

## Tesis de Posgrado

# Dinámica disipativa de sistemas cuánticos interactuantes

Dorso, Claudio Oscar

1983

Tesis presentada para obtener el grado de Doctor en Ciencias Físicas de la Universidad de Buenos Aires

Este documento forma parte de la colección de tesis doctorales y de maestría de la Biblioteca Central Dr. Luis Federico Leloir, disponible en [digital.bl.fcen.uba.ar](http://digital.bl.fcen.uba.ar). Su utilización debe ser acompañada por la cita bibliográfica con reconocimiento de la fuente.

This document is part of the doctoral theses collection of the Central Library Dr. Luis Federico Leloir, available in [digital.bl.fcen.uba.ar](http://digital.bl.fcen.uba.ar). It should be used accompanied by the corresponding citation acknowledging the source.

**Cita tipo APA:**

Dorso, Claudio Oscar. (1983). Dinámica disipativa de sistemas cuánticos interactuantes. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires. [http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis\\_1770\\_Dorso.pdf](http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis_1770_Dorso.pdf)

**Cita tipo Chicago:**

Dorso, Claudio Oscar. "Dinámica disipativa de sistemas cuánticos interactuantes". Tesis de Doctor. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires. 1983. [http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis\\_1770\\_Dorso.pdf](http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis_1770_Dorso.pdf)

**EXACTAS** UBA

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales



**UBA**

Universidad de Buenos Aires

UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES  
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES  
DEPARTAMENTO DE FISICA

DINAMICA DISIPATIVA DE SISTEMAS CUANTICOS INTERACTUANTES

por

CLAUDIO OSCAR DORSO

Trabajo de Tesis presentado para optar al Título de  
Doctor en Ciencias Físicas

Director de Tesis: Dra. Ester Susana Hernández

1770  
Ej 2.



## Agradecimientos

A mi esposa por su gran comprensión, constante estímulo e infinita paciencia.

A mis padres quienes me alentaron constantemente.

A todos aquellos integrantes del Departamento de Física que directa o indirectamente han contribuido a mi formación profesional, en especial a la Dra. Ester Susana Hernández, directora de este trabajo, y al Dr. Constantino Ferre Fontán, quien fue mi consejero de estudios.

A mis amigos, Lic. Alicia Bañuelos, Lic. Ricardo Depine y Lic. Roberto Mancini por su apoyo y útiles comentarios sobre diversos problemas computacionales.

Finalmente mi agradecimiento a los miembros del Laboratorio de Física del Plasma, por haber puesto a mi entera disposición las facilidades computacionales con las que se realizaron los cálculos que se presentan en este trabajo.

# INDICE

Página

## CAPITULO I

	Introducción	
I.1	Motivación - La resonancia dipolar gigante	1
I.2	Antecedentes	4
I.3	El presente trabajo	6
I.4	Contenido de esta tesis	8

## CAPITULO II

	Dinámica irreversible de un sistema fermiónico libre	
II.1	Introducción	11
II.2	La ecuación cinética para materia nuclear	11
II.3	Representación espectral de la ecuación cinética	20
II.4	Cinética de la parte no diagonal del operador densidad de un cuerpo	24
II.5	Estudio de las escalas de tiempo típicas	29

## CAPITULO III

	Dinámica irreversible de coordenadas colectivas cuánticas en sistemas fermiónicos	
III.1	Introducción	33
III.2	El modelo	33
III.3	El término de colisión en la aproximación de interacción débil extrema	40
III.4	Derivadas colisionales bosónica y fermiónica	45
III.5	Amortiguamiento del sistema bosónico	50
III.6	Amortiguamiento del sistema multifermiónico	54

## CAPITULO IV

Relajación de un modo colectivo cuántico en un baño  
fermiónico estacionario

IV.1	Introducción	63
IV.2	Consecuencias de la aproximación debil extrema	63
IV.3	Análisis cuantitativo de la ecuación maestra	66
IV.4	Comportamiento de las probabilidades de transición $W_+$ y $W_-$	76

## CAPITULO V

Análisis riguroso del término de colisiones fermiónico

V.1	Introducción	80
V.2	La jerarquía BBCKY cuántica modificada	80
V.3	Ecuación cinética cuántica modificada	87

## CAPITULO VI

Ensanchamiento colisional de niveles de partículas  
en presencia de un modo colectivo cuántico en materia  
nuclear

VI.1	Introducción	94
VI.2	Ecuación cinética modificada	94
VI.3	Cálculo de frecuencias cinéticas y no cinéticas	95
VI.4	Cálculos numéricos	97

## CAPITULO VII

Extensión del estudio al caso de sistemas fermiónicos  
finitos con simetría esférica

VII.1	Introducción	108
-------	--------------	-----

VII.2	Las ecuaciones de la dinámica irreversible en la base esférica	108
VII.3	Aplicación a la RDG en $^{208}\text{Pb}$	114
CAPITULO VIII		
	Sumario, conclusiones y perspectivas	
VIII.1	Sumario	148
VIII.2	Conclusiones y perspectivas	150
APENDICE A		153
APENDICE B		157
APENDICE C		159
APENDICE D		161
APENDICE E		162
REFERENCIAS		166





## I.1 Motivación - La resonancia dipolar gigante

Las vibraciones nucleares de alta energía presentan un hermoso ejemplo de movimiento amortiguado en sistemas finitos. Tienen el interés adicional de consistir en modos colectivos de un conjunto de muchos grados de libertad cuánticos; esto significa que la disipación y transferencia de energía del movimiento macroscópico al microscópico, puede pensarse como el amortiguamiento de un sistema "sobre si mismo". Estas características, a saber, el tamaño finito del continente de los grados de libertad y la estructura de excitaciones fermiónicas coherentes de la vibración, no han sido hasta el momento incorporadas en una teoría de la disipación nuclear. En particular, los modos de alta frecuencia conocidos como resonancias gigantes (RG), presentan rasgos que demandan un tratamiento especial, ya que por ser sus energías típicas mucho mayores que las temperaturas nucleares medias alcanzables en aceleradores, deben considerarse oscilaciones cuánticas en todo modelo estadístico. Por otra parte, siendo sus frecuencias comparables con las frecuencias orbitales de los nucleones en el núcleo, ( $\Omega = 13.8 / \hbar$  bseg<sup>-1</sup>, para el <sup>208</sup>Pb), es muy difícil pensar en un planteo del problema de la disipación que no incorpore la dinámica nucleónica. El objetivo de esta tesis es desarrollar la teoría básica para el estudio de sistemas con las características descriptas y efectuar la aplicación al estudio del amortiguamiento de las resonancias dipolares gigantes (RDG).

Las resonancias gigantes (RG) fueron observadas por primera vez en el año 1947 por Baldwin y Klaiber [Ba47, Ba48], quienes estudiaron reacciones de fotofisión en el Uranio y Torio y también las secciones eficaces en las reacciones  $C^{12}(\gamma, n)C^{11}$  y  $Cu^{63}(\gamma, n)Cu^{62}$ . Observaron una fuerte resonancia cuyo pico, en estos dos últimos casos, mostraba máximos en

11 y 22 Mev. Esta resonancia fue encontrada más adelante en otras reacciones (por ejemplo ( $\gamma, p$ )), y otros núcleos concluyéndose que la misma era una propiedad de todos los núcleos.

Las principales características de las RG son:

- 1) todos los núcleos muestran un pico de fotoabsorción ancho
- 11) la energía de pico,  $E_0$ , varía suavemente con  $A$ , encontrándose que para núcleos medianos y pesados se cumple la relación aproximada  $E_0 \approx A^{-1/3}$
- 111) El ancho total de la resonancia está entre los 3 y 10 Mev.

Esta fuerte absorción en la zona de la resonancia, indujo a pensar que la misma es debida a la existencia de un importante efecto colectivo.

La descripción de este fenómeno involucra tres etapas. En la primera un fotón es absorbido generando un movimiento colectivo. En la segunda, la energía contenida en este modo coherente es disipada en el sistema de muchos grados de libertad intrínsecos, es decir, se produce la termalización del sistema de muchos cuerpos. Finalmente, el núcleo "caliente" se "enfria", por la emisión de partículas y fotones.

La primera y última de estas etapas, han sido estudiadas, entre otros por G. Brown y M. Bolsterli, [Br59], M. Danos y W. Greiner, [Da64], J.M. Blatt y V. Weisskopf, [Bl52]. Nosotros estamos interesados en la segunda de las etapas nombradas.

El estudio de este fenómeno ha sido encarado según diferentes filosofías, las cuales pueden clasificarse groseramente según dos grandes líneas; los modelos macroscópicos y microscópicos.

Los primeros intentos de explicar las RG de tipo dipolar, RDG, se deben a Goldhaber y Teller [Go48], quienes propusieron tres posibles modelos macroscópicos para estudiar la dependencia de la energía de la resonancia con  $A$ . En primer lugar postularon que los neutrones y los protones están vinculados elásticamente, lo cual da como resultado una ener-

gía de resonancia independiente de A. La segunda propuesta, desarrollada por Steinwedel y Jensen [St50], consistía en pensar la resonancia como vibraciones de densidad de los flúidos de protones y neutrones, uno contra el otro, en un volumen de paredes fijas. Este tipo de movimiento corresponde al modo acústico más bajo en una cavidad esférica, dando como resultado para la energía de pico una dependencia  $E_0 \approx A^{-1/3}$ . Esta descripción es llamada, modo SJ. Por último propusieron el llamado modo GT, que desarrollaron en mayor profundidad, que consiste en pensar al núcleo como dos esferas rígidas interpenetrantes, en este modelo la resonancia se interpreta como un movimiento armónico de estas densidades, en contrafase. La dependencia obtenida de la energía, A es,  $E_0 \approx A^{-1/6}$ .

De estos modos de oscilación, el segundo es el que ha recibido mayor atención, aplicándose a núcleos desformados [Da58], se ha incluido la compresibilidad del fluido nuclear [A 54], el acoplamiento a modos de superficie [E170], [Bo75] y otros efectos de superficie [Ba68] [My69]

También se han llevado a cabo estudios combinando los modos GT y SJ en el marco de la teoría de la gotita líquida. [My77]

Dentro de las teorías macroscópicas es preciso destacar los trabajos de Wong y colaboradores [Wo75, 76, 77, 78, 78b, 81a, 81b], en la filosofía de las teorías hidrodinámicas a las que nos referiremos en la siguiente sección.

Respecto de las teorías microscópicas, encontramos trabajos que tratan el problema del ensanchamiento, entre los que podemos citar a Reifman [Re53], que describe la resonancia en el modelo de capas introduciendo el amortiguamiento por excitación de modos de superficie, Wildermuth [W157], para quien el ensanchamiento es consecuencia de la dispersión de protones ó neutrones individuales, que destruye la cohe-

rencia del modo colectivo. Danos y Greiner [ Da64 ] consideran a los modos colectivos como excitaciones de una partícula y un agujero, es decir combinaciones lineales de estas, que difieren del estado fundamental en una sola de ellas. Consideran que el ensanchamiento está dado, esencialmente por la probabilidad de transición a la configuración más próxima, distinta de las compatibles con el modo colectivo.

Finalmente, siempre en la línea de los estudios microscópicos estáticos citamos Broglia [ Br82 ] , quien utiliza la Teoría Nuclear de Campos para tratar la interacción partícula - fonón.

## II Antecedentes

Un aspecto que ha recibido gran atención recientemente, es el de los fenómenos de transporte involucrados en los procesos, en los cuales los movimientos macroscópicos y microscópicos están fuertemente conectados. En particular, la posibilidad de observar, en las reacciones entre iones pesados la transferencia de grandes cantidades de energía, masa y momento angular al modo colectivo a los grados de libertad microscópicos, en intervalos de tiempo finitos, ha generado vasto interés en establecer los mecanismos de disipación en movimientos colectivos de gran amplitud.

Entre los estudios que contemplan la influencia mutua de los dos tipos de movimiento, el macroscópico y el microscópico , encontramos a Mukamel y colaboradores [ Mu81 ] , [ Gr82 ] , quienes utilizando una técnica de proyección dependiente del tiempo examinan la interacción entre excitaciones coherentes y estocásticas, considerando a ambas en un pie de igualdad. Del mismo modo Takigawa y colaboradores [ Ta81, 82 ] , deducen una ecuación maestra para el baño térmico nucleónico que interactúa con el movimiento colectivo a través de un Hamiltoniano estocástico, en un marco general que recuerda a la Teoría de Respuesta Lineal.

Recientemente, Ayik y Nörenberg, [Ay82], utilizaron técnicas de proyección para analizar la relajación de un determinante de Slater, construido a partir de estados de una partícula, en configuraciones más complejas, como resultado del acoplamiento con el movimiento macroscópico en un sistema nuclear. En este caso la evolución del líquido de Fermi, se describe mediante una ecuación maestra.

Todos estos estudios tienen la característica común de considerar un movimiento colectivo de amplitud grande ó de baja frecuencia, el cual puede ser considerado en la aproximación de orden más bajo, como clásico. No resulta evidente que estas teorías puedan ser extendidas inmediatamente al caso de los modos de alta frecuencia, como ser la RDG, de carácter esencialmente cuántico, especialmente si uno está interesado en el cálculo del amortiguamiento. Un análisis detallado del origen de estructura de la relajación de la resonancia ha sido dado recientemente por Wambach y colaboradores [Wa81], quienes han encarado el estudio según las mismas bases citadas, dado que las variables macroscópicas y microscópicas son tratadas simultáneamente según la teoría de la función de Green.

Por último debemos recordar la contribución de Wong y colaboradores, quien deduce ecuaciones macroscópicas partiendo de teorías microscópicas de dinámica en el campo medio ó Hartree Fock dependiente del tiempo (HFDT), extrayendo ecuaciones de movimiento para los invariantes colisionales. En este contexto, las RG aparecen como vibraciones elásticas de un núcleo cuyas propiedades elásticas son manifestaciones de la existencia de un tensor de tensión cuántico. En este caso los resultados son también esencialmente estáticos.

### I.3 El presente trabajo

Focalizaremos nuestro interés en la RDG. Este es un objeto esencialmente cuártico, como vimos en el primer párrafo de esta introducción. Nuestro objetivo es obtener una descripción dinámica completa, que describa la evolución temporal del operador densidad del modo colectivo y paralelamente la evolución de los grados de libertad microscópicos del sistema nuclear. Un estudio dinámico de este tipo permite, por ejemplo, determinar el encan-  
chamiento de amortiguamiento de la RDG.

Encaramos este trabajo desde la perspectiva de la mecánica estadística de no equilibrio (MCNE), utilizando y/o adaptando las técnicas que ella suministra. Desde este punto de vista el problema presenta varias dificultades; las características de los sistemas interactuantes es tal que, ninguno de ellos puede ser considerado estático frente a la evolución del otro, sus escalas de tiempo son comparables y además el modo colectivo contiene excitaciones microscópicas coherentes, en tanto que el sistema intrínseco contiene las incoherentes. La transferencia de energía entre ambos representa un proceso disipativo en el cual, en cierta forma, un sistema se relaja contra si mismo.

Uno de los objetos de estudio usuales en la MENE consiste en dos sistemas interactuantes, donde uno de ellos tiene dimensiones y tiempos característicos que le permiten constituirse en baño térmico para su compañero, determinando el estado final de equilibrio. A este esquema corresponde el formalismo de ecuaciones maestras generalizadas ( [Va55], [Na58], [Zw61] [Ha73] ). Estos trabajos profundizaron, desarrollaron y dieron sustento formal a los estudios de W. Pauli quien presentó por primera vez la llamada ecuación maestra. Nakajima y Zwanzig, desarrollaron el poderoso método de los proyectores para separar el sistema total en las partes de interés (coordenadas que evolucionan) y la parte irrelevante (baño térmico, respec

7

to del cual, se pueden promediar coordenadas del sistema de interés). Estos trabajos se refieren a sistemas de interés de carácter cuántico.

Una visión del problema de la relajación con baños estáticos en el marco de la teoría del espacio de Liouville fué desarrollada por U. Fano [Fa57] .

Por otro lado, el estudio de la evolución al equilibrio de sistemas aislados (clásicos y cuánticos) se dá en el esquema de la teoría cinética, cuyo punto de partida tiene lugar en 1872, cuando Ludwig Boltzmann presenta su famosa ecuación cinética para gases diluidos, desarrollada sobre bases casi puramente mecánicas, donde el aspecto probabilístico aparece de un modo velado. Posteriormente esta ecuación fué re-deducida, fundamentada y llevada al terreno cuántico. Respecto de este último punto recordemos el trabajo de Uheling y Uhlenbeck [Uh33]

La construcción de ecuaciones cinéticas alcanza un alto grado de perfección a partir de los trabajos de Born [Bo46] , Bogoliubov [Bo46] , Green [Gr46, 53] , Kirkwood [Ki46] y Yvon [Yv35] , todos ligados al análisis de la ecuación de evolución de Liouville - Von Neumann y cuyas iniciales dan nombre a la jerarquía, ó cadena de ecuaciones, BBGKY, que ellos desarrollaron en el caso clásico. La extensión cuántica de la jerarquía fué indicada por Martin - Schwinger y Kadanoff - Baym, [Ma59] [Ka62] , con referencia a las funciones de Green de muchos cuerpos; por Balescu [Ba71, 75] en el marco de las transformadas de Wigner; por Wong y colaboradores [Wo78, 79] utilizando densidades reducidas de muchos cuerpos en una representación de coordenadas y por Dorso - Hernandez en el marco de los esquemas de correlación cuánticos [DO82]

Destacamos por último los trabajos realizados por I. Prigogine y la Escuela de Bruselas quienes desarrollaron un andamiaje formal que pone en un pié de igualdad la termodinámica de no equilibrio con la de equilibrio [Pr62, 69] , [Ge72] .

A grandes rasgos, diremos que en nuestro trabajo hacemos uso, primordialmente, de los siguientes elementos teóricos: teoría de proyección, teoría de reducción, jerarquía BBGKY cuántica, teoría de ecuaciones cinéticas, ecuaciones maestras generalizadas. En este contexto arribaremos a la descripción de un sistema que a orden más bajo representa el fenómeno que nos interesa estudiar.

En el modelo que presentamos, el núcleo excitado con una coordenada colectiva es representado por un sistema fermiónico que interactúa con un oscilador armónico cuántico. Tomando como punto de partida a la ecuación de Liouville - Von Neumann  $i\dot{\rho} = L\rho$ , que describe la evolución del sistema completo, proyectándola en los subespacios generados por las coordenadas de interés y fijando nuestra atención en el régimen cinético, obtenemos una jerarquía BBGKY generalizada para el sistema fermiónico, la cual incluye los efectos de la presencia del modo bosónico. Aplicando a esta última, criterios de truncamiento razonables arribamos a una ecuación de evolución para la densidad reducida de un fermión, acoplada a una ecuación maestra que describe la evolución del sistema bosónico. Remarcamos que salvo aproximaciones propias de la metodología usada conservamos el rigor, por ejemplo, en la ecuación maestra obtenida las probabilidades de transición son reducidas rigurosamente, a partir de la interacción propuesta.

### 1.3 Contenido de esta Tesis

El capítulo II cumple una doble función, por un lado presentamos un estudio de la evolución temporal de un sistema fermiónico libre y además desarrollamos las herramientas teóricas que usaremos, convenientemente adaptadas al problema específico, a lo largo del presente trabajo (técnica de proyección, de reducción, jerarquía BBGKY, etc.). Respecto del estudio del



sistema fermiónico libre, obtenemos una ecuación de evolución que a segundo orden en la interacción es más general que sus predecesoras, pues contempla a toda la matriz densidad, es decir, tanto a los elementos diagonales como a los no diagonales. Estudiando los tiempos característicos asociados con las partes diagonal y no diagonal, comprobamos que para regímenes muy cercanos al equilibrio, la usual aproximación diagonal es válida, aunque al estudiar situaciones más alejadas del estado asintótico debe tenerse mayor cuidado.

En el Capítulo III, presentamos el modelo descrito sumariamente en el apartado anterior, encontrando las ecuaciones generales que describen su evolución temporal, es decir una ecuación para la densidad de un fermión acoplada a una ecuación maestra cuántica para el sistema colectivo, (al que llamaremos indistintamente colectivo, fonónico ó bosónico).

En el Capítulo IV, estudiamos las consecuencias que apareja el uso de la aproximación corriente de interacción débil extrema, consistente en reemplazar el propagador completo,  $T \int \exp ( L_0 + L_1 ) t dt$ , por su forma no perturbada ó propagador libre. Se muestra que esta aproximación conduce naturalmente a un problema de baño estacionario en el problema específico.

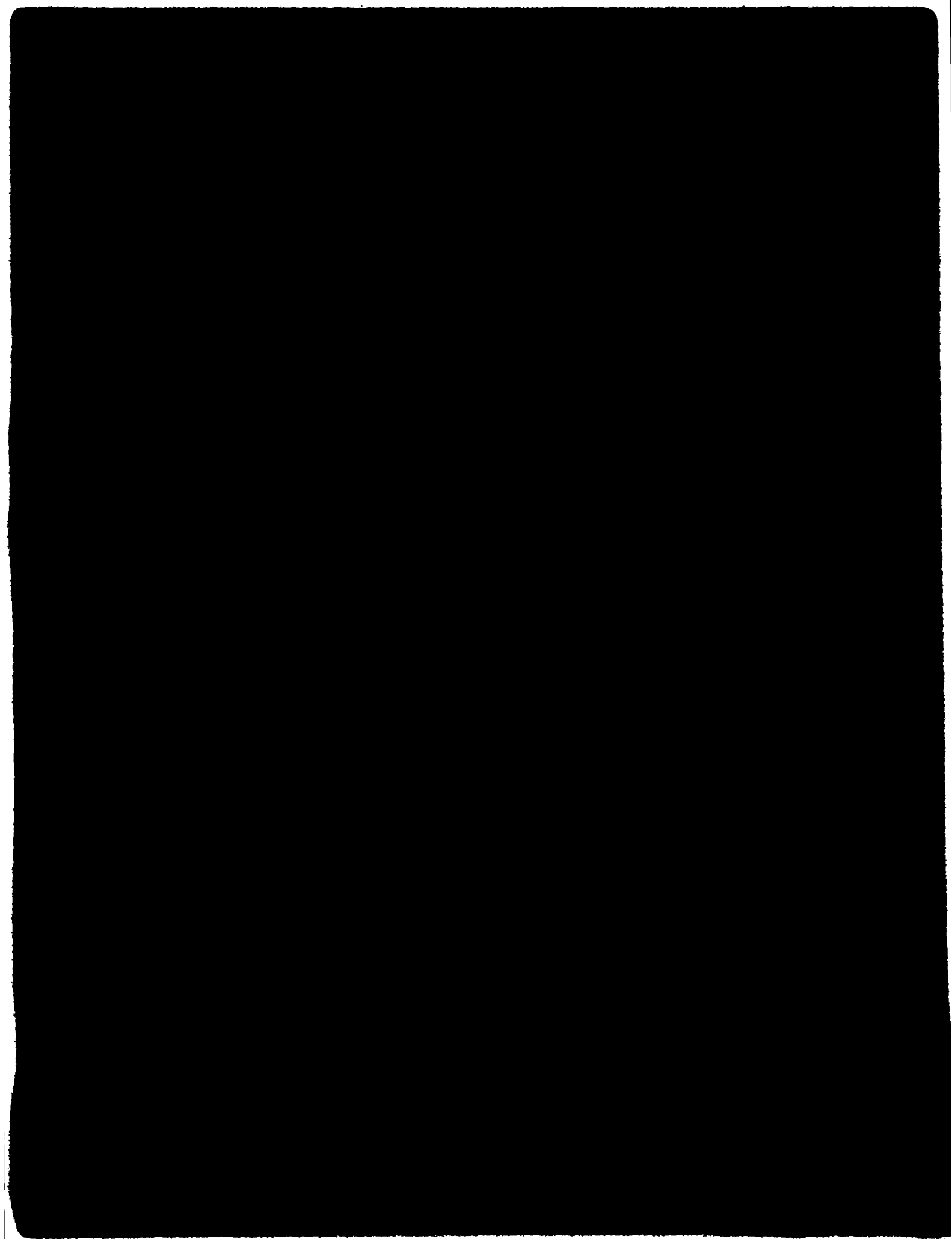
En el Capítulo V, mostramos los argumentos y detalles formales de la deducción de la jerarquía BBGKY modificada y de la ecuación cinética fermiónica.

En el Capítulo VI, investigamos como reemplazar la aproximación de interacción débil extrema por otra menos restrictiva, que no viole los presupuestos de la teoría cinética. En estas condiciones estudiamos de manera cualitativa la participación del sistema colectivo en las frecuencias de colisión totales de los fermiones en materia nuclear.

En el Capítulo VII, extendemos nuestro modelo al tratamiento de

sistemas con estructura de capas, para aplicarlo al caso de un núcleo pesado. Mostramos la forma particular que adoptan en este caso las ecuaciones obtenidas en los capítulos III y V y resolvemos dichas ecuaciones en el caso de la RDG del <sup>208</sup>Pb.

Finalmente, en el capítulo VIII presentamos un sumario, nuestras conclusiones y las perspectivas futuras de este trabajo.



## II.

II.1 Introducción

En este capítulo presentamos una derivación de las ecuaciones de Hartree-Fock colisional dependiente del tiempo, basada en la jerarquía cuántica de Bogoliubov-Born-Green-Kirkwood-Yvon (BBGKY) para funciones distribución de un cuerpo [Ba75 y referencias allí citadas]. Este formalismo es similar al empleado en las referencias Wo78 y Ay80. La ecuación que obtenemos es la más general pues vale para la matriz densidad completa, de la cual extraemos la parte diagonal (muy usada en el estudio de procesos de relajación en mecánica estadística cuántica).

Utilizando técnicas de proyección [Wa58, Zw61] estudiamos el acoplamiento de los términos de interferencia (no diagonales) y los probabilísticos (diagonales) lo que nos permite estudiar la validez y rango de aplicabilidad de la usual aproximación diagonal.

II.2 La ecuación cinética para materia nuclear

El postulado básico de la mecánica estadística establece que el estado de un sistema está completamente especificado a tiempo  $t$ , por un cierto operador densidad, que satisface

$$\text{Tr } \rho = 1 \quad (\text{II.1})$$

tal que el valor de observable  $B = \langle b \rangle$ , de una función dinámica  $\hat{b}$ , está dado por la ecuación

$$B \equiv \langle b \rangle = \text{Tr } \hat{b} \hat{\rho} = \text{Tr } \hat{\rho} \hat{b} \quad (\text{II.2})$$

La ecuación de evolución de este operador es la llamada ecuación de Liouville-Von Neuman

$$i \dot{\rho}(t) = L_N \rho(t) \quad (\text{II.3})$$

con  $L_N$ , el Liouvilliano del sistema de  $N$  cuerpos

$$L_N = [H_N, ] \quad (II.4)$$

donde  $[ , ]$  denota el conmutador y  $H_N$  es el Hamiltoniano del sistema

$$\begin{aligned} H_N &= H_0 + H_1 \\ &= \sum_{i=1}^N p_i^2 / 2m + \sum_{i < j=2}^N V_{ij} \end{aligned} \quad (II.5)$$

correspondientemente el Liouvilliano puede ser desarrollado de la forma

$$L_N = L^0 + L^1 \quad (II.6a)$$

donde

$$L^0 = \sum_{i=1}^N L_0(i) \quad (II.6b)$$

$$L^1 = \sum_{i < j=1}^N L_1(i, j) \quad (II.6c)$$

Tomando como punto de partida a las ecuaciones de la jerarquía BBGKY (Ba75 y referencias allí citadas) la ecuación de evolución para el operador densidad en representación matricial es

$$i \dot{\rho}_s = L_s \rho_s + T_{r_{s+1}} \sum L_1(i, s+1) \rho_{s+1} \quad (II.7)$$

En esta ecuación  $\rho_s$  es el operador densidad reducido de  $s$  cuerpos, con  $1 \leq s \leq N$ , y  $N$  es el número máximo de partículas en el sistema.

$$\rho = \frac{N!}{(N-s)!} T_{r_{s+1} \dots N} \rho_N \quad (II.8)$$

aquí  $T_{r_{s+1}}$  indica la operación de suma sobre las coordenadas notadas.

El sistema de ecuaciones acopladas completo, es decir desde  $s = 1$ , hasta  $s = N$ , es exacto y totalmente equivalente a la ecuación de evolución de Liouville (ec. II.3), o sea que es posible la representación estadística de un sistema de  $N$  cuerpos en términos de un vector distribución

$$e_N = \{ e_s ; \quad s = 1, \dots, N \} \quad (\text{II.9a})$$

o sea

$$e_N = A \prod_{j=1}^N e_1(j) + g'_s \quad (\text{II.9b})$$

En (ec. II.9 a) aparecen los operadores densidad a todo orden, en la ecuación (II.9 b) el primer término es la aproximación de orden mas bajo a  $e_N$  i.e., un producto antisimetrizado de las  $e_1$  de un cuerpo mientras que, las  $e_2$  con  $s > 1$  han sido reunidas en  $g'_s$

A modo de ejemplo, mostramos los primeros términos de la jerarquía

$$i\dot{e}_1(1) = L_0(1)e_1(1) + T_{r_2} L_1(1,2) e_2(1,2) \quad (\text{II.10a})$$

$$i\dot{e}_2(1,2) = [L_0(1) + L_0(2) + L_1(1,2)] e_2(1,2) \\ + T_{r_3} [L_1(1,3) + L_1(2,3)] e_3(1,2,3) \quad (\text{II.10b})$$

Aquí se hace necesario desarrollar un formalismo que permita desacoplar las ecuaciones, analizar cuales son los procesos microscópicos involucrados y de esa manera estar en condiciones de truncar razonablemente la jerarquía, que en su forma general (ec. II.7) es inmanejable. Para ello procedemos a descomponerla en sus partes de vacío de correlaciones y correlacionada; donde por correlaciones interpretamos aquellas situaciones en las cuales

$e_s \neq \prod_{j=1}^s e_1(j)$  . La razón física para que esto ocurra, es la existencia de interacciones entre las partículas; toda partícula ejerce influencia sobre el comportamiento de sus vecinos, o sea, se crean correlaciones. El rango de estas correlaciones es, por lo menos, el del potencial de interacción  $V(i,j)$  .

Definimos

$$e_s = \pi(1/2/3) = \mathcal{A} \prod_{i=1}^s e_1(i) \quad (\text{II.11})$$

que corresponde al estado de independencia mutua, también llamado vacío de correlaciones.

La parte de correlaciones puede ser expresada formalmente, como

$$Q_s^c = Q_s - Q_s^{(0)} \quad (\text{II.12})$$

puediéndose desarrollar una representación detallada, en la cual se incluyen las distintas forma de construir racimos de dos o más partículas. Como ejemplo damos las expresiones completas correspondientes a los dos primeros términos de la jerarquía

$$\begin{aligned} Q_2(1,2) &= P_2(1/2) \overline{\pi}_2(1/2) + P_2(12) \overline{\pi}_2(12) \\ &= Q_2^{(0)} + Q_2^{(c)} \end{aligned} \quad (\text{II.13a})$$

$$\begin{aligned} Q_3(1,2,3) &= P_3(1/2/3) \overline{\pi}(1/2/3) + P_3(1/23) \overline{\pi}(1/23) \\ &\quad + P_3(2/13) \overline{\pi}(2/13) + P_3(3/12) \overline{\pi}(3/12) \\ &\quad + P_3(123) \overline{\pi}(123) \\ &= Q_3^{(0)} + Q_3^{(c)} \end{aligned} \quad (\text{II.13b})$$

En estas expresiones el símbolo  $P$  denota la antisimetrización de los correspondientes argumentos, este operador conserva las correlaciones a su derecha. El análisis detallado de los esquemas de correlación y sus propiedades se encuentra en la referencia Ba75, nosotros continuaremos con el desarrollo de las partes de vacío y correlación de las ecuaciones (II.10 b) y estudiaremos las condiciones bajo las cuales es posible truncar la jerarquía.

Estudiemos el término.  $Q_2^{(0)}$  ;teniendo en cuenta que:

i) para el esquema de correlación no simetrizado

$$\pi_2(1/2) = \pi_1(1) \pi_2(2) = e_2^{\circ}(1,2) = e_1(1) e_1(2) \quad (\text{II.14})$$

entonces,

$$\begin{aligned} \dot{e}_2^i = & e_1(1) \left\{ L_0(2) e_1(2) + T_{r_3} L_1(2,3) \left[ P_2(2/3) \pi_2(2/3) + P_2(2,3) \pi_2(2,3) \right] \right. \\ & \left. + e_1(2) \left\{ L_0(1) e_1(1) + T_{r_3} L_1(1,3) \left[ P_2(1/3) \pi_2(1/3) + P_2(1,3) \pi_2(1,3) \right] \right\} \right\} \end{aligned} \quad (\text{II.15})$$

donde  $e_2^{\circ}$  es el término no simetrizado.-

$$\text{ii) } P_2(1/2) (L_1^{\circ} + L_2^{\circ}) = (L_1^{\circ} + L_2^{\circ}) P_2(1/2)$$

procedemos entonces a antisimetrizar las ecuaciones y obtenemos reuniendo los dos términos de la ecuación (II.15) y usando que  $\pi_1(2) \pi_2(1/3) = \pi_3(1/2/3)$

$$\begin{aligned} \dot{e}_2^{(0)} = & (L_0(1) + L_0(2)) e_2^{\circ} \\ & + T_{r_8} P(1/2) \left\{ L_1(1,3) \left[ P_2(1/3) \pi_3(1/2/3) + P_2(1,3) \pi_3(2/1/3) \right] \right. \\ & \left. + L_1(2,3) \left[ P_2(2/3) \pi_3(1/2/3) + P_2(2,3) \pi_3(1/2/3) \right] \right\} \end{aligned} \quad (\text{II.16})$$

Sustrayendo la ecuación (II.16) de la (II.13b)

$$\begin{aligned} i\dot{e}_2^{(c)} = & \left[ L_0(1) + L_0(2) + L_1(1,2) \right] e_2^c \\ & + T_{r_3} \left\{ \left[ L_1(1,3) P_3(1/2/3) + L_1(2,3) P_3(1/2/3) - P_2(1/2) L_1(2,3) P_2(2,3) \right] \pi_3(1/2/3) \right. \\ & + \left[ L_1(1,3) P_3(2/1/3) + L_1(2,3) P_3(1/2/3) - P_2(1/2) L_1(1,3) P_2(1,3) \right] \pi_3(2/1/3) \\ & + \left[ L_1(1,3) + L_1(2,3) \right] P_3(3/1/2) \pi_3(3/1/2) + P_3(1,2/3) \pi_3(1,2/3) \left. \right\} \\ & + L_1(1,2) P(1/2) \pi_2(1/2) \\ & + T_{r_3} \left\{ \left[ L_1(1,3) + L_1(2,3) \right] P_3(1/2/3) - P_2(1/2) \left[ L_1(1,3) P_2(1/3) \right. \right. \\ & \left. \left. + L_1(1,3) P_2(2/3) \right] \right\} \pi_3(1/2/3) \end{aligned} \quad (\text{II.17})$$



Esta ecuación puede ser separada, para su análisis, en tres partes, cuya interpretación física es la siguiente:

- a) término de flujo homogéneo, primera línea del ala derecha de la ecuación (II.17), en la cual aparecen los términos de flujo libre ( $L_o^{(1)}, L_o^{(2)}$ ), que propagan el racimo correlacionado de dos cuerpos sin modificarlo y el término de interacción,  $L_1^{(1,2)}$ , que propaga el racimo correlacionado, alterándolo sin cambiarle su estado de correlación.
- b) término de propagación de racimos de tres cuerpos, primera expresión entre llaves en el ala derecha de la ecuación (II.17), donde por lo menos, dos partículas están correlacionadas.
- c) término de creación de correlaciones a partir del vacío de correlaciones de dos y tres cuerpos.

En notación simbólica

$$i\dot{Q}_2^c = L_2^{(1,2)} Q_2^o + \mathcal{P}_3^{(1,2,3)} Q_3^c + \mathcal{C}_2^{(1,2)} Q_2^o + \mathcal{C}_3^{(1,2,3)} Q_3^o \quad (\text{II.18})$$

donde  $\mathcal{P}_3, \mathcal{C}_2, \mathcal{C}_3$  son funcionales lineales de  $L_1$

La solución mas general de esta ecuación es

$$Q_2^c(t) = U_2(1,2,t) Q_2^c(0) - i \int_0^t d\tau U_2(1,2,\tau) \mathcal{P}_3^{(1,2,3)} Q_3^c(t-\tau) \\ - i \int_0^t d\tau U_2(1,2,\tau) [ \mathcal{C}_2^{(1,2)} Q_2^o(t-\tau) + \mathcal{C}_3^{(1,2,3)} Q_3^o(t-\tau) ] \quad (\text{II.19})$$

El término  $U_2(1,2,\tau)$  es el llamado propagador completo de dos cuerpos,

$$U_2(1,2,\tau) = \exp \{ -i L_2(1,2) \tau \} \quad (\text{II.20})$$

Para obtener la correspondiente ecuación cinética en su forma usual, una ecuación no lineal cerrada para la evolución temporal del operador densidad de un cuerpo, tenemos que reemplazar la ecuación (II.19), en (II.10a). Previamente realizaremos las aproximaciones apropiadas sobre los racimos de tres cuerpos, o sea, procedemos a truncar la jerarquía BBGKY. Para ello estudiaremos los tiempos que caracterizan el comportamiento del sistema; estos son: i) tiempo

de colisión o de correlación, asociado con el rango de potencial, ii) tiempo de relajación o tiempo entre colisiones. La relación entre estos tiempos depende de las características del sistema en estudio, en el caso que nos interesa se satisface la relación:

$$t_c \ll t_r$$

puesto que las estimaciones usuales para materia nuclear dan

$$t_c \approx 10^{-23} - 10^{-24} \text{ s.} ; \quad t_r \approx 10^{-22} - 10^{-21} \text{ s.}$$

Esto nos permite reconocer tres estadios de la evolución del sistema:

- i)  $t < t_c$  , las partículas no han agotado su proceso de interacción, la descripción del estado debe tener en cuenta todas las posibles correlaciones del sistema, por lo tanto, para describirlo necesitamos el operador densidad completo. La llamamos fase inicial.
- ii)  $t_c < t < t_r$  , las partículas han interactuado entre si y ha comenzado el proceso de termalización, por lo tanto el estado de cada partícula tiende a dar información respecto del estado de las demás. La llamamos fase cinética
- iii)  $t_r < t$  , es la etapa muy cercana al equilibrio, para describir el sistema basta con conocer los primeros momentos de la densidad de un cuerpo, la llamamos fase hidrodinámica.

El conocimiento que tenemos de  $\rho_1$  , está vinculado a las características de la segunda de las etapas nombradas y nos permitirá estudiar la evolución del sistema hacia el equilibrio. En el régimen cinético, el tiempo durante el cual el sistema ha evolucionado es mayor que el tiempo de colisión, este último caracteriza el decaimiento del operador  $U_2(1,2,t)$  , el cual actúa como filtro de tiempo corto. .

Considerando la condición, que los sistemas que estudiamos son aquellos en los cuales los potenciales de interacción son de rango corto, podemos despreciar el primer término de la ecuación (II.19) y desarrollar el segundo del siguiente modo

$$-i \int_0^t d\tau U_2(1,2;\tau) \rho_3(1,2,3) \rho_3^c(t-\tau) =$$

$$\begin{aligned}
&= -i \int_0^t U_2(1,2;\tau) \mathcal{P}_3(1,2,3) \left[ \rho_1(1) \rho_2^c(2,3) + \rho_1(2) \rho_2^c(1,3) + \rho_1(3) \rho_2^c(1,2) + \pi_3(1,2,3) \right]_{t-\tau} \\
&\approx -i \int_0^t U_2(1,2;\tau) \mathcal{P}_3(1,2,3) \left[ \rho_1(1) U_2(2,3;\tau) \rho_2^c(2,3;t=0) + \rho_1(2) U_2(1,3;t-\tau) \rho_2^c(1,3;t=0) \right. \\
&\quad \left. + \rho_1(3) U_2(1,3;t-\tau) \rho_2^c(1,3;t=0) + \pi_3(1,2,3;t-\tau) \right] + O(L_1^2)
\end{aligned} \tag{II.21}$$

Podemos despreciar esta integral usando el mismo argumento que para el primer término de la ecuación (II.19), es decir, como  $U_2(\tau)$  es un filtro de tiempo corto; para los tiempos considerados podemos aproximar  $U_2(t-\tau) \rho_2^c(0)$  por  $U_2(t) \rho_2^c(0)$ , este será un término muy pequeño multiplicado por una integral finita. Por último obtenemos

$$\rho_2^c(t) \approx -i \int d\tau U_2(1,2;\tau) \left[ G_2(1,2) \rho_2^o(t-\tau) + G_3(1,2,3) \rho_3^o(t-\tau) \right] + O(L_1^2) \tag{II.22}$$

Vemos en esta ecuación, que para los tiempos en consideración, macroscópicos,  $\rho_2^{(c)}$  está totalmente originada en la creación de estados de correlación a partir de estados de vacío, a las que llamamos correlaciones dinámicas o sea aquellas creadas a tiempo  $(t-\tau)$  y propagadas al tiempo  $t$ . El análisis realizado puede ser generalizado para los procesos de orden superior contenidos en  $O(L_1^2)$ , obteniéndose que la propagación de correlaciones iniciales es despreciable.

La ecuación (II.22), es una versión particular de otra más general [Pr69, Ba75, Ge72] que surge siempre que existan, en el sistema de muchos cuerpos, dos escalas de tiempo bien definidas, una microscópica y otra macroscópica. La microscópica, asociada con los procesos de colisión individuales y la macroscópica relacionada con la evolución del estado termodinámico, así como también con algún promedio de la interacción de dos cuerpos, como ser, la probabilidad de transición. Cuando esta separación existe, podemos hablar de un régimen asintótico (cinético), en el cual las correlaciones dinámicas pueden expresarse como

$$\rho^{(c)} = \subseteq \rho^{(o)} \tag{II.23}$$

Donde  $\rho^{(c)}$  y  $\rho^0$  son vectores en el espacio de Liouville y  $\subseteq$  es el llamado superoperador de creación [Ba75, Pr69, Ba71, Ge72] . .

A partir de la ecuación (II.22), que determina a  $\rho_2^{(c)}$  en el tiempo  $t$ , construiremos la ecuación de evolución para la densidad de un cuerpo,  $\rho_1(t)$  .

Combinando las ecuaciones (II.22) y (II.10a), obtenemos a orden más bajo en  $L_1^2$ , la ecuación cinética para el sistema cuántico débilmente interactuante

$$\dot{\rho}_1(t) = -iL_0(t)\rho_1(t) - i T_{r_2} L_1(t,2)\rho_2^0(t,2) + W\rho_1(t) \quad (\text{II.24})$$

Esta ecuación contiene los tres modos de evolución característicos para un proceso de tipo cinético:

- i) flujo libre, regido por  $L_0(t)$
- ii) flujo de Vlassov, o de campo medio
- iii) término de colisión.

Este último la estructura

$$W(\rho_1) = -T_{r_2} L_1(t,2) \int_0^\infty d\tau U_2(t,2;\tau) [ \rho_2(t,2) \rho_2^0(t,2;\tau) + \rho_3(t,2,3) \rho_3^0(t,2,3;\tau) ] \quad (\text{II.25})$$

el cual puede ser separado del siguiente modo:

$$W(\rho_1) = -\int_0^\infty d\tau T_{r_2} [ \Psi_2(\tau) U_0(t,2;-t) \pi_2(t,2) ] - \int_0^\infty d\tau T_{r_{2,3}} [ \Psi_3(\tau) U_0(t,2,3;-t) \pi_3(t,2/3) ] \quad (\text{II.26})$$

donde aparecen los operadores colisionales irreducible de dos y tres cuerpos

$$\Psi_2(\tau) = L_1(t,2) U_2(t,2;\tau) L_1(t,2) P_2(t,2) \quad (\text{II.27})$$

$$\begin{aligned} \Psi_3(\tau) = & L_1(t,2) U_2(t,2;\tau) [ L_1(t,3) P_3(t,2/3) - P_2(t,2) L_1(t,3) P_2(t,3) \\ & + L_1(t,3) P_3(t,2/3) - P_2(t,2) L_1(t,3) P_2(t,3) ] \end{aligned} \quad (\text{II.28})$$

donde  $U_0$  , es el propagador no perturbado, generado por  $L_0$  . De esta ecuación debe destacarse [Ma59, Ka62, Ba75] la aparición de términos que involucran tres cuerpos, su origen es puramente cuántico y existen aún en el caso de gases diluidos [Ue33, Gr56, Yv58] y son consecuencia de la existencia de correlaciones de intercambio entre partículas idénticas. Estos procesos están representados graficamente, según la técnica diagramática propuesta por Prigogine [Pr62] y Balescu [Ba75] , en la figura (II.A).

Notemos que si introducimos el Liouvilliano de campo medio

$$L^{(1)} = L_0^{(1)} + T_{r_2} L_1^{\wedge}(1,2) \rho_1(2) \tag{II.29}$$

encontramos que corresponde precisamente al Hamiltoniano de Hartree-Fock [Th62, Vi67, Bo76, Ko76, Go78, Ba78, Ko79, Fl78, Da80, Go81]

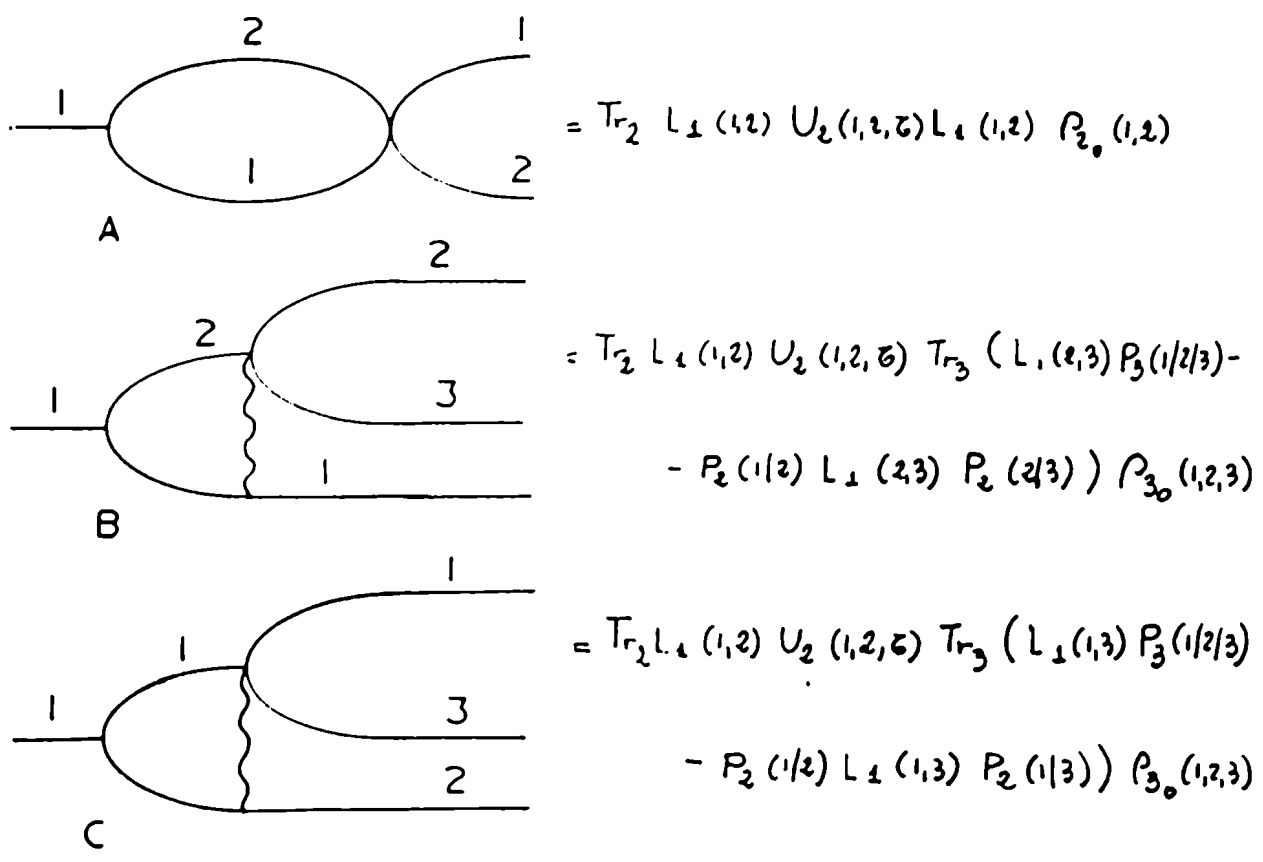
$$L^{(1)} = [ \mathcal{H}^{(1)}, ] \\ = [ H_0^{(1)} + T_{r_2} V^{\wedge}(1,2) \rho_1(2), ] \tag{II.30}$$

Luego, la ecuación (II.24) es del tipo, según la denominación usual en Física Nuclear, de Hartree-Fock colisional dependiente del tiempo (TDHF), de la que hay diferentes versiones, según el tipo de propagador intermedio [Wo78, Or79, Ko80, Ay80.]

II.3 Representación espectral de la ecuación cinética

El objetivo de esta sección es llevar la ecuación (II.24) a una forma más manejable, que nos permita determinar las escalas temporales de interés. El método de trabajo que hemos elegido es el de la representación de Liouville [Fa57] , cuyos elementos básicos son los siguientes:

- 1) Los vectores en el espacio de Liouville son operadores en el espacio de Hilbert. Los elementos de la base en el primero de los espacios nombrados son los pertenecientes al conjunto  $\{ |\alpha\rangle \langle \alpha'| \}$  donde  $|\alpha\rangle$  y  $|\alpha'\rangle$  pertenecen al segundo de los espacios nombrados.



Diagramas típicos de la ecuación cinética.

(A),(B),(C) muestran las contribuciones a los operadores de colisión de dos y tres cuerpos.

Las líneas onduladas denotan antisimetrización

FIGURA II.A

ii) los operadores en el espacio Liouville son superoperadores en el espacio de Hilbert.

