

Tesis de Posgrado

Tratamientos colectivos de la fuerza de apareamiento

Reich, Silvia Leonor

1976

Tesis presentada para obtener el grado de Doctor en Ciencias Físicas de la Universidad de Buenos Aires

Este documento forma parte de la colección de tesis doctorales y de maestría de la Biblioteca Central Dr. Luis Federico Leloir, disponible en digital.bl.fcen.uba.ar. Su utilización debe ser acompañada por la cita bibliográfica con reconocimiento de la fuente.

This document is part of the doctoral theses collection of the Central Library Dr. Luis Federico Leloir, available in digital.bl.fcen.uba.ar. It should be used accompanied by the corresponding citation acknowledging the source.

Cita tipo APA:

Reich, Silvia Leonor. (1976). Tratamientos colectivos de la fuerza de apareamiento. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires.
http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis_1507_Reich.pdf

Cita tipo Chicago:

Reich, Silvia Leonor. "Tratamientos colectivos de la fuerza de apareamiento". Tesis de Doctor. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires. 1976.
http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis_1507_Reich.pdf

EXACTAS UBA

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales



UBA

Universidad de Buenos Aires

UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

TRATAMIENTOS COLECTIVOS DE LA FUERZA
DE APAREAMIENTO

Silvia Leonor Reich

TESIS PRESENTADA PARA OPTAR AL TITULO DE
DOCTOR EN FISICA

DIRIGIDA POR
Roberto P. J. Perazzo

1976

Reg. No. 1507

El presente trabajo ha sido realizado en el Departamento de Física Nuclear de la Comisión Nacional de Energía Atómica.

Quiero dejar constancia de mi agradecimiento:

a las autoridades de la Casa que posibilitaron su realización

al Dr. Daniel Bes por la ayuda y el apoyo crítico durante el transcurso del presente trabajo. Al Dr. Ernesto Maqueda por la colaboración y orientación brindadas. A los restantes miembros del grupo teórico del Departamento por la cooperación recibida en todo momento

a la Prof. Alicia Díaz Romero por su eficiente ayuda en las tareas de computación

a las Sras. Judith Corvalán y Magdalena Neufeld por la paciencia y exactitud en el trabajo de tipografía.

Al Dr. Roberto Perazzo, director de esta tesis, quiero agradecer especialmente su guía y apoyo, indispensables para la concreción de la misma.

a Haric, Diego y Verónica

INDICE

Capítulo I	Introducción-----	1
Capítulo II	Modelos microscópicos y colectivos	
	II.1 Solución exacta del Hamiltoniano de apareamiento con $T = 1$ -----	4
	II.2 Tratamiento colectivo de la fuerza de apareamiento--	8
	II.3 Aproximación yrast-----	16
	a) estados yrast-----	17
	b) movimiento alrededor del punto de equilibrio-----	20
	c) operador de transferencia de dos partículas-----	25
	d) términos anarmónicos en la energía cinética-----	27
	II.4 Discusión sobre la aproximación yrast-----	28
	II.5 Aproximación yrast para el caso de partículas idénticas-----	46
Capítulo III	Aplicaciones	
	III.1 Introducción-----	53
	III.2 Datos experimentales en la zona del Zr, Mo y Ru-----	54
	III.3 Resultados obtenidos diagonalizando exactamente el Hamiltoniano de apareamiento-----	62
	III.4 Resultados obtenidos con la aproximación yrast-----	78
	III.5 Aplicación de la aproximación yrast bidimensional en la zona de los Sn-----	85
Capítulo IV	Conclusiones-----	90
Apéndice I	-----	93
Apéndice II	-----	96
Apéndice III	-----	97
Referencias	-----	98

CAPITULO I. INTRODUCCION

La interacción de los nucleones de valencia a través de la fuerza residual de apareamiento con elementos de matriz constantes, fue introducido por primera vez por Bohr, Mottelson y Pines ¹⁾ y ha permitido explicar satisfactoriamente características nucleares no predichas en el modelo de capas. Entre ellas: la brecha (gap) de energía en el espectro de excitación de núcleos pares, el valor del momento de inercia rotacional y el incremento de la intensidad entre estados fundamentales en la transferencia de dos partículas ²⁾.

Si bien es posible encontrar soluciones exactas en ciertos casos particulares ³⁾, el problema admite un tratamiento relativamente sencillo cuando es posible hacer ciertas aproximaciones.

Una de ellas es la aproximación BCS de campo distorcionado ⁴⁾. En este tratamiento la violación de una simetría del Hamiltoniano original (la conservación del número de partículas) produce, entre otras cosas, el incremento respecto a la predicción de un modelo de capas puro, de los elementos de matriz de transferencia de un par de partículas entre, por ejemplo, los estados fundamentales de núcleos pares vecinos alejados de capa llena. En ese sentido, se tiene la existencia de una banda superconductora donde la transferencia de dos partículas juega el mismo rol que la excitación Coulombiana en bandas rotacionales.

En núcleos cercanos a capa cerrada (donde el gap de BCS es cero para protones y neutrones) se pueden considerar modos vibracionales asociados con la fuerza de apareamiento ⁵⁾. Es posible en este caso, construir un espectro armónico en base a fonones de apareamiento con momento angular $J=0$, paridad $\Pi=+$, spin $\sigma=0$, isospin $\tau=1$ y número de transferencia $\alpha=\pm 2$; que clasifique los estados nucleares en las vecindades de núcleos mágicos. La descripción microscópica de estos modos ha sido estudiada dentro de la aproximación de fases al azar (RPA) ⁶⁾.

Los sistemas normales y superconductores pueden tratarse en el mismo esquema mediante una descripción colectiva del grado de libertad de apareamiento ⁷⁾ en forma análoga a la descripción macroscópica del grado de libertad cuadrupolar

formulada por Bohr ⁸⁾.

La fuerza residual de apareamiento en el caso en que tanto protones como neutrones están presentes, e interactuando a través de la misma, juega un papel importante en la descripción de estados nucleares en la región $40 \leq A \leq 70$ ⁹⁻¹²⁾. Dicho problema, admite una solución exacta ¹³⁾ dentro del formalismo del modelo de capas.

El tratamiento colectivo de la fuerza de apareamiento puede extenderse al caso isovectorial ¹⁵⁾. Para núcleos alejados de capa cerrada, el sistema adquiere una deformación permanente. Puede verse que ella está asociada a la no conservación del número de partículas, así como con la existencia de fermiones que son mezclas de protones y neutrones ¹⁴⁾.

En estas circunstancias es posible hacer una separación entre variables intrínsecas y colectivas. La función de onda intrínseca se detiene usando el método BCS como en el caso de partículas idénticas ¹⁴⁾. Para las variables colectivas, es posible escribir un Hamiltoniano ¹⁵⁾ colectivo.

Las soluciones de éste, pueden obtenerse analíticamente en las dos situaciones extremas correspondientes al caso armónico y a las rotaciones rígidas con simetría axial. Si bien los casos intermedios pueden resolverse con métodos numéricos, éstos se tornan prohibitivos para valores no demasiado grandes del isospin total T . En este último caso, es posible resolver la ecuación de Schroedinger usando la llamada aproximación yrast ¹⁶⁾ basada en la suposición de que los términos centrífugos en la energía cinética inducen, en ciertos estados, una deformación permanente. La aplicación del concepto yrast al grado de libertad de apareamiento ¹⁷⁾ permite, una nueva clasificación de los estados nucleares y el tratamiento de anarmonicidades en el potencial colectivo.

El motivo de este trabajo es comprobar la validez y límites de aplicación de modelos colectivos en especial la aproximación yrast. Para ello se estudió el efecto de anarmonicidades en las tendencias predichas por el tratamiento en el caso armónico y se calculan energías y probabilidades de transición para la transferencia de dos partículas en ciertas zonas de la tabla periódica.

La comprensión de ciertos postulados del esquema yrast, se puede realizar más fácilmente para el caso de partículas idénticas y por lo tanto se ha estudiado este último, así como su aplicación a situaciones experimentales conocidas.

Por último se han calculado los mismo datos usando un modelo microscópico para la resolución del Hamiltoniano de apareamiento a fin de poder comparar resultados colectivos y microscópico en una misma región.

CAPITULO II. MODELOS MICROSCOPICOS Y COLECTIVOS.

En este capítulo se desarrollan, por un lado, el formalismo para la resolución exacta del hamiltoniano de apareamiento en varios niveles de partícula independiente; y por otra parte, el tratamiento colectivo y la aproximación yrast, en los casos isovectorial y entre partículas idénticas.

Sección I - 1. Solución exacta del Hamiltoniano de apareamiento con T=1.

Dentro del formalismo del modelo de capas es posible; diagonalizar exactamente el Hamiltoniano de apareamiento. Los lineamientos básicos se resumen a continuación.

Para tratar pares de partículas no idénticas acopladas a J=0 y T=1, se considera un hamiltoniano.

$$H = \sum_j \epsilon_j \hat{N}(j) - G \sum_{j,\mu} A_{\mu}^+(j) A_{\mu}(j) \quad (11-1.1)$$

donde ϵ_j son las energías de partícula independiente y

$$\hat{N}(j) = \sum_m (\pi_{j,m}^+ \pi_{j,m} + p_{j,m}^+ p_{j,m})$$

$$A_2^+(j) = \sum_m \frac{(-)^{j-m}}{2} \pi_{j,m}^+ \pi_{j,-m}^+ \quad (11-1.2)$$

$$A_0^+(j) = \sum_m \frac{(-)^{j-m}}{2\sqrt{2}} (\pi_{j,m}^+ p_{j,-m}^+ + p_{j,m}^+ \pi_{j,-m}^+)$$

$$A_{-1}^+(j) = \sum_m \frac{(-)^{j-m}}{2} p_{j,m}^+ p_{j,-m}^+$$

Los operadores $A_{\mu}^+(j)$ son las tres componentes de un operador vectorial $\vec{A}_{\mu}^+(j)$ en el isoespacio.

Siguiendo los lineamientos de la ref. 13) se introducen los operadores

$$T_+(j) = \sum_m \pi_{j,m}^+ p_{j,m} \quad ; \quad T_-(j) = \sum_m p_{j,m}^+ \pi_{j,m} \quad (11-1.3)$$

$$T_0(j) = \sum_m \frac{1}{2} (\pi_{j,m}^+ \pi_{j,-m} - p_{j,m}^+ p_{j,-m})$$

Estos tres operadores, conjuntamente con los 7 operadores A_{μ} ; A_{μ}^{\dagger} y \hat{N} pueden relacionarse con los diez generadores infinitesimales del grupo R_5 , en la forma:

$$(H_1)_j = \hat{N}(j)/2 - \Omega_j \quad ; \quad (H_2)_j = T_0(j) \quad ; \quad (E_{11})_j = A_1^{\dagger}(j)$$

$$(E_{10})_j = A_0^{\dagger}(j) \quad ; \quad (E_{-11})_j = -A_{-1}(j) \quad ; \quad (\bar{E}_{-10})_j = A_0(j) \quad (11-1.4)$$

$$(E_{-1-1})_j = A_{-1}(j) \quad ; \quad (\bar{E}_{-11})_j = -A_{-1}(j) \quad ; \quad (E_{01})_j = T_+(j)/\sqrt{2} \quad ; \quad (E_{0-1})_j = T_-(j)/\sqrt{2}$$

Para cada nivel j , las bases de las representaciones irreducibles de R_5 , especificadas en forma completa son

$$|(\omega_1, \omega_2)_j \ M_j \ T_j \ M_{Tj} \rangle$$

donde $\omega_1 = j + 1/2 - v_j/2 \quad ; \quad \omega_2 = t_j$

v_j : Es la "senioridad" del nivel; es decir el número de nucleones no acoplados a pares de $J=0$.

t_j : Isospin reducido, es el isospin al cual se acoplan los v_j nucleones.

M_j : Para el caso de núcleos pares es el número de pares de nucleones acoplados a $J=0$, $T=1$.

$T_j \ M_{Tj}$: El isospin y la proyección de los M_j pares.

En algunas circunstancias es necesario introducir un número cuántico adicional pero no se hará referencia al mismo porque sólo aparece en casos muy específicos, los cuales no serán tratados aquí.

El hamiltoniano de apareamiento (5-1) conmuta con el operador $N = \sum_j N(j)$ (número total de partículas). También conmuta con el operador de Casimir R_5 de cada nivel individual.

$$C_j = (H_1)_j^2 + (H_2)_j^2 + \sum_{a,b} (E_{ab})_j (E_{-a-b})_j \quad (11-1.5)$$

Para varios niveles, es posible trabajar en un esquema acoplado o desacoplado.

En el esquema desacoplado:

$$|(\omega_1, \omega_2)_1 M_1 T_1 M_{T_1}, \dots, (\omega_1, \omega_2)_2 M_2 T_2 M_{T_2}, \dots\rangle \quad (11-1.6)$$

la parte de partícula independiente del potencial es diagonal pero los términos de apareamiento dan términos fuera de la diagonal en $M_i T_i M_{T_i}$.

Alternativamente en el esquema acoplado

$$|[(\omega_1, \omega_2)_1 (\omega_1, \omega_2)_2] (\omega_1, \omega_2)_{j_2}, \dots, (\omega_1, \omega_2)_k M T M_T\rangle \quad (11-1.7)$$

el término de apareamiento es diagonal (siempre que el coeficiente G sea independiente de j) mientras que la parte de partícula independiente del hamiltoniano de elementos de matriz fuera de la diagonal en $(\omega_1, \omega_2)_{12} \dots (\omega_1, \omega_2)$.

El símbolo $(\omega_1, \omega_2)_{12}$ se refiere a las representaciones irreducibles que ocurren al hacer el producto de Kronecker de $(\omega_1, \omega_2)_1$ con $(\omega_1, \omega_2)_2$. La representación resultante (ω_1, ω_2) puede asociarse con la senioridad e isospin reducidos totales

$$\omega_1 = \sum_j (j + 1/2) - \nu/2 \quad ; \quad \omega_2 = \tau$$

Estos son buenos números cuánticos en el caso del límite degenerado, o sea cuando las energías de partícula independiente son despreciables respecto al parámetro G de la fuerza de apareamiento.

Como el hamiltoniano de apareamiento es un escalar en el isoespacio (o sea es independiente de la carga) es útil introducir un esquema de acoplamiento intermedio

$$|(\omega_1, \omega_2)_1 M_1 T_1 ; (\omega_1, \omega_2)_2 M_2 T_2 ; \dots, (\omega_1, \omega_2)_k M_k T_k ; T_{12}, \dots, T M_T\rangle \quad (11-1.8)$$

En este esquema están desacopladas las representaciones irreducibles de R_5 ; pero los números cuánticos de isospin T_i , asociadas con los niveles individuales j_i , están acoplados al isospin resultante T ; lo que hace posible tratar la dependencia en el isospin con las técnicas usuales de acoplamiento y reacoplamiento angular.

Dado que en este esquema intermedio, \hat{R}_j es diagonal; es necesario conocer los elementos de matriz de $A^+(A)$.

El operador de transferencia de dos partículas acopladas a $J=0$ y $T=1$; es uno de los generadores infinitesimales de R_5 . Luego, no conecta estados con distintas $(\omega_1\omega_2)$. Los elementos de matriz reducidos pueden obtenerse de los coeficientes de Wigner R_5/R_3 y están tabulados para distintos v, t en ref. 13).

En el caso $v=0$ están dados por

$$\langle M_j+1 \quad T_j+1 || A_j^+ || M_j \quad T_j \rangle = \left[\frac{1}{2} (T_j+1)(2\Omega_j - M_j - T_j)(T_j + M_j + 3) \right]^{1/2}$$

$$\langle M_j+1 \quad T_j-1 || A_j^+ || M_j \quad T_j \rangle = \left[\frac{1}{2} T_j(2\Omega_j+1 - M_j + T_j)(M_j - T_j + 2) \right]^{1/2}$$

Los casos que se tratarán son $v_j=t_j=0$, debido al hecho de que los estados fundamentales de los núcleos par-par tienen una senioridad total igual a cero y que el operador de transferencia de una partícula no cambia la senioridad de cada capa. Por lo tanto el espacio de interés es el de $v=0$.

En el apéndice I se dan los elementos de matriz del hamiltoniano y del operador A^+ para el caso de cuatro niveles de partícula independiente.

Sección II - 2. Tratamiento colectivo de la fuerza de apareamiento.

En esta sección se siguen los lineamientos dados por la ref. 15) para la construcción del Hamiltoniano colectivo de apareamiento.

El Hamiltoniano de apareamiento independiente de carga y con $J=0$ entre partículas no idénticas es

$$H_P = -G \sum_{\mu} P_{\mu}^{\dagger} P_{\mu} \quad (11-2.1)$$

donde

$$P_{\mu}^{\dagger} = \sum_k [C_k^{\dagger} C_k^{\dagger}]^{J=0, T=1, T_2=\mu} \quad (11-2.2)$$

P_{μ}^{\dagger} crea pares de nucleones con momento angular total cero, isospin uno y proyección μ del isospin. El hamiltoniano H_P puede resolverse en la aproximación de campo distorsionado reemplazándolo por un potencial de una partícula generalizado

$$H_P \cong V_P = -G \sum_{\mu} (d_{\mu}^{\dagger} P_{\mu} + d_{\mu} P_{\mu}^{\dagger}) \quad (11-2.3)$$

Los d_{μ} son las variables dinámicas asociadas con la fuerza de apareamiento independiente de carga.

Si ψ es una autofunción de muchos fermiones correspondiente al hamiltoniano

$$H = \sum_k \epsilon_k C_k^{\dagger} C_k - G \sum_{\mu} (d_{\mu}^{\dagger} P_{\mu} + d_{\mu} P_{\mu}^{\dagger}) \quad (11-2.4)$$

entonces:

$$d_{\mu} = \langle \Psi | P_{\mu} | \Psi \rangle \quad (11-2.5)$$

Los tres parámetros complejos d_{μ} definen la deformación del potencial.

En lugar de parametrizar la deformación mediante los d_{μ} , se puede introducir (en analogía con el tratamiento de la fuerza cuadrupolar) una transformación a un sistema intrínseco caracterizado por el hecho de que la deformación puede describirse por parámetros reales.

En el caso cuadrupolar, la transformación del sistema del laboratorio al intrínseco se genera mediante la transformación unitaria

$$\mathcal{R}(\theta_m) = e^{-i I_m \theta_m} \quad (11-2.6)$$

Como en el caso de apareamiento, el número de partículas juega un rol análogo al momento angular en el caso cuadrupolar; se puede definir la transformación de medida (gauge) como

$$\mathcal{R}(\phi) = e^{-i \mathcal{N} \phi} \quad (11-2.7)$$

con \mathcal{N} operador número de partícula.

O sea, una rotación en isoespacio y en el espacio de gauge, que es la más general posible dentro de este esquema, transformará a los parámetros complejos d_μ de acuerdo a:

$$d_\mu = e^{2i\phi} \sum_\nu \mathcal{D}'_{\mu\nu}(\theta_i) \Delta_\nu \quad (11-2.8)$$

donde, como se dijo, los Δ_ν se refieren al sistema intrínseco, los θ_i son los 3 ángulos de Euler en el isoespacio y ϕ es el ángulo de gauge.

El hecho de que existen seis variables colectivas y la transformación más general (11-2.8) depende de 4 variables angulares sugiere la existencia de un sistema intrínseco en el cual la deformación quede caracterizada por sólo dos parámetros.

Como las rotaciones en los espacios de carga y medida conmutan, la transformación a un sistema intrínseco puede hacerse en dos pasos

1°) una rotación en isoespacio desde el sistema de laboratorio K_L al sistema intermedio K_ω

$$d_\mu^{(L)} = \sum_\nu \mathcal{D}'_{\mu\nu} d_\nu^{(\omega)} \quad (11-2.9)$$

2°) una transformación de gauge desde el sistema intermedio K_ω al sistema intrínseco K_I

$$\begin{aligned} \text{Re } d_\mu^{(\omega)} &= \cos 2\phi \times \text{Re } d_\mu^{(I)} - \sin 2\phi \text{ Im } d_\mu^{(I)} \\ \text{Im } d_\mu^{(\omega)} &= \sin 2\phi \times \text{Re } d_\mu^{(I)} + \cos 2\phi \text{ Im } d_\mu^{(I)} \end{aligned} \quad (11-2.10)$$

Se pide que en el sistema intrínseco sólo dos (de las seis) variables colectivas sean distintas de cero. El procedimiento para elegirlo consiste en:

a) escribir la energía cinética "clásica"

$$T = \frac{1}{2} B \sum_{\mu} |d_{\mu}^{(4)}|^2 \quad (11-2.11)$$

donde B es un parámetro real

b) escribir su expresión en el sistema intrínseco y pedir que tenga una forma lo más parecida a la diagonal.

Se puede demostrar ¹⁵⁾ que esto es equivalente a tomar

$$d_0^{(I)} = 0 \quad d_1^{(I)} / d_{-1}^{(I)} = \text{Real} \quad (11-2.12)$$

Estas se pueden elegir ¹⁴⁾ tales que representen los parámetros

$$\begin{aligned} \Delta_n &= d_1^{(I)} \\ \Delta_p &= d_{-1}^{(I)} \end{aligned} \quad (11-2.13)$$

para los neutrones y protones "intrínsecos" respectivamente. Cuando el sistema se estabiliza alrededor de valores de Δ_n y Δ_p distintos de cero, las cantidades $G\Delta_n$ y $G\Delta_p$ coinciden con los parámetros BCS del "gap" de neutrones y protones.

Alternativamente se puede usar

$$\begin{aligned} \Delta &= \sqrt{\Delta_n^2 + \Delta_p^2} \\ \Gamma &= \text{arctg} \frac{\Delta_p - \Delta_n}{\Delta_p + \Delta_n} \end{aligned} \quad (11-2.14)$$

La expresión de la energía cinética resulta entonces, en forma clásica

$$T = T_{rot} + T_{vib} + T_g + T_{\alpha_2, g}$$

$$T_{rot} = \frac{T_j^2}{2B\Delta^2 \cos^2 2\Gamma} + \frac{T_k^2}{2B\Delta^2 \cos^2 2\Gamma} + \frac{T_e^2}{2B\Delta^2 \sin^2 2\Gamma} \quad (11-2.15)$$

$$T_{\text{lib}} = \frac{B}{2} (\dot{\Delta}^2 + \Delta^2 \dot{\eta}^2)$$

$$T_g = \frac{1}{8B\Delta^2 \cos^2 2\eta} P_\phi^2$$

$$T_{\theta_i, g} = \frac{\text{sen } 2\eta}{2B\Delta^2 \cos^2 2\eta} T_j P_\phi$$

donde T_j es la componente j del isospin en el sistema intrínseco y p_ϕ es el momento canónicamente conjugado de la variable de medida ϕ .

Para obtener la expresión cuántica de la energía cinética se usa la prescripción de Pauli.

Si se tiene un hamiltoniano clásico escrito en función de ciertas variables a_n y sus derivadas \dot{a}_n y cuya energía cinética pueda escribirse como

$$T = \frac{1}{2} \sum_{m,n} C_{m,n} \dot{a}_m \dot{a}_n \quad (11-2.16)$$

de acuerdo a Pauli, la ecuación de Schrödinger se obtiene sustituyendo T por el operador

$$T = -\frac{1}{2} \sum_{m,n} |C|^{-1/2} \frac{\partial}{\partial a_m} |C|^{1/2} C^{m,n} \frac{\partial}{\partial a_n} \quad (11-2.17)$$

donde C es el determinante de la matriz C_{mn} y C^{mn} es la matriz inversa. Además el elemento de volumen que se debe usar es

$$d\mathcal{G} = |C|^{1/2} \prod_n da_n \quad (11-2.18)$$

Como en este caso las partes en $\dot{\Delta}$ y $\dot{\eta}$ están desacopladas del resto, se puede cuantificar las mismas separadamente y queda

$$T_\Delta = -\frac{1}{2B} \frac{1}{\Delta^5} \frac{\partial}{\partial \Delta} \Delta^5 \frac{\partial}{\partial \Delta} \quad (11-2.19)$$

$$T_\eta = -\frac{1}{2B\Delta^2} \frac{1}{\text{sen } 4\eta} \frac{\partial}{\partial \eta} \text{sen } 4\eta \frac{\partial}{\partial \eta}$$

Para las partes que involucran términos rotacionales y de gauge; se reemplazan los vectores T_k por los operadores correspondientes en el sistema intrínseco y $p_\phi = -i \partial/\partial\phi$

Por lo tanto el hamiltoniano colectivo del sistema queda:

$$H = \frac{T_j^2}{2B\Delta^2 \cos^2 2\pi} - \frac{T_k^2}{2B\Delta^2 \cos^2 \pi} + \frac{T_e^2}{2B\Delta^2 \sin^2 \pi} \quad (11-2.20)$$

$$- \frac{1}{8B\Delta^2 \cos^2 2\pi} \frac{\partial^2}{\partial\phi^2} - i \frac{\sin 2\pi}{2B\Delta^2 \cos^2 2\pi} T_j \frac{\partial}{\partial\phi} + V(\Delta, \pi)$$

donde V es el potencial colectivo que es función de las combinaciones escalares de las variables intrínsecas Δ y π .

Las autofunciones de H tienen como buenos números cuánticos T (isoespín tota), T_z (su proyección sobre el eje z de laboratorio) y M (número de pares medido a partir de la capa cerrada). por lo tanto se pueden expresar como

$$\Psi_{T T_z M} = \sqrt{\frac{2T+1}{8\pi^2}} e^{2im\phi} \prod_K g_K^{T, M}(\Delta, \pi) \mathcal{D}_{T_z, K}^T(\theta_i) \quad (11-2.21)$$

donde K es la proyección del isoespín en el sistema intrínseco. Quedan por especificar los números cuánticos asociados a las variables Δ y π .

Este conjunto de autofunciones es completo y se ortonormalizan usando un elemento de volumen, de acuerdo a la prescripción de Pauli (11-2.18)

$$d\mathcal{G} = \frac{1}{4} B^3 \Delta^5 |\sin 4\pi| d\phi d\Delta d\pi d\theta_i \quad (11-2.22)$$

Las propiedades de las funciones $g_K^{TM}(\Delta, \pi)$ surgen del estudio de las simetrías del sistema.

Dos clases de simetrías surgen en el problema del movimiento colectivo de los nucleones en el campo de la fuerza de apareamiento. Una de ellas es la invariancia ordinaria frente a rotaciones en los espacios de carga y de gauge (conservación de T y M) y otra se debe al hecho de que existen 24 maneras distintas de elegir un sistema intrínseco derecho que son indistinguibles entre sí y a

cuatro elecciones posibles del ángulo de gauge (la transformación es la misma para ϕ que para $\phi + \pi/4$).

Tenemos en total 96 sistemas intrínsecos equivalentes y cuatro operadores básicos que permiten pasar de uno de ellos a otro:

R_1 = rotación en $\pi/2$ alrededor del eje y del sistema intrínseco

R_2 = rotación en π alrededor del eje y del sistema intrínseco

R_3 = permutación cíclica de los tres ejes

G_0 = rotación en $\pi/2$ en el espacio de medida

Como la función de onda Ψ debe ser la misma ante cualquiera de las 96 transformaciones, o sea la nueva función en el nuevo punto debe ser igual a la vieja función en el punto anterior.

Si bien algunas de ellas son redundantes; la condición arriba planteada conduce a:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad g_{\kappa}^{T,M}(\Delta, \Gamma) &= (-1)^{T+M+\kappa} g_{\kappa}^{T,M}(\Delta, -\Gamma) \\ \text{b)} \quad g_{\kappa}^{T,M}(\Delta, \Gamma) &= (-i)^M \sum_{\kappa'} g_{\kappa'}^{T,M}(\Delta, -\Gamma + \pi/2) \mathcal{D}_{\kappa\kappa'}^T(\pi/2, \pi/2, 3\pi/2) \quad (11-2.23) \\ \text{c)} \quad g_{\kappa}^{T,M}(\Delta, \Gamma) &= (-1)^{T+M} g_{-\kappa}^{T,M}(\Delta, \Gamma) \end{aligned}$$

a) y b) implican que si la función de onda se conoce en el intervalo $0 \leq \Gamma \leq \pi/4$; queda determinada en el intervalo total de la variable Γ , $0 \leq \Gamma < 2\pi$ y ésto permite reducir las integrales que involucran a Γ al intervalo reducido.

La condición c) implica que para $\kappa=0$; $T+M$ debe ser par y que no existen estados con $T=0$ que tengan un número impar de pares de partículas. Con ello se puede reescribir

$$\begin{aligned} \Psi_{TT_2 M_1}(\theta_i, \phi, \Delta, \Gamma) &= \sqrt{\frac{2T+1}{16\pi^3}} e^{2iM\phi} \sum_{\kappa \geq 0} g_{\kappa}^{T,M}(\Delta, \Gamma) \times \\ &\times \frac{1}{\sqrt{1+\delta_{\kappa,0}}} \left[\mathcal{D}_{T_2 \kappa}^T(\theta_i) + (-1)^{T+M} \mathcal{D}_{T_2 - \kappa}^T(\theta_i) \right] \end{aligned} \quad (11-2.24)$$

Si se considera el potencial colectivo $V(\Delta, \Gamma)$ este debe ser un escalar; (debe depender de la deformación en el sistema intrínseco y no de la orientación del mismo) entonces debe ser función de las combinaciones Δ, Γ que sean escalares o sea invariantes ante rotaciones en los espacios de carga y medida.

Si se presta atención a las funciones de onda, un isoescalar con un valor de M definido viene dado por la forma

$$e^{2im\phi} g_0^{0,M}(\Delta, \Gamma) \quad (11-2.25)$$

Si aplicamos las condiciones de simetría (11-2.23) se saca que $g_0^{0,M}(\Delta, \Gamma)$ debe ser una función par de Γ , o sea puede expandirse en términos de $\cos(n\Gamma)$. En efecto, se ha visto que:

$$g_0^{0,M}(\Delta, \Gamma) = (-)^M g_0^{0,M}(\Delta, \Gamma) = (-)^M g_0^{0,M}(\Delta, -\Gamma) = (-)^M g_0^{0,M}(\Delta, \Gamma + \pi) \quad (11-2.26)$$

Por (11-2.26) n debe ser par, con lo cual

$$g_0^{0,M}(\Delta, \Gamma) = \sum_n C_n^M(\Delta) (\cos 2n\Gamma)^n \quad (11-2.27)$$

Si se toman los términos primeros y como

$$g_0^{0,M}(\Delta, \Gamma) = (-i)^M g_0^{0,M}(\Delta, -\Gamma + \pi/2)$$

Resultan los siguientes 3 posibles isoescalares:

$$\begin{aligned} g_0^{00}(\Delta, \Gamma) &= \Delta^2 = \sqrt{3} \{d d^*\}^{T=0} \\ e^{4i\phi} g_0^{0,2} &= \Delta^2 e^{4i\phi} \cos 2\Gamma = \sqrt{3} \{d d\}^{T=0} \\ e^{-4i\phi} g_0^{0,-2} &= \Delta^2 e^{-4i\phi} \cos 2\Gamma = \sqrt{3} \{d^* d^*\}^{T=0} \end{aligned}$$

Luego, los únicos escalares en ambos espacios; el de carga y el de medida son

$$\Delta^2 \quad ; \quad \Delta^4 \cos^2 2\Gamma$$

Estos juegan un papel análogo que los escalares β^2 y $\beta^3 \cos^2 3\gamma$ en el caso de las oscilaciones cuadrupolares.

Debido a estas consideraciones el potencial colectivo de apareamiento

puede expresarse como:

$$V(\Delta, r) = V(\Delta^2, \Delta^4 \cos^2 2l^r) = \sum_{r=0}^{\infty} v_{2r} \Delta^{2r} \sum_{s=0}^{\frac{l}{2}} k_{sr} (\cos 2l^r)^{2s}$$

donde v_{2r} y k_{sr} son arbitrarios y $= \frac{r}{2}$ o $\frac{r-1}{2}$ de acuerdo a si r es par o impar.

Sección II - 3. Aproximación yrast al tratamiento colectivo del hamiltoniano de apareamiento.

El hamiltoniano colectivo de apareamiento, que es análogo al hamiltoniano de Bohr, debe en principio ser resuelto numéricamente; salvo en las dos situaciones extremas de potencial armónico o rotaciones rígidas con simetría axial.

