

## Tesis de Posgrado

# Estudio de la estructura nuclear del IN 115

Davidson, Jorge

1975

Tesis presentada para obtener el grado de Doctor en Ciencias Físicas de la Universidad de Buenos Aires

Este documento forma parte de la colección de tesis doctorales y de maestría de la Biblioteca Central Dr. Luis Federico Leloir, disponible en [digital.bl.fcen.uba.ar](http://digital.bl.fcen.uba.ar). Su utilización debe ser acompañada por la cita bibliográfica con reconocimiento de la fuente.

This document is part of the doctoral theses collection of the Central Library Dr. Luis Federico Leloir, available in [digital.bl.fcen.uba.ar](http://digital.bl.fcen.uba.ar). It should be used accompanied by the corresponding citation acknowledging the source.

**Cita tipo APA:**

Davidson, Jorge. (1975). Estudio de la estructura nuclear del IN 115. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires.  
[http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis\\_1482\\_Davidson.pdf](http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis_1482_Davidson.pdf)

**Cita tipo Chicago:**

Davidson, Jorge. "Estudio de la estructura nuclear del IN 115". Tesis de Doctor. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires. 1975.  
[http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis\\_1482\\_Davidson.pdf](http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis_1482_Davidson.pdf)

TESIS DOCTORAL DE

JORGE DAVIDSON

ESTUDIO DE LA ESTRUCTURA  
NUCLEAR DEL  $\text{IN}^{115}$

Dirigida por

el Dr.

H.E. Bosch

*1956*

## INTRODUCCION

El trabajo de tesis realizado durante cinco años ha involucrado una serie de estudios teóricos y experimentales que cubren parte de los procesos que acontecen en la desintegración del núcleo atómico. Como ejemplo de desintegración nuclear se ha tomado el caso del  $\text{Cd}^{115g}$  y  $\text{Cd}^{115m}$  los cuales dan lugar a algunos estados excitados y fundamental del  $\text{In}^{115}$ .

Se ha especificado el estudio sobre el proceso de desintegración beta y el proceso de desexcitación nuclear radiativa y no radiativa.

Por otra parte se ha requerido determinar el carácter de algunos niveles excitados del  $\text{In}^{115}$ , mediante el estudio de correlaciones angulares y determinación de coeficientes de conversión interna.

Con todo ello se ha arribado a la presentación de una discusión integral de la estructura de niveles del núcleo de  $\text{In}^{115}$ , la cual se compara con modelos realizados por diferentes autores.

La labor original reside por una parte en el desarrollo y puesta a punto del instrumental adecuado para realizar los estudios mencionados, y por otra parte, en los resultados obtenidos sobre la caracterización de la estructura del núcleo de  $\text{In}^{115}$ .

Por razones de completicidad en los Capítulos I y II se hace una reseña de la teoría de la desintegración beta y del proceso de desexcitación nuclear radiativa y no radiativa. En el Capítulo III se presenta un

*desarrollo sintético sobre correlaciones angulares no perturbadas de dos radiaciones electromagnéticas, y en el Capítulo IV se hace referencia al tratamiento estadístico de datos, indispensable para determinar la validez de los resultados experimentales.*

*En el Capítulo V se describe el montaje experimental para realizar las mediciones de espectros simples y en coincidencia de la radiación beta, gamma y electrones de conversión, y de correlaciones angulares gamma-gamma.*

*El Capítulo VI es dedicado a la descripción específica de los estudios realizados sobre la desintegración del  $Cd^{115m}$  y  $Cd^{115g}$ , y a la presentación de los correspondientes resultados.*

*En el Capítulo VII se discute la estructura nuclear del  $In^{115}$  a la luz de los resultados experimentales propios y de otros autores y a la de los modelos propuestos sobre el particular.*

\*

## INDICE

### CAPITULO I

- I.1 Teoría de Fermi de la desintegración beta
- I.2. Funciones de onda leptónicas
- I.3 Forma del espectro beta
- I.4 Efecto del campo Coulombiano nuclear
- I.5 Hamiltoniano de interacción beta
- I.6 Valor ft
- I.7 Clasificación de las transiciones beta
- I.8 Kurie-plot y factor de forma de espectro
- I.9 Método de análisis

### CAPITULO II

- II.1 Ecuaciones de Maxwell
- II.2 Solución de onda plana de la ecuación de ondas
- II.3 Solución de ondas esféricas de la ecuación de ondas

- II.4 Probabilidad de transición
- II.5 Interacción entre un núcleo, un electrón libre y el campo de radiación
- II.6 Elemento de matriz para la interacción multipolar magnética
- II.7 Elemento de matriz para la interacción multipolar eléctrica
- II.8 Coeficiente de conversión interna

### CAPITULO III

- III.1 Correlaciones angulares no perturbadas
- III.2 Parámetros para la radiación electromagnética

### CAPITULO IV

- IV.1 Test del  $\chi^2$
- IV.2 Método de los cuadrados mínimos

### CAPITULO V

- A. Espectrómetro de electrones
- B. Espectrómetro de radiación gamma

## CAPITULO VI

- A. Desintegración del Cd<sup>115g</sup>
- B. Desintegración del Cd<sup>115m</sup>

## CAPITULO VII

- VII.1 Estado fundamental
- VII.2 Estado isómerico de 336.3 keV
- VII.3 Nivel excitado de 597,5 keV
- VII.4 Niveles excitados de 829,1 y 864,5
- VII.5 Nivel excitado de 934,4 keV
- VII.6 Nivel excitado de 1133,0
- VII.7 Nivel excitado de 1291,2 keV
- VII.8 Nivel excitado de 1419,4 keV
- VII.9 Nivel excitado de 1450,1 keV
- VII.10 Otros niveles excitados

CAPITULO I

DESINTEGRACION BETA

I.1. Teoría de Fermi de la desintegración beta

Para construir esta teoría Fermi se guió por la analogía con la emisión electromagnética; en ésta un núcleo pasa de un estado excitado a otro de menor energía creando un fotón; en la desintegración beta un neutrón se transforma en un protón, creando un electrón y un antineutrino. El objeto de esta teoría es dar una descripción dinámica de este proceso, los resultados de la teoría de Fermi dan explicación a los siguientes problemas :

1. La forma del espectro beta, y en consecuencia el número de electrones por intervalo de energía.
2. La relación entre la energía máxima del decaimiento y la vida media.
3. La clasificación de las transiciones beta y las reglas de selección.

El proceso de desexcitación beta puede ser representado de la siguiente manera :



Una primera aproximación para el Hamiltoniano de la interacción beta es <sup>1)</sup> :

$$H_{\beta} = g \sum_n \psi_e^*(\vec{r}_n) \psi_{\bar{\nu}}^*(\vec{r}_n) Q_n^+ \psi_e(r_n) \psi_{\nu}(r_n) Q_n^-$$

sumando sobre todas las partículas en el núcleo.

$\psi_e^*(\vec{r}_n)$  y  $\psi_{\bar{\nu}}^*(\vec{r}_n)$  son las funciones de onda del electrón y antineutrino creados en la posición del n-ésimo nucleón.

$\psi_e(\vec{r}_n)$  y  $\psi_{\bar{\nu}}(\vec{r}_n)$  son las correspondientes a los leptones aniquilados.

$Q_n^+$  es un operador que cambia un neutrón en un protón, pero deja su función de onda sin cambiar.

$Q_n^-$  induce la operación inversa.

La constante de acoplamiento  $g$  establece la intensidad de la interacción.

La analogía entre la desexcitación beta y electromagnética puede ser expresada por las relaciones :

$$-\frac{e}{m_n c} \vec{p}_n \longrightarrow g Q_n^+ \quad \vec{A} = \psi_{\gamma}^*(\vec{r}) \longrightarrow \psi_e^*(\vec{r}_n) \psi_{\bar{\nu}}^*(\vec{r}_n)$$

## I.2. Funciones de onda Leptónicas

Como el neutrino no tiene carga sufre muy poca interacción con el medio, por lo cual su función de onda normalizada a una partícula por unidad de volumen, está dada por una onda plana :

$$\psi_{\bar{\nu}} = e^{i\vec{p}_{\bar{\nu}} \cdot \vec{r} / \hbar}$$

En cambio el electrón emitido se halla sujeto al campo Coulombiano del núcleo residual y a los electrones atómicos, por lo cual su función de onda  $\psi_e$  no es una onda plana.

En una primera aproximación se puede despreciar la interacción electromagnética entre el núcleo y el electrón, en este caso la función de onda  $\psi_{e^-}(\vec{r}_n)$  puede también escribirse como una onda plana

$$\psi_{e^-}(\vec{r}) = e^{i\vec{p}_e \cdot \vec{r} / \hbar}$$

luego

$$\psi_e^*(\vec{r}) \cdot \psi_{\frac{v}{e}}^*(\vec{r}) = e^{-i \vec{k} \cdot \vec{r}}$$

llamando

$$\vec{k} = \frac{\vec{p}}{\hbar} + \frac{\vec{p}_e}{\hbar}$$

Para energías del orden del MeV, vale  $k R \leq 0.1$ , siendo R el radio nuclear. Por lo tanto el producto  $\psi_e^*(\vec{r}) \cdot \psi_{\frac{v}{e}}^*(\vec{r})$  se puede desarrollar de la siguiente manera :

$$\psi_e^*(\vec{r}) \cdot \psi_{\frac{v}{e}}^*(\vec{r}) \approx 1 - i (\vec{k} \cdot \vec{r}) - (\vec{k} \cdot \vec{r})^2 + \dots$$

siendo el primer término del desarrollo un orden de magnitud mayor que el segundo, idem para el segundo respecto del tercero, etc.

### I.3. Forma del espectro beta

Una vez obtenido el Hamiltoniano de interacción beta se puede hallar la probabilidad de emisión de un electrón con energía E por unidad de tiempo de la expresión :

$$N(E) dE = \frac{2\pi}{\hbar} (H_{fi})^2 \frac{dN_F}{dE_0}$$

siendo  $\frac{dN_F}{dE_0}$  la densidad de estados finales del sistema por rango unitario de energía total,  $H_{fi}$  es el elemento de matriz de la interacción H entre los estados inicial (i) y final (f). En el caso de la desintegración del neutrón tenemos  $\psi_i = \psi_n$  y  $\psi_f = \psi_p$ ; con lo cual el elemento de matriz de la interacción está dado por :

$$H_{f_i} = g \int \psi_p^* \left( \sum_n Q_n^+ \right) \psi_n (1 - i \vec{k} \cdot \vec{r} - (\vec{k} \cdot \vec{r})^2 + \dots) dr_1^3 dr_2^3 \dots dr_n^3,$$

el término conteniendo el operador  $Q_n^-$  cambiaría un protón en un neutrón y luego no puede contribuir a la desintegración beta negativa.

El número de estados finales está dado por el producto del número de estados del electrón por los del neutrino por unidad de intervalo de energía, que son respectivamente :

$$dN_e = \frac{4\pi p_e^2 dp_e}{(2\pi\hbar)^3} \quad \text{y} \quad dN_{\bar{\nu}} = \frac{4\pi p_{\bar{\nu}}^2 dp_{\bar{\nu}}}{(2\pi\hbar)^3}$$

siendo  $(2\pi\hbar)^3$  el volumen del espacio de las fases ocupado por un simple estado de una partícula. Se obtiene de esta manera :

$$\frac{dN_F}{dE_o} = \frac{4\pi p_e^2 dp_e}{(2\pi\hbar)^3} \cdot \frac{4\pi p_{\bar{\nu}}^2 dp_{\bar{\nu}}}{(2\pi\hbar)^3} \cdot \frac{1}{dE_o}.$$

Considerando que el neutrino no tiene masa, se tiene :

$$E_{\bar{\nu}} = Cp_{\bar{\nu}} \quad \text{y} \quad E_{\bar{\nu}} = E_o - E_e,$$

La última ecuación es válida considerando que la energía de retroceso del núcleo es despreciable comparada a la energía total  $E_o$ .

Como consecuencia de estas relaciones resulta :

$$dp_{\bar{\nu}} = \frac{dE_{\bar{\nu}}}{c} = \frac{dE_o}{c}$$

la cual al ser reemplazada en la expresión  $\frac{dN_F}{dE_o}$ , se tiene

$$\frac{dN_F}{dE_o} = \frac{4\pi p_e^2 dp_e}{(2\pi \hbar)^3} \cdot \frac{4\pi p_e^2 \frac{1}{v}}{(2\pi \hbar)^3 c} = \frac{16 \pi^2}{(2\pi)^6 \hbar^6} \frac{p_e^2}{c^3} (E_o - E_e)^2 dp_e$$

o bien usando la relación  $C^2 p dp = EdE$  para el electrón :

$$\frac{dN_F}{dE_o} = \frac{1}{4\pi^4 \hbar^6 c^5} p_e E_e (E_o - E_e)^2 dE_e ,$$

en término de la distribución en energía.

Finalmente el número total de electrones emitidos por unidad de tiempo con energías entre  $E$  y  $E + dE$  está dado por :

$$N(E_e) dE_e = \frac{(H_{fi})^2}{2 \pi^3 c^5 \hbar^7} p_e E_e (E_o - E_e)^2 dE_e .$$

El cuadrado del elemento de matriz se expresa en función del factor de forma  $C_\beta(E_e)$

$$(H_{fi})^2 = g^2 C_\beta(E_e)$$

obteniéndose finalmente :

$$N(E_e) dE_e = \frac{g^2 C_\beta(E)}{2 \pi^3 c^5 \hbar^7} p_e E_e (E_o - E_e)^2 dE_e$$

#### I.4. Efecto del campo Coulombiano Nuclear

Para tener en cuenta el efecto del campo electrostático del núcleo sobre el electrón emitido, se introduce un factor

$$F(Z,E) = F_o(Z, E) \cdot L_o(Z, E)$$

que representa el cociente de la función de onda del electrón cal-

culada en el centro del núcleo con interacción Coulombiana y la función de onda del electrón sin la interacción  $F_0(Z,E)$  es la función de Fermi para un núcleo puntual aislado;  $L_0(Z,E)$  es un factor de corrección que tiene en cuenta el tamaño finito del núcleo y el apantallamiento del potencial Coulombiano por los efectos atómicos.

La expresión general de  $F(Z, E)$  es

$$F(Z,E) = (2p^2)^{-1} (|f_1(R)|^2 + |g_{-1}(R)|^2) \quad \text{donde } R$$

es el radio nuclear y  $f_1$  y  $g_{-1}$  son las soluciones de las ecuaciones radiales de Dirac.

Los valores de  $F(Z,E)$  se hallan tabulados para todos los fines prácticos.

De esta manera la distribución de electrones en función de la energía está dada por

$$N(E) dE = \frac{g^2 C_\beta (E)}{2 \pi^3 C^5 h^7} F(Z,E) p_e E_e (E_0 - E_e)^2 dE_e$$

### I.5. Hamiltoniano de interacción beta

Consideremos la densidad de interacción

$$H = g (\psi_p^\dagger Q^\dagger \psi_n \psi_e^\dagger \psi_\nu + \text{conjugado hermítico})$$

Si tratamos las partículas en forma no relativista, las funciones de onda son de la forma

$$\psi = \begin{pmatrix} \mu^{(1)} \\ \mu^{(2)} \end{pmatrix} e^{i p \cdot x / \hbar}$$

Como aparecen las funciones de onda de cuatro partículas, cada una con dos posibles proyecciones de spin, existen diez y seis formas diferentes para la interacción beta no relativista; éstas se reducen a cuatro si se impone al Hamiltoniano la condición de invariancia con respecto a rotaciones y reflexiones.

Las cuatro combinaciones bilineales son :

$$\psi_e^+ \psi_\nu, \quad \psi_e^+ \sigma_x \psi_\nu, \quad \psi_e^+ \sigma_y \psi_\nu, \quad \psi_e^+ \sigma_z \psi_\nu,$$

siendo  $\sigma$  las matrices de Pauli.

La primera combinación es escalar (S), mientras que las otras tres se transforman bajo rotaciones como las tres componentes de un vector axial (A). La única forma de combinar tales términos para obtener un escalar es mediante el producto S.S o A.A; de lo cual se deduce que existen sólo dos combinaciones que son invariante bajo rotaciones :

$$(\psi_p^+ Q^+ \psi_n) \cdot (\psi_e^+ \psi_\nu)$$

$$\sum_{\mu} (\psi_p^+ Q^+ \sigma_{\mu} \psi_n) (\psi_e^+ \sigma_{\mu} \psi_\nu).$$

La primera combinación es conocida como interacción de Fermi, y es tal, que en vez de crearse un antineutrino se destruye un neutrino, pero con la condición que tanto el neutrino destruido como el electrón creado tengan spines de la misma dirección, o sea que el producto  $\psi_e^+ \psi_\nu$  corresponde a  $\psi_e^{+(1)} \psi_\nu^{(1)} + \psi_e^{+(2)} \psi_\nu^{(2)}$ , lo cual requiere que no haya variación del spin de los nucleones involucrados en la emisión beta.

La densidad Hamiltoniana en este caso resulta :

$$H = g(\psi_f^+ \sum_n Q_n^+ \psi_i) (\psi_e^+ \psi_\nu);$$

el operador  $Q^+$  cambia un neutrón en un protón pero no varía su spin; es decir que el estado inicial y final deben tener el mismo momento angular.

La regla de selección que gobierna el cambio de spin en las transiciones de Fermi es  $\Delta I = 0$ .

En la aproximación de grandes longitudes de onda el producto de las funciones de onda leptónicas no depende de la posición y las funciones nucleares tienen paridad impar o par; esto conduce a que el elemento de matriz  $H$  se anule a menos que los estados nucleares inicial y final tengan la misma paridad. Es decir que las transiciones de Fermi están sujetas a una regla de selección adicional  $\Pi_i = \Pi_f$ .

La segunda combinación no relativista fue sugerida por Gamow-Teller y tiene la forma

$$H = g \sum_{\mu} (\psi_f^{\dagger} \sum_n Q_n^{\dagger} \sigma_{\mu} \psi_i) (\psi_e^{\dagger} \sigma_{\mu} \psi_{\nu})$$

en este caso el electrón y el antineutrino tienen spin paralelos, lo cual implica que el spin nuclear puede cambiar en una unidad, sin embargo es posible también con  $I_i = I_f$ , pues basta con que haya una variación de dirección, sin cambio de magnitud. La transición  $0 \rightarrow 0$  está prohibida en este caso. La regla de selección para transiciones Gamow-Teller sobre el momento angular es

$$\Delta I = 0, \pm 1.$$

Como el operador de spin  $\vec{\sigma}$  tiene paridad par implica que la paridad del núcleo no puede cambiar en la transición, o sea  $\Pi_i = \Pi_f$ . La forma más general en el caso no relativista de la interacción beta es :

$$H = g_F (\psi_p^\dagger Q^\dagger \psi_n) (\psi_e^\dagger \psi_\nu) + g_{GT} \sum_\mu (\psi_p^\dagger Q^\dagger \sigma_\mu \psi_n) (\psi_e^\dagger \sigma_\mu \psi_\nu) +$$

+ conjugado hermítico

$g_F$  y  $g_{GT}$  son las constantes de acoplamiento para las transiciones de Fermi y Gamow-Teller respectivamente.

