

Tesis de Posgrado

Transferencia de calor entre cilindros rotatorios concéntricos

Sanchez, Odelsia Leonor

1984

Tesis presentada para obtener el grado de Doctor en Ciencias Químicas de la Universidad de Buenos Aires

Este documento forma parte de la colección de tesis doctorales y de maestría de la Biblioteca Central Dr. Luis Federico Leloir, disponible en digital.bl.fcen.uba.ar. Su utilización debe ser acompañada por la cita bibliográfica con reconocimiento de la fuente.

This document is part of the doctoral theses collection of the Central Library Dr. Luis Federico Leloir, available in digital.bl.fcen.uba.ar. It should be used accompanied by the corresponding citation acknowledging the source.

Cita tipo APA:

Sanchez, Odelsia Leonor. (1984). Transferencia de calor entre cilindros rotatorios concéntricos. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires.
http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis_1835_Sanchez.pdf

Cita tipo Chicago:

Sanchez, Odelsia Leonor. "Transferencia de calor entre cilindros rotatorios concéntricos". Tesis de Doctor. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires. 1984.
http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis_1835_Sanchez.pdf

Universidad de Buenos Aires
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Departamento de Industrias

TRANSFERENCIA DE CALOR ENTRE CILINDROS ROTATORIOS
CONCENTRICOS

ODELSIA LEONOR SANCHEZ

DIRECTOR: Dr. Constantino SUAREZ

TESIS PRESENTADA PARA OPTAR AL TITULO DE DOCTOR EN
CIENCIAS QUIMICAS

-1984-

1835
Ej 2

a Javier

a Pablo y Marcos

a mis Padres

El CNPQ, Consejo Nacional para el Desarrollo de Investigaciones Científicas y Tecnológicas de la República Federativa de Brasil, financió el viaje de la autora a Buenos Aires, para la presentación de esta Tesis.

Agradecimientos

Al Dr. Constantino Suárez por su dirección y estímulo en la realización del trabajo.

Al Ing. José M. Bados, quien dirigió las primeras etapas del trabajo y en colaboración con el Lic. C. Villa proyectó parte del equipo experimental.

Al Sr. Cabrera, responsable del Taller del Departamento de Industrias de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales y a su equipo de auxiliares, por su colaboración y eficiencia durante la construcción e instalación del equipo experimental.

Al Sr. Pablo J. Alsina, por su colaboración en la búsqueda bibliográfica.

Al Ing. Juan C. Ferreri por su orientación, sugerencias y contribución en la búsqueda bibliográfica sobre convección natural en cavidades.

Al PROIPA por su contribución para la edición de esta Tesis.

A mis colegas y autoridades de la Universidad Federal de Paraíba, Brasil, que me permitieron disponer de tiempo para la presentación de este trabajo.

INDICE

	página
1. INTRODUCCION	
1.1. Aspectos generales	1
1.2. Convección natural en cavidades	4
1.3. Transferencia de calor entre cilindros rotato- rios concéntricos	12
1.3.1. Estabilidad del flujo entre cilindros rota- rios	15
1.3.2. Caracterización y correlación de los grupos adimensionales	20
2. OBJETIVOS	28
3. PARTE EXPERIMENTAL	
Aspectos generales	29
3.1. Descripción del equipo	30
3.1.1. Rotor y estator	30
3.1.2. Sistema de rotación	35
3.1.3. Sistema de refrigeración	37
3.1.4. Sistema de calefacción	37
3.1.5. Circuito de medición de temperatura	38

///

	página
3.2. Método de operación	44
3.3. Cálculo de las variables	46
3.4. Propiedades físicas de los fluidos	48
4. CONVECCION NATURAL EN UNA CAVIDAD ANULAR	
4.1. Resultados experimentales	50
4.1.1. Coeficiente de transferencia	50
4.1.2. Descripción de los perfiles de temperatura	52
4.2. Estimación del calor transferido por radiación	62
4.3. Reproducibilidad de los resultados	63
4.4. Correlación de los datos experimentales	64
4.4.1. Influencia de la razón de aspecto	66
4.4.2. Cálculo de los parámetros de la correlación	69
4.5. Discusión de los resultados	75
4.6. Comparación con resultados previos	80
4.6.1. Análisis de la influencia. del número de Rayleigh	84
4.6.2. Dependencia con la razón de aspecto	86
4.6.3. Dependencia con el número de Prandtl	87
	///

	página
5. CONVECCION NATURAL Y ROTACIONAL COMBINADAS EN UNA CAVIDAD ANULAR	
5.1. Resultados experimentales	95
5.1.1. Dependencia del coeficiente de transferencia con la velocidad de rotación	95
5.1.2. Descripción de los perfiles de temperatura	99
5.2. Correlación de los datos experimentales	108
5.2.1. Dependencia del Nusselt con el número de Taylor	110
5.2.2. Análisis de las condiciones de transición	115
5.2.3. Cálculo de las correlaciones	119
5.2.3.1. Región subcrítica	119
5.2.3.2. Región supercrítica	124
5.2.3.3. Correlación para Taylor $> 4Ta_c$	128
5.3. Discusión de los resultados	132
5.4. Comparación con otros autores	147
6. CONCLUSIONES	155
Bibliografía	158
Nomenclatura	174

1. INTRODUCCION

1.1. Aspectos generales

La transferencia de cantidad de movimiento, calor y materia a fluidos en el sistema de cilindros concéntricos con uno o ambos rotando ha sido objeto de estudio desde hace casi un siglo, si tomamos como antecedente más antiguo el trabajo de Couette (1890).

Desde el famoso trabajo de Taylor (1923), quien estableció por primera vez la existencia de un flujo laminar estable con vórtices y las condiciones de transición a dicho régimen, numerosos trabajos experimentales y teóricos han sido publicados sobre el tema, tanto en lo que respecta a estudios de estabilidad como los referentes al estudio de la transferencia.

El interés, orientado a una comprensión básica de los fenómenos vinculados a este tipo de sistemas y también motivado por sus aplicaciones en motores eléctricos y sistemas de lubricación en máquinas rotatorias, fue continuo a lo largo de las últimas décadas. Recientemente, la posibilidad de utilización de reactores químicos anulares con cilindro interior rotatorio, especialmente reactores electroquímicos, motivó nuevos estudios de transferencia de

calor y materia en dichos sistemas geométricos.

La transferencia de calor por convección natural a fluidos dentro de cavidades abiertas o cerradas, cuyos primeros estudios se remontan a principios de siglo con los trabajos de Bernard, ha despertado en la última década considerable interés, debido a sus aplicaciones en áreas tecnológicas de importancia creciente, como la ingeniería de reactores nucleares, refrigeración de equipos electrónicos y sistemas de almacenamiento de energía.

Si bien existen numerosos estudios relacionados con la convección natural y forzada combinadas, en lo que es de nuestro conocimiento, no existe ningún estudio sistemático hasta el presente de la convección natural y rotacional combinadas en cilindros concéntricos, a pesar de que los efectos de convección natural fueron observados por algunos investigadores a bajas velocidades de rotación.

Para una mejor comprensión del fenómeno, dedicamos la primera parte del presente trabajo al estudio experimental de la transferencia de calor por convección natural en la configuración geométrica elegida y una segunda parte, al estudio de la convección natural y rotacional combinadas.

///

En los puntos siguientes presentamos una revisión bibliográfica de los resultados obtenidos hasta el presente en el tema que nos ocupa.

///

1.2. Convección natural en cavidades

Las ecuaciones que gobiernan la convección natural en estado estacionario, escritas en forma adimensional, son

$$\underline{\nabla} \cdot \underline{v} = 0 \quad (1-1a)$$

$$\underline{v} \cdot \underline{\nabla} \underline{v} = -\nabla p^* + \nabla^2 \underline{v} - Gr T \underline{e}_3 \quad (1-1b)$$

$$\underline{v} \cdot \underline{\nabla} T = \frac{1}{Pr} \nabla^2 T \quad (1-1c)$$

En las ecuaciones (1-1 a, b y c), como es usual, se ha despreciado el término disipativo y se ha aplicado la aproximación de Boussinesq (1903), es decir que las propiedades físicas se suponen constantes, excepto la densidad en el término de empuje, donde se tiene en cuenta la variación de la misma con la temperatura. Jones (1979) ha señalado que esta aproximación es satisfactoria cuando se trabaja con pequeñas diferencias de temperatura.

Las condiciones de contorno para flujo bidimensional en una cavidad vertical con paredes isotérmicas son:

$$\underline{v} = 0, T = 1 ; R = 0, 0 \leq Z \leq L \quad (1-2a)$$

$$\underline{v} = 0, T = 0 ; R = 1, 0 \leq Z \leq L \quad (1-2b)$$

///

Diversas condiciones pueden considerarse en $Z = 0$ y $Z = L$; las condiciones que se encuentran habitualmente en la bibliografía son las que corresponden a una cavidad cerrada por paredes sólidas adiabáticas, es decir

$$\underline{V} = 0 , \quad \partial T / \partial Z = 0 \quad \text{para } Z = 0; L \quad (1-2c)$$

Una solución de las ecuaciones (1-1) con condiciones de contorno (1-2), será de la forma

$$\underline{V} = \underline{V}(R, Z, Gr, Pr, N, L) \quad (1-3a)$$

$$T = T(R, Z, Gr, Pr, N, L) \quad (1-3b)$$

El parámetro N aparece como resultado de la adimensionalización del operador ∇ en coordenadas cilíndricas; es la relación entre el radio interior y exterior (en una cavidad plana su valor es 1).

El número de Nusselt medio para una cavidad se define como:

$$Nu = \frac{1}{L} \int_0^L \left(\frac{\partial T}{\partial R} \right)_{R=0} dz \quad (1-4)$$

///

donde $L = (\delta/l)^{-1}$ es la razón de aspecto.

Considerando las ecuaciones (1-3) y (1-4), resulta

$$Nu = f(Gr, Pr, L, N) \quad (1-5)$$

La longitud característica en el Nu y en el Gr comúnmente utilizada en este tipo de sistemas es la separación entre las paredes.

Un considerable esfuerzo de investigación ha sido dedicado a lo largo de este siglo al estudio analítico, numérico y experimental con el objeto de establecer la funcionalidad indicada en la expresión (1-5).

El primer intento de correlación generalizada se debe a Kraussold (1934) quien relacionó datos experimentales existentes en esa época, para cavidades cilíndricas y planas, verticales y horizontales. Dicho autor encontró que la relación entre la conductividad efectiva y la conductividad real del fluido era, aproximadamente, una única función del número de Rayleigh, para las diferentes geometrías consideradas. Dicha relación es el cociente entre el calor transferido y el que se transferiría por conducción pura; en la nomenclatura del presente trabajo equiva-

le al número de Nusselt normalizado, Nu/Nu_k . El Nu_k para paredes planas es igual a 1 y para paredes cilíndricas, se demuestra fácilmente que

$$Nu_k = \frac{1 - \frac{1}{N}}{\ln N} \quad (1-6)$$

En la correlación de Kraussold se observan dos transiciones: para valores bajos del número de Rayleigh la transferencia de calor es por conducción pura y el Nusselt normalizado es igual a 1; a partir de Rayleigh igual a 1000, el valor del Nu aumenta, presentando la curva una nueva inflexión en torno del número de Rayleigh igual a 10^6 .

Batchelor (1954) en un estudio teórico estimó que la transición de régimen laminar a turbulento ocurre a

$$Ra_c = 10^9/L^3 \quad (1-7)$$

mientras que la ecuación empírica aproximada de Elder (1965) considera la influencia del número de Prandtl mediante la ecuación

///

$$Ra_c = 8 \times 10^8 Pr^{1/2} / L^3 \quad (1-8)$$

la cual predice valores próximos a los dados por la ecuación (1-7) para Pr igual a 1. La solución de Batchelor, obtenida con idealizaciones drásticas, se mostró inadecuada cuando se la compara con los resultados experimentales. Poots (1958) obtuvo una solución analítica válida para $Ra < 10^4$, expresando la temperatura y la función de corriente, en series infinitas de funciones ortogonales. Los resultados obtenidos por Wilkes y Churchill (1966) y Rubel y Landis (1969) mediante diferentes técnicas numéricas para una cavidad cuadrada mostraron un buen acuerdo con la solución de Poots (1958).

Eckert y Callson (1961) observaron mediante métodos interferométricos, perfiles de temperatura en gases contenidos en cavidades rectangulares. A partir de esas observaciones, dichos autores establecieron la existencia de diferentes regímenes de flujo laminar, que fueron clasificados de acuerdo a la forma de los perfiles de temperatura encontrados, de la siguiente forma:

a) Régimen de conducción, en que el perfil de temperaturas

///

en la mayor parte de la capa de fluido es el que corresponde a conducción pura, salvo en los extremos superior e inferior, debido al efecto de bordes.

- b) Régimen de capa límite, caracterizado por una variación de temperatura acentuada en las proximidades de las superficies sólidas, y una zona intermedia con un perfil de temperaturas uniforme.
- c) Régimen de transición, intermedio entre los dos anteriores, con variación de temperatura pronunciada junto a las superficies sólidas y una región con ligera inclinación en el centro de la cavidad.

El perfil de temperatura en el régimen de capa límite, puede presentar inversiones en la región central, hecho que fue observado experimentalmente por Duxbury (1972); Mynett y Duxbury (1974); Yin, Wung y Chen (1978) y que no había sido observado por Eckert y Carlson (1961) en sus estudios interferométricos. Yin, Wung y Chen sugieren que a valores suficientemente grandes del número de Rayleigh, el flujo longitudinal adyacente a las paredes transporta calor por convección de la pared caliente a la fría en tal grado, que produciría el gradiente de temperatura adverso mencionado an-

///

teriormente. Según Jones (1979) la inversión de temperatura crea una fuente de vorticidad en el seno del fluido, produciendo trayectorias de flujo recirculante. Este hecho está vinculado a la transición de una conformación de flujo unicelular a multicelular, con vórtices alineados verticalmente, que ocurre a valores de Rayleigh del orden de 10^5 . La existencia de flujo multicelular fue observada por Elder (1965); Vest y Arpaci (1969); Seki, Fukisako e Inaba (1978); Mynett y Duxbury (1974). Del mismo modo Thomas y de Vahl Davis (1969); Rubel y Landis (1969); Mallinson y de Vahl Davis (1977) y Jones (1979), predijeron numéricamente la existencia de flujo multicelular, asociado a una inversión del gradiente de temperatura.

En base a estas observaciones Yin, Wung y Chen (1979) generalizaron el concepto de régimen de capa límite propuesto por Eckert y Carlson (1961), estableciendo que dicho régimen está caracterizado por un perfil de temperaturas con gradiente abrupto junto a las paredes y una región central en la que el gradiente es mayor o igual que cero.

La existencia de uno u otro régimen de flujo depende del número de Rayleigh y de la razón de aspecto. Este

hecho fue señalado por Yin, Wung y Chen (1978) quienes determinaron en forma experimental los límites entre los diferentes regímenes, operando con aire en cavidades rectangulares. Sus resultados indican una mayor dependencia del Rayleigh de transición con la razón de aspecto, que los informados previamente por Eckert y Carlson (1961). Yin, Wung y Chen atribuyeron estas diferencias al hecho de que sus resultados abarcaron un intervalo más amplio de razones de aspecto (hasta $L = 78,7$). En cambio los resultados de Sadhu (1982) para cavidad anular, dentro de un amplio rango de razones de aspecto, prácticamente coinciden con los de Yin, Wung y Chen (1978).

Varias correlaciones han sido propuestas para cavidades verticales, planas y anulares (Jakob, 1969; Newell y Schmidt, 1969; Eckert y Carlson, 1961; Yin, Wung y Chen, 1978; Jones, 1979 b); Thomas y de Vahl Davis, 1969; Bushan, Keyhani, Christensen y Kulacki, 1983). Se observa de estas correlaciones que en general no hay coincidencia entre las mismas, en cuanto a la dependencia del Nusselt con el Rayleigh y con la razón de aspecto.

El caso específico que nos proponemos analizar en el presente trabajo, en que la sección de calentamiento ocu-

///

pa sólo una porción de la cavidad anular, aparentemente no fue estudiado hasta la actualidad. Dado que nuestro interés estaba orientado al estudio de la convección natural y rotacional combinadas en el sistema de cilindros rotatorios, se vio la necesidad de realizar ensayos previos en condiciones de convección natural.

///

1.3. Transferencia de calor entre cilindros rotatorios concéntricos

Desde el famoso trabajo de Taylor (1923), es un hecho bien conocido que para fluidos viscosos contenidos en un espacio anular entre cilindros rotatorios concéntricos, el régimen de flujo a bajas velocidades de rotación, es laminar. A partir de un cierto valor del número de Taylor (número de Taylor crítico), se establece un flujo laminar estable, llamado laminar con vórtices, que adquiere la forma de vórtices toroidales representados esquemáticamente en la figura 1.1.

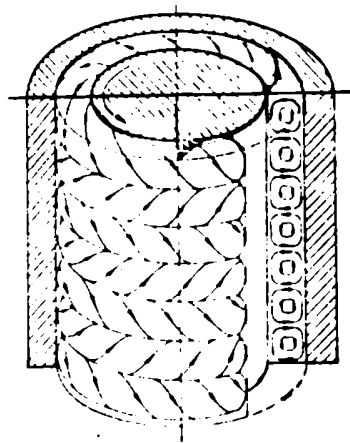


Figura: 1.1

Vórtices de Taylor

Para aquellos sistemas en que gira el cilindro interior y el exterior se mantiene fijo, con separaciones relativamente pequeñas ($2\delta/(R_1 + R_2) \rightarrow 0$) el número de Taylor es definido por (Kaye y Elgar, 1958):

$$Ta = \frac{\Omega_1 R_1 \delta}{\nu} \left(\frac{\delta}{R_1}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (1-6)$$

Una modificación de la expresión anterior, que se aplica para separaciones mayores entre los cilindros es

$$Ta = \Omega_1 \left(\frac{R_1 + R_2}{2}\right) \frac{\delta}{\nu} \left(\frac{2\delta}{R_1 + R_2}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (1-7)$$

Una segunda transición es posible, dependiendo de la relación entre las velocidades angulares del cilindro exterior e interior y de la relación entre los radios. Esto se debe a que al aumentar la velocidad angular del cilindro interior aumenta la amplitud de los vórtices de Taylor generándose una segunda inestabilidad con formación de vórtices ondulados con ondas que se desplazan a una cierta velocidad a lo largo de la circunferencia. En ciertos casos, el punto de segunda inestabilidad ($Ta_{c,2}$) práctica-

///

mente se confunde con el primero; cuando sólo rota el cilindro interior y la separación anular es pequeña ($N \rightarrow 1$), se tiene $Ta_{c,2} \approx 1,05 Ta_c$, pero en la misma situación con $N = 0,5$ el $Ta_{c,2} > 100 Ta_c$. Por lo tanto, tal como lo sugiere Diprima y Rogers (1969) "para separaciones anulares grandes, por encima del valor crítico, el flujo será axisimétrico en un rango considerablemente amplio de números de Taylor". A velocidades mayores que las correspondientes a la segunda transición, comienzan a aparecer irregularidades en el flujo, desarrollándose turbulencia.

Los vórtices toroidales, predichos por la teoría de Taylor, fueron observados en numerosas experiencias de visualización de flujo (Hagerty, 1950; Kaye y Elgar, 1959), comprobándose que cada vórtice individual tiene aproximadamente el tamaño de la separación entre los cilindros. También fueron encontrados cuando se superpone al flujo rotacional un flujo axial lento, como en los trabajos de Cornish (1933), Kaye y Elgar (1958), Simmers y Coney (1979), Legrand, Dumargue y Couret (1980), Kataoka y Takigawa (1981). En los párrafos siguientes discutiremos algunos de los criterios de estabilidad disponibles en bibliografía.

1.3.1. Estabilidad del flujo entre cilindros rotatorios

El valor de Taylor de transición de régimen laminar con flujo Couette a flujo laminar con vórtices, para fluidos viscosos en un espacio anular entre cilindros rotantes, sólo depende, en ausencia de efectos térmicos y cuando no hay flujo axial sobrepuesto, de la separación anular, de la relación entre los radios y de la relación entre las velocidades angulares de los cilindros.

El criterio de estabilidad de Rayleigh para flujo rotacional inviscido es

$$\frac{\partial}{\partial r}(r^2\Omega) > 0 \quad (1-8)$$

La distribución de velocidades en flujo Couette es:

$$\Omega(r) = A + B/r^2 \quad (1-9)$$

donde

$$A = \Omega_1 \frac{1 - M/N^2}{1 - 1/N^2} ; \quad B = \Omega_1 \frac{R_1^2 (1 - M)}{1 - N^2}$$

///

Cuando se aplica el criterio (1-8) a la ecuación (1-9), se encuentra que la condición de estabilidad está dada por $M > N^2$.

La condición (1-8) es suficiente, pero no necesaria cuando se tiene flujo viscoso.

Taylor en su trabajo publicado en 1923, analizó matemáticamente el problema de estabilidad, mediante la superposición de pequeñas perturbaciones en las componentes de la velocidad en las ecuaciones de flujo laminar estacionario. En el caso de separación entre cilindros muy pequeña ($\delta \rightarrow 0$), cuando sólo rota el cilindro interior, encontró para el valor crítico:

$$Ta_c = 41,2 \quad (1-10)$$

A partir de los resultados de Taylor(1923),Kaye y Elgar (1958) introdujeron un factor geométrico, para el caso en que la separación es finita pero relativamente pequeña, definiendo un valor para el Taylor crítico corregido mediante la expresión

$$Ta_c = 41,2 F_g \quad (1-11)$$

///

donde
$$F_g = \frac{\eta^2}{41,2} \left(1 - \frac{\delta}{2R_m}\right)^{-1} z^{-\frac{1}{2}} \quad (1-12)$$

con
$$R_m = (R_1 + R_2)/2$$

$$z = 0,0571 \left[1 - 0,652 \frac{\frac{\delta}{R_m}}{\left(1 - \frac{\delta}{2R_m}\right)} \right] + 0,00056 \left[1 - 0,652 \frac{\frac{\delta}{R_m}}{\left(1 - \frac{\delta}{2R_m}\right)} \right]^{-1} \quad (1-12a)$$

El factor de Kaye y Elgar (1958) puede aplicarse a separaciones moderadas entre cilindros; para δ/R_1 mayor que 1,53, se ve de las ecuaciones(1-12) que el factor es imaginario.

Numerosos estudios experimentales confirmaron la exactitud de las ecuaciones (1-10) y (1-11). Entre otros, podemos citar los resultados de medición de torque o visualización de flujo de Taylor (1936), Lewis (1927), Donnelli(1958), Donnelli y Simon (1960).

Numerosos investigadores estudiaron posteriormente el problema de estabilidad fluidodinámica entre cilindros concéntricos rotatorios, con diversos métodos teóricos y considerando diferentes condiciones impuestas, incluyendo

entre éstas los efectos de un gradiente radial de temperaturas. Son bien conocidos los trabajos en ese campo de Chandrasekhar (1954, 1958) y Diprima (1955); Chandrasekhar y Elbert (1962) y Walowit, Tsao y Diprima (1964); Diprima y Rogers (1969) presentan una revisión al respecto y discuten cuestiones computacionales ligadas al problema de Taylor. Butler y McKee (1970) resuelven el problema mediante un método variacional basado en la termodinámica de no-equilibrio. Todos estos resultados analíticos muestran concordancia con los resultados experimentales de los autores citados arriba. Resumiremos algunas de las conclusiones que nos interesan.

Para el caso en que sólo rota el cilindro interior, sin disipación viscosa y efectos gravitacionales despreciables comparados con los efectos térmicos del campo centrífugo, el valor del número de Taylor crítico depende de la relación entre los radios y de un parámetro T que es la relación entre el número de Rayleigh rotacional y el número de Taylor. Dicho parámetro es definido por Butler y Mc Kee (1970) como

$$T = \frac{\beta \text{ Pr } (T_2 + T_1)}{4 A_1 \ln N} \quad (1-13)$$

///

donde $A_1 = N^2 / (N^2 - 1)$, cuando sólo gira el cilindro interior.

En los estudios de estabilidad citados se encontró que un gradiente de temperaturas positivo tiene efecto desestabilizante sobre el flujo. Es decir, que el Taylor crítico disminuye cuando T aumenta.

Por el contrario, valores de T negativos, redundan en condiciones de flujo más estables o número de Taylor crítico mayor. El fenómeno de desestabilización cuando el gradiente radial de temperatura es positivo, se comprende si analizamos que cuando el cilindro exterior está más caliente que el interior, las partículas más pesadas son impelidas hacia afuera por el campo centrífugo, en cuanto que las calientes, más livianas, tienden a migrar hacia las regiones interiores, que a su vez están más frías. El efecto, análogo al problema de Bernard, provoca una circulación del fluido, que induce la aparición de vórtices de Taylor a valores de rotación menores. En cambio, cuando el cilindro interior se encuentra a mayor temperatura que el exterior, por las mismas razones enunciadas anteriormente, se origina una estratificación estable en

///

el sentido radial.

1.3.2. Caracterización y correlación de los grupos adimensionales

Algunos estudios de transferencia de materia y cantidad de movimiento (Eisenberg, Tobias y Wilke, 1955; Sherwood y Ryan 1959; Trabucchi, 1963; Azize, 1966, Trabucchi, Azize y Ronco, 1966; Sing y Mishra, 1980) utilizan el diámetro del rotor como longitud característica en los grupos adimensionales que describen la transferencia, ya que no se encontró en dichos trabajos influencia de la separación entre los cilindros. Sin embargo, una buena cantidad de trabajos publicados, principalmente los de transferencia de calor posteriores a Kaye y Elgar (1959), utilizan la separación entre los cilindros como escala de longitud en la adimensionalización. Por otra parte, en los estudios teóricos y experimentales sobre estabilidad citados en el punto anterior, se ha demostrado que el parámetro que caracteriza la situación fluidodinámica es el número de Taylor, que es un número de

///

Reynolds basado en la velocidad angular, corregido por un factor geométrico que tiene en cuenta el efecto de curvatura.

La transmisión de calor entre cilindros rotatorios concéntricos puede ser expresada a través de la dependencia del número de Nusselt, generalmente normalizado con Nu_k (Aoki, Nohira y Arai, 1967; Ho, Nardacci y Nissan, 1964) y los números de Taylor y Prandtl, cuando los efectos de empuje debidos al campo gravitacional y centrífugo son despreciables.

Si los efectos del campo gravitacional no son despreciables, el número de Grashof también deberá ser considerado entre las variables como es común en los estudios de convección combinada. En la convección natural y forzada combinadas interesa determinar los límites en que los dos mecanismos de transferencia de calor se superponen o uno de ellos predomina. El criterio para que un sistema en convección natural sea perturbado por un flujo forzado, puede expresarse (Gebhart, 1969)

$$\frac{Re}{Gr^n} = \epsilon \quad (1-14)$$

///

En diferentes sistemas se encontró que n es del orden de 0,5.

Gebhart (1969) presenta una revisión de los trabajos publicados hasta la fecha en el tema de flujos convectivos externos. Entre los trabajos más recientes, Carey y Gebhart (1982), estudiaron la convección combinada en una pared vertical con flujo de calor constante; Humphrey y Jacobs (1981), la transmisión de calor por convección combinada desde una cavidad cuadrada en un canal inclinado; Yousef y Tarasuk (1981, 1982) en un tubo horizontal isotérmico; El-Shaarawi y Sarhan (1982) en la región de entrada de un anillo vertical con el cilindro interior rotando. Todos estos autores presentan sus conclusiones en función de los grupos adimensionales Nusselt, Reynolds, Grashof y Prandtl.

Por lo tanto, en el caso de convección natural y rotacional combinadas, sin flujo axial en cilindros concéntricos, el número de Nusselt dependerá de los grupos adimensionales Taylor, Prandtl, Grashof y parámetros geométricos. De acuerdo con lo que se vio en la sección (1-2) es de esperar que la razón de aspecto también ejerza in-

fluencia en la convección combinada.

La transferencia de calor en cilindros concéntricos, con el interior rotando, fue estudiada experimentalmente por diversos investigadores. Gazley (1958) y Bjorklund y Kays (1959) utilizaron aire en el espacio anular, mientras que Tachibana, Fukui y Mitsumura (1959); Aoki, Nohira y Arai (1967); Haas y Nissan (1961) y Ho, Nardacci y Nissan (1964) extendieron dichos resultados al caso de líquidos, con valores del número de Prandtl hasta aproximadamente 2000. Las ecuaciones empíricas propuestas muestran en general una concordancia satisfactoria entre los resultados de los diferentes investigadores, prediciendo una dependencia del número de Nusselt con $Ta^{1/2}$ y el exponente del Prandtl en dichas correlaciones se encuentra entre $1/4$ y $1/3$.

Haas y Nissan (1961) y Ho, Nardacci y Nissan (1964) correlacionaron en forma diferente sus resultados, incluyendo estos últimos la influencia del número de Grashof. Estos autores utilizaron en lugar del número de Taylor un parámetro P , definido por Brewster, Grosberg y Nissan (1959). Si d es el espesor de la capa potencialmente inestable y \bar{V} la velocidad tangencial media en dicha capa, el

///

parámetro P es:

$$P = \frac{\bar{V} d^{3/2}}{\nu R_1^{1/2}} \quad (1-15)$$

Para el caso en que se tiene flujo unidireccional causado por la rotación del cilindro interior, P está relacionado con el Taylor en la forma

$$P = \frac{1}{2} Ta \left(\frac{2 R_1}{R_1 + R_2} \right)^{1/2} \quad (1-16)$$

Ho, Nardacci y Nissan correlacionaron sus datos de transmisión de calor en función de la relación entre P y el valor crítico de dicho parámetro, obteniendo

$$\frac{Nu}{Nu_k} = \left(\frac{P}{P_c} \right)^m \quad (1-17)$$

donde m depende del grashof y del Prandtl según la siguiente relación empírica:

$$m = \left(\frac{Pr}{Gr} \right)^{1/6} \quad (1-18)$$

///

Algunas soluciones analíticas han sido propuestas, limitadas a la inmediata proximidad del Taylor de transición. Ho, Nardacci y Nissan (1964) obtuvieron una ecuación mediante el método de las perturbaciones, a partir de resultados previos de Chandrasekhar (1953) y Stuart (1958). La ecuación, válida para Prandtl igual a 1 y separaciones pequeñas, es:

$$\frac{Nu}{Nu_k} = 1 + 1,4472 \left[1 - \left(\frac{Ta_c}{Ta} \right)^2 \right] \quad (1-19)$$

La expresión (1-9) predice satisfactoriamente los resultados obtenidos con aire en un rango limitado de valores de Taylor supercríticos.

Aoki, Nohira y Arai (1967), utilizando también un método de perturbaciones, obtuvieron

$$\frac{Nu}{Nu_k} = 1 + 1,438 Pr^2 \left[1 - \left(\frac{Ta_c}{Ta} \right)^2 \right] \quad (1-20)$$

válida para separaciones pequeñas, en el intervalo

///

$$Ta_c < Ta < \min\left(\frac{Ta_c}{1 - \frac{0,535}{Pr^2}} ; 2,2 Ta_c\right) \quad (1-21)$$

Para números de Prandtl elevados, la ecuación (1-20), de acuerdo con la condición (1-21), sólo se aplica en un intervalo muy estrecho y predice un salto brusco, casi una discontinuidad, en el valor del Nusselt por encima del Taylor crítico. Dichos autores propusieron también una ecuación basada en una analogía con transferencia de cantidad de movimiento, aplicable a un rango de número de Taylor mayor que la anterior:

$$\frac{Nu}{Nu_k} = \left\{ 1 + 1,438 \left[1 - \left(\frac{Ta_c}{Ta} \right)^2 \right] \right\} Pr^{1/3} \quad (1-22)$$

La ecuación (1-22) concuerda con los datos experimentales de Aoki, Nohira y Arai (1967) para $Ta < 180$.

Algunos autores observaron efectos de convección natural a bajas rotaciones (Aoki, Nohira y Arai, 1967; Tachibana, Fukui y Mitsumura, 1959), pero no detectaron influencia de dichos efectos en la transición ni en la transferencia de calor en condiciones supercríticas. El Shaarawi y Sarhan (1982) estudiaron numéricamente el flujo en la

///

región de entrada de un anillo vertical con el interior rotando, para Prandtl igual a 1. Singh y Mishra (1980), correlacionaron el Reynolds de transición con el Grashof y el Schmidt, para la transferencia de materia desde un cilindro vertical rotante en un recipiente de gran diámetro, pero no observaron influencia de la convección natural en condiciones supercríticas.

El presente trabajo se propone dar una contribución en el campo de la transferencia de calor por convección natural y rotacional combinadas en un sistema de cilindros concéntricos, para el cual, en lo que es de nuestro conocimiento, no existe hasta la actualidad un estudio detallado.

2. OBJETIVOS

Este trabajo tiene como objetivo general estudiar experimentalmente la transferencia de calor a fluidos en una cavidad anular desde un cilindro interior rotatorio. La metodología detallada en los capítulos siguientes, está basada en el estudio del comportamiento térmico del sistema, a través de la medición del coeficiente global de transferencia de calor y perfiles de temperatura.

Los objetivos particulares que nos proponemos cumplir son los siguientes:

- Estudio de la transferencia de calor con el cilindro interior estático. Se investigará la influencia del número de Grashof y del número de Prandtl en el Nusselt para dos razones de aspecto, con el objetivo de obtener una correlación válida para convección natural en la geometría estudiada.
- Estudio de la transferencia de calor con el cilindro interior rotando. Se investigará la influencia de la velocidad de rotación en el número de Nusselt, operando con varios fluidos y dos razones de aspecto. El objetivo de esta parte del trabajo es obtener una correlación generalizada válida para convección natural y rotacional combinadas y establecer las condiciones de transición entre los diferentes regímenes de flujo.

3. PARTE EXPERIMENTAL

3. Aspectos generales

Con el fin de cumplir los objetivos enunciados anteriormente, era necesario disponer de un equipo experimental con la geometría de cilindros concéntricos, que permitiera medir los parámetros de interés para el estudio de la transferencia de calor a fluidos contenidos en el espacio anular.

De las varias disposiciones posibles, se optó por aquella en que el eje se encuentra orientado verticalmente, con el cilindro interior rotante, flujo de calor desde el interior y enfriamiento en el cilindro exterior. Tanto el posicionamiento vertical como las relaciones de aspecto utilizadas, permitirán estudiar el efecto combinado de la convección natural y rotacional aún con diferencias de temperatura moderadas.

Los parámetros medidos en las experiencias fueron: la potencia entregada, las temperaturas en puntos de interés del sistema, la velocidad de rotación, operando con diferentes fluidos para dos razones de aspecto

En las secciones siguientes presentamos una descripción del equipo y método experimental utilizados.

