El subprecio de las empresas químicas

Rocca, Francisco Matías

1981

Tesis presentada para obtener el grado de Doctor en Ciencias Químicas de la Universidad de Buenos Aires

UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
DEPARTAMENTO DE INDUSTRIAS

EL SUBPRECIO DE LAS EMPRESAS QUIMICAS

Tesis presentada por
FRANCISCO MATIAS ROCCA

PARA OPTAR AL TITULO DE DOCTOR EN QUIMICA
ORIENTACION QUIMICA INDUSTRIAL

Director de tesis: Dr. CARLOS ALBERTO SIERRA

1981

Agradezco al Dr. Carlos Alberto Sierra
la dirección de este trabajo.

INDICE GENERAL

SECCION II

EMPRESAS DE COSTOS CONTINUOS

SECCION III

EMPRESAS CON DEMANDA INELASTICA Y SIN COMPETENCIA

SECCION IV

DOS EMPRESAS CON DEMANDA INELASTICA Y EN COMPETENCIA

SECCION V

EMPRESAS CON DEMANDA ELASTICA

SECCION VI

EMPRESAS CON COSTOS DISCONTINUOS

ANTECEDENTES Y OBJETO DEL TRABAJO

Las empresas que elaboran productos químicos constituyen, en la gran mayoría de los casos, mercados oligopólicos perfectos o no diferenciados. (ver referencias: #2, pág.321 a 325).

El conocimiento que se tiene de estos mercados es insuficiente porque hasta el presente no se ha encontrado un método para determinar los precios de venta de los productos de esas empresas que optimicen las utilidades de las mismas. (ver referencias: #1, pág. 35; #6, pág. 274; #7, pág. 239 y 450).

El análisis de los precios en función de la estructura del mercado ha permitido obtener algunas conclusiones que vinculan a los precios con las características de la oferta y la demanda, pero estos resultados han sido solamente cualitativos (ver referencias: #2, pág. 527; #6, pág. 270).

La Teoría de los Juegos, que había generado tantas expectativas, no se pudo aplicar por el contenido aleatorio de sus soluciones, lo que está reñido con la práctica comercial corriente (ver referencias: #3, pág. 546; #7, pág. 451).

Ante la falta de medios que puedan ser usados por las empresas para la determinación de sus precios, éstas proceden en forma pragmática: adoptan los precios que "estiman" les producirán los mayores beneficios y si la experiencia les indica que se han equivocado los cambian hasta obtener resultados aceptables.

(*)

El presente estudio tiene por objeto determinar los precios de venta de los productos de las empresas químicas que optimicen las utilidades de las mismas.

Con este propósito se ha construído un modelo lógico-matemático de naturaleza determinística, es decir, donde las variables que se consideran no tienen naturaleza aleatoria.

SECCION I

DEFINICIONES GENERALES, OBJETIVO Y PRINCIPIOS DEL MODELO

Esta sección se ocupa de los temas que son comunes a todos los casos que pueden presentarse, cualquiera sea la naturaleza de la demanda y el tipo de los costos de las empresas industriales que constituyen la oferta.

En el capítulo 1 trataremos las definiciones generales que se emplean en este estudio y en el capítulo 2 nos ocuparemos del objetivo y de los principios que caracterizan al modelo económico - matemático a considerar.

CAPITULO I

DEFINICIONES GENERALES

VENTAS, COSTOS Y UTILIDADES DE UNA EMPRESA

(*)

Con el objeto de simplificar el planteo, supondremos que las empresas industriales consideradas elaboran un solo producto y que se encuentran en régimen, produciendo en cada período las unidades físicas vendidas en el mismo, de modo que el stock de materiales permanece constante con el tiempo, ya que es repuesto permanentemente.

Resultará util para el presente trabajo seguir los lineamientos generales del costeo directo, aunque en la clasificación de los costos se adoptarán conceptos que se apartan de la ortodoxia de este sistema, como se verá más adelante (ver referencias: #2, pág. 89 a 98).

(*)

Llamaremos "volumen físico de ventas", Q, o simplemente "volumen" de una empresa, al número de unidades de un producto producidas y vendidas por la empresa "en un determinado período de tiempo, o ejercicio."

Llamaremos costos totales , C, al costo de las Q unidades del producto, y costos unitarios , c, al costo de una unidad de dicho producto.

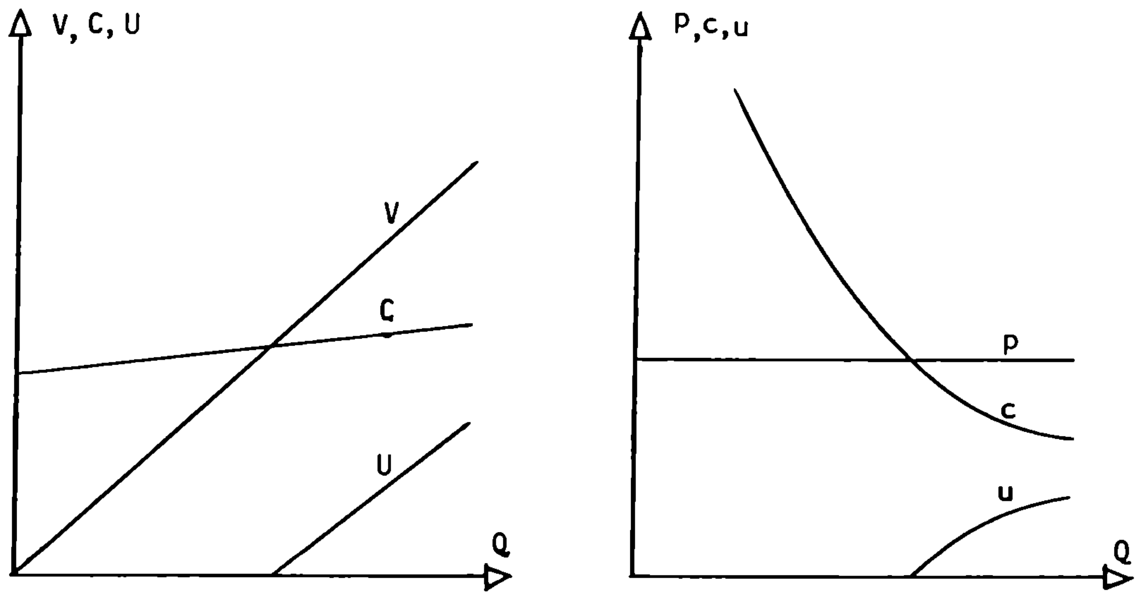
En consecuencia: $C=c.Q$

Llamaremos utilidad total, U, a la utilidad que producen las Q unidades del producto y utilidad unitaria, u, a la utilidad que produce una unidad de dicho producto.

En consecuencia: $U=u.Q$

Llamaremos monto de ventas, V, al valor monetario obtenido por las ventas de las Q unidades de dicho producto.

En consecuencia, simbolizando el precio de venta de una unidad de dicho producto por p, se tendrá que: $V=p.Q$



CLASIFICACION DE LOS COSTOS

Los costos totales pueden ser una función cualquiera del volumen Q.

Pero en todos los casos, si consideramos "un ámbito de volumen ΔQ suficientemente pequeño, en el cual los costos totales sean función continua del volumen Q", se podrán clasificar en:

(1). Gastos que son independientes del volumen Q que llamaremos costos fijos totales Cf.

En este caso: $Cf=cte$, donde cte representa a una magnitud constante.

En consecuencia, y de acuerdo a la definición de costos unitarios, los costos fijos unitarios, cf, serán para un valor del volumen Q cualquiera:

$$cf=\frac{Cf}{Q}=\frac{cte}{Q}$$

Aunque los términos de este cociente son independientes, su uso resultará conveniente al considerar algunos aspectos de este modelo.

(2). Costos que son funciones lineales simples (de un solo término) del volumen Q, que llamaremos costos proporcionales (o variables) totales, Cp.

En este caso: $Cp=cte.Q$

En consecuencia, y de acuerdo a la definición de costos unitarios, los costos proporcionales unitarios, serán:

$$cp=\frac{Cp}{Q}=cte$$

(3). Costos que son funciones del volumen Q pero no lineales simples, que llamaremos costos complejos totales, Cc.

En este caso: $Cc=f(Q)\neq cte.Q$

Luego se tendrá que: $C=Cf+Cp+Cc$, como se muestra en la figura (a) de la página 18.

(*)

Si "en todo el ámbito de volumen ΔQ considerado", los costos fijos totales permanecen constantes, diremos que los costos fijos son continuos.

En caso contrario, si los costos fijos totales varían en dicho ámbito, diremos que los costos fijos son discontínuos o que hay saltos de costos fijos. Este es el caso, por ejemplo, del costo de la mano de obra, cuando pasando un cierto nivel del volumen Q es necesario emplear nuevos operarios para poder llevar la producción sobre ese nivel. (fig b y c pag. 18)

Si "en todo el ámbito de volumen ΔQ considerado", la constante de proporcionalidad cp de los costos proporcionales totales en función del volumen permanece constante, diremos que los costos proporcionales son contínuos. En caso contrario, si dicha constante varía en ese ámbito, diremos que los costos proporcionales son discontínuos o que hay saltos de costos proporcionales. Este es el caso, por ejemplo, del costo de la materia prima cuando el precio de venta (unitario) del proveedor sufre distintos descuentos según las cantidades compradas. (fig. d y e pág. 18).

(*)

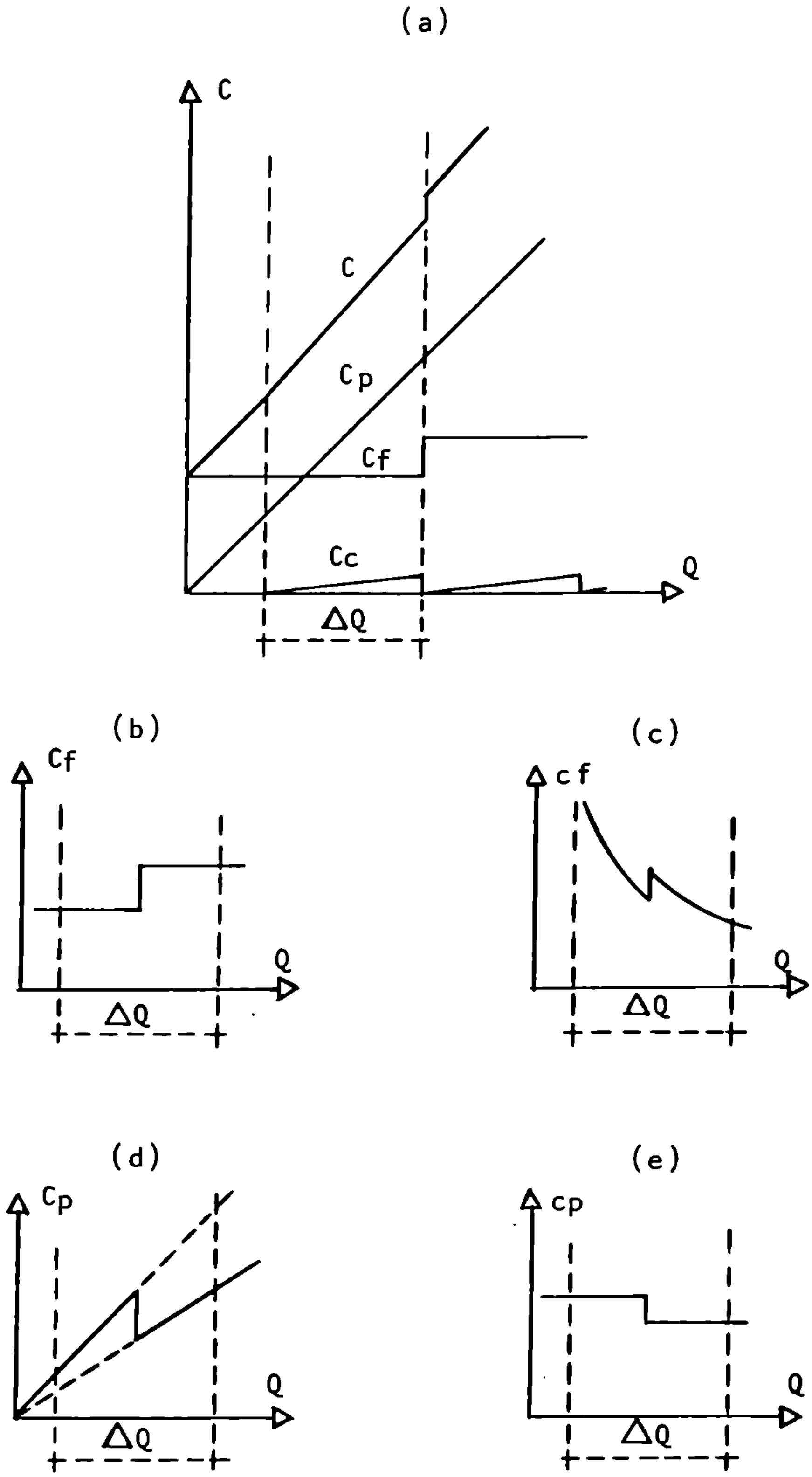
A los efectos de simplificar supondremos que los costos proporcionales al monto de ventas $V=p.Q$, como las comisiones de los corredores, son proporcionales al volúmen físico de ventas Q, lo que significa considerar que los precios de venta p de las empresas son constantes en primera apróximación.

No consideraremos los gastos que son funciones de la utilidad, como el impuesto a la ganancia y la retribución del directorio de una sociedad anónima. De todas formas, cuando la utilidad antes de impuesto sea máxima o mínima, también lo será la utilidad después del impuesto a la ganancia.

Para simplificar la exposición, supondremos que los costos de las empresas industriales sólo están formados por costos fijos y proporcionales, que podrán ser contínuos o discontinuos.

En consecuencia, los costos totales y unitarios de las empresas consideradas serán: $C=Cp+Cf$

$$c=cp+\frac{Cf}{Q}$$


(a)
C
C
Cp
Cf
Cc
Q
ΔQ
(b)
Cf
Q
ΔQ
(c)
cf
Q
ΔQ
(d)
Cp
Q
ΔQ
(e)
cp
Q
ΔQ

CARACTERISTICAS DE LOS COSTOS Y PRECIOS DE VENTA

Supondremos que las empresas no varían sus costos proporcionales unitarios ni fijos totales con el tiempo, y en consecuencia, sus costos para un valor cualquiera del volumen Q permanecerán constantes en sucesivos períodos de tiempo.

Luego, si una empresa varía los costos mencionados deberá ser considerada como una nueva empresa.

De acuerdo a lo supuesto y por emplear costeo directo, los costos de los productos en un período de tiempo calculados mediante los sistemas FIFO, LIFO, Promedio o Standard, tendrán igual valor (ver referencias: #2, pág. 73 a 75).

(*)

Supondremos que los precios de venta de las empresas competidoras estarán referidos al mismo plazo de cobro, de forma de simplificar la comparación de los mismos.

Si una empresa tiene distintos precios de venta para distintos sectores de clientes, consideraremos como precio de venta de la empresa a su precio de venta promedio.

Se considerarán períodos de tiempos tales que, en el transcurso de cada uno de ellos, todas las empresas competidoras mantengan sus precios de venta constantes. Estos períodos de tiempo, con precios de ventas constantes, podrán ser iguales o distintos. Pero si se elige un período de tiempo tal que sea el máximo común divisor de los períodos de tiempos en los cuales el precio de ventas de todas las empresas se mantiene constante, se podrá trabajar con períodos de tiempo o ejercicios iguales, en los que el precio de venta de las empresas competidoras se mantiene constante. En este caso, en el transcurso de cada período de tiempo los costos y el precio de venta de las empresas permanecerán -

constantes.

EL ESTADO DE UNA EMPRESA - LOS ESTADOS FINALES

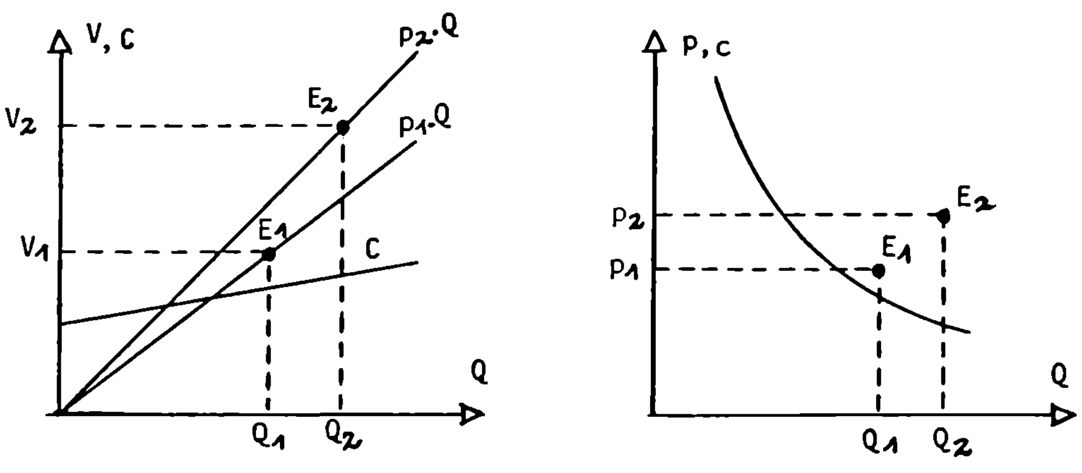
Si durante los sucesivos períodos de tiempo las empresas tienen la misma estructura de costos, la situación económica de cada empresa en un período, o simplemente el estado de cada empresa, quedará definido por su volumen Q y su precio de venta en ese período o ejercicio.

Entonces, en los gráficos que representan los costos totales en función del volumen Q de un período de tiempo, el estado de cada empresa podrá representarse por el punto que corresponde a sus ventas V y al volumen Q.

Asímismo, en los gráficos que representen los costos unitarios en función del volumen Q de un período, el estado de cada empresa podrá representarse por el punto que corresponde a su precio de venta p y al volumen Q.

Si en el período de tiempo siguiente, igual al anterior, las empresas modifican sus precios de venta y/o sus volúmenes Q, tendrán un nuevo estado.

En las figuras siguientes se han representado dos estados, El y E2, de una empresa en dos períodos de tiempo sucesivos, 1 y 2.



(*)

Planteada una situación de competencia entre varias empresas, éstas experimentarán cambios de estado buscando distintas alternativas, pero se demostrará que finalmente las empresas tomarán determinados estados que satisfacerán a los principios del modelo.

A dichos estados los llamaremos estados finales, Ef, o estacionarios.

GRAFICOS COMPETITIVOS

De acuerdo con lo visto en la página 17, la utilidad U de una empresa para cualquier valor del volumen Q será:

$$U = u.Q = (p-c)Q = \left(p-cp-\frac{Cf}{Q}\right)Q \qquad (1)$$

Si, conforme a lo visto en la página 19, los costos de dicha empresa para un valor cualquiera del volumen Q permanecen constante en los sucesivos períodos de tiempo, se tendrá que:

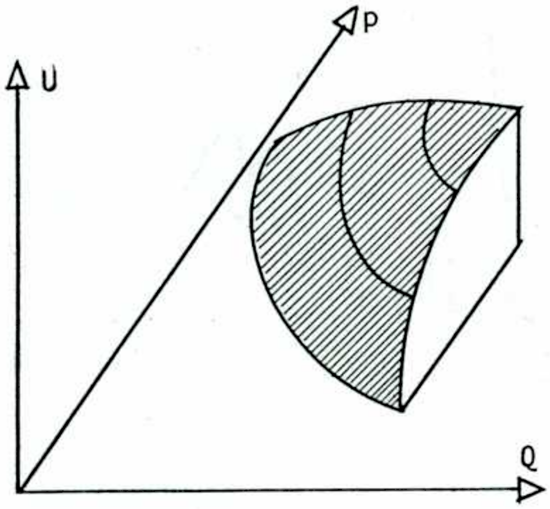
$$c = cp+\frac{Cf}{Q} = f(Q)$$

Entonces, si tenemos presente esta ecuación y la (1), llegaremos a la conclusión que será:

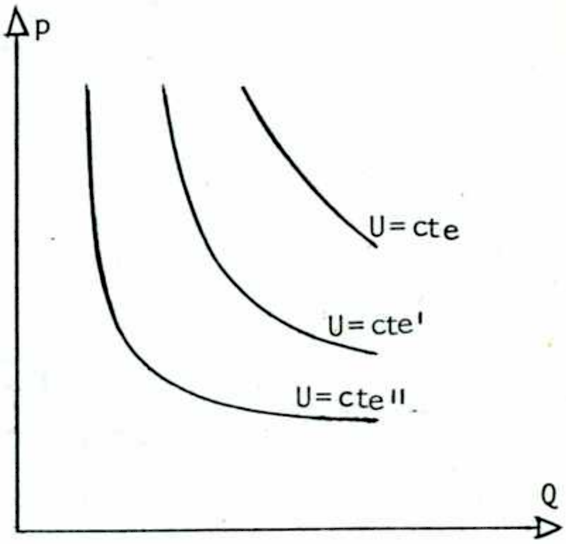
$$U = f\ (p,Q)$$

La representación gráfica de esta función no es práctica, pués corresponde a una superficie en el espacio como se muestra en el ejemplo de la figura (a), en la página 22.

(a)



(b)



Para obviar esta dificultad y tener representadas las tres variables, consideremos las funciones:

$p=f(Q)$ para $U=cte$

correspondientes a distintos valores del parámetro $U=cte$, obteniendo de esta forma una familia de curvas paramétricas. (fig.b)

A este gráfico lo llamaremos competitivo, porque nos permitirá comparar al mismo tiempo las variables más importantes que juegan en la competencia entre empresas, a saber, el precio unitario p, el volumen Q y la utilidad total U correspondiente a una empresa.

De la fórmula (1) puede deducirse que:

$$p=\frac{U}{Q}+\frac{Cf}{Q}+cp=\frac{U+Cf}{Q}+cp \qquad (2)$$

(*)

Si los costos de las empresas son continuos, serán los costos proporcionales unitarios cp y los costos fijos tota -

les Cf constantes.

Entonces, si suponemos que la utilidad U se mantiene constante, de la (1) se tendrá que:

$$U=u.Q=(p-c)Q=cte$$

y de la (2):

$$p=\frac{U+Cf}{Q}+cp=\frac{cte'}{Q}+cp, \text{ donde, } cte'=U+Cf$$

$$(p-cp)=\frac{cte'}{Q}$$

Esta ecuación, para cte'=U+Cf>0 y por consiguiente U>-Cf, corresponde a una hipérbola equilátera "referida" a sus asíntotas, las rectas 0—(p-cp) y 0—Q.

Si $Q=0$, $p-cp=\infty$
Si $Q=\infty$, $p-cp=0$

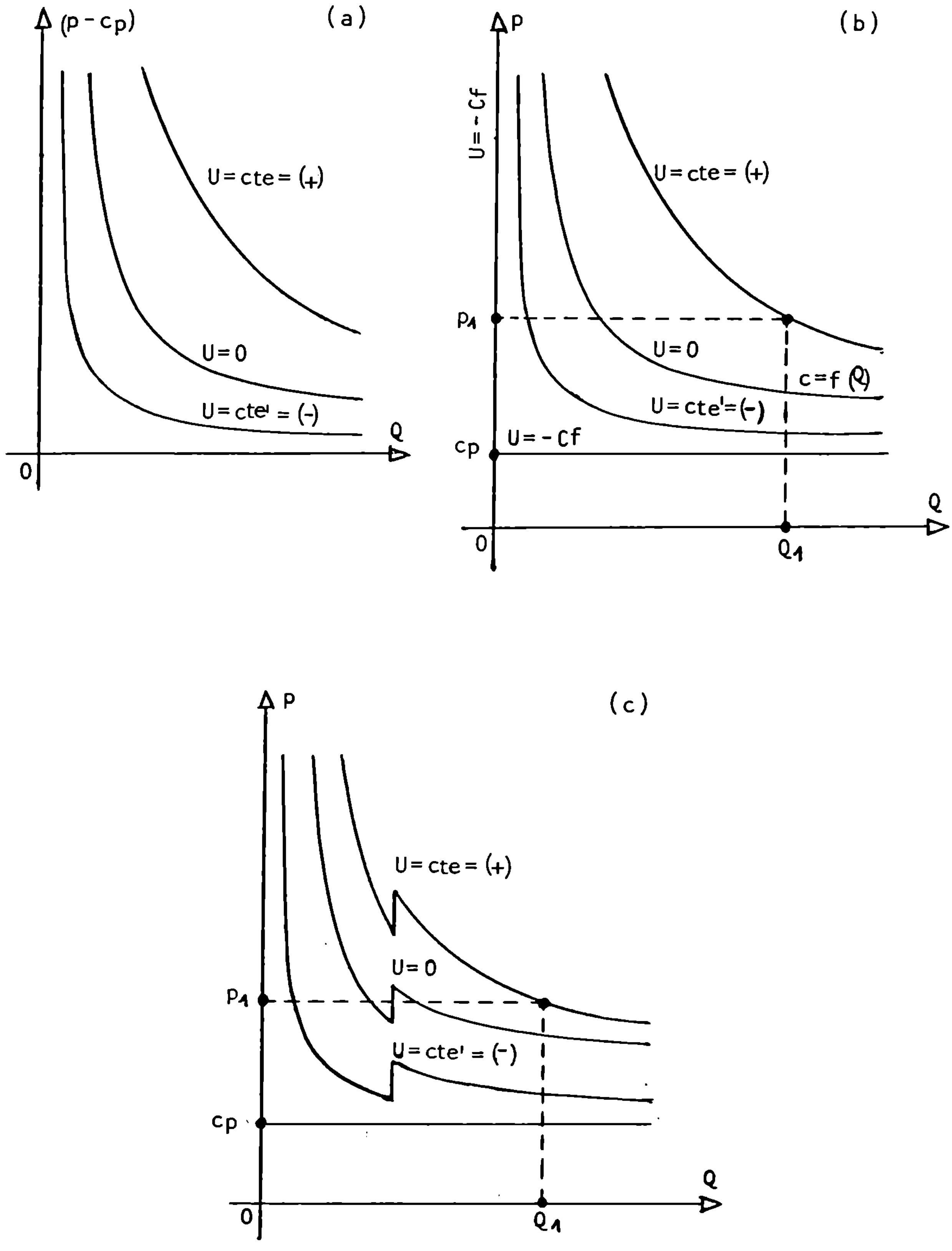
Si cambiamos la ordenada (p-cp) por p, teniendo en cuenta que si p=cp resulta que p-cp=0, obtendremos un gráfico competitivo en él que las curvas de U=cte>-Cf serán hipérbolas equiláteras asintóticas a las rectas 0—p y p=cp, de acuerdo a lo dicho con anterioridad.(fig. a y b pág 24).

Si cte'=U+Cf=0, y por consiguiente U=-Cf, será conforme a la (2), p=cp, obteniéndose así la asíntota o hipérbola degenerada.

Si p=c, será, de acuerdo con la (1), U=0
(*)

Si los costos de las empresas son discontinuos, las curvas de utilidad total constante tendrán sectores hiperbólicos entre los saltos o discontinuidades, ya que en dicho ámbito sus costos pueden ser considerados continuos.

En la figura (c) de la página 24 representamos un gráfico competitivo de una empresa que tiene costos discontinuos por un salto de sus costos fijos.


(a)
(p - cp)
U = cte = (+)
U = 0
U = cte' = (-)
Q
0
(b)
p
U = - Cf
U = cte = (+)
p1
U = 0
c = f (Q)
U = cte' = (-)
cp
U = - Cf
Q
0
Q1
(c)
p
U = cte = (+)
U = 0
p1
U = cte' = (-)
cp
Q
0
Q1

(*)

Para realizar la construcción de un gráfico competitivo con las familias de curvas de utilidad total constante, es útil comenzar representando:

$$c = f(Q)$$

Si $p=c$ será $U=0$ y en consecuencia esta curva corresponderá en el gráfico competitivo a $U=cte=0$.

A partir de esta curva, será sencillo trazar las otras curvas de $U=cte$ si consideramos que:

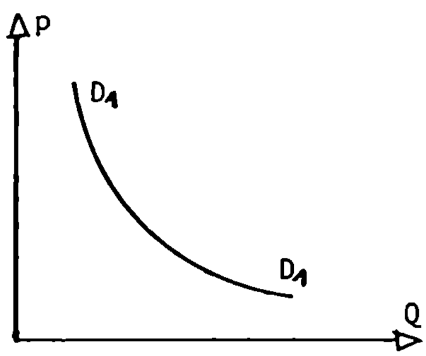
$$U = u.V = (p-c)Q = cte$$

$$(p-c) = \frac{cte}{Q}$$

DEMANDA

Llamaremos demanda, D, al número total de unidades de un producto que con un determinado precio de venta y en un determinado período de tiempo se pueden vender en el mercado.

Llamaremos función demanda, D_1—D_1, a la demanda en función de los precios, en un determinado período de tiempo, cuando todos los otros factores que inciden directa o indirectamente sobre la demanda (producto bruto nacional, ingreso medio de la población, publicidad, etc) permanecen constantes.



Observemos que la variable precios p, representada en ordenadas, es en la realidad económica la variable independiente, y en nuestro caso será fijada por las empresas que constituyen la oferta.

(*)

Llamaremos elasticidad de la demanda, e, a la variación relativa de la cantidad demandada por unidad de variación relativa de los precios, en un cambio infinitecimal (ver referencias: #1, pág.25; #2, pág 331), es decir:

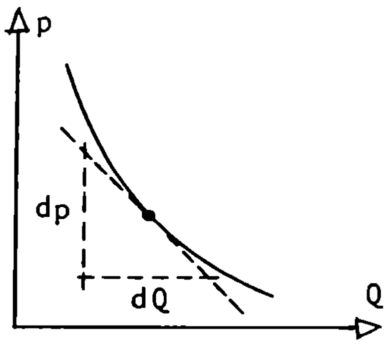
$$e=\frac{dQ/Q}{dp/p}=\frac{dQ}{dp}\,\frac{p}{Q}$$

En base a la elasticidad clasificaremos a la demanda.

Diremos que la demanda es elástica, cuando, para cualquier punto de la función demanda, se tiene que:

$$e=\frac{dQ/Q}{dp/p}<0$$

En este caso, para un dp positivo corresponderá un dQ negativo.

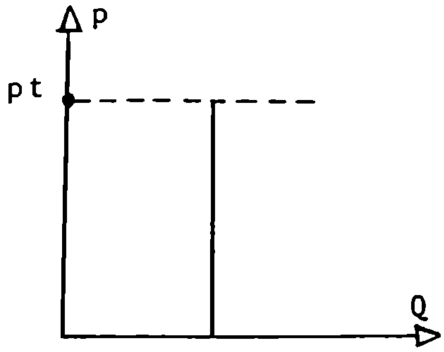


Diremos que la demanda es inelástica y tiene un precio tope, pt, cuando:

$$e=\frac{dQ/Q}{dp/p}=0$$

y no hay ventas para valores de p mayores que el precio tope.

En este caso, dQ=0 para dp≠0.



El precio tope puede ser:

—El precio internacional del producto más los costos de importación o el precio máximo que debe tener el producto para mantener cerrada la importación.

—Un precio fijado por el gobierno, o el máximo precio estimado para evitar que el gobierno fije el precio.

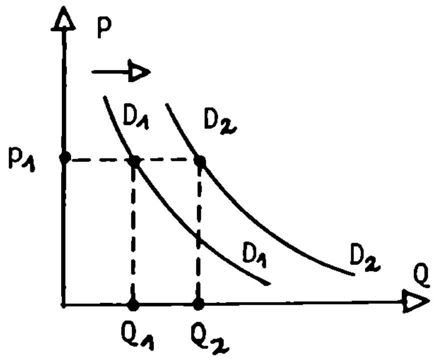
—El máximo precio estimado para evitar la aparición de nuevos competidores.

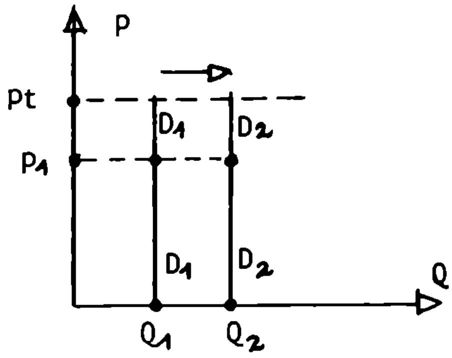
—El precio de un producto sucedáneo.

Debemos aclarar que esta clasificación de la demanda es útil a los fines de nuestro estudio pero no es la más usual: en general se dice que la demanda es elástica o inelástica según que la elasticidad sea, en valor absoluto, mayor o menor que uno, respectivamente (#2, pág. 333).

(*)

Cuando en dos períodos de tiempo sucesivos, para un mismo precio p la demanda tiene valores distintos, Q_1 y Q_2, diremos que se ha producido un cambio o una variación de la demanda, y de la función demanda.





TAMAÑO DE UNA EMPRESA INDUSTRIAL

Llamaremos tamaño de una empresa, T, a su máxima capacidad de producción en un determinado período de tiempo.

Si consideramos dos empresas, llamaremos grande a la de mayor tamaño y chica a la de manor tamaño.

CAPITULO 2

OBJETIVO Y PRINCIPIOS DEL MODELO

OBJETIVO DEL MODELO

Consideremos el conjunto de empresas que suponemos producen un determinado producto químico y que constituyen un mercado oligopólico perfecto o no diferenciado (pocas empresas proveedoras que venden un producto no diferenciado).

El objetivo de este modelo es determinar el precio y el volumen físico de ventas de cada una de las empresas consideradas que maximizan sus respectivas utilidades, teniendo en cuenta los tamaños de las mismas y la cuantía de la demanda.

(*)

Este problema cobra especial importancia cuando la oferta es mayor que la demanda, lo que ocurre normalmente, ya que solo en pequeños sectores de los ciclos económicos de nuestro país la demanda de productos químicos ha superado a la capacidad de producción instalada de los mismos.

(*)

Se ha establecido que las empresas tratan de optimizar la utilidad y no la rentabilidad para simplificar el modelo y poder apreciar con mayor claridad los resultados, pero en el capítulo 8 se estudiará otro modelo donde se ha reemplazado utilidad por rentabilidad, y se observará que en la mayoría de los casos resulta equivalente considerar una u otra.

PRINCIPIOS O HIPOTESIS DEL MODELO

Principio (1): Cada empresa competidora adoptará el precio de venta que le produzca, con certeza (probabilidad igual a uno), la mayor utilidad total posible, en todos y cada uno de los períodos de tiempo considerados.

Más adelante demostraremos que, si todas las empresas tratan de maximizar sus utilidades totales, cada empresa podrá determinar experimentalmente cuales son los ámbitos de precios posibles de sus competidores. Al decir que una empresa obtendrá una determinada utilidad "con seguridad o certeza", queremos significar que la empresa obtendrá dicha utilidad "cualesquiera sean los precios de venta que adopten los competidores dentro del ámbito de sus precios posibles".

Obviamente, las empresas podrán adoptar el estado final que satisface a este principio recién después de determinar la gama de precios posibles de sus competidores.

Para que se pueda aplicar este principio, será necesario que los directores de las empresas competidoras sean lo suficientemente competentes como para poder discernir entre varias alternativas económicas cual es la que produce a su empresa la mayor utilidad.

Se sobrentiende que al fijar su política de precios, la empresa no tendrá otro objetivo que el previsto en este principio, descartándose todo otro tipo de consideraciones.

Se sobrentiende también que el principio se aplicará simultáneamente a cada una y a todas las empresas competidoras.

Si una empresa tiene varios precios de venta que le producen con seguridad la mayor utilidad posible, adoptará indistintamente cualquiera de ellos.

(*)

Se supone que las empresas industriales disponen de capitales suficientes (propios o de terceros) como para solventar sus necesidades financieras, y en consecuencia, no se considerarán problemas financieros.

Supondremos que las empresas resuelven suspender sus actividades cuando en un período de tiempo su utilidad se hace menor que cero, es decir que se producirá la eliminación de las empresas por razones económicas y no financieras.

De acuerdo con ello, tendrá vigencia el siguiente principio:

<u>Principio (2)</u>: Si la mayor utilidad total posible que puede obtener con certeza una empresa resulta menor que cero, la empresa cesará en sus actividades, es decir, será eliminada del mercado.

La eliminación de una empresa "no será definitiva", y en consecuencia, una empresa eliminada podrá volver al mercado si desaparecen las condiciones que originaron su eliminación y puede obtener con seguridad una utilidad igual o mayor que cero.

Este principio no se aplicará en los primeros períodos experimentales de las empresas competidoras, cuando ellas fijan determinados precios de venta y no pueden prever las utilidades que tendrán. El principio se aplicará en los estados finales de las mismas.

(*)

Introduciremos ahora un principio que limita la aplicación del modelo a las industrias cuyos mercados son oligopólios perfectos o no diferenciados, como sucede con la mayor parte de las industrias químicas.

Principio (3): La única variable que decide la venta de los productos elaborados por las empresas competidoras consideradas será el precio, y en consecuencia, los clientes de las mismas comprarán a la empresa que los puede proveer con el menor precio de venta.

Si las empresas que pueden proveer a un cliente tienen iguales precios de venta, el cliente comprará indistintamente a cualquiera de ellas.

Es posible que halla clientes que compren a dos o más empresas, cuando la capacidad de venta de la empresa más barata no les permita abastecerse en su totalidad.

Llamaremos $\mathcal{E}$ a la menor unidad de moneda usada en la comercialización del producto en cuestión (peso, centavo,etc). Entonces, y a título de ejemplo, si suponemos que un cliente puede tener como proveedores a dos empresas, podrá suceder que:

—El cliente comprará a la empresa que vende al precio p, mientras que el precio de la otra empresa sea igual o mayor que $(p+\mathcal{E})$.

—Si el precio de esta última empresa se hace igual o menor que $(p-\mathcal{E})$, el cliente cambiará de proveedor y le comprará a ella.

—Si ambas empresas tienen igual precio p, el cliente podrá comprar indistintamente a cualquiera de ellas.

(*)

Principio (4): Todas las empresas competidoras conocen a todos sus posibles clientes, y viceversa.

(*)

Principio (5): La diferencia entre los precios de las empresas competidoras para un determinado cliente, será igual a la diferencia entre sus respectivos precios promedios.

Este principio sólo tendrá aplicación cuando una o varias empresas tengan distintos precios de venta para distintos sectores de clientes. En este caso, se considerará como precio de venta de cada empresa a su precio de venta promedio resultante. Entonces, de acuerdo al principio, si p_1 y p_2 son los precios de dos empresas para un determinado cliente, y (p)pr,1 y (p)pr,2 son sus respectivos precios promedios, se tendrá que:

$$p1-p2=(p)pr,1 - (p)pr,2$$

En consecuencia, si una empresa tiene un precio de venta promedio menor que el de otra, también tendrá un precio de venta menor que el de la otra en cada uno y todos los clientes considerados para determinar el promedio.

(*)

<u>Principio (6)</u>: Cuando la oferta es mayor que la demanda, las empresas competidoras no concertarán un cartel, que consiste en limitar sus volúmenes de ventas a cuotas fijas menores que sus volúmenes máximos, de forma que la oferta iguale a la demanda.

El objeto de estos acuerdos es aumentar la utilidad total de todas las empresas, como se verá más adelante.

(*)

Las decisiones económicas que en el análisis de este modelo se atribuirán a las empresas con carácter instántaneo, lógicamente llevarán en los casos reales un tiempo mucho mayor, en cuyo transcurso las empresas repetirán tentativas y sondeos hasta cerciorarse de sus conveniencias y aceptar la realidad económica.

SECCION II

EMPRESAS DE COSTOS CONTINUOS

A partir de esta sección y hasta la sección V inclusive, sólo consideraremos empresas que tienen costos continuos es decir, empresas cuyos costos proporcionales unitarios y costos fijos totales permanecen constantes en el ámbito de volumen considerado.

Las empresas con costos discontinuos recién serán tratadas en la sección VI.

CAPITULO 3

CARACTERISTICAS DE LAS EMPRESAS DE COSTOS CONTINUOS

VOLUMENES DE VENTAS MAXIMO Y MINIMO - SALTO DE VOLUMEN DE VENTAS.

Llamaremos volumen de ventas máximo de una empresa, Q_{max}, al mayor volumen Q que la empresa puede vender en un determinado período de tiempo y en consecuencia, el volumen máximo de una empresa será igual a su tamaño, cuando este sea menor que la demanda, o a la demanda, cuando esta sea menor que su tamaño. Luego:

Si $D \geqslant T$, $Q_{max}=T$

Si $D<T$, $Q_{max}=D$

Si la empresa tiene costos continuos, el volumen máximo de una empresa es el volumen Q que le produce la mayor utilidad total posible en el período de tiempo considerado y para un precio de venta p cualquiera. En efecto:

$$U=(p-cp)Q-Cf$$

Si los costos son continuos, cp y Cf serán constantes. Entonces, si p se mantiene constante, cuando Q sea máximo también lo será U.

Llamaremos volumen de ventas mínimo de una empresa, Qmin, al mayor volumen Q que la empresa puede vender en un determinado período de tiempo cuando la otra empresa ha vendido en él su volumen máximo.

En forma análoga al caso anterior podremos demostrar que si la empresa tiene costos continuos, obtendrá mayor utilidad total si vende su volumen mínimo que si vende un volumen menor que aquél, independientemente del precio de venta.

El volumen máximo de una empresa será siempre mayor que cero, pués de lo contrario no podremos considerar a la empresa como tal, y el volumen mínimo de la misma podrá ser igual o mayor que cero.

De acuerdo a las definiciones anteriores, los volúmenes de ventas de una empresa en un determinado período de tiempo podrán variar desde su volumen mínimo hasta su volumen máximo.

(*)

Llamaremos salto de volumen de una empresa, ΔQ, a la diferencia entre sus volúmenes máximo y mínimo:

$$\Delta Q = Q_{max} - Q_{min}.$$

De ahora en adelante simbolizaremos por ΔQ solamente al salto de volumen de una empresa, y por "ΔQ" a una variación cualquiera de los volúmenes Q de la empresa.

OFERTA

Llamaremos oferta, OF, a la suma del tamaño de todas las empresas que elaboran un determinado producto:

$$OF = \Sigma T$$

Si la demanda es mayor que el tamaño de cada una de las empresas, se tendrá para cualquier empresa que:

$$Q_{máx} = T$$

En este caso resultará que:

$$OF = \sum Q_{máx}$$

Si la demanda es mayor que la oferta habrá demanda insatisfecha en el mercado del producto que se considera.

COMPETENCIA O DESPLAZAMIENTO

Diremos que hay competencia o desplazamiento entre dos empresas, o que una empresa desplaza a otra, cuando vende una determinada fracción de su volumen que la otra deja de vender.

De esta forma, la empresa que vende el volumen máximo $Q_{máx}$ desplaza a la que vende el volumen mínimo Q_{min}, porque en este caso la primera vende el salto de volumen ΔQ que la segunda deja de vender.

COSTOS UNITARIOS MINIMOS

De acuerdo a lo visto en la página 17, los costos unitarios de una empresa, serán, para un valor del volumen Q cualquiera:

$$c = cp + \frac{Cf}{Q}$$

Llamaremos costos unitarios mínimos de una empresa, cm, a sus costos unitarios para su volumen máximo:

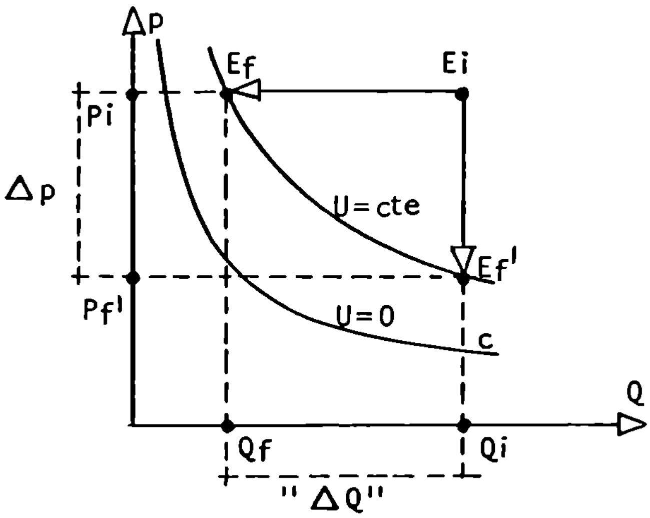
$$cm = cp + \frac{Cf}{Q_{máx}}$$

TRANSFORMACIONES CON IGUALES VARIACIONES DE UTILIDAD

Supongamos que los costos de una empresa son continuos, es decir, que los costos proporcionales unitarios, cp, y los costos fijos totales, Cf, se mantienen constantes en el ámbito de volumen "ΔQ" considerado. En consecuencia será:

$$U = p.Q - cp.Q - Cf = (p-cp)Q - Cf$$

Supongamos que una empresa que se encuentra en el estado inicial, Ei, que está definido por el precio pi y el volumen Qi, experimenta una disminución de volumen a precio constante y una disminución del precio a volumen constante, alcanzando los estados finales Ef y Ef', respectivamente.



Calculemos cual será la disminución de volumen a precio constante y la disminución de precios a volumen constante, que provoque la misma disminución de la utilidad total de la empresa.

Si los dos cambios producen la misma disminución de utilidad, la utilidad total de la empresa en los dos estados finales será igual y estos estados estarán sobre la misma curva de utilidad constante.

Si las transformaciones son infinitesimales y tenemos en cuenta la fórmula anterior se tendrá que:

Si $Q=cte=Qi$, $(dU)_Q=Qi.dp$

Si $p=cte=pi$, $(dU)_p=(pi-cp)dQ$

Como por hipótesis $(dU)_Q = (dU)_p$ obtendremos de las anteriores:

$$Qi.dp=(pi-cp)dQ$$

$$dp=\left(\frac{pi-cp}{Qi}\right)dQ$$

Integrando, tomando incrementos y considerando la disminución de volumen "ΔQ" = $Qi - Qf$ y la disminución de precio $\Delta p = pi - pf$' involucradas en estas transformaciones, se tendrá que:

$$\Delta p=\left(\frac{pi-cp}{Qi}\right)"\Delta Q"$$

Esta fórmula da la disminución de volumen, "ΔQ",a precio constante y la disminución de precios, Δp, a volumen constante, que provocan la misma disminución de la utilidad total de una empresa cuyos costos son continuos en el ámbito "ΔQ" considerado.

EL SUBPRECIO

Llamaremos subprecio de una empresa, para un determinado precio de venta, al precio que debe tener la empresa para que vendiendo el volumen máximo obtenga igual utilidad total que vendiendo el volumen mínimo a aquel determinado precio de venta.

Dicho de otras palabras, la empresa obtendrá igual utilidad total cuando vende su volumen mínimo a un precio determinado que cuando vende su volumen máximo al subprecio para ese precio determinado.

Si por ejemplo, pt, es un determinado precio de una empresa, simbolizaremos por (sp)pt al subprecio de la empresa para este precio de venta.

Cuando los subprecios de una empresa estén referidos al mismo precio de venta, los simbolizaremos simplemente por sp, ya que no puede haber equívocos respecto al precio de venta al cual están referidos.

(*)

De acuerdo a la definición, el método analítico general para calcular el subprecio de una empresa para un determinado precio de venta será:

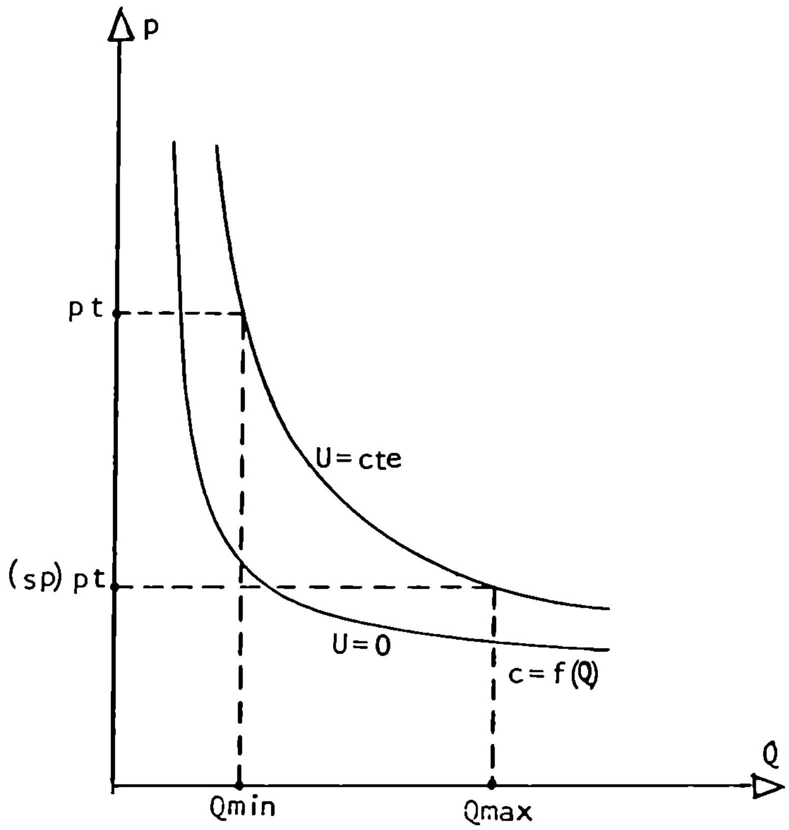
—Calcular la utilidad total de la empresa cuando vende su volumen mínimo a un determinado precio de venta.

—Calcular el precio de venta que debe tener la empresa para que vendiendo su volumen máximo obtenga igual utilidad total que en el caso anterior.

Este precio de venta será el subprecio de la empresa para aquel determinado precio de venta.

También de acuerdo a la definición, la misma curva o recta de utilidad total constante de la empresa, pasará por la intersección del volumen mínimo y un precio determinado y la intersección del volumen máximo y el subprecio para ese precio determinado.

Luego, el método gráfico general para hallar el subprecio de una empresa para un determinado precio de venta, será trazar en un gráfico de costos unitarios en función del volumen de ventas Q, la curva de utilidad total constante que pasa por su volumen mínimo y ese determinado precio de venta; entonces, la intersección de esta curva de utilidad constante, con la ordenada correspondiente al volumen máximo de la empresa, dará el valor del subprecio para ese determinado precio de venta.



(*)

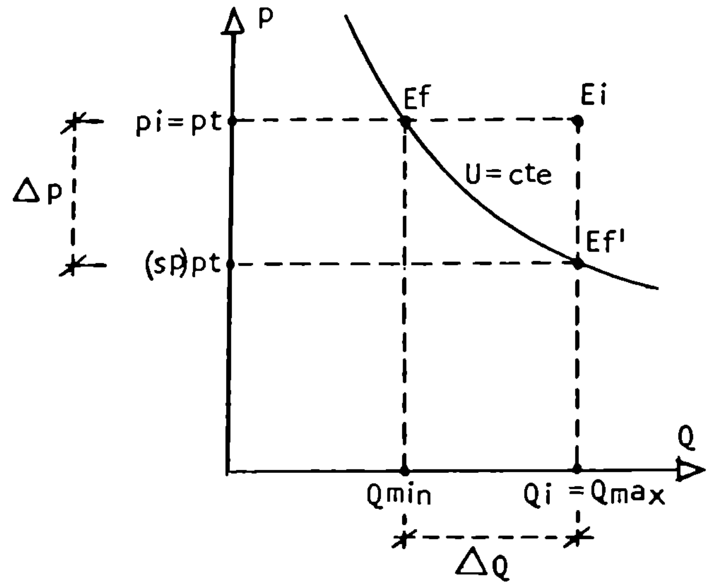
Supongamos que los costos proporcionales y fijos de una empresa son continuos en el ámbito de volumen ΔQ, que va desde su volumen mínimo hasta su volumen máximo.

Para el caso de costos continuos, hallaremos una expresión analítica de los subprecios de la empresa para un determinado precio de venta.

Supongamos que una empresa en su estado inicial, Ei, vende su volumen máximo al precio pt, y que a partir de su estado inicial experimenta dos cambios diferentes:

(a). Disminuye su volumen a precio constante, de forma tal que en el estado final Ef vende su volumen mínimo al precio pt.

(b). Disminuye su precio manteniendo su volumen constante, de forma tal que en el estado final, Ef', sufre una disminución de la utilidad total igual a la del caso anterior.



Según lo visto en el párrafo anterior, la disminución de volumen a precio constante, "ΔQ", y la disminución de precio a volumen constante, Δp, que provocan la misma disminución de utilidad en las condiciones supuestas, será:

$$\Delta p = \left(\frac{pi-cp}{Qi}\right) \text{"}\Delta Q\text{"}$$

En este caso, según se ha supuesto será:

$pi = pt$

$Qi = Qmax$

$\text{"}\Delta Q\text{"} = Qmax - Qmin = \Delta Q$

De acuerdo con la definición del subprecio, el precio de venta del estado final Ef' será el subprecio de la empresa para el precio de venta pt, porque es el precio de venta que debe tener la empresa para que vendiendo el volumen máximo obtenga igual utilidad que vendiendo el volumen mínimo al precio pt.

Luego:

$$\Delta p = pt-(sp)pt$$

Reemplazando, se tendrá:

$$pt-(sp)pt = \left(\frac{pt-cp}{Qmax}\right)\Delta Q$$

$$(sp)pt = pt-\left(\frac{pt-cp}{Qmax}\right)\Delta Q \qquad (3)$$

Como $\Delta Q = Qmax-Qmin$:

$$(sp)pt = pt-\left(\frac{pt-cp}{Qmax}\right)(Qmax-Qmin)$$

$$(sp)pt = pt-(pt-cp)\left(\frac{Qmax-Qmin}{Qmax}\right)$$

$$(sp)pt = pt-(pt-cp)\left(1-\frac{Qmin}{Qmax}\right)$$

$$(sp)pt = pt-\left[(pt-cp)-(pt-cp)\left(\frac{Qmin}{Qmax}\right)\right]$$

$$(sp)pt = pt-pt+cp+(pt-cp)\left(\frac{Qmin}{Qmax}\right)$$

$$(sp)pt = (pt-cp)\left(\frac{Qmin}{Qmax}\right)+cp \qquad (4)$$

$$(sp)pt = pt\left(\frac{Qmin}{Qmax}\right)-cp\left(\frac{Qmin}{Qmax}\right)+cp$$

$$(sp)pt = pt\left(\frac{Qmin}{Qmax}\right)+cp\left(1-\frac{Qmin}{Qmax}\right) \qquad (5)$$

Las fórmulas anteriores dan los subprecios de una empresa para un determinado precio de venta pt, cuando los costos de la empresa son continuos en el ámbito de volumen que va desde su volumen mínimo hasta su volumen máximo.

EL SUBPRECIO DE UNA EMPRESA COMO FUNCION DE SU SALTO DE VOLUMEN.

Supongamos que el precio de venta pt y el volumen máximo de una empresa permanecen constantes mientras varía su volumen mínimo.

Entonces, los subprecios de la empresa serán una función lineal del salto de volumen ΔQ o del volumen mínimo Qmin ya que llamando a las constantes:

$$pt = a$$

$$cp = b$$

$$Qmax = d$$

se tendrá, de las fórmulas (3) y (4) anteriores, que:

$$(sp)pt = pt - \left(\frac{pt-cp}{Qmax}\right)\Delta Q = a - \left(\frac{a-b}{d}\right)\Delta Q$$

$$(sp)pt = \left(\frac{pt-cp}{Qmax}\right)Qmin + cp = \left(\frac{a-b}{d}\right)Qmin + b$$

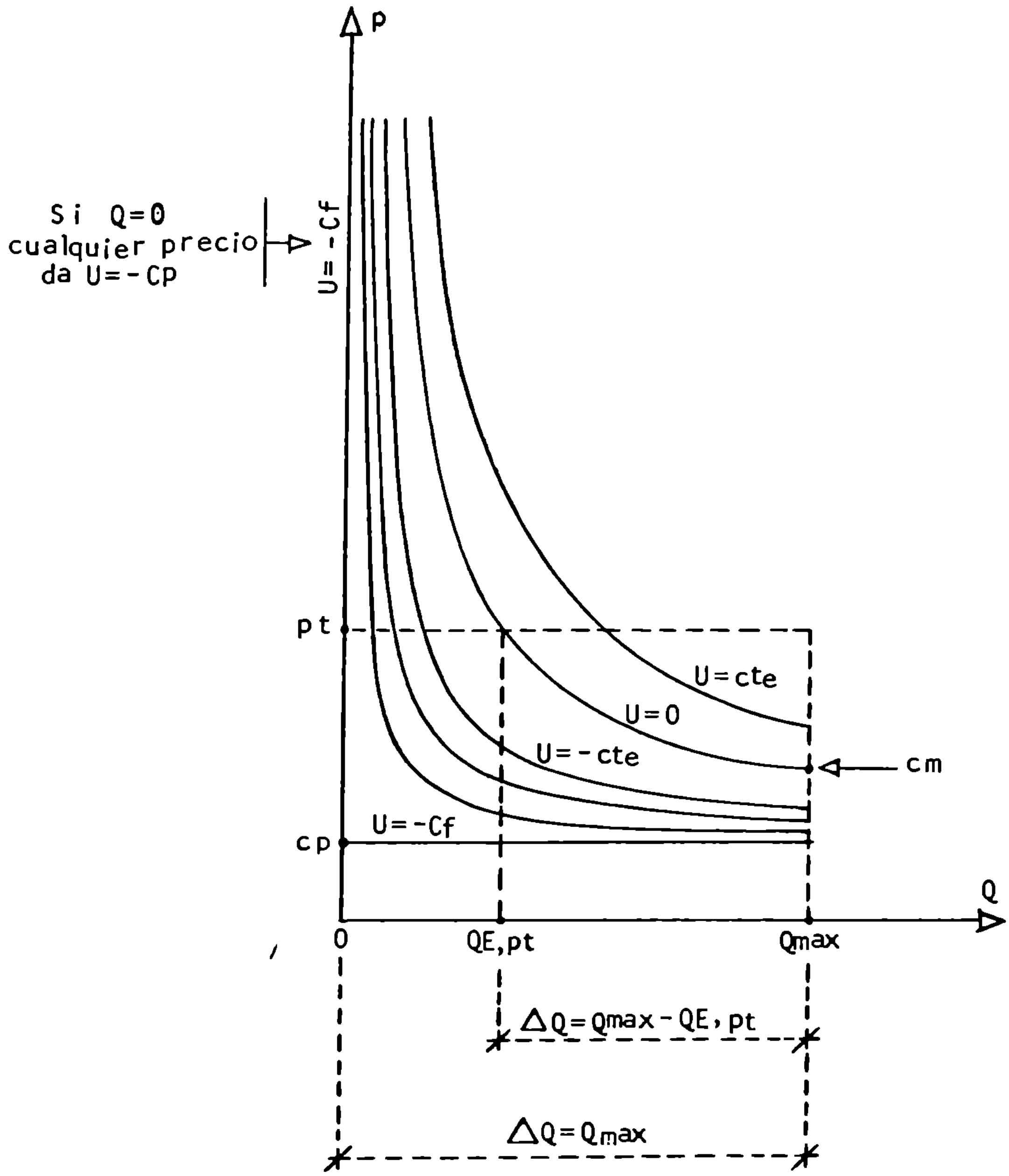
La representación gráfica de los subprecios en función de ΔQ o Qmin serán rectas.

Si $\Delta Q = 0$, será: $Qmin = Qmax$, $(sp)pt = pt$

Si $\Delta Q = Qmax$, será: $Qmin = 0$, $(sp)pt = cp$

Este último resultado es lógico, porque para la empresa será lo mismo no vender ($Q = Qmin = 0$) y perder los costos fijos, o vender $Q = Qmax$ al precio cp y también perder los costos fijos.

Además, este resultado puede observarse en el gráfico de la página siguiente donde se ha representado la evolución


p
Si Q=0
cualquier precio
da U=-Cp
U=-Cf
pt
U=cte
U=0
U=-cte
cm
U=-Cf
cp
Q
0
QE,pt
Qmax
ΔQ=Qmax-QE,pt
ΔQ=Qmax

de las curvas de utilidad total constante que pasan por $pt—Qmin$ y $(sp)pt—Qmax$ para distintos valores de ΔQ, a $Qmax=cte$.

(*)

Supongamos que una empresa vende su volumen mínimo a un precio pt y su utilidad total resulta igual a cero.

En consecuencia, su volumen mínimo será el volumen correspondiente al punto de equilibrio de la empresa para el precio pt, que simbolizaremos por QE,pt:

$$Qmin = QE,pt \quad , \text{ó},$$

$$\Delta Q = Qmax-Qmin = Qmax-QE,pt$$

Por definición de subprecio, si la empresa considerada vende su volumen máximo al precio (sp)pt, su utilidad total también resultará igual a cero. En consecuencia su precio de venta, (sp)pt, será igual a los costos unitarios correspondientes a su volumen máximo, es decir, a sus costos unitarios mínimos, cm:

$$(sp)pt = cm$$

Luego, cuando el volumen mínimo o el salto de volumen de una empresa tomen los valores $Qmin = QE,pt$, ó, $\Delta Q = Qmax-QE,pt$, el subprecio de dicha empresa será $(sp)pt = cm$, y viceversa.

Para los valores de los subprecios $(sp)pt \leqslant cm$, la empresa tendrá una utilidad total igual o menor que cero, si vende su volumen máximo al precio (sp)pt o si vende su volumen mínimo al precio pt.

(*)

Luego, si el volumen máximo de una empresa permanece constante mientras que su volumen mínimo varía, se tendrá un método gráfico sencillo para calcular sus subprecios, para un determinado precio de venta, en función del salto de volumen ΔQ ó del volumen mínimo Qmin, recordando que:

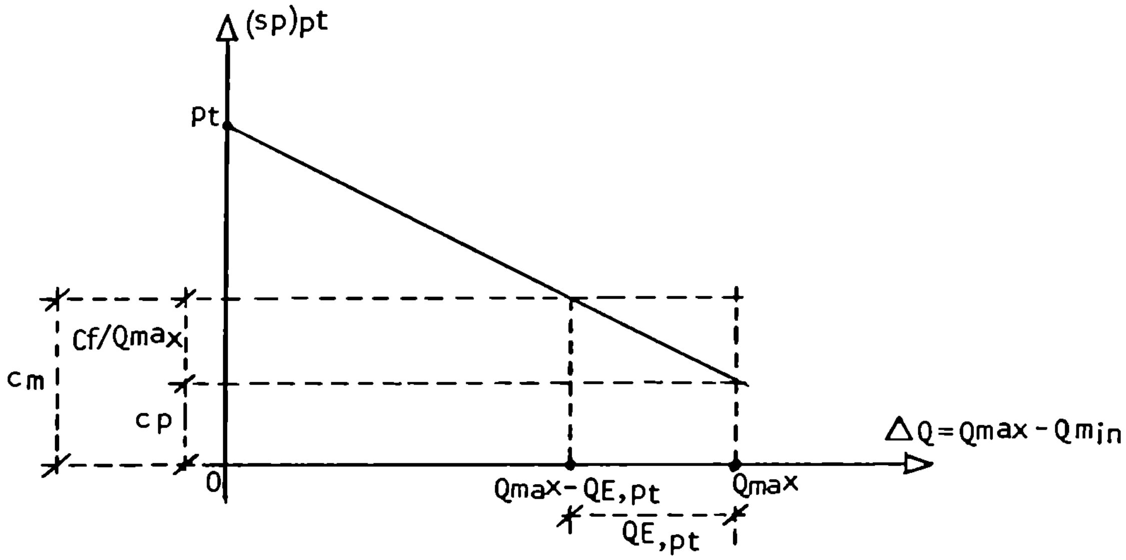
—Si $\Delta Q = 0$, Qmin = Qmax, (sp)pt = pt

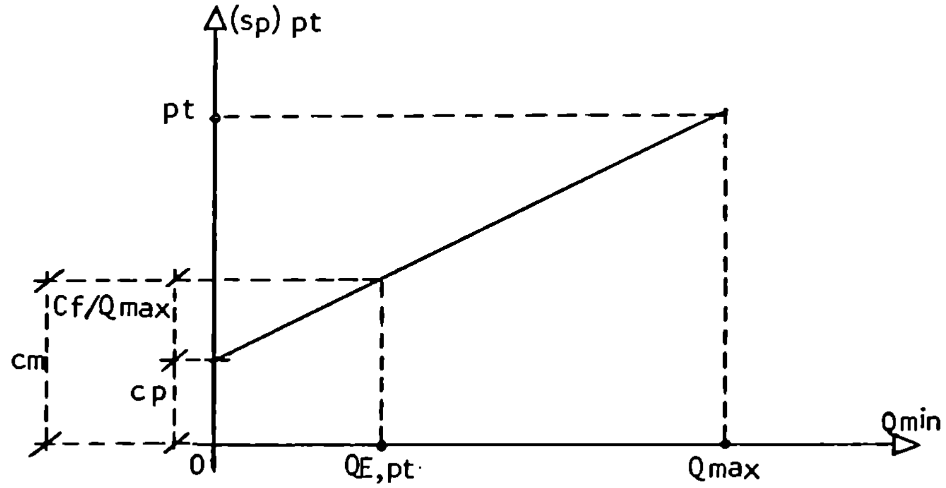
—Si ΔQ = Qmax, Qmin = 0 , (sp)pt = cp

—Si la empresa vende su volumen máximo al precio (sp)pt, o su volumen mínimo al precio pt, su utilidad total será igual a cero, cuando se haga:

(sp)pt = cm, en el primer caso, o

Qmin = QE,pt, ó, ΔQ = Qmax-QE,pt, en el segundo.





(*)

De acuerdo a lo anterior, como el volumen máximo Qmax de la empresa debe permanecer constante, la variación del salto de volumen ΔQ de la empresa sólo podrá producirse por:

—Variación del tamaño de las otras empresas, a Qmax de la empresa constante.

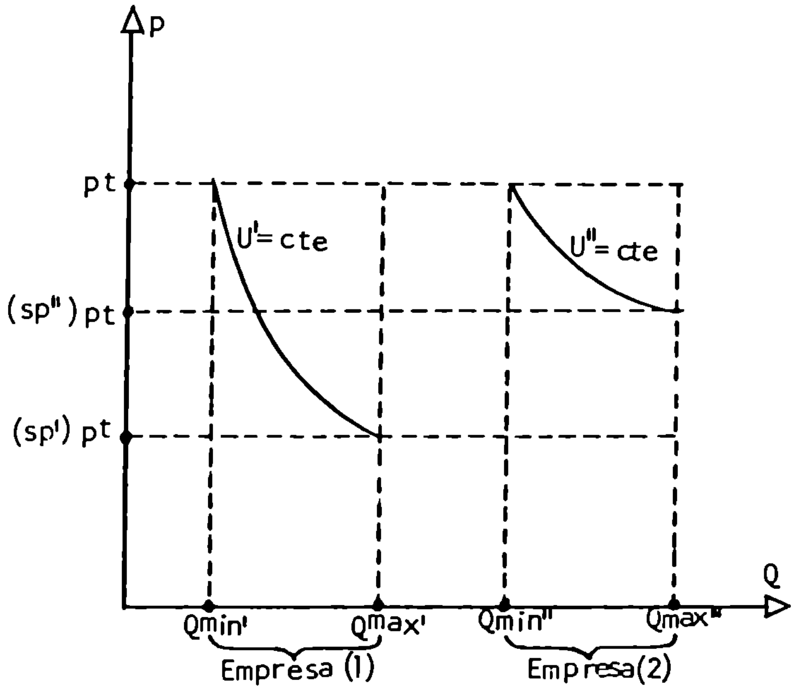
—Variación de la demanda, a Qmax de la empresa constante.

GRAFICOS COMPETITIVOS SIMULTANEOS

En el gráfico competitivo de una empresa se representará, generalmente, la curva de utilidad total constante que dá el subprecio de la empresa para un precio determinado, es decir, que une los puntos precio—Qmin y subprecio—Qmax.

Para el estudio de la competencia entre empresas resultará útil representar "en un mismo gráfico" los gráficos competitivos correspondientes a dos o más empresas, con lo que obtendremos gráficos competitivos simultáneos.

A continuación se da un ejemplo de este tipo de gráficos, donde se han representado un precio pt y los subprecios (sp)pt correspondientes a dos empresas, la (1) y la (2), cuyas propiedades las distinguiremos con los índices ' y " respectivamente.


P
pt
U'= cte
U''= cte
(sp'') pt
(sp') pt
Q
Qmin'
Qmax'
Qmin''
Qmax''
Empresa (1)
Empresa(2)

SECCION III

EMPRESAS CON DEMANDA INELASTICA Y SIN COMPETENCIA

Esta sección se ocupa de una empresa con demanda inelástica y de dos o más empresas con demanda inelástica y sin competencia.

Ambos casos tienen en común el hecho de que no hay competencia o desplazamiento entre las empresas consideradas.

CAPITULO 4

EL ESTADO FINAL DE EMPRESAS CON DEMANDA INELASTICA Y SIN COMPETENCIA

DEMANDA INELASTICA Y COMPETENCIA

Recordemos que hemos dicho que la demanda es inelástica cuando es independiente del precio de venta y hay un precio tope constante, por encima del cual no hay ventas.

Si el mercado está formado por una sola empresa que elabora un determinado producto será un monopolio y no habrá, evidentemente, competencia.

Si la demanda es inelástica, es decir, tiene un valor fijo, y el mercado está formado por dos o más empresas competidoras, cuando la oferta sea menor o igual que la demanda tampoco habrá competencia o desplazamientos entre las empresas. En este caso, si la oferta es menor que la demanda, habrá demanda insatisfecha.

CARACTERISTICAS DE DOS O MAS EMPRESAS CON DEMANDA INELASTICA Y SIN COMPETENCIA.

Supongamos que el mercado de un determinado producto está formado por dos empresas con demanda inelástica y sin competencia. Llamaremos (1) y (2) a estas empresas y distingui remos sus características con los índices ' y '' respectivamente.

En este caso, se tendrá que:

$$OF = T'+T''$$

De acuerdo a la hipótesis y a lo visto en el apartado anterior, será:

$$OF \leqslant D$$

En consecuencia, conforme a las definiciones de volúmenes máximo y mínimo, se tendrá que:

$$Qmin' = Qmax' \quad , \quad Qmin'' = Qmax''$$

$$\Delta Q' = Qmax'-Qmin' = 0 \quad , \quad \Delta Q'' = Qmax''-Qmin'' = 0$$

Si en lugar de dos consideramos más de dos empresas con demanda inelástica y sin competencia, repitiendo estos razonamientos llegaremos a conclusiones análogas.

LOS ESTADOS PREFINAL Y FINAL DE UNA O MAS EMPRESAS CON DEMANDA INELASTICA Y SIN COMPETENCIA.

Llamaremos estados prefinales de las empresas a los que adoptan de acuerdo al principio (1), y estados finales de las mismas a aquellos que adoptan conforme a los principios (1) y (2).

Cuando en la elaboración de un producto haya una o más empresas con demanda inelástica, pero sin competencia, en el estado prefinal las mismas venderán sus volúmenes máximos al precio tope, de acuerdo con el principio (1).

En efecto, no habiendo empresas competidoras que puedan desplazar a una empresa determinada, en su estado prefinal esta empresa venderá su mayor volumen posible, que es su volumen máximo Qmax, al mayor precio posible, que es el precio tope pt, pués de esta forma tendrá con certeza la mayor utilidad total posible en todos los períodos de tiempo considerados.

Si la utilidad total de una empresa en el estado prefinal resulta igual o mayor que cero, dicho estado será el estado final de la empresa y si resulta menor que cero, la empresa será eliminada del mercado, de acuerdo al principio (2).

EL TAMAÑO OPTIMO DE UN PROYECTO, CUANDO NO HAY EMPRESAS ESTABLECIDAS Y LA DEMANDA ES INELASTICA.

Supongamos en este caso particular que el tamaño óptimo de un proyecto es el tamaño para el cual obtiene su mayor utilidad total posible.

Como bajo las condiciones indicadas el precio de venta de un proyecto será siempre el precio tope, su tamaño óptimo será igual a la demanda, ya que con este tamaño obtendrá la mayor utilidad total posible.

Si los tamaños posibles no se incrementan continuamente, el tamaño óptimo será el inmediatamente superior a la demanda.

(*)

Respecto a lo dicho en el punto anterior hay que hacer una importante observación.

En muy contados casos un producto químico es elaborado por una sola empresa en un período prolongado de tiempo. En consecuencia, será necesario tener en cuenta a las empresas competidoras del proyecto que, como se demuestra estadísticamente, surgirán durante su vida útil.

Si el proyecto cubre toda la demanda, la aparición de una empresa competidora puede ocacionar al proyecto ya esta blecido una importante reducción de ventas, que le provocará cuantiosas pérdidas y aún el cese de actividades.

Por todo lo dicho, los proyectos de esta naturaleza deben estudiarse sin competencia y en competencia. Deberán estimarse el número y el tamaño de las futuras empresas competidoras, así como las épocas de su probable aparición.

Pronosticado el tamaño de las mismas, el método de los subprecios permitirá determinar los precios y los volúmenes de venta de las empresas en competencia, y con ello se podrá realizar el estudio económico del proyecto en esas circunstancias.

SECCION IV

DOS EMPRESAS CON DEMANDA INELASTICA Y EN COMPETENCIA.

Esta sección se ocupa de dos empresas con demanda inelástica cuando la oferta es mayor que la demanda, y en consecuencia, hay competencia o desplazamiento entre las empresas consideradas.

Que la oferta sea mayor que la demanda es la situación normal, como se la ha justificado al tratar el objetivo del modelo, en la página 29.

Las dos empresas consideradas podrán tener iguales o distintos subprecios.

En los capítulos 5,6,7 y 8 trataremos el caso de empresas de distintos subprecios y recién en el capítulo 9 se considerarán dos competidores de igual subprecio.

Las variables a tener en cuenta en esta sección serán los tamaños de las empresas competidoras que constituyen la oferta y la demanda.

En el capítulo 5 estudiaremos el estado final de las empresas, para un valor constante de estas variables.

En el capítulo 6 trataremos los efectos de la variación del tamaño de una de las empresas y en el capítulo 7 consideraremos las consecuencias de la variación de la demanda.

En esta sección los subprecios estarán siempre referidos al precio tope, pt, por lo cual los podremos simbolizar simplemente por sp.

Además, en ella consideraremos dos empresas, la (1) y la (2), cuyas características las distinguiremos con los índices ' y " respectivamente.

(*)

El estudio de la demanda inelástica tiene una importancia que trasciende sus propios límites.

En efecto, las situaciones en este tipo de demanda pueden ser tratadas analíticamente y ello nos permitirá determinar todas las variables que intervienen en los problemas de precio y volúmenes de venta de las empresas. En cambio, por falta de expresiones analíticas, muchos aspectos de la demanda elástica deberán ser tratados con la ayuda de métodos apróximados o gráficos.

Por su mayor simplicidad, el estudio de la demanda inelástica nos será útil para fijar con mayor claridad los conceptos que se desprenden del modelo que estamos desarrollando.

CAPITULO 5

EL ESTADO FINAL DE DOS EMPRESAS DE DISTINTOS SUBPRECIOS Y CON DEMANDA INELASTICA

CARACTERISTICAS DE DOS EMPRESAS CON DEMANDA INELASTICA Y EN COMPETENCIA (OFERTA MAYOR QUE DEMANDA)

Supongamos que la demanda de un producto es inelástica, que el producto es elaborado por dos empresas, la (1) y la (2), y que la oferta es mayor que la demanda, o igual como caso límite.

Tratándose de dos empresas se tendrá que:

$$OF = T' + T'' \qquad (6)$$

Siendo la oferta mayor que la demanda, o igual como caso límite, y de acuerdo a las definiciones de volúmenes máximo y mínimo, si una empresa vende su volumen máximo, la otra venderá su volumen mínimo. Entonces:

$$D = Qmax' + Qmin'' = Qmin' + Qmax'' \qquad (7)$$

$$\left.\begin{array}{l} Qmin' = D - Qmax'' = di'' \\ Qmin'' = D - Qmax' = di' \end{array}\right] \qquad (8)$$

di'' es la demanda insatisfecha por la empresa (2) y di' es la demanda insatisfecha por la empresa (1).

Por definición, los saltos de volumen de las empresas (1) y (2), serán:

$\Delta Q' = Qmax' - Qmin'$, $\Delta Q'' = Qmax'' - Qmin''$

Reemplazando los valores de Qmin' y Qmin'' por sus iguales dados por la (8) se tendrá que:

$\Delta Q' = Qmax' + Qmax'' - D$, $\Delta Q'' = Qmax'' + Qmax' - D$

Luego, si hay dos empresas en el mercado, tendrán el mismo salto de volumen ΔQ.

Entonces, por definición de salto de volumen y de acuerdo a lo visto anteriormente, se tendrá que:

$$\Delta Q = Qmax' - Qmin' = Qmax'' - Qmin'' \qquad (9)$$

$$\Delta Q = Qmax' + Qmax'' - D \qquad (10)$$

De esta expresión se deduce que el salto de volumen ΔQ es igual al sobrante de la capacidad total instalada.

Como las empresas tienen igual precio tope y salto de volumen, cuando hablemos de los subprecios de las mismas quedará sobrentendido que estarán referidos al precio tope y al salto de volumen común a ambas empresas.

De la (9) y la (8) se tendrá que:

$$\Delta Q = Qmax' - di'' = Qmax'' - di' \qquad (11)$$

AMBITO DE VALIDEZ DEL SUBPRECIO COMO FUNCION DEL VOLUMEN MAXIMO Y DEL SALTO DE VOLUMEN

Hemos visto en la página 43 que el subprecio de una empresa es:

$$sp = pt - \left(\frac{pt-cp}{Qmax}\right)\Delta Q$$

Si pt y cp son constantes, el subprecio será una función de las variables Qmax y ΔQ de la empresa.

$$sp = f\ (Qmax, \Delta Q)$$

Si recordamos la definición de salto de volumen de una empresa, $\Delta Q = Qmax-Qmin$, y que el Qmax debe ser igual o mayor que el Qmin, se tendrá como casos límites:

Si $Qmin = 0$, $\Delta Q = Qmax$

Si $Qmin = Qmax$, $\Delta Q = 0$

Luego:

$$0 \leqslant \Delta Q \leqslant Qmax \qquad (12)$$

Por otro lado, conviene tener presente que, de acuerdo con lo visto en la página 35:

$Qmax = T$, si $T \leqslant D$

$Qmax = D$, si $D < T$

La fórmula (12) limita los valores posibles de las variables que definen la función subprecio.

