

Tesis de Posgrado

Estudio de la contribución a la sección eficaz en el régimen de preequilibrio de los procesos en una y dos etapas

Gattone, Aníbal Osvaldo

1983

Tesis presentada para obtener el grado de Doctor en Ciencias Físicas de la Universidad de Buenos Aires

Este documento forma parte de la colección de tesis doctorales y de maestría de la Biblioteca Central Dr. Luis Federico Leloir, disponible en digital.bl.fcen.uba.ar. Su utilización debe ser acompañada por la cita bibliográfica con reconocimiento de la fuente.

This document is part of the doctoral theses collection of the Central Library Dr. Luis Federico Leloir, available in digital.bl.fcen.uba.ar. It should be used accompanied by the corresponding citation acknowledging the source.

Cita tipo APA:

Gattone, Aníbal Osvaldo. (1983). Estudio de la contribución a la sección eficaz en el régimen de preequilibrio de los procesos en una y dos etapas. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires.

http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis_1812_Gattone.pdf

Cita tipo Chicago:

Gattone, Aníbal Osvaldo. "Estudio de la contribución a la sección eficaz en el régimen de preequilibrio de los procesos en una y dos etapas". Tesis de Doctor. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires. 1983.

http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis_1812_Gattone.pdf

EXACTAS UBA

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales



UBA

Universidad de Buenos Aires

UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

"ESTUDIO DE LA CONTRIBUCION A LA SECCION EFICAZ EN EL REGIMEN DE
PREEQUILIBRIO DE LOS PROCESOS EN UNA Y DOS ETAPAS"

por

Aníbal Osvaldo Gattone

A handwritten signature in black ink, reading "Aníbal Osvaldo Gattone". The signature is written in a cursive style and is underlined with a single horizontal stroke.A handwritten signature in black ink, reading "Armando M. J. Ferrero". The signature is written in a cursive style and is underlined with a single horizontal stroke.

TESIS PRESENTADA PARA OPTAR AL TITULO
DE DOCTOR EN FISICA

DIRIGIDA POR
ARMANDO M. J. FERRERO

1983

- 1812
Ej. 2

A mi esposa

INDICE

	<u>Pág.</u>
1. Resumen	iii
2. Agradecimientos	iv
3. <u>PARTE I</u>	
Introducción	1
4. <u>PARTE II</u>	
II.1 Breve descripción del formalismo de DWBA	8
II.2 Factores espectroscópicos y reglas de suma	15
II.3 Procedimiento y cálculo	21
II.4 Parámetros ópticos	25
II.5 Contribución del núcleo compuesto	26
II.6 Aplicaciones y resultados	30
II.7 Conclusiones	35
5. <u>PARTE III</u>	
III.1 Introducción	38
III.2 Formulación básica	39
2.1 Formalismo de Canales de Reacción Acoplados	42
2.2 Amplitudes de transición y secciones eficaces	47
III.3 Dos etapas: excitación inelástica y transferencia	49
3.1 Densidad espectroscópica	54
3.2 Transferencia	60
3.3 Método de cálculo y aplicaciones	61
III.4 Dos etapas: transferencia y excitación inelástica por el eyectíl	73
4.1 Método de cálculo y aplicaciones	80

6.	<u>PARTE IV</u>	
	Conclusiones	91
7.	Apéndice A	95
8.	Apéndice B	98
9.	Apéndice C	104
10.	Referencias	
11.	Leyendas de las figuras	

RESUMEN

Diferentes teorías aplicadas a reacciones del tipo (p,p') , (p,n) y (p,α) arrojan resultados diversos en lo que a la contribución de los procesos en una y dos etapas al régimen de preequilibrio respecta. En este trabajo, y con el objeto de elucidar los mecanismos de la reacción, se realiza una estimación realista de ambas contribuciones, a reacciones (p,d) inclusivas para diferentes masas y energías incidentes. Se reemplaza el continuo de estados finales por un conjunto completo de estados simples conocidos. Para la etapa única se calculan las secciones eficaces de transferencia por el método DWBA, y los factores espectroscópicos se obtienen a partir de reglas de suma. Para los procesos en dos etapas se tienen en cuenta las excitaciones inelásticas en los canales de entrada y de salida. Se aplican los formalismos de Canales de Reacción Acoplados (CRC) para el cálculo de la sección eficaz diferencial y la Aproximación de Fases al Azar (RPA) para la determinación de la intensidad de transición en la etapa inelástica. Se encuentra que la etapa única es despreciable más allá de los primeros 8-10 MeV de energía de excitación para los núcleos estudiados, mientras que el mecanismo de dos etapas explica el resultado experimental (en ángulo y en energía) hasta los 25 MeV de energía de excitación para el caso del ^{54}Fe a $E_p = 62$ MeV.

Agradecimientos

Esta tesis es el resultado de una serie de trabajos realizados con los Dres. O. Dragún y A. M. J. Ferrero. Agradezco profundamente a ambos el depositar su confianza en mí y haberme permitido compartir sus conocimientos. Al Dr. Ferrero, director de este trabajo, deseo agradecer en particular la permanente revisión crítica del desarrollo del mismo.

Deseo extender mi agradecimiento a:

Dr. E. Achterberg, a cargo del Sistema de Adquisición de Datos del Proyecto TANDAR, en cuyo equipo (VAX 11/780) se realizaron las tareas computacionales de este trabajo. Su colaboración y tiempo cedido facilitaron en mucho la tarea,

Dr. H. M. Sofía, por su asistencia en el estudio de la excitación nuclear microscópica de la PARTE III,

Dres. E. E. Maqueda, G. G. Dussel y D. R. Bés, por las valiosas discusiones mantenidas con ellos durante el desarrollo del presente trabajo.

El presente trabajo ha sido realizado en el Departamento de Física Nuclear de la Comisión Nacional de Energía Atómica. Agradezco a las autoridades de la Casa que facilitaron su realización.

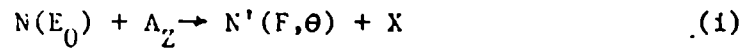
PARTE I

INTRODUCCION

El tratamiento de reacciones nucleares que involucran núcleos complejos tropieza inmediatamente con todas las dificultades de un problema de muchos cuerpos. Corrientemente la solución se busca, bien convirtiendo al problema en uno de esencialmente dos cuerpos, o sino tratando los muchos cuerpos en el marco de una teoría de cuasi-equilibrio. La teoría de reacciones directas incluye a la primera aproximación mientras que la última es la base en la que se apoya la teoría de núcleo compuesto. El éxito de estas dos aproximaciones extremas y su aplicación al cálculo son hechos comprobados y bien conocidos.

Existe, sin embargo una gran cantidad de datos experimentales que se aparta sistemáticamente de las predicciones hechas por estas dos aproximaciones. Trabajos realizados a los comienzos de la década del '70 en reacciones inducidas por protones de hasta 62 MeV sobre blancos cuyas masas van desde el carbono al bismuto, muestran un espectro en energía, para partículas salientes livianas, con tres regiones claramente discernibles. Los primeros 8 MeV de energía de excitación muestran los picos característicos correspondientes a la excitación de niveles discretos de baja energía del blanco por procesos directos; la parte final del espectro exhibe la forma esperada para reacciones de núcleo compuesto, como así también las magnitudes que reflejan los efectos de energías de ligadura y densidad de niveles en la cantidad de espacio de fases disponible. Entre estos dos extremos existe una región que se

caracteriza por su falta de estructura y su independencia con la masa. Esta es la región que nos ocupa y que denominaremos de preequilibrio o de precompuesto. Con estos mismos términos se describen entonces las reacciones nucleares inclusivas del tipo



En ellas, un proyectil N con energía E_0 (de algunas decenas de MeV) choca contra un núcleo blanco A_Z . Se mide la energía E y el ángulo θ de una partícula saliente N' mientras que el sistema residual queda en un estado X que no se observa. El eyectil no necesita llevar la misma carga, ni aún la misma masa que el proyectil. Para pérdidas de energía pequeñas, $\Delta E = (E_0 - E) \ll E_0$, la sección eficaz experimental $d^2\sigma / d\Omega dE$ muestra distribuciones angulares picadas a ángulos delanteros, características de reacciones directas. A medida que ΔE aumenta las distribuciones se van achatando y para pérdidas del orden de la energía incidente exhiben la isotropía propia del decaimiento del núcleo compuesto. La física que subyace en todos estos procesos suele describirse de la siguiente forma: el proyectil incidente choca con un nucleón del blanco y se forma un estado de dos partículas-un agujero ($2p-1a$). Entonces se presentan varias posibilidades. Bien el nucleón proyectil y/o el nucleón golpeado escapan del núcleo (y son observados en el detector), o bien continúan su camino dentro del blanco donde chocan con otros nucleones y generan estados de $3p-2a$, y así sucesivamente. En cada etapa pueden escapar uno o más nucleones. Si permanecen dentro del núcleo, la energía incidente se distribuye rápidamente entre los muchos grados de libertad y se forma lo que denominamos un núcleo compuesto.

La idea básica de una secuencia de colisiones nucleón-nucleón subyace en cada uno de los modelos que tratan de explicar esta región.

Sintéticamente estos modelos pueden clasificarse en:

- i) Cascada intranuclear²⁾: en esta aproximación la idea que hemos descrito se desarrolla en el marco de la física semi-clásica siguiendo la trayectoria de cada nucleón. Después de recorrer una distancia equivalente a un camino libre medio tiene lugar una nueva colisión nucleón-nucleón cuyo resultado se calcula por los métodos de Monte Carlo. No se tiene en cuenta ningún efecto cuántico con excepción del principio de exclusión de Pauli.
- ii) Modelo de excitones³⁾: la base de esta aproximación es modelo nuclear de capas. Se supone que los elementos de matriz que describen la interacción nucleón-nucleón tiene sus fases al azar y se deriva una ecuación maestra, que describe como evoluciona el sistema (proyectil más nucleones del blanco) en el espacio de configuraciones de partícula-agujero [p. e. ver Agassi y col.⁴⁾]. Se calculan⁵⁾ la mayoría de las distribuciones en energía $d\sigma/dE$. Los cálculos numéricos de $d\sigma/d\Omega$ realizados por Mantzouranis y col.⁴⁾ no tienen en cuenta el principio de exclusión de Pauli.
- iii) Reacciones directas en múltiples etapas (MSDR): la aproximación de Born de ondas distorsionadas resulta una herramienta eficiente para el cálculo de reacciones directas, por ejemplo para describir la sección eficaz resultante de la excitación de estados de baja energía. Se trata en este caso de reacciones exclusivas (una etapa). Tsai y col.⁶⁾ y Tamura y col.⁷⁾ aplican este método también para reacciones inclusivas como las descritas por la ecuación i). Para energías de excitación entre 5 y 8 MeV la aproximación es buena. Para energías de excitación mayores el cálculo en una etapa

resulta insuficiente y se hace necesario recurrir a procesos en varias etapas.

Los dos primeros métodos son fundamentalmente iguales en el sentido en que ambos son semi-clásicos, pero difieren notoriamente en los métodos de cálculo y por lo tanto en sus debilidades. El mayor inconveniente de la cascada intranuclear (aparte de la complejidad del código numérico necesario) que ignora todos los agujeros ya creados como así también las interacciones de las partículas entre sí, debajo del nivel de Fermi. El formalismo de excitones de gran aplicación debido a su simplicidad, resulta incapaz para predecir la distribución angular debido a que no tiene en cuenta los aspectos geométricos del problema. Por otra parte la distribución de los estados de energía entre las partículas y los agujeros es igualmente probable hacia todas las configuraciones accesibles. Se trata pues de un modelo de equilibrio (dinámico) que no resulta claramente viable. Ambas aproximaciones estiman con bastante acierto las distribuciones en energía de la sección eficaz (acierto en escala logarítmica; esto es, factores entre uno y dos de diferencia no se tienen muy seriamente en cuenta).

El tercer modelo es por el contrario puramente cuántico y sus primeras aplicaciones⁷⁾ predicen con bastante rigurosidad no sólo la distribución en energía, sino que además ofrecen un ajuste bastante bueno de la distribución angular. Dentro de este modelo, sin embargo, estudios recientes han generado una controversia acerca de la contribución relativa de los procesos en una y en múltiples etapas al espectro continuo en energía de reacciones inducidas por núcleos livianos. Algunos autores⁶⁾ encuentran que, por ejemplo, para el caso de la reacción $^{209}\text{Bi}(p,p')$ el mecanismo de una etapa da cuenta de solamente

un 25% del resultado experimental en el rango de 10 a 20 MeV de energía de excitación. Otros en cambio⁷⁾ presentan resultados mostrando que, dentro del mismo intervalo de energía, el proceso de una etapa es dominante. Chiang y Hüfner⁸⁾, por otra parte, usando una versión simplificada del modelo de cascada para reacciones inclusivas del tipo (p,p'), (n,n') y (p,n), muestran que la dispersión simple domina para procesos con energías incidentes entre 15 y 100 MeV. Avaldi y col.⁹⁾ aplicando la teoría de emisión directa en múltiples etapas de Feshbach y col.¹⁰⁾ encuentran que la contribución de los procesos múltiples es importante en el caso del $^{120}\text{Sn}(p,n)$ a $E_p=45$ MeV, resultado que en la ref.¹¹⁾ se extiende para la misma energía incidente a los núcleos de ^{48}Ca , ^{90}Zr y ^{208}Pb .

El presente trabajo tiene por objeto echar un poco de luz a la controversia mencionada haciendo un cálculo realista que pueda dirimir las contribuciones relativas de ambos procesos. La reacción (p,d) resulta, para este propósito, el caso más interesante entre las reacciones de transferencia debido a:

- i) es posible calcular secciones eficaces absolutas en el marco de la aproximación de Born,
- ii) la aproximación de rango cero esta plenamente justificada en el caso de transferencia de una partícula,
- iii) la contribución de los procesos de "knock on" puede despreciarse utilizando argumentos basados en la energía de ligadura del deuterón y,
- iv) utilizando la regla de suma para procesos de "pick up" se realiza un tratamiento riguroso de los factores espectroscópicos para la transferencia.

La parte II de este trabajo esta dedicada a calcular exclusivamente la contribución de los proce. de una etapa. Luego de introducir brevemente, para un posterior manejo de la notación. el formalismo de la aproximación de Born de ondas distorsionadas (de ahora en más DWBA) se analizan los factores espectroscópicos en reacciones (p,d) y las reglas de suma correspondientes. Se describe a continuación los fundamentos del método de cálculo, que encontrarán plena justificación en la parte III, y se propone el desarrollo del cálculo. Se analizan las contribuciones de procesos en una etapa para los núcleos de Fe, Sn y Bi a $F_p = 29, 39$ y 62 MeV. Los parámetros ópticos son analizados con cuidado en esta sección ya que su uso es extenderá a todo el trabajo. También se estudia en esta parte la contribución de los procesos en equilibrio al espectro en energía de la sección eficaz. Finalmente se presentan los resultados obtenidos para este tipo de procesos.

En la parte III se investiga la contribución al espectro de reacciones (p,d) debida a procesos en dos etapas. Se divide en dos secciones donde se analizan por separado las dos vías que son consideradas:

- i) la excitación del núcleo blanco en la primera etapa seguida por la transferencia de un neutrón y
- ii) una primera etapa de transferencia a la que sigue la excitación del núcleo residual por el proyectil.

Previo a ambas secciones se formula el esquema básico del cálculo de dos etapas y se generaliza el tratamiento de la interferencia incluyendo la contribución de una etapa. Las secciones eficaces se calculan a partir de funciones de onda para los estados finales que son soluciones de la ecuación de Schrödinger con un potencial del tipo de Saxon-Woods no diagonal en el índice de los canales. El conjunto de

ecuaciones acopladas se resuelve dentro del formalismo de canales de reacción acoplados (Coupled Reaction Channels (CRC)). En el tratamiento de la primera vía de reacción se incluye el estudio realizado para determinar la densidad espectroscópica en los casos de dispersión inelástica. A un potencial de partícula independiente como el anterior se le suma una interacción residual de dos cuerpos, y este Hamiltoniano se diagonaliza en la aproximación de fases al azar (RPA) en la base de los estados de una partícula-un agujero. El método se aplica a todo el espectro en el caso del $^{54}\text{Fe}(p,i)^{53}\text{Fe}$ a $E_p = 62$ MeV, y a dos valores de energía de excitación para el caso del $^{209}\text{Bi}(p,d)^{208}\text{Bi}$ a $E_p = 62$ MeV. El análisis de la segunda vía de reacción se detalla en la sección 2. Se realiza un estudio profundo de las diferencias y semejanzas con la primer vía y el método se aplica a los mismos casos anteriores. Se comparan los resultados con los obtenidos en la sección 1 y se discute la contribución de cada una de las vías y cada uno de los procesos.

Finalmente en la parte IV se presentan las conclusiones.

PARTE II

PROCESOS EN UNA ETAPA

II.1. Breve descripción del formalismo de DWBA

Consideremos reacciones en las cuales dos núcleos se aproximen, interactúen y cuyo único resultado sea dos núcleos que se aparten: $A(a,b)B$. Si los pares (A,a) y (B,b) son similares, decimos que ha ocurrido una dispersión elástica o inelástica. En caso contrario hablamos de una reacción de transferencia. Es conveniente discutir el problema en términos de variables apropiadas para el sistema final (B,b) . Denotemos con ξ_f las variables internas de los sistemas B,b ; osea, en otras palabras, todas las variables del problema excepto el radio vector relativo r_f entre los centros de masa de B y b . El Hamiltoniano total del sistema entonces se puede escribir

$$H = H(\xi_f) - \hbar^2/2m_f \nabla_{r_f}^2 + U_f(r_f) + V_f(r_f, \xi_f) \quad \text{II.1.1}$$

donde $H_f(\xi_f)$ es la parte del Hamiltoniano que tiene en cuenta solamente los grados de libertad internos. Sus autofunciones $W_f(\xi_f)$ satisfacen

$$H_f(\xi_f)W_f(\xi_f) = (E - E_f)W_f(\xi_f) \quad \text{II.1.2}$$

y son productos de funciones de P y b independientes entre sí. E es la energía total y E_f la energía cinética relativa entre B y b . Su masa reducida es m_f . La interacción entre B y b se escribe como suma de dos términos. $U_f(r_f)$ representa una interacción promedio entre los

fragmentos. Se la denominó potencial óptico, y se la elige de forma tal que reproduzca tan bien como sea posible la dispersión elástica experimental de b y B , i.e., $B(b,b)B$. Como tal tiene una parte imaginaria que simula el efecto de drenaje de flujo debido a los otros canales. $V_f(r_f, \xi_f)$ es la parte de la interacción total entre B y b que no está incluida en $U_f(r_f)$. Luego, la sección eficaz en el centro de masa, para una partícula b emitida en la dirección k_f es igual [ref⁴⁶]

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(k_f) = \frac{k_f}{k_i} \frac{m_i}{(2\pi\hbar^2)^2} m_f \times \sum | \langle W_f(\xi_f) \chi_f^{(-)}(k_f; r_f) | V_f(r_f, r_f) | \Psi^{(+)}(\xi_f, r_f) \rangle |^2 \quad \text{II.1.3}$$

donde $\Psi^{(+)}$ es la solución exacta del problema.

$$H \Psi^{(+)}(\xi_f, r_f) = E \Psi^{(+)}(\xi_f, r_f) \quad \text{II.1.4}$$

con la forma asintótica de una onda plana incidente $W_i(\xi_i) \exp(ik_i z)$ más ondas esféricas salientes. k_i y k_f son los números de onda que se relacionan con la energía cinética por

$$\frac{\hbar^2 k_i^2}{2m_i} = E_i, \quad \frac{\hbar^2 k_f^2}{2m_f} = E_f \quad \text{II.1.5}$$

$\chi^{(-)}(k_f, r_f)$ queda definida por la ecuación

$$\chi^{(-)}(k_f, r) = [\chi^{(+)}(-k_f, r)]^* \quad \text{II.1.6}$$

donde $\chi^{(+)}(k_f, r)$ es solución de la ecuación de una partícula

con la forma asintótica

$$\chi^{(+)}(\underline{k}_f, \underline{r}) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} \exp(i\underline{k}_f \cdot \underline{r}) + \text{ondas esféricas salientes} \quad \text{II.1.8}$$

El signo Σ en la ecuación II.1.3 implica una suma sobre todos los números cuánticos magnéticos finales y un promedio sobre los iniciales. La ecuación II.1.3 es exacta, pero no resulta útil hasta tanto no se conozca la función de onda completa $\chi^{(+)}$. Una aproximación muy apropiada es suponer que $\chi^{(+)}$ esta dominada por la dispersión elástica, de manera que puede ser reemplazada por la función de onda del canal elástico solamente

$$\chi^{(+)} \sim w_i(\xi_i) \chi_i^{(+)}(\underline{k}_i, \underline{r}_i) \quad (\text{aproximación de Born})$$

lo que nos conduce a la ecuación principal de la DWBA

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{k_f}{k_i} \frac{m_i m_f}{(2\pi \hbar^2)^2} \sum \left| \langle w_f(\xi_f) \chi^{(+)}(\underline{k}_f, \underline{r}_f) \right| \left| \langle v_f(\underline{r}_f, \xi_f) \left| w_i(\xi_i) \chi_i^{(+)}(\underline{k}_i, \underline{r}_i) \right\rangle \right|^2 \quad \text{II.1.9}$$

donde $\chi_i^{(+)}(\underline{k}_i, \underline{r}_i)$ es la onda saliente solución de la ecuación de Schrödinger de una partícula para la dispersión de a por A , con un potencial óptico que reproduce la dispersión elástica observada de a , $A(a, a)A$.

Aplicaremos ahora la teoría DWBA al proceso de transferencia de una partícula. En particular vamos a tratar el caso de una reacción de "stripping", $A(d,p)B$, donde d es un deuterón y p un protón. Debemos incluir los spines intrínsecos del protón y del deuterón, pero simplificaremos algo nuestras ecuaciones suponiendo que los potenciales ópticos del protón como los del deuterón no poseen términos de acoplamiento spin-órbita. Así la ecuación II.1.9. queda

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{k_p}{k_d} \frac{m_p \cdot m_d}{(2\pi\hbar^2)^2} \frac{N}{2(2I_i+1)} \sum \left| \langle \gamma_{M_i}^{I_i}(\xi, r_n, \sigma_n) \chi_{\mu}^{1/2}(\sigma_p) \chi_i^{(-)}(r_p) \right|$$

$$\left| V_{np}(|r_p - r_n|) + V(r_p, \xi) \right| \psi_{i M_i}^{I_i}(\xi) [\chi^{1/2}(\sigma_p) \chi^{1/2}(\sigma_n)]_{m}^{\dagger} \Theta(|r_p - r_n|) \chi_j^{(+)}(r_p + r_n) \rangle^2 \quad \text{II.1.10}$$

El factor N hace referencia al número total de neutrones en $\gamma_{M_f}^{I_f}$ y se refiere al hecho de que el neutrón capturado pudo haber sido uno cualquiera de los N neutrones del sistema. $\Theta(|r_p - r_n|)$ es la parte orbital de la función de onda del deuterón. El próximo paso es ignorar el efecto de $V(r_p, \xi)$ que se conoce como aproximación de "stripping". La interacción entre el protón y los nucleones queda entonces completamente descripta por el potencial óptico. La suposición que solamente $V_{np}(|r_p - r_n|)$ es efectiva en la ecuación II.1.10 permite separar por un lado las variables correspondientes a la estructura nuclear y por el otro a las involucradas en la dinámica de la reacción. Aplicando el teorema de Wigner-Eckart se tiene

$$\sum \int d\xi d\hat{r}_n \gamma_{M_f}^{J_f}(\xi, r_n, \sigma_n) \gamma_{M_i}^{I_i}(\xi) [Y^{\ell}(r_n) \chi^{1/2}(\sigma_n)]_m^{\dagger} =$$

$$= \begin{cases} \langle I_i j M_i m | I_f M_f \rangle \cdot F_{\ell j}(r_n) & \text{si } (-)^{\ell} \pi_i \pi_f \\ 0 & \text{si } (-)^{\ell} \neq \pi_i \pi_f \end{cases} \quad \text{II.1.11}$$

De esta forma

$$\int d\xi \psi_{M_f}^{I_f*}(\xi, \underline{r}_n, \sigma_n) \psi_{M_i}^{I_i}(\xi) = \sum_{\substack{j=|I_i-I_f| \\ (-)^{l+n, n_f}}}^{I_i+I_f} \langle I_i, M_i, M_f - M_i | I_f, M_f \rangle \\ \times F_{\ell_j}(r_n) \left[Y_{\ell}^{I_i}(\hat{r}_n) \chi^{1/2}(\sigma_n) \right]_{M_f - M_i}^* \quad \text{II.1.12}$$

Si reemplazamos la ecuación II.1.12 en la II.1.10 y sumamos sobre M_i, M_f, m y μ se obtiene

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = N \frac{k_p}{k_d} \frac{m_p m_d}{(2\pi \hbar^2)^2} \frac{2I_f + 1}{2(2I_i + 1)} \cdot \sum_j 2^{l+1} \sum_M \left| \int \chi_f^{*(-)}(k_p, \underline{r}_p) \right. \\ \left. \times F_{\ell_j}(r_n) Y_M^{*l}(\hat{r}_n) V_{mp}(|\underline{r}_p - \underline{r}_n|) \Theta_d(|\underline{r}_p - \underline{r}_n|) \chi_i^{(+)}(k_d, \underline{r}_d) d\underline{r}_p d\underline{r}_n \right|^2 \quad \text{II.1.13}$$

Los códigos DWBA de rango finito trabajan con esta expresión. Es más común convertir la integral de 6-dimensiones (II.1.13) en una de tres dimensiones haciendo la suposición

$$V_{mp}(\underline{r}) \Theta_d(\underline{r}) = D_0 \delta(\underline{r}) \quad \text{II.1.14}$$

La constante D_0 se estima a partir de

$$D_0 = \int D_0 \delta(\underline{r}) d\underline{r} = \int V_{np}(\underline{r}) \Theta_d(\underline{r}) d\underline{r} \\ = \int \left[\frac{\hbar^2}{2m_{np}} \nabla_{\underline{r}}^2 - 2.223 \text{ MeV} \right] \Theta_d(\underline{r}) d\underline{r} \\ = -2.223 \text{ MeV} \cdot \int \Theta_d(\underline{r}) d\underline{r} \quad \text{II.1.15}$$

donde hemos usado la ecuación de Schrödinger para el deuterón y el teorema de Green para eliminar la integral de $\nabla_r^2 \theta_d$. Usando para θ_d la función de Hulthén se obtiene un valor de $D_0^* \sim 1.5 \times 10^4 \text{ MeV}^2 \cdot \text{fm}^3$. El resultado final es:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = N \frac{k_p}{k_d} \frac{m_p m_d}{(2\pi \hbar^2)^2} D_0^2 \frac{2I_f+1}{2(2I_i+1)} \sum_{j,l} \frac{1}{2l+1} \sum_M \left| \int \chi_f^{*(-)}(k_p, \xi) F_{lj}(r_n) Y_M^{*l}(\hat{r}) \chi_i^{(+)}(k_d, \xi) d\xi \right|^2 \quad \text{II.1.16}$$

Para calcular el factor de forma de "stripping", imaginemos que las funciones de onda de los estados inicial y final se expresan como combinaciones lineales de estados del modelo de capas. Entonces si hacemos un desarrollo generalizado en coeficientes de parentesco fraccionario del estado final en términos de los estados del núcleo blanco más un neutrón tenemos,

$$\Psi_{M_f}^{\alpha I_f}(\xi, r_n, \sigma_n) = \sum_{\beta; n l j} \langle \beta I_i; n l j || \alpha I_f \rangle [\gamma^{\beta I_i}(\xi) \times U_{n l j}(r_n) [Y^l(r_n) \chi^{1/2}(\sigma_n)]^j]_{M_f}^{I_f} \quad \text{II.1.17}$$

donde α y β son los números cuánticos adicionales que son necesarios para especificar completamente los estados. Si comparamos con la ecuación II.1.12 vemos que

$$F_{lj}(r_n) = \sum \langle \beta I_i; n l j || \alpha I_f \rangle^* U_{n l j}^*(r_n) \quad \text{II.1.18}$$

De aquí se ve que la dependencia radial del factor de forma es justamente la función de onda radial del estado ligado del modelo de

capas al cual pertenecía el neutrón capturado. El método corriente para calcular $U_{nlj}(r)$ es resolver la ecuación de Schrödinger de una partícula en un pozo tipo Woods-Saxon, cuya geometría corresponde a las dimensiones nucleares, pero cuya profundidad se elige de forma tal que la velocidad de decrecimiento de $U_{nlj}(r)$ a grandes r sea la determinada por la energía de separación de un neutrón del nivel en cuestión. La suma sobre M en la ecuación II.1.16 toma entonces la forma

$$\sum_M \left| \sum_n \langle \beta I_i ; n l j | \alpha I_f \rangle^* \int \chi_f^{*(-)}(k_p, r) U_{nlj}^*(r) Y_M^{*l}(\hat{r}) \chi_i^{(+)}(k_d, r) dr \right|^2 \quad \text{II.1.19}$$

Nótese que esta expresión es coherente en el número cuántico principal n . Sin embargo para la mayoría de los estados de baja energía de $\Psi^{\beta I_i}$ y $\Psi^{\alpha I_f}$, sólo un valor de n en la ecuación II.1.17 será importante. En este caso es útil definir el factor espectroscópico

$$S_{mej}(\beta I_i \rightarrow \alpha I_f) \equiv N |\langle \beta I_i ; n l j | \alpha I_f \rangle|^2 \quad \text{II.1.20}$$

de manera que la ecuación II.1.16 queda

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{2 I_f + 1}{2 I_i + 1} \sum_{j, \ell} \frac{1}{2\ell + 1} S_{mej}(\beta I_i \rightarrow \alpha I_f) \sigma_{mej} \quad \text{II.1.21 (a)}$$

$$\sigma_{mej} = \frac{1}{2} \frac{k_p}{k_d} \frac{m_p m_d}{(2\pi \hbar^2)^2} D_0^2 \sum_M \left| \int \chi_f^{*(-)}(k_p, r) U_{mej}^*(r) Y_M^{*l}(\hat{r}) \chi_i^{(+)}(k_d, r) dr \right|^2 \quad \text{II.1.21 (b)}$$

De esta forma toda la información de estructura nuclear (dejando aparte la función de onda radial del neutrón capturado) está contenida en el factor espectroscópico.

Debido a la invariancia por inversión temporal de la reacción (d,p), podemos escribir la sección eficaz para la reacción (p,d), en términos de la primera, en la forma

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}_{p,d} = \frac{2I_i + 1}{2I_f + 1} \frac{3}{2} \frac{k_d^2}{k_p^2} \frac{d\sigma}{d\Omega}_{d,p} \quad \text{II.1.22 (a)}$$

$$= \frac{3}{2} \sum \frac{1}{2\ell + 1} S_{nlj}(\beta I_i \rightarrow \alpha I_f) \sigma_{nlj}^{DW} \quad \text{II.1.22 (b)}$$

donde σ_{nlj}^{DW} es el mismo que el σ_{nlj} de la ecuación II.1.21 (b) pero calculado con protones en el canal de entrada y deuterones en el de salida. En particular, si el blanco es un núcleo par-par, entonces $I_i = 0$ y $j = I_f$; en este caso entra un sólo término en la ecuación II.1.21 (b) y finalmente queda

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}_{p,d} = \frac{3}{2} S_{mlj}(\beta I_i \rightarrow \alpha I_f) \frac{\sigma_{mlj}^{DW}}{2j + 1} \quad \text{II.1.23}$$

II.2. Factores espectroscópicos y Reglas de suma

Resulta útil observar que las capas cerradas de neutrones tanto en $\Upsilon_{M_i}^{\beta I_i}$ como en $\Upsilon_{M_f}^{\alpha I_f}$ pueden suprimirse del cálculo del factor espectroscópico de la ecuación II.1.20. Tomemos de nuevo el caso de una reacción (d,p) y consideremos de nuevo una situación en la cual ambas funciones de onda contienen una capa cerrada j_1 , y una abierta j_2 . Las funciones de onda antisimetrizadas son entonces

$$\Upsilon_{M_i}^{\beta I_i}(1,2,\dots,N-1) = \sqrt{\frac{N_1! (N_2 - 1)!}{(N-1)!}} \mathcal{A} \Phi_0^{\beta}(j_1^{N_1}; 1, \dots, N_1) \Phi_{M_i}^{\beta I_i}(j_2^{N_2-1}; N_1+1, \dots, N-1). \quad \text{II.2.1 (a)}$$

$$\Upsilon_{M_f}^{\alpha I_f}(1, 2, \dots, N-1, N) = \sqrt{\frac{N_1! N_2!}{N!}} \mathcal{A} \Phi_0^0(j_1^{N_1}; 1, \dots, N_1) \Phi_{M_f}^{\alpha I_f}(j_2^{N_2}; N_1+1, \dots, N-1, N) \quad \text{II.2.1 (b)}$$

donde $N_i = 2j_i + 1$ y $N_1 + N_2 = N$. El símbolo \mathcal{A} da cuenta de todas las posibles sumas de términos en los cuales $N-1$ ó N neutrones se distribuyen en las dos capas con una fase delante de cada término que asegure la antisimetría con respecto a todos los neutrones. Hagamos ahora un desarrollo de $\Phi_{M_f}^{\alpha I_f}(j_2^{N_2})$ en parentesco fraccionario con $\Phi_{M_i}^{\beta I_i}(j_2^{N_2-1})$, entonces

$$\begin{aligned} \Upsilon_{M_f}^{\alpha I_f}(1, \dots, N-1, N) &= \sqrt{\frac{N_2}{N}} \sum_{\beta I_i} \langle j_2^{N_2-1} \beta I_i; j_2 \rangle j_2^{N_2} \alpha I_f \rangle N_1! (N_2-1)! \\ &\times \mathcal{A} \Phi_0^0(j_1^{N_1}; 1, \dots, N_1) [\Phi^{\beta I_i}(j_2^{N_2-1}; N_1+1, \dots, N-1) \Phi^{I_2}(N)] \end{aligned} \quad \text{II.2.2}$$

Para pasar de $\Upsilon_{M_f}^{\alpha I_f}$ a $\Upsilon_{M_i}^{\beta I_i}$ por remoción del N -ésimo neutrón, éste debe pertenecer a la capa j_2 . Por lo tanto en la suma implícita de \mathcal{A} en la ecuación II.2.2 debemos tener en cuenta sólo aquellos sumandos para los cuales N se halle en el grupo j_2 , de donde la suma \mathcal{A} permutará sólo los primeros $N-1$ neutrones. Si comparamos la ecuación II.1.17 con la II.2.2 vemos que

$$\langle \beta I_i; j_2 \rangle \alpha I_f \rangle = \frac{N_2}{N} \langle j_2^{N_2-1} \beta I_i; j_2 \rangle j_2^{N_2} \alpha I_f \rangle,$$

$$S_{j_2} = N \langle \beta I_i; j_2 \rangle \alpha I_f \rangle^2 = N_2 \langle j_2^{N_2-1} \beta I_i; j_2 \rangle j_2^{N_2} \alpha I_f \rangle^2 \quad \text{II.2.3}$$

Luego al calcular los factores espectroscópicos podemos ignorar los neutrones en capas cerradas, y usar para N y para el coeficiente de parentesco fraccionario (c.p.f) en la definición de S , los que se refieren a la capa abierta. Si existen varias capas cerradas (tanto en

$\Psi^{\alpha I_f}$ como en $\Psi^{\beta I_j}$) y varias capas abiertas, podemos todavía ignorar las capas cerradas, reemplazando N en la ecuación II.1.20 por el número total de neutrones en las capas abiertas y definiendo los c.p.f. en términos de funciones de onda de capa abierta normalizadas y totalmente antisimetrizadas. Todos estos casos quedan automáticamente incorporados

$$S_{mlj}^{\beta I_i \rightarrow \alpha I_f} \equiv \left| \langle 0 | \Psi_{M_f}^{\alpha I_f} [\Psi_{M_i}^{\beta I_i} n_{mlj}^{\dagger}]_{M_f}^{I_f} | 0 \rangle \right|^2 \quad \text{II.2.4}$$

donde aquí $\Psi_{M_f}^{\alpha I_f}$ y $\Psi_{M_i}^{\beta I_i}$ se interpretan como operadores de segunda cuantificación que crean las funciones de onda $\Psi_{M_f}^{\alpha I_f}$ y $\Psi_{M_i}^{\beta I_i}$ cuando actúan sobre el vacío $|0\rangle$.

Podemos deducir una regla de suma simple para los factores espectroscópicos $S_{nlj}^{\beta I_i \rightarrow \alpha I_f}$. Si queremos averiguar el valor medio del número de agujeros de neutrones en la capa (nlj) en el blanco $\Psi_{M_i}^{\beta I_i}$, este será

$$\begin{aligned} \bar{n}_j ([nlj]^{-1}) &\equiv \langle 0 | \Psi_{M_i}^{\beta I_i} \sum_m n_m^{nlj} n_m^{\dagger nlj} \Psi_{M_i}^{\beta I_i} | 0 \rangle \\ &= \sum_m \langle 0 | \Psi_{M_i}^{\beta I_i} n_m^{nlj} n_m^{\dagger nlj} \Psi_{M_i}^{\beta I_i} | 0 \rangle \\ &= \sum_{\substack{m, M_f \\ \alpha I_f, M_f}} \langle 0 | \Psi_{M_i}^{\beta I_i} n_m^{nlj} \Psi_{M_f}^{\alpha I_f} | 0 \rangle \langle 0 | \Psi_{M_f}^{\alpha I_f} n_m^{\dagger nlj} \Psi_{M_i}^{\beta I_i} | 0 \rangle \quad \text{II.2.5} \\ &= \sum_{\substack{m, M_f \\ \alpha I_f}} |\langle 0 | \Psi_{M_f}^{\alpha I_f} n_m^{\dagger nlj} \Psi_{M_i}^{\beta I_i} | 0 \rangle|^2 \\ &= \sum_{\alpha I_f} |\langle 0 | \Psi_{M_f}^{\alpha I_f} [n_m^{\dagger nlj} \Psi_{M_i}^{\beta I_i}]_{M_f}^{I_f} | 0 \rangle|^2 \sum_{m, M_f} \langle j I_i m M_i | I_f M_f \rangle^2 \\ &= \sum_{\alpha I_f} \frac{2I_f + 1}{2I_i + 1} S_{mlj}^{\beta I_i \rightarrow \alpha I_f} \end{aligned}$$

Si tenemos un blanco par-par, entonces $I_i=0$ e $I_f=j$. En este caso el número de agujeros (nlj) en el blanco es

$$\bar{n}([nlj]^{-1}) = (2j+1) \sum_{\alpha} S_{nlj}^{\beta 0 \rightarrow \alpha j} \quad \text{II.2.6}$$

De aquí la suma de los factores espectroscópicos de cada estado de momento angular j (y paridad $(-)^l \pi_i$) poblados mediante una reacción (d,p) nos permite contar el número de agujeros nlj en el blanco. Se supone, desde luego, que en nuestra suma no incluimos los estados poblados por el agregado de un neutrón en la capa (n+1, l, j).

Por consideraciones análogas, la suma sobre los factores espectroscópicos para una reacción (p,d) se va a relacionar con el número medio de neutrones (nlj), en la forma

$$S_{nlj}^{\alpha I_i \rightarrow \beta I_g} = |\langle 0 | \Psi_{M_i}^{+\alpha I_i} [\Psi_{M_i}^{\beta I_g} n^{+mlj}]_{M_i}^{I_i} | 0 \rangle|^2$$

$$\bar{n}_i(nlj) = \langle 0 | \Psi_{M_i}^{+\alpha I_i} \sum_m n_m^{+mlj} n_m^{mlj} \Psi_{M_i}^{\alpha I_i} | 0 \rangle = \sum_{\beta I_g} S_{nlj}^{\alpha I_i \rightarrow \beta I_g} \quad \text{II.2.7}$$

Nuevamente, en el caso de un blanco con $I_i=0$, vamos a tener que sumar los factores espectroscópicos para los estados (poblados por la reacción) con momento angular j (y paridad $(-)^l \pi_i$).

Consideramos útil hacer notar la diferencia entre un blanco con $I_i=0$ (par-par) de otro con $I_i \neq 0$ (impar-par). Tomemos como ejemplo el caso de dos reacciones (p,d)



En a) el núcleo blanco tiene un protón fuera de capa cerrada. En b), en cambio, se trata de un núcleo doblemente mágico. El factor espectroscópico para a) de acuerdo a la ecuación II.2.7 es

$$S_{m_l j}^{J_A M_A \rightarrow J_B M_B} = |\langle J_A M_A; (n l j)^{-1} \}_{M_B}^{J_B} J_A M_A \rangle|^2 \quad \text{II.2.8}$$

donde

$$|J_A M_A \rangle = a_p^{\dagger J_A M_A} |\tilde{0} \rangle$$

$$|J_B M_B \rangle = [b_n^{\dagger m l j} a_p^{\dagger}]^{J_B M_B} |\tilde{0} \rangle. \quad \text{II.2.9}$$

En la ecuación II.2.9 $a_p^{\dagger J M}$ y $b_n^{\dagger n l j}$ crean un protón y un agujero de neutrón respectivamente, de impulso angular dado, sobre el vacío de correlaciones $|\tilde{0} \rangle$. Debido a la invariancia frente a reversibilidad temporal se cumple, $b_n^{\dagger j m} = (-1)^{j-m} a_n^{j, -m}$. Luego

$$\begin{aligned} |J_B M_B, (n l j m) \}_{M_A}^{J_A} \rangle &= \sum_{m' M_B} \langle J_B M_B j m | J_A M_A \rangle [b_m^{\dagger j m} a_p^{\dagger J_A M_A}] a_m^{\dagger j m} |\tilde{0} \rangle \\ &= \sum_{m' M_B} \langle J_B M_B j m | J_A M_A \rangle \sum_{m' M_A} \langle j m' J_A M_A' | J_B M_B \rangle (-1)^{j-m'} a_m^{j-m'} a_p^{\dagger J_A M_A'} a_m^{\dagger j m} |\tilde{0} \rangle \quad \text{II.2.10} \end{aligned}$$

y por lo tanto

$$\begin{aligned} S^{1/2} &= \sum_{m' M_B} \langle J_B M_B j m | J_A M_A \rangle \sum_{m' M_A} \langle j m' J_A M_A' | J_B M_B \rangle (-1)^{j-m'} \\ &\quad \times \langle \tilde{0} | a_m^{j m} a_p^{\dagger J_A M_A'} a_m^{\dagger j-m'} a_p^{\dagger J_A M_A} |\tilde{0} \rangle \quad \text{II.2.11} \end{aligned}$$

El elemento de matriz de la ecuación II.2.11 resulta igual a $\delta_{m,-m'} \delta_{M_A M'_A}$
luego

$$S^{1/2} = \sum_{m M_B} \langle J_B M_B j m | J_A M_A \rangle \langle j -m J_A M_A | J_B M_B \rangle (-)^{j+m}$$

$$= \sqrt{\frac{2J_B+1}{2J_A+1}} \sum_{m M_B} \langle J_B M_B j m | J_A M_A \rangle \langle J_B M_B j m | J_A M_A \rangle (-)^{J_B+j-J_A} \quad \text{II.2.12}$$

y usando ortogonalidad

$$S_{mlj}^{J_A M_A \rightarrow J_B M_B} = \frac{2J_B+1}{2J_A+1} \quad \text{II.2.13}$$

Para el caso b), de acuerdo con la ecuación II.2.7 y teniendo en cuenta que $J_A=0$

$$S_{mlj}^{0 \rightarrow j} = 2j+1 \quad \text{II.2.14}$$

Reemplazando estos valores en la ecuación II.1.23 y teniendo en cuenta que el factor σ_{nlj}^{DW} no depende del spin del canal de entrada, entonces

$$\frac{d\sigma^{p,d}/d\Omega ({}^{209}\text{Bi})}{d\sigma^{p,d}/d\Omega ({}^{208}\text{Pb})} = \frac{2J_B+1}{(2J_A+1)(2j+1)} = \frac{2J_B+1}{\sum_{J_B} 2J_B+1} \quad \text{II.2.15}$$

De esta ecuación se ve entonces que la intensidad de la reacción de pick-up de un neutrón (nlj) en un núcleo con $J_A \neq 0$ debe distribuirse en forma proporcional a $2J+1$ entre cada uno de los estados finales del multiplete. En la ref¹²⁾ se hace un estudio experimental detallado (de alta resolución) de las reacciones arriba mencionadas. Puede verse aquí claramente como:

- i) la sección eficaz por "pick-up" de un neutrón de la capa $3p_{1/2}$ en la reacción sobre ^{208}Pb (capa cerrada de protones) coincide con la suma de las secciones eficaces resultantes del mismo "pick-up" neutrónico y que llevan a los estados finales $|n:(3p_{1/2})^{-1} \otimes p:1h_{1/2}\rangle$ del ^{208}Bi .
- ii) la distribución angular de cada uno de los miembros del multiplete se reproduce exactamente en forma.

II.3. Procedimiento y cálculo

En la sección 1 vimos que la sección eficaz diferencial de una etapa para la reacción de "pick-up" de un neutrón de un nivel (nlj) , viene dada por

$$\frac{d\sigma_{p,d}^{\beta I_i \rightarrow \alpha I_f}}{d\Omega} = \frac{3}{2} S_{mlj}^{\beta I_i \rightarrow \alpha I_f} \frac{\sigma_{mlj}^{DW}}{2j+1} \quad \text{II.3.1}$$

donde el factor $3/2$ da cuenta de los spines de los canales de entrada y de salida. Si extraemos de la ecuación II.3.1 el elemento de matriz de la interacción neutrón-protón y multiplicamos y dividimos por 10^4 nos queda

$$\frac{d\sigma_{p,d}^{\beta I_i \rightarrow \alpha I_f}}{d\Omega} = \frac{3}{2} \frac{D_0^2}{10^4} \frac{S_{mlj}^{\beta I_i \rightarrow \alpha I_f}}{2j+1} \frac{d\sigma_{mlj}^{DWUCK}(E_x)}{d\Omega} \quad \text{II.3.2}$$

Con la sección eficaz así expresada el factor $d\sigma_{nlj}^{DWUCK}(E_x)/d\Omega$ es el que se obtiene del código DWUCK¹³⁾.

Consideremos primero aquellos estados del núcleo residual $\gamma^{\alpha I_f}(nlj)$ a los que se puede llegar por transferencia de un neutrón del nivel nlj . En este caso, $d\sigma_{nlj}^{DWUCK}/d\Omega$ no depende de los momentos

angulares a la entrada o a la salida, sino solo de la energía de excitación E_x de cada estado final $\Upsilon^{I_f}(nlj)$. Esta energía de excitación E_x aparece en $d\sigma_{nlj}^{DWUCK}/d\Omega$ vía la onda distorsionada del canal de salida, y de la función de onda ligada del neutrón transferido (factor de forma). La primera que es solución de la ecuación de Schrödinger homogénea

$$\left[\frac{\hbar^2}{2m_d} \nabla_{r_d}^2 + U_d(r_d) - E_d^{CM} \right] \chi^{(+)}(k_d, r_d) = 0 \quad \text{II.3.3}$$

incluye a E_x a través de

$$E_d^{CM} = E_p^{CM} + Q_{g.s.} - E_x \quad \text{II.3.4}$$

donde E^{CM} es la energía del protón incidente en el sistema centro de masa y $Q_{g.s.}$ es la diferencia entre los excesos de masa para la reacción correspondiente entre estados fundamentales. Para el factor de forma la energía de ligadura correspondiente B_n^* , para el neutrón transferido es

$$B_n^* = B_n + E_x \quad \text{II.3.5}$$

donde B_n es la energía de ligadura de un neutrón en el nivel de Fermi.