Es conveniente expresar las constantes de acoplamiento en término de una sola, lo cual se puede hacer escribiendo

$$g_F = g \cdot C_F \quad \text{y} \quad g_{GT} = g \cdot C_{GT}$$

Los valores obtenidos para estas constantes son  $g_F = 1,415 \cdot 10^{-49}$  erg cm<sup>3</sup> y  $g_{GT} = 1,60 \cdot 10^{-49}$  erg.cm<sup>3</sup>.

Utilizando las densidades de Hamiltoniano obtenidas en el número de electrones emitidos por segundo, se tiene

$$N(E) dE = \frac{m^5 C^4}{2\pi^3 \hbar^7} g^2 F(Z,E) \left[ C_F^2 |J_{H_F}|^2 + C_{GT}^2 |J_{H_{GT}}|^2 \right] pE(E_0 - E)^2 dE$$

Es necesario generalizar los argumentos anteriores y tomar en cuenta el hecho de que los electrones involucrados en la desintegración beta con partículas relativistas; no ocurre lo mismo con los nucleones. La función de onda de Dirac correspondiente tiene cuatro componentes, lo cual conduce a tener dieciseis formas distintas de combinaciones bilineales de la forma

$$\psi_e^\dagger(i) \psi_\nu(j)$$

y 256 formas de interacción linealmente independientes

$$\psi_p^{+(i)} Q^+ \psi_n^{(j)} \psi_e^{+(k)} \psi_v^{(l)}$$

Nuevamente las condiciones de invariancia relativista reducen drásticamente el número de formas permitidas de la interacción beta. Las condiciones exigidas son que el Hamiltoniano de interacción permanezca invariante no sólo bajo rotaciones sino también bajo transformaciones de Lorentz, que implican una transformación a un nuevo sistema de referencia moviéndose a velocidad uniforme respecto del anterior.

En cambio existe una comprobación experimental que demuestra que la interacción de la desintegración beta no permanece invariante bajo la operación de inversión espacial.

Bajo estas condiciones, sólo cinco interacciones escalares se pueden formar :

$$\text{interacción escalar } H_S = g_S (\tilde{\psi}_p Q^+ \psi_n) (\tilde{\psi}_e \psi_v) = g_S (\psi_p^+ Q^+ \psi_n) (\psi_e^+ \beta \psi_v)$$

donde  $\tilde{\psi} = \psi^+ \beta$  es el conjugado hermítico de  $\psi$  y  $\beta$  es una matriz de Dirac

$$\beta = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

interacción vector

$$\begin{aligned} H_V &= g_V \sum_{\mu} (\tilde{\psi}_p Q^+ \gamma_{\mu} \psi_n) (\tilde{\psi}_e \gamma_{\mu} \psi_v) = \\ &= g_V (\psi_p^+ Q^+ \psi_n) (\psi_e^+ \psi_v) - g_V (\psi_p^+ Q^+ \vec{\alpha} \psi_n) (\psi_e^+ \vec{\alpha} \psi_v) \end{aligned}$$

donde  $\gamma_\mu$  son las matrices gamma definidas por :

$$\gamma_K = -i \beta \alpha_K \quad K = 1, 2, 3, \quad \gamma_4 = \beta$$

$$\alpha_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \alpha_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & i & 0 \\ 0 & -i & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \alpha_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

interacción tensor

$$H_T = g_T \sum_{\mu < \lambda} (\tilde{\psi}_p Q^\dagger \gamma_\mu \gamma_\lambda \psi_n) (\tilde{\psi}_e \gamma_\mu \gamma_\lambda \psi_v)$$

interacción vector axial

$$H_A = g_A (\tilde{\psi}_p Q^\dagger i \gamma_5 \gamma_\mu \psi_n) (\tilde{\psi}_e i \gamma_5 \gamma_\mu \psi_v)$$

interacción pseudo-escalar

$$H_P = g_P (\tilde{\psi}_p Q^\dagger \gamma_5 \psi_n) (\tilde{\psi}_e \gamma_5 \psi_v)$$

Si consideramos a los nucleones no relativistas, el espectro de energía de los electrones está dado por

$$N(E) dE = \frac{m^5 C^4}{2\pi^3 \hbar^2} g^2 F(Z, E) \left[ (C_S^2 + C_V^2) \int |H_F|^2 + (C_T^2 + C_A^2) \int |H_{GT}|^2 + \frac{2mC^2}{E} (C_S C_V \int |H_F|^2 + C_T C_A \int |H_{GT}|^2) \right] pE(E_0 - E)^2 dE$$

las constantes  $C_i$  están definidas por  $g_i = g C_i$

### I.6. Valor Ft

Las dos características esenciales de la desintegración beta que determinan el amplio rango hallado en las vidas medias de este proceso (1/10 seg a  $10^6$  años) son :

Por un lado el cambio de momento angular del núcleo y el cambio o no de paridad; pues la probabilidad de transición está determinada por la amplitud de las funciones de onda de los leptones en el núcleo, la cual es mayor si las dos partículas no se llevan momento angular y si no hay cambio de paridad.

La segunda causa es la energía disponible para el decaimiento beta, pues la probabilidad de decaimiento depende del espacio de las fases disponible para los leptones; el cuál aumenta rápidamente con la energía. Debido a que existe un efecto significativo del campo Coulombiano nuclear sobre la función de onda del electrón emitido, éste se traduce en que la vida media del decaimiento beta depende del número atómico del núcleo involucrado.

Los efectos de la energía y del campo Coulombiano no están conectados directamente con los detalles de los estados nucleares y por lo cual se pueden separar estos efectos, caracterizando el decaimiento beta no por su vida media, sino por el valor  $ft$ ; llamado vida media comparativa, donde  $f$  incluye el efecto de la energía y del campo Coulombiano sobre la vida media  $t$ ; es decir que dos decaimientos con la misma estructura nuclear pero con diferentes energías y diferentes cargas nucleares tendrán diferentes vidas medias  $t$ , pero el mismo valor  $ft$ .

Si consideramos el caso más simple del desarrollo de las funciones de onda leptónicas, es decir  $\psi_e^+ \psi_\nu \approx 1$ , la probabilidad total de decaimiento beta por segundo es :

$$W = \frac{m^5 C^4}{h^7} \frac{g^2}{2\pi^3} |H_{f_i}|^2 \cdot f$$

$$\text{el factor } |H_{f_i}|^2 = C_F^2 |H_F|^2 + C_{GT}^2 |H_{GT}|^2$$

es independiente en este caso de la energía del decaimiento y  $f$  en una integral sobre el espectro de electrones :

$$f = \int_1^{E_0} F(Z,E) E (E^2-1)^{1/2} (E_0 - E)^2 dE$$

la cual es una función que varía rápidamente con la energía.

La velocidad de transición se puede expresar de la siguiente forma

$$W = \frac{1}{t} = \frac{\lambda_{n2}}{t_{1/2}}$$

donde  $t_{1/2}$  es la vida media parcial para el decaimiento particular en consideración.

De las anteriores relaciones se obtiene

$$\frac{\lambda_{n2}}{t_{1/2}} = \frac{m^5 C^4}{h^7} \frac{g^2}{2\pi^3} |H_{f_i}|^2 \cdot f$$

de donde la vida media comparativa resulta

$$f \cdot t_{1/2} = \frac{h^7 2\pi^3 \lambda_{n2}}{m^5 C^4 g^2 |H_{f_i}|^2} = \frac{\text{cte}}{|H_{f_i}|^2}$$

El valor  $ft$  varía considerablemente de núcleo a núcleo y por esta razón es más conveniente caracterizar el decaimiento por el valor  $\log(ft)$ .

En el caso de una transición prohibida, el elemento de matriz se reduce fuertemente, respecto de una permitida incrementando notablemente el valor de  $(ft)$  de acuerdo al grado de prohibición. Dicho valor puede servir para dar una indicación del grado de prohibición de la transición beta.

En los casos de transiciones prohibidas hay que tener en cuenta que en los elementos de matriz aparecerán términos dependientes de la energía de los leptones, sin embargo en la mayoría de los casos se conserva la definición dada para el factor  $f$ .

### I.7. Clasificación de las transiciones beta

Quando existe energía disponible para que se produzca una transición beta entre un par de estados nucleares, lo cual requiere una violación de las reglas de selección para emisión permitida, se produce una transición "prohibida" relativamente débil. El análisis puede realizarse en término de los autoestados leptónicos, pues el desarrollo de los estados de onda plana conduce a los siguientes términos :

$$\int e^{-i(\vec{p}_e + \vec{p}_\nu) \cdot \vec{r} / \hbar} \simeq \left[ 1 - \frac{i}{\hbar} (\vec{p}_e + \vec{p}_\nu) \cdot \vec{r} - \frac{1}{2\hbar^2} \sum_{ij} (p_i^e + p_i^\nu) (p_j^e + p_j^\nu) \cdot \int x_i x_j + \dots \right]$$

En el caso en que  $\int 1 = 0$  el siguiente término es el predominante, la  $\int \vec{r}$  no se anula a menos que  $\Delta I = 0, 1 \text{ no } 0 \rightarrow 0, \Pi_i \Pi_j = -1$  lo cual conduce a una nueva regla de selección.

Teniendo en cuenta los sucesivos elementos del desarrollo y los términos de interacción relativista se llega a la siguiente clasificación de las transiciones beta entre estados nucleares <sup>2)</sup>

$I_i \rightarrow I_f$  y paridades  $\Pi_i \Pi_f = (-1)^{\Delta I}$  o  $\Pi_i \Pi_f = (-1)^{\Delta I-1}$  :

Si  $\Delta I = 0^-, 1^-, 2^+, 3^-, 4^+, 5^-$  son transiciones de paridad prohibidas y también llamadas no únicas.

Mientras que  $\Delta I = 2^-, 3^+, 4^-, 5^+$  son prohibidas únicas y  $\Delta I = 0^+, 1^+$  son las transiciones permitidas.

Las transiciones con  $\Pi_i \Pi_f = (-1)^{\Delta I}$  se las llama  $\Delta I$  veces prohibidas en cambio si  $\Pi_i \Pi_f = (-1)^{\Delta I-1}$  son  $\Delta I-1$  veces prohibidas.

Es decir, una transición n-veces prohibida siempre tiene  $\Pi_i \Pi_f = (-1)^n$  pero puede tener  $\Delta I = n$  o  $\Delta I = n+1$ . Cuando  $\Delta I=n$  la transición es n veces de paridad prohibida, en cambio si  $\Delta I = n+1$  es n-veces prohibida única.

Una clasificación de las transiciones beta basada en los valores del  $\log ft$  realizada recientemente por S. Raman y N. B. Gove <sup>3)</sup>, a partir de recopilación de datos experimentales se puede observar en el cuadro :

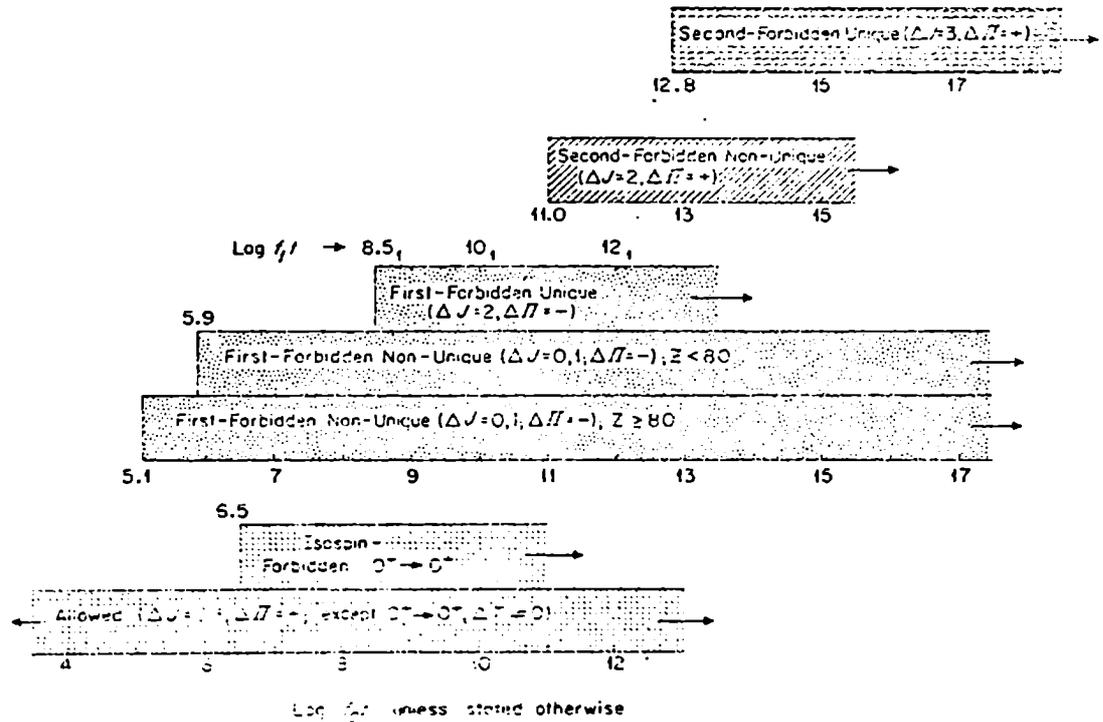


FIG. 5. Permissible ranges of  $\log ft$  values based on empirical evidence.

### I.8. Kurie plot y factor de forma de espectro

Si consideramos la relación que nos da el número de electrones emitidos en el intervalo de energía  $dE$

$$N(E) dE = \frac{g^2 C_\beta(E)}{2\pi^3 c^5 h^7} F(Z, E) p E (E_0 - E)^2 dE$$

la podemos reordenar de la siguiente manera

$$\frac{N(E)}{C_\beta(E) F(Z, E) p E} = \text{const.} (E_0 - E)^{1/2}$$

graficando el miembro izquierdo de la igualdad en función de la energía beta  $E$ , es de esperar obtener una línea recta la cual intersecta el eje de energías en  $E_0$ . De esta manera desviaciones del espectro teórico pueden ser fácilmente establecidas y permite además una determinación experimental con bastante certeza de la energía máxima  $E_0$ .

Este gráfico llamado Kurie plot se puede obtener para espectros permitidos, así como para transiciones prohibidas.

En el caso de las transiciones permitidas  $C_\beta(E) = \text{cte}$ , en cambio para las prohibidas es necesario conocer la dependencia de dicho factor con la energía. La forma exacta del factor es representable como una superposición de contribuciones que no interfieren entre sí

$$C_\beta^n(E) = \sum_J C_J^{(n)}(E)$$

donde cada  $C_J^{(n)}(E)$  proviene de la emisión de un dado leptón con momento angular  $J = \Delta I, \Delta I+1, \dots, I_i+I_f$ .

Los elementos  $C_J^{(n)}(E)$  tienen la forma

$$C_J^{(n)}(E) = \frac{8\pi(J-1)!R^{2(J-1)}}{(1+\gamma_0)(2J-1)!!} \sum_j \frac{(2j)!!}{(2J-2j)!!} \frac{L_{j-1/2}^{2(J-j)-1} p_{\frac{v}{v}}}{(j-1/2)!(J-j-1/2)!} \cdot M_j^2(J)$$

con  $j = 1/2, 3/2, \dots, J-1/2$  y  $(2j)!! = 1.3.5 \dots (2j)$

Los momentos  $M_j^2(J)$  son los distintos elementos de matriz entre los estados inicial y final que contribuyen en la transición n-veces prohibida. El factor de forma depende de la energía del electrón a través del factor  $p_{\frac{v}{v}} = E_0 - E$  y de la función  $L_{j-1/2}$  la cual es proporcional a la densidad radial del electrón en el núcleo.

$$L_{K-1} = 4p_e^2 F(Z,E)/(1+\gamma_0)^{-1} (g_{-k}^2 + f_k^2) R^{-2(k-1)}$$

con  $k = j+1/2$  y siendo  $g_{-k}$  y  $f_k$  las funciones de onda radiales "grandes" para  $l=j \mp 1/2$ .

En el caso de los espectros únicos con  $\Delta I = 2^-, 3^+, 4^- \dots$

siendo  $\Pi_i \Pi_f = (-1)^{\Delta I - 1}$ , las formas de espectro medidas coinciden con factores de forma proporcionales a

$$p_e^2 + p_{\frac{v}{v}}^2 \quad \text{1ra. prohibida única } (\Delta I = 2 \quad \Pi_i \Pi_f = (-1))$$

$$p_e^4 + p_{\frac{v}{v}}^4 + \frac{10}{3} p_e^2 p_{\frac{v}{v}}^2 \quad \text{2da. prohibida única } (\Delta I = 3 \quad \Pi_i \Pi_f = (+1))$$

$$p_e^6 + p_{\frac{v}{v}}^6 + 7p_e^2 p_{\frac{v}{v}}^2 (p_e^2 + p_{\frac{v}{v}}^2) \quad \text{3ra. prohibida única } (\Delta I = 4 \quad \Pi_i \Pi_f = (-1))$$

para las transiciones no únicas Kotani y Rose <sup>4)</sup> expresaron la forma de espectro

$$C_{\beta}(E) = K(1 + aE + \frac{b}{E} + c E^2)$$

siendo K un factor de escala y los coeficientes a, b, c son funciones de los elementos de matriz nucleares.

El valor de C(E) está íntimamente ligado al de E<sub>0</sub>, que es la energía final de la transición, pues C<sub>β</sub>(E) se puede poner como

$$C_{\beta}(E) = \frac{N(E)}{F(Z,E) p.E.(E_0 - E)^2}$$

donde N(E) es el número de cuentas en el detector en función de la energía E.