En esta sección se trata el problema de valores altos de T , que son engorrosos de resolver numéricamente.

Si reescribimos el hamiltoniano (expresión II-2.20); removiendo la parte en ϕ (ángulo de gauge) de la función de onda, tenemos

$$H = T_{rot} + T_{vib} + V$$

$$T_{rot} = \frac{1}{2B\Delta^2} \left\{ \frac{(T_x + M)^2}{\cos^2 2\pi} - \frac{2MT_x(1 - \sin 2\pi)}{\cos^2 2\pi} + \frac{T_y^2}{\cos^2 \pi} + \frac{T_z^2}{\sin^2 \pi} \right\} \quad (II-3.1)$$

$$T_{vib} = \frac{-1}{2B\Delta^5} \frac{\partial}{\partial \Delta} \Delta^5 \frac{\partial}{\partial \Delta} - \frac{1}{2B\Delta^2 \sin 4\pi} \frac{\partial}{\partial \pi} \sin 4\pi \frac{\partial}{\partial \pi}$$

$$V = V(\Delta^2, \Delta^4 \cos^2 2\pi)$$

$$\text{con } dv = \Delta^5 / \sin 4\pi \, d\pi \, d\Delta \, d\theta; \quad (II-3.2)$$

$$0 \leq \Delta \leq \infty \quad ; \quad 0 \leq \pi \leq \pi/4$$

La llamada aproximación yrast ¹⁶⁾ se aplica a sistemas con valores altos de T . En estos casos se puede pensar que el término centrífugo de la energía es dominante e induce una deformación permanente en el sistema, aún cuando el potencial por sí mismo no conduzca a una posición intrínseca deformada.

En ese caso se puede separar el movimiento rotacional del vibracional alrededor de una posición de equilibrio.

Los estados deformados que constituyen dicha posición de equilibrio se llaman estados yrast.

Debido a que la mayor parte de la energía proviene del término centrífugo; estos estados yrast serían en principio insensibles a variaciones en la forma del potencial; de esta manera esta aproximación es auspiciosa para tratar anarmonicidades pues si bien éstos tienden a deformar el sistema el orden cero en la

deformación es debido al efecto centrífugo.

En lo que continúa se siguen los lineamientos básicos del trabajo de Bes, Dussel, Maqueda y Perazzo ¹⁷⁾ generalizados para un potencial cualquiera.

3-a) Estados Yrast:

Dado que los términos rotacionales de la energía cinética son dominantes en esta aproximación frente al movimiento vibracional; los estados estables surgen de minimizar $T_{rot} + V$ con respecto a T_x , T_z , Γ y Δ para valores fijos de T y M .

$$\frac{\partial(T_{rot} + V)}{\partial T_x} = \frac{\text{sen } \Gamma}{B \Delta^2 \cos^3 \Gamma \cos^2 2\Gamma} (T_x \text{sen } \Gamma + 2M \cos^3 \Gamma) = 0 \quad (11-3.3)$$

$$\frac{\partial(T_{rot} + V)}{\partial T_z} = \frac{4T_z \cos 2\Gamma}{B \Delta^2 \text{sen}^2 2\Gamma} = 0 \quad (11-3.4)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(T_{rot} + V)}{\partial \Gamma} = \frac{1}{B \Delta^2} \left\{ (T_x^2 + M^2) \frac{2 \text{sen} 2\Gamma}{\cos^3 2\Gamma} + \frac{2MT_x(1 + \text{sen}^2 2\Gamma)}{\cos^3 2\Gamma} + \right. \\ \left. + \frac{T_y^2 \text{sen} \Gamma}{\cos^3 \Gamma} - T_z^2 \frac{\cos \Gamma}{\text{sen}^3 \Gamma} \right\} + \frac{\partial V}{\partial \Gamma} = 0 \end{aligned} \quad (11-3.5)$$

$$\frac{\partial(T_{rot} + V)}{\partial \Delta} = \frac{-1}{B \Delta^3} \left\{ \frac{T_x^2 + M^2}{\cos^2 2\Gamma} + \frac{2MT_x \text{sen} 2\Gamma}{\cos^2 2\Gamma} + \frac{T_y^2}{\cos^2 \Gamma} + \frac{T_z^2}{\text{sen}^2 \Gamma} \right\} + \frac{\partial V}{\partial \Delta} \quad (11-3.6)$$

Las soluciones posibles de (11-3.3) y (11-3.4) que tienen sentido son

$$\alpha \begin{cases} \Gamma = \pi/4 \\ T_x = -2M \frac{\cos^3 \Gamma}{\text{sen} \Gamma} = -M \end{cases} \quad \beta \begin{cases} \Gamma = 0 \\ T_z = 0 \end{cases}$$

Si se introducen las condiciones α en (11-3.5) y (11-3.6) se obtiene:

$$\left. \frac{\partial V}{\partial \Delta} \right|_{\Delta = \Delta_{eq}} = \frac{2T^2 - M^2}{B \Delta_{eq}^3} \quad ; \quad T_y^2 = T_z^2 \quad (11-3.7)$$

Idem para las condiciones β implica

$$T_x = 0 \quad ; \quad \left. \frac{\partial V}{\partial \Delta} \right|_{\Delta = \Delta_{eq}} = \frac{T^2 + M^2}{B \Delta_{eq}^3} \quad (11-3.8)$$

Los autovalores de la energía rotacional son:

$$T_{rot} (\pi = \pi/4) = \frac{1}{2B\Delta^2} (2T^2 - M^2) \quad (11-3.9)$$

$$T_{rot} (\pi = 0) = \frac{1}{2B\Delta^2} (T^2 + M^2) \quad (11-3.10)$$

La energía mínima del sistema viene dada por (11-3.9) o (11-3.10) de acuerdo a la relación entre T y M.

Como la solución con $T=0$ ha sido estudiada ¹⁸⁾ en adelante se tratará el equilibrio alrededor de $\pi = \pi/4$.

De acuerdo a (11-3.9) los estados más bajos asociados a un dado M tienen $T=M$. Se introduce entonces el número cuántico $Y > 0$; tal que para los estados yrast $Y=T=M$.

El valor de equilibrio de Δ es distinto para cada miembro de la banda y viene dado por (11-3.7)

$$\frac{Y^2}{B\Delta_{eq}^3} = \left. \frac{\partial V}{\partial \Delta} \right|_{\substack{\Delta = \Delta_{eq} \\ \pi = \pi/4}} = 2\Delta_{eq} \left. \frac{\partial V}{\partial \Delta^2} \right|_{\substack{\Delta = \Delta_{eq} \\ \pi = \pi/4}}$$

y las energías de los estados yrast por

$$E = \frac{Y^2}{2B\Delta_{eq}^2} + V(\Delta_{eq}, \pi = \pi/4) \quad (11-3.11)$$

En el caso de un potencial armónico ($V = \frac{C}{2} \Delta^2$) se tiene

$$\Delta_{eq}^2 = \frac{Y}{\sqrt{BC}}$$

donde $\omega = \sqrt{\frac{C}{B}}$ es la energía característica del oscilador de seis dimensiones.

Los estados de la banda Yrast ($Y=T=M$) corresponden a los estados fundamentales de núcleos pares con capa cerrada en protones o neutrones.

O sea, si A_0 es el número de partículas del núcleo doble mágico ($Y=T=M=0$) las bandas yrast son:

- a) para $A > A_0$; los estados fundamentales de los isótopos con $Z = \Lambda_0/2$.
- b) para $A < A_0$; los estados fundamentales de los isótonos con $N = \Lambda_0/2$ (M en este caso es el número de pares de agujeros en la capa cerrada).

Los estados de a) y b) forman las así llamadas ramas de adición y remoción respectivamente.

Las autofunciones del hamiltoniano colectivo de apareamiento (11-2.24) con buena proyección de T sobre el eje de simetría del sistema intrínseco son de la forma

$$\Psi_{TT_2^{lab} M T_x} = \sqrt{\frac{2T+1}{8\pi^3}} e^{2iM\phi} g_{T_x}^{T,M}(\Delta, \Gamma) \mathcal{D}_{T_2^{lab}, T_x}^T(\theta_i) \quad (11-3.12)$$

con $T_2^{lab} = \frac{1}{2}(N-Z)$ para las bandas yrast.

Para pasar de los estados de la rama de adición a la de remoción basta hacer una rotación en \mathbb{R} alrededor del eje y del sistema intrínseco.

Esta transformación puede verse como actuando sobre las variables extrínsecas (θ_i) o bien sobre las variables intrínsecas $(\phi, \Delta$ y $\Gamma)$ tal de reproducir el mismo efecto

$$\begin{aligned} \theta_1' &= \theta_1 & \phi' &= \phi + \pi/2 \\ \theta_2' &= \pi - \theta_2 & \Gamma' &= -\Gamma \\ \theta_3' &= \theta_3 & \Delta' &= \Delta \end{aligned}$$

Como el sistema es invariante ante esa rotación debe cumplirse que la vieja función en el viejo sistema debe ser igual a la nueva función en el nuevo sistema rotado.

Luego, si (11-3.12) describe un estado de la rama de adición; la función de onda del estado correspondiente en la rama de remoción viene dada por

$$\Psi_{TT_2^{lab} M - T_x} = (-1)^{2T} \sqrt{\frac{2T+1}{8\pi^3}} e^{2iM\phi} g_{-T_x}^{T,M}(\Delta, \Gamma) \mathcal{D}_{T_2^{lab} - T_x}^T(\theta_i) \quad (11-3.13)$$

donde se ha usado el hecho que

$$g_K^{TM}(\Delta, -\Gamma) = (-)^{T+M+K} g_K^{TM}(\Delta, \Gamma)$$

Donde M es ahora un número negativo; si se quiere seguir conservando a M como positivo se lo debe interpretar como el número de pares de agujeros en la capa cerrada.

Dada la equivalencia formal de ambas ramas en lo que sigue se dará el tratamiento matemático para la rama de adición que es el mismo que para la rama de remoción haciendo las equivalencias correspondientes ($T_x \rightarrow -T_x$, $M \rightarrow -M$, $\Gamma \rightarrow -\Gamma$).

3-b) Movimiento Alrededor del Punto de Equilibrio:

Para estudiar los apartamientos del sistema de los valores de equilibrio

$$\Gamma = \pi/4 \quad ; \quad T = M = -T_x \quad ; \quad \Delta = \Delta_{eq}$$

es conveniente pasar de las variables dinámicas Γ y Δ a otras más apropiadas para un desarrollo perturbativo

$$\begin{aligned} \varphi &= b_\Delta \ln \Delta / \Delta_{eq} & 0 \leq \varphi < \infty \\ \xi &= -b_n \cos 2\Gamma & -\infty \leq \xi \leq \infty \end{aligned} \quad (11-3.14)$$

donde, obviamente, el punto de equilibrio es $\xi = \xi = 0$. Si se reescribe el hamiltoniano en función de las nuevas variables

$$\begin{aligned} H = & \frac{e^{-2\phi/b_\Delta}}{2B\Delta_{eq}^2} \left\{ (T_x + M)^2 \frac{b_n^2}{\xi^2} \left(1 + \frac{\xi^2}{b_n^2} \right) - 2MT_x \frac{b_n^2}{\xi^2} \left(1 + \frac{\xi^2}{b_n^2} - \sqrt{1 + \frac{\xi^2}{b_n^2}} \right) \right. \\ & + 2(T_1^2 + T_2^2) \left(1 + \frac{\xi^2}{b_n^2} \right) - 2(T_1^2 - T_2^2) \frac{\xi}{b_n} \left(1 + \frac{\xi^2}{b_n^2} \right)^{1/2} \\ & \left. - b_\Delta^2 \left(\frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{4}{b_\Delta} \frac{\partial}{\partial \varphi} \right) - 4b_n^2 \left(1 + \frac{\xi^2}{b_n^2} \right) \frac{1}{\xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \xi \frac{\partial}{\partial \xi} \right\} + V(\varphi, \xi) \end{aligned} \quad (11-3.15)$$

Dado que la energía rotacional de los estados yrast es:

$$T_{rot} = \frac{Y^2}{2B\Delta_{eq}^2}$$

y que la aproximación vale para Y grandes, tenemos que a lo sumo Δ_{eq}^2 debe ser del orden de Y .

Si se supone que las fluctuaciones son pequeñas respecto a la diferencia de energías entre dos estados yrast se puede deducir que los parámetros b_Δ y b_Γ deben ser de un orden de magnitud inferior a la misma

$$b_\Delta, b_\Gamma \lesssim Y^{1/2}$$

Con estas consideraciones es posible desarrollar \hat{H} perturbativamente; en potencias del número yrast Y .

Al orden, más bajo, luego de un poco de álgebra queda

$$h^{(0)} = \frac{2I^2 M^2}{2B\Delta_{eq}^2} + V(\Delta_{eq}, \Gamma = \pi/4) + \frac{2b_\Gamma^2}{B\Delta_{eq}^2} \left\{ \frac{-1}{\xi^2} \frac{\partial}{\partial \xi} \xi \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{(T_x + M)^2}{4\xi^2} \right. \\ \left. + \left(\frac{Y^2}{16b_\Gamma^4} + \frac{\partial V}{\partial \cos^2 2\Gamma} \right) \xi^2 \right\} + \frac{b_\Delta^2}{2B\Delta_{eq}^2} \left\{ -\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \left(\frac{4Y^2}{b_\Delta^4} + 8\Delta_{eq}^4 \frac{\partial^2 V}{(\partial \Delta^2)^2} + 8\Delta_{eq}^2 \frac{\partial V}{\partial \Delta^2} \right) \xi^2 \right\} \quad (11-3.16)$$

El término en la variable dinámica ξ corresponde al hamiltoniano de un oscilador armónico bidimensional con

$$\Lambda = \frac{T_x + M}{2} \\ \omega_\Gamma = \frac{4b_\Gamma^2}{B\Delta_{eq}^2} \\ b_\Gamma^4 = \frac{Y^2}{16} + \frac{1}{2} \left. \frac{\partial V}{\partial \cos^2 2\Gamma} \right|_{\substack{\Delta = \Delta_{eq} \\ \Gamma = \pi/4}} \quad (11-3.17)$$

$\frac{b_\Gamma}{2}$ es el parámetro de tamaño del oscilador bidimensional que se toma como unitario.

La parte en ξ (o sea la correspondiente a la variable dinámica Δ) es la de un oscilador unidimensional con

$$\omega_{\Delta} = \frac{b_{\Delta}^2}{B \Delta_{eq}^2} \quad (11-3.18)$$

$$b_{\Delta}^4 = 2Y^2 + 4 \Delta_{eq}^4 \frac{\partial^2 Y}{(\partial \Delta^2)^2} + 4 \Delta_{eq}^2 \frac{\partial Y}{\partial \Delta^2}$$

Volviendo a la expresión 11-3.13 y dado que en el orden más bajo el hamiltoniano, las partes en ξ y $\xi (0, 4Y^n)$ son separables, la función de onda intrínseca es:

$$g_{T_x}^{T, M}(\Delta, \eta) = G_{m_{\Delta}}(\xi) f_{m_{\Delta}}(\xi) \quad (11-3.19)$$

El término de rotación viene dado por

$$T_{rot} = \frac{2T^2 - M^2}{2B \Delta_{eq}^2} = \frac{2T^2 - T_x^2}{2B \Delta_{eq}^2} \quad (11-3.20)$$

cuya autofunción es la $D_{\frac{N-2}{2}, T_x}^T(\theta)$.

Para los estados yrast $T=Y=-T_x$.

Sin embargo se pueden producir otro tipo de rotaciones transfiriendo cuantos de isospin del eje x a los ejes y, z del sistema intrínseco, por lo tanto si se mantiene constante el valor de $T=Y$ y se decrece el valor de T_x respecto a su máximo en el equilibrio; de $|T_x|=Y$ a $|T_x|=Y - n_{\theta}$

$$T_{rot} = \frac{1}{2B \Delta_{eq}^2} \left\{ 2Y^2 - (Y - m_{\theta})^2 \right\} \cong T_{rot}(m_{\theta}=0) + \frac{m_{\theta} Y}{B \Delta_{eq}^2} = T_{rot}(0) + \omega_{\theta} m_{\theta} \quad (11-3.21)$$

Por lo tanto en el orden más bajo, el hamiltoniano colectivo de apareamiento puede separarse en cuatro excitaciones simples.

- las excitaciones rotacionales yrast.
- las excitaciones rotacionales θ
- las vibraciones Γ
- las vibraciones Δ

Se analizará la interpretación de estas excitaciones simples

a) Las excitaciones yrast: para $M > 0$ ($A > A_0$) significa agregar un par de neutrones; tal que el nuevo estado tenga $T'=T+1=Y'=Y+1=M'=i+i$.

Para la rama de remoción ($M < 0$, $A < A_0$), la excitación yrast pasa de un núcleo par semimágico con $T = -M$, a otro con dos protones menos.

b) Excitaciones θ : sobre el estado yrast $T = Y = i$; se pasa al estado con $M' = M - 1$; $T' = T$, $|T'_x| = |T_x| - 1$ que por lo tanto tiene un par neutrón-protón menos que el estado yrast original correspondiente a un núcleo par; luego dicho estado corresponde a núcleos impar-impar.

c) Vibraciones Γ : el movimiento Γ corresponde a un oscilador armónico bidimensional y entonces los primeros estados excitados tienen:

$$n_{\Gamma} = 1 \quad \Lambda \equiv \frac{1}{2} (T_x + M) = \pm 1$$

los estados con $n_{\Gamma} = 1$, $\Lambda = 1$ se pueden obtener con $M' = M + 1$; $T'_x = T_x + 1$ y $T' = |T'_x| = M - 1 = T - 1$ y en este caso para $A > A_0$ ($A < A_0$) tienen un par de partículas más (menos) que el estado yrast original y una unidad menos de isospin; y por lo tanto corresponden a núcleos pares con dos protones más (dos neutrones menos) que el yrast.

Los estados con $n_{\Gamma} = 1$, $\Lambda = -1$ se obtienen quitando dos protones (agregando dos neutrones). En general los estados $n_{\Gamma} = 1$, $\Lambda = \pm 1$ son los estados fundamentales de los isótopos con $Z = A_0/2 \pm 2$ (o de los isótonos con $N = A_0/2 \pm 2$ para $\Lambda < A_0$).

Ahora bien:

$\Lambda = \pm n_{\Gamma}, \pm(n_{\Gamma} - 2), \dots, \pm 1$ o 0 ; es el momento angular de la rotación bidimensional.

Los estados con $|\Lambda| = n_{\Gamma}$ corresponden a estados fundamentales de núcleos pares, los que tienen $|\Lambda| < n_{\Gamma}$ pueden corresponder a estados excitados de núcleos pares; por ejemplo un estado con $n_{\Gamma} = 2$, $\Lambda = 0$ tiene los mismos T y M que el estado yrast original y por lo tanto corresponde a un estado excitado del mismo.

d) Vibraciones Δ : corresponde a movimientos de un oscilador armónico unidimensional en la variable dinámica intrínseca Δ y por ser Δ^2 un invariante; esta oscilación no cambia los valores $T = M = Y$ del estado yrast del cual se origina; por lo tanto corresponde a un estado excitado del mismo.

Resumiendo, la función de onda del hamiltoniano colectivo de apareamiento puede representarse como:

$$|Y m_\theta m_\Delta m_\pi \Lambda; M T_x T\rangle = \sqrt{\frac{2T+1}{16\pi^2}} C_{m_\Delta}(\xi) C_{m_\pi \Lambda}(\xi) D_{(T-2)/2, T_x}^T(\theta) \cdot e^{2iM\phi} \quad (11-3.22)$$

donde M , T y T_x son buenos números cuánticos con autovalores

rama adición	rama remoción
$T = Y - \Lambda$	$Y + \Lambda$
$T_x = -Y + \Lambda + n_\theta$	$Y + \Lambda - n_\theta$
$M = Y + \Lambda - n_\theta$	$-Y + \Lambda + n_\theta$

Las funciones 3.22 forman un conjunto ortonormal completo de autofunciones de h_0 .

Las correcciones al hamiltoniano h_0 , se encuentran haciendo un desarrollo perturbativo que difiere del usual en el hecho de que el elemento de volumen, debe expandirse también en el mismo parámetro pequeño. En el apéndice II se dan las fórmulas generales. El resultado hasta segundo orden es:

$$h_0 = \frac{y^2}{2B\Delta_e^2} + V(\Delta_e^2, \pi = \pi/4) + \omega_\Delta(m_\Delta + 1) + \omega_\Lambda(m_\Lambda + 1/2) + \omega_\pi(m_\pi + 1)$$

(11-3.23)

$$h_1 = \frac{y}{b_\Delta} \left[-\omega_\Delta(2m_\Delta + 1) - \omega_\pi(2m_\pi + 2) - \omega_e(m_\theta + 1) \right] - \frac{2b_\Delta}{B\Delta_e^2} \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{4}{3} \frac{y^3}{b_\Delta^3} \left[\frac{y^2}{B\Delta_e^2} + \Delta_e^6 \frac{\partial^3 V}{(\partial \Delta_e^2)^3} + 6\Delta_e^4 \frac{\partial^2 V}{(\partial \Delta_e^2)^2} + 4\Delta_e^2 \frac{\partial V}{\partial \Delta_e^2} \right] + \frac{y}{B\Delta_e^2} \frac{\xi}{b_\pi} \left(\frac{T_y^2 - T_x^2}{y} \right) + \frac{2y\xi^2}{b_\Delta b_\pi^2} \left[\Delta_e^2 \frac{\partial^2 V}{\partial \Delta_e^2 \partial \cos^2 2\pi} + \frac{\partial V}{\partial \cos^2 2\pi} \right]$$

$$h_2 = \frac{y^2}{b_\Delta^2} \left[\omega_\Delta(2m_\Delta + 1) + \omega_\pi(2m_\pi + 2) + \omega_e(m_\theta + 1) \right] + 4\omega_\Lambda y \frac{\partial}{\partial \xi}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\xi^4}{3b_\Delta^4} \left[-\frac{5Y^2}{B\Delta_{eq}^2} - 10\Delta_{eq}^2 \frac{\partial Y}{\partial \Delta^2} + 2\Delta_{eq}^4 \frac{\partial^2 Y}{(\partial \Delta^2)^2} + 12\Delta_{eq}^6 \frac{\partial^3 Y}{(\partial \Delta^2)^3} \right. \\
& + \left. 8\Delta_e^2 \frac{\partial^4 V}{(\partial \Delta^2)^4} \right] - 2 \frac{\sum \xi^2}{b_\Delta^2 b_n^2} \left[\frac{\partial V}{\partial \cos^2 2\pi} - 4\Delta_{eq}^2 \frac{\partial^2 V}{\partial \Delta^2 \partial \cos^2 2\pi} + \right. \\
& + \left. \Delta_{eq}^4 \frac{\partial^3 V}{(\partial \Delta^2)^2 \partial \cos^2 2\pi} \right] + \frac{\xi^2}{b_n^2} \left[\omega_n(2m_n+2) + \omega_\theta(m_\theta+1) + \frac{3}{4} \frac{Y}{B\Delta_{eq}^2} m_\theta \right] \\
& + \frac{1}{B\Delta_{eq}^2} \left[-\frac{5}{2} \Lambda^2 - \frac{m_\theta^2}{2} - \Lambda(1+2m_\theta) \right] - \frac{(T_1^2 - T_2^2)}{Y} \frac{2Y}{B\Delta_{eq}^2} \frac{\xi}{b_n} \frac{\xi}{b_\Delta}
\end{aligned} \tag{11-3-23}$$

Donde $Y, n_\theta, n_\Delta, n_\Gamma, \Lambda$ deben entenderse como operadores y las derivadas del potencial están calculadas en $\Delta = \Delta_{eq}$ y $\Gamma = \pi/4$.

El elemento de volumen, como se ha dicho, se expande también en el parámetro pequeño $(1/Y)$ y queda:

$$dV = (t_0 + t_1 + t_2) |\xi| d\xi d\xi d\phi d\theta_i$$

donde:

$$t_0 = 1$$

$$t_1 = \frac{6\xi}{b_\Delta}$$

$$t_2 = \frac{18\xi^2}{b_\Delta^2} - \frac{2\xi^2}{b_n^2}$$

(11-3.24)

3-c) Operador de Transferencia de Dos Partículas.

El proceso específico para medir la colectividad del movimiento de los nucleones vía la interacción de apareamiento es la transferencia de pares de partículas acopladas a $J^\pi = 0^+$, $T=1$. Los operadores correspondientes P_μ^+ (P_μ^-) son las variables colectivas d_μ (d_μ^+) que representan las coordenadas colectivas en el sistema de laboratorio

$$d_\mu = e^{2i\phi} \sum_\nu \mathcal{D}_{\mu\nu}^i(\theta_i) d'_\nu \tag{11-3.25}$$

donde como se vió antes, los únicos d'_ν distintos de cero son (en el sistema intrín-

seco)

$$d'_{1} = \Delta_n \quad d'_{-1} = \Delta_p \quad (11-3.26)$$

o bien, si se usan las variables intrínsecas:

$$\Delta = \sqrt{\Delta_p^2 + \Delta_n^2} \quad \Pi = \text{arctg} \frac{\Delta_p - \Delta_n}{\Delta_p + \Delta_n} \quad (11-3.27)$$

con lo cual:

$$d'_{1} = \Delta_n = -\frac{1}{\sqrt{2}} \Delta (\text{sen} \Pi - \text{cos} \Pi) = -\Delta \text{sen} (\Pi - \pi/4) \quad (11-3.28)$$

$$d'_{-1} = \Delta_p = \frac{1}{\sqrt{2}} \Delta (\text{sen} \Pi + \text{cos} \Pi) = \Delta \text{sen} (\Pi + \pi/4)$$

y por lo tanto:

$$P_{\mu}^{\pm} = d_{\mu} (d_{\mu}^{\pm}) = \Delta e^{\pm 2i\phi} \left[\text{sen} (\Pi \pm \pi/4) \mathcal{D}_{\mu, \mp 1}^{\pm} (0) - \text{sen} (\Pi \mp \pi/4) \mathcal{D}_{\mu, \pm 1}^{\pm} (0) \right] \quad (11-3.29)$$

En función de las variables ξ y ζ antes definidas y desarrollando al mismo orden que todo lo anterior queda

$$P_{\mu}^{\pm} = \pm \Delta e^{i2i\phi} \left[\left(1 + \frac{\zeta}{b_{\Delta}} + \frac{\zeta^2}{2b_{\Delta}^2} - \frac{\xi^2}{2b_{\Delta}^2} \right) \mathcal{D}_{\mu, \mp 1}^{\pm} (0) - \left(\frac{\xi}{2b_{\Delta}} + \frac{\zeta \xi}{2b_{\Delta} b_{\Delta}} \right) \mathcal{D}_{\mu, \pm 1}^{\pm} (0) \right] \quad (11-3.30)$$

En el apéndice III se da la expresión del elemento matriz de transferencia hasta segundo orden.

Dado que

$$\langle Y' m'_{\theta} m'_{\Delta} m'_{\Gamma} \Lambda'; T' M' T'_x \parallel \mathcal{D}_{\Delta \Gamma}^{\pm} \parallel Y m_{\theta} m_{\Delta} m_{\Gamma} \Lambda; T M T_x \rangle = \sqrt{2T+1} \langle T T_x 1 \Delta T_x | T' T'_x \rangle$$

y vista la relación entre T, M y T_x con Y, Λ, n_{θ} se puede ver que los estados que se conectan con uno dado $|Y n_{\theta} n_{\Delta} n_{\Gamma} \Lambda, T T_x M\rangle$ para la rama de adición y remoción son:

		rama adición			rama remoción		
T'	T' _x	Y'(a)	n' _{θ(a)}	Λ'(a)	Y'(r)	n' _{θ(r)}	Λ'(r)
T+1	T _x +1	Y+2	n _θ +2	Λ+1	Y	n _θ	Λ+1
T+1	T _x -1	Y+1	n _θ	Λ	Y+1	n _θ +2	Λ
T	T _x +1	Y+1	n _θ +1	Λ-1	Y-1	n _θ -1	Λ+1
T	T _x -1	Y	n _θ -1	Λ	Y	n _θ +1	Λ
T-1	T _x +1	Y	n _θ	Λ+1	Y-2	n _θ -2	Λ+1
T-1	T _x -1	Y-1	n _θ -2	Λ	Y-1	n _θ	Λ

3-d) Términos Anarmónicos en la Energía Cinética:

Se ha visto que esta aproximación *yrast* permite introducir anarmonicidades en la energía potencial de tal manera que el sistema sigue presentando una deformación estable alrededor de $\Delta = \Delta_{eq}$ y $\Gamma = \pi/4$.

Para ser coherente, es necesario permitir también anarmonicidades en la energía cinética. Se puede demostrar ¹⁵⁾ que la generalización de la energía irrotacional clásica (ver II-2.15) que implica una única constante B, se logra añadiendo los términos

$$\begin{aligned}
 T'_{vib} &= -\frac{\alpha_{\Delta}}{2B\Delta^5} \frac{\partial}{\partial \Delta} \frac{\Delta^5}{\partial \Delta} \\
 T'_{rot} &= -\frac{\alpha_{\theta}}{B\Delta^2} \frac{(T_z^2 - T_x^2)}{\sin^2 2\Gamma} \\
 T'_{coup} &= -\frac{\alpha_c}{B\Delta^2} \frac{(T_z^2 - T_y^2)}{2 \sin^2 2\Gamma} \cos 2\Gamma
 \end{aligned} \tag{II-3.31}$$

donde α_{Δ} , α_{θ} , α_c son las 3 únicas constantes arbitrarias a ser introducidas si se pide que:

- el elemento de volumen tenga la misma forma (aparte de constantes).
- el movimiento \vec{l}^2 (una de cuyas partes, Λ^2/ξ^2 , proviene de T_{rot} mientras que la derivada radial, $-\frac{1}{\xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \xi \frac{\partial}{\partial \xi}$ proviene de T_{vib}) siga siendo el de un oscilador armónico bidimensional.

Sección II - 4. Discusión sobre la aproximación Yrast.

La aproximación yrast al hamiltoniano colectivo de apareamiento implica que el sistema:

- i) presenta una deformación estable alrededor de $\Delta = \Delta_{eq}$ y $\Gamma = \Gamma_{eq} = \pi/4$.
- ii) las pequeñas oscilaciones alrededor del equilibrio (vibraciones Δ y Γ) y las dos clases de rotaciones (Y y δ) constituyen las estructuras elementales para describir el espectro.

El parámetro de expansión de esta aproximación yrast es $1/Y$, donde Y es el número cuántico yrast que juega un papel similar al momento angular para las vibraciones cuadrupolares.

Es posible introducir correcciones a este resultado de orden cero mediante un proceso perturbativo que difiere del usual en el hecho que tanto el hamiltoniano como el elemento de volumen se expanden en potencias de $1/Y$.

Para un potencial armónico; $V = \frac{C}{2} \Delta^2$; la solución debe ser equivalente a la que se obtiene en el esquema de fonones de apareamiento.

En este último esquema ⁹⁾ los estados del sistema están dados por una superposición de fonones de adición y remoción cada uno de los cuales tiene isospin $t=1$.

Las funciones de onda son:

$$|n_a t_a, n_r t_r, TT_z\rangle$$

Con n_a (n_r) el número de fonones de adición (remoción) acoplados a t_a (t_r). La paridad de t_a (t_r) es la de n_a (n_r). Los dos isospines parciales t_a y t_r están acoplados al isospin total T .

De las expresiones del número total de fonones y del número de pares fuera de capa cerrada, es posible obtener el número de fonones de adición y remoción en términos de los números cuánticos yrast

	Rama yrast adición	Rama yrast remoción
n_a	$Y + n_{\Delta} + \frac{1}{2} (n_{\Gamma} + \Lambda)$	$n_{\theta} + n_{\Delta} + \frac{1}{2} (n_{\Gamma} + \Lambda)$
n_r	$n_{\theta} + n_{\Delta} + \frac{1}{2} (n_{\Gamma} - \Lambda)$	$Y + n_{\Delta} + \frac{1}{2} (n_{\Gamma} - \Lambda)$

La conexión entre ambas ramas es obvia, y consiste en reemplazar adición por remoción; y en cambiar el signo al momento angular Λ .

Los estados yrast (en la rama de adición) tienen $n_a=Y$ cuantos de adición acoplados al máximo isospin $t_a=T=Y$ y ningún cuanto de remoción.

