

Tesis de Posgrado

Estructura filamentaria y emisión de rayos X en el plasma-focus

Rodríguez Trelles, Félix Luis

1975

Tesis presentada para obtener el grado de Doctor en Ciencias Físicas de la Universidad de Buenos Aires

Este documento forma parte de la colección de tesis doctorales y de maestría de la Biblioteca Central Dr. Luis Federico Leloir, disponible en digital.bl.fcen.uba.ar. Su utilización debe ser acompañada por la cita bibliográfica con reconocimiento de la fuente.

This document is part of the doctoral theses collection of the Central Library Dr. Luis Federico Leloir, available in digital.bl.fcen.uba.ar. It should be used accompanied by the corresponding citation acknowledging the source.

Cita tipo APA:

Rodríguez Trelles, Félix Luis. (1975). Estructura filamentaria y emisión de rayos X en el plasma-focus. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires. http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis_1490_RodriguezTrelles.pdf

Cita tipo Chicago:

Rodríguez Trelles, Félix Luis. "Estructura filamentaria y emisión de rayos X en el plasma-focus". Tesis de Doctor. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires. 1975. http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis_1490_RodriguezTrelles.pdf

Universidad de Buenos Aires
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

ESTRUCTURA FILAMENTARIA Y EMISION
DE RAYOS X EN EL PLASMA-FOCUS

Félix Luis Rodríguez Trelles

Tesis presentada para optar al título
de Doctor en Ciencias Físicas

Buenos Aires, julio de 1975.

INDICE

Pág.

RESUMEN	1
CAP.1: <u>Introducción</u>	
1.1) El plasma-focus en un acelerador coaxial . . .	4
1.2) Estructura fina en la vaina y en el focus. . .	9
CAP.2: <u>Descripción de la estructura filamentaria estacionaria en el plasma-focus</u>	
2.1) El modelo de plasma naciente	13
2.2) Modelo estacionario de los filamentos en el acelerador coaxial	18
2.3) Estimaciones de los parámetros de la densidad	37
CAP.3: <u>Perturbaciones lineales de la estructura filamentaria</u>	
3.1) Anillos de rayos X en la superficie interior del electrodo central.	46
3.2) Linealización de las ecuaciones fundamentales	49
3.3) Naturaleza de las aproximaciones y las soluciones.	57
3.4) Solución de la ecuación de Poisson perturbada	59
3.5) Mecanismo para la producción de los anillos de rayos X.	64
CAP.4: <u>Emisión de rayos X por fuentes altamente localizadas en el plasma-focus</u>	
4.1) Estructura fina de los rayos X emitidos en la etapa focus.	69
4.2) Anisotropía en la intensidad de los rayos emitidos por las fuentes localizadas.	72
4.3) Dimensiones de los núcleos y valores locales de la intensidad. Discusión de errores	91

	Pág.
CAP.5: <u>Interpretación de los valores de la anisotropía</u>	
5.1) Estimación de las densidades máximas de carga y de corriente en el focus.	98
5.2) Determinación del campo magnético en las fuentes localizadas del focus. Discusión de errores . . .	109
CAP.6: <u>Conclusiones</u>	
6.1) Discusión de los resultados	116
6.2) Perturbaciones en la estructura filamentaria . . .	117
6.3) Fuentes localizadas en el focus	118
REFERENCIAS.	123
AGRADECIMIENTOS.	127

RESUMEN

El objeto de esta tesis es el estudio de algunas características de la estructura filamentaria que se observa en la descarga de un acelerador coaxial de plasma, con especial interés en la descripción de las fuentes localizadas de rayos X en el focus y de los anillos o arcos que aparecen sobre la cara interior del ánodo.

En el Capítulo I, introductorio, se exponen las motivaciones del trabajo y se lo ubica dentro del contexto de las investigaciones realizadas con el plasma-focus. Se justifica el interés despertado por el dispositivo utilizado y se resumen las características principales del aparato. Se describen las etapas de su funcionamiento y se reseñan sucintamente los modelos propuestos para explicar la radiación emitida. Se comenta brevemente la existencia de la estructura fina y de la energía magnética a ella asociada.

En el Capítulo II se aplica el modelo de plasma naciente a la explicación de la estructura filamentaria en las etapas pre-focus. Se hace una revisión del modelo empleado y su fundamentación.

Una breve descripción de la estructura visible en dichas etapas permite justificar el tratamiento bidimensional estacionario encarado en este caso. Se elige un término de fuentes adecuado para un eventual tratamiento numérico y se repite el cálculo del potencial efectivo en un referencial en movimiento, debido a V. Nardi. Ello permite obtener los campos y la densidad en los filamentos. Se muestra con un ejemplo que las expresiones halladas son adecuadas para introducir la información experimental. En particular, se discute la validez de una expresión aproximada basada en una temperatura efectiva única en los filamentos, para cuyo caso se estiman todos los parámetros requeridos por el modelo.

En el Capítulo III se explica el origen de los anillos

observados en las placas de rayos X. Se linealizan las ecuaciones de plasma naciente que describen los filamentos y se demuestra que éstos pueden soportar perturbaciones de pequeña amplitud en la densidad electrónica. Los anillos se originan cuando estas perturbaciones, que se propagan a lo largo de los filamentos, arriban a la nube iónica localizada frente al ánodo.

En el Capítulo IV se analiza la intensidad de los rayos X provenientes de fuentes localizadas en el focus que se registran, mediante una cámara oscura, en placas cubiertas por un cierto espesor de material absorbente. Se comienza por reseñar resultados anteriores, incluyendo la correlación existente entre los rayos X y la radiación registrada en otros rangos de energía. Luego, se efectúa el análisis numérico de las intensidades medidas en las placas por medio de un microdensitómetro. Se describen detalladamente el método empleado y las aproximaciones involucradas. Se definen los valores locales e integrados de la intensidad de radiación y su anisotropía, cuyos valores numéricos se resumen en una tabla para varias manchas obtenidas con deuterio puro y con una mezcla de deuterio y argón. La anisotropía resulta ser significativa, y varía con la posición dentro de las fuentes y con la proporción de argón en la mezcla. Se discuten los errores del método, subrayándose los efectos del diámetro finito del orificio de la cámara.

En el Capítulo V se estiman las cantidades macroscópicas en los núcleos de las fuentes localizadas (vórtices toroidales), a partir de los valores de la intensidad y la anisotropía. Para ello, se comparan los valores experimentales del Capítulo IV con los valores teóricos de la anisotropía, obtenidos a partir del modelo de Sommerfeld para la radiación del continuo. Los valores absolutos de la intensidad emitida se insertan en las fórmulas empíricas de L. Birks para la exposición, y se arriba a expresiones que permiten estimar el

orden de magnitud de la densidad, la corriente y el campo magnético en los núcleos de las fuentes. Se analizan los valores obtenidos, en particular la corriente, mucho mayor que la que circula entre los electrodos, y el campo magnético, que resulta ser del orden de 10^8 gauss.

En el Capítulo VI se discuten los resultados logrados, las limitaciones de los métodos utilizados y la posibilidad de mejorar el análisis en el futuro. Se concluye que es necesario aceptar la formación de vórtices toroidales para explicar los elevados valores de la corriente en el focus, y se descarta la posibilidad de un modelo de aceleración del tipo "caldera móvil", debido al elevado valor de la anisotropía medida.

CAPITULO 1:

Introducción

1.1) El plasma-focus en un acelerador coaxial.

El acelerador coaxial de plasma es un aparato de descarga en el cual se puede producir un gran número de reacciones de fusión cuando se lo llena con un gas de sección eficaz de fusión elevada (una mezcla que contenga deuterio o tritio) y se cumplen ciertas condiciones de voltaje, presión, etc. que han sido descriptas abundantemente en la literatura (Ref. 1, 2, 3, 4).

El Laboratorio de Física del Plasma de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales (Universidad de Buenos Aires) viene desarrollando un programa de investigaciones con este tipo de acelerador desde 1971, en estrecha colaboración con el laboratorio homónimo del Stevens Institute of Technology (Hoboken, N.J., Estados Unidos).

El gran interés que ha despertado este dispositivo se basa en los siguientes motivos:

i) El gran número de neutrones emitidos en cada descarga (entre 10^6 y 10^{13} para deuterio puro, dependiendo de la energía del aparato), que es el más elevado producido por los aparatos de fusión existentes. Desde este punto de vista, el acelerador coaxial presenta un interés práctico para el ensayo de materiales, incluso si lo comparamos en su forma actual con los reactores de fisión corrientes, pues el flujo de neutrones es enorme, dada la brevísima duración de la emisión (del orden de 100 ns).

ii) La elevada densidad de partículas lograda durante la etapa "focus" de la descarga (Ref. 5) lo convierte en el dispositivo más interesante de que se dispone para el estudio de efectos colectivos, como la aceleración de iones y electrones hasta energías superiores a 1 MeV (Ref. 6).

iii) Su bajo costo de instalación y operación, así como el amplio rango de condiciones bajo las cuales puede funcionar (Ref. 3).

iv) La posibilidad, no descartada, del empleo de dispositivos basados en los principios de funcionamiento del plasma-focus para lograr la fusión controlada.

Existen distintos diseños posibles, entre los que se destacan los empleados por N.I. Filippov (Ref. 7) y por J.W. Mather (Ref. 8). En el presente trabajo nos habremos de referir a resultados obtenidos con un acelerador del tipo de Mather, consistente en un par de electrodos coaxiales de bronce, separados por un aislante de Pyrex, conectados a un banco de condensadores de $45 \mu\text{F}$, con una diferencia de potencial $V=15 \text{ kV}$ (electrodo central positivo). Las dimensiones respectivas se muestran en la fig. 1.1. El electrodo central utilizado es hueco, lo cual presenta algunas ventajas, enunciadas en la sección 4.1.

El aparato está encerrado en un adecuado sistema de vacío que mantiene una presión de unos pocos Torr. La descarga tiene lugar en un tiempo del orden de $2,5 \mu\text{s}$ ($\sim 1/4$ del período del circuito).

El funcionamiento de este tipo de acelerador ha sido explicado reiteradamente en la literatura (una reseña muy completa puede verse en la Ref. 3). Las etapas en la evolución de la descarga se pueden resumir, en orden cronológico, como sigue:

i) La etapa de ruptura ("breakdown"), en la cual el voltaje aplicado entre los electrodos produce la ionización del gas en la zona próxima al aislante. El plasma se concentra en una lámina delgada (denominada vaina de corriente) que crece radialmente hasta alcanzar el electrodo exterior en un tiempo del orden de $1 \mu\text{s}$. La vaina, cuya forma inicial depende del aislante empleado, presenta una estructura periódica de filamentos radiales (Fig. 1.2.a).

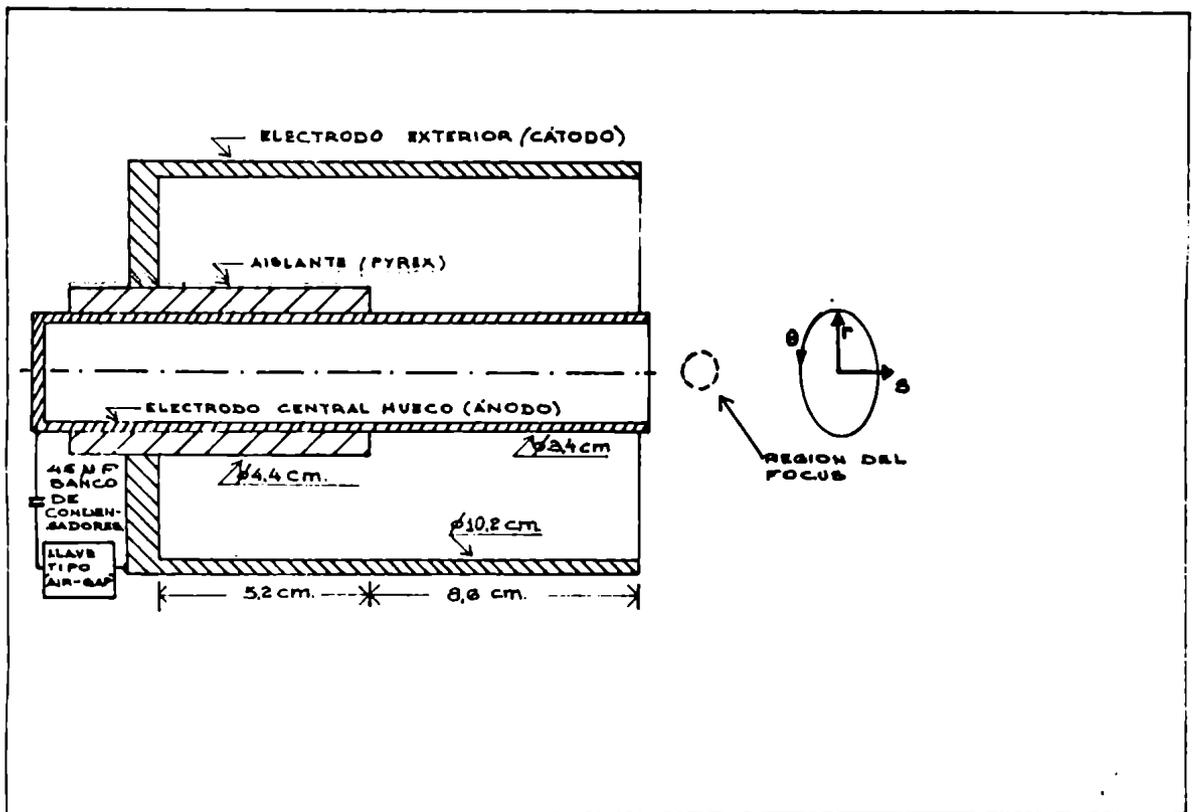


Fig.1.1.- Esquema de un acelerador coaxial de plasma empleado en el Stevens Institute of Technology (Hoboken, N.J., Estados Unidos).

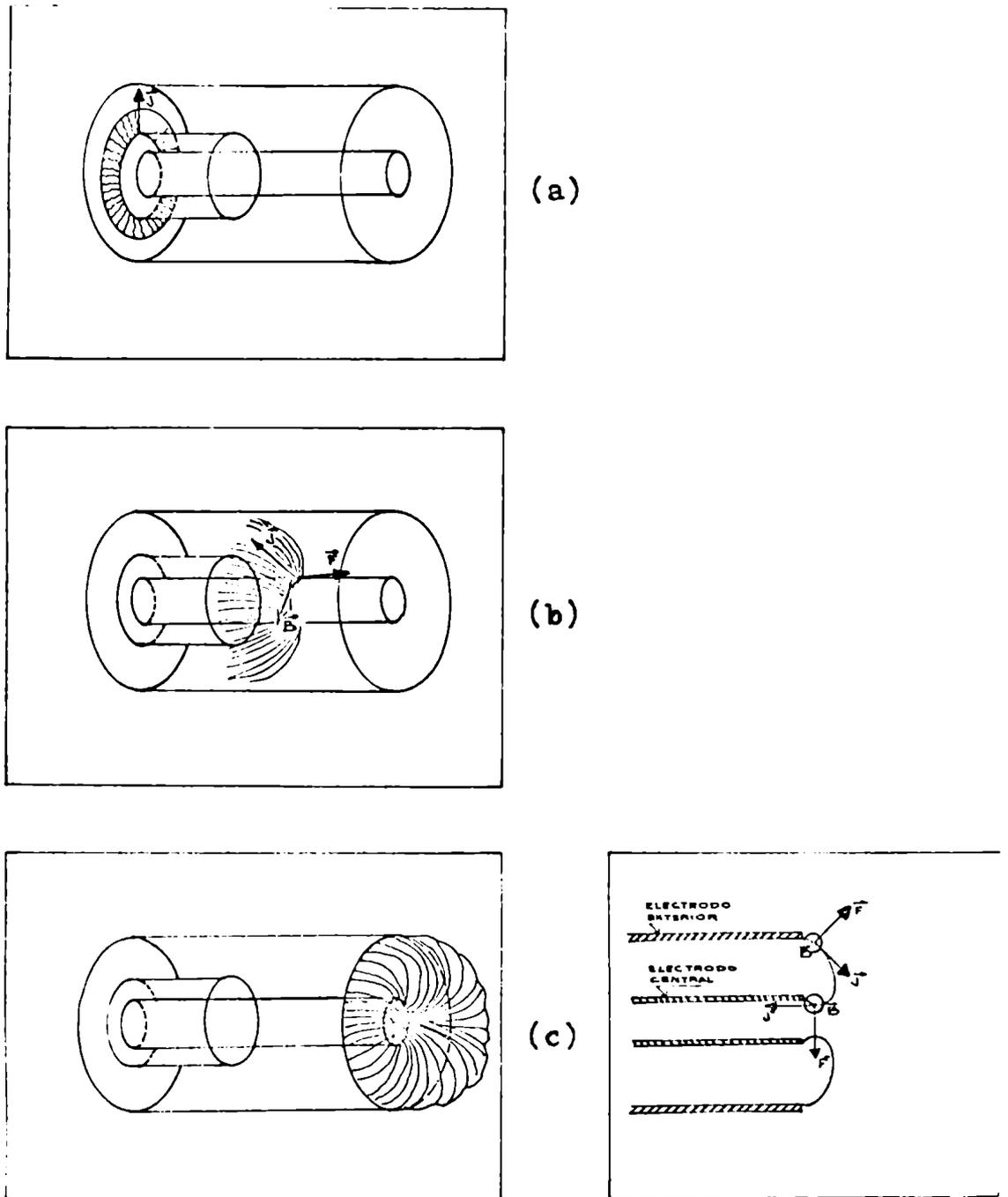


Fig.1.2.- Esquema de las etapas de la descarga en un acelerador coaxial: (a) ruptura; (b) aceleración; (c) colapso.

ii) La etapa de aceleración, durante la cual la vaina es empujada por la fuerza normal $\vec{j} \times \vec{B}$ (fig. 1.2.b) hacia el extremo abierto del acelerador. La componente radial de esta fuerza apunta hacia el electrodo exterior, y la componente axial varía como $1/r^2$ (r es la distancia radial medida desde el eje), de modo que la velocidad de la lámina es mayor cerca del electrodo central, lo cual hace que la sección de la vaina tome una forma parabólica característica. Esta etapa dura algo más de $2 \mu s$, dependiendo de la longitud de los electrodos (ver sección 2.2).

iii) La etapa de implosión o "colapso", que tiene lugar cuando la vaina de corriente alcanza el extremo del electrodo central. La fuerza $\vec{j} \times \vec{B}$ (fig. 1.2.c) llega a ser predominantemente radial, provocando la convergencia de la vaina en una región muy pequeña, donde las densidades de partículas y de energía son muy elevadas. Esta región constituye el llamado "focus", el cual se mueve a lo largo del eje del acelerador. El focus dura un tiempo del orden de $0,1 \mu s$, durante el cual se produce una intensa emisión de neutrones, rayos X y otros tipos de radiación (ver sección 4.1).

iv) La etapa "post-focus", en la cual sobreviven algunos de los filamentos. En esta fase suelen producirse nuevos focus, generalmente dos ó tres, durante un tiempo del orden de $0,5 \mu s$. Más tarde se forma una burbuja hemisférica, originada en la penetración de la vaina por la columna axial, más rápida (Ref. 9).

Durante las fases (i) y (ii), que denominaremos etapas "pre-focus", la vaina cambia de forma pero exhibe la misma estructura filamentaria (Ref. 10).

Como hemos señalado, la característica que más interés ha despertado en el plasma-focus reside en la emisión de un elevado flujo de neutrones y de rayos X. Dos modelos del focus permiten explicar algunos aspectos de la generación de neutrones y de radiación electromagnética en un amplio

rango de energías: el esquema de "caldera móvil" ("moving boiler", Ref. 11, 12, 13) y el de "haz contra blanco" ("beam-target", Ref. 13, 14, 15). En el primero, el focus corresponde a un plasma termalizado (con una temperatura bien definida) en movimiento, donde tienen lugar reacciones genuinamente termonucleares. En el modelo de haz-contra-blanco, un haz de iones de gran intensidad incide sobre un plasma de velocidad mucho menor.

Para determinar la validez de los modelos existentes es necesario efectuar un análisis detallado de las propiedades de la radiación emitida, de manera de poder establecer el mecanismo predominante en la aceleración de las partículas emisoras. En particular, un modelo consistente debe tener en cuenta la existencia de una estructura fina en la vaina de corriente (filamentos luminosos, Ref. 10, 16, 17) y en el mismo focus (fuentes localizadas de rayos X, Ref. 18, 19).

1.2) Estructura fina en la vaina y en el focus.

Las fotografías de la vaina de corriente obtenidas mediante convertidor de imágenes, así como las fotografías de rayos X y las que se obtienen por el método de Schlieren, permiten apreciar un conjunto de filamentos radiales (Ref. 10, 16, 20, 21) ordenados periódicamente (fig. 1.3). Esta estructura periódica está presente durante todo el desarrollo de la descarga y sólo muestra cambios apreciables durante la etapa focus.

En correspondencia con esta estructura visible, se ha detectado una estructura magnética filamentaria (Ref. 10). La energía magnética almacenada en los filamentos de hasta 0,5 mm de diámetro, resulta considerable si tenemos en cuenta el

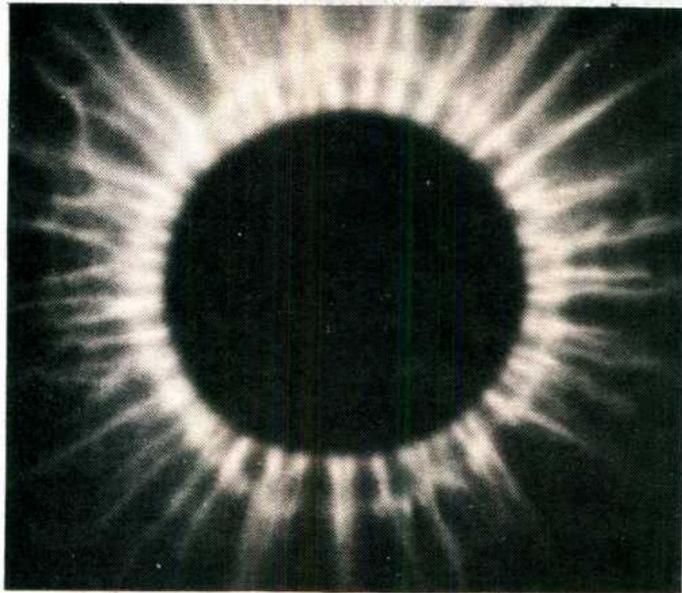


Fig.1.3.- Fotografía de la vaina de corriente en la etapa de aceleración, obtenida con un convertidor de imágenes (exposición: 5 ns; Ref. 23).

valor hallado para el campo magnético a lo largo de un filamento: $B_z \sim 2500$ gauss (Ref. 22).

Las características de la estructura fina varían con el gas de llenado, la energía del acelerador, etc. (Ref. 3, 23, 24). En particular, cuando la densidad de corriente aumenta sustancialmente, el convertidor de imágenes no permite resolver los filamentos que, no obstante, siguen apareciendo en las placas de rayos X. En el presente trabajo analizaremos datos obtenidos con un acelerador de baja energía (~ 5 kJ).

La correlación que existe entre las estructuras que se observan simultáneamente con rayos X y con luz visible ya ha sido suficientemente demostrada (Ref. 25). En particular, nos ocuparemos de analizar dos fenómenos que se observan en las placas de rayos X: los anillos que se ven sobre la superficie interior del electrodo central, y las fuentes localizadas que aparecen en el focus. Estimaremos (Cap. 5) la energía magnética concentrada en estas regiones, con el objeto de fundamentar la hipótesis (Ref. 25) de que esta energía magnética desempeña un papel crucial en la aceleración de partículas en el plasma.

En el análisis de los anillos de rayos X (Cap. 3) aplicaremos el modelo microscópico de fuentes de plasma o de "plasma naciente" (Ref. 26, 27). Un modelo microscópico como el utilizado abre la posibilidad de estudiar fenómenos (como el atrapamiento de partículas, el amortiguamiento de Landau, ciertos tipos de inestabilidades, Ref. 28, 29) que no se manifiestan cuando se adopta, por ejemplo, un modelo de tipo hidrodinámico (MHD, CGL, etc.). Las ecuaciones del modelo aquí empleado constituyen una generalización de las de Vlasov, como suele denominarse al sistema formado por la ecuación de Liouville sin colisiones más las ecuaciones de Maxwell con las densidades de carga y de corriente expresadas a partir de las funciones de distribución.

En todo el tratamiento que sigue se han dejado de lado

los efectos relativísticos, en la hipótesis de que todas las velocidades involucradas son mucho menores que c , la velocidad de la luz.

El sistema de unidades elegido ha sido el c.g.s. gaussiano, excepto en el análisis de datos experimentales, donde se han empleado las unidades usuales en estas mediciones (B en gauss, i en amp, energías en keV, etc.).

CAPITULO 2:

Descripción de la estructura filamentaria estacionaria en el "plasma focus".

2.1) El modelo de plasma naciente.

Es propósito principal de este capítulo y del siguiente describir algunos aspectos de la estructura filamentaria observada en el acelerador coaxial, usando el modelo de "plasma naciente" (o de "fuentes de plasma") desarrollado recientemente por V. Nardi (Ref. 26, 27).

El modelo se basa en el sistema de ecuaciones de Liouville-Vlasov. Las cantidades fundamentales son:

a) La función de distribución de partículas para cada especie $f_i(\vec{r}, \vec{v}, t)$, definida de la manera habitual como la densidad en el espacio de fases hexadimensional (\vec{r}, \vec{v}) , donde

$$\begin{aligned} dN_i(\vec{r}, \vec{v}, t) &= f_i(x, y, z; v_x, v_y, v_z; t) dx dy dz dv_x dv_y dv_z \equiv \\ &\equiv f_i(\vec{r}, \vec{v}, t) d\vec{r} d\vec{v} \end{aligned}$$

representa el número de partículas de la especie i ($i=+, -, a$, para iones, electrones y átomos neutros, respectivamente) cuyas coordenadas están en los intervalos $(x, x+dx)$, $(y, y+dy)$, $(z, z+dz)$ y cuyas componentes de la velocidad toman valores en (v_x, v_x+dv_x) , (v_y, v_y+dv_y) , (v_z, v_z+dv_z) .

b) Los campos eléctrico y magnético macroscópicos $\vec{E}(\vec{r}, t)$ y $\vec{B}(\vec{r}, t)$, que son los valores medios de los campos promediados sobre regiones de dimensión lineal típica L mayor que la longitud de Debye λ_{Di} :

$$L > \left(\frac{K T_{\pm}}{4 \pi \rho_{\pm} q_{\pm}} \right)^{1/2} \equiv \lambda_{D\pm} \quad (2.1)$$

donde K es la constante de Boltzmann; T_{\pm} , ρ_{\pm} , q_{\pm} son la

temperatura, la densidad numérica y la carga de cada partícula de la especie \pm .

\vec{E} y \vec{B} son los campos autoconsistentes: se los determina simultáneamente con las densidades de carga y de corriente por medio de las ecuaciones de Vlasov (las de Liouville para cada especie más las de Maxwell, Ref. 30).

En el sistema c.g.s. (gaussiano) las ecuaciones de Maxwell toman la forma:

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (2.2.a)$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = 4\pi\sigma \quad (2.2.b)$$

$$\nabla \times \vec{B} = \frac{4\pi}{c} \vec{j} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (2.2.c)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2.2.d)$$

donde $\sigma(\vec{r}, t) = \sum_i \rho_i(\vec{r}, t) = \sum_i q_i \rho_i(\vec{r}, t)$ (2.3.a)

y $\vec{j}(\vec{r}, t) = \sum_i \vec{j}_i(\vec{r}, t) = \sum_i q_i \rho_i(\vec{r}, t) \vec{u}_i(\vec{r}, t)$ (2.3.b)

son las densidades de carga y de corriente, respectivamente; \vec{u}_i es la velocidad macroscópica de las partículas de la especie i .

De acuerdo con las ecs. (2.2.a) y (2.2.d) los campos pueden escribirse en función de los potenciales escalar y vectorial $\varphi(\vec{r}, t)$ y $\vec{A}(\vec{r}, t)$:

$$\vec{E} = -\nabla\varphi - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}; \quad \vec{B} = \nabla \times \vec{A} \quad (2.3.c)$$

c) Los términos de fuentes S_i , definidos para cada especie, los cuales dan cuenta de los procesos de tipo colisional (ionización, recombinación o, en general, interacciones que ocurren dentro de la esfera de Debye: $L < \lambda_D$, ec. 2.1). Estas

funciones que llamaremos fuentes juegan un rol esencial en el modelo que nos ocupa.

Sea d/dt el operador cinético de Vlasov. Lo aplicamos a la función de distribución f_i para describir la variación de f_i en el espacio de fases cuando pasamos de (\vec{r}, \vec{v}) a $(\vec{r} + \vec{v}dt; \vec{v} + \frac{\vec{F}_i}{m_i} dt)$ en un tiempo dt :

$$\frac{df_i}{dt} = \frac{\partial f_i}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla f_i + \frac{\vec{F}_i}{m_i} \cdot \frac{\partial f_i}{\partial \vec{v}} \quad (2.4)$$

donde $\vec{F}_i = q_i (\vec{E} + \frac{1}{c} \vec{v} \times \vec{B})$.

En el modelo sin colisiones tenemos

$$\frac{df_{vi}}{dt} = 0 \quad (2.5)$$

donde el subíndice (vi) se refiere a una solución de Vlasov (es decir sin colisiones) para la especie i .

En cambio, en el modelo de plasma naciente escribimos

$$\frac{df_i}{dt} = S_i(\vec{r}, \vec{v}, t) \quad (2.6)$$

para cada especie. Antes de elegir una función particular S_i para un problema dado, repasemos el significado físico de este término.

Las ecuaciones de Vlasov ($S_i=0$) sólo tienen en cuenta interacciones que tienen lugar por medio de los campos auto-consistentes. En general no describen los efectos de colisiones de corto alcance ($L < \lambda_D$) en las que intervienen dos o más partículas, u otros procesos como la ionización y la recombinación, la emisión de radiación de frenado (bremsstrahlung) y radiación de ciclotrón, la microturbulencia (dispersión de

partículas por fluctuaciones en los campos), etc. Estas interacciones pueden despreciarse sólo en casos muy particulares. Algunos de los procesos mencionados se hallan claramente presentes en la vaina de corriente del acelerador coaxial.

Tomaremos S_i de la forma:

$$S_i(\vec{r}, \vec{v}, t) = \sum_n S_i^{(n)}(\vec{r}, \vec{v}, t) \quad (2.7)$$

donde cada término de la sumatoria da cuenta de la producción y/o absorción de partículas en un elemento de volumen $d\vec{r}d\vec{v}$ del espacio de fases, debidas a procesos que no son descriptos por los campos macroscópicos. Las formas analíticas de los términos $S_i^{(n)}$ pueden diferir entre sí sustancialmente, como consecuencia de las diferencias esenciales entre los procesos involucrados. Un término dado puede describir, también, los efectos combinados de varios tipos de interacción, con una incertidumbre sustancial en cuanto a la importancia relativa de cada contribución.

Sea $f_v(\vec{r}, \vec{v}, t)$ una solución de la ecuación cinética de Vlasov (2.5). Una función f_s de la forma

$$f_s(\vec{r}, \vec{v}, t) \equiv f_v P(\vec{r}, \vec{v}, t),$$

donde P es una función analítica arbitraria, será solución de la ecuación

$$\frac{df_s}{dt} = f_v \frac{dP}{dt} .$$

La forma $f_s = f_v P$ resultará conveniente cuando se conozcan algunas constantes de movimiento (c_1, \dots, c_N) del problema. En ese caso cualquier función $f_v = f_v(c_1, \dots, c_N)$ será una

solución formal de la ecuación (2.5). Si algunas de estas cantidades siguen siendo constantes de movimiento cuando se consideran procesos de tipo colisional (esto podrá concluirse, eventualmente, a partir de la observación de las cantidades macroscópicas), entonces está claro que P no será función de las c_n solamente, pero su forma se simplificará al reemplazar, donde sea posible, las coordenadas del espacio de fases en función de las constantes de movimiento, de la misma manera que un sistema particular de coordenadas resulta conveniente para una simetría dada.

Así, dada $f_{vi} = f_v(c_1^i, \dots, c_N^i)$, podemos escribir una solución formal inmediata de

$$\frac{df_i}{dt} = S_i = f_{vi} \frac{dP_i}{dt} \quad (2.8.a)$$

a saber:

$$f_i = f_{vi} + f_{si} = f_{vi} (1 + P_i) \quad (2.8.b)$$

donde el subíndice (si) designa el "término de fuentes" de la especie i . Encontrar una solución particular de $dP_i/dt = S_i/f_{vi}$ puede ser un problema difícil de por sí, pero en algunos casos se puede hallar una función P_i que simplifica el sistema de ecuaciones de Vlasov y que, al mismo tiempo, genera cantidades macroscópicas (momentos de la función de distribución total f_i , definida en la ec. 2.8.b; Ref. 31) que concuerdan con los valores observados experimentalmente.

En la búsqueda de soluciones de la ecuación completa (2.6) nos veremos limitados por restricciones de tipo físico sobre las cantidades macroscópicas (ρ_i, \bar{j}_i ; etc.) que aparecerán bajo la forma de condiciones de contorno, simetrías, periodicidad, etc. Puede resultar imposible hallar una solución de Vlasov ($S_i=0$) que llene todos esos requisitos, pero a veces se puede encontrar una fuente S_i para la cual es posible escribir una solución de (2.6) que tiene todas las propiedades deseadas. En otras palabras, aún cuando hallar un

término de fuentes S_i tal que exista una correspondiente solución f_i con momentos adecuados no es de ninguna manera una tarea sencilla, la inclusión del término S_i aumenta las posibilidades de resolver un problema con condiciones dadas en número finito.