En particular, el Liouvilliano es de la forma

$$L = H \otimes [-] \otimes H \tag{II.31}$$

se dice entonces que es factorizable, donde  $[-]$  es la identidad en el espacio de Hilbert y  $\otimes$  denota la posición que ocupa el vector sobre el cual opera. La correspondiente representación espectral de este operador es

$$L = \sum_{\substack{\alpha\beta\alpha'\beta' \\ \gamma\delta\gamma'\delta'}}^{\gamma\delta\gamma'\delta'} L_{\alpha\beta\alpha'\beta'} |\alpha\beta\rangle\langle\alpha'\beta'| \otimes |\gamma\delta\rangle\langle\gamma'\delta'| \tag{II.32a}$$

$$L_{\alpha\beta\alpha'\beta'}^{\gamma\delta\gamma'\delta'} = H_{\alpha\beta\alpha'\beta'} \delta_{\gamma\delta\gamma'\delta'} - H_{\gamma\delta\gamma'\delta'} \delta_{\alpha\alpha'} \delta_{\beta\beta'} \tag{II.32b}$$

donde los subíndices griegos denotan estados de partícula, teniendo en cuenta que, si  $|\alpha\rangle$  es un elemento del conjunto de la base de autovalores de la energía independiente del tiempo, entonces el propagador no perturbado es,

$$U_0(i;t) = \sum_{\alpha\beta} e^{-i\omega_{\alpha\beta}t} |\alpha\rangle\langle\alpha| \otimes |\beta\rangle\langle\beta| \tag{II.33}$$

donde  $\omega_{\alpha\beta} = E_{\alpha} - E_{\beta}$  ( $\hbar = 1$ )

Los otros operadores involucrados en las futuras deducciones son

$$P_2(1/2) = 1/2 \sum_{\alpha\beta} |\alpha\beta - \beta\alpha\rangle\langle\alpha\beta| \tag{II.34}$$

$$P_3(1/2/3) = (1/\sqrt{3!}) \sum_{\alpha\beta\gamma} |\alpha\beta\gamma - \alpha\gamma\beta + \beta\gamma\alpha - \beta\alpha\gamma + \gamma\alpha\beta - \gamma\beta\alpha\rangle\langle\alpha\beta\gamma| \tag{II.35}$$

$$\pi_2(1/2) = \sum_{\alpha\beta\alpha'\beta'} \rho_{\alpha\alpha'} \rho_{\beta\beta'} |\alpha\beta\rangle\langle\alpha'\beta'| \tag{II.36}$$

$$\pi_3(1/2/3) = \sum_{\alpha\beta\gamma\alpha'\beta'\gamma'} \rho_{\alpha\alpha'} \rho_{\beta\beta'} \rho_{\gamma\gamma'} |\alpha\beta\gamma\rangle\langle\alpha'\beta'\gamma'| \tag{II.37}$$

El cálculo del operador de colisiones (ecuación (II.25)) está desarrollado en detalle, en el apéndice A. El resultado a que se llega, luego de ciertas suposiciones respecto de la variación de los elementos de matriz de interacción es

$$\dot{c}_{\alpha\alpha'} \approx -i \sum_{\beta\beta'} \mathcal{L}_{\beta\alpha}^{\beta'\alpha'} e_{\beta\beta'} + \sum_{\substack{\beta\gamma\delta \\ \beta'\gamma'\delta'}} W_{\alpha\beta\gamma\delta}^{\alpha'\beta'\gamma'\delta'} \times$$

$$\times \left\{ e_{\gamma\gamma'} e_{\delta\delta'} (1 - e_{\alpha\alpha'}) (e_{\beta\beta'} - e_{\beta'\beta'}) - e_{\alpha\alpha'} e_{\beta\beta'} (e_{\gamma\gamma'} - e_{\gamma'\gamma'}) (e_{\delta\delta'} - e_{\delta'\delta'}) \right\}$$
(II.38)

El símbolo  $W_{\alpha\beta\gamma\delta}^{\alpha'\beta'\gamma'\delta'}$  contiene dos términos de interacción y un factor de forma en la energía, el cual depende de la elección del propagador intermedio (ver el apéndice A),

$$W_{\alpha\beta\gamma\delta}^{\alpha'\beta'\gamma'\delta'} = F(\omega, \rho) V_{\alpha\beta'\gamma\delta}^A V_{\gamma'\delta'\alpha'\beta}^A$$
(II.39)

La ecuación (II.38) es la representación espectral de la ecuación (II.24), luego de hacerse la hipótesis simplificadora de que los elementos de matriz de la interacción tienen un comportamiento suave respecto de los índices de partículas. La expresión más general para el núcleo colisional se encuentran en el apéndice A, (ecuaciones A6-A8). Observamos en esa ecuación la clásica estructura de balance detallado, ganancia-menos-pérdida, característico de la evolución irreversible. Esto se hace mucho más evidente cuando rescatamos la parte diagonal de la ecuación (II.38)

$$\dot{c}_{\alpha} = -i \sum_{\beta} \mathcal{L}_{\alpha\alpha}^{\beta\beta} e_{\beta}$$

$$+ \sum_{\beta\gamma\delta} W_{\alpha\beta\gamma\delta} \left\{ e_{\alpha} e_{\delta} (1 - e_{\alpha}) (1 - e_{\beta}) - e_{\alpha} e_{\beta} (1 - e_{\gamma}) (1 - e_{\delta}) \right\}$$
(II.40)

En esta ecuación,  $W_{\alpha\beta\gamma\delta}$  es la probabilidad de transición para un proceso  $(\alpha\beta) \rightarrow (\gamma\delta)$ , donde aparece claramente el principio de exclusión de Pauli, en los términos de ocupación de los estados iniciales  $(e_i e_j)$  y los de desocupación de estados finales  $(1 - e_k)(1 - e_l)$ . La evolución de un nivel  $(\alpha)$  es determinada por los procesos de ganancia,  $(\gamma\delta) \rightarrow (\alpha\beta)$ , sumados sobre todos los posibles estados iniciales  $(\gamma\delta)$  y sobre todos los posibles estados finales  $(\beta)$  compatibles. La compatibilidad es determinada por  $W_{\alpha\beta\gamma\delta}$ . Una estructura similar describe a los procesos de pérdida  $(\alpha\beta) \rightarrow (\gamma\delta)$ , que participan de dicha evolución.



Esta ecuación es una generalización de la descripción intuitiva de los procesos de balance detallado, que en este caso se basa en un desarrollo formal, con una adecuada elección de los elementos de la matriz de transición. La ecuación (II.39) se basa en la hipótesis de que los elementos no diagonales de la matriz densidad son pequeños en la vecindad del equilibrio, en efecto, se puede probar en base a argumentos generales de la mecánica estadística, que el estado final de la evolución cinética es invariante colisional, por lo tanto para este estado final se cumple,

$$W(\rho_{eq}) = 0 \quad (II.41)$$

en estas condiciones,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \rho_{\alpha\alpha'}(t) = \left( 1 / 1 + e^{-\frac{(\epsilon_{\alpha} - \epsilon_{\alpha'})}{T}} \right) \int d\alpha' \quad (II.42)$$

En general interesan propiedades dinámicas que involucran el cálculo de valores medios de observables en situaciones fuera del equilibrio, por lo tanto es necesario determinar la validez de la aproximación diagonal, ecuación (II.40) para tratar este tipo de problema. Esto será tratado en el próximo apartado.

#### II.IV Cinética de la parte no diagonal del operador densidad de un cuerpo

En virtud de las consideraciones vertidas al final del apartado anterior, procedemos a analizar las escalas temporales asociadas con la relajación de las partes diagonal y no diagonal del operador densidad. Tomando como punto de partida la ecuación general de evolución para la matriz densidad completa y usando una técnica de proyección semejante a la desarrollada Nakajima y Zwanzig [Na58, Zw61]. Para ello proyectamos sobre dos subespacios, uno que contiene la parte diagonal y el otro la no diagonal. Previamente linealizamos el término de colisión. Observando que el término de flujo reversible en la ecuación general (II.24) es generado por el Liouvilliano autoconsistente,

$$\mathcal{L} = \sum_{\alpha\beta\alpha'\beta'} (\mathcal{H}_{\alpha\beta} \delta_{\beta'\alpha'} - \mathcal{H}_{\beta'\alpha'} \delta_{\alpha\beta}) |\alpha\rangle \langle \beta | \otimes |\beta'\rangle \langle \alpha'| \quad (II.43)$$

el proceso de linealización consiste en escribir el término de colisión en forma similar

$$W(e_1) = \sum_{\alpha\alpha'/\beta\beta'} |\alpha\rangle\langle\alpha'| \mathcal{K}_{\alpha\beta}^{\beta'\alpha'}(e_1) e_{\beta\beta'} \quad (\text{II.44})$$

$$= \mathcal{K}(e_1) e_1$$

donde  $\mathcal{K}$  es un superoperador de un cuerpo, cuya estructura es,

$$\mathcal{K}_{\alpha\beta}^{\beta'\alpha'} = \sum_{\alpha'\alpha''/\beta''\beta'} |\alpha\rangle\langle\beta| \otimes |\beta'\rangle\langle\alpha'| \mathcal{K}_{\alpha\beta}^{\beta'\alpha'} \quad (\text{II.45})$$

Los elementos de matriz  $\mathcal{K}_{\alpha\beta}^{\beta'\alpha'}$  dependen del operador densidad de un cuerpo

$$\mathcal{K}_{\alpha\beta}^{\beta'\alpha'} = \mathcal{K}_{\alpha\beta}^{\beta'\alpha'}(e_{\alpha\alpha'}, e_{\beta\beta'}, e_{\gamma\gamma'}) \quad (\text{II.46})$$

Para situaciones muy cercanas al equilibrio, donde vale la aproximación diagonal, la ecuación (II.46) adopta la forma,

$$\mathcal{K}_{\alpha\beta}^{\beta'\alpha'} = \mathcal{K}_{\alpha\beta} \delta_{\alpha\alpha'} \delta_{\beta\beta'} \quad (\text{II.47})$$

donde  $\mathcal{K}_{\alpha\beta}$  es función únicamente de los elementos diagonales de  $e_1$  (ver apéndice B).

La aproximación realizada tiene como objetivo dar una visión más clara de los procesos involucrados en la evolución del operador densidad de un cuerpo. La ecuación cinética (II.40) adopta la forma,

$$\dot{e}_1 = (-i\mathcal{L} + \mathcal{K}) e_1 \quad (\text{II.48})$$

Aquí se ve con claridad, que el núcleo colisional linealizado está asociado con el ensanchamiento de los niveles, o como es sabido en Teoría Cinética [Ba75] el máximo autovalor finito de su inversa  $\mathcal{K}^{-1}$ , da el tiempo de amortiguamiento del operador densidad de un cuerpo. El problema de autovalores generado por el núcleo  $\mathcal{K}^{-1}$  es, generalmente, muy complicado por lo cual, la estimación usual en teoría cinética y de transporte, consiste en tomar el valor numérico  $\mathcal{K}_{\alpha\alpha}^{\alpha\alpha}(e_1, e_2)$  y aproximar

$$\tau_{\alpha\alpha}^{-1} \approx \mathcal{K}_{\alpha\alpha}^{\alpha\alpha}(e_1, e_2) \quad (\text{II.49})$$

Esta aproximación da el tiempo de relajación de los estados de partícula, además los autovalores de  $\mathcal{K}$ , son los anchos de los niveles de partículas  $\sqrt{\kappa}$  que se utilizan en el apéndice A, los cuales, suavizan las singularidades en las distribuciones asociadas con la aproximación usual de niveles bien definidos. Esto es consecuencia de aproximar el propagador completo  $U_2(1,2;t)$  por el propagador libre  $U_2^0(1,2;t)$  (ver apéndice A; esta condición será exhaustivamente analizada en los próximos capítulos de este trabajo).

De acuerdo con la metodología de las técnicas de proyección, se descompone el espacio de Liouville de modo que,

$$\mathcal{C}_1 = \mathcal{C}_D + \mathcal{C}_N \quad (\text{II.50})$$

Las correspondientes ecuaciones de evolución para las componentes de  $\mathcal{C}_1$  son

$$\dot{\mathcal{C}}_D = (-i\mathcal{L} + \mathcal{K})_{DD} \mathcal{C}_D + (-i\mathcal{L} + \mathcal{K})_{DN} \mathcal{C}_N \quad (\text{II.51a})$$

$$\dot{\mathcal{C}}_N = (-i\mathcal{L} + \mathcal{K})_{NN} \mathcal{C}_N + (-i\mathcal{L} + \mathcal{K})_{ND} \mathcal{C}_D \quad (\text{II.51b})$$

Este sistema de ecuaciones acopladas, da lugar a una ecuación del tipo maestra generalizada no-Hermitiana, para la parte diagonal  $\mathcal{C}_D$  [Ha73]. Siguiendo según el método usual, integramos formalmente la ecuación (II.51a), obteniendo

$$\mathcal{C}_D(t) = U_N(t) \mathcal{C}_D(0) - i \int_0^t d\tau U_N(\tau) \{ (\mathcal{L} + i\mathcal{K})_{ND} \mathcal{C}_D(t-\tau) \} \quad (\text{II.52})$$

donde  $U_N(\tau)$  es el propagador intrínseco

$$U_N(\tau) = T \exp \left\{ -i \int_0^\tau d\tau' (\mathcal{L} + i\mathcal{K})_{NN}(\tau') \right\} \quad (\text{II.53})$$

aquí,  $T$  es el operador de ordenamiento temporal.

La ecuación (II.52) describe el estado a tiempo  $t$  de la parte no diagonal de un cuerpo, la cual está asociada a los efectos de interferencia entre estados de una partícula, los cuales son correlaciones de carácter netamente cuántico. En esta ecuación reconocemos dos términos cuyo significado físico es el siguiente:

el primero de ellos describe la evolución y amortiguamiento de los términos de interferencia, o correlación, de fase iniciales. El segundo, corresponde a la creación de correlaciones durante la evolución del sistema. En el lenguaje de la teoría cinética diremos que las correlaciones dinámicas son creadas a partir de la situación de vacío [Pr69, Ge72, Ba75],  $\mathcal{C}_D$ , por la acción de un núcleo integral no-Hermitiano.

Reemplazando la ecuación (II.51b) en (II.51a), obtenemos la ecuación maestra no-Hermitiana,

$$\begin{aligned} \dot{\mathcal{C}}_D(t) = & (-i\mathcal{L} + \mathcal{K})_D(t) \mathcal{C}_D(t) \\ & - \int_0^t d\tau (-i\mathcal{L} + \mathcal{K})_{DN}(t) U_N(\tau) (-i\mathcal{L} + \mathcal{K})_{ND}(t-\tau) \mathcal{C}(t-\tau) \\ & + (-i\mathcal{L} + \mathcal{K})_{DN}(t) U_N(t) \mathcal{C}(0) \end{aligned} \quad (\text{II.54})$$

Esta es la ecuación de evolución de la parte de vacío en la que diferenciamos tres términos. El primero es simplemente la forma linealizada de la ecuación de evolución para la parte completamente diagonal, o sea, la ecuación (II.40) Los otros dos términos, son correcciones generadas por el acoplamiento a la parte no diagonal, a tiempo t.

Procedemos a estudiar los tiempos típicos de amortiguamiento de las correcciones y a compararlos con el tiempo correspondiente a la evolución cerca del equilibrio.

Tengamos en cuenta, que el régimen con el que estamos interesados, si bien, no está muy cerca del equilibrio, tampoco está muy alejado del mismo. En estas condiciones es válido escribir,

$$\mathcal{C}_i(t) = \mathcal{C}_{i,eq} + \delta\mathcal{C}(t) \quad (\text{II.55})$$

Donde  $\mathcal{C}_{i,eq}$  es la correspondiente distribución de Fermi, que anula la parte colisional de la ecuación de evolución, es decir

$$\mathcal{L}_1(e_{1eq}) e_{1eq} = 0 \quad (\text{II.56})$$

Con lo que quedan definidas las autoenergías de campo medio, para los niveles de partícula. Si analizamos, por ejemplo, el núcleo linealizado en el primer sumando de la ecuación (II.54), vemos que es esencialmente un polinomio de segundo grado en  $e_1$  (ver ecuación B4). Simbólicamente podemos escribir

$$\begin{aligned} \mathcal{K}_{DD}(e_1) &= \mathcal{K}_{DD}(e_{eq} + \delta e_1) \\ &= A e_1 + B e_1^2 \\ &= \mathcal{A}(e_{eq}) + \mathcal{B}(e_{eq}) \delta e_1 + \mathcal{C}(e_{eq}) \delta e_1^2 \end{aligned} \quad (\text{II.57})$$

Tomando

$$e_D = e_{eq} + \delta e_D \quad (\text{II.58})$$

obtenemos

$$\begin{aligned} \mathcal{K}_{DD}(e_1) e_D &= \mathcal{A}(e_{eq}) e_{eq} \\ &+ [\mathcal{A}(e_{eq}) + \mathcal{B}(e_{eq}) e_{eq}] \delta e_D \\ &+ O(\delta e_D^2) \end{aligned} \quad (\text{II.59})$$

Teniendo en cuenta que se cumple,

$$\begin{aligned} \mathcal{K}(e_{eq}) &= \mathcal{K}_{DD}(e_{eq}) e_{eq} \\ &= \mathcal{A}(e_{eq}) e_{eq} = 0 \end{aligned} \quad (\text{II.60})$$

pues las distribuciones de equilibrio son invariantes colisionales, entonces

$$\mathcal{K}_{DD} \rho_D = -\frac{1}{\bar{\tau}_D} \delta \rho_D \quad (\text{II.61})$$

Con lo que definimos, el operador cuyo autovalor finito máximo, da el tiempo de amortiguamiento para los elementos diagonales,  $\bar{\tau}_D$ .

En este marco, podemos escribir la ecuación de evolución, en la forma

$$\dot{\delta \rho}_D \approx \left\{ -i \omega_D - \frac{1}{\bar{\tau}_D} - \frac{1}{\bar{\tau}_D'} \right\} \delta \rho_D + \mathcal{D} \rho_m(0) \quad (\text{II.62})$$

Los términos presentes en esta ecuación, son:

i)  $\omega_D$ , en el que hemos incluido todas las contribuciones de tipo oscilante, que incluyen además, los términos de campo medio,  $\mathcal{L}$ , y los productos cruzados de la ecuación (II.54).

ii)  $\bar{\tau}_D$ , que es el tiempo de amortiguamiento de los términos diagonales, asociado al superoperador

iii)  $\bar{\tau}_D'$ , término que involucra al propagador correlacionado  $U_N(\tau)$ , y es la parte real de núcleo de memoria,

$$\frac{1}{\bar{\tau}_D'} \approx \int_0^\infty d\tau \left\{ -\mathcal{L}_{DN}(t) U_N(\tau) \mathcal{L}_{ND}(t-\tau) + \mathcal{K}_{DN}(t) U_N(\tau) \mathcal{K}_{ND}(t-\tau) \right\} \quad (\text{II.63})$$

iv)  $\mathcal{D}$ , que describe la destrucción de las correlaciones de fase iniciales.

Todos estos términos son superoperadores no lineales dependientes del tiempo.

## II.V Estudio de las escalas de tiempo típicas

En esta sección, determinaremos los tiempos característicos para el amortiguamiento de la parte no diagonal,  $\rho_{ND}(0)$ , y la magnitud de la corrección  $\bar{\tau}_D'$ .

De acuerdo con la ecuaciones (II.52) y (II.53), el tiempo de amortigua-

miento de las correlaciones iniciales, está dado por el núcleo no diagonal linealizado  $\mathcal{K}_{NN}$ . Por lo tanto es necesario estudiarlo así como también los otros dos términos en que hemos separado al superoperador  $\mathcal{K}$ . Los detalles de esta separación se encuentran en el apéndice B, por ejemplo, la ecuación (B8), es la parte totalmente diagonal  $\mathcal{K}_{DD}$ , para la cual, los coeficientes del polinomio en  $\rho_D$  son las probabilidades de transición,

$$\begin{aligned} \mathcal{K}_{\alpha\nu}^{\nu\alpha} = & \delta_{\nu\beta} \sum_{\gamma\delta} W_{\alpha\nu\gamma\delta} \left( -\frac{1}{3} \rho_\gamma \rho_\delta - \rho_\alpha + \frac{1}{2} \rho_\alpha \rho_\gamma + \frac{1}{2} \rho_\alpha \rho_\delta \right) \\ & + \delta_{\nu\delta} \sum_{\beta\gamma} W_{\alpha\beta\nu\delta} \left( \frac{1}{2} \rho_\delta - \frac{1}{2} \rho_\delta \rho_\alpha - \frac{1}{3} \rho_\delta \rho_\beta + \frac{1}{2} \rho_\alpha \rho_\beta \right) \\ & + \delta_{\nu\delta} \sum_{\beta\gamma} W_{\alpha\beta\delta\nu} \left( \frac{1}{2} \rho_\gamma - \frac{1}{2} \rho_\gamma \rho_\alpha - \frac{1}{3} \rho_\gamma \rho_\beta + \frac{1}{2} \rho_\alpha \rho_\beta \right) \end{aligned} \quad (\text{II.64})$$

Como  $\rho_i \ll 1$ , los términos dominantes serán los lineales, entonces el orden de magnitud de la ecuación (II.63), con  $\rho_D \sim \rho_{ij}$ , es

$$\mathcal{K}_{\alpha\nu}^{\nu\alpha} \approx n \overline{F(\omega_{\alpha\gamma\nu\delta}, \rho_{\alpha\gamma\nu\delta}) |V_{\alpha\gamma\nu\delta}^A|^2} \quad (\text{II.65})$$

En esta ecuación,  $n$  es el número de partículas por unidad de volumen y el factor bajo la barra, es el valor medio que aparece al sumar sobre los índices de partícula  $\gamma, \delta$ . Los restantes elementos de matriz son más complicados y los estimaremos del siguiente modo; supondremos que el comportamiento de  $\rho_{\gamma\gamma'}$  respecto de los índices de partícula,  $\gamma$  y  $\gamma'$ , es tal que, si  $\gamma$  es igual a  $\gamma'$ , entonces alcanza su valor máximo; para luego disminuir rápidamente en un rango  $\sigma$ , si  $\gamma \neq \gamma'$ . Podemos entonces realizar la siguiente aproximación

$$\sum_{\gamma\gamma'} f(\gamma\gamma') \sim \Delta \sum_{\gamma} f(\gamma) \quad (\text{II.66})$$

Donde,  $\Delta$  es  $\sigma$  multiplicado por la densidad media de partículas por nivel ó sea que es una medida del número de estados para los cuales  $f$  toma valores apreciables. Aplicando este resultado a las ecuaciones (B3 - B7) obtenemos,

$$\mathcal{K}_{ND}, \mathcal{K}_{DN}, \mathcal{K}_{NN} \sim \Delta \mathcal{K}_{DD} \quad (\text{II.67})$$

De esta relación inferimos, que el máximo autovalor no negativo finito de  $\mathcal{K}_N = -\mathcal{K}_{NN}^{-1}$  es proporcional a,  $\tau_D / \Delta < \bar{\tau}_D$ . Esto significa que, para los tiempos relevantes de interés, las correlaciones iniciales pueden ser dejadas de lado.

El segundo tiempo de amortiguamiento en la ecuación (II.62),  $\bar{\tau}_D'$ , da cuenta de los procesos que corresponden al siguiente esquema: ocurre una transición descrita por el núcleo  $\mathcal{K}_{ND}$ , a tiempo  $(t-\tau)$ , lo cual rompe la coherencia generando una superposición de fase entre los términos involucrados, por lo que el sistema genera una correlación  $\rho_N$ . Esta correlación sobrevive durante un tiempo  $\bar{\tau}_N$ , para ser destruida a tiempo  $t$  con lo que se regenera la coherencia. Este es un proceso del tipo creación - propagación - destrucción de correlaciones, característico de los análisis según la teoría cinética.

En la ecuación (II.62) aparece el propagador  $U_N(\tau)$ , cuya vida media es regida por  $\mathcal{K}_{NN}$ , del que ya hemos realizado una estimación. En el caso que  $\Delta \gg 1$  podemos llevar el límite superior de la integral en la ecuación (II.52) a infinito. Para estimar el cociente  $\bar{\tau}_D' / \bar{\tau}_D$ , veamos que el integrando en la ecuación (II.63) es sustancialmente distinto de cero, sólo para tiempos  $\tau$  no mayores que  $\bar{\tau}_N$ , luego la ecuación (II.63) puede ser estimada del siguiente modo

$$\frac{1}{\bar{\tau}_D'} \approx \bar{\tau}_N \left\{ -\mathcal{L}_{DN}(t) \mathcal{L}_{ND}(t) + \mathcal{K}_{DN}(t) \mathcal{K}_{ND}(t) \right\} \quad (\text{II.68})$$

Teniendo en cuenta que, en el régimen estacionario el Hamiltoniano de Hartree-Fock es no diagonal, tenemos que

$$\mathcal{L}_{DN}(eq) = \mathcal{L}_{ND}(eq) = 0 \quad (\text{II.69})$$

Despreciando estas contribuciones en la ecuación (II.68), obtenemos

$$\frac{1}{\bar{\tau}_D'} \approx -\bar{\tau}_N \mathcal{K}_{DN}(t) \mathcal{K}_{ND}(t) \quad (\text{II.70})$$



luego,

$$\frac{\overline{\epsilon}_D}{\overline{\epsilon}_D'} \approx \frac{\mathcal{K}_{DN} \mathcal{K}_{ND}}{\mathcal{K}_{NN} \mathcal{K}_{DD}} \approx \Delta \quad (\text{II.71})$$

Recordemos que el  $\Delta$ , representa el número de estados para los cuales  $\rho_{\gamma\gamma'}$  es apreciable y comparable con  $\rho_{\gamma}$ . Por lo tanto  $\Delta$  debe ser una cantidad dependiente del tiempo cuyo valor debe aproximarse a cero cuando  $t$  tiende a infinito. Este resultado indica que cuando uno escribe la ecuación cinética linealizada para situaciones al equilibrio

$$\begin{aligned} i\dot{\rho}_D(t) &= (-i\mathcal{L}_{DD} + \mathcal{K}_{DD} + \mathcal{K}_{D\gamma'})_{(eq)} \rho_D(t) \\ &= \left(-i\mathcal{L}_{DD} - \frac{1}{\overline{\epsilon}_D} - \frac{1}{\overline{\epsilon}_D'}\right)_{(eq)} \rho_D(t) \end{aligned} \quad (\text{II.72})$$

la contribución extra  $\mathcal{K}_{D\gamma'}$  puede ser importante para tiempos cortos, pero será despreciable para el régimen muy cercano al equilibrio. Concluimos entonces que para este último caso, el de mayor interés físico la aproximación diagonal, ecuación (II.40) es correcta.

CAPTULO 21

## III.

III.1 Introducción

En este capítulo presentamos el modelo que hemos desarrollado para describir la evolución temporal de coordenadas colectivas, que interactúan con un medio fermiónico, en régimen disipativo.

Haremos uso de las técnicas y resultados presentados en el Capítulo II, convenientemente adaptados a las características del problema encarado, (técnicas de proyección y reducción, desarrollo espectral en el espacio de Liouville, análisis del tipo jerarquía BBGKY). En este modelo el análisis de la dinámica de un sistema fermiónico, en el que se ha excitado una coordenada colectiva se reduce a estudiar, la evolución temporal de un oscilador armónico cuántico, que interactúa, con un baño térmico fermiónico no estacionario. Obtendremos un par de ecuaciones acopladas, para los dos subsistemas en que dividimos el objeto de estudio, una ecuación cinética para la densidad de un fermión, que toma en cuenta la interacción con el subsistema colectivo; paralela a una ecuación maestra que describe la relajación browniana del oscilador armónico cuántico.

III.2 El modelo

En la presente aproximación al estudio de la interacción dinámica, entre una coordenada colectiva y un medio fermiónico, el objeto de estudio, está constituido por un oscilador armónico cuántico de frecuencia  $\Omega$  sumergido en materia nuclear. Esta última constituye el baño fermiónico, que será representado por un gas de Fermi, cuya distribución de equilibrio a temperatura  $T$  (MeV), es

$$\rho_{eq}(T) = 1 / (1 + \exp((\epsilon - \epsilon_F) / T)) \quad (III.1)$$

El término  $\epsilon_F$ , es la energía de Fermi correspondiente a un gas cuántico degenerado cuatro veces, debido a los grados de libertad de spin e isospin.

De aquí en más, tomaremos a  $L$  y  $H$ , en unidades de  $\hbar$

El Hamiltoniano del sistema completo consta de tres partes,

$$H = H_B + H_F + H_{BF} \quad (\text{III.2})$$

donde,

$H_B$  : Hamiltoniano del sistema colectivo (bosónico) libre,

$H_F$  : Hamiltoniano del sistema fermiónico libre,

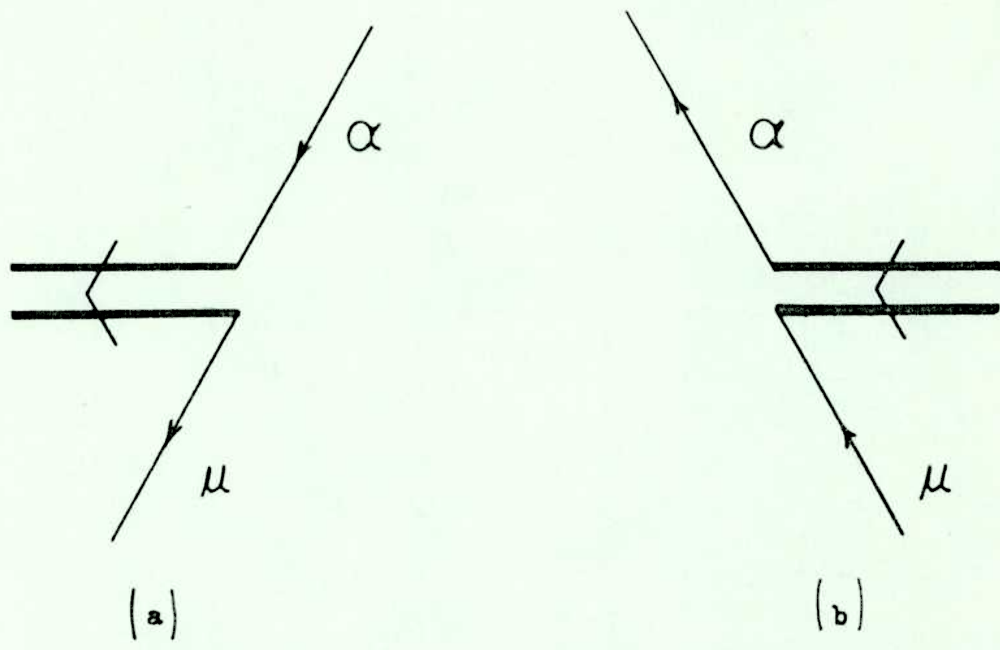
$H_{BF}$  : Hamiltoniano de interacción entre ambos sistemas.

El Hamiltoniano de interacción tiene la estructura usual para un acoplamiento partícula - fonón,

$$H_{BF} = \sum_{\alpha\mu} (\lambda_{\alpha\mu} \Gamma^+ b_{\mu}^+ b_{\alpha} + \lambda_{\alpha\mu}^* \Gamma b_{\alpha}^+ b_{\mu}). \quad (\text{III.3})$$

En esta ecuación,  $\Gamma^+$  y  $\Gamma$ , son respectivamente los operadores de creación y destrucción, de un cuanto del oscilador armónico cuántico. Además,  $b^+$  y  $b$  son los correspondientes operadores de creación y destrucción fermiónicos. Los subíndices  $\alpha, \beta \dots$ , representan aquellos estados de partícula que pueden desexcitarse dando lugar a la generación de un fonón, mientras que  $\mu, \nu \dots$  sobrellevan los procesos inversos. Los correspondientes vértices de interacción están representados en la figura (III.A).

El problema que describen las expresiones presentadas, es formalmente semejante al del acoplamiento, átomo - radiación, en óptica cuántica. Sin embargo, debe tenerse en cuenta, que nuestro caso, estamos hablando de un modo colectivo que posee una estructura microscópica, en términos de excitaciones partícula - agujero. Esto significa que existen correlaciones partícula - fonón, que deben ser tenidas en cuenta, especialmente al tratar núcleos finitos. En primera instancia, dejaremos de lado estas correlaciones, hasta haber adquirido la metodología para la construcción de las ecuaciones dinámicas y su resolución. Al tratar situaciones mas realistas, las incorporaremos de manera fenomenológica. Por lo tanto, en esta etapa, no haremos referencia a la estructura microscópica del modo colectivo y supondremos que está bien representado por el oscilador



Vértices de interacción , (a) de creación de fonones y (b) de destrucción de fonones

FIGURA III.A

armónico.

Como ya se ha expresado, el objetivo es encontrar un sistema de ecuaciones acopladas, que describan la evolución conjunta de los sistemas considerados.

La evolución temporal del sistema total, está representada por la ecuación de Liouville - Von - Neumann,

$$i \dot{\rho} = L \rho \quad (\text{III.4})$$

con,

$$\begin{aligned} L &= [ H, \quad ] \\ &= L_B + L_F + L_{BF} \end{aligned} \quad (\text{III.5})$$

En la ecuación (III.4),  $\rho$ , es la densidad completa.

Para separar las ecuaciones de movimiento de cada uno de los subsistemas, el fermiónico y el bosónico, elegimos una técnica de reducción en el mismo espíritu de la que nos permitió construir la jerarquía BBGKY en el Capítulo II. Definimos las matrices densidad reducidas, bosónica de un cuerpo, (modo colectivo) y fermiónica (de N cuerpos),

$$\rho_B(t) = T_F \rho(t) \quad (\text{III.6a})$$

$$\rho_F(t) = T_B \rho(t) \quad (\text{III.6b})$$

Los operadores  $T_F$  ( $T_B$ ), indican el proceso de suma sobre las coordenadas fermiónicas (bosónicas). Para escribir la ecuación (III.6), hemos supuesto que la matriz densidad completa puede ser separada en la siguiente forma,

$$\begin{aligned} \rho(t) &= \rho_B(t) \rho_F(t) + \rho_c(t) \\ &= \rho_o(t) + \rho_c(t) \end{aligned} \quad (\text{III.7})$$

En estas ecuaciones,  $\rho_0$ , es el vector de estado en el espacio de Liouville correspondiente a la situación de independencia estadística, ó vacío de correlaciones, y  $\rho_c$ , es el vector que corresponde a las configuraciones correlacionadas; su traza es nula respecto de las coordenadas fermiónicas, así como de las bosónicas.

Aplicando los operadores de traza a la ecuación (III.4), en el espíritu de las ecuaciones (III.6) y bajo la condición, de que la evolución conserve la normalización de las densidades  $\rho_B$  y  $\rho_F$ , obtenemos,

$$i\dot{\rho}_B = \mathcal{L}_B \rho_B + T_F (L \rho_c) \quad (\text{III.8a})$$

$$i\dot{\rho}_F = \mathcal{L}_F \rho_F + T_B (L \rho_c) \quad (\text{III.8b})$$

Los correspondientes operadores de flujo libre son,

$$\mathcal{L}_B = L_B + T_F (L_{BF} \rho_F) \quad (\text{III.9a})$$

$$\mathcal{L}_F = L_F + T_B (L_{BF} \rho_B) \quad (\text{III.9b})$$

En las ecuaciones (III.9), los términos sobre los que actúa el operador traza, representan "campos promedios", que actúan sobre cada uno de los subsistemas, debido a la presencia del complementario.

Por otra parte, en las ecuaciones (III.8) los términos afectados por el operador traza, describen el acoplamiento dinámico entre los subsistemas en que hemos separado al sistema total.

La ecuación de evolución temporal para la parte correlacionada  $\rho_c$ , es

$$\dot{\rho}_c = \dot{\rho} - \dot{\rho}_B \rho_F - \rho_B \dot{\rho}_F \quad (\text{III.10})$$

Teniendo en cuenta las ecuaciones (III.6 - III.8), podemos escribir

$$i\dot{\rho}_c = L_{cc} \rho_c + L_{c0} \rho_0 \quad (\text{III.11})$$

Donde hemos usado una notación compacta en el estilo, de Prigogine y sus colaboradores [Pr72, Ge72, Ba75], el subíndice  $cc$ , indica que los procesos ocurren en el subespacio de las correlaciones, mientras que el subíndice  $co$ , se refiere a las transiciones entre los dos subespacios, el de correlaciones y el de vacío de correlaciones. Las expresiones correspondientes son,

$$L_{cc} = (1 - \rho_F T_F - \rho_B T_B) \quad (\text{III.12a})$$

$$L_{co} = L_{BF} - T_F (L_{BF} \rho_F) - T_B (L_{BF} \rho_B) \quad (\text{III.12b})$$

Integrando formalmente la ecuación (III.11), obtenemos

$$\rho_c(t) = -i U_{cc}(t) \rho_c(0) - i \int_0^t d\sigma U_{cc}(\sigma) (L_{co} \rho_0)_{t-\sigma} \quad (\text{III.13})$$

con,

$$U_{cc}(\tau) = T \exp \left\{ -i \int_0^\tau L_{cc}(\sigma') d\sigma' \right\} \quad (\text{III.14})$$

Aplicando la hipótesis de tipo cinética, en el mismo espíritu del capítulo anterior; es decir suponiendo que el tiempo de vida del propagador  $U_{cc}(\tau)$  es mucho más corto que todo tiempo de observación significativo, [Ge72, Ba75, Ha73, Do81], escribimos,

$$\tilde{\rho}_c(t) = -i \int_0^\infty d\sigma U_{cc}(\sigma) (L_{co} \rho_0)_{t-\sigma} \quad (\text{III.15})$$

Reemplazando la ecuación (III.15) en (III.8), con la condición  $t \gg \tau_c$

$$i \dot{\rho}_B = \mathcal{L}_B \rho_B - i \int_0^\infty d\sigma T_F \left\{ L U_{cc}(\sigma) (L_{co} \rho_0)_{t-\sigma} \right\} \quad (\text{III.16a})$$

$$i \dot{\rho}_F = \mathcal{L}_F \rho_F - i \int_0^\infty d\sigma T_B \left\{ U_{cc}(\sigma) (L_{co} \rho_0)_{t-\sigma} \right\} \quad (\text{III.16b})$$

Estas expresiones pueden ser simplificadas, teniendo en cuenta, que el operando sobre el cual actúa  $L$ , es un vector de Liouville en el espacio de las correlaciones. Los Liouvillianos restringidos,  $L_B, L_F$ , son incapaces



de generar transiciones entre ambos subespacios, por lo tanto,  $(L_B + L_F) U_{CC} (L_{\omega} \rho)$  pertenece a la clase de supervectores de traza nula del término de colisión, vacío - vacío,

$$K_{BF}(\tilde{\rho}_0) = \int_0^{\infty} d\tau \Psi_{BF}(\tau) \rho_0(t-\tau) \tag{III.17}$$

con el operador de colisiones

$$\Psi_{BF}(\tau) = \tilde{L}_{0C} U_{CC} \tilde{L}_{C0} \tag{III.18}$$

Teniendo en cuenta el parrafo que precede a la ecuación (III.17), observamos que  $\tilde{L}_{0C}$  es  $L_{BF}$ , o sea, que solo a través de la interacción, que involucra la destrucción de un fonón o de un par partícula - agujero, se puede restablecer la situación de vacío de correlaciones.

La notación empleada coincide con la usual en el formalismo de ecuaciones maestras [Ge72, Ba75, Do81, He83]. Sin embargo en este caso no hemos hecho uso explícito de los operadores de proyección (ver capítulo II), pues su uso en sistemas totalmente dinámicos, puede resultar ambiguo.

Las ecuaciones de evolución colisional acopladas, son

$$\dot{\rho}_B = -i \mathcal{L}_B \rho_B - K_B(\rho_0) \tag{III.19a}$$

$$\dot{\rho}_F = -i \mathcal{L}_F \rho_F - K_F(\rho_0) \tag{III.19b}$$

En estas ecuaciones aparecen los términos  $K_B$  y  $K_F$ , que son las derivadas colisionales restringidas, cuyas expresiones son

$$K_B = T_F K_{BF}(\rho_0) \tag{III.20a}$$

$$K_F = T_B K_{BF}(\rho_0) \tag{III.20b}$$

En este punto es necesario formular un comentario respecto de la validez de las ecuaciones (III.19). Al deducirlas consideramos que las densidades reducidas conservan su norma, es decir  $\partial (T_F \rho_F) / \partial t = 0$ , para todo tiempo. En el régimen asintótico descrito por las ecuaciones (III.19), la conservación de la norma significa que

$$T_B K_B(\rho_0) = T_F K_F(\rho_0) = T_{BF} K_{BF}(\rho_0) = 0 \quad (III.21)$$

Estas condiciones de consistencia deben ser verificadas cada vez que estas ecuaciones se apliquen a un modelo particular.

III.3 El término de colisión en la aproximación de interacción débil extrema

En esta sección continuaremos el análisis del término de colisiones y el operador de colisiones,  $(K_{BF}$  y  $\Psi_{BF})$ , aplicando hipótesis simplificadoras adecuadas.-

Recordemos que  $K_{BF}$ , es la integral temporal del núcleo colisional  $\Psi_{BF}$ , el cual opera sobre el estado de vacío de correlaciones retardado  $\rho(t-\delta)$ . Comenzaremos calculando el núcleo colisional que se muestra en la ecuación (III.18) la transición del estado de vacío al de correlación y el proceso conjugado, son descriptos respectivamente por  $L_{c0}$  y  $L_{oc}$ , mientras que la propagación intermedia es indicada por el propagador completo  $U_{cc}(t)$ . En estos superoperadores de transición el término  $L_{BF}$ , es relevante, por lo que será analizado en primer lugar. Su representación espectral en el espacio de Liouville [ Do82, Co72, Ba75, Do81, He83, Fa57 ], como se vio en el capítulo II, es

$$L_{BF} = \sum_{m, \mu} (\lambda_{\alpha\mu} |m+\frac{1}{2}, \mu\rangle \langle m, \alpha| + \lambda_{\alpha\mu}^* |m, \alpha\rangle \langle m+\frac{1}{2}, \mu|) \otimes I -$$

$$-I \otimes \sum_{m, \mu} (\lambda_{\alpha\mu} |m+1, \mu\rangle \langle m, \mu| + \lambda_{\alpha\mu}^* |m, \mu\rangle \langle m+1, \mu|) \quad (\text{III.22})$$

En esta ecuación,  $m$  es el número de cuantos del subsistema oscilador armónico y además  $(\alpha, \mu)$ , son índices de partículas con la caracterización ya enunciada.-

Examinemos ahora la estructura de los términos  $L_{co}$  y  $L_{oc}$ , en el régimen asintótico. Para el primero de ellos tenemos, a partir de la ecuación (III.12B),

$$L_{co} = L_{BF} - T_F (L_{BF} \tilde{\rho}_F(t)) - T_B (L_{BF} \rho_B(t)) \quad (\text{III.23})$$

Observemos que, para tiempo suficientemente largo, las densidades asintóticas  $\rho_F$  y  $\rho_B$ , son diagonales en sus respectivos espacios, mientras que  $L_{BF}$  es un operador de Liouville no diagonal. Por lo tanto, los valores medios restringidos en la ecuación (III.23) se anulan en este régimen. Tenemos entonces

$$L_{co}(t) = L_{oc}(t) = L_{BF} \quad (\text{III.24})$$

El superpropagador será calculado en la aproximación que hemos llamado de interacción débil extrema [Do81, He83] que, como ya se vió, consiste en la suposición usual

$$T \exp \left\{ -i \int_0^t L_{cc}(\tau) d\tau \right\} \approx \exp \left\{ -i (L_B + L_F) t \right\} \quad (\text{III.25})$$

ó equivalentemente

$$U_{cc}(t) \approx U_0(t) \quad (\text{III.26})$$

donde  $U_0$ , es el propagador libre.-

Las consecuencias de esta aproximación se harán evidentes más adelante, sin embargo hacer el reemplazo (III.26) no es crucial para el desarrollo del forma-

lismo general. En los próximos capítulos la misma será reemplazada por una aproximación menos restrictiva, lo cual será justificado en su momento.

La representación espectral del propagador libre es

$$U_0(t) = \sum_{p,q, \{A\} \{M\}} \exp \left\{ -i t ( \Omega_{pq} + \omega_{\{A\} \{M\}} ) \right\} \times |p \{A\}\rangle \langle p \{A\}| \otimes |q \{M\}\rangle \langle q \{M\}| \tag{III.27}$$

En esta ecuación  $p$  y  $q$ , representan números de cuantos del oscilador armónico, el símbolo  $\Omega_{pq}$  denota a  $\Omega(pq), \{A\}$  y  $\{M\}$ , son conjuntos de  $N$  índices de partícula y  $\omega_{\{A\} \{M\}}$  indica la suma de todas las frecuencias correspondientes a los conjuntos nombrados

$$\omega_{\{A\} \{M\}} = \sum_{i=1}^N A_i, M_i \omega_{A_i M_i} \tag{III.28}$$

las letras latinas mayúsculas corresponden a estados de partículas, tanto por encima, como por debajo del nivel de Fermi.

La estructura del operador de colisiones resultante es,

$$\Psi_{BF}(t) = L_{BF} U_0(t) L_{BF} \tag{III.29}$$

cuya representación espectral se obtiene a partir de las ecuaciones (III.22) y (III.27). Algunos detalles del cálculo de este superoperador se encuentran en el apéndice C.

A fin de visualizar más claramente los procesos de describe este operador desarrollamos una representación diagramática que mostramos en la figura (III,B). Sus elementos son:

- i) flecha doble ( $\rightleftarrows$ ), representa un estado del oscilador en el espacio de Liouville,  $|m\rangle \langle m|$
- ii) flecha simple por encima de la flecha doble, indica estados de partícula excitados,  $|\alpha\rangle \langle \alpha|$ .

iii) flecha simple por debajo del nivel de fonón, representa estado de partícula desexcitados,  $|\mu\rangle\langle\mu'|$

El tiempo corre de derecha a izquierda.

Recordemos que el concepto de estado de partícula excitado ó desexcitado es en este caso, relativo al proceso descrito en cada gráfico pues se refiere a la aniquilación o creación de un cuanto del oscilador armónico.

De acuerdo con estas consideraciones generales mostramos la figura (III,B) el correspondiente desarrollo diagramático del superoperador  $\mathcal{U}_{BF}$ .

Observamos en esta figura seis tipos de procesos distintos, involucrados en el operador  $\mathcal{U}_{BF}$ , que ligam configuraciones iniciales y finales en el espacio de correlaciones nulas o de vacío, estos son,

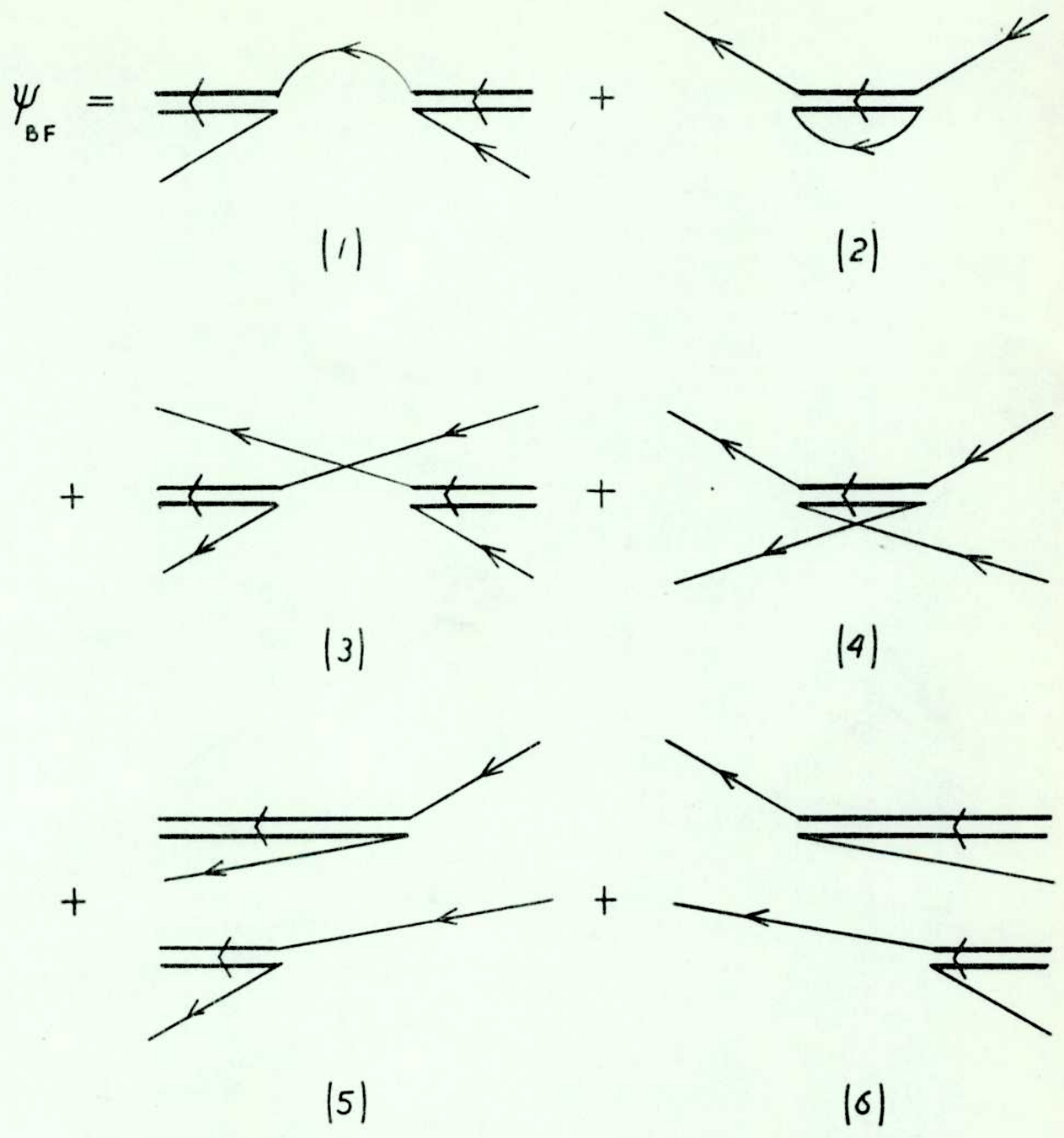
- I) procesos que conservan el número de cuantos, con un estado intermedio en el que se propaga una partícula y un fonón ha sido destruído.
- II) procesos que conservan el número de cuantos. En el estado intermedio hay un fonón extra y se propaga una partícula desexcitada.
- III) y IV) procesos que conservan el número de cuantos con un estado intermedio en el que se propagan dos partículas, una excitada y otra desexcitada, con uno o ningún fonón activo.
- V) y VI) procesos no conservativos, caracterizados por la creación ó destrucción de dos cuantos del oscilador. El estado intermedio consta de un fonón y dos partículas, una excitada y la otra desexcitada.