### I.9. Método de análisis

Una vez obtenido en forma experimental el espectro N(E) se lo introduce en un primer programa computacional llamado FERMI, desarrollado en el Laboratorio de Física Nuclear por los Dres. M. C. Cambiaggio<sup>5)</sup> y L. Szybizs, el cual calcula el término

$$K(E) = \frac{N(E)}{pE F(Z,E)}$$

El gráfico de  $\sqrt{K(E)}$  en función de E es el Fermi"plot"

Un segundo programa computacional ajusta los valores experimentales K(E) a la función teórica  $k(1 + aE + \frac{b}{E} + c E^2)(E_0 - E)^2$  teniendo como parámetros libres a, b, c y E<sub>0</sub>. La constante de normalización k se calcula dentro del programa. El ajuste se realiza minimizando la función X<sup>2</sup> definida como

$$X^2 = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \frac{(Q_i(t) - Q_i(e))^2}{Q_i(e)}$$

donde  $M$  es el número de datos experimentales,  $Q_i(e_i)$  es el  $i$ ésimo valor experimental,  $\Delta Q_i(e)$  es el correspondiente error y  $Q_i(t)$  es el valor de la función teórica para la misma energía  $E_i$ . La minimización se realiza utilizando el conjunto de subrutinas MINUIT, del CERN.

Como resultado se obtiene el valor de la energía final  $E_0$ , los parámetros  $a$ ,  $b$  y  $c$  y el factor de forma de espectro  $C_\beta(E)$ , con los respectivos errores.

## Referencias

- 1) C. S. Wu and S. A. Moszkowski, Beta Decay (1966).
- 2) E. J. Konopinski and M. E. Rose, The Theory of Nuclear Beta Decay (Alpha, Beta and Gamma-Ray Spectroscopy, K. Siegbahn (1966)).
- 3) S. Raman and N. B. Gove, Phys. Rev. C V.7 N°5 (1973) 1995.
- 4) T. Kotani and M. Ross, Phys. Rev. V113 N°2 (1959) 622.
- 5) M. C. Cambiaggio y L. Szibisz, programa presentado en las Primeras Jornadas Argentinas de Computación (Bs. As. Octubre 1969, Comunicación B12)

## CAPITULO II

### DESEXCITACION NUCLEAR RADIATIVA Y NO RADIATIVA

#### II.1. Ecuaciones de Maxwell

Para una dada distribución de cargas y corrientes  $\rho(\vec{r},t)$  y  $\vec{J}(\vec{r},t)$  las ecuaciones de Maxwell son :

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0 \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = -4\pi\rho$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} - \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = -4\pi\vec{J} \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

usando como unidades naturales  $\hbar = m_e = c = 1$ .

La ecuación de continuidad o de conservación de la carga es:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0$$

La solución de las ecuaciones de Maxwell se reducen introduciendo el potencial vectorial  $\vec{A}(\vec{r},t)$  y el potencial escalar  $\phi(r,t)$  de la siguiente manera:

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$$

$$\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \vec{\nabla} \phi$$

Una ecuación de medida conveniente para la cuantificación del campo electromagnético es la condición llamada medida de Coulomb:

$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0$  la cual selecciona aquellas soluciones de las ecuaciones de Maxwell que corresponden a campos transversales.

En esta medida las ecuaciones de Maxwell se reducen a:

$$\nabla^2 \vec{A} - \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = -4\pi \vec{J}_T \quad \nabla^2 \phi = -4\pi\rho$$

en el espacio libre de cargas  $\rho = 0$  y  $\vec{J}_T = 0$  y las ecuaciones que debe satisfacer el potencial vectorial son ( $\phi = 0$ ):

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0 \quad \nabla^2 \vec{A} - \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = 0$$

## II.2. Solución de onda plana de la ecuación de ondas

Una onda plana linealmente polarizada en una dada dirección de propagación  $\vec{k}$  está dada por:

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = \hat{e}_{x'} e^{i(\vec{p} \cdot \vec{r} - \omega t)} \quad \text{y} \quad \vec{A}(\vec{r}, t) = \hat{e}_{y'} e^{i(\vec{p} \cdot \vec{r} - \omega t)}$$

con  $\vec{p} = \omega \vec{k}$  y  $|\vec{k}| = 1$  siendo los versores  $\hat{e}_{x'}$  y  $\hat{e}_{y'}$  los que caracterizan la dirección de polarización lineal, ortogonales entre si ( $\hat{e}_{x'} \cdot \hat{e}_{y'} = 0$ ) y perpendiculares a la dirección  $\vec{k}$  tales que  $\vec{k} = \hat{e}_{x'} \times \hat{e}_{y'}$ .

Ambas soluciones son linealmente independientes y tienen frecuencia  $\omega = |\vec{p}|$  y están expresadas en un sistema de coordenadas cartesianas. La superposición de las dos soluciones linealmente polarizadas son también solución, para lo cual introducimos los versores de polarización circular:

$$\hat{e}_{\pm 1} = \mp \frac{\hat{e}_{x'} \pm i \hat{e}_{y'}}{\sqrt{2}}$$

Las dos soluciones de onda plana linealmente independientes polarizadas circularmente pueden escribirse como:

$$\vec{A}_{\vec{p}\tau}(\vec{r}, t) = C \hat{e}_{\tau} e^{i(\vec{p} \cdot \vec{r} - \omega t)} \quad ; \quad \tau = \pm 1$$

el subíndice  $\tau = \pm 1$  es la helicidad de la onda plana con polarización circular,  $\tau = 1$  corresponde a polarización circular derecha y  $\tau = -1$  a izquierda.

La cuantificación se realiza en una caja cuadrada de longitud  $L$ , y de la condición de contorno periódica  $\vec{A}(x+L, y+L, z+L, t) = \vec{A}(x, y, z, t)$  se obtienen los siguientes autovalores de  $\vec{p}$ :

$$\vec{p} = \frac{L}{2\pi} (n_x, n_y, n_z)$$

siendo  $n_x, n_y, n_z$  enteros positivos y  $\omega = |\vec{p}| = \frac{L}{2\pi} \sqrt{n_x^2 + n_y^2 + n_z^2}$

La solución de onda plana es normalizada en tal forma que  $\vec{A}_{p\tau} + \vec{A}_{p\tau}^*$  representa un fotón en la caja de volumen  $L^3$  lo cuál permite obtener la constante de normalización  $C$  pues la energía del campo electromagnético debe ser igual a la energía de un fotón en la caja o sea:

$$\frac{W}{L^3} = \frac{\int_V (|\vec{E}|^2 + |\vec{H}|^2) dV}{8\pi} = C^2 \frac{\int_V [R_e \omega e^{i(\vec{p}\cdot\vec{r} - \omega t)}]^2 dV}{\pi} = \omega$$

de lo cual se obtiene finalmente:

$$\vec{A}_{p\tau}(\vec{r}, t) = \left(\frac{2\pi}{L^3 \omega}\right)^{1/2} \hat{e}_\tau e^{i(\vec{p}\cdot\vec{r} - \omega t)}$$

que representa un fotón polarizado circularmente de energía  $w$ , momento  $\vec{p} = w \vec{k}$  y helicidad  $\tau$ .

Cualquier campo vectorial  $\vec{A}(\vec{r}, t)$  puede ser desarrollado en términos de la solución de onda plana polarizada circularmente de la siguiente manera:

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = \sum_{\vec{p}, \tau} [ \vec{A}_{p\tau}(\vec{r}, t) a_{p\tau} + \vec{A}_{p\tau}^*(\vec{r}, t) a_{p\tau}^* ]$$

donde los coeficientes  $a_{p\tau}$  caracterizan completamente al campo vectorial transversal  $\vec{A}(\vec{r}, t)$  arbitrario.

### II.3. Solución de ondas esféricas de la ecuación de ondas

En el caso de la ecuación de ondas escalar se obtiene la siguiente solución:

$$\left(\nabla^2 - \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) \phi(\vec{r}, t) = 0 \implies \phi(\vec{r}, t) = \phi(\vec{r}) e^{-i\omega t}$$

donde  $\phi(\vec{r})$  cumple  $(\nabla^2 + \omega^2) \phi(\vec{r}) = 0$ , siendo  $\phi(\vec{r})$  en coordenadas esféricas  $\phi_{LM}(\vec{r}) = J_L(\omega r) Y_{LM}(\theta, \phi)$

$J_L(\omega r)$  es una función esférica de Bessel o una de las dos funciones

de Hánkel.

Luego la solución de onda esférica es:

$$\phi_{LM}(\vec{r}, t) = \left\{ \begin{array}{l} J_L(\omega r) \\ h_L^{1,2}(\omega r) \end{array} \right\} Y_{LM}(\hat{r}) e^{-i\omega t}$$

Debemos ahora obtener la solución vectorial  $\vec{A}(\vec{r}, t)$  correspondiente a la función escalar  $\phi(\vec{r}, t)$ , ésto se logra a través de la aplicación de operaciones vectoriales diferenciales sobre los  $\phi_{LM}(\vec{r}, t)$ . El operador L momento angular orbital está dado por :

$$\vec{L} = -i \vec{r} \times \vec{\nabla} \text{ con las siguientes propiedades:}$$

$$L^2 Y_{LM}(\theta, \phi) = L(L+1) Y_{LM}(\theta, \phi) \quad L = 0, 1, 2$$

$$L_z Y_{LM}(\theta, \phi) = M Y_{LM}(\theta, \phi) \quad M = 0, \pm 1, \dots \pm L$$

$$L_{\pm} Y_{LM}(\theta, \phi) = (L_{\pm} \pm i L_y) Y_{LM}(\theta, \phi) = \sqrt{(L \mp M)(L \pm M + 1)} Y_{LM \pm 1}(\theta, \phi)$$

$$\text{y el operador L conmuta con el } \nabla^2 = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \frac{\partial}{\partial r}) - \frac{\vec{L}^2}{r^2}$$

igual que  $\vec{\nabla} \times \vec{L}$  o sea que  $\vec{L} \phi_{LM}(\vec{r}, t)$  y  $(\vec{\nabla} \times \vec{L}) \phi_{LM}(\vec{r}, t)$  son soluciones de la ecuación de ondas vectorial de carácter transversal.

Las soluciones multipolares o esféricas de carácter eléctrico y magnético transversal son definidas por:

$$\vec{A}_{LM}^{(m)}(\vec{r}, t) = \frac{1}{\sqrt{L(L+1)}} \vec{L} \phi_{LM}(\vec{r}) e^{-i\omega t}$$

$$\vec{A}_{LM}^{(e)}(\vec{r}, t) = \frac{1}{\omega \sqrt{L(L+1)}} (\vec{\nabla} \times \vec{L}) \phi_{LM}(\vec{r}) e^{-i\omega t}$$

siendo

$$\phi_{LM}(\vec{r}) = \left\{ \begin{array}{l} J_L(\omega r) \\ h_L^{1,2}(\omega r) \end{array} \right\} Y_{LM}(\theta, \phi)$$

Los dos campos vectoriales difieren en sus propiedades de paridad, pues:

$$P Y_{LM}(\theta, \phi) = Y_{LM}(\pi - \theta, \phi + \pi) = (-1)^L Y_{LM}(\theta, \phi)$$

$$P \vec{L} P^{-1} = \vec{L}$$

$$P \vec{V} P^{-1} = -\vec{V}$$

obteniéndose que las paridades de los campos multipolares son:

$$\pi = (-1)^L \text{ para campos multipolares magnéticos}$$

$$\pi = (-1)^{L+1} \text{ para campos multipolares eléctricos}$$

La solución multipolar saliente  $A_{LM}^{\pi}(\vec{r}, t)$  representa una onda esférica que se lleva L unidades de momento angular por unidad de tiempo con componente z igual a M.

En lugar de usar los operadores diferenciales se puede utilizar funciones vectoriales explícitas, para este propósito se definen los armónicos esféricos vectoriales:

$$\vec{Y}_{\ell JM}(\vec{r}) = \sum_{m\tau} \langle \ell m 1 \tau | JM \rangle Y_{\ell m}(\vec{r}) \hat{e}_{\tau}$$

$$\text{con } \hat{e}_0 = \hat{e}_z; \hat{e}_{\pm 1} = \mp (\hat{e}_x \pm i \hat{e}_y)$$

con las siguientes propiedades:

$$\vec{Y}_{\ell JM}^*(\hat{r}) = (-1)^{\ell - J + 1 + M} \vec{Y}_{\ell J - M}(\hat{r})$$

$$\int \vec{Y}_{\ell JM} \vec{Y}_{\ell' J' M'} d\Omega = \delta_{\ell \ell'} \delta_{JJ'} \delta_{MM'}$$

siendo los armónicos esféricos vectoriales tensores esféricos de rango J, es decir que cuando se rota el sistema de coordenadas  $S(xyz) \rightarrow S'(x'y'z')$  se transforman como:

$$\vec{Y}_{\ell JM'}(\vec{r}') = \sum_M \vec{Y}_{\ell JM}(\vec{r}) D_{MM'}^J(S \rightarrow S')$$

se puede demostrar que:

$$\vec{L} Y_{\ell m}(\hat{r}) = \sqrt{\ell(\ell+1)} \vec{Y}_{\ell \ell m}(\hat{r})$$

y una expresión un poco más complicada para:

$$(\vec{\nabla} \times \vec{L}) f_L(\omega r) Y_{\ell m}(\hat{r})$$

Los campos multipolares pueden ser escritos ahora como:

$$\vec{A}_{LM}^{(m)}(\vec{r}, t) = f_L(\omega r) \vec{Y}_{LLM}(\hat{r}) e^{-i\omega t}$$

$$\vec{A}_{LM}^{(e)}(\vec{r}, t) = \left\{ -i \left( \frac{L}{2L+1} \right)^{1/2} f_{L+1}(\omega r) \vec{Y}_{L+1, L, M}(\hat{r}) + i \left( \frac{L+1}{2L+1} \right)^{1/2} f_{L-1}(\omega r) \vec{Y}_{L-1, L-1, M}(\hat{r}) \right\} e^{-i\omega t}$$

con las siguientes propiedades de transformación bajo una rotación del sistema de coordenadas  $S(xyz)$  en  $S'(x'y'z')$ :

$$\vec{A}_{LM'}^{(\pi)}(\vec{r}', t) = \sum_M \vec{A}_{LM}^{(\pi)}(\vec{r}, t) D_{MM'}^L(S \rightarrow S')$$

y además son ortogonales frente a una integración sobre todos los ángulos

$$\int \vec{A}_{LM}^{(\pi)*}(\vec{r}) \vec{A}_{L'M'}^{(\pi')}(\vec{r}) d\Omega = C(\vec{r}) \delta_{LL'} \delta_{MM'} \delta_{\pi\pi'}$$

donde la constante de normalización  $C(\vec{r})$  depende del valor de  $r$ .

Finalmente mediante un simple cálculo se puede demostrar que la solución de onda plana en una dirección de propagación  $\hat{e}_z$ , se puede expresar en términos de la solución de ondas esféricas de la siguiente manera:

$$\vec{A}_{e_z \tau}(\vec{r}, t) = \hat{e}_\tau e^{i\omega(e'_z \vec{r} - t)} = -\sqrt{2\pi} \sum_L i^L (2L+1)^{1/2} \left( \vec{A}_{L\tau}^{(e)}(\vec{r}, t) + \tau \vec{A}_{L\tau}^{(m)}(\vec{r}, t) \right)$$

si definimos  $\Lambda(e) = 0$  para multipolos eléctricos y  $\Lambda(m) = 1$  para multipolos magnéticos la serie se puede expresar en una forma más compacta:

$$\vec{A}_{\mathbf{e}_{z'\tau}}(\vec{r}, t) = - \sqrt{2\pi} \sum_{L, \pi} i^L (2L + 1) \tau^{\Lambda(\pi)} A_{L\tau}^{\pi}(\vec{r}, t)$$

La expresión de una onda plana que avanza en una dirección arbitraria  $\mathbf{k}$  se obtiene teniendo en cuenta las propiedades rotacionales de  $A_{LM}^{\pi}(\vec{r}, t)$

$$\vec{A}_{\mathbf{p}\tau}(\vec{r}, t) = \hat{\mathbf{e}}_z e^{i(\vec{p} \cdot \vec{r} - \omega t)} = - \sqrt{2\pi} \sum_{LM\pi} i^L (2L+1)^{1/2} \tau^{\Lambda(\pi)} A_{LM}^{\pi}(\vec{r}, t) D_{M\tau}^{L*}(\hat{\mathbf{e}}_z \rightarrow \hat{\mathbf{k}})$$

La solución de ondas planas  $\vec{A}_{\mathbf{p}\tau} + \vec{A}_{\mathbf{p}\tau}^*$  representa un fotón de energía  $\omega$  en la caja de cuantificación de longitud  $L$  momento  $\vec{p}$  y helicidad  $\tau$ , soluciones con  $\tau = 0$  no son posibles por la condición de transversalidad.

$\tau$  es la proyección del momento angular  $\vec{J}$  del campo sobre la dirección de propagación  $\hat{\mathbf{k}}$ , los dos valores de helicidad  $\tau = +1$  y  $\tau = -1$  corresponden a las dos proyecciones del spin del fotón. La solución multipolar debidamente normalizada dentro de una esfera de radio  $R$  representa un campo electromagnético que corresponde a un fotón con energía  $\omega$ , momento angular  $J^2 = L(L+1)$  y proyección  $J_z = M$  sobre el eje  $z$ .

#### II.4. Interacción de un campo electromagnético con un sistema material. Probabilidad de transición.

En el caso de un campo electromagnético interactuando con un sistema material el hamiltoniano total se puede escribir como:

$$H = H_{\text{rad}} + H_{\text{mat}} + H_{\text{int}}$$

siendo  $H_{\text{mat}}$  el hamiltoniano de los núcleos y  $H_{\text{int}}$  el que describe dicha interacción.

