

Tesis de Posgrado

Extensiones colisionales de dinámica de campo medio

De la Mota, Virginia

1986

Tesis presentada para obtener el grado de Doctor en Ciencias
Físicas de la Universidad de Buenos Aires

Este documento forma parte de la colección de tesis doctorales y de maestría de la Biblioteca Central Dr. Luis Federico Leloir, disponible en digital.bl.fcen.uba.ar. Su utilización debe ser acompañada por la cita bibliográfica con reconocimiento de la fuente.

This document is part of the doctoral theses collection of the Central Library Dr. Luis Federico Leloir, available in digital.bl.fcen.uba.ar. It should be used accompanied by the corresponding citation acknowledging the source.

Cita tipo APA:

De la Mota, Virginia. (1986). Extensiones colisionales de dinámica de campo medio. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires.
http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis_1997_DelaMota.pdf

Cita tipo Chicago:

De la Mota, Virginia. "Extensiones colisionales de dinámica de campo medio". Tesis de Doctor. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires. 1986.
http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis_1997_DelaMota.pdf

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

Tema de Tesis

EXTENSIONES COLISIONALES DE DINAMICA DE CAMPO MEDIO

Autor

Virginia de la Mota

Director de Tesis

Dr. Ester Susana Hernández

Lugar de Trabajo:

Departamento de Ciencias Físicas

Trabajo de Tesis presentado para optar al título de
Doctor en Ciencias Físicas

A Carlos y Rosalía

sana Hernández, mi directora de
trabajo con dedicación y por
formación científica.

miembros del Laboratorio de Física
o a mi entera disposición las
la realización de los cálculos

III.2.2 Desarrollo

CAPITULO IV

Ecuación ciné

- VI.1 Breve reseña
- VI.2 Matrices de la AFAC markovian
- VI.3 Modelo esquemático bidimensional
- VI.4 Los cálculos

CAPITULO VII

Modelo de dos niveles

- VII.1 Ecuaciones de la AFAC general
- VII.2 Solución markoviana
- VII.3 Solución semimarkoviana
- VII.4 Solución no markoviana

INDICES

CAPITULU

1.1 Antecedentes

Durante los últimos quince años un creciente número de experimentos en Física Nuclear han proporcionado evidencias sobre los fenómenos disipativos que tienen lugar en el núcleo¹⁻¹⁰. Se puede distinguir entre ellos dos grandes grupos, por un lado se encuentran aquellos procesos colectivos caracterizados por grandes amplitudes y bajas frecuencias⁶, como en las colisiones inelásticas de iones pesados o en las vibraciones de superficie². Por otro lado, focalizando el interés de este trabajo, están los modos vibracionales de bajas amplitudes y grandes frecuencias, que son esencialmente vibraciones cuánticas¹¹⁻¹³ y constituyen un claro ejemplo de movimiento amortiguado en sistemas cuánticos finitos. Estas vibraciones, denominadas resonancias gigantes (RG), constituyen movimientos colectivos de un sistema de muchos grados de libertad cuánticos, y dado que existe una transferencia de energía entre los grados de libertad microscópicos y colectivos, la evolución del mismo conduce al amortiguamiento de la resonancia.

Distintos modelos¹⁴⁻⁴⁷ intentan explicar esta conversión de la energía del modo colectivo en energía de excitación de los grados de libertad intrínsecos. Históricamente los primeros en formular análisis del fenómeno disipativo nuclear fueron los modelos macroscópicos, que describen la disipación asociada al amortiguamiento de vibraciones gigantes a partir de la viscosidad

hidrodinámica de Navier-Stokes^{48,49}. Esta descripción supone caminos libres medios cortos, haciéndola de dudosa aplicabilidad, exepcto temperaturas nucleares muy altas. La contrapartida de estos modelos los microscópicos, basados en desarrollos prturbativos de la función de Green⁵⁰. Estos modelos proveen una descripción estática, caracterizan por la dificultad de sus cálculos no autoconsistentes.

Para temperaturas nucleares de unos pocos Mev el camino libre medio de nucleones con energía levemente superior a la de Fermi es grande comparado con las dimensiones del núcleo. Este régimen es el que se conoce como "no hidrodinámico" en teorías de aproximación al equilibrio y por lo tanto no es legitimo emplear modelos que hacen uso extensivo de conceptos propios de la hidrodinámica y parámetros fluidísticos como la viscosidad. Podría, por lo tanto, sugerirse que la disipación es una consecuencia de la interacción del modo colectivo con los grados de libertad intrínsecos, a diferencia de lo que postula el modelo de la viscosidad de Navier-Stokes. En esta posición, que es intermedia entre los modelos microscópicos y macroscópicos, se ubica el modelo del Movimiento Browniano Cuántico (MBC)⁵²⁻⁶⁵, que concibe ese intercambio de energía entre grados de libertad, como el producto de la interacción de un oscilador armónico cuántico con los fermiones del baño térmico en el que aquél realiza un movimiento de tipo Browniano. Este modelo presenta algunas limitaciones, que serán discutidas en este trabajo, proponiéndose un camino alternativo que elimine, al menos, algunos de ellos. Este camino estará construído a partir de la formulación de las ecuaciones de Hartree-Fock colisional dependientes del tiempo y

de la temperatura, que conducirán a la Aproximación de Fases al Azar Colisional (AFAC)

1.2 Alcances del presente trabajo

El propósito de la investigación llevada a cabo en este trabajo fue la búsqueda de la formulación de un modelo capaz de describir algunos de los procesos disipativos nucleares, en particular, la equilibración de una resonancia gigante^{48,66}. Con esa finalidad se hace una revisión crítica del modelo del MBC y se propone un punto de partida para la aplicación de la AFAC como camino alternativo, señalando algunas alternativas para su estudio y utilización.

El trabajo está organizado como sigue: en el capítulo II se presenta el modelo del MBC en detalle y se discuten sus limitaciones. En el capítulo III se muestran aplicaciones del modelo la descripción de resonancias gigantes en núcleos de diferentes regiones de la tabla periódica, para las dinámicas de nucleones completas y separadas según el isospin. También en esta sección se efectúa un estudio comparativo de difusión versus disipación. Los cálculos realizados en este capítulo muestran que aún cuando el modelo goza de ciertas limitaciones, sus resultados proporcionan una adecuada descripción del amortiguamiento de una RG en núcleos esféricos y proporciona una justificación teórica a algunas aproximaciones usuales.

En el capítulo IV se obtienen las ecuaciones de Hartree-Fock colisional dependientes del tiempo y de la temperatura a partir

de una truncación de la jerarquía BBGKY. Un procedimiento de linealización da lugar a la ecuación de autovalores de la aproximación de fases al azar colisional. Se comparan estas ecuaciones con las generadas por otras aproximaciones similares, comprobándose que la presente versión de la ecuación cinética abarca tanto el límite de Boltzmann, que describe la equilibración del mar de Fermi, como la versión de la segunda aproximación de fases al azar para el amortiguamiento de la vibración a cualquier temperatura.

En el capítulo V se resuelven las ecuaciones de la AFAC por el método de la transformada de Laplace. Se analiza el caso general posteriormente se tratan los casos markoviano, semimarkoviano y no markoviano por separado. Las soluciones en el caso colisional, consisten en autofrecuencias complejas cuya parte real corresponde al centroide de energía y su parte imaginaria, al ancho. A modo de ejemplo se proporciona la solución para la perturbación a la matriz densidad de un cuerpo para el caso particular de un núcleo colisional diagonal, en el ámbito del modelo esquemático.

Una aplicación de estas soluciones se realiza en el capítulo VI donde se construye un modelo soluble, adaptado a las disponibilidades de cómputos, que permite obtener las autofrecuencias y amplitudes, realizando un estudio de las mismas en relación con la temperatura, la intensidad de la interacción y las dimensiones del sistema.

La formulación de la AFAC desarrollada en los capítulos IV y V, es proyectada finalmente al problema de dos niveles en el capítulo VII. Se analizadas nuevamente las tres versiones:

markoviana, semimarkoviana y no markoviana. Se puede ver que en el caso más general, no markoviano, es posible extraer soluciones analíticas siempre que la degeneración sea grande y se seleccionen determinados procesos en la interacción. Las soluciones obtenidas exhiben, para determinadas temperaturas, transiciones de fase relacionadas con la aparición de soluciones completamente reales, y por lo tanto carentes de ancho.

En el capítulo VIII se realiza una síntesis del trabajo y se enuncian las conclusiones más importantes.

El Apéndice I está dedicado a la deducción del término colisional general **K** que se introduce en el capítulo IV.

El Apéndice II describe el método utilizado en el capítulo VII para la extracción de raíces de una ecuación cúbica.

CAPITULO II

El Modelo del Movimiento Browniano Cuántico

En este capítulo se resume los aspectos más importantes de la teoría estadística de la disipación nuclear denominada modelo del Movimiento Browniano Cuántico (MBC) y se enumeran las críticas de consideración que competen a las versiones y aplicaciones más sencillas de la formulación general.

1. El modelo

Este modelo constituye uno de los recientes intentos por describir la gran cantidad de fenómenos disipativos observados en el núcleo⁵²⁻⁶⁵. Postula la posibilidad de discriminar, en el sistema nuclear, una coordenada colectiva, separada de los grados de libertad intrínsecos del mismo. Con esta hipótesis es posible comprender la disipación nuclear a partir de la conversión de la energía del modo colectivo en energía de excitación de las coordenadas intrínsecas.

Se trata, por lo tanto, de un tratamiento paralelo de dos dinámicas, cuyo acoplamiento provoca una aproximación irreversible hacia el equilibrio de sus respectivas matrices densidad.

La representación de un núcleo excitado con una coordenada colectiva, en este modelo, está dada por un oscilador armónico cuántico que realiza movimiento Browniano, en un baño fermiónico térmicamente excitado, con el cual interactúa.

Se propone para el sistema completo el Hamiltoniano:

$$H = H_B + H_F + H_{BF} \quad (\text{II.1})$$

donde H_B es el Hamiltoniano del sistema bosónico libre, H_F el del sistema fermiónico libre y H_{BF} es el término de interacción entre ambos sistemas.

En la versión original^{50,53} y en algunas aplicaciones sencillas^{54,55,56} el Hamiltoniano de interacción tiene la estructura usual para un acoplamiento partícula-fonón:

$$H_{BF} = \sum_{\alpha\mu} \lambda_{\alpha\mu} \Gamma^+ b_\mu^\dagger b_\alpha + \lambda_{\alpha\mu}^* \Gamma b_\alpha^\dagger b_\mu \quad (\text{II.2})$$

Γ^+ y Γ son los operadores de creación y destrucción de un cuanto del oscilador cuántico, respectivamente. b^+ y b son los operadores de creación y destrucción correspondientes al sistema fermiónico. Los subíndices α, β, \dots representan los estados fermiónicos de partícula independiente capaces de desexcitarse con emisión de un fonón, mientras que μ, ν, \dots corresponden a los procesos inversos.

Como se observa, en este modelo se supone que el modo colectivo está bien representado por el oscilador armónico cuántico por lo que no se hace referencia a la estructura microscópica del mismo.

Con esta selección de H en la ecuación (II.1), se deducen las ecuaciones de movimiento acopladas para las matrices densidad del oscilador ρ_B ^{50,53} y del baño fermiónico ρ_F a partir de la ecuación

de Liouville-von Neuman para la densidad total:

$$i\hbar \dot{\rho} = L\rho \quad L = [H,] \quad (\text{II.3})$$

aplica la técnica de reducción que consiste en sumar sobre las coordenadas irrelevantes. Esto significa que si T_F (T_B) es la traza respecto de los grados de libertad fermiónicos (bosónicos), entonces

$$\rho_B(t) = T_F \rho(t) \quad (\text{II.4.a})$$

$$\rho_F(t) = T_B \rho(t) \quad (\text{II.4.b})$$

correspondientes ecuaciones de evolución resultan:

$$i\hbar \dot{\rho}_B = \mathcal{L}_B \rho_B - i \int_0^t d\tau T_F \{ L U_{cc}(\tau) (L_{co} \rho_0)(t-\tau) \} \quad (\text{II.5.a})$$

$$i\hbar \dot{\rho}_F = \mathcal{L}_F \rho_F - i \int_0^t d\tau T_B \{ L U_{cc}(\tau) (L_{co} \rho_0)(t-\tau) \} \quad (\text{II.5.b})$$

donde:

$$\mathcal{L}_B = L_B + T_F(L_{BF} \rho_F) \quad (\text{II.6.a})$$

$$\mathcal{L}_F = L_F + T_B(L_{BF} \rho_B) \quad (\text{II.6.b})$$

con: $L_B = [H_B,]$; $L_F = [H_F,]$; $L_{BF} = [H_{BF},]$ (II.7)

$$L_{co} = L_{BF} - T_F(L_{BF} \rho_F) - T_B(L_{BF} \rho_B) \quad (\text{II.8.a})$$

$$L_{cc} = \{ 1 - \rho_F T_F - \rho_B T_B \} L \quad (\text{II.8.b})$$

$$U_{cc}(z) = T \exp \left\{ -i \int_0^z L_{cc}(z') dz' \right\} \quad (\text{II.9})$$

$$\rho_0(t) = \rho_B(t) \cdot \rho_F(t) \quad (\text{II.10})$$

En el modelo se hace la hipótesis de que el tiempo de vida del propagador $U_{cc}(z)$ es mucho más corto que todo tiempo significativo de observación, con lo cual se sustituye en las ecuaciones (II.5) el tiempo t , del límite superior de las integrales, ∞ . Ésta es una hipótesis de tipo cinético, que

verifica en los sistemas en los que existe una separación entre las escalas de tiempo que caracterizan los procesos microscópicos y macroscópicos ⁶⁷⁻⁶⁹

Las ecuaciones (II.5) pueden reescribirse según:

$$i \hbar \dot{\rho}_B = \mathcal{L}_B \rho_B - i K_B(\rho_0) \quad (\text{II.11.a})$$

$$i \hbar \dot{\rho}_F = \mathcal{L}_F \rho_F - i K_F(\rho_0) \quad (\text{II.11.b})$$

donde K_B y K_F son las derivadas colisionales restringidas a los subespacios bosónico y fermiónico, respectivamente y están dadas por:

$$K_B = T_F K_{BF}(\rho^0) \quad (\text{II.12.a})$$

$$K_F = T_B K_{BF}(\rho^0) \quad (\text{II.12.b})$$

con
$$K_{BF} = \int_0^\infty d\tau \Psi_{BF}(\tau) \rho^0(t-\tau) \quad (\text{II.13})$$

con el operador de colisiones:

$$\Psi_{BF}^{\psi}(\tau) = L U_{cc}(\tau) L_{co} \quad (\text{II.14})$$

Dado que los Liouvillianos restringidos L_B y L_F no pueden generar transiciones entre ambos subespacios, $(L_B + L_F) U_{cc}(L_{co})$ es un superoperador de traza nula, por lo tanto se puede poner:

$$\Psi_{BF}^{\psi} = L_{BF} U_{cc}(\tau) L_{co} \quad (\text{II.15})$$

admite que, para tiempos suficientemente largos, las densidades ρ_B y ρ_F son diagonales en sus respectivos espacios, mientras que L_{BF} es un operador de Liouville no diagonal, por lo tanto se vé de la ecuacion (II.8.a) que:

$$L_{co}(\tau) = L_{BF} \quad (\text{II.16})$$

con lo cual (II.15) resulta:

$$\Psi_{BF}^{\psi}(\tau) = L_{BF} U_{cc}(\tau) L_{BF} \quad (\text{II.17})$$

Para simplificar el calculo de K_{BF} se podría sustituir, como habitualmente^{50,53}, $U_{cc}(\tau)$ por el propagador no correlacionado $U_o(\tau)$ que constituye la aproximacion débil extrema (ADE):

$$U_o(\tau) = \exp\left\{-\frac{i}{\hbar}(\mathcal{L}_B + \mathcal{L}_F)\tau\right\} \quad (\text{II.18})$$

pero éste es un nucleo de vida infinita y por lo tanto viola la hipótesis cinética. Para resolver esta inconsistencia se propone

la siguiente aproximación

$$U_{cc}(\tau) = U_0(\tau) \exp(-\tau/\tau_c) \quad (\text{II.19})$$

donde τ es un parámetro cuya inversa es un tiempo microscópico τ_c que representa la duración de una correlación partícula-fonón, por lo tanto no es observable^{50,53}. Por otro lado, en la ecuación (II.13) $\Psi_{BF}(\tau)$ opera sobre $\rho_0(t-\tau)$, que se aproxima por

$$\rho_0(t-\tau) \simeq U_0(-\tau) \rho_0(t)$$

De este modo la ecuación (II.13) resulta:

$$K_{BF} = \int_0^{\infty} \Psi_{BF}(\tau) U_0(-\tau) \rho_B(t) \rho_F(t) d\tau \quad (\text{II.20})$$

Resolviendo luego la integral de la ecuación (II.20), con estas aproximaciones, se podrá obtener un factor de forma en la energía, de tipo Lorentziano:

$$F(\Delta E) = \frac{\hbar\tau}{(\hbar\Omega - \Delta E)^2 + (\hbar\tau)^2} \quad (\text{II.21})$$

De este modo, y contrariamente a lo que sucede en la ADE^{50,51}, la energía dejará de conservarse y se obtendrá frecuencias de colisión finitas para los fermiones^{54,58,61,64}.

Las ecuaciones de movimiento para el sistema multifermiónico se obtienen de la ecuación (II.11.b) aplicando las técnicas usuales de reducción, generando así una jerarquía BBGKY modificada

por la presencia del oscilador^{50,51,54}.

$$\begin{aligned}
 i\kappa \dot{\rho}_s = & L_s \rho_s + \text{Tr}_{s+1} \sum_{i=1}^S L_1(i, s+1) \rho_{s+1} \\
 & + \frac{N!}{(N-S)!} \text{Tr}_{s+1 \dots N} \left\{ T_B (L_{BF} \rho_B) \rho_F - i \kappa_F (\rho_0) \right\}
 \end{aligned} \tag{II.23}$$

Como se observa, el modo bosónico cumple dos roles. Por un lado, aporta una contribución efectiva al campo medio, que afecta a las energías de partículas, que son los autovalores del generador de flujo libre \mathcal{L}_s . Por otro lado, produce un corrimiento en los anchos de línea o frecuencias colisionales.

La ecuación de movimiento de la matriz densidad de un cuerpo obtiene para ρ_A^{qM} dejando de lado los racimos relacionados de tres partículas, se obtiene la ecuación cinética modificada, que en régimen cercano al equilibrio alcanza la estructura diagonal en el subespacio fermiónico⁵⁰

$$\begin{aligned}
 \dot{\rho}_A^{mA} = & (B^{qM} - \rho_0^{qM}) \left\{ \sum_{\mu, m\mu}^q |\lambda_{A\mu}^{qM}|^2 \mathcal{F}(E_{A\mu}) \rho_\mu^{m\mu} (1 - \rho_A^{qM}) - \right. \\
 & \left. - \sum_{\alpha, m\alpha}^q |\lambda_{\alpha A}^{qM}|^2 \mathcal{F}(E_{\alpha A}) \rho_A^{m\alpha} (1 - \rho_\alpha^{m\alpha}) \right\} + \\
 & + (B^{qM} - \rho_N^{qM}) \left\{ \sum_{\alpha, m\alpha}^q |\lambda_{\alpha A}^{qM}|^2 \mathcal{F}(E_{\alpha A}) \rho_\alpha^{m\alpha} (1 - \rho_A^{qM}) - \right. \\
 & \left. - \sum_{\mu, m\mu}^q |\lambda_{A\mu}^{qM}|^2 \mathcal{F}(E_{A\mu}) \rho_A^{m\alpha} (1 - \rho_\mu^{m\mu}) \right\} + \\
 & + \dot{\rho}_A^{mA}(\text{cin})
 \end{aligned} \tag{II.24}$$

Esta situación corresponde a un sistema fermiónico con simetría esférica ^{55,56} donde el subíndice A representa un estado de partícula $|\Delta\rangle = |E_A, N_A, J_A, J_A\rangle$, m_A es la proyección azimutal del momento J_A q es la correspondiente al isospin T y M la correspondiente al momento angular total J. Los subíndices A, a vez, pueden pertenecer a una de las dos categorías ya mencionadas $\{\alpha, \beta, \dots\}$ $\{\mu, \nu, \dots\}$ B^{qM} es una constante de normalización asociada los grados de libertad bosónicos, ρ_0^{qM} y ρ_N^{qM} son las poblaciones del estado fundamental y del nivel más alto del espectro truncado del oscilador, y $F^{qM}(E_{\alpha\mu})$ es un factor forma en la energía-spin-isospin:

$$F^{qM}(E_{\alpha\mu}) = F(E_{\alpha\mu}) \langle j_\alpha m_\alpha j_\mu m_\mu | j_\alpha j_\mu JM \rangle^2 \times \langle 1/2 \tau_\alpha 1/2 \tau_\mu | 1/2 1/2 T q \rangle^2 \quad (II.25)$$

Para el sistema bosónico, la correspondiente ecuación de evolución es una ecuación maestra, que en este caso adopta la forma:

$$\dot{\rho}_n^{qM} = W_+^{qM} (\rho_{n+1}^{qM} - \rho_n^{qM}) + W_-^{qM} (\rho_{n-1}^{qM} - \rho_n^{qM}) \quad (II.26)$$

donde, W_\pm^{qM} son las probabilidades de transición para cada tipo de nucleón y proyección de spin:

$$W_+^{qM} = \sum_{\alpha\mu m_\alpha m_\mu} |\lambda_{\alpha\mu}^{qM}|^2 F^{qM}(E_{\alpha\mu}) \rho_\mu^{m_\mu} (1 - \rho_\alpha^{m_\alpha}) \quad (II.27.a)$$

$$W_-^{qM} = \sum_{\alpha\mu m_\alpha m_\mu} |\lambda_{\alpha\mu}^{qM}|^2 F^{qM}(E_{\alpha\mu}) \rho_\alpha^{m_\alpha} (1 - \rho_\mu^{m_\mu}) \quad (II.27.b)$$

Si π la paridad del bosón, entonces este modo está rotulado también por $TJ\pi$, índices que se han dejado de lado para mayor simplicidad en la notación.

Estas ecuaciones describen la evolución en forma independiente de las coordenadas de interés en sus correspondientes subespacios caracterizados por q y M . Los valores de q están en correspondencia con los valores del isospin de cada partícula de modo que las ecuaciones describen oscilaciones armónicas de los fluidos neutrónico y protónico por separado.

El modelo descrito, el MBC, ha sido aplicado en una primera etapa, al estudio de las propiedades espectrales del núcleo de dinámica irreversible de la vibración colectiva^{50,53}, al análisis del ensanchamiento de las energías de partícula independiente para los fermiones del baño térmico en presencia del acoplamiento con el modo bosónico^{50,54} y al tratamiento de núcleos esféricos⁵⁰, para el caso de una resonancia dipolar gigante en el ²⁰⁸Pb.⁵⁵

En un paso posterior, en el espíritu del modelo, se han realizado extensiones del mismo con la idea de incluir el tratamiento de núcleos deformados, comenzando para ello con un estudio de las propiedades espectrales del operador de colisiones para una vibración con simetría axial en materia nuclear⁵⁷ y de las vidas medias en el baño térmico⁵⁸. Se ha combinado el modelo del MBC axial un modelo hidrodinámico que proporciona relaciones de dispersión acústicas en una cavidad cilíndrica finita, habiéndose determinado la validez del tratamiento estadístico para $A \gtrsim 20$ ⁶⁰ y la aplicación más reciente al nucleido ¹⁶⁶Er⁶³ pone de manifiesto dicha validez y la

posibilidad de determinar las variables termodinámicas en el equilibrio. Se ha dado otro avance al modelo en el sentido de incorporar interacciones fonón-fonón o acoplamiento fonón-fonón con configuraciones de dos partículas-dos agujeros, para lo cual se desarrollaron las ecuaciones de evolución para dos osciladores acoplados sumergidos en un baño térmico⁵⁹ y se analizaron los ensanchamientos de los niveles fermiónicos de partícula independiente⁶¹. La incorporación mas reciente al modelo del MBC consiste en la hipótesis de baño térmico bosónico destinado a simular la interacción de una vibración gigante con varios modos de baja frecuencia.

11.2 Críticas al modelo

Finalizando esta revisión del modelo del MBC, se realizará una síntesis de las críticas fundamentales.

En primer lugar, asume que existen separadamente y son conocidos los grados de libertad colectivo, por un lado, e intrínsecos por el otro. Sin embargo, evita el problema de definir la naturaleza del modo colectivo, que aparece como un "objeto" dinámico separado que se opone al movimiento intrínseco. De este modo, al no haber considerado explícitamente la estructura microscópica del modo colectivo, el modelo no refleja el hecho físico de que aquél no es ni más ni menos que un movimiento coherente de los nucleones mismos.

Otro aspecto cuestionable es el hecho de que la hipótesis de

separación de escalas temporales, que caracterizan los procesos macroscópicos por un lado y los microscópicos por otro, sea realmente aplicable a la evolución hacia el equilibrio de un núcleo con una coordenada colectiva^{62,64}. Esto significa que no está claro hasta qué punto se puede hacer una hipótesis de tipo cinética la que el propagador de correlaciones se comporte como un filtro de tiempos cortos en relación con algún tiempo de observación, y en qué casos sería válida.

Admitiendo la validez de esta hipótesis, la sustitución de t por ∞ en el límite superior de la integral (II.5) es razonable. Sin embargo nuevas críticas pueden surgir si se tiene en cuenta las siguientes aproximaciones efectuadas. Por un lado, en la ecuación (II.18) se substituyó el vacío de correlaciones al tiempo $t = \tau$ por el correspondiente al tiempo t propagado hacia atrás con el propagador libre $U_0(-\tau)$ con lo cual se reemplaza al propagador temporal de vacío completo U

$$\rho_0(t) = U(t', t) \rho_0(t)$$

por su desarrollo de orden cero en la interacción, U_0 . Esta aproximación hace que, si bien la historia previa del sistema no ha intervenido completamente en el cálculo del núcleo colisional, por no propagar con el operador $U(-\tau)$ tampoco se elimina explícitamente τ frente a t . Pero en vista de que, con la hipótesis cinética se ha supuesto, $\tau \ll t$, la historia involucrada es sólo la inmediata anterior y por lo tanto se puede decir que, en ese sentido, es una aproximación markoviana.

Otro punto crítico, que también surge a partir de la

hipótesis cinética, es el referente a la elección del propagador de las correlaciones U_{cc} según una combinación de la aproximación débil extrema con la imposición de un decaimiento, que lo obliga a tener una vida media microscópica $\tau_c = \tau^{-1} \ll t$. Como se vió en el modelo, los tiempos macroscópicos de relajación del modo colectivo observables, e identificables con la inversa del ancho de la energía, son a su vez consecuencia de la existencia de interacciones entre el sistema fermiónico y el bosónico que τ_c tiempos microscópicos. Dada esta forma para U_{cc} totalmente forzada y que no se desprende de ningún desarrollo perturbativo, pero que intenta representar los efectos bosónicos de orden superior despreciados en H_{bf} o la existencia de algunas configuraciones capaces de drenar flujo colectivo (específicamente, zaguanes-"doorways" cuasi degenerados en energía con la vibración) que resulta difícil, si no imposible incluir en el calculo explícito, es que interviene la magnitud τ desconocida y por tanto debe ser tomada como parámetro libre.

Por último, se puede analizar el significado de los anchos de energía que resultan de este modelo. Conviene, para ello, recordar el sentido "amplio" en que se definieron los estados de una partícula-un agujero, siendo los primeros los estados capaces de desexcitarse emitiendo un fonón y los otros, los que pueden realizar el proceso inverso, a una temperatura T . El modelo postula un estado colectivo de un fonón, y haciendo un analisis microscópico del mismo, esto significa que está definido en el subespacio discreto de una partícula-un agujero, al cual el sistema habra llegado desde el estado fundamental por obra del

proceso de excitación. El estado colectivo evoluciona temporalmente dado que no es un autoestado del Hamiltoniano total. En forma análoga, su energía $E_B(t)$ también evoluciona, estableciéndose para ella un decaimiento, en general no exponencial $\dot{E}_B(t) = -\gamma(t) E_B(t)$, que está asociado con la velocidad de disipación del modo, producida como resultado de su transferencia energética hacia los grados de libertad intrínsecos, representados por el resto del espacio del Hilbert. Sin embargo en el modelo, este último subespacio tiene la misma estructura de una-partícula-un agujero y para un núcleo finito, un subespacio adicional de ese tipo que sea físicamente significativo, está formado el continuo de estados no ligados de partícula independiente. Resulta ahora evidente que la frecuencia de disipación $\gamma(t) = -\dot{E}_B(t)/E_B(t)$ está asociada por completo con el ancho de escape Γ^\uparrow , de emisión de partículas al continuo. Si por el contrario, el espacio intrínseco incluyera además otros estados (dos partículas-dos agujeros, tres partículas-tres agujeros, etc.) la frecuencia de disipación de la energía estaría asociada no sólo con el ancho de escape sino también con el ancho Γ^\downarrow que tiene en cuenta las transiciones del modo colectivo a estados nucleares más complicados ("spreading width").

Cabe agregar que, más allá de las críticas efectuadas, el modelo del Movimiento Browniano Cuántico, desde el punto de vista numérico predice la evolución irreversible simultánea del modo colectivo y de los nucleones en el núcleo esférico, y desde el punto de vista estrictamente teórico contribuye a la justificación de algunas aproximaciones de uso corriente, tales como la aproximación diagonal para la ecuación cinética cuántica

del tipo de Boltzmann y la aproximación de no retorno,⁵⁶ que será discutida en profundidad en el capítulo siguiente. Los aspectos señalados como defectuosos no son terminales y su superación involucra, bien disponibilidades de cómputo considerablemente mayores que las existentes, bien estudios específicos y separados destinados a establecer a) la relativa incidencia de una descripción autoconsistente del fonón; b) la validez de la aproximación markoviana⁶⁴ y c) la posibilidad de extraer por una técnica de reducción una parte relevante del espacio de dos partículas-dos agujeros que pueda parametrizarse como un "seudo espacio" una partícula -un agujero.⁶³ El problema de la autoconsistencia se resuelve dentro de la aproximación de fases al azar colisional, que se investiga en esta tesis a partir del capítulo IV.

(1)

III Aplicaciones del modelo del Movimiento Browniano Cuántico

En este apartado se muestra algunos resultados obtenidos a partir de la aplicación del modelo del MBC al estudio de las dinámicas completa y separadas para protones y neutrones en núcleos esféricos excitados con una coordenada colectiva, para dos regiones diferentes de la tabla periódica. Se recuerda que, atendiendo a las observaciones formuladas en el capítulo anterior, no se procura ninguna comparación con el experimento sino una prueba de funcionamiento del modelo del MBC en una versión simplificada y resoluble.