Las correspondientes expresiones analíticas se encuentran en el apéndice C.-

Para construir el término colisional  $K_{BF}$ , hay que operar con  $\mathcal{U}_{BF}$  sobre  $\rho_0(t-\tau)$ . A esta última la aproximamos de la siguiente manera

$$\rho_0(t-\tau) \approx U_0(-\tau) \tilde{\rho}_0(t) \quad (\text{III.30})$$

o sea, reemplazamos al operador  $U(\tau)$  (propagador temporal de vacío completo) que cumple  $\rho(t') = U(t, t') \rho_0(t')$ , por su desarrollo de orden cero en la interacción



Desarrollo diagramático del superoperador  $\Psi_{BF}$

FIGURA III.B

De este modo obtenemos el superoperador no perturbado

$$K_{BF} = \int_0^{\infty} d\tau \Psi_{BF}(\tau) U_0(-\tau) \rho_0(t) \rho_F(t) \quad (\text{III.31})$$

donde hemos factorizado la densidad completa,  $\rho_0(t)$ , de acuerdo con la ecuación (III.7).

Recordemos que  $\rho_0$ , es una matriz densidad de un cuerpo (oscilador armónico cuantico), mientras que  $\rho_F$ , es el vector de estado de Liouville para un sistema interactivo de  $N$  cuerpo (modo fermiónico). En este sentido,  $\rho_F$  podría ser separada en su parte de correlaciones y de vacío de correlaciones, como se vio en el capítulo anterior, obteniéndose para la parte de vacío, un determinante de Slater de vectores densidad de un cuerpo.

En efecto, si introducimos,

$$\rho_S = (N! / (N-S)!) T_{F_{S+1}, \dots, N} \tilde{\rho}_F \quad (\text{III.32})$$

este supervector puede ser separado en

$$\begin{aligned} \rho_S &= \rho_S^{(o)} + \rho_S^{(c)} \\ &= \pi_S (1/2/\dots S) + \sum_{\text{sobre todas las formas}} \text{de retirar barras} \end{aligned} \quad (\text{III.33})$$

En otras palabras  $\pi_S$  y  $\rho_S^{(o)}$  representan la misma configuración no correlacionada de  $S$  - partículas

#### III.4 Derivadas colisionales bosónica y fermiónica

En esta sección haremos el cálculo detallado del término de colisión  $K_{BF}$  ecuación (III.31) y de las trazas parciales,  $K_B$ ,  $K_F$ , que generan la evolución de las matrices densidad reducida, ver las ecuaciones (III.19).

La metodología que usamos, consiste en desarrollar el ala derecha de la ecuación (III.31), combinando la representación diagramática del superoperador de colisión, (figura III.B), con la estructura de racimo del sistema fermiónico. Observando la ecuación (III.31) podemos reconocer tres clases de estados iniciales de vacío,  $\rho_B(t), \rho_F(t)$ :

- i) Gráficos (1) (2); seleccionan aquellos estados iniciales constituidos por un único fermión, coexistiendo con un estado del oscilador,  $\rho_B(t)$ , ó sea que  $\rho_F(t)$ , participa con un racimo de una partícula de peso  $\rho_1$ .
- ii) Gráficos (3), (4); en los que la componente fermiónica de vacío inicial, es un estado de dos fermiones,  $\rho_2^{(1,2)}$ . Estos fermiones son de clases diferentes, uno de ellos participará en la creación de un fonón y el otro, en la destrucción de un cuanto del oscilador.
- iii) Los gráficos (5) y (6), si bien, también operan sobre un estado de dos fermiones, estos deben ser del mismo tipo, ambos excitados ó desexcitados; pues los procesos de colisión aquí descriptos, involucran la creación o destrucción de dos cuantos del oscilador armónico.

Para calcular el término de colisión  $K_{BF}$ , es necesario conocer la representación espectral de  $\rho^{(1)}$  y  $\rho^{(1,2)}$ . Como sabemos,  $\rho_2^{(1,2)}$  contiene una parte de vacío  $\rho_2^{(o)}$  y otra correlacionada  $\rho_2^{(c)}$ . La estructura de  $\rho_2^{(c)}$  se obtiene aplicando las técnicas presentadas en el capítulo II. Dado que el desarrollo correspondiente es largo y complicado, lo presentamos en una sección especial (ver capítulo V) para concentrarnos en la construcción del formalismo general. Sin embargo, desde un punto de vista cualitativo, observamos que el tamaño de  $\rho_2^{(c)}$ , está determinado por la fuerza de la interacción fermiónica. Aplicando una doble aproximación de interacción débil, es decir, despreciamos términos de orden  $1/L_{BF}^2 L_1$  o mayor en  $K_{BF}$ , obtenemos que solo el vacío fermiónico es activo en las primeras etapas del proceso colisional. Por lo tanto aproximamos  $\rho_2 \approx \rho_2^{(o)}$ , que es el producto antisimetrizado de densidades de un cuerpo.

Como consecuencia la integral temporal en la ecuación (III.31) solo afecta las



fases relativas entre  $\Psi_{BF}(\tau)$  y el estado inicial retardado, (ver ecuaciones C1 y C3), dando lugar a la ley de conservación de la energía,

$$\int \exp \{ i(\Omega - \omega_{\alpha\mu}) \tau \} d\tau = \pi \delta_+(\Omega - \omega_{\alpha\mu}) =$$

$$= \pi \delta(\Omega - \omega_{\alpha\mu}) + i \mathcal{P}(1/(\Omega - \omega_{\alpha\mu})) \quad (\text{III.34})$$

No se debe olvidar que este resultado es consecuencia directa de la aproximación realizada sobre el propagador completo  $U_{CC}$ , al reemplazarlo por el propagador libre  $U_0$  (ver ecuación (III.21)).

El esquema de cálculo es presentado en el apéndice C. El resultado al que se arriba es

$$K_{BF}(\tilde{p}_0) = \sum_{\substack{n \neq \mu A \\ m' d' \mu'}} \lambda_{\alpha\mu} \left\{ \rho_{mm'} (\lambda'_{\alpha\mu'} \rho_{\mu'A} |\mu\rangle \langle A| + \lambda'^*_{\alpha'\mu'} \rho_{A\alpha'} |A\rangle \langle \alpha|) \right.$$

$$\left. - \lambda'^*_{\alpha'\mu'} (\rho_{m-1, m'-1} \rho_{\alpha\alpha'} |\mu\rangle \langle \mu'| + \rho_{m+1, m'+1} \rho_{\mu\mu'} |\alpha'\rangle \langle \alpha|) \right\} |n\rangle \langle m|$$

$$+ \sum_{\substack{m \neq \mu A \\ m' d' \mu' A'}} \lambda_{\alpha\mu} \left\{ \lambda'_{\alpha'\mu'} [\rho_{m-2, m'} (\rho_{\alpha A} \rho_{d'A'})^A |\mu\mu'\rangle \langle AA'| \right.$$

$$+ \rho_{m, m'+2} (\rho_{A\mu'} \rho_{A'\mu})^A |AA'\rangle \langle d'd|$$

$$+ \rho_{m-1, m'+1} (\rho_{\alpha\mu'} \rho_{AA'})^A |\mu A\rangle \langle \alpha'A'| \quad (\text{III.35})$$

$$+ \rho_{m-1, m'+1} (\rho_{d'\mu} \rho_{AA'})^A |\mu'A\rangle \langle \alpha A'|]$$

$$+ \lambda'^*_{\alpha'\mu'} [\rho_{mm'} (\rho_{\alpha A} \rho_{\mu'A'})^A |\mu\alpha'\rangle \langle AA'|$$

$$+ \rho_{mm'} (\rho_{A\mu} \rho_{A'd'})^A |AA'\rangle \langle \alpha\mu'|$$

$$- \rho_{m-1, m'+1} (\rho_{\alpha A} \rho_{A'd'})^A |\mu A'\rangle \langle A\mu'|$$

$$- \rho_{m+1, m-1} (\rho_{\alpha\mu} \rho_{\mu'\alpha'})^A |A\alpha'\rangle \langle \alpha A'| \rangle \} |m\rangle \langle m'|$$

$$+ \text{h.c.}$$

Donde,

$$\lambda_{\alpha\mu}^{i*} = \lambda_{\alpha\mu}^* \pi \delta_+ (\Omega - \omega_{\alpha\mu}) \quad (\text{III.36a})$$

$$\lambda_{\alpha\mu}^{i*} = \lambda_{\alpha\mu}^* \Gamma (\Omega, \omega_{\alpha\mu}) \quad (\text{III.36b})$$

En la ecuación (III.36b) enfatizamos que el resultado de la integración temporal en la ecuación (LII.31), puede ser representado en las ecuaciones generales por un factor de forma en la energía.

Para obtener las derivadas colisionales restringidas,  $K_B$  y  $K_F$ , operamos sobre la ecuación (III.35) con los operadores de traza  $T_F$  y  $T_B$ , respectivamente. Recordando que se impuso la condición  $T_B \rho_B = 1$ , para todo tiempo, debemos considerar,

$$\sum_{m=1}^N \rho_{m-1, m-1} = 1 - \rho_{NN} \quad (\text{III.37a})$$

$$\sum_{m=0}^{N-1} \rho_{m+1, m+1} = 1 - \rho_{00} \quad (\text{III.37b})$$

Hemos puesto una cota superior al espectro del oscilador, en principio en un número máximo de cuantos,  $N$ , para facilitar futuros cálculos numéricos. Además dado que, términos de la forma  $\sum_{m=2}^N \rho_{m-2, m}$  se anulan en la vecindad del equilibrio, los hemos dejado de lado en el régimen en estudio. Es necesario, también, tener en cuenta la estructura del vacío inicial; los procesos descritos por los diagramas (I) y (3), de la figura (III.B), exigen la existencia

de un cuanto del oscilador en el inicio del proceso colisional, por lo tanto, el estado fundamental del oscilador,  $n = 0$ , es excluido en estos casos. Del mismo modo los diagramas (2) y (4) excluyen al nivel máximo,  $n = M$ , pues este no admite un cuanto extra. Con estas consideraciones obtenemos,

$$\begin{aligned}
 K_F(\rho_0) = & \sum_{\substack{\alpha\mu\alpha' \\ \alpha'\mu'}} \lambda_{\alpha\mu} \lambda_{\alpha'\mu'}^* \\
 & \left\{ (1-\rho_{00}) \left[ \rho_{\mu'A} \delta_{\alpha\alpha'} |\mu\rangle\langle A| - \rho_{\alpha\alpha'} |\mu\rangle\langle \mu'| \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. + (\rho_{\alpha A} \rho_{\mu'A'})^A |\mu\alpha'\rangle\langle AA'| - (\rho_{\alpha A} \rho_{\mu'A'})^A |\mu A'\rangle\langle A\mu'| \right] \right. \\
 & + (1-\rho_{NN}) \left[ \rho_{A\alpha} \delta_{\mu\mu'} |A\rangle\langle \alpha| - \rho_{\mu'\mu} |\alpha'\rangle\langle \alpha| \right. \\
 & \quad \left. + (\rho_{A\mu} \rho_{A'\mu'})^A |AA'\rangle\langle \alpha\mu'| - (\rho_{A\mu} \rho_{\mu'A'})^A |A\alpha'\rangle\langle \alpha A'| \right] \\
 & \left. + h.c. + O(\rho_{Bm_0} - \text{diagonal}) \right\} \quad (\text{III.38})
 \end{aligned}$$

y,

$$\begin{aligned}
 K_B(\rho) = & \sum_{\substack{m\alpha\mu \\ m'\alpha'\mu'}} \lambda_{\alpha\mu} \left\{ \lambda_{\alpha'\mu'}^* (\rho_{\alpha\mu} \rho_{\alpha'\mu'})^A (\rho_{m-2,m} + \rho_{m+2,m'}) \right. \\
 & \quad \left. + \rho_{mm'} \left[ \lambda_{\alpha\mu}^* \rho_{\mu'\mu} + 2 \lambda_{\alpha'\mu'}^* \rho_{\alpha\mu} \rho_{\mu'\alpha'} + \lambda_{\alpha'\mu}^* \rho_{\alpha\alpha'} \right] \right. \\
 & \quad \left. - \lambda_{\alpha'\mu'}^* \rho_{m-1,m'-1} \left[ \rho_{\alpha\alpha'} + (\rho_{\alpha\mu} \rho_{\mu'\alpha'})^A \right] \right. \\
 & \quad \left. - \lambda_{\alpha'\mu'}^* \rho_{m+1,m'+1} \left[ \rho_{\mu'\mu} + (\rho_{\alpha\mu} \rho_{\mu'\alpha'})^A \right] \right\} |m\rangle\langle m| + h.c. \quad (\text{III.39})
 \end{aligned}$$

Cuando tratamos las ecuaciones (III.38) y (III.39) en la vecindad del equilibrio, situación en la cual tanto  $\rho_0$ , como  $\rho_F$ , son diagonales en sus respectivos espacios, obtenemos una visión muy clara de su contenido físico. Teniendo

en cuenta que la naturaleza de la interacción partícula - fonón excluye aquellos procesos en los cuales  $\alpha = \mu$  (es decir,  $\lambda_{\alpha\alpha} = \lambda_{\mu\mu} = 0$ ), obtenemos

$$K_B \approx \sum_{\alpha\mu} |\lambda_{\alpha\mu}|^2 \Gamma(\Omega, \omega_{\alpha\mu}) \times \left\{ \rho_{mm} [\rho_{\mu} (1 - \rho_{\alpha}) + \rho_{\alpha} (1 - \rho_{\mu})] - \rho_{m-1, m-1} \rho_{\alpha} (1 - \rho_{\mu}) - \rho_{m+1, m+1} \rho_{\mu} (1 - \rho_{\mu}) \right\} |m\rangle\langle m| \quad (\text{III.40})$$

La restricción diagonal, que es la asociada a la evolución asintótica de las componentes reducidas de  $\tilde{\rho}_F$ , es

$$K_F^j \sim \sum_{\alpha\mu} |\lambda_{\alpha\mu}|^2 \Gamma(\Omega, \omega_{\alpha\mu}) \times \left\{ |\mu\rangle\langle\mu| [ (1 - \rho_{00}) \rho_{\mu} (1 - \rho_{\alpha} |\alpha\rangle\langle\alpha|) - (1 - \rho_{NN}) \rho_{\alpha} (1 - \rho_{\mu} |\alpha\rangle\langle\alpha|) + |\alpha\rangle\langle\alpha| [ (1 - \rho_{NN}) \rho_{\alpha} (1 - \rho_{\mu} |\mu\rangle\langle\mu|) - (1 - \rho_{00}) \rho_{\mu} (1 - \rho_{\alpha} |\mu\rangle\langle\mu|) ] \right\} \quad (\text{III.41})$$

En esta ecuación se ve claramente que el núcleo colisional fermiónico es un operador de uno y de dos cuerpos,

### III.5 Amortiguamiento del sistema bosónico

Tomamos como punto de partida las ecuaciones (III.8a) y (III.39), las que, para elementos de matriz de  $\rho_B$  en la cercanía del equilibrio dan como resultado la siguiente ley de evolución,

$$\dot{\rho}_{mm} = W_+ (\rho_{m+1} - \rho_m) + W_- (\rho_{m-1} - \rho_m) \quad (\text{III.42a})$$

válida si se cumple  $0 < m < N$ , y

$$\rho_{00} = W_+ \rho_1 - W_- \rho_0 \quad (\text{III.42b})$$

$$\rho_{NN} = -W_+ \rho_N + W_- \rho_{N-1} \quad (\text{III.42c})$$

Estas dos últimas ecuaciones, son consecuencia del hecho que el espectro del oscilador es acotado, (la cota superior ha sido impuesta con fines computacionales). Por ser el espectro acotado no puede haber flujo de probabilidad desde el nivel fundamental más que hacia el nivel  $n = 1$ , mientras que desde el nivel  $N$  solo puede haber flujo hacia el  $N - 1$ . Las ecuaciones (III.42) describen, de acuerdo a lo expresado, un problema de evolución similar al de una cadena lineal finita con transiciones entre vecinos inmediatos con paredes perfectamente reflejantes. Por otra parte si considerásemos únicamente la ecuación (III.42a) el problema asociado, sería el de la misma cadena pero con paredes absorbentes, en este caso la norma,  $T_0 \rho_0$  no es una constante de movimiento.

En término conservativo  $\mathcal{L}_0 \rho_0$  se anula en el régimen asintótico, por lo tanto, la evolución disipativa es gobernada por una ecuación del tipo maestra de Pauli asimétrica. Los símbolos  $W_+$  y  $W_-$ , son respectivamente las probabilidades de transición de excitación de desexcitación (respecto de los fermiones), cuyas expresiones son

$$W_+ = \sum_{\alpha\mu} |\lambda_{\alpha\mu}|^2 \pi \delta(\omega - \omega_{\alpha\mu}) \rho_\mu (1 - \rho_\alpha) \quad (\text{III.43a})$$

$$W_- = \sum_{\alpha\mu} |\lambda_{\alpha\mu}|^2 \pi \delta(\omega - \omega_{\alpha\mu}) \rho_\alpha (1 - \rho_\mu) \quad (\text{III.43b})$$

Observar que las ecuaciones (III.42) junto con las (III.43) conservan la norma estrictamente.

El significado de estos términos es claro, por ejemplo, los sumandos de son proporcionales al producto de la probabilidad de ocupación de un estado

$\mu$  (estado desexcitado) por la probabilidad de desocupación de un estado  $\alpha$  (estado excitado). En virtud del factor de forma en la energía, en este caso una delta que expresa la conservación de la misma, estos estados deberán diferir en la energía de un cuanto del oscilador armónico, el cual será destruido. Por lo tanto el primer miembro del ala derecha de la ecuación (III.42a) describe la diferencia entre los procesos que pueblan el nivel  $n$  del oscilador por destrucción de un cuanto en el nivel  $n + 1$ , menos los que los despueblan por destrucción de un cuanto en ese mismo nivel,  $n$ .

Un análisis detallado de las propiedades de una ecuación de este tipo se encuentra en el apéndice E.

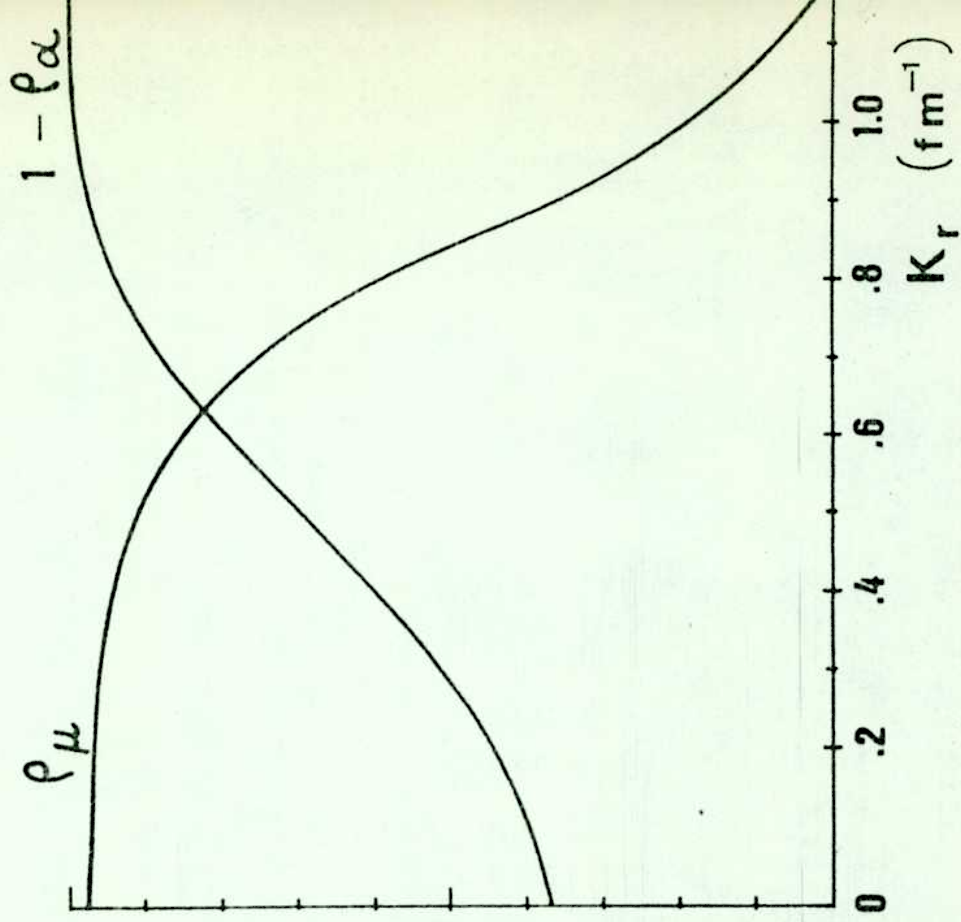
Se puede hacer una estimación de  $W_+$  y  $W_-$ , si pensamos en una situación muy próxima al equilibrio en la cual sea válido aproximar las densidades fermiónicas  $\rho_\alpha$  y  $\rho_\mu$  por factores de Fermi. En estas condiciones si,  $\rho_\mu = \rho(\epsilon_\mu)$  entonces  $\rho_\alpha = \rho(\hbar\Omega + \epsilon_\mu)$  en virtud de la conservación de la energía. En la figura (III.C) mostramos gráficos cuantitativos de estos factores, calculados para un valor

Es evidente que para temperaturas bajas ( $T(\text{Mev}) \ll \hbar\Omega$ ),  $W_+$  será mucho mayor que  $W_-$ , y que para temperaturas mayores tendrán a igualarse. En el primer caso, la evolución tendrá un neto carácter disipativo, mientras que, en el segundo, el comportamiento irá adquiriendo un carácter mas difusivo.

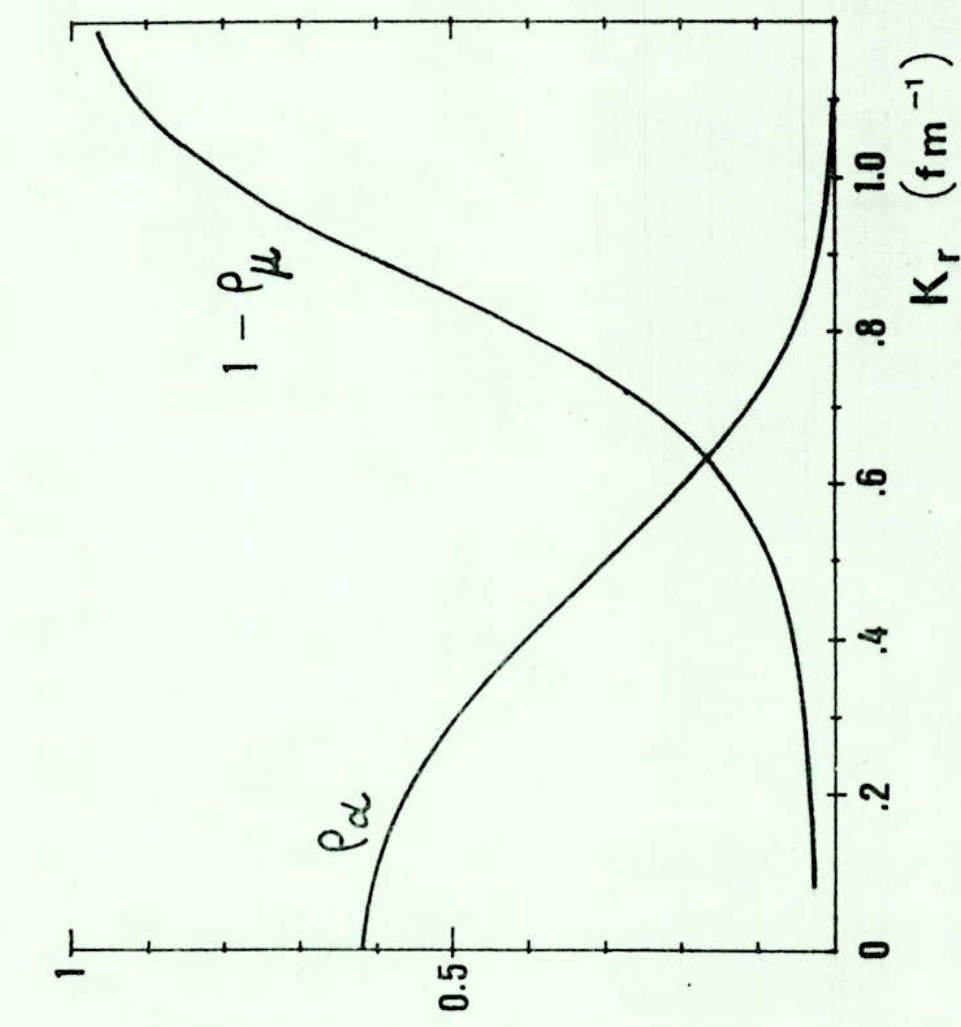
El generador de evolución disipativo - difusivo, puede ser representado por una matriz tridiagonal cuyos autovalores y autofunciones pueden ser obtenidos analíticamente (ver apéndice E), los futuros cálculos dependerán fuertemente de las propiedades de estos autovalores, cuyo cómputo precisa del conocimiento de las densidades fermiónicas de un cuerpo en equilibrio.

Si escribimos

$$W = \frac{W_+ + W_-}{2} \quad (\text{III.44a})$$



(a)



(b)

FIGURA III.C

$$\omega = W_+ - W_- \quad (\text{III.44b})$$

obtenemos para la ecuación (III.42)

$$\dot{\rho}_{mm} = W (\rho_{m+1} + \rho_{m-1} - 2\rho_m) + \frac{\omega}{2} (\rho_{m-1} - \rho_{m+1}) \quad (\text{III.45})$$

Donde vemos que el apartamiento del comportamiento disipativo está regulado por la diferencia  $\omega$ .

### III.6 Amortiguamiento del sistema multifermiónico

Antes de encarar el estudio modelístico de la ecuación (III.32) estableceremos una forma simplificada de las densidades  $\rho_\alpha(t)$  y  $\rho_\mu(t)$ . La ecuación de movimiento para la densidad fermiónica reducida de un cuerpo puede ser obtenida según un formalismo general idéntico al usado para tratar sistemas fermiónicos aislados, en el Capítulo II.

Recordemos brevemente el esquema usado. Consideramos un sistema de  $N$  fermiones con un Liouvillano

$$L_F = \sum_{i=1}^N L_0(i) + \sum_{i < j}^N L_1(i,j) \quad (\text{III.46})$$

Aplicándolo en la ecuación de Liouville  $\dot{\rho}_F = L_F \rho_F$  y usando el operador de reducción mostrado en la ecuación (III.32) obtenemos,

$$\dot{\rho}_S^{BBGKY} = \sum_{i=1}^N [L_0(i) + \sum_{j>1} L_1(i,j)] \rho_S^{BBGKY} + \text{Tr}_{S+1} \sum_{i=1}^S L_1(i, S+1) \rho_{S+1}^{BBGKY} \quad (\text{III.47})$$

que es, la así llamada, jerarquía BBGKY. Un truncamiento conveniente de esta jerar-



quía, válido para el modelo de gas diluido o debilmente interactuante, da lugar a una ecuación del tipo de Boltzmann para la densidad de un cuerpo

$$\dot{\rho}^{cin}(1) = L_0(1) \rho^{cin}(1) + Tr_2 L_1^A(1,2) \rho^{cin}(2) \rho^{cin}(1) - i K(\rho^{cin}) \tag{III.48}$$

Donde el supraíndice A indica la antisimetrización.

El término  $K(\rho^{cin})$ , es el responsable del comportamiento disipativo requerido para alcanzar el equilibrio termodinámico.

En el régimen lineal, aquel donde vale la aproximación

$$K(\rho) \approx \mathcal{K} \rho \tag{III.49}$$

podemos escribir la ecuación (III.48) en la forma

$$\dot{\rho}^{cin}(1) = (-i \mathcal{L} - \mathcal{K}) \rho^{cin}(1) \tag{III.50}$$

Donde  $\mathcal{L}$  es el Liouvilliano de flujo libre, en el campo medio provisto por el sistema interactivo. El núcleo no hermitiano da, a través de sus autovalores las frecuencias de colisión.

En el caso que estamos tratando, el sistema fermiónico no está aislado y el punto de partida no es la ecuación de Liouville, sino la ecuación (III.19b),

$$\dot{\rho}_F = -i \mathcal{L}_F \rho_F - K_F(\rho_0)$$

Al aplicarle la técnica de reducción, enunciada previamente, obtenemos una jerarquía BBGKY modificada cuya estructura es

$$i\dot{P}_s = L_s P_s + T_{r_{s+1}} \sum_{i=1}^s L_i(i, s+1) P_{s+1} + \frac{N!}{(N-s)!} T_{r_{s+1} \dots n} \left\{ T_B (L_{BF} P_B) P_F - i K_F(P_0) \right\} \quad (\text{III.51})$$

en la cual  $1 \leq s \leq N$

El nuevo término en la ecuación (III.51) refleja la interacción entre el sistema fermiónico y el sistema bosónico (el oscilador) y describe aquellos procesos en los cuales, racimos de  $s$  partículas interactúan indirectamente con racimos de  $s$  partículas, a través del sistema colectivo que actúa como intermediario. De acuerdo con esta ecuación, el agente externo cumple dos roles. Por un lado aporta una contribución conservativa al campo medio, que renormaliza las frecuencias de oscilación (energías de partículas) las cuales son los autovalores del generador de flujo libre  $\mathcal{L}$ . Y además un corrimiento de los anchos de línea ó frecuencias colisionales provisto por la reducción, indicada por  $T_{r_{s+1} \dots n}$ , del término restringido  $K_F(P_0)$ . Para obtener la estructura detallada de estas contribuciones es necesario realizar nuevos truncamientos elegidos de acuerdo con las características de la interacción entre los sistemas fermiónicos y bosónicos. El detalle de estos cálculos, que se realizan siguiendo la línea expuesta en el capítulo II serán desarrollados en el capítulo V, para continuar aquí con el desarrollo del formalismo general. En este punto es suficiente considerar que, de acuerdo con la ecuación (III.41), el operador de colisiones fermiónico es la suma de términos de uno y de dos cuerpos, simbólicamente lo expresamos,

$$K_F(P_F) = K_0 P + K_1 P_2^{(0)} \quad (\text{III.52})$$

Obtenemos entonces una ecuación cinética modificada, cuya estructura es similar a la de la ecuación (III.50),

$$i \rho = \mathcal{L}^M \rho - i K^M \rho \quad (\text{III.53})$$

en la que

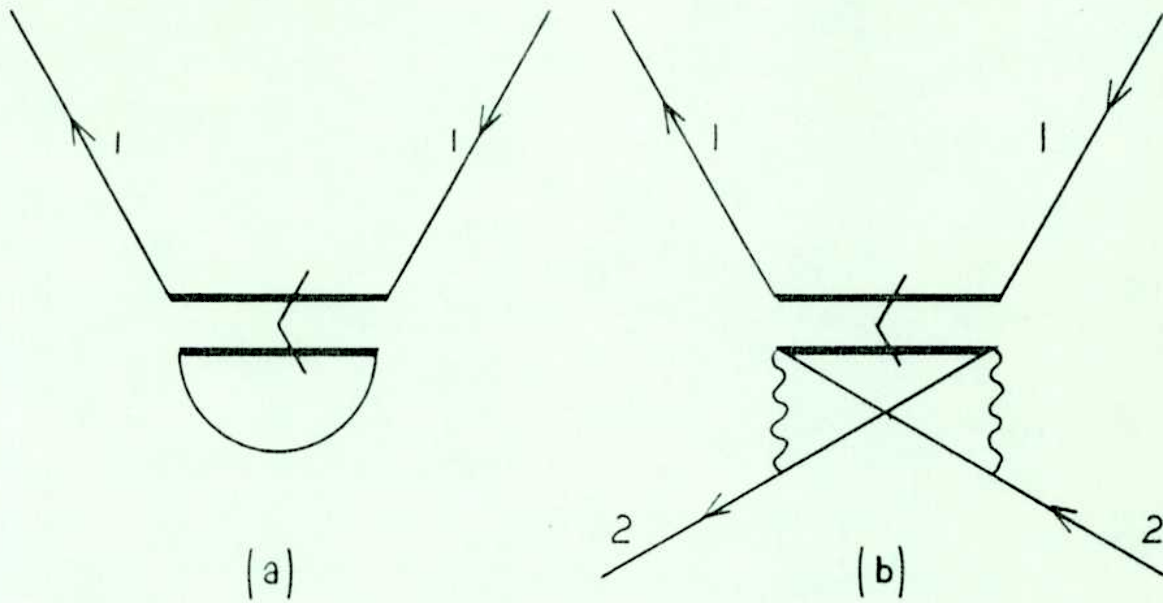
$$\mathcal{L}^M(1) = \mathcal{L}^{cin}(1) + T_B [L_{BF}(1) \rho_B] \quad (\text{III.54a})$$

$$K^M(1) = K_0(1) + T_{F_2} K_1^A(1,2) \rho(2) + K^{cin}(1) \quad (\text{III.54b})$$

Observamos, que en la ecuación cinética modificada (ec.III.53), el efecto promediado del agente bosónico externo aparece, tanto en el generador de flujo libre hermitiano  $\mathcal{L}^M$ , como en el núcleo disipativo  $K^M$ .

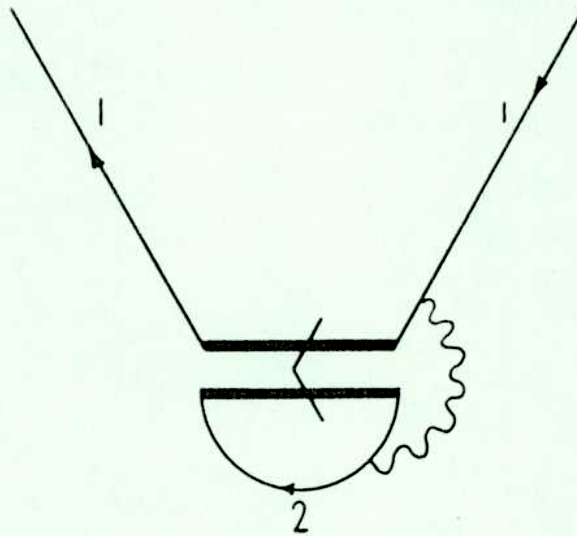
Desarrollaremos una representación diagramática para  $K_F$  a partir de los vértices de colisión dibujados en la figura (III.A). Las líneas representan estados de Liouville  $|A\rangle\langle A'|$  o índices de partícula (1,2); las líneas onduladas indican antisimetrización entre las líneas que unen. El diagrama (III.Da) corresponde al término  $K_0$  en la ecuación (III.52), mientras que el gráfico (III.Db) representa al  $K_1$ , en la misma ecuación. De acuerdo con este esquema mostramos en la figura (III.E) la representación diagramática correspondiente a un término de la forma  $T_{F_2} K_1(1,2) \rho(2)$ , como el que aparece en la ecuación (III.54b). Es necesario tener en cuenta, que la presencia de una línea ondulada indica, que el peso relativo de la línea de partícula en el estado intermedio es  $\rho(2)$ , (será un elemento de matriz  $\rho_{\alpha\alpha'}$  o  $\rho_{\mu\mu'}$ ).

Por otra parte, en los vértices de colisión simples de un cuerpo, como el que se muestra en la figura (III.Da), el peso relativo es simplemente una delta de Kroeneker, en los índices respectivos. La representación diagramática del núcleo colisional se obtiene, sumando los diagramas de la figura (III.B) y el diagrama (a) en la figura (III.D), más el término cinético desarrollado en el Capítulo II, al que llamamos término cinético intrínseco del sistema fermiónico,



Diagramas correspondientes a los términos  $K_0$  y  $K_1$

FIGURA III.D



Representación diagramática de un término de la forma  $T_2 K_1(1,2) P(2)$

FIGURA III.E

que es proporcional al cuadrado de la interacción fermiónica,  $L^2$ . Recordemos la estructura de este término,

$$K(\rho) = \sum_{\substack{A B C D \\ A' B' C' D'}} |A\rangle \langle A'| V_{C' D' A' B'}^A F(\epsilon) \\ \times \left\{ \rho_{C C'} \rho_{D D'} (1 - \rho_{A A'}) (\delta_{B B'} - \rho_{B B'}) - \rho_{A A'} \rho_{B B'} (\delta_{C C'} - \rho_{C C'}) (\delta_{D D'} - \rho_{D D'}) \right\}$$

Con esta expresión sean calculado caminos libres medios en materia nuclear (ver referencia He83).

La estructura final de la ecuación cinética para los fermiones del baño térmico en el régimen muy cercano al equilibrio, es decir, en el régimen lineal, puede ser condensada en la forma,

$$\dot{\rho}(1) = [-i\mathcal{L}(1) - \mathcal{K}(1) - \mathcal{K}_{osc}(1)] \rho(1) \quad (\text{III.55})$$

Con,  $\mathcal{L}$ , y  $\mathcal{K}$ , el Liouvilliano de campo medio y el generador de colisiones intrínseco, usuales. Mientras que  $\mathcal{K}_{osc}(1)$ , es la corrección a la frecuencia de colisión generada por la presencia del modo bosónico.

Las correspondientes expresiones son

$$\begin{aligned} \mathcal{K}_{AM}^{MA} = & \int_{MB} \sum_{CD} |V_{ABCD}^A|^2 \left( -\frac{1}{3} \rho_C \rho_D - \rho_A + \frac{1}{2} \rho_A \rho_C + \frac{1}{2} \rho_A \rho_D \right) \\ & + \int_{MC} \sum_{3D} |V_{ABMD}^A|^2 \left( \frac{1}{2} \rho_D - \frac{1}{2} \rho_D \rho_A - \frac{1}{3} \rho_D \rho_B + \frac{1}{2} \rho_A \rho_B \right) \quad (\text{III.56a}) \\ & + \int_{MD} \sum_{BC} |V_{ABCM}^A|^2 \left( \frac{1}{2} \rho_C - \frac{1}{2} \rho_C \rho_A - \frac{1}{3} \rho_C \rho_B + \frac{1}{2} \rho_A \rho_B \right) \end{aligned}$$

(ver apéndice B).

$$\begin{aligned} \mathcal{K}_{osc} = & \sum_{\alpha\mu} |\lambda_{\alpha\mu}|^2 \Pi F(\Omega, \omega_{\alpha\mu}) \\ & \times \left\{ [(1-\rho_{00})\rho_{\mu}(1-\rho_{\alpha}) - (1-\rho_{NN})\rho_{\alpha}(1-\rho_{\mu})] \mu > \alpha \right. \\ & \left. + [(1-\rho_{NN})\rho_{\alpha}(1-\rho_{\mu}) - (1-\rho_{00})\rho_{\alpha}(1-\rho_{\mu})] \right\} |\alpha\rangle \langle \alpha| + h.c. \end{aligned} \quad (III.56b)$$

En la situación en la cual la densidad fermiónica es diagonal, el término conservativo de Hartree - Fock,  $\mathcal{K}^{(1)}\rho^{(1)}$ , se anula.

Las frecuencias colisionales totales, serán los autovalores del superoperador fermiónico,  $\mathcal{K}_{TOTAL}$ ,

$$\mathcal{K}_{TOTAL} = \mathcal{K}^{(1)} + \mathcal{K}_{osc}^{(1)} \quad (III.57)$$

Como el problema de diagonalización generado por este superoperador es muy arduo, el cálculo de estas frecuencias será realizado de acuerdo con la usual aproximación del tiempo de relajación [Ba75], i.e.,

$$\rho_A(t) = \rho_A(eq) + \int \rho_A(t) \quad (III.58)$$

donde,

$$\int \rho_A(t) = - \frac{\int \rho_A(t)}{\mathcal{G}_{TOTAL}(A)} = - \nu_{TOTAL}(A) \int \rho_A(t) \quad (III.59)$$

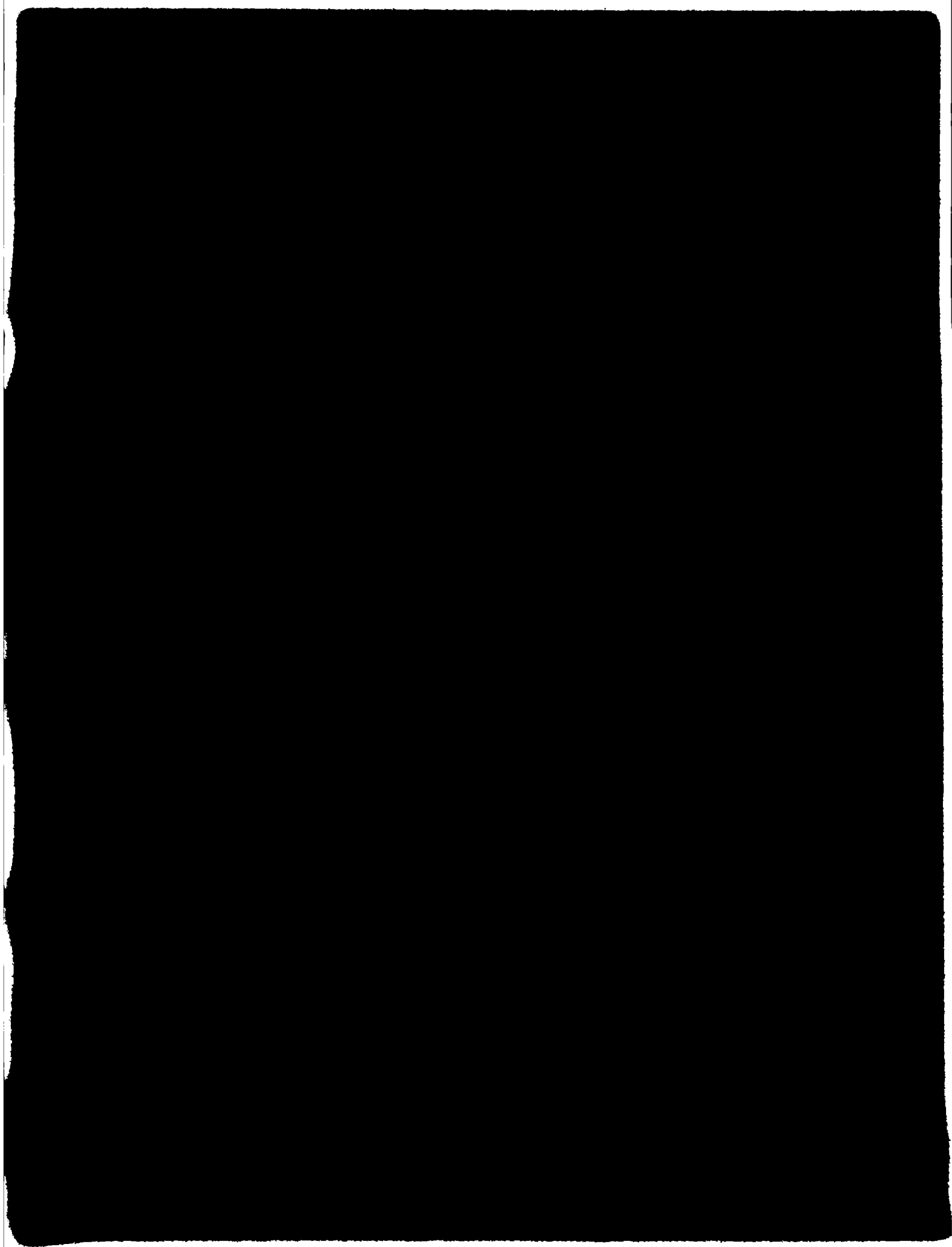
En esta ecuación  $\nu_{TOTAL}$ , es la suma de las estimaciones de cada uno de los núcleos colisionales involucrados. Las frecuencias colisionales intrínsecas son conocidas (ver referencia He83), mientras que para las contribuciones asociadas con la presencia del modo colectivo, obtenemos,

$$\begin{aligned} \nu_{osc}(A) = & \sum_{\alpha\mu} |\lambda_{\alpha\mu}|^2 F(\Omega, \omega_{\alpha\mu}) \\ & \times \left[ (1-\rho_{00})(1-\rho_{\alpha}(eq)) \delta_{A\mu} + (1-\rho_{NN})(1-\rho_{\mu}(eq)) \delta_{A\alpha} \right] \end{aligned} \quad (III.60)$$

El procedimiento utilizado es similar al aplicado en la referencia Ba75, y consiste en linealizar el término de pérdida (positivo del núcleo colisional)

Para finalizar este capítulo debemos enfatizar que la ecuación (III. ) tiene la estructura de una ecuación maestra de Pauli. Las probabilidades de transición no han sido postuladas ni escritas en base a argumentos heurísticos sino que han sido obtenidas a partir de un análisis microscópico del generador de evolución disipativa en la ecuación general de movimiento.





## IV

### IV.1 Introducción

En este capítulo aplicaremos las ecuaciones obtenidas en la sección anterior explicitando el factor de forma en la energía, es decir, estudiaremos las consecuencias que aparece el uso de la aproximación de interacción debil extrema. Veremos que la misma, conduce a la condición de baño fermiónico estacionario. En esta situación estudiaremos la relajación del modo colectivo, analizando distintos parámetros característicos.

### IV.2 Consecuencias de la aproximación de interacción debil extrema

Tomamos como punto de partida la ecuación (III.40) del capítulo anterior, en la que reemplazamos el factor de forma general en la energía, por el correspondiente a la aproximación en estudio, obtenemos

$$\begin{aligned} \nu_{osc}(A) = \sum_{\alpha\mu} |\lambda_{\alpha\mu}|^2 \pi \delta(\omega - \omega_{\alpha\mu}) \times \\ \times [ (1 - \rho_{00})(1 - \rho_{\alpha}(e\eta)) \delta_{A\mu} + (1 - \rho_{NN})(1 - \rho_{\mu}(e\eta)) \delta_{A\alpha} ] \end{aligned} \quad (IV.1)$$

Tengamos en cuenta, que los vértices de transición de  $V_{\theta F}$  deben satisfacer la conservación del impulso,

$$\lambda_{\alpha\mu} = \lambda_{\alpha\mu}^0 \delta(\underline{q} - \underline{k}_{\alpha\mu}) \quad (IV.2)$$

donde  $\underline{q}$  y  $\underline{k}_{\alpha\mu}$  son, el impulso de fonón y el impulso relativo fermiónico, respectivamente.

En el límite termodinámico, las sumas son llevadas a integrales y obtenemos

$$\sum_A = g \int d^3 k_A. \quad (IV.3)$$

Donde  $g$  es la degeneración total del impulso, que incluye los grados de libertad de Spin e Isospin.

De aquí en más, suponemos que el impulso y la energía del fonón, satisfacen una relación de dispersión del tipo,

$$\Omega = c_s |q| = c_s q \quad (\text{IV.4})$$

típica de los modos acústicos, donde  $c_s$  es el valor medio de la velocidad del sonido en un medio fermiónico infinito. Con esta hipótesis obtenemos, para  $v_{osc}(\mu)$ , la expresión,

$$v_{osc}(k_\mu) = g \left| \lambda_{k_\mu+q}, k_\mu \right|^2 \left[ 1 - \rho_{k_\mu+q}(eq) \right] \times \pi \int \left[ \frac{\hbar^2}{2m} (k_{z\mu} q + q^2) - \hbar c_s q \right] \quad (\text{IV.5})$$

Para  $v_{osc}(k_\alpha)$ , se obtiene una expresión similar.-

En la ecuación (IV.5), vemos que el resultado de la conservación simultánea del impulso y de la energía, da como resultado las siguientes restricciones

i) Los posibles estados fermiónicos desexcitados son aquellos determinados por el plano,

$$k_{z\mu} = \frac{m c_s}{\hbar} - \frac{1}{2} q \quad (\text{IV.6})$$

ii) Para los estados excitados, debe cumplirse

$$k_{z\alpha} = \frac{m c_s}{\hbar} + \frac{1}{2} q \quad (\text{IV.7})$$

El eje  $z$  ha sido tomado paralelo al impulso fonónico

La presencia de la delta en la ecuación (IV.5) indica que el oscilador será ignorado por aquellos fermiones que no satisfagan las condiciones (IV.6) o (IV.7). La dinámica de los fermiones cuyos impulsos están contenidos en los planos determinados por las ecuaciones (IV.6) y (IV.7), presenta además la particularidad, de tener una frecuencia de colisión "infinita". Esta frecuencia "infinita" debe entenderse en un sentido límite, el mismo que permite interpretar la distribución  $\delta$  como límite de una familia de filtros de altura creciente y ancho decreciente.

Como consecuencia, mientras el resto del sistema fermiónico permanece en el estado termodinámico previo a la interacción partícula fonón, los planos fermiónicos determinados por las ecuaciones (IV.6) y (IV.7), se termalizan instantáneamente, adquiriendo, sin demora, una temperatura de equilibrio, que puede ser relacionada con la energía de excitación perdida por el oscilador, usando un modelo de gas fermiónico bidimensional.

La termalización completa del sistema fermiónico ocurre a través de las interacciones partícula - partícula, cuyos tiempos de colisión son finitos,

$$\zeta_F^{-1}(A) = \nu(A) \quad (IV.8)$$

La equilibración repentina de los subconjuntos determinados por las ecuaciones (IV.6) y (IV.7), es una característica del modelo de resonancia aguda. El factor de forma en la energía  $\delta(\Omega - \omega_{b\mu, g, b\mu})$ , surge de la integración temporal del propagador libre del sistema combinado. Si se incluyese el ensanchamiento del modo armónico, mediante una vida media  $\Delta^{-1}$  en el núcleo de evolución, la distribución delta sería reemplazada por una función Lorentziana y las frecuencias de colisión resultantes serían finitas. Esta aproximación será analizada en los próximos capítulos.