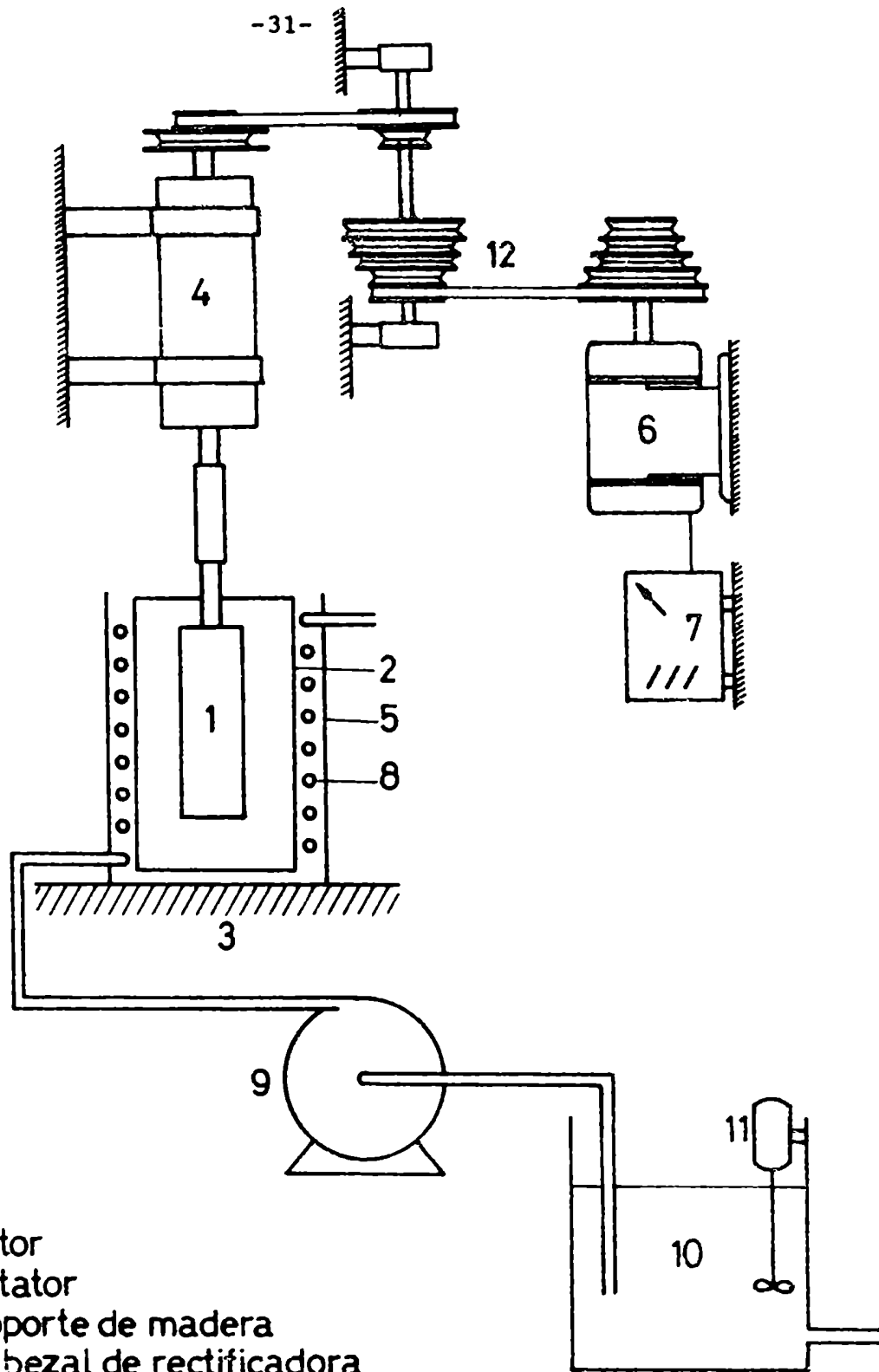
3.1. Descripción del equipo

El equipo experimental consiste básicamente de un cilindro interior o rotor, impulsado por un motor mediante un sistema de transmisión a poleas y de un recipiente cilíndrico exterior, el estator, concéntrico con el primero. Consta también de sistemas auxiliares para calefacción y enfriamiento y circuitos de medición de temperatura. Un esquema general del equipo se muestra en la figura 3.1.

3.1.1. Rotor y Estator

Un detalle del sistema de medición, rotor y estator se observa en la figura 3.2, en la que para mayor claridad no aparece la camisa de enfriamiento, la cual rodea al cilindro exterior.

El cilindro interior, de 28,8 mm de diámetro externo uniforme y 128,5 mm de longitud total, posee una sección de prueba (unidad calefactora) construída con un tubo de bronce de 70,2 mm de longitud, ubicada entre dos piezas de nylon "grillón" de 29,15 mm de altura cada una. Las porciones de nylon tienen dos objetivos: por un la-



- 1)Rotor
- 2)Estator
- 3)Soporte de madera
- 4)Cabezal de rectificadora
- 5)Camisa de enfriamiento
- 6)Motor
- 7)Controlador de velocidad
- 8)Serpentina de refrigeración
- 9)Bomba centrífuga
- 10)Tanque de alimentación
- 11)Termostato agitador
- 12)Poleas

Figura 3.1: Esquema general del aparato

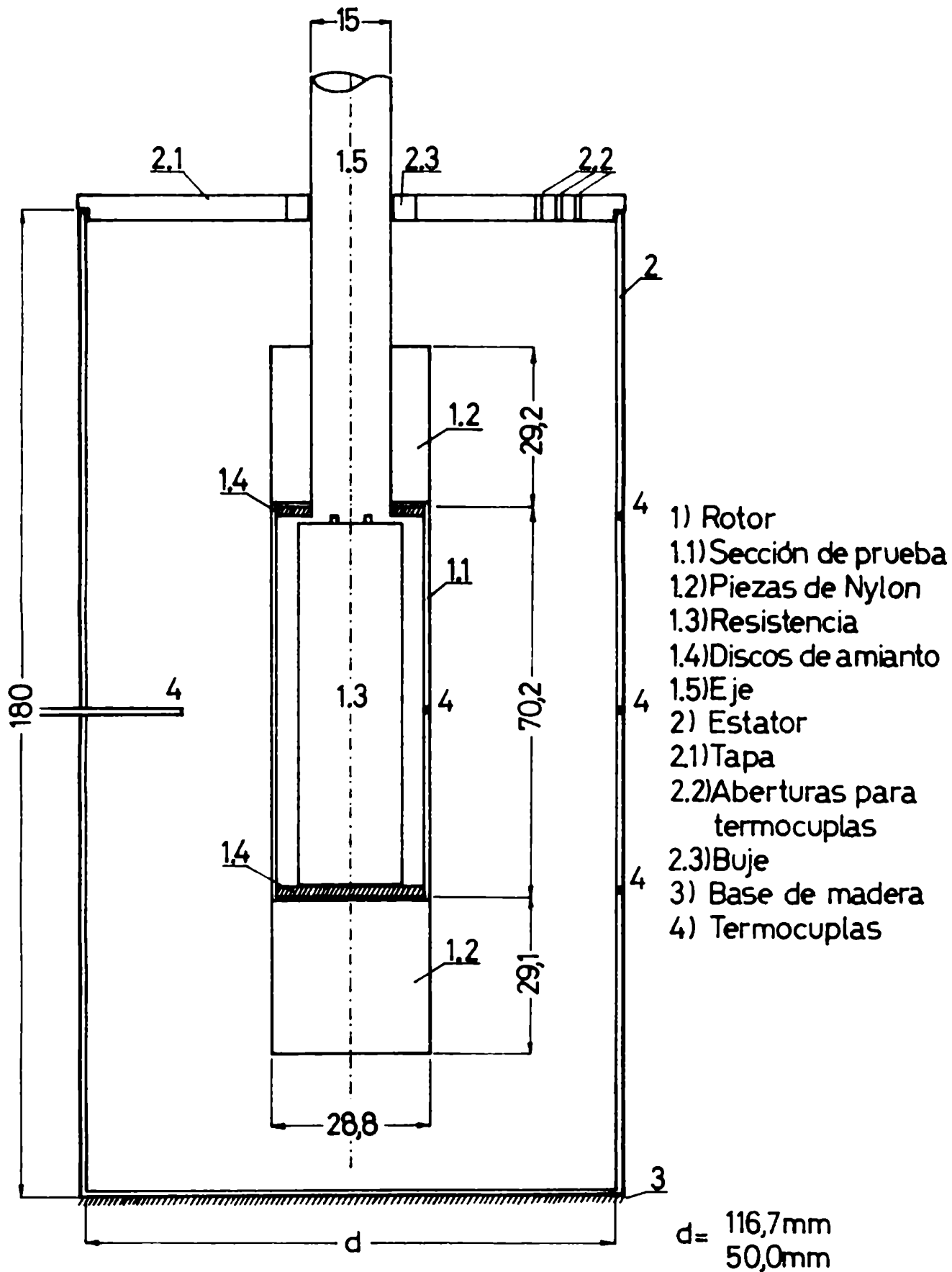


Figura 3.2: Detalle del rotor y recipiente

do, mantener la sección de prueba lo más alejada posible de los extremos superior e inferior de la cavidad anular a los fines de minimizar los efectos de borde; por otro lado actuar como aislante térmico, eliminando la transferencia de calor en el sentido axial.

La pieza de nylon inferior es maciza y está sujeta al tubo de bronce por medio de tornillos pasantes. La superior permite el pasaje de los cables de alimentación eléctrica y de la termocupla, estando atornillada a un eje de bronce hueco, que constituye la parte superior del rotor. Como se indica en la figura 3.2, dicho eje se une a la sección de calentamiento mediante una unión rosca-

En la cavidad interior de la sección de prueba se ubicó una resistencia eléctrica para producir el flujo de calor necesario durante las experiencias. Con el fin de minimizar las pérdidas axiales, se colocaron discos de amianto de 2,5 mm de ancho en los extremos superior e inferior del tubo. Una termocupla de Chromel-Alumel fue soldada a la pared del cilindro interior, ubicada como se aprecia en la figura 3.2 en el centro de la sección de prueba. Sus cables acompañan la pared por su ca-

ra interna hasta alcanzar la sección del rotor con contactos deslizantes.

Dos tipos de estator fueron utilizados: uno de hierro laqueado, de 116,7 mm de diámetro interno y 180 mm de altura y otro de cobre, de 50 mm de diámetro interno e igual altura que el primero. La temperatura de la superficie interna del estator fue medida con tres termocuplas de Chromel-Alumel situadas a igual posición azimutal, una en el centro y las otras dos al nivel de los bordes de la sección de prueba.

El sistema estaba provisto de una tapa hermética y los fluidos llenaban totalmente la cavidad, de modo que no existía superficie libre en nuestras experiencias. En el caso del recipiente grande la tapa fue hecha de madera, con un buje de nylon junto al eje, mientras que la tapa del recipiente menor fue construída de "grillón".

Una sonda radial con termocupla, unida a un calibre, permitía medir perfiles radiales de temperatura en el plano central del espacio anular. La tapa del recipiente grande posee tres aberturas equidistantes para introducir termocuplas a los fines de medir el perfil de temperatura axial en tres posiciones del espacio anular.

///

Se tuvo especial cuidado en el pulido del rotor y de la pared interna del recipiente, para eliminar rugosidades que pudiesen perturbar el flujo. Finalmente, el sistema rotor-estator era mantenido en posición mediante tensores de goma sujetos al soporte de madera en la base, evitándose de esta manera posibles deslizamientos de todo el sistema.

3.1.2. Sistema de rotación

El sistema impulsor es similar al que utilizaron Trabucchi (1963) y Azize (1966) en sus estudios de transferencia de materia y cantidad de movimiento entre cilindros rotatorios concéntricos, realizados en el mismo Laboratorio que el presente trabajo. El rotor se acopla mediante una unión roscada a un cabezal de rectificadora, impulsado a través de poleas por un motor, como se indica en la figura 3.1. De esta manera sólo se puede obtener una variación discreta de velocidades de rotación, con un valor mínimo de 250 rpm. Para poder operar a rotaciones menores, el motor original, monofásico, de corriente alterna y $\frac{1}{2}$ HP fue subsituido por un motor de corriente

continua, con velocidad regulada mediante un controlador electrónico a par constante.

Con este dispositivo fue posible trabajar en un rango de velocidades de rotación comprendido entre cero y 3350 rpm. A valores de rotación mayores que 3350 rpm, aparecían vibraciones indeseables, razón por la cual se decidió no trabajar por encima de este valor. A esto contribuía el hecho de que el extremo inferior del rotor es libre. Por otra parte, a pesar de la tapa hermética, para algunos fluidos operando a altas rotaciones se observó la aparición del vórtice característico de líquidos rotando con superficie libre, lo cual fue una limitación más para el uso de altas velocidades de rotación.

La excentricidad del rotor fue cuidadosamente controlada, no mostrando desviación apreciable en el rango de velocidades utilizado. La velocidad de rotación se midió con un tacómetro manual, salvo a muy bajas velocidades, las cuales se midieron por observación visual utilizando un cronómetro. El error en la medición del número de revoluciones no superó en ningún caso el valor de 3%.

///

3.1.3. Sistema de refrigeración

El cilindro externo está dotado de camisa de enfriamiento, constituida por un recipiente de latón, con un serpentín de cobre de 1/4" sumergido en glicerina (figura 3.1). Por el serpentín circula agua de refrigeración, proveniente de un tanque de alimentación termostatzado. El salto de temperatura del agua de refrigeración entre la entrada y la salida fue inferior a 0,5°C. Con este dispositivo se alcanzaron condiciones isotérmicas en la pared del estator.

3.1.4. Sistema de calefacción

La calefacción del cilindro interno se efectuó mediante una resistencia de tipo comercial, formada por un enrollamiento cilíndrico y ubicada en el interior del tubo de bronce, como se indica en la figura 3.2. La resistencia está aislada de la pared interna del cilindro por un conjunto de láminas de mica.

El circuito correspondiente al sistema de calefacción se muestra de manera esquemática en la figura 3.3. La potencia eléctrica entregada a la resistencia se con-

trola mediante un variador de voltaje tipo Variac y llega al rotor a través del contacto entre los carbones y los anillos rozantes. Los contactores serán descritos con mayor detalle en la sección siguiente.

La potencia entregada se midió con un vatímetro de corriente alterna. Para algunas determinaciones se utilizó un amperímetro Weston combinado con un voltímetro Kyoritsu K142, calibrados contra una resistencia patrón de $100 \Omega \pm 0,1\%$. La precisión en la medida de potencia fue $\pm 0,05$ W.

3.1.5. Circuito de medición de temperaturas

Como ya fue mencionado en la sección 3.1.1., las temperaturas de las superficies del rotor y del estator fueron medidas con termocuplas de Chromel-Alumel, localizadas en los puntos indicados en la figura 3.2. En todos los casos fueron utilizados cables de compensación también de Chromel-Alumel y unión fría a la temperatura de 0°C , obtenida con un baño de agua y hielo. La FEM fue medida con un potenciómetro manual de dos canales, con el que se podía apreciar hasta $0,01$ mV. Una llave selec-

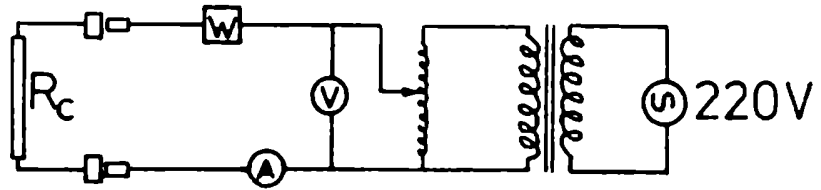
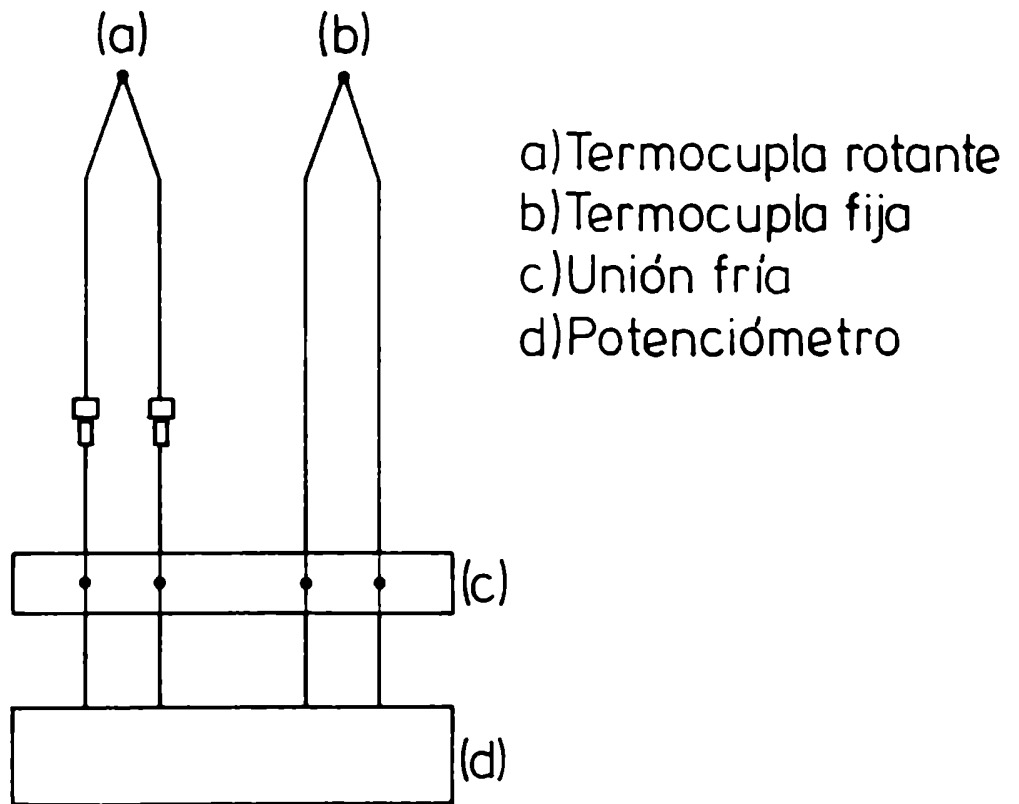


Figura 3.3: Circuito de calefacción



- a) Termocupla rotante
- b) Termocupla fija
- c) Unión fría
- d) Potenciómetro

Figura 3.4: Circuito de medición de termocuplas

tora con contactos de plata permitía realizar la lectura de las distintas termocuplas.

La sonda de temperatura ubicada en el cilindro rotatorio necesita contactos rozantes, como se muestra en la figura 3.5. Este tipo de dispositivo, común en los estudios de transmisión de calor en sistemas rotatorios (Tachibana, Fukui y Mitsumura, 1959; Mori y Kurosaki, 1966; Aoki, Nohira y Arai, 1967), puede introducir errores de medición en el circuito de termocuplas. Las principales fuentes de error son (Aoki, 1971):

- 1) Cambio de resistencia entre los carbones y los anillos.
- 2) Fuerzas termoelectromotrices generadas en los puntos de contacto entre carbones y anillos y diferencias de potencial de contacto.
- 3) Elevación de temperatura en los puntos de contacto debido a la fricción.

Taniguchi, Mori y Sakata (1959) realizaron un estudio experimental para evaluar estos efectos, concluyendo lo siguiente: Con relación al punto 1), el error se elimina utilizando un potenciómetro; referente a 2), las

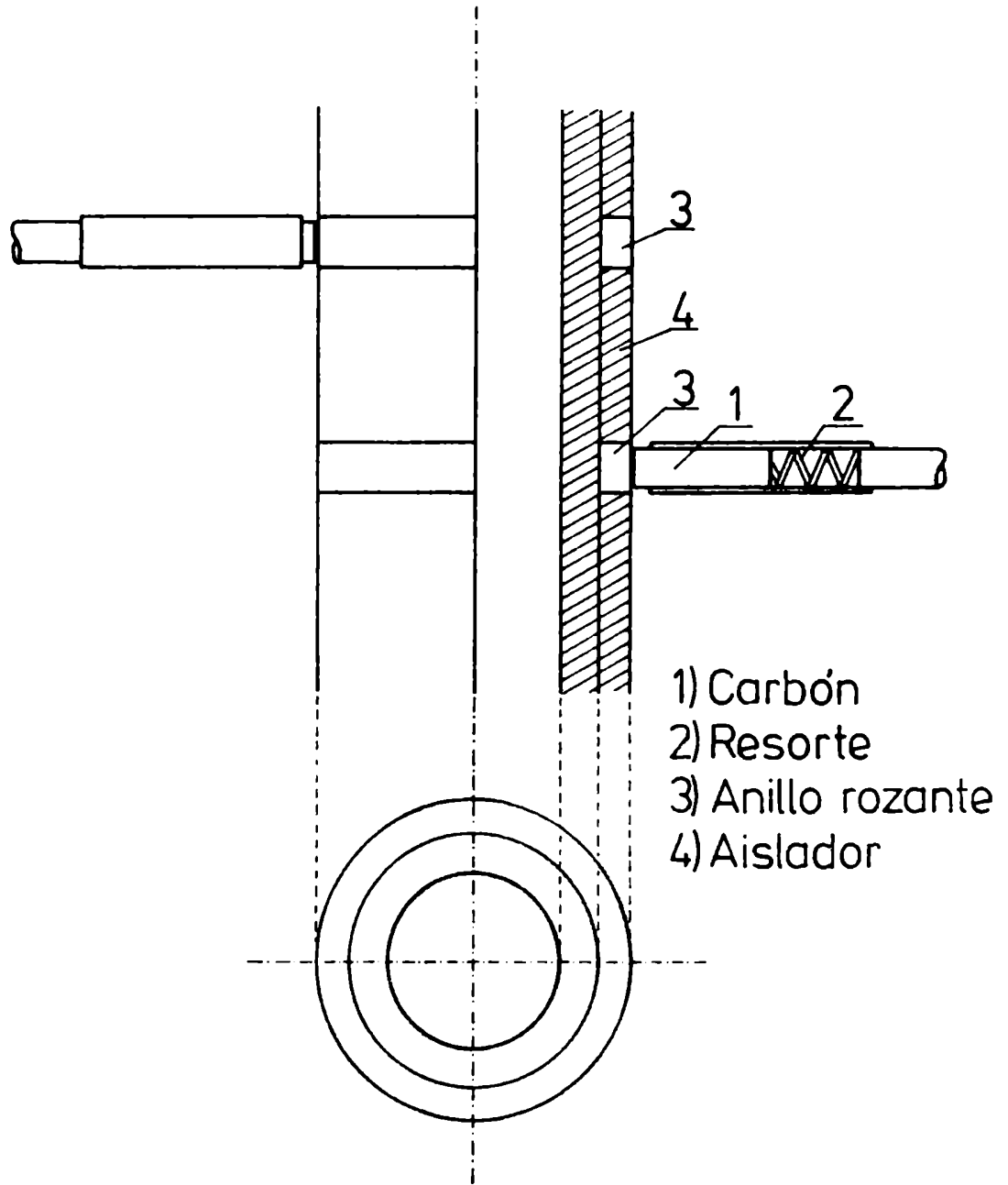


Figura 3.5: Detalle de los carbones y anillos rozantes

fuerzas electromotrices generadas se eliminan eligiendo un par anillo-carbón adecuado (los autores citados trabajaron con anillos de plata y carbones con 25% de plata y 75% de grafito) y si las presiones ejercidas por los dos carbones mediante los resortes son iguales, las fuerzas electromotrices generadas se anulan mutuamente.

La fuente de error más seria es la 3) y para eliminarla, los autores citados sugieren la utilización de una unión de compensación, que hace las veces de punta fría, con un extremo rotando y otro fijo.

El circuito utilizado en nuestras experiencias se muestra de manera esquemática en la figura 3.4, incluyendo el correspondiente a la termocupla rotante del rotor y el de las termocuplas fijas. Utilizamos, como ya fue dicho más arriba, termocuplas y cables de compensación de Chromel-Alumel, con referencia a 0°C, anillos rozantes de bronce y carbones de cobre grafitado con 60% de cobre. Se probaron varios tipos de carbones, optándose por aquel que mostró mejores condiciones de dureza y precisión.

Las termocuplas así dispuestas fueron calibradas a diversas rotaciones, presentando un error máximo de $\pm 0,5^{\circ}\text{C}$.

///

La sonda radial indicada en la figura 3.2, construida con tubo de acero de 2 mm de diámetro externo, está soldada a un calibre, permitiendo medir la posición de la punta expuesta con una precisión de $\pm 0,1$ mm.

3.2. Método de operación

El procedimiento seguido para las determinaciones experimentales fue el siguiente:

- a) Se llenaba el espacio anular entre rotor y estator con el fluido en estudio. Durante el llenado con líquidos se tenía cuidado para no incorporar burbujas de aire, sobre todo con los fluidos más viscosos, que podrían alterar el comportamiento fluidodinámico del sistema.
- b) Se ajustaba la tapa, construida en dos partes, mediante tornillos al efecto y se colocaban los tensores para mantener el sistema en posición.
- c) Se hacía circular el agua de refrigeración previamente termostatizada en el tanque de alimentación accionando la bomba centrífuga.
- d) Mediante posición adecuada de las poleas y el cursor del controlador electrónico se seleccionaba la velocidad de rotación y se accionaba el motor.
- e) El flujo de calor a ser transferido se fijaba graduando la potencia eléctrica al nivel deseado mediante el variador de tensión.
- f) Después de un cierto tiempo se alcanzaba el estado es-

tacionario, reconocido por la constancia en la indicación de las termocuplas. A partir de ese instante se registraba el voltaje de las termocuplas, la potencia eléctrica consumida en la resistencia y la velocidad de rotación. Cada valor corresponde al promedio de tres medidas como mínimo. En algunas de las experiencias fue determinado el perfil radial de temperaturas mediante la sonda correspondiente. En ciertos casos se midió también el perfil axial, introduciendo una termocupla por las aberturas dispuestas en la tapa para ese fin.

3.3. Cálculo de las variables

A partir de las magnitudes medidas (indicación de las termocuplas, potencia entregada y número de revoluciones por minuto) se calcularon las variables que interesan para el estudio de la transferencia de calor entre cilindros concéntricos. Estas variables son: el coeficiente de transferencia de calor, la velocidad angular y el salto de temperatura global. La indicación en mV de las termocuplas fue transformada en °C de acuerdo con la curva de calibración. La precisión de las medidas fue estimada en $\pm 0,3^{\circ}\text{C}$.

La velocidad angular y la velocidad periférica del rotor, se calculan por las expresiones

$$\Omega = \frac{2\pi \cdot \text{rpm}}{60} \quad (3-1)$$

$$v = \Omega R_1 \quad (3-2)$$

En este trabajo utilizaremos un coeficiente de transferencia de calor global, al que para abreviar nos referiremos simplemente como coeficiente de transferencia. Co-

///

mo es habitual en los estudios sobre transferencia de calor en cavidades, dicho coeficiente está basado en la diferencia de temperatura entre los cilindros y referido al área del cilindro interior. Su definición está dada por la siguiente ecuación

$$h = \frac{Q}{A_1(T_1 - T_2)} \quad (3-3)$$

El valor de A_1 , igual para todas las experiencias es de $6,3515 \times 10^{-3} \text{ m}^2$.

Se tratará de correlacionar las variables h , Ω y ΔT a través de los números adimensionales Nusselt, Reynolds, Grashof y parámetros geométricos, para los fluidos con diferente número de Prandtl.

3.4. Propiedades físicas de los fluidos

En las experiencias fueron utilizados cuatro líquidos: agua, fluido de silicona Dow Corning 200 de 1000 cstk y soluciones de glicerol y agua con dos concentraciones diferentes. También se realizaron algunas determinaciones con aire a elevadas rotaciones.

La concentración de las soluciones de glicerol y agua fue determinada a partir de mediciones de densidad y viscosidad. La densidad se determinó mediante una balanza de Mohr; la viscosidad de la solución de glicerol más concentrada, con un viscosímetro de plato y cono marca Ferranti y la de la solución diluida con viscosímetro Ubelhode.

Los valores de densidad y viscosidad obtenidos fueron:

a) Solución diluida, a 20°C

densidad: $1,086 \text{ g/cm}^3$

viscosidad: $3,03 \times 10^{-2}$ poise

que corresponden a una concentración de 35% de glicerol en peso.

///

b) Solución concentrada, a 25°C

densidad: 1,232 g/cm³

viscosidad: 1,65 poise

que corresponden a una concentración de 90% de glicero-
rol en peso.

Las propiedades físicas de los fluidos se evaluaron
a la temperatura media $\bar{T} = (T_1 + T_2)/2$.

Los datos de viscosidad de las soluciones de glicero-
rol y agua fueron tomados de D'ans y Lax (1943) y de Segur
y Oberstar (1951). Los de conductividad térmica, de Bates
(1936). Los de densidad y calor específico de Perry y
Chilton (1980).

Las propiedades físicas de agua y aire fueron toma-
das de Weast (1982) y las de Dow Corning 200, obtenidas
de las especificaciones técnicas de la Dow Corning
Corporation.

Los valores de las propiedades físicas utilizados
en los cálculos pueden consultarse en las tablas inclui-
das en los apéndices A y B.

///

4. CONVECCION NATURAL EN UNA CAVIDAD ANULAR

4.1. Resultados experimentales

Con el fin de estudiar la transferencia de calor por convección natural en líquidos en una cavidad anular, fueron realizadas un total de 31 experiencias con el cilindro interior estacionario. Los líquidos estudiados fueron: agua, Dow Corning 200 de 1000 cstk y soluciones de 90% y 35% en peso de glicerol en agua. Con estos fluidos fue posible abarcar un rango del número de Prandtl comprendido entre 5 y 9300. Las propiedades físicas de los fluidos, tomadas de las referencias citadas en la sección 3.4, a la temperatura media de cada experiencia, se encuentran en la tabla A.2 del apéndice A.

4.1.1. Coeficiente de transferencia

El coeficiente de transferencia para cada corrida experimental fue calculado mediante la ecuación (3-3). Los resultados obtenidos con los diferentes líquidos se muestran en la tabla A.1 del apéndice, observándose que el coeficiente de transferencia es mayor cuanto mayor la diferencia de temperaturas, para un mismo fluido, y menor cuanto

///

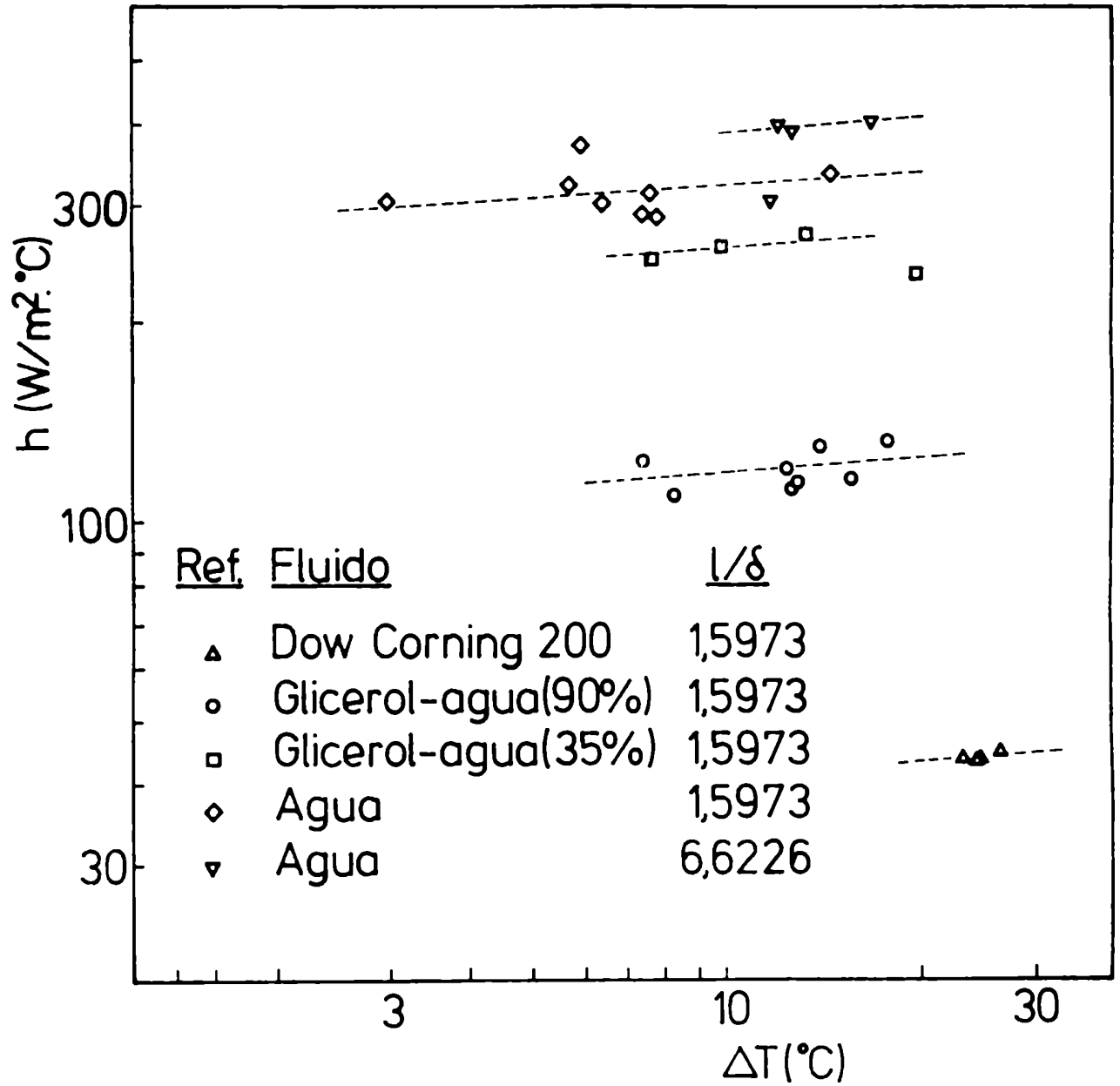


Figura 4.1: Variación del coeficiente de transferencia con ΔT

mayor la viscosidad del líquido, a una dada diferencia de temperaturas. En cuanto a la influencia de la razón de aspecto, se observa que los valores del coeficiente de transferencia en los pocos puntos disponibles con $1/\delta = 6,226$ y agua como fluido de trabajo son mayores que los correspondientes al mismo fluido con $1/\delta = 1,5973$. Estas tendencias generales pueden apreciarse en la figura 4.1, en la que se ha representado el coeficiente de transferencia en función de la diferencia de temperatura.

4.1.2. Descripción de los perfiles de temperatura

En algunas de las experiencias llevadas a cabo en condiciones de convección natural, se midieron los perfiles radiales de temperatura mediante la sonda esquematizada en la figura 3.2, la cual estaba ubicada, como puede verse en dicha figura, en la zona media de la sección de calentamiento.

Algunos resultados representativos se muestran en las figuras 4.3 a 4.7, cuya ordenada es la temperatura expresada en forma adimensional y su abscisa, la distancia radial al cilindro interior, relativa al espesor del espa-

cio anular. A los fines de comparación, incluimos en la figura 4.2 el perfil correspondiente a transferencia de calor por conducción pura.

La forma de los perfiles adimensionales es semejante en todos los casos, presentando tres regiones: una variación de temperatura pronunciada, adyacente al cilindro calentado, con un salto de temperaturas del orden de 80-90% del salto total; una región central en que la temperatura es aproximadamente uniforme y finalmente, una zona adyacente al cilindro exterior en la que el salto de temperatura es menor que en la correspondiente al cilindro interior.

Se observa en las figuras 4.3 a 4.7 que la porción del espacio anular caracterizada por una distribución aproximadamente uniforme de temperatura, es mayor en los fluidos menos viscosos, siendo en consecuencia el perfil más abrupto en las zonas adyacentes a las paredes de ambos cilindros. Puede observarse también en dichas figuras la presencia de un mínimo con inversión del gradiente en el perfil de temperaturas, hecho que discutiremos más adelante.

En algunas de las experiencias llevadas a cabo, fue

medida la variación de temperatura en la dirección axial, mediante una sonda que se desplazaba verticalmente en la región central de la capa de fluido, caracterizada por distribución radial uniforme de temperatura. La forma del perfil axial, expresado en términos de la temperatura adimensional, fue semejante en todos los casos. En la figura 4.8 presentamos un resultado típico, en el que se observa que la temperatura es prácticamente uniforme en la sección de calentamiento, con ligera variación en los bordes del cilindro.

