

## Tesis de Posgrado

# Aberraciones en espectrómetros de red plana

Gil, Mirta Alicia

1981

Tesis presentada para obtener el grado de Doctor en Ciencias Físicas de la Universidad de Buenos Aires

Este documento forma parte de la colección de tesis doctorales y de maestría de la Biblioteca Central Dr. Luis Federico Leloir, disponible en [digital.bl.fcen.uba.ar](http://digital.bl.fcen.uba.ar). Su utilización debe ser acompañada por la cita bibliográfica con reconocimiento de la fuente.

This document is part of the doctoral theses collection of the Central Library Dr. Luis Federico Leloir, available in [digital.bl.fcen.uba.ar](http://digital.bl.fcen.uba.ar). It should be used accompanied by the corresponding citation acknowledging the source.

**Cita tipo APA:**

Gil, Mirta Alicia. (1981). Aberraciones en espectrómetros de red plana. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires.  
[http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis\\_1692\\_Gil.pdf](http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis_1692_Gil.pdf)

**Cita tipo Chicago:**

Gil, Mirta Alicia. "Aberraciones en espectrómetros de red plana". Tesis de Doctor. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires. 1981.  
[http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis\\_1692\\_Gil.pdf](http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis_1692_Gil.pdf)

**EXACTAS** UBA

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales



**UBA**

Universidad de Buenos Aires

1692

UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES  
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

DEPARTAMENTO DE FISICA  
LABORATORIO DE OPTICA

"ABERRACIONES EN ESPECTROMETROS DE RED PLANA"

M.A. GIL

Trabajo de Tesis presentado para optar  
al Título de Doctor en Ciencias Físicas.

Director: Prof. Dr. J.M. Simon

- 1981 -

1692

G-2

*A mi familia*

## AGRADECIMIENTOS

Al Dr. J.M. Simon, por su decisiva contribución a mi formación profesional.

A la Srta. Marta Pedernera, por la elaboración de los dibujos y la transcripción de las fórmulas, por el aliento y el apoyo brindado en forma constante y, fundamentalmente, por el entusiasmo y cariño con que realizó dichas tareas.

A la Sra. Teresa Potente de Leonfanti por su excelente trabajo de mecanografiado.

A mi familia, a quienes dedico este trabajo, especialmente a mi esposo y a mi madre quienes constantemente me alentaron durante la ejecución del mismo.

A todos aquellos que, directa o indirectamente, han colaborado con la realización de esta Tesis, especialmente a los Licenciados S.A. Comastri, I. Díaz, R. Depine y R. Mancini.

# I N D I C E

	Página
CAPITULO I	
INTRODUCCION	1
CAPITULO II	
EL DIAGRAMA DE PLACAS	7
2.1    La Cámara Schmidt	7
2.2    Método del Diagrama de Placas	10
2.2.1  Sistemas centrados	10
2.2.2  Sistemas fuera de eje	14
2.2.3  Influencia de las aberraciones en la imagen de un objeto puntual	17
CAPITULO III	
CALCULO DE LA DISTORSION Y LA CURVATURA DE RANURAS	21
3.1    Distorsión introducida por el sistema de referencia	22
3.2    Distorsión introducida por la red	36
3.3    Distorsión introducida por las placas	47
3.4    Curvatura de ranuras	48
CAPITULO IV	
CALCULO DE LA CURVATURA DE CAMPO	53
4.1    Curvatura de campo introducida por el sistema de referencia	53
4.2    Deformación del frente de ondas introducida por el sistema de referencia	59
4.2.1  Sistemas centrados	59
4.2.2  Sistemas fuera de eje	64

## CAPITULO V

	DIAGRAMA DE PLACAS DE LOS DISEÑOS CONSIDERADOS	69
5.1	Diseños	70
5.2	Construcción de Diagramas	72

## CAPITULO VI

	ANALISIS SIMPLIFICADO DE LAS ABERRACIONES DE NITIDEZ PRESENTES EN LOS DIFERENTES DISEÑOS	79
6.1	Cálculo de los momentos	79
6.2	Diseños de interés	84

## CAPITULO VII

	ESTUDIO DE LAS IMAGENES OBTENIDAS CON LOS DISEÑOS QUE PRESENTAN INTERES	86
7.1	Diseño $\mathcal{L}_1$	86
7.1.1	Imagen estigmática	96
7.1.2	Imagen lineal y paralela a las líneas espectrales	101
7.1.3	Calidad de las imágenes	101
7.1.4	Curvatura de las ranuras	103
7.2	Diseño $\mathcal{L}_2$	104
7.2.1	Red en plano focal	109
7.2.2	Posición de la red que disminuye la coma ( $D = 2f$ , $D' = 2f'$ )	111
7.3	Diseño $\mathcal{L}_3$	115
7.4	Diseño $\mathcal{U}_4$	130
7.5	Littrow en el plano	137
7.6	Ebert parabolizado fuera del plano	144
7.7	Littrow fuera del plano	150

## CAPITULO VIII

	DISCUSION DE LOS RESULTADOS Y CONCLUSIONES	159
--	--	-----

Página

REFERENCIAS

166

APENDICE

A.1

C A P I T U L O I

INTRODUCCION



## I. INTRODUCCION

La mayoría de los espectrómetros y espectrógrafos más comúnmente usados, fueron diseñados durante el siglo pasado y aproximadamente en los primeros treinta años del presente siglo (Littrow (1862), Rowland (1883), Ebert (1889), Wadsworth (1896), Paschen (1902), Eagle (1910), Czerny-Turner (1930), etc.). Si bien desde 1930 hasta la fecha se han desarrollado nuevos diseños, la abundante bibliografía sobre el tema muestra que en estos últimos años los esfuerzos se han concentrado, principalmente, en revisar en detalle y mejorar los diseños antiguamente desarrollados. El conocimiento teórico de las aberraciones de los distintos sistemas ópticos, así también como los estudios sobre luminosidad, han permitido introducir modificaciones en los diseños originales, y así conseguir imágenes de más alta calidad. Por otra parte, los desarrollos tecnológicos alcanzados a partir de 1930, han permitido mejorar las técnicas de vacío (siendo así posible la detección de longitudes de onda inferiores a  $2000 \text{ \AA}$ ), así como también la calidad de las redes de difracción, mejorando notablemente la resolución de los instrumentos, por lo que prácticamente se ha abandonado la utilización del prisma como elemento dispersor. No obstante, debe mencionarse que el reemplazo del elemento dispersor, así como la sustitución (en muchos casos) de la lente por espejos cóncavos, han introducido muy leves modificaciones en los sistemas originales.

Entre los diseños se diferencian los que utilizan redes cóncavas y redes planas y, dentro de estos últimos, se distinguen los sistemas en el plano y los fuera del plano. Las redes cóncavas constituyen, por sí solas y según como se las utilice, un espectrógrafo o un espectrómetro, ya que al construirse sobre espejos cóncavos o lentes tienen la propiedad de actuar como su

propio sistema de colimación y enfoque. La creación de la red cóncava se debe a Rowland<sup>(1)</sup>, quien fue el primero que destacó su propiedad de enfoque única. La conveniencia de usar redes cóncavas no está tanto en la economía que implica la supresión de elementos ópticos adicionales, sino en evitar las pérdidas de luminosidad que estos elementos necesariamente producen en el ultravioleta lejano ( $\lambda \approx 1500 \text{ \AA}$ ). En aquellas regiones del espectro para las que se dispone de una mejor reflectividad ( $\lambda \approx 2000 \text{ \AA}$ ) se utilizan generalmente los diseños con redes planas, ya que éstas permiten una mayor flexibilidad para el diseño y la producción, resultando, en definitiva, en menores costos. En estos sistemas la red está acompañada con elementos ópticos apropiados para la colimación y el enfoque. Estos elementos son generalmente reflectores, pues así se evitan los problemas que originan las aberraciones cromáticas introducidas por las lentes. Muchos de los sistemas que utilizan redes planas admiten dos tipos de diseños: en el plano y fuera de él. Por diseño en el plano se entiende que la normal a la red y los centros de las ranuras de entrada y salida, están contenidos en el mismo plano y, consecuentemente, la dirección en que se dispersa la luz también está contenida en él. Por el contrario, en los diseños fuera del plano la normal a la red y los centros de las ranuras no pertenecen a un mismo plano.

La bibliografía publicada referente a diseños es sumamente amplia, pero fragmentaria. La gran mayoría de los autores se dedican a estudiar aspectos específicos de cada diseño, habiéndosele prestado muy poca atención a realizar estudios comparativos entre los diversos sistemas. Así, el interesado en la utilización de un espectrómetro no encuentra en la literatura información clara y compacta que le permita elegir un determinado diseño de acuerdo con sus necesidades específicas. Un buen intento en esta dirección, es el realizado por

Welford<sup>(2)</sup> en 1965, quien sintetizó las propiedades fundamentales que caracterizan los principales diseños, indicando además las aberraciones dominantes en cada uno de ellos. Consideró espectrómetros y espectrógrafos tanto con redes cóncavas como con redes planas y discutió las propiedades de las redes cóncavas, desde el punto de vista de las aberraciones, aplicando el método de cálculo denominado Función Camino Óptico y resumiendo los resultados obtenidos por Zernike<sup>(3)</sup> y Beutler<sup>(4)</sup>.

En el año 1969 Eggers y Petterson<sup>(5)</sup> presentaron un estudio comparativo sobre la calidad de las imágenes obtenidas con diversos espectrómetros. Los resultados fueron obtenidos por medio de un método de trazado de rayos y se estudió el comportamiento de algunas configuraciones de simple y de doble paso para el infrarrojo lejano ( $\lambda \approx 30 \mu\text{m}$ ). Si bien los autores consideraron varios sistemas en y fuera del plano, pudiendo por lo tanto efectuar un buen estudio comparativo, no se especifican en el trabajo algunos parámetros constructivos, como por ejemplo la posición de la red y el tipo de las ranuras utilizadas, lo que lleva a serias imprecisiones en los resultados.

En el mismo año, Chupp y Grantz<sup>(6)</sup>, al presentar un nuevo espectrómetro con red plana y espejos parabólicos fuera de eje, realizaron (mediante un programa de trazado de rayos un estudio comparativo acerca de la calidad de las imágenes obtenidas con diversas configuraciones en el plano, entre las que se incluía el nuevo diseño presentado. Este trabajo, al igual que cualquier otro en el que se emplee un método de trazado de rayos en el cálculo de las aberraciones, presenta el inconveniente de que no permite reconocer la dependencia de las distintas aberraciones con los parámetros constructivos de cada diseño. Los resultados que se obtienen con este método son numéricos, y cada cambio en los parámetros constructivos del sistema requiere un nuevo trazado. Por esta razón,

este método (más preciso que cualquier otro) debe ser utilizado en la etapa de optimización final de un diseño.

En el año 1980, López Pumarega<sup>(7)</sup> efectuó una recopilación bibliográfica sobre el tema de aberraciones en espectrómetros y espectrógrafos, clasificando un total de 148 publicaciones citadas en el "Physics Abstract" entre los años 1960 y 1977 inclusive. Esta clasificación confirmó la ausencia de trabajos de revisión posteriores al ya mencionado de Welford, el cual resulta desactualizado debido a la publicación de gran cantidad de trabajos posteriores.

El objetivo de esta tesis es esclarecer el panorama general acerca de los diseños de espectrómetros fuera de eje, con red plana y con un espejo en el colimador y otro en la cámara. La elección de este tipo de diseños se debe a que constituyen una familia de instrumentos de alta calidad, requeridos frecuentemente en diversas áreas y que pueden ser utilizados en un amplio rango espectral. Para cumplir el objetivo de este trabajo se realiza un estudio sistemático y comparativo de dichos diseños. Se elige como método de cálculo de las aberraciones correspondientes a cada instrumento el método del Diagrama de Placas de Burch<sup>(8)(9)(10)</sup> extendido por Simon<sup>(11)</sup> para sistemas fuera de eje. Se ha elegido este método, en lugar del mucho más utilizado método de la Función Camino Óptico, pues, bajo ciertas aproximaciones, pueden formularse cálculos analíticos sumamente sencillos, con lo que se adquiere una idea bastante completa de las aberraciones presentes en un dado sistema a diseñar, permitiendo así un rápido pronóstico de la influencia que tienen los parámetros del sistema sobre las aberraciones del mismo. La desventaja de este método, respecto del de la Función Camino Óptico, es que permite calcular las aberraciones del sistema sólo hasta el cuarto orden en los ángulos de apertura, campo y ángulo fuera de eje, mientras que con el método de la Función Camino Óptico,

es teóricamente posible alcanzar cualquier orden deseado en los ángulos de apertura y campo (el ángulo fuera de eje se considera aquí en forma exacta) si bien las dificultades en los cálculos crecen enormemente cuando se pretende llegar más allá del tercer orden.

Para poder calcular todas las aberraciones presentes en cada diseño, es necesario completar la extensión del método para sistemas fuera de eje ya que, en la extensión debida a Simon<sup>(11)</sup>, no está contemplado ni el cálculo de la distorsión ni el correspondiente a la curvatura de campo<sup>(12)</sup>.

En el capítulo II se explica el método del Diagrama de Placas de Burch<sup>(8-10)</sup>, así como la extensión realizada por Simon<sup>(11)</sup> para sistemas fuera de eje. Esta extensión permite calcular las aberraciones de nitidez (aberración esférica, coma y astigmatismo) siempre que el ángulo fuera de eje sea pequeño, es decir del mismo orden de magnitud que los ángulos de apertura y campo.

En el capítulo III se desarrolla la extensión del método de Burch que permite calcular la distorsión en sistemas fuera de eje. Los cálculos son válidos para sistemas reflectores que cumplen la condición de que los centros de curvatura de los espejos que constituyen el sistema estén alineados (para el caso de un espectrómetro, este requisito debe cumplirse tanto para la cámara como para el colimador del instrumento). En este capítulo se incluye también el cálculo de la distorsión introducida por una red plana de difracción, que, combinada con la distorsión producida por el colimador y la cámara de un espectrómetro, permiten calcular la curvatura de las líneas espectrales.

En el capítulo IV se desarrolla la extensión del método de Burch que permite calcular la curvatura de campo en sistemas fuera de eje. Estos cálculos están sujetos a las mismas restricciones mencionadas en el párrafo anterior para el cálculo de la distorsión.

En el capítulo V se representan esquemáticamente los diseños incluidos en este trabajo. Por otra parte se calculan los Diagramas de Placas correspondientes a cada uno de los diseños considerados.

En el capítulo VI se realiza, aprovechando la posibilidad que brinda el método, un rápido análisis de las aberraciones presentes en cada sistema, cuyo objeto es efectuar una primera selección entre los diseños de espectrómetros considerados.

En el capítulo VII se calculan todas las aberraciones presentes en los sistemas seleccionados en el capítulo anterior. A efectos de facilitar la comparación, se han fijado los siguientes parámetros constructivos: distancia focal de los espejos, longitud de las ranuras, ángulos fuera de eje, características de la red y longitud de onda de trabajo.

En el capítulo VIII se resumen y discuten los resultados obtenidos y se analizan las conclusiones que pueden extraerse de este trabajo.

C A P I T U L O   I I

EL DIAGRAMA DE PLACAS

## II. EL DIAGRAMA DE PLACAS

Para ayudar a una mejor comprensión del método, es necesario explicar primero el principio de funcionamiento de la Cámara Schmidt.

### 2.1. La Cámara Schmidt

En el año 1932 Schmidt<sup>(1)</sup> ideó un original sistema telescópico conocido actualmente con el nombre de Cámara Schmidt. El mismo consta de un espejo esférico y una "placa correctora" aproximadamente plano paralela ubicada en el centro de curvatura del espejo (ver fig. II.1). La misión de la placa es

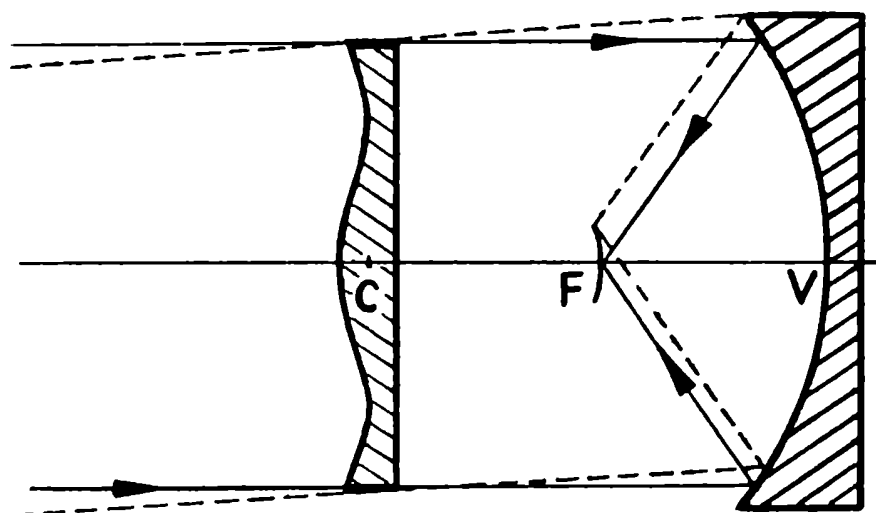


Figura II.1 (En la figura se ha exagerado notablemente la deformación de la placa).

corregir el frente de ondas plano que entra al sistema de manera tal que después de la reflexión sea esférico, convergiendo así a un buen foco. De este modo el comportamiento de la cámara, para puntos axiales, es equivalente a un espejo



parabólico . Por lo tanto tomando como referencia un espejo parabólico tangente en el vértice ( $V$ ) al espejo esférico de la Cámara, se puede encontrar la forma adecuada de la placa. Basta para ello calcular la diferencia de caminos ópticos de un rayo paralelo al eje que incide sobre uno u otro espejo y converge en el foco (ver fig. 11.2). Dicha diferencia, que es función del punto particular de incidencia del rayo, resulta:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{es} - \mathcal{L}_p = -\frac{1}{4R^3} r^4 + Ar^2 + \mathcal{O}(r^6) \quad (2.1)$$

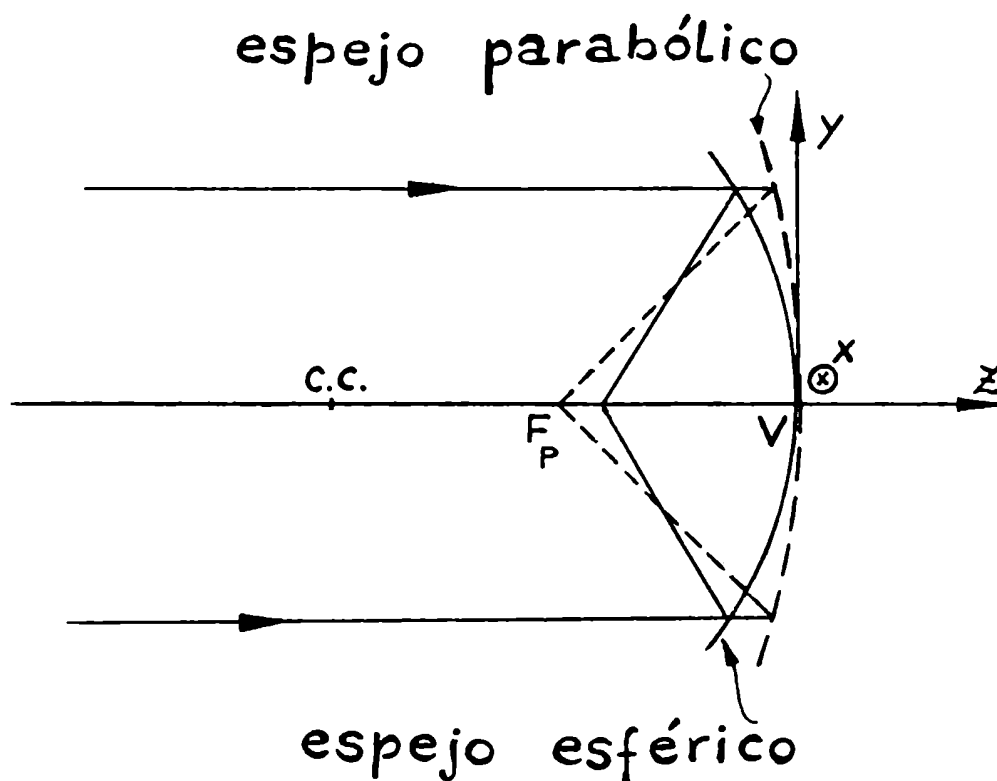


Figura 11.2

donde  $x^2 + y^2 = r^2$

$R$  : radio de curvatura del espejo esférico

$A$  : coeficiente geométrico, función de la distancia focal del espejo parabólico y del radio de curvatura del espejo esférico. (En el caso en que el foco del espejo parabólico coincida con el foco paraxial del espejo esférico, el valor de  $A$  resulta nulo).

De la ec. 2.1 se obtiene la forma que debe tener la placa para producir el retardo adecuado en el frente de ondas. Despreciando términos superiores al cuarto orden, la ecuación que satisface la placa esférica es

$$d = -\frac{1}{4R^3} \frac{r^4}{(n-1)} + \frac{Ar^2}{(n-1)} + d_0 \quad (2.2)$$

donde  $d$  es el espesor con respecto a una placa plano paralelo de espesor  $d_0$  e índice de refracción  $n$ .

Se denomina "fuerza" de la placa al producto de  $(n-1)$  por el coeficiente que multiplica a  $r^4$  en la ec. 2.2. Con esta definición, la "fuerza" es independiente de  $A$  y su valor es, en módulo, igual a  $1/4R^3$ .

Si bien la placa es dimensionada en base al comportamiento de los rayos paralelos al eje, los cálculos tienen una generalidad mucho mayor, puesto que dada la posición coincidente entre la placa y el centro de curvatura, la corrección introducida por la misma para haces inclinados, difiere sólo en términos de orden mayor o igual al quinto, de la que se obtendría girando la placa el mismo ángulo que subtienden los haces con el eje del sistema<sup>(2)</sup>. Así, la Cámara Schmidt resulta libre de aberraciones de nitidez (aberración esférica, coma y astigmatismo) hasta tercer orden en los ángulos<sup>(3)</sup>, pero presenta curvatura de campo (igual a la curvatura de Petzval); y, si la pupila del sistema no

está situada en el centro de curvatura del espejo, también presenta distorsión (ver capítulos III y IV).

La forma definitiva de la placa se obtiene ajustando el valor de  $A$  de la ec. 2.2, de manera de minimizar los errores debidos a dispersión cromática producida por la placa<sup>(2)</sup>.

## 2.2 Método del Diagrama de Placas

### 2.2.1 Sistemas centrados

En el año 1942 Burch<sup>(4-6)</sup> desarrolló un método para calcular las aberraciones de sistemas ópticos centrados. Este consiste en representar un dado sistema óptico por un conjunto de superficies esféricas (reflectoras o refractoras) acompañadas por sus correspondientes placas correctoras (placas Schmidt), y un cierto número de placas que tienen en cuenta:

- i. que las superficies del sistema óptico en estudio no están generalmente acompañadas de placas correctoras
- ii. las asfericidades de las superficies que constituyen el sistema
- iii. las placas asféricas que realmente forman parte del sistema óptico.

Con esta representación, debido a la ya mencionada propiedad de la Cámara Schmidt (ver sección 2.1), estas últimas placas son las responsables de las aberraciones de nitidez del sistema. Para construir el Diagrama las placas no se ubican en el espacio físico en que efectivamente están los elementos que constituyen el sistema, sino en un espacio en donde los haces, cuyas aberraciones se calculan, están colimados. El espacio colimado puede ser el espacio objeto, el imagen, o cualquier espacio intermedio. La traslación de las placas

al espacio colimado, se realiza calculando las imágenes gaussianas correspondientes a cada una de las placas ubicadas en el espacio real (la imagen gaussiana de una placa se define de manera que su posición y ancho lateral se determinan por medio de óptica de primer orden, mientras que el retardo que introduce la placa en el frente de ondas que atraviesa cada uno de sus puntos, es igual antes y después de la traslación. Estas hipótesis introducen en los cálculos de la deformación del frente de ondas, aberraciones de orden superior al tercero).

La representación de todas estas placas en el espacio colimado se denomina Diagrama de Placas.

La figura 11.3 representa el Diagrama de Placas de un sistema genérico.

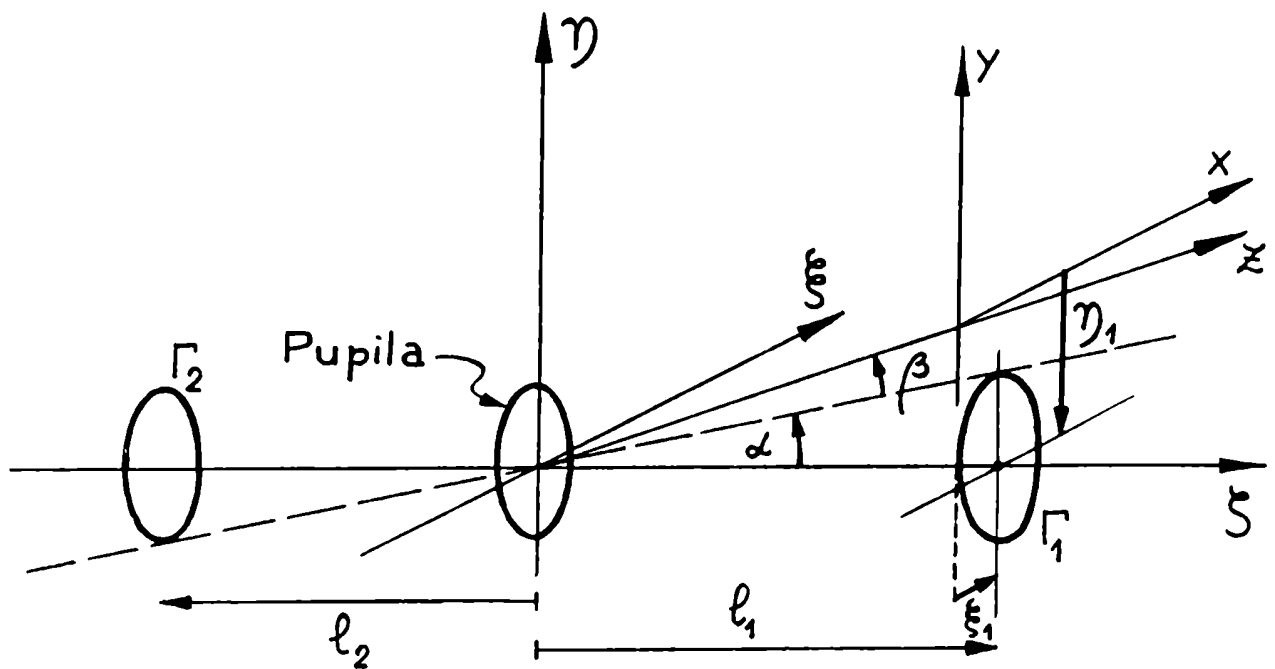


Figura 11.3

Los coeficientes  $\Gamma_1, \Gamma_2, \dots, \Gamma_n$  representan las "fuerzas de las placas" (definidas como en 2.1); el eje  $\zeta$  (llamado eje del diagrama) conecta el centro de la pupila con el centro del campo, mientras que las coordenadas  $\xi$  y  $\eta$  son ortogonales a  $\zeta$  y están contenidas en el plano de la pupila. El eje  $Z$  (llamado eje del haz) coincide con el rayo principal, los ejes  $X$  e  $Y$  son paralelos a  $\xi$  y  $\eta$  respectivamente, y se miden sobre el eje  $Z$ .

$\alpha$  y  $\beta$  son los ángulos que forman las proyecciones del eje  $Z$  sobre los planos  $(\xi, \zeta)$  y  $(\eta, \zeta)$  con el eje  $\zeta$  y las coordenadas  $l_1, l_2, \dots, l_n$  determinan las posiciones de las placas sobre el eje  $\zeta$ . Las coordenadas  $\xi_i$  y  $\eta_i$  que determinan la posición del centro de las placas, medidas desde el eje  $Z$ , están relacionadas con los ángulos  $\alpha$  y  $\beta$  y las coordenadas  $l_i$  a través de

$$\begin{aligned}\xi_i &= -\alpha l_i \\ \eta_i &= -\beta l_i\end{aligned}\tag{2.3}$$

La deformación del frente de ondas en un punto de coordenadas  $(X, Y)$  sobre la pupila, introducida por todas las placas que constituyen el diagrama, está dada por la suma de las deformaciones individuales de cada placa, y vale:

$$\mathcal{Z}_P = \sum_i \Gamma_i \left[ (x - \xi_i)^2 + (y - \eta_i)^2 \right]^2\tag{2.4}$$

donde el factor entre corchetes equivale al  $r^2$  de la ec. 2.1. Desarrollando esta expresión en potencias de  $X$  e  $Y$ , se distinguen los términos que representan las diferentes aberraciones:

Aberración esférica:  $(x^2 + y^2)^2 \sum_i \Gamma_i$  (2.5)

Coma:

$$-4(x^2 + y^2) \left( x \sum_i \Gamma_i \xi_i + y \sum_i \Gamma_i \eta_i \right) \quad (2.6)$$

Astigmatismo:

$$4x^2 \sum_i \Gamma_i \xi_i^2 + 4y^2 \sum_i \Gamma_i \eta_i^2 + 8xy \sum_i \Gamma_i \xi_i \eta_i \quad (2.7)$$

Contribución parcial a la curvatura de campo:

$$2(x^2 + y^2) \sum_i \Gamma_i (\xi_i^2 + \eta_i^2) \quad (2.8)$$

Contribución parcial a la distorsión:

$$-4 \sum_i \Gamma_i (\xi_i^2 + \eta_i^2) (x \xi_i + y \eta_i) \quad (2.9)$$

Desplazamiento del frente de ondas:

$$\sum_i \Gamma_i (\xi_i^2 + \eta_i^2) \quad (2.10)$$

Las expresiones (2.5) a (2.7) representan, a tercer orden, los tres primeros errores de Seidel del sistema en estudio, ya que el conjunto de superficies esféricas con sus correspondientes placas Schmidt, denominado de ahora en adelante sistema de referencia, es libre de aberraciones de nitidez a dicho orden. Las expresiones (2.8) y (2.9) representan, respectivamente, sólo una contribución parcial a la curvatura de campo y a la distorsión del sistema en estudio, ya que el sistema de referencia no es libre de dichas aberraciones (estas contribuciones adicionales se calculan en los capítulos III y IV). Finalmente,

la expresión (2.10) no representa una deformación del frente de ondas (es independiente de  $X$  e  $Y$ ), sino un desplazamiento del mismo, por lo tanto no presenta interés desde el punto de vista de las aberraciones.

Es importante señalar que los coeficientes que acompañan a las diferentes potencias de  $X$  e  $Y$  en las expresiones (2.5) a (2.7), corresponden a los momentos (orden cero, primero y segundo, respectivamente) de las "fuerzas" de las placas respecto del rayo principal. La importancia reside en que una vez construido el diagrama que representa el sistema en estudio, basta con evaluar dichos momentos para tener una rápida evaluación de las aberraciones de tercer orden presentes en el sistema. Por otra parte, imponiendo condiciones a alguno de los momentos, se obtienen los parámetros constructivos más adecuados para el sistema.

### 2.2.2 Sistemas fuera de eje

El método de Burch es un excelente método de cálculo de aberraciones a tercer orden de sistemas centrados, resultando de gran utilidad para estudiar, por ejemplo, aberraciones de telescopios tales como el Gregory, el Cassegrain, el Schmidt-Cassegrain, el Ritchey-Chretien, etc.<sup>(3)</sup>. Cuando se desea aplicar este método a espectrómetros con red plana surgen dos dificultades: en primer lugar, muchos son diseños fuera de eje y, para éstos, el método así concebido no puede aplicarse; en segundo lugar, es necesario tener en cuenta que la red introduce anamorfosis aunque el diseño sea centrado<sup>(7-8)</sup>. La primer dificultad se resuelve desarrollando una generalización del método para este tipo de sistemas, es decir, considerando que las placas del diagrama no están todas alineadas. La segunda dificultad se resuelve relacionando las coordenadas correspondientes al diagrama del colimador con las correspondientes al diagrama de

la cámara. Por este motivo, cuando se desean conocer las aberraciones presentes en un espectrómetro, es preferible calcular las deformaciones del frente de ondas, antes que evaluar los coeficientes de Seidel, y además construir un diagrama para el colimador y otro para la cámara.

La extensión del método de Burch a sistemas fuera de eje, fue desarrollada por Simon<sup>(9)</sup> en el año 1973. En la figura 11.4 se representa el Diagrama de Placas correspondiente a un sistema fuera de eje. El esquema es similar al correspondiente a sistemas centrados, pero en este caso las placas están descentradas y la posición de sus centros, medida desde el eje  $\xi$ , está determinada por las coordenadas  $\xi_{0i}$  y  $\eta_{0i}$ .

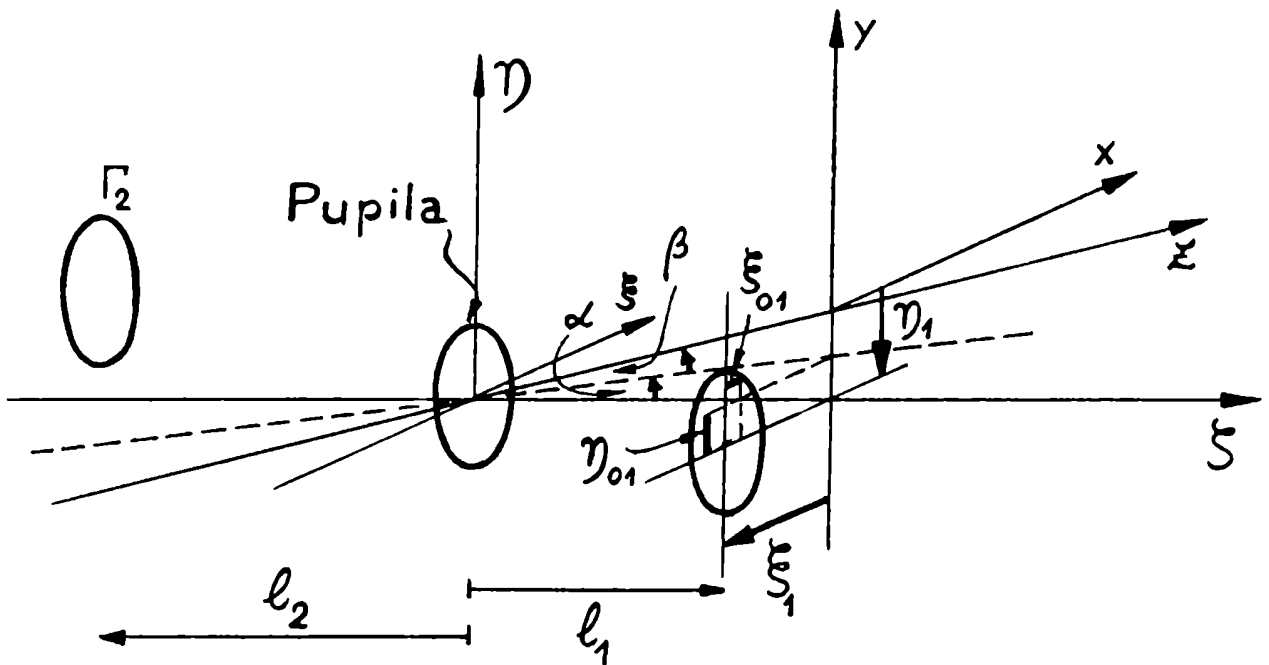


Figura 11.4



La deformación del frente de ondas introducida por las placas está determinada, al igual que para sistemas centrados, por la expresión (2.4), pero en este caso las coordenadas  $\xi_i$  y  $\eta_i$  dependen de las  $\xi_{oi}$ ,  $\eta_{oi}$  y  $l_i$  del siguiente modo:

$$\begin{aligned}\xi_i &= \xi_{oi} - \alpha l_i \\ \eta_i &= \eta_{oi} - \beta l_i\end{aligned}\tag{2.11}$$

Reemplazando estas expresiones en (2.5) a (2.7) se obtienen las aberraciones de nitidez del sistema:

$$\text{Aberración esférica: } r^4 \sum_i \Gamma_i\tag{2.12}$$

Coma:

$$\begin{aligned}-4r^2 \left[ x \sum_i \xi_{oi} \Gamma_i + y \sum_i \eta_{oi} \Gamma_i \right] + 4r^2 (\alpha x + \\ + \beta y) \sum_i \Gamma_i l_i\end{aligned}\tag{2.13}$$

Astigmatismo:

$$4x^2 \sum_i \Gamma_i \xi_{oi}^2 + 4y^2 \sum_i \Gamma_i \eta_{oi}^2 + 8xy \sum_i \Gamma_i \eta_{oi} \xi_{oi} -\tag{2.14}$$

$$\begin{aligned}
 & -8(\alpha x + \beta y) \left[ x \sum_i \Gamma_i l_i \xi_{0i} + y \sum_i \Gamma_i l_i \eta_{0i} \right] + \\
 & + 4(\alpha x + \beta y)^2 \sum_i \Gamma_i l_i^2
 \end{aligned} \tag{2.14}$$

donde

$$r^2 = x^2 + y^2$$

Los términos multiplicados por las coordenadas  $\xi_{0i}$  y ó  $\eta_{0i}$ , representan aberraciones debidas al descentrado de las placas, mientras que los restantes corresponden a las aberraciones presentes en los sistemas ópticos centrados. Las aberraciones correspondientes al centro del campo, se obtienen anulando los términos multiplicados por los ángulos  $\alpha$  y ó  $\beta$ .

La extensión del método supone que el ángulo fuera de eje es del mismo orden de magnitud que los ángulos de apertura (proporcionales a  $X$  e  $Y$ ) y campo ( $\alpha$  y  $\beta$ ). En un trabajo posterior Simon y Simon<sup>(10)</sup> demostraron que, si el ángulo fuera de eje es pequeño, el método permite calcular aberraciones de cuarto orden en los ángulos de apertura, campo y ángulos fuera de eje; mientras que, si el ángulo fuera de eje no puede considerarse pequeño, la generalización del método no sirve para calcular correctamente las aberraciones de tercer orden.

### 2.2.3 Influencia de las aberraciones en la imagen de un objeto puntual

Conocida la deformación del frente de ondas introducida por el sistema en estudio ( $\mathcal{L}$ ), se pueden calcular las desviaciones transversales de

los rayos en el plano focal, respecto de la imagen gaussiana correspondiente al punto objeto considerado. Siguiendo el método delineado en las secciones anteriores, los cálculos se realizan en el espacio colimado. Nótese que esta elección no introduce (al menos a tercer orden), inexactitudes en el cálculo de  $\mathcal{L}$ , dado que, como fue señalado en 2.2.1, el retardo introducido por las placas que constituyen el Diagrama, es el mismo antes y después de la traslación de dichas placas desde el espacio físico (en que efectivamente están los elementos que constituyen el sistema) al colimado. Por definición,  $\mathcal{L}$  es la diferencia de caminos ópticos a lo largo de las normales a dos frentes de onda: el que emerge del sistema en estudio, y el que emergería del mismo sistema supuesto libre de aberraciones (ideal). En la figura 11.5 se representa el frente de ondas  $\mathcal{L}_e(x, y)$ , correspondiente al frente que emerge del sistema en estudio, y el frente plano  $\mathcal{L}_i(x, y)$  que corresponde al que emergería del sistema ideal (las coordenadas  $(x, y)$  son tomadas, por ejemplo, sobre la pupila del sistema en estudio).

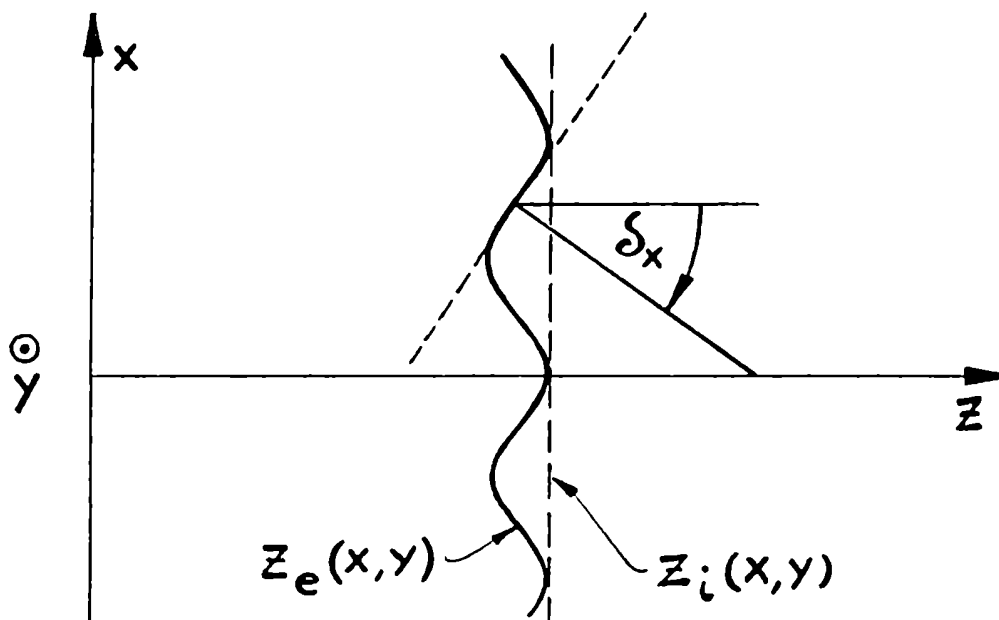


Figura 11.5

Considerando el rayo luminoso como la normal al frente de ondas en un punto  $(X, Y)$  cualquiera, se deduce inmediatamente de la figura 11.5, que las desviaciones angulares en ese punto son iguales a

$$\begin{aligned}\delta_x &= \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = \frac{\partial(\mathcal{L}_e - \mathcal{L}_i)}{\partial x} \\ \delta_y &= \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = \frac{\partial(\mathcal{L}_e - \mathcal{L}_i)}{\partial y}\end{aligned}\quad (2.15)$$

en el caso en que, por convención, se consideren los retardo en  $\mathcal{L}$  positivos (en caso contrario las expresiones (2.15) deben multiplicarse por  $(-1)$ ).

Una vez conocidas las desviaciones  $\delta_x$  y  $\delta_y$  se pueden calcular inmediatamente las desviaciones transversales de los rayos. En la figura 11.6 se representan los frentes de onda  $\mathcal{L}_e(X, Y)$  y  $\mathcal{L}_i(X, Y)$  correspondientes a un dado punto objeto, y los planos principales del sistema óptico que sucede al espacio colimado. Dicho sistema debe considerarse ideal, ya que todas las aberraciones introducidas por el sistema en estudio, están incluidas en  $\mathcal{L}$ . Por lo tanto, basándose en las leyes de la óptica gaussiana, se deduce de la figura 11.6 que las desviaciones transversales de los rayos provenientes de un dado punto objeto que atraviesan un punto de coordenadas  $(X, Y)$  sobre la pupila valen (para  $n=n'$ ):

$$\begin{aligned}D_{x'} &= -f' \delta_x \\ D_{y'} &= -f' \delta_y\end{aligned}\quad (2.16)$$

Estas expresiones cambian de signo en el caso en que el sistema que sucede al espacio colimado se comporte como reflector.

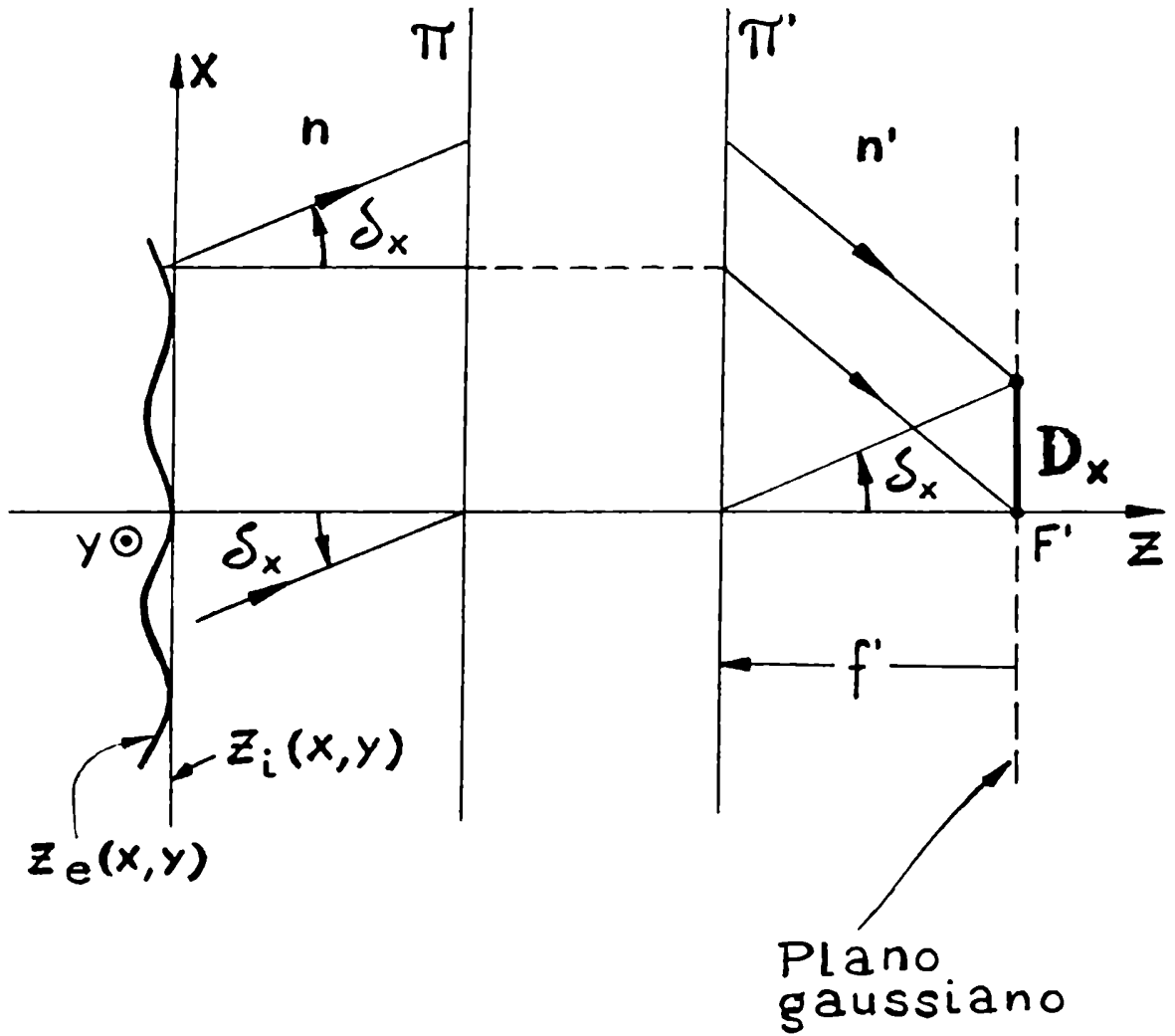


Figura 11.6

C A P I T U L O   I I I

CALCULO DE LA DISTORSION Y LA CURVATURA DE RANURAS

### III. CALCULO DE LA DISTORSION Y LA CURVATURA DE RANURAS

En este capítulo se desarrolla la extensión del método de Burch para sistemas fuera de eje, que permite calcular la distorsión introducida por el sistema de referencia<sup>(1)</sup>. La extensión se restringe a sistemas reflectores que satisfacen la condición de que los centros de curvatura de los espejos que constituyen el sistema, están alineados. Esto implica sistemas que siempre poseen un plano de simetría, determinado por el centro de la pupila y el eje que une los centros de curvatura de los espejos. En caso de que el sistema sea un espectrómetro, este requisito debe cumplirse tanto para el colimador como para la cámara del instrumento. Esto no constituye, en modo alguno, una restricción severa para la utilidad del método, dado que la mayoría de los espectrómetros están contruidos de modo que la cámara y el colimador poseen el mismo plano de simetría, el cual resulta (según el tipo de diseño) perpendicular o paralelo a los surcos de la red.

El conocimiento de la distorsión total del espectrómetro en estudio, permite calcular la curvatura de las líneas espectrales en función de la curvatura de la ranura de entrada. Para conocer la distorsión de este tipo de instrumentos, es necesario considerar, además de la distorsión introducida por las placas que constituyen el diagrama que representa el espectrómetro en estudio, la distorsión introducida por el sistema de referencia y la contribución a la distorsión proveniente de la red<sup>(2)</sup>. (A tercer orden, y si el haz que incide sobre la red está colimado, la distorsión es la única aberración que introduce este elemento).