Así, puede considerarse (Ref. 27) que las fuentes proporcionan las correcciones que deben agregarse a las funciones f_{vi} a fin de satisfacer las condiciones impuestas a las cantidades macroscópicas (campos autoconsistentes y momentos de la función de distribución completa o "corregida").

Sin embargo, la unicidad de las soluciones es una cuestión que sólo puede discutirse en casos específicos. Dado un conjunto consistente de condiciones bien planteadas sobre las cantidades macroscópicas hay, en general, una infinidad de funciones f_i que generan momentos con las propiedades dadas.

2.2) Modelo estacionario de los filamentos en el acelerador coaxial.

Aplicando un modelo bidimensional sin colisiones N. Komarov (Ref. 32) ha demostrado la existencia de estructuras estacionarias espacialmente periódicas en una columna de plasma, y explicado la periodicidad observada en la densidad, la corriente y los campos en descargas del tipo "pinch" (auto-comprimidas, Ref. 33, 34).

V. Nardi (Ref. 26) desarrolló una extensión de dicha teoría del estado estacionario y la aplicó a la descripción de la estructura de la vaina de corriente que se forma en un acelerador coaxial. Daremos aquí una deducción más bien detallada de los resultados que más interesan para la descripción del perfil de densidad y los compararemos con los datos

obtenidos mediante sondas, fotografías por convertidor de imágenes y observaciones interferométricas.

Definimos un sistema local de coordenadas cartesianas (x,y,z) fijado a la vaina de corriente, con su eje z a lo largo del eje de un filamento (z crece al acercarse desde el electrodo exterior al electrodo central positivo, fig. 2.1), $y=r\theta$ es una coordenada azimutal medida normalmente a los filamentos y x es un tercer eje ortogonal: $\hat{x}=\hat{y}\times\hat{z}$. Las coordenadas cilíndricas en el referencial del laboratorio (fig. 2.1) son \underline{r} (distancia radial medida desde el eje del acelerador), θ (azimut) y \underline{s} (distancia axial desde el extremo posterior del tubo). Durante la etapa del focus se tiene $z=s_0-s$ y $x\approx r$; en la etapa pre-focus de la descarga: $z\approx r_0-r$ y $x\approx s'_0-s$ (r_0, s_0, s'_0 son constantes).

En las fotografías obtenidas mediante convertidor de imágenes, como la que se ve en la fig. 2.2 (Ref. 23) vemos que la separación \underline{d} entre filamentos adyacentes en las etapas anteriores al focus no varía sustancialmente con r , es decir $|\partial d/\partial z|\approx 1\text{mm}/5\text{cm}\ll 1$. Otro tanto sucede con la luminosidad visible emitida por los filamentos (estrechamente relacionada con la densidad de corriente \vec{j}), la cual también permanece esencialmente constante a lo largo de z , con excepción de las proximidades del electrodo exterior. A partir de estas fotografías y de mediciones por sondas (Ref. 35) también concluimos que el perfil parabólico de la vaina de corriente puede ser aproximado por un cono truncado (la sección del cono se ve en la fig. 2.1), excepto en la región cercana al cátodo.

Para simplificar, supondremos que $\partial Q/\partial z=0$ para todas las cantidades $Q(\vec{r})$, lo cual corresponde a una distribución plana de filamentos cilíndricos paralelos. Por medio de una transformación continua los resultados finales pueden modificarse para dar cuenta de la curvatura de los filamentos y de la distribución azimutal. La aproximación cilíndrica

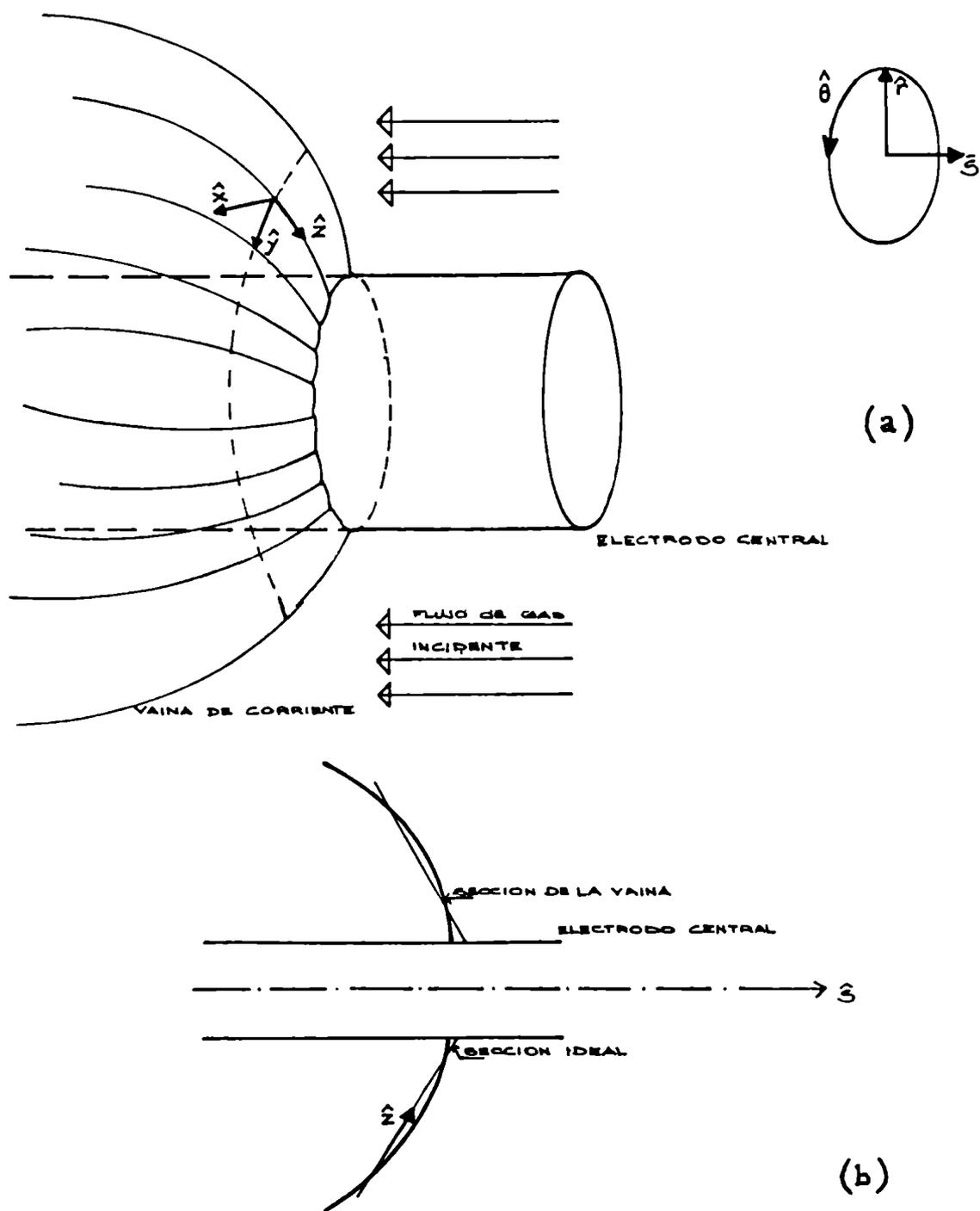


Fig.2.1.- Esquema de la vaina de corriente: (a) vista oblicua; (b) sección lateral. Se pueden comparar las coordenadas locales (x,y,z) y las de laboratorio (r,θ,s) .

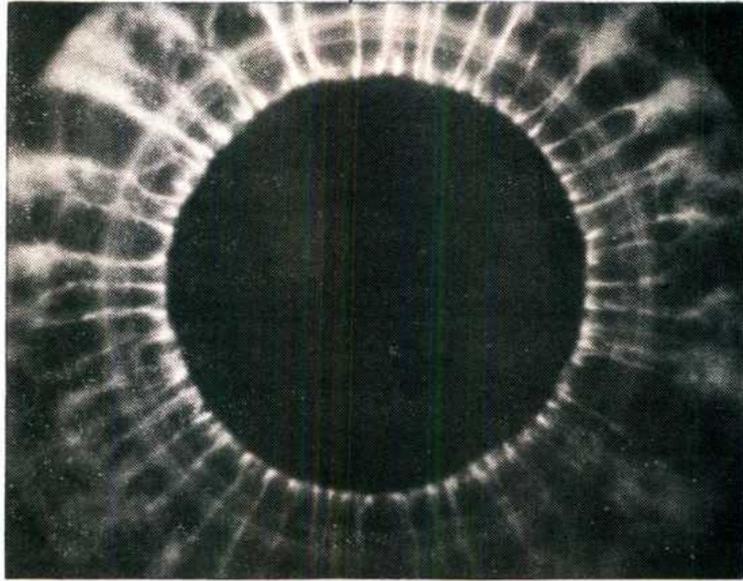


Fig.2.2.- Fotografía de la vaina de corriente en la etapa de aceleración (Ref. 23). Nótese la periodicidad espacial de los filamentos y la turbulencia en la periferia (exposición: 5 ns).

estacionaria no es válida durante el colapso de la lámina de corriente ni en las proximidades del electrodo exterior. Durante la etapa del focus la dinámica se modifica completamente como consecuencia de la gran compresión magnética y de la desorganización de los filamentos (Ref. 3 , 36), mientras que cerca del cátodo el plasma se vuelve turbulento (ver la fig. 2.2; Ref. 37 , 38).

En el referencial de la vaina de corriente hay un flujo efectivo de átomos hacia la lámina, con una velocidad constante $u_a \approx 10^7$ cm/s (Ref. 3 , 26). El modelo "snowplow" ("bola de nieve", Ref. 39) da una buena aproximación para

$$u_a = \left(\frac{c^2 E^2}{4\pi \rho_m} \right)^{1/4} \quad (2.9)$$

donde \vec{E} es el campo eléctrico aplicado entre los electrodos y ρ_m es la densidad de masa inicial. Experimentalmente se ha comprobado la validez de esta fórmula para presiones de más de 0,4 Torr y bajas energías ($V < 13$ kV; Ref. 3).

Midiendo el tiempo de emisión del pulso inicial de rayos X duros se ha estimado (Ref. 9) que la densidad residual media detrás de la vaina de corriente ($x > 0$) es menos del 1% de la densidad original entre los electrodos. Ello significa que la mayoría de los átomos neutros resultan ionizados, se incorporan a la vaina de corriente y son transportados a lo largo de los filamentos hacia el electrodo exterior. De manera análoga, los electrones provenientes de esta ionización son atrapados por los filamentos y transportados hacia el ánodo. En el interior de los canales de corriente tienen lugar numerosas recombinaciones y re-ionizaciones.

En el referencial del laboratorio el modelo "snowplow" proporciona una expresión elemental de la variación temporal de ρ_m (densidad de masa en la vaina de corriente). Despreciando el gradiente de presión en la lámina tenemos

$$\frac{d}{dt}(\rho_m \bar{u}_a) \approx \frac{1}{c} \bar{j} \times \bar{B} \quad (2.10.a)$$

o sea:

$$\bar{u}_a \frac{\Delta \rho_m}{\Delta t} = \frac{1}{c} (\bar{j} \times \bar{B})_s - \rho_m \frac{d\bar{u}_a}{dt} \approx \frac{1}{c} (\bar{j} \times \bar{B})_s \quad (2.10.b)$$

donde $\Delta \rho_m / \Delta t$ es la acumulación de masa por unidad de tiempo en la vaina y \underline{s} indica la componente axial. \bar{B} depende fuertemente de \underline{r} y \underline{s} , las coordenadas radial y axial. Para una posición fija cerca del ánodo ρ_m resulta ser una función linealmente creciente de \underline{s} , mientras que $d\rho_m/dt$ es una función no lineal de \underline{r} .

Los valores experimentales muestran un aumento en la densidad del orden de 60% cerca del ánodo y de menos del 3% cerca del electrodo exterior, durante toda la etapa pre-focus. Si comparamos por una parte las escalas temporales τ_{\pm} de los fenómenos que afectan una partícula individual durante su pasaje a través de la vaina de corriente y, por otra parte, la duración τ_a de la etapa pre-focus, tenemos

$$\tau_{\pm} \leq \frac{\Delta r}{w_{\pm}} \ll \frac{\Delta s}{u_a} \approx \tau_a, \text{ ya que } \Delta r \ll \Delta s \text{ y } u_a < w_{\pm}.$$

Aquí Δr es la distancia entre los electrodos, Δs es la longitud del cañón coaxial, w_{\pm} son estimaciones (ver 2.3) de las velocidades de las partículas cargadas a lo largo de los filamentos, y \bar{u}_a es la velocidad constante del frente de corriente. Así, vemos que una variación sustancial en las cantidades macroscópicas sólo tendrá lugar en un tiempo $\tau_a \gg \tau_{\pm}$, de modo que una partícula cargada que se mueve a lo largo del eje \underline{z}

apenas sufrirá sus efectos. En particular, \bar{w}_{\pm} sólo variará en forma apreciable en una escala temporal prolongada y la podremos considerar como constante (luego daremos una definición más precisa de esta velocidad).

En las condiciones precedentes ($\partial Q/\partial z = \partial Q/\partial t = 0$), escribimos las ecuaciones de plasma naciente:

$$\frac{df_{\pm}}{dt} = S_{\pm} \quad (2.11.a)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (2.11.b)$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = 4\pi\sigma \quad (2.11.c)$$

$$\nabla \times \vec{B} = \frac{4\pi}{c} \vec{j} \quad (2.11.d)$$

$$\nabla \times \vec{E} = 0 \quad (2.11.e)$$

donde d/dt y todas las cantidades han sido definidas en 2.1. Aquí las ecuaciones (2.3.c) toman la forma:

$$\vec{E} = -\nabla\varphi; \quad \vec{B} = \nabla \times \vec{A} \quad (2.12)$$

para los campos y potenciales independientes de \underline{z} y de \underline{t} .

Supondremos que la ionización en la vaina de corriente es casi total. Los átomos neutros serán considerados como depósito de reserva para la creación y absorción de partículas cargadas. El efecto crucial de los neutros en las cantidades macroscópicas (su contribución a la densidad de partículas cargadas, a la anisotropía en las velocidades, etc.) se manifiesta en los términos fuentes S_{\pm} que, por supuesto, afectan sustancialmente las funciones de distribución.

Tomamos un término fuente de la forma dada por la ecuación (2.7). Como solución f_{vi} de la ecuación cinética de Vlasov

independiente de \underline{z} y \underline{t} , elegimos una función de dos constantes de movimiento: el hamiltoniano \mathcal{H}_i y la componente \underline{z} del impulso canónico p_z^i .

Partiendo del lagrangiano no relativista \mathcal{L}_i para partículas del tipo i en un campo electromagnético:

$$\mathcal{L}_i = \frac{1}{2} m_i v^2 + \frac{1}{c} q_i \vec{A} \cdot \vec{v} - q_i \varphi ,$$

construimos el hamiltoniano:

$$\mathcal{H}_i = \vec{v} \cdot \vec{p}^i - \mathcal{L}_i = \frac{1}{2} m_i v^2 + q_i \varphi \quad (2.13.a)$$

y el impulso canónico, dado por:

$$p_j^i = \frac{\partial \mathcal{L}_i}{\partial v_j} = m_i v_j + \frac{1}{c} q_i A_j \quad (2.13.b)$$

Es evidente que

$$\frac{dp_z^i}{dt} = -\frac{\partial \mathcal{H}_i}{\partial z} = 0 \quad \text{y} \quad \frac{d\mathcal{H}_i}{dt} = 0$$

de modo que p_z^i y \mathcal{H}_i son constantes de movimiento. Con ellas formamos la combinación lineal:

$$\mu_{\pm}(r, v) = \mathcal{H}_{\pm} - w_{\pm} p_{z_{\pm}} + \frac{1}{2} m_{\pm} w_{\pm}^2 \quad (2.14)$$

donde \vec{w}_{\pm} es una velocidad constante para las partículas (\pm) cuyo significado se aclara cuando escribimos μ_{\pm} en la forma:

$$\mu_{\pm}(\vec{r}, \vec{v}) = \frac{1}{2} m_{\pm} [v_x^2 + v_y^2 + (v_z - w_{\pm})^2] + q_{\pm} (\varphi - \frac{1}{c} w_{\pm} A_z) \quad (2.15)$$

Vemos que μ_{\pm} es la energía total de las partículas (\pm) medida en un referencial que se mueve con velocidad $\vec{w}_{\pm} = w_{\pm} \hat{z}$ a lo largo de los filamentos. El segundo término en la ecuación (2.15) es el potencial electromagnético efectivo medido en el referencial móvil (ver 3.3):

$$\Gamma_{\pm} = q_{\pm} (\varphi - \frac{1}{c} w_{\pm} A_z) \quad (2.16)$$

Ahora escribimos una función de distribución de Vlasov

$$f_{v_{\pm}}(\mathbf{r}, \mathbf{v}) = \lambda_{\pm} \exp(-\alpha_{\pm} \mu_{\pm}) \quad (2.17)$$

donde $\lambda_{\pm} \equiv \tilde{\rho}_{\pm} \left(\frac{m_{\pm} \alpha_{\pm}}{2\pi} \right)^{3/2}$ es una constante de normalización, que definimos para expresar los momentos:

$$\rho_{v_{\pm}} = \int d\vec{v} f_{v_{\pm}} = \tilde{\rho}_{\pm} \exp(-\alpha_{\pm} \Gamma_{\pm}) \quad (2.18.a)$$

$$\rho_{v_{\pm}} \vec{u}_{v_{\pm}} = \int d\vec{v} f_{v_{\pm}} \vec{v} = \tilde{\rho}_{\pm} \vec{w}_{\pm} \exp(-\alpha_{\pm} \Gamma_{\pm}) \quad (2.18.b)$$

$$\rho_{v_{\pm}} (K T_{v_{\pm}}) = \int d\vec{v} f_{v_{\pm}} \frac{1}{2} m_{\pm} (\vec{v} - \vec{w}_{\pm})^2 = \frac{3}{2} \frac{\tilde{\rho}_{\pm}}{\alpha_{\pm}} \exp(-\alpha_{\pm} \Gamma_{\pm}) \quad (2.18.c)$$

Aquí las integrales se calculan sobre todo el espacio de velocidades ($d\vec{v} = dv_x dv_y dv_z$) y el índice (v) designa las "componentes" de Vlasov (momentos sin colisiones). $T_{v_{\pm}} = \frac{3}{2} \frac{1}{K\alpha_{\pm}}$ es la

"componente" de Vlasov de la temperatura.

Notamos que la dependencia espacial de todas las cantidades macroscópicas de Vlasov se expresa, para el caso de temperatura constante ($\nabla\alpha=0$), solamente por intermedio de los potenciales efectivos $\Gamma_{\pm}(x,y)$.

Recordando las expresiones (2.7) y (2.8), tomamos un término de fuentes de la forma (Ref. 26):

$$f_{s\pm} = f_{v\pm}(\vec{r}, \vec{v}) P_{\pm}(\vec{r}, \vec{v}) = f_{v\pm} \sum_{n=1}^N \int_{\Gamma}^{\mu_n} d\tilde{\mu}_{\pm} L_n(\tilde{\mu}_{\pm}) C_{1\pm}^{(n)} C_{2\pm}^{(n)} \quad (2.19)$$

donde $\tilde{\mu}_{\pm}$ indica un valor numérico fijo de la energía de las partículas (\pm), que define una familia particular de trayectorias en el espacio de fases; el índice $n=0, \dots, N$ describe un número finito de procesos que discutiremos más adelante, y el "espectro de fuentes" $L_n(\tilde{\mu}_{\pm})$ es un factor de peso que describe la contribución de las partículas de energía fija $\tilde{\mu}_{\pm}$ a la componente de fuentes de la función de distribución, a través de un proceso específico designado por el subíndice \underline{n} . $C_{1\pm}^{(n)}$ y $C_{2\pm}^{(n)}$ son funciones escalón de distintos argumentos:

$$C(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$$

$$C_{1\pm}^{(n)} \equiv C \left[\frac{2}{m_{\pm}} (\tilde{\mu}_{\pm} - \Gamma_{\pm}) - (v_{\pm}^2 - v_n^2) \right] \quad (2.20.a)$$

$$C_{2\pm}^{(n)} \equiv C \left[v_n - \frac{2}{m_{\pm}} \sqrt{(\tilde{\mu}_{\pm} - \Gamma_{\pm}) - (v_{\pm}^2 - v_n^2)} \right] - \frac{1}{2} \quad (2.20.b)$$

Aquí $v_{\pm}^2 = (\vec{v} - \vec{v}_{\pm})^2$, y v_n la componente de $v_{\pm} = \vec{v} - \vec{v}_{\pm}$ asociada al proceso \underline{n} .

En particular, la elección de las contribuciones de los

distintos procesos puede hacerse de manera que el flujo teórico resultante (expresado en función de las integrales de la función de distribución completa $f_v + f_s$, como en la ec. 2.18) concuerde con los resultados experimentales. Un ejemplo en el cual el flujo de partículas cargadas es colineal con las líneas de campo magnético en la vaina de corriente se discute en la Ref. 26, donde se emplea un sistema de coordenadas curvilíneas con $v_n = v_z, v_r$ ($\hat{z} = \vec{B}/B$; $\vec{v}_z \cdot \vec{v}_r = 0$; $v_x^2 + v_y^2 = v_z^2 + v_r^2$) para describir la anisotropía en el flujo de las partículas cargadas que se generan a partir de las neutras incidentes y son atrapadas por el intenso campo B_z en la vaina de corriente. Nuestra discusión presente se limitará al estudio del perfil de densidades, ya que emplearemos componentes del espectro asociadas a coordenadas cartesianas ($n=1,2,3$ corresponderán a partículas absorbidas o emitidas en las direcciones x, y, z).

Para dar una interpretación de las funciones C_1 y C_2 en (2.20) consideremos partículas de una sola especie, abandonando por el momento los subíndices (\pm). Sea \vec{r}_0 un punto dado, donde la energía cinética \mathcal{E} toma un valor numérico fijo $\mathcal{E}_0 = \tilde{\mu} - \Gamma(\vec{r}_0)$. De acuerdo con la ec. (2.20.a), la función f_s se formará con contribuciones (positivas y negativas, dependiendo de $C_2 = \pm 1/2$) de las partículas que recorren trayectorias de Vlasov con $\mu = \tilde{\mu}$, cuyas energías cinéticas verifican:

$$\mathcal{E}_0 = \frac{1}{2} m v_0^2 > \frac{1}{2} m [(\vec{v} - \vec{w})^2 - v_n^2] = \frac{1}{2} m v_{1n}^2 \equiv \mathcal{E}_{1n} .$$

Aquí hemos separado a \mathcal{E} en dos partes: $\mathcal{E} = \mathcal{E}_n + \mathcal{E}_{1n}$, correspondientes al movimiento en la dirección de \vec{v}_n y al movimiento normal a \vec{v}_n . De modo que la ecuación (2.20.a) significa que $v_{1n}^2 \leq v_0^2$ para las partículas que contribuyen a la función de distribución, lo cual es un requisito natural para las partículas que recorren trayectorias de Vlasov con $v = v_0 = \sqrt{\frac{2}{m}(\tilde{\mu} - \Gamma)}$;

es decir que $C_1 \neq 0$ sólo si $v_n^2 \geq 0$.

Según la ecuación (2.20.b), algunas familias de partículas tendrán $C_2=1/2$ y las restantes darán una contribución a f_s de signo opuesto. Las cantidades relativas de cada clase dependerán de la expresión analítica de Γ y (para cada término de subíndice \underline{n}) de los valores relativos de $\xi_n/\xi = v_n^2/(v_n^2 + v_{1n}^2)$ y del signo de v_n . La elección arbitraria de $1/2$ para el valor de la constante en C_2 simplifica las integrales en el cálculo de los momentos de f_s .

Los límites de integración en (2.19) son el potencial efectivo $\tilde{\mu} = \Gamma$, donde $\xi = 0$ y un valor máximo $\tilde{\mu} = \mu_m \equiv \xi_m + \Gamma_m$. Sin pérdida de la generalidad, podemos tomar $\mu_m \rightarrow \infty$ imponiendo la condición de que $L(\tilde{\mu})$ sea despreciable para $\tilde{\mu} \geq \mu_m$.

La forma analítica del espectro de fuentes $L_n(\tilde{\mu})$ cumple un papel decisivo en la determinación de la función de distribución completa $f_v + f_s$ y de sus momentos. Elegimos un espectro de la forma

$$L_{n\pm}(\mu) = \sum_{l=0}^{N_n} b_{l\pm}^n \exp(\beta_{l\pm}^n \mu); \quad \beta_{l\pm}^n < 0 \quad (2.21)$$

con $b_{l\pm}^n, \beta_{l\pm}^n$ constantes ($n=1,2,3; l=0,1,\dots,N_n$). Los coeficientes $b_{l\pm}^n$ serán funciones de la densidad y la velocidad de las partículas neutras, cuyo flujo se supone espacialmente uniforme en el referencial de la vaina de corriente, mientras que los $\beta_{l\pm}^n$ están relacionados a las secciones eficaces de interacción.

La forma de L_n en la ecuación (2.21) es conveniente, por ejemplo, cuando conocemos las secciones eficaces de todos los procesos asociados a las fuentes (en el caso general, cuando $n=1,\dots,N>3$) dentro de los rangos de energía de interés. En ese caso es posible elegir las $2(\sum_n N_n + 1)$ constantes en la ec. (2.21) de manera de aproximar una función dada $L_n(\mu)$. Supongamos

que se nos da un conjunto de valores $L'_n(\mu_k) \equiv L_k^n$ ($k=0, \dots, N$) con $\min \Gamma < \mu_k < \mu_M$. Podemos comenzar por fijar los coeficientes β_1^n (todos distintos para un n dado) y escribir el sistema:

$$\sum_{l=0}^N b_l^n \exp(\beta_1^n \mu_k) = L_k^n$$

que se resuelve en las incógnitas b_l^n cuando el determinante de la matriz $[\exp(\beta_1^n \mu_k)]$ de $(N+1) \times (N+1)$ no se anula. Así obtenemos un espectro que toma idénticamente los valores dados en $\mu = \mu_k$ y tal que el error para valores intermedios de la energía se puede minimizar mediante una elección conveniente de los β_1^n y los μ_k (por ejemplo, estos últimos pueden tomarse en los máximos y mínimos relativos del espectro "verdadero").

Cuando no se conoce la forma del espectro verdadero, el procedimiento bosquejado se puede usar para ajustar las expresiones empíricas de las cantidades macroscópicas a los momentos de la función de distribución completa. Esto será posible cuando, como en el presente caso, las formas analíticas de la densidad, flujo, etc. resulten esencialmente semejantes a la dada por la ec. (2.21).

Ahora pasamos a calcular las componentes de fuentes de la densidad y la velocidad. La integración de (2.19) se hace inmediata si primero integramos sobre el espacio de velocidades y luego sobre $\tilde{\mu}$. Los resultados son:

$$\rho_{s\pm} = \left\{ \frac{1}{2} \tilde{\rho} \sum_{n=1}^N \sum_{l=0}^N \frac{b_l^n}{\beta_1^n} \left(\frac{\alpha}{\alpha - \beta_1^n} \right)^{3/2} \exp [(\beta_1^n - \alpha) \Gamma] \right\}_{\pm} \quad (2.22.a)$$

$$(\rho u_i)_{s\pm} = \left\{ \frac{\alpha}{2\pi m} \tilde{\rho} \sum_{l=0}^N \frac{b_l^i}{(\alpha - \beta_1^i)^2} \exp [(\beta_1^i - \alpha) \Gamma] \right\}_{\pm} + (\rho_s w_i)_{\pm} \quad (2.22.b)$$

donde $\Gamma_{\pm} = \pm e(\varphi - \frac{1}{c} w_{\pm} A_z)$ para átomos ionizados una sola vez y electrones; $\beta_l^n \neq \beta_{l'}^n$ para $l \neq l'$; $\beta_1^n < 0$ para todo valor de n y l .

En el estado estacionario reducimos las ecuaciones de Maxwell (2.11) al par:

$$\nabla^2 \varphi = -4\pi e (\rho_+ - \rho_-) \quad (2.23.a)$$

$$\nabla^2 A_z = -\frac{4\pi e}{c} [(\rho u_z)_+ - (\rho u_z)_-] \quad (2.23.b)$$

Haremos hipótesis adicionales a fin de simplificar las ecuaciones potenciales. Primero, hacemos la suposición natural de neutralidad de carga para las fuentes \underline{s} (creación y absorción simultáneas de iones y electrones a partir de los átomos neutros incidentes), es decir:

$$\rho_{s+} = \rho_{s-} \quad (2.24)$$

Así, la densidad de carga neta vendrá dada solamente por los términos de Vlasov, y la ecuación de Poisson (2.23. a) toma la forma:

$$\nabla^2 \varphi = -4\pi e [\tilde{\rho}_+ \exp(-\alpha_+ \Gamma_+) - \tilde{\rho}_- \exp(-\alpha_- \Gamma_-)] \quad (2.25)$$

En segundo lugar, tomamos:

$$\rho_{\pm} u_{z\pm} = \frac{c^2}{w_{\mp}} \rho_{v\mp} \quad (2.26)$$

donde $\rho_{\pm} = \rho_{v\pm} + \rho_{s\pm}$. Esta hipótesis simplificadora corresponde a una densidad donde el término dominante es el de fuentes, es decir

$$\left| \frac{\rho}{\rho_v} \right|_{\pm} = \left| \frac{\rho_v + \rho_s}{\rho_v} \right|_{\pm} = \left| \frac{c^2}{u_{z_{\pm}} w_{\pm}} \right| \gg 1$$

Las ecuaciones (2.24) y (2.26) implican una situación de cuasi-neutralidad, ya que $|\rho_{v+} - \rho_{v-}| \ll \rho_{\pm}$.

Entonces, la ecuación (2.23.b) toma la forma

$$\nabla^2 A_z = -4\pi e c \left[\frac{\tilde{\rho}_+}{w_-} \exp(-\alpha_+ \Gamma_+) - \frac{\tilde{\rho}_-}{w_+} \exp(-\alpha_- \Gamma_-) \right] \quad (2.27)$$

y una combinación lineal de (2.25) y (2.27) da:

$$\nabla^2 \Gamma_{\pm} = \nu_{\pm} \exp(-\alpha_{\pm} \Gamma_{\pm}) \quad (2.28)$$

donde

$$\nu_{\pm} \equiv \left(\frac{1}{\alpha_{\pm} \lambda_D^2} \frac{w_{\pm}}{w_{\mp}} - 1 \right)$$

(λ_D fue definida en la ec. 2.1).

Vemos que las aproximaciones anteriores desacoplan las ecuaciones de los potenciales, reduciéndolas a una forma que resulta inmediatamente integrable. En efecto, introduciendo la notación

$$F_{\pm} = \exp(-\alpha_{\pm} \Gamma_{\pm}) \quad (2.29)$$

$$\xi = x + iy; \quad \eta = x - iy$$

la ecuación (2.28) toma la forma (dejando de lado los

subíndices \pm):

$$\frac{\partial^2 (\ln F)}{\partial \xi \partial \eta} = -\frac{1}{4} \alpha \nu F$$

que tiene una integral general conocida (Ref.40):

$$F(\xi, \eta) = \frac{8}{\alpha \nu} \frac{\frac{dg}{d\xi} \frac{d\bar{g}}{d\eta}}{(1 + g\bar{g})^2} \quad (2.30)$$

donde $g=g(\xi)$ es una función analítica arbitraria y para $\bar{g}(\eta)$ se elige su compleja conjugada de manera de obtener una $F(x,y)$ real.

Podemos expresar todas las cantidades de interés en función de las F_{\pm} :

$$\varphi = \frac{1}{e(w_+ - w_-)} \left(\frac{w_-}{\alpha_+} \ln F_+ + \frac{w_+}{\alpha_-} \ln F_- \right) \quad (2.31.a)$$

$$A_z = \frac{c}{e(w_+ - w_-)} \left(\frac{1}{\alpha_+} \ln F_+ + \frac{1}{\alpha_-} \ln F_- \right) \quad (2.31.b)$$

$$\rho_{v\pm} = \tilde{\rho}_{\pm} F_{\pm} \quad (2.31.c)$$

$$\rho_{s\pm} = \left[\frac{1}{2} \tilde{\rho} \sum_{n=1}^3 \sum_{l=0}^N \frac{b_1^n}{\beta_1^n (\gamma_1^n)^{3/2}} F^{\gamma_1^n} \right]_{\pm} \quad (2.31.d)$$

$$(\rho u_i)_{s\pm} = \left[\left(\frac{\alpha}{2\pi m} \right)^{1/2} \tilde{\rho} \sum_{l=0}^N \frac{b_1^i}{(\alpha \gamma_1^i)^2} F^{\gamma_1^i} \right]_{\pm} \quad (2.31.e)$$

donde $\gamma_1^n \equiv \frac{\alpha - \beta_1^n}{\alpha} > 1$

Usando las expresiones de (2.31) podemos analizar la condición de neutralidad de fuentes (2.24) la cual, para una función F_{\pm} de la forma dada por la ecuación (2.30), se puede escribir como

$$F_{+} = \chi F_{-} \quad (\chi = \text{const.}). \quad (2.32)$$

Esta condición corresponde a líneas equipotenciales ($\varphi = \text{const.}$) que coinciden con las líneas de campo magnético ($A_z = \text{const.}$) en el plano (x,y):

$$A_z = c \left(\frac{\alpha_{+} + \alpha_{-}}{w_{+}\alpha_{+} + w_{-}\alpha_{-}} \right) \varphi + \frac{c \ln \chi}{e \alpha_{+} (w_{+} - w_{-})} \left[1 - W \left(\frac{\alpha_{+} - \alpha_{-}}{w_{+}\alpha_{+} + w_{-}\alpha_{-}} \right) \right]$$

Para la función $g(\xi)$ en la ecuación (2.30) elegimos (Ref. 28):

$$g(\xi) = g(x + iy) = a + b \exp(p\xi) \quad \text{con } b = \sqrt{1 + a^2}.$$

Entonces,

$$F_{\pm}(x,y) = \frac{2p^2}{\alpha_{\pm} \nu_{\pm}} \frac{1}{a^2 [h \operatorname{ch}(px) + \cos(py)]^2} \quad (2.33)$$

donde $h \equiv \frac{b}{a} > 1$.