En la siguiente tabla se da la correspondencia entre los esquemas de acoplamiento yrast y de fonones para algunos casos

$(Y, n_\theta, n_\Delta, n_\Gamma, \Lambda)$	$\{n_a t_a, n_r t_r\}$	T	M
$(Y, 0, 0, 0, 0)$	$\{YY, 00\}$	Y	Y
$(Y, 0, 1, 0, 0)$	$\{Y+1 Y+1, 11\}$	Y	Y
$(Y, 0, 0, 2, 0)$	$\{Y+1 Y-1, 11\}$	Y	Y
$(Y+1, 1, 0, 0, 0)$	$\{Y+1 Y+1, 11\}$	Y+1	Y
$(Y+1, 0, 0, 1, -1)$	$\{1, 1; Y+1 Y+1\}$	Y+2	Y
$(Y-1, 0, 0, 1, 1)$	$\{0, 0; Y, Y-2\}$	Y-2	Y

La correspondencia se establece fácilmente para aquellos casos en que (M, T) especifican el estado completamente.

Para los dos estados que tienen dos fonones más que el estado yrast original; la equivalencia entre ambos se establece tomando en cuenta que el elemento de matriz $\langle 0, 0; Y+1, Y+1; Y+1 || P^+ || 11, Y+1 Y-1, Y \rangle$ que es equivalente al $\langle Y+1, 0, 0, 0, 0 || P^+ || Y, 0, 0, 2, 0 \rangle$ es cero tanto en el esquema de fonones como en la aproximación yrast al mismo orden de perturbaciones en $1/Y$.

De acuerdo a las formulas del apéndice II las transiciones más simples son en el esquema de fonones acoplados y para la rama yrast de remoción

$$\begin{aligned} \langle Y-1, 0, 0, 0, 0 || P^+ || Y, 0, 0, 0, 0 \rangle &\equiv \langle \{0, 0; Y-1, Y-1\} \cdot Y-1 || P^+ || \{0, 0; Y, Y\} \cdot Y \rangle & (11-4.1) \\ &= \sqrt{Y(2Y+1)} = Y\sqrt{2} \left(1 + \frac{1}{4Y} + \dots \right) & (\text{transiciones } Y) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle Y, 1, 0, 0, 0 || P^+ || Y, 0, 0, 0, 0 \rangle &\equiv \langle 11, Y, Y, Y || P^+ || 00, Y, Y, Y \rangle & (11-4.2) \\ &= \sqrt{2Y+1} = \sqrt{2Y} \left(1 + \frac{1}{4Y} + \dots \right) & (\text{transiciones } \theta) \end{aligned}$$

$$\langle \gamma, 0, 0, m_{n+1}, \lambda = m_{n+1} \| P^+ \| \gamma, 0, 0, m_n, \lambda = m_n \rangle \equiv \quad (11-4.3)$$

$$\begin{aligned} & \langle m_{n+1}, m_{n+1}; \gamma\gamma; \gamma + m_{n+1} \| P^+ \| m_n, m_n; \gamma\gamma; \gamma + m_n \rangle = \\ & \sqrt{m_{n+1}} \sqrt{2\gamma + 2m_{n+1} + 3} = \sqrt{2\gamma} \sqrt{m_{n+1}} \left(1 + \frac{2m_{n+1} + 3}{4\gamma} + \dots \right) \quad (\text{transiciones } \Gamma^+) \end{aligned}$$

$$\langle \gamma, 0, 0, m_n, \lambda = m_n \| P^+ \| \gamma, 0, 0, m_{n+1}, \lambda = m_{n+1} \rangle \equiv \quad (11-4.4)$$

$$\begin{aligned} & \langle m_n, m_n; \gamma\gamma; \gamma + m_n \| P^+ \| m_n, m_n; \gamma + 1, \gamma - 1; \gamma + m_n - 1 \rangle = \\ & \frac{\sqrt{2\gamma} \sqrt{2\gamma + 2m_n + 1}}{\sqrt{2\gamma + 1}} = \sqrt{2\gamma} \left(1 + \frac{m_n}{2\gamma} + \dots \right) \quad (\text{transiciones } \Gamma^-) \end{aligned}$$

Dentro de esta aproximación las transiciones γ rast:

$(\gamma - 1, 0, 0, 0, 0) \rightarrow (\gamma, 0, 0, 0, 0)$, que serían observables en reacciones (${}^3\text{He}, n$), con más intensas (por un factor $\sqrt{\gamma}$) que las otras transiciones que involucran alguna otra excitación elemental.

Las transiciones Γ corresponden a reacciones (p,t).

Las transiciones θ a reacciones (${}^3\text{He}, p$) y las transiciones Δ pueden observarse tanto en reacciones (${}^3\text{He}, n$) como (p,t) dado que los estados con un fonón Δ corresponden a estados excitados de núcleos pares.

En las figuras 1-7 se ven distinto tipo de transiciones para varios potenciales colectivos.

Se estudió la influencia de anarmonicidades en los elementos de matriz de transferencia y energías como así también los límites de validez del tratamiento.

Se entiende por límites de validez, los parámetros del potencial para los cuales deja de valer el desarrollo perturbativo. Se dió para ello el criterio de considerarlo no válido, cuando el siguiente orden no nulo es superior en un 30% al primero.

Los potenciales están parametrizados en la forma

$$V(\Delta) = C_1 \Delta^2 + C_2 \Delta^4 + C_3 \Delta^4 \cos^2 2\Gamma$$

No se investigaron potenciales colectivos más complicados; dado que la idea era ver apartamientos del límite armónico en forma gradual.

Un resumen de los resultados obtenidos se da a continuación.

Dado que los resultados son a menos de una constante B arbitraria lo que tiene sentido es analizar los cocientes relativos. Veamos las transiciones yrast.

Para un potencial armónico; la aproximación yrast predice (de la misma forma que el método bosónico) un crecimiento lineal con el número cuántico Y.

A medida que crece el término en Δ^4 , disminuye la pendiente. Para un potencial de la forma Δ^n con $n \rightarrow \infty$; el elemento de matriz de transición tiende a ser una constante, independiente de Y (Ver figura 1).

La introducción de términos en $\cos^2 2\Gamma$ afecta poco a los elementos de matriz de transición, y por lo tanto las transiciones fuertes dentro de la banda yrast son insensibles a los potenciales con dependencia Γ .

El otro tipo de transiciones estudiada, fueron las Γ^+ (creación de un fonón Γ) y las Γ^- (aniquilación de un fonón Γ); son de un orden de magnitud $(1/Y^{1/2})$ menor que las yrast. Mientras que en el límite armónico las yrast van como Y, las transiciones Γ van como $Y^{1/2}$.

En las figuras 2 y 3 se ven los elementos de matriz de P^+ para excitaciones Γ como función del número de fonones. Para las correspondientes a transiciones Γ^+ el crecimiento va esencialmente como $\sqrt{n_\Gamma}$ para el potencial armónico y las diversas anarmonicidades modifican ligeramente dicho crecimiento. La introducción de términos negativos en el coeficiente de $\cos^2 2\Gamma$ produce un corrimiento del $\Gamma_{eq} = \pi/4$ hacia $\Gamma = 0^\circ$. Si el mismo es pequeño el tratamiento sigue valiendo aún en casos "no ortodoxos" como es $n_\Gamma \sim 3,4$ frente a $Y=5$. Las transiciones Γ si son sensibles frente a términos negativos en $\cos^2 2\Gamma$, en el sentido que si bien dichos términos son pequeños y la tendencia, respecto a no incluírlos, se mantiene o bien el tratamiento se va rápidamente de teoría de perturbaciones.

Los casos de términos negativos en $\cos^2 2\Gamma$ que no están representados en las figuras corresponden a dicha situación en la cual no converge la serie en potencias de $1/Y$.

Las transiciones Γ^- son al orden más bajo en $1/Y$; constantes como función de n_Γ . El apartamiento se produce por los términos siguientes del desarrollo. El crecimiento, que es de orden superior respecto a las Γ^+ , con n_Γ , debería ser lineal de acuerdo a las fórmulas II-4.3 y II-4.4 para la expansión bosónica; pero en la aproximación yrast, estas fórmulas pierden sentido rápidamente por considerar que la primera contribución no nula en función de n_Γ es proporcional a $\frac{n_\Gamma}{Y}$ supuesta chica frente a la unidad.

En las figuras 4, 5 y 6 se representaron diversas transiciones Γ como función del número cuántico Y .

La tendencia dada por el potencial armónico se mantiene en los diversos casos estudiados. Tal como fue discutido anteriormente, los potenciales con coeficientes negativos para $\cos^2 2\Gamma$ producen elementos de matriz que no se pueden expresar como un desarrollo perturbativo, en todos los casos.

En la figura 7 se muestran las transiciones $\langle Y0011 || P^+ || Y0100 \rangle$ que involucran la remoción de un fonón Δ . En la rama yrast de remoción corresponden a reacciones (p,t) a estados excitados del núcleo residual. Son de un orden de magnitud inferior a los correspondientes al fundamental.

Dado que en este caso la intensidad entre los estados fundamentales (transiciones Γ) es del orden $Y^{1/2}$; las transiciones Δ aparecen como constantes en función de Y en el límite armónico. Son además independientes de los términos en $\cos^2 2\Gamma$ como se puede ver además analizando las contribuciones a ese orden en el elemento de matriz de P^+ (Apéndice III).

Las transiciones del tipo $\langle Y0011 || P^+ || Y0020 \rangle$ son las que más rápidamente se apartan del tratamiento perturbativo como función de $\cos^2 2\Gamma$.

Esto se debe esencialmente a que un término proporcional a $\cos^2 2\Gamma$ mezcla el estado (Y0020) con el (Y0100) produciendo una división de la intensidad entre ambos niveles. Si este coeficiente crece, dicha contribución se hace impor-

tante frente a las otras correcciones y aún frente al término de orden cero, dado los números cuánticos Y que son esperables encontrar en la naturaleza.

En las figuras 8, 9 y 10 se muestran las diferencias de energías $E(Y+1\ 0000) - E(Y0000)$; $E(Y0020) - E(Y0000)$ y $E(Y0100) - E(Y0000)$; como función de Y .

Se ha mencionado anteriormente; que la introducción de términos anarmónicos en el potencial, puede ser tratado en orden cero en esta aproximación. En ese sentido la inclusión de términos en Δ^4 en el potencial colectivo, produce para los estados de la banda γ rast, una "redefinición" de los mismos. Las correcciones a, por ejemplo, las energías de los estados γ rast que provienen del apartamiento del sistema de su condición de equilibrio $\Gamma=\pi/4$ y $\Delta = \Delta_{eq}$, deberían ser pequeños para los miembros de la banda fundamental.

Los términos en $\cos^2 2\Gamma$, no dan ninguna contribución al orden más bajo, y por lo tanto una medida de la validez del método sería la independencia de las magnitudes físicas (energías y elementos de matriz de transición) de los coeficientes en $\cos^2 2\Gamma$ para dichos estados.

De las figuras mencionadas se deduce que esto es válido para las energías de los estados $(Y0000)$. Para un potencial armónico $(\frac{C}{2} \Delta^2)$ las frecuencias

$$\omega_Y = E^{(0)}(Y+10000) + E^{(2)}(Y+10000) - E^{(0)}(Y0000) - E^{(2)}(Y0000)$$

son constantes. La inclusión de potenciales con términos, por ejemplo, en Δ^4 , produce un comportamiento distinto para ω_Y ; pero se conserva la imagen las bandas cuasirotacionales en el sentido que la estructura intrínseca de cada estado (medida por Δ_{eq}) cambia en una cantidad del orden de $Y^{-1/2}$ o menos, respecto a la diferencia de energías.

Esto puede verse en la tabla 1 donde figura la variación de Δ_{eq} con Y para diversos potenciales.

Algo análogo, sucede para la energía del estado de la vibración Δ $(Y0100)$ respecto al $(Y0000)$.

La influencia del término es $\cos^2 2\Gamma$, que es cero al orden más bajo en perturbaciones, no cambia esencialmente la energía respecto a anularlo directamente (curvas llamadas n°)

La energía del oscilador Γ , como puede verse de las fórmulas correspondientes del Apéndice II, depende intrínsecamente del coeficiente de $\cos^2 2\Gamma$. Es por ello que la diferencia de energías de los estados (Y0020) - (Y0000) que mide la excitación del estado de dos fonones Γ sobre el fundamental correspondiente; cambia tan drásticamente con dicho término.

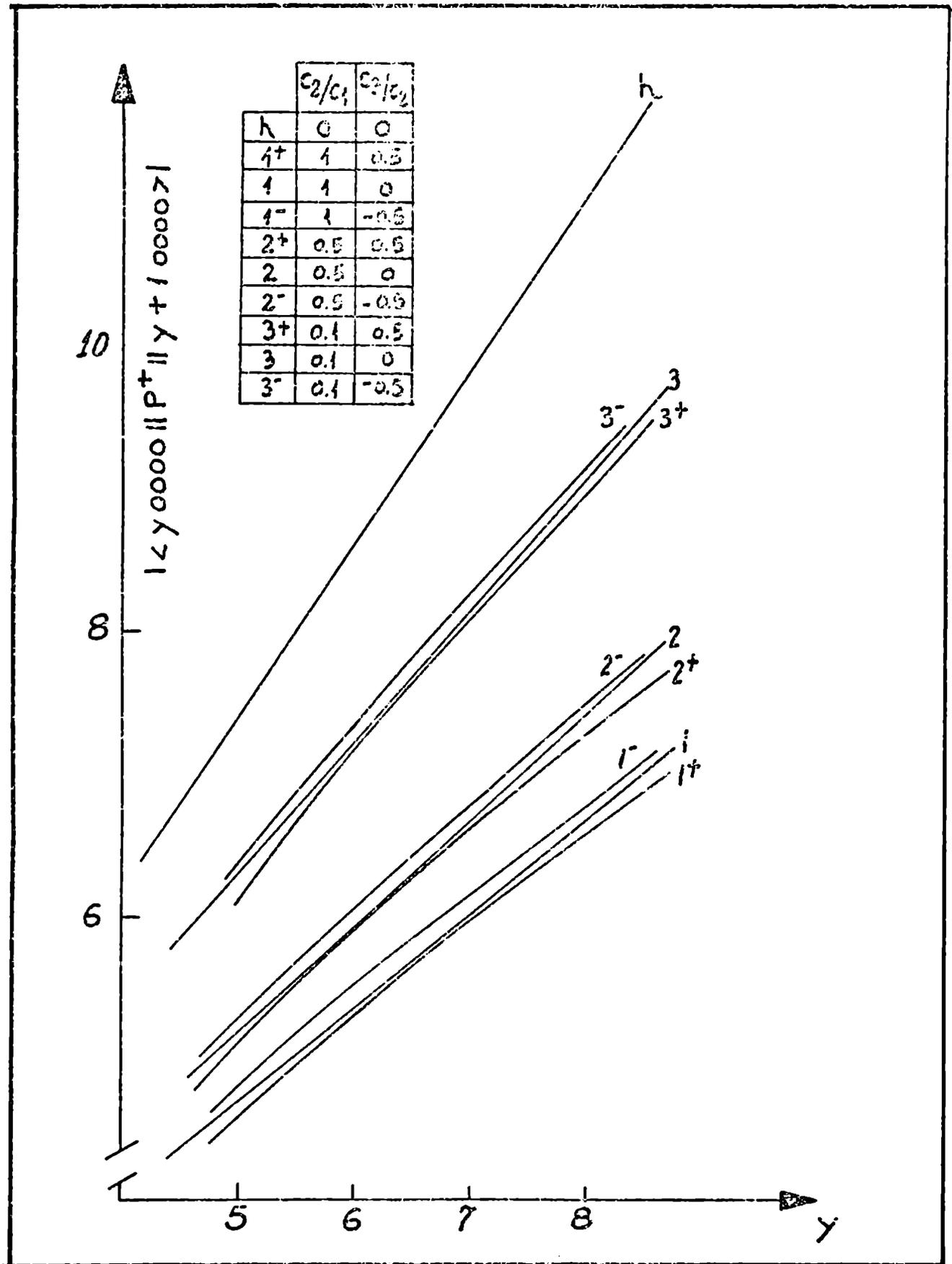


Figura 1: Valor absoluto de los elementos de matriz del operador de transferencia de dos partículas entre estados de la banda γ rast de remoción. Las distintas curvas corresponden a diferentes combinaciones de los parámetros del potencial colectivo $V(\Delta) = c_1\Delta^2 + c_2\Delta^4 + c_3\Delta^4 \cos^2 2\Gamma$; tal como se especifica en la tabla de la figura. Los valores están dados en unidades del parámetro de masa B .

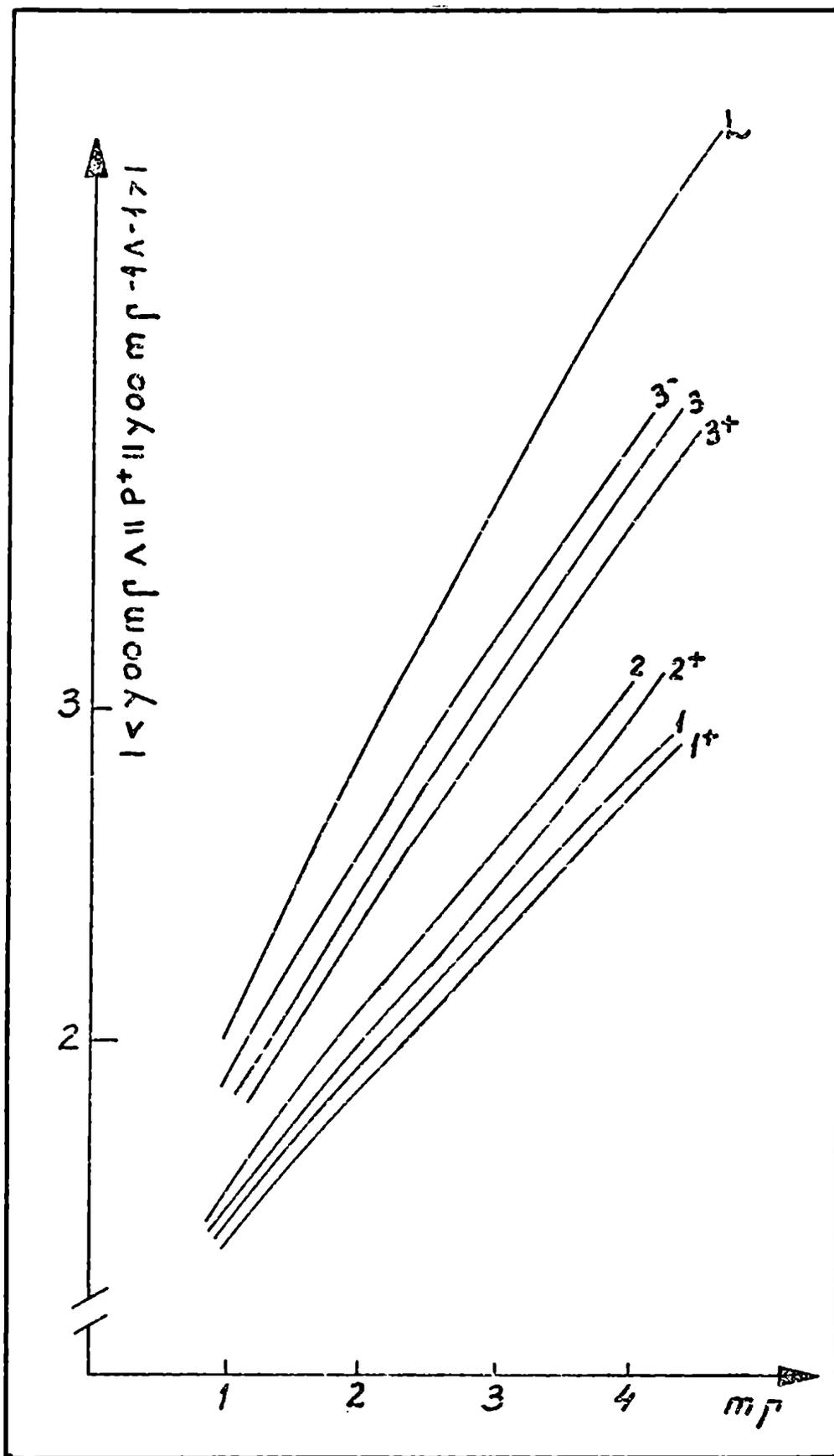


Figura 2: Valor absoluto de los elementos de matriz del operador de transferencia de dos partículas, para transiciones del tipo l^+ como función de m_j para $Y = 5$. La notación de las diversas curvas está aclarada en la leyenda de la figura 1.

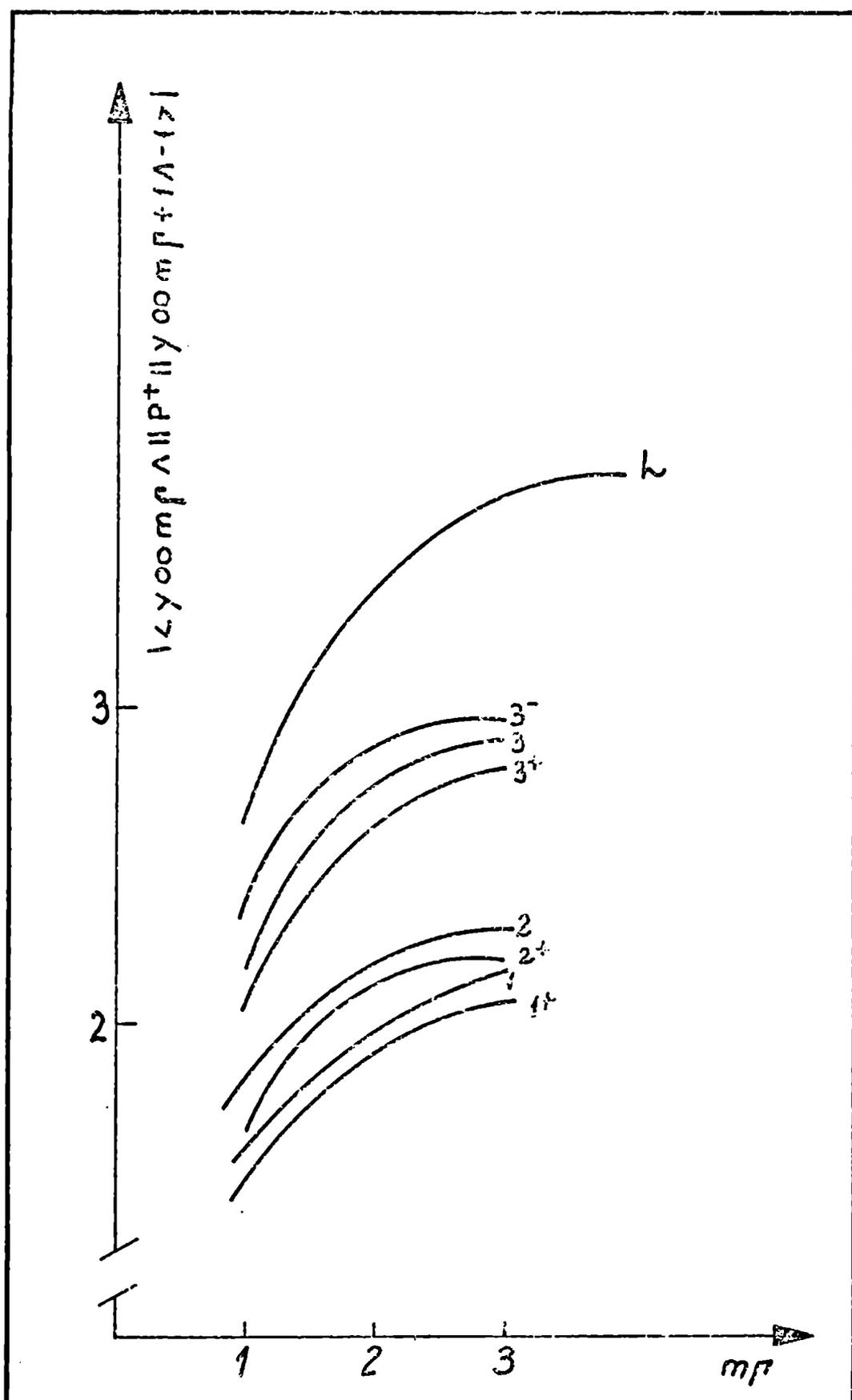


Figura 3: Valor absoluto de los elementos de matriz del operador de transferencia de dos partículas, para transiciones 1^+ y para $\gamma=5$. La notación de las curvas está aclarada en la leyenda de la figura 1.

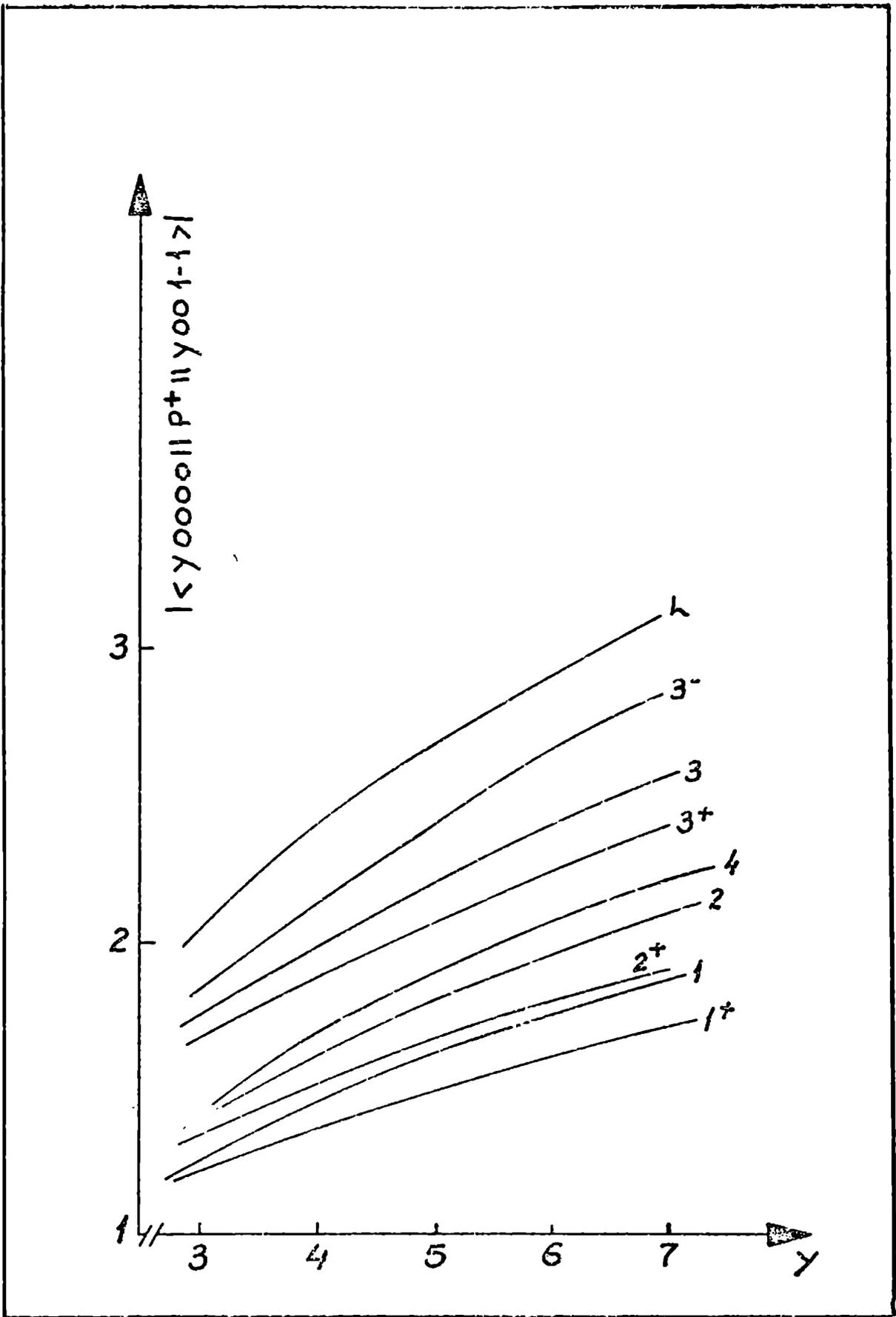


Figura 4: Valor absoluto del elemento de matriz del operador de transferencia de dos partículas, para transiciones 1^- como función del número cuántico γ yast γ . La notación de las curvas está aclarada en la leyenda de la figura 1.

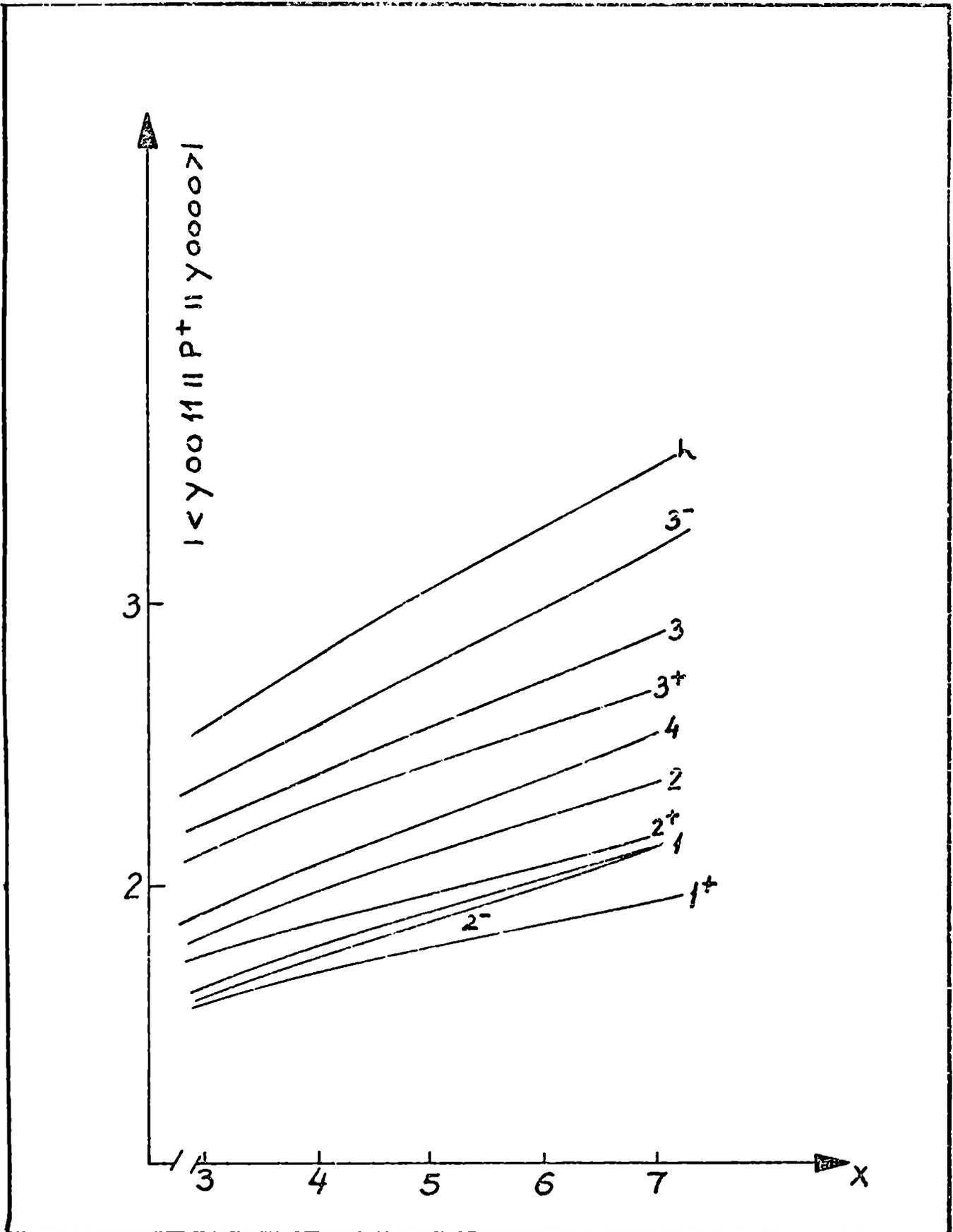


Figura 5: Valor absoluto del elemento de matriz del operador de transferencia de dos partículas, para transiciones Γ^+ como función del número cuántico γ y $\text{rast } Y$. La notación de las curvas está aclarada en la leyenda de la figura 1.

