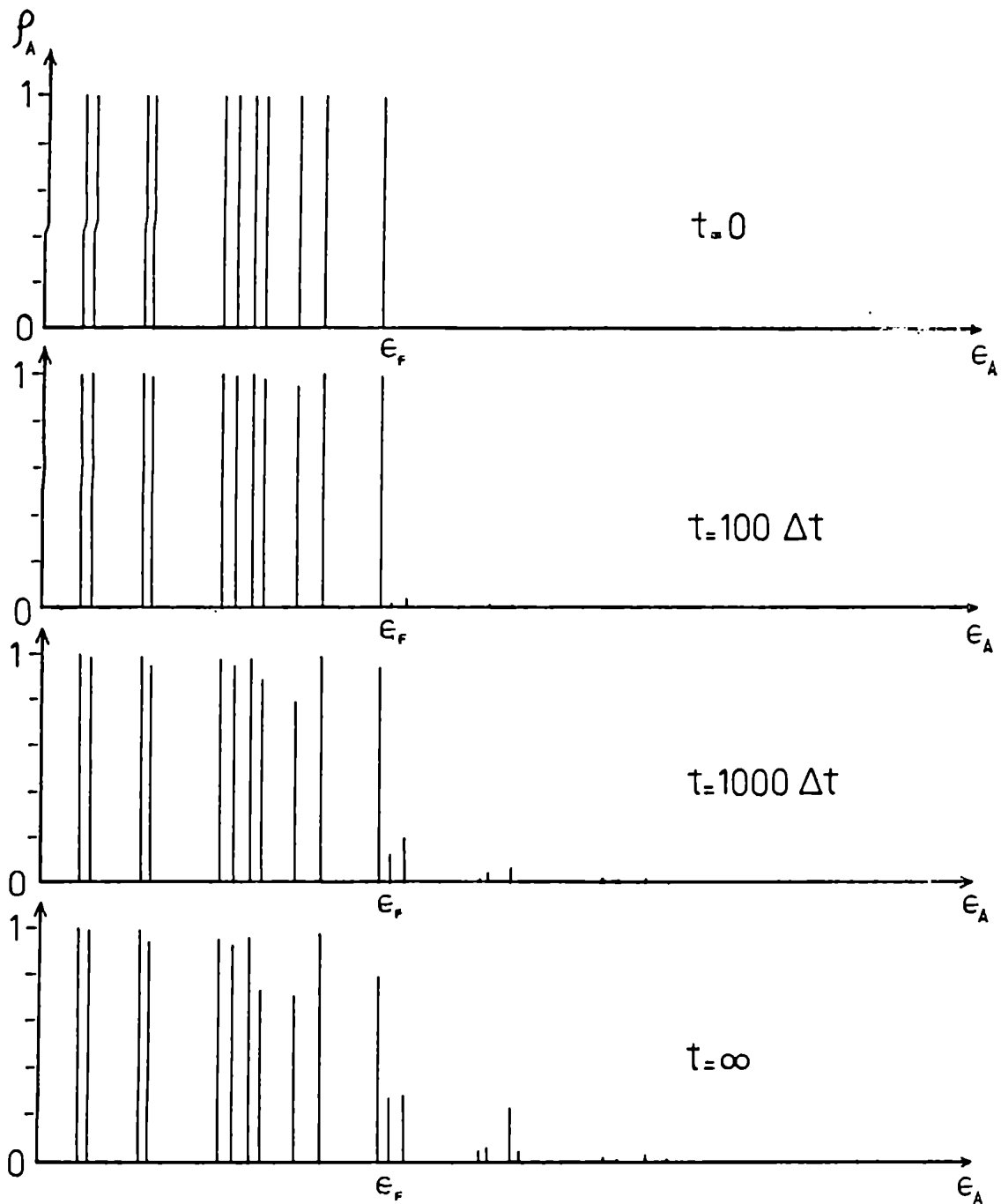


Figura 21. Lo mismo que en las figuras 19 y 20 con los dos osciladores inicialmente excitados.

5.3 Análisis de los resultados

Analizando los resultados podemos observar en la figura 1 la forma de las entropías. La entropía del oscilador inicialmente excitado (en el caso de la figura resulta la vibración degenerada en el plano) es muy similar a la obtenida en el caso de materia nuclear infinita (figura 8) donde la entropía luego de pasar por un máximo alcanzaba un valor que correspondía a la distribución canónica de un oscilador bidimensional en un baño térmico. Este hecho induce a pensar si en este caso, a pesar de no tener un baño térmico a una cierta temperatura T , es posible definir una cierta temperatura de equilibrio. Notemos de paso que el decaimiento hacia la saturación de la entropía del oscilador no es una contradicción con la segunda ley de la termodinámica ya que la entropía total es una magnitud creciente.

A partir de los datos de la tabla IV podemos extraer varias cantidades interesantes. Estamos interesados en establecer criterios para un adecuado tratamiento estadístico para sistemas que se encuentran lejos del límite termodinámico. Esto puede llevarse a cabo de varias maneras, pero por lo anteriormente dicho en este párrafo elegimos la siguiente: asumimos que las vibraciones de densidad alcanzan un equilibrio que se puede entender como el de un oscilador en un baño térmico por lo que la energía, para cada oscilador, se puede poner

$$U_B^{(i)} = 2^i \frac{\hbar \omega_i}{e^{\hbar \omega_i / T_i} - 1} \quad (5.20)$$

donde $i=1,0$. Consecuentemente podemos extraer T_i para cada valor de $E_B^i(\omega)$ haciendo $E_B^i(\omega) = U_B^i$. Podemos ir un paso más y evaluar la entropía canónica para cada oscilador

$$S_B^i(T_i) = \frac{U_B^i}{T_i} - 2^i \ln(1 - e^{-\hbar\omega_i/T_i}) \quad (5.21)$$

Estas temperaturas y entropías así halladas se muestran en la tabla VI.

N	52			100			200		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3
c.i.									
T_B^1	0,420	0,690	0,901	0,278	0,357	0,445	0,185	0,440	0,477
T_B^2	0,451	0,760	0,922	0,281	0,373	0,447	0,186	0,440	0,473
$S_B^1(T_B)$	0,625	1,265	1,476	0,447	0,726	1,042	0,269	1,339	1,520
$S_B^0(T_B)$	0,045	0,220	0,312	0,017	0,061	0,111	0,005	0,196	0,232
$U_F(\tilde{T})$	112,7	114,3	120,2	150,6	153,0	157,5	329,4	346,1	349,0
$\mu(\tilde{T})$	4,16	4,09	4,10	2,99	2,96	2,94	2,84	2,79	2,78
$\mu'(\tilde{T})$	3,43	3,40	3,62	2,45	2,47	2,63	2,72	2,73	2,73
ζ	0,062	0,048	0,027	0,035	0,017	0,011	0,021	0,028	0,012

TABLA VI. Temperaturas del baño térmico evaluadas de acuerdo a la fórmula (5.20) para cada oscilador; las entropías correspondientes; la energía interna de un gas de Fermi a la temperatura promedio $\tilde{T} = (T^1 + T^0)/2$; el potencial químico calculado según(5.23); las vidas medias τ_B correspondientes a la probabilidad definida en (5.24). Todos estos resultados se dan para las tres condiciones iniciales utilizadas y los distintos números de partículas N.

Podemos apreciar: i) un excelente acuerdo entre las dos temperaturas T_i ; ii) un excelente acuerdo entre las correspondientes entropías de saturación $S_B^i(\infty)$ obtenidas a través de la evolución temporal y las entropías canónicas evaluadas con (5.21); iii) los acuerdos de i) y ii) mejoran a medida que N aumenta; notemos que inclusive para bajo número de partículas los resultados son más que aceptables.

Para completar el argumento anterior, hemos calculado la energía y el potencial químico para un gas de Fermi degenerado

$$U_F(T) = U_F(0) \left[1 + \frac{5\tilde{\pi}^2}{12} \left(T/T_F \right)^2 \right] \quad (5.22a)$$

$$\mu(T) = \epsilon_F \left[1 - \frac{\tilde{\pi}^2}{12} \left(T/T_F \right)^2 \right] \quad (5.22b)$$

para una temperatura $\tilde{T} = (T_B^i + T_B^o) / 2$ para cada columna de la tabla IV. Además podemos expresar el potencial químico en términos de la energía y entropía como

$$\mu'(T) = \left(\frac{5}{3} U_F - S_F T \right) / N \quad (5.23)$$

y podemos evaluar esta cantidad para $T = \tilde{T}$ introduciendo los valores de $U_F(\infty)$ y $S_F(\infty)$. Se eligió esta forma de realizar la comparación en lugar de utilizar la evaluación de $S_F(T)$, $U_F(T)$ y $\mu_F(T)$ directamente, para eliminar inestabilidades numéricas debidas al redondeo de las cantidades. Estos resultados se muestran en la tabla VI.

Comparando estos resultados se hace evidente que: a) la energía canónica $U_F(T)$ coincide con la calculada para la temperatura T más baja (condición inicial 1) y luego se va diferenciando, aunque esta diferencia disminuye al aumentar N ; b) el potencial químico calculado con (5.22b) y (5.23) presenta un acuerdo aceptable, mejorando para N crecientes y mostrando una consistencia termodinámica en la evaluación de los datos.

Diferentes condiciones iniciales dan lugar al comportamiento del sistema fermiónico ilustrado en las figuras 19-21. Podemos agregar a las conclusiones ya analizadas lo siguiente: de acuerdo con las diferentes condiciones iniciales, es decir, con energías iniciales distintas para repartir entre los grados de libertad presentes, se alcanzan temperaturas, entropías y energías térmicas que aumentan con la energía de excitación inicial; el potencial químico, evaluado de acuerdo a (5.22b) y (5.23) se mantiene aproximadamente constante independientemente de cual sea la condición inicial así como de la temperatura de equilibrio final, correspondiendo a un gas de Fermi muy degenerado.

Las vidas medias presentadas en la tabla VI corresponden a la cantidad

$$P_i(t) = \rho_i^1(t) \rho_i^0(t) \prod_{A=1}^{\epsilon_F} \rho_A(t) \quad (5.24)$$

donde $i=1,2,3$ indica las tres condiciones utilizadas (ec. 5.19); ρ_i^1 y ρ_i^0 son las probabilidades de ocupación de los niveles inicialmente poblados de los dos modos colectivos. La productoria

de probabilidades de p.i. hasta el nivel de Fermi representa la condición inicial de los fermiones donde todos los estados de agujero están ocupados y los estados de partícula tienen probabilidad de ocupación nula. La cantidad así definida $P(t)$ muestra cómo decae en el tiempo la probabilidad de ocupación del estado inicial ($P(0) = 1$). De acuerdo a la tabla VI podemos verificar la siguiente relación

$$\frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2} = \frac{1}{\tau_3} \quad (5.25)$$

donde τ_i se define como $P(\tau_i) = e^{-1}$; y la igualdad que muestra la ecuación (5.25) indica que el acoplamiento entre modos producido por el baño térmico no es grande. Lo que está sucediendo aquí es que a tiempos cortos respecto del tiempo en el cual se equilibran las vibraciones (las vidas medias τ_i son mucho menores que este tiempo de equilibrio) cada vibración se desexcita por sus propios canales, sin producir todavía procesos de reexcitación, así se verifica la ecuación (5.25). Una vez pasados los tiempos τ_i comienzan los procesos de termalización. Si los canales por donde se realizan estos procesos son abundantes, las vibraciones alcanzan una temperatura de equilibrio única. Si, por el contrario, son escasos (como sucede para el caso de pocas partículas), cada vibración se termaliza a una temperatura propia que, aunque cercanas, no son exactamente iguales. Este comportamiento se puede observar en la tabla VI.