Entonces, si consideramos la función para todos los valores numéricamente posibles de las variables, nos dará el subprecio sólo en el ámbito que corresponda a los valores de las variables que están dentro de los límites indicados, y los valores de la función fuera de esos límites no serán la expresión del subprecio.

Luego, el ámbito de validez de la función subprecio considerada será el que corresponda a los valores de las variables comprendidos entre los límites indicados y no serán válidos los resultados obtenidos por extrapolación de la función subprecio fuera de su ámbito de validez.

(*)

Consideremos ahora el ámbito de validez de esta función cuando el mercado está formado por dos empresas, la (1) y la (2).

Según lo visto anteriormente, el ámbito de validez general del subprecio de una empresa como función del volumen máximo Qmax y del salto de volumen ΔQ será:

$$0 \leqslant \Delta Q \leqslant Qmax$$

Como en el caso de dos empresas éstas tendrán salto de volúmenes iguales, el salto de volumen de cualquier empresa no podrá ser mayor que el volumen máximo de la empresa de menor volumen máximo, y si el volumen máximo de las empresas son iguales, el salto de volumen no podrá ser mayor que estos volúmenes máximos.

Luego, la ecuación anterior podrá escribirse en este caso:

$$0 \leqslant \Delta Q \leqslant Qmax \text{ menor (o igual)} \qquad (13)$$

Si recordamos la ecuación (10) de la página 57 deducimos que:

$$D = Qmax' + Qmax'' - \Delta Q$$

$$D = Qmax \text{ menor (o igual)} + Qmax \text{ mayor (o igual)} - \Delta Q$$

De la fórmula (13) y las siguientes deducimos que:

$$D \geqslant Qmax \text{ mayor (o igual)} \qquad (14)$$

Luego, si el mercado está formado por dos empresas, el ámbito de validez del subprecio de una empresa será el que corresponde a:

$$0 \leqslant \Delta Q \leqslant Qmax \text{ menor (o igual), ó}$$

$$D \geqslant Qmax \text{ mayor (o igual).}$$

De acuerdo a las fórmulas que siguen a la (12), si los volúmenes máximos de las empresas son distintos, el volumen máximo menor será igual al tamaño de la empresa y el volumen máximo mayor podrá ser igual al tamaño de la empresa o a la *demanda*. Si los volúmenes máximos Qmax de las empresas son iguales, éstos podrán ser iguales a sus tamaños o a la demanda.

(*)

Hemos visto en la página 44 que el subprecio de una empresa es una función lineal del salto de volumen ΔQ, cuando éste varía mientras su volumen máximo Qmax permanece constante.

Si el mercado está formado por dos empresas, la (1) y la (2), el subprecio de la empresa (1) será:

$$sp' = pt - \left(\frac{pt - cp'}{Qmax'}\right)\Delta Q$$

Entonces, si tenemos presente la ecuación anterior a la (14) de la página 59:

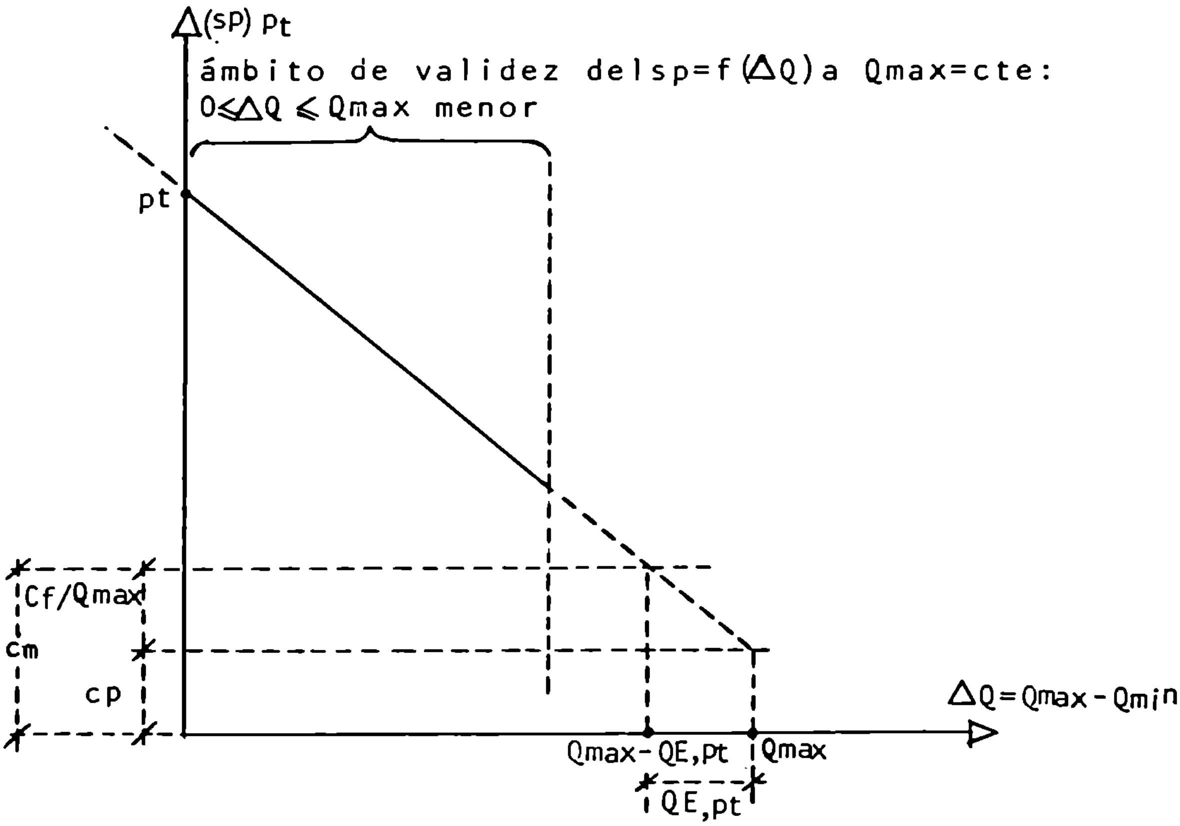
$$D = Qmax' + Qmax'' - \Delta Q$$

Llegaremos a la conclusión que para que ΔQ varíe mientras Qmax' permanece constante, será necesario que varíen Qmax", o D, o ambas a la vez.

Si tenemos en cuenta el ámbito de validez, los gráficos del subprecio de una empresa en función de su salto de volumen a volumen máximo constante, quedarán completados como se muestra en la figura de la página siguiente, donde hemos supuesto que el volumen máximo de la otra empresa es menor que el volumen máximo de la empresa considerada.

En el gráfico mencionado se ha indicado con línea punteada la extrapolación de la función sp fuera de su ámbito de validez.

El subprecio como función lineal del salto de volumen ΔQ proporciona un método gráfico sencillo para calcular los subprecios, que será de gran utilidad en adelante.



CARACTERISTICAS DE LA EMPRESA DE MENOR SUBPRECIO

De acuerdo con lo visto, el suprecio de una cualquiera de las dos empresas consideradas será:

$$sp = pt - \left(\frac{pt-cp}{Qmax}\right) \Delta Q$$

Si la empresa (1) tiene menor subprecio que la empresa (2), es decir:

$$sp' < sp'' \qquad (15)$$

se tendrá reemplazando los subprecios por sus valores:

$$pt - \left(\frac{pt-cp'}{Qmax'}\right) \Delta Q < pt - \left(\frac{pt-cp''}{Qmax''}\right) \Delta Q$$

$$\frac{pt-cp'}{Qmax'} > \frac{pt-cp''}{Qmax''} \qquad (16)$$

(*)

Si las empresas tienen costos proporcionales unitarios iguales, se tendrá que:

$$cp' = cp'' = cp$$

Entonces, la (16) puede escribirse:

$$\frac{pt-cp}{Qmax'} > \frac{pt-cp}{Qmax''}$$

$$Qmax' < Qmax'' \qquad (17)$$

Luego, si las empresas tienen costos proporcionales unitarios iguales, la empresa de menor subprecio tendrá el volumen máximo menor, y como la empresa que tiene el menor volumen máximo será siempre la empresa chica, la empresa de menor subprecio será siempre la empresa chica.

La inversa no se cumple con esta generalidad, ya que la empresa chica no siempre tendrá el menor volumen máximo, y en consecuencia, no siempre tendrá el menor subprecio.

En efecto, supongamos que las empresas tienen iguales costos proporcionales unitarios cp. Entonces, si la demanda es mayor que el tamaño de la empresa chica, será:

$$(Qmax)chica = (T)chica < (Qmax)grande$$

En este caso, de acuerdo a la fórmula del subprecio dada más arriba, y teniendo las empresas iguales valores de pt, cp y ΔQ, se tendrá que:

$$(sp)chica < (sp)grande$$

Pero si la demanda es menor o igual que el tamaño de la empresa chica, será:

$$(Qmax)chica = (Qmax)grande = D$$

En cuyo caso, se tendrá que:

(sp)chica = (sp)grande

Luego, si las empresas tienen costos proporcionales unitarios iguales, será (sp) chica $\leqslant$(sp)grande, y estos subprecios serán iguales sólo cuando D $\leqslant$ (T)chica.

(*)

Si el tamaño de las empresas permanece constante, y si la demanda es igual o mayor que el tamaño de ambas empresas, se tendrá que:

$$Qmax' = T' = cte$$

$$Qmax'' = T'' + cte'$$

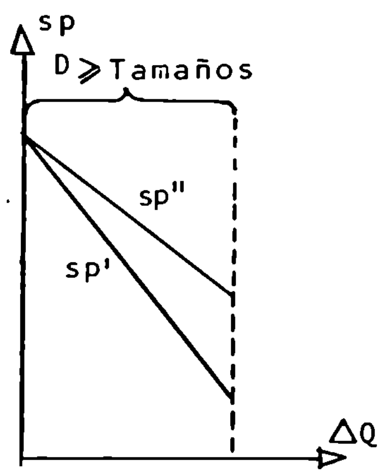
Entonces, la fórmula (16) anterior podrá escribirse:

$$\frac{pt-cp'}{T'} > \frac{pt-cp''}{T''} \qquad (18)$$

Por otro lado, el subprecio de las empresas será en este caso:

$$sp = pt - \left(\frac{pt-cp}{T}\right)\Delta Q$$

Siendo los Qmax = T de las empresas constantes, los subprecios de las empresas en función de ΔQ serán rectas, de acuerdo con lo visto en la página 44.



Las pendientes de los subprecios en función de ΔQ serán:

$$\frac{dsp'}{d\,\Delta Q} = - \frac{pt-cp'}{T'}$$

$$\frac{dsp''}{d\,\Delta Q} = - \frac{pt-cp''}{T''}$$

De acuerdo con estas ecuaciones, la (18) puede escribirse:

$$- \frac{dsp'}{d\,\Delta Q} > - \frac{dsp''}{d\,\Delta Q}$$

$$\frac{dsp'}{d\,\Delta Q} < \frac{dsp''}{d\,\Delta Q}$$

Luego, la empresa de menor subprecio, tendrá menor pendiente del subprecio en función del salto de volumen ΔQ cuando los tamaños permanecen constantes, en el ámbito de ΔQ para el cual la demanda es igual o mayor que el tamaño de ambas empresas. E inversamente, la empresa que tiene menor pendiente del subprecio en función del salto de volumen ΔQ, en las condiciones indicadas, será la empresa de menor subprecio.

(*)

Entonces:

La empresa que tiene menor subprecio:

— Tendrá mayor valor de (pt-cp)/Qmax

— Será la empresa chica, si las empresas tienen costos proporcionales unitarios iguales.

— Tendrá menor pendiente del subprecio en función del salto de volumen ΔQ

(*)

Hemos visto que si las empresas tienen costos proporcionales unitarios iguales, la empresa de menor subprecio será la empresa chica.

Salvo que las empresas empléen métodos de elaboración distintos (obteniendo, por ejemplo, un producto a partir de distintas materias primas), los costos proporcionales serán los mismos para ambas.

En consecuencia podremos decir que, "en general", la empresa de menor subprecio será la empresa chica.

Por esta razón, en algunos párrafos destinados al comentario de los resultados obtenidos nos referiremos indistintamente a la empresa de menor subprecio o a la empresa chica.

EL ESTADO PREFINAL DE DOS EMPRESAS DE DISTINTOS SUBPRECIOS

—Supongamos que el tamaño de dos empresas y la demanda permanecen constantes. En consecuencia el salto de volumen ΔQ de las empresas también será constante.

En efecto, según la (10) de la página 57

$$\Delta Q = Qmax' + Qmax'' - D$$

Para cualquiera de las empresas, si la demanda es igual o mayor que su tamaño, será:

$$Qmax = T = cte$$

Y si la demanda es menor que su tamaño, será:

$$Qmax = D = cte$$

Luego, el salto de volumen ΔQ será constante en todos los casos.

—Supongamos que las dos empresas tienen distintos subprecios y recordemos que hasta el capítulo 8 inclusive trataremos el caso de dos empresas con distintos subprecios.

Llamaremos empresa(1) a la empresa de menor subprecio y empresa (2) a la empresa de mayor subprecio, que distinguiremos con los índices ' y " respectivamente.

—Supongamos que las empresas consideradas no autolimitan sus volúmenes de ventas máximos, es decir, no se comportan como si tuvieran tamaños menores que los reales.

En estas condiciones y basándonos en los principios establecidos, hallaremos el estado prefinal de las empresas, en el que obtienen con certeza sus mayores utilidades totales posibles.

(*)

De acuerdo con el principio (1), las empresas adoptarán los precios de venta que les producen mayor utilidad. Pero, en los primeros períodos de tiempo, ellas fijarán precios al azar, hasta reunir la información necesaria que les permita determinar cuales son los precios de venta que les producen mayor utilidad.

De acuerdo con el principio (3) y con la definición de volúmenes máximos y mínimos, cuando en un período de tiempo, la empresa (1), por ejemplo, tenga un precio de venta menor que el de la empresa (2), venderá su volumen máximo, mientras que la empresa (2) venderá su volumen mínimo. Si, de acuerdo a lo anterior, los precios de venta de las empresas han sido p1' y p1", los estados de las empresas en el período de tiempo considerado podrán representarse por los puntos E1' y E1" en el gráfico (a) de la página 73.

Asimismo, cuando en un período de tiempo la empresa (2) tenga un precio de venta menor que el de la empresa (1), venderá su volumen máximo, mientras que la empresa (1) venderá su volumen mínimo. De esta forma, si los precios de venta de las empresas han sido p2' y p2", los estados de las empresas en este período de tiempo podrán representarse por los puntos E2' y E2" en el gráfico (a).

Recién cuando estas dos circunstancias hayan tenido lugar, las empresas podrán conocer cuales son los valores de sus respectivos volúmenes máximos y mínimos, y con ello, podrán calcular el valor de sus respectivos subprecios para el precio tope, que se han indicado en el gráfico (b) de la página 73 con los símbolos sp' y sp".

Dicho en otras palabras, cuando las empresas conozcan el valor de sus volúmenes máximos y mínimos, podrán calcular cuales serán los precios de venta para que vendiendo sus volúmenes máximos obtengan igual utilidad total que vendiendo sus volúmenes mínimos al precio tope.

(*) Demostraremos que, en los períodos siguientes a la determinación de sus respectivos subprecios, las empresas no fijarán un precio de venta inferior a su subprecio.

Hemos visto que cuando una empresa fija un determinado precio para un período de tiempo, podrá vender en él sus volúmenes máximo o mínimo, según que dicho precio resulte menor o mayor que el precio de la otra empresa, respectivamente.

Por otro lado, una empresa siempre podrá subir su precio de venta hasta el precio tope y vender su volumen mínimo. En consecuencia y de acuerdo con el principio (1), la empresa no adoptará un precio de venta determinado si con él no puede obtener una utilidad total igual o mayor que la obtenida vendiendo su volumen mínimo al precio tope.

Si una empresa fija como precio de venta un valor menor que su subprecio, y vende su volumen mínimo o su volumen máximo, obtendrá una utilidad total menor que si vendiera su volumen mínimo al precio tope, ya que por definición los estados (pt,Qmin) y (sp,Qmax) se encuentran sobre la misma curva de utilidad total y los estados posibles con precio de venta menor que el subprecio sp se encuentran por debajo de ella, como puede verse en los gráficos.

Luego, la empresa no fijará un precio de venta menor que su subprecio.

Pero si una empresa fija como precio de venta un valor igual que su subprecio y vende su volumen máximo, obtendrá igual utilidad que si vendiera su volumen mínimo al precio tope, ya que por definición los estados (pt,Qmin)y(sp,Qmax) se encuentran sobre la misma curva de utilidad total.

Asimismo, si una empresa fija como precio de venta un valor mayor que su subprecio, y vende su volumen máximo, obtendrá mayor utilidad total que si vendiera su volumen mínimo al precio tope, ya que por definición los estados (pt,Qmin) y (sp,Qmax) se encuentran sobre la misma curva de utilidad total y los estados posibles con precio de venta mayor que el subprecio sp y volúmenes máximos, se encuentran por encima de ella.

Luego, la empresa podrá fijar un precio de venta igual o mayor que su subprecio.

Por consiguiente, después que las empresas conozcan el valor de sus volúmenes máximos y mínimos y determinen el valor de sus subprecios para el precio tope, solo fijarán precios de venta iguales o mayores que sus respectivos subprecios, es decir, adoptarán precios de venta comprendidos entre sus subprecios y el precio tope.

Entonces, al cabo de una serie de períodos de tiempo y cuando las empresas hayan experimentado todos los precios posibles y sus resultados, cada empresa conocerá cual es el ámbito de precios posibles que tiene la otra.

Por esta razón, en la página 30 hemos dicho que cada empresa podrá determinar experimentalmente cual es la gama de precios posibles de sus competidores.

Estos precios también podrán calcularse a partir de la fórmula del subprecio cuando se conocen todos sus términos, lo que sucede generalmente cuando las empresas tienen métodos de elaboración y costos proporcionales unitarios iguales. (*)

Para determinar cual es el precio de venta que les produce con certeza la mayor utilidad total posible, en los períodos de tiempo que siguen a la determinación de los subprecios, las empresas fijarán precios de venta cubriendo toda la gama de posibilidades.

De esta forma la empresa (1) podrá fijar los siguientes precios de ventas:

(a). Un precio de venta p' = sp''-ε, siendo sp'' el subprecio de la empresa (2). Entonces, como la empresa (2) no fijará un precio menor que su subprecio, la empresa (1) venderá su volumen máximo y la empresa (2) su volumen mínimo.

De esta forma, el estado de la empresa (1) en el período considerado, podrá representarse en el gráfico (b) por el punto Epr', de coordenadas p'—Qmax'. Con ello, la empresa (1) obtendrá mayor utilidad total que si vendiera su volumen mínimo al precio tope ya que los estados (pt,Qmin') y (sp',Qmax') se encuentran sobre la misma curva de utilidad total y el estado (p',Qmax') donde p' > sp' se encuentra por encima de ella.

(b). Un precio de venta menor que p' = sp''-ε

Entonces, como la empresa (2) no fijará un precio menor que su subprecio, la empresa (1) venderá su volumen máximo y la empresa (2) sù volumen mínimo.

Pero con ello, la empresa (1) obtendrá menor utilidad que si vendiera su volumen máximo al precio p', ya que los volúmenes de ventas son iguales y en este caso el precio de venta es menor que p'.

(c). Un precio de venta mayor que p' = sp''- ε, es decir un precio de venta igual o mayor que sp''.

Pero entonces, "puede suceder" que la empresa (2) fije un precio de venta igual a sp'', en cuyo caso la empresa (2) podrá vender su volumen máximo, ya sea porque su precio es inferior al de la empresa (1) o por que teniendo igual precio que aquella los clientes, que en este caso según el principio (3) pueden comprar indistintamente a cualquier empresa, la han favorecido.

En consecuencia, la empresa (1) venderá su volumen mínimo. Pero con ello, aún vendiendo al precio tope pt, la empresa (1) obtendrá menor utilidad total que si vendiera su volumen máximo al precio p' = sp''- ε, como se demostró en el párrafo (a).

Luego, en el caso (a) la empresa (1) obtendrá con certeza absoluta la mayor utilidad total posible.

Entonces, cuando la empresa (1) haya hecho suficiente experiencia en el ámbito de precios posibles, adoptará el precio de venta p' = sp''- ε, ya que es el precio que le produce con certeza la mayor utilidad total posible, en todo de acuerdo con el principio (1), y venderá su volumen máximo

Si la empresa (1) fija el precio p' = sp''- ε, como este precio es inferior al subprecio de la empresa (2), sp'', la empresa (2) no fijará un precio inferior al de la empresa (1) para desplazarla, y en consecuencia, venderá su volumen mínimo y lo hará al mayor precio posible que es el precio tope.

De esta forma, los estados prefinales de las empresas (1) y (2) válidos para los sucesivos períodos de tiempo, podrán representarse en el gráfico (b) por los puntos Epr' y Epr'' de coordenadas p'—Qmax' y pt—Qmin'', respectivamente.

En adelante, supondremos que en el estado prefinal, Epr', la empresa (1) tiene un precio de venta igual al sp'' en lugar de (sp''-ε), pués siendo ε la menor unidad monetaria usada en la comercialización del producto en cuestión, se comete un error despreciable y se simplifican los planteos que siguen.

En consecuencia y de acuerdo a lo visto anteriormente:

En el estado prefinal, la empresa (1) de menor subprecio venderá su volumen máximo, Qmax', a un precio de venta igual al subprecio de la otra empresa, sp'', y la empresa (2) de mayor subprecio venderá su volumen mínimo, Qmin'', al precio tope, pt.

De esta forma las empresas obtendrán con certeza sus mayores utilidades totales posibles.

(*)

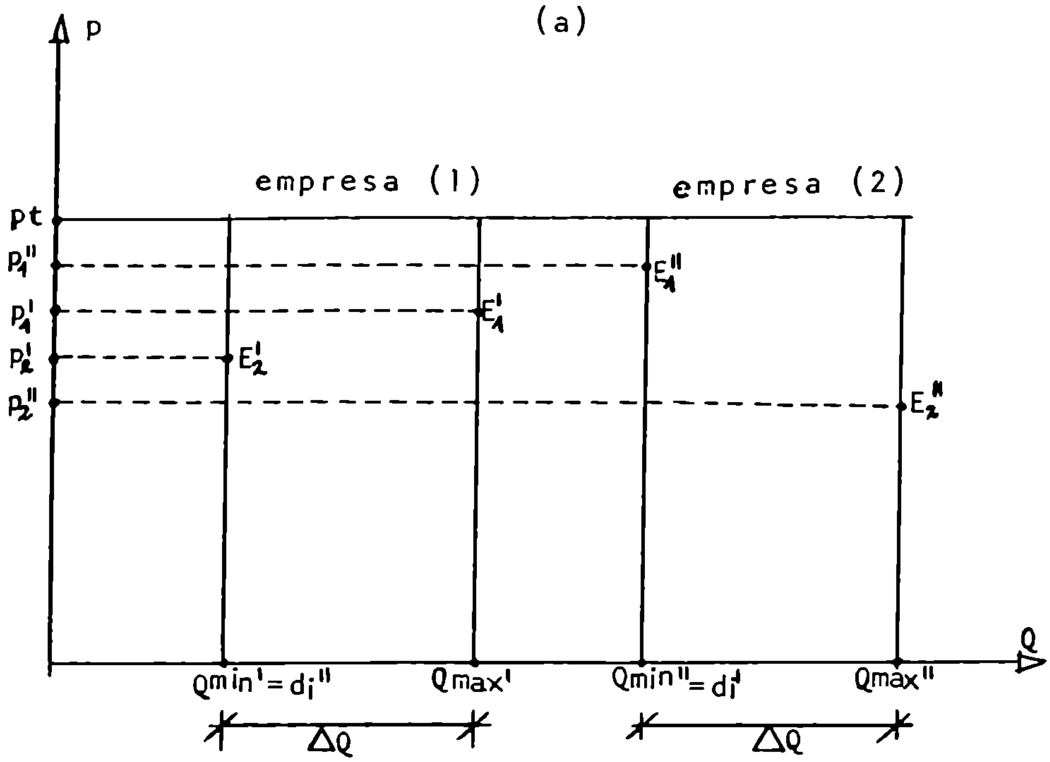
También existe la posibilidad que las empresas autolimiten sus volúmenes de ventas máximos.

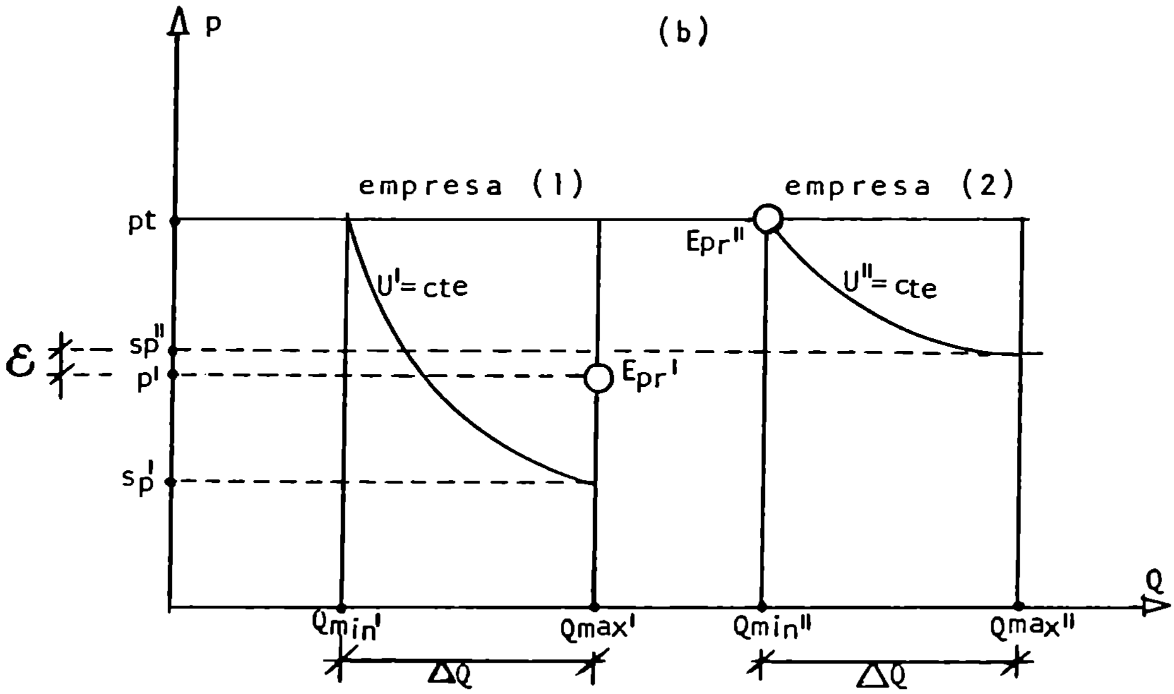
Así por ejemplo, la empresa de menor subprecio podría vender un volumen menor que su volumen máximo y desplazar parcialmente a la empresa de mayor subprecio.

Esto sería equivalente a que la empresa de menor subprecio disminuyera su tamaño a costos fijos totales constantes, en cuyo caso habría que repetir los razonamientos anteriores considerando los nuevos tamaños de dicha empresa y analizar los resultados para determinar cual es el estado en que la empresa obtiene la mayor utilidad total posible.

En este desarrollo se ha considerado que las empresas no autolimitan sus volúmenes, de acuerdo a la condición impuesta al comienzo del párrafo.

En el capítulo 6 se verá que sólo en particulares circunstancias las empresas aumentan su utilidad total si autolimitan sus volúmenes .


(a)
p
empresa (1)
empresa (2)
pt
p_1''
p_1'
p_2'
p_2''
E_1''
E_1'
E_2'
E_2''
Q
$Qmin' = d_i''$
$Qmax'$
$Qmin'' = d_i'$
$Qmax''$
ΔQ
ΔQ


(b)
p
empresa (1)
empresa (2)
pt
ε
sp''
p'
sp'
$U' = cte$
$U'' = cte$
Epr''
Epr'
Q
$Qmin'$
$Qmax'$
$Qmin''$
$Qmax''$
ΔQ
ΔQ

EL ESTADO FINAL DE DOS EMPRESAS DE DISTINTOS SUBPRECIOS

Teniendo en cuenta el principio (1) hemos hallado el estado prefinal de las empresas competidoras, en el que obtienen con certeza sus mayores utilidades totales posibles, sin considerar si dichas utilidades eran menores, iguales o mayores que cero.

Si ahora tenemos en cuenta los principios (1) y (2), hallaremos el estado final de las empresas, donde obtienen con certeza sus mayores utilidades totales positivas posibles, o son eliminadas del mercado, cuando sus mayores utilidades totales posibles resultan menores que cero.

(*)(*)

De acuerdo con lo dicho, si en el estado prefinal las utilidades totales de ambas empresas son iguales o mayores que cero, dicho estado será el estado final de las empresas.

(*)(*)

Demostraremos que si en el estado prefinal la utilidad total de una sola empresa es menor que cero, sus costos unitarios mínimos cm serán mayores que los costos unitarios mínimos de la otra empresa, es decir, será la empresa de mayores costos unitarios mínimos.

Supongamos que la utilidad total de la empresa (2) de mayor subprecio es menor que cero en el estado prefinal, cuando vende su volumen mínimo al precio tope.

De acuerdo con la definición de subprecio, la empresa (2) obtendrá igual utilidad total cuando vende su volumen mínimo al precio tope que cuando vende su volumen máximo al valor de su subprecio, sp''. Entonces, si vendiendo la empresa (2) su volumen máximo al valor de su subprecio obtiene una utilidad total menor que cero, siendo sus costos unitarios mínimos cm'' y su precio de venta sp'', se tendrá que:

$$sp'' < cm'' \tag{19}$$

Si la utilidad total de la empresa (1) de menor subprecio es igual o mayor que cero en el estado prefinal, cuando vende su volumen máximo al valor de sp'', será:

$$cm' \leqslant sp''$$

Comparando las dos fórmulas anteriores, llegaremos a la conclusión que:

$$cm' < cm''$$

Supongamos ahora que la utilidad total de la empresa (1) de menor subprecio es menor que cero en el estado prefinal, cuando vende su volumen máximo al valor de sp''. En este caso se tendrá que:

$$sp'' < cm' \tag{20}$$

Si la utilidad total de la empresa (2) de mayor subprecio es igual o mayor que cero en el estado prefinal, cuando vende su volumen mínimo al precio tope, o en el estado en que vende su volumen máximo al valor de su subprecio, sp'', se tendrá que:

$$cm'' \leqslant sp''$$

Comparando las dos últimas fórmulas llegaremos a la conclusión que:

$$cm'' < cm'$$

(*)

Demostraremos que si en el estado prefinal la utilidad total de una o de ambas empresas es menor que cero, los que resulten mayores costos unitarios mínimos entre los costos unitarios mínimos de las empresas serán mayores que el mayor subprecio sp''.

En efecto, si solamente la utilidad total de la empresa (2) de mayor subprecio es menor que cero en el estado prefinal, esta empresa será la de mayores costos unitarios mínimos de acuerdo a lo demostrado anteriormente. Por otro lado, en este caso tendrá vigencia la fórmula (19) anterior y en consecuencia, remplazando cm'' por (mayores cm), se tendrá que:

$$(\text{mayores cm}) > sp''$$

Si solamente la utilidad total de la empresa (1) de menor subprecio es menor que cero en el estado prefinal, esta empresa será la de mayores costos unitarios mínimos, y como en este caso tiene vigencia la fórmula (20) anterior se tendrá, remplazando cm' por (mayores cm):

$$(\text{mayores cm}) > sp''$$

Si ahora las dos empresas tienen una utilidad total menor que cero en el estado prefinal, tendrán vigencia las fórmulas (19) y (20) anteriores, y remplazando cm'' o cm' por (mayores cm), según sea la empresa (2) o la (1) la de mayores cm, se tendrá que:

$$(\text{mayores cm}) > sp''$$

Luego, en todos los casos posibles, que son los considerados, se tendrá que:

$$(\text{mayores cm}) > sp'' > sp'$$

(*) (*)

Teniendo en cuenta el principio (1) y al estudiar el estado prefinal, hemos visto que una empresa no adoptará un precio menor que su subprecio, es decir, los subprecios de las empresas son sus precios mínimos.

Cuando se alcanza el estado estacionario, hemos visto que la empresa de menor subprecio (precio mínimo) vende su volumen máximo al subprecio (precio mínimo) de la otra, mientras que la de mayor subprecio (precio mínimo) vende su volumen mínimo al precio tope.

Si ahora tenemos en cuenta el principio (2), llegaremos a la conclusión que una empresa no adoptará un precio menor que sus costos unitarios mínimos, cm, porque en este caso ni vendiendo su volumen máximo podrá obtener una utilidad total igual o mayor que cero, y en consecuencia será eliminada del mercado.

Entonces, como los costos unitarios mínimos son también precios mínimos, podremos hallar el estado estacionario considerando a los costos unitarios mínimos como precios mínimos en lugar de los subprecios.

Si aplicamos razonamientos análogos a los realizados al hallar el estado prefinal de las empresas, llegaremos a la conclusión que en el estado estacionario, la empresa de menores costos unitarios mínimos (precio mínimo) venderá su volumen máximo a los costos unitarios mínimos (precio mínimo) de la otra, y la empresa de mayores costos unitarios mínimos (precio mínimo) venderá su volumen mínimo al precio tope.

Este resultado es semejante al obtenido para el estado prefinal, ya que solo se ha remplazado el (mayor subprecio) por los (mayores costos unitarios mínimos).

(*)

Supongamos ahora que en el estado prefinal la utilidad total de una o de ambas empresas es menor que cero y hallemos el estado estacionario considerando todos los precios mínimos posibles, es decir, los subprecios y los costos unitarios mínimos cm.

Si consideramos el resultado del punto anterior y tenemos presente que en este caso es (mayores cm) $>$ sp'' $>$ sp', llegaremos a la conclusión que los subprecios no tienen incidencia como precios mínimos al hallar el estado estacionario y en consecuencia se mantendrá el mismo resultado.

Luego, si en el estado prefinal la utilidad total de una o de ambas empresas es menor que cero, la empresa de menores costos unitarios mínimos venderá su volumen máximo a los costos unitarios mínimos de la otra, y la empresa de mayores costos unitarios mínimos venderá su volumen mínimo al precio tope.

(*)

De acuerdo a lo anterior, la empresa de menores costos unitarios mínimos obtendrá en el estado estacionario una utilidad mayor que cero, ya que en él venderá su volumen máximo a un precio mayor que sus costos unitarios mínimos.

Analicemos ahora si la empresa de mayores costos unitarios mínimos podrá vender su volumen mínimo al precio tope obteniendo una utilidad total mayor que cero.

De acuerdo a lo demostrado con anterioridad, si en el estado prefinal la utilidad total de una empresa es menor que cero, esta empresa será la de mayores costos unitarios mínimos. Obviamente, si en el estado prefinal la utilidad total de ambas empresas son menores que cero, la empresa de mayores costos unitarios mínimos tendrá una utilidad total menor que cero en dicho estado.

Luego, la empresa de mayores costos unitarios máximos tendrá una utilidad total menor que cero en el estado prefinal en los dos casos que estamos considerando, es decir, cuando la utilidad total de una o de ambas empresas sea menor que cero en dicho estado.

Si esta empresa de mayores costos unitarios mínimos es la empresa de mayor subprecio, tendrá una utilidad total menor que cero cuando vende el volumen mínimo al precio tope, ya que éste es su estado prefinal.

Y si dicha empresa es la de menor subprecio también tendrá una utilidad total menor que cero cuando venda el volumen mínimo al precio tope. En efecto, si la empresa de menor subprecio tiene una utilidad total menor que cero en el estado prefinal, cuando vende el volumen máximo al subprecio de la otra, y si en dicho estado su utilidad total es mayor que cuando vende el volumen mínimo al precio tope, también su utilidad total será menor que cero cuando vende el volumen mínimo al precio tope.

Entonces, en todos los casos considerados la empresa de mayores costos unitarios mínimos tendrá una utilidad total menor que cero cuando vende el volumen mínimo al precio tope, y de acuerdo al principio (2) no venderá dichos volúmenes a dicho precio sinó que será eliminada.

Como consecuencia de todo lo dicho tendremos que si en el estado prefinal las utilidades totales de una o de ambas empresas son menores que cero, en el estado final la empresa de menores costos unitarios mínimos venderá su volumen máximo a los costos unitarios mínimos de la otra y la empresa de mayores costos unitarios mínimos será eliminada.

Luego, teniendo en cuenta este resultado y que si en el estado prefinal la utilidad total de una sola empresa es menor que cero, dicha empresa será la de mayores costos unitarios mínimos, se tendrá que:

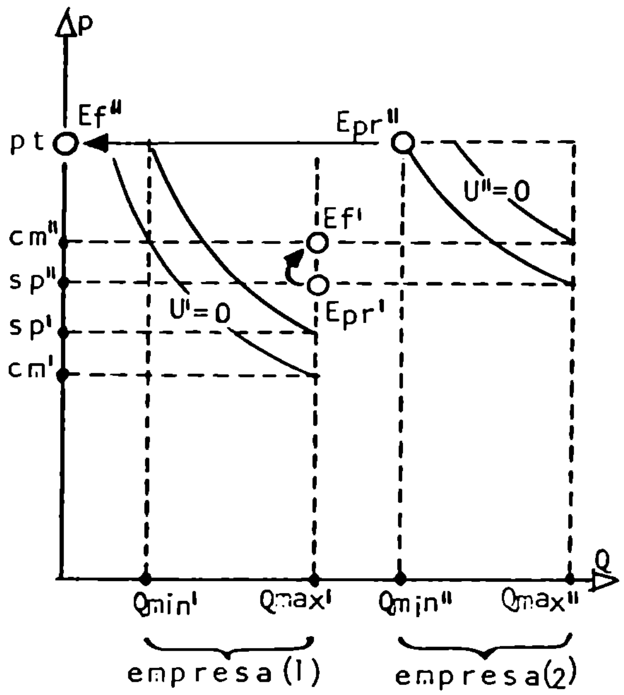
Cuando en el estado prefinal la utilidad total de una empresa resulta menor que cero, en el estado final esta empresa será eliminada, y la otra venderá su volumen máximo al valor de los costos unitarios mínimos de la empresa eliminada.

Si estos costos unitarios mínimos son mayores que el precio tope, dicha empresa venderá su volumen máximo al precio tope.

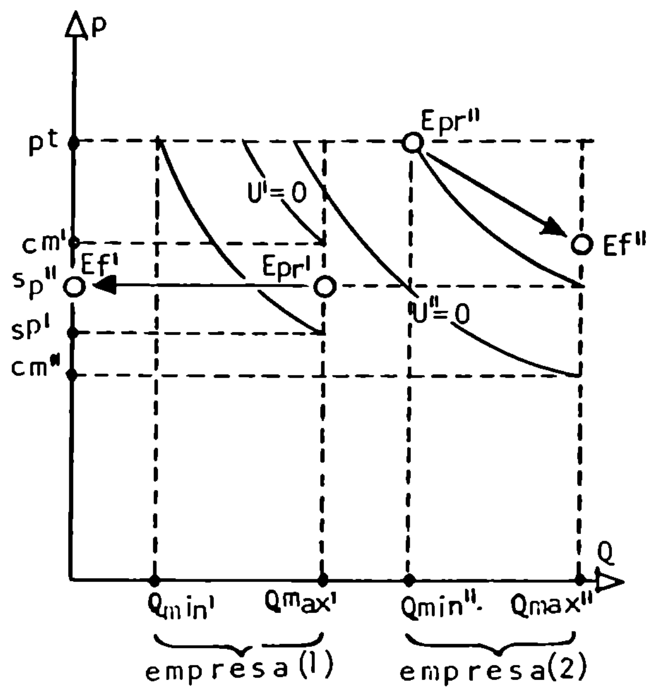
Cuando en el estado prefinal las utilidades totales de ambas empresas resulten menores que cero, en el estado final la empresa de menores costos unitarios mínimos venderá su volumen máximo a un valor igual a los costos unitarios mínimos de la otra, y la empresa de mayores costos unitarios mínimos será eliminada.

A continuación damos ejemplos donde se ha indicado con una flecha el paso del estado prefinal al final, cuando la utilidad total de una de las dos empresas consideradas resulta menor que cero en el estado prefinal.

En el estado prefinal $U'' < 0$



En el estado prefinal $U' < 0$



(*) (*)

Analicemos algunos casos particulares que pueden presentarse cuando las utilidades totales de ambas empresas son menores que cero en el estado prefinal.

Supongamos que ambas empresas tienen costos unitarios mínimos iguales.

Entonces, si aplicamos en este caso "con todo rigor" los razonamientos usados para hallar el estado prefinal de las empresas, pero considerando los costos unitarios mínimos como precios mínimos en lugar de los subprecios, llegaremos a la conclusión que en el equilibrio, una empresa cualquiera venderá su volumen máximo al valor de sus costos unitarios mínimos menos $\mathcal{E}$, cm-$\mathcal{E}$, y la otra venderá su volumen mínimo al precio tope.

Hemos visto en el punto anterior que en este caso, la empresa que vende el volumen mínimo al precio tope será eliminada.

Pero la empresa que vende su volumen máximo al valor de (cm-$\mathcal{E}$) obtendrá una utilidad total menor que cero en dicho estado y en consecuencia también será eliminada de acuerdo al principio (2).

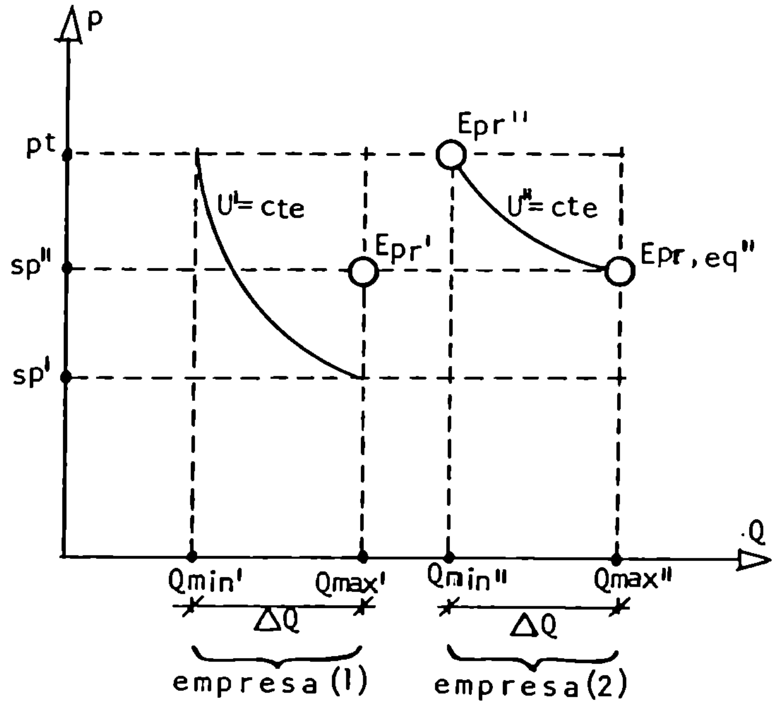
(*)

Si las utilidades totales de ambas empresas son menores que cero, y los costos unitarios mínimos de las mismas son mayores que el precio tope, las dos empresas serán eliminadas de acuerdo al principio (2), ya que ni vendiendo los volúmenes máximos al precio tope podrán obtener una utilidad total mayor que cero.

(*)

Luego, si en el estado prefinal las utilidades totales de ambas empresas resultan menores que cero, y las empresas tienen sus costos unitarios mínimos mayores que el precio tope, o iguales entre sí, en el estado final las dos empresas serán eliminadas.

CALCULO DE LA UTILIDAD UNITARIA DE LAS EMPRESAS EN DISTINTOS ESTADOS.



Calcularemos la utilidad unitaria, u, de las empresas (1) y (2), de menor y de mayor subprecio respectivamente, en los diversos estados indicados por ○ en el gráfico.

(*)

Cálculo de la utilidad unitaria de la empresa (1) en el estado prefinal, (u')Epr:

Para cualquier estado de la empresa (1), se tendrá que:

$$u' = p' - cp' - \frac{Cf'}{Q'}$$

En el estado prefinal de la empresa (1);

$$u' = (u')Epr$$

$$p' = sp''$$

$$Q' = Qmax'$$

Luego, reemplazando, la utilidad unitaria en el estado prefinal será:

$$(u')Epr = sp''-cp'-\frac{Cf'}{Qmax'} = sp''-cm'$$

De acuerdo con la definición del subprecio, el subprecio de la empresa (2) en estas condiciones será, según la fórmula (4) de la página 43.

$$sp'' = (pt-cp'')\left(\frac{Qmin''}{Qmax''}\right)+cp''$$

Reemplazando, se tendrá que:

$$(u')Epr = (pt-cp'')\left(\frac{Qmin''}{Qmax''}\right)-cp'+cp''-\frac{Cf'}{Qmax'}$$

$$(u')Epr = (pt-cp'')\left(\frac{Qmin''}{Qmax''}\right)+cp''-cm' \qquad (21)$$

Si $cp' = cp'' = cp$, se tendrá que:

$$(u')Epr = (pt-cp)\left(\frac{Qmin''}{Qmax''}\right)-cp+cp-\frac{Cf'}{Qmax'}$$

Luego: $$(u')Epr = (pt-cp)\left(\frac{Qmin''}{Qmax''}\right)-\frac{Cf'}{Qmax'} \qquad (22)$$

(*)

Cálculo de la utilidad unitaria de la empresa (2) en el estado prefinal, $(u'')Epr$:

De acuerdo con lo visto, se tendrá que:

$$(u'')Epr = pt - cp'' - \frac{Cf''}{Qmin''} \qquad (23)$$

(*)

Cálculo de la utilidad unitaria de la empresa (2) en el estado prefinal equivalente; (u'')Epr,eq:

De acuerdo con la definición del subprecio, la empresa (2) obtendrá la misma utilidad total en el estado definido por (sp'',Qmax'') que en el estado definido por (pt,Qmin'').

Como este último es el estado prefinal de la empresa (2), el anterior será el estado prefinal equivalente de la empresa (2).

Entonces:

$$(U'')Epr = (U'')Epr,eq$$

$$(u'')Epr \, . \, Qmin'' = (u'')Epr,eq \, . \, Qmax''$$

De acuerdo a la definición de utilidad unitaria, se tendrá que:

$$(u'')Epr,eq = sp'' - cp'' - \frac{Cf''}{Qmax''} = sp'' - cm''$$

De acuerdo a la fórmula (4) de la página 43:

$$sp'' = (pt - cp'')\left(\frac{Qmin''}{Qmax''}\right) + cp''$$

Reemplazando, se tendrá que:

$$(u'')Epr,eq = (pt - cp'')\left(\frac{Qmin''}{Qmax''}\right) + cp'' - cp'' - \frac{Cf''}{Qmax''}$$

Luego:

$$(u'')Epr,eq = (pt - cp'')\left(\frac{Qmin''}{Qmax''}\right) - \frac{Cf''}{Qmax''} \qquad (24)$$

UTILIDADES DE LAS EMPRESAS EN EL ESTADO PREFINAL

De acuerdo a la definición de estado prefinal equivalente, se tendrá para la empresa (2):

$$(U'')Epr = (U'')Epr,eq$$

$$(u'')Epr \,.\, Qmin'' = (u'')Epr,eq \,.\, Qmax''$$

$$(u'')Epr = \frac{Qmax''}{Qmin''}(u'')Epr,eq \qquad (25)$$

Siendo en general $Qmax'' \neq Qmin''$, será $(Qmax''/Qmin'') \neq 1$ y en consecuencia (u'')Epr será distinta que (u'')Epr,eq y sólo cuando $Qmax'' = Qmin''$ serán iguales.

Según las fórmulas (23) y (24) anteriores:

$$(u'')Epr = pt - cp'' - \frac{Cf''}{Qmin''} \qquad (26)$$

$$(u'')Epr,eq = (pt - cp'')\frac{Qmin''}{Qmax''} - \frac{Cf''}{Qmax''} \qquad (27)$$

Qmin'' puede ser igual a cero o positivo, y Qmax'' será siempre positivo.

Si $Qmin'' = 0$, de la (26) y (27) se tendrá que:

$$(u'')Epr = -\infty$$

$$(u'')Epr,eq = -\frac{Cf''}{Qmax''}$$

Luego:

Si $Qmin'' = 0$, será: $(u'')Epr < 0$, y, $(u'')Epr,eq < 0$

De acuerdo con la fórmula (25):

Si $Qmin'' > 0$, y, $(u'')Epr < 0$, será: $(u'')Epr,eq < 0$

Si $Qmin'' > 0$, y, $(u'')Epr = 0$, será: $(u'')Epr,eq = 0$

Si $Qmin'' > 0$, y, $(u'')Epr > 0$, será: $(u'')Epr,eq > 0$

Luego, si la utilidad unitaria en el estado prefinal equivalente de la empresa (2), (u'')Epr,eq , es menor, igual o mayor que cero, la utilidad unitaria en el estado prefinal de la empresa (2), (u'')Epr, será menor, igual o mayor que cero respectivamente.

(*)

La utilidad total de la empresa (1) en el estado final será:

$$(U')Epr = (u')Epr \cdot Qmax'$$

Siendo Qmax' siempre positivo, si la utilidad total en el estado prefinal de la empresa (1), (U')Epr, es menor, igual o mayor que cero,la utilidad unitaria en el estado prefinal de la empresa (1), (u')Epr, será menor, igual o mayor que cero, respectivamente.

Por otro lado, la utilidad total de la empresa (2) en el estado prefinal será, como se vió anteriormente:

$$(U'')Epr = (u'')Epr,eq \cdot Qmax''$$

Siendo Qmax'' siempre positivo, si la utilidad total en el estado prefinal de la empresa (2), (U'')Epr, es menor, igual o mayor que cero, la utilidad unitaria en el estado prefinal equivalente de la empresa (2), (u'')Epr,eq , será menor, igual o mayor que cero respectivamente, y de acuerdo con lo visto en el punto anterior la utilidad unitaria en el estado prefinal de la empresa (2), (u'')Epr, también será menor, igual o mayor que cero, respectivamente.

Luego, si la utilidad total en el estado prefinal de una empresa, (U)Epr, es menor, igual o mayor que cero, la utilidad unitaria en el estado prefinal de la empresa, (u)Epr, será menor, igual o mayor que cero respectivamente. (*)

El estado prefinal de la empresa (1) estará definido por (sp'',Qmax') y en dicho estado sus costos unitarios serán los costos unitarios mínimos cm'. Por consiguiente:

$$(u')Epr = sp'' - cm'$$

De acuerdo con esta fórmula:

Si cm' $>$ sp'', será (u')Epr $<$ 0

Si cm' = sp'', será (u')Epr = 0

Si cm' $<$ sp'', será (u')Epr $>$ 0

Luego, si los costos unitarios mínimos de la empresa (1), cm', son mayores iguales o menores que el subprecio de la empresa de mayor subprecio, sp'', la utilidad unitaria en el estado prefinal de la empresa (1), (u')Epr, será menor, igual o mayor que cero, respectivamente.

El estado prefinal equivalente de la empresa (2) estará definido por (sp'',Qmax'') y en dicho estado sus costos unitarios serán los costos unitarios mínimos cm''. Por consiguiente:

$$(u'')Epr,eq = sp'' - cm''$$

De acuerdo con esta fórmula y con lo visto en el primer punto:

Si cm'' $>$ sp'', será (u'')Epr,eq $<$ 0 y (u'')Epr $<$ 0

Si cm'' = sp'', será (u'')Epr,eq = 0 y (u'')Epr = 0

Si cm'' $<$ sp'', será (u'')Epr,eq $>$ 0 y (u'')Epr $>$ 0

Luego, si los costos unitarios mínimos de la empresa (2), cm'', son mayores, iguales o menores que su subprecio, sp'', la utilidad unitaria en el estado prefinal de la empresa (2), (u'')Epr, será menor, igual o mayor que cero respectivamente.

Luego, si los costos unitarios mínimos de una empresa, cm, son mayores, iguales o menores que el subprecio de la empresa de mayor subprecio, sp'', la utilidad unitaria en el estado prefinal de la empresa, (u)Epr, será menor, igual o mayor que cero, respectivamente.

(*)

Los resultados obtenidos en los puntos anteriores se pueden resumir diciendo que: En el estado prefinal las utilidades unitarias y totales de una empresa y la diferencia entre el subprecio de la empresa de mayor subprecio y los costos unitarios mínimos de la empresa, sp'' - cm, tendrán el mismo signo.

METODO GRAFICO PARA HALLAR EL ESTADO FINAL DE LAS EMPRESAS

Para hallar gráficamente el estado final de las empresas, representemos los subprecios de las mismas en función del salto de volumen ΔQ, manteniendo constantes sus volúmenes máximos Qmax.

Luego, calculemos el valor del salto de volumen correspondiente al caso considerado, con lo que podremos obtener en el gráfico el valor de los subprecios de las empresas.

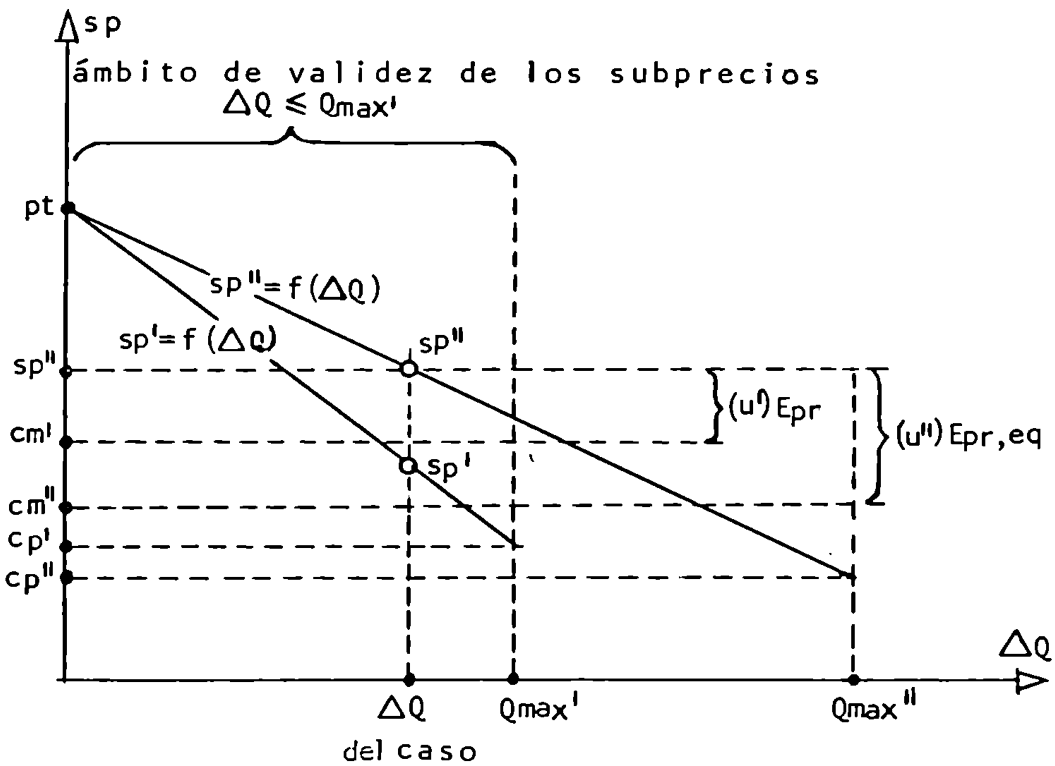
En el estado prefinal, la empresa (1) de menor subprecio venderá su volumen máximo Qmax' al subprecio de la empresa (2) de mayor subprecio, sp'', y la diferencia entre este valor y los costos unitarios mínimos de la empresa (1), cm', nos dará la utilidad unitaria de esta empresa en el estado prefinal.

$$(u')Epr = sp''-cm'$$

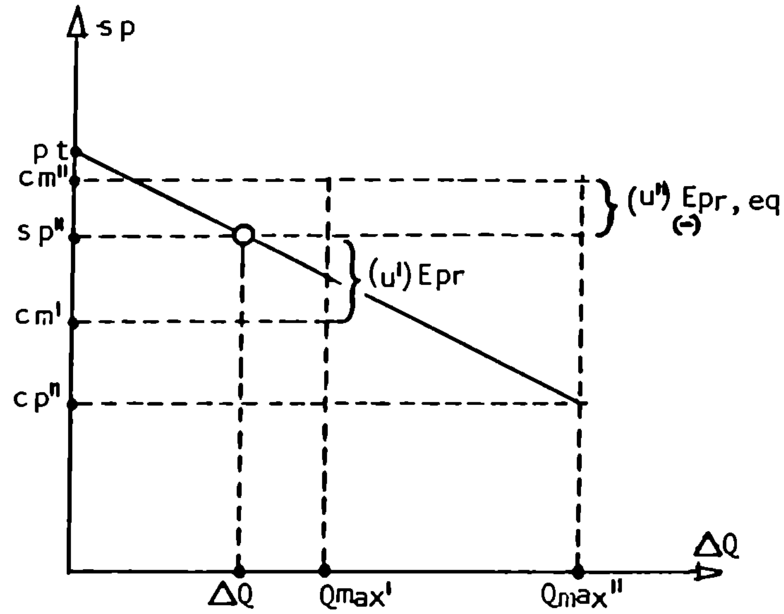
En el estado prefinal, la empresa (2) venderá su volumen mínimo Qmin'' al precio tope pt, pero la utilidad total obtenida en dicho estado será igual a la obtenida en el estado prefinal equivalente, cuando vende su volumen máximo al valor de su subprecio, sp''. La diferencia entre sp'' y los costos unitarios mínimos cm'' nos dará la utilidad unitaria de la empresa (2) en el estado prefinal equivalente.

$$(u'')Epr,eq = sp''-cm''$$

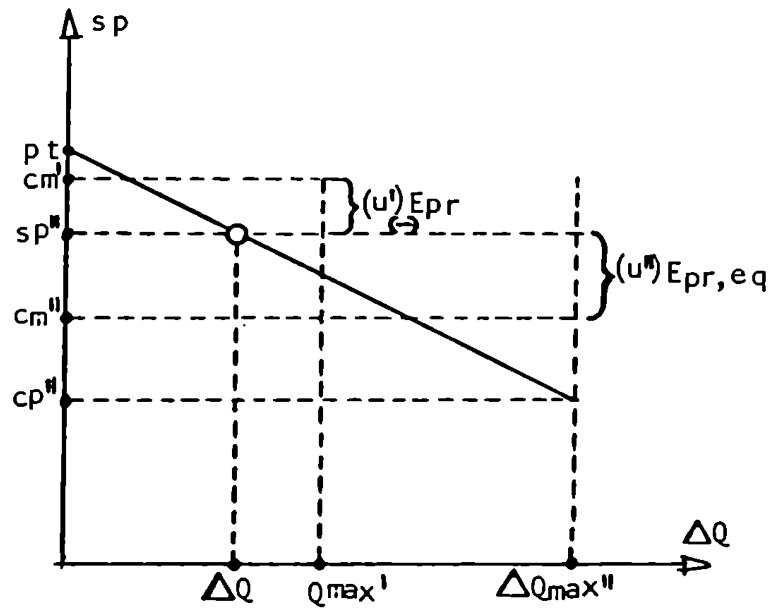
De acuerdo con lo visto en los apartados anteriores, las utilidades unitarias consideradas en las dos últimas fórmulas, tienen el mismo signo que las utilidades totales de las empresas en el estado prefinal. Entonces, si dichas utilidades unitarias resultan ser iguales o mayores que cero, el estado prefinal será el estado final de las empresas.



(a)


sp
pt
cm''
sp''
cm'
cp''
(u'') Epr, eq
(-)
(u') Epr
ΔQ
ΔQ
Qmax'
Qmax''

(b)


sp
pt
cm'
sp''
cm''
cp''
(u') Epr
(-)
(u'') Epr, eq
ΔQ
ΔQ
Qmax'
ΔQmax''

Si en cambio la $(u'')Epr,eq$ resulta menor que cero, también lo será la utilidad total de la empresa (2) en el estado prefinal, y en el estado final la empresa (1) venderá su volumen máximo Qmax al valor de cm'' y la (2) será eliminada (fig.a pág.90).

Y si la $(u')Epr$ resulta menor que cero, en el estado final la empresa (2) venderá su volumen máximo Qmax a cm' y la (1) será eliminada (fig.b pág.90).

METODO ANALITICO PARA HALLAR EL ESTADO FINAL DE LAS EMPRESAS

Consideraremos las empresas (1) y (2), con dos valores distintos de la demanda y hallaremos sus estados finales en forma analítica.

Los costos fijos totales Cf y la utilidad total U se expresarán en pesos por unidad de tiempo, como por ejemplo \$/mes. Los costos proporcionales unitarios cp, el precio p, el subprecio sp y la utilidad unitaria u, vendrán en pesos por unidades físicas,\$/un. La demanda D, la oferta OF, el tamaño T y los vólumenes máximo Qmax y mínimo Qmin se expresarán en unidades físicas por período de tiempo, como por ejemplo un/mes.

En los ejemplos que siguen se omitirán las unidades a los efectos de simplificar.

Ejemplo (a)

pt = 100
D = 100

$$OF\begin{cases}\text{empresa (1)}\begin{cases}T' = 40\\ cp' = 30\\ Cf' = 1600\end{cases}\\ \text{empresa (2)}\begin{cases}T'' = 80\\ cp'' = 20\\ Cf'' = 2400\end{cases}\end{cases}$$

. . . .

$Qmax' = T' = 40$, $Qmin' = D\text{-}Qmax'' = 100-80 = 20$

$Qmax'' = T'' = 80$, $Qmin'' = D\text{-}Qmax' = 100-40 = 60$

$\Delta Q = Qmax'\text{-}Qmin' = Qmax''\text{-}Qmin'' = 20$

$$sp' = pt-\left(\frac{pt-cp'}{Qmax'}\right)\Delta Q = 100-\left(\frac{100-30}{40}\right)20 = 65$$

$$sp'' = 100-\left(\frac{100-20}{80}\right)20 = 80$$

. . . .

$sp' = 65 < sp'' = 80$

$$Epr\begin{cases}\text{empresa (1)}\begin{cases}p' = sp'' = 80\\ Q' = Qmax' = 40\end{cases}\\ \text{empresa (2)}\begin{cases}p'' = pt = 100\\ Q'' = Qmin'' = 60\end{cases}\end{cases}$$

. . . .

$$cm' = cp'+\frac{Cf'}{Qmax'} = 30+\frac{1600}{40} = 30+40 = 70$$

$$cm'' = 20+\frac{2400}{80} = 20+30 = 50$$

. . . .

$(u')Epr = sp''\text{-}cm' = 80-70 = 10$

$(u'')Epr,eq = sp''\text{-}cm'' = 80-50 = 30$

Ef = Epr

Ejemplo (b)

pt = 100

D = 80

$$
\text{OF}\begin{cases}\text{empresa (1)}\begin{cases}T' = 40\\ cp' = 30\\ Cf' = 1600\end{cases}\\[2ex] \text{empresa (2)}\begin{cases}T'' = 80\\ cp'' = 20\\ Cf'' = 2400\end{cases}\end{cases}
$$

....

Qmax' = 40, Qmin' = 0

Qmax'' = 80, Qmin'' = 40

$\Delta Q = 40$

$$sp' = 100-\left(\frac{100-30}{40}\right)40 = 30$$

$$sp'' = 100-\left(\frac{100-20}{80}\right)40 = 60$$

....

$sp' = 30 < sp'' = 60$

$$
\text{Epr}\begin{cases}\text{empresa (1)}\begin{cases}p' = sp'' = 60\\ Q' = Qmax' = 40\end{cases}\\[2ex] \text{empresa (2)}\begin{cases}p'' = pt = 100\\ Q'' = Qmin'' = 40\end{cases}\end{cases}
$$

$$(u')Epr = sp''-cm' = 60-70 = "-10"$$

$$(u'')Epr,eq = sp''-cm'' = 60-50 = 10$$

. . . .

$$Ef\begin{cases} \text{empresa (1): se elimina} \\ \text{empresa (2)} \begin{cases} p'' = cm' = 70 \\ Q'' = Qmax'' = 80 \end{cases} \end{cases}$$

A los mismos resultados hubiéramos llegado aplicando el método gráfico, como puede observarse en la página 96.

(*)

Comprobaremos con ejemplos numéricos que los resultados obtenidos en el caso (a) para el estado final son los correctos.

En el estado final, las utilidades serán:

$$(U')Ef = (u')Epr \ . \ Qmax' = 10x40 = 400$$

$$(U'')Ef = (u'')Epr,eq \ . \ Qmax'' = 30x80 = 2400$$

Si la empresa (2) adoptara un precio menor que el de la empresa (1) en el estado final, por ejemplo 79, la desplazaría y vendería su volumen máximo Qmax'' a dicho precio. Su utilidad total U'' en dicho estado sería:

$$U'' = (p''-cm'')Qmax'' = (79-50)80 = 2320$$

En este caso obtendría menor utilidad total que en el estado final.

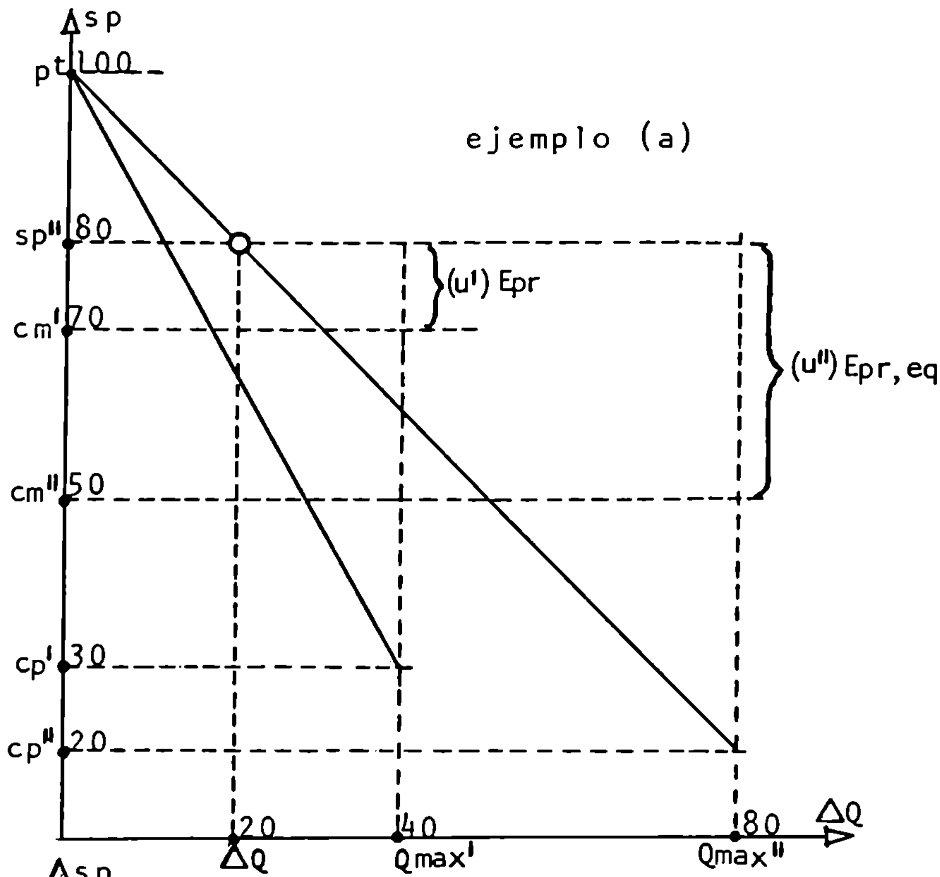
Si la empresa (1) adoptara un precio mayor que el de su estado final, por ejemplo 82, y la empresa (2) adoptara un precio inmediatamente inferior, por ejemplo 81, la desplazaría y vendería su volumen máximo Qmax'' a dicho precio. Su utilidad total U'' en dicho estado será:

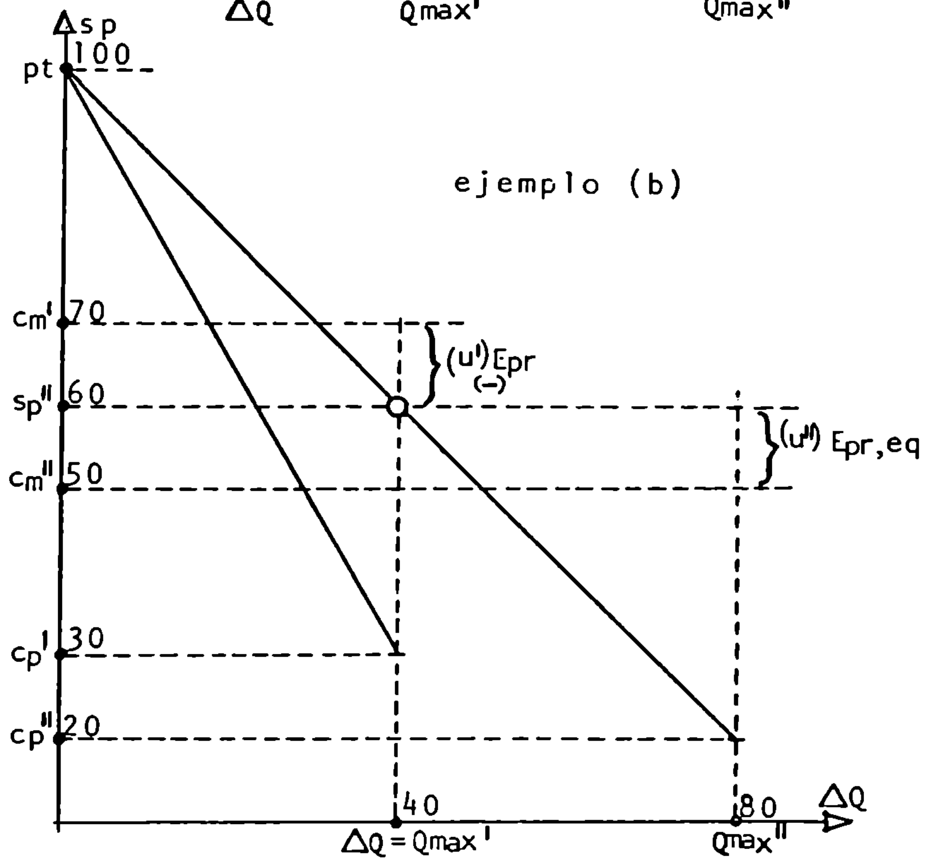
$$U'' = (p''-cm'')Qmax'' = (81-50)80 = 2480$$

En este caso obtendría mayor utilidad total que en el estado final. Luego, si la empresa (1) adoptara un precio mayor que el de su estado final, sería desplazada por la empresa (2) y vendería su volumen mínimo Qmin' al precio tope pt. Pero en este caso la empresa (1) obtendrá menor utilidad total que en el estado final, ya que la utilidad total resultante será negativa por serlo la utilidad unitaria en el estado equivalente:

$$(u')Epr,eq = sp'-cm' = 65-70 = -5$$

De todo lo dicho se deduce que para obtener con certeza sus mayores utilidades totales posibles, la empresa (1) no aumentará y la (2) no reducirá sus respectivos precios indicados para el estado final y en consecuencia éstos serán la correcta solución.


sp
pt 100
ejemplo (a)
sp'' 80
(u') Epr
cm' 70
(u'') Epr, eq
cm'' 50
cp' 30
cp'' 20
20
40
80
ΔQ
ΔQ
Qmax'
Qmax''


sp
pt 100
ejemplo (b)
cm' 70
(u') Epr (–)
sp'' 60
(u'') Epr, eq
cm'' 50
cp' 30
cp'' 20
40
80
ΔQ
ΔQ = Qmax'
Qmax''

CONSECUENCIAS ECONOMICAS Y COMPETITIVAS DE LAS VARIACIONES DE COSTOS DE LAS EMPRESAS A TAMAÑOS CONSTANTES

Analizemos las consecuencias que pueden tener las variaciones de costos de las empresas, valiéndonos de gráficos de subprecios y de los resultados anteriores.

Hemos visto que si subsisten las dos empresas, la de menor subprecio desplazará a la otra.

En esta situación, si las empresas varían sus costos fijos, se modificará la situación económica de las empresas aumentando o disminuyendo sus utilidades según sea el caso, pero no variarán los precios de venta ni los volúmenes de ventas de ambas empresas, es decir, no variará la situación competitiva (ver figuras (a) y (b) de la página 99, donde los cambios se indican a la izquierda del eje de ordenadas y en raya llena).

Si la empresa de mayor subprecio varía sus costos proporcionales, variará su subprecio y en consecuencia se modificará la situación económica y competitiva de las empresas.

Así por ejemplo, si la empresa de mayor subprecio disminuye sus costos proporcionales, puede suceder que sólo se produzca una disminución del precio de venta de la empresa de menor subprecio. (fig.c pág.100).

Pero si esta disminución de los costos proporcionales de la empresa de mayor subprecio es suficientemente grande y si los costos unitarios mínimos de la empresa de menor subprecio resultan mayores que los de la otra empresa, ésta será eliminada (fig.d pág.100).

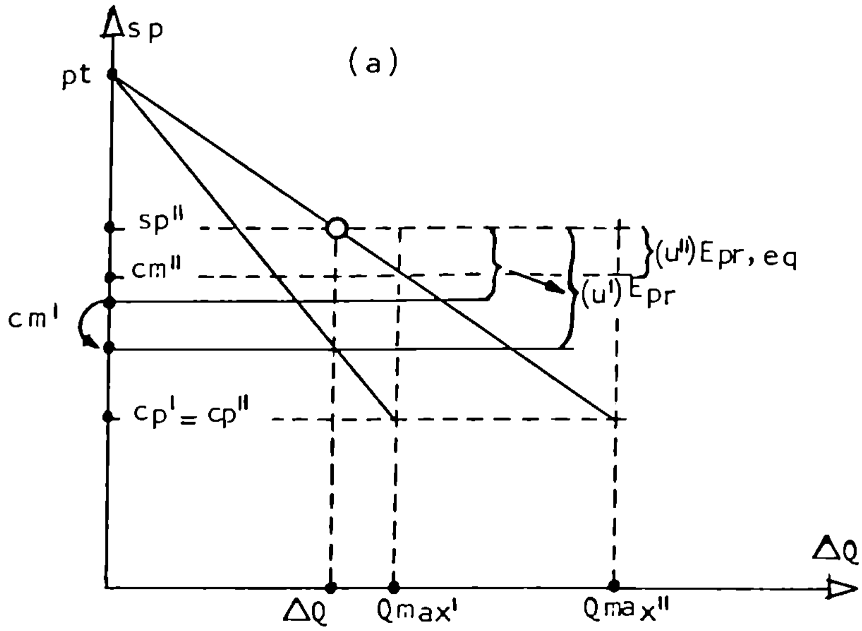
Y si la diferencia entre el tamaño de las empresas no es muy grande, una disminución de los costos proporcionales de la empresa de mayor subprecio puede invertir los desplazamientos, haciendo que la empresa que inicialmente era desplazada desplace a la otra, al resultar ahora con el menor valor del subprecio. (fig.e pág. 100)

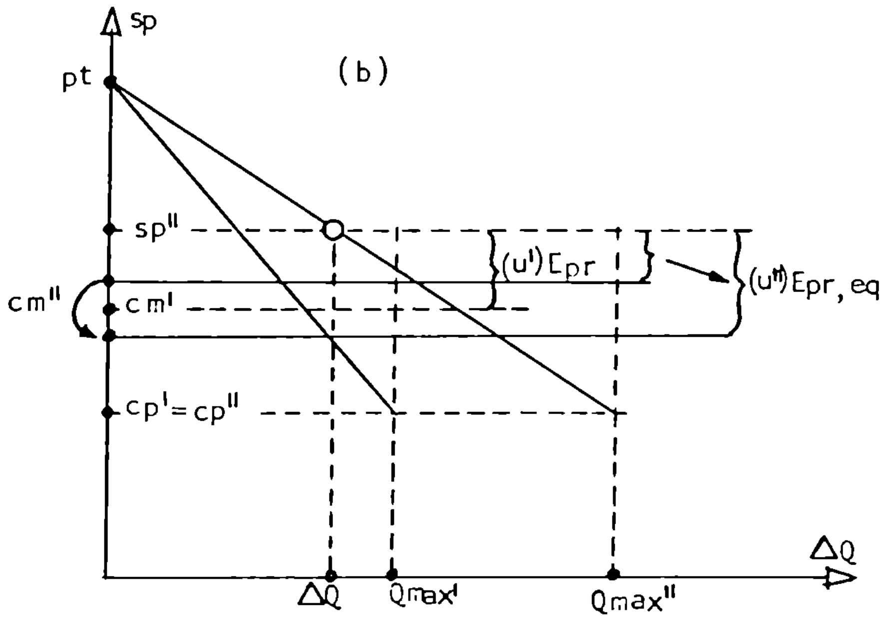
Luego, si la demanda y el tamaño de las empresas permanecen constantes y si subsisten las dos empresas, sólo una variación de sus costos proporcionales puede producir una variación de los precios de venta y de los volumenes de ventas, es decir, de la situación competitiva.