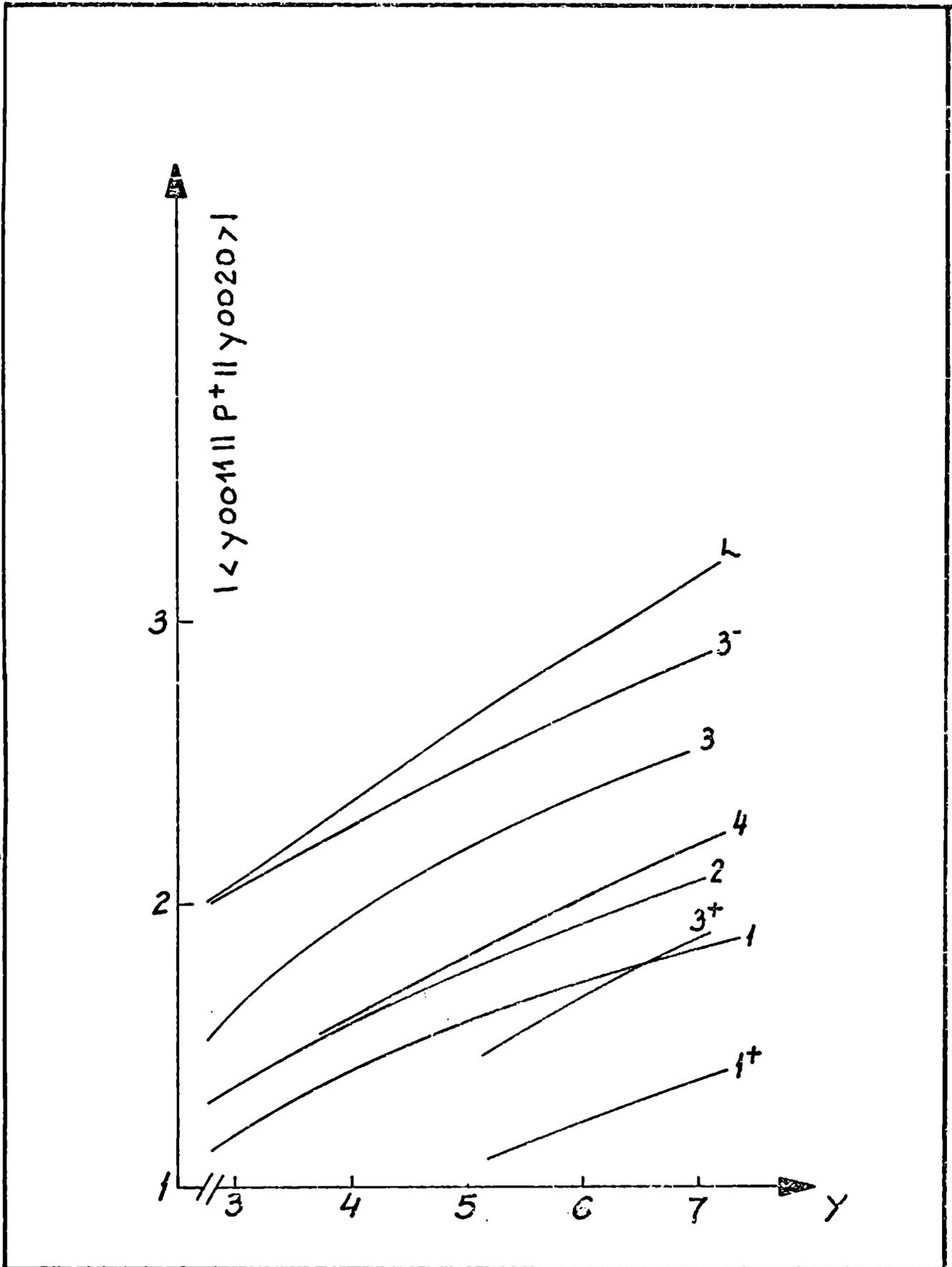


Figura 6: Valor absoluto del elemento de matriz del operador de transferencia de dos partículas, para transiciones Γ^- con dos fonones Γ involucrados en el estado inicial. La notación de las curvas está aclarada en la leyenda de la figura 1.

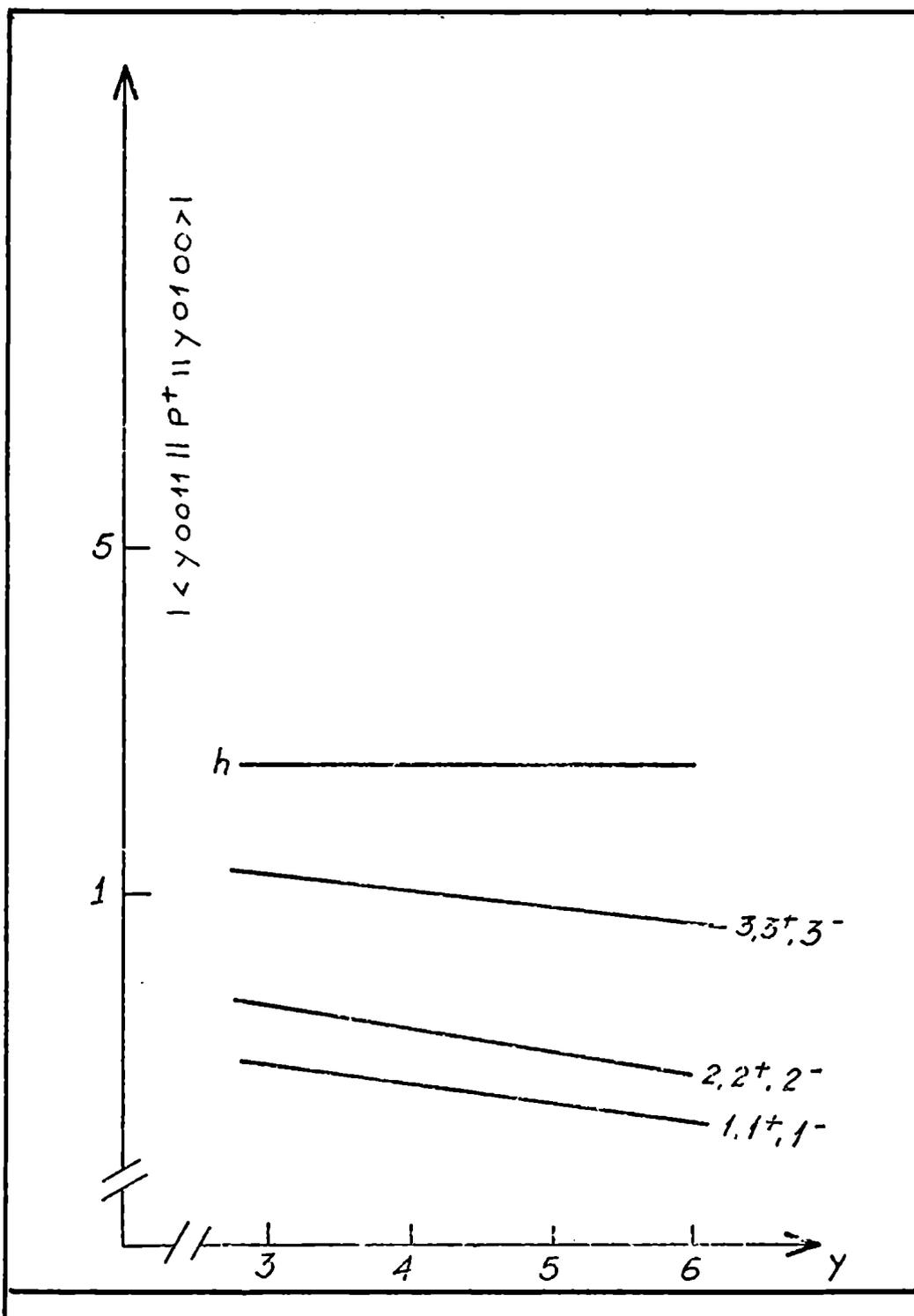


Figura 7: Valor absoluto del elemento de matriz del operador de transferencia de dos nucleones, para transiciones del tipo Δ , como función del número cuántico Y . La notación de las curvas está aclarada en la leyenda de la figura 1.

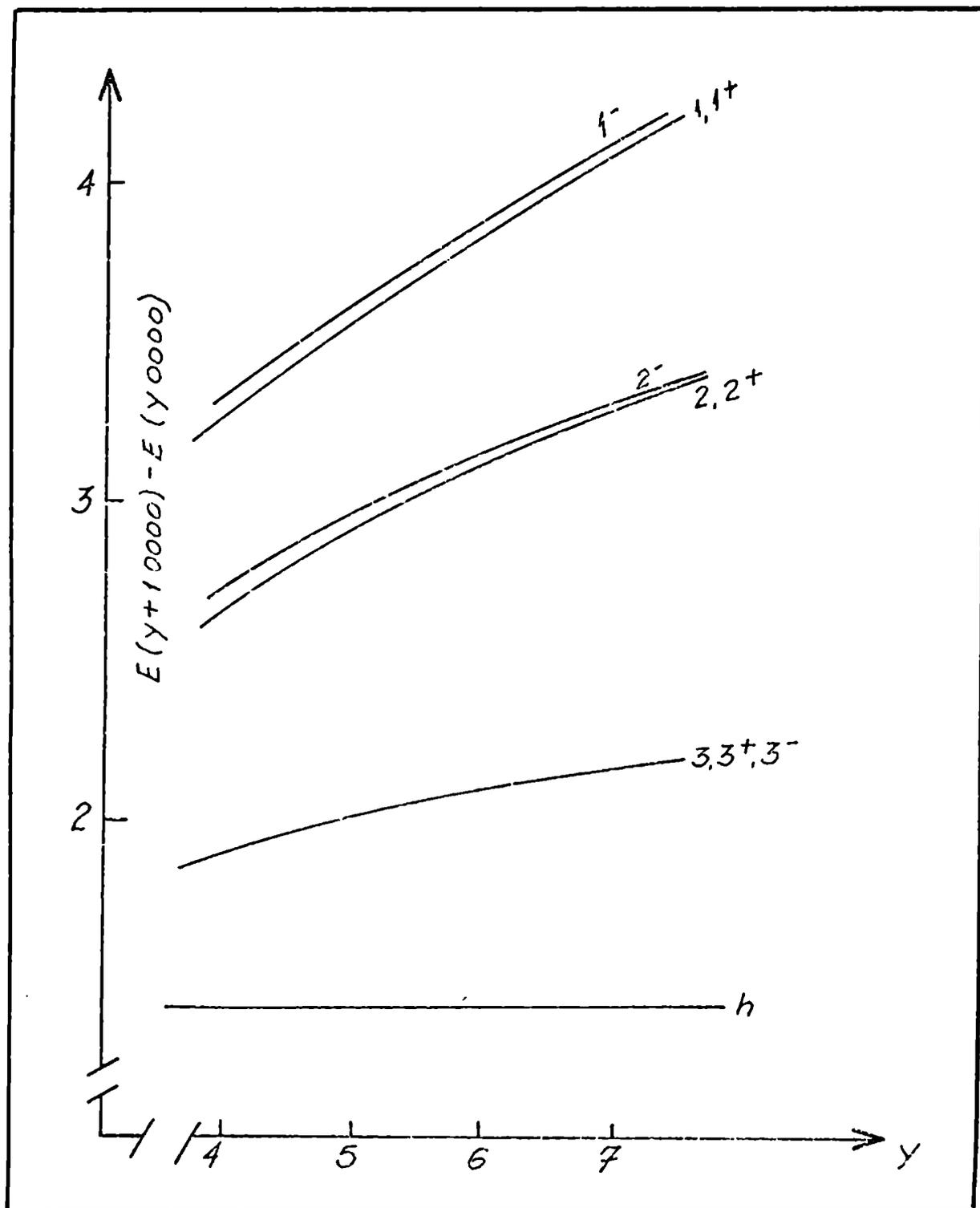


Figura 8: Frecuencia yrast para diversos potenciales colectivos tal como se aclara en la leyenda de la figura 1.

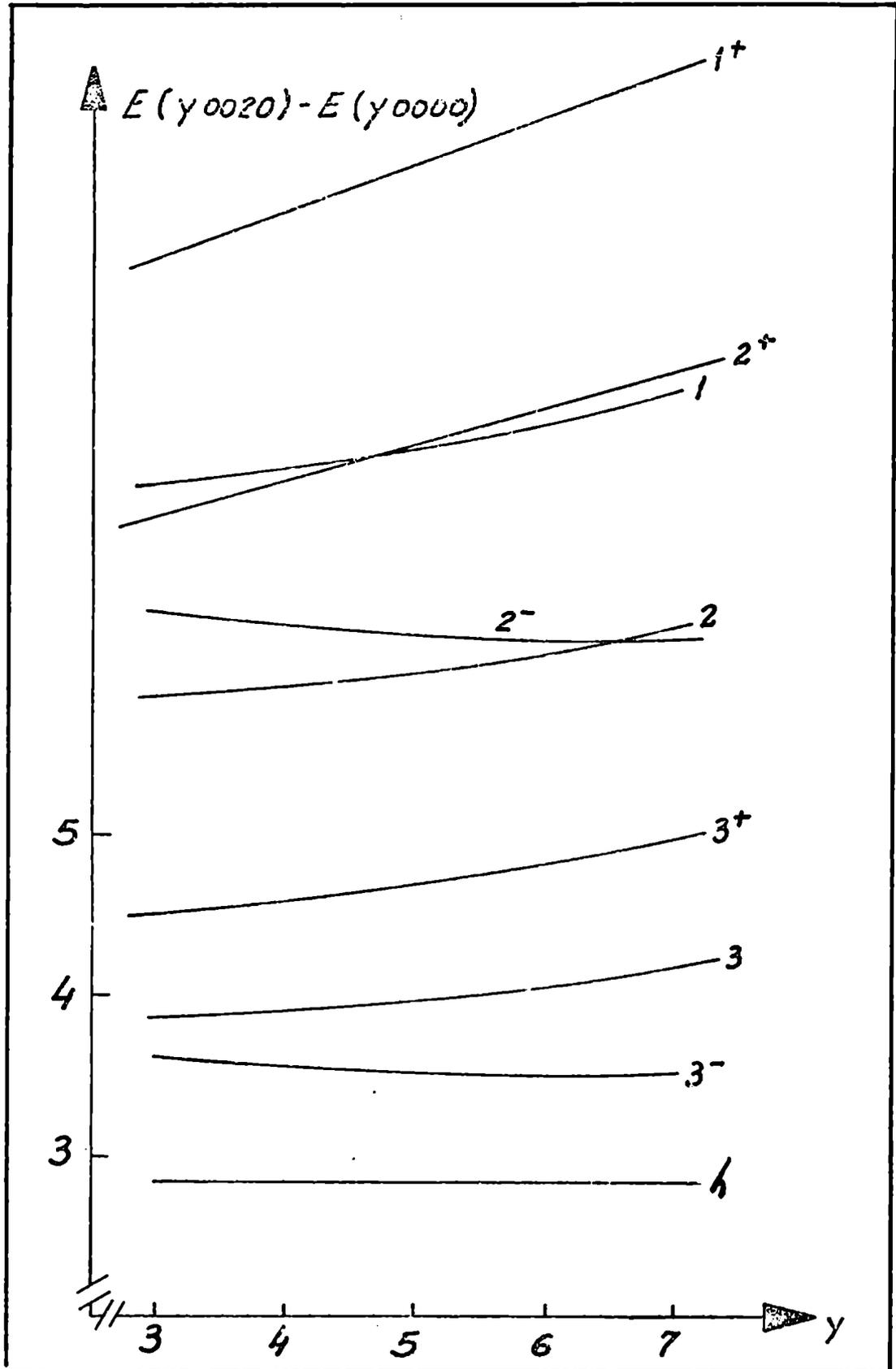


Figura 9: Frecuencia de las oscilaciones $\Gamma(x_2)$ como función del número cuántico Y . La notación de las distintas curvas está aclarada en la leyenda de la figura 1.

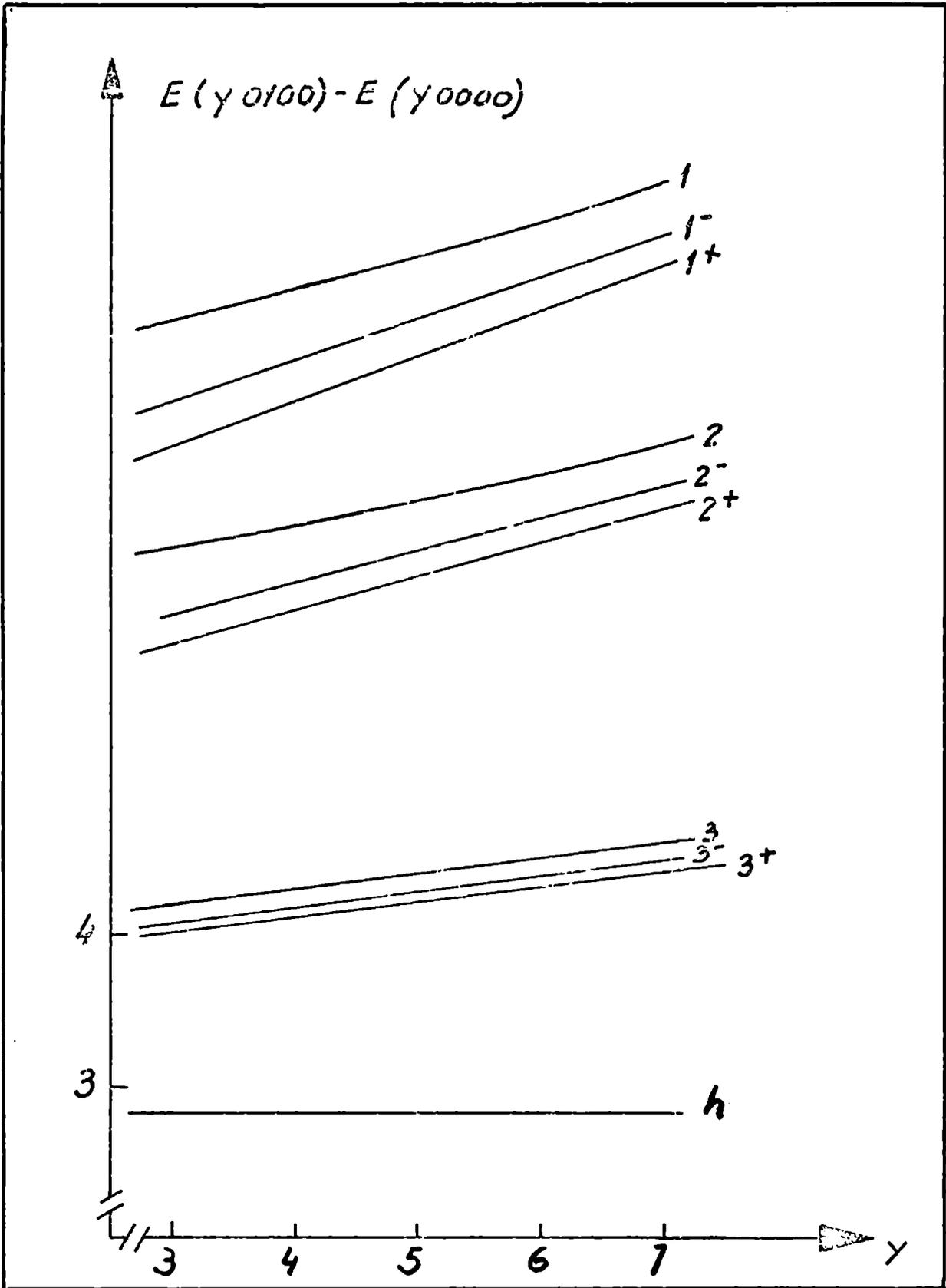


Figura 10: Frecuencia de las oscilaciones Δ como función del número cuántico γ rast Y . Las distintas curvas corresponden a diversos potenciales colectivos tal como se aclaró en la figura 1.

Tabla 1: Deformación de equilibrio Δ_e correspondiente a varios números cuánticos Y para diversos potenciales colectivos.

Δ_e Y	$\frac{V(\Delta)}{CB} = \Delta^2$	$\frac{V(\Delta)}{CB} = \Delta^2 + \Delta^4$	$\frac{V(\Delta)}{CB} = \Delta^2 + 0.5\Delta^4$	$\frac{V(\Delta)}{CB} = \Delta^2 + 0.1\Delta^4$
3	1.456	1.078	1.173	1.348
4	1.682	1.199	1.310	1.528
5	1.880	1.300	1.425	1.681
6	2.060	1.388	1.525	1.815
7	2.225	1.466	1.614	1.935

Sección II - 5. Aproximación Yrast para el caso de partículas idénticas.

La aproximación yrast en el caso en que sólo neutrones o protones estén presentes se deduce a partir del Hamiltoniano colectivo ⁷⁾.

En el caso de partículas idénticas, la interacción de apareamiento con elementos de matriz constantes puede escribirse

$$\begin{aligned} H_p &= -G P P^\dagger \\ \text{con } P &= \sum_{\nu > 0} c_\nu^\dagger c_\nu \end{aligned} \quad (11-5.1)$$

donde c_ν^\dagger es el operador de creación de una partícula en el orbital ν y c_ν crea una partícula en el estado reverso temporal.

La aproximación de campo distorsionado, implica reemplazar H_p por un potencial de un cuerpo generalizado

$$V_p = -(\Delta_2 P + \Delta_{-2} P^\dagger)$$

con $\Delta_2 = \Delta_{-2}^*$ para que V_p sea hermético.

Las autofunciones de muchos nucleones del hamiltoniano de partícula independiente

$$H'_p(\Delta_2, \Delta_{-2}) = \sum_{\nu} \epsilon_\nu c_\nu^\dagger c_\nu + V_p \quad (11-5.2)$$

están parametrizados $\psi(\Delta_2, \Delta_{-2})$ por dos números complejos que determinan la forma del potencial. Dada la relación entre ellos basta conocer; por ejemplo, sólo dos de sus componentes. En el caso de la fuerza de apareamiento con $T=1$ (entre partículas no idénticas) el potencial estaba caracterizado por tres números complejos que al pasar al sistema intrínseco podían reducirse a dos variables dinámicas intrínsecas, tres ángulos de Euler y el ángulo de la transformación de escala.

De la misma manera, se puede introducir una transformación a un sistema intrínseco caracterizado por el hecho de que la deformación en ese estado está descrita por un sólo parámetro real.

La transformación a dicho sistema está dada por el operador

$$\mathcal{Y}(\phi) = e^{-iN\phi} \quad (11-5.3)$$

donde \hat{N} es el operador número de partículas y ϕ el ángulo de escala.

Las autofunciones colectivas pueden entonces parametrizarse por

$$\Psi_{n,A}(\Delta, \phi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \varphi_{n,A}(\Delta) e^{iA\phi} \quad (11-5.4)$$

donde n es el número cuántico asociado al grado Δ de libertad.

Para núcleos superconductores, o sea aquellos que se estabilizan en un determinado Δ de equilibrio, dado por el tratamiento BCS, los estados de energía más baja son rotaciones en ϕ . Los estados $\varphi_{n,A}(\Delta) \approx \phi_n(\Delta)$ tienen aproximadamente la misma estructura. Los estados $\psi_{n,A}(\Delta, \phi)$ difieren sólo en el término rotacional y constituyen una banda. Las vibraciones del sistema alrededor del Δ de equilibrio se producen a mayor energía (serían las vibraciones de apareamiento en núcleos superconductores).

Para núcleos normales; las energías asociadas con los modos de vibración en Δ y ϕ son aproximadamente iguales y el espectro es del tipo descrito por los fonones de apareamiento.

Es posible ⁷⁾ derivar la expresión del hamiltoniano colectivo de apareamiento a partir de su expresión clásica

$$H = T + V = \frac{1}{2} B \dot{\Delta}^2 + \frac{1}{2} \mathcal{J} \dot{\phi}^2 + V(\Delta) \quad (11-5.5)$$

para llegar al hamiltoniano cuántico ($\hbar=1$)

$$\left\{ -\frac{1}{2B} \frac{d^2}{d\Delta^2} - \frac{1}{4B} \left(\frac{1}{\mathcal{J}} \frac{d\mathcal{J}}{d\Delta} - \frac{1}{B} \frac{dB}{d\Delta} \right) \frac{d}{d\Delta} + \left(V(\Delta) + \frac{2M^2}{\mathcal{J}} \right) \right\} \quad (11-5.6)$$

donde se ha reemplazado

$$\frac{1}{2\mathcal{J}} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \rightarrow \frac{(A - N_0)^2}{2\mathcal{J}} = \frac{2M^2}{\mathcal{J}}$$

con $M = \frac{A - N_0}{2} = n^2$ de pares fuera de capa cerrada.

Usando el modelo "cranking" es posible encontrar la expresión microscópica de los parámetros de masa e inercia B y \mathcal{J} .

$$B = \frac{1}{4} \left\{ \sum_{\nu > 0} \frac{1}{[(e_\nu - \lambda)^2 + \Delta^2]^{3/2}} - \mathcal{J}^2 \sum_{\nu > 0} \frac{1}{[(e_\nu - \lambda)^2 + \Delta^2]^{5/2}} \right\} \quad (11-5.7)$$

donde e_v es la energía de una partícula en el orbital v y λ es el multiplicador de Lagrange que fija el número de partículas en el tratamiento BCS.

$$\mathcal{F} = \Delta^2 \sum_{v>0} \frac{1}{[(e_v - \lambda)^2 + \Delta^2]^{3/2}} \quad (11-5.8)$$

Para $\Delta \rightarrow 0$ se tiene $\mathcal{F}(\Delta) \rightarrow 4\Delta^2 B$.

En la hipótesis de fluido irrotacional ($B = \text{cte}$; $\mathcal{F} = 4B\Delta^2$) es posible escribir el hamiltoniano colectivo en la variable Δ

$$\left\{ \frac{1}{2B} \frac{d^2}{d\Delta^2} - \frac{1}{2B\Delta} \frac{d}{d\Delta} + \frac{M^2}{2B\Delta^2} + V(\Delta) \right\} \varphi_{mM}(\Delta) = E_{mM} \varphi_{mM}(\Delta) \quad (11-5.9)$$

De manera análoga al caso hexadimensional es posible considerar estados con número de pares de nucleones fuera de capa cerrada (M) suficientemente grandes como para que el término centrífugo sea el dominante.

El sistema, para cada M , se estabiliza alrededor de $\Delta = \Delta_{eq}$ y es posible considerar excitaciones sobre estos estados; como fluctuaciones alrededor de Δ_{eq} .

La condición para Δ_{eq} surge de minimizar $T_{rot} + V(\Delta)$ con respecto a Δ .

$$\frac{d}{d\Delta} (T_{rot} + V(\Delta)) = \frac{d}{d\Delta} \left(\frac{M^2}{2B\Delta^2} + V(\Delta) \right) \stackrel{!}{=} 0 \quad (11-5.10)$$

Con lo cual, se deduce

$$\Delta_{eq}^4 = \frac{M^2}{2B V^{(1)}(\Delta_{eq})} \quad (11-5.11)$$

donde $V^{(n)}(\Delta) = \frac{d^n V(\Delta)}{d\Delta^{2n}}$

En el caso de un potencial armónico ($v = \frac{c}{2} \Delta^2$) queda:

$$\Delta_{eq}^2 = \frac{M}{\sqrt{Bc}} \quad ; \quad T_{rot} + V = \omega M$$

donde $\omega = \sqrt{\frac{c}{B}}$ es la frecuencia del oscilador armónico.

Para valores suficientemente grandes de M ; se tiene una banda "yrast" ($Y=M$) que es cuasirotacional en el sentido de que las estructuras intrínsecas (medidas por Δ_{eq}) de dos miembros consecutivos de la banda difieren sólo en términos del orden de $\frac{1}{Y}$.

En este caso, una excitación yrast se produce cuando se pasa del estado yrast $Y=M$ al estado $Y+1=M+1$. La energía de excitación es la frecuencia armónica ω .

La banda yrast es en este caso el conjunto de estados fundamentales de núcleos pares con capa cerrada en protones (neutrones) y M pares de neutrones (protones) fuera de capa.

Para potenciales cualesquieras; siendo el término centrífugo el dominante, la misma estructura cuasirotacional se mantiene, lo cual hace a este esquema apto para tratar anarmonicidades.

Para estudiar apartamientos de $\Delta = \Delta_{eq}$ se introduce la variable

$$x = b \ell m \Delta / \Delta_{eq} \quad (11-5.12)$$

donde $b \sim Y^{1/2}$ o menor

Es posible desarrollar H en potencias de Y y resulta

$$h_0(Y^0) = \frac{Y^2}{2B\Delta_e^2} + V(\Delta_e^2) + \omega_x (\eta_x + 1/2)$$

$$h_1(\bar{Y}^{-1/2}) = -2\omega_x \left(\frac{x}{b}\right) (\eta_x + 1/2) + \frac{4}{3} \frac{x^3}{b^3} \left[\frac{Y^2}{B\Delta_e^2} + 4\Delta_e^2 V^{(1)} + 6\Delta_e^4 V^{(2)} + \Delta_e^6 V^{(3)} \right] \quad (11-5.13)$$

$$h_2(\bar{Y}^1) = 2\omega_x \left(\frac{x^2}{b^2}\right) (\eta_x + 1/2) + \frac{1}{3} \frac{x^4}{b^4} \left[-\frac{5Y^2}{B\Delta_e^2} - 10\Delta_e^2 V^{(1)} + 2\Delta_e^4 V^{(2)} + 16\Delta_e^6 V^{(3)} + 2\Delta_e^8 V^{(4)} \right]$$

con

$$C_x = d^2/dx^2 [\bar{T}_{rot} + V] = \sqrt{\frac{2}{B\Delta_e^2}} \left\{ \frac{M^2}{B\Delta_e^2} + 2\Delta_e^2 V^{(1)} + 2\Delta_e^4 V^{(2)} \right\}^{1/2}$$

y $b^2 = C_x B\Delta_e^2$

Para un potencial armónico $V = \frac{c}{2} \Delta^2$

$$b = \sqrt{2Y} \quad ; \quad \omega_x = 2\omega \quad ; \quad \omega_y = \omega = \sqrt{\frac{c}{B}}$$

El elemento de volumen

$$dv = B\Delta \, d\Delta \, d\phi$$

admite un desarrollo análogo. Salvo constantes que implican una renormalización de la función de onda

$$dV = (t^{(0)} + t^{(1)} + t^{(2)}) dx d\phi = \left(1 + 2\frac{x}{b} + 2\frac{x^2}{b^2}\right) dx d\phi \quad (11-5.14)$$

Las excitaciones en x ; juegan un rol análogo a las vibraciones Δ en el caso hexadimensional. Los estados $|Mn_x\rangle$ son estados excitados del estado ν correspondientes, situados a una energía $n_x \omega_x$ del mismo. Para el caso de un potencial armónico donde $\omega_x = 2\omega$; el estado $|Mn_x=1\rangle$ corresponde a la vibración de apareamiento en un esquema bosónico.

$$\text{Si se redefine } h_1 = \alpha_1 x (n_x + 1/2) + \alpha_2 x^3$$

$$h_2 = \beta_1 x^2 (n_x + 1/2) + \beta_2 x^4$$

donde $\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2$ son funciones de Δ_e cuya definición surge de las fórmulas 11-5.13, es posible encontrar la corrección de la energía a segundo orden y resulta ser para el estado $|M_1 n_x=0\rangle$

$$\Delta E = \frac{1}{4} \left(\frac{2\alpha_1}{b} + \beta_1 \right) + \frac{3}{4} \left(\frac{2\alpha_2}{b} + \beta_2 \right) - \frac{1}{2\omega_x} \left(\frac{\alpha_1 + 3\alpha_2}{2} \right)^2 - \frac{\alpha_2^2}{4\omega_x} \quad (11-5.15)$$

De la misma forma que en el caso hexadimensional para la fuerza de apareamiento con $T=1$; el operador de transferencia de 2 nucleones es

$$P^\pm = \Delta e^{\pm 2i\phi}$$

El elemento de matriz para transiciones al orden más bajo

$$\langle M n_x || P^\pm || M' n'_x \rangle = \sum_{m_x, m'_x} \sum_{M, M'} \Delta e$$

y utilizando teoría de perturbaciones (ver apéndice 11) la corrección siguiente es

$$\begin{aligned} \delta \langle M n_x=0 || P^\pm || M' n'_x=0 \rangle = & -\frac{1}{2b^2} + \frac{1}{2b\omega_x} (\alpha_1 + 3\alpha_2) - \\ & \frac{1}{8\omega_x} \left\{ \frac{1}{2} (\alpha_1^2 + 6\alpha_1\alpha_2 + 9\alpha_2^2) + \frac{\alpha_2^2}{2} \right\} \end{aligned} \quad (11-5.16)$$

Para analizar las energías y probabilidades de transición para distintos potenciales es conveniente hacer una acotación sobre la naturaleza del mismo.

