

Tesis de Posgrado

Estudio fenomenológico y microscópico de excitaciones de cuatro partículas en núcleos pesados

Fendrik, Alejandro J.

1986

Tesis presentada para obtener el grado de Doctor en Ciencias Físicas de la Universidad de Buenos Aires

Este documento forma parte de la colección de tesis doctorales y de maestría de la Biblioteca Central Dr. Luis Federico Leloir, disponible en digital.bl.fcen.uba.ar. Su utilización debe ser acompañada por la cita bibliográfica con reconocimiento de la fuente.

This document is part of the doctoral theses collection of the Central Library Dr. Luis Federico Leloir, available in digital.bl.fcen.uba.ar. It should be used accompanied by the corresponding citation acknowledging the source.

Cita tipo APA:

Fendrik, Alejandro J.. (1986). Estudio fenomenológico y microscópico de excitaciones de cuatro partículas en núcleos pesados. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires. http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis_2003_Fendrik.pdf

Cita tipo Chicago:

Fendrik, Alejandro J.. "Estudio fenomenológico y microscópico de excitaciones de cuatro partículas en núcleos pesados". Tesis de Doctor. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires. 1986.
http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis_2003_Fendrik.pdf

UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

Tema de Tesis

ESTUDIO FENOMENOLOGICO Y MICROSCOPICO DE EXCITACIONES DE CUATRO
PARTICULAS EN NUCLEOS PESADOS.

Autor

Lic Alejandro J. FENDRIK

Director de Tesis

Dr. Guillermo G. DUSSEL

Lugar de trabajo

Departamento de Física (División Física Nuclear Teórica) de la
Comisión Nacional de Energía Atómica (TANDAR).

Tesis presentada para optar al título de Doctor en Ciencias Físicas.

1986

AGRADECIMIENTOS

El presente trabajo ha sido realizado en el Departamento de Física de la Comisión Nacional de Energía Atómica.

La guía y apoyo del Dr. G.G. Dussel fueron determinantes a lo largo de todo su desarrollo.

Deseo agradecer a todos los miembros del Departamento y en especial al Dr. C. Pomar que con su apoyo contribuyeron a su concreción.

Quiero agradecer también a mis amigos "compañeros de escuela" Marité, Patricia y Norberto por el entusiasmo compartido.

INDICE

CAPITULO I	Introducción	1
CAPITULO II	Esquema de clasificación	7
CAPITULO III	Un modelo simple	11
CAPITULO IV	Aplicación a la región del plomo	14
CAPITULO V	Más sobre esquemas de clasificación	18
CAPITULO VI	Descripción de las excitaciones	25
CAPITULO VII	Formalización de las ecuaciones	30
CAPITULO VIII	Conclusiones	47
APENDICE		51
REFERENCIAS		59
TABLAS		61
FIGURAS		64

I INTRODUCCION

Dentro del campo de la física nuclear, la descripción de los fenómenos relacionados con la preexistencia de partículas alfa en los núcleos, constituye un problema aún no satisfactoriamente resuelto.

En los sistemas nucleares livianos, la gran estabilidad que presentan los núcleos par-par cuyo número de protones coincide con el número de neutrones, dio origen, en los primeros tiempos de la física nuclear¹⁾, a modelos que suponían a las partículas alfa como los constituyentes elementales de dichos núcleos.

Danos y Gillet²⁾ probaron que el modelo de cuartetos³⁾ no solamente resulta adecuado para describir los espectros de baja energía de los núcleos livianos sino que también resulta consistente con el comportamiento de las masas nucleares a lo largo de la tabla periódica.

En los núcleos pesados existen muchos indicios sobre la relevancia de los cuartetos de nucleones como excitaciones elementales.

En 1974, Bonetti y Millazzo-Colli⁴⁾ estudiaron los coeficientes de pre-formación de partículas alfa en núcleos pesados. Encontraron que los coeficientes de preformación evaluados a partir de reacciones (n, α) y (p, α) ⁵⁾ y los obtenidos a partir de una aproximación estadística para el decaimiento alfa, resultaban fuertemente coincidentes. Estos coeficientes, que presentan una dependencia suave con el número de masa A , tienen una fuerte caída en el número mágico $N=126$ y sus valores son casi 1 en los máximos.

Otra evidencia fue dada por Becchetti et al.^{6,7)} por medio del estudio sistemático de la reacción $(d, {}^6\text{Li})$ en núcleos pesados. Encontraron que la sección eficaz para el estado fundamental presenta un comportamiento general tal que decrece con la masa del blanco A_b como $(A_b)^{-3}$. Superpuesto

con este comportamiento general existen variaciones sistemáticas con máximos y mínimos locales. Realizando cálculos con la aproximación de Born de ondas distorsionadas, fueron capaces de separar un "factor espectroscópico alfa" que presenta una dependencia con A sugestivamente similar a la de los factores de preformación. Además estos "factores espectroscópicos" tienen una caída pronunciada cerca de los núcleos mágicos ^{208}Pb , ^{132}Sn y ^{56}Ni .

Se desprenden más evidencias a partir de numerosos estudios realizados sobre las energías de unión. Ya fue mencionado que Danos y Gillet encontraron que el modelo de cuartetos resultaba consistente con el comportamiento de las masas nucleares a lo largo de la tabla periódica. En un trabajo posterior⁸⁾, reemplazaron el término de apareamiento y el término de simetría de la fórmula semi-empírica de masas por uno de los operadores de Casimir del grupo SU(4). Este reemplazo impone una dependencia muy especial en el iso-espín que la concordancia con los datos experimentales parece avalar.

Por otra parte un estudio sistemático de las energías de ligadura a lo largo de la tabla periódica muestra que además de los pares, los únicos aglomerados de nucleones que cumplen con los requisitos necesarios para poder ser considerados excitaciones elementales, resultan ser cuartetos con números cuánticos similares ($J=T=0$) a los de las partículas alfa⁹⁾. También se encuentra que las energías de separación de una partícula alfa son compatibles con la descripción de los núcleos pesados deformados como condensado de partículas alfa.

Otro indicio sobre la formación de aglomerados identificables con partículas alfa proviene del estudio del ^{212}Po realizado por Dodig-Crkovic, Januch y Liotta^{10,11)}. Para calcular los anchos absolutos del decaimiento alfa en el ^{212}Po consideran dos estados. Uno resulta el producto de $|^{210}\text{Po}\rangle \otimes |^{210}\text{Pb}\rangle$ que tiene en cuenta la interacción de apareamiento entre

protones y entre neutrones por separado. El otro estado considerado resulta $|^{210}\text{Bi}\rangle \otimes |^{210}\text{Bi}\rangle$ que tiene en cuenta la interacción protón-neutrón. De este modo encuentran que la presencia en la función de onda de la parte relacionada con el Bi, trae consigo dos efectos; la tasa absoluta del decaimiento alfa resulta entre 10 y 20 veces más grande y por otra parte se forma un "aglomerado alfa" en la superficie nuclear. Estos cálculos sugieren la existencia de dos tipos de estructuras diferentes cuando el sistema se aparta de capa cerrada. Una, compuesta esencialmente por las vibraciones de apareamiento usuales de protones y de neutrones cuya estructura puede ser estudiada a partir del ^{212}Po y otra relacionada con la base ^{210}Bi .

Gambhir, Ring y Schuck¹²⁾ hicieron una descripción de los núcleos deformados como un condensado superfluido de partículas alfa. Dentro del modelo de bosones interactuantes (IBM), supusieron a estas partículas alfa como una superposición de pares de bosones s y d. Este modelo es capaz de reproducir, al menos cualitativamente, la fluctuación en las energías de unión para los sistemas con un número par e impar de pares de nucleones.

Iachello y Jackson¹³⁾ realizaron un tratamiento fenomenológico alternativo basado en el modelo de bosones interactuantes; sugieren que los efectos de la formación del aglomerado de cuatro partículas puede tenerse en cuenta a partir de un grado de libertad dipolar en el IBM. Este grado de libertad resulta de la oscilación del aglomerado respecto del resto del núcleo¹⁴⁾.

En cuanto a las descripciones microscópicas de los fenómenos relacionados con la formación de aglomerados de cuatro cuerpos, existen pocos antecedentes. Se puede mencionar el trabajo de Bremond y Valatin¹⁵⁾ en el cual se considera el estado fundamental como un estado coherente, modificando la suposición usual BCS

$$\prod_{\alpha} (U_{\alpha} + v_{\alpha} a_{\alpha}^{+} a_{\alpha}^{+}) | 0 \rangle \quad (1.1)$$

$$\prod_{\alpha} (S_{\alpha} + v_{\alpha p} a_{\alpha p}^{+} a_{\alpha p}^{+} + v_{\alpha n} a_{\alpha n}^{+} a_{\alpha n}^{+} + T_{\alpha} a_{\alpha p}^{+} a_{\alpha p}^{+} a_{\alpha n}^{+} a_{\alpha n}^{+}) | 0 \rangle \quad (1.2)$$

donde los operadores $a_{\alpha p}^{+}$ y $a_{\alpha n}^{+}$ crean un protón y un neutrón respectivamente con números cuánticos α . Los coeficientes variacionales S, V y T resultan determinados, como es usual, minimizando el Hamiltoniano. El espacio variacional de la función de onda (1.2) incluye el caso de BCS como caso particular cuando $S_{\alpha} = [(1-v_{\alpha n}^2)(1-v_{\alpha p}^2)]^{1/2}$ y $T_{\alpha} = v_{\alpha n} v_{\alpha p}$.

Flowers y Vujčić¹⁶⁾ establecieron que la energía ganada por el término de cuatro cuerpos en la función de onda (1.2) frente a la factorización usual (1.1) resulta del mismo orden de magnitud que el término de Hartree-Fock de la interacción de apareamiento, por lo tanto, la función de onda (1.2) no introduce efectos colectivos distintos de los que introduce (1.1). En ese trabajo los autores consideraron la independencia de la carga que tiene interacción de apareamiento en los núcleos livianos, con lo cual utilizaron la simetría de multiplete de Wigner. Para ello, con el acoplamiento L-S, la función de onda estudiada es del tipo

$$\Phi = \prod_{\substack{l l' \\ m m'}} \prod'_{p q r s} (U_l + v_{l l'} \epsilon_{p q r s} a_{l m p}^{+} a_{l - m q}^{+} a_{l' m' r}^{+} a_{l' - m' s}^{+}) | 0 \rangle \quad (1.3)$$

donde ϵ es el tensor antisimétrico. El primado en la segunda productoria indica que el producto debe tomarse solo sobre los 24 elementos no nulos de Encontraron que en el caso $l=1'$, se pueden definir operadores de cuasipartículas como

$$\alpha_{kp}^+ = U_k a_{kp}^+ - (1/\sqrt{12}) v_k \sum_{pqrs} \epsilon_{pqrs} a_{-ks} a_{kr} a_{-kq} \quad (1.4)$$

que conducen esencialmente al mismo resultado que el cálculo variacional.

La definición (1.4) puede considerarse como una extensión natural de la teoría de BCS, sólo que en este caso en lugar de par de Cooper, existe un cuarteto, lo cual conduce a que el término de agujero de la cuasipartícula resulte reemplazado por una combinación particular de tres agujeros.

La relación (1.4) es no lineal y cuando $l=1'$ se debe hacer una expansión en términos de V reteniendo el orden más bajo. Aún así, encontraron que la descripción se tornaba complicada e intratable.

El presente trabajo de tesis consta de dos partes, en la primera se analiza el origen del fenómeno de formación de cuartetos en núcleos pesados. En el Cap. II, luego de definir un esquema de clasificación adecuado para los procesos microscópicos que ocurren en el núcleo, se establecen las condiciones en las cuales las excitaciones de cuatro cuerpos en núcleos pesados pueden resultar relevantes. En el Cap. III, sobre la base de modelos sencillos, se muestra la competencia que existe entre los dos tipos de estructuras mencionadas más arriba (relacionadas con las ref. 10 y 11), en los estados fundamentales de los núcleos pesados. En el Cap. IV se realizan cálculos en la región del plomo utilizando ambos tipos de estructuras. Se muestra que para los núcleos más pesados que el ^{208}Pb , las energías correspondientes a las dos descripciones resultan iguales cuando el sistema cruza la región de transición entre los núcleos esféricos y deformados. Se tiene así un modelo fenomenológico simple para los estados fundamentales de los núcleos pesados deformados. Estos estados fundamentales resultan un condensado de pares coherentes (colectivos) de muchos tipos de bosones con $T=0$, en contraste con la descripción de la referencia 10, en la cual los pares están formados por bosones s y d . Ambos

modelos están relacionados con el trabajo de Nozieres y Saint James¹⁷⁾ donde se discute la competencia entre la condensación de bosones usual y la condensación de pares de bosones.

En la segunda parte se desarrolla una descripción microscópica para el fenómeno de la formación de cuartetos fermiónicos, utilizando técnicas de propagadores (funciones de Green) de muchas partículas. Suponiendo que el estado fundamental es un condensado de cuartetos, se pueden determinar, autoconsistentemente, la estructura de las excitaciones y el cuarteto del condensado. En el Cap. V se extiende el esquema de clasificación del Cap. II de manera de poder clasificar todos los diagramas que contribuyen al propagador de uno, dos, tres y cuatro cuerpos, cuando el estado fundamental se supone un condensado de cuartetos. En el Cap. VI, a partir de la selección de los diagramas más importantes, según el esquema de clasificación anterior, se encuentran siete ecuaciones que acoplan las funciones de Green de las excitaciones y del cuarteto del condensado. En el Cap. VII se formalizan las ecuaciones diagramáticas para las funciones de Green en la representación de Lehmann.

La descripción propuesta resulta compatible con las descripciones usuales para los núcleos deformados (modelo de Nilsson o la teoría Hartree-Fock-Bogoliubov) aunque de ella se desprenden predicciones no contenidas en los mencionados modelos.

II ESQUEMA DE CLASIFICACION

Si se considera un núcleo pesado, cuyo Hamiltoniano contiene términos de uno y dos cuerpos

$$H = \sum_1 \epsilon_1 a_1^+ a_1 + 1/4 \sum_{1234} v_{12,34} a_1^+ a_2^+ a_4 a_3 \quad (2.1)$$

La teoría de campos nucleares¹⁸⁾ (NFT) resulta una aproximación satisfactoria para clasificar la importancia relativa de los diferentes procesos que ocurren entre nucleones.

Si el estado fundamental del sistema es normal, o sea esférico y no superconductor, la NFT, para clasificar la importancia relativa de los distintos procesos, utiliza un modelo de dos niveles¹⁹⁾, cada uno con degeneración N. Partiendo de la suposición de que los operadores relevantes del sistema se comportan analíticamente, es posible escribir cualquier elemento de matriz para un operador F, entre un estado inicial $|i\rangle$ y uno final $|f\rangle$ como

$$\langle f | F | i \rangle = \alpha \sum_n f_n \left(\frac{1}{N} \right)^n \quad (2.2)$$

donde α y f dependen del operador F en cuestión.

Los f corresponden usualmente, a la suma de una serie perturbativa infinita en la intensidad de la interacción. Cada diagrama de la NFT puede ser clasificado según alguna potencia de $1/N$. En particular, cuando la excitación colectiva de dos fermiones se evalúa con la aproximación de fases al azar (RPA), la parte $n=0$ de (2.2) corresponde a los diagramas RPA.

La NFT permite esta clasificación debido a que las amplitudes

definidas por $\langle \text{estados partícula-agujero} \mid \text{estados colectivos} \rangle$, son del orden de $1/\sqrt{N}$, y los lazos fermiónicos resultan del orden de N , con lo cual la dependencia de un diagrama con N , está determinada por el número de amplitudes y el número de lazos fermiónicos.

Cuando el sistema resulta deformado y/o superconductor, el estado fundamental del sistema se supone un condensado de K pares²⁰⁾. En este caso la NFT utiliza un sistema de una capa de degeneración N para clasificar los procesos. En ese caso, se puede escribir

$$\langle f \mid F \mid 1 \rangle = \beta \sum_{mn} f_{mn} \left(\frac{1}{N} \right)^n \left(\frac{K}{N} \right)^m \quad (2.3)$$

El factor K aparece debido a que cada vez que se crea o se destruye un par del condensado aparece un factor \sqrt{K} . En los trabajos 20) y 21) se muestra como se pueden clasificar y separar, de todos los diagramas posibles, aquellos que contribuyen a la serie cuando $n=0$, en sistemas pares e impares. Este procedimiento es conocido con el nombre de aproximación de la serie principal (PSA) por retener, precisamente la contribución principal $n=0$ en el desarrollo (2.3).

Los esquemas de clasificación anteriores no se aplican satisfactoriamente al caso de N pequeños, por ejemplo, para una sola capa con $N=5$ ²²⁾. Sin embargo resulta muy buena para sistemas pesados debido a que tales núcleos se comportan como si tuvieran un valor efectivo de N grande. Esto es así porque existen muchas capas activas y el N efectivo tendrá un valor apreciable²³⁾ ($N_{ef}=30$ en la referencia 23). De hecho, el N efectivo puede tomarse a partir del número de configuraciones partícula-agujero que aparecen en las funciones de onda colectivas de la RPA.

Se analizará la viabilidad de los cuartetos como excitaciones

elementales a través de un sistema de $2K$ fermiones en una gran capa de degeneración N sometidos a una interacción de apareamiento. La función de Green de $2K$ partículas²⁴⁾ del sistema puede descomponerse, como muestra la fig.1, en términos de propagadores libres de dos partículas interactuantes (a) más un término de acoplamiento (b). Si los propagadores de dos partículas se evalúan con la RPA, entonces el primer término contendrá todos los procesos de orden $(1/N)^0$ mientras que el término restante contendrá todos los ordenes restantes $(1/N)^n$, $n \geq 1$. El paso siguiente es analizar que sucede cuando se introducen los propagadores de cuatro cuerpos. Esto puede realizarse reordenando las sumas parciales de la anterior descomposición. Así, se obtiene el término de la fig.2(a), que contiene sólo propagadores libres de cuatro partículas interactuando entre sí, y además el de la fig.2(b) que acopla estos propagadores. Pero ahora ambos bloques contendrán procesos de un mismo orden. En efecto, procesos como el mostrado en la fig.2(c) contribuirán a ambos bloques dependiendo de como se formen los cuartetos; si los pares señalados en la figura como n y m forman un cuarteto, entonces el proceso estará incluido en la parte 2(a), si en cambio dichos pares forman cuartetos distintos, entonces el proceso estará incluido en la parte 2(b). Este hecho implica que la energía de interacción entre los cuartetos resulta del mismo orden que la energía que interviene en su formación. Se concluye entonces que la definición de estos cuartetos resulta incierta. Por otra parte los cuartetos contruidos de este modo resultan ser, a orden más bajo, el producto de dos estructuras de un par libres.

Para retener el concepto de excitaciones de cuatro cuerpos como elementales, es necesario, que a orden 0 en la descripción $1/N$, estos resulten algo más que el producto antes mencionado. A tal efecto se puede extender el esquema anterior de modo que incluya las R excitaciones de dos cuerpos colectivas evaluadas con la RPA, esto es, las soluciones de más

baja energía para cada canal de la interacción (si la interacción en ese canal resulta atractiva). De este modo, para clasificar los procesos se puede realizar una expansión similar a (2.2) en términos de R y N . Como R resulta del mismo orden de magnitud que N , se podrá construir, al orden más bajo, las excitaciones de cuatro cuerpos como una combinación coherente de excitaciones colectivas de dos cuerpos. Si los números cuánticos de las excitaciones de cuatro cuerpos se consideran similares a los de una partícula (esto es $J=T=0$), entonces cada par colectivo tendrá solo un "compañero" para formar el cuarteto coherente. A orden más bajo en $1/N$ los pares colectivos pueden ser considerados como bosones debido a que las correcciones originadas por el principio de exclusión de Pauli resultan de orden $1/N$ comparados con los ya tenidos en cuenta.