En la fig. 2.3 graficamos

$$S(x,y) \equiv \frac{1}{2p^2} (\alpha \nu F)_{\pm} \quad (2.34)$$

Esta es una función periódica de y ($p = 2\pi/d$, donde d es la

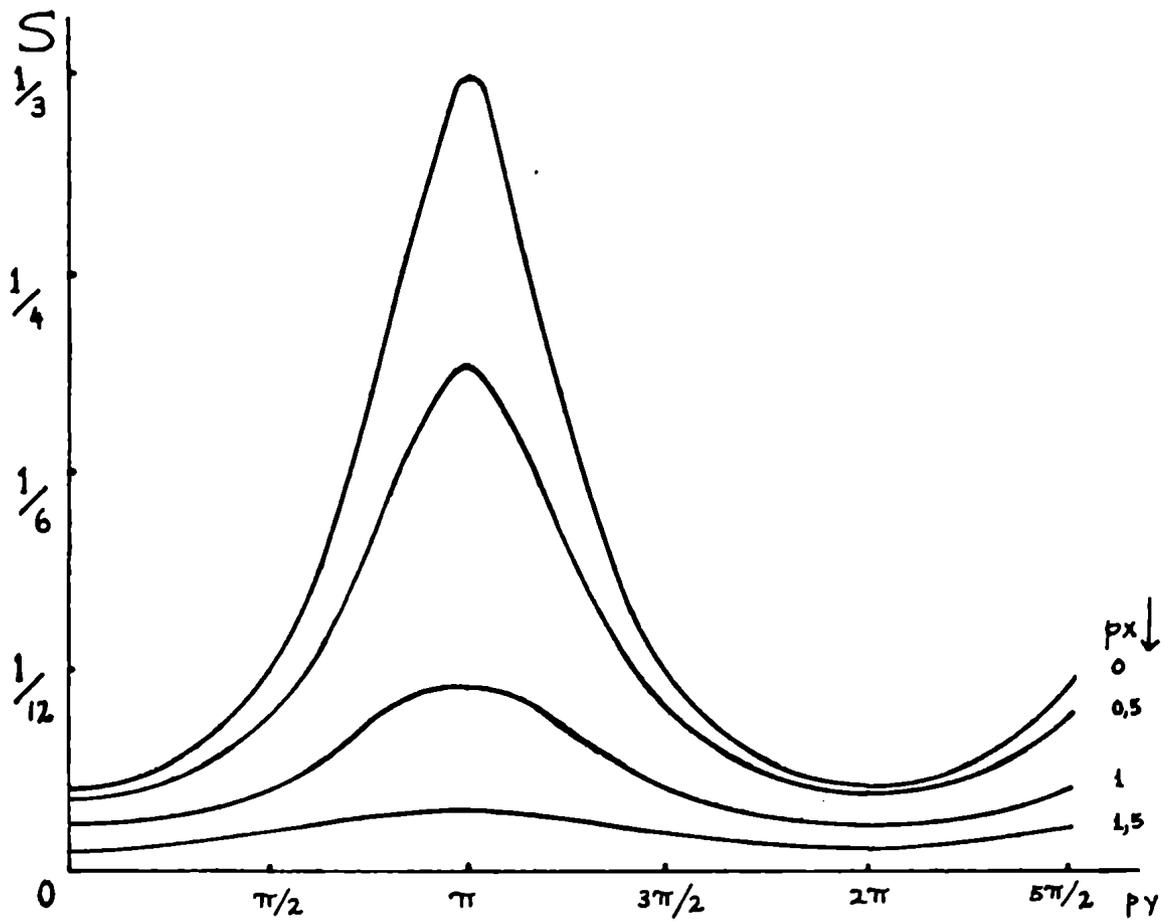


Fig.2.3.- Gráfico de la función
 $S(x,y) = [h \operatorname{ch}(px) + \cos(py)]^{-2}$
para el caso $h=2$ (ver ec. 2.34).

separación entre filamentos) que tiene máximos en $x=0$, $py=(2n+1)\pi$, donde se encuentran los filamentos.

La ionización es despreciable lejos de la vaina de corriente, es decir para $x \rightarrow \pm\infty$. Luego, una condición de contorno razonable para la densidad de partículas es:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \rho_{\pm}(x, y) = \lim_{x \rightarrow \infty} (\rho_v + \rho_s)_{\pm} = 0.$$

Esta condición es automáticamente satisfecha por la ρ_{\pm} dada en las ecuaciones (2.31.c,d), ya que F decrece exponencialmente para $x \rightarrow \infty$. La misma condición de contorno es válida para la componente z del flujo (2.31.e).

Se ve claramente en (2.31.a) que los potenciales son divergentes, ya que

$$\ln F \sim -2|x| \quad \text{para } x \rightarrow \pm\infty,$$

perolos campos:

$$E_x = -\frac{\partial\varphi}{\partial x} = -\frac{\varphi_0}{F} \frac{\partial F}{\partial x}; \quad E_y = -\frac{\partial\varphi}{\partial y} = -\frac{\varphi_0}{F} \frac{\partial F}{\partial y}; \quad E_z = 0 \quad (2.35.a)$$

$$B_x = \frac{\partial A_z}{\partial y} = \frac{A_0}{F} \frac{\partial F}{\partial y} \quad B_y = -\frac{\partial A_z}{\partial x} = -\frac{A_0}{F} \frac{\partial F}{\partial x} \quad (2.35.b)$$

(φ_0 y A_0 son constantes dadas por la ec. 2.31.a,b) son finitos en todo el espacio; en efecto, las funciones:

$$\frac{1}{F} \frac{\partial F}{\partial x} = \frac{1}{S} \frac{\partial S}{\partial x} = \frac{-2hp \operatorname{sh}(px)}{h \operatorname{ch}(px) + \cos(py)}$$

$$\frac{1}{F} \frac{\partial F}{\partial y} = \frac{1}{S} \frac{\partial S}{\partial y} = \frac{2p \operatorname{sen}(py)}{h \operatorname{ch}(px) + \cos(py)}$$

son convergentes en todo el plano (x,y).

Para conocer $B_z = \partial_x A_y - \partial_y A_x$ necesitamos las expresiones de A_x y A_y , cuyo cálculo no encararemos aquí. Un tratamiento más completo de este problema se puede ver en la Ref. 26.

Concluimos que la inclusión de términos de fuente con la forma (2.21) elegida para el espectro da cuenta de las características más relevantes del perfil de densidad, como la periodicidad, el comportamiento en el contorno, el papel dominante de las colisiones, etc.

2.3) Estimaciones de los parámetros de la densidad.

La forma analítica (2.31.c,d) de la densidad es apta para incorporar la información provista por los experimentos. En esta sección trataremos de asignar un significado físico a los parámetros que aparecen en las expresiones de las densidades ρ_{\pm} .

Para simplificar, supongamos que para cada dirección (indicada por \underline{n}) hay un solo proceso dominante del tipo descrito por las fuentes ($l=0$). Luego,

$$\rho = \rho_v + \rho_s = \sum_n \tilde{\rho}_n F^{\delta_n} \quad (2.36)$$

donde
$$F = \left(\frac{2p^2}{\alpha v} \right) S(x,y) = \left(\frac{2p^2}{\alpha v} \right) \frac{1}{a^2 [h \cos(px) + \cos(py)]^2} \quad (2.33)$$

En (2.36) las $\tilde{\rho}_n$ son combinaciones de las constantes que figuran en la ec. (2.31.d); $\tilde{\rho}_0 \equiv \tilde{\rho}$, $\gamma_0 \equiv 1$. Los subíndices (\pm) están sobrentendidos.

El período espacial $p=2\pi/d$ se obtiene directamente midiendo la separación media entre filamentos \underline{d} en las fotografías obtenidas mediante un convertidor de imágenes, en las

cuales los filamentos son persistentes y bien definidos. Por ejemplo, para una descarga en 8 Torr de deuterio ($d_{EC}=3,4\text{cm}$ = diámetro del electrodo central, fig. 2.2, Ref. 23) se mide $p=20\text{cm}^{-1}$.

La temperatura efectiva de los electrones ha sido determinada midiendo la resistencia de la vaina de corriente mediante una sonda coaxial. Usando la fórmula de Spitzer (Ref. 29) que da la resistividad $\bar{\eta}$ en función de la temperatura para un gas de Lorentz (ionización total, iones quietos, electrones que no interactúan entre sí), tenemos:

$$\bar{\eta} = \frac{\pi^{3/2} m^{1/2} e^2 \ln \Lambda}{2 (2KT_-)^{3/2}} \approx (8 \times 10^3 \ln \Lambda) T_-^{-3/2} \Omega \text{ cm} \quad (2.37)$$

donde T_- está dada en $^{\circ}\text{K}$ y $\ln \Lambda \sim 10$ para un rango muy amplio de temperaturas y densidades (T_- entre 10^5 y 10^7 $^{\circ}\text{K}$, ρ_- entre 10^{15} y 10^{20} cm^{-3}). El modelo de gas de Lorentz es razonable para hacer una estimación de los valores locales de las cantidades macroscópicas si tomamos

$$\left| \frac{u_+}{u_-} \right| \sim \left| \frac{w_+}{w_-} \right| \sim \sqrt{\frac{m_-}{m_+}} \sim \frac{1}{60} \quad (2.38)$$

($m_+ \approx m_D \approx 3670m_-$), es decir que los iones están prácticamente en reposo. Del análisis de los datos sobre la resistividad en la etapa pre-focus, J.W. Mather (Ref. 3) concluye que $KT_- \approx 60\text{eV} \approx 10^{-10}$ erg. La temperatura de los iones debe ser sustancialmente menor.

Diversas estimaciones independientes de la densidad electrónica media en la vaina de corriente (Ref. 3, 23) asignan un valor de $\rho_- \sim 10^{18} \text{cm}^{-3}$. En particular, es interesante discutir un método basado en el análisis del ensanchamiento por efecto Stark de líneas obtenidas mediante un espectrógrafo con convertidor de imágenes construido en el S.I.T.

por W. Prior y L. Grunberger (Ref. 23, 41). Se ha enfocado sobre una rendija la imagen de una zona de la vaina (fig. 2.4.a); luego la luz pasa a través de un prisma. La componente monocromática que interesa incide sobre una cámara adosada a un convertidor de imágenes (se requería una exposición de unos 50 ns), donde se forma una imagen real de la rendija. La curva de calibración del espectrógrafo (longitud de onda λ de la luz en función de ζ = posición relativa de una línea en el espectrograma, fig. 2.4.b) es esencialmente lineal para pequeñas variaciones en λ .

Para calcular ρ_- se supone que el efecto Stark es el principal mecanismo de ensanchamiento de las líneas (en particular, se elige la H_β del deuterio), bajo la hipótesis de ionización casi completa. La línea H_β ensanchada por efecto Stark exhibe dos picos de intensidad, a ambos lados de la posición no perturbada (fig. 2.5.a). M. Griem (Ref. 41) ha estimado ρ_- en función de $\Delta\lambda$ = semi-intervalo de longitud de onda entre los dos picos:

$$\rho_- \approx 0,435 \times 10^{16} (\Delta\lambda)^{3/2} \text{ cm}^{-3} \quad (2.39)$$

con un error de cerca del 20% ($\Delta\lambda$ en angstrom). Las aproximaciones involucradas en la ec. (2.39) pierden su validez para $\rho_- > 10^{18} \text{ cm}^{-3}$.

Del análisis de una docena de espectrogramas que fueron obtenidos por L. Grunberger (Ref. 23) obtenemos los valores de la Tabla 2.1, que permiten estimar $\rho_- \approx 10^{18} \text{ cm}^{-3}$, sólo como orden de magnitud de la densidad, debido a las numerosas fuentes de error (escasa intensidad de líneas, imprecisión de los bordes, etc.) y a lo ya comentado respecto de la validez de la relación (2.39).

TABLA 2.1

Espectrograma N°	$(\Delta\lambda)_{\max}$ Å	$(\Delta\lambda)_{\min}$ Å	$(\Delta\lambda_{\max}/\Delta\lambda_{\min})^{3/2}$ ---	$(\rho_-)_{\max}$ 10^{-18}cm^{-3}
#1609	216	72	5,20	4,9
#1610	198	63	5,57	4,3
#1611	198	63	5,57	4,3
#1612	171	63	4,47	3,4
#1613	207	81	4,09	4,6
#1615	207	45	9,87	4,6
#1617	216	54	8,00	4,9
#1618	171	81	3,07	3,4
#1619	207	63	5,96	4,6
#1620	180	63	4,83	3,7
#1621	180	63	4,83	3,7
#1622	216	63	6,35	4,9

Cuando se enfoca la rendija de modo de intersectar varios filamentos (fig.2.5.b), abarcando zonas alternadas de máxima y mínima luminosidad (correspondientes a extremos de la densidad), resulta posible estimar (ver Tabla 2.1):

$$R \equiv \frac{\langle \rho_{\max} \rangle}{\langle \rho_{\min} \rangle} \sim \left(\frac{\Delta\lambda_{\max}}{\Delta\lambda_{\min}} \right)^{3/2} \approx 5 \pm 2. \quad (2.40)$$

Aquí cada valor medido $\langle \rho \rangle$ representa un promedio de la densidad local $\rho(x,y)$ tomado sobre el espesor total Δx de la vaina de corriente y sobre un Δy efectivo dado por el ancho finito de la ranura, es decir

$$\langle \rho \rangle = \frac{1}{\Delta x \Delta y} \int_{-\Delta x/2}^{\Delta x/2} dx \int_{-\Delta y/2}^{\Delta y/2} dy \rho(x,y) \quad (2.41)$$

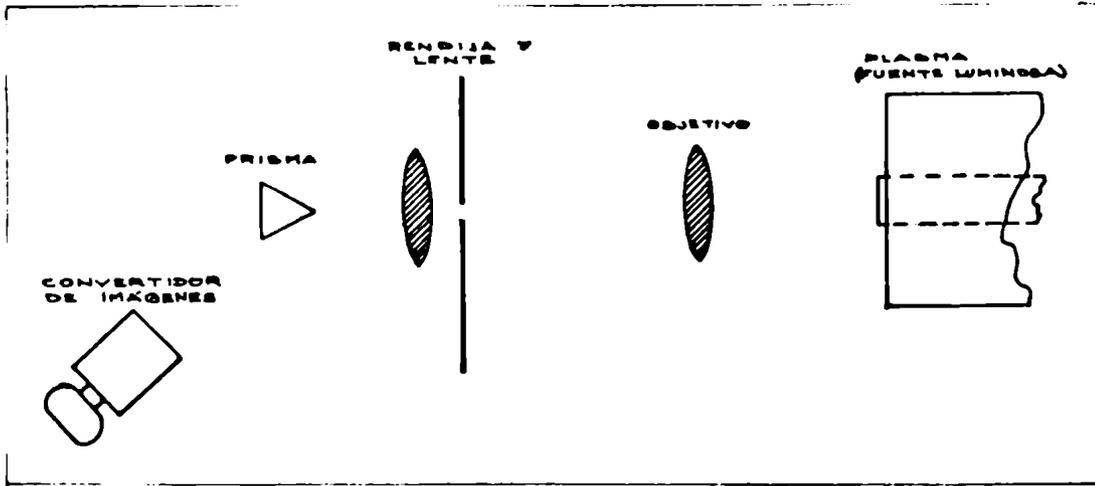


Fig.2.4.a.- Esquema de un espectrógrafo y convertidor de imágenes adosado (Ref. 23).

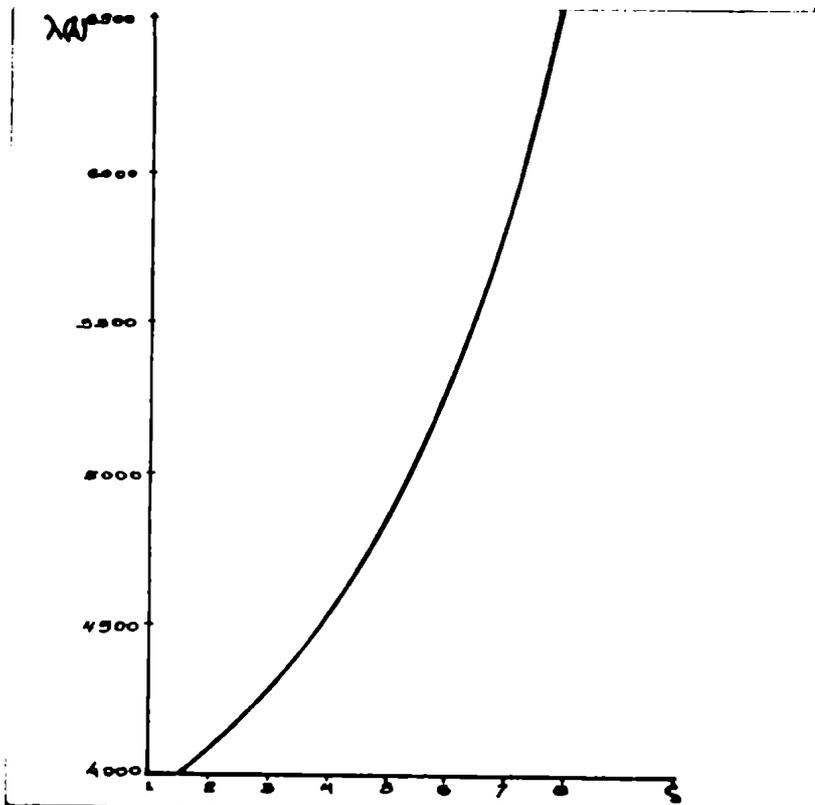


Fig.2.4.b.- Curva de calibración del espectrógrafo.

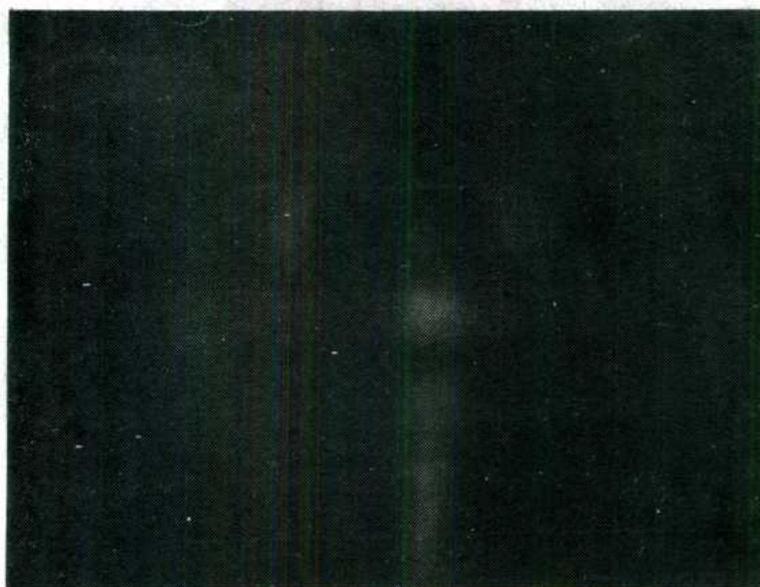


Fig.2.5.a.- Espectrograma típico. Se aprecian las imágenes de dos filamentos consecutivos, ensanchadas por efecto Stark.

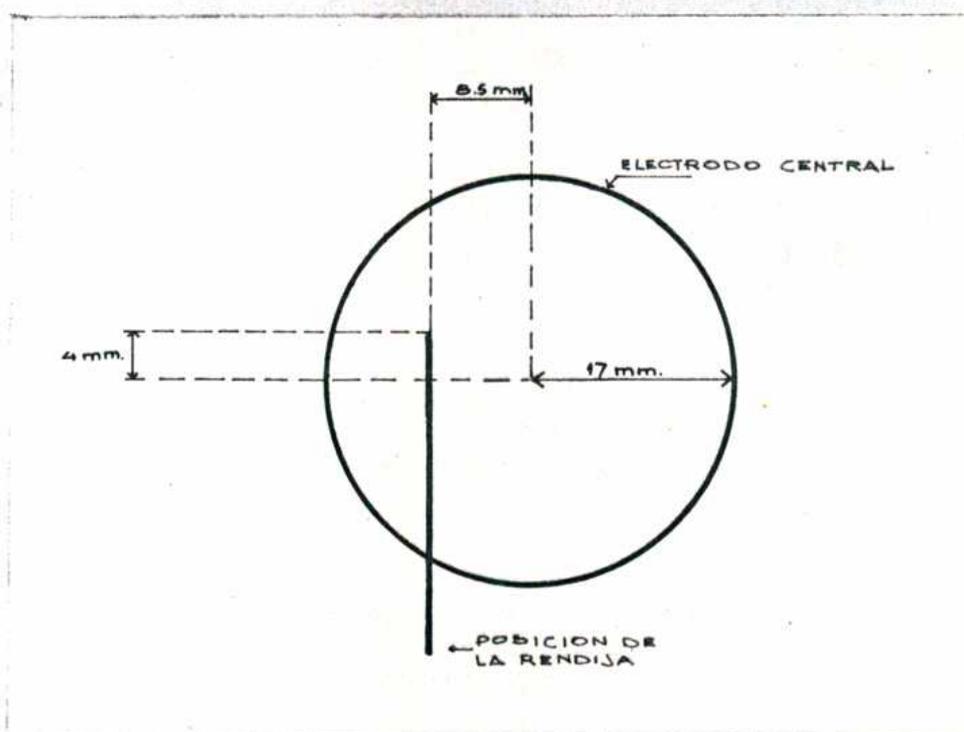


Fig.2.5.b.- Posición de la rendija (vista desde la boca del acelerador) para la cual se obtiene un espectrograma como el de la fig.2.5.a.

(el eje x coincide con el eje óptico del espectrógrafo).

Ya que $\partial\rho/\partial y=0$ para los extremos de la densidad, y como $\rho(x)$ decrece rápidamente para $x \rightarrow \pm\infty$, tenemos:

$$\langle \rho_{\max} \rangle \approx \frac{1}{\Delta x} \int_{-\infty}^{\infty} dx \rho(x, \frac{\pi}{p}); \quad \langle \rho_{\min} \rangle \approx \frac{1}{\Delta y} \int_{-\infty}^{\infty} dx \rho(x, 0)$$

Teniendo en cuenta la ec. (2.36) el cociente R resulta:

$$R \approx \frac{\sum_n \tilde{\rho}_n \int_{-\infty}^{\infty} dx F^{\gamma_n}(x, \pi/p)}{\sum_n \tilde{\rho}_n \int_{-\infty}^{\infty} dx F^{\gamma_n}(x, 0)} \quad (2.42)$$

Las integrales en la ec. (2.42) se pueden calcular en forma cerrada (Ref. 42) para valores semi-enteros de $\gamma_n=1, 3/2, 2, 5/2, \dots$, en cuyo caso se puede expresar R como:

$$R = \frac{\langle \rho_{\max} \rangle}{\langle \rho_{\min} \rangle} \approx \frac{c_1(a) + c_2(a) \operatorname{arctg} a}{c_3(a) + c_4(a) \operatorname{arctg} a} \quad (2.43)$$

donde los c_n son polinomios en la constante a , definida en (2.33).

Para simplificar, supongamos que el término de Vlasov (o los términos con $\gamma_n \approx 1$) es dominante; entonces, R toma la forma:

$$R \approx \frac{(1 + \frac{\pi}{2} a) + \operatorname{arctg} a}{(1 + \frac{\pi}{2} a) + \operatorname{arctg} a} \quad (2.44.a)$$

o sea:
$$\operatorname{arctg} a + \frac{1}{a} = \left(\frac{R+1}{R-1} \right) \frac{\pi}{2}. \quad (2.44.b)$$

En particular, un cociente de densidades $R=5$ (ec. 2.40) corresponde a $a \approx 0,54$, o sea $h \approx 2$.

Siempre dentro de la hipótesis que la luz emitida reproduce aproximadamente el perfil de densidad en los filamentos, se puede confirmar esta estimación del parámetro a . Para puntos muy próximos al eje de un filamento, teniendo en cuenta que $\rho = \rho(F)$, las curvas de densidad constante en el plano (x,y) son elipses, pues

$$S(x,y) \sim [h \operatorname{ch}(px) + \cos(py)]^{-2} \sim \left[h \left(1 + \frac{p^2 x^2}{2} \right) - \left(1 - \frac{p^2 y^2}{2} \right) \right]^{-2}$$

para $|px|, |py| \ll 1$,

por lo tanto $F \sim S(x,y) \approx \text{const.}$ para $hx^2 + y^2 = \text{const.}$, ecuación que describe elipses de excentricidad $\varepsilon = \sqrt{(h-1)/h}$, o bien $h = Y^2/X^2$, donde X, Y son los semiejes.

Nuestra estimación previa de $h=2$ corresponde a una excentricidad muy pequeña ($\varepsilon \approx 0,7$), lo cual está de acuerdo con:

i) observaciones preliminares, laterales y frontales, de los filamentos (fotografías mediante convertidor de imágenes);

ii) la notable simetría de las manchas de rayos X altamente localizadas que se observan en la etapa focus (ver Cap. 4 y 5), en la hipótesis de que dichas manchas comparten ciertos aspectos de la morfología de los filamentos.

La expresión aproximada (2.44) vale cuando los términos dominantes en el espectro (2.21) tienen $\beta_n \approx 0$. Si calculamos el segundo momento de la función de distribución completa (como en 2.18.c), obtenemos una expresión de la temperatura efectiva de la forma $\sum_n a_n / (\beta_n - \alpha)$. La aproximación utilizada equivale a suponer una temperatura efectiva del orden de $1/K\alpha$, lo cual es posible cuando la escala temporal de los procesos de generación de plasma en la vaina de corriente

(principalmente ionización) es mucho mayor que el tiempo requerido para una termalización efectiva de las partículas (tiempo de relajación).

Si consideramos a los electrones como principales responsables de la luminosidad observada, podemos comparar t_g , un tiempo efectivo de generación del plasma, con t_r , el tiempo que se requiere para reducir sustancialmente la anisotropía en las velocidades de la función de distribución.

Podemos suponer que t_g será por lo menos del orden de $\Delta x/u_a \approx 10^{-7} \text{ s} = 100 \text{ ns}$ ($\Delta x =$ semi-espesor de la vaina; $u_a =$ velocidad de los átomos neutros incidentes). Para t_r usamos una estimación (Ref. 43) basada en el modelo de Spitzer (Ref. 29), corregido para el rango de velocidades

$$\sqrt{KT_+/m_+} < u_a < \sqrt{KT_-/m_-}$$

que da, para un plasma de deuterones y electrones con $w_- \ll w_+$:

$$t_r \approx 11,4 \sqrt{A_+} (T_-^{3/2} / \rho_- \ln \Lambda) \approx 10^{-9} \text{ s} = 1 \text{ ns} \ll t_g.$$

Aquí $A_+ = 2$, $\ln \Lambda \approx 8$ para $\rho_- \approx 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ y $T_- \approx 7 \times 10^5 \text{ }^\circ\text{K} \approx 60 \text{ keV}$.

Vemos, por lo tanto, que es posible hablar de una temperatura efectiva dentro de los límites de validez de las aproximaciones empleadas.

CAPITULO 3:

Perturbaciones lineales de la estructura filamentaria.

3.1) Anillos de rayos X en la superficie interior del electrodo central.

Empleando una cámara oscura se han obtenido fotografías de rayos X de la región del focus en un acelerador coaxial cuyo conductor central es hueco (Ref. 18). Además de las fuentes altamente localizadas que discutiremos en detalle en el Capítulo 4, podemos observar anillos de rayos X sobre la cara interior del electrodo central (fig. 3.1). Estos anillos están también presentes en fotografías obtenidas en luz visible mediante convertidor de imágenes (fig. 3.2, Ref. 44), en las que se observa una vista oblicua de la descarga tomada en un breve tiempo (100 ns) después del focus (además de los anillos en cuestión, en el interior del electrodo central se observan las dos circunferencias luminosas correspondientes a la onda de choque radial generada por la implosión).

Los anillos de rayos X pueden asociarse claramente (Ref. 18) a las intersecciones con la superficie del ánodo de la vaina de corriente en movimiento. La longitud, el ancho y la intensidad de los arcos observados dependen del espesor de la hoja absorbente colocada delante de la placa de rayos X. En las fotografías obtenidas se ha medido el ancho, de 1 a 2 mm, y la longitud de los anillos, mayor que la cuarta parte de la circunferencia del electrodo central.

El origen de estos arcos puede explicarse estudiando los electrones que, durante la etapa focus, son expelidos a lo largo de los filamentos hacia el electrodo central positivo (Ref. 18).

En lo que sigue, estudiaremos pequeñas perturbaciones de la estructura filamentaria descrita en el Capítulo 2 y

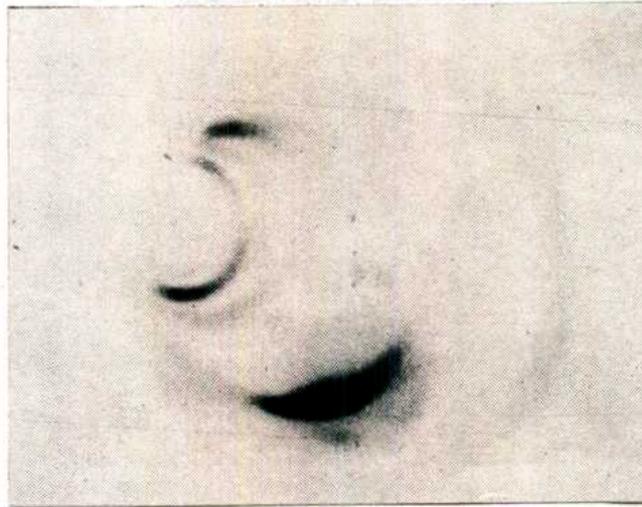
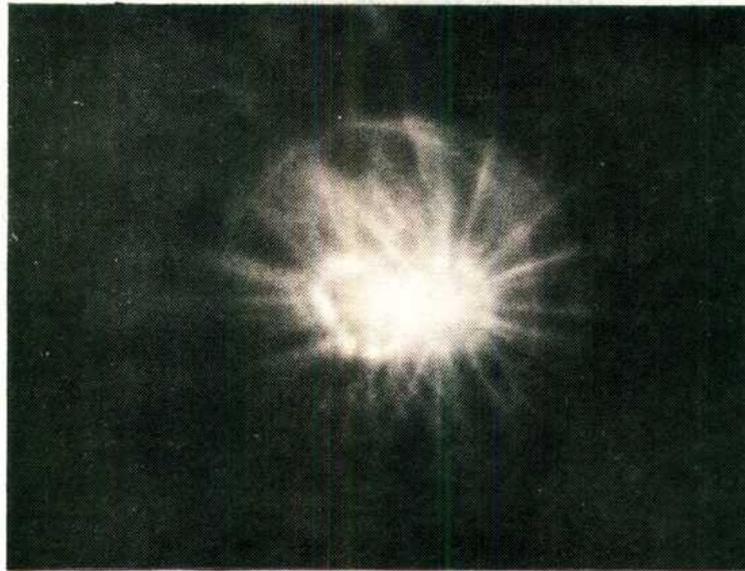
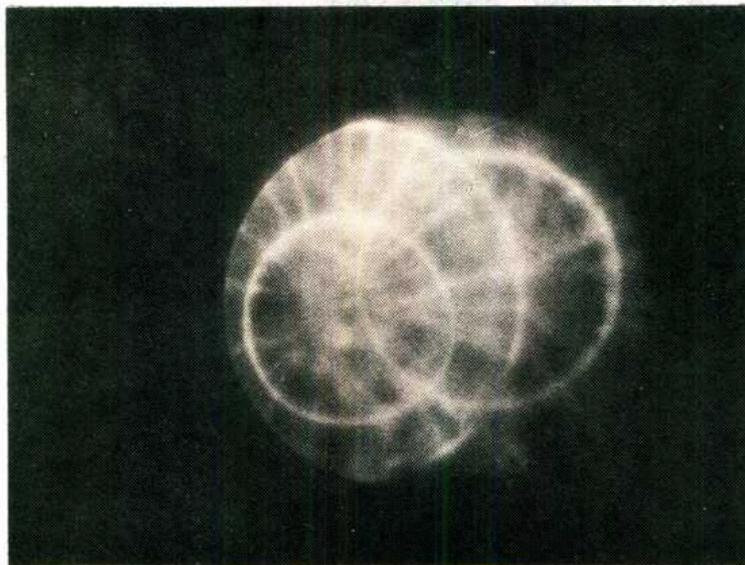


Fig.3.1.- Imagen de la cara interior del electrodo central, obtenida mediante una cámara oscura de rayos X ($h\nu > 5 \text{ keV}$) desde un ángulo de 15° con respecto al eje. Se pueden apreciar los anillos o arcos sobre la superficie del ánodo hueco (Ref. 44).
Gas de llenado: 99% D_2 + 1% Ar ($p=8\text{Torr}$).