III.1 Análisis de la dinámica de nucleones en núcleos livianos y pesados

Según se mencionó en el capítulo II, en trabajos previos^{50,55}, las expresiones particulares para la evolución de un modo colectivo en un núcleo esférico, dentro del contexto del MBC, fueron deducidas y resueltas numéricamente en el caso de la equilibración de una resonancia dipolar gigante (RDG) en el ²⁰⁸Pb. Allí se exhibieron los resultados correspondientes al flujo promedio de los protones y neutrones indiscriminados. En esta etapa del trabajo interesó resolver las dinámicas separadas según el isospin para observar de qué manera se constituyen las escalas de tiempo del proceso global a partir de las propias de cada fluido. Con este propósito se adaptaron convenientemente las

ecuaciones de movimiento originales.

En las figuras 1 a 4 se ha graficado las ocupaciones bosónicas $\rho_0(t)$ y $\rho_1(t)$ correspondientes a los estados fundamental y primero excitado, las energías bosónica y fermiónica, las entropías correspondientes y la probabilidad W_+ con la derivada logarítmica de la energía bosónica respectivamente, para la evolución completa del ^{208}Pb , suponiendo que a $t=0$ la RDG de energía $E=13.8$ Mev se encuentra excitada, en tanto que los protones y neutrones pueblan sus respectivos mares de Fermi a temperatura cero ⁵⁵. En las figuras 5 a 12 se grafica la evolución de las mismas magnitudes en el mismo núcleo, pero esta vez para las dinámicas separadas. Se observa que para cada componente el comportamiento de estas magnitudes es semejante al de las correspondientes al promedio, manifestándose su carácter fundamentalmente disipativo. Pero se evidencia una diferencia entre las escalas temporales que caracterizan el decaimiento del modo colectivo neutrónico y protónico. Si se define τ_n (τ_p) como el tiempo en que la energía bosónica $E_B(t)$ decayó en $1/e$ de su valor original $E_B(0)$, para los neutrones (protones), se observa que:

$$\tau_n > \tau_p$$

lo cual la componente neutrónica es más lenta que la protónica. También se observa que para las dinámicas combinadas, el τ resultante se acerca al menor de los tiempos individuales, lo que sugiere que la relación que los vincula sea del tipo:

$$\frac{1}{\tau} \sim \frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2}$$

De igual modo que para el ^{208}Pb , se efectuó el mismo análisis de separación de dinámicas para un núcleo liviano, el ^{16}O . En este caso, la RDG está localizada en 24 Mev y los estados de base considerados para los nucleones son los experimentales. En las figuras 13 a 16 se representa las poblaciones bosónicas $\rho_0(t)$ y $\rho_1(t)$, las energías bosónica y fermiónica, las entropías correspondientes y la probabilidad W_+ para la evolución completa del ^{16}O ; en las figuras 17 a 24 se grafica para el mismo núcleo, las correspondientes magnitudes, para protones y neutrones por separado. Si se analizan los tiempos de relajación, las mismas observaciones hechas en el ^{208}Pb se verifican en este último núcleo. Finalmente, si se comparan las evoluciones completas de este y otro núcleo, se observa que el más pesado manifiesta un decaimiento más rápido que el liviano, hecho que concuerda con la idea de que el movimiento de este último debería ser comparativamente menos colectivo, dada la menor cantidad de nucleones presentes.

III.2 Estudio comparativo de disipación y difusión en núcleos esféricos

En esta sección se analiza la competencia entre los procesos de difusión y disipación,⁵⁶ en el curso de la evolución hacia el equilibrio de un núcleo esférico que realiza una vibración armónica cuántica, en el espíritu del modelo del movimiento Browniano cuántico descrito en el capítulo II.

III.2.1 Motivación

Como ya se ha mencionado, en trabajos previos^{50,52-55} se analizó la situación específica de una coordenada colectiva que realiza movimiento de tipo Browniano bajo la interacción con las partículas del reservorio fermiónico. La dinámica obtenida se ha resuelto para baño térmico de materia nuclear térmicamente excitada, tanto estacionaria⁵³, como no estacionaria⁵⁴.

Una extensión del modelo a una situación con simetría rotacional⁵⁵, intenta simular un núcleo esférico con un modo armónico de alta frecuencia, esto es una RDG. Los resultados numéricos obtenidos sugieren que la difusión debiera estar presente, compitiendo con la disipación en la tarea de amortiguar la oscilación. Sin embargo, tal posibilidad contrastaría con la filosofía de algunas descripciones microscópicas tradicionales de decaimiento de resonancias nucleares, que se remiten a la aproximación de no-retorno (ANR)⁷⁰ y que atribuyen el decaimiento principalmente a la pérdida de coherencia que sucede tan pronto como la vibración y el mecanismo de decaimiento han interactuado.

A partir de estos antecedentes, y dado que los cálculos realizados en la referencia [55] dependen de dos parámetros (τ y λ) desconocidos que identifican la interacción entre el sistema y el reservorio, resulta de interés la realización de una investigación detallada de la acción recíproca de la disipación y de la difusión en rango de magnitudes físicamente significativo desde el punto de vista de la medición.

III.2.2 Desarrollo

Las ecuaciones de movimiento para la densidad fermiónica de cuerpo (II.24) y para la densidad del modo colectivo (II.26) que se exhibieron en el capítulo II son del tipo de una ecuación cinética para la primera y de una ecuación maestra para la segunda. En esta última especial atención merecen las probabilidades de transición W_+ y W_- de las ecuaciones (II.27), que describen la probabilidad por unidad de tiempo para la absorción y emisión, respectivamente, de un cuanto de la oscilación armónica colectiva. En este esquema la ANR se realiza cuando W_- tiende a cero. La cantidad $\mathcal{F}_{\alpha\mu}$, se recuerda, es un factor de forma de la energía, cuya representación analítica como filtro Lorentziano es consecuencia de la elección del propagador de correlaciones en el límite de acoplamiento débil. Esto indica que la energía no se conserva estrictamente durante la colisión entre el oscilador y las partículas del baño, o dicho en otras palabras, esta interacción dura un tiempo finito τ_c .

A efectos de comparar la importancia relativa entre los procesos difusivos y disipativos, es necesario definir las magnitudes que los representan. Conviene recordar, entonces, el significado de las probabilidades W_+ , W_- y la derivada logarítmica $\gamma_B = -\dot{E}_B/E_B$ de la energía bosónica. Una partícula del baño fermiónico puede excitarse desde un estado μ a otro α por absorción de un fonón, con lo cual se produce la desocupación de un nivel bosónico, con transición al nivel inmediato inferior. Este proceso, que se asocia con la disipación, ocurre con una probabilidad por unidad de tiempo W_+ , mientras que el proceso

inverso, asociado con la difusión, lo hice con W_- . De esta forma, $(W_+)^{-1}$ y $(W_-)^{-1}$ representan los tiempos involucrados en la destrucción y creación de un cuanto del oscilador, respectivamente. Por otro lado, $(\gamma_D)^{-1}$ proporciona el tiempo de relajación que dura la oscilación colectiva. En este esquema, la ANR se satisface cuando W_- es despreciable, es decir, cuando los procesos de tipo difusivos que pueblan los niveles del oscilador son poco probables, y por lo tanto se puede hacer una identificación de W_+ con γ_D y de los tiempos que estas magnitudes representan.

Para comparar los pesos relativos de disipación y difusión se analiza comparativamente la probabilidad $\bar{W}_+ = \sum_{J_2 T_2} W_+^{J_2 T_2}$ y la derivada logarítmica de la energía bosónica, para la evolución de un EDG en ^{208}Pb sujeto a una interacción partícula-fonón dada por la ecuación (II.2). Los cálculos se realizaron con los datos de resonancia y energías de partícula independiente correspondientes al $^{208}\text{Pb}^{55}$, fijando la intensidad de la interacción en $\lambda = 1$, para un amplio rango de valores de $\hbar\tau$ ($10^{-3} \leq \hbar\tau$ (MeV) ≤ 1). Se eligió además, dos tipos de distribuciones iniciales para el sistema fermiónico:

- a) una distribución escalón (mar de Fermi a $T=0$) con niveles de partícula independiente llenos (vacíos), abajo (sobre) el nivel de Fermi del ^{208}Pb , esto es, el estado neutrónico $^3P_{1/2}$; y
- b) una distribución de Fermi deformada, $\rho(\epsilon) = 1/(1 + e^{(\epsilon - \epsilon_F)/kT})$ normalizada de acuerdo con $\text{Tr} \rho =$ número de protones más neutrones activos, que simula la superposición de los niveles ensanchados Lorentzianamente y corresponde a un estado nuclear intrínseco, arbitrariamente excitado.

El espectro completo ha sido referido, por convención, al orbital más bajo posible, el nivel protónico $1S_{1/2}$.

En la figura 25 se muestra la evolución temporal tanto de la energía bosónica (E_B) como de la fermiónica (E_F), para un valor de $\hbar \Omega = 13.8$ Mev y un filtro Lorentziano de ancho $\hbar \Gamma = 1$ Mev, para una distribución inicial de tipo (b). La forma y la tendencia de las curvas recuerdan el caso (a) que se muestra en la referencia [55]. En la tabla I se presentan valores típicos para estas evoluciones.

En la figura 26 se muestra la evolución temporal de W_+ y ν_B para la misma selección de parámetros y condiciones iniciales. Está claro que éstas cantidades son casi iguales para tiempos de interés, es decir tiempos menores que $2t_e$, donde t_e está definido por:

$$E_B(t_e) = E_B(0) / e$$

Debe tenerse en cuenta que ν_B es siempre menor que W_+ y que la separación mutua crece monótonamente con la excitación del sistema fermiónico. En el límite asintótico se anula, esto significa que los procesos de excitación y desexcitación de la vibración cuántica, se compensan, llegando a la situación final de equilibrio en la cual la configuración bosónica se describe por una distribución canónica^{50,55}

En la figura 27 se muestra la cantidad:

$$\delta = \frac{\bar{W}_+ - \nu_B}{\bar{W}_+}$$

como función de $\hbar \tau$, evaluada para $\lambda = 1$, para los dos tipos de

estados iniciales: la distribución de Fermi deformada (línea llena) y la función escalón (línea punteada). Los cálculos se realizan para dos tiempos indicativos, t_e (curvas I) y $2t_e$ (curvas II). Del análisis de estas figuras se puede ver que para estos instantes:

- 1) γ_B es siempre menor que \bar{W}_+ , cerca de un 5% como máximo.
- 2) para cada tiempo, una distribución inicial de Fermi deformada proporciona mayores valores que para el mar de Fermi.
- 3) tanto los gráficos de línea llena como los de línea punteada mantienen su forma como función del tiempo y se corren hacia arriba para tiempos crecientes.
- 4) las curvas de línea llena y punteada presentan pendientes opuestas.

La observación (1) indica que para el modelo y el rango de parámetros considerados aquí, la evolución es altamente disipativa. Tal como se dijo más arriba, los efectos de difusión están representados por \bar{W}_+ y mide la velocidad de los procesos de reexcitación capaces de poblar los niveles vibracionales que decaen. Se observa que ellos no son suficientemente importantes para provocar un apartamiento significativo de la frecuencia de decaimiento efectiva γ_B respecto de la velocidad de decaimiento de niveles \bar{W}_+ . Por otro lado, los puntos (2) y (3) pueden interpretarse considerando que, cuando el estado fermiónico intrínseco está altamente excitado, existe un gran número de configuraciones que permiten, al decaer, la reexcitación de las coordenadas bosónicas. Esto ocurre bien sea cuando la superficie inicial de Fermi está ensanchada, bien cuando el tiempo ha transcurrido lo suficiente

para que considerable cantidad de energía haya sido transferida desde el bosón al subsistema fermiónico.

Finalmente, la observación (4) debe ser analizada teniendo presente que para grandes valores de $\hbar\tau$, la energía del sistema combinado está "servada"⁵⁴, o en otras palabras, que fracciones mayores de la energía total desaparecen por canales no observados. Esto implica que en un instante dado, la fracción de energía cedida por la coordenada colectiva, que ha sido efectivamente absorbida por el sistema fermiónico, es menor a medida que mayor sea $\hbar\tau$. En tal caso, el número de niveles de partícula independiente de alta energía capaces de realimentar el movimiento macroscópico se reduce. Este efecto podría explicar la pendiente levemente negativa de las curvas asociadas con la distribución de Fermi inicialmente deformada. Sin embargo, se debe observar la escala en la que el cambio de pendiente tiene lugar. Cuando el estado inicial fermiónico ya ha sido excitado (líneas punteadas), con un ancho de la superficie de Fermi comparable con $\hbar\tau$, el efecto mencionado arriba se disimula y aparece un crecimiento monótono de δ_E en función de $\hbar\tau$.

El modelo examinado aquí, proporciona dos resultados principales

a) $\bar{W}_+ \gg \bar{W}_-$ para todo valor de t y de $\hbar\tau$. Esto significa que el decaimiento de la EDG, para una interacción (II.2) es altamente disipativo en el intervalo en el cual casi toda la energía del sistema bosónico se transfiere al fermiónico.

b) $\bar{W}_+(t) \approx$ constante para todo valor de t . Luego, la evolución es cuasi-adiabática y el conjunto de ecuaciones de movimiento (II.24) y (II.26) pueden resolverse analíticamente como se

muestra en la referencia [53]

Como comentario final, se puede agregar que este trabajo se emprendió a modo de estudio preliminar para un análisis más profundo de la mutua acción entre diferentes tipos de acoplamiento que podrían participar en el decaimiento de las coordenadas cuánticas de interés, por ejemplo, interacción partícula-fonón versus acoplamiento del modo colectivo rápido a vibraciones de baja energía en núcleos. Dado que la magnitud del trabajo numérico crece significativamente cuando la dinámica fermiónica interna es considerada, el resultado del análisis efectuado en esta sección, permite dejar de lado los efectos difusivos gobernados por la probabilidad de transición \bar{W}_- , en cuanto a que la excitación nuclear no proporciona una deformación considerable de la superficie de Fermi, esto es: $\Delta E_F(t)/E_F \ll 1$. Esto conduce al marco de la ANR original, ya que sólo aparece involucrada la probabilidad \bar{W}_+ cuya evolución temporal, sin embargo, podría proporcionar algún importante apartamiento del correspondiente valor estático evaluado en el origen temporal.

TABLA 4

exhiben energías y probabilidades de transición
 una unidad temporal: $\text{bseg} = 10^{-21}$ s en los casos
 y (b) (ver texto). El tiempo t se define por
 $t_e = E_B(0)/\omega$. Las energías se expresan en Mev,
 el tiempo en bseg y las probabilidades en 10^{-21} s^{-1} .

	caso (a)	caso (b)
(1)	1.33	1.66
	9.0	9.0
	0.43	0.47
	1.26	1.15
(1)	1.20	1.10
(0)	0	4.1 10
(1)	1.8 10	3.4 10

EVOLUCION COMPLETA ²⁰⁸Pb

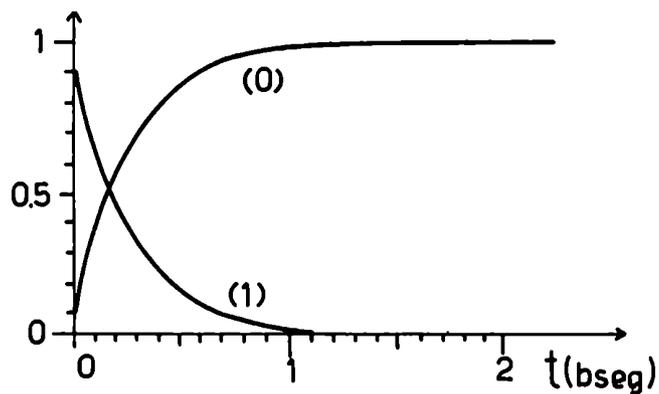


Fig.1 Niveles bosónicos:
fundamental (0)
primero excitado (1)

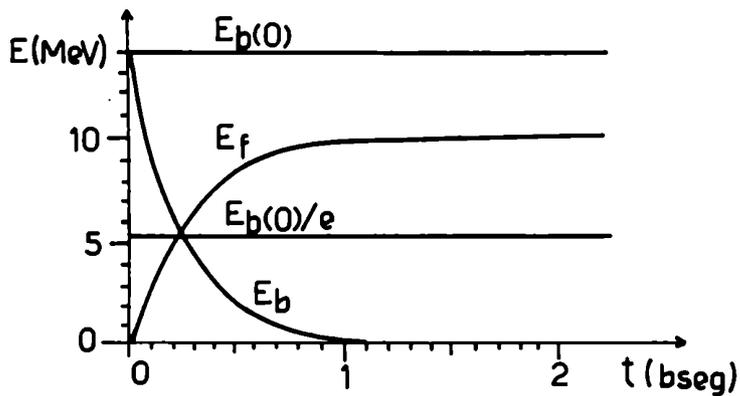


Fig.2 Energía bosónica E_b
Energía fermiónica E_f

EVOLUCION COMPLETA ^{208}Pb

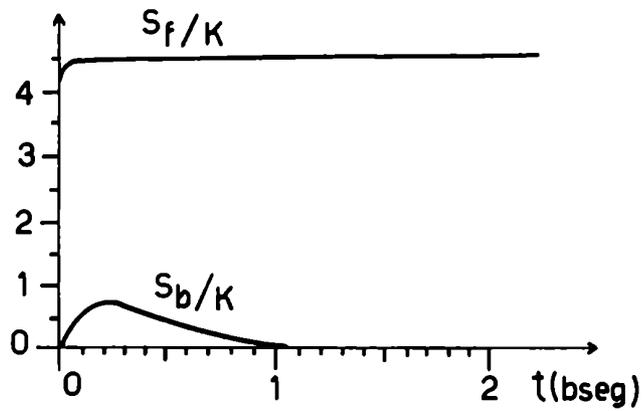


Fig. 3 Entropía bosónica S_B
Entropía fermiónica S_F

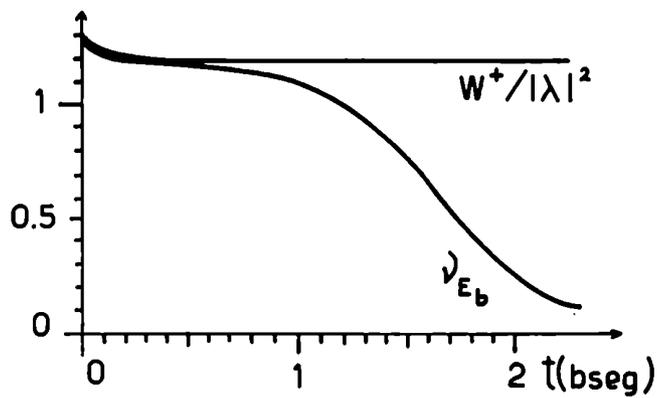


Fig. 4 Probabilidad de transición \bar{W}_+
Derivada logarítmica ν_B
de la energía bosónica

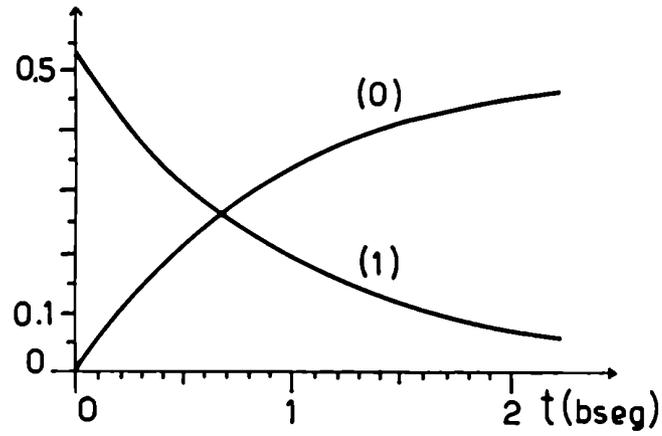


Fig.5 Niveles bosónicos:
fundamental (0)
primero excitado (1)

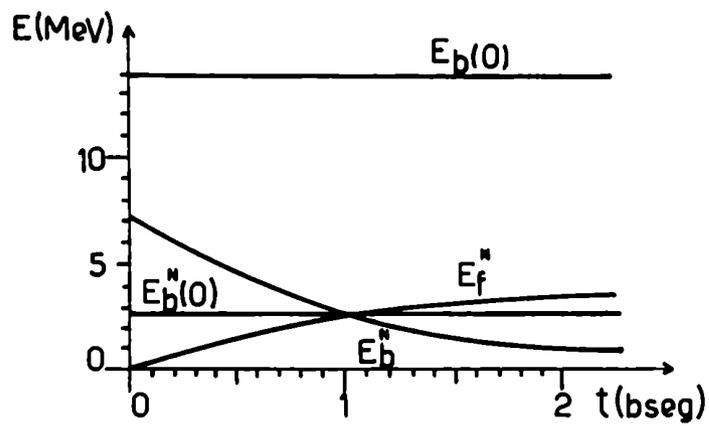
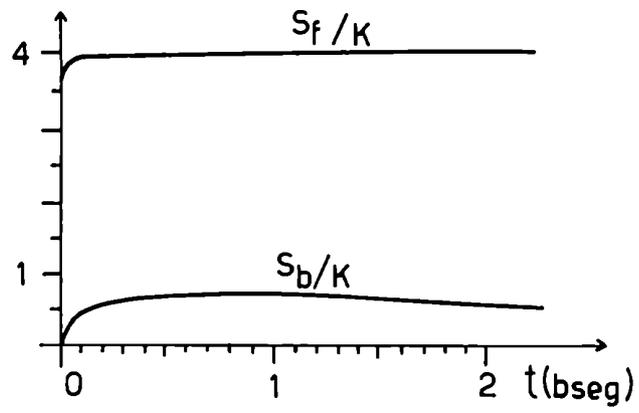


Fig.6 Energía bosónica E_B
Energía fermiónica E_F



Potencia bosónica S_b
Potencia fotónica S_f

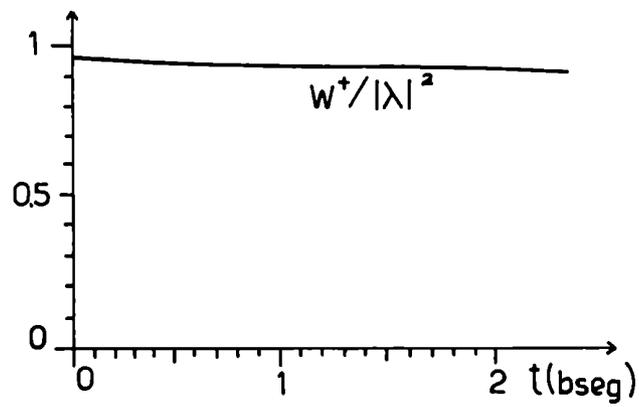


Fig. 3 Probabilidad de transición W_+

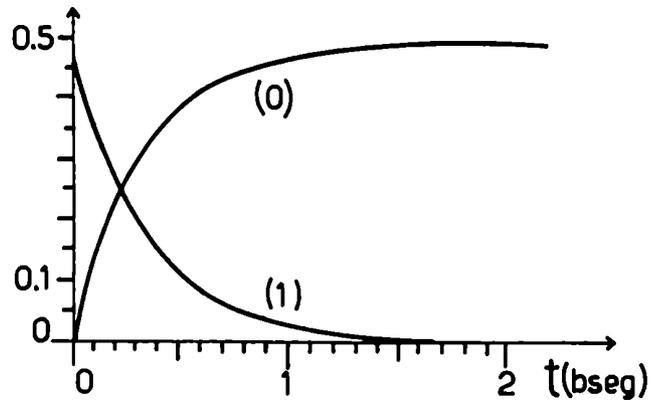


Fig.9 Niveles bosónicos:
fundamental (0)
primero excitado (1)

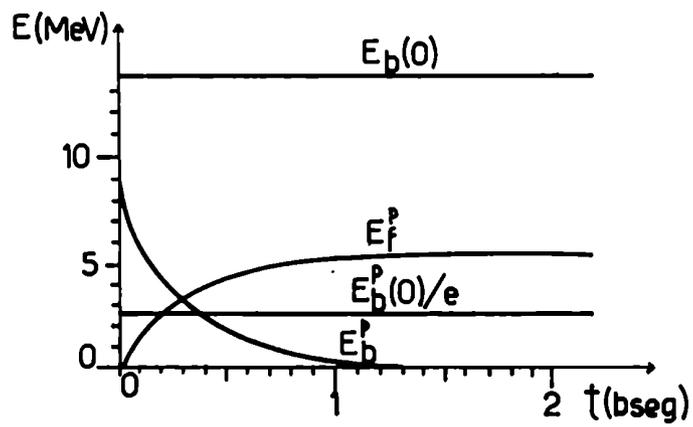


Fig.10 Energía bosónica E_b
Energía fermiónica E_f

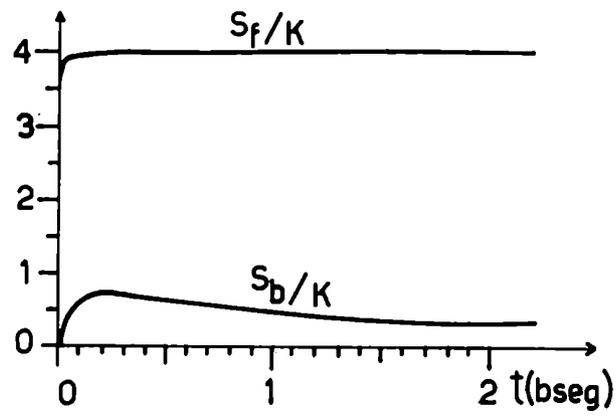


Fig. 11 Entropía bosónica S_b
Entropía fermiónica S_f

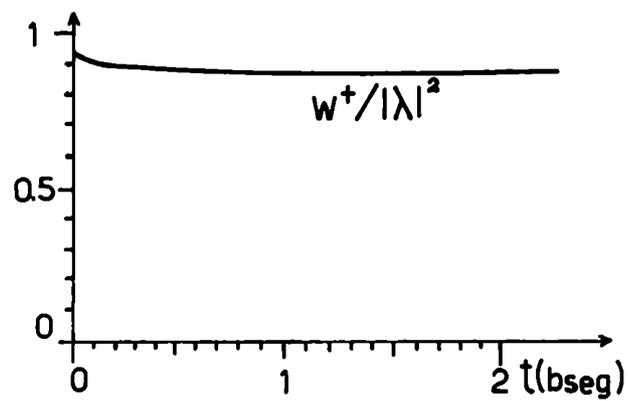


Fig. 12 Probabilidad de transición \bar{w}_+

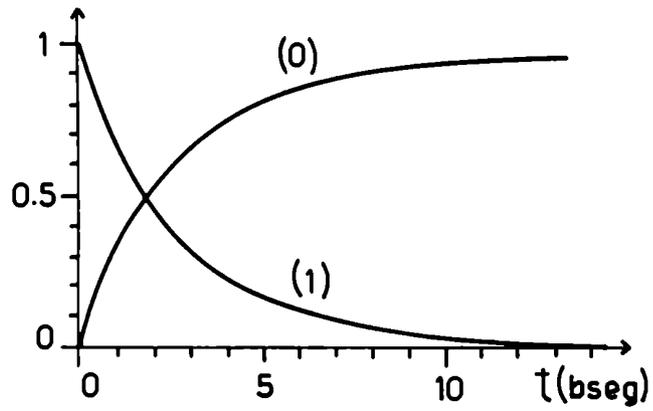


Fig. 13 Niveles bosónicos:
fundamental (0)
primero excitado (1)

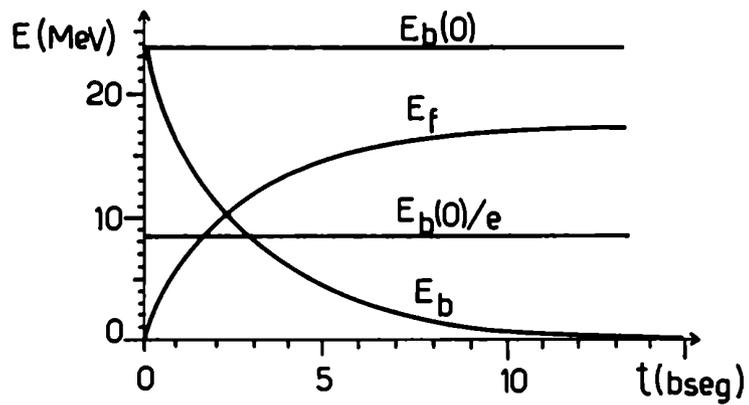


Fig. 14 Energía bosónica E_b
Energía fermiónica E_f

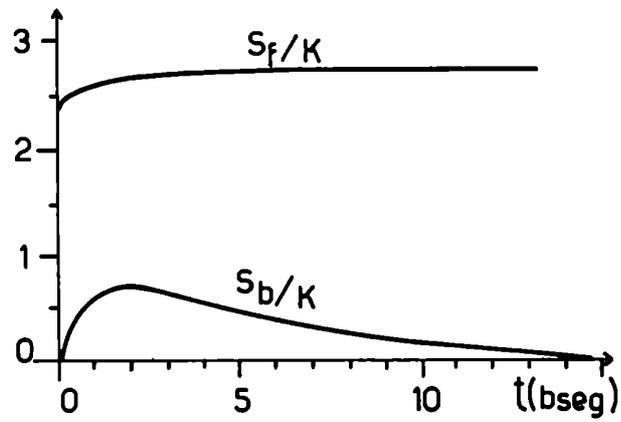


Fig. 15 Entropía bosónica S_b
Entropía fermiónica S_f

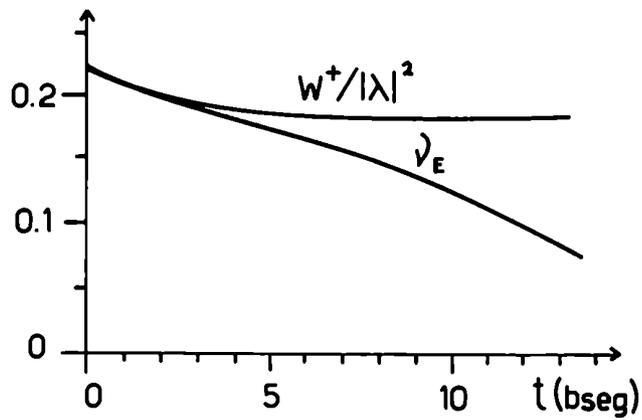


Fig. 16 Probabilidad de transición \bar{W}_+
Derivada logarítmica
de la energía bosónica