Para hacer el cálculo tan sencillo como sea posible, vamos a suponer que todos los estados finales $\Upsilon_{nlj}^{\alpha I_f}$ tienen la misma energía de excitación fija en algún valor dado \bar{E}_x^{nlj} . De esta forma $d\sigma_{nlj}^{DWUCK}/d\Omega$ resulta independiente de cualquier estado final $\Upsilon_{nlj}^{\alpha I_f}$. Si sumamos la ecuación II.3.2 sobre todos ellos entonces obtenemos

$$\sum_{\alpha I_f} \frac{d\sigma_{nlj}^{\beta I_i \rightarrow \alpha I_f}}{d\Omega} = \frac{2s_d+1}{2s_p+1} \frac{D_0^2}{10^4(2j+1)} \frac{d\sigma_{nlj}^{DW}(E_x^{nlj})}{d\Omega} \sum_{\alpha I_f} S_{nlj}^{\beta I_i \rightarrow \alpha I_f} \quad \text{II.3.6}$$

y usando la ecuación II.2.7 queda

$$\sum_{\alpha I_f} \frac{d\sigma}{d\Omega} \stackrel{\alpha I_i \rightarrow \alpha I_f}{nlj} = \frac{2S_d+1}{2S_p+1} \frac{D_0^2}{10^4 (2j+1)} \frac{d\sigma}{d\Omega}^{PW}(\bar{E}_x^{nlj}) \bar{\eta}(\alpha I_f) \quad \text{II.3.7}$$

De la expresión II.3.7 vemos que la suposición hecha más arriba, ha concentrado toda la sección eficaz de los estados finales reales del núcleo residual $\Upsilon_{nlj}^{\alpha I_f}$, en un sólo estado $\Upsilon_f(nlj)$ que se encuentra a una energía de excitación \bar{E}_x^{nlj} . Entonces para obtener la sección eficaz diferencial deberemos calcular la ecuación II.3.2 sólo para unos pocos estados finales $\Upsilon_f(nlj)$, más precisamente, deberemos calcular II.3.2 para cada nivel ocupado de neutrones (nlj) en el núcleo blanco.

A esta altura resulta natural asignar a cada estado ocupado de neutrones (nlj) el correspondiente estado simple de partícula independiente que predice el modelo de capas (PIMC). Por supuesto que un estado real cualquiera del blanco consistirá en mezclas muy complicadas de estos estados PIMC, de manera que su contribución a la sección eficaz incluirá términos de interferencia. Sin embargo cuando sumemos sobre todos los estados finales correspondientes a la excitación de un gran número de estos estados reales, incluidos en un rango apreciable de energía de excitación, la contribución de los términos de interferencia promediada en el intervalo de energía tenderá a cancelarse. De esta forma el resultado es el mismo que si calculáramos la sección eficaz partiendo directamente de los estados PIMC. La contribución de los procesos de una etapa así planteada incluye automáticamente la interferencia en el cálculo de la sección eficaz.

Para confrontar luego el cálculo con la sección eficaz experimental se elegirá un criterio razonablemente apropiado que permita repartir en energía la sección eficaz concentrada en cada \bar{E}_x^{nlj} .

Por razones prácticas vamos a adoptar el siguiente modelo sencillo para el cálculo de la ecuación II.3.2. Diremos que cualquier estado $\gamma_{M_i}^{\beta I_j}$ del núcleo blanco queda bien descrito por el modelo de capas sin la interacción nucleón-nucleón. En esta situación, todos los niveles neutrónicos de partícula independiente (NNPI) debajo del nivel de Fermi estarán ocupados (excepto quizás el último que puede estar parcialmente ocupado), mientras que los demás estarán vacíos. En particular y para los núcleos que estamos analizando (en todos los casos el último NNPI esta completo) tendremos \bar{n}_{nlj}^{-2j+1} debajo del nivel de Fermi, y $\bar{n}_{nlj}=0$ para el resto.

La secuencia y energía de los NNPI se generan a partir de un pozo del tipo de Woods-Saxon con una geometría fija y utilizando una facilidad del código DWUCKIV. En primer lugar calculamos $d\sigma_{nlj}^{DWUCK} / d\Omega$ para la transferencia de un neutrón al estado fundamental del núcleo residual. Se genera así un factor de forma ($F_{1j}(r)$), esto es el último NNPI, en un pozo de potencial real de tipo Woods-Saxon con parámetros $r_0 = 1.25$ fm, $a = 0.65$ fm y $\lambda = 25$, donde r_0 y a son respectivamente el radio y la difusividad del pozo y λ es el factor (factor de Thomas) que multiplica al término correspondiente a la interacción spin-órbita

$$V(r) = -V_0 f(x_R) - V_{s.o.} \frac{1}{r} \frac{df(x_R)}{dr} \vec{\ell} \cdot \vec{s}$$

$$f(x_R) = \left[1 + \exp\left(\frac{r - r_0 A^{1/3}}{a}\right) \right]^{-1} \quad \text{II.3.8}$$

Se usa como entrada al código la energía de ligadura de este neutrón transferido (extraída de una tabla de masas) y el programa hace una búsqueda de la profundidad del pozo V_0 . Conocidos estos valores (Tabla I) se utilizan ahora como entrada, siendo la salida las energías

TABLA I. Reacciones estudiadas en el texto. $Q_{g.s.}$ es el valor Q de la reacción entre estados fundamentales; B_n es la energía de ligadura del neutrón más externo extraída de tablas^{a)}; V_0 es la profundidad del potencial nuclear que liga un neutrón al blanco con energía B_n .

Reacción	$Q_{g.s.}$ (MeV)	B_n (MeV)	V_0 (MeV)
^{54}Fe (p,d)	-11.157	13.619	-53.16
^{120}Sn (p,d)	-6.88	9.11	-49.07
^{209}Bi (p,d)	-5.229	7.454	-45.64

a) Mattauch J.H.E., Thiele W. y Wapstra A.H., Nucl. Phys. A67(1965)36.

de ligadura B_n^* de todos los restantes NNPI. Adoptamos entonces estos valores como las energías de ligadura reales del núcleo blanco y usando la ecuación II.3.5 obtenemos las correspondientes energías de excitación E_x^{nlj} para los estados finales $\Upsilon_f(nlj)$. Los valores utilizados aparecen en la cuarta columna de las Tablas II a VIII.

11.4. Parámetros ópticos

Este punto merece una especial consideración debido a que no sólo estamos interesados en el cálculo relativo de la ecuación II.3.2 sino también en conocer el valor absoluto. Para el canal de protones utilizamos una sistemática global de Mequet et al.¹⁴⁾ dependiente de la energía, que reproduce dentro del error la sección eficaz diferencial experimental de dispersión elástica para los núcleos y las energías de interés (Tabla IX).

Para el canal de salida no existe una sistemática reconocida que abarque todo el rango de masas y energías que queremos estudiar. De manera que adoptamos una sistemática¹⁵⁾ limitada y la extendimos a todo el rango de interés. Analizamos entonces a varias energías incidentes reacciones (p,d) y (d,p) en los núcleos estudiados ó en vecinos a los mismos que condujesen a estados finales cuyos factores espectroscópicos fuesen bien conocidos. En la Tabla X aparecen los casos analizados donde se revela que el acuerdo entre los valores absolutos está dentro del 25% excepto para el caso de la transición $^{54}\text{Fe}(p,d)^{53}\text{Fe}_{g.s.}$ donde la sección eficaz teórica sobreestima a la experimental a medida que crece la energía incidente. Para $E_p=62$ MeV el acuerdo es bueno; a $E_p=39$ MeV hay un exceso de alrededor del 20%, que llega al 30% para $E_p=29$ MeV. En todos los casos las tendencias angulares siguen el mismo acuerdo de los

TABLA II. $^{209}\text{Bi}(p,d)^{208}\text{Bi}$ a $E_p = 62.0$ MeV.

S_{nlj} indica el factor espectroscópico del estado de neutrón (nlj) de la columna 1 para la reacción de "pick-up". En la última columna la sección eficaz listada corresponde a la dada por la ecuación (II.3.2) del texto.

(nlj)	$S_{nlj}=2j+1$	$E^*(nlj)$ (MeV)	$d\sigma/d\Omega$ (fm ²)
3p _{1/2}	2	0.0	0.747
3p _{3/2}	4	0.754	1.632
2f _{5/2}	6	0.940	2.317
1i _{13/2}	14	0.635	4.145
2f _{7/2}	8	2.867	3.593
1h _{9/2}	10	3.657	1.329
1h _{11/2}	12	7.446	1.774
3s _{1/2}	2	7.604	0.638
2d _{3/2}	4	8.600	0.825
2d _{5/2}	6	9.825	1.395
1g _{7/2}	8	11.548	0.538
1g _{9/2}	10	13.854	0.842
2p _{1/2}	2	15.986	0.225
2p _{3/2}	4	16.598	0.500
1f _{5/2}	6	18.366	0.252
1f _{7/2}	8	19.794	0.460
2s _{1/2}	2	23.047	0.117
1d _{3/2}	4	24.429	0.105
1d _{5/2}	6	25.187	0.225
1p _{1/2} ^{a)}	2	29.645	0.025
1p _{3/2} ^{a)}	4		
1s _{1/2}	2		

a) el estado no puede ligarse al pozo.

TABLA III. $^{209}\text{Bi}(p,d)^{208}\text{Bi}$ a $E_p = 38.8$ MeV.
 Ver descripción en TABLA II.

(nlj)	$S_{nlj}=2j+1$	$E^*(nlj)$ (MeV)	$d\sigma/d\Omega$ (fm^2)
3p _{1/2}	2	0.0	2.910
3p _{3/2}	4	0.754	6.349
2f _{5/2}	6	0.940	5.375
1i _{13/2}	14	0.635	4.680
2f _{7/2}	8	2.867	6.993
1h _{9/2}	10	3.657	1.335
1h _{11/2}	12	7.446	1.836
3s _{1/2}	2	7.604	1.311
2d _{3/2}	4	8.599	1.097
2d _{5/2}	6	9.825	1.546
1g _{7/2}	8	11.548	0.424
1g _{9/2}	10	13.854	0.598
2p _{1/2}	2	15.986	0.105
2p _{3/2}	4	16.598	0.188
1f _{5/2}	6	18.366	0.096
1f _{7/2}	8	19.794	0.089
2s _{1/2}	2	23.047	0.003
1d _{3/2}	4	24.429	0.001
1d _{5/2}	6	25.187	0.001
a)			

a) los estados que siguen no pueden ser ligados al pozo.

TABLA IV. $^{120}\text{Sn}(p,d)^{119}\text{Sn}$ a $E_p = 62.0$ MeV.
 Ver explicaciones en TABLA II.

(nlj)	$S_{nlj}=2j+1$	$E^*(nlj)$ (MeV)	$d\sigma/d\Omega$ (fm^2)
$2d_{3/2}$	4	0.0	2.518
$2d_{5/2}$	6	1.988	4.620
$1g_{7/2}$	8	2.271	2.404
$1g_{9/2}$	10	6.472	3.852
$2p_{1/2}$	2	9.302	0.744
$2p_{3/2}$	4	10.383	1.721
$1f_{5/2}$	6	11.568	0.990
$1f_{7/2}$	8	14.283	1.611
$2s_{1/2}$	2	18.712	0.366
$1d_{3/2}$	4	20.020	0.344
$1d_{5/2}$	6	21.525	0.567
$1p_{1/2}$	2	27.432	0.079
$1p_{3/2}$	4	28.066	0.177
$1s_{1/2}$	2	33.727	0.042

TABLA V. $^{120}\text{Sn}(p,d)^{119}\text{Sn}$ a $E_p = 28.8$ MeV.
Ver explicaciones en TABLA II.

(nlj)	$S_{nlj}=2j+1$	$E^*(nlj)$ (MeV)	$d\sigma/d\Omega$ (fm ²)
2d _{3/2}	4	0.0	9.768
2d _{5/2}	6	1.988	14.516
1g _{7/2}	8	2.271	3.464
1g _{9/2}	10	6.472	4.575
2p _{1/2}	2	9.302	1.000
2p _{3/2}	4	10.383	1.780
1f _{5/2}	6	11.568	0.762
1f _{7/2}	8	14.283	0.586
2s _{1/2}	2	18.712	.a)
1d _{3/2}	4	20.020	.a)
1d _{5/2}	6	21.525	.a)
1p _{1/2}	2	27.432	.a)
1p _{3/2}	4	28.066	.a)
1s _{1/2}	2	33.727	.a)

a) estos estados no pueden ligarse al pozo.

TABLA VI. $^{54}\text{Fe}(p,d)^{53}\text{Fe}$ a $E_p = 62.0$ MeV.
 Ver explicaciones en TABLA II.

(nlj)	$S_{nlj} = 2j+1$	$E^*(nlj)$ (MeV)	$d\sigma/d\Omega$ (fm^2)
1f _{7/2}	8	0.0	10.122
1d _{3/2}	4	6.71	2.357
2s _{1/2}	2	6.58	2.508
1d _{5/2}	6	10.27	4.575
1p _{1/2}	2	18.31	0.659
1p _{3/2}	4	19.97	1.480
1s _{1/2}	2	28.79	0.183

TABLA VII. $^{54}\text{Fe}(p,d)^{53}\text{Fe}$ a $E_p = 38.8$ MeV.
Ver explicaciones en TABLA II.

(nlj)	$S_{nlj}=2j+1$	$E^*(nlj)$ (MeV)	$d\sigma/d\Omega$ (fm ²)
1f _{7/2}	8	0.0	19.117
1d _{3/2}	4	6.71	4.472
2s _{1/2}	2	6.58	5.940
1d _{5/2}	6	10.27	8.092
1p _{1/2}	2	18.31	0.740
1p _{3/2}	4	19.97	1.102
1s _{1/2}	2	28.79	.a)

a) el estado no puede ser ligado al pozo de potencial.

TABLA VIII. $^{54}\text{Fe}(p,d)^{53}\text{Fe}$ a $E_p = 28.8$ MeV.
 Ver explicaciones en TABLA II.

(nlj)	$S_{nlj}=2j+1$	$E^*(nlj)$ (MeV)	$d\sigma/d\Omega$ (fm ²)
1f _{7/2}	8	0.0	20.817
1d _{3/2}	4	6.71	3.916
2s _{1/2}	2	6.58	5.163
1d _{5/2}	6	10.27	4.520
1p _{1/2}	2	18.31	.a)
1p _{3/2}	4	19.97	.a)
1s _{1/2}	2	28.79	.a)

a) el estado no puede ser ligado al pozo de potencial.

TABLA IX. Sistemáticas de parámetros ópticos utilizadas en el cálculo. El potencial óptico se define como,

$$U(r) = V_C - V_0 f(x_0) + \left[\frac{h}{m\pi c} \right]^2 V_{SO} \left(\frac{d}{dr} \cdot \frac{1}{r} \right) \frac{d}{dr} f(x_{SO}) - 1 W f(x_W) - 4W_D \frac{d}{dr} f(x_D)$$

donde

$$V_C = ZZ'e^2/r, \quad r \geq R_C \quad ; \quad f(x_1) = (1 + e^{x_1})^{-1}, \quad \text{donde } x_1 = (r - r_1 A^{1/3}) / A_1$$

$$= (ZZ'e^2 / 2R_C) (3 - r^2 / R_C^2), \quad r < R_C \quad ; \quad \left[\frac{h}{m\pi c} \right]^2 = 2.000 \text{ (fermi)}^2$$

$$R_C = r_C A^{1/3}$$

	V_0	r_0	a_0	W	W_D	$r_D^{(c)}$	$a_D^{(c)}$	V_{SO}	r_{SO}	a_{SO}
Protones ^{a)}	$49.9 - 0.22E + 26.4(N-Z)/A$ $+ 0.4(Z/A)^{1/3}$	1.16	0.75	$1.2 + 0.09E$	$4.2 - 0.05E +$ $15.5(N-Z)/A$	1.37	$0.74 - 0.008E$ $+ 1.0(N-Z)/A$	6.04	1.064	0.78
Deuterones ^{b)}	$81.0 - 0.22E + 2.0(Z/A)^{1/3}$	1.15	0.81		$14.4 + 0.24E$	1.34	0.68			1.15

a) Ver ref. 14).

b) Ver ref. 15).

c) Para los potenciales de protones $r_D = r_W$ y $a_D = a_W$.

TABLA X. Reacciones estudiadas en la determinación de parámetros ópticos.
 Con S se indica el factor espectroscópico. En la sexta columna
 $Dif=(S(teór)-S(calc))/S(teór)$.

Reacción	E_{inc}^{LAB} (MeV)	I	S(teórico)	S(calc.)	Dif(%)	ref.
^{40}Ca	40.	$3/2^+$	4.0	3.2	20	a)
^{54}Fe	62.0	$7/2^-$	4.1	4.0	2	b)
^{54}Fe	38.8	$7/2^-$	4.1	3.3	25	b)
^{54}Fe	28.8	$7/2^-$	4.1	3.	28	b)+c)
^{144}Nd	33.3	$7/2^-$	0.53	0.52	2	d)
^{209}Bi	62.0	5^++4^+	2.0	2.18	8	b)

- a) P. Martin et al., Nucl. Phys. A185(1972)N°2.
 b) F.E. Bertrand y W. Peelle. Ver ref¹⁾.
 c) N. Nelson et al., Nucl. Phys. A215(1975)541).
 d) D.L. Hillis et. al., Phys. Rev C12(1975)260.

valores absolutos aunque no se reproduce la forma en detalle. La fig. 1 muestra estas distribuciones en los casos analizados. Es general no pudo ser mejorado utilizando otras sistemáticas de parámetros ópticos para deuterones. La tabla IX da cuenta de los valores utilizados en el cálculo.

11.5. Contribución del Núcleo Compuesto

Para poder dar una descripción completa de la parte continua del espectro en energía de la partícula emitida a causa de una reacción nuclear, debemos agregar a la contribución incoherente de los procesos en n-etapas (con $n \geq 1$) aquellos procesos en los cuales el número de etapas es lo suficientemente grande como para que la energía del proyectil repartida entre los nucleones del blanco deje a éstos y a aquél en estados ligados. La emisión en este caso se convierte en un proceso estadístico caracterizado por tiempos de interacción largos, comparados con los típicos de reacciones directas, y una distribución angular isotrópica (en c.m.).

A estos procesos que por las características mencionadas pierden toda memoria del canal de entrada (hipótesis de Bohr) los denominamos de núcleo compuesto (NC). La sección eficaz correspondiente a la emisión de una partícula ν con una energía de canal ϵ puede escribirse entonces, según el formalismo de Haüser-Feshbach (H.F.)

$$\left(\frac{d\sigma}{d\epsilon/d\nu} \right) = \pi \chi^2 \sum_{I=0}^{\infty} (2I+1) T_I (2s_{\nu}+1) \sum_{l=0}^{\infty} T_{\nu}^l(\epsilon) \sum_{J=|I-l|}^{I+l} \rho(E^*, J) / D \quad 11.5.1$$

donde χ es la longitud de onda reducida de deBroglie del ion incidente, T_I es el coeficiente de transmisión para la I-ésima onda parcial del ion

incidente, $\rho(E, J)$ es la densidad de niveles dependiente del spin del núcleo residual y D es la integral del numerador sobre todas las partículas y energías emitidas. En la ecuación 11.5.1, j da cuenta del spin del núcleo residual. Queda claro que, para el caso que nos preocupa, estamos interesados no sólo en los deuterones evaporados inmediatamente luego de la formación del NC, sino también en aquéllos que participan en la cadena de decaimiento del mismo. La contribución del NC la hemos calculado utilizando una versión modificada del código EVA¹⁷⁾ y la hemos aplicado a los casos: $^{54}\text{Fe}(p, d)^{53}\text{Fe}$ a $E_p = 62, 38.8$ y 28.8 MeV, y $^{120}\text{Sn}(p, d)^{119}\text{Sn}$ a $E_p = 62$ y 28.8 MeV.

Este código provee distribuciones angulares y secciones eficaces integradas en ángulo para procesos primarios y secundarios de la cadena de decaimiento. En el cálculo de los procesos secundarios de decaimiento del compuesto, encontramos que el canal más importante es la cadena (p, nd) que contribuye en aproximadamente el 10% del decaimiento primario (p, d). De acuerdo a lo esperado además, los espectros primarios y secundarios muestran distribuciones con formas muy similares. La modificación mencionada del código consistió en su extensión, mediante algunas aproximaciones adicionales, al cálculo de secciones eficaces diferenciales. Estas aproximaciones adicionales aparte de las involucradas en el formalismo de H.F. (factorización de la sección eficaz, conservación del impulso angular total y paridad, reciprocidad de secciones eficaces, y uso del modelo óptico para calcular las secciones eficaces de formación) conciernen a la no interferencia de las ondas parciales del canal de entrada entre sí, y la no interferencia de las ondas parciales en el canal de salida entre sí. La idea es suponer que cuando se promedia la sección eficaz en un intervalo de energía apropiado las contribuciones de interferencia de la matriz de colisión

tenderán a cancelarse. De esta forma queda para la sección eficaz diferencial (promediada en el intervalo)

$$\left. \frac{d\bar{\sigma}}{d\Omega} \right|_v = \frac{\lambda^2}{4} \sum_{L=0}^{\infty} \sum_{I=0}^{\infty} \frac{(2I+1) T_I (2S_v+1)}{(2i+1)(2F+1)} \sum_{\ell=0}^{\infty} T_{\nu}^{\ell}(\epsilon) \sum_{J, |I-\ell|}^{I+\ell} \rho(E^*, J) / D$$

$$\times Z(IJJ; sL) Z(\ell\ell J, s'L) (-1)^{s+s'} P_L(\cos \theta) \quad 11.5.2$$

donde $S = i + F$ es el spin del canal de entrada, i y F son los spines intrínsecos del proyectil y del blanco respectivamente, y S' es el spin del canal de salida. El coeficiente Z viene dado en términos de los coeficientes $6-j$ como

$$Z(\ell\ell J; s'L) = (-1)^{2J} (2\ell+1)(2J+1) \left(\frac{2L+1}{4\pi} \right)^{1/2} \begin{pmatrix} \ell & \ell & L \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell & J & s' \\ J & \ell & L \end{pmatrix}$$

$$= (-1)^{s'+J+L} \langle \ell s' J || Y_L || \ell s' J \rangle \quad 11.5.3$$

Los coeficientes T_I en el canal de entrada se calculan a partir de

$$T_I = \left[1 + \exp\left(\frac{I_g - I}{\Delta}\right) \right]^{-1} \quad 11.5.4$$

donde $I_g \sim R_{inc} \sqrt{2M_{inc} E_{inc}}$ y Δ , que es el coeficiente que mide el ancho de la región de transición en la cual el coeficiente de transmisión pasa de 1 a 0, es del orden de ka (a : difusividad del radio nuclear). El uso de coeficientes T_I , calculados con el modelo óptico en forma exacta, altera en menos de un 1% los valores de la sección eficaz obtenidos. La densidad de niveles, otro de los puntos modificados del código, fue reemplazada por la dada en la ref^{16 b)} a partir del modelo de un gas de Fermi para el núcleo y separando en un factor la parte dependiente del

spin del NC. La energía de excitación E^* en la expresión de la densidad se reemplazó directamente a partir de

$$E_{p'}^{\max} = \bar{E} - S_{p'} + S_p \equiv E + Q_{pp'}$$

$$E^* = E_{p'}^{\max} - E_{p'}$$

donde p' rotula el par de iones en el canal de salida; E es la energía del canal incidente, y $S_{p,p'}$ es la energía de separación del par a la entrada y a la salida. El agregado del término de corrección por "pairing" a E^* afecta a la sección eficaz de la ecuación II.5.1 en forma apreciable. Para el caso de la reacción $^{54}\text{Fe}(p,d)^{53}\text{Fe}$ a $E_p=62$ MeV, el desprejar la corrección por "pairing" aumenta la sección eficaz en el pico ($E_d^{\text{CH}} = 6$ MeV) en un 15%. Para la misma reacción pero esta vez a $E_p=38.8$ MeV el aumento es del 18%. Esta diferencia tiende a disminuir a medida que aumenta la masa y la energía de excitación. Los coeficientes $T_{\nu}^1(\epsilon)$ se calculan a partir del modelo óptico usando en cada caso los parámetros descritos en la sección anterior (los parámetros ópticos de neutrones son los provistos por el código). Estos coeficientes y por ende las secciones eficaces resultan tener una dependencia débil con la variación de los parámetros ópticos.

Las contribuciones del NC al espectro en energía de los núcleos estudiados se muestra en las figuras 2 y 3. En el caso del blanco de Fe, la distribución en energía calculada H-F sobreestima el resultado experimental en el máximo del espectro ($E_d^{\text{CH}} \sim 6$ MeV) en menos de un 10% para $E_p=62$ MeV, y en 10% para $E_p=38.8$ y 28.8 MeV. Esta sobreestimación permanece aún variando los parámetros del potencial óptico para el cálculo de los coeficientes $T_{\nu}^1(\epsilon)$ en la ecuación II.5.1, y se repite

para un cálculo del tipo de la aproximación de onda s. Esta última consiste en suponer que el momento angular inicial conserva para cada onda parcial y que $\mathcal{P}(E^*, J) \sim \mathcal{P}(E, l)$ en la ecuación 11.5.1. El cálculo fue realizado con el código ALICE¹⁸⁾ y con energías de ligadura obtenidas del modelo de gota líquida. Verificamos para este blanco que las secciones eficaces diferenciales en el intervalo $5 \text{ MeV} \leq E_d^{\text{CH}} \leq 8 \text{ MeV}$, esto es alrededor del máximo, calculadas a partir de la ecuación 11.5.2 son esencialmente isotrópicas. Las correspondientes distribuciones angulares experimentales resultan chatas para $\theta_{\text{c.m.}} > 90^\circ$, con una pequeña asimetría a ángulos delanteros. Esto confirma que todos los procesos excepto NC son despreciables para $\theta_{\text{c.m.}} > 90^\circ$ en esta región de baja energía y luego nos permite normalizar los resultados teóricos con los valores experimentales a ángulos traseros para $E_d < 8 \text{ MeV}$. A medida que E_d aumenta, la distribución angular teórica (H-F) va convirtiéndose a la forma simétrica alrededor de 90° con una asimetría no mayor del 27% (para $E_p = 38.8$ y 28.8 MeV) y 16% (para $E_p = 62 \text{ MeV}$) en la región de interés ($E_d < 14 \text{ MeV}$).

Para el caso de la masa $A=120$ la distribución calculada se ajusta, dentro del error, en el pico a la experimental medida a ángulos traseros. A medida que la masa aumenta la contribución de deuterones debida al NC va disminuyendo a causa del aumento del potencial coulombiano de barrera. Para $A=209$ su contribución es despreciable.

II.6. Aplicaciones y resultados

Caso del $^{209}\text{Bi}(p,d)^{208}\text{Bi}$ a $E_p = 62 \text{ MeV}$: los resultados se muestran en la fig.4. En la parte a), las barras representan la sección eficaz

integrada en ángulo $\sigma(nlj; E_x)$ calculada usando la ecuación 11.3.6 para cada estado final $\Upsilon_i(nlj)$. Los estados se corresponden unívocamente con aquellos listados en la Tabla VIII. Para poder comparar los resultados teóricos con la parte continua del espectro experimental se hace necesario distribuir en energía las secciones eficaces calculadas. Luego vamos a reemplazar las barras por funciones Gaussianas $d\sigma(nlj, E_d)/dE_d$ de la forma:

$$\frac{d\sigma(nlj, E_d)}{dE_d} = \frac{\sigma(nlj, E_x)}{\sqrt{2\pi} \xi} \exp \left[-\frac{(E_d - \bar{E}_d^{nlj})^2}{2 \xi^2} \right] \quad 11.6.1$$

donde \bar{E}_d^{nlj} es la energía del deuterón que se relaciona con $\bar{E}_x(nlj)$ a través de:

$$\bar{E}_d^{CM} = E_p^{CM} + Q_{g.s.} - \bar{E}_x \quad 11.6.2$$

Si alguna fracción de la sección eficaz se pierde para energías $E_d > E_d^{m\acute{a}x}$ (la máxima energía posible de los deuterones), $\sigma(nlj, E_x)$ es convenientemente renormalizada para conservar así toda la intensidad para $E_d \leq E_d^{m\acute{a}x}$. El semiancho ξ mide la distribución de los estados finales reales del núcleo residual. Del análisis efectuado sobre el primer multiplete excitado en el ^{208}Bi por una experiencia de alta resolución¹²⁾, el valor de ξ puede estimarse en alrededor de los 0.2 MeV. Sin embargo y debido a que los datos de Bertrand & Peelle¹⁾ que utilizamos están dados como promedios sobre intervalos de 1 MeV, los multipletes aparecen como un sólo pico ancho alrededor de $E_d \sim 54$ MeV. Esta característica puede reproducirse si se elige para ξ un valor mucho más grande que 0.2 MeV. Luego, para nosotros ξ será un parámetro arbitrario (sin significado físico) que nos permite llevar a cabo una

comparación útil entre los resultados teóricos y los experimentales. Hacemos notar que los valores de ξ no afectan la sección eficaz total hasta $F_d = E_d^{\text{máx}}$. En la parte a) de la fig. 4 la línea de trazos es el resultado de sumar la ecuación II.6.1 sobre todos los estados finales $\Upsilon_f(nlj, E_x)$ usando $\xi = 1$ MeV. Podemos distinguir dos regiones. En la región I, para $51 \leq E_d \leq 57.5$ MeV, la sección eficaz viene dada esencialmente por los estados $3p_{1/2}, 1i_{13/2}, 3p_{3/2}, 2f_{5/2}, 2f_{7/2}$ y $1h_{9/2}$. En la región II, $44 \leq E_d \leq 51$ MeV, por los estados finales $1h_{11/2}, 3s_{1/2}, 2d_{3/2}, 2d_{5/2}$ y $1g_{7/2}$. La parte b) de la figura, muestra las distribuciones angulares experimentales para las regiones I y II, integradas en el correspondiente rango de energía. Estas se comparan con los resultados de la ecuación II.3.7 al sumar sobre los estados finales relevantes. En la región I que corresponde esencialmente al pico, el acuerdo es notable. Para la región II, la sección eficaz experimental se muestra mayor, y con pendiente menor, que la teórica. Esto es una clara indicación que los procesos en múltiples etapas son importantes para $E_x > 8-10$ MeV.

Caso del $^{209}\text{Bi}(p,d)^{208}\text{Bi}$ a $E_p = 38.8$ MeV. Los resultados de este caso se muestran en la fig. 5. En la parte a) se comparan los resultados experimentales con la contribución calculada de la sección eficaz de una etapa para dos valores del semiancho de dispersión ξ . Debido a la menor energía incidente, la magnitud de la energía de excitación disponible se reduce y luego el número de niveles de neutrones con capacidad de ser transferidos también se reduce. De derecha a izquierda las barras representan los siguientes estados: $3p_{1/2}, 1i_{13/2}, 3p_{3/2}, 2f_{5/2}, 2f_{7/2}, 1h_{9/2}, 1h_{11/2}, 3s_{1/2}, 2d_{3/2}, 2d_{5/2}, 1g_{7/2}, 1g_{9/2}, 2p_{1/2}, 2p_{3/2}, 1f_{5/2}, 1f_{7/2}$ y $2s_{1/2}$. Al igual que en el caso anterior podemos distinguir aquí dos regiones. La región I, para $28 \leq E_d \leq 35$ MeV, contiene

los seis primeros estados listados anteriormente; la región II, comprendida entre $18.5 \leq E_d \leq 28$ MeV, incluye los seis estados siguientes. En la parte b) de la figura se muestran las distribuciones angulares experimentales para las regiones I y II, integradas en el correspondiente rango de energía. Nuevamente estas se comparan con los resultados de la ecuación II.3.7 sumados sobre todos los estados finales relevantes. El acuerdo en la región I es nuevamente remarcable, mientras que para la región II se repite la observación hecha en el caso anterior.

Caso del $^{120}\text{Sn}(p,d)^{119}\text{Sn}$ a $E_p = 62$ MeV. Los resultados se muestran en la fig. 6. En la parte a) se comparan las secciones eficaces experimentales integradas en ángulo con los resultados teóricos de una etapa para $\xi = 1$ y 4 MeV. En la zona de bajas energías del espectro, en línea de puntos, se muestra además la contribución del NC. Como se advierte de la figura la contribución del NC a la región de bajas energías de excitación es despreciable. En la parte b) de la misma figura aparece la distribución angular experimental correspondiente a la región denominada I en la parte a). Esta distribución se compara con los resultados teóricos obtenidos al sumar la sección eficaz sobre los estados $1d_{3/2}$, $1d_{5/2}$, $1g_{7/2}$ y $1g_{9/2}$. El acuerdo es notable.

Caso del $^{120}\text{Sn}(p,d)^{119}\text{Sn}$ a $E_p = 28.8$ MeV. La fig. 7 muestra el análisis realizado en este caso. Las partes a) y b) de la figura muestran respectivamente la sección eficaz integrada y la distribución angular. En ambos casos se comparan los resultados experimentales con los cálculos realizados para los procesos de una etapa. La región I corresponde al intervalo $17.5 \leq E_d \leq 21.5$ MeV y tiene en cuenta los estados $2d_{3/2}$, $2d_{5/2}$, $1g_{7/2}$ y $1g_{9/2}$; la región II desde los 9 hasta los 17 MeV de energía de deuterón comprende los estados $1g_{9/2}$, $2p_{1/2}$, $2p_{3/2}$

y $1f_{5/2}$. De ambas figuras pueden concluirse resultados similares a los anteriores. Nótese que en las regiones consideradas la contribución del NC (parte a)) es despreciable.

Caso del $^{54}\text{Fe}(p,d)^{53}\text{Fe}$ a $E_p = 62$ MeV. Los resultados obtenidos se muestran en la fig. 8. Nótese que a medida que disminuye la masa la cantidad de estados de neutrón también disminuye. Se repiten los análisis anteriores para la sección eficaz integrada y la distribución angular. En este caso la región I, $46.5 \leq E_d \leq 50$ MeV, involucra solamente al estado $1f_{7/2}$; la región II, entre $35 \leq E_d \leq 50$ MeV, comprende a los estados (siempre de derecha a izquierda) $2s_{1/2}$, $1d_{3/2}$ y $1d_{5/2}$. Los resultados de este caso se analizarán con cuidado en la parte III de este trabajo al calcular la contribución de los procesos de dos etapas.

Caso del $^{54}\text{Fe}(p,d)^{53}\text{Fe}$ a $E_p = 38.8$ MeV. El análisis realizado se muestra en la fig. 9. Los intervalos elegidos para estudiar la distribución angular son: región I, $13.5 \leq E_d \leq 27$ MeV, en el que se considera solamente el estado $1f_{7/2}$; región II, $14 \leq E_d \leq 27$ MeV, que incluye los estados $2s_{1/2}$, $1d_{3/2}$ y $1d_{5/2}$.

Caso del $^{54}\text{Fe}(p,d)^{53}\text{Fe}$ a $E_p = 28.8$ MeV. Este caso es particularmente interesante. Aquí el espectro total debería poder reproducirse considerando tan sólo dos procesos principales: la transferencia de un neutrón en una etapa y al evaporación del NC. Esto se debe a que en principio el alto valor del coeficiente Q de la reacción entre estados fundamentales limita a sólo 17 MeV la energía disponible para los deuterones. En el espectro total la contribución del NC es apreciable hasta $E_d \sim 7$ MeV, y para los otros 10 MeV restantes, teniendo en cuenta los resultados de los casos analizados previamente, la sección eficaz esta totalmente explicada por los procesos es una etapa. Los resultados se muestran en la fig. 10. Los estados finales son $1f_{7/2}$, $2s_{1/2}$, $1d_{3/2}$ y

$ld_{5/2}$. En la parte a) de la figura la línea de trazo y punto es la contribución de una etapa (usando $\xi = 4$ MeV en la ecuación II.6.1) multiplicada por un factor 0.7. Este factor de normalización surge de tener en cuenta las consideraciones previamente hechas en la sección 3 acerca de los parámetros ópticos. En la parte b) se muestra la distribución angular experimental para el espectro completo. La línea de trazo y punto es la distribución angular del proceso de una etapa (multiplicada por 0.7) y la línea continua es la suma de las contribuciones del NC más una etapa. De aquí se ve que los datos experimentales se reproducen correctamente, tanto en distribución angular como en el espectro integrado, confirmando de esta forma las premisas enunciadas.

Otro resultado digno de mencionarse es el que se obtiene cuando se grafica la diferencia entre la sección eficaz experimental integrada en ángulo, y la suma de las contribuciones de los procesos de una etapa y de NC (ver fig. 11). Este "espectro residual" debe adjudicarse a los procesos en múltiples etapas (PME). En la fig. 11 puede observarse que la sección eficaz de los PME sigue una tendencia de la forma

$$\frac{d\sigma^{PME}}{dE_d} = C E_x \quad \text{II.6.3}$$

hasta que se interrumpe por los efectos de la barrera de potencial Coulombiano. En la ecuación II.6.3, E_x es la energía de excitación y C una constante que depende esencialmente de la energía incidente y en menor medida de la masa del blanco.

II.7. Conclusiones de la Parte II

Hemos calculado en esta parte la contribución de los procesos en una etapa al espectro en energía de la partícula saliente, de la sección eficaz integrada en ángulo. Los resultados obtenidos luego de aplicar el método descrito en la sección 2 indican que el mecanismo de una etapa en reacciones inclusivas (p,d) agota, dentro de un rango amplio de masas (desde el ^{54}Fe hasta el ^{209}Bi) y para energías incidentes entre 30 y 65 MeV, la sección eficaz experimental hasta energías de excitación entre los 8 y 10 MeV. Desde estos valores en adelante la contribución decrece muy rápidamente hasta hacerse despreciable. Es interesante a esta altura comparar los resultados de este método con otras teorías que tratan la extensión de los efectos directos a la parte continua del espectro. Uno de los trabajos que parece haber obtenido los resultados más satisfactorios es el de Tamura y col.⁷⁾ En él se calcula la sección eficaz sumando sobre todas las secciones calculadas por el método DWBA para todas las configuraciones posibles de partícula-agujero, a una dada excitación, en el marco del modelo de capas. En este contexto los autores trabajan con un factor de forma colectivo que se obtiene como promedio de los factores de forma microscópicos calculados a partir de un potencial de interacción nucleón-nucleón elegido ad-hoc. De esta forma se calculan distribuciones angulares y espectros integrados en ángulo de las partículas emitidas, para procesos de una y dos etapas en un cierto número de reacciones. En particular Tamura y col. reproducen la dispersión inelástica (p,p') de protones a $E_p = 62$ MeV con sólo dos etapas y prácticamente toda la sección eficaz en el rango de 10 a 20 MeV de energía de excitación, con la contribución única de la primera etapa. Estos resultados no coinciden con los que hemos discutido más arriba. Cabe agregar, por otra parte que Tsai & Bertsch⁶⁾ calculan la misma reacción (p,p') en el marco de la aproximación de fases al azar (RPA)

para las excitaciones del blanco y usando una regla de suma para verificar los valores de las intensidades de la transición multipolar que obtienen de un cálculo DWBA. Aquí, estos autores encuentran que los procesos en una etapa sólo pueden dar cuenta del 25% del rendimiento experimental en el mismo rango de energías de excitación. Estos resultados son consistentes con los presentados en esta primer parte del trabajo.

Estudios más recientes^{9,11)} realizados para reacciones (p,n) sobre núcleos que abarcan desde el ^{48}Ca hasta el ^{208}Pb a energías incidentes un poco menores ($E_p = 45$ MeV), usando la teoría cuántico-estadística de Feshbach, Kerman y Koonin¹⁰⁾ para la emisión directa en múltiples etapas, muestran que los procesos en una etapa son insuficientes para explicar el espectro experimental en la región del continuo. Estos autores encuentran que aún para ángulos muy delanteros (30°) los procesos de dos etapas contribuyen en un 40% al espectro experimental para energías de excitación entre los 12 y 15 MeV.

En conclusión, los resultados obtenidos resultan consistentes con algunos trabajos anteriores aunque difieren con otros. Por haber encarado el estudio de una reacción que no ofrece ningún parámetro ajustable, estos resultados se muestran como una prueba decisiva sobre la contribución del mecanismo de una única etapa de reacción y parecen señalar una tendencia general de la contribución a las secciones eficaces de cualquier reacción inclusiva.

PARTE III

PROCESOS EN DOS ETAPAS

III.1 Introducción

Los resultados obtenidos en la primer parte dan cuenta de la fracción del espectro en energía que dominan los procesos directos. La sección eficaz faltante que se muestra en la figura 11 debe entonces ser provista por los procesos en múltiples etapas. El paso natural siguiente al cálculo de una etapa es obtener la fracción del espectro donde los procesos en dos etapas contribuyen mayormente. Siempre dentro de la filosofía de la primer parte y para la reacción (p,d) hemos calculado la contribución de los procesos de dos etapas para todo el espectro en el caso del ^{54}Fe bombardeado con protones de 62 MeV, y para dos valores de energía de excitación ($E_x = 30$ y 15 MeV) para el caso del ^{209}Bi a la misma energía incidente.

En la sección III.2 se hace una descripción completa de los fundamentos y el método de cálculo para la estimación teórica del procesos. Se analizan por separado cada uno de los canales estudiados y se describen los métodos para la obtención de los factores y densidades espectroscópicas. En la sección III.3 se analiza una de las vías de reacción (p,p')(p,d) y sus métodos se aplican a los casos arriba mencionados. En III.4 se repite el procedimiento para el proceso (p,d)(d,d').

III.2 Formulación básica

Vamos a describir la sección eficaz diferencial para procesos en dos etapas en la forma

$$\frac{d\sigma^{(2)}}{d\Omega}(E_f) = \frac{d\sigma^{(p,p',d)}}{d\Omega}(E_f) + \frac{d\sigma^{(p,d,d')}}{d\Omega}(E_f) \quad (\text{III.2.1})$$

donde (p,p',d) es la abreviatura que simboliza la reacción en la cual el protón incidente es dispersado inelásticamente por el núcleo, creando en éste una excitación de partícula-agujero y luego interactúa con un neutrón de alguna de las órbitas del núcleo blanco alejándose finalmente como un deuterón; con (p,d,d') describimos los procesos donde el "pick-up" de un neutrón precede a la excitación inelástica del núcleo residual provocada por el deuterón formado. Sólo se consideran estas dos vías de reacción para el proceso de dos etapas ya que la contribución de cualquier otro proceso ((p,t,d), (p,³He,d), (p, ,d)... etc) a III.2.1 se espera que sea significativamente menor debido a que la excitación inelástica producida por protones y deuterones en cualquiera de los núcleos estudiados presenta una sección eficaz que en el peor de los casos es un orden de magnitud mayor que las reacciones de transferencia. El hecho de calcular la sección eficaz como la suma incoherente de dos secciones eficaces correspondientes a cada una de las vías de reacción, caracteriza a todos los trabajos relacionados con los mecanismos de etapas múltiples. En el modelo de excitones (para una revisión reciente ver Blann¹⁹⁾ y Gadioli y Milazzo-Colli²⁰⁾) el sistema núcleo más partícula incidente, rotula los estados excitados por su número de excitones, un número que da cuenta de la suma de partículas arriba del nivel de Fermi y de agujeros debajo de éste. La reacción evoluciona a

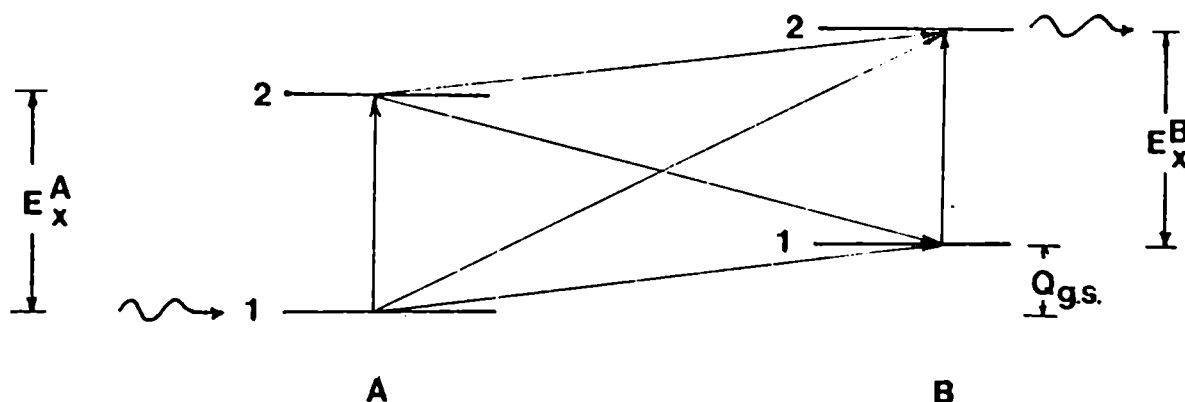
través de estados con un número creciente de excitones. En cada etapa hay una cierta probabilidad de que una partícula tenga suficiente energía como para escapar del sistema compuesto y contribuir al espectro. Puede también, sin embargo, pasar al siguiente estado de excitación haciendo intervenir un par adicional de partícula-agujero. El espectro de la reacción se calcula sumando en forma incoherente las contribuciones de cada las etapas.

Chiang y Hüfner⁸⁾ en su modelo "Uno, dos, infinito" argumentan que la suma es incoherente dado que en principio (haciendo mediciones más exclusivas) es posible distinguir entre, una dispersión simple con un nucleón en retroceso, una colisión doble con dos nucleones en retroceso etc..

En su generalización de la DWBA Feshbach y col.¹⁰⁾ hacen dos suposiciones básicas; la primera por la cual la interacción residual sólo puede inducir transiciones entre la etapa n -ésima y la $(n+1)$ -ésima, se denomina hipótesis de cadena. La segunda suposición es estadística y muy similar a la que se emplea en la teoría estadística de reacciones nucleares, y que ya hemos descripto en la sección II.5, esto es que las fases relativas de ciertos elementos de matriz se suponen están al azar. De esta forma al sumar sobre todos los estados finales que involucren el mismo momento angular y paridad los términos de interferencia tenderán a cancelarse y la sección eficaz resultante vendrá dada, lo mismo que en el modelo de excitones, por la contribución incoherente de cada una de las etapas.

En nuestro trabajo, que es una extensión rigurosa del modelo de reacciones directas de Tamura y col.⁷⁾, esta idea fue aplicada al cálculo de la contribución de una etapa desarrollado en la parte II. Su generalización a procesos en etapas múltiples es inmediata y puede

resumirse en el siguiente ejemplo. Sea una reacción donde el proyectil a incide sobre un blanco A y cuyo resultado final sea un eyectil b y un núcleo residual B en un estado particular Υ_{2B} que podemos esquematizar de la siguiente manera



En la figura el estado Υ_{2A} es cualquiera en el intervalo $0 \leq E_x^A \leq E_x^B + Q_{g.s.}$ y que se acople a los momentos angulares del blanco y transferido para dar el momento angular final; Υ_{1B} cumple también con este requisito y su energía de excitación es tal que $0 \leq E_x^{1B} \leq E_x^{2B}$. La sección eficaz diferencial para transiciones entre un estado *i* y uno *f* se puede escribir

$$\sigma(E_f, \Omega) = \frac{k_i}{k_f} \frac{m_i m_f}{(2\pi\hbar^2)^2} |T_{fi}|^2 \quad \text{III.2.2}$$

donde T_{fi} es el coeficiente de transmisión que contiene al elemento de matriz de la interacción residual entre los estados del blanco y del núcleo residual. La sección eficaz al estado particular $\Upsilon_{2B}^{J^\pi}$ que incluye solamente procesos de una y dos etapas resulta definitivamente proporcional a

$$\sigma_{2B}(E_f, \Omega) \propto |T_{1A \rightarrow 2B} + T_{1A \rightarrow 1B \rightarrow 2B} + T_{1A \rightarrow 2A \rightarrow 2B}|^2$$

$$\begin{aligned}
&= T_{1A \rightarrow 2B}^2 + T_{1A \rightarrow 1B \rightarrow 2B}^2 + T_{1A \rightarrow 2A \rightarrow 2B}^2 + 2 \operatorname{Re}(T_{1A \rightarrow 2B} T_{1A \rightarrow 1B \rightarrow 2B}^*) \quad \text{III.2.3} \\
&+ 2 \operatorname{Re}(T_{1A \rightarrow 2B} T_{1A \rightarrow 2A \rightarrow 2B}^*) + 2 \operatorname{Re}(T_{1A \rightarrow 1B \rightarrow 2B} T_{1A \rightarrow 2A \rightarrow 2B}^*)
\end{aligned}$$

Si ahora sumamos sobre todos los estados finales $\Upsilon_{2B}^{j\pi}$ incluidos en un rango apreciable de energía de excitación el argumento estadístico de aleatoriedad de las fases en los $T_{\alpha\beta}$ hará que la contribución de los términos de interferencia en III.2.3 tienda a cancelarse. De esta forma la sección eficaz calculada resulta la que se obtiene de tener en cuenta solamente los términos definitivamente positivos. En nuestros cálculos, $T_{1A \rightarrow 2B}^2$ es proporcional a la sección eficaz para transferencia directa de una partícula, que hemos calculado en la parte II con el formalismo de la aproximación de Born de ondas distorsionadas. En lo que sigue trataremos el problema de dos pasos para $T_{1A \rightarrow 1B \rightarrow 2B}^2$ (en nuestro caso $(p,d)(d,d')$) y $T_{1A \rightarrow 2A \rightarrow 2B}^2$ (para nosotros $(p,p')(p',d)$) dentro del formalismo de canales de reacción acoplados (CRC) que pasamos a describir inmediatamente.