(a)



(b)

Fig.3.2.- Fotografías de la vaina de corriente en la etapa post-focus. Se observan, además de las dos circunferencias luminosas (correspondientes a la onda de choque radial de la implosión), los anillos o arcos sobre la superficie del ánodo. Ambas imágenes fueron registradas en las mismas condiciones de la fig.3.1: (a) $t = 70 \text{ ns}$; (b) $t = 110 \text{ ns}$ (Ref. 44).

veremos que, efectivamente, dentro de la aproximación lineal, los filamentos pueden actuar como canales para la propagación de perturbaciones en la densidad electrónica.

Por supuesto que, al examinar el problema, partimos del conocimiento de que los filamentos sobreviven a la etapa focus, es decir que subsisten en la región periférica de la vaina de corriente que se mueve dentro del ánodo (Ref. 23), como se ve claramente en la fotografía de la fig. 3.2.

3.2) Linealización de las ecuaciones fundamentales.

Consideremos el sistema de ecuaciones de plasma naciente para la especie (\pm) en el caso dependiente del tiempo:

$$\frac{df_{\pm}}{dt} \equiv \frac{\partial f_{\pm}}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla f_{\pm} + \frac{q_{\pm}}{m_{\pm}} \left(\vec{E} + \frac{1}{c} \vec{v} \times \vec{B} \right) \cdot \frac{\partial f_{\pm}}{\partial \vec{v}} = S_{\pm} \quad (3.1.a)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (3.1.b)$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = 4\pi\sigma \quad (3.1.c)$$

$$\nabla \times \vec{B} = \frac{4\pi}{c} \vec{j} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (3.1.d)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (3.1.e)$$

donde todas las cantidades son las mismas que fueron definidas en la sección 2.1. En particular, elegimos un término de fuentes de la forma

$$S_{\pm} = \frac{d}{dt} \sum_{n=1}^3 \int_{\Gamma}^{\mu_M} d\tilde{\mu}_{\pm} L_n(\tilde{\mu}_{\pm}) C_{1\pm}^{(n)} C_{2\pm}^{(n)} f_{v_{\pm}} \equiv \frac{df_{s\pm}}{dt} \quad (3.2)$$

donde $f_{v_{\pm}}$ es una solución de la ec. (3.1.a) con $S_{\pm}=0$ y las funciones escalón $C_1^{(n)}$, $C_2^{(n)}$ están dadas por las expresiones (2.20). Como antes, nos limitamos a la discusión de un solo proceso dominante a lo largo de cada dirección independiente.

Discutiremos una perturbación dependiente del tiempo de amplitud pequeña, superpuesta al estado estacionario de la estructura filamentaria que se describió en la sección 2.2. La función de distribución completa para los electrones

$$f \equiv f_- = f_{v-} + f_{s-}$$

será desdoblada en una función f_0 de orden cero, independiente de \underline{z} , y de \underline{t} , más una pequeña perturbación f_1 que depende de \underline{z} y \underline{t} .

Supondremos que los iones, debido a su mayor masa, no son afectados por esta pequeña perturbación (el caso de perturbaciones que afecten a los iones puede discutirse siguiendo los mismos pasos del presente tratamiento), de modo que

$$f_+ \approx f_{0+} \quad (3.3.a)$$

$$y \quad f_- \equiv f = f_0 + f_1 \quad (3.3.b)$$

En lo que sigue omitiremos los subíndices correspondientes a los electrones en la mayor parte de las expresiones: $v \equiv v_-$, $q_- = -e$, $m_- \equiv m$, $\alpha_- = \alpha$, etc.

Q_0 será una cantidad independiente de \underline{z} en el estado estacionario, y $Q = Q_0 + Q_1$ una cantidad (total) perturbada,

tal que

$$|Q_1| \ll |Q_0|.$$

En particular,

$$\frac{d_0 f_{0\pm}}{dt} \equiv \left[\vec{v} \cdot \nabla + \frac{q}{m} (\vec{E}_0 + \frac{1}{c} \vec{v} \times \vec{B}_0) \cdot \frac{\partial}{\partial \vec{v}} \right]_{\pm} f_{0\pm} = S_{0\pm}$$

$$\vec{E}_0 = -\nabla \phi_0 \qquad \vec{B}_0 = \nabla \times \vec{A}_0$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = 4\pi\sigma_0 \qquad \nabla \times \vec{B}_0 = \frac{4\pi}{c} \vec{J}_0$$

El operador cinético de Vlasov de la ec. (3.1.a) se puede escribir en la forma:

$$\frac{d}{dt} = \frac{d_0}{dt} + \frac{d_1}{dt}, \quad \text{donde} \quad \frac{d_1}{dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + \frac{q}{m} (\vec{E}_1 + \frac{1}{c} \vec{v} \times \vec{B}_1) \cdot \frac{\partial}{\partial \vec{v}}$$

y lo aplicamos a la función de distribución total para los electrones:

$$\frac{df}{dt} = \frac{d_1 f_0}{dt} + \frac{d_0 f_1}{dt} + \frac{d_1 f_1}{dt} \qquad (3.4)$$

De aquí obtenemos la ecuación cinética linealizada despreciando el último término:

$$\frac{d_1 f_0}{dt} - \frac{d_0 f_1}{dt} = 0. \qquad (3.5)$$

Se puede encontrar una solución de la ec. (3.5) que tiene la forma

$$f_1 = G_1 f_{ov} \quad (3.6)$$

donde f_{ov} es la función de distribución de Vlasov no perturbada, definida en (2.17):

$$f_{ov}(\vec{r}, \vec{v}) = \tilde{\rho} \left(\frac{m\alpha}{2\pi} \right)^{3/2} \exp[-\alpha \mu_0(\vec{r}, \vec{v})] \quad (3.7)$$

con
$$\mu_0 \equiv \frac{1}{2} m (\vec{v} - \vec{w})^2 - e \left(\varphi_0 - \frac{1}{c} w A_{z_0} \right)$$

y
$$G_1 = G_1(\vec{r}, t).$$

Reemplazando la expresión (3.6) de f_1 en la ec. (3.5) obtenemos, a partir de la condición de que todos los coeficientes de v_i , $v_i v_j$, etc. se deben anular idénticamente:

$$G_1(\vec{r}, t) = e\alpha \left(\varphi_1 - \frac{1}{c} w A_{z_1} \right) \quad (3.8.a)$$

$$y \quad \left(\frac{\partial}{\partial t} + w \frac{\partial}{\partial z} \right) G_1 = 0 \quad (3.8.b)$$

o bien, de modo equivalente:

$$Q_1 = Q_1(x, y, z - wt) \quad (3.9)$$

para todas las cantidades perturbadas.

Vemos que el coeficiente G_1 de la ec. (3.6) es $\propto \Gamma_1$, donde $\Gamma_1(r, t)$ es la perturbación en el potencial efectivo.

De paso, notemos que una solución de la ecuación de Vlasov no lineal

$$\frac{df}{dt} = \frac{d_0 f}{dt} + \frac{d_1 f}{dt} + \frac{d_2 f}{dt} = 0$$

es $f_n = f_{on} + f_{1n} = \exp(G_1) f_{ov}$; $f_{on} = f_{ov}$

(aquí, \underline{n} significa no lineal), o sea que

$$f_{1n} = [\exp(G_1) - 1] f_{0v}$$

la cual, para $|G_1| = |\alpha \Gamma_1| \ll 1$, se reduce a (3.6):

$$f_{1n} \rightarrow f_1 = G_1 f_{0v}$$

En el caso de una velocidad de Vlasov \vec{w} variable: $\vec{w} = \vec{w}(\vec{r}, t)$, la ecuación linealizada (3.5) da:

$$\frac{\partial G_1}{\partial t} = e \alpha \vec{w} \cdot (\vec{E}_1 + \frac{1}{c} \vec{w} \times \vec{B}_1)$$

$$\nabla G_1 = -e \alpha (\vec{E}_1 + \frac{1}{c} \vec{w} \times \vec{B}_1)$$

de las cuales la ec. (3.8) es un caso particular.

Teniendo en cuenta las ecuaciones de Maxwell para el estado estacionario (2.11.b-e) obtenemos, para las cantidades perturbadas:

$$\nabla \cdot \vec{E}_1 = -4\pi e \int d\vec{v} f_1 \quad (3.10.a)$$

$$\nabla \times \vec{B}_1 = -\frac{4\pi e}{c} \int d\vec{v} \vec{v} f_1 + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}_1}{\partial t} \quad (3.10.b)$$

$$\vec{E}_1 = -\nabla \varphi_1 - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}_1}{\partial t} \quad (3.10.c)$$

$$\vec{B}_1 = \nabla \times \vec{A}_1 \quad (3.10.d)$$

donde las integrales se calculan sobre todo el espacio de velocidades.

Notamos que una perturbación que dependa de \vec{r} y de t

en la forma dada por la ec. (3.6) sólo afectará a las cantidades macroscópicas a través del potencial efectivo

$$\Gamma(\vec{r}, t) = \Gamma_0(x, y) + \Gamma_1(x, y, z - wt) \quad (3.11)$$

ya que, para la forma elegida de S_{\pm} (ec. 3.2), la única dependencia espacio-temporal de ambas partes de la función de distribución viene dada a través de $\Gamma(\vec{r}, t)$. Por lo tanto, dentro de los límites de validez de la linealización, mientras $|\Gamma_1| \ll |\Gamma_0|$, podremos calcular una cantidad de perturbación Q_1 mediante el primer término de un desarrollo de Taylor de $Q(\Gamma)$:

$$\begin{aligned} Q(\vec{r}, t) &= Q[\Gamma(\vec{r}, t)] = Q_0(x, y) + Q_1(x, y, z - wt) + \dots \\ &= Q(\Gamma_0) + \left(\frac{\partial Q}{\partial \Gamma} \right)_{\Gamma=\Gamma_0} \Gamma_1 + \dots \end{aligned}$$

Luego

$$Q_1 \simeq \left(\frac{\partial Q}{\partial \Gamma} \right)_{\Gamma=\Gamma_0} \Gamma_1 \quad (3.12)$$

expresión que nos permite obtener las perturbaciones en las cantidades macroscópicas (como las densidades de carga y de corriente) que aparecen en las ecuaciones de Maxwell.

Observemos que la fuerte restricción $Q=Q(\Gamma)$ impuesta a todas las cantidades puede evitarse, por ejemplo, recurriendo a una elección diferente de los procesos descritos por el término de fuentes (3.2). En la discusión presente hemos elegido como direcciones independientes las de un sistema de coordenadas cartesianas locales fijado a la vaina de corriente. La elección de coordenadas curvilíneas en la expresión (3.2), con la consiguiente transformación de los factores $Q_{1,2}^{(v)}$, o bien la adopción de una forma distinta para dichos factores, llevaría a una expresión más general del término

de fuentes de la función de distribución:

$$f_s = f_s(\Gamma; x, y, z, t),$$

para el cual la expresión (3.12) ya no sería válida para obtener los términos de perturbación.

En un caso más general, la forma de la perturbación depende de

$$\Delta_n \equiv [c_1^{(n)} c_2^{(n)}]_{\text{pert.}} - [c_1^{(n)} c_2^{(n)}]_0$$

(el subíndice 0 designa el estado estacionario). Esta función Δ_n vale cero en todas partes, menos en una estrecha banda de energías, definida por las variaciones en los argumentos de las funciones escalón C_1 y C_2 .

Ahora bien, comparando la función de distribución de fuentes no perturbada

$$f_{s0} = \sum_n \int_{\Gamma_0}^{\mu_M} d\mu L_n(\mu) [c_1^{(n)} c_2^{(n)}]_0$$

con la perturbada

$$f_s = \sum_n \int_{\Gamma_0 + \Gamma_1}^{\mu_M} d\mu L_n(\mu) [c_1^{(n)} c_2^{(n)}]_{\text{pert.}}$$

podemos calcular

$$f_{s1} \equiv f_s - f_{s0} = \sum_n \int_{\Gamma_0 + \Gamma_1}^{\mu_M} d\mu L_n \Delta_n - \sum_n \int_{\Gamma_0}^{\Gamma_0 + \Gamma_1} d\mu L_n [c_1^{(n)} c_2^{(n)}]_0$$

donde se toma un espectro L_n de la misma forma en ambas integrales.

En lo que sigue, nos limitaremos a la discusión de perturbaciones del tipo descrito por la ec. (3.12).

Usando la condición de medida de Lorentz para los potenciales perturbados:

$$\nabla \cdot \vec{A}_1 + \frac{1}{c} \frac{\partial \varphi_1}{\partial t} = 0 \quad (3.13)$$

obtenemos, a partir de las ecuaciones (3.10):

$$\square \varphi_1 = -4\pi \sigma_1 = 4\pi e \rho_1 \quad (3.14.a)$$

$$\square \vec{A}_1 = -\frac{4\pi}{c} \vec{j}_1 = 4\pi e \vec{j}_1 \quad (3.14.b)$$

donde: $\square \equiv \nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}$; $\rho_1 \equiv \int d\vec{v} f_1$; $\vec{j}_1 \equiv \frac{-1}{c} \int d\vec{v} \vec{v} f_1$.

Para estas perturbaciones, el dalembertiano toma la forma

$$\square = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \left(1 - \frac{w^2}{c^2}\right) \frac{\partial^2}{\partial z^2} \approx \nabla^2,$$

de modo que podemos usar el laplaciano en tres dimensiones ∇^2 en la suposición que $|w| \ll c$.

Combinando linealmente las ecs. (3.14.a) y (3.14.b), obtenemos

$$\nabla^2 \Gamma_1 = 4\pi e^2 \left(\rho_1 + \frac{w}{c} J_{z1} \right)$$

donde, usando la ec. (3.12):

$$\rho_1 = \alpha \Gamma_1 \rho_0 ; \quad J_{z1} = \frac{\alpha u_{0z}}{c} \Gamma_1 \quad (3.15)$$

llegamos al resultado:

$$\nabla^2 \Gamma_1 = \phi \Gamma_1 \quad (3.16)$$

donde
$$\phi(x, y) = 4\pi e^2 \left(\rho_0 + \frac{w u_{oz}}{c} \right) \propto \quad (3.17)$$

y el segundo término se podrá desprestigiar mientras se verifique la relación $|w u_{oz}| \ll c^2$.

3.3) Naturaleza de las aproximaciones y de las soluciones.

Es bien sabido que la ecuación cinética de Vlasov es invariante con respecto a traslaciones a velocidad constante. Así, si una función de distribución

$$f_R = \lambda \exp[G(\vec{r}) + H(\vec{v})]$$

es solución de la ecuación cinética independiente del tiempo en un referencial en reposo (R):

$$\vec{v} \cdot \nabla f_R + \frac{q}{m} \vec{E} \cdot \frac{\partial f_R}{\partial \vec{v}} = 0; \quad \vec{E} = -\nabla \varphi;$$

la misma f_R se transforma en una solución f_M de la ecuación cinética (dependiente del tiempo) planteada para un referencial móvil (M), sustituyendo:

$$\begin{aligned} (\vec{r}, \vec{v}) & \quad \text{por} \quad (\vec{r} - \vec{w}t, \vec{v} - \vec{w}), \\ \text{y } (\vec{E}, \varphi) & \quad \text{por} \quad \left(\vec{E} + \frac{1}{c} \vec{w} \times \vec{B}, \varphi - \frac{1}{c} \vec{w} \cdot \vec{A} \right), \end{aligned}$$

donde $\bar{w} = \text{const.}$ es la velocidad del referencial móvil. De manera que

$$f_M = \lambda \exp [G(\bar{r} - \bar{w}t) + H(\bar{v} - \bar{w})]$$

satisface la ecuación

$$\frac{\partial f_M}{\partial t} + \bar{v} \cdot \nabla f_M + \frac{q}{m} (\bar{E} + \frac{1}{c} \bar{v} \times \bar{B}) \cdot \frac{\partial f_M}{\partial \bar{v}} = 0,$$

donde $\bar{E} = -\nabla\varphi - \frac{1}{c} \frac{\partial \bar{A}}{\partial t}$; $\bar{B} = \nabla \times \bar{A}$.

Notamos, por otra parte, que la ecuación cinética con fuentes se cumple idénticamente para términos S_{\pm} de la clase descrita por la ec. (3.2), de modo que siempre podemos tratar de resolver de manera autoconsistente el sistema de ecuaciones de plasma naciente en un referencial en reposo y luego obtener de inmediato las soluciones en un referencial móvil.

En principio, no hay limitación formal alguna respecto del número de dimensiones para el cual se puede resolver el problema. Sin embargo, en la discusión de la vaina de corriente estacionaria hemos arribado a ecuaciones en los potenciales estacionarios como la (2.28), de la forma

$$\nabla^2 \varphi = \sigma e^{\nu \varphi},$$

para la cual, en el caso tridimensional, sólo conocemos una solución formal (una serie doble, Ref. 45). A fin de obtener una solución general cerrada se recurrió a la aproximación bidimensional (lámina plana) con $\partial/\partial z = 0$, y se obtuvo una descripción satisfactoria de la estructura filamentaria.

Al considerar una perturbación de amplitud pequeña,

que afecta sólo a los electrones, pudimos hacer uso de la invariancia de la ecuación cinética frente a traslaciones, suponiendo una velocidad media constante para los electrones. Expresamos esta perturbación con ayuda de un factor de modulación que multiplica a f_{0-} , es decir

$$f_1 = G_1(x, y, z - wt) f_{0-}(x, y; \vec{v})$$

donde $\vec{w} = w \hat{z}$; $\frac{\partial Q_1}{\partial(z-wt)} = \frac{-1}{w} \left(\frac{\partial}{\partial t} - w \frac{\partial}{\partial z} \right) Q_1 = 0$

Esta función de distribución de perturbación f_1 es una solución de la ecuación cinética de Vlasov linealizada, y describe ondas que se propagan a lo largo de los filamentos sin sufrir distorsión, con la velocidad constante \vec{w} , medida en el referencial de la vaina de corriente. En un referencial fijo al centro de masa de los electrones, G_1 da la forma de una perturbación que sólo depende de $z' = z - wt$, superpuesta a la solución no perturbada f_{0-} .

Podemos hacer un análisis de Fourier de f_1 , en el cual cada componente toma la forma:

$$f_1(x, y; \omega, k; \vec{v}) = f_0(x, y; \vec{v}) G_1(x, y; k) \exp[i(kz - \omega t)] \quad (3.18)$$

Entonces obtenemos: $\omega = wk$.

que es la relación de dispersión de estas ondas en el referencial fijo a la vaina de corriente.

3.4) Solución de la ecuación de Poisson perturbada.

Ahora pasamos a estudiar la ecuación (3.16) en el referencial que se mueve con los electrones, donde Γ_1 resulta

proporcional al potencial electrostático $\varphi_1(x, y, z')$, con $z' = z - wt$:

$$\nabla^2 \varphi_1 = \phi \varphi_1 \quad (3.19)$$

Como $\phi = \phi(x, y)$, separamos variables haciendo:

$$\varphi_1(x, y, z') = u(x, y) Z(z)$$

$$\text{de modo que} \quad \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) u \equiv \Delta u = (k^2 + \phi) u \quad (3.20)$$

$$\text{y} \quad \frac{d^2 Z}{dz^2} - k^2 Z = 0 \quad (3.21)$$

La elección de una constante de separación positiva k^2 en la ec. (3.20) equivale a la transformación de Fourier en ambos miembros de la ec. (3.19):

$$u_k(x, y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} dz' \exp(-ikz') \varphi_1(x, y, z') \quad (3.22.a)$$

$$\text{o sea} \quad \varphi_1(x, y, z') = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} dk \exp(ikz') u_k(x, y) \quad (3.22.b)$$

Antes de discutir la ec. (3.20) en detalle, recordemos que la perturbación Γ_1 debe tener una duración $\Delta\tau$ muy breve para poder describir el ancho pequeño δ_a de los arcos de rayos X observados (sección 3.1), el que viene determinado por

$$\delta_a = w_s \Delta\tau \quad (3.23)$$

donde w_s es la velocidad de propagación de la vaina de corriente a lo largo de la superficie interior del electrodo central, después del focus. De manera que nos interesan las soluciones de la ecuación (3.19) que representen paquetes de onda con un pico pronunciado en la dirección z' , en el sentido

que explicaremos a continuación.

Sean $\Delta z'$ y Δk los anchos de $|\varphi_1(z')|$ y $|u_k|$, medidos entre puntos de $|\varphi_1|, |u_k|$ igual a la mitad del máximo respectivo. Usando la llamada relación de incertidumbre para transformadas de Fourier (ver, p.ej., Ref. 46):

$$\Delta z' \Delta k \gtrsim 1 \quad (3.24)$$

debemos pedir que

$$\int_{-\infty}^{\infty} dk |u_k(x,y)| \approx \int_{k_0 - \Delta k}^{k_0 + \Delta k} dk |u_k| \quad (3.25.a)$$

es decir que los valores mayores de $|u_k|$ deben darse dentro del rango:

$$|k - k_0| < \Delta k, \text{ donde } \Delta k \gtrsim \frac{1}{\Delta z'} \approx \frac{w_s}{w \delta_a} \equiv \Delta k_0 \quad (3.25.b)$$

(aquí $\Delta z'$ está dado por w_- multiplicado por la duración del pulso $\Delta \tau$).

De esta manera, cuando $\Delta k \gtrsim \Delta k_0$, podremos esperar un paquete de ondas bien definido según la variable z' . La relación (3.24) es válida en condiciones muy generales de convergencia (ver, p.ej., Ref. 46) para un paquete de ondas normalizado:

$$\int_{-\infty}^{\infty} dz' |\varphi_1(x, y, z')|^2 = 1 \quad (3.26)$$

que sea lo suficientemente simétrico. Para que valga el signo (\approx) en (3.24), u_k misma debe exhibir un cierto grado de simetría en torno de un pico $k=k_0$. La condición de normalización no impone restricción alguna a las soluciones posibles de la ec. (3.20), ya que ésta es homogénea en u . Por lo tanto, $u_k=0$ es una solución trivial, y siempre podemos elegir un intervalo $|k-k_0| < \Delta k$ dentro del cual las condiciones para un paquete de ondas bien definido y cuasi-simétrico sean satisfechas por una función $u_k(x,y)$ no nula. Luego, tomamos

$$u_k(x,y) = U(k) \tilde{u}_k(x,y), \text{ donde } U(k) = \begin{cases} 1 & \text{para } |k - k_0| < \Delta k \\ 0 & \text{fuera del intervalo} \end{cases}$$

La ecuación $\Delta u = (k^2 + \phi)u$ (3.20) es del tipo elíptico en (x,y) , homogénea en la incógnita $u(x,y)$. Consideraremos a k como un parámetro tal que

$$\Psi(x,y) = k^2 + \phi(x,y) \geq 0 \text{ para } |k - k_0| < \Delta k. \quad (3.27)$$

En la ec. (3.17) tomamos $|w_{0z}| \ll c^2$, por lo tanto:

$$\Psi \approx k^2 + 4\pi e^2 \rho_0 \alpha = k^2 + 4\pi e^2 \sum_{n=0}^N \tilde{\rho}_n F_n \alpha \quad (3.28)$$

Para la forma elegida de $F(x,y)$, ec. (2.33), el coeficiente $\Psi(x,y)$ es analítico y regular en todo punto del plano (x,y) .

Existen soluciones analíticas de la ec. (3.20) (Ref. 47, 48). Formalmente, se las puede construir por el método de aproximaciones sucesivas que puede encontrarse, p.ej., en el texto de I. Vekua (Ref. 48, Capítulo I). El método ha sido fructífero en la construcción de soluciones para casos bien conocidos (ver, p.ej., Ref. 48, pág. 19). En nuestro caso, debido a la complejidad de Ψ , no podemos ofrecer una solución explícita para un coeficiente de la forma dada por la ec. (3.28). El tipo de dificultades que encontramos es propio de los métodos disponibles actualmente para el tratamiento exacto de estas ecuaciones (ver, p.ej., Ref. 49). No obstante, se pueden bosquejar numerosas propiedades de las soluciones.

Se ha probado la existencia de soluciones únicas y estables $u(x,y)$ que satisfacen condiciones del tipo de Dirichlet o de Neumann sobre contornos cerrados (Ref. 50, 51). El contorno puede ser llevado al infinito siempre que se conozcan unívocamente los valores de $u(x,y)$ o de su derivada normal para cada punto del contorno.

Una fuerte restricción sobre las condiciones posibles surge del carácter de perturbación en el potencial asignado a

la función $\varphi_i(x, y, z')$, ya que debe ser

$$|u_k(x, y)| |z(z')| \leq |u(x, y)| \ll |\Gamma_0(x, y)| \quad (3.29)$$

para todo punto del plano (x, y) .

Omitiendo los subíndices, podemos reescribir la ec. (2.29) como

$$\Gamma_0(x, y) = \frac{-1}{\alpha} \ln F \quad (3.30)$$

Entonces, para la forma de F dada por la ec. (2.33), Γ_0 será finita en todo punto excepto cuando $|x| \rightarrow \infty$, donde $\Gamma_0 \sim 2 \frac{m}{\alpha} |x|$. Por lo tanto, se puede admitir una perturbación $u_k(x, y)$ que tenga una singularidad de tipo logarítmico para $|x| \rightarrow \infty$, en cuyo caso:

$$\lim_{|x| \rightarrow \infty} \left| \frac{u_k}{\Gamma_0} \right| \sim \lim_{|x| \rightarrow \infty} \left| \frac{u_k}{x} \right| = 0 \quad (3.31)$$

Esto es posible físicamente debido a que las hipótesis básicas del modelo (p.ej. ionización total) son solamente válidas en la región definida como vaina de corriente, es decir para $|x| < \Delta x =$ espesor de la vaina. De manera que todas las singularidades deben estar localizadas en $|x| \rightarrow \infty$, donde la vaina de corriente desaparece.

Hemos elegido k^2 en la ec. (3.28) de tal manera que el coeficiente $\psi(x, y)$ resulte positivo y, por lo tanto, sabemos que existe una solución u_k que tiene una singularidad logarítmica en $|x| \rightarrow \infty$ y satisface la condición (3.31). En efecto, un método debido a E. Picard (Ref. 47) permite construir una solución formal única que sea regular en todo punto, excepto en un número de puntos aislados prefijados, en los cuales la solución puede tener singularidades de tipo logarítmico.

Una explicación intuitiva de esta propiedad de las soluciones de una ecuación elíptica lineal figura en la Ref. 50.

Si usamos las variables complejas independientes

$\xi = x + iy$, $\eta = x - iy$, $\Psi = \Psi[x(\xi, \eta), y(\xi, \eta)]$,
podemos reescribir la ec. (3.20) en la forma "hiperbólica":

$$4 \frac{\partial^2 u}{\partial \xi \partial \eta} = \Psi u \quad (3.32)$$

Las singularidades de $u(\xi, \eta)$ deben propagarse exclusivamente a lo largo de las características que son, para la ec. (3.32), imaginarias, de modo que cada una de ellas corta el plano real solamente en un punto aislado.

Vemos, por tanto, que existen soluciones que son regulares en el interior de la lámina de corriente. Para que estas soluciones expliquen la longitud finita de los arcos en la dirección azimutal y debemos imponer la condición adicional que

$$\lim_{|y| \rightarrow \infty} u_k = 0 \quad (3.33)$$

Resumiendo, hemos visto que, dentro de la aproximación lineal, la estructura filamentaria admite perturbaciones de corta duración en la densidad electrónica, cuya amplitud puede elegirse de tal manera que las soluciones linealizadas correspondientes sean válidas para todo punto de la vaina de corriente.

3.5) Mecanismo para la producción de los anillos de rayos X.

Cuando se emplea un conductor central hueco, los electrones de conducción, que son transportados por la vaina de corriente en su movimiento, chocan contra la cara interior del ánodo y transfieren parte de su gran energía a los iones

metálicos (cobre, zinc) de la superficie, muchos de los cuales se desprenden y forman una nube de iones y átomos neutros (éstos se forman por recombinación) sobre la superficie del electrodo central.

En otras experiencias con el plasma-focus (Ref. 52, 53) en que se usó un ánodo sólido, fue posible determinar por diversos métodos la distribución espectral de los rayos X provenientes de la nube de cobre. Los datos experimentales han demostrado que la emisión proviene del bremsstrahlung de electrones (las energías de rayos X con $h\nu = 1$ a 5 keV son típicas de este proceso) y de las líneas K_α y K_β del cobre y del zinc. Estas líneas de recombinación aparecen entre 6 y 10 keV, superpuestas a los rayos X más blandos de intensidad exponencialmente decreciente (ver fig. 3.3, Ref. 53). La variación de la intensidad del continuo con la energía, así como un cierto conocimiento de la dinámica de la vaina de corriente, obligan a concluir que el bremsstrahlung en la nube de cobre ionizado es la componente principal de los rayos X emitidos desde la zona próxima al ánodo.

Las fotografías de cámara oscura, como la que se muestra en la fig. 3.4, tomada con un absorbente que permite el paso de rayos X con $h\nu > h\nu_0 = 1$ keV, exhiben una intensidad espacialmente uniforme proveniente de una región ubicada sobre la cara interior del electrodo central, además de los anillos o arcos, mejor definidos.

Como se vio en la última sección, el breve tiempo de emisión para los anillos está claramente asociado a las perturbaciones en los parámetros macroscópicos (densidad, flujo, densidad de energía) de los electrones que atraviesan la nube iónica.

Podemos definir una intensidad eficaz \bar{I} para los rayos X que tienen energías superiores al umbral ($\nu > \nu_0$ esta última dada por la hoja absorbente):

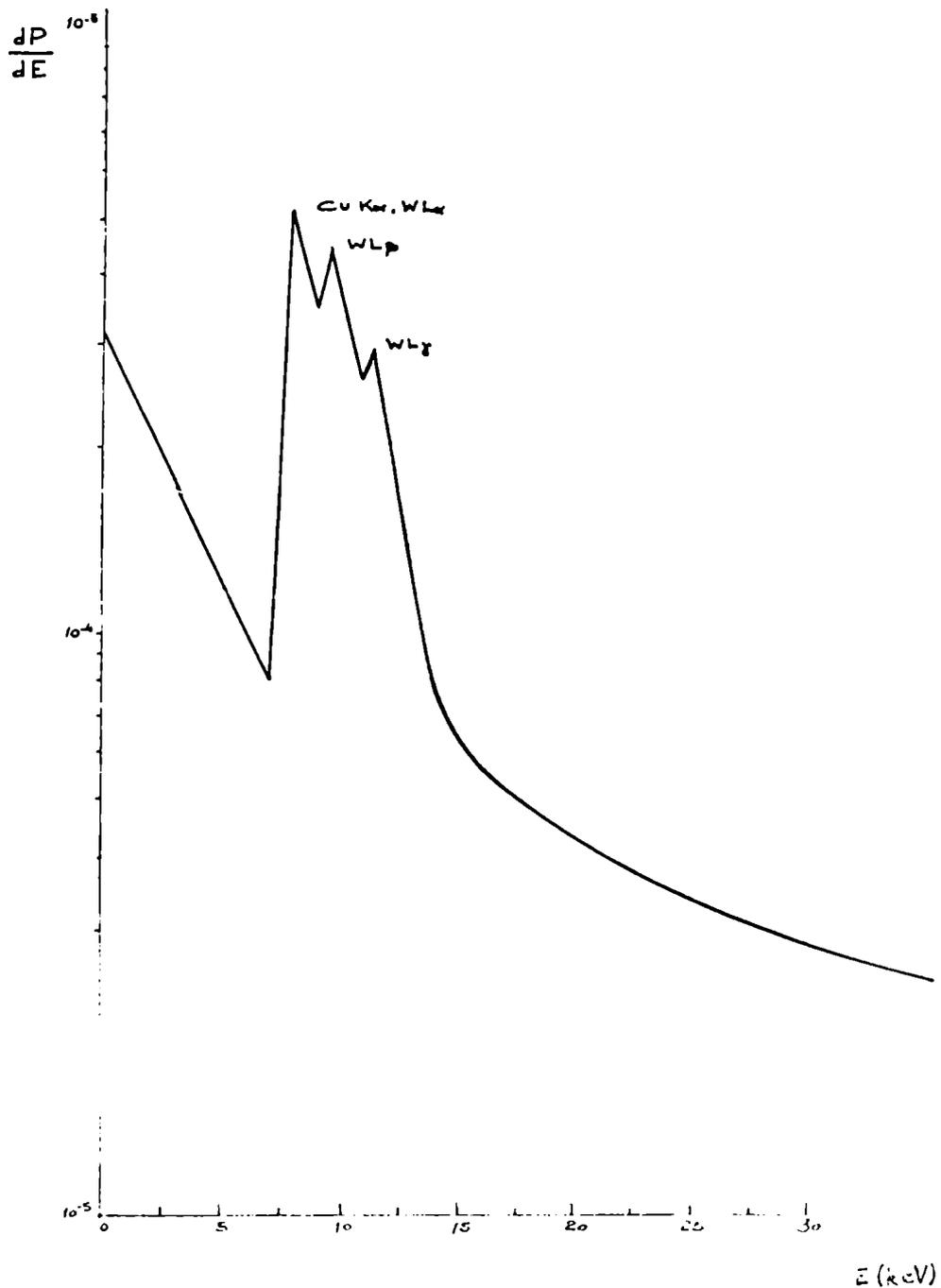


Fig.3.3.- Distribución espectral típica de los rayos X emitidos por un focus (Ref. 53). Aquí dP/dE es la potencia emitida por unidad de intervalo de energías. Nótese la variación exponencial de dP/dE a bajas energías (bremsstrahlung) y las líneas de recombinación entre 6 y 10 keV.