### 3.1 Distorsión introducida por el sistema de referencia

El sistema de referencia correspondiente a un dado sistema reflector, está formado por tantas Cámaras Schmidt como espejos existen en el sistema. Para evaluar la distorsión introducida por el sistema de referencia, se comienza calculando contribución a la distorsión de una cualquiera de dichas cámaras, que se ha esquematizado en la figura III.1. Por razones de simetría, la imagen de un objeto esférico y concéntrico con el espejo, es también esférica y tiene el mismo centro.

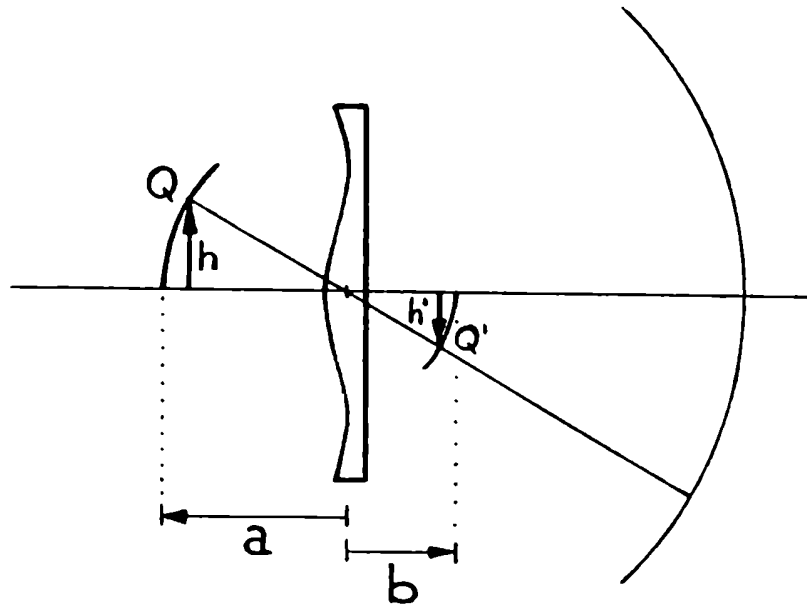


Figura III.1

De la figura III.1 se observa que las distancias al eje ( $h$ ,  $h'$ ) de cualquier par de puntos conjugados ( $Q$ ,  $Q'$ ) verifican siempre la relación

$$\frac{h'}{h} = \frac{b}{a} \quad (3.1)$$



Por lo tanto para esferas conjugadas concéntricas con el espejo, cada parte del sistema de referencia es libre de distorsión, independientemente de la posición de la pupila.

Como el sistema de referencia puede estar compuesto por muchos espejos, resulta más útil considerar objetos e imágenes planas que superficies esféricas, ya que en general éstas no podrán ser concéntricas con todos los espejos del sistema. Al considerar objetos e imágenes planas, se produce un desenfoque debido a la curvatura del campo. Por lo tanto es de esperar cambios en la forma de la imagen al variar la posición de la pupila.

En la figura III.2 se representa una Cámara Schmidt en la que, por simplicidad, no se ha dibujado la placa correctora.

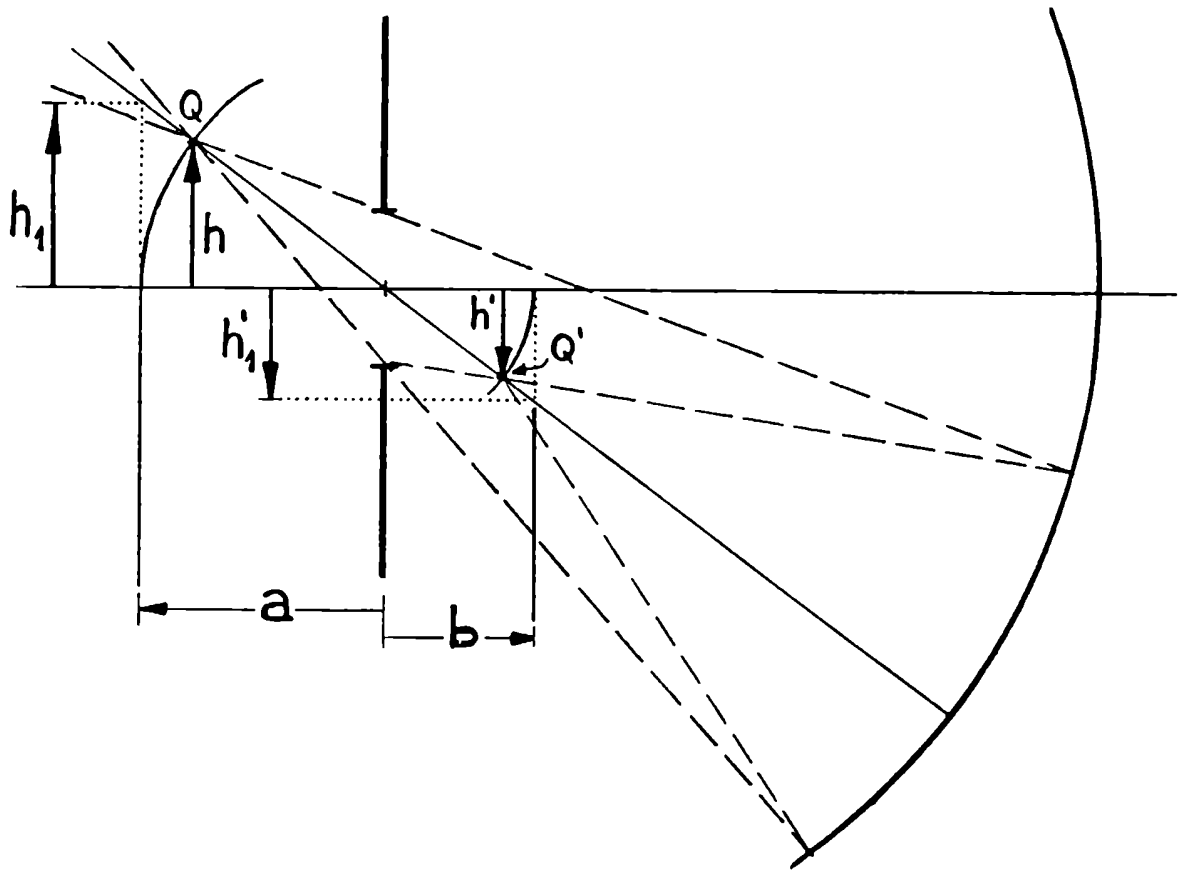


Figura III.2

Ubicando la pupila en el centro de curvatura, el rayo principal corta a los planos objeto e imagen en puntos tales que el cociente de sus distancias al eje óptico (  $h_1$  ,  $h'_1$  ) satisface, para cualquier par de puntos conjugados, la siguiente relación

$$\frac{h'}{h} = \frac{h'_1}{h_1} = \frac{b}{a} \quad (3.2)$$

Esta relación indica que, también en este caso, el sistema es libre de distorsión.

Para otra posición de la pupila, el rayo principal corta al eje que une el centro del campo con el centro de curvatura, en un punto tal como  $V$  (fig. III.3). Se deduce inmediatamente de la figura que el tamaño de la imagen varía con la posición de la pupila y por lo tanto el sistema introduce distorsión.

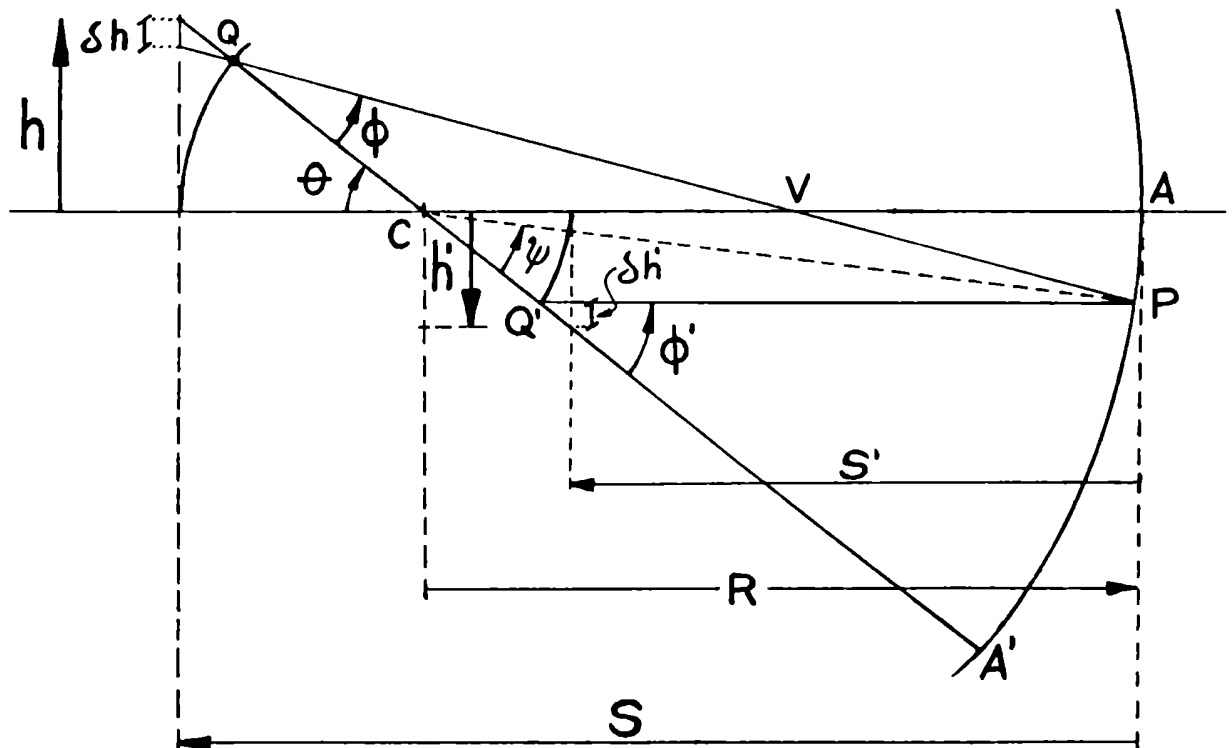


Figura III.3

Una medida de la distorsión introducida por el sistema representado en la fig. III.3, es la así llamada distorsión relativa:  $\frac{\delta h'}{h'} - \frac{\delta h}{h}$

Para evaluarla, se la calcula primero a lo largo de un eje, y se trata luego el caso de rayos principales alabeados con el eje. En el cálculo se elige la siguiente convención de signos:

- a. La luz incide, en el espacio colimado, desde la izquierda.
- b. Las distancias objeto e imagen se miden desde el vértice del espejo y son positivas en el sentido en que la luz incide sobre el mismo.
- c. La distancia focal y el radio de curvatura del espejo se miden, respectivamente, desde el foco y el centro de curvatura, y por lo tanto son positivas si el espejo es cóncavo.
- d. Las coordenadas transversales son positivas hacia arriba.
- e. Los ángulos son positivos en sentido antihorario.

Considerando la figura III.3 y de acuerdo a la convención de signos adoptada resulta

$$\begin{aligned} h &= (s + R) \operatorname{tg} \theta \\ h' &= (s' + R) \operatorname{tg} \theta \end{aligned} \quad (3.3)$$

Por otra parte los desplazamientos objeto e imagen pueden expresarse, a tercer orden:

$$\begin{aligned} \delta h &= \frac{\theta^2}{2} (s + R) \phi \\ \delta h' &= \frac{\theta^2}{2} (s' + R) \phi' \end{aligned} \quad (3.4)$$

Por lo tanto la distorsión relativa resulta:

$$\frac{\delta h'}{h'} - \frac{\delta h}{h} = \frac{\theta^2}{2} (\phi' - \phi) = 2\psi \frac{(S+R)}{S} \quad (3.5)$$

Esta última expresión permite calcular la distorsión relativa sobre un eje, de la Cámara Schmidt considerada. Si el sistema de referencia está constituido por varios elementos cuyos centros de curvatura están alineados con el centro del campo, la distorsión relativa total es igual a la suma de las distorsiones relativas de cada uno de los elementos. Debido a esta restricción, el método permite estudiar cualquier sistema de un solo espejo con posiciones arbitrarias de la pupila y el centro del campo, y sistemas de dos espejos con posición de pupila arbitraria. En este último caso se debe elegir el origen de coordenadas del campo alineado con los centros de curvatura. Para sistemas de más espejos es necesario que los centros de curvatura de cada uno de ellos, estén alineados.

Para evaluar la distorsión del sistema de referencia, mediante el método del Diagrama de Placas, es necesario escribir la expresión (3.5) en función de las variables que describen el diagrama. Como se indicó anteriormente el diagrama se construye en un espacio en donde los haces están colimados. Sin perder generalidad, se puede suponer que el espacio elegido para construir el Diagrama que representa el sistema en estudio, es el espacio objeto, y que la Cámara Schmidt, representada en la figura III.3, es el elemento  $i$ -ésimo del sistema de referencia. De este modo los puntos objetos, para ese elemento, están ubicados en el plano focal imagen del sistema formado por todos los elementos precedentes. A un punto objeto ubicado a distancia  $h$  del eje, le corresponde un haz de rayos paralelos en el espacio colimado que forma con el eje

del Diagrama un ángulo  $(\omega)$  tal que

$$\omega = -\frac{h}{f'} \quad (3.6)$$

donde  $f'$  es la distancia focal imagen del sistema precedente al elemento en consideración y  $(\omega)$  se mide del eje al rayo.

Reemplazando (3.3) y (3.6) en (3.5) la distorsión relativa resulta igual a:

$$\frac{\delta h'}{h'} - \frac{\delta h}{h} = \frac{\omega^2 \psi}{R\theta} f'^2 \frac{R}{S(S+R)} \quad (3.7)$$

Denominando  $X_c$  y  $X_m$  a las distancias al centro de curvatura y al vértice del espejo del elemento  $i$ -ésimo respectivamente, medidas desde el foco imagen del sistema precedente, se pueden determinar, a través de las fórmulas de Newton, las posiciones de las imágenes del centro de curvatura ( $X'_c$ ) y del vértice ( $X'_m$ ) en el espacio objeto, es decir el espacio colimado. Mediante algunas consideraciones en la fig. III.3 se deduce que

$$\frac{f'^2 R}{S(S+R)} = \frac{f'^2}{X_c} - \frac{f'^2}{X_m} = X'_c - X'_m \quad (3.8)$$

En la figura III.4 se representan, en el espacio colimado, las imágenes del espejo, de su centro de curvatura, del rayo principal y la línea que conecta los puntos objeto e imagen con el centro de curvatura. Evidentemente todos los rayos que provienen del mismo punto objeto serán paralelos en dicho espacio.  $C_0$ ,  $V_0$  y  $A_0$  señalan las posiciones de las imágenes del centro de curvatura del espejo, de la intersección del rayo principal con el eje y del

vértice del espejo respectivamente.  $P_o$  y  $A'_o$  indican las intersecciones con el espejo del rayo principal y del que une el punto objeto con el centro de curvatura.

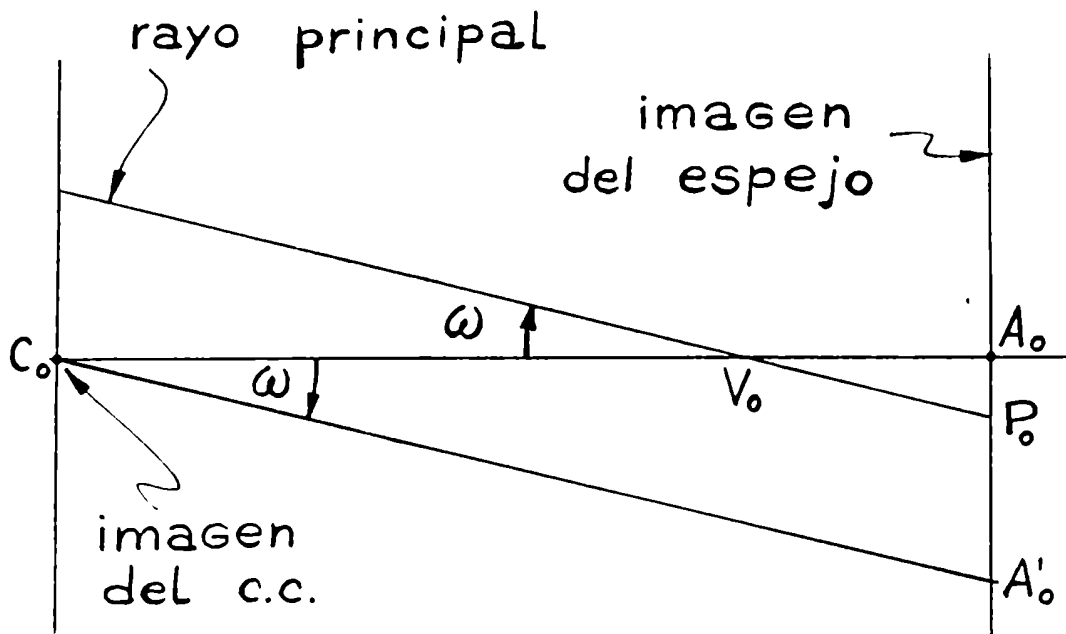


Figura III.4

La expresión (3.8) puede escribirse en términos de la distancia entre los puntos  $A_o$  y  $C_o$  :

$$\frac{f'^2 R}{S(S+R)} = \overline{A_o C_o} \quad (3.9)$$

Como las escalas transversales en los espacios objeto e imagen son proporcionales a primer orden, se deduce inmediatamente de las figuras III.3 y III.4 la siguiente relación.

$$\frac{\psi}{\theta} = \frac{\overline{A'P}}{\overline{AA'}} = \frac{\overline{A'_o P_o}}{\overline{A_o A'_o}} \quad (3.10)$$

Reemplazando (3.9) y (3.10) en (3.7), la expresión de la distorsión relativa debida al elemento en consideración, resulta

$$\frac{\delta h'}{h'} - \frac{\delta h}{h} = \frac{\omega^2}{R} \frac{\overline{A'_0 P_0}}{\overline{A_0 A'_0}} \overline{A_0 C_0} = \frac{\omega^2}{R} \overline{V_0 C_0} \quad (3.11)$$

Si la pupila del sistema está centrada, es decir localizada en  $V_0$ ,  $\overline{V_0 C_0}$  representa la distancia del centro de la pupila a la placa ubicada en el centro de curvatura del espejo  $i$ -ésimo. En término de las variables que describen el Diagrama, dicha distancia es  $l_i$ . Por otra parte, en término de dichas variables,  $\omega$  es igual a  $\alpha$  (en el caso en que el plano de la figura III. 4 sea el  $(\xi, X)$ ) o bien igual a  $\beta$  (si dicho plano es el  $(\xi, Y)$ ).

Por lo tanto la distorsión relativa a lo largo de un eje debida al elemento  $i$ -ésimo del sistema de referencia es, en término de las variables que describen el Diagrama, igual a

$$\frac{\delta h'}{h'} - \frac{\delta h}{h} = \frac{\alpha^2}{R_i} l_i \quad (\text{en dirección } X)$$

$$\frac{\delta h'}{h'} - \frac{\delta h}{h} = \frac{\beta^2}{R_i} l_i \quad (\text{en dirección } Y)$$

Por lo tanto la distorsión relativa total debida al sistema de referencia es:

$$\alpha^2 \sum_c \frac{l_i}{R_i} \quad (\text{en dirección } X)$$

(3.12)

$$\beta^2 \sum_c \frac{l_i}{R_i} \quad (\text{en dirección } Y)$$

El símbolo  $\sum_c$  significa la sumatoria sobre todas las placas ubicadas en los centros de curvatura de los espejos.

En el caso en que la pupila no esté centrada,  $\overline{V_0 C_0}$  será diferente para distintos puntos del campo. En este caso, el eje del Diagrama no coincide con la línea que une los centros de curvaturas de los espejos, y el centro de la pupila no es ahora  $V_0$  (fig. III.5). No existe, como en el caso anterior,

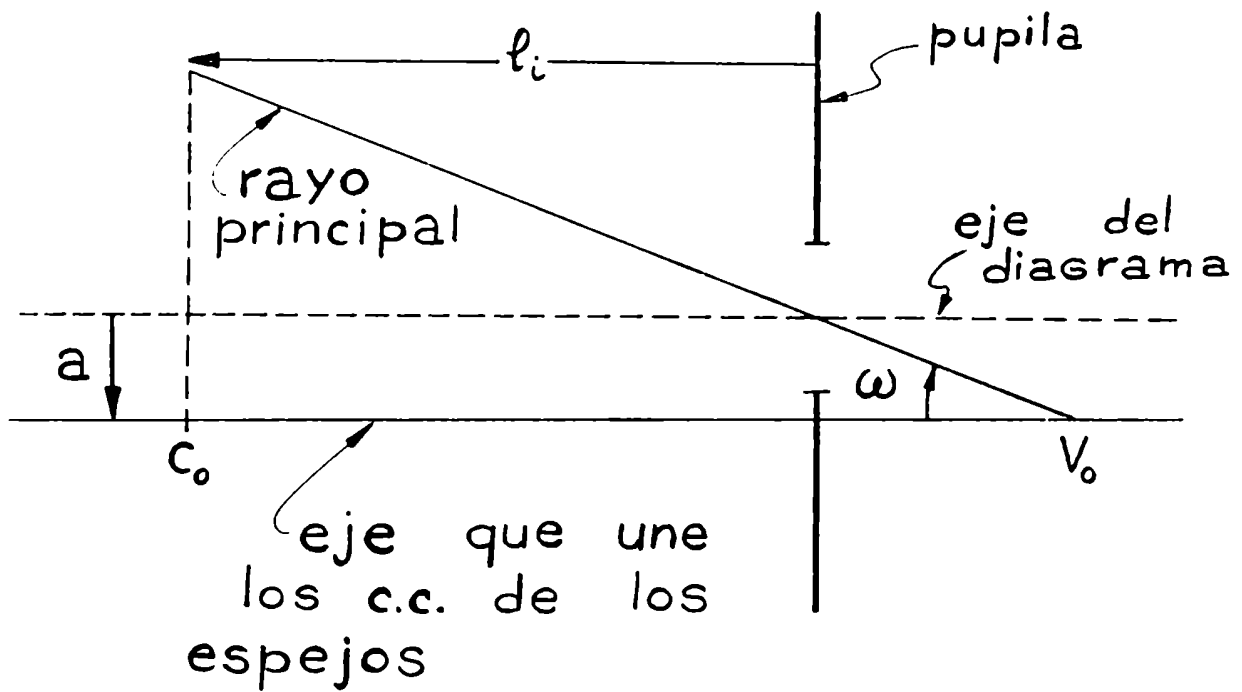


Figura III.5

un eje de simetría sino que hay un plano de simetría. Este plano está determinado por el centro de la pupila y la línea que une los centros de curvatura de los espejos.

De la figura III.5 se deduce que



$$\overline{V_0 C_0} = l_i - \frac{a}{\omega} \quad (3.13)$$

En término de las variables que describen el Diagrama,  $a = \xi_{0i}$  y  $\omega = \alpha$  cuando el plano de la figura III.5 es el  $(\xi, X)$ . Si el plano de dicha figura es el  $(\xi, Y)$  resulta  $a = \eta_{0i}$  y  $\omega = \beta$ .

Por lo tanto la distorsión relativa total introducida por el sistema de referencia cuando el plano de simetría es el  $(\xi, X)$ , es

$$\alpha^2 \sum_c \frac{l_i}{R_i} - \alpha \sum_c \frac{\xi_{0i}}{R_i} \quad (\text{en dirección } X)$$

$$\beta^2 \sum_c \frac{l_i}{R_i} \quad (\text{en dirección } Y) \quad (3.14)$$

y cuando el plano de simetría es el  $(\xi, Y)$  es

$$\alpha^2 \sum_c \frac{l_i}{R_i} \quad (\text{en dirección } X)$$

$$\beta^2 \sum_c \frac{l_i}{R_i} - \beta \sum_c \frac{\eta_{0i}}{R_i} \quad (\text{en dirección } Y) \quad (3.15)$$

Las expresiones (3.14) y (3.15) son válidas a lo largo de los ejes  $X$  e  $Y$  respectivamente, es decir, para el caso en que se consideran puntos objetos ubicados sobre el eje  $X$  o sobre el eje  $Y$ . Para calcular de un modo más general la distorsión introducida por el sistema de referencia, es necesario considerar puntos objetos con coordenadas  $X$  e  $Y$  arbitrarias.

En la figura III.6 se representa, en plano  $Y=0$ , un elemento cual-

quiera del sistema de referencia. Se trata de calcular la distorsión para puntos del campo que no están sobre el plano y que pertenecen a esferas conjugadas concéntricas con el espejo del elemento en consideración. La intersección de las esferas conjugadas con el plano del dibujo se indica en líneas llenas, mientras que las líneas punteadas representan la proyección sobre el plano  $\gamma=0$  de la intersección de aquellas esferas con el plano determinado por el rayo principal y su reflexión. La proyección del rayo principal sobre el plano  $\gamma=0$  corta al eje en el punto  $V$ .

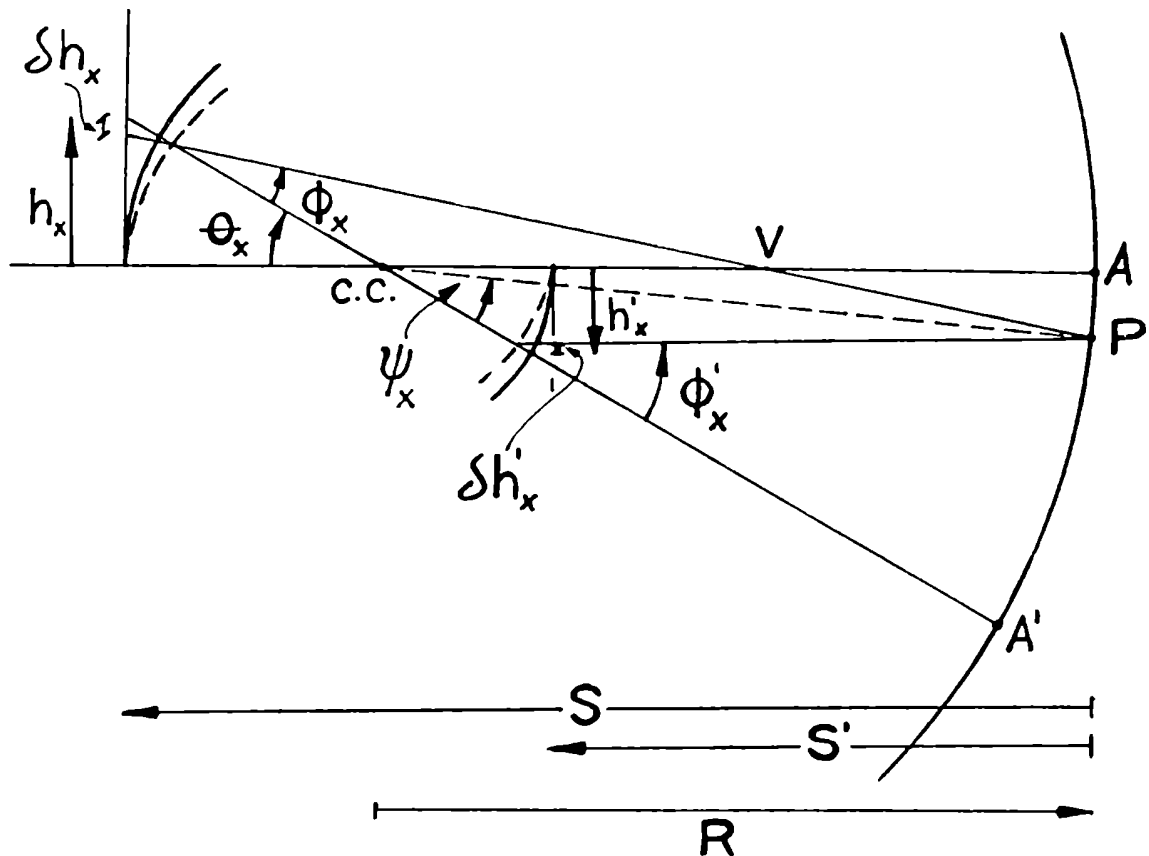


Figura III.6

De la figura III.6 se pueden calcular, a tercer orden, los desplazamientos de los puntos objeto e imagen:

$$\begin{aligned}\Delta h_x &= \frac{h_x^2 + h_y^2}{2(S+R)} \phi_x = h_x^2 \left(1 + \frac{h_y^2}{h_x^2}\right) \frac{\phi_x}{2(S+R)} \\ \Delta h'_x &= \frac{h_x'^2 + h_y'^2}{2(S'+R)} \phi'_x = h_x'^2 \left(1 + \frac{h_y'^2}{h_x'^2}\right) \frac{\phi'_x}{2(S'+R)}\end{aligned}\quad (3.16)$$

Dado que a un punto objeto ubicado a distancia  $h$  del eje le corresponde, en el espacio en que se construye el Diagrama, un haz de rayos paralelos, puede deducirse que:

$$\alpha = -\frac{h_x}{f'} \quad (3.17)$$

$$\beta = -\frac{h_y}{f'}$$

donde  $h_x$  y  $h_y$  son las coordenadas del punto objeto, y  $f'$  la distancia focal imagen del sistema precedente al elemento en consideración. Considerando a la imagen  $h'$  de  $h$  como objeto para el elemento siguiente y aplicando un razonamiento similar, se deduce que

$$\begin{aligned}\alpha &= -\frac{h'_x}{f'^*} \\ \beta &= -\frac{h'_y}{f'^*}\end{aligned}\quad (3.18)$$

donde  $h'_x$  y  $h'_y$  son las coordenadas del punto imagen, y  $f'^*$  es la distancia focal imagen del nuevo sistema.

De las expresiones (3.17) y (3.18) se verifica

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{h_x}{h_y} = \frac{h'_x}{h'_y} \quad (3.19)$$

Reemplazando (3.19) en (3.16) se obtiene la siguiente expresión para la distorsión relativa en dirección  $X$

$$\frac{\delta'_x}{h'_x} - \frac{\delta_x}{h_x} = \frac{\theta_x^2}{2} (\phi'_x - \phi_x) \left(1 + \frac{\beta^2}{\alpha^2}\right) \quad (3.20)$$

Esta expresión es similar a la (3.5), excepto por el factor  $(1 + \beta^2/\alpha^2)$  y el hecho de que aquí se han considerado las proyecciones de  $\theta$ ,  $\phi$  y  $\phi'$ . Por lo tanto, repitiendo los pasos anteriormente desarrollados, se puede obtener la distorsión relativa introducida por el sistema de referencia. Si el plano de simetría del sistema es el  $(\zeta, X)$ , las expresiones que permiten evaluar la distorsión relativa son:

$$(\alpha^2 + \beta^2) \sum_c \frac{l_i}{R_i} - \left(\alpha + \frac{\beta^2}{\alpha}\right) \sum_c \frac{\xi_{oi}}{R_i} \quad (\text{en dirección } X) \quad (3.21)$$

$$(\alpha^2 + \beta^2) \sum_c \frac{l_i}{R_i} \quad (\text{en dirección } Y)$$

Cuando el plano de simetría es el  $(\zeta, Y)$  dichas expresiones son

$$\begin{aligned}
 (\alpha^2 + \beta^2) \sum_c \frac{l_i}{R_i} & \quad (\text{en dirección } X) \\
 (\alpha^2 + \beta^2) \sum_c \frac{l_i}{R_i} - \left( \beta + \frac{\alpha^2}{\beta} \right) \sum_c \frac{\eta_{oi}}{R_i} & \quad (\text{en dirección } Y)
 \end{aligned} \tag{3.22}$$

Multiplicando por  $\alpha$  y  $\beta$  las expresiones de la distorsión relativa en las direcciones  $X$  e  $Y$  respectivamente, se obtienen las correspondientes desviaciones angulares. En el caso en que el plano de simetría es el  $(\xi, X)$  estas son:

$$\delta_{Xc} = (\alpha^3 + \beta^2 \alpha) \sum_c \frac{l_i}{R_i} - (\alpha^2 + \beta^2) \sum_c \frac{\eta_{oi}}{R_i} \tag{3.23}$$

$$\delta_{Yc} = (\alpha^2 \beta + \beta^3) \sum_c \frac{l_i}{R_i} \tag{3.23}$$

y cuando el plano de simetría es el  $(\xi, Y)$  resultan:

$$\begin{aligned}
 \delta_{Xc} &= (\alpha^3 + \beta^2 \alpha) \sum_c \frac{l_i}{R_i} \\
 \delta_{Yc} &= (\alpha^2 \beta + \beta^3) \sum_c \frac{l_i}{R_i} - (\beta^2 + \alpha^2) \sum_c \frac{\eta_{oi}}{R_i}
 \end{aligned} \tag{3.24}$$

Estas expresiones representan las desviaciones angulares debidas a distorsión introducida por el sistema de referencia, de sistemas reflectores fuera de eje que cumplen la condición de que los centros de curvatura de los

espejos componentes estén alineados.

Como se señaló en la sección 2.2.2, cuando el sistema en estudio es un espectrómetro, deben construirse dos diagramas, uno para el colimador y otro para la cámara. Por lo tanto las expresiones (3.23) y (3.24), según corresponda, permiten calcular tanto las desviaciones angulares introducidas por el sistema de referencia que representa al colimador, como las correspondientes al sistema de referencia que representa la cámara. Para distinguir unas de otras, y dado que las coordenadas que describen cada diagrama son diferentes, se señalan con un tilde, de ahora en adelante, las que corresponden a la cámara.

### 3.2 Distorsión introducida por la red

Para evaluar la distorsión introducida por un espectrómetro es necesario tener en cuenta, como se indicó en la sección 2.2.2, la contribución a la distorsión proveniente de la red.

La única aberración que, a tercer orden, presenta una red plana, cuando sobre ella incide un haz colimado, es distorsión. En un espectrómetro el frente de ondas incidente sobre la red no es plano a tercer orden, sino que está deformado por las aberraciones introducidas por los espejos que constituyen el colimador. Debido a estos errores de colimación la red presenta aberraciones de orden igual o superior al sexto, que no están contempladas en este método.

En esta sección se evalúa la contribución a la distorsión debida a una red plana, en términos de las variables que describen los Diagramas correspondientes al colimador y a la cámara de un espectrómetro.

Cuando un haz de luz incide perpendicularmente a los surcos de una red

plana, los ángulos de incidencia y difracción están relacionados a través de la conocida ecuación

$$d(\sin \phi_0 + \sin \phi'_0) = m\lambda \quad (3.25)$$

En forma más general, es decir cuando el haz incidente no está contenido en el plano perpendicular a los surcos (plano principal), se puede demostrar<sup>(2)</sup> que los cosenos directores de los rayos incidente y difractado están relacionados a través de las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 + c^2 &= a'^2 + b'^2 + c'^2 \\ a + a' &= m \frac{\lambda}{d} \\ c &= -c' \end{aligned} \quad (3.26)$$

En estas igualdades  $a$ ,  $b$  y  $c$  son las componentes de un vector unitario en la dirección del haz incidente. Dichas componentes son elegidas del siguiente modo:

- a: normal a las líneas y contenida en la superficie de la red
- b: normal a la red
- c: a lo largo de las líneas

Análogamente se definen  $a'$ ,  $b'$  y  $c'$  para el rayo difractado.

En la figura III.7 se representa la red, el sistema de coordenadas elegido, un vector unitario en la dirección del rayo incidente y sus componentes

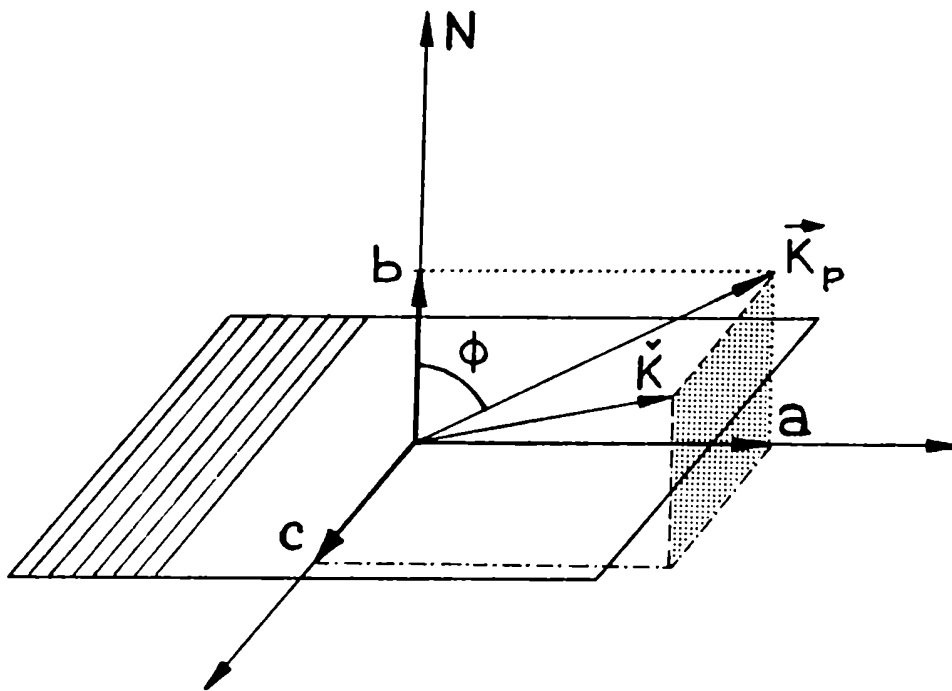


Figura III.7

Llamando  $\phi$  al ángulo determinado por la normal a la red y la proyección del vector unitario  $\vec{K}$  sobre el plano principal ( $\vec{K}_p$ ), es inmediato demostrar que

$$\text{sen } \phi = \frac{a}{\sqrt{1-c^2}} \quad (3.27)$$

Similarmente, para el rayo difractado se verifica que

$$\text{sen } \phi' = \frac{a'}{\sqrt{1-c'^2}} \quad (3.28)$$

Reemplazando estas expresiones en (3.26) se obtiene la ecuación general



$$\text{sen } \phi + \text{sen } \phi' = \frac{m\lambda}{d\sqrt{1-c^2}} \quad (3.29)$$

que en el caso en que el haz incidente esté contenido en el plano principal de la red ( $C=0$ ), se convierte en la conocida ecuación (3.25).

Como fue señalado anteriormente, el Diagrama de Placas se construye en un espacio en donde los haces están colimados. Resulta por lo tanto natural, cuando se estudia un espectrómetro con red plana, que dicho espacio sea, para el colimador, el espacio determinado por los haces incidentes sobre la red, y para la cámara, el espacio determinado por los haces difractados.

Como fue destacado al comienzo de este capítulo, la extensión del método desarrollada se restringe a sistemas que poseen siempre un plano de simetría. En la mayoría de los espectrómetros, y en particular, en todos los que en este trabajo son estudiados, la red constituye la pupila del sistema, el plano de simetría del colimador coincide con el de la cámara y es paralelo o normal a los surcos de la red. Por lo tanto, al calcular la distorsión que presenta la red, se consideran dos casos: el caso en que el plano de simetría es perpendicular a los surcos de la misma, y el caso en que dicho plano es paralelo.

En el primer caso, el plano de simetría coincide con el plano principal de la red, el eje del Diagrama está contenido en dicho plano y un rayo principal, proveniente de cualquier punto del campo, excepto el centro del mismo, no pertenece al plano de simetría. En la figura III.8 se representa un corte de la red por su plano principal, indicándose la normal  $N$ , el rayo principal  $A$  proveniente del centro del campo y su correspondiente difractado, y la proyección ( $B_p$ ), sobre el plano de simetría, de un rayo principal  $B$ , prove-

niente de otro punto del campo, y la proyección del correspondiente difractado.

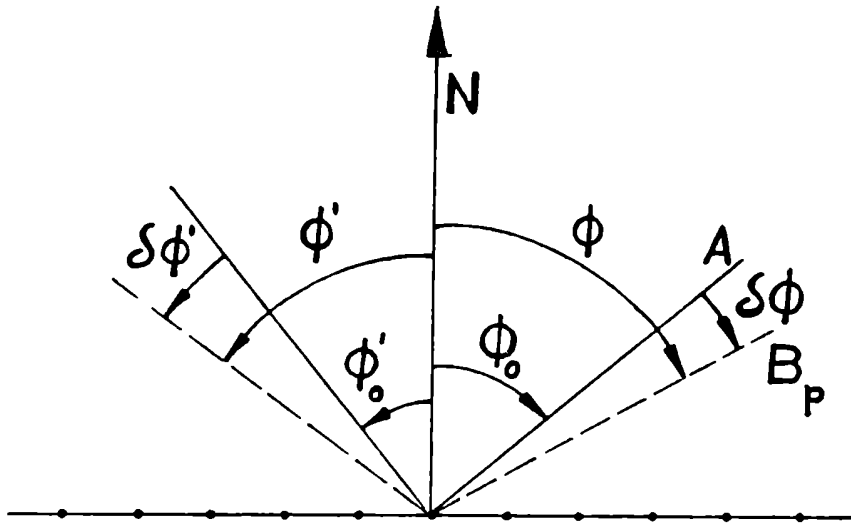


Figura III.8

El rayo proveniente del centro del campo, forma con la normal a la red, los ángulos  $\phi_0$  y  $\phi'_0$  y su componente a lo largo de los surcos es nula. La proyección  $B_P$  y la correspondiente difractada, forma con la normal los ángulos  $\phi$  y  $\phi'$  y tiene una componente (C) no nula a lo largo de las líneas de la red. Considerando en (3.29) pequeñas variaciones de  $\phi$  y  $\phi'$  alrededor de  $\phi_0$  y  $\phi'_0$  respectivamente, es decir para pequeños valores de la componente C, se puede calcular la distorsión introducida por la red. El considerar pequeñas variaciones de  $\phi$  y  $\phi'$ , implica que las curvaturas de la ranura de entrada y de las líneas espectrales, es pequeña. Esto siempre se verifica en los diseños de espectrómetros.

Con estas consideraciones y de (3.26) y (3.29) resulta

$$\Delta\phi' = \frac{d}{\lambda} c^2 \frac{\sin\phi_0 + \sin\phi'_0}{\cos\phi'_0} - \frac{\cos\phi_0}{\cos\phi'_0} \Delta\phi \quad (3.30)$$

$$c = -c'$$

Esta expresión muestra claramente que la red introduce distorsión, ya que la imagen de una ranura recta ( $\Delta\phi=0$ ) es curva ( $\Delta\phi' \neq 0$ ).

Se trata ahora de expresar la (3.30) en términos de las variables que describen los Diagramas correspondientes al colimador y a la cámara del espectrómetro.

En el caso en que el plano de simetría del colimador sea el  $(\zeta, X)$  y teniendo en cuenta que el rayo  $A$  coincide con el eje del diagrama del sistema, se verifica que

$$\begin{aligned} \Delta\phi &= \alpha_0 \\ c &= \sin\beta_0 \approx \beta_0 \end{aligned} \quad (3.31)$$

donde  $\alpha_0$  y  $\beta_0$  son los ángulos formados entre el eje  $\zeta$  (eje del diagrama) y las proyecciones del eje  $\mathcal{Z}$  (eje del haz) sobre los planos  $(\zeta, X)$  y  $(\zeta, Y)$  respectivamente (ver figura III.9).

Análogamente, se pueden relacionar  $c'$  y  $\Delta\phi'$  con las variables  $\beta'_0$  y  $\alpha'_0$  respectivamente, correspondientes al diagrama de la cámara. Dado que por razones prácticas que se explicarán más adelante, el Diagrama correspondiente a la cámara se construye considerando rayos ficticios por detrás de la red, obtenidos a partir de los difractados como una reflexión de los mismos en el plano que contiene la bisectriz entre los rayos incidentes y difractados correspon-

dientes al centro del campo, y es a su vez perpendicular al plano de simetría, se verifica:

$$\begin{aligned} \delta\phi' &= -\alpha'_0 \\ c' &= -\beta'_0 \end{aligned} \quad (3.32)$$

donde  $\alpha'_0$  y  $\beta'_0$  son los ángulos formados entre el eje  $\zeta'$  (eje del Diagrama de la cámara) y las proyecciones del eje  $\xi'$  (eje del haz) sobre los planos  $(\zeta', x')$  y  $(\zeta', y')$ , respectivamente.

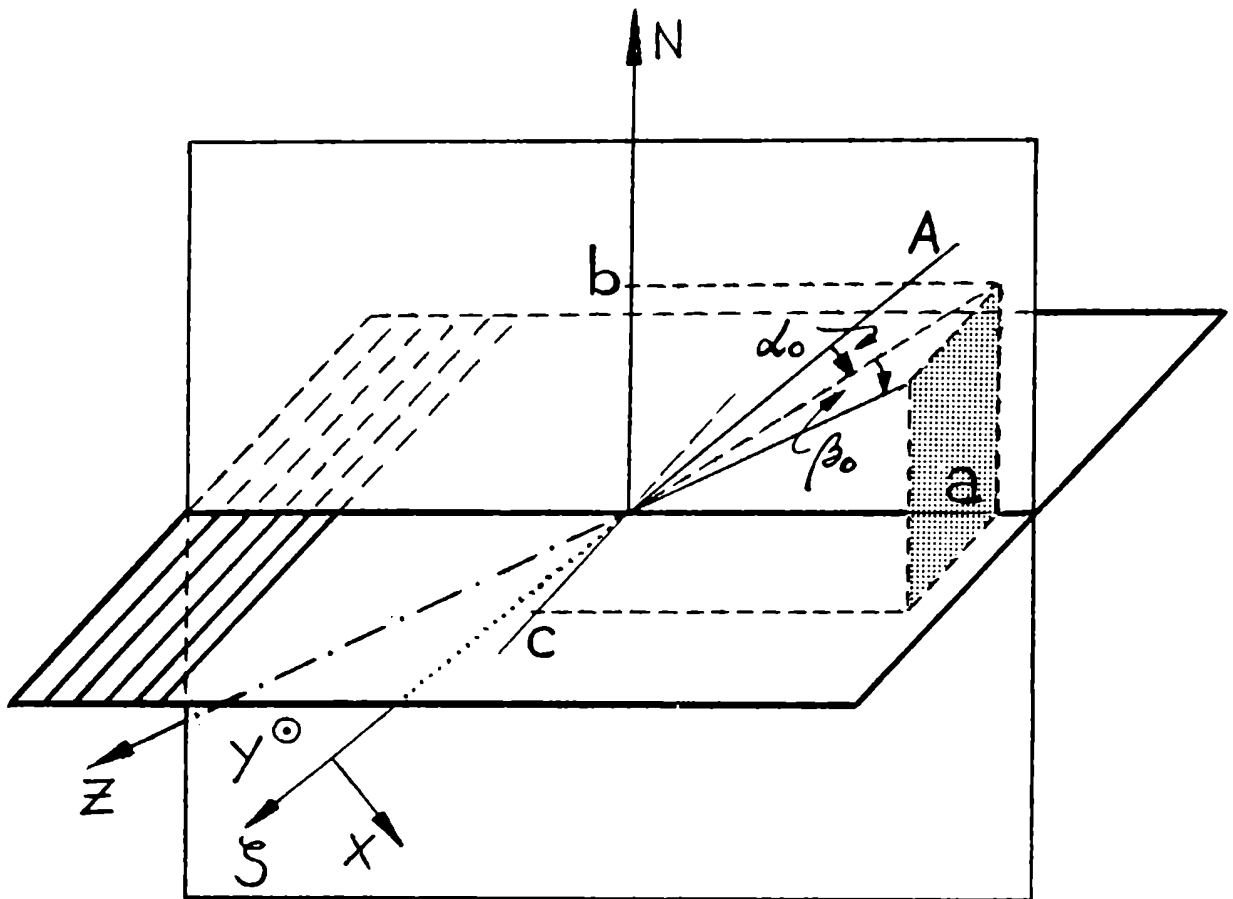


Figura III.9

Los ángulos del haz correspondientes a un punto objeto de coordenadas  $(X_r, Y_r)$  son, a primer orden

$$\begin{aligned}\alpha &= -\frac{X_r}{f} \\ \beta &= -\frac{Y_r}{f}\end{aligned}\tag{3.33}$$

donde  $f$  es la distancia focal del sistema óptico colimador. Mientras que a primer orden estos ángulos son idénticos a  $\alpha_0$  y  $\beta_0$ , resultan diferentes a tercer orden, ya que los espejos del sistema óptico colimador introducen distorsión. Por lo tanto los ángulos  $\alpha_0$  y  $\beta_0$  del haz incidente sobre la red son, a tercer orden, iguales a

$$\begin{aligned}\alpha_0 &= \alpha + (\delta_{X_p} + \delta_{X_c}) \\ \beta_0 &= \beta + (\delta_{Y_p} + \delta_{Y_c})\end{aligned}\tag{3.34}$$

donde  $\delta_{X_c}$ ,  $\delta_{Y_c}$ ,  $\delta_{X_p}$  y  $\delta_{Y_p}$  son las desviaciones angulares debidas a distorsión en las direcciones  $X$  e  $Y$ . El subíndice  $C$  corresponde a las desviaciones provenientes del sistema de referencia, mientras que el subíndice  $p$  corresponde a las provenientes de las placas.