III.2.1 Formalismo de Canales de Reacción Acoplados (CRC)

La clase de procesos que se consideran en este trabajo puede simbolizarse por $a+A \rightarrow b+B \rightarrow c+C \dots$ donde cada etapa del proceso, por ejemplo $a+A \rightarrow b+B$, puede ser cualquier reacción nuclear, tal como transferencia de una partícula, dispersión inelástica, etc.. Para seguir el proceso desde su estado inicial, a través de los estados intermedios, a un dado estado final vamos a indicar con $\alpha \equiv \{ l_a j_a s_a ; aA \}$ el conjunto usual de números cuánticos $l_a j_a s_a$, como así también la

partición de masas particular $a+A$ del canal. No se generará ninguna confusión si usamos también a y A para especificar el conjunto de números cuánticos internos del núcleo A .

La función de onda total para el sistema puede escribirse como

$$\Psi^{(+)} = \sum_{J\alpha} r_{\alpha}^{-1} \chi_{\alpha}^J(r_{\alpha}) \Phi_{\alpha}^{JM} \quad \text{III.2.4}$$

donde $\chi_{\alpha}^J(r_{\alpha})$ es la función de onda distorsionada parcial y Φ_{α}^{JM} es la función de estado del canal definida como

$$\Phi_{\alpha}^{JM} = \{ Y_{l_a s_a j_a} \phi_a \otimes \phi_{J_A} \}^{JM} \quad \text{III.2.5 a)}$$

donde $Y_{l_a s_a j_a}$ es la función de ángulo-spin

$$Y_{l_a s_a j_a} = \sum \langle l_a m_{l_a} s_a m_{s_a} | j_a m_{j_a} \rangle i^{l_a} Y_{l_a m_{l_a}} \chi_{s_a m_{s_a}} \quad \text{III.2.5.b)}$$

Como de costumbre, $Y_{l_a m_{l_a}}$ es un esférico armónico y $\chi_{s_a m_{s_a}}$ es la función de spin del proyectil a . ϕ_a y ϕ_A (o ϕ_{J_A}) en la ecuación III.2.5 a) son respectivamente las partes espacial y de isospin de la función de estado interno del proyectil a y del núcleo A .

Si ahora hacemos el producto de las funciones de estado internas

$\chi_{s_a m_{s_a}}$, ϕ_a y ϕ_A en la forma

$$\psi_{\alpha} \equiv \chi_{s_a m_{s_a}} \phi_a \phi_A \quad \text{III.2.6 a)}$$

entonces la función ψ_{α} satisface

$$H_{\alpha} \psi_{\alpha} = \epsilon_{\alpha} \psi_{\alpha} \quad \text{III.2.6 b)}$$

donde llamamos H_α al Hamiltoniano intrínseco del canal α .

La ecuación para la función de onda radial distorsionada, $\chi_\alpha^J(r_\alpha)$ se deriva de la ecuación de Schrödinger para la función de onda total $\Psi^{(+)}$;

$$H \Psi^{(+)} = E \Psi^{(+)} \quad \text{III.2.7}$$

donde H es el Hamiltoniano total del sistema, que podemos reescribir de la forma

$$\begin{aligned} H &= H_\alpha + T_\alpha + V_\alpha \\ &= H_\alpha + T_\alpha + U_\alpha + (V_\alpha - U_\alpha) \end{aligned} \quad \text{III.2.8}$$

Aquí, T_α es la energía cinética del movimiento relativo entre a y A , y V_α es el potencial de interacción entre ellos. En la segunda línea de la ecuación III.2.8 hemos introducido el potencial óptico de un cuerpo, generador de la distorsión U_α . Reemplazando las ecuaciones III.2.8 y III.2.3 en la II.2.7, se obtiene

$$\begin{aligned} (H_\alpha + T_\alpha + U_\alpha - E) \sum_{\beta} r_\beta^{-1} \chi_\beta^J(r_\beta) \Phi_\beta^{JM} &= \\ &= - (V_\alpha - U_\alpha) \sum_{\beta} r_\beta^{-1} \chi_\beta^J(r_\beta) \Phi_\beta^{JM} \end{aligned} \quad \text{III.2.9}$$

La ecuación para χ_α^J se obtiene proyectando sobre una dada componente Φ_α^J , esto es multiplicando a izquierda por ella, e integrando sobre todas las variables internas del canal α . En este punto puede presentarse una complicación si los efectos debidos a la

no-ortogonalidad de las funciones Φ_α^J , se hacen importantes ya que no sería posible entonces aislar un término particular en la suma sobre J, β en la ecuación III.2.9. En el presente trabajo, sin embargo, no vamos a tener en cuenta la posible no-ortogonalidad de los estados de la base y simplemente vamos a calcular

$$\begin{aligned} \langle \Phi_\alpha^J | H_\alpha + T_\alpha + U_\alpha - E | \Psi^{(+)} \rangle \\ \sim (T_\alpha + U_\alpha - E_\alpha) r_\alpha^{-1} \chi_\alpha^J(r_\alpha) \end{aligned} \quad \text{III.2.10}$$

donde $E_\alpha = E - \epsilon_\alpha$. Usando esta aproximación se obtiene

$$\begin{aligned} (T_\alpha + U_\alpha - E_\alpha) r_\alpha^{-1} \chi_\alpha^J(r_\alpha) \\ = - \sum_{J,\beta} \langle \Phi_\alpha^J | V_\alpha - U_\alpha | \Phi_\beta^J \rangle r_\beta^{-1} \chi_\beta^J(r_\beta) \end{aligned} \quad \text{III.2.11}$$

Esta es la ecuación de CRC para la onda distorsionada χ_α^J , y que tiene exactamente la misma forma que la ecuación de canales acoplados que se obtiene para la dispersión inelástica²¹⁾. Se ha deducido una ecuación de CRC más rigurosa, teniendo en cuenta los efectos de no-ortogonalidad^{22,23)}. En la ref²³⁾ se hace una estimación numérica de estos efectos en casos pertinentes y se muestra que su incidencia en el resultado es bastante pequeña.

Vamos a poner a la ecuación III.2.11 en una forma más conveniente para realizar cálculos numéricos introduciendo primero, dentro del espíritu de la teoría de reacciones directas, la aproximación de rango cero, con $\bar{V}_\beta = V_\beta - U_\beta$. En esta aproximación podemos escribir

$$J \langle \phi_b \chi_{s_b m_b} \phi_{J_B M_B} | \bar{V}_\alpha | \phi_\alpha \chi_{s_\alpha m_\alpha} \phi_{J_A M_A} \rangle = \sum_{l_{ij}} i^{-l} A_{l_{ij}}^{BA} F_{l_{ij}}^{BA}(r_\alpha) Y_{m_\alpha}^{l*}(\hat{r}_\alpha) \delta(r_\beta - \frac{A}{B} r_\alpha)$$

$$\times \langle J_A M_A j m_j | J_B M_B \rangle (-)^{S_b - m_b} \langle S_a m_a S_b - m_b | S m_s \rangle \langle \ell m_\ell S m_s | j m_j \rangle \quad \text{III.2.12}$$

donde J es el Jacobiano de la transformación de las coordenadas del canal de salida a coordenadas del canal de entrada y l, s y j son los momentos angulares orbital, de spin y total transferidos. Además A_{lsj}^{BA} y F_{lsj}^{BA} son, respectivamente, la amplitud espectroscópica y el factor de forma. Reemplazando la ecuación III.2.12 en la III.2.11 y luego de un poco de álgebra se puede mostrar que

$$D_\beta(\varrho_\beta) \chi_\beta^J(\varrho_\beta) = \sum_r U_{\beta r}(\varrho_r) \chi_r^J(\varrho_r) \quad \text{III.2.13}$$

donde

$$D_\beta(r) = \frac{\hbar^2}{2\mu_\beta} \left(\frac{d^2}{dr^2} - \frac{\ell_\beta(\ell_\beta+1)}{r^2} \right) - U_\beta(r) + E_\beta \quad \text{III.2.14}$$

La coordenada ϱ_β es una elección conveniente dado que hemos hecho una suposición de rango cero. Esta dada por $\varrho_\beta = (A/B)r$, $\varrho_r = (A/C)r$, etc.. Nótese que en este caso hemos usado A para indicar la masa del núcleo blanco en el canal incidente. Además,

$$U_\beta(r) = \sum_{\ell sj} (B/C)^2 \tilde{A}_{\ell sj}^{BC} A(\ell_b s_b j_b J_B, \ell_c s_c j_c J_C; \ell sj J) F_{\ell sj}^{BC}(r) \quad \text{III.2.15}$$

donde

$$\tilde{A}_{\ell sj}^{BC} \equiv \hat{J}_B A_{\ell sj}^{BC}, \quad \hat{J} = (2J+1)^{1/2} \quad \text{III.2.16}$$

y

$$\times \hat{\ell}_c \hat{\ell}_b \hat{j}_c \hat{j}_b \hat{s} \hat{j} \langle \ell_c 0 \ell_b 0 | \ell 0 \rangle W(j_c j_b j_c j_b; j j) \cdot \begin{pmatrix} \ell_c & s_c & j_c \\ \ell_b & s_b & j_b \\ \ell & s & j \end{pmatrix}. \quad \text{III.2.17}$$

La amplitud espectroscópica \tilde{A}_{lsj}^{BC} , y el factor de forma F_{lsj}^{BC} , dependen en cada caso del tipo de reacción que se trate (transferencia de nucleones, inelástico, intercambio de carga) y los iremos calculando a medida que avancemos en el trabajo.

III.2.2 Amplitudes de transición y Secciones eficaces

La amplitud de transición para la reacción puede expresarse en términos de la matriz $C, C_{\beta, \alpha}^J$ (11), que se calcula a partir de la forma asintótica de la onda parcial χ_{β}^J :

$$\chi_{\beta, \alpha}^J \equiv \chi_{\beta}^J \rightarrow \hat{\ell}_a e^{i\sigma_{\ell a}} F_{\ell a} \delta_{\ell a \ell b} \delta_{j_a j_b} \delta_{A, \beta} + \hat{\ell}_b \frac{k_a}{k_b} \left[\frac{\chi_a}{\chi_b} \right]^{1/2} e^{i\sigma_{\ell b}} C_{\beta, \alpha}^J (G_{\ell_b} + iF_{\ell_b}) \quad \text{III.2.18}$$

donde hemos reemplazado $\chi_{\beta, \alpha}^J$ por χ_{β}^J para expresar explícitamente la condición de contorno de una onda entrante en el canal α . F_1 y G_1 son las funciones de Coulomb regular e irregular, k es el número de onda del canal, y σ_1 es el corrimiento de fase ("phase shift") de Coulomb.

Con la matriz C , la amplitud de transición puede ponerse como

$$T_{bB m_b M_B, aA m_a M_A} = \sum_{\ell} C_{bB m_b M_B, aA m_a M_A}^{\ell(m_{\ell})} P_{\ell, |m_{\ell}|}(\cos \theta) \quad \text{III.2.19}$$

donde

$$C_{bB m_b M_B, aA m_a M_A}^{\ell(m_{\ell})} = \sum_{j_b} (1/k_b) (2\ell+1) e^{2i\sigma_{\ell}} (-)^{(m_{\ell} + |m_{\ell}|)/2} \times [(\ell - |m_{\ell}|)! / (\ell + |m_{\ell}|)!]^{1/2} \langle j_b m_{j_b} j_B M_B | JM \rangle \langle \ell m_{\ell} s_b m_b | j_b m_{j_b} \rangle$$

$$\sum_{l_a j_a} \langle l_a 0 s_a m_a | j_a m_a \rangle \langle j_a m_a J_A M_A | JM \rangle C_{\beta, \alpha}^J \quad \text{III.2.20}$$

La sección eficaz puede escribirse entonces como

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = [(2J_A+1)(2S_a+1)]^{-1} \sum_{m_a M_a m_b M_B} |T_{bB m_b M_B, aA m_a M_A}|^2 \quad \text{III.2.21}$$

La solución aproximada de orden más bajo para el conjunto de ecuaciones que plantea el sistema CRC se obtiene por iteración, deteniendo ésta después del primer paso. Para una reacción directa de una etapa $a+A \rightarrow b+B$, la amplitud de transición a primer orden resulta equivalente a la que se obtiene con la DWBA usual. En el caso de procesos de dos etapas, $a+A \rightarrow c+C \rightarrow b+B$, la amplitud de transición a primer orden corresponde a una aproximación de Born con ondas distorsionadas a 2° orden, y el proceso se continúa.

Un método alternativo para generar estas soluciones de primer orden es resolver las ecuaciones acopladas exactamente, pero incluyendo solamente aquellos acoplamientos $V_{\beta, r}^J$ (ver ecuación III.2.13) que conecten los estados de "ida", es decir, se ignoran todas las transiciones "hacia atrás" que describe $V_{r, \beta}^J$. En nuestro trabajo hemos utilizado este segundo método. Su principal ventaja es la operatividad. En efecto, al considerar solamente acoplamientos "hacia adelante" en el conjunto de ecuaciones III.2.13, la solución se facilita pues la ecuación para el primer canal será homogénea, ésta podrá reemplazarse luego en la ecuación para las ondas distorsionadas del segundo canal, ya sí sucesivamente. La amplitud de transición para un dado canal pasará a depender sólo del acoplamiento con el canal precedente (y no realimentará a éste). Así el factor espectroscópico \tilde{A}_{1s_j} de la ecuación III.2.15 podrá extraerse del miembro derecho de la ecuación III.2.13 y

resolver el sistema tomándolo igual a uno. En esta amplitud espectroscópica esta encerrada toda la estructura nuclear. Usaremos el resultado anterior al plantear las ecuaciones para los procesos en dos pasos.

En lo que sigue, hemos utilizado el código CHUCK2 para resolver el conjunto de ecuaciones acopladas III.2.13. Lo hemos aplicado al caso de la reacción (p,d) para analizar las vías (p,p')(p',d) y (p,d)(d,d'). Con el objeto de ahorrar tiempo de computación hemos tomado iguales a cero los spines del proyectil en cada uno de los canales. En la ecuación III.2.21 la sumatoria sobre las proyecciones resulta proporcional a

$$\sum_{m_a M_a m_b M_b} |T_{bB m_b M_b, aA m_a M_a}|^2 \propto \frac{2S_b+1}{2S_t+1} \quad \text{III.2.22}$$

donde S_t es el spin de la partícula transferida (en este caso un neutrón). Luego la sección eficaz total resultará proporcional a $(2S_b+1)/[(2S_a+1)(2S_t+1)]$ y el cociente entre la calculada con y sin spin dará por resultado un factor 3/4. Este procedimiento disminuye notablemente el tiempo de cálculo ya que limita ostensiblemente el número de subcanales abiertos en cada caso, si bien por otra parte descarta la posibilidad de una interacción spin-órbita en el potencial.

III.3 Dos etapas: Excitación inelástica y transferencia

La sección eficaz para los procesos en los cuales el protón incidente genera en el blanco una excitación de partícula-agujero en la primera etapa y luego de transferir un neutrón se aleja formando un par

ligado neutrón-protón (deuterón) en la segunda, la describimos de la forma²⁵⁾

$$\frac{d\sigma^{(p,p;d)}}{d\Omega}(E_f) = \sum_{L,J} S^J(E_p' - E_d + Q_{g.s.}) \rho_L(E_p - E_p') \frac{d\sigma_{L,J}^{(CRC)}}{d\Omega}(E_d, E_p') dE_p' \quad \text{III.3.1}$$

En esta ecuación $d\sigma^{(CRC)}/d\Omega(E_d, E_p')$ es la sección eficaz como ha sido descrita por la ecuación III.2.21 usando la amplitud espectroscópica \tilde{A}_{lsj} igual a 1. En el primer paso se transfiere un momento angular L y la excitación deja al núcleo con una energía $(E_p - E_p')$; ρ_L es la densidad espectroscópica correspondiente a la creación de un par partícula-agujero en el blanco. El proceso de transferencia de un neutrón da como resultado un deuterón con energía E_d y el factor espectroscópico correspondiente a la transferencia lo indicamos $S^J(E_p' - E_d + Q_{g.s.})$ donde J es el momento angular transferido en este segundo paso.

El producto $S^J \rho_L d\sigma^{(CRC)}/d\Omega$ se integra luego sobre todos los E_p' , desde E_d hasta $E_p + Q_{g.s.}$ y se suma sobre todos los posibles momentos angulares L y J que se acoplen al momento angular total final J_F .

Para ser más precisos $d\sigma^{(CRC)}/d\Omega$ no depende solamente de los momentos angulares L y J sino también de $\vec{J}_F = \vec{L} + \vec{J}$, de manera que la sección eficaz en III.3.1 debe sumarse además sobre todos los $|L-J| \leq J_F \leq L+J$ [se justifica esta suma previa a las operaciones que indica la ecuación III.3.1 debido a que no existe otro factor allí que depende de J_F]. El análisis de las distribuciones angulares para cada uno de estos J_F finales muestra sin embargo diferencias marcadas cuando se calcula la sección eficaz de dos etapas a partir de núcleos con momento angular y paridad 0^+ (par-par). En la figura 12 se muestran las distribuciones angulares para el caso de una reacción (p,d) sobre ^{208}Pb a una energía

$E_p = 62$ MeV, en donde en el primer paso se excita al ^{208}Pb hasta una energía de 17.0 MeV transfiriéndole un momento angular de dos unidades de \hbar y luego se transfiere un neutrón del estado del modelo de capas $1i_{13/2}$ dejando al núcleo residual con excitación $E_x = 17.0 + B_{n=1i_{13/2}} + Q_{g.s.}$ donde B_n es la energía de ligadura del n-ésimo estado. Se observa que las distribuciones angulares correspondientes a los spines finales $\{9/2^+, 13/2^+, 17/2^+\}$ [equivalentes al conjunto $\{4^+, 6^+, 8^+\}$ en el caso de no considerar los spines de los proyectiles en cada canal] son un orden de magnitud más intensas que las correspondientes a los spines $\{11/2^+, 15/2^+\}$ [equivalentes al conjunto $\{5^+, 7^+\}$ del caso anterior] y que por otro lado estas últimas tienden a cero rápidamente a medida que el ángulo se aproxima a cero. Este conjunto de spines finales rotulan estados que llamamos de paridad no natural, esto es estados cuya paridad no puede alcanzarse para la misma reacción [y el mismo impulso angular transferido] en un proceso de una sola etapa.

Esta diferencia notable de intensidad y forma de las distribuciones angulares no es una característica de una transición en particular, sino más bien, es un rasgo general asociado con el mecanismo de excitación de los estados de paridad no natural.

Despreciamos, como se hace usualmente, la interacción de spin-órbita en los potenciales del modelo óptico. Luego, y con el objeto de lograr una mayor claridad, reescribimos la amplitud de transición de la ecuación III.2.19 en la forma

$$T_{\alpha\beta} = \sum_{\ell sj} A_{\ell sj} \langle J_A M_A j m_j | J_B M_B \rangle \langle \ell m_\ell s m_s | j m_j \rangle \\
 \times (-)^{s_b - m_b} \langle s_a m_a s_b, -m_b | s m_s \rangle \beta_{sj}^{\ell m}(\theta) \quad \text{III.3.2}$$

donde $\beta_{sj}^{lm}(\theta)$ es la amplitud de transición reducida de Satchler^{2b)} que satisface la relación

$$\beta_{sj}^{lm}(\theta) = \Pi_{ab} (-)^{l+m} \beta_{sj}^{l,-m}(\theta) \quad \text{III.3.3}$$

donde Π_{ab} es el cambio de paridad en la reacción; l, s y j son los momentos angulares orbital, de spin total transferidos; $m = M_B + m_b - M_A - m_a$. Nótese que la expresión III.3.3 es común a los tratamientos DWBA y CRC. Para una reacción (p,d) desde un blanco 0^+ a un estado paridad no natural, se obtiene además

$$\Pi_{ab} = -(-)^{J_B} \quad \text{III.3.4}$$

donde $J_B = J_F$ es el spin del estado final. Para un blanco 0^+ J_B debe ser igual al momento angular total transferido, j . Entonces, de acuerdo al valor del spin transferido, s , se obtiene

$$\beta_{sj}^{lm}(\theta) = \begin{cases} -\beta_{sj}^{l,-m}(\theta) & s=0, \quad l=j \\ \beta_{sj}^{l,-m}(\theta) & s=1/2, \quad l=j \pm 1/2 \end{cases} \quad \text{III.3.5}$$

Consideremos solamente el caso de una transferencia (p,d) $s=0$. En este caso de la ecuación III.3.5 para $m=0$ se llega a

$$\beta_{sj}^{l,m=0}(\theta) = 0 \quad \text{III.3.6}$$

Además para $m \neq 0$, pero $\theta=0^\circ$ sabemos que

$$\beta_{s f}^{l m \neq 0}(\theta, 0^\circ) = 0$$

III.3.7

Luego podemos concluir que la sección eficaz dada por la ecuación III.2.21 se verá reducida en el caso de transiciones: estados de paridad no natural, debido a que el sumando para $m_A + m_B = -m$ ($m=0$) se anula idénticamente. Esta condición resulta más fuerte que la que impone el coeficiente de acoplamiento $\langle J_A M_A j m_j | J_B M_B \rangle$ para $M_A = M_B = m = 0$ que se anula en el caso en que $2J_A + 2j + 2J_B = 2k + 1$ donde k es un entero mayor que 0. Queda claro que el mecanismo de excitación inelástica es un proceso con $s=0$ debido a que hemos despreciado los términos de spin-órbita en los potenciales del modelo óptico. En la ref.⁷⁾ se justifica este procedimiento.

Resulta de todo esto entonces que al sumar la sección eficaz sobre los estados finales para una dado proceso tendremos una contribución para unos (los de paridad natural) y otra mucho menor para otros (los de paridad no natural). De la misma figura 12 vemos que las distribuciones angulares para los estados de paridad natural tienen aproximadamente la misma forma, y que las diferencias en valor absoluto se promedian para $J_F = 13/2^+$ (6^+) que es el spin intermedio entre $17/2^+$ (8^+) y $9/2^+$ (4^+). Esta sistemática se repite para cualquier acoplamiento y es independiente de la energía del canal relativa al estado fundamental del núcleo blanco. Luego, como método de cálculo hemos reemplazado $d\sigma^{(p,p',d)}/d\Omega$ en la ecuación III.3.1 por la sección eficaz calculada para este valor intermedio de momento angular final (considerada como promedio) teniendo cuidado de usar en $S^J(E_p - E_d + Q_{g.s.})$ la intensidad espectroscópica correspondiente a las transiciones a cada uno de los estados finales con paridad natural y despreciando las contribuciones a la sección eficaz de los estados de paridad no natural (ver figura 12).

III.3.1 Densidad espectroscópica

Para calcular el factor de forma $A_{lsj}^{BC} F_{lsj}^{BC}(r)$ (de aquí en más denominaremos factor de forma a este producto) de la ecuación III.2.15 en el caso de la primera etapa, esto es la excitación inelástica, adoptamos la descripción macroscópica debido a que trabajamos con núcleos esféricos. En esta descripción las propiedades de los estados colectivos de baja energía se asocian con las deformaciones de la superficie nuclear. Esto lleva naturalmente a extender el modelo óptico de modo de incluir potenciales no esféricos. Estas partes del potencial son las que inducen la dispersión inelástica a estados colectivos vibratoriales.

Este modelo a ventaja del microscópico en que aquí el factor de forma se determina a partir del modelo óptico para la dispersión inelástica y luego no aparecen los problemas de inconsistencia por usar el modelo óptico para las ondas distorsionadas y un modelo de estructura nuclear para el factor de forma.

Si suponemos que la forma de la superficie nuclear está descrita por una función

$$R(\hat{r}) = R_0 \left[1 + \sum_{\lambda, \mu} i^{-\lambda} \alpha_{\lambda\mu} Y_{\mu}^{\lambda}(\hat{r}) \right] \quad \text{III.3.8}$$

y calculamos el factor de forma suponiendo que las funciones de onda nucleares quedan bien expresadas en términos de estas variables colectivas $\alpha_{\lambda\mu}$ tendremos (ver Apéndice A)

$$A_{\lambda} F_{\lambda}(r) = - \frac{i^{-\lambda}}{\sqrt{2\lambda+1}} \beta_{\lambda} R_0 \frac{dU(r-R_0)}{dr} \quad \text{III.3.9}$$

donde hemos reemplazado en el miembro izquierdo los momentos angulares orbital, de spin y total transferidos, por el orden de la deformación multipolar λ que caracteriza al momento angular de transferencia. En la ecuación III.3.9 $dU(r-R_0)/dr$ es la derivada del potencial óptico respecto de la coordenada radial en un entorno de la superficie, y el producto R_0 es el factor numérico que da cuenta de la intensidad de la transición. Para un blanco con momento angular inicial $J_A = 0^+$,

β_λ resulta igual a

$$\beta_\lambda = \langle 1; \lambda \| \alpha_\lambda \| 0; 0 \rangle \quad \text{III.3.10}$$

donde el elemento de matriz reducido esta definido por

$$\langle 1; \lambda \mu | \alpha_{\lambda \mu} | 0; 0 \rangle = \langle 1; \lambda \| \alpha_\lambda \| 0; 0 \rangle \langle 00 \lambda \mu | \lambda \mu \rangle / \hat{\lambda} \quad \text{III.3.11}$$

Existe una relación entre la coordenada colectiva y el momento multipolar del mismo orden

$$\mathcal{M}(\lambda \mu) = \int \rho(r) r^\lambda Y_\mu^\lambda(\theta, \varphi) d\tau \quad \text{III.3.12}$$

(ver Apéndice A). Si suponemos que la densidad de carga varía en la superficie del núcleo en la misma forma en que lo hace la densidad de masa, el momento multipolar eléctrico puede expresarse

$$\mathcal{M}(E\lambda, \mu) = \frac{3}{4\pi} Z e R^\lambda \alpha_{\lambda \mu} \quad \text{III.3.13}$$

con un radio efectivo definido por

$$3R^\lambda = (\lambda+2)R_0 \langle r^{\lambda-1} \rangle. \quad \text{III.3.14}$$

Si se suponen pequeñas amplitudes, los $\alpha_{\lambda\mu}$ se comportan como las coordenadas de un oscilador de $2 + 1$ dimensiones y su Hamiltoniano es

$$H = \sum_{\lambda\mu} \left\{ \frac{1}{2} B_\lambda |\dot{\alpha}_{\lambda\mu}|^2 + \frac{1}{2} C_\lambda |\alpha_{\lambda\mu}|^2 \right\} \quad \text{III.3.15}$$

por consiguiente se pueden introducir los operadores de creación y aniquilación de los fonones asociados con dicho oscilador²⁸⁾

$$\alpha_{\lambda\mu} = \sqrt{\frac{\hbar}{2B_\lambda\omega_\lambda}} \left[\beta_n(\lambda\mu) + (-)^{\lambda-\mu} \beta_n^\dagger(\lambda\mu) \right]; \quad \omega_\lambda = \sqrt{\frac{C_\lambda}{B_\lambda}} \quad \text{III.3.16}$$

El estado de un fonón y momento angular λ es pues

$$b_{\lambda\mu}^\dagger |0\rangle = |1; \lambda\mu\rangle \quad \text{III.3.17}$$

Luego, usando la normalización dada por la ecuación III.3.13, teniendo en cuenta el resultado de la ecuación III.3.16, la definición III.3.17, y considerando que para vibraciones de forma se espera que el cociente entre la densidad de protones y la de neutrones permanezca aproximadamente constante en cuyo caso

$$\mathcal{M}(E\lambda, \mu) \sim \frac{Ze}{A} \mathcal{M}(\lambda\mu) \quad \text{III.3.18}$$

entonces resulta

$$\begin{aligned} B(E\lambda; n_\lambda = 0 \rightarrow n_\lambda = 1) &= \left(\frac{3}{4\pi} ZeR^\lambda \right)^2 |\langle 1; \lambda\mu || \alpha_\lambda || 0; 00 \rangle|^2 \\ &= \left(\frac{3}{4\pi} ZeR^\lambda \right)^2 \beta_\lambda^2 \end{aligned}$$

$$= (2\lambda + 1) \left(\frac{3}{4\pi} Z e R^\lambda \right)^2 \frac{\hbar \omega_\lambda}{2 C_\lambda} \quad \text{III.3.19}$$

donde $B(E\lambda ; 0 \rightarrow 1)$ es la probabilidad de excitar un cuanto vibracional de multipolaridad λ . Resumiendo, en nuestra descripción de la excitación nuclear hemos tomado al núcleo como un oscilador caracterizado por un Hamiltoniano del tipo de la ecuación III.3.15. El nucleón incidente al interactuar con este vibrador genera, a través del potencial deformado, excitaciones bosónicas cuyas probabilidades de transición, a menos de factores, aparecen en el factor de forma de la amplitud de transición.

Como estamos interesados en dar valores absolutos a la sección eficaz tendremos que pasar a algún modelo microscópico que permita estimar los coeficientes β_λ^2 en forma realista. El formalismo de aproximación de fases al azar (RPA) aplicado al modelo esquemático²⁹⁾ describe con éxito los estados colectivos de baja energía como excitaciones de partícula-agujero de multipolaridad λ , paridad $\pi = (-1)^\lambda$, $\pi = (-1)^\lambda$, isospin $\tau = 0$ y spin $\sigma = 0$. Hemos adoptado este formalismo en el cálculo extendiéndolo a todo el rango de energías de excitación de interés.

En este modelo se utiliza como fuerza residual una interacción separable del tipo multipolo-multipolo. El Hamiltoniano correspondiente se escribe

$$H_\lambda = - \frac{\chi_\lambda}{2} \sum_{\mu} Q_{\lambda\mu}^+ Q_{\lambda\mu} \quad \text{III.3.20}$$

donde

$$\beta^\dagger(ki; \lambda\mu) = [b_k^\dagger b_i]_\mu^\lambda = \sum_{m_k, m_i} \langle k i m_k m_i | \lambda, \mu \rangle b_{k m_k}^\dagger (-)^{i-m_i} b_{i, -m_i} \quad \text{III.3.22 a)}$$

$$\beta(ki; \lambda\mu) = (-1)^{i-k-\mu} [b_i^\dagger b_k]_{-\mu}^\lambda \quad \text{III.3.22 b)}$$

$$M(ki; \lambda) = \langle k || r^\lambda Y_\lambda || i \rangle i^{l_k - l_i + \lambda} \quad \text{III.3.22 c)}$$

En las ecuaciones III.3.21 y III.3.22 a), b) y c) k e i rotulan respectivamente los estados de partícula y agujero; el operador de creación de una excitación colectiva de partícula-agujero (ver ecuación III.3.16) se define como

$$\beta_n^\dagger(\lambda\mu) = \sum_{k,i} d_n(ki; \lambda) \beta^\dagger(ki; \lambda\mu) - (-1)^{\lambda-\mu} \sum_{k,i} d_n(ik; \lambda) \beta(ki; \lambda-\mu) \quad \text{III.3.23}$$

utilizando la notación de la ref³⁰⁾.

Diagonalizando $H_{p.i.} + H_\lambda$ en la RPA, donde tomamos para $H_{p.i.}$ el Hamiltoniano del modelo de capas de Mayer y Jensen, se obtiene

$$\frac{1}{\chi_\lambda} = \frac{1}{2\lambda+1} \sum_{k,i} |M(ki; \lambda)|^2 \left[\frac{1}{E_{ki} - \omega_n(\lambda)} + \frac{1}{E_{ki} + \omega_n(\lambda)} \right] \quad \text{III.3.24}$$

donde $E_{ki} = \epsilon_k - \epsilon_i$ es la energía del par partícula-agujero, y las amplitudes "hacia adelante" $d_n(ki; \lambda)$ y "hacia atrás" $d_n(ik; \lambda)$ vienen dadas por

$$d_n(ki; \lambda) = \mathcal{L}_n(\lambda) \frac{M(ki; \lambda)}{E_{ki} - \omega_n(\lambda)} \quad \text{III.3.25 a)}$$

$$d_n(ik; \lambda) = \mathcal{L}_n(\lambda) \frac{M(ki; \lambda)}{E_{ki} + \omega_n(\lambda)} \quad \text{III.3.25 b)}$$

y

$$\mathcal{L}_n(\lambda) = \left[\sum_{k,i} |M(k_i; \lambda)|^2 \left(\frac{1}{|E_{k_i} - \omega_n(\lambda)|^2} - \frac{1}{|E_{k_i} + \omega_n(\lambda)|^2} \right) \right]^{-1/2} \quad \text{III.3.26}$$

(para una descripción más detallada ver Apéndice B). Finalmente la intensidad a un dado estado colectivo n queda

$$\beta_\lambda(n) = \frac{4\pi}{3A} \eta^{\lambda/2} A^{-\lambda/6} (2\lambda+1) \frac{\mathcal{L}_n(\lambda)}{\chi_\lambda} \quad \text{III.3.27}$$

donde se ha parametrizado el radio nuclear de la forma $R = r_0 A^{1/3}$ ($r_0=1.2$) y donde η mide este radio en unidades de longitud del oscilador armónico $b=M\omega/\hbar$, donde $\hbar\omega \sim 41/A^{1/3}$. Debido a que debe truncarse, el espacio de partícula simple para diagonalizar el Hamiltoniano $H_{p.i.} + H_\lambda$, suelen describirse las amplitudes como funciones de una carga efectiva que haga intervenir a los neutrones en la transición electromagnética. En nuestro caso hemos elegido un espacio de configuraciones suficientemente grande de modo de perder los parámetros ajustables y ganar así predictividad.

Hasta aquí la descripción depende del modelo. Existen, sin embargo, en este caso reglas de suma, independientes del modelo, que nos aseguran que no se ha cometido ningún error grueso. La que usamos aquí es del tipo

$$\sum_n \omega_n |\langle n | Q_{\lambda 0} | 0 \rangle|^2 = 1/2 \langle 0 | [Q_{\lambda 0}, [H, Q_{\lambda 0}]] | 0 \rangle = S_\lambda \quad \text{III.3.28 a)}$$

$$Q_{\lambda\mu} = \sum_{i=1}^A r_i^\lambda Y_\mu^\lambda(\hat{r}_i) \quad \text{III.3.28 b)}$$

que es la única que puede calcularse exactamente y cuyo resultado es

$$S_\lambda = \frac{\hbar^2 A}{8\pi M} \lambda(2\lambda+1)^2 \langle r^{-2\lambda-2} \rangle \quad \text{III.3.29}$$

Se la denomina regla de suma pesada con la energía y en el Apéndice C se describe el paso de la ecuación III.3.28 a) a la III.3.29.

Usando la ecuación III.3.19 podemos reescribirla de la forma

$$\sum_n \omega_n \frac{(\beta_\lambda R)^2}{(2\lambda+1)} = \frac{4\pi\lambda}{3A} \frac{\hbar^2}{2m} \quad \text{III.3.30}$$

que es la que utilizaremos en nuestros cálculos.

Volviendo a la ecuación III.3.9 podemos factorizar la parte radial de la transición, incluida en $F(r)$, de la parte de estructura nuclear A_λ y este factor, por lo que vimos en la sección 2, extraerlo del cálculo de $d\sigma^{(CRC)}/d\Omega$.

En el esquema que hemos usado para la excitación inelástica (configuraciones de partícula-agujero) la intensidad de las transiciones no será una función continua de respuesta nuclear a la excitación, sino que estaremos contando todos los posibles pares de partícula-agujero, acoplados a un mismo impulso angular, que lleven a una determinada energía de excitación y que se encuentren más o menos correlacionados entre sí y con el estado fundamental.

La densidad espectroscópica ρ_L de la ecuación III.3.1 debe interpretarse como la intensidad de la respuesta nuclear por intervalo de energía.

III.3.2 Transferencia

La amplitud de la transferencia en la segunda etapa del proceso aparece en la ecuación III.3.1 a través del factor S^J . Al igual que lo hecho en la primera parte de este trabajo este factor espectroscópico se calcula partiendo de suponer a los estados nucleares como bien

descriptos por los estados del modelo de capas, y teniendo en cuenta que la sección eficaz que buscamos es la sumada sobre un rango apreciable de energía de excitación. Sin embargo, antes de avanzar, debemos hacer notar dos cosas. La primera es que luego de la excitación el núcleo ha quedado con un momento angular y paridad, en general, distintos de 0^+ ; luego, en lugar de $S^J = 2j+1$, donde j es el momento total transferido, tendremos, usando la expresión II.2.13, $S^J = 2J_A + 1 / (2J_B + 1)$ donde J_A es el spin del núcleo luego de la excitación inelástica y J_B es tal que $|J_{A-} - J| \leq J_B \leq J_A + J$. Este factor espectroscópico se suma luego solamente, sobre los estados de paridad natural.

El segundo punto es que, procediendo de esta manera, estamos sobreestimando la sección eficaz ya que sumamos sobre transferencias de estados que probablemente la primera etapa haya dejado vacíos. Esta sobreestimación a priori puede no ser tal ya que la promoción de un neutrón por arriba del nivel de Fermi lo coloca en posición de ser arrancado con facilidad y la variación con el método anterior aparecería sólo en la dependencia de la sección eficaz con el coeficiente Q de la reacción, que como muestra la experiencia, es débil. Por último, el criterio realista de nuestro cálculo hace que adjudiquemos a cada etapa la mayor intensidad compatible con los vínculos de modo que el resultado que se obtenga se considere, dentro de su margen de error, como una cota superior para la contribución de cada proceso.

III.3.3 Método de cálculo y aplicaciones

Caso del $^{54}\text{Fe}(p,d)$ a $E_p = 62$ MeV. Para resolver en forma práctica la ecuación III.3.1 dividimos en primer lugar el espacio disponible en energía de excitación ($E_x = 0-48$ MeV; ver fig. 13) para la etapa

inelástica en seis intervalos de 8 MeV cada uno concentrando la intensidad total de la transición en un estado hipotético medio del intervalo. Esto significa que hemos reemplazado la integral en la ecuación III.3.1 por una sumatoria en la cual debemos analizar uno a uno el comportamiento de todos los factores.

La sección eficaz $d\sigma^{(CRC)}/d\Omega$ a un dado estado final pasa ahora por un sólo estado intermedio que concentra la intensidad de todo el intervalo, en lugar de ser "sumada" sobre todos los posibles estados de excitación inelástica. Este reemplazo es posible dentro del intervalo si los efectos de la energía intermedia afectan poco a la sección eficaz. En efecto si analizamos las distribuciones angulares para varios valores de energía intermedia (fig. 14) vemos que la sección eficaz se mantiene dentro de un diez por ciento de error; margen éste que ya teníamos al considerar como promedio (ver ecuación III.2.2) la sección eficaz al estado de momento angular medio del multiplete final.

La densidad espectroscópica ρ_L que ya habíamos discretizado en la sección anterior la hemos reemplazado ahora por

$$\rho_L(E_p - E'_p) \Delta E'_p = \sum_{E_p - (E'_p + \frac{\Delta E'_p}{2})}^{E_p - (E'_p - \frac{\Delta E'_p}{2})} \beta_L^2(E_p - E'_p) \quad \text{III.3.31}$$

donde $\Delta E'_p/2$ es el semiancho del intervalo elegido.

Finalmente el factor espectroscópico S^J depende de la energía intermedia sólo a través del impulso angular del estado que conecte los canales dos y tres. Elegido el criterio para la transferencia, la dependencia de S^J con E'_p será tomada automáticamente en cuenta. Fijo entonces el estado intermedio que representa el conjunto de posibles estados excitados en la primera etapa, calculamos la contribución a la sección eficaz para un momento angular transferido dado, como la suma de

las secciones eficaces de estados de partícula independiente del modelo de capas con ése impulso angular, procediendo de la misma forma en que lo hemos hecho en la parte II. Este conjunto de transferencias lo recalculamos para cada uno de los intervalos, obteniendo así una distribución de secciones eficaces a lo largo de todo el rango de energía de excitación, en la forma en que lo muestra la fig. 13.

El método de cálculo siguiendo la ecuación III.3.1, se repite para cada impulso angular cuidando de observar los acoplamientos correctos.

La densidad de secciones eficaces concentradas en un valor de energía resulta mucho mayor, procediendo de esta manera, que la que se obtenía para el cálculo de una etapa. Este hecho facilita la elección del criterio de distribución en energía ya que el resultado final va a depender muy suavemente de l semiancho que se adjudique a cada sección eficaz. En este caso cada valor calculado se repartió uniformemente en un intervalo, alrededor del valor de energía final, igual al intervalo de energía de excitación que concentra todos los estados intermedios. La suma de cada una de estas distribuciones por unidad de energía es el resultado buscado.

En la práctica se dividió el rango de energías de excitación (que es de 48 MeV, dado que $\Delta E_x - Q_{g.s.} = E_p^{CH}$ con $Q_{g.s.} = -11.157$ MeV y $E_p^{CH} = 60.50$ MeV) en seis intervalos iguales, con seis estados representativos a 4, 12, 20, 28, 36 y 44 MeV respectivamente. Los parámetros de deformación se calcularon por razones de simplicidad para el ^{56}Ni que tiene la subcapa $1f_{7/2}$ de protones y neutrones cerrada. Los niveles de partícula independiente se obtuvieron a partir de

$$\begin{cases} E/\hbar\omega_0 = N + 3/2 - \kappa \cdot l - \mu' \left[l(l+1) - \frac{N(N+3)}{2} \right] & j = l + 1/2 \\ E/\hbar\omega_0 = N + 3/2 - \kappa \cdot (l+1) - \mu' \left[l(l+1) - \frac{N(N+3)}{2} \right] & j = l - 1/2 \end{cases} \quad \text{III.3.32}$$

donde N es la capa del oscilador armónico y

$$\hbar\omega_0 = 41 A^{-1/3} \left(1 \pm 1/3 \frac{N-Z}{A} \right), \quad \text{III.3.33}$$

donde el signo (+) se utiliza para neutrones y el (-) para protones.

En la ecuación III.3.32 los parámetros κ y μ' se extraen de tablas ³¹⁾, y para el caso del ⁵⁶Ni valen: $\kappa = 0.072$ y $\mu' = 0.024$ para protones, y $\kappa = 0.074$ y $\mu' = 0.018$ para neutrones. Se consideraron todos los estados de partícula independiente incluidos en la capa N=0 hasta N=5, inclusive.

Para los estados colectivos de baja multipolaridad (2^+ , 3^- , 4^+) se usó como entrada a la ecuación III.3.24 la energía experimental de los estados más bajos reconocidos como colectivos en el ⁵⁶Ni. Con este dato se entra en la ecuación III.3.26 para obtener $\mathcal{A}_1(\lambda)$ y en la relación de dispersión III.3.24 de donde se extrae la intensidad de la fuerza residual χ_λ . Las soluciones a la ecuación de dispersión se obtienen entonces para todas las excitaciones de partícula-agujero, y con estos valores se vuelve a la ecuación III.3.26 de donde resulta el $\mathcal{A}_n(\lambda)$. Finalmente de la ecuación III.3.27 se calcula el valor de los parámetros de deformación con los resultados obtenidos anteriormente. El cálculo se realiza para protones y neutrones.

Para los estados con spin y paridad mayor que cuatro se utiliza como entrada a la relación de dispersión, la intensidad de la interacción residual. Esta se calcula a partir de un modelo de partícula independiente acoplado a un campo multipolar consistente y se expresa de la forma ³²⁾

$$\chi_\lambda = \frac{4\pi m \omega_0^2}{(2\lambda+1)A \langle r^{2\lambda-2} \rangle} \quad \text{III.3.34}$$

donde hemos usado

$$\langle r^{2\lambda-2} \rangle = 1/A \sum_{j \text{ sup.}} \langle j | r^{2\lambda-2} | j \rangle \sim \frac{3}{2\lambda+1} (r_0 A^{1/3})^{2\lambda-2} \quad \text{III.3.35}$$

que se obtiene reemplazando los estados $|j\rangle$ por estados de partícula simple del modelo de capas. El requisito de autoconsistencia para el modo isoscalar ($T=0$) en este modelo es el que da la expresión III.3.34. Hacemos notar aquí que cuando la expresión para la intensidad (III.3.34) es usada en la relación de dispersión (III.3.24) para $\lambda \leq 4$, las energías de los estados más bajos se ubican muy próximas a los valores experimentales.

Se calcularon los parámetros de deformación hasta el multipolo $\lambda = 10$ ya que debido al espacio de configuraciones elegido, no se encuentran estados con $\lambda > 10$ para el ^{56}Ni en el intervalo 0-48 MeV de energía de excitación. Para $\lambda \geq 8$ la intensidad de la interacción residual se redujo en el cálculo real respecto de la dada por la expresión III.3.34 en un factor 4 ó 5 de acuerdo al caso. Esta reducción se debe a que para multipolos altos los elementos de matriz radiales del desarrollo multipolar, esto es la parte radial de la ecuación III.3.22 $c) \langle k | r^\lambda | i \rangle$, comienzan a crecer muy rápidamente a medida que crece , sobreestimando la contribución a la energía del Hamiltoniano residual. La reducción se realizó de forma tal de quitar todo efecto de colectividad a los estados obtenidos, que naturalmente no puede darse a energías de excitación altas para este orden de multipolaridad, de manera tal que las raíces de la RPA coinciden prácticamente con los polos de la relación de dispersión.

La Tabla XI resume los resultados obtenidos para le $^{56}\text{Ni}(p,p')$. En la primera columna se lista el orden multipolar, seguido por la

intensidad de la fuerza residual; el valor de la regla de suma pesada con la energía en las unidades apropiadas aparece en la cuarta columna, y finalmente en las últimas columnas se muestran: el intervalo de energía de excitación considerado, la sumatoria de los cuadrados de los parámetros de deformación para los estados dentro de cada intervalo, el porcentaje de la regla de suma que agota esta sumatoria para los mismos y el porcentaje total para cada multipolo. Nótese como los estados de paridad positiva (λ par) concentran intensidad para energías de excitación del orden de $0\hbar\omega$, $2\hbar\omega$, ..., $\lambda\hbar\omega$ para cada multipolo λ , y los de paridad negativa (λ impar) se concentran alrededor de las energías $1\hbar\omega$, $3\hbar\omega$, ..., $\lambda\hbar\omega$ con $\hbar\omega \sim 10$ MeV en este caso. Se observa por otra parte como la fracción mayor de la regla de suma se desplaza hacia energías mayores a medida que aumenta el orden del multipolo. Este hecho tendrá importancia más adelante, ya que como veremos, la no inclusión de las multipolaridades altas en el cálculo de la sección eficaz $d^2\sigma/d\Omega dE$ no afectará a la región de baja energía de excitación, pero sí modificará sensiblemente el espectro para energías de excitación altas ($E \gtrsim 25$ MeV). En la fig. 15 se han representado los "oscillator strength" o fracciones de la regla de suma para los órdenes $\lambda = 2, 3$ y 4 en el intervalo $0-48$ MeV.

Hasta aquí hemos omitido en nuestro cálculo las contribuciones al continuo debidas a excitaciones monopulares e isovectoriales. En el caso monopolar, la excitación corresponde al modo denominado de respiración (breathing mode) que se relaciona con una oscilación de la densidad nuclear. Para este núcleo la excitación $\lambda=0$ resulta despreciable frente a las excitaciones de deformación de la superficie nuclear. Para el caso de la dispersión de protones la contribución de las excitaciones isovectoriales se consideran un orden de magnitud menor que las ya

TABLA XI. Distribución de intensidad de la transición inelástica multipolar.
 Caso del ^{56}Ni (correspondiente al ^{54}Fe). Ver texto.