### IV.3 Análisis cuantitativo de la ecuación maestra.

En este apartado, encararemos la resolución de la ecuación de evolución para el sistema bosónico, cuya forma general (salvo para los niveles extremos) es (ver ecuaciones (III.42))

$$\dot{\rho}_m = W_+ (\rho_{m+1} - \rho_m) + W_- (\rho_{m-1} - \rho_m) \quad (IV.9)$$

O sea que la evolución de un nivel cualesquiera,  $n$ , depende de su población, de la de sus vecinos inmediatos y de las probabilidades de transición:

$$W_+ = 2\pi g^2 \int dk_{\mu r} k_{r\mu} |\lambda(k_{\mu}, q)|^2 \rho(k_{\mu}) (1 - \rho(k_{\mu}, q)) \quad (IV.10a)$$

$$W_- = 2\pi g^2 \int dk_{\mu r} k_{\mu r} |\lambda(k_{\mu}, q)|^2 \rho(k_{\mu}, q) (1 - \rho(k_{\mu})) \quad (IV.10b)$$

Estas expresiones se obtienen a partir de las ecuaciones (III.43), llevándolas al límite termodinámico (IV.3) e integrando los factores de forma o filtros que expresan la conservación del impulso, ecuación (IV.2), y energía, (III.34). Se ha impuesto además la condición de que  $\lambda_{\nu\mu}$  es isótropo.

Para calcular estas expresiones, necesitamos conocer la dependencia temporal de las densidades fermiónicas. En base al análisis presentado en la sección anterior tomamos a las densidades fermiónicas,  $\rho(k_{\mu})$  y  $\rho(k_a)$ , estáticas, es decir, las correspondientes al equilibrio térmico a temperatura  $T$ .

$$\rho(k_{\mu}) = 1 / (1 + \exp(\epsilon_{\mu} - \epsilon_F) / T) \quad (IV.11)$$

Donde,  $\epsilon_F$  es la energía de Fermi, en este caso 38 Mev [Bo69] .

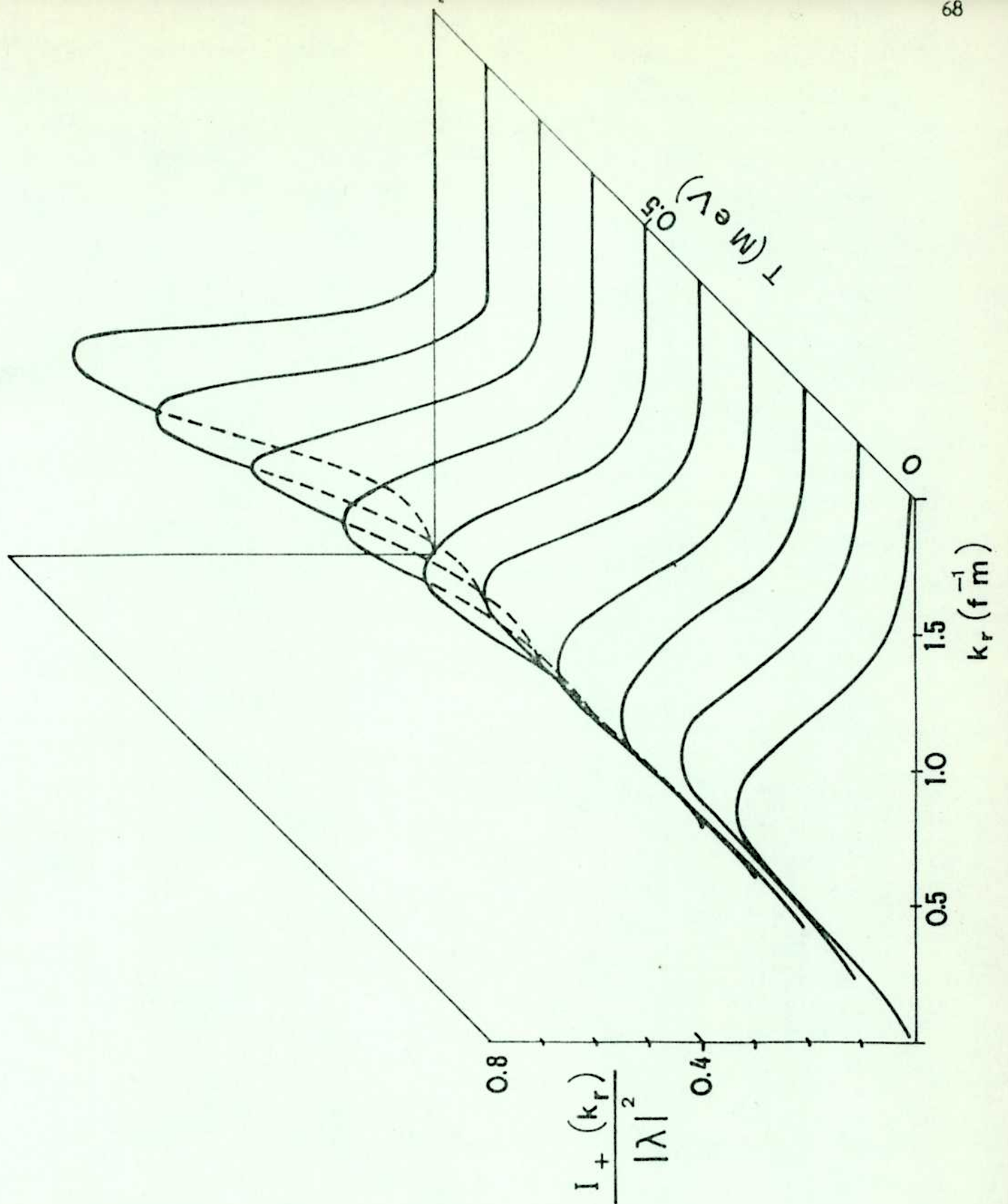
Los cálculos se realizan con  $\lambda = \text{cte.}$ , las frecuencias serán computadas en

unidades de  $\text{Mev}^2 \text{ bseg} / |\lambda|^2$  (1 bseg =  $10^{-21}$  segundos, ver referencia Ha78)  
 Las probabilidades de transición  $W_+$  y  $W_-$ , se calculan usando la relación de dispersión, ecuación (IV.4) para fonones acústicos en materia nuclear, en un rango de energías fonónicas, que representan valores típicos para la resonancia dipolar gigante (isovectorial) tomando valores entre 13 Mev y 18 Mev. El intervalo de temperaturas elegido es amplio, para permitir una buena visión del comportamiento de las magnitudes de interés.-

El integrando de la ecuación (IV.10a), se muestra en la figura (IV.A), en función del impulso radial  $k_r$  ( $[k_r] = \text{fm}^{-1}$ ), y de la temperatura  $T$  ( $[T] = \text{Mev}$ ), y corresponde a una energía fonónica de 13 Mev. Vemos que al aumentar la temperatura, la forma del integrando se modifica según un esquema de deriva - difusión. Mientras el ancho crece, de 0.4 a 0.8,  $\text{fm}^{-1}$ , el centro se corre de, 0.75 a 0.85,  $\text{fm}^{-1}$  (aproximadamente). El valor medio de las energías de pico es

$$\begin{aligned} \bar{\epsilon}_\mu &= \epsilon \quad (\epsilon_\mu = 0.8 \text{ fm}^{-1}) & \text{(IV.12)} \\ &= 32.55 \text{ Mev} \end{aligned}$$

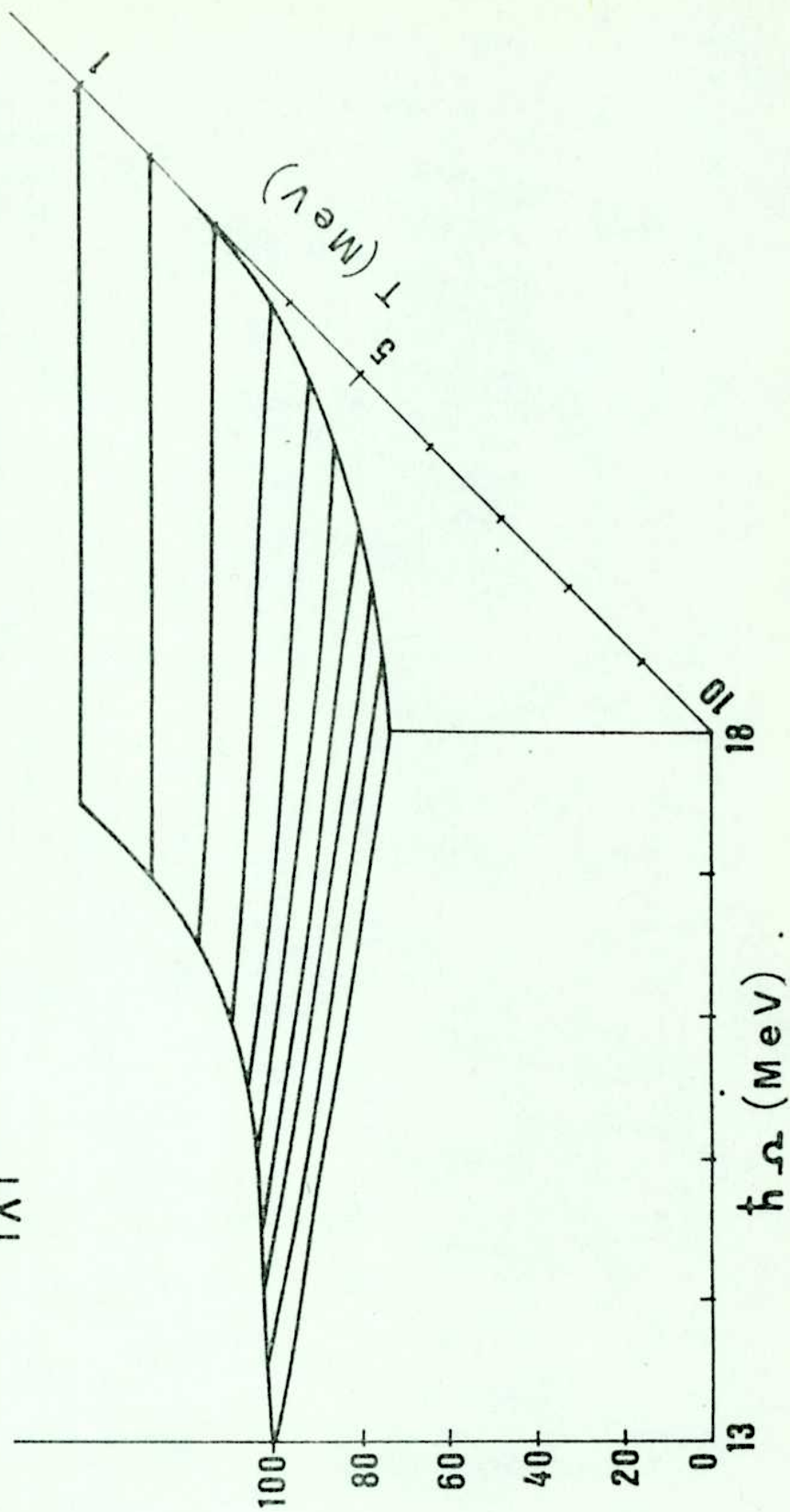
En las figuras (IV.B) y (IV.C), mostramos las probabilidades de transición,  $W_+$  y  $W_-$ , como función de la temperatura y la energía fonónica. Para calcularlas se usó un algoritmo de integración numérica de Gauss - Legendre, combinado con un criterio de truncamiento del dominio semiinfinito de la energía. A grandes rasgos podemos decir que,  $W_+$  tiene un comportamiento decreciente con la temperatura, mientras que  $W_-$  se comporta en forma opuesta. El cociente  $W_- / W_+$ , en el centro del intervalo de energías, es gobernado esencialmente por la temperatura y varía entre  $10^{-7}$  y 0.2, en el intervalo de



Integrando de  $w_+$  en función de la temperatura, y  $k_r$

FIGURA IV.A

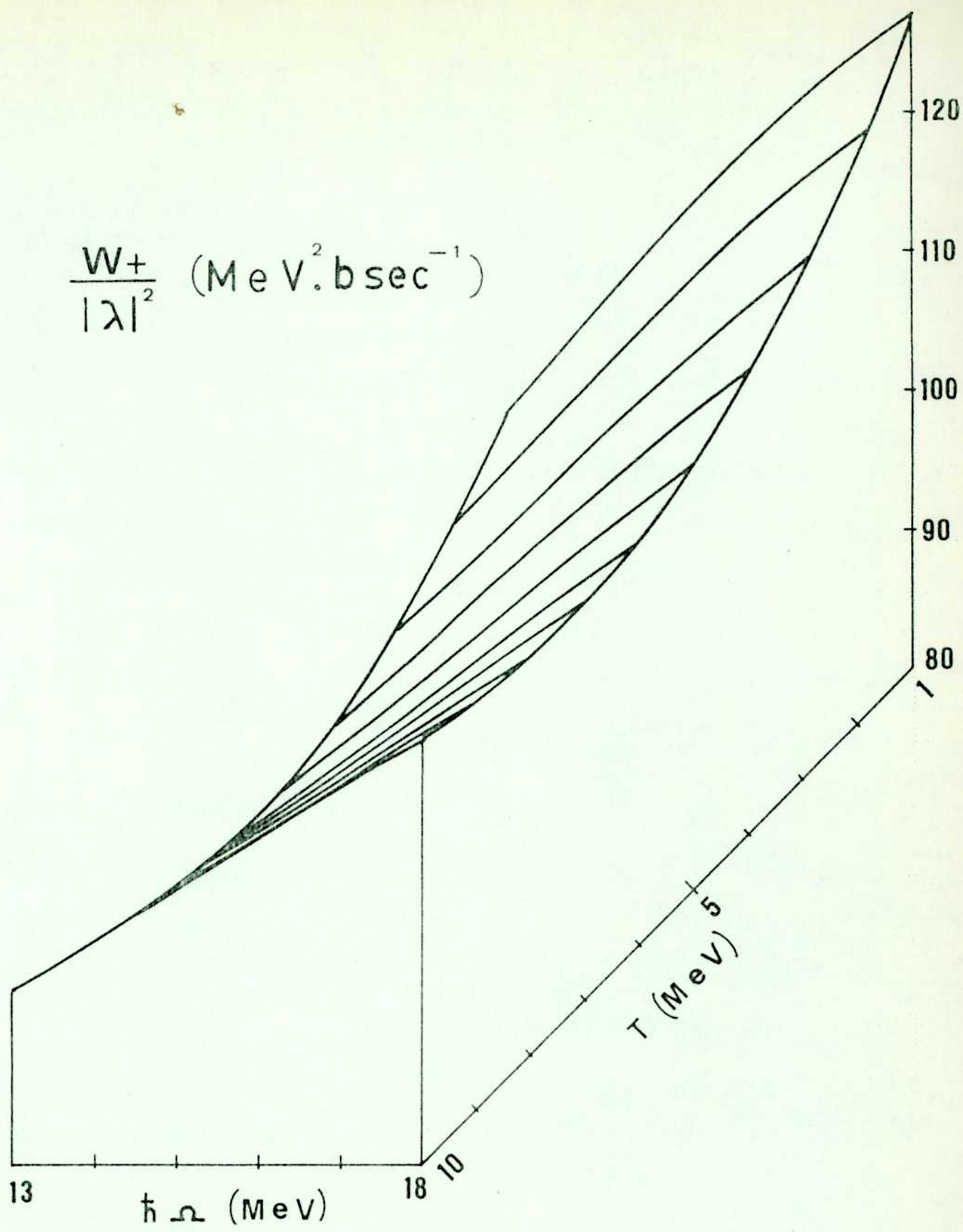
$$\frac{W_{-}}{|\lambda|^2} \text{ (MeV} \cdot \text{bsec}^{-1}\text{)}$$



Probabilidad de transición  $w_{-}$  en función de la temperatura y la energía fonónica (MeV)

FIGURA IV.C





Probabilidad de transición  $w_+$  en función de la temperatura y la energía fonónica (en Mev)

FIGURA IV. B

temperatura que va de 1 a 10 Mev. Esto significa, que en el dominio considerado, la evolución del sistema, regido por la ecuación maestra, III.42, está dominada por la probabilidad de transición,  $W_{\dagger}$ , lo que significa que el régimen será netamente disipativo.

Se puede determinar la evolución temporal de la densidad bosónica, haciendo una expansión de la densidad bosónica,  $\rho(t)$ , en términos de las autofunciones y autovalores de la matriz de transición en la ecuación (III.42)

$$\rho(t) = \sum_{l=1}^N c_l V^{(l)} e^{-\lambda_l t} \tag{IV.13}$$

los autovalores  $V^{(l)}$  son de traza nula (ver apéndice E), excepto aquel que corresponde a la solución de equilibrio,  $V^{(1)} = \rho^0$ , luego, la condición  $\text{Tr}(\rho) = 1$  fija el coeficiente de la solución de equilibrio  $\rho^0$  en el valor 1, por lo tanto

$$\rho(t) = \rho^0 + \sum_{l=2}^N c_l V^{(l)} e^{-\lambda_l t} \tag{IV.14}$$

Donde además hemos usado que el autovalor asociado a  $\rho^0$  es  $\lambda_0 = 0$  (ver apéndice E). Es fácil ver, a partir de la ecuación (IV.14) que la solución para  $t$  infinito es  $\rho^0$ .

Los coeficientes  $c_l$ , son determinados usando la condición de ortogonalidad entre los autovectores  $V^{(l)}$  y los correspondientes al problema adjunto (ver apéndice E), resultando

$$c_l = V^{+(l)} \rho^0 \tag{IV.15}$$

la correspondiente densidad adjunta es

$$\rho^+(t) = \rho^0 + \sum_{l=2}^N c_l V^{+(l)} e^{-\lambda_l t} \tag{IV.16}$$

Expresiones analíticas de los autovectores  $\rho^{(e)}$ ,  $V^{(e)}$ , sus adjuntos y de los autovalores  $\lambda_e$ , figuran en el apéndice E.

Para estudiar la evolución temporal del modo fonónico fijamos como condición inicial  $\rho_k(0) = \delta_{k1}$ , es decir, toda la población concentrada en el primer nivel excitado del oscilador armónico.

Hemos truncado el espectro del oscilador en el nivel  $N = 7$ , pues en régimen altamente disipativo la participación de los niveles superiores es insignificante, como hemos verificado en varios ensayos numéricos.

Los parámetros indicativos de la evolución son:

1) Centro de gravedad de los autovalores, o frecuencia media  $\bar{\nu}(t)$

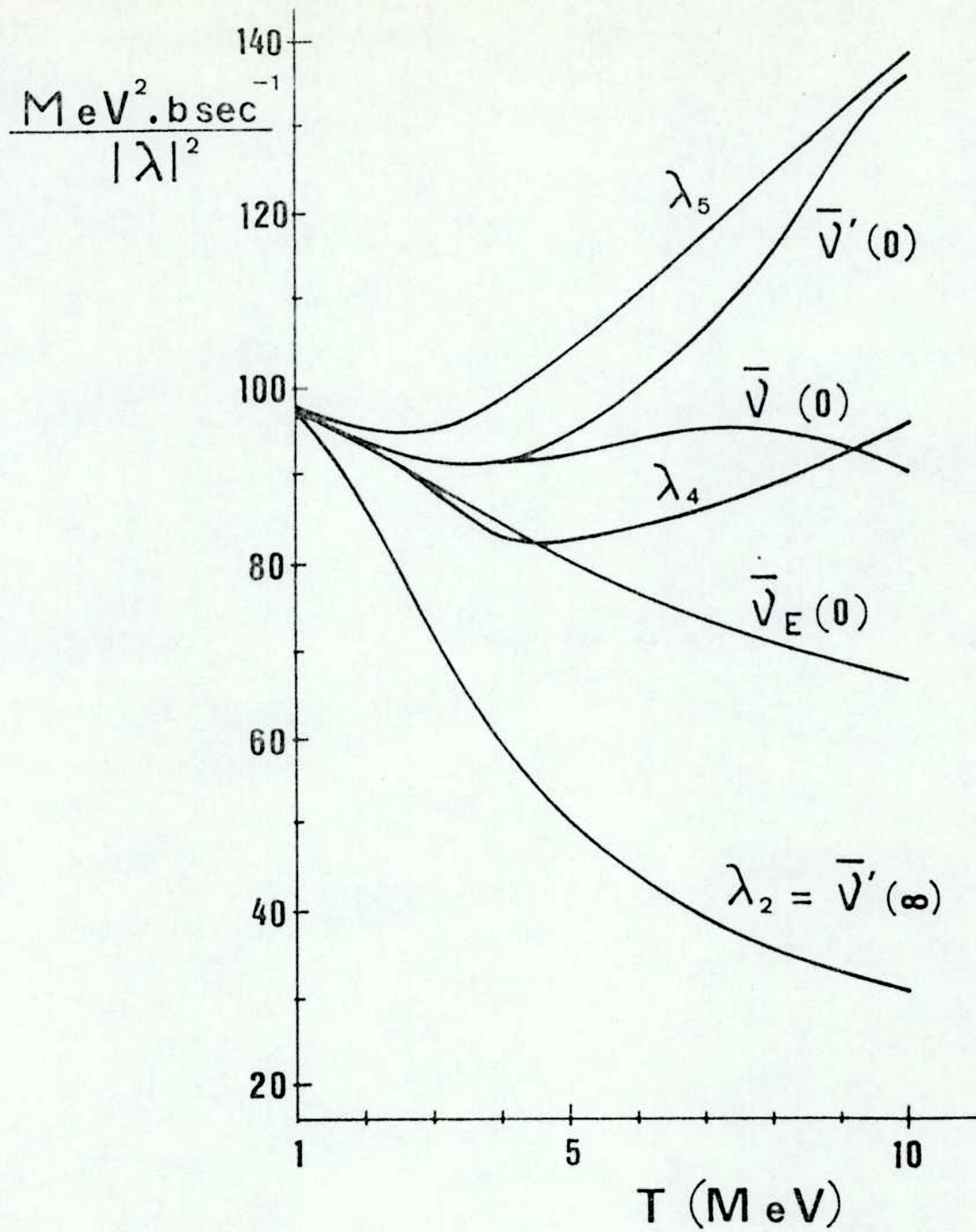
$$\begin{aligned} \bar{\nu}(t) &= \frac{\rho^{\dagger}(t) \cdot [M \rho(t)]}{\rho^{\dagger}(t) \cdot \rho(t)} \\ &= \frac{\sum_{e=2}^N c_e^2 \lambda_e e^{-2\lambda_e t}}{1 + \sum_{e=2}^N c_e^2 e^{-2\lambda_e t}} \end{aligned} \quad (IV.17)$$

2) Centro de gravedad de los autovalores en el subespacio ortogonal al autovector de equilibrio o frecuencia media  $\bar{\nu}'(t)$ , asociada a la perturbación  $\delta\rho$ ,

$$\bar{\nu}'(t) = \frac{\sum_{l=2}^N c_l^2 \lambda_l e^{-2\lambda_l t}}{\sum_{l=2}^N c_l^2 e^{-2\lambda_l t}} \quad (IV.18)$$

De las definiciones (IV.17) y (IV.18), se ve claramente que  $\bar{\nu}(t)$ , tenderá a 0, mientras que  $\bar{\nu}'(t)$ , se aproximará al autovalor más pequeño distinto de cero.

En la figura (IV.D), mostramos estas cantidades en función del tiempo, a una



Frecuencias medias  $\bar{\nu}$ ,  $\bar{\nu}'$  definidas en las ecuaciones IV.17 y 18;  $\bar{\nu}_E$  definida en la ecuación IV.19 y autovalores 2,4 y 5 de la matriz de transición  $M$  (ver Apéndice E), para una energía fermiónica de 13 Mev.

FIGURA IV.D

temperatura de  $T = 5$  Mev y una energía fonónica de,  $\hbar\Omega = 13$  Mev. El tiempo está expresado en unidades  $\hbar\Omega$ , es decir el período de oscilación.

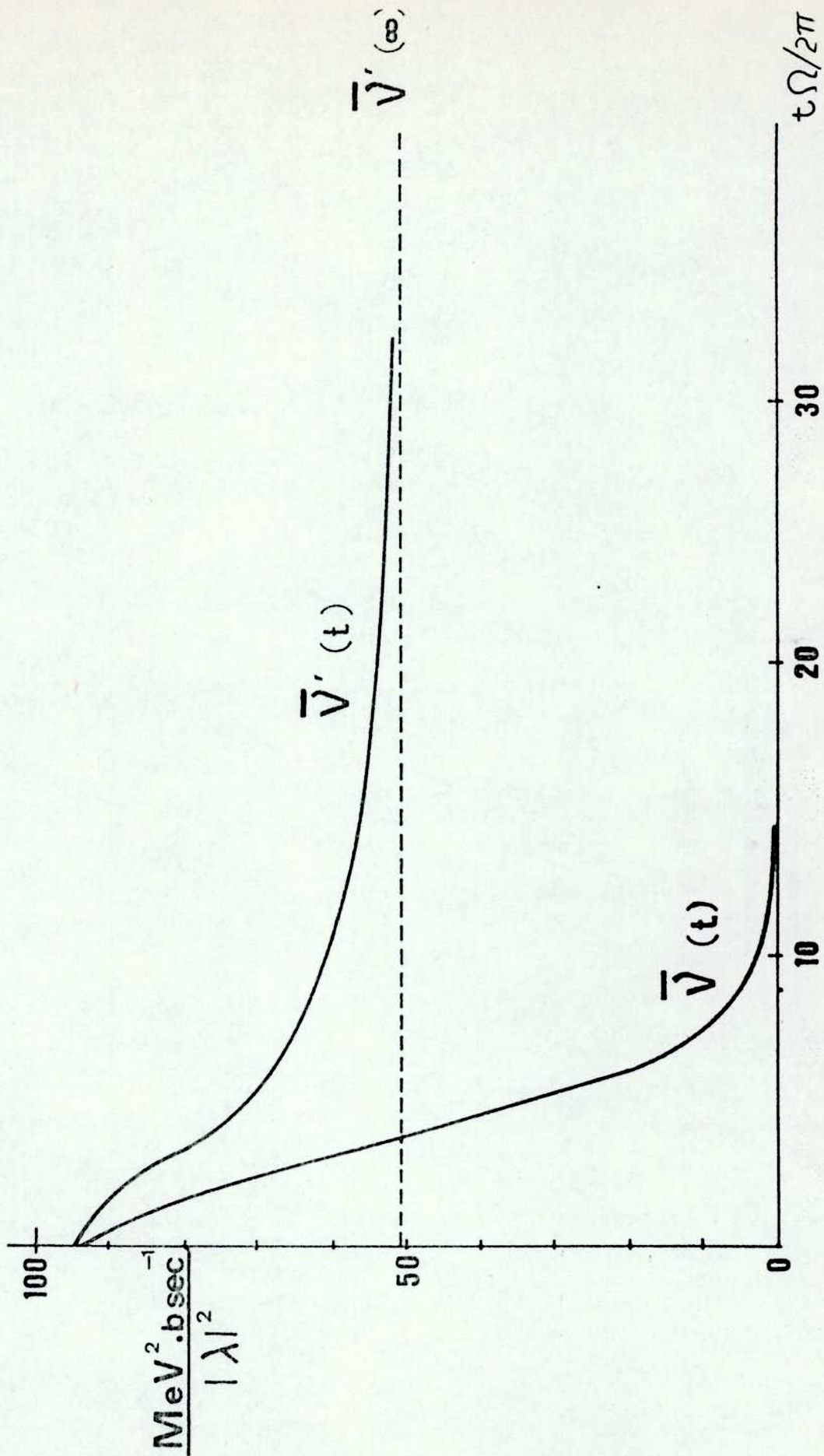
Otro parámetro tenido en cuenta es la derivada logaritmica de la energía  $\nu_E(t)$ ,

$$\nu_E(t) = \frac{1}{E(t)} \frac{dE(t)}{dt} \tag{IV.19}$$

En la figura (IV.E) mostramos, i) los autovalores  $\lambda_2, \lambda_4, \lambda_5$ , ii) las frecuencias medias  $\bar{\nu}(0), \bar{\nu}'(0)$  y  $\bar{\nu}_E(0)$ ; como función de la temperatura, para una energía fonónica de,  $\hbar\Omega = 13$  Mev. Dentro de la resolución del gráfico  $\lambda_2, \lambda_4$  y  $\lambda_5$  coinciden a  $T = 1$  Mev, siendo sus valores  $\lambda_2 = 97.52, \lambda_4 = 97.74, \lambda_5 = 97.84$ , en las correspondientes unidades. A partir de este punto las curvas se separan. Las frecuencias  $\bar{\nu}$  y  $\bar{\nu}'$  se mantiene para casi todo el rango, entre los autovalores  $\lambda_4$  y  $\lambda_5$ . Observemos que  $\bar{\nu}(0)$  y  $\bar{\nu}'(0)$ , dan idea de la tendencia inicial de evolución de la densidad y de la perturbación  $\delta\rho$ , respectivamente.

El comportamiento de  $\bar{\nu}$  y  $\bar{\nu}'$  está asociado al hecho que, hasta una temperatura de 8 Mev, los autovalores que más contribuyen son  $\lambda_4$  y  $\lambda_5$ , luego esta tendencia varía, cambiando las pendientes de las curvas correspondientes.-

Otra ilustración de la influencia que tiene, la distribución inicial sobre la dinámica, está dada por  $\nu_E(0)$ , que mide la tendencia inicial de amortiguamiento. Esta se mantiene junto a las frecuencias medias y los autovalores correspondientes en un rango de 20 unidades, para temperaturas por debajo de los 3 Mev. Para temperaturas mayores  $\nu_E$  se aparta de estas cantidades, reflejando el crecimiento del cociente  $w_- / w_+$ , es decir, que la evolución se hace menos disipativa, decreciendo el ritmo inicial de pérdida de energía. Podríamos decir, que cobran mayor importancia los efectos difusivos, poblandose el mayor grado los niveles de "alta" energía.



Evolución temporal de las frecuencia  $\bar{V}(t)$  y  $\bar{V}'(t)$  (ec. IV.17,18)

FIGURA IV.E

Finalmente, en la figura (IV.F), mostramos la evolución temporal de las tres primeras componentes del vector densidad fonónico (únicas graficables en la escala elegida). Aquí también,  $\hbar\Omega = 13 \text{ Mev}$  y  $T = 1 \text{ Mev}$ . Se aprecia claramente el crecimiento exponencial de la población del nivel fundamental así como, el amortiguamiento de la población del primer nivel excitado,  $\rho_2$ , por otro lado,  $\rho_3$ , crece hasta un máximo pequeño para luego amortiguarse rápidamente.-

#### IV.4 Comportamiento de las probabilidades de transición $W_-$ y $W_+$

En este apartado profundizaremos el análisis de los factores  $W_-$  y  $W_+$ , que son función de la temperatura y el tiempo, a través de las densidades fermiónicas de un cuerpo.-

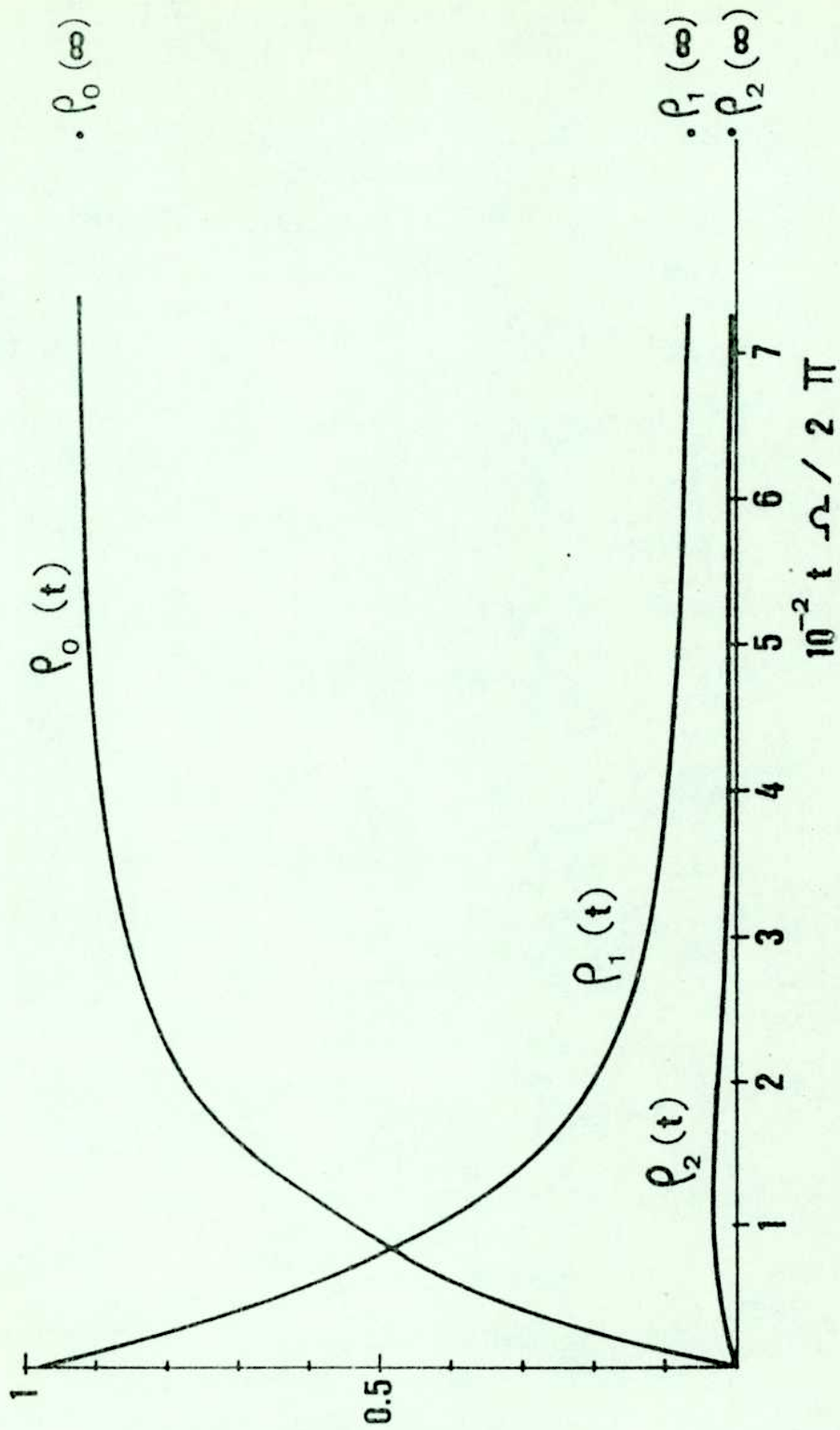
Como se ve en el apéndice E, la distribución para el sistema fonónico, a temperatura  $T$ , es

$$\rho_m^0(T) = \left[ \frac{W_-(T)}{W_+(T)} \right]^m \quad (\text{IV.20})$$

Donde,  $W_-$  y  $W_+$ , son los correspondientes valores asintóticos, en caso que dependan del tiempo. En el caso particular que estamos tratando son constantes debido a que el medio fermiónico es estacionario. La ecuación (IV.20) corresponde precisamente a la distribución canónica a temperatura  $T$ , por lo tanto el cociente  $W_- / W_+$ , es proporcional al factor de Boltzmann, que es  $\exp(-\hbar\Omega / T)$ .-

Respecto del mínimo que presenta la curva  $W_+(T)$ , a energía fija; podemos explicarlos de la siguiente manera: Tomemos el límite de altas temperaturas  $T \gg \epsilon_f$ ,

$$\rho(b_\mu) (1 - (b_\mu + \epsilon)) \approx \exp \left\{ - \frac{\epsilon_\mu - \epsilon_f}{T} \right\} \quad (\text{IV.21})$$



Las primeras tres componentes de la densidad bosónica en función del tiempo

FIGURA IV.F



En estas condiciones

$$W_{\pm} = \alpha_F \left\{ \frac{\hbar^2}{m} \left( \frac{m c \omega}{\hbar} \pm \frac{1}{2} \varphi \right) / 2mT \right\} 2\pi g^2 |\lambda|^2 I_r(T) \quad (\text{IV.22})$$

donde  $I_r(T)$ , es la integral radial común a ambos términos

$$\begin{aligned} I_r(T) &= \int_0^{\infty} dk_{\mu r} k_{\mu r} \alpha_F \left\{ - \left( \frac{\hbar^2 k_{\mu r}^2}{2m} - \epsilon_F \right) / T \right\} \\ &= \alpha_F (\epsilon_F / T) \frac{mT}{\hbar^2} \end{aligned} \quad (\text{IV.23})$$

Por lo tanto el cociente  $W_- / W_+$ , es siempre menor que 1, valor al que se aproxima monotonamente. Esto significa que, para un estado inicial excitado, con  $n$  cuantos, este se relajará necesariamente al equilibrio, pues el régimen conservará su carácter disipativo. Además, el comportamiento de  $W_+$  a bajas temperaturas presenta una pendiente negativa,  $dW_+ / dT < 0$ , debido al comportamiento del integrando, regulado por el principio de exclusión de Pauli, (ver figura IV.A). De lo dicho se desprende, que es necesaria la existencia de un mínimo en  $W_+$  para alcanzar el comportamiento asintótico descrito previamente.

Recordemos que los conceptos de temperatura baja y alta, están siempre referidos a la temperatura  $\epsilon_F$ , típica del medio fermiónico, además, el régimen nuclear está caracterizada por  $T \ll \epsilon_F$ .

En resumen el problema de la evolución temporal de la densidad bosónica se redujo, luego de la resolución del problema espectral del generador de movimiento, a calcular una expansión de la forma (ecuación (IV.14)).

Escribiendo el vector densidad del siguiente modo,

$$\rho(t) = \rho^0 + \delta\rho(t) \quad (\text{IV.24})$$

19

donde,  $\rho^0$ , es la distribución de equilibrio y,  $\delta(\rho(t))$ , el apartamiento del mismo observamos que el comportamiento de  $\delta(\rho(t))$ , a tiempo suficientemente largo es regido por el autovalor más bajo, no nulo, de la matriz de transición,  $\lambda_2$ .

. Concluimos entonces que  $\tau_0 = \lambda_2^{-1}$  es la vida media del modo colectivo excitado.

Es necesario remarcar que los resultados expuestos corresponden a un modelo simplificado lo que permitió realizar un tratamiento fuertemente analítico. En los próximos capítulos estudiaremos situaciones más realistas.



## V

V.1 Introducción

Al construir el formalismo general, desarrollado en el capítulo III, se reemplazaron algunas derivaciones formales por estudios cualitativos, para no desviar la atención del lector, de los aspectos relevantes de la teoría expuesta. Esos puntos serán tratados en este capítulo, donde repetiremos algunas ecuaciones ya exhibidas en capítulos previos para hacer la lectura más confortable.

V.2 La jerarquía BBGKY cuántica modificada

Tomamos como punto de partida la expresión del superoperador de colisión en la aproximación de interacción débil extrema, ecuación (III.31)

$$K_{BF} = \int_0^\infty \Psi_{BF}(\epsilon) U_0(-\epsilon) \rho_S(t) \rho_F(t) \quad (V.1)$$

donde  $\rho_r(t)$  es el vector de estado de Liouville de  $N$  cuerpos, que puede separarse en sus partes de vacío y de correlación. Para evaluar el término de colisión  $K_{BF}$ , necesitamos conocer como se comportan las partes en que hemos descompuesto a  $K_{BF}$  en función del tiempo. Este estudio lo haremos siguiendo los lineamientos expuestos en el capítulo II.

Recordemos que en ese caso la ecuación de evolución para la densidad fermiónica era

$$i \rho_F = \mathcal{L}_F \rho_F \quad (V.2)$$

con,

$$\mathcal{L}_F = \mathcal{L}_{F_0} + \mathcal{L}_{F_1} =$$

$$= \sum_{i=1}^N L_0(i) + \sum_{i < j}^N L_1(i, j) \quad (V.3)$$

donde,  $L_0(i)$  es el Liouvilliano de un cuerpo y  $L_1(i, j)$  es el Liouvilliano asociado a la interacción de dos cuerpos.

En el caso que ahora nos ocupa, la ecuación de evolución para el sistema de  $N$  fermiones es, (ver ex.(III.8b)),

$$i\dot{\rho}_F = \mathcal{L}_F \rho_F - i K_F (\rho_F) \quad (V.4)$$

con,

$$K_F = T_B K_{BF} (\rho_0) \quad (V.5)$$

Este último, es el término que describe la presencia del modo bosónico, que altera la evolución del sistema fermiónico.

Para obtener la ecuación de movimiento de la densidad fermiónica reducida de  $s$  cuerpos, operamos sobre la ecuación (V.4) con el operador de reducción (ex.(III.32)) y obtenemos

$$\begin{aligned} i\dot{\rho}_s &= \frac{N!}{(N-s)!} \text{Tr}_{s+1 \dots N} \left\{ \mathcal{L}_F \rho_F - i K_F (\rho_F) \right\} \\ &= \frac{N!}{(N-s)!} \text{Tr}_{s+1 \dots N} \left\{ L_F \rho_F \right\} \\ &+ \frac{N!}{(N-s)!} \text{Tr}_{s+1 \dots N} \left\{ T_B (L_{BF} \rho_B) \rho_F \right\} \end{aligned}$$

$$+ \frac{N!}{(N-s)!} \text{Tr}_{s+1 \dots N} \left\{ -i K_F \rho_F \right\} \quad (\text{V.6})$$

Observamos, que el primer sumando en el ala derecha de la ecuación (V.6) es el estudiado en el capítulo II, que da lugar a la ecuación cinética intrínseca del sistema fermiónico. Podemos escribir

$$\begin{aligned} i\rho_s = & \left( \sum_{i=1}^s L_o(i) \right) \rho_s + \text{Tr}_{0+1} \sum_{i=1}^s L_1(i, s+1) \rho_{s+1} \\ & + \frac{N!}{(N-s)!} \text{Tr}_{s+1 \dots N} \left( T_B (L_{BF} \rho_B) \rho_F \right) \\ & + \frac{N!}{(N-s)!} \text{Tr}_{s+1 \dots N} \left\{ -i K_F \rho_F \right\} \end{aligned} \quad (\text{V.7})$$

Llamaremos "jerarquía EBCKY modificada", al sistema de ecuaciones (V.7). Los dos primeros sumandos generan la jerarquía usual y los dos restantes, incorporan a la descripción los efectos asociados con el modo bosónico.-

Estudiamos ahora el tercer sumando de la ecuación (V.7). Teniendo en cuenta que,

$$T_B L_{BF} \rho_B = \sum_{i=1}^N \overline{L_{BF}(i)} \quad (\text{V.8})$$

donde  $\overline{L_{BF}}$  es un operador de Liouville de un cuerpo en el espacio fermiónico, resultante de haber promediado sobre las coordenadas bosónicas. Con esto, obtenemos

$$\frac{N!}{(N-s)!} T_{r_{s+1} \dots N} (T_{\theta} L_{\theta F} P_{\theta}) P_F =$$

$$= \frac{N!}{(N-s)!} T_{r_{s+1}} \sum_{i=1}^N L_{\theta F} (i) P_F (1 \dots N) \quad (V.9)$$

El término de la derecha se desarrolla del siguiente modo. Sea un superoperador general de un cuerpo  $\sum_{i=1}^N \mathcal{O}(i) P_N$ , entonces

$$\frac{N!}{(N-s)!} T_{r_{s+1} \dots N} \left\{ \sum_{i=1}^N \mathcal{O}(i) P_N \right\} =$$

$$= \frac{N!}{(N-s)!} T_{r_{s+1} \dots N} \left\{ \sum_{i=1}^s \mathcal{O}(i) P_N + \sum_{i=s+1}^N \mathcal{O}(i) P_N \right\}$$

$$= \left\{ \sum_{i=1}^s \mathcal{O}(i) \right\} \frac{N!}{(N-s)!} T_{r_{s+1} \dots N} P_N + \frac{N!}{(N-s)!} T_{r_{s+1} \dots N} (N-s) \mathcal{O}(s+1) P_N \quad (V.10)$$

donde se ha usado la invariancia ante la permutación simultánea de argumentos en  $P_N (1 \dots N)$  y en  $T_{r_{s+1} \dots N}$ .

Finalmente obtenemos,

$$= \left\{ \sum_{i=1}^s \mathcal{O}(i) \right\} P_s + T_{r_{s+1}} \mathcal{O}(s+1) P_{s+1} \quad (V.11)$$

Si,  $\mathcal{O}(s+1) = [ \mathcal{O}(s+1), ]$ , es decir, es un conmutador, el segundo sumando se anula.

Aplicando el resultado (V.11), a la ecuación (V.9) y teniendo en cuenta que  $L_{\theta F}$  es un conmutador, obtenemos

$$\frac{N!}{(N-s)!} T_{r_{s+1} \dots N} (T_{\theta} L_{\theta F} P_{\theta}) P_F = \sum_{i=1}^s L_{\theta F} (i) P_s (1 \dots s) \quad (V.12)$$

Para estudiar el cuarto sumando de la ecuación (V.7), observemos que, el núcleo colisional restringido  $K_F$  puede ser escrito (ver ecuación (II.38))

$$K_F(\rho_0) = (K_0 + K_L) \rho_F \quad (\text{V.13})$$

que se corresponde, con un superoperador de colisiones linealizado,

$$\mathcal{K} = \sum_{i=1}^N K_0(i) + \sum_{i<j}^N K_L(i,j) \quad (\text{V.13b})$$

cuya estructura es similar a la del Liouvilliano fermiónico, ecuación (V.3)

En la ecuación (V.13) expresamos que  $K_F(\rho_0)$  es un superoperador de uno y de dos cuerpos.

El término a calcular es

$$\begin{aligned} \frac{N!}{(N-5)!} \text{Tr}_{5+1 \dots N} \left\{ -i K_F \rho_F \right\} &= \\ &= \frac{N!}{(N-5)!} \text{Tr}_{5+1 \dots N} \left\{ -i (K_0 + K_L) \rho_F \right\} \end{aligned} \quad (\text{V.14})$$

La parte asociada con  $K_0$ , que es de un cuerpo, se resuelve según los lineamientos expuestos para obtener la ecuación (V.12). Respecto de los términos asociados con  $K_L$ ; tengamos en cuenta la siguiente propiedad de cualquier superoperador de dos cuerpos  $\sum_{i<j} \mathcal{O}(i,j)$ . Escribiendo

$$\sum_{i<j}^N \mathcal{O}(i,j) = \left\{ \sum_{i<j}^S + \sum_{i=1}^S \sum_{j=S+1}^N + \sum_{\substack{i<j \\ i>1}}^N \right\} \mathcal{O}(i,j) \quad (\text{V.15})$$



será

$$\begin{aligned}
 & \frac{N!}{(N-s)!} \text{Tr}_{0,1 \dots N} \left\{ \sum_{i < j}^N \mathcal{O}(i,j) P_N \right\} = \\
 & = \left\{ \sum_{i < j}^s \mathcal{O}(i,j) \right\} \frac{N!}{(N-s)!} \text{Tr}_{s+1 \dots N} P_N \\
 & + \sum_{i=1}^s \frac{N!}{(N-s)!} \text{Tr}_{s+1 \dots N} (N-s) \mathcal{O}(i, s+1) P_N \\
 & + \frac{N!}{(N-s)!} \text{Tr}_{s+1 \dots N} (N-s)(N-s-1) \mathcal{O}(s+1, s+2) P_N = \\
 & = \left\{ \sum_{i < j}^s \mathcal{O}(i,j) \right\} P_s + \sum_{i=1}^s \text{Tr}_{s+1 \dots N} \mathcal{O}(i, s+1) P_{s+1} \\
 & + \text{Tr}_{s+1, s+2} \mathcal{O}(s+1, s+2) P_{s+2} \tag{V.16}
 \end{aligned}$$

Aquí, nuevamente, el último término se anula si  $\mathcal{O}(i,j)$  es un conmutador.

En el caso que nos interesa, el superoperador  $K_L$  no es un conmutador por lo que arribamos a la ecuación,

$$\begin{aligned}
 & \frac{N!}{(N-s)!} \text{Tr}_{s+1 \dots N} \left\{ -i (K_0 + K_L) P_F \right\} = \\
 & = \left\{ \sum_{i=1}^s K_0(i) + \sum_{i < j}^s K_L(i,j) \right\} P_s + \dots
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \text{Tr}_{S+1} \left[ K_0(S+1) + \sum_{j=1}^S K_1(j, S+1) \right] \rho_{S+1} \\
& + \text{Tr}_{S+1, S+2} K_1(S+1, S+2) \rho_{S+2} \tag{V.17}
\end{aligned}$$

Reuniendo todos los términos, obtenemos

$$\begin{aligned}
i\dot{\rho}_S = & \left( \sum_{i=1}^S L_0(i) \right) \rho_S + \text{Tr}_{S+1} \sum_{i=1}^S L_1(i, S+1) \rho_{S+1} \\
& + \sum_{i=1}^S \overline{L_{BF}(i)} \rho_S + \\
& + \left\{ \sum_{i=1}^S K_0(i) + \sum_{i,j} K_1(i, j) \right\} \rho_S + \sum_{j=1}^S K_1(j, S+1) \rho_{S+1} + \\
& + \text{Tr}_{S+1} K_0(S+1) \rho_{S+1} + \tag{51} \\
& + \text{Tr}_{S+1, S+2} K_1(S+1, S+2) \rho_{S+2} \tag{V.18}
\end{aligned}$$

Observamos que,

- i) la primer línea, corresponde a la jerarquía BEGKY para densidad fermiónica reducida intrínseca.
- ii) la segunda, contribuye con un efecto conservativo al campo medio.
- iii) la tercera, es similar en estructura a la primera, pero los Liouvillianos han sido reemplazados por términos no hermitianos, (núcleos colisionales).

iv) las últimas línea representan procesos indirectos, en los cuales, las partículas en estudio, no participan directamente en los procesos de colisión.

### V.3 Ecuación cinética cuántica modificada

Luego de haber obtenido la jerarquía BBGKY modificada, procedemos a calcular la correspondiente ecuación cinética.

El método que usamos, es semejante al utilizado en el capítulo II, por lo que no entraremos en detalles que no sean específicos de la situación que estamos estudiando.