Análogamente, los ángulos del haz  $\alpha'$  y  $\beta'$  correspondientes a las coordenadas del punto imagen sobre el espectro  $(X'_r, Y'_r)$ , están relacionados con los ángulos  $\alpha'_0$  y  $\beta'_0$  a través de las siguientes expresiones

$$\begin{aligned}\alpha' &= \alpha'_0 + \delta_{X'_p} + \delta_{X'_c} = \pm X'_r/f' \\ \beta' &= \beta'_0 + \delta_{Y'_p} + \delta_{Y'_c} = \pm Y'_r/f'\end{aligned}\tag{3.35}$$

donde  $f'$  es la distancia focal imagen del sistema óptico que constituye la cámara. El signo positivo corresponde al caso en que dicho sistema se comporta como reflector y el signo negativo corresponde al caso transmisor.

Reemplazando (3.31) y (3.32) en (3.30) se obtiene la distorsión introducida por la red, en función de las variables que describen los Diagramas del colimador y la cámara, resultando:

$$\alpha'_0 = -\frac{1}{2} \beta_0^2 \frac{\sin \phi_0 + \sin \phi'_0}{\cos \phi'_0} + \alpha_0 \frac{\cos \phi_0}{\cos \phi'_0} \quad (3.36)$$

$$\beta'_0 = \beta_0$$

Estas expresiones, junto con las (3.33) a (3.35), permiten calcular, a tercer orden, la posición del punto imagen correspondiente a un dado punto objeto, en el caso en que los surcos de la red son perpendiculares al plano de simetría del sistema.

En el caso en que dicho plano es paralelo a los surcos de la red, es necesario recalcular la expresión de la distorsión introducida por la misma. En la figura III.10 se representa la red, el plano principal, el plano de simetría, el rayo principal (A) proveniente del centro del campo objeto y el rayo principal (B) proveniente de un punto objeto arbitrario.

El rayo A está contenido en el plano de simetría, y su dirección coincide con el eje del diagrama ( $\zeta$ ). Las coordenadas X e Y se eligen de modo que el plano de simetría sea el ( $Y, \zeta$ ). La proyección del rayo A sobre el plano principal forma, con la normal a la red, un ángulo de incidencia  $\phi_1$ , y la componente a lo largo de los surcos ( $C_1$ ) de un versor en dirección del rayo A es igual a  $\sin \gamma$  ( $\gamma$  es el ángulo formado entre el

versor y su proyección sobre el plano principal).

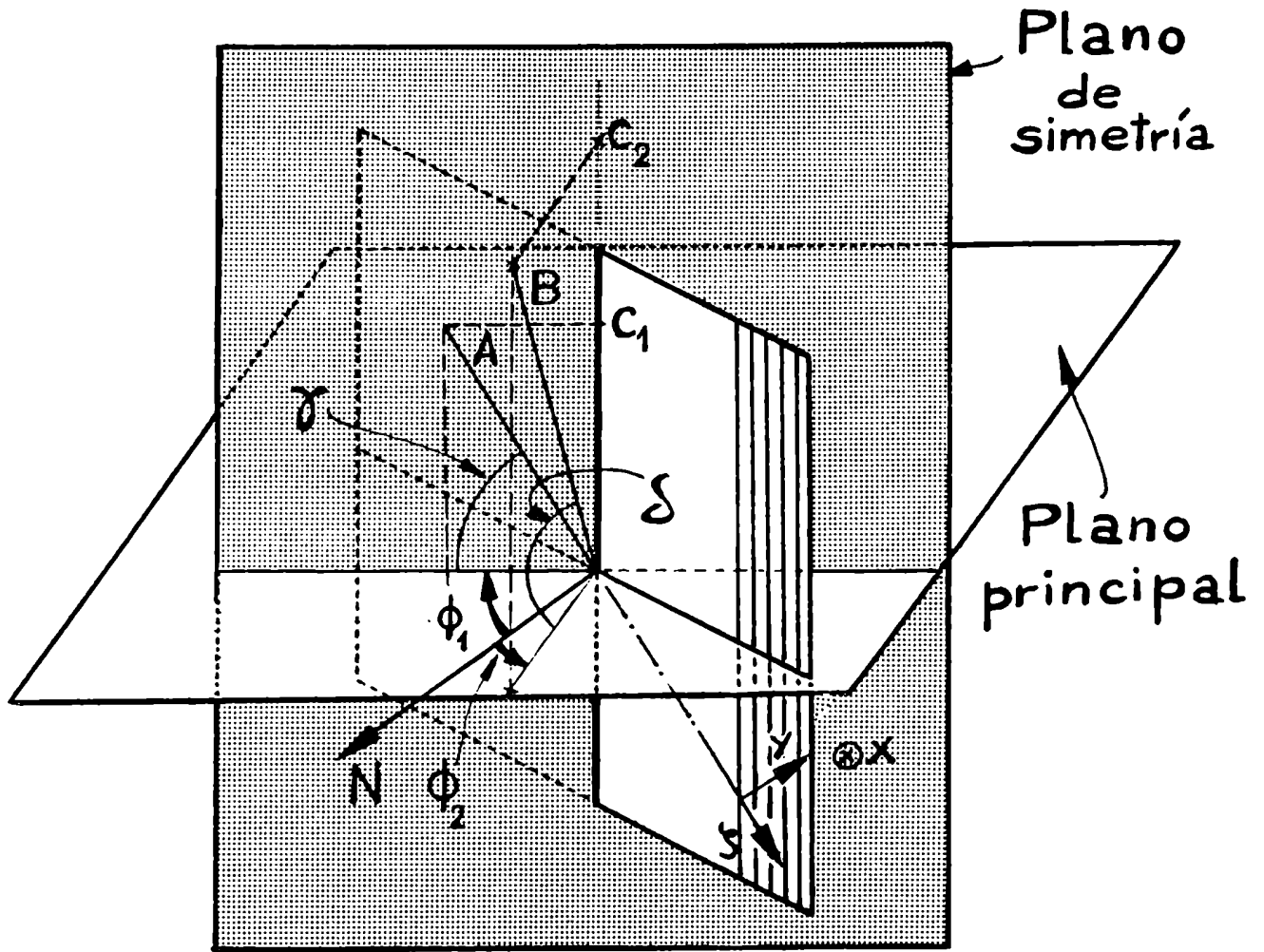


Figura III.10

El rayo principal  $B$ , proveniente de otro punto del campo, no está contenido en el plano de simetría y su proyección sobre el plano principal determina, con la normal a la red, un ángulo de incidencia  $\phi_2$ , y la componente a lo largo

de los surcos ( $C_2$ ) de un versor en la dirección del rayo  $B$  será igual a  $\text{sen } \delta$ . Proyectando dicho versor sobre los planos  $(\gamma, \zeta)$  y  $(x, \zeta)$  se verifica que:

$$\begin{aligned} c_2 &= \text{sen } \delta = \text{sen}(\delta - \beta_0) \\ \Delta\phi &= \phi_2 - \phi_1 = \alpha'_0 / \cos \delta \end{aligned} \quad (3.37)$$

Análogamente, para el rayo difractado se satisface:

$$\begin{aligned} c'_2 &= -\text{sen}(\delta - \beta'_0) \\ \Delta\phi' &= -\alpha'_0 / \cos \delta \end{aligned} \quad (3.38)$$

Considerando en (3.51), pequeñas variaciones de  $\phi$  y  $\phi'$  alrededor de  $\phi_1$  y  $\phi'_1$ , y suponiendo que el ángulo  $\delta$  es pequeño, (es decir del mismo orden de  $\beta_0$ ) se obtiene, en función de las variables de los Diagramas correspondiente al colimador y a la cámara, la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} \frac{\alpha'_0}{\cos \delta} &= -\frac{(\text{sen } \phi_1 + \text{sen } \phi'_1)}{\cos \phi'_1} \left( \frac{\beta_0^2}{2} - \delta \beta_0 \right) + \\ &+ \frac{\alpha'_0}{\cos \delta} \frac{\cos \phi_1}{\cos \phi'_1} \end{aligned} \quad (3.39)$$

Por otra parte, de (3.26) resulta  $C_2 = -C'_2$ , y por lo tanto se verifica:

$$\delta = \beta'_0 \quad (3.40)$$

Las expresiones (3.39) y (3.40) representan la distorsión introducida por la red en el caso en que el plano de simetría es paralelo a los surcos de



la misma. Al aplicar estas expresiones debe primero verificarse que la suposición acerca del ángulo  $\gamma$  sea correcta (en todos los diseños estudiados en este trabajo la suposición es válida).

### 3.3 Distorsión introducida por las placas

Las placas que constituyen el Diagrama del sistema óptico en estudio contribuyen, como fue señalado en el capítulo anterior, con una parte de la distorsión. Esta contribución está representada por la expresión (ver (2.9)):

$$-4 \sum_i \Gamma_i (\xi_i^2 + \eta_i^2) (x \xi_i + y \eta_i) \quad (3.41)$$

donde para sistemas fuera de eje se verifica que  $\xi_i = \xi_{oi} - \alpha l_i$  y  $\eta_i = \eta_{oi} - \beta l_i$ .

Si el plano de simetría es el  $(\zeta, X)$ , las coordenadas  $\eta_{oi}$  son nulas y por lo tanto las desviaciones angulares en las direcciones  $X$  e  $Y$  resultan (ver sección 2.2.3):

$$\begin{aligned} \delta_{Xp} = & -4 \sum_i \Gamma_i (\xi_{oi}^3 - \alpha^3 l_i^3 + 3 \xi_{oi} \alpha^2 l_i^2 - \\ & - 3 \xi_{oi}^2 \alpha l_i + \beta^2 l_i^2 \xi_{oi} - \beta^2 l_i^3 \alpha) \end{aligned} \quad (3.42)$$

$$\begin{aligned} \delta_{Yp} = & -4 \sum_i \Gamma_i (-\beta l_i \xi_{oi}^2 - \beta l_i^3 \alpha^2 + \\ & + 2 \beta l_i^2 \alpha \xi_{oi} - \beta^3 l_i^3) \end{aligned}$$

En el caso en que el plano de simetría sea el  $(\zeta, Y)$ , las coordenadas  $\xi_{oi}$  son nulas y las desviaciones angulares son:

$$\begin{aligned} \delta_{x_p} = & -4 \sum_i \Gamma_i (-\alpha l_i \eta_{oi}^2 - \alpha l_i^3 \beta^2 + \\ & + 2 \alpha \beta l_i^2 \eta_{oi} - \alpha^3 l_i^3) \end{aligned} \quad (3.43)$$

$$\begin{aligned} \delta_{y_p} = & -4 \sum_i \Gamma_i (\eta_{oi}^3 - \beta^3 l_i^3 + 3 \eta_{oi} \beta^2 l_i^2 - \\ & - 3 \eta_{oi}^2 \beta l_i + \alpha^2 l_i^2 \eta_{oi} - \beta \alpha^2 l_i^3) \end{aligned}$$

Sumando estas expresiones a las (3.23) y (3.24) respectivamente, se pueden evaluar las desviaciones angulares correspondientes a distorsión del sistema en estudio.

Si el sistema en estudio es un espectrómetro, es necesario adicionar, además, la contribución introducida por la red (ver expresiones (3.34), (3.35), (3.36), (3.39) y (3.40)).

### 3.4 Curvatura de ranuras

Debido a la distorsión presente en un espectrómetro, la imagen de una ranura recta es curva, su curvatura depende de los ángulos de incidencia y difracción sobre la red (ver (3.30)), y por lo tanto de la longitud de onda. Esto es un efecto poco deseado en un espectrómetro, ya que en este caso la forma de la ranura de salida sólo puede adaptarse exactamente con una única línea espectral.

Sin embargo, en todos aquellos espectrómetros (a excepción del Littrow) en que, el plano de simetría, del colimador y la cámara, es normal a los surcos

de la red, es posible conseguir, eligiendo adecuadamente la curvatura de la ranura de entrada, que la curvatura de las líneas espectrales sea independiente de la longitud de onda. Tomando como punto de partida la expresión que representa la distorsión introducida por la red (3.36), se encuentran las relaciones apropiadas entre  $\alpha_0$ ,  $\alpha'_0$ ,  $\beta_0$  y  $\beta'_0$  que satisfacen la condición requerida. En efecto, reescribiendo la (3.36) resulta:

$$(\omega_0 - \omega'_0) \operatorname{ctg} \frac{\phi_0 + \phi'_0}{2} - (\omega_0 + \omega'_0) \operatorname{tg} \frac{\phi_0 - \phi'_0}{2} = \beta_0^2 \quad (3.44)$$

$$\beta_0 = \beta'_0$$

Esta expresión depende de la longitud de onda ( $\lambda$ ) a través de  $\phi_0$  y  $\phi'_0$ . Sin embargo es interesante destacar, que si bien  $\phi_0$  y  $\phi'_0$  varían con  $\lambda$ , la diferencia  $\phi_0 - \phi'_0$  es constante (ver figura III.8). Por lo tanto, para que esta expresión resulte independiente de  $\lambda$ , se deben satisfacer las siguientes condiciones:

$$\omega_0 = \omega'_0 \equiv \rho_0 \beta_0^2 = -\frac{1}{2} \operatorname{ctg} \frac{\phi_0 - \phi'_0}{2} \beta_0^2 \quad (3.45)$$

$$\alpha_0 = \alpha'_0$$

Para encontrar la curvatura de la ranura de entrada y la de su imagen, es necesario considerar, además de estas expresiones, la distorsión introducida por los espejos del colimador y la cámara. Dado que los errores debidos a los espejos (ver expresiones (3.23) y (3.42)) son independientes de  $\lambda$ , la curvatura de la imagen resulta, imponiendo la (3.45), invariante frente a los cambios de la longitud de onda. La curvatura ( $1/\rho_c$ ) de una ranura de entrada que satisface la ecuación:

$$X_r = -\frac{Y_r^2}{2\rho_e} \quad (3.46)$$

resulta formalmente igual a (ver expresiones (3.33) y (3.34)).

$$\frac{1}{\rho_e} = \frac{2}{f} \frac{(\alpha_0 - \delta_{x_p} - \delta_{x_c})}{(\beta_0 - \delta_{y_p} - \delta_{y_c})^2} \quad (3.47)$$

Análogamente, si la línea espectral satisface la ecuación

$$X'_r = -\frac{Y_r'^2}{2\rho_s} \quad (3.48)$$

la curvatura de la imagen resulta igual a

$$\frac{1}{\rho_s} = \frac{2}{f'} \frac{(\alpha'_0 + \delta_{x'_p} + \delta_{x'_c})}{(\beta'_0 + \delta_{y'_p} + \delta_{y'_c})^2} \quad (3.49)$$

Para que esta expresión sea independiente de  $\lambda$ ,  $\alpha'_0$  y  $\beta'_0$  deben estar relacionados con  $\alpha_0$  y  $\beta_0$  a través de la condición impuesta en (3.45). De este modo, se pueden evaluar las curvaturas adecuadas de las ranuras de entrada y salida de cualquier espectrómetro en que el plano de simetría sea perpendicular a los surcos de la red. La forma de la ranura de salida, así calculada, se "adapta" satisfactoriamente a todas las líneas del espectro.

En el caso particular en que se desprecie la distorsión introducida por los espejos, las curvaturas de las ranuras de entrada y salida son iguales a

$$\frac{1}{\rho_e} = -\frac{1}{f'} \operatorname{ctg} \frac{\phi_0 - \phi'_0}{2} \quad (3.50)$$

$$\frac{1}{\rho_s} = -\frac{1}{f'} \operatorname{ctg} \frac{\phi_o - \phi'_o}{2} \quad (3.51)$$

Estos resultados coinciden con los encontrados por Rupert<sup>(4)</sup> y Stroke<sup>(3)</sup>. Stroke consideró solamente la red y mostró, en forma exacta, que las imágenes correspondientes a puntos objeto ubicados sobre un círculo cuyo radio es proporcional a  $\operatorname{tg} \frac{\phi'_o - \phi_o}{2}$ , están también sobre el mismo círculo independientemente de la posición de la red, es decir de  $\lambda$  (ver figura III.11).

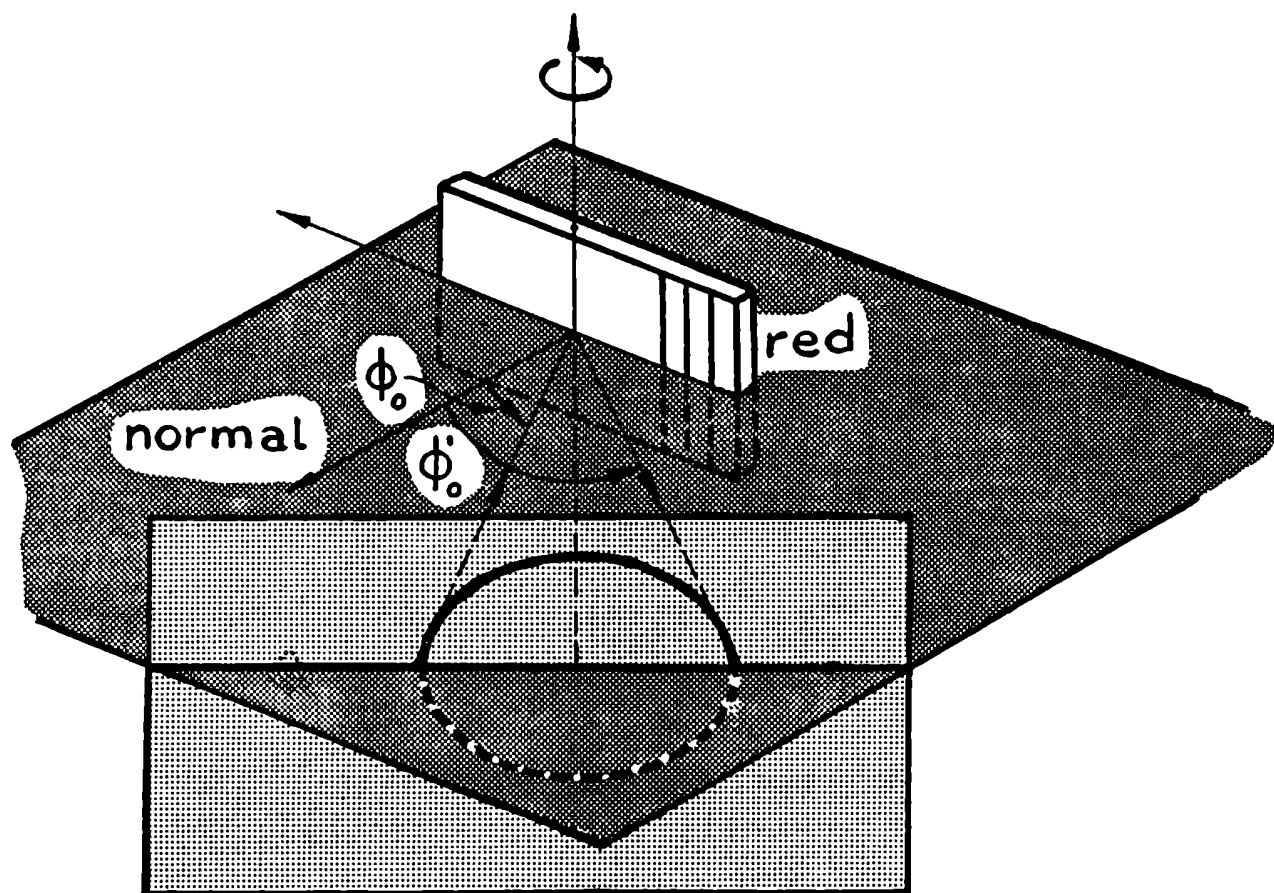


Figura III.11

La demostración de Stroke permite deducir inmediatamente que en aquellos espectrómetros en que el plano de simetría, del colimador y la cámara, es paralelo a los surcos de la red, no es posible satisfacer la condición de invariancia de la línea espectral, dado que ésta implicaría utilizar ranuras perpendiculares a los surcos de la red. Por lo tanto, en estos diseños, la forma de la ranura de salida sólo puede "adaptarse" exactamente con una única línea espectral, siendo ésta la gran desventaja que presentan este tipo de espectrómetros.

C A P I T U L O   I V

CALCULO DE LA CURVATURA DE CAMPO

#### IV. CALCULO DE LA CURVATURA DE CAMPO

En este capítulo se desarrolla la extensión del método de Burch, para sistemas fuera de eje, que permite calcular la curvatura de campo introducida por el sistema de referencia. La extensión se restringe, al igual que en el caso de la distorsión, a sistemas reflectores que satisfacen la condición de que los centros de curvatura de los espejos que constituyen el sistema, están alineados.

Se calcula, en primer lugar, la curvatura de campo introducida por el sistema de referencia, en función de los radios de curvatura de los elementos que constituyen dicho sistema. Posteriormente se evalúa la deformación del frente de ondas debida al sistema de referencia, en función de las variables que describen el diagrama de placas correspondiente al sistema en estudio.

##### 4.1 Curvatura de campo introducida por el sistema de referencia

En la figura IV.1 se representa una Cámara Schmidt sobre la que inciden haces provenientes de un objeto en el infinito. Como fue mencionado en la sección 2.1, la superficie focal es esférica, concéntrica con el espejo, y su radio de curvatura es igual a la mitad del radio de curvatura del espejo Schmidt. Por lo tanto la curvatura de la imagen correspondiente a un objeto en el infinito, es igual a  $-1/R/2$ . (El signo menos se debe a que, por convención, la curvatura de la superficie imagen se considera positiva cuando presenta su cara cóncava a la luz). Esta curvatura representa la curvatura de campo introducida por el sistema de referencia en el caso en que dicho sistema esté constituido por un único elemento. Si tal sistema está formado por varias cámaras, resulta conveniente, para evaluar la curvatura de campo debida al sistema de referencia,



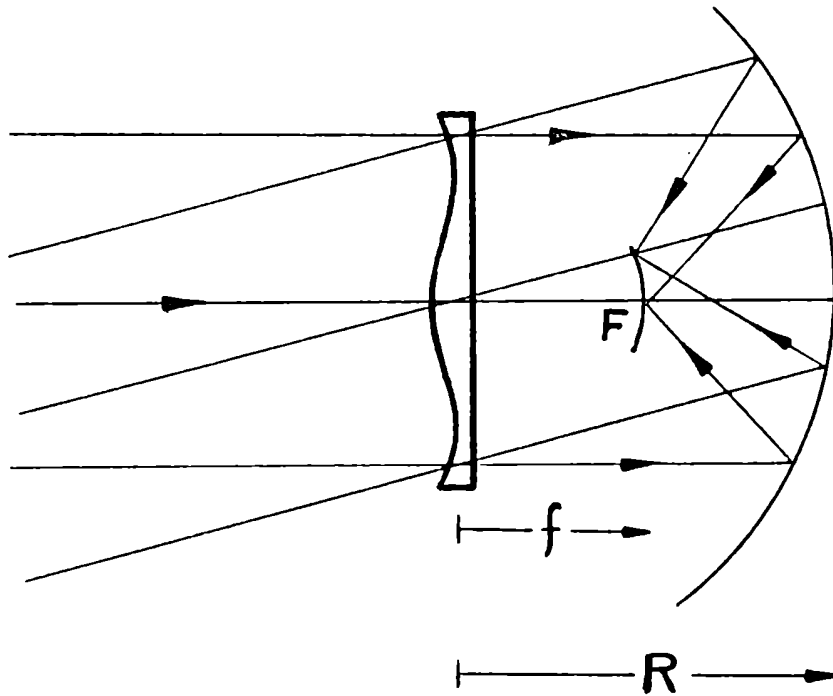


Figura IV.1

calcular primero la contribución de una cualquiera de dichas cámaras y luego sumar sobre todas ellas. Evidentemente, la superficie imagen correspondiente a uno de tales elementos, sirve de objeto para el siguiente, y por lo tanto es necesario, al calcular la contribución de una cámara, considerar un objeto curvo. Para arribar a este resultado resulta útil considerar primero un objeto esférico y concéntrico con el espejo, luego uno plano, y finalmente uno de curvatura arbitraria.

En la figura IV.2 se representa una cualquiera de las cámaras y el objeto esférico (la placa correctora no se ha dibujado por simplicidad). Independientemente de la posición de la pupila y, por razones de simetría, la imagen es, con

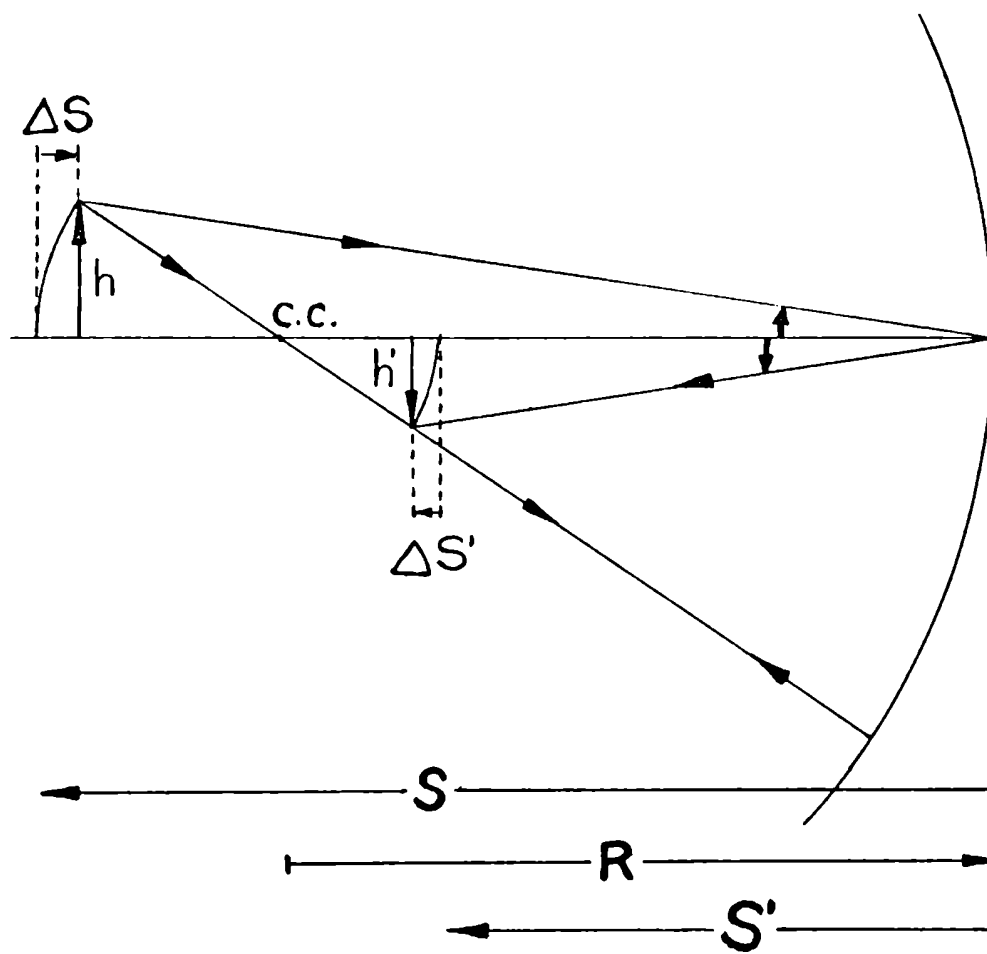


Figura IV.2

una precisión de tercer orden, también esférica y concéntrica con el espejo. La imagen de un punto objeto sobre el eje, está a distancia  $S'$  del espejo, mientras que la imagen de un punto a una altura  $h$  del eje y ubicado a distancia  $S + \Delta S$  del vértice del espejo, está a distancia  $S' + \Delta S'$  del mismo y a una altura  $h'$  del eje. Los desplazamientos  $\Delta S$  y  $\Delta S'$  están relacionados con los radios de curvatura de las superficies objeto ( $S + R$ ) e imagen ( $S' + R$ ) del siguiente modo:

$$\Delta S = - \frac{h^2}{2(S+R)} \quad (4.1)$$

$$\Delta S' = - \frac{h'^2}{2(S'+R)}$$

La curvatura de la imagen cambia si en vez de considerarse un objeto esférico, se considera uno plano, tangente al anterior en el punto axial. Para calcular dicha curvatura, basta con evaluar el desplazamiento  $\delta S'$  que sufre el punto imagen ubicado a una altura  $h'$  del eje, cuando se produce un corrimiento  $\delta S = -\Delta S$  en su correspondiente punto objeto. A primer orden la posición de dos puntos conjugados está dada por la conocida expresión

$$\frac{1}{S} + \frac{1}{S'} = -\frac{2}{R} \quad (4.2)$$

Por lo tanto, a una variación  $\delta S = -\Delta S$  en la posición del objeto, le corresponde una variación  $\delta S'$  en la posición de la imagen:

$$\delta S' = \frac{S'^2}{S^2} \Delta S \quad (4.3)$$

El desplazamiento del punto imagen, respecto del plano tangente a la superficie imagen en el punto axial, es  $\Delta S' + \delta S'$  (ver figura IV.3).

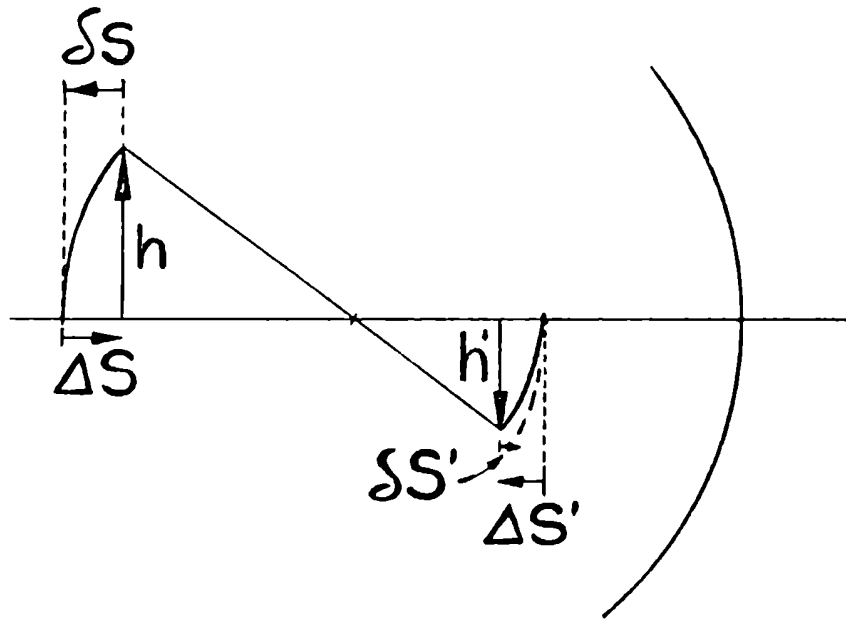


Figura IV.3

Este desplazamiento resulta igual a (expresiones (4.1) y (4.3)):

$$\Delta S' + \delta S' = -\frac{h'^2}{2(S'+R)} - \frac{S'^2}{S^2} \frac{h^2}{2(S+R)} \quad (4.4)$$

Teniendo en cuenta la relación que verifican las alturas  $h$  y  $h'$  (ver figura IV.2)

$$\frac{h}{S + \Delta S} = -\frac{h'}{S' + \Delta S'} \quad (4.5)$$

y despreciando términos en  $\Delta S^2$  y  $\Delta S'^2$  se obtiene de (4.4):

$$\Delta S' + \delta S' = -\frac{h'^2}{2} \left( \frac{1}{S'+R} + \frac{1}{S+R} \right) \quad (4.6)$$

donde  $\frac{1}{S+R}$  representa la curvatura de la superficie objeto concéntrica con el espejo, y  $-\frac{1}{S'+R}$  la correspondiente a su imagen.

Relacionando  $S$  y  $S'$  a través de la ecuación de Gauss resulta:

$$\Delta S' + \delta S' = -\frac{h'^2}{2} \left( \frac{1}{R/2} \right) \quad (4.7)$$

Por lo tanto, la imagen correspondiente a un objeto plano, es curva, y su curvatura es (con una precisión del tercer orden) igual a  $-\frac{1}{R/2}$ . Por otra parte, la curvatura resulta independiente de la posición del objeto, y la superficie imagen se curva en la misma dirección del espejo.

Siguiendo un procedimiento similar al empleado en el caso en que el objeto es plano, se calcula, en forma inmediata, la curvatura ( $P'$ ) de la superficie imagen correspondiente a un objeto de curvatura arbitraria ( $P$ ), no concéntrico con el espejo:

$$P' = -\left( \frac{1}{R/2} - P \right) \quad (4.8)$$

Considerando esta imagen como objeto para la siguiente cámara, y así siguiendo hasta llegar a la última cámara, se obtiene finalmente la curvatura del campo correspondiente a un objeto de curvatura  $P_0$  arbitraria, a través del sistema de referencia. Esta resulta igual a:

$$P' = \left[ \sum_{i=1}^n -\frac{1}{R_i/2} + P_0 \right] \quad (4.9)$$

donde los  $R_i$  son los radios de curvatura de los  $n$  espejos Schmidt.

#### 4.2 Deformación del frente de ondas introducida por el sistema de referencia

Se trata, en esta sección, de calcular la deformación del frente de ondas ( $\mathcal{Z}_r$ ), debida a curvatura de campo, en función de las variables que describen el Diagrama de Placas. Se considera, en primer lugar, el caso en que dicho sistema sea centrado, y en segundo lugar, el caso de sistemas fuera de eje.

##### 4.2.1 Sistemas Centrados

En la figura IV.4 se representa un haz de rayos paralelos (a primer orden) y la pupila del sistema en el espacio colimado; los planos principales del sistema ideal que sucede al espacio colimado ( $\Pi$  y  $\Pi'$ ), y la superficie imagen (de curvatura  $P'$ ) obtenida a través del sistema de referencia. (A esta superficie se la denomina superficie de Petzval. El nombre proviene de denominar a la curvatura de campo correspondiente a sistemas libres de astigmatismo, curvatura de Petzval). Se supuso, arbitrariamente, que el plano de simetría del sistema es el ( $\zeta, X$ ) y, por lo tanto, el ángulo entre el eje del diagrama  $\zeta$  y el rayo principal ( $\mathcal{Z}$ ) correspondiente al punto objeto considerado,

es igual a  $\alpha$ .

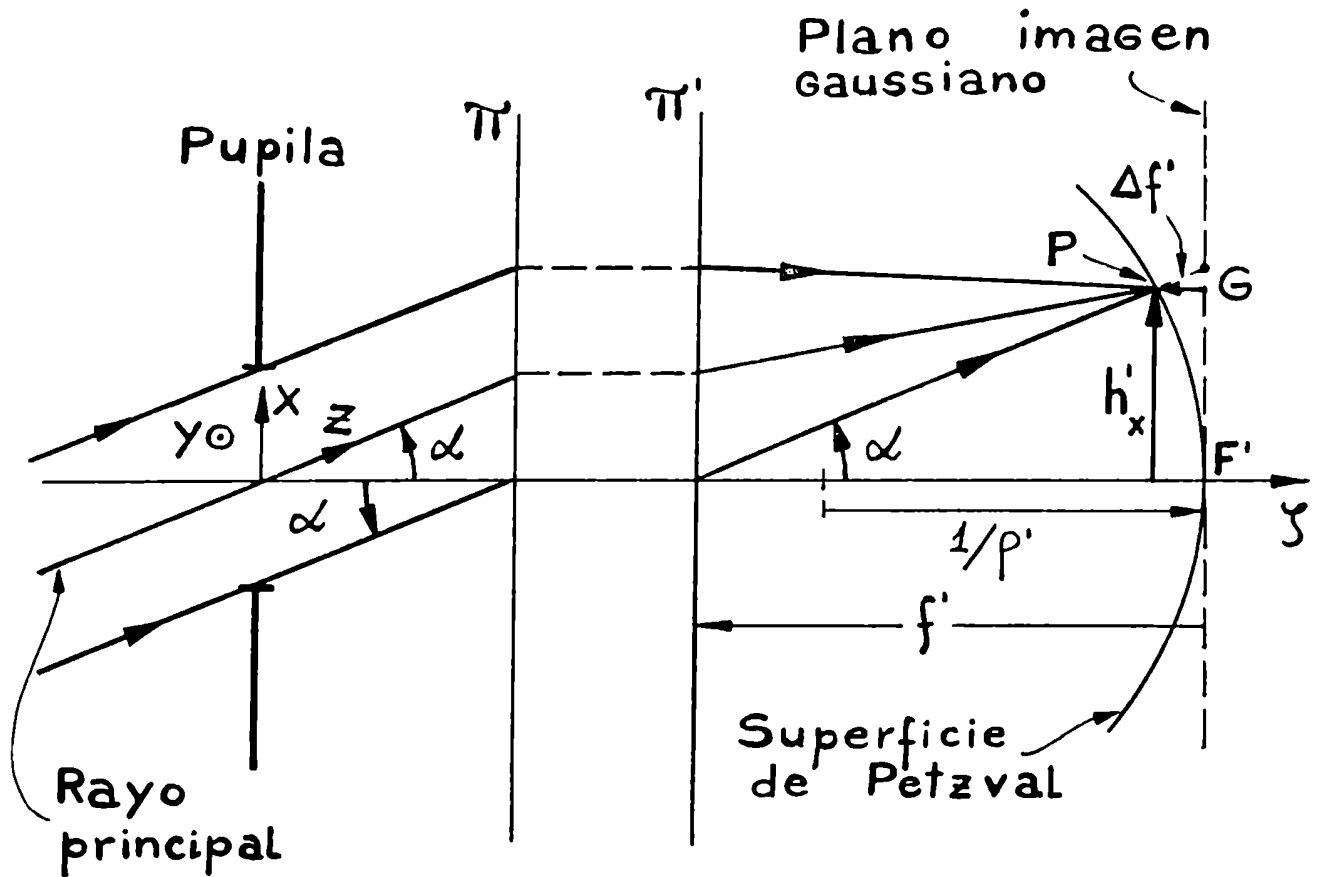


Figura IV.4

Debido a que el haz de rayos provenientes de un dado punto objeto, no es (a tercer orden) paralelo, focaliza sobre un punto ( $P$ ) de la superfi-

cie de Petzval y no sobre el plano imagen gaussiano (G).

El desenfoque  $\Delta f'$  del punto imagen, respecto del plano gaussiano, es igual a:

$$\Delta f' = -\frac{h_x'^2}{2} p' \quad (4.10)$$

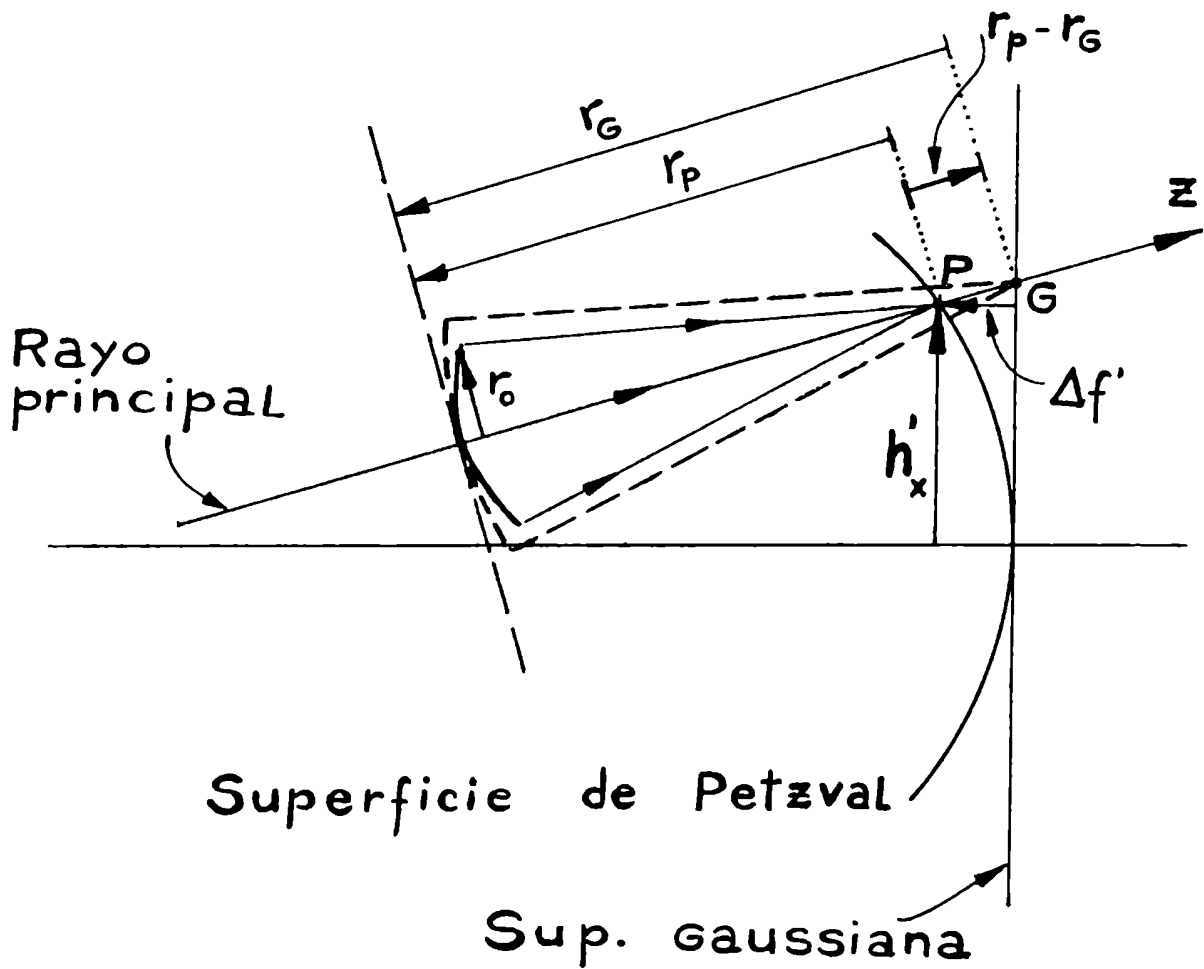


Figura IV.5



Comparando el frente de ondas que emerge del sistema de referencia focalizando en  $P$ , con el frente ideal que focaliza en  $G$ , se puede calcular la deformación del frente de ondas debida a curvatura de campo. En la figura IV.5 se representan estos frentes de onda. Resulta inmediato deducir de la misma, que la deformación del frente de ondas ( $\mathcal{Z}_0$ ), en un punto  $r_0$ , es:

$$\mathcal{Z}_0 = \frac{r_0^2}{2r_G^2} (r_P - r_G) \quad (4.11)$$

donde  $r_P$  y  $r_G$  representan los radios de curvatura de las ondas que focalizan en  $P$  y en  $G$  respectivamente. De la misma figura se verifica que, a primer orden,  $(r_P - r_G) = -\Delta f'$ , y por lo tanto  $\mathcal{Z}_0$  resulta:

$$\mathcal{Z}_0 = \frac{r_0^2}{4r_G^2} h_x'^2 \rho' \quad (4.12)$$

De acuerdo al método de Burch,  $\mathcal{Z}_0$  no cambia a medida que las ondas se propagan en el espacio, por lo tanto la (4.12) puede expresarse en función de las coordenadas  $X$  e  $Y$  sobre la pupila, del siguiente modo:

$$\mathcal{Z}_0 = \frac{r^2}{4f'^2} h_x'^2 \rho' \quad (4.13)$$

donde  $r^2 = X^2 + Y^2$  y  $f'$  representa la distancia focal imagen del sistema que sucede al espacio colimado.

Resulta inmediato, debido a la simetría del sistema, que la deformación  $\mathcal{Z}_0$  proveniente de un punto objeto que no pertenece al plano ( $\zeta, X$ ), es igual a:

$$\mathcal{Z}_0 = \frac{r^2}{4f'^2} (h_x'^2 + h_y'^2) \rho' \quad (4.14)$$

donde  $h_x' = -\alpha f'$  y  $h_y' = -\beta f'$

$\mathcal{Z}_0$  resulta positiva o negativa de acuerdo al signo de la curvatura de la superficie de Petzval. Una curvatura positiva implica un  $\mathcal{Z}_0$  también positivo y, por lo tanto, el frente de ondas que converge sobre la superficie imagen está adelantado respecto del frente ideal. En virtud de que en este trabajo se consideran convencionalmente positivos los retardos en el frente de ondas (ver sección 2.2.3), la expresión (4.14) debe multiplicarse por (-1). Por lo tanto la deformación del frente de ondas debida a curvatura de campo introducida por el sistema de referencia ( $\mathcal{Z}_r$ ) es, en término de las variables que describen el Diagrama de Placas:

$$\mathcal{Z}_r = \frac{r^2}{2R} = -\frac{r^2}{4f'^2} (\alpha^2 + \beta^2) \rho' = \frac{r^2}{2f'^2} \Delta f' \quad (4.15)$$

donde:  $R = -\frac{2}{(\alpha^2 + \beta^2) \rho' \Delta f'}$  representa, en el espacio colimado, el radio de curvatura de la onda deformada.

Finalmente, la curvatura de campo presente en un sistema óptico centrado está dada por:

$$\mathcal{Z}_e = 2r^2 \sum_i \Gamma_i (\xi_i^2 + \eta_i^2) - \frac{r^2}{4f'^2} (\alpha^2 + \beta^2) \rho' \quad (4.16)$$

En esta expresión, el primer término corresponde a la deformación introducida por las placas que constituyen el Diagrama, mientras que el segundo corresponde a la introducida por el sistema de referencia.

#### 4.2.2 Sistemas fuera de eje

La curvatura de campo es independiente de la posición de la pupila, es decir la pupila no cambia ni recorta el campo. Por lo tanto la expresión (4.9) permite calcular, también en este caso, la curvatura de Petzval introducida por el sistema de referencia.

En la figura IV.6 se representa, en el espacio colimado, un rayo principal ( $\mathcal{Z}$ ) proveniente de un punto objeto arbitrario y la pupila descentrada; los planos principales ( $\mathcal{T}$  y  $\mathcal{T}'$ ) del sistema ideal que sucede al espacio colimado y la superficie de Petzval correspondiente a la superficie objeto considerada.

De la figura puede observarse que, a diferencia de lo que ocurre cuando el sistema es centrado, el eje del diagrama ( $\mathcal{S}$ ) no es ortogonal a la superficie de Petzval. Eligiendo arbitrariamente el plano imagen ( $X_r, Y_r$ ) ortogonal a  $\mathcal{S}$ , es necesario, para calcular el desenfoque de cada punto imagen respecto de dicho plano (y posteriormente evaluar la deformación del frente de ondas ( $\mathcal{Z}_r$ )) expresar la ecuación que representa la superficie imagen, en función de las coordenadas ( $X_r, Y_r, \mathcal{S}$ ).