λ	$x_\lambda / ((2\lambda+1) \text{ MeV})$	R.S. (MeV.fm ²)	n	$\Sigma \beta_\lambda^2$	% R.S.	%Total
2	0.21385×10^{-1}	0.12068×10^5	1: (0-8) MeV	0.020117	7.70	
			2: (8-16) MeV	0.038216	75.50	
			3: (16-24) MeV	0.003984	11.20	
			4: (24-32) MeV	0.001640	5.60	
			5: (32-40) MeV	0.0	0.0	
			6: (40-48) MeV	0.0	0.0	100.00
3	0.24630×10^{-2}	0.45635×10^6	1	0.048269	19.17	
			2	0.019168	13.03	
			3	0.004057	3.59	
			4	0.040773	54.44	
			5	0.004846	8.84	
			6	0.000429	0.92	99.99
4	0.30585×10^{-3}	0.17493×10^8	1	0.034811	3.71	
			2	0.059080	19.24	
			3	0.043776	19.03	
			4	0.021408	13.04	
			5	0.039610	30.08	
			6	0.011543	11.20	96.30
5	0.3300×10^{-4}	0.48616×10^9	1	0.0	0.0	
			2	0.088537	14.90	
			3	0.054225	16.13	
			4	0.045182	16.35	
			5	0.040575	19.50	
			6	0.027444	16.68	83.58

TABLA XI (continuación).

6	0.4150×10^{-5}	0.15363×10^{11}	1	0.052567	2.03	
			2	0.046879	5.29	
			3	0.097996	15.16	
			4	0.114540	23.81	
			5	0.088283	23.46	
			6	0.049016	16.86	86.71
7	0.4450×10^{-6}	0.4630×10^{12}	1	0.0	0.0	
			2	0.138420	9.06	
			3	0.075940	8.28	
			4	0.084029	10.57	
			5	0.248371	42.88	
			6	0.037071	7.64	78.43
8	0.1051×10^{-7}	0.13713×10^{14}	1	0.0	0.0	
			2	0.0	0.0	
			3	0.040976	2.23	
			4	0.157691	12.57	
			5	0.204392	21.12	
			6	0.199301	27.14	63.06
9	0.8135×10^{-9}	0.27554×10^{15}	1	0.0	0.0	
			2	0.0	0.0	
			3	0.0	0.0	
			4	0.095202	7.23	
			5	0.399851	41.77	
			6	0.197630	23.40	72.40
10	0.1053×10^{-7}	0.10044×10^{17}	1	0.0	0.0	
			2	0.0	0.0	
			3	0.0	0.0	
			4	0.0	0.0	
			5	0.278521	14.58	
			6	0.614172	42.08	56.66

estudiadas⁶⁾. Otros trabajos^{33,34)} asignan a estas excitaciones contribuciones despreciables excepto quizás a ángulos muy delanteros. Incluimos en esta observación a la resonancia dipolar gigante ($\lambda=1$, $T=1$) que aparece marcadamente en reacciones de fotoexcitación o de dispersión de electrones. En lo que respecta a la componente isoscalar, ésta no es tomada en cuenta pues corresponde a traslaciones del centro de masa.

La fig. 13 muestra claramente el procedimiento seguido para el cálculo de $d\sigma^{(CRC)}/d\Omega$. De cada estado intermedio representativo se cuentan las posibles transferencias de neutrones de los estados PIMC dados en la Tabla IV (7 en total) que dejen al núcleo residual con una energía de excitación inferior a los 48 MeV. Los 22 posibles caminos que muestra la figura se repiten entonces para cada una de las multipolaridades intermedias. Un programa creado ad hoc se encarga entonces de resolver la ecuación III.3.1 usando como datos las distribuciones angulares y secciones eficaces integradas resultado del código de CRC, y las intensidades concentradas calculadas en el formalismo de la RPA. Una rutina especial se encarga de determinar los factores espectroscópicos S^J . Finalmente el resultado se distribuye en la forma mencionada más arriba.

Un detalle a tener en cuenta es el que concierne a los parámetros ópticos. La sistemática de protones, dependiente de la energía, es la misma que utilizamos en la parte II de este trabajo y que ha sido ampliamente utilizada para cálculos DWBA, en dispersiones inelásticas de protones o en reacciones de transferencia en este núcleo⁷⁾. El conjunto de parámetros ópticos de deuterones en cambio sobreestima a la sección eficaz en un 20% para $E_x \approx 23$ MeV y en un 30% para $E_x \approx 33$ MeV, como se había visto anteriormente. Esta corrección fue tomada en cuenta a través

de factores al resolver la ecuación III.3.1. No se modificó la parte imaginaria de ambos potenciales. Una característica notable de las secciones eficaces $d\sigma^{CRC}/d\Omega$ para la reacción (p,p',d) es la que se muestra en la fig. 16. Aquí podemos ver como cualquier transferencia que se realice desde cualquiera de los estados intermedios representativos, da una sección eficaz integrada que cae linealmente (en escala logarítmica) a medida que aumenta el momento angular λ del estado intermedio, para $\lambda > 5$. Para $\lambda \leq 5$ el comportamiento es más irregular. Esta propiedad de $d\sigma^{CRC}/d\Omega$ simplifica el cálculo. Hemos calculado exactamente las secciones eficaces de dos etapas para los multipolos $\lambda = 2, 3, 4$ y 5 . Para λ mayores se han interpolado los resultados luego de determinar la pendiente de la curva. En este caso nuestros resultados nos permiten comparar solamente secciones eficaces integradas en ángulo; sólo tendremos distribuciones angulares para $\lambda \leq 5$.

Resultados y Discusión. Utilizando una facilidad del código CHUCK2 se obtiene las secciones eficaces (distribución angular e integrada) del canal intermedio. De esta forma y como resultado "extra" de nuestro trabajo podemos calcular la sección eficaz para la reacción $^{54}\text{Fe}(p,p')$ a $E_p = 62$ MeV y observar el comportamiento del proceso de una etapa en este caso. El programa ad hoc mencionado anteriormente se encarga de esta tarea y los resultados se muestran en la fig. 17. En la parte a) se ha graficado el comportamiento dinámico de la sección eficaz integrada en ángulo, en función del valor Q de la reacción y para diferentes multipolaridades. Se observa aquí como decrece la sección eficaz a medida que aumenta la energía de excitación y el orden del multipolo considerado. En la parte b) se muestran las distribuciones angulares experimentales y teóricas para los estados 2^+ a $E_x = 1.413$ MeV y 3^- a $E_x = 4.81$ MeV. El ajuste sirve como prueba para el valor del parámetro de

deformación para estos dos spines. Finalmente en la parte c) de la fig. 17 aparece la contribución del proceso de una etapa al espectro de la sección eficaz integrada en ángulo, sumada en energía sobre los intervalos considerados. Nuestros resultados en este caso se aproximan a los de la ref⁶⁾ y para la reacción (p,p') muestran la misma tendencia que marcamos en la parte II para la reacción (p,d) en una etapa. Nótese que debido a la interpolación que mencionamos anteriormente estos resultados sólo incluyen los multipolos hasta $\lambda = 5$. De todas formas la contribución de los órdenes superiores, como se observa en la parte a) de la figura, será cada vez menor a medida que λ aumenta y por lo tanto no se espera una modificación brusca de la tendencia observada en la parte c).

La fig. 18 a) muestra la fracción del espectro experimental de secciones eficaces integradas (luego de descontar la primera etapa y el NC) que agota el proceso (p,p',d). Como se observa esta reacción múltiple da cuenta de alrededor de 1/5 del espectro total para energías de excitación entre 0-24 MeV. A partir de aquí esta diferencia se hace cada vez más notable, llegando a explicar tan sólo 1/10 del espectro experimental para el rango de energías entre 34 y 42 MeV. En las partes b) y c), en otra escala, aparece la contribución detallada de cada multipolo intermedio. Por último en la parte d) se repite el mismo resultado de la parte a) pero distribuyendo las secciones eficaces finales con otro semiancho. Como se observa el efecto del cambio no tiene prácticamente incidencia en el resultado final.

Caso del $^{209}\text{Bi}(p,d)$ a $E_p = 62$ MeV. Un cálculo análogo al realizado para el $^{54}\text{Fe}(p,d)$ a $E_p = 62$ MeV, resulta imposible en este caso dado que la gran cantidad de estados de neutrones en el blanco aumenta el tiempo

de máquina por encima de las posibilidades prácticas. Se calculó entonces la contribución al espectro integrado en ángulo, para solamente dos valores de energía de excitación, $E_x=15$ MeV y $E_x=30$ MeV.

Para el punto a 15 MeV de energía de excitación, se dividió al canal inelástico en tres zonas de 5 MeV cada una con estados representativos a $E'_x=2.5, 7.5$ y 12.5 MeV respectivamente. De cada uno de ellos se seleccionaron todas las posibles transferencias que dejaran al núcleo residual en estados cuyas energías estuviesen contenidas en el intervalo $[10 - 20]$ MeV. De esta forma, y aplicando para la distribución en energía el mismo criterio que se utilizó para el caso del ^{54}Fe , un estado final ubicado en el extremo del intervalo, a 20 MeV por ejemplo, dará contribución a la sección eficaz hasta los 17.5 MeV y otro estado en el otro extremo hasta los 12.5 MeV. De esta forma los 5 MeV centrales alrededor del punto $E_x=15$ MeV tendrán toda la intensidad que se adjudica a esa zona. Si descontamos 1 MeV de cada lado por posibles efectos de borde en los cuatro MeV centrales estará localizada toda la sección eficaz integrada correspondiente a esa energía de excitación. En la fig. 19 se esquematizan los pasos mencionados. Para la energía de excitación de 30 MeV el procedimiento es análogo, ubicando ahora los estados intermedios representativos en el centro de tres intervalos iguales de 10 MeV.

El cálculo de los parámetros de deformación se hizo sobre el núcleo del ^{208}Pb (doble capa del oscilador armónico cerrada) utilizando para la determinación de los niveles de partícula simple las expresiones III.3.32 y III.3.33 donde se usaron: $\chi=0.0604$, $\mu'=0.0379$ para protones y $\chi=0.0636$, $\mu'=0.0233$ para neutrones. Se tuvieron en cuenta, en el caso de los protones, las capas del oscilador armónico desde $N=2$ hasta $N=5$, y para los neutrones desde $N=2$ hasta $N=6$. Para la diagonalización

en la RPA se usó como dato la energía de los estados más bajos de los multipolos $\lambda = 2, 3, 4$ y 5 ($E_x = 4.1, 2.62, 4.18$ y 3.20 respectivamente) y para los multipolos superiores se utilizó como dato el parámetro dado en la ecuación III.3.34. Se incluyeron spines hasta $\lambda=12$ inclusive. Para $\lambda \geq 8$ se procedió a disminuir la intensidad de la fuerza por los motivos citados en el caso anterior. No se tuvieron en cuenta tampoco las excitaciones monoplares e isovectoriales. En la Tabla XII, similar a la presentada para el caso del ^{54}Fe , se listan los resultados obtenidos para el ^{208}Pb . Hacemos notar que el parámetro de deformación β_{λ}^2 calculado para el primer estado 3^- acuerda con el resultado experimental $\beta_3^2 - (\text{exp}) = 0.0121$ (en realidad es precisamente este acuerdo para los estados colectivos más bajos de los núcleos vibratoriales, lo que justifica el uso de una interacción residual separable como la empleada aquí).

En la fig. 20 se presenta la distribución en energía de la fracción de la regla de suma (función respuesta) que predice el cálculo RPA para el plomo. En los casos cuadrupolar y octupolar puede asignarse con bastante seguridad un centroide y una intensidad acumulada a las zonas de contribución más importante" aparte de los estados colectivos más bajos (i.e. $E \sim 10$ MeV, $f \sim 0.8$ para $\lambda=2$, y $E \sim 20$ MeV, $f \sim 0.5$ para $\lambda=3$). Estos son los que llamamos modos o resonancias gigantes. Esta distribución dependerá por supuesto del acoplamiento a modos colectivos más complicados (como estados de dos partículas-dos agujeros), pero aún dentro del mismo nivel de la RPA, el semiancho de estos modos dependerá del tipo de interacción utilizado. Sin embargo, debido a que las deformaciones macroscópicas de la superficie debidas a estos modos de alta frecuencia son pequeñas³⁵⁾, el ancho de esta distribución no acarreará consecuencias dinámicas importantes en nuestro cálculo.

TABLA XII. Distribución de intensidad de la transición inelástica multipolar.
 Caso del ^{208}Pb (correspondiente al ^{209}Bi). Ver texto.

λ	$x_\lambda / (2\lambda+1)$ [(M ω /h) MeV]	R.S. (MeV.fm ²)	n	$\Sigma \rho_\lambda^2$	% R.S.	%Total
2	0.31563x10 ⁻²	0.10589x10 ⁶	1:(0-5)MeV	0.0030741	15.16	
			2:(5-10)MeV	0.0029441	51.10	
			3:(10-15)MeV	0.0041594	23.41	89.67
			4:(0-10)MeV	0.0060182	66.26	
			5:(10-20)MeV	0.0046020	32.21	
			6:(20-20)MeV	0.0000594	1.49	99.96
3	0.22284x10 ⁻³	0.75510x10 ⁷	1	0.0120537	21.37	
			2	0.0032331	13.79	
			3	0.0020021	15.26	50.43
			4	0.0152872	35.16	
			5	0.0097722	45.29	
			6	0.0014255	19.33	99.77
4	0.27521x10 ⁻⁴	0.44384x10 ⁹	1	0.0012754	2.41	
			2	0.0074885	21.16	
			3	0.0028531	13.69	37.26
			4	0.0094874	23.57	
			5	0.0035711	23.73	
			6	0.0016938	16.68	63.98
5	0.68458x10 ⁻⁶	0.33194x10 ¹¹	1	0.0038029	3.39	
			2	0.0060934	9.98	
			3	0.0083721	23.46	36.83
			4	0.0098963	13.36	
			5	0.0155780	51.53	
			6	0.0054476	28.39	93.28

TABLA XII (continuación).

6	0.25170×10^{-7}	0.17549×10^{13}	1	0.0017038	1.31	
			2	0.0077401	10.96	
			3	0.0091861	19.96	32.23
			4	0.0094438	12.26	
			5	0.0159212	40.68	
			6	0.0086387	37.40	90.25
7	0.3618×10^{-8}	0.13152×10^{15}	1	0.0028168	1.16	
			2	0.0079821	5.83	
			3	0.0149794	19.05	26.04
			4	0.0106153	6.99	
			5	0.0320771	50.24	
			6	0.0137632	35.03	92.26
8	0.1174×10^{-9}	0.6536×10^{16}	1	0.0059292	2.32	
			2	0.0089540	6.46	
			3	0.0172163	19.19	27.97
			4	0.0148831	8.78	
			5	0.0305172	41.50	
			6	0.0169982	39.59	89.87
9	0.2715×10^{-10}	0.45418×10^{18}	1	0.0007467	0.22	
			2	0.0190061	9.35	
			3	0.0218014	16.48	26.05
			4	0.0197522	9.58	
			5	0.0539158	50.79	
			6	0.0205687	31.24	91.61
10	0.10072×10^{-11}	0.22449×10^{20}	1	0.0114972	2.94	
			2	0.0158727	7.24	
			3	0.0204902	15.48	25.66
			4	0.0273693	10.18	
			5	0.0388469	34.45	
			6	0.0348802	48.58	

TABLA XII (continuación).

11	0.2023×10^{-12}	0.18214×10^{22}	1	0.0008715	0.20	
			2	0.0145620	6.12	
			3	0.0425083	23.74	30.06
			4	0.0154332	6.32	
			5	0.0740809	49.81	
			6	0.0351901	41.66	97.79
12	0.3009×10^{-13}	0.67694×10^{23}	1	0.0	0.0	
			2	0.0263121	6.92	
			3	0.0112958	5.32	12.24
			4	0.0263122	6.92	
			5	0.0646223	44.29	
			6	0.0444552	42.39	93.60

Los parámetros ópticos de protones se probaron nuevamente analizando la distribución angular del estado excitado 3^- ($E_x=2.62$ MeV) en el ^{208}Pb contra el resultado experimental³⁶⁾, usando el valor de 2 dado más arriba. Los resultados de la fig. 21 muestran un margen de ajuste que no supera el 20%.

De nuevo en el ^{209}Bi como antes en el ^{54}Fe la sección eficaz integrada en ángulo muestra una dependencia suave con el spin del estado intermedio a medida que éste crece y para cualquier transferencia (ver fig. 22). Se trabajó interpolando de manera similar.

Resultados y Discusión. Un primer resultado del método aplicado al ^{209}Bi es el espectro de la sección eficaz integrada en ángulo y promediada sobre los intervalos de [0-5], [5-10], [10-15], [15-20] y [20-30] MeV de energía de excitación, como se muestra en la fig. 23, para la reacción (p,p') en una etapa. Aquí puede verse como: i) los primeros 5 MeV de excitación agotan la intensidad experimental promediada en el mismo rango; ii) entre los 5-10 MeV el cálculo de una etapa se reduce al 40% del resultado experimental; iii) más allá de los 10 MeV y hasta $E_x \sim 20$ MeV la predicción teórica crece debido a las mencionadas resonancias gigantes cuadrupolar y octupolar, pero se mantiene aún un 30% por debajo del experimento; iv) finalmente entre los 20 y 30 MeV de excitación el cálculo teórico se reduce a la cuarta parte del resultado experimental. De nuevo los resultados obtenidos para la contribución del proceso de una etapa se enmarcan dentro de las conclusiones hechas en la parte II y la tendencia general muestra independencia del resultado con respecto a la masa (^{54}Fe a ^{209}Bi) y al tipo de reacción ((p,d) ó (p,p')). Nótese que nuestro método de cálculo es, sin embargo, altamente dependiente de la masa y del tipo de reacción considerado. Como en el caso anterior no

se tiene en cuenta la contribución de los multipolos $\lambda \geq 6$ por iguales motivos y razones.

La fig. 24 a) muestra la contribución del proceso (p,p',d) a la sección eficaz integrada de la reacción $^{209}\text{Bi}(p,d)$ a $E_p = 62$ MeV, que deja al núcleo residual a 30 MeV de energía de excitación (esta contribución se muestra además para dos semianchos diferentes de dispersión). La parte b) muestra el mismo proceso pero esta vez dejando al núcleo residual a 15 MeV de excitación, y de nuevo para dos semianchos diferentes. La fig. 25 compara la predicción teórica del proceso (p,p',d) para el $^{54}\text{Fe}(p,d)$ a $E_p = 62$ MeV, con los dos valores calculados para el mismo proceso en la reacción $^{209}\text{Bi}(p,d)$ a $E_p = 62$ MeV. La observación hecha más arriba acerca de la independencia de la contribución de una etapa respecto de la masa y del tipo de reacción adquiere en el proceso de dos etapas una mayor significación. Los resultados muestran que el proceso de dos etapas (p,p',d) calculado sobre dos núcleos diferentes (^{54}Fe y ^{209}Bi) en la región del continuo, con un modelo (o mejor dicho un método) altamente dependiente de la masa, predice la misma sección eficaz integrada. Por otra parte es una característica del espectro experimental de preequilibrio su independencia con la masa y con la energía incidente, de modo que consideramos a los resultados obtenidos como: i) muestras realistas de lo que sucede en el núcleo en una reacción como las estudiadas, y ii) una prueba necesaria del método empleado.

III.4 Dos etapas. Transferencia y excitación inelástica por el eyectil.

Vamos a describir la sección eficaz para los procesos en los cuales el protón incidente transfiere un neutrón del blanco formando un

deuterón y éste genera luego excitaciones en el núcleo residual en la forma²⁵⁾

$$\frac{d\sigma^{(p,\alpha,d')}}{d\Omega}(E_d) = \sum_{L,J} \int \rho_L(E'_d - E_d) S^J(E_p - E'_d + Q_{g.s.}) \frac{d\sigma_{L,J}^{(CRC)}}{d\Omega}(E_d, E'_d) dE'_d \quad \text{III.4.1}$$

donde $d\sigma^{(CRC)}/d\Omega$ es la sección eficaz diferencial que se obtiene de un código de canales de reacción acoplados con protones en el canal de entrada y deuterones en los canales intermedios y de salida. La primera etapa (p,d) produce un deuterón con una energía E'_d , y la segunda etapa inelástica reduce el valor de E'_d a E_d . Los momentos angulares transferidos en estas dos etapas se denotan J y L respectivamente. El factor S^J es el mismo que se describió en la sección III.3 y lo mismo puede decirse de la densidad ρ_L . Su argumento $E'_d - E_d$ describe la cantidad adicional de energía de excitación con que queda el núcleo residual. El producto $\rho_L \cdot S^J \cdot d\sigma^{(CRC)}/d\Omega$ se integra sobre todos los valores de E'_d , desde E_d hasta $E_p + Q_{g.s.}$ y se suma luego sobre todos los posible L y J.

Existen semejanzas y diferencias entre las ecuaciones III.3.1 y III.4.1. Entre las primeras mencionamos: i) la sección eficaz diferencial $d\sigma^{(CRC)}/d\Omega$ dependerá como antes no sólo de L y J sino también de $\vec{J}_F = \vec{L} + \vec{J}$. El resultado de esta dependencia será un multiplete de estados finales a los que se acoplen L y J, sobre los que deberemos sumar para incluir toda la sección eficaz del proceso. ii) como consecuencia de esta dependencia aparecerán para una dada vía de reacción estados de paridad no natural. Estos estados, por los mismos argumentos que se dieron en la sección III.3, muestran secciones eficaces diferenciales deprimidas en alrededor de un orden de magnitud. De esta forma al sumar sobre todas las contribuciones finales, que al igual que

en el caso anterior reemplazamos por la sección eficaz calculada para el momento angular medio de los estados de paridad natural, deberemos tener en cuenta la existencia de estados finales cuya contribución es despreciable.

A partir de aquí aparecen las diferencias. En el caso anterior la última etapa era la transferencia de un neutrón a la que asignábamos un factor espectroscópico $S^J = 2J_F + 1 / (2J_I + 1)$ (ver ecuación II.2.13). La suma sobre los estados finales para un dado camino la efectuábamos, solamente, para los J_F de los estados de paridad natural despreciando automáticamente la contribución de los de paridad no natural. En la vía (p,d,d') el último paso es la excitación inelástica caracterizada por una densidad espectroscópica que responde a la creación de "fonones" colectivos (de excitaciones de partícula-agujero), de multipolaridad λ sobre un vacío correlacionado (es decir con agujeros debajo del nivel de Fermi y partículas sobre él) pero sin bosones colectivos ya presentes. Pero en este caso este "vacío" no tiene impulso angular y paridad 0^+ , sino el impulso adquirido luego de transferir un neutrón en la primera etapa. Luego el operador colectivo de las ecuaciones III.3.16 y III.3.23 deberá actuar en la reacción (p,d,d') sobre un vacío sin excitaciones colectivas ya presentes, pero teniendo en cuenta la excitación debida a la transferencia de un neutrón desde un estado simple del modelo de capas. Ahora bien, podemos suponer, dado que en los núcleos con los que trabajamos las excitaciones colectivas son tanto más intensas que las excitaciones simples de partícula-agujero, que ambas se comportan en forma independiente. El elemento de matriz de la ecuación III.3.11 conectará entonces los estados de vacío de fonones con los de un fonón, ambos acoplados al grado de libertad fermiónico sobre el cuál

el operador no tiene efecto. Reescribimos la ecuación III.3.11 entonces de la forma

$$\langle [1; \lambda \mu; J_I]; J_F | \alpha_{\lambda \mu} | [0 \lambda \mu; J_I]; J_I \rangle = \frac{\langle \lambda \mu J_I M_I | J_F M_F \rangle \langle [1 \lambda; J_I] J_F || \alpha_{\lambda} || [0 \lambda; J_I] J_I \rangle}{\sqrt{2J_F+1}} \quad \text{III.4.2}$$

donde J_I y J_F son los impulsos angulares de los estados inicial y final respectivamente. Desacoplando el operador reducido

$$= (-)^{2J_I} (2J_F+1)^{1/2} (2J_I+1)^{1/2} \begin{Bmatrix} J_I & J_F & \lambda \\ J_I & 0 & \lambda \end{Bmatrix} \frac{\langle J_I M_I \lambda \mu | J_F M_F \rangle}{(2J_F+1)^{1/2}} \langle 1; \lambda || \alpha_{\lambda} || 0; 0 \rangle \quad \text{III.4.3}$$

$$= \frac{\langle \lambda \mu J_I M_I | J_F M_F \rangle}{\sqrt{2\lambda+1}} \langle 1; \lambda || \alpha_{\lambda} || 0; 0 \rangle \quad \text{III.4.4}$$

donde el elemento de matriz de la ecuación III.4.4 es el parámetro de deformación β_{λ} que calculamos en la sección III.3. Luego, el factor espectroscópico para cada estado final depende del impulso angular de éste y sumaremos sólo sobre aquellos con paridades naturales.

Por otro lado, el factor S^J en la ecuación III.4.1 no debe tener en cuenta ahora razones dinámicas para su suma. Se lo utiliza en la misma forma en que se hizo en la parte II de este trabajo para el proceso en una etapa dado que todos los estados finales de la primera etapa son tratados de la misma forma.

Veamos entonces que resulta de las ecuaciones III.3.1 y III.4.1 antes de integrarlas, al sumar sobre L y J . Para uniformar notación $L=\lambda$ es el impulso angular transferido en la excitación inelástica y $J=j$ es el impulso angular transferido en el proceso de "pick-up" de un neutrón. En ambas ecuaciones no vamos a considerar los efectos dinámicos de $d\sigma^{(CRC)}/d\Omega$. Entonces para la ecuación III.3.1 queda

$$\sum_{L,J} g_L S^J = \sum_{L,J} \beta_L^2 \frac{2J_F+1}{(2L+1)^2} \quad \text{III.4.5}$$

y para la ecuación III.4.1

$$\sum_{L,J} g_L S^J = \sum_{L,J} \frac{(2J+1)}{(2L+1)} \langle L \mu J_I M_I | J_F M_F \rangle^2 \beta_L^2 \quad \text{III.4.6}$$

donde J_F es el impulso angular del estado final sea éste natural o no natural. Sumando sobre todos los $J_F M_F$ en la ecuación III.4.5 y en la III.4.6 ($|L-J| \leq J_F \leq L+J$) y teniendo en cuenta la propiedad de ortogonalidad de los coeficientes Clebsch-Gordan

$$\sum_{J_F M_F} \sum_{L,J} g_L S^J = \sum_{L,J} \beta_L^2 / (2L+1)^2 \sum_{J_F M_F} (2J_F+1) = \sum_{L,J} \frac{2J+1}{2L+1} \beta_L^2 \quad \text{III.4.7}$$

$$\sum_{J_F M_F} \sum_{L,J} g_L S^J = \sum_{L,J} \frac{2J+1}{2L+1} \beta_L^2 \sum_{J_F M_F} \langle L \mu J_I M_I | J_F M_F \rangle^2 = \sum_{L,J} \frac{2J+1}{2L+1} \beta_L^2 \quad \text{III.4.8}$$

De las ecuaciones III.4.7 y III.4.8 concluimos que, como se esperaba, si los parámetros de deformación son los mismos para ambos procesos [(p,p',d) y (p,d,d')] los factores de pendientes de la estructura del núcleo blanco y del intermedio serán los mismos, y por lo tanto cualquier diferencia en la contribución de ambos procesos al resultado final dependerá exclusivamente de la dinámica de la reacción a través de $d\sigma^{(CRC)}/d\Omega$.

Una última diferencia técnica debe señalarse para tener en cuenta en la solución de la ecuación III.4.1. Al comienzo de la sección III.3.2 señalamos que para calcular el factor de forma de la ecuación III.2.15 ($A_{1s_j}^{BC} F_{1s_j}^{BC}(r)$) en la etapa de la excitación inelástica adoptamos la descripción macroscópica debido a que trabajamos con núcleos que se comportan ante excitaciones de un nucleón como vibradores. El código

numérico que utilizamos para resolver el conjunto de ecuaciones de CRC tiene entre sus opciones la del cálculo de un factor de forma colectivo. Sin embargo las funciones de onda que utiliza son las correspondientes a estados rotacionales en el modelo de acoplamiento fuerte

$$\Psi_{MK}^J = \sqrt{\frac{2J+1}{16\pi^2}} \left[\phi_K(\text{int.}) D_{MK}^{J*}(\xi_1, \xi_2, \xi_3) + (-)^{J-K} \phi_{-K}(\text{int.}) D_{MK}^J(\xi_1, \xi_2, \xi_3) \right] \quad \text{III.4.9}$$

donde las matrices D_{MK}^J son las matrices de rotación y (ξ_1, ξ_2, ξ_3) rotulan a los ángulos de Euler que sirven como parámetros de orientación. En el sistema intrínseco (que coincide con los ejes fijos en el espacio cuando $\xi_1 = \xi_2 = \xi_3 = 0$) la forma de la superficie nuclear es

$$R(\hat{r}) = R_0 \left[1 + \sum_L i^{-L} \beta_L Y_0^L(\hat{r}) \right] \quad \text{III.4.10}$$

donde el coeficiente β_L que presentamos aquí es el $\alpha_{\lambda 0}$ del sistema intrínseco. Al tratar la reacción de dos etapas (p,p',d), la función de onda III.4.9 para un núcleo con una deformación axialmente simétrica ($K=0$) tiene la forma

$$\Psi_{MK,j}^J = \sqrt{\frac{2J+1}{8\pi^2}} D_{M0}^{J*} \phi(\text{int.}) \quad \text{III.4.11}$$

donde ahora $\phi(\text{int.})$ va a indicar los estados con ningún o con un fonón inicial y final respectivamente. Cuando el núcleo tiene una orientación (ξ_1, ξ_2, ξ_3) , la forma III.4.10 rotada es

$$P(\xi_1, \xi_2, \xi_3) R = R_0 \left[1 + \sum_{\lambda, \mu} i^{-L} \beta_L D_{\mu 0}^L Y_{\mu}^L(\hat{r}) \right] \quad \text{III.4.12}$$

Si reemplazamos esta expresión en la ecuación A.2 y luego en la A.3 (ambas en el Apéndice A) tendremos para el factor de forma III.3.9

$$A_L F_L(r) = -i^L R_0 \frac{dU(r-R_0)}{dr} \beta_L \sqrt{\frac{2L+1}{(8\pi^2)^2}} \int \text{sen } \xi_2 d\xi_1 d\xi_2 d\xi_3 \\ \times D_{\mu_0}^L(\xi_1, \xi_2, \xi_3) D_{\mu_0}^{L*}(\xi_1, \xi_2, \xi_3) \quad \text{III.4.13}$$

donde hemos usado el hecho que en la vía (p,p',d) la excitación inelástica parte de estados con spin y paridad $J^\pi = 0^+$. Resolviendo la integral en la ecuación III.4.13 queda

$$A_L F_L(r) = \frac{-i^L}{(2L+1)^{1/2}} \beta_L R_0 \frac{dU(r-R_0)}{dr} \quad \text{III.4.14}$$

que es totalmente análoga a la ecuación III.3.9 que hemos usado para describir el factor de forma colectivo de un núcleo vibracional, si el valor que entramos desde afuera (β_L) es el correspondiente a excitaciones de forma como las descritas en la sección III.3.2.

En el caso de la vía (p,d,d') la excitación inelástica parte de estados con J_F distintos eventualmente de 0^+ . Considerando de nuevo para las funciones de onda deformaciones simétricas ($K=0$) y haciendo los mismos reemplazos que en el caso anterior el factor de forma se escribe

$$A_L F_L(r) = -i^L R_0 \frac{dU(r-R_0)}{dr} \beta_L \frac{(2J_I+1)^{1/2} (2J_F+1)^{1/2}}{8\pi^2} \int \text{sen } \xi_2 d\xi_1 d\xi_2 d\xi_3 \\ \times D_{-M_A 0}^{J_I}(\xi_1, \xi_2, \xi_3) D_{-\mu_0}^L(\xi_1, \xi_2, \xi_3) D_{M_F 0}^{J_F}(\xi_1, \xi_2, \xi_3) \quad \text{III.4.15}$$

Resolviendo queda

$$A_L F_L(r) = i^L R_0 \frac{dU(r-R_0)}{dr} \hat{\beta}_L \frac{\langle J_I M_I L \mu | J_F M_F \rangle}{(2J_F + 1)^{1/2}} \times (2J_I + 1)^{1/2} \langle L 0 J_I 0 | J_F 0 \rangle \quad \text{III.4.16}$$

y donde hemos introducido $\hat{\beta}_L = \sqrt{2J_F + 1} / \sqrt{2L + 1} \times \beta_L$ de la ecuación III.4.3. Reordenando

$$A_L F_L(r) = \frac{-i^L}{(2L+1)^{1/2}} \beta_L R_0 \frac{dU(r-R_0)}{dr} \langle J_I M_I L \mu | J_F M_F \rangle (2J_I + 1) \langle L 0 J_I 0 | J_F 0 \rangle \quad \text{III.4.17}$$

Aquí reconocemos el mismo factor de forma del caso anterior multiplicado por: a) un coeficiente $\langle J_I M_I L \mu | J_F M_F \rangle$ que es el que ya había aparecido en la ecuación III.4.4, que surge de aplicar el teorema de Wigner-Eckart al elemento de matriz de la ecuación III.4.2 y que en la vía (p, p', d) no se escribe pues $\langle 0 0 L \mu | L \mu \rangle = 1$; b) el producto $\sqrt{2J_I + 1} \langle L 0 J_I 0 | J_F 0 \rangle$ que se debe exclusivamente al uso de funciones de onda rotacionales en el factor de forma (A.6). Luego de las ecuaciones III.4.14 y III.4.17 vemos que debido al tipo de tratamiento colectivo que realiza el código de CRC empleado y el que nosotros pretendemos debemos: i) utilizar sin modificación los resultados de $d\sigma^{(CRC)}/d\Omega$ para la vía (p, p', d) como ya lo hemos hecho, pues en este caso ambos tratamientos colectivos coinciden, y ii) para la vía (p, d, d') analizar el spin del canal intermedio y corregir a la sección eficaz $d\sigma^{(CRC)}/d\Omega$ por el factor

$$R = (2J_I + 1) \langle L 0 J_I 0 | J_F 0 \rangle^2 \quad \text{III.4.18}$$

III.4.1 Método de cálculo y aplicaciones.

Caso del $^{54}\text{Fe}(p,d)$ a $E_p=62$ MeV. Aunque formalmente diferentes, el método para resolver la ecuación III.4.1 resulta en la práctica similar al usado para resolver la ecuación III.3.1. Se consideraron como estados intermedios todos aquéllos que pudieran alcanzarse luego del "pick-up" de un neutrón de un estado de partícula simple del núcleo blanco y a partir de cada estado intermedio se "integró" la ecuación sumando las secciones eficaces obtenidas al incluir toda la contribución dentro de intervalos de 8 MeV que dejasen al núcleo residual con una energía de excitación entre 0 y 48 MeV. Cada estado final se halla a una energía de excitación igual a

$$E_x = E_p^{CM} + Q_{q.s.} - B_n - \bar{E}_i^* \quad \text{III.4.19}$$

donde B_n es la energía de ligadura del neutrón medida desde el nivel de Fermi y \bar{E}_i^* es la energía de excitación media que caracteriza al intervalo i -ésimo de excitación inelástica del núcleo residual por el deuterón. En cada uno de estos intervalos se concentra toda la intensidad de la transición (a estados dentro del intervalo), en un sólo estado a energía \bar{E}_i^* . De esta forma se obtendrá finalmente todo un conjunto de secciones eficaces ubicadas en el espectro de la misma forma que en la fig. 13, pero donde ahora ha variado la forma de obtener ρ_L , S^J y $d\sigma^{(CRC)}/d\Omega$. El procedimiento se repite para cada valor del impulso angular transferido en la etapa inelástica. Como en el caso anterior, los estados de partícula simple que se consideraron son los mismos de la parte II y que aparecen en la Tabla XI.

Para la vía (p,d,d') , en el presente caso, se utilizaron los mismos parámetros de intensidad β_λ^2 que se calcularon para la etapa inelástica

en el caso de la reacción (p,p',d) para el mismo núcleo. Esto se justifica pues estos parámetros, como se vió en la sección III.3.2, dependen solamente de la estructura nuclear y no de la reacción particular de que se trate. Por otra parte el hecho de que las excitaciones de partícula-agujero se produzcan ahora sobre el ^{53}Fe y no sobre el ^{54}Fe tampoco modifica la elección ya que dentro de la filosofía del cálculo hemos adoptado como valores de las intensidades de excitación inelástica, las calculadas para el núcleo vecino ^{56}Ni que posee capas cerradas de neutrones y protones. Las diferencias en la sección eficaz de la dispersión inelástica debidas a la excitación por diferentes proyectiles aparecen en el factor de forma vía el potencial óptico, que será diferente de acuerdo al proyectil que se trate.

En la ref³²⁾ (pág. 354) se citan dos reacciones de dispersión inelástica [(p,p') y (d,d')] sobre un blanco de ^{120}Sn a un estado $J = 2^+$ a 1.17 MeV de energía de excitación. En ambos casos los valores extraídos para el producto $\beta_2 R$ coinciden dentro del error y para valores de r_0 en los parámetros ópticos similares ($R=r_0 A^{1/3}$).

Se verificó además, el comportamiento de los parámetros ópticos de deuterones para el caso de la dispersión inelástica. En la fig. 26 a) se muestran las distribuciones angulares del canal elástico experimentales, las obtenidas con los parámetros ópticos de la ref³⁷⁾ y con nuestros parámetros para la reacción $^{56}\text{Fe}(d,d')$ a $E_d=25.9$ MeV; en la parte b) de la misma figura se analizan las distribuciones angulares del primer estado 2^+ acoplado con el estado fundamental, usando los parámetros ópticos del trabajo y los nuestros, para un valor $\beta_2=0.31$. En la fig. 27 a) se repite la observación esta vez para la reacción $^{24}\text{Mg}(d,d')$ a $E_d=60.6$ MeV³⁸⁾; en la parte b) se comparan las distribuciones angulares para el nivel 2^+ ($E_x=0.85$ MeV) teniendo en cuenta el acoplamiento con el

estado fundamental y con otro nivel de la misma banda (4^+ a $E_x=1.47$ MeV). En todos los casos el ajuste se mantiene dentro del criterio aceptado (diferencias del orden del 30%), excepto en el caso del ^{24}Mg (2^+) donde la diferencia aumenta a medida que nos desplazamos hacia ángulos más traseros. De todas formas se considera que la sistemática adoptada continua reproduciendo razonablemente las tendencias y valores absolutos para las masas y energías de interés.

Cabe agregar, por último, que el cálculo de la sección eficaz integrada en ángulo no muestra en el caso del proceso (p,d,d') una dependencia predecible con el impulso angular de la excitación inelástica. Esta característica imposibilita la aceleración del cálculo en este caso a diferencia de lo que ocurría con el proceso (p,p',d) .

Resultados y Discusión. Diferencias con la vía (p,p',d) . Un primer resultado interesante que aparece al tratar el proceso (p,d,d') es el valor que se obtiene para la sección eficaz (diferencial e integrada) que resuelve el conjunto de ecuaciones acopladas III.2.11, con $A_{\lambda j}=1$ (esto es $d\sigma^{(CRC)}/d$ y $\sigma_{int}^{(CRC)}$). En la fig. 28 a), b) y c) se muestran los valores calculados para cada transferencia posible de neutrones del blanco seguida por una excitación de multipolaridad $\lambda=2$ que deja al núcleo residual en estados a diferente energía de excitación. Estos valores se comparan respectivamente con los calculados para el proceso (p,p',d) (aquí el blanco es excitado con momento angular $\lambda=2$ a diferentes energías, y luego le sigue alguna de las posibles transferencias). Como puede verse de la figura ambas curvas se aproximan en la zona de altas energías de excitación (bajas energías de salida del deuterón) pero muestran serias divergencias a medida que la energía de excitación disminuye. El cociente de estas diferencias alcanza un valor máximo de 17 para el caso $(1d_{3/2},2)$ (de ahora en más indicaremos con el

par ordenado (a,b) los momentos angulares transferidos en la primera y segunda etapa respectivamente) y un mínimo de 5 para $(2s_{1/2}, 2)$. Esta diferencia en el factor $d\sigma^{(CRC)}/d\Omega$ de la ecuación III.4.1 a bajas energías de excitación hace que se espere un resultado para el proceso (p,d,d') mayor que el correspondiente al (p,p',d) , dado que como hicimos notar en el apartado anterior la influencia de los factores de estructura ρ_L y S^J al sumar sobre los estados finales es la misma para ambas vías de reacción.

En efecto, en la fig. 29 se muestra la contribución al espectro de secciones eficaces integradas en ángulo, debida al proceso (p,d,d') . En él se observa: i) una región entre los 0-6 MeV de energía de excitación [I] que da cuenta y sobreestima al "espectro residual"; ii) una segunda región entre los 6-20 MeV [II] que de nuevo sobreestima al "espectro residual" en un 20%; y iii) la región entre los 20 y 48 MeV de energía de excitación [III] que da cuenta de una fracción (aproximadamente 40%) del "espectro residual" y donde el comportamiento de la sección eficaz es decreciente, a diferencia de lo que sucede en las regiones [I] y [II].

A la luz de estos resultados se realiza un análisis más detallado que se puede centrar en dos puntos notables:

1. Diferencias entre las vías (p,p',d) y (p,d,d') .
2. Diferencias entre el "espectro residual" y la vía (p,d,d') .

1. Respecto de este punto se analizó en detalle la contribución de cada una de las etapas por separado y su contribución a la sección eficaz de dos etapas. La fig. 30 a) muestra la sección eficaz integrada en ángulo en función de la energía de excitación para el proceso (p,p',d) en el caso $(2, 2s_{1/2})$. Las tres curvas corresponden a: i) la excitación inelástica a diferentes energías finales, ii) la transferencia de un neutrón $2s_{1/2}$ desde estas energías y iii) la sección

eficaz σ_{int}^{CRC} para las dos etapas acopladas. La parte b) de la misma figura es análoga a la a) pero en este caso aplicada al proceso (p,d,d') $(2s_{1/2},2)$. Aquí la transferencia es un valor constante mientras que la sección eficaz de la dispersión inelástica del deuterón formado cae, a medida que el núcleo residual queda más excitado, más rápidamente que en el caso de la dispersión inelástica de protones. De ambas figuras se extrae que las dos etapas en cada proceso tienen contribuciones más o menos similares. Más rigurosamente observadas las dos etapas en el proceso (p,p',d) integradas en energía son mayores que las correspondientes al (p,d,d') . Sin embargo debe notarse también que el resultado con ambos canales acoplados, sigue la forma de la distribución de la sección eficaz en la última etapa. Así, en la parte a), σ_{int}^{CRC} crece a medida que crece la energía de excitación para alcanzar un máximo y comenzar a caer con la misma pendiente que la $\sigma_{int}(p',d)$. En la parte b), en cambio, σ_{int}^{CRC} sigue la tendencia de la sección eficaz de la dispersión inelástica de deuterones. Esto indica que el proceso llevado a cabo en la última etapa (dentro del formalismo de CRC) es el que determina la forma y luego el comportamiento a bajas energías de excitación de la sección eficaz del proceso múltiple.

La fig. 31 muestra las secciones eficaces para la reacción $^{53}\text{Fe}(d,p)$ para los procesos (d,p,p') y $(d,d'p)$ a energías de deuterón incidentes tales que la sección eficaz de la primera etapa coincida con las de la primera etapa en el caso $^{54}\text{Fe}(p,d)$ a $E_p=62$ MeV luego de intercambiar protones por deuterones. De estas observaciones surge que en nuestro caso aumenta la importancia relativa de los canales de deuterones y consecuentemente la de los parámetros ópticos asociados con los mismos. Los análisis que hemos hecho en la parte II de este trabajo para la transferencia y el que mencionamos en el apartado precedente

para la dispersión inelástica nos aseguran en todo caso diferencias nunca superiores al 30% respecto de los valores experimentales al usar nuestra sistemática.

La literatura en general trata en forma diversa la vía de excitación inelástica del núcleo residual por el eyectil. Tamura y col.³⁹⁾ al analizar la reacción (p, α) en dos etapas sobre el ^{56}Fe calculan solamente la vía (p, p', α) y luego duplican el resultado, que suponen semejante, para considerar la (p, α, α') (cabe agregar aquí que en un trabajo posterior de los mismos autores²⁵⁾, en la misma línea, y con el objeto de estudiar la polarización nuclear, se analizan por separado los procesos (p, p', α) y (p, α, α') , aunque nada se menciona de la contribución relativa de ambos). En un trabajo reciente Hachenberg y col.⁴⁰⁾ estudian el origen de deuterones en reacciones de preequilibrio y analizan en especial la reacción (p, d) en una y dos etapas sobre ^{12}C y ^{120}Sn a $E_p = 62$ MeV y ^{58}Ni a $E_p = 90$ MeV. En este trabajo la dispersión inelástica de los deuterones no es tomada en cuenta en absoluto ya que se argumenta que estos se forman en la superficie del núcleo (ya se vió en la parte II que un deuterón formado en el interior nuclear se rompería antes de alcanzar la superficie) al final de cualquier proceso múltiple, y que por lo tanto no genera nuevas excitaciones. En nuestro trabajo este efecto se tiene en cuenta en la parte imaginaria de superficie del potencial óptico que resulta particularmente profunda y que aumenta a medida que la energía del deuterón aumenta.

Existen además otros trabajos donde se analizan los procesos en múltiples etapas, pero aplicados a estados finales particulares. Resulta interesante mencionar tres de ellos. En la ref⁴¹⁾ se estudia la reacción $^{26}\text{Mg}(p, d)^{25}\text{Mg}$ a $E_p = 24$ MeV. Aquí se atribuye la diferencia en la distribución angular de dos estados de la banda del estado fundamental a

una posible "sobrestimación de la contribución de la dispersión inelástica de deuterones debida a un conjunto incorrecto de parámetros ópticos". En la ref⁴²⁾ por otra parte, donde se investiga la importancia de los procesos múltiples en reacciones (p, α) , sólo se tiene en cuenta la vía (p, α, α') con parámetros de deformación un poco mayores a los extraídos de un trabajo anterior debido a que "no se incluye en el cálculo la contribución de los procesos (p, p', α) ". Por último en la ref⁴³⁾, donde se estudian los procesos en múltiples etapas en la reacción $^{116}\text{Sn}(p, t)^{114}\text{Sn}$ a $E_p = 25.1$ MeV, se encuentra que la vía (p, t, t') resulta ser "muy importante, en contraste con el canal inelástico de protones".

De todo esto surge que la magnitud de la contribución a la sección eficaz debida a la excitación del núcleo residual por el eyectil es un efecto ya detectado aunque todavía no ampliamente reconocido. En el presente trabajo usando el formalismo de CRC y con parámetros ópticos que responden a las pruebas efectuadas dentro de un rango de aceptabilidad, este efecto aparece y se ejerce en forma notable sobre todo a bajas energías de excitación.

2. Diferencias entre el "espectro residual y la vía (p, d, d') ". De la división en regiones hecha para el gráfico de la fig. 29 observábamos que las regiones [I] y [II] exceden en valor absoluto al "espectro residual". No nos detendremos mucho a analizar lo que sucede en la región [I] debido a que: i) la contribución obtenida en los primeros 0-6 MeV de energía de excitación, así como la de los últimos 44-48 MeV, es la más sensible a los efectos de distribución de la sección eficaz en energía y variará notablemente en función del semiancho elegido; ii) esta misma porción del "espectro residual" (que ya se muestra en línea de trazos) se caracteriza por su sensibilidad, similar a la anterior, al

semiancho de la distribución de los procesos en una etapa, de los que se obtiene por diferencia con el espectro experimental. Por este motivo y por los resultados de la parte II consideraremos agotado el rendimiento experimental en esta región por los procesos en una etapa y despreciaremos la contribución de aquellos de dos etapas.

En lo que sigue para la interpretación de los resultados en las regiones [II] y [III] deben tenerse en cuenta los siguientes aspectos:

- 1) el cálculo descrito y realizado es una estimación realista de la contribución de los procesos en una y dos etapas al espectro en energía de la sección eficaz integrada en ángulo, y como tal tiene un margen de confiabilidad. A lo largo de todo el trabajo este margen se ha mantenido siempre dentro del 30% respecto de los valores calculados.
- 2) La filosofía de la estimación, como ya se mencionó, es la optimista. De esta manera, a menos del margen mencionado en 1), se desarrolló un método de cálculo que ofrece una cota superior a los objetivos propuestos. Esta cota superior debe interpretarse como el valor máximo, dentro de un intervalo pequeño alrededor del valor verdadero que un cálculo teórico complicado como éste, ofrece como rango de validez.