III UN MODELO SIMPLE

En este capítulo se estudiará un modelo simple consistente en un sistema que admite R bosones distintos sometidos a una interacción de apareamiento.

Como fue discutido en el capítulo precedente, las excitaciones de cuatro cuerpos en los núcleos pesados pueden ser descritas en términos de una combinación coherente de pares de las R excitaciones colectivas RPA de dos cuerpos. Estos pares colectivos de fermiones se comportan como bosones a orden cero en $1/N$. De este modo, el modelo a estudiar, contiene los ingredientes necesarios para proveer una descripción de las excitaciones de cuatro fermiones, al menos a orden más bajo.

El Hamiltoniano del sistema es

$$H = \sum_{\alpha} E_{\alpha} c_{\alpha}^{+} c_{\alpha} - G \sum_{\alpha, \beta} c_{\alpha}^{+} c_{\alpha}^{-} c_{\beta}^{+} c_{\beta}^{-} \quad (3.1)$$

donde c_{α}^{+} crea un bosón con números cuánticos α y c_{α}^{-} crea su compañero en la formación del estado coherente. Más adelante se justificará la elección de este tipo de Hamiltoniano. Este modelo simple tiene la ventaja de mostrar de manera clara, lo que se desea puntualizar.

Este Hamiltoniano bosónico puede tratarse en una aproximación del tipo BCS^{10,25)} (ver apéndice), con lo cual se obtiene las ecuaciones del gap (Δ) y del número de partículas ($2K$).

$$\frac{2}{G} = \sum_{\alpha} \frac{1}{E_{\alpha}} \quad (3.2)$$

$$K = \sum_{\alpha} v_{\alpha}^2 = \sum_{\alpha} 1/2 \left[-1 + \frac{(E_{\alpha} - \lambda)}{E_{\alpha}} \right]$$

donde $E_{\alpha} = [(\epsilon_{\alpha} - \lambda)^2 - \Delta^2]^{1/2}$

Cuando los R tipos de bosones tienen la misma energía, la resolución de las ecuaciones (3.2) para el gap, la energía de cuasipartícula y el potencial químico conduce a

$$\Delta^2 = G^2 R K (1 + K/R)$$

$$E = G R/2 \tag{3.3}$$

$$\epsilon - \lambda = \frac{G R}{2} (1 + 2K/R)$$

Esta solución predice un efecto de "superconductividad", medido por Δ , que aumentará a medida que aumenta el número R de distinto tipo de bosones que admite el sistema. Además, la estructura fermiónica de estos bosones, similar a la de los cuasibosones de apareamiento²⁶⁾, puede dar origen a bosones "deuterones" (T=0) o a bosones de apareamiento (T=1). Entonces el efecto superconductor resultará mas fuerte para los núcleos pesados en los cuales el número de bosones deuterones es mayor que en el caso de los sistemas livianos. Por otra parte este número resulta mayor, en todos los casos, que el número de bosones relevantes con T=1.

Con el objeto de poner en evidencia la competencia que existe entre los bosones de apareamiento con T=1 y los deuterones con T=0 en la construcción del cuarteto, resulta útil comparar el modelo bosónico anterior con uno similar para fermiones. Si se considera una sola capa de degeneración N con 2K fermiones interactuando con una fuerza de apareamiento, el tratamiento BCS conduce para el gap Δ , la energía de cuasipartícula E, y el nivel de Fermi λ ,

$$\Delta^2 = G^2 N K (1 - K/N)$$

$$E = G N/2 \tag{3.4}$$

$$\mathcal{E} - \lambda = \frac{G N}{2} (1 - 2K/N)$$

Como en el caso bosónico, la energía de correlación para el estado fundamental está dada por $-\Delta^2/G$, pero existe una diferencia esencial entre los dos sistemas: los términos cuadráticos en el número de bosones y el número de pares en uno y otro sistema, tienen signo opuesto.

En el sistema fermiónico el signo negativo refleja principalmente el principio de exclusión de Pauli. En el sistema bosónico conduce al colapso del sistema en el límite termodinámico.

En los núcleos pesados se tendrá entonces la competencia de dos tipos de estructuras. En una, los grados de libertad relevantes resultarán pares de neutrones y pares de protones. Los pares idénticos se repelerán mientras que pares distintos se atraerán. En este caso el número de tipos de bosones relevantes será pequeño, como por ejemplo en la aproximación de bosones interactuantes (IBA), donde se tienen solo dos bosones por cada tipo de partícula. Para el otro tipo de estructura los grados de libertad relevantes están asociados con la existencia de pares del tipo deuterón. El número R de distinto tipo de bosones será muy grande, tal que, aunque su interacción resulte pequeña, los efectos de la coherencia mostrados en la fórmula 3.3 será apreciable.

Se puede concluir entonces que aún en un modelo bosónico equivalente con interacción de apareamiento para ambos tipos de estructuras, la combinación coherente de deuterones bajará su energía a medida que el sistema se aparte de capa cerrada. Para verificar la validez de estas conclusiones se realizaron algunos cálculos en la región del plomo.

IV APLICACION A LA REGION DEL PLOMO (^{208}Pb)

En el capítulo precedente se mostró que para describir las correlaciones de cuatro cuerpos en los núcleos fuera de capa cerrada se puede adoptar dos tipos de descripciones. Para determinar el dominio de validez de cada una de ellas, se calculan, utilizando ambos esquemas, las energías de los estados fundamentales de los sistemas más pesados que el ^{208}Pb .

En el esquema de los bosones de apareamiento ($T=1$), la contribución más importante a la energía de correlación de los aglomerados proviene de la formación de pares de partículas idénticas. Dichas contribuciones serán denominadas por E_p y E_n para protones y neutrones respectivamente. Existirá además, una contribución proveniente de la energía de interacción α_{pn} entre pares de distinto tipo de partículas que contribuyen a aumentar la energía de ligadura de los aglomerados. Por otro lado, la interacción entre pares idénticos α_p y α_n , resulta repulsiva. Entonces la energía total del sistema se podrá aproximar por

$$E_s = nE_n + zE_p + \alpha_p \frac{z(z-1)}{2} + \alpha_n \frac{n(n-1)}{2} + zn \alpha_{pn} \quad (4.1)$$

donde z y n son el número de pares de protones y el número de pares de neutrones sobre la capa cerrada. Las cantidades E_n , E_p y α_{pn} son negativas mientras que α_p y α_n son positivas.

En el segundo esquema los nucleones primero se acoplan para formar estructuras del tipo deuterón. El exceso neutrónico se supondrá formando pares. La interacción entre los pares del tipo deuterón será atractiva, de igual modo que la interacción entre estos pares y los que forman el exceso neutrónico; por lo tanto ambas energías de interacción, α_d y α_{dn} serán negativas. En este caso, la energía del sistema se podrá aproximar como

$$E_D = 2zE_d + (n - z)E_n + (1/2)(n - z)(n - z - 1) \alpha_n$$

$$+ z(2z-1) \alpha_d + 2 \alpha_{dn} (n - z)z + 0.3z$$
(4.2)

donde E_d es la energía de los pares del tipo deuterón. El último término tiene en cuenta sola la parte de la repulsión Coulombiana incluida en (4.1).

La aplicación de las anteriores expresiones a la región del ^{208}Pb requiere el conocimiento de las energías de excitación y de interacción de los todos los tipos de pares que se pueden agregar al ^{208}Pb . Las energías de excitación de los pares serán aproximadas por la energía de unión de un par.

$$E_p = BE(^{210}\text{Po}) - BE(^{208}\text{Pb}) = -8.780 \text{ MeV}$$

$$E_n = BE(^{210}\text{Pb}) - BE(^{208}\text{Pb}) = -9.123 \text{ MeV}$$

$$E_d = BE(^{210}\text{Bi}) - BE(^{208}\text{Pb}) = -8.400 \text{ MeV}$$

donde $BE(A,Z)$ es la energía de unión del núcleo A_Z .

La energía de interacción α_{dn} de un par de neutrones con un par del tipo deuterón puede extraerse de la energía de unión del ^{212}Bi utilizando la ecuación

$$BE(^{212}\text{Bi}) - BE(^{212}\text{Pb}) = E_d + E_n + \alpha_{dn}$$

que resulta de consideraciones similares a las que conducen a (4.2). Se deduce de esta forma para α_{dn} , un valor de

$$\alpha_{dn} = -0.35 \text{ MeV}$$

Las restantes energías de interacción involucradas en el problema se obtienen a través del método del modelo de capas por etapas (MSM)²⁷. Este método permite realizar un cálculo del tipo del modelo de capas pero en una base constituida por subsistemas de partículas correlacionadas, lo cual permite truncar adecuadamente dicha base. Con este método se puede realizar una buena estimación de la interacción efectiva entre los subsistemas.

Se aplicó el MSM a varios núcleos con $A=212$ utilizando como subsistemas a núcleos con dos nucleones más que el ^{208}Pb . Estos subsistemas con dos partículas fueron descriptos utilizando las funciones de onda de Kuo y Herling²⁸).

La interacción entre pares de partículas similares se extracta de cálculos en el ^{212}Rn y el ^{212}Pb . Los valores obtenidos para protones y neutrones respectivamente fueron

$$\alpha_p \approx \alpha_n \approx 0.110 \text{ MeV}$$

Los valores correspondientes a la interacción entre pares de protones y pares de neutrones se obtiene por medio de cálculos en el ^{212}Po . Se consideran en este caso dos bases distintas. Primero se acoplan un par de protones y un par de neutrones, incluyendo todos los momentos angulares posibles para las respectivas funciones de onda de Kuo y Herling. El estado fundamental del ^{212}Po puede describirse, esencialmente, como el producto de el 0_1^+ de el ^{212}Pb por el 0_1^+ del ^{212}Po . La energía de interacción permite establecer el valor

$$\alpha_{pn} = -0.65 \text{ MeV}$$

Luego se acoplan dos pares del tipo deuterón. La interacción encontrada en este caso resulta bastante pequeña pero atractiva. En la

tabla I se muestran algunos elementos de matriz típicos. Si bien, en esta descripción la energía del ^{212}Po resulta cerca de 2 MeV por encima de su valor experimental, la energía ganada debido a la correlación entre los diferentes pares del tipo deuterón es bastante grande. Se obtiene un valor de

$$\alpha_d = -0.82 \text{ MeV}$$

Estos valores obtenidos para las energías de interacción y excitación permiten, a través de las expresiones (4.1) y (4.2), establecer las regiones en las cuales van a ser dominantes cada una de las descripciones. Particularmente, en la tabla II se muestran los valores de z y n para los cuales las energías obtenidas con ambas expresiones, resultan iguales. Resulta interesante el hecho de que estos valores de z y n resultan muy similares a aquellos que corresponden a la transición entre núcleos esféricos y deformados. Esto sugiere que la competencia entre ambos tipos de descripción para las correlaciones de cuatro partículas podría estar relacionada con el mecanismo que produce dicha transición.

Por otra parte en la región deformada prevalece la descripción de la combinación coherente de pares del tipo deuterón lo cual podría indicar que los estados fundamentales de estos sistemas se comportarían como condensados de dichas excitaciones.

En los capítulos siguientes se desarrolla una descripción microscópica para los núcleos pesados, suponiendo que el estado fundamental es un condensado de cuartetos de fermiones.

V MAS SOBRE ESQUEMAS DE CLASIFICACION

Por lo que se desprende de los capítulos anteriores, los estados fundamentales de los sistemas nucleares pesados deformados, podrían resultar un condensado de aglomerados de cuatro partículas. En lo que sigue se desarrolla una descripción microscópica, utilizando funciones de Green, para un sistema de fermiones en interacción, suponiendo que el estado fundamental es un condensado de cuartetos.

Como fue señalado en el capítulo II, para la descripción de sistemas con capas abiertas, la NFT supone el estado fundamental como un condensado de pares de fermiones. Para este caso, se utiliza un modelo de una capa para clasificar los procesos que ocurren entre los nucleones obteniéndose el desarrollo (2.3) para los elementos de matriz de los operadores relevantes del sistema. Cuando se utiliza la PSA (retener los término $n=0$ en el desarrollo mencionado), se obtiene una descripción equivalente a la teoría BCS o en forma más general a HFB.

Este tipo de aproximación para el estado fundamental, supone la existencia de una sola excitación de dos cuerpos relevante (el par del condensado) y del orden de N excitaciones de un cuerpo, que describen a los sistemas impares (estados de una cuasipartícula). Estos últimos están conectados con el condensado de K pares y con el condensado de $K+1$ pares a través de la creación o destrucción de un fermión sobre ellos respectivamente, esto está esquematizado en la fig.3(a). De este modo, se relacionan autoconsistentemente, las funciones de Green de un cuerpo con el propagador del par del condensado.

En el caso presente, se utilizará una aproximación similar pero suponiendo que el estado fundamental es un condensado de cuartetos. Desafortunadamente, en este caso no existe ningún modelo simple donde se pueda probar la bondad del esquema de clasificación que se adoptará. Es

necesario entonces, extrapolar conceptos utilizados por la NFT en los casos previamente mencionados.

Si los cuartetos constituyen excitaciones elementales genuinas, es de esperar que los diagramas que los definen resulten más importantes, esto es, de orden más bajo, que la interacción entre ellos. Si esto no ocurre los cuartetos resultarán (a orden en $1/N$) simplemente un producto de dos excitaciones de dos cuerpos (ver capítulo II).

Para obtener una descripción distinta a orden cero, se parte de las excitaciones de dos cuerpos evaluadas en la aproximación RPA. De esas excitaciones de dos cuerpos se aíslan las R que presentan carácter colectivo. Este número R es del mismo orden de magnitud que N . Si la interacción resulta atractiva, estos estados corresponden a la solución más baja de la RPA para los distintos momentos angulares e isoespines.

Se construye la excitación colectiva de cuatro partículas como una combinación coherente de pares de excitaciones colectivas de dos cuerpos. Esta aproximación supone que la amplitud de dos pares en un cuarteto es del orden de $1/\sqrt{R}$. Para simplificar la notación se representará por a, b, c, \dots los estados de una partícula, por $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ los estados de dos partículas, por r, s, t, \dots los estados de tres partículas y por Q, L, M, \dots los estados de cuatro partículas.

Queda por determinar la cantidad de estados de tres partículas relevantes. Si se consideran sólo los estados colectivos de dos partículas, existirán $R \times N = L$ estados de tres partículas; se supondrá que solamente S (del orden de magnitud de N y R) son relevantes. Existen bastantes razones para adoptar esta suposición. Una es que las dos amplitudes de las figuras 4(c) y 4(d) resultan del mismo orden de magnitud que las de las figuras 4(a) y 4(b). Esto significa que cada estado de partícula tiene un pequeño de "parejas" para formar el cuarteto. Este hecho ya está sugerido en el trabajo de Flowers y Vujicic¹⁶⁾ en el cual existe una combinación

particular de tres agujeros por cada estado de partículas en los núcleos ligeros.

De esta manera la función de onda del estado fundamental tendrá dos tipos de contribuciones: una suma coherente de pares de pares (fig. 4(d)) y una suma coherente de partículas acopladas a tríos (fig. 4(c)). Debe notarse que los procesos tenidos en cuenta en ambas contribuciones resultan distintos. En efecto, si se consideran todos los estados formados por un par de pares de fermiones, se podrá formar una base completa para el sistema con cuatro partículas existiendo N^4 estados de este tipo. De igual modo se puede formar una base completa con los N^4 estados formados por las partículas acopladas a todos los tríos posibles. Como en la construcción del cuarteto sólo se consideran N estados de cada una de las bases anteriores, no existen problemas de sobrecompletitud al orden más bajo. Los procesos de doble contaje resultan de orden $1/N$ comparados con los retenidos en la definición del cuarteto del condensado.

Las suposiciones antedichas pueden esquematizarse en la fig.3(b). Existe una sólo excitación de cuatro cuerpos relevante (el cuarteto del condensado). Existen del orden de N ($R \approx S \approx N$) excitaciones de uno, dos y tres cuerpos. Los estados de una cuasipartícula están conectados con los condensados de K y $K+1$ cuartetos a través de la creación de una partícula o la destrucción de un trío sobre ellos respectivamente. Los estados de un "cuasipar" están conectados con los condensados de K y $K+1$ cuartetos a través de la creación o destrucción de un par sobre ellos respectivamente. Finalmente, los "cuasitríos" están conectados con los condensados de K y $K+1$ cuartetos por la creación de un trío y la destrucción de una partícula respectivamente. De este modo la presente descripción estará dada por una relación autoconsistente de los propagadores de uno, dos y tres cuerpos con el propagador del cuarteto del condensado. Se concluye que, en algún sentido, la presente descripción resultará una generalización de la teoría BCS.

En el caso de la NFT, los modelos de uno²⁰⁾ y dos niveles¹⁹⁾ fueron utilizados para establecer que las amplitudes mostradas en la fig.4(a) son de orden $1/\sqrt{N}$ y que aparece un factor K cada vez que se crea o se destruye un par externo (o sea perteneciente al condensado de pares).

Las suposiciones mostradas en la fig. 4 permiten clasificar los diagramas que contribuyen a cualquier proceso que pueda ocurrir y particularmente cualquier contribución a la energía del estado fundamental. Es importante notar que los diagramas involucran propagadores de sistemas compuestos y que la estructura de estos sistemas sólo debe considerarse cuando interactúan con otros sistemas, de otro modo se estará realizando un doble conteo de algún proceso ya tenido en cuenta en los procesos que definen los sistemas compuestos. Por ejemplo, el diagrama mostrado en la fig. 5(a) contiene el proceso indicado en el diagrama mostrado en la fig. 5(b). En este último caso se ha "desarmado" el cuarteto antes de su interacción con la otra estructura compuesta y muestra un proceso ya tenido en cuenta en la propagación del trío de la fig. 5(a). O sea los diagramas con las características del mostrado en 5(b) no deben considerarse.

Se definirá ahora la forma de evaluar las amplitudes que se muestran en la fig. 4. Si se suponen conocidas las amplitudes de los cuartetos, tríos y pares en términos de los operadores de partícula, esto es

$$\langle Q | a_1^+ a_2^+ a_3^+ a_4^+ | 0 \rangle, \langle t | a_1^+ a_2^+ a_3^+ | 0 \rangle, \langle \alpha | a_1^+ a_2^+ | 0 \rangle$$

entonces, a partir de la parte de dos cuerpos del Hamiltoniano

$$V = 1/4 \sum_{1234} V_{12,34} a_1^+ a_2^+ a_4 a_3 \quad (5.1)$$

se pueden evaluar las constantes de acoplamiento requeridas como en el caso de la NFT¹⁹⁾.

$$\Lambda_{ab}^{\alpha} = \sum_{12} v_{ab,12} \langle \alpha | a_1^+ a_2^+ | 0 \rangle \quad (5.2a)$$

$$\Lambda_{a\beta}^t = \sum_{1234} v_{a4,12} \langle t | a_1^+ a_2^+ a_3^+ | 0 \rangle \langle 0 | a_3 a_4 | \alpha \rangle \quad (5.2b)$$

$$\Lambda_{ar}^Q = \sum_{12345} v_{a5,12} \langle Q | a_1^+ a_2^+ a_3^+ a_4^+ | 0 \rangle \langle 0 | a_4 a_3 a_5 | r \rangle \quad (5.2c)$$

$$\Lambda_{\alpha\beta}^Q = \sum_{12345} v_{56,23} \langle Q | a_1^+ a_2^+ a_3^+ a_4^+ | 0 \rangle \quad (5.2d)$$

$$\times \langle 0 | a_1 a_5 | \alpha \rangle \langle 0 | a_6 a_2 | \beta \rangle$$

De forma similar se determinan los elementos de matriz correspondientes a la interacción efectiva entre las estructuras compuestas, que se muestran en la fig. 6 (a),(b),(c) y (d)

$$\sum_{123456} v_{56,23} \langle \gamma | a_1^+ a_2^+ | 0 \rangle \langle \delta | a_3^+ a_4^+ | 0 \rangle$$

$$\times \langle 0 | a_1 a_5 | \alpha \rangle \langle 0 | a_6 a_2 | \beta \rangle$$

$$\sum_{2345} v_{a5,b2} \langle s | a_2^+ a_3^+ a_4^+ | 0 \rangle \langle 0 | a_4 a_3 a_5 | r \rangle$$

$$\sum_{12345} v_{a5,23} \langle \alpha | a_1^+ a_2^+ | 0 \rangle \langle \beta | a_3^+ a_4^+ | 0 \rangle \langle 0 | a_4 a_3 a_5 | r \rangle$$

$$\sum_{234} v_{a4,b2} \langle \beta | a_2^+ a_3^+ | 0 \rangle \langle 0 | a_3 a_4 | \alpha \rangle$$

Queda aun por especificar el concepto de burbuja (o lazo) para el caso presente. Se supondrá, a los efectos de clasificar los diagramas, que cada estado de partícula m tiene como acompañante un sólo trío \bar{m} y que cada uno de los R estados de dos partículas tiene como compañero un estado de dos partículas solamente. Estas suposiciones definen cuales de los diagramas tienen lazos y por lo tanto, con todo lo antedicho ya se puede decidir cuando un diagrama es del orden adecuado y cuando no.