VI. APLICACIONES

C) CASO DE UN SISTEMA FINITO CON SIMETRIA ELIPSOIDAL

En este capítulo, el modelo MBC para el amortiguamiento de vibraciones se adapta para describir un núcleo deformado con simetría axial donde está presente un modo de vibración gigante. Se calculan las vidas medias de los distintos estados iniciales y se encuentra una consistencia termodinámica en las soluciones asintóticas.

6.1 Descripción del modelo

Consideramos una caja elipsoidal conteniendo $A=N+Z$ nucleones, donde se halla sumergida una vibración tridimensional con simetría axial. La interacción entre estos dos subsistemas es la ya utilizada en las secciones precedentes; la interacción partícula-fonón. El hamiltoniano total del sistema resulta

$$H = H_F + H_B + H_{FB} \quad (6.1)$$

El hamiltoniano fermiónico H_F es un operador de un cuerpo para N neutrones y Z protones ubicados en los niveles de Nilsson (ref. 25) correspondientes a un cierto parámetro de deformación. Las energías y las funciones de onda de Nilsson se extraen de la bibliografía.

El hamiltoniano bosónico H_B representa al modo colectivo (modo dipolar isovectorial) en un núcleo finito, que, dentro del marco del MBC, toma la forma

$$H_B = \hbar\omega_1 (\hat{\rho}_1^\dagger \hat{\rho}_1 + \hat{\rho}_{-1}^\dagger \hat{\rho}_{-1} + 1) + \hbar\omega_0 (\hat{\rho}_0^\dagger \hat{\rho}_0 + 1/2) \quad (6.2)$$

donde nuevamente $\hat{\rho}_m^\dagger$ denota la creación de un fonón asociado a la componente m del modo vectorial ($l=1$). El cálculo de las autofrecuencias ω_m así como también la ley de dispersión que las relaciona con el momento k_m del fonón fue realizada en las aplicaciones anteriores recurriendo a la hidrodinámica nuclear. Otra posibilidad sería, basándose en cálculos de estructura nuclear, construir el modo bosónico realizando una aproximación de fases al azar (RPA). Sin embargo, la riqueza de un cálculo microscópico de estructura nos aleja del espíritu del MBC, según el cual el acercamiento al problema real se realiza a partir de cantidades macroscópicas o fenomenológicas con las cuales se consigue obtener las características más importantes del amortiguamiento nuclear, quedando algunos problemas delicados a ser resueltos en futuros refinamientos del modelo, como son la autoconsistencia (ref. 21) y la no marcovianidad (ref. 20-21) del movimiento disipativo.

Un simple modelo fenomenológico consistiría en seleccionar para $\hbar\omega_m$ los centroides experimentales de los picos resonantes, pero nos faltaría aún la función de onda asociada al fonón. Habiendo ya utilizado la hidrodinámica nuclear con relativo éxito, volvemos a emplearla para obtener tanto los centroides como las funciones de

onda. Recordemos entonces la geometría actual: el hamiltoniano bosónico se obtiene cuantificando los modos de una onda de densidad en un recipiente elipsoidal con simetría axial. El procedimiento que se realiza para obtener la solución es resolver la ecuación de ondas de Hemholtz

$$\nabla^2 \eta(\vec{r}) + k^2 \eta(\vec{r}) = 0 \quad (6.3)$$

con $\eta(\vec{r}, t) = \eta(\vec{r}) e^{i\omega t}$ ($\omega = k c_s$) ya definida anteriormente (ec. 2.8-2.9) y representa el desplazamiento de la densidad neutrónica o protónica respecto de su valor de equilibrio. La condición de contorno es la anulación del flujo a través de la superficie

$$\hat{n} \cdot \nabla \eta(\vec{r}) \Big|_{r=R(\theta, \psi)} = 0 \quad (6.4)$$

donde \hat{n} es la normal a la superficie y $R(\theta, \psi)$ es la superficie de la caja elipsoidal

$$R(\theta, \psi) = R_0 (1 + \beta Y_{20}(\theta, \psi)) \quad (6.5)$$

donde R_0 es el radio nuclear ($R_0 = r_0 A^{1/3}$; $r_0 = 1.12$ fm.) y la cantidad β es el parámetro de deformación axial (ref.26).

Los modos normales que resuelven las ecuaciones (6.3) y (6.4) son los armónicos esferoidales de difícil manejo. Esta dificultad inherente al problema puede abreviarse recurriendo a un método variacional muy útil (ref. 3) en el cual utilizando como funciones de prueba a las soluciones del problema esférico se obtienen los

momentos

$$k_{1m}^2 = \min \frac{\int d^3r |\bar{\nabla} \eta_{lm}(\bar{r})|^2}{\int d^3r \eta_{lm}^2(\bar{r})} \quad (6.6)$$

que reemplaza al problema espectral exacto para cada multipolaridad (lm).

Obtenemos para el modo dipolar deformado

$$\eta_{lm}(r) = F_1 j_1(k_{1m} r) Y_{1m}(\theta, \varphi) \quad (6.7)$$

con k_{1m} determinado por la ecuación (6.6)

$$k_{1m} = \frac{2.08}{R_m(\beta)} \left(1 + 0,08 \frac{R_m(\beta) - R_0}{R_0} \right) \quad (6.8a)$$

$$R_m(\beta) = R_0 \left[1 + \left(-\frac{1}{2}\right)^{|m|} \sqrt{\frac{5}{4\pi}} \beta \right] \quad (6.8b)$$

la expresión del factor de normalización F_1 es

$$F_1 = \left[\frac{1}{2} R_0^3 \left(j_1^2(k_{1m} R_0) - j_0(k_{1m} R_0) j_2(k_{1m} R_0) \right) \right]^{-1/2} \quad (6.9)$$

Las energías variacionales cumplen una ley de dispersión acústica

$$\omega_{lm} = c_s k_{1m} \quad (6.10)$$

donde c_s es la velocidad del sonido de un fluido nuclear y definida anteriormente (ec. 2.15).

En particular, podemos poner (ref.3)

$$\omega_{10} = \omega_0^D (1 - 0,5803\beta + 0,3661\beta^2) \quad (6.11a)$$

$$\omega_{1,\pm 1} = \omega_0^D (1 + 0,2902\beta + 0,0915\beta^2) \quad (6.11b)$$

con $\omega_0^D = 2,08 c_s/R_0$.

6.2 La interacción y la dinámica acoplada

El hamiltoniano de interacción H_{FB} es el ya utilizado en las aplicaciones anteriores

$$H_{FB} = \sum_{m,\mu} \lambda_{\alpha\mu}^m p_m^\dagger b_\mu^\dagger b_\alpha + h.c. \quad (6.12)$$

donde $m = \pm 1, 0$; la simetría axial produce la condición $\lambda_{\alpha\mu}^m = \lambda_{\alpha,\mu}^{-m}$.

Los índices de p.i. incluyen al isospin, de tal forma que la suma recorre protones y neutrones. Los elementos de matriz $\lambda_{\alpha\mu}^m$ resultan

$$\lambda_{\alpha\mu}^m = \lambda_{\alpha\mu}^{m,0} \int d^3r \psi_\mu^*(\vec{r}) \chi_m^*(\vec{r}) \psi_\alpha(\vec{r}) \quad (6.13)$$

donde $\psi(\vec{r})$ es la función de onda de Nilsson del estado ν y $\chi_m(\vec{r})$ es la función de onda del campo bosónico representado por la función de prueba dada por (6.7). La elección de la interacción motiva una serie de comentarios. En primer lugar, tenemos el acoplamiento de la vibración colectiva al espacio de $1p - 1h$ sin tomar en cuenta el espacio de $2p - 2h$, más adecuado para tratar el decaimiento de este tipo de vibración. Es conocido que el acoplamiento al espacio de $1p - 1h$ da lugar al cálculo del llamado ancho de escape si los estados de partícula pertenecen al continuo (ref. 26). El modelo MBC puede ser reformulado en términos de la interacción fonón-($2p - 2h$), dando lugar a un formalismo similar al aquí presentado, pero el procesamiento numérico de las ecuaciones de movimiento en este caso no se encuentra a nuestro alcance. Una hipótesis simplificadora sería realizar un promedio de la interacción fonón-($2p - 2h$) dando lugar a un parámetro fenomenológico que ya fue introducido, es el parámetro de inelasticidad κ

Una segunda cuestión a ser considerada es la elección de la función de onda del fonón. En lo ya visto es identificada con un modo normal hidrodinámico. Esto puede ser justificado si observamos que es un hecho establecido que el potencial de interacción partícula-fonón es proporcional a la densidad de transición relacionada al modo colectivo (ref. 27). Hay varias descripciones hidrodinámicas para los fenómenos colectivos nucleares, en particular el modelo de Steinwedel-Jensen que relaciona la densidad de transición con funciones de onda esféricas, de tal manera que los elementos de matriz quedan expresados como integrales de la función $j_1(k_f r) Y_{1m}(\theta, \varphi)$

acompañada por funciones de onda de p. i. que es lo que tenemos en (6.13).

La ecuación (6.13) debe ser resuelta en forma numérica para los estados (α, μ) y el bosón tipo m . Sin embargo presenta algunas reglas de selección generales. Los estados de Nilsson tienen como buenos números cuánticos a la paridad π y la proyección según z Ω del momento angular total. Los modos bosónicos también tienen esta característica; tienen paridad negativa (por ser dipolares) y son autovectores de L_z . Estos hechos hacen que el acoplamiento $\lambda_{\alpha\mu}^m$ se produzca entre estados de paridades distintas y con $\Delta\Omega = \pm 1$ si consideramos $m=1$ ó $\Delta\Omega=0$ en el caso del modo con $m=0$. Teniendo en cuenta todos estos hechos podemos pasar a resolver las ecuaciones dinámicas dadas por las ecuaciones (5.16) - (5.18).

6.3 Cálculos y resultados

En esta sección se ilustra el formalismo descripto a un sistema con $Z=68$ y $N=98$ con un parámetro de deformación axial $\beta = 0,29$. Estos números corresponden al núcleo ¹⁶⁶Er. Introduciendo estos datos en las ecuaciones (6.11) se obtienen los centroides de la resonancia a 13,8 y 10,9 MeV respectivamente para $m = \pm 1$ y $m=0$.

Las energías de Nilsson y las funciones de onda pueden ser interpoladas de tablas (ref. 25). Se ubicaron nucleones activos

en los niveles de p.i. que se muestran en la tabla VII. El tamaño de cada espectro, es decir, la cantidad de niveles utilizados por encima y por debajo del nivel de Fermi fue tomado como el mínimo posible con la estabilidad de la integración numérica realizada. La ecuación que gobierna la cinética de los nucleones tiene dos parámetros libres $\lambda^{1,0}$ y $\lambda^{0,0}$. Si asumimos que protones y neutrones no se acoplan entre sí a través de los vértices de interacción fonónicos, la dinámica se mantiene desacoplada para todo tiempo. De esta manera, para no elevar el número de parámetros libres se dió el mismo valor a $\lambda^{m,0}$ (protones) y $\lambda^{m,0}$ (neutrones) para cada m.