Estas evidencias experimentales, que como veremos coinciden con las observaciones de otros investigadores, sugieren la existencia de un intenso mezclado en la región central.

///

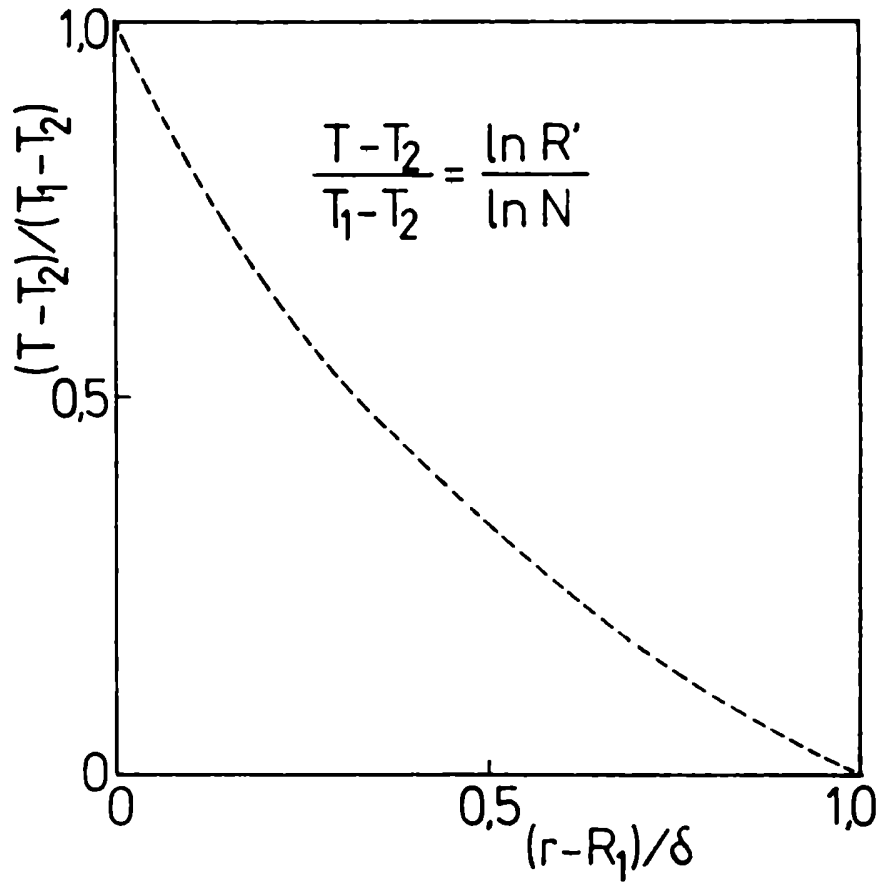


Figura 4.2: Perfil radial de temperatura. Conducción pura

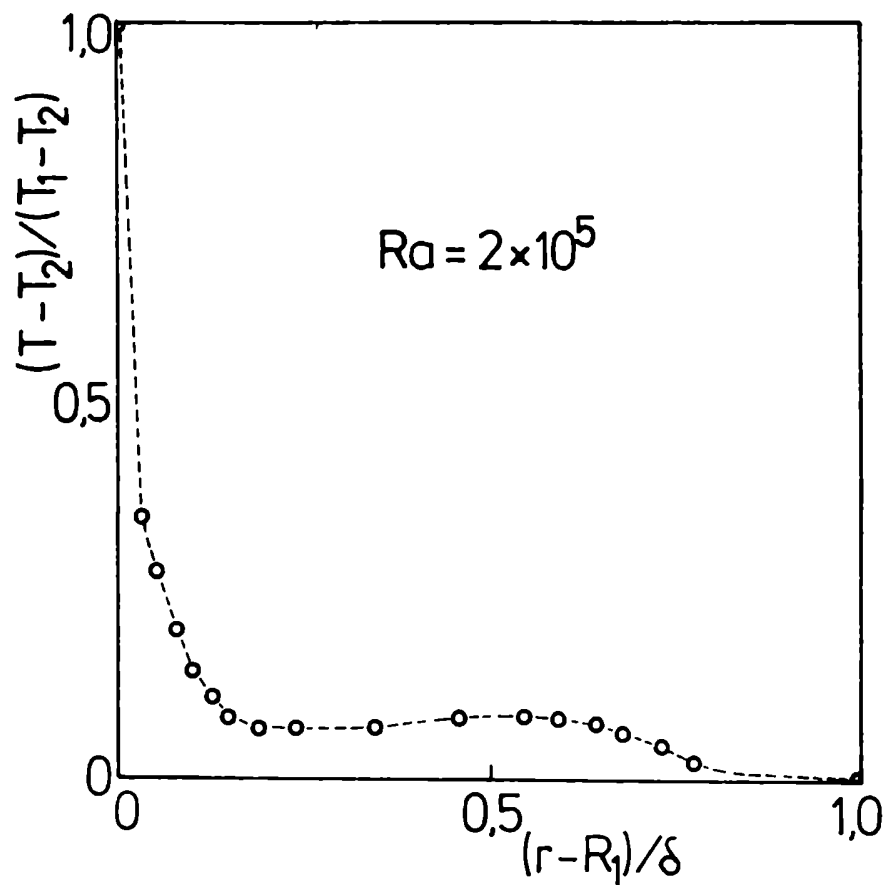


Figura 4.3: Perfil radial de temperatura. Dow Corning 200.

Experiencia N° 2

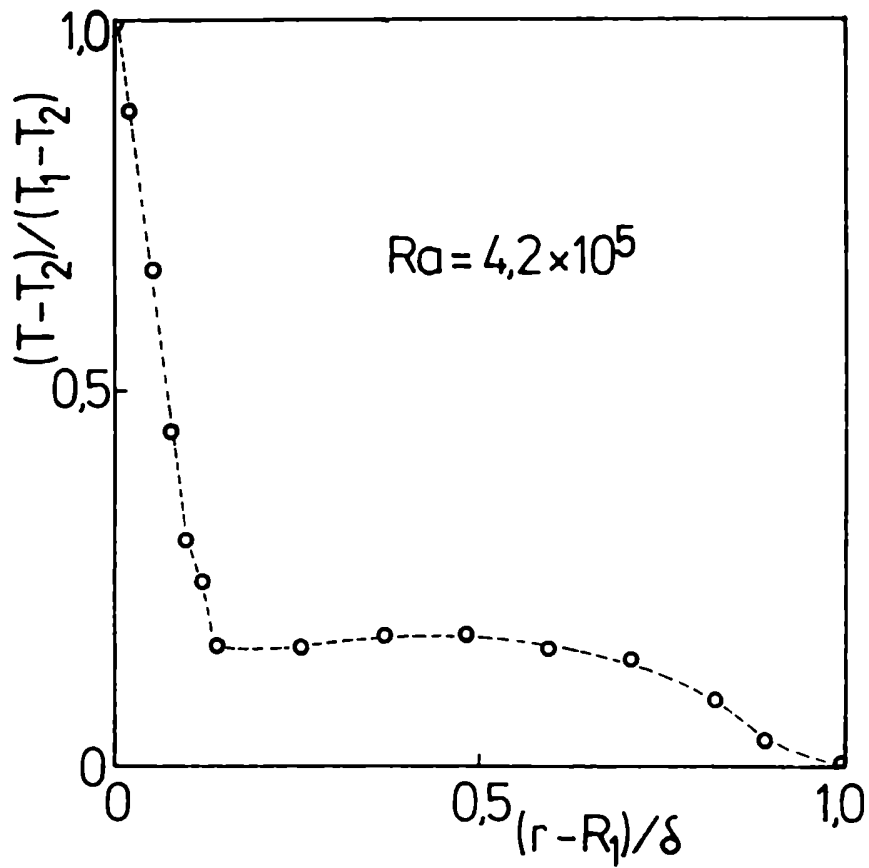


Figura 4.4: Perfil de temperatura. Solución glicerol-agua 90%.
Experiencia N° 7

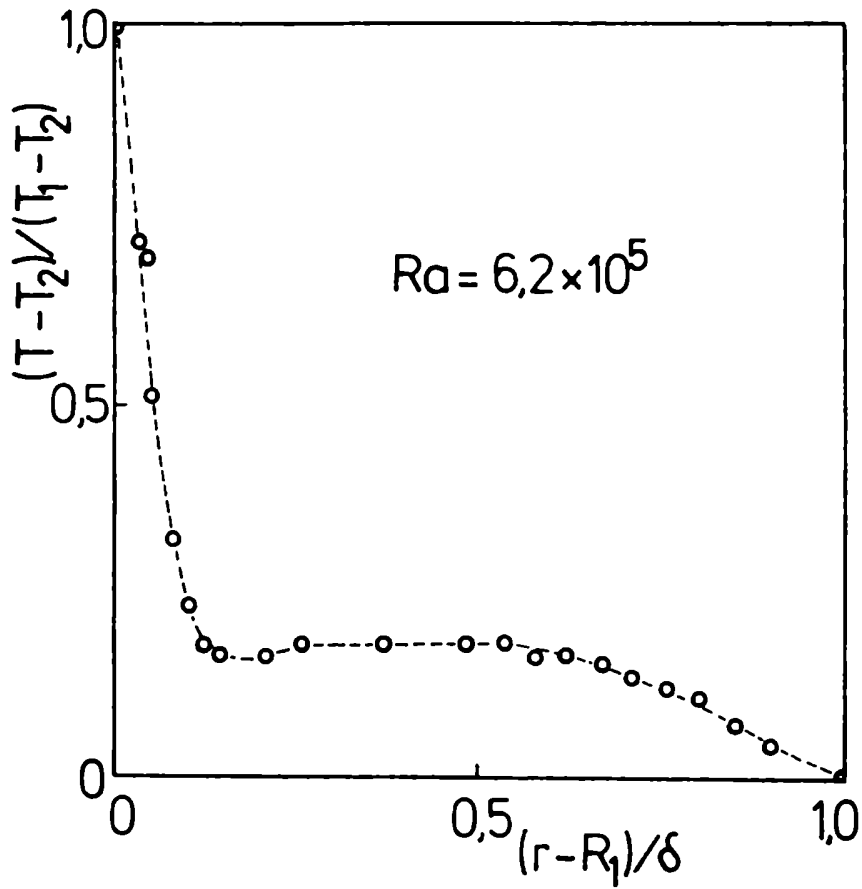


Figura 4.5: Perfil radial de temperatura. Solución glicerol-agua 90%. Experiencia N° 8

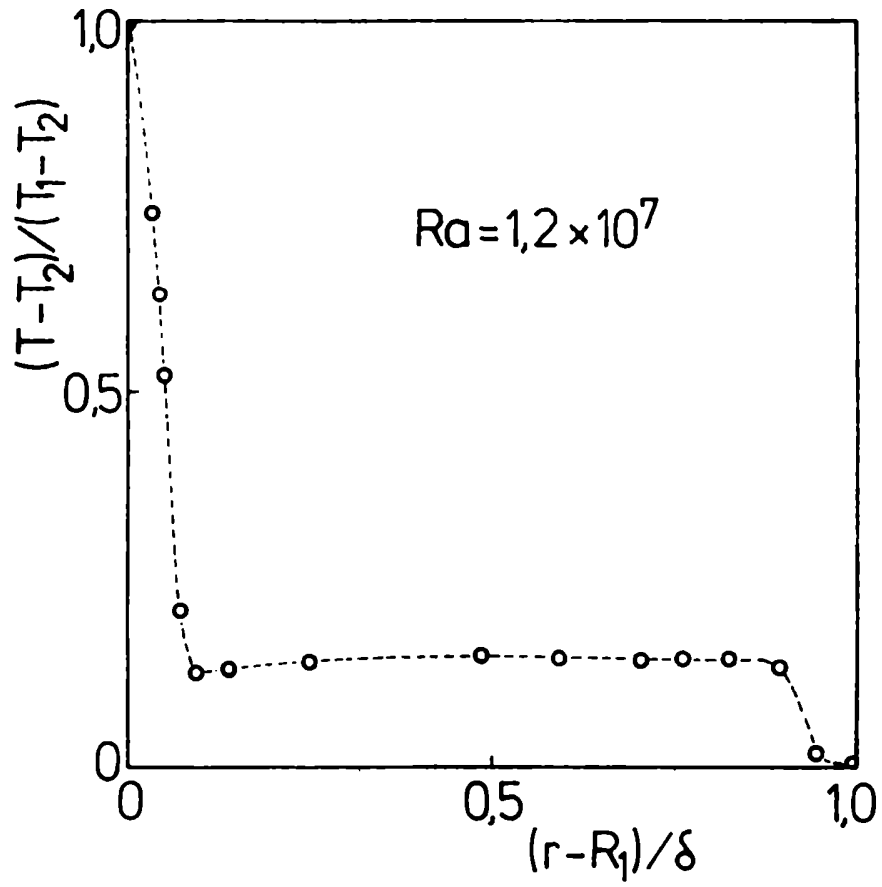


Figura 4.6: Perfil radial de temperatura. Agua.

Experiencia N° 18

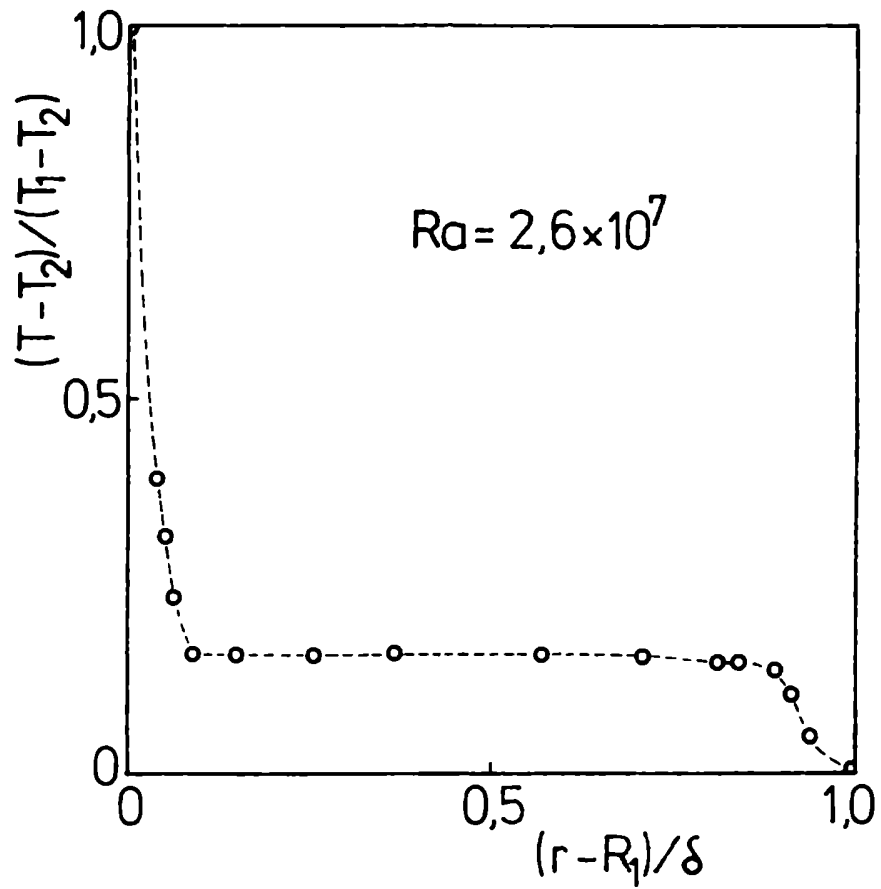


Figura 4.7: Perfil radial de temperatura. Solución glicerol-agua 35%. Experiencia N° 27

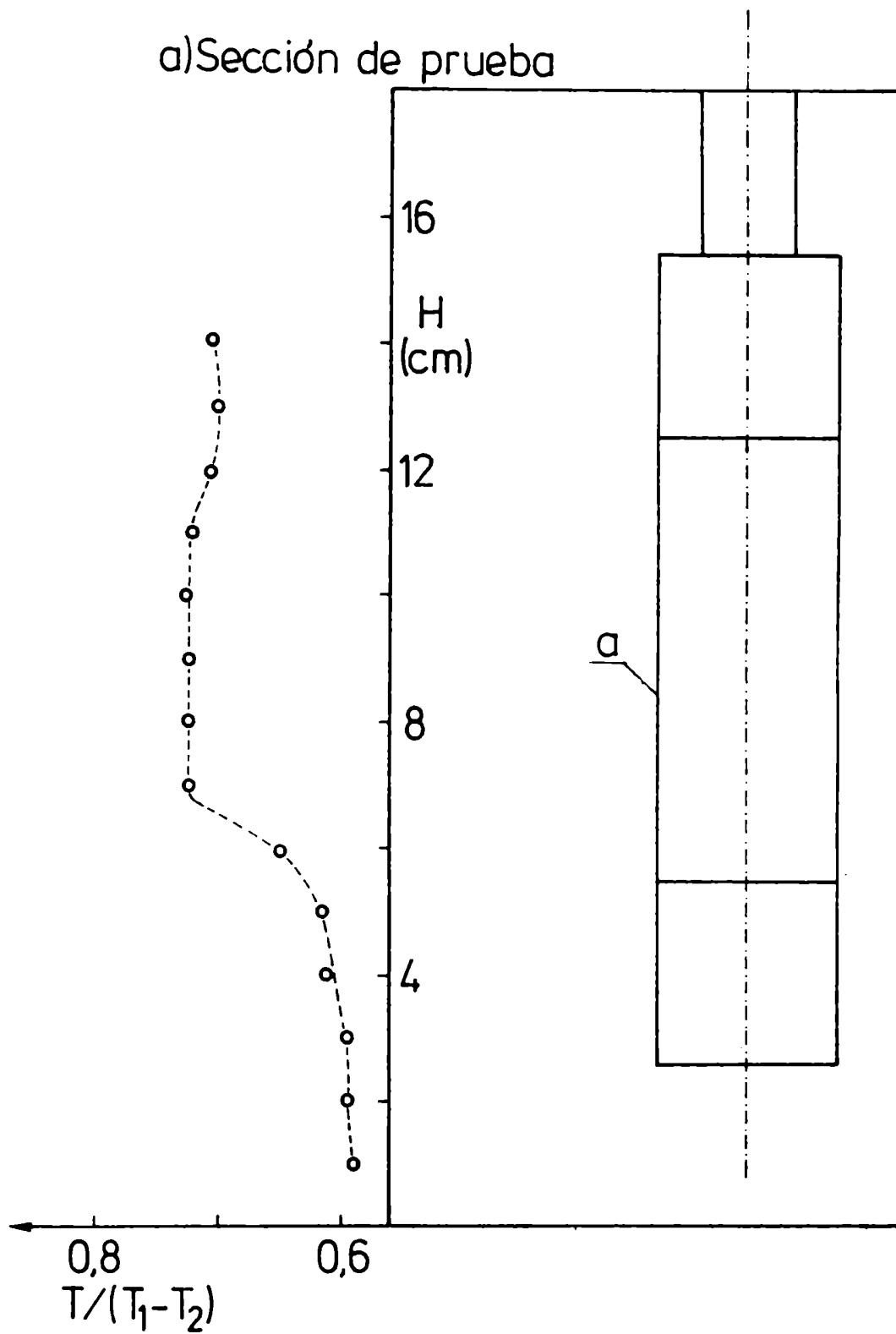


Figura 4.8: Perfil axial de temperatura en $r = 4,4\text{cm}$. Dow Corning 200. Experiencia N° 3

4.2. Estimación del calor transferido por radiación

Los mecanismos de transferencia de calor a fluidos contenidos en cavidades son conducción, convección natural y radiación. De acuerdo con las leyes de transferencia de energía por radiación, el calor intercambiado por este mecanismo entre el rotor, a temperatura T_1 y el estator, a temperatura T_2 , puede calcularse mediante la ecuación

$$Q_r = \sigma A_1 F_{12} (e_1 T_1^4 - a_1 T_2^4) \quad (4-1)$$

Los valores de e_1 y a_1 se estimaron en 0,04, que corresponde a la emisividad del bronce pulido a la temperatura de 25°C (Perry 1963) y el factor de forma igual a 1, ya que se trata de un cilindro en una cavidad. Encontramos que el calor transferido por radiación es menor que el 0,5% de la potencia total entregada en todas las experiencias realizadas, valor inferior al error de medición de esa magnitud. En consecuencia, consideraremos despreciable el aporte de transferencia por radiación.

///

4.3. Reproducibilidad de los resultados

Para un mismo fluido e igual razón de aspecto, en los resultados listados en las tablas A.1 y A.2 del apéndice, se observa que a potencias y temperaturas medias aproximadamente iguales, corresponde un ΔT -y por lo tanto un coeficiente de transferencia- aproximadamente iguales.

Si observamos los resultados de los pares de experiencias comparables: 1 y 4, 5 y 10, 5 y 11, 17 y 22, 21 y 22, 24 y 25, comprobamos que la diferencia porcentual de los coeficientes de transferencia se encuentra dentro del intervalo de error estimado de ese parámetro (en la mayoría de los casos inferior al 5%), considerando que ΔT se puede apreciar con un error menor que $\pm 0,5^{\circ}\text{C}$ y la potencia, con un error menor que $\pm 0,05\text{W}$. Puede concluirse por lo tanto que la reproducibilidad de las experiencias es satisfactoria.

4.4. Correlación de los datos experimentales

La transferencia de calor por convección natural se estudiará a través de la relación empírica entre los grupos adimensionales Nusselt, Grashof, Prandtl, la relación de radios y la razón de aspecto. De acuerdo con lo encontrado habitualmente en la bibliografía, utilizaremos como longitud característica la separación entre los cilindros.

En la tabla A.3 incluimos el resultado del cálculo de los parámetros adimensionales Nu, Gr, Pr y Ra a partir de los datos de las experiencias con cilindro interior estático. Se observa que para un dado fluido (en que el número de Prandtl es aproximadamente constante) y una dada razón de aspecto, el número de Nusselt aumenta con el número de Grashof. En la figura 4.9 podemos apreciar dicha tendencia, resultando rectas aproximadamente paralelas cuando se representa Nu vs Gr para los líquidos estudiados con la razón de aspecto $l/\delta = 1,5973$, confirmando la tendencia ya observada en la figura 4.1. La pendiente de las rectas en escala doble logarítmica es del orden de $1/9$, sugiriendo:

$$\text{Nu} \propto \text{Gr}^{1/9} f(\text{Pr}) \quad (4-2)$$

///

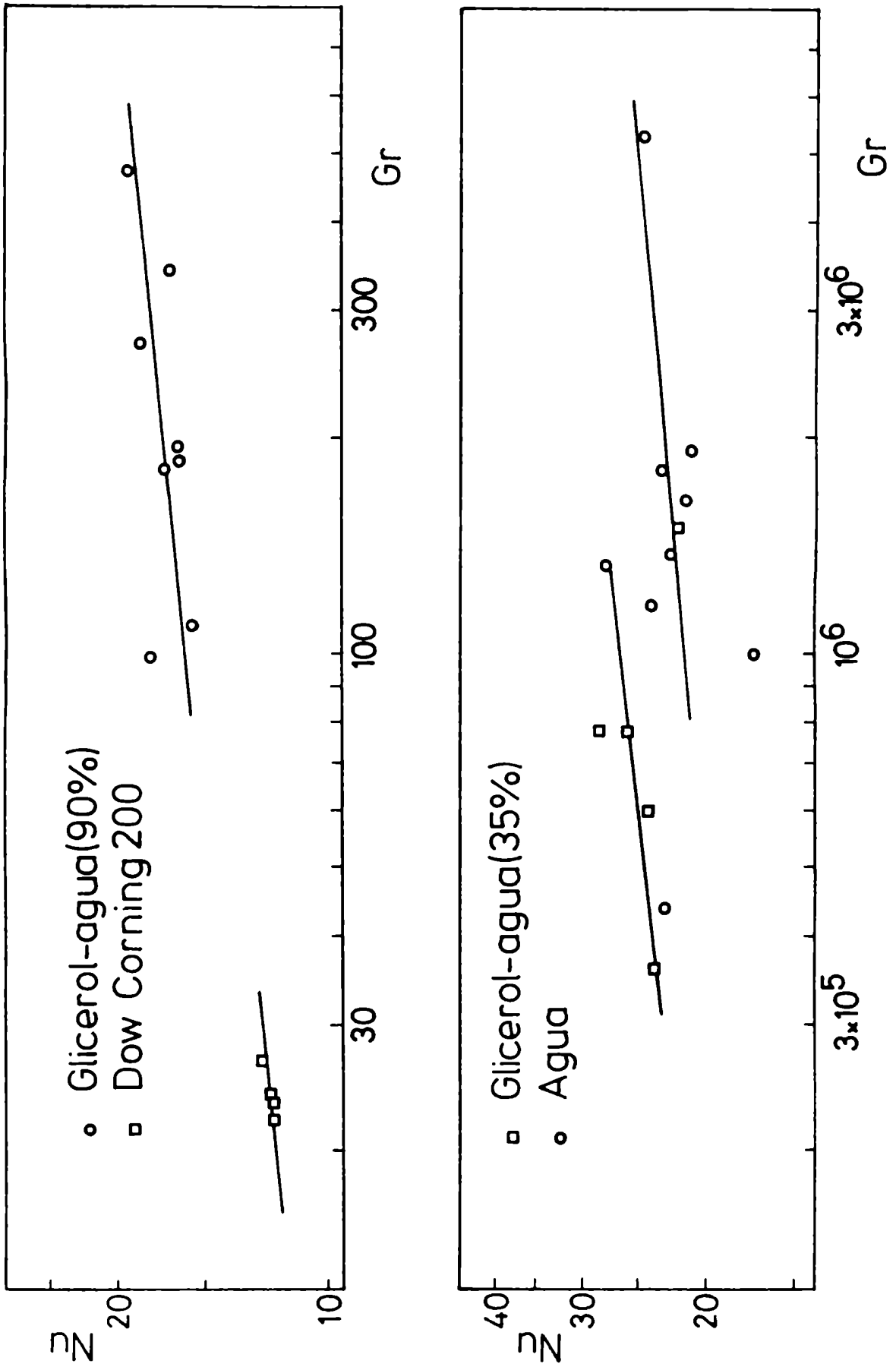


Figura 4.9: Dependencia del número de Nusselt con el número de Grashof. $L = 1,597$

siendo $f(\text{Pr})$ una función a determinar del número de Prandtl. La dependencia con el número de Prandtl se aprecia en la figura 4.10 en la que representamos $\text{Nu}/\text{Gr}^{1/9}$ en función del Pr . La curva resultante tiene tangente decreciente con el número de Prandtl.

En base a estas evidencias empíricas, fue propuesto un modelo de regresión de los datos experimentales según una ecuación de la forma:

$$\text{Nu} = C \text{Gr}^{a_2} \text{Pr}^{a_3} \exp[-a_4 \text{Pr}^{a_5}] \quad (4-3)$$

en la que C depende de la geometría del sistema.

4.4.1. Influencia de la razón de aspecto

En la bibliografía sobre transferencia de calor a fluidos en cavidades, es común encontrar los datos correlacionados con un número de Nusselt normalizado, Nu/Nu_k , con lo que se incorpora la influencia de la curvatura y del parámetro N , relación entre los radios interior y exterior, en el caso que nos ocupa. En el presente trabajo no fue estudiada sistemáticamente la influencia de la ra-

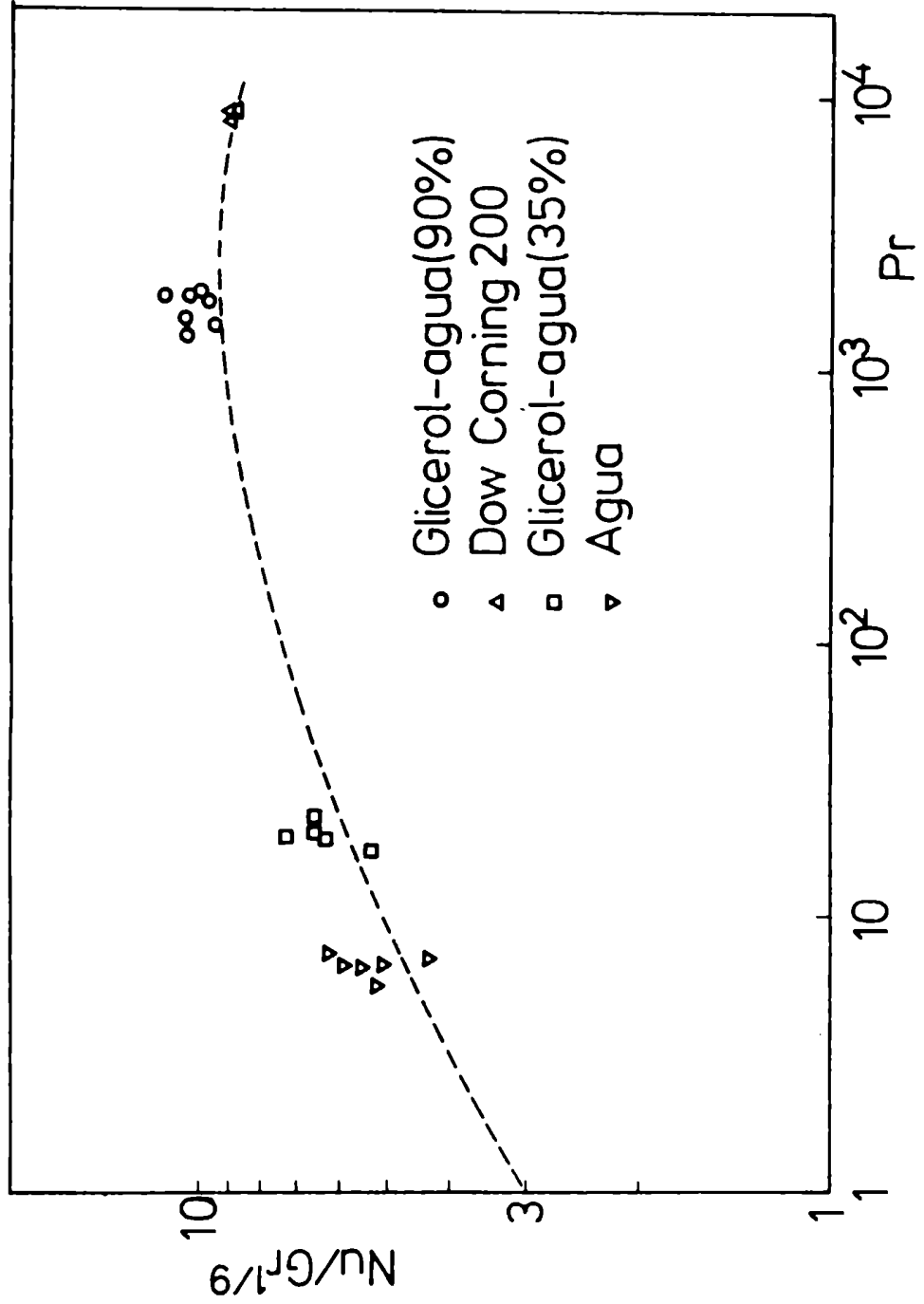


Figura 4.10: Dependencia del número de Nusselt con el número de Prandtl.

L = 1,597

zón de aspecto, ya que la mayoría de las experiencias se realizaron con $L = 1,597$, habiéndonos limitado, para fines de comparación a algunas medidas realizadas en la geometría con $L = 6,623$, con un único fluido. Por lo tanto, las conclusiones que obtengamos a partir de estos datos deben ser tomados como provisorias.

Los valores informados en la bibliografía para el exponente de la razón de aspecto en las correlaciones habituales, de la forma

$$\text{Nu} = f(\text{Gr}, \text{Pr}) L^a \quad (4-4)$$

difieren considerablemente de un autor a otro. Como vimos en el capítulo 1, encontramos valores para dicho exponente entre $-0,1$ y $-0,33$. Sin embargo, una primera aproximación en ese sentido puede ser obtenida si comparamos las experiencias realizadas con agua en las dos razones de aspecto. Se observa que los valores de Nusselt normalizado, considerando además la dependencia aproximada con $\text{Ra}^{1/9}$, se encuentran en una proporción aproximada de $L^{-0,22}$. Proponemos entonces utilizar el grupo adimensional Gr/L^2 como variable a correlacionar (nótese que $\frac{2}{9} = 0,22$). Como vere-

mos más adelante, esta propuesta da resultados con un ajuste razonable en la correlación que presentaremos para convección natural y es consistente con las observaciones realizadas con el cilindro interior rotando.

De acuerdo con lo anteriormente expuesto, los datos para las dos razones de aspecto estudiadas pueden correlacionarse en la forma:

$$\frac{Nu}{Nu_k} = f \left(Gr \left(\frac{\delta}{l} \right)^2, Pr \right) \quad (4-5)$$

y la ecuación (4-3) resulta:

$$\frac{Nu}{Nu_k} = a_1 \left[Gr \left(\frac{\delta}{l} \right)^2 \right]^{a_2} Pr^{a_3} \exp[-a_4 Pr^{a_5}] \quad (4-6)$$

4.4.2 Cálculo de los parámetros de la correlación

Los cinco parámetros de la ecuación (4-6) fueron determinados por un método de regresión no lineal en tres variables, siendo el número de Nusselt la variable dependiente y $Gr(\delta/l)^2$ y Pr , las variables independientes. Para ello fue utilizada la subrutina NLMAX1, de la Universidad de Waterloo, Canadá, disponible en el Núcleo de Procesamiento de datos de la Universidad Federal de Paraíba, Brasil. Di-

///

cha subrutina minimiza los desvíos cuadráticos de la función objeto mediante el método de Davidon-Fletcher-Powell.

Los resultados obtenidos de dicha regresión que se encuentran resumidos en la Tabla 4.1 permiten hallar para el sistema en estudio la siguiente correlación:

$$\frac{Nu}{Nu_k} = 2,562 \left[Gr \left(\frac{\delta}{l} \right)^2 \right]^{0,108} Pr^{0,324} \exp[-0,505 Pr^{0,170}] \quad (4-7)$$

para $22 < Gr < 5 \times 10^6$; $5 < Pr < 9330$; $\frac{\delta}{l} = 0,626$ y $0,151$

La ecuación (4-7) ajusta los datos experimentales con una desviación standard de 2,25, desviación media de 7,08 % y máxima de 23,7%; 87% de los datos presentan desviación menor que 15%. En la figura 4.11 representamos la correlación (4-7) en la forma $Nu/Nu_k f'(Pr)$ vs $Ra \left(\frac{\delta}{l} \right)^2$ junto con los datos experimentales, donde $f'(Pr) = Pr^{0,216} \exp[-0,505 Pr^{0,170}]$.

También fue ensayada una ecuación potencial simple de la forma:

$$Nu \propto Gr^a Pr^b \quad (4-8)$$

///

Los resultados de regresión con esta última correlación dieron:

$$\frac{Nu}{Nu_k} = 1,886 \left(Gr \left(\frac{\delta}{l} \right)^2 Pr \right)^{0,113} \quad (4-9)$$

para el mismo rango de variables citado anteriormente. La correlación (4-9) ajusta los datos experimentales con una desviación standard de 2,50, desviación media de 11,27% y máxima de 29,7%; 62% de los datos presentan desviaciones menores que 15%. Cabe resaltar que esta última correlación, si bien más simple que la anterior, además de proporcionar un ajuste menos satisfactorio, como se infiere de los valores de desviación señalados, no predice correctamente la dependencia con el número de Prandtl tal como se observa de la figura 4.10. En efecto, si bien el ajuste es razonable para agua y solución de glicerol-agua al 35%, las desviaciones son del orden del 20% en los fluidos de elevado número de Prandtl, como puede apreciarse en la figura 4.12.