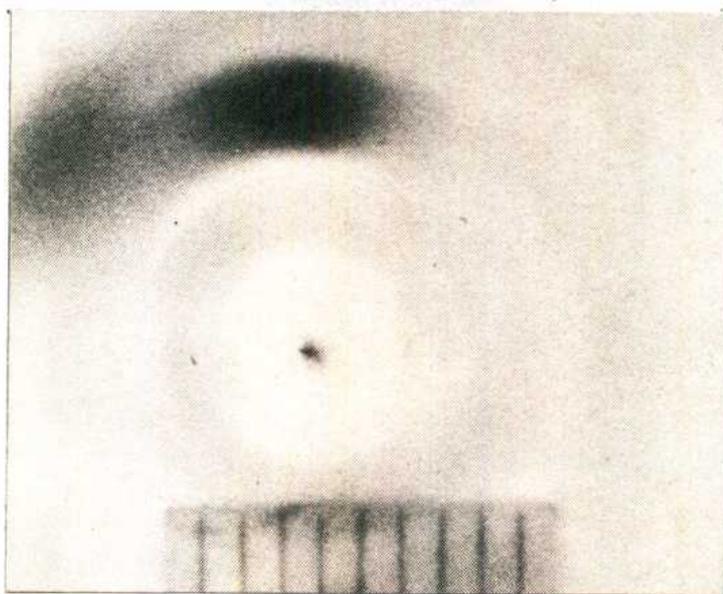


Fig.3.4.- Imagen de la cara interior del electrodo central, obtenida en las mismas condiciones que la fig. 3.1, pero con un espesor de absorbente que permite el paso de fotones con $h\nu > 1 \text{ keV}$. Nótese la mayor uniformidad espacial de la radiación registrada.

$$\rho \bar{I} \equiv \int_{\nu_0}^{\infty} d\nu \int d\vec{v} f(\vec{r}, \vec{v}, t) I_{\nu}(\vec{r}, \vec{v}) \quad (3.34)$$

donde $f(\vec{r}, \vec{v}, t) = f_0(\vec{r}, \vec{v}) - \alpha \Gamma_1(\vec{r}, \vec{v}, t) f_0(\vec{r}, \vec{v})$ es la función de distribución completa para los electrones. El término de perturbación en f (calculado en la intersección de la vaina de corriente con la nube iónica, en el referencial del laboratorio) permanece pequeño aún en el momento en que llega a la pared del ánodo un reducido número de electrones con energía sustancialmente distinta de la energía media.

Un aumento en la energía de los electrones dará lugar a un incremento correspondiente en el rango de frecuencias de la radiación emitida. Como consecuencia:

$$\int_{\nu_0}^{\infty} d\nu \left| \int d\vec{v} f_0 I_{\nu} \right| < \int_{\nu_0}^{\infty} d\nu \left| \int d\vec{v} (f_0 + f_1) I_{\nu} \right| \quad (3.35)$$

Incluso una pequeña variación en la intensidad correspondiente a los valores más altos de las frecuencias emitidas puede originar un ennegrecimiento sustancial de las placas de rayos X, debido a la mayor transparencia del absorbente, cuyo coeficiente de atenuación $\tilde{\alpha}$ disminuye muy rápidamente al aumentar ν (p.ej.: para berilio, $\tilde{\alpha} \sim \nu^{-3}$, ver Cap. 5).

Muchos filamentos sobreviven a su paso a través de la compresión y de las inestabilidades de la etapa focus. Parte de los electrones pueden ser acelerados hasta alcanzar energías muy elevadas (del orden de 100 keV, Ref. 15) durante el colapso de la vaina. Las perturbaciones resultantes en los parámetros de los electrones se propagan a lo largo de los filamentos. El hecho de que los anillos observados sean emitidos desde una región que ocupa una fracción grande de la circunferencia del ánodo significa que son varios los filamentos que intervienen en la emisión de los anillos.

CAPITULO 4:

Emisión de rayos X por fuentes altamente localizadas en el plasma-focus.

4.1) Estructura fina de los rayos X emitidos en la etapa focus.

La cámara oscura de rayos X nos proporciona una técnica de diagnóstico importante para registrar la emisión de rayos X provenientes del plasma-focus. Si bien esta cámara sólo permite obtener fotografías integradas en el tiempo, ninguna otra técnica de diagnóstico disponible la supera en resolución espacial (Ref. 3). Esta elevada resolución espacial viene dada por lo pequeño del diámetro del orificio de la cámara (menos de 0,1mm) para una distancia razonable $|OF|$ entre objeto (O) y película (F). Mediante las fotografías con cámara oscura también se logra un cierto grado de resolución temporal cuando la emisión proveniente del plasma tiene una duración muy breve, como en el caso de los anillos de rayos X discutidos en el Capítulo 3.

En el Laboratorio de Física del Plasma del Stevens Institute of Technology se ha llevado a cabo un estudio sistemático de la emisión de rayos X por el plasma focus (Ref. 18). Recapitularemos algunos resultados previos que tienen conexión con nuestro ulterior análisis de un cierto número de placas obtenidas con cámara oscura.

En el plasma-focus hay dos fuentes bien diferenciadas de rayos X. Una es la columna axial del focus, región ubicada a menos de 2mm del eje del acelerador. La segunda emisión resulta del bombardeo del electrodo central positivo por los electrones, ya discutido en la sección 3.5.

Cuando se emplea un ánodo sólido, la fuente dominante de rayos X es la nube de vapor metálico que se forma frente al electrodo central (Ref. 54, 55). En cambio, el uso de un

ánodo hueco en Stevens (Ref. 18) permite obtener una mayor resolución espacial, al evitar la superposición de los rayos X provenientes de la columna axial con los emitidos por la superficie metálica. Las fotografías con cámara oscura de la región del focus revelan que en la columna de plasma existen múltiples fuentes localizadas de rayos X (Ref. 8, 56). Cada fuente tiene un núcleo (de cerca de 0,3 mm de largo; 0,1 mm de diámetro; energía de fotones $h\nu \geq 6$ keV) que emite con mayor intensidad, rodeado por una región más difusa o "nube" (de cerca de 1 mm de diámetro), que irradia rayos X más blandos. La forma típica de las fuentes localizadas es la de un carretel cóncavo alargado con su eje paralelo al eje del acelerador (fig. 4.2).

Las dimensiones aparentes de la nube se reducen al aumentar el espesor del filtro absorbente colocado delante de la placa, mientras que la imagen del núcleo, que emite rayos X más duros, no sufre cambios apreciables de forma ni de tamaño para un extenso rango de espesores del absorbente, correspondiente a fotones de $h\nu$ entre 1 y 8 keV. En algunas fotografías dichas fuentes localizadas se ven lejos del eje del acelerador, a veces a una distancia de hasta 1 cm.

Además de esta estructura fina, las fotografías obtenidas con un orificio de cámara de 75μ de diámetro han revelado la existencia en las fuentes de una microestructura con dimensiones típicas de menos de 50μ . Estas características han sido descritas en detalle en la Ref. 18.

Se han usado detectores de centelleo de rayos X con diversos colimadores (Ref. 23, 56, 57) para medir la variación temporal de la intensidad de los rayos emitidos desde distintas regiones del focus. Mediante este método se logra una buena resolución temporal (y también cierto grado de resolución espacial).

Usando un absorbente de espesor apropiado, se han registrado mediante detectores de centelleo pulsos de rayos X duros ($h\nu \geq 30$ keV) cuyo número está correlacionado con el número de fuentes localizadas que se observan en fotografías obtenidas simultáneamente con cámara oscura (Ref. 25, 25).

Estos pulsos de rayos X más duros también están sincronizados con los pulsos de neutrones que se producen cuando se opera el acelerador con deuterio. Los rayos X se resuelven en una serie de pulsos (cada uno tiene un ancho de ~ 10 a 30 ns) que comienzan al mismo tiempo que la emisión de los neutrones. Cuando se coloca el detector lo suficientemente cerca de la fuente (~ 30 cm), los neutrones también se resuelven en múltiples pulsos (Ref. 44). A partir de la observación de cientos de descargas se concluye que a cada pulso de rayos X le corresponde un pulso de neutrones.

Si tomamos, como es usual, $t=0$ en el instante en que la vaina de corriente alcanza su máxima compresión radial cerca de un extremo del electrodo central (caracterizado por un mínimo pronunciado en la señal de di/dt en el osciloscopio), los rayos X blandos se detectan entre $t=0$ y 100 ns. Hay un segundo grupo de pulsos de neutrones y de rayos X que tiene lugar para $t \approx 250$ ns. Los pulsos de rayos X del primer grupo, tanto duros como blandos, parecen tener su origen en las fuentes localizadas axiales (Ref. 25).

Se ha detectado emisión en la región del infrarrojo ($\lambda \sim 1$ a 3μ ; Ref. 58, 59), la cual presenta un pulso de 40 ns de ancho en coincidencia temporal con el primer grupo de rayos X duros. Este pulso aparece superpuesto a una señal infrarroja más achatada que dura unos 500 ns. En la región de microondas (1 a 10 cm; Ref. 59) se registraron señales muy pronunciadas de 2 a 3 ns de ancho en coincidencia con ambos grupos de pulsos de rayos X, separados por intervalos de tiempo regulares. Esta regularidad está claramente asociada al espaciamiento casi uniforme entre las crestas o protuberancias observadas

en la columna de plasma (Ref. 18, fig. 10), lo cual constituye una prueba indirecta adicional de la correspondencia que existe entre las estructuras visibles y las fuentes de rayos X.

En $t \approx 0$ aparece una mancha visible muy brillante cerca del centro del borde del ánodo, la cual se mueve a lo largo de la columna axial con una velocidad $\sim 3 \times 10^7$ cm. Esta velocidad es la misma que se mide para la fuente principal de rayos X y de neutrones (Ref. 15, 56).

Al identificar cada señal en el detector de centelleo (ancho ≈ 10 ns) con la emisión proveniente de una fuente localizada, vemos claramente la clase de resolución temporal que se obtiene con la cámara oscura, la cual resulta comparable con la que produce un convertidor de imágenes con 5 a 10 ns de exposición. Esta comparación permite apreciar el carácter casi instantáneo de las imágenes de la región del focus obtenidas mediante la cámara oscura.

Las mediciones de la intensidad de rayos X serán el tema principal de este capítulo y del siguiente. Recordemos que en todas las fotografías de cámara oscura la película está cubierta por una chapa muy fina de un absorbente de rayos X (berilio, aluminio, etc.). El espesor de esta chapa determina en cada caso, el umbral de energía de los fotones transmitidos, lo cual permite hacer una estimación de la distribución de energías para distintos puntos de la descarga. Por este método se había obtenido una primera estimación de la energía emitida que, en las mejores condiciones de observación, resultaba del orden de 2 a 5 keV (Ref. 18, 25, ver sección 5.1).

4.2) Anisotropía en la intensidad de los rayos emitidos por las fuentes localizadas.

A partir de la observación de un gran número de fotografías

de rayos X obtenidas mediante cámara oscura empleando distintos absorbentes, diámetros de orificio y gases de llenado, se extrajo la conclusión preliminar (Ref. 18) de que existe una fuerte variación en el ennegrecimiento de la película cuando se comparan las placas tomadas de frente ($\varphi \approx 0^\circ$) y de costado ($\varphi \approx 90^\circ$), manteniendo fijas todas las condiciones de medición excepto el ángulo φ , el cual se mide con respecto al eje del acelerador (fig. 4.1).

Estas fotografías se han obtenido fijando tres cámaras oscuras sobre un soporte circular rígido con centro en O, un punto del eje del acelerador ubicado 8 mm delante del centro del ánodo (fig. 4.1). Los orificios P_1 , P_2 y P_3 , ubicados en el plano (x,z) a una distancia $|OP_i| = (7,6 \pm 0,1)$ cm, tienen 76μ de diámetro. Los marcos de cloruro de polivinilo sobre los cuales se colocan las placas son normales a los ejes OP_i ; están ubicados a distancias $|OF_i|$ que se hicieron variar oportunamente entre 11,9 y 17,8 cm, dependiendo del gas empleado, del ángulo de emisión, etc. Se cubrió cada película con una hoja absorbente de berilio de 50μ de espesor, que permite el paso de fotones con energías $h\nu \geq 1$ keV. De esta manera se dispone de tres cámaras oscuras orientadas según distintos ángulos.

Se ensayaron diversos absorbentes, distancias entre fuente y película $|OF_i|$ y diámetros de orificio, hasta optimizar la intensidad de la radiación incidente sobre las placas sin pérdida de definición en las imágenes. Para las mediciones en serie se eligieron los ángulos $\varphi = 0^\circ$, 45° y 78° ; este último (en lugar de $\varphi = 90^\circ$) para poder analizar un mayor número de manchas, ya que a 90° la mayoría de las fuentes son total o parcialmente cubiertas por los bordes de los electrodos (la elección de $\varphi = 78^\circ$ también evita la posible interferencia de los rayos X débiles provenientes de los bordes).

El análisis de las manchas se limitó solamente a las fuentes que pudieron ser claramente identificadas a 0° y 78° ,

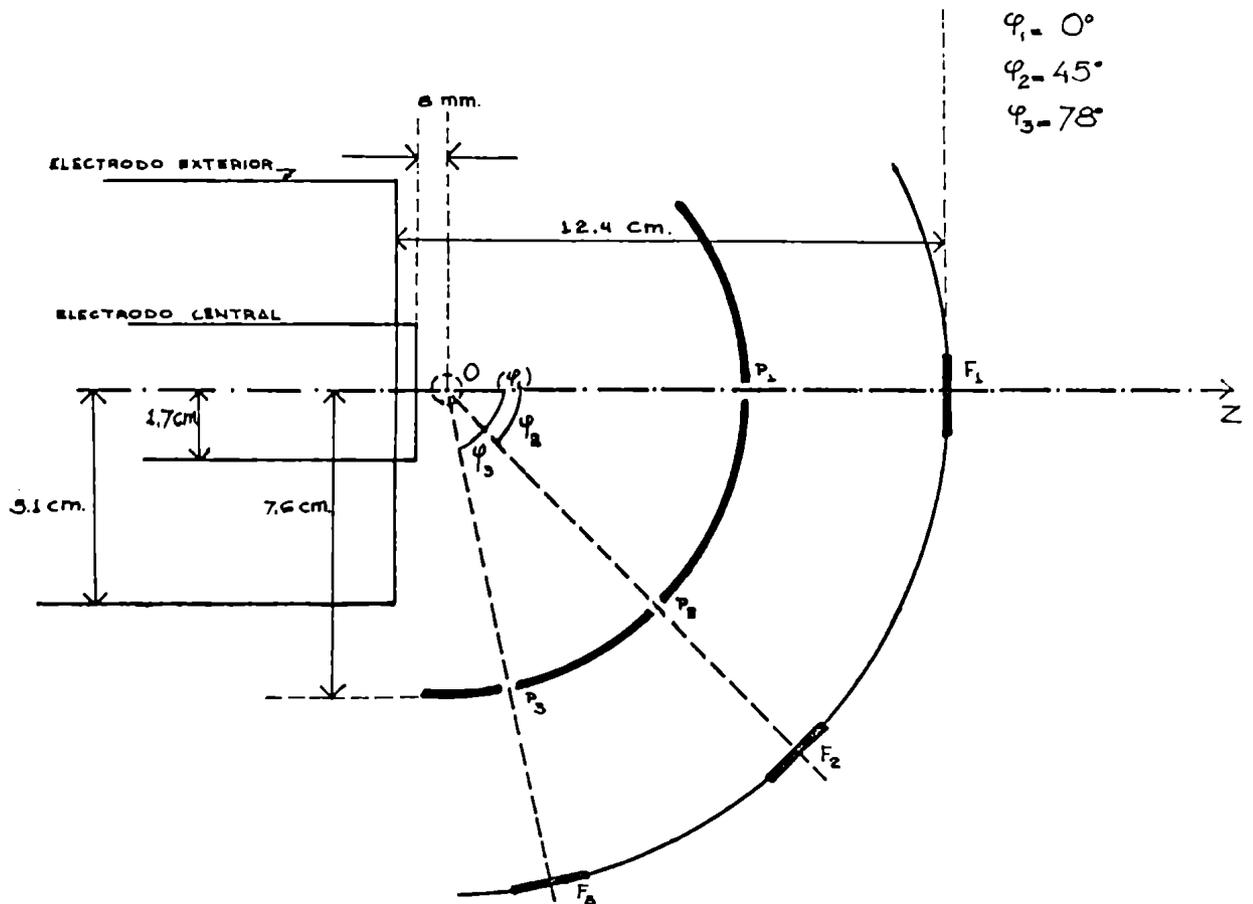


Fig.4.1.- Esquema de tres cámaras oscuras coplanares, adosadas mediante un soporte común al acelerador coaxial:
- centro: O (posición aproximada de las fuentes);
- orificios: P_1, P_2, P_3 (diámetro $\approx 76 \mu$);
- placas: F_1, F_2, F_3 ;
- ángulos: $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$.

que estuvieran ubicadas a menos de 1 cm de 0 y a menos de 2 mm del eje de los electrodos. La placa obtenida a 45° resultó de gran utilidad para la identificación de las imágenes de las fuentes vistas desde distintos ángulos.

Sea I'_φ la intensidad, integrada en el tiempo, de los rayos X emitidos en la dirección φ . Trataremos de determinar la anisotropía eficaz de la emisión, definida por el cociente $I'_{90^\circ}/I'_{0^\circ}$. Para describir la elaboración numérica de los datos será necesario dar una definición de esta "anisotropía eficaz" (ver sección 5.1). En todos los casos nos referimos a la intensidad I_φ correspondiente al rango de energías definido por el espesor del absorbente (es decir $h\nu \geq 1 \text{ keV}$):

$$I_\varphi \sim \int_0^\infty d\nu T_\nu I'_\varphi(\nu), \quad (4.1)$$

donde T_ν es la transparencia del absorbente para fotones con frecuencias comprendidas entre ν y $\nu+d\nu$, $I'_\varphi(\nu)$ es la intensidad de los rayos X emitidos en el mismo rango de frecuencias y (\sim) indica la presencia de un factor de normalización: $(\int_0^\infty d\nu T_\nu)^{-1}$.

El valor local de la intensidad $\langle I_\varphi \rangle$, medido en un punto F de la película, es un valor medio que incluye las contribuciones de todas las fuentes puntuales del plasma que están alineadas con el orificio de la cámara y el punto F.

Consideremos el núcleo de una fuente, aproximadamente cilíndrico, con su eje paralelo a \underline{z} (en la etapa del focus, los ejes de los filamentos son casi paralelos al eje del acelerador). Definimos el sistema de coordenadas primadas descrito en la fig. 4.2, centrado en O' , el centro geométrico de la fuente. Sean $\Delta x, \Delta z$ las dimensiones típicas del núcleo de la fuente.

Los valores locales de la intensidad sobre la película, a 0° y 90° , vienen dados por:

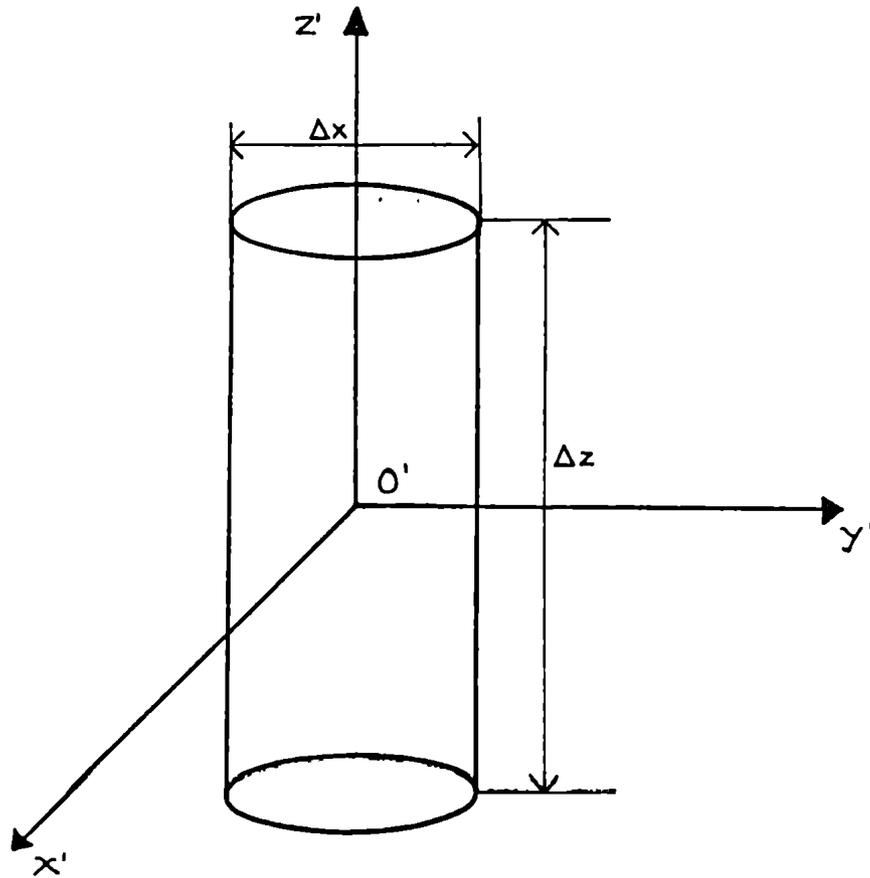


Fig.4.2.- Esquema elemental del núcleo de una fuente localizada de rayos X. El eje z' ha sido definido en la misma dirección del eje del acelerador. Comparar con la región axial de un vórtice toroidal (fig. 5.2).

$$\langle I_{0^{\circ}} \rangle = \frac{1}{\Delta z} \int_{-\Delta z/2}^{\Delta z/2} dz' I_{0^{\circ}}(x', y', z') \quad (4.2.a)$$

$$\langle I_{90^{\circ}} \rangle = \frac{1}{\Delta x} \int_{-\Delta x/2}^{\Delta x/2} dx' I_{90^{\circ}}(x', y', z') \quad (4.2.b)$$

donde I_{φ} es el valor definido en (4.1) y (x', y', z') es la posición de una fuente puntual dentro del cilindro.

Estas cantidades se pueden comparar entre sí cuando la distribución de intensidades tiene un máximo muy definido, en cuyo caso $\langle I_{\varphi} \rangle \sim I_{\varphi}$ (este último sería el valor local de la intensidad medida en el punto donde ésta alcanza su valor máximo). En nuestro caso, la contribución proveniente de la nube (es decir, de la región de menor intensidad en la cual está inmerso el núcleo bien definido, de mayor intensidad) no es de ningún modo despreciable, como se puede deducir de la fig. 4.3, donde se muestran las curvas que unen puntos de la placa con igual densidad fotográfica, para una vista típica con $\varphi=0^{\circ}$. En la fig. 4.4 se muestran las curvas correspondientes a $\varphi=78^{\circ}$. Ambas fueron obtenidas mediante un microscopio registrador automático EDP, por Photometrics, Inc. (Lexington, Mass., Estados Unidos).

Para emplear cantidades comparables en la estimación del cociente de anisotropía, definimos:

$$\bar{I}_{0^{\circ}}(y') = \frac{1}{\Delta x \Delta z} \int_{-\Delta x/2}^{\Delta x/2} dx' \left[\int_{-\Delta z/2}^{\Delta z/2} dz' I_{0^{\circ}}(x', y', z') \right] = \frac{1}{\Delta x} \int_{-\Delta x/2}^{\Delta x/2} dx' \langle I_{0^{\circ}} \rangle \quad (4.3.a)$$

$$\bar{I}_{90^{\circ}}(y') = \frac{1}{\Delta x \Delta z} \int_{-\Delta z/2}^{\Delta z/2} dz' \left[\int_{-\Delta x/2}^{\Delta x/2} dx' I_{90^{\circ}}(x', y', z') \right] = \frac{1}{\Delta z} \int_{-\Delta z/2}^{\Delta z/2} dz' \langle I_{90^{\circ}} \rangle \quad (4.3.b)$$

donde $\Delta x, \Delta z$ se miden en forma consistente sobre las placas,

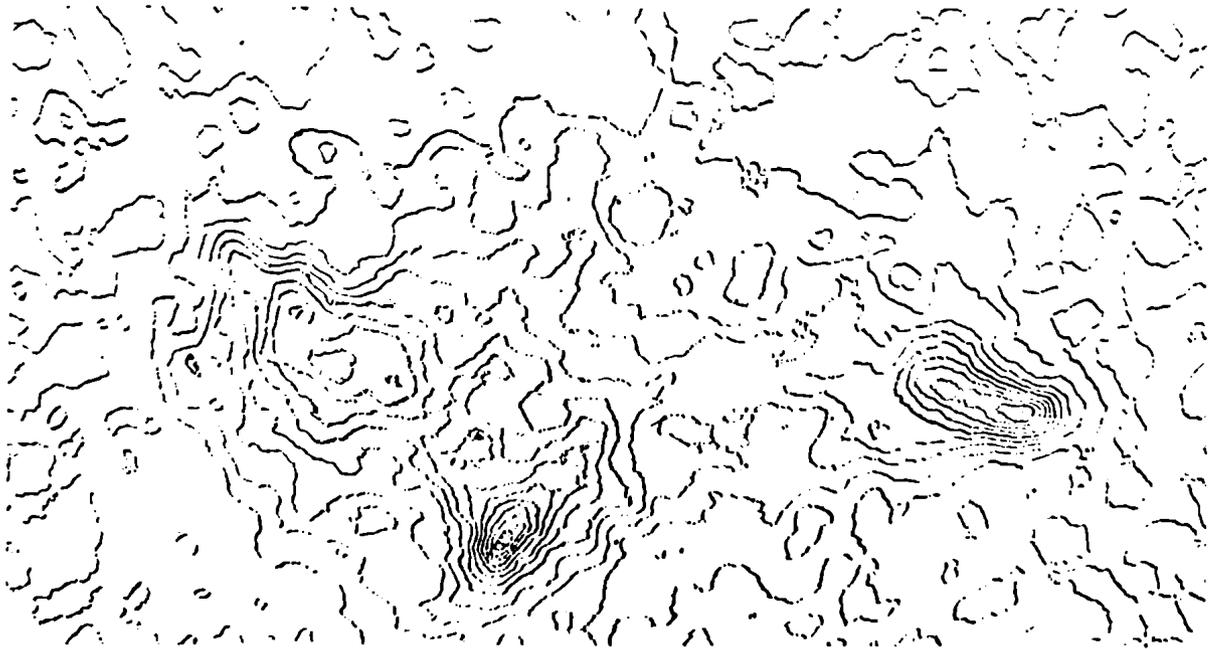


Fig.4.3.- Las curvas de la figura unen puntos de igual densidad fotográfica sobre una placa de rayos X colocada a $\varphi \approx 0^\circ$ del eje del acelerador. La intensidad del sombreado es proporcional a la densidad local. La placa fue obtenida por C. Cortese (Istituto Elettrotecnico Nazionale, Turín) y el registro densitográfico fue realizado con un microscopio registrador automático EDP por Photometrics, Inc. (Lexington, Mass.).

Ampliación: 100 X.

Intervalo de densidades entre curvas: 0,12 D.

Abertura de diafragma: 100 μ .

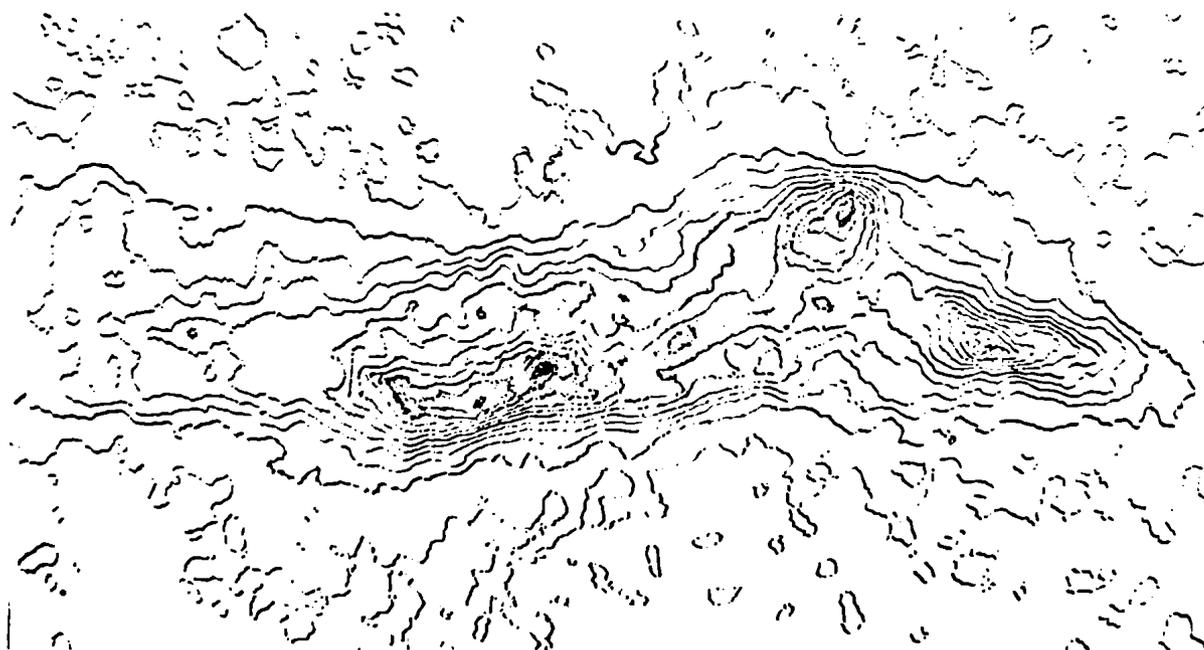


Fig.4.4.- Las curvas (para $\varphi \approx 78^\circ$) unen puntos de una placa de rayos X que presentan igual densidad fotográfica. La intensidad del sombreado es proporcional a la densidad local. La placa fue obtenida por C.Cortese (I.E.N., Turín) en las mismas condiciones que la fig.4.3, y el registro densitográfico fue realizado por Photometrics, Inc. (Lexington, Mass).

Ampliación: 30 X.

Intervalo de densidades entre curvas: 0,15 D.

Abertura de diafragma: 100 μ .

teniendo en cuenta un factor geométrico debido al efecto ampliador del orificio de la cámara (ver ec. 4.8 y también la sección 4.3). Las ecuaciones (4.3) implican que incluimos en \bar{I}_φ todas las contribuciones provenientes de un paralelepípedo de volumen $\Delta x \Delta y \Delta z$, con $\Delta y \ll \Delta x, \Delta z$, correspondiente a una franja muy estrecha sobre la película. Notemos que Δy es el mismo espesor para 0° y 90° , ya que el soporte de los orificios está ubicado en el plano (x, z) .

En la elaboración numérica de \bar{I}_{0° e \bar{I}_{90° para cada mancha se tomaron en cuenta todas las contribuciones visibles, incluso las provenientes de la nube. A partir de los valores de $\bar{I}_\varphi(y')$ definimos una anisotropía "parcial" eficaz A_p para cada franja de espesor Δy :

$$A_p(y) \equiv \bar{I}_{90^\circ} / \bar{I}_{0^\circ} \quad (4.4)$$

Ahora consideremos las contribuciones de todos los puntos visibles (tanto del núcleo como de la nube) y definamos, integrando sobre dy' , la intensidad total de una mancha:

$$\bar{I}_{0^\circ} \sim \int dy' \bar{I}_{0^\circ}(y') \quad (4.5.a)$$

$$\bar{I}_{90^\circ} \sim \int dy' \bar{I}_{90^\circ}(y') \quad (4.5.b)$$

A partir de estas expresiones resulta una anisotropía eficaz "total" A_t , definida por:

$$A_t \equiv \bar{I}_{90^\circ} / \bar{I}_{0^\circ} \quad (4.6)$$

Algunas de las hipótesis esenciales para la presente discusión son:

i) Las dimensiones de la fuente son despreciables frente a la distancia $|OF|$ entre objeto y placa, lo cual corresponde a un valor definido del ángulo φ .

ii) Las fuentes están muy cerca del origen de coordenadas: $|OO'| \ll |OF|$.

iii) Los núcleos de las fuentes son aproximadamente cilíndricos (aquellos que no presentaran una sección cilíndrica fueron descartados).

iv) Los efectos del diámetro finito del orificio de la cámara en el tamaño y la definición de la imagen son despreciables (ver sección 4.3).

v) El plasma es prácticamente transparente, de modo que todos los rayos emitidos en la dirección de la placa llegan al absorbente.

vi) Se puede despreciar la contribución de los rayos X emitidos por la nube metálica cerca del ánodo.

vii) Los bordes de la imagen del núcleo de cada fuente están muy bien definidos para el rango de energías que estudiamos, es decir que hay muy buena resolución espacial y temporal (esto puede verse en las curvas que unen puntos de igual densidad en las figuras 4.3 y 4.4, o bien se puede deducir de las alturas relativas de los picos en los registros densitométricos, fig. 4.8).

viii) La respuesta de la película usada es lineal, es decir que el ennegrecimiento de la placa es proporcional a la radiación incidente por unidad de área, dentro del rango de energía de interés (Ref. 60).

ix) $I_{78^\circ} \approx I_{90^\circ}$ (ver discusión de errores en la sección 5.2).

x) I_φ es uniforme en el núcleo de una fuente y varía lentamente con el ángulo de emisión φ .