Si representamos por  $|i\rangle$  y  $|f\rangle$  los estados inicial y final del sistema material la probabilidad de una transición entre ambos estados es inducida por  $H_{\text{int}}$  y está caracterizada por el operador:

$$H_{\text{int}} = - \int \vec{J}(\vec{r}) \cdot \vec{A}(\vec{r}, t) d\mathbf{v}'$$

siendo

$$\vec{J}(\vec{r}') = \frac{e}{m} \vec{p}$$

La probabilidad de emisión en el ángulo sólido  $d\Omega$  de un fotón con momento  $\vec{p}$  y helicidad  $\tau$  desde un estado inicial  $|i\rangle |0\rangle$  a un estado final  $|f\rangle |1_{\vec{p}\tau}\rangle$  está caracterizado por el elemento de matriz:

$$\langle 1_{\vec{p}\tau}, f | H_{\text{int}} | i, 0 \rangle = \langle 1_{\vec{p}\tau} | a_{\vec{p}\tau}^\dagger | 0 \rangle \left\langle f | \vec{J}(\vec{r}') | i \right\rangle \vec{A}_{\vec{p}\tau}^*(\vec{r}') e^{-i\omega t} d\mathbf{v}'$$

El elemento de matriz  $\langle 1_{\vec{p}\tau} | a_{\vec{p}\tau}^\dagger | 0 \rangle = 1$  y la probabilidad de transición por unidad de tiempo está dada por:

$$T(\vec{k})_{i \rightarrow f} = 2\pi \left| \langle 1_{\vec{p}\tau}, f | H_{\text{int}} | i, 0 \rangle \right|^2 \frac{d\mathbf{n}}{d\omega}$$

será

$$T(\vec{k})_{i \rightarrow f} d\Omega = \frac{L^3 \omega^2 d\Omega}{(2\pi)^2} \left| \langle f | \vec{J}(\vec{r}') | i \rangle \vec{A}_{\vec{p}\tau}^*(\vec{r}') d\mathbf{v}' \right|^2$$

o bien

$$T(\vec{k})_{i \rightarrow f} d\Omega = \frac{\omega}{2\pi} \left| \langle f | \vec{J}(\vec{r}') | i \rangle \hat{e}_{\vec{p}\tau}^* e^{-\vec{p} \cdot \vec{r}'} d\mathbf{v}' \right|^2 d\Omega$$

Si utilizamos el desarrollo multipolar de la onda plana:

$$\int \vec{J}(\vec{r}') \hat{e}_{\vec{p}\tau}^* e^{-i\vec{p} \cdot \vec{r}'} d\mathbf{v}' = - \sum_{LM\pi} \sqrt{2\pi} (2L+1)^{1/2} i^{-L} \tau^L A_{M\tau}^L(\hat{e}_{\vec{z}} \cdot \vec{k}) \left( \vec{J}(\vec{r}') \cdot (-1)^{M+1} A_{L-M}^{M*}(\vec{r}') d\mathbf{v}' \right)$$

esta última integral de operadores contiene toda la información acerca del sistema radiante y es proporcional a los operadores multipolares eléctricos y magnéticos que se definen por:

$$M (ML,M) = - i \frac{(2L+1)!!}{\omega^L(L+1)} \left[ L(L+1) \right]^{1/2} \int \vec{J}(\vec{r}') \cdot \vec{A}_{LM}^{(m)}(\vec{r}') d\mathbf{v}'$$

$$M (EL,M) = \frac{(2L+1)!!}{\omega^L(L+1)} \left[ L(L+1) \right]^{1/2} \int \vec{J}(\vec{r}') \cdot \vec{A}_{LM}^{(e)}(\vec{r}') d\mathbf{v}'$$

que son tensores de rango L y paridad  $(-1)^{L+\Lambda(\pi)}$ .

En el límite de longitudes de onda largas o sea  $\omega R \ll L$  o  $\lambda_L \gg R$  siendo R la dimensión lineal del sistema radiante se pueden aproximar las funciones de Bessel, en esta aproximación que es válida hasta unos pocos MeV los momentos multipolares pueden ser expresados en la forma:

$$M (ML,M) = \frac{-i}{(L+1)} \int \vec{J}(\vec{r}') \cdot \vec{L} \hat{r}'^L Y_{LM}(\hat{r}') d\mathbf{v}'$$

$$M (EL,M) = \frac{1}{\omega(L+1)} \int \vec{J}(\vec{r}') \cdot \vec{\nabla} \times \vec{L} r'^L Y_{LM}(\hat{r}') d\mathbf{v}'$$

y la integral de operadores se puede expresar como:

$$\int \vec{J}(\vec{r}') \cdot \hat{e}_\tau^* e^{-i\vec{p} \cdot \vec{r}'} d\mathbf{v}' = -\sqrt{2\pi} \sum_{LM} \frac{(2L+1)^{1/2} (-i\omega)^L}{(2L+1)!!} \left( \frac{L+1}{L} \right)^{1/2} D_{M\tau}^L(\hat{e}_z \hat{r}' \rightarrow \mathbf{k}).$$

$$.[ M^\dagger(EL,M) - i \tau M^\dagger(ML,M) ]$$

Para el cálculo de la probabilidad total hacemos uso del teorema de Wigner Eckart:

$$\langle J_f^{m_f} | T_{LM} | J_i^{m_i} \rangle = (-1)^{J_f - m_f} \begin{pmatrix} J_f & L & J_{fi} \\ -m_f & M & m_i \end{pmatrix} \langle J_f || T_L || J_i \rangle$$

el cuál define el elemento de matriz reducido  $\langle J_f || T_L || J_i \rangle$  del operador tensorial que es un número.

Debido a la definición del 3-j:

$$\begin{pmatrix} J_1 & J_2 & J_3 \\ m_1 & m_2 & m_3 \end{pmatrix} = \frac{(-1)^{J_1 - J_2 - m_3}}{(2J_3 + 1)^{1/2}} \langle J_1 m_1 J_2 m_2 | J_3 - m_3 \rangle$$

el teorema de Wigner Eckart involucra la siguiente regla de selección del momento angular a través de las propiedades de los símbolos 3-j:

$$\begin{aligned} |J_i - J_f| \leq L \leq J_i + J_f \\ m_f = M + m_i. \end{aligned}$$

Podemos ahora calcular la probabilidad de transición en término de los elementos de matriz reducido de los operadores multipolares suponiendo que los estados inicial y final involucrados en la transición son autoestados del operador momento angular  $J$  que serán denominados por  $|J_i m_i\rangle$  y  $|J_f m_f\rangle$  respectivamente. En primera instancia debemos calcular el siguiente elemento de matriz:

$$\langle J_f m_f | \vec{J}(\vec{r}') \hat{e}_\tau^* e^{-i\vec{p} \cdot \vec{r}} | J_i m_i \rangle$$

para lo cual usamos el teorema de Wigner Eckart obteniendo:

$$\begin{aligned} \langle J_f m_f | \vec{J}(\vec{r}') \hat{e}_\tau^* e^{i\vec{p} \cdot \vec{r}} d\vec{v}' | J_i m_i \rangle = -\sqrt{2\pi} \sum_{LM} \frac{(2L+1)^{1/2}}{(2L+1)!!} (-i\omega)^L \left(\frac{L+1}{L}\right)^{1/2} \\ D_{M\tau}^L(\hat{e}_z \rightarrow \vec{k}) (-1)^{J_f - m_f} \begin{pmatrix} J_f & L & J_i \\ -m_f & M & m_i \end{pmatrix} (-1)^{M+1} (\langle J_f || M(EL) || J_i \rangle + \\ + i\tau \langle J_f || M(ML) || J_i \rangle) \end{aligned}$$

y la probabilidad de transición para un fotón emitido con momento  $\vec{p}$  en el ángulo sólido  $d\Omega$  con helicidad  $\tau$  es:

$$\begin{aligned}
 T(\vec{k})_{J_i m_i \rightarrow J_f m_f} d\Omega &= \frac{\omega}{2\pi} \left| \left\langle J_f m_f \left| \vec{J}(\vec{r}') \right| J_i m_i \right\rangle \hat{e}_\tau^* e^{-i\vec{p} \cdot \vec{r}'_{dv'}} \right|^2 d\Omega = \\
 &= \sum_{LL'} \frac{\omega^{L+L'+1}}{(2L+1)!!(2L'+1)!!} \left[ \frac{(2L+1)(2L'+1)(L'+1)L+1}{L \cdot L'} \right]^{1/2} D_{M\tau}^L(\hat{e}_z \rightarrow \vec{k}) D_{M\tau}^{L'*}(\hat{e}_z \rightarrow \vec{k}) \\
 &\begin{pmatrix} J_f & L & J_i \\ -m_f & M & m_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_f & L' & J_i \\ -m_f & -M & m_i \end{pmatrix} \left[ \langle J_f || M(EL) || J_i \rangle + i\tau \langle J_f || M(ML) || J_i \rangle \right] \cdot \\
 &\cdot \left[ \langle J_f || M(EL) || J_i \rangle^* - i\tau \langle J_f || M(ML) || J_i \rangle^* \right] d\Omega
 \end{aligned}$$

Consideremos el caso de una fuente de radiación no orientada o bien orientada al azar y de un estado final el cual no es observado, matemáticamente esta situación es descripta promediando sobre los estados iniciales  $m_i$  y sumando sobre los estados finales  $m_f$  y utilizando las relaciones de ortogonalidad de los 3-j y la unitaridad de las matrices D se obtiene para la probabilidad de transición total:

$$\begin{aligned}
 T_{J_i \rightarrow J_f}(\vec{k})_\tau d\Omega &= \frac{1}{(2J_i+1)} \sum_L \frac{\omega^{2L+1}}{[(2L+1)!!]^2} \left(\frac{L+1}{L}\right) \left| \langle J_f || M(EL) || J_i \rangle + \right. \\
 &\quad \left. + i\tau \langle J_f || M(ML) || J_i \rangle \right|^2 d\Omega
 \end{aligned}$$

la cual muestra que la radiación electromagnética emitida es isotrópica y la dependencia con la energía está dada por  $\omega^{2L+1}$  y se observa que no hay interferencia entre radiaciones de diferentes multipolaridades ya sea de tipo eléctrico o magnético.

Si la polarización de la radiación no es observada debemos sumar sobre  $\tau = \pm 1$  con lo cual la probabilidad de transición se reduce a:

$$\begin{aligned}
 R_{J_i \rightarrow J_f}(\vec{k}) d\Omega &= \frac{1}{(2J_i+1)} \sum_L \frac{\omega^{2L+1}}{[(2L+1)!!]^2} \left(\frac{L+1}{L}\right) \left[ \left| \langle J_f || M(EL) || J_i \rangle \right|^2 + \right. \\
 &\quad \left. + \left| \langle J_f || M(ML) || J_i \rangle \right|^2 \right]
 \end{aligned}$$

es decir que no hay interferencia entre la radiación multipolar eléc-

trica y magnética.

La probabilidad de transición total se obtiene integrando la expresión anterior sobre todo el ángulo sólido resultando igual a:

$$T_{J_i \rightarrow J_f} = \frac{8\pi}{2J_i+1} \sum_{L\pi} \frac{\omega^{2L+1}}{[(2L+1)!!]^2} = \frac{L+1}{L} |\langle J_f || M(\pi L) || J_i \rangle|^2.$$

Se definen las amplitudes de transición absolutas de tal forma que la probabilidad de transición total queda expresada como :

$$T_{J_i \rightarrow J_f} = \sum_{L\pi} |\gamma(\pi L, J_i \rightarrow J_f)|^2$$

o sea :

$$\gamma(\pi L, J_i \rightarrow J_f) = i^{L-\Lambda(\pi)} \left[ \frac{8\pi\omega^{2L+1}(L+1)}{(2L+1)!! L(2J_i+1)} \right]^{1/2} \langle J_f || M(\pi L) || J_i \rangle$$

y el cociente de mezcla multipolar  $\delta\left(\frac{\pi L}{\pi' L'}\right)$  se lo define como el cociente de dos amplitudes de transición absolutas :

$$\delta\left(\frac{\pi L}{\pi' L'}\right) = \frac{\gamma(\pi L, J_i \rightarrow J_f)}{\gamma(\pi' L', J_i \rightarrow J_f)}$$

el cual es un número real.

Y en término de la probabilidad de transición reducida :

$$B(\pi L, J_i \rightarrow J_f) = \frac{|\langle J_f || M(\pi L) || J_i \rangle|^2}{2I_i + 1}$$

con la siguiente propiedad :

$$B(\pi L, J_i \rightarrow J_f) = \frac{2J_f + 1}{2J_i + 1} B(\pi L, J_f \rightarrow J_i)$$

la probabilidad de transición total se puede expresar cómo :

$$T_{J_i \rightarrow J_f} = \sum_{L\pi} \frac{8\pi\omega^{2L+1}}{(2L+1)!!^2} = \left(\frac{L+1}{L}\right) B(\pi L, J_i \rightarrow J_f)$$

La probabilidad de transición reducida  $B(\pi L, J_i \rightarrow J_f)$  depende sólo de la estructura radiante.

Finalmente, podemos considerar brevemente la regla de selección de la paridad. Los números cuánticos del momento angular que describen los estados nucleares, están basados en la invariancia de la descripción de un sistema físico bajo rotaciones y reflejan la generalmente aceptada isotropía del espacio tridimensional, es decir que los números cuánticos  $I$  y  $m$  de un estado nuclear discreto son considerados perfectos y como resultado la regla de selección :

$$|I_i - I_f| \leq L \leq I_i + I_f$$

$$M = m_i - m_f$$

es estrictamente correcta.

En el caso de un cuanto gamma observado en la dirección  $z$  con polarización circular o helicidad  $\tau$  entonces  $M = \tau$  y  $m_f - m_i = \tau = \pm 1$ , lo cual representa el hecho de que el fotón tiene un spin intrínseco de 1 que no puede existir con la proyección  $\tau = 0$ , debido al caracter transversal de la radiación electromagnética es decir que la transición  $m_i - m_f = 0$  no puede existir. En la mayoría de las observaciones, fuentes no polarizadas son usadas y las dos componentes de la helicidad  $\tau = \pm 1$  tienen la misma probabilidad de transición y como consecuencia la radiación gamma es no polarizada. Con respecto a la paridad no existe la misma certeza que con respecto a la invariancia rotacional debido a la violación de la paridad en las interacciones débiles, sin embargo se la puede considerar un buen número cuántico en todas las transiciones gamma. Los operadores multipolares electromagnéticos tienen bien definida paridad  $\pi$  :

$$P M(\pi L, M) P^{-1} = \pi M(\pi L, M)$$

dónde

$$\bar{\pi} = (-1)^{L+\Lambda(e)}$$

o sea que los elementos de matriz

$$\langle \pi_f I_f m_f | M(\pi L, M) | \pi_i I_i m_i \rangle$$

son distintos de cero si :

$$\pi_i \pi_f = (-1)^{L+\Lambda(e)}$$

siendo  $\pi_i$  y  $\pi_f$  las paridades de los estados nucleares inicial y final.

Para transiciones multipolares magnéticas la regla de selección de la paridad es :

$$\pi_i \pi_f = (-1)^{L+1}$$

y para transiciones multipolares eléctricas :

$$\pi_i \pi_f = (-1)^L$$

## II.5. Planteo de la interacción entre un núcleo, un electrón libre y el campo de radiación

El hamiltoniano del núcleo, un electrón, el campo de radiación libre y la interacción entre electrón y núcleo es :

$$H = H_N + H_e + H_{\text{rad}} + H_{\text{int}}^{(N)} + H_{\text{int}}^{(e)}$$

Podemos describir el campo de radiación y su interacción con las fuentes por el potencial vectorial  $\vec{A}$  en la medida solenoidal  $\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0$  y  $\phi = 0$ , lo cual nos restringe a la parte transversal del campo electromagnético y la interacción estática retardada debe ser agregada en forma separada.

La parte de interacción se puede escribir en las unidades  $m=c=\hbar=1$  de la siguiente forma :

$$H' = \int dV \left[ \vec{J}_N(\vec{r}) + \vec{J}_e(\vec{r}) \right] \cdot \vec{A}(\vec{r}) + \iint dV_N dV_e \frac{\rho_N(\vec{r}_N) \rho_e(\vec{r}_e)}{|\vec{r}_N - \vec{r}_e|} - \\ - V_o(\vec{r}_e) = H_1 + H_2$$

donde los operadores  $\vec{J}(\vec{r})$  y  $\rho(\vec{r})$  son los correspondientes a corriente y carga para el núcleo y electrón respectivamente.

El primer término representa la interacción entre núcleo y electrón con el campo de radiación libre, el segundo término describe la interacción estática entre las dos distribuciones de carga. El potencial vectorial  $\vec{A}(\vec{r})$  del campo de radiación libre se puede desarrollar en término de los campos multipolares eléctricos y magnéticos, dentro de una gran esfera de radio R de la siguiente manera :

$$\vec{A}(\vec{r}) = \sum_{k'LM} \left[ a_{LM}^{(e)}(k') \vec{A}_{LM}^{(E)}(k';\vec{r}) + a_{LM}^{(m)} \vec{A}_{LM}^{(m)}(k';\vec{r}) \right] \left( \frac{4\pi k'}{R} \right)^{1/2}$$

siendo :

$$\vec{A}_{LM}^{(m)}(k',\vec{r}) = i^L J_L(k'r) \vec{Y}_{LLM}(\theta,\phi)$$

$$\vec{A}_{LM}^{(e)}(k',\vec{r}) = i^{L+1} \left[ \frac{L}{2L+1} J_{L+1}(k'r) \vec{Y}_{L,L+1,M}^{(\theta,\phi)} - \left( \frac{L+1}{2L+1} \right)^{1/2} J_{L-1}(k'r) \vec{Y}_{L,L-1,M}(\theta,\phi) \right]$$

donde

$$\vec{Y}_{LLM} = \frac{1}{\sqrt{L(L+1)}} \vec{L} Y_{LM} = \frac{-i}{\sqrt{L(L+1)}} (\vec{r} \times \vec{\nabla}) Y_{LM}$$

$$\vec{\nabla} \times f(\vec{r}) \vec{Y}_{LLM}(\theta, \phi) = i \left( \frac{d}{dr} - \frac{L}{r} \right) f(r) \left( \frac{L}{2L+1} \right)^{1/2} \vec{Y}_{L, L+1, M} +$$

$$+ i \left( \frac{d}{dr} + \frac{L+1}{r} \right) f(r) \left( \frac{L+1}{2L+1} \right)^{1/2} Y_{L, L-1, M}$$

luego:

$$A_{LM}^{(m)}(k', \vec{r}) = i^L J_L(k', r) Y_{LLM}(\theta, \phi) = \frac{\vec{L}}{\sqrt{L(L+1)}} J_L(k'r) i^L Y_{LM}(\theta, \phi)$$

$$A_{LM}^{(e)}(k', \vec{r}) = -\frac{i^L}{k'} \vec{\nabla} \times (J_L(k'r) \vec{Y}_{LLM}) = -\frac{1}{k'} \frac{\vec{\nabla} \times \vec{L}}{\sqrt{L(L+1)}} J_L(k'r) Y_{LM}(\theta, \phi) \hbar^L$$

Consideramos a continuación a  $H'$  como una perturbación que induce transiciones desde el estado inicial  $|i\rangle = |a_i I_i m_i a_o x_o m_o\rangle$  del núcleo  $|a_i I_i m_i\rangle$  y del electrón ligado  $|a_o x_o m_o\rangle$  al estado final  $|f\rangle = |a_f I_f m_f, a_e x_e m_e\rangle$  del núcleo  $|a_f I_f m_f\rangle$  y del electrón en el continuo  $|a_e x_e m_e\rangle$  donde el símbolo  $a$  representa los números cuánticos que sean necesarios para especificar el estado además de los del momento angular. La energía transferida del núcleo al electrón está dada por  $k = E_N^{(i)} - E_N^{(f)}$  en unidades  $m=c=\hbar=1$ .