///

TABLA 4.1

Correlación de los resultados en condiciones de convección natural

$$\frac{Nu}{Nu_k} = a_1 [Gr \left(\frac{\delta}{l}\right)^2]^{a_2} Pr^{a_3} \exp[-a_4 Pr^{a_5}]$$

Parámetro	Valor	Desviación standard del parámetro	
a_1	2,562	0,36	
a_2	0,108	0,005	
a_3	0,324	0,056	
a_4	0,505	0,048	
a_5	0,170	0,026	
		1/δ	Nu _k
Relaciones geométricas	1,597	0,2468	2,1812
	6,623	0,5760	1,3344
Intervalo utilizado		22 < Gr < 5x10 ⁶	
		5 < Pr < 9300	
desviación standard	2,25		
desviación media	7,08%		
desviación máxima	23,7 %		

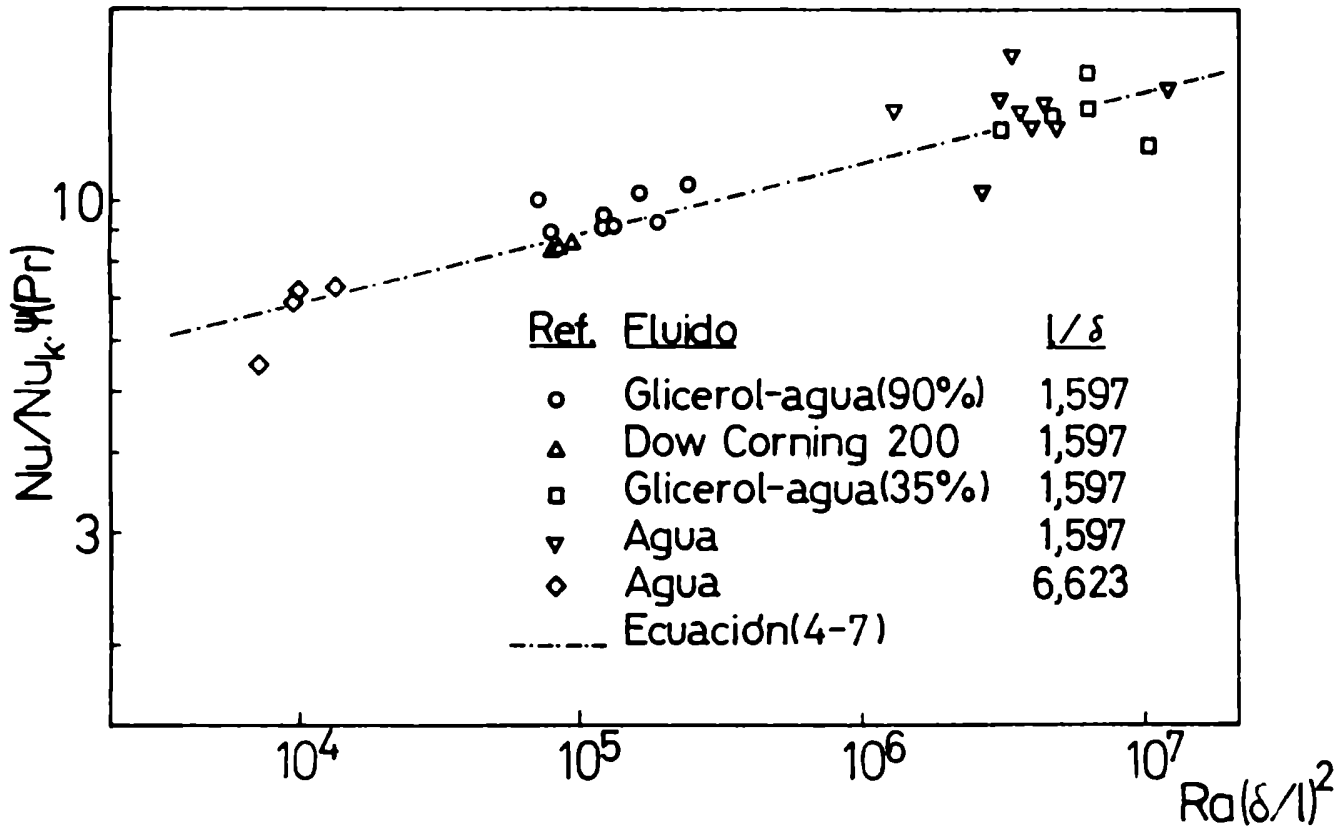


Figura 4.11: Correlación de los datos experimentales. Ecuación

(4-7)

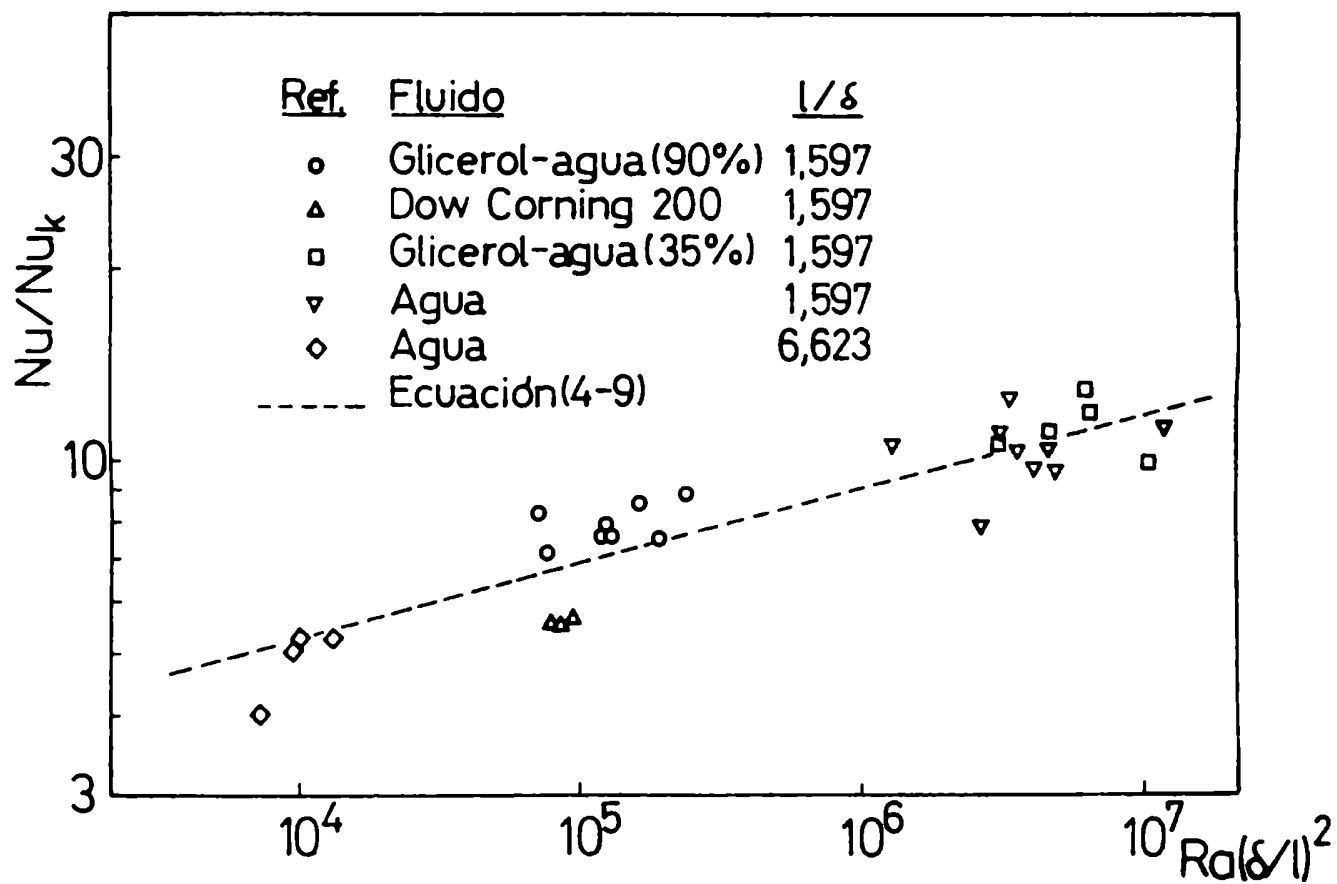


Figura 4.12: Correlación de los datos experimentales. Ecuación (4-9)

4.5. Discusión de los resultados

Una expresión empírica aproximada para el número de Rayleigh de transición de régimen laminar a turbulento fue propuesta por Elder (1965) para la convección natural en cavidades con razón de aspecto L:

$$Ra_{c(1-t)} = 8 \times 10^8 Pr^{1/2} / L^3 \quad (4-10)$$

De acuerdo con la ecuación anterior, el Rayleigh de transición a régimen turbulento para agua en las dos geometrías utilizadas en nuestras experiencias, tiene el valor de 5×10^8 y $6,2 \times 10^6$ para las razones de aspecto 1,597 y 6,623, respectivamente. Los valores de Rayleigh crítico son lógicamente mayores para los fluidos que poseen mayor número de Prandtl, según la ecuación (4-10). Por lo tanto, de acuerdo con el criterio de Elder, en nuestras experiencias el régimen de flujo fue siempre laminar, ya que los valores de Rayleigh correspondientes (ver Tabla A.3) son inferiores a los de transición.

Se vio en el capítulo 1, que Eckert y Carlson (1961), a partir de observaciones interferométricas de perfiles de

temperatura en cavidades, establecieron una clasificación de los diferentes regímenes de flujo laminar: conducción, transición y régimen de capa límite. La existencia de diferentes regímenes de flujo para convección laminar fue confirmada posteriormente por diversos autores (Elder, 1965; Thomas y de Vahl Davis, 1970; Yin, Wung y Chen, 1978, Sadhu, 1982), encontrándose que la transición de uno a otro régimen depende del número de Rayleigh y de la razón de aspecto. De acuerdo con los resultados obtenidos por Yin, Wung y Chen (1978) para cavidad rectangular, la transición de régimen de conducción a régimen de transición ocurriría para nuestras experiencias, a valores del número de Rayleigh de 800 y 3000 para las razones de aspecto menor y mayor respectivamente; en tanto que la transición a régimen de capa límite ocurriría a Rayleigh iguales a 15000 y 70000 respectivamente. En un trabajo más reciente, Sadhu (1982) propuso otro criterio para la transición de un régimen a otro, en cavidades anulares verticales. Según Sadhu (1982), para Ra/L menor que 400, existe régimen de conducción y el régimen de capa límite se establece a partir de Ra/L mayor que 8000. Los valores calculados mediante los criterios de Sadhu (1982) para el caso que nos ocu-

///

pa son próximos a los señalados anteriormente: para la razón de aspecto menor, la transición de un régimen a otro ocurriría a valores del número de Rayleigh de 640 y 13000; para la razón de aspecto mayor, los valores correspondientes son 2650 y 53000.

En nuestras experiencias, el número de Rayleigh fue siempre superior a 10^5 , lo cual corresponde, de acuerdo con los criterios citados más arriba, al régimen de capa límite. Este hecho está corroborado por la forma de los perfiles radiales de temperatura, presentados en las figuras 4.3 a 4.7, que de acuerdo con la clasificación de Eckert y Carlson (1961) son características del régimen de capa límite. Las regiones con gradiente de temperatura pronunciado pueden considerarse representativas del espesor de capa límite térmica. Del análisis de las figuras 4.3 a 4.7 se desprende el hecho bien conocido de que el espesor de capa límite disminuye con el aumento del número de Rayleigh. Por otra parte, puede observarse también que el coeficiente global de transferencia, definido por la ecuación 3-3 resulta de la contribución de las resistencias junto a las paredes cilíndricas interna y externa y se ob-

servó además que la presencia del cilindro exterior, aún para la pequeña relación de radios utilizada ($N = 0,246$) modifica la forma de los perfiles y por lo tanto ejerce influencia en la transferencia de calor. Nótese que en los casos límites, N igual a uno, corresponde a una cavidad plana y N igual a cero a un cilindro en un medio infinito.

La presencia de un mínimo, con inversión del perfil de temperaturas (ver figuras 4.3 a 4.6), fue observado por numerosos investigadores; Elder (1965); Vest y Arpaci (1969); Mynett y Duxbury (1974); Yin, Wung y Chen (1978); Seki, Fukusako e Inaba (1978) y predicho numéricamente por de Vahl Davis y Thomas (1969); Rubel y Landis (1969); Mallinson y de Vahl Davis (1977); Jones (1979). Como se vio en la introducción, la inversión del perfil de temperatura está asociada a un cambio en el esquema de flujo, que de acuerdo con los resultados de los autores citados, a un número de Rayleigh de aproximadamente 10^5 pasa de ser unicelular a multicelular, con vórtices alineados verticalmente según una conformación tipo "ojos de gato" (Jones, 1979). Por lo tanto, la inversión de temperatura observada en nuestras experiencias, en las cuales además el núme-

///

ro de Rayleigh es mayor que 10^5 , es un fuerte indicio de que el esquema de flujo corresponda al descrito anteriormente.

Sin embargo es preciso señalar una diferencia importante entre la geometría estudiada en el presente trabajo y las de los autores citados anteriormente. En los estudios previos, experimentales y numéricos, se utilizaron recintos cerrados anulares o planos, en los cuales tanto la pared caliente como la fría se extendían a lo largo de toda la cavidad. En cambio en nuestro estudio el fluido también se encuentra confinado, pero la sección de calentamiento está restringida a una porción del cilindro interior.

Cabe esperar que algunas características asociadas a la diferente configuración geométrica, en particular las condiciones de borde, se manifiesten a través de un comportamiento térmico también diferente. En la sección siguiente compararemos las correlaciones obtenidas en el presente trabajo con resultados de otros investigadores a los fines de verificar el alcance de estas diferencias y las posibles coincidencias con correlaciones previas.

///

4.6. Comparación con resultados previos

En la figura 4.13 se comparan los resultados experimentales del presente trabajo con la correlación de Kraussold (1934) y con la de Yin, Wung y Chen (1978). La dispersión de los datos correlacionados por Kraussold corresponde a una banda de aproximadamente $\pm 20\%$, mientras que los de Yin, Wung y Chen, tienen $\pm 15\%$ de dispersión. De la figura 4 puede verse que los datos de agua y solución de glicerol en agua al 35% se encuentran en general dentro del intervalo de la correlación de Kraussold, mientras que la correlación de Yin, Wung y Chen (1978) predice valores mayores. Los valores de Nusselt normalizado encontrados con Dow Corning y solución de glicerol en agua al 90% son mayores que los predichos por ambas correlaciones. Ninguna de estas dos correlaciones considera el efecto de la razón de aspecto, si bien Yin, Wung y Chen (1978) presentan en el mismo artículo referenciado, otra correlación empírica con un ajuste algo mejor de sus datos, que incluye dicho parámetro (ver tabla 4.2)

En la figura 4.14 comparamos los resultados experimentales del presente trabajo (fluidos de alto número de

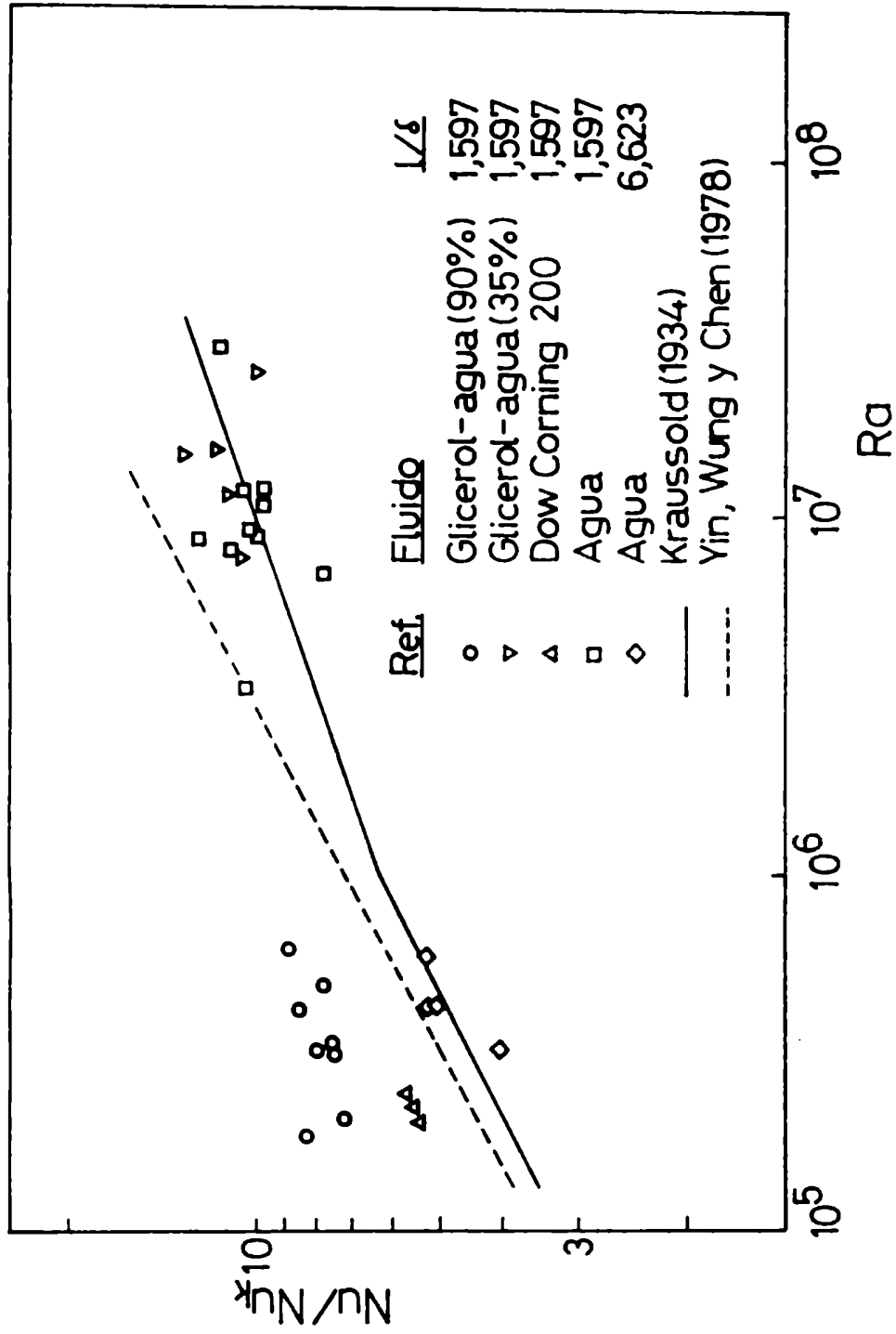


Figura 4.13: Comparación de los resultados con otras correlaciones para convección natural en cavidades

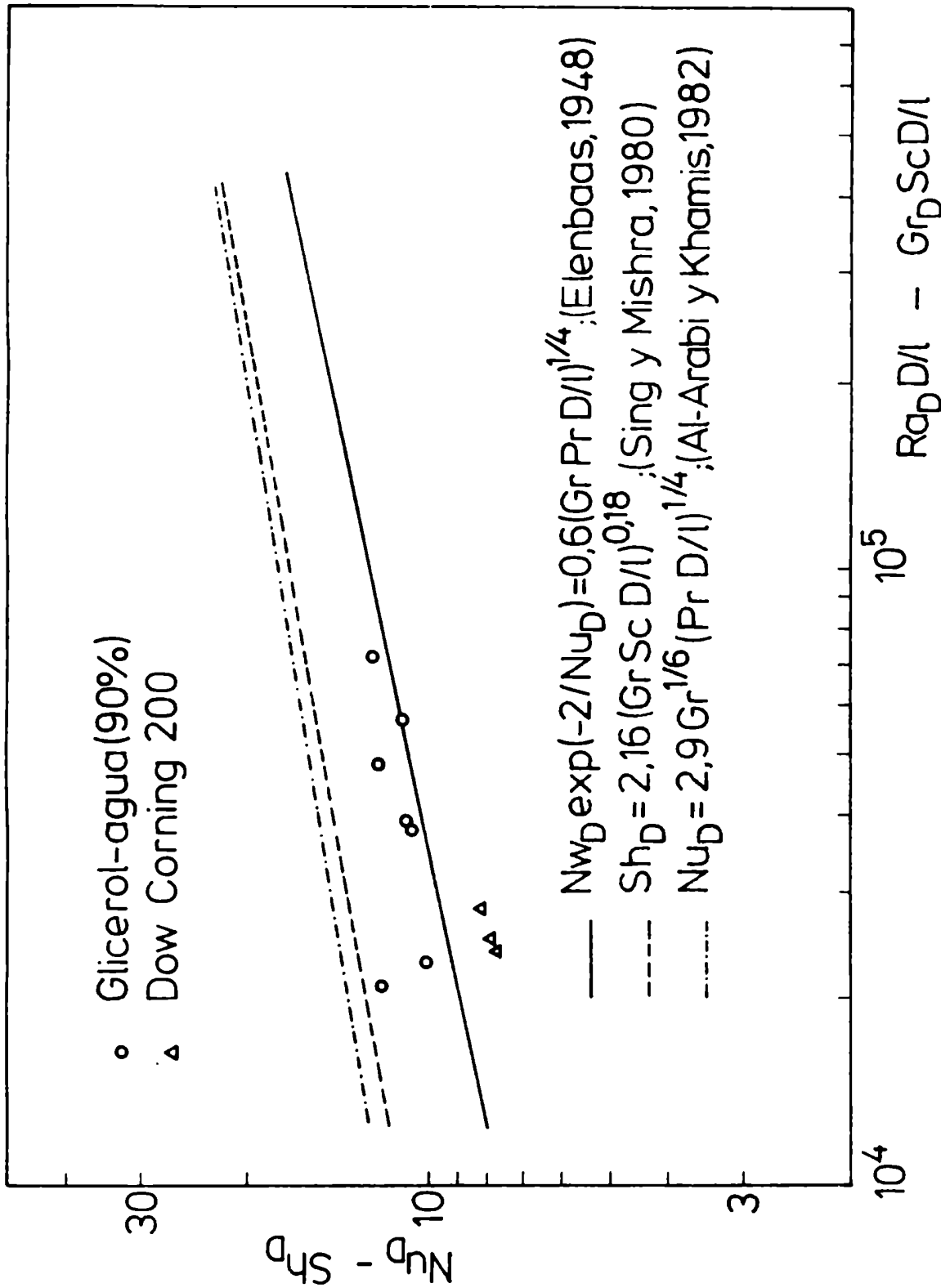


Figura 4.14) Comparación de los resultados con correlaciones para convección natural desde cilindros verticales

Prandlt), con correlaciones existentes para transferencia por convección natural desde cilindros verticales. En dicha figura está representada la ecuación teórica de Elenbaas para régimen laminar y dos correlaciones empíricas: la de Al-Arabi y Khamis (1982) para transferencia de calor desde un cilindro vertical a aire y la de Sing y Mishra (1980) para transferencia de materia con varios sistemas sólido-líquido ($425 \leq Sc \leq 32000$) y naftaleno-aire ($Sc = 2,4$). Nótese que la dimensión característica es el diámetro del cilindro. El coeficiente en la ecuación de Al-Arabi y Khamis fue calculado considerando D/l igual a 0,41, que es el valor correspondiente a nuestras experiencias. Los datos de agua y solución de glicerol en agua al 35%, que no fueron representados en la figura 4.14 se encuentran por debajo de los predichos por esas correlaciones, en cambio, los correspondientes a Dow Corning y solución de glicerol en agua al 90%, coinciden en un $\pm 15\%$ con la ecuación teórica de Elenbaas. Las dos correlaciones empíricas representadas dan valores de Nusselt o Sherwood un 40% mayor que la ecuación de Elenbaas.

De las figuras 4.13 y 4.14 se concluye que si bien

///

los resultados presentes, con fluidos de número de Prandtl moderado, concuerdan aproximadamente con la correlación de Kraussold para cavidades, y los de Prandtl elevado, con la ecuación teórica de Elenbaas para cilindro vertical, ninguna representa satisfactoriamente el comportamiento térmico observado en el presente trabajo.

En la Tabla 4.2 se presentan algunas correlaciones disponibles en bibliografía para transferencia de calor por convección natural en cavidades verticales. Las informaciones presentadas en dicha tabla ponen en evidencia las diferencias existentes de un autor a otro, en lo que respecta a la dependencia del Nusselt normalizado con el número de Rayleigh y la razón de aspecto. En las secciones siguientes, discutiremos por separado la influencia de estos parámetros y del número de Prandtl.

4.6.1. Análisis de la influencia del número de Rayleigh

De un análisis de la Tabla 4.2 se ve que el exponente del número de Rayleigh para Ra mayor que 10^3 , en los trabajos de otros investigadores, se encuentra entre $\frac{1}{4}$ y $\frac{1}{3}$. Por lo tanto, predicen una dependencia del Nusselt con el

///

Rayleigh mayor que la observada en el presente trabajo (0,108 según ecuación (4-7)). Este valor está más próximo al propuesto por Bushan, Keyhani, Christensen y Kulacki (1983) para el régimen de conducción (ver Tabla 4.2).

Van de Sande y Hamer (1978) informaron una dependencia con el Rayleigh próxima a $1/9$ en una cavidad cilíndrica horizontal con flujo de calor constante para $2 \times 10^6 < Ra < 8 \times 10^8$.

Valores relativamente bajos del exponente del número de Rayleigh también fueron encontrados para transferencia de calor o materia desde cilindros verticales. Singh y Mishra (1980), en el estudio de transferencia de materia citado anteriormente, dan 0,10 para el exponente del grupo adimensional $(Gr Sc D/l)$ en la región delimitada por valores de ese parámetro menores que 100, mientras que el exponente es 0,18, para valores mayores que 100. En la correlación de Al-Arabi y Khamis (1982) para transferencia de calor, el exponente es $1/6$. En la ecuación deducida teóricamente por Nagendra y Tirunarayanan y Ramachandran (1969), el exponente de dicho grupo adimensional es 0,05 para cilindros muy largos (alambres) y 0,16 para cilindros

largos.

Las consideraciones anteriores sugieren que, debido a la configuración geométrica utilizada, es decir el hecho de que la sección de prueba se encuentra alejada de los bordes, el comportamiento del sistema se aproximaría al de un cilindro infinito, en relación a la dependencia del Nusselt con el Rayleigh.

4.6.2. Dependencia con la razón de aspecto.

Como puede verse en la Tabla 4.2 hay evidente discordancia en el exponente de la razón de aspecto en las correlaciones presentadas. La clave para entender esta aparente contradicción está dada en los resultados de simulación numérica de de Vahl Davis y Thomas (1969). Estos autores encontraron que la influencia de la razón de aspecto disminuye a medida que la razón de aspecto aumenta y que a bajos valores de ese parámetro el Nusselt es proporcional a $L^{-1/3}$. El hecho de que el exponente de la razón de aspecto es aproximadamente igual a -0,11 para la mayoría de las correlaciones que se obtuvieron trabajando con razones de aspecto elevadas (ver Tabla 4.2), indica que tal

///

valor, podría representar un comportamiento asintótico para valores grandes de L .

Nuestros resultados, que como ya se señaló en la sección 4.4.1 son parciales en cuanto al estudio de la influencia de ese parámetro, sugieren $-0,21$ como exponente de la razón de aspecto, valor que coincide con el de Mynett y Duxbury (1974) para el régimen de capa límite y es algo menor, en valor absoluto, que el propuesto por Newell y Schmidt (1969).

Dado lo expuesto anteriormente, creemos que es necesario profundizar los estudios experimentales y numéricos acerca de la influencia de la razón de aspecto, sobre todo a bajos valores de dicho parámetro, en que la funcionalidad parece ser compleja, no pudiendo representarse por una relación potencial simple.

4.6.3. Dependencia con el número de Prandtl

De las correlaciones presentadas en la Tabla 4.2, sólo la obtenida en el presente trabajo incluye la dependencia con el número de Prandtl, a no ser por la existente implícitamente en el número de Rayleigh.

En las soluciones obtenidas por el método de similitud para convección natural laminar (ver por ejemplo Eckert y Drake, 1972), se encontró que la dependencia con el número de Prandtl es de la forma

$$f(\text{Pr}) = \left[\frac{\text{Pr}}{(0,861 + \text{Pr})} \right]^{\frac{1}{4}} \quad (4-11)$$

La ecuación (4-11) predice que f es creciente con el número de Prandtl y su derivada disminuye con el aumento de este parámetro. La función f tiende asintóticamente a 1 para Pr tendiendo a infinito. La expresión que encontramos a partir de nuestros datos experimentales, con Pr entre 5,1 y 9326, también es creciente a valores moderados y bajos del Prandtl y la derivada es decreciente, pero alcanza un máximo en $\text{Pr} = 228$, a partir del cual comienza a disminuir. A los fines de comparación, incluimos en la tabla siguiente los valores de $f(\text{Pr})$ calculados según la solución de similitud y según la ecuación empírica del presente trabajo.

///

f (Pr)		
Pr	Este trabajo	solución de similitud
1	0,603	0,856
5	0,729	0,961
10	0,779	0,979
20	0,824	0,989
100	0,896	0,998
228	0,906	0,999
1000	0,867	1,000
10000	0,652	1,000

Nótese el rápido crecimiento de la función obtenida por solución de similitud, la cual alcanza prácticamente su valor asintótico cuando la función propuesta en este trabajo alcanza su valor máximo.

Raithby y Hollands (1976) obtuvieron una solución analítica aproximada, basada en una analogía con la solución clásica de Nusselt para condensación en película. Di-

///

chos autores consideraron una región interna y una región externa en la capa límite de convección natural, delimitadas por la posición del máximo de la componente axial de velocidades. Entre otras hipótesis simplificatorias, consideraron que la dependencia con el número de Prandtl es universal para todos los casos de convección natural.

En los cálculos de la función $f(\text{Pr})$ obtenida mediante ese análisis aproximado, Raithby y Hollands (1976) encontraron que sus valores coincidían con los de la solución de similitud para Pr igual a 1 y para Pr igual a cero. En cambio, para valores mayores del número de Prandtl, la función pasaba por un máximo, para después alcanzar un valor, en Pr tendiendo a infinito, inferior al predicho por la solución de similitud. Los autores citados atribuyeron esta discrepancia al hecho de que la hipótesis de perfil de temperatura lineal en la región interna mencionada no sería aplicable cuando Pr tiende a infinito.

Sin embargo las conclusiones del método analítico aproximado de Raithby y Hollands, se verían corroboradas por nuestras observaciones experimentales, que coinciden al menos cualitativamente, en la aparición de un máximo en la función a valores relativamente elevados del número

///

ro de Prandtl, con valores también inferiores a los de la solución de semejanza para Pr tendiendo a infinito.

///

Tabla 4.2

Correlaciones para transferencia de calor por convección natural en cavidades verticales

$$\frac{Nu}{Nu_k} = C_1 Ra^{C_2} L^{C_3}$$

Referencia	C_1	C_2	C_3	Rango de validez
Jacob (1964)	0,18	0,25	-0,111	cavidad plana, aire $2 \times 10^4 < Gr < 2 \times 10^5$; $3,12 < L < 41,2$
Jacob (1964)	0,065	0,333	-0,111	cavidad plana, aire $2 \times 10^5 < Gr < 1 \times 10^7$; $3,12 < L < 41,2$
Eckert y Carlson (1966)	0,119	0,3	-0,1	cavidad plana $8 \times 10^4 < Gr < 2 \times 10^5$; $L = 10$
Newell y Schmidt (1969)	0,155	0,135	-0,265	cavidad plana $4 \times 10^3 < Gr < 1,4 \times 10^5$; $2,5 < L < 20$

(continuación)

Referencia	C ₁	C ₂	C ₃	Rango de validez
Newell y Schmidt (1969)	0,0547	0,397		cavidad plana $4 \times 10^3 < Gr < 1,4 \times 10^5$; $L = 1$
Mynett y Duxbury (1974)	0,216	0,263	-0,21	cavidad plana, $Pr 0,7$ régimen de capa límite
Jones (1979)	0,225	0,263	-0,166	cavidad plana, $Pr 0,7$ $1,9 \times 10^3 < Ra < 2,3 \times 10^5$; $1,25 < L < 20$
de Vahl Davis y Thomas (1969)	0,216	0,3	-1/3	cavidades anulares y planas $10^4 < Ra < 2 \times 10^5$; $1 < L < 20$; $Pr = 1$
Bushan y col. (1983)	0,845	0,082	-0,087	cavidad anular, gases régimen de conducción

(continuación)

Referencia	C_1	C_2	C_3	Rango de validez
Bushan y col. (1983)	0,281	0,322	-0,407	cavidad anular, gases régimen de capa límite
Yin y col. (1979)	0,21	0,269	-0,131	cavidad plana, aire $1,5 \times 10^3 < Gr < 7 \times 10^6$
Este trabajo	2,56x f (Pr)	0,108	-0,216	cavidad anular $2 \times 10^5 < Ra < 3 \times 10^7$; $L = 1,597$ y 6,623

5. CONVECCION NATURAL Y ROTACIONAL COMBINADAS EN
UNA CAVIDAD ANULAR

5.1. Resultados experimentales

La transferencia de calor a fluidos en el sistema de cilindros concéntricos, con el interior rotando en condiciones de convección combinada, fue estudiada a partir de los resultados de 94 experiencias, las cuales se encuentran tabulados en el apéndice B.

La velocidad de rotación varió entre 7 y 3350 rpm, utilizándose los cinco fluidos previamente mencionados, lo cual permitió variar el número de Prandtl entre 0,7 y 9300. Las propiedades físicas de los fluidos a la temperatura media de cada experiencia están indicadas en la tabla B.2.

5.1.1. Dependencia del coeficiente de transferencia con la velocidad de rotación

En la Tabla B.1 presentamos los valores del coeficiente de transferencia de calor, calculados según la ecuación (3-3) a partir de las medidas de potencia entregada y diferencia global de temperatura, para diversas rotaciones.

La dependencia del coeficiente de transferencia con la velocidad de rotación se aprecia en las figuras 5.1 y

5.2, observándose que las curvas para los diferentes fluidos tienen forma sigmoidea cuando se representan en escala doble logarítmica.

En el caso del Dow Corning sólo se observa la primera porción de la curva, y no es observable en el caso del aire, debido al pequeño intervalo de rotaciones abarcado con este fluido. Para los cuatro líquidos estudiados, el coeficiente de transferencia es aproximadamente constante a bajas rotaciones y su valor se encuentra dentro del intervalo observado en condiciones de convección natural para dichos fluidos. Puede observarse además que el coeficiente de transferencia aumenta con la velocidad a partir de un cierto valor "crítico" del número de rotaciones, el cual difiere para cada fluido, siendo en general la curva más empinada cuanto mayor es el número de Prandtl. El Dow Corning presenta un comportamiento algo diferente, con un mínimo en torno de 250 rpm y un "despegue" de la curva en 1200 rpm, punto en el cual el coeficiente de transferencia ha alcanzado nuevamente el valor correspondiente al cilindro quieto.