Con el objeto de determinar los diagramas más importantes es necesario aislar los factores introducidos por sus diferentes partes. La creación o aniquilación de un cuarteto puede generar dos tipos de contribuciones: si el cuarteto corresponde al estado final o inicial, esto es al condensado, la contribución al diagrama consiste en un factor $\sqrt{K/N}$, si en cambio se trata de un cuarteto que aparece en alguna sección intermedia del diagrama, la contribución es un factor $1/\sqrt{N}$. Todos los vértices correspondientes a "abrir" o cerrar un par o trío contribuyen con un factor del orden de $1/\sqrt{N}$ (aquí se considera que $N \approx S \approx R$). Cada vértice fermiónico contribuye con un factor $1/N$ y cada burbuja con un N (ya que involucra una suma sobre todos los estados relevantes).

En resumen, el orden de cada diagrama quedará determinado por un factor de la forma

$$\left(\frac{K}{N}\right)^p \left(\frac{1}{N}\right)^{q+s-t}$$

donde p es el número de cuartetos externos, q el número de cuartetos internos, s el número de interacciones y t el número de burbujas.

Se puede ver entonces, que los diagramas correspondientes a la serie principal para un proceso determinado son aquellos en los cuales el número de conexiones internas (cuartetos internos o vértices fermiónicos) es lo más cercano posible a al número de lazos, esto es, $q+s-t$ resulta lo menor posible.

En las figuras 7 y 8 se muestran algunos diagramas pertenecientes a la serie principal para el propagador de una partícula y para el propagador de un trío respectivamente. En las figuras 9 y 10 se muestran algunos de dichos diagramas para el propagador de un par y el propagador de un cuarteto. Para clarificar lo que se entiende por conexiones y burbujas las primeras están rodeadas por círculos punteados mientras que a las segundas se las identifica con una línea de trazos.

En la figura 11 se muestra un diagrama para el propagador de una partícula que no pertenece a la serie principal .

Una característica que permite reconocer a los diagramas pertenecientes a la PS es que, como consecuencia de lo enunciado, al cortar una conexión el diagrama queda separado en dos.

El presente esquema de clasificación permite clasificar todos los diagramas posibles cuando se supone que el estado fundamental es un condensado de cuartetos, y por lo tanto se pueden seleccionar aquellos pertenecientes a la serie principal.

VI DESCRIPCION DE LAS EXCITACIONES

Con el objeto de obtener información acerca de la estructura del sistema se estudiarán las funciones de Green de uno, dos, tres y cuatro cuerpos en sus polos, en lugar de sumarlas explícitamente. Utilizando la expansión de Rayleigh-Schrödinger, todas las correcciones perturbativas, al orden de la serie principal, son del tipo de las que se muestran en las figuras 7-10. Para obtener las funciones de Green se deben tener en cuenta todos los diagramas conexos. En el procedimiento de reconocer los diagramas que definen a los propagadores se debe tener la precaución de no realizar doble conteos, esto es, se deben identificar cuidadosamente líneas equivalentes, procesos equivalentes etc.

Para construir estas funciones de Green se debe definir un estado de referencia, que es utilizado para la construcción del propagador de la partícula libre. En el presente caso, es conveniente utilizar como estado de referencia al vacío verdadero. Esto trae como consecuencia que el propagador libre solo tendrá parte adelantada. Para la descripción de la superconductividad por medio de la PSA ocurre la misma cosa^{20,21}).

Los diagramas correspondientes a la PS para los propagadores de un cuerpo, un par y un trío pueden separarse en dos grupos en cada caso. Un grupo relacionado con la estructura interna de las excitaciones y otro grupo relacionado con la participación de la excitación en la formación del cuarteto.

Por ejemplo los diagramas correspondientes a la PS para el propagador de un cuerpo relacionados con la estructura interna de la excitación son los del tipo mostrado en la fig.7(a),(f). Los relacionados con la participación de la excitación en la formación del cuarteto son los del tipo mostrado en la fig.7(b),(c),(d),(e). Estos últimos diagramas forman un "serrucho" con la peculiaridad de que en cada "diente" superior se forma un

cuarteto del condensado o aparece uno de los diagramas pertenecientes a la PS para el propagador del cuarteto del condensado (fig. 10) con el aporte de un trío proveniente de la destrucción de un cuarteto o de un proceso de la PS para este último en un "diente" inferior.

Por su parte los diagramas de la PS para el propagador de un par y de un trío se pueden agrupar de manera similar.

Para el propagador del cuarteto sólo se tiene un tipo de diagramas: los que determinan su estructura.

Resulta conveniente reemplazar el cuarteto del condensado por su versión "vestida", de ese modo se tienen en cuenta muchos diagramas de una vez y el número de éstos que se deben considerar, disminuye apreciablemente. Así, todos los diagramas de la fig. 10 sumados, se simbolizan por cuatro líneas con una flecha. Se puede hacer el mismo tipo de consideraciones cuando se trata de las excitaciones, sólo que en este caso aparecerán propagadores auxiliares debido a que los diagramas que "visten" a las excitaciones, se pueden separar en dos grupos como ya fue dicho. Se simboliza por una (dos o tres) línea(s) a la suma de todos los diagramas de la PS que determinan la estructura interna de las excitaciones de un (dos o tres) cuerpo(s). De esta manera los diagramas resultan más compactos, por ejemplo la serie diagramática de la fig. 12, correspondiente a la función de Green de un cuerpo, se puede agrupar resultando finalmente la ecuación de la fig. 13 (b).

Utilizando estas simplificaciones, se obtiene un conjunto de funciones de Green acopladas de muchas partículas descrito por los diagramas mostrados en la figura 13. Se obtienen siete ecuaciones acopladas. Estas ecuaciones tienen una apariencia compleja, sin embargo presentan una estructura bastante simple.

El tipo de diagramas que tiene en cuenta la estructura interna de las excitaciones de uno, dos y tres cuerpos está considerado en las fig.13(a),

13(c), 13(e) respectivamente. El otro mecanismo, relacionado con la forma en que contribuyen para formar el cuarteto, está considerado en los diagramas "serrucho" de las fig 13(b), 13(d), y 13(f). La última ecuación determina la estructura del cuarteto.

Como en la ref. 21) en la que al estado fundamental se lo consideraba un condensado de pares, se elige el cero de las energías de partícula, de modo tal que el propagador de los cuartetos tenga un polo para energía cero. La ventaja de este proceder es que con él, se eliminan los problemas asintóticos que resultan en el propagador del cuarteto del condensado para $t = \infty$ y $t = -\infty$.

Los propagadores correspondientes a cuartetos externos pueden omitirse ya que no tienen ninguna dependencia temporal (debido a la prescripción antes mencionada) y su única contribución resulta de los vértices.

Como fue discutido anteriormente, éste tiene dos tipos de contribuciones. Una proviene de su "apertura" en términos de excitaciones de uno y tres cuerpos, la otra de su "apertura" en términos de un par de excitaciones de dos cuerpos. Considerando al cuarteto de este modo, se está realizando un conteo doble, sin embargo dicho conteo es de orden $1/N$. Se puede decir que de las ecuaciones asociadas con las fig. 13(a), 13(c), 13(e) resultan las energías a orden cero, o equivalentemente, que corresponden a la parte de partícula independiente del Hamiltoniano efectivo para los propagadores considerados.

Se analizará ahora en detalle el diagrama de la fig. 13(a). Un Hamiltoniano de dos cuerpos admite dos descripciones alternativas: como partícula-partícula o como partícula-agujero. (En la ref. 21 se discute detalladamente una situación similar). En un caso, los modos coherentes relevantes son de apareamiento, en el otro caso resultan de un carácter multipolar. Para la fig. 13(a) la descripción relevante es la de multipolo-multipolo.

Como es usual para los núcleos deformados, para entender las principales propiedades de las excitaciones, se supondrá que la parte más importante del Hamiltoniano resulta la cuadrupolo-cuadrupolo, esto es

$$H_{int} = -\frac{\chi}{2} \sum_{\mu} \sum_{i,j} q_{\mu}^{\dagger}(i) q_{\mu}(j) \quad (6.1)$$

donde $q_{\mu}(i)$ es el operador cuadrupolar actuando sobre la partícula i -ésima y los factores introducidos corresponden a la parametrización usual.

El efecto del diagrama de la fig. 13(a) puede reemplazarse entonces por el Hamiltoniano de un cuerpo

$$H'_{sp} = H_{sp} - \chi \sum_{\mu} q_{\mu}(1) \langle Q_{\mu} \rangle \quad (6.2)$$

donde $\langle Q_{\mu} \rangle$ es el valor medio de $\sum_i q_{\mu}(i)$ en el vacío. Este valor de expectación es evaluado como se muestra en la fig. 15. Una vez que se conoce la estructura del cuarteto del condensado, utilizando los diagramas mostrados en la fig 13, se evalúa $\langle Q_{\mu} \rangle$ con ayuda de la fig. 15. Se puede concluir entonces, que los diagramas mostrados en la fig. 13(a) constituyen un Hamiltoniano de Nilsson para las excitaciones de un cuerpo.

El tratamiento de la ecuación mostrada en la fig. 13(c) corresponde a la RPA entre cuasipartículas. Es importante notar que para simplificar el tratamiento, se han ignorado los procesos correspondientes a la función de Green anómala, (fig. 16) que aparece de igual modo que en la teoría de la superconductividad. Si se incluyen estos procesos para la función de Green de dos partículas, se debe hacer un procedimiento similar al de la ref. 29. Esto corresponde a considerar el acoplamiento con las funciones de Green de dos cuerpos correspondientes al sistema con un cuarteto más y con un cuarteto menos en el condensado.

El tratamiento para la ecuación que resulta de la fig. 13(e) es

similar. Este procedimiento es esencialmente el mismo que el dado en la referencia 30 para el caso de tres cuasipartículas. Si se consideran los procesos que involucran a la función de Green anómala entonces se tendrá un acoplamiento con la función de Green de un trío para los sistemas con un cuarteto más y con un cuarteto menos en el condensado.

Se supondrá que estas tres ecuaciones (fig. 13(a),(c),(e)) han sido resueltas proveyendo el orden cero para las energías y funciones de onda de las excitaciones de una, dos y tres partículas.

VII FORMALIZACION DE LAS ECUACIONES

Para formalizar las ecuaciones restantes explícitamente se escribirán las funciones de Green en la representación de Lehmann. La definición de las funciones de Green²⁵⁾ es

$$G_n(BA, t) = \langle 0 | T[D_n(A, t) D_n^+(B, 0)] | 0 \rangle \quad (7.1)$$

donde T es el operador de producto temporalmente ordenado y $D_n(A, t)$ crea n partículas con números cuánticos A a tiempo t.

Teniendo en cuenta que

$$D_n(A, t) = e^{iHt} D_n(A) e^{-iHt}$$

se tiene

$$G_n(BA, t) = \begin{cases} \langle 0 | e^{iHt} D_n(A, 0) e^{-iHt} D_n^+(B, 0) | 0 \rangle & t > 0 \\ (-1)^n \langle 0 | D_n^+(B, 0) e^{iHt} D_n^+(A, 0) e^{-iHt} | 0 \rangle & t < 0 \end{cases}$$

Si se introduce un conjunto completo de autoestados del sistema en ambas contribuciones se obtiene

$$G_n(BA, t) = \begin{cases} \sum_e \langle 0 | D_n(A) | e \rangle \langle e | D_n^+(B) | 0 \rangle e^{-iE_e t} & t > 0 \\ (-1)^n \sum_f \langle 0 | D_n^+(B) | f \rangle \langle f | D_n(B) | 0 \rangle e^{iE_f t} & t < 0 \end{cases} \quad (7.2)$$

donde $|e\rangle$ ($|f\rangle$) forma una base completa para los autoestados exactos del Hamiltoniano con n partículas más (menos) que el de referencia con 4K

partículas $|0\rangle$. Las energías de los estados $|e\rangle$ y $|f\rangle$ con respecto al de referencia $|0\rangle$ son E_e y E_f respectivamente.

La transformada de Fourier de (7.2), es la función de Green en la representación de Lehmann

$$G_n(BA;E) = i \left[\sum_e \frac{\langle 0 | D_n(A) | e \rangle \langle e | D_n(B) | 0 \rangle}{E - E_e} \pm \sum_f \frac{\langle 0 | D_n(B) | f \rangle \langle f | D_n(A) | 0 \rangle}{E - E_f} \right] \quad (7.3)$$

donde el signo + (-) es válido para una y tres partículas (dos y cuatro).

Resulta conveniente utilizar para los residuos, una notación más compacta. Los estados del tipo $|e\rangle$ correspondientes a una, dos y tres partículas serán denotados por a, α , y t como fue indicado anteriormente. Dado que una base completa para los estados de una partícula resulta una base completa para los estados de tres agujeros y viceversa, en el caso de los estados del tipo $|f\rangle$ para una, dos, y tres partículas los estados serán denotados como t, α , y a . Estos residuos se escribirán como

$$U_{ai} = \langle a | D_1^+(i) | 0 \rangle \quad (7.4a)$$

$$V_{rj} = \langle 0 | D_1^+(j) | r \rangle \quad (7.4b)$$

$$X_{\alpha 1} = \langle \alpha | D_2^+(1) | 0 \rangle \quad (7.5a)$$

$$Y_{\alpha k} = \langle 0 | D_2^+(k) | \alpha \rangle \quad (7.5b)$$

$$Z_{tm} = \langle t | D_3^+(m) | 0 \rangle \quad (7.6a)$$

$$T_{bn} = \langle 0 | D_3^+(n) | b \rangle \quad (7.6b)$$

y entonces las funciones de Green en la representación de Lehmann se podrán escribir como

$$G_1(ij;E) = i \left[\sum_a \frac{U_{ai}^* U_{aj}}{(E - E_a)} + \sum_r \frac{V_{ri}^* V_{rj}}{(E + E_r)} \right] \quad (7.7)$$

$$G_2(kl;E) = i \left[\sum_\alpha \frac{X_{\alpha k}^* X_{\alpha l}}{(E - E_\alpha)} - \frac{Y_{\alpha k}^* Y_{\alpha l}}{(E + E_\alpha)} \right] \quad (7.8)$$

$$G_3(mn;E) = i \left[\sum_r \frac{Z_{rm}^* Z_{rn}}{(E - E_r)} + \sum_a \frac{T_{am}^* T_{an}}{(E + E_a)} \right] \quad (7.9)$$

donde se ha utilizado que el conjunto completo de estados para una partícula es el mismo que para tres agujeros y que el conjunto completo de estados para un agujero es el mismo que para tres partículas.

Todas las ecuaciones correspondientes a la figura 13, resultan convoluciones temporales, gracias a la anulación de la energía del cuarteto del condensado. Por lo tanto sus transformadas de Fourier puede ser escritas como el producto de las transformadas de las diferentes partes del diagrama. La única precaución consiste en la utilización adecuada de $G(ab; -E)$ para la función de Green el estado intermedio. Por ejemplo, la ecuación correspondiente al diagrama de la figura 13(b) es (ver fig. 14)

$$G_1(ij, t) = G_1^{(0)}(ij, t) + \sum_{g, r, h, s} \Lambda_{gr}^\alpha \Lambda_{hs}^\alpha \iint G_1^{(0)}(ig, \tau_2) G_3^{(0)}(rs, \tau_2 - \tau_1) \times G_1(hj, t - \tau_1) d\tau_2 d\tau_1 \quad (7.10)$$

donde

$$G_1^{(0)}(ij,t) = \delta_{ij} e^{-i(\epsilon_i - \lambda)t} \theta(t) \quad (7.11)$$

$$G_3^{(0)}(rs,t) = \delta_{rs} e^{-i(E_r - 3\lambda)t} \theta(t)$$

son las funciones de Green a orden cero para una partícula y un trío respectivamente.

Entonces, utilizando (7.7), (7.9) y (7.11) en (7.10), resulta

$$\begin{aligned} & \sum_a U_{ai}^* U_{aj} e^{-iE_a t} \theta(t) + \sum_r V_{ri}^* V_{rj} e^{iE_r t} \theta(-t) \\ &= \delta_{ij} e^{-i(\epsilon_i - \lambda)t} \theta(t) + \sum_{grhs} \Lambda_{gr}^a \Lambda_{hs}^a \\ & \times \iint d\tau_1 d\tau_2 e^{-i(\epsilon_i - \lambda)\tau_2} \theta(\tau_2) e^{i(E_r - 3\lambda)(\tau_1 - \tau_2)} \theta[-(\tau_1 - \tau_2)] \\ & \times \left[\sum_a U_{ai}^* U_{aj} e^{-iE_a(t - \tau_1)} \theta(t - \tau_1) + \sum_r V_{ri}^* V_{rj} e^{iE_r(t - \tau_1)} \theta[-(t - \tau_1)] \right] \end{aligned}$$

las integrales sobre $d\tau_2$ y $d\tau_1$ resultan convoluciones, o sea las transformada de Fourier, \mathcal{F} , resultará el producto de las transformadas de las funciones que intervienen en la convolución

$$\mathcal{F} [e^{-i(\epsilon_i - \lambda)t} \delta_{ij} \theta(t)] = \frac{i}{(E - (\epsilon_i - \lambda))} \delta_{ij} = G_1^{(0)}(ij; E) \quad (7.12)$$

$$\mathcal{F} [e^{i(E_r - 3\lambda)t} \delta_{rs} \theta(-t)] = \frac{i}{(-E - (E_r - 3\lambda))} \delta_{rs} = G_3^{(0)}(rs; -E) \quad (7.13)$$

y la función de Green $G_1(hj, E)$ en la representación de Lehmann, (7.7).