El elemento de matriz de la transición de la parte no retardada del hamiltoniano de interacción se puede calcular por teoría de perturbación de primer orden :

$$\langle f | H_2 | i \rangle = \langle a_f I_f m_f a_e x_e m_e | \frac{\rho_N(\vec{r}_N) \rho_e(\vec{r}_e)}{|\vec{r}_N - \vec{r}_e|} - V_o(r_e) | a_i I_i m_i a_o x_o m_o \rangle$$

El elemento de matriz de la interacción retardada campo  $\longleftrightarrow$  corriente se puede calcular sobre la base de teoría de perturbación de segundo orden correspondiendo a la emisión de un fotón virtual por el núcleo y reabsorción del fotón por el electrón, o sea:

$$\langle f | H_1 | i \rangle = \sum_{k' \neq LM} \left[ \frac{\langle a_{f f f}^{I m_f} | \vec{J}_{N \vec{A}_{LM}}^{(\Pi)*} | a_{i i i}^{I m_i} \rangle \langle a_{e e e}^{x m_e} | \vec{J}_{e \vec{A}_{LM}}^{(\Pi)} | a_{o o o}^{x m_o} \rangle + \right. \\ \left. + \frac{\langle a_{f f f}^{I m_f} | \vec{J}_{N \vec{A}_{LM}}^{(\Pi)*} | a_{i i i}^{I m_i} \rangle \langle a_{e e e}^{x m_e} | \vec{J}_{e \vec{A}_{LM}}^{(\Pi)} | a_{o o o}^{x m_o} \rangle \right] \frac{4\pi k'}{R} \\ (k - k') \\ (k' + k)$$

Los términos son de la forma :

$$\frac{4\pi k'}{R} \left( \frac{b}{k' - k} + \frac{b}{k' + k} \right) = \frac{4\pi k'}{R} \cdot \frac{2k'b}{k'^2 - k^2}$$

y reemplazando la suma sobre  $k'$  por una integral  $\sum_{k'} \rightarrow \int dk' \frac{R}{\pi}$

utilizando además las expresiones  $\vec{A}_{LM}^{(\Pi)}(k', \vec{r})$  debemos calcular las siguientes integrales en  $k'$ :

$$\int_0^{\infty} \frac{k'^2}{k'^2 - k^2} J_L(k' r_N) J_L(k' r_e) dk' = i \frac{\pi k}{2} J_L(k r_<) h_L^{(1)}(k r_>) \text{ para}$$

$$A_{LM}^{(m)}(k', \vec{r})$$

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{k'^2 - k^2} = J_L(k' r_N) J_L(k' r_e) dk' = \frac{i \pi}{2 k} J_L(k r_<) h_L^{(1)}(k r_>) - \\ - \frac{\pi}{2k} \frac{r_<^L r_>^{-L-1}}{2 L+1} \text{ para}$$

$$\vec{A}_{LM}^{(e)}(k', \vec{r})$$

con la siguiente convención

$$r_< = r_N \quad r_> = r_e \quad \text{para} \quad r_N \leq r_e \quad \circ$$

$$r_< = r_e \quad r_> = r_N \quad \text{para} \quad r_e \leq r_N$$

## II.6. Elemento de matriz correspondiente a la interacción multipolar magnética

La parte del elemento de matriz correspondiente a la interacción multipolar magnética puede ser escrita en la forma :

$$\langle f | H_{LM}^{(m)} | i \rangle = \frac{4\pi ik}{L(L+1)} \iint dV_N dV_e \vec{I}_N \vec{I}_N \vec{I}_e \vec{L}_e \left[ J_L(kr_{<}) (i^L Y_{LM}(\theta_N, \phi_N))^* \cdot (i^L Y_{LM}(\theta_e, \phi_e)) h_L^{(1)}(kr_{>}) \right]$$

donde la corriente nuclear  $\vec{I}_N$  está dada por

$$\vec{I}_N = \psi_{a_f I_f m_f}^\dagger(\vec{r}_N) \vec{J}_N \psi_{a_i I_i m_i}(\vec{r}_N) \text{ y la corriente electrónica } \vec{I}_e$$

por

$$\vec{I}_e = \phi_{a_e x_e m_e}^\dagger(\vec{r}_e) \vec{J}_e \phi_{a_o x_o m_o}(\vec{r}_e) = -e \phi_{a_e x_e m_e}(\vec{r}_e) \vec{\alpha} \phi_{a_o x_o m_o}(\vec{r}_e)$$

siendo  $\vec{\alpha}$  el operador velocidad de Dirac.

El elemento de matriz  $\langle f | H_{LM}^{(m)} | i \rangle$  puede dividirse en dos términos, uno correspondiente al electrón fuera del núcleo  $r_e \geq r_N$  y uno correspondiente al electrón dentro del núcleo  $r_e \leq r_N$  :

$$\begin{aligned} \langle f | H_{LM}^{(m)} | i \rangle &= \frac{4\pi ik}{L(L+1)} \int_0^\infty dV_N \vec{I}_N \vec{L} J_L(kr_N) (i^L Y_{LM}(\theta_N, \phi_N))^* \int_0^\infty dV_e \vec{I}_e \vec{L} h_L^{(1)}(kr_e) \cdot i^L Y_{LM}(\theta_e, \phi_e) - \\ &- \int_0^\infty dV_N \vec{I}_N \vec{L} f_L(kr_N) i^L Y_{LM}(\theta_N, \phi_N) * \int_0^{r_N} dV_e \vec{I}_e \vec{L} h_L^{(1)}(kr_e) i^L Y_{LM}(\theta_e, \phi_e) + \\ &+ \int_0^\infty dV_N \vec{I}_N \vec{L} h_L^{(1)}(kr_N) (i^L Y_{LM}(\theta_N, \phi_N))^* * \int_0^{r_N} dV_e \vec{I}_e \vec{L} J_L(kr_e) i^L Y_{LM}(\theta_e, \phi_e) \end{aligned}$$

El primer término es un producto de dos factores, un factor nu-

clear que es el elemento de matriz de una transición gamma para el caso de una transición  $2^L$  polar magnética

$$\langle I_f m_f | H_Y(LM, m) | I_i m_i \rangle = \frac{1}{\sqrt{L(L+1)}} \int_0^\infty dv_N \vec{I}_N \vec{J}_L(kr_N) (i^L Y_{LM}(\theta_N \phi_N))^* =$$

$$\int_0^\infty dv_N \psi_{a_f I_f m_f}^*(r_N) \vec{J}_N \vec{A}_{LM}^{(m)*} \psi_{a_i I_i m_i}$$

y un elemento de matriz del electrón:

$$\langle x_e m_e | Q^{(s)}(LM; m) | x_o m_o \rangle = \frac{1}{\sqrt{L(L+1)}} \int_0^\infty dv_e \vec{I}_e \vec{h}_L^{(1)}(kr_e) i^L Y_{LM}(\theta_e \phi_e) =$$

$$- e i^L \langle x_e m_e | \vec{\alpha} \vec{Y}_{LLM}(\theta_e \phi_e) h_L^{(1)}(kr_e) | x_o m_o \rangle$$

Para el caso de un núcleo puntual sólo estos términos deben ser considerados, para núcleos finitos el efecto de penetración representado por los demás términos deben ser tomados en cuenta, y para conocerlos exactamente se necesita un conocimiento de las funciones de onda nuclear.

Se suele introducir el elemento de matriz dinámico :

$$\langle x_e m_e | Q^{(d)}(LM, m) | x_o m_o \rangle = \int_0^\infty dv_N \vec{I}_N \vec{h}_L^{(1)}(kr_N) (i^L Y_{LM}(\theta_N \phi_N))^* \cdot$$

$$\cdot \left[ \int_0^{r_N} dv_e \vec{I}_e \vec{j}_L(kr_e) i^L Y_{LM}(\theta_e \phi_e) - \frac{j_L(kr_N)}{h_L^{(1)}(kr_N)} \int_0^{r_N} dv_e \vec{I}_e \vec{h}_L^{(1)}(kr_e) \right.$$

$$\left. i^L Y_{LM}(\theta_e, \phi_e) \right] \left\{ [L(L+1)]^{1/2} \int_0^{r_N} dv_N \vec{I}_N \vec{j}_L(kr_N) (i^L Y_{LM}(\theta_N, \phi_N))^* \right\}^{-1}$$

que depende de los números cuánticos  $a_i I_i$  y  $a_f I_f$  pero es independiente de los números cuánticos magnéticos nucleares  $m_f$  y  $m_i$ . La amplitud de transición magnética puede ser escrita de la forma :

$$\langle f | H_{LM}^{(m)} | i \rangle = 4\pi i^k \langle I_f m_f | H_Y(LM;m) | I_i m_i \rangle \left[ \langle x_e m_e | Q^{(s)} | x_o m_o \rangle + \langle x_e m_e | Q^{(d)} | x_o m_o \rangle \right]$$

En el caso de núcleos puntuales y multipolos magnéticos es :

$$Q(LM;m) = Q^{(s)}(LM;m) = - e i^L h_L^{(1)}(kr_e) \vec{\alpha} \cdot \vec{Y}_{LLM}(\theta_e \phi_e)$$

El elemento de matriz estático es :

$$\begin{aligned} \langle x_e m_e | Q^{(s)} | x_o m_o \rangle = & - \frac{e}{\sqrt{L(L+1)}} \left[ \langle \phi_{x_e m_e} | \vec{\sigma}^L i^L Y_{LM} | -S_{x_e} \phi_{-x_e m_e} \rangle \right. \\ & \int_0^\infty r^2 h_L(kr) g_{x_e}(r) \phi_{x_o}(r) dr + \\ & \left. + \langle -S_{x_e} \phi_{-x_e m_e} | \vec{\sigma}^L i^L Y_{LM} | \phi_{x_o m_o} \rangle \int_0^\infty r^2 h_L(kr) g_{x_o}(r) f_{x_e}(r) dr \right] \end{aligned}$$

Finalmente hacemos uso de los elementos de matriz calculados previamente y obtenemos :

$$\begin{aligned} \langle x_e m_e | Q^{(s)} | x_o m_o \rangle = & - e (-1)^{J_e - m_e} \begin{pmatrix} J_e & L & J_o \\ -m_e & M & m_o \end{pmatrix} \langle x_e || Q^{(s)} || x_o \rangle = \\ = & (-1)^{2J_e - m_e - 1/2} i^{L - \ell_o + L - \ell(-x_e)} S_{x_e}(x_e + x_o) \\ & \left( \frac{(2L+1)(2j_e+1)(2j_o+1)}{4 \pi L(L+1)} \right) \cdot \begin{pmatrix} j_e & j_o & L \\ -1/2 & 1/2 & 0 \end{pmatrix} R_{x_e x_o}^{(m)}(L) \end{aligned}$$

donde :

$$\begin{aligned} R_{x_e x_o}^{(m)}(L) = & \int_0^\infty h_L(kr) f_{x_e}(r) g_{x_o}(r) r^2 dr + \int_0^\infty h_L(kr) f_{x_o}(r) g_{x_e}(r) r^2 dr = \\ = & R_1 + R_2 \end{aligned}$$

En el caso del elemento de matriz dinámico debemos reemplazar la integral radial  $R_{x_e x_o}^{(m)}(L, m)$  por la integral radial de penetración  $T_{x_e x_o}^{(m)}$ :

$$T_{x_e x_o}^{(m)}(L) = \frac{\int_0^\infty \vec{I}_N \vec{L}_N (i^{L Y_{LM}(\theta_N \phi_N)})^* h_L^{(1)}(kr_N) U_{x_e x_o}(r_N) dv_N}{\int_0^\infty \vec{I}_N \vec{L}_N J_L(kr_N) (i^{L Y_{LM}(\theta_N \phi_N)})^* dv_N}$$

dónde

$$U_{x_e x_o}(r_N) = \int_0^{r_N} r^2 dr J_L(kr) (f_{x_e x_o} + f_{x_o} g_{x_e}) - \frac{J_L(kr)}{h_L(kr_N)} \int_0^{r_N} r^2 dr h_L^{(1)}(kr) (f_{x_e} g_{x_o} + f_{x_e} g_{x_e})$$

De ambas expresiones para el elemento de matriz para  $Q^{(s)}$  y  $Q^{(d)}$  se deduce la expresión para el elemento de matriz reducido del operador  $Q(LM, m)$  que está dado por :

$$\begin{aligned} \langle x_e || Q(L, m) || x_o \rangle &= -e(-1)^{J_e - 1/2} i^{\ell_o + L - \ell(-x_e)} (-S_{x_e}) (x_e + x_o) \cdot \\ &\cdot \left( \frac{(2L+1)(2J_e+1)(J_o+1)}{4 \pi L(L+1)} \right)^{1/2} \begin{pmatrix} J_e & J_o & L \\ -1/2 & 1/2 & 0 \end{pmatrix} \left[ R_{x_e x_o}^{(m)}(L) + \right. \\ &\left. + T_{x_e x_o}^{(m)}(L) \right] \end{aligned}$$

Estos elementos de matriz fueron calculados y tabulados utilizando en una primera aproximación la hipótesis del núcleo puntual, que luego fueron perfeccionados para una distribución de carga nuclear finita. Sliv y Band hicieron la aproximación que  $r_N = R = \text{cte.}$ , en cuyo caso la función  $u_{x_e x_o}^{(r_N=R)}$  se transforma en una cte. y el elemento de matriz reducido dinámico puede factorizarse en un tér-

mino nuclear y un término electrónico.

II.7. Elementos de matriz correspondiente a la interacción multipolar eléctrica.

Debemos reemplazar  $A_{LM}^{(\pi)}$  por  $A_{LM}^{(e)}$  para obtener dichas contribuciones en  $\langle f | H_1 | i \rangle$  obteniendo :

$$\langle f | H_1^{(e)} | i \rangle = \frac{4\pi i}{kL(L+1)} \int \int dv_N dv_e \tilde{I}_N \left[ (\vec{\nabla} \times \vec{L}) i^{L Y_{LM}} \right]_N^* \left[ \tilde{I}(\vec{\nabla} \times \vec{L}) i^{L Y_{LM}} \right]_e J_L(kr_<) h_L^{(1)}(kr_>) -$$

$$- \frac{4\pi}{k^2 L(L+1)(2L+1)} \int \int dv_N dv_e \tilde{I}_N \left[ (\vec{\nabla} \times \vec{L}) i^{L Y_{LM}} \right]_N^* \tilde{I}(\vec{\nabla} \times \vec{L}) i^{L Y_{LM}} e^{r_<} r_>^{-L-1}$$

Podemos desarrollar el  $\vec{\nabla} \times \vec{L}$  sobre la base de la siguiente identidad:

$$\vec{\nabla} \times (\vec{r} \times \vec{\nabla}) = \vec{r}(\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla}) - \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{r}) \text{ o sea } \vec{\nabla} \times \vec{L} = \vec{\nabla} \times (-\vec{r} \times \vec{\nabla}) = -i\vec{r} \cdot \vec{\nabla}^2 + i\vec{\nabla} \left( \frac{\partial}{\partial r} \cdot \vec{r} \right)$$

donde el operador  $\vec{\nabla}^2 = \Delta$  operando sobre  $f_L^{(kr)} Y_{LM}$  con  $f_L^{(kr)} = h_L^{(1)}$  puede ser reemplazado usando el hecho que  $f_L^{(kr)} Y_{LM}$  satisface la ecuación de ondas:

$$(\Delta + k^2) f_L^{(kr)} Y_{LM} = 0$$

para  $f_L = J_L$   $f_L = h_L^{(1)}$  de donde  $-i\vec{r} \cdot \vec{\nabla}^2 \rightarrow i\vec{r} k^2$

además

$$\Delta r^\lambda Y_{LM} = 0 \quad \text{para} \quad \lambda = L \text{ y } \lambda = -(L+1)$$

Por otro lado el segundo término de  $\vec{\nabla} \times \vec{L}$  introduce el operador  $i \tilde{I}_x \vec{\nabla} \left( \frac{\partial}{\partial r} \cdot \vec{r} \right)$  con  $x = N, e$  que luego de realizar una integración par-

cial nos lleva al siguiente reemplazo:

$$i \vec{\Gamma}_x \vec{\nabla} \left( \frac{\partial}{\partial r} r \right) \longrightarrow -i (\vec{\nabla} \vec{\Gamma}_x) \frac{\partial}{\partial r} r \quad \text{con } x = N, e$$

Podemos hacer uso de la ecuación de continuidad:

$$\vec{\nabla} \vec{\Gamma}_e + ik \rho_e = 0$$

$$\vec{\nabla} \vec{\Gamma}_N - ik \rho_N = 0$$

y reemplazar las siguientes expresiones:

$$i \vec{\Gamma}_e \vec{\nabla} \left( \frac{\partial}{\partial r} r \right) \longrightarrow -k \rho_e \frac{\partial}{\partial r} r$$

$$i \vec{\Gamma}_N \vec{\nabla} \left( \frac{\partial}{\partial r} r \right) \longrightarrow +k \rho_N \frac{\partial}{\partial r} r$$

Finalmente con las siguientes definiciones:

$$\Lambda_e^{(LM)} = \frac{1}{\sqrt{L(L+1)}} \left[ i k \vec{\Gamma}_e \vec{r} \cdot \rho_e \frac{\partial}{\partial r} r \right] e^{i Y_{LM}(\theta_e, \phi_e)}$$

$$\Lambda_N^{(LM)} = \frac{1}{\sqrt{L(L+1)}} \left[ i k \vec{\Gamma}_N \vec{r} + \rho_N \frac{\partial}{\partial r} r \right] e^{i Y_{LM}(\theta_N, \phi_N)}$$

resulta:

$$\begin{aligned} \langle f | H_{1LM}^{(e)} | i \rangle &= 4\pi i k \int d\mathbf{v}_N d\mathbf{v}_e \Lambda_N^{+(LM)} \Lambda_e^{(LM)} f_L(kr_<) h_L^{(1)}(kr_>) - \frac{4\pi}{2L+1} \cdot \\ &\cdot \int d\mathbf{v}_N d\mathbf{v}_e \rho_N \rho_e e^{i Y_{LM}^*} (i Y_{LM})_e r_<^L r_>^{-L-1} \end{aligned}$$

Antes de continuar con este elemento de matriz pasamos a considerar la interacción eléctrica no retardada  $\langle f | H_2 | i \rangle$  en la cual utilizamos el siguiente desarrollo:

$$\frac{1}{|\vec{r}_e - \vec{r}_N|} = \sum_{L=0}^{\infty} r_{<}^L r_{>}^{L-1} P_L(\cos \mathfrak{A}(\vec{r}_N, \vec{r}_e)) = \sum_{L=0}^{\infty} \frac{4\pi}{2L+1} r_{<}^L r_{>}^{-L-1} \sum_{M=-L}^L (i^L Y_{LM}(\theta_N \phi_N))^* (i^L Y_{LM}(\theta_e \phi_e))$$

y podemos escribir el elemento de matriz no retardado:

$$\langle f | H_2 | i \rangle = \sum_{L=0}^{\infty} \langle f | H_{LM}^{(c)} | i \rangle - \langle f | V_0(r_e) | i \rangle$$

donde

$$\langle f | H_2^{(c)} | i \rangle = \frac{4\pi}{2L+1} \iint d\mathbf{v}_N d\mathbf{v}_e \rho_N^{\rho_e} r_{<}^L r_{>}^{-L-1} (i^L Y_{LM})_N^* (i^L Y_{LM})_e$$

Se observa que para  $L > 0$  hay términos en  $\langle f | H_2 | i \rangle$  que son opuestos al segundo término de  $\langle f | H_{1LM}^{(e)} | i \rangle$  y en la suma se cancelan uno con otro, excepto el término con  $L=0$  en  $\langle f | H_2 | i \rangle$  que subsiste debido a que la interacción es por un campo electromagnético transversal.