En las figuras 5.1 y 5.2 puede observarse que a una dada razón de aspecto, el coeficiente de transferencia es

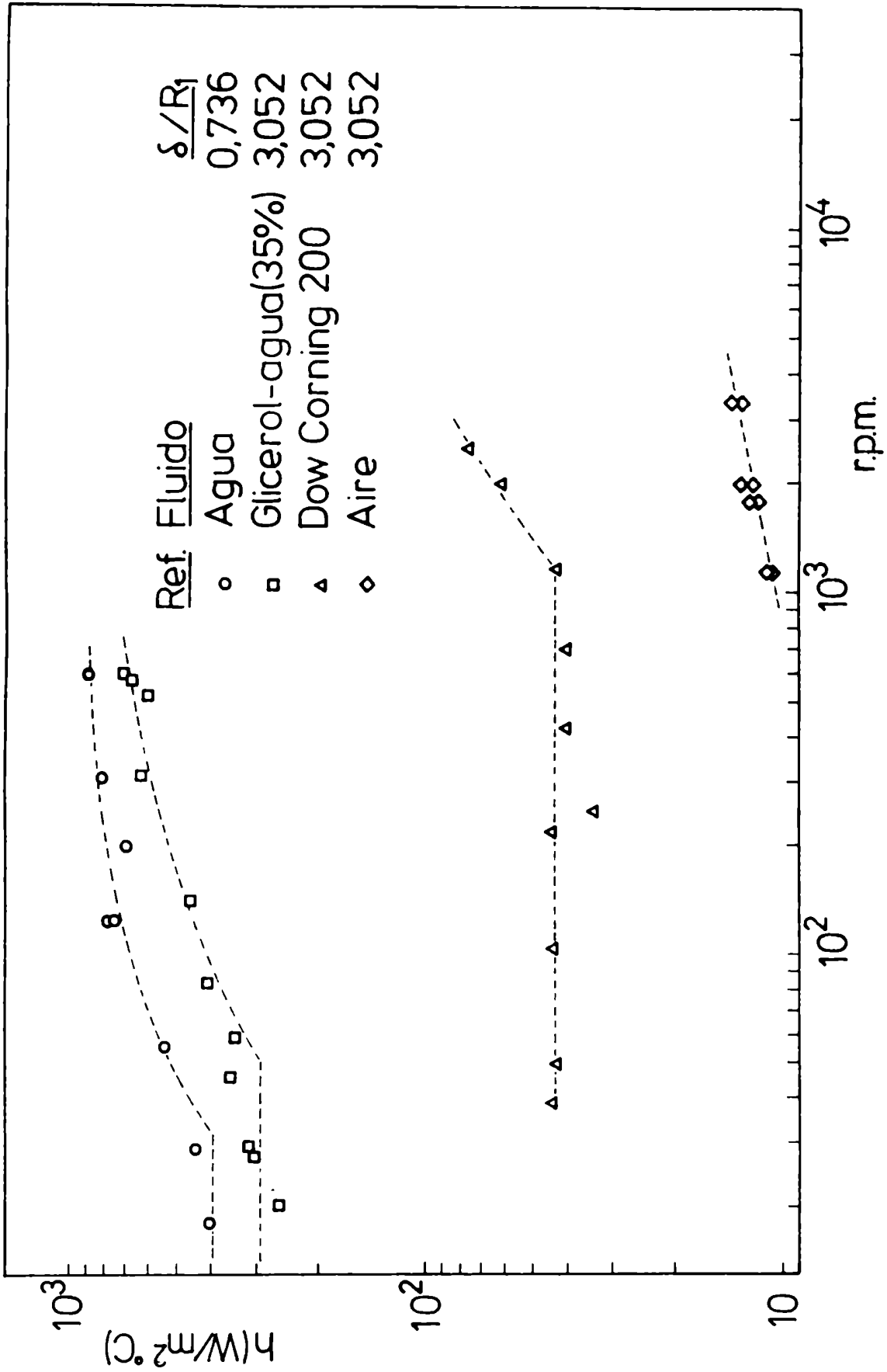


Figura 5.1: Variación del coeficiente de transferencia de calor con la velocidad de rotación

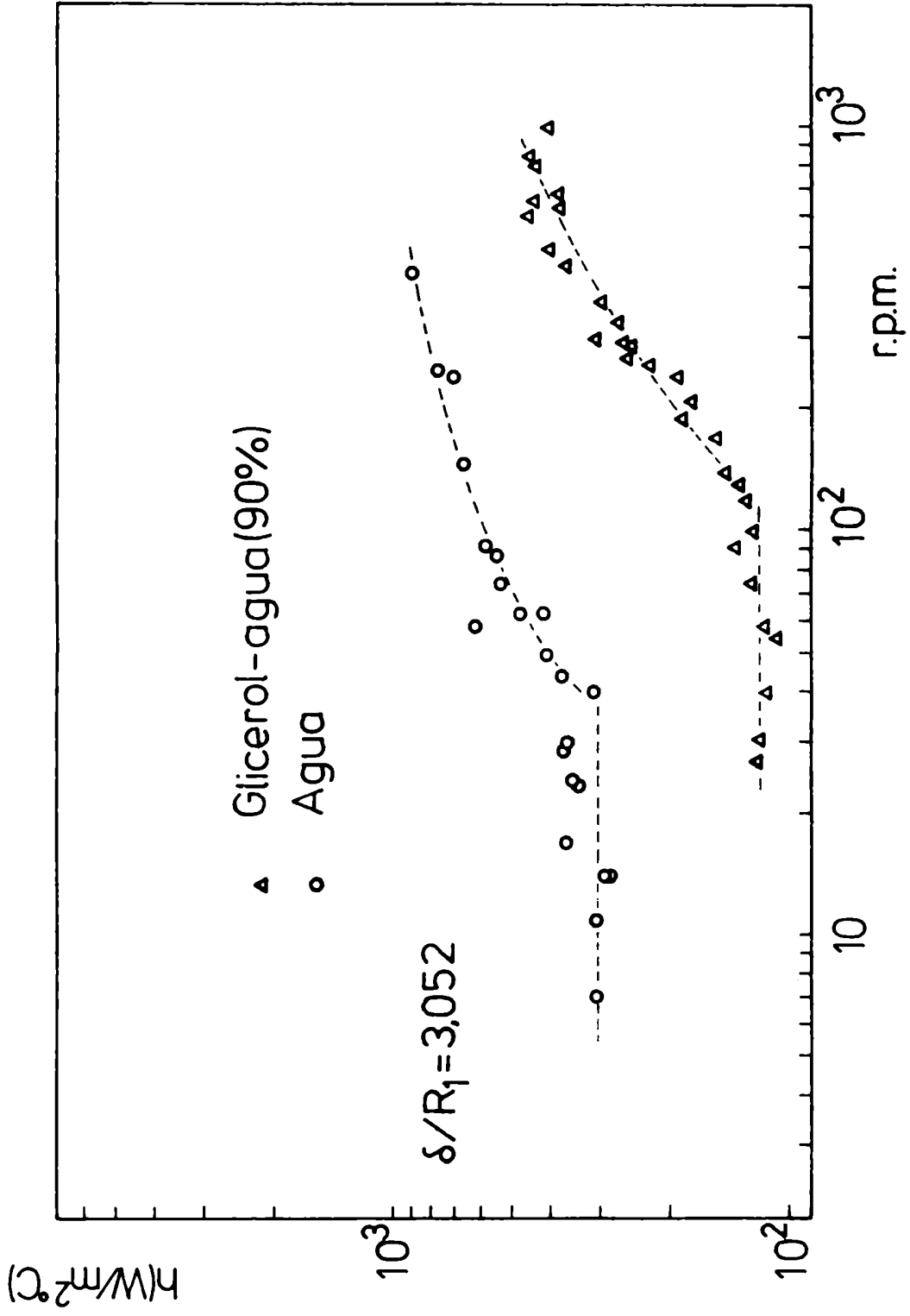


Figura 5.2: Variación del coeficiente de transferencia de calor con la velocidad de rotación

menor para aquellos líquidos de mayor viscosidad. En cambio, el coeficiente de transferencia medido con aire presenta valores menores que para los líquidos, lo cual se debe a la diferencia de densidad y conductividad térmica con respecto a estos otros fluidos. Por otro lado, si comparamos las curvas correspondientes al agua, para las dos razones de aspecto investigadas, vemos que se confirma lo observado en los ensayos realizados en convección natural, ya que a bajas rotaciones el coeficiente de transferencia es mayor con la razón de aspecto mayor, tendiendo a igualarse a elevadas rotaciones.

5.1.2. Descripción de los perfiles de temperatura

Los perfiles radiales de temperatura fueron medidos con la sonda transversal, de manera análoga a las mediciones realizadas con el cilindro estático. Algunos resultados típicos son representados en las figuras 5.3, 5.4 y 5.5. Los datos correspondientes a cada experiencia pueden ser consultados en las tablas del apéndice B.

Las figuras 5.3 y 5.3b muestran el perfil radial de temperatura en Dow Corning 200 y solución de glicerol en

agua al 90% respectivamente. Estas determinaciones se llevaron a cabo con velocidades de rotación inferiores al valor crítico para ambos fluidos ensayados. Se observa que estas curvas poseen características idénticas a las correspondientes a dichos fluidos, con el cilindro interior estático (ver figuras 4.3, 4.4 y 4.5).

Los perfiles de temperatura adimensionales para valores de velocidad de rotación próximos al crítico, se observan en las figuras 5.4a y 5.4b, con los mismos fluidos que en las figuras 5.3a y b. Si bien la forma general es semejante a las presentadas anteriormente -un núcleo central con temperatura aproximadamente uniforme y variaciones pronunciadas junto a los cilindros interno y externo- la región central abarca una porción mayor de la distancia anular y posee una temperatura adimensional mayor que en el perfil correspondiente a convección natural sin rotación o con rotación subcrítica.

Resultados representativos del comportamiento a altas rotaciones se encuentran en las figuras 5.5a y 5.5b para solución de glicerol en agua al 90% y agua respectivamente. Como características destacables se observa un menor espesor de las capas límites térmicas interior y exterior,

///

mientras que el gradiente de temperatura se hace más abrupto junto a las paredes en comparación con los casos en que la rotación es más lenta. Nótese también que en la región central la temperatura no es uniforme, sino que presenta dos "mesetas", que no se observaban en los casos anteriores.

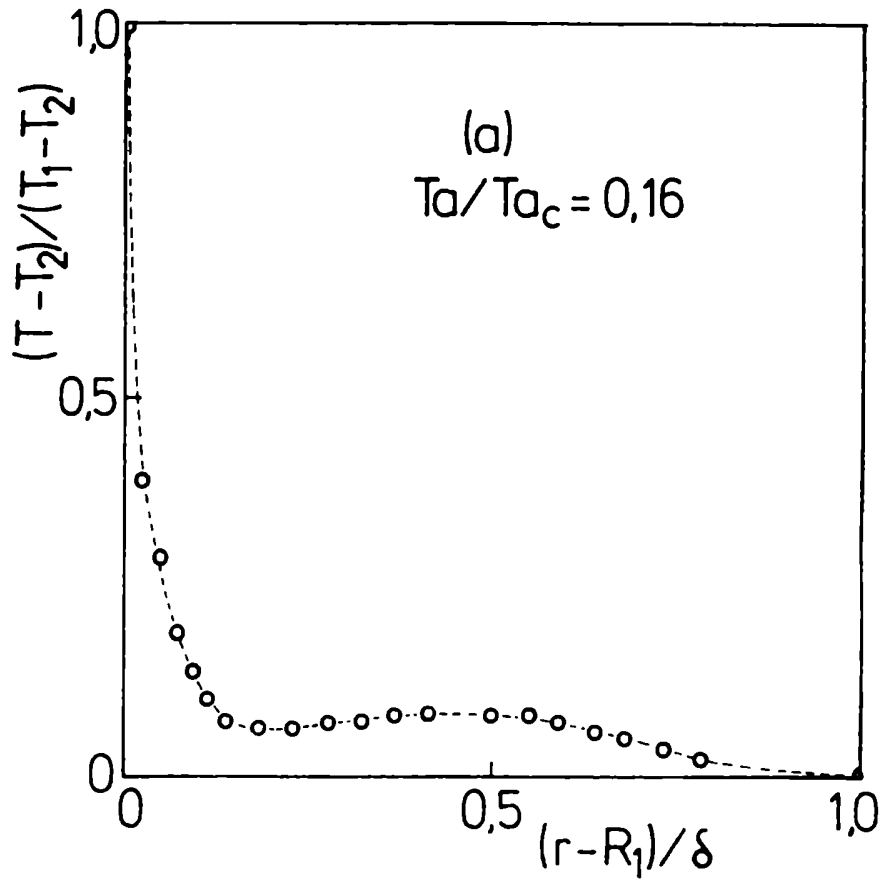


Figura 5.3a: Perfil radial de temperatura. Velocidad subcrítica. Dow Corning 200, Experiencia N° 7

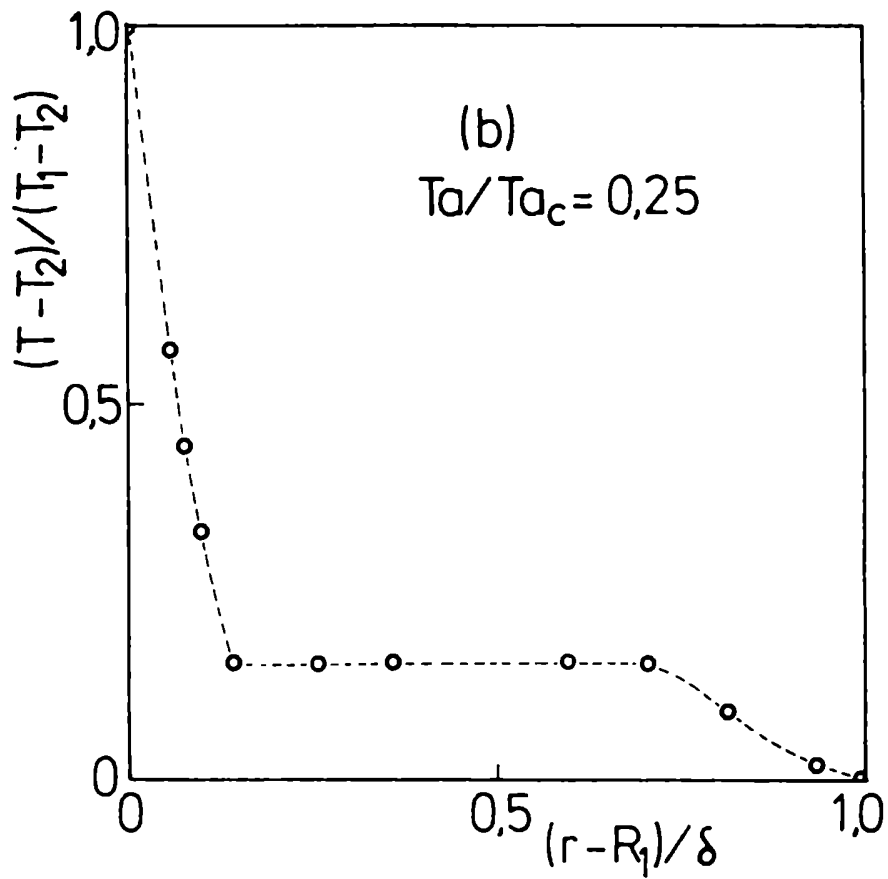


Figura 5.3b: Perfil radial de temperatura. Velocidad subcrítica. Solución glicerol-agua 90%, Experiencia N° 33

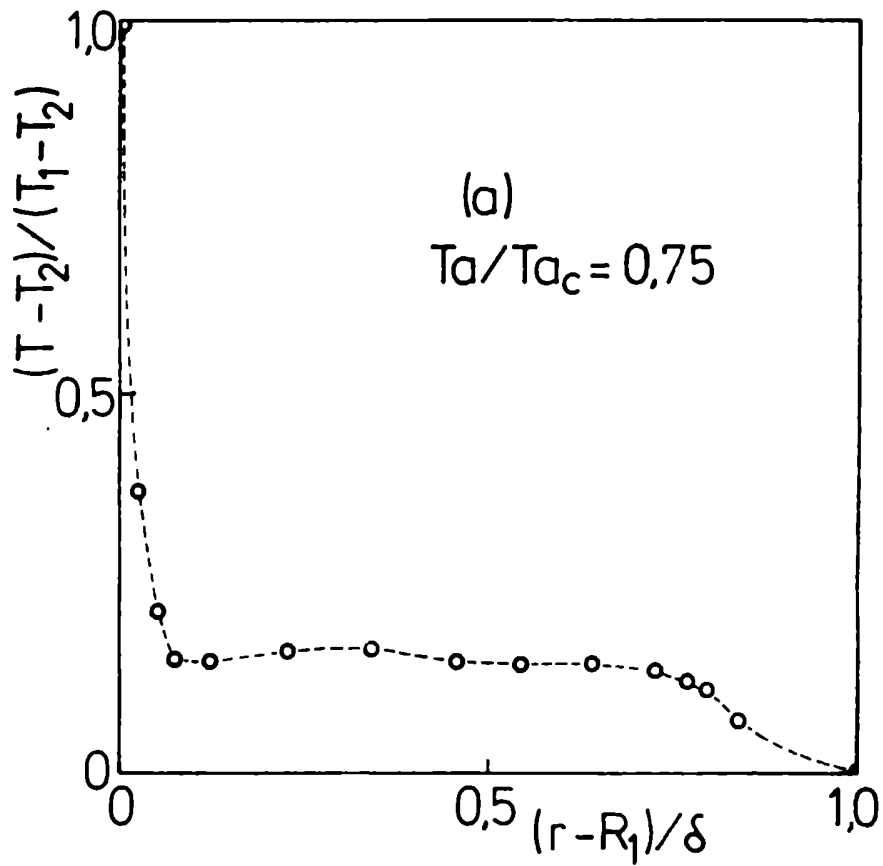


Figura 5.4a: Perfil radial de temperatura. Velocidad próxima al valor crítico. Dow Corning 200. Experiencia N° 1

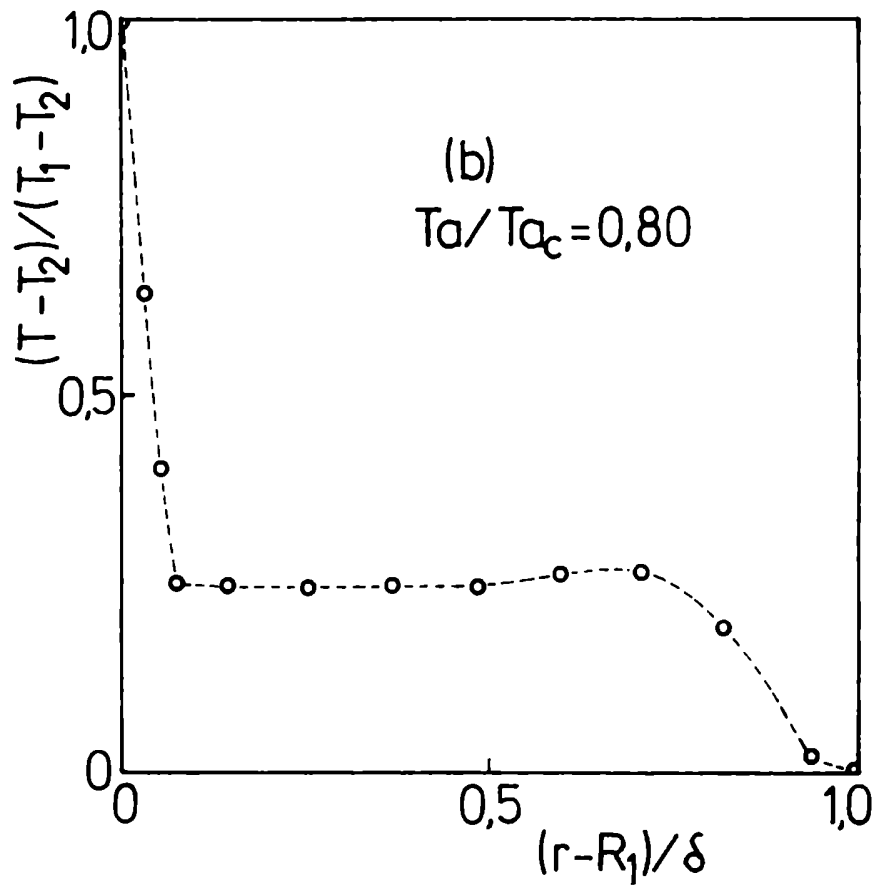


Figura 5.4b: Perfil radial de temperatura. Velocidad próxima al valor crítico. Solución glicerol-agua 90%. Experiencia N° 31

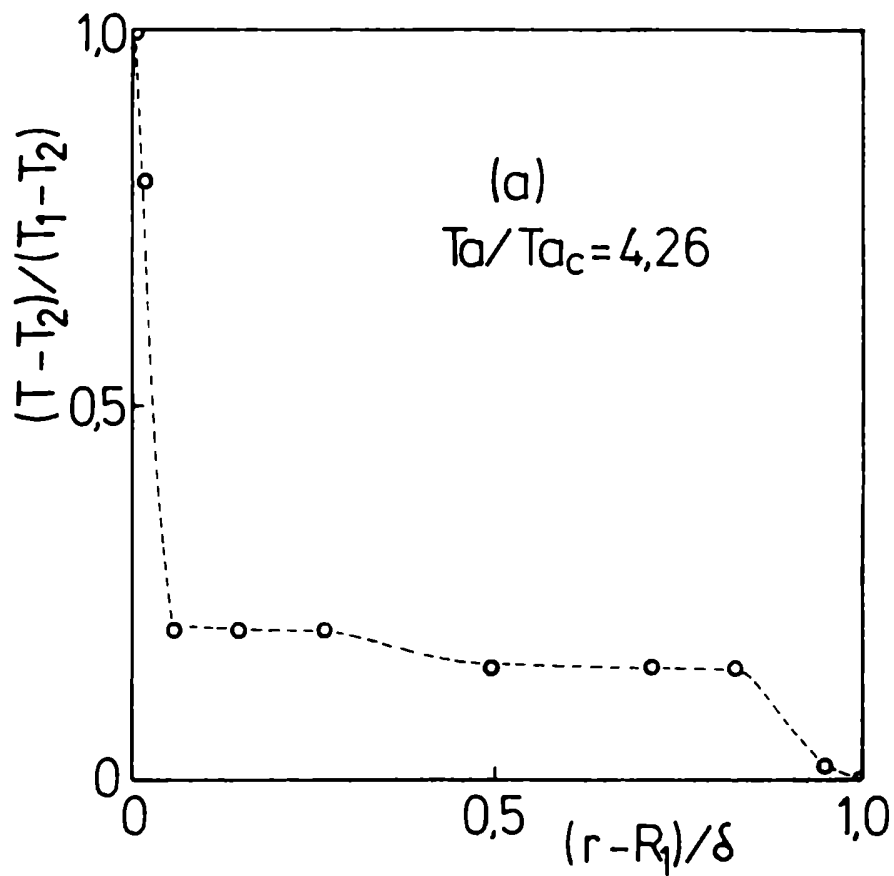


Figura 5.5a: Perfil radial de temperatura. Velocidad supercrítica. Solución glicerol-agua 90%. Experiencia N° 24

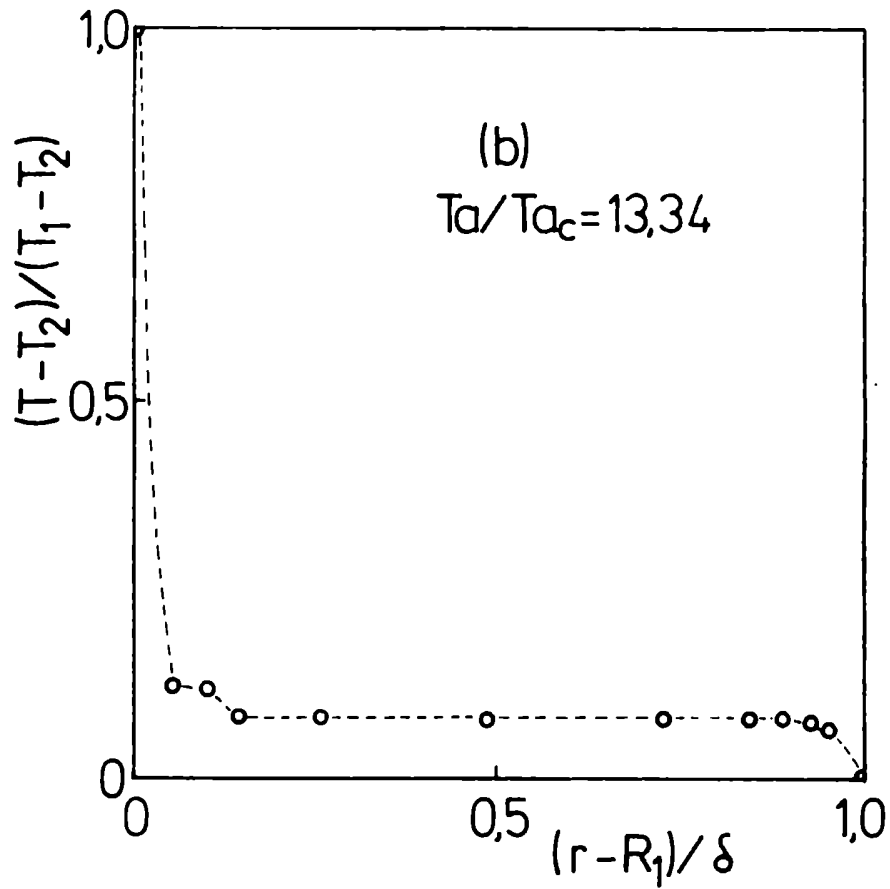


Figura 5.5b: Perfil radial de temperatura. Velocidad supercrítica. Agua. Experiencia N° 72

5.2. Correlación de los datos experimentales

Como se vio en el capítulo 1, de acuerdo con los numerosos trabajos publicados sobre el tema, los parámetros apropiados para describir la transferencia de calor en cilindros concéntricos, con el interior rotando y en ausencia de convección natural, son: el número de Nusselt basado en la distancia entre los dos cilindros y generalmente normalizado con Nu_k , valor correspondiente a conducción pura, el número de Reynolds basado en la velocidad angular del rotor y el número de Prandtl. La gran mayoría de los estudios teóricos o experimentales consideran además un factor que tiene en cuenta los efectos de curvatura, el cual se incluye en un número de Reynolds modificado, más comunmente llamado número de Taylor para este tipo de sistemas.

También señalamos que no hay coincidencia entre los diferentes autores en relación al parámetro utilizado para describir el comportamiento fluidodinámico de estos sistemas y en la elección de la longitud característica de los mismos.

Nuestros resultados con agua a altas rotaciones, mues-

///

tran que el coeficiente de transferencia de calor, a igual velocidad de rotación, es aproximadamente igual para las dos separaciones estudiadas (ver figuras 5.1 y 5.2). Estas observaciones estarían de acuerdo con los resultados obtenidos por Theodorsen y Regier (1944) Eisenberg, Tobias y Wilke (1955); Sherwood y Ryan (1959); Trabucchi (1963); Azize (1966) y Singh y Mishra (1980), quienes no observaron influencia de la separación entre los cilindros en la transferencia de cantidad de movimiento y materia, utilizando por lo tanto el radio del rotor como longitud característica. Sin embargo, a bajas velocidades de rotación, en que los efectos de convección natural son importantes, se observa en las mismas figuras que los coeficientes de transferencia medidos con agua para la razón de aspecto mayor, son mayores que para la razón de aspecto menor. Quiere decir que en nuestro caso, la separación entre los cilindros tiene influencia en la transferencia de calor, al menos, a bajas rotaciones. Por lo tanto, utilizaremos dicha dimensión como longitud característica y el número de Taylor como parámetro para caracterizar la situación fluidodinámica. El número de Taylor a utilizar en el presente trabajo será

$$Ta = \frac{\Omega_1 R_1 \delta}{\nu} \left(\frac{\delta}{R_1}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (5-1)$$

Vimos también en el capítulo 1 que los efectos térmicos tienen un rol importante, tanto en la estabilidad (Butler y Mckee, 1970), como en la transferencia de calor (Ho, Nardacci y Nissan, 1964), aún con efectos gravitacionales despreciables. En nuestro caso, dichos efectos térmicos, serán considerados a través del número de Grashof, basado en la separación entre los cilindros.

De acuerdo con las consideraciones hechas anteriormente, trataremos de correlacionar los datos experimentales en la forma:

$$Nu = f(Nu_k, Ta, Gr, Pr, L) \quad (5-2)$$

Los valores de los grupos adimensionales Nu, Re, Gr y Pr, calculados a partir de los datos experimentales obtenidos en el presente trabajo, se encuentran en la tabla B.3 del apéndice B.

5.2.1. Dependencia del Nusselt con el número de Taylor

En las figuras 5.6, 5.7 y 5.8 está representada la

variación del número de Nusselt con el número de Taylor para los diferentes fluidos y las dos geometrías estudiadas. En dichas figuras se observan las mismas tendencias generales señaladas en la sección 5.11 para la dependencia del coeficiente de transferencia con la velocidad de rotación, es decir, curvas sigmóideas, con Nusselt aproximadamente constante a bajos números de Taylor. Los valores del número de Nusselt en esta región se encuentran dentro del intervalo observado para convección natural. Al mismo tiempo puede verse que a partir de un número de Taylor, que llamaremos Taylor crítico y cuyo valor depende del fluido, el Nusselt es una función creciente de este parámetro. En las mismas figuras está indicado el valor del Taylor crítico en cada curva. En la correspondiente al Dow Corning 200 también se ha indicado el valor de Taylor en el que, después de haber presentado un valor mínimo, el Nusselt alcanza nuevamente el valor correspondiente a convección natural. En la región próxima a la transición, las curvas correspondientes a fluidos de mayor número de Prandtl son más empinadas. Si consideramos las de agua y las de soluciones acuosas de glicerol, observamos que para valores del número de Taylor mayores que aproximadamente

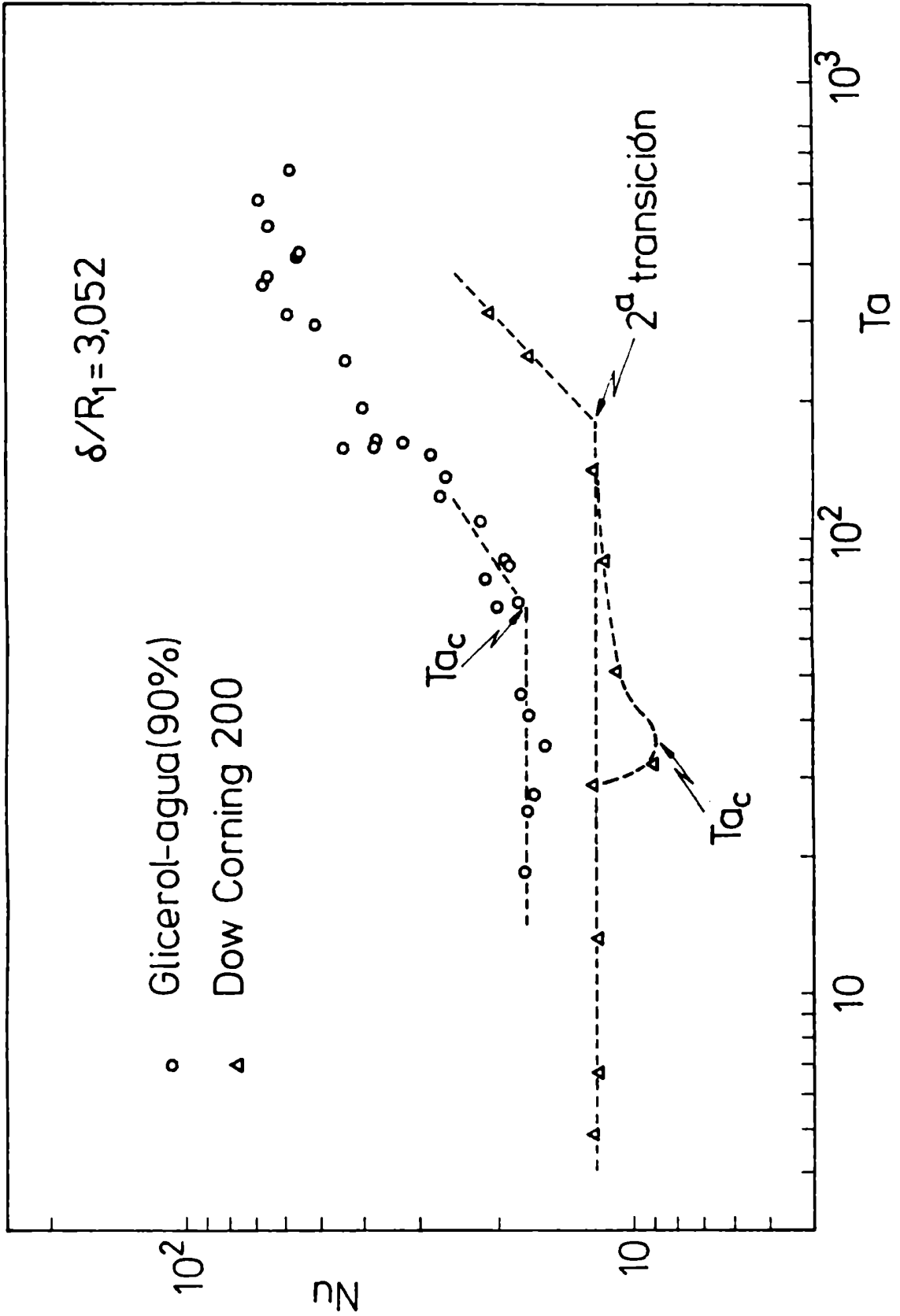


Figura 5.6: Dependencia del Nusselt con el Taylor

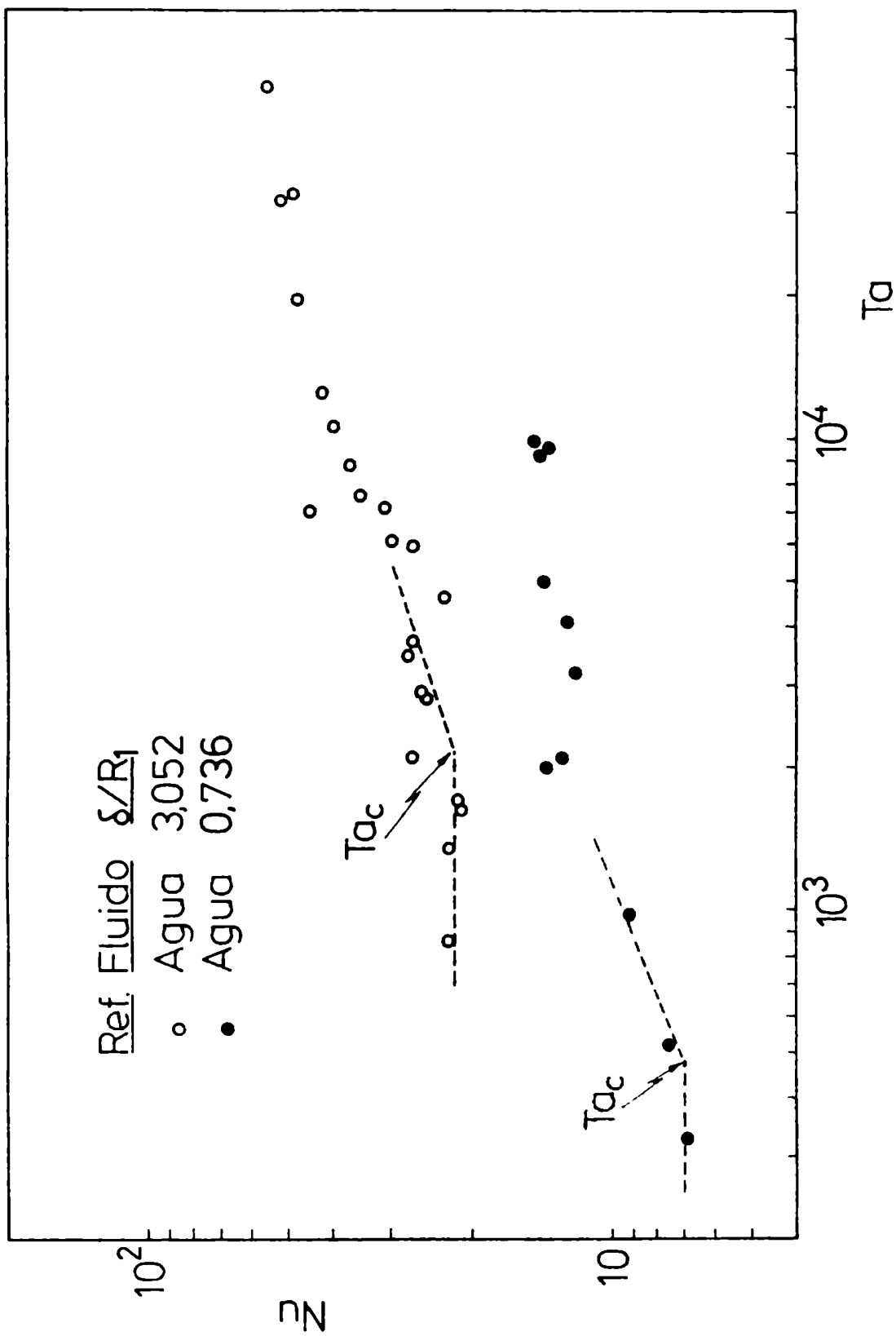


Figura 5.7: Dependencia del Nusselt con el Taylor

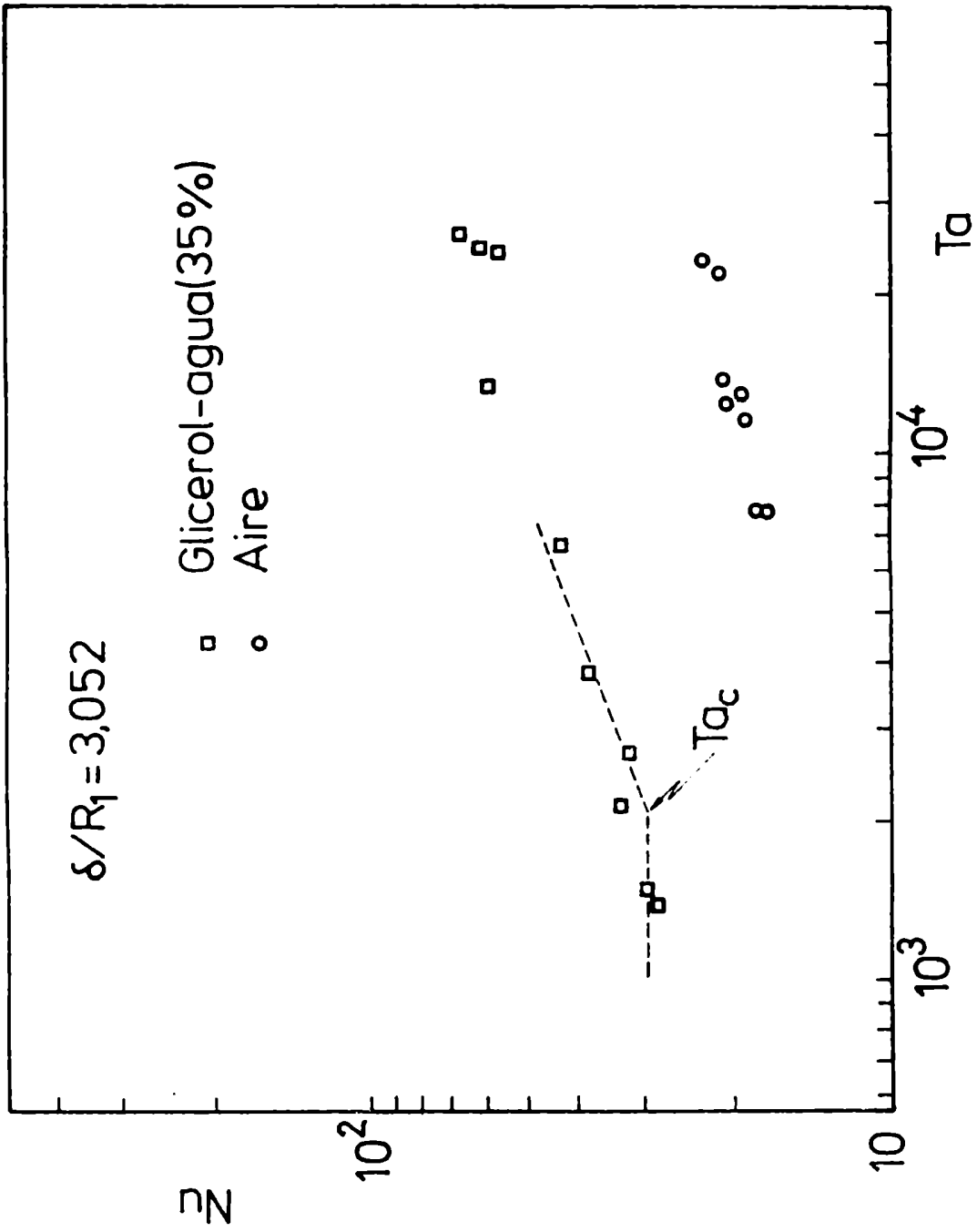


Figura 5.8: Dependencia del Nusselt con el Taylor

$4xTa_c$, las curvas tienden a ser rectas paralelas entre sí. Los resultados obtenidos con aire, tal como puede verse en la figura 5.8, también se agrupan siguiendo una recta aproximadamente paralela a las de los otros fluidos.