Los resultados hallados se resumen en las tablas VIII - X . Cada tabla contiene tres grupos de datos correspondientes a las condiciones iniciales ya definidas en el capítulo anterior (ec. 5.24). Cada grupo de datos contiene: a) la energía inicial y final ($t \rightarrow \infty$) de cada oscilador; b) la temperatura T_E^m a la cual cada oscilador se termaliza, obtenida a partir de relacionar la energía canónica (ec. 5.20) con la energía asintótica de cada m-vibración; c) la temperatura T_{prob}^m obtenida de la relación entre probabilidades de transición que se deduce en materia nuclear (ec. 4.10)

$$\frac{W_+^m(\infty)}{W_-^m(\infty)} = e^{-\hbar W_m / T_{\text{prob}}^m} \quad (6.14)$$

d) las entropías asintóticas $S_m(\infty) = -\text{tr}(\rho_{(\infty)}^m \ln \rho_{(\infty)}^m)$ y e) las correspondientes entropías de equilibrio termodinámico (ec. 5.21).

$$S_1(\tilde{T}_1) = \frac{E_1(\infty)}{\tilde{T}_1} - 2 \ln (1 - e^{-\hbar\omega_1 / \tilde{T}_1}) \quad (6.15a)$$

$$S_0(T_0) = \frac{E_0(\infty)}{\tilde{T}_0} - \ln (1 - e^{-\hbar\omega_0 / \tilde{T}_0}) \quad (6.15b)$$

evaluadas para una temperatura $\tilde{T}_m = (T_E^m + T_{\text{prob.}}^m)/2$. Todas las temperaturas y energías están dadas en MeV.

La tabla VIII muestra las cantidades arriba mencionadas evaluadas para un parámetro de inelasticidad $\hbar\gamma = 0,5$ MeV. Esta elección permite un pequeño número de niveles p.i. dentro del ancho del filtro lorentziano. En la tabla IX esta constante toma el valor de $\hbar\gamma = 1,5$ MeV que es el máximo compatible con la estabilidad numérica para el tamaño utilizado del espectro de p.i. Mayores valores de $\hbar\gamma$ demandan un considerable aumento del espectro de p.i. con el consecuente crecimiento del tiempo de cómputo. La unidad de tiempo para la integración numérica es proporcional a 10^{-21} seg./ $|\lambda_1|^2$ con λ_1 un parámetro de escala libre. La relación $|\lambda_1 / \lambda_0|^2$ se tomó igual a diez para obtener los resultados de las tablas; el motivo fue tener valores comparables para W_+^1 y W_-^0 para una dada elección de λ_1 . La tabla X contiene los datos obtenidos con el acoplamiento $\sum_m \mu = \lambda^m$, o en otras palabras, todas las integrales de la ecuación (6.13) se tomaron iguales a la unidad, con $\hbar\gamma = 0,5$ MeV en este caso.

La elección $|\lambda_1 / \lambda_0|^2 = 10$ para los cálculos podría parecer algo arbitraria, sin embargo, la razón es la siguiente. Cuando se

evaluaron los elementos de matriz de la interacción, se observó que aquéllos correspondientes a $m=1$ resultaban aproximadamente un orden menores que aquéllos con $m=0$, debido a efectos de cancelación asociados a oscilaciones en la función de onda del fonón. Para construir las probabilidades W_{\pm}^m hay que sumar los cuadrados de estos elementos de matriz pesados por la probabilidad de ocupación partícula-agujero y el factor de forma de la energía. El efecto combinado de menores elementos de matriz con un filtro lorentziano menos favorable dan como resultado $W_{+}^1 / |\lambda_1|^2 \approx 0,1 W_{+}^0 / |\lambda_0|^2$. Si los parámetros arbitrarios λ_1 y λ_0 se seleccionan iguales, la evolución total del problema resulta no interesante porque el modo con $m=1$ decae en forma más veloz que el modo $m=0$, por lo que, en definitiva, resulta un solo modo en un baño fermiónico. Valores experimentales del ancho de resonancia (FWHM) con un doble pico muestran tiempos de decaimiento comparables para ambos modos (ref. 28); sugiriendo así la conveniencia de la elección considerada para la razón entre λ_1 y λ_0 .

El diagrama de excitación del reservorio nuclear se muestra en las figuras 22-23 donde se observan los números de ocupación del estado de equilibrio (asintótico) $\rho_A(\infty)$ para protones y neutrones respectivamente como funciones de las energías que se muestran en la tabla VII. Como referencia, en cada figura se sobrepuso el mar de Fermi no perturbado inicial.

Ω	π	[N	n	m]	E	Ω	π	[N	n	m]	E	Ω	π	[N	n	m]	E
1/2	-	3	1	0	0.00	9/2	+	4	0	4	6.43	1/2	+	4	0	0	10.88
7/2	-	3	0	3	0.28	3/2	+	4	1	1	7.05	3/2	+	4	0	2	10.97
3/2	-	3	1	2	0.33	5/2	+	4	1	3	7.33	5/2	+	6	4	2	11.90
1/2	+	4	0	0	0.34	5/2	-	5	3	2	7.44	3/2	-	5	2	1	11.93
3/2	+	4	3	1	1.34	1/2	+	4	1	1	8.01	5/2	-	5	2	3	12.28
3/2	-	3	0	1	2.22	1/2	-	5	4	1	8.71	11/2	-	5	0	5	12.69
5/2	-	3	0	3	2.72	7/2	-	5	2	3	8.95	1/2	-	5	2	1	13.09
5/2	+	4	2	2	2.76	5/2	+	4	0	2	9.36	7/2	+	6	3	3	13.24
1/2	-	3	0	1	3.03	7/2	+	4	0	4	9.64	5/2	-	5	1	2	14.00
1/2	+	4	3	1	3.23	1/2	-	5	3	0	10.13	1/2	+	6	5	1	14.09
7/2	+	4	1	3	4.48	1/2	+	6	6	0	10.25	7/2	-	5	1	4	14.38
1/2	+	4	2	0	4.98	3/2	-	5	3	2	10.38	9/2	+	6	2	4	14.83
3/2	+	4	2	2	5.19	9/2	-	5	1	4	10.72	1/2	+	6	4	0	15.18
1/2	-	5	5	0	5.44	3/2	+	6	5	1	10.87	3/2	+	6	4	2	15.44
3/2	-	5	4	1	6.22												

TABLA VII. a) Números cuánticos de Nilsson de p.i. y energías de Nilsson para protones correspondientes a un núcleo con $Z=68$, $N=98$ y deformación $\beta = 0,29$. Las energías están dadas en MeV y referidas al nivel más bajo (por debajo del nivel de Fermi) seleccionado en este trabajo. El tamaño del espectro fue elegido para garantizar la estabilidad numérica del algoritmo de integración. Los números cuánticos son los usuales números de Nilsson asintóticos; las energías de p.i. están doblemente degeneradas de acuerdo a la proyección axial .

Ω	π	$[N$	n	$m]$	E	Ω	π	$[N$	n	$m]$	E	Ω	π	$[N$	n	$m]$	E
1/2	+	4	2	0	0.00	9/2	-	5	1	4	5.74	1/2	-	5	1	0	10.76
3/2	+	4	2	2	0.21	3/2	+	6	5	1	5.89	3/2	-	5	1	2	10.89
1/2	-	5	5	0	0.46	1/2	+	4	0	0	5.90	7/2	-	5	0	3	11.32
3/2	-	5	4	1	1.24	3/2	+	4	0	2	5.99	11/2	+	6	1	5	11.65
9/2	+	4	0	4	1.45	5/2	+	6	4	2	6.92	9/2	-	5	0	5	11.68
3/2	+	4	1	1	2.07	3/2	-	5	2	1	6.95	3/2	+	6	3	1	11.72
5/2	+	4	1	3	2.35	5/2	-	5	2	3	7.30	5/2	+	6	3	3	12.12
5/2	-	5	3	2	2.46	11/2	-	5	0	5	7.71	1/2	+	6	3	1	13.15
1/2	+	4	1	1	3.03	1/2	-	5	2	1	8.11	3/2	-	5	0	1	13.53
1/2	-	5	4	1	3.73	7/2	+	6	3	3	8.26	5/2	+	6	2	2	13.54
7/2	-	5	2	3	3.97	5/2	-	5	1	2	9.02	13/2	+	6	0	6	13.63
5/2	+	4	0	2	4.38	1/2	+	6	5	1	9.11	5/2		5	0	3	13.69
7/2	+	4	0	4	4.66	7/2	-	5	1	4	9.40	7/2	+	6	2	4	14.25
1/2	-	5	3	0	5.15	9/2	+	6	2	4	9.85	1/2	-	5	0	1	14.34
1/2	+	6	6	0	5.27	1/2	+	6	4	0	10.20	7/2	+	6	1	3	15.64
3/2	-	5	3	2	5.40	3/2	+	6	4	2	10.46	9/2	+	6	1	5	16.11

TABLA VII. b) Las mismas especificaciones que en el caso a), para neutrones.

c.i.	1	2	3
$E_1(0)$	13.8	0.0	13.8
$E_1(\infty)$	0.497	0.296	1.209
T_E^1	3.42	3.03	4.35
T_{prob}^1	3.42	3.04	4.38
$S_1(\infty)$	0.181	0.119	0.364
$S_1(T_1)$	0.181	0.119	0.364
$E_0(0)$	0.0	10.9	10.9
$E_0(\infty)$	0.021	0.167	0.373
T_E^0	1.75	2.60	3.20
T_{prob}^0	1.75	2.59	3.19
$S_0(\infty)$	0.014	0.079	0.150
$S_0(T_0)$	0.014	0.079	0.150

TABLA VIII. Valores de energías, temperaturas y entropías calculadas de acuerdo a lo explicado en la sección 6.3, para los modos $m=\pm 1$ y $m=0$; y para las tres condiciones iniciales descritas en el texto. El parámetro de inelasticidad se tomó igual a $\hbar \gamma = 0,5$ MeV.

c.i.	1	2	3
$E_1(0)$	13.8	0.0	13.8
$E_1(\infty)$	0.243	0.317	0.630
T_E^1	2.91	3.08	3.63
T_{prob}^1	2.91	3.09	3.63
$S_1(\infty)$	0.101	0.126	0.219
$S_1(T_1)$	0.101	0.126	0.219
$E_0(0)$	0.0	10.9	10.9
$E_0(\infty)$	0.039	0.142	0.297
T_E^0	1.94	2.50	3.00
T_{prob}^0	1.95	2.50	2.99
$S_0(\infty)$	0.024	0.070	0.126
$S_0(T_0)$	0.024	0.070	0.126

TABLA IX. Las mismas especificaciones que en tabla VIII, para un parámetro de inelasticidad $\hbar\gamma = 1,5$ MeV.

c.i.	1	2	3
$E_1(0)$	13.8	0.0	13.9
$E_1(\infty)$	0.463	0.154	1.022
T_E^1	3.36	2.66	4.14
T_{prob}^1	3.36	2.66	4.14
$S_1(\infty)$	0.171	0.069	0.320
$S_1(T_1)$	0.171	0.069	0.320
$E_0(0)$	0.0	10.9	10.9
$E_0(\omega)$	0.040	0.054	0.223
T_E^0	1.93	2.05	2.78
T_{prob}^0	1.94	2.05	2.70
$S_0(\infty)$	0.023	0.031	0.100
$S_0(T_0)$	0.023	0.031	0.100

TABLA X. Las mismas especificaciones que en tablas VIII y IX, considerando a todos los elementos de matriz de la interacción partícula-fonón igual a una constante arbitraria.