Con estos puntos en mente entonces podemos concluir que para el caso del $^{54}\text{Fe}(p,d)$ a $E_p = 62$ MeV (ver fig. 32) la contribución de los procesos en una y dos etapas [(p,p',d) + (p,d,d')] agota el espectro experimental entre los 0 y 24 MeV de energía de excitación. Más allá de este nivel, esta contribución (donde ahora la etapa única es despreciable) da cuenta de aproximadamente el 45% del "espectro residual". Para dar cuenta total de esta parte del espectro experimental se hace necesaria la inclusión en el cálculo de procesos en más etapas.

Por último, en la fig.33 a), b) y c) se presentan las distribuciones angulares de los procesos calculados junto con los puntos experimentales, a tres energías de excitación diferentes. En la fig. 33 a) ($E_x=11$ MeV) la suma de la distribución angular de la etapa única más la de la etapa doble, da cuenta de la distribución angular a ángulos delanteros y la subestima a ángulos traseros. El hecho de que no supere al resultado experimental (como se esperaría de la fig. 32) se debe a que, aparte de la incerteza mencionada en 1), la contribución del proceso (p,p',d) se calcula considerando excitaciones inelásticas sólo hasta $L=5$ (para $L=6$ se extrapolan como ya se vió las secciones eficaces integradas en ángulo). En los ángulos traseros se deberán considerar procesos en más etapas (aún NC) que completen la sección eficaz faltante. En la fig. 33 b) ($E_x=21$ MeV) el proceso en una sola etapa ya es despreciable y la contribución de dos etapas, siempre con la salvedad anterior, de nuevo explica el resultado experimental hasta $\theta \sim 100^\circ$. En la parte c) de la figura, la distribución angular del proceso doble subestima al espectro experimental, obedeciendo el comportamiento mostrado en la fig. 32. De las tres partes de la figura puede notarse como a medida que crece la energía de excitación la pendiente media de la distribución calculada se va reduciendo y notablemente acompaña la reducción similar de la pendiente en los datos experimentales para $\theta \leq 90^\circ$. Para ángulos superiores, aún en el caso de $E_x=11$ MeV los procesos de dos etapas son solamente una fracción del espectro experimental. Procesos en tres y más etapas con distribuciones angulares de pendientes medias menores, modificarán muy poco la contribución delantera pero harán pesar más su contribución en ángulos traseros. Estos últimos resultados, por otra parte, se consideran un severo "test" del método desarrollado.

Caso del $^{209}\text{Bi}(p,d)$ a $E_p=62$ MeV. El procedimiento de cálculo resulta similar al utilizado para el ^{54}Fe . En este caso, sin embargo, debido a la gran cantidad de niveles de neutrones y a que la información obtenida en caso de repetir el análisis para el proceso (p,d,d') no sería tan completa como la anterior (donde se estudió el espectro completo en energía de excitación) se analizó la relación entre $\sigma_{p,p',d}^{\text{CRC}}$ y $\sigma_{p,d,d'}^{\text{CRC}}$ (manteniendo $A_{l,sj}=1$ en ambas etapas) para algunos estados finales en particular. En la fig. 34 se muestra el caso $(2, 1h_{11/2})$ para ambos procesos. Como puede verse de la figura, sigue manteniéndose para bajas energías de excitación, la diferencia en orden de magnitud que se había observado para el caso del $^{54}\text{Fe}(p,d)$ a $E_p=62$ MeV. De este resultado y del análisis comparativo hecho en la sección anterior respecto de la vía (p,p',d) podemos concluir que en el caso del blanco de ^{209}Bi la vía de reacción (p,d,d') supera a la primera y se espera que su contribución al espectro total de la sección eficaz integrada en ángulo resulte aproximadamente igual al obtenido para el ^{54}Fe .

PARTE IV

CONCLUSIONES

Se ha presentado en este trabajo una estimación realista de la contribución de los procesos de una y de dos etapas a la sección eficaz en función del ángulo y de la energía para la reacción (p,d). El método desarrollado se ha aplicado a un rango amplio de masas que van desde el ^{54}Fe hasta el ^{209}Bi , y para varias energías incidentes.

Se encuentra que la sección eficaz experimental, en todos los casos analizados, puede reproducirse totalmente, hasta los primeros 8-10 MeV de energía de excitación, usando el formalismo de DWBA para reacciones de transferencia de un neutrón. Las distribuciones angulares en esta región coinciden con las calculadas teóricamente tanto en valor absoluto como en pendiente media. Para energías de excitación mayores la contribución de los procesos de una etapa decrece muy rápidamente hasta hacerse despreciable.

Para la contribución de los procesos de dos etapas, calculados dentro del formalismo de CRC para la parte dinámica de la sección eficaz y usando la teoría de la RPA y la regla de suma de transferencia de una partícula para los factores de estructura se encuentra que:

- i) para el $^{54}\text{Fe}(p,d)$ a $E_p = 62$ MeV la primer vía de reacción considerada (p,p',d) da cuenta de alrededor del 15% del espectro de la sección eficaz experimental integrada en ángulo a la que se le han descontado las contribuciones de una etapa y de NC ("espectro residual").
- ii) el cálculo de la misma vía de reacción en el núcleo ^{209}Bi , explica una fracción menor del espectro residual en los dos valores de

energía de excitación donde el núcleo residual es estudiado, pero notablemente su contribución resulta similar a la observada en el caso del ^{54}Fe a esas energías.

- iii) la segunda vía de reacción (p,d,d') contribuye en forma mucho mayor (factor 5) que la primera a la sección eficaz integrada en el caso del ^{54}Fe . Un comportamiento análogo se observa en pruebas realizadas sobre el ^{209}Bi . Este aumento de la contribución demuestra tener un origen puramente dinámico y extenderse a otro tipo de reacciones [(por ejemplo (p,t) y (p, α)].
- iv) la suma de ambas vías hace que el proceso de dos etapas (en el caso del ^{54}Fe) sobreestime al espectro residual a energías de excitación entre los 10 y 20 MeV, en alrededor de un 30%, y que lo agote totalmente entre los 20 y 25 MeV. Para energías superiores los procesos en dos etapas dan cuenta de aproximadamente el 40% del espectro residual.
- v) la distribución angular experimental se reproduce en pendiente y valor absoluto, alrededor de los 10 MeV de energía de excitación, usando los procesos de una y dos etapas. En los 20 MeV de excitación la contribución de la primera etapa es prácticamente despreciable y los procesos de dos etapas dan cuenta de la distribución hasta $\theta \sim 90^\circ$; para ángulos mayores los resultados experimentales indican la necesidad de considerar la contribución de reacciones que transcurren en más etapas. A energías de excitación superiores a los 25 MeV las distribuciones angulares experimentales superan a las teóricas aún a ángulos delanteros, en valor absoluto, y muestran pendientes menores que éstas.

De estas observaciones podemos concluir que hasta aproximadamente los 25 MeV de energía de excitación los procesos en una y dos etapas explican el espectro en energía de la sección eficaz experimental, y la distribución angular observada, en los casos del ^{54}Fe y del ^{209}Bi . Además las contribuciones a diferentes núcleos resultan similares aún cuando el método es altamente dependiente de la masa. Esta es una característica propia del espectro de preequilibrio que en este caso surge naturalmente del cálculo. A medida que la energía de excitación aumenta la diferencia entre los valores experimentales y calculados también aumenta haciendo necesario el cálculo en más etapas.

En este punto pueden ampliarse entonces las conclusiones hechas en la parte II de este trabajo. El estudio de los procesos en dos etapas muestra coincidencias más que significativas con los resultados de las referencias 9 y 11 para reacciones (p,n) utilizando la teoría de Procesos Directos en Múltiples Etapas (SMSDR) de Feshbach, Kerman y Koonin¹⁰). Aún tratándose de reacciones diferentes, aunque en ambos casos inducidas por protones, el hecho de que el formalismo mencionado y nuestro método de cálculo produzcan resultados similares tanto en distribución angular como en espectro integrado, es realmente remarcable. Por otra parte, estas mismas diferencias entre ambos procedimientos aventajan a uno respecto del otro en determinados aspectos. Con el método desarrollado aquí, la posibilidad de estimar contribuciones para procesos en más de dos etapas se reduce drásticamente por problemas de operatividad. La teoría de Feshbach y col., en cambio, se extiende naturalmente para el cálculo de procesos en más de dos etapas. Sin embargo, en este caso, y debido a su formulación, resulta imposible predecir los resultados de experiencias realizadas con proyectiles polarizados en lo que a la asimetría derecha-izquierda se

refiere. Estas experiencias son utilizadas con creciente frecuencia ya que de sus resultados puede concluirse cuanta más o menos memoria ha perdido el núcleo del canal de entrada, y por lo tanto brindan información relativa acerca de las contribuciones de los procesos en múltiples etapas. Para los núcleos que hemos estudiado existe información experimental⁴⁴⁾ de este tipo para reacciones (p,p') , (p,d) y (p,α) . Tamura y col.²⁵⁾ utilizando su formalismo de reacciones directas en múltiples etapas han presentado resultados al respecto en el caso de reacciones (p,α) . Nuestro método que es una extensión de este formalismo resulta pues indicado para predecir los resultados de experiencias de polarización en el caso de una y dos etapas. Además, nuevamente, el considerar una reacción del tipo (p,d) elimina posible parámetros, no muy bien determinados, del cálculo y convierte a sus resultados en confiables.

910 Jattone

Ally

APENDICE A

a) Derivación del factor de forma para una dispersión inelástica con variables colectivas

Derivamos la interacción de un pozo de potencial no esférico o deformado. Es razonable suponer que la intensidad del potencial depende sólo de la distancia $(r-R)$ a la superficie, y entonces si se permite que esta no sea esférica

$$R(\hat{r}) = R_0 \left[1 + \sum_{\lambda, \mu} i^{-\lambda} \alpha_{\lambda \mu} Y_{\mu}^{\lambda}(\hat{r}) \right] \quad \text{A.1}$$

desarrollando en serie de Taylor alrededor de $R=R_0$ se tiene

$$\begin{aligned} U(r, \alpha) &= U(r - R(\hat{r})) = U\left(r - R_0 \left[1 + \sum_{\lambda, \mu} i^{-\lambda} \alpha_{\lambda \mu} Y_{\mu}^{\lambda}(\hat{r}) \right]\right) \\ &= U(r - R_0) - R_0 \frac{dU(r - R_0)}{dr} \sum_{\lambda, \mu} i^{-\lambda} \alpha_{\lambda \mu} Y_{\mu}^{\lambda}(\hat{r}) + \dots \end{aligned} \quad \text{A.2}$$

El primer término es un escalar que se identifica con el potencial óptico esférico usado para describir la dispersión elástica (y generar las ondas distorsionadas). La interacción es entonces, a primer orden en los parámetros de deformación

$$\begin{aligned} V(r, \alpha_{\lambda \mu}) &= -R_0 \frac{dU(r - R_0)}{dr} \sum_{\lambda, \mu} i^{-\lambda} \alpha_{\lambda \mu} Y_{\mu}^{\lambda}(\hat{r}) \\ &= -R_0 \frac{dU(r - R_0)}{dr} \sum_{\lambda, \mu} (-)^{\lambda - \mu} i^{-\lambda} \alpha_{\lambda, -\mu} \left[Y_{\mu}^{\lambda}(\hat{r}) \right]^* \end{aligned} \quad \text{A.3}$$

El desarrollo multipolar de $V(r, \alpha)$ viene dado por

$$V(r, \alpha) = \sum_{L, M} V_{LM}(r, \alpha) [Y_M^L(\hat{r})]^* \quad A.4$$

de donde se obtiene que

$$V_{\lambda\mu}(r, \alpha_{\lambda\mu}) = -i^L (-)^{\mu} \frac{dU(r-R_0)}{dr} \alpha_{\lambda, -\mu} \quad A.5$$

Hacemos notar que en este modelo una dada deformación multipolar λ de la superficie $R(\hat{r})$ da en primer orden un término de interacción V_L con $L=\lambda$, pero en segundo orden o en órdenes más altos, contribuye a otros términos multipolares del desarrollo A.4. Sin embargo, sería inconsistente usar la interacción A.3 desarrollada hasta segundo orden en la deformación mientras que sólo se calcula la amplitud de transición a primer orden en la interacción, a menos que se pueda probar que las contribuciones de segundo orden del primer orden de la interacción, son despreciables. Por el contrario, sin embargo, resulta que estos términos son al menos comparables con las contribuciones de primer orden del segundo orden del potencial de interacción⁴⁵⁾.

El factor de forma para la excitación del estado $|1; \lambda\mu\rangle$ con un cuanto (λ, μ) de excitación desde el estado fundamental $|0; 00\rangle$ entonces queda, (teniendo en cuenta que el potencial $V(r, \alpha)$ no depende del spin)

$$\begin{aligned} A_{\lambda} F_{\lambda} &= \langle 1; \lambda\mu | V_{\lambda\mu} | 0; 00 \rangle = -i^{\lambda} R_0 \frac{dU(r-R_0)}{dr} \langle 1; \lambda\mu | (-)^{\mu} \alpha_{\lambda, -\mu} | 0; 00 \rangle \\ &= -i^{\lambda} R_0 \langle 1; \lambda | \alpha_{\lambda} | 0; 0 \rangle \frac{dU(r-R_0)}{dr} \quad A.6 \end{aligned}$$

donde el elemento de matriz reducido es la raíz cuadrada media de la deformación del estado fundamental debido a las oscilaciones del punto cero.

b) Relación entre el operador multipolar y la coordenada colectiva

El operador multipolar eléctrico se define como

$$\mathcal{M}(E\lambda) = \int \rho_e(\underline{r}) r^\lambda Y_\mu^\lambda d\underline{r} \quad \text{A.7}$$

Supongamos que la densidad de carga eléctrica $\rho_e(\underline{r})$ es además función del parámetro R (radio nuclear) y que éste se describe como en A.1, entonces

$$\rho_e(\underline{r}, R) = \rho_e(\underline{r}, R_0 (1 + \sum_{\lambda\mu} i^{-\lambda} \alpha_{\lambda\mu} Y_\mu^\lambda(\hat{r}))) \quad \text{A.8}$$

desarrollando hasta primer orden en el pequeño parámetro $\sum_{\lambda\mu} i^{-\lambda} \alpha_{\lambda\mu} Y_\mu^\lambda(\hat{r})$ se tiene

$$\rho_e(\underline{r}, R) \sim \rho_e(\underline{r}, R_0) + R_0 \frac{d\rho}{dR} \sum_{\lambda\mu} i^{-\lambda} \alpha_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu}(\hat{r}) \quad \text{A.9}$$

introduciendo A.9 en A.7

$$\mathcal{M}(E\lambda) = \int \rho_e(\underline{r}, R_0) r^\lambda Y_\mu^\lambda d\underline{r} + R_0 \int \frac{\partial \rho}{\partial R} \sum_{\lambda\mu} i^{-\lambda} \alpha_{\lambda\mu} Y_\mu^\lambda r^{\lambda'} Y_{\mu'}^{\lambda'} d\underline{r} \quad \text{A.10}$$

Aquí el primer sumando del miembro derecho se anula idénticamente si consideramos constante la densidad de carga en todo el interior nuclear para un núcleo sin difusividad en la superficie. Entonces

$$\rho_e(\underline{r}, R_0) = \rho_0 \quad r < R_N \quad \rho_e = 0 \quad r > R_N \quad \text{A.11}$$

donde R_N es el radio nuclear. Bajo estas hipótesis y suponiendo además que ρ_e depende solamente de $|r|$ se obtiene

$$4\pi \int_0^{R_N} \rho_0 r^2 dr = Ze \qquad \rho_0 = \frac{3}{4\pi} \frac{Ze}{R_N^3} \qquad \text{A.12}$$

$$\left. \frac{\partial \rho}{\partial r} \right|_{r=R_0} = \frac{Ze}{V} \delta(r-R_0) \qquad \text{A.13}$$

Luego reemplazando en la ecuación A.10

$$\begin{aligned} \mathcal{M}(E\lambda) &= R_0 \sum_{\mu} i^{-\lambda} \alpha_{\lambda\mu} \int \frac{Ze}{V} \delta(r-R_0) Y_{\mu}^{\lambda} r^{\lambda} Y_{\nu}^{\lambda} r^2 \sin\theta dr d\theta d\psi \\ &= R_0^{\lambda+3} \frac{Ze}{V} \alpha_{\lambda\nu} \end{aligned} \qquad \text{A.14}$$

Reemplazando V por $4\pi/3 R_0^3$ en la ecuación A.14 se obtiene la relación entre el operador multipolar y la coordenada colectiva

$$\mathcal{M}(E\lambda) = \left[\frac{3}{4\pi} Ze R_0^{\lambda} \right] \alpha_{\lambda\nu} \qquad \text{A.15}$$

APENDICE B

Descripción de los estados colectivos. Método de aproximación de fases al azar (RPA)

La interacción residual de dos cuerpos admite un desarrollo del tipo

$$V(|r_1 - r_2|) = \sum_{\lambda\mu} \frac{4\pi}{2\lambda+1} v_{\lambda}(r_1, r_2) Y_{\mu}^{\lambda}(r_1) Y_{\mu}^{\lambda}(r_2) \qquad \text{B.1}$$

que en segunda cuantificación se expresa

$$V(|\zeta_1, -\zeta_2\rangle) = \sum_{lmpq} \langle l m | V(|\zeta_1, -\zeta_2\rangle) | p q \rangle a_l^\dagger a_m^\dagger a_q a_p \quad \text{B.2}$$

$V_\lambda(r_1, r_2)$ es una fuerza atractiva y separable de la forma

$$V_\lambda(r_1, r_2) = -\chi_\lambda / 2 r_1^\lambda r_2^\lambda \quad \text{B.3}$$

Los únicos términos que interesan para el espectro excitado son los que actúan entre configuraciones de partícula-agujero, $[a_k^+, a_i]_M^J |\tilde{0}\rangle$, donde $|\tilde{0}\rangle$ es la capa cerrada en neutrones (o protones), i es un estado ocupado y k una órbita vacía. Reordenando el Hamiltoniano y despreciando los términos de intercambio

$$H_{res} = \sum_{\lambda\mu} -\chi_\lambda / 2 \sum_{\substack{j_e j_p j_q \\ m_e m_m m_p m_q}} \langle j_e m_e | r^\lambda Y_\mu^\lambda | j_p m_p \rangle a_{j_e m_e}^\dagger a_{j_p m_p} \\ \times \langle j_m m_m | r^\lambda Y_\mu^{\lambda*} | j_q m_q \rangle a_{j_m m_m}^\dagger a_{j_q m_q} \quad \text{B.4}$$

Cambiando el signo de m_p y m_q y conjugando el segundo elemento de matriz queda

$$H_{res} = \sum_{\lambda\mu} -\chi_\lambda / 2 \sum_{\substack{j_e j_p \\ m_e m_p}} \langle j_e m_e | r^\lambda Y_\mu^\lambda | j_p, -m_p \rangle a_{j_e m_e}^\dagger a_{j_p, -m_p} \\ \times \sum_{\substack{j_m j_q \\ m_m m_q}} \langle j_q, -m_q | r^\lambda Y_\mu^\lambda | j_m m_m \rangle^* a_{j_m m_m}^\dagger a_{j_q, -m_q} \quad \text{B.5}$$

Se definen entonces los operadores

$$Q_{\lambda\mu}^\dagger = \sum_{\substack{j_e j_p \\ m_e m_p}} \langle j_e m_e | r^\lambda Y_\mu^\lambda | j_p, -m_p \rangle a_{j_e m_e}^\dagger a_{j_p, -m_p} \quad \text{B.6}$$

$$Q_{\lambda\mu} = \sum_{\substack{j_m j_q \\ m_m m_q}} \langle j_q, -m_q | r^\lambda Y_\mu^\lambda | j_m m_m \rangle^* a_{j_m m_m}^\dagger a_{j_q, -m_q} \quad \text{B.7}$$

De esta forma el Hamiltoniano residual (E.4) puede reescribirse

$$H_{res} = H_{\lambda} \quad H_{\lambda} = -\chi_{\lambda}/2 \sum_{\mu} Q_{\lambda\mu}^{\dagger} Q_{\lambda\mu} \quad \text{B.8}$$

que es la ecuación III.3.20 del texto.

Se encontrará la forma de $Q_{\lambda\mu}^{\dagger}$ y $Q_{\lambda\mu}$ en términos de operadores de creación y destrucción de partícula-agujero [ecuaciones III.3.22.a) y III.3.22 b)]. Utilizando el teorema de Wigner-Eckart y acoplando el operador de partícula

$$Q_{\lambda\mu}^{\dagger} = \sum_{\substack{j_e j_p J \\ m_e m_p M}} (-)^{j_e - m_e} \begin{pmatrix} j_e & \lambda & j_p \\ -m_e & \mu & -m_p \end{pmatrix} \langle j_e \| r^{\lambda} Y_{\lambda} \| j_p \rangle (-)^{j_e + m_e} \\ \times \begin{pmatrix} j_e & j_p & J \\ m_e & m_p & M \end{pmatrix} \beta^{\dagger}(l_p; JM) \sqrt{2J+1} \quad \text{B.9}$$

utilizando las propiedades de simetría y ortogonalidad de los coeficientes 3-j

$$Q_{\lambda\mu}^{\dagger} = \sum_{j_e j_p} \frac{(-)^{2j_e}}{\sqrt{2\lambda+1}} \langle j_e \| r^{\lambda} Y_{\lambda} \| j_p \rangle \beta^{\dagger}(l_p; \lambda\mu). \quad \text{B.10}$$

Los únicos términos que interesan son aquellos en que l es partícula, p agujero y viceversa, luego

$$Q_{\lambda\mu}^{\dagger} = \sum_{j_i j_m} \frac{1}{\sqrt{2\lambda+1}} \left\{ (-)^{2j_m} \langle j_m \| r^{\lambda} Y_{\lambda} \| j_i \rangle \beta^{\dagger}(m_i; \lambda\mu) \right. \\ \left. + (-)^{2j_i} \langle j_i \| r^{\lambda} Y_{\lambda} \| j_m \rangle \beta^{\dagger}(i m; \lambda\mu) \right\} \quad \text{B.11}$$

invirtiendo el segundo elemento de matriz reducido y utilizando la ecuación III.3.22 b)

$$Q_{\lambda\mu}^{\dagger} = - \frac{1}{\sqrt{2\lambda+1}} \sum_{j_m j_i} \langle j_m \| r^{\lambda} Y_{\lambda} \| j_i \rangle \{ \beta^{\dagger}(m_i; \lambda\mu) + (-)^{\lambda-\mu} \beta(m_i; \lambda, -\mu) \}. \quad \text{B.12}$$

Repitiendo los pasos desde la ecuación B.9 para $Q_{\lambda\mu}$ se obtiene

$$Q_{\lambda\mu} = - \frac{1}{\sqrt{2\lambda+1}} \sum_{j_m j_i} \langle j_m \| r^{\lambda} Y_{\lambda} \| j_i \rangle^* \{ \beta(m_i; \lambda\mu) + (-)^{\lambda-\mu} \beta^{\dagger}(m_i; \lambda, -\mu) \}. \quad \text{B.13}$$

Vamos a encontrar ahora una expresión para los operadores $\beta_n^{\dagger}(\lambda, \mu)$ generadores de excitaciones colectivas. Estos operadores deben cumplir

$$[H, \beta_n^{\dagger}(\lambda\mu)] = \omega \beta_n^{\dagger}(\lambda\mu) \quad \text{B.14}$$

con $H = H_{p.i.} + H_{\lambda}$, donde

$$H_{p.i.} = \sum_{\alpha} \epsilon_{\alpha} a_{\alpha}^{\dagger} a_{\alpha} = \sum_i \epsilon_i a_i^{\dagger} a_i + \sum_m \epsilon_m a_m^{\dagger} a_m \quad \text{B.15}$$

y H_{λ} es como en la ecuación B.8. Utilizaremos además los elementos

$$M(kl, \lambda) \equiv \langle k \| r^{\lambda} Y_{\lambda} \| l \rangle i^{l_k - l_i + \lambda} \quad \text{B.16}$$

y describiremos los operadores $\beta_n^{\dagger}(\lambda\mu)$ como combinación lineal de los generadores de excitaciones de partícula-agujero

$$\beta_n^{\dagger}(\lambda\mu) = \sum_{m_i} d_n(m_i, \lambda) \beta^{\dagger}(m_i; \lambda\mu) - (-)^{\mu} d_n(im, \lambda) \beta(m_i, \lambda, -\mu) \quad \text{B.17}$$

Resolviendo el conmutador de la ecuación B.14 por partes se tiene

$$a) [H_{p.i.}, \beta_n^{\dagger}(\lambda\mu)] = \sum_{m_i} d_n(m_i, \lambda) [H_{p.i.}, \beta^{\dagger}(m_i; \lambda\mu)] - (-)^{\mu} d_n(im, \lambda) [H_{p.i.}, \beta(m_i, \lambda, -\mu)] \quad \text{B.18}$$

$$[H_{p.i.}, \beta^{\dagger}(m_i, \lambda\mu)] = \sum_{m_m m_i} \sum_n \epsilon_n \langle j_m m_m j_i, -m_i | \lambda\mu \rangle (-)^{j_i + m_i} [a_n^{\dagger} a_n, a_m^{\dagger} a_i]$$

$$= \sum_{m, m_i} \epsilon_m \langle j m m_m j i - m_i | \lambda \mu \rangle (-)^{j+m_i} a_m^\dagger a_i = \epsilon_m \beta^\dagger(m_i; \lambda \mu) \quad \text{B.19}$$

donde $H_{p.i.}^1 = \sum_m \epsilon_m a_m^\dagger a_m$ suma sobre las órbitas vacías. Procediendo en forma similar

$$[H_{p.i.}^2, \beta^\dagger(m_i; \lambda \mu)] = -\epsilon_i \beta^\dagger(m_i; \lambda \mu) \quad \text{B.20}$$

de manera que el conmutador B.14 respecto del primer sumando del Hamiltoniano $H_{p.i.}$ se escribe

$$[H_{p.i.}, \beta_n^\dagger(\lambda \mu)] = \sum_{m_i} d_n(m_i, \lambda) \epsilon_{m_i} \beta^\dagger(m_i, \lambda \mu) + (-)^{\mu} d_n(m_i, \lambda) \epsilon_{m_i} \beta(m_i; \lambda, -\mu) \quad \text{B.21}$$

$$\text{con } \epsilon_{m_i} = \epsilon_m - \epsilon_i$$

$$\text{b) } [H_{\lambda \mu}(\text{res}), \beta_n^\dagger(\lambda \mu)] = \sum_{\lambda' \mu'} -\frac{\chi_{\lambda'}}{2} [Q_{\lambda' \mu'}^\dagger, Q_{\lambda' \mu'}, \beta_n^\dagger(\lambda \mu)] \quad \text{B.22}$$

de aquí e introduciendo la aproximación $a_p^\dagger a_q^\dagger a_r a_s \rightarrow \langle a_q^\dagger a_r \rangle a_p^\dagger a_s - \langle a_q^\dagger a_s \rangle a_p^\dagger a_r - \langle a_p^\dagger a_r \rangle a_q^\dagger a_s + \langle a_p^\dagger a_s \rangle a_q^\dagger a_r$ donde $\langle a_q^\dagger a_r \rangle = \delta_{qr}$ si r es estado de agujero y $\langle a_q^\dagger a_r \rangle = 0$ si r es estado de partícula, se llega a

$$[H_{\text{res}}, \beta_n^\dagger(\lambda \mu)] = -\frac{\chi_\lambda}{2(2\lambda+1)} \sum_{\substack{m_i \\ n_j}} 2M(m_i, \lambda) M(n_j, \lambda) \{ \beta^\dagger(m_i, \lambda \mu) [d_n(m_i, \lambda) + d_n(jn, \lambda)] + (-)^{\mu} \beta(m_i, \lambda) [d_n(nj, \lambda) + d_n(jn, \lambda)] \} \quad \text{B.23}$$

De a) y b) resulta para la ecuación B.14

$$[H, \beta_n^\dagger(\lambda \mu)] = \sum_{m_i} \beta^\dagger(m_i, \lambda \mu) \left\{ \epsilon_{m_i} d_n(m_i, \lambda) + \frac{-\chi_\lambda}{2(2\lambda+1)} 2M(m_i, \lambda) \right. \\ \left. \times \sum_{n_j} M(n_j, \lambda) [d_n(nj, \lambda) + d_n(jn, \lambda)] \right\} + (-)^{\mu} \sum_{m_i} \beta(m_i, \lambda, -\mu)$$

$$\times \left[\epsilon_{mi} d_n(mi, \lambda) + \frac{-X_\lambda}{2(2\lambda+1)} \cdot 2M(mi, \lambda) \sum_{nj} M(nj, \lambda) [d_n(nj, \lambda) + d_n(jn, \lambda)] \right]. \quad B.24$$

Igualando en la ecuación B.14 con los coeficientes de $\beta^+(mi, \lambda, \mu)$ y $\beta(mi, \lambda, -\mu)$ queda

$$\omega_{n'} d_{n'}(mi, \lambda) = \epsilon_{mi} d_{n'}(mi, \lambda) - \frac{X_\lambda}{2(2\lambda+1)} 2M(mi, \lambda) \sum_{nj} [d_{n'}(nj, \lambda) + d_{n'}(jn, \lambda)] M(nj, \lambda) \quad B.25$$

$$\omega_{n'} d_{n'}(im, \lambda) = \epsilon_{im} d_{n'}(im, \lambda) - \frac{X_\lambda}{2(2\lambda+1)} 2M(im, \lambda) \sum_{nj} [d_{n'}(nj, \lambda) + d_{n'}(jn, \lambda)] M(nj, \lambda) \quad B.26$$

Reordenando y definiendo $\Lambda_{n'}(\lambda) \equiv \frac{X_\lambda}{2(2\lambda+1)} \sum_{nj} [d_{n'}(nj, \lambda) + d_{n'}(jn, \lambda)] M(nj, \lambda)$ se obtiene

$$d_{n'}(mi, \lambda) = \Lambda_{n'}(\lambda) \frac{M(mi, \lambda)}{\epsilon_{mi} - \omega_{n'}} \quad B.27 \text{ a)}$$

$$d_{n'}(im, \lambda) = \Lambda_{n'}(\lambda) \frac{M(mi, \lambda)}{\epsilon_{mi} + \omega_{n'}} \quad B.27 \text{ b)}$$

que corresponden respectivamente a las ecuaciones III.3.25 a) y b) del texto. Multiplicando las ecuaciones B.27 por $X_\lambda / (2\lambda+1) \times M(mi, \lambda)$ y sumando sobre todos los estados de partícula-agujero se llega a

$$\begin{aligned} & \frac{X_\lambda}{2\lambda+1} \sum_{mi} M(mi, \lambda) [d_{n'}(mi, \lambda) + d_{n'}(im, \lambda)] = \\ & = \frac{X_\lambda}{2\lambda+1} \sum_{mi} |M(mi, \lambda)|^2 \left(\frac{1}{\epsilon_{mi} - \omega_{n'}} + \frac{1}{\epsilon_{mi} + \omega_{n'}} \right) \Lambda_{n'}(\lambda) \end{aligned} \quad B.28$$

y de aquí

$$1/X_\lambda = 1/2\lambda+1 \sum_{mi} |\langle m || r^\lambda Y_\lambda || i \rangle|^2 2\epsilon_{mi} / \epsilon_{mi}^2 - \omega_{n'}^2(\lambda). \quad B.29$$

que es la relación de dispersión de la ecuación III.3.24 y que debe resolverse para obtener las energías de los estados colectivos.

APENDICE C

Determinación de la regla de suma pesada con la energía

Sea H el Hamiltoniano de un sistema tal que

$$H = \sum_j -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla_j^2 + \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} V(|\underline{r}_i - \underline{r}_j|) \quad \text{C.1}$$

no contenga explícitamente fuerzas dependientes de la velocidad (se permiten en cambio términos de intercambio en V) y sean $|IM\rangle$ autoestados de este Hamiltoniano. Entonces se cumple que

$$\frac{1}{2} \sum_{\mu} \langle 00 | [[Q_{\lambda\mu}^{\dagger}, H], Q_{\lambda\mu}] | 00 \rangle = \sum_{\mu IM} |\langle IM | Q_{\lambda\mu} | 00 \rangle|^2 (E_I - E_0) \quad \text{C.2}$$

donde C.2 vale para cualquier operador, en particular para aquel definido como

$$Q_{\lambda\mu} = \sum_{\alpha=1}^N r_{\alpha}^{\lambda} Y_{\mu}^{\lambda}(\hat{r}_{\alpha}) \quad \text{C.3}$$

En efecto, el miembro izquierdo de la ecuación C.2 puede escribirse como

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \sum_{\mu} \langle 00 | [[Q_{\lambda\mu}^{\dagger}, H], Q_{\lambda\mu}] | 00 \rangle &= \frac{1}{2} \sum_{\mu IM} \langle 00 | [Q_{\lambda\mu}^{\dagger}, H] | IM \rangle \\ &\quad \cdot \langle IM | Q_{\lambda\mu} | 00 \rangle - \langle 00 | Q_{\lambda\mu} | IM \rangle \langle IM | [Q_{\lambda\mu}^{\dagger}, H] | 00 \rangle \end{aligned} \quad \text{C.4}$$

en donde

$$\langle 00 | [Q_{\lambda\mu}^{\dagger}, H] | IM \rangle = \langle 00 | Q_{\lambda\mu}^{\dagger} H | IM \rangle - \langle 00 | H Q_{\lambda\mu}^{\dagger} | IM \rangle$$

$$= \langle 00 | Q_{\lambda\mu}^\dagger | IM \rangle E_I - E_0 \langle 00 | Q_{\lambda\mu}^\dagger | IM \rangle \quad C.5$$

y de la misma forma

$$\langle IM | [Q_{\lambda\mu}^\dagger, H] | 00 \rangle = \langle IM | Q_{\lambda\mu}^\dagger | 00 \rangle E_0 - E_I \langle IM | Q_{\lambda\mu}^\dagger | 00 \rangle \quad C.6$$

Reemplazando las ecuaciones C.5 y C.6 en la ecuación C.4 se obtiene finalmente la expresión C.2.

Calculemos ahora explícitamente el doble conmutador de la ecuación C.2 para un Hamiltoniano como el que aparece en C.1. Por las hipótesis hechas

$$[V(|\underline{r}_i - \underline{r}_j|), Q_{\lambda\mu}] = 0 \quad C.7$$

luego se debe calcular

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \sum_{\mu} \langle 00 | [[Q_{\lambda\mu}^\dagger, \sum_{\alpha} -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla_{\alpha}^2], Q_{\lambda\mu}] | 00 \rangle = \\ = \frac{1}{2} \frac{\hbar^2}{2m} \sum_{\mu} \sum_{\alpha \neq j=1}^A \langle 00 | [r_i^{\lambda} Y_{\mu}^{\lambda*}(\hat{r}_i), \nabla_{\alpha}^2], r_j^{\lambda} Y_{\mu}^{\lambda}(\hat{r}_j)] | 00 \rangle \end{aligned} \quad C.8$$

Ahora veamos

$$[r_i^{\lambda} Y_{\mu}^{\lambda*}(\hat{r}_i), \nabla_{\alpha}^2] = (r_i^{\lambda} Y_{\mu}^{\lambda*})^* \nabla_{\alpha}^2 - \nabla_{\alpha}^2 (r_i^{\lambda} Y_{\mu}^{\lambda*}(\hat{r}_i)) \quad C.9$$

pero

$$\nabla_{\alpha}^2 r_i^{\lambda} Y_{\mu}^{\lambda*}(\hat{r}_i) = (\nabla_{\alpha}^2 r_i^{\lambda} Y_{\mu}^{\lambda*}(\hat{r}_i)) + 2(\nabla_{\alpha} r_i^{\lambda} Y_{\mu}^{\lambda*}(\hat{r}_i)) \cdot \nabla_{\alpha} + r_i^{\lambda} Y_{\mu}^{\lambda*}(\hat{r}_i) \nabla_{\alpha}^2 \quad C.10$$

El primer sumando en la ecuación C.10 es idénticamente nulo sea $a=i$ ó $a \neq i$, luego el conmutador C.9 queda

$$[r_i^\lambda Y_\mu^{\lambda*}(\hat{r}_i), \nabla_a^2] = -\delta_{ai} 2 (\nabla_a r_i^\lambda Y_\mu^{\lambda*}(\hat{r}_i)) \cdot \nabla_a \quad \text{C.11}$$

luego, para resolver la ecuación C.8 se debe calcular el conmutador

$$-2 [(\nabla_a r_a^\lambda Y_\mu^{\lambda*}(\hat{r}_a)) \cdot \nabla_a, r_j^\lambda Y_\mu^\lambda(\hat{r}_j)]$$

Dado que el gradiente $\nabla_a r_a^\lambda Y_\mu^{\lambda*}(\hat{r}_a)$ es un factor constante entonces

$$-2 [(\nabla_a r_a^\lambda Y_\mu^{\lambda*}(\hat{r}_a)) \cdot \nabla_a, r_j^\lambda Y_\mu^\lambda(\hat{r}_j)] = (\nabla_a r_a^\lambda Y_\mu^{\lambda*}(\hat{r}_a)) \cdot \delta_{aj} (\nabla_a r_j^\lambda Y_\mu^\lambda(\hat{r}_j)) \quad \text{C.12}$$

y usando que $\nabla^2(F \cdot G) = G \nabla^2 F + F \nabla^2 G + 2 \nabla F \cdot \nabla G$ donde en este caso F y G son tales que $\nabla^2 F = \nabla^2 G = 0$ se llega a

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \frac{\hbar^2}{2m} \sum_\mu \sum_{a,i,j=1}^A \langle 00 | [[r_i^\lambda Y_\mu^{\lambda*}(\hat{r}_i), \nabla_a^2], r_j^\lambda Y_\mu^\lambda(\hat{r}_j)] | 00 \rangle = \\ & = \frac{1}{2} \frac{\hbar^2}{2m} \sum_\mu \sum_{a=1}^A \langle 00 | \nabla_a^2 (r_a^{2\lambda} Y_\mu^{\lambda*}(\hat{r}_a) Y_\mu^\lambda(\hat{r}_a)) | 00 \rangle \end{aligned} \quad \text{C.13}$$

Usando la normalización de los armónicos esféricos

$$\sum_\mu Y_\mu^{\lambda*}(\hat{r}_a) Y_\mu^\lambda(\hat{r}_a) = 2\lambda + 1 / 4\pi \quad \text{C.14}$$

se obtiene

$$\frac{1}{2} \frac{\hbar^2}{2m} \sum_\mu \sum_{a=1}^A \langle 00 | \nabla_a^2 (r_a^{2\lambda} Y_\mu^{\lambda*}(\hat{r}_a) Y_\mu^\lambda(\hat{r}_a)) | 00 \rangle =$$

$$= \frac{\hbar^2 (2\lambda+1)}{8\pi m} \sum_{\alpha=1}^A \langle 00 | \nabla_{\alpha}^2 r_{\alpha}^{2\lambda} | 00 \rangle \quad \text{C.15}$$

En el operador laplaciano la parte radial es $1/r^2 \partial/\partial r (r^2 \partial/\partial r)$ y resulta la única efectiva; luego

$$\nabla_{\alpha}^2 r_{\alpha}^{2\lambda} = \frac{1}{r_{\alpha}^2} \frac{\partial}{\partial r_{\alpha}} r_{\alpha}^2 \frac{\partial}{\partial r_{\alpha}} r_{\alpha}^{2\lambda} = 2\lambda(2\lambda+1) r_{\alpha}^{2\lambda-2} \quad \text{C.16}$$

resultando

$$\sum_{\mu} [[Q_{\lambda\mu}^{\dagger}, H], Q_{\lambda\mu}] = \frac{\hbar^2}{8\pi m} \lambda(2\lambda+1)^2 \sum_{\alpha} \langle 00 | r_{\alpha}^{2\lambda-2} | 00 \rangle \quad \text{C.17}$$

Finalmente, igualando los miembros derechos de las ecuaciones C.2 y C.17 se obtiene

$$\sum_{\mu IM} (E_I - E_0) |\langle IM | Q_{\lambda\mu} | 00 \rangle|^2 = \frac{\hbar^2 A}{8\pi m} \lambda(2\lambda+1)^2 \langle r^{2\lambda-2} \rangle \quad \text{C.18}$$

que es la regla de suma, independiente del modelo, válida para el operador $Q_{\lambda\mu}$ de la ecuación C.3.

REFERENCIAS

- 1) F.E. Bertrand & R.W. Peelle, Phys. Rev. C8 (1973)1045; Oak Ridge Nat. Lab. report, ORNL-4455 (1969), ORNL-4469 (1970), ORNL-4638 (1971).
- 2) M. Goldberger, Phys. Rev. 74 (1948)1269;
N. Metropolis, R. Bivins, M. Storm, A. Turkevich, J. Miller & G. Friedlander, Phys. Rev. 110 (1958)185;
V.S. Barashenkov, H.W. Bertini, K. Chan, G. Friedlander, G.D. Harp, A.S. Iljinov, J.M. Miller & V.D. Toneev, Nucl. Phys. A187 (1972)531;
- 3) J. Griffin, Phys. Rev. Lett. 17 (1966)478;
M. Blann, Phys. Rev. Lett. 21 (1968)1357; Phys. Rev. Lett. 27 (1971)337; Phys. Rev. Lett. 28 (1972)757.
G.D. Harp & J.M. Miller, Phys. Rev. C3 (1971)1847.
- 4) D. Agassi, H.A. Weidenmüller & G. Mantzouranis, Phys. Lett. 22C (1975)145;
G. Mantzouranis, D. Agassi & H.A. Weidenmüller, Phys. Lett. 57B (1975)220;
G. Mantzouranis, H.A. Weidenmüller & D. Agassi, Z. Phys. A276 (1976)145.
- 5) P. Mädlar & R. Reif, Nucl. Phys. A337 (1980)445.
- 6) S.F. Tsai & G.F. Bertsch, Phys. Rev. C11 (1975)1634;
S.F. Tsai & G.F. Bertsch, Phys. Lett. 73B (1978)247.
- 7) T. Tamura, T. Udagawa, D.H. Feng & K.K. Kan, Phys. Lett. 66B (1977)109.
- 8) H.C. Chiang & J. Hüfner, Nucl. Phys. A349 (1980)466.

- 9) L. Avaldi, R. Bonetti & L. Colli Milazzo, Phys. Lett. 94B (1980)463.
- 10) H. Feshbach, A. Kerman & S.E. Koonin, Ann. of Phys. 125 (1980)429.
- 11) R. Bonetti, M. Camnasio, L. Colli Milazzo & P.E. Hodgson, Phys. Rev. C24 (1981)71.
- 12) G.M. Crowley, E. Kashy, W. Lanford & H.G. Blosser, Phys. rev. C8 (1973)2477.
- 13) P.D. Kunz. Universidad de Colorado. No publicado.
- 14) J.J.H. Menet, E.E. Gross, J.J. Malinity & A. Zucker, Phys. Rev. C4 (1971)1114.
- 15) C.M. Perey & F.G. Perey, Phys. Rev. 132 (1963)755.
- 16) W. Hauser & H. Feshbach, Phys. Rev. 87 (1952)366.
E. Vogt, "The Statistical Theory of Nuclear Reactions", Advances in Nuclear Physics, Vol. 1 (Plenum Press, Nueva York, 1968).
- 17) O. Civitarese, Código EVA. Comunicación privada.
M. Baldo. Anales de la Escuela de Verano E. Fermi sobre colisiones entre iones pesados y estructura nuclear, (1979). A ser publicado.
- 18) M. Blann, código OVERLAID ALICE. Report C00-3494-29 (1976). No publicado.
- 19) M. Blann, Ann. Rev. of Nucl. Sci. 25 (1975)123.
- 20) E. Gadioli & L. Colli Milazzo en "Proceedings of the Europhysics Study Conference on Intermediate Process in Nuclear Reactions", (edits. V. Cindro, P. Kulisic & J. Mayer-Kuckuck), Lect. Notes in Phys. N° 22, Springer-Verlag, Berlín/New York, 1973.
- 21) T. Tamura, Rev. Mod. Phys. 37 (1965)679.
- 22) T. Omura, B. Imanishi, M. Ichimura & M. Kawai, Prog. Theoret. Phys. (Kyoto) 44 (1970)1242.
- 23) L.J.B. Goldfarb & K. Takeuchi, Nucl. Phys. A181 (1972)609.

- 24) P.D. Kunz. Universidad de Colorado. No publicado.
- 25) T. Tamura, H. Lenske & T. Udagawa, Phys. Rev. C23 (1981)2769.
- 26) G.R. Satchler, Nucl. Phys. 55 (1964)1.
- 27) B.L. Cohen & A.G. Rubin, Phys Rev. 111 (1958)1568.
- 28) A. Bohr, Kgl. Danske. Videnskab. Selskab. Matt., Fys., Medd., 26
N°14(1952).
- 29) G.E. Brown, "Unified Theory of Nuclear Models and Forces" North
Holland Publishing Co-Amsterdam-. John Wiley & Sons, Inc.
-N.Y.-Netherlands-, 1967.
- 30) D.R. Bés & R.A. Broglia, Phys. Rev. C3 (1971)2349.
- 31) B. Chi & col., Nucl. Phys. A83 (1966)97.
- 32) A. Bohr & B.R. Mottelson, Nuclear Structure, Vol II (W.A. Benjamín
Inc., London, 1975).
- 33) M.B. Lewis, Phys. Rev. Lett. 29 (1972)1257.
- 34) G.R. Satchler, Nucl. Phys. A195 (1972)1.
- 35) R.A. Broglia, C.H. Dasso, H. Esbensen & G. Pollarolo, Phys. Lett.
100B (1981)290.
- 36) F.E. Bertrand & M.B. Lewis, Nucl. Phys. A168 (1971)259.
- 37) H.R.E. Tjin A Djie, K. Mulder, F. Udo, A. Groeneveld, L.A.Ch.
Koerts, A.D. Hill & P.E. Hodgson, Nucl. Phys. A106 (1968)85.
- 38) A. Kiss, O. Aspelund, G. Hrehuss, K.T. Knöpfle, M. Rogge, U.
Schwinn, Z. Seres, P. Turek & C. Mayer-Böricke, Nucl. Phys. A262
(1976)1.
- 39) T. Tamura, T. Udagawa, D.H. Feng & K.K. Kan, Phys. Lett. 66E
(1977)109.
- 40) F. Hachenberg, H.C. Chiang & J. Hüfner, Phys. Lett. 97B (1980)183.
- 41) P.W.F. Alons, H.P. Blok, J.F.A. Van Hienen & J. Blok, Nucl. Phys.
A351 (1981)77.

- 42) H. Cech, H. Jasicek, H. Oberhummer, F. Brunner & H.H. Müller, Nucl. Phys. A357 (1981)191.
- 43) W.F. Feix, J.H. Polaine, P.J. Van Hall, O.J. Poppema, J.M.J. Van Oosten, S.S. Klein & G.J. Nijgh, Nucl. Phys. A363 (1981)333.
- 44) H. Sakai, K. Hosono, N. Matsuoka, S. Nagamachi, K. Okada, K. Maeda & H. Shumizu, Phys. Rev. Lett. 44 (1980)1193.
- 45) B. Buck, Phys. Rev. 127 (1962)940.
- 46) B. Bayman, en "Many Body Problems and Other Selected Topics in Theoretical Physics", Escuela Latinoamericana de Física 1965, (edts. Moshinsky-Brody-Jacobs).

LEYENDAS DE LAS FIGURAS

- Fig. 1: Distribuciones angulares de los casos analizados en la Tabla X. La línea fina de trazo continuo une los puntos experimentales. La línea gruesa continua es el resultado obtenido con los parámetros ópticos de la Tabla IX aplicando el método DWBA.
- Fig. 2: En trazo continuo grueso se muestra el espectro experimental (puntos). En línea de trazos aparece la contribución a la sección eficaz integrada de los procesos de núcleo compuesto para el ^{54}Fe bombardeado con protones a tres energías.
- Fig 3: Idem leyenda fig. 2 para el ^{120}Sn a dos diferentes energías incidentes.
- Fig 4: a) Sección eficaz integrada en ángulo. La línea rayada y la de raya y punto representan la sección eficaz calculada para los procesos en una etapa. Las barras representan los resultados del cálculo DWBA para cada neutrón transferido desde un nivel (nlj). b) Distribuciones angulares para las regiones I y II de la parte a). Ver el texto.
- Fig. 5: Idem leyenda fig. 4.
- Fig. 6: Idem leyenda fig. 4.
- Fig. 7: Idem leyenda fig. 4.