La única condición impuesta, en principio, para un potencial colectivo de apareamiento es que sea una función de las invariantes del sistema (Δ^2 en este caso); con lo cual

$$V(\Delta) = \sum_{m=0}^{\infty} c_m \Delta^{2m}$$

Si bien cualquier potencial modelístico admite un desarrollo de este tipo, no todos son aptos para que la imagen de la aproximación yrast siga siendo válida.

Para dos niveles de degeneración Ω separados por una distancia 2ε , el potencial de apareamiento

$$\begin{aligned} V(\Delta) &= \langle \check{O} | H_{SP} | \check{O} \rangle + \langle \check{O} | H_{pair} | \check{O} \rangle \\ &= 2\Omega\varepsilon \left\{ 1 - \frac{\varepsilon}{\sqrt{\varepsilon^2 + \Delta^2}} - \frac{\lambda}{2} \frac{\Delta^2}{\varepsilon^2 + \Delta^2} \right\} \end{aligned}$$

donde $\lambda = \frac{G\Omega}{\varepsilon} = \frac{G}{G_c}$ con G_c el valor de la constante de la fuerza de apareamiento para el cual el sistema pasa de ser normal a superconductor.

Este potencial $v(\Delta)/2\Omega\varepsilon$ para $\Delta/\varepsilon \rightarrow \infty$ toma el valor asintótico $1 - \frac{\lambda}{2}$; con lo cual las energías de los estados yrast (donde M debe ser un número grande) tiene un valor constante; mientras que la estructura intrínseca (medida por Δ_e) es del orden de M^2 como se deduce de la fórmula (II-5.11).

La imagen de una banda cuasirrotacional, producida por el término centrífugo de la energía cinética pierde toda validez.

Es necesario entonces, que para $\Delta \rightarrow \infty$; $V(\Delta) \rightarrow \infty$. Si el término dominante en el potencial viene dado por la mayor potencia en Δ^2 ; para un n arbitrario se tiene

$$V(\Delta) \propto \Delta^{2n}$$

y las energías de los estados de la banda yrast

$$E(M) = \frac{Y^2 (EM)^2}{2B\Delta_e^2} + V(\Delta_e) \cong C_n M^{\frac{2n}{n+1}}$$

Las energías de dichos estados por lo tanto, crecen linealmente para un oscilador armónico ($V(\Delta) = \frac{C}{2} \Delta^2$) y parabólicamente para una pared rígida ($n \rightarrow \infty$).

Cualquier otro comportamiento asintótico del potencial de un crecimiento intermedio. Para valores, no demasiado grandes de M , los otros términos del desarrollo del potencial influyen y el razonamiento no es más rigurosamente cierto.

La estructura intrínseca de cada estado, dada por Δ_e es

$$\Delta_e \propto M^{1/m+1}$$

con lo cual, varía en un factor $M^{\frac{2-m}{m+1}}$ menor (que va desde $M^{1/2}$ a M^{-1}) frente a la energía de excitación para pasar de un miembro a otro de la banda. En ese sentido los estados yrast forman una banda cuasirotacional.

El elemento de matriz de transferencia del operador P^+ de creación de un par de partículas, al orden más bajo, entre estados yrast

$$\langle M+1, 0 || P^+ || M, 0 \rangle = \Delta_e \propto M^{1/m+1}$$

con lo cual; dichos elementos de matriz tienen los comportamientos extremos de $\gamma^{1/2}$ (para el potencial armónico) hasta ser constantes para una pared rígida.

Es posible ver acá, más claramente quizás, que en el caso de la fuerza de apareamiento con $T=1$, como la tendencia en el comportamiento de energías y elementos de matriz de transferencia; se conserva ante variaciones en la forma detallada del potencial.

CAPITULO III. APLICACIONES

Sección III - 1. Introducción

Así como las reacciones de transferencia de una partícula son las indicadas para determinar la estructura de partícula independiente de los niveles nucleares; las reacciones de transferencia de dos partículas, en especial cuando están acopladas a momento angular cero, son específicas para determinar las correlaciones de apareamiento.

Este hecho es debido a que la sección eficaz para el caso de transferencia de un nucleón está determinada por la suma incoherente de las intensidades de cada orbital participante en la reacción y entonces es sensible a la magnitud de cada componente de partícula independiente en la función de onda total pero es insensible a las fases relativas de las diversas componentes.

Las reacciones con intercambio de un par de partículas están determinadas por la suma coherente de las contribuciones de todos los posibles pares de partículas. La intensidad de dicha reacción es muy sensible a las fases relativas de las distintas componentes de la función de onda nuclear y no da información sobre amplitudes absolutas.

Dado que la interacción residual de apareamiento es la responsable de que los estados fundamentales de los núcleos pares sean la suma coherente de pares de partículas acopladas a momento angular cero; la sección eficaz para la transferencia de dos partículas es la magnitud indicada para medir el grado en que la fuerza de apareamiento es determinante de la estructura nuclear.

La zona del Zr, Mo y Ru, ha sido elegida para comparar los resultados tanto de la aproximación *yrast* como de un modelo microscópico, con la experiencia. Tal como fue dicho en el Capítulo I es de esperar que el grado de libertad de isoespin juegue un rol importante en la zona.

Para el caso, en que sólo estén presentes partículas de un mismo tipo (neutrones en este caso) se ha tomado la región de los isótopos del Sn para la aplicación del formalismo colectivo.

Sección III - 2. Datos experimentales conocidos en la zona del Zr, Mo y Ru.

En esta zona, se conocen reacciones (p,t) ^{19,20,21} y (t,p) ²² en algunos casos. En la figura 11 se muestran los niveles 0⁺ conocidos así como las intensidades relativas experimentales para dichas transferencias.

Los núcleos ⁹⁰Zr, ⁹²Mo y ⁹⁴Ru llenan con N=50 la capa 1g_{9/2}. Las reacciones de transferencia de un neutrón ²³ indican que para esta zona, más allá de N=50, los neutrones que se agregan ocupan esencialmente el orbital 2d_{5/2}. Se espera un salto considerable de energía entre dicho orbital y el siguiente, el 2s_{1/2} (ref. ²⁴). Es posible suponer, en consecuencia, que la configuración dominante del nivel fundamental de los isótopos más pesados, así como de los primeros estados 0⁺ excitados sea (2 d_{5/2})_{J=0}ⁿ.

Conocidas las configuraciones simples mencionadas es posible calcular la sección eficaz (p,t) en cada caso mediante la aproximación de Born de ondas distorsionadas (DWBA). El formalismo DWBA ha sido largamente discutido en la literatura ²⁵ y se han elaborado en base al mismo diversos códigos de computadora (JULIE, TWOPAR, etc.).

La expresión general que relaciona la sección eficaz experimental de extracción de dos nucleones con la salida de un código de computación, por ejemplo el código JULIE es:

$$Q_j^{exp}(\theta) = \mathcal{E} \left\{ \frac{2\pi \alpha^2(s)}{2S+1} \right\} C^2 D_0^2 \left| \sum_{j_1 j_2} B(j_1 j_2; J) \beta_{DWBA}(j_1 j_2 J, \theta) \right|^2 \quad (III-2.1)$$

donde $\beta(j_1 j_2 J, \theta)$ representa la amplitud de transición calculada mediante el código JULIE, para la transferencia de un par de partículas acopladas a momento angular J. El símbolo $B(j_1 j_2 J)$ representa la amplitud espectroscópica de dos partículas y se define como la probabilidad de que las funciones iniciales y finales difieran sólo en un determinado par de partículas acopladas a J, multiplicado por el número total de pares disponibles de dicha clase de partículas.

Para una única capa j involucrada y en el esquema j-j;

$$B(j^2, J) = \sqrt{\frac{m(m-1)}{2}} \langle j^{m-2}(J_F) j^2(J) || j^m(J_i) \rangle \quad (III-2.2)$$

donde lo que está entre paréntesis es el coeficiente de parentesco fraccional de dos partículas.

Los restantes coeficientes de III-2.1 sólo afectan la normalización absoluta. El factor C^2 es el cuadrado del coeficiente de acoplamiento de isospin y D_0^2 es la normalización que proviene de hacer la aproximación de rango cero; $va^2(S)$ es equivalente a un factor espectroscópico para el par transferido. Para las reacciones (p,t) se supone que el par de neutrones en el tritio están en un estado $S=0$ puro y por lo tanto $va^2(S)=1$ y la cantidad entre llaves en la ecuación III-2.1 se reduce a un factor 2.

Finalmente, se introduce una cantidad \mathcal{E} , llamada factor de intensidad ("enhancement factor"). Este factor reemplaza al factor espectroscópico en la expresión similar para la transferencia de un sólo nucleón y difiere del mismo en que aparece afuera de la suma sobre los orbitales que participan. Dicha cantidad \mathcal{E} se puede usar para comparar las intensidades experimentales con aquellas calculadas usando distintas hipótesis sobre las funciones de onda nucleares involucradas. El desacuerdo entre teoría y experimento queda entonces indicado por el apartamiento del factor \mathcal{E} de la unidad. Más aún se puede decir que el producto $EB^2(j_1j_2J)$ da una medida de la intensidad de las transiciones experimentales, esencialmente independientes de las suposiciones sobre las configuraciones involucradas y corregidas por los así llamados efectos del Q de la reacción, ligados a la dinámica de la misma.

En la tabla 2, se muestran los factores de intensidad \mathcal{E} , para los diversos isótopos conocidos del Zr, Mo y Ru. Estos fueron calculados usando los parámetros ópticos que figuran en la tabla 3. El valor de D_0^2 se tomó igual a 22. Si bien este valor está dentro de los límites sugeridos por experiencias anteriores en la zona, no deja de ser arbitrario y por lo tanto los factores de intensidad relativos tienen mayor significación. En dicha tabla 2, se muestran también la única configuración simple de partícula independiente involucrada en cada caso.

Para los isótopos del Zr, como se dijo anteriormente la clausura de capa en $N=50$, correspondiente al ^{90}Zr es bastante buena. Por lo tanto el factor de

intensidad de 10 observado para la transición $^{90}\text{Zr}(p,t)^{88}\text{Zr}$ no puede ser explicado por una configuración tan simple como un par de agujeros $(g_{9/2})^{-2}$ en el ^{90}Zr . Este E=10 habla de una estructura muy coherente para el ^{88}Zr con componentes significativas de los orbitales $(2p_{1/2})^{-2}$ y $(2p_{3/2})^{-2}$.

Para los isótopos más pesados del Zr, el modelo más simple es suponer que los neutrones adicionales van llenando el orbital $2d_{5/2}$. Es interesante notar que el cuadrado de la amplitud espectroscópica $B^2(j_1 j_2 J)$ introduce un cociente de 1.0: 1.33: 1.0 para las reacciones $^{92,94,96}\text{Zr}$, que es muy parecido al experimental (1: 1.4: 1.2).

Examinando los valores de E de la tabla 1 se puede ver que (la dependencia con Q) de los cálculos DWBA produce desviaciones de los factores de intensidad del 10% del valor promedio. Más aún los E son significativamente mayores que la unidad, indicando, por ende que la configuración $(d_{5/2})^2$ no puede dar cuenta completamente de las intensidades observadas. Además estos factores de intensidad para los estados fundamentales aumentan con A indicando una mayor participación de otros orbitales a medida que se agregan neutrones.

Todos los isótopos del Zr presentan un nivel 0^+ alrededor de 1.5 MeV que se excita muy debilmente por (p,t). Cálculos realizados por Ball y Baht , que se mencionan en la ref. ²²⁾ indican que dichos estados se deben principalmente a la capa no cerrada de protones en Z=40. Se deben a la configuración

$$a(\pi p_{1/2})^2_{J=0} (\pi g_{9/2})^{n-2}_{J=0} - b(\pi g_{9/2})^n_{J=0}$$

ortogonal al estado fundamental. Contienen, según dichos cálculos, mezclas de configuraciones de neutrones que permiten la excitación vía reacciones (p,t).

Los estados 0^+ observados por encima de 4 MeV, corresponden sólo al ^{90}Zr y los factores de intensidad correspondientes indican que la configuración simple más lógica (extraer un par de la capa llena $g_{9/2}$) no ajusta la experiencia.

Para los Mo, la reacción $^{92}\text{Mo}(p,t)^{90}\text{Mo}$ tiene un E=7.0; que es menor que el factor 10.0 obtenido para una transición similar desde el ^{90}Zr y además no se han visto 0^+ excitados.

Análogamente, que en los Zr, se observa en el ^{92}Mo un nivel 0^+ (2.515 MeV) que resulta débilmente poblado en (p,t) y para el cual cabría la misma interpretación que en el caso previo. En el ^{94}Mo , con $N=52$, no se observa un 0^+ de baja energía y poco intenso, lo cual sugeriría que la configuración de protones en el ^{94}Mo y el ^{96}Mo es notablemente parecida. Existe, sin embargo en el ^{94}Mo un nivel a 2.070 MeV al cual reacciones del tipo $^{93}\text{Nb}(^3\text{He},d)$ ²⁶⁾ y $^{94}\text{Mo}(p,p')$ ²⁷⁾ identificaron provisoriamente como 0^+ . Las reacciones (p,t) muestran para dicho estado una distribución angular que favorece una asignación 2^+ , pero es posible pensar que una degeneración accidental de energías entre dicho 2^+ y un probable 0^+ que no se vería por su cercanía al anterior.

En cuanto a los 0^+ de mayor excitación en el ^{92}Mo existe el de 3.84 MeV (que tendría la misma estructura que el 4.125 en el ^{90}Zr) y que corresponde a la remoción de par de neutrones de la capa llena $N=50$.

En el ^{94}Ru aparece también un estado débilmente excitado (3% de la intensidad al fundamental) que a 2.995 MeV. El nivel (en realidad un doblete) a 3.77 MeV se lleva la mayor parte de la intensidad (p,t) a los estados excitados aunque es del 20% de la intensidad al fundamental, mientras que su análogo en el ^{90}Zr se puebla con el 30%. Este hecho sugeriría que el efecto de agregar protones en el orbital $g_{9/2}$ disminuye la posibilidad de extraer un par de neutrones de $N=50$ para llegar a un estado excitado.

El factor de intensidad $E=1.3$ para la transición $^{96}\text{Ru}(p,t)^{94}\text{Ru}$ al fundamental sigue la tendencia de que los E decrecen a medida que aumenta el número de protones para los núcleos con $N=50$ (es 1.6 y 1.5 para las reacciones $^{92}\text{Zr}(p,t)^{90}\text{Zr}$ y $^{94}\text{Mo}(p,t)^{92}\text{Mo}$ respectivamente).

Todos los datos experimentales muestran, en esta zona, que una única configuración resulta insuficiente para dar cuenta de las intensidades observadas y además que las correlaciones entre neutrones y protones deberían jugar algún papel.

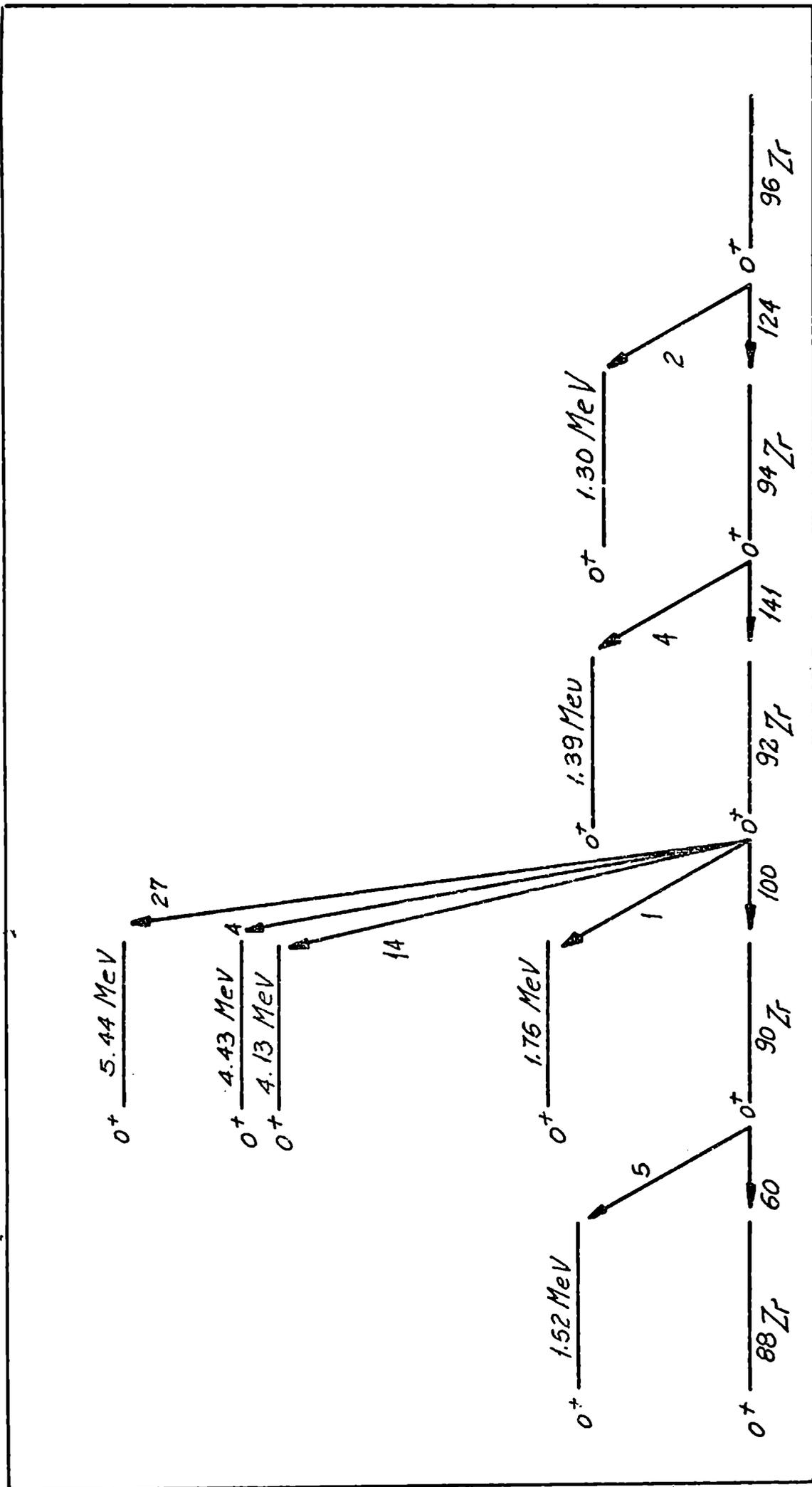


Figura 11-a: Estados 0^+ conocidos e intensidades (t,p) relativas en los Zr.

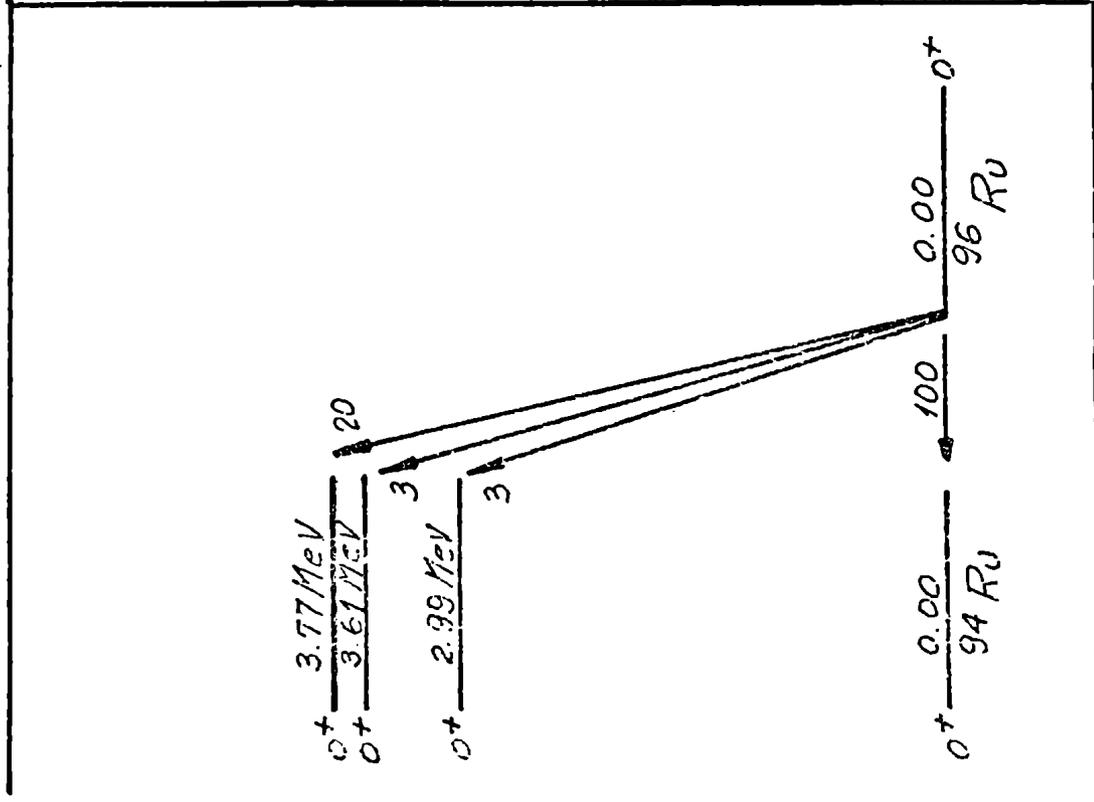


Figura 11-b: Estados 0^+ conocidos e intensidades (t,p) relativas en isótopos del Ru.

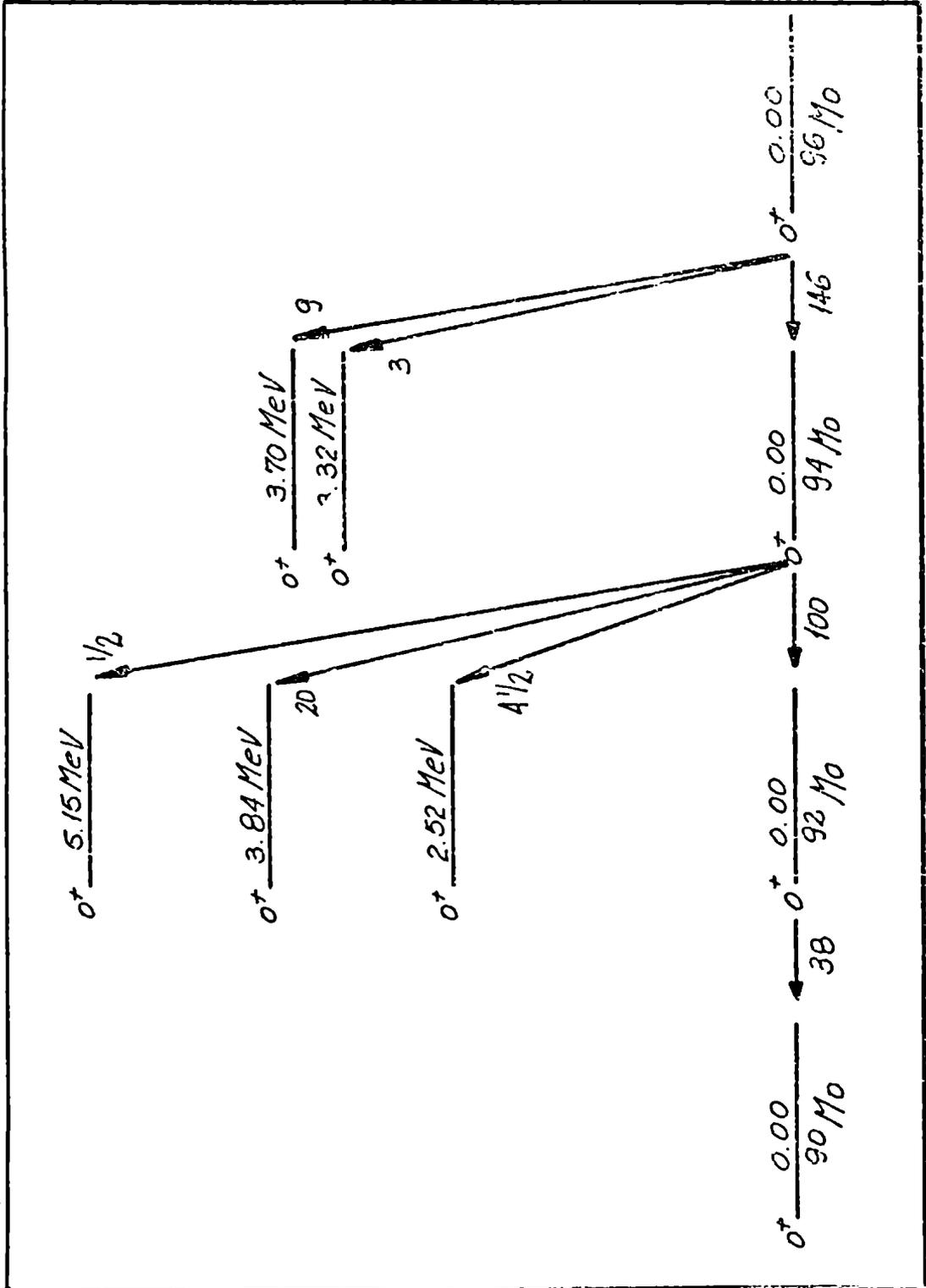


Figura 11-c: Estados 0^+ conocidos e intensidades (t,p) relativas en isótopos del Mo.

Tabla 2: Factores de intensidad para diversas transiciones (pt), calculados para una única configuración del par transferido. Los parámetros ópticos usados son los de la tabla 3. Todos los niveles son 0^+ . Las partículas transferidas están acopladas a $J=0$.

Núcleo Residual	Energía (MeV)	Transición Supuesta	E
^{88}Zr	0.00	$(g_{9/2})^{10} \rightarrow (g_{9/2})^8$	10.0
	1.52	$(g_{9/2})^{10} \rightarrow (g_{9/2})^8$	0.9
	2.22	$(g_{9/2})^{10} \rightarrow (g_{9/2})^8$	1.1
^{90}Zr	0.00	$(d_{5/2})^2 \rightarrow (d_{5/2})^0$	1.6
	1.76	$(d_{5/2})^2 \rightarrow (d_{5/2})^0$	0.02
	4.12	$(g_{9/2})^{10} \rightarrow (g_{9/2})^8$	2.2
	4.43	$(g_{9/2})^{10} \rightarrow (g_{9/2})^8$	0.6
^{92}Zr	5.44	$(g_{9/2})^{10} \rightarrow (g_{9/2})^8$	4.3
	0.00	$(d_{5/2})^4 \rightarrow (d_{5/2})^2$	1.7
	1.39	$(d_{5/2})^4 \rightarrow (d_{5/2})^2$	0.05
^{94}Zr	0.00	$(d_{5/2})^6 \rightarrow (d_{5/2})^4$	2.0
	1.29	$(d_{5/2})^6 \rightarrow (d_{5/2})^4$	0.1
^{90}Mo	0.00	$(g_{9/2})^{10} \rightarrow (g_{9/2})^8$	7.0
^{92}Mo	0.00	$(d_{5/2})^2 \rightarrow (d_{5/2})^0$	1.5
	2.52	$(d_{5/2})^2 \rightarrow (d_{5/2})^0$	0.07
	3.84	$(g_{9/2})^{10} \rightarrow (g_{9/2})^8$	3.5
	5.15	$(g_{9/2})^{10} \rightarrow (g_{9/2})^8$	0.25
^{94}Mo	0.00	$(d_{5/2})^4 \rightarrow (d_{5/2})^2$	1.8
	3.32	$(g_{9/2})^{10} \rightarrow (g_{9/2})^8$	0.75
	3.70	$(g_{9/2})^{10} \rightarrow (g_{9/2})^8$	2.0
^{94}Ru	0.00	$(d_{5/2})^2 \rightarrow (d_{5/2})^0$	1.3
	2.99	$(d_{5/2})^2 \rightarrow (d_{5/2})^0$	0.04
		$(g_{9/2})^{10} \rightarrow (g_{9/2})^8$	0.4
	3.62	$(g_{9/2})^{10} \rightarrow (g_{9/2})^8$	0.5
	3.77	$(g_{9/2})^{10} \rightarrow (g_{9/2})^8$	3.0

Tabla 3: Parámetros ópticos usados en los cálculos DWBA. La notación corresponde a la usada por Satchler (ver G.R.Satchler, Nucl.Phys.A92(1967),273).

	Tritones	P r o t o n e s		
		$^{96}\text{Ru}(\text{pt})$	$^{92,94,96}\text{Mo}(\text{pt})$	$^{90,92,94,96}\text{Zr}(\text{pt})$
V	170.1	54.7	54.7, 55.1, 55.5	53.9, 54.3, 54.7, 55.1
r_o	1.15	1.12	1.12	1.2
a	0.739	0.78	0.78	0.78
W	19.0	4.14	4.14	5.66
W_D	0.0	5.02	5.08, 5.30, 5.53	3.63, 3.86, 4.09, 4.30
r'_o	1.515	1.32	1.32	1.32
a'	0.758	0.57	0.57, 0.58, 0.60	0.588, 0.601, 0.614, 0.627
V_s	0.0	6.2	6.2	6.2
r_s	0.0	0.98	0.98	0.98
a_s	0.0	0.75	0.75	0.75
r_c	1.4	1.2	1.2	1.2
$\lambda = 25$				

Sección III - 3. Resultados obtenidos diagonalizando exactamente el Hamiltoniano de apareamiento.

De acuerdo a lo visto en la sección II-5, es posible caracterizar los estados nucleares, especificando el número de nucleones acoplados a $J=0$ y $T=1$ en cada capa j y el isoespín total T del conjunto.

Para la zona del Zr, Mo y Ru que involucra núcleos con $88 \leq A \leq 96$, se han considerado en una primera etapa, tres capas: la $2p_{1/2}$, $1g_{9/2}$ y la $2d_{5/2}$, en las cuales se mueven $(A-76)/2$ pares de partículas.

En la base $|N_1 N_2 (T_1 T_2) T_{12}, N_3 T_3, T T_z\rangle$ se ha diagonalizado el hamiltoniano de apareamiento. La dimensión de las matrices involucradas oscila entre 20 y 60. Los parámetros libres del cálculo son las dos energías de partícula independiente $d_1 = \epsilon_{2d_{5/2}} - \epsilon_{1g_{9/2}}$; $d_2 = \epsilon_{1g_{9/2}} - \epsilon_{2p_{1/2}}$ y la intensidad G de la fuerza de apareamiento.

Sin llegar a hacer una minimización exhaustiva de los datos obtenidos, se hicieron diversas diagonalizaciones que permitieron con ajuste razonable de las energías de los estados 0^+ excitados en la zona con el requerimiento de que los valores de las energías de partícula independiente fuesen consistentes con la sistemática de la región.

Los valores finales adoptados son:

$$d_1 = \epsilon_{2d_{5/2}} - \epsilon_{1g_{9/2}} = 3.0 \text{ MeV} \quad ; \quad d_2 = \epsilon_{1g_{9/2}} - \epsilon_{2p_{1/2}} = 0.6 \text{ MeV}$$

Para describir núcleos con $N=56$, así como estados altamente excitados, sería necesaria la inclusión de un cuarto nivel de partícula para considerar excitaciones de neutrones por encima de la $2d_{5/2}$.

Evidencias experimentales antes mencionadas ²⁴⁾ indican la existencia de un nivel $3s_{1/2}$ a una distancia de 1.5 MeV por encima del $2d_{5/2}$.

La inclusión de un cuarto nivel, provoca un aumento considerable en la dimensión de las matrices a diagonalizar con la consecuencia de un aumento en el tiempo de computación.