Podemos escribir entonces:

$$\langle f | H_{LM}^{(e)} | i \rangle = \langle f | H_{1LM}^{(e)} | i \rangle + \langle f | H_{2LM}^{(c)} | i \rangle = \langle f | H_{1LM}^{(e)} | i \rangle + \langle f | H_{L=0}^{(c)} | i \rangle$$

donde

$$\langle f | H_{1LM}^{(e)} | i \rangle = 4\pi i k \iint d\mathbf{v}_N d\mathbf{v}_e \Lambda_N^{+(LM)} \Lambda_e^{(LM)} f_L(kr_{<}) h_L^{(1)}(kr_{>})$$

y

$$\langle f | H_{L=0}^{(c)} | i \rangle = 4\pi \int_0^{\infty} d\mathbf{v}_N \int_{r_N}^{\infty} d\mathbf{v}_e \frac{\rho_N^{\rho_e}}{r_e} Y_{00}^* Y_{00} + 4\pi \int_0^{\infty} d\mathbf{v}_N \int_0^{\infty} d\mathbf{v}_e \frac{\rho_e^{\rho_N}}{r_N} Y_{00}^* Y_{00} - \langle f | V_0(r_e) | i \rangle$$

reordenando los términos queda

$$\langle f | H_{L=0}^{(c)} | i \rangle = \int_0^\infty dv_N \rho_N \int_0^{r_N} dv_e \rho_e \left( \frac{1}{r_N} - \frac{1}{r_e} \right) + \int_0^\infty dv_N \rho_N \int_0^\infty dv_e \frac{\rho_e}{r_e} - \langle f | V_0(r_e) | i \rangle$$

el segundo término es la interacción Coulombiana estática de la distribución de carga electrónica con la carga nuclear  $\int_0^\infty dv_N \rho_N = Ze$ , y se anula con  $\langle f | V_0(r_e) | i \rangle$  luego:

$$\langle f | H_{L=0}^{(c)} | i \rangle = \int_0^\infty dv_N \rho_N \int_0^{r_N} dv_e \rho_e \left( \frac{1}{r_N} - \frac{1}{r_e} \right)$$

es el elemento de matriz monopolar eléctrico E0 que es diferente de todos los otros elementos de matriz multipolares eléctricos en que no tiene parte transversal y luego no existe el correspondiente elemento de matriz de la transición gamma E0; la regla de selección de tal transición que puede producirse por conversión interna o producción de pares es  $\Delta I = 0$  incluyendo  $0 \rightarrow 0$  y sin cambio de paridad. Por la forma del elemento de matriz E0 es obvio que la interacción monopolar eléctrica es enteramente un efecto de penetración.

Finalmente el elemento de matriz multipolar eléctrico queda:

$$\begin{aligned} \langle f | H_{LM}^{(e)} | i \rangle &= 4\pi i k \int_0^\infty dv_N \Lambda_N^+(LM) J_L(kr_N) \int_0^\infty dv_e \Lambda_e(LM) h_L(kr_e) + \\ &+ 4\pi i k \int_0^\infty dv_N \Lambda_N^+(LM) h_L(kr_N) \cdot \\ &\cdot \int_0^{r_N} dv_e \Lambda_e(LM) f_L(kr_e) - 4\pi i k \int_0^\infty dv_N \Lambda_N^+(LM) J_L(kr_N) \int_0^{r_N} dv_e \Lambda_e(LM) h_L(kr_e) \end{aligned}$$

siendo el primer término el elemento de matriz de una transición

gamma 2<sup>L</sup>polar

$$\begin{aligned} \langle I_{f f}^{m_f} | H_Y(LM, e) | I_{i i}^{m_i} \rangle &= \int_0^\infty d\mathbf{v}_N \vec{I}_N \vec{A}_{LM}^{(e)*} f_L(kr_N) = - , \\ &= - \frac{1}{\sqrt{L(L+1)}} \frac{1}{k} \int_0^\infty \vec{I}_N \left[ (\nabla \times \vec{L}) J_L(kr) i^{L_Y}_{LM} \right]^* d\mathbf{v}_N \\ &= \int_0^\infty d\mathbf{v}_N \Lambda_N^+(LM) J_L(kr) \end{aligned}$$

o sea

$$\begin{aligned} \langle f | H_{LM}^{(e)} | i \rangle &= 4\pi i k \langle I_{f f}^{m_f} | H_Y(LM, e) | I_{i i}^{m_i} \rangle \left[ \langle x_{e e} | Q^{(s)} | x_{o o} \rangle + \right. \\ &\quad \left. + \langle x_{e e} | Q^{(d)} | x_{e e} \rangle \right] \end{aligned}$$

dónde

$$\langle x_{e e} | Q^{(s)}(e) | x_{o o} \rangle = \int_0^\infty d\mathbf{v}_e \Lambda_e(LM) h_L^{(1)}(kr_e)$$

y

$$\begin{aligned} \langle x_{e e} | Q^{(d)} | x_{o o} \rangle &= \left[ \int_0^\infty d\mathbf{v}_N \Lambda_N^+(LM) h_L^{(1)}(kr_N) \int_0^{r_N} d\mathbf{v}_e \Lambda_e(LM) J_L(kr_e) - \right. \\ &\quad \left. - \int_0^\infty d\mathbf{v}_N \Lambda_N^+(LM) J_L(kr_N) \cdot \right. \\ &\quad \left. \cdot \int_0^{r_N} d\mathbf{v}_e \Lambda_e(LM) h_L^{(1)} - \frac{i}{k} \int_0^\infty d\mathbf{v}_N \vec{I}_N \vec{r}_N (i^{L_Y}_{LM})^* \oint_{r_N=r_e} d\Omega \vec{I}_e \vec{r}_e i^{L_Y}_{LM} \right] \cdot \\ &\cdot \left[ \int_0^\infty d\mathbf{v}_N \Lambda_N^+(LM) J_L(kr_N) \right]^{-1} \end{aligned}$$

Siendo la dependencia angular de  $\langle f | Q^{(s)} | i \rangle$  y  $\langle f | Q^{(d)} | i \rangle$  la misma. Este último también depende de las variables nucleares pero no de los números cuánticos magnéticos  $m_f$  y  $m_i$ .

Calculamos ahora el elemento de matriz electrónico estático en término de integrales radiales para lo cual usamos que el operador  $Q^{(s)}$  tiene la forma :

$$Q_{LM}^{(s)}(LM,E) = \frac{-e}{\sqrt{L(L+1)}} \left( ik \frac{\vec{\alpha} \cdot \vec{r}}{r} - \frac{\partial}{\partial r} \right) i^L Y_{LM}$$

siendo

$$\vec{\alpha} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ \vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix} \quad y$$

$$(|x_m\rangle) = \begin{pmatrix} g_x^{(r)} \phi_{xm}(\theta, \phi) \\ f_x^{(r)} (-S_x) \phi_{-x,m}(\theta, \phi) \end{pmatrix}$$

y el operador  $\sigma_r = \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{r}}{r}$  actuando sobre  $\phi_{xm}$  da :

$$\sigma_r \phi_{xm} = -i S_x \phi_{-xm}$$

luego

$$\langle x_e m_e | Q^{(s)}(LM,E) | x_o m_o \rangle = \frac{-e}{\sqrt{L(L+1)}} \langle \phi_{x_e m_e} | i^L Y_{LM} | \phi_{x_o m_o} \rangle R_{x_e x_o}^{(E)}(L)$$

dónde

$$R_{x_e x_o}^{(E)}(L) = \int_0^\infty r^2 dr \quad kr h_L^{(1)}(kr) (f_{x_e} g_{x_o} - f_{x_o} g_{x_e}) + \int_0^\infty r^2 dr \left( \frac{\partial}{\partial r} r h_L^{(1)}(kr) \right) \cdot (f_{x_e} f_{x_o} + g_{x_e} g_{x_o})$$

que se puede poner de la forma:

$$\begin{aligned}
 R_{x_e x_o}^{(E)}(L) &= L \int_0^\infty h_L^{(1)}(kr) f_{x_o} f_{x_e} r^2 dr + L \int_0^\infty h_L^{(1)}(kr) g_{x_o} g_{x_e} r^2 dr + \\
 &+ (x_o - L) \int_0^\infty h_{L-1}^{(1)}(kr) \cdot f_{x_e} g_{x_o} r^2 dr - (x_e) \int_0^\infty h_{L-1}^{(1)}(kr) f_{x_o} g_{x_e} r^2 dr = \\
 &= L R_3 + L R_4 + (x_o - L) R_5 + (x_e - L) R_6
 \end{aligned}$$

Para el elemento de matriz  $Q^{(d)}$  debemos reemplazar la integral radial  $R_{x_e x_o}^{(E)}(L)$  por  $T_{x_e x_o}^{(E)}(L)$  dada por :

$$T_{x_e x_o}^{(E)}(L) = \frac{\int_0^\infty dv_N \left[ -i \vec{I}_N^+ \vec{V}_{x_e x_o}(r_N) + \rho_N W_{x_e x_o}(r_N) \right] (i^L Y_{LM})^+}{\int_0^\infty dv_N \Lambda_N^+(L, M) J_L(kr_N)}$$

siendo

$$\begin{aligned}
 V_{x_e x_o}(r) &= h_L^{(1)}(kr) \left[ I_L^j(r) - J_L(kr) I_{h_L^{(1)}}(r) - i \frac{r}{k^2} (f_{x_e} g_{x_o} - \right. \\
 &\left. - f_{x_o} g_{x_e}) \right]
 \end{aligned}$$

$$W_{x_e x_o}(r) = \frac{1}{k} \left( \frac{\partial}{\partial r} r h_L^{(1)}(kr) \right) I_{J_L}(r) - \left( \frac{\partial}{\partial r} r \cdot J_L(kr) \right) I_{h_L^{(1)}}(r)$$

y las integrales radiales  $I_{\eta_L}(r)$  son :

$$\begin{aligned}
 I_{\eta_L}(r) &= \int_0^r \left[ kr \eta_L(kr) (g_{x_o} f_{x_e} - f_{x_o} g_{x_e}) + \left( \frac{\partial}{\partial r} r \eta_L(kr) \right) (g_{x_o} g_{x_e} + \right. \\
 &\left. + f_{x_o} f_{x_e}) \right] r^2 dr
 \end{aligned}$$

verificándose que :

$$I_{h_L}(\infty) = R_{x_e x_o}^{(E)}(L)$$

Finalmente utilizando para el elemento de matriz angular la expresión hallada previamente y el teorema de Wigner Eckart para

$\langle x_e m_e | Q(LM,E) | x_o m_o \rangle$  resulta :

$$\begin{aligned} \langle x_e m_e | Q(LM,E) | x_o m_o \rangle &= \langle x_e m_e | Q^{(s)} | x_o m_o \rangle + \langle x_e m_e | Q^{(d)} | x_o m_o \rangle = \\ &= (-1)^{J_e - m_e} \begin{pmatrix} J_e & L & J_o \\ -m_e & M & m_o \end{pmatrix} \langle x_e || Q || x_o \rangle = -e(-1)^{J_e - m_e} \begin{pmatrix} J_e & L & J_o \\ -m_e & M & m_o \end{pmatrix} \cdot \\ &\cdot (-1)^{J_e - 1/2} i^{\ell_o + L - \ell_e} \sqrt{\frac{(2L+1)(2f_e+1)(2f_o+1)}{4 \pi L(L+1)}} \begin{pmatrix} J_e & J_o & L \\ -1/2 & 1/2 & 0 \end{pmatrix} \cdot \\ &\cdot \left[ R_{x_e x_o}^{(E)}(L) + T_{x_e x_o}^{(E)}(L) \right] \end{aligned}$$

de donde obtenemos la siguiente expresión para el elemento de matriz reducido :

$$\begin{aligned} \langle x_e || Q(L,E) || x_o \rangle &= -e(-1)^{J_e - 1/2} i^{\ell_o + L - \ell_e} \sqrt{\frac{(2L+1)(2f_e+1)(2f_o+1)}{4 \pi L(L+1)}} \cdot \\ &\cdot \begin{pmatrix} J_o & J_e & L \\ -1/2 & 1/2 & 0 \end{pmatrix} \left[ R_{x_e x_o}^{(E)}(L) + T_{x_e x_o}^{(E)}(L) \right] \end{aligned}$$

Ambos elementos de matriz radiales  $R_{x_e x_o}^{(E)}(L)$  y  $T_{x_e x_o}^{(E)}(L)$  fueron calculados y tabulados utilizando ciertos modelos para el núcleo que incluyen el caso de núcleo puntual y finito. En el volumen II de Sieghband (1964) figuran algunas de dichas tablas.

### II.8. Coeficiente de conversión interna

El coeficiente de conversión interna para la transición multipolar  $(L, \Pi)$  y para electrones eyectados desde la capa X está definido por :

$$\alpha(L, \Pi, X) = \frac{N_e(L, \Pi, X)}{N_\gamma(L, \Pi)} \quad \Pi = m, e$$

siendo  $N(L, \Pi, X)$  el número total de electrones eyectados por unidad de tiempo desde la capa X en una transición multipolar nuclear  $(L, \Pi)$  y  $N_\gamma(L, \Pi)$  es la velocidad total de emisión de radiación multipolar electromagnética  $(L, \Pi)$  en la misma transición nuclear.

La probabilidad de transición por unidad de tiempo  $N_e(L, \Pi, X)$  para el electrón está dada por :

$$N_e(L, \Pi, X) = 2 \Pi S_e \sum_{m_i, m_f} \left| \langle f | H_{LM}^{(\Pi)} | i \rangle \right|^2$$

en unidades  $\hbar = c = \hbar = 1$

siendo  $S_e$  un símbolo para indicar suma sobre los estados nucleares finales  $m_f$ , los estados iniciales del electrón  $m_o$ , los estados finales del electrón  $x_e$  y  $m_e$  y un promedio sobre los estados nucleares iniciales  $m_i$ , o sea :

$$N_e(L, \Pi, X) = \frac{32 \Pi^3 k^2}{2I_i + 1} \sum_{m_i, m_f} \sum_{x_e, m_e, m_o} \left( \begin{matrix} I_f & L & I_i \\ -m_f & M & m_j \end{matrix} \right)^2 \left| \langle I_f || L || I_i \rangle \right|^2 \cdot \left| \langle x_e || Q(L, \Pi) || x_o \rangle \right|^2 \cdot \left( \begin{matrix} j_e & L & j_o \\ -m_e & M & m_o \end{matrix} \right)^2$$

siendo  $Q = Q^{(s)} + Q^{(d)}$  y siendo  $M = m_i - m_f = m_e - m_o$  fijo en la suma sobre  $m_e$  y  $m_o$ .

El resultado de promediar sobre  $m_o$  y sumar sobre  $m_e$  es independiente de  $M$  y luego las sumas sobre los números cuánticos  $m$  están desacopladas, realizando estas sumas y usando las condiciones de ortogonalidad de los símbolos  $3j$  obtenemos :

$$N_e(L, \Pi, X) = \frac{32 \pi^3 k^2}{(2I_i + 1)(2L + 1)^2} \sum_{x_e} |\langle I_f || L || I_i \rangle|^2 |\langle x_e || Q(L, \Pi) || x_o \rangle|^2$$

Las propiedades de ortogonalidad de los símbolos  $3j$  implica que los términos de interferencia en las transiciones mezcladas se anulen, que es de esperar pues no hay observaciones direccionales en  $N_e(L, \Pi, X)$ .

La probabilidad por unidad de tiempo para emisión de un fotón de energía  $k'$  desde un estado nuclear de energía  $E_i$  llevando a un estado nuclear de energía  $E_f$  está dado por :

$$W = 2 \pi |\langle f | H(k') | i \rangle|^2 \delta(E_f - E_i - k') n_f(k')$$

donde  $n(k')$  es el número de estados del fotón entre  $k'$  y  $k' + dk'$

El operador  $H(k')$  de interacción está dado por  $H(k') = \vec{J}_N \cdot \vec{A}$ .

Donde hacemos uso del hecho que la parte longitudinal y escalar del potencial electromagnético se cancelan una con otra o sea

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0 \quad \phi = 0$$

es decir trabajamos en la medida solenoidal.

El operador campo  $\vec{A}$  está definido de tal forma que los operado-

res de creación y destrucción están normalizados a :

$$\langle n | a_{LM} | n+1 \rangle = \langle n+1 | a_{LM}^\dagger | n \rangle = \sqrt{n+1}$$

donde  $|n\rangle$  representa un autoestado con  $n$  fotones.