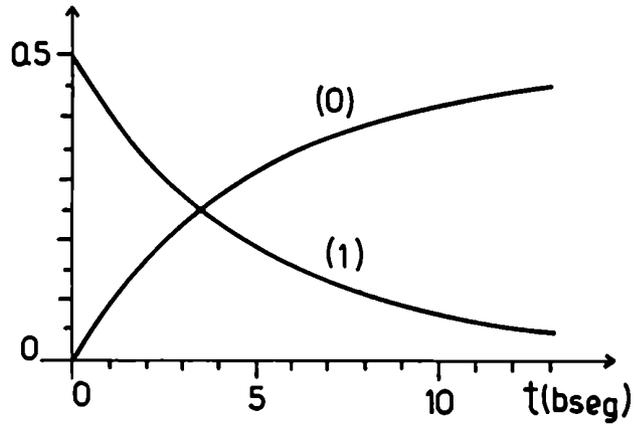


Fig. 17 Niveles bosónicos:
fundamental (0)
primero excitado (1)

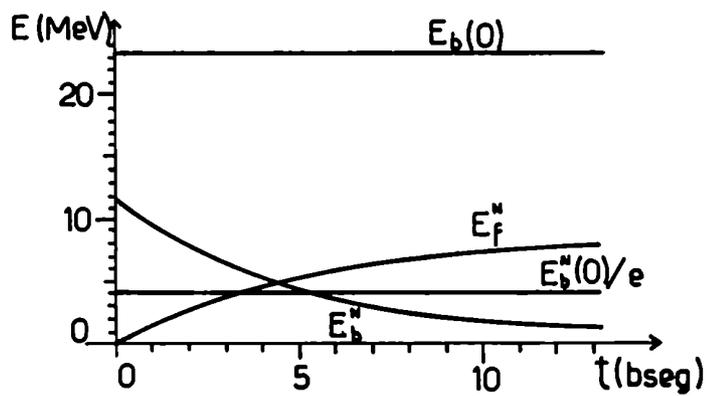


Fig. 18 Energía bosónica E_B
Energía fermiónica E_F

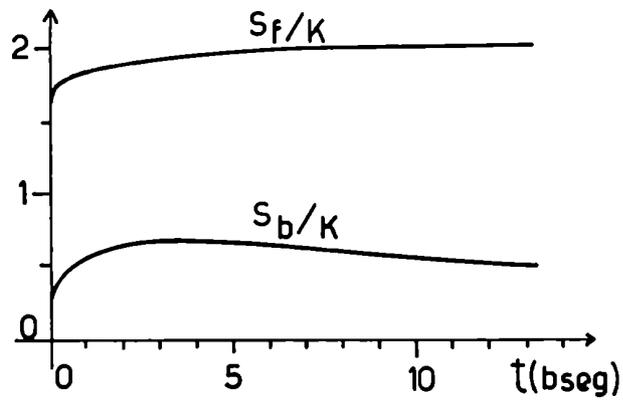
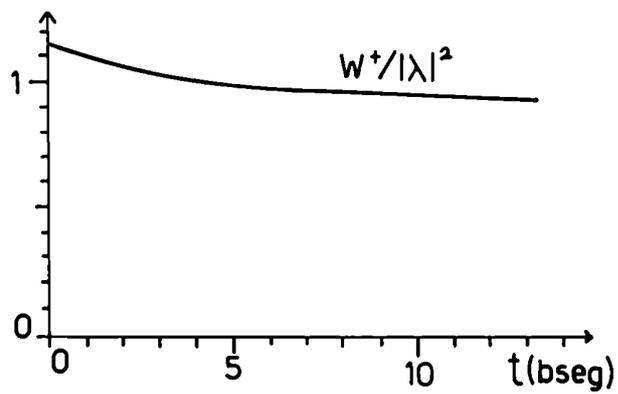


Fig. Entropía bosónica S_B
Entropía fermiónica S_F



20 Probabilidad de transición \bar{W}_+

EVOLUCION PROTONICA ¹⁶O

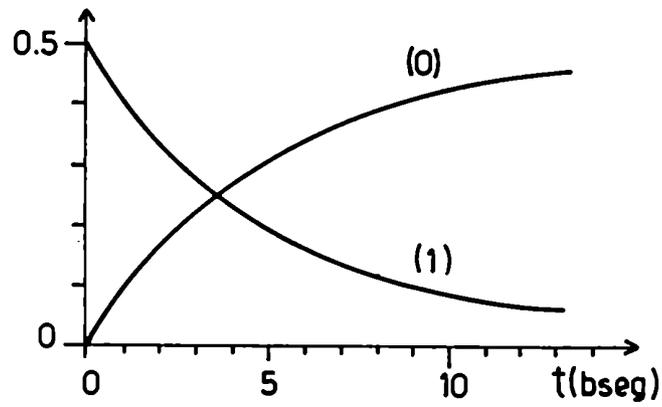


Fig. 21 Niveles bosónicos:
fundamental (0)
primero excitado (1)

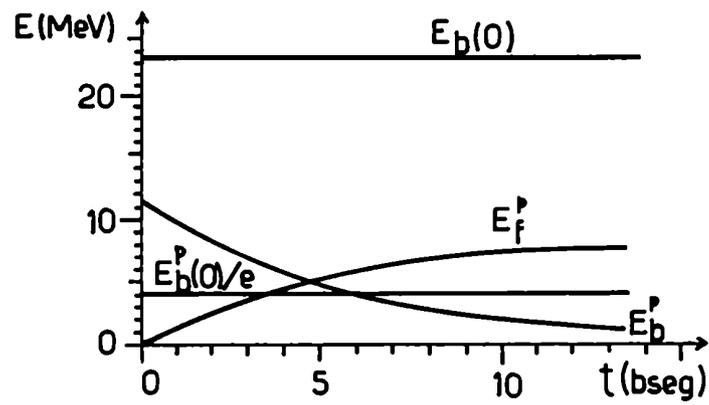
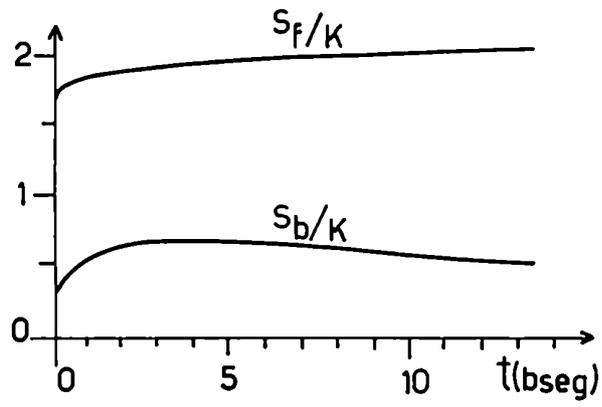
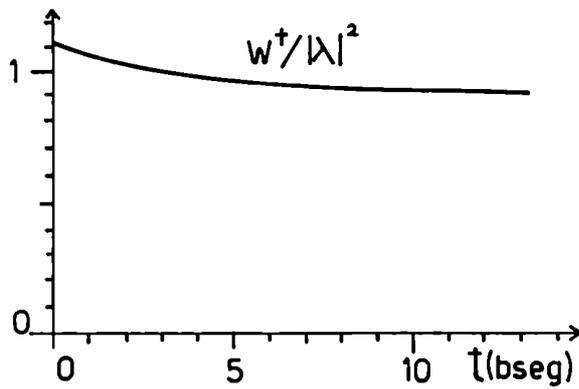


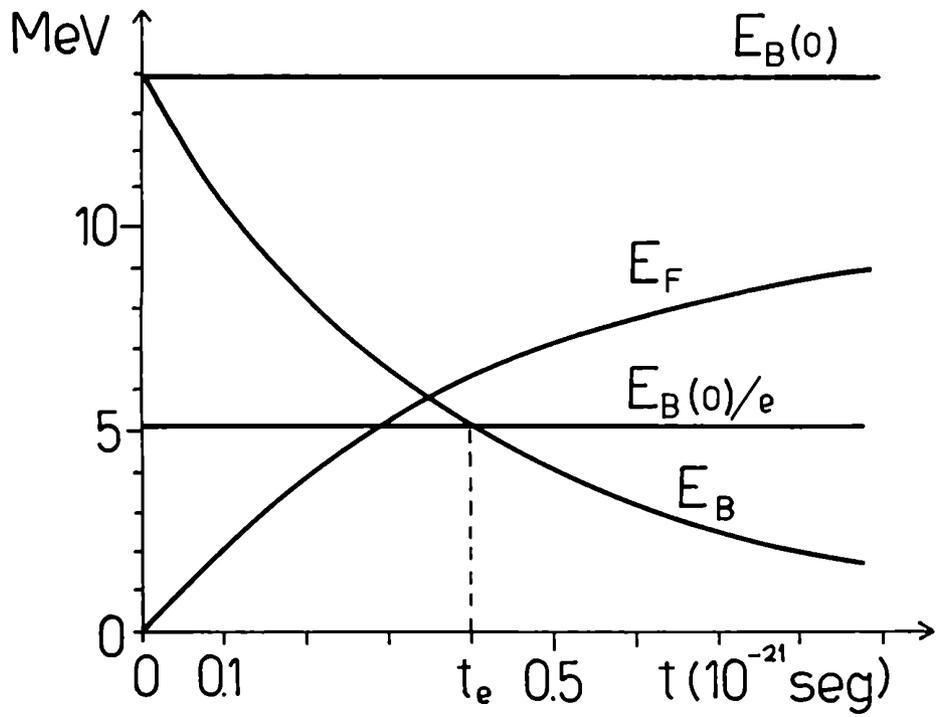
Fig. 22 Energía bosónica E_B
Energía fermiónica E_F



Entropía bosónica S_B
 Entropía fermiónica S_F

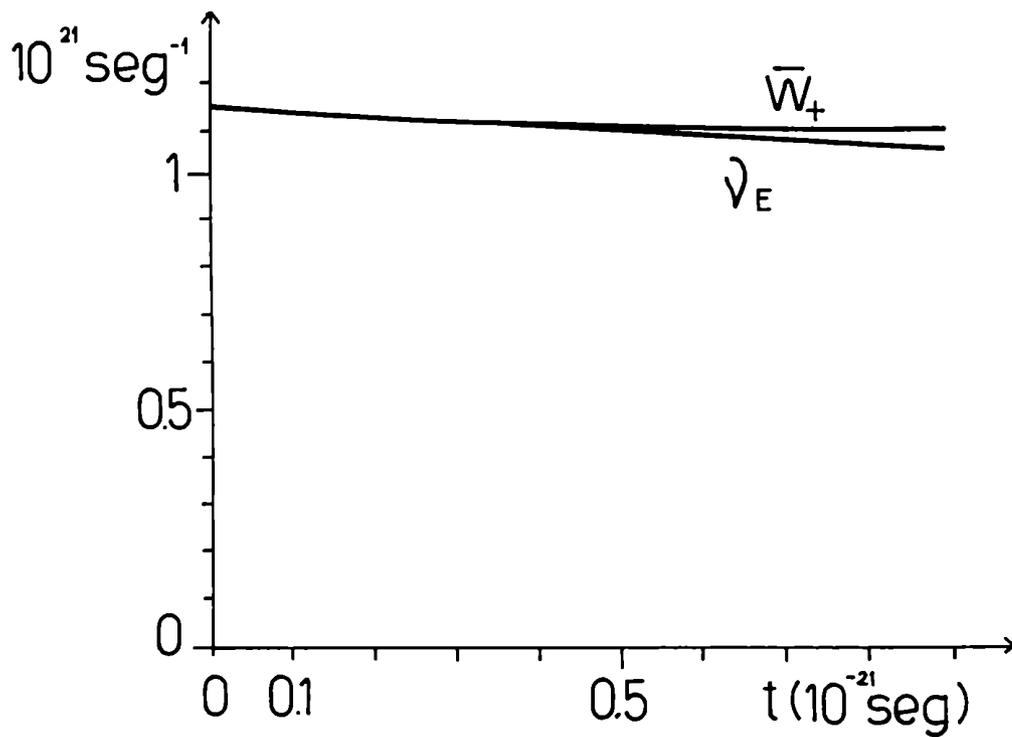


Probabilidad de transición \bar{w}_+



25

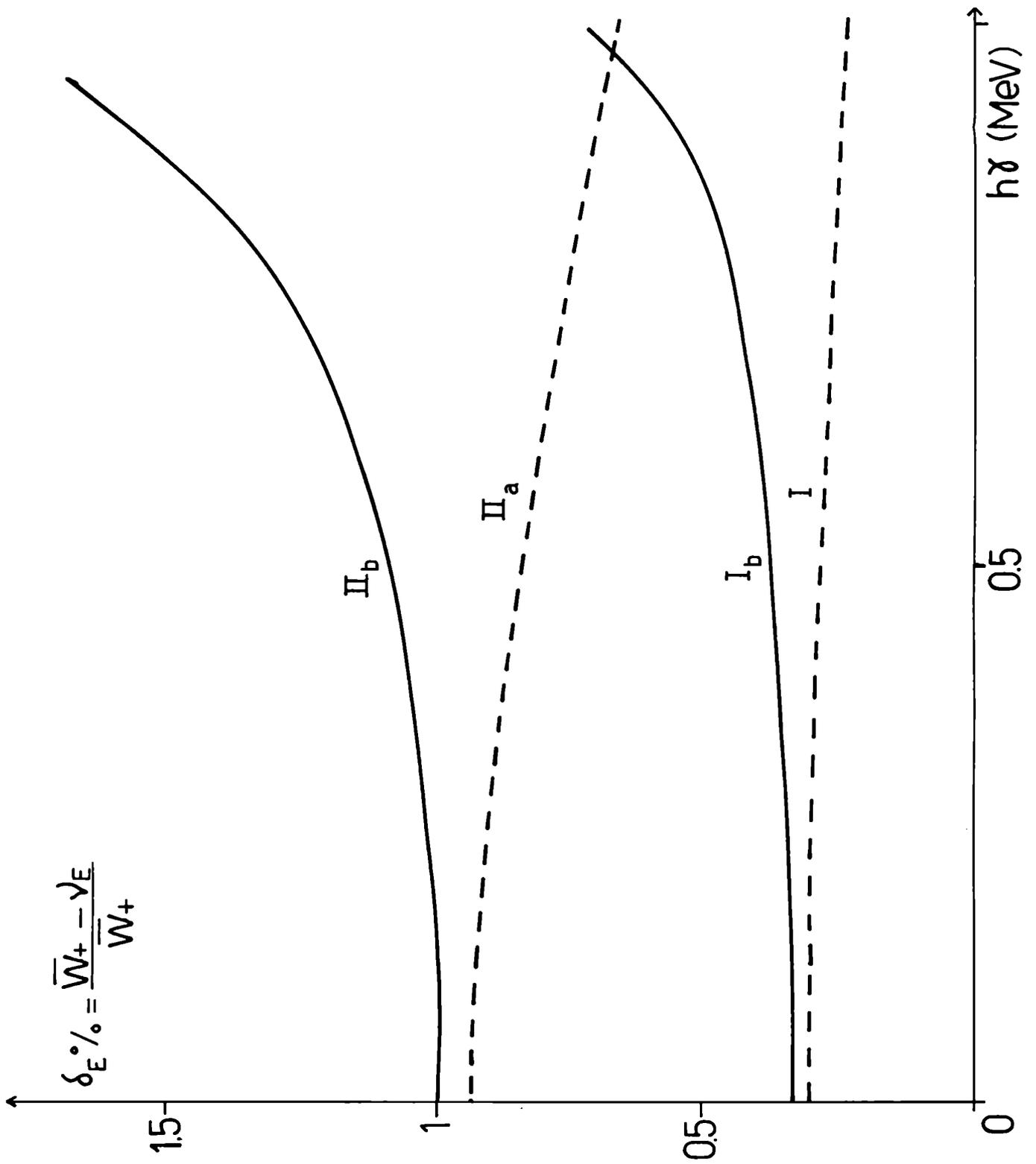
las bosónica y
distribución
 $\hbar\sigma = 1 \text{ Mev}$



26

bilidad
seg

ción \bar{W}_+ y
la energía
tiempo en
Fig. 1



Porcentaje de cambio porcentual en función de $h\nu$ para configuraciones (a) y (b), evaluadas en te y $2te$.

CAPITULO

IV Ecuación cinética general y linealización

En este capítulo se presenta la deducción de las ecuaciones de Hartree-Fock colisional dependientes del tiempo, a partir de la jerarquía cuántica de Bogoliubov-Born-Green-Kirkwood-Ivon (BBGKY) para las funciones de distribución reducidas⁶⁹.

IV.1 La ecuación cinética en materia nuclear

De acuerdo con el postulado fundamental de la mecánica estadística, el estado de un sistema en un instante cualquiera está determinado por el operador densidad ρ que se caracteriza

$$\text{Tr } \rho = 1 \quad (\text{IV.1})$$

y por que el valor observable $\langle b \rangle$ de una función dinámica b del sistema, está dado por

$$\langle b \rangle = \text{Tr } \rho b = \text{Tr } b \rho \quad (\text{IV.2})$$

Esta matriz evoluciona según la ecuación diferencial:

$$i\hbar \dot{\rho}(t) = [H, \rho(t)] = L \rho(t) \quad (\text{VI.3})$$

que es la ecuación fundamental de la mecánica estadística

cuántica, denominada ecuación de Liouville-von Newman, en donde H es el Hamiltoniano del sistema. En este caso, el sistema considerado consiste en un conjunto de N partículas idénticas interactuantes, en ausencia de fuerzas exteriores, por lo tanto H tiene la forma:

$$H = H_0 + H_1 \quad (\text{IV. 4})$$

$$H_0 = \sum_{i=1}^N p_i^2 / 2m \quad (\text{IV. 5. a})$$

$$H_1 = \sum_{i < j=2}^N v_{ij} \quad (\text{IV. 5. b})$$

Con esta definición, el Liouvilliano L del sistema completo resulta:

$$L = L_0 + L_1 \quad (\text{IV. 6})$$

donde $L_0 = [H_0,] = \sum_{i=1}^N L_0(i) \quad (\text{IV. 7. a})$

$$L_1 = [H_1,] = \sum_{i < j}^N L_1(i, j) \quad (\text{IV. 7. b})$$

Sea ρ_N la matriz densidad del sistema completo, se define el operador densidad reducido de s -cuerpos ⁶⁹ como:

$$\rho_s = \frac{N!}{(N-s)!} \text{Tr}_{s+1, \dots, N} \rho_N \quad (\text{IV. 8})$$

cuya ecuación de evolución puede extraerse de la ecuación de Liouville (IV.3) por aplicación del operador de reducción $N!/(N-s)! \text{Tr}_{s+1, \dots, N}$, obteniéndose

$$i\hbar \dot{\rho}_s = L_s \rho_s + \text{Tr}_{s+1} \sum L_1(i, s+1) \rho_{s+1} \quad (\text{IV. 9})$$

donde la notación Tr_{s+1} significa sumar sobre las coordenadas $s+1$.

Como se observa la ecuación (IV.9), las densidades reducidas no satisfacen ecuaciones de movimiento cerradas, sino por el contrario, la determinación exacta de una de ellas requiere el conocimiento de la evolución del sistema completo ρ_1, \dots, ρ_N el conjunto de cuyas ecuaciones de movimiento configuran la conocida jerarquía BBGKY. Así, el sistema completo de ecuaciones acopladas para las ρ_s es totalmente equivalente a la ecuación de Liouville (IV.3), sin embargo la formulación en términos de distribuciones reducidas presentan la ventaja de que, bajo ciertos esquemas aproximativos que involucran los procesos microscópicos, esta jerarquía podría truncarse a cierto orden. De este modo, es necesario desarrollar un mecanismo que permita desacoplar las ecuaciones, analizando las condiciones en que se podría truncar razonablemente la jerarquía. El problema puede atacarse desde el enfoque de las correlaciones, definiendo por correlación a toda parte de la distribución reducida ρ_s ($s=1, \dots, N$) tal que no puede describirse como un producto antisimetrizado de densidades de una partícula, esto es,

$$\rho_s^{(c)} = \rho_s - A \prod_{j=1}^N \rho_1(j) = \rho_s - \rho_s^{(0)} \quad (\text{IV.10})$$

donde $\rho_s^{(0)}$ es el estado de independencia mutua o vacío de correlaciones, que también puede escribirse como:

$$\rho_s^{(0)} = \prod (1/2 / \dots / s) \quad (\text{IV.11})$$

La razón física para la existencia de correlaciones radica en la interacción entre partículas, por la que éstas ejercen entre sí influencia mutua de rango al del orden del correspondiente al potencial de interacción $v(i, j)$.

Los dos primeros términos de jerarquía son

$$i\hbar \dot{P}_1(1) = L_0(1) P_1(1) + Tr_2 L_1(1,2) P_2(1,2) \quad (\text{IV. 12. a})$$

$$i\hbar \dot{P}_2(1,2) = [L_0(1) + L_0(2) + L_1(1,2)] P_2(1,2) + Tr_3 [L_1(1,3) + L_1(2,3)] P_3(1,2,3) \quad (\text{IV. 12. b})$$

A es posible dar una representación de P_2 y P_3 en de las distintas formas de construir racimos de dos o partículas:

$$P_2(1,2) = P_2^{(0)} + P_2^{(c)} = P_2(1/2) \Pi_2(1/2) + P_2(12) \Pi_2(12) \quad (\text{IV. 13. a})$$

$$P_3(1,2,3) = P_3^{(0)} + P_3^{(c)} = P_3(1/2/3) \Pi_3(1/2/3) + P_3(1/23) \Pi_3(1/23) + P_3(2/13) \Pi_3(2/13) + P_3(3/12) \Pi_3(3/12) + P_3(123) \Pi_3(123) \quad (\text{IV. 13. b})$$

dónde el símbolo P representa antisimetrización de los correspondientes argumentos conservando las correlaciones a su derecha. Un análisis detallado de los esquemas de correlación y de sus propiedades se encuentra desarrollado en la referencia[69].

Teniendo en cuenta las propiedades:

$$\Pi_2(1/2) = \Pi_1(1) \Pi_1(2) = P_1(1) P_1(2) \quad (\text{IV. 14. a})$$

$$P_2(1/2)(L_1^0 + L_2^0) = (L_1^0 + L_2^0) P_2(1/2) \quad (\text{IV.14.b})$$

obtener a partir de las ecuaciones (IV.12.b), (IV.13.a) y (IV.13.b) ecuación de movimiento para $\rho_2^{(c)}$ simbólicamente

$$i\hbar \dot{\rho}_2^{(c)} = L_2(1,2) \rho_2^{(c)} + \mathcal{P}_3(1,2,3) \rho_3^{(c)} + \mathcal{E}_2(1,2) \rho_2^{(0)} + \mathcal{E}_3(1,2,3) \rho_3^{(0)} \quad (\text{IV.15})$$

donde:

$$1) L_2(1,2) \rho_2^{(c)} = (L_0(1) + L_0(2) + L_1(1,2)) \rho_2^{(c)} \quad (\text{IV.16})$$

un término de flujo homogéneo que involucra la propagación del movimiento relacionado de dos cuerpos sin modificarlo, por medio del Liouvilliano de dos partículas libres, más el término de interacción que lo propaga alterándolo sin destruir su estado de correlación.

$$2) \mathcal{P}_3(1,2,3) \rho_3^{(c)} = T_{r_3} \left\{ [L_1(1,3)P_3(1/23) + L_1(2,3)P_3(1/23) - P_2(1/2)L_1(2,3)P_2(23)] \Pi_3(1/23) + [L_1(1,3)P_3(2/13) + L_1(2,3)P_3(1/23) - P_2(1/2)L_1(1,3)P_2(13)] \Pi_3(2/13) + [L_1(1,3) + L_1(2,3)] [P_3(3/12)\Pi_3(3/12) + P_3(123)\Pi_3(123)] \right\} \quad (\text{IV.17})$$

propaga racimos de tres cuerpos en los que, por lo menos, dos partículas están correlacionadas.

$$3) \mathcal{E}_2(1,2) \rho_2^{(0)} = L_1(1,2) P(1/2) \tilde{\Pi}_2(1/2) \quad (\text{IV.18})$$

es un término de creación de correlaciones a partir del vacío de dos cuerpos:

$$4) \mathcal{E}_3(1,2,3) \rho_3^{(0)} = \text{Tr}_3 \left\{ [L_1(1,3) + L_1(2,3)] \mathcal{P}_3(1/2/3) - \right. \\ \left. - \mathcal{P}_2(1/2) [L_1(1,3) \mathcal{P}_2(1/3) + L_1(2,3) \mathcal{P}_2(2/3)] \right\} \mathcal{P}_3(1/2/3) \quad (\text{IV.19})$$

también un término de creación de correlaciones, está vez a partir del vacío de tres cuerpos.

La solución más general de la ecuación (IV.15) está dada por

$$\rho_2^{(c)}(t) = U_2(1,2,t) \rho_2^{(c)}(0) - i \int_0^t d\tau U_2(1,2,\tau) \mathcal{P}_3(1,2,3) \rho_3^{(c)}(t-\tau) - \\ - i \int_0^t d\tau U_2(1,2,\tau) [\mathcal{E}_2(1,2) \rho_2^{(0)}(t-\tau) + \mathcal{E}_3(1,2,3) \rho_3^{(0)}(t-\tau)] \quad (\text{VI.20})$$

donde $U_2(1,2,t)$ es el propagador completo de dos cuerpos:

$$U_2(1,2;t) = \exp\{-i L_2(1,2)t\} \quad (\text{IV.21})$$

El paso en pos de la obtención de la ecuación cinética, consiste en la sustitución de la ecuación (IV.20) en la correspondiente la evolución para ρ_1 truncando luego la jerarquía BBGKY de acuerdo con aproximaciones apropiadas sobre los de tres cuerpos. En esta

$$i\hbar \dot{\rho}_1(1) = L_0 \rho_1(1,t) + \text{Tr}_2 (L_1(1,2) \mathcal{P}(1/2) \rho_1(2,t) \rho_1(1,t)) + \\ + \text{Tr}_2 (L_1(1,2) U_2(1,2;t) \rho_2^{(c)}(0)) - \\ - i \text{Tr}_2 (L_1(1,2) \int_0^t d\tau U_2(1,2;\tau) \mathcal{P}_3(1,2,3) \rho_3^{(c)}(t-\tau)) - \\ - i \text{Tr}_2 (L_1(1,2) \int_0^t d\tau U_2(1,2;\tau) \{ \mathcal{E}_2(1,2) \rho_2^{(0)}(t-\tau) + \mathcal{E}_3(1,2,3) \rho_3^{(0)}(t-\tau) \}) \quad (\text{IV.22})$$

donde ocurren las siguientes simplificaciones:

- a) el propagador se prepara de modo tal que no contenga correlaciones inicialmente, $\rho_2^{(c)} = 0$ y por lo tanto el término de

propagación de correlaciones $\text{Tr}_2(L_1(1,2)U_2(1,2;t)P_2^{(c)})$ es nulo.

b) teniendo en cuenta el punto (a) la densidad $P_3^{(c)}$ es de la forma

$\mathcal{C}_3 P_3^0$ (donde \mathcal{C}_3 es la creación de correlaciones a partir del vacío) dado que tanto \mathcal{C}_3 como P_3 son operadores del orden de la interacción, el cuarto término del segundo miembro resulta de orden cubo en la interacción, con lo cual, si se trabaja a segundo orden, también puede despre-

Así, la ecuación de evolución para la densidad de un cuerpo P_1 bajo hipótesis de interacción débil, puede desacoplarse parquí. obteniéndose, a orden más bajo en $(L_1)^2$

$$i\hbar \dot{P}_1(1,t) = L^{HF}(P_1) P_1(1,t) + iK(P_1) \quad (\text{IV.23})$$

donde L^{HF} es el usual Liouvilliano de Hartree-Fock:

$$\begin{aligned} L^{HF} &= [\mathcal{H}_0^{HF}] = \\ &= L_0 + \text{Tr}_2 L_1(1,2) P_1(2,t) \end{aligned} \quad (\text{IV.24})$$

y $K(P_1)$ es el término colisiones, temporalmente no local, que en la aproximación débil extrema resulta:

$$\begin{aligned} K(P) &= -\frac{1}{\hbar} \int_0^t d\tau \text{Tr}_2 L_1(1,2) U_0(1,2,\tau) L_1(1,2) P_2(1,2) P_1(1,t-\tau) P_1(2,t-\tau) \\ &\quad -\frac{1}{\hbar} \int_0^t d\tau \text{Tr}_{2,3} L_1(1,2) U_0(1,2,\tau) [L_1(1,3) P_3(1,2,3) - \\ &\quad - P_2(1,2) L_1(1,3) P_2(1,3) + L_1(2,3) P_3(1,2,3) - \\ &\quad - P_2(1,2) L_1(2,3) P_2(2,3)] P_1(1,t-\tau) P_1(2,t-\tau) P_1(3,t-\tau) \end{aligned} \quad (\text{IV.25})$$

la referencia [50] dedujo una representación espectral para la ecuación cinética (IV.23) en la que se desprende los efectos de memoria en $K(\rho)$. En el Apéndice I de esta tesis obtiene una representación análoga para la misma, pero teniendo especial interés esos efectos en el desarrollo de las integrales (IV.25). De este modo, resulta que la evolución temporal de los elementos de matriz $\rho_{\alpha\alpha'}$ de la densidad reducida de un cuerpo ρ_1 , está gobernada por un generador de evolución de campo medio más un término de tipo ganancia menos pérdida \mathcal{T}_1 ,

$$i\hbar \dot{\rho}_{\alpha\alpha'}(t) = \sum_{\substack{\alpha\alpha' \\ \beta\beta'}} L_{\alpha\beta'\alpha'\beta}^{HF}(\rho) \rho_{\beta\beta'}(t) + i(G_{\alpha\alpha'}(\rho) - \mathcal{T}_{\alpha\alpha'}(\rho)) \quad (IV.26)$$

La expresión de las contribuciones de ganancia y pérdida al término colisional de la ecuación (IV.26) en el caso markoviano (sin memoria) está dada por las ecuaciones (A7) y (A8) de la referencia [50]. En el Apéndice I del presente trabajo se muestra que, luego de cierta álgebra, ese término puede escribirse, en el caso no markoviano, de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} K_{\alpha\alpha'} &= G_{\alpha\alpha'} - \mathcal{T}_{\alpha\alpha'} = \\ &= \frac{1}{2\hbar} \sum_{\substack{\alpha\beta\gamma\delta \\ \beta'\gamma'\delta'}} \left\{ v_{\alpha'\beta\gamma\delta}^{\Lambda*} v_{\alpha\beta'\gamma\delta}^{\Lambda} \int_0^t d\bar{t} e^{-i\bar{t}\omega_{\alpha\beta,\gamma\delta}} (\rho_{\gamma\gamma'} \rho_{\delta\delta'} \bar{\rho}_{\alpha\alpha'} \bar{\rho}_{\beta\beta'} - \rho_{\alpha\alpha'} \rho_{\beta\beta'} \bar{\rho}_{\gamma\gamma'} \bar{\rho}_{\delta\delta'}) \right. \\ &\quad \left. + v_{\alpha\beta\gamma\delta}^{\Lambda} v_{\alpha\beta'\gamma'\delta'}^{\Lambda*} \int_0^t d\bar{t} e^{-i\bar{t}\omega_{\gamma\delta,\alpha'\beta'}} (\rho_{\gamma\gamma'} \rho_{\delta\delta'} \bar{\rho}_{\alpha\alpha'} \bar{\rho}_{\beta\beta'} - \rho_{\alpha\alpha'} \rho_{\beta\beta'} \bar{\rho}_{\gamma\gamma'} \bar{\rho}_{\delta\delta'}) \right\} \end{aligned} \quad (IV.27)$$

donde: $\bar{\rho}_{\alpha\beta} = \delta_{\alpha\beta} - \rho_{\alpha\beta}$, $\hbar\omega_{\alpha\beta,\gamma\delta} = \epsilon_{\alpha} + \epsilon_{\beta} - \epsilon_{\gamma} - \epsilon_{\delta}$, ϵ : energías de Hartree-Fock
 $v_{\alpha\beta\gamma\delta}^{\Lambda}$ elementos de matriz de la interacción antisimetrizados.