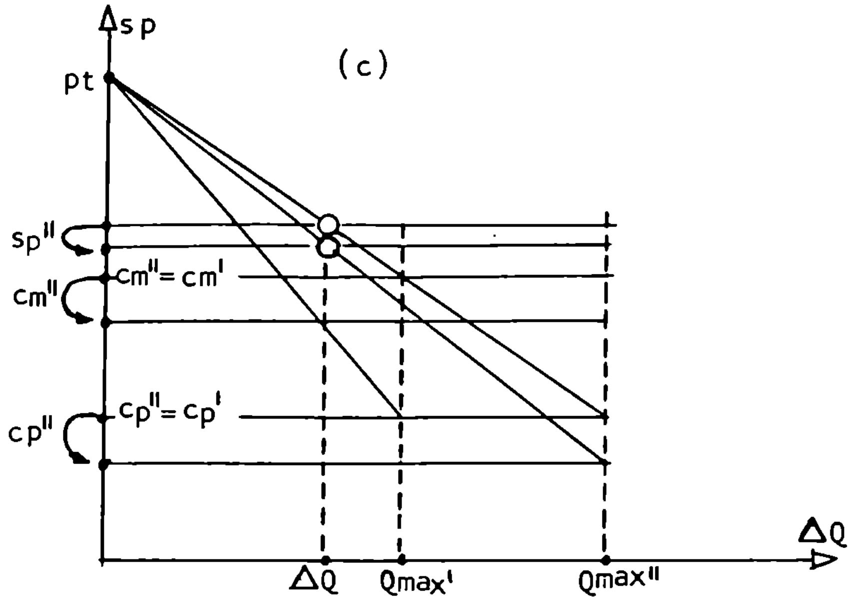
(*)

Pero si "no" subsisten las dos empresas, es decir, si se dan las condiciones como para que sean eliminadas una o ambas empresas, una variación de cualquiera de los costos de una empresa eliminada producirá una variación de sus costos unitarios totales, y en consecuencia, podrá evitar su eliminación, modificando de esta manera los precios de venta y los volúmenes de ventas, es decir, la situación competitiva.

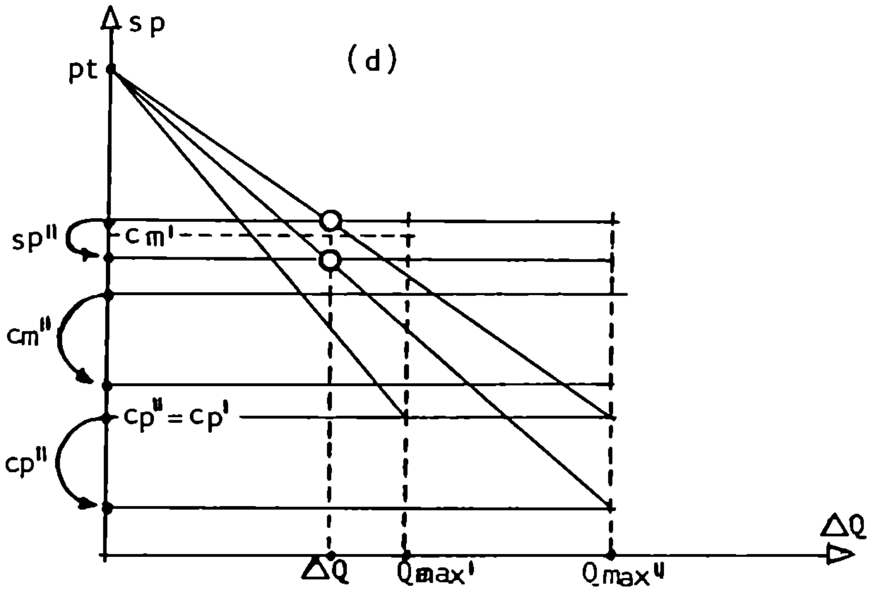
Luego, si la demanda y el tamaño de las empresas permanecen constantes y si "no" subsisten las dos empresas, una variación cualquiera en los costos de la empresa eliminada puede producir una variación de los precios de ventas y de los volúmenes de ventas, es decir de la situación competitiva.


sp
(a)
pt
sp''
cm''
cm'
cp' = cp''
(u'')Epr, eq
(u')Epr
ΔQ
ΔQ
Qmax'
Qmax''

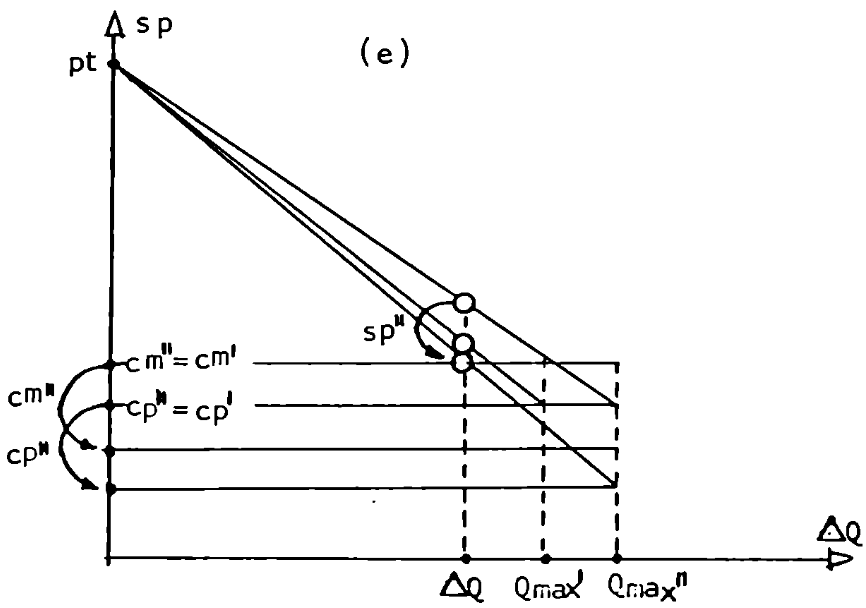

sp
(b)
pt
sp''
cm''
cm'
cp' = cp''
(u')Epr
(u'')Epr, eq
ΔQ
ΔQ
Qmax'
Qmax''



sp
(c)
pt
sp''
cm''=cm'
cm''
cp''=cp'
cp''
ΔQ
ΔQ
Qmax'
Qmax''



sp
(d)
pt
sp''
cm'
cm''
cp''=cp'
cp''
ΔQ
ΔQ
Qmax'
Qmax''



sp
(e)
pt
sp''
cm''=cm'
cm''
cp''=cp'
cp''
ΔQ
ΔQ
Qmax'
Qmax''

EL SUBPRECIO O EL TAMAÑO DETERMINAN EL DESPLAZAMIENTO Y LOS COSTOS DETERMINAN LA ELIMINACION DE LAS EMPRESAS.

Se dice comunmente que "la empresa de menores costos puede desplazar o restar ventas a la de mayores costos" y también que "la empresa grande puede eliminar sin inconvenientes a la empresa chica del mercado".

Se han confundido los procesos, desplazamiento y eliminación, respecto de las causas que lo motivan, tamaños y costos, tomando unos por otros.

Y más aún, se aceptan resultados totalmente opuestos a la realidad, ya que por ejemplo, la empresa chica generalmente desplazará a la grande y no a la inversa como se afirma con frecuencia.

Es suficiente que ambas empresas tengan como objetivo principal obtener la mayor utilidad posible, y que se cumplan otras condiciones de menor significación, para que se caiga en el modelo económico estudiado. Entonces, si la oferta es mayor que la demanda se producirán entre las empresas procesos de desplazamiento o de eliminación.

De acuerdo con lo visto anteriormente, en el desplazamiento sólo influye el subprecio de las empresas, y si como es normal éstas tienen costos proporcionales unitarios iguales, sólo influye el tamaño de las mismas.

Recién en condiciones límites, es decir, cuando el desplazamiento es suficientemente grande como para producir el cese de utilidades de una empresa y en consecuencia su eliminación, tienen importancia los costos unitarios mínimos de las empresas.

Luego, el desplazamiento entre las empresas está determinado por el subprecio o el tamaño de las mismas, y la eliminación o subsistencia de las empresas, que es una situación límite, está determinada por sus costos unitarios mínimos.

De esta forma, la empresa de menor subprecio o empresa chica desplazará a la otra, independientemente de sus costos, y si el desplazamiento es suficientemente grande como para producir la eliminación de una empresa, la empresa de menores costos unitarios mínimos eliminará a la otra, independientemente de su tamaño.

(*)

Respecto a los factores que determinan los precios de venta, hemos visto que si hay desplazamiento entre las empresas, sus precios estarán determinados por el subprecio o tamaño, independientemente de los costos, y si hay eliminación de una empresa, el precio de venta de la empresa que subsiste estará determinado por los costos de la empresa eliminada, independientemente de el subprecio o tamaño.

CAPITULO 6

LA VARIACION DEL TAMAÑO EN LAS EMPRESAS DE DISTINTOS SUBPRECIOS

VARIACION DEL TAMAÑO DE LA EMPRESA DE MENOR SUBPRECIO

—Supondremos que la empresa de menor subprecio varía su tamaño, mientras que la demanda y el tamaño de la empresa de mayor subprecio permanecen constantes.

—De acuerdo a la condición general adoptada para esta sección:

$$OF \geqslant D$$

Luego, solo se considerarán los tamaños de las empresas que cumplan ésta condición, salvo explícita indicación en contrario.

—Supondremos que la empresa de menor subprecio no aumentará su tamaño por encima del valor de la demanda, lo que sucede generalmente ya que la capacidad que sobrepase el valor de la demanda será, en todos los casos, capacidad ociosa.

Luego, siempre se tendrá que:

$$Qmax' = T'$$

Como se ha supuesto que la demanda y el tamaño de la empresa de mayor subprecio permanecen constantes, su volumen máximo permanecerá constante, aunque la demanda sea menor que su tamaño.

$$Qmax'' = cte$$

(*)

Es obvio que los resultados del análisis siguiente serán válidos mientras que la empresa de menor subprecio mantenga el menor valor del subprecio.

Así por ejemplo, si las empresas tienen costos proporcionales unitarios iguales, la empresa de menor subprecio será la empresa chica. Entonces, los resultados siguientes serán válidos mientras la empresa chica aumente su tamaño, pero dejarán de serlo cuando la empresa chica iguale el tamaño de la grande y en consecuencia su subprecio.

Para realizar los desarrollos que siguen supondremos inicialmente que, en todos los casos, la empresa de menor subprecio se mantiene como tal, es decir, tiene el menor subprecio. Al final de los mismos discutiremos el ámbito de validez de esta suposición y cómo puede ella afectar los resultados obtenidos.

Si la empresa de menor subprecio aumenta su tamaño y si para un tamaño determinado se transforma en la empresa de mayor subprecio, no tendrá sentido que siga aumentando su tamaño.

En efecto, como la empresa de mayor subprecio vende su volumen mínimo al precio tope, aumentando su tamaño no variará ni sus ventas ni sus precios de venta.

(*)

De acuerdo con la fórmula (8) de la página 57, y recordando que en este caso Qmax' = T', se tendrá que:

$$Qmin' = D-Qmax''$$

$$Qmin'' = D-Qmax' = D-T'$$

De acuerdo a la fórmula (4) de la página 43:

$$sp = (pt-cp)\left(\frac{Qmin}{Qmax}\right)+cp$$

Los subprecios de las empresas serán, reemplazando Qmax', Qmin' y Qmin'' por los valores anteriores:

$$sp' = (pt-cp')\left(\frac{D-Qmax''}{T'}\right)+cp' \qquad (28)$$

$$sp'' = (pt-cp'')\left(\frac{D-T'}{Qmax''}\right)+cp'' \qquad (29)$$

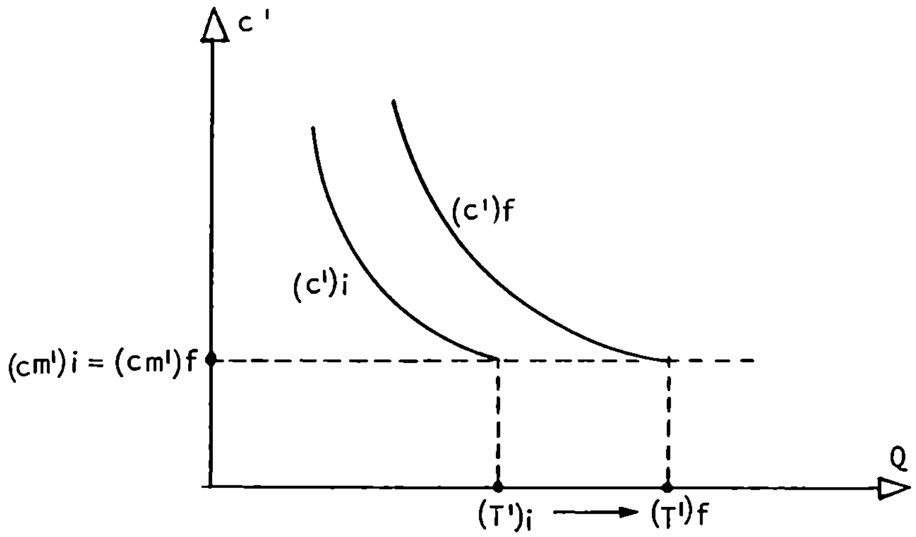
En el caso analizado, siendo D y Qmax'' constantes, si la empresa de menor subprecio aumenta su tamaño, el subprecio de ambas empresas disminuirá, dada la forma de las funciones correspondientes.

VARIACION DEL TAMAÑO DE LA EMPRESA DE MENOR SUBPRECIO A COSTOS UNITARIOS MINIMOS CONSTANTES.

Estudiemos el caso en que la empresa (1) de menor subprecio varía su tamaño manteniendo constantes sus costos unitarios mínimos (es decir, sus costos proporcionales unitarios y sus costos fijos unitarios).

Esta condición significa que a medida que aumenta o disminuye el tamaño de la empresa (1), sus costos fijos totales varían proporcionalmente al volumen máximo, o, sus costos fijos unitarios para el volumen máximo permanecen constantes; pero, fijado un tamaño para la empresa (1), se mantendrán constantes sus costos fijos totales para las variaciones posibles del volumen de ventas.

En el gráfico siguiente se han representado un aumento del tamaño de la empresa (1) a costos unitarios mínimos constantes, desde (T')i a (T')f, y los costos unitarios correspondientes a sendos tamaños, (c')i y (c')f respectivamente:



De acuerdo con lo visto en la pág.19, si la empresa (1) varía su tamaño a costos unitarios mínimos constantes deberá ser considerada como una nueva empresa, ya que modificará sus costos para un valor del volumen Q cualquiera.

Como hemos supuesto que la empresa (2) tiene un tamaño fijo mantendrá constantes sus costos proporcionales unitarios y sus costos fijos totales.

(*)

Supongamos que las utilidades unitarias de ambas empresas son mayores que cero para un determinado tamaño de la empresa (1).

Supongamos que la empresa (1) tiene un tamaño tal que se cumple que $(u')Epr \geqslant 0$ y $(u'')Epr \geqslant 0$, es decir, el estado prefinal es el estado final, subsisten las dos empresas y la empresa (1) desplaza a la (2).

(*)

Entonces, si la empresa (1) aumenta su tamaño y se mantienen las condiciones recién indicadas, se tendrá que:

—Disminuirá el precio de venta de la empresa (1), ya que de acuerdo a la fórmula (29) anterior, será:

$$(p')Ef = sp'' = (pt-cp'')\left(\frac{D-T'}{Qmax''}\right)+cp''$$

Luego, el precio de venta de la empresa (1) será función lineal decreciente de T'.

—Disminuirá la utilidad unitaria de la empresa (1) ya que siendo constantes sus costos unitarios mínimos, si disminuye su precio de venta, disminuirá su utilidad unitaria.

A este resultado también se puede llegar a partir de la fórmula (21) de la página 83:

$$(u')Ef = (pt-cp'')\left(\frac{Qmin''}{Qmax''}\right)+cp''-cm'$$

En este caso, el único término variable de la expresión es el primer término. Entonces, siendo (pt-cp'') siempre positivo, porque en caso contrario la empresa (2) no podría subsistir, a medida que Qmin'' disminuye, disminuirá el valor del primer término y con él el valor de la utilidad unitaria.

—Disminuirá la utilidad unitaria de la empresa (2).

En efecto, en las condiciones indicadas, la empresa (1) desplazará a la empresa (2) que venderá su volumen mínimo al precio tope.

Siendo constantes el precio de venta, los costos proporcionales unitarios y los costos fijos totales de la empresa (2), si disminuye su volumen de venta que es igual a su volumen mínimo Qmin'', disminuirá su utilidad unitaria.

A este resultado también se puede llegar a partir de la fórmula (23) de la página 84:

$$(u'')Ef = pt-cp''-\frac{Cf''}{Qmin''}$$

En este caso, la única magnitud variable es Qmin'' y si Qmin'' disminuye, aumentará el valor absoluto del último término y con ello disminuirá la utilidad unitaria.

(*)

A su vez, si la empresa (1) disminuye su tamaño, por razonamientos análogos se podrá demostrar que:

—Aumentará el precio de venta de la empresa (1).

Cuando se haga T' = Qmax' = di'', el precio de venta de la empresa (1) se hará igual al precio tope, ya que en este caso, según la fórmula (11) de la página 58 y la fórmula (3) de la página 43, se tendrá que:

$$\Delta Q = Qmax'-di'' = 0$$

$$(p)Ef = sp'' = pt-\left(\frac{pt-cp''}{Qmax''}\right)\Delta Q = pt$$

—Aumentará la utilidad unitaria de la empresa (1).

—Aumentará la utilidad unitaria de la empresa (2)

(*)

Por otro lado, analicemos la utilidad total de la empresa (1) en el ámbito para el cual (u')Epr$\geqslant$0 y (u'')Epr$\geqslant$0, es decir, en el ámbito en que subsisten las dos empresas y la (1) desplaza a la (2).

En este caso, según la fórmula (21) de la página 83:

$$(u')Ef = pt\left(\frac{Qmin''}{Qmax''}\right)-cp'+cp''-cp''\left(\frac{Qmin''}{Qmax''}\right)-\frac{Cf'}{Qmax'}$$

Para simplificar hagamos:

$$Qmax' = T' = x$$

$$Qmax'' = a$$

$$\frac{Cf'}{Qmax'} = b$$

Reemplazando, se tendrá que:

$$(u')Ef = pt\left(\frac{Qmin''}{a}\right) - cp' + cp'' - cp''\left(\frac{Qmin''}{a}\right) - b$$

La utilidad total de la empresa(1) será:

$$(U')Ef = U' = (u')Ef \;.\; Qmax' = (u')Ef \;.\; x$$

$$U' = pt\left(\frac{Qmin''\;x}{a}\right) - cp'\,x + cp''\,x - cp''\left(\frac{Qmin''\;x}{a}\right) - b\,x$$

Por otro lado, de la fórmula (7) de la página 57:

$$Qmin'' = Qmin' + Qmax'' - Qmax'$$

De la (8) de la página 57:

$Qmin' = di'' = di$, para simplificar la notación

Luego:

$$Qmin'' = di + Qmax'' - Qmax'$$

$$\frac{Qmin''}{Qmax''} = \frac{di}{Qmax''} + 1 - \frac{Qmax'}{Qmax''}$$

$$\frac{Qmin''\;.\;Qmax'}{Qmax''} = \frac{di}{Qmax''}Qmax' + Qmax' - \frac{Qmax'^2}{Qmax''}$$

$$\frac{Qmin''\;.\;Qmax'}{Qmax''} = \left(1 + \frac{di}{Qmax''}\right)Qmax' - \frac{Qmax'^2}{Qmax''}$$

Reemplazando por sus iguales:

$$\frac{Qmin''.x}{a} = \left(1+\frac{di}{a}\right)x - \frac{x^2}{a}$$

Reemplazando en la anterior:

$$U' = pt\left[\left(1+\frac{di}{a}\right)x - \frac{x^2}{a}\right] - cp'x + cp''x - cp''\left[\left(1+\frac{di}{a}\right)x - \frac{x^2}{a}\right] - bx$$

$$U' = pt\ x + \frac{pt.di}{a}x - \frac{pt}{a}x^2 - cp'x + cp''x - cp''x - \frac{cp''.di}{a}x + \frac{cp''}{a}x^2 - bx$$

$$U' = \left(pt + \frac{pt.di}{a} - cp' - \frac{cp''.di}{a} - b\right)x - \left(\frac{pt-cp''}{a}\right)x^2$$

$$U' = (pt-cp'-b)x + \frac{di}{a}(pt-cp'')x - \left(\frac{pt-cp''}{a}\right)x^2$$

$$\frac{dU'}{dx} = (pt-cp'-b) + \frac{di}{a}(pt-cp'') - 2\left(\frac{pt-cp''}{a}\right)x$$

En el máximo o mínimo:

$$\frac{dU'}{dx} = (pt-cp'-b) + \frac{di}{a}(pt-cp'') - 2\left(\frac{pt-cp''}{a}\right)x = 0$$

$$\frac{d^2U}{dx^2} = -\ 2\left(\frac{pt-cp''}{a}\right)$$

Como el segundo miembro es una constante negativa, el valor de x que satisface a la ecuación anterior corresponde a un máximo de la función.

Luego, el valor de la utilidad total pasará por un máximo para:

$$x = \frac{pt-cp'-b+di\left(\frac{pt-cp''}{a}\right)}{2\left(\frac{pt-cp''}{a}\right)} = \frac{1}{2}\,\frac{a}{(pt-cp'')}\left[pt-cp'-b\right] + \frac{1}{2}di$$

Reemplazando por sus valores:

$$T' = (T')Umax,cm{=}cte = \frac{1}{2}Qmax''\left[\frac{pt-cp'-(Cf'/Qmax')}{pt-cp''}\right] + \frac{1}{2}di''$$

$$(T')Umax,cm{=}cte = \frac{1}{2}\,Qmax''\left(\frac{pt-cm'}{pt-cp''}\right) + \frac{1}{2}\,di'' \qquad (30)$$

Más adelante en la página 137, demostraremos que si de la fórmula anterior resulta que $(T')Umax < di''$, este resultado no tendrá validez, y en este caso será $(T')Umax = di''$.

De acuerdo con lo dicho, siempre será:

$$(T')Umax \geqslant di''$$

siendo en la mayoría de los casos:

$$(T')Umax > di''$$

Hemos visto que la utilidad total de la empresa (1) pasará por un máximo cuando su tamaño sea $(T')Umax$. Pero si la empresa (1) aumenta su tamaño y antes de alcanzar este valor de T' resulta que $(U'')Epr < 0$, la fórmula inicial perderá su validez ya que la empresa (1) venderá su volumen máximo Qmax' a cm'' y no a sp'', y en consecuencia, la utilidad total de la empresa (1) no tomará el valor máximo que estamos considerando.

(*)

En un punto anterior hemos visto que si a partir de un determinado tamaño de la empresa (1), para el cual se cumple que $(u')Epr \geqslant 0$ y $(u'')Epr \geqslant 0$, ésta disminuye su tamaño, las utilidades unitarias de ambas empresas aumentarán, y en consecuencia mantendrán siempre valores mayores que cero.

Luego, si la empresa (1) disminuye su tamaño, subsistirán ambas empresas hasta que el volumen máximo de la empresa (1) se anule ($T' = 0$) y ésta deje de existir.

En un punto anterior hemos visto que si a partir de un determinado tamaño de la empresa (1), para la cual se cumple que $(u')Epr \geqslant 0$ y $(u'')Epr \geqslant 0$, ésta aumenta su tamaño, las utilidades unitarias de ambas empresas disminuirán.

Luego, para un tamaño suficientemente grande de la empresa (1), puede suceder que se anule la utilidad unitaria de la empresa (1) o la utilidad unitaria de la empresa (2).

Si se hace $(u'')Epr < 0$, mientras que se mantiene $(u')Epr \geqslant 0$, de acuerdo a lo visto en la página 88 , será $cm'' > sp''$ y $cm' \leqslant sp''$, y en consecuencia, este caso sólo será posible si $cm'' > cm'$.

Por la misma razón si se hace $(u')Epr < 0$ mientras se mantiene $(u'')Epr \geqslant 0$, deberá ser $cm' > cm''$, y si la utilidad unitaria de ambas empresas se hacen simultáneamente menores que 0, será $cm' = cm''$.

Entonces, si $cm' < cm''$, cuando se haga $(u'')Epr < 0$, sera $(u')Epr \geqslant 0$; luego, en este caso y en esta circunstancia la empresa (1) eliminará a la empresa (2) y venderá su volumen máximo al valor de los costos unitarios mínimos de la empresa (2), cm''. En adelante, si la empresa sigue aumentando su tamaño, su utilidad total aumentará, ya que sus costos unitarios mínimos y su precio de venta permanecerán constantes mientras que su volumen de ventas aumenta y esto ocurrirá hasta que la empresa (1) cubra toda la demanda.

Pero si $cm' > cm''$, cuando se haga $(u')Epr < 0$, será $(u'')Epr \geq 0$; luego, en este caso y en esta circunstancia la empresa (2) eliminará a la empresa (1).

Y si $cm' = cm''$, cuando se haga $(u')Epr < 0$, será $(u'')Epr < 0$; en este caso y en esta circunstancia las empresas (1) y (2) serán eliminadas del mercado.

(*)

Resumiendo los casos estudiados podremos decir que, si la empresa (1) de menor subprecio aumenta su tamaño manteniendo constantes sus costos unitarios mínimos y si las utilidades unitarias de ambas empresas son mayores que cero para un determinado tamaño de la empresa (1), se tendrá que:

Cuando el tamaño de la empresa (1) sea igual a la demanda insatisfecha por la empresa (2), $T' = di''$, su precio de venta será igual al precio tope, pt.

Si la empresa (1) aumenta su tamaño, mientras subsisten las dos empresas, su precio de venta disminuirá (ya que es función lineal decreciente de T'), y el precio de venta de la empresa (2) se mantendrá constante e igual al precio tope.

Cuando el precio de venta de la empresa (1) (que es igual al subprecio de la empresa (2)) se haga menor que los costos unitarios mínimos de una o de ambas empresas, serán eliminadas una o ambas empresas, respectivamente. Si subsiste una empresa, su precio de venta será igual a los costos unitarios mínimos de la empresa eliminada.

Si a partir de un tamaño suficientemente pequeño la empresa (1) aumenta su tamaño, aumentará su utilidad total; si esta situación se mantiene hasta un tamaño suficientemente grande de la empresa (1) su utilidad total alcanzará un valor máximo para luego disminuír de valor.

Para un tamaño suficientemente grande de la empresa (1), se tendrá que si para dicho tamaño resulta $(p')Epr = sp'' = cm'' - \mathcal{E}$, y $cm' < cm''$, la empresa (1) eliminará a la empresa (2) (caso a) y a medida que aumenta su tamaño aumentará su utilidad total hasta que cubra toda la demanda.

Pero si para dicho tamaño resulta $(p')Epr = sp'' = cm' - \mathcal{E}$ y $cm' > cm''$, la empresa (2) eliminará a la empresa (1) (caso c).

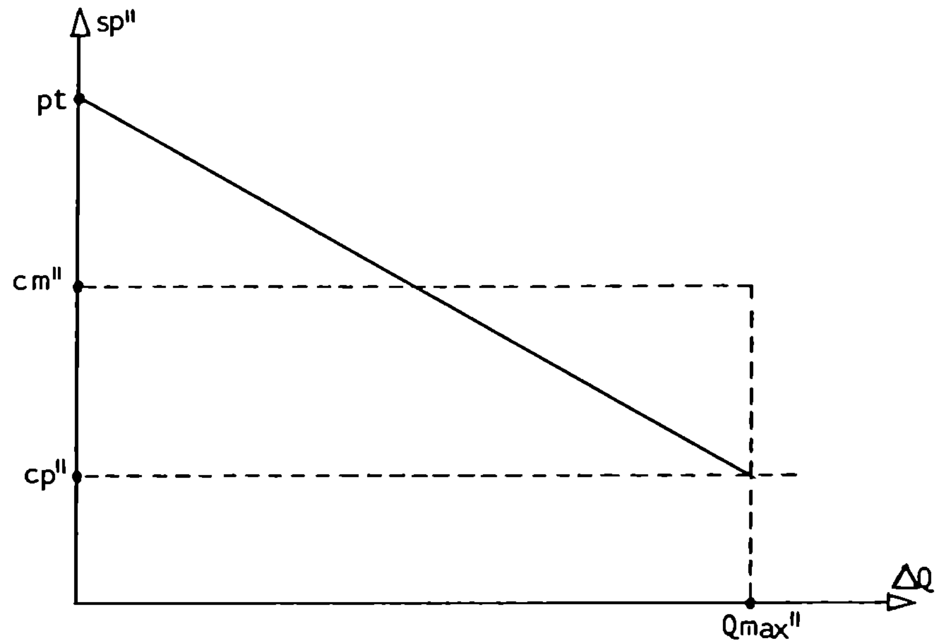
Y si para dicho tamaño resulta $(p')Epr = sp'' = cm' - \mathcal{E} = cm'' - \mathcal{E}$, serán eliminadas ambas empresas (caso b).

(*)

Estos resultados pueden observarse gráficamente.

De acuerdo con lo visto en la página 46, obtengamos gráficamente los subprecios de la empresa (2) en función del salto de volumen ΔQ cuando su volumen máximo Qmax'' permanece constante, que serán los precios de venta de la empresa (1). De acuerdo con lo visto en la página 62, estos subprecios tendrán validez para todos los valores de ΔQ, ya que cuando la empresa (1) aumente suficientemente su tamaño, el volumen máximo menor será el Qmax''.

A continuación mostramos el gráfico que nos dará los subprecios de la empresa (2) en las condiciones indicadas.



Según la fórmula (11) de la página 58:

ΔQ = Qmax' -di'' = T'-di''

Entonces, del gráfico anterior puede deducirse que:

—Si T' = di''. ΔQ = 0, sp'' = pt

—Si T' = di'' + Qmax'', ΔQ = Qmax'' , sp'' = cp''

Según se ha visto con anterioridad:

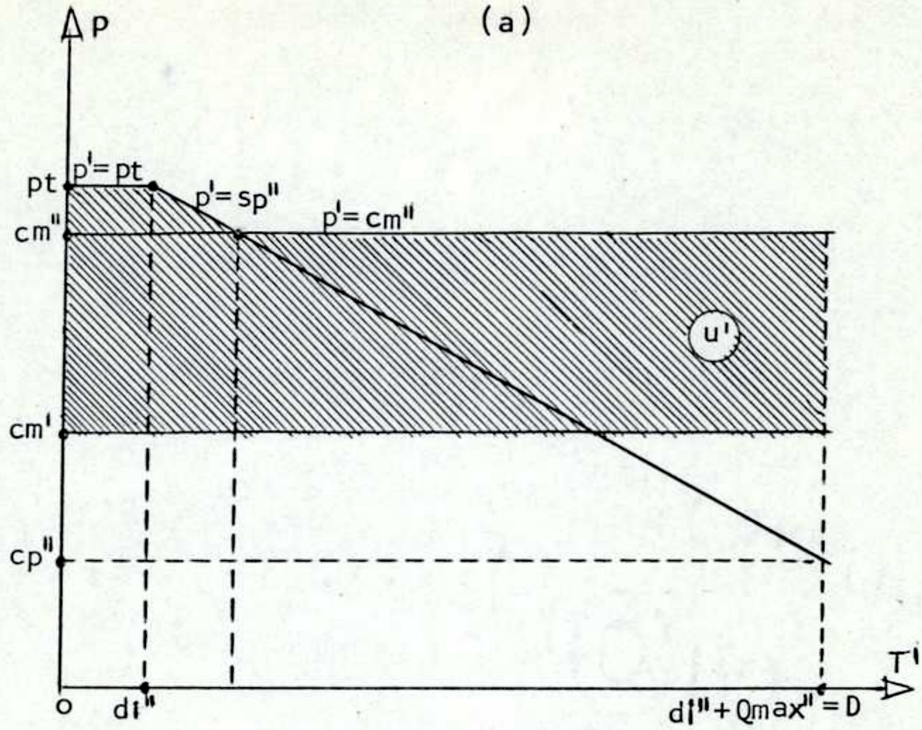
—Si (p')Epr = sp''$\geqslant$cm' y (p')Epr = sp''$\geqslant$cm'', la empresa (1) desplazará a la (2) y será (p')Ef = sp''.

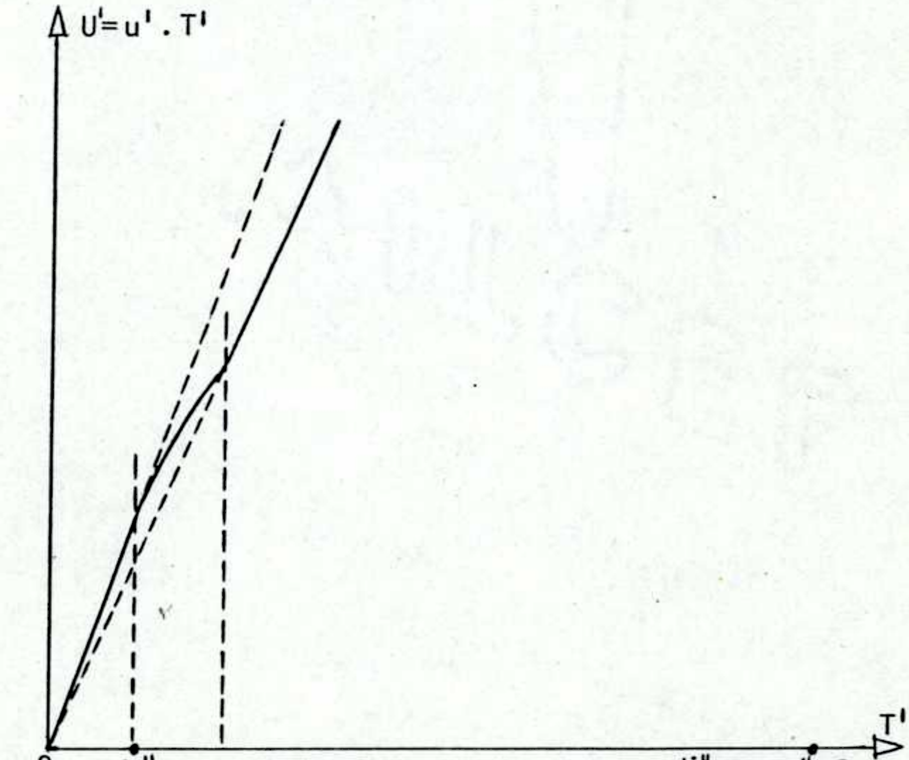
—Si cm'$<$cm'' y (p')Epr = sp'' = cm'' -$\mathcal{E}$, la empresa(1) eliminará a la (2), y en adelante será (p')Ef = cm'', y ,
U' = [cm''-cp'-(Cf'/T')] T' = (cm''-cm')T'

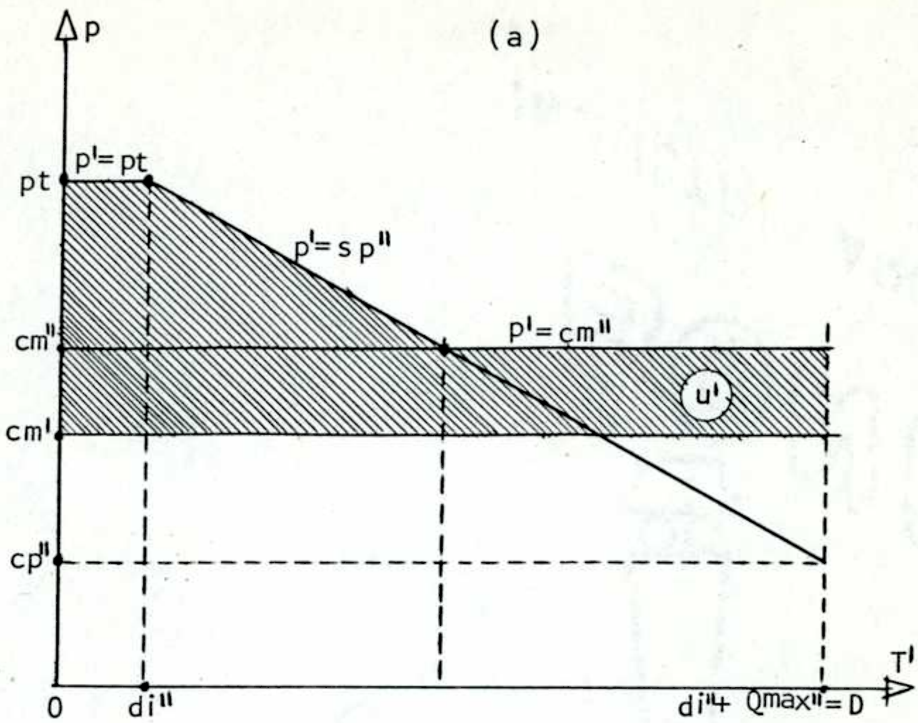
—Si cm' = cm'' y (p')Epr = sp'' = cm' - $\mathcal{E}$, serán eliminadas ambas empresas.

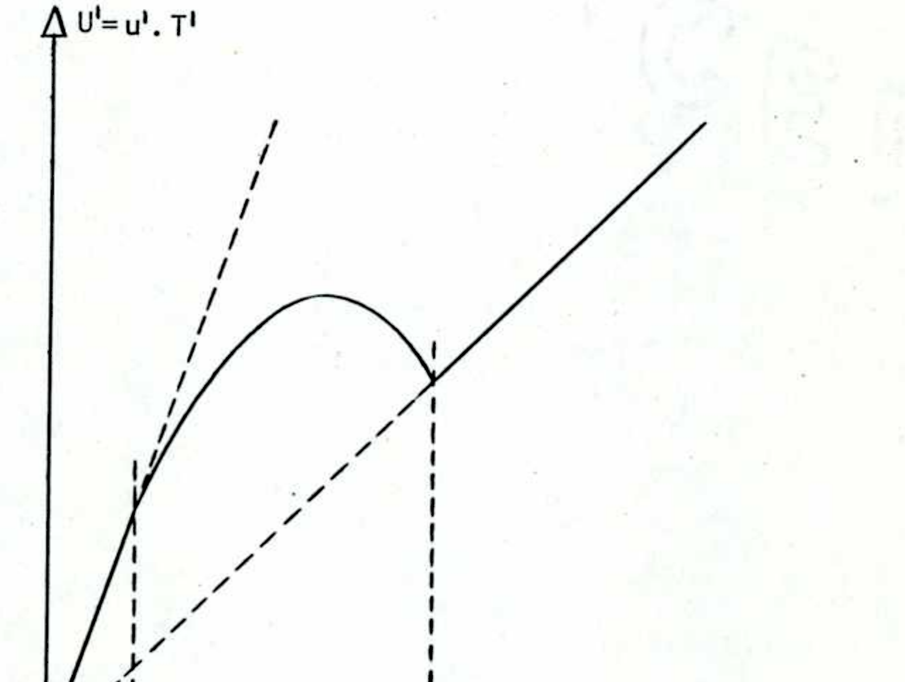
—Si cm'$>$ cm'' y (p')Epr = sp'' = cm' - $\mathcal{E}$, la empresa (1) será eliminada por la (2).

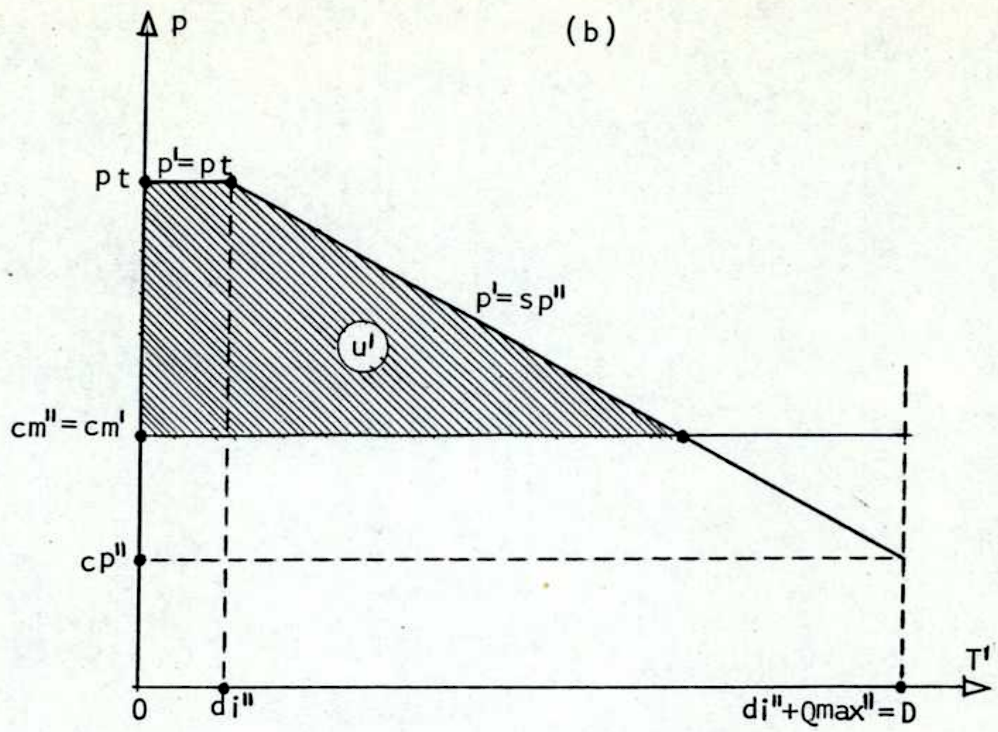
En las hojas siguientes se dan varios ejemplos, en los cuales se han mantenido constantes a di'', cp'' y cm' y se ha variado a cm''.

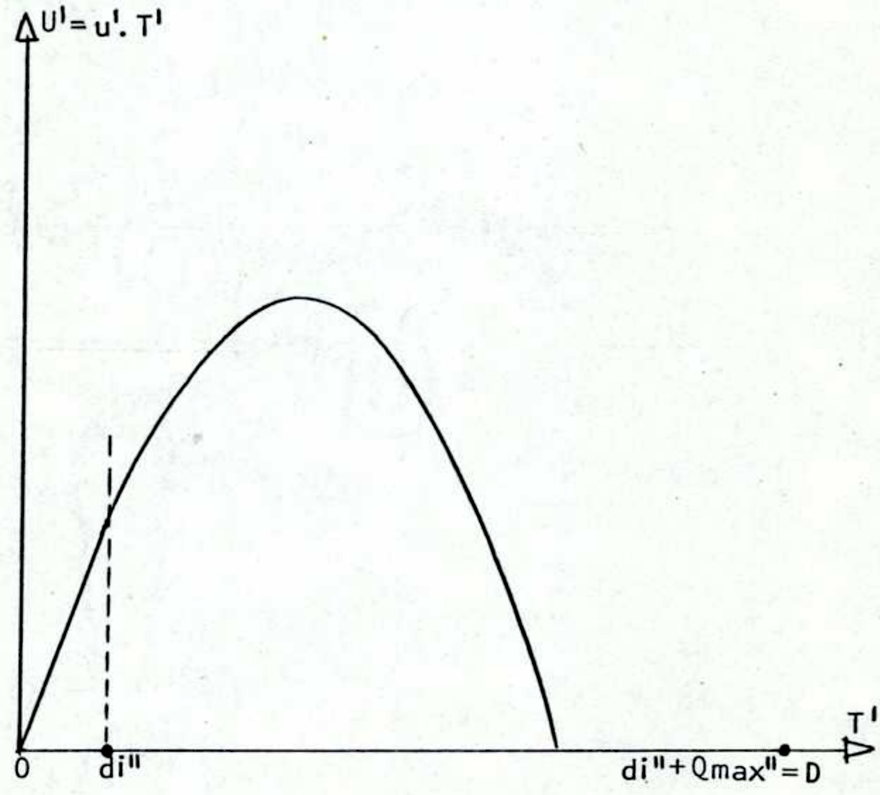

(a)
P
pt
p' = pt
p' = sp''
p' = cm''
cm''
u'
cm'
cp''
T'
o
di''
di'' + Qmax'' = D


U' = u' . T'
T'
0
di''
di'' + Qmax'' = D

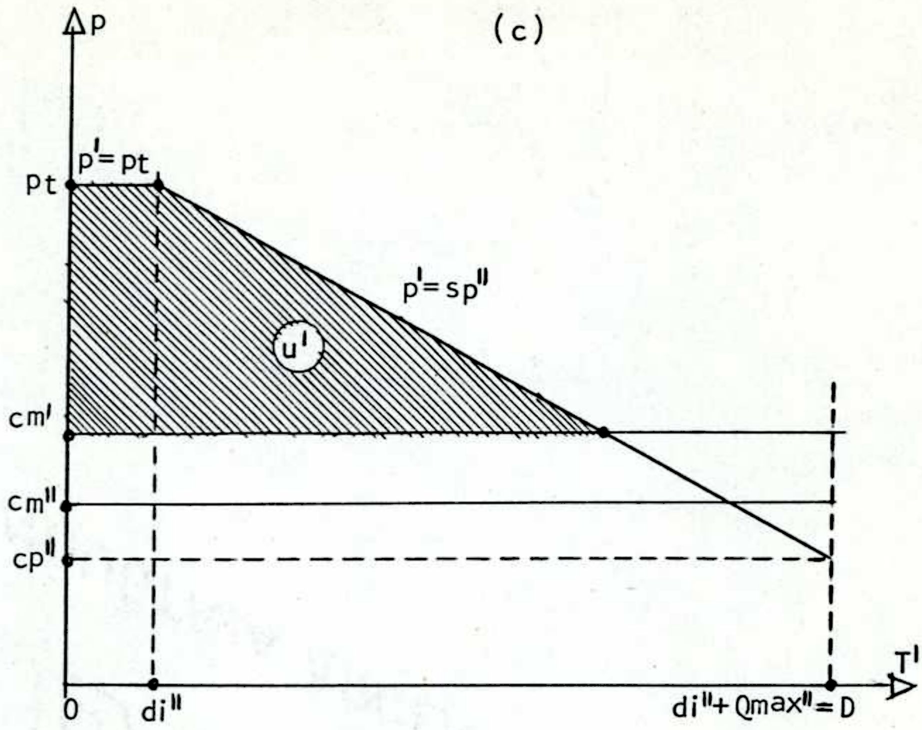

(a)
p
pt
p' = pt
p' = s p''
cm''
p' = cm''
u'
cm'
cp''
T'
0
di''
di'' + Qmax'' = D

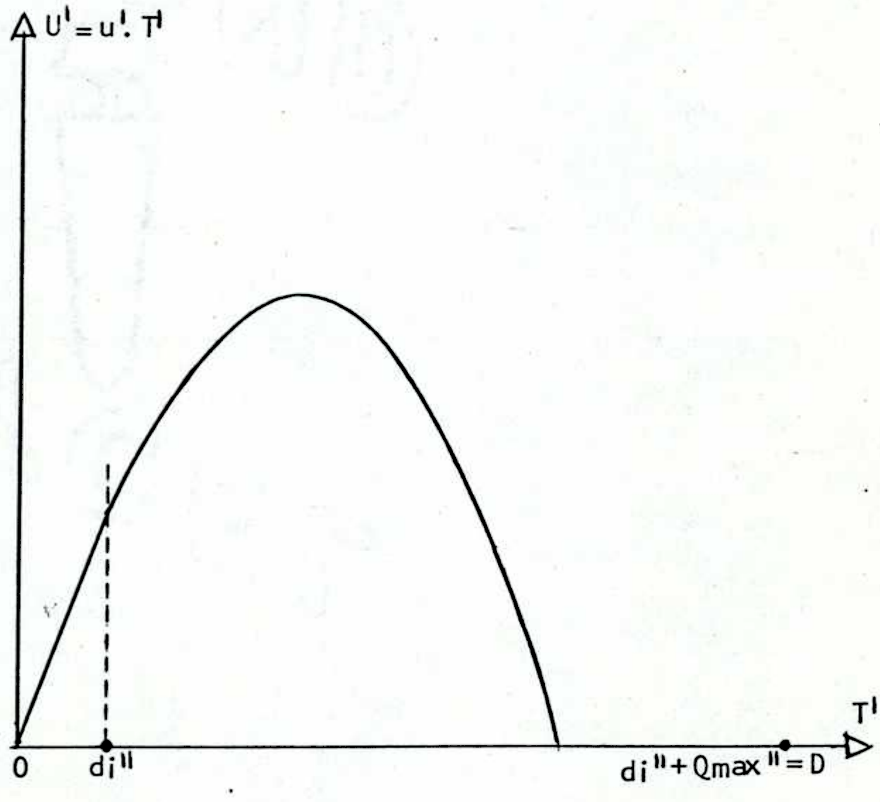

U' = u' . T'
T'
0
di''
di'' + Qmax'' = D


(b)
p
pt
p'=pt
p'=sp"
u'
cm"=cm'
cp"
T'
0
di"
di"+Qmax"=D

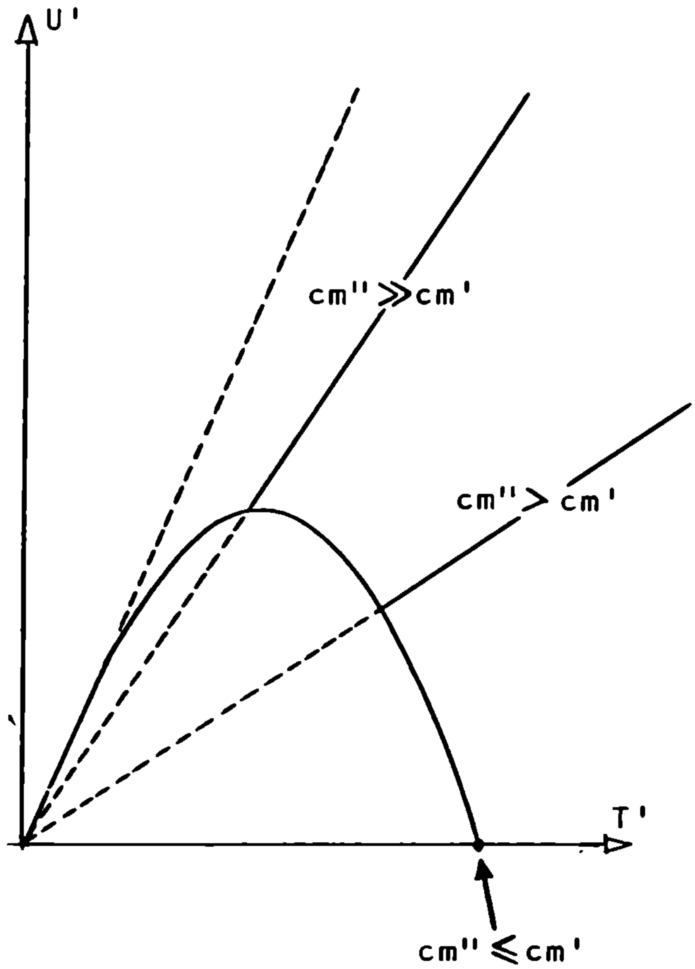

U'=u'. T'
T'
0
di"
di"+Qmax"=D

(c)





Resumiendo los resultados obtenidos, podemos ver que si se mantienen constantes: di'', cp'' y cm' mientras varía cm'' se obtiene la siguiente familia de curvas.



VARIACION DEL TAMAÑO DE LA EMPRESA DE MENOR SUBPRECIO A COSTOS PROPORCIONALES UNITARIOS Y COSTOS FIJOS TOTALES CONSTANTES.

Como se ha supuesto que la empresa (2) tiene un tamaño fijo, también mantendrá constantes sus costos unitarios proporcionales y sus costos fijos totales.

(*)

Supongamos que las utilidades unitarias de ambas empresas son mayores que cero para un determinado tamaño de la empresa (1).

Supongamos que la empresa (1) tiene un tamaño tal que se cumple que $(u')Epr \geqslant 0$ y $(u'')Epr \geqslant 0$ es decir, el estado prefinal es el estado final, subsisten las dos empresas y la empresa (1) desplaza a la (2).

(*)

Entonces, si la empresa (1) aumenta su tamaño y se mantienen las condiciones recién indicadas se tendrá que:

—Disminuirá el precio de venta de la empresa (1), ya que de acuerdo a la fórmula (29) de la página 59, será:

$$(p')Ef = sp'' = (pt-cp'')\left(\frac{D-T'}{Qmax''}\right)+cp''$$

Luego, el precio de venta de la empresa (1) será función lineal decreciente de T'.

—Disminuirá la utilidad unitaria de la empresa (2).

En efecto, en las condiciones indicadas, la empresa (1) desplazará a la empresa (2) que venderá su volumen mínimo al precio tope.

Siendo constantes el precio de venta, los costos proporcionales unitarios y los costos fijos totales de la empresa (2), si disminuye su volumen de ventas que es igual a su volumen mínimo Qmin'', disminuirá su utilidad unitaria.

A este resultado también se puede llegar a partir de la fórmula (23) de la página 84 :

$$(u'')Ef = pt-cp''-\frac{Cf''}{Qmin''}$$

En este caso, la única magnitud variable es Qmin'' y si Qmin'' disminuye, aumentará el valor absoluto del último término y con ello disminuirá la utilidad unitaria.

(*)

A su vez, si la empresa (1) disminuye su tamaño, por razonamientos análogos se podrá demostrar que:

—Aumentará el precio de venta de la empresa (1).

Cuando se haga T' = Qmax' = di'', el precio de venta de la empresa (1) se hará igual al precio tope, ya que en este caso según la fórmula (11) de la página 58, y la fórmula (3) de la página 43 se tendrá que:

$$\Delta Q = Qmax'-di'' = 0$$

$$(p')Ef = sp'' = pt-\left(\frac{pt-cp''}{Qmax''}\right)\Delta Q = pt$$

—Aumentará la utilidad unitaria de la empresa (2).

(*)

Por otro lado, analicemos la utilidad total de la empresa (1) en el ámbito para el cual (u')Epr$\geqslant$0 y (u'')Epr$\geqslant$0, es decir, en el ámbito en que subsisten las dos empresas competidoras y la (1) desplaza a la (2).

En este caso, según la fórmula (21) de la página 81.

$$(u')Ef = pt\left(\frac{Qmin''}{Qmax''}\right)-cp'+cp''-cp''\left(\frac{Qmin''}{Qmax''}\right)-\frac{Cf'}{Qmax'}$$

Para simplificar hagamos:

$Qmax' = T' = x$

$Qmax'' = a$

$Cf' = b$

Reemplazando, se tendrá que:

$$(u')Ef = pt\left(\frac{Qmin''}{a}\right) - cp' + cp'' - cp''\left(\frac{Qmin''}{a}\right) - \frac{b}{x}$$

La utilidad total de la empresa (1) será:

$$(U')Ef = U' = (u')Ef \; . \; Qmax' = (u')Ef \; . \; x$$

$$U' = pt\left(\frac{Qmin''.x}{a}\right) - cp'\,x + cp''\,x - cp''\left(\frac{Qmin''.\,x}{a}\right) - b$$

En la página 110 se ha demostrado que:

$$\frac{Qmin''\;.\;x}{a} = \left(1+\frac{di}{a}\right)x - \frac{x^2}{a}$$

Reemplazando:

$$U' = pt\left[\left(1+\frac{di}{a}\right)x - \frac{x^2}{a}\right] - cp'x + cp''x - cp''\left[\left(1+\frac{di}{a}\right)x - \frac{x^2}{a}\right] - b$$

$$U' = pt\;x + \frac{pt.di}{a}x - \frac{pt}{a}x^2 - cp'x + cp''x - cp''x - \frac{cp''.di}{a}x + \frac{cp''}{a}x^2 - b$$

$$U' = \left(pt + \frac{pt.di}{a} - cp' - \frac{cp''.di}{a}\right)x - \left(\frac{pt-cp''}{a}\right)x^2 - b$$

$$U' = (pt-cp')x + \frac{di}{a}(pt-cp'')x - \left(\frac{pt-cp''}{a}\right)x^2 - b$$

$$\frac{dU'}{dx} = (pt-cp') + \frac{di}{a}(pt-cp'') - 2\left(\frac{pt-cp''}{a}\right)x$$

En el máximo o mínimo:

$$\frac{dU'}{dx} = (pt-cp') + \frac{di}{a}(pt-cp'') - 2\left(\frac{pt-cp''}{a}\right)x = 0$$

$$\frac{d^2U'}{dx^2} = -2\left(\frac{pt-cp''}{a}\right)$$

Como el segundo miembro es una constante negativa, el valor de x que satisface a la ecuación anterior corresponde a un máximo de la función.

Luego, el valor de la utilidad total pasará por un máximo para:

$$x = \frac{(pt-cp') + di\left(\frac{pt-cp''}{a}\right)}{2\left(\frac{pt-cp''}{a}\right)} = \frac{1}{2}\, a\left(\frac{pt-cp'}{pt-cp''}\right) + \frac{1}{2}di$$

Reemplazando por sus valores:

$$(T')Umax, Cf=cte = \frac{1}{2}Qmax''\left(\frac{pt-cp'}{pt-cp''}\right) + \frac{1}{2}di''$$

Si $cp'=cp''$: $(T')Umax = \frac{1}{2}Qmax'' + \frac{1}{2}di'' = \frac{1}{2}D$

Más adelante, en la página 143, demostraremos que $(T')Umax > di''$.

La utilidad total de la empresa (1) pasará por un máximo para el valor indicado de $T' > di''$. Pero si la empresa

(1) aumenta su tamaño y antes de alcanzar este valor de T' resulta que $(U'')Epr < 0$ la fórmula inicial perderá su validez, y en consecuencia la utilidad total de la empresa (1) no tomará el valor máximo que estamos considerando.

(*)

La utilidad unitaria de la empresa (1) será para cualquier tamaño:

$$u' = (p'-cp') - \frac{Cf'}{Qmax'}$$

Si la empresa (1) disminuye su tamaño hasta que se haga Qmax' = 0, el último término de esta expresión se hará infinito y en consecuencia será siempre mayor que (p'-cp') con lo que su utilidad unitaria resultará negativa.

Luego, antes que se haga Qmax' = 0, es decir, para un valor aún positivo de Qmax', se hará (p'-cp') = Cf'/Qmax', con lo que la utilidad unitaria de la empresa (1) resultará nula.

Por otro lado, en un punto anterior hemos visto que, si a partir de un determinado tamaño de la empresa (1) para el cual se cumple que $(u')Epr \geqslant 0$ y $(u'')Epr \geqslant 0$, ésta disminuye su tamaño, la utilidad unitaria de la empresa (2) aumentará y en consecuencia se mantendrá siempre mayor que 0.

Luego, para un tamaño suficientemente pequeño de la empresa (1), su utilidad unitaria se anulará mientras que la utilidad unitaria de la empresa (2) será mayor que cero, y en consecuencia, la empresa (1) será eliminada por la (2).

Con anterioridad hemos visto que si a partir de un determinado tamaño de la empresa (1) para el cual se cumple que $(u')Epr \geqslant 0$ y $(u'')Epr \geqslant 0$, ésta aumenta su tamaño, la utilidad total de la empresa (2) disminuirá, y también, luego de pasar por un máximo disminuirá la utilidad total de la empresa (1).

Entonces, para un tamaño suficientemente grande de la empresa (1), puede suceder que se anule la utilidad unitaria de la empresa (1), o que se anule la utilidad unitaria de la empresa (2), y en consecuencia, puede suceder que la empresa (1) elimine a la (2), que la (2) elimine a la (1) o que ambas empresas se eliminen.

De este modo, según lo visto en la página 112, si $cm' < cm''$ cuando se haga $(u'')Epr < 0$, será $(u')Epr \geqslant 0$; luego, en este caso y en esta circunstancia la empresa (1) eliminará a la empresa (2) y venderá su volúmen máximo al valor de los costos unitarios mínimos de la empresa (2), cm''. En adelante, si la empresa (1) sigue aumentando su tamaño, su utilidad total aumentará, ya que sus costos proporcionales unitarios, sus costos fijos totales y su precio de venta permanecen constantes mientras que su volumen de ventas aumenta, y ésto ocurrirá hasta que la empresa (1) cubra toda la demanda.

Pero si $cm' > cm''$, cuando se haga $(u')Epr < 0$, será $(u'')Epr \geqslant 0$; luego, en este caso y en esta circunstancia la empresa (2) eliminará a la empresa (1).

Y si $cm' = cm''$, cuando se haga $(u')Epr < 0$, será $(u'')Epr < 0$; en este caso y en esta circunstancia las dos empresas serán eliminadas del mercado.

(*)

Resumiendo los casos estudiados podemos decir que si la empresa (1) de menor subprecio aumenta su tamaño manteniendo constantes sus costos proporcionales unitarios y sus costos fijos totales y si subsisten las dos empresas para un determinado tamaño de la empresa (1), se tendrá que:

Cuando el tamaño de la empresa (1) sea igual a la demanda insatisfecha por la empresa (2), T' = di'', su precio de venta será igual al precio tope, pt.

Si la empresa (1) aumenta su tamaño mientras subsisten las dos empresas, su precio de venta disminuirá (ya que es función lineal decreciente de T') y el precio de venta de la empresa (2) se mantendrá constante e igual al precio tope.

Cuando el precio de venta de la empresa (1) (que es igual al subprecio de la empresa (2)) se haga menor que los costos unitarios mínimos de una o de ambas empresas, serán eliminadas una o ambas empresas, respectivamente.

Si subsiste una empresa, su precio de venta será igual a los costos unitarios mínimos de la empresa eliminada.

Para un tamaño suficientemente pequeño de la empresa (1), ésta será eliminada por la empresa (2).

Para un tamaño mayor, subsistirán las dos empresas y la utilidad total de la empresa (1) aumentará al aumentar su tamaño; si subsiste la empresa (2) para un tamaño suficientemente grande de la empresa (1), su utilidad total alcanzará un valor máximo para luego disminuír su valor.

Para un tamaño suficientemente grande de la empresa (1) se tendrá que si para dicho tamaño resulta $(p')Epr = sp'' = cm'' - \varepsilon$, y $cm' < cm''$, la empresa (1) eliminará a la empresa (2) (caso a) y si aumenta su tamaño aumentará su utilidad total hasta que cubra toda la demanda.

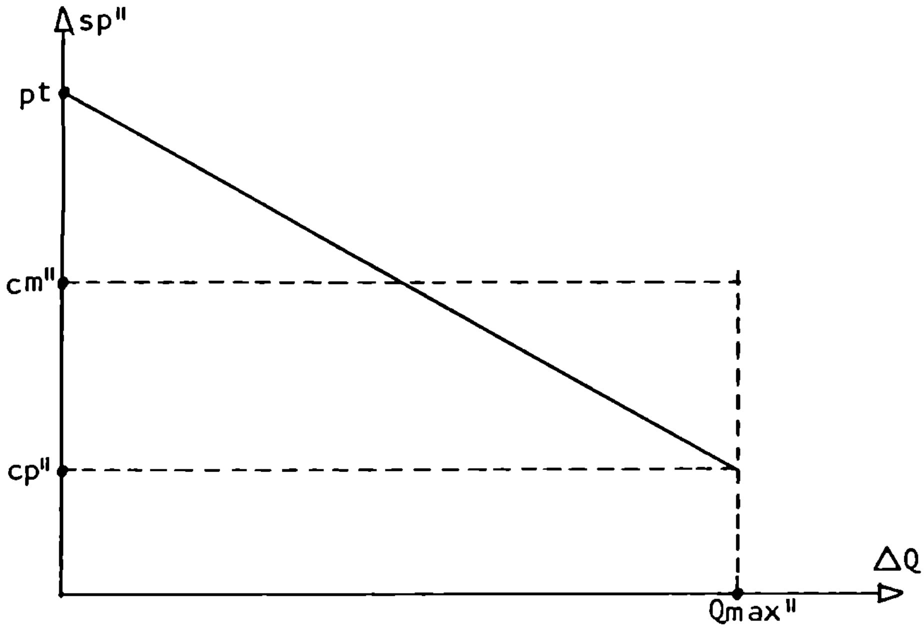
Pero si para dicho tamaño resulta $(p')Epr = sp'' = cm' - \varepsilon$, y $cm' > cm''$, la empresa (2) eliminará a la empresa (1) (caso c).

Y si para dicho tamaño resulta $(p')\ Epr = sp'' = cm' - \varepsilon = cm'' - \varepsilon$, serán eliminadas ambas empresas (caso b).

(*)

Estos resultados pueden observarse gráficamente.

De acuerdo con lo visto en la página 46, obtengamos gráficamente los subprecios de la empresa (2) en función del salto de volumen ΔQ cuando su volumen máximo Qmax'' permanece constante, que serán los precios de venta de la empresa (1). De acuerdo con lo visto en la página 62, estos subprecios tendrán validez para todos los valores de ΔQ, ya que cuando la empresa (1) aumente suficientemente su tamaño, el volumen máximo menor será el Qmax''



Según la fórmula (11) de la página 58:

ΔQ = Qmax' - di'' = T' - di''

Entonces, del gráfico anterior puede deducirse que:

—Si T' = di'', $\Delta Q = 0$, sp'' = pt

—Si T' = di''+Qmax'', ΔQ = Qmax'' sp'' = cp''

Según se ha visto con anterioridad:

—Si (p')Epr = sp'' $\geq$ cm'' y (p')Epr = sp'' $\geq$ cm'', la empresa (1) desplazará a la (2) y será (p')Ef = sp''.

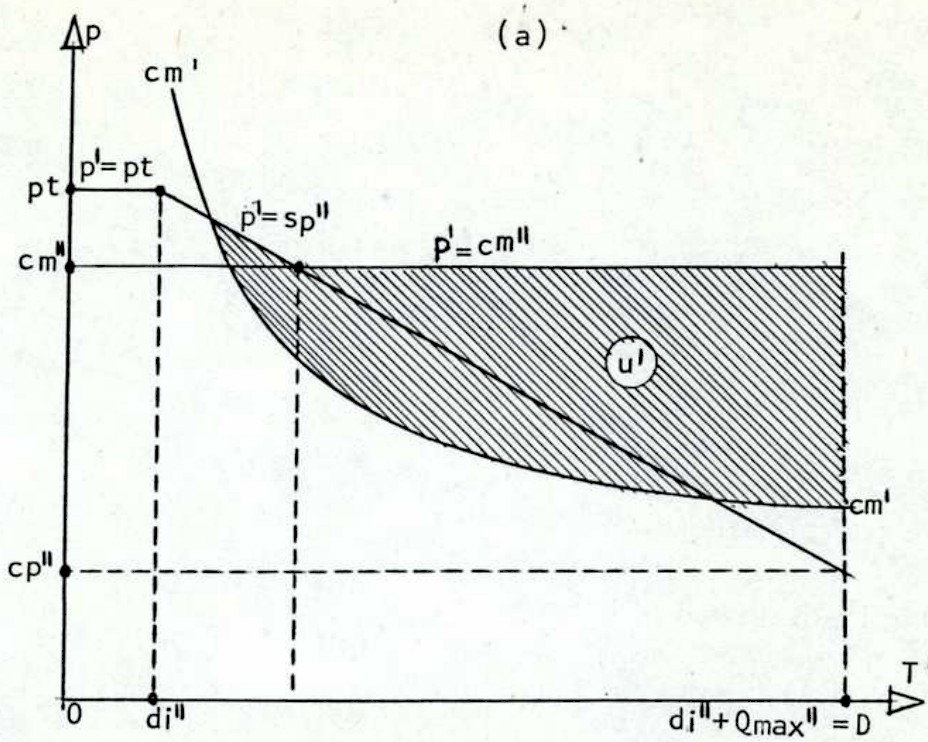
—Si $cm' < cm''$ y $(p')Epr = sp'' = cm'' - \mathcal{E}$, la empresa (1) eliminará a la (2) y en adelante será $(p')Ef = cm''$, y, $U' = (cm''-cp')T'-Cf'$

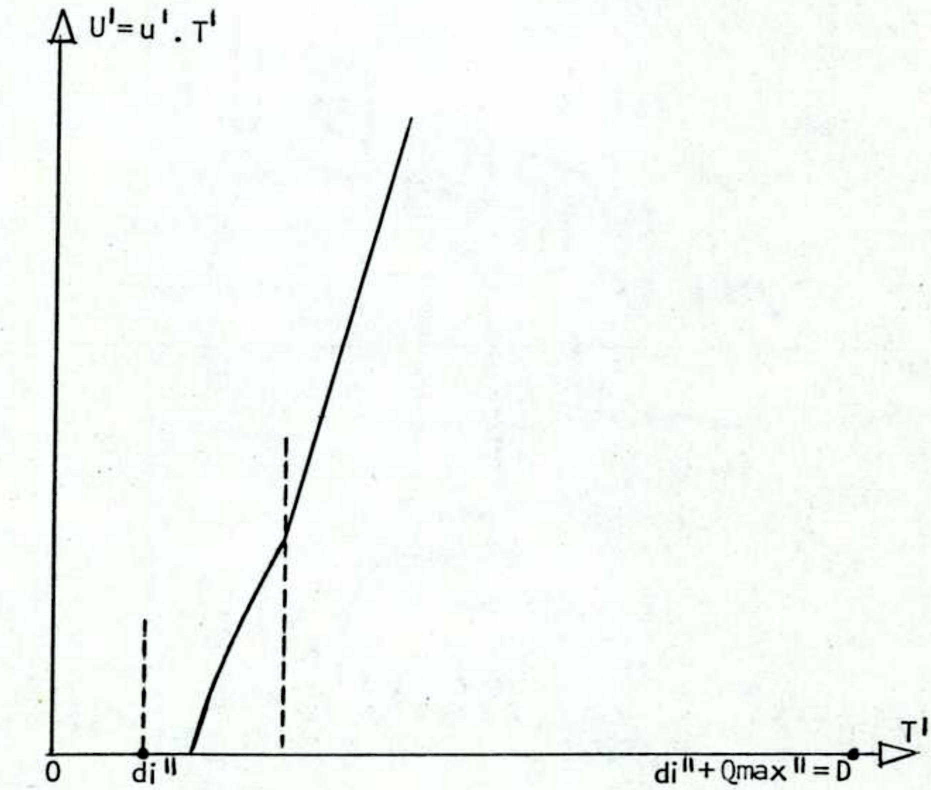
—Si $cm' = cm''$ y $(p')Epr = sp'' - cm' - \mathcal{E}$, serán eliminadas ambas empresas.

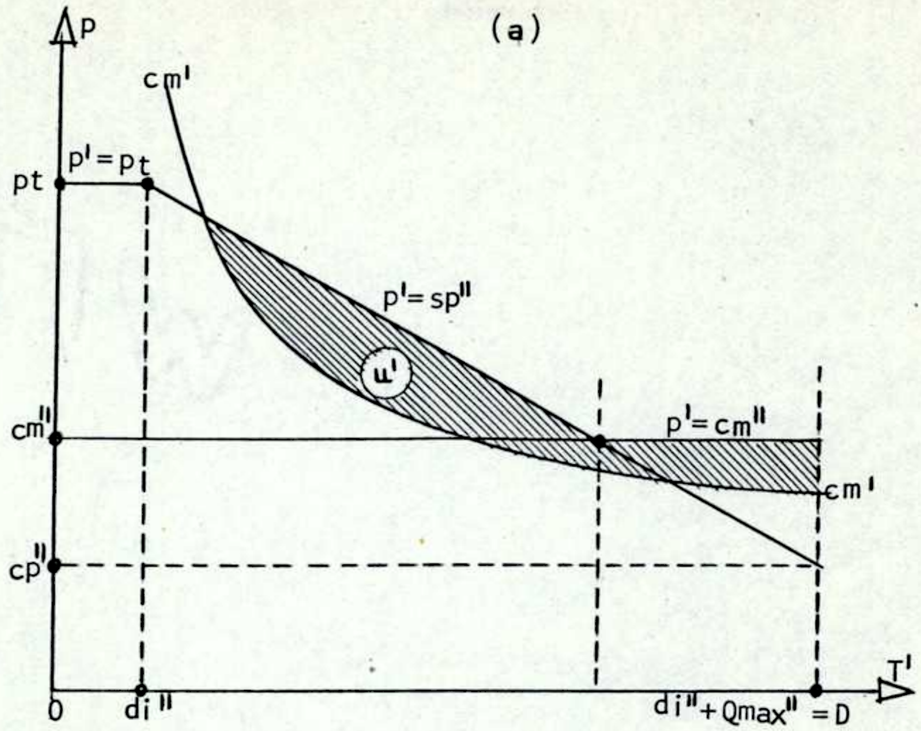
—Si $cm' > cm''$ y $(p')Epr = sp'' = cm' - \mathcal{E}$, la empresa (1) será eliminada por la (2).

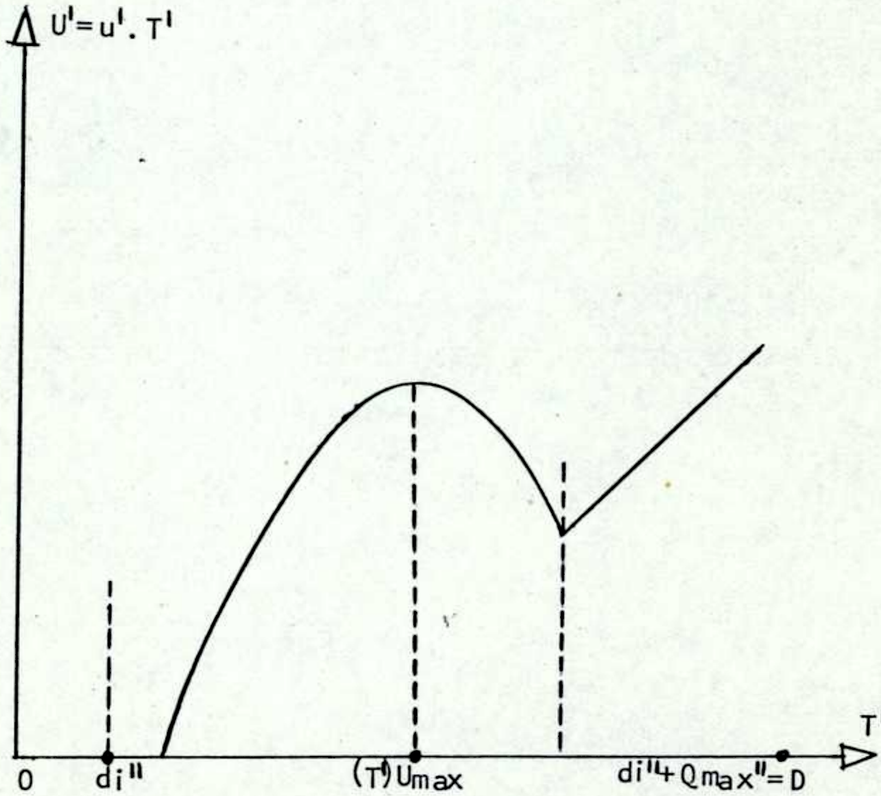
En las hojas siguientes se dan varios ejemplos en los cuales se han mantenido constantes di'', cp'', cp' y Cf' y se ha variado cm''.