5.2.2. Analisis de las condiciones de transición

En relación a nuestros datos, cuando hacemos referencia al número de Taylor crítico, queremos significar el valor a partir del cual el número de Nusselt se torna dependiente del Taylor, es decir, cuando los efectos rotacionales se hacen evidentes. Los valores del Taylor crítico observados en nuestras experiencias, se encuentran señalados en las figuras 5.6 a 5.8. Fueron obtenidos como está indicado en estas figuras, por la intersección de la recta horizontal con la curva que pasa por los puntos inmediatos a la transición. Para el Dow Corning, que presenta diferencias en relación a los otros líquidos, el Taylor crítico fue ubicado en el mínimo de la curva.

En la Tabla 5.1 se encuentran los valores del Taylor crítico determinados como se indicó anteriormente. Los valores de Grashof y Prandtl dados en la Tabla 5.1 se deter-

///

minaron promediando los correspondientes a los puntos que se encuentran en el entorno próximo a la transición.

TABLA 5.1
Condiciones de transición

Fluido	δ/R_1	Gr	Pr	Ta _c obser- vado	Ta _c calcu- lado
Dow Corning	3,052	24	9370	36	39
Sol. glicerol- agua 90%	3,052	135	1760	70	69
Agua	0,736	$7,0 \times 10^4$	5,2	480	540
Sol. glicerol- agua 35%	3,052	$8,0 \times 10^5$	19,7	2.100	2.000
agua	3,052	$1,4 \times 10^6$	6,6	2.150	2.200

Se observa en la Tabla 5.1 que el valor del Taylor crítico es mayor con el aumento del Grashof y del Prandtl, sugiriendo que entre dichas variables existe una relación funcional del tiempo:

$$Ta_c = a Gr^b Pr^c \quad (5-3)$$

Mediante un análisis de regresión aplicado a los da-

///

tos experimentales de la Tabla 5.1, se obtuvo la siguiente correlación:

$$Ta_c = 2,523 Gr^{0,46} Pr^{0,14} \quad (5-4)$$

En la última columna de la Tabla 5.1 se encuentran los valores de Taylor crítico calculados mediante la ecuación (5-4). La concordancia entre los valores observados y calculados es satisfactoria, hecho que no es sorprendente, ya que estamos ajustando cinco datos con una ecuación de tres parámetros. Sin embargo, una confirmación de la validez de la ecuación (5-4) se tendrá con el ajuste de los datos mediante la correlación generalizada que presentaremos en la sección siguiente.

La transición determinada a partir de las curvas Nu vs Ta , puede ser analizada también a través de los perfiles radiales de temperatura. Haas y Nissan (1961) afirman que los perfiles de temperatura constituyen un medio útil de detectar flujo secundario cuando la observación visual no es posible por características del equipo experimental. Si comparamos los perfiles radiales medidos en condiciones subcríticas (figuras 5.3 a y b) con los correspondien-

tes a los mismos fluidos en convección natural (figuras 4.3 y 4.4), se observa que en esas condiciones la rotación no afecta la distribución de temperatura. Este hecho sería indicativo de que el esquema de flujo es básicamente el mismo que en convección natural, pero con rotación superimpuesta.

Los perfiles tomados en condiciones supercríticas presentan características un poco diferentes, con dos "mesetas" en la región central (figuras 5.5 a y b), menos visible en el caso del agua, en que una de ellas es muy pequeña ubicada junto al cilindro interior. Una posible explicación para este hecho estaría dada por la existencia de dos vórtices contiguos, uno vecino al cilindro interior y otro más próximo al cilindro exterior. Infelizmente no fueron realizadas experiencias de visualización de flujo que pudieran confirmar o descartar esta suposición. Un hecho que posiblemente guarde relación con lo señalado anteriormente fue observado por Couret y Legrand (1980), quienes encontraron diferencias entre los resultados con transferencia de masa desde el cilindro exterior y desde el cilindro interior: a $Ta > 1000$, $\delta = 0,5$ cm y $R_1 = 1,75$ cm, los valores de número de Sherwood obtenidos en el primer

caso fueron inferiores a los correspondientes a transferencia desde el cilindro interior. Los autores citados atribuyeron estas diferencias, de acuerdo con Kataoka (1977), a la presencia de vórtices secundarios, que inician la turbulencia y aparecen próximos al cilindro interior.

5.2.3. Cálculo de las correlaciones

Uno de los objetivos del presente estudio es encontrar una correlación empírica generalizada que permita predecir la transferencia de calor en condiciones de convección rotacional y natural combinadas. Como se vio en puntos anteriores, la región de flujo en que ambos efectos contribuyen a la transferencia es la definida por $Ta > Ta_c$. Analizaremos en primer lugar la región con $Ta < Ta_c$, para proponer seguidamente una correlación para convección combinada.

5.2.3.1. Región subcrítica

Para los datos en que el número de Taylor es menor que el valor crítico correspondiente, se ensayó la ecuación (4-7) presentada en el capítulo anterior para convección natural.

Esta correlación ajusta los valores experimentales del número de Nusselt en la región subcrítica, con una desviación standard de 2,5; una desviación media de 7,35% y máxima de 22,1%; el 82% de los datos presenta desviación menor que 15%. Vemos que estas desviaciones son consistentes con las observadas en los resultados de convección natural.

En base a estos resultados, los datos experimentales correspondientes a líquidos son representados en la forma:

$$\frac{Nu}{Nu_0} \text{ vs } \frac{Ta}{Ta_c} \quad (5-5)$$

en las figuras 5.9, 5.10 y 5.11. En todos los casos, el Nu_0 fue calculado mediante la ecuación (4-7) y el Ta_c mediante la ecuación (5-4) con el valor de Grashof y del Prandtl correspondientes a cada experiencia. Para el Dow Corning 200 se utilizó el valor $Ta_c' = 185$, correspondiente al Taylor en que, después de pasar por un mínimo, el número de Nusselt alcanza nuevamente el valor de Nu_0 .

La forma de representación de los datos experimentales, de acuerdo con la expresión (5-5), es similar a la utiliza-

///

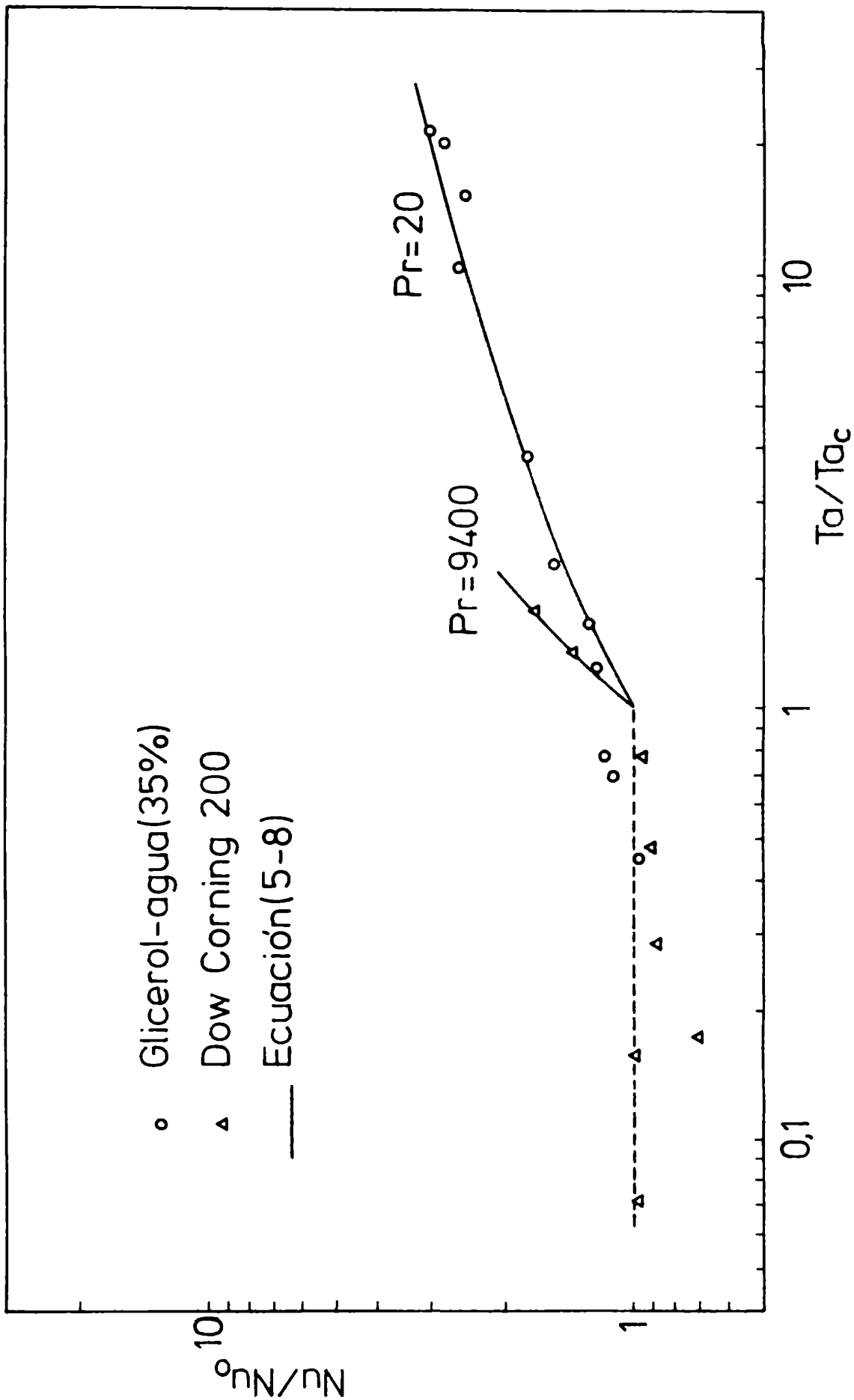


Figura 5.9: Correlación generalizada. $\delta/R_1 = 3,052$

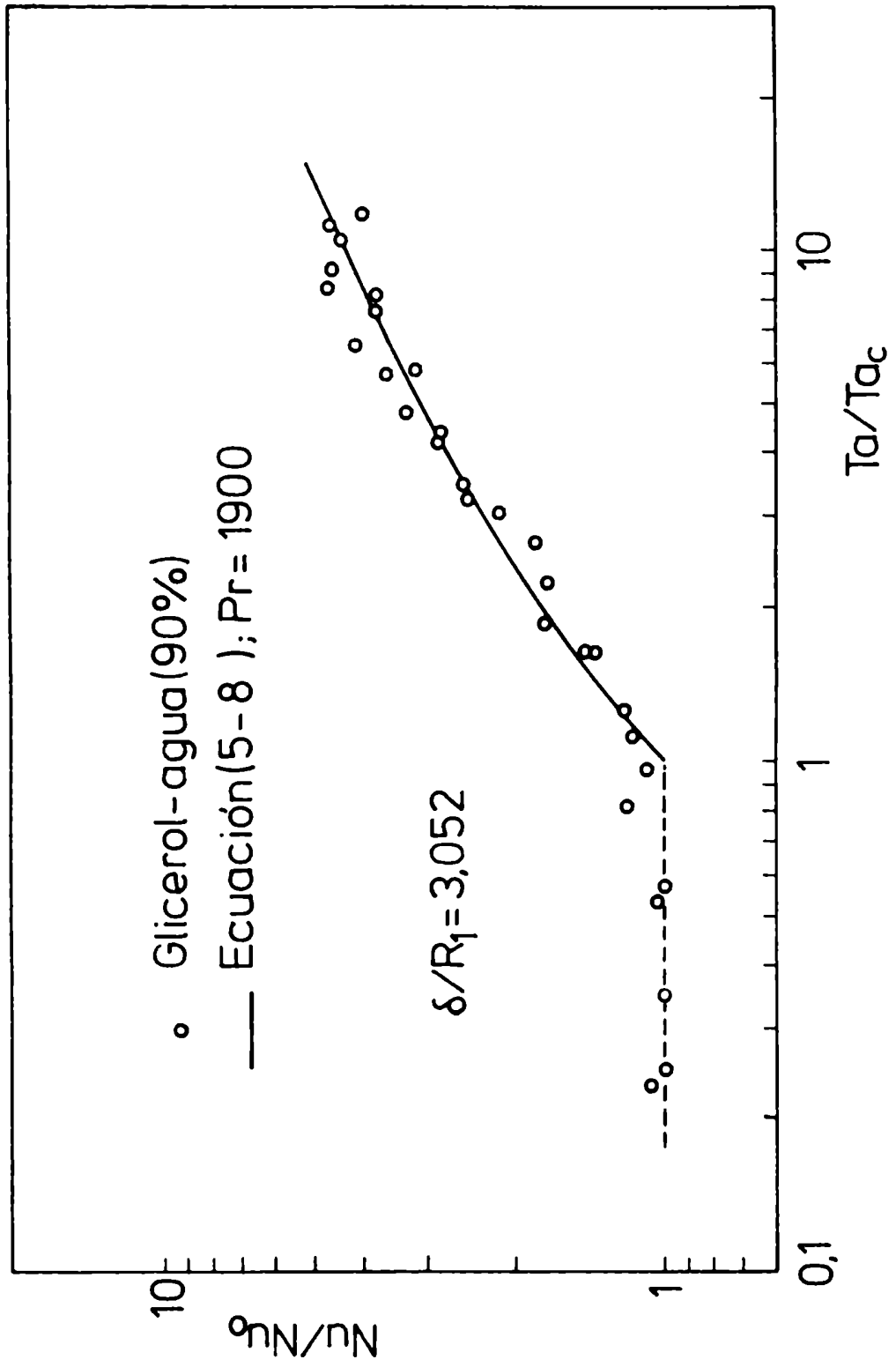


Figura 5.10: Correlación generalizada

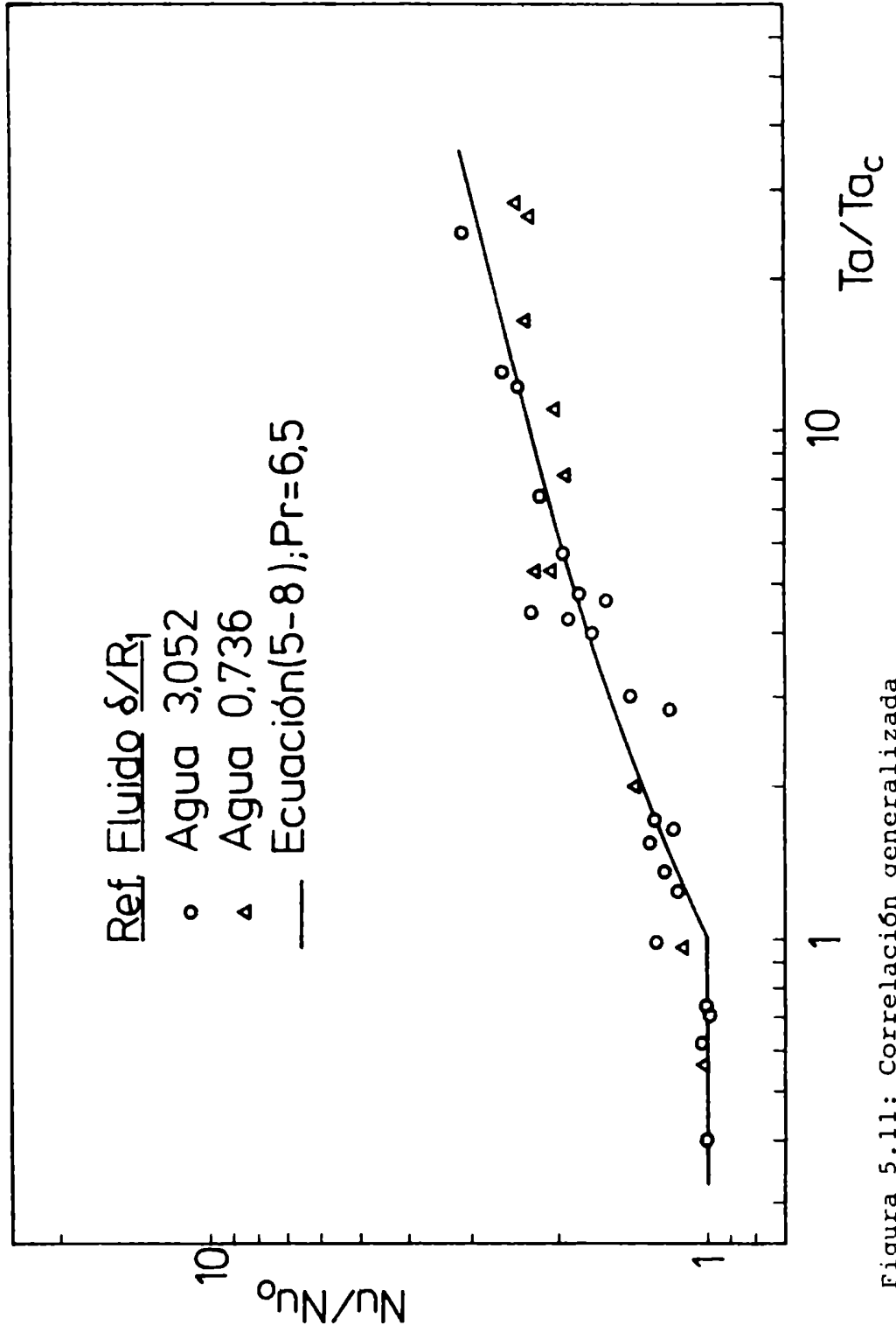


Figura 5.11: Correlación generalizada

da por Ho, Nardacci y Nissan (1964), quienes correlacionaron sus datos en la forma Nu/Nu_k en función de P/P_c , donde P es el parámetro definido por la ecuación (1-16) y Nu_k , el valor de Nu observado a bajas rotaciones ($P < P_c$), correspondiente a conducción pura. A diferencia con estos autores, en el presente trabajo se utilizó Nu_o en vez de Nu_k y la relación Ta/Ta_c en vez de P/P_c .

En las figuras 5.9, 5.10 y 5.11 se observa que para $Ta/Ta_c < 1$, los puntos experimentales coinciden razonablemente con la recta horizontal $Nu/Nu_o = 1$, por lo cual concluimos que la ecuación (4-7) correlaciona los datos experimentales de manera satisfactoria en ese rango de números de Taylor. Puede inferirse de estos resultados que en las condiciones descritas la convección natural es el mecanismo preponderante de transmisión de calor.

5.2.3.2. Región supercrítica

De acuerdo con las figuras 5.9, 5.10 y 5.11, el comportamiento térmico de líquidos en la región supercrítica, puede ser descrito en términos de los parámetros adimensionales Nu/Nu_o y Ta/Ta_c , por una función de la forma:

///

$$\frac{Nu}{Nu_0} = f\left(\frac{Ta}{Ta_c}, Pr\right) \quad (5-6)$$

Dicha función debe reunir los siguientes requisitos:

- a) Ser creciente con Ta/Ta_c
- b) Tender a 1 para $Ta \rightarrow Ta_c$
- c) Representada en escala logarítmica, con Ta/Ta_c como variable independiente y el número de Prandtl como parámetro, para $Ta \gg Ta_c$, debe tender a rectas paralelas, cuya ordenada al origen sea creciente con el Prandtl.

Una función que cumple con las exigencias anteriores es:

$$\frac{Nu}{Nu_0} = \left(\frac{Ta}{Ta_c}\right)^{b_1} \exp\{b_2 Pr^{b_3} [1 - \left(\frac{Ta_c}{Ta}\right)^{b_4}]\} \quad (5-7)$$

La ecuación (5-7) fue propuesta para correlacionar los datos experimentales obtenidos en este estudio con líquidos, para $Ta > Ta_c$. Los datos de aire no fueron incluidos en principio, ya que no disponemos de resultados experimentales con ese fluido en la región de baja rotación.

///

Los parámetros b_1 , b_2 , b_3 y b_4 de la ecuación (5-7) fueron calculados mediante la subrutina NLMAX1 a la que se hizo referencia en el capítulo 4. Los resultados encontrados, que pueden ser consultados en la Tabla 5.2, dieron la siguiente correlación:

$$\frac{Nu}{Nu_o} = \left(\frac{Ta}{Ta_c}\right)^{0,178} \exp \{0,466 Pr^{0,167} [1 - \left(\frac{Ta_c}{Ta}\right)^{0,44}]\} \quad (5-8)$$

para $1 \leq \frac{Ta}{Ta_c} < 25$; $5 < Pr < 9500$; $20 < Gr < 5 \times 10^6$

$$\delta/R_1 = 3,052 \text{ y } 0,736$$

La ecuación (5-8) tiene una desviación standard de 4,58 en el valor del Nusselt, una desviación media de 9,2% y máxima de 34,3%; ajusta 81% de los datos con desviación menor que 15%. El ajuste puede visualizarse en las figuras 5.9, 5.10 y 5.11, en las que está representada la ecuación (5-8), con el valor medio del número de Prandtl para cada uno de los líquidos.

Quando se intentó aplicar la correlación (5-8) a los resultados con aire, se encontró que predecía valores de

///

TABLA 5.2

Correlación de los resultados en condiciones de convección combinada

$$\frac{Nu}{Nu_0} = \left(\frac{Ta}{Ta_c}\right)^{b_1} \exp\{ b_2 Pr^{b_3} [1 - \left(\frac{Ta}{Ta_c}\right)^{b_4}] \}$$

Parámetro	valor	Desviación standard del parámetro	
b ₁	0,178	0,06	
b ₂	0,466	0,20	
b ₃	0,167	0,03	
b ₄	0,44	0,10	
	1/δ	N	Nu _k
Relaciones geométricas	1,597	0,2467	2,1813
	6,623	0,576	1,3344
Intervalo utilizado	Ta _c ≤ Ta ≤ 5,6x10 ⁴ 5 < Pr < 9400		
desviación standard	4,58		
desviación media	9,2%		
desviación máxima	32,4%		

Nusselt entre 15% y 20% mayores que los observados. Esto se debe posiblemente a que en el cálculo son utilizadas las ecuaciones (4-7) para el Nu_0 y (5-4) para el Ta_c , cuya aplicabilidad no pudo ser verificada para aire, debido a que no disponemos de datos experimentales con dicho fluido a bajas rotaciones y en convección natural.

5.2.3.3. Correlación para $Ta > 4 Ta_c$

A pesar de que la correlación presentada en el punto anterior abarca todo el intervalo de $Ta > Ta_c$ observado experimentalmente en este estudio, resulta interesante disponer de una ecuación más simple aún cuando su rango de validez sea más restringido.

Como fue señalado en la sección 5.2.1, las curvas de las figuras 5.9, 5.10 y 5.11, a elevados valores del número de Taylor pueden aproximarse por rectas paralelas, cuya ordenada al origen depende del número de Prandtl. Además, si sustituimos Nu_0 y Ta_c por sus expresiones en función del Gr y del Pr , es fácil verificar que la influencia del número de Grashof en el Nusselt es muy pequeña a números de Taylor elevados. El exponente del Gr en el término

pré-exponencial es 0,02 y el término en que aparece restan-
do se hace muy pequeño en relación a 1.

Vimos que un límite aproximado, obtenido gráficamente
es $Ta = 4Ta_c$. Por lo tanto, para la región de flujo cuyo
límite inferior está dado por la condición anterior, en
que los efectos de convección natural son menos importan-
tes, fue propuesta la siguiente dependencia funcional:

$$\frac{Nu}{Nu_k} = f(Ta, Pr, \frac{\delta}{R_1}) \quad (5-9)$$

para los cuatro líquidos estudiados y el aire.

De la comparación de los datos con agua en las dos
geometrías utilizadas, se deduce que la influencia de δ/R_1
puede incluirse en un número de Taylor modificado

$$Ta' = Re \frac{\delta}{R_1} \quad (5-10)$$

y se propone la correlación

$$\frac{Nu}{Nu_k} = a Ta'^b Pr^c \quad (5-11)$$

///

Un análisis de regresión en las tres variables (Nu, Ta' y Pr) dio como resultado la ecuación

$$\frac{Nu}{Nu_k} = 0,442 Ta'^{0,316} Pr^{0,27} \quad (5-12)$$

válida para $4Ta_c < Ta < 5,6 \times 10^4$; $0,7 < Pr < 2300$

$$\delta/R_1 = 3,052 \text{ y } 0,736$$

La ecuación (5-12) ajusta los datos experimentales con una desviación standard de 5,01, media de 9,9% y máxima de 29,5%; el 78% de los datos experimentales tiene una desviación menor que 15%. En la figura 5.12 está representada la ecuación (5-12) junto con los datos experimentales para $Ta > 4Ta_c$.

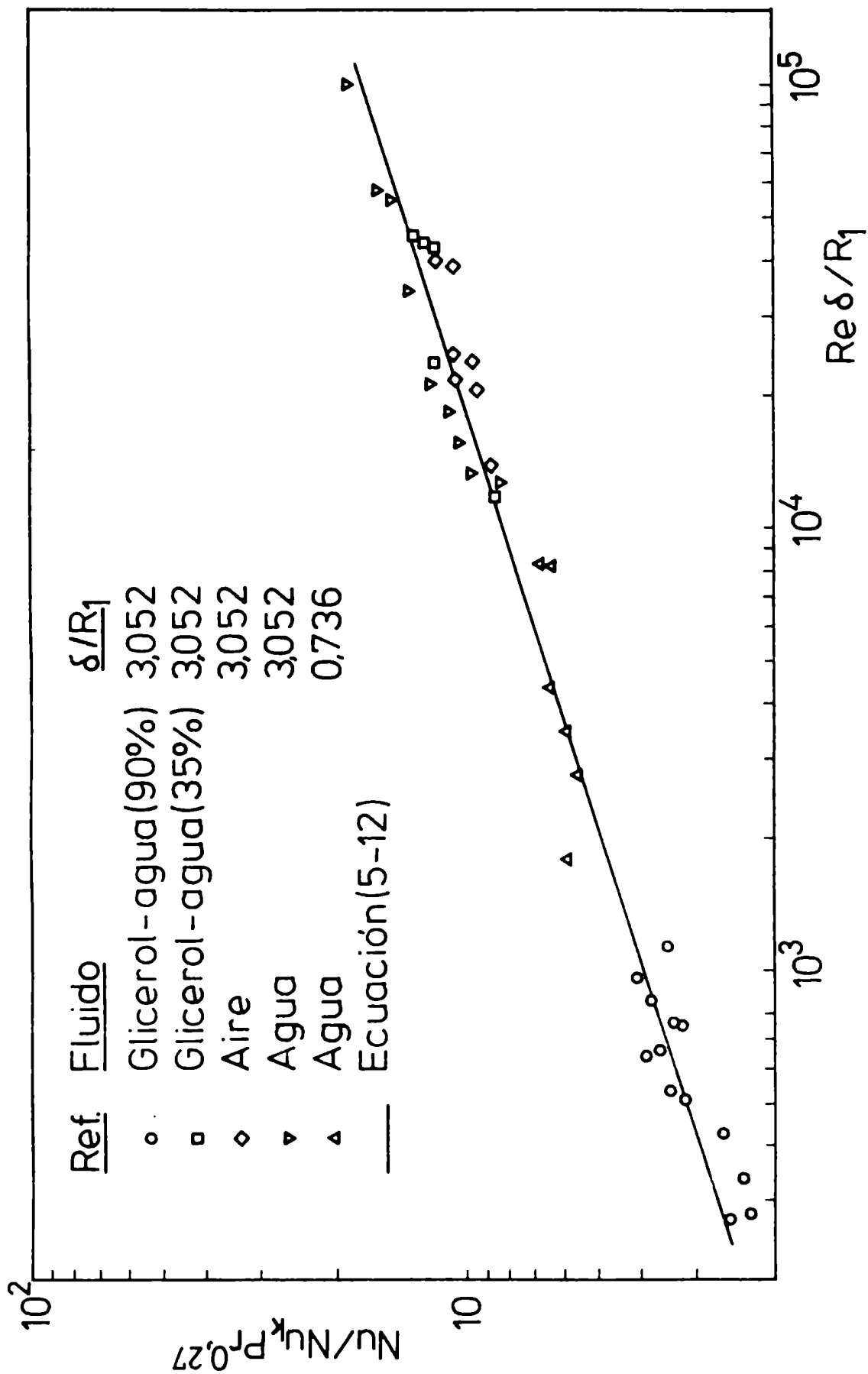


Figura 5.12: Correlación para números de Taylor elevados

5.3. Discusión de los resultados

Como se vio en el capítulo 1, existen varias ecuaciones analíticas y experimentales para la transferencia de calor entre cilindros rotatorios concéntricos, que permiten calcular el número de Nusselt en función del Taylor y del Prandtl en la región de flujo laminar con vórtices. En algunos casos (Tachibana, Fukui y Mitsumura, 1959) el rango de validez se extiende hasta valores del Taylor del orden de 5×10^4 . A pesar de que en algunos de los estudios se observó convección natural a bajas rotaciones (Tachibana, Fukui y Mitsumura, 1959; Aoki, Nohira y Arai, 1967), ninguno de estos trabajos incluyó el efecto de convección natural en sus correlaciones.

La forma de las curvas Nu vs Ta (figuras 5.6, 5.7 y 5.8) obtenidas en el presente trabajo, es semejante a las encontradas en otros estudios sin convección natural, tanto en cilindros horizontales como verticales. Se observó en dichos estudios que, en ausencia de convección natural, el número de Nusselt normalizado con el Nu_k es constante e igual a 1 a bajas rotaciones, lo cual indica que el flujo es laminar y el mecanismo de transferencia es por con-

ducción pura. A partir de un cierto valor del número de Taylor (Taylor crítico), que sólo depende de la geometría del sistema cuando no hay efectos térmicos, el Nusselt es una función creciente del número de Taylor.

Aoki, Nohira y Arai (1967), quienes trabajaron en condiciones en las que existía convección natural con los cilindros horizontales estáticos (Nusselt normalizado > 1), observaron que dicho efecto desaparecía a medida que se incrementaba la velocidad de rotación del cilindro interior, obteniendo para el Nusselt el valor correspondiente a conducción pura. Esto puede explicarse porque los efectos gravitacionales eran pequeños, con un Nusselt normalizado aproximadamente igual a 2 cuando el cilindro interior estaba quieto. Sin embargo en las mediciones de aquellos autores con alcohol isobutílico, en que los efectos de convección natural eran algo mayores ($2 < Nu/Nu_k < 3$), dichos efectos persistían a velocidades rotacionales relativamente grandes, hasta el valor de transición. De todos modos, en esas condiciones, según los resultados informados por Aoki, Nohira y Arai (1967) el punto de transición no fue afectado. Esto se explica porque, aún en este último caso, los efectos de convección natural eran poco im-

portantes.