La ecuación (IV.26) pertenece a la clase de ecuaciones de Hartree-Fock dependientes del tiempo colisionales (HFDTC) de las referencias [72-75, 51] y ha sido analizada comparativamente con ellas, y con otros enfoques alternativos de la literatura, en la referencia [62].

Se observa que la expresión del término de colisión (IV.27) coincide con la correspondiente a la referencia [76] que se basa en un formalismo de proyección [77]. Este hecho resulta natural si tiene en cuenta que tanto las técnicas de reducción, (como la que emplea el cambio), como las de proyección involucran la operación de eliminación de variables no observables. Cualquiera sea el origen de la ecuación (IV.27), se puede considerar una generalización no diagonal y no markoviana del término colisional de Boltzmann de las referencias [51, 72-75], que asigna explícitamente un rol dinámico a las amplitudes de transferencia $\rho_{\alpha\beta}$ asociadas con las fluctuaciones estadísticas del campo medio de un cuerpo [77].

Al resolver el problema markoviano [51] un análisis de la evolución de los elementos de la matriz densidad ρ_1 permite eliminar los no diagonales por decaer [71] éstos mucho más rápidamente que los diagonales y en el régimen asintótico estos últimos tienden a la distribución de Fermi de acuerdo con la ecuación de Boltzmann. La situación descrita por la ecuación (IV.27), por el contrario, es exacta y completamente general, no haciéndose en ella ninguna suposición acerca de los elementos matriciales del operador ρ_1 . Esta ecuación produce la esencial dinámica de balance, propia de los procesos irreversibles [71] y asigna un rol particular a los productos cuádruples de tipo $\rho\rho\bar{\rho}\bar{\rho}$,

IV.2 Aproximación de fases al azar colisional

En esta sección se estudiará la evolución temporal de las amplitudes de transferencia $\rho_{\alpha\alpha'}$, en el caso en que éstas han sido excitadas para generar una pequeña perturbación en el estado fundamental de Hartree-Fock a una cierta temperatura finita T . Esto significa que, una frecuencia compleja que describe la oscilación amortiguada del mar de Fermi térmicamente ensanchado, buscará soluciones de la ecuación cinética (IV.23) que realicen movimientos coherentes de tipo armónico.

Si las soluciones buscadas son de la forma:

$$\rho_{\alpha\alpha'}(t) = \delta_{\alpha\alpha'} \rho_{\alpha}^{\circ} + (1 - \delta_{\alpha\alpha'}) \rho_{\alpha\alpha'}^1(t) \quad (\text{IV.28.a})$$

donde

$$\rho_{\alpha}^{\circ} = (1 + \exp \frac{\epsilon_{\alpha} - \epsilon_F}{kT})^{-1} \quad (\text{IV.28.b})$$

y son tales que linealizan el término colisional (IV.27), la solución resultante es la de una aproximación del fases al azar colisional (AFAC) similar a la obtenida en la referencia [78], cuya ecuación de movimiento para el campo medio perturbado es:

$$\dot{\rho}^1(1,t) = -\frac{i}{\hbar} \left\{ L^{HF}(\rho^{\circ}) \rho^1(1,t) + \text{Tr}_2 L_1(1,2) \rho^1(2,t) \rho^{\circ}(1) \right\} - \mathcal{H}(\rho^{\circ}) \rho^1(1,t) \quad (\text{IV.29})$$

La contribución antihermítica del miembro derecho de la ecuación (IV.29) corresponde a la dinámica de la aproximación de fases al azar (AFA) térmica de la referencia [79], que da lugar a excitaciones bosónicas del mar de Fermi, relacionadas con el campo de un cuerpo. La relación de conmutación

$$\rho^1 = [O^+, \rho^0] = X e^{i\omega t} \quad (\text{IV.30})$$

donde O^+ es un operador de un cuerpo que, a $T=0$ adquiere la estructura de partícula-agujero, y que satisface con el operador O las reglas de conmutación de cuasibosón:

$$\langle [O, O^+] \rangle = \text{Tr}[O, O^+] \rho^0 = \text{Tr}[O^+, \rho^0] O = 1 \quad (\text{IV.31})$$

En el caso colisional que describe la ecuación (IV.29), si se propone también una solución oscilante del tipo $\rho^1 = X e^{i\omega t}$ se obtienen las siguientes ecuaciones de autovalores complejas:

$$\begin{aligned} \hbar \omega X &= \hbar (\omega_0 - i\Gamma/2) X = \\ &= \left\{ L^{HF}(\rho^0) + \text{Tr}_2[\nu^{(1,2)}, \rho^0(1)] - i\hbar \mathcal{K}_0 \right\} X \end{aligned} \quad (\text{IV.32})$$

donde la parte imaginaria del autovalor ω representa el ancho total⁷¹, es decir, la suma de las contribuciones de los anchos de escape más el de amortiguamiento ("spreading"). En el siguiente capítulo se hará una discusión del significado del operador O en el caso colisional.

La representación espectral de la ecuación de la AFAC,

obtenida linealizando derivada colisional completa, markoviana no diagonal (IV.27), resulta:

$$\begin{aligned}
 \dot{\rho}_{\alpha\alpha'}^1 = & -\frac{i}{\hbar} \left\{ (\epsilon_\alpha - \epsilon_{\alpha'}) \rho_{\alpha\alpha'}^1 + (\rho_{\alpha\alpha'}^0 - \rho_{\alpha\alpha}^0) \sum_{\beta\beta'} v_{\alpha\beta'\alpha'\beta}^A \rho_{\beta\beta'}^1 \right\} + \\
 & + \frac{1}{2\hbar^2} \left\{ \sum_{\beta\gamma\tau\delta} v_{\alpha'\beta\tau\delta}^{A*} v_{\alpha\beta\tau\delta}^A \int_0^t d\tau' \left[\mathcal{F}_{\delta,\alpha\beta} e^{-i\tau' \omega_{\alpha\beta,\tau\delta}} \rho_{\tau\delta}^1(t-\tau') + \mathcal{F}_{\delta,\alpha'\beta} e^{-i\tau' \omega_{\tau\delta,\alpha'\beta}} \rho_{\tau\delta}^1(t-\tau') + \right. \right. \\
 & + \sum_{\beta\tau\delta\delta'} v_{\alpha'\beta\tau\delta'}^{A*} v_{\alpha\beta\tau\delta}^A \int_0^t d\tau' \left[\mathcal{F}_{\tau,\alpha\beta} e^{-i\tau' \omega_{\alpha\beta,\tau\delta'}} \rho_{\delta\delta'}^1(t-\tau') + \mathcal{F}_{\tau,\alpha'\beta} e^{-i\tau' \omega_{\tau\delta,\alpha'\beta}} \rho_{\delta\delta'}^1(t-\tau') - \right. \\
 & - \sum_{\alpha\beta\tau\delta} \mathcal{F}_{\beta,\tau\delta} \int_0^t d\tau' v_{\alpha'\beta\tau\delta}^{A*} v_{\alpha\beta\tau\delta}^A e^{-i\tau' \omega_{\alpha\beta,\tau\delta}} \rho_{\alpha\alpha}^1(t-\tau') - \quad (IV.33) \\
 & - \sum_{\alpha'\beta\tau\delta} \mathcal{F}_{\beta,\tau\delta} \int_0^t d\tau' v_{\alpha\beta\tau\delta}^A v_{\alpha'\beta\tau\delta}^{A*} e^{-i\tau' \omega_{\tau\delta,\alpha'\beta}} \rho_{\alpha\alpha'}^1(t-\tau') - \\
 & \left. - \sum_{\beta\beta'\tau\delta} v_{\alpha'\beta\tau\delta}^{A*} v_{\alpha\beta'\tau\delta}^A \int_0^t d\tau' \left[\mathcal{F}_{\alpha,\tau\delta} e^{-i\tau' \omega_{\alpha\beta,\tau\delta}} \rho_{\beta\beta'}^1(t-\tau') + \mathcal{F}_{\alpha',\tau\delta} e^{-i\tau' \omega_{\tau\delta,\alpha'\beta}} \rho_{\beta\beta'}^1(t-\tau') \right] \right\}
 \end{aligned}$$

donde (IV.34)

$$\mathcal{F}_{\alpha,\beta\tau} = \rho_\alpha^0 \bar{\rho}_\beta^0 \bar{\rho}_\tau^0 + \bar{\rho}_\alpha^0 \rho_\beta^0 \rho_\tau^0$$

pueden efectuar los

mentarios (ver 62)

En lugar demuestra linealizada proporcional de la densidad de partícula independiente equivalente la se obtiene partir del formalismo de la "segunda aproximación de fases al orden 2" (ver 60, 61) afirma basa en la comparación de las ecuaciones (IV.33) de trabajo y (3.5) de la referencia [81], obteniéndose que, luego de un adecuado cambio de nombre de los subíndices de algunos cambios de signo asociados elementos de matriz de la interacción antisimétricos. expresiones resultan idénticas Esta coincidencia casual, dado que en la referencia [81] la evolución de la densidad de un cuerpo se extrae de una jerarquía

truncada para las densidades de uno y dos cuerpos, en donde los efectos de antisimetrización de tres cuerpos se incluyen en el proceso de evaluación de los conmutadores que aparecen en ese formalismo. Dentro de los límites de las aproximaciones realizadas la ecuación cinética no diagonal y no markoviana (IV.23), la derivada colisional (IV.27) proporciona, en su versión linealizada, la misma evolución del campo medio y sus fluctuaciones que la aproximación de la segunda AFA.

También es importante observar que la ecuación cinética general (IV.23) proporciona dos descripciones físicas diferentes, bajo ciertos requerimientos especiales. En efecto, si se efectúa la hipótesis markoviana por considerar que las escalas temporales macroscópicas y microscópicas del sistema se encuentran suficientemente separadas, e interesa estudiar la aproximación de ese sistema de muchos cuerpos al equilibrio térmico, la ecuación Boltzmann surge como una realización particular de las ecuaciones (IV.23) y (IV.27) ([61]). Por otro lado, cuando se suponen pequeñas distorsiones del campo medio y se linealiza la ecuación cinética general, se obtiene la evolución predicha por la segunda AFA para la evolución de la perturbación. Estas consideraciones permiten concluir que ambas situaciones son aspectos complementarios de un mismo tratamiento que consiste, en este caso, en la elección de un dado nivel de truncación con cual se despreciarán las correlaciones de muchos cuerpos, y no son resultados contradictorios surgidos de diferentes interpretaciones del comportamiento macroscópico básico⁸¹.

Dos características más pueden comentarse. Por un lado, la

relación entre la segunda AFA y las versiones no lineales de la dinámica de HFDTG. Es claro dado que se ha mostrado que la primera, tal como se presenta en la referencia [81], da cuenta de la linealización de la segunda. Pero se debe observar que en la referencia [81] el término de colisión se deduce truncando una jerarquía de ecuaciones de movimiento para la densidad de s partículas ($1 \leq s \leq N$), previamente linealizada. Por el contrario, en este trabajo se ha linealizado la ecuación cinética que surge de truncar la jerarquía EBKLY, que contenía los pesos cuádruples $\rho \rho \bar{\rho} \bar{\rho}$ del tipo de Boltzmann. De esta manera los términos pesados por los factores \mathcal{F} que caracterizan en [81] los decaimientos⁷⁴ virtuales de partículas, en realidad las derivadas de los términos de balance, o de ganancia-pérdida, no diagonales de Boltzmann. Por lo tanto su significado no puede apreciarse desde el formalismo de la segunda AFA dado que en él se ha eliminado la no-linealidad original.

Por último, se puede observar que la técnica de reducción que empleó en este trabajo es equivalente al algoritmo de proyección utilizado en las referencias [72, 76-78]. La expresión para el ancho de amortiguamiento obtenido en [72] puede deducirse de la ecuación de autovalores (IV.33), levantando la restricción de suma sobre los estados de partícula-agujero impuesta en ese trabajo y sumar sobre todos los estados de una partícula, siendo los pesos de Boltzmann $\rho \rho \bar{\rho} \bar{\rho}$ los encargados de seleccionar los propios estados de partícula-agujero al caer la temperatura a cero.

V Resolución de las ecuaciones de la AFAC

En este capítulo se presenta la solución general para las ecuaciones de pequeñas oscilaciones alrededor del equilibrio de la matriz densidad de un cuerpo que fuera descrita en el capítulo IV. Estas ecuaciones, que constituyen la generalización de la aproximación de al azar al caso colisional (AFAC), resultan formalmente abarcando diferentes situaciones que involucran un particular tratamiento del término colisional de dos cuerpos, así como también en la tradicional AFA no colisional.

V.1 Solución General

La expresión de la ecuación cinética linealizada, de acuerdo con los resultados del capítulo IV, se puede escribir:

$$i\hbar \dot{\rho}'(t) = A \rho'(t) + i \int_0^t \mathcal{B}(\tau) \rho'(t-\tau) d\tau \quad (\text{V.1})$$

donde los superoperadores A y $\mathcal{B}(\tau)$, en la base de Hartree-Fock $\{|\alpha\rangle\}$, se definen:

$$A_{\alpha\beta\alpha'\beta'} = (\epsilon_\alpha - \epsilon_{\alpha'}) \delta_{\alpha\beta} \delta_{\alpha'\beta'} + (\rho_{\alpha'}^0 - \rho_\alpha^0) v_{\alpha\beta\alpha'\beta'} \quad (\text{V.2})$$

$$\mathcal{B}_{\alpha\beta\alpha'\beta'}(\tau) = \sum_r b_r^{\alpha\beta\alpha'\beta'} \cos(\omega_r \tau) \quad (\text{V.3})$$

y donde los elementos de matriz $b_{\beta\alpha'}^{\alpha\beta}$ obtienen a partir de la ecuación (IV) definiendo índices mudos y reagrupando

\mathcal{B} resulta ⁷¹

$$\begin{aligned} \mathcal{B}_{\alpha\beta'\alpha'\beta}(\tau) = & \frac{1}{2} \sum_{\delta\tau} 2 v_{\alpha\delta\tau\beta}^A v_{\alpha'\delta\tau\beta'}^A \left\{ \cos(\omega_{\alpha'\delta,\beta\tau}) \mathcal{F}'_{\tau,\alpha\delta} + \cos(\tau\omega_{\alpha\delta,\beta'\tau}) \mathcal{F}'_{\tau,\alpha\delta} \right\} + \\ & \sum_{\delta\tau} -v_{\alpha\beta'\tau\delta}^A v_{\alpha'\beta\tau\delta}^A \left\{ \cos(\tau\omega_{\alpha'\beta',\tau\delta}) \mathcal{F}'_{\alpha',\tau\delta} + \cos(\tau\omega_{\alpha\beta,\tau\delta}) \mathcal{F}'_{\alpha,\tau\delta} \right\} + \\ & \sum_{\delta\tau\varepsilon} -\mathcal{F}'_{\varepsilon,\tau\delta} \left\{ v_{\beta\varepsilon\tau\delta}^A v_{\alpha\varepsilon\tau\delta}^A \cos(\tau\omega_{\alpha\varepsilon,\tau\delta}) \delta_{\beta\alpha'} + \right. \\ & \left. v_{\beta'\varepsilon\tau\delta}^A v_{\alpha'\varepsilon\tau\delta}^A \cos(\tau\omega_{\alpha\varepsilon,\tau\delta}) \delta_{\alpha\beta} \right\} \quad v, \text{real.} \end{aligned} \quad (V.4)$$

que, por la ecuación (V.3).

La ecuación (V.1) puede resolverse formalmente por transformación Laplace, que la lleva a la forma:

$$i\hbar (s\phi(s) - \rho^1(0)) = A\phi(s) + iB(s)\phi(s) \quad (V.5)$$

que es una ecuación algebraica para $\phi(s)$, la transformada Laplace de $\rho^1(t)$, en términos de la condición inicial $\rho^1(0)$, la matriz independiente del tiempo A y B(s) la correspondiente transformada de $\mathcal{B}(t)$.

Es útil definir los superoperadores de un cuerpo en el espacio de Hilbert de estados de Hartree-Fock:

$$F = -[\rho^0,] \quad (V.6.a)$$

$$\mathcal{L} = [\mathcal{H}_0,] \quad (\text{V.6.b})$$

$$V = \sum_{\substack{\alpha\alpha' \\ \beta\beta'}} v_{\alpha\beta'\alpha'\beta}^{\wedge} |\beta\rangle\langle\alpha| \otimes |\alpha'\rangle\langle\beta'| \quad (\text{V.6.c})$$

donde el símbolo \otimes denota la posición que ocupa el vector sobre el cual el superoperador opera. Con estas definiciones, la ecuación (V.6.a) se puede expresar alternativamente según:

$$i\hbar(s\phi(s) - \rho'(0)) = [\mathcal{L} + FV + iB(s)] \phi(s) \quad (\text{V.7})$$

de donde se puede extraer $\phi(s)$ como:

$$\phi(s) = \{i\hbar s - [\mathcal{L} + FV + iB(s)]\}^{-1} i\hbar \rho'(0) \quad (\text{V.8})$$

solución para ρ'

$$\rho'(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_C e^{st} \phi(s) ds$$

camino cerrado sobre el plano complejo.

Una representación de la solución (V.9) puede obtenerse, por ejemplo, si se trabaja en el espacio de Liouville \mathcal{L}_L de vectores $|m\rangle$ que, en términos de vectores del espacio de Hilbert \mathcal{H}_H , se definen en general como:

$$|m\rangle = |\Psi\rangle\langle\Psi| = \sum_{\alpha\alpha'} Y_{\alpha\alpha'} |\alpha\rangle\langle\alpha'| \quad (\text{V.10.a})$$

$$\langle m| = \langle\Psi| \otimes |\Psi\rangle \quad (\text{V.10.b})$$

$$|\Psi\rangle \in \mathcal{E}_H$$

donde $Y_{\alpha\alpha'}$ son amplitudes. En el espacio \mathcal{E}_L , $\rho^1(t)$ es un vector ($|\rho^1(t)\rangle$) y el superoperador de \mathcal{E}_H definido por:

$$M = \{ \mathcal{L} + FV + iB(s) \}^{-1} \quad (\text{V.11})$$

un operador que define una base $\{|n\rangle\}$ que lo diagonaliza, tanto existen frecuencias, en general complejas, que

$$M|n\rangle = \hbar \omega_n |n\rangle \quad (\text{V.12})$$

La ecuación

trabajando en

$\{|n\rangle\}$, resulta:

$$\begin{aligned} \rho_n^1(t) &= \langle n | \rho^1 \rangle \\ &= e^{-i\omega_n t} \chi_n \end{aligned}$$

donde las frecuencias ω_n son los autovalores de M de $\phi(s)$, y las amplitudes χ_n están asociadas de ϕ . Evidentemente, la resolución por transformada de Laplace de las ecuaciones de movimiento es equivalente a considerar el de evolución o propagador U que actúa sobre $\rho^1(0)$:

$$P'(t) = U(t) P'(0) \quad (\text{V. 14. a})$$

$$\text{con } U(t) = e^{-\frac{i}{\hbar} M t} \quad (\text{V. 14. b})$$

tanto, en la misma base $\{|n\rangle\}$:

$$\begin{aligned} P'_n(t) &= \langle n | U(t) | P'(0) \rangle = \\ &= \sum_m \langle n | U(t) | m \rangle \langle m | P'(0) \rangle = \\ &e^{-i \omega_n t} P'_n(0) \end{aligned}$$

identificando las amplitudes X_n con las componentes $P'_n(0)$ de

dentro de la cual se analizará a continuación la evolución temporal para el caso de un sistema de espín $P'(t)$ de la matriz de densidad. En esta formulación el término colisional de la ecuación de Bloch-Redfield, que describe la relajación del sistema, se aproxima por un término de relajación que incorpora diferentes hipótesis sobre la naturaleza del sistema.

Caso no colisional

En este caso se pasa a la resolución de las ecuaciones de la aproximación de fases al azar tradicional, en la que el término $\mathcal{D}(t) = 0$. En consecuencia, el operador M adopta la

$$M = \mathcal{L} + FV \quad (V.16)$$

resultan reales.

Ejemplo. resolverá el problema en modelo

82

interacción de dos cuerpos:

$$V_{\alpha\beta\gamma\delta} = G \mathcal{D}_{\alpha\gamma} \mathcal{D}_{\beta\delta}$$

intensidad de

$$\mathcal{D}_{\alpha\beta}$$

en la

$\{|\alpha\rangle\}$

$$i\hbar (S \phi_{\alpha\alpha'}(S) - P_{\alpha\alpha'}^{\wedge}(0)) = (E_{\alpha} - E_{\alpha'}) \phi_{\alpha\alpha'}(S) + \\ + G (P_{\alpha'}^{\circ} - P_{\alpha}^{\circ}) \mathcal{D}_{\alpha\alpha'} \sum_{\beta\beta'} \mathcal{D}_{\beta'\beta} \phi_{\beta\beta'}(S)$$

$$\Delta_{\alpha\alpha'}^{\circ} = i\hbar S - (E_{\alpha} - E_{\alpha'})$$

$$x^{\circ}(S) = \sum_{\alpha\alpha'} \mathcal{D}_{\alpha'\alpha} \phi_{\alpha\alpha'}(S)$$

$$\phi_{\alpha\alpha'}(S) = i\hbar \frac{P_{\alpha\alpha'}^{\wedge}(0)}{\Delta_{\alpha\alpha'}^{\circ}} + G (P_{\alpha'}^{\circ} - P_{\alpha}^{\circ}) \frac{\mathcal{D}_{\alpha\alpha'}}{\Delta_{\alpha\alpha'}^{\circ}} x^{\circ}(S)$$

$$x^{\circ}(S) = \left[1 - G \sum_{\alpha\alpha'} (P_{\alpha'}^{\circ} - P_{\alpha}^{\circ}) \frac{|\mathcal{D}_{\alpha\alpha'}|^2}{\Delta_{\alpha\alpha'}^{\circ}} \right]^{-1} i\hbar \sum_{\alpha\alpha'} \frac{\mathcal{D}_{\alpha\alpha'}}{\Delta_{\alpha\alpha'}^{\circ}} P_{\alpha\alpha'}^{\wedge}(0) \quad (V.20.5)$$

Si se analizan las ecuaciones (V.20) es posible distinguir para $\phi(s)$ dos tipos de polos:

a) los ceros de $\Delta_{\alpha\alpha'}$, que constituyen las energías de cuasipartícula:

$$s = iW_{\alpha\alpha'} = \frac{i}{\hbar} (\epsilon_{\alpha'} - \epsilon_{\alpha}) \quad (V.21)$$

y los polos de $\alpha^{\circ}(s)$, que corresponden a estados

$$s = iW$$

donde w

$$\sum_{\alpha\alpha'} \frac{(\rho_{\alpha'}^{\circ} - \rho_{\alpha}^{\circ}) |\mathcal{D}_{\alpha\alpha'}|^2}{(\hbar w + \epsilon_{\alpha} - \epsilon_{\alpha'})} = - \frac{1}{G} \quad (V.22)$$

destacarse el modelo esquemático de de a un modo colectivo pues además se muy a las frecuencias microscópicas (V.21) (V.20.b) donde es de la base partícula-agujero. demostrar que espúreo óptica tiene

$$\begin{aligned} X_{\alpha\alpha'} &= \lim_{s \rightarrow iW_{\alpha\alpha'}} (s - iW_{\alpha\alpha'}) \phi_{\alpha\alpha'}(s) = \\ &= \rho_{\alpha\alpha'}^{\circ}(0) + G \mathcal{D}_{\alpha\alpha'} (\rho_{\alpha'}^{\circ} - \rho_{\alpha}^{\circ}) \lim_{s \rightarrow iW_{\alpha\alpha'}} \alpha_s^{\circ} = \\ &= 0 \end{aligned} \quad (V.23)$$

interés están dadas por:

$$\begin{aligned}
X_{\alpha\alpha'}(\omega) &= \lim_{s \rightarrow i\omega} (s - i\omega) \phi_{\alpha\alpha'}(s) = \\
&= G(\rho_{\alpha'}^0 - \rho_{\alpha}^0) \frac{\partial_{\alpha\alpha'}}{\Delta_{\alpha\alpha'}^0(i\omega)} \lim_{s \rightarrow i\omega} (s - i\omega) x^0(s)
\end{aligned} \tag{V.24}$$

V.3.1 Operador de cuasi bosón

Sea Q^+ operador definido por la siguiente expresión:

$$\phi(s) = F Q^+(s)$$

desprende que $Q^+(s)$

satisface:

$$i\kappa (s F Q^+(s) - P^+(0)) = (\mathcal{L} + FV) F Q^+(s) \tag{V.26}$$

Si que $Q^+(s)$ es la transformada de

operador Q^+ cuenta

$$\begin{aligned}
[\mathcal{L}, F] &= 0 \\
P^+(t) &= F O^+(t)
\end{aligned} \tag{V.27.a}$$

resulta

$$i\kappa (s Q^+(s) - O^+(0)) = (\mathcal{L} + VF) Q^+ \tag{V.28}$$

de donde

$$Q^+(s) = \{ i\hbar s - (\mathcal{L} + VF) \}^{-1} i\hbar O^+(0) \quad (V.29)$$

Esta ecuación es similar a la que satisface $\phi(s)$ en función de la condición inicial $\rho^+(0)$, de manera que el operador $O^+(t)$ deberá funcionar de acuerdo

$$O^+(t) = U(t) O^+(0) \quad (V.30.a)$$

$$U(t) = e^{-\frac{i}{\hbar} M' t} \quad (V.30.b)$$

$$M' = \mathcal{L} + VF \quad (V.30.c)$$

De acuerdo con (V.16) el operador de evolución $U(t)$ tiene autofrecuencias ω tanto es unitario. Es inmediato verificar que M y M' tienen las mismas autofrecuencias. Pueden expresarse también de la siguiente

$$i\hbar \dot{O}^+(t) = (\mathcal{L} + VF) O^+(t) \\ \simeq [H, \] O^+(t)$$

que constituye la ecuación de movimiento del cuasibosón de la AFA usual ⁸³. En esta situación, el conmutador medio:

$$\langle [O(t), O^+(t)] \rangle_0 = \text{Tr}(\rho^+[O(0)U^{\dagger}(t), U(t)O^+(0)]) \quad (V.32)$$

tiene que, gracias a la propiedad de unitariedad de $U(t)$:

$$\langle [O(t), O^\dagger(t)] \rangle_0 = \langle [O(\omega), O^\dagger(\omega)] \rangle_0 \quad (V.33)$$

por lo tanto, es una cantidad independiente del tiempo que, si es elegida inicialmente igual a la unidad, conservará su valor durante toda la evolución y con él su caracter de cuasibosón. Evaluando en la base $\{|\alpha\rangle\}$ se tiene:

$$1 = \langle [O, O^\dagger] \rangle_0 = \sum_{\alpha\alpha'} (p_{\alpha'}^0 - p_{\alpha}^0) |O_{\alpha\alpha'}|^2$$

que, se desprende que la relación entre las amplitudes $X_{\alpha\alpha'}$ y los elementos $O_{\alpha\alpha'}$ es:

$$X_{\alpha\alpha'} = (p_{\alpha'}^0 - p_{\alpha}^0) O_{\alpha\alpha'}$$

inmediatamente

siguiente

$$1 = \sum_{\alpha\alpha'} \frac{|X_{\alpha\alpha'}|^2}{(p_{\alpha'}^0 - p_{\alpha}^0)}$$

(24)

$X_{\alpha\alpha'}$

$$X_{\alpha\alpha'}(\omega) = G (p_{\alpha'}^0 - p_{\alpha}^0) \frac{D_{\alpha\alpha'}}{\Delta_{\alpha\alpha'}(\omega)} G$$

$$|G| = \frac{1}{G} \left[\sum_{\beta\beta'} \frac{|D_{\beta\beta'}|^2}{|\hbar\omega + \epsilon_{\beta} - \epsilon_{\beta'}|^2} (p_{\beta'}^0 - p_{\beta}^0) \right]^{-1/2}$$

V.2.2 Función intensidad

De acuerdo con la referencia 84 se define la función intensidad:

$$S(E) = \sum_{n,m} P_m^0 |\langle n|F|m\rangle|^2 \delta(E - (E_n - E_m))$$

donde F es el campo generador de transiciones $|n\rangle$ y $|m\rangle$ estados leares entre los que se producen las transiciones y P_m^0 es la distribución de equilibrio del estado m a la temperatura T .

se elige para esos estados nucleares los estados de AFA.

$$\begin{aligned} S(E) &= \sum_{\alpha\alpha'} (P_{\alpha'}^0 - P_{\alpha}^0) |O_{\alpha\alpha'}^+|^2 \delta(E - \hbar\omega_{\alpha\alpha'}) \\ &= \sum_{\alpha\alpha'} \frac{|X_{\alpha\alpha'}|^2}{(P_{\alpha'}^0 - P_{\alpha}^0)} \delta(E - \hbar\omega_{\alpha\alpha'}) \end{aligned} \quad (V.39)$$

ver para
 oiva, la función intensidad
 adopta discreta de
 probabilidad

$$S(\hbar\omega) = \sum_{\alpha\alpha'} S_{\alpha\alpha'} \delta(\hbar\omega - \hbar\omega_{\alpha\alpha'}) \quad (V.40)$$

con

$$1 = \sum_{\alpha\alpha'} S_{\alpha\alpha'} \quad (V.41)$$

V.3 Caso colisional

En esta situación se agrega la contribución del término de colisiones $iB(s)$ al superoperador M definido en el punto (V.1) y por lo tanto origina autofrecuencias complejas:

$$\Omega_n = \omega_n - i\Gamma_n/2 \quad (V.42.a)$$

entonces,
$$\rho_n^+(t) = e^{-i\omega_n t} e^{-\Gamma_n t/2} \quad (V.42.b)$$

en este caso, manifiesta un amortiguamiento temporal por la exponencial real, superpuesto a un movimiento oscilante, que es característico de los procesos disipativos. El operador $U(t)$ deja de ser un operador unitario. Considera el operador $O^+(t)$ definido por la ecuación (V.43). Observa la pérdida de su carácter de observación. La ecuación de movimiento es

$$i\hbar \dot{O}^+(t) = (\mathcal{L} + VF + iB(s)) O^+(t) \quad (V.43)$$

$$\neq [H, O^+(t)]$$

y el miembro de la derecha ya puede aproximarse a un operador M también, que en la ecuación de Liouville en la que M y H son

$$[O(t), O^+(t)] = \sum_n e^{-\Gamma_n t} [O_n(\omega), O_n^+(0)] \quad (V.44)$$

por lo tanto, los tiempos para los cuales vale:

$$\langle [O(t), O^+(t)] \rangle_0 \approx \langle [O(0), O^+(0)] \rangle_0 = 1 \quad (V. 45)$$

son aquellos que satisfacen:

$$t \ll \min \left(\frac{1}{\Gamma_n} \right) \quad (V. 46)$$

Esto significa que el carácter de cuasibosón sobrevive sólo durante intervalos de tiempos muy cortos en el sentido de (V.46), durante los cuales el término colisional, cuya acción comparada con el campo externo ($\mathcal{B} = V\mathcal{E}$) es menos intensa, no ha alcanzado a generar suficiente pérdida de coherencia en el sistema. En cuanto esto sucede, a tiempos mayores el comportamiento colectivo de las partículas resulta de la consecuencia de las interacciones entre ellas y que constituyen una característica de todo sistema de tipo cinético. En consecuencia, para resolver la ecuación de evolución de la ecuación de movimiento y la definición de intensidad (V.39).