Utilizando teoría de perturbación a primer orden se obtiene lo siguiente para la amplitud de transición para la emisión de un fotón desde un estado nuclear  $I_i$  :

$$\langle f | H_Y(k') | i \rangle = \sum_{L \geq 1} \sum_{M \pi} \sqrt{\frac{4\pi k'}{R}} \langle f | \vec{J}_N \cdot \vec{A}_{LM}^*(\pi)(k', \vec{r}) | i \rangle$$

Por lo cual obtenemos para la probabilidad de emisión de fotones en un dado estado de momento angular y paridad  $L, \pi$  :

$$\begin{aligned} N_Y(L, \pi) &= 2 \pi S_N \int_0^\infty \frac{4 \pi k'}{R} |\langle f | \vec{J}_N \cdot \vec{A}_{LM} | i \rangle|^2 (E_i - E_f - k') \frac{R}{\pi} dk' = \\ &= 8 \pi k S_N |\langle f | \vec{J}_N \cdot \vec{A}_{LM} | i \rangle|^2 \end{aligned}$$

donde usamos  $n_f = R \frac{dk'}{\pi}$  y  $k' = E_i - E_f$ .

El símbolo  $S_N$  indica promedio sobre estados nucleares iniciales y suma sobre estados nucleares finales.

Utilizando el teorema de Wigner Eckart obtenemos para  $N_Y(L, \pi)$  :

$$\begin{aligned} N_Y(L, \pi) &= \frac{8\pi k}{2I_i + 1} \sum_{m_i, m_f} \begin{pmatrix} I_f & L & I_i \\ -m_f & M & m_i \end{pmatrix}^2 |\langle I_f || L\pi || I_i \rangle|^2 = \\ &= \frac{8\pi k}{(2I_i + 1)(2L + 1)} |\langle I_f || L\pi || I_i \rangle|^2 \end{aligned}$$

Finalmente el coeficiente de conversión interna queda expresado de la siguiente manera :

$$\alpha(L, \Pi, X) = \frac{4 \pi^2 k}{(2L+1)} \sum_{x_e} |\langle x_e || Q(L, \Pi) || x_o \rangle|^2$$

o sea

$$\alpha(L, m, X) = \Pi \alpha k \frac{(2j_o + 1)}{L(L+1)} \sum_{x_e} \begin{pmatrix} J_e & J_o & L \\ -1/2 & 1/2 & 0 \end{pmatrix}^2 (x_e + x_o)^2 |R_{x_e x_o}^{(m)}(L) + T_{x_e x_o}^{(m)}(L)|^2$$

$$\alpha(L, e, X) = \Pi \alpha k \frac{(2f_o + 1)}{L(L+1)} \sum_{x_e} \begin{pmatrix} J_e & J_o & L \\ -1/2 & 1/2 & 0 \end{pmatrix} |R_{x_e x_o}^{(e)}(L) + T_{x_e x_o}^{(e)}(L)|^2$$

En general las propiedades del coeficiente de conversión interna son las siguientes :

- 1) Cuando la energía aumenta  $\alpha$  decrece fuertemente como  $(kr)^{-(L+1)}$  aproximadamente.
- 2) Cuando aumenta  $Z$  ( número atómico )  $\alpha$  aumenta como  $Z^3$ . El origen de esta dependencia es simplemente debida a la variación de la densidad de electrones cerca del núcleo.
- 3) En el caso de aumentar  $L$ , con los demás parámetros fijos  $\alpha$  aumenta.

Tablas para hallar los valores numéricos de estos coeficientes han sido elaboradas por M. E. Rose y tomando el efecto de penetración por L. A. Sliv y M. A. Band.

Referencias.:

The Electromagnetic Interaction. K. Alder and R.M. Steffen.

Alpha, Beta and Gamma-Ray Spectroscopy. K. Sieghban.

Multiple Fields. M. Rose.

Relativistic Electron Theory. M. Rose.

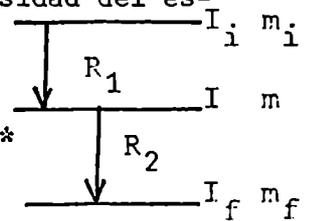
CAPITULO III

CORRELACIONES ANGULARES

III.1. Correlaciones angulares no perturbadas de radiaciones nucleares

Vamos a construir la función de correlación direccional  $W(\vec{k}_1, \vec{k}_2)$  donde  $W(\vec{k}_1, \vec{k}_2) d\Omega_1 d\Omega_2$  representa la probabilidad que un núcleo que se desexcita a través de la cascada  $I_i \rightarrow I \rightarrow I_f$  emita dos radiaciones  $R_1$  y  $R_2$  en las direcciones  $\vec{k}_1$  y  $\vec{k}_2$  en los ángulos sólidos  $d\Omega_1$  y  $d\Omega_2$ . Consideremos primero la transición  $I_i \rightarrow I$  y obtenemos la siguiente expresión para la matriz densidad del estado intermedio :

$$\langle m | \rho(\vec{k}_1) | m' \rangle = S_1 \sum_{m_i, m'_i} \langle m | H_1 | m_i \rangle \langle m_i | \rho_i | m'_i \rangle \langle m' | H_1 | m'_i \rangle^*$$



el símbolo  $S_1$  indica suma sobre todas las propiedades no medidas de la radiación como ser spin y polarización : por  $\langle m | H_1 | m_i \rangle$  entendemos  $\langle m | \text{Im} \vec{k}_1 \sigma_1 | H_1 | I_i m_i \rangle$ , la polarización  $\sigma_1$  está dada por las componentes del spin de  $R_1$  en la dirección de propagación  $\vec{k}_1$ , siendo  $H_1$  el operador de interacción para la emisión de  $R_1$  en la dirección  $\vec{k}_1$  con polarización  $\sigma_1$ .

Consideremos ahora la segunda transición y tendremos para la matriz densidad del estado final :

$$\langle m_f | \rho_f(\vec{k}_1, \vec{k}_2) | m'_f \rangle = S_1 S_2 \sum_{m, m', m_i, m'_i} \langle m_f | H_2 | m \rangle \langle m | H_1 | m_i \rangle \langle m_i | \rho_i | m'_i \rangle \times$$

$$\times \langle m' | H_1 | m'_i \rangle^* \langle m'_f | H_2 | m' \rangle^*$$

La probabilidad  $P_f(m_f)$  de encontrar los núcleos en el estado final  $m_f$  mientras las dos radiaciones  $R_1$  y  $R_2$  son observadas en las direcciones  $\vec{k}_1$  y  $\vec{k}_2$ , está dada por el elemento diagonal de  $\rho_f$  :

$$P_f(m_f) = \langle m_f | \rho_f(\vec{k}_1, \vec{k}_2) | m_f \rangle$$

si la eficiencia del sistema contador que detecta  $R_1$  y  $R_2$  depende del estado nuclear final  $m_f$  y está dada por  $\epsilon(m_f)$  la función de correlación es :

$$W(\vec{k}_1, \vec{k}_2) = \sum_{m_f} \epsilon(m_f) \langle m_f | \rho_f(\vec{k}_1, \vec{k}_2) | m_f \rangle$$

En una experiencia de correlación direccional la eficiencia es independiente de  $m_f$  o sea  $\epsilon(m_f) = \text{cte.}$  y el estado inicial  $I_i$  está orientado al azar, en este caso la función de correlación direccional es:

$$W(\vec{k}_1, \vec{k}_2) = S_1 S_2 \sum_{m_f, m', m_i} \langle m_f | H_2 | m \rangle \langle m | H_1 | m_i \rangle \langle m' | H_1 | m_i \rangle^* \langle m_f | H_2 | m_i \rangle^*$$

esta última relación se puede escribir usando la matriz densidad para la primera transición y un operador densidad similar para la segunda, o sea :

$$\langle m | \rho(\vec{k}_1) | m' \rangle = S_1 \sum_{m_i} \langle m | H_1 | m_i \rangle \langle m' | H_1 | m_i \rangle^*$$

$$\langle m' | \rho(\vec{k}_2) | m \rangle = S_2 \sum_{m_f} \langle m_f | H_2 | m \rangle \langle m_f | H_2 | m' \rangle^*$$

finalmente

$$W(\vec{k}_1, \vec{k}_2) = \sum_{m, m'} \langle m | \rho(\vec{k}_1) | m' \rangle \langle m' | \rho(\vec{k}_2) | m \rangle$$

Desarrollaremos ahora el cálculo explícito de la función correlación direccional  $W(\vec{k}_1, \vec{k}_2)$  para lo cual debemos primero calcular el siguiente elemento de matriz :

$$\langle m | H | m_i \rangle = \langle I, m, k, \sigma | H | m_i \rangle$$

que está representado en términos del spin nuclear, y la dirección  $\vec{k}$  y polarización  $\sigma$  de la radiación emitida. Esta representación es la natural para la descripción de las propiedades de la radiación observada pero no nos da la necesaria información de los estados nucleares, para lo cual en vez de usar el momento lineal  $\hbar \vec{k}$  y la polarización podemos representar la radiación en términos de su momento angular  $L$  y su paridad  $\Pi$ , es decir con los números cuánticos  $L, M$  y  $\Pi$  lo cual nos dará información acerca de los estados nucleares pues  $I_i - I = L$  y además por conservarse la paridad en la emisión de radiación electromagnética  $\Pi_i \Pi_f = \Pi_{rad}$ . El cambio de representación del estado de onda plana con números cuánticos  $\vec{k}$  y  $\sigma$  a los del momento angular con  $L, M$  y  $\Pi$  ó también llamada representación esférica, se realiza por medio de una matriz unitaria  $\langle \vec{k} \sigma | L, M, \Pi \rangle$  y la conexión entre el elemento de matriz "observado"  $\langle I, m, k, \sigma | H | I_i, m_i \rangle$  y el elemento de matriz "deseado"

$\langle I, m, L, M, \Pi | H | I_i, m_i \rangle$  está dada por

$$\langle I, m, k, \sigma | H | I_i, m_i \rangle = \sum_{L, M, \Pi} \langle \vec{k} \sigma | L, M, \Pi \rangle \langle I, m, L, M, \Pi | H | I_i, m_i \rangle$$

El factor  $\langle k\sigma | L M \Pi \rangle$  describe la autofunción de la radiación R con autovalores L, M y  $\Pi$  de los operadores del momento angular, componente Z y paridad respectivamente. Estas autofunciones están definidas con respecto a un sistema cuyo eje Z de cuantificación es completamente arbitrario y cuyo origen está localizado en la fuente emisora de la radiación, en dicho sistema la dirección  $\vec{k}$  de emisión de la radiación está caracterizado por los ángulos  $\theta$  y  $\phi$ ; pero las autofunciones  $\langle k\sigma | L M \Pi \rangle$  son simples si el sistema de cuantificación es elegido tal que su eje Z coincida con  $\vec{k}$ , es decir el ángulo  $\theta = 0$  en cuyo caso denominamos tal autofunción  $\langle 0\sigma | L \mu \Pi \rangle$  y la relación entre ambas es :

$$\langle k\sigma | L M \Pi \rangle = \sum_{\mu} \langle 0\sigma | L \mu \Pi \rangle D_{M\mu}^{L*}(\hat{z} \rightarrow \vec{k})$$

donde  $D_{M\mu}^L(\vec{k} \rightarrow \hat{z})$  son los elementos de la matriz unitaria de la rotación cuyo argumento son los ángulos de Euler ( $\phi, \theta, \gamma$ ) que describen la rotación para llevar el eje de cuantificación arbitrario en la dirección  $\vec{k}$  sobre el eje de cuantificación z donde  $\theta = 0$ .

El factor  $\langle I m L M \Pi | H | I_1 m_1 \rangle$  corresponde a la adición vectorial  $\vec{I}_1 = \vec{I} + \vec{L}$  con  $m_1 = m + M$ , es decir que podemos expresar, haciendo uso de las relaciones entre autofunciones, la parte angular del estado  $\langle I m L M \Pi | \equiv \langle I m | \langle L M \Pi |$  en término de las autofunciones  $\langle I_1^! m_1^! |$  resultando :

$$\langle I m L M \Pi | H | I_1 m_1 \rangle = \sum_{I_1^! m_1^!} \langle I m L M | I_1^! m_1^! \rangle \langle I_1^! m_1^! | I L \Pi | H | I_1 m_1 \rangle$$

en el elemento de matriz nuevo, debemos conservar los argumentos I, L y  $\Pi$  pues la relación entre ambas funciones nos da una expresión sólo para la parte angular. Si hacemos uso del hecho que por razones físicas H es invariante frente a rotaciones, el elemento

de matriz  $\langle I' \ m' \ I \ L \ \Pi | H | I_i \ m_i \rangle$  es diferente de cero sí y sólo sí  $I' = I$ ,  $m' = m$  y además es independiente de los números cuánticos  $m_i$  :

$$\langle I \ m \ L \ M \ \Pi | H | I_i \ m_i \rangle = \langle I \ m \ L \ M | I_i \ m_i \rangle \langle I || H || I_i \rangle$$

esta relación define el elemento de matriz reducido

$$\langle I || H || I_i \rangle \equiv \langle I || U || I_i \rangle$$

del operador escalar  $H$  y muestra la factorización del elemento de matriz general en un coeficiente Clebsch-Gordan que es un factor puramente geométrico y el elemento de matriz reducido o factor nuclear y matemáticamente es la expresión del teorema de Wigner Eckart.

Finalmente podemos escribir el elemento de matriz :

$$|m\rangle H |m_i\rangle = \sum_{L \ M \ \mu} (-1)^{-I+L-m_i} \begin{pmatrix} I & L & I_i \\ m & M & -m_i \end{pmatrix} \langle 0\sigma | L \mu \Pi \rangle \langle I || L \Pi || I_i \rangle \cdot$$

$$\cdot D_{M+\mu}^{L*}(\hat{z} \rightarrow \vec{k})$$

donde se reemplazó el coeficiente Clebsch Gordan por su relación con el símbolo 3-j.

Podemos ahora hallar el elemento de matriz del operador densidad

$$\langle m | \rho(\vec{k}) | m' \rangle = S \sum_{\substack{m_i \ L \ M \ \mu \ \Pi \\ L' \ M' \ \mu' \ \Pi'}} (-1)^{-I+L-m_i} \begin{pmatrix} I & L & I_i \\ m & M & -m_i \end{pmatrix} \langle 0\sigma | L \mu \Pi \rangle \cdot$$

$$\cdot \langle I || L \Pi || I_i \rangle D_M^{L*}(\hat{z} \rightarrow \vec{k}) \times (-1)^{-I+L'-m_i} \begin{pmatrix} I & L' & I_i \\ m' & M & -m_i \end{pmatrix} \cdot$$

$$\cdot \langle 0\sigma | L' \mu' \Pi' \rangle \langle I || L \Pi || I_i \rangle^* D_{M\mu}^L(\hat{z} \rightarrow \vec{k})$$

usaremos las siguientes relaciones

$$D_{\mu M}^{L*}(\vec{k} \rightarrow \hat{z}) = (-1)^{\mu-M} D_{-\mu-M}^L(\vec{k} \rightarrow \hat{z})$$

y la serie de los Clebsch Gordan

$$D_{\mu M}^L D_{\mu' M'}^{L'} = \sum_{\lambda} \langle L \mu L' \mu' | \lambda \tau \rangle \langle L M L' M' | \lambda N \rangle D_{\tau N}^{\lambda}$$

dónde  $|L-L'| \leq \lambda \leq L+L'$   $N=M+M'$  y  $\tau = \mu + \mu'$

obteniendo finalmente

$$\langle m | \rho(\vec{k}) | m' \rangle = S \sum_{\substack{m_i, L, M, \mu \\ L', M', \mu' \\ \lambda, N, \tau}} (-1)^{M' - \mu'} (2\lambda + 1) \langle 0 \sigma | L \mu \Pi \rangle \cdot \langle 0 \sigma' | L' \mu' \Pi \rangle^* \\ \cdot \begin{pmatrix} I & L & I_i \\ m' & M & -m_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I & L' & I_i \\ m' & M' & -m_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L & L' & \lambda \\ M & -M' & N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L & L' & \lambda \\ \mu & -\mu' & \tau \end{pmatrix} \langle I || L \Pi || I_i \rangle \cdot$$

$$\cdot \langle I || L' \Pi' || I_i \rangle^* D_{N\tau}^{\lambda}(\hat{z} \rightarrow \vec{k})$$

utilizando ahora la siguiente relación :

$$\sum_{m_4 m_5 m_6} (-1)^{J_4 + J_5 + J_6 + m_4 + m_5 + m_6} \begin{pmatrix} J_1 & J_5 & J_6 \\ m_1 & m_5 & -m_6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_4 & J_5 & J_3 \\ m_4 & -m_5 & m_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_4 & J_2 & J_6 \\ m_4 & m_2 & m_6 \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} J_1 & J_2 & J_3 \\ m_1 & m_2 & m_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_1 & J_2 & J_3 \\ J_4 & J_5 & J_6 \end{pmatrix}$$

siendo  $m_i = m + M$ , se obtiene :

$$\langle m | \rho(\vec{k}) | m' \rangle = S \sum_{L\mu L'\mu' \lambda \tau N} (-1)^{2I - I_i + m - \mu'} (2\lambda + 1) \langle 0\sigma | L\mu\pi \rangle \langle 0\sigma' | L'\mu'\pi' \rangle^*$$

$$\begin{pmatrix} L & L' & \lambda \\ \mu & -\mu' & \tau \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I & I & \lambda \\ m' & -m & N \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} I & I & \lambda \\ L & L' & I_i \end{Bmatrix} \langle I || L\pi || I_i \rangle \cdot$$

$$\cdot \langle I || L'\pi' || I_i \rangle^* D_{N\tau}^{\lambda}(\hat{z} \rightarrow \vec{k})$$

Introduciendo ahora los parámetros de radiación de Racah  $C_{\lambda\tau}$  definidos por :

$$C_{\lambda\tau}(L L') = S \sum_{\mu \mu'} (-1)^{L' - \mu'} \langle L\mu L' -\mu' | \lambda\tau \rangle \langle 0\sigma | L\mu\pi \rangle^* \langle 0\sigma' | L'\mu'\pi' \rangle$$

o en términos de los 3-j :

$$C_{\lambda\tau}(L L') = S \sum_{\mu \mu'} (-1)^{L - \mu} (2\lambda + 1)^{1/2} \begin{pmatrix} L & L' & \lambda \\ \mu & -\mu' & -\tau \end{pmatrix} \langle 0\sigma | L\mu\pi \rangle^*$$

$$\cdot \langle 0\sigma' | L'\mu'\pi' \rangle$$

que son característicos de la radiación emitida, a través de los coeficientes de transformación  $\langle 0\sigma | L\mu\pi \rangle$  y formalmente son autofunciones del momento angular total y la componente Z con autovalores  $\lambda$  y  $\tau$  los cuales no representan ninguna propiedad física pues son sólo índices de suma.