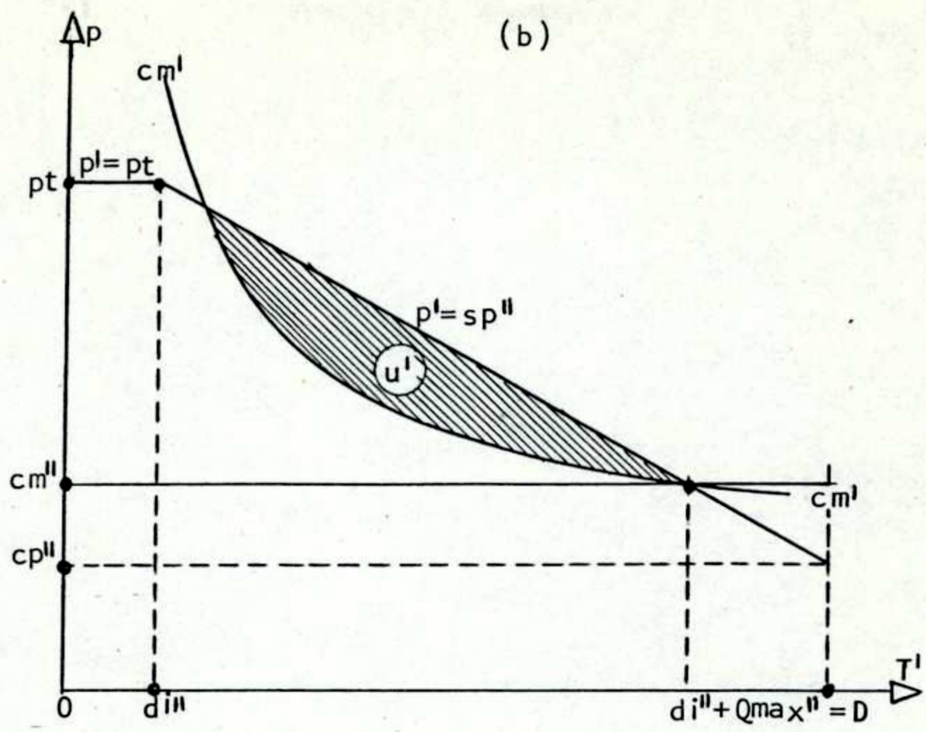
(a)

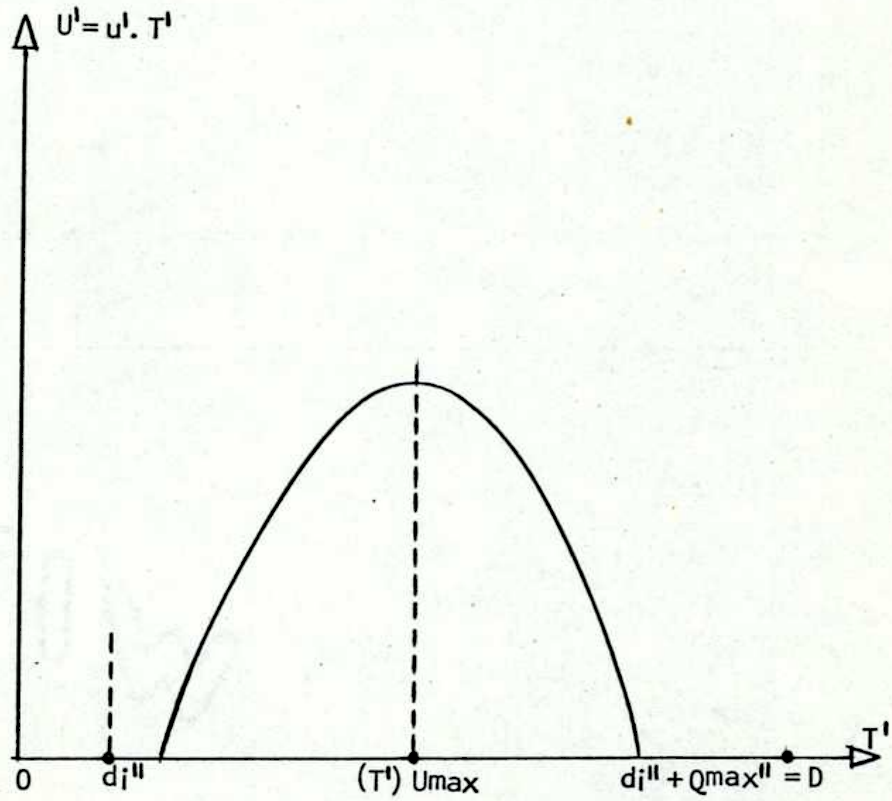




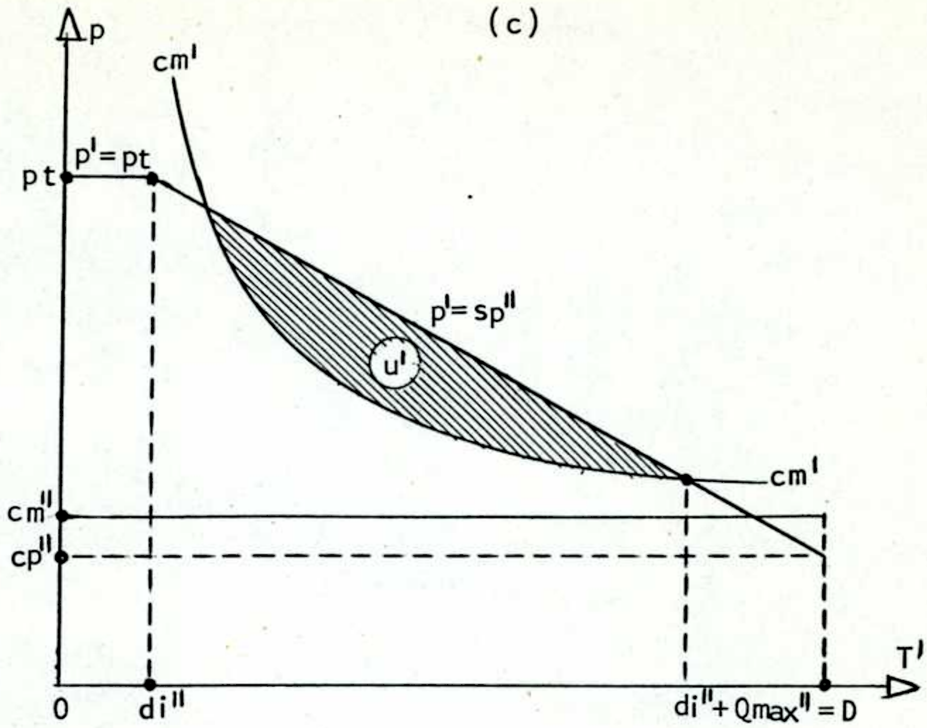

(a)
p
cm'
pt
p' = pt
p' = sp''
u'
cm''
p' = cm''
cm'
cp''
T'
0
di''
di'' + Qmax'' = D

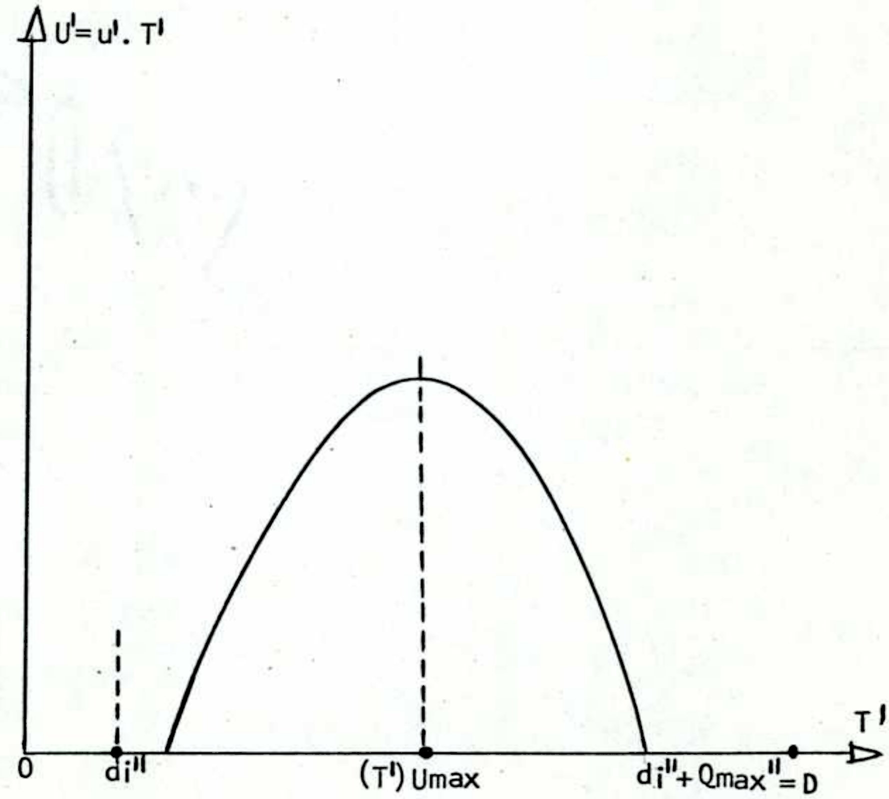

U' = u' . T'
T'
0
di''
(T')Umax
di''+ Qmax''= D


(b)
p
cm'
pt
p' = pt
p' = sp''
u'
cm''
cm'
cp''
T'
0
di''
di'' + Qmax'' = D

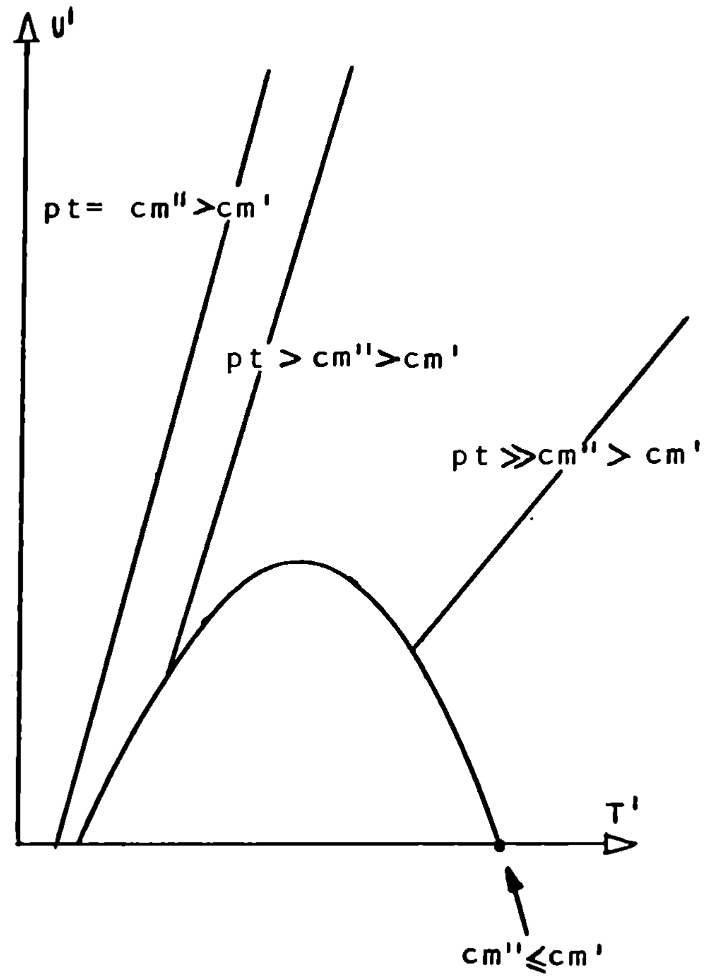

U' = u'. T'
T'
0
di''
(T') Umax
di'' + Qmax'' = D

(c)





Resumiendo los resultados obtenidos, podemos ver que si se mantienen constantes di'', cp'', cp' y Cf' mientras varía cm'', se obtienen las siguientes familias de curvas.



AMBITO DE VALIDEZ DE LOS RESULTADOS ANTERIORES

Los desarrollos anteriores se han hecho bajo los siguientes supuestos: la oferta es mayor o igual que la demanda, las empresas tienen distintos subprecios y la empresa de menor subprecio aumenta su tamaño mientras que la demanda y el tamaño de la otra empresa permanecen constante.

El estado para el cual la oferta es igual a la demanda debe ser considerado como un caso límite, ya que en esta situación las empresas tendrán subprecios iguales e iguales al precio tope, por resultar el salto de volumen ΔQ igual a cero.

Pero las condiciones impuestas exigen que desde un valor de la oferta mayor que la demanda en una cantidad tan pequeña como se quiera, sea la empresa de menor subprecio la que aumente su tamaño.

(**)

Analicemos el ámbito de validez de las fórmulas (28) y (29) de la página 105, de las fórmulas derivadas de ellas y de las fórmulas que dan los T'(Umax), es decir, de los resultados anteriores.

Para obtener estas fórmulas se ha establecido que:

$$D = Qmin'+Qmax'' \qquad \text{(en la página 104)}$$

$$D = Qmax'+Qmin'' \qquad \text{(en la página 104)}$$

$$Qmin' = di'' \qquad \text{(en la página 109)}$$

Estas igualdades pierden validez cuando $OF < D$ ó $di'' > T'$; y en consecuencia las fórmulas consideradas serán válidas siempre que se cumpla que:

$$di'' \leqslant T' \qquad (31)$$

Además, para hallar dichas fórmulas se ha establecido que:

$Qmax' = T'$ (en las páginas 103, 109 y 123)

Esta igualdad no es válida cuando $T' > D$ y en consecuencia las fórmulas consideradas serán válidas si:

$$T' \leqslant D \qquad (32)$$

Agrupando las condiciones (31) y (32), podremos decir que las fórmulas (28) y (29) de la página 105, las fórmulas derivadas de ellas y las fórmulas que dan los tamaños de la empresa de menor subprecio correspondientes a las utilidades totales máximas, es decir, los resultados anteriores, serán válidos siempre que se cumpla que:

$$di'' \leqslant T' \leqslant D \qquad (33)$$

(*)

Demostraremos más adelante, en la fórmula (42), de la página 143, que en todos los casos resultará:

$$di'' < (T')Umax,Cf=cte$$

También veremos, en la fórmula (38), de la página 143 que:

$$(T')Umax,cm=cte < (T')Umax,Cf=cte$$

De la comparación de estas dos fórmulas nada podemos deducir acerca del valor de $(T')Umax,cm'=cte$ respecto a di''.

Pero demostraremos ahora que, a semejanza del caso anterior, siempre debe ser:

$$di'' \leqslant (T')Umax,cm=cte$$

En efecto, si de la fórmula (30) de la página 111 resulta que $(T')Umax,cm=cte < di''$, éste resultado no será válido porque corresponderá a la extrapolación de la función

$U' = f(T')$ fuera de su ámbito de validez; pero la forma y la continuidad de esta función nos indican que, cuando resulta $(T')_{Umax,cm=cte} < di''$, si T' aumenta su valor a partir de $T' = di''$, disminuirá el valor de U'.

Por otro lado, si la empresa aumenta su tamaño a costos unitarios mínimos constantes en el ámbito para el cual $T' < di''$ u $OF < D$, su utilidad unitaria se mantendrá constante ya que el precio de venta será siempre el precio tope, y en consecuencia, su utilidad total aumentará continuamente hasta que la empresa alcance el tamaño para el cual $T' = di''$.

Estos razonamientos pueden corroborarse en el ejemplo de la página 147.

Luego, cuando resulte $(T')_{Umax,cm=cte} < di''$, este resultado no tendrá validez y en ese caso será $(T')_{Umax,cm=cte} = di''$.

En consecuencia, en todos los casos será:

$$di'' \leqslant (T')_{Umax,cm=cte} \qquad (34)$$

(*)

Si de las fórmulas correspondientes resultan que $(T')_{Umax,cm=cte} > D$, o $(T')_{Umax,Cf=cte} > D$, éstos resultados no serán válidos porque corresponderán a la extrapolación de las funciones $U' = f(T')$ fuera de su ámbito de validez; pero la forma y la continuidad de estas funciones nos indican que, en estos casos, si T' aumenta su valor hasta hacerse $T' = D$, el valor de U' aumentará continuamente.

Por otro lado, si la empresa (1) aumenta su tamaño por encima del valor de la demanda, su utilidad total permanecerá constante, ya que sus volúmenes de ventas, precios de venta, costos unitarios mínimos o costos fijos totales permanecerán constantes.

Luego, cuando resulte

$(T')U_{max,cm=cte} > D$ o $(T')U_{max,Cf=cte} > D$, estos resultados no tendrán validez y en estos casos serán $(T')U_{max,cm=cte} = D$ y $(T')U_{max,Cf=cte} = D$, respectivamente.

(**)

Por otro lado, los resultados anteriores serán válidos siempre que la empresa de menor subprecio, al aumentar su tamaño, se mantenga como tal, y dejarán de serlo cuando se igualen los subprecios de las empresas.

(*)

Analicemos ahora cual será la evolución de los subprecios de las empresas cuando la empresa de menor subprecio varía su tamaño mientras que la demanda y el tamaño de la otra empresa permanecen constantes.

De acuerdo con las fórmulas (28) y (29) de la página 105, el subprecio de las empresas (1) y (2) será,reséctivamente:

$$sp' = (pt-cp')\left(\frac{D-Qmax''}{T'}\right) + cp'$$

$$sp'' = (pt-cp'')\left(\frac{D-T'}{Qmax''}\right) + cp''$$

De estas expresiones se deduce que cuando la empresa de menor subprecio varía su tamaño, a D y Qmax'' constantes, su subprecio variará según la ecuación de una hipérbola. En el caso límite en que D = Qmax'', el subprecio permanecerá constante e igual a cp', pero en este caso puede considerarse que el subprecio varía según la ecuación de una hipérbola degenerada o recta asintótica, como se muestra en la figura (a) de la página 140.

Cuando la empresa de menor subprecio varía su tamaño, a D y Qmax'' constantes, el subprecio de la empresa de mayor subprecio variará según la ecuación de una recta, como se muestra en la figura (b) de la página 140.

De acuerdo con la fórmula (33) de la página 136, las ecuaciones anteriores que dan el valor de los subprecios, serán válidas si se cumple que:

$$di'' \leqslant T' \leqslant D$$

Para valores de $T' < di''$, se tendrá para ambas empresas que Qmax = Qmin, y en consecuencia, sp = pt, de acuerdo a la definición del subprecio.

Para valores de $T' > D$, el Qmax' permanecerá constante e igual a la demanda, Qmax' = D = cte, y en consecuencia los subprecios de ambas empresas permanecerán constantes,como se podría deducir de las ecuaciones anteriores si no se hubiera reemplazado Qmax' por T'.

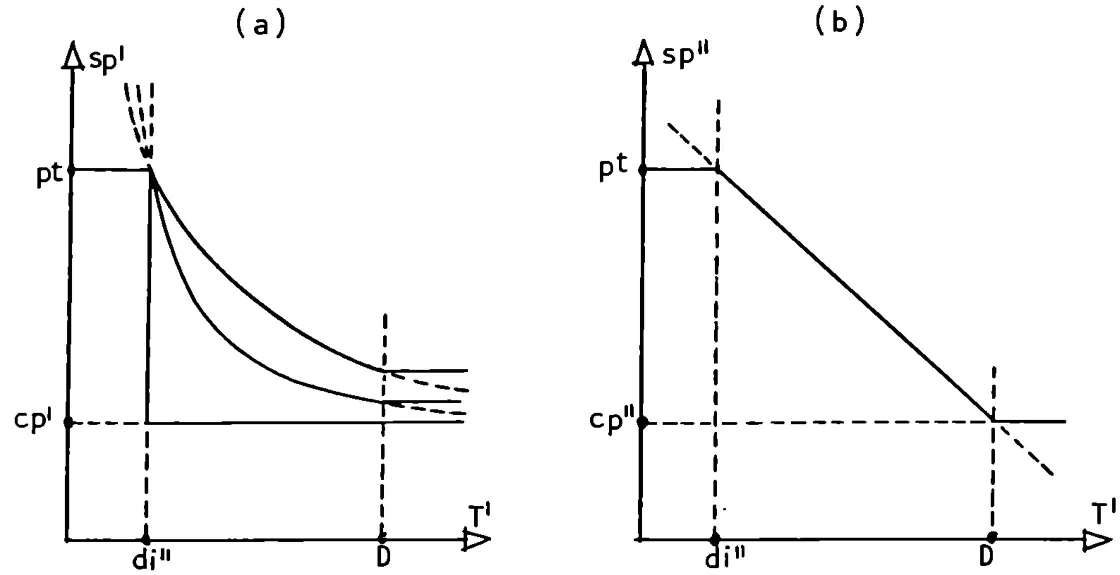
Por otro lado, de aquellas ecuaciones se deduce que:

Si T' = D-Qmax'' = di'', sp' = sp'' = pt

Si T' = D , sp'' = cp''

Si continuara la validez de la función y fuera $T' = \infty$ sería sp' = cp'.

En los gráficos siguientes se representará con línea punteada los valores de los subprecios dados por las ecuaciones anteriores fuera de su ámbito de validez.



(*)

Analicemos ahora en que circunstancias las empresas pueden igualar sus subprecios cuando aumenta el tamaño de la empresa de menor subprecio.

Conforme a la fórmula (3) de la página 43 y haciendo Qmax' = T', de acuerdo a lo establecido en la página 103, los subprecios de las empresas (1) y (2) serán:

$$sp' = pt - \left(\frac{pt - cp'}{T'}\right)\Delta Q$$

$$sp'' = pt - \left(\frac{pt - cp''}{Qmax''}\right)\Delta Q$$

Como se ha hecho Qmax' = T' y esta igualdad no es válida cuando $T' > D$, las fórmulas anteriores y las que deriven de ellas serán válidas si.

$$T' \leqslant D$$

Como pt y ΔQ son iguales para ambas empresas, si para un determinado tamaño de la empresa (1) los subprecios de ambas empresas se hacen iguales, se tendrá que:

$$T' = (T')_{sp'=sp''}$$

$$\frac{pt-cp'}{(T')_{sp'=sp''}} = \frac{pt-cp''}{Qmax''},$$

$$(T')_{sp'=sp''} = \left(\frac{pt-cp'}{pt-cp''}\right) Qmax'' \qquad (35)$$

Dados los términos de esta expresión, podremos obtener todos los casos posibles de la evolución de los subprecios de las empresas cuando el tamaño de la empresa de menor subprecio varíe desde $T' = di''$ hasta que se iguales los subprecios, si consideramos distintos valores de cp', cp'' y Qmax'' y recordamos que puede ser $Qmax'' \leqslant D$. Estos casos posibles se han representado en las figuras de la página siguiente.

Si $(T')_{sp'=sp''} > D$ este resultado no será válido de acuerdo con lo que hemos dicho y corresponderá a la extrapolación de las funciones subprecio fuera de su ámbito de validez; pero la forma y la continuidad de estas funciones nos indican que en este caso, será $sp' < sp''$ para todos los valores de T' posibles.

Luego, la empresa (1) de menor subprecio se mantendrá como tal, cuando sea:

$$T' < (T')_{sp'=sp''} = \left(\frac{pt-cp'}{pt-cp''}\right) Qmax'' \leqslant D, \text{ ó}$$

$T' \leqslant D$, si resulta $(T')_{sp'=sp''} > D$ de la aplicación de la fórmula.

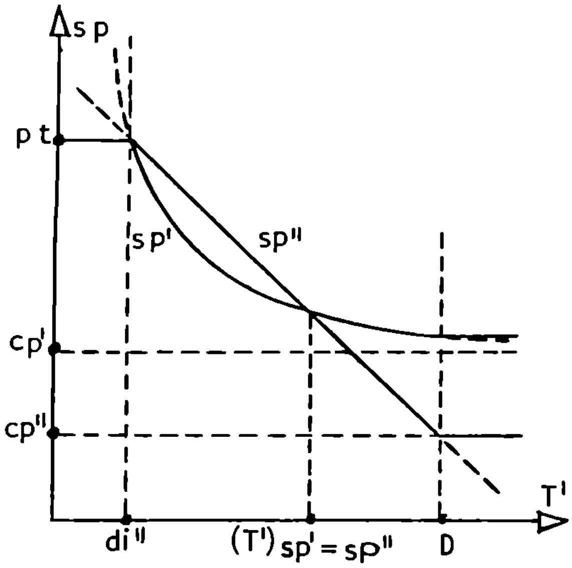
(*)

Demostraremos que cuando el tamaño de la empresa (1), variando en cualquiera de las dos formas consideradas (a cm o a Cf constantes), alcanza el valor correspondiente a sus

(a)

$cp' > cp''$

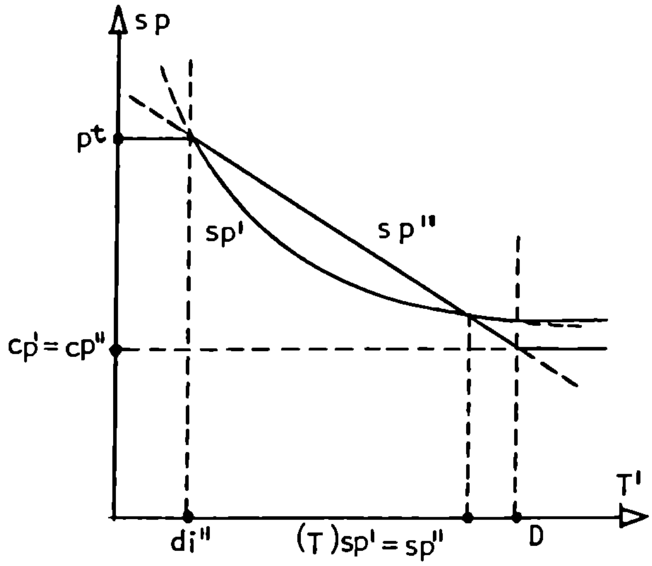
$(T')_{sp'=sp''} < Qmax'' \leq D$



(b)

$cp' = cp''$

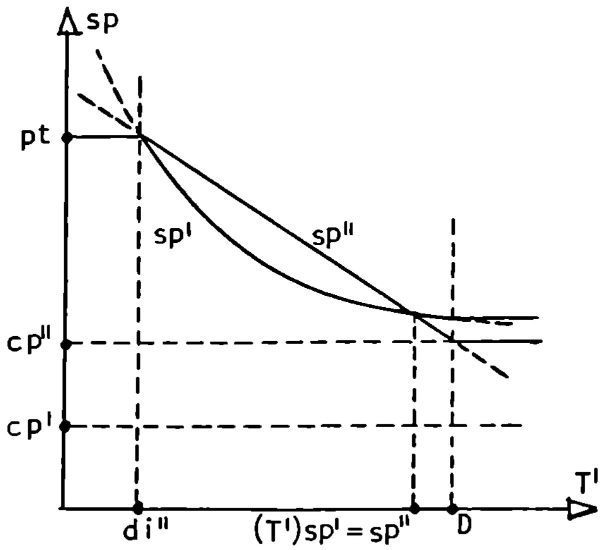
$(T')_{sp'=sp''} = Qmax'' \leq D$



(c)

$cp' < cp''$, $Qmax'' \ll D$

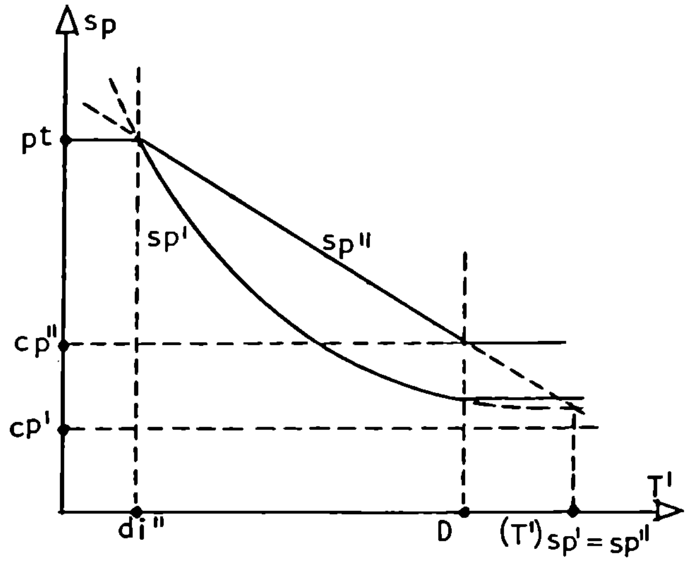
$(T')_{sp'=sp''} > Qmax'' \ll D$



(d)

$cp' < cp''$, $Qmax'' = D$

$(T')_{sp'=sp''} > Qmax'' = D$



utilidades totales máximas, el subprecio de la empresa (1) se mantiene menor que el subprecio de la empresa (2), como lo habíamos supuesto inicialmente en la página 104.

En efecto, de acuerdo a lo visto en las páginas 111 y 124.:

$$(T')Umax,cm=cte = \frac{1}{2}Qmax''\left(\frac{pt-cm'}{pt-cp''}\right)+ \frac{1}{2}di'' \qquad (36)$$

$$(T')Umax,Cf=cte = \frac{1}{2}Qmax''\left(\frac{pt-cp'}{pt-cp''}\right)+ \frac{1}{2}di'' \qquad (37)$$

Siendo $cm' > cp'$, se tendrá que:

$$(T')Umax,cm=cte < (T')Umax,Cf=cte \qquad (38)$$

Por otro lado, reemplazando el primer término del segundo miembro de la fórmula (37) por su igual valor dado por la (35), se tendrá que:

$$(T')Umax,Cf=cte = \frac{1}{2}\ (T')sp'=sp''+\frac{1}{2}di'' \qquad (39)$$

Si fuera $(T')sp'=sp'' = di''$, resultaría que $(T')Umax,Cf=cte = (T')sp'=sp''$. Pero, si para un valor de $OF > D$ hemos considerado que la empresa (1) tiene menor subprecio, cuando se haga $sp' = sp''$, será:

$$(T')sp'=sp'' > di'' \qquad (40)$$

En consecuencia, observando la (39) se tendrá que:

$$(T')Umax,Cf=cte < (T')sp'=sp'' \quad , y, \qquad (41)$$

$$(T')Umax,Cf=cte > di'' \qquad (42)$$

De la (38) y la (41) obtendremos que:

$$(T')_{Umax,cm=cte} < (T')_{Umax,Cf=cte} < (T')_{sp'=sp''} \quad (43)$$

Luego, cuando la empresa de menor subprecio aumenta su tamaño en cualquiera de las dos formas consideradas, se mantiene como tal al menos hasta alcanzar su utilidad total máxima.

Si cualesquiera de las expresiones anteriores pierden validez por resultar $T' > D$, hemos visto que la empresa de menor subprecio se mantendrá como tal hasta que $T' = D$, y en consecuencia, hasta alcanzar sus utilidades totales máximas corregidas.

(**)

Finalmente, si completamos la (43) con la (34) se tendrá que:

$$di'' \leqslant (T')_{Umax,cm=cte} < (T')_{Umax,Cf=cte} < (T')_{sp'=sp''} \quad (44)$$

De acuerdo a todo lo visto podemos decir que:

—Si de las fórmulas correspondientes, vistas en los párrafos anteriores, resulta que:
$(T')_{Umax,cm=cte} < di''$, ó, $(T')_{Umax,cm=cte} > D$, ó, $(T')_{Umax,Cf=cte} > D$ estos resultados no tendrán validez, y en estos casos serán, respectivamente $(T')_{Umax,cm=cte} = di''$, $(T')_{Umax,cm=cte} = D$, y, $(T')_{Umax,Cf=cte} = D$

—Los resultados de los párrafos anteriores serán válidos cuando la empresa (1) de menor subprecio aumenta su tamaño en algunas de las dos formas consideras ($cm' = cte$ o $Cf' = cte$) hasta alcanzar los valores correspondientes a sus utilidades totales máximas.

Pero, cuando el tamaño de la empresa (1) supera dichos valores, los resultados obtenidos serán válidos siempre que se cumpla que:

$$T' < (T')sp'=sp'' = \left(\frac{pt-cp'}{pt-cp''}\right) Qmax'' \leqslant D \quad , \text{ ó,}$$

$T' \leqslant D$, si resulta $(T')sp'=sp'' > D$ de la aplicación de la fórmula.

(**)

Si se hace $T' = (T')sp'=sp''$, no tendrá sentido que la empresa (1) siga aumentando su tamaño.

En efecto, si la empresa de menor subprecio aumenta su tamaño y para un tamaño determinado su subprecio se hace igual al de la otra empresa, un aumento de tamaño posterior tan pequeño como se quiera la transformará en la empresa de mayor subprecio; en estas condiciones, un nuevo aumento de tamaño tan pequeño como se quiera no tendrá sentido, porque siempre venderá su Qmin al pt.

Ejemplo

$D = 8$

$pt = 3$

$cm' = 2$, para el caso en que $cm' = cte$

$cp' = cp'' = 1$

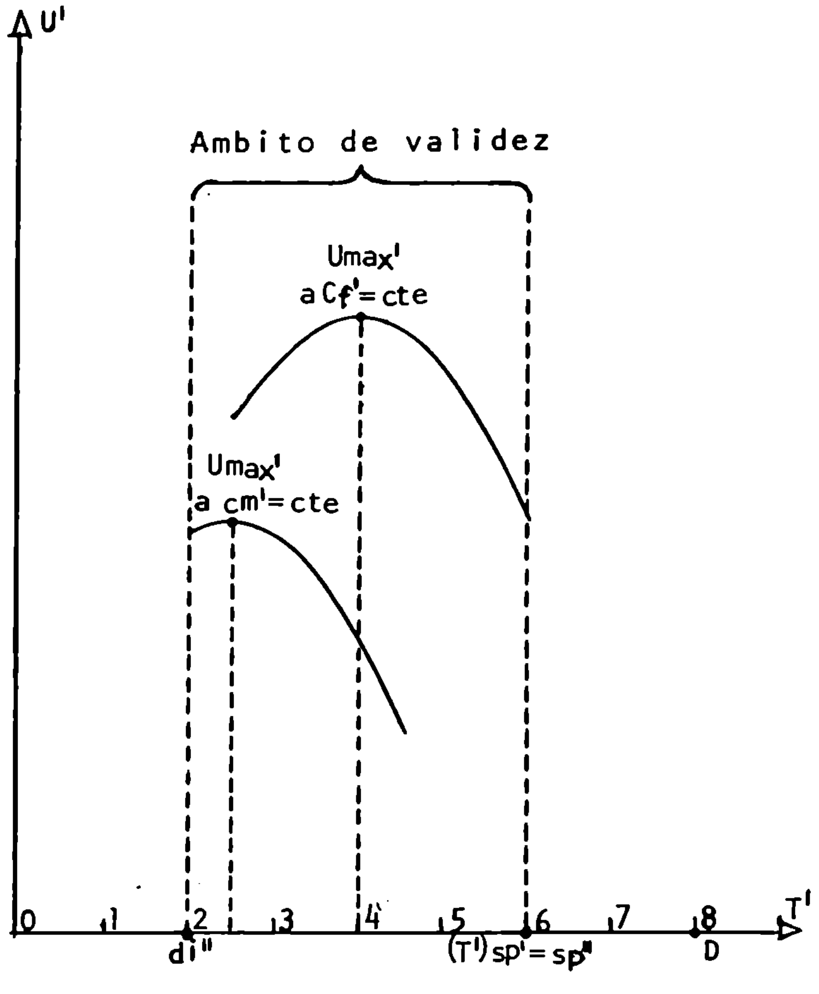
$Qmax'' = 6$

$$di'' = D - Qmax'' = 2$$

$$(T')Umax, cm=cte = \left(\frac{1}{2} \times 6 \times \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} \times 2\right) = 2,5$$

$$(T')Umax, Cf=cte = \left(\frac{1}{2} \times 6\right) + \left(\frac{1}{2} \times 2\right) = 4$$

$$(T')sp'=sp'' = 6$$



Ejemplo

$D = 10$

$pt = 3$

$cm' = cte = 2$

$cp' = cp'' = 1$

$Qmax'' = 6$

La empresa (1) aumenta su tamaño a cm' = cte

En la figura (a) de la página 148 se pueden observar los resultados que se obtienen de acuerdo con las condiciones establecidas:

$$(p')Ef = sp'' = pt - \left(\frac{pt - cp''}{Qmax''}\right) \Delta Q$$

válida sólo para valores (+) de ΔQ.

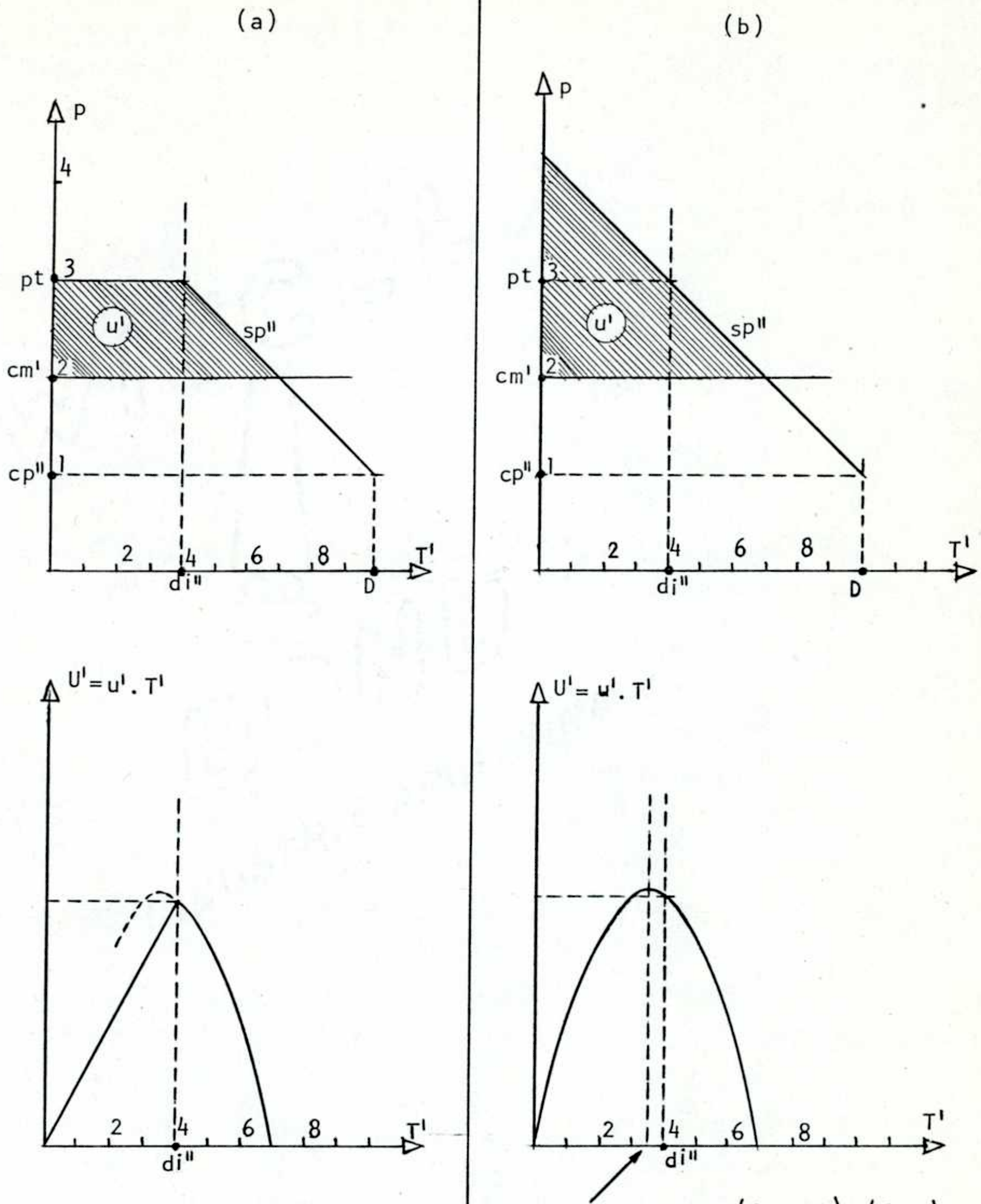
En la figura (b) de la página 148 se muestran los resultados que se obtendrían si:

$$(p')Ef = sp'' = pt - \left(\frac{pt - cp''}{Qmax''}\right) \Delta Q$$

fuera válida para valores (-) y (+) de ΔQ.

AUMENTO DEL TAMAÑO DE LA EMPRESA DE MENOR SUBPRECIO

En las páginas anteriores hemos analizado el aumento del tamaño de la empresa de menor subprecio cuando se mantienen constantes sus costos fijos totales o sus costos unita-



$$(T')U_{max}, cm' = cte = \left(\frac{1}{2} \times 6 \times \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} \times 4\right)$$

$$= 1,5 + 2 = 3,5$$

rios mínimos, pero estos constituyen dos casos teóricos que limitan las situaciones reales que pueden ocurrir.

En efecto, una empresa podrá aumentar su tamaño a costos fijos totales constantes, y éste será evidentemente un caso límite favorable, ya que supone un aumento de instalaciones manteniendo los costos fijos totales constantes.

Una empresa también podrá aumentar su tamaño a costos unitarios mínimos constantes, es decir a Cf/T constantes, y éste será un caso límite desfavorable ya que supone un aumento de tamaño sin ahorro en los costos fijos relativos. Una evolución de esta naturaleza siempre será posible, ya que por ejemplo, reproduciendo una empresa igual a la existente, se habrán duplicado su tamaño y sus costos fijos totales, manteniendo constantes sus Cf / T.

Luego, en general, cuando una empresa aumenta su tamaño lo hará dentro de dos casos límites: a costos fijos totales o a costos unitarios mínimos constantes.

Entonces, teniendo en cuenta este resultado y de acuerdo a la fórmula (44) de la página 144, podremos decir que en los casos reales la empresa de menor subprecio obtendrá su mayor utilidad total en el ámbito para el cual $OF \geqslant D$ o $T' \geqslant di''$, y cuando su tamaño esté comprendido entre $(T')_{Umax,cm=cte}$ y $(T')_{Umax,Cf=cte}$.

Además, de la fórmula mencionada se deduce que cuando $(T')_{sp'=sp''}$ se aproxima al valor de la di'', también lo hacen los $(T')_{Umax}$, apróximandose al estado por el cual OF = D.

AUTOLIMITACION DEL VOLUMEN DE VENTAS MAXIMO EN LAS EMPRESAS DE DISTINTO SUBPRECIO.

Diremos que una empresa autolimita su volumen de ventas máximo, o simplemente que autolimita su volumen, cuando por su propia decisión y con el objeto de aumentar su utilidad total, se comporta como si tuviera un volumen máximo menor que su volumen máximo real.

De acuerdo a lo dicho, si una empresa autolimita su volumen actuará como si disminuyera su tamaño a costos fijos totales constantes.

Contrariamente a lo establecido hasta ahora, supongamos que las empresas pueden autolimitar el volumen si de esta forma aumentan la utilidad total y determinemos los estados finales que las mismas alcanzarán en estas condiciones. (*)

Hemos visto que si varía el tamaño de la empresa (1) de menor subprecio a costos fijos totales constantes, ésta obtendrá su mayor utilidad total cuando su tamaño se haga igual a:

$$(T')Umax,Cf=cte = \frac{1}{2}Qmax''\left(\frac{pt-cp'}{pt-cp''}\right) + \frac{1}{2}di''$$

$$\text{Si } cp'=cp'': \quad (T')Umax,Cf=cte = \frac{1}{2}Qmax''+\frac{1}{2}di'' = \frac{1}{2}D$$

En consecuencia, si el volumen máximo de la empresa (1) es mayor que (T')Umax,Cf=cte, en el estado prefinal esta empresa obtendrá la mayor utilidad total posible si reduce su volumen de ventas desde el volumen máximo hasta este valor, aunque resulte menor. Esto se explica porqué el precio de venta de la empresa es el subprecio de la otra, y una disminución de su volumen provoca un aumento de precio que compenza con ganancia aquella pérdida de volumen.

Entonces, en el estado prefinal la empresa (1) de menor subprecio se comportará como si su volumen máximo, Qmax', fuera igual a (T')Umax,Cf=cte. De esta forma, en dicho estado la empresa (1) venderá un volumen igual a (T')Umax,Cf=cte al valor del subprecio de la empresa (2), y ésta venderá su volumen mínimo al precio tope, haciendo la aclaración que dicho subprecio y este volumen mínimo se calcularán como si el volumen máximo Qmax' fuera igual a (T')Umax,Cf=cte.

Luego, si la empresa de menor subprecio tiene su volumen máximo mayor que (T')Umax,Cf=cte, autolimitará su volumen y para hallar el estado prefinal su volumen máximo Qmax' deberá ser considerado igual a (T')Umax,Cf=cte.

Pero si en el estado final se eliminan una o ambas empresas, es decir, si hay eliminación de empresas, la empresa de menor subprecio no autolimitará su volumen.

En efecto, si en el estado final se elimina la empresa de mayor subprecio, la empresa de menor subprecio venderá su volumen máximo a un valor igual a los costos unitarios mínimos de la empresa eliminada, y en este caso aumentará su utilidad total si deja de autolimitar su volumen o aumenta su tamaño a costos fijos totales constantes, hasta que éste se haga igual a la demanda. Si en el estado final se elimina la empresa de menor subprecio, ésta disminuirá el valor de sus costos unitarios mínimos si deja de autolimitar su volumen o aumenta su tamaño a costos fijos totales constantes, y si estos costos unitarios mínimos se hicieran menores que los de la empresa de mayor subprecio evitará su eliminación del mercado. Además, si en el estado final se elimina la empresa de menor subprecio, la empresa de mayor subprecio deberá vender su volumen máximo a un valor igual a los costos unitarios mínimos de la empresa de menor subprecio sin limitación de volumen, porque si adoptara un precio mayor, como el correspondiente a los costos unitarios mínimos de la empresa de menor subprecio con su volumen limitado, podría ser desplazada por esta empresa si reapareciera en el mercado sin limitar su volumen.

Y si en el estado final se eliminan ambas empresas, la empresa de menor subprecio disminuirá el valor de sus costos unitarios mínimos si aumenta su tamaño a costos fijos totales constantes,y si éstos costos unitarios mínimos se hicieran menores que los de la empresa de mayor subprecio y que el precio tope, podría evitar su eliminación del mercado.

De todo lo dicho se deduce que si en el estado final hubiera eliminación de empresas, la empresa de menor subprecio dejaría de autolimitar su volumen.

Por otro lado, hemos visto que si la empresa de menor subprecio de las características indicadas autolimita su volumen, aumentará su utilidad total, y también aumentará la utilidad total de la empresa de mayor subprecio, ya que aumentará su volumen al precio tope. Inversamente, si la empresa de menor subprecio no autolimita su volumen disminuírá la utilidad total de ambas empresas.

Luego, si la empresa de menor subprecio autolimita su volumen y en el estado final hay eliminación de empresas, es decir la utilidad total de una o ambas empresas es menor que cero, también habrá eliminación si dicha empresa no autolimita su volumen, ya que en este caso disminuirá la utilidad total de ambas empresas. Entonces, si la empresa de menor subprecio deja de autolimitar su volumen, en el nuevo estado final también habrá eliminación de empresas, y en consecuencia, para hallarlo, se deberán considerar los volúmenes máximos originales de las empresas y los costos unitarios mínimos correspondientes.

Luego, si la empresa de menor subprecio tiene su volumen máximo $Qmax'$ mayor que $(T')Umax,Cf=cte$, autolimitará su volumen de ventas máximo, y para hallar los estados prefinal y final sus volúmenes máximos $Qmax'$ deben ser consideradas iguales a $(T')Umax,Cf=cte$.

Pero si en dicho estado final hay eliminación de empresas, la empresa de menor subprecio no autolimitará su volumen, y para hallar el nuevo estado final su volumen máximo debe ser considerado igual a su volumen máximo original. En este nuevo estado final también habrá eliminación de empresas, y en consecuencia, para hallarlo sólo se deberán considerar los volúmenes máximos originales de las empresas y sus costos unitarios mínimos correspondientes.

Ejemplo

$pt = 3$

$D = 5$

$$OF \begin{cases} \text{empresa } (1) \begin{cases} T' = 3 \\ cp' = 1 \\ cm' = 2 \end{cases} \\ \text{empresa } (2) \begin{cases} T'' = 4 \\ cp'' = 1 \\ cm'' = 2 \end{cases} \end{cases}$$

....

$$\Delta Q = Qmax'-Qmin' = 3-1 = 2$$

$$sp' = pt-\left(\frac{pt-cp'}{Qmax'}\right)\Delta Q = 3-\left(\frac{3-1}{3}\right)2 = 1{,}66$$

$$sp'' = 3-\left(\frac{3-1}{4}\right)2 = 2$$

$$(U')Epr = (sp''-cm')Qmax' = (2-2)3 = 0$$

$$(U'')Epr,eq = (2-2)4 = 0$$

Luego, en el estado final la utilidad total de ambas empresas será nula.

Analicemos si la empresa (1) puede autolimitar su volumen.

$$(T')Umax,Cf=cte = \frac{1}{2}Qmax''\left(\frac{pt-cp'}{pt-cp''}\right)+\frac{1}{2}di''$$

$$(T')Umax,Cf=cte = \left(\frac{1}{2}x4 \quad x1\right)+\left(\frac{1}{2}x1\right) = 2,5$$

Luego, si la empresa (1) autolimita su volumen a 2,5, aumentará la utilidad total de ambas empresas:

$$Qmax' = 2,5$$

$$\Delta Q = 2,5 - 1 = 1,5$$

$$sp' = 3-\left(\frac{3-1}{2,5}\right)1,5 = 1,8$$

$$sp'' = 3-\left(\frac{3-1}{4}\right)1,5 = 2,25$$

$$(U')Epr = (2,25-2)2,5 = 0,62$$

$$(U'')Epr,eq = (2,25-2)4 = 1$$

(*)

Si la empresa de mayor subprecio autolimita su volumen de ventas máximo, es decir, reduce su tamaño a costos fijos totales constantes, aumentará el subprecio de ambas empresas como puede deducirse de la fórmula (4) de la página 43, ya que disminuye Qmax'' y en consecuencia aumenta Qmin' mientras que los otros factores permanecen constantes.

Si la empresa de mayor subprecio reduce su tamaño, puede ocurrir que se mantenga como empresa de mayor subprecio hasta que su tamaño se haga igual a la demanda insatisfecha por la empresa de menor subprecio, di', en cuyo caso será OF = D y se igualarán los subprecios de ambas empresas porque se hará $\Delta Q = 0$.

Pero también puede suceder que si la empresa de mayor subprecio reduce su tamaño, iguale el subprecio de la empresa de menor subprecio antes que su tamaño se haga igual a la di'. Este será el caso de los ejemplos (a), (b) y (c) de la página 142, si la empresa de menor subprecio aumenta su tamaño suficientemente hasta igualar y luego sobrepasar el subprecio de la otra empresa, convirtiéndose en consecuencia en la empresa de mayor subprecio. Entonces, si invirtiendo el sentido de la evolución la empresa disminuye su tamaño, igualará el subprecio de la otra empresa cuando su tamaño sea mayor que di'.

De lo dicho se desprende que si la empresa de mayor subprecio autolimita su volumen, es decir, reduce su tamaño a costos fijos totales constantes, igualará el subprecio de la empresa de menor subprecio para un valor $T'' \geqslant di'$.

Conforme a la fórmula (3) de la página 43 y haciendo Qmax'' = T'', ya que si la empresa (2) reduce su volumen máximo original el volumen máximo resultante será siempre igual a T'', se tendrá que:

$$sp' = pt - \left(\frac{pt - cp'}{Qmax'}\right)\Delta Q$$

$$sp'' = pt - \left(\frac{pt - cp''}{T''}\right)\Delta Q$$

El ámbito de validez de estas expresiones será igual al que fue establecido para las ecuaciones del subprecio que hemos considerado con anterioridad. Como pt y ΔQ son iguales para ambas empresas, si para un determinado tamaño de la empresa (2) los subprecios de ambas empresas se hacen iguales, se tendrá que:

$$T'' = (T'')_{sp''=sp'}$$

$$\frac{pt-cp'}{Qmax'} = \frac{pt-cp''}{(T'')_{sp''=sp'}}$$

Luego:

$$(T'')_{sp''=sp'} = \frac{pt-cp''}{pt-cp'}\, Qmax'$$

Si $(T'')_{sp''=sp'} < di'$, este resultado no será válido porque corresponderá a una extrapolación de la función subprecio fuera de su ámbito de validez, pero nos indicará que las empresas no igualan sus subprecios para un valor de T'' mayor que di'.

Por otro lado, como siempre que se haga T'' = di' será sp' = sp'' = pt por ser $\Delta Q = 0$, podemos decir que cuando resulte $(T'')_{sp''=sp'} < di'$, este resultado no tendrá validez y en este caso será $(T'')_{sp''=sp'} = di'$.

Si la empresa de mayor subprecio autolimita su volumen y resulta $(T'')_{sp''=sp'} = di'$, en toda la evolución indicada la empresa se mantendrá como la de mayor subprecio, venderá el volumen mínimo al precio tope y obtendrá igual utilidad total. Pero al aumentar el valor de su subprecio aumentará la utilidad total de la otra empresa, que vende su volumen máximo al valor del subprecio de la empresa de mayor subprecio.

Luego, en este caso, la empresa de mayor subprecio no autolimitará su volumen, ya que con ello no aumentará su utilidad total y sólo logrará aumentar la utilidad total de la otra empresa.

Pero si la empresa de mayor subprecio autolimita su volumen y resulta $(T'')sp''=sp'>di'$, la situación será distinta. Cuando la empresa considerada tenga mayor subprecio venderá el volumen mínimo al precio tope y cuando iguale el subprecio de la otra empresa también venderá, con certeza, el volumen mínimo al precio tope, como se verá más adelante en el capítulo correspondiente a empresas de igual subprecio.

Luego, si la empresa de mayor subprecio autolimita su volumen hasta igualar el subprecio de la otra empresa, obtendrá la misma utilidad total.

Pero, como se verá más adelante en el capítulo mencionado, si las empresas de igual subprecio autolimitan sus volúmenes aumentarán sus utilidades totales y en consecuencia, la empresa de mayor subprecio obtendrá mayor utilidad total que la correspondiente a su estado original sin autolimitar su volumen.

Luego, si $(T'')sp''=sp'>di'$, la empresa de mayor subprecio autolimitará su volumen hasta igualar el subprecio de la otra empresa, y a partir del estado en que las empresas tienen igual subprecio, ambas empresas autolimitarán sus volúmenes.

Si inicialmente se dan las condiciones como para que ambas empresas autolimiten sus volúmenes, puede llegarse a resultados distintos según que la empresa de mayor subprecio iguale el subprecio de la empresa de menor subprecio antes o después que esta autolimite su volumen.

Para determinar la secuencia de autolimitaciones que conviene a cada una de las empresas habrá que plantear todos los casos posibles y analizarlos. Pero si tenemos en cuenta que, como se verá más adelante, la autolimitación de volumen sirve tan solo para orientar a las empresas en las transformaciones que les convienen y que de todas formas las empresas concluirán igualando sus subprecios, llegaremos a la conclusión que un estudio de esta naturaleza no tendrá aplicaciones prácticas. Por esta razón la omitiremos y estableceremos con el alcance de una primera aproximación que si se dan las condiciones indicadas la empresa de mayor subprecio igualará el subprecio de la empresa de menor subprecio antes que ésta autolimite su volumen.

Finalmente, si repetimos ahora las consideraciones hechas en el punto anterior para la autolimitación de volumen de la empresa de menor subprecio cuando en el estado final hay eliminación de empresas, pero aplicamos a la empresa de mayor subprecio todo lo dicho en aquella oportunidad para la empresa de menor subprecio, llegaremos a resultados iguales.

Luego, si la empresa de mayor subprecio tiene $(T'')sp''=sp' > di'$, autolimitará su volumen de ventas máximo hasta igualar el subprecio de la otra empresa y su volumen máximo $Qmax''$ deberá ser considerado igual a $(T'')sp''=sp'$. A partir del estado en que las empresas tienen igual subprecio, ambas empresas autolimitarán sus volúmenes de acuerdo a las reglas de autolimitación de volúmenes en las empresas de igual subprecio.

Si inicialmente se dan las condiciones como para que ambas empresas autolimiten sus volúmenes, se cumplirá el enunciado anterior.

Pero si procediendo de esta forma en el estado final hay eliminación de empresas, la empresa de mayor subprecio no autolimitará su volumen, y para hallar el nuevo estado final su volumen máximo debe ser considerado igual a su volumen máximo original. En este nuevo estado final también habrá eliminación de empresas, y en consecuencia, para hallarlo sólo deberá ser considerados los volúmenes máximos originales de las empresas y sus costos unitarios mínimos correspondientes.

(*)

Si a los resultados obtenidos al estudiar los estados prefinal y final de dos empresas de distintos subprecios le agregamos los resultados anteriores, podremos prescindir de la condición impuesta en aquella oportunidad que decía que las empresas no autolimitaban sus volúmenes de ventas máximos y que le quitaba generalidad al tratamiento allí realizado.

(*)

La autolimitación del volumen es una posibilidad teórica que da una orientación a las transformaciones que deben realizar las empresas para aumentar sus utilidades.

Pero la importancia práctica de la autolimitación de volumen es discutible, por las siguientes razones:

—Las empresas que autolimitan sus volúmenes son empresas "pasadas" de tamaño, es decir, con tamaños mayores que los óptimos, y en consecuencia tendrán costos fijos totales exagerados y serán propensas a ser eliminadas. Al respecto recordemos que en el caso de haber eliminación de empresas no habrá autolimitación de volúmenes.

—Hemos visto que autolimitar el volumen de una empresa es equivalente a reducir su tamaño a costos fijos totales constantes.

Pero si una empresa autolimita su volumen, es difícil que mantenga por mucho tiempo sus costos fijos totales constantes, ya que si disminuye su tamaño aprovechará para reducir dichos costos fijos y mejorar su situación económica.

Luego, la autolimitación de volumen no tendrá vigencia práctica, y en su lugar, las empresas reducirán sus tamaños, conforme a lo que se verá en el apartado siguiente.

REDUCCION DEL TAMAÑO DE LAS EMPRESAS

La empresa de mayor subprecio que es desplazada y las empresas que deben autolimitar sus volúmenes de ventas máximas para aumentar su utilidad total, tratarán de reducir su tamaño hasta eliminar la capacidad ociosa, disminuyendo al mismo tiempo sus costos fijos totales, pués de esta forma mejorarán su situación económica.

Entonces, se producirá un reordenamiento de los tamaños de las empresas,y a los efectos de calcular los nuevos estados finales, las empresas resultantes deberán ser consideradas como nuevas empresas, de acuerdo con lo visto en el apartado que trata acerca de las características de los costos de las empresas, en la página 19.

En los casos mencionados, las empresas no reducirán sus tamaños sólo cuando haya expectativas de aumento de la demanda.

(*)

Si se producen reordenamientos de los tamaños de las empresas mientras haya una empresa con capacidad ociosa, finalmente, la suma de los tamaños de las empresas, o sea la oferta, se hará igual a la demanda.

TENDENCIA A IGUALAR LOS TAMAÑOS O LOS SUBPRECIOS

Estudiaremos acá la tendencia a igualar el tamaño de las empresas que se manifiesta cuando la empresa chica desea aumentar su utilidad total hasta obtener el valor máximo.

Supongamos una empresa suficientemente grande como para satisfacer casi toda la demanda y otra suficientemente chica como para no llegar a cubrir la demanda insatisfecha por la primera, es decir, como para no llegar a desplazarla.

Si la empresa chica desea obtener una utilidad total mayor deberá aumentar su tamaño para desplazar a la otra, En efecto, esta empresa obtendrá su máxima utilidad total en el ámbito para el cual $OF \geqslant D$, donde por su pequeño tamaño resultará la empresa de menor subprecio, salvo que hubiera una diferencia excepcional entre los costos proporcionales unitarios de las empresas.

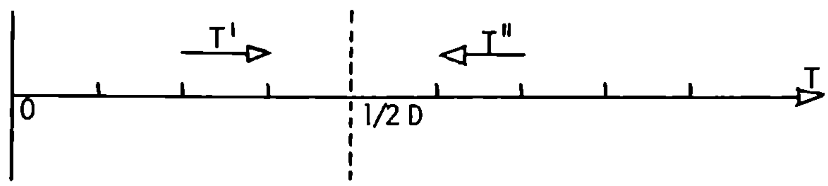
Entonces, cuando la empresa grande se vea desplazada, tratará de reducir su tamaño, reordenando y disminuyendo sus costos fijos totales.

Luego, en estas circunstancias se manifiesta una tendencia a igualar el tamaño de las empresas.

Supongamos ahora que los tamaños de las empresas son casi iguales, pero que una empresa tiene un tamaño ligeramente inferior a la mitad de la demanda y la otra ligeramente superior. Como los tamaños son casi iguales, no habrá razón para suponer que las empresas tengan costos proporcionales unitarios distintos, por lo que los supondremos iguales, y en consecuencia la empresa de menor tamaño será la empresa de menor subprecio.

Entonces, si la empresa más chica desea obtener su máxima utilidad total, deberá aumentar su tamaño a costos fijos totales constantes (ya que la variación del tamaño es muy pequeño) hasta la mitad de la demanda, de acuerdo con lo visto en la página 124. Y la otra empresa, al sufrir este pequeño desplazamiento, funcionará como si su tamaño fuera la mitad de la demanda.

Luego, también en estas circunstancias se manifiesta la tendencia a igualar los tamaños (y los subprecios) cuando la empresa más chica desea obtener su utilidad total máxima.



Con ejemplos, puede observarse que esta tendencia también se evidencia en casos intermedios comprendidos entre los dos casos extremos considerados.

Luego, en general, podremos decir que cuando la empresa chica trata de obtener su máxima utilidad total, las empresas tienden a igualar sus tamaños (y sus subprecios).

LA EMPRESA DE MENOR SUBPRECIO O CHICA TIENE VENTAJAS COMPETITIVAS.

En el capítulo anterior hemos visto que la empresa de menor subprecio, o en general, la empresa chica, desplazará a la empresa grande.

El desplazamiento dá ventajas económicas ya que una empresa obtendrá mayor utilidad cuando desplaza a otra que cuando es desplazada.

En efecto, la empresa desplazada obtiene igual utilidad total que si vendiera su volumen máximo al valor de su subprecio, y la empresa desplazante vende su volumen máximo a un valor mayor que su subprecio.

Por otro lado, en este capítulo hemos visto que la empresa de menor subprecio, o en general la empresa chica, puede aumentar su tamaño incrementando de esta forma su utilidad total, mientras que en esta circunstancia la utilidad total de la empresa grande disminuye.

Por estas razones, podemos decir que la empresa chica tiene ventajas competitivas respecto a la empresa grande.

(*)

Las desventajas de la empresa chica están fuera de los límites de este trabajo porque son previas a su aparición.

En efecto, cuando los medios son limitados, es difícil desarrollar y organizar la elaboración de un producto, y aunque así no lo fuera, es difícil contar con la tecnología adecuada como para poder ofrecer un producto con la calidad alcanzada por las empresas grandes.

Por esta razón, en las políticas de promoción industrial se tendría que tener en cuenta que el asesoramiento en los aspectos procesales y económicos es fundamental, y a este respecto los departamentos de extensión universitaria pueden cumplir un importante papel.

Superado el crítico momento que marca el nacimiento de una empresa pequeña, su desarrollo se verá facilitado por los motivos que hemos expuesto anteriormente.

TAMAÑO OPTIMO DE UN PROYECTO CONSIDERANDO LOS POSIBLES PRECIOS Y LOS VOLUMENES DE VENTAS CORRESPONDIENTES

En los últimos años se ha avanzado notablemente en la evaluación de proyectos de inversión con la aparición de nuevos métodos de cálculo, como la tasa interna de rentabilidad y el análisis de balances y cuadros de fuentes y usos proyectados durante la vida útil del proyecto. Esta metodología ha sido incorporada por las grandes empresas y por los Bancos Industriales, nacionales e internacionales.

Pero al querer aplicar este conjunto de conocimientos a proyectos que funcionarán en mercados oligopólicos perfectos, tropezamos con la dificultad que siempre se ha tenido: la evaluación del sector de la demanda que será abastecida por el proyecto y del precio correspondiente, cuando se producen desplazamientos entre las empresas competidoras.

Salvo casos excepcionales, estos desplazamientos deberán ser tenidos en cuenta al evaluar proyectos en mercados oligopólicos pués ocurrirán normalmente, de acuerdo con lo dicho al tratar los objetivos del modelo, en la página 29. Ellos podrán ser permanentes, cuando el proyecto se dimensiona para desplazar en todos los casos a las empresas establecidas porque de esta forma obtiene su máxima rentabilidad, como se verá en algunos casos que se estudiarán a continuación. También podrán ser transitorios y estar motivados por los valles de los ciclos económicos que afectarán invariablemente a la demanda total durante la vida útil del proyecto.

Respecto al problema de los precios, aún tiene vigencia lo dicho en el Manual de Proyectos de las Naciones Unidas, editado en el año 1958, del que extraemos los siguientes párrafos que pueden ser de interés, tomados de las páginas 35 y 36.

" El problema de la proyección de los precios está muy lejos de haber sido resuelto y no se cuenta con un sistema funcional para tratarlo en forma sistemática".

"En cuanto al efecto de los precios sobre la evaluación, el planteamiento práctico consiste en calcular los presupuestos de gastos e ingresos suponiendo alternativas de precios mínimos, máximos y probables. El margen de tolerancia que el proyecto admite en la rentabilidad constituirá un importante elemento de juicio para decidir su realización por parte del empresario que lo considera.

También se supone con frecuencia en la práctica la constancia de los precios relacionados con el proyecto, una vez corregidos por adecuados coeficientes de seguridad, o considerando aquellas distorsiones circunstanciales de precios que se detecten fácilmente y que constituyen un signo de advertencia para guardar especial cautela en la estimación".

" En la mayoría de los casos los empresarios privados están en condiciones de variar los precios dentro de ciertos límites establecidos por la competencia, y la proyección de los precios se puede plantear en términos de margen de tolerancia. Interesará entonces comprobar que los márgenes de seguridad adoptados en los cálculos sean relativamente grandes y protejan al productor contra riesgos relacionados con posibles cambios en los precios".

La aplicación cuantitativa de estos criterios sólo puede fundamentarse en la intuición del proyectista y en consecuencia, ellos nos alertan de la presencia del problema pero no lo resuelven.

En cambio, el método de los subprecios permite determinar la dualidad precio-volumen de ventas con una base racional y por ello estimamos que en la evaluación de proyectos no podrá omitirse considerar el problema desde su punto de vista, al menos para observar los resultados obtenidos con este enfoque.

(*)

Para determinar el tamaño óptimo de un proyecto, debemos analizar todos los tamaños posibles considerando las limitaciones de mercado o demanda total, las limitaciones financieras o de capital disponible para invertir en el proyecto y las limitaciones de precios y volumen de venta correspondientes (ver referencias: #1, pág. 171 a 175).

Con el objeto de calcular estos últimos aplicaremos el método de los subprecios dentro de los límites de los casos ya estudiados.

Supongamos que la demanda de un producto es inelástica con un precio tope pt, que hay una empresa instalada que lo produce y que se proyecta una nueva empresa para competir con aquella.

De acuerdo con lo visto en la página 107 y siguientes, si con varios tamaños suficientemente pequeños el proyecto resulta ser la empresa de menor subprecio, en principio, venderá un volumen igual a su tamaño y su precio de venta será, independientemente de la forma con que varían sus costos con el tamaño:

$$\text{Si } OF \leqslant D \quad , \quad p' = pt$$

$$\text{Si } OF \geqslant D \quad , \quad p' = sp'' = (pt - cp'')\left(\frac{D - T'}{Qmax''}\right) + cp''$$

En este último caso el precio del proyecto será una función lineal decreciente de su tamaño.

La empresa ya instalada será desplazada por el proyecto en funcionamiento y venderá su volumen mínimo al precio tope.

Si con un tamaño suficientemente grande el proyecto resulta ser la empresa de mayor subprecio, en principio, venderá su volumen mínimo al precio tope. La empresa ya instalada desplazará al proyecto y venderá su volumen máximo a un valor igual al subprecio del proyecto.

Si en las condiciones indicadas las utilidades de ambas empresas no resultan negativas, las ventas ensayadas en principio serán definitivas.

Luego, en todos los casos podremos determinar las siguientes funciones del proyecto:

$$Q = f(T)$$

$$p = f(T)$$

Las que nos permitirán obtener, conociendo los costos:

$$U = f(T)$$

Ahora habrá que considerar el criterio adoptado para elegir el tamaño óptimo.

—Si se toma como tal al tamaño de mayor utilidad total, su determinación será inmediata ya que se conoce $U = f(T)$.

Con este criterio, de acuerdo con lo visto en la página 149, si el proyecto resulta ser la empresa de menor subprecio obtendrá su mayor utilidad total en el ámbito para el cual $OF \geqslant D$ o zona de desplazamientos, y su tamaño óptimo estará comprendido entre $(T)_{Umax,cm=cte}$ y $(T)_{Umax,Cf=cte}$, calculados con el cm o Cf correspondientes al menor tamaño.

Si el proyecto resulta ser la empresa de mayor subprecio obtendrá su mayor utilidad total cuando sea $OF = D$, y su tamaño óptimo será igual a la demanda insatisfecha por la empresa establecida, ya que en este caso venderá el mayor volumen posible al precio tope y si aumenta su tamaño no au mentará su volumen ya que será desplazado por la empresa establecida.

—Si se elige el tamaño de mayor rentabilidad R, para determinarlo habrá que considerar una nueva función.

Inversión = f(T)

ya que:

$$R = \frac{\text{Utilidad total}}{\text{Inversión}}$$

Si el proyecto resulta ser la empresa de menor subprecio, de los ejemplos gráficos dados al tratar la variación del tamaño de la misma puede inferirse que, salvo que la inversión evolucione muy irregularmente con el tamaño, el proyecto obtendrá su mayor rentabilidad en el ámbito para el cual $OF \geqslant D$ o zona de desplazamientos.

Si el proyecto resulta ser la empresa de mayor subprecio obtendrá su mayor rentabilidad en el ámbito para el cual $OF \leqslant D$, porque de acuerdo con lo visto en el punto anterior su utilidad total se mantendrá constante cuando aumente su tamaño a partir del que hace $OF = D$.

—Si se elige el tamaño de mayor valor actual neto, mayor tasa interna de rentabilidad o menor período de recuperación con fondos actualizados, habrá que calcular para cada tamaño su flujo de fondos durante la vida útil del proyecto a partir de la inversión y utilidad correspondientes:

Flujo de Fondos = Ingresos (que provienen del proyecto) - Egresos (que se invierten en el proyecto).

De esta forma podrá seleccionarse el tamaño que muestre el valor óptimo del índice considerado.

Cuando en el mercado haya dos empresas establecidas y el proyecto consista en la ampliación de una de ellas, deberá hacerse un desarrollo igual al anterior pero considerando las inversiones y utilidades marginales que corresponden a la empresa que se expande y que están asociadas al proyecto y el subprecio de esta empresa con el tamaño resultante luego de la ampliación.

Ejemplo

Supongamos que la demanda de un producto es inelástica con un precio tope pt, que hay una empresa instalada que lo produce, la empresa (2) , y que se evalúa un proyecto que competirá con aquella, la empresa (1).

Las condiciones son las siguientes:

$$D = 10$$

$$pt = 10$$

Las características de la empresa (2) son:

$$T'' = 7$$

$$cp'' = 6$$

$$Cf'' = 14$$

$$cm'' = cp'' + \frac{Cf''}{Qmax''} = 6+\frac{14}{7} = 8$$

Los tamaños posibles del proyecto y sus costos correspondientes son, teniendo en cuenta que la limitación financiera no permite considerar un tamaño mayor que 6:

Tamaño chico	Tamaño mediano	Tamaño grande
$T' = 2$	$T' = 4$	$T' = 6$
$cp' = 6$	$cp' = 6$	$cp' = 6$
$Cf' = 6$	$Cf' = 8$	$Cf' = 9$
$cm' = 6+\frac{6}{2} = 9$	$cm' = 6+\frac{8}{4} = 8$	$cm' = 6+\frac{9}{6} = 7,5$

....

De acuerdo con la fórmula (3) de la página 43:

$$sp = pt-\left(\frac{pt-cp}{Qmax}\right)\Delta Q$$

Siendo los cp de ambas empresas iguales, y:

$$Qmax' = T' < Qmax'' = T''$$

la empresa (1) será la de menor subprecio para cualquiera de sus tamaños:

$$sp' < sp''$$

De acuerdo con lo visto en las páginas 149 y siguientes:

$$(T')Umax,Cf=cte = \frac{1}{2}Qmax''\left(\frac{pt-cp'}{pt-cp''}\right)+\frac{1}{2}di''$$

$$(T')Umax,Cf=cte = \frac{1}{2}(Qmax''+di'') = \frac{1}{2}D = 5$$

Luego, si $T' = 6$, el proyecto autolimitará su volumen de ventas y se comportará como si fuera $Qmax' = 5$

Para los distintos tamaños del proyecto, se tendrá que:

Tamaño chico:

$T' = 2$

$Qmax' = T' = 2$

$Qmin' = T' = 2 < D-T'' = 10-7 = 3$

$\Delta Q = Qmax'-Qmin' = 2-2 = 0$

$$Epr\begin{cases} p' = sp'' = 10-\left(\frac{10-6}{7}\right)0 = 10 \\ Q' = Qmax' = 2 \end{cases}$$

Siendo $cm' < sp''$, y, $cm'' < sp''$, será $Epr = Ef$

$(u')Ef = sp''-cm'' = 10-9 = 1$

$(U')Ef = (u')Ef.Qmax' = 1x2 = 2$

Tamaño mediano:

$T' = 4$

$Qmax' = 4$

$Qmin' = D-T'' = 10-7 = 3$

$\Delta Q = 4-3 = 1$

$$Epr\begin{cases} p' = sp'' = 10-\left(\frac{10-6}{7}\right)1 = 9,43 \\ Q' = 4 \end{cases}$$

Siendo $cm' < sp''$, y, $cm'' < sp''$, será $Epr = Ef$

$(u')Ef = 9,43-8 = 1,43$

$(U')Ef = 1,43x4 = 5,72$

Tamaño grande:

$T' = 6$

Autolimitando su volumen:

$Qmax' = 5$

$$cm' = 6+\frac{9}{5} = 7,8$$

$$Qmin' = 10-7 = 3$$

$$\Delta Q = 5-3 = 2$$

$$Epr\begin{cases} p' = sp'' = 10-\left(\frac{10-6}{7}\right)2 = 8,86 \\ Q' = 5 \end{cases}$$

Siendo $cm' < sp''$, y, $cm'' < sp''$, será Epr = Ef

$$(u')Ef = 8,86-7,8 = 1,06$$

$$(U')Ef = 1,06 \times 5 = 5,3$$

Tamaño grande:

$$T' = 6$$

sin autolimitar el volumen:

$$Qmax' = 6$$

$$Qmin' = 10-7 = 3$$

$$\Delta Q = 6-3 = 3$$

$$Epr\begin{cases} p' = sp'' = 10-\left(\frac{10-6}{7}\right)3 = 8,29 \\ Q' = 6 \end{cases}$$

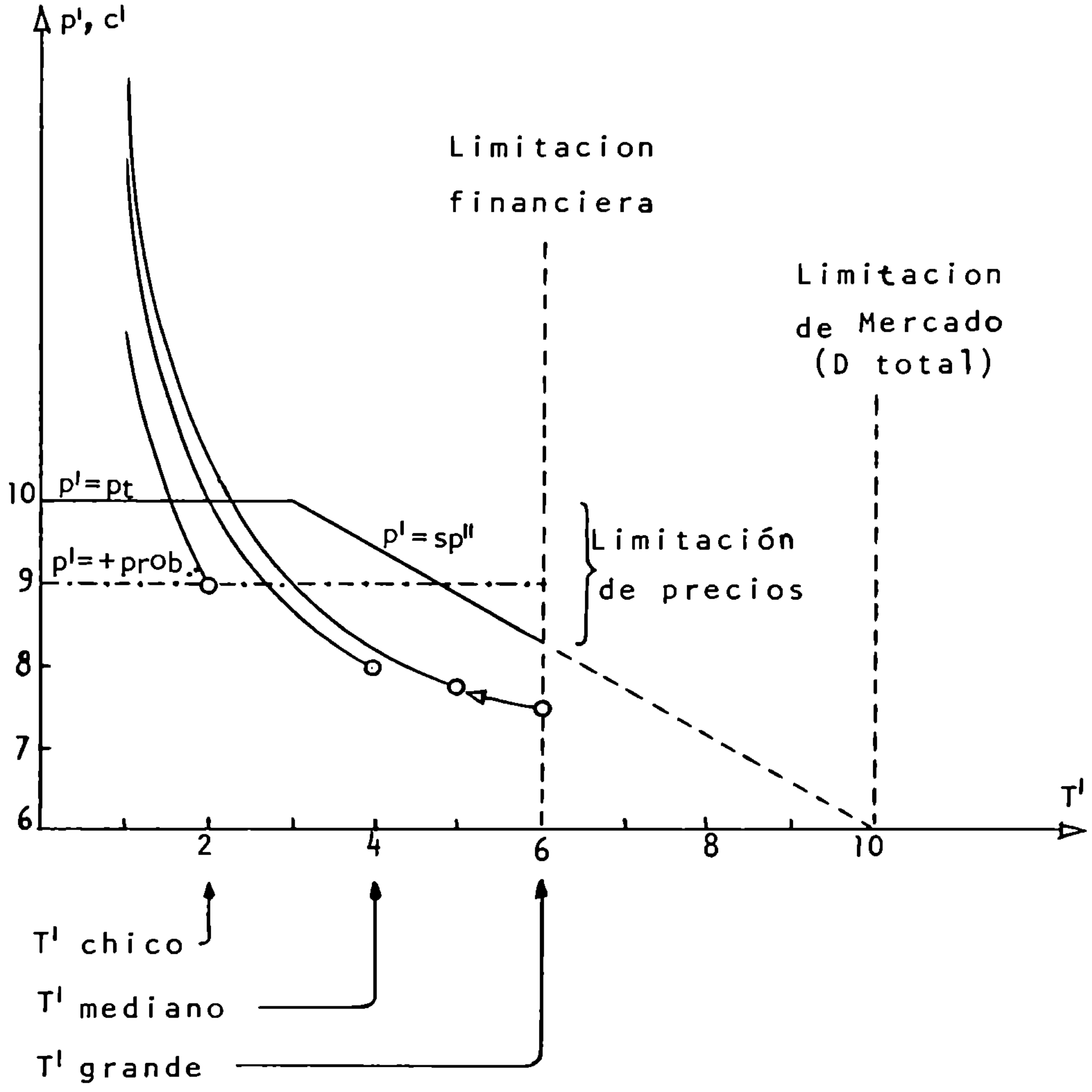
Siendo $cm' < sp''$, y, $cm'' < sp''$, será Epr = Ef

$$(u')Ef = 8,29-7,5 = 0,79$$

$$(U')Ef = 0,79 \times 6 = 4,74$$

Por otro lado, supongamos que aplicando el "planteamiento práctico" propuesto en el Manual de Proyectos de las Naciones Unidas, se haya estimado que para abastecer "hasta" 6 unidades de la demanda el precio máximo será 9,5, el mínimo 8,5y el precio más probable 9, que será tenido en cuenta para la evaluación.

Representemos para los distintos tamaños del proyecto los costos unitarios, el precio de venta estimado conforme al "planteamiento práctico", que se indicará con línea de puntos y rayas, y los precios calculados con el método de los subprecios, que se indicarán con linea llena y conforme a la función lineal que los determina (Si $T' = 3$, $\Delta Q = 0$, $p' = sp'' = pt$; si $T' = 10$, $\Delta Q = Qmax'' = 7$, $p' = sp'' = cp'' = 6$)



Supongamos que se decide adoptar como óptimo el tamaño de mayor utilidad total. En este caso, aplicando el planteamiento práctico el tamaño óptimo será el grande, como puede deducirse fácilmente de la observación del gráfico y aplicando el método de los subprecios será el mediano, de acuerdo con los cálculos anteriores.

Supongamos ahora que las inversiones de capital necesarias, Inv, siguen la regla del 0,6 conforme a la expresión siguiente (ver referencias: #9, pág. 28):

$$Inv = 10\ T^{0,6}$$

Entonces, si se adopta la rentabilidad como criterio de optimización, aplicando el planteamiento práctico, con precio 9, se elegirá el tamaño grande. En efecto:

Tamaño = T'	2	4	6
Utilidad = U'=u'xQ'	0	1x4 = 4	1,5x6=9
Inversión = Inv'	15,2	23	29,3
Rentabilidad = R'	0	4/23=0,17	9/29,3=0,31

Aplicando el método de los subprecios se elegirá el tamaño mediano, ya que, de acuerdo con los cálculos anteriores

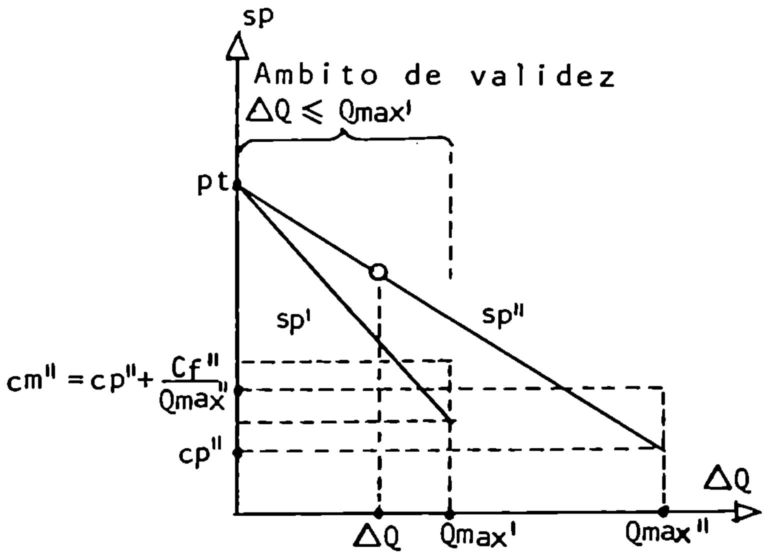
T'	2	4	6
U'=u'xQ'	2	5,72	5,3
Inv'	15,2	23	29,3
R'	2/15,2=0,13	5,72/23=0,25	5,3/29,3=0,18

(*)

Para completar el estudio de un proyecto deberá hacerse una proyección de la demanda en el tiempo y tener en cuenta los reordenamientos de los tamaños de las empresas del mercado que pueden ocurrir luego de la instalación del proyecto, midiendo sus consecuencias.