Para determinar la intensidad $\langle I_\varphi \rangle$ de rayos X hemos registrado la densidad fotográfica en cada punto de cada placa mediante un microdensitómetro previamente calibrado (Joyce-Loebl MK III C.S. No.739).

El funcionamiento de este densitómetro se basa en un sistema de doble haz luminoso, en el cual se enfocan alternadamente sobre un fotomultiplicador dos rayos emitidos por una misma fuente luminosa. Si los dos rayos tienen distinta

intensidad, el fotomultiplicador produce una señal que es amplificada y controla un servomotor, el cual mueve un atenuador óptico (o cuña) de modo de reducir a cero la diferencia de intensidades. De esta manera se obtiene un sistema de compensación continua, en el cual la posición del atenuador óptico se varía hasta registrar la densidad fotográfica en cualquier punto de la placa.

El principio de funcionamiento está ilustrado esquemáticamente en la fig. 4.5 (Ref. 61), donde (A) es la fuente luminosa común; (B,C,D) indican un camino óptico y (E,G) el otro; (H) es un motor sincrónico con un obturador que permite el enfoque alternado de los dos rayos de luz, (J) es el plano de la placa y (K), la cuña óptica.

La señal del fotomultiplicador (E) entra al amplificador (M), cuya salida se aplica al servomotor (N). La estabilidad del motor y el control de la sensibilidad se logran aplicando al amplificador una señal de retroalimentación ("feedback") derivada de un generador acoplado al servomotor N.

Los tableros de soporte de la placa y del papel de registro son impulsados por otro servo-sistema (O) a una velocidad que es inversamente proporcional a la velocidad de variación de la densidad en la placa.

La posición del atenuador (y de la pluma fijada al mismo) que corresponde a la línea de fondo se controla por medio de una cuña (P) colocada en el camino óptico (E,G), la cual se maneja en forma manual. Los filtros neutros (Q) sirven para controlar la intensidad del rayo (B,C,D) correspondiente a la placa, de modo de lograr condiciones de equilibrio para valores elevados de la abertura de diafragma (R) cuando la intensidad luminosa del rayo de referencia se elige dentro del rango del fotomultiplicador.

Para medir valores absolutos de la densidad fotográfica

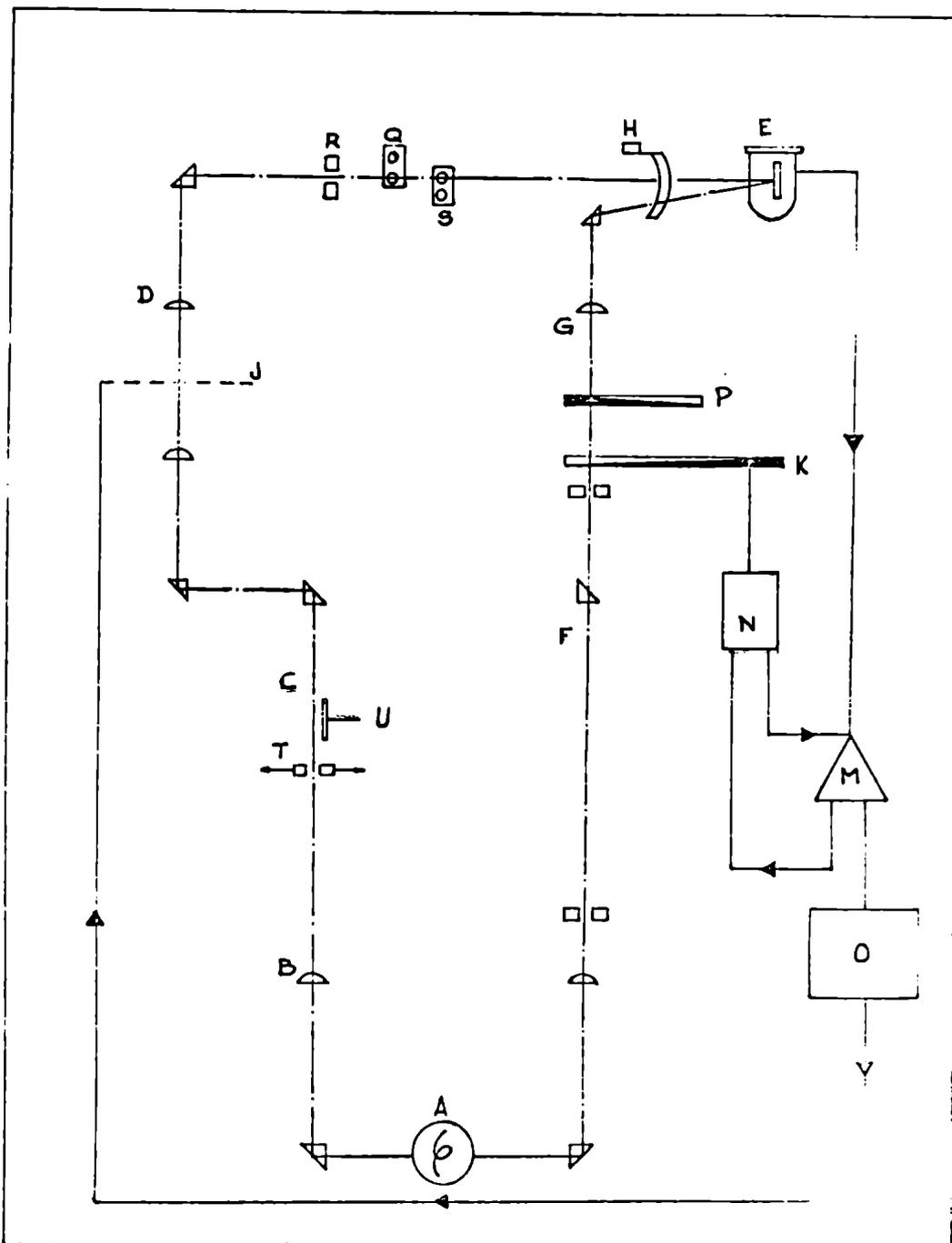


Fig.4.5.- Esquema de funcionamiento de un microdensitómetro Joyce-Loebl MK III (Ref. 61).

D con respecto al fondo (que tomamos como $D=0$), se realizó la calibración del densitómetro midiendo una placa "standard", ennegrecida a pasos de densidad conocida. La curva de calibración resultante se muestra en la fig. 4.6. Para todas las placas analizadas (con la excepción de algunos picos muy elevados) el densitómetro da una respuesta lineal, es decir que la altura ξ de las trazas densitométricas es proporcional al ennegrecimiento de las películas. Este hecho y la linealidad de la película empleada garantizan que ξ será muy aproximadamente proporcional a la intensidad local $\langle I \rangle$ (integrada en tiempo y espacio) que incide sobre la placa.

En la fig. 4.7 vemos fotografías de rayos X tomadas con la cámara oscura: (a) a 78° , (b) a 45° y (c) a 0° . Fueron obtenidas para una mezcla de 99,5% de deuterio y 0,5% de argón (% en presión); $p=8$ Torr; $V=15$ kV; absorbente: berilio (50μ de espesor); distancia entre objeto y placa $\approx 12,2$ cm; diámetro de orificio: 75μ (se muestran las divisiones de una regla milimétrica, para comparar). El ennegrecimiento del fondo es esencialmente uniforme para una región extensa de la placa que incluye las imágenes de las fuentes localizadas.

En la fig. 4.8 se muestra una curva típica de densidad (para las mismas condiciones de la fig. 4.7), donde el fondo aparece como una línea sinuosa con una recta media horizontal, definida como línea de fondo. En el medio de la curva de registro se ve una mancha (núcleo y nube).

El análisis de las curvas de densidad comienza por el trazado de la recta de fondo. Los valores de la intensidad se miden a partir de esta línea, lo cual equivale a descontar la contribución casi constante del fondo. Las oscilaciones observadas en trazas densitométricas corresponden a agregados de granos de emulsión de unos 40μ de diámetro (~ 2 mm/50X).

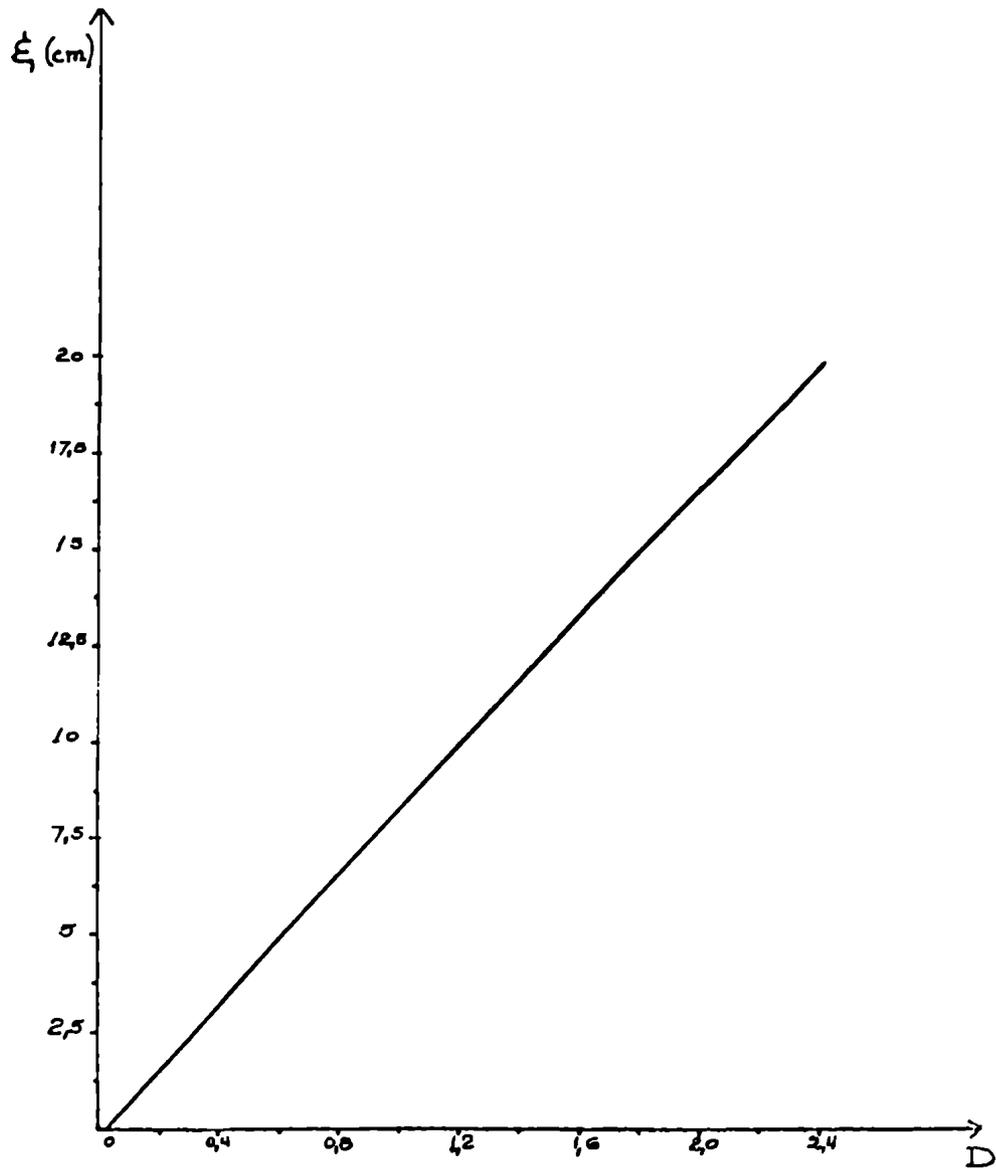


Fig. A.6.— Curva de calibración del micro-densitómetro Joyce-Loebl:
D: densidad fotográfica,
 ξ : altura de una traza densitométrica.

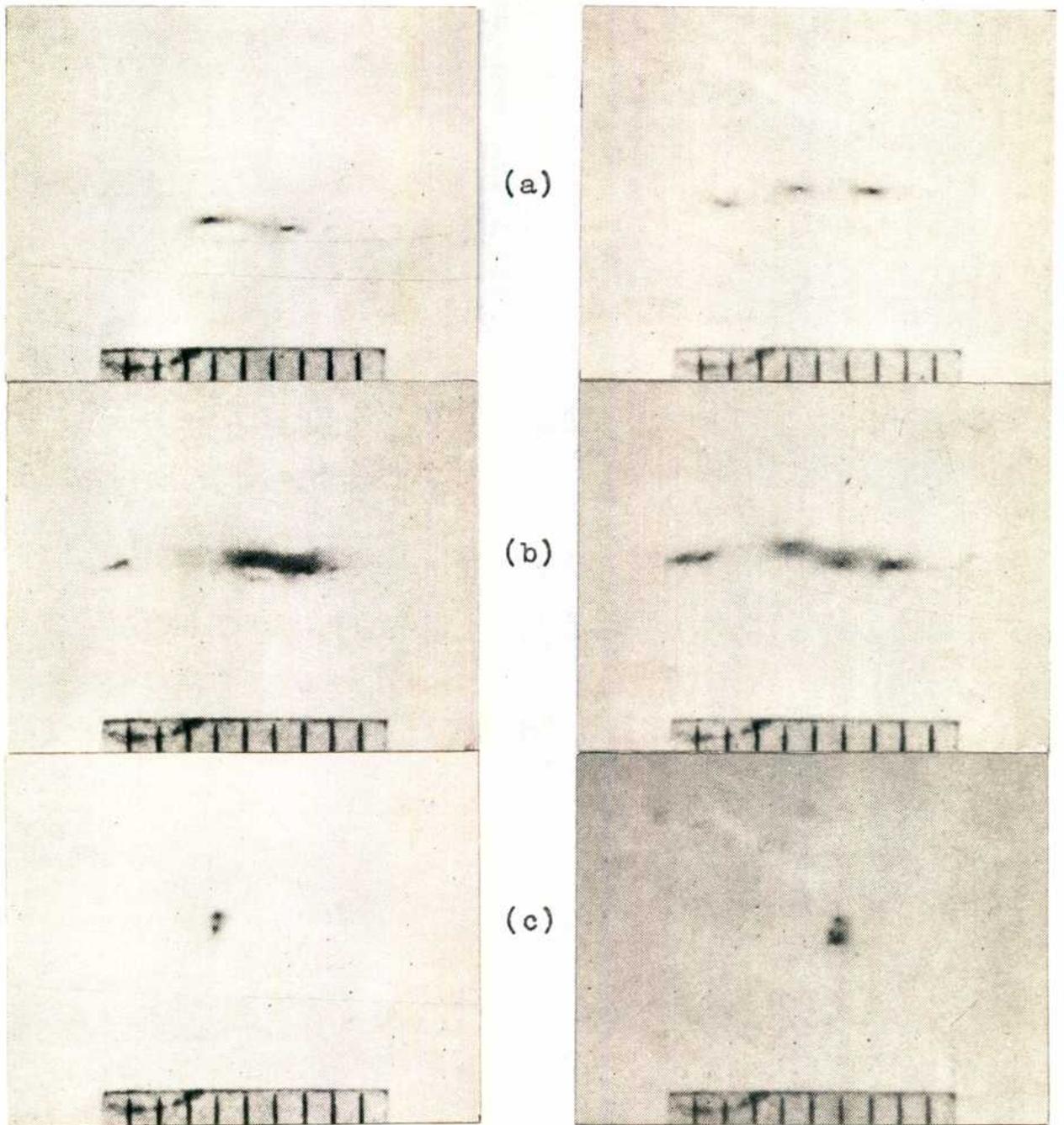


Fig.4.7.- Dos juegos de fotografías de rayos X obtenidas con la cámara oscura: (a) $\varphi=78^\circ$; (b) $\varphi=45^\circ$; (c) $\varphi=0^\circ$. El grupo de la izquierda lleva el N^o2-77 y el de la derecha, el N^o2-79 en la Tabla 4.1 (p. 90), donde se anotaron las condiciones de operación del acelerador y la cámara.

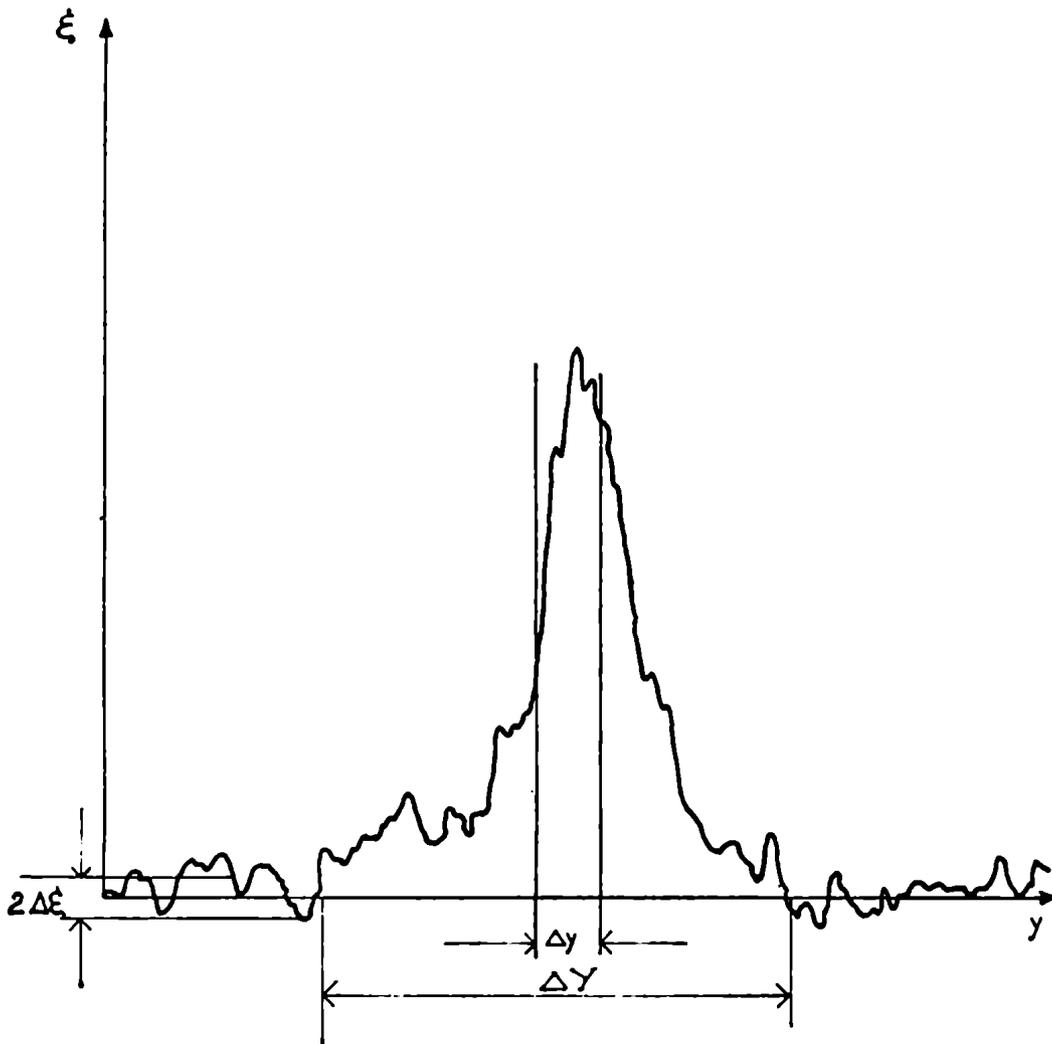


Fig.4.8.- Esquema de un densitograma típico, donde y es la dirección de registro (normal al plano de la fig. 4.1). ξ es aproximadamente proporcional a la densidad fotográfica (fig. 4.6). Δy es el ancho de la región de definición de A_p ; ΔY es el ancho de la fuente (núcleo y nube), sobre el cual se mide A_t .

Se debe fijar la abertura de diafragma del densitómetro de modo de minimizar el efecto deformante del tamaño finito de los granos de emulsión. La abertura se elige de manera que la densidad registrada resulte ser el promedio sobre uno o más agregados de granos (es decir que la abertura final es mayor que 40μ). Debido al efecto conjunto del tamaño finito del diámetro de la cámara y de la abertura de diafragma, las curvas de densidad resultan algo alisadas, aún cuando subsiste el efecto colectivo de los agregados de granos, como se ve claramente en los registros densitométricos. La elección de una abertura demasiado grande puede alisar completamente las curvas, provocando la pérdida de información útil. En cambio, si se elige una abertura menor que el tamaño típico de los agregados, el efecto de éstos se vuelve tan dominante que las oscilaciones de la pluma de registro, además de prolongar los tiempos de medición, hacen muy difícil el análisis.

En algunos casos se observa la superposición de dos y hasta de tres picos de densidad, correspondientes a fuentes localizadas que dan imágenes próximas entre sí. De modo que, luego de descontado el fondo, es necesario separar los picos de alguna manera. Para ello se hace la hipótesis de simetría cilíndrica, que es aproximadamente válida para los núcleos de las fuentes, como puede apreciarse en la fig. 4.3.

Primero trazamos el eje de simetría del pico más alto de una curva dada, y hacemos una reflexión con respecto a dicho eje de la porción de la curva que no muestra indicios de superposición. Luego restamos, punto por punto, la curva de densidad total menos la curva reflejada. La traza resultante muestra, en general, un pico simétrico.

Este criterio de separación también se aplica en el caso de tres picos muy próximos, donde rehacemos el registro de la densidad fotográfica en la dirección perpendicular a \underline{y} (\underline{y} es la dirección de registro común a $\varphi=0^\circ$ y a $\varphi=90^\circ$), de modo

que el problema se reduce, en general, a la separación de sólo dos picos.

La separación de picos es un trabajo tedioso y sujeto a error considerable (ver sección 4.3), especialmente en el caso en que se superponen tres picos de densidad.

Para calcular los valores numéricos de las intensidades integradas $\bar{I}_{0^{\circ}}$ e $\bar{I}_{90^{\circ}}$, correspondientes a una fuente, hemos empleado las expresiones aproximadas (comparar con las 4.3.a-b):

$$\bar{I}_{0^{\circ}}(y') \sim \sum_n \Delta x_n \xi_n^{0^{\circ}}(x_n, y') \quad (4.7.a)$$

$$\bar{I}_{90^{\circ}}(y') \sim \sum_n \Delta z_n \xi_n^{78^{\circ}}(y', z_n) \quad (4.7.b)$$

donde $\xi_n^{\varphi} \sim \langle I_{\varphi} \rangle_n$ es el valor de la densidad, en unidades arbitrarias, promediado sobre un intervalo $\Delta y \lesssim 0,1$ mm (medido sobre la placa) centrado en la coordenada y' del pico más alto de una fuente dada.

Las distancias empleadas entre fuentes y placas fueron distintas para $\varphi=0^{\circ}$ y 78° . Como consecuencia, para calcular la anisotropía parcial A_p (ec. 4.4), ha sido necesario corregir el cociente entre valores de \bar{I} , debido a:

i) la amplificación de la imagen por la cámara oscura, que viene dada por el cociente c/b , donde $b=|OP|$, $c=|PF|$ (fig. 4.1):

ii) la disminución de intensidad de los rayos X según la ley del cuadrado de las distancias: $\langle I \rangle a^2 = \text{const.}$, donde $a=b+c=|OF|$.

Incluyendo ambos factores, la expresión para A_p toma la forma:

$$A_p \approx \frac{(c_{0^{\circ}})(b_{78^{\circ}})(a_{78^{\circ}})^2}{(c_{78^{\circ}})(b_{0^{\circ}})(a_{0^{\circ}})^2} \frac{\bar{I}_{78^{\circ}}}{\bar{I}_{0^{\circ}}} \quad (4.8)$$

que se simplifica en nuestro caso, pues $b_{0^{\circ}} \approx b_{78^{\circ}}$.

Los valores de A_p así obtenidos se muestran en la Tabla 4.1 para 8 Torr de deuterio puro y para la misma presión de

TABLA 4.1

Fuente N°	Gas de llenado	$a_{78^{\circ}}/a_{0^{\circ}}$	$b_{78^{\circ}}/b_{0^{\circ}}$	$c_{78^{\circ}}/c_{0^{\circ}}$	A_p	A_t
2-71-a	D ₂ + Ar	1,04	1	1,11	3,10	} 1,99
2-71-b	D ₂ + Ar	1,04	1	1,11	2,68	
2-77-a	D ₂ + Ar	1,04	1	1,11	2,91	} 2,13
2-77-b	D ₂ + Ar	1,04	1	1,11	2,53	
2-79-a	D ₂ + Ar	1,04	1	1,11	3,28	2,61
2-79-c	D ₂ + Ar	1,04	1	1,11	3,08	1,89
3-57	D ₂	1,30	1	1,68	2,33	1,13
3-65	D ₂	1,30	1	1,68	1,98	1,29

NOTA: En todos los casos:

- diámetro de orificio = 76 μ ;
- absorbente: berilio, con un espesor $\zeta = 50 \mu$;
- voltaje del banco de condensadores: 15 kV;
- presión: 8 Torr;
- (D₂ + Ar) indica una mezcla de 99,5% de deuterio y 0,5% de argón (% por presión).
- a = distancia entre fuente y película;
- b = distancia entre fuente y orificio;
- c = distancia entre orificio y película.

deuterio con 0,5% de argón, que se agregó para aumentar la emisión de rayos X (Ref. 23).

Para calcular los valores de $\bar{I}_{0^{\circ}}$ e $\bar{I}_{90^{\circ}}$ se realizó la integración sobre dy mediante un planímetro (BOWEN 250A/815):

$$\bar{I}_{0^{\circ}} \sim \sum_n \Delta x_n \int dy \xi_{0^{\circ}}(x_n, y) \quad (4.9.a)$$

$$\bar{I}_{90^{\circ}} \sim \sum_n \Delta z_n \int dy \xi_{78^{\circ}}(y, z_n) \quad (4.9.b)$$

Con estas expresiones hemos determinado los valores de la anisotropía total A_t que se muestran en la Tabla 4.1. Empleando el mismo criterio usado para corregir los valores de A_p se obtiene:

$$A_t \approx \left(\frac{c_{0^{\circ}} \cdot b_{78^{\circ}} \cdot a_{78^{\circ}}}{c_{78^{\circ}} \cdot b_{0^{\circ}} \cdot a_{0^{\circ}}} \right)^2 \cdot \frac{\bar{I}_{78^{\circ}}}{\bar{I}_{0^{\circ}}} \quad (4.10)$$

que se simplifica para $b_{0^{\circ}} \approx b_{78^{\circ}}$.

De los valores de la Tabla 4.1 extraemos las conclusiones siguientes:

i) Existe una marcada diferencia entre las intensidades de los rayos X emitidas en distintas direcciones, la cual es particularmente elevada entre 0° y 90° .

ii) La anisotropía de los rayos X provenientes de un plasma de deuterio aumenta sustancialmente si se agrega una impureza de número atómico alto, en particular argón ($Z=18$).

iii) $A_t < A_p$, lo cual indica que la anisotropía es función de la posición dentro de cada fuente, siendo mayor para los puntos del núcleo.

4.3) Dimensiones de los núcleos y valores locales de la intensidad. Discusión de errores.

Hasta aquí hemos despreciado los efectos del diámetro

finito del orificio de la cámara, que podemos resumir como sigue:

i) Ampliación de la fuente (dada por el cociente entre la proyección sobre la placa y el tamaño de la fuente): para un orificio de diámetro despreciable vale c/b , donde $b=|OP|$, $c=|PF|$ (fig. 4.1). Un diámetro finito modifica el valor del aumento.

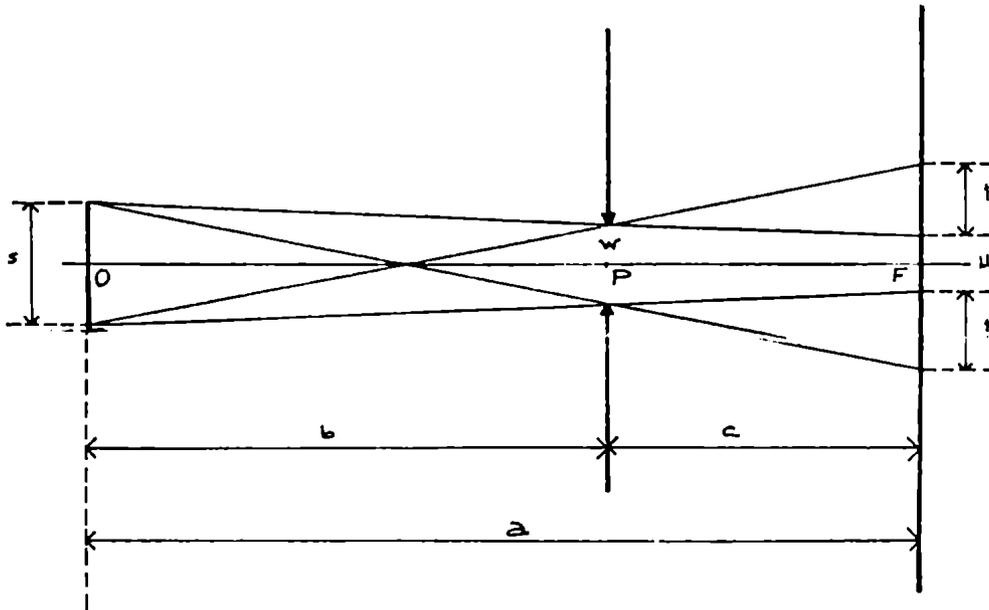
ii) Disminución de intensidad: sólo una fracción $(w/2b)^2$ de la radiación total emitida en la dirección del orificio pasa a través del mismo (w es el diámetro del orificio).

iii) Desdibujamiento geométrico, que consiste en la formación en la placa de dos imágenes de distinto ennegrecimiento: la "sombra" y la "penumbra" (nos referimos al negativo). La sombra (de diámetro u en la fig. 4.9) es la región de la placa que recibe radiación de todos los puntos más brillantes del núcleo de la fuente de rayos X (el cual se supone que tiene un diámetro bien definido, designado por s en la fig. 4.9). La penumbra, de diámetro p , bordea la sombra; consiste en los puntos que reciben iluminación de una parte de la fuente de manera que, para una fuente de brillo uniforme, la intensidad decrecería linealmente con la distancia, a partir de un máximo correspondiente al borde de la región de sombra. En realidad, debido a la presencia de la nube y a la microestructura, esta descripción es una simplificación.

Las dimensiones de la sombra y de la penumbra se pueden usar para estimar el diámetro de las distancias a , b , c y de las dimensiones w y s del orificio y la fuente (fig. 4.9) como sigue (Ref. 62):

$$u = \frac{aw - cs}{b} ; \quad p = 2 \frac{c}{b} s \quad (4.11)$$

En estas ecuaciones se conocen todas las cantidades, excepto s , de modo que podemos calcular dos valores independientes del diámetro de la fuente. Para veinte casos de manchas aisladas (la mayor parte a 78°) encontramos que ambos valores



$$b \cdot |OP| \quad c \cdot |PF| \quad ; \quad a \cdot |OF|$$

Fig.4.9.- Esquema de propagación de los rayos de una fuente extensa (O) a través de un orificio (P) de diámetro finito, hasta una película plana (F).

Diámetros: s - fuente
w - orificio
u - sombra
p - penumbra

difieren en menos de un 5%. Para valores típicos de $u=75\mu$, $p=100\mu$, $w=76\mu$; $a=12,38\text{cm}$, $b=7,62\text{cm}$, $c=4,76\text{cm}$, obtenemos

$$s = \frac{aw - bu}{c} = \frac{bp}{2c} \approx 80\mu \quad (4.12)$$

Los valores de \underline{s} correspondientes a distintas manchas varían entre 60 y 100μ (ver secciones 4.1, 5.1).

iv) Ocultamiento parcial: sea F un punto de la región de sombra de la placa. Este punto no recibe radiación desde todas las fuentes puntuales del núcleo, sino sólo de los puntos que se pueden ver desde F a través del orificio. Sean PF y P'F dos rectas que pasan por F y cortan la superficie del núcleo de una fuente en S y S', respectivamente (fig. 4.10). Luego $|SS'| \approx \frac{a}{c}w \approx 200\mu$, valor que resulta mayor que el diámetro \underline{s} del núcleo pero menor que su longitud $\Delta z \approx 300\mu$.

Luego, para estimar la intensidad local que F recibiría desde todos los puntos de la fuente (ver sección 5.1), debemos introducir un factor geométrico g del orden de:

$$g = \frac{\Delta z}{|SS'|} \approx 1,5 \quad (4.13)$$

Por supuesto que este factor varía de una fuente a la otra, como ocurre con Δz .

Para evaluar las cotas de error de los valores de intensidad y anisotropía obtenidos, es necesario analizar las posibles fuentes de error por separado:

a) Valores locales e integrados de la intensidad: $\langle I \rangle$, \bar{I} , $\bar{\bar{I}}$.

a.1) Líneas de fondo: para cada traza densitométrica se ha determinado la línea de intensidad de fondo en una "zona de control" ubicada lejos de los picos de densidad (ver la fig. 4.8, donde las curvas de densidad subtienden áreas iguales a ambos lados de la línea). A pesar de haberse analizado solamente los casos de halo poco intenso, en algunas curvas se observa una cierta asimetría debida al ennegrecimiento no uniforme de las placas, de manera que el fondo promedio a un lado de una mancha aislada es más intenso que al otro lado.