A grandes tiempos es posible distinguir en el caso colisional tres casos de acuerdo con las hipótesis que se efectúan al realizar el desarrollo del término de colisiones \mathcal{B} estos son: el markoviano, el semimarkoviano y el no markoviano. Estos casos se discutirán en continuación y por separado, para dar luego una solución general que involucre a los tres.

V.3.1 Caso markoviano

Partiendo de la expresión (IV.25) del término colisional en la aproximación débil extrema, para la ecuación cinética (IV.23) linealizada. En ella intervienen las densidades ρ_i evaluadas en los tiempos $t-\tau$, donde t es el instante actual y τ la variable de integración sobre la historia pasada. Estas densidades, siempre puede escribirse:

$$\rho_i(t-\tau) = U(i, \tau) \rho_i(t) \quad i=1,2,3 \quad (V.47)$$

Pero U es un propagador de vida media τ_c corta, decir τ_c tiempos de observación t vale $t \gg \tau_c$ y por lo tanto se puede hablar de separación de escalas temporales macroscópica y microscópica. Se puede llevar infinito el límite superior de la integral y aproximar $\rho_i(t-\tau)$ por $\rho_i(t)$ en la ecuación (IV.23) a aproximación, markoviana o de pérdida de memoria. La expresión del término de colisiones resulta:

$$K = -\frac{1}{\hbar} \int_0^\infty d\tau \text{Tr}_2 L_1(1,2) U_0(1,2;\tau) \left\{ L_1(1,2) P_2(1/2) \rho(1;t) \rho(2;t) + \right. \\ \left. + \text{Tr} \left[(L_1(1,3) + L_1(2,3)) P_3(1/2/3) - P_2(1/2) (L_1(1,3) P_2(1/3) + L_1(2,3) P_2(2/3)) \right] \right\} \\ \times \rho(1;t) \rho(2;t) \rho(3;t)$$

En esta expresión ρ es la matriz de un cuerpo, específicamente denominada ρ_1 en las ecuaciones del capítulo IV.

De este modo, al linealizar la ecuación cinética, se obtiene:

$$i\hbar \dot{\rho}_{\alpha\alpha'}^1 = \sum_{\beta\beta'} A_{\alpha\beta'\alpha'\beta} \rho_{\beta\beta'}^1(t) + i \sum_{\beta\beta'} b_r^{\alpha\beta'\alpha'\beta} \left(\int_0^\infty d\tau \cos \omega_r \tau \right) \rho_{\beta\beta'}^1(t) \quad (V.49)$$

donde $A_{\alpha\beta'\alpha'\beta}$ y $b_r^{\alpha\beta'\alpha'\beta}$ están definidos por las ecuaciones (V.2) y (V.4).

Transformando Laplace (49), resulta:

$$i\hbar (s \rho_{\alpha\alpha'}^1(s) - \rho_{\alpha\alpha'}^1(0)) = \sum_{\beta\beta'} \left\{ A_{\alpha\beta'\alpha'\beta} + i\pi \sum_r b_r^{\alpha\beta'\alpha'\beta} \delta(\omega_r) \right\} \rho_{\beta\beta'}^1(s) \quad (V.50)$$

que constituye la solución markoviana de la ecuación general (V.49).

V.3.3 Caso semimarkoviano

La aproximación consiste en proponer para la integral colisional de la ecuación cinética linealizada, la solución:

$$\rho_{\beta\beta'}^1(t-\tau) = e^{i\omega\tau} \rho_{\beta\beta'}^1(t) \quad (V.51)$$

que si bien pretende tener en cuenta la historia pasada en esta forma suponiendo $t \gg \tau_c$.

Así, al tomar la parte real de dicha integral, en lugar de $\cos(\omega_r \tau)$, aparece $\cos(\omega_r - \omega)$. Al transformar Laplace, las resultantes son análogas a las obtenidas en el caso anterior, con la diferencia de que en (V.50) se deberá sustituir la $\delta(\omega)$ por $\delta(\omega_r - \omega)$.

no muy bien

suposición acerca de las escalas temporales. Así mismo, el cálculo del operador $B(s)$ se efectúa directamente tomando como Laplace la convolución:

$$\int_0^t \mathcal{B}(t) \rho^1(t-\tau) d\tau \quad (V.52)$$

lo cual la (7) resulta:

$$i\hbar (s \phi_{\alpha\alpha'}(s) - \rho_{\alpha\alpha'}^1(0)) = \sum_{\beta\beta'} \left\{ A_{\alpha\beta'\alpha'\beta} + i \sum_r b_r^{\alpha\beta'\alpha'\beta} \left(\frac{s}{s^2 + \omega_r^2} \right) \right\} \quad (V.53)$$

V.7. Resolución del caso adicional general en el Modelo Esquemático

La ecuación general (V.7) puede desarrollarse, en el caso esquemático y en la base de Hartree-Fock:

$$i\hbar (s \phi_{\alpha\alpha'}(s) - \rho_{\alpha\alpha'}^1(0)) = (\epsilon_\alpha - \epsilon_{\alpha'}) \phi_{\alpha\alpha'}(s) + G(\rho_{\alpha\alpha'}^0 - \rho_\alpha^0) \mathcal{D}_{\alpha\alpha'} \chi(s) + i \sum_{\beta\beta'} B_{\alpha\beta'\alpha'\beta}(s) \phi_{\beta\beta'}(s) \quad (V.54)$$

donde nuevamente,
$$\chi(s) = \sum_{\beta\beta'} \mathcal{D}_{\beta\beta'} \phi_{\beta\beta'}(s)$$

Por simplicidad, como modo de ejemplo, se tomará $\beta = \alpha$ y $\beta' = \alpha'$,

hecho que permite despejar $\phi_{\alpha\alpha'}$,

$$\phi_{\alpha\alpha'}(s) = i\hbar \frac{\rho_{\alpha\alpha'}^1(0)}{\Delta_{\alpha\alpha'}} + G(\rho_{\alpha'}^0 - \rho_{\alpha}^0) \frac{\mathcal{D}_{\alpha\alpha'}}{\Delta_{\alpha\alpha'}} x(s) \quad (\text{V.55})$$

donde $\Delta_{\alpha\alpha'}$ ahora define :

$$\Delta_{\alpha\alpha'} = i\hbar s - \epsilon_{\alpha} + \epsilon_{\alpha'} - i B_{\alpha\alpha'}(s) \quad (\text{V.56})$$

$$B(s) = \sum_r b_r^{\alpha\alpha'} x \begin{cases} \pi \delta(\omega_r) & \text{markoviano} \\ \pi \delta(i s - \omega_r) & \text{semimarkoviano} \\ s(s^2 + \omega^2)^{-1} & \text{no markoviano} \end{cases} \quad (\text{V.57})$$

por último, $x(s)$ formalmente idéntica a la definida por la ecuación (V.20.b), sólo que debe sustituirse $\Delta_{\alpha\alpha'}^0$ por la expresión (V.56).

Con respecto al cálculo de las frecuencias se puede ver que, en forma análoga al caso colisional, se distinguen dos tipos:

a) frecuencias de cuasi partícula asociadas con los ceros de $\Delta_{\alpha\alpha'}$

$$s = i \Omega_{\alpha\alpha'} = i(\omega_{\alpha\alpha'} - i\Gamma_{\alpha\alpha'}/2) \quad (\text{V.58})$$

$$\text{donde } \omega_{\alpha\alpha'} = (\epsilon_{\alpha'} - \epsilon_{\alpha})/\hbar \quad (\text{V.59.a})$$

que es la frecuencia oscópica del caso no colisional

$$\Gamma_{\alpha\alpha'} = \frac{2}{\hbar} B_{\alpha\alpha'}(i\Omega_{\alpha\alpha'}) \quad (\text{V.59.b})$$

que proporciona el ancho de la frecuencia de cuasipartícula.

b) frecuencia colectiva, que satisface la ecuación compleja

$$\sum_{\alpha\alpha'} \frac{(\rho_{\alpha'}^0 - \rho_{\alpha}^0) |D_{\alpha\alpha'}|^2}{(\hbar\Omega + \epsilon_{\alpha} - \epsilon_{\alpha'} + i B_{\alpha\alpha'}(i\Omega))} = -\frac{1}{G} \quad (\text{V.60})$$

Finalmente, las amplitudes correspondientes pueden calcularse del mismo modo en el caso no colisional (ecuaciones (V.23) y (V.41)) por lo que resultan formalmente idénticas con la única diferencia de que $\Delta_{\alpha\alpha'}$ está dado por la ecuación (V.54).

En los siguientes capítulos se describirán algunas aplicaciones del formalismo aquí presentado.

VI Aplicación del formalismo de la AFAC markoviana a un modelo simplificado

Esta sección se dedica a la aplicación de la formulación descripta en el capítulo V para la resolución de la ecuación cinética, en el espíritu de la AFAC y la hipótesis markoviana. El sistema de interés es un gas fermiónico extenso que, por motivos específicamente computacionales, exhibe simetrías especiales. La finalidad de estos cálculos es la evaluación de frecuencias y anchos, así como la influencia de determinados parámetros (temperatura, dimensiones del sistema) sobre ellos.

VI.1 Breve reseña

La ecuación cinética obtenida en la sección (IV.1) para un sistema de fermiones interactuantes, se extrajo a partir de una adecuada truncación de la jerarquía BBGKY para sistemas diluidos. Básicamente, las suposiciones involucradas fueron: la separación de escalas temporales, que da lugar a la descripción de la dinámica sin memoria (aproximación markoviana), y la posibilidad de sustituir el propagador en el espacio de correlaciones fermiónico por el propagador no perturbado (aproximación débil extrema). Esta última característica es responsable de que la teoría se pueda considerar equivalente a un desarrollo perturbativo de segundo orden. Despreciando, además, correlaciones de tres cuerpos, estas hipótesis permiten obtener

para la densidad de un cuerpo

$$i\hbar \dot{P}(1,t) = L^{HF}(1,t) P(1,t) + iK(P(1,t)) \quad (VI.1)$$

que es la iL^{HF} es el generador de flujo
 (24) medio dependiente del tiempo o
 Liouville. El $K(P(1,t))$ es el término de colisiones
 obtenido a partir de integral
 al El esas hipótesis sobre K , se
 convenientemente

$$K_{\alpha\alpha'} = G_{\alpha\alpha'} - P_{\alpha\alpha'} =$$

$$= \frac{\pi}{\hbar} \sum_{\substack{a\beta\gamma\delta \\ a'\gamma'\delta'}} \left\{ v_{\alpha'\beta\gamma\delta} v_{a\beta\gamma\delta}^A \delta(\omega_{\gamma\delta, a\beta}) \cdot \right. \\
 \cdot \left[P_{\gamma\gamma'} P_{\delta\delta'} (\delta_{\alpha\alpha'} - P_{\alpha\alpha'}) (\delta_{\beta\beta'} - P_{\beta\beta'}) - \right. \\
 \left. - P_{\alpha\alpha'} P_{\beta\beta'} (\delta_{\gamma\gamma'} - P_{\gamma\gamma'}) (\delta_{\delta\delta'} - P_{\delta\delta'}) \right] + \\
 + v_{\alpha\beta\gamma\delta} v_{a\beta\gamma\delta'}^A \delta(\omega_{\gamma'\delta', a\beta}) \cdot \\
 \cdot \left[P_{\gamma\gamma'} P_{\delta\delta'} (\delta_{\alpha\alpha'} - P_{\alpha\alpha'}) (\delta_{\beta\beta'} - P_{\beta\beta'}) - \right. \\
 \left. - P_{\alpha\alpha'} P_{\beta\beta'} (\delta_{\gamma\gamma'} - P_{\gamma\gamma'}) (\delta_{\delta\delta'} - P_{\delta\delta'}) \right] \left. \right\} + h.c. \quad (VI.2)$$

donde $w_{\alpha\beta\gamma\delta} = (\epsilon_{\alpha} + \epsilon_{\beta} - \epsilon_{\gamma} - \epsilon_{\delta})/\hbar$ ϵ_{α} energías de Hartree-Fock y el
 símbolo h.c. hermitico conjugado del término que lo
 precede.

Entre K y L^{HF} representan la derivada
 colisional, la K tiene la ventaja de exhibir una

estructura que conduce directamente a la clásica de Boltzmann en el régimen asintótico. Tal como fuera demostrado en la referencia [51], siempre que la densidad de niveles de partícula sea finita, los elementos no diagonales de la matriz decaen a cero más rápido de lo que las probabilidades de ocupación tardan en alcanzar la distribución de Fermi. Luego, en el régimen asintótico los elementos diagonales decaen según un tipo Boltzmann:

$$\begin{aligned} \dot{P}_\alpha(t) &= K_\alpha(t) \sim \\ &\sim \pi \sum_{\beta\gamma\delta} \frac{|V_{\alpha\beta\gamma\delta}^A|^2}{\hbar} \delta(\omega_{\gamma\delta}, \alpha\beta) [P_\beta P_\delta (1-P_\alpha)(1-P_\beta) - P_\alpha P_\beta (1-P_\gamma)(1-P_\delta)] \end{aligned} \quad (VI.3)$$

En la ecuación (VI.3) se ha dejado de lado el término de flujo que debe ser estrictamente nulo para la base $\{|\alpha\rangle\}$ de energías autoconsistentes del equilibrio.

La derivada colisional $K_{\alpha\alpha'}(P(t))$ descrita por la ecuación (VI.12) es general, dentro de las aproximaciones involucradas, para obtener la ecuación cinética (VI.1). Contrariamente a lo que sucede en la referencia [51], ninguna suposición acerca de la distribución de los elementos matriciales de la interacción es introducida. Por último, se puede señalar que la descripción de colisiones inelásticas de dos fermiones se puede ubicar en este marco. En ese caso la distribución δ que aparece en la ecuación (VI.12) da lugar a un factor de forma de la energía, que puede ser el tipo de Breit-Wigner^{51,74}. Mas allá de estos detalles que dependen del modelo o de la situación particular, la ecuación (VI.2) proporciona la

VI.2 Matrices de la AFAC mueloviana

Dado que la distribución de equilibrio para un gas de Fermi a la temperatura T , con una energía de Fermi ϵ_F , dada por:

$$\rho_{\alpha}^{\circ} = \frac{1}{1 + e^{(\epsilon_{\alpha} - \epsilon_F)/KT}} \quad (\text{VI.4})$$

de (VI.3), de acuerdo las (IV.28), linealiza la ecuación cinética con una perturbación de prueba del tipo:

$$\begin{aligned} \rho(t) &= \rho^{\circ} + \rho^1(t) \\ |\rho^1| &\ll |\rho^{\circ}| \end{aligned} \quad (\text{VI.5})$$

Por otro lado, el Liouvilliano de campo medio $L_{\alpha\beta\beta\alpha}^H$ se anula si las energías de partícula independiente ϵ_{α} que aparecen en (VI.4) son las energías de Hartree-Fock,

$$\epsilon_{\alpha} = \epsilon_{\alpha}^{(0)} + \sum_{\beta} v_{\alpha\beta\alpha\beta}^{\hat{}} \rho_{\beta}^{\circ} \quad (\text{VI.6})$$

Las ecuaciones (VI.4) - (VI.6) constituyen, como se ha dicho, el problema de Hartree-Fock dependiente de la temperatura ⁷⁹ que será resuelto linealizando la ecuación cinética con la matriz de

prueba (VI.5).

Si la estructura de (VI.5) es puramente diagonal:

$$\rho_{\alpha\alpha'} \simeq (\rho_{\alpha} + \rho'_{\alpha}) \delta_{\alpha\alpha'} \quad (\text{VI.7})$$

la linealización proporciona una ecuación de autovalores cuyas soluciones constituyen las frecuencias de colisión, o inversas de tiempos de vida de los estados de partícula independiente, asociadas a cada orbital autoconsistente $|\alpha\rangle$. Este problema ha sido suficientemente estudiado en la literatura, dando lugar a un gran número de cálculos de camino libre medio en materia nuclear en esta línea ^{51,85-87}.

Sin embargo, en el presente trabajo existe fundamental interés en el análisis de la evolución de las amplitudes de transferencia, antes que el de los números de ocupación, una vez que aquellas han sido levemente excitadas para perturbar suavemente el "vacío caliente" de Hartree-Fock. De este modo, se investigará las soluciones de la ecuación (VI.1), para una perturbación no diagonal del tipo:

$$\rho_{\alpha\alpha'}(t) = \rho^0_{\alpha} \delta_{\alpha\alpha'} + \rho^1_{\alpha\alpha'} (1 - \delta_{\alpha\alpha'}) \quad (\text{VI.8})$$

que sobreviven a la linealización de la derivada colisional. Esta linealización constituye un ejercicio algebraico que no encierra mayores dificultades, sólo ciertas redefiniciones convenientes de los nombres de las variables mudas en las sumatorias. Dejando de lado el álgebra, la ecuación cinética

$$i\hbar \dot{P}^1 = (A + i\mathcal{H}) P^1 \quad (\text{VI. 9})$$

el operador
de matriz

del capítulo que para
resultan:

$$A_{\alpha\beta\alpha'\beta'} = (E_\alpha - E_{\alpha'}) \delta_{\alpha\beta} \delta_{\alpha'\beta'} + (P_{\alpha'}^0 - P_\alpha^0) \mathcal{V}_{\alpha\beta\alpha'\beta'}^A \quad (\text{VI. 10. a})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{\alpha\beta\alpha'\beta'} = \sum_{\tau\delta} \left\{ - \sum_{\xi} \left[P_\xi^0 (1 - P_\tau^0)(1 - P_\delta^0) + P_\tau^0 P_\delta^0 (1 - P_\xi^0) \right] (\mathcal{V}_{\alpha'\xi\tau\delta} \bar{\mathcal{V}}_{\beta\xi\tau\delta}^A \delta_{\alpha\beta} + \right. \\ \left. + \mathcal{V}_{\alpha\xi\tau\delta} \bar{\mathcal{V}}_{\beta\xi\tau\delta}^A \delta_{\alpha\beta'}) \right. \\ - \left[P_\alpha^0 (1 - P_\tau^0)(1 - P_\delta^0) + P_\tau^0 P_\delta^0 (1 - P_\alpha^0) \right] \mathcal{V}_{\alpha'\beta\tau\delta} \bar{\mathcal{V}}_{\alpha\beta'\tau\delta}^A \\ - \left[P_{\alpha'}^0 (1 - P_\tau^0)(1 - P_\delta^0) + P_\tau^0 P_\delta^0 (1 - P_{\alpha'}^0) \right] \mathcal{V}_{\alpha\beta'\tau\delta} \bar{\mathcal{V}}_{\alpha'\beta\tau\delta}^A \\ + \left[P_\tau^0 (1 - P_\alpha^0)(1 - P_\delta^0) + P_\alpha^0 P_\delta^0 (1 - P_\tau^0) \right] \mathcal{V}_{\alpha'\delta\tau\beta} \bar{\mathcal{V}}_{\alpha\delta\tau\beta}^A \\ \left. + \left[P_\tau^0 (1 - P_{\alpha'}^0)(1 - P_\delta^0) + P_{\alpha'}^0 P_\delta^0 (1 - P_\tau^0) \right] \mathcal{V}_{\alpha\delta\tau\beta} \bar{\mathcal{V}}_{\alpha'\delta\tau\beta}^A \right\} \quad (\text{VI. 10. b}) \end{aligned}$$

definidos:

$$\bar{\mathcal{V}}_{\alpha\beta\tau\delta}^A = 2\pi \delta(\omega_{\alpha\beta,\tau\delta}) \mathcal{V}_{\alpha\beta\tau\delta}^A \quad (\text{IV. 11})$$

que admiten en los elementos de matriz de la expresión (VI. 10. b) del capítulo que para resultan: que estos elementos de decaimiento la $P_1(t)$ son cuadráticos en la de elementos de matriz de

la interacción simétricos y antisimétricos. Esto se debe a que en la formulación de la ecuación cinética, se partió de una interacción de dos cuerpos no simetrizada que acoplaba ecuaciones adyacentes de la jerarquía BBGKY. La antisimetrización es explícitamente realizada en el esquema de correlación⁶⁹ vacío-más correlación mediante los operadores $F_p(1/\dots/r)$. En segundo lugar, el segundo miembro de la ecuación (VI.10.b) se puede interpretar como señales de los anchos de partícula independiente. Se puede notar que en la aproximación del tiempo de relajación^{51,69,86} los anchos⁷⁰ son

$$\gamma_{\alpha} \sim \frac{1}{\hbar} \sum_{\beta\gamma\delta} |v_{\alpha\beta\gamma\delta}^{\wedge}|^2 p_{\beta}(1-p_{\gamma})(1-p_{\delta}) \quad (\text{VI.12})$$

Análogamente, podrían extraer anchos para estados de tipo "agujero".

$$\bar{\gamma}_{\alpha} = \frac{p_{\alpha}}{1-p_{\alpha}} = \frac{1}{\hbar} \sum_{\beta\gamma\delta} |v_{\alpha\beta\gamma\delta}^{\wedge}|^2 (1-p_{\beta}) p_{\gamma} p_{\delta} \quad (\text{VI.13})$$

Los pesos de ocupación de (VI.12) y (VI.13), que caracterizan el cumplimiento del principio de Pauli, están presentes en cada contribución de la matriz colisional \mathcal{H} desarrollada por la ecuación (VI.10). Más específicamente, la matriz \mathcal{H} tiene el aspecto de anchos de tipo "partícula", más anchos de tipo "agujero", y la incoherencia aparece por las relaciones de fase entre los dos elementos de matriz de la interacción presentes en cada término.

independiente es suficientemente pequeña para que la aparición de una gran dispersión de las frecuencias tiendan a eliminar las contribuciones incoherentes en (VI.10.b) y (VI.11.b) en palabras, se espera que la mayor contribución de la integral \mathcal{H} sea dada para aquellos términos que corresponden a la situación más parecida a la situación de mayor probabilidad. Las expresiones (VI.10.b) y (VI.11.b) son aquellos con $\alpha = \beta, \alpha' = \beta'$ correspondientes:

$$\mathcal{H}_{\alpha\alpha'} \equiv \mathcal{H}_{\alpha\alpha'\alpha'\alpha} = \mathcal{H}_{\alpha\alpha'}^{(1)} + \mathcal{H}_{\alpha\alpha'}^{(2)} \quad (\text{VI.14})$$

donde

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{\alpha\alpha'}^{(1)} = & \sum_{\gamma\delta} \left\{ -\frac{\pi}{2} \sum_{\xi} \left[P_{\xi}^0 (1-P_{\gamma}^0)(1-P_{\delta}^0) + P_{\gamma}^0 P_{\delta}^0 (1-P_{\xi}^0) \right] (v_{\alpha\xi\gamma\delta}^A)^2 \delta(\omega_{\gamma\delta,\alpha\xi}) + \right. \\ & + \frac{\pi}{2} \left[P_{\alpha}^0 (1-P_{\gamma}^0)(1-P_{\delta}^0) + P_{\gamma}^0 P_{\delta}^0 (1-P_{\alpha}^0) \right] (v_{\alpha'\alpha,\gamma\delta}^A)^2 \delta(\omega_{\gamma\delta,\alpha\alpha'}) + \\ & \left. + 2\pi \left[P_{\gamma}^0 (1-P_{\alpha}^0)(1-P_{\delta}^0) + P_{\alpha}^0 P_{\delta}^0 (1-P_{\gamma}^0) \right] v_{\alpha'\delta\gamma\alpha}^A v_{\alpha'\delta\gamma\alpha}^A \delta(\omega_{\gamma,\delta}) \right\} \end{aligned} \quad (\text{VI.15})$$

$$\mathcal{H}_{\alpha\alpha'}^{(2)} = \mathcal{H}_{\alpha'\alpha'}^{(2)} \quad (\text{VI.16})$$

El problema secular de la AFAC, de la ecuación (VI.17) del capítulo V, resulta:

$$i\hbar \dot{P}_{\alpha\alpha'}^1 = \left[(\epsilon_{\alpha} - \epsilon_{\alpha'}) + i\mathcal{H}_{\alpha\alpha'} \right] P_{\alpha\alpha'}^1(t) + \sum_{\beta\beta'} A_{\alpha\beta'\alpha'\beta} P_{\beta\beta'}^1(t) \quad (\text{VI.17})$$

Este problema puede ser tratado para un modelo soluble en las

siguientes secciones.

VI.3 Modelo esquemático bidimensional

Un tradicional recurso en teoría nuclear para cálculos rápidos de las propiedades de los núcleos es el modelo esquemático^{88,66}. Aún cuando no es un modelo⁴⁸ muy realista, se ha podido comprobar su efectividad en el cálculo de espectros nucleares colectivos^{82,89}. Como se dijo en el capítulo anterior, este modelo consiste en una separación de la energía del

$$v(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = G f(r_1) f(r_2) \quad (\text{VI.18})$$

que conduce a elementos de matriz de v factorizables

$$v_{\alpha\beta\gamma\delta} = G D_{\alpha\gamma} D_{\beta\delta} \quad (\text{VI.19.a})$$

$$D_{\alpha\gamma} = \langle \alpha | f | \gamma \rangle \quad (\text{VI.19.b})$$

Desde luego, la expresión (VI.18) para el potencial de dos cuerpos es difícil de justificar para otras interacciones diferentes a las multipolo-multipolo. En este trabajo no se emprenderá una discusión de este tipo ya que el mayor interés reside en el análisis de la posibilidad de resolver la ecuación de la AFAC (VI.1) que puede ver que contrariamente a lo que sucede en el caso de la AFA no colisional el modelo esquemático conduce a una notable simplificación de la

compleja ecuación matricial (VI.17). Sin embargo, la principal ventaja de este modelo, la separabilidad, puede ser preservada si se adopta la hipótesis de coherencia, propuesta en la sección (VI.2). Recordando los resultados del capítulo V para el caso colisional markoviano se tiene la siguiente ecuación para la frecuencia colectiva:

$$\sum_{\alpha'} \frac{(P_{\alpha'}^0 - P_{\alpha}^0) |D_{\alpha\alpha'}|^2}{(\hbar\Omega - \epsilon_{\alpha} + \epsilon_{\alpha'} - iD_{\alpha\alpha'})} = -\frac{1}{G} \quad (\text{VI.20})$$

$$D_{\alpha\alpha'} = \mathcal{H}_{\alpha\alpha'}$$

El la resolución de la ecuación (VI.20) para extraer las complejas la AFAC, Ω y examinar el corrimiento energético así como también el ancho:

$$\Delta E = \hbar \{ \Omega^{\text{AFA}} - \text{Re}(\Omega^{\text{AFAC}}) \} \quad (\text{VI.21.a})$$

$$\frac{\hbar \Gamma}{2} = \hbar \text{Im}(\Omega^{\text{AFAC}}) \quad (\text{VI.21.b})$$

Pero se debe recalcar que, más que investigar situaciones específicas núcleos determinados, interesa establecer las tendencias generales de las soluciones (VI.20) para sistemas fermiónicos con diferentes valores del conjunto de parámetros de control. que caracterizan esos sistemas. Dentro de este esquema, considera parámetros relevantes son, por un lado, la intensidad de la la temperatura de equilibrio T, que fijan de escala microscópico y macroscópico, respectivamente y por otro, cantidades que describen la forma y

El tamaño del sistema y la densidad de niveles

de convertir el problema hasta aquí descrito en uno soluble. Dentro de las severas limitaciones de cómputo, se ha diseñado un sistema bidimensional de materia nuclear que consiste de Fermi encerrado en un reservorio cilíndrico de altura H y radio R sujeto a una condición del tipo de Dirichlet definida:

$$f(r_1) = e^{-r_1^2/\sigma^2} \delta(z_1 - z) \quad (VI.22)$$

donde r_1 es la distancia radial cilíndrica.

Este tipo de potencial se ha usado en muchos cálculos nucleares⁴⁸ con moderado éxito. En esta aproximación las partículas interactúan en un dado plano. Esta prescripción conduce al tratamiento de un sistema interactuante bidimensional con simetría polar, geometría que permite una reducción sensible de los requerimientos de cómputo y da lugar a un exhaustivo estudio de la ecuación de la AFAC+modelo esquemático.

Dentro de la geometría polar elegida, una base adecuada de partículas independiente puede construirse con las funciones de onda:

$$\Psi_{\alpha}(r, \varphi) = \Psi_{n\ell m s}(r, \varphi) = N_{n\ell}^{\rho} J_{\ell}(k_{\ell}^n r) e^{\pm i m \varphi} \chi(s) \quad (VI.23)$$

donde $J_{\ell}(k_{\ell}^n r)$ es la función de Bessel de orden ℓ y el número de

onda k_ℓ^n que está asociado a los ceros x_n^ℓ de orden n de J_ℓ de acuerdo con el requerimiento

$$\partial_\ell (k_\ell^n R) = 0 \quad (\text{VI.24.a})$$

$$k_\ell^n = \frac{x_n^\ell}{R} \quad (\text{VI.24.b})$$

Si además, se supone la condición asintótica

$$k_\ell^n R \gg 1 \quad (\text{VI.25.a})$$

se obtiene

$$k_\ell^n R = \left(n + \frac{3}{4} + \frac{1}{2} \ell \right) \pi = \left(N + \frac{3}{2} \right) \frac{\pi}{2} \quad (\text{VI.25.b})$$

Finalmente la constante de normalización $\mathcal{N}_{n\ell}$ resulta:

$$\mathcal{N}_{n\ell} = \sqrt{\frac{R_\ell^n}{2R}} \left[\cos\left(n + \frac{\ell}{2}\right) \right]^{-1}$$

y $\chi(s)$ es una función de spin. De la regla de cuantificación (VI.25.b) surge una densidad de niveles para los fermiones

$$g^o(k) = \frac{dN}{dk} = \frac{2R}{\pi} \quad (\text{VI.26})$$

que pone de manifiesto a R como el parámetro de control de forma, con influencia sobre la densidad de niveles, en el modelo elegido para este cálculo.