DATOS NECESARIOS PARA EL CALCULO

Si el abastecimiento de un producto del mercado es realizado sólo por un proveedor, que a título de ejemplo llamaremos empresa (2), y se quiere proyectar una empresa competidora del mismo, que llamaremos empresa (1), para determinar los precios de venta y las utilidades del proyecto será necesario conocer, recordando las variables que intervienen en el método gráfico:



pt

D

Empresa (1) $\begin{cases} Qmax' \\ cp' \\ Cf' \end{cases}$

Empresa (2) $\begin{cases} Qmax'' \\ cp'' \\ Cf'' \end{cases}$

$\Delta Q = Qmax' - Qmin'$

$\Delta Q = Qmax'' - Qmin''$

Analicemos la forma de evaluación de las variables ajenas al proyecto.

(*)

El precio tope podrá determinarse fácilmente si consideramos su naturaleza: decreto de gobierno, precio del producto en el mercado exterior con los recargos de importación, precio de un producto sucedáneo, etc.

(*)

Para determinar D y Qmax", uno de los caminos más sencillos y que aportará valores más exactos será el siguiente:

—Averiguar el volumen de ventas de la empresa (2) mediante informes comerciales, que en este caso, por ser la empresa (2) la única establecida, será su volumen máximo, Qmax".

—Determinar la demanda insatisfecha por la empresa (2), di", por los métodos conocidos para su evaluación,

A menudo, con sólo visitar unos pocos clientes de la empresa (2) será posible averiguar si hay o no demanda insatisfecha en el mercado.

Si resulta di" = 0, será Qmax" = D.

Si resulta di">0, será Qmax" = T", D= Qmax"+di"=T"+di"

(*)

Como los costos proporcionales dependen del método de elaboración, conociendo éste podrá determinarse cp" con suficiente aproximación. También podrán averiguarse mediante informes comerciales de la empresa (2) que incluyan su balance.

Los costos fijos totales de la industria (2), Cf", no serán necesarios para calcular el precio de venta y la utilidad del proyecto y sólo servirán para determinar las condiciones de eliminación de la empresa (2). Es decir, podrá prescindirse de ellos aunque no resultará defícil hacer una estimación de los mismos basándose en el personal ocupado (técnico, administrativo y obrero) por la empresa (2) o en informes comerciales, con lo que se obtendrá un panorama completo de la situación competitiva.

CAPITULO 7

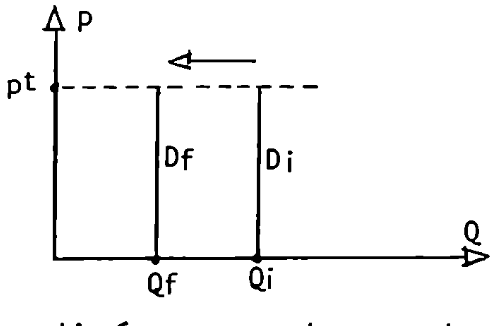
LA VARIACION DE LA DEMANDA INELASTICA

CARACTERISTICAS GENERALES

En los capítulos anteriores hemos supuesto que la demanda permanece constante.

Supongamos ahora que se produce un aumento o disminución de la demanda manteniéndose independiente del precio de venta, y que el precio tope y el tamaño de las empresas competidoras permanecen constantes.

Así por ejemplo, supongamos que se produce una disminución de la demanda, que en el estado inicial estaba representada por la recta Di y en el estado final queda representada por la recta Df, manteniéndose constante el precio tope,pt.



En este caso, se dirá que se ha producido "un cambio de la demanda o un cambio de la función demanda" de acuerdo a lo visto en la página 27.

Recordemos lo visto en la página 35 para una empresa:

1699
2
1

Si $D \geq T$, será $Q_{max} = T$

Si $D < T$, será $Q_{max} = D$

Así por ejemplo, supongamos que en un determinado período de tiempo la demanda de un producto es igual a 6 toneladas y el tamaño de una empresa es igual a 4 toneladas.

Entonces se tendrá que:

$$D = 6 \text{ Ton}, \; Q_{max} = T = 4 \text{ Ton}$$

Pero si la demanda disminuye a 2 toneladas, el volumen máximo de la empresa será también 2 toneladas y en consecuencia se tendrá que:

$$D = 2 \text{ Ton} = Q_{max}, \; T = 4 \text{ Ton}$$

COSTOS UNITARIOS AL TAMAÑO

Hemos definido los costos unitarios mínimos de una empresa, que simbolizamos por cm, a la suma de sus costos proporcionales unitarios y de sus costos fijos unitarios para su volumen máximo.

$$cm = cp + \frac{Cf}{Q_{max}}$$

Por analogía, definiremos los costos unitarios al tamaño de una empresa, que simbolizaremos por ct, a la suma de sus costos unitarios proporcionales y de sus costos fijos unitarios para su tamaño:

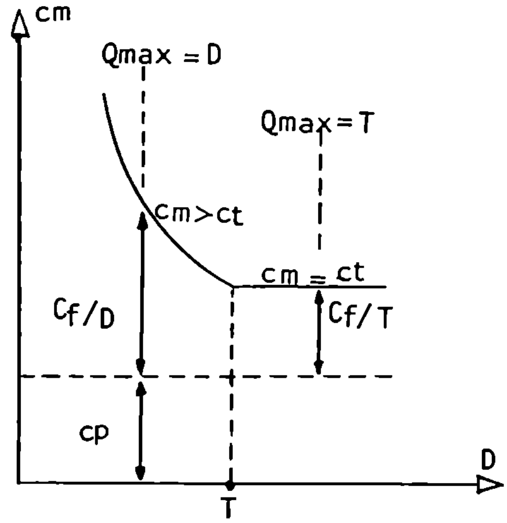
$$ct = cp + \frac{Cf}{T}$$

Entonces, se tendrá que:

Si $D \geqslant T$, $Q_{max} = T$, $cm = ct$

Si $D < T$, $Q_{max} = D < T$, $cm = cp + \frac{Cf}{D} > ct = cp + \frac{Cf}{T}$

Luego, la representación gráfica de los costos unitarios mínimos cm de una empresa cuando la demanda varía, será de la siguiente forma:



NOTACIONES CORRESPONDIENTES A DISTINTOS SUBPRECIO, TAMAÑOS Y COSTOS UNITARIOS MINIMOS

Como en los capítulos anteriores, consideraremos dos empresas, la (1) de menor subprecio y la (2) de mayor subprecio, y distinguiremos sus características con los índices ' y '' respectivamente:

$$sp' < sp''$$

Por otro lado, marcaremos con los índices * y ** a las características correspondientes a la empresa de menor tamaño (o chica) y a la empresa de mayor tamaño (o grande), respectivamente.

Generalizando, se tendrá que:

$T^{*} \leqslant T^{**}$

Además distinguiremos con los índices - y + a las magnitudes correspondientes a las empresas de menores y mayores costos unitarios mínimos, respectivamente.

En general será:

$\overset{-}{cm} \leqslant \overset{+}{cm}$

Así por ejemplo, según que la empresa de mayores costos unitarios mínimos sea la empresa de menor o de mayor subprecio se tendrá que:

$\overset{+}{cm} = cm'$

$\overset{+}{cm} = cm''$

LOS SUBPRECIOS DE LAS EMPRESAS CHICA Y GRANDE EN FUNCION DE LA DEMANDA

Consideremos los subprecios de las empresas chica y grande y recordemos que las magnitudes de ambas las marcaremos con los índices * y ** respectivamente,

En general, será $T^{*} \leqslant T^{**}$

Según la fórmula (4) de la página 43, los subprecios de estas empresas serán:

$$sp^{*} = (pt - cp^{*})\left(\frac{Qmin^{*}}{Qmax^{*}}\right) + cp^{*} \quad , \quad sp^{**} = (pt - cp^{**})\left(\frac{Qmin^{**}}{Qmax^{**}}\right) + cp^{**}$$

Según la fórmula (7) de la página 57:

$$D = Qmax^{*} + Qmin^{**} = Qmin^{*} + Qmax^{**}$$

Luego:

$$Qmin^* = D-Qmax^{**} \quad , \quad Qmin^{**} = D-Qmax^*$$

Reemplazando este valor en las primeras ecuaciones, se tendrá que:

$$sp^* = (pt-cp^*)\left(\frac{D-Qmax^{**}}{Qmax^*}\right)+cp^* \quad (45) \quad , \quad sp^{**} = (pt-cp^{**})\left(\frac{D-Qmax^*}{Qmax^{**}}\right)+cp^{**} \quad (46)$$

(*)

Supongamos que $D \geqslant T^{**}$

Entonces, se tendrá que:

$Qmax^* = T^*$, porque $T^* \leqslant T^{**} \leqslant D$

$Qmax^{**} = T^{**}$, porque $T^{**} \leqslant D$

Luego, la (45) y (46) resultarán:

$$sp^* = (pt-cp^*)\left(\frac{D-T^{**}}{T^*}\right) + cp^* \quad , \quad sp^{**} = (pt-cp^{**})\left(\frac{D-T^*}{T^{**}}\right)+cp^{**}$$

Siendo pt, cp^*, cp^{**}, T^* y T^{**} constantes, sp^* y sp^{**} serán funciones lineales de la demanda D en el ámbito considerado.

—Si $D = T^* + T^{**}$:

$$sp^* = pt-cp^*+cp^* = pt \quad , \quad sp^{**} = pt-cp^{**}+cp^{**} = pt$$

—Si $D = T^{**}$:

$$sp^* = cp^* \quad , \quad sp^{**} = (pt-cp^{**})\left(\frac{T^{**}-T^*}{T^{**}}\right)+cp^{**}$$

$$sp^{**} = (pt-cp^{**})\left(1-\frac{T^*}{T^{**}}\right)+cp^{**}$$

$$sp^{**} = pt-(pt-cp^{**})\left(\frac{T^*}{T^{**}}\right)$$

Si $T^* = T^{**}$, éste valor de sp^{**} será:

$$sp^{**} = cp^{**}$$

Si $T^* < T^{**}$, como en general $pt > cp^{**}$, este valor de sp^{**} será mayor que el anterior, y en consecuencia:

$$sp^{**} > cp^{**}$$

(*)

Supongamos ahora que $T^* \leqslant D < T^{**}$

Entonces se tendrá que:

$Qmax^* = T^*$ porque $T^* \leqslant D$

$Qmax^{**} = D$ porque $D < T^{**}$

Luego, la (45) y la (46) resultarán:

$$sp^* = cp^* \quad , \quad sp^{**} = (pt - cp^{**})\left(\frac{D - T^*}{D}\right) + cp^{**}$$

$$sp^{**} = (pt - cp^{**})\left(1 - \frac{T^*}{D}\right) + cp^{**}$$

$$sp^{**} = pt - (pt - cp^{**})\left(\frac{T^*}{D}\right)$$

Luego, en el ámbito considerado, sp^* serán constante e independiente de la demanda y sp^{**} será una función hiperbó lica de la demanda.

— Si $D = T^*$:

$$sp^* = cp^* \quad , \quad sp^{**} = pt - pt + cp^{**} = cp^{**}$$

(*)

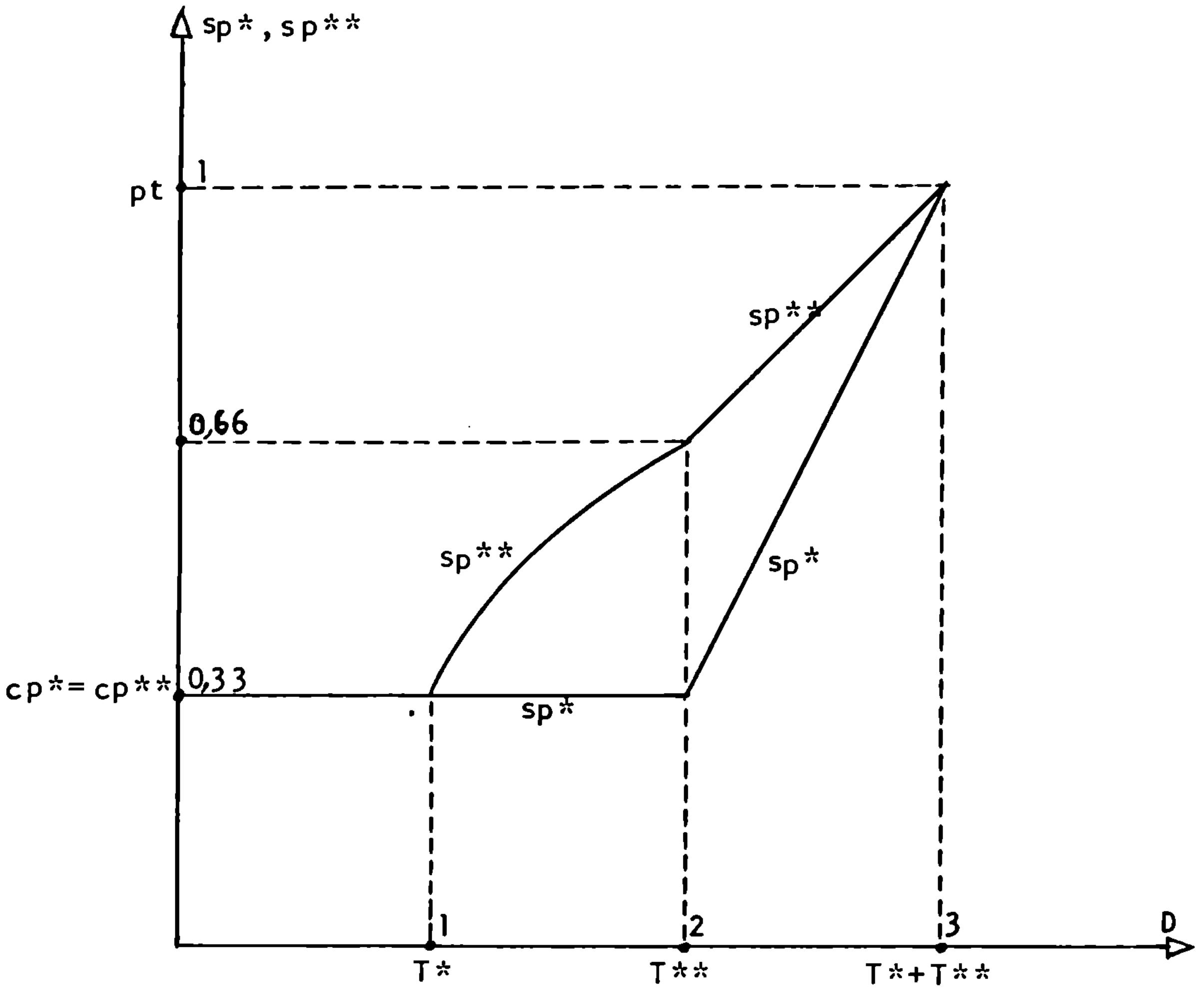
Supongamos ahora que $D < T^* \leqslant T^{**}$

Entonces se tendrá que:

$Qmax^* = Qmax^{**} = D$, porque $D < T^* \leqslant T^{**}$

Luego, la (45) y la (46) resultarán:

sp* = cp* , sp** = cp**



$$pt = 1$$

$$cp^* = cp^{**} = 0{,}33$$

$$T^* = 1$$

$$T^{**} = 2$$

Si $D = T^{**}$:

$$sp^{**} = pt - (pt - cp^{**})\left(\frac{T^*}{T^{**}}\right)$$

$$sp^{**} = 1 - (0{,}66)\left(\frac{1}{2}\right) = 0{,}66$$

LOS SUBPRECIOS DE LAS EMPRESAS DE MENOR Y MAYOR SUBPRECIO EN FUNCION DE LA DEMANDA

Consideremos a la empresa (1) de menor subprecio y a la empresa (2) de mayor subprecio.

Basándonos en lo visto en el apartado anterior, en la página 185 se han representado los subprecios de estas empresas en función de la demanda en todos los casos que se pueden presentar, según que la empresa de menor subprecio tenga el menor o el mayor tamaño y según que sus costos proporcionales unitarios sean menores o mayores que los de la otra empresa.

Si $T' \geqslant T''$, debe ser siempre $cp' \leqslant cp''$, pués de lo contrario la empresa (1) no puede tener el menor subprecio.

En efecto, de acuerdo a la definición de subprecio y para un valor de la demanda D mayor que T', se tendrá para cualquier empresa que:

$$sp = pt - \left(\frac{pt-cp}{Qmax}\right)\Delta Q = pt - \left(\frac{pt-cp}{T}\right)\Delta Q$$

Los valores de pt y ΔQ son iguales para ambas empresas.

Entonces, para que resulten $sp' < sp''''$, debe ser $(pt-cp')/T' > (pt-cp'')/T''$ y para ello, siendo $T' \geqslant T''$, debe ser $(pt-cp') > (pt-cp'')$, para lo cual debe ser $cp' < cp''$.

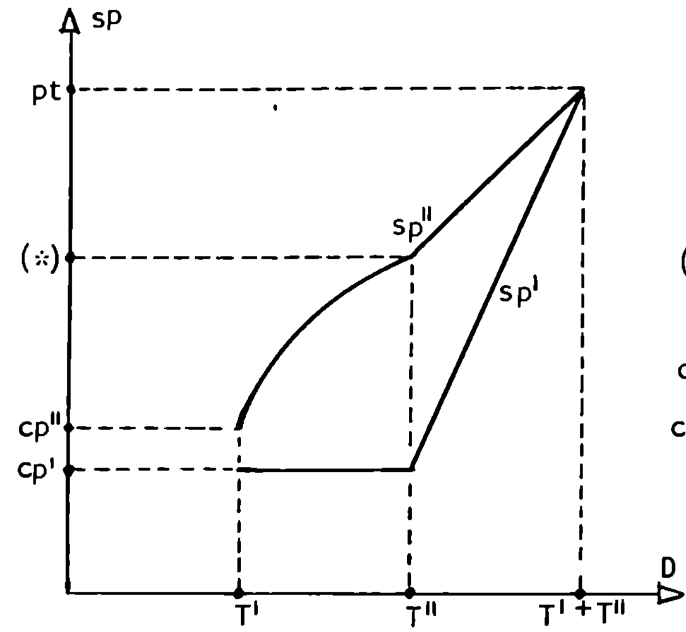
(*)

De acuerdo con lo visto en el capítulo 5, si los costos unitarios mínimos de una empresa son mayores que el subprecio de la empresa de mayor subprecio, la empresa será eliminada y en consecuencia no subsistirán las dos empresas.

Como puede observarse en los gráficos (a),(c) y (d) de la página 185 , en todos los casos en que $cp' < cp''$, si dismi

(a)

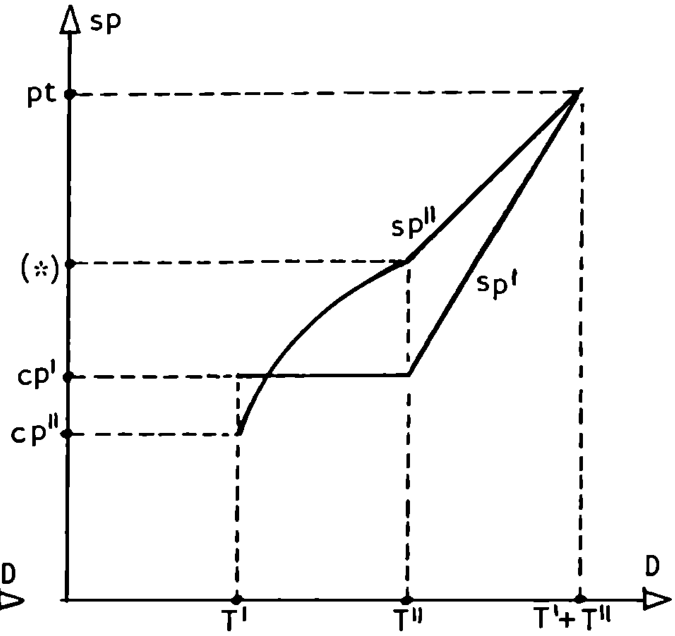
$T' < T''$, $cp' < cp''$



$(*) = pt - (pt - cp'')\left(\frac{T'}{T''}\right)$

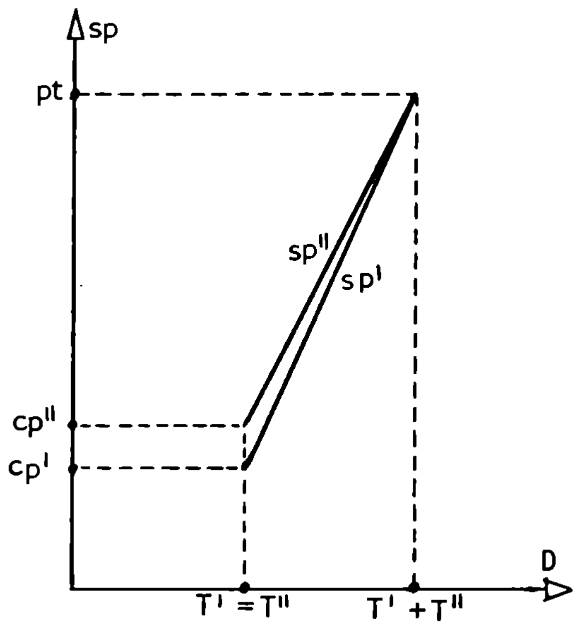
(b)

$T' < T''$, $cp' > cp''$



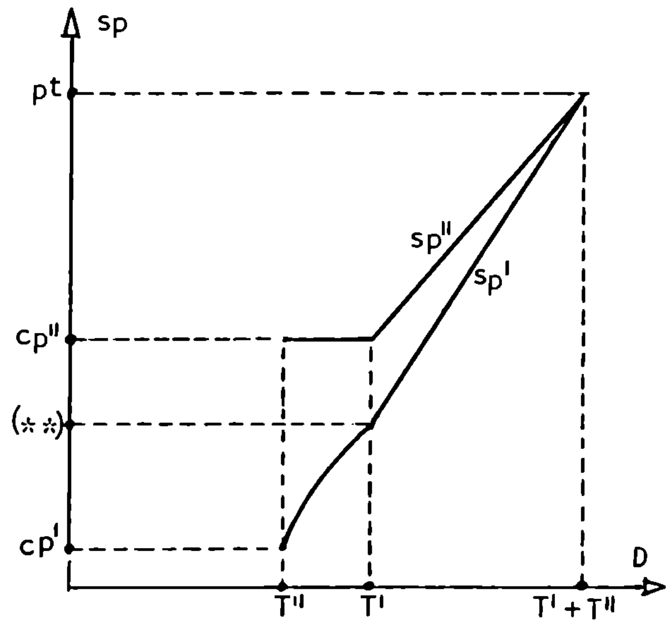
(c)

$T' = T''$, $cp' < cp''$



(d)

$T' > T''$, $cp' < cp''$



$(**) = pt - (pt - cp')\left(\frac{T''}{T'}\right)$

nuye la demanda resulta siempre $sp' < sp''$; cuando se hace $sp'' = cp'' < cm''$, las dos empresas no podrán subsistir.

Como puede observarse en el gráfico (b) de la página 185, cuando $T' < T''$ y $cp' > cp''$, si disminuye la demanda resulta $sp' < sp''$ y cuando se hace $sp' = sp''$, como $sp' = cp'$, será $sp'' = cp' < cm'$, y en consecuencia las dos empresas no podrán subsistir.

Puede también observarse que en todos los casos analizados, cuando se dan las condiciones en que las dos empresas no pueden subsistir resulta que $D \geqslant T'$ y en consecuencia generalizando, si las dos empresas subsisten será $D > T'$.

Luego, "si subsisten las dos empresas":

—La empresa que tiene mayor (o menor) subprecio para un valor cualquiera de la demanda, tendrá mayor (o menor) subprecio para todos los valores de la demanda.

—La demanda será mayor que el tamaño de la empresa de menor subprecio: $D > T'$

(*)

De acuerdo a las fórmulas (45) o (46) de la página 181, el subprecio de la empresa de mayor subprecio será, independientemente del tamaño de ésta:

$$sp'' = (pt - cp'')\left(\frac{D - Qmax'}{Qmax''}\right) + cp'' \qquad (47)$$

VARIACION DE LA DEMANDA INELASTICA

Supongamos que la demanda varía, manteniéndose independiente del precio, mientras que el precio tope y el tamaño de las empresas permanecen constantes, y que subsisten las dos empresas para un determinado valor de la demanda.

(*)

Conforme a lo visto en el capítulo 5, recordemos que si subsisten las dos empresas en el estado final, la empresa (1) de menor subprecio venderá su volumen máximo a un precio igual a sp'', y la empresa (2) de mayor subprecio venderá su volumen mínimo al precio tope.

Entonces, de acuerdo a lo representado en la página 185 si la demanda es igual a la suma de los tamaños de las empresas, el precio de venta de las mismas será el precio tope.

Si la demanda disminuye de valor, mientras subsisten las dos empresas,el precio de venta de la empresa (1), sp'', disminuirá, y el precio de venta de la empresa (2) se mantendrá constante e igual al precio tope. De acuerdo a lo visto en las páginas 88, 79 y siguientes, cuando el precio de venta de la empresa (1), sp'', se haga menor que los costos unitarios mínimos de la empresa que tiene el mayor valor de los mismos, $\overset{+}{cm}$, la empresa de menores costos unitarios mínimos eliminará a la otra, y si los costos unitarios mínimos de las empresas son iguales, cuando sp'' se haga menor que estos valores, se eliminarán ambas empresas.

Si subsiste una empresa, su precio de venta será igual a los costos unitarios mínimos de la empresa eliminada, hasta llegar al precio tope.

Llamaremos demanda de eliminación, De, al valor de la demanda cuando se hace:

$$(p')Ef = sp'' = \overset{+}{cm}$$

En consecuencia, la demanda de eliminación limitará la subsistencia de las dos empresas, ya que con el valor inmediato de la demanda en el que se hace $sp'' < \overset{+}{cm}$ se producirá la eliminación de una de ellas, al menos.

(*)

De acuerdo a lo visto en las páginas 83 y 84, si subsisten las dos empresas en el estado final, se tendrá que:

$(u')Ef = sp''-cm'$, $(U')Ef = (sp''-cm')Qmax'$

$(u'')Ef,eq = sp''-cm''$, $(U'')Ef = (U'')Ef,eq$

$(U'')Ef = (sp''-cm'')Qmax''$

Luego, para ambas empresas se tendrá que:

$$(U)Ef = (sp''-cm)Qmax$$

$$\frac{(U)Ef}{Qmax} = sp''-cm$$

$(U)Ef/Qmax$ es la utilidad unitaria de una empresa cuando vende su volumen máximo.

Entonces, de acuerdo a lo representado en la pág.185, si la demanda es igual a la suma de los tamaños de las empresas, sp'' será igual al precio tope y las utilidades totales de las empresas tendrán un valor máximo, de acuerdo con la fórmula anterior.

Si la demanda disminuye de valor, disminuirá sp'' y en consecuencia la utilidad total de las empresas, hasta que se eliminen una o ambas empresas.

Para valores de la demanda mayores que el tamaño de la empresa de mayor tamaño y menores que la suma de los tamaños de las dos empresas, la utilidad total de las empresas será función lineal de la demanda, como puede deducirse de las fórmulas anteriores considerando que en el ámbito indicado sp'' es una función lineal de la demanda, los Qmax = T y los cm de las empresas son constantes.

Hemos visto que cuando disminuye la demanda y se hace $sp'' < \overset{+}{cm}$ ó $D < De$, la empresa de menores costos unitarios mínimos eliminará a la otra y si las empresas tienen costos unitarios mínimos iguales, ambas se eliminarán.

Analicemos el primer caso, cuando las empresas tienen costos unitarios mínimos distintos.

—Si disminuye la demanda, cuando se hace $D < De$, la empresa de menores costos unitarios mínimos eliminará a la otra y venderá su volumen máximo a un precio de venta igual a los costos unitarios mínimos de la empresa eliminada, $\overset{+}{cm}$.

En este caso la utilidad total de la empresa que subsiste será:

$$(U)Ef = (\overset{+}{cm} - \overset{-}{cm})Qmax$$

$$\frac{(U)Ef}{Qmax} = \overset{+}{cm} - \overset{-}{cm}$$

—Si a partir del valor anterior, la demanda sigue disminuyendo, "puede" suceder que para un determinado valor de la demanda resulte $\overset{+}{cm} = \overset{-}{cm}$ y entonces para este valor de la demanda se eliminarán ambas empresas.

Si a partir de este valor, la demanda sigue disminuyendo, sucederá generalmente que los costos unitarios mínimos de las empresasresultarándistintos, y en este caso la empresa de menores costos unitarios mínimos eliminará a la otra y venderá su volumen máximo a un precio de venta igual a los costos unitarios mínimos de la empresa eliminada, $\overset{+}{cm}$.

—Cuando al disminuír la demanda los costos unitarios mínimos de la empresa eliminada se hagan iguales al precio tope, $\overset{+}{cm} = pt$, la empresa que subsiste venderá su volumen máximo al precio tope.

En este caso, la utilidad de la empresa que subsiste será:

$$\frac{(U)Ef}{Qmax} = pt - \overset{-}{cm}$$

—Cuando al disminuír la demanda los costos unitarios mínimos de la empresa que subsiste se hagan mayores que el precio tope, $\bar{cm} > pt$, también será eliminada del mercado.

Analicemos el segundo caso, cuando las empresas tienen costos unitarios mínimos iguales.

—Si disminuye la demanda, cuando se hace D = De, subsistirán ambas empresas con una utilidad total igual a cero.

—Si a partir del valor anterior, la demanda sigue disminuyendo, se tendrá una evolución similar a la contemplada en el 2°, 3°y 4°guión del caso anterior.

Recordemos que cuando disminuye la demanda, los volúmenes máximos de las empresas tomarán distintos valores de acuerdo al valor de la demanda, como se ha visto anteriormente.

(*)

En la página 192 se dan ejemplos de los distintos casos que se pueden presentar, según que la empresa de menor subprecio tenga el menor o mayor tamaño, según los valores relativos de los costos unitarios mínimos de las empresas y para distintos valores de los costos proporcionales unitarios de la empresa de mayor subprecio.

(*)

Resumiendo podemos decir que, si la demanda varía, manteniéndose independiente del precio, mientras que el precio tope y el tamaño de las empresas permanecen constantes, y si subsisten las dos empresas para un determinado valor de la demanda, se tendrá que:

—Si la demanda es igual a la suma de los tamaños de las empresas, el precio de venta de las empresas será el precio tope.

—Si la demanda disminuye de valor, mientras subsisten las dos empresas el precio de venta de la empresa (1) de menor subprecio disminuirá y el precio de venta de la empresa (2) se mantendrá constante e igual al precio tope.

Cuando el precio de venta de la empresa (1), que es igual al subprecio de la empresa (2), se haga menor que los costos unitarios mínimos de una o ambas empresas, se eliminarán una o ambas empresas respectivamente.

Si subsiste una empresa, su precio de venta será igual a los costos unitarios mínimos de la empresa eliminada, hasta llegar al precio tope.

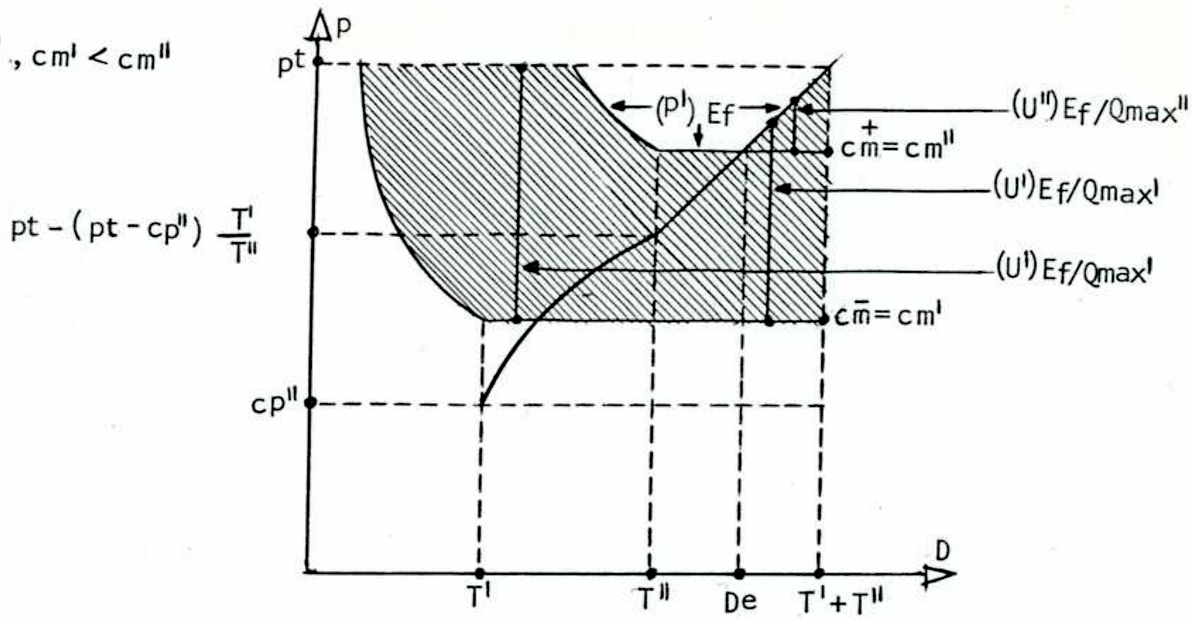
—Si la demanda es igual a la suma de los tamaños de las empresas, éstas venderán sus volúmenes máximos al precio tope y sus utilidades totales tendrán un valor máximo.

Si la demanda disminuye de valor, mientras subsisten las dos empresas, la empresa (1) de menor subprecio desplazará a la (2) y las utilidades totales de ambas empresas disminuirán de valor.

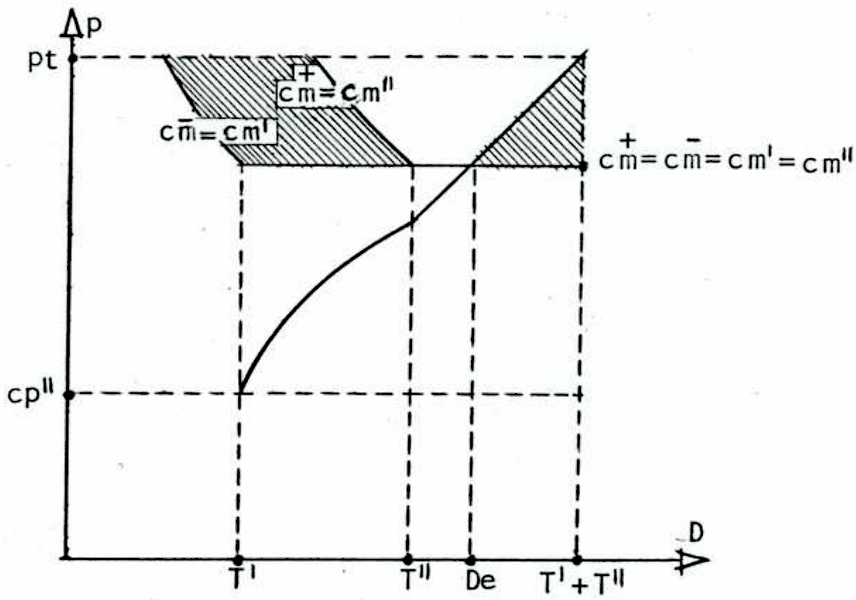
Cuando el precio de venta de la empresa (1) se haga menor que los costos unitarios mínimos de la empresa que tiene el mayor valor de los mismos, la empresa de menores costos unitarios mínimos eliminará a la otra y si los costos unitarios mínimos de ambas empresas son iguales, se eliminarán las dos empresas.

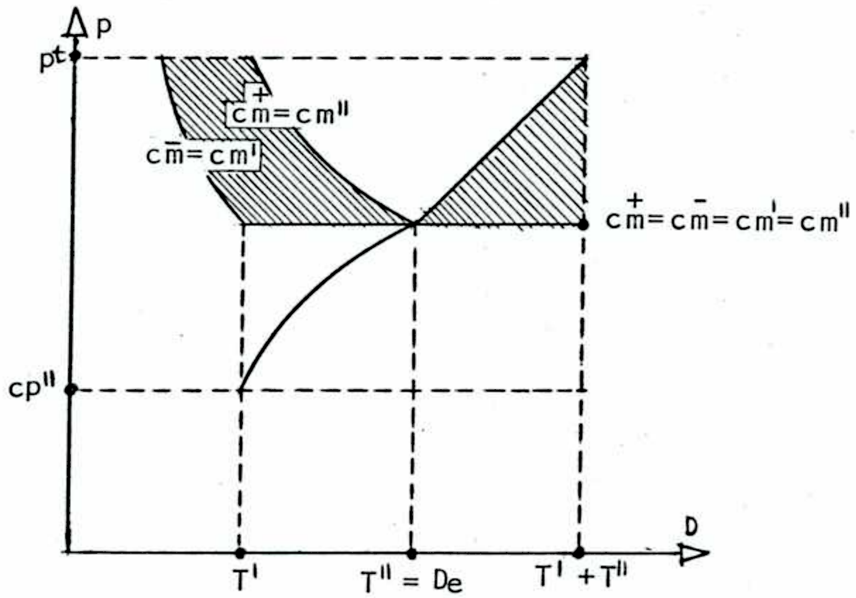
Si luego de eliminada una empresa, la demanda disminuye de valor, la utilidad total de la empresa que subsiste disminuirá su valor hasta anularse, en cuyo caso se eliminará también esta empresa.

$T' < T''$, $cm' < cm''$

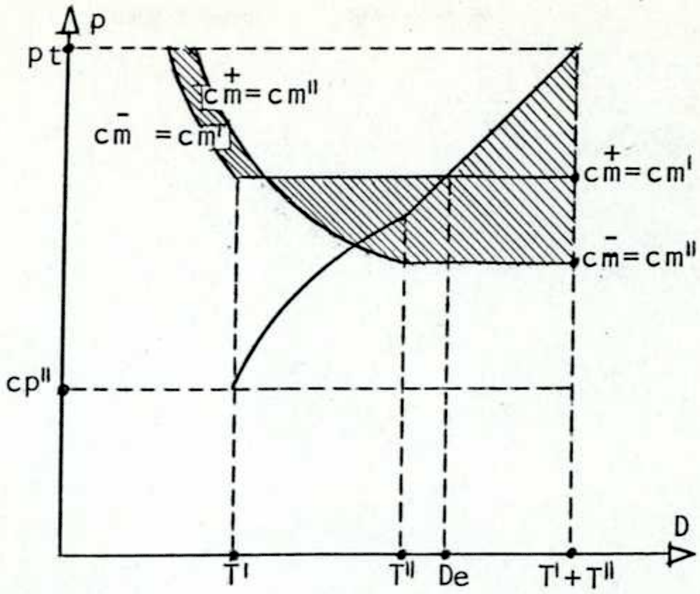


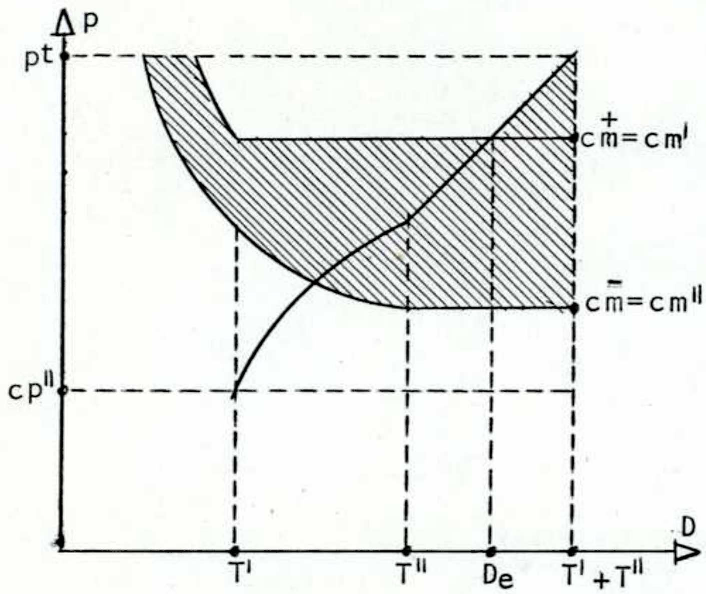
$T' < T''$, $cm' = cm''$

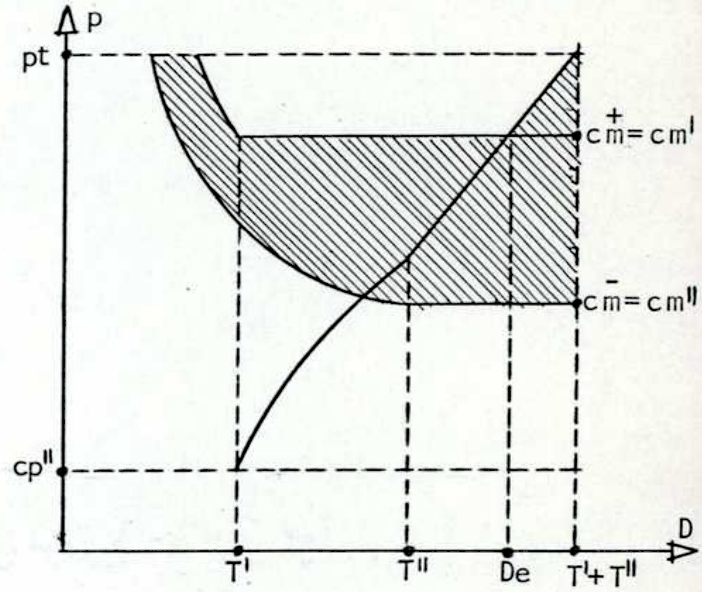




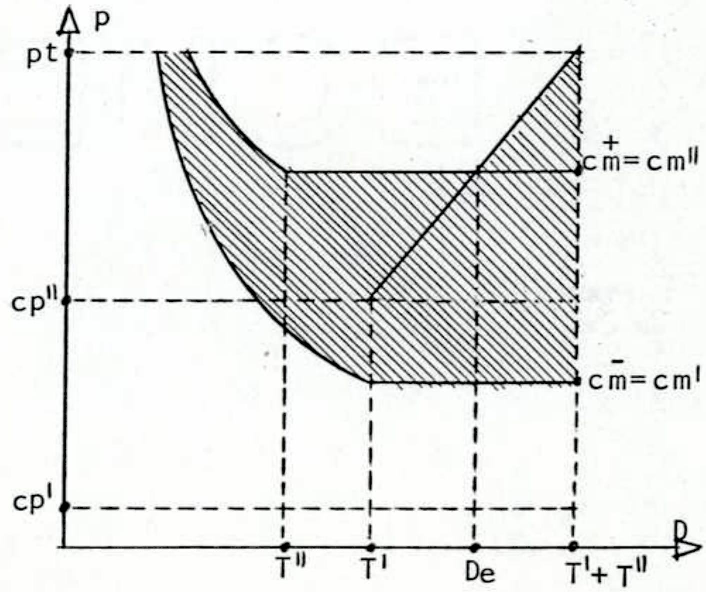
$T^{I} < T^{II}$, $cm^{I} > cm^{II}$







$T^{I} > T^{II}$, $cm^{I} < cm^{II}$



CALCULO DE LA DEMANDA DE ELIMINACION

Recordemos que hemos llamado demanda de eliminación, De, al valor de la demanda cuando se hace:

$$(p')Ef = sp'' = \overset{+}{cm}$$

De acuerdo a esta definición, cuando la demanda tiene un valor inmediatamente inferior a la demanda de eliminación y en consecuencia se hace $sp'' < \overset{+}{cm}$, se eliminará la empresa de mayores costos unitarios mínimos, o se eliminarán ambas empresas en el caso particular que $\overset{-}{cm} = \overset{+}{cm}$.

Despejando el valor de la demanda de las fórmulas (45) o (46) de la página 181, según que la empresa de mayor subprecio sea la empresa de menor o de mayor tamaño, se obtendrá siempre que:

$$D = Qmax' + \left(\frac{sp''-cp''}{pt-cp''}\right) Qmax''$$

Si hacemos $D = De$, será $(p')Ef = sp'' = \overset{+}{cm}$

Reemplazando:

$$De = Qmax' + \left(\frac{\overset{+}{cm}-cp''}{pt-cp''}\right) Qmax''$$

De acuerdo con lo visto en la página 186, la eliminación de una empresa se producirá cuando $D \geqslant T'$, y en consecuencia cuando $Qmax' = T'$, luego se tendrá que:

$$De = T' + \left(\frac{\overset{+}{cm}-cp''}{pt-cp''}\right) Qmax'' \qquad (48)$$

Esta es una fórmula general válida para cualquier valor de la demanda de eliminación De.

Si $D = De \geq T''$, será: $Qmax'' = T''$

Si $D = De < T''$, será: $Qmax'' = De$

Si los $\overset{+}{cm}$ corresponden a la empresa de menor subprecio, estarán referidos a su tamaño (ya que siempre $Qmax' = T'$), pero si corresponde a la empresa de mayor subprecio pueden estar referidos al tamaño o al valor de la demanda de eliminación (ya que puede ser $Qmax'' = T''$ o $Qmax'' = De$).

(*)

Si los mayores costos unitarios mínimos $\overset{+}{cm}$ corresponden a la empresa de mayor subprecio, de la fórmula general se podrá deducir que:

$$De = T' + \left(\frac{Cf''/Qmax''}{pt-cp''}\right)Qmax'' = T' + \frac{Cf''}{pt-cp''}$$

$$De = T' + \frac{Cf''}{pt-cp''} \qquad (49)$$

Por otro lado, si consideramos los costos fijos de esta empresa, Cf'', en los volúmenes de equilibrio para el precio tope y máximo, QE,pt'' y $Qmax''$, y observamos el gráfico siguiente, se podrá deducir que:

$$Cf'' = (pt-cp'')QE,pt'' = (cm''-cp'')Qmax''$$

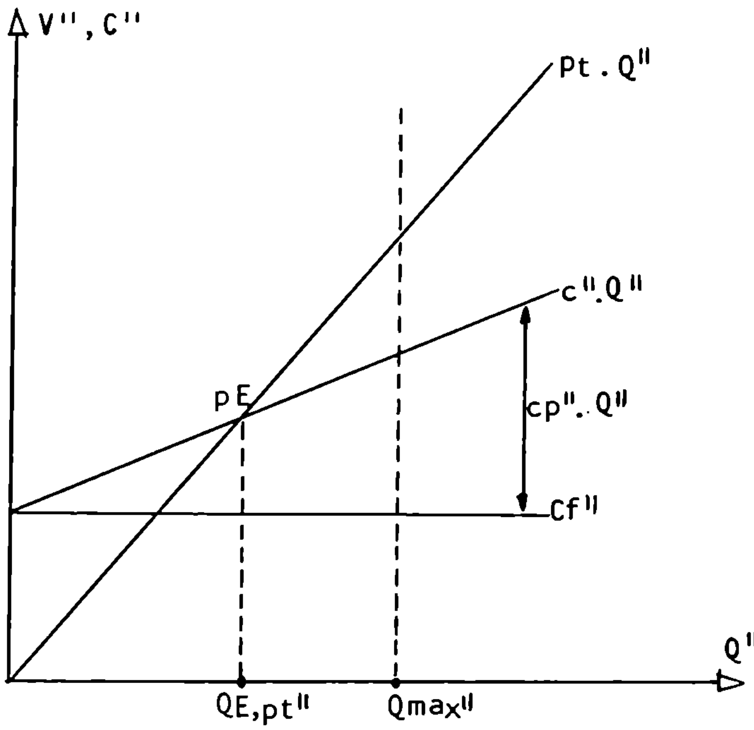
Luego:

$$QE,pt'' = \left(\frac{cm''-cp''}{pt-cp''}\right)Qmax''$$

Entonces, reemplazando en la fórmula general, tendremos que:

$De = T' + QE,pt''$

Luego, la empresa de mayor subprecio y mayores costos unitarios mínimos se elimina cuando la demanda se hace menor que T'+QE,pt", de acuerdo con lo que se podía esperar.



(*)

Si los mayores costos unitarios mínimos $\overset{+}{cm}$ corresponden a la empresa de menor subprecio, de acuerdo a lo dicho antes del primer (*) será: $\overset{+}{cm} = ct'$, y de la fórmula general se tendrá que:

$$De = T' + \left(\frac{ct'-cp''}{pt-cp''}\right) Qmax''$$

Según que Qmax" sea igual a T" o a De, cuando D = De, se tendrá que:

Si Qmax" = T" cuando D = De :

$$De = T' + \left(\frac{ct'-cp''}{pt-cp''}\right) T'' \qquad (50)$$

Si $Q_{max}'' = De$ cuando $D = De$:

$$De = \frac{T'}{1-\left(\dfrac{ct'-cp''}{pt-cp''}\right)} \qquad (51)$$

Analizando la fórmula (48) general, veremos que si $De > T''$, corresponde usar $Q_{max}'' = T''$, y si en su lugar hacemos $Q_{max}'' = De$, obtendremos un valor mayor que el que corresponde.

Asimismo, si $De < T''$, corresponde usar $Q_{max}'' = De$, y en su lugar hacemos $Q_{max}'' = T''$, obtendremos un valor mayor que el que corresponde.

Luego, en todos los casos, si se comete un error se obtendrá un valor de De mayor que el que corresponde. En consecuencia, para obtener el valor de la demanda de eliminación cuando los $\overset{+}{cm}$ corresponden a la empresa de menor subprecio, se calcularán sus valores según las fórmulas (50) y (51), y si los valores resultantes no son iguales se adoptará el menor de los mismos.

Ejemplo (a)

Supongamos que las empresas tienen las características indicadas en el gráfico superior de la página 198 y hagamos abstracción de las unidades.

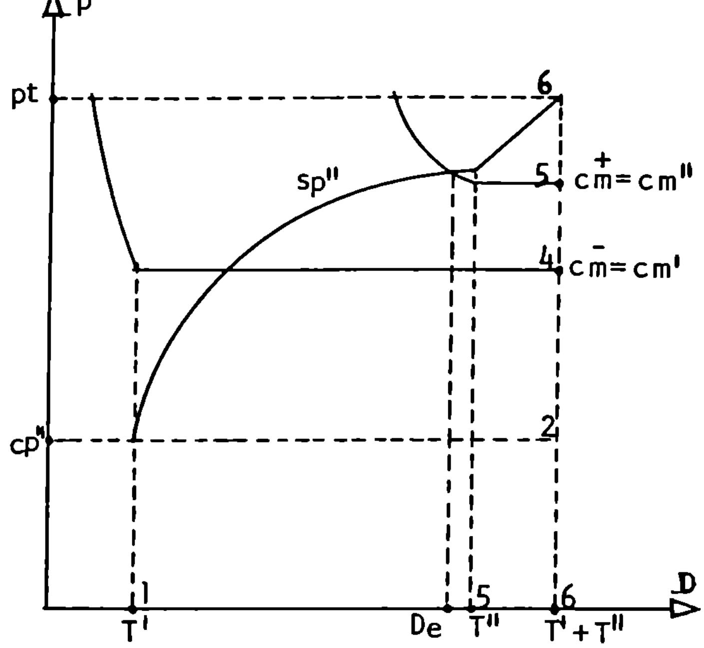
Como $\overset{+}{cm} = cm''$, apliquemos la (49).

$$T' = 1$$

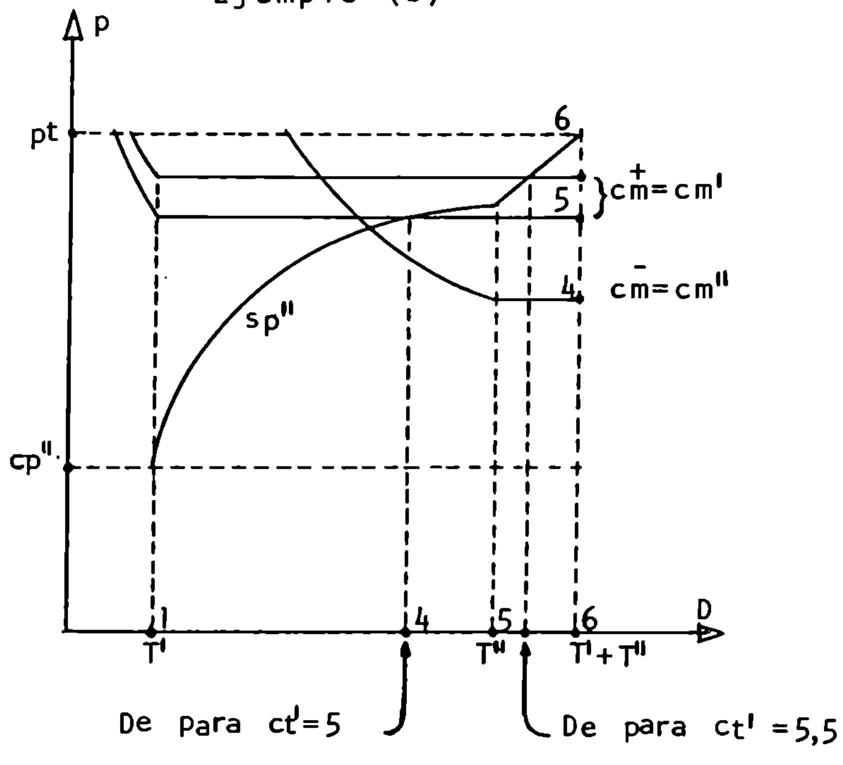
$$ct'' = cp'' + \frac{Cf''}{T''}$$

$$Cf'' = (ct''-cp'')T'' = (5-2)\times 5 = 15$$

Ejemplo (a)



Ejemplo (b)



$pt - cp'' = 6-2 = 4$

$$De = T' + \frac{Cf''}{pt-cp''} = 1 + \frac{15}{4} = 4,75$$

Ejemplo (b)

Como se muestra en la figura de la página 198 , supongamos que $\overset{+}{cm} = cm'$ y que la empresa de mayor subprecio tienen las características siguientes:

$T'' = 5$

$cp'' = 2$

$Cf'' = 10$

$$cm'' = cp'' + \frac{Cf''}{Qmax''} = 2 + \frac{10}{Qmax''}$$

—Si $ct' = 5$, aplicando las fórmulas (50)y(51) obtendremos que:

$$De = 1 + \left(\frac{5-2}{6-2}\right)5 = 1 + (0,75 \times 5) = 4,75$$

$$De = \frac{1}{1-0,75} = \frac{1}{0,25} = 4$$

Luego, De = 4, que es el menor valor obtenido aplicando ambas fórmulas

—Si $ct' = 5,5$, aplicando las fórmulas (50)y(51) se obtendrá que:

$$De = 1 + \left(\frac{5,5-2}{6-2}\right)5 = 1 + (0,875 \times 5) = 5,375$$

$$De = \frac{1}{1-0,875} = \frac{1}{0,125} = 8$$

Luego, $De = 5,375$ pués corresponde al menor valor obtenido.

VARIACION SIMULTANEA DE LA DEMANDA Y EL TAMAÑO DE LA EMPRESA DE MENOR SUBPRECIO.

Si suponemos que varían simultáneamente la demanda y el tamaño de la empresa (1) de menor subprecio, mientras que el tamaño de la empresa (2) de mayor subprecio permanece constante, estaremos considerando un caso que se presenta frecuentemente en la realidad.

(*)

Si subsisten las dos empresas y la oferta es igual a la demanda, los precios de venta y las ventas de las empresas serán, de acuerdo a lo visto anteriormente:

$$(p')Ef = (p'')Ef = pt \quad , \quad (Q')Ef = Qmax' = T'$$
$$(Q'')Ef = Qmax'' = T''$$

Si la oferta se hace mayor que la demanda, se tendrá que:

$$(p')Ef = sp'' \quad , \quad (Q')Ef = Qmax' = T'$$
$$(p'')Ef = pt = cte \quad , \quad (Q'')Ef = Qmin''$$

Si aumenta el T' a $D=cte$, o disminuye la D a $T'=cte$, aumentará ΔQ, y en consecuencia disminuirá $(p')Ef = sp''$.

Cuando se haga $(p')Ef = sp'' < \overset{+}{cm}$, se eliminará la empresa de mayores costos unitarios mínimos, y si $\overset{+}{cm} = \overset{-}{cm}$, se eliminarán ambas empresas.

Si subsiste una empresa, su precio de venta será igual a los costos unitarios mínimos cm de la empresa eliminada.

(*)

Si subsisten las dos empresas y la empresa (1) aumenta su tamaño a demanda constante, con una evolución de sus costos fijos totales comprendida entre los dos límites considerados anteriormente, la utilidad total de la empresa (1) aumentará mientras que la utilidad total de la empresa (2)disminuirá de valor.

Si ambas empresas subsisten hasta un tamaño suficientemente grande de la empresa (1), su utilidad total pasará por un máximo para luego disminuír de valor.

Si D = T' + T'', las dos empresas tendrán utilidad total máxima para esos tamaños.

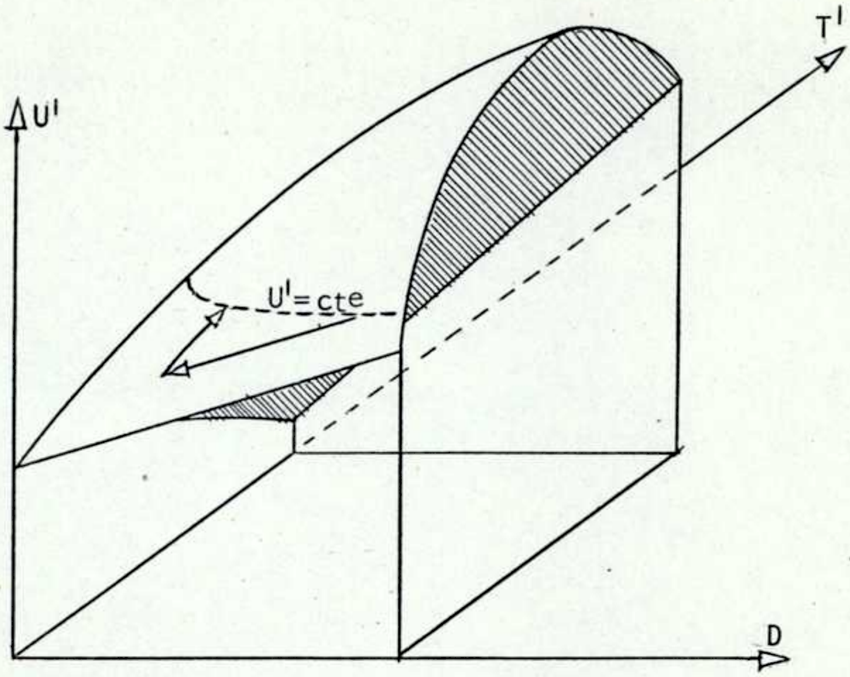
Si disminuye la demanda, a tamaños constantes, y subsisten las dos empresas, disminuirá la utilidad total de ambas.

En todos los casos, cuando la utilidad total de una o ambas empresas se haga menor que cero se eliminarán una o ambas empresas, respectivamente.

Si subsiste solamente la empresa (1) y ésta aumenta su tamaño a demanda constante su utilidad total aumentará.

Representamos en la figura de la página siguiente un sector de las transformacines que hemos considerado.

Si se dan las condiciones indicadas en el gráfico, la empresa (1) podrá compensar una disminución de la demanda con un aumento de su tamaño manteniendo su utilidad total constante.



LOS PRECIOS DE VENTA

Si subsisten las dos empresas, los precios de venta de la empresa (1) de menor subprecio y de la empresa (2) de mayor subprecio serán de acuerdo a lo visto anteriormente:

$$(p')Ef = sp'' = (pt-cp'')\left(\frac{Qmin''}{Qmax''}\right)+cp''$$

$$(p'')Ef = pt$$

Como la empresa de menor subprecio venderá su volumen máximo Qmax', y la de mayor subprecio venderá su volumen mínimo Qmin'', el precio de venta promedio del producto elaborado por las empresas será:

$$Ppr = \frac{(p')Ef.Qmax'+(p'')Ef.Qmin''}{Qmax'+Qmin''} \qquad (52)$$

De acuerdo a lo visto en la página 186, si subsisten las dos empresas será:

$$Qmax' = T'$$

Según la fórmula (7) de la página 57:

$$Qmin'' = D-Qmax' = D-T'$$

Reemplazando en la (52) los valores de (p')Ef, (p'')Ef, Qmax' y Qmin'', se tendrá que:

$$Ppr = \frac{\left[(pt-cp'')\left(\frac{D-T'}{Qmax''}\right)+cp''\right]T'+pt(D-T')}{T'+D-T'}$$

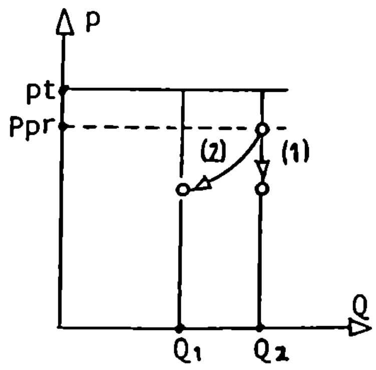
$$Ppr = \frac{\left[(pt-cp'')\left(\frac{D-T'}{Qmax''}\right)+cp''\right]T'+pt(D-T')}{D}$$

El precio promedio resulta función de la demanda (D), del precio tope (pt), de los costos proporcionales unitarios de la empresa de mayor subprecio (cp'') y de los tamaños o volúmenes máximos de las empresas (T' y Qmax''), y en consecuencia, de la oferta.

Luego, aunque la demanda sea totalmente inelástica, si subsisten las dos empresas el precio promedio variará con las variaciones de la oferta y la demanda.

De acuerdo con la definición de precio promedio y con los resultados obtenidos en el apartado anterior, podemos decir que:

Cuando la oferta se mantiene igual o mayor que la demanda y subsisten las dos empresas, si aumenta la oferta a demanda constante o si disminuye la demanda a oferta constante, el precio promedio del producto disminuirá.



(1) Aumenta OF,a D=cte

(2) Disminuye D,a OF=cte

demandado

Si subsiste una sola empresa, su precio de venta será igual a los costos unitarios mínimos de la empresa eliminada.

En este caso, si disminuye la demanda a oferta constante, el precio de venta de la empresa que subsiste se mantendrá constante o aumentará, de acuerdo a lo visto en los ejemplos de las páginas 192 y 193, siguiendo un comportamiento opuesto al del caso anterior.

(*)

Hemos visto que si subsisten las dos empresas, el precio de venta de la empresa de mayor subprecio, que generalmente es la empresa grande, será el precio tope y el precio de venta de la otra empresa será un precio igual o menor que aquél, que también será función del precio tope.

Por otro lado, se ha visto que el precio tope puede ser un precio máximo fijado por el gobierno.

Entonces, si se establece un precio máximo sólo para la empresa grande, se regulará también el precio de venta de la otra empresa, es decir, se regularán los precios de venta de todo el mercado.

EL PUNTO DE EQUILIBRIO

En el diagrama de costos de una empresa, el punto de equilibrio convencional nos da el volumen de ventas para el que se anula la utilidad de la empresa, suponiendo que el precio de venta se mantiene constante.

El estudio de este modelo permite apreciar que, al realizar análisis de sensibilidad de las empresas que constituyen un oligopolio, la consideración generalizada del punto de equilibrio convencional no es acertada pués lleva implícita la suposición que ante factores adversos las empresas disminuirán sus volúmenes de ventas a precios constantes, lo que no siempre ocurre.

Resulta más acorde con la realidad la consideración de un punto de equilibrio a precio constante, (PE)p=cte, que se aplicará a las empresas que bajo circunstancias desfavorables disminuyen su volumen a precio constante, y un punto de equilibrio a volumen constante, (PE)Q=cte, que se aplicará cuando las empresas evolucionan de esa manera.

Si suponemos que ante factores adversos será eliminada en primer término la empresa analizada y no otra, lo que equivale a suponer que aquella tiene los mayores costos unitarios mínimos, la consideración de estos puntos de equilibrio nos dará una idea del margen de tolerancia que tiene la empresa hasta anular su utilidad.

Apliquemos estos conceptos al caso estudiado de dos empresas de distinto subprecio y demanda inelástica y analicemos su evolución en el ámbito en que la oferta es mayor que la demanda y subsisten las dos empresas.

De la fórmula (5) de la página 43 puede deducirse que si disminuye el precio tope a demanda constante, y en consecuencia a volúmenes máximo y mínimo constantes, el subprecio de las empresas disminuirá.

De acuerdo con este resultado y con lo visto en este capítulo, podemos afirmar que si disminuye el precio tope a demanda constante o si disminuye la demanda a precio tope constante, la empresa de menor subprecio disminuirá su precio de venta ($p'=sp''$) manteniendo constante su volumen de ventas ($Q'=Qmax'=T'<D$). Luego, al realizar análisis de sensibilidad de la empresa de menor subprecio deberá tenerse en cuenta el punto de equilibrio a volumen constante.

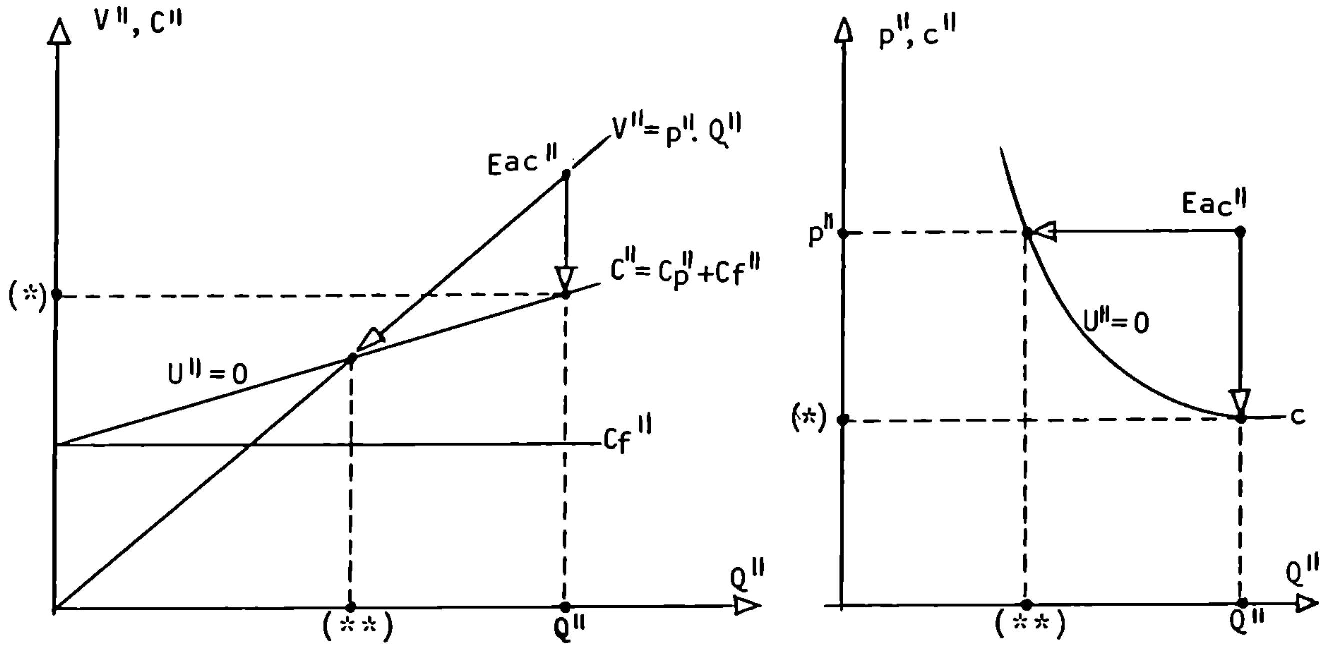
Por otro lado, de acuerdo con lo visto en este capítulo y en el anterior, si aumenta el tamaño de la empresa de menor subprecio o disminuye la demanda a precio tope constante, la empresa de mayor subprecio disminuirá su volumen ($Q''=Qmin''$) manteniendo constante el precio ($p''=pt$). En cambio si disminuye el precio tope a demanda constante, la empresa de mayor subprecio disminuirá su precio de venta ($p''=pt$) manteniendo constante su volumen ($Q''=Qmin''$). Si los factores enunciados inciden simultáneamente, la empresa anulará su utilidad con una variación de precio y de volumen y el estado resultante corresponderá a un punto de la curva de $U=0$ situado entre los dos puntos de equilibrio mencionados.

Luego, al realizar análisis de sensibilidad de la empresa de mayor subprecio deberán tenerse en cuenta los puntos de equilibrio a precio y a volumen constante, para considerar las evoluciones posibles ante distintos factores desfavorables.

Si recordamos que la empresa de menor subprecio es generalmente la chica y la de mayor subprecio la grande, resumiendo lo anterior podemos decir que:

Al realizar análisis de sensibilidad de la empresa chica (en rigor de la empresa de menor subprecio) no tiene sen tido considerar el punto de equilibrio convencional y en su lugar deberá tenerse en cuenta el punto de equilibrio a volumen constante. Con la empresa grande (en rigor, con la empresa de mayor subprecio) deberán aplicarse el punto de equilibrio a volumen constante y el punto de equilibrio a precio constante para considerar las evoluciones posibles ante distintos factores desfavorables.

Entonces, si se hace un análisis de sensibilidad de la empresa de mayor subprecio que se encuentra en el estado actual simbolizado por Eac'' con un precio p'' y un volumen Q'', será de la forma:



(*) = (PE) Q=cte

(**) = (PE) p=cte, o, PE convencional

Si la empresa fuera la de menor subprecio, solamente correspondería considerar el (PE)Q=cte que contempla la única evolución posible ante adversidades si se cumplen los principios del modelo.

(*)

Se puede definir un coeficiente de seguridad para la empresa que evoluciona a volumen constante ante factores desfavorables, $(S)Q=cte$, considerando el precio p de la empresa en el estado actual y sus costos unitarios c correspondientes al volumen actual de la empresa.

$$(S)Q=cte = \frac{p-c}{p} \times 100$$

Este coeficiente expresará el porcentaje del precio de venta que puede bajar la empresa antes de ser eliminada.

También se puede definir un coeficiente de seguridad para la empresa que evoluciona a precio constante, $(S)p=cte$, considerando el volumen Q de la empresa en el estado actual y el volumen de equilibrio QE para el precio actual (como este coeficiente sólo se aplica a la empresa de mayor subprecio, el precio actual será igual al precio tope).

$$(S)p=cte = \frac{Q-QE}{Q} \times 100$$

Este coeficiente expresará el porcentaje del volumen que puede perder por desplazamientos la empresa antes de ser eliminada del mercado.

CAPITULO 8

LAS EMPRESAS EN MODELOS CON OTROS PRINCIPIOS

LA TEORIA DE LOS JUEGOS Y LOS SUBPRECIOS

Podemos considerar a las empresas como jugadores y adoptar los principios de la Teoría de los juegos o Hipótesis de Von Neumann, que establecen para un caso como el que nos ocupa lo siguiente (ver referencias: #3 a #8):

(1). Los intereses de los dos jugadores son opuestos.
(2). Los jugadores conocen las reglas del juego y pueden construír la matríz de beneficios.
(3). Los jugadores son sagaces, es decir, si un jugador conoce la estrategia pura del otro, eligirá la estrategia que le da el mayor beneficio.
(4). Los jugadores son pesimistas o conservadores y buscan la mayor seguridad o el menor riesgo. Dicho de otra forma, los jugadores eligen las alternativas que les aportan lo mejor dentro de lo peor que les puede suceder.

Estos principios son aplicables a nuestro caso ya que las empresas tienen intereses opuestos, pués tratan de tomar para sí a la mayor parte de la demanda.

Las reglas del juego acá consideradas serán las siguientes:

(1). Los jugadores maximizarán sus utilidades totales.
(2). Los clientes comprarán con preferencia al proveedor de menor precio. Entonces, de acuerdo con lo visto anteriormente, la empresa de menor precio venderá su volumen máximo y la otra su volumen mínimo.

Si el precio de los proveedores es el mismo, los clientes comprarán a cualquiera de ellos; en consecuencia, en este caso debemos considerar que cada empresa vende su volumen mínimo, como corresponde al peor de los casos, ya que vender un volumen mayor que el indicado es incierto y puede no suceder.

Entre las alternativas de precios consideraremos valores iguales a los subprecios de las empresas. Estos valores podrán ser determinados experimentalmente por las mismas, como se ha explicado anteriormente, o podrán ser calculados por ellas teniendo en cuenta los costos proporcionales y los tamaños, que generalmente son conocidos. Luego, los jugadores podrán construír la matríz de utilidades correspondiente.

(*)

Hagamos algunas consideraciones que nos permitirán simplificar la matríz de utilidades.

En primer lugar y de acuerdo con lo visto en la página 69, los jugadores no adoptarán un precio menor que sus subprecios respectivos, porque de hacerlo así ni desplazando al otro jugador y vendiendo su volumen máximo obtendrán mayor utilidad que vendiendo su volumen mínimo al precio tope, lo que siempre será posible con solo fijar al precio tope como precio de venta.

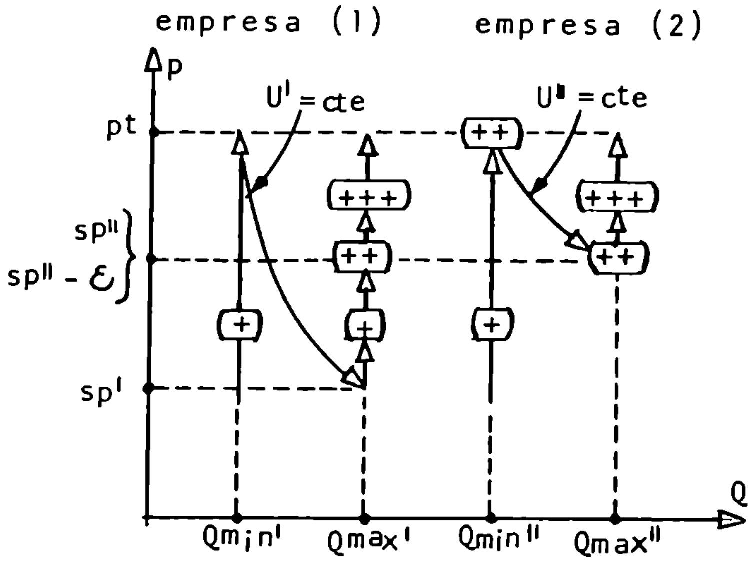
Además, en lugar de poner en cada acontecimiento o conjunción de alternativas las utilidades totales de cada empresa, colocaremos símbolos (+),(++)y(+++), que nos indicarán que la utilidad total de (+) es menor que la de (++) y la de este menor que la de (+++).

Para la empresa (1) de menor subprecio, los símbolos corresponderán a los siguientes estados que tienen utilidades totales decrecientes, de acuerdo con lo visto anteriormente y como puede apreciarse en el gráfico siguiente:

$$\text{Empresa (1)}\begin{cases} \text{U de Qmax y } p' > (sp''-\varepsilon) & \longrightarrow (+++) \\ \text{U de Qmax y } p' = (sp''-\varepsilon) & \longrightarrow (++) \\ \left.\begin{array}{l}\text{U de Qmax y } p' < (sp''-\varepsilon) \\ \text{U de Qmin y } p' \leqslant pt\end{array}\right\} & \longrightarrow (+) \end{cases}$$

Recordemos que $sp'' \simeq (sp''-\varepsilon)$, ya que ε es la menor unidad monetaria. Para la empresa (2) de mayor subprecio se tendrá que:

$$\text{Empresa (2)}\begin{cases} \text{U de Qmax y } p'' > sp'' & \longrightarrow (+++) \\ \left.\begin{array}{l}\text{U de Qmax y } p'' = sp'' \\ \text{U de Qmin y } p'' = pt\end{array}\right\} & \longrightarrow (++) \\ \text{U de Qmin y } p'' < pt & \longrightarrow (+) \end{cases}$$



Entre sp'' y pt consideraremos dos precios intermedios:

$$sp'' + \frac{2}{3}\,(pt-sp'') \quad , \ y, \quad sp'' + \frac{1}{3}\,(pt-sp'')$$

Podríamos considerar otras alternativas de precios intermedios pero ellas no alterarán el resultado, por lo que las obviamos para simplificar.

En el triángulo superior de cada evento colocaremos el símbolo correspondiente a la empresa (1) y en el inferior el correspondiente a la empresa (2).

De acuerdo con estas consideraciones, la matríz de utilidades totales resultará:

		Precios de la empresa (2), p''			
		pt	$sp''+\frac{2}{3}(pt-sp'')$	$sp''+\frac{1}{3}(pt-sp'')$	sp''
Precios de la empresa (1), p'	pt	+ / ++	+ / +++	+ / +++	+ / ++
	$sp''+\frac{2}{3}(pt-sp'')$	+++ / ++	+ / +	+ / +++	+ / ++
	$sp''+\frac{1}{3}(pt-sp'')$	+++ / ++	+++ / +	+ / +	+ / ++
	$sp''-\varepsilon$	++ / ++	++ / +	++ / +	++ / +

Supongamos que inicialmente los precios de las empresas son:

$p' = sp'' - \mathcal{E}$

$p'' = pt$

Entonces, de acuerdo con la hipótesis (3) de esta teoría, las empresas adoptarán sucesivamente los siguientes precios:

$p' = sp'' + 2/3\ (pt-sp'')$

$p'' = sp'' + 1/3\ (pt-sp'')$

$p' = sp'' - \mathcal{E}$

$p'' = pt$

$p' = sp'' + 2/3\ (pt-sp'')$

....

Este ciclo, que se ha indicado en la matríz con flechas, se repetirá indefinidamente y no se logrará estabilidad en los precios de las empresas competidoras.