Tachibana, Fukui y Mitsumura (1959) también observaron influencia de convección natural a bajas rotaciones con "spindle oil" y "mobil oil" como fluidos de trabajo. Los valores de Nu para estas condiciones se encontraban entre 3-5 y 1,2-3 respectivamente. El valor de transición en estos casos tampoco se vio afectado por los efectos térmicos, ocurriendo a $Ta = 41,2$.

En los dos trabajos que acabamos de comentar, los cilindros estaban en posición horizontal y la separación entre rotor y estator era pequeña. Singh y Mishra (1980) estudiaron la disolución de sólidos desde un cilindro vertical rotatorio a líquidos contenidos en un recipiente de diámetro mucho mayor. Estos autores observaron que a bajas rotaciones el número de Sherwood basado en el diámetro del rotor era independiente del Reynolds y su valor (entre 10 y 70 dependiendo del sistema) correspondía al de convección natural. Encontraron que el valor del Reynolds de transición depende del Grashof y del Schmidt, pero en cambio no observaron influencia de la convección natural en la transferencia de materia en condiciones supercríticas.

En nuestras experiencias, en las cuales el número de

Nusselt normalizado con Nu_k , medido con el rotor estático, se encuentra entre 5 y 13, sería previsible suponer que los efectos de convección natural mostrarían una influencia considerable en el comportamiento fluidodinámico y térmico. Este hecho fue corroborado experimentalmente, tal como puede verse en las figuras 5.6 a 5.8, en las que se ve que el valor del Nu a bajas rotaciones es el correspondiente a convección natural. Vimos también que la transición es afectada por los efectos gravitacionales y además, en contraposición con las observaciones de los autores citados anteriormente, los efectos de convección natural persisten aún en condiciones supercríticas.

Como se vio en el capítulo 1, en ausencia de efectos térmicos, gravitacionales y centrífugos, la transición de flujo laminar a laminar con vórtices, sólo depende de la geometría del sistema y el valor del Taylor crítico está dado por la ecuación (1-11). Cuando los efectos térmicos centrífugos son importantes pero la convección natural es despreciable, el Taylor crítico está determinado además por el parámetro T (ecuación (1-13)) que caracteriza la situación de flujo en esas condiciones. Los valores de T corres-

pendientes a nuestras experiencias fueron calculados; los mismos son:

Fluido	T(valores negativos)
Agua	0,01-0,025
Aire	0,28-0,38
Sol.glicerol-agua 35%	0,14-0,31
Sol.glicerol-agua 90%	11,5-31,5
Dow Corning 200	540-730

De los valores tabulados se ve que el valor absoluto de T es pequeño para agua, moderado para aire y soluciones de glicerol en agua al 35% y muy elevado en el caso de solución de glicerol en agua al 90% y Dow Corning. De acuerdo con las consideraciones anteriores y los valores observados del parámetro T, si hiciéramos abstracción por un momento del efecto del empuje gravitatorio, esperaríamos que en nuestras experiencias, en las que el gradiente radial de temperatura es negativo, el flujo laminar permanecería estable a valores elevados de rotación. Por otro lado, de acuerdo con los estudios de estabilidad previamente citados (Walowit, Tsao y Diprima (1964); Chandrasekhar

y Elbert (1962); Butler y Mckee (1970)), el flujo es menos estable cuanto mayor la separación entre los cilindros, lo que produciría un efecto contrario al efecto térmico centrífugo, ya que en nuestro caso dicha dimensión es grande.

Además la situación de flujo en nuestras experiencias es más complicada, por el hecho de que en realidad los efectos gravitacionales sí son importantes. Como se vio en el capítulo anterior, en ausencia de rotación, el régimen de flujo para los valores del número de Rayleigh encontrados en nuestras experiencias está caracterizado por la presencia de uno o más vórtices, existiendo un flujo ascendente junto al cilindro interior y descendente junto al cilindro exterior, debido a la convección natural. El hecho de que la superposición de rotación a velocidades subcríticas no altera la transferencia de calor, es indicativo de que el esquema de flujo secundario es básicamente el mismo que en convección natural sin rotación. Los perfiles radiales de temperatura observados confirman esta hipótesis. A velocidades supercríticas, la rotación induce la formación de vórtices secundarios iniciadores de turbulencia, junto al cilindro interior, aumentando por lo tanto la velocidad de transferencia de calor.

///

Un análisis exacto de la región de transición con convección combinada es complejo. En diversos estudios de convección natural y forzada combinadas se han presentado criterios para delimitar regiones de flujo en que los efectos de flotación son predominantes o ausentes. Entre ambas regiones debe considerarse la situación de convección combinada. Como se vio en la Introducción, el criterio para establecer el efecto predominante está dado por:

$$\frac{Re}{Gr^n} = \epsilon \quad (5-13)$$

donde n, aún para sistemas bien diferentes, se encuentra generalmente en torno a 0,5. Los valores informados para n en la bibliografía van desde 1/3 (Collis y Williams, 1959) para alambres largos y finos; 0,4 (Mori, 1962) para placa horizontal; 0,5 (Sparrow y Greg, 1959) para placa vertical; 0,5 (Humprey y Jacobs, 1981) para una cavidad en un canal inclinado; 0,4 (Yousef y Tarasuk, 1982) para un tubo horizontal isotérmico. El exponente del Grashof calculado a partir de los resultados experimentales del pre-

///

sente trabajo (ver ecuación(5-4)) es 0,46, valor próximo a los mencionados anteriormente para otros sistemas.

Refiriéndonos específicamente a la transferencia desde cilindros rotatorios, vemos que las ecuaciones propuestas por diferentes autores para la dependencia del Reynolds de transición con el número de Grashof y el Prandtl (o Schmidt), no son coincidentes. Singh y Mishra (1980) comparan sus resultados de transferencia de materia desde un cilindro vertical rotante para varios sistemas sólido-líquido ($400 < Sc < 31000$) y naftaleno-aire ($Sc = 2,4$) con los de Anderson y Saunders (1953) de transferencia de calor desde un cilindro horizontal rotando en aire y con los de Seban y Johnson (1958), también para cilindro horizontal. Singh y Mishra (1980), encontraron que el Reynolds crítico es proporcional a $Gr^{0,29}$ para $(Gr Sc \frac{2R_1}{1})$ mayores que 100 y proporcional a $Gr^{0,185}$ para $(Gr Sc \frac{2R_1}{1})$ menor que 100. Anderson y Saunders (1953) dan el valor 0,5 como exponente del Grashof en su expresión para el Reynolds crítico y Seban y Johnson, 0,137. Nuestros resultados en ese sentido son próximos a los de Anderson y Saunders.

Para la dependencia del Re crítico o Ta_c con el núme-

///

ro de Prandtl o Schmidt, también hay divergencias. De acuerdo con la ecuación (5-4) el Ta_c en nuestras experiencias es creciente con el Pr. En los tres trabajos citados anteriormente, en cambio, el Re_c es proporcional a $1/Pr^b$ o $1/Sc^b$, con b igual a 0,5 según Anderson y Saunders (1953) e igual a 0,137, para Seban y Johnson (1958). En las ecuaciones propuestas por Singh y Mishra (1980) hay aparentemente un error en el exponente del número de Sc, ya que de acuerdo con el criterio utilizado por dichos autores, debería ser de -0,247 y -0,218 para $(Gr Sc \frac{2R_1}{l})$ mayor o menor que 100 respectivamente, mientras que en las ecuaciones (3) y (4) del artículo referenciado, el Sc aparece elevado a -0,121 y -0,133.

Las diferencias entre las correlaciones propuestas por diversos autores, para el Reynolds de transición, atribuibles en parte a las situaciones disímiles en relación a los sistemas estudiados y en particular a la posición del cilindro rotante, creemos que también pueden deberse a los criterios utilizados para establecer el Reynolds crítico. Las ecuaciones de Singh y Mishra (1980) fueron obtenidas igualando las expresiones para el número de

Sherwood correspondientes a convección natural y forzada, mientras que Anderson y Saunders (1953) estimaron que la transición ocurre cuando la velocidad periférica del cilindro iguala la velocidad máxima que ocurriría para convección libre con el cilindro quieto. El criterio utilizado en el presente trabajo es que la transición está dada por el valor del número de Taylor a partir del cual el Nusselt se torna función de la velocidad de rotación.

Debido a que en nuestro caso, el efecto de convección natural se traduce en un flujo axial ascendente junto al cilindro interior y descendente junto al cilindro exterior, resulta interesante comparar nuestros resultados con los encontrados en la bibliografía para el sistema de cilindros concéntricos con el interior rotando y flujo axial laminar sobreimpuesto. Fue observado experimentalmente que la presencia de un flujo axial laminar, sobreimpuesto al flujo rotacional, tiene un efecto estabilizante (Goldstein (1937); Gazley (1958); Kaye y Elgar (1958); Simmers y Coney (1979); Couret y Legrand (1981)). Con los valores experimentales de Simmers y Coney (1979), Couret y Legrand (1981) encontraron la siguiente relación entre el número de Taylor en que comienza el régimen laminar con vórtices

y el número de Reynolds basado en la velocidad media axial:

$$Ta_c = 13,105 Re_a^{0,455} \quad (5-14)$$

A pesar de que los fenómenos son aparentemente diferentes, ya que además de superponer flujo axial laminar Simmers y Coney (1979) utilizaron una relación de radios próxima a 1 y calentaban el cilindro exterior manteniendo el interior adiabático, en nuestro caso también existe flujo axial junto a los cilindros debido a los efectos de convección natural. El exponente del Grashof en la ecuación (5-4) presenta una notable concordancia con el exponente del Reynolds axial en la ecuación (5-14), indicando que el número de Grashof juega un rol semejante al número de Reynolds axial, en el sentido de que ambos son representativos de la velocidad de flujo, el primero para convección natural y el segundo para forzada.

El comportamiento atípico encontrado a partir de los resultados con Dow Corning en la región próxima a la transición, puede compararse con lo observado por Aoki, Nohira y Arai (1967), quienes informaron una disminución de la transferencia de calor a los niveles de conducción pura a

///

bajas velocidades de rotación. Para explicar este comportamiento del Dow Corning, sugerimos dos hipótesis posibles:

- a) Por un lado, el elevado valor absoluto del parámetro T , que como se vio más arriba es del orden de -600 . El valor negativo tan elevado de este parámetro, es indicativo de la estabilización de flujo provocada por el gradiente radial de temperatura, presentando una estratificación estable en el campo centrífugo. Nótese que en el mínimo de la curva Nu vs Ta la aceleración centrífuga junto al cilindro interior es de $1 g$. Esta estratificación estable inhibiría la circulación debida a la convección natural, resultando por lo tanto una transferencia de calor menor que sin rotación. Sin embargo, a medida que se incrementa la velocidad de rotación, el efecto de mezclado tiende a compensar dicho efecto inhibidor provocando un aumento del número de Nusselt.
- b) Otro efecto que podría estar actuando concomitantemente con el anterior, es el de disipación viscosa, debido a la elevada viscosidad del Dow Corning, del orden de 10 poise. Las fuerzas viscosas constituyen una fuente de generación de calor, cuyo resultado, análogamente

///

al efecto discutido anteriormente, sería disminuir el número de Nusselt en relación al caso sin rotación.

Según Gray y Giorgini (1976) y Joshi y Gebhart (1981), el criterio para despreciar los términos de disipación viscosa en la ecuación de energía es:

$$\text{Pr} \frac{\beta g L}{C_p} < 0,1 \quad (5-15)$$

El grupo adimensional de la expresión (5-15) calculado para la situación que estamos analizando (aproximadamente 1 g en el mínimo de la curva) tiene un valor de $3,6 \times 10^{-3}$, que evidentemente es menor que 0,1. Sin embargo, para tener una estimación de la influencia en la transferencia de calor, comparamos los valores del Nusselt para conducción pura con y sin disipación viscosa. Encontramos que el valor del número de Brinkman para Dow Corning, en las proximidades del mínimo de la curva, es de 0,026, al cual corresponde un número de Nusselt de conducción igual a 2,06, 6,5% inferior al calculado sin disipación viscosa. Estos valores representan una influencia considerable, al menos en esas condiciones.

En resumen, consideramos que los dos efectos discutidos pueden ser responsables de la disminución observada en el número de Nusselt.

Vimos que el Dow Corning presenta dos transiciones: una correspondiente al mínimo de la curva Nu vs Ta , cuya ubicación guarda relación con la observada para los fluidos menos viscosos. Dicha relación se manifiesta a través de la ecuación (5-4), que predice el valor del número de Taylor a partir del cual el Nusselt se hace creciente con este parámetro y que convinimos en llamar Taylor crítico. La segunda transición se manifiesta por un cambio en la pendiente de la curva, con una variación más pronunciada del Nu con el Ta , ocurre a $Ta = 185$. La segunda transición con Dow Corning también se relaciona con el Taylor crítico de los otros fluidos, ya que en ambos casos éste es el punto en que el Nusselt pasa a tener valores mayores que los correspondientes a convección natural. Esta segunda transición es la que se utilizó en la correlación generalizada dada por la ecuación (5-8).

La validez de la ecuación (5-4) para predecir el Taylor crítico queda confirmada por la posibilidad de correlacionar los resultados para los diferentes fluidos,

utilizando un Taylor normalizado con dicho valor, como se aprecia por la correlación generalizada, que ajusta de manera adecuada nuestros datos experimentales.

5.4. Comparación con otros autores

En el capítulo 1 fueron presentadas correlaciones analíticas y experimentales que relacionan el número de Nusselt con el Taylor y el Prandtl para las diversas regiones de flujo.

Una expresión simplificada, para regiones no demasiado próximas a la transición en la forma

$$\text{Nu} = a \text{Ta}^b \text{Pr}^c \quad (5-16)$$

fue propuesta por la mayoría de los autores, con b igual a $\frac{1}{2}$ y c entre $\frac{1}{4}$ y $\frac{1}{3}$. La correlación encontrada en el presente trabajo para $\text{Ta} > 4\text{Ta}_c$ prevé una menor dependencia con el número de Taylor, con b igual a 0,316, pero concuerda en el exponente del número de Prandtl, que según nuestros resultados es igual a 0,27.

Ho, Nardacci y Nissan (1964), quienes consideraron el efecto del número de Grashof en su correlación, propusieron la ecuación semiempírica (1-17). De acuerdo con dichos autores, el exponente del Taylor depende de los valores del Pr y Gr proponiendo para el valor de b de la ecua-

///

ción (5-16) la relación $(Pr/Gr)^{0,16}$. El valor del exponente b en nuestras experiencias, calculado según esta última relación, dependería por lo tanto del fluido. Dicho valor está comprendido entre 0,15 para aire y 2,6 para el Dow Corning. Estas previsiones están de acuerdo con nuestros resultados en términos cualitativos en la región muy próxima al Taylor de transición, en el sentido de que la pendiente de las curvas aumenta con el número de Prandtl y disminuye con el Grashof, sin embargo, hay discrepancias cuantitativas en relación a nuestras observaciones, posiblemente debido a la influencia de la convección natural en nuestros datos en la región supercrítica. Ho, Nardaci y Nissan (1964) no observaron convección natural a bajas rotaciones sino que el valor de Nu/Nu_k encontrado por dichos autores en la región subcrítica fue igual a 1. Además, la correlación de dichos autores corresponde a rectas de diferente inclinación en representación logarítmica, mientras que para nuestras observaciones, se obtienen curvas en la región supercrítica y la ecuación potencial semejante a la (5-16) puede aplicarse en la región $Ta/Ta_c > 4$ con exponente del Taylor igual a 0,316 para todos los flui-

dos.

En la figura 5.13 están comparados nuestros resultados con los de otros cinco autores. La forma de representación adoptada es la propuesta por Tachibana, Fukui y Mitsumura (1959): $Nu/Pr^{1/4}$ vs Ta^2 . Las referencias a la figura 5.13 se encuentran en la Tabla 5.3. La correlación de Couret y Legrand (1980) para transferencia de materia fue representada en la misma figura, con el coeficiente corregido para tener en cuenta la diferencia en el exponente del Schmidt.

Se observa en la figura 5.13 que, a pesar de las diversas condiciones operacionales, sobre todo en lo que respecta a la separación entre los cilindros, los puntos de los distintos autores y los propios tienden a coincidir con la correlación de Tachibana, Fukui y Mitsumura (1959) a valores elevados del número de Taylor. Nótese también la concordancia de los resultados del presente trabajo para solución de glicerol-agua 90% ($Pr \approx 2000$) con la correlación de Couret y Legrand (1980) ($Sc \approx 2300$) y con los datos de Gazley (1958) correspondientes a aire con δ/R_1 igual a 0,095.

La dispersión de los resultados a bajos números de

///

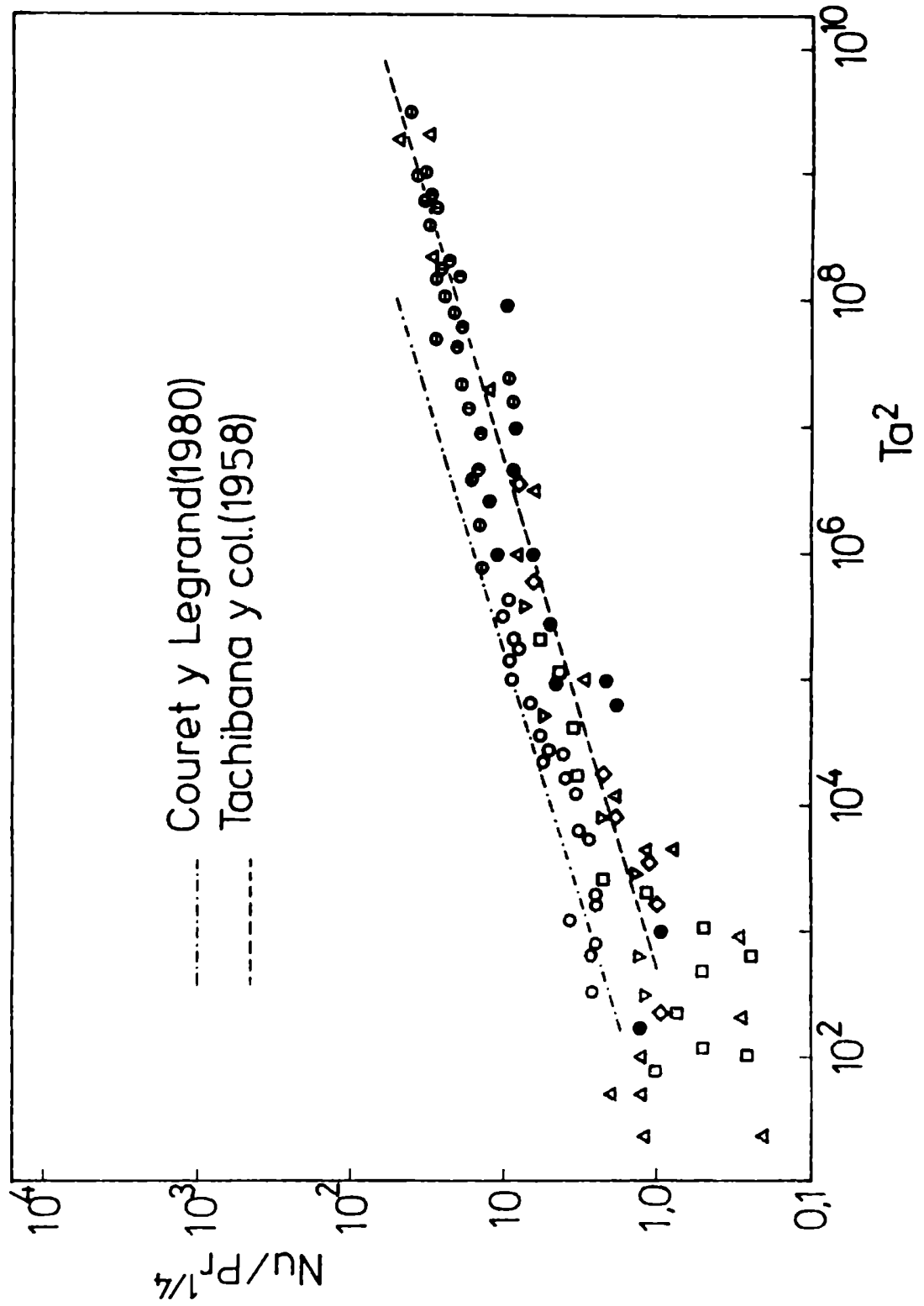


Figura 5.13: Comparación de los resultados con otras correlaciones

Referencias a la figura 5.13

Comparación con resultados de otros autores

Autor	Símbolo	Pr	δ/R_1	Correlación
Bjorklun y Kays (1959) (horizontal)	◇	0,7	0,054-0,246	$\frac{Nu}{Nu_k} = 0,175 Ta^{\frac{1}{2}}$ $90 \leq Ta \leq 2000$
Gazley (1958) (horizontal)	▽	0,7	0,0068-0,095	—
Tachibana y col. (1959) (horizontal)	△	160; 1500; 0,7	0,033-0,916	$Nu = 0,21 Ta^{\frac{1}{2}} Pr^{\frac{1}{4}}$ $41 \leq Ta \leq 4.5 \times 10^4$
Aoki y col. (1967) (horizontal)	□	0,7; 4,5; 45; 160	0,052-0,132	$\frac{Nu}{Nu_k} = 0,22 Ta^{\frac{1}{2}} Pr^{1/3}$ $71 \leq Ta \leq 447$
Couret y Legrand (1980) (vertical)	---	Sc 1380	0,071-0,4286	$Sh = 0,262 Ta^{\frac{1}{2}} Sc^{1/3}$ $2,2 \times 10^4 \leq Ta \leq 1.6 \times 10^7$

(continuación)

Autor	Símbolo	Pr	δ/R_1	Correlación
Este trabajo	O	2000	3,052	
(vertical)	⊗	9300	3,052	$\frac{Nu}{Nu_k} = 0,442 Ta^{0,316} Pr^{0,27}$
	⊕	5	0,736	
	⊖	7	3,052	
	⊙	20	3,052	$4 Ta_C \leq Ta \leq 5.6 \times 10^4$
	●	0,7	3,052	

Taylor es inherente a la forma de representación y diversidad de condiciones, ya que se trata de fluidos con diferentes valores del número de Prandtl y al hecho de que a bajas rotaciones el Nusselt tiende a Nu_k o al Nusselt de convección natural, según los casos.

Las correlaciones publicadas para transferencia de materia desde cilindros rotatorios (Eisenberg, Tobias y Wilke, 1955; Sherwood y Ryan, 1959; Trabucchi, 1963; Singh y Mishra, 1980), con los números de Sherwood y Reynolds basados en el diámetro del rotor, predicen en general valores de Sh superiores a los de Nu observados en el presente trabajo. El exponente del Re en esas correlaciones se encuentra entre 0,6 y 0,8. Una excepción la constituye la correlación de Couret y Legrand (1980), que como vimos anteriormente coincide con nuestros resultados de solución de glicerol en agua al 90%. Las discrepancias observadas se explican por el hecho de que la situación en transferencia de materia es algo diferente, ya que la pared del cilindro exterior es en general impermeable al soluto, correspondiendo una situación análoga la transmisión de calor con estator adiabático, mientras que en el presente estudio, el cilindro exterior es isotérmico.

Para la transferencia de calor en la región supercrítica fueron presentadas en la introducción ecuaciones teóricas obtenidas por el método de pequeñas perturbaciones y analogías (Ho, Nardacci y Nissan, 1964; Aoki, Nohira y Arai, 1967), para Prandtl igual a 1 (ecuación (1-19) y para Pr diferente de 1 (ecuaciones (1-20) y (1-22)). Estas ecuaciones, cuya aplicación está limitada a la proximidad del punto de transición son válidas para separaciones entre los cilindros pequeñas ($\delta/R_m \rightarrow 0$) y en ausencia de efectos de convección natural. No son aplicables por lo tanto a los casos estudiados en el presente trabajo. Vimos que en la región supercrítica los efectos gravitacionales y centrífugos están acoplados y la transferencia de calor no puede ser obtenida como una simple adición de ambas contribuciones. La ecuación empírica generalizada (5-8), obtenida a partir de nuestras mediciones, contiene el efecto de convección natural explícitamente en el Nu_0 e implícitamente en el Ta_c . Sin embargo, guarda cierta analogía con las ecuaciones teóricas citadas a través del término $[1 - (Ta_c/Ta)^n]$, que en aquellas aparece sumando al término de conducción pura con n igual a 2 y en nuestra correlación se encuentra en el término exponencial con n igual a 0,44.

6. CONCLUSIONES

Fue estudiada experimentalmente la transferencia de calor entre cilindros concéntricos verticales en condiciones de convección natural y rotacional combinadas.

Los resultados obtenidos fueron los siguientes:

- 1) Se observó que para bajas velocidades de rotación, el mecanismo predominante de transferencia de calor es por convección natural. Para velocidades superiores al valor crítico, los efectos rotacionales se superponen a los gravitatorios, resultando una situación de convección combinada. Se encontró que el criterio para la transición de un régimen a otro está dado por el valor del número de Taylor crítico, que depende del Grashof y del Prandtl según la ecuación

$$Ta_c = 2,523 Gr^{0,46} Pr^{0,14}$$

para el rango

$$24 < Gr < 1,4 \times 10^6 \quad ; \quad 5,2 < Pr < 6,6$$

- 2) Para $Ta < Ta_c$, incluyendo el caso en que no hay rotación

///

(Ta = 0), se obtuvo la ecuación empírica

$$\frac{Nu}{Nu_k} = 2,562 Ra^{0,108} \left(\frac{Pr}{L}\right)^{0,216} \exp[-0,505 Pr^{0,170}]$$

que ajusta los datos experimentales con una desviación media de 7,2% en el intervalo

$$22 < Gr < 5 \times 10^6; 5 < Pr < 9330; L = 1,597 ; 6,623$$

- 3) En condiciones supercríticas, con convección natural y rotacional combinadas, los datos experimentales se correlacionan por la ecuación generalizada

$$\frac{Nu}{Nu_o} = \left(\frac{Ta}{Ta_c}\right)^{0,178} \exp\{ 0,466 Pr^{0,167} [1 - \left(\frac{Ta}{Ta_c}\right)^{0,44}] \}$$

para

$$1 < \frac{Ta}{Ta_c} < 25 ; 5 < Pr < 9500 ; 20 < Gr < 5 \times 10^6$$

con una desviación media de 9,2%. El valor de Nu_o es el correspondiente a convección natural.


///

- 4) Una ecuación simple fue propuesta para la región con $Ta > 4Ta_c$, basada en un número de Taylor modificado:

$$\frac{Nu}{Nu_k} = 0,442 (Ta')^{0,316} Pr^{0,27}$$

válida para $4Ta_c \leq Ta \leq 5.6 \times 10^4$ y $0,7 \leq Pr \leq 2300$, con desviación media de 9,9%.

Se observó que a valores elevados del número de Taylor, en que los efectos de convección natural son menos importantes, los valores de Nusselt tienden a aproximarse a los resultados obtenidos por otros investigadores.



Bibliografía

Al-Arabi, M. y Khamis, M., 1982.

Natural convection heat transfer from inclined cylinders. Int. J. Heat Mass Transfer, vol 25 pp 3-15.

Anderson, J.T. y Saunders, O.A., 1953.

Convection from an isolated horizontal cylinder rotating about its axis. Proc. Roy. Soc. London, A-217 pp 555-562.

Aoki, H., 1971.

Comunicación personal a José María Bados.

Aoki, H., Nohira, H. y Arai, H., 1967.

Convection heat transfer in an annulus with an inner rotating cylinder. Bull. Jap. Soc. Mech. Engrs., vol 10 pp 523-531.

Azize, C.A., 1966.

Tecnología de sistemas discontinuos sólido-fluido. La transferencia de cantidad de movimiento entre cilindros coaxiales rotantes. Tesis doctoral, Universidad de Buenos Aires.

Batchelor, G.K., 1954.

Heat transfer by free convection across a closed cavity between vertical boundaries at different temperatures. Q.Appli. Math., vol 12 pp 209-233.

Bates, O.K., 1936.

Binary mixtures of water and glycerol. Ind. Engng. Chem., vol 28 p 499.

Bjorklund, I.S. y Kays, W.M., 1959.

Heat transfer between concentric rotating cylinders. Trans. ASME, J. Heat Transfer, vol 81 pp 175-186.

Boussinesq, J. 1903.

Theorie analitique de la Chaleur. vol II. Gauthier-Villars.

Brewster, D.B., Grossberg, P. y Nissan, H., 1959.

The stability of viscous flow between horizontal concentric cylinders. Proc. Roy. Soc. London, A-251 pp 76-91.

Bushán, R., Keyhanni, M., Christensen, R.N. y Kulacki, F.A., 1983.

Correlations for convective heat transfer in vertical an annular gas layers with constant heat flux on the inner wall. J. Heat Transfer, vol 105 pp 910-912.

Butler, H.W. y Mckee, D.E., 1970.

A variational solution to the Taylor stability problem based upon non-equilibrium thermodynamics. Int. J. Heat Mass Transfer, vol 13 pp 43-54.

Coëuret, F. y Legrand, J., 1980.

Mass transfer at the walls of a Couette-type cell with small gaps in the laminar vortex regime. J. Appl. Electrochem., vol 10 pp 785-788.

Coëuret, F. y Legrand, J., 1981.

Mass transfer at the electrodes of concentric cylindrical reactors combining axial flow and rotation of the inner cylinder. Electroch. Acta, vol 26 pp 865-872.

Collis, D.C. y Williams, M.J., 1959.

Two dimensional convection from heated wire at low Reynolds number. J. Fluid Mech., vol 6 p 357.

Cornish, R.J., 1933.

Flow of water through fine clearances with relative motion of the boundaries. Proc. Roy. Soc. London, A-165 pp 513-517.

Coutte, M., 1890.

Etudes sur le frottement des liquides. Ann. Chim.
Phys., vol 21 pp 433-510.

Chandrasekhar, S., 1958.

The stability of viscous flow between rotating
cylinders. Proc. Roy. Soc. London, A-246 pp 301-311.

Chandrasekhar, S. y Elbert, D., 1962.

The stability of viscous flow between rotating
cylinders II. Proc. Roy. Soc. London, A-268 pp 145-152.

D'ans, J. y Iax, E., 1943.

Taschenbuch fur Chemiker und Physiker. Springer,
Berlin.

Di Prima, R.C. y Rogers, E.H., 1969.

Computing problems in non linear hydrodynamics
stability. The Physics of Fluids, Supplement II pp
155-164.

Donnelly, R.J. 1958.

Experiments on the stability of viscous flow between
rotating cylinders, I Torque measurements. Proc. Roy.
Soc. London, A-246 pp 312-325.

Donnelly, R.J. y Simon, N.J., 1960.

An empirical torque relation for supercritical flow between rotating cylinders. J. Fluid Mech., vol 7 pp 401-418.

Duxbury, D., 1972.

An interferometric study of natural convection in enclosed plane air layers. M Sc. Thesis, University of Salford.

Eckert, E.R.G. y Carlson, W.O., 1961.

Natural convection in a layer enclosed between two vertical plates with different temperatures. Int. J. Heat Mass Transfer, vol 2 pp 106-120.

Eckert, E.R.G. y Drake, R.M. Jr., 1972.

Analysis of heat and mass transfer. Mc Graw Hill Kogakusha, Tokyo.

Eisenberg, M., Tobias, C.W. y Wilke, C.R., 1955.

Mass transfer at rotating cylinders. Chem. Eng. Progr. Symp. Ser., vol 51 pp 1-16.

Elder, J.W., 1965.

Laminar free convection in a vertical slot. J. Fluid Mech., vol 23 pp 77-98.

Elenbaas, W., 1948.

The dissipation of heat by free convection from vertical and horizontal cylinders. J. Appl. Phys., vol 19 pp 1148-1154.

El-Shaarawi, M.A.I. y Sarhan, A., 1982.

Combined forced-free laminar convection in the entry region of a vertical annular with a rotating inner cylinder. Int. J. Heat Mass Transfer vol 25 pp 175-185.

Gazley, C. Jr., 1958.

Heat transfer characteristics of the rotational and axial flow between concentric cylinders. Trans. ASME vol 80 pp 79-80.

Goldstein, S., 1937.

The stability of viscous fluid flow between rotating cylinders. Cambridge Phil. Soc. vol 33 pp 41-61.

Gray, D.D. y Giorgini, A., 1976.

The validity of the Boussinesq approximation for

liquids and gases. Int. J. Heat Mass Transfer, vol 19
pp 545-551.

Haas, F.C. y Nissan, A.H., 1961.

Experimental heat transfer characteristics of a liquid
in Couette motion and with Taylor vortices. Proc.
Roy. Soc. London, A-261 pp 215-226.

Hagerty, W.W., 1950.

Use of an optical property of glycerine-water
solutions to study viscous fluid flow problems. Trans.
ASME J. Appl. Mech., vol 72 pp 54-58.

Ho, C.Y., Nardacci, J.L. y Nissan, A.H., 1964.

Heat transfer characteristics of fluids moving in a
Taylor system of vortices. AIChE J. vol 10(2) pp 194-202.

Humphrey, J.A.C. y Jacobs, E.W., 1981.

Free-forced laminar flow convective heat transfer from
a square cavity in a channel with variable inclination.
Int. J. Heat Mass Transfer, vol 24 pp 1589-1597.

Jakob, M., 1964.

Free heat convection through enclosed plane gas layers.

J. Heat Transfer, vol 68 pp 189-193.

Jones, I.P., 1979.

A comparison problem for numerical methods in fluid dynamics, the "double glazing" problem. Numerical Methods in Thermal Problems, Lewis y Morgan Edts. pp 338-348, Pineridge Press, Swansea UK.

Jones, I.P., 1979b.

A numerical study of natural convection in an air filled cavity: comparison with experiment. Numerical Heat Transfer, vol 2 pp 193-213.

Joshi, Y. y Gebhart, B., 1981.

Effect of pressure stress work and viscous dissipation in some natural convection flows. Int. J. Heat Mass Transfer, vol 24 pp 1577-1588.

Kataoka, K., Doi, H. y Komai, T., 1977.

Heat/Mass transfer in Taylor vortex flow with constant axial flow rate. Int. J. Heat Mass Transfer, vol 20 p 57.

Kataoka, K. y Takigawa, T., 1981.

Intermixing over cell boundary between Taylor vortices.
AIChE J. vol 27(3) pp 504-508.

Kaye, J. y Elgar, E.C., 1958.

Modes of adiabatic and diabatic fluid flow in an
annulus with an inner rotating cylinder. Trans. ASME,
vol 80 pp 753-765.

Kraussold, H., 1934.

Wärmeabgabe von zylindrischen flüssigkeitschichten
bei natürlicher konvektion. Forschung auf dem Gebiete
des Ingenieurwesens Bd 5, Heft 4 pp 186-191.

Legrand, J., Dumargue, P. y Coeuret, F., 1980.

Overall mass transfer to the rotating inner electrode
of the concentric cylindrical reactor with axial flow.
Electrochim. Acta, vol 25 pp 669-673.

Mallinson, G.D. y de Vahl Davis, G., 1977.

Three dimensional natural convection in a box: a
numerical study. J. Fluid Mech., vol 83 pp 1-31.

Mori, Y., 1962.

Buoyancy effects in forced laminar convection flow
over a horizontal flat plate. Trans. ASME J. Heat

Transfer, vol 82 pp 479-482.

Mori, Y. y Kurosaki, Y., 1966.

Heat transfer by radiation and other transport mechanism. Bull. of JSME vol 9(35) pp 560-572.

Mynett, J.A. y Duxbury, D., 1974.

Temperature distributions within enclosed air cells, associated with heat transfer by natural convection. Proceed. 5th Int. Heat Transfer Conference, Tokyo, papper NC38 pp 119-123.