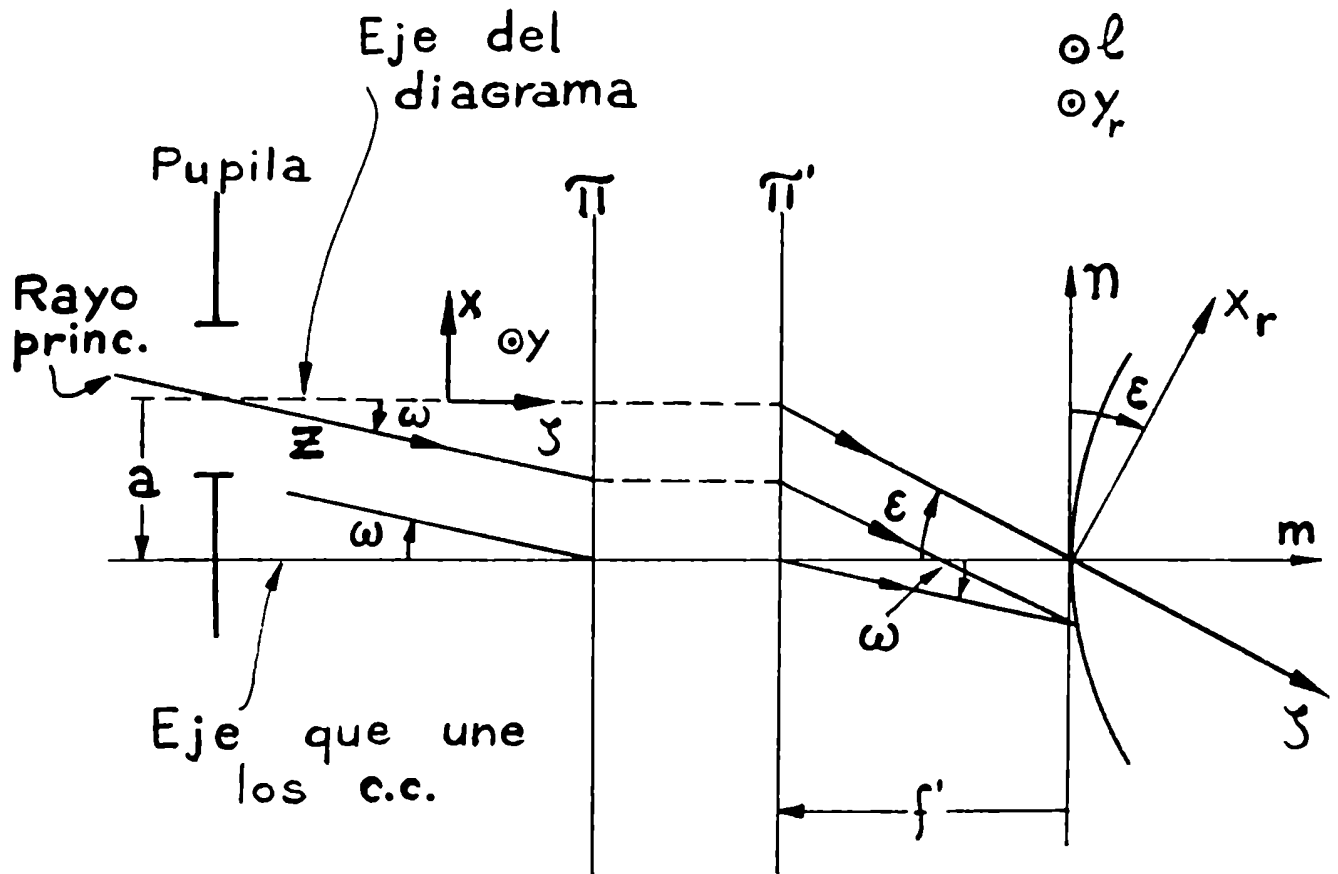


Figura IV.6

Esto se resuelve fácilmente relacionando estas coordenadas con las  $(n, m, l)$  (ver figura IV.6) a través de la siguiente rotación:

$$\begin{vmatrix} m \\ n \\ l \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos \varepsilon & -\text{sen } \varepsilon & 0 \\ \text{sen } \varepsilon & \cos \varepsilon & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} y \\ x_r \\ y_r \end{vmatrix}$$

Debido a que el ángulo fuera de eje ( $\varepsilon$ ) debe considerarse pequeño en este desarrollo, el desenfoque del punto imagen respecto del plano ( $X_r$ ,  $Y_r$ ) está expresado por:

$$\zeta = \varepsilon X_r - \frac{P'}{2} (X_r^2 + Y_r^2) \quad (4.17)$$

Si el plano de la figura IV.6 es el ( $X$ ,  $\zeta$ ), se verifican, a primer orden, las siguientes igualdades:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= -\frac{a}{f'} = -\frac{\xi_{oi}}{f'} \\ \omega &= \alpha = -\frac{X_r}{f'} \\ Y_r &= -\beta f' \end{aligned} \quad (4.18)$$

Reemplazando estas igualdades en la (4.17) se obtiene el desenfoque ( $\zeta$ ) en función de los parámetros que describen el diagrama. Relacionando  $\zeta$  con la deformación del frente de ondas ( $\zeta_r$ ) de manera similar a la realizada en sistemas centrados se obtiene:

$$\zeta_r = \sum_c \frac{r^2}{2f'^2} \left[ \alpha \xi_{oi} - \frac{P'}{2} (\alpha^2 + \beta^2) f'^2 \right] \quad (4.19)$$

donde el símbolo  $\sum_c$  significa que la suma debe efectuarse únicamente sobre las placas correspondientes a los centros de curvatura de los espejos. Debido a que, por hipótesis, dichos centros están alineados, el valor de  $\xi_{oi}$  es el mismo para cada una de esas placas.

Finalmente, la deformación del frente de ondas ( $\mathcal{Z}$ ) debida a curvatura de campo introducida por el sistema en estudio, resulta, en el caso en que el plano de simetría de dicho sistema sea el ( $\xi, x$ ), igual a:

$$\begin{aligned} \mathcal{Z} = & 2r^2 \sum_i \Gamma_i \left[ \xi_{oi}^2 + (\alpha^2 + \beta^2) l_i^2 - 2\alpha l_i \xi_{oi} \right] + \\ & + \frac{r^2}{2f'^2} \left[ \alpha \sum_c \xi_{oi} - \frac{p'}{2} (\alpha^2 + \beta^2) f'^2 \right] \end{aligned} \quad (4.20)$$

donde el primer término corresponde a la deformación introducida por las placas que constituyen el diagrama.

Si por el contrario, el plano de simetría es el ( $\xi, y$ ) la expresión de  $\mathcal{Z}$  es igual a:

$$\begin{aligned} \mathcal{Z} = & 2r^2 \sum_i \Gamma_i \left[ \eta_{oi}^2 + (\alpha^2 + \beta^2) l_i^2 - 2\beta l_i \eta_{oi} \right] + \\ & + \frac{r^2}{2f'^2} \left[ \beta \sum_c \eta_{oi} - \frac{p'}{2} (\alpha^2 + \beta^2) f'^2 \right] \end{aligned} \quad (4.21)$$

Se puede demostrar en forma casi inmediata que estas expresiones no varían en el caso en que el sistema que sucede al espacio colimado se comporte como reflector. Por otra parte, si dicho espacio es el espacio imagen del sistema, se puede demostrar, aplicando el principio de reversibilidad de la luz, que las expresiones (4.20) y (4.21) se modifican levemente, convirtiéndose respectivamente en:

$$\begin{aligned}
 \chi = & 2r^2 \sum_i \Gamma_i \left[ \xi_{oi}^2 + (\alpha^2 + \beta^2) l_i^2 - 2\alpha l_i \xi_{oi} \right] + \\
 & + \frac{r^2}{2f'^2} \left[ -\alpha \sum_c \xi_{oi} - \frac{\rho'}{2} (\alpha^2 + \beta^2) f'^2 \right]
 \end{aligned} \tag{4.22}$$

$$\begin{aligned}
 \chi = & 2r^2 \sum_i \Gamma_i \left[ \eta_{oi}^2 + (\alpha^2 + \beta^2) l_i^2 - 2\beta l_i \eta_{oi} \right] + \\
 & + \frac{r^2}{2f'^2} \left[ -\beta \sum_c \eta_{oi} - \frac{\rho'}{2} (\alpha^2 + \beta^2) f'^2 \right]
 \end{aligned} \tag{4.23}$$

Si en particular, el sistema en estudio es un espectrómetro, las ranuras de entrada y salida deben estar contenidas (de acuerdo a la extensión desarrollada) en planos perpendiculares a los ejes de los Diagramas correspondiente al colimador y a la cámara.

C A P I T U L O V

DIAGRAMA DE PLACAS DE LOS DISEÑOS CONSIDERADOS



## V. DIAGRAMA DE PLACAS DE LOS DISEÑOS CONSIDERADOS

En este capítulo se representan esquemáticamente los espectrómetros cuyas aberraciones son posteriormente estudiadas, construyéndose además los Diagramas correspondientes a cada diseño. Como fuera mencionado en la Introducción, se consideran espectrómetros fuera de eje, con red plana y un espejo en la cámara y otro en el colimador. En cada uno de los diseños se proponen distintos tipos de espejos: esféricos, parabólicos centrados y parabólicos fuera de eje.

En todos los instrumentos analizados, el plano de simetría del colimador coincide con el correspondiente a la cámara. Esto implica, por lo tanto, que la red puede estar ubicada de dos modos diferentes: surcos perpendiculares al plano de simetría (diseños en el plano), y surcos paralelos a dicho plano (diseños fuera del plano).

Los diseños en el plano presentan, respecto de los otros, la ventaja de que siempre es posible conseguir la forma adecuada de la ranura de entrada, como para que la curvatura de su imagen sea independiente de la longitud de onda (la única excepción es el Littrow). Los diseños fuera del plano, si bien no gozan de esta propiedad, presentan la ventaja de que como el espectro se forma por encima o por debajo de la red, no es posible que parte del mismo incida sobre el elemento dispersor, originando problemas de luz difusa (es muy común encontrar en la bibliografía ejemplos de conclusiones erróneas originadas por la luz difusa). Las dispersiones múltiples<sup>(1-2)</sup> representan una seria fuente de problemas, y sus efectos pueden llegar a simular genuinas estructuras sobre la línea. Para evitar estos problemas, Welford<sup>(3)</sup> sugirió utilizar diseños fuera del plano, pero éstos presentan el inconveniente anteriormente señalado. Otros autores<sup>(1-2)</sup> logran soluciones "oscureciendo" partes de la red.

Cary<sup>(4)</sup> señaló que los efectos de las dispersiones múltiples en los diseños en el plano, se pueden evitar eligiendo ángulos fuera de eje suficientemente grandes como para que la normal al espejo en su borde más próximo a la red, no incida sobre el elemento dispersor. Los espectrómetros diseñados de este modo presentan aberraciones muy grandes. Sin embargo, como se discutirá más adelante, hay un diseño en el plano que contiene espejos parabólicos fuera de eje, con el que se obtienen (aún imponiendo la condición de Cary), imágenes de muy alta calidad. Otro método frecuentemente utilizado en instrumentos de alta calidad, es preseleccionar el ancho de banda de la luz que entra al sistema.

### 5.1 Diseños

Los diseños que en este trabajo se estudian, pueden agruparse en dos configuraciones diferentes: configuración  $\mathcal{Z}$  y configuración  $\mathcal{U}$ . Estos nombres (muy utilizados en la bibliografía) provienen de una construcción artificial para la marcha de los rayos luminosos en el espectrómetro, que simplifica el cálculo de las aberraciones. Dicha construcción consiste en prolongar los rayos incidentes sobre la red por detrás de la misma, en la dirección hipotética que seguirían los rayos difractados si ellos sufrieran una reflexión en un "plano especular" que contiene la bisectriz a los rayos incidentes y difractados correspondientes al centro del campo, y es a su vez perpendicular al plano de simetría del sistema. Al realizar la construcción se desprecian efectos de anamorfosis. En la figura V.1 se muestran los esquemas y trazado de rayos de ambos tipos de diseño: para la primera configuración, el "pincel" de rayos provenientes de la ranura de entrada (E) y que inciden sobre la red, forman, junto con los rayos "ficticios" por detrás de la red la letra  $\mathcal{Z}$ ; para la segunda configuración, la figura formada de manera similar al caso anterior, recuerda

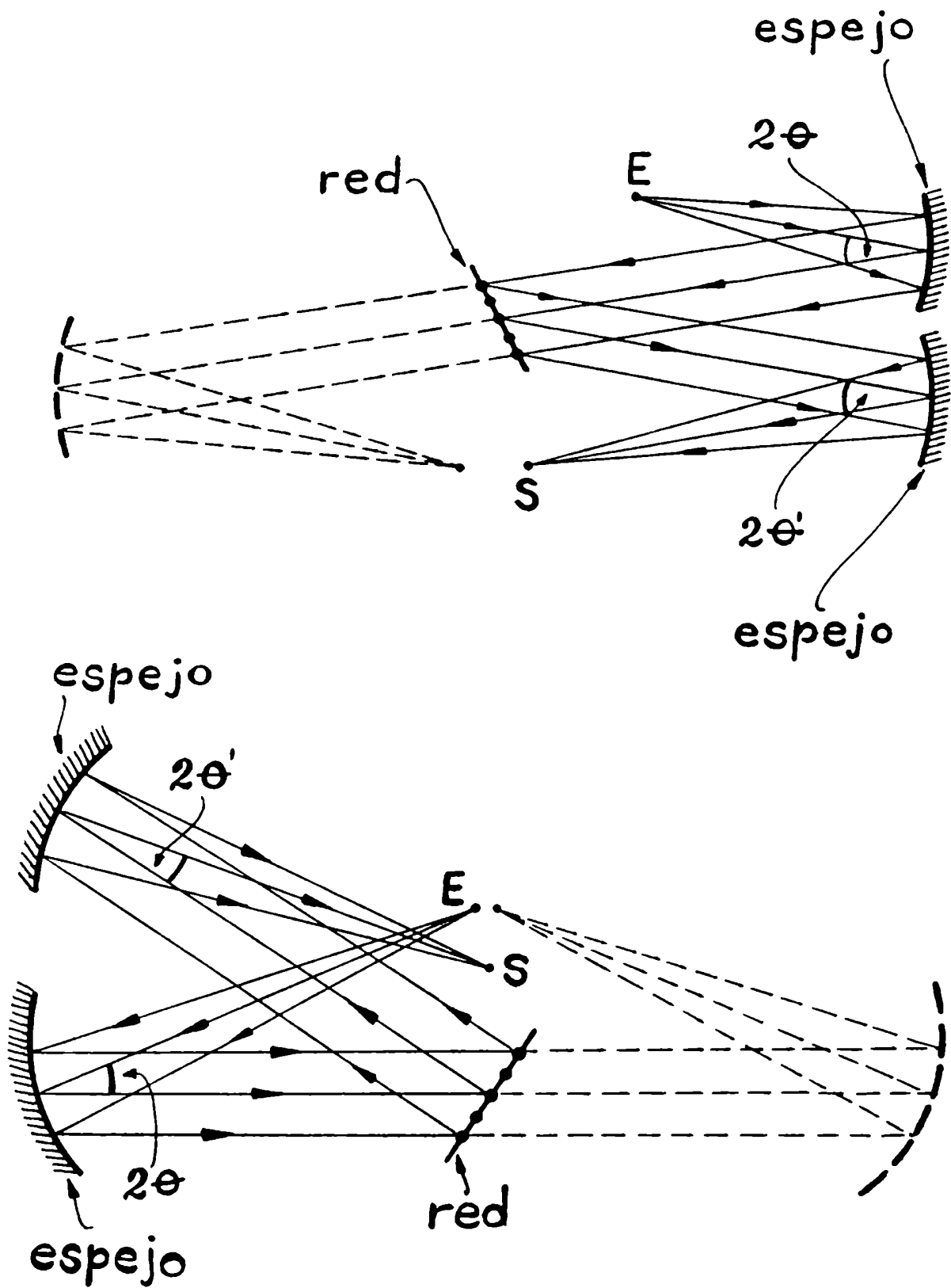


Figura V.1 Representación esquemática de espectrómetros de configuración  $Z$  y  $U$ .

la letra "U". En la figura V.1, se han indicado además la ranura de salida (S), y los ángulos fuera de eje correspondientes a los espejos del colimador y la cámara ( $\theta$  y  $\theta'$  respectivamente).

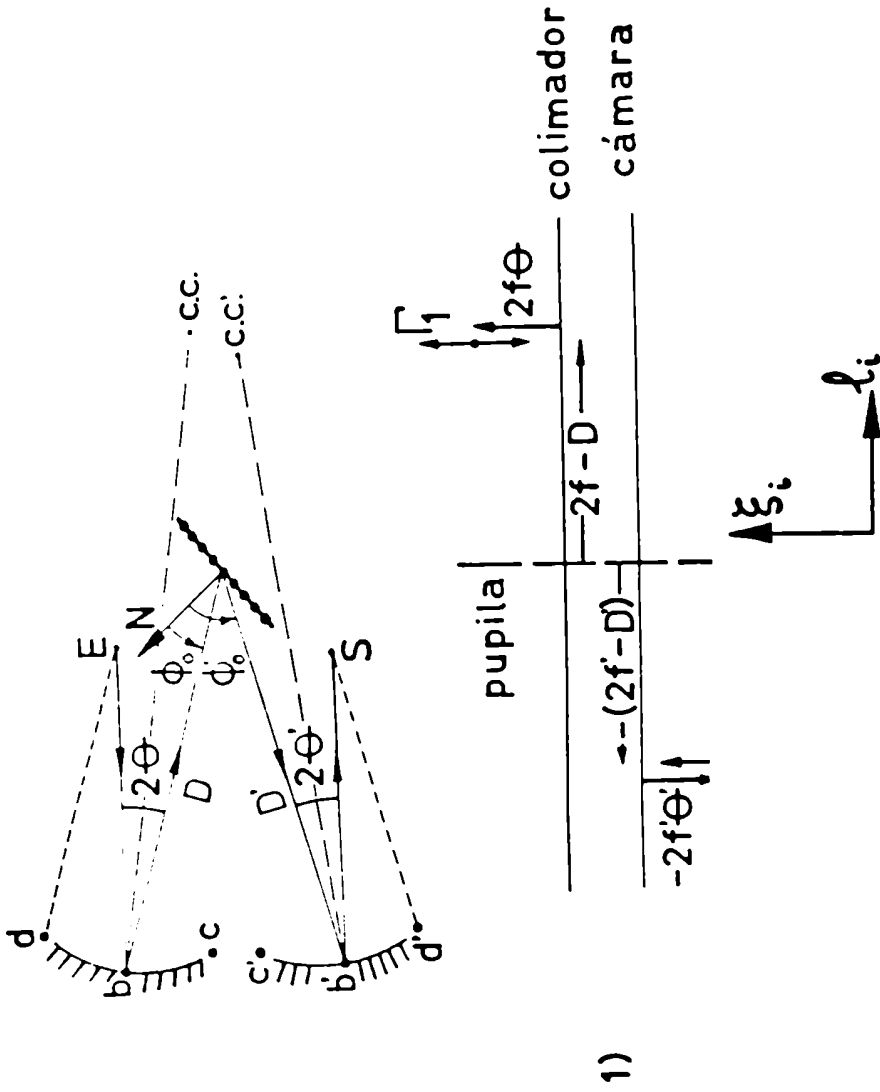
A la configuración  $\mathcal{Z}$  pertenecen, entre otros, los dos espectrómetros más estudiados en la literatura: Ebert-Fastie<sup>(5-6)</sup> y Czerny-Turner<sup>(7)</sup>, mientras que a la configuración U pertenece el Littrow, espectrómetro muy utilizado desde hace mucho tiempo y hasta la actualidad.

En este trabajo se estudian, dentro de cada configuración, todos los diseños que surgen de variar el tipo de espejos y la posición de la red respecto del plano de simetría del sistema.

## 5.2 Construcción de los Diagramas

En las figuras V.2 y V.3 se representan todas las variantes posibles de diseños en el plano. Se distinguen cuatro casos para cada configuración. En el primero, los espejos son esféricos; en el segundo, son parabólicos centrados (vértices en  $b$  y  $b'$ ); y en el tercer y cuarto caso los espejos son parabólicos fuera de eje (vértices en  $(c, c')$  y  $(d, d')$  respectivamente). En las mismas figuras se representan los Diagramas de Placas correspondientes a cada uno de los diseños. Debido a que la construcción de estos Diagramas es similar en cada caso, en esta sección se explica, a modo de ejemplo, la construcción del cuarto diseño de la configuración  $\mathcal{Z}$ .

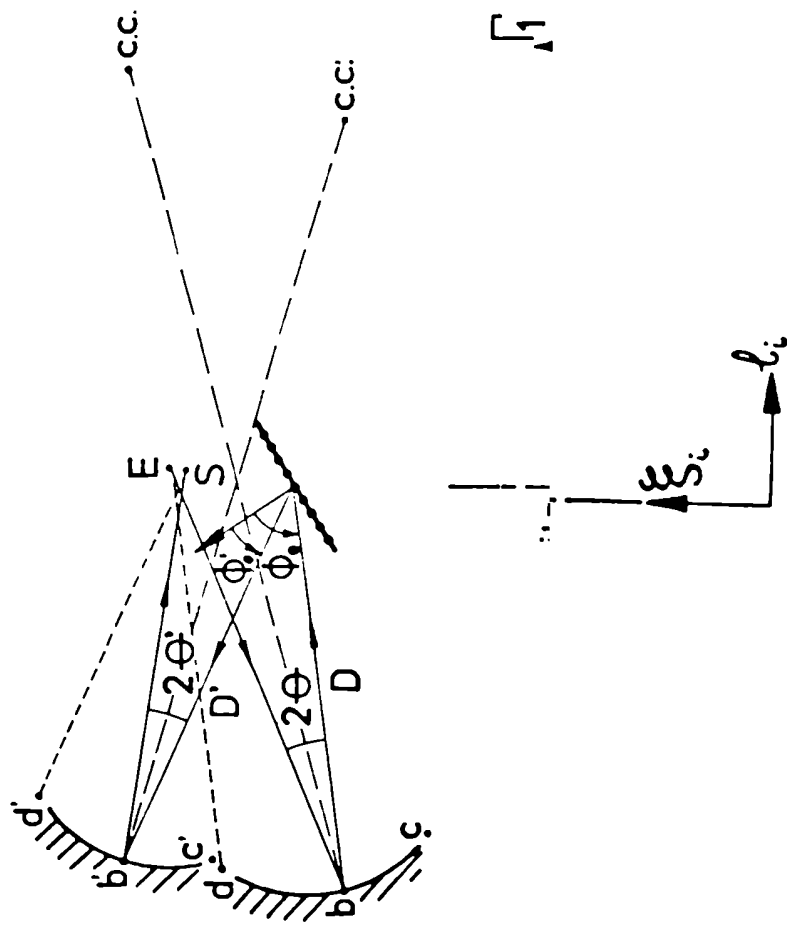
El sistema óptico que constituye el colimador, está formado por un solo espejo parabólico y fuera de eje. El centro y el diámetro de la pupila de este sistema, coinciden con el centro y el diámetro de la red (la red constituye la pupila del espectrómetro). El Diagrama se construye en el espacio determinado por los haces que emergen del espejo colimador. El eje del Diagrama ( $\zeta$ ),



$$\Gamma_1 = -\sqrt[2]{-\frac{1}{32f^3}}$$

$$\Gamma_3 = -\sqrt[4]{-\frac{1}{32f^3}}$$

Figura V.2 Diseños de configuración X y sus correspondientes Diagramas.



$$\Gamma_1 = -\Gamma_2 = -\frac{1}{32f^3}$$

$$\Gamma_3 = -\Gamma_4 = -\frac{1}{32f^3}$$

Figura V.3 Diseños de configuración  $\mathcal{U}$  y sus correspondientes Diagramas.

está determinado por la dirección y sentido del rayo que, proveniente de la ranura de entrada (ubicada en el foco del espejo), se refleja en el centro de la red (ver figura V.4).

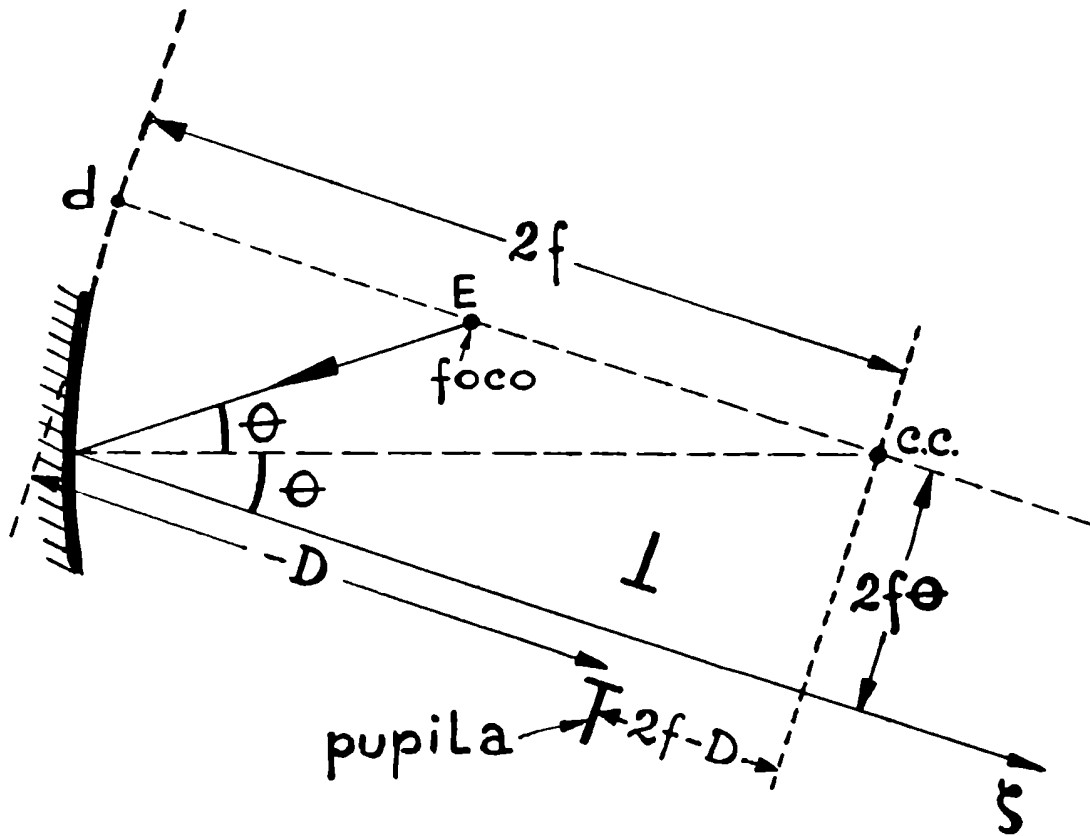


Figura V.4 Se muestra la posición de las placas del Diagrama correspondiente al colimador del cuarto diseño de configuración  $\Sigma$ .

Para determinar cuáles son las placas que constituyen el Diagrama, es necesario tener en cuenta, al reemplazar el espejo parabólico por una Cámara Schmidt (cuyo espejo esférico tiene la misma distancia focal paraxial que la del espejo parabólico), que en el sistema colimador no existe placa correctora y, además, que el espejo de este sistema no es esférico. Por lo tanto, en el

centro de curvatura del espejo se debe colocar una placa que introduzca un adelanto en el frente de ondas que compense exactamente el retardo que origina la placa Schmidt, es decir una placa cuya "fuerza" sea igual a  $\Gamma_1 = -\frac{1}{32f^3}$  (ver sección 2.1). (Los adelantos se consideran por convención negativos). Esta placa debe estar ubicada, a primer orden en  $\theta$ , a una distancia ( $s_{oi}$ ) del eje  $\zeta$  igual a  $2f\theta$  y a  $l_i = (2f - D)$  del centro de la pupila a lo largo de  $\zeta$ . En el vértice ( $d$ ) del espejo, debe ubicarse una placa que tenga en cuenta que el espejo colimador es parabólico y no esférico. Esta placa debe introducir un retardo, y por lo tanto se le debe asignar una "fuerza" igual a  $\Gamma_2 = \frac{1}{32f^3}$ . La distancia de esta placa al eje es también igual a  $2f\theta$ , y su posición respecto del centro de la pupila a lo largo de  $\zeta$  es igual a  $-D$ . En forma similar se obtiene el Diagrama correspondiente a la cámara, excepto que, por razones prácticas que se aclaran en el capítulo siguiente, éste se construye a partir de los haces difractados como una reflexión de los mismos en un plano que contiene la bisectriz a los rayos incidentes y difractados correspondientes al centro del campo y es a su vez perpendicular al plano de simetría del sistema.

Los Diagramas correspondientes a cualquiera de los otros diseños se construyen en forma análoga. De las figuras V.2 y V.3 se observa que las únicas placas que cambian en los diferentes diseños, dentro de cada configuración, son las que dan cuenta de la forma de los espejos utilizados.

Existen dos diseños que se obtienen como casos particulares de los indicados en la figura V.2: el Ebert y el denominado Ebert parabolizado. Estos espectrómetros utilizan un único espejo (esférico o parabólico), que sirve, al mismo tiempo, como elemento de colimación y enfoque. El Ebert con espejo esfé-



rico, se obtiene a partir del primer diseño en el caso particular en que los radios de curvatura de los espejos del colimador y la cámara son los mismos, y cuando sus respectivos centros de curvatura coinciden en un mismo punto. Por lo tanto los Diagramas de Placas correspondientes al espectrómetro Ebert, son idénticos a los representados para el primer diseño.

El Ebert parabolizado se obtiene a partir del tercer diseño en el caso particular en que los espejos correspondientes al colimador y a la cámara son idénticos ( $f = f'$ ,  $a = a'$ ), y cuando sus respectivos vértices ( $C$  y  $C'$ ) y centros de curvatura coinciden en un mismo punto.

Dentro de los diseños de configuración  $\mathcal{U}$  merece destacarse el Littrow como caso particular. En este montaje se utiliza uno solo de los dos espejos, el cual sirve, al mismo tiempo, como elemento de colimación y enfoque. Por lo tanto los ángulos de incidencia y difracción sobre la red ( $\phi_0$  y  $\phi'_0$ ), son teóricamente iguales. Por este motivo, este espectrómetro no puede satisfacer la condición de invariancia de la curvatura de la línea espectral frente a cambios de la longitud de onda. En efecto, de las expresiones (3.45) y (3.51) surge inmediatamente que dicha condición es satisfecha sólo por ranuras de curvaturas infinitas.

El espejo de este espectrómetro suele ser esférico o parabólico fuera de eje (con vértice en  $d$ ). Por razones que se evidencian en el próximo capítulo, el diseño más utilizado es el que emplea espejos de este último tipo.

Si en los diseños representados en las figuras V.2 y V.3, se ubica la red de modo que el plano de simetría sea paralelo a los surcos de la misma, se obtienen los denominados diseños fuera del plano (ver figura V.5). Sus correspondientes Diagramas son idénticos a los obtenidos anteriormente (en el plano), dado que la construcción de los mismos no depende de la posición de la red respecto del plano de simetría.

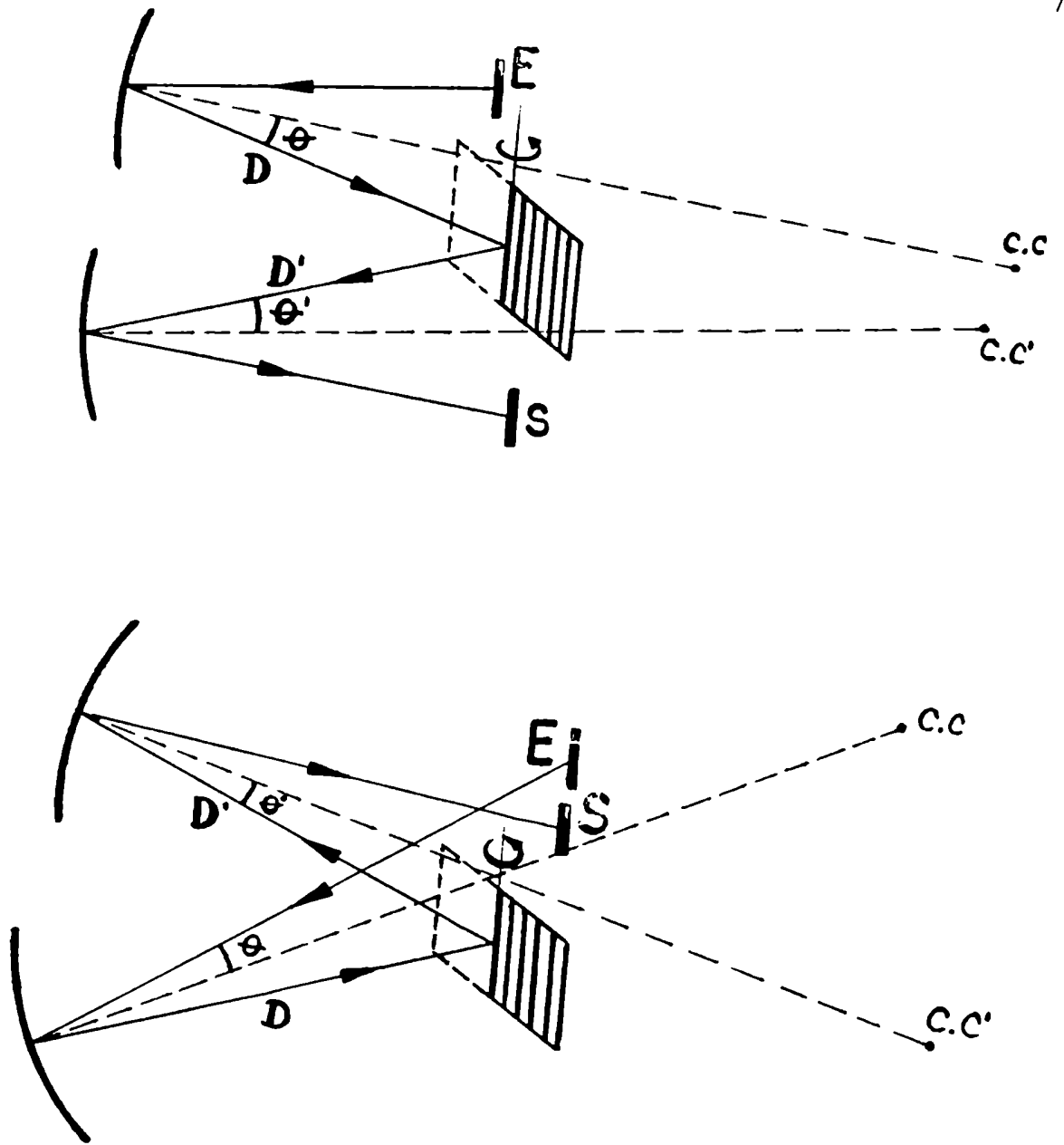


Figura V.5 Diseños fuera del plano de configuración  $\mathcal{L}$  y  $\mathcal{U}$ .

C A P I T U L O VI

ANALISIS SIMPLIFICADO DE LAS ABERRACIONES DE NITIDEZ  
PRESENTES EN LOS DIFERENTES DISEÑOS

## VI. ANALISIS SIMPLIFICADO DE LAS ABERRACIONES DE NITIDEZ PRESENTES EN LOS DIFERENTES DISEÑOS

En este capítulo se realiza una rápida evaluación de las aberraciones de nitidez de cada uno de los diseños representados en el capítulo anterior. Esta evaluación es de gran importancia ya que, mediante cálculos sumamente sencillos, permite alcanzar un conocimiento bastante completo de las aberraciones de tercer orden presentes en cada sistema.

A partir de esta evaluación se puede efectuar una primera comparación entre los distintos montajes y justificar, en base a ella, qué diseños presentan interés práctico como para ser construídos.

Para efectuar este análisis es necesario, como fue señalado en la sección 2.2.1, calcular los momentos (de orden cero, primero y segundo respectivamente) de las "fuerzas" de las placas que constituyen el Diagrama que representa el sistema, respecto del rayo principal. Como a cada diseño le corresponden dos Diagramas (uno para el colimador y otro para la cámara), es necesario, para calcular dichos momentos, unificarlos en un solo Diagrama haciendo coincidir sus respectivos ejes (esto implica despreciar los efectos de anamorfosis y distorsión debidos a la red). Esta superposición se puede realizar en espectrómetros ya que, debido a la forma en que se construye el Diagrama correspondiente a la cámara, los ejes de cada Diagrama coinciden en dirección y sentido y por otra parte, los ángulos del haz satisfacen, a primer orden, las siguientes relaciones  $\alpha = \alpha'$ ,  $\beta = \beta'$ .

### 6.1 Cálculo de los momentos

Debido a que los diseños considerados en este trabajo (ver figura V.2

y V.3) tienen un plano de simetría, una de las coordenadas que determinan la distancia del centro de cada placa al eje del Diagrama, resulta nula (ver sección 2.2.2). Por lo tanto, los momentos respecto del rayo principal son iguales a:

momento de orden cero:  $\sum_i \Gamma_i$

momento de primer orden:  $\sum_i \Gamma_i \xi_{0i}, \sum_i \Gamma_i l_i$

momento de segundo orden:  $\sum_i \Gamma_i \xi_{0i}^2, \sum_i \Gamma_i l_i^2, \sum_i \Gamma_i l_i \xi_{0i}$

en el caso en que las coordenadas  $\eta_{0i}$  sean nulas. Estos momentos son proporcionales, respectivamente, a la aberración esférica, la coma y el astigmatismo. Los coeficientes indicados en primer lugar corresponden a las aberraciones presentes en el centro del campo, mientras que los restantes, son proporcionales a las contribuciones provenientes de otros puntos del campo (la aberración esférica es independiente del punto considerado).

Inspeccionando las figuras V.2 y V.3, resulta natural fijar ciertos parámetros constructivos de los diseños de manera de facilitar la comparación entre los momentos de las "fuerzas" de las diferentes placas y alcanzar un rápido conocimiento de las aberraciones de tercer orden dominantes en cada sistema. Fijando  $\theta = \theta'$ ,  $D = D' = f = f'$  y  $a = a'$  (ver figuras V.2 y V.3), se calculan los momentos cuyos valores se indican en la tabla VI.1. La primer columna corresponde al diseño y configuración analizada, y en las siguientes se indican los correspondientes momentos. Para el caso de la coma y el astigmatismo se dan por separado las contribuciones provenientes de puntos del centro y fuera del campo.

TABLA VI.1

Diseño	Momentos de orden cero $\sim$ (Ab. Esférica)	Momentos de primer orden $\sim$ (Coma)	Momentos de segundo orden $\sim$ (Astigmatismo)
$Z_1$	$-\frac{1}{16f^3}$	0	$-\frac{1}{16f} (1 + 2\frac{a^2}{f^2})$
$Z_2$	0	0	$-\frac{1}{4f^2}$
$Z_3$	0	0	$-\frac{1}{32f^2} (8f^2\theta^2 - 2a^2)$
$Z_4$	0	0	$-\frac{1}{4f}$
$U_1$	$-\frac{1}{16f^3}$	$-\frac{1}{8f^2}$	$-\frac{1}{16f}$
$U_2$	0	$-\frac{1}{8f^2}$	0
$U_3$	0	$-\frac{1}{32f^3} (4f\theta + 2a)$	0
$U_4$	0	0	0

Tabla VI.1 Momentos de orden cero, primero y segundo correspondientes a los distintos diseños

En base a estos resultados, se deduce que las aberraciones dominantes en el primer diseño ( $\mathcal{L}_1$ ), son aberración esférica y astigmatismo. Debido a que en este análisis se desprecian los efectos de anamorfosis, el sistema parece ser libre de coma. Sin embargo, es de esperar la presencia de coma residual debida a la red. A este montaje pertenecen los espectrómetros Ebert<sup>(1-2)</sup> y Czerny-Turner<sup>(3)</sup> con espejos esféricos.

En el segundo diseño ( $\mathcal{L}_2$ ) los espejos son parabólicos centrados, y por lo tanto el sistema es libre de aberración esférica. Las otras aberraciones son del mismo orden de magnitud que las correspondientes al caso anterior. Si bien el astigmatismo es la aberración dominante, siempre es posible conseguir, buscando un adecuado enfoque, que la línea astigmática sea paralela a la línea espectral. De este modo, la aberración dominante es la coma residual<sup>(4)</sup>.

En el tercer diseño ( $\mathcal{L}_3$ ) los espejos son parabólicos fuera de eje y por lo tanto el sistema es libre de aberración esférica. Se deduce inmediatamente de la tabla VI.1 que si los espejos se construyen de modo que el parámetro  $\alpha$  sea igual a  $2f\theta$ , y si además la red se ubica de modo que su posición coincida con los focos de ambos espejos ( $D = f$ ,  $D' = f'$ ), el sistema es libre de astigmatismo. Un estudio cuidadoso de los Diagramas muestra que este resultado es válido aún considerando los efectos de anamorfosis. Por lo tanto la única aberración que este sistema presenta es la coma residual. Los parámetros constructivos determinados por este análisis para eliminar el astigmatismo, concuerdan con los señalados por Welford<sup>(5)</sup> para el espectrómetro Ebert parabolizado (este espectrómetro es un caso particular del  $\mathcal{L}_3$ ).

El cuarto diseño ( $\mathcal{L}_4$ ) (espejos parabólicos fuera de eje) es libre de aberraciones en el centro del campo. Una cuidadosa inspección de los Diagramas muestra que la suma de cada uno de los momentos, es nula para cada Diagrama

por separado. Por lo tanto el sistema no presenta aberraciones residuales en el centro del campo. Debido a la fuerte contribución al astigmatismo de los otros puntos del campo, no es posible en este diseño emplear ranuras largas. Las imágenes que se obtienen con este montaje, cuando se utilizan ranuras cortas, son de excelente calidad. Si bien Fastie<sup>(6)</sup> fue tal vez el primero en sugerir el reemplazo de los espejos esféricos de un espectrómetro Czerny-Turner, por espejos parabólicos fuera de eje con sus respectivos focos sobre lados opuestos de la red, fueron Hill<sup>(7)</sup> y Chupp y Grantz<sup>(8)</sup> quienes estudiaron, por un método de trazado de rayos, este diseño. Los resultados obtenidos por medio del presente análisis acuerdan con los señalados por éstos y otros autores<sup>(9)</sup>.

Los diseños  $\mathcal{U}_1$ ,  $\mathcal{U}_2$  y  $\mathcal{U}_3$  presentan una fuerte coma en el centro del campo. Comparando estos instrumentos con los  $\mathcal{Z}_1$ ,  $\mathcal{Z}_2$  y  $\mathcal{Z}_3$  respectivamente, se deduce inmediatamente que, a igualdad de costo, los de configuración  $\mathcal{Z}$  son muy superiores.

Finalmente el último diseño ( $\mathcal{U}_4$ ) es, de acuerdo a la tabla VI.1, libre de aberraciones. Una cuidadosa observación de los Diagramas, muestra que el sistema no presenta aberraciones en el centro del campo, aún considerando efectos de anamorfosis. Otros puntos del campo contribuyen únicamente con aberraciones residuales. Evidentemente este espectrómetro es el que permite obtener imágenes de mejor calidad. Este diseño fue estudiado por primera vez por Hill<sup>(7)</sup> y Chupp y Grantz<sup>(8)</sup> mediante un método de trazado de rayos. Posteriormente Miyake<sup>(9-10)</sup> calculó sus aberraciones utilizando el método de la Función Camino Optico y el del Diagrama de Placas (con este último sólo evaluó las aberraciones de nitidez).



## 6.2 Diseños de interés

En base a lo discutido en la sección anterior, se puede deducir en forma inmediata cuáles son los diseños que presentan interés práctico y cuyas aberraciones merecen ser estudiadas en detalle. El primer diseño (Ebert y Czerny-Turner con espejos esféricos) es económico y de fácil alineación. Para que sus aberraciones sean tolerables, estos instrumentos deben ser diseñados con cocientes focales entre  $f/10$  a  $f/20$ , lo que resulta suficiente en muchas aplicaciones. Las mismas consideraciones pueden aplicarse al diseño  $Z_2$ .

Comparando entre sí los montajes que emplean espejos parabólicos fuera de eje ( $Z_3$ ,  $Z_4$  y  $U_4$ ), resulta evidente que el último es, a igualdad de costo, el mejor. Por lo tanto, el  $Z_3$  sólo presenta interés en el caso particular en que se diseñe con un único espejo parabólico como elemento de colimación y enfoque (Ebert parabolizado). Este montaje presenta únicamente coma residual<sup>(11)</sup> que es posible compensar<sup>(12)</sup>. El diseño  $Z_4$  carece de interés ya que no presenta ventaja alguna sobre el  $U_4$  y, por otra parte, ambos tienen similares costos y dificultades de alineación.

También resulta de interés, como caso particular del  $U_4$ , el Littrow. Debido a que en este espectrómetro se utiliza uno solo de los espejos como elemento de colimación y enfoque al mismo tiempo, es más económico y no presenta efectos de anamorfosis. Si bien las imágenes que se obtienen con este instrumento son excelentes, es necesario emplear ranuras muy cortas ya que, como fue señalado en el capítulo anterior, no es posible satisfacer la condición de invariancia de la curvatura de la línea espectral frente a cambios de la longitud de onda.

Si bien la tabla VI.1 fue obtenida a partir de los Diagramas correspon-

dientes a los diseños en el plano de configuraciones  $\mathcal{Z}$  y  $\mathcal{U}$  (figura V.2 y V.3), los resultados y conclusiones que se obtienen de la misma siguen siendo válidos cuando se consideran los respectivos diseños fuera del plano. Teniendo en cuenta que en estos diseños los efectos de anamorfosis son despreciables<sup>(13)</sup>, los resultados de la tabla VI.1 son aún más representativos que los correspondientes para diseños en el plano. Sin embargo, debido a que en estos instrumentos es imposible satisfacer la condición de invariancia de la curvatura de la línea espectral frente a cambios de la longitud de onda, sólo tienen interés aquellos diseños tales que, sus correspondientes en el plano presenten únicamente aberraciones residuales. Por lo tanto el Ebert parabolizado fuera del plano<sup>(13)</sup> es otro de los instrumentos de interés.

Finalmente, debe destacarse que el análisis de las aberraciones realizado en este capítulo, no permite encontrar diferencias entre los diseños Littrow (con espejo parabólico fuera de eje) en el plano y fuera de él. Ambos son, teóricamente, libres de anamorfosis (en la práctica esto no puede ser así ya que implicaría que las ranuras de entrada y salida están ubicadas en el mismo lugar) y ninguno puede satisfacer la condición de invariancia de la curvatura de la línea espectral. La única ventaja del diseño fuera del plano es que evita los problemas de luz difusa. Ambos son diseños económicos y generalmente se utilizan en la región del infrarrojo. Por estos motivos son incluidos entre los diseños de interés.

C A P I T U L O VII

ESTUDIO DE LAS IMAGENES OBTENIDAS CON LOS DISEÑOS  
QUE PRESENTAN INTERES

## VII. ESTUDIO DE LAS IMAGENES OBTENIDAS CON LOS DISEÑOS QUE PRESENTAN INTERES

En este capítulo se evalúan las aberraciones presentes en cada uno de los espectrómetros seleccionados, utilizando el análisis simplificado en el capítulo anterior. En base a esta evaluación, se estudian posibles modificaciones en los diseños originales destinadas a mejorar la calidad de las imágenes obtenidas con cada instrumento.

Al calcular las aberraciones correspondientes a cada uno de los diseños, se fijan, en todos los casos, los mismos parámetros constructivos para facilitar la comparación entre los diferentes montajes.

Para facilitar la búsqueda de las expresiones más frecuentemente utilizadas a lo largo de este capítulo, se han reunido las mismas en el Apéndice.

### 7.1. Diseño $\mathcal{L}_1$

Este montaje está representado en la figura V.2, junto con los Diagramas correspondientes al colimador y a la cámara. Para calcular las aberraciones presentes es necesario considerar las contribuciones del colimador, de la cámara y de la red. En lo que sigue, se distinguirán las variables que describen las aberraciones introducidas por la cámara de las correspondientes al colimador, introduciendo una tilde para las primeras. Eligiendo arbitrariamente las coordenadas  $X$  y  $X'$  en el plano de simetría del sistema e  $Y$  e  $Y'$  paralelas a los surcos de la red, los parámetros que describen el Diagrama son:

$$\begin{aligned} \Gamma_1 &= -\frac{1}{32f^3} & \xi_{S_{01}} &= 2f\theta & \eta_{01} &= 0 & l_1 &= 2l - D \\ \Gamma_3 &= -\frac{1}{32f'^3} & \xi_{S_{03}} &= -2f'\theta' & \eta_{03} &= 0 & l_3 &= D' - 2f' \end{aligned} \quad (7.1)$$

Considerando los efectos de anamorfosis debidos a la red, las coordenadas  $(X, Y)$  están relacionadas con las  $(X', Y')$  a través de las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} X &= X' t \\ Y &= Y' \end{aligned} \quad (7.2)$$

donde  $t = \frac{\cos \phi_0'}{\cos \phi_0}$ , (ver fig. 5.2)

Por otra parte, imponiendo la condición de invariancia de la curvatura de las líneas espectrales frente a cambios de la longitud de onda (ver expresión 3.45), los ángulos del haz  $(\alpha_0, \beta_0)$  quedan relacionados con los correspondientes difractados  $(\alpha'_0, \beta'_0)$  a través de:

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= \alpha'_0 = p_0 \beta_0^2 \\ \beta_0 &= \beta'_0 \end{aligned} \quad (7.3)$$

donde  $p_0 = -\frac{1}{2} \operatorname{ctg} \frac{\phi_0 - \phi'_0}{2}$ .