Por esta razón, podemos inferir que la solución del problema de acuerdo con la teoría de los juegos no consistirá en que cada empresa o jugador adopte una determinada alternativa o precio que se mantendrá indefinidamente, lo que configuraría una estrategia pura para el jugador. Por el contrario, la solución consistirá en que cada jugador adopte una estrategia mixta, es decir, distintos precios que se repetirán al azar pero con una determinada frecuencia. Así por ejemplo, si el jugador (1) debe jugar los precios p_1' y p_2' con una frecuencia de 0,4 y 0,6 respectivamente, para ejecutar esta estrategia el jugador puede tomar una tabla de números al azar y adoptar para períodos de tiempo conse-

•

cutivos el precio p_1' cuando el último dígito de estos números sea 0, 1, 2 ó 3 y p_2' cuando sea uno de los restantes. (*)

Pero las estrategias mixtas son impracticables en los oligopolios por las siguientes razones:

—Una empresa puede fijar un precio al azar, pero su competidor tendrá muchos medios para enterarse de ese precio y fijar el suyo propio en consecuencia, con las ventajas que esto significa sobre una elección al azar. El medio más usado es la infidencia de los clientes, en cuyo caso es suficiente la información de uno solo de ellos. Otro medio consiste en presentar precios escalonados en distintos clientes para detectar cual es el precio de corte por debajo del cual los clientes empiezan a comprar y que en general será igual o inferior al precio del competidor.

Por otro lado, salvo el caso de licitaciones, las empresas siempre pueden cambiar sus precios, mediante cambio de lista o simplemente realizando descuentos. Entonces, auque una empresa fije inicialmente un precio al azar, lo podrá cambiar si no resulta el adecuado respecto a los precios de sus competidores, una o varias veces si es necesario, hasta adoptar un precio definitivo que le de los resultados esperados.

De lo dicho se desprende que los precios considerados se adoptarán teniendo en cuenta la competencia y en ningún caso se fijarán al azar.

En consecuencia, como los precios de venta de las empresas de un oligopolio no tienen naturaleza aleatoria, no se les puede aplicar las estrategias mixtas propuestas por la Teoría de los juegos; por otro lado, se justifica el carácter determinístico (no aleatorio) dado al modelo de los subprecios e impuesto como condición fundamental al iniciar el estudio.

—Por su contenido estadístico, las estrategias mixtas optimizarán las utilidades de las empresas al cabo de un número suficientemente grande de períodos de tiempo. Pero normalmente las programaciones no se hacen por espacios de tiempo tan prolongados pués al cabo de ellos puede haber un sinnúmero de factores que varían las condiciones iniciales.

Entonces, si tenemos en cuenta que la certeza de obtener determinados beneficios es fundamental para cumplir con la planificación proyectada, habrá que descartar la aplicación de las estrategias mixtas en los casos que nos ocupan porque dan resultados inciertos y azarosos en los plazos moderados.

Observemos en la matríz considerada anteriormente que si la empresa (1) fija el precio (sp'' - ε) de acuerdo a la solución del método de los subprecios, obtendrá una utilidad (++), que es la mayor posible de obtener con certeza cuando la empresa (2) adopta una cualquiera de sus cuatro alternativas.

—Las estrategias mixtas son difíciles de justificar:

Imagínese el asombro del cliente cuando se le informe que por este motivo se le suben o bajan períodicamente los precios.

RESULTADOS INCIERTOS

Si las empresas no cumplen el principio (1) y se proponen obtener la mayor utilidad total posible "aunque este resultado no se pueda lograr con certeza", adoptarán precios comprendidos entre el subprecio de la empresa de mayor subprecio y el precio tope. Entonces, en cada período de tiem po, la empresa que resulte con el menor precio desplazará a la otra y obtendrá una utilidad mayor que la del modelo, porque venderá su volumen máximo a un precio mayor que el subprecio de la empresa de mayor subprecio y la empresa que resulte con mayor precio será desplazada y obtendrá una utilidad menor que la del modelo, porque venderá su volumen mínimo a un precio menor que el precio tope.

En este caso, las empresas deberán hacer sucesivos cambios de precio para evitar ser desplazadas, lo que deficílmente podrá constituír una política permanente y la obtención de los resultados óptimos deseados será siempre incierta.

(*)

Puede suceder que solamente la empresa de menor subprecio adopte el criterio que estamos comentando y suba su precio por encima del subprecio de la empresa de mayor subprecio, en cuyo caso dicha empresa se verá beneficiada, siempre que la empresa de mayor subprecio no cambie su actitud y se decida a desplazarla para aumentar su utilidad.

DESPLAZAMIENTOS SECTORIALES

Supongamos que dos empresas alcanzan el estado estacionario, que la empresa (1) vende su volumen máximo al subprecio de la otra y la empresa (2) vende su volumen mínimo al precio tope.

Entonces puede suceder que la empresa desplazada (2), apartándose del principio (5) que establece que una empresa puede tener un precio menor o mayor que la otra solamente en todos y cada uno de los clientes, ofrezca su producto a un sector de los clientes de la empresa (1) a un precio menor que su subprecio y mayor que sus costos proporcionales unitarios y realice las ventas correspondientes. Con este comportamiento la empresa (2) aumentará su utilidad total pués mantendrá las ventas anteriores y agregará nuevos volúmenes a un precio mayor que sus costos proporcionales unitarios.

Pero en los períodos siguientes, la empresa (1) que ha sido perjudicada podrá también realizar un desplazamiento sectorial de los clientes de la empresa (2), ofreciendo su producto a un precio menor que el precio tope, realizando las ventas correspondientes y recuperando su volumen inicial.

Procediendo de esta forma y al cabo de sucesivos y mutuos desplazamientos sectoriales, las empresas venderán los mismos volúmenes que los iniciales pero a un precio menor, es decir, disminuirán sus utilidades.

Luego, la empresa desplazada evitará mejorar el precio de la otra en un sector de sus clientes por el poder de represalia que tiene esta empresa ante un comportamiento de este tipo.

Por otro lado, una política de diferentes precios sectoriales ocasionará serios inconvenientes en caso de ser conocida por los clientes no beneficiados, por la evidente injusticia que pone de manifiesto.

RENTABILIDAD POR UTILIDAD

El balance de una empresa tiene la siguiente forma,considerando los rubros más importantes e indicando al costado los símbolos con los que los representaremos:

Activo (A)

Activo corriente o asociado a plazos menores que un año (Acte)

Disponibilidades (Ds)
Créditos (Cr)
Bienes de Cambio (B de C)

Activo no corriente

Bienes de Uso o Activo Fijo (Af), netos de Amortizaciones.

Pasivo (P)

Pasivo corriente (Pcte)

Deudas corrientes

Pasivo no corriente o Pasivo a largo plazo (Plp)

Deudas no corrientes

Patrimonio Neto (Cap)

Capital suscripto
Reservas
Utilidades Acumuladas.

Simbolizaremos al patrimonio neto con Cap y lo llamaremos también capital de la empresa, capital o inversión, porque representa al capital total de la empresa, o mejor dicho, de los socios de la empresa, o a la participación de los socios en el activo de la misma.

En el balance se cumple que:

$$A = P + Cap \qquad (53)$$

Se define como capital de trabajo de una empresa, Cap de Tr, a la siguiente expresión:

$$Cap\ de\ Tr = Acte - Pcte = Ds + Cr + BdeC - Pcte \qquad (54)$$

Al activo corriente se lo llama también activo de trabajo.

De la fórmula (53)y(54) anteriores, se puede deducir que:

$$Cap = A - P = Acte + Af - Pcte - Plp = Acte - Pcte + Af - Plp$$

$$Cap = Cap\ de\ Tr + Af - Plp \qquad (55)$$

Se define como rentabilidad de una empresa, R, al cociente:

$$R = \frac{U}{Cap} \qquad (56)$$

La rentabilidad es un índice financiero que asocia la utilidad de una empresa con el capital o inversión necesaria para obtenerla y tiene la naturaleza de una tasa de interés por lo que generalmente se la expresa en porcentaje.

De las fórmulas (55)y(56) se deduce que:

$$R = \frac{U}{Cap} = \frac{U}{Cap\ de\ Tr + Af - Plp} \qquad (57)$$

(*)

En el principio (1) hemos supuesto que las empresas adoptan el precio de venta que les produce con certeza la mayor utilidad posible en el tiempo considerado.

Supongamos ahora que las empresas adoptan el precio de venta que les produce la mayor rentabilidad posible en el tiempo considerado, es decir, reemplacemos la utilidad por la rentabilidad.

La política óptima a seguir respecto al capital de una empresa será minimizarlo, pués de esta forma aumentará la rentabilidad de la misma.

Si adoptamos esta política, el capital de la empresa variará según que la misma venda su volumen máximo o sù volumen mínimo.

En efecto, teniendo en cuenta las fórmulas (54) y (55), observemos que el Af y el Plp, generalmente asociado a la financiación del Af, permanecerán constantes si el volumen Q varía entre los límites indicados. Pero en este caso se producirá una variación del Cap de Tr, ya que las deseables Ds mínimas, Cr mínimos, stock de B de C mínimos y Pcte máximo que lo constituyen, son proporcionales al volumen de ventas o tienen, al menos, una componente proporcional a él. Así por ejemplo, si aplicamos el criterio de Dupont para determinar la D mínima, ésta será igual a los costos totales de un determinado número de períodos de tiempo y como algunos de estos costos son fijos y otros son variables, la D mínima tendrá una componente constante y otra proporcional al volumen de ventas.

En consecuencia, el capital de trabajo de una empresa y por ende su capital total, variarán según que la empresa venda su volumen máximo o su volumen mínimo.

Pero en muchos casos esta variación de capital para el salto de volumen ΔQ será despreciable y podremos considerar que el capital de las empresas permanece constante cuando el volumen varía entre el volumen máximo Qmax y el volumen mínimo Qmin, y en general, cuando el volumen varía a tamaño constante.

Por ello, aplicaremos el nuevo principio a dos casos distintos: el caso (1), donde el capital de las empresas permanece constante cuando varía su volumen de ventas a tamaño constante, y el caso (2), donde el capital de las empresas varía cuando varía el volumen.

El primer caso ocurre normalmente y el segundo sólo cuando la estructura de costos de las empresas es muy variable o cuando la variación del volumen de ventas es muy grande.

(**)

Caso (1): El capital de las empresas permanece constante cuando varía su volumen de ventas, Q, a tamaño constante.

(*)

Supongamos que la demanda y el tamaño de las empresas permanecen constantes. En este caso, como no hay variación de capital para el salto de volumen ΔQ, los capitales de las empresas permanecerán constantes:

$$Cap = cte$$

En consecuencia, para cada empresa, la rentabilidad R en un determinado período de tiempo resultará proporcional a la utilidad total de la misma en ese período, ya que:

$$R = \frac{U}{Cap} = \frac{U}{cte}$$

Entonces, cuando la utilidad total de la empresa sea la mayor posible, también lo será la rentabilidad de la misma.

En consecuencia, cuando la demanda y el tamaño de las empresas permanezcan constantes y no haya variación del capital para el salto de volumen ΔQ, los estados finales de las empresas en este modelo serán los mismos que en el modelo original.

Además, la evolución de "la utilidad" de las empresas cuando varían sus tamaños o la demanda será la misma en ambos modelos, ya que para cada valor del tamaño o de la demanda, las empresas llegarán al mismo estado final optimizando la utilidad o la rentabilidad.

(*)

Supongamos que el tamaño de las empresas permanece constante mientras que la demanda varía.

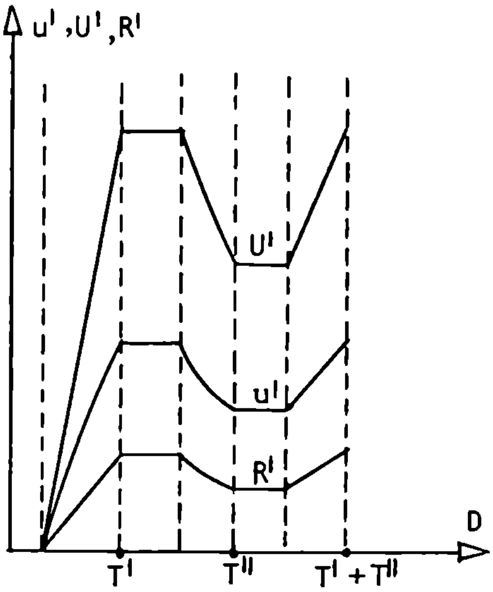
También en este caso, como no hay variación de capital cuando varía el volumen, los capitales de las empresas permanecerán constantes y la rentabilidad de las mismas resultará proporcional a sus utilidades totales respectivas.

—Cuando la utilidad total de una empresa sea nula o máxima, la rentabilidad de la misma también será nula o máxima.

—Cuando la demanda varía, la evolución de la rentabilidad en los distintos estados de una empresa se podrá calcular fácilmente a partir de su utilidad total ya que:

$$R = \frac{U}{Cap} = \frac{U}{cte}$$

De esta forma, y a título de ejemplo, la evolución de la rentabilidad de la empresa (1) en el primer ejemplo de la página 192 será:



(*)

Supongamos que la demanda permanece constante mientras que el tamaño de la empresa de menor subprecio varía.

En este caso, aunque no haya variación del capital para el salto de volumen ΔQ a tamaño constante, el capital de la empresa de menor subprecio variará cuando varíe su tamaño:

$$\text{Cap} = \text{variable}$$

$$R = \frac{U}{\text{Cap}} = \frac{U}{\text{variable}}$$

Si se trata de un proyecto, podrá evaluarse el capital en función del tamaño considerando cada uno de los términos que lo constituyen y que están dados por la fórmula (55) de la página 219.

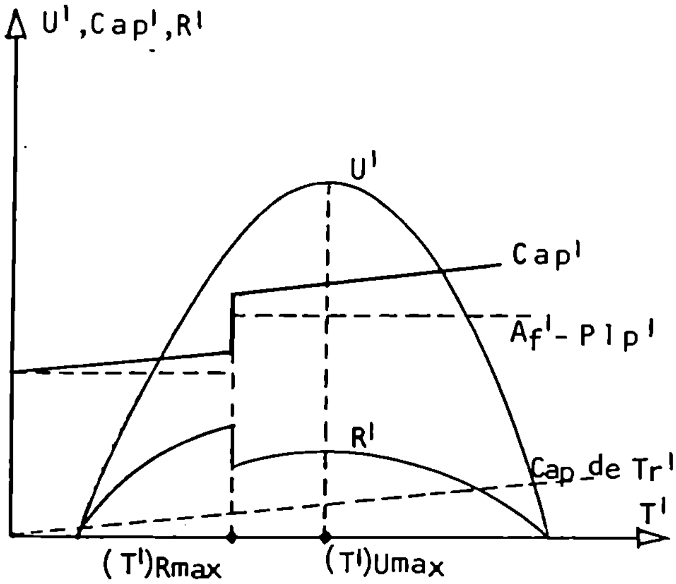
$$\text{Cap} = \text{Cap de Tr} + \text{Af} - \text{Plp}$$

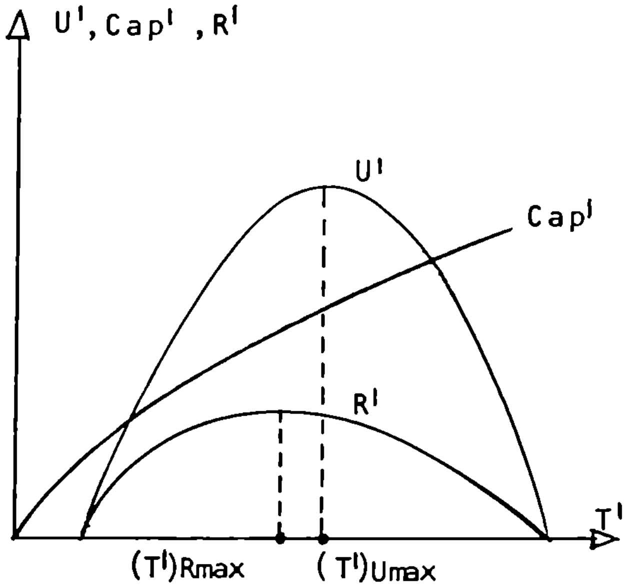
El capital de trabajo, en su expresión general, tendrá componentes constantes y otros proporcionales al tamaño; el activo fijo podrá calcularse aproximadamente con el método del capital fijo por tonelada o con la regla del 0,6 y el pasivo a largo plazo dependerá del caso particular que se considera.

—Cuando la utilidad total de una empresa sea nula, su rentabilidad también será nula; pero cuando dicha utilidad sea máxima, no necesariamente la rentabilidad será máxima.

—Cuando el tamaño de una empresa varía, la evolución de la rentabilidad en los distintos estados de la empresa podrá calcularse a través de la utilidad total y del capital de la misma en los distintos estados.

De esta forma, y a título de ejemplo, la evolución de la rentabilidad de la empresa de menor subprecio en el ejemplo de la página 133, será, según que el capital varíe discontinuamente o lo haga de acuerdo a la regla del 0,6.





En el segundo ejemplo coinciden apróximadamente los tamaños para los cuales la utilidad y la rentabilidad son máximas, pero ésto no sucede en el primer ejemplo.

(**)

Caso (2): El capital de las empresas varía cuando varía el volumen de ventas Q. En este caso, para determinar el precio que las empresas deben adoptar para obtener la mayor rentabilidad posible debemos hacer los mismos pasos que hemos realizado para determinar el precio que les producía la mayor utilidad posible, considerando que el capital de las empresas varía cuando éstas venden su volumen máximo o su volumen mínimo.

Llamaremos "salto de capital" de una empresa y lo simbolizaremos por ΔCap a la variación del capital de la misma al pasar de su volumen máximo a su volumen mínimo.

Como de acuerdo a lo dicho anteriormente el capital de la empresa es en este caso proporcional al volumen, el salto de capital será proporcional al salto de volumen:

$$\Delta Cap = (Cap)Qmax-(Cap)Qmin = K.Qmax-K.Qmin$$
$$\Delta Cap = K(Qmax-Qmin) = K.\Delta Q$$

donde K es la constante de proporcionalidad.

Llamaremos subprecio-rentabilidad (Sp) de una empresa, para un determinado precio de venta, al precio que debe tener la empresa para que vendiendo el volumen máximo, obtenga igual rentabilidad que vendiendo el volumen mínimo a aquél determinado precio de venta.

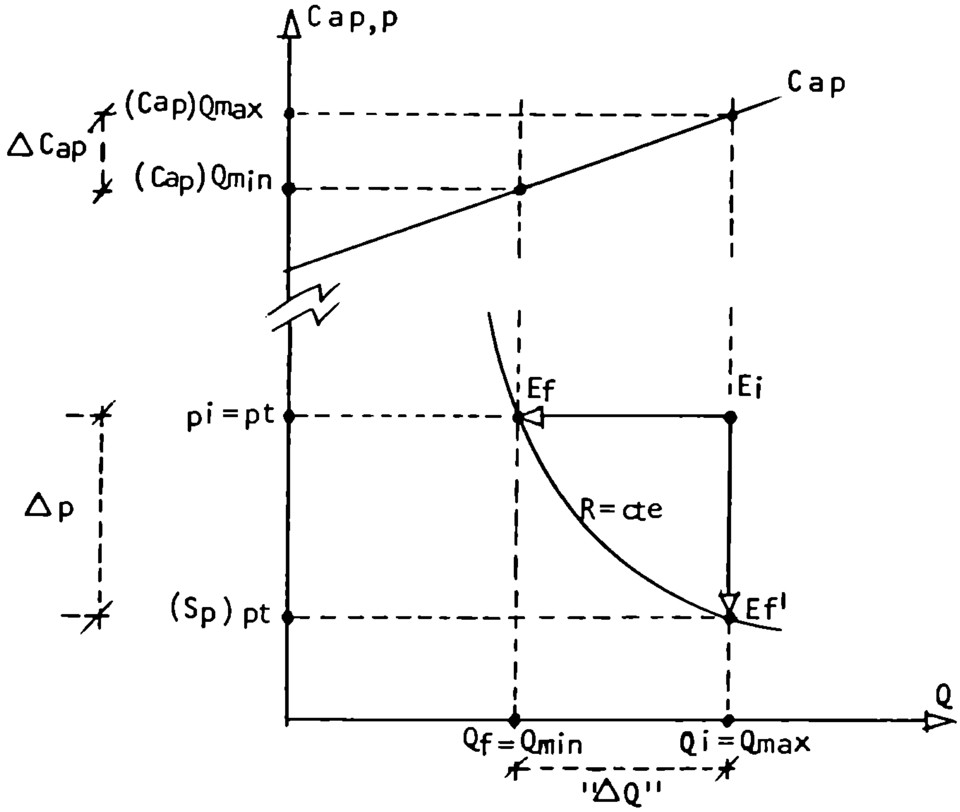
Calculemos el subprecio-rentabilidad de una empresa para el precio tope (Sp)pt, suponiendo, como ya lo hemos hecho en el modelo original, que los costos de las empresas sólo están formados por costos proporcionales y fijos, contínuos en el ámbito de volumen ΔQ considerado.

Supongamos que la empresa en su estado inicial, Ei, vende su volumen máximo al precio tope pt, y que a partir de su estado inicial experimenta dos cambios diferentes:

—Disminuye su volumen a precio constante de forma tal que en el estado final Ef vende su volumen mínimo al precio tope.

—Disminuye su precio manteniendo su volumen constante, de forma tal que en el estado final Ef' sufre una disminución de rentabilidad igual al caso anterior.

De acuerdo con la definición de subprecio-rentabilidad, el precio de la empresa en el estado Ef', será su subprecio-rentabilidad para el precio tope, (Sp)pt.



De acuerdo a lo supuesto, se tendrá que:

$$\frac{(U)Ef}{(Cap)Qmin} = \frac{(U)Ef'}{(Cap)Qmax}$$

$$\frac{(Cap)Qmax}{(Cap)Qmin}(U)Ef = (U)Ef'$$

Haciendo $\frac{(Cap)Qmax}{(Cap)Qmin} = F$

Tendremos que $F.(U)Ef = (U)Ef'$

Si consideramos la disminución de utilidad total U a precio y volumen constantes, $(\Delta U)p = (U)Ei - (U)Ef$ y $(\Delta U)Q = (U)Ei - (U)Ef'$ respectivamente, se tendrá que:

$$(U)Ef = (U)Ei - (\Delta U)p \quad , \quad (U)Ef' = (U)Ei - (\Delta U)Q$$

Luego, reemplazando en la anterior:

$$F\left[(U)Ei - (\Delta U)p\right] = (U)Ei - (\Delta U)Q$$

$$(U)Ei\ (F-1) - (\Delta U)p.F = -(\Delta U)Q$$

Si integramos las diferenciales parciales de U dadas en la página 39, tomamos incrementos y consideramos la disminución de volumen a precio constante
$"\Delta Q" = Qi - Qf = Qmax - Qmin = \Delta Q$, y la disminución de precio a volumen constantes $\Delta p = pi - pf$, se tendrá que:

$$(\Delta U)Q = Qi\,\Delta p$$

$$(\Delta U)p = (pi - cp)"\Delta Q" = (pi - cp)\,\Delta Q$$

Reemplazando $(U)Ei$, $(\Delta U)Q$ y $(\Delta U)p$ en la fórmula anterior se tendrá que:

$$(piQi - cpQi - Cf)(F-1) - (pi - cp).\Delta Q.F = -Qi.\Delta p$$

$$\left(pi - cp - \frac{Cf}{Qi}\right)(F-1) - \left(\frac{pi-cp}{Qi}\right)\Delta Q.F = -\Delta p$$

$$\Delta p = \left(\frac{pi-cp}{Qi}\right)\Delta Q.F - \left(pi - cp - \frac{Cf}{Qi}\right)(F-1)$$

Siendo:

$$pi = pt$$

$$Qi = Qmax$$

$$\Delta p = pt - (Sp)pt$$

$$cp+\frac{Cf}{Qi} = cp+\frac{Cf}{Qmax} = cm$$

Se tendrá, reemplazando:

$$pt-(Sp)pt = \left(\frac{pt-cp}{Qmax}\right)\Delta Q.F - (pt-cm)(F-1)$$

$$(Sp)pt = pt-\left(\frac{pt-cp}{Qmax}\right)\Delta Q.F + (pt-cm)(F-1)$$

Por otro lado:

$$F = \frac{(Cap)Qmax}{(Cap)Qmin} = \frac{(Cap)Qmin+\Delta Cap}{(Cap)Qmin} = 1+\frac{\Delta Cap}{(Cap)Qmin}$$

$$F-1 = \frac{\Delta Cap}{(Cap)Qmin}$$

Reemplazando y ordenando:

$$(Sp)pt = pt-\left(\frac{pt-cp}{Qmax}\right)\Delta Q-\left(\frac{pt-cp}{Qmax}\right)\Delta Q\left(\frac{\Delta Cap}{(Cap)Qmin}\right)+(pt-cm)\left(\frac{\Delta Cap}{(Cap)Qmin}\right)$$

$$(Sp)pt = \left[pt-\left(\frac{pt-cp}{Qmax}\right)\Delta Q\right]+\left\{\left[pt-\left(\frac{pt-cp}{Qmax}\right)\Delta Q\right]-cm\right\}\left(\frac{\Delta Cap}{(Cap)Qmin}\right)$$

Según la (3) de la página 43:

$$(sp)pt = pt-\left(\frac{pt-cp}{Qmax}\right)\Delta Q$$

Reemplazando:

$$(Sp)pt = (sp)pt+\left[(sp)pt-cm\right]\left(\frac{\Delta Cap}{(Cap)Qmin}\right)$$

Siendo $(Cap)Qmin = (Cap)Qmax-\Delta Cap$

$$(Sp)pt = (sp)pt+\left[(sp)pt-cm\right]\left(\frac{\Delta Cap}{(Cap)Qmax-\Delta Cap}\right)$$

Recordando que $\Delta Cap = K\Delta Q$ y reemplazando, se tendrá que:

$$Sp = sp + (sp-cm)\left(\frac{K\Delta Q}{(Cap)Qmax-K\Delta Q}\right)$$

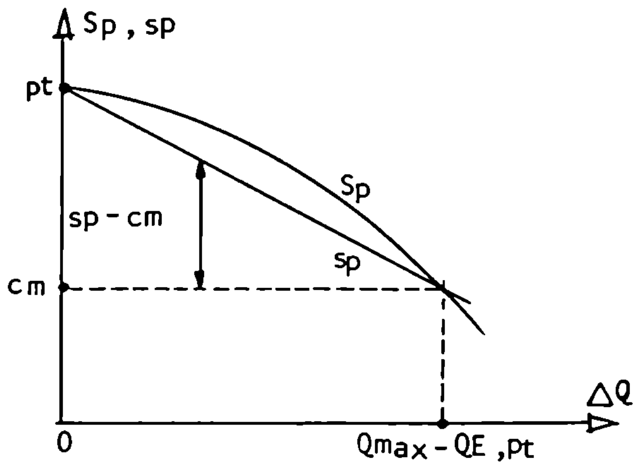
Si $\Delta Q = 0$, será $Sp = sp$

Además, de acuerdo a lo visto en la página 46:

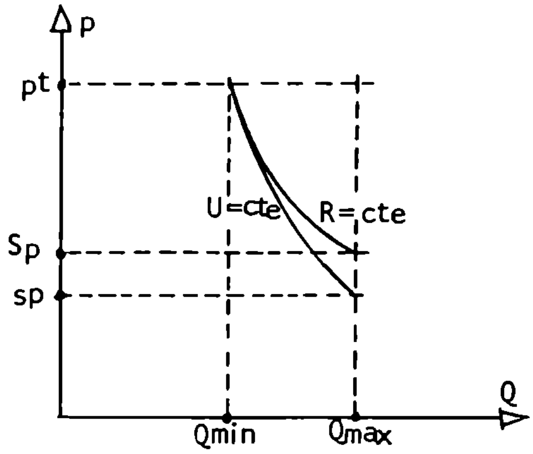
Si $\Delta Q = Qmax-Qmin = Qmax-QE,pt$, será $sp = cm$, y en consecuencia $Sp = sp$.

De este resultado y del análisis de la fórmula anterior puede deducirse que: Para los valores límites de ΔQ, $\Delta Q = 0$ y $\Delta Q = Qmax-QE,pt$ (para el cual sp=cm), el subprecio-rentabilidad de una empresa será igual a su subprecio, y para los valores intermedios de ΔQ resultará mayor que dicho subprecio.

Luego, la representación gráfica del subprecio-rentabilidad y del subprecio de una empresa en función de ΔQ, cuando el Qmax de la empresa permanece constante, será de la forma:



El subprecio-rentabilidad es ligeramente superior al subprecio, porque si las empresas aumentan su capital al pasar del Qmin al Qmax, también deben aumentar la utilidad para mantener la rentabilidad constante.



Haciendo razonamientos análogos a los realizados en la página 66 y siguientes, llegaremos a la conclusión que cuando la demanda y el tamaño de las empresas permanezcan constantes y haya variación del capital para el salto de volumen ΔQ, los estados finales de las empresas en este modelo serán los mismos que en el modelo original, reemplazando el subprecio por el subprecio-rentabilidad.

De esta forma, tendremos que la empresa de menor subprecio-rentabilidad venderá su volumen máximo al subprecio-rentabilidad de la otra empresa y que la empresa de mayor subprecio-rentabilidad venderá su volumen mínimo al precio tope.

(*)

Si varía la demanda o el tamaño de la empresa de menor subprecio-rentabilidad, podrá hacerse un análisis detallado como el realizado en el modelo original, considerando el subprecio-rentabilidad en lugar del subprecio.

Sin llegar a este nivel, podremos realizar las siguientes comparaciones suponiendo que la empresa de mayor subprecio es también la empresa de mayor subprecio-rentabilidad, como sucederá en la mayoría de los casos.

Supongamos que el tamaño de las empresas permanece constante mientras que la demanda varía.

Consideremos la utilidad de las empresas antes de producirse la eliminación de una empresa.

Como la empresa de mayor subprecio-rentabilidad vende su volumen mínimo al precio tope, y el volumen mínimo sólo depende de su tamaño y del valor de la demanda, la evolución de su utilidad cuando varía la demanda será la misma que la del modelo original.

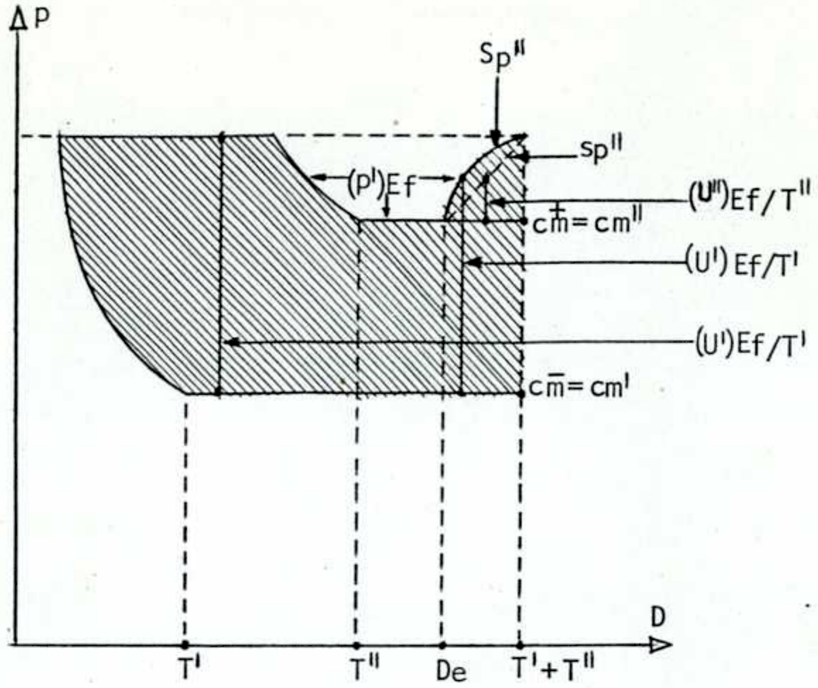
En cambio, como la empresa de menor subprecio-rentabilidad vende su volumen máximo al valor del subprecio-rentabilidad de la otra empresa, cuando varía la demanda su utilidad será igual a la del modelo original para los valores en que $Sp'' = sp''$, o sea:

$$\Delta Q = 0, \text{ es decir, } D = T' + T'', \text{ y}$$

$$\Delta Q = Qmax'' - QE,pt'', \text{ es decir, } sp'' = cm''$$

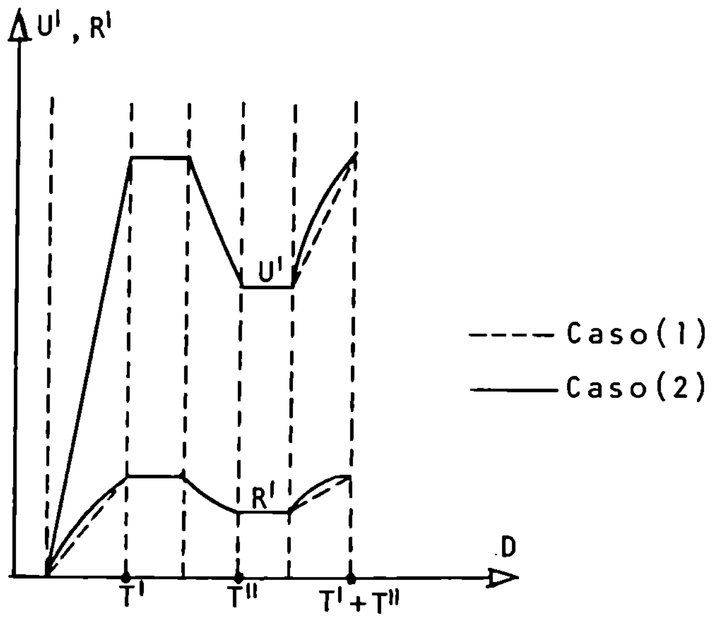
Pero será mayor que la utilidad del modelo original para los valores intermedios de ΔQ o D, en los cuales $Sp'' > sp''$.

De esta forma, y a título de ejemplo, la evolución de la utilidad de las empresas (1) y (2) en el primer ejemplo de la página 192, aplicando este modelo y este caso, será:



A su vez, para obtener la rentabilidad de las empresas, habrá que considerar que, antes de producirse la eliminación de una empresa, el capital de la empresa de mayor subprecio-rentabilidad (que vende su volumen mínimo) disminuye al aumentar ΔQ, es decir, al disminuír la D, mientras que el capital de la empresa de menor subprecio-rentabilidad (que vende su volumen máximo) permanece constante.

Si aplicamos estas consideraciones al ejemplo de la página 223, podremos apreciar la diferencia que hay entre la evolución de las rentabilidades y utilidades de la empresa de menor subprecio en los dos casos (1) y (2) estudiados.



(*)

Supongamos que la demanda permanece constante mientras que el tamaño de la empresa de menor subprecio-rentabilidad varía.

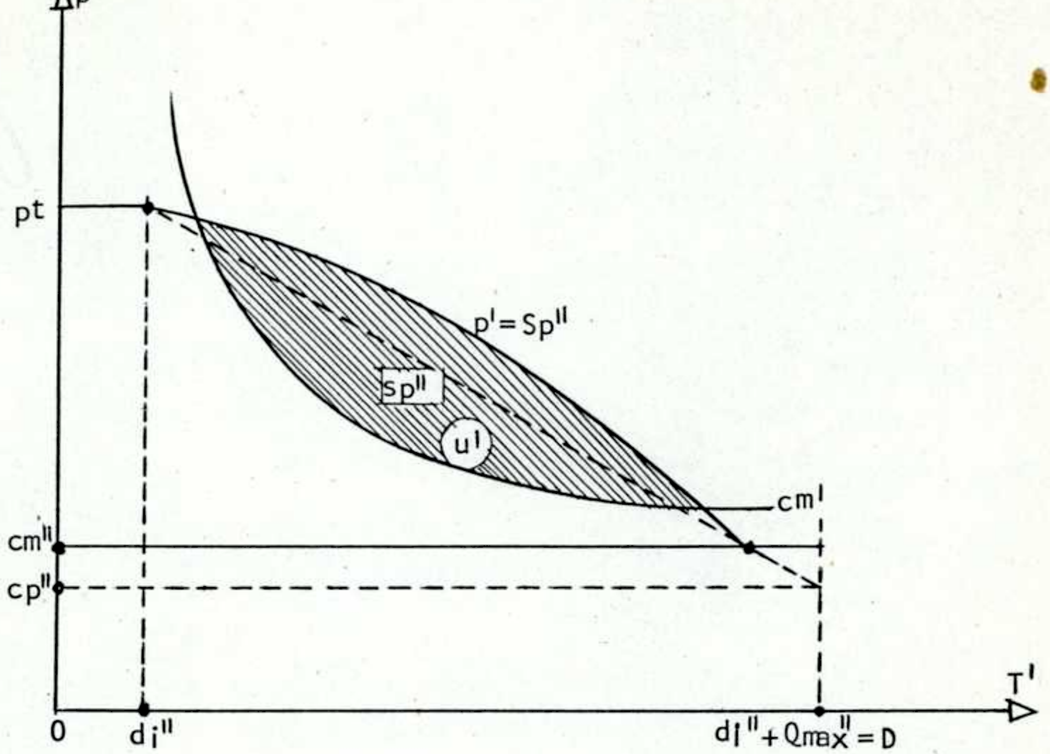
Como la empresa de menor subprecio-rentabilidad vende su volumen máximo al valor del subprecio-rentabilidad de la otra empresa, cuando varía su tamaño su utilidad será igual a la del modelo original para los valores en que Sp'' = sp'', o sea:

$$\Delta Q = 0 \text{ , es decir, } T' = di'' \text{, y}$$

$$\Delta Q = Qmax'' - QE,pt'' \text{, es decir, } sp'' = cm''$$

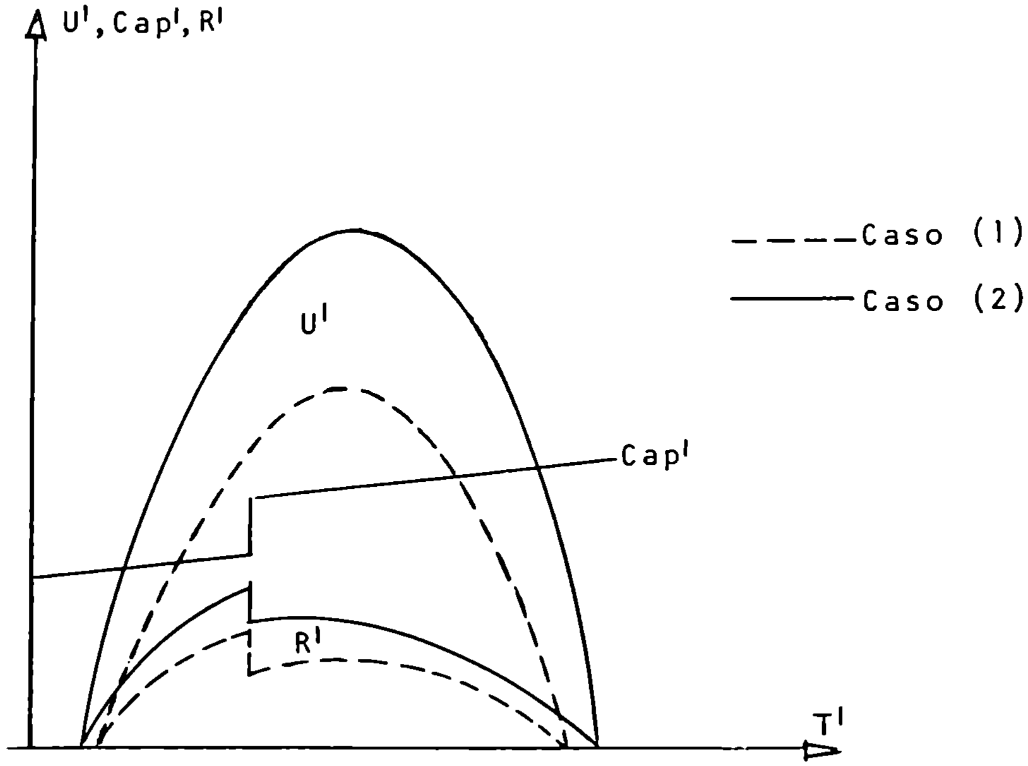
Pero será mayor que la utilidad del modelo original para los valores intermedios de ΔQ o T', en los cuales $Sp'' > sp''$.

De esta forma y a título de ejemplo, la evolución de la utilidad de la empresa (1) en el ejemplo de la página 133, aplicando este modelo y este caso, será:



Respecto al capital y a la rentabilidad de la empresa podrán hacerse las mismas consideraciones que en el punto anterior.

Si aplicamos lo expuesto al primer ejemplo de la pági na 224 , podremos apreciar la diferencia que hay entre la evolución de las rentabilidades y utilidades de la empresa de menor subprecio en los dos casos (1) y (2) estudiados.



Entonces, resumiendo lo visto en este punto y en el anterior, podemos decir que cuando el capital de las empresas varía con el volumen de ventas Q, la evolución de "la utilidad" de las empresas cuando varían sus tamaños o la demanda será la misma en este modelo y en el original, pero la utilidad de la empresa de menor subprecio será en este modelo ligeramente superior, mientras subsistan las dos empresas.

ELIMINACION POR RAZONES FINANCIERAS.

Si la eliminación de las empresas no fuera por razones económicas como lo indica el principio (2) sino por razones financieras, habría que establecer que las empresas serían eliminadas del mercado cuando en uno o varios períodos de tiempo la utilidad resultara negativa y en valor absoluto mayor que las amortizaciones.

En efecto, si una empresa se encuentra en régimen, la variación de las disponibilidades de un período, ΔD, será igual utilidad total del período, U, más las amortizaciones correspondientes, ΔAm, (ver referencias: #2, pág. 230):

$$\Delta D = U + \Delta Am.$$

Entonces, si U es negativa y en valor absoluto mayor que ΔAm, resultará $\Delta D < 0$. Si esta situación se mantiene y la empresa no suspende sus actividades caerá tarde o temprano en cesación de pagos, lo que provocará su eliminación del mercado.

Pero este modelo sólo cambiará el límite de subsistencia de las empresas y por lo demás será análogo al modelo original.

LA ELIMINACION DE LA EMPRESA COMPETIDORA COMO OBJETIVO

Supongamos que una empresa, en lugar de desear obtener la mayor utilidad total posible, se fija como meta la eliminación de la empresa competidora.

Para ello consideremos las empresas (1) y (2) de menor y mayor subprecio, respectivamente.

Si la empresa (2) subsiste en el estado final no podrá ser eliminada por la empresa (1), ya que por más que esta empresa rebaje sus precios aquella seguirá vendiendo su volumen mínimo al precio tope.

Si la empresa (1) subsiste en el estado final pero su subprecio es menor que sus costos unitarios mínimos, $sp' < cm'$, la empresa (2) podrá eliminarla pués reduciendo su precio su ficientemente logrará desplazarla y en este caso la empresa (1) sólo podrá vender el volumen mínimo al precio tope con lo que no podrá obtener una utilidad total mayor o igual que cero. En efecto, de acuerdo a la definición de subprecio, la empresa (1) obtendrá igual utilidad total si vende su volumen mínimo al precio tope o si vende su volumen máximo al valor de su subprecio, y si el subprecio es menor que los costos unitarios mínimos, en ambos casos la empresa obtendrá una utilidad total menor que cero.

(*)

Hemos visto que si $sp' < cm'$ la empresa (2) podrá eliminar a la (1).

Pero con ello, la empresa de mayor subprecio no obtendrá la mayor utilidad total posible, ya que para poder eliminar a la otra empresa deberá vender su Qmax a un precio suficientemente bajo, y este estado será distinto que el estado final del modelo original.

Si luego de provocar la eliminación de la empresa (1), la empresa (2) eleva su precio de forma de resarcirse de las pérdidas sufridas, cuando desaparezcan las condiciones de eliminación surgirá nuevamente la empresa eliminada.

La eliminación de la empresa competidora sólo se justifica cuando se haga con el objeto de desalentarla para luego adquirirla, o fragmentarla, o de algún modo impedir su retorno a plaza.

En este caso, la empresa de mayor subprecio podrá recuperar las pérdidas sufridas en la eliminación vendiendo su volumen máximo al precio tope.

DESALIENTO DE LA COMPETENCIA

Supongamos ahora que luego de alcanzado el estado final, la empresa (2) de mayor subprecio se fije como objetivo reducir la utilidad de la otra empresa para desalentarla, dificultar su crecimiento, etc, etc.

Para ello, la empresa de mayor subprecio deberá reducir su precio a un valor inferior a su subprecio, sp'', y la empresa de menor subprecio será desplazada o deberá también reducir su precio para evitar el desplazamiento, pudiendo eventualmente ser eliminada.

Como resultado de esta acción, la empresa de mayor subprecio venderá su volumen mínimo o su volumen máximo a un precio menor que sp'' y la empresa de menor subprecio venderá su volumen máximo a un precio inferior que el de su competidor, o su volumen mínimo al precio tope o será eliminada.

Como en todos los casos se produce una disminución de la utilidad de ambas empresas y los únicos beneficiados son los clientes, es difícil justificar una política como la expuesta. No obstante, se la encuentra frecuentemente en los oligopolios formados por empresas pequeñas o administradas irracionalmente.

EL CARTEL, COLUSION O ACUERDO

Diremos que hay cartel cuando las empresas de mutuo acuerdo dejan de competir entre ellas y limitan sus volúmenes de ventas a determinadas cuotas menores que sus volúmenes máximos, con el objeto de obtener utilidades mayores que las logradas cuando actúan en competencia.

Estos acuerdos son considerados ilegales en muchos paí ses, pero deben ser tenidos en cuenta porque a pesar de ello se pactan frecuentemente.

En el modelo estudiado hemos supuesto que no había car tel, de acuerdo al principio (6). Ahora analizaremos que sucede cuando las empresas pactan un acuerdo de esta natura leza.

(*)

Consideremos un mercado formado por la empresa (1) de menor subprecio y la empresa (2) de mayor subprecio.

Cuando la demanda es inelástica y la oferta es mayor que la demanda, demostraremos que si las empresas reducen sus volúmenes a determinadas cuotas de forma que la suma de las mismas sea igual a la demanda, obtendrán mayor utilidad total que si obraran en competencia.

Si la suma de las cuotas vendidas por las empresas son iguales a la demanda, el precio de ambas empresas podrá ser igual al precio tope, y en este caso, el precio de la empresa (1) que actuando en competencia era igual al sp'', se elevará al precio tope.

Llamaremos cuotas mínimas Cmin, a las cuotas que deben tener las empresas para que vendidas al precio tope le produzcan iguales utilidades totales que en el modelo original, y simbolizaremos por Cta a las cuotas de ventas de las empresas pactadas en el cartel.

Si para cada empresa resulta $Cta > Cmin$, las empresas obtendrán mayores utilidades totales con el acuerdo que sin él, ya que siendo $U = (p-cp)Q - Cf$, cuando Q aumenta a p constante aumentará U.

Como en el caso de no haber cartel el precio de venta de la empresa (2) es el precio tope y ésta vende su volumen mínimo, será:

$$Cmin'' = Qmin''$$

Para calcular la cuota mínima de la empresa (1) podremos usar la expresión que define al subprecio. De acuerdo a lo dicho, la empresa (1) obtendrá igual utilidad total si vende un volumen igual a la cuota mínima Cmin' al precio tope o si vende el volumen máximo al valor del sp''. Luego, el valor de Cmin' podrá calcularse usando la fórmula del subprecio, reemplazando Qmin' por Cmin' y sp' por sp''.

De acuerdo a la fórmula (4) de la página 43:

$$sp' = (pt-cp')\left(\frac{Qmin'}{Qmax'}\right) + cp'$$

Si hacemos sp' = sp'' y Qmin' = Cmin', se tendrá que:

$$sp'' = (pt-cp')\left(\frac{Cmin'}{Qmax'}\right) + cp'$$

$$Cmin' = \left(\frac{sp''-cp'}{pt-cp'}\right) Qmax'$$

Como hemos supuesto que $OF > D$, será $\Delta Q > 0$ y de acuerdo con la (3) de la página 43, $sp'' < pt$. Luego, el factor de la fórmula anterior será menor que 1 y :

$$Cmin' < Qmax'$$

Por otro lado, se tendrá que:

$$D = Qmax' + Qmin''$$

$$Qmax' > Cmin'$$

$$Qmin'' = Cmin''$$

Luego:

$$D > Cmin' + Cmin''$$

Entonces, las empresas podrán vender cuotas mayores que sus cuotas mínimas de forma que resulte D = Cta' + Cta" y en consecuencia, mediante el acuerdo, las empresas podrán obtener mayores utilidades que sin él.

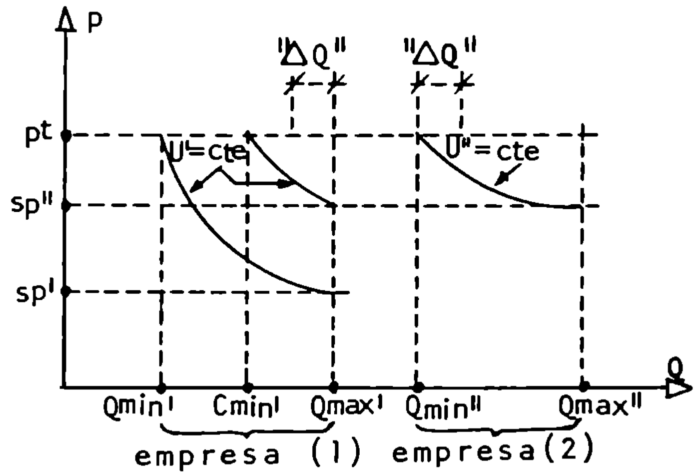
Si hay cartel, el volumen de ventas "ΔQ" que la empresa (1) disminuye respecto a su volumen máximo, Qmax', la aumentará la empresa (2) respecto a su volumen mínimo, Qmin".

Luego, mediante el acuerdo las cuotas de las empresas serán:

Cta' = Qmax' - "ΔQ"

Cta" = Qmin" + "ΔQ"

Siendo "ΔQ" < Qmax' - Cmin'



El valor de "ΔQ" será motivo de discusión entre las empresas que pactan el cartel.

(*)

Si en lugar de "asignarse cuotas de ventas", las empresas "se reparten los clientes" del mercado y si al producirse una variación de la demanda los grupos de clientes varían sus compras en forma proporcional a ella, no será necesario ajustar las cuotas de ventas cuando varíe la demanda.

(*)

El recelo y la desconfianza que este tipo de pacto suele despertar, lo hacen impracticable entre empresas pequeñas y aún medianas.

Entre grandes empresas el cartel es muy frecuente. Pero aún en estos casos deja de cumplirse cuando la demanda es muy reducida y peligra la subsistencia de las empresas, pués entonces éstas usan cualquier artificio para obtener ventajas, como vender a menor precio que el pactado en forma encubierta por intermedio de revendedores.

(*)

Ahora nos preguntamos si un observador ajeno a las empresas podrá descubrir el cartel, o al menos, sospechar de su existencia.

Para ello podrá seguir dos caminos:

—Analizar las ventas de la empresa de menor subprecio:

Si hay cartel, la empresa de menor subprecio no venderá su volumen máximo.

—Analizar los precios de venta de las empresas cuando disminuye la demanda:

Si las empresas actúan en competencia y disminuye la demanda, el precio de la empresa de menor subprecio disminuirá respecto al precio de la otra. Pero si hay cartel, la relación de precios permanecerá invariable cuando disminuye la demanda.

Lógicamente, lo dicho será cierto si las empresas siguen los principios que definen el modelo que estamos estudiando.

A los efectos del análisis, recordemos que si los costos proporcionales unitarios de las empresas son iguales, la empresa de menor subprecio será la más pequeña.

(*)

Si el tamaño de las empresas permanece constante, el cartel será la solución para obtener mayor utilidad total.

Pero en general, si la empresa de menor subprecio,prescindiendo de todo acuerdo y actuando en competencia aumenta su tamaño, obtendrá mayor utilidad que pactando un cartel y manteniendo su tamaño constante.

Esta circunstancia vuelve inestable al cartel, salvo en los casos en que las empresas competidoras tengan igual tamaño.

APLICACION DEL MODELO A CASOS REALES

En su funcionamiento real las empresas de los oligopolios perfectos cumplen los principios originales del modelo, salvo en los casos en que se proponen la eliminación o el desaliento de la competencia o que han pactado un cartel.

En efecto, las empresas no fijan precios al azar ni adoptan precios que puedan darles resultados inciertos por ser poco confiables y no realizan desplazamientos sectoriales para evitar represalias.

Si las empresas optimizan la rentabilidad en lugar de la utilidad o si la eliminación se produce por razones financieras, las condiciones y los resultados no diferirán mayormente de los del modelo original, por lo que podremos suponer que en todos los casos las empresas cumplen los principios de dicho modelo.

(*)

Ahora bien, si las empresas de los oligopolios accionan en la realidad de acuerdo a los principios del modelo original pero desconocen la solución del mísmo, para lograr sus objetivos sólo podrán realizar sucesivos ensayos de precios hasta obtener experimentalmente la solución deseada.

Este camino presenta numerosas dificultades: realizar un suficiente número de ensayos lleva largo tiempo, la estructura del mercado puede cambiar en el transcurso del mismo, los clientes se resisten a los cambios de precios que les son desfavorables, algunas empresas pueden por ignorancia adoptar precios que no optimizan sus utilidades y ser renuentes a cambiarlos, etc, etc. Por esta razón, la solución obtenida experimentalmente sólo se aproximará en mayor o menor grado a la ideal del modelo.

Pero de todas formas, es de esperar que el comportamiento real de las empresas de los oligopolios sea tal que tienda a aproximarse al indicado por el modelo y efectivamente ocurre así, como veremos a continuación.

En el libro Economía de la Empresa del Ingeñiero Mario Bertoletti, página 321, puede leerse con referencia a los mercados que estamos considerando:

"Muchas veces se da la estructura en que una de las empresas es líder precio, es decir, es la que primero cambia los precios y sus competidores la siguen; y si esta empresa es la más importante, la tecnológicamente más confiable,los seguidores lo hacen a un precio algo por debajo del precio líder".

En el modelo que hemos analizado la empresa líder corresponde a la de mayor subprecio, que generalmente es la grande y la empresa seguidora a la de menor subprecio, que generalmente es la chica.

(*)

Por todo lo que hemos dicho podemos afirmar que la teoría de los subprecios permitirá determinar los precios de las empresas establecidas que optimicen sus utilidades o rentabilidades, evitando el ensayo de los precios que dichas empresas tendrían que realizar de no contar con esta teoría. Además, da el único método conocido que puede justificarse para determinar los precios en evaluaciones de proyectos, donde obviamente, no se pueden realizar ensayos de precios previos a su funcionamiento.

Por otro lado, si los casos reales muestran una tendencia a cumplir con los resultados del modelo, éste puede servir como orientación para analizar las evoluciones que experimentan las empresas de los oligopolios perfectos.

CAPITULO 9

EL ESTADO FINAL DE DOS EMPRESAS DE IGUAL SUBPRECIO Y CON DEMANDA INELASTICA

CARACTERISTICAS DE LAS EMPRESAS DE IGUAL SUBPRECIO

Si las empresas (1) y (2) tienen iguales subprecios, es decir:

$$sp' = sp'' \qquad (58)$$

Se tendrá, reemplazando los subprecios por sus valores

$$pt - \frac{pt-cp'}{Qmax'} = pt - \frac{pt-cp''}{Qmax''}$$

$$\frac{pt-cp'}{Qmax'} = \frac{pt-cp''}{Qmax''} \qquad (59)$$

(*)

Si las empresas tienen costos proporcionales unitarios iguales, se tendrá que:

$$cp' = cp'' = cp$$

Entonces, la (59) puede escribirse:

$$Qmax' = Qmax''$$

Luego, si las empresas tienen costos proporcionales unitarios y subprecios iguales, tendrán volúmenes máximos iguales.

Esta última circunstancia se cumple si las empresas tienen igual tamaño o si las empresas tienen un tamaño cualquiera pero la demanda es menor que los tamaños de las mismas.

(*)

Por razonamientos análogos a los de la página 64, puede deducirse que si las empresas tienen igual pendiente del subprecio en función del salto de volumen ΔQ, en el ámbito de ΔQ para el cual la demanda es igual o mayor que el tamaño de ambas empresas, tendrán igual subprecio.

Entonces:

Las empresas que tienen igual subprecio:

—Tendrán iguales valores de (pt-cp)/Qmax

—Si tienen costos proporcionales unitarios iguales, tendrán igual tamaño, o los tamaños serán distintos pero la demanda será menor que ellos.

—Tendrán igual pendiente del subprecio en función del salto de volumen ΔQ.

EL ESTADO PREFINAL DE DOS EMPRESAS DE IGUAL SUBPRECIO

—Consideremos las empresas (1) y (2), que tienen igual subprecio, y supongamos que la demanda y el tamaño de estas empresas permanecen constantes.

—Supongamos que las empresas consideradas no autolimitan sus volúmenes de ventas máximos.

(*)

Bajo las condiciones anteriores, hallaremos el estado prefinal de las empresas, en el que obtienen con certeza sus mayores utilidades totales posibles.

Como en el caso en que las empresas tenían distintos subprecios y por razones análogas, planteada una situación de competencia entre las empresas de igual subprecio y transcurridos los períodos de tiempo iniciales, las empresas sólo fijarán precios de venta iguales o mayores que el subprecio común de ambas.

Luego, en los sucesivos períodos de tiempo, para determinar cual es el precio que les produce con certeza la mayor utilidad posible, las empresas fijarán precios de venta que podrán ser iguales al precio tope, comprendidos entre el precio tope y el subprecio, o iguales al subprecio común.

Analizaremos los distintos casos:

—Si una empresa fija un precio de venta igual al precio tope y si la otra empresa tiene un precio inferior a él, venderá su volumen mínimo al precio tope.

Si el precio de la otra empresa también es igual al precio tope, la empresa podrá vender su volumen mínimo, y aunque sin certeza absoluta, podrá vender un volumen mayor que aquél. En efecto, de acuerdo a los principios, siendo iguales los precios de venta de las empresas, los clientes podrán comprar indistintamente a uno o a otro competidor y en consecuencia las empresas podrán vender volúmenes iguales o mayores que sus volúmenes mínimos.

En esta circunstancia, si una empresa vende su volumen máximo, la otra empresa venderá su volumen mínimo, pero también ambas empresas podrán vender volúmenes mayores que sus volúmenes mínimos y menores que sus volúmenes máximos. Y si la empresa vende volúmenes mayores que su volumen mínimo al precio tope, obtendrá una utilidad mayor que si vendiera su volumen mínimo al precio tope.

Luego, si una empresa fija un precio de venta igual al precio tope, "obtendrá con certeza igual utilidad" que si vendiera su volumen mínimo al precio tope, y sin certeza podrá obtener una utilidad total mayor aún.

—Si una empresa fija un precio de venta, p, comprendido entre el precio tope y el subprecio común, y si este precio resulta inferior que el precio de la otra empresa, venderá su volumen máximo a dicho precio.

Entonces, la empresa obtendrá una utilidad total mayor que si vendiera su volumen mínimo al precio tope, ya que los estados (pt,Qmin) y (sp,Qmax) se encuentran sobre la misma curva de utilidad total y el estado (p,Qmax) dónde $p > sp$ se encuentra por encima de ella.

Pero si este precio p resulta inferior que el precio de la otra empresa, venderá su volumen mínimo a dicho precio. Entonces, siendo $p < pt$, la empresa obtendrá una utilidad total menor que si vendiera su volumen mínimo al precio tope.

Luego, si una empresa fija un precio de venta comprendido entre el precio tope y el subprecio común, "no obtendrá con certeza igual utilidad total" que si vendiera su volumen mínimo al precio tope.

—Si una empresa fija un precio de venta igual al subprecio común de ambas empresas, y si este precio resulta inferior que el precio de la otra empresa, venderá su volumen máximo al valor de su subprecio.

Entonces, la empresa obtendrá una utilidad total igual que si vendiera su volumen mínimo al precio tope, ya que los estados (pt,Qmin) y (sp,Qmax) se encuentran sobre la misma curva de utilidad total.

Pero si el precio de la otra empresa también es igual al subprecio, la empresa en cuestión podrá obtener una utilidad total menor que la anterior, ya que siendo el precio de ambas empresas iguales, ellas podrán vender volúmenes me nores que sus volúmenes máximos, como se ha visto en el caso correspondiente al primer guión.

Luego, si una empresa fija un precio de venta igual al subprecio común, "no obtendrá con certeza igual utilidad total" que si vendiera su volumen mínimo al precio tope.

En consecuencia, en el primer caso la empresa obtendrá con certeza la mayor utilidad total posible.

Entonces, cuando la empresa en cuestión haya hecho suficiente experiencia en el ámbito de los precios posibles, adoptará un precio de venta igual al precio tope y venderá, al menos, su volumen mínimo.

Como ambas empresas se encuentran en la misma situación, podremos decir que:

En el estado prefinal, las empresas adoptarán un precio de venta igual al precio tope y venderán, con certeza, sus volúmenes mínimos a dicho precio.

Sin certeza, las empresas podrán vender volúmenes mayores que sus volúmenes mínimos, pero, como estos volúmenes no serán vendidas con certeza, no se tendrán en cuenta al considerar el estado prefinal.

EL ESTADO FINAL DE DOS EMPRESAS DE IGUAL SUBPRECIO

Hallemos el estado final de las empresas, en el que obtienen con certeza sus mayores utilidades totales posibles, o son eliminadas del mercado, si dichas utilidades no resultan mayores que cero.

(*)

Si vendiendo el volumen mínimo al precio tope las empresas obtienen con certeza absoluta sus mayores utilidades totales posibles y dichas utilidades son iguales o mayores que cero, dicho estado será también el estado final de las empresas, de acuerdo a los principios (1) y (2).

Luego, si en el estado prefinal (pt,Qmin), la utilidad total de ambas empresas es igual o mayor que cero, dicho estado será el estado final de las empresas.

(*)

Supongamos que en el estado prefinal, la utilidad total de una o ambas empresas es menor que cero.

Si bien en el estado prefinal las empresas pueden vender sus volúmenes mínimos o volúmenes mayores que sus volúmenes mínimos, los únicos volúmenes que las empresas pueden vender con certeza serán los vólúmenes mínimos, y en consecuencia, la mayor utilidad total que las empresas pueden obtener con certeza será la correspondiente al estado en que venden sus volúmenes mínimos al precio tope.

Entonces, a los efectos de comparar las utilidades que las empresas obtienen con certeza,las empresas de igual subprecio se comportarán como la empresa de mayor subprecio en el caso de dos empresas de distinto subprecio.

Luego, se podrán aplicar aquí los razonamientos realizados para hallar el estado final de dos empresas de distinto subprecio y se obtendrán las mismas conclusiones.

En consecuencia, los resultados expresados en las páginas 79 y siguientes,aplicados a las empresas de distintos subprecios,tendrán también validéz para las empresas de igual subprecio.

AUTOLIMITACION DEL VOLUMEN DE VENTAS MAXIMO EN EMPRESAS DE IGUAL SUBPRECIO

Supongamos ahora que las empresas de igual subprecio autolimitan su volumen, si de esta forma aumentan la utilidad total.

Recordemos que, de acuerdo a lo visto anteriormente, si una empresa autolimita su volumen actuará como si disminuyera su tamaño a costos fijos totales constantes.

(*)

Antes de discutir la posibilidad enunciada hagamos las siguientes consideraciones.

—Si una de las empresas de igual subprecio autolimita su volumen a un valor igual al tamaño que le produce la mayor utilidad total cuando siendo la empresa de menor subprecio varía su tamaño a costos fijos totales constantes, es decir a $(T')Umax,Cf=cte$, disminuirá su volumen máximo en un valor igual a $1/2\ \Delta Q$.

En efecto, en la página 142 hemos visto todos los casos posibles que se pueden presentar cuando la empresa de menor subprecio aumenta su tamaño e iguala el subprecio de la otra empresa, Si observamos los gráficos correspondientes deduciremos que si una de las empresas de igual subprecio autolimita su volumen, es decir, disminuye su tamaño mientras que la demanda y el tamaño de la otra empresa permanecen constantes, se transformará en la empresa de menor subprecio, y si esta empresa disminuye suficientemente su tamaño éste se hará igual a $(T')Umax,Cf=cte$.

Si suponemos que la empresa (1) autolimita su volumen y se transforma en la empresa de menor subprecio, de acuerdo a la fórmula (39) de la página 143, se tendrá que:

$$(T')Umax,Cf=cte = \frac{1}{2}\ (T')sp'=sp'' + \frac{1}{2}\ di''$$

En este caso, como se ha supuesto que las empresas tienen inicialmente igual subprecio, será:

$$(T')sp'=sp'' = Qmax'$$

Luego, reemplazando este valor en la anterior y recordando que di'' = D-Qmax'', se tendrá que:

$$(T')Umax,Cf=cte = \frac{1}{2}Qmax' + \frac{1}{2}D - \frac{1}{2}Qmax'' \qquad (60)$$

Sumando y restando $\frac{1}{2}$ Qmax' al segundo miembro se tendrá que:

$$(T')Umax,Cf=cte = Qmax' - \frac{1}{2}Qmax' + \frac{1}{2}D - \frac{1}{2}Qmax''$$

$$Qmax' - (T')Umax,Cf=cte = \frac{1}{2}\ (Qmax'+Qmax''-D)$$

De acuerdo con la fórmula (10) de la página 58, tendremos que:

$$\Delta Q = Qmax' + Qmax'' - D$$

Luego, reemplazando, se verá que:

$$Qmax' - (T')Umax,Cf=cte = \frac{1}{2}\Delta Q$$

—Si las dos empresas de igual subprecio autolimitan su volumen a (T')Umax,Cf=cte, la oferta se hará igual a la demanda y sp' = sp'' = pt.

En efecto, de acuerdo a la (60) anterior:

$$(T')Umax,Cf=cte = \frac{1}{2}Qmax' + \frac{1}{2}D - \frac{1}{2}Qmax''$$

De la misma forma, deduciremos que:

$$(T'')U_{max,Cf=cte} = \frac{1}{2}Q_{max}'' + \frac{1}{2}D - \frac{1}{2}Q_{max}'$$

Luego:

$$(T')U_{max,Cf=cte} + (T'')U_{max,Cf=cte} = \frac{1}{2}D + \frac{1}{2}D = D$$

Si las empresas reducen su tamaño a un valor igual a $(T)U_{max,Cf=cte}$, será:

$$OF = (T')U_{max,Cf=cte} + (T'')U_{max,Cf=cte}$$

Entonces, reemplazando se tendrá que:

$$OF = D$$

Y, de acuerdo a lo visto anteriormente, si $OF = D$ será $\Delta Q = 0$ y, en consecuencia:

$$sp' = sp'' = pt$$

—Por definición de salto de volumen:

$$\Delta Q = Q_{max} - Q_{min}$$

Luego:

$$1/2\ \Delta Q + 1/2\ \Delta Q = Q_{max} - Q_{min}$$

$$Q_{min} + 1/2\ \Delta Q = Q_{max} - 1/2\ \Delta Q$$

(*)

Consideraremos ahora todos los casos de autolimitación de volúmenes que pueden presentarse y analicemos la utilidad total obtenida por la empresa (1) en cada uno de ellos:

—La empresa (1) autolimita su volumen a un valor igual a $(T')U_{max,Cf=cte}$ y la empresa (2) no autolimita su volumen:

Como hemos visto anteriormente, si la empresa (1) autolimita su volumen, es decir reduce su tamaño mientras que el tamaño de la empresa (2) permanece constante, se transformará en la empresa de menor subprecio.

Pero si la empresa (1) autolimita su volumen en una cantidad suficientemente pequeña, podremos decir con un error tan pequeño como se quiera que en el estado prefinal venderá su volumen máximo al valor del subprecio común, y en consecuencia, por definición de subprecio obtendrá igual utilidad total que si vendiera su volumen mínimo al precio tope.

Entonces, si recordamos lo visto al tratar el estado prefinal deduciremos que si la empresa (1) autolimita su volumen en una cantidad suficientemente pequeña, obtendrá igual utilidad total que si la empresa (1) no autolimitara su volumen.

Pero si la empresa (1) autolimita su volumen hasta un valor igual a (T')Umax,Cf=cte, por la definición de esta expresión obtendrá mayor utilidad total que en el caso anterior.

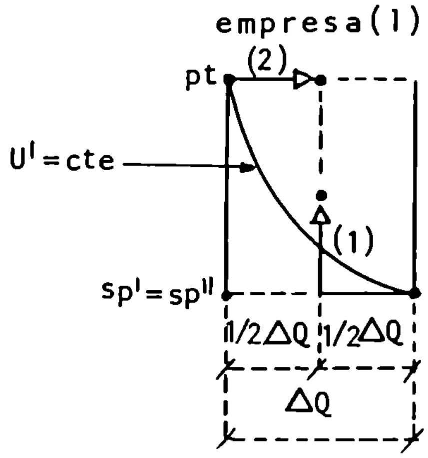
Luego, si la empresa (1) autolimita su volumen a un valor igual a (T')Umax,Cf=cte, y la empresa (2) no autolimita su volumen, en el estado prefinal la empresa (1) obtendrá con certeza mayor utilidad total que si las empresas no autolimitaran sus volúmenes.

—La empresa (2) autolimita su volumen a un valor igual a (T'')Umax,Cf=cte y la empresa (1) no autolimita su volumen:

Si como en el caso anterior la empresa (1) autolimita su volumen a un valor igual a (T')Umax,Cf=cte mientras que el tamaño de la empresa (2) permanece constante, reducirá su volumen máximo en $1/2\,\Delta Q$, se transformará en la empresa de menor subprecio y en el estado prefinal desplazará a la empresa (2) vendiendo un volumen igual a

$Q' = Qmax' - 1/2\,\Delta Q = Qmin' + 1/2\,\Delta Q$ a un precio igual al sp'' resultante, que será menor que el precio tope, ya que el

ΔQ resultante de la reducción de tamaño será mayor que cero e igual a la mitad del ΔQ original (caso 1 del dibujo).



En cambio, si la empresa (2) autolimita su volumen, es decir, reduce su tamaño mientras que el tamaño de la empresa (1) permanece constante, reducirá su volumen máximo en 1/2 ΔQ, se transformará en la empresa de menor subprecio y en el estado prefinal desplazará a la empresa (1).

En consecuencia, la empresa (1) aumentará su volumen mínimo en 1/2 ΔQ, y en el estado prefinal venderá un volumen igual a $Q' = Qmin' + 1/2\ \Delta Q$ al precio tope (caso 2 del dibujo).

Como en los dos casos considerados la empresa (1) venderá volúmenes iguales, $Q' = Qmin' + 1/2\ \Delta Q$, obtendrá mayor utilidad total en el segundo caso, ya que venderá este volumen a un precio mayor.

En consecuencia, si la empresa (2) autolimita su volumen a un valor igual a (T'')Umax,Cf=cte y la empresa (1) no autolimita su volumen, en el estado prefinal la empresa (1) obtendrá mayor utilidad total que en el caso anterior.

—Ambas empresas autolimitan sus volúmenes a un valor igual a (T)Umax,Cf=cte.:

En este caso, de acuerdo a lo visto en el punto anterior, la empresa (1) autolimitará su volumen a un valor igual a $Q' = Qmax' - 1/2\, \Delta Q = Qmin' + 1/2\, \Delta Q$ y como resultará la oferta igual a la demanda, venderá este volumen al precio tope.

En consecuencia, si ambas empresas autolimitan sus volúmenes, en el estado prefinal la empresa (1) obtendrá igual utilidad total que en el caso anterior.

Entonces, si consideramos todos los casos posibles, observaremos que para obtener con certeza la mayor utilidad total posible, en el estado prefinal la empresa (1) autolimitará siempre su volumen a un valor igual a $(T')Umax,Cf=cte$, pués si la empresa (2) no autolimita su volumen, de esta forma obtendrá mayor utilidad total que si no autolimitara su volumen, y si la empresa (2) autolimita su volumen, de esta forma obtendrá igual utilidad total que si no autolimitara su volumen.

Como todo lo dicho para la empresa (1) será también válido para la empresa (2), llegaremos a la conclusión que para obtener con certeza la mayor utilidad total posible, ambas empresas autolimitarán sus volúmenes a un valor igual a $(T)Umax,Cf=cte$.

Luego, las empresas de igual subprecio autolimitarán sus volúmenes y en el estado prefinal venderán volúmenes iguales a sus $(T')Umax,Cf=cte = Qmax - 1/2\, \Delta Q$, al valor del precio tope.

Ejemplo

Corroboremos lo que acabamos de demostrar con un ejemplo numérico. Consideremos las empresas (1) y (2) de igual subprecio y recordemos que:

$$sp = pt - \left(\frac{pt-cp}{Qmax}\right)\Delta Q$$

$$(T')Umax,Cf=cte = \frac{1}{2}\left(\frac{pt-cp'}{pt-cp''}\right)Qmax'' + \frac{1}{2}\, di''$$

$$U = (p-cp)Q-Cf$$

Supongamos que las características del mercado y de las empresas (1) y (2) que distinguiremos con ' y '' respectivamente, son:

$pt = 6$

$D = 5$

$T' = 4$	$T'' = 3$
$cp' = 2$	$cp'' = 3$
$pt-cp' = 4$	$pt-cp'' = 3$
$Cf' = 4$	$Cf'' = 3$
$\Delta Q = Qmax'-Qmin'$	
$\Delta Q = T'-Qmin' = 4-2 = 2$	
$sp' = 6 - \left(\frac{4}{4} \times 2\right) = 4$	$sp'' = 6 - \left(\frac{3}{3} \times 2\right) = 4$

—Si las empresas no autolimitan sus volúmenes, en el estado prefinal venderán con certeza sus Qmin al pt.

Luego, en el estado prefinal:

$Q' = 2$, $p'=pt = 6$	$Q'' = 1$, $p''=pt = 6$
$U' = (4\times 2)-4 = 4$	$U'' = (3\times 1)-3 = 0$

Si cada empresa autolimita su volumen a un valor igual a (T)Umax,Cf=cte, mientras que el tamaño de la otra empresa permanece constante, será:

$(T')\,Umax = \left(\frac{1}{2}\times\frac{4}{3}\times 3\right)+\left(\frac{1}{2}\times 2\right) = 3$ | $(T'')\,Umax = \left(\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}\times 4\right)+\left(\frac{1}{2}\times 1\right) = 2$

$T'-(T')\,Umax = 4-3=1=1/2\Delta Q$, $T''-(T'')\,Umax = 3-2=1=1/2\Delta Q$

—Si la empresa (1) autolimita su volumen y la (2) no lo hace, resultará:

$T' = 3$	$T'' = 3$
$sp' = 6-\left(\frac{4}{3}\times 1\right)= 4{,}66$	$sp'' = 6-\left(\frac{3}{3}\times 1\right)= 5$

Luego, en el estado prefinal:

$Q' = 3$, $p' = 5$	$Q'' = 2$, $p''=pt = 6$
$U' = (3\times 3)-4 = 5$	$U'' = (3\times 2)-3 = 3$

—Si la empresa (2) autolimita su volumen y la (1) no lo hace, resultará:

$T' = 4$	$T'' = 2$
$sp' = 6-\left(\frac{4}{4}\times 1\right) = 5$	$sp'' = 6-\left(\frac{3}{2}\times 1\right) = 4{,}5$

Luego, en el estado prefinal:

$Q' = 3$, $p'=pt = 6$	$Q'' = 2$, $p'' = 5$
$U' = (4\times 3)-4 = 8$	$U'' = (2\times 2)-3 = 1$

—Si ambas empresas autolimitan sus volúmenes, resultará:

$T' = 3$	$T'' = 2$
$sp' = pt = 6$	$sp'' = pt = 6$

Luego, en el estado prefinal:

$Q' = 3$, $p'=pt = 6$	$Q'' = 2$, $p'' = pt = 6$
$U' = (4\times 3)-4 = 8$	$U'' = (3\times 2)-3 = 3$

Luego, en el estado prefinal ambas empresas obtendrán la mayor utilidad total si autolimitan sus volúmenes a un valor igual a $(T)\,Umax, Cf=cte = Qmax - 1/2\,\Delta Q$.

(*)

Finalmente, si repetimos las consideraciones hechas al estudiar la autolimitación de volumen de la empresa de menor subprecio cuando en el estado final hay eliminación de empresas, pero aplicamos a una de las empresas de igual subprecio todo lo dicho en aquella oportunidad para la empresa de menor subprecio y a la otra empresa de igual subprecio lo dicho para la empresa de mayor subprecio, llegaremos a resultados iguales.

(*)

Luego, las empresas de igual subprecio autolimitarán sus volúmenes de ventas máximos, y en el estado prefinal venderán volúmenes iguales a sus$(T)U_{max,Cf=cte} = Q_{max} - 1/2\, \Delta Q$ al valor del precio tope.

Pero si procediendo de esta forma en el estado final hay eliminación de empresas, las empresas de igual subprecio no autolimitarán sus volúmenes y para hallar el nuevo estado final sus volúmenes máximos deberán ser considerados iguales a sus volúmenes máximos originales. En este nuevo estado final también habrá eliminación de empresas, y en consecuencia, para hallarlo sólo deberán ser considerados los volúmenes máximos originales de las empresas y sus costos unitarios mínimos correspondientes.

ANALOGIAS DE LOS DISTINTOS ESTADOS FINALES DE LAS EMPRESAS DE IGUAL SUBPRECIO

Si no hay eliminación de empresas, las empresas de igual subprecio en el estado final, sin o con autolimitación de volúmenes y cuando pactan un cartel, tendrán un precio igual al precio tope.

En el primer caso venderán con certeza volúmenes iguales a sus volúmenes mínimos Qmin y sin certeza volúmenes adicionales que van de cero a ΔQ; en el segundo caso venderán volúmenes iguales a Qmin + 1/2 ΔQ y en el tercer caso sus volúmenes serán mayores que Qmin y menores que sus volúmenes máximos Qmax, según lo pactado.