Nuevas simplificaciones son necesarias como consecuencia de las limitaciones del sistema de cómputos disponible, debiendo por

ello restringirse a una situación con una interacción entre dos cuerpos entre estados s . Siendo el potencial separable, el factor de un cuerpo $f(r)$ puede tan solo actuar en el subespacio de partícula independiente s y por lo tanto se tendrá funciones de onda con solo $J_0(k_n r)$, cuyo espectro es:

$$k_n R = \left(n + \frac{3}{4}\right)\pi$$

En estas condiciones, los elementos de matriz de un cuerpo toman la forma

$$D_{\alpha\beta} = \pi \sigma^2 \frac{(-1)^{n_\alpha + n_\beta}}{R} \sqrt{k_\alpha k_\beta} e^{-\frac{\sigma^2}{4}(k_\alpha^2 + k_\beta^2)} I_0(\sigma^2 k_\alpha k_\beta) \quad (\text{VI.27})$$

donde ahora los niveles de partícula α, β son simplemente los números cuánticos radiales n_α, n_β, \dots y donde $I_0(x)$ es una función de Bessel, cuya expansión en términos de su argumento, que en este caso es real, es:

$$I_0(x) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{(m!)^2} \left(\frac{x}{2}\right)^{2m} \quad (\text{VI.28})$$

Esta sección, dedicada a la descripción del modelo de cálculo, puede concluir con la expresión final del término colisional en términos de los operadores de un cuerpo $D_{\alpha\beta}$, luego, se tendrá la ecuación (VI.14) con:

y (VI.6), con la condición que determina a la energía de Fermi: $N = \text{Tr} \rho^0$, siendo N el número de partículas. En este caso la energía no perturbada de partícula independiente es la correspondiente al gas de Fermi no interactuante:

$$\epsilon_{\alpha}^{(0)} = \frac{\hbar^2}{2m} k_{\alpha}^2 = \frac{2\hbar^2}{m} \left(n_{\alpha} + \frac{3}{4}\right)^2 \quad (\text{VI.30})$$

Se ha seleccionado una aproximación al problema autoconsistente como sigue. En primer lugar se fija para cada radio R , el valor máximo de energía correspondiente a temperatura más alta, de modo tal que su probabilidad de ocupación no sea inferior a 0.1%, con lo cual se trunca el espectro excluyendo estados cuya población es baja. De este modo se fija, para una dada temperatura, la densidad de estados, que es mantenida constante. Para un conjunto de valores de los parámetros G , T y R se tiene, así, un espectro acotado que, autoconsistentemente, permite extraer $\rho_{\alpha}^0(\epsilon_{\alpha}, \epsilon_F)$ de (VI.4), $\epsilon_{\alpha}(\rho_{\alpha}^0, \epsilon_F)$ de (VI.6) y $\epsilon_F(\rho_{\alpha}^0, \epsilon_{\alpha})$ de la normalización. Se obtiene por sucesivas iteraciones, hasta que la diferencia relativa entre dos valores consecutivos en ϵ_F sea del orden del $10^{-6}\%$, con lo cual se asegura también la convergencia de ϵ_{α} y ρ_{α} .

Una vez calculados: las energías, las distribuciones, los elementos matriciales de un cuerpo y los de la matriz colisional para cada conjunto de valores de los parámetros de control, se procede a resolver la ecuación (VI.20) mediante la búsqueda de ceros de funciones complejas entrando como ensayo inicial las frecuencias de la AFA previamente calculadas con $B_{\alpha\alpha}=0$.

En la figura 28 se muestran los graficos de $\text{Re}[\hbar\Omega]$ en

función de la intensidad de la interacción, en un rango de 5 a 60 Mev, para una temperatura $KT=1$ Mev y para tres radios diferentes: $R= 60, 70$ y 80 fm. Se observa una sensible variación de los valores de $hw = \text{Re}[\hbar\Omega]$, para un dado valor de G , con el radio. Estas curvas decrecen al incrementarse el radio, a la vez que aumentan su curvatura y tienden a acercarse. Por lo tanto para radios mayores se espera encontrar el modo colectivo a energías más cercanas a las de cuasipartícula, pero con mayor variación relativa al incrementar la interacción. Pero el aspecto, tal vez más importante, que se relaciona con el cambio de estos valores con la temperatura puede observarse debido a que las variaciones en este sentido son demasiado pequeñas para ser apreciadas en los gráficos. Se puede decir que, para un dado radio, por ejemplo $R=80$ fm, donde las variaciones son más notables, y entre dos temperaturas $KT = 1$ Mev y $KT = 4$ Mev, la diferencia relativa entre los valores de w para $G= 60$ Mev es aproximadamente del 0.5%, siendo mayor la que corresponde a la temperatura menor. Dado que esta diferencia es insignificante, se concluye que la posición del centroide no varía apreciablemente con la temperatura, en este modelo.

En las figuras 29 y 30 se ha graficado $\text{Im}[h\Omega] = -\hbar\Gamma/2$ en función de G para los mismos valores de R , y para temperaturas $KT= 1$ Mev y $KT= 4$ Mev, respectivamente. Se observa que el ancho en valor absoluto, crece tanto con R , como con G y también con T , pero comparado con w , este ancho es una fracción muy pequeña de ella, tanto menor cuanto menor es R , siendo del 0.04% para $R= 60$ fm y del 0.55% para $R= 80$ fm.

En la figura 31 se muestra los módulos de las amplitudes $X_{\alpha\alpha'}$

al cuadrado por ciento, en función de las energías de cuasipartícula $\epsilon_{\alpha'} - \epsilon_{\alpha}$, para los tres radios, fijando la temperatura en $KT = 3$ Mev y la intensidad de la interacción en $G = 60$ Mev. Se observa la disminución de R , una notable disminución de la densidad de amplitudes apreciablemente significativas en la escala utilizada (mayores que 1%), a la vez que un aumento de su valor absoluto.

En la figura 32 se puede comparar los valores de $|X_{\alpha\alpha'}|^2\%$ para $R = 80$ fm y $G = 60$ Mev, en el caso de dos temperaturas diferentes $KT = 1$ y 4 Mev. Nuevamente, la variación observada respecto de la temperatura es leve, observándose con ella un comportamiento inverso.

Por último, se muestra en las figuras 33.a y 33.b para $R = 80$ fm y $KT = 1$ Mev el gráfico de $|X_{\alpha\alpha'}|^2\%$ versus $\epsilon_{\alpha'} - \epsilon_{\alpha}$, para dos valores de la intensidad de la interacción: $G = 60$ y 5 Mev, respectivamente. Es notable la reducción de la densidad de amplitudes visibles en la escala adoptada (mayores que 0.1%), a la vez que un gran crecimiento del valor de las amplitudes significativas. Debido a la gran densidad de puntos en la figura 33.a se ha dibujado la curva media correspondiente a esos puntos.

Analizando el comportamiento de las variables de interés con relación a la intensidad de la interacción G , se obtienen resultados razonables. en efecto, la figura 28 que muestra la variación del centroide con G , reproduce las curvas típicas⁹⁰ de frecuencia versus parámetro de interacción en el modelo esquemático, para los cálculos habituales de la AFA tradicional. También es de esperar que al aumentar la intensidad de la interacción se incremente la probabilidad de decaimiento del modo

colectivo. Este es el fenómeno que se observa en las figuras 29 y 30, donde se muestra el crecimiento con G de $|\Gamma|/2$, que equivale a la disminución del tiempo de relajación del modo $\nu = 2/|\Gamma|$. Parece razonable, también, que $|\chi_{\alpha\alpha}|^2$, que corresponden esencialmente a los módulos de las amplitudes de transferencia, proporcionen un espectro más denso cuando la interacción es mayor, pues mayor es el número de estados entre los que se espera transiciones con probabilidad significativa, mientras que si G disminuye sólo algunos estados son involucrados con gran probabilidad. Estos estados siempre se caracterizan por tener energías de cuasipartícula próximas al estado colectivo. Este es el efecto observado en las figuras 33.

Finalmente, se puede hacer un comentario respecto de la dependencia con la temperatura. Es de esperar ⁴⁹ que, debido a la creciente pérdida de coherencia que tiene lugar al aumentar la temperatura, se produzca una disminución en la vida media del modo, y como es usual un corrimiento del centroide hacia valores menores. Por otra parte, con amplitudes normalizadas, a mayores temperaturas deberán repartirse sobre un mayor número de estados, disminuyendo en compensación su valor absoluto. La variación con la temperatura esperada para el centroide w es despreciable, tal como se observa en la figura 28. No ocurre lo mismo con el ancho (figuras 29 y 30), que si bien es mucho menor que w , su variación respecto de T es apreciable. Por último, las amplitudes (figura 32), al igual que el centroide, exhiben variaciones que responden al comportamiento esperado pero resultan muy pequeñas individualmente, debido a su elevado número.

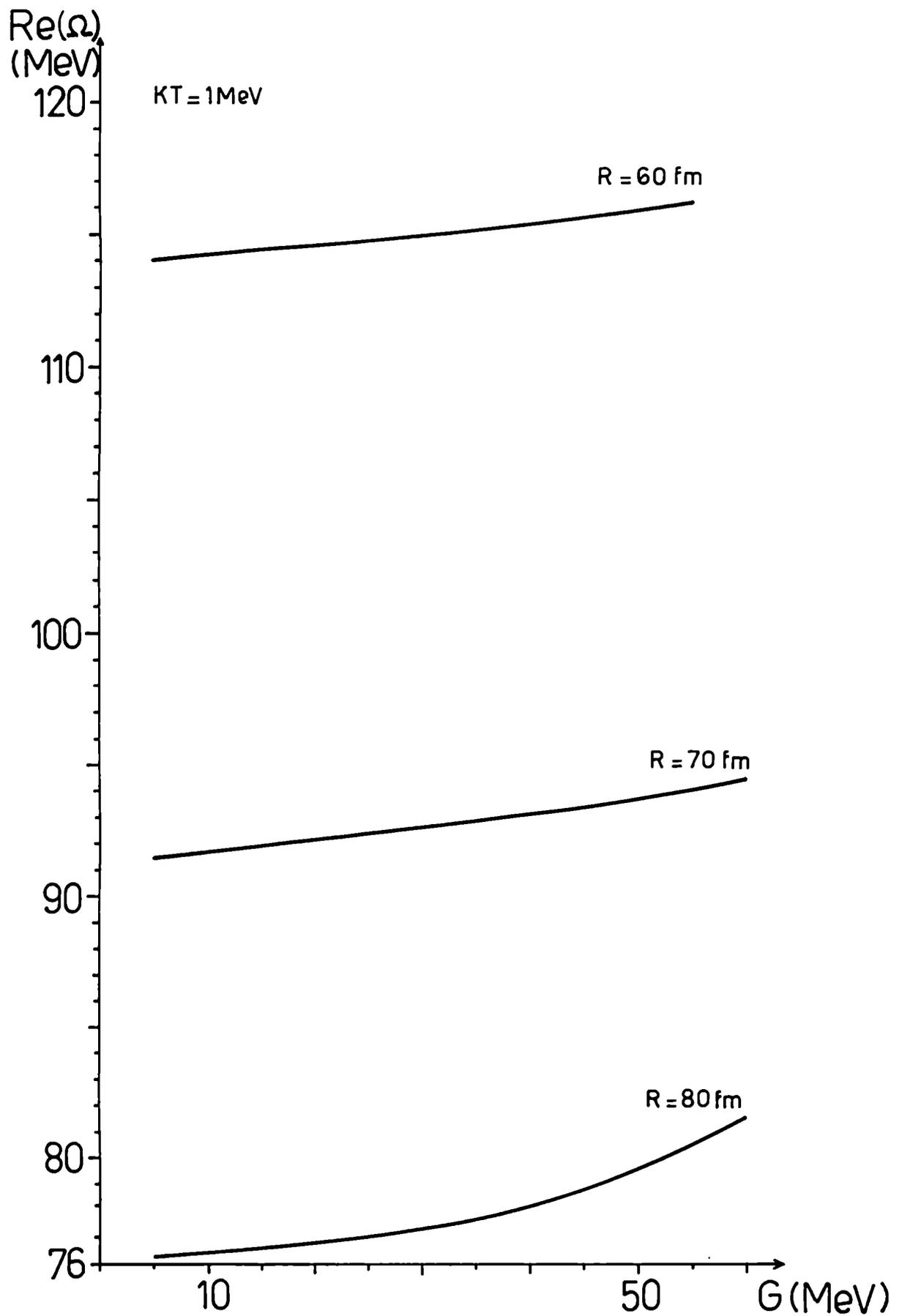
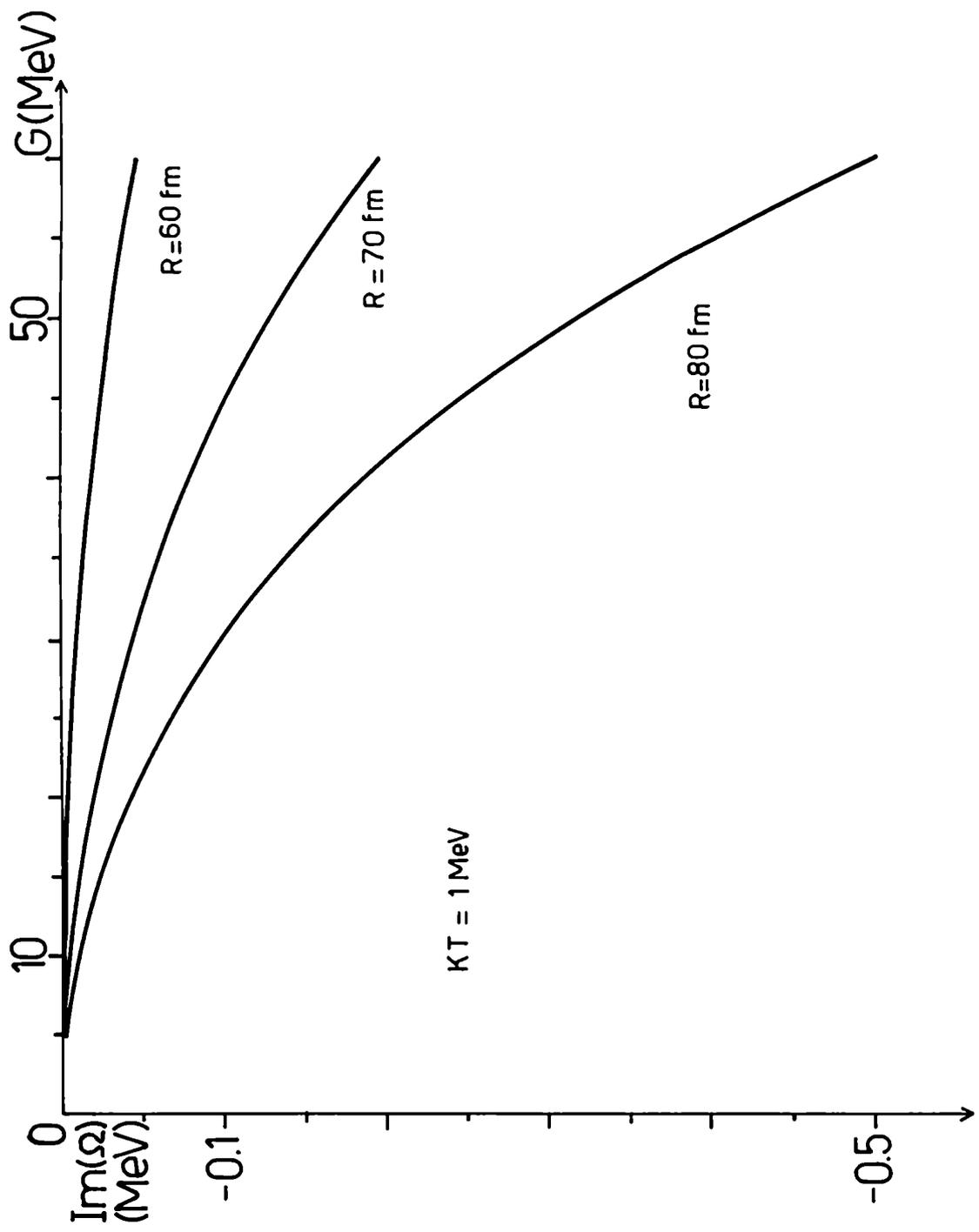
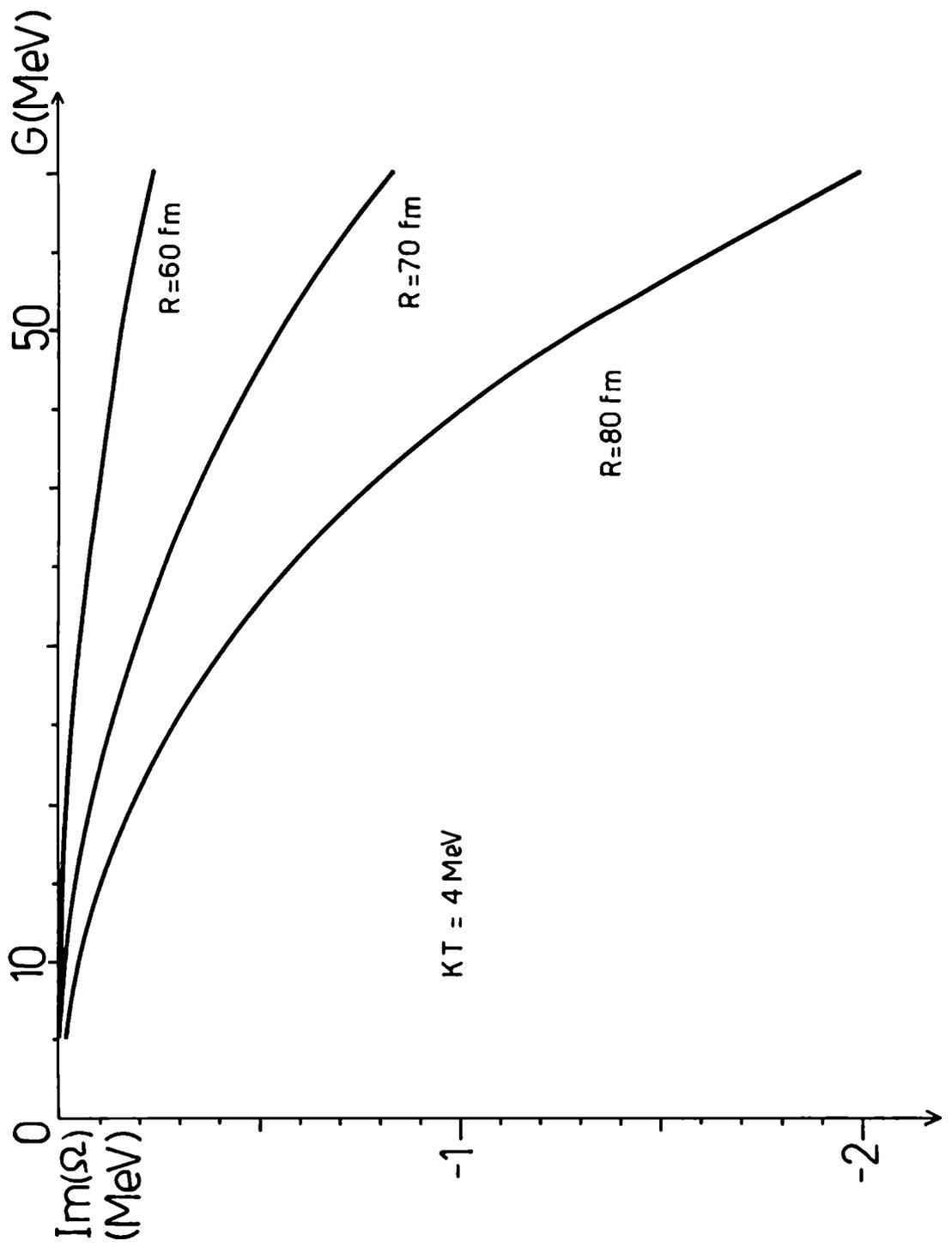


Fig.28 Parte real de la frecuencia colectiva en función de la interacción G a temperatura $KT=1$ MeV





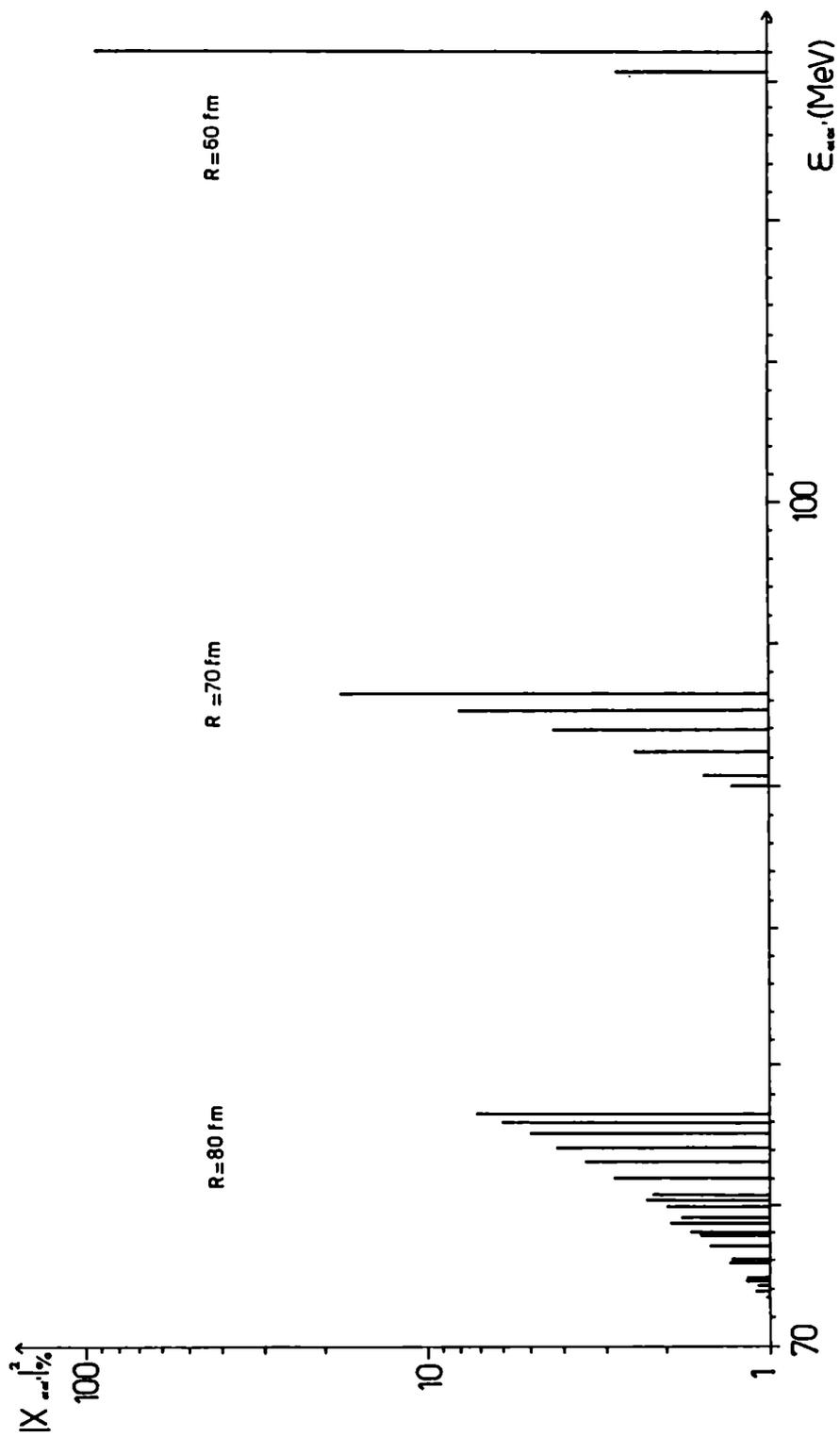


Fig. 31 Amplitudes cuadráticas porcentuales vs. energías de cuasipartícula para $KT= 3$ Mev y $G= 60$ Mev.

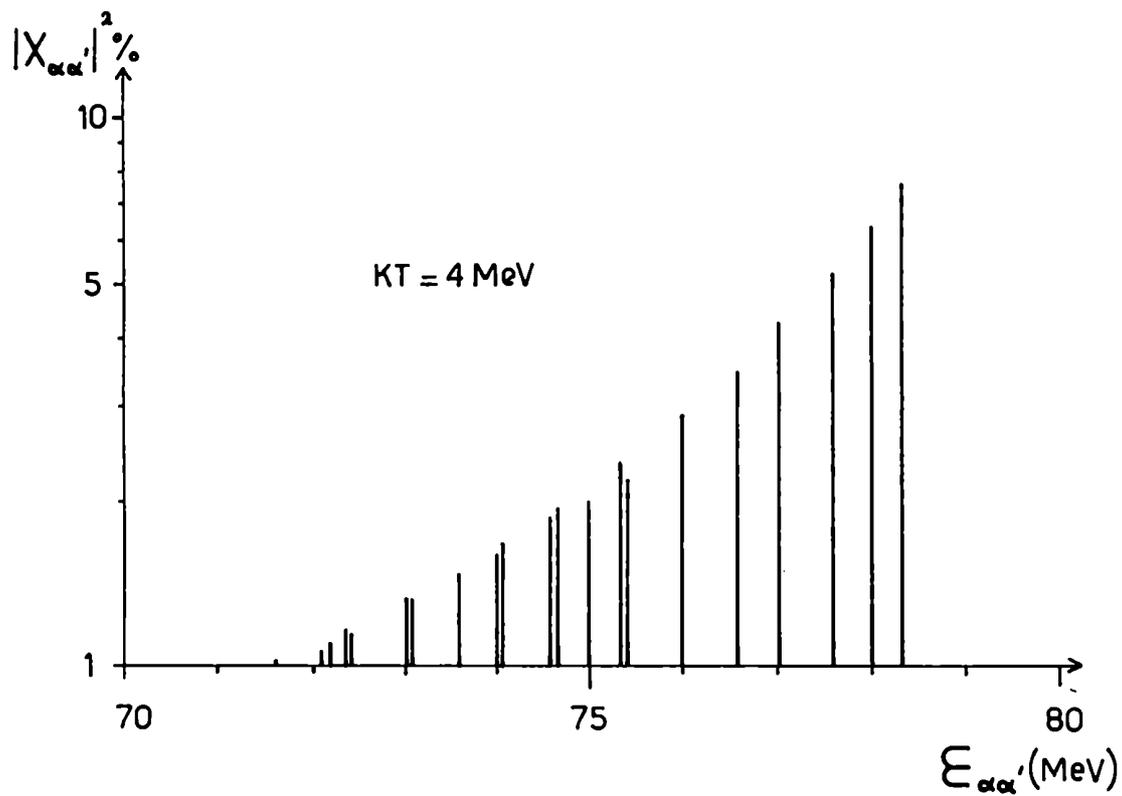
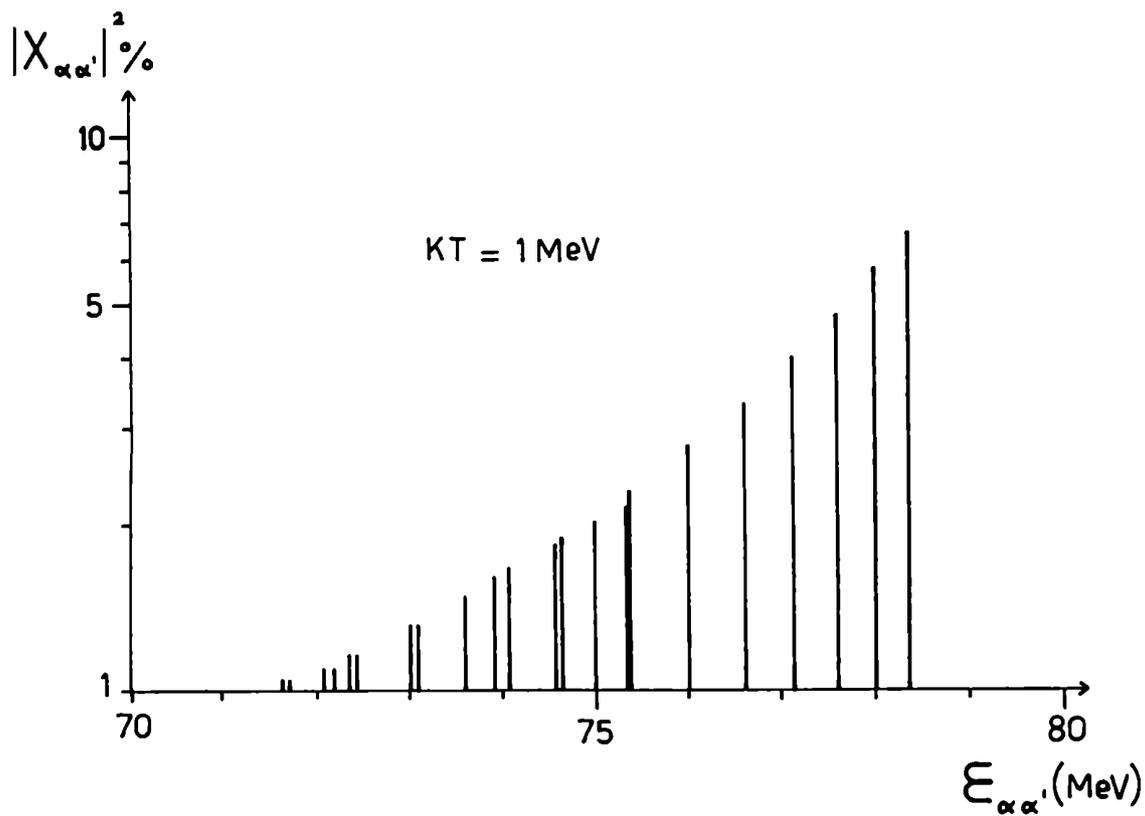


Fig.32 Amplitudes cuadráticas porcentuales vs. energías de quasipartícula para $R = 80 \text{ fm}$ y $G = 60 \text{ Mev}$.