En la última igualdad de (7.13) se tuvo en cuenta que

$$\mathcal{L}[G_3^{(0)}(rs,t)] = G_3^{(0)}(rs;E) = \frac{1}{(E-(E_r-3\lambda))} \delta_{rs}$$

Finalmente, la ecuación correspondiente a la fig. 13(b), cuando se toma la transformada de Fourier de (7.10) queda

$$G_1(ij;E) = G_1^{(0)}(ij;E) + \sum_{grhs} G_1^{(0)}(ig;E) \Lambda_{gr}^{\alpha} G_3^{(0)}(rs;-E) \times \Lambda_{hs}^{\alpha} G_1(hj;E) \quad (7.14)$$

Siguiendo el mismo procedimiento que conduce a (7.14) se obtienen las ecuaciones correspondientes a las figuras 13(d) y 13(f)

$$G_2(kl;E) = G_2^{(0)}(kl;E) - \sum_{mnop} G_2^{(0)}(km;E) \Lambda_{mn}^{\alpha} G_2^{(0)}(np;-E) \times \Lambda_{op}^{\alpha} G_2(ol;E) \quad (7.15)$$

$$G_3(mn;E) = G_3^{(0)}(mn;E) + \sum_{p,qj} G_3^{(0)}(mp;E) \Lambda_{pi}^{\alpha} G_1^{(0)}(ij;-E) \times \Lambda_{qj}^{\alpha} G_3(qn;E) \quad (7.16)$$

donde

$$\mathcal{L}[G_2^{(0)}(k1,t)] = \frac{1}{(E-(w_k-2\lambda))} \delta_{k1} \quad t > 0 \quad (7.17a)$$

$$\mathcal{L}[G_2^{(0)}(k1,t)] = - \frac{1}{(E+(w_k-2\lambda))} \delta_{k1} \quad t < 0 \quad (7.17b)$$

Las ecuaciones (7.14)-(7.16) se pueden escribir en forma algebraica como

$$\sum_a \frac{U_{ai}^* U_{aj}}{E - E_a} + \sum_r \frac{V_{ri}^* V_{rj}}{E + E_r} = \frac{\delta_{ij}}{[E - (E_i - \lambda)]} + \sum \frac{\Lambda_{in}^Q}{[E - (E_i - \lambda)]} \quad (7.18)$$

$$\times \frac{\Lambda_{kn}^Q}{[E + (E_n - 3\lambda)]} \left[\sum_a \frac{U_{ak}^* U_{aj}}{E - E_a} + \sum_r \frac{V_{rk}^* V_{rj}}{E - E_r} \right]$$

$$\sum_a \frac{T_{am}^* T_{an}}{E + E_a} + \sum_r \frac{Z_{rm}^* Z_{rn}}{E - E_r} = \frac{\delta_{mn}}{[E - (E_m - 3\lambda)]} + \sum_{is} \frac{\Lambda_{is}^Q}{[E + (E_i - \lambda)]} \quad (7.19)$$

$$\times \frac{\Lambda_{im}^Q}{[E - (E_m - 3\lambda)]} \left[\sum_a \frac{T_{as}^* T_{an}}{E + E_a} + \sum_r \frac{Z_{rs}^* Z_{rn}}{E - E_r} \right]$$

$$\sum_{\alpha} \left[\frac{X_{\alpha k}^* X_{\alpha l}}{E - E_{\alpha}} - \frac{Y_{\alpha k}^* Y_{\alpha l}}{E + E_{\alpha}} \right] = \frac{2(w_k - 2\lambda)}{[E^2 - (w_k - 2\lambda)^2]} \delta_{kl} - \sum_{mn} \frac{\Lambda_{kn}^Q}{[E + (w_n - 2\lambda)]} \quad (7.20)$$

$$\times \frac{\Lambda_{nm}^Q}{[E - (w_k - 2\lambda)]} \left[\sum_{\alpha} \frac{X_{\alpha m}^* X_{\alpha l}}{E - E_{\alpha}} - \frac{Y_{\alpha m}^* Y_{\alpha l}}{E + E_{\alpha}} \right]$$

Si se utiliza la segunda igualdad de las fig. 13(b), 13(d) y 13(f), se obtiene , en lugar de (7.18)-(7.20)

$$\sum_a \frac{U_{ai}^* U_{aj}}{E - E_a} + \sum_r \frac{V_{ri}^* V_{rj}}{E + E_r} = \frac{\delta_{ij}}{[E - (\epsilon_i - \lambda)]} + \sum_{nm} \frac{\Lambda_{im}^Q}{[E - (\epsilon_i - \lambda)]} \quad (7.21)$$

$$\times \frac{\Lambda_{jn}^Q}{[E - (\epsilon_j - \lambda)]} \left[\sum_a \frac{T_{am}^* T_{an}}{E - E_a} + \sum_r \frac{Z_{rm}^* Z_{rn}}{E - E_r} \right]$$

$$\sum_a \frac{T_{am}^* T_{an}}{E + E_a} + \sum_r \frac{Z_{rm}^* Z_{rn}}{E - E_r} = \frac{\delta_{mn}}{[E - (E_m - 3\lambda)]} + \sum_{ij} \frac{\Lambda_{jn}^Q}{[E - (E_n - 3\lambda)]} \quad (7.22)$$

$$\times \frac{\Lambda_{im}^Q}{[E - (E_m - 3\lambda)]} \left[\sum_a \frac{U_{ai}^* U_{aj}}{E + E_a} + \sum_r \frac{V_{rj}^* V_{rj}}{E - E_r} \right]$$

$$\sum_\alpha \left[\frac{X_{\alpha k}^* X_{\alpha l}}{E - E_\alpha} - \frac{Y_{\alpha k}^* Y_{\alpha l}}{E + E_\alpha} \right] = \frac{2(w_k - 2\lambda)}{[E^2 - (w_k - 2\lambda)^2]} \delta_{kl} - \sum_{nm} \frac{\Lambda_{kn}^Q}{[E - (w_k - 2\lambda)]} \quad (7.23)$$

$$\times \frac{\Lambda_{ml}^Q}{[E - (w_l - 2\lambda)]} \left[\sum_\alpha \frac{X_{\alpha n}^* X_{\alpha m}}{E + E_\alpha} - \frac{Y_{\alpha n}^* Y_{\alpha m}}{E - E_\alpha} \right]$$

Como es usual los residuos y energías, incógnitas del problema, se obtienen del estudio de (7.18-7.23) en sus polos. Haciendo $E=E_a$ se obtiene

$$[E_a - (\epsilon_i - \lambda)] U_{ai}^* = \sum_{nk} \frac{\Lambda_{in}^Q \Lambda_{kn}^Q}{[E_a + (E_n - 3\lambda)]} U_{ak}^* \quad (7.24a)$$

$$U_{aj} = \sum_n \frac{\Lambda_{jn}^Q T_{an}}{[E_a - (\epsilon_i - \lambda)]} \quad (7.24b)$$

y a partir de $E = -E_a$ se obtiene

$$[E_a + (E_m - 3\lambda)] T_{am}^* = \sum_{is} \frac{\Lambda_{im}^Q \Lambda_{is}^Q}{[E_a - (\epsilon_1 - \lambda)]} T_{as}^* \quad (7.25a)$$

$$T_{an} = \sum_j \frac{\Lambda_{jn}^Q U_{aj}}{[E_a + (E_n - 3\lambda)]} \quad (7.25b)$$

De manera similar, cuando $E = +E_r$, se tiene

$$[E_r - (\epsilon_1 - \lambda)] v_{ri}^* = \sum_{nk} \frac{\Lambda_{in}^Q \Lambda_{kn}^Q}{[E_r - (E_n - 3\lambda)]} v_{rk}^* \quad (7.26a)$$

$$v_{rj} = \sum_m \frac{\Lambda_{jm}^Q z_{rm}}{[E_r - (\epsilon_j - \lambda)]} \quad (7.26b)$$

$$[E_r + (E_m - 3\lambda)] z_{rm}^* = \sum_{is} \frac{\Lambda_{im}^Q \Lambda_{is}^Q}{[E_r - (\epsilon_1 - \lambda)]} z_{rs}^* \quad (7.27a)$$

$$z_{rm} = \sum_j \frac{\Lambda_{jm}^Q v_{rj}}{[E_r + (E_m - 3\lambda)]} \quad (7.27b)$$

Mientras que para $E = \pm E_\alpha$ se tiene

$$[E - (w_k - 2\lambda)] X_{\alpha k}^* = - \frac{\sum_n \Lambda_{kn}^Q \Lambda_{nm}^Q}{[E + (w_n - 2\lambda)]} X_{\omega m}^* \quad (7.28a)$$

$$X_k = \frac{\sum_n \Lambda_{kn}^Q Y_n}{[E - (w_k - 2\lambda)]} \quad (7.28b)$$

$$[E + (w_k - 2\lambda)] Y_{\alpha k}^* = - \frac{\sum_n \Lambda_{kn}^Q \Lambda_{nm}^Q}{\eta_n [E - (w_n - 2\lambda)]} Y_{\omega m}^* \quad (7.28c)$$

$$Y_k = \sum_n \frac{\Lambda_{kn}^Q X_{\alpha n}}{[E + (w_k - 2\lambda)]} \quad (7.28d)$$

y de $E = \pm (E_1 + \delta - \lambda)$, se obtienen las siguientes condiciones de normalización

$$\delta_{ij} + \sum_{nk} \frac{\Lambda_{in}^Q \Lambda_{kn}^Q}{(E_1 + E_n - 4\lambda)} \left[\sum_a \frac{U_{ak}^* U_{aj}}{(E_1 - \lambda - E_a)} + \sum_r \frac{V_{rk}^* V_{rj}}{(E_1 - \lambda + E_r)} \right] = 0 \quad (7.29a)$$

$$\delta_{ij} + \sum_{nm} \frac{\Lambda_{im}^a \Lambda_{jn}^a}{(E_i - E_j + \delta)} \left[\sum_a \frac{T_{am}^* T_{an}}{(E_i - \lambda - E_a + \delta)} + \sum_r \frac{Z_{rm} Z_{rn}}{(E_i - \lambda + E_r + \delta)} \right] = 0 \quad (7.30a)$$

similarmente, si $E = \pm (E_m - 3\lambda + \delta)$ el resultado es

$$\delta_{mn} + \sum_{ij} \frac{\Lambda_{im}^a \Lambda_{jn}^a}{(E_m - E_n + \delta)} \left[\sum_a \frac{U_{ai}^* U_{aj}}{(E_m + \delta - 3\lambda + E_a)} + \sum_r \frac{V_{ri}^* V_{rj}}{(E_m + \delta - 3\lambda + E_r)} \right] = 0 \quad (7.29b)$$

$$\delta_{mn} + \sum_{is} \frac{\Lambda_{im}^a \Lambda_{jn}^a}{(E_i + E_m - 4\lambda)} \left[\sum_a \frac{T_{as}^* T_{an}}{(E_m - 3\lambda + E_a)} + \sum_r \frac{Z_{rs}^* Z_{rn}}{(E_m - 3\lambda - E_r)} \right] = 0 \quad (7.30b)$$

mientras que $E = \pm (w_k - 2\lambda + \delta)$ conduce a

$$\delta_{kl} - \sum_{nm} \frac{\Lambda_{kn}^a \Lambda_{nm}^a}{(w_k + w_n - 4\lambda)} \left[\sum_\alpha \frac{X_{\alpha m}^* X_{\alpha l}}{(w_k - 2\lambda - E_\alpha)} + \frac{Y_{\alpha m}^* Y_{\alpha l}}{(w_k - 2\lambda + E_\alpha)} \right] = 0 \quad (7.31a)$$

$$\delta_{kl} = \sum_{nm} \frac{\Lambda_{kn}^a \Lambda_{ml}^a}{(w_k - w_n + \delta)} \left[\sum_{\alpha} \left(\frac{X_{\alpha n}^* X_{\alpha m}}{(w_k - 2\lambda + E_{\alpha} + \delta)} \right. \right. \\ \left. \left. \frac{Y_{\alpha n}^* Y_{\alpha m}}{(w_k - 2\lambda - E_{\alpha} + \delta)} \right) \right] = 0 \quad (7.31b)$$

Las ecuaciones (7.29b), (7.30a) y (7.31b) también pueden escribirse como

$$\delta_{ij} = \sum_a U_{ai}^* U_{aj} \frac{[E_a - (E_j - \lambda)]}{[E_a - (E_i - \lambda)]} \\ + \sum_r V_{ri}^* V_{rj} \frac{[E_r + (E_j - \lambda)]}{[E_r + (E_i - \lambda)]} \quad (7.30a')$$

$$E_j \left[\sum_a U_{ai}^* U_{aj} + \sum_r V_{ri}^* V_{rj} \right] \\ = \sum_a U_{ai}^* U_{aj} E_a - \sum_r V_{ri}^* V_{rj} E_r \quad (7.30a'')$$

$$\delta_{mn} = \sum_a T_{am}^* T_{an} \frac{[E_a + (E_n - 3\lambda)]}{[E_a + (E_m - 3\lambda)]} \\ + \sum_r Z_{rm}^* Z_{rn} \frac{[E_r - (E_n - 3\lambda)]}{[E_r - (E_m - 3\lambda)]} \quad (7.29b')$$

$$E_n \left[\sum_a T_{am}^* T_{an} + \sum_r Z_{rm}^* Z_{rn} \right] \quad (7.29b'')$$

$$= - \sum_a T_{am} T_{an} E_a + \sum_r Z_{rm} Z_{rn} E_r$$

$$\delta_{k1} = \sum_{\alpha} X_{\alpha m}^* X_{\alpha 1} \frac{[E_{\alpha} + (w_1 - 2\lambda)]}{[E_{\alpha} + (w_k - 2\lambda)]} \quad (7.31b')$$

$$- \sum_{\alpha} Y_{\alpha k}^* Y_{\alpha 1} \frac{[E_{\alpha} - (w_1 - 2\lambda)]}{[E_{\alpha} - (w_k - 2\lambda)]}$$

$$w_1 \sum_{\alpha} (X_{\alpha k}^* X_{\alpha 1} - Y_{\alpha k}^* Y_{\alpha 1}) \quad (7.31b'')$$

$$= \sum_{\alpha} (X_{\alpha k}^* X_{\alpha 1} + Y_{\alpha k}^* Y_{\alpha 1}) E_{\alpha}$$

Las ecuaciones (7.18)-(7.31) permiten obtener la condición de normalización de los residuos X , Y , U , V , T , Z como así también las energías E_a , E_r , y E_{α} suponiendo que los coeficientes Λ^{α} y λ resultan conocidos.

Para comprender el significado de estas condiciones, se estudiará el caso particular en el cual cada estado de partícula tiene como compañero un sólo estado de tres partículas y cada estado de dos partículas tiene un solo estado de compañero para formar el cuarteto.

Esto es equivalente a suponer que $\Lambda_{r1}^{\alpha} = \delta_{r1} \Lambda_{11}^{\alpha}$ y $\Lambda_{\alpha\beta}^{\alpha} = \delta_{\beta\alpha} \Lambda_{\alpha\alpha}^{\alpha}$. En este caso todas las sumas se reducen a un solo término (se supone por simplicidad $w_{\bar{k}} = w_k$) y las ecuaciones para las energías se reducen a

$$[E_a - (\epsilon_1 - \lambda)] [E_a + (\epsilon_1 - 3\lambda)] = |\Lambda_{11}|^2 \quad (7.32a)$$

$$[E_r + (\epsilon_1 - \lambda)] [E_r - (\epsilon_1 - 3\lambda)] = |\Lambda_{11}|^2 \quad (7.32b)$$

$$[E^2 - (w_k - 2\lambda)]^2 = - |\Lambda_{kk}|^2 \quad (7.33)$$

y por lo tanto los valores para las energías son (puesto que E_a y E_r deben ser positivas)

$$E_a = -\frac{(\epsilon_1 - \epsilon_1 - 2\lambda)}{2} + \left[\left(\frac{(\epsilon_1 + \epsilon_1 - 4\lambda)}{2} \right)^2 + |\Lambda_{11}|^2 \right]^{1/2} \quad (7.34a)$$

$$E_r = (\epsilon_1 - \epsilon_1 - 2\lambda) + E_a \quad (7.34b)$$

$$= \frac{(\epsilon_1 - \epsilon_1 - 2\lambda)}{2} + \left[\left(\frac{(\epsilon_1 + \epsilon_1 - 4\lambda)}{2} \right)^2 + |\Lambda_{11}|^2 \right]^{1/2}$$

$$E = [(w_k - 2\lambda)^2 - |\Lambda_{kk}|^2]^{1/2} \quad (7.35)$$

De manera similar, los residuos son

$$v_1^2 = \frac{1}{2} \left[1 - \frac{(\epsilon_1 + \epsilon_1 - 4\lambda)}{2R} \right] \quad (7.36a)$$

$$V_1^2 = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{(E_1 + E_1 - 4\lambda)}{2R} \right] \quad (7.36a)$$

donde

$$R = \left[\left(\frac{(E_1 + E_1 - 4\lambda)}{2} \right)^2 + |\Lambda_{11}|^2 \right]^{1/2}$$

$$T_1 = V_1 \quad (7.36c)$$

$$Z_1 = U_1 \quad (7.36d)$$

$$X_k^2 = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{(w_k - 2\lambda)}{E_\alpha} \right] \quad (7.37a)$$

$$Y_k^2 = \frac{1}{2} \left[-1 + \frac{(w_k - 2\lambda)}{E_\alpha} \right] \quad (7.37b)$$

Volviendo al caso general, se debe ahora escribir la ecuación correspondiente a al fig. 13(g). Lo primero que se debe hacer es evaluar los vértices mostrados en la fig. 6. Es necesario tener precaución en la forma en que se "visten" las líneas involucradas en la fig. 13(g). Por ejemplo, cuando se trata del propagador de una partícula, sólo interviene la parte adelantada (esto está asociado con la fig.13(a)). Entonces el elemento de matriz efectivo del Hamiltoniano se pueden escribir como

$$A_{jt,ir} = \sum_{m,n} (Z_{rm}^* Z_{tn} \langle jn|H|im \rangle + T_{rm}^* T_{tn} \langle jm|H|in \rangle) \quad (7.38)$$

$$B_{n\beta,ir} = \sum_{m,l} Z_{rm}^* X_{\beta l} \langle nl|H|im \rangle \quad (7.39)$$

$$C_{m\beta, n\alpha} = \sum_{k\ell} \left(X_{\alpha k}^* X_{\alpha 1} \langle m\ell | H | nk \rangle + Y_{\alpha k}^* Y_{\alpha 1} \langle nk | H | m\ell \rangle \right) \quad (7.40)$$

donde el Hamiltoniano de dos cuerpos debe destruir una partícula en cada uno de los dos grupos y crear una nueva en cada uno de los dos grupos finales. Como la función de Green puede ser descompuesta en dos formas diferentes, resulta conveniente definir dos funciones auxiliares

$$K(is, jr; t) = \langle 0 | T[D_1(j, t) D_3(r, t) D_1^+(i, 0) D_3^+(s, 0)] | 0 \rangle \quad (7.41a)$$

$$S(n, m; t) = \langle 0 | T[D_2(m, t) D_2(\beta, t) D_2^+(n, 0) D_2^+(\alpha, 0)] | 0 \rangle \quad (7.41b)$$

Para simplificar la notación, se define

$$\langle 0 | D_1^+(i) D_3^+(r) | 0 \rangle = \delta'_{ir} \quad (7.42a)$$

$$\langle 0 | D_2^+(m) D_2^+(\alpha) | 0 \rangle = \gamma_m \quad (7.42b)$$

Las funciones K y S se calculan inicialmente utilizando las series de diagramas mostrados en la fig. 17. Sus respectivas transformadas de Fourier se puede escribir como

$$K_1(is, jr; E) = K_0(is; E) \delta_{is, jr} - \sum_{k\ell} K_0(is, E) A_{kt, is} K_1(k\ell, jr; E) \quad (7.43a)$$

$$S_1(n\alpha, m\beta; E) = S_0(n; E) \delta_{n\alpha, m\beta} \quad (7.43b)$$

$$- \sum_{p\gamma} S_0(n\alpha, E) C_{p\gamma, n\alpha} S_1(p\gamma, m\beta; E)$$

donde $K_0(is, E)$ y $S_0(n, E)$ están dadas por

$$K_0(is; E) = \frac{1}{[E - (\epsilon_1 + \epsilon_s - \lambda)]} \quad (7.44a)$$

$$S_0(n; E) = i \frac{2(w_n - 2\lambda + E_\alpha)}{[E^2 - (w_n - 2\lambda + E_\alpha)]^2} \quad (6.44a)$$

La identificación de las líneas exteriores depende del residuo que se desea conocer. Las fig.13(a) y (b) muestran los diagramas que se deben sumar para evaluar K y S respectivamente. Las matrices L_I y L_{II} que aparecen en la fig.18 tienen los mismos polos. Utilizando notación matricial, se puede escribir para la fig.18(a)

$$K = K_0 + K_0 BS_1 BK_1 + K_0 BS_1 K_1 BS_1 BK_1 + \dots + K_0 AK_1 + K_0 AK_1 BS_1 BK_1 + \dots \quad (7.45)$$

$$= \frac{(K_0 + K_0 AK_1)}{(1 - BS_1 BK_1)}$$

Se debe recordar que el polo relevante de K debe ser $E=0$. Es necesario cambiar λ hasta que la matriz

$$B(E)S_1(E)B(E)K_1Y(E) - 1 \quad (7.46)$$

tenga un autovalor igual a 0. De la diagonalización de esta matriz se puede evaluar γ_{iq} y $\eta_{n\alpha}$ excepto por una constante multiplicativa. Luego se vuelve a (5.2c) y (5.2d) para calcular las constantes de acoplamiento Λ_{ir}^{α} y $\Lambda_{n\beta}^{\alpha}$ que en términos de γ_{iq} y $\eta_{n\alpha}$ pueden escribirse como

$$\Lambda_{n\beta}^{\alpha} = \sum_{m\alpha} C_{n\beta, m\alpha} \eta_{m\alpha} \quad (7.47a)$$

$$\Lambda_{ir}^{\alpha} = \sum_{js} A_{ir, js} \gamma_{js} \quad (7.47b)$$

Para la renormalización de los residuos existen dos procedimientos. Uno, que fue utilizado en la referencia 29, involucra una expansión en serie alrededor del polo a $E=0$ y en el caso presente resulta extremadamente complicado. En la referencia 28 se encuentra un procedimiento más simple para determinar la constante arbitraria a través de la evaluación del número de partículas contenido en el vacío, esto es, utilizando la figura 16 con el operador número de partículas. En este caso se obtiene

$$\sum_{ir} \gamma_{ir}^2 = 4 K \quad (7.48)$$

De este modo la descripción queda cerrada. Se puede determinar auto-consistentemente las estructuras de las excitaciones y del cuarteto del condensado utilizando las ecuaciones (7.14)-(7.16), (7.38)-(7.40) y (5.46)-(7.48).