Resulta así evidente la semejanza entre los estados finales de las empresas de igual subprecio logrados por distintos caminos.

Esta conclusión permite formularnos la siguiente pregunta:

Si la empresa de menor subprecio, bien dirigida, debe desechar el cartel porque le impide aumentar sus beneficios mediante su crecimiento, y las empresas de igual subprecio arriban a estados semejantes con o sin cartel - ¿ Qué beneficios aporta el cartel o qué perjuicios causa?.

SECCION V

EMPRESAS CON DEMANDA ELASTICA

Esta sección se ocupa de una o de dos empresas con demanda elástica.

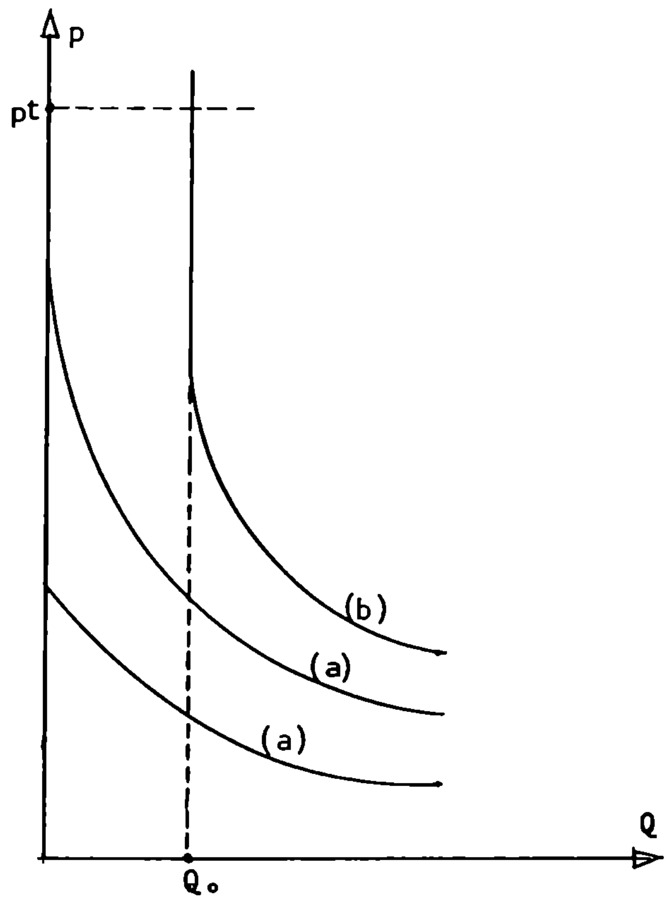
Con ella se completa el estudio de todos los casos de demanda que se pueden presentar.

CAPITULO 10

UNA O DOS EMPRESAS CON DEMANDA ELASTICA

DEMANDA ELASTICA

En general, la demanda elástica de productos químicos podrá ser de dos tipos, el (a) y el (b), que se han indicado en las curvas de demanda representadas en el gráfico siguiente:



En el tipo (a) la demanda es elástica para cualquier valor de Q.

En el tipo (b) la demanda es elástica en general, pero cuando disminuye el valor de Q se llega a un valor Q_o para el cual la demanda se torna inelástica.

En este caso, para un valor suficientemente alto de p se alcanzará un precio tope por alguno de los conceptos dados en la página 27.

(*)

Si la demanda es del tipo (b) y la suma de los tamaños de las empresas que forman el mercado es menor o igual que Q_o, el caso corresponderá a demanda inelástica con oferta menor o igual que la demanda y en consecuencia no habrá competencia entre las empresas, de acuerdo con lo visto en los capítulos anteriores.

(*)

Acá consideraremos los casos que corresponden a la demanda del tipo (a) y a la demanda del tipo (b) cuando la suma de los tamaño de las empresas sea mayor que Q_o.

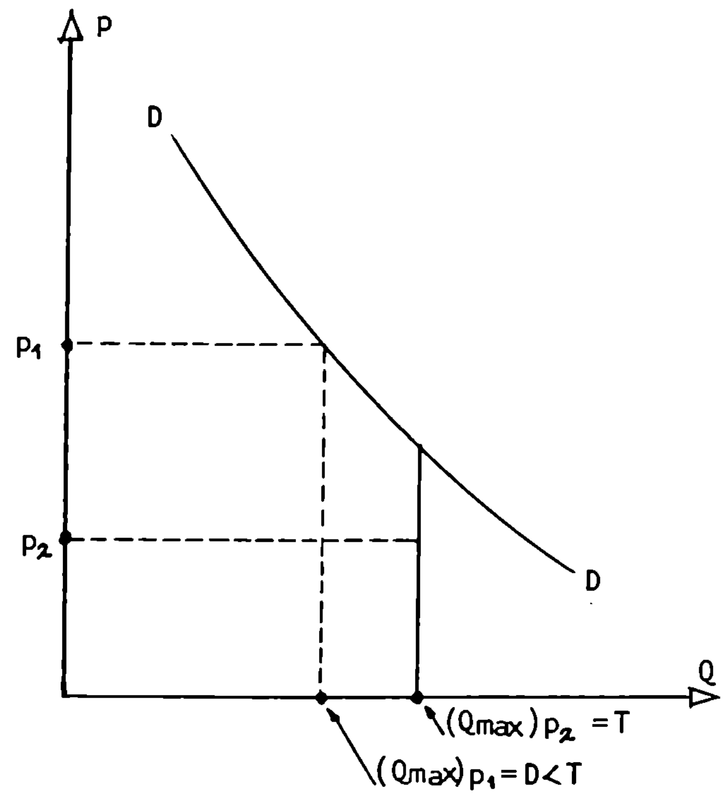
En ellos y a diferencia de demanda inelástica la oferta será siempre mayor o igual que la demanda, porque las empresas, para aumentar sus utilidades, aumentarán sus precios de forma de cubrir y aún sobrepasar el valor de la demanda. No obstante podrá haber demanda insatisfecha si no subsisten todas las empresas del mercado, como se verá más adelante.

VOLUMEN MAXIMO Y MINIMO EN DEMANDA ELASTICA

Como en demanda inelástica, el volumen máximo de una empresa podrán ser, para un determinado precio p:

Si $D \geq T$, $Q_{max} = T$

Si $D < T$, $Q_{max} = D < T$



A diferencia de la demanda inelástica, como en este caso la demanda es una función del precio p, si el volumen máximo Qmax de una empresa es igual a la demanda sólo quedará determinado si se indica el precio de venta de la empresa.

Entonces, si la empresa (1) vende el volumen máximo Qmax' al precio p', se tendrá que:

Si $Q_{max}' = D$, $Q_{max}' = f(p')$ (61)

(*)

En demanda inelástica, si la demanda y los volúmenes máximos de las empresas permanecen constantes y una empresa desplaza a otra, el volumen mínimo de la empresa desplazada quedará definido. Pero en demanda elástica, el volumen mínimo de la empresa desplazada quedará determinado si se indica no sólo el precio de venta de la empresa que vende el volumen mínimo sino también el de la empresa que vende el volumen máximo, ya que la demanda y en consecuencia la demanda insatisfecha por esta empresa serán funciones de su precio de venta.

Entonces, si el mercado está formado por la empresa (1) que vende el volumen máximo Qmax' al precio p' y la empresa (2) que vende el volumen mínimo Qmin'' a p'', se tendrá que:

$$Qmin'' = f(p',p'') \qquad (62)$$

Ampliaremos ahora la definición de volumen mínimo dada en la página 35, para ser aplicada a las empresas que actúan con demanda elástica.

Llamaremos volumen mínimo de una empresa, Qmin, al mayor volumen que la empresa puede vender a un determinado precio p cuando la otra empresa vende su volumen máximo al valor del subprecio de la empresa que vende el volumen mínimo.

(*)

El salto de volumen ΔQ de una empresa será:

$$\Delta Q = Qmax - Qmin$$

(*)

Recordemos la definición de subprecio, dada en la página 39:

Llamaremos subprecio de una empresa, para un determinado precio de venta, al precio que debe tener la empresa para que vendiendo el volumen máximo obtenga igual utilidad total que vendiendo el volumen mínimo a aquél precio de venta.

De acuerdo a lo visto anteriormente, cuando al considerar el subprecio de una empresa digamos que la misma vende su volumen mínimo, quedará sobrentendido que la empresa que la desplaza vende su volumen máximo al subprecio de aquella empresa.

Entonces, la definición de subprecio para demanda elástica quedaría completada así:

Llamaremos subprecio de una empresa, para un determinado precio de venta, al precio que debe tener la empresa para que vendiendo su volumen máximo obtenga igual utilidad total que vendiendo su volumen mínimo a aquél precio de venta (mientras la otra empresa vende su volumen máximo al valor del subprecio mencionado).

(**)

Llamaremos volumen mínimo apróximado de una empresa, $\widetilde{Qmin}$, al mayor volumen que la empresa puede vender cuando la otra empresa vende su volumen máximo al mismo precio que la empresa que vende el volumen mínimo.

El salto de volumen apróximado de una empresa, $\widetilde{\Delta Q}$, vendrá dado por:

$$\widetilde{\Delta Q} = Qmax - \widetilde{Qmin}$$

CALCULO DEL VOLUMEN MINIMO DE UNA EMPRESA

Como en general las empresas venderán a distintos precios de venta, para determinar el valor de la demanda satisfecha por las mismas, habrá que considerar las fracciones de la demanda que cubren las empresas a sus precios de venta respectivos.

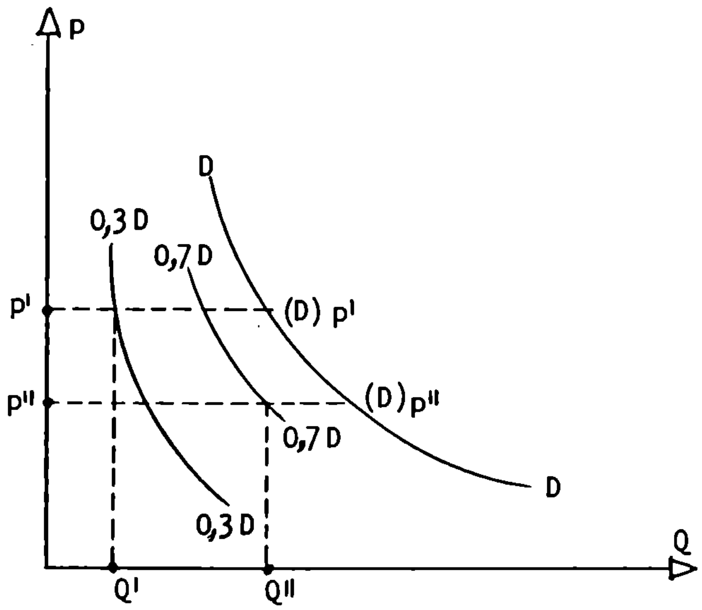
Si una empresa vende un volumen Q a un precio p y el valor de la demanda para ese precio p es (D)p, llamaremos fracción de la demanda satisfecha o cubierta por la empresa al precio p, (F)p al valor:

$$(F)p = \frac{Q}{(D)p}$$

Conforme a esta definición, cuando la suma de las fracciones de la demanda cubiertas por las empresas sea la unidad, la demanda quedará totalmente satisfecha por esas empresas, a sus respectivos precios de venta.

Como en el estudio de la demanda elástica es necesario considerar fracciones de la demanda, en los gráficos pertinentes será útil representar las curvas correspondientes a la demanda total y a determinadas fracciones de la misma.

A continuación damos un ejemplo de dos empresas, la (1) y la (2), que venden volúmenes iguales a Q' y Q'' a los precios p' y p'' respectivamente, en un mercado con demanda elástica $\overline{DD}$.



$$(F')p' = \frac{Q'}{(D)p'} = 0,3 \quad , \quad (F'')p'' = \frac{Q''}{(D)p''} = 0,7 \quad ,$$

$$(F')p' + (F'')p'' = 1$$

En este caso como la suma de las fracciones de la demanda cubiertas por las empresas es igual a la unidad, las empresas satisfacerán a toda la demanda.

(*)

De acuerdo a lo expresado y a las definiciones de volumen máximo Qmax y de volumen mínimo Qmin que hemos visto con anterioridad, si la empresa (2) vende Qmin'' al precio p'' y la (1) Qmax' al sp'', se tendrá que:

$$(F')sp'' = \frac{Qmax'}{(D)sp''} \quad , \quad (F'')p'' = \frac{Qmin''}{(D)p''} \quad ,$$

$$(F')sp'' + (F'')p'' = 1$$

(**)

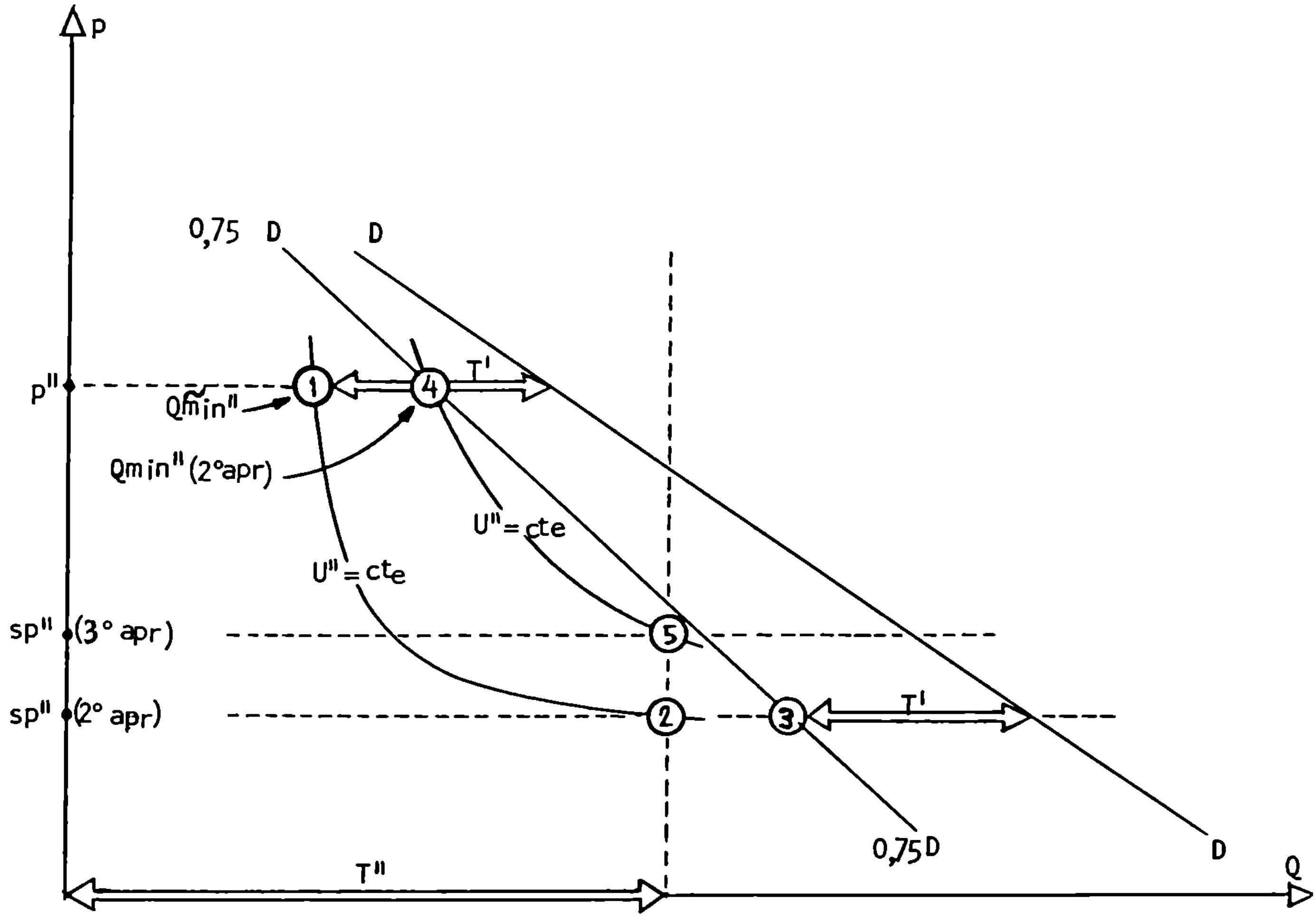
Supongamos un mercado con demanda elástica formado por la empresa (1) que vende el volumen máximo y la empresa (2) que vende el volumen mínimo, a las que corresponderán los índices ' y '' respectivamente.

Calculemos el volumen mínimo apróximado y el volumen mínimo de la empresa (2), que son vendidas al precio p''.

Para calcular el volumen mínimo apróximado $Q\widetilde{min}''$ de la empresa (2), habrá que considerar que la empresa (1) vende su volumen máximo Qmax' al mismo precio que la empresa (2), p''.

En consecuencia, el cálculo del $Q\widetilde{min}''$ será inmediato y se hará en la misma forma que con demanda inelástica.(ver paso (1) en el dibujo esquemático de la página siguiente):

$$(Q\widetilde{min}'')p'' = (D)p'' - (Qmax')p''$$



Paso (1): Determinación de $\widetilde{Qmin}''$

Paso (2): Determinación de sp''

Paso (3): Determinación de (F')sp'' } (2da apr)

Paso (4): Determinación de Qmin''

Paso (5): Determinación de sp'' (3ra apr)

Pero para calcular el volumen mínimo Qmin'' de la empresa (2), habrá que considerar que la empresa (1) vende su volumen máximo Qmax' al subprecio de la empresa (2) para el precio p'', sp''.

En consecuencia, el cálculo del volumen mínimo Qmin'' sólo podrá hacerse por apróximaciones sucesivas, ya que el Qmin'' buscado es un dato necesario para el cálculo del subprecio mencionado.

En primera aproximación supondremos que las empresas venden al mismo precio y en consecuencia el Qmin'' calculado en esta aproximación será igual al $Q\widetilde{min}''$.

Para hallar el Qmin'' en segunda aproximación, consideraremos al Qmin'' en primera aproximación y la curva de U'' = cte que pasando por la intersección de p'' y este Qmin'', nos da el subprecio sp'' en su intersección con la curva o recta del volumen máximo Qmax''. (ver paso (2) del dibujo).

Pero resultará más conveniente considerar tan solo en forma aproximada esa curva de U'' = cte, lo suficiente como para determinar si el Qmax'' para el sp'' es igual al tamaño T'' o a la demanda. Si como sucede generalmente es igual a T'', se tendrá un valor exacto de Qmax'' que permitirá el cálculo del sp'' mediante su forma analítica, considerando este Qmax'' y el Qmin'' en primera aproximación, De esta forma se obtendrá un valor de sp'' más exacto que usando métodos gráficos.

Conocido el valor del sp'', podremos calcular a la fracción (F')sp'' y con ella a la fracción (F'')p'', la que permitirá hallar al Qmin'' en segunda aproximación. (ver pasos (3) y (4) del dibujo).

Así seguiremos sucesivamente hasta obtener Qmin'' con la aproximación deseada.

A continuación, detallamos el método de cálculo:

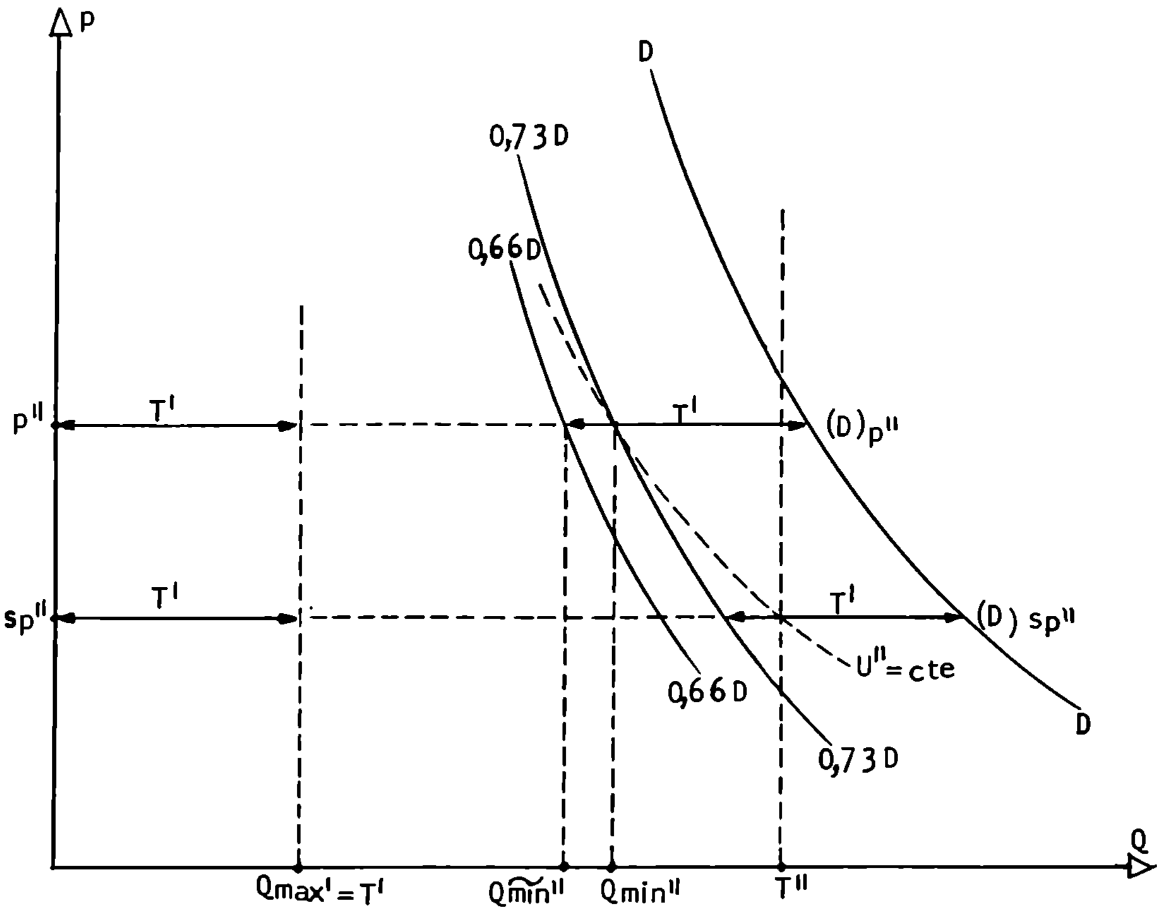
$$Q' = (Qmax')sp'' \quad , \quad Q'' = (Qmin'')p''$$

1ra.aproximación $\left\{ (Qmin'')p'' = (\widetilde{Qmin''})p'' = (D)p'' - (Qmax')p'' \right.$

2da.aproximación
$$\left\{ \begin{array}{l} sp''=p''-\left[\dfrac{p''-cp''}{(Qmax'')sp''}\right]\left[(Qmax'')sp''-(Qmin'')p''\right] \\ (F')sp'' = \dfrac{(Qmax')sp''}{(D)sp''} \\ (F'')p'' = 1 - (F')sp'' \\ (Qmin'')p'' = (F'')p''.(D)p'' \end{array} \right.$$

3ra.aproximación { Igual a la anterior

A continuación mostramos un gráfico con los resultados de un desarrollo como el anterior y en la página 295 damos un ejemplo numérico.



La longitud determinada por ⟷ corresponde al T'

(*)

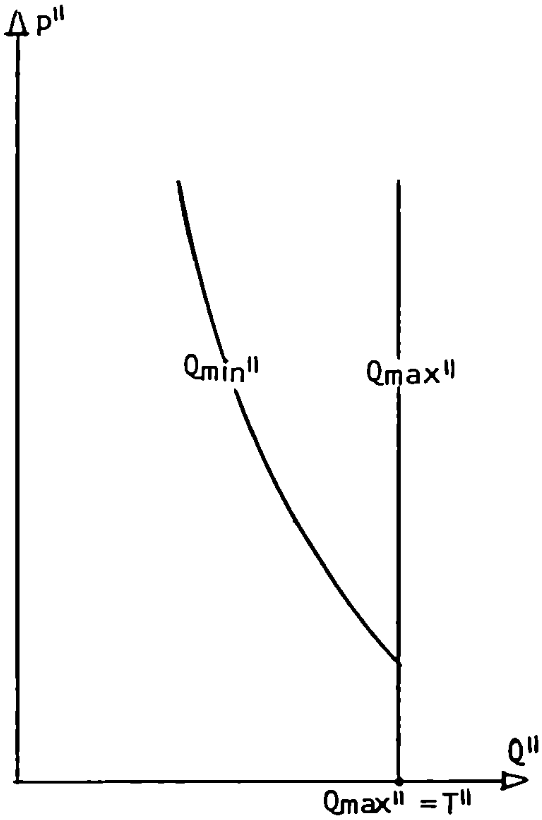
Si variamos el precio p'' al cual la empresa (2) vende su volumen mínimo, obtendremos la curva de los volúmenes mínimos de la empresa en función de dicho precio.

Para valores suficientemente bajos de p'', el volumen mínimo Qmin'' se hará igual al volumen máximo Qmax'', pués al disminuír el precio la demanda aumentará su valor hasta alcanzar uno igual a la suma de los volúmenes máximos de las empresas consideradas.

En el gráfico siguiente se ha representado el volumen mínimo Qmin'' de una empresa en función del precio p'' al que vende dicho volumen:

$$Qmin'' = f(p'')$$

y se ha supuesto que el volumen máximo Qmax'' de la empresa permanece constante e igual a su tamaño.



Para marcar la diferencia con demanda inelástica, recordemos que en ésta el volumen mínimo y el volumen máximo de una empresa permanecen constantes e independientes del precio.

PROPIEDADES DE LOS VOLUMENES MINIMOS

Consideremos dos empresas, la (1) y la (2), de distintos subprecios.

Si las empresas venden sus volúmenes mínimos y sus volúmenes máximos al mismo precio, los saltos de ventas de las mismas serán iguales, ya que se podrán aplicar a ellas los razonamientos realizados en la página 58 para dos empresas de distintos subprecios con demanda inelástica.

Entonces, como el salto de ventas de las empresas en estas condiciones será el salto de venta aproximado, se tendrá que:

$$\widetilde{\Delta Q'} = \widetilde{\Delta Q''}$$

Luego, para un determinado precio p, los saltos de ventas aproximados de las dos empresas serán iguales.

(*)

Según lo visto en la página 269, el volumen mínimo aproximado $\widetilde{Qmin}$ de las empresas para un precio p, serán:

$$\widetilde{Qmin}' = (D)p - Qmax'' \quad , \quad \widetilde{Qmin}'' = (D)p - Qmax'$$

Si los volúmenes máximos Qmax de las empresas son iguales a sus tamaños y menores que la demanda:

$$\widetilde{Qmin}' = (D)p - T'' \qquad , \quad \widetilde{Qmin}'' = (D)p - T'$$

Si consideramos distintos valores de p obtendremos las curvas de los $\widetilde{Qmin}$, y siendo T' y T'' constantes, estas curvas serán paralelas a la curva de la demanda.

En consecuencia, para un determinado precio p, las curvas de los volúmenes mínimos apróximados de dos empresas de distintos subprecios tendrán la misma pendiente que la curva de demanda, en el ámbito para el cual los volúmenes máximos de las empresas son iguales a sus tamaños respectivos.

(*)

Para valores suficientemente altos del precio p, se tendrá que:

$D = T''$, y en consecuencia: $\widetilde{Qmin}' = 0$

$D = T'$, y en consecuencia: $\widetilde{Qmin}'' = 0$

(**)

Para un valor suficientemente bajo del precio p, se tendrá que:

$D = T' + T''$

Luego, se tendrá para las dos empresas que:

$Qmin = T = Qmax$, $\Delta Q = 0$ y $(sp)p = p$

Por consiguiente y de acuerdo a la definición del volúmen mínimo apróximado $\widetilde{Qmin}$:

$Qmin = \widetilde{Qmin}$

Luego, cuando sea $D = T' + T''$, se tendrá para las dos empresas que:

$Qmin = \widetilde{Qmin} = T = Qmax$

(*)

Para un determinado precio, el volumen mínimo de una empresa será mayor que su volumen mínimo apróximado, porque la empresa que vende su volumen máximo cubrirá una fracción menor de la demanda cuando vende al subprecio de la empresa considerada que cuando lo hace al mismo precio que dicha empresa, que en general será mayor que su subprecio.

Cuanto menor sea el subprecio de la empresa que vende el volumen mínimo, mayor será la diferencia entre su volumen mínimo y su volumen mínimo apróximado.

Como se ha supuesto que las empresas tienen distintos subprecios, la diferencia entre el volumen mínimo y el volumen mínimo apróximado de la empresa de menor subprecio será mayor que la de la otra empresa.

En consecuencia, como las empresas tienen saltos de volúmenes apróximados iguales, para un precio p determinado, la empresa de menor subprecio tendrá un salto de volumen ΔQ menor que el de la empresa de mayor subprecio.

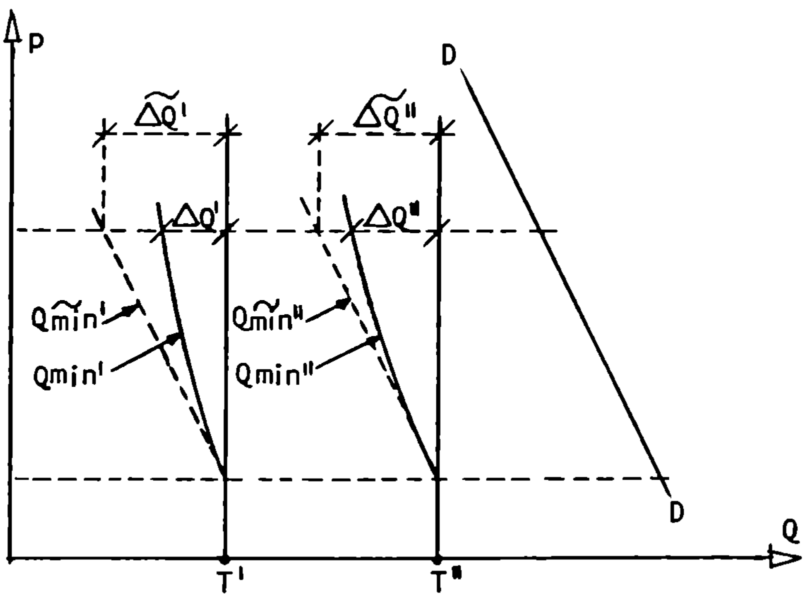
(*)

Hemos visto que, para un valor suficientemente bajo del precio p:

$$Qmin = Q\widetilde{min} = Qmax$$

Para un precio mayor que el anterior, las empresas tendrán distintos subprecios de acuerdo a lo supuesto y conforme a lo visto anteriormente, la diferencia entre el volumen mínimo y el volumen mínimo apróximado será mayor para la empresa de menor subprecio.

Como las curvas de los volúmenes mínimos apróximados de las dos empresas tienen igual pendiente, para un precio p determinado la curva de los volúmenes mínimos de la empresa de menor subprecio tendrá, en general, mayor pendiente (en valor absoluto) que la curva de los volúmenes mínimos de la empresa de mayor subprecio.



(*)

Si, para un valor suficientemente alto del precio p, resulta D = 0, los volúmenes mínimos de las empresas también serán nulos, ya que:

$$Q_{min} \leqslant Q_{max} \leqslant D$$

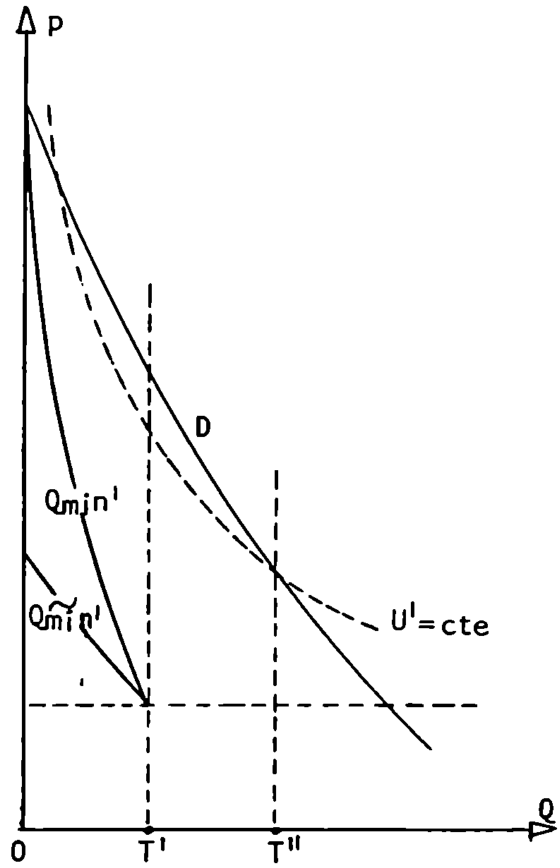
Demostraremos que el volumen mínimo de una empresa cualquiera no se anula para un valor de p menor que aquél para el cual se anula la demanda.

En efecto, conforme a la definición del volumen mínimo y si la demanda no es nula, el volumen mínimo de una empresa sólo puede anularse para un precio p cuando al subprecio de ese precio p resulte la demanda igual al tamaño de la otra empresa, es decir, cuando una curva de U = cte de la empresa pase por la intersección del eje 0—p con la curva de los volúmenes mínimos Qmin y por la intersección de la curva de la demanda con la recta correspondiente al tamaño de la otra empresa.

Pero, siendo las curvas de U = cte hipérbolas asintóticas al eje 0—p, una de estas curvas que pase por la última intersección considerada no cortará el eje 0—p sino para $p = \infty$, es decir, para un precio mayor que aquél donde se anula la demanda.

Luego, la curva de los volúmenes mínimos de una empresa cortará al eje 0—p en el mismo precio que lo corta la curva de la demanda, y en consecuencia, la curva de los volúmenes mínimos estará comprendida entre la curva de los volúmenes mínimos apróximados y la curva de la demanda.

Esta propiedad facilita enormemente la construcción de la curva Qmin = f(p) ya que se conocen los dos puntos extremos de la misma. Para construírla, sólo faltarán determinar uno o más puntos intermedios, según la precisión deseada.



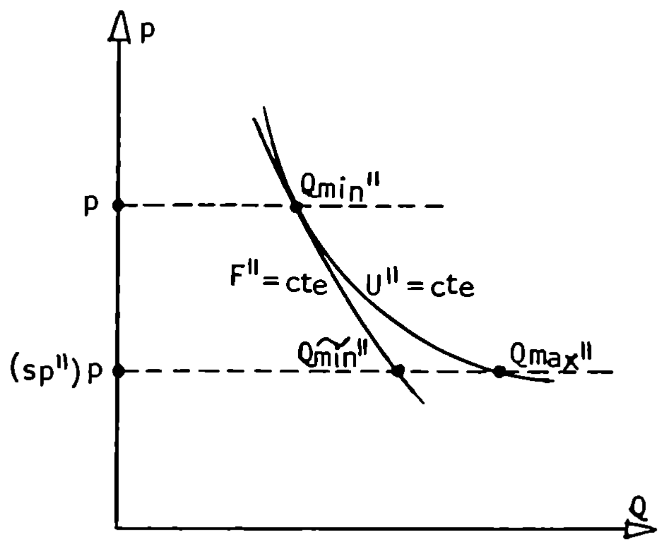
(**)

Consideremos una empresa cualquiera, la (2) por ejemplo, que vendiendo su volumen mínimo Qmin'' al precio p tiene un subprecio igual a(sp'')p.

Por definición de subprecio, una curva de U'' = cte pasará por los puntos p—Qmin'' y (sp'')p—Qmax''.

Si la empresa (1) desplaza a la (2) y vende el volumen máximo al (sp'')p, cubrirá una determinada fracción de la demanda (F')sp'', y dejará libre la restante fracción de la demanda, F'' = 1 - (F')sp'', que será independiente del precio de venta de la empresa (2), De esta forma, teniendo en cuenta las definiciones de volumen mínimo y volumen mínimo apróximado, si la empresa (2) vende al precio p, esta fracción será cubierta por el volumen mínimo Qmin'' de la empresa y si vende al sp'', esta fracción será cubierta por el volúmen mínimo apróximado $Q\widetilde{min}''$ de la empresa.

Luego, una curva de F'' = cte pasará por los puntos p—Qmin'' y (sp'')p—$Q\widetilde{min}''$.



(*)

Lo dicho en el párrafo anterior servirá para calcular el volumen mínimo de una empresa por métodos geométricos y con aproximaciones sucesivas.

En efecto, para calcular el volumen mínimo Qmin'' de la empresa (2) correspondientes al precio p, supongamos en primera aproximación qúe:

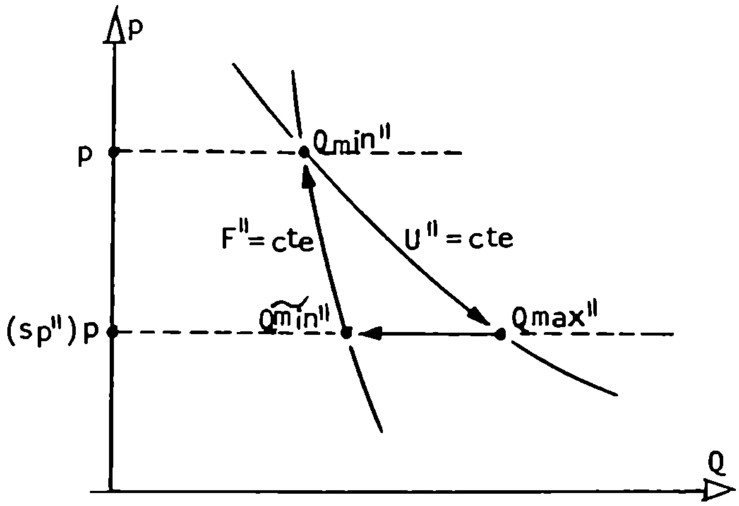
$$Qmin'' = (Q\widetilde{min}'')p$$

Con este valor de Omin'' hallaremos el valor de (sp'')p, que será el correspondiente a la intersección de la curva de U'' = cte que pasa por p—Qmin'' y la recta o curva del Qmax''.

Con este valor de $(sp'')p$ hallaremos el valor de los $(Q\widetilde{min}'')sp''$ correspondientes a dicho precio.

Con este valor de $Q\widetilde{min}''$ hallaremos el valor de $Qmin''$ en segunda aproximación, que será el correspondiente a la intersección de la curva de $F'' = cte$ que pasa por el punto $(sp'')p — (Q\widetilde{min}'')sp''$ y la recta de p.

De esta forma, con el nuevo valor de $Qmin''$ repetiremos lo anterior hasta obtener un $Qmin''$ con la presición deseada.

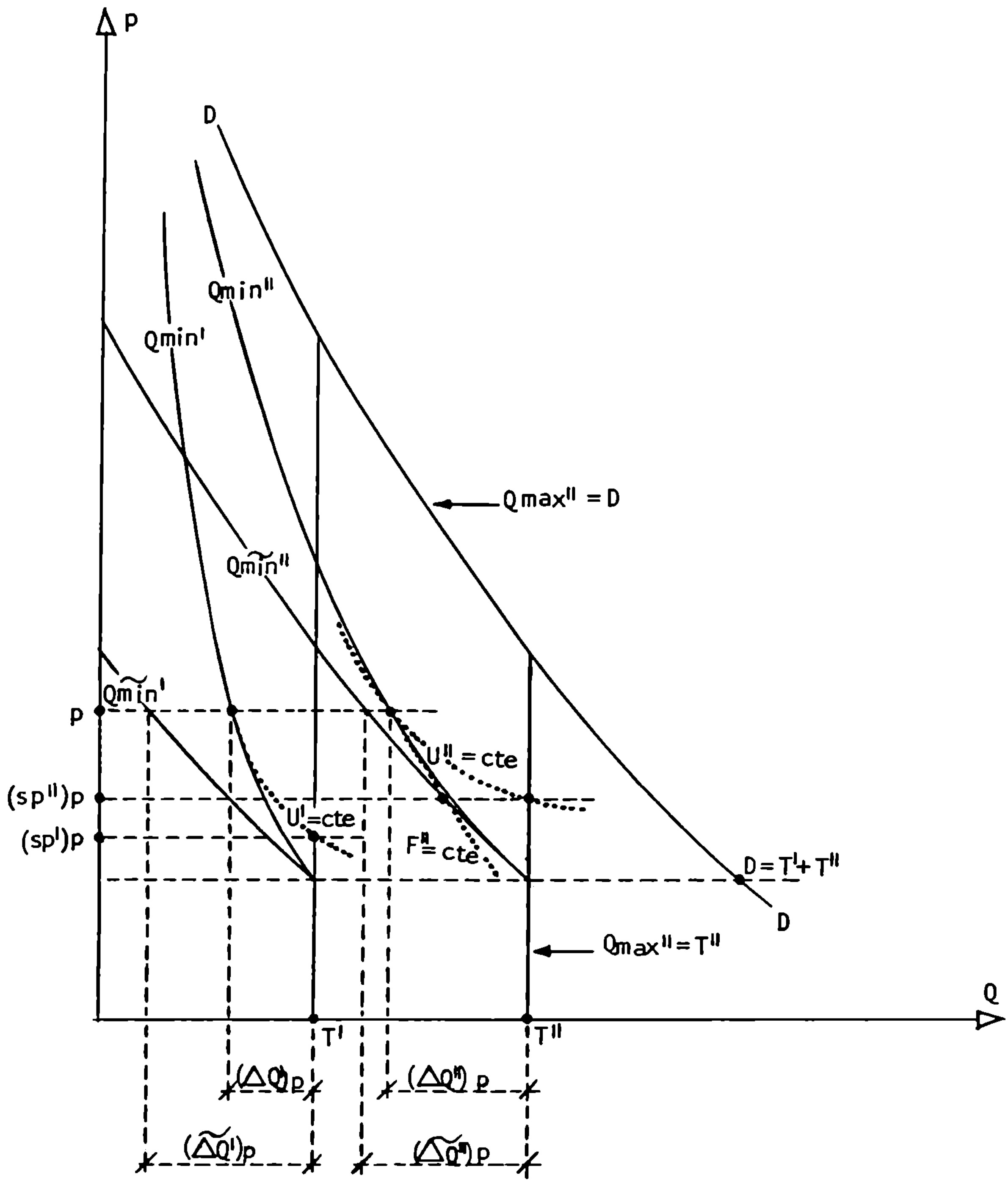


GRAFICOS COMPETITIVOS

En la página siguiente se ha construído un gráfico competitivo simultáneo correspondiente a la empresa (1) de menor subprecio y a la empresa (2) de mayor subprecio, para el precio p.

Cuando se han considerado los ΔQ, $\widetilde{\Delta Q}$ o sp para un precio p, se los ha marcado con el subíndice p, como por ejemplo (sp)p.

Se han representado las curvas de D, Qmin, $Q\widetilde{min}$, las rectas correspondientes a los tamaños T, las curvas de $U = cte$ que pasan por Qmin—p y la curva de $F'' = cte$ que pasa por $(Q\widetilde{min}'')sp''$ y $(Qmin'')p$.


P
D
Qmin''
Qmin'
Qmax'' = D
$Q\widetilde{min}''$
$Q\widetilde{min}'$
p
U'' = cte
(sp'')p
U' = cte
(sp')p
F'' = cte
D = T' + T''
D
Qmax'' = T''
Q
T'
T''
$(\Delta Q')p$
$(\Delta Q'')p$
$(\widetilde{\Delta Q}')p$
$(\widetilde{\Delta Q}'')p$

EL PRECIO OPTIMO

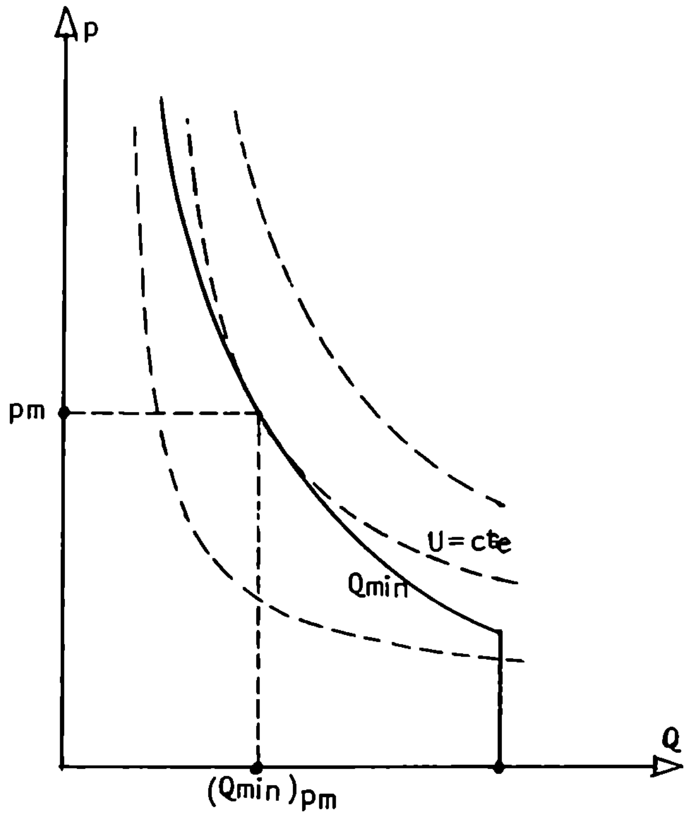
Llamaremos precio óptimo de una empresa, pm, al precio de venta que le produce la mayor utilidad total posible cuando vende su volumen mínimo.

En el caso particular que la empresa se encuentre sola en el mercado, llamaremos precio óptimo al precio que le produce la mayor utilidad total cuando vende un volumen igual a la demanda.

(*)

El precio óptimo de una empresa podrá hallarse fácilmente si representamos en un gráfico competitivo la curva de sus volúmenes mínimos, o la curva de la demanda para el caso de una sola empresa en el mercado. Entonces, el precio óptimo estará dado por la intersección de la curva de los volúmenes mínimos con la curva de utilidad total constante de mayor valor.

En el gráfico siguiente se han representado las curvas de utilidad total constante con líneas punteadas y la curva de los volúmenes mínimos con línea llena, hallándose el precio óptimo pm de la empresa y su volumen mínimo para ese precio óptimo, (Qmin)pm.

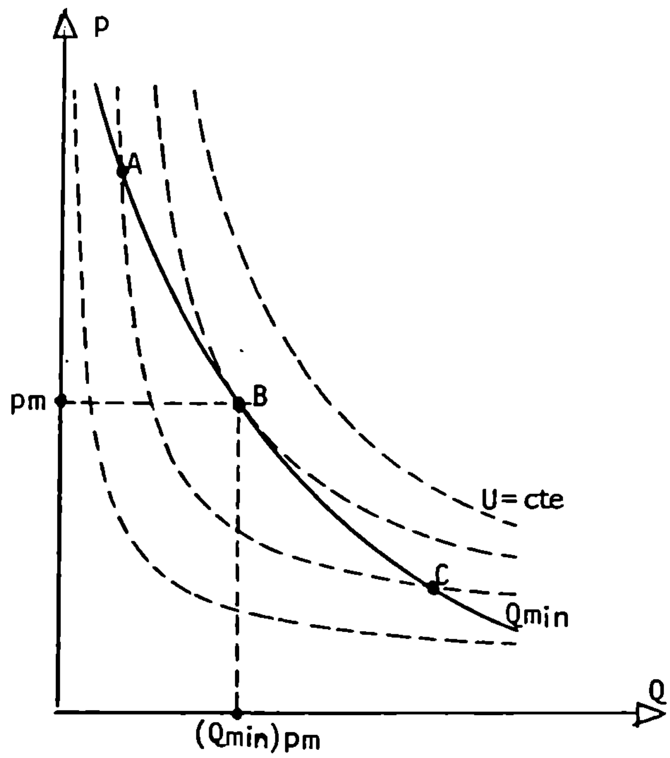


(*)

Diremos que la demanda elástica es regular, cuando la pendiente de la demanda, en valor absoluto, se mantiene constante o disminuye si aumenta el volumen Q, Cuando ésto sucede, las pendientes de las curvas de los volúmenes mínimos de las empresas tendrán la misma propiedad, ya que constituyen la demanda insatisfecha por las empresas que venden los volúmenes máximos.

En estos casos, siendo las curvas de utilidad total constante hipérbolas equiláteras, si en la intersección de la curva de los volúmenes mínimos con una curva de utilidad total constante la curva de los volúmenes mínimos tiene menor pendiente, en valor absoluto, el precio óptimo tendrá un valor menor que el precio correspondiente a esa intersección (punto A del gráfico siguiente). Inversamente, cuando esa pendiente sea mayor, al precio óptimo tendrá un valor mayor (punto C) y si las pendientes de ambas curvas son iguales, el punto de tangencia nos dará el precio óptimo buscado (punto B).

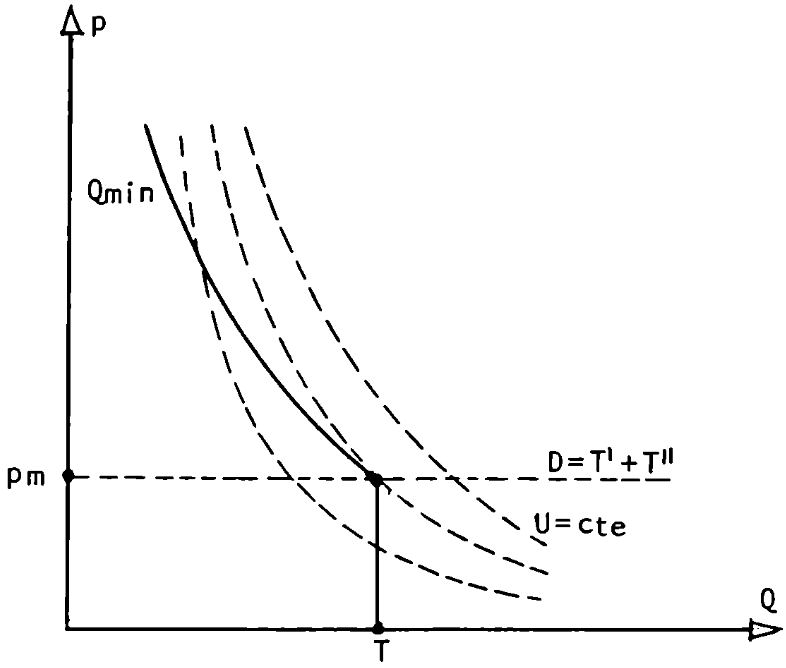
También podemos decir que si la demanda es regular y una curva de utilidad total constante corta a la curva de los volúmenes mínimos en dos puntos, el precio óptimo se encontrará entre ambas intersecciones.



Si no hay punto de tangencia entre las curvas de los volúmenes mínimos y las de utilidad total constante por encima del precio para el cual la demanda es igual a la suma de los tamaños de las empresas, este precio será el precio óptimo buscado.

En efecto, como puede verse en el gráfico de la página 282 y en el siguiente, en este precio se hace
$Qmin = Qmax = T =$ constante, la curva de los volúmenes mínimos se transforma en una recta vertical y en consecuencia

la tangencia se produce en el punto de inflexión que corresponde al precio mencionado.

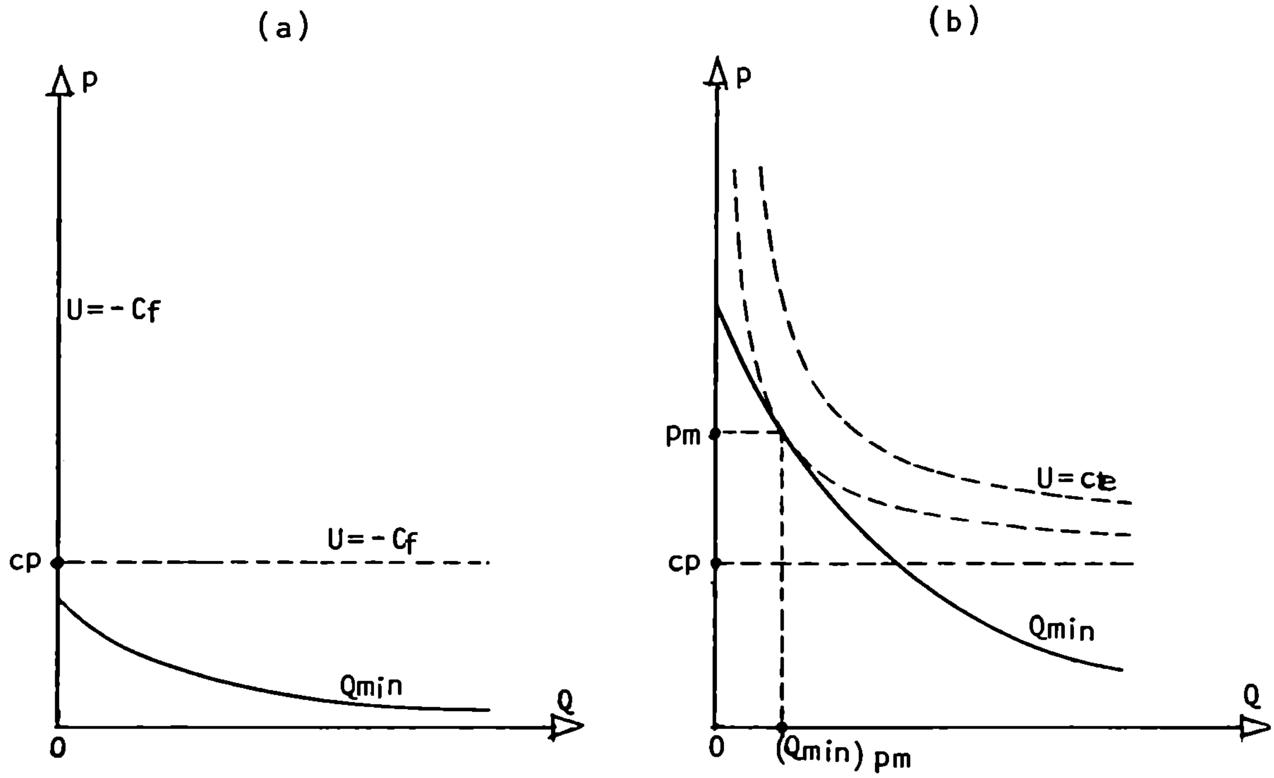


(*)

Si el volumen mínimo de una empresa se hace igual a cero para un valor del precio p igual o menor que los costos proporcionales unitarios cp de la misma, el valor del volumen mínimo correspondientes a su precio óptimo será igual a cero, pués la mayor utilidad total posible que la empresa podrá obtener vendiendo su volumen mínimo será U = - Cf, cuando su volumen mínimo sea igual a cero. Entonces el precio óptimo de la empresa podrá tener cualquier valor, ya que el volumen mínimo correspondiente es nulo (figura a).

En este caso diremos que el precio óptimo de la empresa es indeterminado, pero el subprecio de la empresa para este precio óptimo indeterminado será igual a sus costos proporcionales unitarios cp, porque siendo Qmin = 0 será ΔQ = Qmax y (sp)pm = pm - pm + cp = cp.

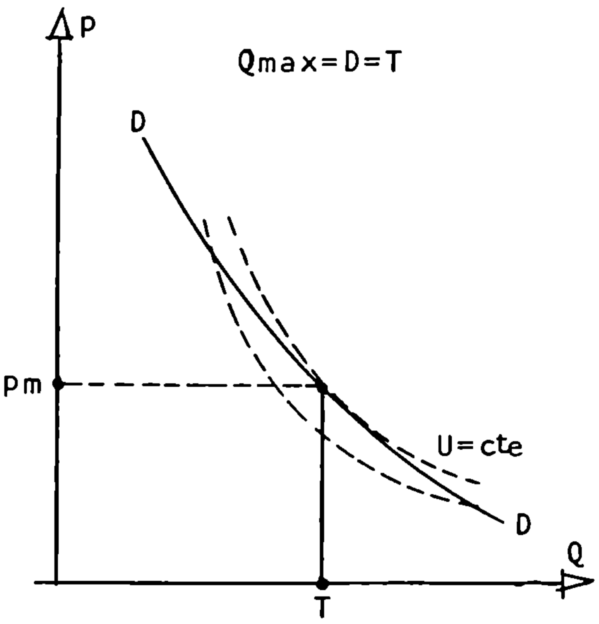
Si el volumen mínimo de una empresa se hace igual a cero para un valor del precio p mayor que los costos proporcionales unitarios cp, el valor del volumen mínimo para su precio óptimo será mayor que cero, ya que siendo las curvas de U = cte hipérbolas asintóticas a las rectas 0—p y cp = cte, la intersección correspondiente a la curva de mayor utilidad total con la curva de los volúmenes mínimos se producirán dentro del campo limitado por las rectas mencionadas, y en consecuencia, conforme la definición de precio óptimo, el volumen mínimo de la empresa para su precio óptimo será mayor que cero (figura b).

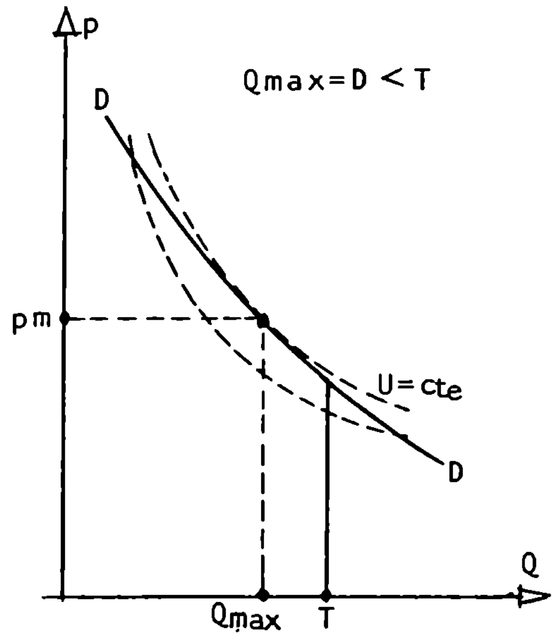


EL ESTADO FINAL DE UNA EMPRESA

Cuando en la elaboración de un producto haya una sola empresa con demanda elástica, en el estado prefinal la misma venderá, su volumen máximo al precio óptimo, pués de acuerdo a la definición del mismo dada en la página 283, de esta forma obtendrá la mayor utilidad total posible.

Este volumen máximo será igual a la demanda y podrá ser menor o igual que el tamaño de la empresa.





Si la utilidad total de la empresa en el estado prefinal resulta igual o mayor que cero, dicho estado será el estado final de la empresa y si resulta menor que cero, la empresa será eliminada del mercado, de acuerdo al principio (2).

(*)

Cuando se analice un proyecto y no haya empresas establecidas en el mercado, tendrá vigencia lo dicho en demanda inelástica (página 53) referente a este caso.

Por ello, el proyecto deberá ser estudiado sin competencia y teniendo en cuenta las futuras empresas competidoras que podrían aparecer en el mercado.

LOS ESTADOS PREFINAL Y FINAL PARA DOS EMPRESAS DE DISTINTOS SUBPRECIOS PARA SUS RESPECTIVOS PRECIOS OPTIMOS

Hagamos las siguientes suposiciones:

—El tamaño de las dos empresas y la demanda permanecen constantes.

—Las empresas no autolimitan sus volúmenes de ventas máximos.

Consideremos para cada empresa el valor de su subprecio para el precio óptimo de la misma, o subprecio para "su" precio óptimo, (sp)pm, y hagamos otra suposición:

—Las empresas tienen distintos subprecios para sus respectivos precios óptimos.

Llamaremos empresa (1), que distinguiremos con el índice ', a la empresa de menor subprecio para su preció óptimo, (sp')pm', y empresa (2), que distinguiremos con el índice ", a la de mayor subprecio para su precio óptimo, (sp")pm".

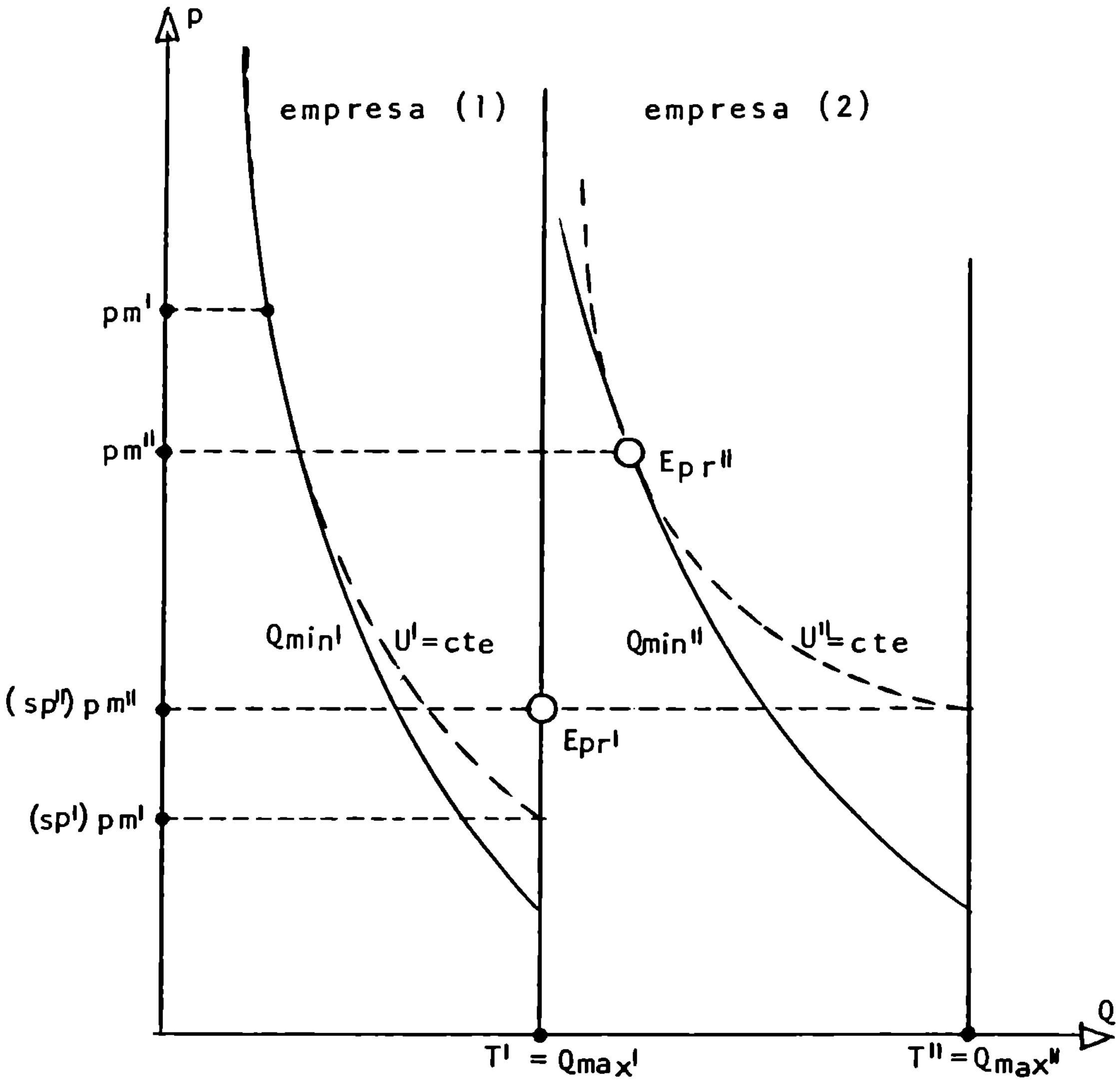
A diferencia de la demanda inelástica y de acuerdo a lo visto anteriormente, los saltos de volúmenes ΔQ de las empresas serán distintos, salvo cuando los volúmenes mínimos de las empresas resulten iguales a sus respectivos volúmenes máximos y en consecuencia sea $\Delta Q = 0$ para ambas.

(*)

En estas condiciones y basándonos en los principios establecidos, hallaremos el estado prefinal de las empresas, en el que obtienen con certeza sus mayores utilidades totales posibles.

Si repetimos ahora los razonamientos realizados con este fín en demanda inelástica, reemplazando el precio tope por los precios óptimos de las empresas y el subprecio de las mismas por el subprecio para el precio óptimo respectivo, llegaremos a la conclusión que en el estado prefinal, la empresa (1) de menor subprecio para su precio óptimo, (sp')pm', venderá su volumen máximo Qmax' al subprecio para su precio óptimo de la otra empresa, (sp")pm", y la empresa (2) de mayor subprecio para su precio óptimo, (sp")pm", venderá su volumen mínimo Qmin" a su precio óptimo pm".

A continuación damos un ejemplo en el que no obstante ser pm' mayor que pm" resulta (sp')pm' menor que (sp")pm", de acuerdo al uso de los índices convenido:



Puede observarse en el gráfico de la página 279, que la demanda y los volúmenes mínimos de las empresas se anulan para un mismo precio. Esto significa que si los precios de las empresas son tales que determinan una demanda no nula, los volúmenes mínimos de las empresas no serán nulos y en consecuencia los volúmenes máximos de las mismas serán menores que la demanda e iguales a los tamaños respectivos. Por esta razón en los gráficos competitivos hemos puesto T = Qmax'.

De acuerdo a lo visto anteriormente, el estado prefinal en demanda elástica resulta igual al de inelástica si se hacen los reemplazos indicados por las flechas:

Demanda inelástica:	Demanda elástica:
(sp)pt ⟶	(sp)pm, subprecio de la empresa para "su" pm.
pt ⟶	pm", pm de la empresa de mayor (sp)pm.

(*)

Hallaremos ahora el estado final de las empresas, donde obtienen con certeza sus mayores utilidades totales positivas posibles, o son eliminadas del mercado, cuando sus mayores utilidades totales posibles resultan menores que cero.

Se puede aplicar en demanda elástica los mismos razonamientos que los realizados en el mercado inelástico y obtendremos conclusiones que, en general, serán similares.

Pero hay una diferencia que será necesaria considerar y lo haremos a continuación.

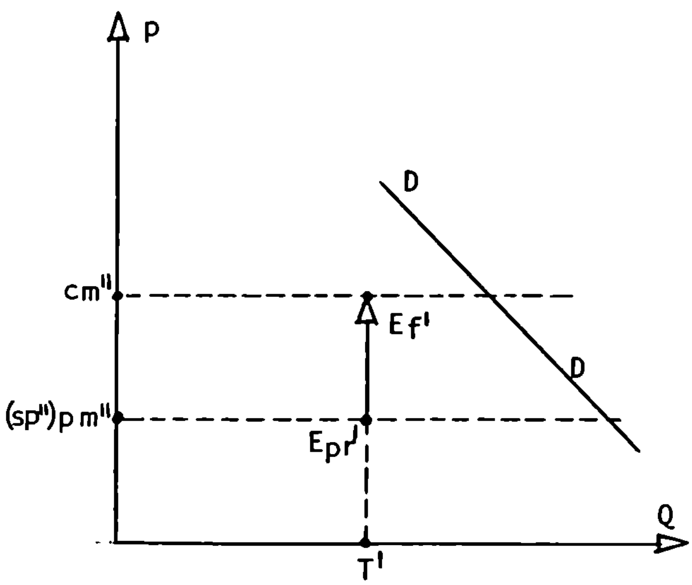
Hemos visto en demanda inelástica que cuando se elimina una empresa, la otra empresa sube su precio de venta hasta un valor igual a los costos unitarios mínimos de la empresa eliminada.

En demanda elástica, si la empresa que subsiste sube el precio y la demanda se mantiene mayor o igual que su tamaño, subirá el precio hasta los costos unitarios mínimos de la empresa eliminada, pués de esta forma obtendrá la mayor utilidad total posible. Este caso puede verse en el gráfico (a) donde se ha supuesto que la empresa (2) ha sido eliminada.

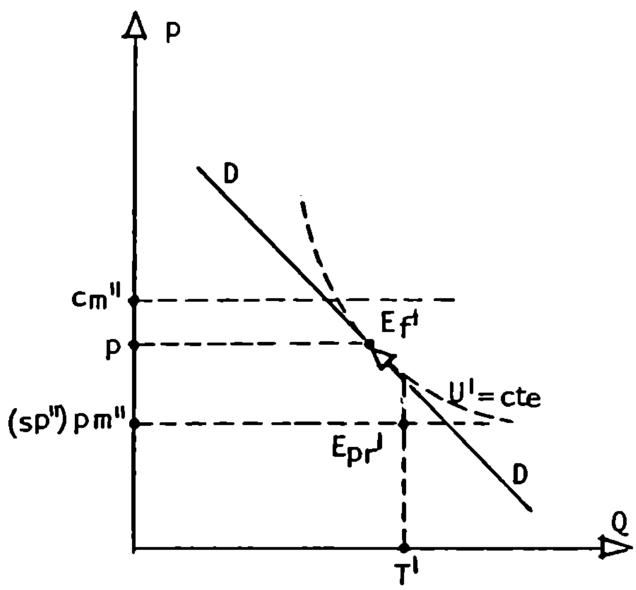
Pero si la empresa que subsiste sube el precio y la demanda se hace menor que su tamaño antes que el precio sea igual a los costos unitarios mínimos de la empresa eliminada, la empresa podrá obtener una utilidad total mayor posible a un valor menor que los costos mencionados.

Un caso como éste se muestra en el gráfico (b), donde la tangencia de la demanda con la curva de utilidad total constante de mayor valor de la empresa (1), tiene lugar a un precio p menor que los costos unitarios mínimos de la empresa (2).

(a)



(b)



Luego, generalizando, diremos que cuando se elimina una empresa en demanda elástica, la empresa que subsiste venderá su volumen máximo el precio que siendo igual o menor que los costos unitarios mínimos de la empresa eliminada, le producen la mayor utilidad total posible.

Por esta razón, los resultados obtenidos en demanda inelástica, podrán ser expresados en la siguiente forma para demanda elástica:

Si en el estado prefinal las utilidades totales de ambas empresas son iguales o mayores que cero, dicho estado será el estado final de las empresas.

Cuando en el estado prefinal la utilidad total de una empresa resulte menor que cero, en el estado final esta empresa se eliminará, y la otra venderá su volumen máximo al precio que siendo igual o menor que los costos unitarios mínimos de la empresa eliminada, le producen la mayor utilidad total posible.

Cuando en el estado prefinal las utilidades totales de ambas empresas resulten menores que cero, en el estado final la empresa de mayores costos unitarios mínimos será eliminada, y la empresa de menores costos unitarios mínimos venderá su volumen máximo a un valor que siendo igual o menor que los costos unitarios mínimos de la otra, le producen la mayor utilidad total posible. Pero si las empresas tienen sus costos unitarios mínimos iguales, o suficientemente altos como para resultar mayores que un precio tope, en el estado final las dos empresas serán eliminadas.

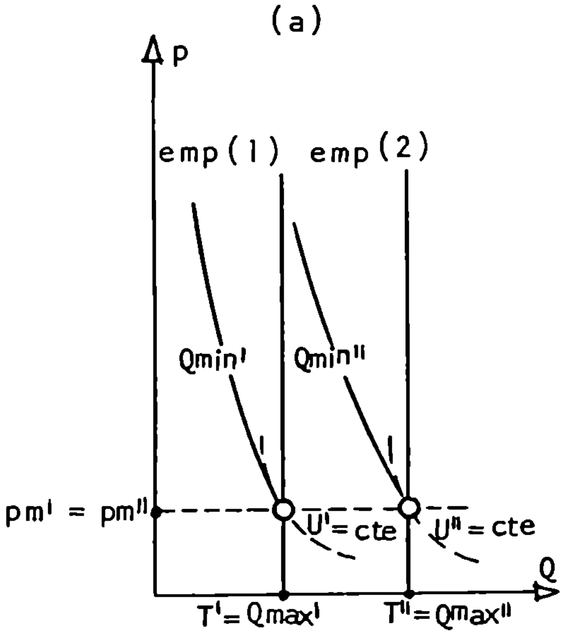
LOS ESTADOS PREFINAL Y FINAL DE DOS EMPRESAS DE IGUAL SUBPRECIO PARA SUS RESPECTIVOS PRECIOS OPTIMOS

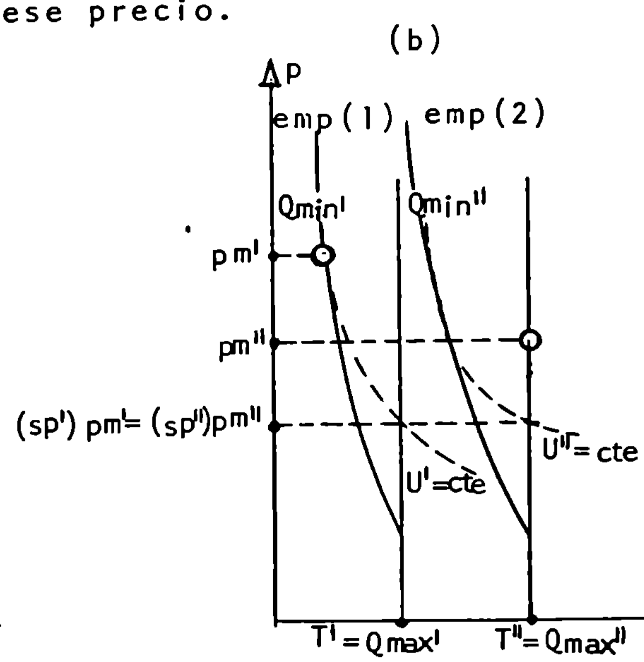
Para tratar este punto supongamos que las empresas (1) y (2) tienen igual subprecio para sus respectivos precios óptimos.

Si las empresas tienen igual subprecio para sus respectivos precios óptimos e iguales precios óptimos, el caso será similar al visto en demanda inelástica, y en consecuencia, en el estado prefinal las empresas adoptarán un precio de venta igual al precio óptimo común y venderán, con certeza, sus volúmenes mínimos a dicho precio (sin certeza, las empresas podrán vender volúmenes mayores que sus volúmenes mínimos).

En el caso particular en que el precio óptimo común sea igual al precio para el cual la demanda se hace igual a la suma de los tamaños de las dos empresas, los volúmenes mínimos de las empresas serán iguales a los volúmenes máximos, los subprecios de las empresas para el precio óptimo serán iguales a dicho precio óptimo por ser nulos los saltos de volumen ΔQ, las empresas venderán sus volúmenes máximos al precio óptimo común y no habrá competencia. (ver figura(a) (*)

Si las empresas tienen igual subprecio para sus respectivos precios óptimos y distintos precios óptimos, repitiendo los razonamientos de demanda inelástica llegaremos a la conclusión que las empresas fijarán un precio igual a sus respectivos precios óptimos, para vender con certeza sus volúmenes mínimos a esos precios; pero como los precios óptimos son distintos, automáticamente la empresa de menor precio óptimo venderá su volúmen máximo a ese precio (ver figura b). Luego, si las empresas tienen igual subprecio para sus respectivos precios óptimos y distintos precios óptimos, la empresa de mayor precio óptimo venderá su volumen mínimo a ese precio y la empresa de menor precio óptimo venderá su volumen máximo a ese precio.





(*)

Para hallar el estado final de las empresas, se aplicarán los resultados obtenidos para empresas de distintos subprecios,que también tendrán validéz en estos casos.

METODO PARA HALLAR EL ESTADO FINAL DE LAS EMPRESAS

Consideremos las empresas (A) y (B) de las siguientes características, y omitamos las unidades a los efectos de simplificar:

<u>Empresa (A)</u>

cp = 2
Cf = 8
T = 4

<u>Empresa (B)</u>

cp = 2
Cf = 16
T = 8

Supongamos que actúan con una demanda elástica que tiene los siguientes valores:

Para p = 1 , D = 12
Para p = 10 , D = 8
Para p = 20 , D = 3,6

Cuando calculemos los volúmenes mínimos apróximados $Q\widetilde{mín}$ o los volúmenes mínimos Qmin de una empresa, la distinguiremos con el índice '', de acuerdo a la notación usada, ya que supondremos que la empresa vende esos volúmenes mínimos.

Tracemos los gráficos competitivos de ambas empresas (ver páginas 302 y 303); en ellos incluyamos las rectas correspondientes a la demanda D y a los volúmenes mínimos apróximados $Q\widetilde{mín}$, teniendo presente que:

$$(Q\widetilde{mín}'')p'' = (D)p'' - (Qmax')p''$$

Para trazar en los gráficos competitivos las curvas de los volúmenes mínimos de las empresas, calculemos los valores de dichos volúmenes mínimos para los precios 10 y 20.