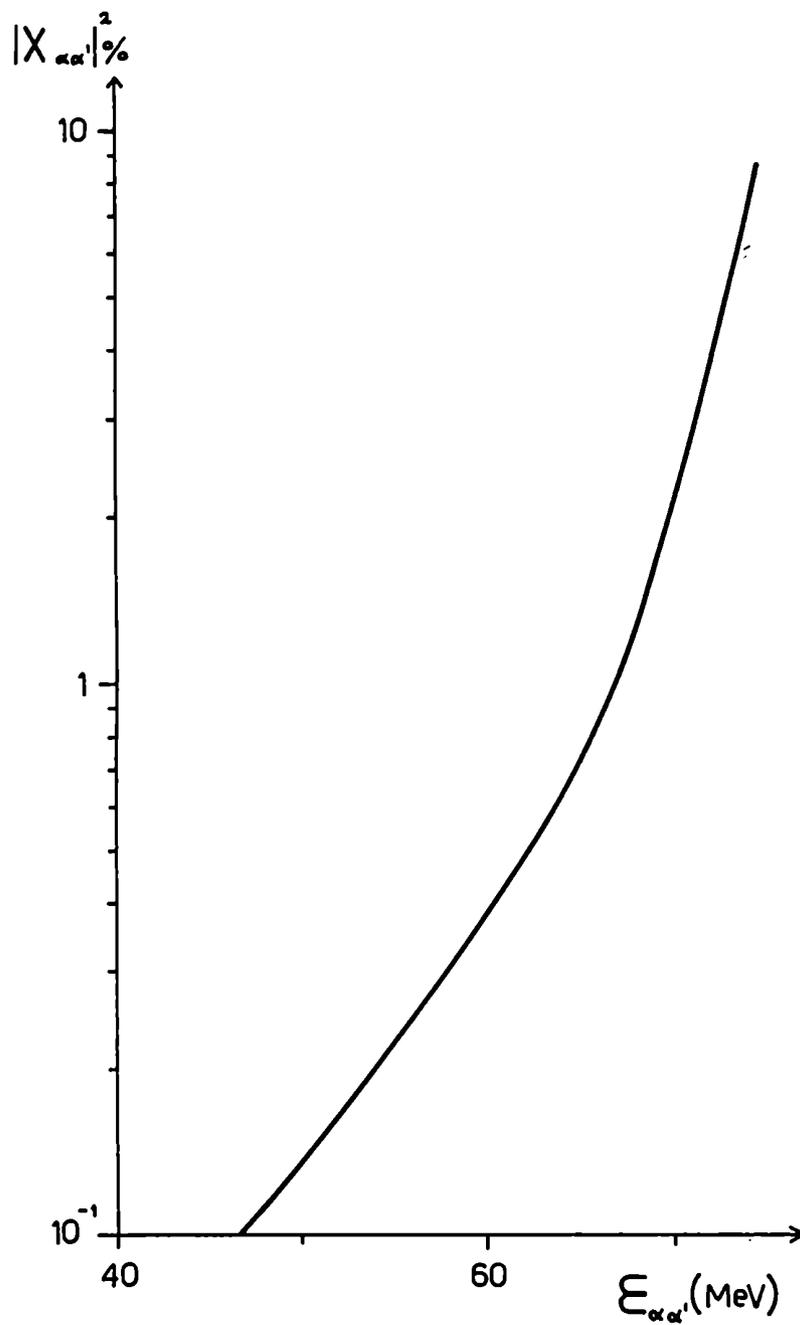


Fig. 33.a Amplitudes cuadráticas porcentuales vs. energías de cuasipartícula para $G= 60$ Mev, $R= 80$ fm y $kT= 1$ Mev.

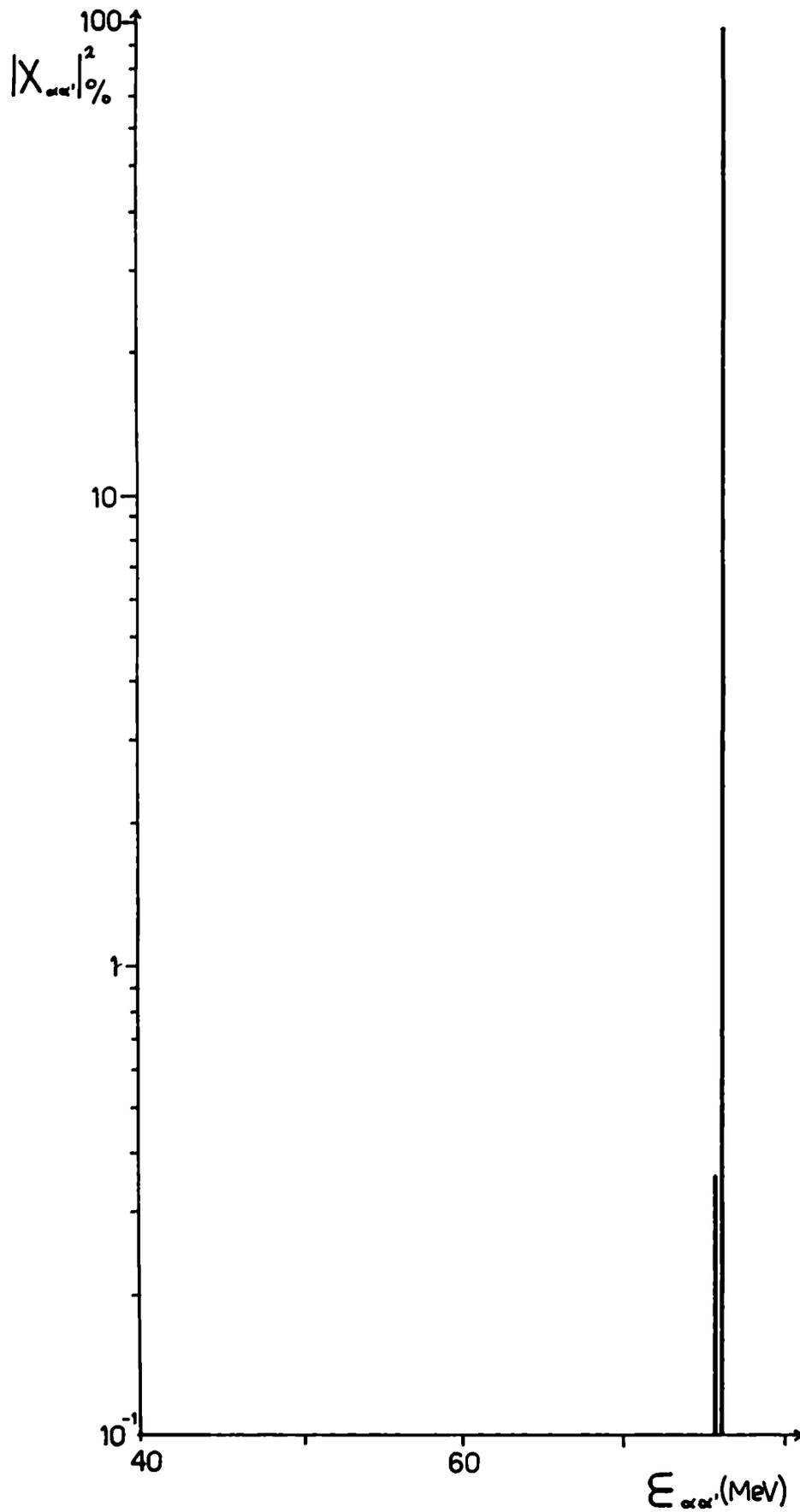


Fig. 33.b Amplitudes cuadráticas porcentuales vs. energías de quasipartícula para $G= 5$ Mev, $R= 80$ fm y $KT= 1$ Mev.

CAPITULO VII

VII Modelo de dos niveles

En este capítulo se resolverán las ecuaciones de la AFAC en los casos: general no markoviano, markoviano y semimarkoviano, para el problema de un gas fermiónico interactuante con un espectro de partícula independiente de dos niveles. Como se verá, este sencillo ejemplo permite obtener soluciones analíticas dentro de adecuadas aproximaciones.

VII.1 Ecuaciones de la AFAC general

Considérese un sistema de N fermiones que interactúan a través de un potencial de dos cuerpos v , cuyas energías de partícula independiente se pueden considerar conformando un espectro de dos niveles ϵ_1, ϵ_2 ($\epsilon_1 < \epsilon_2$), cada uno de los cuales admite una degeneración g . Un sistema con estas características, tradicional ejemplo de la mecánica estadística, es frecuentemente aprovechado en la literatura como un sencillo modelo para la descripción de un núcleo de dos capas en el que se prescinde de la estructura interna de las mismas.

Planteando en este modelo la ecuación lineal para la transformada Laplace $\phi_{\alpha\alpha'}(s)$ de la perturbación a la matriz densidad de un cuerpo $\rho_{\alpha\alpha'}^A(t)$, ecuación (V.5), y como consecuencia del carácter no diagonal de $\phi_{\alpha\alpha'}(s)$ y de las propiedades de simetría de las matrices A y \mathfrak{P} definidas en (V.2) y (V.3):

$$A_{\alpha\beta\tau\delta}^* = -A_{\tau\delta\alpha\beta} \quad (\text{VII. 1. a})$$

$$\Phi_{\alpha\beta\tau\delta}^* = \Phi_{\tau\delta\beta\alpha} \quad (\text{VII. 1. b})$$

se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones

$$[i\hbar s - (A_{1221} + iB_{1221})(g-1)^2] \phi_{12} - (A_{1122} + iB_{1122})(g-1)^2 \phi_{21} = i\hbar P_{12}^1(0) \quad (\text{VII. 2. a})$$

$$[(A_{1122}^* - iB_{1122}^*)(g-1)^2 \phi_{12} - [i\hbar s + (A_{1221}^* - iB_{1221}^*)(g-1)^2] \phi_{21} = i\hbar P_{21}^1(0) \quad (\text{VII. 2. b})$$

que puede escribirse matricialmente como:

$$(\mathcal{M}_b + i\hbar s I) \phi = i\hbar P^1(0) \quad (\text{VII. 3})$$

donde I es la identidad, y ϕ , $P^1(0)$ y \mathcal{M}_b se definen según:

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi_{12} \\ \phi_{21} \end{pmatrix} \quad P^1(0) = \begin{pmatrix} P_{12}^1(0) \\ P_{21}^1(0) \end{pmatrix} \quad (\text{VII. 4})$$

$$\mathcal{M}_b = (g-1)^2 \begin{pmatrix} -(A_{1221} + iB_{1221}(s)) & -(A_{1122} + iB_{1122}(s)) \\ (A_{1122}^* - iB_{1122}^*(s)) & (A_{1221}^* - iB_{1221}^*(s)) \end{pmatrix} \quad (\text{VII. 5})$$

De acuerdo con los desarrollos del capítulo V, la resolución

de la ecuación (VII.3) proporciona las autofrecuencias buscadas, que en este caso simple se pueden calcular directamente por las raíces del determinante:

$$\Delta(s) = \det(\mathcal{M}_0 + i\hbar s \mathbf{I}) = 0 \quad (\text{VII.6})$$

Se comprueba fácilmente que este determinante adopta la forma:

$$\begin{aligned} \Delta(s) = & -\hbar^2 s^2 + i\hbar s f^2 (2 \operatorname{Im} A_{1221} - 2i B_{1221}) + \\ & + f^4 (|A_{1122}|^2 - |A_{1221}|^2 + B_{1122}^2 - B_{1221}^2 + \\ & + 2i (B_{1221} \operatorname{Im} A_{1221} - B_{1122} \operatorname{Im} A_{1122})) \end{aligned} \quad (\text{VII.7})$$

$$f = g^{-1}$$

De la ecuación (V.2) se extraen los elementos de matriz de A que intervienen en VII.7):

$$A_{1122} = (P_2^0 - P_1^0) v_{1122}^A \quad (\text{VII.8.a})$$

$$A_{1221} = -\varepsilon + (P_2^0 - P_1^0) v_{1221}^A \quad (\text{VII.8.b})$$

donde se ha definido $\varepsilon = \varepsilon_2 - \varepsilon_1$

Una de las formas alternativas en que puede expresarse B(s), la transformada Laplace de la ecuación (V.3), esta dada por la expresión:

$$B_{\alpha\beta'\alpha'\beta} = \sum_r b_r^{\alpha\beta'\alpha'\beta} f(s, w_r) \quad (\text{VII.9})$$

que es equivalente a la ecuación (V.57) en un caso general, no necesariamente diagonal, donde $f(s, w_r)$ es alguna de las funciones allí definidas, según sea la situación de interés. Los elementos de matriz de $B(s)$ se obtienen a partir de la ecuación (VII.9) después de un largo cálculo, en absoluto complicado, pero que requiere especial cuidado en la selección de los subíndices adecuados. Así se obtiene en general:

$$B_{\alpha\beta\alpha'\beta'} = \frac{1}{2\hbar} \left\{ b_0^{\alpha\beta\alpha'\beta'} \hbar(s, 0) + b_\epsilon^{\alpha\beta\alpha'\beta'} \hbar(s, \epsilon) + b_{2\epsilon}^{\alpha\beta\alpha'\beta'} \hbar(s, 2\epsilon) \right\} \quad (\text{VII.10})$$

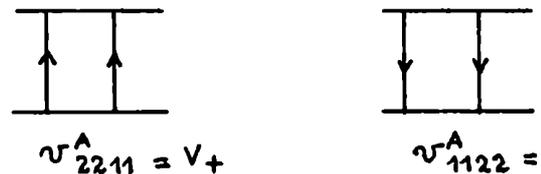
donde \hbar será la función de s , expresión que pone en evidencia a las interacciones microscópicas

$$w_r = 0, \epsilon, 2\epsilon \quad (\text{VII.11})$$

que intervienen como parámetros.

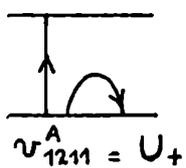
Resulta útil identificar en los elementos de matriz de v , los diferentes procesos que tienen lugar por la interacción de las partículas y que dan origen a transiciones entre los niveles. Así se puede distinguir procesos que

a) crean o destruyen dos excitones

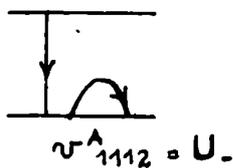


$$v_{2211}^A = V_+ \quad v_{1122}^A = V_- \quad (\text{VII.12. a})$$

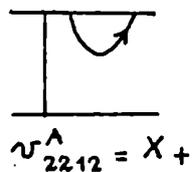
b) crean o destruyen un positón



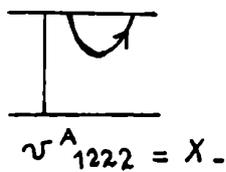
$$v_{1211}^A = U_+$$



$$v_{1112}^A = U_-$$

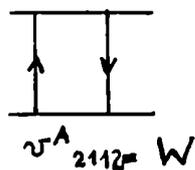


$$v_{2212}^A = X_+$$

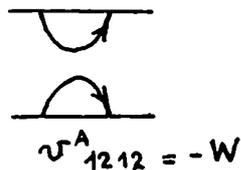


$$v_{1222}^A = X_-$$

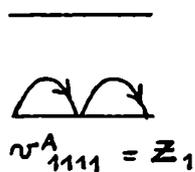
c) van el número de positones



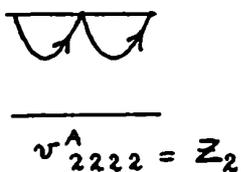
$$v_{2112}^A = W$$



$$v_{1212}^A = -W$$



$$v_{1111}^A = Z_1$$



$$v_{2222}^A = Z_2$$

Como es natural, en general se cumple:

$$V_+^* = V_- = V^*$$

$$U_+^* = U_- = U^*$$

$$X_{+}^{*} = X_{-} = X^{*} \quad (\text{VII.13.c})$$

Con las definiciones de las ecuaciones (VII.12) y teniendo en cuenta

$$1 = \rho_1^{\circ} + \rho_2^{\circ} \quad (\text{VII.14})$$

se está en condiciones de usar los resultados de la ecuación (VII.10) para B_{1221} y B_{1122} en los tres casos típicos de interés para el estudio, según cómo sea la historia previa del sistema.

VII.2 Solución markoviana

resolverá ahora explícitamente las ecuaciones correspondientes al caso markoviano, esto es, de acuerdo con los resultados del capítulo V, se hallarán las soluciones de las ecuaciones (VII.2) para un término colisional $B_{\alpha\beta'\alpha'\beta}(s)$ que se caracteriza por la siguiente definición de la función $f(s, w_r)$ de la ecuación (VII.9):

$$f(s, w_r) = \pi \delta(w_r) \quad (\text{VII.15})$$

Esto conduce al resultado

$$h^M(s, 0) = 1 \quad (\text{VII.16.a})$$

$$h^M(s, \epsilon) = h^M(s, 2\epsilon) = 0 \quad (\text{VII.16.b})$$

evidencia que la única contribución es la correspondiente a la frecuencia microscópica nula y es una consecuencia de la conservación de la energía del par interactuante. De este modo, la ecuación (VII.10) se reduce al factor dependiente de T:

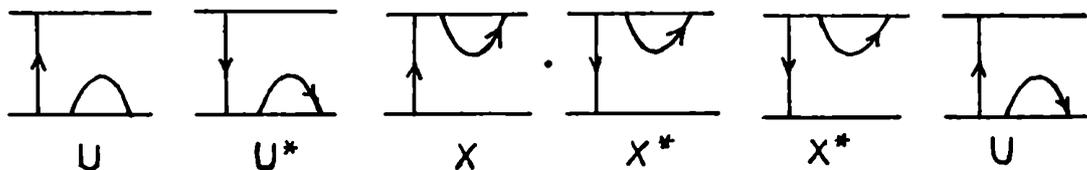
$$B_{\alpha\beta'\alpha'\beta}^n = \frac{\pi}{2\hbar} b_{\alpha\beta'\alpha'\beta}^{\alpha\beta'\alpha'\beta} \quad (\text{VII.17})$$

En particular, los elementos de $B_{\alpha\beta'\alpha'\beta}^n$ en la aproximación $g \gg 1$, resultan:

$$b_{\alpha\beta'\alpha'\beta}^{1221} = -g^3 2 p_1^{\alpha} p_2^{\beta} \{ |U|^2 (p_2^{\alpha} + 1) + |X|^2 (p_1^{\beta} + 1) \} \quad (\text{VII.18.a})$$

$$b_{\alpha\beta'\alpha'\beta}^{1122} = -g^2 4 p_1^{\alpha} p_2^{\beta} X^{\alpha} U^{\beta} \quad (\text{VII.18.b})$$

observándose que $b_{\alpha\beta'\alpha'\beta}^{1221}$ es mayor que $b_{\alpha\beta'\alpha'\beta}^{1122}$ en un factor g . En ambos casos la estructura de los coeficientes está caracterizada por procesos que involucren un excitón, apareciendo tanto el fenómeno directo como el conjugado, de modo tal que el número de excitones se conserva. Estos procesos son del tipo:



(VII.19)

Por otro lado, teniendo en cuenta que la distribución de equilibrio es del tipo:

$$\rho_1^0(T=0) = 1 \quad \rho_2^0(T=0) = 0 \quad (\text{VII.20. a})$$

$$\rho_1^0(T \rightarrow \infty) = \rho_2^0(T \rightarrow \infty) \rightarrow \frac{1}{2} \quad (\text{VII.20. b})$$

puede las de coeficientes la temperatura:

$$b_0^{1221}(T=0) = b_0^{1122}(T=0) = 0 \quad (\text{VII.21. a})$$

$$b_0^{1221} \xrightarrow{T \rightarrow \infty} -g^3 \frac{3}{4} (|U|^2 + |X|^2) \quad (\text{VII.21. b})$$

$$b_0^{1122} \xrightarrow{T \rightarrow \infty} -g^2 X^* U \quad (\text{VII.21. c})$$

Así, dando un comportamiento suave con la temperatura para la distribución de equilibrio este a las características (VII.20) espera que el producto $\rho_1^0 \rho_2^0$ sea una función monotonamente creciente hacia la asíntota 1/4. En este sentido, y de acuerdo con las (VII.20) los coeficientes b_0 en módulo, exhiben un comportamiento creciente con la temperatura.

Dado que este los coeficientes $B_{\alpha\beta\alpha'\beta'}$ son independientes de s , el determinante, Δ se convierte, en el caso en que la interacción en una ecuación cuadrática en s , de la forma:

$$s^2 - \frac{2g^2}{\hbar} B_{1221}^m + \frac{g^4}{\hbar^2} (\lambda_0^2 + [B_{1221}^m]^2 - [B_{1122}^m]^2) = 0 \quad (\text{VII.22})$$

donde λ_0^2 es:

$$\lambda_0^2 = |A_{1221}|^2 - |A_{1122}|^2 \quad (\text{VII.23})$$

Definiendo Ω según:

$$\Omega = -iS = \omega - i\Gamma/2 \quad (\text{VII.24})$$

a partir de (VII.22) se obtienen las siguientes raíces:

$$\Omega = \pm \frac{g^2}{\hbar} \sqrt{\lambda_0^2 - [B_{1122}^M]^2} - i \frac{g^2}{\hbar} B_{1122}^M \quad (\text{VII.25})$$

Si se considera el problema no colisional, la correspondiente frecuencia está dada por:

$$\begin{aligned} \omega &= \pm \frac{g^2}{\hbar} \sqrt{\lambda_0} \\ &= \pm \frac{gE}{\hbar} \left[1 + 2(\rho_1^0 - \rho_2^0) \operatorname{Re} \frac{\nu_{1221}^A}{E} + \frac{O(\nu^2)}{E^2} \right]^{1/2} \end{aligned} \quad (\text{VII.26})$$

donde, en el caso esquemático y real $O(\nu^2) = 0$. Se observa que para una interacción repulsiva y, dado que $\rho_2^0 < \rho_1^0$ para todo valor de T , ω es una frecuencia real, y como $(\rho_1^0 - \rho_2^0)$ es decreciente, la frecuencia no colisional, ω , también lo es. Comparando las ecuaciones (VII.25) y (VII.26) se desprende que en el caso colisional el centroide se desplaza en el término $[B_{1122}^M]^2$ que es del orden ν^4 y por lo tanto es pequeño frente a λ_0^2 . Por otra parte, el ancho está por completo asociado al coeficiente

, y resulta:

$$\begin{aligned} \Gamma &= \frac{2g^2}{\hbar} B_{1221}^M = \\ &= -\frac{2\pi g^5}{\hbar^2} \rho_1^0 \rho_2^0 \{ |U|^2 (1 + \rho_2^0) + |X|^2 (1 + \rho_1^0) \} \end{aligned} \quad (\text{VII.27})$$

de donde puede observarse que el modelo predice ancho nulo para $T=0$. A temperaturas mayores, el ancho crece en valor absoluto. Este resultado, unido al del decrecimiento de la frecuencia ω , prueban que el modelo predice el comportamiento esperado⁴⁹ de ancho y frecuencia con la temperatura.

VII.3 Solución semimarkoviana

En este caso, la ecuación (V.57) establece que la función f adopta la forma:

$$f(s, \omega_r) = \delta(\omega - \omega_r) \quad (\text{VII.28})$$

para $\omega = \text{Re}[\Omega]$. Nuevamente ω_r son las frecuencias microscópicas (VII.11), por lo tanto el cálculo de (VII.9) proporcionará un ancho no nulo, para un centroide distinto del trivial, en los casos

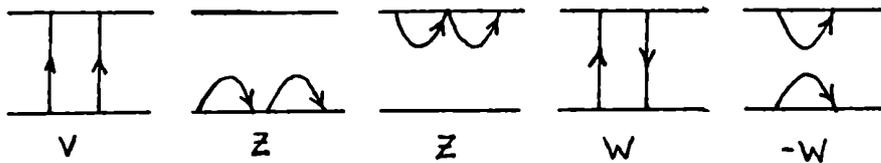
$$\omega = \pm \frac{\epsilon}{\hbar}, \quad \pm \frac{2\epsilon}{\hbar} \quad (\text{VII.29})$$

El cálculo de los correspondientes elementos de matriz para $g \gg 1$, arroja los siguientes resultados:

$$B_{1221}^{\pm \epsilon} = -\frac{\pi g^3}{\hbar} \left\{ \rho_1^0 \rho_2^0 (|Z|^2 + 2|W|^2) + (\rho_1^{03} + \rho_2^{03}) |V|^2 \right\} \quad (\text{VII.30.a})$$

$$B_{1221}^{\pm 2\epsilon} = -\frac{\pi g^3}{2\hbar} (\rho_1^{03} + \rho_2^{03}) \{ |X|^2 + |U|^2 \} \quad (\text{VII.30.b})$$

que muestran la estructura de los procesos que intervienen en ambos casos, a saber: para $w = \pm \epsilon/\hbar$



sin cambio neto en el número de excitones. Por otro lado para $w = \pm 2\epsilon/\hbar$ el ancho contiene los mismos procesos que el markoviano pero con distintos pesos térmicos. Un análisis de estos anchos en función de la temperatura muestra un comportamiento inverso al esperado para $B_{1221}^{\pm 2\epsilon}$ ya que $(\rho_1^{03} + \rho_2^{03})$ es una función decreciente con la temperatura, tal que:

$$B_{1221}^{\pm 2\epsilon} (T=0) = -\frac{\pi g^3}{2\hbar} \{ |X|^2 + |U|^2 \} \quad (\text{VII.31.a})$$

$$B_{1221}^{\pm 2\epsilon} \xrightarrow{T \rightarrow \infty} -\frac{\pi g^3}{8\hbar} \{ |X|^2 + |U|^2 \} \quad (\text{VII.31.b})$$

En cuanto a $B_{1221}^{\pm \epsilon}$ se obtiene:

$$B_{1221}^{\pm \epsilon} (T=0) = -\frac{\pi g^3}{\hbar} |V|^2 \quad (\text{VII.32.a})$$

$$B_{1221}^{+\epsilon} \xrightarrow{T \rightarrow \infty} \frac{-\pi g^3}{4\hbar} \{ |z|^2 + 2|w|^2 + |v|^2 \} \quad (\text{VII.32.b})$$

El valor relativo (32.a) y (32.b) depende de los valores de las probabilidades de transición V, W y Z, de todos modos a partir de la ecuación (VII.30) se observa que $|B_{1221}^{+\epsilon}|$ es creciente para un cierto rango de temperaturas que dependerá del valor de esas probabilidades.

El cálculo del centroide y del ancho es idéntico al caso markoviano (ver ecuación (VII.25)), es decir:

$$\Gamma^{(i)} = 2 \frac{g^2}{\hbar} B_{1221}^{(i)} \quad (\text{VII.33})$$

con $(i) = \pm\epsilon$ ó $\pm 2\epsilon$. Por lo tanto, si $w = \pm 2\epsilon$, el modelo no predice correctamente la dependencia del ancho colectivo.

VII.4 Solución no markoviana

De acuerdo con las ecuaciones (VII.9) y (V.57) se tiene en este caso:

$$f(s, w_r) = h(s, w_r) = \frac{s}{s^2 + w_r^2} \quad (\text{VII.34})$$

y en principio intervienen las tres frecuencias microscópicas $w = 0, \epsilon, 2\epsilon$. De esta forma se tendrá para los elementos de matriz de interés:

$$B_{\alpha\beta\alpha'\beta'} = \frac{1}{2\hbar} \left\{ b_0^{\alpha\beta\alpha'\beta'} \frac{1}{s} + b_E^{\alpha\beta\alpha'\beta'} \frac{s}{s^2 + (E/\hbar)^2} + b_{2E}^{\alpha\beta\alpha'\beta'} \frac{s}{s^2 + (2E/\hbar)^2} \right\} \quad (\text{VII.35})$$

El cálculo de B_{1221} es inmediato dado que en las secciones VII.2 y VII.3 los coeficientes:

$$b_0^{1221} = 2\hbar B_{1221}^M \quad (\text{VII.36.a})$$

$$b_E^{1221} = 2\hbar B_{1221}^{\pm E} \quad (\text{VII.36.b})$$

$$b_{2E}^{1221} = 2\hbar B_{1221}^{\pm 2E} \quad (\text{VII.36.c})$$

ya han sido calculados y analizado su comportamiento térmico, en la aproximación $g \gg 1$.

Con respecto al elemento B_{1122} , se puede agregar a la ecuación (VII.18.b), que proporciona el factor b_0^{1122} las expresiones de los factores restantes;

$$b_E^{1122} = -g^2 \{ 2 \rho_1^0 \rho_2^0 (V^* \rho_2^0 + V \rho_1^0) + (\rho_1^{03} + \rho_2^{03}) (V^* + V) \} Z \quad (\text{VII.37.a})$$

$$b_{2E}^{1122} = 0 \quad (\text{VII.37.b})$$

observándose que para b_E^{1122} el límite de temperaturas grandes, su valor absoluto cae la mitad del correspondiente a $T=0$:

$$b_E^{1122}(T=0) = -g^2 (V^* + V) Z \quad (\text{VII.38.a})$$

$$b_E^{1122} \xrightarrow{T \rightarrow \infty} \frac{-g^2}{2} (V^* + V) Z \quad (\text{VII.38.b})$$

y su comportamiento con T es análogo al correspondiente a $B_{1221}^{\dagger E}$ de la sección anterior. Es entonces razonable concluir que para este modelo de dos niveles, sólo en la situación markoviana es posible confirmar el crecimiento típico del ancho con la temperatura.

El paso siguiente es la resolución de la ecuación $\Delta(s) = 0$, con $\Delta(s)$ dado por la expresión (VII.7). Evidentemente, si se sustituye en (VII.7) los elementos de matriz de A y de B calculados, se obtiene un polinomio de grado 10 en s cuyas raíces se desea hallar. Para ello se efectuarán algunas aproximaciones simplificadoras que conducirán a la reducción del grado del polinomio.

En primer lugar, como consecuencia de la hipótesis $g \gg 1$, se desprecia el término B_{1122} que es proporcional a g^2 frente a B_{1221} que es proporcional a g^3 . En este caso:

$$\begin{aligned} \Delta(s) &= -\hbar^2 s^2 + g^2 2\hbar s B_{1221} - g^4 (\lambda_0^2 + B_{1221}^2) = 0 & \text{(VII.39)} \\ &= -(\hbar s - g^2 B_{1221})^2 - g^4 \lambda_0^2 \end{aligned}$$

En segundo lugar, se seleccionan procesos Z, V y W, es decir, aquellos que involucran cero o dos excitones, eliminando aquellos que involucran uno solo. Así, escribiendo

$$U = X = 0$$

sólo sobrevive el coeficiente b_E^{1221} y por lo tanto B_{1221} resulta

$$B_{1221}(s) = \pi \frac{b_{\epsilon}^{1221}}{2\hbar} \frac{s}{s^2 + (\epsilon/\hbar)^2} = b \frac{s}{s^2 + (\epsilon/\hbar)^2} \quad (\text{VII.40})$$

donde b_{ϵ}^{1221} se define por las ecuaciones (39.a) y (36.b).