Reemplazando los parámetros que describen los Diagramas (7.1) y las relaciones (7.2) y (7.3) en las expresiones (2.11), (2.12), (2.13), (2.14), (3.23), (3.42), (4.20) y (4.22) se obtiene:

$$\begin{aligned} \text{Aberración esférica (AE)} &= -\frac{1}{32} \left[ X'^4 \left( \frac{1}{f^3} + \right. \right. \\ &+ \left. \frac{1}{f'^3} + 4 \frac{(t-1)}{f^3} \right) + Y'^4 \left( \frac{1}{f^3} + \frac{1}{f'^3} \right) + \\ &+ \left. 2X'^2 Y'^2 \left( \frac{1}{f^3} + \frac{1}{f'^3} + 2 \frac{(t-1)}{f^3} \right) \right] \end{aligned} \quad (7.4)$$

$$\begin{aligned}
\text{Coma (C)} &= \frac{x'^3}{3} \left[ \left( \frac{\theta}{f^2} - \frac{\theta'}{f'^2} \right) + 3(t-1) \frac{\theta}{f^2} \right] + \\
&+ \frac{x'y'^2}{4} \left( \frac{\theta}{f^2} - \frac{\theta'}{f'^2} \right) + \frac{x'^3}{4} \beta_0 \beta_0^2 \left[ \left( \frac{D}{2f} - 1 \right) \frac{1}{f^2} + \right. \\
&+ 3 \frac{(t-1)}{f^2} \left( \frac{D}{2f} - 1 \right) + \frac{1}{f'^2} \left( 1 - \frac{D'}{2f'} \right) \left. \right] + \frac{x'^2 y'}{4} \beta_0 \left[ \frac{1}{f^2} \left( \frac{D}{2f} - 1 \right) \right. \\
&- 1) + 2 \frac{(t-1)}{f^2} \left( \frac{D}{2f} - 1 \right) + \frac{1}{f'^2} \left( 1 - \frac{D'}{2f'} \right) \left. \right] + \quad (7.5) \\
&+ \frac{x'y'^2}{4} \beta_0 \beta_0^2 \left[ \frac{t}{f^2} \left( \frac{D}{2f} - 1 \right) + \frac{1}{f'^2} \left( 1 - \frac{D'}{2f'} \right) \right] + \\
&+ \frac{y'^3}{4} \beta_0 \left[ \frac{1}{f^2} \left( \frac{D}{2f} - 1 \right) + \frac{1}{f'^2} \left( 1 - \frac{D'}{2f'} \right) \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{Astigmatismo (A)} &= - \frac{x'^2}{2} \left[ \frac{\theta^2}{f} + \frac{\theta'^2}{f'} + 2(t-1) \frac{\theta^2}{f} \right] + \\
&+ \frac{x'^2}{2} \beta_0 \beta_0^2 \left[ \frac{\theta}{f^2} (2f-D) + 2(t-1) \frac{\theta}{f^2} (2f-D) + \right. \\
&+ \frac{\theta'^2}{f'^2} (2f'-D') \left. \right] + \frac{x'y'}{2} \beta_0 \left[ t \frac{\theta}{f^2} (2f-D) + \right. \\
&+ \frac{\theta'}{f'^2} (2f'-D') \left. \right] - \frac{y'^2 \beta_0^2}{8} \left[ \frac{(2f-D)^2}{f^3} + \frac{(D'-2f')^2}{f'^3} \right] - \quad (7.6) \\
&- x'y' \beta_0 \beta_0^3 / 4 \left[ \frac{t}{f^3} (2f-D)^2 + \frac{(D'-2f')^2}{f'^3} \right] - \\
&- \frac{x'^2}{8} \beta_0^2 \beta_0^4 \left[ \frac{(2f-D)^2}{f^3} + 2(t-1) \frac{(2f-D)^2}{f^3} + \right.
\end{aligned}$$

$$\left. + \frac{(D' - 2f')^2}{f'^3} \right] \quad (7.6)$$

Desviaciones angulares debidas a distorsión (D.D.)  $\equiv$

$$\begin{aligned} \delta_{x_p} = & \theta^3 - p_0^3 \beta_0^6 (1 - D/2f)^3 + 3\theta p_0^2 \beta_0^4 (1 - D/2f)^2 - \\ & - 5p_0 \beta_0^2 \theta^2 (1 - D/2f) + p_0^2 \theta (1 - D/2f)^2 - p_0 \beta_0^4 (1 - D/2f)^3 \end{aligned} \quad (7.7)$$

$$\begin{aligned} \delta_{y_p} = & -\beta_0 \theta^2 (1 - D/2f) - p_0^2 \beta_0^5 (1 - D/2f)^3 + \\ & + 2p_0 \beta_0^5 \theta (1 - D/2f)^2 - \beta_0^3 (1 - D/2f)^3 \end{aligned} \quad (7.8)$$

$$\begin{aligned} \delta_{x'_p} = & -\theta^3 + p_0^3 \beta_0^6 (1 - D'/2f')^3 - 3p_0^2 \beta_0^4 \theta' (1 - D'/2f')^2 - \\ & + 3p_0 \beta_0^2 \theta'^2 (1 - D'/2f') - \beta_0^2 \theta' (1 - D'/2f')^2 + p_0 \beta_0^4 (1 - D'/2f')^3 \end{aligned} \quad (7.9)$$

$$\begin{aligned} \delta_{y'_p} = & \beta_0 \theta'^2 (1 - D'/2f') + p_0^2 \beta_0^5 (1 - D'/2f')^3 - \\ & - 2p_0 \beta_0^3 \theta' (1 - D'/2f')^2 + \beta_0^3 (1 - D'/2f')^3 \end{aligned} \quad (7.10)$$

$$\delta_{x_c} = (1 - D/2f)(p_0^3 \beta_0^6 + p_0 \beta_0^4) - \theta (p_0^2 \beta_0^4 + \beta_0^2) \quad (7.11)$$

$$\Delta y_c = (\beta_0^3 + \rho_0^2 \beta_0^5)(1 - D/2f) \quad (7.12)$$

$$\Delta x'_c = -(1 - D'/2f')(p_0^3 \beta_0^5 + p_0 \beta_0^4) + \theta'(p_0^2 \beta_0^4 + \beta_0^2) \quad (7.13)$$

$$\Delta y'_c = -(\beta_0^3 + \rho_0^2 \beta_0^5)(1 - D'/2f') \quad (7.14)$$

Curvatura de campo (c.c.) =

$$\begin{aligned} &= -x'^2_{-1} (\theta^2/f + \theta'^2/f' + 2(t-1)\theta^2/f) - x'^2_{16} (p_0^2 \beta_0^4 + \\ &+ \beta_0^2) \left[ \frac{1}{f} (2 - D/f)^2 + \frac{1}{f'} (2 - D'/f')^2 + 2 \frac{(t-1)}{f} (2 - \right. \\ &\left. - D/f)^2 \right] + x'^2_{4} p_0 \beta_0^2 \left[ \theta/f (2 - D/f) + \theta'/f' (2 - D'/f') + \right. \\ &\left. + 2 \frac{(t-1)}{f} \theta (2 - D/f) \right] - y'^2_{4} (\theta^2/f + \theta'^2/f') - y'^2_{16} (p_0^2 \beta_0^4 + \\ &+ \beta_0^2) \left[ \frac{1}{f} (2 - D/f)^2 + \frac{1}{f'} (2 - D'/f')^2 \right] + y'^2_{4} p_0 \beta_0^2 \left[ \theta/f (2 - \right. \\ &\left. - D/f) + \theta'/f' (2 - D'/f') \right] + x'^2_{2} \beta_0^2 \left[ (\frac{1}{2}f + \frac{1}{2}f') (1 + \right. \\ &\left. + p_0^2 \beta_0^2) - 2 p_0 (\theta/f + \theta'/f') + \frac{(t-1)}{f} (1 + p_0^2 \beta_0^2 - \right. \\ &\left. - 4 p_0 \theta) \right] + y'^2_{2} \beta_0^2 \left[ (\frac{1}{2}f + \frac{1}{2}f') (1 + p_0^2 \beta_0^2) - \right. \\ &\left. - 2 p_0 (\theta/f + \theta'/f') \right] \quad (7.15) \end{aligned}$$



Para arribar a estas expresiones se ha desarrollado  $t^n$  en potencias de  $(t - 1)$ , reteniéndose únicamente el término de primer orden. Por otra parte se han despreciado, en el cálculo de las diferentes aberraciones, los efectos de distorsión introducidos por los espejos (expresiones 3.34 y 3.35), lo que equivale a considerar  $\alpha = \alpha_0$ ,  $\beta = \beta' = \beta_0$ ,  $\alpha' = \alpha_0$ .

Las expresiones (7.5) a (7.15) muestran que la mayoría de los términos dependientes del punto del campo considerado, se cancelan si la red se ubica de modo que  $D = 2f$  y  $D' = 2f'$ . Teniendo en cuenta que en los diseños usuales de espectrómetros la red es ubicada en el plano focal de los espejos ( $D = f$ ,  $D' = f'$ ), esta posición no resulta, en principio, muy ventajosa, pues duplica la longitud del instrumento. Dado que estas variaciones de diseño son muy importantes desde un punto de vista práctico, es conveniente investigar la influencia que tienen dichos parámetros respecto de los correspondientes al centro del campo cuando la posición de la red varía entre ambas ubicaciones. Para evaluar las aberraciones se fijan los siguientes parámetros constructivos: red de 1200 líneas por milímetro y un diámetro de 20 cm, espejos de 1 m de distancia focal, y ranuras de 70 mm de longitud. Por otra parte se elige arbitrariamente una longitud de onda de trabajo de  $5000 \text{ \AA}$  y se considera el primer orden de difracción. Las ranuras de entrada y salida se ubican sobre el plano focal de los espejos y, respectivamente, a 4 cm del haz incidente y difractado correspondiente al centro del campo (estas distancias son suficientes si no se exige cumplir la condición de Cary). Por otra parte los espejos se suponen separados por una distancia de 8 cm. Ubicando la red en el plano focal de los espejos, los parámetros constructivos del instrumento son:

$$D = f, \quad D' = f', \quad \theta = \theta' = 0,07, \quad \beta_0 = 0,035$$

$$f = f' = 1 \text{ m}, \quad \phi'_0 - \phi_0 = 4\theta = 0,28, \quad \beta_0 = 3,55$$

En particular para  $\lambda = 5000 \text{ \AA}$  resulta:

$$\phi'_0 = 25,65^\circ \quad \phi_0 = 9,60^\circ \quad t = 1,0938$$

En el caso en que  $D = 2f$  y  $D' = 2f'$ , se modifican los siguientes parámetros:

$$\phi'_0 - \phi_0 = 2\theta = 0,14 \quad \beta_0 = 7,13$$

y para  $\lambda = 5000 \text{ \AA}$  resulta:

$$\phi'_0 = 21,47^\circ \quad \phi_0 = 13,45 \quad t = 1,0451$$

A partir de (7.4) a (7.15) se calculan las desviaciones transversales de los rayos en el plano paraxial respecto del punto imagen gaussiano (ver sección 2.2.3). Denominando  $D'_x$  a la desviación en la dirección de la dispersión, y  $D'_y$  a la correspondiente en la dirección de los surcos se obtiene:

$$D_{x'}(AE) = -\frac{R^3}{8f^2} \cos \varphi \left[ 2 + (3 + \cos 2\varphi)(t-1) \right] \quad (7.16)$$

$$D_{y'}(AE) = -\frac{R^3}{8f^2} \sin \varphi \left[ 2 + (1 + \cos 2\varphi)(t-1) \right]$$

$$D_{x'}(C) = \frac{R^2}{4} \frac{\theta}{f} (t-1)(5 + 4 \cos 2\varphi) - \frac{R^2}{4} \frac{\beta_0}{f} (t-1) \sin 2\varphi - \frac{R^2}{8f} \beta_0 \beta_0^2 (t-1)(5 + 4 \cos 2\varphi)$$

(7.17)

$$D_{y'}(C) = \frac{R^2}{4} \frac{\theta}{f} (t-1) \sin 2\varphi - \frac{R^2}{8f} (t-1) \beta_0 (1 + \cos 2\varphi) - \frac{R^2}{8f} \beta_0 \beta_0^2 (t-1) \sin 2\varphi$$

$$\begin{aligned}
 D_{x'}(A) = & -2R\theta^2 t \cos \varphi + 2R\rho_0\beta_0^2 \theta t \cos \varphi + \\
 & + \frac{R}{2} \rho_0 \theta (t+1) \sin \varphi - R\rho_0^2 \beta_0^4 \frac{t}{2} \cos \varphi - \\
 & - R\rho_0 \left( \frac{\beta_0^3}{4} (t+1) \sin \varphi \right)
 \end{aligned} \tag{7.18}$$

$$\begin{aligned}
 D_{y'}(A) = & \theta \beta_0 R \frac{(t+1)}{2} \cos \varphi - \beta_0^2 \frac{R}{2} \sin \varphi - \\
 & - \frac{R}{4} \rho_0 \beta_0^3 (t+1) \cos \varphi
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 D_{x'}(c.c.) = & -R \cos \varphi \theta^2 t - \frac{3}{4} R \cos \varphi \beta_0^2 t (4\rho_0 \theta - \\
 & - 1 - \rho_0^2 \beta_0^2)
 \end{aligned} \tag{7.19}$$

$$\begin{aligned}
 D_{y'}(c.c.) = & -R \sin \varphi \theta^2 - \frac{3}{4} R \sin \varphi \beta_0^2 (4\rho_0 \theta - \\
 & - 1 - \rho_0^2 \beta_0^2)
 \end{aligned}$$

En estas expresiones se han reemplazado las coordenadas  $(x', y')$  con las  $(R, \varphi)$  de modo que  $x' = R \cos \varphi$  e  $y' = R \sin \varphi$ . Las coordenadas  $x', y'$  representan la posición de un punto de un círculo de radio  $R$  ubicado sobre un plano perpendicular al haz difractado correspondiente al centro del campo. Por lo tanto, el valor del radio del círculo máximo ( $R_{MAX}$ ) resulta igual al producto del radio de la red por el coseno del ángulo difractado ( $\phi'_0$ ). En la figura VII.1 se representan las desviaciones transversales sobre el plano paraxial correspondientes a las distintas aberraciones, para circunferencias

de radios  $.25 R_{MAX}$ ,  $.5 R_{MAX}$ ,  $.75 R_{MAX}$  y  $R_{MAX}$ , y para dos puntos extremos del campo (centro  $\equiv \beta_0 = 0$  y borde  $\equiv \beta_0 = .035$ ). Las imágenes representadas en a), b), c) y d) corresponden, respectivamente; a aberración esférica, coma, estigmatismo y astigmatismo junto con curvatura de campo.

De la figura VII.1 se deduce que los anchos de las imágenes en la dirección de la dispersión correspondientes a aberración esférica, coma, estigmatismo y astigmatismo y curvatura de campo, son de aproximadamente  $440 \mu\text{m}$ ,  $120 \mu\text{m}$ ,  $1900 \mu\text{m}$  y  $2800 \mu\text{m}$  respectivamente. Por otra parte, el tamaño de dichas imágenes varía muy poco con el punto del campo considerado, razón por la cual no parece atractiva la idea de ubicar la red de modo que  $D = 2f$  y  $D' = 2f'$ . Si bien con esta posición de la red la coma se reduce aproximadamente a la mitad (comparar el valor del parámetro  $t$  resultante para las dos posiciones de la red), esta aberración no es la dominante; y por lo tanto no resulta de interés el diseño con la red en tal posición.

Las imágenes correspondientes a astigmatismo y curvatura de campo se representan juntas ya que, como se deduce de (7.18) y (7.19), sus respectivas desviaciones tienen la misma dependencia funcional con las variables y parámetros constructivos que describen el sistema.

Las imágenes representadas en la figura VII.1 corresponden al enfoque paraxial y se pueden reducir considerablemente en otros planos focales: la aberración esférica disminuye en un factor cuatro en el círculo de mínima confusión, mientras que la imagen de astigmatismo y curvatura de campo puede (mediante adecuados corrimientos de las ranuras de entrada y salida) ser estigmática en el centro del campo y para una longitud de onda media del espectro, o bien ser lineal y paralela a las líneas espectrales en el centro del campo. Se estudian a continuación estas dos posibilidades.

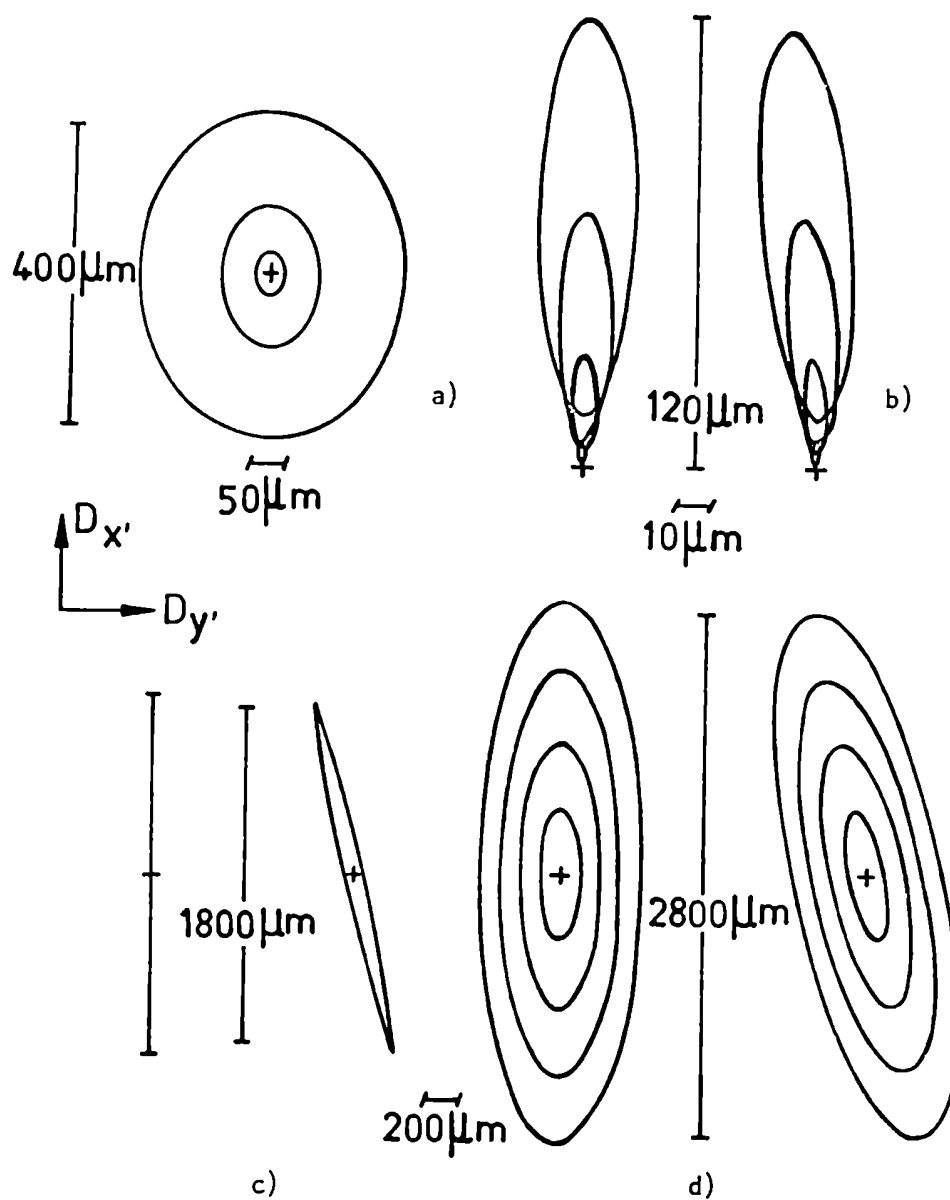


Figura VII.1 Desviaciones transversales sobre el plano paraxial debidas a: a)  $AE$ , b)  $C$ , c)  $A$  y d)  $(A+C.C.)$ . Las imágenes de la izquierda corresponden al centro del campo mientras que las de la derecha corresponden al borde del mismo.

### 7.1.1 Imagen estigmática

Al desplazar la ranura de entrada de su ubicación sobre el plano focal del espejo, se altera la colimación y, consecuentemente, cambia la posición de la imagen, por lo que es necesario desplazar también la ranura de salida. Esta modificación en la posición de las ranuras es equivalente, siempre que los desplazamientos sean pequeños, a introducir en la deformación del frente de ondas correspondiente al sistema en estudio los siguientes términos:

$$b r^2 - b' r'^2 \quad (7.20)$$

donde  $r^2 = (x^2 + y^2) = (x'^2 t^2 + y'^2)$  y  $r'^2 = (x'^2 + y'^2)$

Siguiendo un procedimiento similar al empleado para deducir la expresión (4.11), se pueden relacionar  $b$  y  $b'$  con los corrimientos de las ranuras de entrada ( $\Delta f$ ) y salida ( $\Delta f'$ ):

$$b = - \frac{\Delta f}{2f^2} \quad (7.21)$$

$$b' = - \frac{\Delta f'}{2f'^2}$$

En estas expresiones un  $\Delta f$  positivo corresponde a un alejamiento de la ranura de entrada respecto del espejo colimador, mientras que un  $\Delta f'$  positivo corresponde a un acercamiento de la ranura de salida respecto del espejo de la cámara.

Sumando las desviaciones transversales correspondientes a astigmatismo

y curvatura de campo en el plano paraxial a las provenientes de (7.20), se obtiene:

$$\begin{aligned}
 Dx' = & R \cos \varphi [2(b-b')f + 4(t-1)bf - 3\theta^2 t] + \\
 & + 2R p_0 \beta_0^2 \theta t \cos \varphi + \frac{R}{2} \beta_0 \theta (t+1) \sin \varphi - \\
 & - \frac{R}{2} p_0^2 \beta_0^4 \frac{t}{2} \cos \varphi - R p_0 \frac{\beta_0^3}{4} (t+1) \sin \varphi \quad (7.22)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Dy' = & R \sin \varphi [2(b-b')f - \theta^2] + \theta \beta_0 R \frac{(t+1)}{2} \cos \varphi - \\
 & - \frac{\beta_0^2}{2} \frac{R}{2} \sin \varphi - \frac{R}{4} p_0 \beta_0^3 (t+1) \cos \varphi
 \end{aligned}$$

El primer término de cada igualdad corresponde a las desviaciones transversales en el centro del campo sobre el nuevo plano focal. Para que la imagen en el centro del campo sea estigmática, es necesario que  $b$  y  $b'$  verifiquen las siguientes igualdades:

$$\begin{aligned}
 2(b-b')f + 4(t-1)bf - 3\theta^2 t &= 0 \\
 2(b-b')f - \theta^2 &= 0 \quad (7.23)
 \end{aligned}$$

Estas expresiones se satisfacen para corrimientos de las ranuras iguales a:

$$\Delta f = \frac{\theta^2(1-3t)}{2(t-1)} f$$

$$\Delta f' = - \frac{\theta^2(t+1)}{2(t-1)} f'$$
(7.24)

Debido a que el parámetro  $t = \frac{\cos \phi_0}{\cos \phi'_0}$  es una función de la longitud de onda ( $\lambda$ ), se deduce de esta expresión que sólo es posible conseguir una imagen estigmática para una única  $\lambda$ . Por lo tanto es interesante estudiar la variación de  $\Delta f$  y  $\Delta f'$  con  $\lambda$ .

A partir de la ecuación de la red (3.25) y del valor que adopta  $\phi'_0 - \phi_0$  para este diseño, se puede demostrar que, a primer orden en  $\lambda$ ,  $t(\lambda)$  está dado por:

$$t - 1 = m \frac{\lambda \operatorname{sen} 2\theta}{d \cos^2 2\theta} \quad (7.25)$$

donde  $m$  representa el orden de interferencia y  $d$  la distancia entre surcos de la red.

Reemplazando (7.25) en (7.24) se obtiene la variación de  $\Delta f$  y  $\Delta f'$  con  $\lambda$  (ver fig. VII.2.a). Cada punto de dichas curvas representa los corrimientos necesarios de las ranuras de entrada y salida, respectivamente, para conseguir una imagen estigmática en el centro del campo y para cada  $\lambda$ . Se observa que para longitudes de onda extremas los corrimientos difieren en aproximadamente un factor dos. Se estudia la variación del ancho de la imagen, en la dirección de la dispersión de la luz, cuando se elige arbitrariamente que la imagen sea estigmática para  $\lambda_0 = 5000 \text{ \AA}$ . De la (7.22) se deduce que



el ancho ( $A$ ) de la imagen es igual a:

$$A = 2R_{MAX.} [2(b-b')f + 4(t-1)bf - 3\theta^2 t] \quad (7.26)$$

donde para la longitud de onda elegida, resulta:

$$R_{MAX.} = 10 \text{ cm} \cos \phi' = 10 \text{ cm} \cos [\arcsen 0,5,93 \lambda + 0,14]$$

$$t-1 = 170,744 \frac{\lambda}{\text{mm}}$$

$$\Delta f = -6,47 \text{ cm} \quad \Delta f' = -5,98 \text{ cm}$$

$$b = 2,3235 \times 10^{-4} \text{ cm}^{-1} \quad b' = 2,99 \times 10^{-4} \text{ cm}^{-1}$$

En la figura VII.2.b) se representa dicho ancho en función de  $\lambda$ . Las fuertes variaciones de la función muestran claramente que sólo es posible trabajar, sin reajustar el instrumento, en cortos rangos de longitudes de onda.

Modificando levemente la posición de la ranura de salida (hacia el círculo de mínima confusión) se puede disminuir la aberración esférica. Por lo tanto, adoptando como criterio que el ancho de la imagen de astigmatismo y curvatura de campo no supere al correspondiente a la aberración esférica (supongamos del orden de  $200 \mu\text{m}$ ), el rango espectral en que se puede trabajar, sin reajustar el instrumento, es igual a  $4500 \text{ \AA} \leq \lambda \leq 5600 \text{ \AA}$ . Un rango espectral tan pequeño muestra que este instrumento no es muy adecuado para estudiar estructuras de fuentes luminosas.

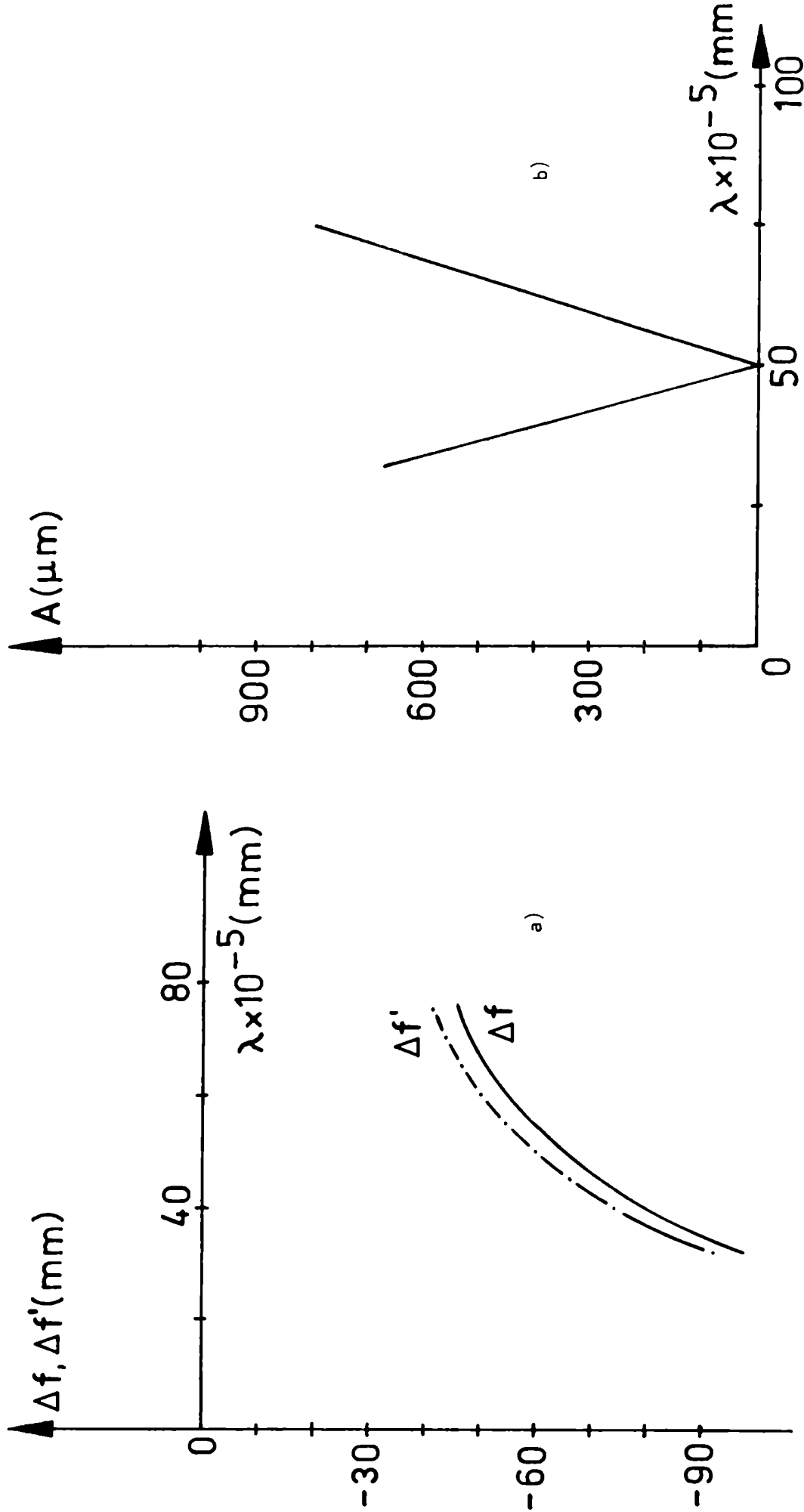


Figura VII.2 En a) se representan los corrimientos adecuados de las ranuras, para que la imagen sea estigmática, en función de  $\lambda$ . En b) se representa la variación del ancho de dicha imagen en función de  $\lambda$ .

### 7.1.2 Imagen lineal y paralela a las líneas espectrales

En aquellos casos en que no interese obtener información sobre la estructura de la fuente luminosa, se puede (mediante desplazamientos de las ranuras de entrada y salida) obtener una imagen lineal y paralela a las líneas espectrales en el centro del campo. Los corrimientos adecuados de las ranuras, se obtienen de imponer en (7.22) la condición de que el ancho de la imagen en la dirección de la dispersión sea nulo para cualquier  $\lambda$  (independiente de  $t$ ). Para el diseño particular considerado resulta:

$$\begin{aligned}\Delta f &= -\frac{3}{2} \Theta^2 f = -0,735 \text{ cm} \\ \Delta f' &= \frac{3}{2} \Theta^2 f' = 0,735 \text{ cm}\end{aligned}\tag{7.27}$$

En la figura VII.3 se representan las desviaciones transversales de la imagen correspondientes a astigmatismo y curvatura de campo, sobre el nuevo plano focal. La imagen superior corresponde al centro del campo, mientras que la inferior corresponde al borde del mismo. En trazo punteado se representa la línea espectral. De la figura puede observarse que, aún para el borde del campo, la imagen se mantiene elongada en la dirección de la línea espectral, sin prácticamente ensancharla (ancho efectivo  $\simeq 10 \mu\text{m}$ ). Debido a que los desplazamientos  $\Delta f$  y  $\Delta f'$  son independientes de  $\lambda$ , se puede trabajar, sin modificar la posición de las ranuras, en todo el rango de  $\lambda$ .

### 7.1.3 Calidad de las imágenes

Por lo señalado en la sección anterior, las aberraciones dominantes en estos diseños (Ebert y Czerny-Turner) son la aberración esférica y la coma.

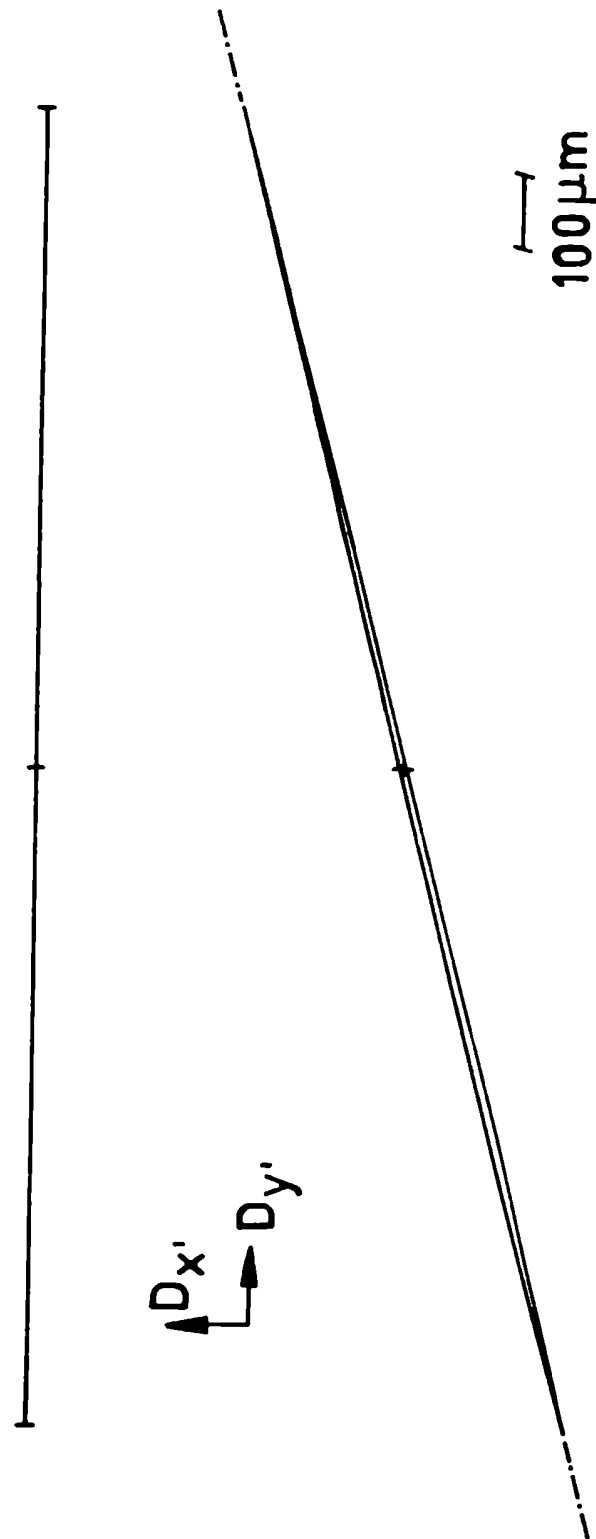


Figura VII.3 Desviaciones transversales de la imagen correspondiente a A+C.C.. La imagen superior corresponde al centro del campo, y la inferior al borde del mismo. Las líneas punteadas representan la línea espectral.

La aberración esférica limita los cocientes focales en que estos instrumentos son utilizados al rango  $f/8$  a  $f/20$  (en muchas aplicaciones estos cocientes focales resultan suficientes).

La imagen de coma, en un espectrómetro Czerny-Turner, se puede mejorar juntando los espejos<sup>(1)</sup>. De esto modo se disminuye el factor de anamorfosis y, consecuentemente, el ancho de la imagen (ver expresión 7.17). Shafer, Megill y Droppleman<sup>(2)</sup> compensaron parcialmente esta aberración mediante un diseño no simétrico (espejos de distintos radios de curvatura y centros de curvatura no coincidentes). En un trabajo posterior, Shafer<sup>(3)</sup> consiguió, además, corregir parcialmente el astigmatismo utilizando espejos toroidales. Evidentemente el espectrómetro Ebert, por utilizar un solo espejo, permite menos posibilidades de modificaciones como para mejorar la calidad de las imágenes con él obtenidas<sup>(4)</sup>.

#### 7.1.4 Curvatura de las ranuras

Ubicando las ranuras de entrada y salida en planos perpendiculares al rayo principal correspondiente al centro del campo (ver sección 4.2.2), y suponiendo que las mismas satisfacen las relaciones:

$$X_r = -\frac{y_r^2}{2\rho_e} + O(y_r^4)$$

$$X'_r = -\frac{y_r'^2}{2\rho_s} + O(y_r'^4)$$
(7.28)

se pueden calcular (ver sección 3.4) las curvaturas  $(1/\rho_e)$  y  $(1/\rho_s)$  correspondientes a dichas ranuras.

Considerando las expresiones (3.47), (3.49), (7.3), (7.7) a (7.14) y (7.28) resulta:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho_e} &= \frac{1}{f} \operatorname{ctg} \left( \frac{\phi'_0 - \phi_0}{2} \right) \left( 1 + \frac{1}{2} \theta^2 \right) + \frac{\epsilon}{2f} \theta \\ \frac{1}{\rho_s} &= - \frac{1}{f'} \operatorname{ctg} \left( \frac{\phi'_0 - \phi_0}{2} \right) \left( 1 + \frac{\theta'^2}{2} \right) - \frac{\epsilon}{2f'} \theta' \end{aligned} \quad (7.29)$$

$1/\rho_e$  representa la curvatura adecuada de la ranura de entrada para que la curvatura de las líneas espectrales sea independiente de la longitud de onda, y  $1/\rho_s$  es la curvatura que debe tener la ranura de salida para "adaptarse" satisfactoriamente con dichas líneas. En la expresión (7.29) los términos proporcionales a  $\theta$  corresponden a la distorsión introducida por los espejos, mientras que los restantes términos corresponden a la distorsión introducida por la red. Con los parámetros constructivos considerados resulta:  $\rho_e = 13,85 \text{ cm}$   
 $\rho_s = -13,85 \text{ cm}$ .

Fastie<sup>(4)</sup> fue el primero en señalar que utilizando ranuras curvas en un espectrómetro Ebert, se consigue que la curvatura de las líneas espectrales sea independiente de la longitud de onda. Posteriormente esto se aplicó a otros diseños.

## 7.2 Diseño $\mathcal{L}_2$

Este espectrómetro (Czerny-Turner con espejos parabólicos centrados) está representado, junto con sus correspondientes Diagramas, en la figura V.2.

Eligiendo las coordenadas  $X, X', Y$  e  $Y'$  del mismo modo que en el caso anterior, los parámetros que describen los Diagramas son:

$$\begin{aligned}
 \Gamma_1 &= -\frac{1}{32f^3} & \xi_{01} &= 2f\theta & \eta_{01} &= 0 & l_1 &= 2f - D \\
 \Gamma_2 &= \frac{1}{32f^3} & \xi_{02} &= 0 & \eta_{02} &= 0 & l_2 &= -D \\
 \Gamma_3 &= -\frac{1}{32f'^3} & \xi_{03} &= -2f'\theta' & \eta_{03} &= 0 & l_3 &= -(2f' - D') \\
 \Gamma_4 &= \frac{1}{32f'^3} & \xi_{04} &= 0 & \eta_{04} &= 0 & l_4 &= D'
 \end{aligned}
 \tag{7.30}$$

Si siguiendo el mismo procedimiento señalado en el caso anterior, e imponiendo también la condición (7.3), se obtienen las siguientes expresiones para las distintas aberraciones:

$$AE = \text{nula} \tag{7.31}$$

$$\begin{aligned}
 C &= \frac{x'^3}{4} \left[ \left( \frac{\theta}{f^2} - \frac{\theta'}{f'^2} \right) + 3(t-1) \frac{\theta}{f^2} \right] + \frac{x'y'^2}{4} \left( t \frac{\theta}{f^2} - \right. \\
 &\left. - \frac{\theta'}{f'^2} \right) + \frac{x'^3}{4} \beta_0 \beta_0^2 \left[ \frac{1}{f'^2} - \frac{1}{f^2} - 3 \frac{(t-1)}{f^2} \right] + \\
 &+ x'^2 y' \frac{\beta_0}{4} \left[ \left( \frac{1}{f'^2} - \frac{1}{f^2} \right) - 2 \frac{(t-1)}{f^2} \right] + \frac{x'y'^2}{4} \beta_0 \beta_0^2 \left( \frac{1}{f'^2} - \right.
 \end{aligned}
 \tag{7.32}$$

$$-\frac{t}{f^2}) + \beta_0 \frac{y'^3}{4} \left( \frac{1}{f'^2} - \frac{1}{f^2} \right) \quad (7.32)$$

$$\begin{aligned} A = & -\frac{x'^2}{2} \left[ \frac{\theta^2}{f} + \frac{\theta'^2}{f'} + 2(t-1) \frac{\theta^2}{f} \right] + \frac{x'^2}{2} \beta_0 \beta_0^2 \left[ \frac{\theta}{f^2} (2f - \right. \\ & \left. - D) + 2(t-1) \frac{\theta}{f} (2f - D) + \frac{\theta'}{f'} (2f' - D') \right] + \\ & + \frac{x' y'}{2} \beta_0 \left[ t \frac{\theta}{f^2} (2f - D) + \theta' \frac{(2f' - D')}{f'^2} \right] - \quad (7.33) \\ & - \beta_0^2 \beta_0^4 \frac{x'^2}{2} \left[ \frac{1}{f^2} (f - D) + 2(t-1)(f - D) + \frac{1}{f'^2} (f' - D') \right] - \\ & - \beta_0^2 \frac{y'^2}{2} \left[ \frac{(f - D)}{f^2} + \frac{(f' - D')}{f'^2} \right] - x' y' \beta_0 \beta_0^3 \left[ \frac{t}{f^2} (f - D) + \right. \\ & \left. + \frac{1}{f'^2} (f' - D') \right] \end{aligned}$$

D.D.  $\equiv$

$$\begin{aligned} \partial x_p = & \theta^3 - \beta_0^3 \beta_0^6 \left[ \left(1 - \frac{D}{2f}\right)^3 + \left(\frac{D}{2f}\right)^3 \right] + 3 \beta_0^2 \beta_0^4 \theta \left(1 - \right. \\ & \left. - \frac{D}{2f}\right)^2 - 3 \beta_0 \beta_0^2 \theta^2 \left(1 - \frac{D}{2f}\right) + \beta_0^2 \theta \left(1 - \frac{D}{2f}\right)^2 - \\ & - \beta_0^4 \beta_0 \left[ \left(1 - \frac{D}{2f}\right)^3 + \left(\frac{D}{2f}\right)^3 \right] \quad (7.34) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \delta y_p = & -\beta_0 \theta^2 (1 - D/2f) - \beta_0^5 \beta_0^2 [(1 - D/2f)^3 + (D/2f)^3] + \\ & + 2\beta_0 \beta_0^3 \theta (1 - D/2f)^2 - \beta_0^5 [(1 - D/2f)^3 + (D/2f)^3] \end{aligned} \quad (7.34)$$

$$\begin{aligned} \delta x'_p = & -\theta'^3 + \beta_0^3 \beta_0^6 [(1 - D'/2f')^3 + (D'/2f')^3] - \\ & - 3\theta' \beta_0^2 \beta_0^4 (1 - D'/2f')^2 + 3\beta_0 \beta_0^2 \theta'^2 (1 - D'/2f') - \\ & - \beta_0^2 \theta' (1 - D'/2f')^2 + \beta_0^4 \beta_0 [(1 - D'/2f')^3 + (D'/2f')^3] \end{aligned} \quad (7.35)$$

$$\begin{aligned} \delta y'_p = & \beta_0 \theta'^2 (1 - D'/2f') + \beta_0^2 \beta_0^5 [(1 - D'/2f')^3 + (D'/2f')^3] - \\ & - 2\beta_0 \beta_0^3 \theta' (1 - D'/2f')^2 + \beta_0^3 [(1 - D'/2f')^3 + (D'/2f')^3] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{C.C.} = & -\frac{x'^2}{4} \left\{ (\theta^2/f + \theta'^2/f' + 2(t-1)\theta^2/f) + \right. \\ & + (\beta_0^5 \beta_0^4 + \beta_0^2) \left[ \frac{1}{f} (1 - D/f) + (1 - D'/f') \frac{1}{f'} + \frac{2}{f} (t - \right. \\ & \left. - 1)(1 - D/f) \right] - \beta_0 \beta_0^2 [(2 - D/f)\theta/f + (2 - D'/f')\theta'/f' + \\ & \left. + 2(t-1)(2 - D/f)\theta/f \right\} - \frac{y'^2}{4} \left\{ \theta^2/f + \theta'^2/f' + (\beta_0^2 + \right. \end{aligned} \quad (7.36)$$

$$\begin{aligned}
& + p_0^2 \beta_0^4 \left[ \frac{1}{f} (1 - D/f) + \frac{1}{f'} (1 - D'/f') \right] - p_0 \beta_0^2 \left[ \frac{\theta}{f} (2 - \right. \\
& \left. - D/f) + \frac{\theta'}{f'} (2 - D'/f') \right] \left\} + \frac{x_1^2}{2} \beta_0^2 \left[ \left( \frac{1}{2f} + \frac{1}{2f'} \right) (1 + p_0^2 \beta_0^2) - \right. \\
& \left. - 2 p_0 (\theta/f + \theta'/f') + \frac{(t-1)}{f} (1 + p_0^2 \beta_0^4 - 4 p_0 \theta) \right] + (7.36) \\
& + \frac{y_1^2}{2} \beta_0^2 \left[ \left( \frac{1}{2f} + \frac{1}{2f'} \right) (1 + p_0^2 \beta_0^2) - 2 p_0 (\theta/f + \theta'/f') \right]
\end{aligned}$$

Las desviaciones angulares correspondientes a distorsión introducida por el sistema de referencia  $(\delta x_c, \delta y_c, \delta x'_c \text{ y } \delta y'_c)$ , no fueron calculadas, ya que también en este caso están representadas por las expresiones (7.11) a (7.14). Esto se debe a que dichas desviaciones son independientes de la forma de los espejos.

De las expresiones (7.32), (7.33) y (7.36) se observa que las contribuciones de las distintas aberraciones al centro del campo, son idénticas a las correspondientes al diseño  $\mathcal{L}_1$ . Teniendo esto en cuenta, y considerando además que este diseño es libre de aberración esférica, es de esperar que las imágenes obtenidas con este instrumento sean algo superiores a las correspondientes al diseño anterior.

Considerando los mismos parámetros constructivos elegidos para el diseño  $\mathcal{L}_1$ , se estudian las imágenes correspondientes a las diferentes aberraciones para dos posiciones de la red: red en el plano focal de los espejos ( $D = f$ ;  $D' = f'$ ) y red ubicada de modo que  $D = 2f$  y  $D' = 2f'$ . Esta última posición de la red resulta interesante en este caso, ya que con ella el ancho de la imagen de coma disminuye aproximadamente a la mitad (obsérvese

que como el sistema es libre de aberración esférica y la imagen de astigmatismo y curvatura de campo pueden, en el enfoque adecuado, ser de ancho despreciable, la coma es la única aberración de importancia en el sistema).

### 7.2.1 Red en plano focal

En las figuras VII.4.a) y VII.4.b) se representan, sobre el plano paraxial, las imágenes correspondientes a coma y a astigmatismo junto con curvatura de campo. Estas imágenes corresponden al borde del campo, ya que, como fue señalado anteriormente, las correspondientes al centro del campo coinciden con las representadas en las figuras VII.1.b) y VII.1.d). Por este motivo, la variación del ancho de la imagen correspondiente a astigmatismo y curvatura de campo con  $\lambda$  (en el caso en que la línea espectral de  $5000 \text{ \AA}$  sea estigmática), coincide con la representada en la figura VII.2.b). Si se acepta como criterio que el ancho máximo de dicha imagen no supere al ancho de la imagen de coma correspondiente a la línea de  $5000 \text{ \AA}$  ( $\sim 120 \mu\text{m}$ ), el rango espectral en que se puede trabajar sin reajustar el instrumento resulta muy pequeño ( $4700 \text{ \AA} \leq \lambda \leq 5400 \text{ \AA}$ ). Dado que el ancho de la imagen de coma varía muy suavemente con  $\lambda$  (entre  $84$  y  $150 \mu\text{m}$  para  $3200 \text{ \AA} \leq \lambda \leq 7500 \text{ \AA}$ ), el criterio adoptado es muy razonable, y por lo tanto se concluye que este diseño tampoco es adecuado para estudiar estructuras de fuentes luminosas.