VII CONCLUSIONES

En la primer parte del presente trabajo (Caps. II y III) se ha estudiado el origen de las correlaciones de cuatro cuerpos en los sistemas nucleares.

Se muestra a partir de modelos simplificados, que en los núcleos pesados se tiene la competencia de dos tipos de estructuras. Para la primera los grados de libertad son unos pocos pares de protones y neutrones $T=1$, tal que pares idénticos se repelen y pares distintos se atraen.

Para la segunda los grados de libertad están relacionados con pares del tipo deuterón $T=0$. Si el número de este tipo de pares R , resulta grande, entonces a partir de una pequeña interacción atractiva entre ellos, existirá un efecto de coherencia tal, que las excitaciones de cuatro cuerpos resultarán una combinación de términos de dos de estos pares, con carácter colectivo.

La estructura prevaleciente será la primera cuando el sistema esté cerca de capa cerrada, pero a medida que se aleje de ella, la combinación coherente de pares con $T=0$ irá bajando su energía.

En el capítulo IV se realizan algunos cálculos para los sistemas fuera de capa cerrada en la región del plomo.

Se calcula la interacción efectiva entre los pares $T=0$ y está resulta pequeña pero atractiva. Se calculan las energías de los estados fundamentales para ambos tipos de estructuras y se encuentra que existen valores de z y n límites para los cuales ambas estructuras conducen a la misma energía. De un lado u otro de dichos valores predomina la primera o la segunda. Estos valores de z y n resultan muy similares a aquellos que corresponden a la transición entre núcleos esféricos a deformados, prevaleciendo en esta última región la segunda de las estructuras.

Se llega entonces a las siguientes conclusiones:

i) El mecanismo de formación de la excitación coherente de pares de deuterones podría estar relacionado con la transición esférico-deformado que ocurre en los sistemas nucleares.

ii) Los estados fundamentales de los núcleos pesados deformados podrían ser descritos como un condensado de cuartetos de partículas.

Teniendo en cuenta i) y ii), en la segunda parte del trabajo se desarrolla una descripción microscópica.

Partiendo de un conjunto de reglas que permiten clasificar la importancia relativa de los distintos procesos que pueden ocurrir en un sistema de fermiones en interacción, cuando el estado fundamental se supone un condensado de cuartetos, se encuentra un conjunto de ecuaciones que permiten describir microscópicamente, la estructura del sistema y sus excitaciones. El método desarrollado resulta bastante complicado debido a que el manejo de funciones de Green de muchas partículas, lo es,. Sin embargo conceptualmente el procedimiento es simple.

El tratamiento presentado resulta además, una natural extensión de las ideas desarrolladas por Flowers y Vujicic. La principal diferencia radica en que queda establecido que es necesario tener en cuenta de manera autoconsistente que el cuarteto también puede formarse con dos pares.

Otra característica de la descripción presente es que conserva el número de partículas al orden de la PS, como se desprende de las aproximaciones realizadas

i) Se ha supuesto que el estado fundamental del sistema es un condensado de cuartetos.

ii) Sólo se tuvieron en cuenta cierto subconjunto de diagramas: los de la serie principal. Este subconjunto contiene todos aquellos diagramas que contribuyen al cálculo de las magnitudes físicas del problema para grandes valores de K y N y sólo ellos. Para determinar la pertenencia de los diagramas a la serie principal se supuso que algunas amplitudes resultaban

del mismo orden de magnitud.

iii) Se agrega un factor K cada vez que se destruye o crea un cuarteto externo. (Se debería utilizar, en rigor, el factor $K! (K-n)! K^n$ para $K = n$, donde n es el número total de cuartetos externos conectados).

En el límite de K y N muy grande, el conjunto de diagramas de la PS resultan los únicos que contribuyen a la descripción exacta del sistema y entonces conservará el número de partículas. En algún sentido, la presente descripción tiene muchas similitudes con la descripción invariante de medida de Nambu³¹⁾ de la superconductividad.

El tratamiento fue desarrollado teniendo en cuenta su aplicación a los núcleos pesados bien deformados. Las principales características de estos núcleos pueden ser descritas en términos de la teoría Hartree-Fock-Bogoliubov (HFB)³²⁾, o bien haciendo la descripción más simplificada pero reteniendo las peculiaridades más importantes de dichos sistemas, se puede decir que responden al modelo de Nilsson³³⁾.

Como fue dicho en la sección III, la ecuación relacionada con la fig13(a) garantiza que para todos los sistemas impares (estados de partícula o de agujero) se obtendrán excitaciones que tendrán la misma estructura que la dada por el modelo de Nilsson (o HFB).

La principal diferencia entre la presente descripción y el modelo usual para los núcleos deformados está dada por la aparición de un conjunto particular de excitaciones de tres partículas con características colectivas. El número de estos estados será pequeño comparado con el número usual de estados de tres cuasipartículas. Se debe esperar entonces una selectividad especial en las reacciones de transferencia de tres partículas. Otra peculiaridad del presente modelo lo constituye la existencia de un conjunto de estados de tres agujeros en la parte del espectro de una partícula. Debe notarse que la obtención de la presente descripción a través de una expansión perturbativa alrededor de un estado

inicial normal (de número de partículas bien definido) es posible debido a que los parámetros de expansión son la degeneración y el número de partículas y no la intensidad de la interacción.

Respecto de las propiedades del Hamiltoniano que permiten la clasificación de los diagramas ; se ha supuesto que el estado fundamental del sistema es un condensado de cuartetos . Para que esta suposición tenga sentido, es necesario que la interacción entre los cuartetos no resulte del mismo orden de magnitud (en términos de K y N) que los procesos incorporados en su definición. La particularidad que debe tener el Hamiltoniano es que su estado fundamental debe ser un condensado de cuartetos. Esta propiedad reduce las sumas que aparecen en los diagramas a un pequeño número de estados colectivos y por lo tanto el requerimiento no está centrado en la estructura del Hamiltoniano sino en su estado fundamental.

APENDICE

En este apéndice se presenta una derivación distinta de la tradicional de la teoría BCS para el caso fermiónico y el caso bosónico, conservando el número de partículas, esto es suponiendo los estados fundamentales con un número de partículas bien definido. El método está basado en las ecuaciones de movimiento³⁴⁾.

En todo lo que sigue que los operadores a_m, a_m^+ destruyen o crean fermiones o bosones según el caso.

El Hamiltoniano de apareamiento es

$$H = \sum_n \epsilon_n a_n^+ a_n - G \sum_{m,n>0} a_m^+ a_{\bar{m}}^+ a_{\bar{n}} a_n \quad (\text{A-1})$$

si las partículas son fermiones se tiene

$$[a_i, a_j]_+ = [a_i^+, a_j^+]_+ = 0 \quad (\text{A-2a})$$

$$[a_i, a_j^+]_+ = \delta_{ij}$$

y si las partículas son bosones

$$[a_i, a_j] = [a_i^+, a_j^+] = 0 \quad (\text{A-2b})$$

$$[a_i, a_j^+] = \delta_{ij}$$

La ecuación de movimiento para dos cuerpos es

$$[H, a_s^+ a_s^+] = 2 \epsilon_s a_s^+ a_{\bar{s}}^+ - G \sum_{m>0} a_m^+ a_{\bar{m}}^+ \quad (\text{A-3})$$

$$+ G \sum_{m>0} a_m^+ a_{\bar{m}}^+ (a_s^+ a_s + a_{\bar{s}}^+ a_{\bar{s}})$$

donde el signo + (-) corresponde a fermiones (bosones).

Se supone ahora que el estado fundamental del sistema con $2K$ partículas es un condensado de pares

$$|2K\rangle = \frac{1}{k!} \Gamma^{+k} |0\rangle$$

donde $|0\rangle$ es el vacío del modelo de capas, esto es $a_m |0\rangle = 0$ para todo m y

$$\Gamma^+ = \sum_{m>0} X_m^* a_m^+ a_{\bar{m}}^+$$

con la condición de normalización

$$\langle 2K | 2K \rangle = \frac{1}{k!} \langle 0 | \Gamma^k \Gamma^{+k} | 0 \rangle = \sum_{m>0} X_m^* A_m = 1$$

aquí se ha definido $A_m = \frac{1}{\sqrt{k!}} \langle 2K | a_m^+ a_m^+ | 2(K-1) \rangle$

Existe una relación entre X_m y A_m que se puede obtener calculando A_m utilizando las relaciones de conmutación. Resulta así la serie

$$A_m = X_m [1 - (k-1) |X_m|^2 + (k-1)(k-2) |X_m|^4 - (k-1)(k-2)(k-3) |X_m|^6 + \dots] \quad (A-5a)$$

para fermiones.

$$A_m = X_m [1 + (k-1) |X_m|^2 + (k-1)(k-2) |X_m|^4 + (k-1)(k-2)(k-3) |X_m|^6 + \dots] \quad (A-5b)$$

para bosones.

Tomando elementos de matriz entre $|2K\rangle$ y $|2(K-1)\rangle$ en la ecuación (A-3) y considerando que

$$a_s |2K\rangle = \sqrt{k} X_s^* a_s^+ |2(K-1)\rangle \quad (A-6)$$

se obtiene

$$2(\lambda - \epsilon_s) \sqrt{k} A_s = -\sqrt{k} G \sum_{m>0} A_m \pm 2G \sqrt{k} X_s^* \sum_{m>0} \langle 2K | a_m^+ a_m^+ a_s^+ a_s^+ | 2(K-2)\rangle \quad (A-7)$$

donde el signo + (-) es para fermiones (bosones). Se ha introducido λ en la energía de partícula independiente de modo que la energía del par del condensado resulte nula.

A partir de la identidad

$$\langle 2K | a_m^+ a_m^+ a_s^+ a_s^+ | 2(K-2)\rangle = \sum_i \langle 2K | a_m^+ a_m^+ | i\rangle \langle i | a_s^+ a_s^+ | 2(K-2)\rangle$$

donde los estados $|i\rangle$ forman una base completa para el sistema con $2(K-1)$ partículas, se puede obtener una descripción cerrada en términos de las amplitudes A_m . Si se trunca la suma de modo de considerar sólo el aporte del estado fundamental $|2(K-1)\rangle$, resulta

$$\langle 2K | a_m^+ a_m^+ a_s^+ a_s^+ | 2(K-2)\rangle \approx \langle 2K | a_m^+ a_m^+ | 2(K-1)\rangle \langle 2(K-1) | a_s^+ a_s^+ | 2(K-2)\rangle$$

con lo cual (A-7) se puede escribir como

$$2(\lambda - \epsilon_s) \sqrt{k} A_s = -\Delta \pm 2 \Delta k X_s^* A_s \quad (A-8)$$

donde se supuso $\langle 2K | a_s^+ a_s^+ | 2(K-1)\rangle \approx \langle 2(K-1) | a_s^+ a_s^+ | 2(K-2)\rangle$ y

$$\Delta \equiv k G \sum_{m>0} A_m \quad (A-9)$$

Utilizando las (A-5a ó b) según se trate de fermiones o bosones se

puede resolver (A-8) para X_s .

Los términos de las series que aparecen en (A-5) pueden clasificarse según $k^{(n-m)} X_m^{2n}$, $m= 0,1,2\dots n$. Si se retienen los más importantes para n dado, esto es, los correspondientes a $m=0$, se obtienen series geométricas

$$A_m = \frac{X_m}{(1 + k X_m^2)} = X_m (1 - k X_m^* A_m) \quad \text{fermiones} \quad (\text{A-10a})$$

$$A_m = \frac{X_m}{(1 - k X_m^2)} = X_m (1 + k X_m^* A_m) \quad \text{bosones} \quad (\text{A-10b})$$

Reemplazando en (A-8) se obtiene una ecuación de segundo grado para los X_m

$$2\sqrt{k} (\lambda - \epsilon_m) X_m = - \Delta (1 - k |X_m|^2) \quad \text{fermiones} \quad (\text{A-11a})$$

$$2 k (\lambda - \epsilon_m) X_m = - \Delta (1 + k |X_m|^2) \quad \text{bosones} \quad (\text{A-11b})$$

Estas relaciones muestran que se puede tomar a los X_m como reales sin pérdida de generalidad.

Resolviendo las (A-11), resulta

$$X_{m\pm} = \frac{-(\epsilon_m - \lambda) \pm \sqrt{(\epsilon_m - \lambda)^2 + \Delta^2}}{\sqrt{k} \Delta} \quad \text{fermiones} \quad (\text{A-12a})$$

$$X_{m\pm} = \frac{-(\epsilon_m - \lambda) \pm \sqrt{(\epsilon_m - \lambda)^2 - \Delta^2}}{\sqrt{k} \Delta} \quad \text{bosones} \quad (\text{A-12b})$$

reemplazando en la definición (A-9) la solución correspondiente a X_{m+} para fermiones y X_{m-} para bosones (esta selección se aclarará más adelante) se obtiene

$$\sum_{m>0} \frac{1}{\sqrt{(\mathcal{E}_m - \lambda)^2 + \Delta^2}} = \frac{2}{G} \quad \text{fermiones} \quad (\text{A-13a})$$

$$\sum_{m>0} \frac{1}{\sqrt{(\mathcal{E}_m - \lambda)^2 - \Delta^2}} = \frac{2}{G} \quad \text{bosones} \quad (\text{A-13b})$$

y reemplazando las mismas X_m en la condición de normalización resulta

$$\frac{1}{2} \left[1 - \frac{(\mathcal{E}_m - \lambda)}{\sqrt{(\mathcal{E}_m - \lambda)^2 + \Delta^2}} \right] = k \quad \text{fermiones} \quad (\text{A-14a})$$

$$\frac{1}{2} \left[-1 + \frac{(\mathcal{E}_m - \lambda)}{\sqrt{(\mathcal{E}_m - \lambda)^2 - \Delta^2}} \right] = k \quad \text{bosones} \quad (\text{A-14b})$$

Las ecuaciones (A-13) (A-14) son idénticas a la ecuación del gap y del número de la teoría BCS.

Falta verificar que $\sqrt{(\mathcal{E}_m - \lambda)^2 \pm \Delta^2}$ resultan las energías de cuasipartícula. Para ello se plantea la ecuación de movimiento de un cuerpo.

$$[H, a_s^+] = (\mathcal{E}_s - \lambda) a_s^+ \pm k G \sum_{m>0} a_m^+ a_m^+ a_s$$

+ (-) para fermiones (bosones).

Tomando elementos de matriz entre $|1 \text{ c.p.}\rangle$ (estados de una cuasipartícula) y $|2k\rangle$, siguiendo el mismo procedimiento que conduce a (A-8), se obtiene

$$[E(\text{c.p.m}) - (\mathcal{E}_m - \lambda)] = \pm \Delta k X_m \quad (\text{A-15})$$

+ (-) para fermiones (bosones).

Si se reemplazan ahora los valores encontrados para X_m se obtiene, para $X_{m\uparrow}$ en el caso fermiónico y $X_{m\downarrow}$ en el caso bosónico que

$$E(\text{c.p.m}) = \sqrt{(\epsilon_m - \lambda)^2 + \Delta^2} \quad \text{fermiones}$$

$$E(\text{c.p.m}) = \sqrt{(\epsilon_m - \lambda)^2 - \Delta^2} \quad \text{bosones}$$

Esto es las energías de cuasipartícula de la teoría BCS.

En el caso de las soluciones de (A-8) descartadas (los $X_{m\downarrow}$ para fermiones y los $X_{m\uparrow}$ para bosones), se puede ver reemplazando en (A-15), que conducen a energías de excitación negativas para las cuasipartículas.

Estas soluciones no son admisibles si se esta describiendo al estado fundamental ya que describen sistemas inestables ante los modos normales de partícula.

De (A-15) no se puede sacar información acerca de la estructura de las excitaciones de cuasipartícula ya que el Hamiltoniano de apareamiento tiene la peculiaridad de conducir a una ecuación de movimiento diagonal. Esto es se pueden sacar las energías pero los factores espectroscópicos

$$\langle 1 \text{ c.p.m} | a_m^+ | 2K \rangle = U_m^*$$

quedan indeterminados. Para determinarlos es necesario recurrir a condiciones cinemáticas como condiciones de normalización, reglas de conmutación etc.

Partiendo de las reglas de conmutación (A-2), se puede ver que

$$U_m^* U_m = 1 \pm k X_m A_m \quad (\text{A-16})$$

donde el - (+) corresponde a fermiones (bosones).

Por otro lado si se define el operador b_m^+ , de un cuerpo, de manera que actuando sobre el estado con $2K$ partículas conduzca a los estados impares, esto es a los estado con $2k+1$ partículas, resulta

$$b_m^+ = \mu_m^* a_m^+ \quad (A-17)$$

ya que a_m^+ es el único operador que satisface las condiciones requeridas para b_m^+ .

La condición de normalización de los sistemas impares provee una relación entre U_m^* y μ_m .

$$\langle 1 \text{ c.p.m} | 1 \text{ c.p.m} \rangle = \mu_m^* \langle 1 \text{ c.p.m} | a_m^+ | 2K \rangle = \mu_m^* U_m^* = 1 \quad (A-18)$$

El operador a_m actuando sobre el estado $2(K+1)$, también conduce a los estados impares con $2K+1$. Se definen los factores espectroscópicos

$$\langle 1 \text{ c.p.m} | a_m | 2(K+1) \rangle = v_m^*$$

Combinando (A-6), (A-10) y (A-18), se obtiene

$$v_m^* = k X_m U_m^* \quad (A-19)$$

$$v_m^* = k \mu_m^* A_m \quad (A-20)$$

y utilizando (A-18)

$$v_m^2 = k X_m A_m \quad (A-21)$$

Si se reemplaza esta última expresión en (A-16), se obtiene la conocida relación entre los factores espectroscópicos.

$$U_m^2 \pm V_m^2 = 1$$

+ (-) para fermiones (bosones).