Este último hecho, descartó la posibilidad de introducir la distancia $d_3 = \epsilon_{3s_{1/2}} - \epsilon_{1g_{9/2}}$, como parámetro libre y el tratar de variarlo para reproducir los datos experimentales.

El criterio adoptado fue el de tomar $\epsilon 3s_{1/2} - \epsilon 2d_{5/2} = 1$ MeV, lo que constituye una cota mínima para la energía de dicho nivel si se quiere ser consistente con la sistemática la zona. Los resultados obtenidos con esta elección de la energía del $3s_{1/2}$, se comparan constantemente en toda la discusión siguiente, con los obtenidos para tres niveles (que equivale a tomar $\epsilon 3s_{1/2} - \epsilon 2d_{5/2} = \infty$). De esta manera, los resultados que pudieran obtenerse de una minimización respecto a la energía del $3s_{1/2}$ quedan acotados entres estos dos casos.

En las figuras 13, se representan las energías de los primeros 0^+ excitados en la zona del Zr, Mo y Ru, como función de la fuerza G de apareamiento.

El mejor ajuste de las energías con los datos experimentales se produce para

$$G \approx 30/A$$

Este valor corresponde a la zona transicional entre normal y superconductora.

La interpretación de los resultados que se muestran en las figuras 13, resulta más sencilla si se considera lo que ocurre para $G \ll G_c$, donde G_c es el valor de la fuerza G para el cual se produce la transición de fase.

En el caso $G \ll G_c$, las excitaciones colectivas asociadas con el apareamiento tienen un espectro armónico. En este esquema, la aproximación de fases al azar (RPA) permite escribir los estados de la base en función de osciladores tridimensionales desacoplados ¹³⁾.

Para el caso de cuatro niveles ($2p_{1/2}$, $1g_{9/2}$, $2d_{5/2}$ y $3s_{1/2}$) y colocando el nivel de Fermi entre $1g_{9/2}$ y $2d_{5/2}$; las funciones de onda pueden escribirse como

$$|(n_x t_x, n'_x t'_x) T'_x; (n_a t_a, n'_a t'_a) T'_a; T \rangle$$

Donde n_a es el número de fonones adiabáticos de adición y t_a es isospín al cual están acoplados, n'_a es el número de fonones no adiabáticos de adición y t'_a el isospín correspondiente. Los llamados fonones adiabáticos y no adiabáticos están asociados respectivamente a las raíces colectivas y no colectivas de la relación de dispersión en la RPA ³⁰⁾. El primer tipo de fonón tiene una amplitud

delantera que corresponde a combinaciones de pares de partícula en la $(2d_{5/2})^2$ y la $(3s_{1/2})^2$ que están en fase con respecto al proceso de transferencia de dos nucleones. El fonón no adiabático, por otro lado, corresponde a una combinación incoherente, de pares $(2d_{5/2})^2$ y $(3s_{1/2})^2$. Un análisis equivalente vale para los fonones de remoción.

El vacío de los operadores de creación de fonones de apareamiento, corresponde a un núcleo doblemente mágico con $N=Z$. En este caso es el estado fundamental del ^{100}Sn .

En la figura 14 se representan, en una escala arbitraria, los estados estudiados en su interpretación armónica.

En ese esquema, los núcleos ^{94}Ru , ^{92}Mo , ^{90}Zr , forman la rama de remoción del ^{100}Sn , que se construye agregando al vacío bosónico fonones de remoción adiabáticos acoplados al máximo isospin posible. Los isótopos más pesados de dichos núcleos, resultan de agregar fonones adiabáticos de adición, mientras que los isótopos de menor masa, resultan de agregar fonones adiabáticos de remoción, acoplados a unidades decrecientes de isospin.

Los estados excitados se pueden construir reemplazando fonones adiabáticos (de remoción y/o adición) por sus equivalentes no adiabáticos. También, el agregar, un par de fonones, uno de adición y otro de remoción, el fundamental correspondiente, permite obtener niveles excitados. El balance energético de los fonones involucrados determina la secuencia de los estados excitados.

En la figura 13, antes citada, se dan también las funciones de onda para el límite armónico de los diversos estados. A medida que crece la intensidad de las fuerzas de apareamiento, la interpretación anterior deja de ser válida, los estados se mezclan entre sí y para $G \gg G_c$ el espectro se hace rotacional, como se discute en la ref. 13).

Las transiciones (p,t) entre estados fundamentales son (para $G \ll G_c$):

$$|(m_x t_x, 00) t_x, (m_a t_a, 00) t_a; T\rangle \rightarrow |(m_x t_x, 00) t_x, (m_x-1 t_x-1, 00) t_x-1; T-1\rangle$$

La transferencia de un par de nucleones al primer estado excitado implica cambiar entre las siguientes configuraciones

$$|(m_x t_x, 00) t_x, (m_a t_a, 00) t_a; T\rangle \rightarrow |(m_x-1, t_x-1, 11) t_x, (m_a-1, t_a-1, 00) t_a-1; T-1\rangle$$

El primer caso implica la destrucción de un fonón adiabático y el segundo involucra un cambio de tres fonones; que es cero en el límite armónico. Por lo tanto para G del orden de G_c , tiene elementos de matriz pequeños respecto a los correspondientes del estado fundamental.

El otro tipo de excitaciones, tiene dos fonones (uno de remoción y otro de adición adiabáticos) por encima del fundamental.

Las transiciones (t, p) a dichos estados implican el cambio entre las siguientes configuraciones.

$$|(m_x t_x, 00) t_x, (m_a t_a, 00) t_a; T\rangle \rightarrow |(m_x+1, t'_x, 00) t'_x, (m_a t'_a, 00) t'_a; T-1\rangle$$

que es la creación de un fonón de remoción y por lo tanto un proceso del mismo orden que la aniquilación de un fonón de adición.

Como se dijo anteriormente, los estados que se usaron para diagonalizar exactamente el Hamiltoniano de apareamiento son:

$$|N_1 T_1, N_2 T_2; T_{12}; N_3 T_3, N_4 T_4; T_{34}; T\rangle$$

donde en este caso

$$N_1 = \text{número de pares en la } (p_{1/2})$$

$$N_2 = \text{" " " " " } (g_{9/2})$$

$$N_3 = \text{" " " " " } (d_{5/2})$$

$$N_4 = \text{" " " " " } (3s_{1/2})$$

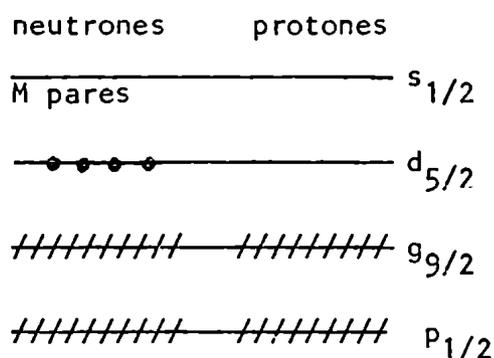
con T_1, T_2, T_3, T_4 isospines a los cuales se acoplan N_1, N_2, N_3, N_4 respectivamente y T_{12} el acoplamiento entre T_1 y T_2 y T_{34} entre T_3 y T_4 .

Para ver la estructura, en neutrones y protones, que es dominante, es conveniente analizar el peso relativo con que intervienen los estados de la base en la función de onda total, para $G \approx G_c$.

La componente principal de la función de onda en los isótopos del Zr por ejemplo es:

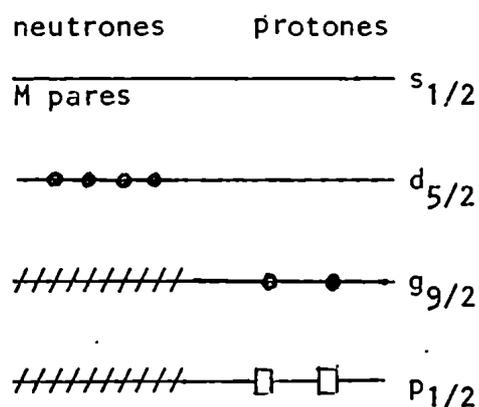
a) estado fundamental $|(20,55)5, (MM,00)M 5+M\rangle$ donde $M = \frac{A-90}{2}$ $A \geq 90$.

Considerando que en los Zr de $A \geq 90$, $Z=40$ y $N=50+2M$, la estructura en neutrones y protones para este estado es



Por lo tanto, para $G \ll G_c$ las transiciones entre estados fundamentales se producen esencialmente por la transferencia de un par de neutrones de la $d_{5/2}$.

b) primer estado excitado: es de la forma $|(11,64)5, NN, 5+N\rangle$ y corresponde a una configuración

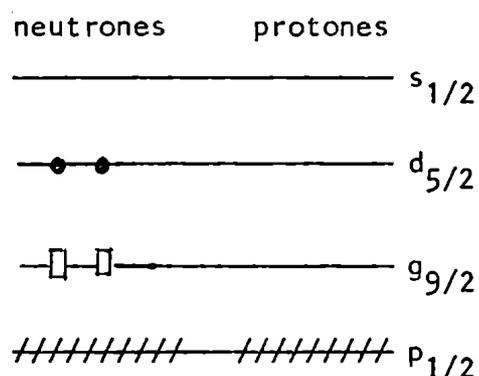


Estos estados excitados se construyen por la excitación de un par de protones de la $p_{1/2}$ a la $g_{9/2}$ con la consiguiente reducción en una unidad del isospin en la capa $g_{9/2}$.

Para $G \approx 30/A$ están a una energía del orden de 1.5 MeV en concordancia con los resultados experimentales conocidos. Por otra parte, el hecho de ser estados con excitaciones de protones, hace que se pueblen débilmente en reacciones (p,t) o (t,p) desde el fundamental vecino, porque lo que contribuye a la intensidad de

la transferencia, son las pequeñas mezclas de excitaciones de neutrones.

c) tipo de estado excitado: para el ^{90}Zr , por ejemplo, la función de onda es para el estado de 4.13 MeV es: $|(20,44)4,(11,00)1,5\rangle$ que corresponde a:



Las reacciones (pt) o (t,p) a este estado involucran para $G \ll G_c$ la transferencia de un par de neutrones de la $g_{9/2}$ y por lo tanto tienen una intensidad apreciable respecto a la del estado fundamental.

De lo dicho anteriormente, se deduce que el rol del nivel $3s_{1/2}$ no es significativo para la interpretación y resultados obtenidos. En la figura 13 se representan los resultados obtenidos usando cuatro niveles de partícula independiente, dado que los correspondientes a tres niveles resultan prácticamente coincidentes con los anteriores. Los estados que no aparecen en tres niveles, son los correspondientes a la intervención del fonón no adiabático de adición, imposible de construir en este último caso.

En las tablas 4 y 5 se dan las energías y amplitudes espectroscópicas respectivamente utilizando tres y cuatro niveles de partícula independiente para $G=30/A$.

Las energías calculadas reproducen en la mayoría de los casos los valores experimentales dentro de los 100 a 200 keV. La discrepancia en el caso del nivel de 3.32 MeV en el ^{94}Mo , puede deberse a que tal como fue discutido en la página y en la ref.²⁰⁾ el primer nivel 0^+ esté posiblemente a 2.1 MeV que está en buen acuerdo con los resultados teóricos.

Las amplitudes espectroscópicas correspondientes a los estados fundamentales están en fase entre sí, y por lo tanto producirán un incremento de la sección

eficaz comparada a la predicción de un modelo de capas sin correlaciones de apareamiento. El nivel $3s_{1/2}$ aumenta la coherencia, por permitir un mayor número de correlaciones y como era previsible, su importancia es mayor a medida que el número de neutrones N se acerca a $N=56$ (donde se llena la $2d_{5/2}$).

Los primeros estados excitados tienen amplitudes espectroscópicas pequeñas e incoherentes, lo que produce secciones eficaces mucho menores que las del fundamental.

El estado de dos fonones, por encima del fundamental, aparece a menor energía en los núcleos ^{90}Zr , ^{92}Mo y ^{94}Ru , que como se ha dicho previamente, forman parte de la banda principal de remoción construida a partir del ^{100}Sn . Este hecho es consistente con los resultados experimentales pues no se han observado estados 0^+ con intensidad apreciable por encima de 3.5 MeV salvo en los núcleos citados. Las amplitudes espectroscópicas dan un predominio de la transferencia de un par de partículas en el orbital $g_{9/2}$ con contribuciones coherentes del resto.

El cálculo de las secciones eficaces se realizó utilizando el código KUNZ ³¹⁾ de ondas distorsionadas. Los parámetros ópticos son los que figuran en la tabla 3. Los resultados se comparan con los factores de intensidad (E) obtenidos para una única configuración de partícula independiente en la tabla 6.

El acuerdo con la experiencia está dado por $E=1$. Factores $E>1$ implican que el resultado del modelo subestima la sección eficaz medida.

En las transiciones entre estados fundamentales, las correlaciones de apareamiento para cuatro núcleos de partícula independiente, producen en la mayoría de los casos, una ligera sobreestimación de la intensidad medida. Los resultados con tres niveles de partícula independiente, tienen en general, la tendencia opuesta.

Las transiciones a los estados de dos fonones adiabáticos sobre el fundamental, mejoran, en los casos conocidos, sensiblemente respecto a la predicción de una única configuración de partícula involucrada en la transferencia.

Las transiciones a los primeros 0^+ excitados, que como se ha visto, están relacionadas con excitaciones de protones, dan en ambos casos (para tres y

cuatro niveles) un factor aproximadamente 100 veces menor que lo medido experimentalmente. Desde el punto de vista del modelo, era esperable, que la sección eficaz fuese pequeña dado que estas transiciones están prohibidas en el límite armónico y rotacional. Sin embargo, aunque experimentalmente tienen una intensidad, entre el 2 y el 5 % del fundamental, las correcciones de apareamiento no alcanzan a producir la coherencia necesaria. Esto se ve, de la tabla 6, donde se dan las amplitudes espectroscópicas que resultan, en el mejor de los casos, un factor 10 menor que las correspondientes al fundamental.

De lo dicho, se desprende que la interacción de apareamiento monopolar entre estados con senioridad de capa cero resulta insuficiente para explicar la intensidad observada a esos estados.

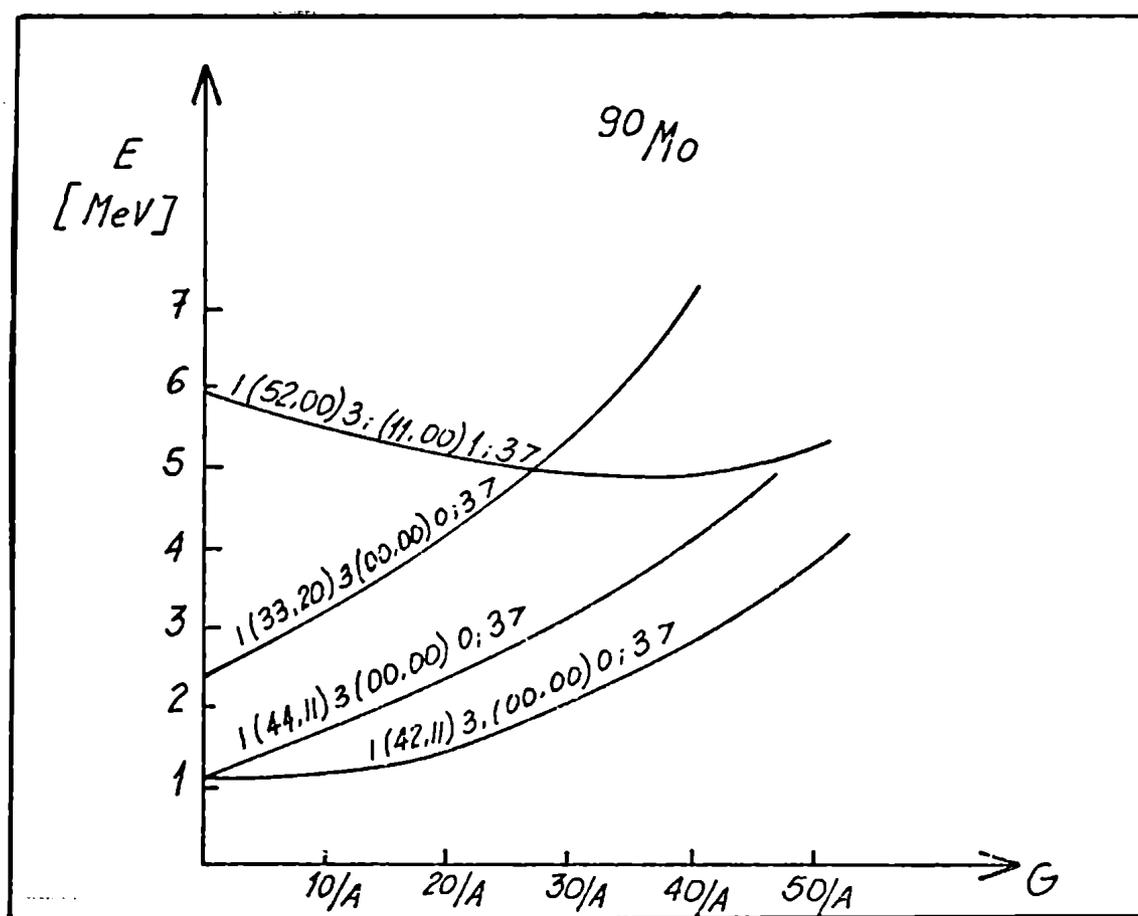


Figura 13: Energías de los primeros 0^+ excitados en isótopos del Zr, Mo y Ru como función de la intensidad G de la fuerza de apareamiento. Se dan las funciones de onda $|(n_r t_r, n_t t_t) T_t^+; (n_a t_a, n_t a_t) T_a; T\rangle$ para el límite $G \ll G_c$.

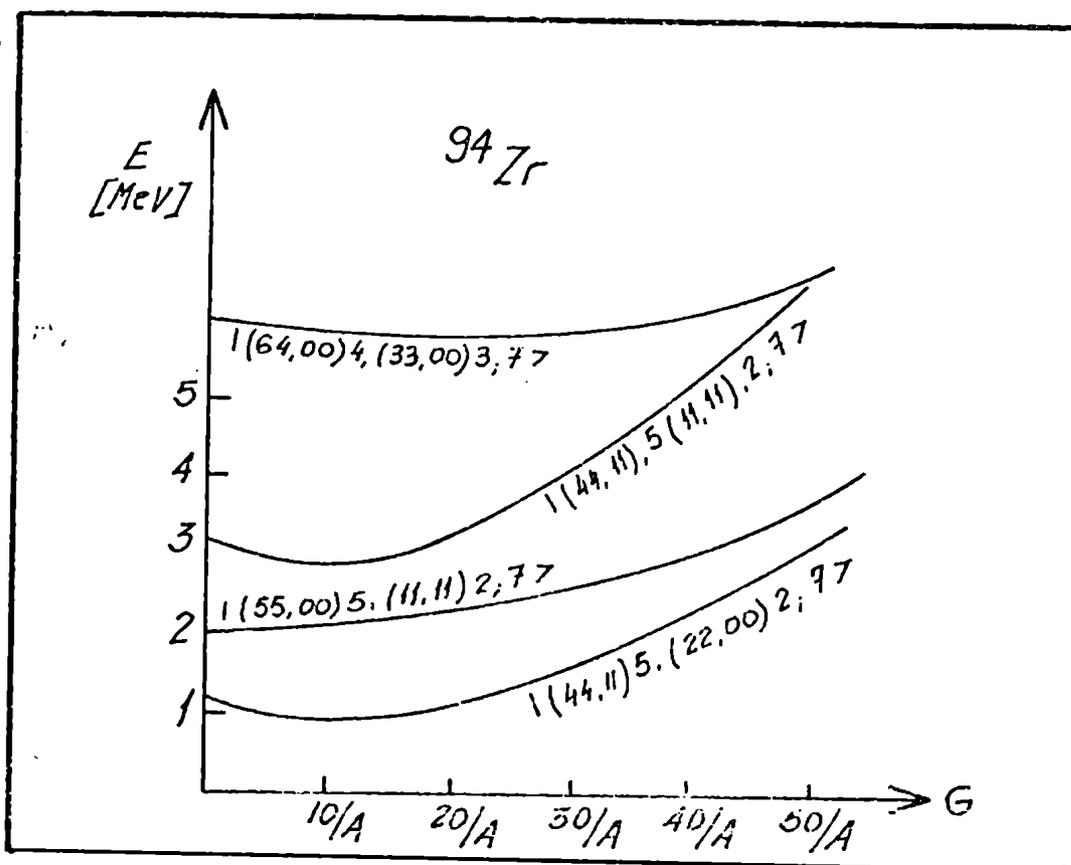
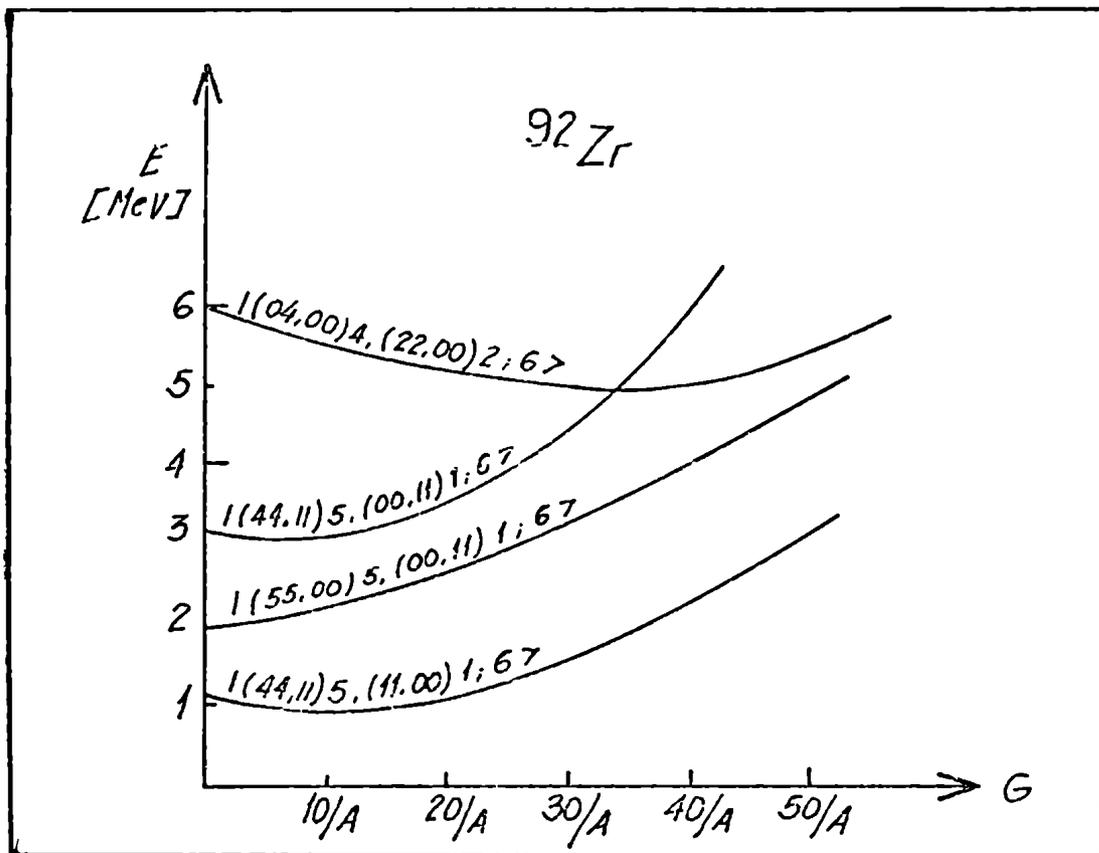


Figura 13: (continuación).

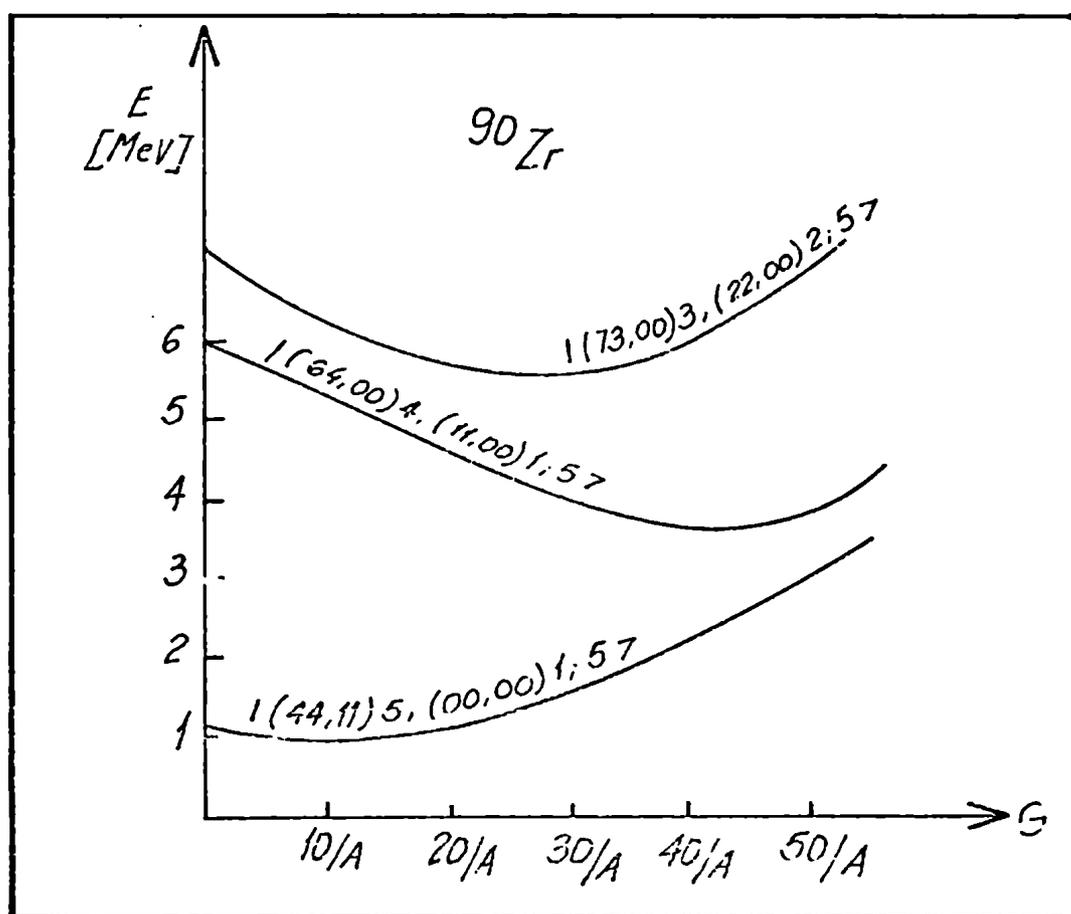
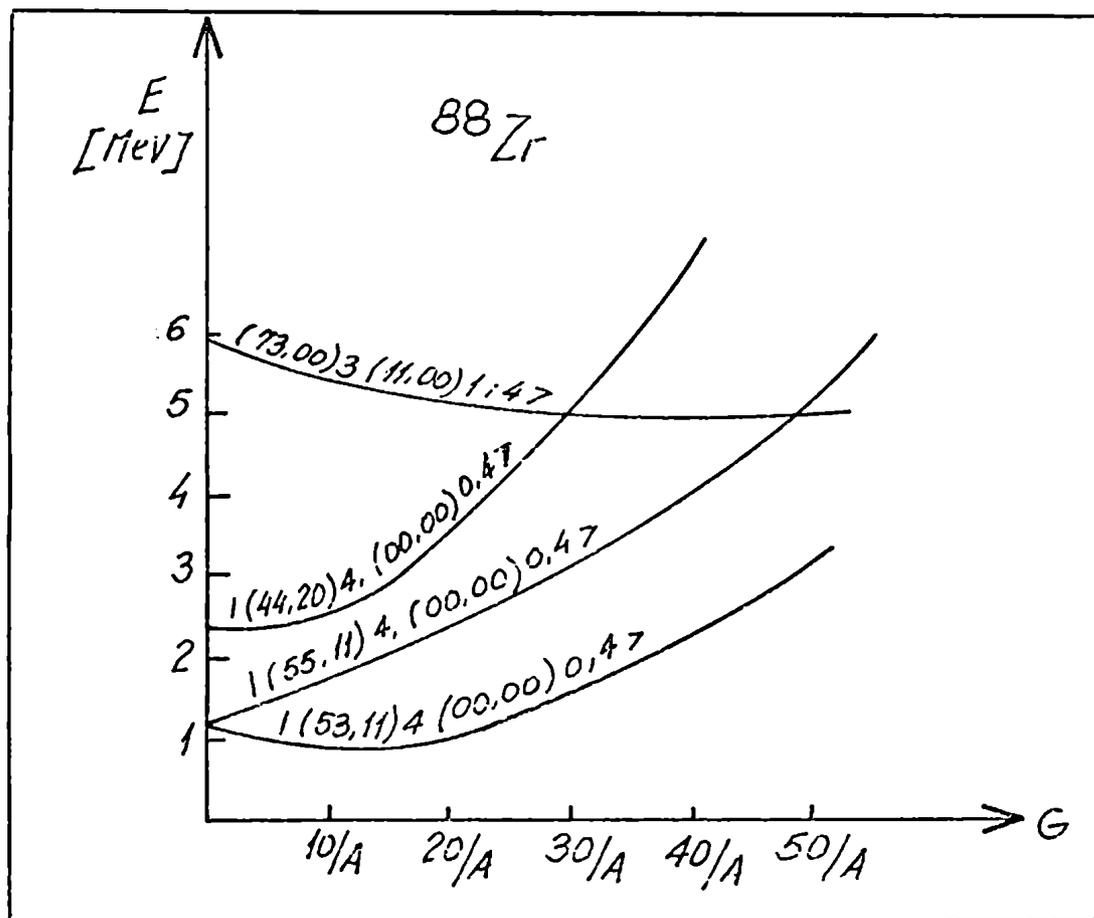


Figura 13: (continuación).