En la figura VII.4.c) se representan las imágenes correspondientes a astigmatismo y curvatura de campo, (en el centro y el borde del campo) sobre el plano focal en el cual dichas imágenes son paralelas a la línea espectral (esta última se indica en trazo punteado). De la figura se observa que el ancho efectivo de la imagen, correspondiente al borde del campo, es de aproximadamente  $60 \mu\text{m}$ . Al igual que con el diseño anterior, es posible trabajar en este

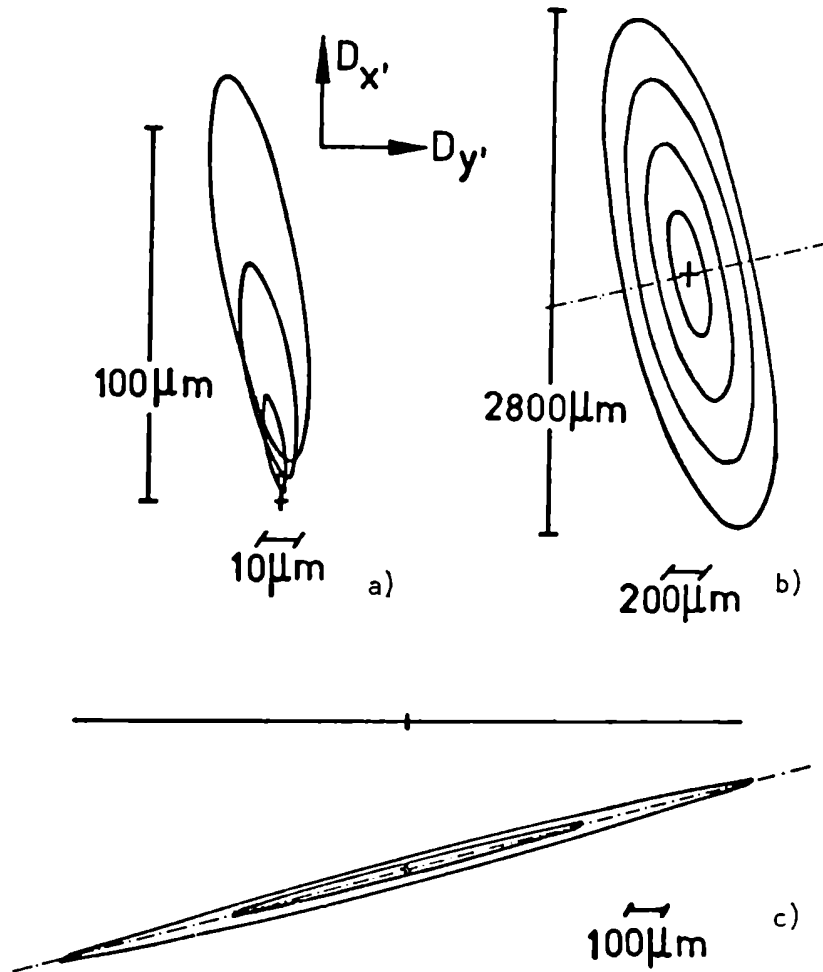


Figura VII.4 Imágenes de coma (a) y astigmatismo y curvatura de campo (b) sobre el plano paraxial y para el borde del campo. En (c) se representan las imágenes de astigmatismo y curvatura de campo en el centro y el borde del campo, sobre el plano focal en el cual dichas imágenes son paralelas a la línea espectral

plano focal en un amplio rango de longitudes de onda sin necesidad de reajustar el instrumento.

En esta situación la aberración dominante es la coma residual. Esta aberración se puede compensar de diversas formas: juntando los espejos<sup>(1)</sup>, considerando espejos de diferentes radios de curvatura<sup>(2)</sup> o también con espejos del mismo radio de curvatura pero de diferentes ángulos fuera de eje<sup>(6)</sup>. Estas compensaciones son aplicables en cortos rangos de longitudes de onda. Murty<sup>(7)</sup> propuso eliminar la coma residual en todo el rango espectral modificando el Czerny-Turner clásico en un monocromador doble.

Finalmente, eligiendo el mismo tipo de ranuras que en el diseño anterior, la curvatura de las mismas, está expresada por:

$$\begin{aligned} \frac{1}{P_e} &= \frac{1}{f} \operatorname{ctg} \frac{\phi'_0 - \phi_0}{2} \left(1 + \frac{1}{2} \theta^2\right) + \frac{3}{2} \frac{\theta}{f} \\ \frac{1}{P_s} &= -\frac{1}{f'} \operatorname{ctg} \frac{\phi'_0 - \phi_0}{2} \left(1 + \frac{\theta'^2}{2}\right) - \frac{3}{2} \frac{\theta'}{f'} \end{aligned} \quad (7.37)$$

Los radios de curvatura de las mismas resultan, con los parámetros constructivos elegidos,  $P_e = 13,85$  cm y  $P_s = -13,85$  cm.

### 7.2.2 Posición de la red que disminuye la coma ( $D = 2f, D' = 2f'$ )

A partir de las expresiones (7.32) a (7.36) y considerando los parámetros constructivos que resultan de adoptar la posición de la red que minimiza la coma, se calculan las desviaciones transversales de las imágenes sobre

el plano paraxial, correspondientes a coma y curvatura de campo junto con astigmatismo, y se las representan, en el centro y en el borde del campo, en las figuras VII.5.a) y b). De estas figuras puede observarse que el ancho de la imagen de coma en el centro del campo se reduce en un factor dos, respecto del diseño con la red ubicada en el plano focal de los espejos, mientras que la imagen debida a astigmatismo y curvatura de campo permanece prácticamente invariable.

Las expresiones (7.33) y (7.36) muestran que las contribuciones de dichas aberraciones al centro del campo son independientes de la posición de la red. Por lo tanto, es de esperar que cuando se elige que la imagen correspondiente a dichas aberraciones y a una dada longitud de onda sea estigmática en el centro del campo, la variación del ancho de dicha imagen con  $\lambda$  sea similar a la correspondiente al diseño con red ubicada en el plano focal de los espejos. (Nótese que si bien el factor de anamorfosis se reduce en este caso a la mitad, el ancho de la imagen depende muy débilmente de dicho factor). Por lo tanto, el rango espectral en que se puede trabajar en este caso (sin reajustar el instrumento) es aún más estrecho que en el caso anterior, debido a que la imagen de coma se ha reducido a la mitad.

En la figura VII.6 se representan las imágenes de astigmatismo y curvatura de campo correspondientes al centro y al borde del campo, y sobre el plano focal en el cual la imagen correspondiente al centro del campo es lineal y tangente a la línea espectral en ese punto (esta última se indica en trazo punteado). De esta figura se observa que el ancho efectivo de la imagen correspondiente al borde del campo es de aproximadamente  $1000 \mu\text{m}$  (la imagen no está elongada en la dirección de la línea espectral), valor excesivamente grande para ser tolerado. Por lo tanto, esta disminución de la coma residual

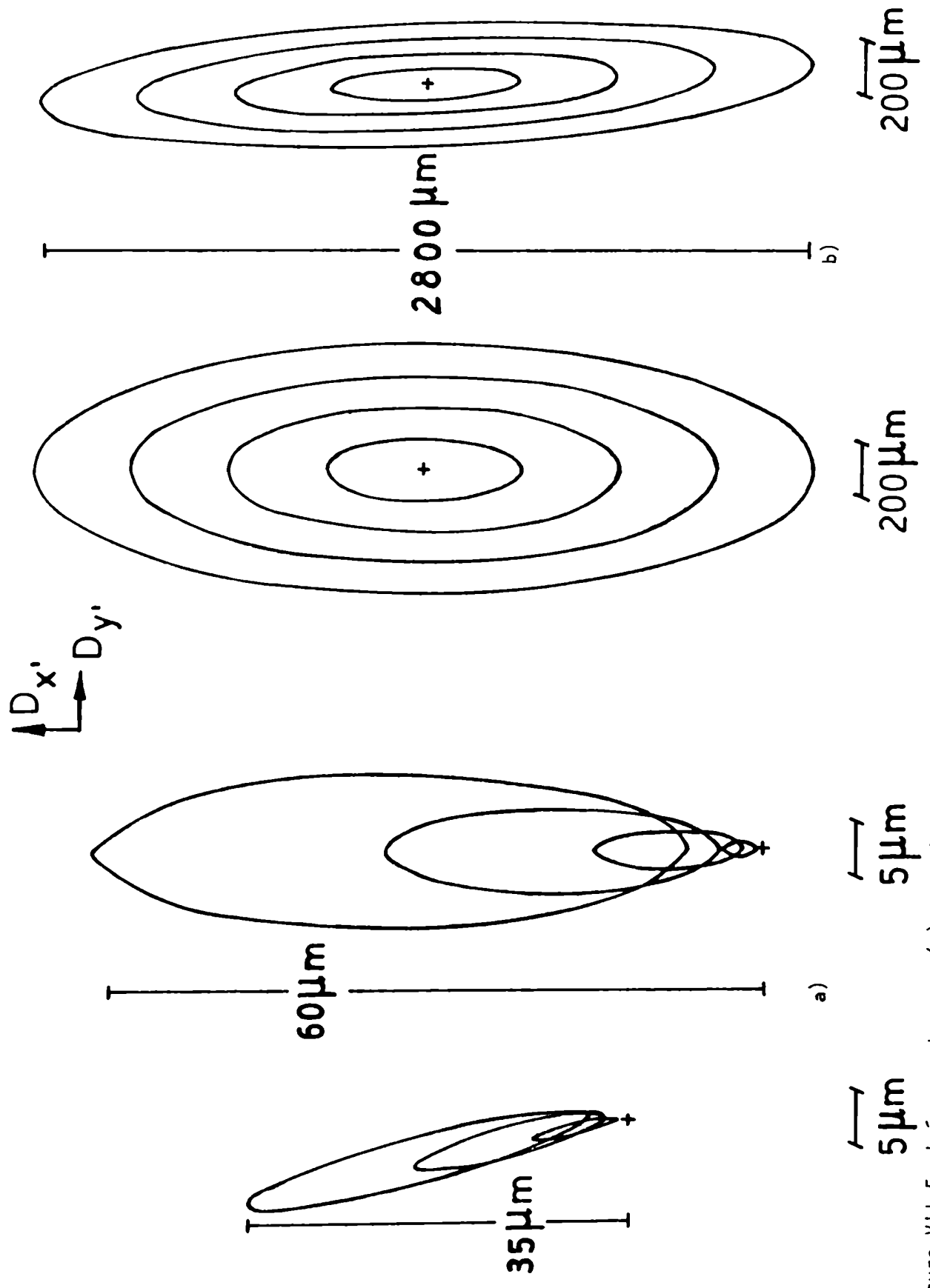


Figura VII.5 Imágenes de coma (a) y astigmatismo junto con curvatura de campo (b), sobre el plano paraxial y en el centro y el borde del campo.

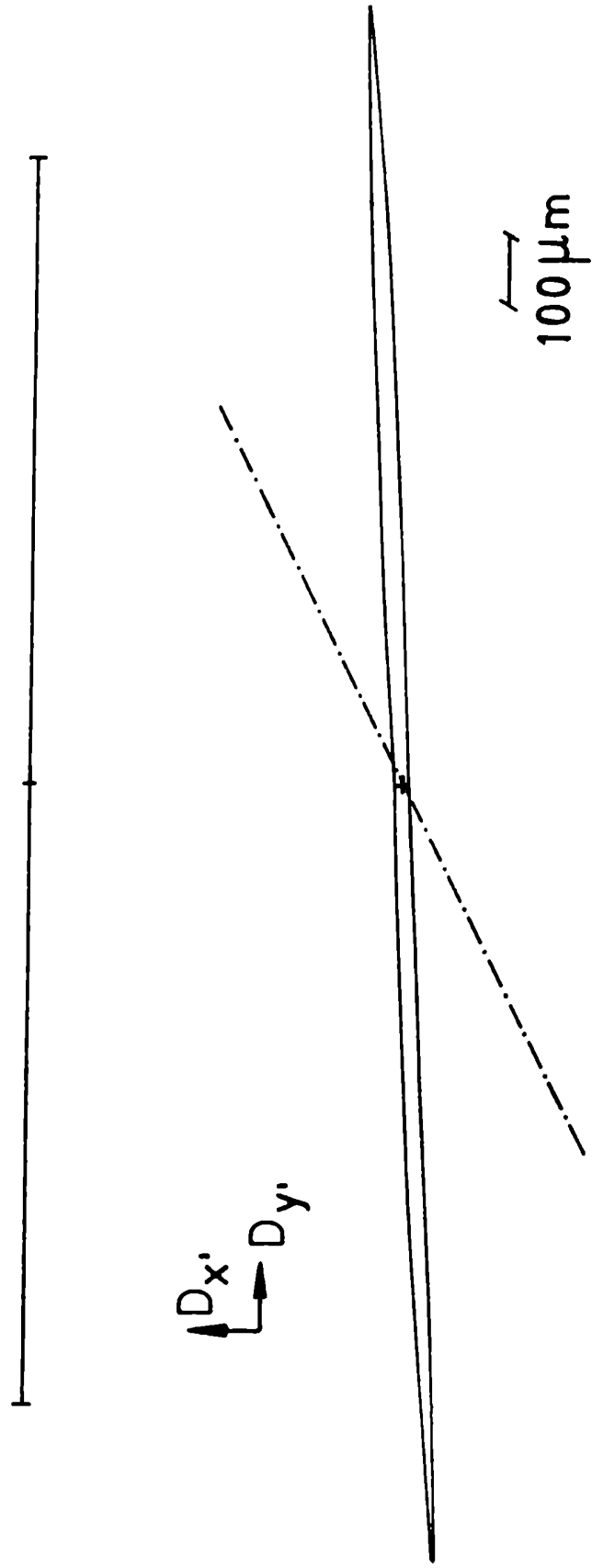


Figura VII.6 Imágenes de astigmatismo y curvatura de campo en el centro (superior) y borde del campo (inferior). En líneas punteadas se representa la dirección de la línea espectral.



no es conveniente, ya que la imagen total resulta de muy inferior calidad a la correspondiente al diseño con la red ubicada en el plano focal de los espejos.

### 7.3. Diseño $\mathcal{L}_3$

Como fue destacado en el capítulo anterior, este montaje no presenta interés como una modificación del Czerny-Turner, sino como Ebert parabolizado. En la figura VII.7 se representa este espectrómetro y sus correspondientes Diagramas. Eligiendo las coordenadas  $X$ ,  $X'$ ,  $Y$ , e  $Y'$  del mismo modo que en los casos anteriores, los parámetros que describen dichos Diagramas son:

$$\begin{aligned}
 \Gamma_1 &= -\frac{1}{32f^3} & \xi_{01} &= 2f\theta & \eta_{01} &= 0 & l_1 &= 2f-D \\
 \Gamma_2 &= \frac{1}{32f^3} & \xi_{02} &= -2f\theta & \eta_{02} &= 0 & l_2 &= -D \\
 \Gamma_3 &= -\frac{1}{32f^3} & \xi_{03} &= -2f\theta' & \eta_{03} &= 0 & l_3 &= -(2f-D') \\
 \Gamma_4 &= \frac{1}{32f^3} & \xi_{04} &= 2f\theta' & \eta_{04} &= 0 & l_4 &= D'
 \end{aligned} \tag{7.38}$$

Siguiendo el mismo procedimiento indicado en los diseños anteriormente estudiados e imponiendo también la condición (7.3), se obtienen las siguientes expresiones para las distintas aberraciones:

$$AE : \text{nula} \tag{7.39}$$

$$\begin{aligned}
C &= \frac{x'^3}{2f^2} [\vartheta - \theta' + 3(t-1)\theta] + \frac{xy'^2}{2f^2} (t\theta - \theta') - \\
&- \frac{x'^3}{4f^2} 3(t-1) p_0 \beta_0^2 - \frac{x'y'^2}{4f^2} p_0 \beta_0^2 (t-1) - \\
&- x'^2 y' \frac{\beta_0}{2f^2} (t-1)
\end{aligned} \quad (7.40)$$

$$\begin{aligned}
A &= -\frac{1}{2f} (p_0 \beta_0^2 x't + \beta_0 y')^2 (1-D/f) - \frac{1}{2f} (p_0 \beta_0^2 x' + \\
&+ \beta_0 y')^2 (1-D'/f) + \frac{x't}{f} (p_0 \beta_0^2 x't + \beta_0 y') \theta (1-D/f) + \\
&+ \frac{x'}{f} (p_0 \beta_0^2 x' + \beta_0 y') \theta' (1-D'/f)
\end{aligned} \quad (7.41)$$

D.D.  $\equiv$

$$\begin{aligned}
\Delta_{x_p} &= 2\theta^3 - \frac{1}{4} p_0^3 \beta_0^2 + \frac{3}{2} p_0^2 \beta_0^4 \theta - 3 p_0 \beta_0^2 \theta^2 + \\
&+ \frac{1}{2} \beta_0^2 \theta - \frac{1}{4} p_0 \beta_0^4
\end{aligned} \quad (7.42)$$

$$\Delta_{y_p} = -\beta_0 \theta^2 - \frac{1}{4} p_0^2 \beta_0^5 + \frac{3}{4} p_0^3 \theta - \frac{1}{4} \beta_0^3$$

$$\begin{aligned} \Delta x'_p = & -2\theta'^3 + \frac{1}{4} p_0^3 \beta_0^3 - \frac{3}{2} p_0^2 \beta_0^4 \theta' + 3 p_0 \beta_0^2 \theta'^2 - \\ & - \frac{1}{2} \beta_0^2 \theta' + \frac{1}{4} p_0 \beta_0^4 \end{aligned} \quad (7.43)$$

$$\Delta y'_p = \beta_0 \theta'^2 + \frac{1}{4} p_0^2 \beta_0^5 + p_0 \beta_0^3 \theta' + \frac{1}{4} \beta_0^3$$

$$\Delta x_c = \frac{1}{2} (p_0^3 \beta_0^3 + p_0 \beta_0^4) - (p_0^2 \beta_0^4 + \beta_0^2) \theta \quad (7.44)$$

$$\Delta y_c = \frac{1}{2} (\beta_0^3 + p_0^2 \beta_0^5)$$

$$\Delta x'_c = -\frac{1}{2} (p_0^3 \beta_0^6 + p_0 \beta_0^4) + (p_0^2 \beta_0^4 + \beta_0^2) \theta'$$

$$\Delta y'_c = -\frac{1}{2} (\beta_0^3 + p_0^2 \beta_0^5) \quad (7.45)$$

$$\begin{aligned} \text{C.C.} = & -\frac{1}{4f} (x'^2 t^2 + y'^2) (1 - D/f) [p_0^2 \beta_0^4 + \beta_0^2 - 2\theta p_0 \beta_0^2] - \\ & -\frac{1}{4f} (x'^2 + y'^2) (1 - D'/f) [p_0^2 \beta_0^4 + \beta_0^2 - 2\theta' p_0 \beta_0^2] + \\ & + \frac{x'^2}{2f} [(p_0^2 \beta_0^4 + \beta_0^2) t - 2 p_0 \beta_0^2 (\theta + 2(t-1)\theta + \theta')] + \\ & + \frac{y'^2}{2f} [p_0^2 \beta_0^4 + \beta_0^2 - 2 p_0 \beta_0^2 (\theta + \theta')] \end{aligned} \quad (7.46)$$

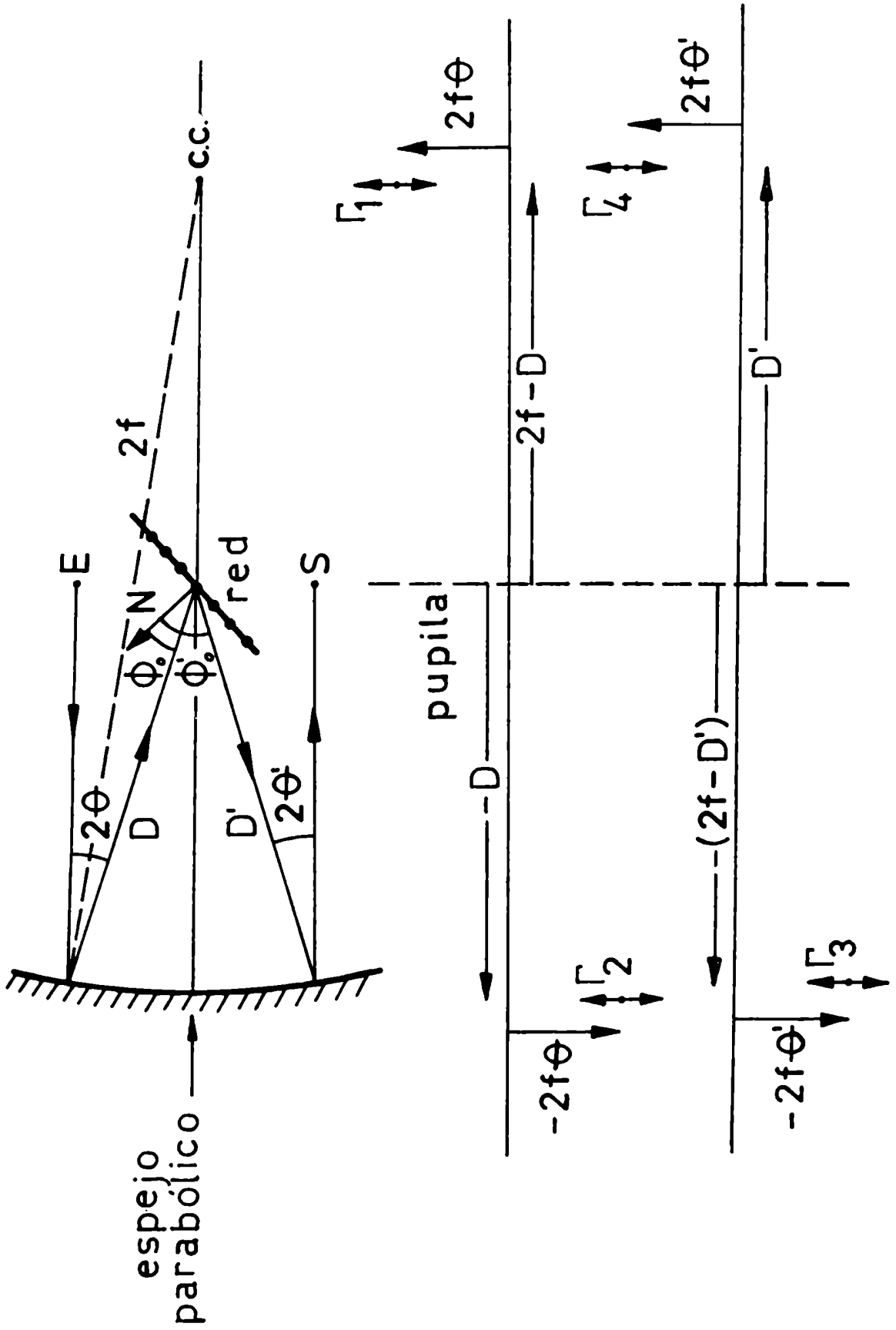


Figura VII.7 Espectrómetro Ebert parabolizado y sus correspondientes Diagramas.

En las expresiones (7.42) a (7.45) se ha impuesto la condición  $D = D' = f$ , ya que para esta posición de la red, se logran eliminar el astigmatismo y los términos de curvatura de campo introducidos por las placas que constituyen los Diagramas (expresiones (7.41) y (7.46)). De este modo, las únicas aberraciones presentes son la coma y la curvatura de campo debida al sistema de referencia<sup>(8-9)</sup>.

Considerando los mismos parámetros constructivos en los diseños anteriores, se evalúan las desviaciones transversales de dichas imágenes sobre el plano gaussiano:

$$\begin{aligned}
 D_{x'}(c) = & \frac{R^2 \theta (t-1)}{2f} (5 + 4 \cos 2\varphi) - \\
 & - \frac{R^2 p_0 \beta_0^2}{4f} (t-1)(5 + 4 \cos 2\varphi) - \\
 & - \frac{R^2 \beta_0}{2f} (t-1) \sin 2\varphi
 \end{aligned} \tag{7.47}$$

$$\begin{aligned}
 D_{y'}(c) = & \frac{R^2 \theta}{2f} (t-1) \sin 2\varphi - \frac{R^2 p_0 \beta_0^2}{4f} (t-1) \sin 2\varphi - \\
 & - \frac{R^2 \beta_0}{4f} (t-1)(1 + \cos 2\varphi)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 D_{x'}(c.c.) = & R \cos \varphi \beta_0^2 t (p_0^2 \beta_0^2 + 1 - 4 p_0 \theta) \\
 D_{y'}(c.c.) = & R \sin \varphi \beta_0^2 (p_0^2 \beta_0^2 + 1 - 4 p_0 \theta)
 \end{aligned} \tag{7.48}$$

Debido a la imposición de la ecuación (7.3) (invariancia de la curvatura de las líneas espectrales frente a cambios en la longitud de onda), la imagen correspondiente a curvatura de campo resulta estigmática. Por lo tanto, la única aberración presente es la coma residual.

En la figura VII.8 se representan las imágenes de coma correspondientes al centro y al borde del campo; las mismas tienen un ancho, en la dirección de la dispersión de la luz, de aproximadamente  $240 \mu\text{m}$ . Por otra parte, puede observarse que la forma de la imagen varía muy suavemente con el punto del campo considerado. Extendiendo este resultado al Ebert no simétrico ( $\Theta \neq \Theta'$ ), se estudia la posibilidad de minimizar la coma en el centro del campo ( $\beta_0 = 0$ )<sup>(10)</sup>. Teniendo en cuenta que tanto la aberración esférica como el astigmatismo se cancelan independientemente de los valores  $\Theta$  y  $\Theta'$ , se pueden elegir éstos de manera de compensar la coma. Para determinar cuáles son los valores más apropiados de  $\Theta$  y  $\Theta'$ , se estudian pequeñas variaciones de los mismos manteniendo la suma  $\Theta + \Theta' = \frac{\phi'_0 - \phi_0}{2} = \text{constante}$ . De este modo, como podrá verse más adelante,  $t$  resulta invariable para cada longitud de onda.

Se proponen valores de  $\Theta$  y  $\Theta'$ , relacionados a través de:

$$\Theta' = \Theta [1 + a(t - 1)] \quad (7.48)$$

donde  $a$  es un parámetro libre y cuyo valor se ajusta de manera que minimice la coma. Reemplazando (7.48) en (7.40) se obtiene la siguiente expresión de la coma residual en el centro del campo:

$$C(\beta_0 = 0) = \frac{1}{2} \frac{\Theta}{f^2} (t - 1) [x' (3x'^2 + y'^2) - a x' (x'^2 + y'^2)] \quad (7.49)$$

El primer término dentro del corchete representa la coma residual correspondiente al llamado Ebert simétrico ( $\Theta = \Theta'$ ), cuya imagen está repre-

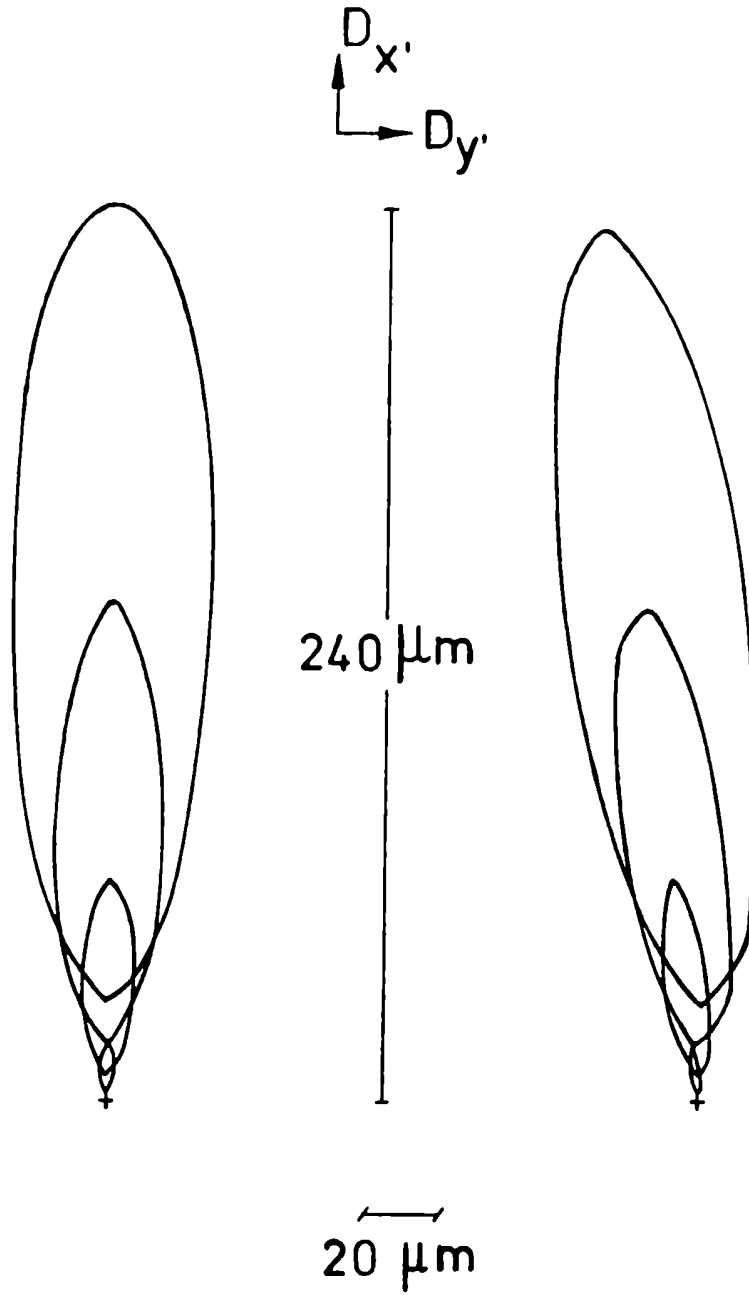


Figura VII.8 Imágenes de coma correspondientes al centro y al borde del campo obtenidas con un espectrómetro Ebert simétrico.

sentada en la figura VII.8, mientras que el siguiente corresponde a un término típico de coma de tercer orden. Evidentemente, ningún valor de  $a$  puede cancelar totalmente la coma.

Derivando la expresión (7.49) respecto de  $X'$  e  $Y'$ , se obtienen las desviaciones transversales de la imagen sobre el plano gaussiano y para diferentes circunferencias sobre el plano perpendicular al haz difractado, resultan- do:

$$\begin{aligned} D_{x'}(c(\beta_0=0)) &= \frac{R^2}{2f} \theta (t-1) [(5-2a) + (4-a) \cos 2\varphi] \\ D_{y'}(c(\beta_0=0)) &= \frac{R^2}{2f} \theta (t-1) [(1-a) \sin 2\varphi] \end{aligned} \quad (7.50)$$

Teniendo en cuenta que la desviación es nula para perturbaciones que atraviesan el centro de la pupila ( $R = 0$ ), y que para  $R$  y  $a$  fijos ( $R \neq 0$ ) el ancho de la línea toma valores extremos cuando  $\cos 2\varphi = \pm 1$ , se puede conocer el ancho de la imagen en función de  $a$  a partir de las siguientes tres rectas extremas:

$$\frac{D_{x'}}{K} = 9 - 3a, \quad \frac{D_{x'}}{K} = 1 - a, \quad D_{x'} = 0 \quad (7.51)$$

donde  $K = \frac{R^2 \theta (t-1)}{2f}$

En la figura VII.9.a) se representan estas curvas en función de  $a$ . Evidentemente, el ancho relativo de la imagen para cada valor de  $a$  queda determinado por la distancia, medida a lo largo del eje de abscisas, entre las dos rectas más distantes entre sí. (zona rayada en la figura). Las imágenes más



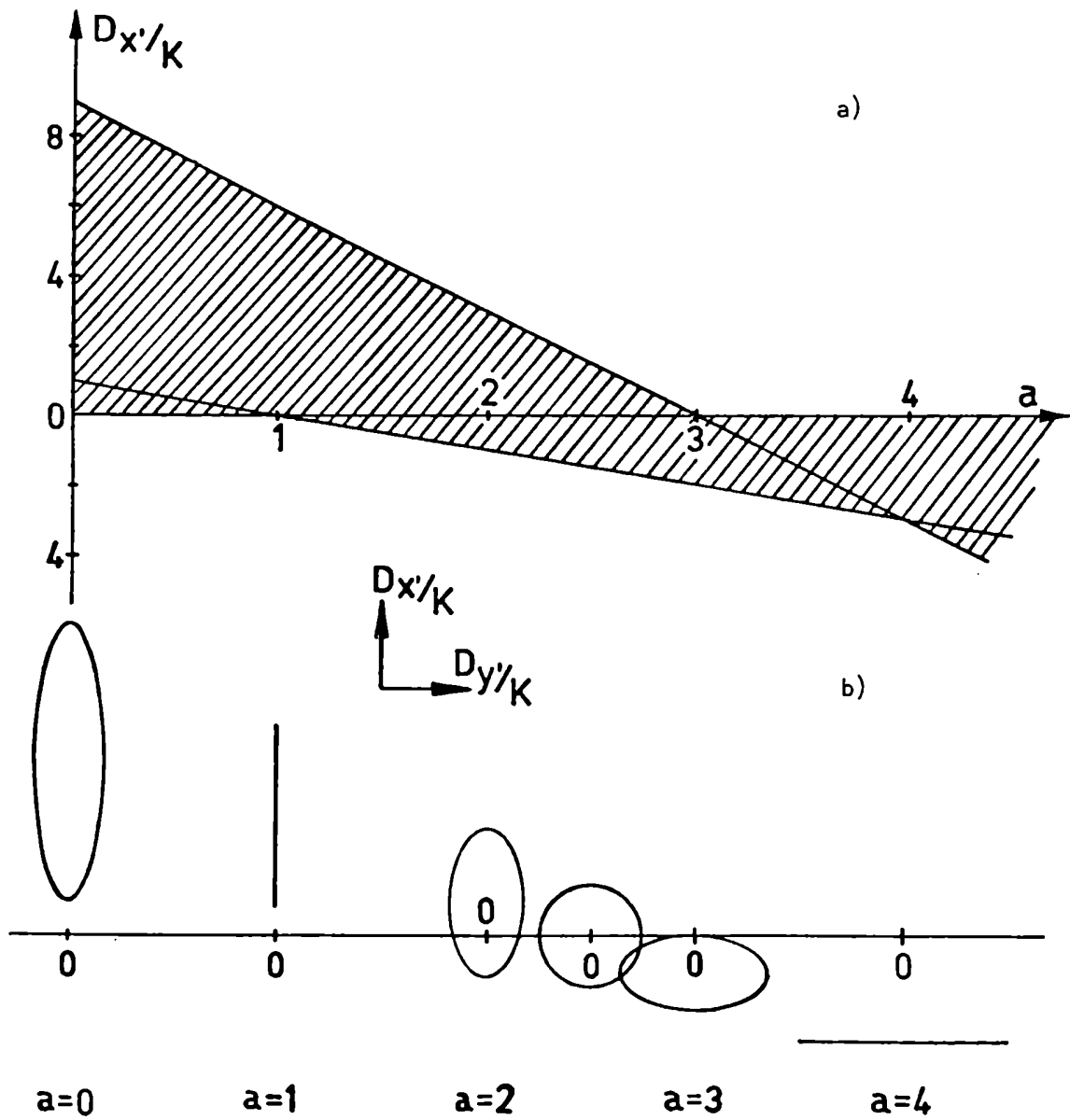


Figura VII.9 a) Desviaciones relativas extremas como función de  $a$ . b) Desviaciones transversales relativas de las imágenes correspondientes a diferentes valores de  $a$ .

angostas se obtienen para  $\bar{a} = 3$ , mientras que en el caso  $\bar{a} = 2,5$  las imágenes resultan simétricas. La simetría de la imagen depende de la geometría de la red, y por lo tanto, si la red es rectangular, la imagen no será exactamente simétrica. En la figura VII.9.b) se representan las desviaciones transversales relativas de las imágenes  $D_{x'}/K$  vs  $D_{y'}/K$  correspondientes a diferentes valores de  $\bar{a}$  y para  $R \neq 0$ .

En base a las figuras VII.9.a) y b) se determina el valor de  $\bar{a}$  que minimiza la coma. La elección de este valor ( $\bar{a} = 2,5$  ó  $\bar{a} = 3$ ), depende del aspecto de la imagen que se busque.

Agregando los términos dependientes del campo a las expresiones (7.50), se obtienen las desviaciones transversales de la imagen y, consecuentemente, las imágenes correspondientes a cualquier punto del campo para el valor de  $\bar{a}$  seleccionado. Para evaluar dichas imágenes se consideran los mismo parámetros constructivos elegidos en los diseños anteriores, y se mantiene el mismo ángulo entre el haz colimado y el haz difractado, es decir:

$$\frac{\phi'_o - \phi_o}{2} = \theta + \theta' = 0,14 = \text{cte} \quad (7.52)$$

En esta expresión  $\theta$  y  $\theta'$  no son iguales (como en el Ebert simétrico), sino que varían de acuerdo a (7.48).

En las figuras VII.10.a) y b) se representan las desviaciones transversales de la imagen de coma para el centro y el borde del campo en los casos  $\bar{a} = 2,5$  y  $\bar{a} = 3$ . El ancho de dichas imágenes, en la dirección de la dispersión de la luz, resulta aproximadamente igual a  $76 \mu\text{m}$  y a  $46 \mu\text{m}$ , respectivamente. Se observa que la forma y el ancho de las imágenes dependen suavemente del punto del campo considerado, lo que está de acuerdo con la hipótesis inicial de compensar la coma en el centro del campo.

Debido a que como fue señalado anteriormente, las imágenes correspondientes a curvatura de campo en el Ebert simétrico son estigmáticas, es de esperar, en este caso, que dicha aberración no sea de importancia. Para evaluarlas, se calculan, a partir de la expresión (7.46), las desviaciones transversales correspondientes a dicha aberración, y se representan (en los casos

$\bar{a} = 2,5$  y  $\bar{a} = 3$ , y para el borde del campo) en las figuras VII.10.c) y d)

El ancho de dichas imágenes es de aproximadamente  $1\ \mu\text{m}$  y  $10\ \mu\text{m}$ , respectivamente. Esto demuestra que también en el Ebert no simétrico la única aberración presente es la coma residual.

Si bien con esta disposición las imágenes de coma se logran disminuir considerablemente, es necesario estudiar la variación del ancho de dichas imágenes con la longitud de onda. En efecto, considerando que la variación del parámetro  $t$  con  $\lambda$  es, a primer orden en  $\lambda$ :

$$t = 1 + m \frac{\lambda}{d} \frac{\text{sen}(\theta + \theta')}{\cos^2(\theta + \theta')} \quad (7.53)$$

el producto  $\bar{a}(t-1)$  resulta constante para valores fijos de  $\theta$  y  $\theta'$  (ver expresión (7.48)) y, en consecuencia,  $\bar{a}$  varía inversamente con  $\lambda$ . Por lo tanto, sólo es posible obtener una compensación óptima de la coma (independientemente de la longitud de onda), si se varían adecuadamente  $\theta$  ó  $\theta'$  mediante el desplazamiento de la ranura de entrada o salida, al barrer el espectro. Si en cambio se mantienen fijas las posiciones de las ranuras, sólo es posible una compensación parcial de la coma. En este último caso, y considerando la expresión (7.50) y la figura VII.9.a), la variación del ancho de la imagen con  $\lambda$ , resulta:

$$D_{x'} = C_1 C_2 (t - 1) \quad (7.54)$$

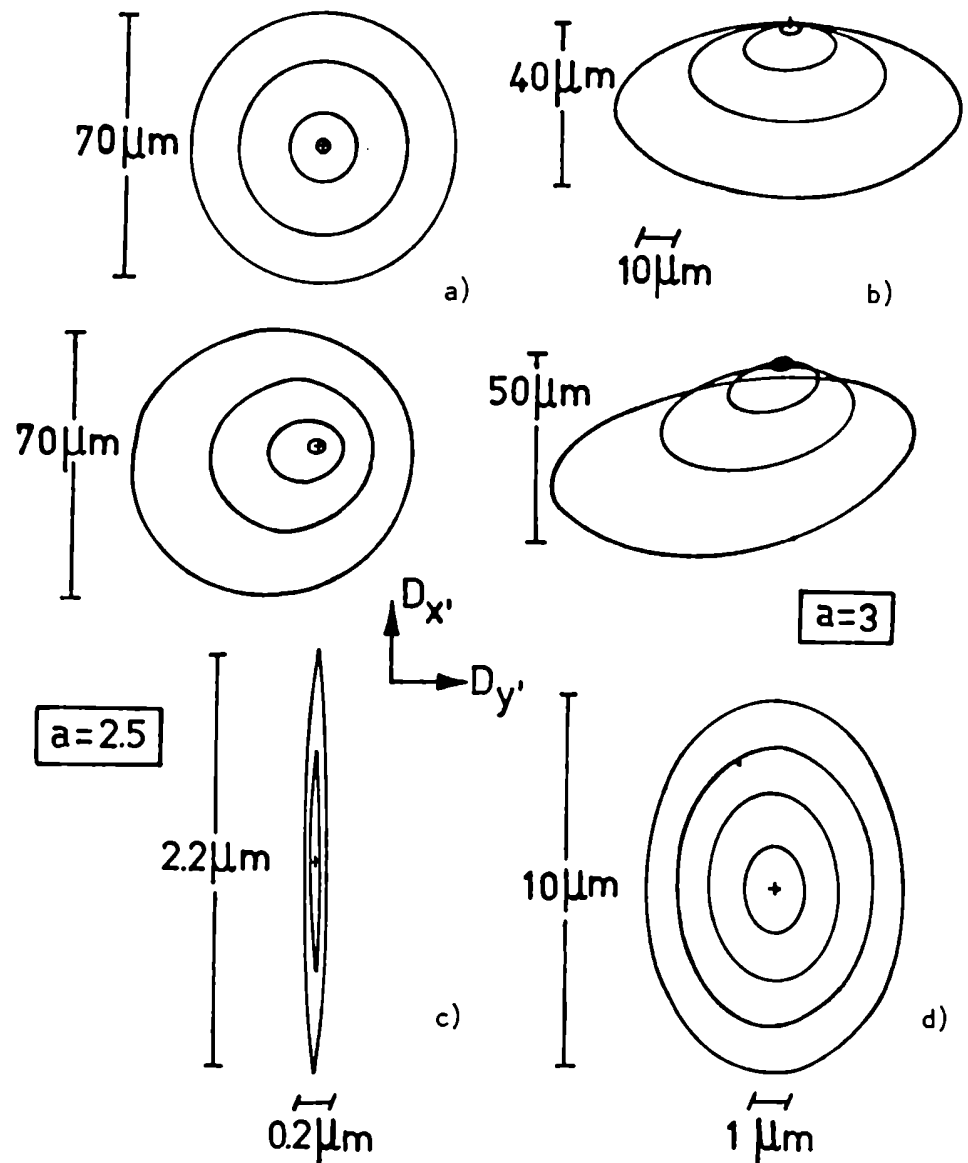


Figura VII.10 En a) y b) se representan las imágenes correspondientes al centro y al borde del campo en los casos  $a = 2,5$  y  $a = 3$ , respectivamente. En c) y d) se representan las imágenes correspondientes a curvatura de campo, en los mismos dos casos y para el borde del campo.

donde  $C_1$  representa el ancho de la imagen relativo a  $K$  (fig.VII.9.a)) y  $C_2 = \frac{\theta}{2f} R^2$  (ver (7.50)) puede considerarse constante si se desprecia la variación de  $R$  con  $\lambda$  dentro del rango de longitudes de onda en consideración.

Eligiendo arbitrariamente una longitud de onda de referencia  $\lambda_0$  (y el correspondiente  $t_0$ ) que satisface la expresión (7.48) para un dado valor de  $a$  (por ejemplo  $a = 2$ ), se construye la Tabla VII.1. En ellas se indican el ancho total de la imagen y el ancho cuadrático medio, ambos relativos a  $B = \frac{\theta R^2 (t-1)}{2f}$ , como función de  $\lambda/\lambda_0$ . Estos valores están representados en función de  $a$  en la figura VII.11.a), y en función de  $\lambda/\lambda_0$  en la

TABLA VII.1

$a$	$\lambda/\lambda_0$	$(t-1)/(t_0-1)$	$D_{x'}/K$	$\sigma_{x'}/K$	$D_{x'}/B$	$2\sigma_{x'}/B$
1	2	2	6	1,64	12	6,6
2	1	1	4	0,95	4	1,9
2,5	0,8	0,8	3	0,67	2,4	1,08
3	0,66..	0,66..	2	0,54	1,33..	0,72
4	0,5	0,5	3	0,94	1,5	0,94
5	0,4	0,4	6	1,63	2,4	1,3
6	0,33..	0,33..	9	2,37	3	1,58
7	0,28	0,28	12	3,14	3,43	1,80

$$K = \frac{\theta}{2f} R^2 (t - 1)$$

$$B = K (t_0 - 1) / (t - 1)$$

figura VII.11.b) (en esta última se incluye, a modo comparativo, el ancho relativo de la imagen correspondiente al Ebert simétrico ( $\bar{a} = 0$ )). De las figuras se observa que únicamente en el rango  $0,4 \leq \lambda/\lambda_0 \leq 0,8$ , el ancho relativo de la imagen varía suavemente con  $\lambda/\lambda_0$ . Por lo tanto, para instrumentos que poseen ranuras fijas, sólo es posible conseguir una compensación parcial de la coma. A pesar de esta desventaja, es preferible el Ebert compensado o no simétrico al simétrico, pues las imágenes que se obtienen con el instrumento compensado son superiores, ya que la compensación se mantiene parcialmente en un rango extendido de longitudes de onda.

Esta compensación puede también aplicarse a los espectrómetros Czerny-Turner. En estos espectrómetros la coma residual es menor que en el Ebert parabolizado (ver diseños  $\mathcal{X}_1$  y  $\mathcal{X}_2$ ), y por otra parte los espejos pueden juntarse y consecuentemente disminuir dicha aberración <sup>(1)</sup>. Muchos autores sugirieron distintos modos de reducir la coma en los espectrómetros Czerny-Turner <sup>(2-6-11-12)</sup>. Esencialmente, estas reducciones (restringidas a una sola longitud de onda) consisten en emplear diseños asimétricos, es decir, espejos de distintos radios de curvatura y o ángulos fuera de eje ( $\theta$  y  $\theta'$ ) ligeramente diferentes. Algunos autores <sup>(2-11)</sup> aseguran cancelar la coma para una  $\lambda$ , lo cual es imposible de satisfacer en la compensación aquí propuesta. La diferencia proviene de que ellos definen la coma como una asimetría de la imagen respecto de la ranura de salida. Evidentemente, sus resultados coinciden con la compensación que aquí se obtiene cuando el parámetro  $\bar{a} = 2,5$  (imagen simétrica).

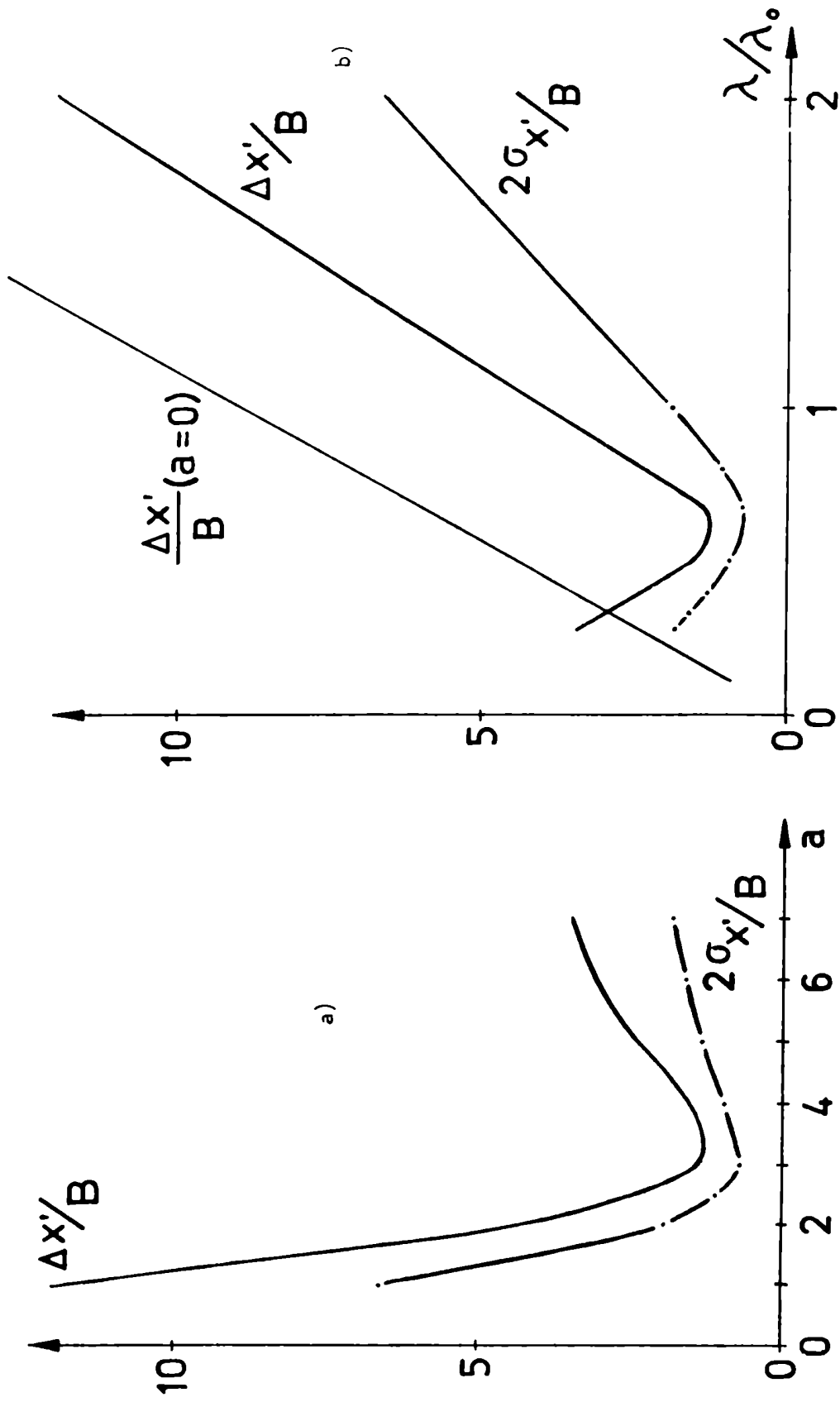


Figura VII.11 En a) y en b) se representan el ancho total y el ancho cuadrático medio, ambos relativos a  $B$ , en función de  $a$  y de  $\lambda/\lambda_0$  respectivamente.