Estos factores espectroscópicos quedan determinados por la estructura del condensado a través de (A-21) y esta última relación.

La derivación presente de la teoría BCS permite, ir , al menos en principio, más allá de esta aproximación si se tienen en cuenta en las series (A-5) los términos de orden más alto que fueron despreciados para obtener las (A-10).



J. Dussel

REFERENCIAS

- 1) J. M. Blatt y V. F. Weisskopf, *Theoretical Nuclear Physics* (Wiley, New York, 1952), Cap. 7.4 y referencias allí contenidas.
- 2) M. Danos y V. Gillet, *Z. Phys.* 24B, 294 (1972).
- 3) A. Arima, V. Gillet y J. Ginocchio, *Ann. of Phys.* 66, 117 (1971).
- 4) R. Bonetti y Milazzo-Colli, *Phys. Lett.* 49, 17 (1974).
- 5) L. Milazzo-Colli y M. G. Braga-Marcazzan, *Phys. Lett. B* 38, 155 (1972); *Nucl. Phys. A* 210, 297 (1973).
- 6) Bechetti, L. T. Chua, J. Janecke y A. M. Van der Molen, *Phys. Rev. Lett.* 34, 225 (1975).
- 7) J. Janecke, F. D. Becchetti, D. Overway, J. D. Cossairt y R. L. Spross, *Phys. Rev. C* 23, 101 (1981).
- 8) M. Cauvin, V. Gillet, F. Soulmagnon y Danos, *Nucl. Phys. A* 361, 192 (1981).
- 9) G. G. Dussel, R. J. Liotta y R. P. J. Perazzo, *Nucl. Phys. A* 388, 606 (1982).
- 10) G. Dodig-Crnkovic, F. A. Januch y R. J. Liotta, *Phys Lett. B* 143 (1984).
- 11) G. Dodig-Crnkovic, F. A. Januch, R. J. Liotta y L. J. Sibanda, *Nucl. Phys. A* 444, 419 (1985). 12) Y. K. Gambhir, P. Ring y P. Schuck, *Phys. Rev. Lett.* 51, 1235 (1983).
- 13) F. Iachello y A. D. Jackson, *Phys. Lett. B* 108, 151 (1982).
- 14) H. Daley y F. Iachello, *Phys. Lett. B* 131, 281 (1983).
- 15) B. Bremond y J. C. Valatin, *Nucl. Phys.* 41, 640 (1963).
- 16) B. H. Flowers y M. Vujicic, *Nucl. Phys.* 49, 586 (1963).
- 17) P. Nozieres y D. Saint James, *J. Phys. Paris* 43, 1133 (1982).
- 18) D. R. Bes, G. G. Dussel, R. A. Broglia, R. J. Liotta y B. R. Mottelson, *Phys. Lett. B* 52, 253 (1984).

- 19) D. R. Bes et al., Nucl. Phys. A 260, 1 (1976); 260, 27 (1976); 260, 77 (1976).
- 20) G. G. Dussel y D. R. Bes, Nucl. Phys. A 323, 392 (1979).
- 21) J. Dukelsky, G. G. Dussel y H. M. Sofia, Nucl. Phys. A 373, 267 (1982).
- 22) Cheng-Li Wu y Da Hsuan Feng, Phys. Rev. C 24, 727 (1981).
- 23) P. F. Bortignon, R. A. Broglia y D. R. Bes, Phys. Lett. B 76, 153 (1978).
- 24) G. G. Dussel y J. Liotta, Phys. Rev. C 30, 729 (1984).
- 25) P. Ring y P. Schuck, The Nuclear Many-Body Problem (Springer, New York, 1980).
- 26) D. R. Bes y R. A. Broglia, Nucl. Phys. 80, 289 (1966).
- 27) R. J. Liotta y C. Pomar, Nucl. Phys. A 382, 1 (1982).
- 28) T. T. S. Kuo y Herling, Naval Research Laboratory Report No. 2258, (no publicado).
- 29) J. Dukelsky, G. G. Dussel y H. M. Sofia, Phys. Rev. C 27, 2954 (1983).
- 30) A. Kuriyama, T. Marumori y K. Matsuyanagi, Prog. Theor. Phys. Suppl. 58, 1 (1975); A. Kuriyama, T. Marumori, K. Matsuyanagi, F. Sakata y T. Suzuki, *ibid.* 58, 9 (1975); A. Kuriyama, T. Marumori, K. Matsuyanagi y R. Okamoto, *ibid.* 58, 32 (1975).
- 31) Y. Nambu, Phys. Rev. 117, 648 (1960).
- 32) A. L. Goodman, Adv. in Nucl. Phys. Vol.11, Cap. 4 (1975).
- 33) A. Bohr y Mottelson, Nuclear Structure (Benjamin, Reading, Mass., 1975), Vol. II.
- 34) F. Androzzi, A. Covello y A. Porrino, Phys. Rev. C 21, 1094 (1980), Phys. Rev. C 22, 2555 (1980); F. Androzzi, A. Covello, A. Gargano, Liu Jian Ye y A. Porrino, Phys. Rev. C 32, 293 (1985).

NOTAS CORRESPONDIENTES A LAS TABLAS

Tabla I: Energías de interacción entre algunas estructuras del tipo deuterón ($T=0$) en el estado fundamental del ^{212}Po . La primera columna corresponde al momento angular del par de deuterones inicial mientras que la segunda corresponde al momento angular del par final. Solamente se consideran los pares de menor energía para cada momento angular. El número de la tercer columna corresponde al elemento de matriz (ME) evaluado con el método MSM (Ref. 27).

Tabla II: Valores de n y z para los cuales E_S y E_D , (4.1) y (4.2) del texto, resultan iguales para núcleos más pesados que el plomo.

Tabla I

J_i	J_t	M. E.
1	0	-0.271
3	0	-0.153
7	0	-0.105
2	1	-0.281
3	1	0.050
7	1	-0.055
1	2	-0.006
3	3	-0.201
7	7	0.020
1	9	-0.147
4	3	-0.089
4	7	-0.163
6		-0.107
6	1	-0.039
8	6	-0.156
8	2	0.042
10	8	-0.077

Tabla II

n	z
1	3
2	3
3	2
4	2
5	2
6	2
7	1
8	1
9	1
10	1
11	1

NOTAS CORRESPONDIENTES A LAS FIGURAS

Figura 1: Representación gráfica de la función de Green de $2K$ partículas. En (a) está representada la propagación de K pares libres y en (b) su acoplamiento.

Figura 2: Representación gráfica de la función de Green de $2K$ partículas. En (a) se representa la propagación libre de $K/2$ cuartetos y en (b) su interacción. En (c) se muestra un diagrama que está contenido en 2(a) si los pares m y n forman un cuarteto y está contenido en 2(b) en caso contrario.

Figura 3: Procesos que conectan los estados fundamentales con las excitaciones relevantes. En (a), suponiendo los estados fundamentales como condensado de pares, se muestra que el estado fundamental con K pares está conectado con los estados de cuasipartícula a través de la creación de una partícula mientras que el condensado con $K+1$ pares se conecta con los mismos estados a través de la destrucción de una partícula. En (b), se supone que los fundamentales resultan condensados de cuartetos y se muestran las conexiones que ocurren en ese caso.

Figura 4: Amplitudes de las excitaciones que intervienen en el modelo. Se supone que son del orden $1/\sqrt{N} \approx 1/\sqrt{R} \approx 1/\sqrt{S}$.

Figura 5: Dos diagramas que contribuyen a la energía del estado fundamental: (a) Es un diagrama que debe ser considerado mientras que (b) muestra un proceso incorporado en (a).

Figura 6: Gráficos de los elementos de matriz de las interacciones efectivas entre sistemas compuestos: (a) entre pares , (b) entre partículas y tríos, (c) de transición entre dos pares a una partícula y un trío, (d) Entre una partícula y un par.

Figura 7: Algunos diagramas pertenecientes a la serie principal (PS) para las excitaciones de un cuerpo: (a) y (f) son procesos que definen la estructura interna de la excitación; (b), (c), (d) y (e) son procesos relacionados con la participación de la excitación en la formación del cuarteto del condensado.

Figura 8: Algunos diagramas pertenecientes a la PS para las excitaciones de tres cuerpos.

Figura 9: Algunos diagramas pertenecientes a la PS para las excitaciones de dos cuerpos.

Figura 10: Algunos diagramas pertenecientes a la PS para el cuarteto del condensado.

Figura 11: Diagrama para las excitaciones de un cuerpo que no pertenece a la serie principal.

Figura 12: Diagramas de la PS para las excitaciones de un cuerpo.

Figura 13: Ecuaciones diagramáticas acopladas para las funciones de Green de: (a) y (b) un cuerpo, (c) y (d) dos cuerpos, (e) y (f) tres cuerpos y (g) el cuarteto del condensado.

Figura 14: Ecuación diagramática 13(b) más detallada, correspondiente a la ecuación (7.10) de texto

Figura 15: Diagrama que representa el valor medio de $\langle Q_{\alpha} \rangle$ (o de cualquier operador de un cuerpo).

Figura 16: Diagramas que representan la función de Green anómala: (a) correspondiente a los sistemas impares, (b) correspondiente a los sistemas pares.

Figura 17: Diagramas sumados inicialmente para simplificar la evaluación del propagador del cuarteto del condensado: (a) $K_1(i_s, j_r; E)$ y (b) $S_1(n\alpha, m\beta; E)$

Figura 18: Diagramas correspondientes a: (a) $K(i_r, j_t; E)$ completo y (b) $S(n\alpha, m\beta; E)$.

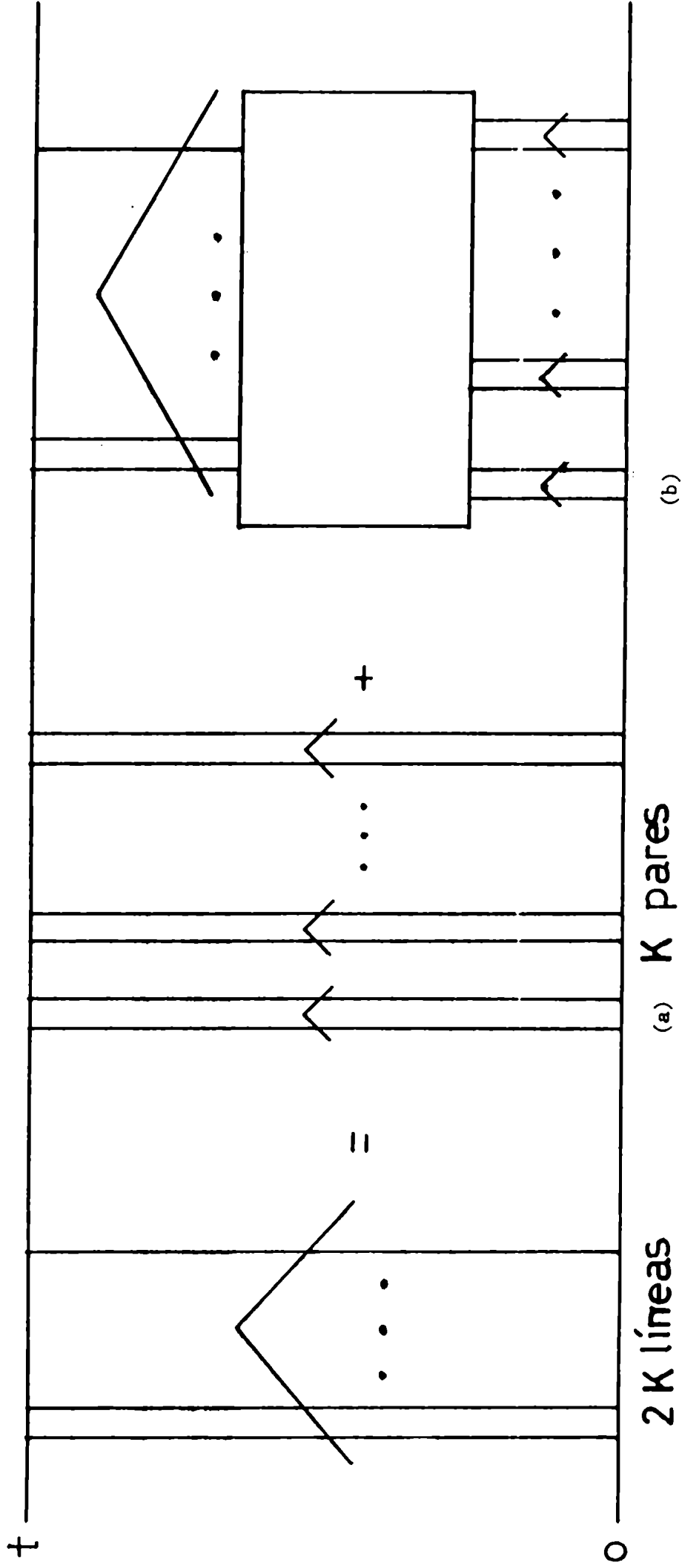
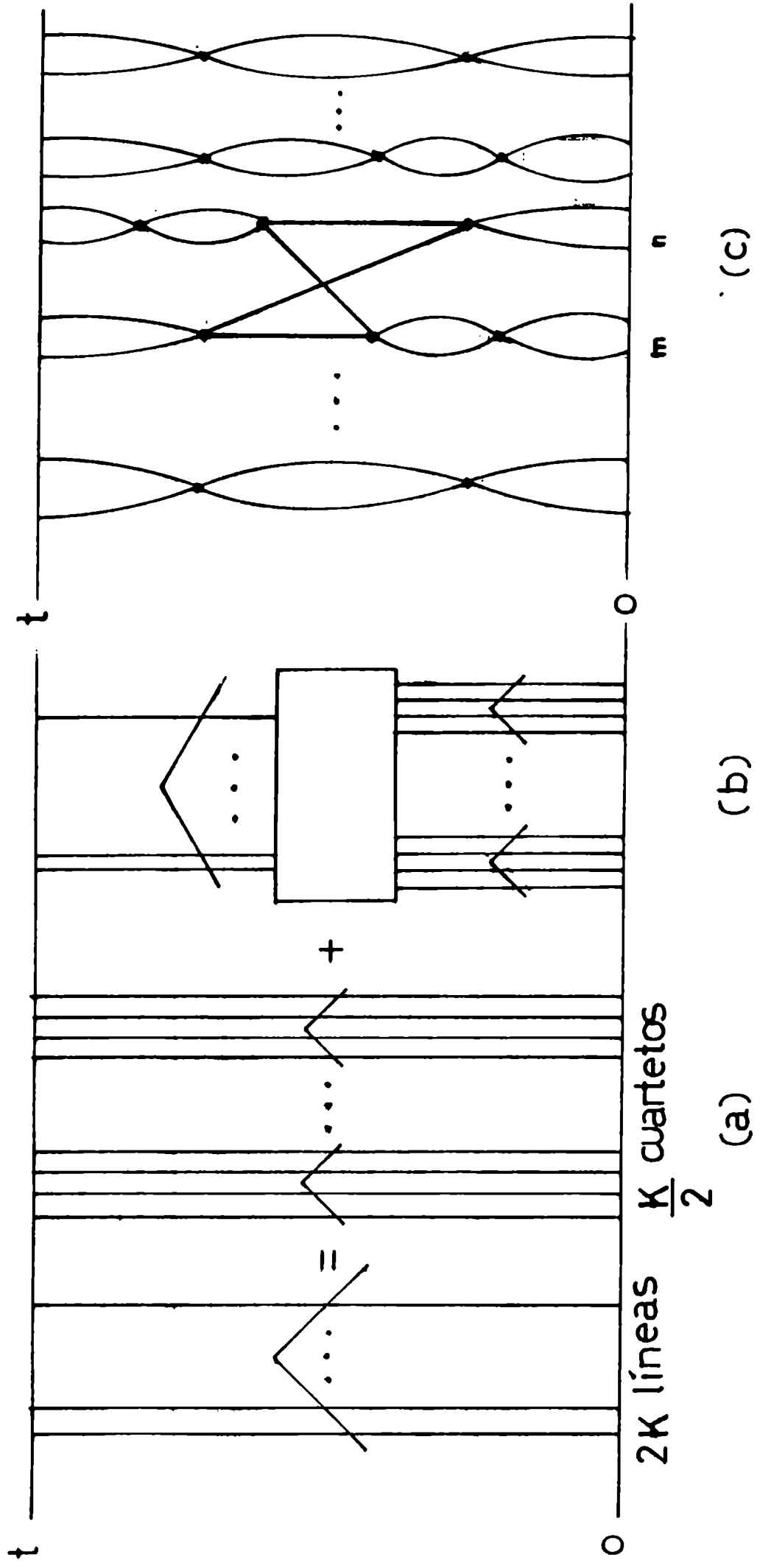


Figura 1



(a)

(b)

(c)