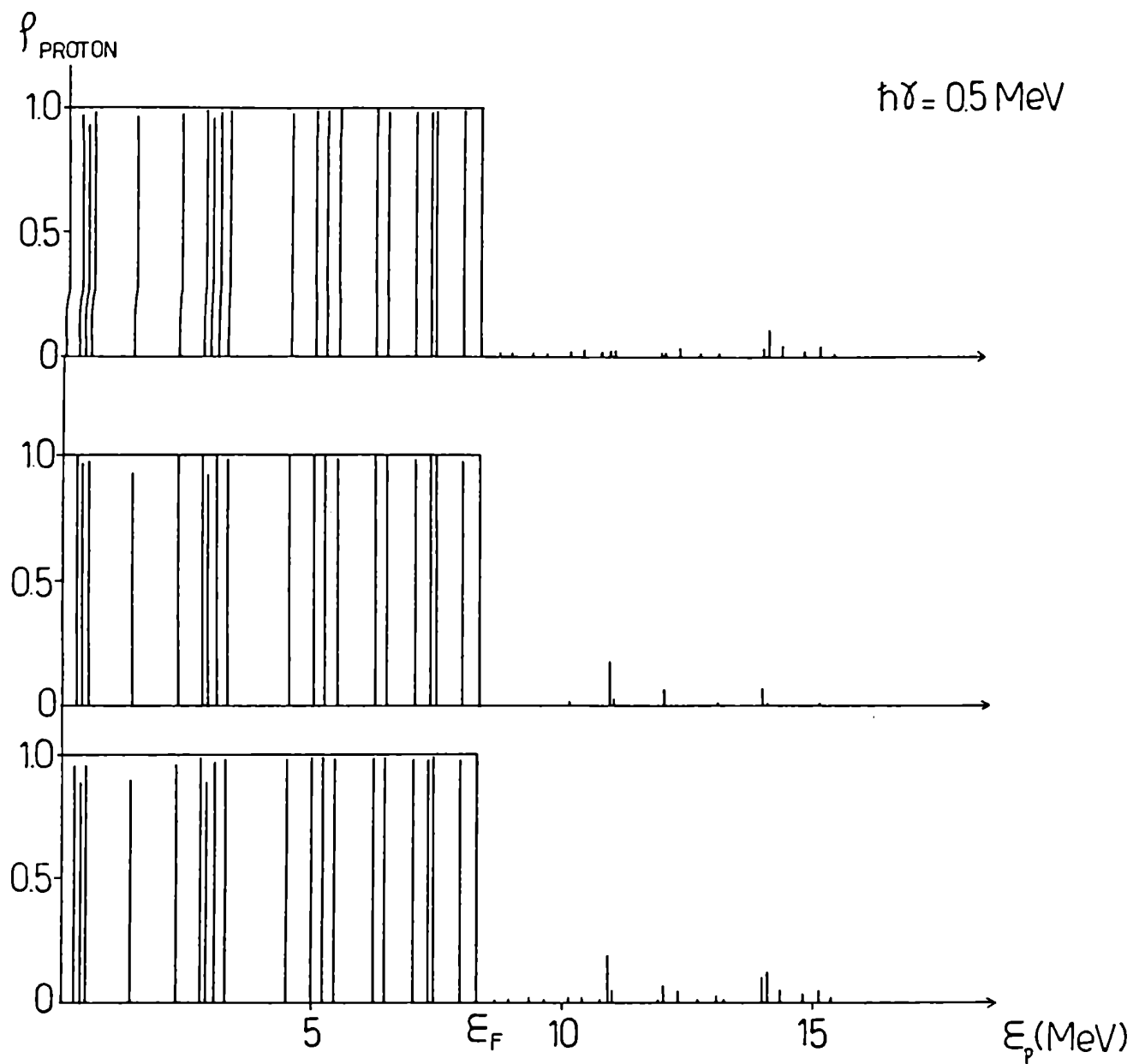


Figura 22. Probabilidades de ocupación asintóticas de los estados de Nilsson para protones como función de la energía de p.i. Como referencia aparece la función escalón que describe el mar de Fermi a $t = 0$.

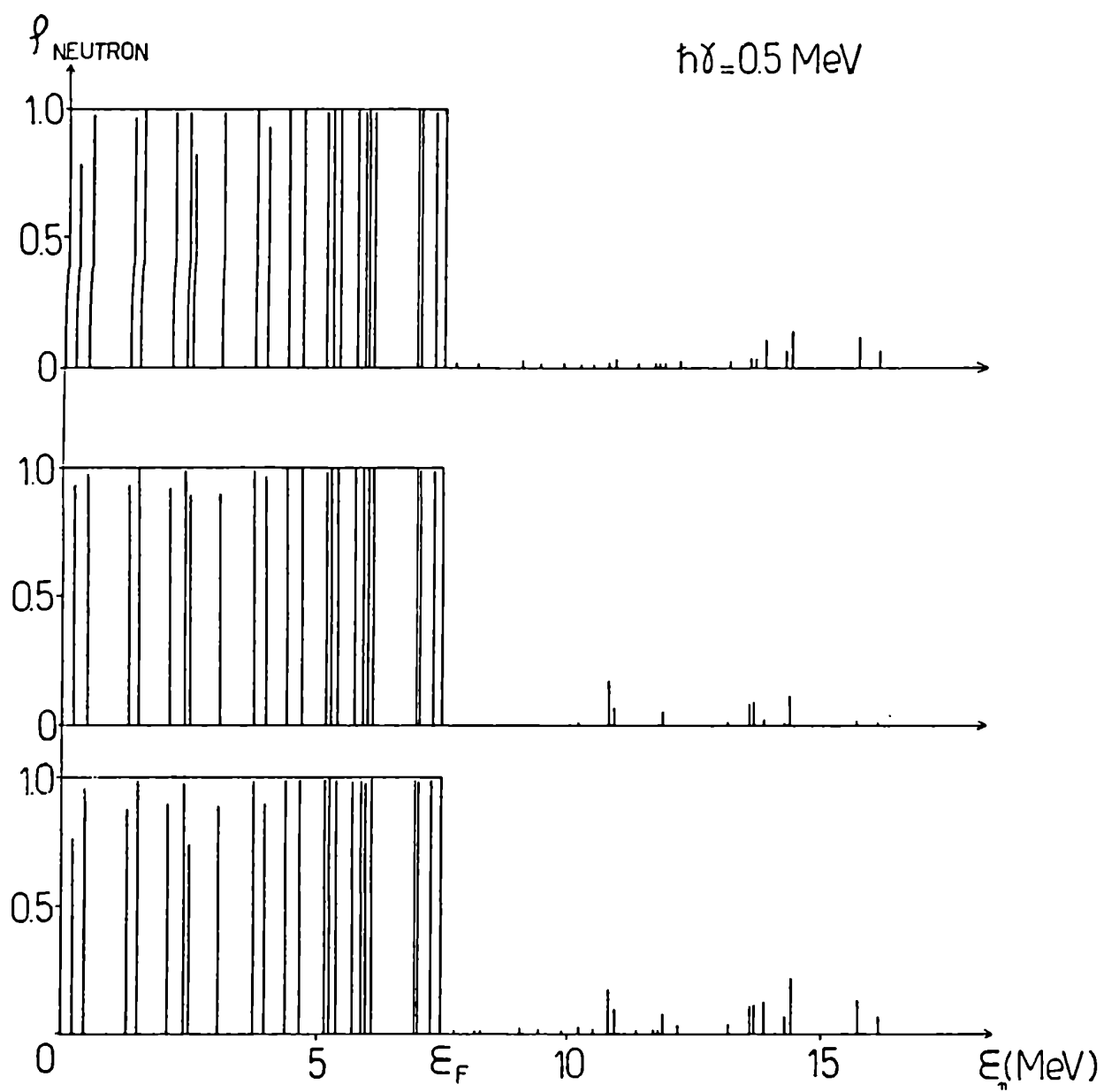


Figura 23. Lo mismo que en la figura 21 para los estados de neutrones.

6.4 Equilibrio termodinámico

Examinemos en primer lugar los valores asintóticos, es decir, de equilibrio, correspondientes a las tablas VIII-X. Una primera vista muestra varios puntos en común: i) la igualdad de las temperaturas $T_{\text{prob.}}^m$ y T_E^m para cada m-oscilador para cualquier condición inicial y cualquier elección del parámetro $\hbar\gamma$ ii) la igualdad de las entropías $S_m(\infty)$ y $S_m(\tilde{T}_m)$ también en todos los casos; iii) cualquiera sea la elección del parámetro $\hbar\gamma$ y los elementos de interacción para una dada condición inicial, ambos modos alcanzan el equilibrio a distintas temperaturas; la vibración $m=0$ se mantiene más fría que el modo bidimensional; iv) la temperatura promedio $(T_1 + T_0)/2$ es una función creciente con la cantidad de energía de excitación existente al iniciar el movimiento; v) aumentando el ancho $\hbar\gamma$ se observa que las temperaturas T_1 y T_0 se acercan suavemente si la condición inicial incluye probabilidad de excitación no nula de los fonones circulares y, por último, vi) todos los items anteriores se mantienen si se suprime la estructura asociada a los elementos de matriz.

Las observaciones i) y ii) son una fuerte evidencia de consistencia termodinámica y estabilidad en el modelo que se está utilizando de vibraciones armónicas en un baño térmico que alcanzan el equilibrio canónico en forma irreversible, con una temperatura definida por un factor de peso de Boltzmann. Es interesante notar en este contexto que, de acuerdo a iii) se podría tentativamente proponer que el entorno nucleónico se divide en dos distintos y separados

reservorios a temperaturas diferentes. Esta hipótesis se afirma si observamos las figuras 22-23 donde se puede ver la estructura del mar de Fermi excitado para protones y neutrones después que la excitación inicial decayó. Es claro que la dinámica que conduce al equilibrio ocurre sustancialmente en diferentes subespacios del espacio de p.i. seleccionado según sea la componente de la vibración presente a $t=0$. También es evidente en estas figuras que la condición inicial con los dos modos excitados decae en una configuración fermiónica que resulta la superposición de los dos casos anteriores. Esta es una indicación directa de la presencia de dos baños térmicos prácticamente disjuntos.

Veamos más elementos a favor de esta hipótesis de doble baño. Examinando el ítem iv) podemos ser más precisos y computar la energía de excitación ganada por el sistema fermiónico a expensas del decaimiento del fonón como

$$E_{\text{exc.}}(\tilde{T}_1, \tilde{T}_0) = E_F(\infty) - E_F(0) \quad (6.16)$$

Habíamos dicho que $E_{\text{exc.}}$ es una cantidad creciente con \tilde{T}_m . Ahora, si la hipótesis del doble baño fermiónico es cierta y, más aún, si estos baños corresponden a gases de Fermi en equilibrio térmico, se podría esperar una relación de la forma

$$E_{\text{exc.}}(\tilde{T}_1, \tilde{T}_0) \approx \alpha \tilde{T}_1^2 + \beta \tilde{T}_0^2 \quad (6.17)$$

Realizando un procesamiento por cuadrados mínimos para los

parámetros α y β a partir de los datos de la tabla VIII obtenemos valores idénticos para ellos que resultan ,

$$\alpha \approx \beta \approx 1,7 \text{ MeV} \quad (6.18)$$

es decir que esencialmente se tiene

$$E_{\text{exc.}} \approx \alpha (\tilde{T}_1^2 + \tilde{T}_0^2) = 2 \alpha \frac{(\tilde{T}_1^2 + \tilde{T}_0^2)}{2} = \alpha' T'^2 \quad (6.19)$$

Los valores obtenidos para α y β por cuadrados mínimos se mantienen estables para las condiciones de las tablas IX y X.