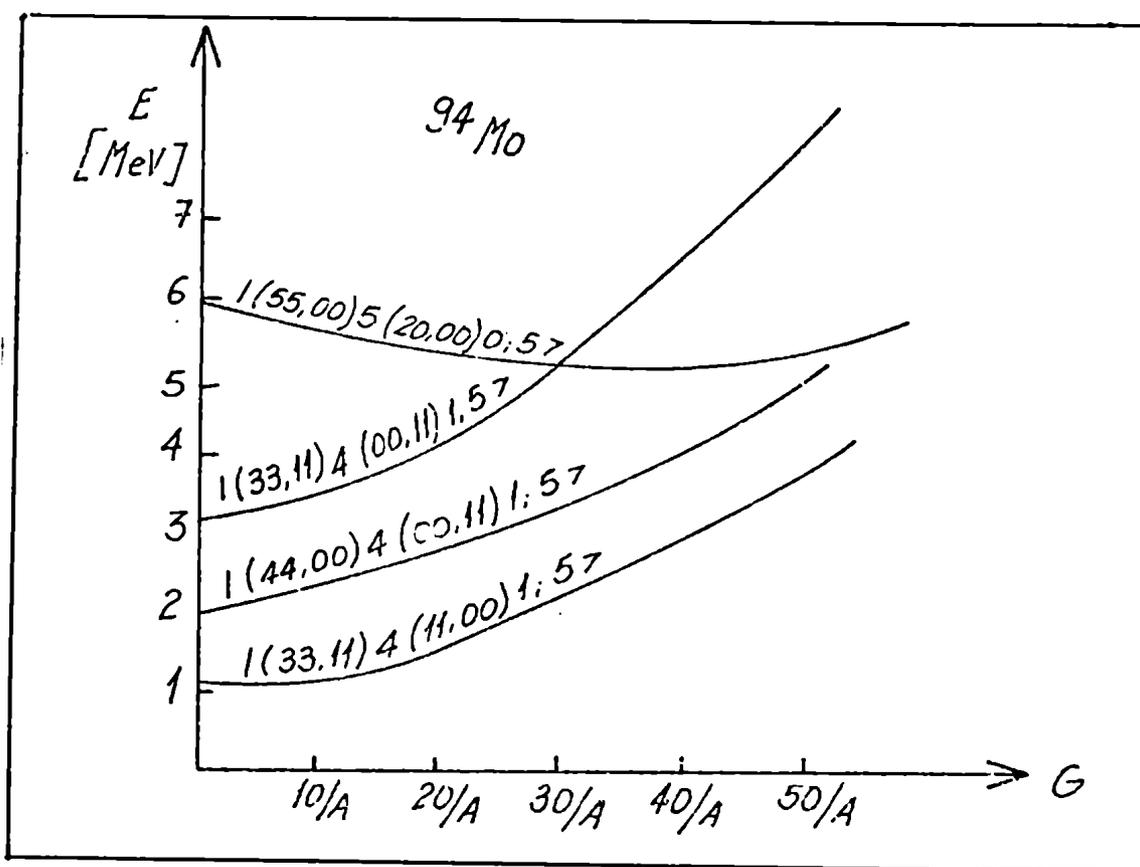
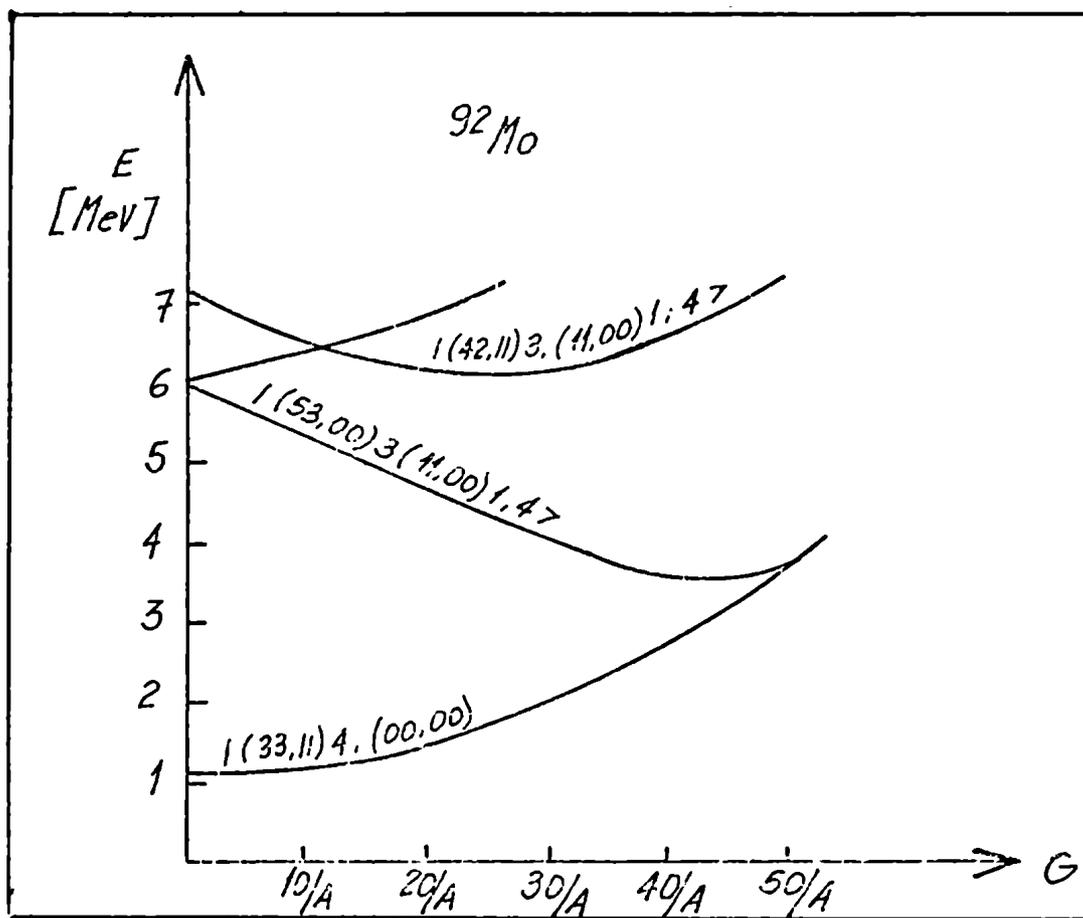


Figura 13: (continuación).

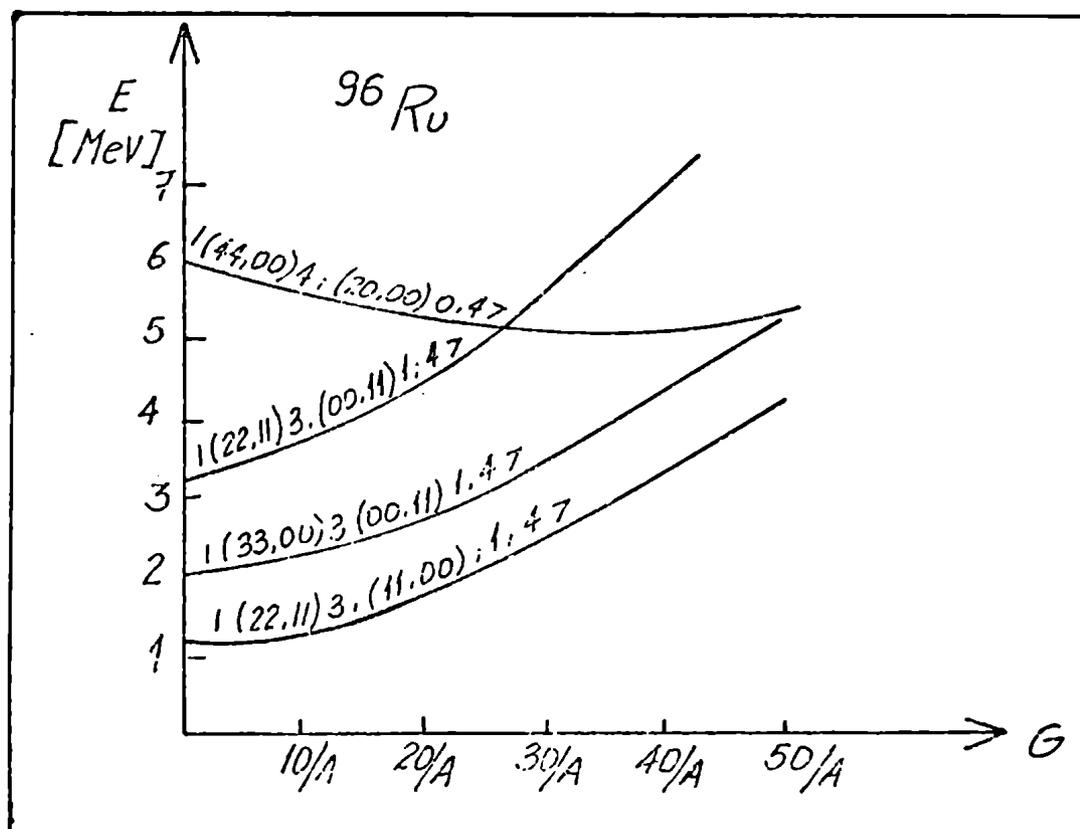
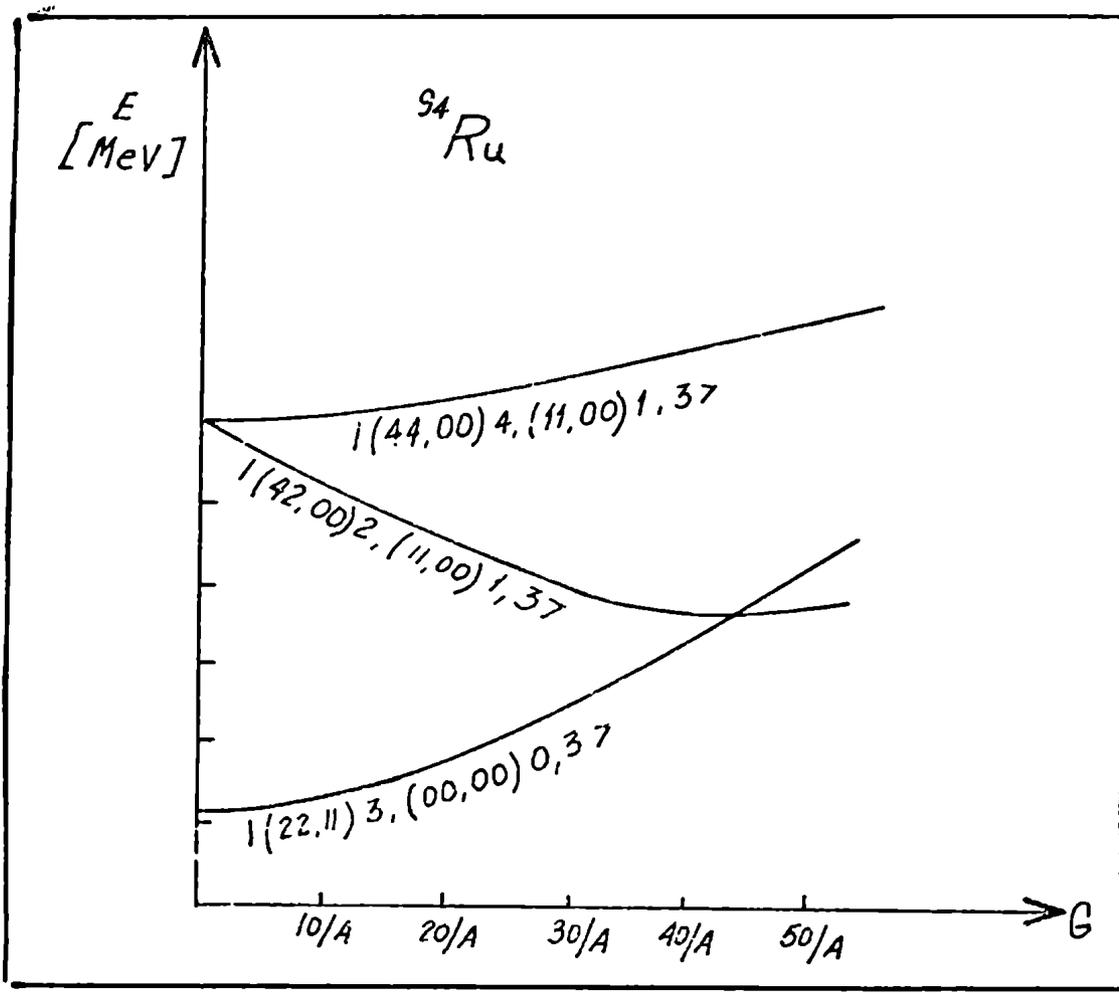


Figura 13: (continuación).

Tabla 4: Comparación entre energías experimentales y calculadas diagonalizando exactamente H_{ap} en 3 y 4 niveles para los estados 0^+ observados. Las mismas se refieren al fundamental correspondiente.

Núcleo	E exp.	3-niveles	4-niveles
^{88}Zr	1.52	1.49	1.62
^{90}Zr	1.76	1.49	1.61
	4.13	4.18	4.03
	5.45	5.67	5.65
^{92}Zr	1.39	1.50	1.61
^{94}Zr	1.30	1.50	1.59
^{92}Mo	2.52	1.96	2.17
	3.84	4.19	4.02
^{94}Mo	3.32	1.97	2.10
^{94}Ru	2.99	2.35	2.55
	3.62	4.21	4.02

Tabla 5: Elementos de matriz $\langle \psi(A+2, T+1) || A^+(j) \cdot (-)^{l_j} || \psi(A, T) \rangle$ $G=30/A$ utilizando tres y cuatro niveles de partícula independiente.

A, T>	Energía	4 - niveles				3 - niveles		
		p _{1/2}	g _{9/2}	d _{5/2}	s _{1/2}	p _{1/2}	g _{9/2}	d _{5/2}
⁸⁸ Zr, T=4	0.00	0.2753	0.9924	0.3174	0.1346	0.2866	1.0151	0.3080
	1.52	0.0228	-0.0116	-0.005	0.0002	0.0139	0.0028	0.0018
⁹⁰ Zr, T=5	0.00	0.1232	0.3228	0.9880	0.2555	0.1087	0.2903	1.0360
	1.76	0.0121	0.0051	0.0046	0.0117	0.0003	-0.0055	-0.0051
	4.13	0.2406	0.9401	0.0277	0.0830	0.2496	0.9595	0.0251
	5.45	0.9047	0.2385	-0.0059	-0.0088	0.9271	0.2732	-0.0025
⁹² Zr, T=6	0.00	0.1227	0.3133	1.1233	0.3364	0.1048	0.2760	1.152
	1.39	0.0084	-0.0034	-0.0030	-0.0031	0.0012	-0.0005	0.0104
⁹⁴ Zr, T=7	0.00	0.1010	0.2535	0.9902	0.3961	0.0795	0.2081	0.9741
	1.30	0.0062	-0.0024	-0.0019	0.0007	0.0001	-0.0023	-0.0060
⁹⁰ Mo, T=3	0.00	0.2673	0.9829	0.3142	0.1331	0.2910	1.0203	0.3085
⁹² Mo, T=4	0.00	0.1257	0.3200	0.9836	0.2640	0.1039	0.2901	1.051
	2.52	0.0228	0.0028	-0.0008	0.0088	0.0005	-0.0073	-0.0043
	3.84	0.2319	0.9306	0.0250	0.0800	0.2506	0.9603	0.0254
⁹² Mo, T=5	0.00	0.1249	0.3084	1.1217	0.3409	0.1057	0.2761	1.1660
	3.32	0.0188	-0.0072	-0.0077	0.0033	0.0003	-0.0037	0.0028
⁹⁴ Ru, T=3	0.00	0.1281	0.3134	0.9789	0.2715	0.1115	0.2900	1.0722
	2.99	0.0437	-0.0010	0.0007	0.0079	0.0007	-0.0077	-0.0021
	3.62	0.2205	0.9141	0.0253	0.0779	0.2529	0.9565	0.0253

Tabla 6: Comparación entre factores de intensidad calculados suponiendo una única configuración y los obtenidos diagonalizando en tres y cuatro niveles de partícula independiente. Los parámetros ópticos utilizados en el código DWBA son los de la tabla 2.

Reacción	Energía (MeV)	E 1-conf.	E 3-niveles	E 4-niveles
$^{90}\text{Zr}(p,t)^{88}\text{Zr}$	0.00	10.0	1.71	1.27
$^{92}\text{Zr}(p,t)^{90}\text{Zr}$	0.00	1.6	1.14	0.82
	4.12	2.2	1.08	0.82
	5.44	4.3	2.98	2.68
$^{94}\text{Zr}(p,t)^{92}\text{Zr}$	0.00	1.7	1.03	0.66
$^{96}\text{Zr}(p,t)^{94}\text{Zr}$	0.00	2.0	1.72	0.89
$^{92}\text{Mo}(p,t)^{90}\text{Mo}$	0.00	7.0	1.17	0.90
$^{94}\text{Mo}(p,t)^{92}\text{Mo}$	0.00	1.5	1.05	0.77
	3.84	3.5	1.69	1.34
$^{96}\text{Mo}(p,t)^{94}\text{Mo}$	0.00	1.8	1.06	0.69
	3.70	2.0	1.88	1.61
$^{96}\text{Ru}(p,t)^{94}\text{Ru}$	0.00	1.3	0.88	0.66
	3.62	3.0	2.64	2.20

Sección III - 4. Resultados obtenidos con la aproximación Yrast.

Los estados de la banda de remoción, que son de la forma (Y0000), se obtienen a partir del núcleo doblemente mágico ^{100}Sn , quitando pares de protones del mismo.

En esa interpretación los núcleos ^{94}Ru , ^{92}Mo , ^{90}Zr son miembros de la banda Yrast con número cuántico $Y=3, 4$ y 5 respectivamente.

Los isótopos pares de dichos núcleos corresponden a estados $(Y00n_{\Gamma}\Lambda = \pm n_{\Gamma})$ y son por lo tanto excitaciones Γ montadas sobre el estado Yrast original.

Estados de la forma (Y0020) e (Y0/100), corresponden a estados 0^+ excitados del (Y0000).

Se supone que es posible obtener un factor espectroscópico S para el proceso de transferencia de dos partículas dentro del marco del formalismo DWBA.

$$\sigma_{\text{exp}}(T \rightarrow T') = \sigma_{\text{DWBA}}(j^2) \Lambda |S(T \rightarrow T')|^2 \quad (\text{III-4.1})$$

donde $\sigma_{\text{DWBA}}(j^2)$ es la sección eficaz para la transferencia de un par de partículas idénticas en el nivel j (acopladas a $J=0$ $T=1$) y Λ es una constante de normalización para toda la región que se está estudiando.

En particular (III-4.1) implica que el cociente $\sigma_{\text{exp}}(T \rightarrow T') / \sigma_{\text{DWBA}}(j^2)$ es independiente de la energía incidente y además independiente de las predicciones de cualquier modelo específico.

La cantidad $\Lambda |S(T \rightarrow T')|^2$ es, salvo factores constantes, idéntica al producto $E B^2(j)$ (ver III-2.1) y los valores que toman en la zona del Zr, Mo y Ru, son los que figuran en la tabla 2 antes mencionada.

Es, posible, por lo tanto, obtener factores espectroscópicos "experimentales" para estas reacciones, que pueden ser comparadas con las predicciones de la aproximación Yrast.

Para obtener los factores espectroscópicos, se han elegido las reacciones $^{94}\text{Mo}(\text{pt})^{92}\text{Mo}$ y $^{92}\text{Mo}(\text{pt})^{90}\text{Mo}$ como unidad de referencia para las transiciones Γ^- (aniquilación de un fonón Γ) y Γ^+ (creación de un fonón Γ) respectivamente.

La asignación de los números cuánticos yrast a los estados fundamentales ya fue discutida anteriormente.

En el ^{90}Zr , aparece a 5.44 MeV un estado que se puebla por (p,t) desde el ^{92}Zr , con una intensidad del 43% de la correspondiente al $^{90}\text{Zr}(\text{pt})^{88}\text{Zr}$, al fundamental. Existen, en la misma región de excitación; otros dos estados $L=0$, que se pueblan con una intensidad del 25% referida a esta última.

Es posible, pensar en este caso, en el reparto de la intensidad de la transferencia, que iría en principio a un sólo nivel, entre los tres citados.

En la aproximación yrast, se predice un estado excitado, en dicha zona que es el ($Y=50020$) que se puebla en (p,t) desde el ^{92}Zr con una intensidad comparable a la del $^{90}\text{Zr}(\text{pt})^{88}\text{Zr}$; puesto que ambas transiciones implican la creación de un fonón Γ .

Cálculos realizados por B Sørensen ²⁸⁾ utilizando un método de expansión bosónica de la fuerza de apareamiento, predicen un estado vibracional de apareamiento, en el ^{90}Zr alrededor de 5 MeV. Es por lo tanto justificable en este caso la hipótesis de un único estado colectivo adiabático en la región entre 4 a 5 MeV.

En la región del Mo, se han asignado a los niveles de 3.84 MeV del ^{92}Mo y de 3.70 MeV del ^{94}Mo , los estados ($Y=4,0020$) y ($Y=4,0031$) respectivamente, con intensidades del 50% y 42% respecto a la del $^{92}\text{Mo}(\text{pt})^{90}\text{Mo}$.

Para el ^{94}Ru , un doblete a 3.77 MeV se lleva la mayor parte de la transición (pt) a los estados excitados, al cual se ha identificado con el ($Y=3,0020$).

Los estados ($Y0020$) corresponden a las vibraciones de apareamiento en el cálculo de Sorensen antes citado. En el mismo la energía al cual aparecen es de aproximadamente 5 MeV. La intensidad con la cual se poblarían en (pt) desde el par-par vecino es del 75% de la reacción de remoción correspondiente, debido a términos anarmónicos.

En la aproximación yrast, las transiciones de la forma $\langle Y, 00, n_{\Gamma}-1, A+1 || P^+ || Y, 00, n_{\Gamma}, A \rangle$, llamadas Γ^- aumentan con el número cuántico Y . En ese sentido, la intensidad con que se pueblan en (pt) los estados ($Y0020$) debería aumentar desde el Ru ($Y=3$) hasta el Zr ($Y=5$), hecho que se observa experimentalmente.

Las otras reacciones, del tipo $\langle Y00n_{\Gamma}+1\Lambda+1 || P^+ || Y00n_{\Gamma}\Lambda \rangle$ llamadas Γ^+ , tienen un comportamiento creciente con Y y con n_{Γ} como se ha visto en la sección II-4. Este corresponde, como puede verse en la tabla 2 y figura 11 al cuadro experimental; con la excepción de la intensidad que va en (pt) a los estados fundamentales de los isótopos ^{90}Zr , ^{92}Zr y ^{94}Zr .

Experimentamente, los factores espectroscópicos están en la proporción 1.07 1.51 1.33. Este tipo de proporcionalidad, resulta imposible de explicar en la aproximación yrast, donde como se dijo anteriormente, los elementos de matriz crecen o disminuyen uniformemente con el número Y para distintos potenciales colectivos.

En general, salvo lo mencionado para el Zr, el cuadro experimental, es auspicioso para ser interpretado dentro de este esquema.

Con la idea de reproducir las tendencias generales se probaron diversos potenciales para tratar de conseguir un mejor ajuste pero no se hizo una minimización exhaustiva de los parámetros libres.

En el tratamiento yrast, se pueden introducir, en principio, un número arbitrario de parámetros libres en el potencial, además de las constantes arbitrarias para los términos anarmónicos de la energía cinética (ver fórmulas II-3.31).

En la tabla 7 se muestran los factores espectroscópicos relativos para diversos potenciales, así como los experimentales, normalizados como se mencionó anteriormente.

La inclusión de términos anarmónicos en el potencial, mejora los resultados respecto a un potencial de la forma $V=C/2\Delta^2$, como se ve de dicha tabla 7.

El potencial, denominado P_1 en la tabla 4 es el que produce un mejor ajuste con los datos experimentales.

El comportamiento de los elementos de matriz con la forma del potencial reproduce la tendencia discutida en la Sección II-3. El ajuste con los factores espectroscópicos experimentales es mucho mejor para las transiciones que involucran el intercambio de un sólo fónon sobre los estados de la banda yrast. A medida que los estados que intervienen se apartan de la banda principal, el ajuste

empeora, pero por otra parte esta aproximación deja de ser confiable lejos de dicha banda.

Los comportamientos en los factores espectroscópicos que no siguen una tendencia monótona (como el caso ya analizado de los Zr) no pueden ser reproducidos en detalle por este tratamiento.

Con las excepciones mencionadas, el ajuste con los datos experimentales es muy razonable.

Se estudiaron también energías de diversos estados. Los isótopos del Zr resultan ser particularmente aptos debido a que forman una banda Γ montada sobre el estado ($Y=5\ 0000$) correspondiente al ^{90}Zr .

Las energías fueron simetrizadas y se introdujo un término λM , siguiendo la referencia ²⁹⁾, en los autovalores obtenidos y en las energías experimentales para eliminar la dependencia lineal en el número de pares que es una consecuencia de la elección arbitraria del cero en los niveles de partícula independiente.

Las energías son entonces

$$E(A_k) = E(Y\ 00\ n_{\Gamma}^k\ n_{\Gamma}^k) - \lambda M_k \quad (III-4.2)$$

donde λ se obtiene de la condición

$$E(Y\ 00\ 1-1) + \lambda - E(Y0000) = E(Y0011) + \lambda - E(Y0000)$$

En la figura 12 se muestran las energías experimentales de ligadura para los Zr y las predicciones del modelo yrast para el caso de un potencial armónico y para el potencial finalmente elegido para reproducir los datos experimentales (P_1).

En el caso armónico los estados ($Y0020$) están a una energía que es el doble de la distancia $E(Y0011) - E(Y0000)$. Eligiendo el parámetro B de la energía cinética para ajustar la diferencia entre el ^{92}Zr y el ^{90}Zr , se obtiene el siguiente cuadro:

w_{Γ}	P_1	Armónico	Experim.
5	5.05	5.34	4.4
4	4.97	5.34	3.84
3	4.90	5.34	3.77

$$w_{\Gamma} = E(Y0020) - E(Y0000)$$

Las energías obtenidas para el caso armónico están en coincidencia con las obtenidas por B. Sørensen ²⁸⁾ que fueron anteriormente mencionadas.

Si bien para el potencial modelístico utilizado se obtienen resultados más concordantes con los experimentales y se explica que la energía de excitación crezca con el número cuántico Y , los resultados cuantitativos no son totalmente satisfactorios.

El tratamiento yrast pretende explicar esencialmente el proceso de transferencia de dos partículas, dado que la colectividad del movimiento se mide con respecto al valor de expectación del operador específico correspondiente. En ese sentido no es relevante para el modelo el ajuste en las energías. Las mismas no son sensibles esencialmente a las correlaciones dadas por la fuerza de apareamiento, que sí juegan un rol importante en la creación y/o aniquilación de un par de nucleones.

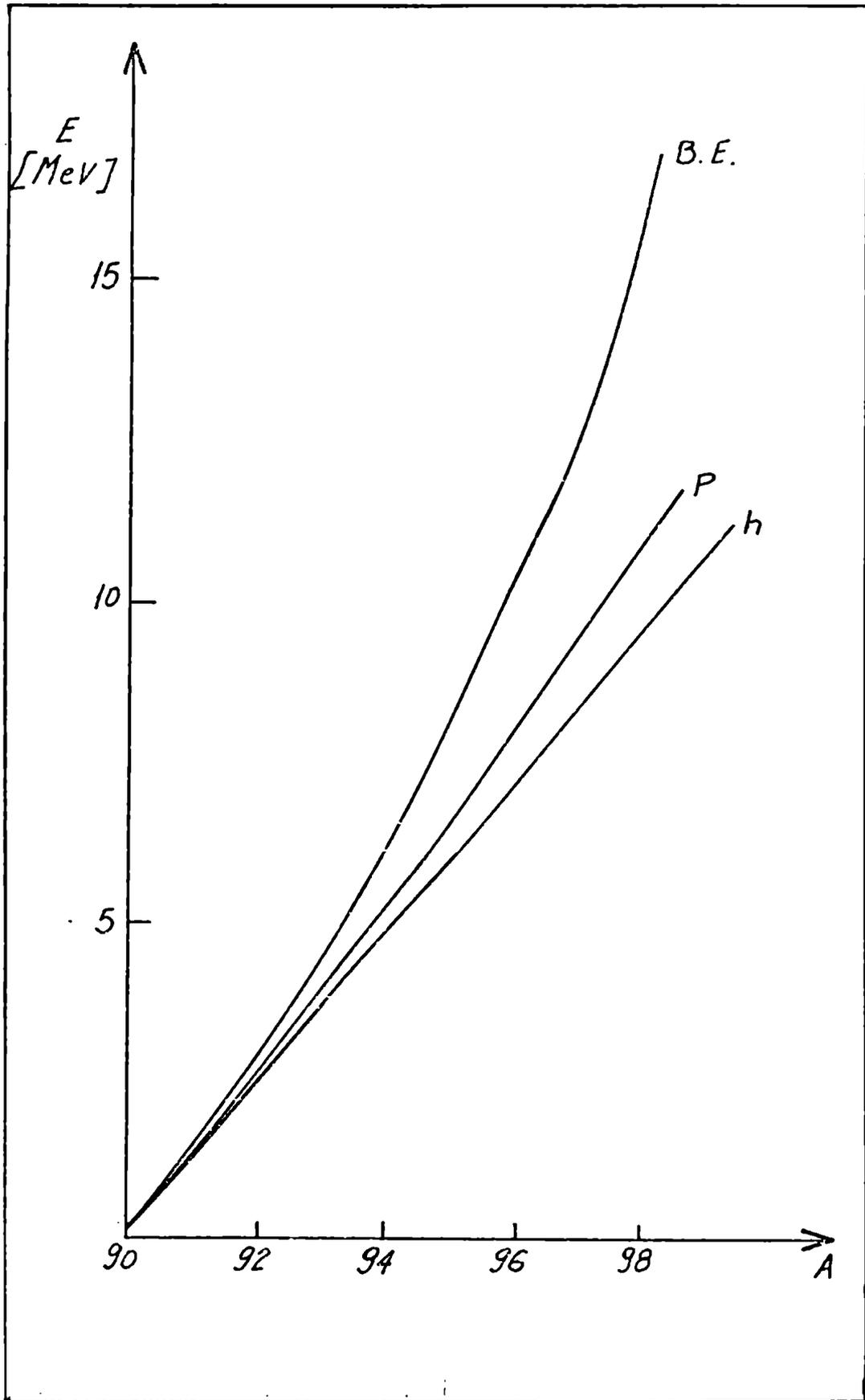


Figura 12: Energía de ligadura para distintos isótopos del Zr. La curva B.E. corresponde a los resultados obtenidos con la fórmula semiempírica de masas. La curva P corresponde a $V(\Delta) = \Delta^2 + 0.1 \Delta^4 + 0.005 \Delta^4 \cos^2 2\Gamma$ y h a $V(\Delta) = \Delta^2$.

Tabla 7: Factores espectroscópicos = $\frac{\langle \gamma | \theta_{\Delta}^n \Gamma_{\Delta} | \gamma \rangle}{2\Gamma+1}$ para distintos potenciales colectivos.

Reacción	$(\gamma_{\theta}^n \Delta_{\Gamma} \Lambda) \rightarrow (\gamma_{\theta}^n \Delta_{\Gamma} \Lambda')$	Experim.	Armónico a)	P_0 b)	P_1 c)	P_2 d)
$^{96}\text{Ru}(p, t) ^{94}\text{Ru}(3.77 \text{ MeV})$	$(30011) \rightarrow (30020)$	0.43	0.75	0.73	0.53	0.83
$^{96}\text{Mo}(p, t) ^{94}\text{Mo}(3.70 \text{ MeV})$	$(40022) \rightarrow (40031)$	0.42	0.83	0.77	0.48	0.94
$^{94}\text{Mo}(p, t) ^{92}\text{Mo}(3.84 \text{ MeV})$	$(40011) \rightarrow (40020)$	0.50	0.90	0.87	0.70	0.96
$^{92}\text{Mo}(p, t) ^{90}\text{Mo}(0.00)$	$(40000) \rightarrow (4001-1)$	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
$^{92}\text{Zr}(p, t) ^{90}\text{Zr}(-4.5 \text{ MeV})$	$(50011) \rightarrow (50020)$	0.93	1.04	0.99	0.83	1.07
$^{90}\text{Zr}(p, t) ^{88}\text{Zr}(0.00)$	$(50000) \rightarrow (5001-1)$	1.43	1.13	1.11	1.11	1.12
		χ^2	0.53	0.45	0.17	0.76

$^{96}\text{Ru}(p, t) ^{94}\text{Ru}(0.00)$	$(30011) \rightarrow (30000)$	0.87	0.92	0.85	0.94	0.94
$^{96}\text{Mo}(p, t) ^{94}\text{Mo}(0.00)$	$(40022) \rightarrow (40011)$	1.59	2.25	2.17	2.22	2.21
$^{94}\text{Mo}(p, t) ^{92}\text{Mo}(0.00)$	$(40011) \rightarrow (40000)$	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
$^{96}\text{Zr}(p, t) ^{94}\text{Zr}(0.00)$	$(50033) \rightarrow (50022)$	1.33	3.90	3.34	3.70	3.69
$^{94}\text{Zr}(p, t) ^{92}\text{Zr}(0.00)$	$(50022) \rightarrow (50011)$	1.51	2.37	2.16	2.28	2.28
$^{92}\text{Zr}(p, t) ^{90}\text{Zr}(0.00)$	$(50011) \rightarrow (50000)$	1.07	1.08	0.95	1.05	1.06
		χ^2	7.78	4.81	6.61	6.55

- a) $V(\Delta)/CB = \Delta^2$
- b) $V(\Delta)/CB = \Delta^2 + 0.1 \Delta^4$
- c) $V(\Delta)/CB = \Delta^2 + 0.1 \Delta^4 (1 + 0.05 \cos^2 2\Gamma)$
- d) $V(\Delta)/CB = \Delta^2 + 0.1 \Delta^4 (1 - 0.05 \cos^2 2\Gamma)$

Sección III - 5. Aplicación de la aproximación Yrast bidimensional en la zona de los Sn.

Los isótopos pares de los Sn son en principio, aptos para el formalismo de la yrast bidimensional puesto que tienen capa cerrada en protones, y los Sn conocidos (del 110 al 128) tienen número de neutrones alejados de la capa llena (que corresponde a $N=50$ o $N=82$).

Por lo tanto forman una banda yrast, con número cuántico yrast, significativamente mayor que la unidad.