Figura 2

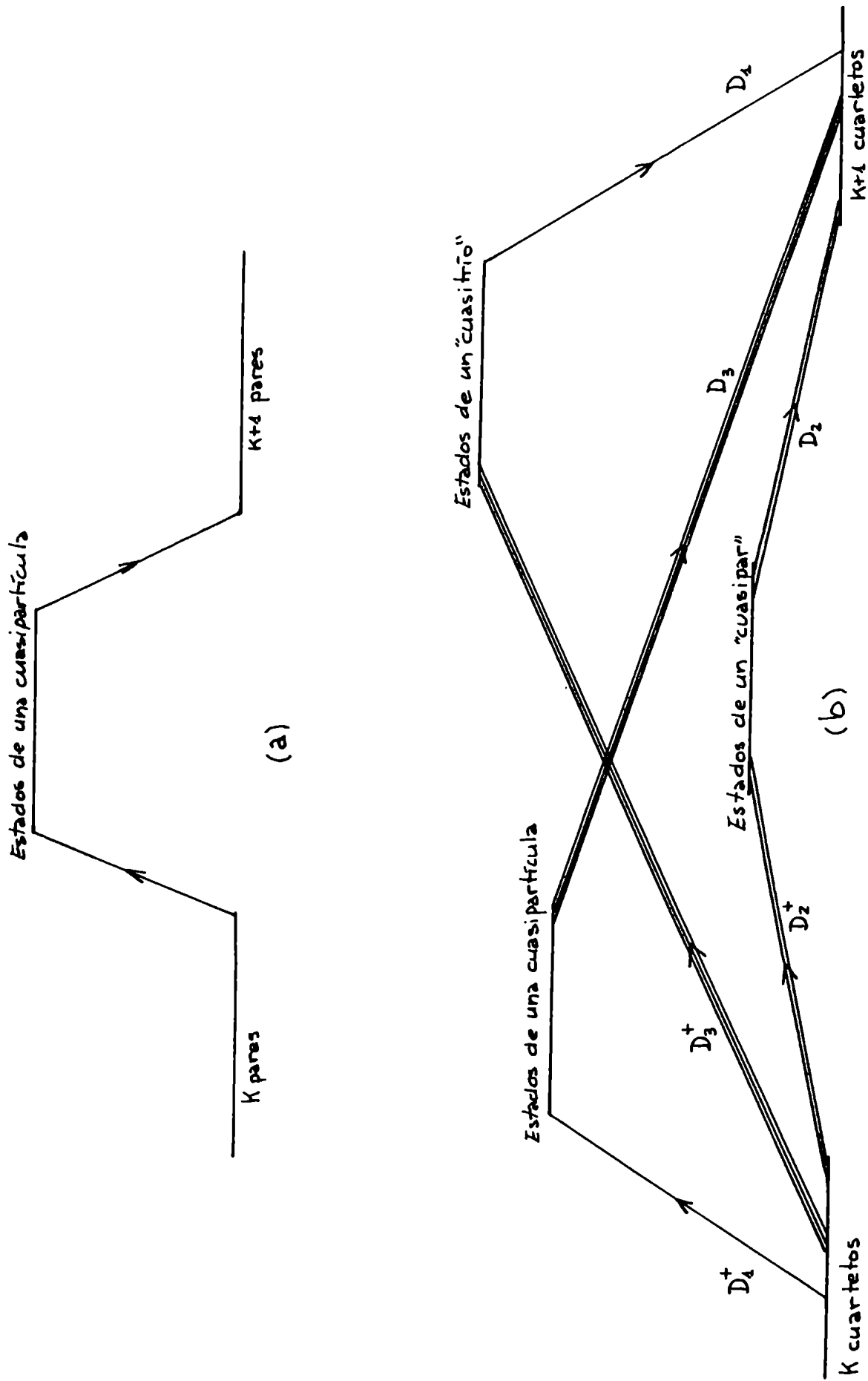


Figura 3

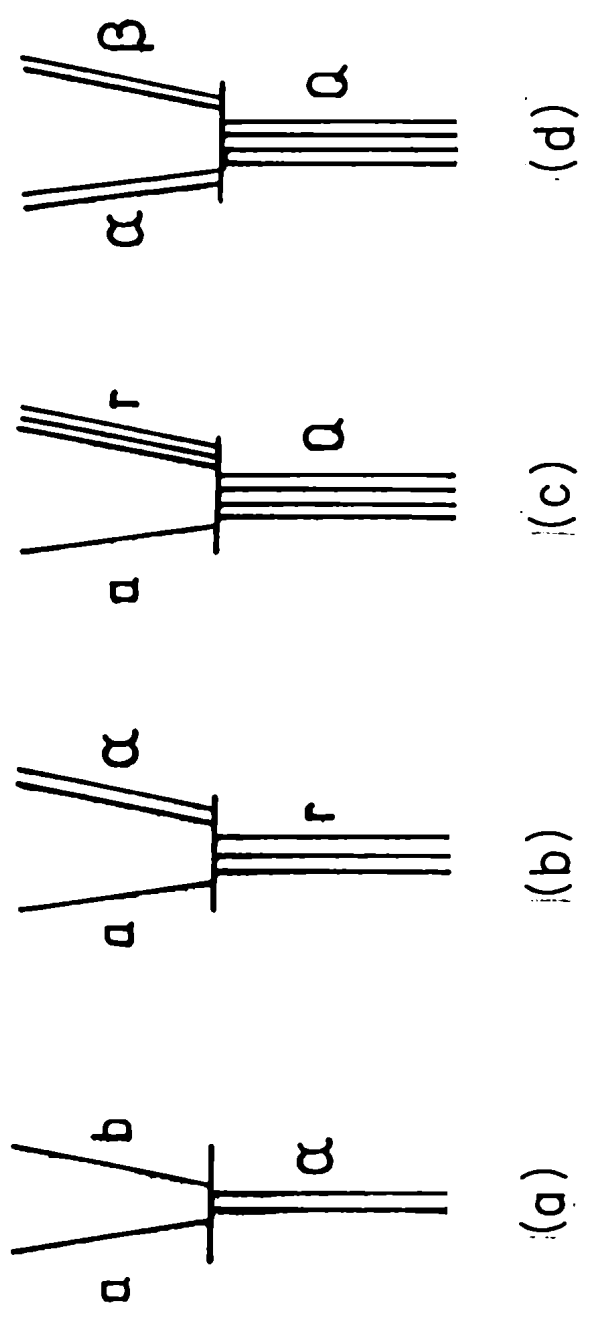
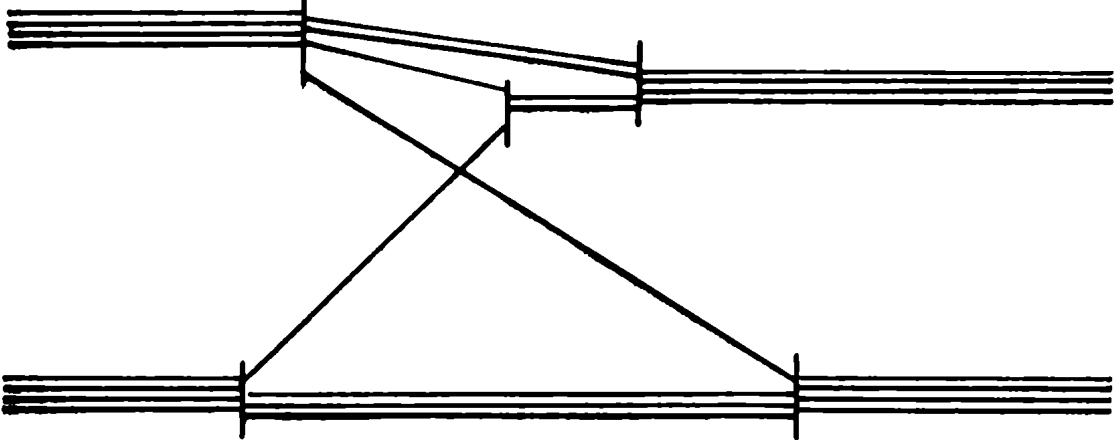


Figura 4



(b)