La fórmula para la energía de excitación en función de la temperatura para un gas de Fermi nuclear es de la forma (6.19) con un parámetro "a" que varía entre A/15 (modelo de gas de Fermi) y A/8 (datos experimentales). En nuestro caso se tomaron A=86 partículas activas por lo que obtenemos para el parámetro a los siguientes valores extremos

$$5,73 \leq a \leq 10,75 \quad (6.20)$$

El valor de α' , de acuerdo a (6.18) resulta aproximadamente 3,40 con lo que estaríamos por debajo del mínimo, de acuerdo con (6.20). La razón de esta discrepancia podría estar en el hecho que la energía de excitación es muy grande como para admitir una representación en términos de T^2 , que resulta de la truncación de la expansión de Sommerfeld o, equivalentemente, no se pueden despreciar derivadas de

la densidad microscópica de estados en el nivel de Fermi (ref. 29), en la expresión para la energía de excitación.

Una palabra final sobre la hipótesis de doble baño resultan las siguientes igualdades que se extraen de las tablas VIII-X

$$E_{\text{exc.}}^{(3)} \approx E_{\text{exc.}}^{(1)} + E_{\text{exc.}}^{(2)} \quad (6.21a)$$

ó

$$(\tilde{T}_{(3)})^2 \approx (T_{(2)})^2 + (T_{(1)})^2 \quad (6.21b)$$

donde los supraíndices indican las tres condiciones iniciales utilizadas.

Pasemos ahora a la observación v) dada al principio de la sección. El comportamiento esperado, en forma general, es que cuando más inelástico sea el vértice de interacción partícula-fonón, más indistinguibles resulten los dos baños fermiónicos. Lo que está en juego aquí es la porción del espacio de partícula-agujero accesible en la desexcitación del fonón. De acuerdo a lo ya indicado, cuando la condición inicial incluye un fonón circular, esta predicción se cumple y \tilde{T}_1 y \tilde{T}_0 se acercan con el aumento de $\hbar\gamma$. Sin embargo, con la condición inicial 2, es decir, cuando está presente sólo un fonón del tipo $m=0$ resulta la situación opuesta, aunque en forma muy poco pronunciada (debajo del 4%). Este es un efecto del espectro de p.i. que puede ser explicado de la siguiente manera: el fonón $m=0$ inicialmente presente, tiene abierto un espacio de las fases mayor que en el caso con el parámetro $\hbar\gamma$ más chico. Sin

embargo, el juego entre el filtro lorentziano y las constantes de acoplamiento hace que el ensanchamiento no produzca en este caso diferencias sustanciales al caso anterior. La verificación de la predicción debería hacerse entonces, con un valor del parámetro de inelasticidad $\hbar\gamma$ mayor todavía; por lo ya explicado, no fue realizado en el presente trabajo.

Podemos aventurar que la hipótesis de doble baño se debilita a medida que se incrementa la inelasticidad del parámetro; o consecuentemente, los baños térmicos que son casi disjuntos comienzan a acoplarse fuertemente a medida que crece el ancho del filtro. Esto se afirma si vemos que la ecuación (6.21) se encuentra dentro de un 5% si $\gamma = 0,5 \text{ MeV}/\hbar$ pero para $\hbar\gamma = 1,5 \text{ MeV}$ se mantiene válida dentro de un 14%.

Falta discutir el item vi) que se refiere a las distintas elecciones de vértices de interacción. Los resultados de las tablas VIII-IX fueron obtenidos con elementos de interacción dados por (6.13). Esta integral produce resultados en un rango de valores que se encuentra entre un décimo y un milésimo de la unidad. En contraste con esto, los resultados de la tabla X fueron obtenidos tomando todos los resultados de las integrales como iguales a un único valor. Se obtienen variaciones en las energías, entropías y temperaturas que sólo son significativas en el caso de la condición inicial 2. Como efecto interesante podemos notar que para la condición inicial 1 (cuando hay presente sólo un fonón circular) se produce una mayor desexcitación del fonón (disminuye $E_1(\infty)$). Sin embargo la temperatura del baño \tilde{T}_1 también disminuyó. La explicación

de esta situación está dada si observamos que ahora el fonón con $m=0$ resultó con una energía de excitación mayor alcanzando el baño térmico asociado una temperatura \tilde{T}_0 también mayor. El hecho de haber igualado todas las constantes abrió nuevos canales para la desexcitación y la reexcitación que en los casos anteriores se encontraban cerrados.

6.5 Aproximación al equilibrio

A partir del cálculo dinámico podemos comenzar una argumentación de otra naturaleza y que refuerza la hipótesis de doble baño. Definamos la cantidad dependiente del tiempo $P_0(t)$ ya utilizada en el capítulo anterior (ec. 5.24)

$$P_0(t) = \rho_{n_1}(t) \rho_{n_0}(t) \prod_{A=1}^{\xi_F} \rho_A(t) \quad (6.22)$$

donde n_1 y n_0 son respectivamente el número de fonones circulares y axiales inicialmente presentes ($n_1=1;0$ y $n_0=1;0$) y la probabilidad de ocupación $\rho_{n_1}(t)$ se construye como

$$\rho_{n_1}(t) = \sum_{m=-n_1}^{n_1} \alpha_m \rho_{n_1,m}(t) \quad (6.23)$$

con el coeficiente α_m definido por la condición inicial que se quiere evaluar. La productoria presente en (6.22) contiene todos los

estados de protones y neutrones debajo del respectivo nivel de Fermi.

Es claro que $P_0(0) = 1$ y $P_0(t)$ describe la probabilidad *de ocupación* del estado inicial. Un modelo de libro de texto para la probabilidad $P_0(t)$ consiste en lo siguiente: consideremos que a todo tiempo el vector densidad en el espacio de Liouville se puede descomponer como

$$\rho(t) = P_0(t) + P_{\perp}(t) \quad (6.24)$$

donde $P_{\perp}(t)$ es la componente del vector en el subespacio ortogonal a la condición inicial.

Utilizando el bien conocido método de proyectores, es posible separar la ecuación de Liouville que gobierna la evolución de la siguiente manera

$$i \hbar \dot{P}_0(t) = L_{00} P_0(t) + L_{0\perp} P_{\perp}(t) \quad (6.25a)$$

$$i \hbar \dot{P}_{\perp}(t) = L_{\perp 0} P_0(t) + L_{\perp\perp} P_{\perp}(t) \quad (6.25b)$$

donde $L_{00} = P[H,]P$; $L_{0\perp} = P[H,](1-P)$, etc; P es el superoperador proyector que cumple la relación

$$P_0(t) = P \rho(t) \quad (6.26)$$

El sistema (6.25) es equivalente a una única ecuación maestra

$$\text{if } \dot{P}_0(t) = L_{00}P_0(t) - \frac{i}{\hbar} L_{0\perp} \int_0^t d\tau \exp(-\frac{i}{\hbar} \tau L_{10}) L_{10} P_0(t-\tau) \quad (6.27)$$

donde se usó que

$$P_{\perp}(t) = -\frac{i}{\hbar} \int_0^t d\tau \exp(-\frac{i}{\hbar} \tau L_{10}) L_{10} P_0(t-\tau) \quad (6.28)$$

Si utilizamos la hipótesis marcoviana podemos poner

$$\begin{aligned} P_{\perp}(t) &\approx -\frac{i}{\hbar} \int_0^{\infty} d\tau \exp(-\frac{i}{\hbar} \tau L_{10}) L_{10} P_0(t) \\ &= -\frac{i}{\hbar} \pi \delta_{-}\left(\frac{L_{10}}{\hbar}\right) L_{10} P_0(t) \end{aligned} \quad (6.29)$$

La evolución de la ocupación $P_0(t)$ es formalmente

$$\dot{P}_0(t) \approx \left[-\frac{i}{\hbar} L_{00} - \frac{\pi}{\hbar^2} L_{0\perp} \delta_{-}\left(\frac{L_{10}}{\hbar}\right) L_{10} \right] P_0(t) \quad (6.30)$$

ó

$$\begin{aligned} P_0(t) &= e^{-\frac{i}{\hbar} \Theta t} P_0(0) \\ &= e^{-\frac{i}{\hbar} \Theta t} \end{aligned} \quad (6.31)$$

donde el operador cinético Θ corresponde a la expresión entre corchetes de la ecuación (6.30) y es en general no hermítico. La menor parte imaginaria de un autovalor no nulo del operador cinético provee el esperado decaimiento exponencial de la población inicial.

En la figura 24 se muestra la cantidad $P_0(t)$ definida en la ecuación (6.22) como función del tiempo (en unidades de tiempo de

integración) para $\pi\gamma = 0,5$ MeV y para las tres condiciones iniciales consideradas en este trabajo (líneas llenas).

Un tiempo de relajación τ_k fue definido y evaluado para cada curva, determinado por la relación $P_0^k(\tau_k) = e^{-1}$ ($k=1;2;3$, según la condición inicial que se esté evaluando). Las exponenciales e^{-t/τ_k} están dadas en la figura 23 en líneas punteadas para las condiciones iniciales 1 y 2, y nos permite verificar que el decaimiento de la probabilidad $P_0(t)$ es exponencial para tiempos menores o iguales a τ_k . La evolución subsecuente y la aproximación al equilibrio se realiza en forma más suave que una exponencial pura, como predice el modelo. Este hecho es fácilmente entendible desde el punto de vista del MBC que contiene procesos tanto disipativos como difusivos. A partir de tiempos mayores a τ_k es que comienzan a competir procesos de reexcitación; y estos procesos son más favorables cuando mayor es la temperatura del baño térmico.

La línea punteada-rayada representa el producto $P_0^{(1)}(t) \cdot P_0^{(2)}(t)$. El acuerdo entre este producto y la evolución de la probabilidad $P_0^{(3)}(t)$ es perfecto y puede ser visto como otro elemento de evidencia de la coexistencia de dos baños térmicos nucleónicos esencialmente desacoplados.

La exactitud de la ley exponencial (6.31) es más evidente aumentando la inelasticidad. Esto se aprecia en la figura 25, que contiene los mismos elementos que la anterior para un valor de $\pi\gamma = 1,5$ MeV. Comparando estas dos figuras podemos indicar al menos tres hechos interesantes: primero, la ley del producto $P_0^{(3)}(t) \approx P_0^{(1)}(t) \cdot P_0^{(2)}(t)$ se cumple, indicando que no aparece una

correlación significativa entre los baños aumentando la inelasticidad. Segundo, la desexcitación para cualquier condición se produce más rápidamente para grandes valores de la inelasticidad, y finalmente la evolución de la condición inicial 1 y la condición inicial 2 se realiza con diferentes tiempos de relajación para un dado valor de $\hbar \gamma$. Los tiempos característicos se muestran en la tabla XI, donde se puede verificar la regla

$$\frac{1}{\tau^{(3)}} \approx \frac{1}{\tau^{(1)}} + \frac{1}{\tau^{(2)}} \quad (6.32)$$

que es válida hasta un 3%.