Recordemos que el supervector densidad reducido de  $s$  cuerpos puede separarse en sus partes de vacío y de correlaciones

$$\begin{aligned} \rho_s(1\dots s) &= \rho_s^{(0)} + \rho_s^{(c)} \\ &= \pi(1/2/3/\dots/s) + \sum \text{todas las formas de sacar barras} \end{aligned} \quad (V.19)$$

Escribamos las ecuaciones de evolución para las densidades reducidas de uno y de dos cuerpos

$$\begin{aligned} i\dot{\rho}(1) &= L_0(1)\rho_1(1) + Tr_2 L_1(1,2)\rho_2(1,2) \\ &+ \overline{L_{BF}}\rho(1) \\ &- iK_0(1)\rho_1 - iTr_2 K_1(1,2)\rho_2(1,2) + \end{aligned}$$

$$+ \text{Tr}_2 (-i K_0(2)) P_2(1,2) + \text{Tr}_{2,3} K_2(1,2) P_3(1,2,3) \quad (\text{V.20})$$

$$\begin{aligned}
 i \dot{P}_2(1) = & \sum_{i=1}^2 L_0(i) P_2(1,2) + \sum_{\langle i,j \rangle}^2 L_1(i,j) P_2(1,2) + \\
 & + \sum_{i=1}^2 L_{\theta F}(i) P_2(1,2) + \\
 & -i \sum_{i=1}^2 K_0(i) P_2(1,2) -i \sum_{\langle i,j \rangle}^2 K_1(i,j) P_2(1,2) + \\
 & + \text{Tr}_3 \left\{ \left( \sum_{i=1}^2 L_1(i,3) -i \sum_{i=1}^2 K_1(i,3) \right) P_3(1,2,3) \right\} + \\
 & + \text{Tr}_3 \left\{ -i K_0(3) P_3(1,2,3) \right\} + \text{Tr}_{3,4} \left\{ -i K_1(3,4) P_4(1,2,3,4) \right\}.
 \end{aligned} \quad (\text{V.21})$$

Del mismo modo, construimos la ecuación de movimiento para

$$\begin{aligned}
 P_2^{(0)}(1,2) &= P_2(1/2) \pi_2(1/2) \\
 &= P_2(1/2) P(1) P(2) \quad (\text{V.22})
 \end{aligned}$$

Sustrayendo esta ecuación a la (V.21), obtenemos la ecuación de evolución para la parte correlacionada de la densidad reducida de dos cuerpos

$$\begin{aligned}
 i\rho_2^{(c)}(1,2) = & \left\{ \sum_i L_0(i) + \sum_{i < j} L_1(i,j) \right\} \rho_1(1,2) + \overline{L_{0F}} \rho_2(1,2) \\
 & + \left\{ -i \sum K_0(i) - i \sum K_1(i,j) \right\} \rho_2(1,2) \\
 & + \left\{ L_1(1,2) - i K_1(1,2) \right\} \rho_2(1,2) \tag{V.23} \\
 & + \text{Tr}_3 \left[ (L_1 - i K_1)(1,3) P_3(1/2/3) - P_2(1/2) (L_1 - i K_1)(1,3) P_2(1/3) \right. \\
 & \quad \left. + (L_1 - i K_1)(2,3) P_3(1/2/3) - P_2(1/2) (L_1 - i K_1)(2,3) P_2(2/3) \right] \overline{\pi}(1/2/3) \\
 & - i \text{Tr}_3 K_0(3) \left[ P_3(1/2/3) - P_2(1/2) P_2(2/3) - P_2(1/2) P_2(1/3) \right] \overline{\pi}(1/2/3) \\
 & - i \text{Tr}_{3,4} K_1(3,4) \left[ P_4(1/2/3/4) - P_2(1/2) P_3(2/3/4) - P_2(1/2) P_3(1/3/4) \right] \overline{\pi}(1/2/3/4)
 \end{aligned}$$

Los dos últimos términos de esta ecuación pueden ser escritos en la forma,

$$-i \text{Tr}_3 \left[ K_0(3) \rho_1(3) \right] P_2(1/2) \overline{\pi}(1/2) \tag{V.24a}$$

$$-i \text{Tr}_{3,4} \left[ K_1(3,4) \rho_2(3,4) \right] P_2(1/2) \overline{\pi}(1/2) \tag{V.24b}$$

Si en este punto, escribimos las representaciones espectrales de  $K_0$  y  $K_1$ , (ver la ecuación (III.38a))

$$\begin{aligned}
 K_0 = & \sum_{\substack{\alpha\mu A \\ \alpha'\mu'}} \lambda_{\alpha\mu} \lambda_{\alpha'\mu'}^* \times \\
 & \times \left\{ (1 - P_0) \left[ \delta_{\alpha\alpha'} |\mu\rangle\langle\mu'| \ |A\rangle\langle A| - |\alpha'\rangle\langle\mu'| \ |\mu\rangle\langle\alpha| \right] \right. \\
 & \left. + (1 - P_N) \left[ \delta_{\mu\mu'} \ |A\rangle\langle A| \ | \alpha'\rangle\langle\alpha| - |\mu\rangle\langle\alpha| \ |\alpha'\rangle\langle\mu'| \right] \right\} \tag{V.25}
 \end{aligned}$$

y,

$$\begin{aligned}
 K_1 = & \sum_{\substack{\alpha\mu A \\ \alpha'\mu' A'}} \lambda_{\alpha\mu} \lambda_{\alpha'\mu'}^* \times \\
 & \times \left\{ (1 - P_0) \left[ |\mu\alpha'\rangle\langle\alpha\mu'| \ |AA'\rangle\langle AA'| - |A\alpha'\rangle\langle A\mu'| \ |\mu A'\rangle\langle\alpha A'| \right] \right. \\
 & \left. + (1 - P_N) \left[ |AA'\rangle\langle AA'| \ |\mu\alpha'\rangle\langle\alpha\mu'| - |\mu A'\rangle\langle\alpha A'| \ |A\alpha'\rangle\langle A\mu'| \right] \right\} \tag{V.26}
 \end{aligned}$$

es facil ver que los términos ( V.24a) y (V.24b) se anulan. Conviene observar que los términos entre corchetes, son las contribuciones de uno y dos cuerpos respectivamente, a  $\text{Tr } \dot{P}$  colisional, que debe anularse si la norma es conservada. Integrando formalmente la ecuación (V.23), obtenemos

$$P_2^{(c)}(t) = U_2(1,2;t) P_2^{(c)}(0) - i \left\{ G_2 P_2^0 + G_3 P_3^0 \right\} \tag{V.27}$$

donde

$$U_2(1,2;t) = T_{4p} \left\{ -i \int_0^t \mathcal{L}_2^\dagger(1,2,\sigma) d\sigma \right\} \quad (V.28)$$

con

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_2^\dagger(1,2;\sigma) = & \sum_{i=1}^2 (L_0(i) - i K_0(i) + \overline{L_{BF}}(i)) \\ & + \sum_{i<j}^5 (L_1(i,j) - i K_1(i,j)) \end{aligned} \quad (V.29)$$

además, llamando

$$L'_1 = L_1 - i K_1 \quad (V.30)$$

es

$$G_2 P_2^\circ = \int_0^t d\sigma U_2(1,2,\sigma) L'_1(1,2,t-\sigma) P_2^\circ(t-\sigma) \quad (V.31a)$$

y,

$$\begin{aligned} G_3 P_3^\circ = & \int_0^t U_2(1,2,\sigma) d\sigma \times \\ & \times \left\{ L'_1(1,3) P_3(1/2/3) - P_2(1/2) L'_1(1,3) P_2(4/3) \right. \\ & \left. + L'_1(2,3) P_3(1/2/3) - P_2(1/2) L'_1(2,3) P_2(1,3) \right\}_{t-\sigma} \pi(1/2/3, t-\sigma) \end{aligned} \quad (V.31b)$$

Donde vemos la semejanza estructural entre estos resultados y los obtenidos en el capítulo II.

Reemplazando

$$\rho_2 = \rho_2^{(j)} + \rho_2^{(c)} \quad (\text{V.32})$$

en la ecuación (V.20), despreciando la parte de correlaciones de  $\rho_3(1,2,3)$  y repitiendo el análisis con el que arribamos a la ecuación (V.27), obtenemos

$$\begin{aligned} i\rho(1) = & \left\{ L_0(1) + L_{0F}(1) - i K_0(1) \right\} \rho(1) \\ & + T_{r_2} \left\{ [L_1(1,2) - i K_1(1,2)] \rho_2^0(1,2) \right\} \\ & - i T_{r_2} \left\{ [L_1(1,2) - i K_1(1,2)] [C_2 \rho_2^0 + C_3 \rho_3^0] \right\} \end{aligned} \quad (\text{V.33})$$

Esta es la ecuación cinética que se obtiene al truncar la jerarquía cuántica modificada a orden  $\rho_2^c$ . Es decir, se ha dejado de lado los racimos correlacionados de tres o más partículas, conservando el vacío de tres cuerpos.

Observemos que, siendo los superoperadores  $K_1$  y  $K_0$  de segundo orden en  $L_{0F}$ , el orden más bajo de los términos en el último sumando de la ecuación (V.33) es  $L_1^2$ , justificándose la aproximación realizada en el apartado III.4. Se ve inmediatamente, que la dinámica intrínseca y la interactiva están claramente discriminadas, ya que, (V.33) puede escribirse



$$\begin{aligned}
 i \dot{P}(1) = & \left\{ L_0(1) + Tr_2 L_1^{\wedge}(1,2) P(2) + \overline{L_{BF}}(1) \right\} P(1) \\
 & - i K_{cin} P(1) \\
 & - i \left\{ K_0(1) + Tr_2 K_1^{\wedge}(1,2) P(2) \right\} P(1)
 \end{aligned}
 \tag{V.34}$$

Si definimos,

$$\mathcal{L}(1) = L_0(1) + Tr_2 L_1^{\wedge}(1,2) P(2) + \overline{L_{BF}}(1)
 \tag{V.35a}$$

$$\mathcal{K}_{osc} = -i K_0(1) + Tr_2 (K_1^{\wedge}(1,2) P(2))
 \tag{V.35b}$$

obtenemos, en notación simbólica,

$$\dot{P}(1) = \left\{ -i \mathcal{L}(1) - \mathcal{K}_{cin}(1) - \mathcal{K}_{osc}(1) \right\} P(1)
 \tag{V.36}$$

1921

## VI

VI.1 Introducción

En este capítulo estimaremos el ensanchamiento o inversa de los tiempos de relajación, cuando se deja de lado la hipótesis de resonancia aguda.

Examinaremos la ecuación cinética modificada y calcularemos las frecuencias colisionales fermiónicas en la aproximación del tiempo de relajación.

VI.2 Ecuación cinética modificada.

Como vimos al final del capítulo anterior, la ecuación cinética linealizada tiene la estructura

$$\dot{\rho}(l) = (-iL(l) - \mathcal{K}_{cin}(l) - \mathcal{K}_{ooc}(l)) \rho(l) \quad (\text{VI.1})$$

Donde  $\rho(l)$  es la densidad fermiónica reducida de un cuerpo.

Como ya vimos, la forma que adopta la ecuación (VI.1) en el régimen cercano al equilibrio es

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_A = & \dot{\rho}_A^{cin} + \\ & + |\lambda_{A, A-q}|^2 F_{A, A-q} (1-\rho_0) \rho_{A-q} (1-\rho_A) - (1-\rho_N) \rho_A (1-\rho_{A-q}) \\ & + |\lambda_{A+q, A}|^2 F_{A+q, A} (1-\rho_N) \rho_{A+q} (1-\rho_A) - (1-\rho_0) \rho_A (1-\rho_{A+q}) \end{aligned} \quad (\text{VI.2})$$

Cuya estructura corresponde al esquema ganancia - menos - pérdida. El índice  $A \pm q$  denota la participación de partículas con impulso  $\hbar_{\mathbf{A} \pm \mathbf{q}}$ .

Se puede comprobar fácilmente que esta ecuación satisface la condición de conservar la norma. El término  $F_{A,A-q}$ , es el factor de forma en la energía.

### VI.3 Cálculo de las frecuencias cinéticas y no cinéticas

Las frecuencias cinéticas serán calculadas de acuerdo con el formalismo del tiempo de relajación, como se explicitó en el último párrafo del capítulo III, es decir, aproximar el problema de autovalores para el operador de colisión, por

$$\mathcal{H}_{cin}(\rho^{(1)}) \approx -L_{CIN} \rho^{(1)} \quad (VI.3)$$

Donde,  $L_{CIN}$  es el operador de pérdida linealizado, o sea aquel que despuebla los niveles de partículas. Cada elemento diagonal, en el ala derecha de la ecuación (VI.3.1), es la llamada frecuencia de colisión. De esta forma obtenemos una estimación cualitativa de ordenes de magnitud, dependencia funcional y tendencia paramétrica de los autovalores del operador de colisión.

En este caso, la expresión que obtenemos es

$$\begin{aligned} \nu_A = & |\lambda_{A,A-q}|^2 F_{A,A-q} (1-\rho_N) (1-\rho_{A-q}) + \\ & + |\lambda_{A+q,A}|^2 F_{A+q,A} (1-\rho_0) (1-\rho_{A+q}) \end{aligned} \quad (VI.4)$$

El término  $F_{A,A}$  es el factor de forma en la energía.

En el capítulo III, se usó

$$F_{A+q,A} = \pi \delta(\hbar\Omega - |\epsilon_{A+q} - \epsilon_A|) \quad (VI.5)$$

Este factor de forma en la energía es consecuencia de la, por nosotros llamada aproximación de interacción débil extrema, que consiste esencialmente en reemplazar el propagador intermedio completo, en el operador de colisiones, por el propagador libre. Debemos recordar que en la descripción formal de la dinámica irreversible para sistemas débilmente interactuantes, la evolución temporal de la distribución conjunta fermiónico - bosónica, es descripta por la ecuación

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\rho_B \rho_F)_t &= (\mathcal{L}_B + \mathcal{L}_F)_t (\rho_B \rho_F)_t + \\ &- i \int_0^t d\tau \mathcal{L}_{BF} U_c(\tau) \mathcal{L}_{BF} (\rho_B \rho_F)_{t-\tau} \end{aligned} \quad (\text{VI.6})$$

Donde  $U_c$  es el propagador intermedio o propagador correlacionado. El límite superior de la integral temporal en la ecuación (VI.6) es llevado a infinito bajo la suposición de que la vida media de una correlación,  $\tau_c$ , es microscópica y está asociada con el tiempo típico de interacción. Este último tiempo lo consideramos mucho menor que cualquier tiempo macroscópico de observación  $t$ . Con esta consideración escribimos

$$\mathcal{K}_{BF}(\rho_B \rho_F) = i \int_0^\infty d\tau \mathcal{L}_{BF} U_c(\tau) \mathcal{L}_{BF} (\rho_B \rho_F)_{t-\tau} \quad (\text{VI.7})$$

El modo usual de simplificar esta expresión consiste en reemplazar  $U_c(\tau)$  por el correspondiente propagador temporal no correlacionado

$$U_c(\tau) \longrightarrow U_0(\tau) = \exp(-i \mathcal{L}_B \tau) \exp(-i \mathcal{L}_F \tau) \quad (\text{VI.8})$$

Sin embargo  $U_0(\tau)$  es un núcleo de vida infinita, por lo que concluimos que la aproximación mostrada en la ecuación (VI.8) viola la hipótesis (VI.7).

Esta inconsistencia puede ser superada si uno reemplaza, la aproximación (VI.8), por

$$U_c(\epsilon) = \exp \left\{ -i (L_0 + L_F) \epsilon \right\} \exp (-\gamma \epsilon) \quad (\text{VI.9})$$

a la que llamamos, aproximación cinética. En la ecuación (VI.9), el símbolo  $\gamma$  es un parámetro que denota una frecuencia alta, cuya inversa es un tiempo microscópico  $\tau_c$ .

Reemplazando la aproximación (VI.9) en la ecuación (VI.7) y realizando la integración temporal, obtenemos como resultado un factor de forma en la energía de tipo Lorentziano,

$$F(\Delta E) = \operatorname{Re} \int_0^{\infty} d\epsilon U_c(\epsilon) \\ = \frac{\hbar \gamma}{(\hbar \Omega - \Delta E)^2 + (\hbar \gamma)^2} \quad (\text{VI.10})$$

Observemos que esta aproximación, a diferencia de la usual (VI.8), dará frecuencias de colisión fonón - fermión finitas al desaparecer la fuente de anisotropía para el baño fermiónico observada en el capítulo IV. Vemos también, que la aproximación cinética implica dejar de lado la conservación de la energía. Estas cuestiones serán analizadas en profundidad en el próximo capítulo donde estudiaremos la evolución temporal de un sistema más realista, i. e., un núcleo esférico con estructura de capas.

#### VI.4 Cálculos numéricos

Para resolver numericamente la ecuación (VI.4) necesitamos fijar los valores

de la constante de acoplamiento  $\lambda_{\mu}$  y del ancho microscópico  $\gamma$ , que aparece en el factor de forma Lorentziano, ecuación (VI.10).

La constante de acoplamiento,  $\lambda_{\mu}$ , es fijada arbitrariamente en el valor 10 Mev, a fin de tener una visión cualitativa de la perturbación introducida por la presencia del oscilador armónico.

El parámetro  $\gamma$ , posee dimensiones de frecuencia y su orden de magnitud es

$$\gamma \approx v_F / r_c \quad (\text{VI.11})$$

donde  $v_F$  es la velocidad de Fermi, que resulta ser proporcional a la velocidad media de los fermiones;  $r_c$  es el radio de correlación asociado con el rango de interacción fonón - fermión. Evidentemente el tiempo de correlación depende de ambos parámetros del potencial de interacción, es decir, de la constante de acoplamiento y del radio. Tomaremos como referencia para  $r_c$ , el valor típico  $r_0 = 1.12$  fermi.

Recordando que  $k_F \approx \frac{3}{2r_0}$ , obtenemos

$$\hbar \gamma_0 \approx (3 \hbar^2) / (2 m r_0^2) \quad (\text{VI.12})$$

En estas condiciones  $\hbar \gamma_0$  es tres veces el cuanto traslacional, cuyo valor es de 16.13 Mev. El valor de  $\gamma_0$  en la ecuación (VI.12) significa que el factor de forma en la energía, ecuación (VI.10), será ancho; en este sentido pasamos de la descripción del capítulo IV, en el que la energía se conservaba estrictamente a una situación en la cual los estados intermedios accesibles en el proceso de colisión están fuertemente distribuidos en un rango amplio.

Fijamos la condición inicial como aquella en la que tenemos ocupado el primer nivel excitado del oscilador armónico (ó sea,  $m_i = 1$ ). La temperatura correspondiente al estado de equilibrio asintótico se elige como aquella que corresponde

al  $^{208}\text{Pb}$  cuando ha absorbido una energía de  $\hbar\Omega = 13.8 \text{ Mev}$ , su valor es  $T = 1.3 \text{ Mev}$ . El parámetro de densidad de niveles ha sido tomado de la referencia [Br82].

También se ha tenido en cuenta la influencia de los modos colectivos de baja energía sobre la dinámica fermiónica, mediante la renormalización del parámetro de inercia de los fermiones, a través de una masa efectiva dependiente de la energía, cuyos valores han sido tomados de la referencia [Bl81]. El resultado de nuestros cálculos se muestra en las figuras VI.A - VI.F

En las figuras VI.A y VI.B mostramos las frecuencias totales

$$\nu_A^{\text{TOTAL}} = \nu_A^{\text{osc}} + \nu_A^{\text{cin}} \quad (\text{VI.13})$$

en función de las energías de partícula  $\epsilon_A$  para distintos ángulos. Se las calcula a las temperaturas  $T = 0. \text{Mev}$ , (figura VI.A) y  $T = 1.3 \text{ Mev}$ , (fig. VI.B) simulando las situaciones inicial y final, es decir, cuando se inicia el proceso de relajación ( $T = 0. \text{Mev}$ ), y cuando se ha arribado al equilibrio asintótico. Las frecuencias cinéticas, o intrínsecas, han sido calculadas siguiendo los pasos enunciados en las referencias [He82, Co80].

En las figuras VI.C y VI.D se muestran las frecuencias  $\nu^{\text{osc}}$  para las mismas temperaturas.

Finalmente mostramos en las figuras VI.E y VI.F las frecuencias  $\nu^{\text{osc}}$  cuando el radio de correlación adopta el valor  $r_c = 10 r_0$ , es decir el factor de forma Lorentziano es más agudo. En esta situación la energía será "mejor conservada", al empuñarse el rango energético de los estados intermedios relevantes en el proceso de colisión.

Antes de estudiar las características de las figuras presentadas analizamos la estructura del  $\nu_A^{\text{osc}}$

$$\nu_A^{\text{osc}} = |\lambda_{A,A-q}|^2 F_{A,A-q} (1-\rho_N)(1-\rho_{A-q}) +$$



$$+ |\lambda_{A+q,A}|^2 F_{A+q,A} (1-\rho_0) (1-\rho_{A+q}) \quad (\text{VI.14})$$

Vemos que el primer término está asociado con la despoblación del nivel A, por generación de un cuanto de oscilador, mientras que el segundo describe la despoblación del mismo por destrucción de un fonón. Los dos términos son, esencialmente, funciones escalón pesadas por las "despoblaciones" de los niveles fundamental y máximo del oscilador y moduladas por los factores de forma en la energía Lorentzianos.

En la figura VI.A, donde  $T = 0$ , las frecuencias colisionales intrínsecas, o cinéticas, se anulan para  $\mathcal{E} < \mathcal{E}_F$ , (ver referencias Co80 y He82), debido al bloqueo de Pauli. La presencia del fonón modifica sustancialmente esta situación y observamos que, por un lado se prolonga la cola de baja energía por debajo de  $\mathcal{E} = \mathcal{E}_F$  y además modifica la pendiente de las curvas para energías mayores que la de Fermi. Respecto del comportamiento angular, el conjunto de gráficos presenta una cierta simetría alrededor  $\pi/2$ , retrayéndose la cola de baja energía, por debajo de  $\mathcal{E}_F$ , si  $\theta$  varía de 0 a  $\pi/2$ , revirtiéndose el comportamiento para  $\theta$  entre  $\pi/2$  y  $\pi$ .

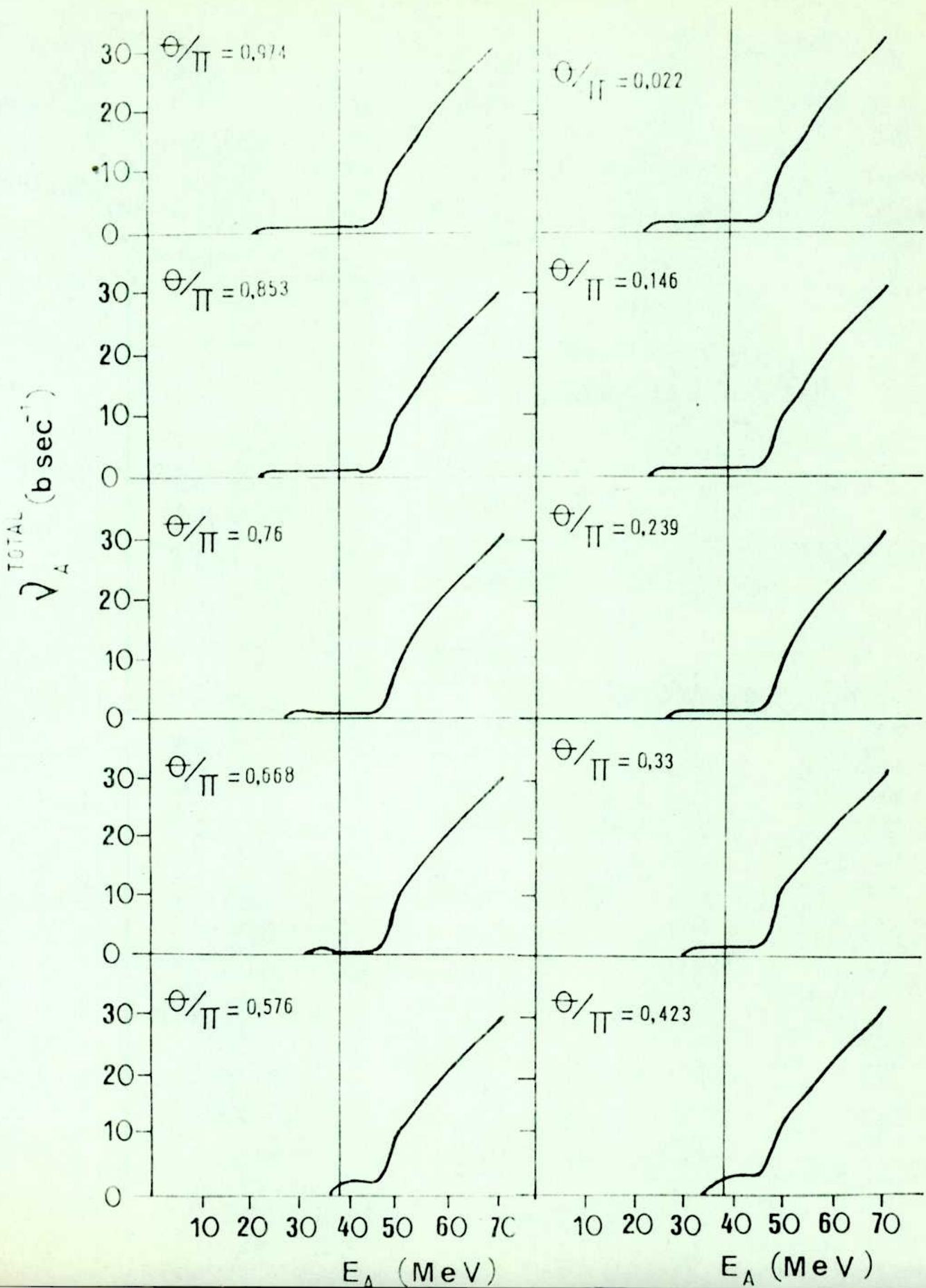
En la figura VI.C, mostramos algunos gráficos de  $\nu^{osc}$  donde vemos que el efecto del factor de forma Lorentziano es muy suave, pues los escalones aparecen poco alterados. La presencia de los dos escalones se debe, a que en este periodo inicial de la eventual evolución del sistema fonónico se cumple

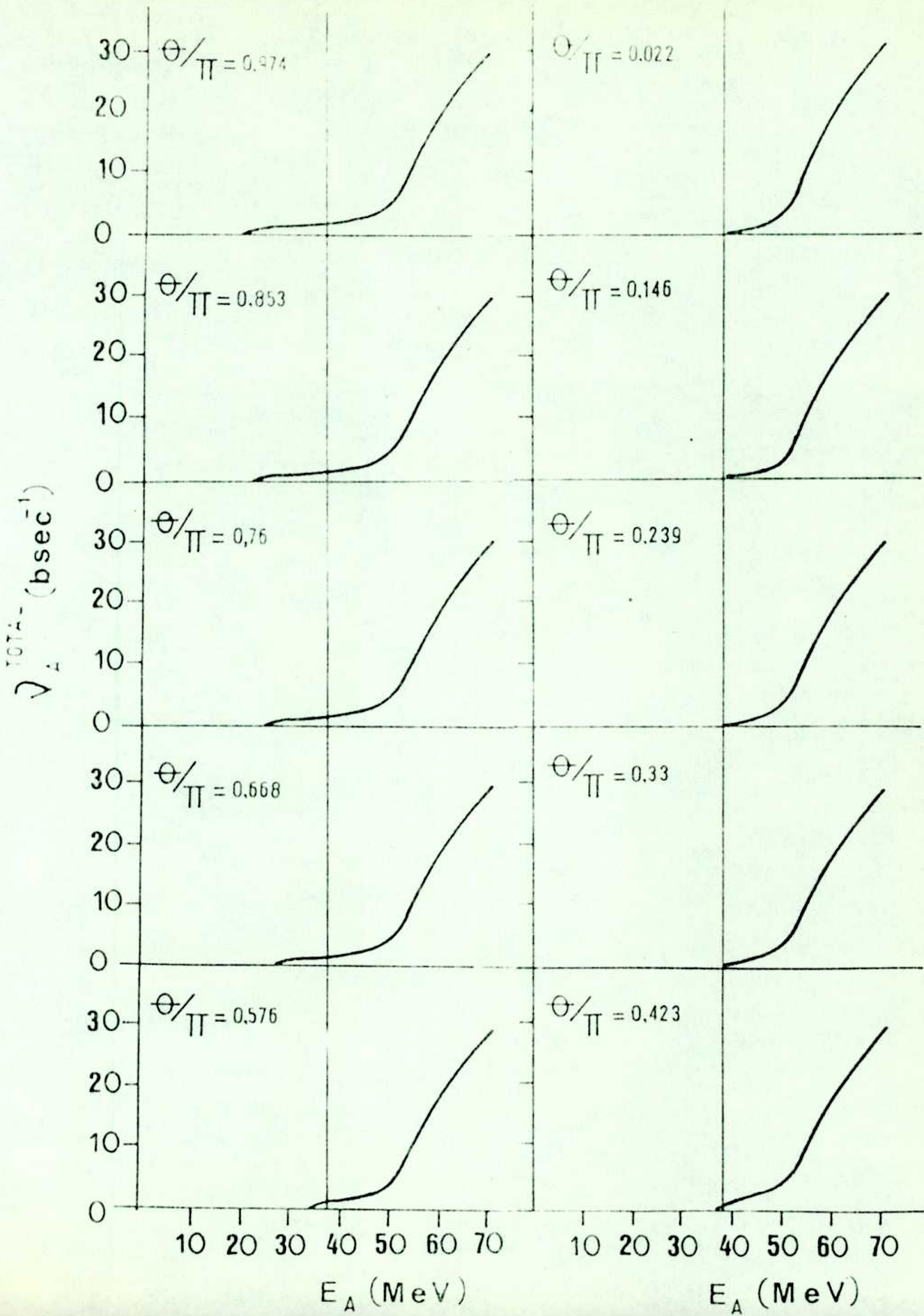
$$(1-\rho_N) = (1-\rho_0) = 1 \quad (\text{VI.15})$$

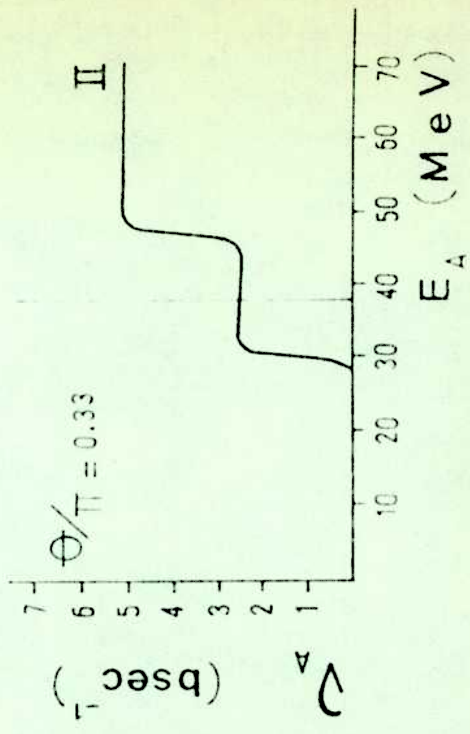
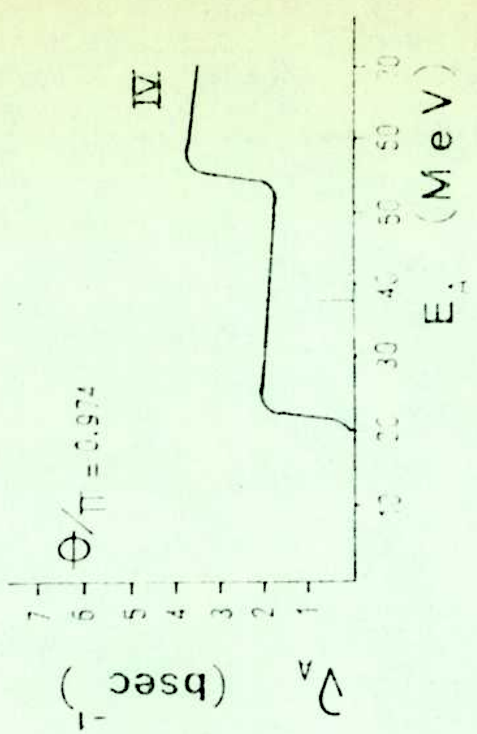
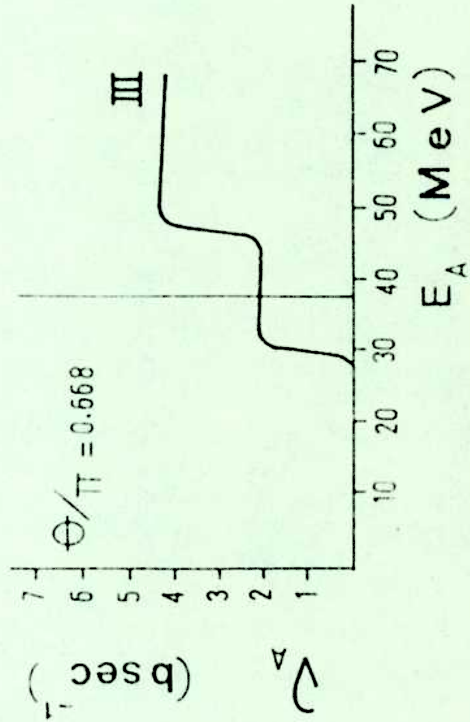
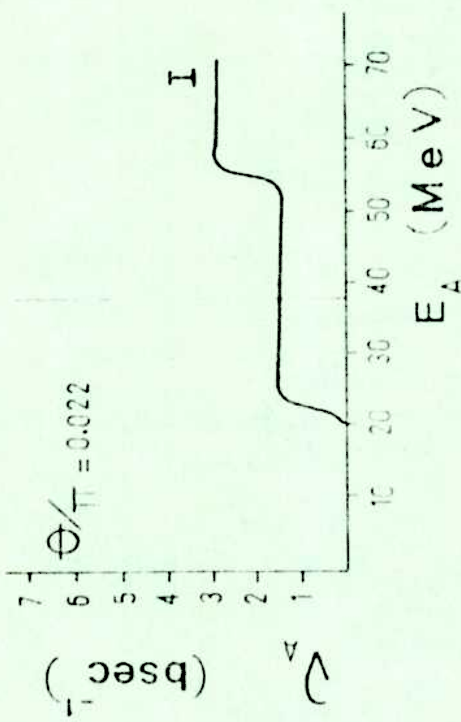
Las figuras VI.B y VI.D muestran los gráficos correspondientes a  $t = \infty$  y  $T = 1.3$  Mev. En estas condiciones, que corresponden al equilibrio final, se cumple

$$(1-\rho_0) \approx 0$$

FIGURA ( VI.A)

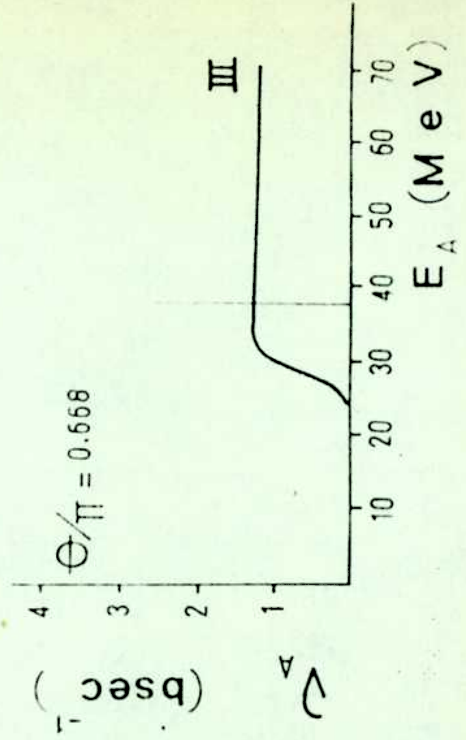
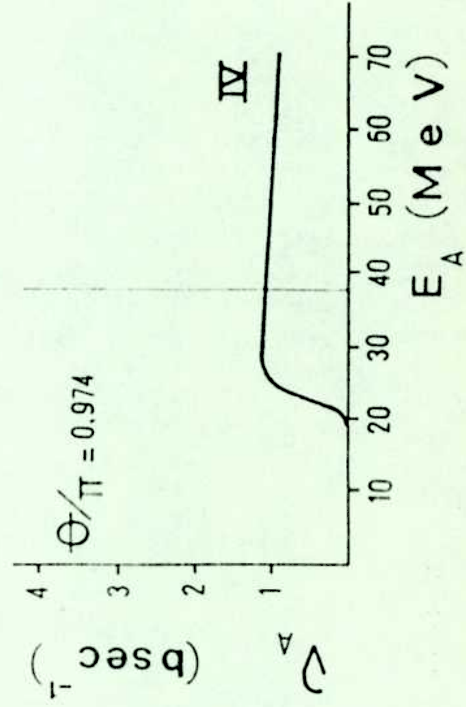
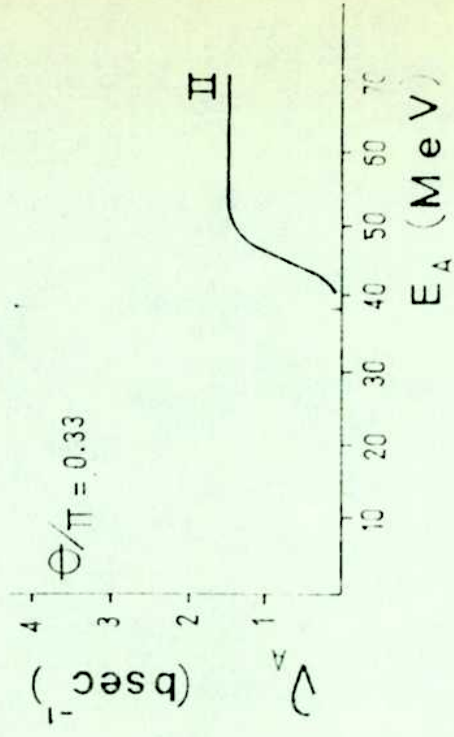
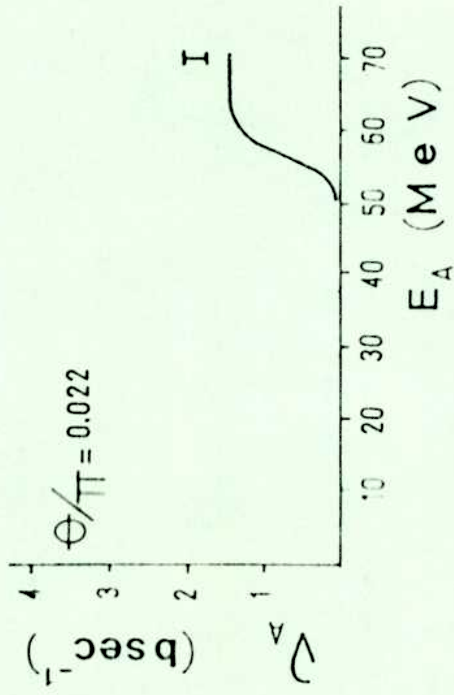






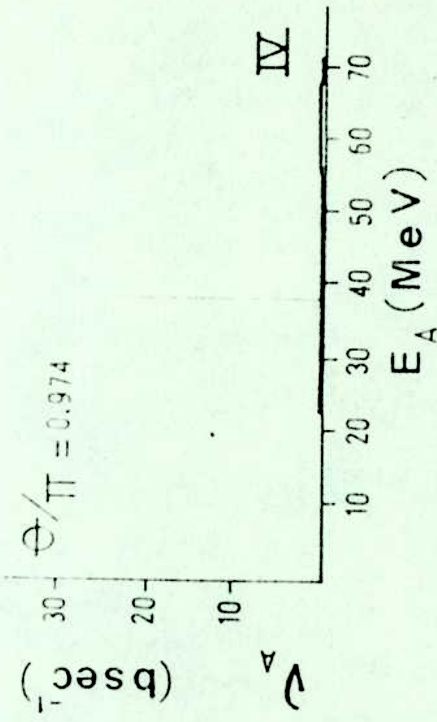
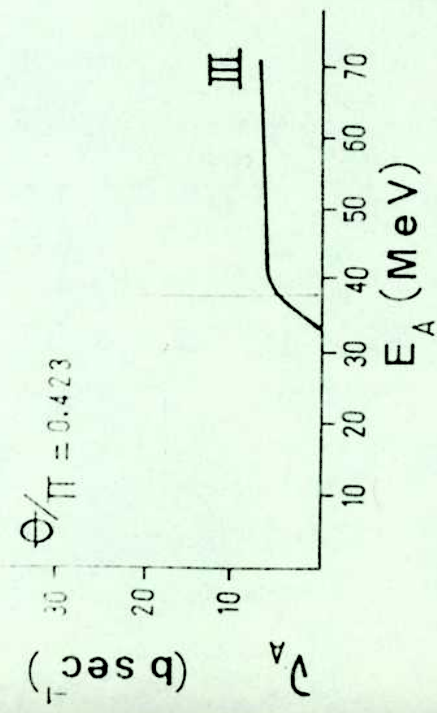
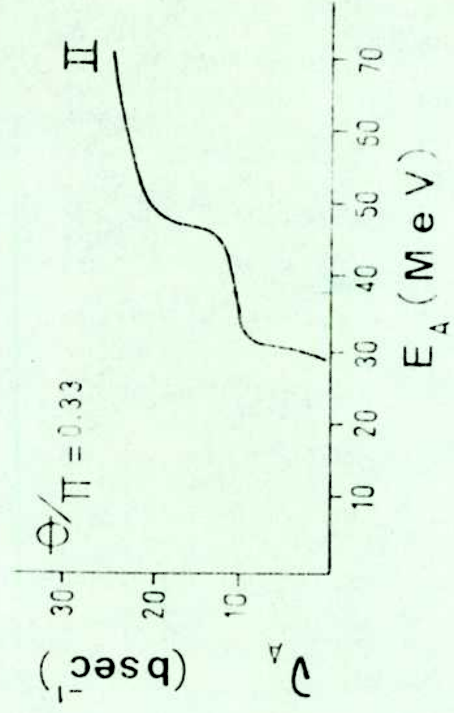
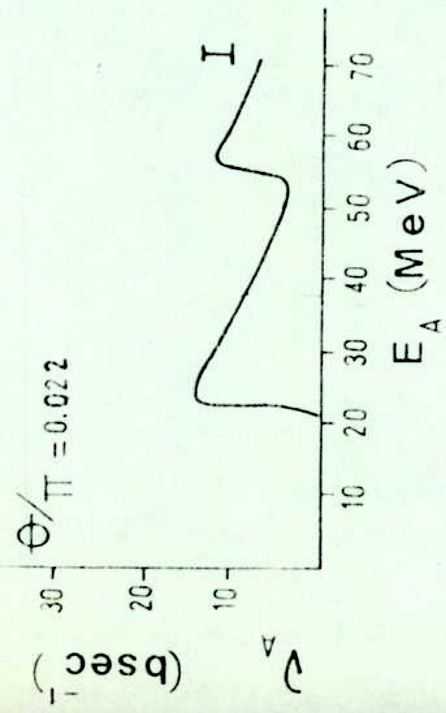
Frecuencias colisionales bosón - fermión en función de la energía de partícula (T=0.Mev)

FIGURA (VI. C)



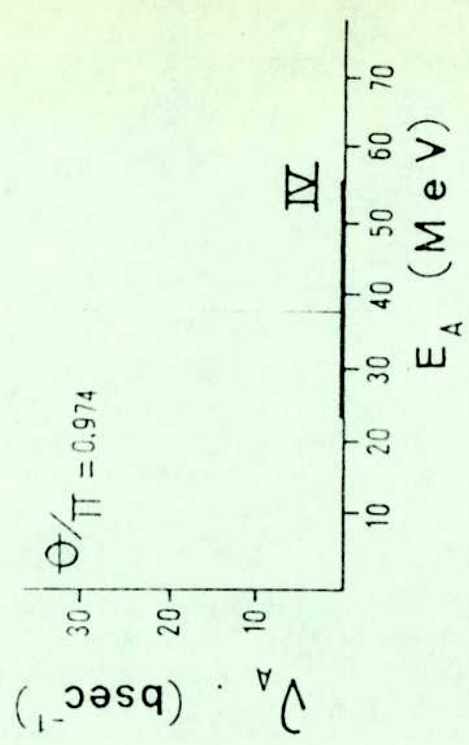
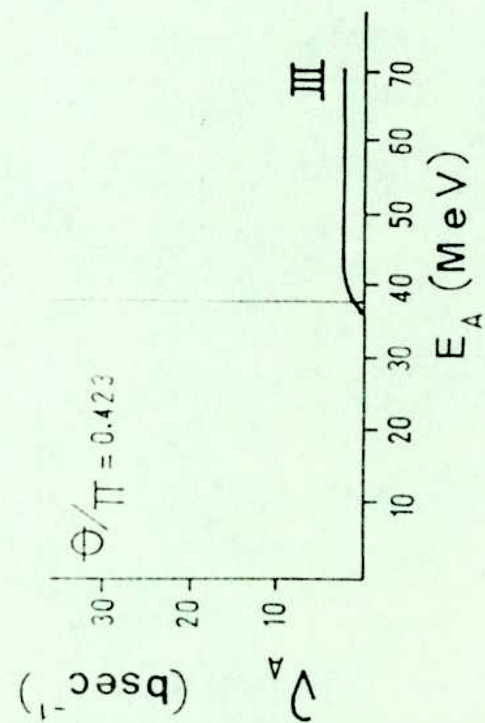
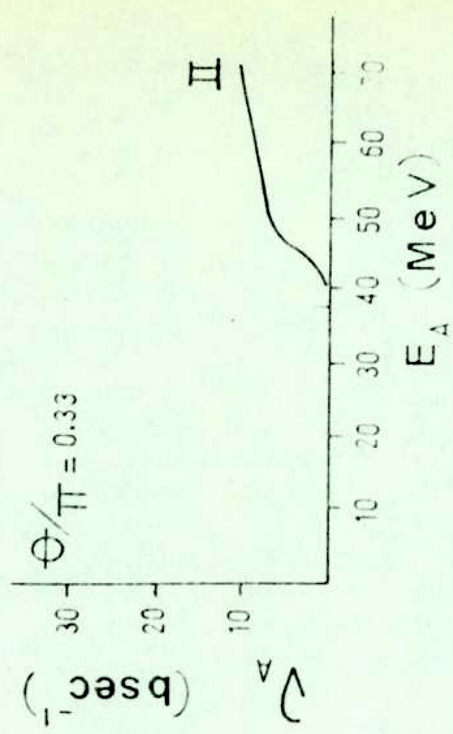
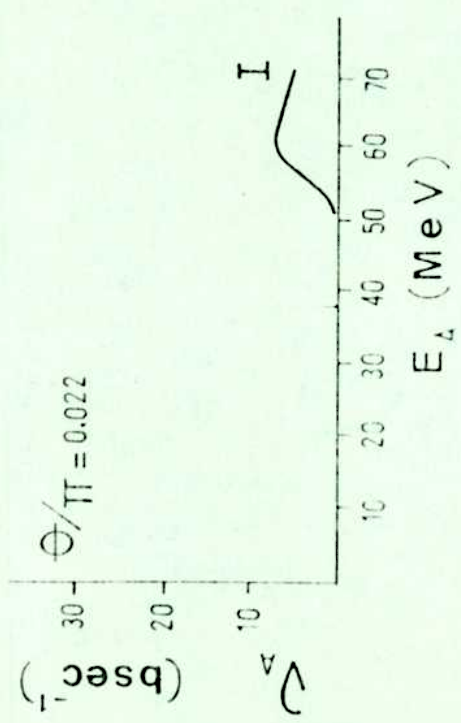
Idem Figura (VI. C) para  $T = 1.3$  Mev

FIGURA (VI. D)



Idem Figura (VI. C) para  $r_c = 10 r_0$

FIGURA (VI.E)



Idem Figura (VI. C) para  $T = 1.3$  Mev y  $r_0 = 10 r_0$

FIGURA (VI.F)

por lo cual en la figura VI.D solo aparece un escalón, menos pronunciado, (redondeado) que para los gráficos anteriores, pues corresponde a una distribución de Fermi a una temperatura  $T = 1.3 \text{ Mev}$ , deformado levemente por el factor Lorentziano. Como era de esperar, la simetría observada en el caso anterior se pierde. Un hecho importante se observa al comparar las figuras VI.D con la VI.B. Vemos que en la primera, dado que  $(1 - \rho_0) \approx 0$ , solo sobreviven las frecuencias vinculadas a la destrucción de fonones, por lo tanto la simetría que aparece en VI.B es consecuencia del intercambio de roles entre los procesos de creación y destrucción de fonones, es decir

$$\left( \Gamma(\Delta E) (1 - \rho_{A-q}) \right)_\Theta \approx \left( \Gamma(\Delta E) (1 - \rho_{A+q}) \right)_{\pi-\Theta} \quad (\text{VI.16})$$

que es consecuencia de que los factores de forma en la energía varían muy suavemente admitiendo un amplio rango de estados intermedios accesibles en el proceso de colisión.

Al estudiar los gráficos VI.E y VI.F, que corresponden a  $r_c = 10 r_0$ , vemos que los escalones aparecen fuertemente deformados y la simetría angular se pierde totalmente. Esto se debe, a que esta elección del radio de correlación hace que el factor de forma en la energía Lorentziano sea mucho más agudo, por lo tanto la ecuación (VI.16) deja de verificarse, o sea que las transiciones conservan su identidad. Podemos decir entonces, que estos gráficos, describen situaciones "más conservativas" al ser fuertemente inhibidas aquellas transiciones que involucren  $\Delta E$  fermiónicos mucho mayores que  $13.8 \text{ MeV}$





## VII.

### VII.1 Introducción

En este capítulo extenderemos la aplicación de las ecuaciones de evolución desarrolladas en las secciones precedentes, al caso de sistemas fermiónicos finitos con simetría esférica. Para ello se presentan las ecuaciones adecuadas al problema, se selecciona un espectro experimental de excitaciones de una partícula en el  $^{208}\text{Pb}$ , se discute la elección de parámetros libres y se integra numéricamente la evolución temporal de la RDG de dicho nucleído y su correspondiente "termostato nucleónico".

### VII.2 Las ecuaciones de la dinámica irreversible en la base esférica

Sea  $\rho_{TJ\pi}$  la matriz densidad asintótica de un modo colectivo armónico, con  $T$  el isospín,  $J$  el momento angular total y  $\pi$  la paridad. El correspondiente desarrollo espectral es

$$\rho_{TJ\pi} = \sum_{q=\pm 1} \sum_{M=-J}^J \sum_m \rho_{TJ\pi, m}^{q, M} |m q M; T J \pi\rangle \langle m q M; T J \pi| \quad (\text{VII.1})$$

El rótulo  $q$  denota que el modo colectivo tiene una estructura microscópica de partículas diferentes, pues toma el valor 1 para protones y -1 para neutrones. El índice  $m$  indica la cantidad de cuantos del oscilador caracterizados por  $q$  y  $M$ , donde  $M$  denota la proyección del momento angular.