Es interesante destacar que el espectrómetro Ebert parabolizado admite el uso de ranuras largas, ya que la variación del ancho de la imagen con el punto del campo considerado es muy débil. Por otra parte, y debido a que el sistema es libre de astigmatismo, puede ser utilizado para estudiar estructuras de fuentes luminosas en considerables rangos de longitudes de onda.

Finalmente, eligiendo el mismo tipo de ranuras que en los casos anteriores, la curvatura de las mismas se calcula a partir de las siguientes expresiones

$$\frac{1}{\rho_e} = \frac{1}{f} \operatorname{ctg} \frac{\phi'_0 - \phi_0}{2} (1 + \theta^2) + \frac{\theta}{f} \quad (7.55)$$

$$\frac{1}{\rho_s} = - \frac{1}{f} \operatorname{ctg} \frac{\phi'_0 - \phi_0}{2} (1 + \theta'^2) - \frac{\theta'}{f'}$$

En el caso del Ebert simétrico, y para el ejemplo particular considerado, las curvaturas son (en módulo) iguales a 13,89 cm. En el caso del Ebert compensado, las curvaturas de las ranuras de entrada y salida cambian ligeramente, ya que  $\theta$  y  $\theta'$  varían de acuerdo al valor del parámetro  $\alpha$  elegido.

#### 7.4. Diseño $\mathcal{U}_4$

En base al análisis simplificado realizado en el capítulo anterior, este diseño es el que permite obtener, entre todos los espectrómetros analizados, las imágenes de mejor calidad. En la figura V.3. se lo ha representado junto con sus correspondientes Diagramas. Eligiendo las coordenadas  $X$ ,  $X'$ ,  $Y$  e  $Y'$  del mismo modo que en los diseños anteriores, los parámetros que describen dicho Diagrama son:



$$\begin{aligned}
 \Gamma_1 &= -\frac{1}{32f^3} & l_1 &= 2f - D & \xi_{01} &= 2f\theta & \eta_{01} &= 0 \\
 \Gamma_2 &= \frac{1}{32f^3} & l_2 &= -D & \xi_{02} &= 2f'\theta & \eta_{02} &= 0 \\
 \Gamma_3 &= -\frac{1}{32f'^3} & l_3 &= D' - 2f' & \xi_{03} &= 2f'\theta' & \eta_{03} &= 0 \\
 \Gamma_4 &= \frac{1}{32f'^3} & l_4 &= D' & \xi_{04} &= 2f'\theta' & \eta_{04} &= 0
 \end{aligned} \tag{7.56}$$

Repetiendo el mismo procedimiento empleado en los casos anteriores e imponiendo también la condición (7.3), se obtienen las siguientes expresiones para las distintas aberraciones:

$$AE : \text{nula} \tag{7.57}$$

$$\begin{aligned}
 C &: -\frac{1}{4} \beta_0 \beta_0^2 x'^3 \left[ \frac{1}{f^2} - \frac{1}{f'^2} + \frac{3(t-1)}{f^2} \right] - \\
 &- \frac{1}{4} \beta_0 x'^2 y' \left( \frac{1}{f^2} - \frac{1}{f'^2} + \frac{2(t-1)}{f^2} \right) - \\
 &- \frac{1}{4} \beta_0 \beta_0^2 x' y'^2 \left( t/f^2 - 1/f'^2 \right)
 \end{aligned} \tag{7.58}$$

$$\begin{aligned}
 H &: \beta_0 \beta_0^2 x'^2 \left[ \theta/f - \theta'/f' + 2(t-1)\theta/f \right] + \beta_0 x' y' \left( t\theta/f - \right. \\
 &- \left. \theta'/f' \right) - \frac{1}{2} \beta_0^2 \beta_0^4 x'^2 \left[ \frac{1}{f} (1 - D/f) + \frac{1}{f'} (1 - D'/f') + \right. \\
 &- \left. 2(t-1)(1 - D/f) \right] - \frac{1}{2} y'^2 \beta_0^2 \left[ \frac{1}{f} (1 - D/f) + \right. \\
 &- \left. + \frac{1}{f'} (1 - D'/f') \right] - \beta_0 \beta_0^3 x' y' \left[ \frac{t}{f} (1 - D/f) + \frac{1}{f'} (1 - D'/f') \right]
 \end{aligned} \tag{7.59}$$

D.D.  $\equiv$ 

$$\begin{aligned} \Delta x_p &= -\rho_0^3 \beta_0^6 \left(1 + \frac{3}{4} \frac{D^2}{f^2} - \frac{3}{2} \frac{D}{f}\right) + 3\theta \rho_0^2 \beta_0^4 \left(1 - \frac{D}{f}\right) - \\ &= 2\rho_0^2 \beta_0^3 + \beta_0^2 \theta \left(1 - \frac{D}{f}\right) - \beta_0^2 \rho_0 \left(1 + \frac{3}{4} \frac{D^2}{f^2} - \frac{3}{2} \frac{D}{f}\right) \end{aligned} \quad (7.60)$$

$$\begin{aligned} \Delta y_p &= -\theta^2 \beta_0 - \rho_0^2 \beta_0^5 \left(1 + \frac{3}{4} \frac{D^2}{f^2} - \frac{3}{2} \frac{D}{f}\right) + \\ &= 2\rho_0 \beta_0^3 \theta \left(1 - \frac{D}{f}\right) - \beta_0^3 \left(1 + \frac{3}{4} \frac{D^2}{f^2} - \frac{3}{2} \frac{D}{f}\right) \end{aligned} \quad (7.61)$$

$$\begin{aligned} \Delta x'_p &= \rho_0^3 \beta_0^6 \left(1 + \frac{3}{4} \frac{D'^2}{f'^2} - \frac{3}{2} \frac{D'}{f'}\right) + 3\theta' \rho_0^2 \beta_0^4 \left(1 - \frac{D'}{f'}\right) + \\ &+ 3\theta'^2 \rho_0 \beta_0^2 + \beta_0^2 \theta' \left(1 - \frac{D'}{f'}\right) + \rho_0 \beta_0^4 \left(1 + \frac{3}{4} \frac{D'^2}{f'^2} - \frac{3}{2} \frac{D'}{f'}\right) \end{aligned} \quad (7.62)$$

$$\begin{aligned} \Delta y'_p &= \theta'^2 \beta_0 + \rho_0^2 \beta_0^5 \left(1 + \frac{3}{4} \frac{D'^2}{f'^2} - \frac{3}{2} \frac{D'}{f'}\right) + \\ &+ 2\rho_0 \beta_0^3 \theta' \left(1 - \frac{D'}{f'}\right) + \beta_0^3 \left(1 + \frac{3}{4} \frac{D'^2}{f'^2} - \frac{3}{2} \frac{D'}{f'}\right) \end{aligned} \quad (7.63)$$

$$\Delta x_c = (\rho_0^3 \beta_0^6 + \rho_0 \beta_0^4) \left(1 - \frac{D}{2f}\right) - (\rho_0^2 \beta_0^4 + \beta_0^2) \theta \quad (7.64)$$

$$\Delta y_c = (\beta_0^3 + \rho_0^2 \beta_0^5) \left(1 - \frac{D}{2f}\right) \quad (7.65)$$

$$\Delta x'_c = (\rho_0^3 \beta_0^6 + \rho_0 \beta_0^4) \left(\frac{D'}{2f'} - 1\right) - (\rho_0^2 \beta_0^4 + \beta_0^2) \theta' \quad (7.66)$$

$$\Delta y'_c = (\rho_0^3 + \rho_0^2 \beta_0^2)(D'/2f' - 1) \quad (7.67)$$

$$\begin{aligned} \text{C.C.} = & -\frac{1}{4} x'^2 \left\{ (\rho_0^2 \beta_0^4 + \beta_0^2) \left[ \frac{1}{f} (1 - D/f) + \frac{1}{f'} (1 - D'/f') \right] + \right. \\ & \left. + 2 \frac{(t-1)}{f} (1 - D/f) \right\} - 2 \rho_0 \beta_0^2 \left[ \frac{\theta}{f} - \frac{\theta'}{f'} + 2(t-1) \frac{\theta}{f} \right] - \\ & - \frac{1}{4} y'^2 \left\{ (\rho_0^2 \beta_0^4 + \beta_0^2) \left[ \frac{1}{f} (1 - D/f) + \frac{1}{f'} (1 - D'/f') \right] - \right. \\ & \left. - 2 \rho_0 \beta_0^2 \left( \frac{\theta}{f} - \frac{\theta'}{f'} \right) \right\} + \frac{x'^2}{2} \beta_0^2 \left[ 2 \rho_0 \left( \frac{\theta'}{f'} - \frac{\theta}{f} \right) + \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} (1 + \rho_0^2 \beta_0^2) \left( \frac{1}{f} + \frac{1}{f'} \right) + \frac{(t-1)}{f} (1 - 4 \rho_0 \theta + \rho_0^2 \beta_0^2) \right] + \\ & + \frac{y'^2}{2} \beta_0^2 \left[ 2 \rho_0 \left( \frac{\theta'}{f'} - \frac{\theta}{f} \right) + \frac{1}{2} (1 + \rho_0^2 \beta_0^2) \left( \frac{1}{f'} + \frac{1}{f} \right) \right] \quad (7.68) \end{aligned}$$

Estas expresiones muestran que el sistema es libre de aberraciones en el centro del campo. Por otra parte, ubicando la red en el plano focal de los espejos, se logran cancelar diversas contribuciones al astigmatismo y a la curvatura de campo (expresiones (7.59) y (7.68)). Considerando los mismos parámetros constructivos que los aplicados en los casos anteriores, se calculan las desviaciones transversales de las imágenes correspondientes a las distintas aberraciones, sobre el plano gaussiano y para el borde del campo.

En la figura VII.12 se representan las imágenes correspondientes a coma (a), astigmatismo (b), y astigmatismo junto con curvatura de campo (c).

De la comparación entre estas imágenes surge en forma inmediata que la aberra-

ción dominante es la curvatura de campo.

Mediante una adecuada rotación de los planos en que están contenidas las ranuras de entrada  $(X_r, Y_r)$  y salida  $(X'_r, Y'_r)$ , es posible disminuir el ancho de la imagen correspondiente a astigmatismo y curvatura de campo. Una rotación de dichos planos equivale a introducir una deformación adicional en el frente de ondas en estudio. Esta deformación se puede calcular siguiendo un procedimiento similar al empleado para deducir las expresiones (4.17) y (4.19) y resulta:

$$-\frac{(X'^2 + Y'^2)}{2f^2} (\rho_0 \beta_0^2 f \zeta) - \frac{(X'^2 + Y'^2)}{2f'^2} (\rho_0 \beta_0^2 f' \zeta')$$
(7.69)

donde  $\zeta$  y  $\zeta'$  representan los ángulos en que se rotan los planos que contienen las ranuras de entrada y salida respectivamente (los ángulos se miden a partir de las posiciones iniciales de las ranuras, y son positivos en sentido antihorario).

De las expresiones (7.59), (7.68) y (7.69), y para el ejemplo particular considerado, los valores de  $\zeta$  y  $\zeta'$  que minimizan la imagen son:

$$\begin{aligned} \zeta &= 0,2040 \approx 11,7^\circ \\ \zeta' &= 0,07656 \approx 4,4^\circ \end{aligned}$$
(7.70)

( $\zeta'$  se obtiene a partir de deducciones realizadas en el espacio en que se construye el Diagrama correspondiente a la cámara, y por lo tanto, en el instrumento, el plano que contiene la ranura de salida debe rotarse en dirección opuesta).

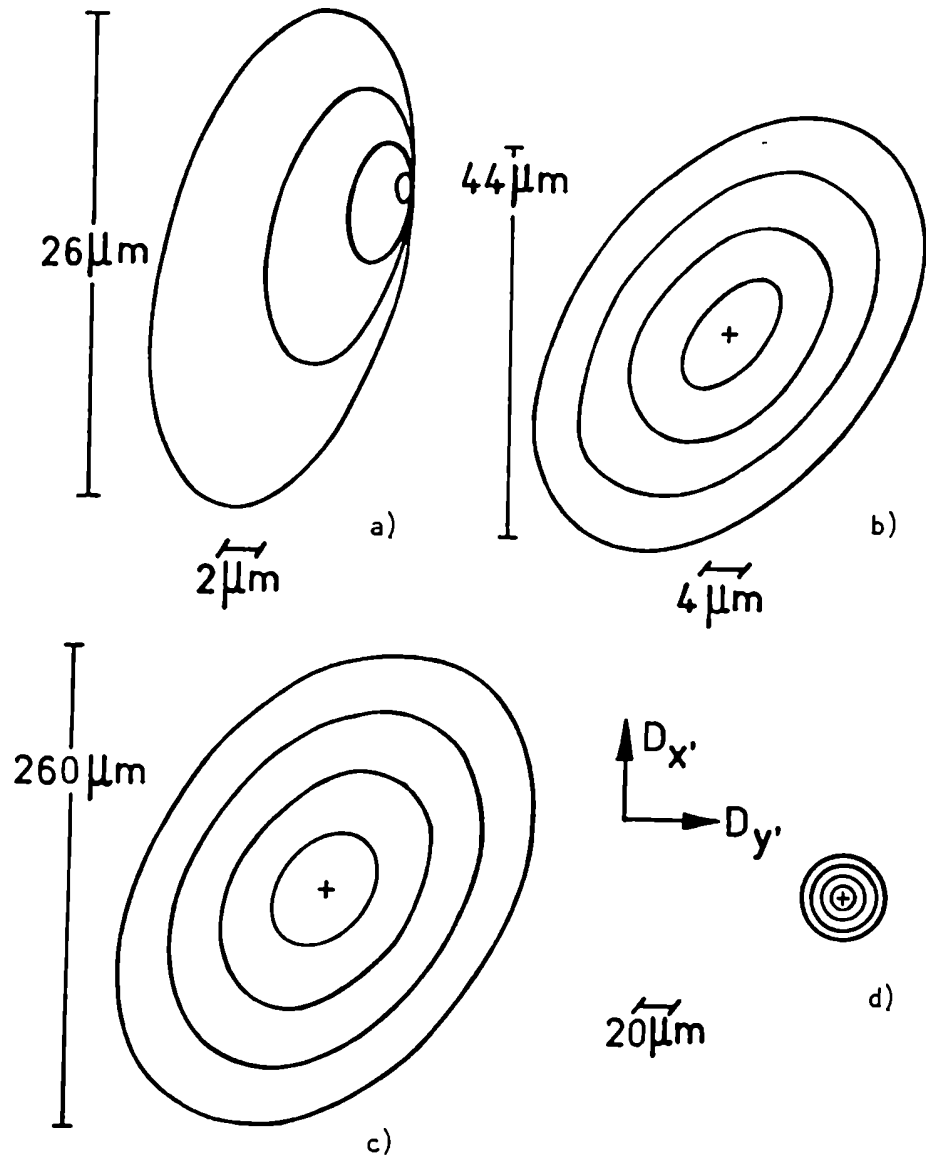


Figura VII.12 Imágenes correspondientes a coma a), astigmatismo b), y astigmatismo junto con curvatura de campo c) sobre el plano paraxial. en d) se representa la imagen de astigmatismo y curvatura de campo que se obtiene rotando adecuadamente los planos en que están contenidas las ranuras.

En la figura VII.12.d) se representa la imagen resultante. El ancho de la misma es aproximadamente seis veces menor que el correspondiente a la posición inicial de las ranuras.

Es interesante destacar que los valores de  $\zeta$  y  $\zeta'$  indicados en (7.70) y que se deducen de las expresiones

$$\begin{aligned}\zeta &= 3\theta + \frac{1}{p_0} (1 - 4p_0\theta + p_0^2\beta_0^2) \\ \zeta' &= \delta + \frac{1}{p_0} + p_0\beta_0^2\end{aligned}\quad (7.71)$$

son independientes de  $(t-1)$  y, por lo tanto, de  $\lambda$ . Esto implica que la posición de las ranuras no debe ser reajustada al cambiar la longitud de onda de trabajo. Eligiendo el mismo tipo de ranuras que en los diseños anteriores, la curvatura de las mismas resulta igual a:

$$\begin{aligned}\frac{1}{p_e} &= \left( \frac{1}{f} \operatorname{ctg} \frac{\phi'_0 - \phi_0}{2} (1 + \theta^2) + \frac{2\theta}{f} (1 - 2\theta^2) \right) \cos \zeta \\ \frac{1}{p_s} &= \left( -\frac{1}{f'} \operatorname{ctg} \frac{\phi'_0 - \phi_0}{2} (1 + \theta'^2) + \frac{2\theta'}{f'} (1 - 2\theta'^2) \right) \cos \zeta'\end{aligned}\quad (7.72)$$

Reemplazando en estas expresiones los parámetros constructivos elegidos, resulta  $p_e = 14,05$  cm y  $p_s = -14,34$  cm.

Las imágenes obtenidas con este diseño son de excelente calidad. El sistema es libre de aberraciones en el centro del campo, y el ancho de la imagen, en el borde del mismo, es del orden de  $50 \mu\text{m}$  en el caso de un diseño  $f/5$  y con ranuras de 7 cm de longitud. Hill<sup>(13)</sup> estudió este espectrómetro mediante un método de trazado de rayos. En sus cálculos despreció los efectos de

anamorfosis (lo que implica, en el presente estudio, que el sistema es libre de aberraciones) y, por lo tanto, no es posible comparar los resultados. Chupp y Grantz <sup>(14)</sup> estudiaron también este diseño mediante un método de trazado de rayos. Evaluando las imágenes a partir de las expresiones analíticas aquí obtenidas, con los parámetros constructivos por ellos elegidos, se encuentra un excelente acuerdo en los resultados. Miyake y otros <sup>(15-16)</sup> analizaron este espectrómetro por medio del método de la Función Camino Óptico. Sus expresiones analíticas, desarrolladas hasta el tercer <sup>(15)</sup> y el cuarto orden <sup>(16)</sup>, muestran un buen acuerdo con las obtenidas con el método aquí empleado <sup>(17)</sup>.

La excelente calidad de las imágenes obtenidas con este espectrómetro hace que sea posible satisfacer la condición de Cary <sup>(14)</sup> sin deteriorar sustancialmente las mismas.

#### 7.5 Littrow en el plano

En la figura VII.13 se representa este montaje junto con sus correspondientes Diagramas de Placas. En el esquema del espectrómetro se ha considerado que los ángulos de incidencia y difracción sobre la red son idénticos, y consecuentemente las ranuras de entrada y salida ocupan el mismo lugar físico (el centro de las mismas coincide con el foco del espejo). Si bien en la práctica esto no puede ser así, es de esperar que pequeños apartamientos de esta posición introduzcan leves modificaciones en la calidad de la imagen, razón por la cual en esta sección se estudia el diseño tal cual es representado en la figura VII.13. De este modo el sistema es libre de anamorfosis, los ejes de cada diagrama coinciden en dirección y sentido y, consecuentemente, se satisfacen las relaciones  $X = X'$ ,  $Y = Y'$ . Eligiendo las coordenadas  $X$  e  $Y$

del mismo modo que en los diseños anteriores, los parámetros que describen los Diagramas coinciden con los correspondientes al diseño  $\mathcal{U}_4$  para el caso particular en que  $D = D'$ ,  $f = f'$  y  $\theta = \theta'$  (condiciones que satisface este sistema).

Como fue indicado en el capítulo anterior, este diseño no puede satisfacer la condición de invariancia de la curvatura de la línea espectral frente a cambios de la longitud de onda. Por lo tanto, se elige arbitrariamente, al estudiar las aberraciones de este sistema, una ranura de entrada cuya curvatura es tal que su imagen es recta para una determinada longitud de onda  $\lambda_0$ . A partir de las expresiones que permiten conocer la distorsión introducida por el sistema ((3.33), (3.34), (3.35) y (3.36)), e imponiendo en las mismas la condición  $\alpha' = 0$  (condición que representa matemáticamente el hecho de que la línea espectral de longitud de onda  $\lambda_0$  es recta), se calcula la forma adecuada de la ranura de entrada. La misma resulta:

$$x_r = -\frac{y_r^2}{f} (\operatorname{tg} \phi_0 + 2\theta)(1 + 3\theta^2) \quad (7.73)$$

donde  $\phi_0$  es el ángulo con que el rayo principal correspondiente al centro del campo incide sobre la red.

Reemplazando los parámetros que describen los Diagramas, en (2.11) a (2.14), (3.23), (3.42), (4.20) y (4.22), se obtienen las expresiones que permiten calcular las diferentes aberraciones.

$$AE : \text{nula} \quad (7.74)$$



$$C : -\frac{\alpha'}{4f} (x^2 + y^2) x \quad (7.75)$$

$$A : \alpha \theta \frac{x^2}{f} - \frac{1}{2f} (1 - D/f) (\alpha^2 x^2 + 2\beta^2 y^2 + 2\alpha\beta xy) \quad (7.76)$$

D.D.  $\equiv$

$$\delta x_p = -3\alpha\theta^2 - \frac{\alpha^3}{4} - \frac{\alpha\beta^2}{4} \quad (7.77)$$

$$\delta y_p = -\beta\theta^2 - \frac{1}{4} (\alpha^2 + \beta^2) \beta$$

$$\delta x_c = \frac{1}{2} (\alpha^3 + \beta^2 \alpha) - (\alpha^2 + \beta^2) \theta$$

$$\delta y_c = \frac{1}{2} (\alpha^2 \beta + \beta^3) \quad (7.78)$$

$$\delta x'_p = 0$$

$$\delta y'_p = \beta\theta^2 + \frac{1}{4} \beta^3 \quad (7.79)$$

$$\delta x'_c = 0$$

$$\delta y'_c = -\frac{1}{2} \beta^3 \quad (7.80)$$

$$\begin{aligned} \text{c.c.} = & -\frac{1}{4f} (x^2 + y^2) [(\alpha^2 + 2\beta^2)(1 - D/f) - 2\alpha\theta] + \\ & + \frac{1}{4f} (x^2 + y^2) (\alpha^2 + 2\beta^2) \quad (7.81) \end{aligned}$$

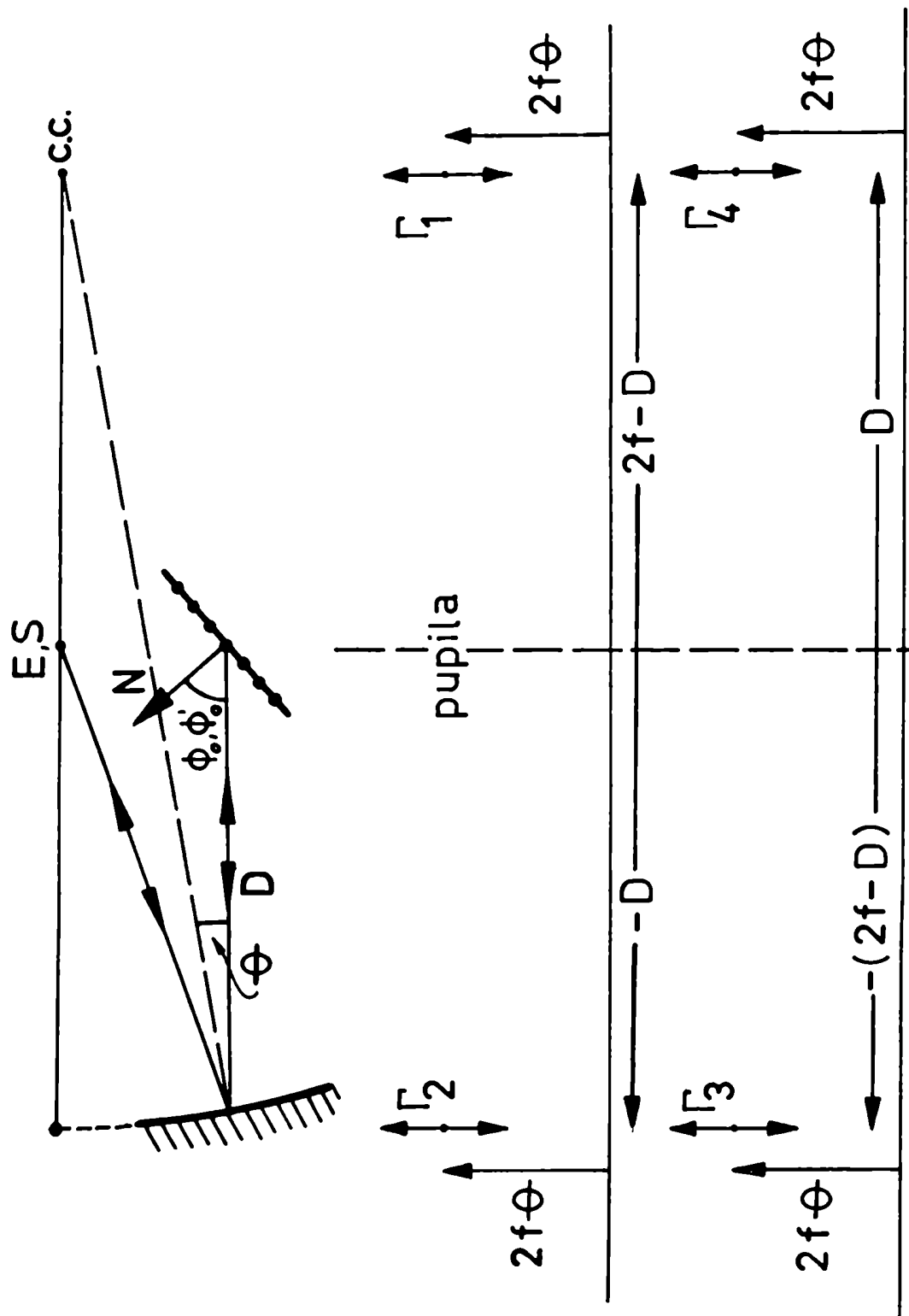


Figura VII.13 Espectrómetro Littrow y sus correspondientes Diagramas.

Para arribar a estas expresiones se consideró  $\alpha' = 0$ , y se despreciaron los efectos de distorsión introducidos por los espejos en la dirección  $Y$  ( $\beta = \beta_0 = \beta'_0 = \beta'$ ). Por otra parte, en las expresiones (7.77) a (7.80) se impuso la condición  $D = f$ , es decir, se ubicó (como es usual en este espectrómetro) la red en el plano focal del espejo.

Para conocer las imágenes correspondientes a las distintas aberraciones se consideran los mismos parámetros constructivos aplicados en los casos anteriores. Debido a las características particulares de este diseño, se modifican, respecto de dichos casos, las siguientes variables:

$$\phi_0 = 17,458^\circ \qquad \alpha = 0,000565$$

En la figura VII.14 se representan las imágenes correspondientes a coma, astigmatismo y curvatura de campo sobre el plano paraxial y para el borde del campo. Claramente, la aberración dominante es la curvatura de campo (240  $\mu\text{m}$ ). Debido a que el único término significativo en la expresión (7.81) es proporcional a  $\beta^2 = Y_r^2 f^2$ , es necesario curvar ligeramente el plano en que están contenidas las ranuras, para disminuir el ancho de la imagen correspondiente a dicha aberración<sup>(18)</sup>.

A partir de la ranura de entrada elegida (7.73), y considerando la distorsión introducida por los espejos y la red, se calcula la ecuación que satisfacen las líneas espectrales. Esto resulta ser igual a:

$$x'_r(\lambda) = (\text{tg } \phi_0 - \text{tg } \phi(\lambda))(1 + 3\theta^2) y'_r{}^2 / f \quad (7.82)$$

donde  $\phi(\lambda)$  es el ángulo de difracción en la red. En la Tabla VII.2 se indican, para puntos extremos del campo ( $y'_r = \pm 3,5 \text{ cm}$ ) y en función de  $\lambda$ , el

máximo apartamiento de las líneas espectrales respecto de la ranura de salida ( $X'_r = 0$ ).

TABLA VII.2

$\lambda$ (Å)	$X'_r$ (µm)
3200	148
4000	84
5000	0
6000	- 89
7000	-184
7500	-235

Si bien la ranura de salida se "adapta" exactamente con la línea de 5000 Å, es posible conseguir una adaptación satisfactoria de dicha ranura con todas las líneas espectrales, disminuyendo la longitud de la misma. En efecto, los valores de  $X'_r$  indicados en la Tabla VII.2, disminuyen en un factor tres cuando se consideran ranuras de 4 cm de longitud. En este caso es suficiente una ranura de 50 µm de ancho para observar todas las líneas.

Empleando ranuras cortas este espectrómetro permite obtener imágenes de muy buena calidad, si bien en la práctica existe una pequeña contribución de astigmatismo y coma residual en el centro del campo<sup>(14-18)</sup>. A pesar de esto, puede diseñarse con ángulos fuera de eje relativamente grandes como para evitar los problemas provenientes de la luz difusa. Por utilizar un solo espejo resulta

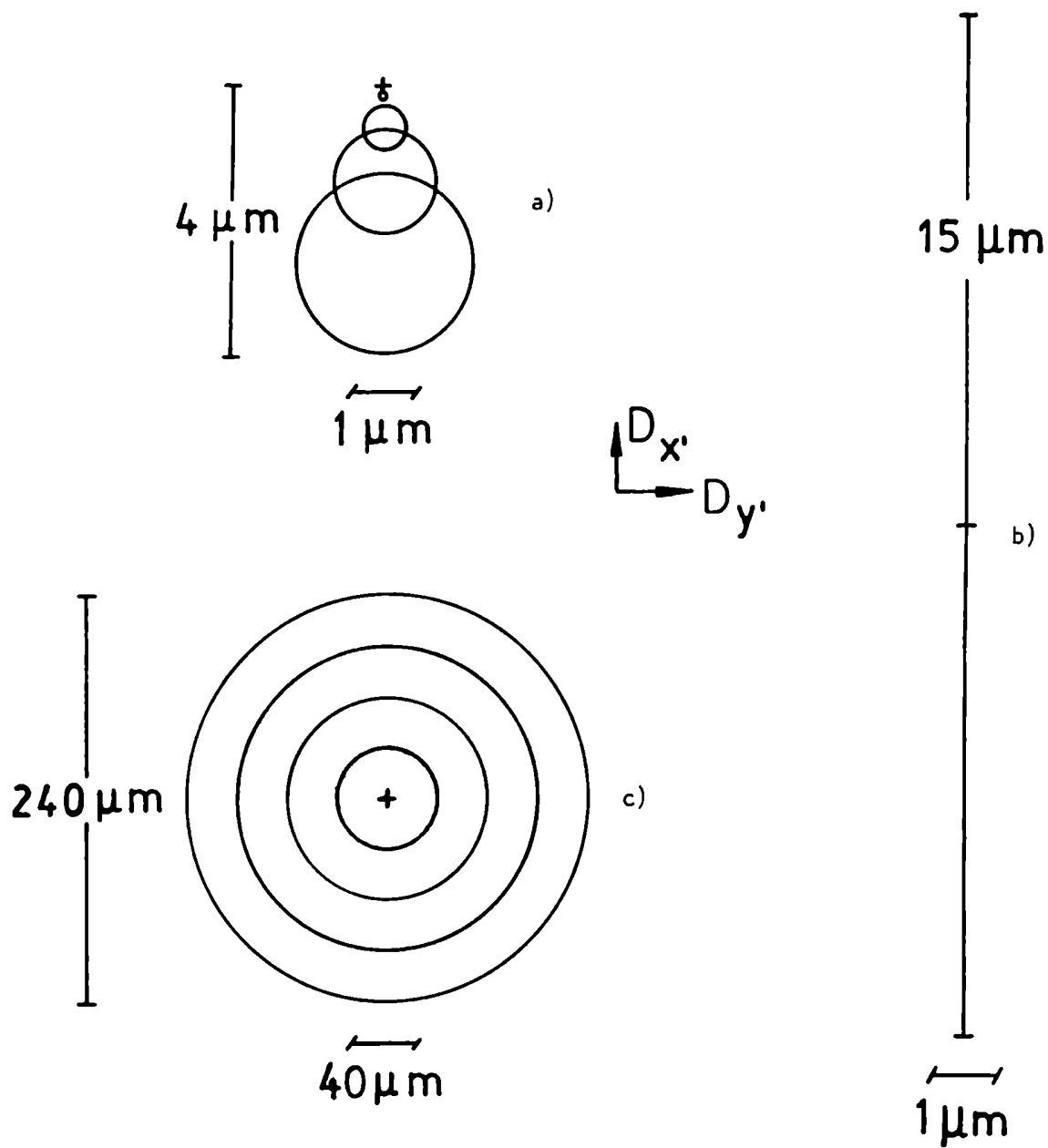


Figura VII.14 Imágenes de coma a), astigmatismo b) y curvatura de campo c) sobre el plano focal y para el borde del campo.

económico, y se lo emplea, generalmente, en la región del infrarrojo, aunque puede dar excelentes resultados en el visible.

### 7.6 Ebert parabolizado fuera del plano

En la figura VII.15 se representa este espectrómetro junto con sus correspondientes Diagramas. Debido a la simetría que presenta este sistema los ángulos de incidencia y difracción, correspondientes al centro del campo, son iguales y por lo tanto, no existen efectos de anamorfosis<sup>(19)</sup>. De este modo los ejes de cada Diagrama coinciden en dirección y sentido, y, consecuentemente, se satisfacen las siguientes relaciones  $X = X'$ ,  $Y = Y'$ .

Eligiendo la coordenada  $X$  en la dirección de la dispersión de la luz y las coordenadas  $(Y, Z)$  en el plano de simetría, los parámetros que describen los Diagramas son:

$$\Gamma_1 = -\frac{1}{32f^3} \quad \eta_{01} = 2f\theta \quad l_1 = 2f - D \quad \xi_{01} = 0$$

$$\Gamma_2 = \frac{1}{32f^3} \quad \eta_{02} = -2f\theta \quad l_2 = -D \quad \xi_{02} = 0$$

(7.83)

$$\Gamma_3 = -\frac{1}{32f^3} \quad \eta_{03} = -2f\theta \quad l_3 = D - 2f \quad \xi_{03} = 0$$

$$\Gamma_4 = \frac{1}{32f^3} \quad \eta_{04} = 2f\theta \quad l_4 = D \quad \xi_{04} = 0$$

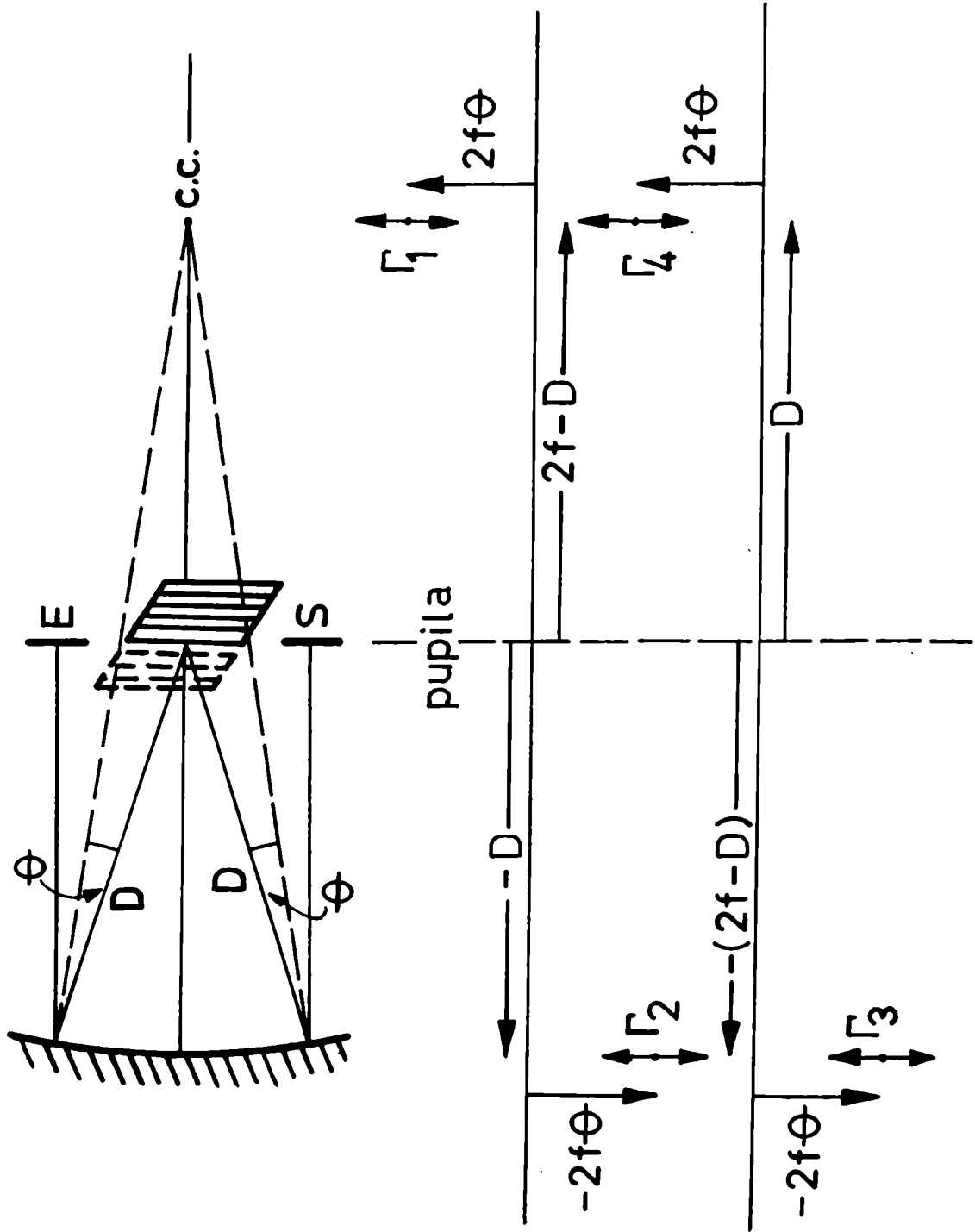


Figura VII.15 Espectrómetro Ebert parabolizado fuera del plano y sus correspondientes Diagramas.

donde, debido a la simetría del sistema, los parámetros correspondientes a la cámara ( $\theta'$ ,  $D'$ ), coinciden con los del colimador ( $\theta$ ,  $D$ ).

Como fue indicado en el capítulo anterior, este sistema no puede satisfacer la condición de invariancia de la curvatura de la línea espectral frente a cambios de la longitud de onda. Por lo tanto se calcula, al igual que en el diseño anterior, la forma adecuada de la ranura de entrada para que su imagen sea recta para una determinada longitud de onda ( $\lambda_0$ ).

Reemplazando los parámetros que describen los Diagramas (7.83), en (2.11) a (2.14), (3.24), (3.41), (4.21) y (4.23), se obtienen las siguientes expresiones:

$$AE : nula \quad (7.84)$$

$$C : -(x^2 + y^2) \propto x / 4f^2 \quad (7.85)$$

$$A : \frac{y}{f^2} (f - D)(\alpha x + 2\beta y) - \frac{1}{2f^2} (f - D) [(\alpha x + \beta y)^2 + \beta^2 y^2] \quad (7.86)$$

$$D.D. \equiv$$

$$\delta_{x_p} = -\frac{\alpha}{4} (4\theta^2 + \alpha^2 + \beta^2 - 4\theta\beta) \quad (7.87)$$

$$\delta_{y_p} = \frac{1}{4} (2\theta - \beta)(4\theta^2 + \alpha^2 + \beta^2 - 4\theta\beta)$$

$$\delta_{x'_p} = 0 \quad 3.106$$

$$\delta_{y'_p} = \frac{1}{4} (\beta - 2\theta)(4\theta^2 + \beta^2 - 4\theta\beta) \quad (7.88)$$



$$\delta x_c = \frac{1}{2} (\alpha^3 + \alpha' \beta^2) \quad (7.89)$$

$$\delta y_c = \frac{1}{2} (\beta^3 + \alpha^2 \beta) - (\alpha^2 + \beta^2) \theta$$

$$\delta x'_c = 0 \quad (7.90)$$

$$\delta y'_c = -\frac{1}{2} \beta^3 + \theta \beta^2$$

$$\begin{aligned} \text{C.C.} = & -\frac{(x^2 + y^2)}{2f^2} (f - D)(\alpha^2 + 2\beta^2 - 2\beta\theta) + \\ & + \frac{(x^2 + y^2)}{2f} \left( \frac{\alpha^2}{2} + \beta^2 + 4\beta\theta \right) \end{aligned} \quad (7.91)$$

Para arribar a estas expresiones se consideró que la línea espectral en consideración es recta ( $\alpha' = 0$ ), y se despreciaron los efectos de distorsión, debido a los espejos, en dirección  $y$  ( $\beta = \beta_0 = \beta'_0 = \beta$ ). Por otra parte, en las expresiones (7.87) a (7.90) se supuso la red ubicada en el foco del espejo. Esto es evidentemente ventajoso ya que con esta ubicación de la red, se cancela el astigmatismo y la curvatura de campo introducida por las placas. De este modo las únicas aberraciones que presenta el sistema son coma y curvatura de Petzval las cuales son nulas en el centro del campo<sup>(8)</sup>.

Considerando las expresiones (3.33) a (3.35), (3.39), (3.40) y (7.87) a (7.90), se obtiene la ecuación que satisface la ranura de entrada:

$$x_r = -\frac{a}{f} y_r^2 + b y_r \quad (7.92)$$

donde:

$$a = \operatorname{tg} \phi_1 (1 - 5\theta) + \mathcal{O}(\theta^3)$$

$$b = \operatorname{tg} \phi_1 (-\theta + 5\theta^3) + \mathcal{O}(\theta^4)$$

y  $\phi_1$  es el ángulo de incidencia sobre la red determinado por el rayo correspondiente al centro del campo (en el diseño particular considerado  $\phi_1 = \phi_1' = 17,46^\circ$ ).

Para evaluar las imágenes se eligen las mismas características de diseño consideradas anteriormente, excepto que en este caso y debido a la diferente disposición de los elementos, se fija la distancia entre el centro de la red y el centro de las ranuras en 16 cm. De este modo los parámetros constructivos resultan:

$$D = f = 1 \text{ m} \quad \theta = 0,08 \quad \beta = 0.035$$

$$\alpha_s = 0.0003878$$

En la figura VII.16 se representan las desviaciones transversales de las imágenes de coma (a) y curvatura de Petzval (b), sobre el plano gaussiano y para el borde del campo. Claramente esta última es la aberración que predomina. Sin embargo, rotando adecuadamente los planos en que están contenidas las ranuras, se logra disminuir considerablemente dicha contribución. En la figura VII.16.c) se representa la imagen resultante luego de haber rotado dichos planos un ángulo de  $9,17^\circ$  en dirección horaria para la ranura de entrada, y anti-horaria para la de salida. El ancho de la imagen resulta aproximadamente diez veces menor que el obtenido con la posición original de las ranuras.

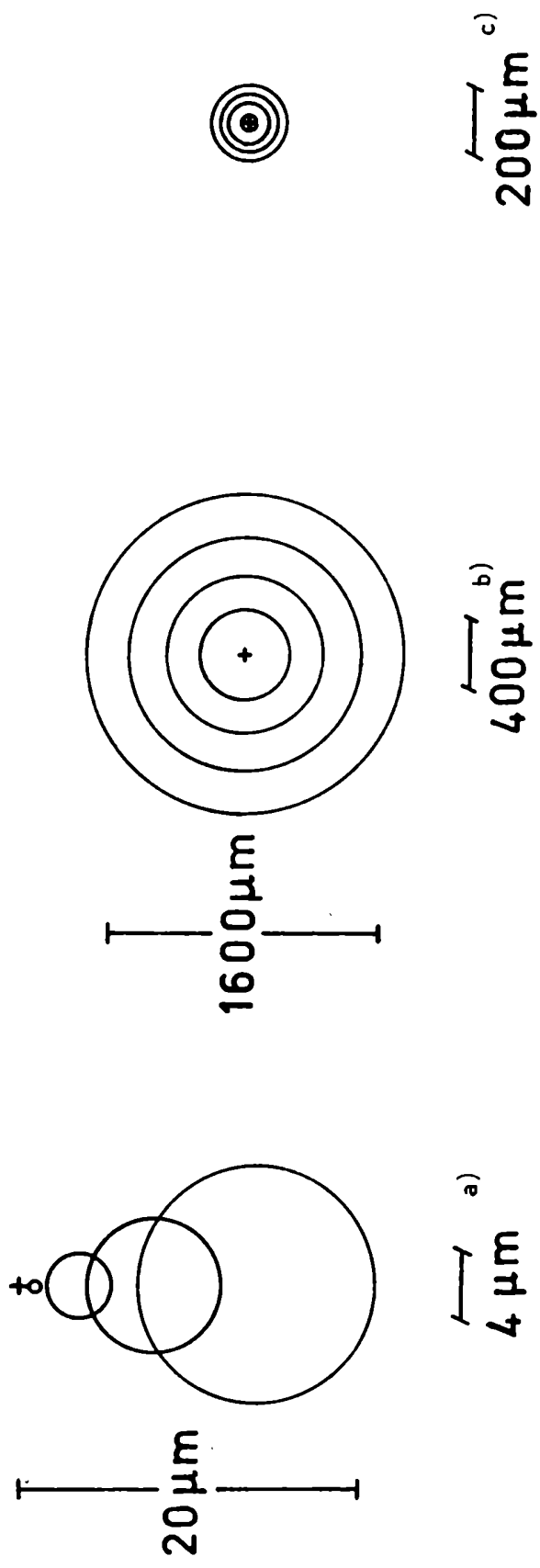


Figura VII.16 Imágenes de coma a) y curvatura de Petzval b) sobre el plano paraxial y para el borde del campo. En c) se representa la imagen debida a curvatura de Petzval obtenida cuando se rotan adecuadamente los planos que contienen las ranuras.

Es interesante destacar que el ángulo en que deben rotarse los planos que contienen las ranuras, es independiente de la longitud de onda y por lo tanto no es necesario modificarlo al cambiar de línea de trabajo. La imagen puede mejorarse aún más curvando adecuadamente los planos que contienen las ranuras.

En la figura VII.17 se representan las líneas espectrales en el plano gaussiano. La línea central ( $X'_r = 0$ ) corresponde a longitud de onda de 5000 Å, las líneas extremas corresponden a 3200 Å y 7500 Å y la curva en trazo más grueso representa la ranura de entrada. Las diferentes curvas satisfacen, para cada longitud de onda, la siguiente ecuación:

$$X'_r(\lambda) = (\operatorname{tg} \phi'(\lambda) - \operatorname{tg} \phi_1) \left\{ (-1 + \theta^2) Y_r'^2 / f + (4\theta - 4\theta^3) Y_r' \right\} \cos \delta' \quad (7.93)$$

donde  $\phi'(\lambda)$  es el ángulo de difracción correspondiente a la longitud de onda  $\lambda$ ,  $\phi_1$  es el que corresponde a  $\lambda = 5000 \text{ Å}$  y  $\delta'$  es el ángulo en que fue rotado el plano que contiene la ranura de salida.