Con estas simplificaciones el determinante $\Delta(s)$ da origen a un polinomio cúbico en s o en $\Omega = -is$, de la forma:

$$\Omega^3 + A_2 \Omega^2 + A_1 \Omega + A_0 = 0 \quad (\text{VII.41.a})$$

donde

$$A_2 = \pm (g^2/\hbar)^2 \lambda_0^2 \quad (\text{VII.41.b})$$

$$A_1 = (g^2/\hbar) b - (\epsilon/\hbar)^2 \quad (\text{VII.41.c})$$

$$A_0 = \pm (g^2 \lambda_0 \epsilon / \hbar^2)^2 \quad (\text{VII.41.d})$$

De esta forma, el problema se ha simplificado notablemente, reduciéndose a la resolución de la ecuación cúbica (VII.41.a), que no presenta dificultades.

Otra forma de trabajo, equivalente a la arriba descripta, es aquella que toma como punto de partida a la ecuación secular (V.60), obtenida en el caso esquemático para un término colisional diagonal ($\alpha = \beta, \alpha' = \beta'$). En el sistema de dos niveles la ecuación de partida es

$$-\frac{1}{G} = \frac{g^2 (P_2^0 - P_1^0) |D_{12}|^2}{\hbar \Omega - \epsilon + i B_{12}} + \frac{g^2 (P_1^0 - P_2^0) |D_{21}|^2}{\hbar \Omega + \epsilon + i B_{21}} \quad (\text{VII.42})$$

Aquí se ha definido

$$B_{12} = B_{1221} \quad B_{21} = B_{2112}$$

que resultan idénticos en el caso en que la interacción sea real. Efectuando en el sistema el mismo tipo de aproximaciones que más arriba, esto es seleccionando procesos de cero o dos excitones y despreciando términos proporcionales a g^2 frente a los que van como g^3 , se tendrá, de acuerdo con (VII.40):

$$\begin{aligned} B_{12} = B_{21} &= b \frac{S}{S^2 + (\epsilon/\hbar)^2} \\ &= b \frac{i\Omega}{(\epsilon/\hbar)^2 - \Omega} \end{aligned} \quad (\text{VII.43})$$

La magnitud λ_0^2 definida en las secciones precedentes toma esta vez la siguiente forma:

$$\lambda_0^2 = \epsilon^2 + g^2 Q_2 \epsilon (p_1^0 - p_2^0) |D_{12}|^2 \quad (\text{VII.44})$$

Sustituyendo (VII.43) y (VII.44) en (VII.42) se obtiene la ecuación para Ω

$$\Omega^2 \left\{ 1 - \frac{b}{\hbar} \frac{1}{(\epsilon/\hbar)^2 - \Omega^2} \right\}^2 = \frac{\lambda_0}{\hbar^2} \quad (\text{VII.45})$$

que dá origen al polinomio cúbico:

$$\Omega^3 \pm \frac{\lambda_0}{\hbar} \Omega^2 + \left(\frac{b}{\hbar} - \left(\frac{\epsilon}{\hbar} \right)^2 \right) \Omega \pm \frac{\lambda_0 \epsilon^2}{\hbar^3} = 0 \quad (\text{VII.46})$$

De la ecuación (VII.45) surge naturalmente en el caso no colisional ($b=0$), la solución de la AFA común:

$$\Omega = \pm \frac{|\lambda_0|}{\hbar} = \pm \omega_0 \quad (\text{VII.47})$$

En este caso de (VI.46) se obtiene las dos raíces correspondientes a las frecuencias microscópicas, $\Omega = \pm \varepsilon$,

En el Apéndice II se describe el método utilizado en esta sección para resolver la ecuación cúbica (VII.46). De acuerdo con esas ecuaciones, las soluciones están dadas por

$$\Omega = \alpha \cos(\varphi/3) \quad (\text{VII.48})$$

donde

$$\alpha = 2 \sqrt{\frac{q}{3}} \quad (\text{VII.49.a})$$

$$\varphi = \arccos\left(\frac{4r}{\alpha^3}\right) \quad (\text{VII.49.b})$$

En el caso particular de la ecuación (VII.46) q y r resultan

$$q = \frac{1}{\hbar^2} \left\{ \frac{\lambda_0^2}{3} + \varepsilon^2 - b\hbar \right\} \quad (\text{VII.50.a})$$

$$r = \frac{1}{\hbar} \left\{ \frac{\lambda_0 b \hbar}{3} - \lambda_0 \varepsilon^2 \left(\frac{1}{3} \pm 1 \right) \pm 2 \left(\frac{\lambda_0}{3} \right)^3 \right\} \quad (\text{VII.50.b})$$

de donde

$$\alpha = \frac{2}{\hbar \sqrt{3}} \left\{ \frac{\lambda_0^2}{3} + \varepsilon^2 - b\hbar \right\}^{1/2} \quad (\text{VII.51})$$

y teniendo en cuenta el valor de b , se observa que α es real.

Con respecto al ángulo φ se tiene:

$$\cos \varphi = \frac{4r}{\alpha^3}$$

de modo que para que exista φ real debe ser

$$\left| \frac{4r}{\alpha^3} \right| \leq 1 \quad (\text{VII.52})$$

Esto indica que cuando la temperatura sea tal que esta desigualdad deja de valer, habrá una transición de fase caracterizada por esa temperatura crítica T_c , pero mientras (VII.52) sea válida las tres raíces serán reales.

Cuando $\frac{4r}{\alpha^3}$ es mayor que la unidad, el ángulo φ es de la forma

$$\varphi = iu, \quad u \in \mathbb{R} \quad (\text{VII.53})$$

por lo tanto

$$\cos \varphi = \cosh u > 1 \quad (\text{VII.54})$$

y la solución correspondiente es

$$\Omega_0 = \alpha \operatorname{ch}\left(\frac{u}{3}\right) \quad (\text{VII.55})$$

de modo que, en este caso, la solución colectiva no exhibe ancho, sino sólo un corrimiento del centroide. Las otras dos soluciones, las microscópicas, de acuerdo con el Apéndice II, están dadas por

$$\begin{aligned}\Omega_{1,2} &= -\frac{\Omega_0}{2} \pm \sqrt{7 - \frac{3}{4} \Omega_0} & (\text{VII.56}) \\ &= -\frac{\Omega_0}{2} \pm i \sqrt{7} \sqrt{ch^2 \frac{24}{3} - 1}\end{aligned}$$

Se observa en la ecuación (VII.56) un doble signo que permite a una oscilación microscópica desestabilizarse. Sin embargo en la AFAC se está en el régimen lineal, por lo tanto el movimiento podría ser conducido al régimen no lineal por la divergencia, y allí estabilizarse. También se observa que las soluciones microscópicas se amortiguan en este caso, y como ya se mencionara, no ocurre lo mismo con la oscilación colectiva. Este resultado está vinculado a la supresión drástica de los procesos de tipo X y U, por lo tanto en cálculos más exactos que los incluyan se esperaría recuperar el ancho colectivo. Por último, se observa que cuando es $\frac{4r}{\alpha^3} < -1$, entonces $\varphi = \frac{\pi}{2} - i2$ por lo tanto se obtienen resultados idénticos al caso anterior.

Cabe señalar que se han realizado cálculos numéricos del problema diagonal esquemático, incluyendo los procesos, X y U. Esto condujo a la extracción de tres frecuencias degeneradas cuyas partes reales son cercanas a 0, $\pm \epsilon$, $\pm 2\epsilon$ como raíces del polinomio de grado 10. Se comprueba que para determinados valores de temperatura se obtienen algunas autofrecuencias complejas y por lo tanto son ensanchadas, mientras que otras resultan reales. Este curioso comportamiento irregular con la temperatura, reflejo del análisis efectuado en esta sección, merece estudio mas profundo que clarifique la naturaleza de esas transiciones de fase. Con esta idea se ha elaborado un plan

de trabajos cuyos alcances cubren perfectamente los requerimientos de una posible tesis de Licenciatura en Ciencias Físicas.

CAPITULO VIII

VIII Sumario y conclusiones

El presente trabajo tuvo el objetivo de realizar una aproximación al problema de la dinámica disipativa de un sistema de fermiones interactuantes desde distintos enfoques, que permitieron describir un mismo proceso, el decaimiento de un movimiento colectivo, desde perspectivas diferentes.

La primera versión del problema fue desarrollada en el capítulo II en donde se presentó el modelo del Movimiento Browniano Cuántico⁵²⁻⁶⁵, desde su formulación, pasando por la discusión de las aproximaciones que a él conducen, hasta culminar con las críticas más importantes al mismo. Estas objeciones, en síntesis, están relacionadas por un lado, con el hecho de que el modelo no considera la estructura microscópica del modo colectivo, presentandose como un objeto separado del sistema de fermiones, por otro lado se esgrime una separación de escalas temporales microscópica y macroscópica, que conduce a una aproximación markoviana, sin memoria. Además, se impone un propagador de correlaciones desde afuera del modelo, que introduce el parámetro desconocido τ y finalmente se puede observar que el ancho extraído del MBC representa sólo el ancho de escape.

Aún cuando el modelo del MBC está afectado de tales imperfecciones, permite efectuar aplicaciones con resultados aceptables. Este aspecto es el que se encarga de reflejar el capítulo III, en el que se muestra los resultados de la aplicación del modelo a la evolución de resonancias gigantes en núcleos de ^{208}Pb y ^{16}O , para la dinámica de los nucleones en

conjunto y las correspondientes a protones y neutrones por separado. También en este capítulo se hace un análisis comparativo de los procesos disipativo y difusivo que proporcionan justificación teórica a la tradicional aproximación de no retorno,

En el capítulo siguiente, el IV, se abandona el modelo del MBC para atacar el problema desde la dinámica de campo medio para el sistema interactuante, a temperatura finita T . De este modo, se deducen las ecuaciones de Hartree-Fock colisional dependientes del tiempo y de la temperatura para la densidad de un cuerpo, a partir de la jerarquía BBGKY para las funciones de distribución reducidas. Estas ecuaciones son linealizadas dando lugar a la aproximación de fases al azar colisional que representa las soluciones de pequeñas oscilaciones para la ecuación cinética. Las ecuaciones de la AFAC son comparadas con otras versiones aparecidas en la literatura^{49,76,78}, comprobándose que constituyen una generalización de estas últimas, las cuales resultan aspectos complementarios de un mismo problema, resolviéndose así aparentes contradicciones.

El capítulo V se dedica a resolver las ecuaciones de la AFAC planteadas en el capítulo anterior, en el caso general y en los casos particulares markoviano, semimarkoviano y no markoviano, que se diferencian por el tratamiento del núcleo colisional en relación con la forma en que la historia previa del sistema es tenida en cuenta. En particular, se proporciona la solución para una situación diagonal en el ámbito del modelo esquemático.

Resultados numéricos de la formulación desarrollada en los dos capítulos anteriores pueden encontrarse en el capítulo VI

donde se describe modelo soluble dentro de las disponibilidades de cómputos existentes.

Finalmente, en el último capítulo se efectúa una adecuación del andamiaje de la AFAC en sus tres versiones, markoviana, semimarkoviana y no markoviana, al problema de dos niveles. Las ecuaciones resueltas analíticamente dentro de una supersimplificación que pasa por seleccionar determinados procesos en la construcción del modo y considerar degeneración grande, dando origen a soluciones que exhiben transiciones de fase con la temperatura.

Se puede concluir entonces, que los dos capítulos dedicados al modelo del MBC reflejaron que, a pesar de las imperfecciones del mismo, predice numéricamente la evolución irreversible simultánea tanto del modo colectivo, como de los nucleones en un núcleo esférico, a la vez que desde el punto de vista estrictamente teórico, justifica aproximaciones de uso corriente como la aproximación de no retorno y la aproximación diagonal de Boltzmann para la ecuación cinética. Los capítulos siguientes propusieron un camino alternativo que evitara, al menos, algunas de las antiguas dificultades. Los inconvenientes más importantes de esta etapa tuvieron que ver con los cálculos numéricos, que obligaron a la utilización de modelos calculables acordes con las restricciones de cómputos. Estos modelos pueden parecer un tanto artificiosos, pero sirvieron para mostrar las tendencias de la teoría desarrollada. Por otro lado se deja abierta la posibilidad de perfeccionarlos, al menos en dos casos concretos, para los cuales ya existen planes elaborados. Uno de ellos es el modelo con simetría cilíndrica desarrollado en el capítulo VI, que

admite un mejor tratamiento de las funciones de onda, así como una aproximación de las características del problema a las de un núcleo real. Por último en el modelo de dos niveles del capítulo VII se pretende realizar un cálculo numérico más exacto para extraer las autofrecuencias en una mejor aproximación. De esta forma, desde este trabajo se ha dado una visión más bien panorámica del problema, generando perspectivas que permitirán una mayor profundización.

A handwritten signature in black ink, appearing to read "Delgado", with a long horizontal flourish extending to the right.A handwritten signature in black ink, appearing to read "García", with a long horizontal flourish extending to the right.

ADENI

El término de colisiones de la ecuación (IV.25) es

$$\begin{aligned}
 K(\rho) = & -\frac{1}{\hbar_0} \int_0^t d\tau \operatorname{Tr}_2 L_1(1,2) U_2(1,2;\tau) L_1(1,2) P_2(1/2) \rho_1(1,t-\tau) \rho_1(2,t-\tau) - \\
 & -\frac{1}{\hbar_0} \int_0^t d\tau \operatorname{Tr}_{2,3} L_1(1,2) U_2(1,2;\tau) \left[L_1(1,3) P_3(1/2/3) - \right. \\
 & \quad - P_2(1/2) L_1(1,3) P_2(1/3) + L_1(2,3) P_3(1/2/3) \\
 & \quad \left. - P_2(1/2) L_1(2,3) P_2(2/3) \right] \rho_1(1,t-\tau) \rho_1(2,t-\tau) \rho_1(3,t-\tau)
 \end{aligned}$$

Se define

$$\Psi_2(\tau) = L_1(1,2) U_2(1,2;\tau) L_1(1,2) P_2(1/2)$$

$$\begin{aligned}
 \Psi_3(\tau) = & L_1(1,2) U_2(1,2;\tau) \left[(L_1(1,3) + L_1(2,3)) P_3(1/2/3) - \right. \\
 & \quad \left. P_2(1/2) (L_1(1,3) P_2(1/3) + L_1(2,3) P_2(2/3)) \right]
 \end{aligned}$$

entonces, K puede escribirse

$$K = -\operatorname{Tr}_2 \int_0^t d\tau \Psi_2(\tau) \Pi_2'(1/2;t-\tau) - \operatorname{Tr}_{2,3} \int_0^t d\tau \Psi_3(\tau) \Pi_3'(1/2/3;t-\tau)$$

Los operadores $L_1(1,2)$ $U_2(1,2,\tau)$ tienen la siguiente representación espectral:

$$L_1(1,2) = \sum_{\substack{\alpha\beta\alpha'\beta' \\ \tau\delta\tau'\delta'}} \left(\mathcal{V}_{\alpha\beta\alpha'\beta'} \delta_{\tau\tau'} \delta_{\delta\delta'} - \delta_{\alpha\alpha'} \delta_{\beta\beta'} \mathcal{V}_{\tau\delta\tau'\delta'} \right) |\alpha\beta\rangle \langle\alpha'\beta'| \otimes |\tau\delta\rangle \langle\tau'\delta'|$$

$$U_2(1,2,\tau) \cong U_0(1,2;\tau) = U_0(1,\tau) U_0(2,\tau)$$

$$U_0(1,\tau) = \sum_{\alpha\beta} e^{-i(\epsilon_\alpha - \epsilon_\beta)\tau/\hbar} |\alpha\rangle \langle\alpha| \otimes |\beta\rangle \langle\beta|$$

Con estos operadores se calcula $\text{Tr}_{2,3} \Psi_3 \rho_1 \rho_2 \rho_3$ y $\text{Tr}_2 \Psi_2 \rho_1 \rho_2$

$$\begin{aligned} \text{Tr}_{2,3} \Psi_3 \rho_1 \rho_2 \rho_3 = \sum_{\substack{a a' b b' \\ c c' \tau \tau'}} (P_{aa'} P_{bb'} P_{cc'}) (t-z) & \left[v_{a'b'c}^A(z) v_{\alpha'c'ba}^A + v_{\alpha'b'\tau c}^A(z) v_{\tau c'ba}^A \delta_{a'a'} - \right. \\ & - v_{b'a'a'\tau}^A(z) v_{\tau c'ba}^A \delta_{ac} \\ & + v_{\alpha'b'ac}^A(z) v_{a'c'a'b}^A - v_{\alpha'\tau ac}^A(z) v_{a'c'\tau b}^A \delta_{b'a'} + \\ & \left. + v_{\tau b'a'a}^A(z) v_{a'c'\tau b}^A \delta_{ac} - v_{\tau b'a'c}^A(z) v_{a'c'\tau b}^A \delta_{\alpha\alpha'} \right] |\alpha\rangle \langle \alpha'| \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Tr}_2 \Psi_2 \rho_1 \rho_2 = \sum_{\substack{\alpha\alpha' b b' \\ \alpha\alpha'}} (P_{aa'} P_{bb'}) (t-z) & \left[v_{\alpha'b'\tau\delta}^A(z) v_{\tau\delta ab}^A \delta_{a'a'} - \sum_{\beta} v_{\alpha\beta ab}^A(z) v_{a'b'\alpha'\beta}^A - \right. \\ & - \sum_{\beta} v_{a'b'\alpha'\beta}^A(z) v_{\alpha\beta ab}^A + \sum_{\mu\nu} v_{\mu\nu\alpha'b}^A(z) v_{a'b'\mu\nu}^A \delta_{\alpha\alpha'} \left. \right] |\alpha\rangle \langle \alpha'| \end{aligned}$$

$$v_{\alpha\beta\tau\delta}(z) = v_{\alpha\beta\tau\delta} e^{-i\omega\tau\delta, \alpha'\beta, z}$$

Se define ahora el operador colisional:

$$\Psi_{\alpha\alpha'} = \left[\text{Tr}_{2,3} \Psi_3(\rho_1 \rho_2 \rho_3)(t-z) + \text{Tr}_2 \Psi_2(\rho_1 \rho_2)(t-z) \right]_{\alpha\alpha'}$$

tal que:

$$K_{\alpha\alpha'} = - \int_0^t dz \Psi_{\alpha\alpha'}$$

Separando en la expresión de K los términos en α y α' se define:

$$\mathcal{L}(\alpha, \alpha') = \sum_{\substack{\beta\beta' \\ \tau\tau' \\ \delta\delta'}} v_{\alpha'\beta'\tau'\delta'}^*(z) v_{\alpha'\beta'\tau\delta}^A \{ P_{\tau\tau'} P_{\delta\delta'} \bar{P}_{\alpha\alpha'} \bar{P}_{\beta\beta'} - P_{\alpha\alpha'} P_{\beta\beta'} \bar{P}_{\tau\tau'} \bar{P}_{\delta\delta'} \}$$

haciendo lo mismo con los términos en α' y α

$$\mathcal{L}(\alpha', \alpha) = \sum_{\substack{\beta\beta' \\ \tau\tau' \\ \delta\delta'}} v_{\alpha\beta'\tau\delta}(z) v_{\alpha\beta\tau'\delta'}^{A*} \{ P_{\tau\tau'} P_{\delta\delta'} \bar{P}_{\alpha\alpha'} \bar{P}_{\beta\beta'} - P_{\alpha\alpha'} P_{\beta\beta'} \bar{P}_{\tau\tau'} \bar{P}_{\delta\delta'} \}$$

Entonces la ecuación (VII.27) se obtiene inmediatamente, pues:

$$K_{\alpha\alpha'} = \frac{1}{2} \int_0^t \sum_{\alpha\alpha'} \mathcal{L}(\alpha, \alpha') + \mathcal{L}(\alpha', \alpha) dz$$

Apéndice II

Dada la ecuación cúbica:

$$p^3 + A_2 p^2 + A_1 p + A_0 = 0 \quad (1)$$

se define:

$$x = p + \frac{A_2}{3} \quad (2)$$

reemplazando x en (1) se obtiene la ecuación:

$$x^3 - q x - r = 0 \quad (3)$$

donde:

$$q = \frac{1}{3} A_2^2 - A_1 \quad (4)$$

$$r = \frac{A_1 \cdot A_2}{3} - \frac{2}{27} A_2^3 - A_0 \quad (5)$$

Si se define α y φ tales que:

$$x_0 = \alpha \cos(\varphi/3) \quad (6)$$

y se sustituye (6) en (3), resulta:

$$\cos^3(\varphi/3) - \frac{q}{\alpha^2} \cos(\varphi/3) - \frac{r}{\alpha^3} = 0 \quad (7)$$

Si se compara la ecuación (7) con la ecuación para el coseno:

$$\cos^3 \phi - \frac{3}{4} \cos \phi - \frac{1}{4} \cos 3\phi = 0 \quad (8)$$

se obtienen las soluciones para α y φ

$$\alpha^2 = 4 q / 3 \quad (9.a)$$

$$\varphi = \arccos (4 r / \alpha^3) \quad (9.b)$$

estas ecuaciones, junto con (6) determinan la primer raíz de (3). Las otras dos se obtienen directamente resolviendo la ecuación cuadrática que resulta de dividir la ecuación (3) por:

$$(x - x_0)$$

Finalmente, habrá que volver a la variable original mediante la transformación (2).

REFERENCIAS

- 1 A. Fleuri y J. M. Alexander; Ann. Rev. Nucl. Science 24
(1974) 279
W. Nörenberg y H. A. Weidenmüller; Lectures notes in Physics
vol. 55, Springer Verlag, Berlin (1976)
- 3 M. Lefort y C. Ngô; Ann. de Phys. 3 (1973) 5
- 4 M. Lefort y C. Ngô; Riv. N. Cim. 2 (1979) no. 12
- 5 L. G. Moreto y R. P. Schmidt; Rep. Prog. Phys. 44 (1981) 533
- 6 J. R. Huizenga, W. U. Schroeder, J. E. Birkelund y W. Wilche
Nucl. Phys. A 387 (1982) C 257
- 7 J. R. Birkelund et al; Phys. Rev. C 26 (1982) 1984
- 8 J. R. Nix; Comments Nucl. Part. Phys. 12 (1983) 13
- 9 H. T. Feldmeier; comunicacion interna 1985
- 10 H. T. Feldmeier y H. Spangenberg; Nucl. Phys. A 435 (1985)
229
- 11 M. Berlangier, A. Gobbi, F. Hanappe, U. Lynen, C. Ngo, A.
Olmi, H. Sam, H. Stelzer, H. Richel y M. Rivet; Z. Phys. A
291 (1979) 132
- 12 G. Grégóire, R. Lucas, C. Ngô y H. Hofmann; Proc. IVth
Balaton Conf. on Nucl. Phys., Keszthely, Hungria (1979)
- 13 E. Hernández, W. D. Myers, J. Randrup y B. Remaud; Nucl.
Phys. A 361 (1981) 483
- 14 G. Wolschin; Phys. Rev. Lett. 48 (1982) 1004
- 15 N. Takigawa, K. Nüta, Y. Okuhara y S. Yoshida; Nucl. Phys. A
371 (1981) 130
- 16 H. Spangenberg, F. Beck y H. Feldmeier; Nucl. Phys. A 435

- (1985) 267
- 17 W. Nörenberg; Z. Physik A 274 (1975)
 - 18 R. A. Broglia, C. Dasso y A. Winter; Phys. Lett. 53 B (1974) 301
 - 19 L. G. Moreto y J. S. Sventek; Phys. Lett. 58 B (1975) 26
 - 20 R. A. Broglia C. Dasso y A. Winter; Phys. Lett. 61 B (1976) 113
 - 21 S. Ayik; Phys. Lett. 63 B (1976) 22
 - D. Agssi, M. Ko y H. A. Weidenmuller; Ann. Phys. 107 (1977) 140
 - 23 S. Ayik y W. Nörenberg; Z. Physik. A 288 (1978) 401
 - 24 C. M. Ko; Z. Physik. A 286 (1978) 405
 - 25 D. M. Brink, J. Neto, H. A. Weidenmüller; Phys. Lett. 80 B (1989) 170
 - 26 J. Randrup; Nucl. Phys. A 327 (1979) 450
 - 27 S. Ayik y W. Nörenberg; Zeit. f Physik A 297 (1980) 55
 - 28 J. J. Griffin, J. Bonek, K. K. Kan y M. Dworzeca; Nucl. Phys. A 369 (1981) 181
 - 29 S. Mukamel, U. Smilansky, D. H. Gross, M. Mörhing y M. I. Sobel; Nucl. Phys. 366 (1981) 339; Nucl. Phys. 378 A (1982) 375
 - 30 M. Dakowsky, A. Gobbi y W. Nörenberg; Nucl. Phys. A 378 (1982) 189
 - 31 R. Schaeffer; Nucl. Phys. A 387 (1982) C 235
 - 32 S. Ayik y W. Nörenberg; Zeit. f Physik. A 309 (1982) 121
 - 33 D. H. Gross, K. Mörhing, S. Mukamel, U. Smilansky y M. I. Sobel; Nucl. Phys. 378 A (1982) 375
 - 34 R. Fröbich, B. Strack y M. Durand; Nucl. Phys. A 406 (1983)

- K. Nüta y S. Takigawa; Nucl. Phys. 397 A (1983) 141
- 36 P. Fröbich; Reprint (Hahn-Meitner, Berlin) 1983
- 37 P. Fröbich; Phys. Lett. 122 B (1983) 333
- 38 H. Reinhardt; Nucl. Phys. A 413 (1984) 475
- 39 P. Frobich; Phys. Rev. C 29 (1984)
- 40 H. Feldmeier; Reprint Nuclear Structure and HID (1984)
Corso, Taliana de Fisica, Bologna, Italia
- 41 H. Feldmeier y H. Spangenberg; comunicacion interna (1984)
- 42 H. Feldmeier; comunicacion interna (1984)
- 43 H. Reinhardt, B. Balian y Y. Alhassid; Journal de Physique
C6 supl.45 (1984) 87
- 44 A. Gokmen, M. Dworzecka y J. J. Griffin; Nucl. Phys. A 440
(1985) 586
- 45 H. Feldmeier; comunicacion interna (1985)
- 46 R. Schmidt; Zeit. Phys. A 320 (1985) 413
- 47 D. Boose y J. Richert; Nucl. Phys. A 433 (1985) 511
- 48 J. M. Eisenberg y W. Greiner; "Microscopic Theory of the
Nucleus", North Holland Publishing Company (1972)
- 49 C. Yannouleas; Nucl. Phys. A 455 no. 1 (1986)
- 50 C. O. Dorso, Tesis de Doctorado en Ciencias Fisicas (1993)
- 51 M. T. Collins y J. J. Griffin; Nucl. Phys. A 348 (1980)63
- 52 C. O. Dorso y E. Hernández; Phys. Rev. C 26 (1982) 528
- r3 E. S. Hernández y C. O. Dorso; Phys. Rev. C 29 (1984) 1510
- 54 C. O. Dorso y E. Hernández; Phys. Rev. C 29 (1984) 1523
- 55 E. S. Hernández y C. O. Dorso; Phys. Rev. C 30 (1984) 1711
- 56 V. de la Mota, C. O. Dorso y E. S. Hernández; Phys. Lett.
1143 B (1984) 279

- 57 E. S. Hernández y A. Kievski; Phys. Rev. A 32 (1985) 1810
- 58 A. Kievski y E. S. Hernández; Physica A, en prensa
- 59 H. M. Cataldo, E. S. Hernández y C. O. Dorso; Physica A, en prensa
- 60 E. S. Hernández y A. Kievski; Phys. Rev. A, en prensa
- 61 E. S. Hernández y H. M. Cataldo; Physica A, en prensa
- 62 E. S. Hernández y V. de la Mota; enviado a Phys. Lett. B
- 63 A. Kievski y E. S. Hernandez; en preparacion
- 64 H. M. Cataldo y E. S. Hernandez, en preparacion
- 65 M. Desposito, Tesis de Seminario para la Licenciatura en Ciencias Físicas. (1986)
- 66 A. Bohr y B. R. Mottelson; "Nuclear Structure", Benjamin, N. Y. 1975
- 67 C. George, I. Prigogine y L. Rosenfeld; Math. Fis. Medd. 38 (1972) no. 12
- 68 I. Prigogine, C. George, F. Henin y L. Rosenfeld; Chem. Scri. 4 (1973) 5
- 69 R. Balescu; "Equilibrium and Nonequilibrium Statistical Mechanics", Wiley, N. Y. (1975)
- 70 M. Danos y W. Greife ; Phys. Rev. B 138 (1965) 876
- 71 Debe tenerse en cuenta que el núcleo colisional es, en general una función compleja de ρ , cuya parte real es la verdadera derivada colisional que interviene en la evolución irreversible^{68,69} mientras que la parte imaginaria pura proporciona un término de corrección al flujo libre, a segundo orden en la interacción. Teniendo en cuenta que las frecuencias de la AFA usual son de primer orden en la interacción, este último término se desprecia.

- 72 C. Y. Wong y H. H. Tang; Phys. Rev. Lett. 40 (1978) 1070
- 73 H. Orland y K. Schaeffer; Z. Phys. A 290 (1979) 101
- 74 S. Ayik; Zeit. Phys. A 298 (1980) 83
- 75 P. Grangé, H. A. Weidenmüller y G. Wolshin; Ann. Phys. 136 (1981) 190
- 76 H. Reinhardt, P. G. Reinhard y K. Goeke; Phys. Lett. 151 B (1985) 177
- 77 H. Reinhardt, R. Balian e Y. Alhassid; Nucl. Phys. A 422 (1984) 349
- 78 S. Ayik y M. Dworzecka; Phys. Rev. Lett. 54 (1985) 534; Nucl. Phys. A 440 (1985)
- 79 J. des Cloizeaux; notas en "Many Body Physics", ed. C. de Witt y R. Balian, Gordon and Breach, N. Y. (1968)
- 80 C. Yannouleas, M Dworzecka y J. J. Griffin; Nucl. Phys. A 379 (1982) 256
- 81 C. Yannouleas y S. Jang, preimpreso 1985
- 82 G. E. Brown; "Unified Theory of Nuclear Models and Forces", North Holland Publishing Company 1971
- 83 D. J. Rowe; Rev. Mod. Phys. 40 no. 1 (1968) 153
- 84 H. Sagawa y G. F. Bertsch; Phys. Lett. 146 B (1984)
- 85 S. I. Garpman, D. Serber y M. Zielinska-Pfabe; Nuov. Cim. 57 B (1980) 11
- 86 E. S. Hernández y H. G. Solari; Nucl. Phys. A 397 (1983) 115
- 87 J. W. Negele; Rev. Mod. Phys. 54 (1982) 913
- 88 G. E. Brown y M. Bolsterli; Phys. Rev. Lett. 3 (1959) 472
- 89 P. Ring y P. Schuck, "The Nuclear Many Body Problem", Springer Verlag, N. Y. 1980
- 90 V. Gillet; notas en "Many Body Description of Nuclear

Structure and Reactions", Publicacion de la International
School of Physics Enrico Fermi 1966, Ac. Press N. Y.