En esta ecuación tenemos

$$|m q M; T J \pi\rangle \approx \left( \rho_{TJ\pi}^{q, M} \right)^m |0 q M, T J \pi\rangle \quad (\text{VII.2})$$

donde  $|0 q M, T J \pi\rangle$  es el vacío para aquellos fonones que son creados por el operador bosónico

Para el sistema fermiónico, el desarrollo de la matriz densidad de un

cuerpo,  $\rho(l)$ , en la base de una partícula,  $|A\rangle = |\sigma_A N_A J_A l_A\rangle$ , con  $\sigma_A = +1/2$  ( $-1/2$ ) para protones (neutrones); es

$$\rho(l) = \sum_A \sum_{m_A = -J_A}^{J_A} \rho_A^{m_A} |m_A; A\rangle \langle m_A; A| \quad (\text{VII.3})$$

De acuerdo con este esquema, la población total de un estado del oscilador con  $n$  cuantos es

$$\rho_n = \sum_{qM} \rho_{TJn, m}^{qM} \quad (\text{VII.4})$$

mientras que la población total de un estado de partícula vale

$$\rho_A = \sum_{m_A} \rho_A^{m_A} \quad (\text{VII.5})$$

Suponemos que la interacción entre los subsistemas bosónicos y fermiónicos, en que hemos separado al núcleo, puede ser representado por una interacción partícula - fonón de la forma usual,

$$\begin{aligned} V &= \sum_{\alpha\mu qM} \lambda_{\alpha\mu}^{qM} \Gamma_{TJn}^{qM+} b_{\mu}^{+} b_{\alpha}^{TJM} + h.c. = \\ &= \sum_{\alpha\mu qM} \lambda_{\alpha\mu}^{qM} \langle J_{\alpha} m_{\alpha} J_{\mu} m_{\mu} | J_{\alpha} J_{\mu} T M \rangle \times \\ &\quad \times \langle 1/2 \sigma_{\alpha} 1/2 \sigma_{\mu} | 1/2 1/2 T q \rangle \frac{1 + (-1)^{l_{\alpha} + l_{\mu} + \pi}}{2} \times \\ &\quad \times \Gamma_{TJn}^{qM+} b_{\mu}^{+} b_{\alpha} + h.c. \quad (\text{VII.6}) \end{aligned}$$

En esta ecuación,  $\lambda_{\alpha\mu}^{QM}$ , es el elemento de matriz de la interacción y los índices de partícula, A, pueden pertenecer a alguna de las dos categorías usadas a lo largo de este trabajo, es decir ( $\alpha, \beta..$ ) para partículas y ( $\mu, \nu..$ ) para agujeros, en el sentido amplio que ya hemos comentado.

Una vez establecida la representación de la interacción y de las densidades para los subsistemas bosónico y fermiónico podemos reproducir los pasos que permitieron obtener sus ecuaciones de evolución acopladas, en los capítulos precedentes.

Para el sistema bosónico, la correspondiente ecuación de evolución es una ecuación maestra, que en este caso adopta la forma, (de aquí en más dejaremos de lado los índices TJP que quedan sobreentendidos),

$$\dot{\rho}_m^{QM} = W_+^{QM} (\rho_{m+1}^{QM} - \rho_m^{QM}) + W_-^{QM} (\rho_{m-1}^{QM} - \rho_m^{QM}) \quad (\text{VII.7a})$$

mientras que para el sistema fermiónico obtenemos una ecuación cinética modificada para la densidad de un cuerpo, cuya estructura es

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_A^{mA} = & (B^{QM} - \rho_0^{QM}) \left\{ \sum_{\mu, m_\mu}^{\dagger} |\lambda_{A\mu}^{QM}|^2 \mathcal{F}^{QM}(\epsilon_{A\mu}) \rho_\mu^{m_\mu} (1 - \rho_A^{mA}) - \right. \\ & \left. - \sum_{\alpha, m_\alpha}^{\dagger} |\lambda_{\alpha A}^{QM}|^2 \mathcal{F}^{QM}(\epsilon_{\alpha A}) \rho_A^{m_\alpha} (1 - \rho_\alpha^{m_\alpha}) \right\} + \\ & + (B^{QM} - \rho_N^{QM}) \left\{ \sum_{\alpha, m_\alpha}^{\dagger} |\lambda_{\alpha A}^{QM}|^2 \mathcal{F}^{QM}(\epsilon_{\alpha A}) \rho_\alpha^{m_\alpha} (1 - \rho_A^{mA}) - \right. \\ & \left. - \sum_{\mu, m_\mu}^{\dagger} |\lambda_{A\mu}^{QM}|^2 \mathcal{F}^{QM}(\epsilon_{A\mu}) \rho_A^{mA} (1 - \rho_\mu^{m_\mu}) \right\} + \\ & + \dot{\rho}_A^{mA}(\text{CIN}) \end{aligned} \quad (\text{VII.7b})$$

En estas ecuaciones aparecen algunos términos cuya estructura es necesario aclarar,

i) Las probabilidades de transición  $W_{\pm}^{QM}$ , para cada tipo de nucleón y proyección de spin

$$W_{+}^{QM} = \sum_{\alpha\mu m_{\alpha} m_{\mu}} |\lambda_{\alpha\mu}^{QM}|^2 \mathcal{F}_{1}^{QM}(\epsilon_{\alpha\mu}) \rho_{\mu}^{m_{\mu}} (1 - \rho_{\alpha}^{m_{\alpha}}) \quad (\text{VII.8a})$$

$$W_{-}^{QM} = \sum_{\alpha\mu m_{\alpha} m_{\mu}} |\lambda_{\alpha\mu}^{QM}|^2 \mathcal{F}_{1}^{QM}(\epsilon_{\alpha\mu}) \rho_{\alpha}^{m_{\alpha}} (1 - \rho_{\mu}^{m_{\mu}}) \quad (\text{VII.8b})$$

ii) El factor de forma en la energía - spin - isospin .

$$\mathcal{F}_{1}^{QM}(\epsilon_{\alpha\mu}) = F(\epsilon_{\alpha\mu}) \langle J_{\alpha} m_{\alpha} J_{\mu} m_{\mu} | J_{\alpha} J_{\mu} JM \rangle^2 \times \\ \times \langle 1/2 \sigma_{\alpha} 1/2 \sigma_{\mu} | 1/2 1/2 Tq \rangle \quad (\text{VII.9})$$

iii) El factor de normalización bosónico  $\mathcal{B}^{QM}$ , que analizaremos más adelante

iv) La derivada cinética intrínseca,  $\dot{\rho}_{A}^{m_{A}}(\text{cin})$ , asociada a la interacción residual de dos partículas.

Estas ecuaciones tienen las siguientes características. En primer lugar describen la evolución en ciertos subespacios caracterizados por  $q$  y  $M$ , siendo la evolución en cada uno de ellos independiente de los demás. Los valores de  $Q$  están en correspondencia con los isospines de las partículas,  $\zeta_A$ , los cuales están asociados a los rótulos  $A$  en la ecuación (VII.7b). O sea que estas ecuaciones, describen las oscilaciones armónicas de los flujos neutrónico y protónico por separado, caracterizadas por, el spin, su

proyección y paridad. En segundo lugar, la normalización de las matrices densidad se conserva estrictamente en cada subespacio. Esto significa que

$$\sum_m \rho_m^{qM} = B^{qM} \quad (\text{VII.10a})$$

$$\sum_{A^m_A} \rho_A^{mA} = F^{qM} \quad (\text{VII.10b})$$

Aquí,  $B$  y  $F$ , son constantes asociadas a los grados de libertad bosónicos y fermiónicos, respectivamente, cuyos valores pueden ser fijados del siguiente modo. La normalización de las densidades bosónicas nos da las relaciones,

$$\begin{aligned} \sum_{q=\pm 1} \sum_{m=-J}^J \sum_n \rho_m^{qM} &= 1 = \\ &= \sum_{q=\pm 1} \sum_{m=-J}^J B^{qM} = \\ &= B^+ + B^- \end{aligned} \quad (\text{VII.11})$$

Donde,

$$B^q = \sum_{M=-J}^J B^{qM} \quad (\text{VII.12})$$

Estas constantes pueden ser especificadas si consideramos que a tiempo  $t = 0$ , el oscilador se encuentra en el estado fundamental no perturbado y el sistema tiene simetría esférica. Por lo tanto la ecuación (VII.12), está caracterizada por un promedio  $B^{qM} = b^q$ ,

Es natural establecer que los pesos relativos de  $B^{\pm}$  son proporcionales al número de pares de protones ó neutrones que satisfacen las reglas de selección de spin total y paridad, entonces

$$B^{\pm} = \frac{N^{\pm}}{N^{\pm} + N^{\mp}} \quad (\text{VII.13})$$

y obtenemos finalmente

$$b^{\pm} = B^{\pm M} = \frac{1}{2J+1} \frac{N^{\pm}}{N^{\pm} + N^{\mp}} \quad (\text{VII.14})$$

Respecto de los factores de normalización para el sistema fermiónico, podemos escribir, a partir del argumento de simetría esférica,

$$F^{+M} = \frac{1}{2J+1} Z \quad (\text{VII.15a})$$

$$F^{-M} = \frac{1}{2J+1} N \quad (\text{VII.15b})$$

Por último, recordamos que la dinámica contenida en la ecuaciones (VII.8), es causal, dando lugar a la equilibración asintótica, a trave de la interacción residual entre los sistemas. El equilibrio se alcanza cuando las contribuciones de pérdida y ganancia, ó sea, cuando los ritmos de ocupación y desocupación de un dado nivel, de cualquiera de los subespacios, se balancean mutuamente. Cualquier diferencia entre estos dos ritmos da lugar a una derivada colisional finita, que se encarga de llevar al

sistema nuevamente al equilibrio.

Como última aclaración, en este apartado, debemos recordar que no hemos considerado explícitamente la estructura microscópica del modo nuclear colectivo, por lo tanto, el modelo presentado representa, esencialmente, a un oscilador armónico cuántico que realiza movimiento browniano en una cavidad esférica. La introducción de estas correlaciones en el formalismo no es un problema sencillo. Sin embargo veremos mas adelante, que este esquema simple contiene las características mas relevantes del amortiguamiento de la resonancia, pues una simulación semifenomenológica de la estructura del modo colectivo no genera modificaciones importantes a la descripción provista por las ecuaciones (VII.8).

### VII.3 Aplicación a la RDC en el $^{208}\text{Pb}$

Como aplicación de la teoría general desarrollada en este trabajo y particularizada en la sección previa, presentamos un modelo simplificado para estudiar la evolución temporal de un modo dipolar resonante vectorial (i.e.,  $T = 1$ ) en  $^{208}\text{Pb}$ . Hemos tomado el espectro de niveles de partícula de la referencia [Va72] y la energía resonante experimental,  $\hbar\Omega = 13.8 \text{ Mev}$ , (ref. [Va72]). El valor de los elementos de la matriz de interacción,  $\lambda_{\mu}$ , son fijados en la unidad, luego, la constante  $\lambda$  es un factor de escala en el tiempo ó la energía, que puede ser ajustada a posteriori de acuerdo con los datos experimentales, ó bien fijada a priori, mediante una estimación microscópica.-

Un punto que debe ser considerado, es la legitimidad del uso de teoría cinética para tratar un problema que a priori presenta un espectro discreto y finito. Para ello recordemos que estas características provienen de dos fuentes diferentes. La discretitud, es consecuencia de determinar las energías y orbitales de partículas mediante métodos que solo involucran el comportamiento estacionario ó cuasi estacionario, como ser



mediante mediciones espectroscópicas. En efecto, un sistema de muchos cuerpos con interacciones residuales de rango finito, de dos cuerpos, no exhibe un espectro discreto, sino uno continuo, generados por la superposición de niveles ensanchados. En este caso las interacciones residuales tienen dos orígenes, uno el intrínseco (ver capítulo II) y el otro la presencia del modo colectivo.

La porción no acotada del espectro ha sido dejada de lado, dado que estamos interesados en el ancho de amortiguamiento y no en el de escape, que es usualmente una fracción pequeña del ensanchamiento total [Wa81, Da64]

Respecto del carácter finito del espectro, es consecuencia de necesidades de cálculo, o sea, el truncamiento del espacio modelístico. Este último no representa una limitación importante, pues, 1) supresión de la parte altamente excitada del espectro, como se hace en cálculos típicos de la teoría de capas, es válida en la medida en que los ritmos de transición a esos niveles son despreciables en la escala de frecuencias consideradas; 2) los procesos que estudiamos están pesados por un factor de forma en la energía de tipo Lorentziano, ver ecuación (VII.9).

Respecto del factor de forma en la energía, la selección de la magnitud del ancho  $\hbar\gamma$ , ó sea la vida media  $\gamma^{-1}$ , debe ser realizada teniendo bien en claro su significado. Observemos que los tiempos de vida característicos de nuestros subsistemas están ligados con:

i) Ensanchamiento de niveles de partícula y del modo colectivo, efecto asociado a su interacción mutua.

ii) Ensanchamiento de los niveles de partículas, como consecuencia de la interacción residual entre fermiones.

Sin embargo,  $\gamma^{-1}$  es un tiempo de vida colisional, es decir un tiempo de correlación  $\tau_c$  que representa la duración de una correlación partícula - fonón no observable. Es esencialmente un parámetro microscópico, mientras que los ensanchamientos antes nombrados son macroscópicos, ya que contienen el efecto

de promediar sobre grados de libertad no observables. En suma decimos que, los tiempos macroscópicos de relajación observados, identificables con la inversa del ancho en energía, son consecuencia de la existencia de interacciones entre los sistemas fermiónico y bosónico, que ocurren en tiempos microscópicos  $\delta_c$ . Dado que, desconocemos la magnitud de  $\delta$ , debemos tomarlo como parámetro libre, para luego estudiar su influencia en los cálculos numéricos realizados.

A fin de ilustrar el comportamiento de estas ecuaciones, en el caso de las resonancias dipolares gigantes, caracterizadas por  $T < 1$ ,  $J^{\pi} = 1^{-}$  en el  $^{208}\text{Pb}$ , hemos resuelto las ecuaciones (VII.7a) y (VII.7b) para una serie de valores de  $\hbar\gamma$ .

Debemos recordar que los procesos de dispersión que estamos considerando son inelásticos, por lo tanto la energía no es una constante de movimiento. Una medida de la no conservación, está dada por,

$$|\dot{E}_0 - \dot{E}_F| \approx \hbar \Omega \gamma \quad (\text{VII.16})$$

El criterio elegido para seleccionar el valor de  $\gamma$ , es lograr una fluctuación mínima en la energía. Se ha visto que la cantidad  $|\dot{E}_0 - \dot{E}_F|$  satura para un valor de  $\hbar\gamma = 0.1 \text{ Mev}$ ; es decir que valores menores de este parámetro no mejoran la conservación de la energía. Esto se debe a que, dado el espectro de partícula, a partir de un valor de  $\hbar\gamma = 0.1 \text{ Mev}$ , el filtro lorentziano no solo excluye todos los pares  $(\alpha, \mu)$  de su zona de máximo, sino que el peso relativo que asigna a las transiciones permitidas permanece prácticamente constante al disminuir  $\gamma$ .

En la figura (VII.A.1), mostramos los perfiles lorentzianos para  $\hbar\gamma = 10., 1., 0.1$ , en función de la energía de pares  $(\alpha, \mu)$ . En las abscisas hemos señalado algunas de las energías de transición que se muestran en la tabla (VII.B).

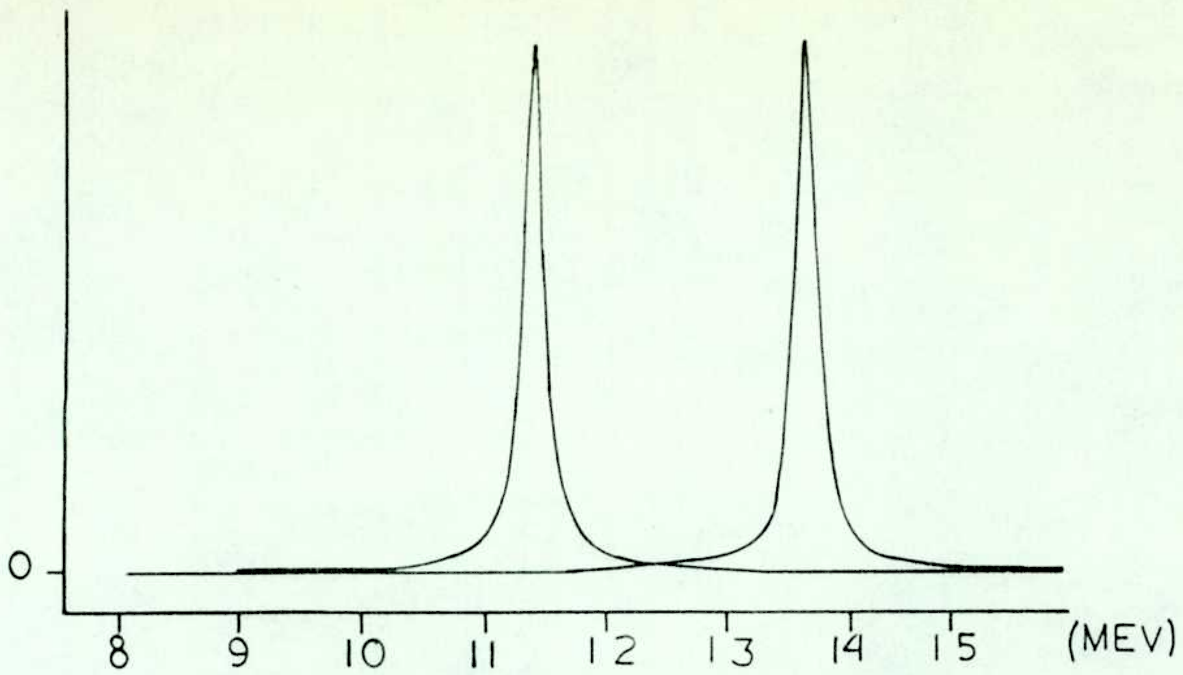


FIGURA ( VII.A.2) Perfiles Lorentzianos para  $h\Omega = 13.8, 11.5$  (Mev)  
 $h\gamma = 0.1$  (Mev)

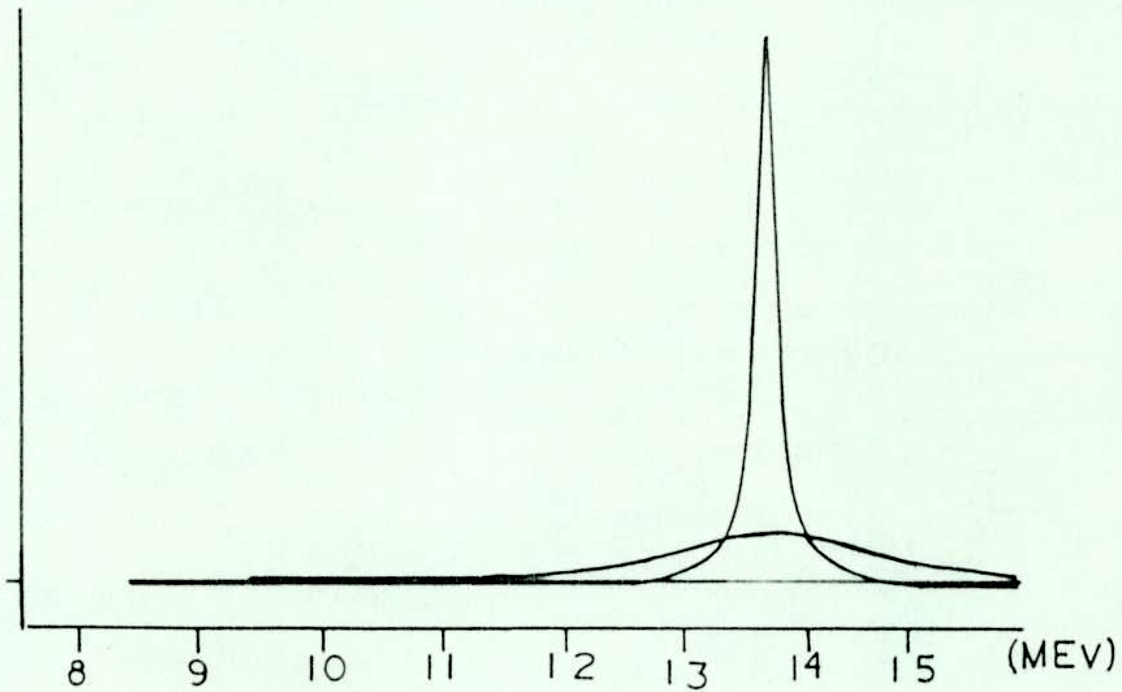


FIGURA (VII.A.1) Perfiles Lorentzianos para  $h\gamma = 10., 1., 0.1$  (Mev)  
 $h\Omega = 13.8$  (Mev)

## Transiciones protónicas permitidas

Estado 1	Estado 2	$ E(1) - E(2) $ (MeV)
$2f_{5/2}$	$2d_{3/2}$	7.91
$2f_{5/2}$	$2d_{5/2}$	9.23
$2f_{5/2}$	$1g_{7/2}$	10.26
$3p_{3/2}$	$3s_{1/2}$	7.08
$3p_{3/2}$	$3d_{3/2}$	7.43
$3p_{3/2}$	$2d_{5/2}$	8.75
$1i_{13/2}$	$1h_{11/2}$	7.21
$2f_{7/2}$	$2d_{5/2}$	6.83
$2f_{7/2}$	$1g_{7/2}$	8.56
$2f_{7/2}$	$1g_{9/2}$	12.56
$1h_{9/2}$	$1g_{7/2}$	7.66
$1h_{9/2}$	$1g_{9/2}$	11.66
$1h_{11/2}$	$1g_{9/2}$	6.06

## Transiciones neutrónicas permitidas

$3d_{3/2}$	$3p_{1/2}$	5.96
$3d_{3/2}$	$2f_{5/2}$	6.53
$3d_{3/2}$	$3p_{3/2}$	6.85
$2g_{7/2}$	$2f_{5/2}$	6.5
$2g_{7/2}$	$2f_{7/2}$	8.27
$2g_{7/2}$	$1h_{9/2}$	9.4
$4s_{1/2}$	$3p_{1/2}$	5.47
$4s_{1/2}$	$3p_{3/2}$	6.36
$3d_{5/2}$	$2f_{5/2}$	5.59
$3d_{5/2}$	$3p_{3/2}$	5.91
$3d_{5/2}$	$2f_{7/2}$	7.36
$1j_{15/2}$	$1i_{13/2}$	6.48
$1i_{11/2}$	$1h_{9/2}$	7.7
$2g_{9/2}$	$2f_{7/2}$	5.78
$2g_{9/2}$	$1h_{9/2}$	6.91

TABLA VII.B

En la figura (VII.A.2), mostramos perfiles lorentzianos para energías de pico de  $\hbar\Omega = 13.8$  y  $\hbar\Omega = 11.5$ , Mev.

Con estos valores de  $\hbar\gamma$  y una energía bosónica de  $\hbar\Omega = 13.8$  Mev hemos realizado los siguientes cálculos:

- I) Variación porcentual de la población de los niveles activos del sistema multifermiónico, (gráficos N° 1).
- II) Evolución temporal de las energías bosónica y fermiónica (graf. N° 2)
- III) Evolución temporal de las probabilidades de transición  $\overline{W}_+$  y  $\overline{W}_-$  (graf. N° 3)
- IV) Evolución temporal de la entropía bosónica y fermiónica (graf. N° 4)
- V) Evolución temporal de la derivada logarítmica de la energía (graf. N° 5)

$$\nu_{\epsilon\beta}(t) = \dot{E}_\beta(t) / (E_\beta(t) - E_\beta(\infty)) \quad (\text{VII.17})$$

La base bosónica se ha truncado para  $n = 11$

Estos gráficos se muestran en las figuras (VII.C) a (VII.E).

En estos cálculos, la derivada colisional fermiónica intrínseca, se ha puesto igual a cero, pues según se vió en el capítulo VI, su contribución es importante solo para niveles de partículas algunas decenas de Mev por encima de la energía de Fermi.

Hemos realizado además las siguientes aproximaciones

$$\rho_m^{EM} = B^2 \rho_m^M \quad (\text{VII.18})$$

$$W_+^{EM} = B^2 W_+^M \quad (\text{VII.19})$$

$$B^2 = 1/2 \quad (\text{VII.20})$$

$$\overline{W}_\pm = \frac{1}{2J+1} \sum_M W_\pm^M \quad (\text{VII.21})$$

razonables para sistemas pesados. En particular para el caso del  $^{208}\text{Pb}$  la última de estas relaciones es cierta a menos de un 0.1%.

El paso temporal en estos cálculos es  $\Delta t = 0.057$  bseg y todas las

frecuencias y probabilidades de transición son dadas en unidades de  $b\text{seg}^{-1}/|\lambda|^2$  con  $\lambda$  en Mev. En todas las figuras el tiempo máximo es 19.5bseg, para el cual se consigue la saturación.

En los gráficos N° 1 de las figuras nombradas vemos que por un lado la energía transferida al modo fermiónico se aproxima mejor a los 13.8 Mev perdidos por el modo bosónico, cuando  $\hbar\gamma$  alcanza su mínimo valor, (0.1 Mev), además, el proceso se hace más lento a medida que  $\hbar\gamma$  disminuye. Este efecto es corroborado al observar los valores de los factores  $W_+$  mostrados en los gráficos N° 3 de las figuras (VII.C  $\rightarrow$  E), que dominan los procesos estudiados de carácter netamente disipativo.

Al observar los gráficos N° 1 en las figuras (VII.C  $\rightarrow$  E) vemos que a menor conservación de la energía, ó sea cuando  $\hbar\gamma$  varía de 10. a 0.1 Mev, el módulo de la variación porcentual de la probabilidad de ocupación de los niveles fermiónicos activos pasa de ser una distribución aproximadamente homogénea a otra en la cual las variaciones porcentuales de los pares con energías de transición más próximas al valor de la resonancia son fuertemente favorecidas.

Los valores de las energías de los pares ( $\alpha, \mu$ ) se muestran en la tabla (VII.B)

Comportamientos similares aparecen al observar los gráficos N° 4 de las figuras correspondientes en los que se muestra la evolución temporal de las ocupaciones  $\rho_0(t)$  y  $\rho_1(t)$ , siendo las nueve restantes invisibles en esta escala.

La evolución temporal de las entropías fermiónicas y bosónicas se muestra en los gráficos N° 5 de las correspondientes figuras y tienen todas las características de un teorema H, mostrando un valor final de equilibrio y se observa el esperado incremento de la entropía total.

El comportamiento evidenciado en estas evoluciones y en particular al considerar la no conservación de la energía es consecuencia de dos factores; en primer lugar, al disminuir el ancho del factor lorentziano, este se aproxima mejor a un filtro delta en la energía ó sea a la conservación estricta de la misma; en segundo lugar el espectro considerado no presenta pares accesibles en la vecindad inmediata de la resonancia, (recordemos que la energía de pico es  $h\Omega = 13.8$  Mev, mientras que el par de energía más alta es de  $\approx 12.65$  Mev, ver tabla VII.B).

Finalmente mostramos los graficos N° 6, en las correspondientes figuras en los cuales comparamos las probabilidades de transición  $\bar{W}_+$  con la derivada logaritmica de la energía definida en la ecuación (VII.17). Recordemos que esta probabilidad es un parámetro característico de las teorías microscópicas en el marco de la hipótesis de no retorno [Da64] y representa la probabilidad de desocupación de un nivel bosónico por transiciones al nivel inmediato inferior. Según nuestra teoría estos valores coinciden con la derivada logaritmica de la energía, solo para el instante inicial, para luego separarse rápidamente permanecer aproximadamente paralelos durante un tiempo y finalmente separarse más aún. Mientras  $\bar{W}_+$  alcanza rápidamente un valor asintótico la derivada logaritmica de la energía (DLE) tiene para los tiempos relevantes un comportamiento esencialmente decreciente para alcanzar su valor asintótico en tiempos mucho más largos que los correspondientes a  $\bar{W}_+$ , para todo  $t \neq 0$ , se cumple:  $DLE < \bar{W}_+$ .

Este comportamiento de la DLE, se puede comprender con los argumentos que siguen; en este caso el problema es dependiente del tiempo y no se puede resolver la ecuación de autovalores para después construir el correspondiente desarrollo en autofunciones, como se hizo en el capítulo IV. Las probabilidades efectivas de transición reflejan una situación más compleja que la asociada a la hipótesis de no retorno, en la cual cada nivel del oscilador experimenta procesos que lo pueblan y lo despueblan, y que además

la pérdida de coherencia no es un fenómeno instantáneo sino gradual. Por otro lado la existencia de dos zonas aproximadamente horizontales, bien definidas, responde a las etapas del proceso de relajación en las cuales la transferencia de energía es grande (instantes iniciales) y aquella en la cual el apartamiento del equilibrio es muy pequeño. La curva que une estas dos zonas responde a la transición entre estos dos regímenes.

Para confirmar la influencia de los efectos de frontera del espectro, repetimos los cálculos anteriores para energías de pico,  $\hbar\Omega = 12.6$  y  $11.5$  Mev y  $\hbar\gamma = 0.1$  Mev, es decir que el pico de la función de peso Lorentziana esté muy próximo a energías de pares de transición (ver figura VII.A y tabla VII.B). Los resultados correspondientes se muestran en las figuras (VII.F y VII.G).

Por un lado observamos que la energía es mucho mejor conservada (la energía transferida del modo bosónico al fermiónico es aproximadamente un 99% de la total disipada), por otro lado las variaciones porcentuales de la probabilidad de ocupación de los niveles fermiónicos activos están fuertemente incrementadas para aquellas pares cuya energía de transición está cerca del pico del filtro lorentziano. Observamos que en estos casos las escalas temporales son seis veces más pequeñas que en los casos anteriores, pues los procesos son mucho más rápidos al existir una transición fuertemente favorecida. En todos los gráficos se observan las mismas características generales que para los casos previos. En particular al comparar la DLE con  $W_+$ , observamos que para los periodos iniciales de evolución la primera es aproximadamente un diez por ciento menor que la segunda.

Los cálculos presentados hasta el momento no han tenido en cuenta la estructura microscópica del modo bosónico. Para estimarlo, desde el punto de vista más sencillo posible, nos referimos a la descripción del fonón dipolar en  $^{208}\text{Pb}$  según la teoría RPA (ver [Wa81]). De este modo hemos asignado a cada par un peso probabilístico  $P_{\alpha\mu}$ , según el detalle de la



función de excitación del modo, calculada en el marco de la teoría RPA convenientemente interpolada y normalizada. De este modo, introducimos en la ecuación cinética (Eo.VII.7) un peso  $P_{\alpha\mu}$  que acompaña a los pesos de destrucción de fonones  $P_{\mu}(1-P_{\alpha})$ , es decir tomamos en cuenta la probabilidad de presencia del par que se pretende construir, en el fonón. Correspondientemente los procesos de creación de fonones tienen un peso extra  $(1 - P_{\alpha\mu})$ .

Los resultados correspondientes se muestran en la figura (VII.H), para  $\hbar\Omega = 13.8$  Mev y  $\hbar\gamma = 0.1$  Mev. La diferencia con el caso anterior, figura (VII.E) es pequeña, la energía es ligeramente menos conservada, las transiciones de los pares mas cercanos al pico energético del filtro lorentziano son levemente menos favorecidos y la evolución temporal es un poco más rápida.

Estos efectos se constatan al observar las figuras (VII.I) y (VII.J) donde mostramos la evolución temporal del módulo del incremento porcentual de las probabilidades de ocupación de los orbitales de partícula activos, mostrados a intervalos de tiempo que corresponden a un quinto del tiempo de evolución total (recordemos que el tiempo de evolución total fue fijado, para  $\hbar\Omega = 13.8$  Mev, en 19.5 bseg). Asimismo en las figuras (VII.K) y (VII.L), mostramos las correspondientes evoluciones temporales de la base fonónica completa.

Resumimos algunos aspectos característicos de los cálculos realizados en la tabla (VII.M), el porcentaje de variación de la energía absorbida por el sistema fermiónico respecto de la energía fonónica disipada, valor inicial de  $\bar{W}_+$ , valor asintótico de  $\bar{W}_+$ , valor del primer escalón de la DLE.

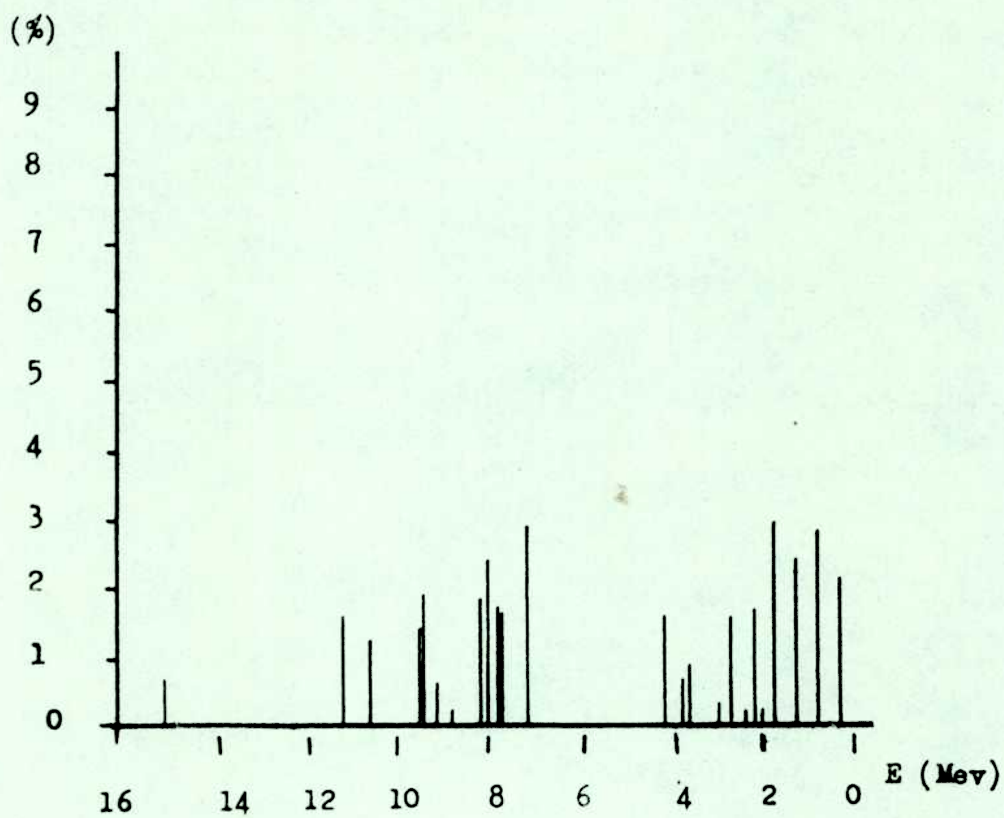
Debe tenerse en cuenta que en nuestros cálculos interviene el espectro experimental de excitaciones elementales fermiónicas (ver ref. [Va72]) el cual difiere en algunos aspectos del espectro teórico de Hartree - Fock utilizado en la referencia [Wa81]. Por lo tanto, se podrá suministrar

una confirmación más certera de estas observaciones cuando sea posible implementar un código de Hartree - Fock en nuestras facilidades de cómputo.

Finalmente, diremos que los principales resultados de este capítulo son:

- 1) Los estudios microscópicos basados en el cálculo de la probabilidad de la primera transición  $[W_{i57}]$ ,  $[Da64]$ ,  $[Br82]$ , sobresimplifican el problema, subestimando la vida media del estado colectivo al excluir la posibilidad de eventos de reexcitación del modo fonónico. Hemos visto (graficos N° 6) que este último efecto da cuenta de una variación de 20 a 30 % en el ensanchamiento de la resonancia, para  $\hbar\omega = 13.8$  Mev y de un 10% en los experimentos numéricos con mejor conservación de la energía.
- 2) El espectro de excitaciones para el núcleo juega un rol crítico y resulta recomendable la inclusión de excitaciones de mayor energía. Por supuesto esto está condicionado a la provisión de datos experimentales o a la disponibilidad de códigos y tiempo de cómputo.
- 3) El proceso descrito por estas ecuaciones resulta plausible en terminos físicos y proporciona una visión de detalles inaccesible en modelos microscópicos estáticos.
- 4) A partir de los datos a nuestro alcance los efectos de estructura microscópica del fonón son poco notables.

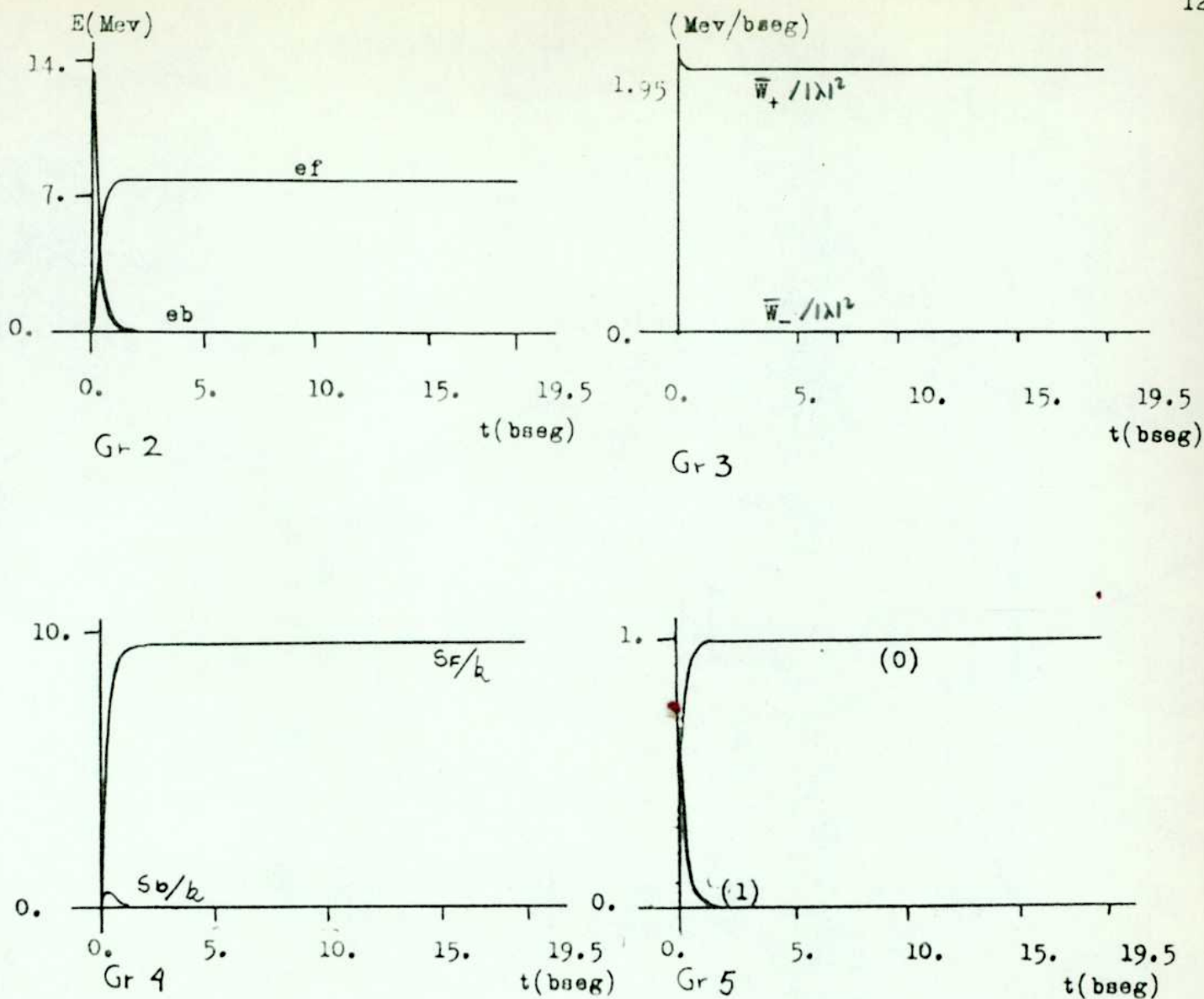
Concluimos entonces que el ensanchamiento de la resonancia, ó vida media inversa, no está dado por la probabilidad de transición a la configuración mas cercana distinta de la compatible con el modo colectivo (aproximación de no retorno) sino por la derivada logaritmica de la energía en la zona de transferencia de energía predominante.



Gr-1

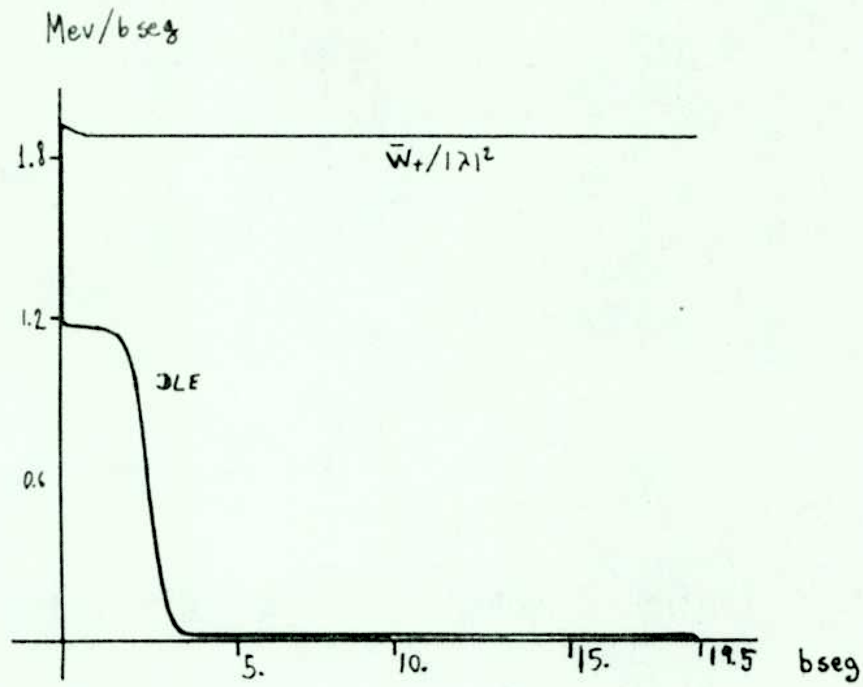
Módulo de la variación porcentual de la probabilidad de ocupación de los niveles fermiónicos activos, en función de las energías de partícula (ver tabla VII.N)  $\hbar\Omega = 13.8 \text{ Mev}$ ,  $\hbar\gamma = 10. \text{ Mev}$

FIGURA VII.C



- Gr.2: Evolución temporal de las energías bosónica, (eb), y fermiónica (ef)  
 Gr.3: Evolución temporal de las probabilidades de transición,  $\bar{w}_+$  y  $\bar{w}_-$   
 Gr.4: Evolución temporal de las entropías bosónica (sb) y fermiónica (sf)  
 Gr.5: Evolución temporal de la población de los niveles bosónicos, fundamental (0) y primer excitado (1)

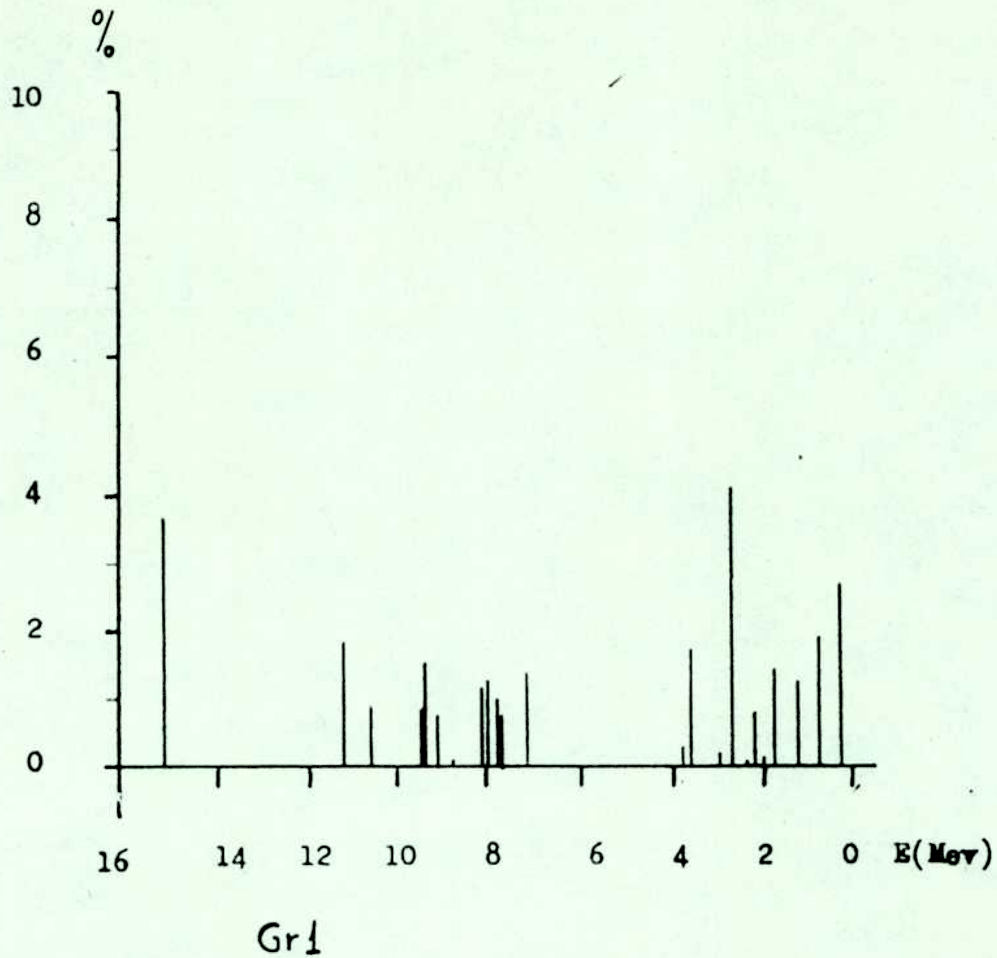
FIGURA VII.C



Gr 6

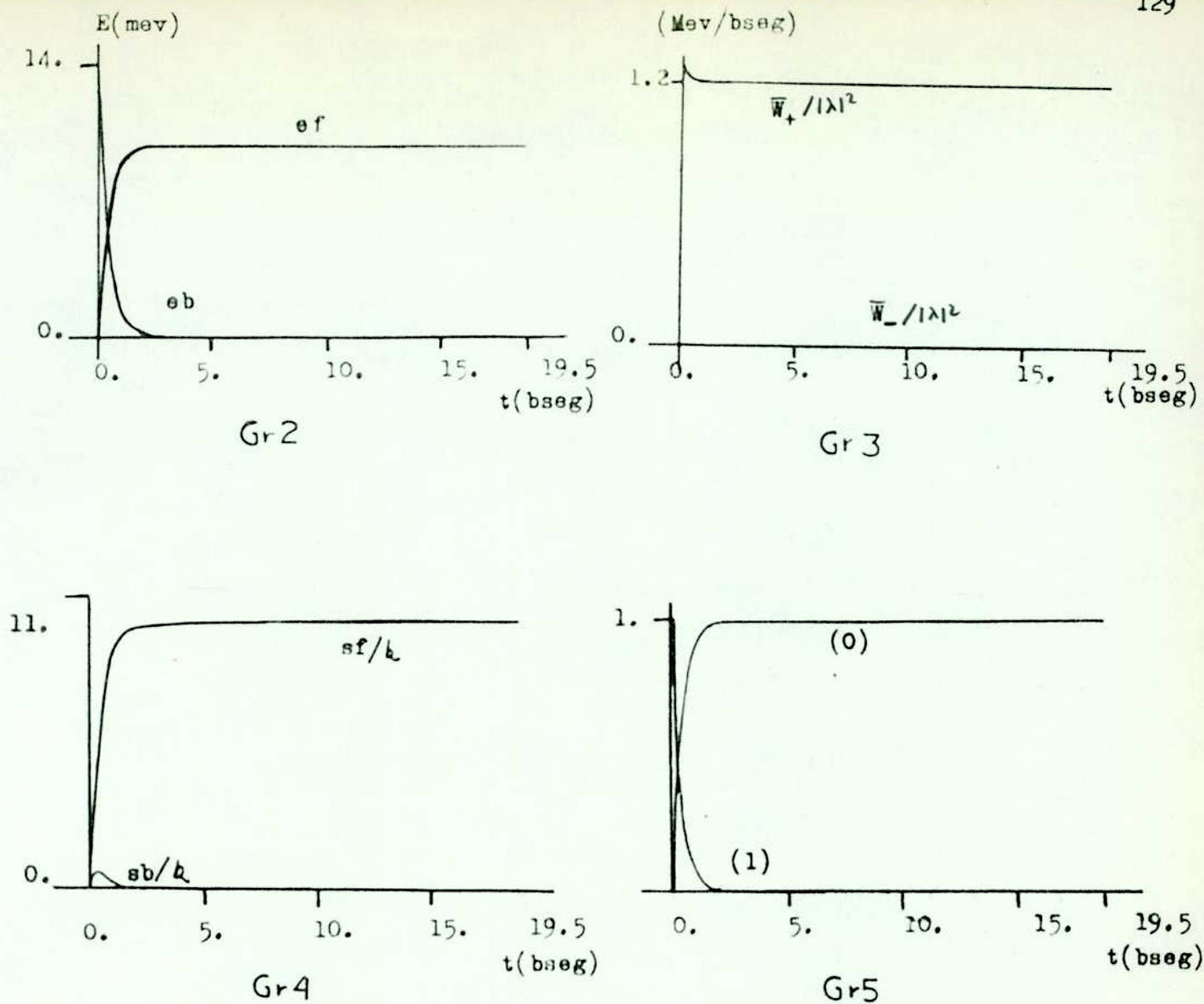
Evolución temporal de la probabilidad de transición  $\bar{w}_+$  y de la derivada  
 logarítmica de la energía (DLE)  $\hbar \omega = 13.8 \text{ Mev}$  ,  $\hbar \sigma = 10. \text{ Mev}$