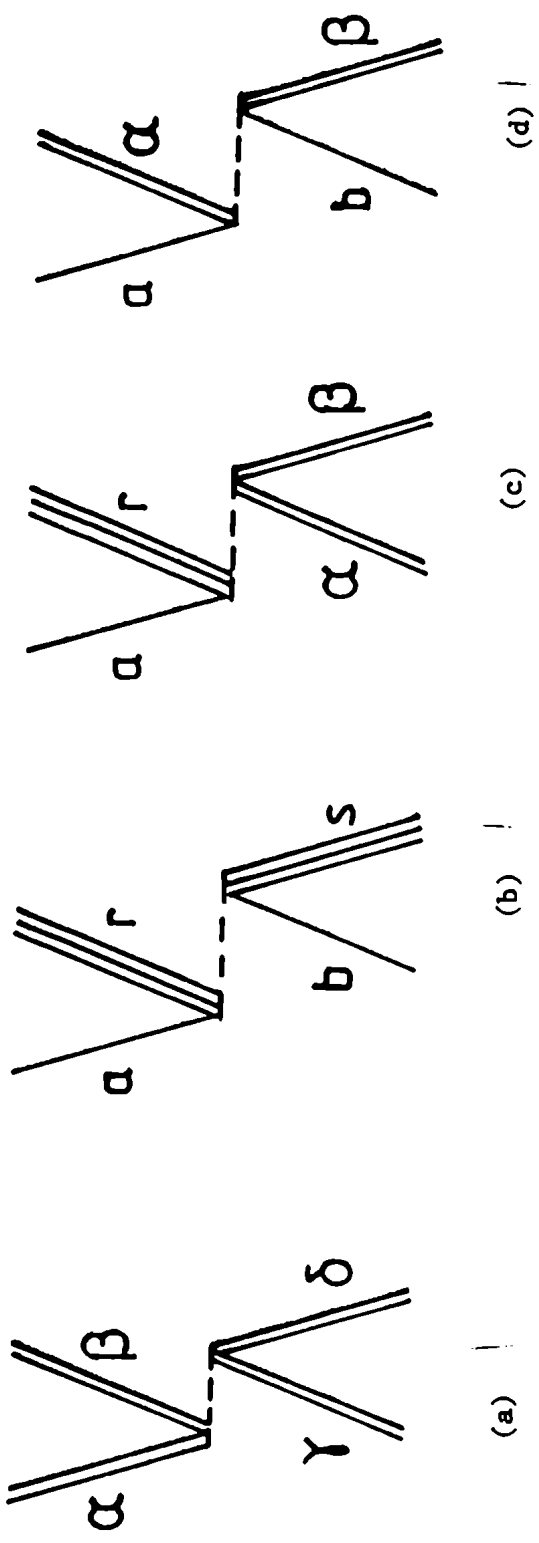


Figura 6

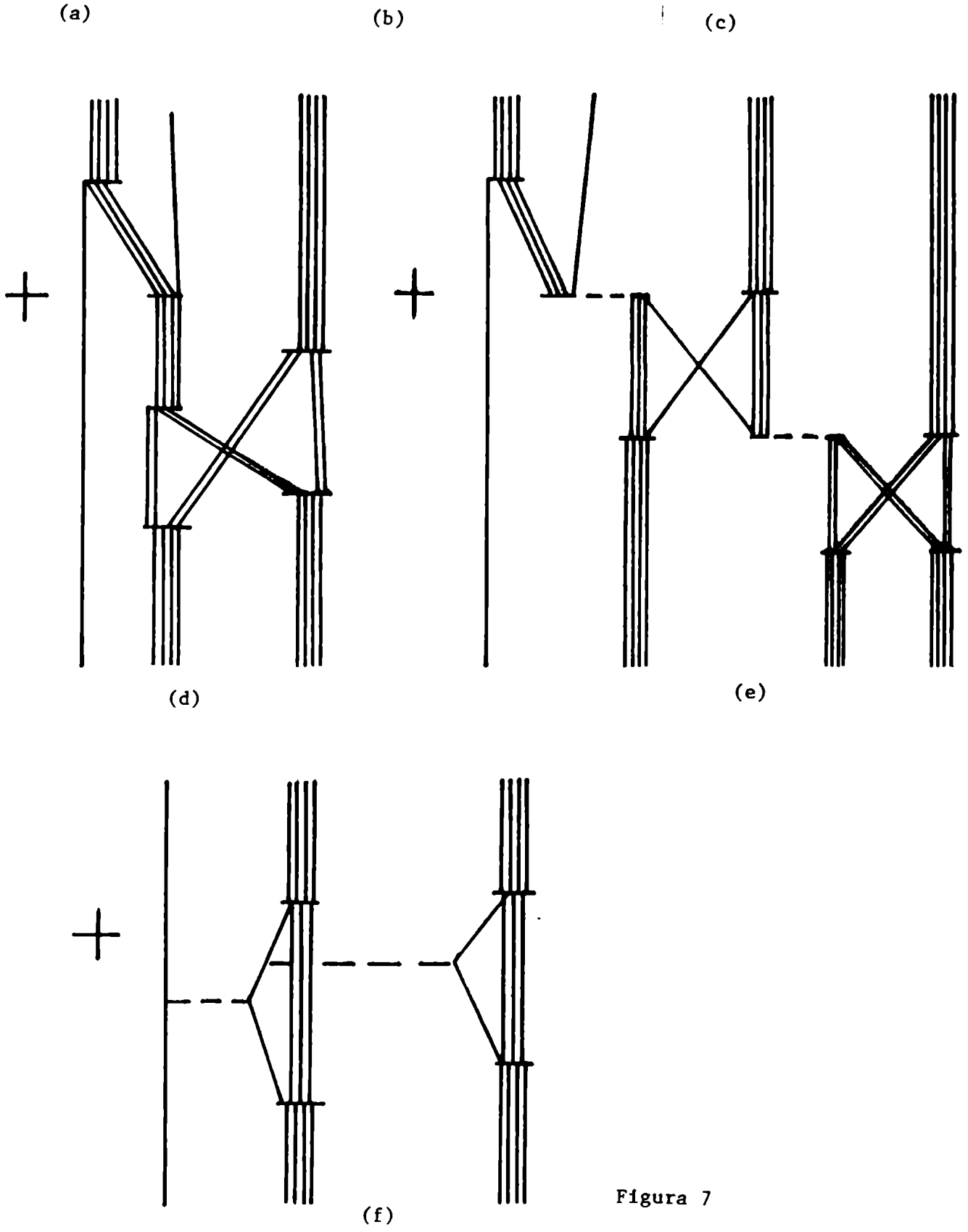


Figura 7

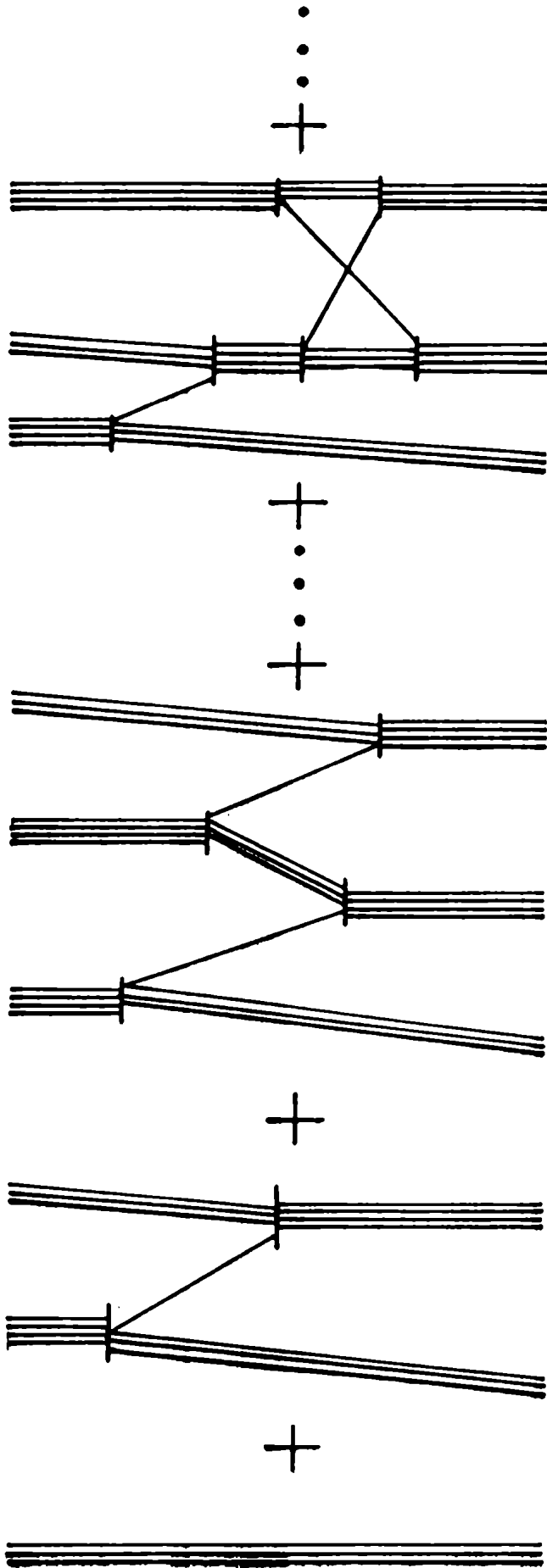


Figura 8

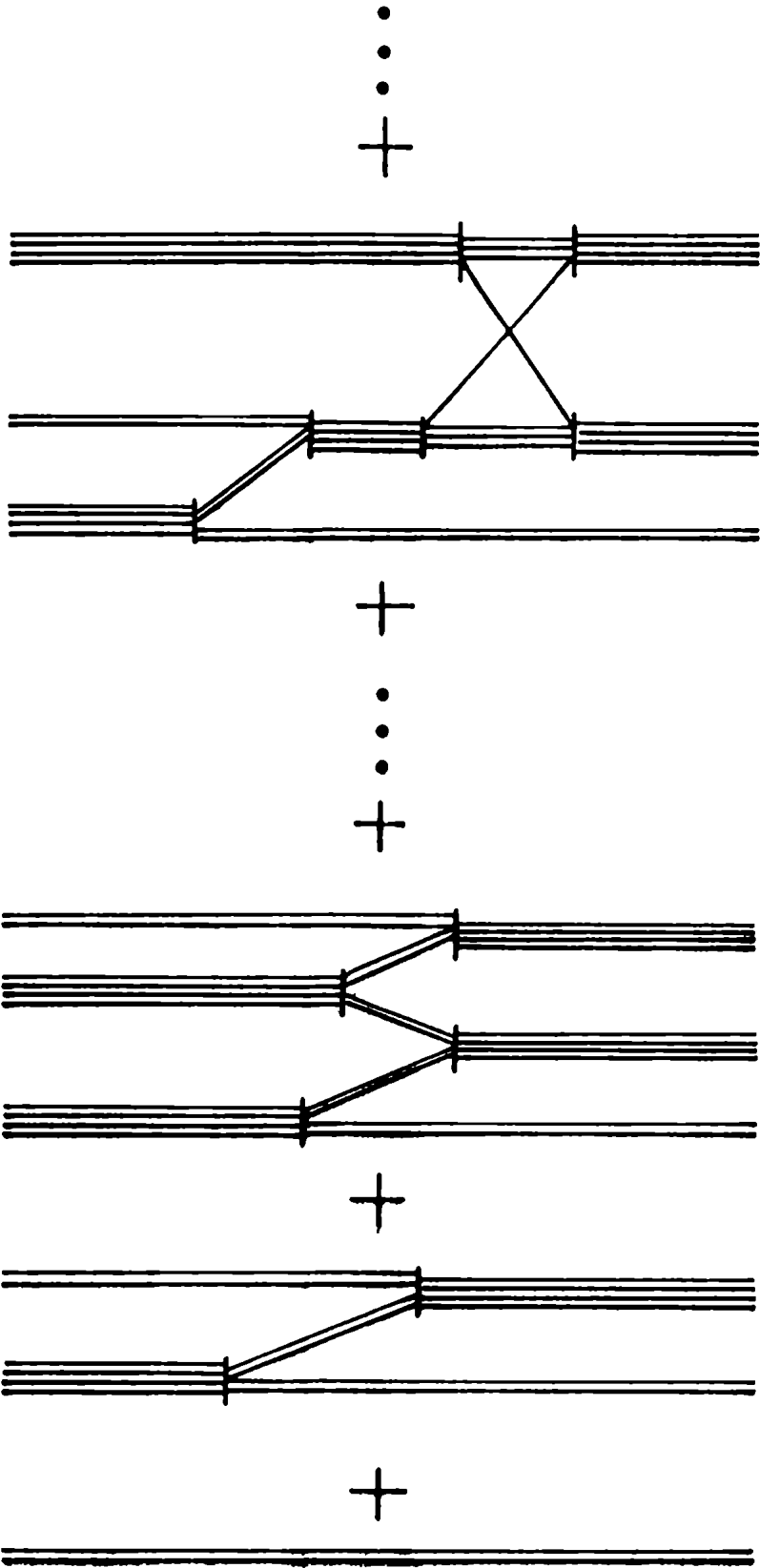


Figura 9

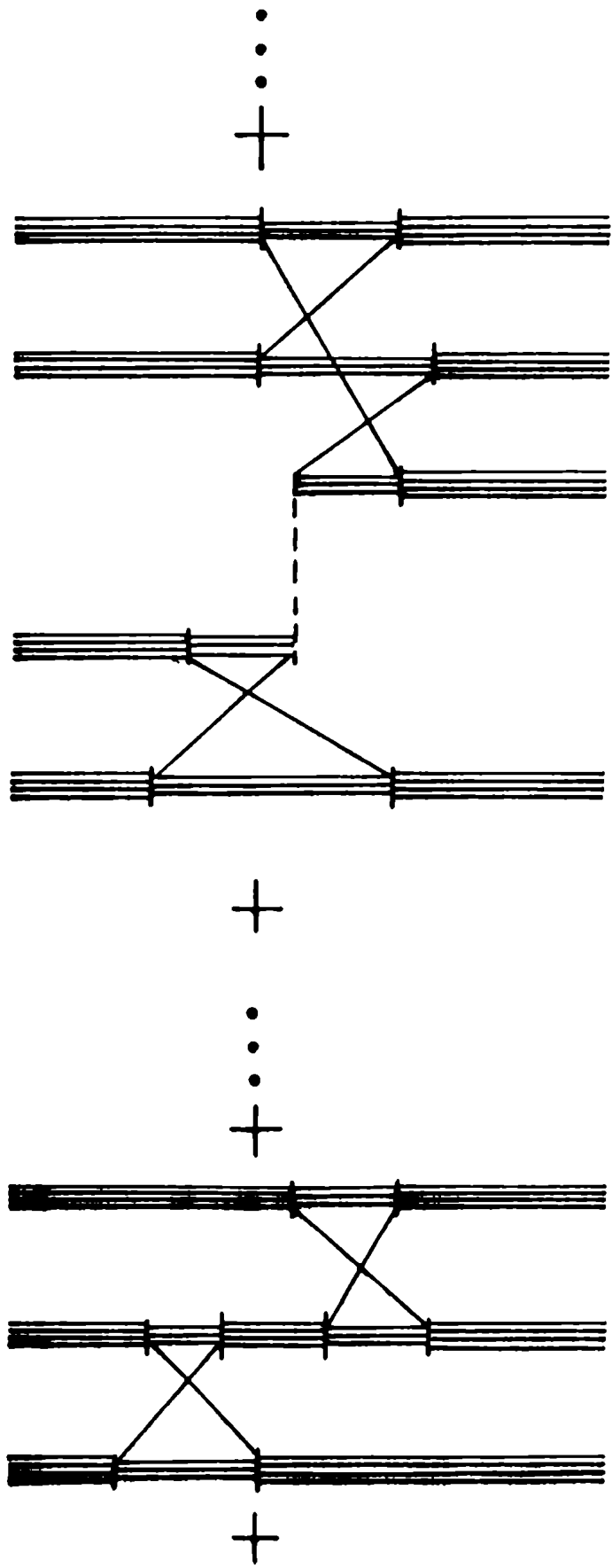


Figura 10

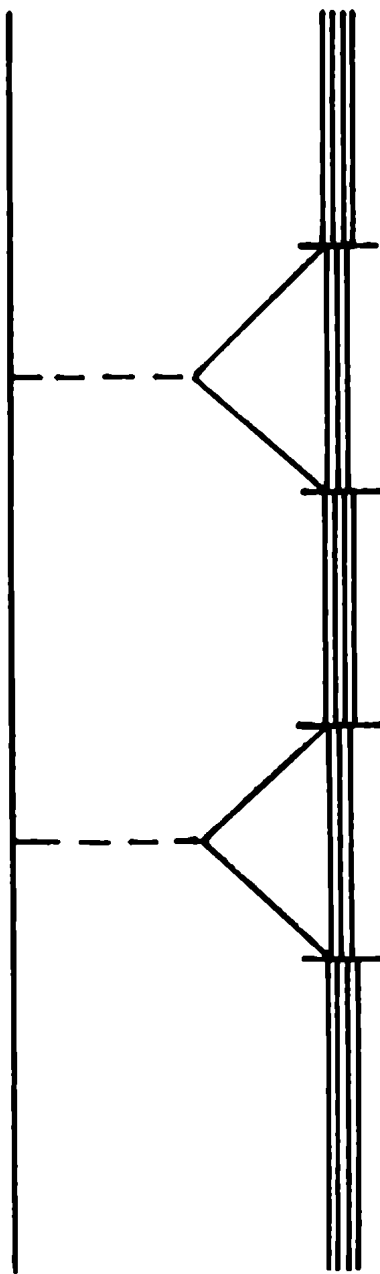


Figura 11

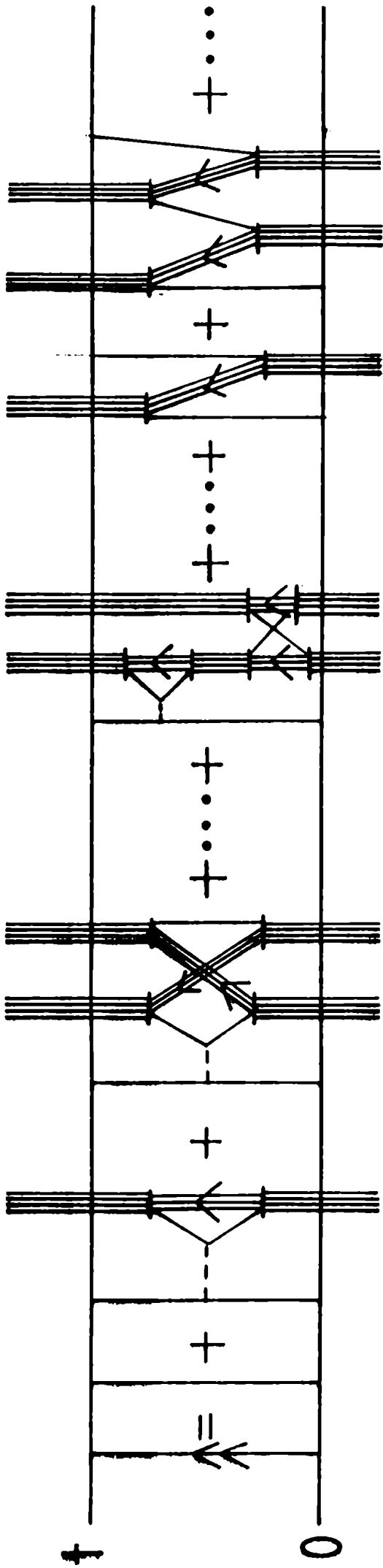


Figura 12

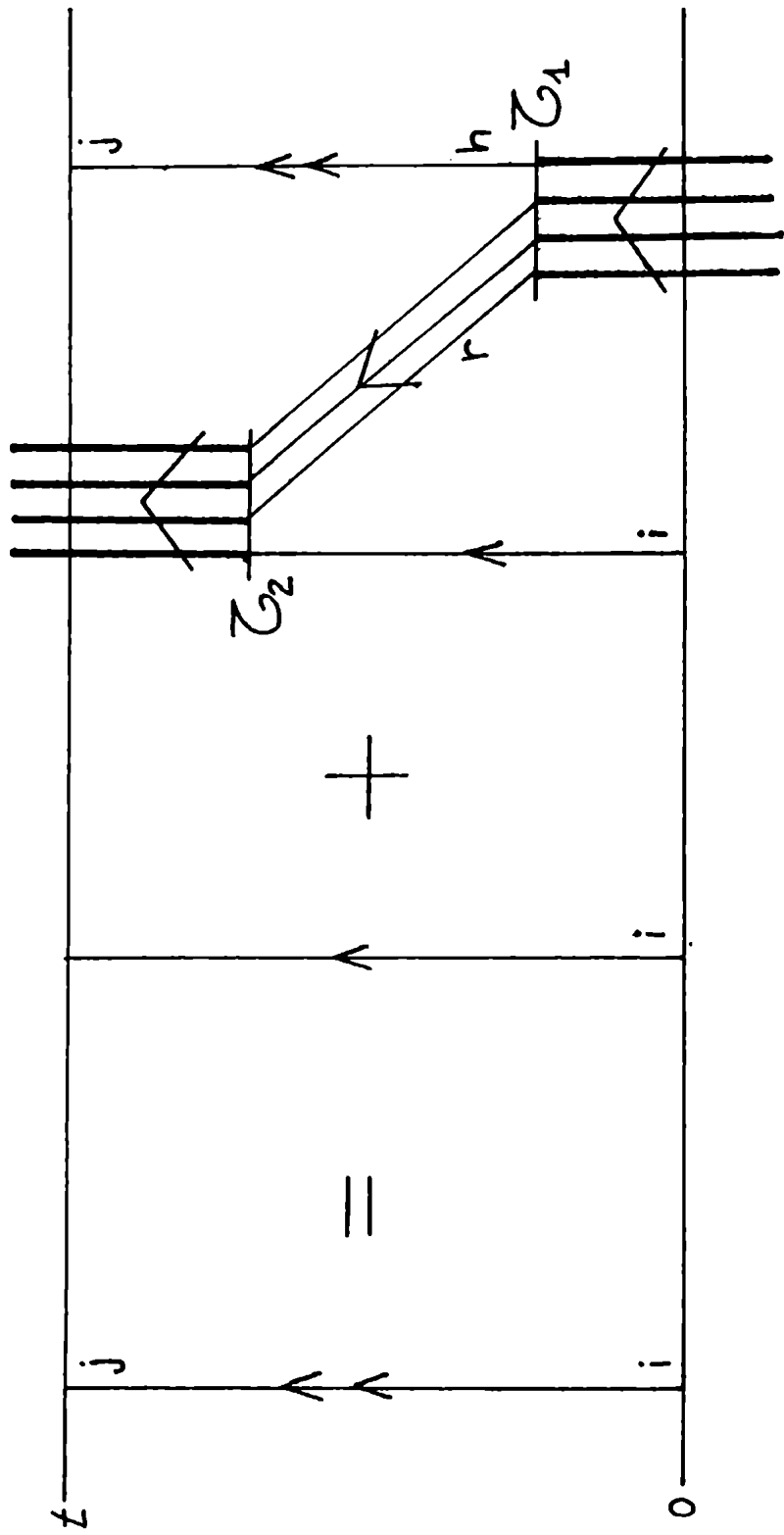


Figura 14

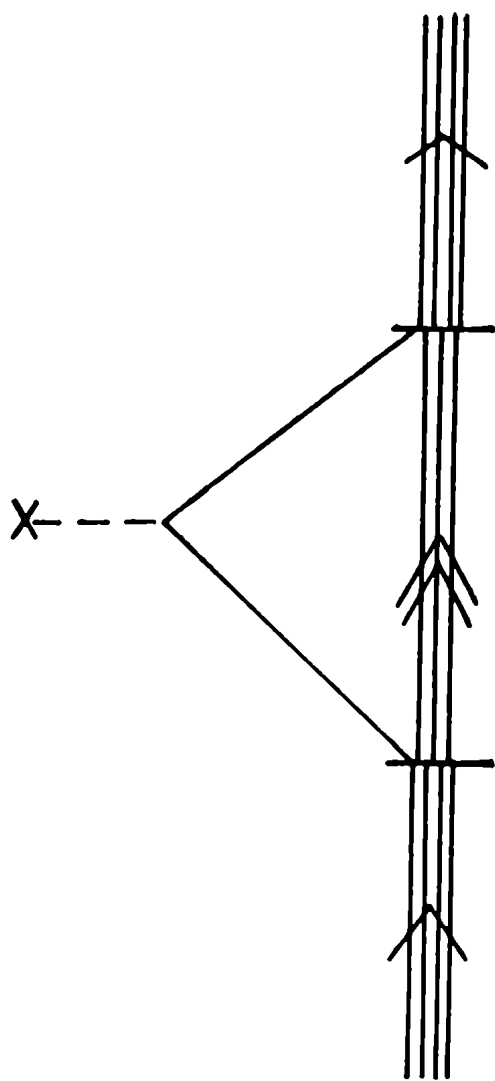


Figura 15

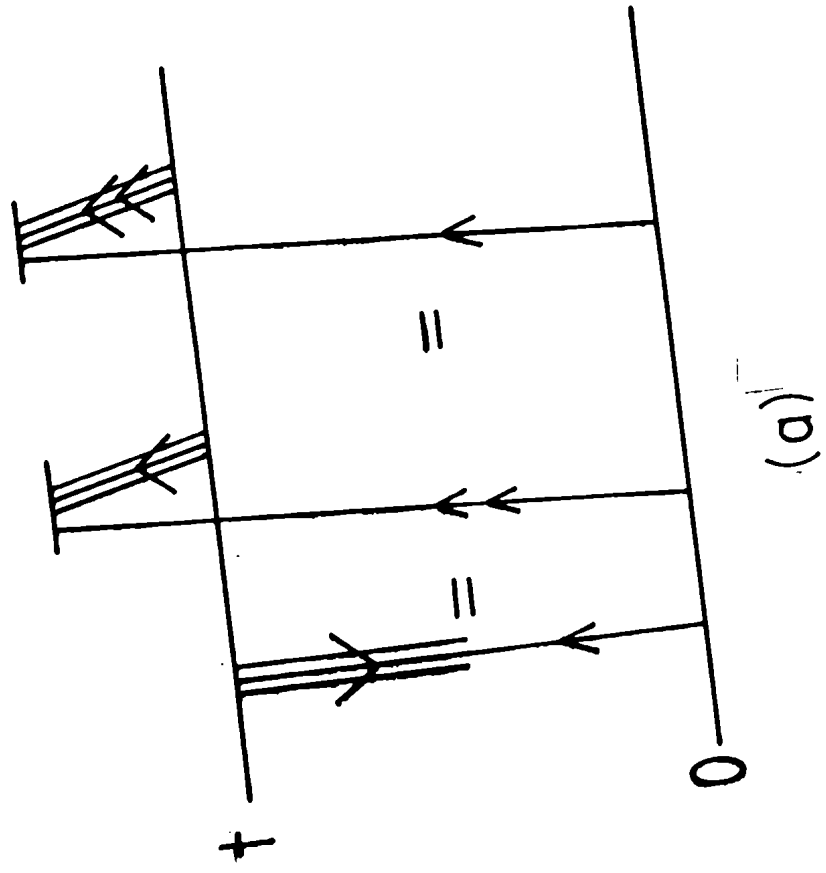
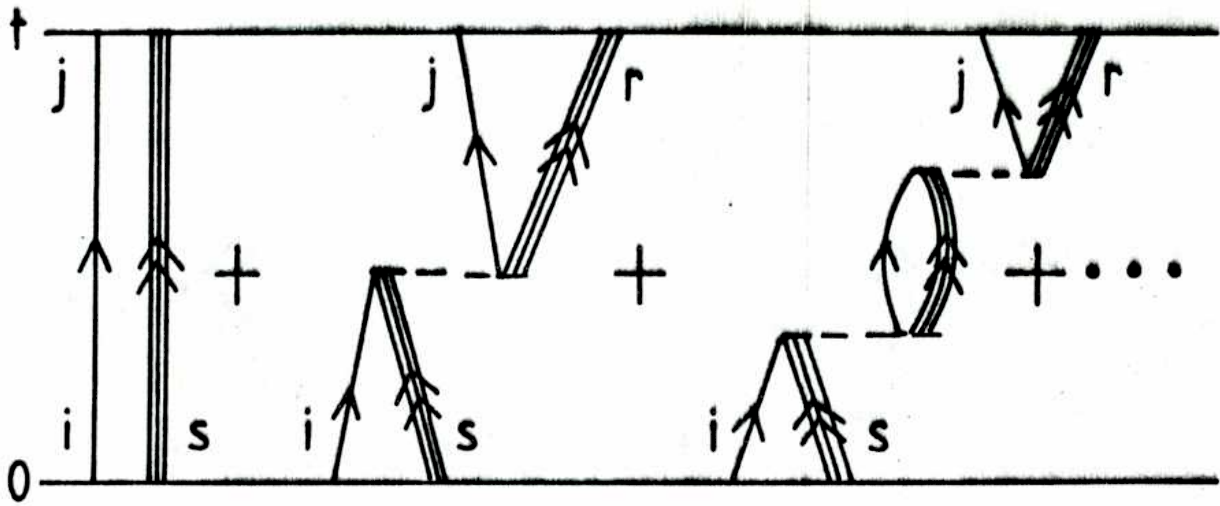
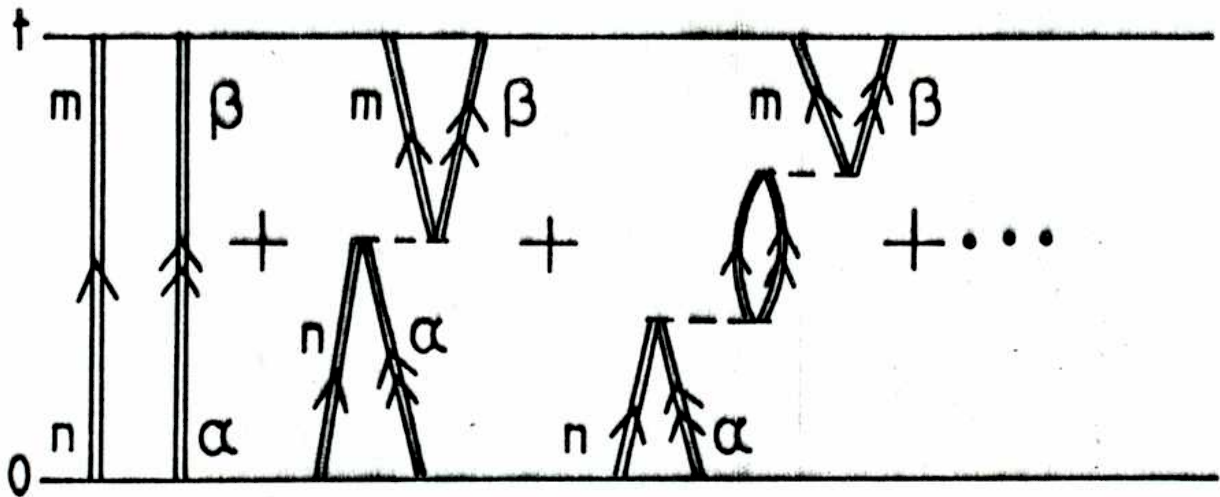


Figura 16



(a)



(b)

Figura 18

El trabajo de tesis del Lic. A.Fendrik estuvo orientado a establecer y describir microscópicamente las condiciones en las cuales el estado fundamental de un sistema de n -fermiones interactuantes se comporta como un condensado de aglomerados de cuatro partículas.

Este estudio fue realizado desde dos puntos de vista complementarios. Tradicionalmente, en física nuclear, se utiliza que un par de partículas puede ser descrito en forma aproximada, con una aproximación que en general es excelente, como un bosón y de esta forma las excitaciones de dos cuerpos pueden ser descriptas en el orden más bajo como bosones de apareamiento. En forma similar se puede considerar que en la aproximación mas baja la existencia de los aglomerados de cuatro fermiones como excitaciones elementales significará que el estado fundamental , en lugar de ser un condensado de pares de fermiones será un condensado de pares coherentes de bosones.

Puede entonces decirse que el cambio en la estructura del estado fundamental de n -fermiones en interacción cuando pasa de ser un condensado de pares de fermiones a un condensado de cuartetos es equivalente a una transición de fase en un sistema bosónico cuyo estado fundamental pasa de ser un condensado de bosones a ser un condensado de pares de bosones. Por equivalentes se entiende que para degeneraciones suficientemente grandes los dos sistemas dan resultados similares.

Este tipo de forma de encarar estos sistemas dio origen al trabajo "Four body correlations in heavy nuclei" realizado por G.G.Dussel, A.Fendrik y C.Pomar y que ha sido aceptado para su publicación en Physical Review C.

La otra forma de estudiar este problema fue a través de la clasificación de los procesos que contribuyen a la descripción del estado fundamental del sistema bajo la suposición de que el estado fundamental es un condensado de cuartetos. Esto generó un sistema de ecuaciones que acoplan las funciones de Green de una, dos, tres y cuatros partículas,

en una aproximación que es similar a la de la serie principal que se utilizó para el caso en que el estado fundamental es un condensado de pares. Esta forma de estudiar el problema dio origen al trabajo "Microscopic description of four body excitations in heavy nuclei" realizado por G.G.Dussel y A.Fendrik, que ha sido aceptado para su publicación en Physical Review C.

Creo que los trabajos que realizó el Lic. A.Fendrik sobre la estructura del estado fundamental de un sistema donde las interacciones favorecen la formación de cuartetos son por un lado de gran actualidad, dado que existen en estos momentos dudas sobre la estructura de núcleos pesados y que pueden posiblemente ser explicados por este tipo de fenómenos. Por otro lado creo que es sumamente interesante el haber estudiado cómo es la estructura de estados coherentes más complicados que los de BCS. Es por ello que entiendo que sus estudios forman una excelente tesis doctoral.

El desempeño del Lic. Fendrik en el periodo que ha estado bajo mi dirección ha sido inmejorable. El encontró soluciones originales a los problemas que se fueron planteando durante las investigaciones que realizamos en conjunto y que dieron origen a su tesis. Es de hacer notar que él elaboro además, una visión basada en el método de la ecuación de movimiento que sirve para atacar el problema de estados de muchos cuerpos que se parecen bastante a condensados de pares o condensados de cuartetos y que creo dará origen, a la brevedad, a una publicación que lo tiene a él como único autor.



GUILLERMO G. DUSSEL
INSTITUTO DE INVESTIGACIONES EN FÍSICA TEÓRICA