La figura VII.17 muestra claramente que este espectrómetro debe utilizarse con ranuras cortas y en pequeños rangos espectrales. En el caso en que se empleen ranuras largas, es necesario que la ranura de salida pueda cambiar de orientación, rotando sobre su propio plano, de manera de cubrir todo el rango espectral<sup>(9)</sup>.

## 7.7 Littrow fuera del plano

En la figura VII.18 se representa este espectrómetro junto con sus

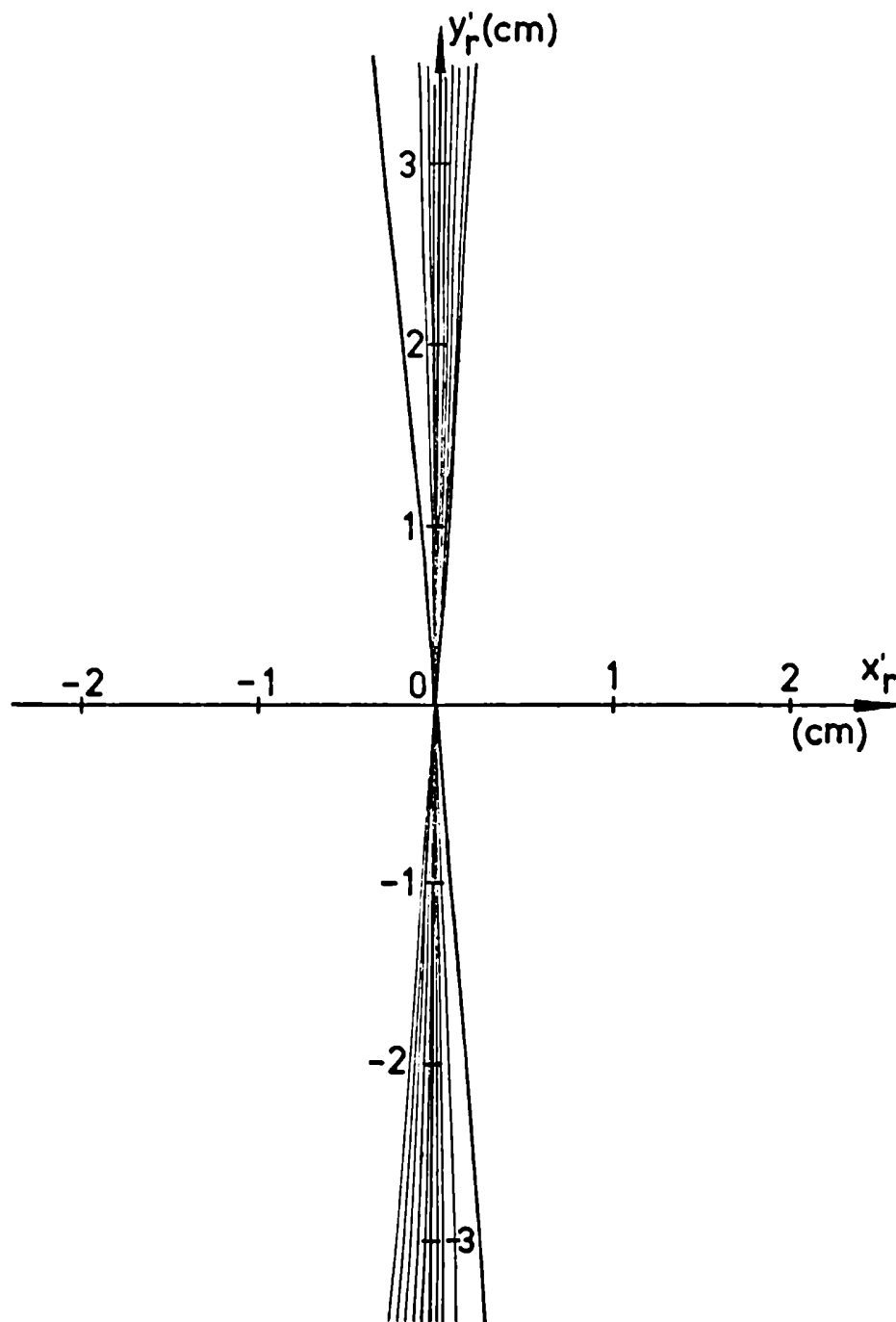


Figura VII.17 Líneas espectrales en el plano paraxial. En trazo más grueso se representa la ranura de entrada.

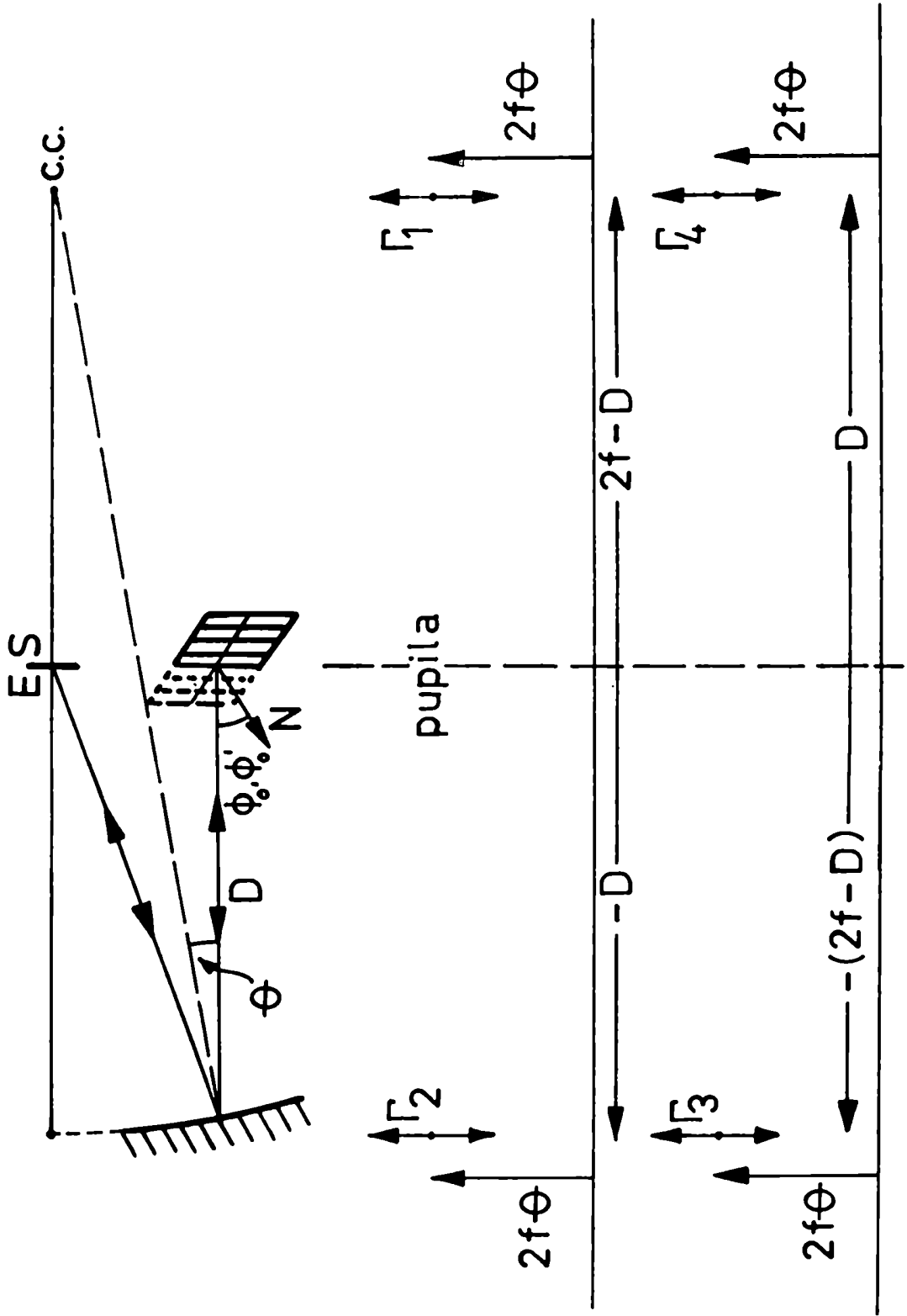


Figura VII.18 Littrow fuera del plano y sus correspondientes Diagramas.

correspondientes Diagramas. Al igual que en el diseño en el plano (sección 7.5), este espectrómetro se estudia considerando que los ángulos de incidencia y difracción en la red ( $\phi_0, \phi'_0$ ) son iguales. De este modo el sistema resulta libre de anamorfosis, los ejes de cada Diagrama coinciden en dirección y sentido y, consecuentemente, se satisfacen las siguientes relaciones:  $X = X'$ ,  $Y = Y'$ . Eligiendo las coordenadas  $X$  e  $Y$  del mismo modo que en el diseño anterior, los parámetros que describen los Diagramas son:

$$\begin{aligned}
 \Gamma_1 &= -\frac{1}{32f^3} & \xi_{01} &= 0 & \eta_{01} &= 2f\theta & l_1 &= 2f - D \\
 \Gamma_2 &= \frac{1}{32f^3} & \xi_{02} &= 0 & \eta_{02} &= 2f\theta & l_2 &= -D \\
 \Gamma_3 &= -\frac{1}{32f^3} & \xi_{03} &= 0 & \eta_{03} &= 2f\theta & l_3 &= D - 2f \\
 \Gamma_4 &= \frac{1}{32f^3} & \xi_{04} &= 0 & \eta_{04} &= 2f\theta & l_4 &= D
 \end{aligned} \tag{7.94}$$

Dado que en este diseño no es posible satisfacer la condición de invariancia de la curvatura de las líneas espectrales frente a cambios en la longitud de onda, se calcula, al igual que en el Littrow en el plano, la adecuada curvatura de la ranura de entrada para que su imagen sea recta para una determinada longitud de onda  $\lambda_0$ .

Reemplazando los parámetros que describen el Diagrama en (2.11) a (2.14), (3.24), (3.41), (4.21) y (4.23), se obtienen las siguientes expresiones:

$$AE : \text{nula} \quad (7.95)$$

$$C : -\frac{1}{4f^2} \alpha x (x^2 + y^2) \quad (7.96)$$

$$A : y \frac{\theta}{f} \alpha x - \frac{1}{2f} (1 - D/f) (\alpha^2 x^2 + 2\beta^2 y^2 + 2\alpha\beta xy) \quad (7.97)$$

D.D.  $\equiv$

$$\delta_{x_p} = -\alpha \theta^2 - \frac{1}{4} (\alpha^2 + \beta^2) \alpha \quad (7.98)$$

$$\delta_{y_p} = -2\beta \theta^2 - \beta \theta^2 - \frac{1}{4} (\alpha^2 + \beta^2) \beta$$

$$\delta_{x'_p} = 0 \quad (7.99)$$

$$\delta_{y'_p} = 3\beta \theta^2 + \frac{1}{4} \beta^3$$

$$\delta_{x_c} = \frac{1}{2} (\alpha^3 + \beta^2 \alpha) \quad (7.100)$$

$$\delta_{y_c} = \frac{1}{2} (\beta^3 + \alpha^2 \beta) - (\alpha^2 + \beta^2) \theta$$

$$\delta_{x'_c} = 0 \quad (7.101)$$

$$\delta_{y'_c} = -\frac{1}{2} \beta^3 - \beta^2 \theta$$



$$\begin{aligned}
 C.C. = & -\frac{1}{4f} (x^2 + y^2) (1 - D/f) (\alpha^2 + 2\beta^2) + \\
 & + \frac{(x^2 + y^2)}{4f} (2\beta^2 + \alpha^2)
 \end{aligned} \tag{7.102}$$

Para arribar a estas expresiones se consideró, al igual que en el diseño anterior,  $\alpha' = 0$  y  $\beta = \beta_0 = \beta'_0 = \beta'$ . Por otra parte, en (7.98) a (7.101) se impuso también la condición  $D = f$ . Con esta ubicación de la red se eliminan algunos términos de astigmatismo y de curvatura de campo.

Considerando las expresiones (3.33) a (3.35), (3.39), (3.40) y (7.98) a (7.101), se calcula la expresión que satisface la ranura de entrada:

$$x_r = -a y_r^2 / f \tag{7.103}$$

donde

$$a = \operatorname{tg} \phi_1 (1 + \theta^2) + \mathcal{O}(\theta^3)$$

y  $\phi_1$  es el ángulo de incidencia sobre la red determinado por el rayo correspondiente al centro del campo (en el diseño particular considerado  $\phi_1 = \phi'_1 = 17,46^\circ$ ).

Comparando las expresiones que satisfacen la ranura de entrada de este diseño con la correspondiente al Ebert fuera del plano (7.92), se observa que en este caso no existe término lineal en  $y_r$ . Esto se debe a que en este montaje el rayo principal correspondiente al centro del campo, está contenido en el plano principal de la red y por lo tanto, los efectos de distorsión introducidos por la misma son menos importantes que en el caso del Ebert (esto corresponde a considerar en (3.39)  $\gamma = 0$  para el Littrow y  $\gamma = 2\theta$  para el Ebert).

Para evaluar las imágenes se consideran los mismos parámetros constructivos que en el caso anterior, excepto que en este diseño se modifica la ranura de entrada ( $\alpha = 0,000388$ ). En la figura VII.19 se representan las imágenes correspondientes a coma (a), astigmatismo (b) y curvatura de campo (c) sobre el plano paraxial y para el borde del campo. Al igual que en el montaje en el plano, la aberración dominante es la curvatura de campo ( $\sim 240 \mu\text{m}$ ); ésta es posible de disminuir curvando adecuadamente los planos que contienen las ranuras<sup>(18)</sup>.

Siguiendo un procedimiento similar al empleado en los dos últimos diseños, se calcula la expresión que satisfacen las distintas líneas espectrales.

Esta resulta:

$$X_r'(\lambda) = [\text{tg } \phi_1 - \text{tg } \phi(\lambda)](1 + \theta^2) Y_r'^2 / f \quad (7.104)$$

donde  $\phi(\lambda)$  es el ángulo de difracción en la red.

En la Tabla VII.3 se indican, para puntos extremos del campo ( $Y_r' = \pm 3,5 \text{ cm}$ ) y en función de  $\lambda$ , los apartamientos máximos de las líneas espectrales respecto de la ranura de salida ( $X_r' = 0$ ).

TABLA VII.3

$\lambda(\text{\AA})$	$X_r'(\mu\text{m})$
3200	147
4000	83
5000	0
6000	- 88
7000	-183
7500	-234

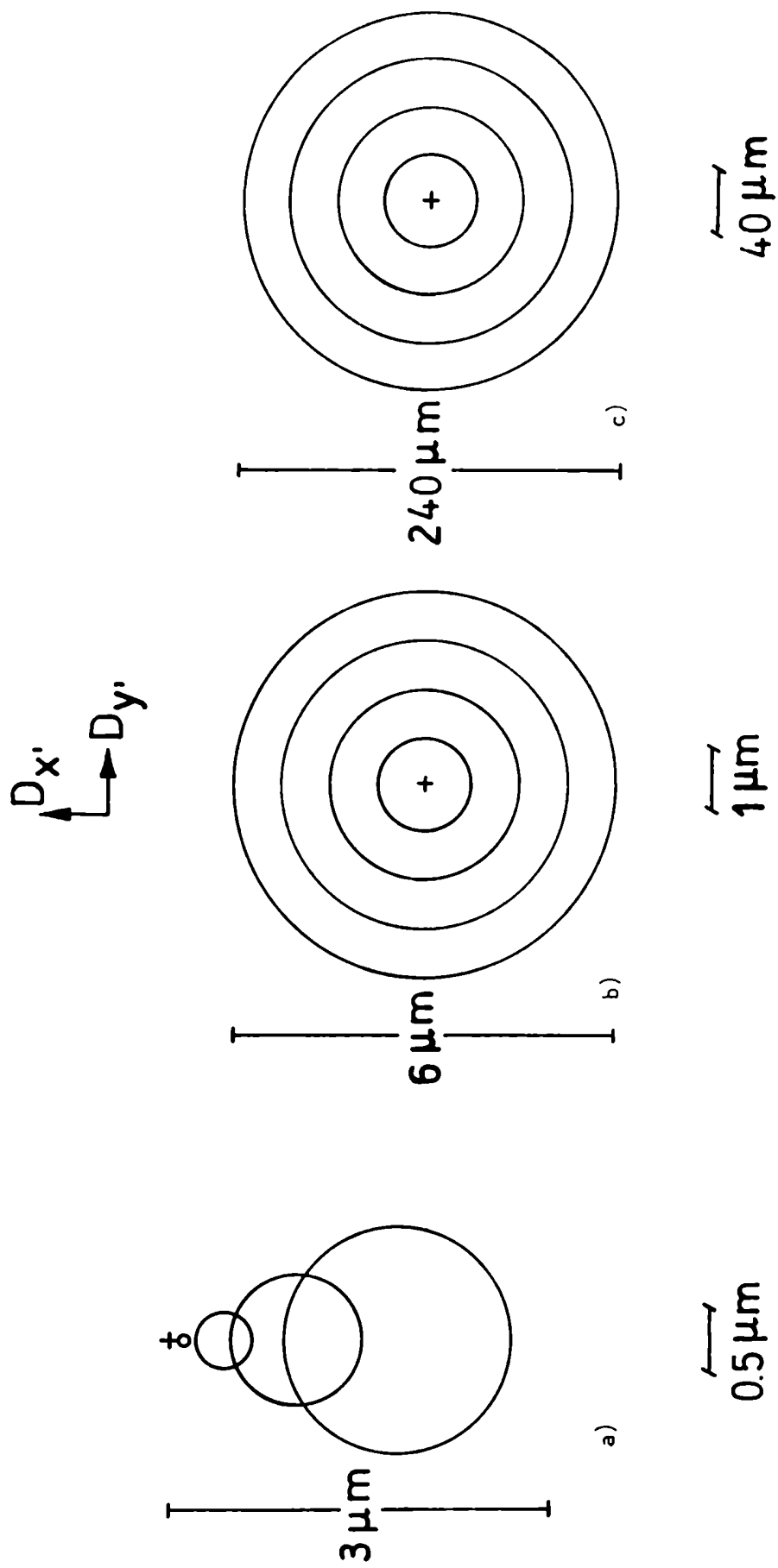


Figura VII.19 Imagen de coma a), astigmatismo b) y curvatura de campo c).

De la Tabla se deduce que, al igual que en el diseño del plano, este espectrómetro debe utilizarse con ranuras cortas. Si bien la calidad de las imágenes obtenidas con ambos diseños es muy similar, en este caso el ángulo fuera de eje puede ser más pequeño ya que este montaje no introduce problemas de luz difusa. En la práctica las ranuras de entrada y salida deben separarse y por lo tanto, el sistema presenta una pequeña contribución de estigmatismo y coma residual<sup>(18)</sup>.

C A P I T U L O   V I I I

DISCUSION DE LOS RESULTADOS Y CONCLUSIONES

## VIII. DISCUSION DE LOS RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Para facilitar la comparación entre los distintos diseños estudiados, se resumen los resultados más importantes en la Tabla VIII.1. En las diversas columnas de dicha Tabla, se indican: el tipo de diseño y la posición en que está ubicada la red (primera columna); el ancho de las imágenes y la dependencia funcional de los términos preponderantes correspondientes a aberración esférica, coma, astigmatismo y astigmatismo junto con curvatura de campo en la dirección de la dispersión de la luz y sobre el plano paraxial, (segunda, tercera, cuarta y quinta columnas respectivamente); el rango de longitudes de onda en que se puede trabajar sin necesidad de reajustar el instrumento, en el caso en que se estudie la estructura de la fuente luminosa (sexta columna); el ancho efectivo de la imagen debida a astigmatismo y curvatura de campo sobre el plano focal en el cual la imagen correspondiente al centro del campo y a una longitud de onda media del espectro, es lineal y paralela a la línea espectral en dicho punto (séptima columna) y algunas observaciones de interés (octava columna).

Los espectrómetros Ebert y Czerny-Turner con espejos esféricos permiten obtener imágenes de similar calidad, si bien el primero, debido a que utiliza un solo espejo, tiene menos posibilidades de modificaciones como para mejorar la calidad de las imágenes (por ejemplo: juntando los espejos de un Czerny-Turner se disminuye la coma). En ambos montajes la coma puede ser parcialmente compensada en un amplio rango de longitudes de onda, utilizando diseños asimétricos. La compensación de la coma es muy importante ya que ésta es la única aberración que prácticamente no varía al reajustar la posición del plano focal. Estos espectrómetros deben ser diseñados con cocientes focales comprendidos entre  $f/8$  y  $f/20$  (cocientes que para muchas aplicaciones resultan suficientes),

## ESPECTROMETROS EN EL PLANO

Tipo de Espectrómetro (Posición de la red)	AE ( $\mu\text{m}$ ) (2)	C ( $\mu\text{m}$ )		A ( $\mu\text{m}$ )		(A+C.C.) ( $\mu\text{m}$ )	
		centro	borde	centro	borde	centro	borde
Czerny-Turner o Ebert con espejos esféricos ( $\mathcal{Z}_1$ ) (1) (D=f)	$R_M^3 / f^2$ ~440	$\frac{R_M^2 \theta}{f} (t-1)$ ~120	~120	$R_M \theta^2$ ~2000	~2000	$R_M \theta^2$ ~2800	~2800
Czerny-Turner con espejos parabólicos centrados ( $\mathcal{Z}_2$ ) (1) (D=f)	--	$\frac{R_M^2 \theta}{f} (t-1)$ ~120	~120	$R_M \theta^2$ ~2000	~2000	$R_M \theta^2$ ~2800	~2800
(1) (D=2f)	--	$\frac{R_M^2 \theta}{f} (t-1)$ ~60	~60	$R_M \theta^2$ ~2000	~2000	$R_M \theta^2$ ~2900	~2900
Ebert Parabolizado ( $\mathcal{Z}_3$ ) Simétrico (D=f)	--	$\frac{R_M^2 \theta}{f} (t-1)$ ~240	~240	--	--	--	--
No Simétrico (1) (D=f)	--	a = 2,5   ~70 a = 3   ~50	~70 ~50	--	--	--	--
Diseño $\mathcal{U}_4$ (1) (D=f)	--	--	$\frac{R_M^2}{f} \beta_0 (t-1)$ ~26	--	$R_M \beta_0 \theta (t-1)$ ~50	--	$R_M \beta_0 \theta (t-1)$ ~50
Littrow con espejo parabólico fuera de eje (D=f)	--	--	$\frac{R_M^2}{f} \alpha$ ~4	--	$R_M \alpha \theta$ ~15	--	$R_M \alpha \theta$ ~15

## ESPECTROMETROS FUERA DEL PLANO

Ebert Parabolizado (D=f)	--	--	$\frac{R_M^2 \alpha}{f}$ ~21	--	--	--	~21
Littrow con espejo parabólico fuera de eje (D=f)	--	--	$\frac{R_M^2 \alpha}{f}$ ~6	--	$R_M \alpha \theta$ ~12	--	~12

(μm)	$\Delta\lambda(\text{Å})$	(A+C.C.) (μm)	
		(6) centro	borde
borde	(4)		
~2800	~1200	--	~10
(3)	(5)		
~2800	~700	--	~60
(3)	(5)		
~2900	~400	--	~1000
(3)	(5)		(7)
--	Todo el rango espectral		
~3			
~10	(8)		
$R_M \beta_0^2$ ~240	Todo el rango espectral		
$R_M \beta_0 \theta (t-1)$ ~40			
(9)			
$R_M \beta^2$ ~250	Todo el rango espectral		
(12)	(10)		

$R_M \beta_0 \theta$ ~2000	
~200	
(9) (12)	(11)
$R_M \beta^2$ ~240	Todo el rango espectral
(12)	(10)

OBSERVACIONES

- (1) Satisface la condición de invariancia de la curvatura de las líneas espectrales.
- (2) Ancho de la imagen en la dirección de la dispersión de la luz y sobre el plano paraxial (la aberración esférica se reduce en un factor cuatro en el círculo de mínima confusión, la coma prácticamente no se modifica al variar el plano focal, y el ancho de la imagen de astigmatismo y curvatura de campo, puede reducirse notablemente (ver (6))).
- (3) Las imágenes dependen muy débilmente del campo.
- (4) Rango de longitudes de onda en que es posible trabajar, sin reajustar el instrumento, en el caso en que se estudie la estructura del objeto.
- (5) El cambio de zona espectral requiere un reajuste del espectrómetro. El rango espectral se obtiene imponiendo que el ancho de la imagen de (A + C.C.) no supere al correspondiente a la aberración dominante.
- (6) Ancho efectivo de la imagen sobre el plano focal en el cual la imagen correspondiente al centro del campo y a una longitud de onda media del espectro, es lineal y paralela a la línea espectral en dicho punto.
- (7) La imagen está inclinada respecto de la línea espectral de modo que se incrementa considerablemente el ancho efectivo de la misma.
- (8) La compensación se mantiene parcialmente en un amplio rango de longitudes de onda.
- (9) Ancho de la imagen que se obtiene cuando se rotan los planos que contienen las ranuras de entrada y salida.
- (10) Adaptación razonable de las líneas espectrales con la ranura de salida. Dicha ranura puede ser fija.
- (11) Mal ajuste de la ranura de salida con las líneas espectrales. Se requiere ranura móvil cuya orientación se debe reajustar para cubrir las distintas zonas del espectro.
- (12) Las imágenes se pueden mejorar curvando adecuadamente los planos que contienen las ranuras.

TABLA VIII.1



ya que de este modo, es posible reducir la aberración esférica a valores tolerables. Ninguno de los dos diseños resulta adecuado para estudiar la estructura del objeto ya que, el rango de las longitudes de onda en que es posible trabajar sin modificar la posición de las ranuras, es muy pequeño y, por otra parte, este tipo de reajuste no es fácil de realizar. En todas aquellas aplicaciones en que no interese obtener información acerca de la estructura de la fuente luminosa, es posible conseguir que las imágenes correspondientes a astigmatismo y curvatura de campo estén elongadas en la dirección de la línea espectral, modificando la posición de las ranuras de entrada y salida. Con esta ubicación de las ranuras es posible trabajar en todo el rango espectral sin necesidad de reajustarlas.

Por los motivos señalados, estos espectrómetros no deben ser utilizados en trabajos en que se requiera una alta resolución.

El espectrómetro Czerny-Turner con espejos parabólicos centrados, presenta imágenes algo superiores a los anteriores ya que es libre de aberración esférica. Debido a que las imágenes correspondientes a las otras aberraciones son de calidad similar a las obtenidas con el diseño que emplea espejos esféricos, el rango de aplicación de este instrumento es prácticamente el mismo que el correspondiente a dicho diseño. El estudio realizado muestra que no resulta de interés ubicar la red de modo que  $D = 2f$  y  $D' = 2f'$ , ya que si bien la coma se reduce a la mitad, el ancho efectivo de la imagen de astigmatismo y curvatura de campo aumenta a valores intolerables pues la línea astigmática forma un ángulo apreciable con la línea espectral en el borde del campo.

Es interesante destacar que tanto el espectrómetro Ebert, como el Czerny-Turner con espejos esféricos y o parabólicos, pueden utilizarse con ranuras largas dado que la dependencia de las aberraciones con el punto del campo considerado, es muy débil.

El espectrómetro Ebert en el plano y con espejo parabólico, presenta una importante coma residual que es posible compensar parcialmente en un amplio rango de longitudes de onda. El diseño admite el uso de ranuras largas ya que, la única aberración presente, varía muy débilmente con el punto del campo considerado. Es interesante destacar que aún para la apertura considerada ( $f/5$ ), el ancho de la imagen es tolerable ( $\sim 60 \mu\text{m}$ ). Este diseño puede utilizarse para estudiar la estructura del objeto.

El aquí llamado diseño  $\mathcal{U}_4$  es, sin lugar a dudas, el de más alta calidad. Libre de aberraciones en el centro del campo, permite emplear grandes aperturas, largas ranuras y ángulos fuera de eje suficientemente grandes como para satisfacer, si así se desea, la condición de Cary. Este es el espectrómetro ideal para realizar trabajos de alta resolución. Respecto de otros diseños, presenta la desventaja de un mayor costo y, por otra parte, la necesidad de utilizar un espejo plano para separar las ranuras.

Los espectrómetros Littrow en y fuera del plano y con espejos parabólicos fuera de eje, presentan imágenes de calidad similar. Debido a que son libres de aberraciones en el centro del campo, pueden ser diseñados con grandes aperturas. Ninguno de los dos puede satisfacer la condición de Invariancia de la curvatura de la línea espectral, lo cual representa una desventaja frente a otros diseños. Sin embargo, como fue señalado en el capítulo anterior, utilizando ranuras cortas se logra una buena adaptación de las líneas espectrales con la ranura de salida. Es interesante destacar que, con este tipo de ranuras, el ancho de la imagen correspondiente a astigmatismo y curvatura de campo, disminuye considerablemente (por ejemplo con ranuras de 2 cm de longitud resulta aproximadamente igual a  $20 \mu\text{m}$ ). Por otra parte, dicha imagen se puede reducir curvando adecuadamente los planos que contienen las ranuras.

Si bien las imágenes que se obtienen con ambos diseños son similares, el Littrow fuera del plano presenta menos problemas de luz difusa, ya que no es posible que parte del espectro incida sobre la red.

Finalmente debe recordarse que estos sistemas presentan, en el centro del campo pequeñas contribuciones de coma y astigmatismo debido a que, en la práctica, es necesario separar las ranuras.

El espectrómetro Ebert fuera del plano y con espejo parabólico, puede diseñarse con grandes aperturas ya que es libre de aberraciones en el centro del campo. La apreciable curvatura de campo puede reducirse curvando adecuadamente los planos que contienen las ranuras o utilizando ranuras cortas. Debido a que no puede satisfacer la condición de invariancia de la curvatura de la línea espectral, debe utilizarse con ranuras cortas y en pequeños rangos espectrales. En el caso en que se deseen emplear ranuras largas, es necesario que la ranura de salida pueda cambiar de orientación, rotando sobre su propio plano, de manera de cubrir todo el rango espectral.

Este espectrómetro diseñado con grandes aperturas y uno u otro tipo de ranuras, permite alcanzar una buena resolución.

Los resultados obtenidos permiten extraer las siguientes conclusiones:

- Los espectrómetros más adecuados para realizar trabajos en los que se requiere alta resolución y luminosidad, son: el diseño  $U_4$ , el Ebert parabolizado no simétrico (ambos con ranuras largas) y el Littrow en y fuera del plano con espejo parabólico fuera de eje y con ranuras cortas.

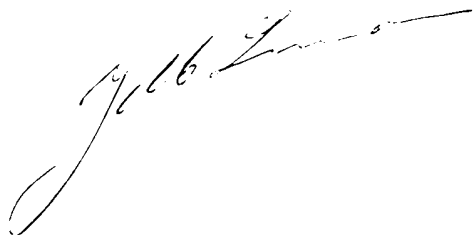
- El espectrómetro Ebert parabolizado fuera del plano (ranuras cortas) también es adecuado para trabajos que requieren alta resolución, siempre que la zona espectral en consideración sea pequeña. En estudios de grupos de líneas ( $\Delta\lambda = 1 \text{ \AA}$ ), pueden emplearse ranuras largas.

- En aquellas aplicaciones donde los requerimientos arriba mencionados no sean necesarios, deben utilizarse diseños económicos y de fácil alineación: Ebert con espejo esférico y Czerny-Turner con espejos esféricos o parabólicos centrados.

Como resultado de la presente investigación se tiene, por primera vez, un estudio completo y comparativo de las aberraciones presentes en todos los espectrómetros fuera de eje con un espejo en la cámara y otro en el colimador y con red plana.

Por otra parte, se ha completado la extensión del método de Burch para sistemas fuera de eje, destacándose también, la posibilidad que brinda el método de poder alcanzar un conocimiento aproximado de las aberraciones de tercer orden, mediante cálculos sumamente sencillos.

Finalmente debe señalarse que los resultados obtenidos no pueden generalizarse a espectrógrafos, ya que, no siempre un espectrómetro de buena calidad debe necesariamente ser un buen espectrógrafo y, por otra parte, la teoría aquí desarrollada no puede ser aplicada en forma inmediata a este tipo de instrumentos.



REFERENCIAS

REFERENCIAS

- I.1 Rowland, H.A.; 1883, *Phil. Mag.* 16, 197.
- I.2 Welford, W.T.; 1965, *Progress in Optics*, Vol. VI, Edited by E.Wolf (New York: Interscience), 241.
- I.3 Zernyke, F.; 1935, in *Festschrift 'Pieter Zeeman'* (Martinus Nijhoff, the Hague), 323.
- I.4 Beutler, H.G.; 1945, *J.Opt.Soc.Am* 35, 311.
- I.5 Eggers, D.F. and Peterson, M.A.; 1969, *Applied Optics*, 8, 589.
- I.6 Chupp, V.L. and Grantz, P.C.; 1969, *Applied Optics*, 8, 925.
- I.7 López Pumarega, M.I.; 1980, *Tesis de Licenciatura*, Depto. de Física, FCEN-UBA.
- I.8 Burch, C.R.; 1942, *M.N.*, 102, 159.
- I.9 Burch, C.R.; 1943, *Proc.Phys.Soc.*, 55, 433.
- I.10 Burch, C.R.; 1947, *Proc.Phys.Soc.*, 59, 41.
- I.11 Simon, J.M.; 1973, *Optica Acta*, 20, 345.
- I.12 Simon, J.M. and Gil, M.A.; 1978, *Optica Acta*, 25, 381.
- II.1 Schmidt, B.; 1932, *Mitt. der Hamburger Sternwarte in Bergedorf*, 7, 15.
- II.2 Linfoot, E.H.; 1955, *Recent Advances in Optics*, Oxford University Press.
- II.3 Carathéodory, C.; 1940, *Hamb. Math. Einzelschrift*, 28; Teubner, B.G.
- II.4 Burch, C.R.; 1942, *M.N.*, 102, 159.
- II.5 Burch, C.R.; 1943, *Proc.Phys.Soc.*, 55, 433.
- II.6 Burch, C.R.; 1947, *Proc.Phys.Soc.*, 59, 41.
- II.7 Filler, A.S.; 1964, *J.Opt.Soc.Am.*, 54, 424.
- II.8 Simon, J.M., de Novarini, L.R. and Platzcek, R.; 1971, *Optica Acta* 18, 829.
- II.9 Simon, J.M.; 1973, *Optica Acta*, 20, 345.
- II.10 Simon, J.M., Simon, M.C.; 1978, *Optica Acta*, 25, 153.
- III.1 Simon, J.M. and Gil, M.A.; 1978, *Optica Acta*, 25, 381.
- III.2 Stroke, G.W.; 1967, *Handbuck der Physik*, Vol.29 (Springer).

- III.3 Simon, J.M., de Novarini, L.R. and Platzek, R.; 1971, *Optica Acta*, 18, 829.
- III.4 Rupert, C.S.; 1952, *J.Opt.Soc.Am.*, 42, 779.
- V.1 Pribram, J.K. and Pechina, C.M.; 1968, *Appl.Opt.*, 7, 2005.
- V.2 Pechina, C.M.; 1967, *Appl.Opt.*, 6, 1029.
- V.3 Welford, W.T.; 1963, *J.Opt.Soc.Am.*, 53, 766.
- V.4 Chupp, V.L. and Grantz, P.C.; 1969, *Appl.Opt.*, 8, 925.
- V.5 Ebert, H.; 1889, *Wied.Ann.*, 38, 489.
- V.6 Fastie, W.G.; 1952, *J.Opt.Soc.Am.*, 42, 641.
- V.7 Czerny, M. and Turner, A.F.; 1930, *Z. Physik*, 61, 792.
- VI.1 Ebert, H.; 1889, *Wied.Ann.*, 38, 489.
- VI.2 Fastie, W.G.; 1952, *J.Opt.Soc.Am.*, 42, 641.
- VI.3 Czerny, M. and Turner, A.F.; 1930, *Z. Physik*, 61, 792.
- VI.4 Shafer, A.B., Megill, L.R. and Droppleman, L.; 1964, *J.Opt.Soc.Am.*, 54, 879.
- VI.5 Welford, W.T.; 1963, *J.Opt.Soc.Am.*, 53, 766.
- VI.6 Fastie, W.G.; 1953, *J.Opt.Soc.Am.*, 43, 1174.
- VI.7 Hill, R.A.; 1969, *Appl.Opt.*, 8, 575.
- VI.8 Chupp, V.L. and Grantz, P.C.; 1969, *Appl.Opt.*, 8, 925.
- VI.9 Miyake, K.P.; 1975, *Optica Acta*, 22, 603.
- VI.10 Miyake, K.P. and Masutani, K.; 1977, *J.Optics (Paris)*, 8, 175.
- VI.11 Filler, A.S.; 1964, *J.Opt.Soc.Am.*, 54, 429.
- VI.12 Gil, M.A. and Simon, J.M.; 1979, *Appl.Opt.*, 18, 2280.
- VI.13 Welford, W.T.; 1965, *Progress in Optics*, Vol.VI, Edited by E.Wolf (New York: Interscience), 241.
- VII.1 Lindblom, P.; 1971, *J.Opt.Soc.Am.*, 62, 756.
- VII.2 Shafer, A.B., Megill, L.R. and Droppleman, L.; 1964, *J.Opt.Soc.Am.*, 58, 879.
- VII.3 Shafer, A.B.; 1967, *Appl.Opt.*, 6, 159.
- VII.4 Murty, M.V.K.R.; 1962, *J.Opt.Soc.Am.*, 52, 515.
- VII.5 Fastie, W.G.; 1952, *J.Opt.Soc.Am.*, 42, 641.
- VII.6 Leo, W.; 1956, *Z.Angew.Phys.*, 8, 196.

- VII.7 Murty, M.V.K.R.; 1972, Appl.Opt., 11, 2286.
- VII.8 Welford, W.T.; 1963, J.Opt.Soc.Am., 53, 766.
- VII.9 Filler, A.S.; 1964, J.Opt.Soc.Am., 54, 429.
- VII.10 Gil, M.A. and Simon, J.M.; 1979, Appl.Opt., 18, 2280.
- VII.11 Fastie, W.G.; 1961, U.S.Patent 3, 011, 391.
- VII.12 Horwitz, J.W.; 1974, Optica Acta, 21, 169.
- VII.13 Hill, R.A.; 1969, Appl.Opt., 8, 575.
- VII.14 Chupp, V.L. and Grantz, P.C.; 1969, Appl.Opt., 8, 925.
- VII.15 Miyake, K.P.; 1975, Optica Acta, 22, 603.
- VII.16 Miyake, K.P. and Masutani, K.; 1977, J.Optics (Paris), 8, 175.
- VII.17 Simon, J.M. and Gil, M.A.; 1978, Optica Acta, 25, 83.
- VII.18 Yoshinaga, H., Okazaki, B. and Tatsnoka, S.; 1960, J.Opt.Soc.Am., 50, 437.
- VII.19 Welford, W.T.; 1965, Progress in Optics, Vol.VI, Edited by E.Wolf  
(New York: Interscience), 241.



APENDICE

## APENDICE

Se dan a continuación las expresiones fundamentales para el cálculo de las aberraciones presentes en los espectrómetros.

Aberración esférica:  $r^4 \sum_i \Gamma_i$  (2.12)

Coma:

$$-4r^2 \left[ x \sum_i \xi_{oi} \Gamma_i + y \sum_i \eta_{oi} \Gamma_i \right] + 4r^2 (\alpha x + \beta y) \sum_i \Gamma_i l_i$$

(2.13)

Astigmatismo:

$$4x^2 \sum_i \Gamma_i \xi_{oi}^2 + 4y^2 \sum_i \Gamma_i \eta_{oi}^2 + 8xy \sum_i \Gamma_i \eta_{oi} \xi_{oi} - 8(\alpha x + \beta y) \left[ x \sum_i \Gamma_i l_i \xi_{oi} + y \sum_i \Gamma_i l_i \eta_{oi} \right] + 4(\alpha x + \beta y)^2 \sum_i \Gamma_i l_i^2$$

(2.14)

Desviaciones angulares de los rayos:

$$\delta_x = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = \frac{\partial (\mathcal{L}_e - \mathcal{L}_i)}{\partial x} \quad (2.15)$$

$$\delta_y = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = \frac{\partial (\mathcal{L}_e - \mathcal{L}_i)}{\partial y}$$

Desviaciones transversales de los rayos sobre el plano paraxial:

$$D_x = -f' \delta_x \quad (2.16)$$

$$D_y = -f' \delta_y$$

Desviaciones angulares correspondientes a distorsión introducida por el sistema de referencia.

a) Plano de simetría ( $\mathcal{Z}, X$ ):

$$\delta_{X_c} = (\alpha^3 + \beta^2 \alpha) \sum_c \frac{l_i}{R_i} - (\alpha^2 + \beta^2) \sum_c \frac{\eta_{oi}}{R_i} \quad (3.23)$$

$$\delta_{Y_c} = (\alpha^2 \beta + \beta^3) \sum_c \frac{l_i}{R_i}$$

b) Plano de simetría ( $\mathcal{Z}, Y$ ):

$$\delta_{X_c} = (\alpha^3 + \beta^2 \alpha) \sum_c \frac{l_i}{R_i} \quad (3.24)$$

$$\delta_{Y_c} = (\alpha^2 \beta + \beta^3) \sum_c \frac{l_i}{R_i} - (\beta^2 + \alpha^2) \sum_c \frac{\eta_{oi}}{R_i}$$

Relaciones entre los ángulos del haz incidente sobre la red ( $\alpha_0, \beta_0$ )

y los correspondientes al punto objeto considerado ( $\alpha$ ,  $\beta$ ):

$$\alpha'_0 = \alpha + (\delta x_p + \delta x_c) \quad (3.34)$$

$$\beta_0 = \beta + (\delta y_p + \delta y_c)$$

Relaciones entre los ángulos del haz difractado en la red ( $\alpha'_0, \beta'_0$ ) y los correspondientes al punto imagen ( $\alpha', \beta'$ ):

$$\alpha' = \alpha'_0 + \delta x'_p + \delta x'_c = \pm \frac{x'_r}{f'} \quad (3.35)$$

$$\beta' = \beta'_0 + \delta y'_p + \delta y'_c = \pm \frac{y'_r}{f'}$$

Distorsión introducida por la red.

a) Surcos de la red perpendiculares al plano de simetría:

$$\alpha'_0 = -\frac{1}{2} \beta_0^2 \frac{\sin \phi_0 + \sin \phi'_0}{\cos \phi'_0} + \alpha_0 \frac{\cos \phi_0}{\cos \phi'_0} \quad (3.36)$$

$$\beta'_0 = \beta_0$$

b) Surcos paralelos al plano de simetría:

$$\frac{\alpha'_0}{\cos \gamma} = -\frac{(\sin \phi_1 + \sin \phi'_1)}{\cos \phi'_1} \left( \beta_0^2 / 2 - \gamma \beta_0 \right) + \frac{\alpha_0}{\cos \gamma} \cdot \frac{\cos \phi_1}{\cos \phi'_1} \quad (3.39)$$

$$\beta = \beta_0 \quad (3.40)$$

Desviaciones angulares correspondientes a distorsión introducida por las placas que constituyen el Diagrama.

a) Plano de simetría (  $\xi, X$  ):

$$\begin{aligned} \delta_{X_p} = & -4 \sum_i \Gamma_i (\xi_{oi}^3 - \alpha^3 l_i^3 + 3 \xi_{oi} \alpha^2 l_i^2 - \\ & - 3 \xi_{oi}^2 \alpha l_i + \beta^2 l_i^2 \xi_{oi} - \beta^2 l_i^3 \alpha) \end{aligned} \quad (3.42)$$

$$\begin{aligned} \delta_{Y_p} = & -4 \sum_i \Gamma_i (-\beta l_i \xi_{oi}^2 - \beta l_i^3 \alpha^2 + \\ & + 2 \beta l_i^2 \alpha \xi_{oi} - \beta^3 l_i^3) \end{aligned}$$

b) Plano de simetría (  $\xi, Y$  ):

$$\begin{aligned} \delta_{X_p} = & -4 \sum_i \Gamma_i (-\alpha l_i \eta_{oi}^2 - \alpha l_i^3 \beta^2 + \\ & + 2 \alpha \beta l_i^2 \eta_{oi} - \alpha^3 l_i^3) \end{aligned} \quad (3.43)$$

$$\begin{aligned} \delta_{Y_p} = & -4 \sum_i \Gamma_i (\eta_{oi}^3 - \beta^3 l_i^3 + 3 \eta_{oi} \beta^2 l_i^2 - \\ & - 3 \eta_{oi}^2 \beta l_i + \alpha^2 l_i^2 \eta_{oi} - \beta \alpha^2 l_i^3) \end{aligned}$$

Condición que deben satisfacer los ángulos  $\alpha_0$ ,  $\beta_0$ ,  $\alpha'_0$  y  $\beta'_0$ , para que la curvatura de la línea espectral sea independiente de  $\lambda$ :

$$\alpha_0 = \alpha'_0 \equiv \rho_0 \beta_0^2 = -\frac{1}{2} \operatorname{ctg} \frac{\phi_0 - \phi'_0}{2} \beta_0^2$$

$$\beta_0 = \beta'_0 \quad (3.45)$$

Ecuación que satisface la ranura de entrada y curvatura de la misma:

$$x_r = -\frac{y_r^2}{2\rho_e} \quad (3.46)$$

$$\frac{1}{\rho_e} = \frac{2}{f} \frac{(\alpha_0 - \delta x_p - \delta x_c)}{(\beta_0 - \delta y_p - \delta y_c)^2} \quad (3.47)$$

Ecuación que satisface la línea espectral y curvatura de la misma:

$$x'_r = -\frac{y_r'^2}{2\rho_s} \quad (3.48)$$

$$\frac{1}{\rho_s} = \frac{2}{f} \frac{(\alpha'_0 + \delta x'_p + \delta x'_c)}{(\beta'_0 + \delta y'_p + \delta y'_c)^2} \quad (3.49)$$

Curvatura de la imagen correspondiente a un objeto de curvatura  $\rho_0$  arbitraria, a través del sistema de referencia:

$$\rho'_0 = \left[ \sum_{i=1}^n -\frac{1}{R_i/2} + \rho_0 \right] \quad (4.9)$$

Curvatura de campo.

a) Plano de simetría (  $\xi$ ,  $x$  ):

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_1 = & 2r^2 \sum_i \Gamma_i \left[ \xi_{oi}^2 + (\alpha^2 + \beta^2) l_i^2 - 2\alpha l_i \xi_{oi} \right] + \\ & + \frac{r^2}{2f'^2} \left[ \alpha \sum_c \xi_{oi} - \frac{P'}{2} (\alpha^2 + \beta^2) f'^2 \right] \quad (4.20) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & 2r^2 \sum_i \Gamma_i \left[ \xi_{oi}^2 + (\alpha^2 + \beta^2) l_i^2 - 2\alpha l_i \xi_{oi} \right] + \\ & + \frac{r^2}{2f'^2} \left[ -\alpha \sum_c \xi_{oi} - \frac{P'}{2} (\alpha^2 + \beta^2) f'^2 \right] \quad (4.22) \end{aligned}$$

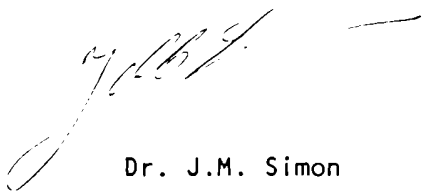
b) Plano de simetría (  $\xi$ ,  $y$  ):

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & 2r^2 \sum_i \Gamma_i \left[ \eta_{oi}^2 + (\alpha^2 + \beta^2) l_i^2 - 2\beta l_i \eta_{oi} \right] + \\ & + \frac{r^2}{2f'^2} \left[ \beta \sum_c \eta_{oi} - \frac{P'}{2} (\alpha^2 + \beta^2) f'^2 \right] \quad (4.21) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_1 = & 2r^2 \sum_i \Gamma_i \left[ \eta_{oi}^2 + (\alpha^2 + \beta^2) l_i^2 - 2\beta l_i \eta_{oi} \right] + \\ & \quad (4.23) \end{aligned}$$

$$+ \frac{r^2}{2f'^2} \left[ -\beta \sum_c \eta_{oi} - \frac{p'}{2} (\alpha^2 + \beta^2) f'^2 \right] \quad (4.23)$$





Dr. J.M. Simon



Lic. M.A. Gil

1  
2  
3  
4  
5  
6  
7  
8  
9  
10  
11  
12  
13  
14  
15  
16  
17  
18  
19  
20  
21  
22  
23  
24  
25