El error en un valor local de la intensidad $\langle I \rangle \sim \xi$ debido a los efectos del tamaño del grano puede estimarse en $\Delta \xi / \xi$, donde $\Delta \xi$ es la amplitud media de las oscilaciones debidas al grano de la película (fig. 4.8). Luego, una cota superior de esta contribución al error en los valores integrados \bar{I} viene dada por $\Delta \xi \Delta Y / \sum_n \xi_n \Delta y_n$, donde ΔY es la longitud efectiva de una mancha y $\sum_n \xi_n \Delta y_n$ es el área subtendida por la curva de densidad (fig. 4.8). Este error puede estimarse en cerca del 5%, y es algo mayor para los picos más bajos.

a.2) Separación de picos: la hipótesis de simetría cilíndrica de las fuentes se cumple sólo aproximadamente (ver, por ejemplo, las fig. 4.3, 4.4). La superposición parcial de la penumbra de un núcleo y la nube respectiva hace más difícil la separación. En la selección de casos para su análisis hemos seguido el criterio usual de "visibilidad de separación" (Ref. 62), considerando que dos picos próximos son separables cuando el nivel de intensidad entre ellos desciende por lo menos 25% por debajo de la intensidad del pico más bajo.

De esta manera, los errores involucrados en la separación de picos distan mucho de ser despreciables. Una estimación del error viene dada por $\frac{1}{2} \xi_n / \xi_{max}$, donde ξ_n es la densidad de la nube (medida después de la separación) y ξ_{max} es la densidad del pico respectivo. Para los casos más difíciles de separar (tres picos en una misma traza densitométrica, típicamente a 0°) el error relativo en los valores locales de la intensidad puede llegar al 30%.

a.3) Separación entre trazas de densidad consecutivas: las curvas densitométricas fueron obtenidas recorriendo cada placa a lo largo de rectas separadas por distancias finitas y distintas (desde 25μ cerca de un pico pronunciado hasta 125μ en regiones de densidad muy baja). De modo que los picos registrados no son necesariamente absolutos, ya que un pico muy localizado podría quedar entre dos ejes consecutivos. Sin embargo, una separación media de $\sim 50\mu$ para una abertura

de diafragma del densitómetro del mismo orden permite esperar un error muy reducido.

a.4) Diámetro del orificio y espesor del absorbente: en un par de casos se emplearon dos orificios para $\varphi = \pm 2^\circ$, con los mismos valores nominales de diámetro, espesor de absorbente y distancia entre objeto y placa. La diferencia entre áreas totales ($\sim \bar{I}$) resultó ser menor que el 5%.

a.5) Reproducibilidad de los resultados: no debe descartarse la influencia del operador, ya que la mayoría de las operaciones fueron manuales. Para estimar este efecto, los datos correspondientes a tres placas fueron reelaborados por un operador independiente. Las diferencias en áreas totales ($\sim \bar{I}$) fueron del orden del 10%, incluyendo los efectos discutidos en (a.3) y (a.4).

En resumen: para valores locales de $\langle I \rangle \sim \xi$, los errores relativos pueden variar entre un 20%, cuando no hay superposición, y un 40% en casos en que fue necesario separar picos.

b) Valores de la anisotropía parcial y total: A_p, A_t .

b.1) Distancias: los factores de corrección que figuran en las ecs. (4.8) y (4.10) incluyen distancias sujetas a error, ya que la fuente de rayos X se halla, en general a una distancia $|OO'| \neq 0$ del centro de la cámara oscura. Por otra parte, la fuente misma tiene dimensiones finitas. El error total introducido por estos factores es menor que $|OO'| / |OF| \leq 2\%$.

b.2) Agregados de granos: los efectos del tamaño finito de los granos, descriptos en (a.1), pueden compensarse en promedio. Sin embargo, A_p depende de valores locales de la intensidad, cada uno de los cuales está afectado por un error del orden de $\Delta \xi / \xi$. Una cota superior del error en \bar{I} puede estimarse mediante la desviación normal

$$\sqrt{\sum_{n=1}^N (\Delta \xi_n / \xi_n)^2 / (N-1)}$$

que resulta ser menor que el 5%.

b.3) Planímetro: su error se estimó midiendo áreas conocidas.

En todos los casos resultó exacto a menos del 1%.

En resumen, se puede aceptar un error global en los valores de la anisotropía parcial A_p , de cerca del 20%. Podemos comparar este error con la desviación normal σ de los valores de A_p correspondientes a distintas manchas, de la tabla 4.1, que da: $\sigma_D \approx 11\%$ para deuterio puro y $\sigma_{DAr} \sim 10\%$ para la mezcla de deuterio-argón descripta.

La principal fuente de error en la evaluación de A_t es la contribución de la nube en (a.2). Varía de una mancha a la otra, pero puede estimarse en cerca del 30%. Para comparar, la desviación normal de los valores de A_t de la tabla 4.1 da: $\sigma'_D \approx 9\%$ y $\sigma'_{DAr} \sim 15\%$.

CAPITULO 5:

Interpretación de los valores de la anisotropía.

5.1) Estimación de las densidades máximas de carga y de corriente en el focus.

La anisotropía observada ($I_{90^\circ} > I_{0^\circ}$) en los rayos X emitidos durante la etapa focus indica claramente la existencia de una dirección preferida en el movimiento de los electrones:

$$\vec{u} \approx u \hat{z} \quad (5.1)$$

Para estimar las densidades de carga y de corriente recurrimos a las expresiones de la intensidad de la radiación de frenado ("bremsstrahlung") emitida por electrones de energía $eV = \frac{1}{2} mu^2$.

La teoría de Sommerfeld del espectro continuo (Ref.63) describe la omisión de rayos X por un haz de electrones que se mueven con velocidad u a lo largo del eje z (fig. 5.1). Al llegar al origen, los electrones atraviesan un blanco de iones quietos de número atómico Z , distribuidos uniformemente sobre el plano (x,y) . De las colisiones resulta la emisión de un espectro continuo de radiación, como consecuencia de las transiciones entre los niveles no cuantificados de energía positiva de los electrones en el campo de los iones de blanco.

Sea I_ν^φ la intensidad emitida en una dirección que forma un ángulo φ con el eje z , con frecuencias comprendidas entre ν y $\nu + d\nu$, por unidad de ángulo sólido, por electrón emisor y por ion/cm² del blanco:

$$I_\nu^\varphi d\nu = \frac{dU_\nu^\varphi}{d\Omega N \sigma_a} \quad (5.2)$$

donde U_ν^φ es la energía emitida (en erg), N el número de

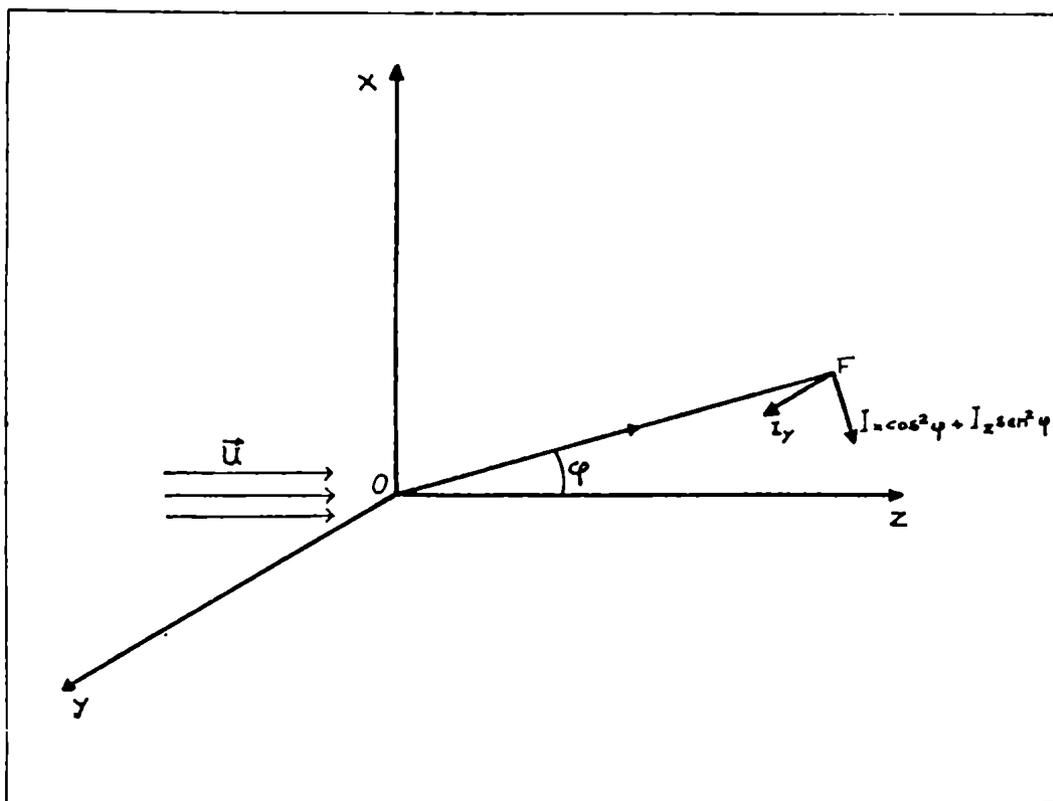


Fig.5.1.- Un haz de electrones se mueve a lo largo del eje z , atravesando un blanco uniforme de iones situados en el plano (x,y) . La radiación emitida desde el origen O es detectada en el punto F , donde se indican las intensidades de las componentes de polarización (Ref. 6A).

electrones que emiten, y $\bar{\nu}_a = \rho_a l$ es el número de iones por unidad de área del blanco (ρ_a es la densidad en volumen de iones de elemento a y l , el espesor efectivo del blanco, del orden de la longitud del núcleo de la fuente).

La radiación tiene componentes polarizadas con sus vectores eléctricos paralelos a los tres ejes (I_x, I_y, I_z):

$$I_\nu^\varphi = I_x \cos^2 \varphi + I_y + I_z \sin^2 \varphi \quad (5.3)$$

donde se eligió la dirección de observación en el plano (x,z) (fig. 5.1). Las funciones $I_{x,y,z}$ dependen de V , de Z y de ν sólo a través de las cantidades V/Z^2 y ν/ν_0 , donde $\nu_0 = eV/h$ es la llamada frecuencia límite. Despreciando los efectos del spin del electrón se tiene $I_x = I_y$.

Las expresiones de Sommerfeld (Ref. 63) para $I_{x,y,z}$ son muy complicadas para su tratamiento. Emplearemos los valores aproximados calculados por R. Kirkpatrick y L. Wiedmann (Ref. 64), más adecuados para su comparación con los resultados experimentales.

Para estimar la velocidad u de los electrones, evaluamos el potencial efectivo V y el cociente ν/ν_0 a partir de los valores de la anisotropía A_p que obtuvimos (Cap. 4) para deuterio puro y para una mezcla de deuterio y argón. Hacemos la hipótesis de que ni la dinámica ni los campos en el focus resultan prácticamente afectados cuando se agrega al deuterio un porcentaje muy pequeño de un elemento con $Z \gg 1$. Esta suposición se basa en el hecho de que, al agregar el argón, si bien la intensidad total de rayos X aumenta, la emisión de neutrones (que depende de la energía de los deuterones en el focus) y la estructura de las fuentes localizadas (dimensiones, textura, etc.) son esencialmente las mismas que se observan con deuterio puro. Esto es válido, por ejemplo, para una presión parcial relativa de argón agregado de hasta un 3%, para 2 a 10 Torr de deuterio (Ref. 23).

Haciendo ciertas aproximaciones podemos comparar los

valores teóricos y experimentales de la anisotropía y así obtener el valor del potencial V.

Partimos de las expresiones:

$$\begin{aligned} \bar{I}_{0^{\circ}} &= \int dx \left\{ \int dz \int_0^{\nu_0} d\nu I_{\nu}^0 \exp[-\mu(\nu)\zeta] \right\} \\ \bar{I}_{90^{\circ}} &= \int dz \left\{ \int dx \int_0^{\nu_0} d\nu I_{\nu}^{90} \exp[-\mu(\nu)\zeta] \right\} \end{aligned} \quad (4.3)$$

donde $\exp[-\mu(\nu)\zeta]$ es la fracción de energía transmitida a la placa fotográfica a través de la hoja absorbente. Se empleó berilio, de espesor $\zeta = 5 \times 10^{-3}$ cm; $\mu(\nu) = \kappa(h\nu)^3$ con $\kappa \approx 900 \text{ keV}^3 \text{ cm}^{-1}$ para $h\nu$ entre 1 y 10 keV (Ref. 65).

Definimos un valor medio $\bar{\nu}$ de la frecuencia de la radiación que incide sobre las placas, mediante la expresión:

$$\bar{I}_{\varphi} = I_{\varphi}(\bar{\nu}, \nu_0) \iint dx dz \int_0^{\nu_0} d\nu \exp[-\mu(\nu)\zeta] \quad (5.4)$$

donde la integral sobre $dx dz$ se calcula para la sección de la fuente vista bajo un ángulo $\varphi = 0^{\circ}, 90^{\circ}$, de la manera descrita en la sección 4.2.

Si hacemos la hipótesis de que un mismo valor de la energía media $h\bar{\nu}$ permite describir ambas intensidades $I_{0^{\circ}}$ e $I_{90^{\circ}}$, y empleamos las expresiones teóricas de I_{φ} :

$$I_{\varphi}(\bar{\nu}, \nu_0) \approx I_{\nu}^{\varphi}(\bar{\nu}, \nu_0), \quad (5.5)$$

podemos estimar teóricamente la anisotropía:

$$A_p = \frac{\bar{I}_{90^{\circ}}}{\bar{I}_{0^{\circ}}} \approx \frac{I^{90}(\bar{\nu}, \nu_0)}{I^0(\bar{\nu}, \nu_0)} = \frac{I_y(\bar{\nu}, \nu_0) + I_z(\bar{\nu}, \nu_0)}{2 I_y(\bar{\nu}, \nu_0)} \quad (5.6)$$

donde el último miembro se obtuvo aplicando (5.3).

En particular, llamando A_D y A_{DAr} a los valores de A_p correspondientes a deuterio puro, y a la mezcla de deuterio-argón de la Tabla 4.1, respectivamente (ambas medidas a 8 Torr de presión), definimos las cantidades:

$$r_D = I_{Dz} / I_{Dy} \quad (5.7)$$

$$r_{DAr} = \frac{\alpha I_{Arz} + (1-\alpha) I_{Dz}}{\alpha I_{Ary} + (1-\alpha) I_{Dy}} \quad (5.8)$$

tales que: $r_D = 2A_D - 1$; $r_{DAr} = 2A_{DAr} - 1$. Aquí α es la fracción de átomos de argón presentes en la mezcla D_2 -Ar ($\alpha = 2.5 \times 10^{-3} \approx 1/2$ de la fracción por presión), I_{Dz} es la componente z de la intensidad emitida por el haz de electrones de energía $h\nu_0$ para un blanco de deuterio puro, etc.

Reescribimos la ec. (5.8) en la forma:

$$\left(\frac{1-\alpha}{\alpha} \right) \left(\frac{r_{DAr}}{r_D} - 1 \right) = \frac{I_{Arz} - r_{DAr} I_{Ary}}{I_{Dz}} \quad (5.9)$$

donde podemos reemplazar los valores experimentales de r_D y r_{DAr} , obtenidos a partir de $A_D = 2,16$ y $A_{DAr} = 4,86$; es decir

$$r_D = 3,32 \quad ; \quad r_{DAr} = 4,86.$$

En principio, es posible obtener $\bar{\nu}$ y V graficando en el plano de las variables ν/ν_0 y $V = h\nu_0/e$, los pares de valores que verifican las ecuaciones (5.7) y (5.9) para los valores medidos de r_D , r_{DAr} . Ambas relaciones determinan un par de curvas que se cortan en un punto correspondiente a los valores de $\bar{\nu}$ y V deseados. Los valores de I_{Dy} , I_{Dz} , I_{Ary} e I_{Arz} fueron tabulados por Kirkpatrick y Wiedmann (Ref. 64) en el rango V/Z^2 comprendido entre 0,003 y 1,007kV (es decir: $0,003 < V_D < 1,007kV$; $1 < V_{Ar} < 326kV$).

Por la nitidez de las imágenes obtenidas con un espesor $\zeta = 5 \times 10^{-3}$ cm de berilio (que permite el paso de cerca del 1% de la radiación incidente de energía $h\nu = 1keV$), deducimos que el potencial efectivo de los electrones en el focus es mucho

mayor que 1 kV, de modo que no podemos aplicar el método descrito. No obstante, emplearemos las tablas de Kirkpatrick y Wiedmann para hacer una estimación de V basada en los mismos principios expuestos.

Para los valores más altos disponibles de V (entre 0,15 y 1 kV), la tabla II de la Ref. 64 da un valor de r_D que fluctúa alrededor de 3,3 para $\bar{\nu}/\nu_0 \approx 0,5$. Haremos la suposición de que este valor teórico de $\bar{\nu}/\nu_0$ también corresponde al r_D medido para valores de $V > 1$ kV. Al final de esta sección discutiremos la consistencia de esta hipótesis.

Para poder aplicar la relación (5.9) necesitamos estimar I_{Dz} para $V > 1$ kV, mientras que disponemos de valores teóricos de I_{Ay} , I_{Az} en todo el rango de interés. Extrapolando los valores de la tabla II (Ref. 64), se obtienen las expresiones:

$$I_{ay} = 3,3 \times 10^{-52} z_a^2/V ; \quad I_{az} = 7,8 \times 10^{-52} z_a^2/V \quad (5.10)$$

para un elemento de número atómico Z_a . Aquí, V se mide en kV; I_{ay} , I_{az} están dadas en erg s cm^2 .

Con estos valores de las I_y , I_z , calculamos ambos miembros de la ec. (5.9) para $\bar{\nu}/\nu_0 = 0,5$ y obtenemos $eV = h\nu_0 \approx 10$ keV. Naturalmente, dadas las hipótesis que efectuamos, este valor de la energía de los electrones sólo da una idea del orden de magnitud de V .

Podemos comparar este valor con otros datos disponibles:

i) Las fotografías de rayos X que se obtuvieron empleando una hoja absorbente de aluminio (cuya transmisividad es mucho menor que la del berilio) todavía permiten observar los núcleos de las manchas. En particular, la densidad fotográfica medida para un espesor $\zeta = 2,5 \times 10^{-3}$ cm de aluminio, decrece entre 15 y 20 veces. Para comparar, notemos que la transparencia de este espesor de aluminio es del orden del 5% para $h = 10$ keV (Ref. 65).

ii) Los valores de $\Delta I_T / \Delta \zeta$ (Ref. 19; aquí I_T es la intensidad total incidente por electrón emisor), obtenidos para

diversos espesores ξ de un mismo material absorbente, se pueden comparar con su valor teórico, en forma análoga al tratamiento precedente. Resulta (Ref. 66) $\bar{v}/v_0 \approx 0.5$ y $V \approx 8kV$.

Para calcular la densidad de electrones ρ_- para un focus con una mezcla de deuterio y argón, podemos emplear la relación entre la exposición de la película E_φ y la intensidad de la radiación que inciden sobre la placa. Haremos la estimación de ρ_- a partir de la densidad fotográfica de una placa colocada a $\varphi=78^\circ$ del eje z , suponiendo que ésta no difiere mucho de la que se obtendría para $\varphi=90^\circ$ (ver discusión en 5.2).

Consideremos, como en la ec. (5.2), un blanco de espesor l formado por una mezcla de iones de distintos elementos (cada uno designado por el subíndice a) de densidades ρ_a , sobre el cual inciden en un tiempo τ un total de N electrones de energía $h\nu = \frac{1}{2} m u^2$ que forman un haz uniforme de sección muy pequeña πr^2 . Luego, el número de electrones que irradian por "bremsstrahlung" será:

$$N \approx \pi r^2 \tau u \rho_- \quad (5.11)$$

Según la ecuación (5.2), cada electrón emitirá una intensidad total por unidad de ángulo sólido en la dirección φ :

$$I'_e = \int_0^{v_0} d\nu \sum_a \rho_a l I_{a\nu},$$

donde omitimos el índice φ (tomaremos $\varphi \approx 90^\circ$). La intensidad que incide sobre la placa, luego de atravesar un absorbente de espesor ξ será, para cada electrón emisor:

$$I_e = \int_0^{v_0} d\nu \sum_a \rho_a l I_{a\nu} \exp[-\mu(\nu)] \quad (5.12)$$

Ahora, calculemos la exposición (en erg/cm^2) que recibe una placa fotográfica de área $dA = R^2 d\Omega$, colocada a distancia R del blanco, situado en la región del focus:

$$E = \frac{dU}{dA} = \frac{N_e d\Omega \int_0^{\nu_0} \sum_a \rho_a I_{a\nu} \exp[-\mu(\nu)]}{R^2 d\Omega}$$

es decir que: $E = \frac{N I_e}{R^2}$ (5.13)

Cuando la placa se ennegrece hasta alcanzar una densidad D , para el tipo de película empleado (KODAK RPR 54) es posible calcular la exposición E usando los resultados de L.S. Birks (Ref. 67). Para rayos X monocromáticos de energía $h\nu$ que producen una densidad D uniforme (medida sobre el fondo) la exposición depende de la energía y de D , aproximadamente, como:

$$E(D, h\nu) = \mathcal{E}(D) \mathcal{R}(h\nu) h\nu \quad (5.14)$$

donde $\mathcal{E}(D)$ es un valor típico del número de fotones que inciden por unidad de área (ver fig. 4, Ref. 67) y $\mathcal{R}(h\nu)$ es el factor de corrección correspondiente a la energía $h\nu$.

En nuestro caso, la radiación incidente tiene una distribución continua de frecuencias, y calculamos la exposición como:

$$E = \mathcal{E}(D) \int_0^{\nu_0} d\nu f_\nu \mathcal{R}(h\nu) h\nu \quad (5.15)$$

donde f_ν es la función de distribución normalizada ($\int_0^{\nu_0} d\nu f_\nu = 1$). Es decir que $f_\nu d\nu$ es la fracción del total de fotones con frecuencias entre ν y $\nu+d\nu$. Podemos estimar esta fracción a partir de la expresión de la energía incidente:

$$\frac{d\nu f_\nu}{\int_0^{\nu_0} d\nu f_\nu} = \frac{dU_\nu/h\nu}{\int_0^{\nu_0} dU_\nu/h\nu} = \frac{d\nu \sum_a \rho_a I_{a\nu} \exp(-\mu\nu)}{\int_0^{\nu_0} d\nu \sum_a \rho_a I_{a\nu} \exp(-\mu\nu)}$$

Luego: $f_\nu = \frac{\sum_a \rho_a I_{a\nu} \exp[-\mu(\nu)\xi]}{\int_0^{\nu_0} d\nu \sum_a \rho_a I_{a\nu} \exp[-\mu(\nu)\xi]}$ (5.16)

En particular, empleando, como en (5.10), la aproximación (Ref. 64, p. 328) de que $I_a = \text{const. } Z_a^2/V$, donde las componentes de la intensidad se suponen esencialmente independientes de la frecuencia, resulta:

$$E = g \mathcal{E}(D) \frac{\int_0^{\nu_0} d\nu \mathcal{R}(h\nu) \exp[-\mu(\nu)\xi]}{\int_0^{\nu_0} d\nu (h\nu)^{-1} \exp[-\mu(\nu)\xi]} \quad (5.17)$$

donde $g = \Delta z/s$ es el factor geométrico introducido en la ecuación (4.13) para compensar el efecto del diámetro finito del orificio de la cámara.

La densidad fotográfica D fue medida, como se describió en el Cap. 4, empleando la curva de calibración del microdensitómetro (fig. 4.6):

$D = K_D \xi + D_0$, con $D_0 = 0,05$; $K_D = 0,12$ D/cm (para ξ en cm), donde ξ es la altura de la traza densitométrica. Un valor típico de $\xi = 10$ cm para $\varphi = 78^\circ$ (mezcla D-Ar) nos da una densidad $D \approx 1,2$. El factor de corrección g vale aproximadamente 1,5 (ver ec. 4.13).

A partir de los valores de $\mathcal{R}(h\nu)$ que se graficaron en la fig. 5 de la Ref. 67, hallamos la siguiente expresión:

$$\mathcal{R}(h\nu) = \mathcal{R}_0 \cdot (h\nu)^\delta \quad (5.18)$$

donde $\mathcal{R}_0 = 0,39$ y $\delta = 1,47$ para $h\nu$ medida en keV. Esta expresión es válida para $h\nu < h\nu_0 = 10$ keV, con un error menor que el 3%. Mediante ella calculamos:

$$\int_0^{\nu_0} d\nu \mathcal{R}(h\nu) \exp[-\kappa\xi(h\nu)^{-3}] = \frac{\mathcal{R}_0}{3h} (\kappa\xi)^{\frac{\delta+1}{3}} \Gamma\left[-\left(\frac{\delta+1}{3}\right); \frac{\kappa\xi}{(h\nu_0)^3}\right] \quad (5.19)$$

donde $\Gamma(x;y)$ es la función gamma incompleta (Ref. 42, p. 940).

Análogamente, calculamos:

$$\int_0^{\nu_0} d\nu (h\nu)^{-1} \exp[-\kappa\zeta (h\nu)^{-3}] = \frac{-1}{3h} \text{Ei} \left[\frac{-\kappa\zeta}{(h\nu_0)^3} \right] \quad (5.20)$$

donde $\text{Ei}(x)$ es la función exponencial integral (Ref. 42, p. 925)
Reemplazando los valores:

$$h\nu_0 = 10 \text{ keV}; \quad \mathcal{E}(1,2) = 7,6 \times 10^6 \text{ cm}^{-2}; \quad g = 1,5;$$

obtenemos: $E = 0,494 \text{ erg cm}^{-2} \quad (5.21)$

Para estimar la intensidad total I_e emitida por electrón por unidad de ángulo sólido, hacemos las siguientes hipótesis:

- i) los gases en el focus están totalmente ionizados;
- ii) vale la condición de cuasi-neutralidad de carga, con $\rho_D \approx \rho_-$; $\rho_{Ar} \approx \alpha \rho_-$;
- iii) valen las expresiones aproximadas (5.10) para las componentes de la intensidad.

Entonces, en la ec. (5.12) tenemos:

$$\sum_a \rho_a l I_{a\nu} = l \rho_- [(I_{Dy} + I_{Dz}) + \alpha(I_{Ary} + I_{Arz})] \approx 2 \times 10^{-51} V^{-1} l \rho_-$$

donde V se mide en kV; l =longitud de una fuente $\approx 3 \times 10^{-2}$ cm, y calculamos:

$$\int_0^{\nu_0} d\nu \exp[-\kappa\zeta (h\nu)^{-3}] = \frac{\nu_0}{3} t^{-1/3} \exp\left(\frac{t}{2}\right) W_{\left(-\frac{2}{3}\right), \left(-\frac{1}{6}\right)}(t)$$

donde $t \equiv \kappa\zeta (h\nu_0)^{-3}$; $W_{\lambda, \mu}(t)$ es la función de Whittaker (Ref. 42, p. 1059). Reemplazando en (5.12) resulta:

$$I_e = 1,133 \times 10^{-35} \rho_- \quad (5.22)$$

aquí I_e se mide en erg/sterad y ρ_- en cm^{-3} .

En la expresión (5.11) del número de electrones emisores, tomamos el tiempo τ igual a la duración típica de los pulsos de rayos X observados simultáneamente con las manchas, mediante detectores de centelleo ($\tau \approx 10$ ns). El radio del núcleo de

una mancha mide típicamente $r \approx 5 \times 10^{-3}$ cm; $u = \sqrt{2eV/m} \approx 6 \times 10^9$ cm s⁻¹.
Luego:

$$N \approx 4,7 \times 10^{-3} \rho_-,$$

y podemos desnejar ρ_- de la ecuación (5.13):

$$\rho_- \approx 3,8 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3} \quad (5.23)$$

donde $R = (12,4 \pm 0,3)$ cm es la distancia entre la fuente y la placa.

Dentro de la hipótesis de que los electrones son los principales portadores de carga ($|u_+| \ll |u_-| = u$, Ref. 22), podemos estimar el valor medio de la densidad de corriente $j(r)$ a una distancia $r \approx 5 \times 10^{-3}$ cm del eje de la fuente de rayos X:

$$j(r) \approx eu \rho_- \approx 3,65 \times 10^{14} \text{ amp m}^{-2} \quad (5.24)$$

Por lo tanto, la corriente media en el núcleo de la mancha puede estimarse en:

$$i(r) \approx \pi r^2 j(r) = 2,87 \times 10^6 \text{ amp} \quad (5.25)$$

El valor de j obtenido en (5.24) es seguramente menor que la densidad de corriente en el centro de una fuente localizada, como lo prueba el hecho de que la anisotropía aumenta al considerar una región emisora de menores distancias ($A_t < A_p$, ver Tabla 4.1).

Para tener una idea de las limitaciones del método empleado, podemos analizar la consistencia de la aproximación $v/v_0 \approx 0,5$. Para ello, deberíamos calcular el valor medio de la energía emitida por las fuentes de rayos X, lo cual no es posible dentro de las hipótesis empleadas para estimar f_p , porque una de las integrales diverge. No obstante, podemos calcular fácilmente el valor medio $h\nu_1$ de la energía de los fotones que han atravesado el berilio:

$$h\nu_1 = \frac{\int_0^{\nu_0} d\nu \mathcal{R}(h\nu) \exp[-\kappa\zeta(h\nu)^{-3}]}{\int_0^{\nu_0} d\nu (h\nu)^{-1} \mathcal{R}(h\nu) \exp[-\kappa\zeta(h\nu)^{-3}]} = (\kappa\zeta)^{1/3} \frac{\Gamma\left[\frac{\delta+1}{3}; \frac{\alpha}{(h\nu_0)^3}\right]}{\Gamma\left[-\frac{\delta}{3}; \frac{\alpha}{(h\nu_0)^3}\right]} \quad (5.26)$$

Esta expresión nos da el valor $h\nu_1=6,48$ keV (o sea $\nu_1/\nu_0 \approx 0,65$) para $h\nu_0=10$ keV; $\kappa\zeta = 4,5$ (keV)³; $\delta = 1,47$. El resultado es consistente con la hipótesis de que $\bar{\nu}/\nu_0=0,5$ pues la energía media $h\nu_1$ debe ser algo mayor que $h\bar{\nu}$, debido a que la transparencia del absorbente aumenta con la energía de los fotones.

5.2) Determinación del campo magnético en las fuentes localizadas del focus. Discusión de errores.

A partir del valor de $i(r)$ obtenido podemos estimar el campo magnético B a una distancia r del eje de una fuente:

$$B(r) = \frac{2i}{10r} \approx 1,15 \times 10^8 \text{ gauss} \quad (5.27)$$

(donde i viene dada en amp, r en cm).

La energía magnética presente en cada fuente localizada puede, por tanto, estimarse en:

$$U_m \approx \frac{B^2}{8\pi} \cdot \pi r^2 l = 1,25 \times 10^9 \text{ erg} \quad (5.28)$$

valor que puede compararse con la energía del banco de condensadores antes de la descarga ($C=45\mu\text{F}$; $V=15\text{kV}$; $U_c = \frac{1}{2}CV^2 = 5 \times 10^{10}$ erg). Para el caso típico de dos manchas por descarga con $D_{\text{max}}=1,2$ las fuentes tienen una fracción $U_m/U_c \sim 5\%$ de la energía inicial de los condensadores.

Los valores numéricos de la densidad y la corriente estimados en la sección 5.1 corresponden a una fuente típica en un focus de deuterio con 0,5% de argón. De las cantidades que

participan en el cálculo, la intensidad máxima y la anisotropía son las que varían más apreciablemente de una mancha a la otra, para los mismos valores de potencial entre electrodos, presión de llenado, etc. La desviación normal en los valores de intensidad máxima para $\varphi=78^\circ$ es de un 30% del valor elegido $D=1,2$. El comportamiento de la anisotropía se aprecia en la Tabla 4.1.

Las dimensiones, energía, valores extremos de los campos, etc., varían también de una fuente a la otra, de manera que los valores asignados en el cálculo son los que corresponden al núcleo de una fuente promedio. En particular, esto es válido para el factor geométrico $g=\Delta z/s$ que aparecen en (5.17).