Las curvas en las figuras 24-25 son las predicciones del MBC a la ley de decaimiento (6.31)

$$P_0^{(k)}(t) = e^{-\Gamma_k t} \quad (6.33)$$

a la cual podemos asociar una función excitación acompañada con un FWHM dado por la expresión

$$S^{(k)}(E) = S_0^{(k)} \left(\frac{\Gamma_k}{2} \right)^2 \left| \int_0^\infty dt e^{-iEt/\hbar} \sqrt{P_0^{(k)}(t)} \right|^2$$

$$= S_0^{(k)} \left(\frac{\hbar \Gamma_k}{2} \right) \frac{1}{E^2 + \left(\frac{\hbar \Gamma_k}{2} \right)^2} \quad (6.34)$$

La función excitación experimental para una resonancia dipolar gigante en núcleos deformados presenta un doble pico y puede ser

aproximada por la suma de dos campanas de Breit-Wigner de la forma (6.34). La presente versión del MBC describe cada pico en forma separada, según se imponga la condición inicial 1 ó la 2 al sistema; si se considera la condición inicial 3, que en los cálculos aquí presentados implica una energía de excitación total suficiente para excitar ambos picos, la función excitación teórica (6.34) resulta una campana que envuelve a la doble campana con un ancho que es igual a la suma de los anchos individuales.

Aunque ya anticipamos en capítulos anteriores que no es posible realizar comparaciones definitivas con el experimento, debido a los muchos refinamientos que es necesario realizar en el modelo, podemos encontrar algún orden de magnitud para los parámetros libres λ_1 . El valor experimental para los anchos en energía (FWHM) del Erbio natural es 4,74 y 2,76 MeV para el pico de mayor y menor energía respectivamente. Estos valores son cotas superiores para los valores de FWHM del isótopo ^{166}Er . Por otro lado, en nuestros cálculos es posible establecer la siguiente relación entre el valor experimental del ancho Γ_i y el valor numérico \hbar/Z_i que resulta

$$|\lambda_1|^2 = \frac{Z_i \Gamma_i}{16\pi^2 \hbar F_1^2} \quad (6.35)$$

donde F_1 es el factor de normalización de la función de onda del fonón (ec. 6.9). El factor numérico en el denominador es la unidad de tiempo que relaciona el tiempo de integración con el tiempo real (10^{-21} seg.).

Para las nueve combinaciones del parámetro de inelasticidad $\kappa \gamma$, condiciones iniciales y elementos de interacción utilizados en este trabajo, el parámetro de acoplamiento $|\lambda_1|$ evaluado con (6.35) cae dentro del intervalo $1,21 \text{ MeV} \leq |\lambda_1| \leq 2,08 \text{ MeV}$. Este rango de energía es compatible con el conjunto de valores para la interacción de dos nucleones anteriormente obtenida por Danos y Greiner (ref. 30), si tomamos en cuenta que, siendo λ_1 la profundidad del pozo de potencial de la interacción partícula-fonón, su valor es disminuído respecto de la interacción de dos cuerpos por el cuadrado de las amplitudes de Tamm-Dancoff ó RPA (ref. 26). Debe quedar claro que se pueden extraer números realistas para los elementos de matriz $\lambda_{2\mu}$ en el presente modelo MBC, o para los elementos de matriz $\lambda_{\alpha\beta\mu\nu}$ en la interacción fonón-(2p - 2h), partiendo de la interacción nucleón-nucleón. Este tratamiento excede los requerimientos del presente trabajo y se pospone hasta que se disponga de versiones autoconsistentes operativas del MBC.

Terminamos esta sección con algunas consideraciones sobre el carácter del proceso de evolución. Ya hemos visto que la etapa asintótica de la evolución es consistente con la termodinámica. Podemos preguntarnos si el movimiento es adiabático sobre alguna escala de tiempo. El concepto de temperatura se vuelve no ambiguo sólo para tiempos largos ($t \gg \text{máx}(\zeta^i)$). Esto se ilustra en la figura 26 donde se muestran dos funciones dependientes del tiempo que representan a las temperaturas $T_{\text{prob.}}^1$ (ec.6.14) y T_E^1 (ec. 5.20) respectivamente, para todo tiempo. Se puede apreciar estas dos funciones que resultan completamente diferentes durante la mayor parte de la evolu-

ción aproximándose una a la otra para $t \gg \tau''$. Esta figura corresponde a $\hbar \gamma = 0,5 \text{ MeV}$ y la condición inicial 1. En este régimen asintótico podemos hablar de equilibrio local alcanzado por el modo y su baño térmico definiendo una temperatura $\tilde{T}^1(t) (= T_{\text{prob.}}^1(t) = T_E^1(t))$. El equilibrio local es también alcanzado cuando consideramos las entropías ya definidas por la ecuación (6.15a) ($S_1(T_E^1)$) y $S_1(t) = -\text{tr}(\rho^1 \ln \rho^1)$. Estas funciones se muestran en la figura 27 y observamos que la entropía del oscilador se define sin ambigüedad respecto de la entropía termodinámica y se comporta en forma adiabática para tiempos que son comparables al tiempo de relajación.

c. i.	1	2	3
$\hbar \gamma = 0,5 \text{ MeV}$	6,65	6,10	3,10
$\hbar \gamma = 1,5 \text{ MeV}$	4,40	3,90	2,10
$\hbar \gamma = 0,5 \text{ MeV}$ y $\lambda_{\alpha\mu}^m = 1$	3,80	4,55	2,10

TABLA XI. Tiempos de relajación de la probabilidad de ocupación del estado inicial, definidos por la ecuación $P_0(\tau_k) = e^{-1}$ para cada condición inicial k.

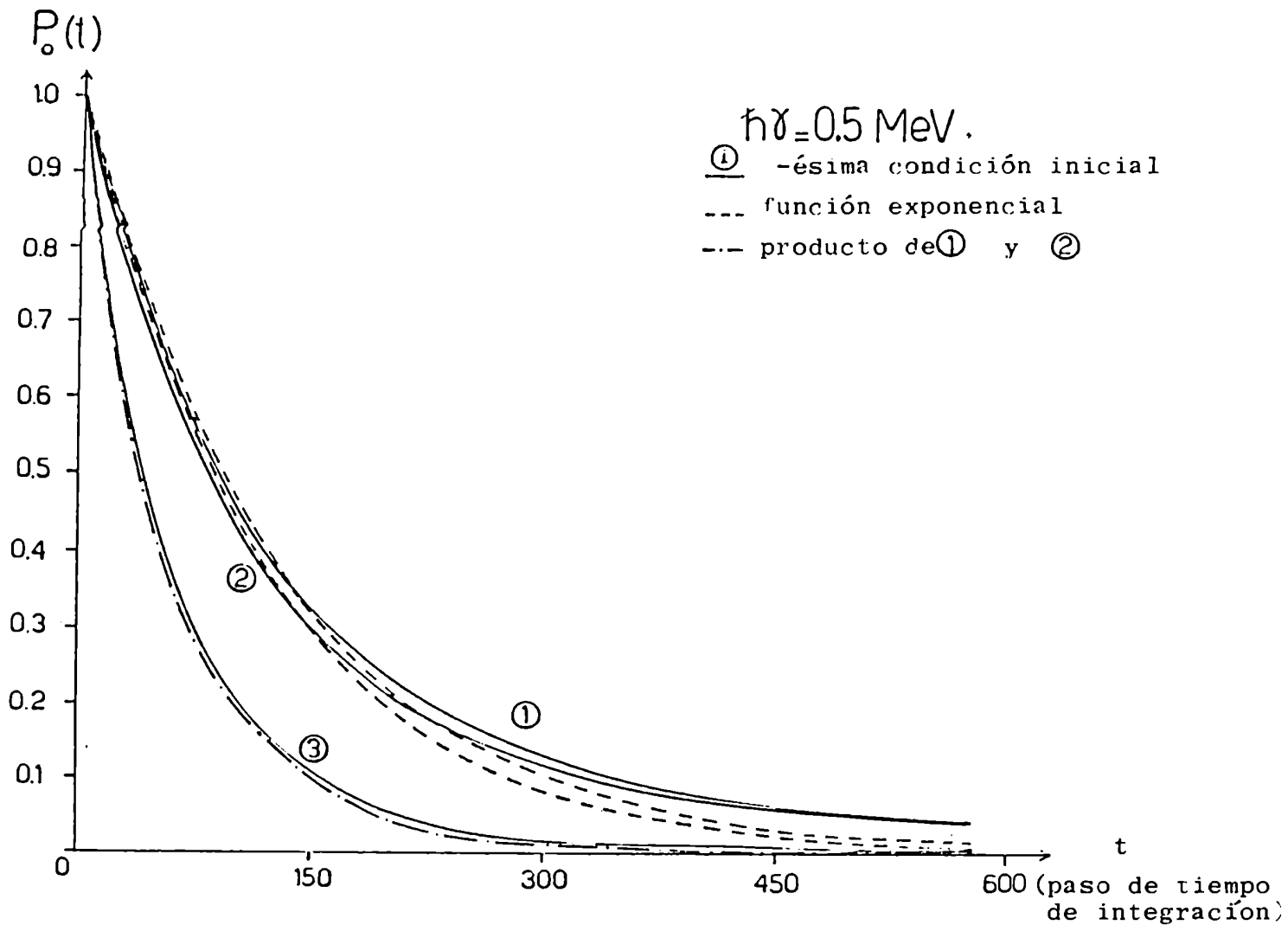


Figura 24. La probabilidad de ocupación $P_0(t)$ del estado inicial. Las líneas llenas corresponden a los cálculos para las condiciones iniciales 1, 2 y 3 (ec. 6.22) mientras que las líneas rayadas representan las funciones exponenciales con constantes de tiempo τ_k y mostradas en la tabla. El parámetro de inelasticidad es $\sigma = 0,5 \text{ MeV}/\hbar$ y el eje horizontal muestra el tiempo en pasos de integración. La línea con punto y raya es el producto de las dos curvas correspondientes a las condiciones iniciales 1 y 2.