Se han medido ³²⁾ reacciones (t,p) en dichos núcleos y de la misma manera que para la zona del Zr, Mo y Ru, se supone que es posible definir una amplitud espectroscópica para la transferencia de un par de neutrones

$$Q_{exp}(A \rightarrow B) = Q_{DWBA}(j^2) \cdot A |S(A \rightarrow B)|^2$$

La dificultad consiste, en que no tiene sentido en los Sn, calcular la sección eficaz para la transferencia de un par de neutrones en una órbita (j^2). Esto se debe, a que estos núcleos son superconductores ³³⁾.

La definición del factor espectroscópico S debe resultar en una cantidad independiente de la dinámica de la reacción (efectos del Q mencionados anteriormente) y además relativamente independiente de la particular estructura de niveles de partícula involucradas en la transferencia.

Además de las cantidades asociadas específicamente al mecanismo de reacción (Q , energías de ligadura y del proyectil, etc.); los códigos DWBA requieren información sobre los posibles pares de partícula transferidos, así como el peso con el cual intervienen. Esto viene dado por la amplitud espectroscópica para dos nucleones

$$B(v_1, v_2, J T) = \left\langle \left\{ \begin{matrix} J_B M_B T_B T_{zB} \\ J_A T_A \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} C_{v_1}^+ C_{v_2}^+ \\ J T \end{matrix} \right\} \left| \begin{matrix} J_B M_B T_B T_{zB} \\ J_A T_A \end{matrix} \right. \right\rangle$$

En el caso en que los núcleos B y A correspondan a la función BCS, con valor medio del número de partículas $N+2$ y N respectivamente, resulta que

$$B(j_1, j_2, J) = \delta_{j_1, j_2} \delta_{J, 0} u^A(l_1, j_1) v^B(l_1, j_1) \sqrt{\Omega(j_1)} (-)^{l_1}$$

donde $\Omega = j+1/2$ y u^A y v^B son los coeficientes de la transformación a cuasi partículas correspondientes a los núcleos A y B respectivamente.

Se ha supuesto de que es posible introducir para todos los isótopos de Sn un único conjunto de amplitudes $B(j^2, 0)$ de manera tal que todas las secciones eficaces resulten de haber considerado la misma estructura promedio de partícula independiente.

El factor de proporcionalidad entre la sección eficaz experimental y la que da el código de ondas distorsionadas, es por lo tanto independiente de la mecánica de la reacción así como de la naturaleza detallada del par transferido. Ello sólo va a depender, en un modelo colectivo de la correlación entre A y B medido por el factor espectroscópico, que está relacionado al elemento de matriz de la coordenada colectiva ($P^\pm = \Delta$).

En los Sn, se han tomado los datos de ref. ³³⁾ utilizando un tratamiento BCS con parámetros $G=23/A$. Los niveles de partícula independiente que se usaron son los de la tabla 8. En la tabla 9 se muestran las amplitudes espectroscópicas $B(j^2, 0)$ para los distintos núcleos de Sn y así como los valores promedios finalmente utilizados.

Se usó el código TWOPAR para el cálculo de secciones eficaces con los parámetros ópticos de la tabla 10.

En la tabla 11 se dan los elementos de matriz "experimentales" referidos a la transición $^{118}\text{Sn}(p, t)^{116}\text{Sn}$.

Los elementos de matriz aumentan desde la masa 124 hacia la masa 114. Dado lo discutido en la sección 11-5 sobre la aproximación yrast bidimensional para diversos potenciales estos resultados experimentales pueden explicarse considerando a los isótopos del Sn como formando la rama de remoción del núcleo doblemente mágico $^{132}_{50}\text{Sn}_{82}$.

Los números cuánticos Y son ahora el número de pares de agujero de neutrones en la capa llena $N=82$.

En la tabla 11, se muestran también los resultados obtenidos para la *yrast* entre partículas idénticas, para diversos potenciales colectivos.

Se ha visto que para potenciales, donde el término dominante es Δ^{2n} , las transiciones entre estados de la banda crecen con mayor velocidad cuando $n=1$ o sea para el caso armónico.

Los resultados experimentales tienen un crecimiento promedio (dejando de lado el caso $Y=7$ que corresponde al ^{118}Sn) más acelerado que el predicho por el armónico. La inclusión de términos en Δ^4 ($n=2$) desmejora el ajuste con la experiencia y lo mismo sucede con potencias superiores en Δ^2 , siguiendo los resultados de la sección 11-5.

En las columnas 5 y 6 (de la tabla 11) se muestran los resultados obtenidos para dos potenciales de la forma $v_1 = a\Delta^2 + b\Delta^4$ y $v_2 = -a\Delta^2 + b\Delta^4$. El hecho de que los resultados sean prácticamente iguales (en especial para Y relativamente grandes) muestra el aspecto anteriormente discutido de que en la aproximación *yrast*, el comportamiento asintótico del potencial es el relevante.

No se hizo un ajuste detallado de los parámetros del potencial por varios motivos. Entre ellos figura la escasez de datos experimentales y las ambigüedades en la definición de los factores espectroscópicos experimentales.

El hecho de que sea un potencial de la forma $v = \frac{C}{2} \Delta^2 e^{\lambda}$ que logra un mejor ajuste con los datos experimentales en una zona, como ésta, en los cuales los núcleos son superconductores, se debe a que en esta aproximación el "potencial" debe entenderse como el "comportamiento asintótico del potencial". Además se ha tomado el parámetro B de la energía cinética (11-5.) como constante, lo cual, como puede verse en la ref. 7) sólo es rigurosamente cierto en las vecindades de capa cerrada. Este hecho, produce una redefinición del potencial modelístico, por lo cual no debe ser comparado directamente con la fuerza residual de apareamiento.

Se puede resumir en forma general que la aproximación *yrast* describe razonablemente la tendencia de las magnitudes físicas calculadas (en especial la transferencia de dos nucleones) aunque la cantidad de parámetros libres en la elección del potencial desaconsejaría el tratar de obtener resultados cuantitativos.

Tabla 8: Niveles de neutrones en la región de los Sn.

n&j	ϵ (MeV)
1d _{5/2}	0.0
0g _{7/2}	0.8
2s _{1/2}	1.3
0h _{11/2}	2.5
1d _{3/2}	2.8

Tabla 9: Amplitudes espectroscópicas $B(j^2, j=0 T=1)$.

Núcleo Residual	$B_{5/2,5/2}$	$B_{7/2,7/2}$	$B_{1/2,1/2}$	$B_{11/2,11/2}$	$B_{3/2,3/2}$
¹¹⁰ Sn	0.801	1.125	0.517	0.770	0.394
¹¹² Sn	0.671	1.083	0.559	0.873	0.442
¹¹⁴ Sn	0.684	0.976	0.565	0.999	0.503
¹¹⁶ Sn	0.499	0.836	0.523	1.146	0.577
¹¹⁸ Sn	0.436	0.712	0.455	1.272	0.652
¹²⁰ Sn	0.388	0.618	0.393	1.346	0.714
¹²² Sn	0.348	0.544	0.342	1.323	0.759
¹²⁴ Sn	0.308	0.475	0.296	1.312	0.784
Promedio	0.517	0.796	0.456	1.130	0.603

Tabla 10: Parámetros ópticos usados en cálculos DWBA en la zona de los Sn.

	V_{real} (MeV)	r_{real} (fm)	a_{real} (fm)	W_{imag} (MeV)	r_{imag} (fm)	a_{imag} (fm)
Tritones	176.0	1.24	0.72	18.0	1.61	0.82
Protones	55.7	1.20	0.70	11.3 ^{a)}	1.25	0.70

a) Forma derivativa.

Tabla 11: Factores espectroscópicos experimentales y su comparación con los resultados de la yrast bidimensional para diversos potenciales colectivos.

Blanco	γ	Exp	$\frac{V(\Delta)}{CB} = 0.5\Delta^2$	$=0.5\Delta^2 + 0.001\Delta^4$	$=0.5\Delta^2 + 0.05\Delta^4$	$=0.5\Delta^2 + \Delta^4$	$=-0.5\Delta^2 + 0.5\Delta^4$
^{114}Sn	9	1.50	1.25	1.25	1.19	1.17	1.16
^{116}Sn	8	1.33	1.12	1.12	1.10	1.08	1.08
^{118}Sn	7	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
^{120}Sn	6	0.98	0.88	0.88	0.90	0.91	0.92
^{122}Sn	5	0.80	0.75	0.76	0.79	0.81	0.82
^{124}Sn	4	0.60	0.63	0.63	0.68	0.71	0.73
		χ^2	0.12	0.12	0.16	0.19	0.20

CAPITULO IV. CONCLUSIONES.

Los modelos microscópicos y colectivos proponen imágenes alternativas para la descripción de propiedades nucleares conectadas con la interacción residual de apareamiento.

Las secciones eficaces para la transferencia de un par de nucleones acoplados a $J=0$, son en ciertos núcleos par-par, mucho mayores que lo predicho por un modelo de capas puro debido a dicha fuerza. Los modelos microscópicos explican este agrandamiento por la superposición coherente de varias contribuciones de configuraciones (j^2). Los modelos colectivos aquí tratados proponen considerar al sistema con una deformación estable en los espacios de isoespín y "gauge". Dichos estados deformados forman "bandas superconductoras", donde, de la misma manera que en el caso rotacional para el momento cuadrupolar, el proceso de transferencia de dos partículas se ve incrementado por la deformación intrínseca de los núcleos residual y blanco.

El modelo colectivo, y en particular la aproximación yrast, propone una forma sencilla de clasificar los núcleos pares alejados de capa cerrada. Una estructura basada en bloques fundamentales (excitaciones yrast, Δ y Γ y rotaciones Θ) permite construir un espectro coherente que engloba a los estados fundamentales y los 0^+ excitados para dicha región.

Este tratamiento tiene ventajas y desventajas respecto a una diagonalización en una base de modelo de capas. Las ventajas atañen principalmente a la interpretación de los estados nucleares, a poder tratar en el mismo esquema núcleos vibracionales y superconductores, y a la inclusión sencilla de términos anarmónicos en el potencial colectivo.

Las limitaciones son entre otras, el haber supuesto constante el parámetro de masa B , en la hipótesis de fluido irrotacional. Como se ha visto para la yrast bidimensional en la zona de los Sn , este hecho produce una redefinición del potencial colectivo de manera que un potencial armónico no significa necesariamente un núcleo vibracional aunque la recíproca sea cierta.

Otro tipo de desventajas, proviene de la relativa rigidez del modelo en modificar un comportamiento dado, para los elementos de matriz de un operador de dos partículas por ejemplo, frente a cambios en el potencial.

Esto puede ejemplificarse, en la tabla 12, en la cual se tabulan las secciones eficaces del modelo sobre las experimentales. Se ha normalizado respecto a las transiciones $^{94}\text{Mo}(\text{pt})^{92}\text{Mo}$ (fundamental) y $^{92}\text{Mo}(\text{pt})^{90}\text{Mo}$ (fundamental), según involucren la remoción o la creación de un fonón Γ en la aproximación yrast, respectivamente. Se muestran los resultados obtenidos utilizando la aproximación mencionada para potenciales armónico y el modelístico que dio el mejor ajuste, conjuntamente se dan los valores obtenidos diagonalizando exactamente el Hamiltoniano de apareamiento en tres y cuatro niveles.

El ajuste con la experiencia está dado por el valor unidad. Todo lo discutido en las secciones III-3 y III-4 se puede ver en la tabla 12 mencionada. Los resultados obtenidos con la aproximación yrast se acercan más a los datos experimentales cuanto más cerca estén los estados de la banda yrast fundamental. La transición $^{96}\text{Zr}(\text{pt})^{94}\text{Zr}$ (fundamental) que es de la forma $(Y=5, 0033) \rightarrow (Y=5, 0022)$ es la que más se aparta de la unidad, debido a que el número de fonones Γ en los estados inicial y final se hacen cercano al número cuántico Y y en este caso los resultados dejan de ser confiables.

Los valores obtenidos para el tratamiento microscópico, para tres y cuatro niveles, dan un mejor ajuste promedio, que los obtenidos con el modelo colectivo, pues carecen de las limitaciones de estos últimos para ajustar determinado tipo de transiciones.

En las zonas, donde la aproximación yrast es válida, los resultados microscópicos y colectivos son comparables, lo cual muestra que ambas descripciones alternativas son igualmente aplicables en el rango de estados antes mencionados.

Tabla 12: $\sigma_{\text{exp}}/\sigma_{\text{model}}$ para la aproximación yrast y la diagonalización exacta en cuatro y tres niveles de partícula independiente.

Reacción	Energía (MeV)	Yrast (Armónico)	Yrast ($V(\Delta)=P_1$)	Diagonaliz. (4 niveles)	Diagonaliz. (3 niveles)
$^{92}\text{Zr}(p,t)^{90}\text{Zr}$	0.00	0.99	1.02	1.06	1.09
$^{94}\text{Zr}(p,t)^{92}\text{Zr}$	0.00	0.64	0.66	0.86	0.98
$^{96}\text{Zr}(p,t)^{94}\text{Zr}$	0.00	0.36	0.34	1.15	1.64
$^{94}\text{Mo}(p,t)^{92}\text{Mo}$	0.00	1.00	1.00	1.00	1.00
$^{96}\text{Mo}(p,t)^{94}\text{Mo}$	0.00	0.71	0.72	0.90	1.01
$^{96}\text{Ru}(p,t)^{94}\text{Ru}$	0.00	0.95	0.93	0.86	0.84
$^{90}\text{Zr}(p,t)^{88}\text{Zr}$	0.00	1.26	1.29	1.41	1.46
$^{92}\text{Zr}(p,t)^{90}\text{Zr}$	4.12	0.89	0.84	0.91	0.92
$^{92}\text{Mo}(p,t)^{90}\text{Mo}$	0.00	1.00	1.00	1.00	1.00
$^{94}\text{Mo}(p,t)^{92}\text{Mo}$	3.84	0.56	0.71	1.49	1.44
$^{96}\text{Mo}(p,t)^{94}\text{Mo}$	3.70	0.51	0.87	1.79	1.95
$^{96}\text{Ru}(p,t)^{94}\text{Ru}$	3.62	0.57	0.81	2.44	2.51

APENDICE I.

La parte de apareamiento del Hamiltoniano (II-1.1) puede dividirse de la siguiente forma:

$$H = -G \sum_{\mu, j} A_{\mu}^{+}(j) A_{\mu}(j) = \sum_{j=1}^4 H(j) + H(1,2) + H(1,3) + H(1,4) + H(2,3) + H(2,4) + H(3,4)$$

En la base $\langle N_1 N_2 N_3 N_4; (T_1 T_2) T_{12}, (T_3 T_4) T_{34}; T \rangle$; los elementos de matriz diagonales son:

$$\langle \sum_j H(j) \rangle = \sum_j \frac{1}{2} \{ N_j (2\Omega_j + 3 - N_j) - T_j (T_j + 1) \}$$

Si se define:

$$\alpha_{ij} = \langle N_i T_i, N_j T_j; T_{ij} | H(i,j) | N_i' T_i', N_j' T_j'; T_{ij}' \rangle = \delta_{T_{ij}} \delta_{T_{ij}'} (-)^{T_i + T_j + T_{ij} + 1} \begin{Bmatrix} T_j & T_i & T_{ij} \\ T_i' & T_j' & 1 \end{Bmatrix} \times$$

$$\times \langle N_i T_i || A_i^{+} || N_i' T_i' \rangle \times \langle N_j T_j || A_j || N_j' T_j' \rangle + \langle N_i T_i || A_i || N_i' T_i' \rangle \langle N_j T_j || A_j^{+} || N_j' T_j' \rangle$$

Entonces queda, omitiendo los N_i :

$$\langle (T_1 T_2) T_{12}, (T_3 T_4) T_{34}, T | H(1,2) | (T_1' T_2') T_{12}', (T_3' T_4') T_{34}', T \rangle = \delta_{T_{34}} \delta_{T_{34}'} \delta_{T_3} \delta_{T_3'} \delta_{T_4} \delta_{T_4'} \alpha_{12}$$

$$\langle (T_1 T_2) T_{12}, (T_3 T_4) T_{34}, T | H(3,4) | (T_1' T_2') T_{12}', (T_3' T_4') T_{34}', T \rangle = \delta_{T_{12}} \delta_{T_{12}'} \delta_{T_1} \delta_{T_1'} \delta_{T_2} \delta_{T_2'} \alpha_{34}$$

$$\langle (T_1 T_2) T_{12}, (T_3 T_4) T_{34}, T | H(1,3) | (T_1' T_2') T_{12}', (T_3' T_4') T_{34}', T \rangle =$$

$$= \delta_{T_2} \delta_{T_2'} \delta_{T_4} \delta_{T_4'} \sum_{T_{13} T_{24}} A \begin{bmatrix} T_1 & T_2 & T_{12} \\ T_3 & T_4 & T_{34} \\ T_{13} & T_{24} & T \end{bmatrix} A \begin{bmatrix} T_1' & T_2 & T_{12}' \\ T_3' & T_4 & T_{34}' \\ T_{13} & T_{24} & T \end{bmatrix} \alpha_{13}$$

$$\langle (T_1 T_2) T_{12}, (T_3 T_4) T_{34}, T | H(2,3) | (T_1' T_2') T_{12}', (T_3' T_4') T_{34}', T \rangle =$$

$$= \delta_{T_1 T'_1} \delta_{T_4 T'_4} (-)^{T_3 + T'_3 + T_{34} + T'_{34}} \sum_{T_{14} T_{23}} A \begin{bmatrix} T_1 & T_2 & T_{12} \\ T_4 & T_3 & T_{34} \\ T_{14} & T_{23} & T \end{bmatrix} A \begin{bmatrix} T_1 & T'_2 & T'_{12} \\ T_4 & T'_3 & T'_{34} \\ T_{14} & T_{23} & T \end{bmatrix} \alpha_{23}$$

donde

$$A \begin{bmatrix} T_i & T_j & T_{ij} \\ T_k & T_\ell & T_{k\ell} \\ T_{ik} & T_{j\ell} & T \end{bmatrix} = \hat{T}_{ij} \hat{T}_{k\ell} \hat{T}_{ik} \hat{T}_{j\ell} \begin{bmatrix} T_i & T_j & T_{ij} \\ T_k & T_\ell & T_{k\ell} \\ T_{ik} & T_{j\ell} & T \end{bmatrix}$$

De manera análoga, se obtienen los elementos de matriz para $H(1,4)$ y $H(2,3)$.

Los elementos de matriz reducidos de A_j^+ para la transferencia de dos partículas en una capa j vienen dados por:

$$\begin{aligned} & \langle N_1 T_1 N_2 T_2, T_{12}; N_3 T_3 N_4 T_4, T_{34}; T \parallel A_1^+ \parallel N_1' T_1' N_2' T_2', T'_{12}; N_3' T_3' N_4' T_4', T'_{34}; T' \rangle = \\ & = \delta_{2,2'} \delta_{3,3'} \delta_{4,4'} \delta_{T_{34}, T'_{34}} (-)^{T_1 + T'_1 + T_{12} + T'_{12} + T_{34} + T'_{34}} \sqrt{2T+1} \sqrt{2T'+1} \sqrt{2T_{12}+1} \sqrt{2T'_{12}+1} \\ & \quad \times \begin{Bmatrix} T_{12} & T & T'_{34} \\ T' & T'_{12} & 1 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} T_1 & T_{12} & T'_2 \\ T'_{12} & T'_1 & 1 \end{Bmatrix} \langle N_1 T_1 \parallel A_1^+ \parallel N_2 T_2 \rangle \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \langle N_1 T_1 N_2 T_2, T_{12}; N_3 T_3 N_4 T_4, T_{34}; T \parallel A_2^+ \parallel N_1' T_1' N_2' T_2', T'_{12}; N_3' T_3' N_4' T_4', T'_{34}; T' \rangle = \\ & = \delta_{1,1'} \delta_{3,3'} \delta_{4,4'} \delta_{T_{34}, T'_{34}} (-)^{T_1 + T'_1 + T_{34} + T'_{34}} \sqrt{2T+1} \sqrt{2T'+1} \sqrt{2T_{12}+1} \sqrt{2T'_{12}+1} \\ & \quad \times \begin{Bmatrix} T_{12} & T & T'_{34} \\ T' & T'_{12} & 1 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} T_2 & T_{12} & T'_1 \\ T'_{12} & T'_2 & 1 \end{Bmatrix} \langle N_2 T_2 \parallel A_2^+ \parallel N_1' T_1' \rangle \end{aligned}$$

$$\langle N_1 T_1 N_2 T_2, T_{12}; N_3 T_3 N_4 T_4, T_{34}; T \parallel A_3^+ \parallel N_1' T_1' N_2' T_2', T'_{12}; N_3' T_3' N_4' T_4', T'_{34}; T' \rangle =$$

$$\begin{aligned}
&= \delta_{1,1'} \delta_{2,2'} \delta_{4,4'} \delta_{T_{12},T'_{12}} (-)^{T'_{12}+T+T_3+T'_4} \sqrt{2T+1} \sqrt{2T'+1} \sqrt{2T_{34}+1} \sqrt{2T'_{34}+1} \times \\
&\quad \times \begin{Bmatrix} T_{34} & T & T_{12} \\ T' & T'_{34} & 1 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} T_3 & T_{34} & T_4 \\ T'_{34} & T'_3 & 1 \end{Bmatrix} \langle N_3 T_3 \| A_3^+ \| N'_3 T'_3 \rangle
\end{aligned}$$

$$\langle N_1 T_1 N_2 T_2, T_{12}; N_3 T_3 N_4 T_4, T_{34}; T \| A_4^+ \| N'_1 T'_1 N'_2 T'_2, T'_{12}; N'_3 T'_3 N'_4 T'_4, T'_{34}; T' \rangle =$$

$$\begin{aligned}
&= \delta_{1,1'} \delta_{2,2'} \delta_{3,3'} \delta_{T_{12},T'_{12}} (-)^{T_3+T'_4+T_{34}+T'_3+T_{12}+T} \sqrt{2T+1} \sqrt{2T'+1} \sqrt{2T_{34}+1} \sqrt{2T'_{34}+1} \times \\
&\quad \times \begin{Bmatrix} T_{34} & T & T_{12} \\ T' & T'_{34} & 1 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} T_4 & T_{34} & T_3 \\ T'_{34} & T'_4 & 1 \end{Bmatrix} \langle N_4 T_4 \| A_4^+ \| N'_4 T'_4 \rangle
\end{aligned}$$

donde

$$\delta_{n,n'} = \delta_{N_n, N'_n} \delta_{T_n, T'_n}$$

APENDICE II.

Se dan a continuación las expresiones para la expansión perturbativa en el caso en el cual el elemento de volumen (así como el Hamiltoniano) se puede desarrollar en serie de potencias de un parámetro pequeño (en este caso $1/Y$).

$$H = \sum_v h_v$$

$$dv = \sum_v t_v dt \quad (t_0 = 1)$$

Las energías E_n y las funciones de onda $|\psi(n)\rangle$ se determinan mediante las condiciones

$$E_n \delta(n,m) = \langle \psi(m) | H | \psi(n) \rangle$$

$$\delta(n,m) = \langle \psi(m) | \psi(n) \rangle$$

$$\text{Si } |\psi(n)\rangle = |n\rangle = \sum_v \sum_m a^{(v)}(n,m) |m\rangle$$

Entonces queda, luego de reemplazar

Orden Cero $a^{(0)}(n,m) = \delta(n,m)$

Primer Orden $E_n^{(1)} = \langle n | h_1 | n \rangle$

$$a^{(1)}(n,m) = \langle m | h_1 | n \rangle / (E_n^{(0)} - E_m^{(0)})$$

$$a^{(1)}(n,n) = -\frac{1}{2} \langle n | t_1 | n \rangle$$

Segundo Orden

$$E_n^{(2)} = \langle n | t_1 h_1 | n \rangle + \langle n | h_2 | n \rangle + \sum_m \frac{|\langle m | h_1 | n \rangle|^2}{E_n^{(0)} - E_m^{(0)}}$$

$$a^{(2)}(n,m) = \frac{\langle m | t_1 h_1 | n \rangle + \langle m | h_2 | n \rangle}{E_m^{(0)} - E_n^{(0)}} + \sum_k \frac{\langle k | h_1 | n \rangle}{E_k^{(0)} - E_m^{(0)}} \frac{\langle m | h_1 | k \rangle}{E_k^{(0)} - E_n^{(0)}} + \frac{\langle k | h_1 | m \rangle}{E_n^{(0)} - E_m^{(0)}} \quad (m \neq n)$$

$$a^{(2)}(n,n) = -\frac{1}{2} \langle n | t_2 | n \rangle + \sum_m \left\{ \frac{\langle m | h_1 | n \rangle}{(E_n^{(0)} - E_m^{(0)})^2} \right\} \left\{ \frac{1}{2} \langle m | h_1 | n \rangle - \langle n | h_1 | m \rangle \right\}$$

Donde, como en general, h_n no es hermítico, es importante el orden de los números cuánticos en el elemento de matriz. La no hermiticidad de h_1 está conectada con la variación del elemento de volumen.

APENDICE III.

El operador de creación (aniquilación) de un par de partículas acopladas a $J=0$, $T=1$, $T_z=\mu$, escrito en función de las variables colectivas Δ y Γ es

$$P_{\mu}^{\pm} = \Delta e^{\pm 2i\phi} \{ \text{sen}(\Gamma + \pi/4) \mathcal{D}_{\mu, -1}^1(\theta_i) - \text{sen}(\Gamma - \pi/4) \mathcal{D}_{\mu, 1}^1(\theta_i) \}$$

En función de las variables ζ y ξ definidas en la sección II-3, el desarrollo perturbativo de P_{μ}^{\pm} hasta segundo orden es:

$$\begin{aligned} P_{\mu}^{\pm} &= P_{\mu, (0)}^{\pm} + P_{\mu, (1)}^{\pm} + P_{\mu, (2)}^{\pm} = \\ &= \Delta e^{\pm 2i\phi} \left\{ \mathcal{D}_{\mu, \pm 1}^1(\theta_i) + \left[\frac{\zeta}{b_{\Delta}} \mathcal{D}_{\mu, \pm 1}^1(\theta_i) - \frac{\xi}{2b_{\Gamma}} \mathcal{D}_{\mu, \pm 1}^1(\theta_i) \right] + \right. \\ &\quad \left. + \left[\left(\frac{\zeta^2}{2b_{\Delta}^2} - \frac{\xi^2}{8b_{\Gamma}^2} \right) \mathcal{D}_{\mu, \pm 1}^1(\theta_i) - \frac{\zeta\xi}{2b_{\Delta}b_{\Gamma}} \mathcal{D}_{\mu, \pm 1}^1(\theta_i) \right] \right\} \end{aligned}$$

Utilizando el apéndice II, el desarrollo del elemento de matriz $\langle n || P^+ || m \rangle$

resulta:

Orden Cero: $\langle n || P_{(0)}^+ || m \rangle = \sqrt{2T_n + 1} \langle T_n T_{x_n} \ 1 \ \Delta T_x | T_m T_{x_m} \rangle$

Orden Uno: $\langle n || P_{(1)}^+ || m \rangle + \langle n || P_{(0)}^+ t_1 || m \rangle + \sum_k a^{(1)}(n, k) \langle k || P_{(0)}^+ || m \rangle +$
 $+ \sum_{\ell} a^{(1)}(m, \ell) \langle n || P_{(0)}^+ || \ell \rangle$

Orden Dos: $\left[a^{(2)}(n, n) + a^{(2)}(m, m) \right] \langle n || P_{(0)}^+ || m \rangle + \langle n || P_{(2)}^+ + P_{(1)}^+ t_1 + P_{(0)}^+ t_2 || m \rangle +$
 $+ \sum_k a^{(2)}(n, k) \langle k || P_{(0)}^+ || m \rangle + \sum_{\ell} a^{(2)}(m, \ell) \langle n || P_{(0)}^+ || \ell \rangle + \sum_{p, q} a^{(1)}(n, p) a^{(1)}(m, q) \langle p || P_{(0)}^+ || q \rangle +$
 $+ \sum_q a^{(1)}(m, q) \langle n || P_{(0)}^+ t_1 + P_{(1)}^+ || q \rangle + \sum_p a^{(1)}(n, p) \langle p || P_{(0)}^+ t_1 + P_{(1)}^+ || m \rangle$

donde las funciones de onda de la base son $|n\rangle = |Y_n \ n_{\theta_n} \ n_{\Delta_n} \ n_{\Gamma_n} \ \Gamma_n, \ T_n \ T_{x_n} \ M_n\rangle$

REFERENCIAS.

- 1) A.Bohr, B.Mottelson y D.Pines, Phys.Rev. 110 (1958) 936.
- 2) D.R.Bes y R.Sørensen, Advances in Nuclear Physics, Vol.2 (Plenum Press,1969)p.12
- 3) A.M.Lane, Nuclear Theory (M.A.Benjamin, Inc., 1964).
- 4) J.Bardeen, L.N.Cooper y J.R.Schrieffer, Phys.Rev. 108 (1957) 1175.
- 5) A.Bohr, Compt.Rend.du Cong. Int.de Physique Nucléaire, Paris 1964 (Ed.Centre National de la Recherche Scientifique, Paris, 1969) p.487.
- 6) D.R.Bes y R.A.Brogliá, Nucl.Phys. 80 (1965) 289.
- 7) D.R.Bes, R.A.Brogliá, R.P.J.Perazzo y K.Kumar, Nucl.Phys. A143 (1970) 1.
- 8) A.Bohr, Mat.Fys.Medd.Dan Vid.Selsk. 26, N°14 (1952).
- 9) A.Bohr, Int.Symp. on nuclear structure, Dubna, URSS (IAEA, Viena, 1969).
- 10) O. Nathan, Int.Symp.on nuclear structure, Dubna, URSS (IAEA, Viena, 1969).
- 11) B.Bayman, Nuclear Isospin (Academic Press, New York, 1969).
- 12) B.Bayman, D.R.Bes y R.A.Brogliá, Phys.Rev.Lett. 23(1969) 1299.
- 13) K.T.Hecht, Phys.Rev.139 (1965) B794,
G.G.Dussel, E.E.Maqueda y R.P.J.Perazzo, Nucl.Phys. A153 (1970) 469.
- 14) J.Ginocchio y J.Weneser Phys.Rev. 170 (1968) 859.
- 15) G.G.Dussel, R.P.J.Perazzo, D.R.Bes y R.A.Brogliá, Nucl.Phys., A175(1971)513.
- 16) A.Bohr y B.Mottelson, Nuclear Structure, Vol.2 (a ser publicado).
- 17) D.R.Bes, G.G.Dussel, E.E.Maqueda y R.P.J.Perazzo, Nucl.Phys. A217(1973)93.
- 18) G.G.Dussel, R.P.J.Perazzo y D.R.Bes, Nucl.Phys., A183(1972)298.
- 19) J.B.Ball y R.L.Auble, Phys.Rev: C4(1971)196.
- 20) J.S.Larsen, J.B.Ball y C.B.Fulmer, Phys.Rev., C7(1973)751.
- 21) J.B.Ball, C.B.Fulmer, J.S.Larsen y G.Sletten, Nucl.Phys., A207(1973)425.
- 22) E.R.Flynn, J.G.Beery y A.G.Blair, Nucl.Phys. A218(1974)285.
- 23) B.L.Cohen y O.V.Chubinsky, Phys.Rev. 131(1963)2184.
- 24) I.Ragnarsson y S.G.Nilsson, Proc.Colloq. transitional nuclei, Orsay, 30 Junio-2 Julio, 1971 (Instituto de Física Nuclear de Orsay, 1972) p.112.
- 25) N.K.Glendenning, Phys.Rev. B102(1965)137.
- 26) M.R.Cates, J.B.Ball y E.Newman, Phys.Rev., 187(1969)1682.

- 27) H.F.Lutz, D.W.Heikkinen y W.Bartolini, Phys.Rev., C4(1971)934.
- 28) B.Sørensen, Nucl.Phys. A134(1969)1.
- 29) R.P.J.Perazzo y S.Reich, Phys.Lett., 55B(1975)354,
- 30) D.R.Bes, E.E.Maqueda y R.P.J.Perazzo, Nucl.Phys., A199(1973)193.
- 31) P.D.Kunz, Univ. Colorado, C00-535-606, no publicado.
- 32) R.A.Brogia, O.Hansen y C.Reidel, Advances in Nuclear Physics Vol. 6 (Plenum Press, 1973) p. 287.
- 33) R.P.J.Perazzo (comunicación privada).