<u>Empresa (A)</u>

— Para p'' = 10

$$\text{1ra.aprox.} \left\{ (Qmin'')p'' = (Q\widetilde{min}'')p'' = (D)p'' - (Qmax')p'' = 8{,}1 - 8 = 0{,}1 \right.$$

$$\text{2da.aprox.} \left\{ \begin{array}{l} \text{Las curvas de } U'' = \text{cte nos muestran que} \\ (Qmax'')sp'' = T'' \\ \\ sp'' = p'' - \left[\dfrac{p''-cp''}{(Qmax'')sp''} \right] \left[(Qmax'')sp'' - (Qmin'')p'' \right] = \\ \quad = 10 - \left(\dfrac{10-2}{4} \right) (4-0{,}1) = 2{,}2 \\ \\ (F')sp'' = \dfrac{(Qmax')sp''}{(D)sp''} = \dfrac{8}{11{,}5} = 0{,}695 \\ \\ (F'')p'' = 1 - (F')sp'' = 1 - 0{,}695 = 0{,}305 \\ \\ (Qmin'')p'' = (F'')p''.(D)p'' = 0{,}305 \times 8 = 2{,}44 \end{array} \right.$$

$$\text{3ra.aprox.} \left\{ \begin{array}{l} sp'' = 10 - \left(\dfrac{10-2}{4} \right) (4-2{,}44) = 6{,}9 \\ \\ (F')sp'' = \dfrac{8}{9{,}4} = 0{,}85 \\ (F'')p'' = 1-0{,}85 = 0{,}15 \\ (Qmin'')p'' = 0{,}15 \times 8 = 1{,}2 \end{array} \right.$$

$$\text{4ta.aprox.} \left\{ (Qmin'')p'' = 1{,}9 \right.$$

$$\text{5ta.aprox.} \left\{ (Qmin'')p'' = 1{,}5 \right.$$

$$\text{6ta.aprox.} \left\{ (Qmin'')p'' = 1{,}7 \right.$$

— Para $p'' = 20$

1ra.aprox. $\left\{ (Qmin'')p'' = (\widetilde{Qmin}'')p'' = 3{,}6-3{,}6 = 0 \right.$

$$\text{2da.aprox.} \begin{cases} sp'' = cp'' = 2 \\ (F')sp'' = \dfrac{8}{11{,}4} = 0{,}7 \\ (F'')p'' = 1-0{,}7 = 0{,}3 \\ (Qmin'')p'' = 0{,}3\times 3{,}6 = 1{,}1 \end{cases}$$

$$\text{3ra.aprox.} \begin{cases} sp'' = 20 - \left(\dfrac{20-2}{4}\right)(4-1{,}1) = 7 \\ (F')sp'' = \dfrac{8}{9{,}3} = 0{,}86 \\ (F'')p'' = 1 - 0{,}86 = 0{,}14 \\ (Qmin'')p'' = 0{,}14 \times 3{,}6 = 0{,}5 \end{cases}$$

4ta.aprox. $\left\{ (Qmin'')p'' = 0{,}9 \right.$

5ta.aprox. $\left\{ (Qmin'')p'' = 0{,}65 \right.$

6ta.aprox. $\left\{ (Qmin'')p'' = 0{,}83 \right.$

7ma.aprox. $\left\{ (Qmin'')p'' = 0{,}685 \simeq 0{,}7 \right.$

Empresa (B)

—Para p'' = 10

$$\text{1ra.aprox.}\ \left\{ (Qmin'')p'' = (Q\widetilde{min}'')p'' = 8-4 = 4 \right.$$

$$\text{2da.aprox.}\ \begin{cases} \text{Las curvas de } U'' = \text{cte nos muestran que} \\ (Qmax'')sp'' = T'' \\ sp'' = 10 - \left(\frac{10-2}{8}\right)(8-4) = 6 \\ (F')sp'' = \frac{4}{9,7} = 0,412 \\ (F'')p'' = 1-0,412 = 0,588 \\ (Qmin'')p'' = 0,588 \times 8 = 4,7 \end{cases}$$

$$\text{3ra.aprox.}\ \left\{ (Qmin'')p'' = 4,6 \right.$$

—Para p'' = 20

$$\text{1ra.aprox.}\ \left\{ (Qmin'')p'' = (Q\widetilde{min}'')p'' = 3,6 - 3,6 = 0 \right.$$

$$\text{2da.aprox.}\ \begin{cases} sp'' = cp'' = 2 \\ (F')sp'' = \frac{4}{11,4} = 0,35 \\ (F'')p'' = 1-0,35 = 0,65 \\ (Qmin'')p'' = 0,65 \times 3,6 = 2,34 \end{cases}$$

$$\text{3ra.aprox.}\ \left\{ (Qmin'')p'' = 2 \right.$$

Conociendo el valor de los volúmenes mínimos de las empresas para p=10 y p=20 y teniendo presente que para p=1 la demanda es igual a la suma de los tamaños de las empresas y en consecuencia para cada una de ellas:

$$Qmin = \widetilde{Qmin} = T = Qmax$$

podremos trazar las curvas correspondientes a los volúmenes mínimos.

Buscando el punto de tangencia de estas curvas con una curva de U=cte, podremos determinar los precios óptimos pm de las empresas y de esta forma obtendremos para ambas empresas precios óptimos iguales y con el siguiente valor:

$$pm = 15$$

Hallemos ahora el subprecio de ambas empresas para el precio pm=15.

Para la empresa (A), las curvas de utilidad total constante nos mostrarán que (Qmax)sp =T=4 y de la curva de los volúmenes mínimos obtendremos que (Qmin)pm = 1,15.

En consecuencia, se tendrá que:

$$(sp)pm = pm - \left[\frac{pm-cp}{(Qmax)sp}\right] \left[(Qmax)sp-(Qmin)pm\right]$$

$$(sp)pm = 15 - \left(\frac{15-2}{4}\right)(4-1,15) = 5,75$$

Para la empresa (B), las curvas de utilidad total constante nos mostrarán que también (Qmax)sp = T=8 y de la curva de los volúmenes mínimos obtendremos que (Qmin)pm = 3,25

Luego:

$$(sp)pm = 15 - \left(\frac{15-2}{8}\right)(8-3,25) = 7,28$$

De acuerdo a los resultados obtenidos la empresa (A) será la empresa (1) de menor subprecio y la (B) la empresa (2) de mayor subprecio para sus respectivos precios óptimos.

En consecuencia, en el estado prefinal, la empresa (B) venderá su volumen mínimo al precio óptimo pm y la empresa (A) venderá su volumen máximo al subprecio de la empresa (B) para su precio óptimo respectivo:

Empresa (A): $(Q')Epr = 4$, $(p')Epr = 7{,}28$

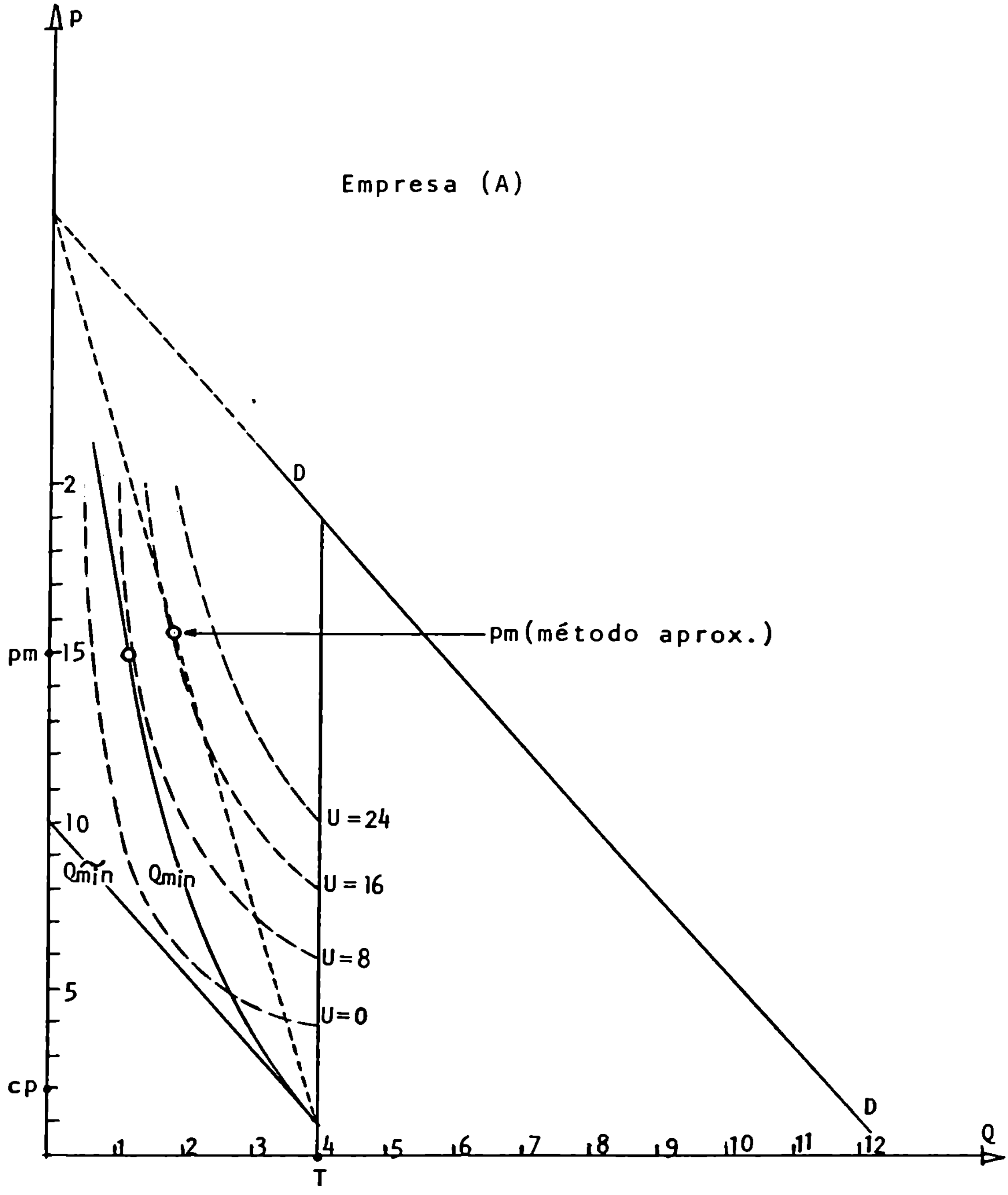
Empresa (B): $(Q'')Epr = 3{,}25$, $(p'')Epr = 15$

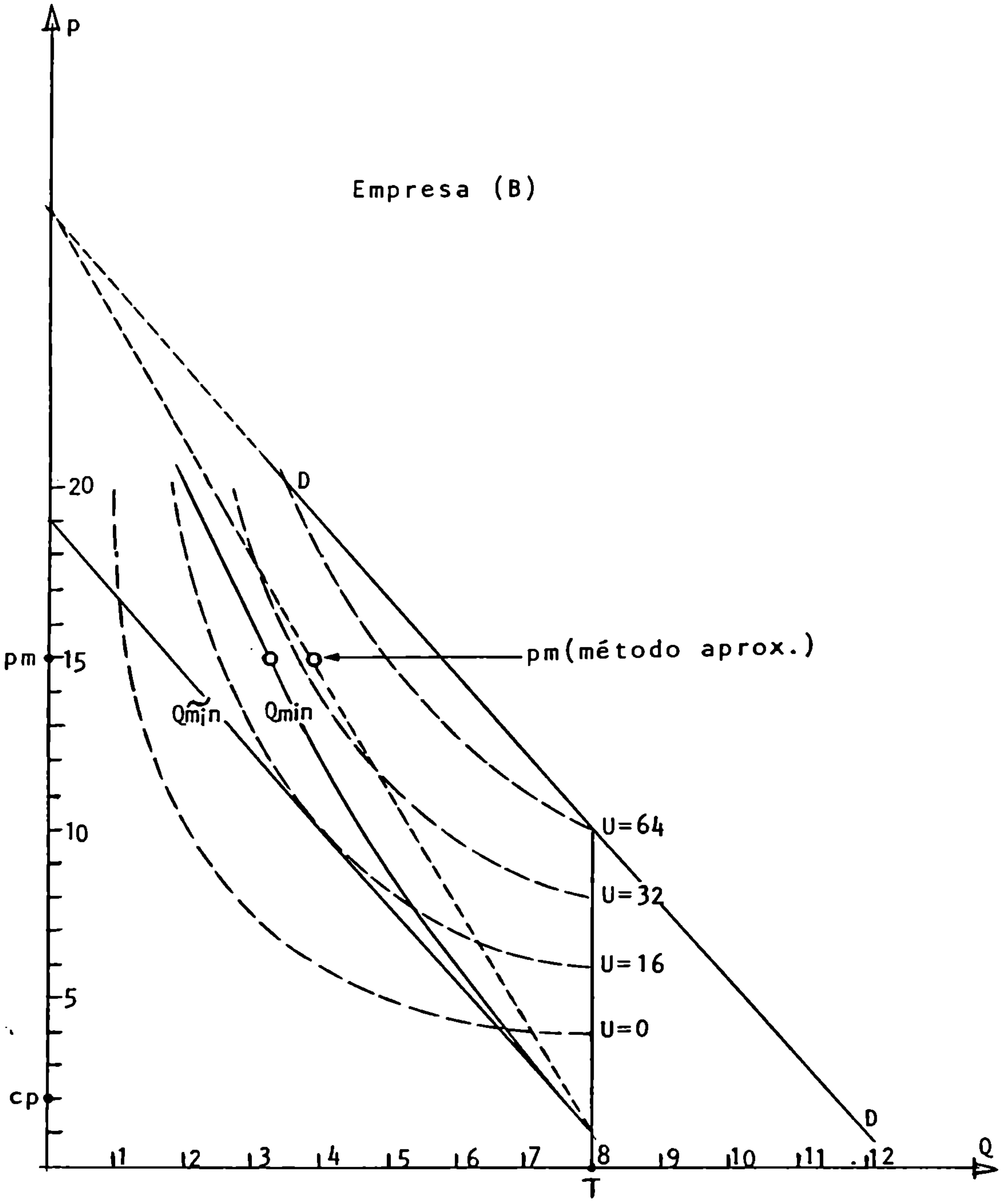
Las utilidades totales de ambas empresas en el estado prefinal serán:

Empresa (A): $(U')Epr=(p'-cp')Q'-Cf'=(7{,}28-2)4-8 = 13{,}1$

Empresa (B): $(U'')Epr=(15-2)3{,}25-16 = 26{,}2$

Resultando mayores que cero las utilidades totales de las empresas en el estado prefinal, dicho estado será también el estado final de las mismas.


P
Empresa (A)
D
2
pm
15
pm(método aprox.)
10
U=24
U=16
U=8
U=0
5
cp
D
Q
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
T


P
Empresa (B)
D
20
pm
15
pm(método aprox.)
$\widetilde{Qmin}$
Qmin
10
U=64
U=32
U=16
5
U=0
cp
D
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
Q
T

METODOS APROXIMADOS

Con el objeto de simplificar operaciones o salvar el desconocimiento de la demanda, veremos a continuación métodos aproximados para el cálculo del estado final de las empresas.

Consideraremos dos casos diferentes:

(*)

En primer lugar, supongamos que la función demanda es conocida o estimada con suficiente aproximación pero que no se cuenta con precios experimentados, porque una o ambas empresas son proyectos no instalados o de reciente instalación y no han funcionado en competencia el tiempo suficiente para ello.

Entonces, podemos realizar la siguiente simplificación:

—Consideremos como curva de los volúmenes mínimos a la obtenida por interpolación entre las curvas de la demanda y de los volúmenes mínimos aproximados, de acuerdo con la propiedad vista en la página 278. Para ello, extrapolemos la curva de la demanda hasta cortar el eje de ordenadas y tracemos la curva buscada en forma apróximada considerando que toma los valores de la demanda y de los volúmenes mínimos aproximados para Q=0 y Q=T, respectivamente.

Apliquemos esta simplificación al ejemplo de la página 295 y siguientes. En las figuras de las páginas 302 y 303 extrapolemos la función demanda e interpolemos las rectas de los volúmenes mínimos de las empresas de acuerdo a lo dicho, indicando estas operaciones con rectas discontinuas.

Si buscamos los puntos de tangencia de las rectas de los volúmenes mínimos obtenidos con las curvas de utilidad total constante, obtendremos que:

$$(pm)A = 15{,}6 \quad , \quad (pm)B = 15$$

Obtenidos los precios óptimos pm en forma aproximada, hallemos ahora el estado final de las empresas, siguiendo el método expuesto en la página 300:

Empresa (A)	Empresa (B)
pm = 15,6	pm = 15
(Qmin)pm = 1,8	(Qmin)pm = 3,9
(Qmax)(sp)pm = T = 4	(Qmax)(sp)pm = T = 8
$(sp)pm = 15{,}6 - \left(\frac{15{,}6-2}{4}\right)(4-1{,}8)$	$(sp)pm = 15 - \left(\frac{15-2}{8}\right)(8-3{,}9)$
(sp)pm = 8,12	(sp)pm = 8,34

Luego la empresa (A) será la (1) de menor subprecio para su pm respectivo.

(p')Epr = 8,34, (Q')Epr=4	(p'')Epr = 15, (Q'')Epr=3,9
(U')Epr = (8,34-2)4-8=17,4	(U'')Epr =(15-2)3,9-16=34,7

Como las utilidades totales de las empresas en el estado prefinal resultaron mayores que cero, dichos estados serán también los estados finales de las mismas.

(*)

En segundo lugar, supongamos que se desconoce la función demanda, pero las empresas que forman el mercado están establecidas y han hecho suficiente experiencias de precios como para poder aceptar que el precio adoptado por la empresa desplazada es su precio óptimo, independientemente de que la empresa desplazante tenga o no el precio correspondiente a la teoría de los subprecios.

Entonces, podemos realizar las siguientes simplificaciones:

—Consideremos que la demanda desconocida es inelástica e igual a la suma de los volúmenes de ventas de las empresas del mercado.

—Consideremos que el precio tope es igual al precio de la empresa desplazada, o al precio común, si las empresas tienen precios iguales.

Esta simplificación transforma a los problemas de demanda elástica en otros de demanda inelástica.

Apliquemos esta simplificación al ejemplo de la página 295 y siguientes.

Consideremos dos casos distintos.

—Primer caso:

Supongamos que las empresas(A) y (B) se desplazan alternativamente con pequeñas variaciones de precios que oscilan alrededor de 15, que es el valor de los precios óptimos de las empresas.

Entonces, podemos considerar que:

$$\begin{cases} D = 5{,}8 & \text{, de acuerdo al valor de la función D para } p = 15 \\ pt = 15 & \end{cases}$$

Hallemos los estados finales de las empresas:

Empresa (A)	Empresa (B)
$pt = 15$	$pt = 15$
$\Delta Q = Qmax-Qmin = 4-0 = 4$	$\Delta Q = 5{,}8-1{,}8 = 4$
$sp = 15-\left(\frac{15-2}{4}\right)4 = 2$	$sp = 15-\left(\frac{15-2}{5{,}8}\right)4 = 6{,}03$

Luego la empresa (A) será la (1) de menor subprecio.

$(p')Epr = 6{,}03,\ (Q')Epr=4$	$(p'')Epr = 15,\ (Q'')Epr=1{,}8$
$(U')Epr = (6{,}03-2)4-8=8{,}12$	$(U'')Epr = (15-2)1{,}8-16=7{,}4$

Como las utilidades totales resultaron mayores que cero, estos estados serán también los finales.

—Segundo caso:

Supongamos que la empresa (A) desplaza a la (B) con los precios que tienen las empresas en la solución del ejemplo de la página 301 y en consecuencia se tiene que:

$(p)A = 7{,}28 \quad , \quad (p)B = 15$

$(Q)A = 4 \quad , \quad (Q)B = 3{,}25$

Entonces, podremos considerar que:

$D = 7{,}25$
$pt = 15$

Hallemos los estados finales de las empresas:

<u>Empresa (A)</u>	<u>Empresa (B)</u>
$pt = 15$	$pt = 15$
$\Delta Q = Qmax-Qmin= 4-0 = 4$	$\Delta Q = 7{,}25-3{,}25 = 4$
$sp = 15 -\left(\frac{15-2}{4}\right)4 = 2$	$sp = 15 -\left(\frac{15-2}{7{,}25}\right)4 = 7{,}83$

Luego, la empresa (A) será la (1) de menor subprecio.

$(p')Epr = 7{,}83,\ (Q')Epr=4$	$(p'')Epr = 15,\ (Q'')Epr=3{,}25$
$(U')Epr =(7{,}83-2)4-8=15{,}32$	$(U'')Epr =(15-2)3{,}25-16=26{,}25$

Estos estados también serán los finales de las empresas. (*)

Consideremos las soluciones exacta y aproximadas del ejemplo considerado:

			A			B		
			P_A	Q_A	U_A	P_B	Q_B	U_B
Solución exacta			7,28	4	13,1	15	3,25	26,2
Solución aproximada	D conocida Qmin interpolados		8,34	4	17,4	15	3,9	34,7
	D desconocida pm conocido D considerada inelástica.	Precios =	6,03	4	8,1	15	1,8	7,4
		Precios ≠	7,83	4	15,3	15	3,25	26,2

Con el método aproximado basado en la interpolación de las curvas de los volúmenes mínimos, las utilidades de las empresas resultan mayores que las reales, porque los volúmenes mínimos considerados son mayores que los calculados exactamente.

Con el método aproximado que considera a la demanda desconocida como inelástica, se obtienen en general utilidades menores que las reales, pués no se consideran los incrementos que experimenta la demanda cuando una de las empresas disminuye su precio.

A medida que el precio que tenía en el mercado la empresa desplazante se aproxime al valor obtenido como solución, los errores disminuirán y las diferencias con el método exacto se harán despreciables, como puede apreciarse comparando la primera y la última fila del cuadro. Estas diferencias también disminuirán cuando la demanda real se aproxi me a ser inelástica.

(*)

El método aproximado basado en suponer desconocida a la función demanda y conocido al precio óptimo de la empresa desplazada es muy importante, porque puede ser aplicado fácilmente a empresas establecidas y permite apreciar la desviación de sus precios respecto a la solución de la teoría de los subprecios.

LA AUTOLIMITACION DEL VOLUMEN DE VENTAS

Disminuyendo a costos fijos totales constantes el volu men de las empresas que intervienen en el mercado y hallando el nuevo estado final, podremos averiguar si la autolimi tación del volumen aumenta la utilidad total de dichas empresas.

En caso afirmativo, habrá que hallar mediante sucesivos ensayos cuales serán los volúmenes que producen a las empresas sus mayores utilidades totales posibles.

VARIACION DEL TAMAÑO DE LA EMPRESA DE MENOR SUBPRECIO

Supondremos que la empresa (1) de menor subprecio varía su tamaño, mientras que la demanda y el tamaño de la em presa (2) de mayor subprecio permanecen constantes.

Si el tamaño de la empresa de menor subprecio aumenta, el volumen mínimo de la empresa de mayor subprecio, para un precio p'' determinado, disminuirá de valor, ya que es función del volumen mínimo aproximado de la empresa que vale:

$$(\widetilde{Qmin''})p'' = (D)p'' - T'$$

En cambio, el volumen mínimo de la empresa de menor subprecio permanecerá constante, ya que:

$$(\widetilde{Qmin'})p' = (D)p' - (Qmax'')p'$$

y ambos términos del segundo miembro son constantes.

En el caso mencionado, los saltos de volúmenes de ambas empresas aumentarán, por la disminución de Qmin'' y el aumento de T'.

En la página 311 se muestra la evolución de las rectas o curvas de los volúmenes mínimos de la empresa de mayor subprecio cuando aumenta el tamaño de la empresa de menor subprecio, correspondiendo el gráfico (a) a un caso con demanda inelástica y el (b) a otro con demanda elástica. A medida que el T' aumenta y toma los valores $(T')_A$, $(T')_B$, $(T')_C$, en el gráfico (a) los volúmenes mínimos Qmin'' valdrán $(Qmin'')_A$, $(Qmin'')_B$, $(Qmin'')_C$, respectivamente; en el gráfico (b) los volúmenes mínimos aproximados $\widetilde{Qmin''}$ se encontrarán en algún punto de las curvas $(\widetilde{A})$, $(\widetilde{B})$ o $(\widetilde{C})$, y los volúmenes mínimos Qmin'' se encontrarán en algún punto de las curvas (A), (B) o (C), respectivamente.

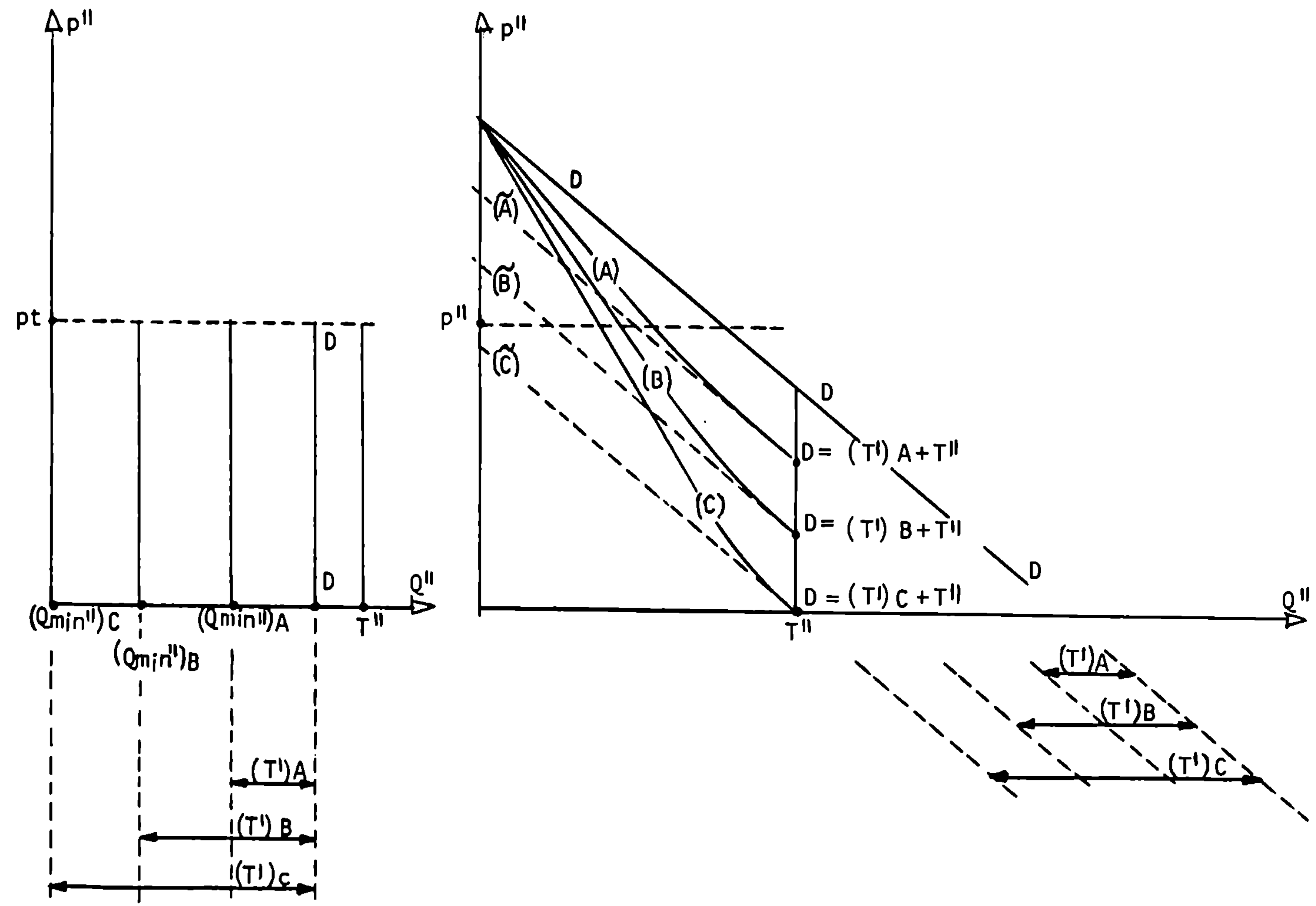
(*)

Consideremos las curvas de utilidad total constante, U''=cte, de la figura (c) de la página 313. Demostraremos que los puntos de igual pendiente de las curvas de utilidad total constante se encuentran sobre rectas que se cortan en el punto Q=0, p=cp (estas rectas se han representado en el gráfico con puntos y rayas).

En efecto:

$$U = (p-cp)Q - Cf$$

$$p = \left(\frac{U+Cf}{Q}\right) + cp = (U+Cf)Q^{-1} + cp$$


p''
pt
D
D
Q''
(Qmin'')C
(Qmin'')B
(Qmin'')A
T''
(T')A
(T') B
(T')c
p''
D
(A)
(A)
(B)
(B)
(C)
(C)
D
D = (T') A + T''
D = (T') B + T''
D = (T') C + T''
D
Q''
T''
(T')A
(T')B
(T')C

Si hacemos U=cte y hallamos la $[dp/dQ]_{U=cte}$ = y', ella representará el valor de la pendiente de las curvas de utilidad total constante para un punto cualquiera definido por determinados valores de p y de Q.

$$\frac{dp}{dQ} = y' = -(U+Cf)Q^{-2} = -\frac{U+Cf}{Q^2}$$

Reemplazando U por su valor dado en la primera fórmula, se tendrá que:

$$y' = -\frac{U+Cf}{Q^2} = -\frac{(pQ-cpQ-Cf)+Cf}{Q^2} = -\frac{p-cp}{Q}$$

$$y'.Q = -p+cp$$

$$p = cp-y'.Q$$

Si hacemos y' = constante = cte, hallaremos la relación entre las variables p y Q cuando la pendiente de las curvas de utilidad total constante tome el valor constante dado a y'. Luego:

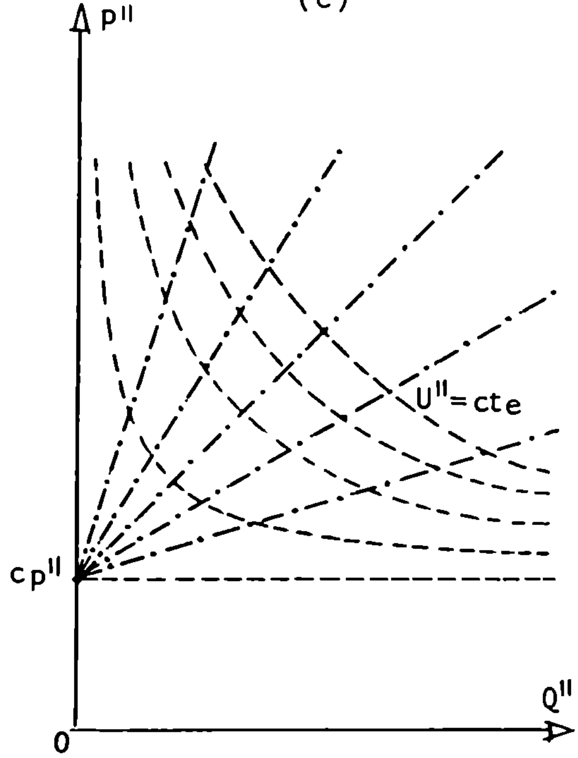
$$y' = cte$$

$$p = cp - cte\ Q$$

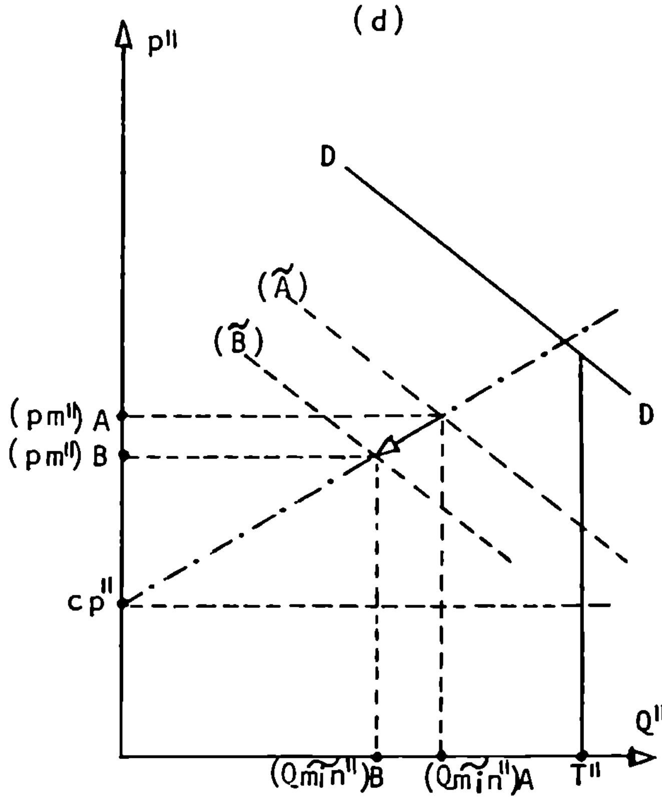
Si Q=0, será p=cp

En consecuencia, los puntos de las curvas de utilidad total constante de igual pendiente se encuentran sobre rectas que se cortan cuando Q=0 y p=cp.

(c)



(d)



Consideremos ahora la figura (d), donde hemos supuesto que la demanda es una recta y en consecuencia los volúmenes mínimos aproximados $\widetilde{Qmin}''$ son rectas de igual pendiente.

Valiéndonos de ellas analizaremos la evolución de los precios óptimos pm'' cuando el tamaño T' aumenta y como en la demostración emplearemos los volúmenes mínimos aproximados $\widetilde{Qmin}''$ en lugar de los volúmenes mínimos Qmin'', los resultados obtenidos serán válidos sólo en primera aproximación.

Supongamos que para un $(T')_A$ determinado, $(\widetilde{A})$ y $(pm'')_A$ son la recta de los volúmenes mínimos aproximados y el precio óptimo correspondiente, y que si T' aumenta su valor a $(T')_B$, la recta y punto correspondientes son $(\widetilde{B})$ y $(pm'')_B$, como se muestra en la figura (d).

Como las rectas de los volúmenes mínimos aproximados tienen igual pendiente, las curvas de utilidad total constante tangentes a ellas tendrán en los puntos de tangencia que determinan los precios óptimos respectivos la misma pendiente. En consecuencia, estos puntos de tangencia se encontrarán sobre la misma recta que une los puntos de igual pendiente de las curvas de utilidad total constante.

Entonces, si los puntos (pm'')A y (pm'')B se encuentran sobre la misma recta que une los puntos de igual pendiente de la curva de utilidad total constante cuando el tamaño T' aumente, disminuirá el valor del precio óptimo pm'' por el trazado de estas rectas, como puede observarse en las figuras (d) y (c).

Como las curvas de demanda pueden descomponerse en sectores rectos, con mayor o menor aproximación, podemos hacer extensivos a todas ellas el resultado anterior.

Luego, cuando el tamaño T' aumenta, el precio óptimo pm'' disminuirá de valor, aunque este resultado debe ser considerado en primera aproximación.

(*)

Supongamos que la empresa (2) se encuentra sola en el mercado y vende su volumen máximo Qmax'' a un determinado precio óptimo pm'', cuando aparece la empresa (1) que resulta ser la de menor subprecio para su precio óptimo y en consecuencia la desplaza. La empresa (1) aumenta su tamaño a costos unitarios mínimos constantes, desde cero hasta un determinado valor para el cual se elimina por hacerse su utilidad total menor que cero. En toda la evolución indicada, la demanda y el tamaño de la empresa (2) se mantienen constantes y la empresa (1) se conserva como la empresa de menor subprecio.

Como la empresa (2)es desplazada por la empresa(1),el precio de venta de esta empresa será p'=(sp'')pm'' y sus ventas serán iguales a su tamaño T'.

Si el precio óptimo pm'' se mantiene constante en la evolución mencionada, el p' podrá ser calculado como el caso de demanda inelástica visto en la página 115:

—Si T' = 0 , ΔQ''=0 , sp''=pm''

—Si sp''=cp'' , ΔQ'' = Qmax'' , Qmin'' = 0 , T'=(D)cp''

La función p'=sp''=f(T') no será recta, ya que como puede apreciarse en el gráfico de la página 311, a medida que T' aumenta, el mismo incremento de T' produce una variación menor en los Qmin'' a pm'' constante, y por consiguiente, un incremento menor de ΔQ'' y una menor variación de sp''.

Usando el mismo procedimiento que el empleado en demanda inelástica obtendremos la función (U') = f(T'), que será como se muestra en el gráfico (a) de la página 317.

Si, cuando aumenta el T', el pm'' disminuye de valor en forma escalonada, obtendremos la variación de U' considerando la evolución de T' en cada uno de los sectores donde pm'' se mantiene constante, como se muestra en el gráfico (b).

Por último, si pasamos al límite la transformación anterior para (ΔT')pm''=cte$\rightarrow$0, es decir, aumentamos el número de escalones mientras disminuimos su amplitud, obtendremos la variación de U' cuando el T' aumenta y el pm'' disminuye continuamente de valor, como se muestra en el gráfico (c).

Si al aumentar T' el pm'' aumenta su valor, invertiremos el orden de aplicación de las curvas de U'=f(T') dadas en el gráfico (b).

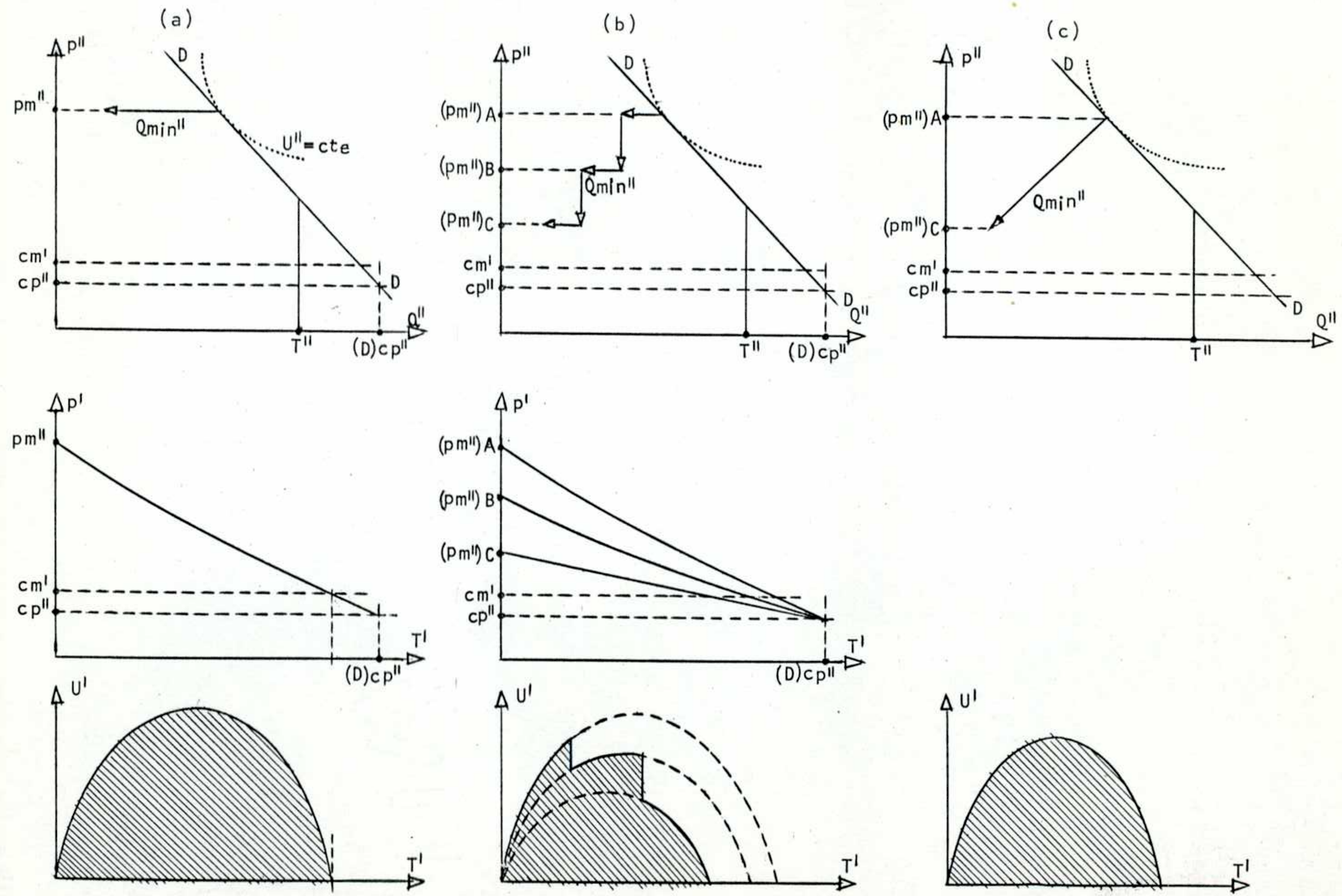
Resultados semejantes al anterior podrán observarse cuando la empresa (1) aumenta su tamaño a costos fijos totales constantes.

Luego, cuando la empresa de menor subprecio varía de tamaño en un mercado elástico, la evolución de su utilidad total tiene características semejantes a las correspondientes a un mercado inelástico.

Pero, a diferencia del caso inelástico, acá no se podrán hallar expresiones analíticas que den los valores del tamaño T' para los cuales las utilidades totales U' de la empresa de menor subprecio se hacen máximas, pués estos valores dependerán de la forma de la función demanda. Para determinarlos, será necesario calcular los sucesivos estados finales que tienen lugar cuando la empresa de menor subprecio varía su tamaño.

(*)

En todos los casos, la referencia a demanda inelástica "ayuda a pensar" en los problemas de demanda elástica, que son más complejas.


(a)
(b)
(c)
p''
pm''
Qmin''
U''=cte
D
cm'
cp''
Q''
T''
(D)cp''
(pm'')A
(pm'')B
(pm'')C
p'
T'
U'

SECCION VI

EMPRESAS CON COSTOS DISCONTINUOS

En esta sección consideraremos los casos en que al menos una de las empresas tiene costos discontinuos, es decir, costos proporcionales unitarios o costos fijos totales que no permanecen constantes en el ámbito de volúmenes considerados.

La importancia práctica de estos casos no es muy grande porque los costos discontinuos pueden en general asimilarse a costos continuos en primera aproximación y ser tratados como tales. Pero su estudio es útil porque se generalizan las definiciones de algunos elementos que, como los volúmenes máximos y los volúmenes mínimos, son fundamentales para la configuración del modelo.

CAPITULO 11

CARACTERISTICAS DE LAS EMPRESAS DE COSTOS DISCONTINUOS

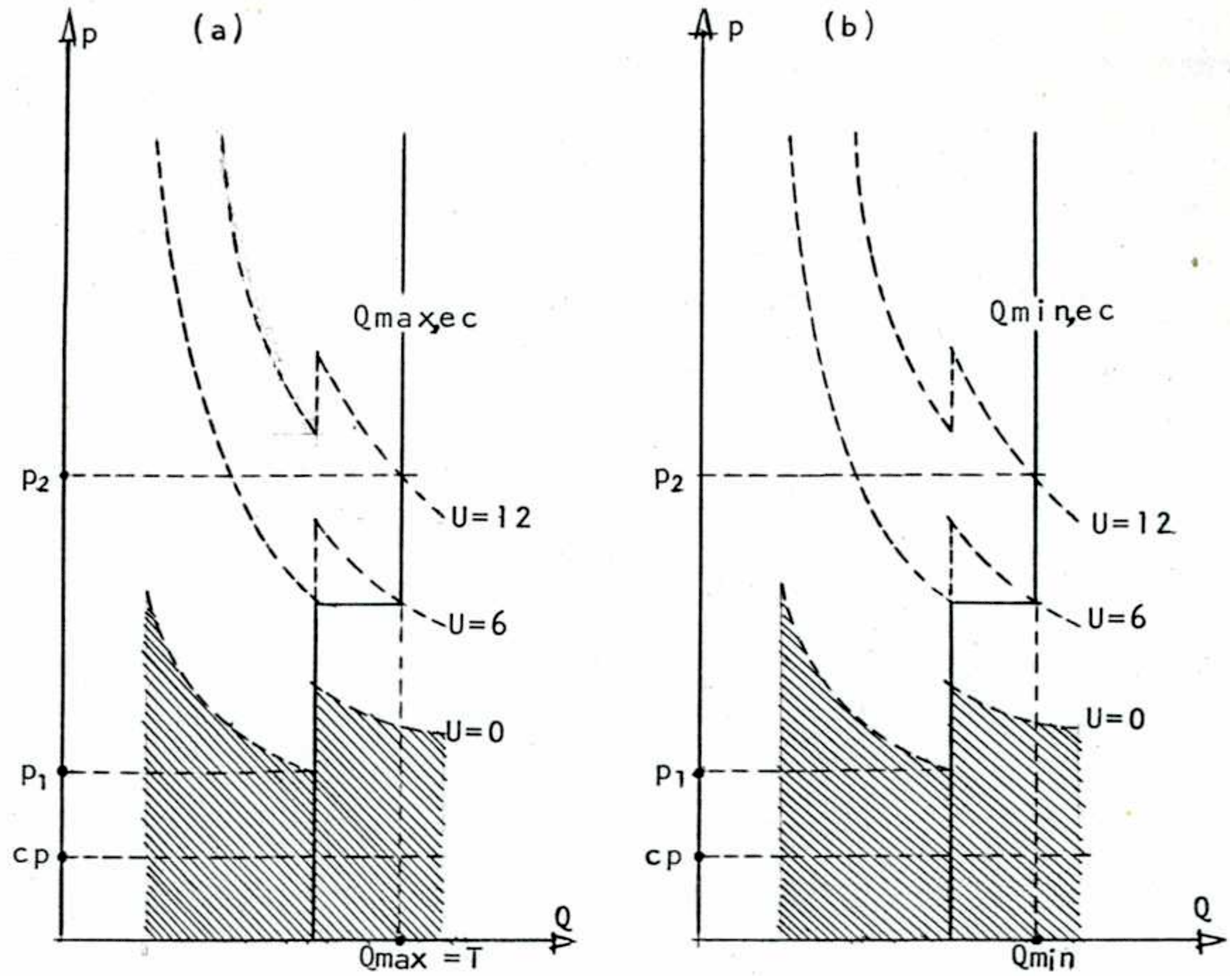
Si al menos una de las empresas del mercado tiene costos discontinuos, será necesario ampliar las definiciones dadas de volumen máximo, volumen mínimo y salto de volumen y considerar nuevas magnitudes que tendrán a estas como casos particulares.

(*)

Llamaremos volumen máximo económico de una empresa, Qmax,ec, al volumen Q que con un determinado precio de venta le produce la mayor utilidad total posible.

En los gráficos que dan los precios de venta, los costos unitarios y las utilidades totales de una empresa en función de su volumen Q, resultará sencillo encontrar el volumen máximo económico de una empresa para un determinado precio de venta, ya que estará dado por el valor de la absisa que corresponde a la intersección de la recta del precio de venta con la curva de utilidad total constante de mayor valor.

En la figura (a) siguiente se muestra uno de estos gráficos, que corresponde a una empresa de costos fijos discontinuos por la presencia de un salto de costos fijos y con una demanda mayor que su tamaño, elástica o inelástica.



Del análisis de los distintos precios de venta posibles, se deduce que:

Si $p = p_1$, $Q_{max,ec} < Q_{max} = T$

Si $p = p_2$, $Q_{max,ec} = Q_{max} = T$

Luego, el volumen máximo económico de una empresa de costos discontinuos puede ser función de su precio de venta p y en general se tendrá que, independientemente del tipo de la demanda:

$$Q_{max,ec} = f(p)$$

Por otro lado, si tenemos en cuenta los resultados obtenidos y consideramos los valores que pueden tomar los volúmenes máximos de una empresa de acuerdo con lo visto en la página 35 deduciremos que el volumen máximo económico de una empresa de costos discontinuos puede ser:

$$Q_{max,ec} \leqslant Q_{max} \quad \begin{cases} = T \quad , & si \; D \geqslant T \\ = D \quad , & si \; D < T \end{cases}$$

(*)

Llamaremos volumen mínimo económico de una empresa, Qmin,ec, al volumen Q que con un determinado precio de venta, le prodece la mayor utilidad total posible cuando la otra empresa vende su volumen máximo económico.

El volumen mínimo económico puede determinarse gráficamente en forma semejante al volumen máximo económico, como se muestra en la figura (b) anterior, que corresponde a una empresa de costos fijos discontinuos y de cuyo análisis resulta que:

$$Si \; p = p_1 \quad , \quad Q_{min,ec} < Q_{min}$$
$$Si \; p = p_2 \quad , \quad Q_{min,ec} = Q_{min}$$

Siendo el volumen mínimo económico función del volumen máximo económico de la otra empresa y del precio de la empresa que lo vende y siendo ese volumen máximo ecconómico función del precio de la otra empresa, si el mercado está formado por dos empresas de costos discontinuos, la (1)que vende su volumen máximo económico y la (2)que vende su volumen mínimo económico, se tendrá en general que, independientemente del tipo de demanda:

$$Q_{min,ec}'' = f(p', p'')$$

El volumen mínimo económico puede ser menor o igual que el volumen mínimo, pero también puede resultar mayor, cuando el volumen máximo económico de la otra empresa sea menor que su volumen máximo, como se verá en el ejemplo del apartado siguiente.

Cuando el volumen mínimo económico sea menor que el volumen mínimo, habrá demanda insatisfecha.

(*)

Llamaremos salto de volumen económico de una empresa, ΔQec, a la diferencia entre su volumen máximo económico y su volumen mínimo económico.

$$\Delta Qec = Qmax,ec - Qmin,ec$$

El salto de volumen económico ΔQec de una empresa puede ser igual o distinto que el salto de volumen ΔQ. Si en una empresa que tiene el $Qmax,ec = Qmax$, es $Qmin,ec=Qmin$, será $\Delta Qec = \Delta Q$ y si es $Qmin,ec < Qmin$, será $\Delta Qec > \Delta Q$.

Los saltos de volumen económico de dos empresas pueden ser iguales o distintos. Si la demanda es inelástica y en ambas empresas $\Delta Qec = \Delta Q$, las empresas tendrán los ΔQec iguales, pero si en una de ellas $\Delta Qec \neq \Delta Q$, las empresas tendrán los ΔQ distintos.

(*)

Si al menos una de las empresas tiene costos discontinuos, llamaremos subprecio de una empresa, para un determinado precio de venta, al precio que debe tener la empresa para que vendiendo el volumen máximo económico obtenga igual utilidad total que vendiendo el volumen mínimo económico a aquél determinado precio de venta.

En general, para calcular el subprecio de una empresa de costos discontinuos emplearemos el método gráfico dado en la página 40, considerando los volúmenes máximos económicos y los volúmenes mínimos económicos en lugar de los volúmenes máximos y los volúmenes mínimos, respectivamente.

En particular, cuando una empresa tenga costos continuos para el precio considerado y en el ámbito del salto de volumen económico ΔQec correspondiente, se podrá calcular el subprecio aplicando las fórmulas de la página 43, reemplazando el Qmax por el Qmax,ec y el ΔQ por el ΔQec, para adaptarlas a la nueva definición de subprecio que hemos considerado.

De esta forma, la fórmula (3) de la página 43 resultará:

$$(sp)pt = pt - \left(\frac{pt-cp}{Qmax,ec}\right) \Delta Qec$$

COSTOS DISCONTINUOS Y DEMANDA INELASTICA

Si al menos una de las empresas tiene costos discontinuos y aplicamos razonamientos semejantes a los usados para hallar el estado prefinal de las empresas de costos continuos, obtendremos un resultado similar si reemplazamos los volúmenes máximos y los volúmenes mínimos de las empresas por los volúmenes máximos económicos y los volúmenes mínimos económicos de las mismas, respectivamente, ya que estos últimos son los volúmenes con los que las empresas obtienen sus mayores utilidades totales posibles para determinados precios.

De esta forma, podremos enunciar que en el estado prefinal, la empresa (1) de menor subprecio venderá su volumen máximo económico, Qmax,ec', a un precio de venta igual al subprecio de la otra empresa y la empresa (2) de mayor subprecio venderá su volumen mínimo económico, Qmin,ec", al precio tope, pt.

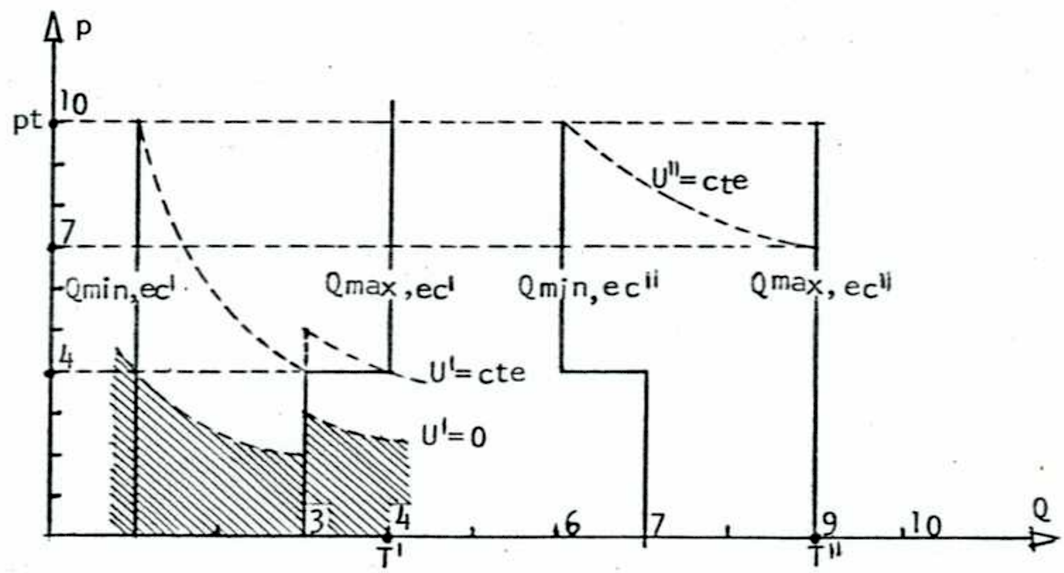
A continuación damos un ejemplo donde la empresa (1) tiene un salto de costos fijos para $Q > 3$, que simbolizaremos por ΔCf.

Trazando las curvas de utilidad total constante, observamos que el salto de costos fijos de la empresa (1) provoca que sus volúmenes máximos económicos Qmax,ec' sean variables con el precio, lo que a su vez determina que los volúmenes mínimos económicos Qmin,ec'' de la empresa (2) también lo sean.

El subprecio para el pt de la empresa (1) se hallará con el método gráfico, trazando las curvas de utilidad total constante, mientras que el subprecio de la empresa (2) podrá calcularse con la fórmula dada en el párrafo anterior, ya que esta empresa tiene costos continuos.

$D=10 \quad , \quad pt=10$

Empresa (1)	Empresa (2)
$T' = 4$	$T'' = 9$
$cp' = 1$	$cp'' = 1$
$Cf' = 3$, $\Delta Cf'=3$ para $Q>3$	$Cf'' = 6$



Graficamente se determina que:

$$sp' = 4$$

Luego:

$$Epr \begin{cases} p' = sp'' = 7 \\ Q' = Qmax,ec' = 4 \end{cases}$$

$$(sp'')pt = pt - \left(\frac{pt - cp''}{Qmax,ec''}\right)\Delta Qec''$$

$$sp'' = 10 - \left(\frac{10-1}{9}\right) 3 = 7$$

$$Epr \begin{cases} p'' = pt = 10 \\ Q'' = Qmin,ec'' = 6 \end{cases}$$

(*)

El estado final de las empresas se hallará en forma similar a la usada en costos continuos si reemplazamos en cada uno de los conceptos empleados los volúmenes máximos de las empresas por sus volúmenes máximos económicos.

Así por ejemplo, los costos unitarios mínimos estarán dados por la expresión:

$$cm = cp + \frac{Cf}{Qmax,ec}$$

Según el valor de los Qmax,ec que se considere, estos costos unitarios serán mínimos o no, como puede observarse en el ejemplo anterior:

Si $Qmax,ec = 3$, $cm' = 1 + \frac{3}{3} = 2$

Si $Qmax, ec = 4$, $cm' = 1 + \frac{6}{4} = 2,5$

Cuando $Qmax,ec = 3$, el cm' toma el valor mínimo 2.

Con costos continuos, los cm representan a los costos unitarios mínimos de las empresas, pero con costos discontinuos tienen el concepto más general de ser los costos unitarios correspondientes a los volúmenes con los que las empresas obtienen sus utilidades totales mayores posibles.

COSTOS DISCONTINUOS Y DEMANDA ELASTICA

Serán aplicables a empresas con costos discontinuos todas las definiciones hechas para empresas con costos continuos si reemplazamos los volúmenes máximos Qmax y los volúmenes mínimos Qmin de las empresas por los volúmenes máximos económicos Qmax,ec y los volúmenes mínimos económicos Qmin,ec, respectivamente.

(*)

Para hallar el estado prefinal de dos empresas cuando al menos una tiene costos discontinuos se procederá como se indica a continuación:

—Trazar en un gráfico competitivo la curva de la demanda D y las rectas correspondientes al tamaño de las empresas, con lo que podrán obtenerse los Qmax de las mismas y hacer su trazado gráfico.

—Trazar las curvas de utilidad total constante U=cte, de las empresas.

—Considerando los Qmax y las curvas de U=cte, obtener los Qmax,ec de las empresas, que serán iguales o menores que los Qmax y trazarlos gráficamente.

—Considerando la D y los Qmax,ec en lugar de los Qmax, trazar las curvas de los volúmenes mínimos aproximados $\widetilde{Qmin}$ de las empresas.

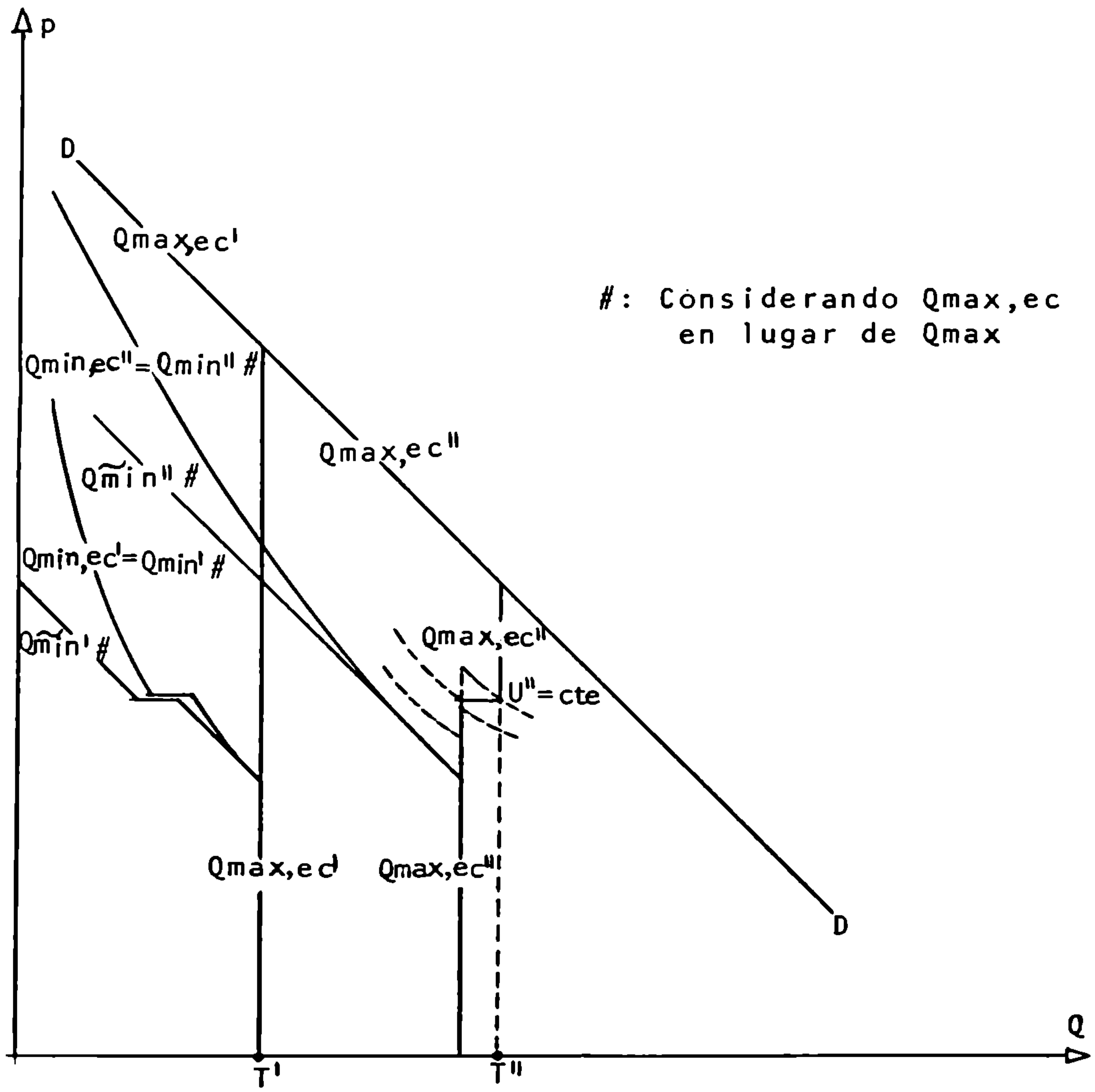
—Considerando los Qmax,ec en lugar de los Qmax, los $\widetilde{Qmin}$ obtenidos en la forma indicada anteriormente y la D, calcular los Qmin de las empresas con varios precios para poder trazar las curvas correspondientes. Para ello se debe usar el método dado en la página 271 calculando los subprecios gráficamente, o el método dado en la página 280.

—Considerando los Qmin así obtenidos y las curvas de U=cte, obtener los Qmin,ec de las empresas y trazar las curvas correspondientes. Si resulta Qmin,ec <Qmin habrá demanda insatisfecha.

—Conociendo los Qmax,ec y los Qmin,ec, se podrá hallar el estado prefinal aplicando los enunciados dados para costos continuos si reemplazamos los Qmax y los Qmin de las empresas por los Qmax,ec y los Qmin,ec, respectivamente.

De esta forma hallaremos los precios óptimos pm de las empresas y podremos determinar los subprecios de las mismas para sus respectivos pm, lo que permitirá obtener el estado prefinal de las empresas.

A continuación damos un ejemplo sencillo donde se ha supuesto que la empresa (2), distinguida con '', presenta un salto de costos tal que con bajos precios resulta Qmax,ec'' < Qmax'', siendo esta la única discontinuidad que tienen los costos de las empresas.



(*)

Para hallar el estado final puede aplicarse lo dicho en demanda inelástica.

CONCLUSIONES GENERALES

RESULTADOS

El análisis del modelo permite obtener resultados importantes como los que someramente enunciamos a continuación:

—Si una empresa es rentable y desea obtener la mayor utilidad posible, deberá establecer su precio dentro de un determinado ámbito de precios, cuyo límite superior es el precio más favorable que permite la demanda y el inferior es el subprecio de la empresa.

Y si todas las empresas se proponen optimizar sus utilidades y obtener resultados con certeza, es decir, con probabilidad igual a uno, cada empresa deberá adoptar un determinado precio, que dependerá de los costos y tamaños de las empresas y de la demanda, y venderá un determinado volumen físico (estados finales en los capítulos 4, 5, 9 y 10).

Un resultado sorprendente es que cuando la capacidad de producción de todas las empresas supera al consumo, lo que constituye la situación normal, las empresas chicas desplazan a las grandes en los volúmenes físicos vendidos. Pero así como el desplazamiento entre las empresas está determinado por los tamaños, la eliminación de las mismas del mercado por falta de utilidad, que es una situación límite, está determinada por los costos.

Lo dicho anteriormente es solo válido en primera aproximación, porque en rigor, en lugar de los tamaños se deben considerar los subprecios de las empresas.

—Cuando la estructura del mercado permanece constante y solo varía el tamaño de una empresa, la utilidad de la misma alcanza un valor máximo para un determinado tamaño. (capítulo 6).

Esta conclusión tiene importancia en la evaluación de proyectos de empresas químicas.

—Pueden calcularse las consecuencias económicas que tienen las variaciones de la demanda (capítulo 7).

Si aumenta la oferta a demanda constante o si disminuye la demanda a oferta constante, el precio promedio del producto disminuirá en un cierto valor, que también puede determinarse.

Si se establece un precio máximo para la mayor empresa, se regulará con ello el precio de todo el mercado.

La consideración generalizada del punto de equilibrio para realizar análisis de sensibilidad de las empresas se hace frecuentemente pero no es acertada, porque lleva implícita la suposición que ante factores adversos las empresas disminuirán sus volúmenes de ventas a precios constantes, lo que no ocurre necesariamente pués a menudo se dan otro tipo de transformaciones que pueden detectarse con el modelo estudiado.

—El enfoque que se hace de las empresas permite determinar también los precios de venta de las mismas cuando en lugar de proponerse optimizar sus utilidades con certeza, adoptan otros objetivos: intentar obtener los mayores resultados posibles aunque no puedan ser logrados con certeza, realizar desplazamientos sectoriales, optimizar la rentabilidad en lugar de la utilidad, desalentar o eliminar a la competencia, pactar un cartel, etc. (capítulo 8).

La gran variedad de objetivos adoptada deja prácticamente agotado al problema de los precios en las empresas químicas.

LIMITACIONES

La limitación del estudio viene dada por el número de empresas que constituyen el mercado. En este aspecto se ha considerado el caso más sencillo, en el que el mercado está formado solamente por dos empresas. Pero se han encontrado los lineamientos generales que servirán de soporte cuando se analicen en futuras investigaciones los mercados formados por más de dos empresas.

APLICACIONES

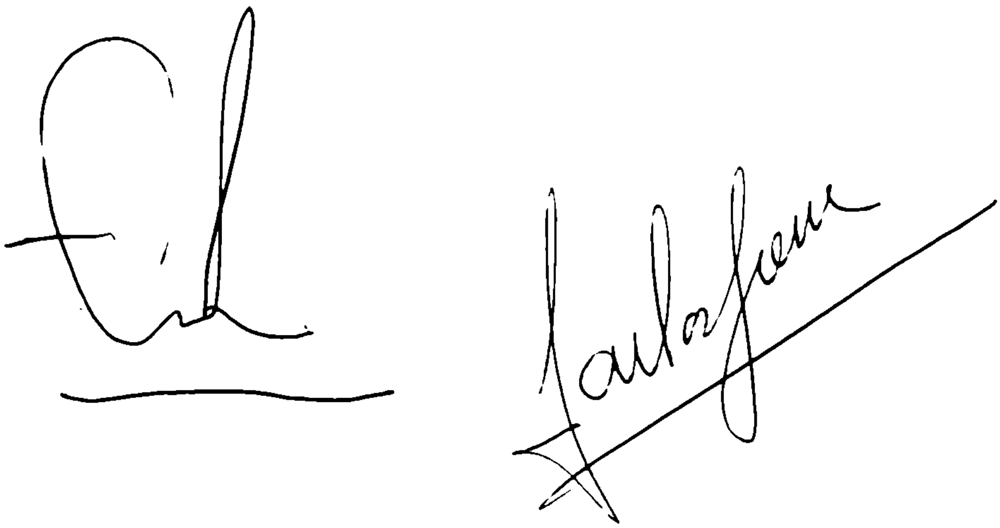
—Este estudio será útil para las empresas químicas establecidas. Muchas de ellas, ensayando distintos precios, han hallado experimentalmente y adoptado los precios indicados por este modelo, con mayor o menor aproximación. Con este aporte dichas empresas podrán apreciar sus desviaciones respecto a la situación ideal y hacer las correcciones necesarias.

Hasta el presente, el problema de determinar la utilidad futura de un proyecto químico se ha resuelto adoptando una gama de precios y cantidades a vender que se "estiman posibles", sin un fundamento valedero para ello. En el caso más frecuente, cuando las empresas del mercado resultan con capacidad ociosa, las posibilidades de error son tan grandes que los cálculos dejan de ser confiables.

Esto significa que, en general, las evaluaciones de proyectos son desarrolladas en función de dos parámetros desconocidos, el precio y el volumen físico de ventas, que sólo podrán conocerse cuando el proyecto funcione.

El método de los subprecios permitirá la determinación de los parámetros desconocidos que hemos mencionado cuando las empresas del mercado se propongan optimizar sus utilidades y en consecuencia, hará posible realizar análisis de factibilidad de proyectos en condiciones más próximas a la realidad.

—Como los casos reales muestran una tendencia a cumplir los resultados del modelo, (ver referencias: #2, pág. 321), éste podrá servir como orientación para analizar las evoluciones que experimentan las empresas de los oligopolios perfectos.



ANEXO 1

CLASIFICACION DE LOS COSTOS USUALES

Damos a continuación una clasificación de los principales costos industriales de acuerdo a la metodología descripta.

—Gastos de producción:

Materiales directos (que forman parte del producto final): costos proporcionales.

(*)

Mano de obra directa (que opera directamente sobre el producto) e indirecta, consideradas en conjunto, incluyendo sueldos, salarios, incentivos y cargas sociales: costos fijos, continuos o discontinuos, según el ámbito de volumen ΔQ considerado.

No tiene objeto en el presente trabajo considerar separadamente la función mano de obra directa como costo proporcional de elaboración.

Por el contrario, al aplicar esta teoría a la industria química resulta conveniente y más sencillo considerar en conjunto las categorías mano de obra directa e indirecta (desde peones y operarios hasta el gerente de producción) que de esta forma representan un costo fijo que aumenta discontinuamente a medida que crece la producción por la necesaria incorporación de nuevas dotaciones de personal.

Destacamos que a medida que avanza la tecnología y disminuye el número de operarios directos, este costo fijo dis continuo tiende a continuo, es decir, disminuye la amplitud de los saltos de costos fijos.

(*)

Mano de obra directa en horas extras: puede considerarse como un costo compuesto de dos términos, uno que representa un costo proporcional menos otro que representa un costo fijo.

En efecto, si llamamos Cex al costo de la mano de obra en horas extras, Qi a la producción por encima de la cual es necesario realizar horas extras y K y K' a dos constantes de proporcionalidad, para un $Q \geqslant Qi$ se tendrá que:

$$Cex = K\ (Q-Qi)$$

$$Cex = K.Q - K.Qi = K.Q - K'$$

donde $K' = K.Qi$

(*)

Materiales indirectos (se consumen pero no forman parte del producto final): costos proporcionales, cuando son funciones de la materia prima directa (ej.: herramientas), ó costos fijos, cuando son funciones de los bienes de uso (ej.: pintura de mantenimiento).

(*)

Servicios indirectos: costos fijos (ej.: sérvice de máquinas, seguros sobre bienes de uso y bienes de cambio - ya que suponemos al stock de materiales constante-) ó costos proporcionales (ej.: servicio de gas en una fundición).

El servicio eléctrico es un costo compuesto de un término fijo (que es función de la potencia instalada) más otro proporcional (que es función de la potencia consumida).

(*)

Amortizaciones o depreciaciones (en función del tiempo) de bienes de uso, bienes inmateriales o cargos diferidos:

costos fijos.

(*)

Previsiones para accidentes de trabajo, despidos, mermas por perecibilidad de bienes de cambio: costos fijos.

(*)

Impuestos a la propiedad: costos fijos.

(*)

Otros gastos generales: en general, costos fijos.

(**)

—Gastos de comercialización y administración:

Gastos de comercialización: costos proporcionales. (ej.: comisiones a los vendedores, fletes con terceros, regalías, impuestos a las ventas) o costos fijos (ej.: sueldos de personal fijo, fletes propios, publicidad y promociones).

(*)

Gastos de administración y estructura general: costos fijos (sueldos, útiles de trabajo).

(**)

—Gastos financieros:

Intereses sobre bienes de cambio: (cargados en el precio, para simplificar, y devengados o no en el período de tiempo considerado : costos proporcionales, ya que los stock de materiales son constantes y el consumo es proporcional a las ventas.

(*)

Intereses sobre bienes de uso: costos fijos.

(*)

Previsión para incobrables: costo proporcional.

No se consideran egresos ni ingresos no operativos.

ANEXO 2

NOCIONES ELEMENTALES DE LA TEORIA DE LOS JUEGOS (#3 a #8)

Juego de dos jugadores de suma cero:

Hay dos jugadores, el (1) y el (2)

Si es de suma 0, lo que gana un jugador lo pierde el otro

(a). Con punto de silla (o punto MINI-MAX)

Supongamos que se tiene la siguiente matriz de pagos, donde el jugador (1) puede jugar las alternativas a, b y c, y el (2) las d, e y f.

Tomaremos como positivos los pagos del jugador (2) al (1), y negativos los de (1) a (2).

		(2)			
		d	e	f	Pago Mínimo
(1)	a	1	2	3	1
	b	2	3	4	2
	c	3	4	5	3
	Pago máximo	3	4	5	

← Peor de los casos, para 1 (fila "Pago Mínimo")

← MAXI -MIN (lo mejor del peor de los casos, para 1).

↑ Peor de los casos, para 2 (columna "Pago máximo")

← MINI - MAX (lo mejor del peor de los casos, para 2).

Definimos:

Valor del juego para el jugador (1) = V_1= MAXI-MIN = 3
Valor del juego para el jugador (2) = V_2= MINI-MAX = 3

En este juego $V_1 = V_2$, o, MAXI-MIN = MINI-MAX

Al punto donde coinciden V_1 y V_2 ,o, MAXI-MIN Y MINI-MAX se lo llama punto de silla.

En este caso, la solución es que los jugadores jueguen las estrategias puras correspondientes al punto de silla (o sea que (1) jugará c y (2) jugará d)

En este caso hay estabilidad en el sentido que si aplicamos la hipótesis (3) de la página 209 los jugadores no cambiarán las estrategias de la solución pués de hacerlo disminuirán sus beneficios:

En el sentido de la flecha $\longrightarrow$, es peor para (1)y mejor para (2).
Luego, si (1) elige c,(2) no va a cambiar de d.
En el sentido de la flecha $\dashrightarrow$, es peor para (2)y mejor para (1).
Luego, si (2) elige d, (1) no va a cambiar de c.

(b). Sin punto de silla

Supongamos que se tiene la siguiente matriz, correspondiente al juego del emparejamiento de la moneda. (Se supone que cada jugador muestra su moneda en cara o cruz. Si son iguales gana uno y si resultan distintas gana el otro.)

		(2) =		
		c	d	MIN
(1)	a	10	-10	-10
	b	-10	10	-10 ← MAXI-MIN
	MAX	10	10	

← MINI-MAX

$V_1 = -10$

$V_2 = 10$

En este juego $V_1 < V_2$, o sea, $V_1 \neq V_2$

Luego, este juego no tiene punto de silla

En este caso, la solución es que cada jugador juegue una estrategia mixta es decir, que juegue las dos alternativas posibles al azar, pero con una determinada frecuencia para cada una de ellas.

Se demuestra que jugando las estrategias mixtas de la solución, el valor "esperado" del juego, V, es el mismo para ambos jugadores.

Se demuestra que $V_1 < V < V_2$, lo que asegura que los jugadores no jueguen estrategias puras en lugar de mixtas.

En este caso se rompe la estabilidad o equilibrio que había en los juegos con punto de silla.

En efecto, si inicialmente los jugadores juegan ac, de acuerdo a la hipótesis (3), las alternativas que adoptarán los jugadores serán sucesivamente: ad, bd, bc, ac, ad,......

Este ciclo, que se ha indicado en la matriz con flechas, se repetirá indefinidamente y no se logrará estabilidad.

(*)

Juego de tres jugadores de suma cero:

Se consideran todos los casos posibles de un jugador contra la coalición de los otros dos, y se toman las coaliciones como un jugador.

Se hallan las soluciones de estos juegos de dos personas que son considerados como el peor de los casos para cada jugador que actúa individualmente.

Luego se hallan las imputaciones, que son los pagos de determinadas estrategias mixtas donde todos los jugadores igualan o mejoran los pagos de las soluciones anteriores, consideradas el peor de los casos.

Todo juego de tres personas tiene solución y ésta está constituída por un conjunto de tres imputaciones o un conjunto infinito de imputaciones.

(*)

Juego de dos personas sin restricción de suma cero:

Estos juegos pueden representar el caso de dos empresas que compiten y donde no se exige que la ganancia de una de ella sea igual a la pérdida de la otra.

Lo más fácil es resolver estos juegos como de tres jugadores de suma cero, en los que el tercer jugador es la naturaleza, cuyos pagos son tales que hace cero la suma de todos los pagos.

En este caso hay que agregar la condición que la suma de las imputaciones de los dos jugadores sea igual al pago de la naturaleza.

LISTA DE SIMBOLOS Y ABREVIATURAS

: símbolo de las referencias bibliográficas
' : índice que distingue a los valores de la empresa (1) (ver empresa 1).
" : índice que distingue a los valores de la empresa (2) (ver empresa 2).
* : índice que distingue a los valores de la empresa de menor tamaño.
** : índice que distingue a los valores de la empresa de mayor tamaño.
- : índice que distingue a los valores de la empresa de menores costos unitarios mínimos.
+ : índice que distingue a los valores de la empresa de mayores costos unitarios mínimos.
(Símbolo)Símbolo: notación que indica que la magnitud que corresponde al símbolo fuera del paréntesis, califica o determina a la que corresponde al símbolo entre paréntesis.

E : Estado de una empresa.......................... 20

Ef : Estado final de una empresa. Estado final de un cambio de estado cuando expresamente se indique así....................................51-38

Ei : Estado inicial de un cambio de estado........... 38

empresa (1): Empresa de menor subprecio, exceptuando los capítulos 4 y 8 y las páginas 294 y 295, donde simplemente es una empresa cualquiera........

empresa (2): Empresa de mayor subprecio, exceptuando los capítulos 4 y 8 y las páginas 294 y 295, donde simplemente es una empresa cualquiera........

Epr : Estado prefinal de una empresa.................. 51

Epr,eq: Estado prefinal equivalente................... 84

ε : Menor unidad de modena usada en la comercialización....................................... 32

(*)

fig : Figura..

(F)p: Fracción de la demanda satisfecha por una empresa al precio p................................. 267

(*)

Inv : Inversión de capital en un proyecto............ 174

(*)

OF : Oferta.. 36

(*)

p : Precio de venta.................................. 15

P : Pasivo... 218

pág : Página..

Pcte: Pasivo corriente................................ 218

PE : Punto de equilibrio.............................. 205

(PE)p=cte: Punto de equilibrio a precio constante..... 205

(PE)Q=cte: Punto de equilibrio a volumen constante.... 205

pf : Precio en el estado final de un cambio de estado 38

REFERENCIAS

#1: Manual de Proyectos de Desarrollo Económico, Naciones Unidas, 1958.

#2: Bertoletti, Mario E.
Economía de la Empresa.
Libro de texto de la materia de grado "Economía de la Empresa" de la carrera de Ingeniería Industrial, U.B.A. 1979.

#3: Churchman C.W., Ackoff R.L. y Arnoff E.L.
Introducción a la Investigación Operativa.
Aguilar S.A., Madrid, 1973.

#4: Marin I. y Castellan A.A.
Teoría de los Juegos - Ejercicios Explicados
Ediciones Macchi S.A., Bs.As., 1978.

#5: Marin Isidoro
Investigación Operativa.
Libro de texto de la materia de grado "Investigación Operativa" de la carrera de Ingeniería Industrial, U.B.A. 1979.

#6: Baumol William J.
Teoría Económica y Análisis de Operaciones.
Herrero Hermanos, Sucesores, S.A., México, 1974.

#7: Miller David W. y Starr Martín K.
Acuerdos Ejecutivos e Investigación de Operaciones
Herrero Hermanos, Sucesores, S.A., México, 1972.

#8: Kaufmann Arnold
Métodos y Modelos de la Investigación de Operaciones
Cía. Editorial Continental, S.A., México, 1978.

#9: "Krenkel Teodoro G.; Naon Moisés R. y Sierra Carlos A."
Evaluación de Proyectos de Plantas Químicas.
Asociación Química Argentina, Bs.As., 1968.