Fig. 8: Idem leyenda fig. 4.

Fig. 9: Idem leyenda fig. 4.

Fig. 10: Idem leyenda fig. 4.

Fig. 11: Diferencia entre la sección eficaz experimental integrada en ángulo y la suma de las contribuciones de NC y de una etapa.

Fig. 12: Distribuciones angulares teóricas para el proceso de dos etapas a estados finales con la misma energía pero diferente impulso angular. Ver texto.

Fig. 13: Esquema de los procesos considerados de dos etapas que llevan a estados finales en el ^{53}Fe . Los estados fundamentales de ambos núcleos se suponen a la misma energía para simplificar [$Q(p,d)=-11.157$ MeV].

Fig 14: Distribuciones angulares teóricas para la excitación a diferentes energías de estados en el ^{54}Fe con impulso angular $L=4$.

Fig 15: Fracción de la "regla de suma pesada con la energía" ("oscillator strength") para los modos cuadrupolares octupolares y hexadecapolares en el ^{56}Ni . Los resultados se obtuvieron usando el método RPA con niveles de partícula independiente y elementos de matriz de un oscilador armónico

modificado. La interacción empleada es del tipo multipolo-multipolo (separable).

Fig 16: Los puntos señalan los valores de las secciones eficaces integradas obtenidas para un proceso (p,p',d) en el ^{54}Fe , para una misma transferencia de un neutrón (nlj) y diferentes modos excitados en la etapa inelástica. Los puntos correspondientes a un mismo estado final se hallan unidos por una línea.

Fig 17: Etapa inelástica en la excitación por protones del ^{54}Fe . a) Dependencia de la sección eficaz integrada para cada modo, con la energía de excitación. b) Comparación de las distribuciones angulares experimental (puntos) y teórica (línea continua) calculada usando los parámetros ópticos de la ref¹⁴). c) Diferencia entre la sección eficaz integrada en ángulo, experimental, y la calculada en este trabajo.

Fig 18: Resultados de la vía (p,p',d) (dos etapas) aplicada al ^{54}Fe . a) Espectro residual de la fig. 11 comparado con el resultado obtenido (línea de trazos) para un semiancho de dispersión $\Delta = 8$ MeV. b) y c) El mismo resultado en otra escala y mostrando la contribución de los modos excitados con $L=2, 3, 4$ y 5 . d) Idem a) pero con un semiancho $\Delta = 10$ MeV.

Fig. 19: Esquema de los procesos de dos etapas considerados que contribuyen a la sección eficaz del ^{208}Bi en la región de $E_x = 15$ MeV. Al igual que en la fig. 13 se supuso a ambos

núcleos con estados fundamentales a la misma energía por razones de sencillez [$Q(p,d)=-5.229$ MeV].

- Fig. 20: Idem leyenda fig. 15 para el caso del ^{208}Pb .
- Fig. 21: Análisis de los parámetros ópticos de protones. Se comparan los usados en el texto con los resultados experimentales para un estado de deformación bien conocida ($\frac{2}{3}=0.0121$).
- Fig. 22: Idem fig. 16 para el caso del ^{209}Bi .
- Fig. 23: Análisis del espectro de secciones eficaces integradas en ángulo para la dispersión inelástica de protones en el ^{109}Bi .
- Fig. 24: a) y b) Sección eficaz integrada en ángulo, calculada para el proceso (p,p',d) en el ^{209}Bi . En a) el intervalo que contiene toda la intensidad de la transición abarca desde los 28 hasta los 32 MeV de energía de excitación. En b) se extiende desde los 14 hasta los 16 MeV.
- Fig. 25: Comparación del proceso (p,p',d) para el ^{54}Fe con el mismo proceso en el ^{209}Bi . En línea continua se muestra la sección eficaz integrada en función de la energía de excitación para el proceso (p,p',d) en el ^{54}Fe [ver fig. 18 a)]. En línea de trazos, y de punto y trazo se reproducen los resultados de la fig. 24, a) y b) respectivamente.
- Fig. 26: Análisis de los parámetros ópticos de deuterones en el ^{56}Fe .

a) Comparación de la distribución angular experimental y calculada de la ref³⁷⁾ con la obtenida en este trabajo con los parámetros de la ref¹⁵⁾. b) Diferencias entre las distribuciones angulares calculadas para el primer nivel excitado en el ^{56}Fe , usando el método de canales acoplados y los parámetros ópticos de la ref³⁷⁾ con los empleados en este trabajo. Ver texto.

Fig. 27: Idem fig. 26 aplicado al caso del ^{24}Mg .

Fig. 28: a) y b) Análisis de las diferencias entre los espectros de secciones eficaces integradas calculadas para los procesos (p,p',d) y (p,d,d') . En todos los casos con L_{in} se indica el impulso angular transferido en la etapa inelástica y con J_{tr} el conjunto de números cuánticos (nlj) del neutrón transferido.

Fig. 29: Contribución de la etapa (p,d,d') al "espectro residual" del ^{54}Fe para dos valores del semiancho de dispersión

Fig. 30: a) y b) Análisis de la contribución de cada etapa en los procesos de dos pasos. En a) se muestran las secciones eficaces integradas de las etapas (p,p') , (p',d) y finalmente las del proceso acoplado (p,p',d) . En b) se repite el cálculo de a) para la vía (p,d,d') .

Fig. 31: Análisis de las diferencias entre el cálculo de canales acoplados para las vías (d,d',p) y (d,p,p') en el ^{54}Fe .

Fig. 32: Contribución de los procesos en dos etapas al "espectro residual" del ^{54}Fe .

Fig. 33: a), b) y c). Comparación entre las distribuciones angulares experimentales y calculadas, a diferentes energías de excitación. En a) se incluye la contribución de la primera etapa que resulta predominante a ángulos delanteros. En b) los procesos de dos etapas agotan la sección eficaz hasta $\theta = 100^\circ$ aproximadamente. En c) se observa como los procesos considerados no alcanzan para dar cuenta del resultado experimental a esta energía de excitación.

Fig. 34: Idem fig. 28 aplicado al caso del ^{209}Bi .

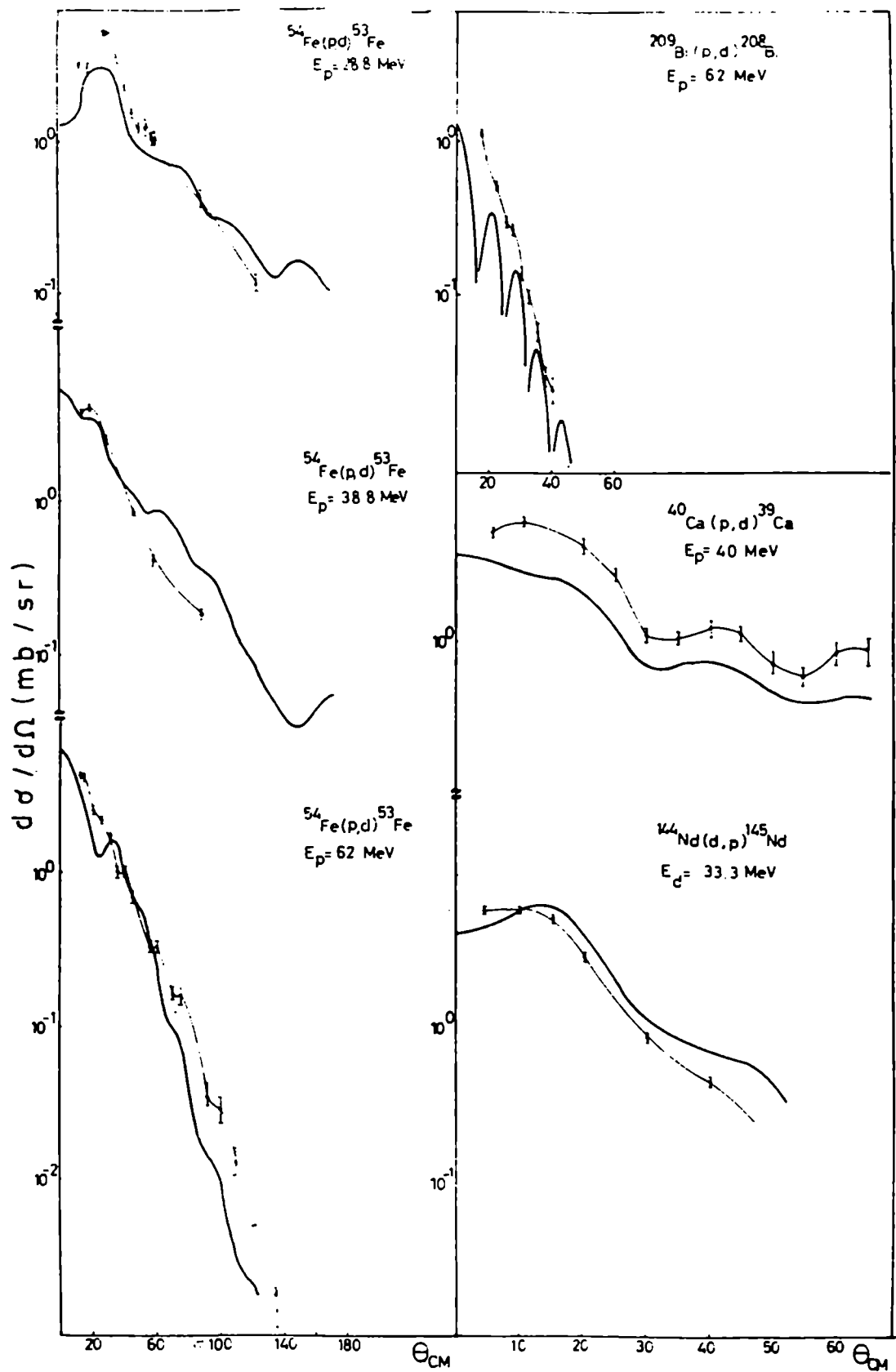


Fig. 1

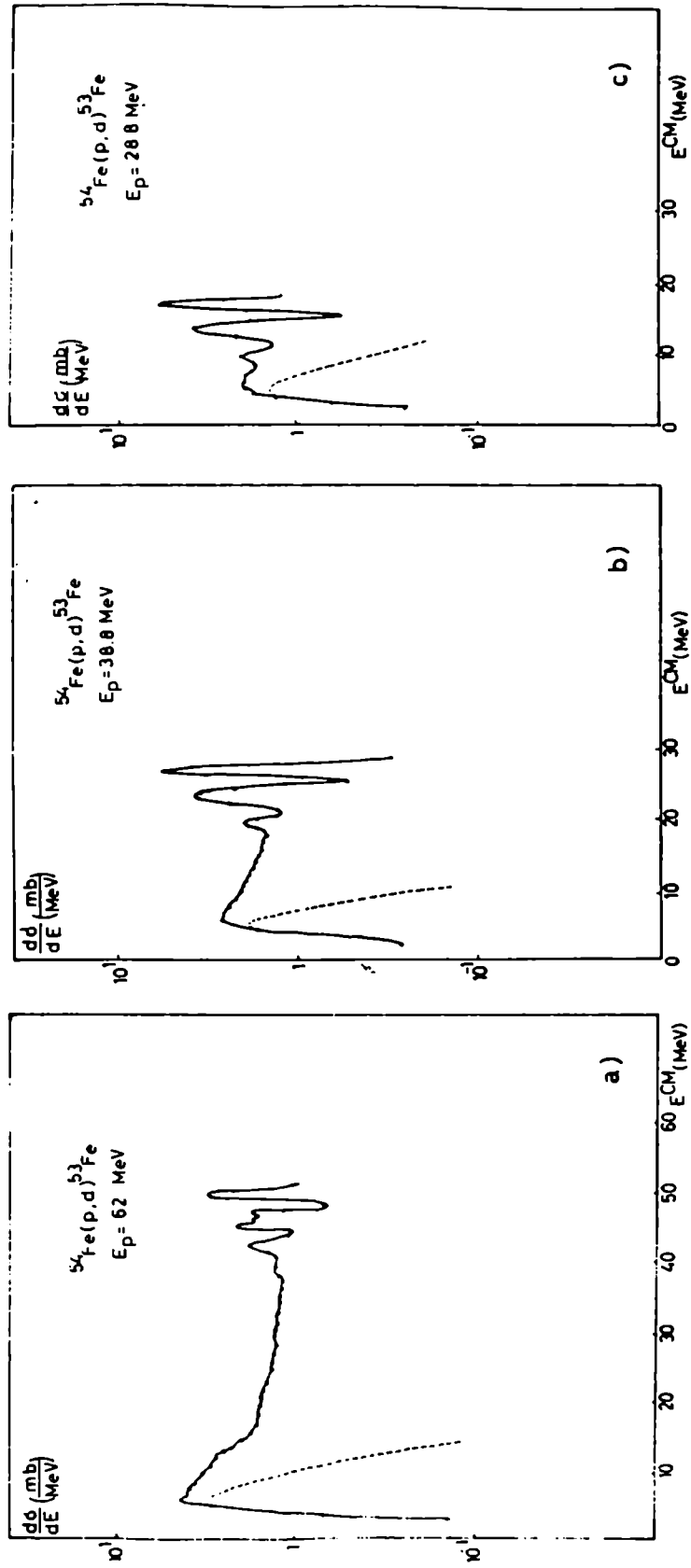


Fig. 2

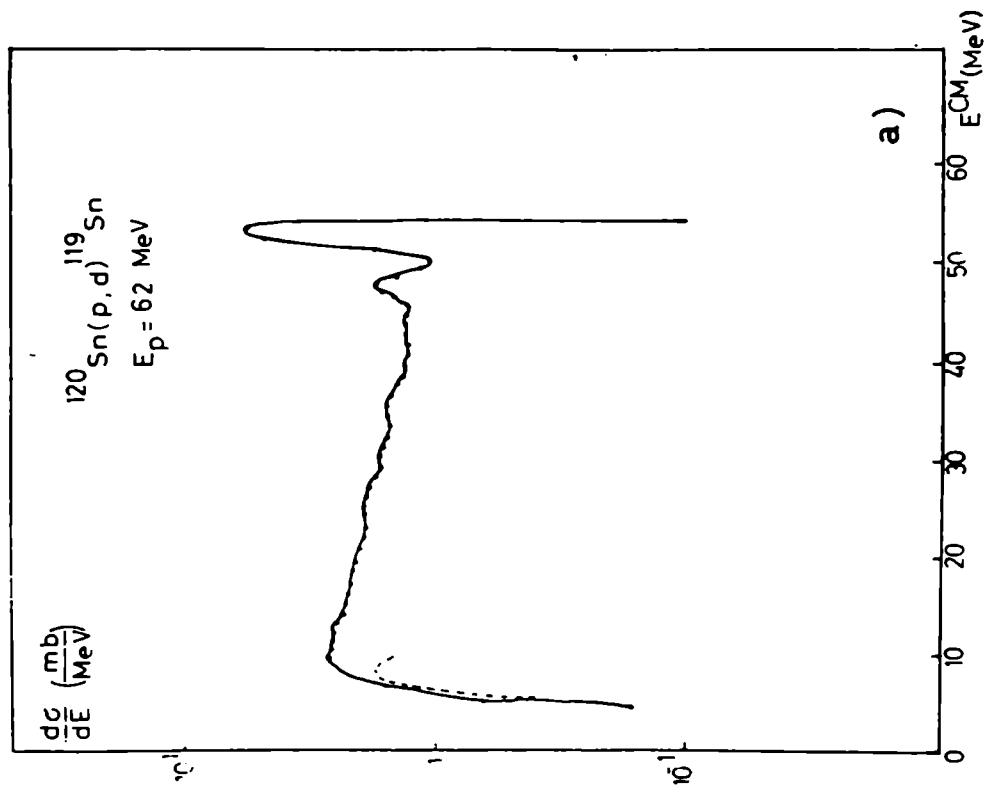
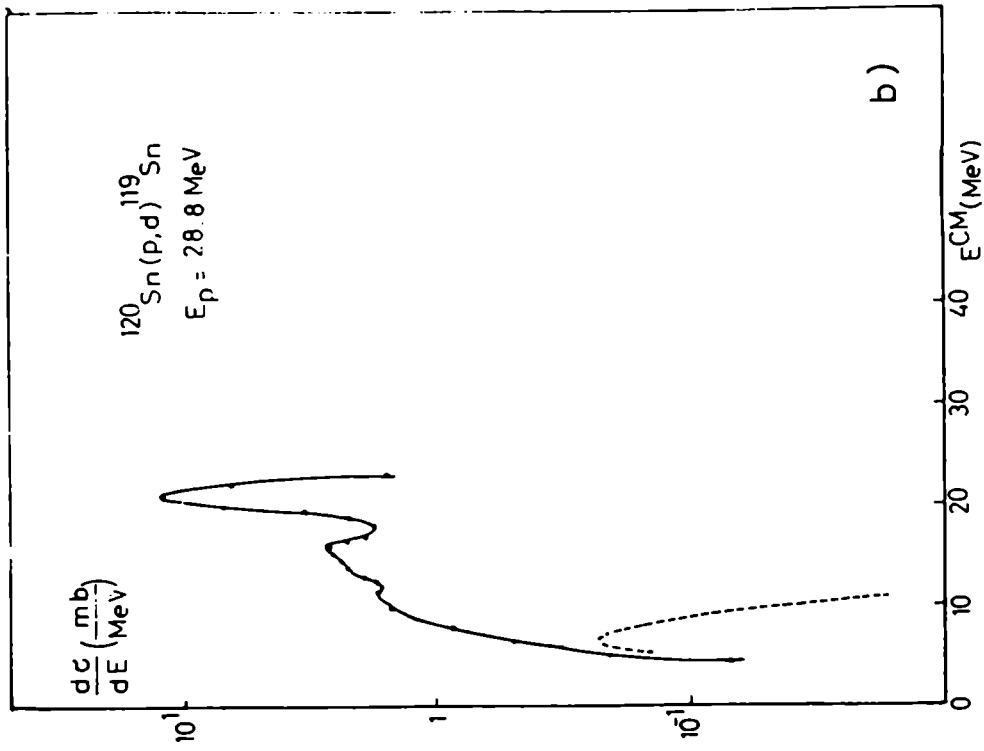


Fig. 3

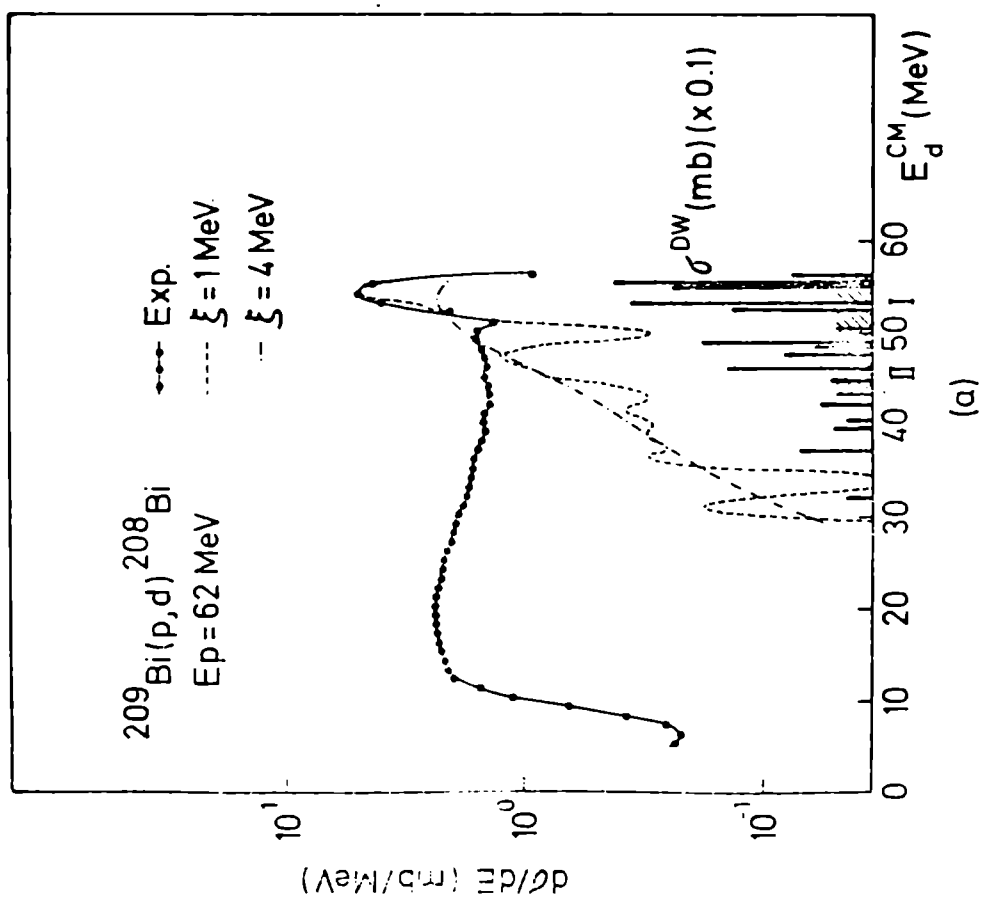
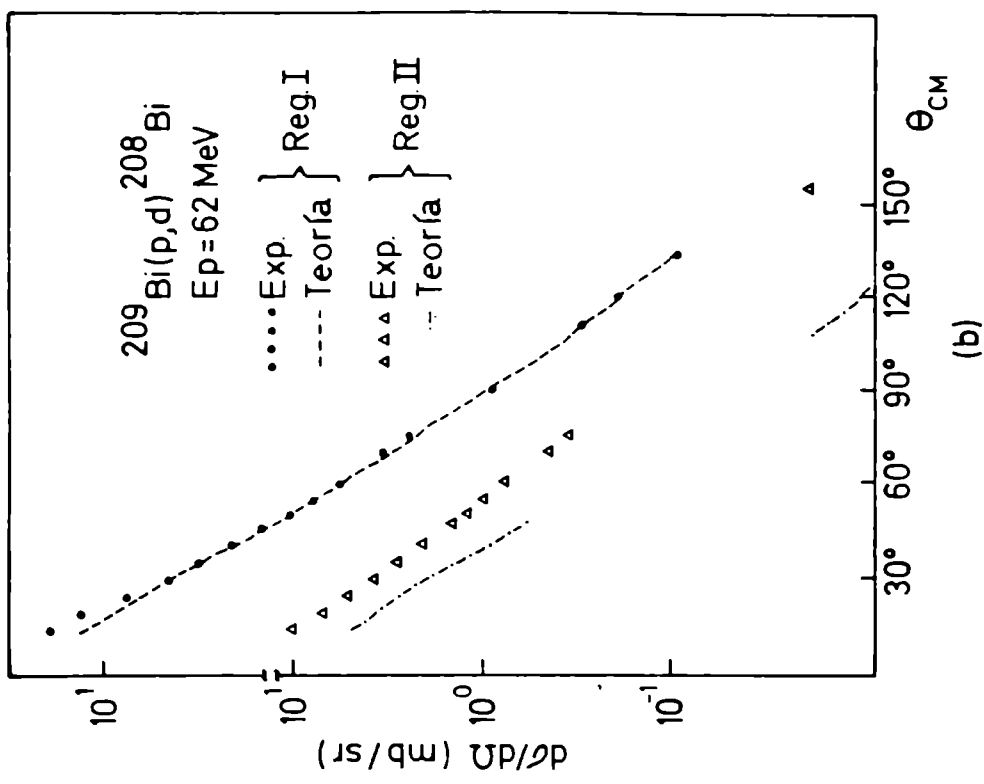


Fig. 4

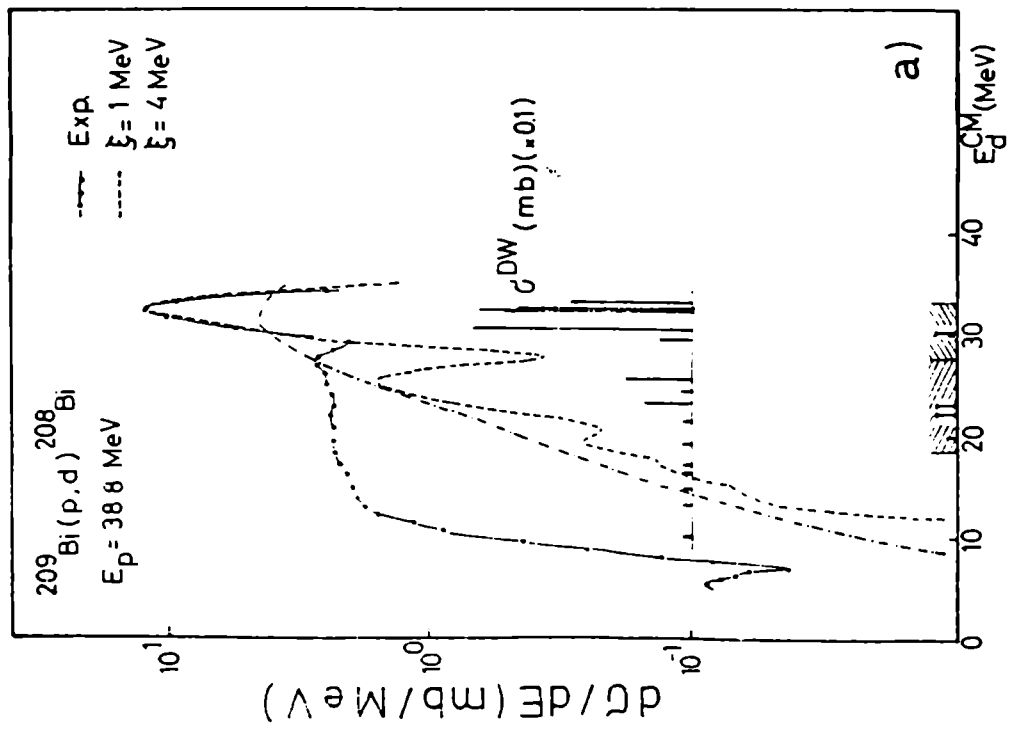
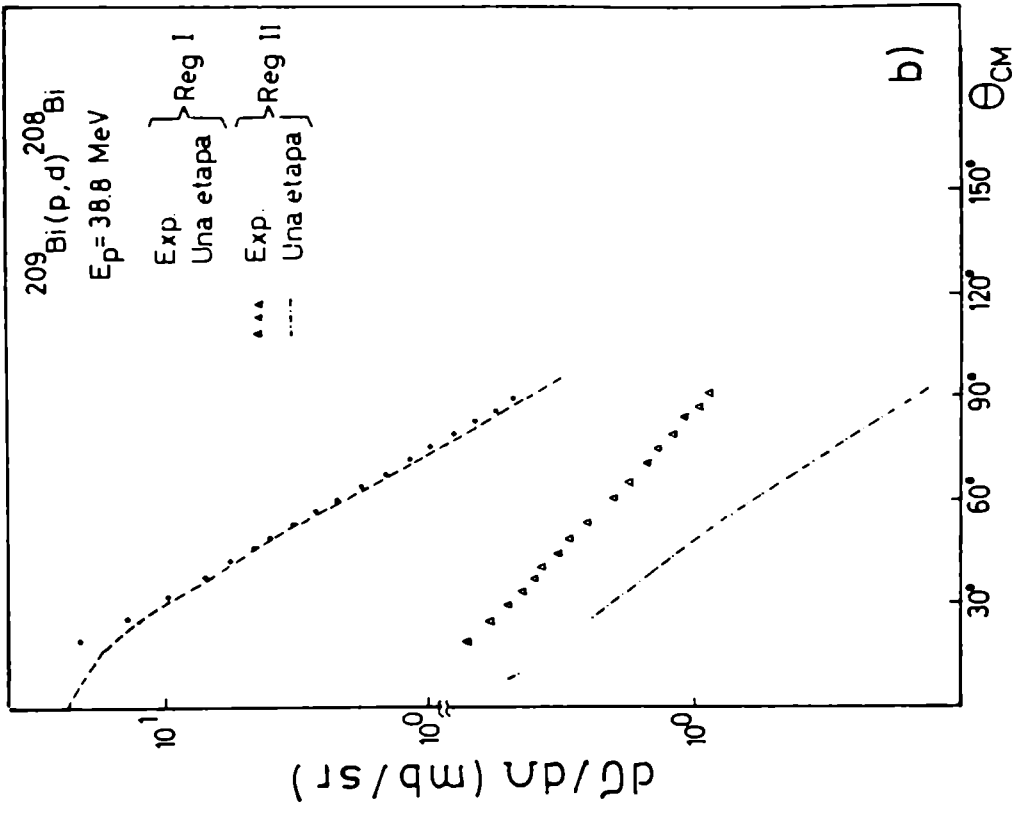


Fig. 5

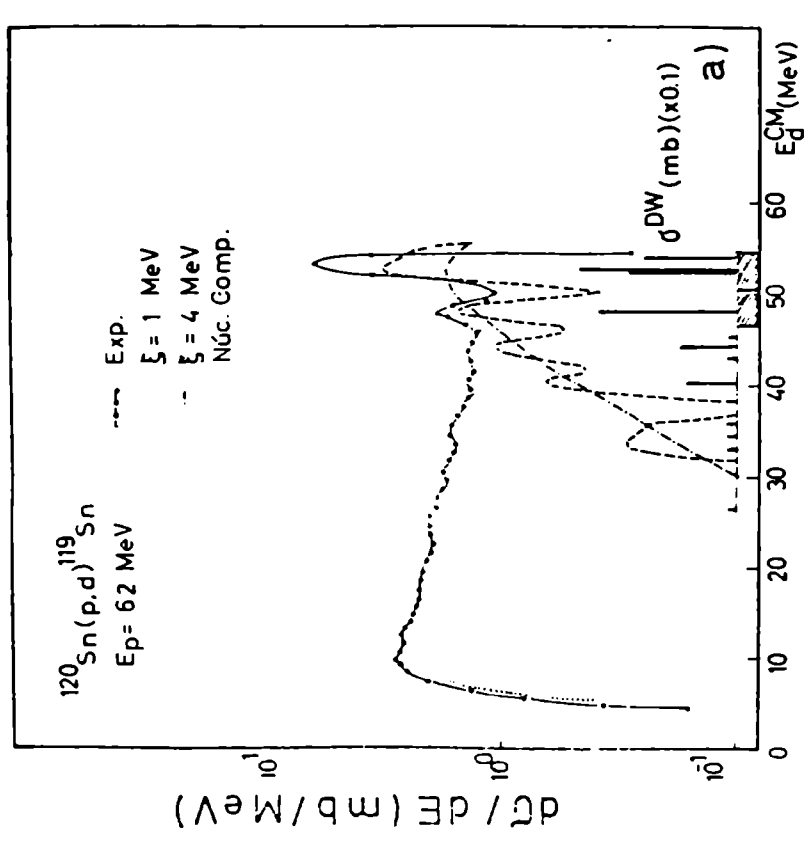
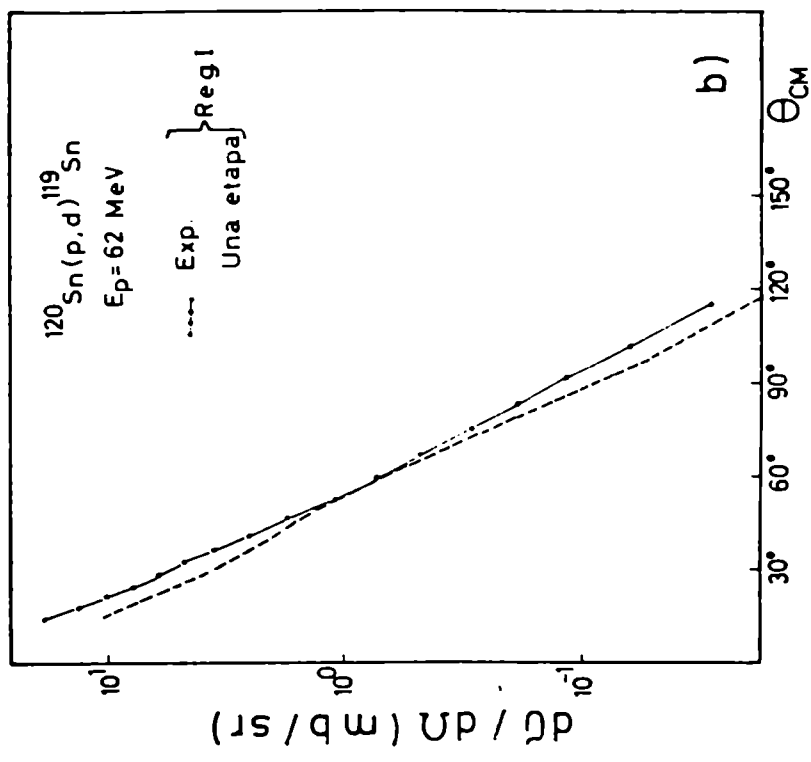


Fig. 6

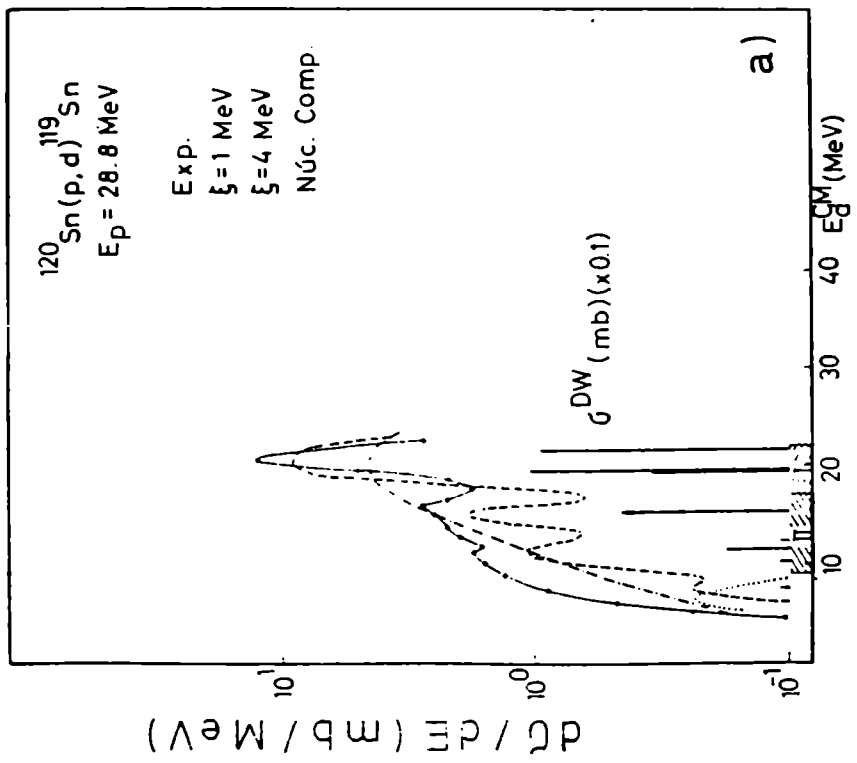
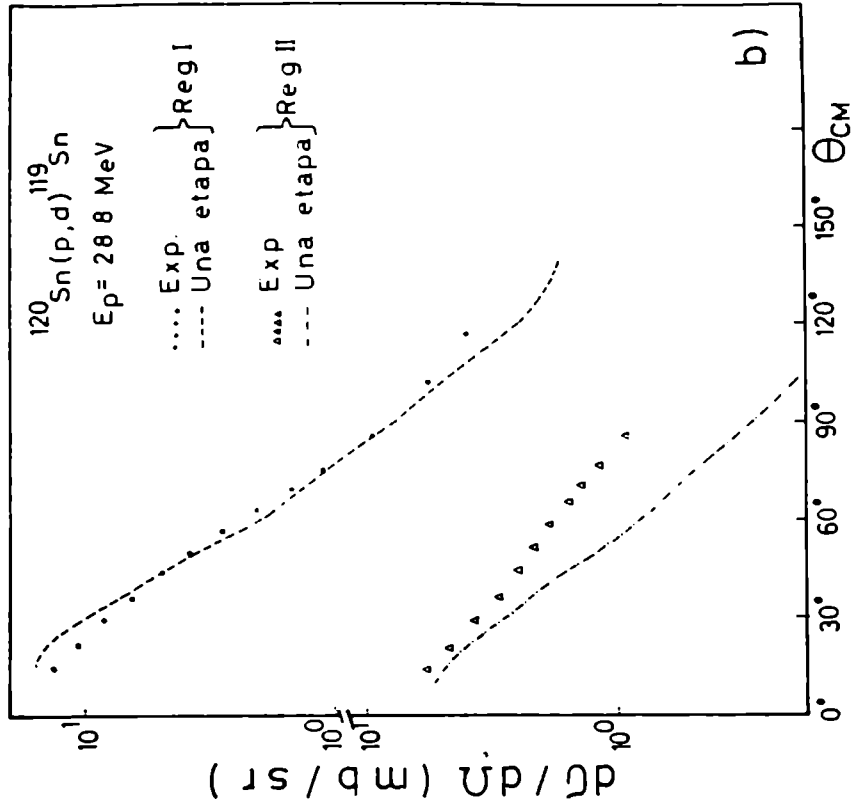


Fig. 7

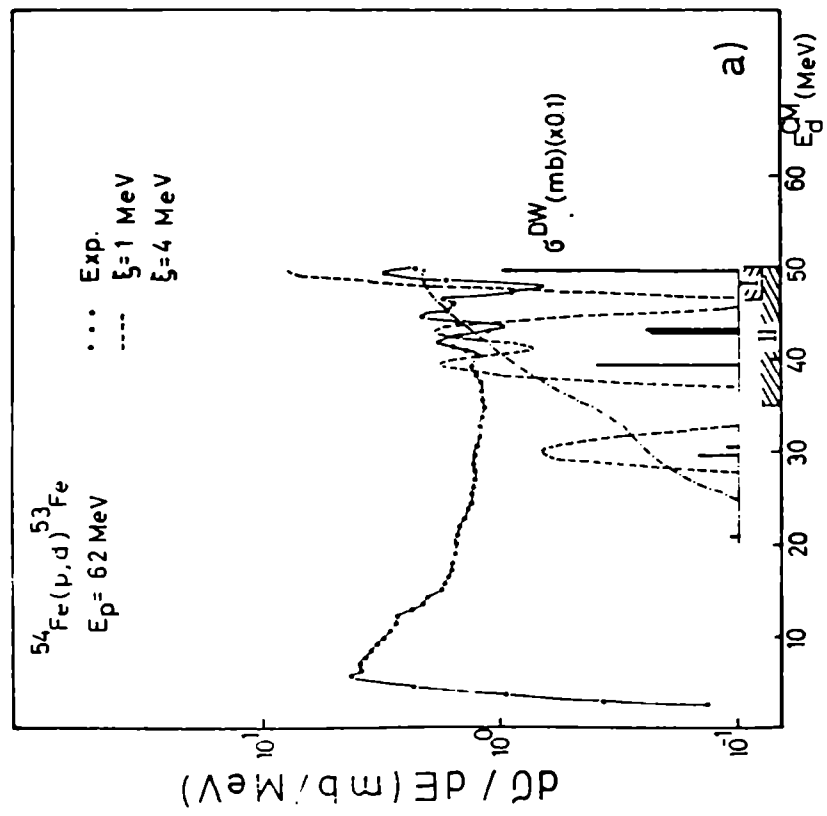
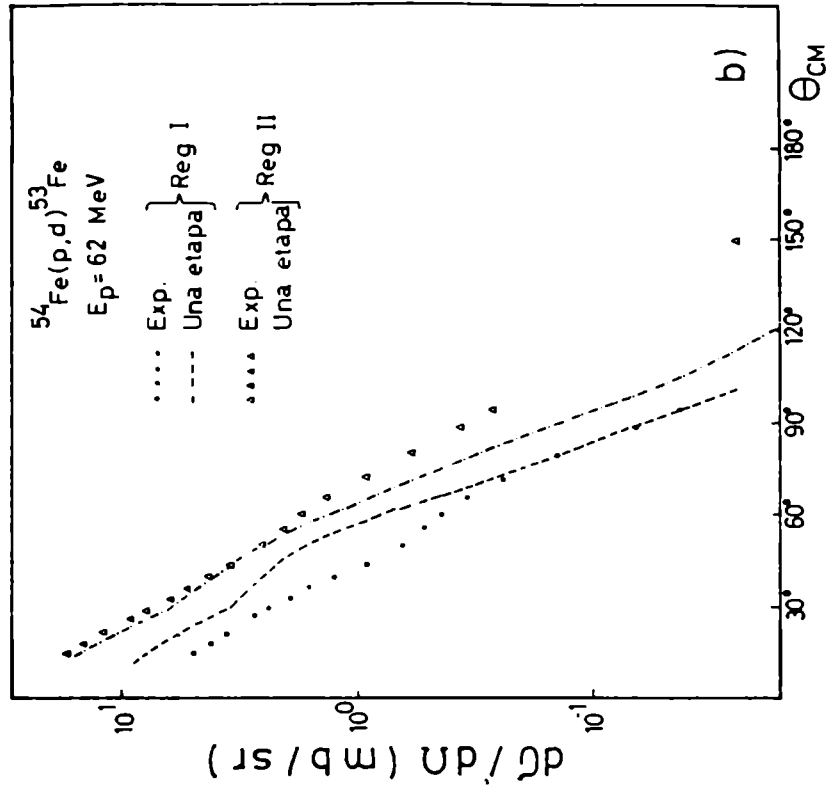


Fig. 8

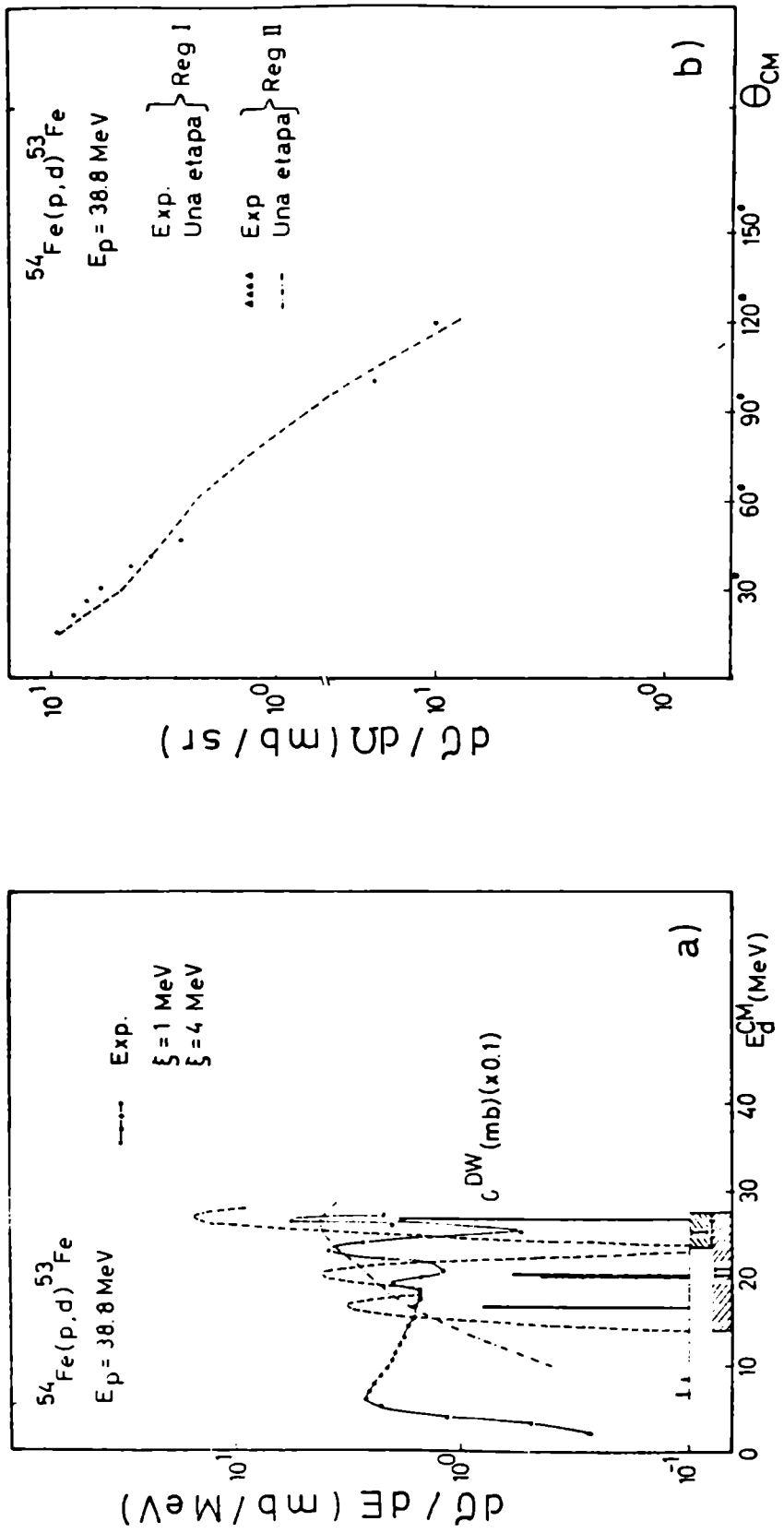


Fig. 9

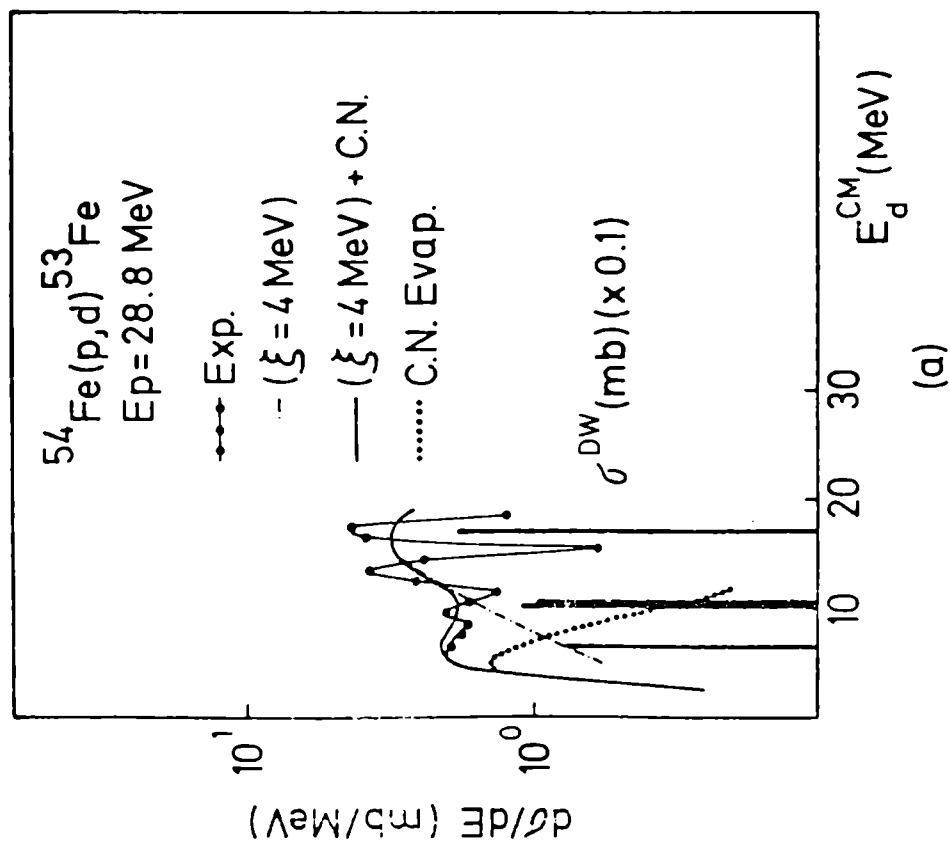
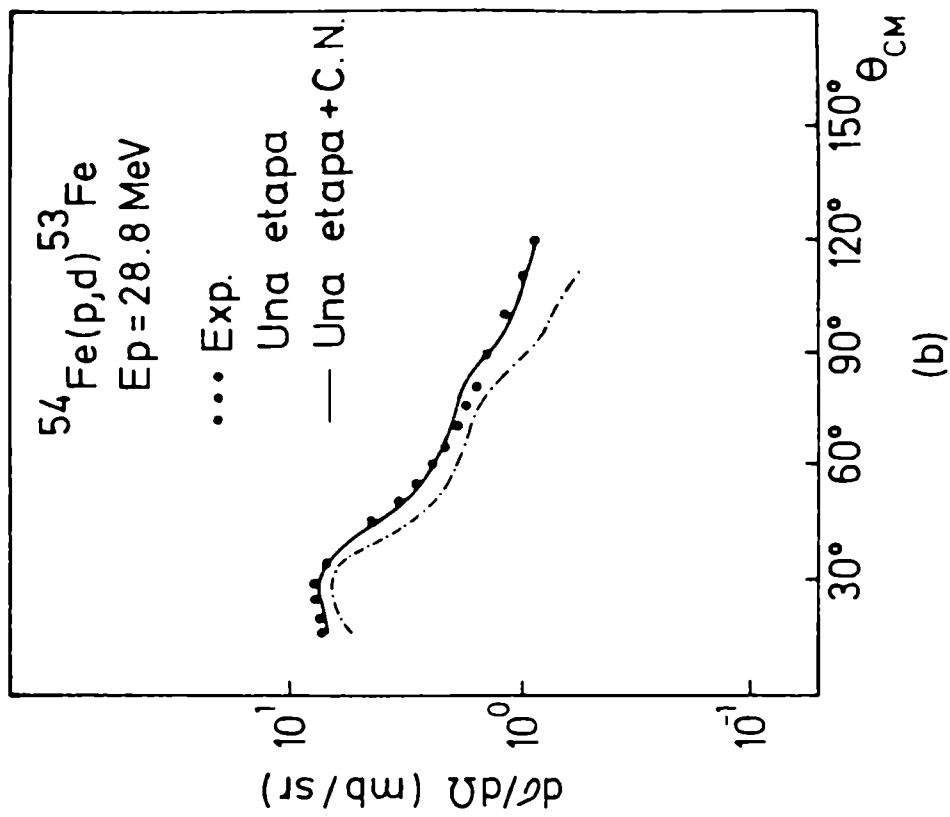