FIGURA VII. C



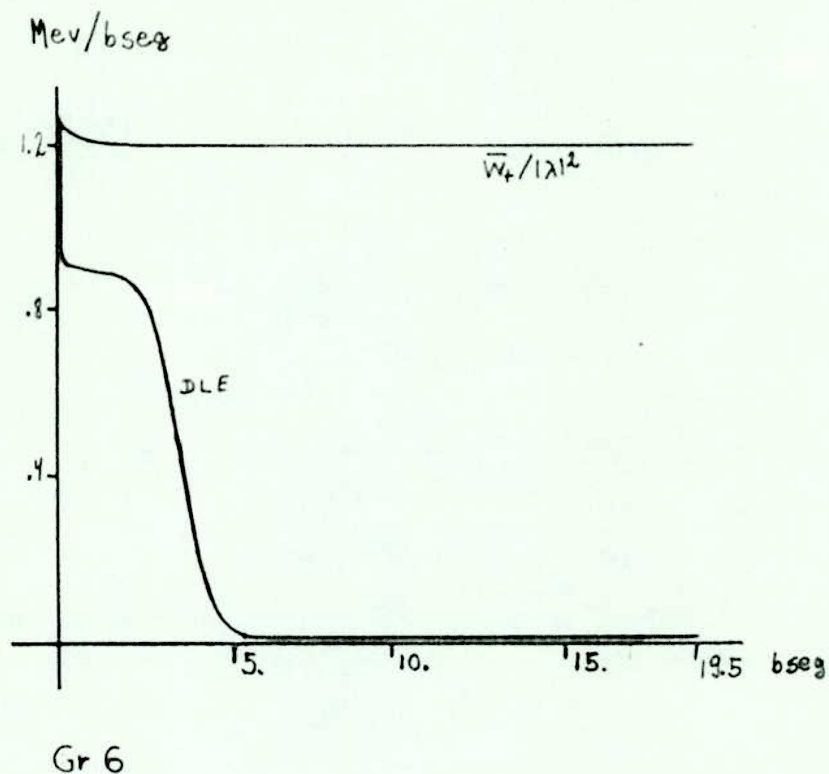
Módulo de la variación porcentual de la probabilidad de ocupación de los niveles fermiónicos activos , en función de las energías de partícula (Ver tabla VII.N  $\hbar\omega = 13.8$  ,  $\hbar\gamma = 0.1$  MeV)

FIGURA VII.D



- Gr.2: Evolución temporal de las energías bosónica (eb) y fermiónica (ef)  
 Gr.3: Evolución temporal de las probabilidades de transición,  $\bar{w}_+$  y  $\bar{w}_-$   
 Gr.4: Evolución temporal de las entropías bosónica (sb) y fermiónica (sf)  
 Gr.5: Evolución temporal de la población de los niveles bosónicos, fundamental (0) y primer excitado (1)

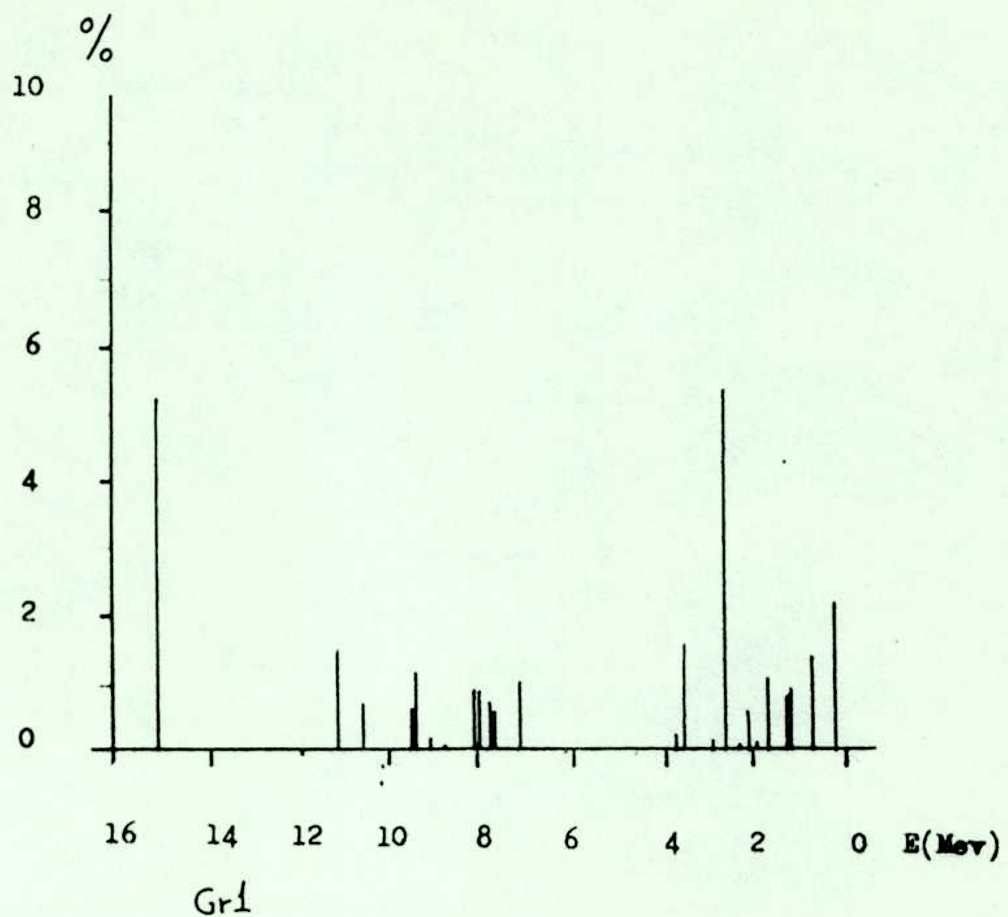
FIGURA VII.D



Evolución temporal de la probabilidad de transición  $w_+$  y de la derivada  
logarítmica de la energía (DLE)  $\hbar\Omega = 13.8 \text{ Mev}$ ,  $\hbar\delta = 1. \text{ Mev}$

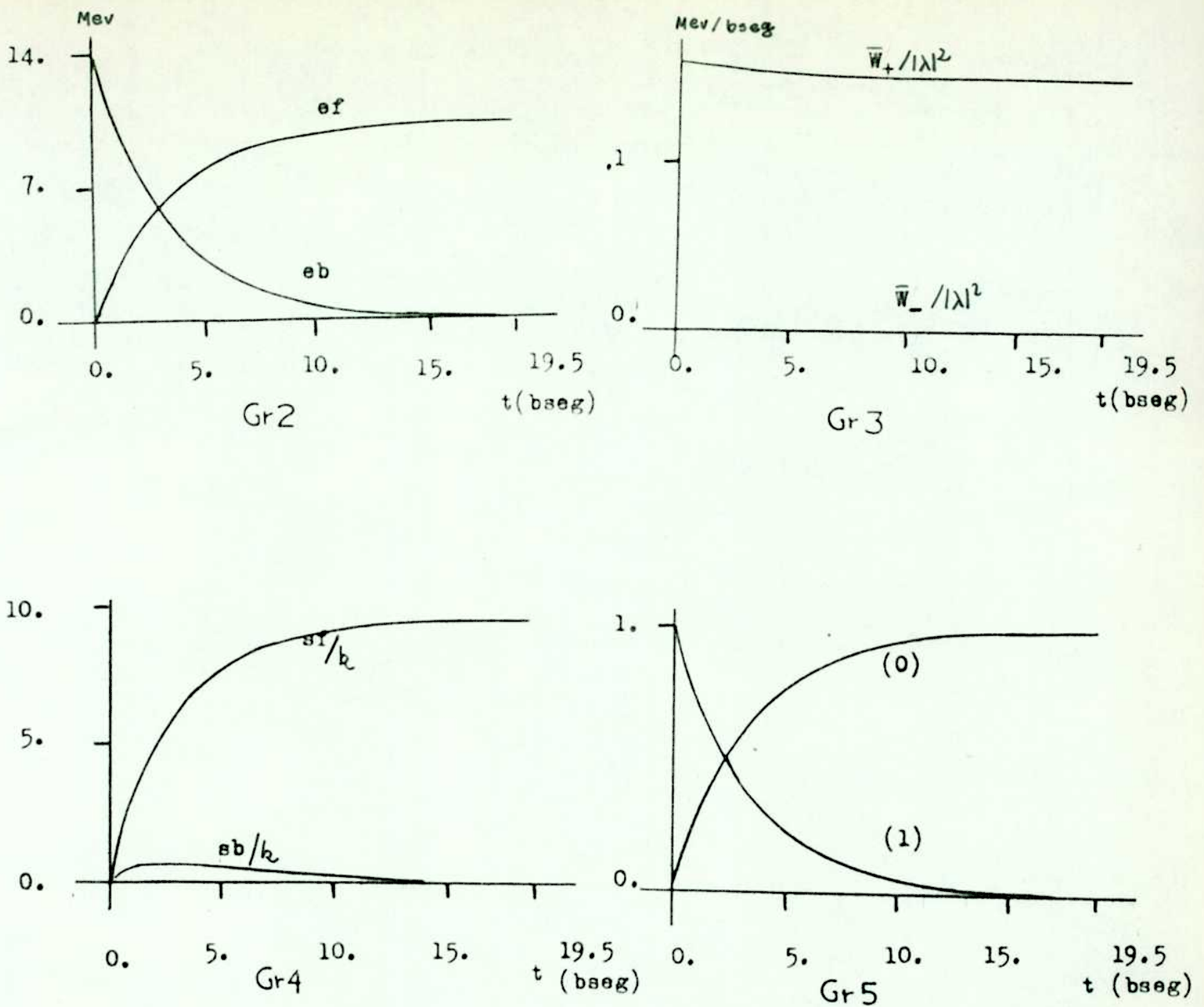
FIGURA VII. D





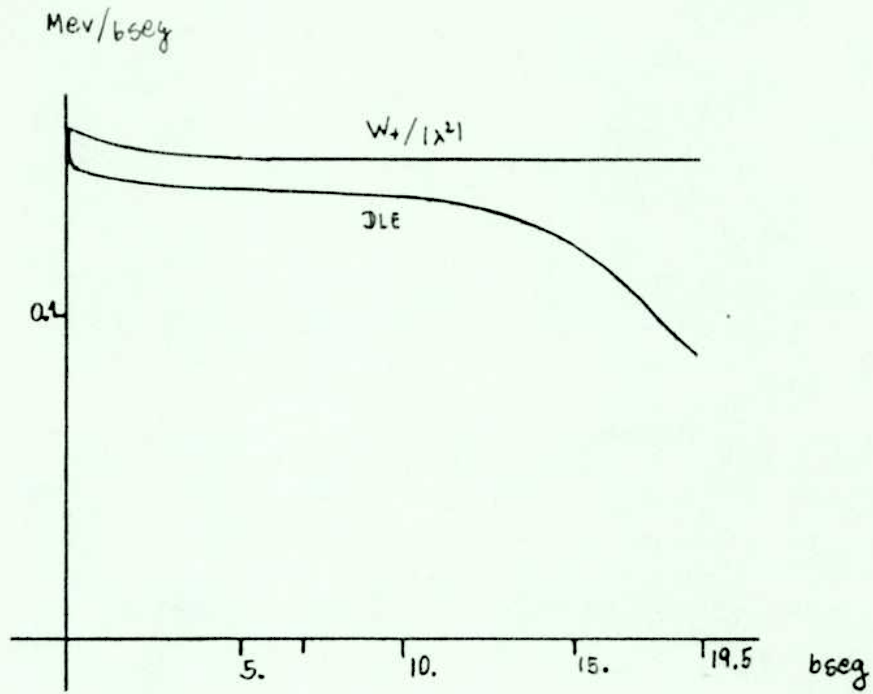
Módulo de la variación porcentual de la probabilidad de ocupación de los niveles fermiónicos activos , en función de las energías de partícula ( ver tabla VII.M)  $\hbar\Omega = 13.8 \text{ Mev}$  ,  $\hbar\sigma = 0.1 \text{ Mev}$

FIGURA VII.E



Gr.2: Evolución temporal de las energías bosónica (eb) y fermiónica (ef)  
 Gr.3: Evolución temporal de las probabilidades de transición,  $w_+$  y  $w_-$   
 Gr.4: Evolución temporal de las entropías bosónica (sb) y fermiónica (sf)  
 Gr.5: Evolución temporal de la población de los niveles bosónicos, fundamental (0) y primer excitado (1)

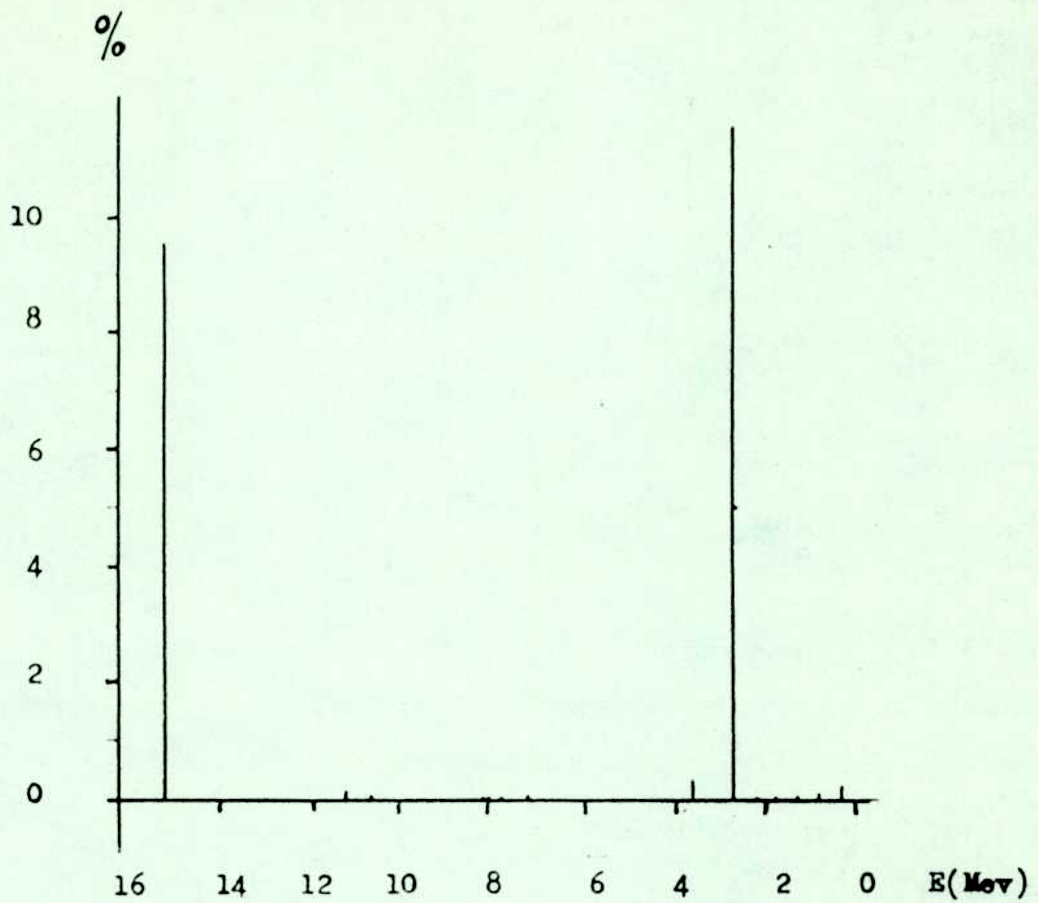
FIGURA VII.E



Gr 6

Evolución temporal de la probabilidad de transición  $w_+$  y de la derivada  
 logarítmica de la energía (DLE)  $\hbar\Omega = 13.8 \text{ Mev}$ ,  $\hbar\sigma = 0.1 \text{ Mev}$

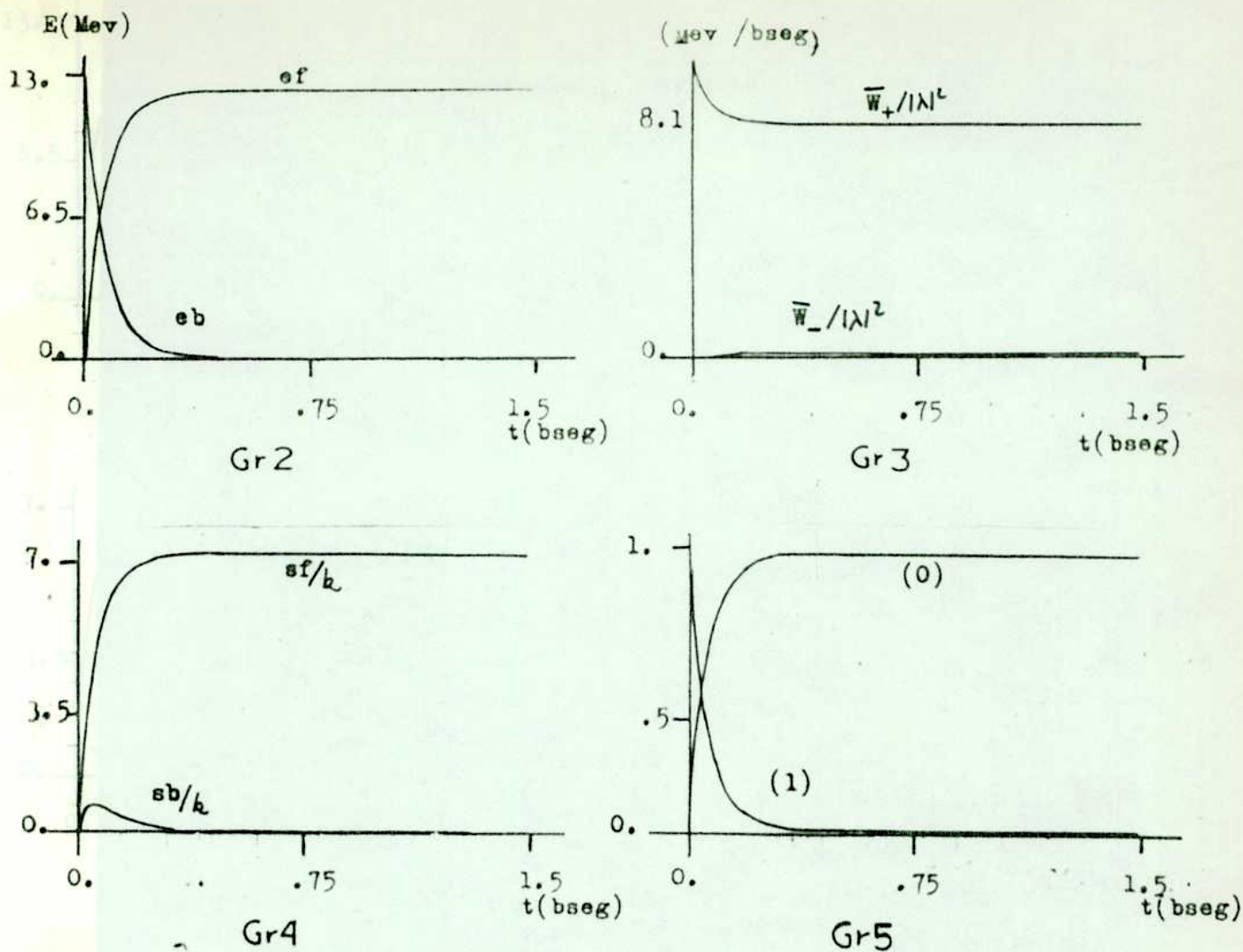
FIGURA VII.E



Gr 1

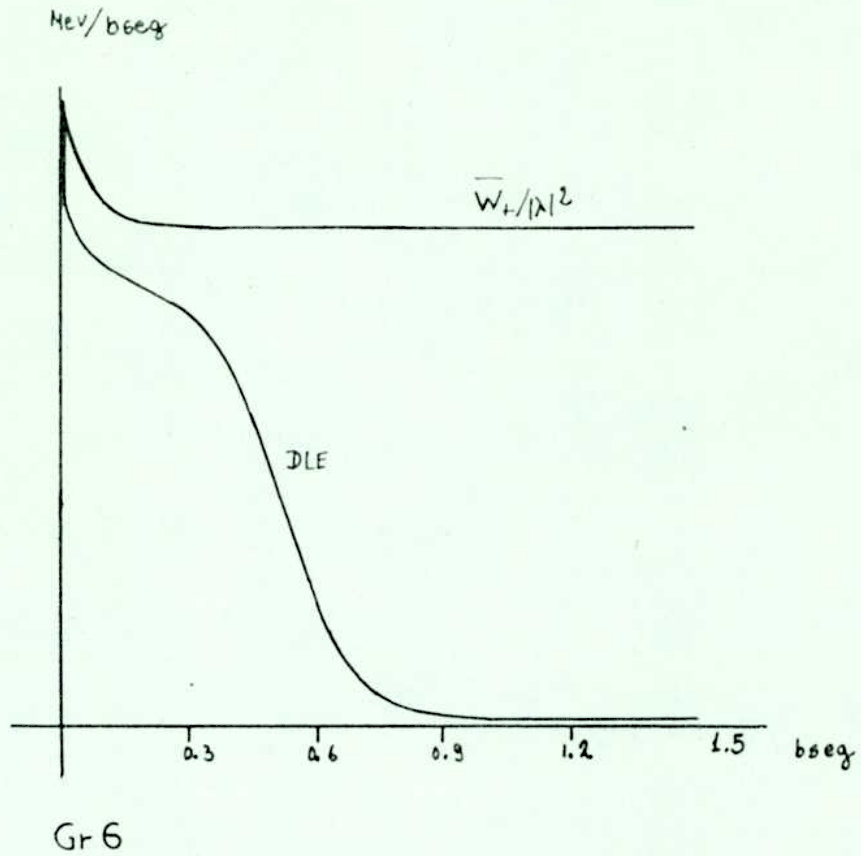
Módulo de la variación porcentual de la probabilidad de ocupación de los niveles fermiónicos activos, en función de las energías de partícula (ver tabla VII.M)  $\hbar\Omega = 12.6 \text{ Mev}$ ;  $\hbar\sigma = 0.1 \text{ Mev}$

FIGURA VII.F



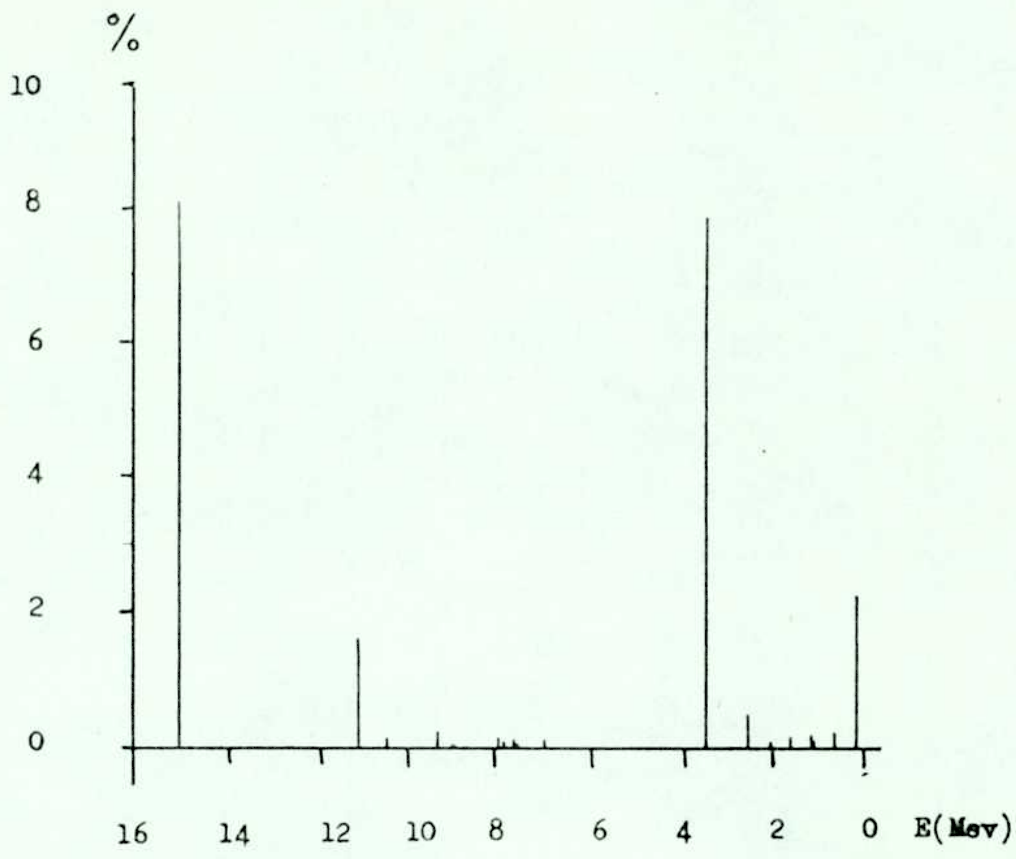
- Gr.2: Evolución temporal de las energías bosónica ( $eb$ ) y fermiónica ( $ef$ )  
 Gr.3: Evolución temporal de las probabilidades de transición,  $w_+$  y  $w_-$   
 Gr.4: Evolución temporal de las entropías bosónica ( $sb$ ) y fermiónica ( $sf$ )  
 Gr.5: Evolución temporal de la población de los niveles bosónicos, fundamental (0) y primer excitado (1)

FIGURA VII.F



Evolución temporal de la probabilidad de transición  $w_+$  y de la derivada  
 logarítmica de la energía (DLE)  $\hbar\omega = 12.6 \text{ MeV}$ ,  $\hbar\gamma = 0.1 \text{ MeV}$

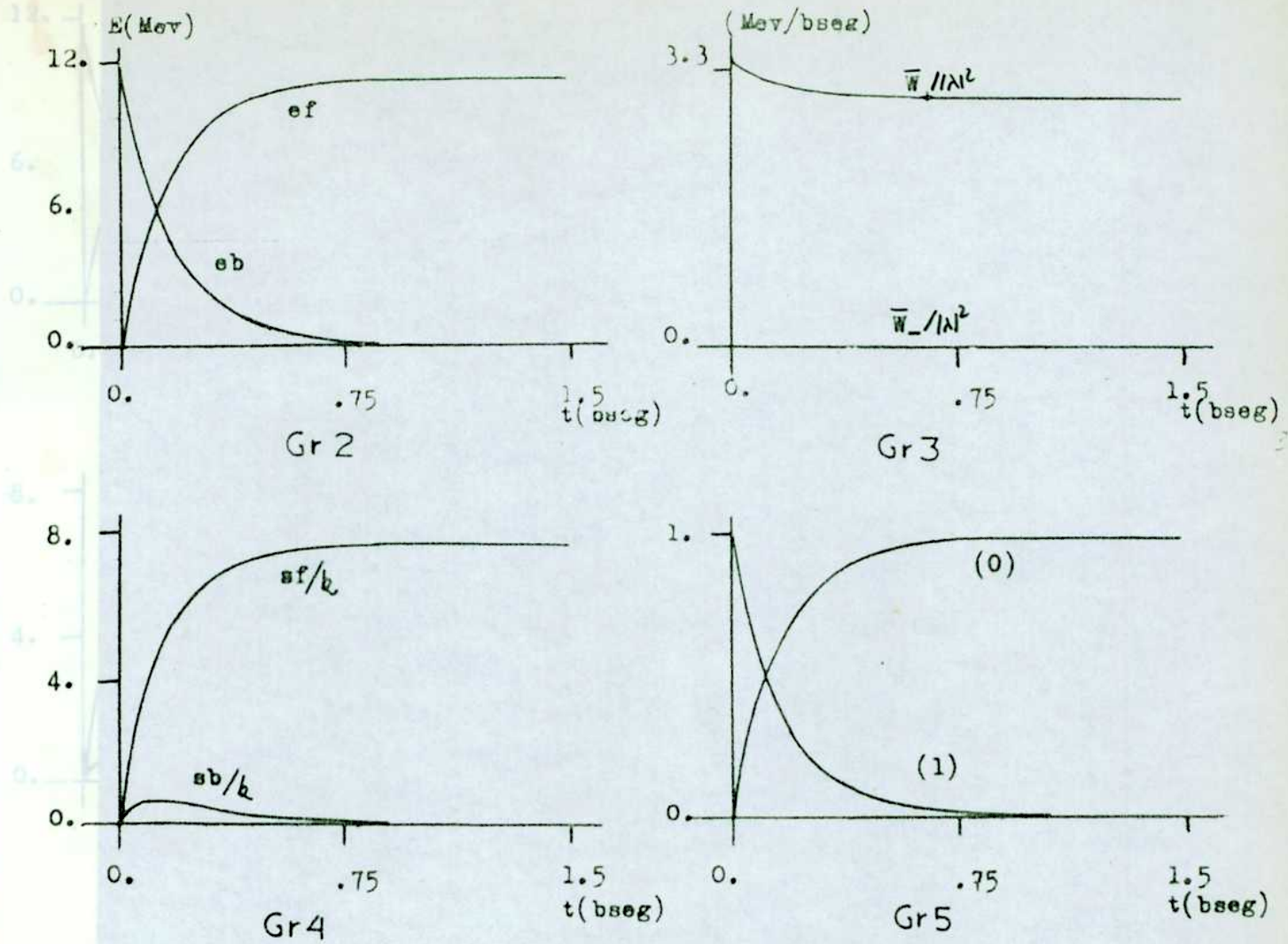
FIGURA VII.F



Gr1

Módulo de la variación porcentual de la probabilidad de ocupación de los niveles fermiónicos activos , en función de las energías de partícula ( ver tabla VII.N)

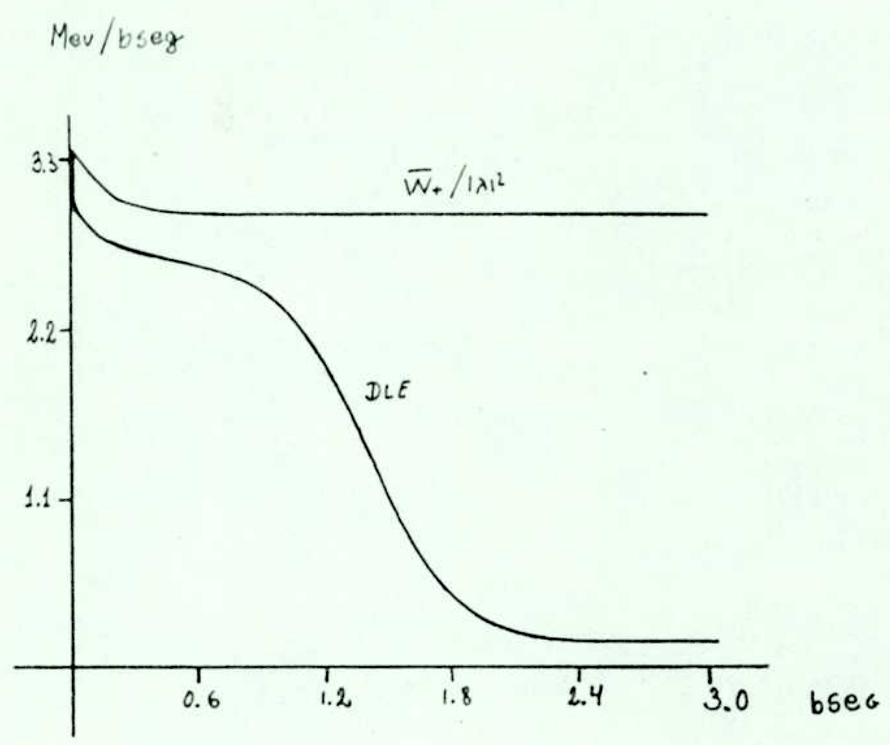
FIGURA VII.G



Gr.2: Evolución temporal de las energías bosónica (eb) y fermiónica (ef)  
 Gr.3: Evolución temporal de las probabilidades de transición,  $w_+$  y  $w_-$   
 Gr.4: Evolución temporal de las entropías bosónica (sb) y fermiónica (sf)  
 Gr.5: Evolución temporal de la población de los niveles bosónicos, fundamental (0) y primer excitado (1)

FIGURA VII.G

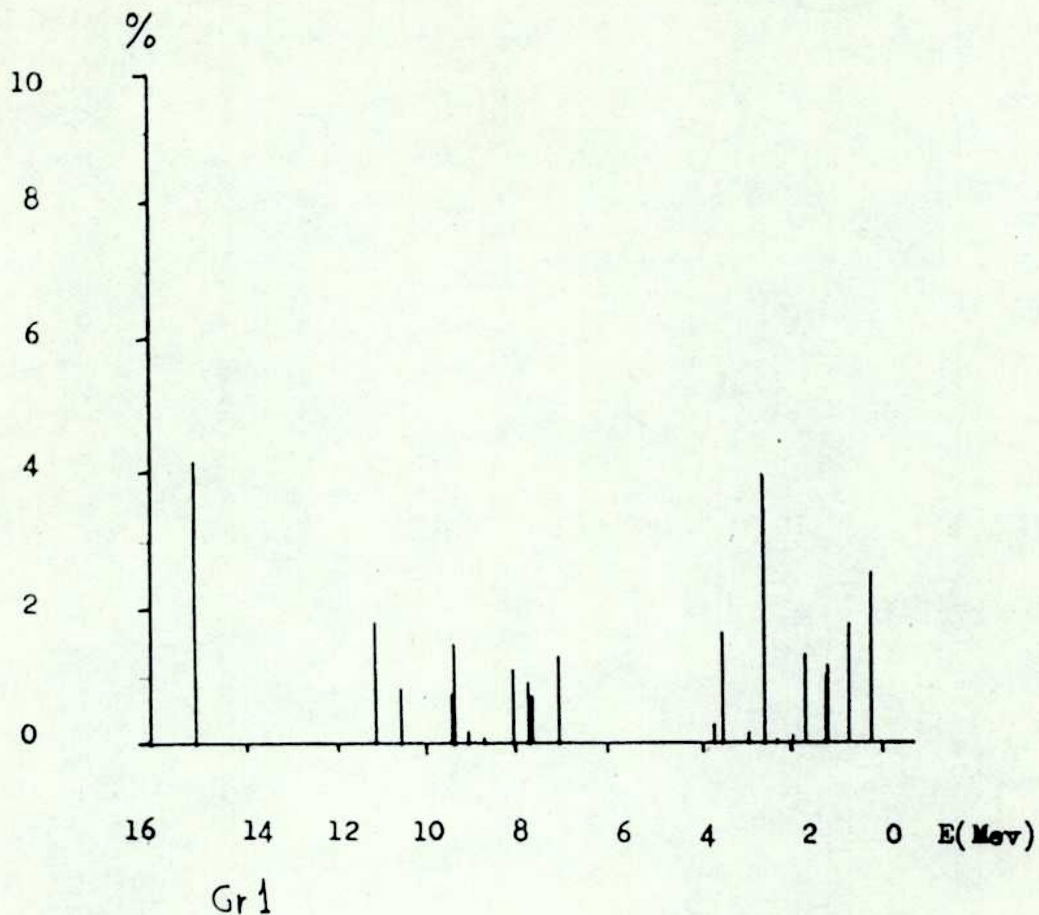




Gr 6

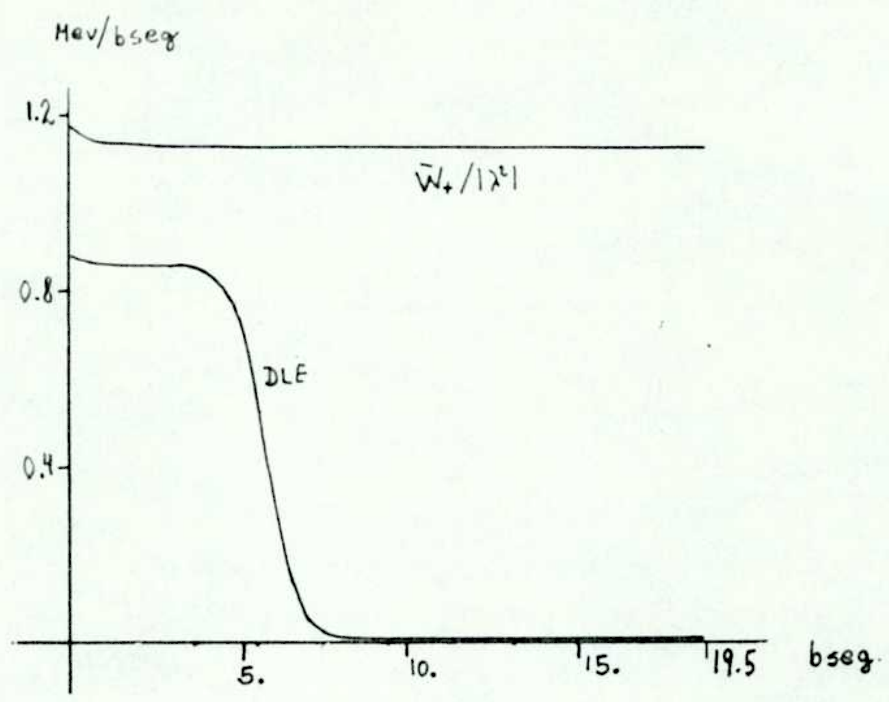
Evolución temporal de la probabilidad de transición  $w_+$  y de la derivada  
 logarítmica de la energía (DLE)  $\hbar \Omega = 11.5 \text{ Mev}$  ,  $\hbar \gamma = 0.1 \text{ Mev}$

FIGURA VII.G



Módulo de la variación porcentual de la probabilidad de ocupación de los niveles fermiónicos activos, en función de las energías de partícula (ver Tabla VII.N)  $\hbar\Omega = 13.8 \text{ Mev}$ ,  $\hbar\gamma = 1. \text{ Mev}$

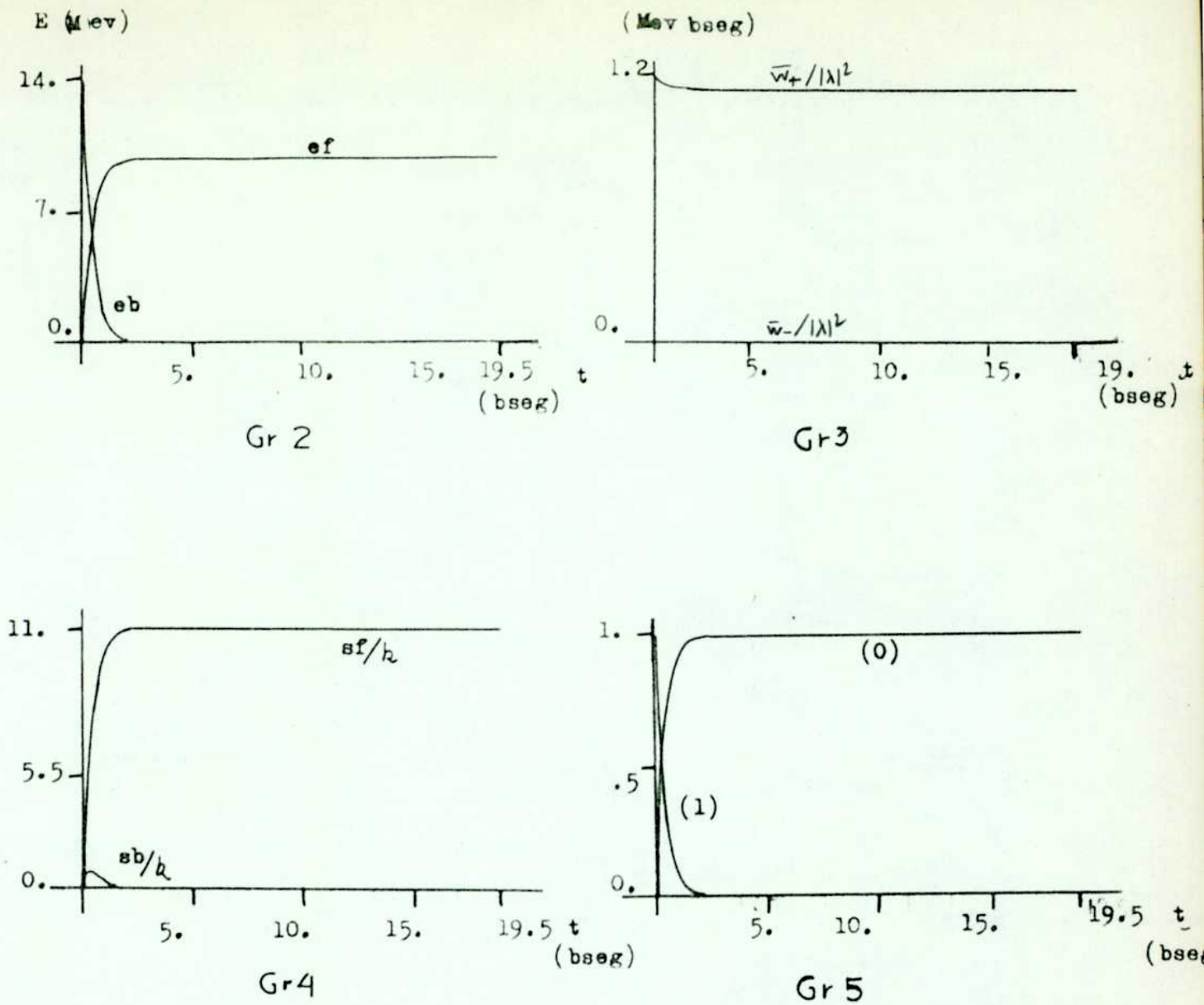
FIGURA VII.H



Gr6

Evolución temporal de la probabilidad de transición  $w_+$  y de la derivada  
logarítmica de la energía (DLE)  $\hbar \Omega = 13.8 \text{ MeV}$ ,  $\hbar \sigma = 1.0 \text{ MeV}$

FIGURA VII.H



- Gr.2: Evolución temporal de las energías bosónicas ( $eb$ ) y fermiónica ( $ef$ )  
 Gr.3: Evolución temporal de las probabilidades de transición,  $w_+$  y  $w_-$   
 Gr.4: Evolución temporal de las entropías bosónica ( $sb$ ) y fermiónica ( $sf$ )  
 Gr.5: Evolución temporal de la población de los niveles bosónicos, fundamental (0) y primer excitado (1)

FIGURA VII.H

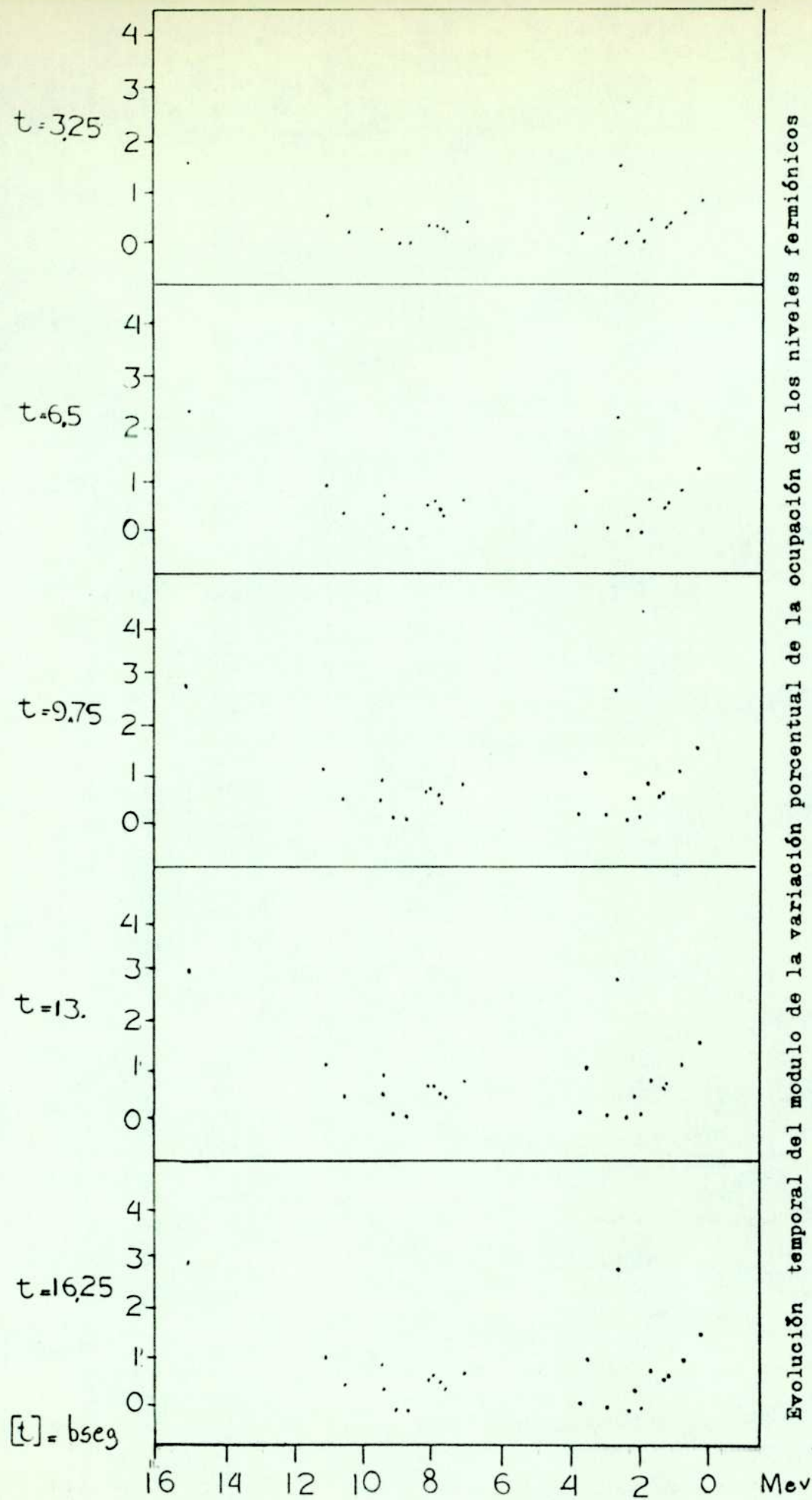
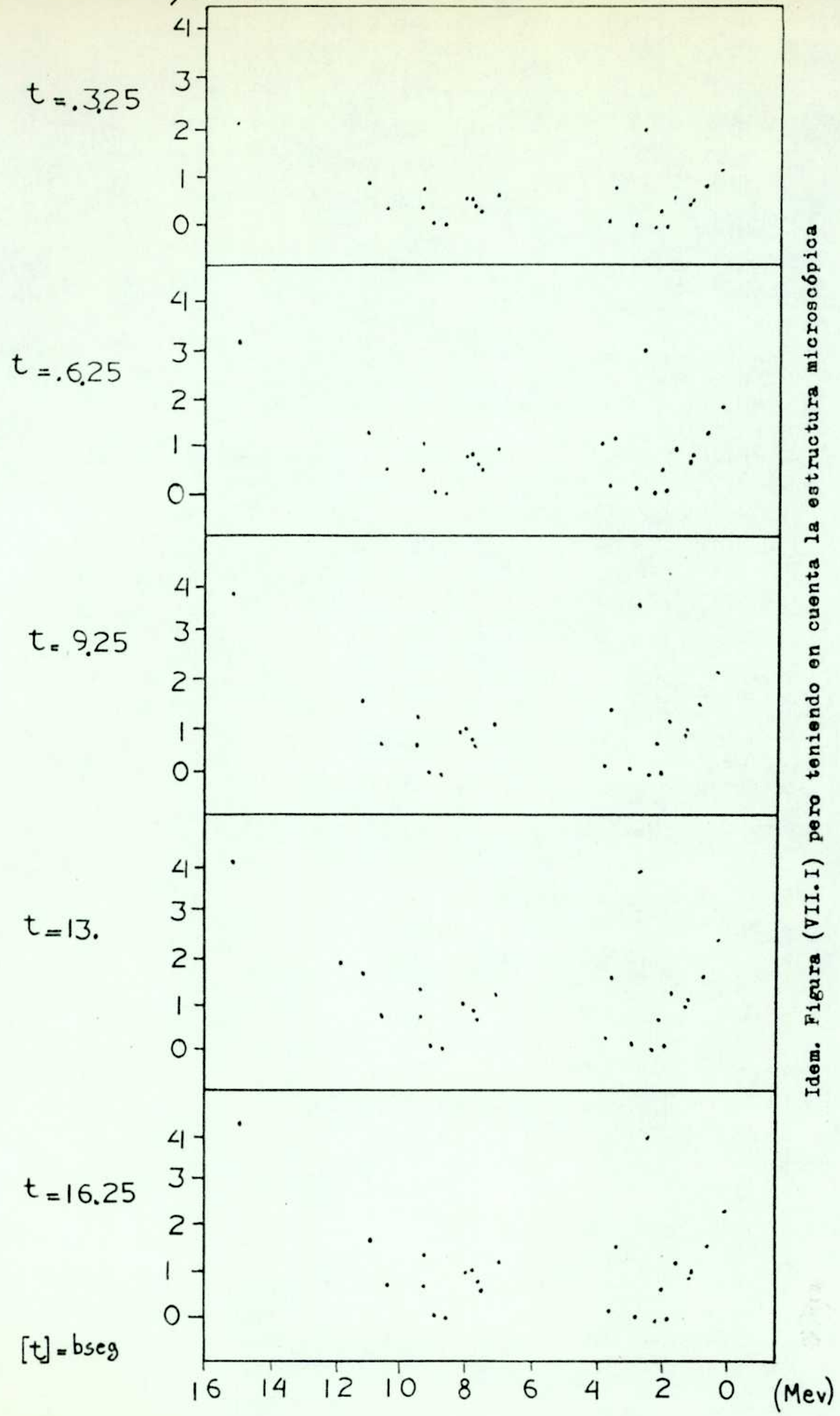
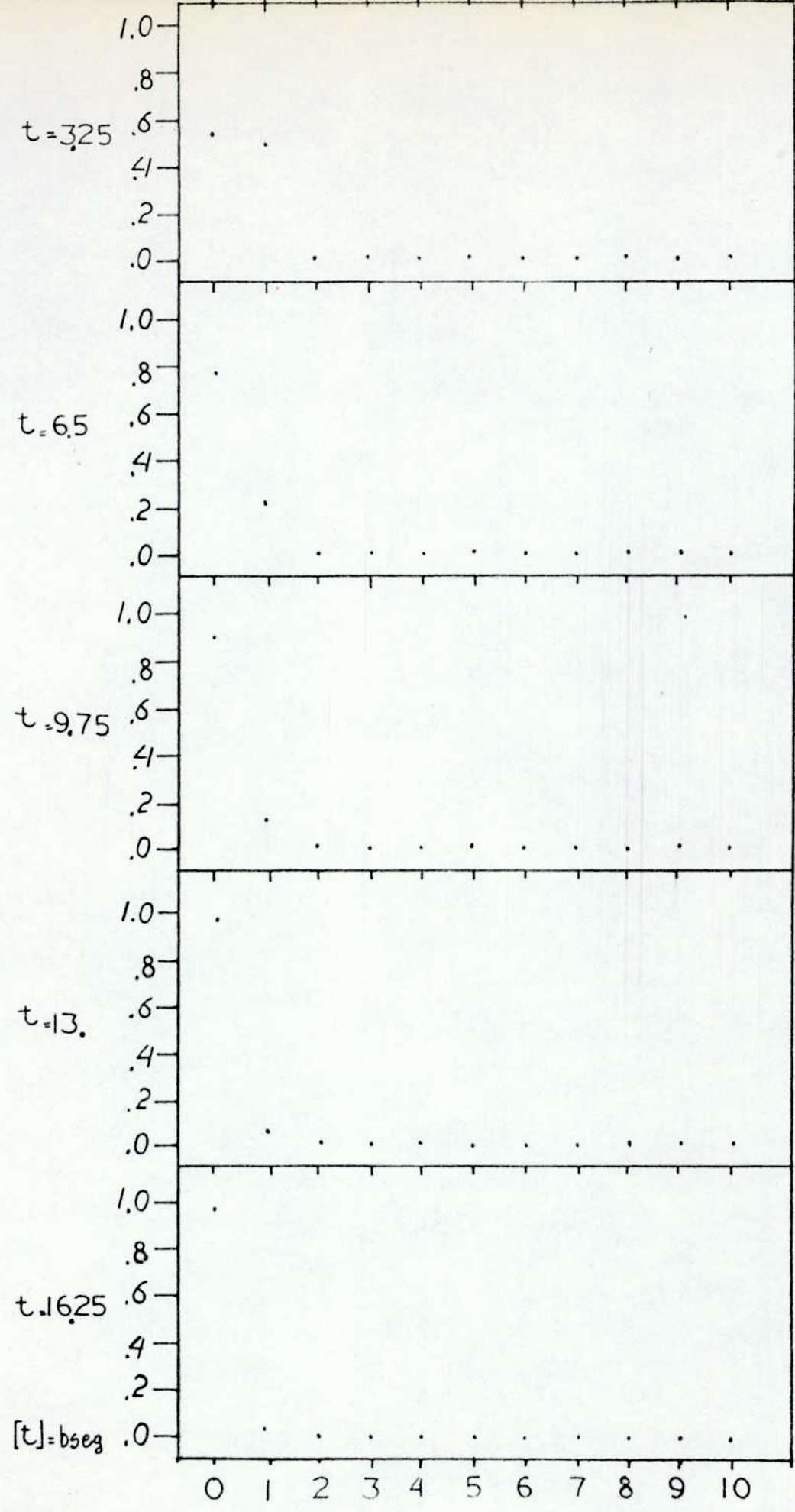