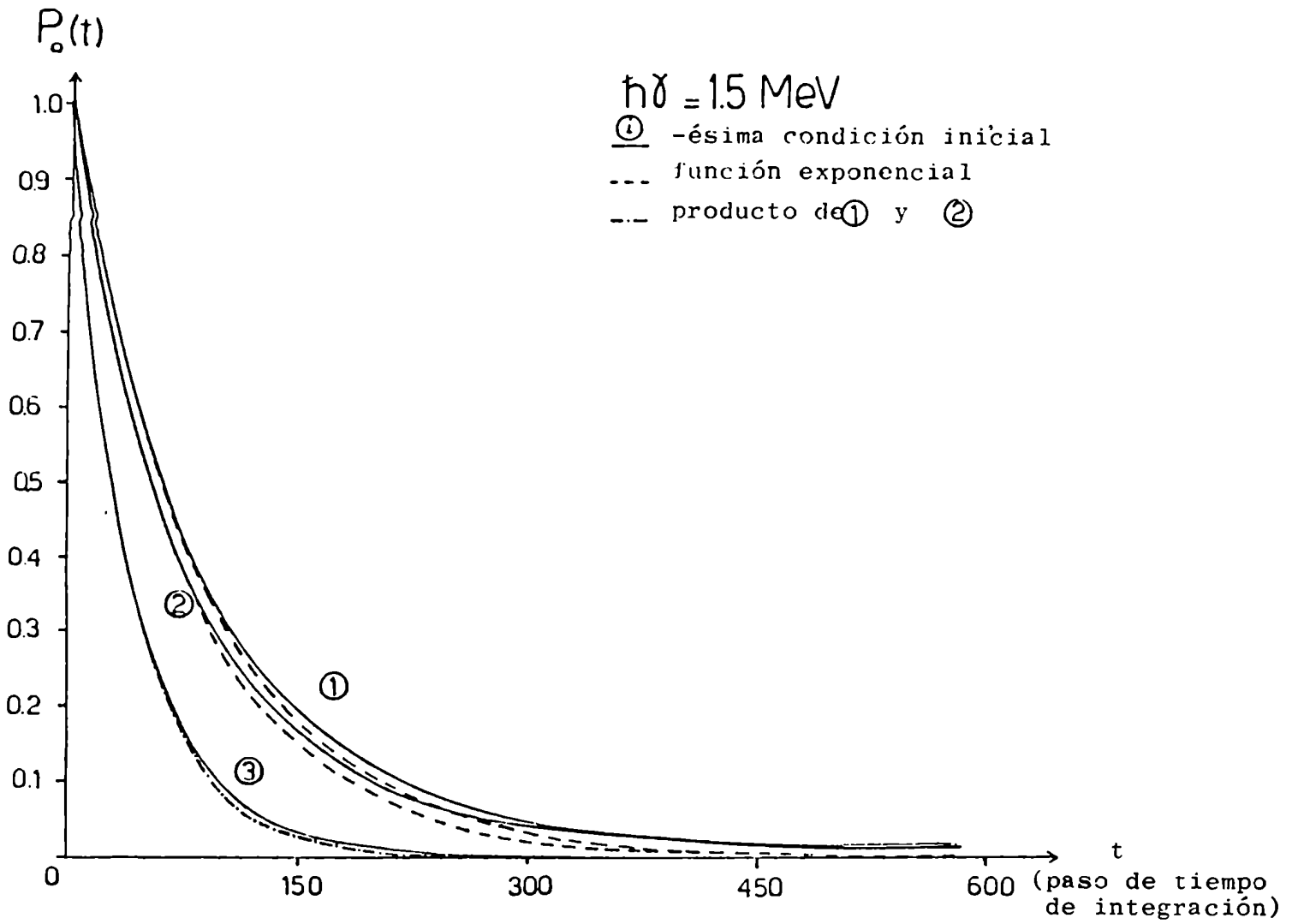


Figura 25. Lo mismo que en la figura 24, para un parámetro de inelasticidad $h\gamma = 1,5 \text{ MeV}$.

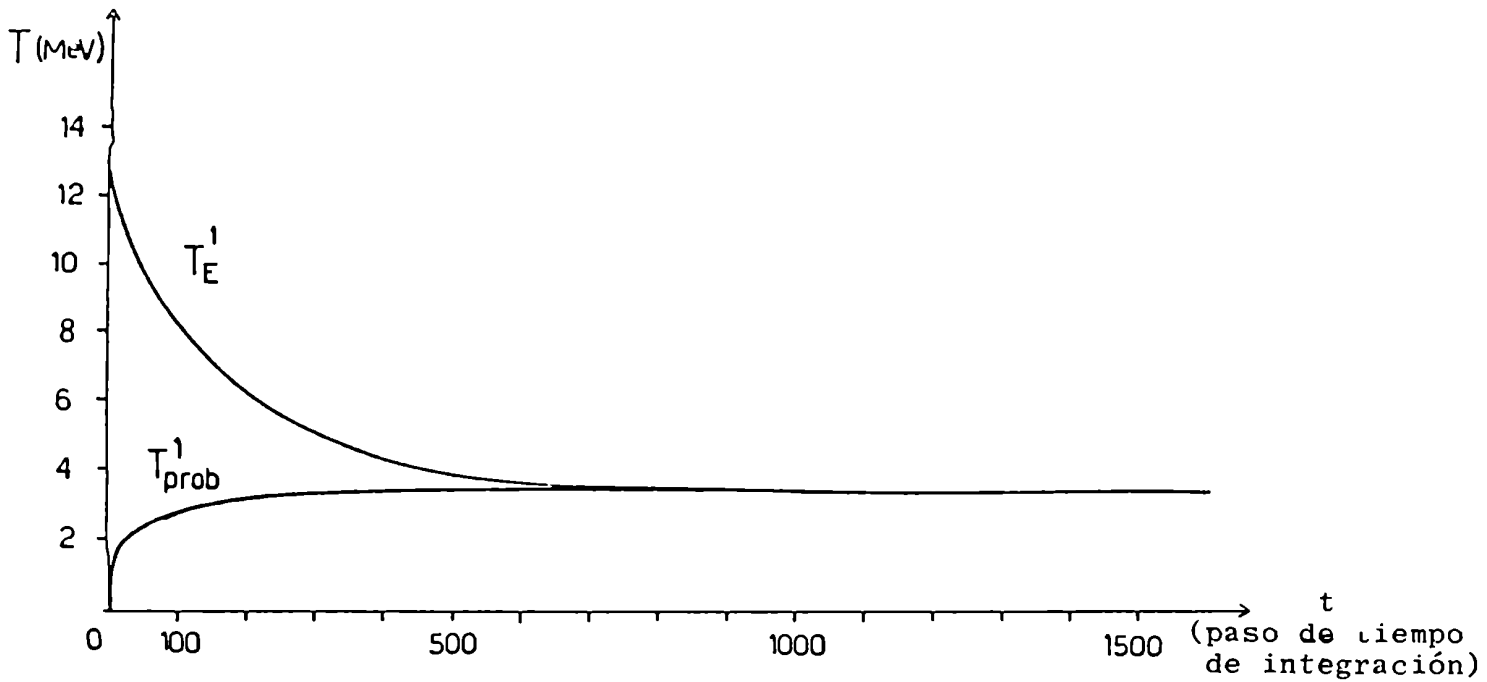


Figura 26. Evolución temporal (en pasos de integración) de las funciones temperatura T_E^1 y T_{prob}^1 , definidas por las ecuaciones (5.20) y (6.14), evaluadas a todo tiempo.

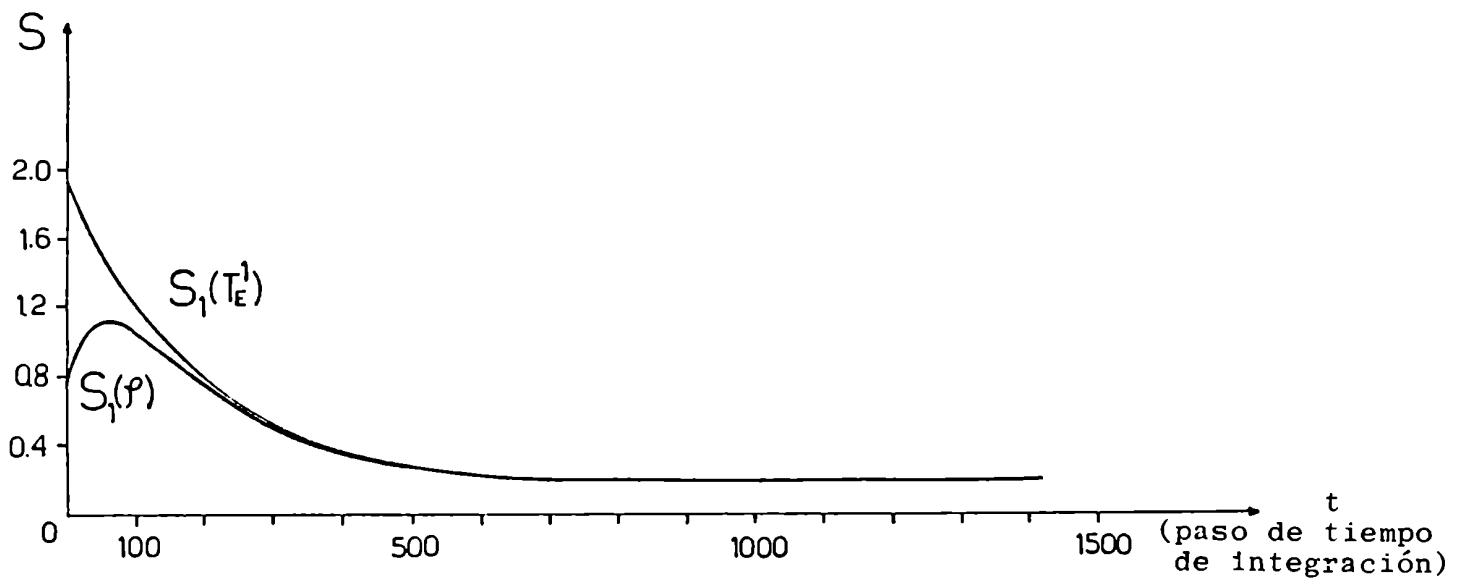


Figura 27. Evolución temporal de las funciones entropía S_1 y $S_1(T_1^1)$ definidas en la sección 6.3. El tiempo está dado en paso de integración.

VII. CONCLUSIONES

En este capítulo presentamos las conclusiones obtenidas al aplicar el modelo MBC a las distintas situaciones descritas en los capítulos IV a VI. Cada subsección se refiere a cada una de las aplicaciones realizadas, dejando para el final las conclusiones generales y perspectivas futuras.

7.1 Materia nuclear con simetría cilíndrica

En esta aplicación se estudió la evolución temporal de un oscilador tridimensional axialmente simétrico sumergido en un reservorio fermiónico cilíndrico infinito. Con ésto se ha extendido un trabajo anterior dirigido hacia la resolución de un modo armónico unidimensional y se ha mostrado que bajo una serie de aproximaciones e hipótesis como son el límite de acoplamiento débil y la consideración del sistema como marcoviano, la dinámica del sistema combinado resulta descrita por un sistema de ecuaciones acopladas no lineales. El problema espectral de la ecuación maestra que describe la probabilidad de ocupación de los fonones puede ser resuelto exactamente si se considera a la interacción fermión-bosón como totalmente elástica. Una vez obtenidos los autovalores y autovectores en forma analítica, que resulta sencillo una vez elegidas las condiciones de contorno adecuadas, es posible en forma simple describir la evolución temporal de las

magnitudes físicas de interés como son la energía, la entropía y la frecuencia efectiva respecto del oscilador bidimensional; que quedan expresadas en términos de los parámetros seleccionados, que son la energía del fonón y la temperatura del baño fermiónico.

El estudio aquí presentado está dado en forma general y permite ser aplicado a distintos campos de la Física, recordemos el interés inicial de aplicación a Física Nuclear, donde se observan procesos que involucran la relajación de excitaciones armónicas cuánticas.

Siguiendo con el análisis de este capítulo, sigue el estudio de las frecuencias de colisión de las partículas del baño térmico debidas a la presencia del oscilador. El interés aquí se centró en el modo bidimensional y en la ecuación cinética para los fermiones en presencia del modo mencionado; pues la contribución de la componente unidimensional había sido investigada en un trabajo anterior (ref. 8).

Se permitió en este estudio interacciones fermión-bosón no totalmente elásticas, introduciendo el parámetro de inelasticidad en función del cual se estudiaron los resultados. La peculiar característica de la simetría cilíndrica da lugar a un conjunto de relaciones entre cantidades dinámicas y estadísticas expresando el vínculo geométrico; en particular la frecuencia de colisión es descrita por una integral angular que refleja la degeneración de la vibración en el plano.