Fig. 10

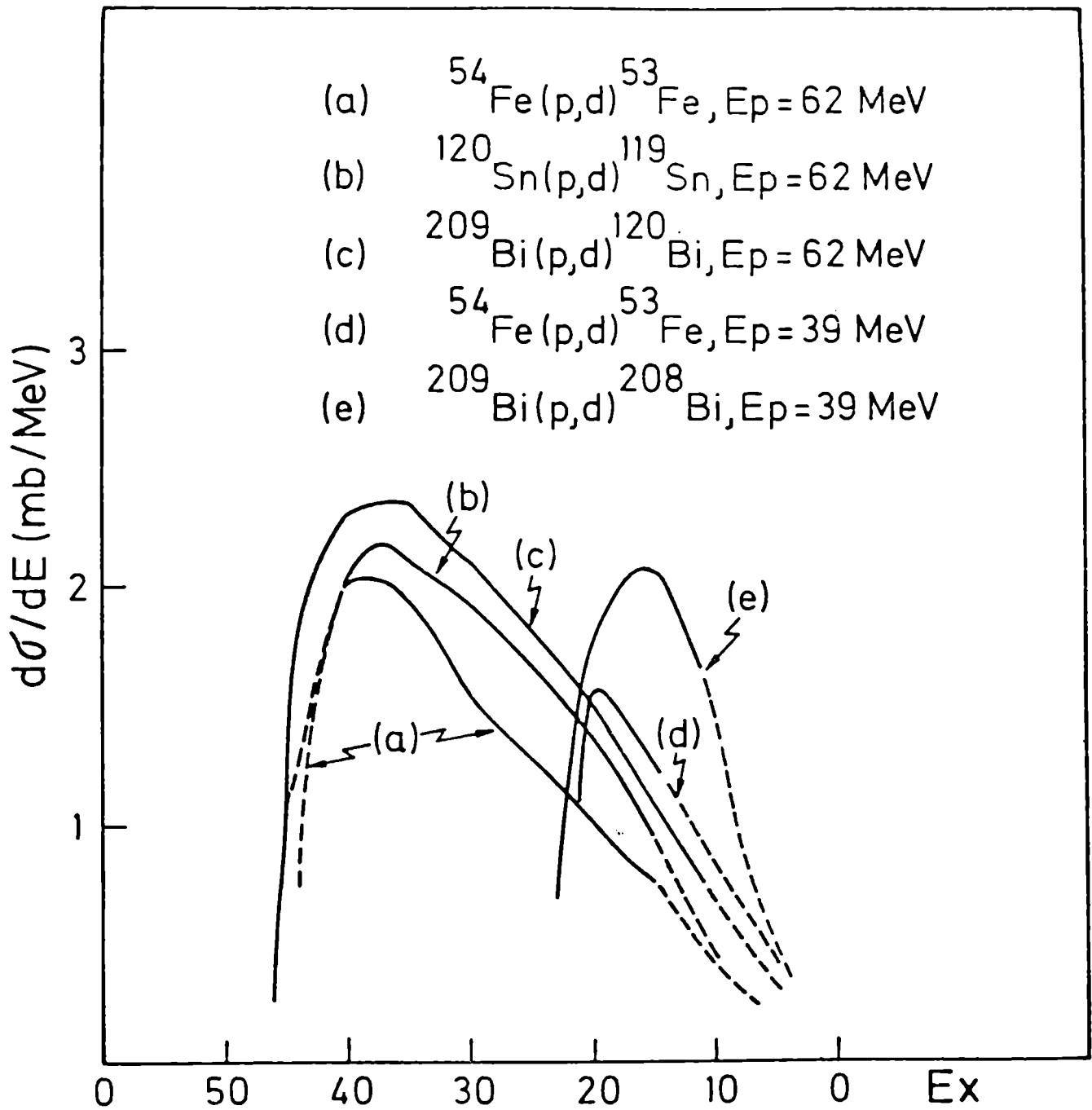


Fig. 11

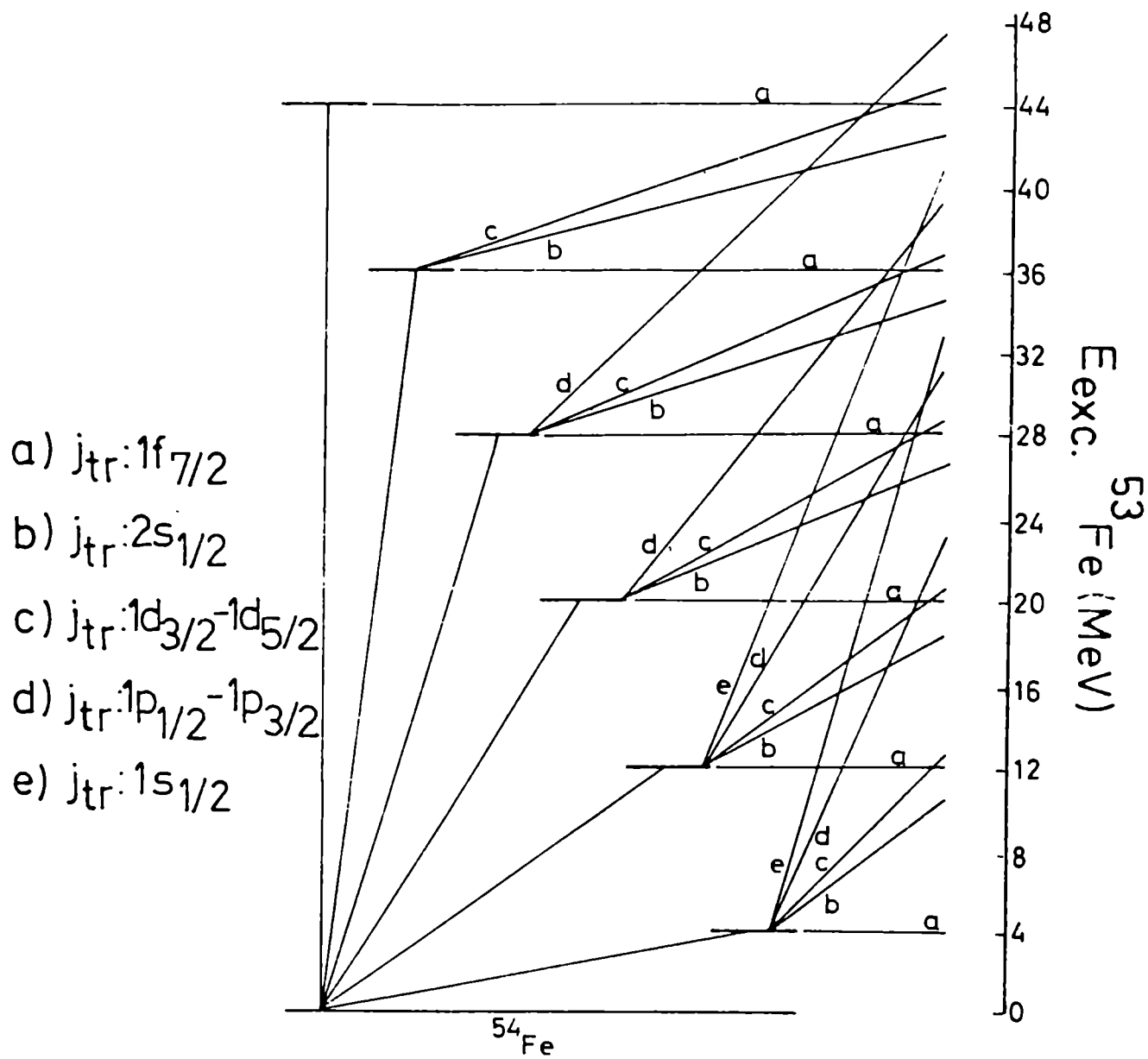


Fig. 13

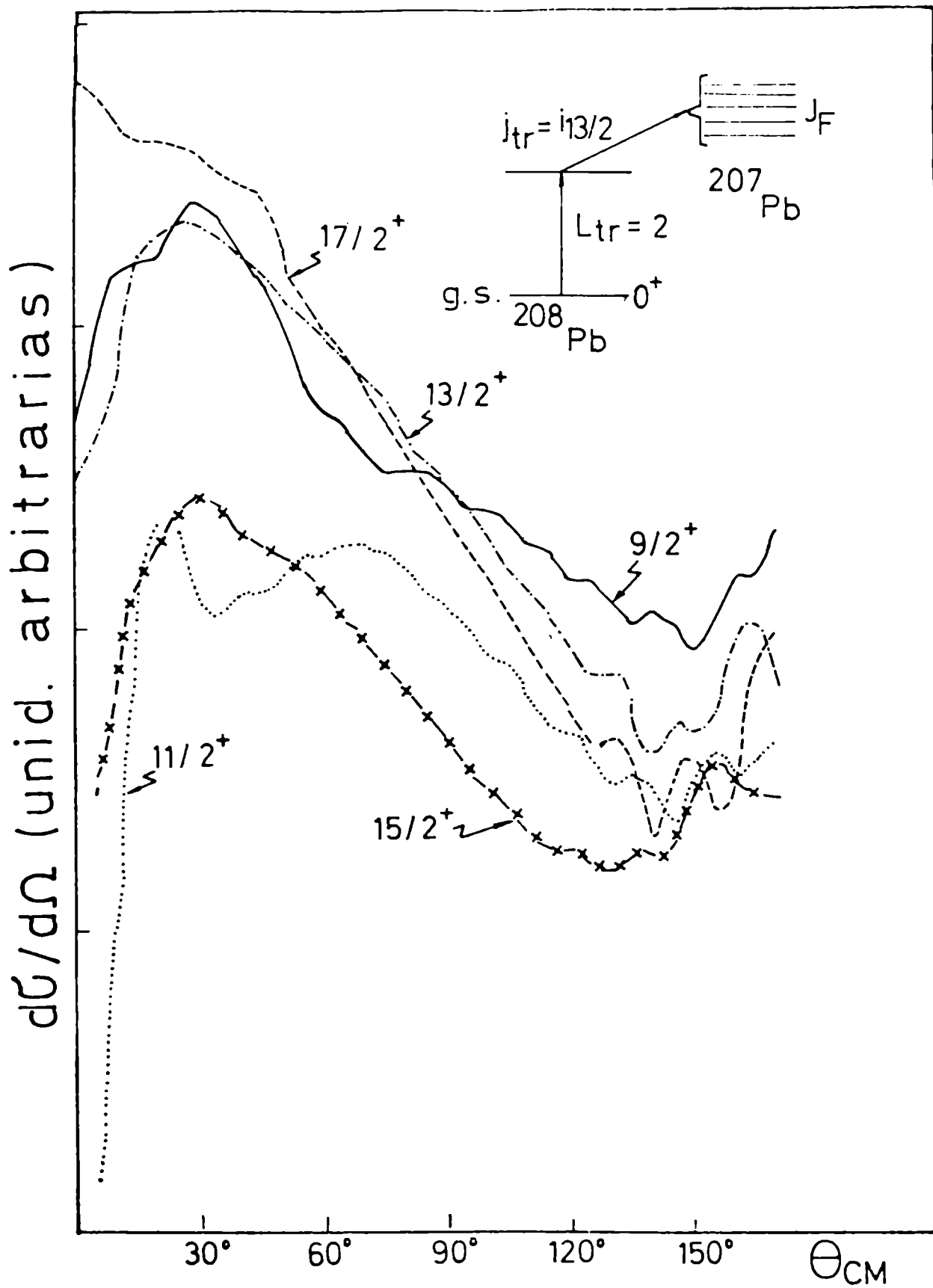


Fig. 12

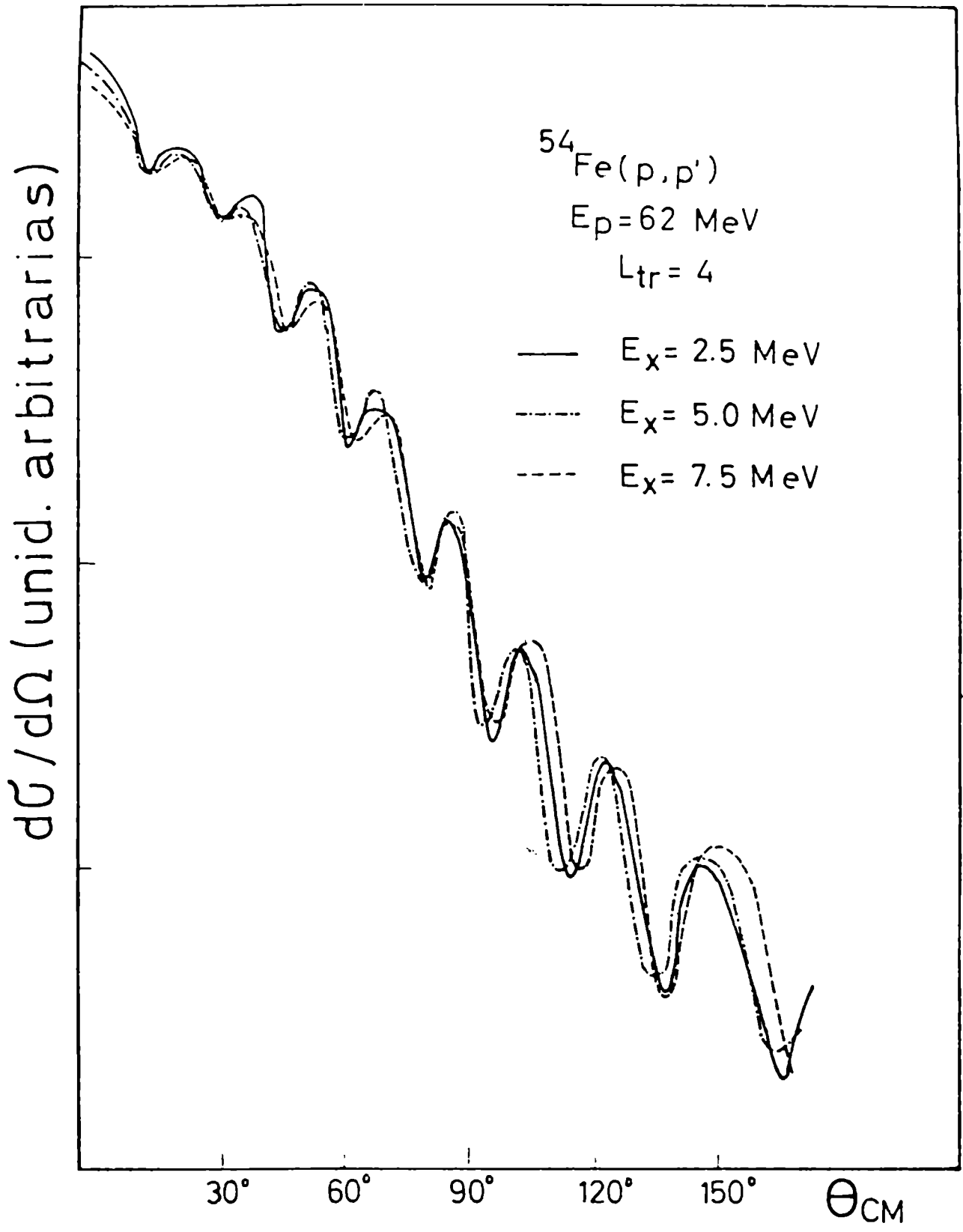


Fig. 14

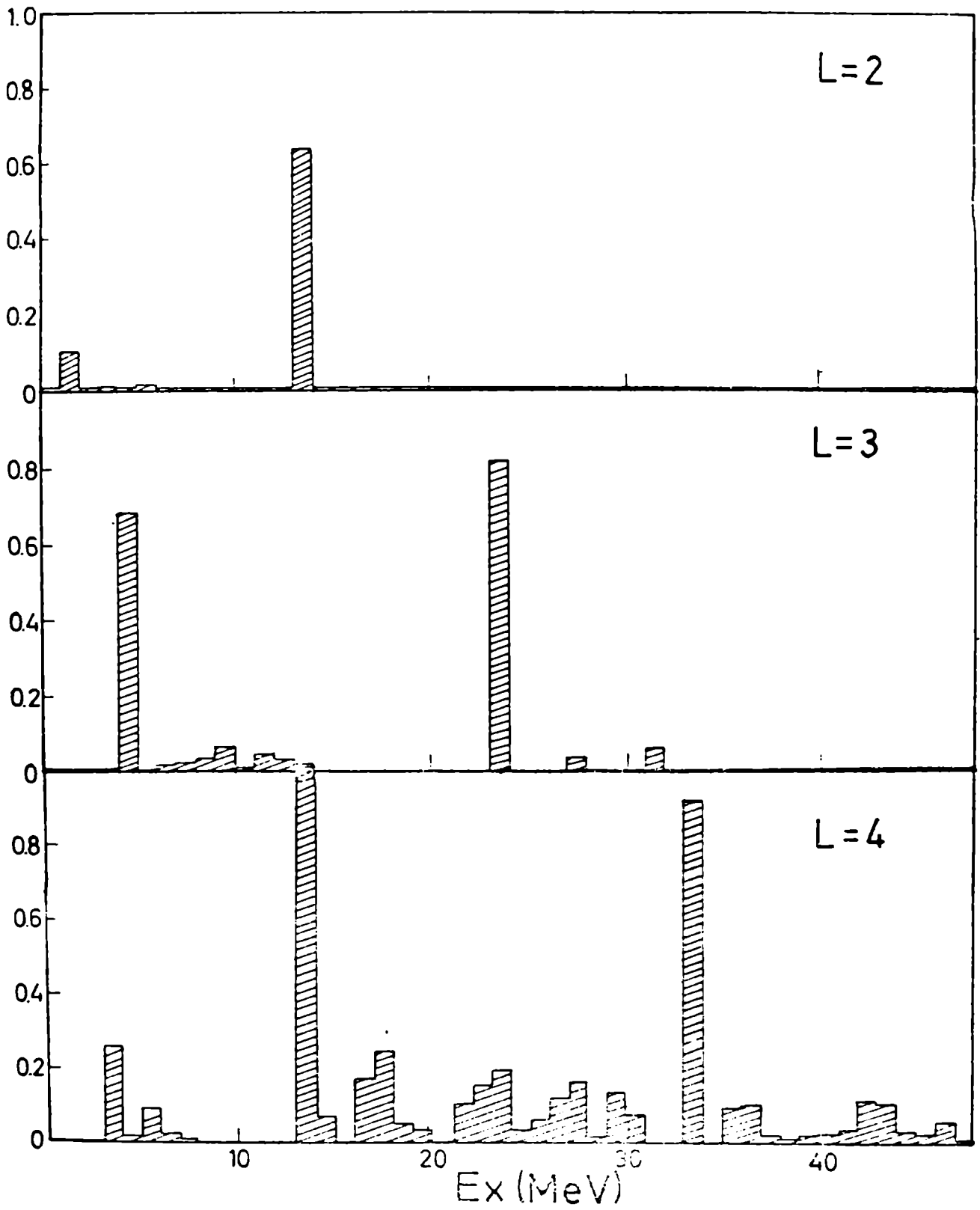


Fig. 15

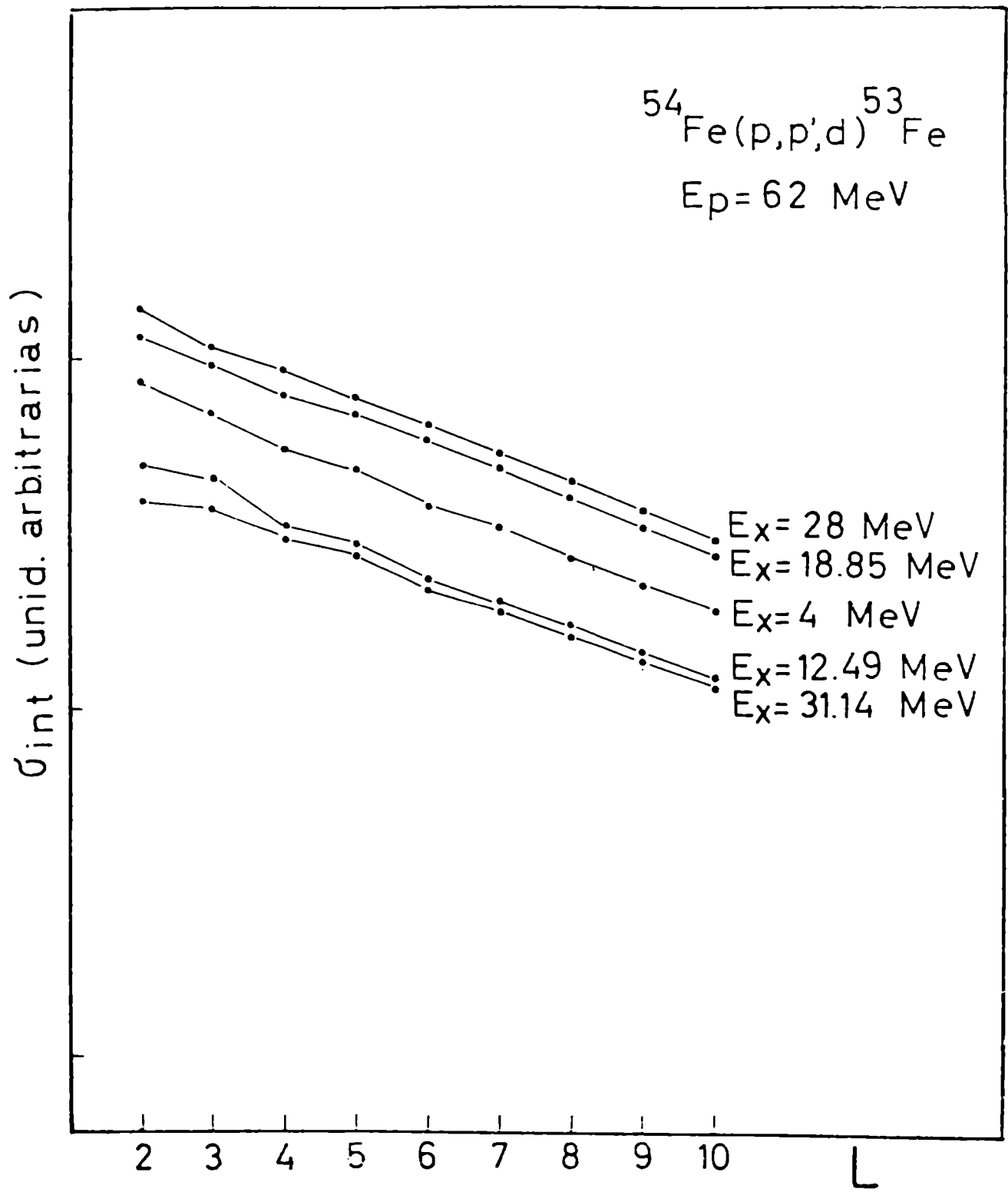


Fig. 16

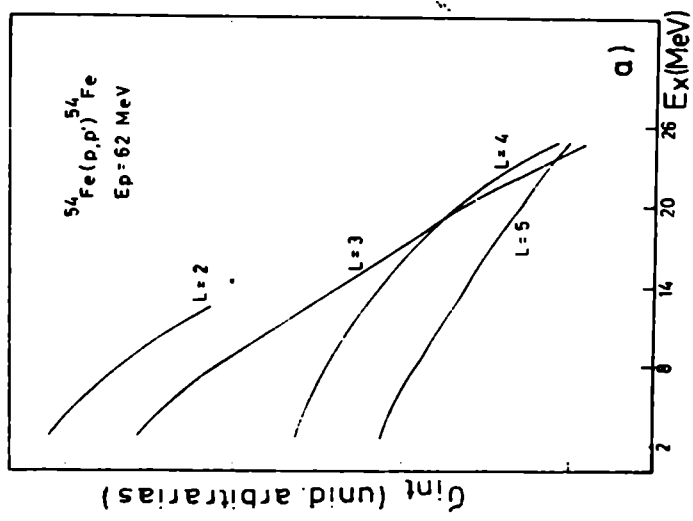
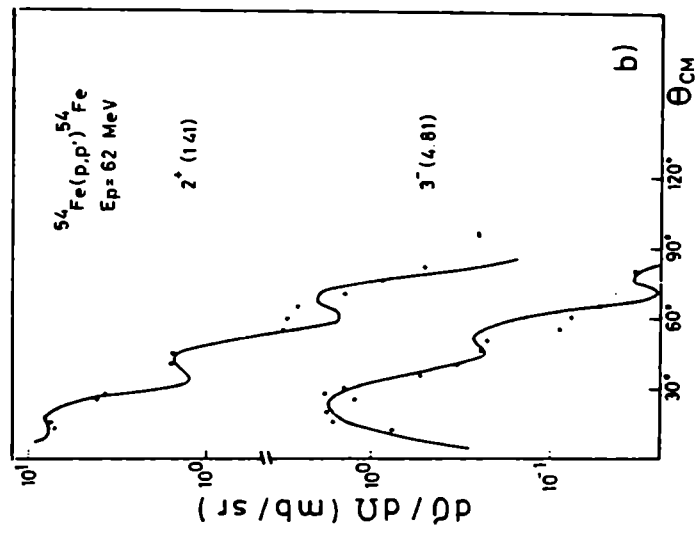
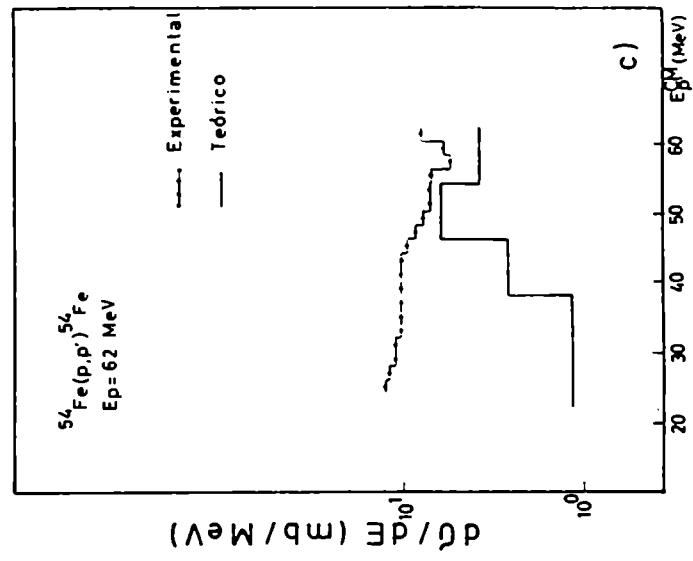


Fig. 17

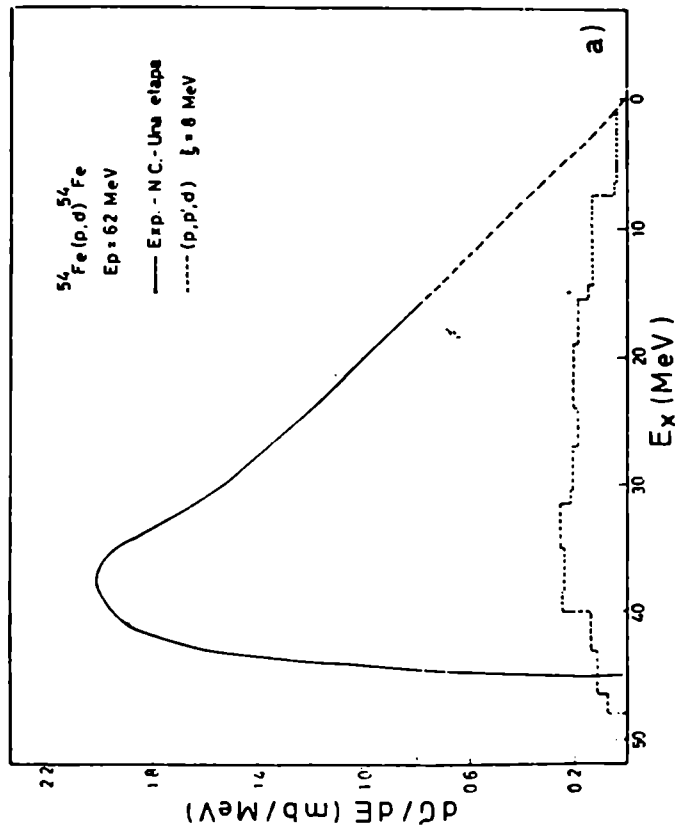
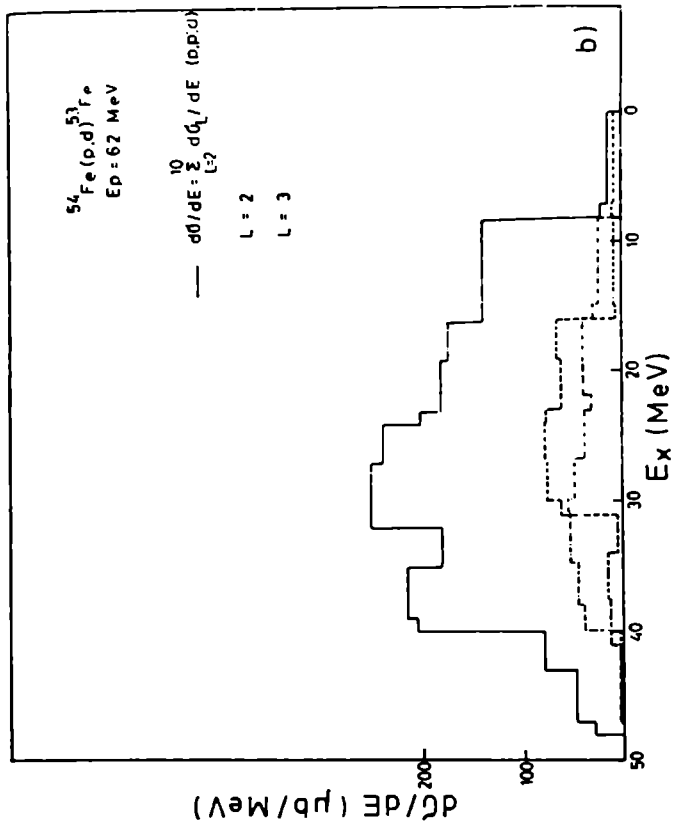


Fig. 18

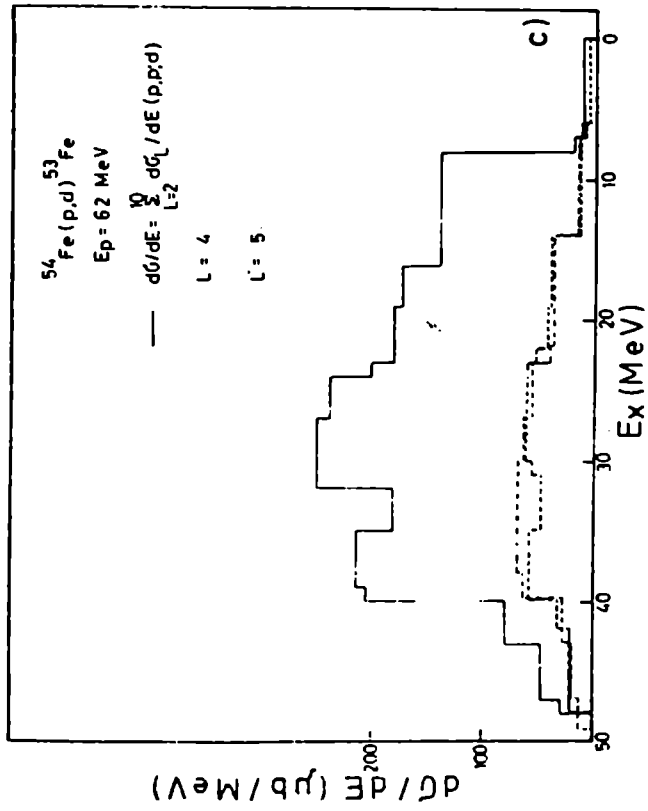
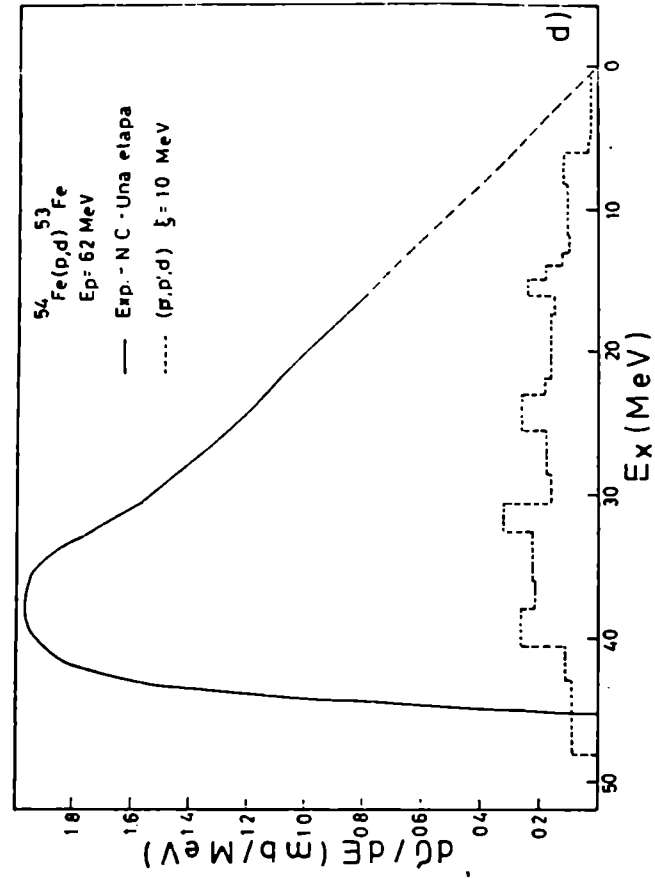


Fig. 18 (cont.)