Para discutir la validez de los resultados obtenidos, clasificaremos las fuentes de error en la siguiente forma:

a) Aproximaciones contenidas en el método: se trata de simplificaciones o extrapolaciones, cuyo objeto ha sido permitir el cálculo de ρ, i, B , en forma más directa. El error introducido con estas hipótesis es imposible de determinar mientras no se disponga de valores más exactos de las cantidades en cuestión:

a.1) Se empleó un valor único de la velocidad electrónica $\bar{u}=u\hat{z}=\text{const.}$ (5.1). Es más razonable considerar una distribución no uniforme de velocidades, pero la elección de una distribución específica requiere un conocimiento detallado de la estructura de las fuentes localizadas.

a.2) El modelo de Sommerfeld de emisión del continuo supone una densidad superficial uniforme del blanco de iones, lo cual es altamente improbable en el presente caso.

a.3) El empleo de las aproximaciones de Kirkpatrick Wiedmann (Ref. 64) en el cálculo numérico de $I_{y,z}$ -reduciendo el problema a dos variables ($V/Z^2; \nu/\nu_0$) y luego despreciando la variación de la intensidad con la energía $h\nu$ de los fotones (como en 5.10)- sólo tiene sentido para conocer las órdenes de magnitud de I_y e I_z . Se empleó la misma aproximación para

estimar la función de distribución de los fotones en (5.16-17) y así determinar la exposición de las placas.

a.4) Se supuso que el agregado de pequeñas cantidades de argón al deuterio no afecta la dinámica ni los campos.

a.5) Se empleó un mismo valor medio de $\bar{\nu}$ para $I_{0^{\circ}}$ e $I_{90^{\circ}}$ en (5.5), de manera de poder expresar la anisotropía medida en función de los valores teóricos.

a.6) Se adoptó una expresión simple (5.11) para el número N de electrones emisores en la cual (además de las hipótesis de $u=const.$ y simetría cilíndrica de las fuentes) el valor de τ empleado se tomó como el ancho en el osciloscopio de las señales provenientes de un centelleador; este valor sólo puede dar una idea del orden de magnitud del tiempo efectivo de emisión.

a.7) Los valores de $\xi(D)$ y $\mathcal{R}(h\nu)$ empleado en el cálculo de la exposición E (ec. 5.14, Ref. 67) varían con las condiciones de revelado, la inhomogeneidad de la película, etc. Por otra parte sólo son válidos para el rango $h\nu \geq 3$ keV; para valores menores de la energía incidente hemos extrapolado en (5.18) teniendo en cuenta que la transparencia del absorbente es menor que $1/2$ (y, por tanto, reduce el error en las integrales) para $h\nu < 2$ keV. Sin embargo, se ha observado que para un tipo similar de película (Kodak No-Screen, Ref. 68) el factor $\mathcal{R}(h\nu)$ tiene un mínimo pronunciado cerca de 4 keV. Por lo tanto, la expresión (5.18) sólo puede tomarse como una simplificación en los cálculos que permite llegar a una expresión sencilla para la exposición E .

b) Errores de medición: se trata de errores correspondientes a los datos empleados:

b.1) La anisotropía A_p , según se discutió en la sección 4.3 fue determinada con un error del orden del 30%.

b.2) Se empleó una expresión simplificada de $\mu(\nu)$ para el absorbente (berilio), válida entre 1 y 8 keV con un error máximo del 10%. La transparencia para $h\nu$ entre 8 y 10 keV es mayor

que el 99.6.

b.4) El error en la distancia R entre fuente y placa (ec. 5.23) es menor que el 3% y se debe a la imprecisión en la distancia de cada fuente al eje del acelerador coaxial.

b.4) Para estimar el orden de magnitud del error cometido al tomar $I_{78^\circ} \approx I_{90^\circ}$ en el análisis de los datos, usamos las expresiones (5.3) y (5.10):

$$I_{90^\circ} = I_y + I_z \approx (3,3 + 7,8) \times 10^{-52} z^2 v^{-1}$$

$$I_{78^\circ} \approx 1,0432 I_y + 0,9568 I_z \approx (3,44 + 7,46) \times 10^{-52} z^2 v^{-1}$$

de modo que
$$\xi = \left| \frac{I_{90^\circ} - I_{78^\circ}}{I_{90^\circ}} \right| < 2\%$$

que puede considerarse despreciable frente a las aproximaciones comentadas en (a).

Vemos que las numerosas aproximaciones enumeradas más arriba no permiten asignar un error a las cantidades calculadas, las cuales tienen sentido sólo como estimaciones de los respectivos órdenes de magnitud, cuya validez puede ponerse a prueba mediante la comparación con otras determinaciones independientes.

Por ejemplo, midiendo la refracción a través del focus de luz proveniente de un láser, se obtienen valores de ρ entre 4 y $7,5 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ (Ref. 5, 69), que están de acuerdo con el resultado (5.23).

Notemos que el valor de la corriente dentro de las fuentes $i \approx 3 \times 10^6$ amp es mucho mayor que la corriente total entre los electrodos $i_a = 0,4 \times 10^6$ amp. Esto se puede explicar aceptando el modelo toroidal de V. Nardi (Ref. 25, 70) para las fuentes localizadas, según el cual cada fuente constituye la superficie interior de un toro cuyo eje está en la dirección \underline{z} . Los electrones ingresan al llamado "vórtice toroidal" y circulan varias veces antes de dirigirse al ánodo. En la fig. 5.2 (Ref. 70) se muestra el esquema de una fuente localizada toroidal. La región axial de la fuente exhibe la forma típica de

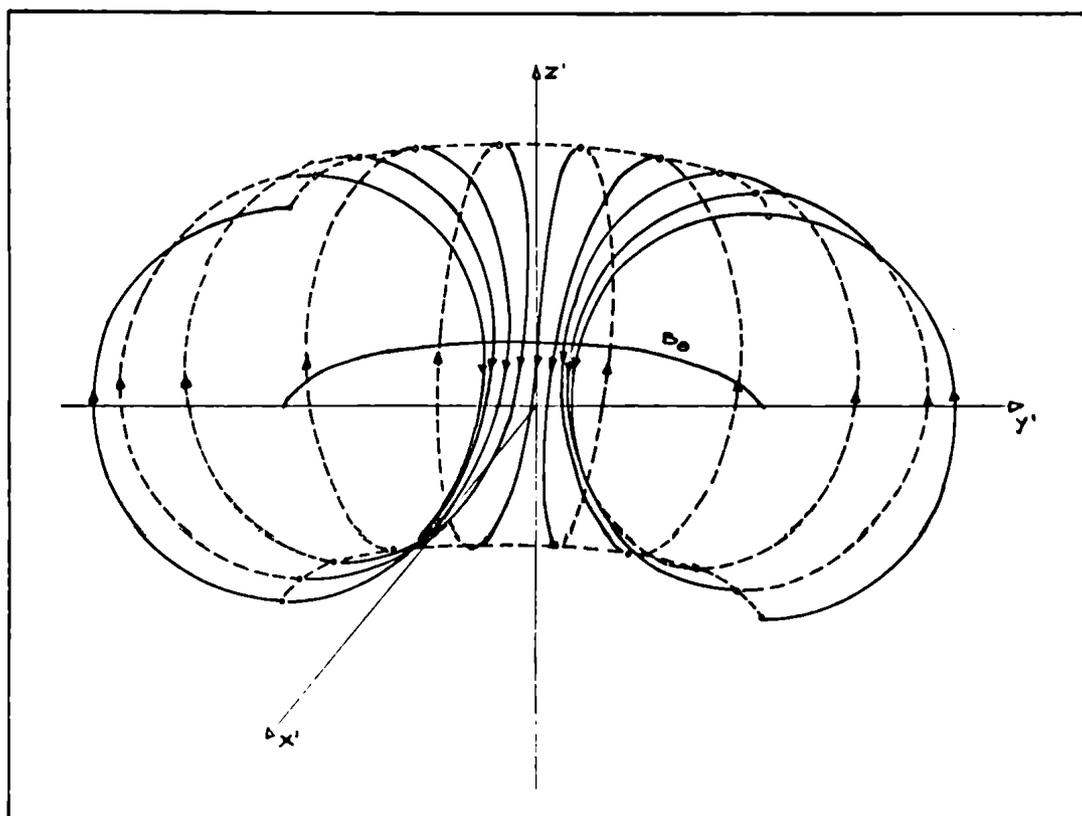


Fig. 5.2. - Esquema de la trayectoria de un electrón en una fuente localizada toroidal (Ref. 70).

carrete de hilo que aparece en las fotografías del focus tomadas con luz visible o con rayos X (Ref. 18). Cuando una fracción sustancial de los electrones circula varias veces sobre la superficie toroidal, el valor de la corriente muy cerca del eje del vórtice puede llegar a ser mucho mayor que la corriente entre los electrodos.

Aquí no discutiremos los detalles de los vórtices toroidales, descritos en las Ref. 25 y 70, pero señalaremos que presentan una estructura filamentaria propia, y que varios de ellos están conectados mediante un flujo periférico de corriente de densidad mucho menor que la axial. Para determinar la corriente neta es necesario considerar la contribución de esta corriente periférica.

El papel que desempeñan los vórtices toroidales en la explicación de los fenómenos en el focus, incluyendo la emisión de otros tipos de radiación (microondas, infrarrojos, etc., mencionados en la sección 4.1) parece ser crucial. Su existencia provee la única explicación de que disponemos para los elevados valores de corriente que resultan en los núcleos de las fuentes de rayos X.

Partiendo de la hipótesis de existencia de estos vórtices, podemos comparar el valor obtenido de $B \sim 10^8$ gauss con otras estimaciones que no dependen de la emisión de rayos X.

Aplicando la condición de conservación de flujo magnético, tenemos

$$B_e A_e \approx B_i A_i \quad (5.29)$$

donde (e) indica los valores en la región periférica de un vórtice toroidal, mientras que (i) corresponde a la región axial. A_e está definida por la distancia al eje desde la posición de una sonda magnética que mide B_e . El máximo valor de $B_e \approx 10^4$ gauss se obtiene para $r_e \approx 0,7$ cm mediante una sonda de diámetro $\Delta r \approx 0,22$ cm (Ref. 23), de manera que

$$A_e \approx 2\pi r_e \Delta r \approx 1 \text{ cm}^2$$

Estimando $A_i = \pi r^2 \approx 8 \times 10^{-5} \text{ cm}^2$, donde r es el radio aproximado del núcleo de la mancha, obtenemos un valor

$$B_i = \frac{B_e A_e}{A_i} \approx 1,25 \times 10^8 \text{ gauss} \quad (5.30)$$

del orden del obtenido en (5.27).

Otra estimación (Ref.25) puede hacerse calculando el tiempo τ que tarda un electrón no relativístico en reducir su energía cinética a $1/e$ de su energía inicial mediante la emisión de radiación de ciclotrón:

$$\tau = 2,58 \times 10^8 B^{-2} \quad (5.31)$$

para B medido en gauss, τ en segundos. Si hacemos la hipótesis de que las pérdidas por radiación de ciclotrón son sustancialmente altas para valores elevados del campo magnético (a partir de un valor de B definido como crítico) y que es del mismo orden que la duración de los pulsos de rayos X ($\tau \approx 10^{-8} \text{ s}$), resulta:

$$B \approx 1,6 \times 10^8 \text{ gauss.} \quad (5.32)$$

Concluimos que estas estimaciones independientes confirman la presencia de un campo superior a los 100 megagauss en regiones de unos 10^{-6} cm^3 de volumen.

CAPITULO 6:

Conclusiones

6.1) Discusión de los resultados.

El trabajo hasta aquí expuesto puede separarse en dos partes, a saber:

a) El estudio teórico de la propagación de perturbaciones a lo largo de los filamentos, las cuales dan origen a anillos de rayos X (Cap. 2 y 3). Éste es un fenómeno típico de la etapa post-focus.

b) El análisis de los rayos X provenientes de fuentes altamente localizadas que emiten durante la etapa focus (Cap. 4 y 5).

Ambos fenómenos se revelan en las fotografías obtenidas con cámara oscura. Aplicando el modelo de plasma naciente se logra una explicación satisfactoria del origen de los mismos, ligado a dos estructuras distintas que aparecen en diferentes etapas de la descarga: los filamentos, anteriores y posteriores al focus (de larga duración y valores moderados de campos y densidades de carga y de corriente) y los llamados vórtices toroidales, característicos de la etapa focus (de corta duración y valores muy elevados de campos y densidades).

En ambos casos se pone de manifiesto la capacidad plasma para generar estructuras localizadas relativamente estables. La correlación entre los dos fenómenos queda evidenciada cuando observamos que tanto el número de anillos como el de fuentes localizadas que se producen en cada descarga es mucho menor que el número inicial de filamentos. Ello sugiere la participación de varios filamentos en la formación de una fuente (lo cual es compatible con los detalles de la microestructura mencionada en la sección 4.1, Ref.25). A su vez, cada fuente es una región donde se originan perturbaciones en las densidades, que resultan en la formación de los

anillos observados. De esta manera los filamentos de la etapa posterior al focus se comportan como canales para la transmisión de señales (muy definidas en espacio y tiempo) desde el focus hasta la nube iónica ubicada frente al ánodo. Como corroboración, notemos que la duración de las fuentes es del mismo orden que la de los anillos (ver secciones 3.1 y 5.1).

Para analizar la importancia y las limitaciones de los resultados obtenidos, así como las posibilidades de mejorarlos en futuras investigaciones, conviene discutir separadamente los dos tipos de fenómenos.

6.2) Perturbaciones en la estructura filamentaria.

La explicación teórica de los anillos dada en el Capítulo 3 se basa en la supervivencia y periodicidad de los filamentos luego de la etapa focus. De este modo resulta válida la extensión a la etapa posterior al focus del modelo de plasma naciente aplicado anteriormente (Ref.26) a la explicación de la estructura filamentaria antes del colapso de la vaina de corriente.

La forma específica elegida para el espectro de fuentes en la sección 2.2 puede reemplazarse por otra más general que permita la descripción del flujo. Para ello es necesario emplear coordenadas curvilíneas con un eje en la dirección de las líneas de campo (Ref.26). También sería posible mejorar el tratamiento elemental de la sección 2.3 si se conocieran las secciones eficaces de interacción para los rangos de energía de interés, así como los factores de peso para cada tipo de interacción. La forma dada al espectro de fuentes es anta para incorporar este tipo de información en forma numérica.

Aún dentro de la simplicidad del tratamiento propuesto

en la sección 2.3, se pueden mejorar los valores de los parámetros empleados. En particular, es posible lograr (mediante la densitometría por reflexión de espectrogramas) una determinación más exacta del valor de la densidad en función de la posición radial dentro de un filamento. También es necesaria una evaluación más precisa de la importancia del efecto Stark en el ensanchamiento observado en las líneas y, en particular, la extensión de los resultados teóricos disponibles (Ref. 41) al rango de densidades electrónicas $\rho_e > 10^{18} \text{ cm}^{-3}$.

En el Cap. 3 se ha analizado una clase muy particular de perturbación, al elegir una función de distribución de perturbación f_1 que es proporcional a f_0 . Es posible, en principio, estudiar otros tipos más complicados que permitan describir perturbaciones que cambian de forma al propagarse ($\partial Q/\partial z, \partial Q/\partial t \neq 0$). De modo más general, el modelo puede ser mejorado eliminando la restricción al caso bidimensional ($\partial Q/\partial z = 0$, sección 2.2). Ello obliga a considerar la contribución de los iones a las cantidades de perturbación, y lleva a ecuaciones diferenciales de la forma de la (2.28), pero en tres variables. Estas ecuaciones tienen soluciones finitas estables (Ref. 71, 72) bajo condiciones muy generales, lo cual hace posible, en principio, la extensión inmediata de algunos resultados del Capítulo 3 al caso tridimensional.

Naturalmente, queda abierta la posibilidad de repetir el tratamiento expuesto para el caso de geometrías más complicadas, aplicando el modelo de plasma naciente, cuya utilidad para el estudio de este tipo de fenómenos en plasmas densos queda comprobada.

6.3) Fuentes localizadas en el focus.

Las mediciones de intensidad de rayos X efectuadas

contribuyen a una mejor comprensión de los mecanismos de aceleración de partículas en el focus. La anisotropía observada en la intensidad de la radiación emitida por las fuentes indica la existencia de una dirección privilegiada para el movimiento de los electrones, lo cual implica descartar las hipótesis de termalización casi completa propuestas por varios autores (modelo de "caldera móvil", Ref. 4, 11, 12, 13). En principio, se podría admitir una explicación alternativa basada en la existencia de un tensor de presiones anisótropo, con una temperatura T_{\parallel} (en la dirección \underline{z}) mucho mayor que la temperatura efectiva en el plano ortogonal T_{\perp} , en cuyo caso la anisotropía de los rayos X no implicaría un valor elevado de \underline{i} ni de \underline{B} . Incluso una velocidad media $\underline{u}=0$ sería compatible con la anisotropía observada. Sin embargo, una descripción de ese tipo no explica:

i) La anisotropía en la energía de los neutrones emitidos (Ref. 2), que implica una velocidad de cerca de 10^8 cm s^{-1} para el centro de masa de los deuterones que intervienen en las reacciones de fusión.

ii) El ensanchamiento Doppler de las líneas emitidas por impurezas (argón, neón, etc.) permite estudiar la variación de la energía cinética \mathcal{E}_+ de los iones en función de Z (número atómico del contaminante) y m_+ (masa de los iones). Se mide una $\mathcal{E}_+ \sim Z^2/m_+$ (Ref. 8), lo cual corresponde a la aceleración de los iones en un campo eléctrico inductivo E hasta una velocidad $u = \frac{Ze}{m_+} \int dt E$.

iii) La diferencia de energías entre las distintas especies de iones (Ref. 8), a pesar de que el tiempo de relajación es de unos pocos nanosegundos.

Por supuesto que no se debe excluir una posible dispersión en las velocidades, la cual se podría calcular empleando los mismos métodos descriptos en el Capítulo 5.

Al mismo tiempo que permitió obtener una primera determinación cuantitativa del valor de la anisotropía, la medición

de valores locales de la intensidad I ha dado lugar a la estimación de valores de densidad de electrones, corriente y campo magnético. En particular, los elevados valores de la corriente (mucho mayor que la máxima corriente provista por el acelerador coaxial) y del campo B (del orden de 10^8 gauss, es decir dos órdenes de magnitud mayor que los valores publicados con anterioridad) sólo pueden justificarse, hasta el presente, recurriendo a la hipótesis de la formación de vórtices toroidales.

Debemos observar que en la estimación de estos elevados valores de i y B se han elegido las cantidades de interés de manera más bien conservadora, de modo que las estimaciones efectuadas deben tomarse, en realidad, como cotas inferiores para la corriente y el campo magnético.

La existencia de las fuentes localizadas tiene un interés práctico por la posibilidad de generar este tipo de estructuras (vórtices toroidales) en una escala mucho mayor, lo cual permitiría obtener fuentes cuasi-monocromáticas muy intensas de neutrones de varios MeV de energía.

El método empleado para medir el campo magnético supera a los otros disponibles (p.ej.: análisis de la rotación de Faraday en un haz monocromático incidente, desdoblamiento Zeeman de las líneas emitidas por impurezas, etc.), debido a su gran resolución espacial, dada por la gran localización de las fuentes (Ref. 44). En cambio, cuando se analizan las líneas originadas en las transiciones de iones pesados, además de los inconvenientes originados por la integración de la intensidad a lo largo del camino óptico (que involucra una región mucho más extensa que nuestras fuentes) se agrega la imposibilidad de detectar el desdoblamiento Zeeman para valores muy elevados de la energía de los iones, como los que prevalecen en la región del focus, debido al ensanchamiento por efecto Doppler (Ref. 73). Las ventajas del método en lo relativo a resolución temporal vienen dadas por la corta

duración de las fuentes (ver sección 4.1).

El modelo empleado en la estimación del campo B (Cap.5) requiere un muy reducido número de hipótesis, y en esa simplicidad encontramos una de las mejores indicaciones de su validez. La inclusión de otros parámetros (a través de un tensor de presión anisótropo, con T_{\parallel} y T_{\perp} ; de un perfil de corriente $i(r)$ dado, como el de Bennett, Ref. 74; etc.) puede dar lugar a futuros desarrollos del modelo, que deben ir acompañados por ciertos refinamientos en las mediciones, entre los que podemos anotar como posibles los siguientes:

i) Aumento del número de detectores, con el objeto de emplear, por un parte, varios espesores de absorbente y, por otra, medir la intensidad para distintos planos de observación (por ejemplo: $\theta = 0^{\circ}$, 60° y 120°), con varios valores de φ . El empleo de distintos espesores de absorbente permitirá un estudio sistemático de la energía de los fotones emitidos, mientras que la fotografía simultánea desde distintos ángulos dará lugar a una mejor identificación de las fuentes e, incluso, permitirá el análisis numérico de los coeficientes de emisión para cada punto de una fuente dada (Ref. 75).

ii) Elaboración automática de la densidad fotográfica de las placas. Ello requiere la conexión al microdensitómetro de un dispositivo digitalizador del que carecíamos durante las mediciones descritas en el Capítulo 4. La elaboración numérica de los datos debe incluir una rutina destinada a la separación de picos.

iii) Sustitución de la cámara oscura por un convertidor de imágenes de rayos X (Ref. 23, p. 150) u otro instrumento óptico más refinado (del tipo descrito en las Ref. 76, 77) que permita mejorar la definición de las imágenes y eliminar los efectos del diámetro finito del orificio (sección 4.3).

iv) Análisis de la variación de la anisotropía en función de parámetros como el voltaje V del banco de condensadores, las presiones parciales de los gases de llenado, el número

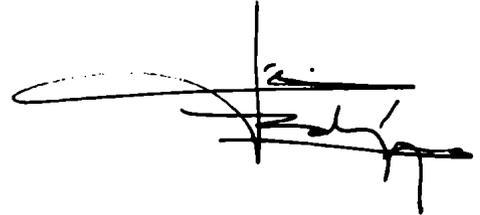
atómico Z del gas contaminante, etc. Ello permitirá estimar la validez de las hipótesis enumeradas en el Capítulo 5.

Todavía es posible una más completa elaboración de los datos actualmente disponibles, si previamente se logra:

i) Conocer los valores de los factores $\xi(h\nu)$ y $\beta(h\nu)$ -sección 5.1, Ref.67- para el rango de energías $h\nu$ entre 0,5 y 4 keV.

ii) Extender las tablas de Kirkpatrick y Wiedmann (Ref.64) para las intensidades emitidas en el continuo, hasta cubrir un rango de valores de V/Z^2 de 1 a 10kV, de manera de poder analizar la anisotropía de mezclas con deuterio en el rango de interés.

Carlo J. J. J.

A handwritten signature in black ink, consisting of several overlapping horizontal and vertical strokes, located in the lower right quadrant of the page.

REFERENCIAS

1. D.Petrov, N.V.Filippov, T.I.Filippova y V.A.Khabrov, en Plasma Physics and the Problems of Controlled Thermonuclear Reactions (M.A.Leontovich, ed.) 4, p.198, Pergamon Press, Londres (1960).
2. J.W.Mather, Proc. 2nd. Conf. Plasma Phys. Controlled Fusion (Culham, 1965) 2, p.389, IAEA, Viena (1966).
3. J.W.Mather, "Dense Plasma Focus", en Plasma Physics (R.H. Lovberg, H.R.Griem, eds.) 9B, p.187, Academic Press, Nueva York (1971).
4. F.Rodríguez-Trelles, "Current Models of Neutron Production in the Plasma Focus", Impresiones Previas DFCE-31, Buenos Aires (1971).
5. N.J.Peacock, M.G.Hobby y P.D.Morgan, Proc. 4th. Int. Conf. Plasma Phys. Controlled Fusion (Madison) CN28/D3 (1971).
6. J.H.Lee, D.S.Loebbaka y C.E.Ross, Plasma Phys. 13, p.347 (1971).
7. Iu.A.Kolesnikov, N.V.Filippov y T.I.Filippova, Proc. 7th. Int. Conf. Ioniz. Gases (Belgrado) 2, p.833 (1965).
8. J.W.Mather, Phys. Fluids 8, p.366 (1965).
9. T.D.Butler, I.Henins, F.C.Jahoda, J.Marshall y R.L.Morse, Phys. Fluids 12, p.1904 (1969).
10. W.H.Bostick, W.Prior, L.Grunberger y G.Emmert, Phys. Fluids 9, 2078 (1966).
11. N.V.Filippov, T.I.Filippova y V.P.Vinogradov, Nuc. Fusion Suppl. 2, p.577 (1962).
12. P.Bottoms, J.Carpenter, J.W.Mather, K.Ware y A.Williams, Proc. 3rd. Conf. Plasma Phys. Controlled Fusion (Novosibirsk) 2, p.67 (1969).
13. C.Patou y A.Simonnet, "Anisotropies de l' emission neutro-nique de la décharge Focus comparées à divers modèles théoriques", Commissariat à l'Energie Atomique, Note 1188 (1969).
14. D.A.Meskan, H.L.Van Paassen y G.Comisar, Proc. APS Topical Conf. Pulsed High Density Plasmas, Los Alamos Rep.LA-3770/C6 (1967).
15. M.J.Bernstein, D.A.Meskan y H.L.Van Paassen, Phys. Fluids 12, p.2193 (1969).
16. J.W.Mather y A.Williams, Phys. Fluids 9, p.2080 (1966).
17. G.Comisar, Phys. Fluids 12, p. 1000 (1969).

18. W.H.Bostick, V.Nardi y W.Prior, J.Plasma Phys. 8, p.7 (1972).
19. W.H.Bostick, V.Nardi, W.Prior y F.Rodríguez-Trelles, Proc. 2nd. Topical Conf. Pulsed High Beta Plasmas (Garching-Munich) E 3, p.155 (1972).
20. W.H.Bostick, L.Grunberger, V.Nardi y W.Prior, Proc. 9th. Int. Conf. Ioniz. Gases (Bucarest), p.66 (1969).
21. J.P.Baconnet, G.Cesari, A.Coudeville y J.P.Watteau, Proc. 9th. Int. Conf. Ioniz. Gases (Bucarest), p.665 (1969).
22. W.H.Bostick, L.Grunberger, V.Nardi y W.Prior, Proc. 4th. Int. Conf. Thermophys. Properties (Newton, Mass), p.495 (1970).
23. L.Grunberger, Tesis Doctoral, Stevens Inst. of Technology (1970).
24. V.A.Gribkov, O.N.Krokhin, G.V.Sklizkov, N.V.Filippov y T.I. Filippova, J.E.T.P. 18, p.11 (1973).
25. W.H.Bostick, V.Nardi y W.Prior, Proc. Int. Conf. Electrostatic & Electromagnetic Confinement Plasmas & Phenomenology of Relativistic Electron Beams, New York Acad. Sciences (1974, en prensa).
26. V.Nardi, Phys. Rev. Letters 25, p.718 (1970).
27. V.Nardi, Proc. 9th. Symp. Adv. Problems & Methods in Fluid Mechanics (Kamienny Potok), I.P.P.T.- Academia de Ciencias de Polonia (1973, en prensa).
28. L.Landau, J.Phys. (USSR) 10, p.25 (1946).
29. L.Spitzer Jr., Physics of Fully Ionized Gases, 2a. ed., Interscience, Nueva York (1962).
30. A.A.Vlasov, J.Phys. (USSR) 9, p.25 (1945).
31. S.Chapman y T.G.Cowling, The Mathematical Theory of Non-Uniform Gases, 2a. ed., Cambridge Univ. Press, Nueva York (1958).
32. N. N. Komarov, Nuc. Fusion 3, p.174 (1963).
33. N. N. Komarov, I.F.Kvartskhava y V.M.Fadeev, Nuc. Fusion 5, p.192 (1965).
34. V.M.Fadeev, I.F.Kvartskhava y N.N.Komarov, Nuc. Fusion 5, p.202 (1965).
35. J.W.Mather y P.J.Bottoms, Phys. Fluids 11, p.611 (1968).
36. W.H.Bostick, L.Grunberger, V.Nardi y W.Prior, Proc. 4th. European Conf. Plasma Phys. & Nuc. Fusion, Roma, p.108 (1970).
37. W.H.Bostick, V.Nardi, L.Grunberger y W.Prior, Proc. 10th. Int. Conf. Ioniz. Gases (Oxford), p.237 (1971).

38. F.Gratton, Proc. 2nd. Topical Conf. Pulsed High Beta Plasmas (Garching-Munich) E4, p.159 (1972).
39. M.Rosenbluth y R.Garwin, Los Alamos Rep. LA-1850 (1954).
40. C.Jordan, Cours d'Analyse 3, p.358, Gauthier Villars, Paris (1896).
41. H.R.Griem, Plasma Spectroscopy, Mc Graw-Hill, Nueva York (1964).
42. I.S.Gradshcheyn y I.M.Ryzhik, Table of Integrals, Series & Products, 4a. ed., Academic Press, Nueva York (1965).
43. H.C.Kranzer, Phys. Fluids 4, p.214 (1960).
44. W.H.Bostick, V.Nardi y W.Prior, Proc. IUTAM Symp. Dynamics Ioniz. Gases (Tokio), p.375 (1971).
45. P.Frank y R.Von Mises, Die Differential- und Integralgleichungen der Mechanik und Physik 2, Vieweg, Braunschweig (1935).
46. E.Merzbacher, Quantum Mechanics, 1a. ed., Wiley, Nueva York (1961).
47. E.Picard, Leçons sur quelques problèmes aux limites de la théorie des équations différentielles, Cap.10, Gauthier-Villars, Paris (1930).
48. I.N.Vekua, New Methods for Solving Elliptic Equations, North-Holland, Amsterdam (1967).
49. S.Bergman y M.Schiff, Bull. Am. Math. Soc. 53, p.1141 (1947)
50. P.R.Garabedian, Partial Differential Equations, Wiley, Nueva York (1964).
51. P.M.Morse y H.Feshbach, Methods of Theoretical Physics 1, Mc Graw-Hill, Nueva York (1953).
52. J.W.Long, N.J.Peacock y P.D.Wilcox, Proc. APS Topical Conf. Pulsed High-Density Plasmas, Los Alamos Rep. LA-3770/C5 (1967).
53. J.W.Mather, P.J.Bottoms, J.P.Carpenter, K.D.Ware y A.H. Williams, Proc. 4th. Int. Conf. Plasma Phys. Controlled Fusion (Madison) 1, p.561 (1971).
54. E.L.Beckner, Proc. APS Topical Conf. Pulsed High-Density Plasmas, Los Alamos Rep. LA-3770/C4 (1967).
55. E.L.Beckner, E.J.Clothiaux y D.R.Smith, Phys.Fluids 12, p.253 (1969).
56. W.H.Bostick, V.Nardi, L.Grunberger y W.Prior, Proc. IAU Symp. 43 (Solar Magnetic Fields), p.512, Paris (1970).
57. C.Patou, Journal de Physique 31, p.339 (1970).

58. W.Prior, W.H.Bostick, V.Nardi, F.Rodríguez-Trelles, C.Cortese y W.Gekelman, Proc. Int. Conf. Energy Storage, Compression & Switching, Turín (1974, en prensa).
59. W.H.Bostick, V.Nardi y W.Prior, Proc. 6th. European Conf. Controlled Fusion & Plasma Phys. (Moscú) 2, p.395 (1973).
60. L.S.Birks, R.R.Whitlock, J.S.Vierling, D.J.Nagel y S.G.Gorbics, J.Opt. Soc. Am. 60, p.649 (1960).
61. Instruction Manual for Automatic Recording Microdensitometer MK III, Joyce-Loebl, Princesway (1963).
62. V.E.Cosslett y W.C.Nixon, X-Ray Microscopy, Cap.3 y 4, Cambridge Univ. Press, Londres (1960).
63. A.Sommerfeld, Ann. d. Physik 11, p.257 (1931).
64. P.Kirkpatrick y L.Wiedmann, Phys. Rev. 67, p.321 (1945).
65. E.Storm y H.I.Israel, Los Alamos Rep. LA-3753 (1967).
66. V.Nardi, W.H.Bostick y W.Prior, Proc. Conf. High Magnetic Fields (Grenoble), p.122 (1974).
67. C.M.Dozier, J.V.Gilfrich y L.S.Birks, Appl. Optics 6, p.2136 (1967).
68. L.S.Birks, comunicación personal.
69. H.Conrads y D.Gollwitzer, Proc. 6th. European Conf. Controlled Fusion & Plasma Phys. (Moscú) 1, p.367 (1973).
70. V.Nardi, Proc. 2nd. Topical Conf. Pulsed High Beta Plasmas (Garching), p.163 (1972).
71. J.B.Keller, Comm. Pure Appl. Math. 10, p.503 (1957).
72. R.Courant y D.Hilbert, Methods of Mathematical Physics 2, Interscience, Nueva York (1962).
73. J.L.Schwob y B.S.Fraenkel, Phys. Let. 40A, p.81 (1972).
74. W.H.Bennett, Phys. Rev. 45, p.890 (1934); Phys. Rev. 98, p.1584 (1955).
75. C.D.Maldonado, M.N.Olsen, J.Opt. Soc. Am. 36, p.1305 (1966).
76. J.F.Mc Gee, en X-Ray Microscopy & Microradiography (V.E.Cosslett, A.Engström, H.Patte, eds.), p.164, Academic Press, Nueva York (1957).
77. L.P.Van Speybroeck, R.C.Chase y T.F.Zehnpfennig, Appl. Optics 10, p.945 (1971).

AGRADECIMIENTOS

Al Dr. Fausto Gratton, consejero de estudios y leal amigo, quien me inició en la especialidad y me orientó y apoyó en todo momento.

Al Prof. Dr. Winston H. Bostick, quien me recibió en su grupo de investigación y supervisó mis tareas. Por la hospitalidad que me brindó, por su inestimable ayuda y por las valiosas discusiones que iluminaron este trabajo.

Al Prof. Dr. Vittorio Nardi, quien dirigió y corrigió la tesis. Por su ejemplar espíritu crítico y por la paciencia con que siguió la evolución de mi trabajo.

A las autoridades y personal del Stevens Institute of Technology, en especial a su Presidente Prof. Kenneth Rogers, y a los Profesores G. Schmidt, J. Anderson y M. Seidl, por el aliento que supieron infundirme y por el ambiente de trabajo que hizo posible la feliz culminación de esta tesis.

A las autoridades de la Universidad de Buenos Aires; en particular a los Dres. Bernabé Quartino, Alberto Ottalagano y Avelino Barrio, por haberme concedido la beca externa que posibilitó la realización de este trabajo.

A los Dres. Raúl Zardini y Felipe Manjón, por la asistencia moral y material que me prestaron en momentos especialmente difíciles.

Al Dr. Osvaldo Vidal, por la amistad con que me ha honrado y el permanente estímulo que de él he recibido.

Al Sr. William Prior, por su colaboración y asesoramiento, basados en su notable experiencia como físico experimental.

Al Sr. Roderick Southworth, por la preparación de varias ilustraciones.

A mis compañeros y amigos del Laboratorio de Física del Plasma de la F.C.E.N., en especial al Dr. Julio Gratton y al siempre recordado Lic. Julio A. Sánchez, por el incondicional apoyo que me han sabido brindar.