Las frecuencias de colisión fueron calculadas bajo la aproximación del tiempo de relajación y como función de la energía de p.i.

y del ángulo entre el momento de partícula y el eje z, para una dada energía fonónica, dejando a las cantidades de ensanchamiento de energía (T, α, γ) como parámetros. La superficie tridimensional $\mathcal{V}_A(\epsilon_A, \theta)$ puede ser interpretada en forma analítica, tanto cualitativamente como cuantitativamente. Al es‘umarse la superficie de Fermi a través del incremento de la temperatura no se producen cambios cualitativos en el plano $\mathcal{V}_A(\epsilon_A)$. Sin embargo, aparece un cambio de escala que da una reducción del 50% en la frecuencia cuando T aumenta de 0 a 1 (en las unidades arbitrarias). Por otro lado, al reducir el parámetro de inelasticidad en un orden de magnitud aparecen cambios en la escala de las frecuencias en un factor 3; produciéndose los cambios más importantes en la zona de altas energías.

7.2 Sistema finito con simetría cilíndrica

En esta aplicación se ha diseñado un modelo que intenta simular, en forma muy lejana, la dinámica de una vibración armónica tridimensional, con simetría axial que resulta excitada en un fluido fermiónico cilíndrico y finito y decae a través de la interacción con las partículas del medio. En esta aproximación, como en la descrita en la sección anterior, se ha dejado de lado cualquier intento para describir la dinámica en forma autoconsistente y se han considerado dos sistemas distintos, el bosónico y el fermiónico en

mutua interacción.

Las ecuaciones de movimiento que provee el MBC fueron resueltas en forma numérica para varias combinaciones de los parámetros seleccionados: el número de partículas, las dimensiones del contenedor cilíndrico y tres distintas condiciones iniciales. Aunque todas las cantidades están expresadas en unidades arbitrarias, están relacionadas en forma apropiada para las escalas nucleares. El análisis de los resultados hace evidente ciertas características: primero, el modelo provee una adecuada termodinámica baño-oscilador a tiempos largos. Ya se insinúa, en forma débil, las distintas temperaturas a las que se equilibra cada componente del modo oscilatorio y que fue explicada al final del capítulo V. Esta característica se manifiesta en forma más acentuada en el capítulo siguiente. De hecho, se pudo demostrar la consistencia de las variables térmicas y las funciones de estado como la temperatura, energía, entropía y potencial químico. Finalmente se obtuvieron los tiempos de relajación correspondientes a las tres configuraciones iniciales utilizadas y se comprobó la relación de aditividad para sus inversas, insinuando una caída exponencial para la condición inicial a tiempos cortos.

7.3 Sistema finito con simetría elipsoidal

Este estudio se centra en la posibilidad de encontrar una descripción dinámica y termodinámica para el amortiguamiento de vibraciones en núcleos axialmente deformados, a partir de un punto de vista simplificado donde varios hechos de la realidad fueron suprimidos o parametrizados y algunos otros fueron realizados. Entre los que fueron suprimidos podemos indicar: una descripción autoconsistente de la vibración, que pudo ser incorporada en el marco de la versión dinámica de la RPA colisional (ref. 21), consideración de efectos de memoria o no marcovianidad de la dinámica que tienen lugar en el núcleo real, donde no es posible una separación de las escalas de tiempo; un espacio de configuraciones iniciales adecuado (son los llamados "doorways") en los cuales se descompone la resonancia gigante y, finalmente, un mecanismo de acoplamiento con fundamento microscópico. Entre los hechos realizados se encuentran las pocas y más importantes características del MBC: el fenómeno que se quiere estudiar consiste en osciladores acoplados a baños térmicos fermiónicos y las leyes de la mecánica estadística del no equilibrio (en este caso del equilibrio cercano) son válidas. Las aproximaciones utilizadas podrían, en nuestra opinión, indicar la dirección para explorar nuevos refinamientos del MBC y otros modelos.

Podemos remarcar la hipótesis de doble baño térmico como la contribución más interesante de este capítulo. Más que una hipótesis podríamos decir que es una conclusión ya que los cálculos aquí presentados muestran una evidencia persistente de tal comportamiento.

Pero este resultado podría estar fuertemente ligado a los hechos suprimidos de la realidad, y arriba enumerados, especialmente en el deficiente espacio de configuraciones "doorway" utilizado. Es verosímil que la separación entre baños fermiónicos represente hasta cierto punto el acoplamiento entre fonones y el espacio de configuraciones de $2p - 2h$ (y aún más complicados) que podrían extraer flujo y energía colectiva de la vibración nuclear. Este acoplamiento ha sido, en este trabajo, simulado mediante el llamado parámetro de inelasticidad y la medida de su correlación puede ser encontrada en el comportamiento de las temperaturas calculadas.

En pie de igualdad con la hipótesis de doble baño, creemos que los resultados aquí presentados hablan elocuentemente sobre la consistencia de la descripción termodinámica del equilibrio (solución asintótica) respecto de un oscilador en un gas de Fermi. Esto es interesante en vista del relativamente pequeño número de grados de libertad de p.i. participantes en cada baño térmico y enfatizan futuros usos del MBC orientados a subsanar los mayores defectos aquí enunciados.

7.4 Conclusiones generales

Del análisis de los tres casos resumidos en las secciones anteriores, se puede concluir los siguientes rasgos generales del modelo MBC con simetría axial. En todos los casos, el estado asin-

tótico de los subsistemas acoplados es consistente con la situación de equilibrio canónico de un oscilador tridimensional axialmente simétrico en un sistema fermiónico infinito, observándose las primeras ligeras desviaciones cuando el número de fermiones disminuye por debajo de $N = 50$ (capítulo V).

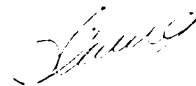
Fue posible adaptar el modelo a fluidos anisotrópicos desdoblado las tres componentes de la vibración dipolar, para el caso con simetría axial, en una componente circularmente degenerada ($m = \pm 1$) y en otra componente según el eje axial ($m = 0$).

Para poder resolver las ecuaciones de movimiento halladas fue necesario, en primer lugar, truncar el espectro del oscilador, obteniéndose las condiciones de contorno descriptas. Para resolver las aplicaciones a sistemas finitos también fue necesario truncar el espectro de p.i. que trajo como consecuencia más notable el desdoblamiento de los baños térmicos en los cuales se termalizan las vibraciones. En este caso la solución asintótica de las ecuaciones acopladas provee la habitual consistencia termodinámica, pero para cada baño por separado.

Finalmente se obtuvo una separación en las escalas de tiempo en el proceso de desexcitación, manifestándose en forma clara tres tiempos diferentes. En primer lugar tenemos la vida media de cada vibración τ_k , que cumple con la ley de aditividad ($1/\tau_1 + 1/\tau_2 \approx 1/\tau_3$). Durante este tiempo las vibraciones decaen independientemente y se puede aproximar la probabilidad de ocupación del estado inicial por una función exponencial pura. A partir de aquí se evoluciona hacia el equilibrio local, caracterizado por una única representación de la

entropía del modo colectivo. Es durante esta evolución que los sistemas se acoplan a través de los canales de reexcitación y resulta, por lo tanto, imposible definir una temperatura de manera unívoca. Finalmente se llega al equilibrio con el sistema en reposo y en equilibrio termodinámico a una temperatura única y uniforme (para cada baño en el caso que se produzca el desdoblamiento). En este régimen las soluciones del MBC exhiben la consistencia termodinámica arriba mencionada.

En resumen, se pudo describir el amortiguamiento de vibraciones en flúidos fermiónicos anisotrópicos mediante una interacción del tipo (2.3) e introduciendo el parámetro de inelasticidad $\kappa \gamma$ para incluir canales de acoplamiento no observados y obtener una dinámica irreversible. Quedando todavía por incorporar la resolución de los problemas asociados con el comportamiento no marcoviano y la autoconsistencia, que están actualmente en estudio.



Referencias

- 1) F. Haake, en Statistical Treatment of Open Systems by Generalized Master Equations, Vol. 66 de Springer Tracts in Modern Physics, (Springer, Berlin, 1973).
- 2) W. Noremborg y H.A. Weidenmuller, Introduction to the Theory of Heavy Ion Collisions, (Springer, Berlin, 1976).
- 3) M. Eisenberg y W. Greiner, Nuclear Theory (North-Holland, Amsterdam, 1972) Vol. 1.
- 4) E.S. Hernández y C.O. Dorso, Phys. Rev. C29, (1984) 1510.
- 5) C. George, I. Prigogine y L. Rosenfeld, Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk 38, (1972) 12.
- 6) I. Prigogine, C. George, F. Henin y L. Rosenfeld, Chem. Scr. 4, (1973) 5.
- 7) R. Balescu, Equilibrium and Nonequilibrium Statistical Mechanics (Wiley, New York, 1975).
- 8) C.O. Dorso y E.S. Hernández, Phys. Rev. C29, (1984) 1523.
- 9) E.S. Hernández y C.O. Dorso, Phys. Rev. C30, (1984) 1711.
- 10) V. de la Mota, C.O. Dorso y E.S. Hernández, Phys. Lett. 143B, (1984) 279.
- 11) E.S. Hernández, Physica 132A , (1985) 28.
- 12) H.M. Cataldo, E.S. Hernández y C.O. Dorso, Physica A, en prensa.
E.S. Hernández y H.M. Cataldo, Physica A, en prensa.
- 13) E.S. Hernández y A. Kievsky, Phys. Rev. A32, (1985) 1810. .
- 14) A. Kievsky y E.S. Hernández, Physica 139A, (1986) 143.

- 15) E.S. Hernández y A. Kievsky, Phys. Rev. A34 N° 3, (1986).
- 16) A. Kievsky y E.S. Hernández, enviado a publicación.
- 17) G.F. Bertsch, P.F. Bortignon y R.A. Broglia, Rev. Mod. Phys. 55, (1983) 287.
- 18) W.D. Myers y W.J. Swiatecki, Ann. Phys. (N.Y.) 55, (1969) 395.
- 19) C.O. Dorso y E.S. Hernández, Nucl. Phys. A372, (1981) 215.
- 20) H.M. Cataldo y E.S. Hernández, a ser publicado.
- 21) V. de la Mota, Tesis Doctoral, Universidad de Buenos Aires, 1986.
- 22) E.S. Hernández y C.O. Dorso, Nucl. Phys. A399, (1983) 181.
- 23) U. Fano, Revs. Mod. Phys. 29, (1957) 74.
- 24) E.S. Hernández y H.G. Solari, Nucl. Phys. A397, (1983) 115.
- 25) S.G. Nilsson, Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk. 29, N° 16 (1955).
- 26) P. Ring y P. Schuck, The Nuclear Many Body Problem, Springer-Verlag, Berlín, 1980.
- 27) T. Suzuki y D.J. Rowe, Nucl. Phys. A286, (1977) 307.
- 28) B.L. Berman y S.C. Fultz, Rev. Mod. Phys. 47, (1975) 713.
- 29) A. Bohr y B. Mottelson, Nuclear Structure, W.A. Benjamin Inc. Reading Mass. 1975, Vol 1.
- 30) M. Danos y W. Greiner, Phys. Rev. 138, (1965) B 876.