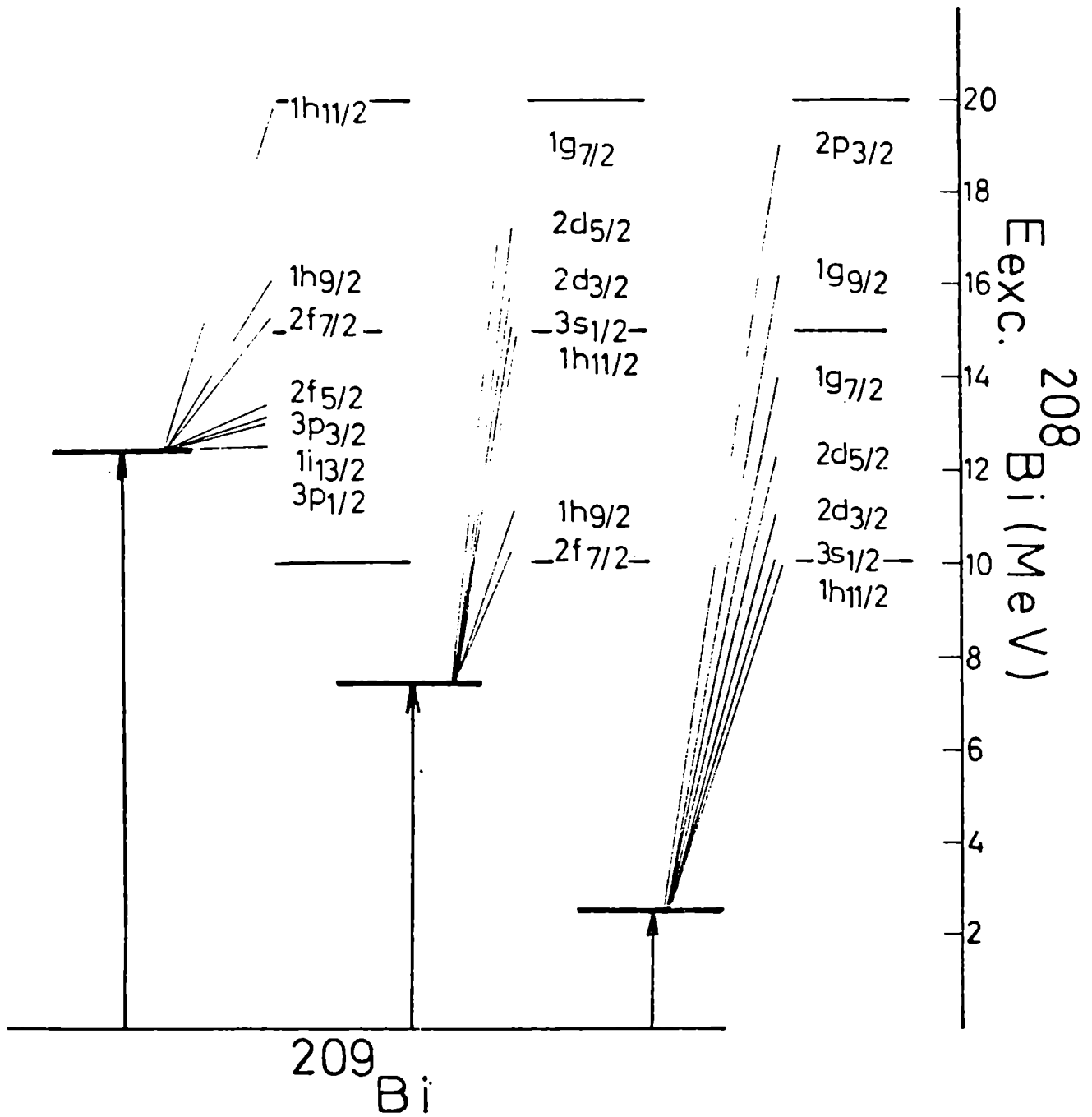


Fig. 19

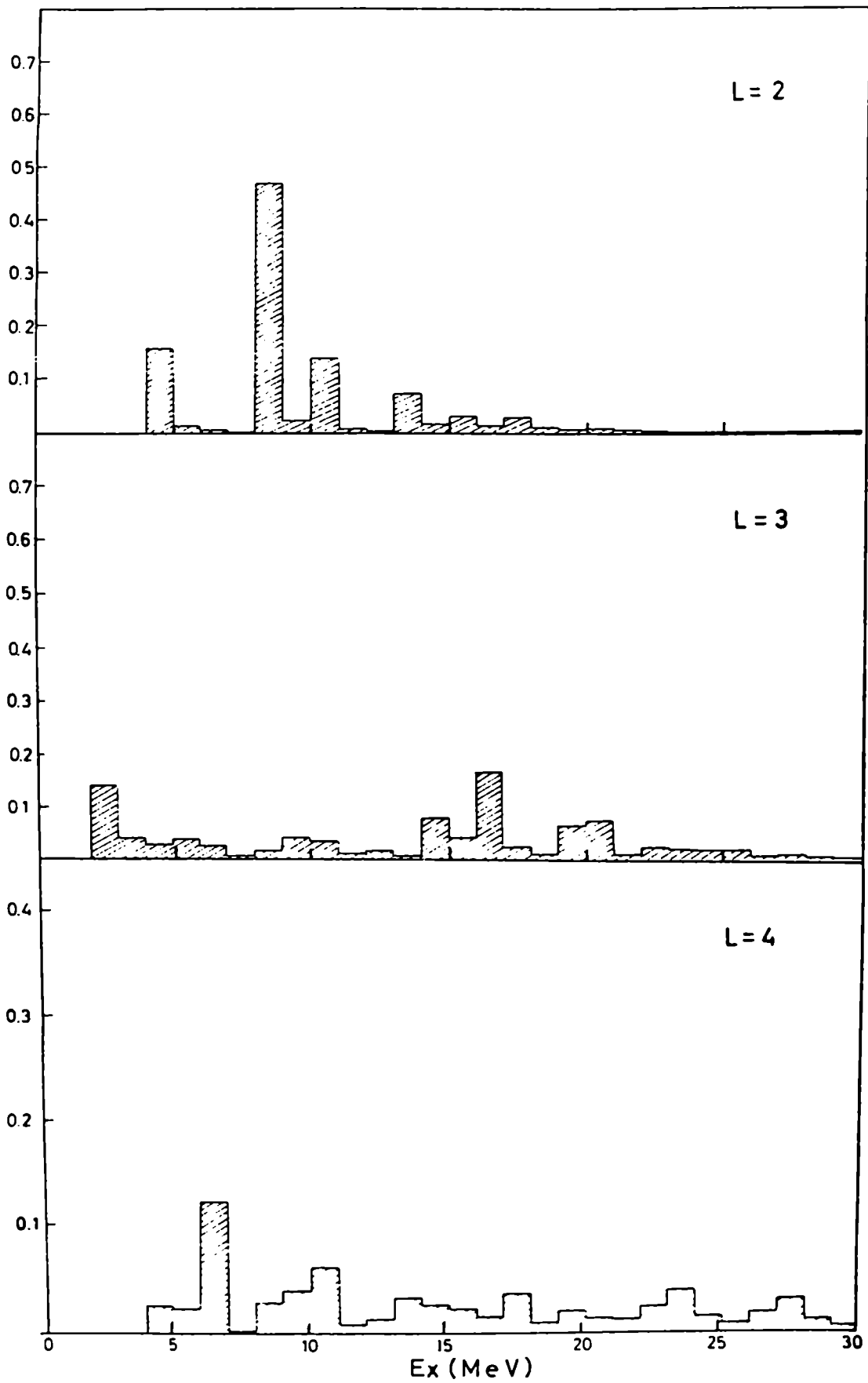


Fig. 20

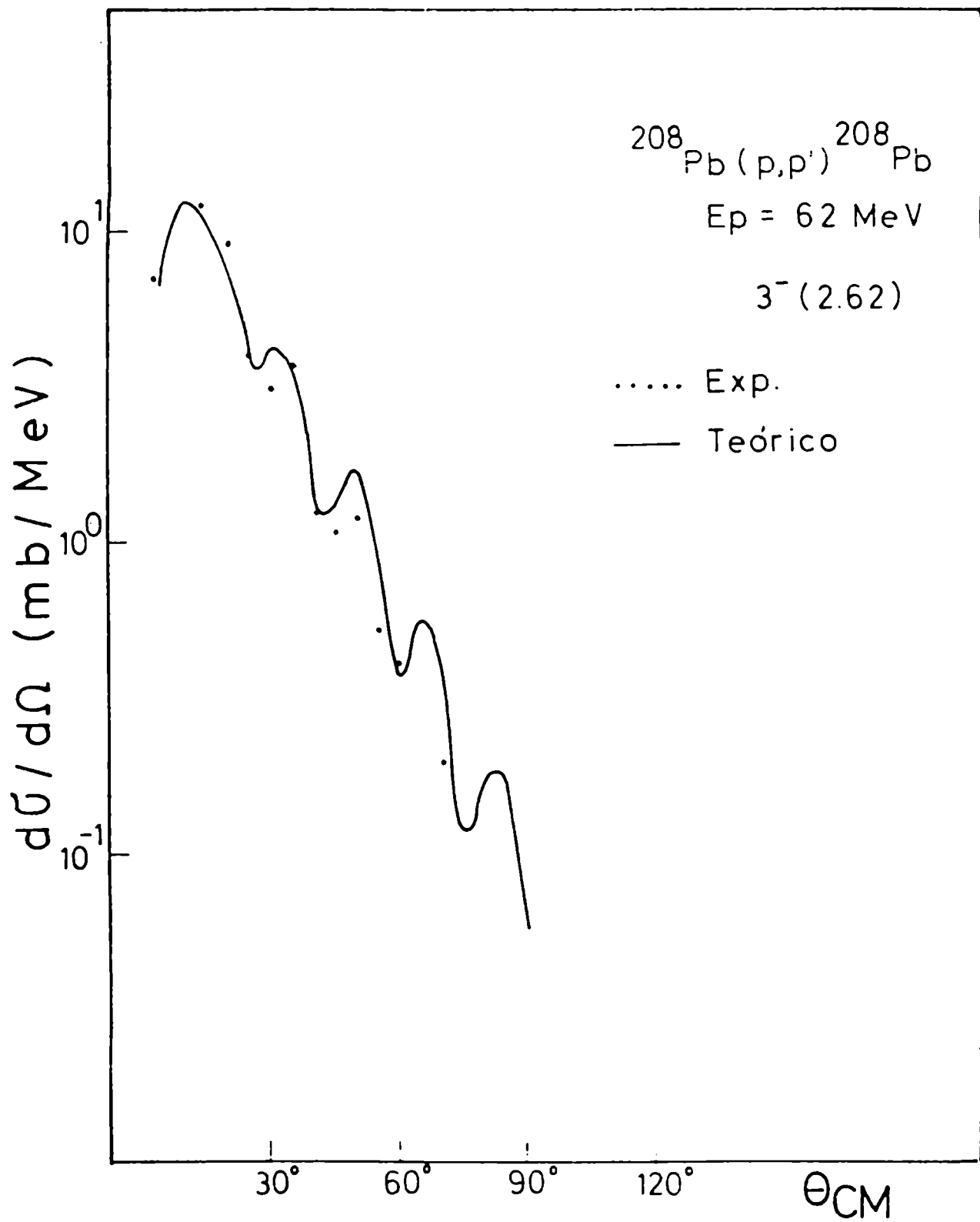


Fig. 21

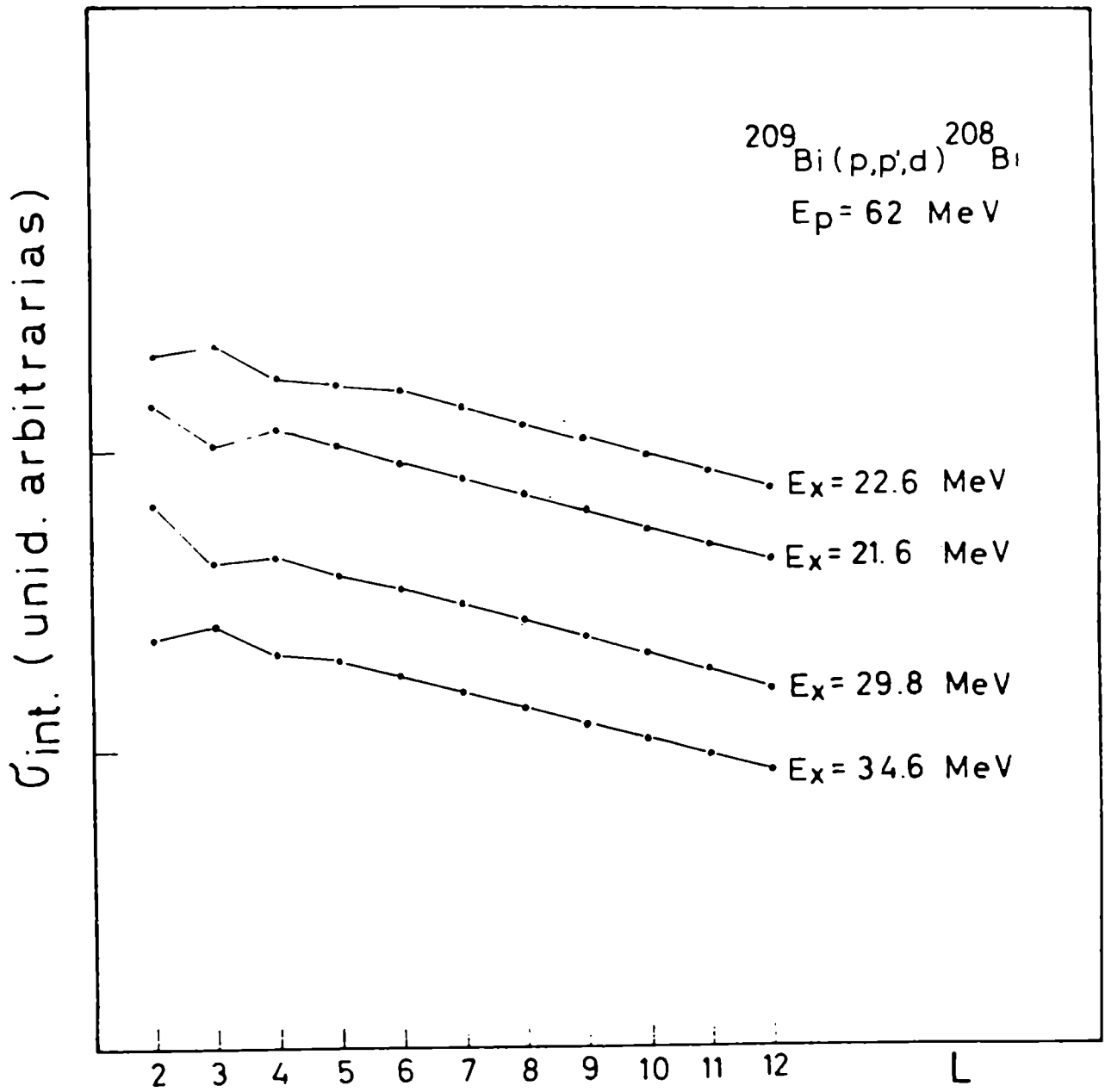


Fig. 22

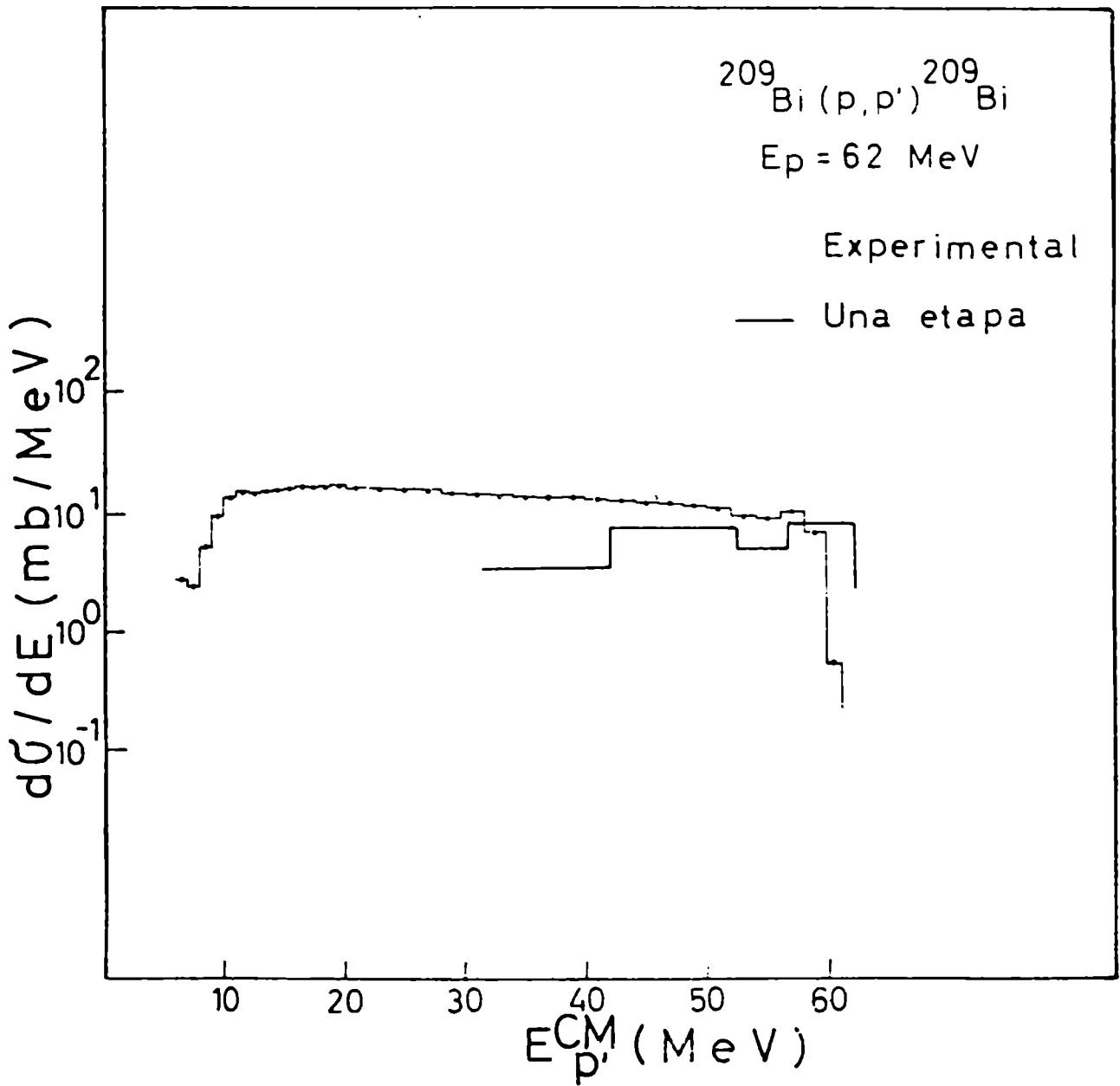


Fig. 23

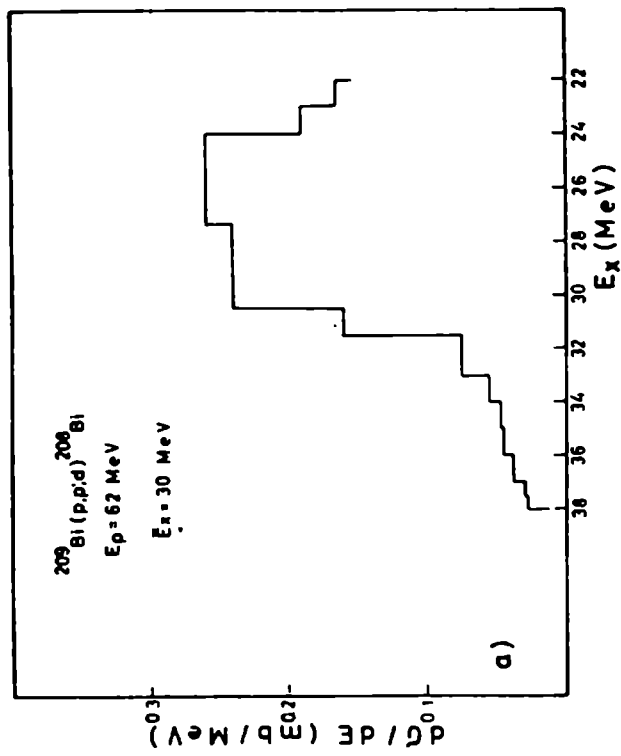
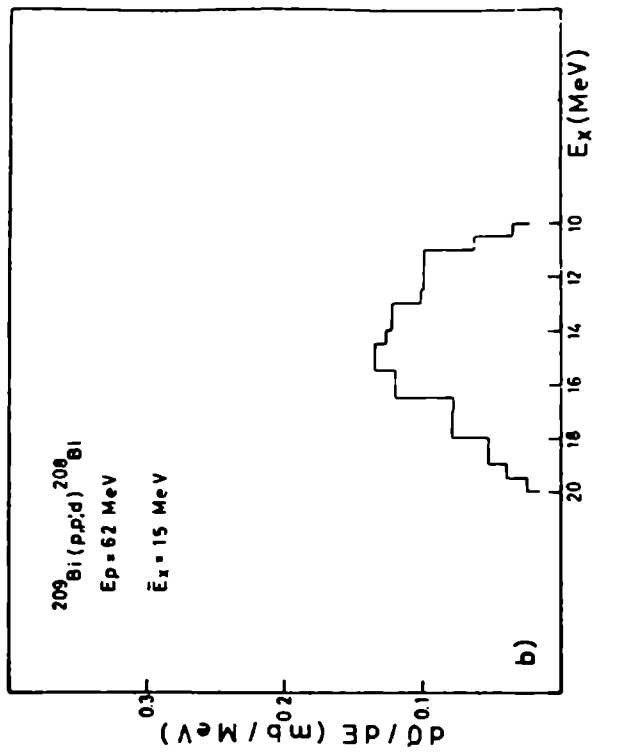


Fig. 24

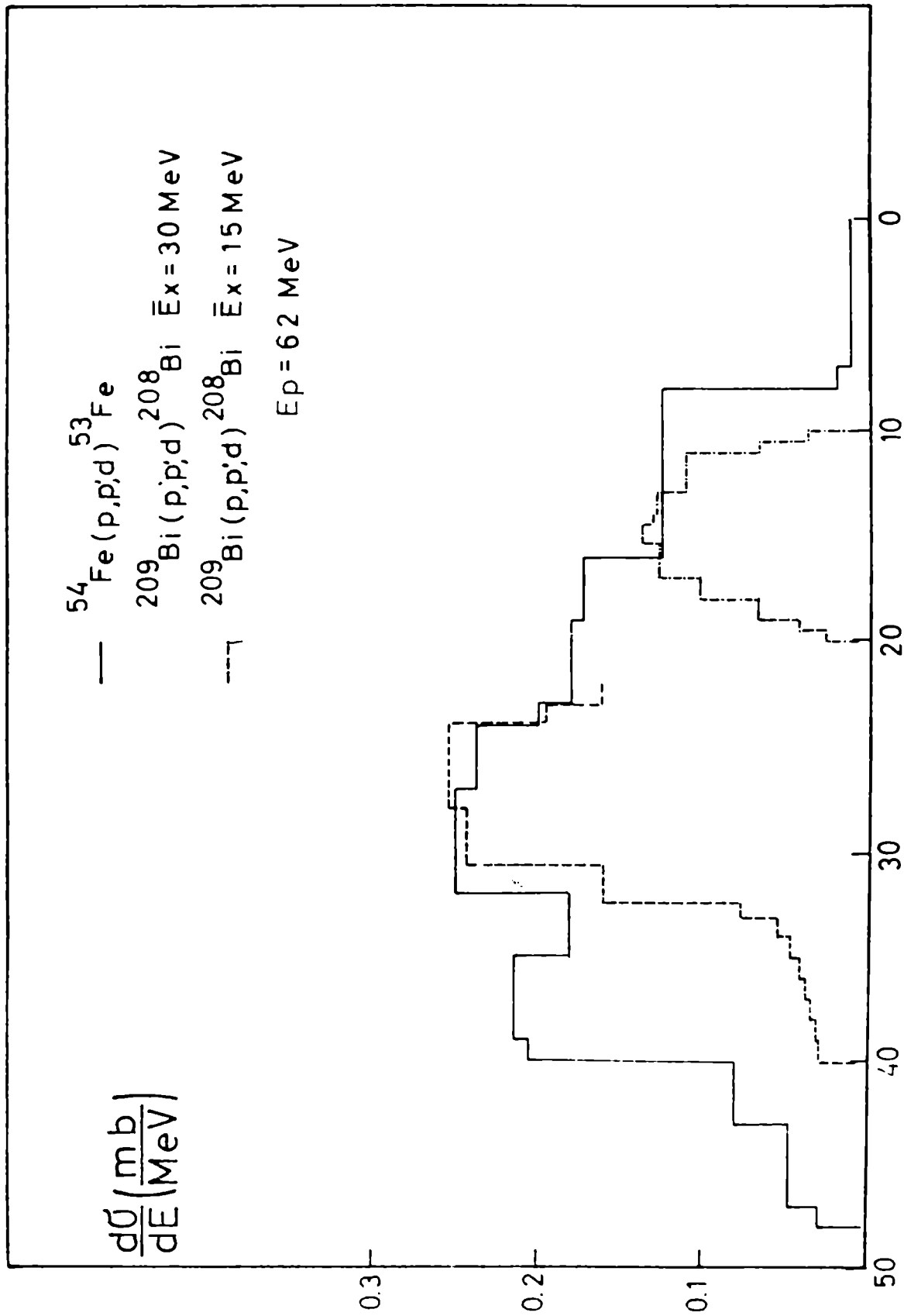


Fig. 25

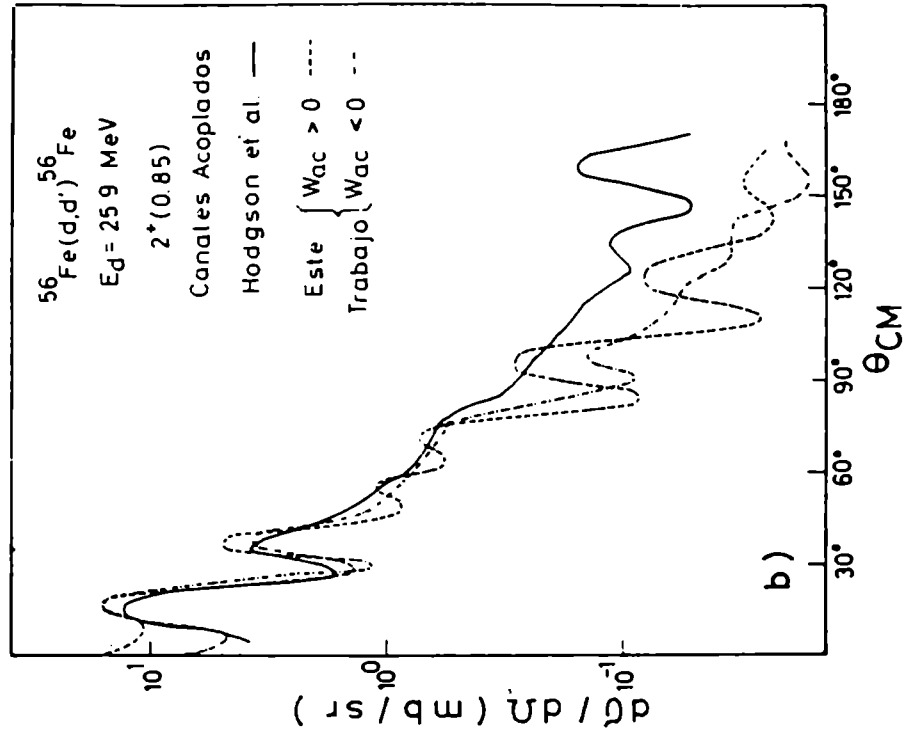
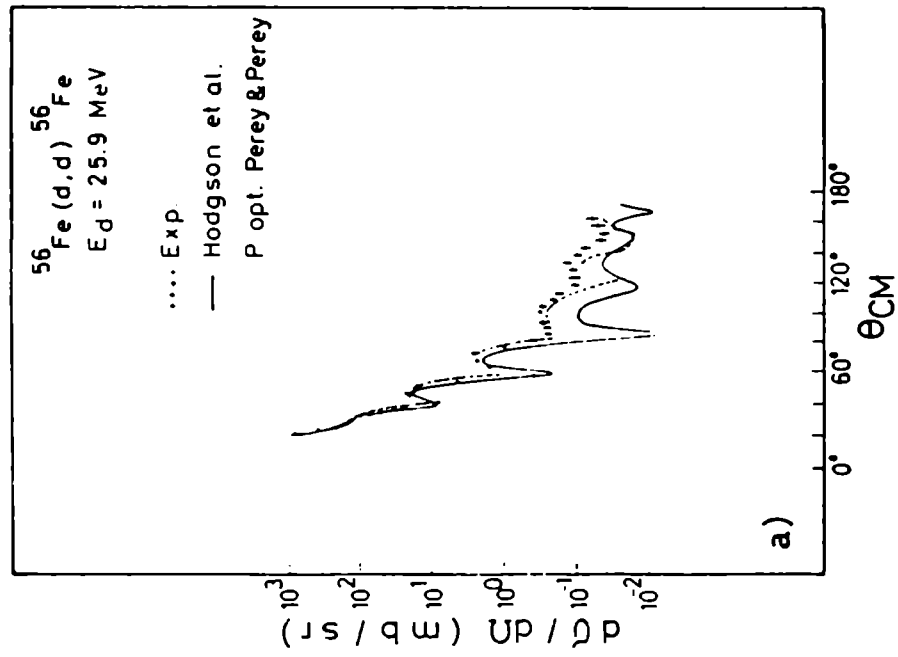


Fig. 26

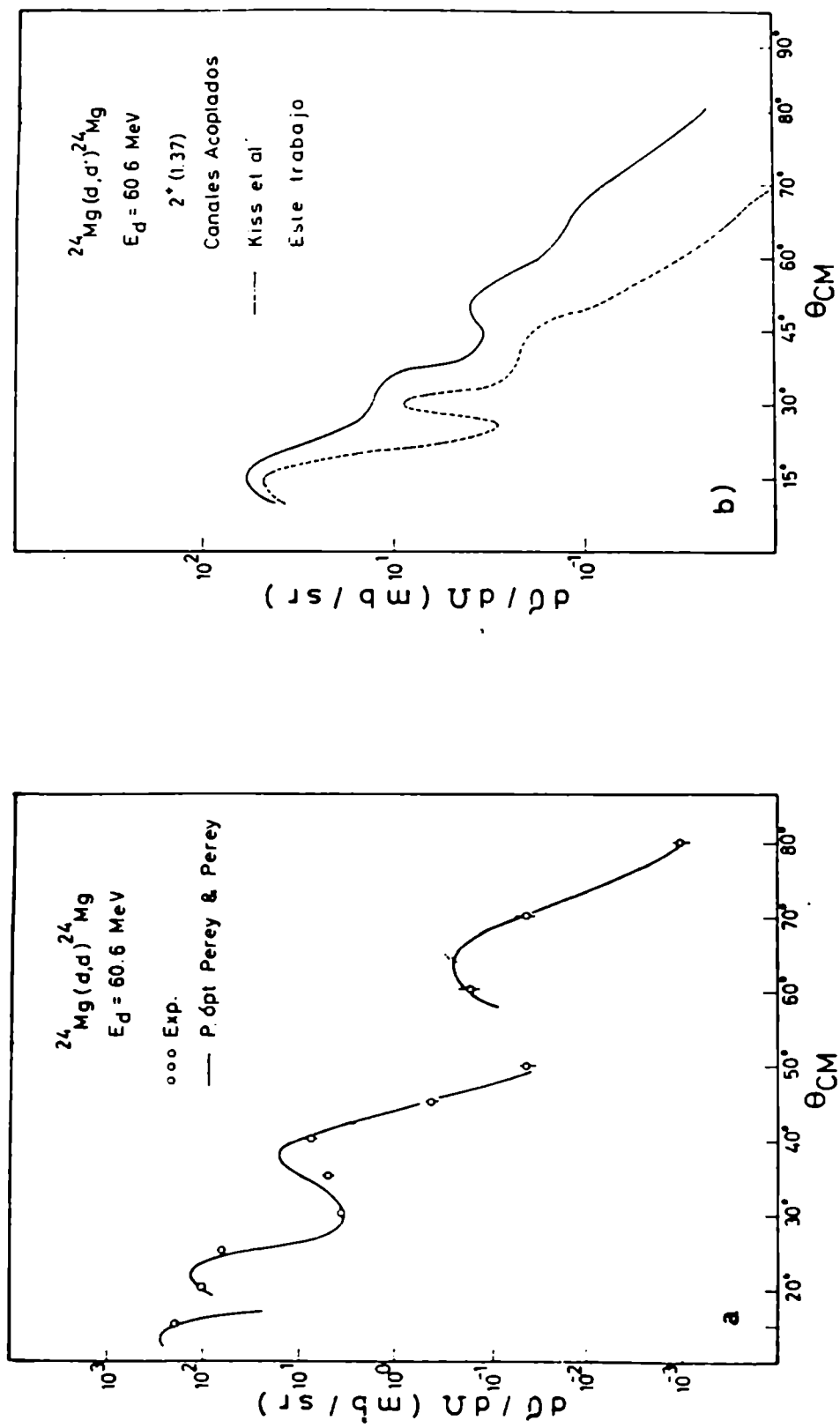


Fig. 27

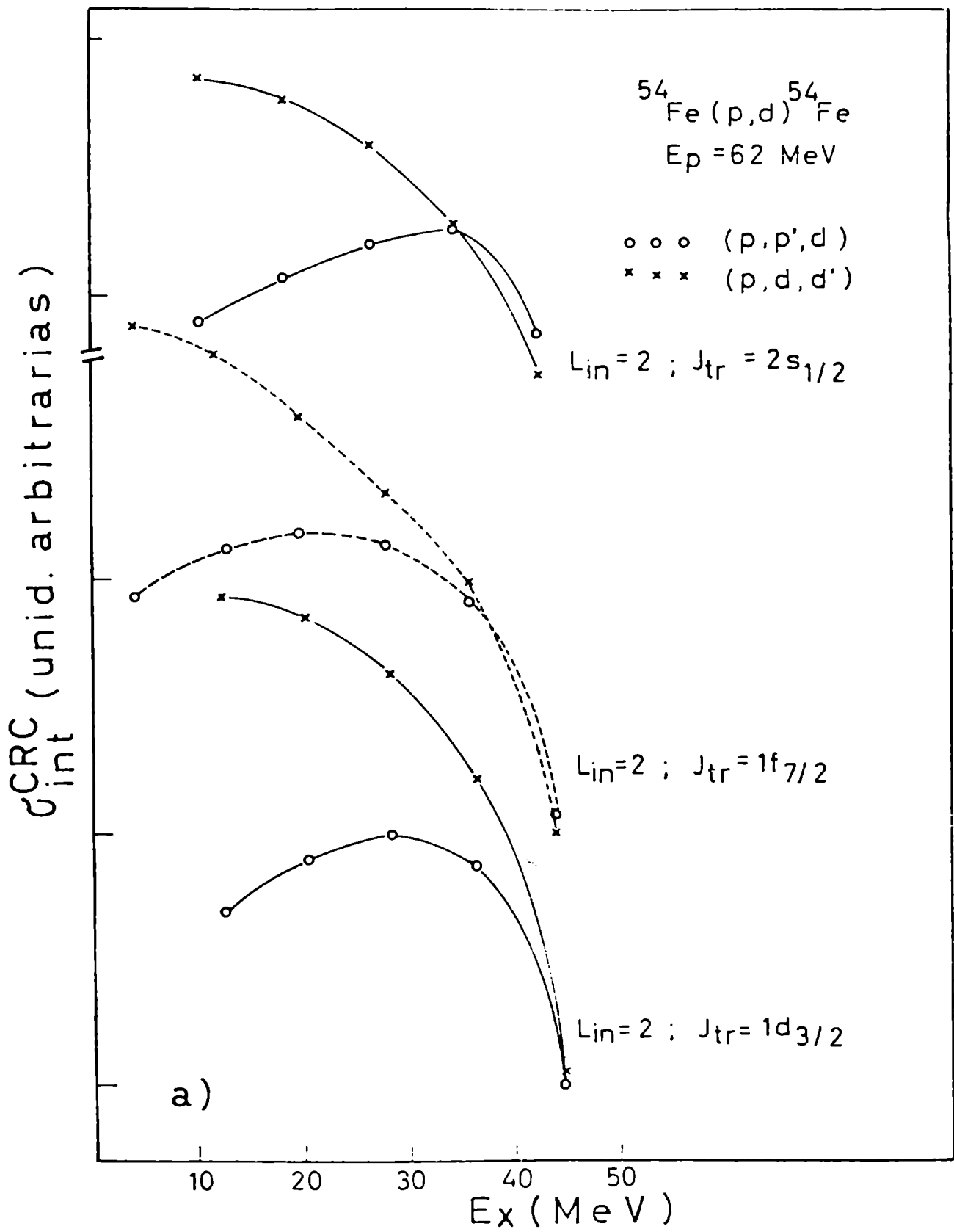


Fig. 28

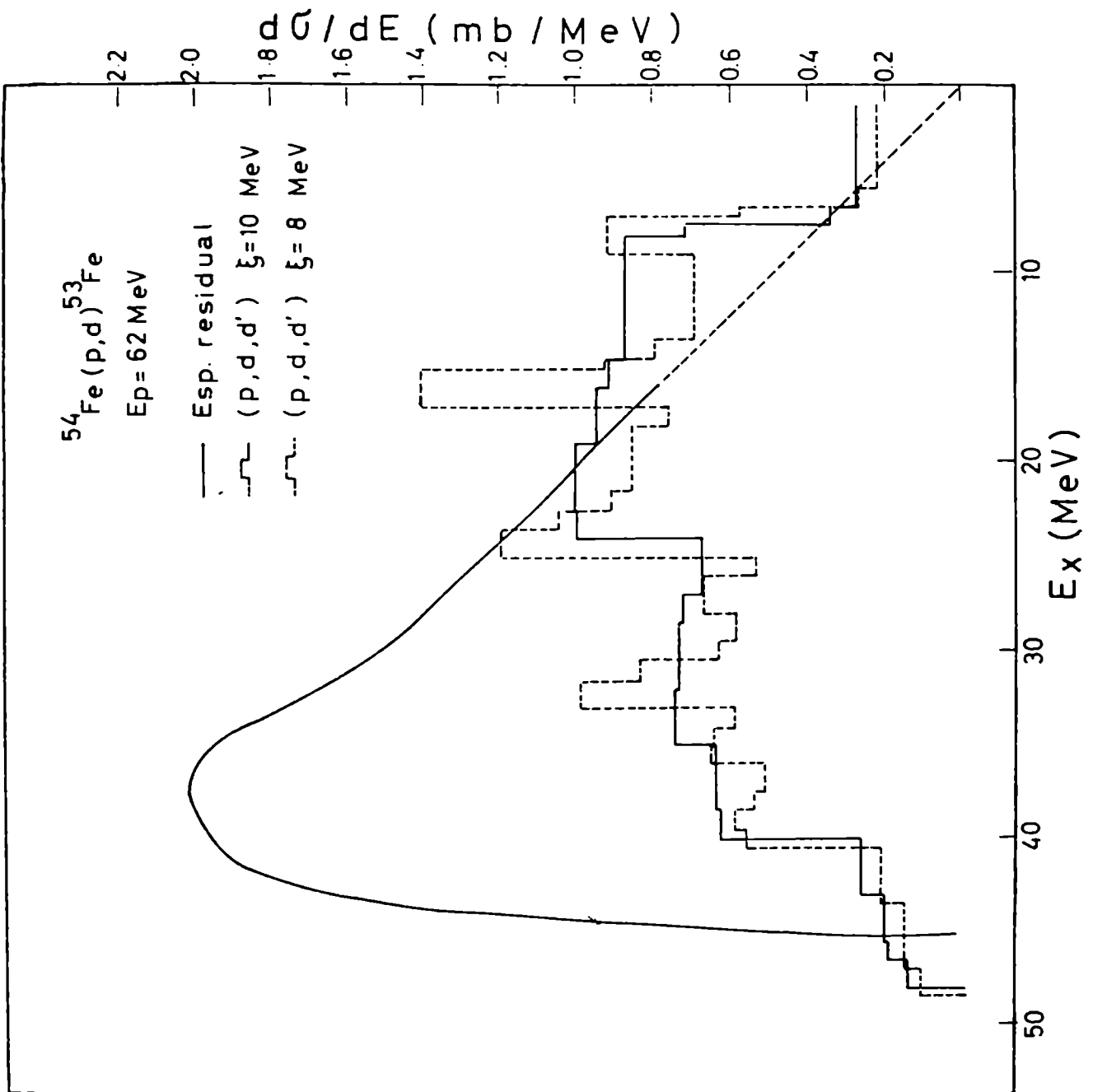


Fig. 29

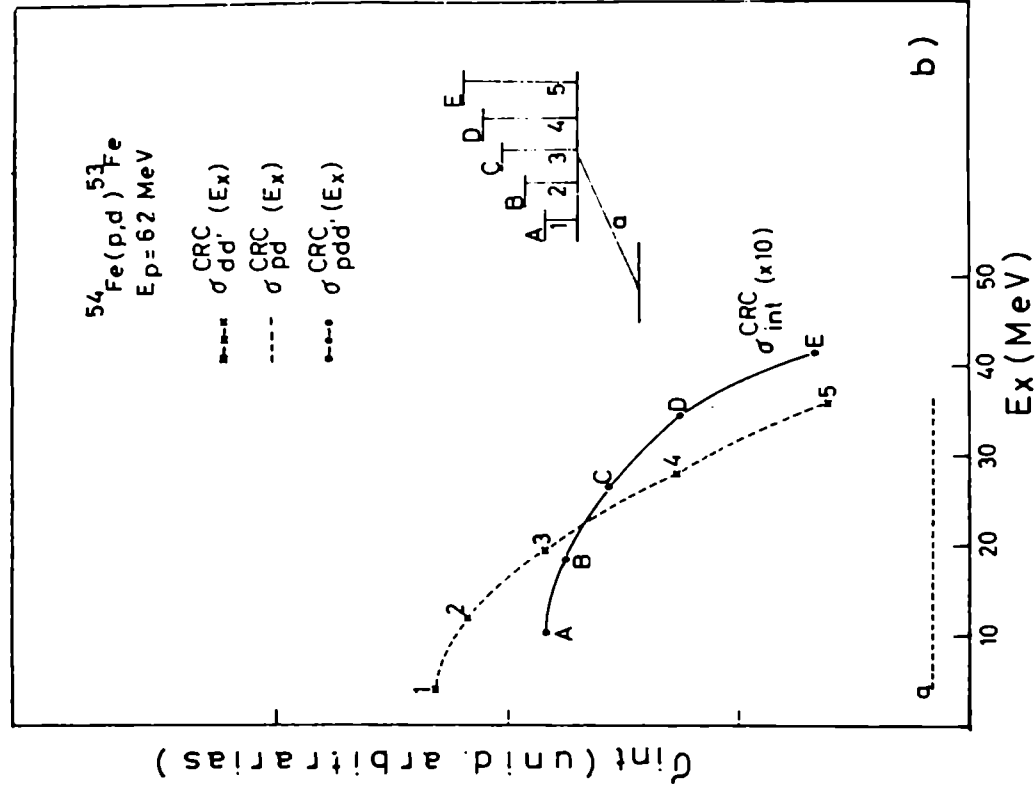
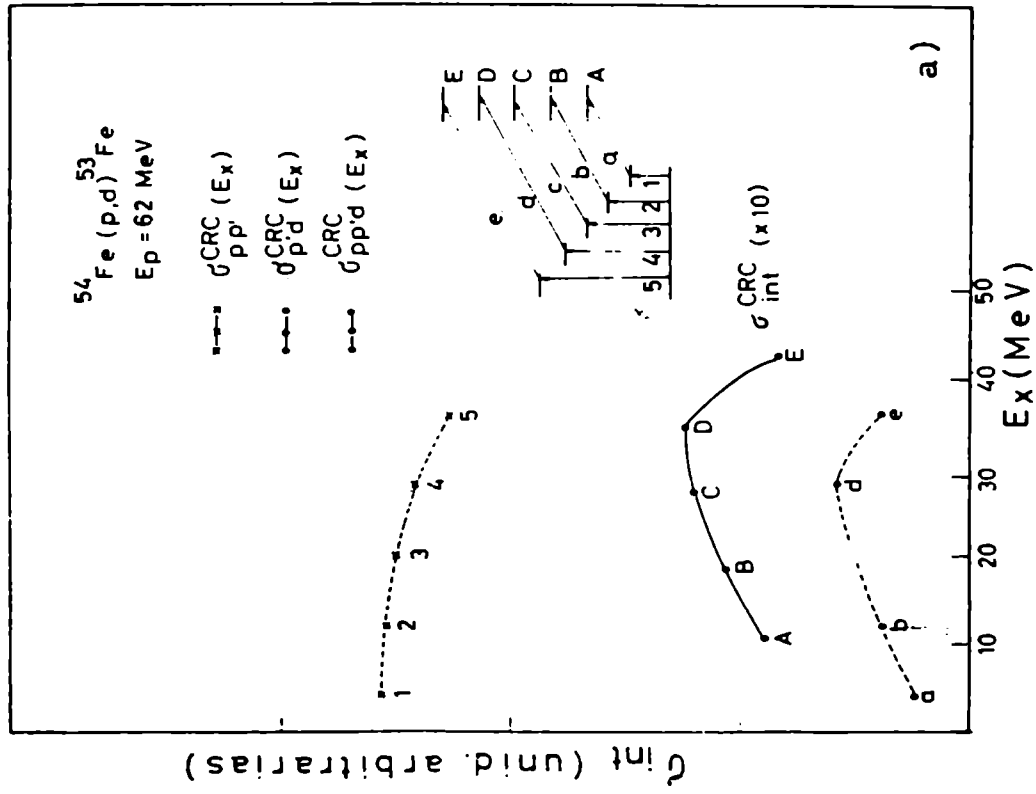


Fig. 30

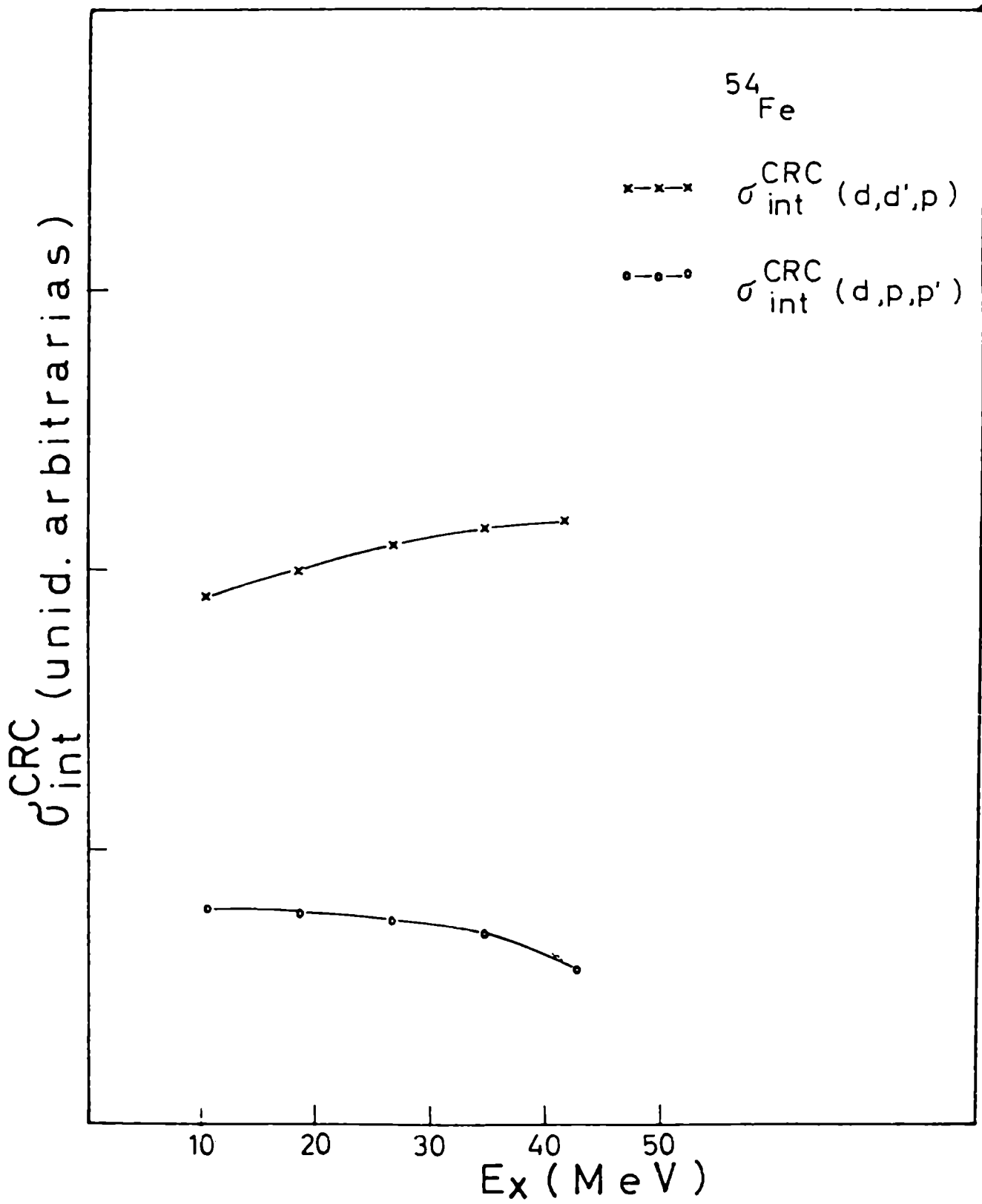


Fig. 31.

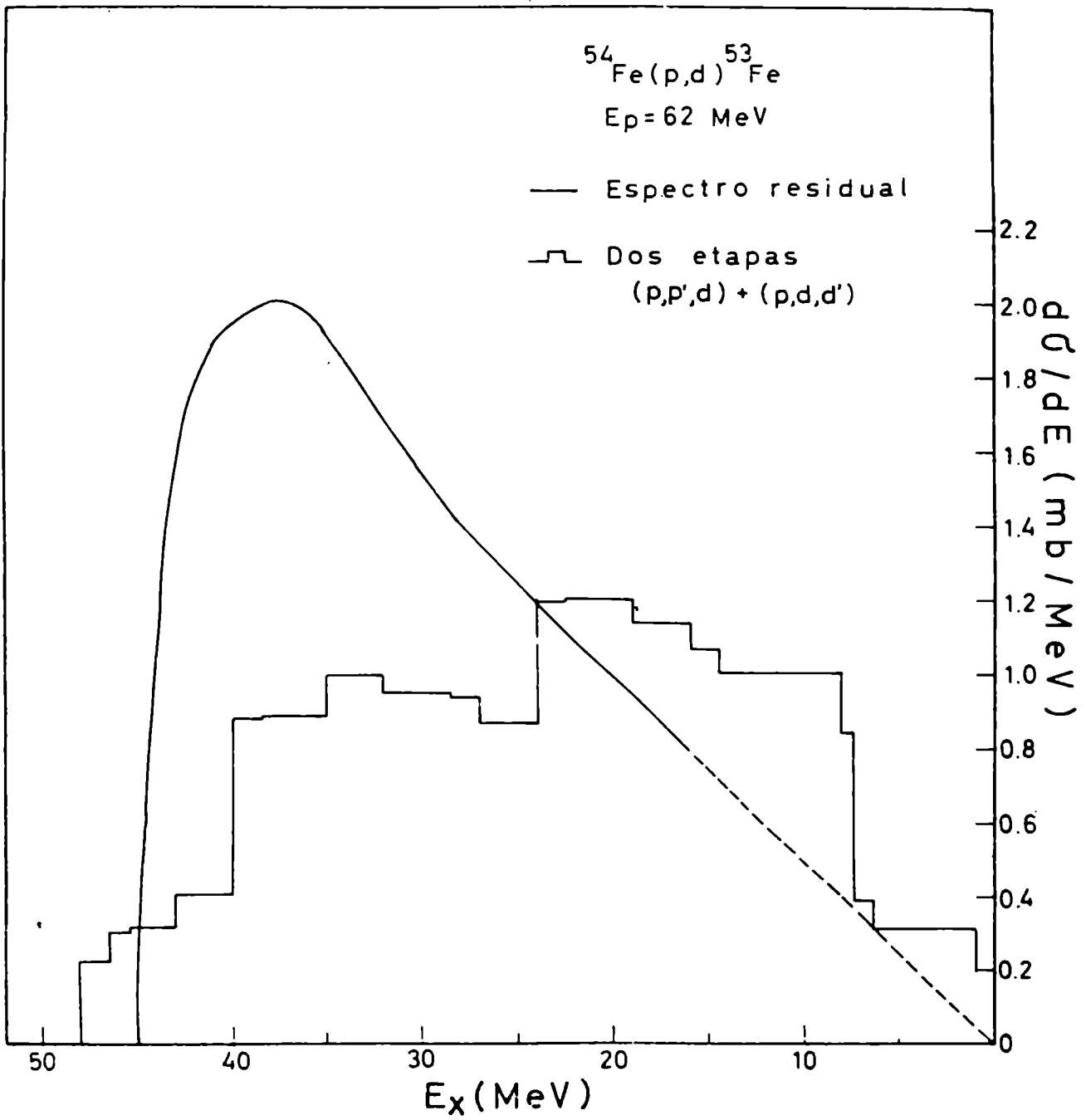


Fig. 32

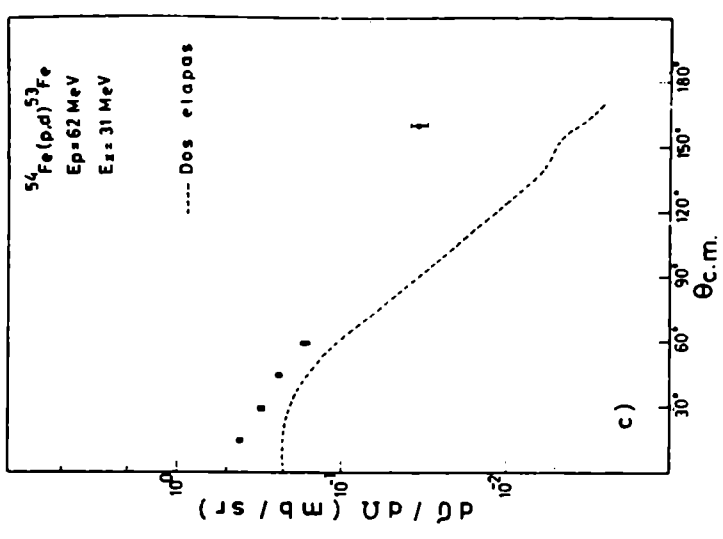
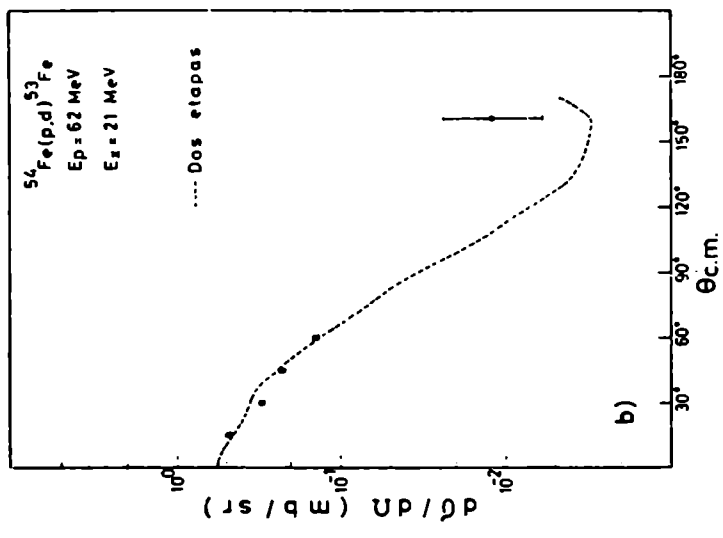
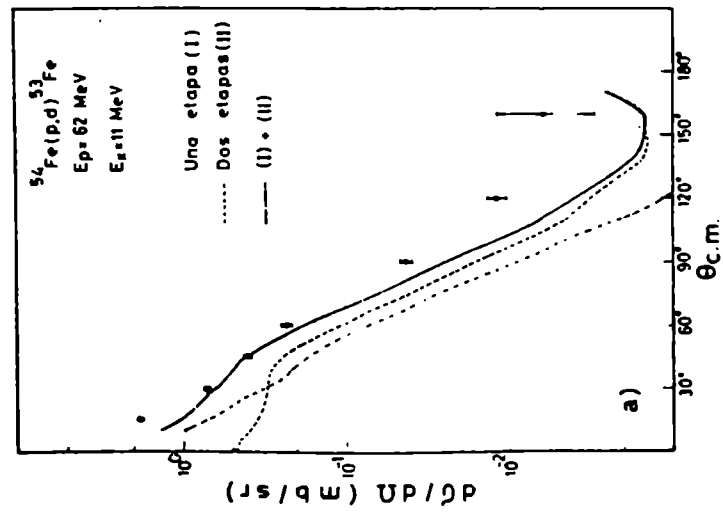


Fig. 33

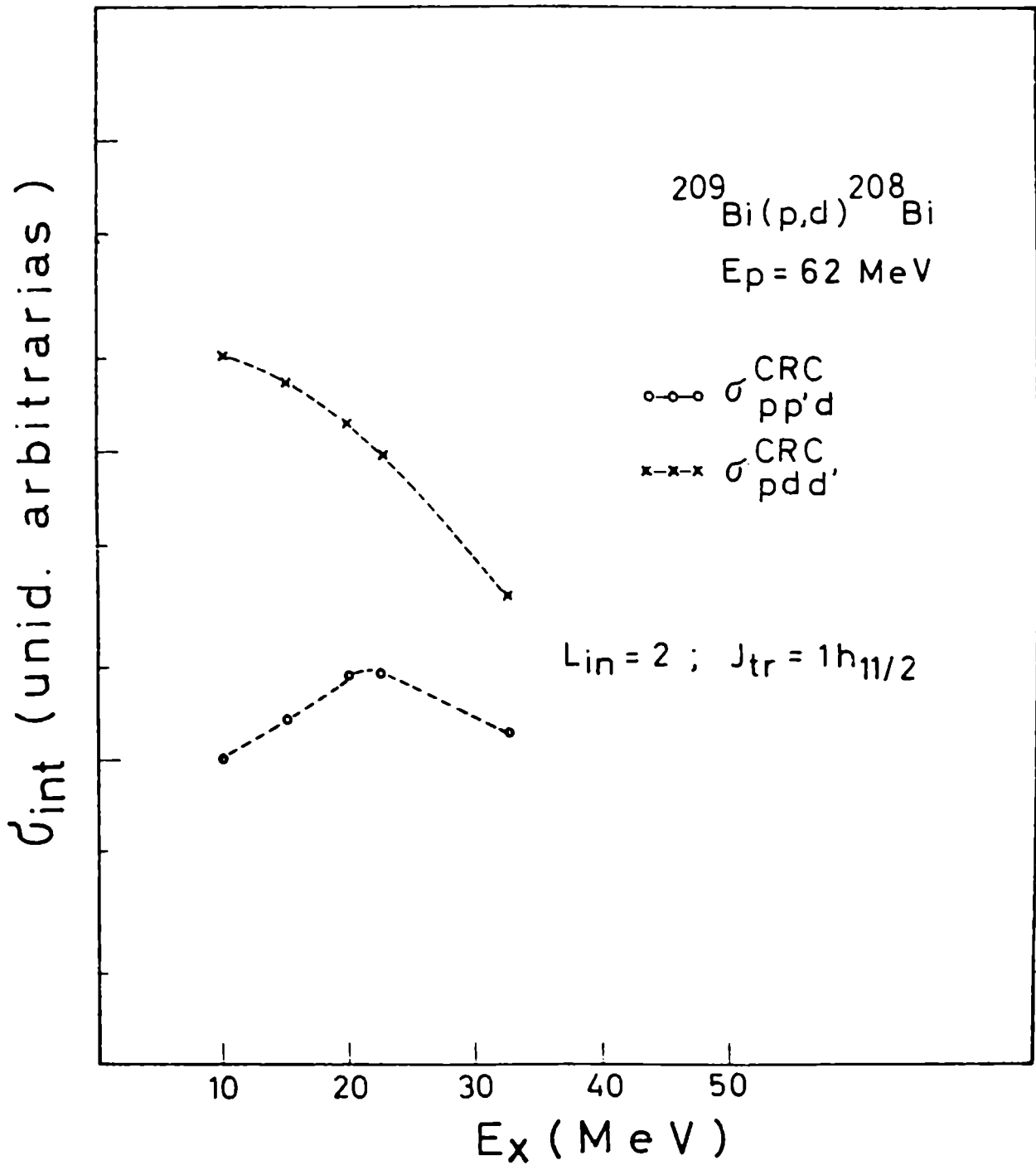


Fig. 34