Nagendra, H.R., Tirunarayanan, M.A. y Ramachandran, A., 1969.

Free convection heat transfer from cylinders and wires. Chem. Engng. Sci., vol 24 pp 1491-1495.

Newell, M.E. y Schmidt, F.W., 1969.

Heat transfer natural convection within rectangular enclosures. ASME paper N° 69-HT-42.

Perry, R.H., ed. 1963.

Chemical Engineers' Handbook. 4th Ed. McGraw Hill Kogakusha, Tokyo.

Perry, R.H. y Chilton, C.H., eds. 1980.

Manual de Engenharia Química, 5° Ed. Guanabara Dois,
Rio de Janeiro.

Poots, G., 1958.

Quart. J. Mech. App. Math., vol 11 pp 257-273.

Raithby, G.D. y Hollands, K.G.T., 1975.

A general method of obtaining approximate solutions
to laminar and turbulent free convection problems.
Advances in Heat Transfer, vol 11 pp 265-315.

Rubel, A. y Landis, F., 1969.

Numerical study of natural convection in a rectangular
enclosure. The Physics of Fluids, Supplement II pp
208-213.

Sadhu, D.P., 1982.

Natural convection in vertical closed annular concentric
cells. I Congreso Latinoamericano de Transferencia de
Calor y Materia, La Plata, República Argentina.

Seban, R.A. y Johnson, H.A., 1958.

NASA contract n° NAW 6502.

Segur, J.B. y Oberstar, H.E., 1951.

Viscosity of glicerol and its aqueous solutions.
Ind. Eng. Chem., vol 43(9) pp 2117-2119.

Seki, M. Fukusako, S. e Inaba, H., 1978.

Visual observation of natural convection flow in a
narrow vertical cavity. J. Fluid Mech., vol 85 pp
695-704.

Sherwood, T. K. y Ryan, J.M., 1959.

Mass transfer to a turbulent fluid with and without
chemical reaction. Chem. Eng. Sci. Génie Chimique, vol
11(2) pp 81-91.

Simmers, D.A. y Coney, J.E.R., 1979.

A Ryenolds analogy solutions for the heat transfer
characteristics of combined Taylor vortex and axial
flow. Int. J. Heat Mass Transfer, vol 22 pp 679-689.

Singh, P.C. y Mishra, P., 1980.

Mass transfer to newtonian and no-newtonian fluids
from rotating cylinders. Chem. Engng. Sci., vol 35
pp 1657-1666.

Sparrow, E.M. y Gregg, J.L., 1959.

Buoyancy effects in forced convection flow and heat transfer. Trans. ASME J. Appl. Mech., vol 81 pp 133-135.

Stuart, J.T., 1958.

On the nonlinear mechanics of hydrodynamic stability. J. Fluid Mech., vol 4 pp 1-21.

Tachibana, F., Fukui, S. y Mitsumura, H., 1959.

Heat transfer in an annulus with an inner rotating cylinder. Nippon Kikai Gakkai, Trans JSME, vol 25(156) pp 788-792.

Taniguchi, O., Mori, Y. y Sakata, M., 1959.

On the temperature measurement of the high speed rotor by using slip rings. Science of Machine, vol 11(12) pp 1589-1591.

Taylor, G.I., 1923.

Stability of a viscous liquid contained between two rotating cylinders. Phil. Trans. Roy. Soc. A-223 pp 289-293.

Taylor, G.I., 1935.

Distribution of velocity and temperature between concentric rotating cylinders. Proc. Roy. Soc. London, A-157 pp 494-512.

Taylor, G.I., 1936.

Fluid friction between rotating cylinders. I Torque measurements; II Distribution of velocity between concentric cylinders when outer one is rotating and inner one is at rest. Proc. Roy. Soc. London, A-157 pp 546-578.

Theodorsen, T. y Regier, A., 1944.

Experiments on drag of revolving discs, cylinders and streamline rods at high speeds. NACA Report 793.

Thomas, R.W. y de Vahl Davis, G., 1969.

Natural convection between concentric vertical cylinders. The Physics of fluids, Supplement II pp 198-207.

Trabucchi, M. 1963.

Tecnología de sistemas discontinuos sólido-fluido. Transferencia en sistemas que involucran difusión y

reacción química. Tesis Doctoral, Universidad de Buenos Aires.

Trabucchi, M., Azize, C. y Ronco, J.J., 1966.

Transfer de quantité de mouvement et de matiere a partir d'un cylindre vertical tournant dans un fluide. Génie Chimique, vol 96(6) pp 1695-1704.

Van de Sande, E. y Hamer, B.J.G., 1979.

Steady and transient natural convection in enclosures between horizontal circular cylinders (constant heat flux). Int. J. Heat Mass Transfer, vol 22 pp 361-370.

Vest, C.M. y Arpaci, V.S., 1969.

Stability of natural convection in a vertical slot. J. Fluid Mech., vol 36 pp 1-25.

Walowit, J., Tsao, S. y Diprima, R.C., 1964.

Stability of flow between arbitrarily spaced concentric cylindrical surfaces including the effect of a radial temperature gradient. J. Appl. Mech. pp 585-593.

///

Weast, R.C. y Astle, M.J., eds. 1982.

Handbook of Chemistry and Physics. CRC Press Inc.,
Florida 63° Ed.

Wilkes, J.O. y Churchill, S.W., 1966.

The finite-difference computation of natural convection
in a rectangular enclosure. AIChE J., vol 12(1)
pp 161-166.

Yin, S.H., Wung, T.Y. y Chen, K., 1978.

Natural convection in an air layer enclosed within
rectangular cavities. Int. J. Heat Mass Transfer,
vol 21 pp 307-315.

Yousef, W.W. y Tarasuk, J.D., 1982.

Free convection effects on laminar forced convective
heat transfer in a horizontal isothermal tube. Trans.
ASME, Jour. Heat Transfer, vol 104(1) pp 145-151.

Nomenclatura

A	área de transferencia (m^2)
c_p	calor específico (J/kg °C)
D	diámetro del rotor (m)
F_g	factor geométrico definido en la ecuación (1-12)
F_{12}	factor de forma de la ecuación (4-1)
g	aceleración de la gravedad (m/s^2)
Gr	número de Grashof $\rho g \beta \delta^3 (T_1 - T_2) / \nu^2$
h	coeficiente global de transferencia de calor $Q/A_1 (T_1 - T_2)$
k	conductividad térmica (W/m °C)
l	altura de la zona de calentamiento (m)
L	razón de aspecto l/δ
M	relación entre las velocidades angulares de los cilindros exterior e interior
N	relación entre los radios R_1/R_2
Nu	número de Nusselt $h \delta/k$
p	presión (N/m^2)
p^*	presión adimensional $(p - p_0) \delta^2 / \rho \nu^2$
P	parámetro definido en la ecuación (1-16)

Pr	número de Prandtl	$c_p \mu/k$
Q	flujo de calor (W)	
r	coordenada radial (m)	
R	coordenada radial adimensional	$(r - R_1)/(R_2 - R_1)$
R'		r/R_2
Ra	número de Rayleigh	$Gr Pr$
Re	número de Reynolds	$\Omega_1 R_1 \delta/\nu$
t	temperatura (°C)	
T	temperatura adimensional	$(t - T_2)/(T_1 - T_2)$
Ta	número de Taylor	$Re \sqrt{(\delta/R_1)}$
<u>v</u>	vector velocidad (m/s)	
<u>V</u>	vector velocidad adimensional	$\underline{v}\delta/\nu$
z	coordenada axial (m)	
Z	coordenada axial adimensional	z/δ

Letras griegas

β	coeficiente de expansión térmica	$(^\circ\text{C}^{-1})$
δ	separación entre los cilindros	$(R_2 - R_1)$ (m)
μ	viscosidad	(poise)
ν	viscosidad cinemática	(m^2/s)

- ρ densidad (kg/m^3)
 σ constante de Stefan Boltzman ($1,355 \times 10^{-12}$ cal/s cm^2 K^4)
 Ω velocidad angular (s^{-1})

Subíndices

- 1 relativo al cilindro interior
2 relativo al cilindro exterior
c crítico

APENDICE A

Resultados experimentales con el cilindro interior
estático

TABLA A.1

Cálculo del coeficiente de transferencia

A.1.1 Fluido: Dow Corning 200 $\delta = 4.395 \text{ cm}$

Experiencia	$\Delta T (^{\circ}\text{C})$	Potencia (W)	$h (\text{W}/\text{m}^2 \text{ } ^{\circ}\text{C})$
1	24,5	6,79	43,63
2	23,3	6,48	43,80
3	26,5	7,62	45,27
4	24,5	6,80	43,70

A.1.2 Fluido: Solución glicerol-agua 90% $\delta = 4,395 \text{ cm}$

Experiencia	$\Delta T (^{\circ}\text{C})$	Potencia (W)	$h (\text{W}/\text{m}^2 \text{ } ^{\circ}\text{C})$
5	13,0	9,40	113,8
6	7,5	5,90	123,9
7	14,0	11,40	128,2
8	18,0	15,10	132,1
9	8,3	5,70	108,1
10	12,8	9,20	113,2
11	12,5	9,40	118,4
12	15,8	11,7	116,6

TABLA A.1
(continuación)

A.1.3 Fluido: agua $\delta = 4.395 \text{ cm}$

Experiencia	$\Delta T (^{\circ}\text{C})$	Potencia (W)	$h (\text{W}/\text{m}^2 \text{ } ^{\circ}\text{C})$
13	3,0	5,80	304,4
14	5,5	8,00	229,0
15	7,5	13,80	289,7
16	8,0	14,60	287,3
17	5,8	12,00	325,7
18	7,8	15,70	316,9
19	6,0	14,30	375,2
20	14,7	31,30	335,2
21	6,5	12,60	305,2
22	6,3	12,10	302,4

A.1.4 Fluido: agua $\delta = 1,060 \text{ cm}$

Experiencia	$\Delta T (^{\circ}\text{C})$	Potencia (W)	$h (\text{W}/\text{m}^2 \text{ } ^{\circ}\text{C})$
23	12,0	23,50	308,3
24	12,8	31,90	392,4
25	12,3	31,00	396,8
26	17,0	43,80	405,6

TABLA A.1
(continuación)

A.1.5 Fluido: Solución glicerol-agua $\delta = 4,395 \text{ cm}$

Experiencia	$\Delta T (^{\circ}\text{C})$	Potencia (W)	$h (\text{W}/\text{m}^2 \text{ } ^{\circ}\text{C})$
27	20,0	29,75	234,2
28	13,5	23,50	274,1
29	10,0	16,40	258,2
30	7,7	12,20	249,5
31	13,0	25,20	305,2

TABLA A.2

Propiedades físicas de los fluidos

A.2.1 Fluido: Dow Corning 200

$\delta = 4,395 \text{ cm}$

Experiencia	\bar{T} (°C)	ρ (g/cm ³)	μ (poise)	cp (cal/g°C)	$k \times 10^3$ (cal/s cm°C)	$\beta \times 10^4$ (°C ⁻¹)
1	29,0	0,967	8,85	0,40	0,38	9,6
2	28,6	0,968	8,86			
3	30,0	0,966	8,63			
4	29,3	0,967	8,75			

A.2.2 Fluido: glicerol-agua 90%

$\delta = 4,395 \text{ cm}$

Experiencia	\bar{T} (°C)	ρ (g/cm ³)	μ (poise)	cp (cal/g°C)	$k \times 10^3$ cal/s cm°C)	$\beta \times 10^4$ (°C ⁻¹)
5	21,5	1,2341	2,05	0,616	0,72	4,9
6	20,3	1,2349	2,18	0,616		
7	23,3	1,2330	1,79	0,618		
8	25,5	1,2316	1,54	0,619		
9	20,0	1,2351	2,19	0,616		
10	22,0	1,2339	2,08	0,617		
11	22,0	1,2339	2,08	0,617		
12	24,0	1,2326	1,70	0,618		

///

TABLA A.2
(continuación)

A.2.3 Fluido: agua

$\delta = 4,395 \text{ cm}$

	\bar{T}	ρ	μ	c_p	$k \times 10^3$	$\beta \times 10^4$
Experiencia	(°C)	(g/cm ³)	(poise)	(cal/g°C)	(cal/s cm °C)	(°C ⁻¹)
13	18,8	0,99846	0,0105	0,99966	1,408	1,94
14	20,5	0,99813	0,0098	40	1,414	2,11
15	22,5	0,99769	0,0094	17	1,421	2,32
16	23,8	0,99738	0,0092	04	1,425	2,45
17	22,0	0,99780	0,0096	21	1,424	2,27
18	23,5	0,99745	0,0093	07	1,425	2,42
19	23,0	0,99757	0,0094	12	1,423	2,36
20	29,1	0,99595	0,0082	869	1,444	2,96
21	22,4	0,99771	0,0095	917	1,421	2,31
22	22,6	0,99766	0,0094	916	1,422	2,33

///

TABLA A.2
(continuación)

A.2.4 Fluido: agua

$\delta = 1.060$ cm

Experiencia	\bar{T} (°C)	ρ (g/cm ³)	μ (poise)	c_p (cal/g°C)	$k \times 10^3$ (cal/s cm °C)	$\beta \times 10^4$ (°C ⁻¹)
23	27,8	0,99634	0,0084	0,99872	1,440	2,83
24	32,0	0,99505	0,0077	861	1,454	3,25
25	32,6	0,99490	0,0075	856	1,456	3,31
26	32,5	0,99492	0,0075	456	1,456	3,30

A.2.5 Fluido: glicerol-agua 35%

$\delta = 4,395$ cm

Experiencia	\bar{T} (°C)	ρ (g/cm ³)	μ (poise)	c_p (cal/g°C)	$k \times 10^3$ (cal/s cm °C)	$\beta \times 10^4$ (°C ⁻¹)
27	29,0	1,08215	0,023	0,862	1,130	4,10
28	25,3	1,08325	0,026	0,866	1,112	4,00
29	25,8	1,08350	0,026	0,864	1,123	4,00
30	22,0	1,0852	0,029	0,867	1,115	3,80
31	25,7	1,08350	0,026	0,864	1,123	4,0

///

TABLA A.3

Cálculo de los grupos adimensionales

A.3.1 Fluido: Dow Corning 200 $\delta = 4,395 \text{ cm}$

Experiencia	Nu	Gr	Pr	Ra
1	12,05	23,36	9316	$2,176 \times 10^5$
2	12,10	22,21	9326	2,071
3	12,50	26,52	9084	2,409
4	12,07	23,90	9210	2,201

A.3.2 Fluido: solución glicerol-agua 90% $\delta = 4,395 \text{ cm}$

Experiencia	Nu	Gr	Pr	Ra
5	16,59	192,0	1754	$3,368 \times 10^5$
6	18,06	98,1	1865	1,830
7	18,69	270,8	1536	4,159
8	19,26	469,3	1324	6,213
9	15,76	107,6	1874	2,016
10	16,50	183,6	1782	3,272
11	17,26	179,3	1782	3,195
12	17,00	338,6	1459	4,940

TABLA A.3
(continuación)

A.3.3 Fluido: agua

$\delta = 4,395 \text{ cm}$

Experiencia	Nu	Gr	Pr	Ra
13	22,70	$0,4378 \times 10^6$	7,45	$0,3262 \times 10^7$
14	17,00	1,0015	6,93	0,6940
15	21,40	1,6307	6,61	1,0779
16	21,17	1,9165	6,45	1,2361
17	24,01	1,1833	6,74	0,7975
18	23,35	1,8065	6,52	1,1778
19	27,68	1,3268	6,56	0,8704
20	24,37	5,3402	5,76	3,0759
21	22,55	1,3778	6,68	0,9204
22	22,32	1,3756	6,60	0,9079

///

TABLA A.3
(continuación)

A.3.4 Fluido: agua $\delta = 1,060 \text{ cm}$

Experiencia	Nu	Gr	Pr	Ra
23	5,42	$5,5765 \times 10^4$	5,83	$3,2511 \times 10^5$
24	6,83	8,1086	5,29	4,2894
25	6,90	8,3620	5,14	4,2981
26	7,05	11,5229	5,12	5,8997

A.3.5 Fluido: solución glicerol-agua 35% $\delta = 4,395 \text{ cm}$

Experiencia	Nu	Gr	Pr	Ra
27	21,76	$1,5102 \times 10^6$	17,55	$2,6504 \times 10^7$
28	25,69	0,7798	20,10	1,5764
29	23,90	0,6008	19,62	1,1787
30	23,48	0,3588	22,55	0,8091
31	28,25	0,7810	19,62	1,5323

APENDICE B

Resultados experimentales con el cilindro interior
rotando

TABLA B.1

Valores calculados del coeficiente de transferencia

B.1.1 Fluido: Dow Corning

$\delta = 4,395 \text{ cm}$

Experiencia	rpm	$\Delta T(^{\circ}\text{C})$	Potencia (W)	$h(\text{W}/\text{m}^2\text{ }^{\circ}\text{C})$
1	250	29,7	6,25	33,07
2	420	24,5	6,25	40,17
3	700	27,7	7,50	42,53
4	2.000	22,2	8,25	61,92
5	1.150	27,2	7,50	43,33
6	39	23,2	6,50	44,00
7	50	26,5	7,26	43,13
8	103	24,5	6,80	43,70
9	230	22,2	6,28	44,42
10	2.500	21,5	10,40	76,15

///

TABLA B.1
(continuación)

B.1.2 Fluido: Solución glicerol-agua 90% $\delta = 4,395 \text{ cm}$

Experiencia	rpm	$\Delta T(^{\circ}\text{C})$	Potencia (W)	$h(\text{W}/\text{m}^2\text{ }^{\circ}\text{C})$
11	54	8,2	5,67	108,0
12	140	6,2	5,79	145,9
13	290	3,5	5,76	259,0
14	300	3,0	5,82	305,0
15	75	7,5	5,92	124,0
16	40	12,7	9,20	113,6
17	60	12,5	9,32	117,4
18	120	11,5	9,40	128,7
19	270	6,0	9,68	254,0
20	27	12,5	9,55	120,0
21	170	10,0	9,59	151,0
22	210	8,0	9,59	177,7
23	290	6,0	9,59	252,0
24	330	5,0	8,74	275,0
25	190	9,5	11,20	185,6

B.1.2 (continuación)

Experiencia	rpm	$\Delta T(^{\circ}C)$	Potencia (W)	$h(W/m^2^{\circ}C)$
26	240	7,5	9,08	190,0
27	260	6,5	9,04	224,0
28	130	10,0	8,33	131,0
29	100	10,5	8,33	124,8
30	375	6,0	11,43	300,0
31	90	13,0	11,38	138,0
32	450	5,2	12,25	367,5
33	30	15,7	11,78	117,7
34	500	5,0	10,35	407,0
35	660	4,0	11,25	442,8
36	600	4,2	12,45	461,0
37	800	5,0	14,14	445,0
38	680	6,0	14,43	378,7
39	640	6,0	14,73	386,5
40	840	5,0	15,01	472,8
41	980	6,0	15,33	402,0

TABLA B.1
(continuación)

B.1.3 Fluido: Solución glicerol-agua 35% $\delta = 4,395 \text{ cm}$

Experiencia	rpm	$\Delta T(^{\circ}\text{C})$	Potencia (W)	$h(\text{W}/\text{m}^2\text{ }^{\circ}\text{C})$
42	82	11,5	29,75	407,3
43	308	7,5	29,75	625,0
44	46	10,7	23,75	348,0
45	20	14,7	24,00	256,0
46	58	11,0	24,00	343,0
47	140	10,7	31,25	456,0
48	518	8,5	32,50	602,0
49	28	13,0	25,25	306,0
50	560	6,0	25,00	656,0
51	580	5,5	25,00	715,6
52	30	12,5	25,00	315,0
53	513	8,7	32,50	585,0

TABLA B.1
(continuación)

B.1.4 Fluido: Agua

$\delta = 4,395 \text{ cm}$

Experiencia	rpm	$\Delta T (^{\circ}C)$	Potencia (W)	$h (W/m^2 \cdot ^{\circ}C)$
54	40	4,2	8,39	310,8
55	62	3,7	9,95	417,7
56	24	6,2	13,90	350,1
57	14	7,5	13,80	289,7
58	14	7,0	12,50	281,1
59	50	5,5	14,15	405,0
60	30	6,2	14,50	365,3
61	23	7,0	14,90	335,0
62	63	5,0	15,10	476,5
63	7	6,2	12,10	304,8
64	11	6,2	12,10	304,8
65	74	4,7	15,19	503,5
66	86	4,5	15,43	540,0
67	28	6,5	15,43	373,7
68	17	6,0	14,10	367,0

///

///

B.1.4 (continuación)

Experiencia	rpm	$\Delta T(^{\circ}C)$	Potencia (W)	$h(W/m^2^{\circ}C)$
69	58	3,5	13,90	625,3
70	44	13,5	31,50	367,4
71	91	8,5	31,50	583,5
72	250	6,5	31,50	763,0
73	146	7,5	31,25	656,0
74	430	5,5	31,25	894,5
75	243	7,0	31,50	708,5

B.1.5 Fluido: Agua

$\delta = 1,06$ cm

Experiencia	rpm	$\Delta T(^{\circ}C)$	Potencia (W)	$h(W/m^2^{\circ}C)$
76	200	7,2	31,25	678,6
77	309	6,2	31,50	793,5
78	600	6,2	31,25	787,2
79	124	6,7	31,90	744,0
80	56	9,5	31,90	528,7
81	18	12,2	31,00	398,4

B.1.5 (continuación)

Experiencia	rpm	$\Delta T(^{\circ}C)$	Potencia (W)	$h(W/m^2^{\circ}C)$
82	29	11,0	30,60	438,0
83	255	7,0	31,25	703,0
84	585	6,2	31,20	786,0
85	615	6,0	31,50	826,0
86	120	6,2	31,88	803,0

B.1.6 Fluido: Aire

$$\delta = 4,395 \text{ cm}$$

Experiencia	rpm	$\Delta T(^{\circ}C)$	Potencia (W)	$h(W/m^2^{\circ}C)$
87	1.150	53,4	3,75	11,06
88	1.150	54,1	3,75	10,90
89	1.800	47,1	3,75	12,56
90	1.800	66,8	5,00	11,78
91	2.000	46,0	3,75	12,84
92	2.000	64,4	5,00	12,18
93	3.350	42,4	3,75	13,91
94	3.350	59,5	5,00	13,23

///

TABLA B.2

Propiedades físicas de los fluidos

B.2.1 Fluido: Dow Corning 200

$\delta = 4,395 \text{ cm}$

Experiencia	\bar{T} (°C)	ρ (g/cm ³)	μ (poise)	cp (cal/g°C)	$k \times 10^3$ (cal/s cm °C)	$\beta \times 10^4$ (°C ⁻¹)
1	29,5	0,967	8,71	0,40	0,38	9,6
2	27,0	0,969	9,12			
3	28,6	0,968	8,86			
4	28,0	0,968	8,95			
5	28,6	0,968	8,86			
6	28,6	0,968	8,86			
7	30,0	0,966	8,63			
8	29,2	0,967	8,75			
9	28,6	0,968	8,86			
10	27,7	0,968	8,99			

TABLA B.2
(continuación)

B.2.2 Fluido: Solución glicerol-agua 90% $\delta = 4,395 \text{ cm}$

Experiencia	\bar{T} (°C)	ρ (g/cm ³)	μ (poise)	c_p (cal/g°C)	$k \times 10^3$ (cal/s cm °C)	$\beta \times 10^4$ (°C ⁻¹)
11	20,0	1,2351	2,19	0,616	0,72	4,9
12	18,9	1,2357	2,45	0,615		
13	18,0	1,2363	2,60	0,614		
14	17,5	1,2366	2,70	0,614		
15	19,5	1,2354	2,32	0,615		
16	21,9	1,2339	2,08	0,617		
17	22,0	1,2339	2,08	0,617		
18	21,7	1,2340	1,98	0,617		
19	19,5	1,2354	2,32	0,615		
20	22,0	1,2339	2,08	0,617		
21	20,5	1,2348	2,16	0,616		
22	20,2	1,2349	2,18	0,616		
23	19,0	1,2357	2,45	0,615		
24	19,0	1,2357	2,45	0,615		

B.2.2 (continuación)

Experiencia	\bar{T} (°C)	ρ (g/cm ³)	μ (poise)	c_p (cal/g°C)	$k \times 10^3$ (cal/s cm °C)	$\beta \times 10^4$ (°C ⁻¹)
25	20,2	1,2349	2,18	0,616	0,72	4,9
26	20,2	1,2349	2,18	0,616		
27	19,7	1,2353	2,28	0,615		
28	21,5	1,2342	2,05	0,617		
29	21,7	1,2341	1,98	0,617		
30	20,0	1,2351	2,19	0,616		
31	23,0	1,2333	1,80	0,617		
32	20,0	1,2351	2,19	0,616		
33	24,0	1,2326	1,70	0,618		
34	19,5	1,2354	2,32	0,615		
35	18,7	1,2358	2,50	0,615		
36	19,4	1,2354	2,32	0,615		
37	19,5	1,2354	2,32	0,615		
38	19,7	1,2353	2,28	0,615		
39	20,7	1,2346	2,11	0,616		
40	20,0	1,2351	2,19	0,616		
41	20,5	1,2348	2,16	0,616		

TABLA B.2
(continuación)

B.2.3. Fluido: Solución glicerol-agua 35% $\delta = 4.395 \text{ cm}$

Experiencia	\bar{T} (°C)	ρ (g/cm ³)	μ (cpoise)	cp (cal/g°C)	$k \times 10^3$ (cal/s cm °C)	$\beta \times 10^4$ (°C ⁻¹)
42	24,0	1,0843	2,70	0,865	1,119	4,0
43	22,0	1,0852	2,90	0,867	1,115	3,8
44	23,9	1,0843	2,70	0,865	1,119	4,0
45	26,1	1,0834	2,53	0,863	1,124	4,0
46	24,2	1,0842	2,68	0,865	1,120	4,0
47	24,6	1,0841	2,64	0,865	1,121	4,0
48	24,0	1,0843	2,70	0,865	1,119	4,0
49	25,7	1,0835	2,55	0,864	1,123	4,0
50	22,2	1,0850	2,84	0,867	1,115	3,8
51	22,5	1,0848	2,79	0,867	1,115	3,8
52	25,7	1,0835	2,55	0,864	1,123	4,0
53	24,0	1,0843	2,70	0,865	1,119	4,0

TABLA B.2
(continuación)

B.2.4. Fluido: agua

$\delta = 4,395 \text{ cm}$

Experiencia	\bar{T} (°C)	ρ (g/cm ³)	μ (cpoise)	c_p (cal/g°C)	$k \times 10^3$ (cal/s cm °C)	$\beta \times 10^4$ (°C ⁻¹)
54	20,0	0,99823	1,002	0,99947	1,4125	2,06
55	20,0	0,99825	1,002	0,99947	1,4125	2,06
56	21,9	0,99782	0,949	0,99922	1,4191	2,26
57	22,5	0,99769	0,944	0,99917	1,4212	2,32
58	23,0	0,99757	0,933	0,99912	1,4230	2,37
59	22,5	0,99769	0,944	0,99917	1,4212	2,322
60	22,6	0,99766	0,941	0,99916	1,4216	2,33
61	23,0	0,99757	0,933	0,99912	1,4230	2,37
62	22,0	0,99780	0,955	0,99921	1,4195	2,27
63	22,6	0,99766	0,941	0,99916	1,4216	2,33
64	22,4	0,99771	0,946	0,99917	1,4209	2,31
65	22,0	0,99780	0,955	0,99921	1,4195	2,27
66	22,0	0,99780	0,955	0,99921	1,4195	2,27

///

B.2.4. (continuación)

Experiencia	\bar{T} (°C)	ρ (g/cm ³)	μ (cpoise)	c_p (cal/g°C)	$k \times 10^3$ (cal/s cm °C)	$\beta \times 10^4$ (°C ⁻¹)
67	22,7	0,99763	0,938	0,99914	1,4221	2,35
68	22,7	0,99769	0,938	0,99914	1,4221	2,35
69	21,6	0,99789	0,964	0,99926	1,4181	2,23
70	28,6	0,99609	0,822	0,99870	1,4426	2,91
71	26,6	0,99665	0,859	0,99881	1,4356	2,73
72	25,7	0,99688	0,875	0,99887	1,4326	2,64
73	26,2	0,99675	0,866	0,99883	1,4344	2,69
74	25,2	0,99701	0,885	0,99890	1,4309	2,59
75	26,0	0,99681	0,870	0,99885	1,4335	2,67

TABLA B.2
(continuación)

B.2.5 Fluido: agua

$\delta = 1.06 \text{ cm}$

Experiencia	\bar{T} (°C)	ρ (g/cm ³)	μ (cpoise)	c_p (cal/g°C)	$k \times 10^3$ (cal/s cm °C)	$\beta \times 10^4$ (°C ⁻¹)
76	26,9	0,99657	0,855	0,99879	1,4366	2,76
77	26,9	0,99657	0,855	0,99879	1,4366	2,76
78	27,1	0,99651	0,851	0,99878	1,4373	2,77
79	29,1	0,99595	0,813	0,99869	1,4443	2,96
80	30,7	0,99545	0,785	0,99864	1,4501	3,12
81	32,6	0,99490	0,754	0,99856	1,4560	3,31
82	32,2	0,99499	0,761	0,99859	1,4544	3,27
83	26,5	0,99665	0,859	0,99881	1,4356	2,72
84	27,0	0,99654	0,853	0,99878	1,4370	2,76
85	27,0	0,99654	0,853	0,99878	1,4370	2,76
86	29,0	0,99592	0,815	0,99868	1,4440	2,96

///

TABLA B.2
(continuación)

B.2.6 Fluido: aire

$\delta = 4,395 \text{ cm}$

Experiencia	\bar{T} (°C)	ν (cm ² /s)	$k \times 10^5$ (cal/s cm °C)	$\beta \times 10^3$ (°C ⁻¹)
87	42,3	0,172	6,52	3,17
88	42,7	0,172	6,52	3,17
89	38,6	0,168	6,47	3,21
90	49,0	0,178	6,64	3,11
91	38,5	0,168	6,45	3,21
92	48,2	0,177	6,62	3,11
93	36,8	0,166	6,43	3,22
94	45,8	0,175	6,59	3,14

TABLA B.3

Cálculo de los grupos adimensionales

B.3.1 Fluido: Dow Corning 200

$\delta = 4,395 \text{ cm}$

Experiencia	Nu	Re	Gr	Pr
1	9,14	18,39	29,28	9.168
2	11,10	29,57	22,09	9.600
3	11,76	50,68	26,45	9.326
4	17,11	143,36	20,77	9.420
5	12,00	83,27	25,98	9.326
6	12,16	2,82	22,16	9.326
7	11,91	3,71	26,54	9.084
8	12,08	7,54	23,89	9.210
9	12,28	16,65	21,22	9.236
10	21,05	178,40	19,91	9.463

TABLA B.3
(continuación)

B.3.2 Fluido: Solución glicerol-agua 90% $\delta = 4,395 \text{ cm}$

Experiencia	Nu	Re	Gr	Pr
11	15,75	20,18	107,00	1.874
12	21,27	46,79	64,81	2.093
13	37,77	91,38	32,26	2.217
14	44,47	91,06	25,65	2.303
15	18,08	26,46	86,69	1.982
16	16,56	15,72	182,91	1.782
17	17,12	23,58	179,32	1.782
18	18,77	49,56	182,09	1.697
19	37,04	95,28	69,35	1.982
20	17,50	10,61	179,18	1.782
21	22,02	64,40	133,22	1.848
22	25,91	78,83	104,66	1.865
23	36,75	96,93	62,22	2.093
24	40,10	110,30	51,85	2.093
25	27,09	71,33	124,27	1.865

B.3.2 (continuación)

Experiencia	Nu	Re	Gr	Pr
26	27,71	90,10	98,10	1.865
27	32,66	93,36	77,78	1.948
28	19,10	51,87	147,76	1.757
29	18,20	41,30	166,28	1.697
30	43,75	140,16	44,36	1.874
31	20,12	40,86	248,79	1.543
32	53,59	168,19	68,07	1.874
33	17,16	14,41	337,54	1.459
34	59,35	176,45	57,74	1.982
35	64,57	216,22	39,84	2.257
36	67,22	211,75	49,12	1.982
37	64,89	282,33	57,79	1.982
38	55,22	244,17	71,80	1.948
39	56,36	248,18	83,74	1.805
40	68,94	313,97	64,83	1.874
41	58,62	371,29	79,93	1.848

TABLA B.3
(continuación)

B.3.3 Fluido: Solución glicerol-agua 35% $\delta = 4,395 \text{ cm}$

Experiencia	Nu	Re	$Gr \times 10^{-5}$	Pr
42	38,22	2.182	6,172	20,87
43	58,85	7.639	3,059	22,55
44	32,65	1.224	5,769	20,87
45	23,91	568	9,000	19,92
46	32,15	1.555	5,990	20,70
47	42,71	3.810	6,032	20,37
48	56,48	13.787	4,562	20,87
49	28,61	789	7,810	19,62
50	61,77	14.179	2,769	22,08
51	67,42	14.892	2,629	21,78
52	29,45	845	7,510	19,62
53	54,90	13.651	4,696	20,87

TABLA B.3
(continuación)

B.3.4 Fluido: agua

$\delta = 4,395 \text{ cm}$

Experiencia	Nu	Re	$Gr \times 10^{-6}$	Pr
54	23,12	2.641	0,7229	7,09
55	31,07	4.094	0,6378	7,09
56	25,90	1.672	1,2992	6,68
57	21,40	981	1,6169	6,64
58	20,73	942	1,5778	6,55
59	29,92	3.502	1,1858	6,64
60	27,03	2.108	1,3618	6,61
61	24,72	1.630	1,5779	6,55
62	35,24	4.362	1,0308	6,72
63	22,52	492	1,3618	6,61
64	22,54	769	1,3360	6,65
65	37,24	5.124	0,9793	6,72
66	39,94	5.955	0,9277	6,72
67	27,61	1.974	1,4375	6,59
68	27,09	1.198	1,3270	6,59

B.3.4 (continuación)

Experiencia	Nu	Re	Grx10 ⁻⁶	Pr
69	46,27	3.979	0,6958	6,79
70	26,71	3.534	4,7993	5,69
71	42,67	6.997	2,5989	5,97
72	55,92	18.877	1,8531	6,10
73	48,02	11.137	2,2236	6,03
74	65,63	32.105	1,5041	6,18
75	51,90	18.442	2,0413	6,06

B.3.5 Fluido: agua

$\delta = 1,06 \text{ cm}$

Experiencia	Nu	Re	Grx10 ⁻⁴	Pr
76	11,97	3.726	3,1730	5,94
77	14,00	5.757	2,7354	5,94
78	13,86	11.230	2,7708	5,91
79	13,04	2.428	3,4997	5,62
80	9,24	1.135	5,5721	5,41
81	6,92	380	8,2421	5,17

///

B.3.5 (continuación)

Experiencia	Nu	Re	Grx10 ⁻⁴	Pr
82	7,62	606	7,1919	5,22
83	12,41	4.729	2,9916	5,97
84	13,87	10.924	2,7480	5,93
85	14,56	11.484	2,6381	5,93
86	14,08	2.344	3,2244	5,64

B.3.6 Fluido: aire

Experiencia	Nu	Re	Grx10 ⁻⁵	Pr
87	17,80	4.431	4,7628	0,71
88	17,55	4.431	4,8191	
89	20,37	7.101	4,4556	
90	18,62	6.702	5,4473	
91	20,97	7.890	4,3530	
92	19,32	7.487	5,3243	
93	22,73	13.375	4,1321	
94	21,07	12.687	5,0702	