FIGURA (VI.I)



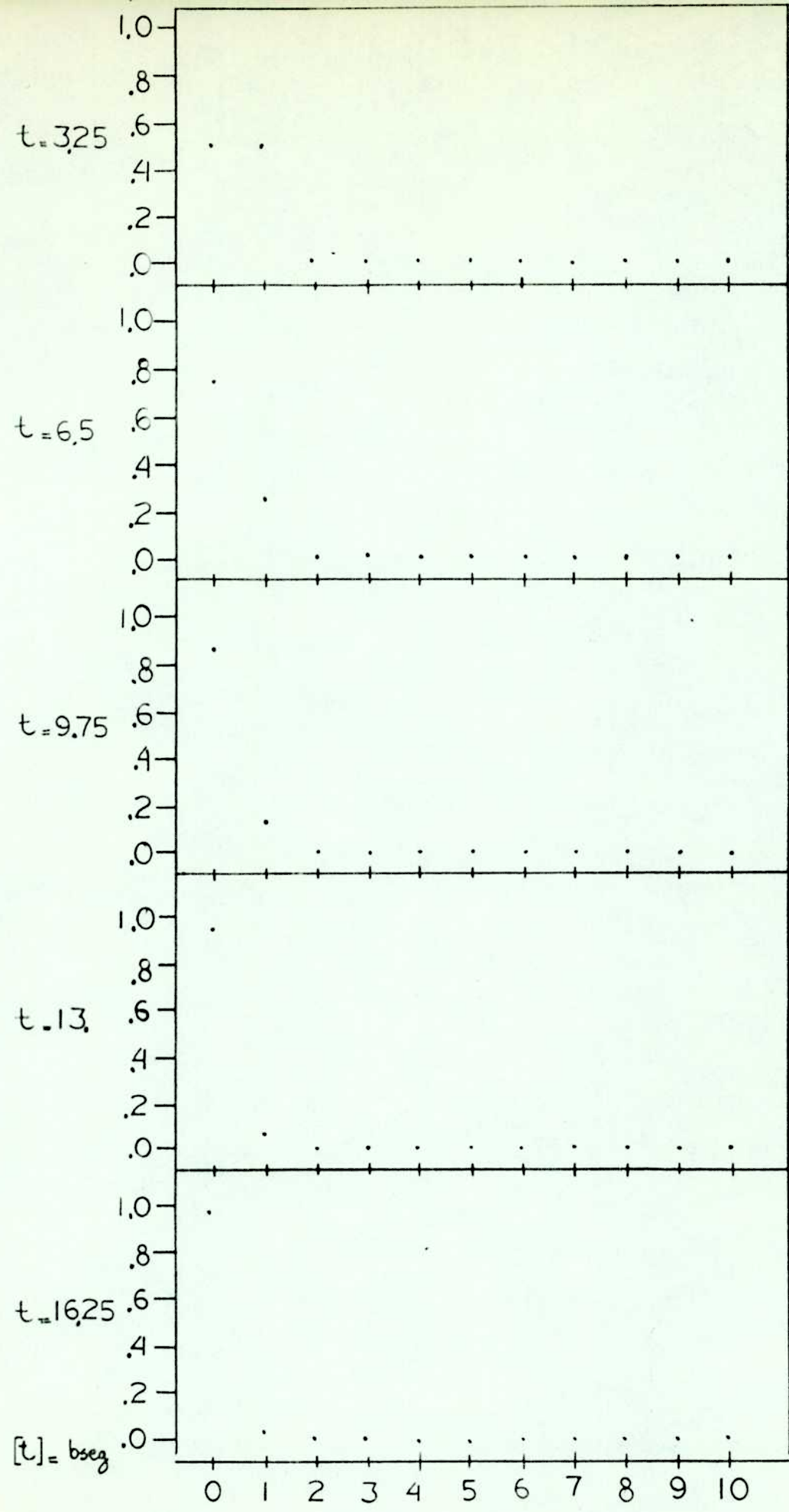
Idem. Figura (VII.I) pero teniendo en cuenta la estructura microscópica del modo colectivo

FIGURA (VII.J)



evolucion temporal de la densidad bosónica completa para  $\hbar\Omega = 13.8(\text{mev})$  y  $\hbar\gamma = 0.1$

FIGURA (VII.K)



Idem Figura (VII.K) pero teniendo en cuenta la estructura microscopica del modo colectivo

FIGURA (VII.L)



$\hbar\Omega$	$\Delta$	$\Delta E_F(\infty)$	$(\Delta E_F(\infty)/\hbar\Omega) \times 100$	$\bar{w}_+(\infty)$	$\bar{w}_-(\infty)$
MeV	MeV/ $(\lambda)^2$	MeV	%	MeV/bseg.	MeV/bseg.
13.8	10.	7.969	57.75	1.939	$1.139 \cdot 10^{-3}$
13.8	1.	9.977	72.30	1.251	$1.678 \cdot 10^{-3}$
13.8*	1.	9.836	71.28	1.174	$1.162 \cdot 10^{-3}$
13.8	0.1	10.32	75.78	0.158	$3.026 \cdot 10^{-4}$
12.6	0.1	12.29	97.54	8.704	$9.905 \cdot 10^{-2}$
11.5	0.1	11.33	98.52	3.349	$1.926 \cdot 10^{-2}$

\* Con estructura microscópica del modo bosónico

TABLA VII.M

Energías de partículas (en Mev)(Referencia Va72) para  $^{208}\text{Pb}$

Estado	Neutrones	Protones
$1g_{9/2}$		15.43
$1g_{7/2}$		11.43
$2d_{5/2}$		9.7
$1h_{11/2}$		9.37
$2d_{3/2}$		8.38
$3s_{1/2}$		8.03
$1h_{9/2}$	10.85	3.77
$2f_{7/2}$	9.72	2.87
$1i_{13/2}$	9.01	2.16
$3p_{3/2}$	8.27	0.95
$2f_{5/2}$	7.95	0.47
$3p_{1/2}$	7.38	
$2g_{9/2}$	3.94	
$1i_{11/2}$	3.15	
$1j_{15/2}$	2.53	
$3d_{5/2}$	2.36	
$4s_{1/2}$	1.91	
$2g_{7/2}$	1.45	
$3d_{3/2}$	1.42	

TABLA VII.M

APTUL

## VIII

VIII.1 Sumario

Este trabajo puede ser separado en dos partes; en la primera hemos profundizado el estudio de la evolución temporal de un sistema fermiónico libre. Empezando por la jerarquía BBGKY cuántica y truncándola a orden más bajo en la interacción, obtuvimos una ecuación de evolución para la densidad de un fermión, en la que se pueden reconocer los distintos procesos involucrados, (propagación de correlaciones iniciales, creación de correlaciones, etc.). La ecuación obtenida es más general que sus antecesoras [Uh33], [Ma59] [Ka62], [Wo78], dado que, contempla la evolución del operador densidad completo y no de su parte diagonal únicamente. Realizando una proyección que separa la parte diagonal,  $\rho_D$ , de la extra diagonal,  $\rho_{noD}$ , de la matriz estadística, se construye una ecuación maestra, (previa linealización del núcleo colisional) no hermitiana para  $\rho_D$ . De esta manera, se pueden estudiar los tiempos característicos asociados con procesos de distinto origen, (probabilidades de ocupación, correlaciones iniciales, amplitudes de transferencia etc.), encontrándose que en la situación muy cercana al equilibrio, la usual representación diagonal de la ecuación cinética fermiónica es válida.

En la segunda y principal parte de esta tesis, que abarca los capítulos II al VII, desarrollamos el estudio del modelo concebido para describir el amortiguamiento de la resonancia dipolar gigante (RDG). Este modelo representa una aproximación que contiene los rasgos más importantes relativos al tratamiento de la disipación de coordenadas colectivas en reservorios nucleónicos. Consiste en un oscilador armónico cuántico que interactúa con un sistema fermiónico. Aplicando una técnica de proyección - reducción adaptada a las características del problema, es decir, a la condición de operadores de densidad dependientes del tiempo, obtenemos un conjunto de ecuaciones acopladas

que describen la evolución causal de los subsistemas fermiónico y bosónico. Esta última resulta ser una ecuación maestra cuyos coeficientes se deducen rigurosamente.

La ecuación de evolución para el sistema fermiónico genera una jerarquía BBGKY cuántica modificada. Aplicando la técnica de reducción usual obtenemos la ecuación cinética para la densidad reducida de un fermión, modificada por la presencia del modo colectivo.

Estas ecuaciones son validas para toda aproximación del propagador completo, en la que la integral temporal del núcleo colisional dé como resultado un factor de forma en la energía. En el caso en que se recurre a la aproximación de interacción debil extrema, se obtiene como consecuencia la conservación simultánea de la energía y el impulso en los vértices de interacción. En el marco de esta aproximación encontramos que (Capítulo IV), en el modelo utilizado, el sistema fermiónico se comporta en forma fuertemente anisotrópica, pues aparecen frecuencias de colisión "infinitas", en el sentido comentado en el capítulo III, lo que permite usar la condición de baño estacionario. La situación resultante es extremadamente simple y da lugar a un tratamiento esencialmente analítico, a partir del cual se puede ver claramente el significado físico de los procesos involucrados en la evolución y los parámetros que la caracteriza.

Hemos observado que esta aproximación está en contradicción con la hipótesis cinética, pues no satisface las relaciones entre escalas de tiempo que dan basamento a dicha hipótesis. Para salvar esta contradicción, hemos introducido, la llamada por nosotros, aproximación cinética, que respeta los requerimientos de la teoría cinética y que refleja la no conservación de la energía en los procesos de colisión inelásticos. Las ecuaciones obtenidas en este marco dan como resultado frecuencias de colisión finitas para las partículas que conforman el termostato en que está sumergido el modo colectivo.

En estas condiciones se desarrolló el estudio de la dependencia angular y energética de dichas frecuencias para los fermiones en materia nuclear, en la aproximación del tiempo de relajación.

Finalmente, se dedujeron las expresiones particulares para las ecuaciones de evolución de un modo colectivo en un núcleo esférico, dentro del conjunto de hipótesis físicas anteriormente especificadas y se realizó un estudio numérico de la equilibración de una RDC en el  $^{208}\text{Pb}$ .

## VIII.2 Conclusiones y perspectivas

En este apartado, deseamos establecer que los abundantes resultados originales de este trabajo pueden agruparse en dos categorías. En una de ellas podemos listar los aspectos fundamentales, de desarrollo teórico novedoso y de justificación de aproximaciones de uso corriente. La contribución en este sentido consiste en; i) construcción de la ecuación de evolución más general a orden cuadrático en la interacción de dos cuerpos para un sistema multi-fermiónico libre; ii) justificación del uso de la aproximación diagonal para la ecuación cinética cuántica del tipo de Boltzmann; iii) deducción rigurosa de las ecuaciones que describen la aproximación al equilibrio de dos sistemas interactivos cuánticos, cuyas frecuencias de oscilación características son comparables y cuyo tamaño relativo impide que alguno de ellos pueda ser considerado estrictamente como termostato equilibrado para el otro; iv) imposición de la hipótesis cinética, al precio de violar ligeramente la conservación de la energía por colisiones, introduciendo los tiempos finitos de correlación como parámetros del problema; v) obtención de un conjunto de ecuaciones en el espíritu de iii), pero adecuadas a la descripción de un modo caracterizado por spin, isospin y paridad de un sistema esférico.

En la otra categoría corresponde incluir los resultados específicos de los estudios numéricos realizados. Así hemos encontrado que, i) una oscilación

colectiva en materia nuclear estacionaria se amortigua con un tiempo de relajación mayor que el tiempo asociado con la destrucción de un cuanto del oscilador, representados por  $(W_{\pm})^{-1}$  (capítulo IV), lo que sugiere la importancia de los procesos inversos, comunmente descartados en tratamientos microscópicos de problemas similares en núcleos (aproximación de no retorno); ii) los ensanchamientos de los niveles de partícula en materia nuclear, cuando esta actúa como reservorio para una oscilación colectiva, son mayores que los originados en las interacciones residuales de dos cuerpos únicamente y afectan prácticamente todo el espectro de excitaciones fermiónicas individuales, sin restringirse a las proximidades del nivel de Fermi; iii) se ha mostrado que la teoría general es aplicable y predice la evolución irreversible simultánea, de una RDG y de los nucleones en un núcleo esférico; iv) el ensanchamiento de la resonancia, es el resultado global de un complejo proceso de desexcitación y reexcitación alternadas de la oscilación y se observa que sus valores observables son sensiblemente menores que los acusados por aproximaciones microscópicas que excluyen la dinámica fermiónica, como ser, en la simple aproximación de no retorno.

Por último, es preciso destacar que este trabajo no se cierra sobre sí mismo sino que, por el contrario, abre un vasto campo de futuras investigaciones. Un número de interesantes problemas se ofrece a partir de los estudios aquí presentados. Citamos por ejemplo, i) la necesidad de proporcionar, sobre bases teóricas y/o experimentales, valores precisos para los tiempos de correlación nucleares y para la magnitud de la interacción residual partícula - fonón; ii) la utilidad previsible de realizar estudios sistemáticos abarcando una amplia zona de nucleidos esféricos pesados y sus resonancias multipolares medidas; esta investigación arrojará luz acerca de las inquietudes referidas en i); iii) la posibilidad de refinar y extender la teoría para incluir en la descripción a núcleos no esféricos; iv) la conveniencia de incor-

porar en el marco de esta teoría, la interacción entre modos colectivos de alta y baja frecuencia, así como el efecto de estos últimos sobre la relajación fermiónica.

Con estas observaciones, damos por concluida esta tesis.



SUSANA HERNÁNDEZ





APENDICE A

En este apendice ilustramos las líneas de cálculo aplicadas en el Capítulo II, desarrollaremos el primer término de la ecuación:(II.27).-

En primer lugar reemplazamos el propagador completo de dos cuerpos  $U_2(1,2;\tau)$  de acuerdo con la aproximación de interacción debil extrema

$$U_0(1,2;\tau) = U_0(1;\tau) U_0(2;\tau) \tag{A1}$$

donde,  $U_0$  denota el propagador libre, esto significa que las autofrecuencias  $\omega_{\alpha\beta}$  en la ecuación (II.32) son diferencias de las autoenergías del Hamiltoniano estático de Hartree - Fock ( ).

Usando las ecuaciones (II.31) a (II.36), obtenemos .

$$\begin{aligned} & L_1(1,2) U_0(1,2;\tau) L_1(1,3) P_3(1/2/3) U_0(1,2,3;-\tau) \overline{T}_3(1/2/3) \\ &= \sum_{\text{todo indice}} L_{1\alpha\beta\gamma\delta}^{\mu\nu\zeta\epsilon} L_{1ABCD}^{MNST} P_{2a} P_{bB} P_{cC} \exp[-i\tau(\omega_{\mu\alpha} + \omega_{\nu\beta} - \omega_{\eta\delta} - \omega_{\rho'\gamma'} - \omega_{r\delta})] \\ & \times |d(1)\beta(2)\rangle \langle \delta(1)\delta(2) | m(1)\rho(2)\rangle \langle m(1)\rho(2) | A(1)B(3)\rangle \\ & \times \langle G(1)D(3) | m'(1)\rho'(2)r'(3)\rangle^A \langle m'(1)\rho'(2)r'(3) | a(1)b(2)c(3)\rangle \tag{A2} \\ & \times \langle a'(1)b'(2)c'(3) | m'(1)\rho'(2)s'(3)\rangle \langle m'(1)\rho'(2)s'(3) | M(1)N(3)\rangle \\ & \times \langle S(1)T(3) | m(1)\rho(2)\rangle \langle m(1)\rho(2) | \mu(1)\nu(2)\rangle \langle G(1)\delta(2) | \end{aligned}$$

La asignación de números a los niveles de partículas es arbitraria y tiene como objetivo, facilitar la contracción de los bra-ket. El supraindice A indica la antisimetrización. La integración sobre el eje real positivo da,

$$\int_0^\infty e^{-i\omega\tau} d\tau = \pi \delta_-(\omega) = \pi \delta(\omega) - i \mathcal{P} \left[ \frac{1}{\omega} \right] \tag{A3}$$

con  $P$ , parte principal. De acuerdo con este procedimiento el término de colisión puede ser escrito de la siguiente forma

$$\begin{aligned}
 & \int_0^{\infty} d\tau \Psi_3(\tau) U_0(1,2,3; -\tau) \Pi_3(1/2/3) \\
 &= \sum_{\text{todo índice}} L_{\alpha\beta\gamma\delta}^{\mu\nu\sigma\tau} L_{\lambda\mu\nu\sigma}^{\kappa\eta\zeta\tau} P_{aa'} P_{bb'} P_{cc'} |\alpha, \beta, \gamma\rangle \langle \sigma, \tau, \eta| \\
 & \times \left\{ \Pi \delta_-(\omega_{\gamma\mu} + \omega_{\delta\nu} - \omega_{aa'} - \omega_{cc'}) \delta_{a'\mu} \delta_{c'\nu} \delta_{\eta\mu} \delta_{\sigma\nu} \right. \\
 & \quad \times \left[ \delta_{\gamma A} \delta_{\delta a} \langle G D | c b \rangle^A + \delta_{\gamma A} \delta_{\delta c} \langle G D | b a \rangle^A + \delta_{\gamma b} \delta_{\delta A} \langle G D | a c \rangle^A \right] \\
 & \quad + \Pi \delta_-(\omega_{\gamma a} + \omega_{\delta\nu} - \omega_{bb'} - \omega_{cc'}) \delta_{a'\mu} \delta_{c'\nu} \delta_{\eta\mu} \delta_{\sigma\nu} \\
 & \quad \left. \times \left[ \delta_{\delta A} \delta_{\gamma b} \langle G D | c a \rangle^A + \delta_{\delta A} \delta_{\gamma c} \langle G D | a b \rangle^A + \delta_{\delta A} \delta_{\gamma a} \langle G D | b c \rangle^A \right] \right\} \quad (A4)
 \end{aligned}$$

Haciendo la siguiente redefinición de índices

$$\gamma \leftrightarrow \delta, \mu \leftrightarrow \nu, a' \leftrightarrow b', a \leftrightarrow b$$

vemos que el segundo término del factor entre llave es igual al primero con lo que, luego de promediar sobre las coordenadas 2 y 3, obtenemos

$$\begin{aligned}
 & \int_0^{\infty} d\tau \Pi_3 \Psi_3 U_0(1,2,3; -\tau) \Pi_3(1/2/3) \\
 &= \sum_{\text{todo índice}} |\alpha\rangle \langle \alpha'| P_{aa'} P_{bb'} P_{cc'} \Pi \delta_-(\omega_{\delta b} + \omega_{\gamma\mu} - \omega_{aa'} - \omega_{cc'}) \\
 & \quad \times \left( \delta_{\gamma A} \delta_{\delta a} \langle G D | c b \rangle^A + \delta_{\gamma A} \delta_{\delta c} \langle G D | b a \rangle^A + \delta_{\gamma b} \delta_{\delta A} \langle G D | a c \rangle^A \right) \\
 & \quad \times \left( L_{\lambda\mu\nu\sigma}^{\mu b' a' \beta} + L_{\lambda\mu\nu\sigma}^{b' \mu a' \beta} \right) L_{\lambda\mu\nu\sigma}^{a' c' \mu \zeta} \quad (A5)
 \end{aligned}$$

Continuando con esta línea de trabajo, llegamos a

$$W(P_1) = \sum_{\alpha\alpha'} |\alpha\rangle \langle \alpha'| (G_{\alpha\alpha'} - L_{\alpha\alpha'}) \quad (A6)$$

con los pesos para el balance ganancia - perdida

$$L_{ad'} = \sum_{\substack{abcd \\ a'b'c'd'}} [P_{aa'} P_{bb'} \delta_{cc'} \delta_{dd'} (V_{ab'cd} V_{a'd'c'ab}^A \delta_{a'd'} + V_{dc'a'b} V_{a'b'dc}^A \delta_{aa}) \\ - P_{aa'} P_{bb'} P_{cc'} \delta_{dd'} V_{a'b'dc}^A V_{d'c'ab}^A \delta_{a'd'} - P_{aa'} P_{bb'} \delta_{cc'} V_{a'b'cd}^A V_{c'a'b}^A \delta_{aa}] \quad (A7)$$

$$G_{ad'} = \sum_{\substack{abcd \\ a'b'c'd'}} [P_{aa'} P_{bb'} \delta_{cc'} \delta_{aa} \delta_{d'd'} (V_{b'a'd'c}^A V_{ac'ba}^A - V_{a'b'd'c}^A V_{ac'ba}^A) \\ - P_{aa'} P_{bb'} P_{cc'} \delta_{dd'} \delta_{d'd'} (V_{b'a'd'c}^A V_{ac'ba}^A - V_{a'b'd'c}^A V_{ac'ba}^A) \\ - P_{aa'} P_{bb'} P_{d'd'} \delta_{cc'} (V_{b'a'cd}^A V_{a'c'de}^A \delta_{d'd'} + V_{a'c'b'd'}^A V_{ba'cd}^A \delta_{dd})] \quad (A8)$$

Para simplificar las expresiones, incluiremos de aquí en más, los factores de forma en la energía, en los elementos de matriz de la interacción

$$V_{abcd}' = V_{abcd} \Pi \delta_-(\omega_{ac} - \omega_{bd}) \quad (A9)$$

Debemos tener en cuenta que, la parte real de la , selecciona aquellos procesos de colisión en los que se conserva la energía, mientras que la parte imaginaria, da generalmente una contribución nula cuando la suma sobre niveles de partículas, es llevada a una suma sobre la energía transferida.

Como se estudia en los capítulos VI y VII, de este trabajo, la aproximación de interacción débil extrema, si bien simplifica los cálculos, no es totalmente consistente con los postulados de la teoría cinética. Por lo tanto, teniendo en cuenta que el ensanchamiento de niveles es característico de los sistemas colisionales, procedemos a ensanchar los niveles con lo que aparecen los factores de forma en la energía lorentzianos

$$\Pi \delta(E_a + E_b - E_c - E_d) \approx \frac{\Gamma_{abcd}}{\omega_{abcd}^2 + \Gamma_{abcd}^2} \quad (A10)$$

donde,  $\omega_{abcd} = \epsilon_a + \epsilon_b - \epsilon_c - \epsilon_d$ , y además

$$\Gamma_{abcd} = \Gamma_a + \Gamma_b + \Gamma_c + \Gamma_d \quad (A11)$$

con  $\Gamma_i$ , el ensanchamiento de los niveles de partículas, que reflejan la vida media finita de los mismos.-

Combinando esta aproximación, con la razonable suposición, que los elementos de matriz varían suavemente como función de los índices de partículas, en el rango de energías elegido obtenemos,

$$\begin{aligned}
 W(\omega) \sim \sum_{\substack{\alpha \beta \gamma \delta \\ \alpha' \beta' \gamma' \delta'}} |\alpha\rangle \langle \alpha'| F(\omega, \Gamma) V_{\alpha' \gamma' \gamma \delta}^{\wedge} V_{\gamma \delta' \alpha' \beta}^{\wedge} \\
 \times \left\{ \rho_{\gamma \gamma'} \rho_{\delta \delta'} (1 - \rho_{\alpha \alpha'}) (\delta_{\beta \beta'} - \rho_{\beta \beta'}) \right. \\
 \left. - \rho_{\alpha \alpha'} \rho_{\beta \beta'} (\delta_{\gamma \gamma'} - \rho_{\gamma \gamma'}) (\delta_{\delta \delta'} - \rho_{\delta \delta'}) \right\} \quad (A12)
 \end{aligned}$$

APENDICE B

La ecuación cinética (II.37), es una ley de evolución para los coeficientes de  $|\alpha\rangle\langle\alpha'|$ , en la ecuación operacional de movimiento (II.23) ,-

Nuestra intención es escribir la ecuación (II.23) , en la forma

$$\dot{\rho}_1 = \{ -i \mathcal{L}(\rho_1) + \mathcal{K}(\rho_1) \} \rho_1 \quad (\text{B1})$$

de modo que los coeficientes de su representación espectral constituyan el sistema acoplado,

$$\dot{\rho}_{\alpha\alpha'} = \sum_{\nu\nu'} \{ -i \mathcal{L}_{\alpha\nu}^{\nu\alpha'} + \mathcal{K}_{\alpha\nu}^{\nu\alpha'} \} \rho_{\nu\nu'} \quad (\text{B2})$$

Escribiremos el núcleo  $\mathcal{K}$  , de modo tal que (B2), represente a la ecuación (II.37). Esto se puede lograr a partir de la ecuación (A13), obteniendose

$$\begin{aligned} \mathcal{K}_{\alpha\nu}^{\nu\alpha'} = & \int \nu\beta \int \nu'\beta' \sum_{\sigma\delta\gamma\delta'} W_{\alpha\nu\beta\delta}^{\alpha'\nu'\beta'\delta'} \left( -\frac{1}{3} P_{\gamma\gamma'} P_{\delta\delta'} - P_{\alpha\alpha'} \delta_{\sigma\sigma'} \delta_{\delta\delta'} + \frac{1}{2} P_{\alpha\alpha'} P_{\gamma\gamma'} \delta_{\delta\delta'} + \frac{1}{2} P_{\alpha\alpha'} P_{\delta\delta'} \delta_{\gamma\gamma'} \right) \\ & + \int \nu\gamma \int \nu'\gamma' \sum_{\beta\delta\beta\delta'} W_{\alpha\nu\beta\delta}^{\alpha'\nu'\beta'\delta'} \left( \frac{1}{2} P_{\delta\delta'} \delta_{\beta\beta'} - \frac{1}{2} P_{\delta\delta'} P_{\alpha\alpha'} \delta_{\beta\beta'} - \frac{1}{3} P_{\delta\delta'} P_{\beta\beta'} + \frac{1}{2} P_{\alpha\alpha'} P_{\beta\beta'} \delta_{\delta\delta'} \right) \\ & + \int \nu\delta \int \nu'\delta' \sum_{\beta\gamma\beta\gamma'} W_{\alpha\nu\beta\gamma}^{\alpha'\nu'\beta'\gamma'} \left( \frac{1}{2} P_{\gamma\gamma'} \delta_{\beta\beta'} - \frac{1}{2} P_{\gamma\gamma'} P_{\alpha\alpha'} \delta_{\beta\beta'} - \frac{1}{3} P_{\gamma\gamma'} P_{\beta\beta'} + \frac{1}{2} P_{\alpha\alpha'} P_{\beta\beta'} \delta_{\gamma\gamma'} \right) \end{aligned} \quad (\text{B3})$$

Los bloques en los que ha sido separado el superoperador  $\mathcal{K}$  , son

$$\mathcal{K}_{\nu\nu} = \sum_{\nu} \mathcal{K}_{\alpha\nu}^{\nu\alpha} |\alpha\rangle\langle\nu| \otimes |\nu\rangle\langle\alpha| \quad (\text{B4})$$

$$\mathcal{K}_{\nu\nu'} = \sum_{\nu \neq \nu'} \mathcal{K}_{\alpha\nu}^{\nu\alpha'} |\alpha\rangle\langle\nu| \otimes |\nu'\rangle\langle\alpha| \quad (\text{B5})$$

$$\mathcal{K}_{\nu\alpha} = \sum_{\nu} \mathcal{K}_{\alpha\nu}^{\nu\alpha} |\alpha\rangle\langle\nu| \otimes |\nu\rangle\langle\alpha| \quad (\text{B6})$$

$$\mathcal{K}_{\nu\nu'} = \sum_{\nu \neq \nu'} \mathcal{K}_{\alpha\nu}^{\nu\alpha'} |\alpha\rangle\langle\nu| \otimes |\nu'\rangle\langle\alpha| \quad (\text{B7})$$

La forma explícita de  $\mathcal{K}_{\alpha\beta}^{\nu\delta}$ , es

$$\begin{aligned} \mathcal{K}_{\alpha\beta}^{\nu\delta} = & \int_{\nu\beta} \sum W_{\alpha\nu\gamma\delta} \left( -\frac{1}{3} \rho_\gamma \rho_\delta - \rho_\alpha + \frac{1}{2} \rho_\alpha \rho_\gamma + \frac{1}{2} \rho_\alpha \rho_\delta \right) \\ & + \int_{\nu\gamma} \sum W_{\alpha\beta\gamma\delta} \left( \frac{1}{2} \rho_\delta - \frac{1}{2} \rho_\delta \rho_\alpha - \frac{1}{3} \rho_\delta \rho_\beta + \frac{1}{2} \rho_\alpha \rho_\beta \right) \\ & + \int_{\nu\delta} \sum W_{\alpha\beta\gamma\nu} \left( \frac{1}{2} \rho_\gamma - \frac{1}{2} \rho_\gamma \rho_\alpha - \frac{1}{3} \rho_\gamma \rho_\beta + \frac{1}{2} \rho_\alpha \rho_\beta \right) \end{aligned} \quad (B8)$$

de esta última ecuación, es fácil verificar que  $\sum \mathcal{K}_{\alpha\nu}^{\nu\delta} \rho_\nu$ , da la ecuación diagonal de Boltzmann, ecuación (II.40),-

APENDICE C

Para calcular el superoperador de colisión  $\Psi_{SF}(\tau)$  (ver ecuación (III.29)) en la representación espectral hay que contraer las correspondientes expresiones de  $L_{SF}$  (ecuación (III.22)) y  $U_0(\tau)$  (ecuación (III.27)). El cálculo es sencillo pero largo y se realiza de acuerdo con los siguientes pasos:

a) procesos que conservan el número de cuantos, con un fermión propagándose en el estado intermedio.

$$\begin{aligned} \Psi_{SF}^{(a)}(\tau) = & \sum_{\substack{\alpha\mu m_A \\ \alpha'\mu' m'_A}} \lambda_{\alpha\mu} \\ & \times \left\{ \lambda_{\alpha\mu}^* \exp[(-i\tau)(\omega_{\alpha A} + \Omega_{m+1, m'})] |m\mu\rangle \langle m\mu'| \otimes |m'A\rangle \langle m'A| - \right. \\ & - \lambda_{\alpha'\mu'}^* \exp[(-i\tau)(\omega_{\alpha'\mu'} + \Omega_{m-1, m'})] |m\mu\rangle \langle m-1, \mu| \otimes |m-1, \mu'\rangle \langle m'\mu'| \\ & - \lambda_{\alpha'\mu'}^* \exp[(-i\tau)(\omega_{\alpha'\mu'} + \Omega_{m', m+1})] |m'\mu'\rangle \langle m'+1, \mu| \otimes |m+1, \mu\rangle \langle m\mu| \\ & + \lambda_{\alpha'\mu'}^* \exp[(-i\tau)(\omega_{\alpha'\mu'} + \Omega_{m', m+1})] |m'A\rangle \langle m'A| \otimes |m\mu\rangle \langle m\mu| \left. \right\} + \\ & + h.c. \end{aligned} \quad (01)$$

b) procesos que conservan el número de cuantos, con un par partícula - agujero propagándose en el estado intermedio

$$\begin{aligned} \Psi_{SF}^{(b)}(\tau) = & \sum_{\substack{\alpha\mu m_A \\ \alpha'\mu' m'_A}} \lambda_{\alpha\mu} \lambda_{\alpha'\mu'}^* \\ & \times \left\{ \exp[(-i\tau)(\omega_{\alpha A} + \omega_{\alpha' A'} + \Omega_{m+1, m'})] |m\mu\rangle \langle m\mu'| \otimes |m'AA'\rangle \langle m'AA'| \right. \\ & - \exp[(-i\tau)(\omega_{\alpha A} + \omega_{\alpha' A'} + \Omega_{m-1, m'})] |m\mu\rangle \langle m-1, \mu| \otimes |m-1, \mu'\rangle \langle m'\mu'| - \end{aligned} \quad (02)$$

$$\begin{aligned}
& - \exp [(-i\epsilon)(\omega_{A\mu} + \omega_{\mu'A'} + \Omega_{m',m+l})] |m'A_d\rangle \langle A'+1, A\mu'| |m\mu A'\rangle \langle n-1, dA| \\
& - \exp [(-i\epsilon)(\omega_{A\mu} + \omega_{\mu'A'} + \Omega_{m',m+l})] |n'AA'\rangle \langle m'AA'| |m\mu d'\rangle \langle m\mu\mu'| \} \\
& + h.c.
\end{aligned}$$

o) procesos de creación (aniquilación) de dos cuantos, con un par partícula - agujero en el estado intermedio,

$$\begin{aligned}
\Psi_{BF}^{(c)}(\tau) &= \sum_{\substack{\alpha\mu m A \\ \alpha'\mu' m' A'}} \lambda_{\alpha\mu} \lambda_{\alpha'\mu'} \times \\
& \times \left\{ \exp(-i\epsilon)(\omega_{\alpha\alpha'} + \omega_{\mu'\mu} + \Omega_{m-1, m'}) |m\mu\mu'\rangle \langle m-2, d\alpha'| \otimes |m'AA'\rangle \langle m'AA'| \right. \\
& - \exp(-i\epsilon)(\omega_{\alpha\alpha'} + \omega_{\mu'\mu} + \Omega_{m-1, m'}) |m\mu A'\rangle \langle n-1, dA| \otimes |n'+1, \mu'A\rangle \langle m'd'A'| \\
& - \exp(-i\epsilon)(\omega_{\mu'\mu} + \omega_{AA'} + \Omega_{n', m+l}) |m'A\mu'\rangle \langle n-1, A\alpha'| \otimes |m+l, A\mu\rangle \langle mAd'| \\
& \left. + \exp(-i\epsilon)(\omega_{A\alpha'} + \omega_{\mu'\mu} + \Omega_{m', m+l}) |m'AA'\rangle \langle m'AA'| \otimes |m+2, \mu'\mu\rangle \langle md'd| \right\} \\
& + h.c.
\end{aligned} \tag{03}$$

La representación diagramática de estas tres expresiones se encuentra en la figura (III.B), (diagramas (1), (3) y (5)).-

Los diagramas con rótulo par de esta figura, son los hermitianos conjugados de las expresiones (A1 - A3).-



APENDICE D

A fin de obtener la expresión del término de colisión  $K_{BF}(P_0)$ , tomamos los racimos de vacío fermiónico  $P(1)$  y  $P_2^{(0)}(1,2)$  y escribimos

$$\begin{aligned}
 U_0(-\tau) \rho_B(t) \rho_F(t) &= \\
 &= \sum_{\alpha, \rho} \exp \left\{ (i\tau) (\Omega_{\alpha\alpha'} + \omega_{AA'}) \rho_{\alpha\alpha'} \rho_{AA'} |a_A\rangle \langle a'A'| \right. \\
 &\quad \left. + \sum_{\alpha, \rho} \exp \left\{ (i\tau) (\Omega_{\alpha\alpha'} + \omega_{AA'} + \omega_{BB'}) \rho_{\alpha\alpha'} (\rho_{AA'} \rho_{BB'})^A |a_{AB}\rangle \langle a'A'B'| \right. \right.
 \end{aligned} \tag{D1}$$

Donde, de acuerdo con la convención que hemos elegido, las letras minúsculas denotan número de fonones mientras que las mayúsculas corresponden a orbitales fermiónicos tanto excitados como desexcitados. En segundo lugar operamos sobre la ecuación de uno con el superoperador  $\Psi_{BF}(\tau)$ . Mientras que el término de un fermión de la ecuación A1, opera sobre la parte de un fermión de la ecuación B1, los dos operadores de Liouville de dos cuerpos, ecuaciones A2 y A3 operan sobre el segundo término de la ecuación B1. Al realizar la contracción de los bra - ket, obtenemos dos sumandos en el integrando de  $K_{BF}$ , ó sea contribuciones de uno y de dos fermiones. De todos modos el factor fermionico oscilante da lugar a una sola frecuencia en ambos sumandos, reflejando el caracter "conservador de la energía" del proceso de colisión, consecuencia de la aproximación adoptada para el propagador intermedio.-

## APENDICE E

En este apéndice examinaremos el problema espectral generado por la ecuación

$$M V^{(s)} = \lambda_s V^{(s)} \quad (E1)$$

en la que  $M$  es la matriz tridiagonal asimétrica:

$$M = \begin{bmatrix} -W_- & W_+ & & & & & \\ W_- & -(W_- + W_+) & W_+ & & & & \\ & & & \ddots & & & \\ & & & & \ddots & & \\ & & & & & \ddots & \\ & & & & & & W_- & -(W_- + W_+) & W_+ \\ & & & & & & & W_- & -W_+ \end{bmatrix} \quad (E2)$$

que genera la evolución de la densidad bosónica de acuerdo con la ecuación maestra (III.42). Esta matriz es tal que, para todo vector  $B$ , cumple,

$$T_r(MV) = 0 \quad (E3)$$

por lo tanto

$$T_r(MV^{(s)}) = \lambda_s \sum_{k=1}^N V_k^{(s)} = 0 \quad (E4)$$

es decir, los autovectores de la matriz  $M$  asociados con autovalores no nulos son vectores de traza nula.-

El determinante de la ecuación (E2),  $\det(M)$  es igual a cero, esto significa que  $\lambda_1$  igual a cero es autovalor. El correspondiente autovector es la solución de equilibrio  $\rho^{(0)}$ , y puede ser obtenido fácilmente a partir de la función

de prueba

$$P_k^{(0)} = V_k^{(1)} = C_0 \alpha^k \quad (\text{E5})$$

en la cual  $C_0$  es un factor de normalización. Operando con  $M$  sobre  $\rho^{(0)}$  fácilmente obtenemos

$$\alpha = \frac{W_-}{W_+} \quad (\text{E6})$$

que se encuentra en correspondencia con la solución estacionaria exacta de la ecuación maestra para sistemas en balance detallado discutido en la referencia [Ra77].

Cuando escribimos los coeficientes de la ecuación secular,  $\det(M - \lambda I) = 0$  encontramos que el polinomio correspondiente de grado  $N$ , puede ser escrito de la forma

$$P_N(\lambda) = -\lambda P_{N-1}'(\lambda) \quad (\text{E7})$$

donde  $P'$  es el polinomio secular de la matriz de dimensión  $(M - 1)$ ,

$$M' = \begin{bmatrix} -(W_- + W_+) & W_+ & & & & & & & \\ & W_- & -(W_- + W_+) & W_+ & & & & & \\ & & \cdot & \cdot & \cdot & & & & \\ & & & & \cdot & \cdot & \cdot & & \\ & & & & & & \cdot & \cdot & \\ & & & & & & & & \cdot & \cdot \\ & & & & & & & & & W_- - (W_- + W_+) & W_+ \\ & & & & & & & & & W_- & -(W_- + W_+) \end{bmatrix} \quad (\text{E8})$$

Las matrices  $M$  y  $M'$ , describen procesos diferentes. Mientras que  $M$  corresponde a una cadena lineal con  $N$  nodos y paredes reflejantes fijas en  $n = 1, n = N$ , mientras que la segunda describe la misma situación pero con paredes absorbentes dado que  $M'$  es un generador de movimiento que no conserva la traza. En otras palabras, si  $\dot{P} = M' P$ ,  $d(\text{Tr} P)/dt$ , no se anula para todo tiempo. La ventaja de haber llevado el problema espectral original a la forma de la ecuación (E7) es que el problema de autovalores para  $M'$  es conocido [Sm65] y su solución es

$$\lambda_s = -(W_- + W_+) + 2\sqrt{W_- W_+} \cos\left(\frac{s\pi}{N}\right) \quad (\text{E9})$$

$$(s = 1, \dots, N-1)$$

Se puede verificar fácilmente que los correspondientes autovectores son

$$V_k^{(s)} = \alpha^{k/2} \begin{cases} \sin(k s \pi / N) \\ \cos(k s \pi / N) \end{cases} \quad (\text{E10})$$

Para obtener los autovectores de traza nula de la matriz de transición  $M$  tomamos la función de prueba

$$V_k^{(s)} = A_s \sin\left(\frac{k s \pi}{N}\right) + B_s \cos\left(\frac{k s \pi}{N}\right) \quad (\text{E11})$$

Reemplazando la ecuación (E12) en la ecuación espectral (E1) se determinan los coeficientes  $A_s$  y  $B_s$ , los cuales deben ser tales que satisfagan las condiciones de contorno para paredes reflejantes contenidas en la primera y última

componente del vector  $(M - \lambda_s I) V^{(s)}$

finalmente se obtiene

$$V_k^{(s)} = \alpha^{(k+1)/2} \sin\left(\frac{k s \pi}{N}\right) - \alpha^{k/2} \sin\left(\frac{(k-1) s \pi}{N}\right) \quad (E12)$$

Es bien sabido (ver, por ejemplo Ha77) que los autovectores del problema adjunto,  $V^{+(s)}$

$$V^{+(s)} M = \lambda_s V^{+(s)} \quad (E13)$$

son ortogonales a los de  $V_s'$ , es decir

$$\sum_{k=1}^N V_k^{+(s)} V_k^{(s)} = 1 \quad (E14)$$

Estos autovectores se calculan con el mismo procedimiento usado al tratar y obtenemos

$$V_k^{+(s)} = \alpha^{-(k-1)/2} \sin\left(\frac{k s \pi}{N}\right) - \alpha^{-k/2} \sin\left(\frac{(k-1) s \pi}{N}\right) \quad (E15)$$

El producto escalar  $V^{+(s)} V^{(s)}$  nos permite normalizar ambos vectores. En particular, la solución de equilibrio para el problema adjunto es,

$$\rho_k^{+(0)} = V_k^{+(1)} = C_0' \alpha^{-k} \quad (E16)$$

esta densidad, así como  $\rho^{(0)}$  es normalizada de acuerdo a la métrica del espacio de Liouville,

$$\text{Tr } \rho^{(0)} = \text{Tr } \rho^{+(0)} = 1 \quad (E16)$$

## Referencias

- A 54 - J.M. Araujo *Nuovo Cimento* 12 (1954) 780
- Ay80 - S. Ayik y W. Nörenberg *Phys. Rev.* 43 (1980) 552
- Ay82 - S. Ayik y W. Nörenberg *Z. Phys. A.* 309 (1982) 121
- Ba47 - G.C. Baldwin y G.S. Klaiber *Phys. Rev.* 71 (1947) 3
- Ba48 - G.C. Baldwin y G.S. Klaiber *Phys. Rev.* 73 (1948) 1156
- Ba68 - R. Baoh y C.Werntz *Phys. Rev.* 173 (1968) 958
- Ba71 - R. Balescu y J. Wallenborn *Physica* 54 (1971) 477
- Ba75 - R. Balescu "Equilibrium and nonequilibrium *Stat. Mech.*"  
(Willey, N.Y.,1975)
- B152 - J.M. Blatt y W. Weisskopf "Theoretical Nuclear Physics"  
(Willey & Sons, N.Y.,1952)
- B181 - J.P. Blaizot y B.L. Friman *Nucl. Phys.A* 69 (1981) 372
- Bo46 - N.N. Bogoliubov *J.Phys. URSS* 10 (1946) 257
- Bo46 - M. Born y H.S. Green *Proc. Roy. Soc. London* 10 (1946)A1888
- BO75 - A. Bohr y B.R. Mottelson "Nuclear Structure" (Benjamin,N.Y.,1975)
- Br59 - G. Brown y M. Bolsterli *Phys. Rev. Lett.* 3 (195) 472
- Br82 - R.A. Broglia en "Nuclear Theory 81" (ed. G.F. Bertsch, World  
Scientific Singapore, 1981)
- Co80 - M.T. Collins y J.J. Griffin *Nucl. Phys. A* 63 (1980) 348
- Da58 - M. Danos *Nat. Phys.* 5 (1958) 23
- Da64 - M. Danos y W. Greiner *Phys. Rev.* 134 (1964) A284
- Da75 - M. Danos y W. Greiner *Phys. Rev.* 138 (1975) B876
- Do82 - C.O. Dorso y E.S. Hernández *Phys. Rev. C* 26 (1982) 528
- E170 - J.M. Eisenberg y W. Greiner "Nuclear Models" (North-Holland,1970)
- Fa57 - U. Fano *Rev. Mod. Phys.* 29 (1957) 74
- Ge72 - C.L. George, I. Prigogine y L. Rosenfeld *K.Dan.Vidensk. Selsk.*  
*Mat. Fys. Medd.*12 (1972) 38
- Go48 - M. Goldhaber y E. Teller *Phys. Rev.* 74 (1948) 1046

- Gr82 - D.H.E. Gross, K. Möhring, S. Mukamel, U. Milansky y M.J. Sobel  
Nucl. Phys. A378 (1982) 375
- Gr46 - M. Born y H.S. Green Proc. Roy. Soc. London 10 (1946) A1888
- Gr56 - H.S. Green J. Chem. Phys. 25 (1956) 836
- Ha73 - F. Haake en "Springer Tracts in Modern Physics" Vol66 (Springer,  
Berlin,1973)
- Ha78 - H. Haken, Synergetics, (Springer, Berlin, 1977)
- He82 - E.S. Hernández y H.C. Solari Nucl. Phys. A397 (1983) 1115
- Ka62 - L.P. Kadanoff y G. Baym "Quantum Stat. Mech." (Benjamin, N.Y. 1962)
- Ki46 - J.G. Kirkwood J.Chem.Phys. 14 (1946)180
- Mu81 - S. Mukamel, D.H.E. Gross, U. Milansky, K. Möhring y M.J. Sobel  
Nucl. Phys. A366 (1981) 339
- My69 - W.D. Myers y W.J. Swiatecki Ann. Phys. (N.Y.) 55 (1969) 395
- My77 - W.D. Myers, W.J. Swiatecki, T. Kodama, L.J. El-Jaiok y E.R Hilf  
Phys. Rev. C15 (1977) 2032
- Na58 - S. Nakajima Prog. Theor. Phys. 20 (1958) 948
- Pr62 - I. Prigogine "Nonequilibrium Stat. Mech." (Interscience, N.Y., 1962)
- Pr69 - I. Prigogine, A. George, F. Henin Physica 45 (1969)418
- Re53 - R. Reifman Z.Naturforsch. 45 (1953) 505
- St50 - H. Steinwedel y J.H. Jensen Z.Naturforsch 52 (1950) 413
- Ta81 - N. Takigawa, K. Niita, Y. Okuhara y S. Yoshida Nucl.Phys. A  
371 (1981) 130
- Ta82 - K. Niita y N. Takigawa a ser publicado
- Uh33 - E.A. Uehling y G. Uhlenbek Phys. Rev. 43 (1933) 52
- Va55 - L. Van Hove Physica 21 (1955) 517
- Va72 - D. Vautherin y D.M. Brink Phys.Rev. C 5 (1972) 626
- Wa81 - J. Wambach, V.K. Mishra y Li Chu-Hsia Nucl. Phys. A 380 (1982) 285
- W157 - K. Wildermuth y H. Wittern, Z.Naturforsch 12a (1957) 39
- Wo75 - C.Y. Wong, J.A. Maruhn y T.A. Welton Nucl. Phys. A 253 (1975) 469
- Wo76 - C.Y. Wong, J.A. Maruhn y T.A. Welton Phys. Rev. C 15 (1977) 1558

- Wo77 - C.Y. Wong y J.A. Mc.Donald Phys. Rev. C 16 (1977) 1196
- Wo78 - C.Y. Wong Phys. Rev. 17 (1978) 1832
- Wo78b- C.Y. Wong y H.H.K. Tang Phys. Rev. C 20 (1979) 1419
- Wo81a- C.Y. Wong y N. Aszis Phys. Rev.C 24 (1981) 2290
- Wo81b- C.Y. Wong Phys. Rev. C 25 (1982) 1460
- Yv35 - J. Yvon "La theorie Statistique des Fluides et l'equation d'etat",  
Act. Scient. et ind. Herman, Paris, 1935
- Yv58 - J. Yvon C.R. Acad. Sci. 246 (1958) 2850
- Zw61 - R. Zwanzig en "Lectures in theoretical Phys." (Boulder) 3 (1961) 106