El símbolo S en realidad está cumpliendo la función de la matriz densidad  $S \rightarrow \sum_{\sigma\sigma'} \langle \sigma | \epsilon | \sigma' \rangle$  que en el caso de detectores insensible a la polarización de la radiación se verifica que :

$$\langle \sigma | \epsilon | \sigma' \rangle = \delta_{\sigma\sigma'}$$

En término de los parámetros de radiación obtenemos :

$$\langle m | \rho(\vec{k}_1) | m' \rangle = \sum_{L_1 L_1' \lambda_1 N_1 \tau_1} (-1)^{2I - I_i + m - L_1} (2\lambda_1 + 1)^{1/2} C_{\lambda_1 \tau_1} (L_1 L_1')$$

$$\begin{pmatrix} I & I & \lambda_1 \\ m' & -m & N_1 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} I & I & \lambda_1 \\ L_1 & L_1' & I_i \end{Bmatrix} \langle I || L_1 \Pi_1 || I_i \rangle \cdot$$

$$\cdot \langle I || L_1' \Pi_1' || I_i \rangle * D_{\tau_1 N_1}^{\lambda_1}(\hat{z} \rightarrow \vec{k}_1)$$

para la primera transición  $I_i \rightarrow I$ ; y para la segunda transición  $I \rightarrow I_f$

$$\langle m' | \rho(\vec{k}_2) | m \rangle = \sum_{L_2 L_2' \lambda_2 N_2 \tau_2} (-1)^{\lambda_2 - I_f - m - L_2'} (2\lambda_2 + 1)^{1/2} C_{\lambda_2 \tau_2}^*(L_2, L_2')$$

$$\begin{pmatrix} I & I & \lambda_2 \\ m' & -m & N_2 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} I & I & \lambda_2 \\ L_2 & L_2' & I_f \end{Bmatrix} \langle I_f || L_2 \Pi_2 || I \rangle \langle I_f || L_2' \Pi_2' || I \rangle * D_{N_2 \tau_2}^{\lambda_2}(\hat{z} \rightarrow \vec{k}_2)$$

Reemplazamos ahora ambos elementos de matriz para obtener  $W(\vec{k}_1, \vec{k}_2)$  en función de los parámetros de radiación, además usamos la siguiente relación para los 3-j:

$$\begin{pmatrix} J_1 & J_2 & J_3 \\ m_1 & m_2 & m_3 \end{pmatrix} = (-1)^{J_1 + J_2 + J_3} \begin{pmatrix} J_1 & J_2 & J_3 \\ -m_1 & -m_2 & -m_3 \end{pmatrix}$$

y las relaciones de ortogonalidad :

$$\sum_{J_3 m_3} \begin{pmatrix} J_1 & J_2 & J_3 \\ m_1 & m_2 & m_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_1 & J_2 & J_3 \\ m'_1 & m'_2 & m'_3 \end{pmatrix} (2J_3+1) = \delta_{m_1 m'_1} \delta_{m_2 m'_2}$$

$$\sum_{m_1 m_2} \begin{pmatrix} J_1 & J_2 & J_3 \\ m_1 & m_2 & m_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_1 & J_2 & J'_3 \\ m_1 & m_2 & m'_3 \end{pmatrix} (2J_3+1) = \delta_{J_3 J'_3} \delta_{m_3 m'_3}$$

y llamando  $\lambda_1 \equiv \lambda_2 \equiv \lambda$        $N_1 = N_2 \equiv N$

y para las matrices D

$$D_{\mu M}^L(\vec{k} \rightarrow \vec{z}) = D_{M\mu}^{L*}(\hat{z} \rightarrow \vec{k})$$

$$\sum_{M'} D_{\mu M'}^L(\vec{k} \rightarrow \hat{z}') D_{M'M}^L(\hat{z}' \rightarrow \hat{z}) = D_{M\mu}^L(\vec{k} \rightarrow \hat{z})$$

obteniendo finalmente:

$$W(\vec{k}_1, \vec{k}_2) = (-1)^{2I-I_i-I_f} \sum_{\lambda L_1 L'_1 L_2 L'_2 \tau_1 \tau_2} (-1)^{\lambda-L'_1-L'_2} \cdot$$

$$\cdot \begin{Bmatrix} I & I & \lambda \\ L_1 & L'_1 & I_i \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} I & I & \lambda \\ L_2 & L'_2 & I_f \end{Bmatrix} \cdot$$

$$\cdot \langle I_f || L_2 \Pi_2 || I \rangle \langle I_f || L'_2 \Pi'_2 || I \rangle^* \langle I || L_1 \Pi_1 || I_i \rangle \langle I || L'_1 \Pi'_1 || I_i \rangle^* C_{\lambda \tau_1}(L_1, L'_1) \cdot$$

$$\cdot C_{\lambda \tau_2}^*(L_2, L'_2) D_{\tau_2 \tau_1}^\lambda(\vec{k}_2 \rightarrow \vec{k}_1)$$

donde la rotación  $\vec{k}_2 \rightarrow \vec{k}_1$  lleva el sistema de coordenadas de la segunda radiación que está dado por la dirección de propagación  $\vec{k}_2$  y polarización  $\sigma_2$  sobre el de la primera dada por  $\vec{k}_1$  y  $\sigma_1$ .

Debido a las propiedades de los símbolos 6-j los cuales se anulan a menos que cada uno de los siguientes tres vectores formen un triángulo

$$\left\{ \begin{array}{ccc} I & I & \lambda \\ L & L' & I_i \end{array} \right\} \neq 0 \quad \left( \begin{array}{c} \vec{I} \\ \vec{I}' \\ \vec{\lambda} \end{array} \right) \text{ y } \left( \begin{array}{c} \vec{L} \\ \vec{L}' \\ \vec{\lambda} \end{array} \right)$$

al subíndice  $\lambda$  se lo trata como un vector, llevando la anterior condición a la siguiente regla de selección para  $\lambda$  :

$$0 \leq \lambda \leq \text{Mín} (2I, L_1 + L'_1, L_2 + L'_2)$$

para radiación con mezcla multipolar y

$$0 \leq \lambda \leq \text{Mín} (2I, 2L_1, 2L_2)$$

para radiación pura.

El significado físico de esta regla de selección se obtiene directamente de la invariancia del proceso de correlación bajo rotaciones e inversiones siendo  $\lambda$  un entero par, mientras las medidas estén restringidas a las correlaciones direccionales y polarización lineal de la radiación. Se tuvo en cuenta además que el estado intermedio no cambia antes de que sea emitida la segunda radiación, y se consideró que ambas transiciones corresponden a emisión de radiación electromagnética.

En el caso en que no se observa la polarización de las radiaciones, es decir se observan solamente las direcciones, la función

de correlación debe ser independiente de los ángulos de Euler  $\gamma_1$ , y  $\gamma_2$  que determinan las rotaciones alrededor de las direcciones de propagación  $\vec{k}_1$  y  $\vec{k}_2$ .

Según vimos  $C_{\lambda\tau}$  es autofunción de  $L_z = -\lambda\hbar \frac{\partial}{\partial \gamma}$  con autovalor  $\tau$  por lo cual para que  $W(\vec{k}_1, \vec{k}_2)$  sea independiente de  $\gamma$  significa  $\tau=0$  es decir  $\tau_1 = \tau_2 = 0$  y por lo tanto la representación  $D^\lambda$  se transforma en un Polinomio de Legendre, siendo  $D_{00}^\lambda(\phi, \theta, \phi) = P_\lambda(\cos\theta)$ , o sea :

$$W(\vec{k}_1, \vec{k}_2) = W(\theta) = \sum_{\lambda=\text{par}} A'_{\lambda\lambda} P_\lambda(\cos\theta)$$

siendo  $\theta$  el ángulo entre  $\vec{k}_1$  y  $\vec{k}_2$ .

Los factores  $A'_{\lambda\lambda}$  están compuestos de dos términos y cada factor depende de sólo una transición de la cascada

$$A'_{\lambda\lambda} = A'_\lambda (L_1 L'_1 I_i I) A'_\lambda (L_2 L'_2 I_f I)$$

que son en forma ligeramente distintos; por lo cual para facilitar su tabulación se suele sustituir el elemento de matriz de emisión por el de absorción para la segunda etapa de la cascada y además  $C_{\lambda_0}(L'_1 L_1)$  por  $C_{\lambda_0}^*(L_1 L'_1)$  siendo finalmente :

$$A'_\lambda (L_1 L'_1 I_i I) = \sum_{L_1 L'_1} (-1)^{L_1} C_{\lambda_0}^*(L_1 L'_1) \begin{matrix} I & I & \lambda \\ L_1 & L'_1 & I_i \end{matrix} \langle I || L_1 \Pi_1 || I_i \rangle$$

$$\langle I || L_1 \Pi_1 || I_i \rangle^*$$

$$A'_\lambda (L_2 L'_2 I_f I) = \sum_{L_2 L'_2} (-1)^{L_2} C_{\lambda_0}^*(L_2 L'_2) \begin{matrix} I & I & \lambda \\ L_2 & L'_2 & I_f \end{matrix}$$

$$\langle I || L_2 \Pi_2 || I_f \rangle^* \langle I || L_2 \Pi_2 || I_f \rangle$$

pues

$$C_{\lambda\tau}(L L') = (-1)^{L-L'-\tau} C_{\lambda-\tau}^*(L' L)$$

y

$$\langle I_i || L || I \rangle (2I+1)^{1/2} = (-1)^{I_i - I + L} \langle I || L || I_i \rangle^* (2I_i+1)^{1/2}$$

### III.2. Parámetros de radiación para radiación electromagnética

Para calcularlos explícitamente debemos calcular las autofunciones  $\langle \vec{k}\sigma | L M \Pi \rangle$  que son los coeficientes de transformación que llevan del estado de onda plana  $\langle \vec{k}\sigma |$  a los estados  $\langle L M \Pi |$  caracterizados por valores del momento angular total, componente Z y paridad :

$$\langle \vec{k}\sigma | = \sum_{L M \Pi} \langle \vec{k}\sigma | L M \Pi \rangle \langle L M \Pi |$$

para lo cual debemos considerar el potencial vectorial del campo electromagnético como la función de onda del fotón; podemos considerar ondas planas polarizadas circularmente como estados bases y cualquiera otro estado de polarización puede ser construido a partir de superposición de esos estados base.

Denominaremos  $\vec{A}_\sigma(0)$  el potencial vectorial de una onda plana polarizada circularmente que se propaga paralela al eje z,  $\sigma = +1$  implica polarización circular derecha y  $\sigma = -1$  izquierda, en el primer caso corresponde a un fotón cuya proyección  $\sigma$  de spin intrínseco sobre la dirección de propagación es  $\sigma = +1$  y el segundo  $\sigma = -1$ , el estado con  $\sigma = 0$  no existe debido a la naturaleza transversal de la radiación electromagnética, cuánticamente se de-

be a que el fotón tiene masa en reposo igual a cero.

El potencial vectorial  $\vec{A}_\sigma(0)$  se lo puede desarrollar en campos multipolares

$$\vec{A}_\sigma(0) = \sqrt{2\pi} \sum_{L=1}^{\infty} (2L+1)^{1/2} \vec{A}_L^\sigma(m) + \sigma \vec{A}_L^\sigma(e)$$

siendo  $\vec{A}_L^\sigma(m)$  el potencial vectorial de un multipolo magnético de orden  $L$  y  $\vec{A}_L^\sigma(e)$  el de un multipolo eléctrico, que son autofunciones del cuadrado del momento angular, la componente  $Z$  y paridad, con los autovalores  $L(L+1)$ ,  $M$  y  $(-1)^L$  para multipolos magnéticos y  $(-1)^{L+1}$  para eléctricos.

Teniendo en cuenta la siguiente correspondencia :

$$\langle 0\sigma | \rangle = \vec{A}_\sigma(0)$$

$$\langle LM\Pi | \rangle_{\text{mág}} = \sqrt{4\pi} A_L^M(m) \quad \Pi = (-1)^L$$

$$\langle LM\Pi | \rangle_{\text{eléct.}} = \sqrt{4\pi} A_L^M(e) \quad \Pi = (-1)^{L+1}$$

se obtiene :

$$\langle 0\sigma | \rangle = \sqrt{2\pi} \sum_{L=1}^{\infty} (2L+1)^{1/2} \left[ \frac{\langle LM\Pi | \rangle_{\text{mag}}}{\sqrt{4\pi}} + \frac{\langle LM\Pi | \rangle_{\text{eléc}}}{\sqrt{4\pi}} \right]$$

y

$$\langle 0\sigma | = \sum_{LM\Pi} \langle 0\sigma | LM\Pi \rangle \langle LM\Pi |$$

resulta

$$\begin{aligned} \langle 0\sigma | LM\Pi \rangle_{\text{mág}} &= \left( \frac{2L+1}{2} \right)^{1/2} \partial_{\sigma M} \quad \Pi = (-1)^L \\ \langle 0\sigma | LM\Pi \rangle_{\text{eléc}} &= \left( \frac{2L+1}{2} \right)^{1/2} \partial_{\sigma M} \quad \Pi = (-1)^{L+1} \end{aligned}$$

Podemos reemplazar estos coeficientes en :

$$C_{\lambda\tau}(L L') = S \sum_{\mu\mu'} (-1)^{L-\mu} (2\lambda+1)^{1/2} \begin{pmatrix} L & L' & \lambda \\ \mu & -\mu' & \tau \end{pmatrix} \langle \sigma\sigma' | L \mu \Pi \rangle^* \langle \sigma\sigma' | L' \mu' \Pi' \rangle$$

donde las funciones  $\delta_{\sigma M}$  restringen la suma a dos términos  $\mu = \mu' = 1$  y  $\mu = \mu' = -1$ , y considerando el caso de correlación direccional o sea  $\tau = 0$  y radiación multipolar eléctrica pura o magnética pura :

$$C_{\lambda_0}(L L) = (-1)^{L-1} \frac{1}{2} (2L+1) (2\lambda+1)^{1/2} \begin{pmatrix} L & L & \lambda \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} [1 + (-1)^{2L+\lambda}]$$

como  $2L = \text{par}$  el parámetro de radiación se anula a menos que  $\lambda = \text{par}$  y en este caso resulta

$$C_{\lambda_0}(L L) = (-1)^{L-1} (2L+1)(2\lambda+1)^{1/2} \begin{pmatrix} L & L & \lambda \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Para transiciones multipolares mezcladas debido a la regla de selección de la paridad, implica que  $L+L'$  sea impar si la mezcla consiste en multipolos eléctricos y magnéticos y  $L+L'$  sea par si los multipolos son de igual carácter, y en ambos casos el parámetro de radiación se anula si  $\lambda = \text{impar}$  por lo cual  $\lambda = \text{par}$  y para multipolos con mezcla resulta :

$$C_{\lambda_0}(L L') = (-1)^{L-1} (2L+1)^{1/2} (2L'+1)^{1/2} (2\lambda+1)^{1/2} \begin{pmatrix} L & L' & \lambda \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Estos parámetros de radiación para radiación gamma no polarizada son independientes de los números cuánticos  $\Pi$ , o sea que una medida de correlación direccional no da información acerca de la pa-

ridad de los estados nucleares. El hecho que la función de correlación direccional  $W(\theta)$  no depende de las paridades de los estados nucleares se lo puede explicar clásicamente pues las radiaciones eléctricas y magnéticas del mismo orden multipolar  $L$  están relacionadas por la transformación :

$$\vec{E} \longrightarrow \vec{H} \quad \vec{H} \longrightarrow -\vec{E}$$

La cuál deja invariante el vector de Poynting y por lo tanto la distribución angular de la radiación permanece inalterada, o sea que es imposible distinguir entre radiación eléctrica y magnética por medio de una medida de correlación direccional.

Consideramos a continuación una cascada  $I_i \longrightarrow I \longrightarrow I_f$  en la cual : a) ambas radiaciones de orden multipolar  $L_1$  y  $L_2$  son puras; b) son mezcladas.

La función de correlación  $W(\theta)$  entre  $\gamma_1$  y  $\gamma_2$  la podemos escribir de la forma :

$$W(\theta) = 1 + A_{22} P_2(\cos\theta) + \dots + \dots + A_{\lambda_{\text{máx}}} P_{\lambda_{\text{máx}}}(\cos\theta)$$

donde

$$\lambda_{\text{máx}} = \text{Mín} (2I_1, L_1+L'_1, L_2+L'_2)$$

a) Radiaciones puras

La forma normalizada se obtiene dividiendo cada coeficiente  $A'_{\lambda\lambda}$  por  $A'_{00}$  introducimos para esta nueva forma los coeficientes  $F$  tal que:

$$A_{\lambda\lambda} = F_{\lambda} (L_1, L'_1, I_i, I) F_{\lambda} (L_2, L'_2, I_f, I)$$

donde :

$$F_{\lambda} (L L' I_i I) = \frac{A'_L (L L' I_i I)}{A'_0 (L L' I_i I)}$$

obtenemos a continuación en forma explícita los coeficientes  $F_{\lambda}$

$$F_{\lambda} (L L I_i I) = \frac{A'_L (L L I_i I)}{A'_0 (L L I_i I)} = (-1)^{I_i+I-1} (2L+1)(2I+1)^{1/2} (2\lambda+1)^{1/2}$$

$$\begin{pmatrix} L & L & \lambda \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} L & L & \lambda \\ I & I & I_i \end{Bmatrix}$$

b) Mezcladas con dos componentes multipolares en cada radiación

Primero definimos el cociente de mezcla de la transición 1, como el cociente de los elementos de matriz reducido :

$$\delta_1(\gamma_1) = \langle I || L'_1 \Pi'_1 || I_i \rangle / \langle I || L_1 \Pi_1 || I_i \rangle$$

y en forma similar para la segunda transición, siendo el cociente de la intensidad total del polo  $L'$  al polo  $L$  igual a  $\delta^2$ .

En el caso de que el Hamiltoniano que induce la transición conmuta con el operador antilineal de reversibilidad temporal los elementos de matriz reducidos se los puede elegir reales y las fases relativas en una transición electromagnética mezclada son siempre 0 y  $\Pi$ ; luego  $\delta$  es real.

Para un dado cociente de intensidades  $\delta^2$  el cociente de mezcla  $\delta$  puede tener signo positivo o negativo, dependiendo de las fases relativas de los elementos de matriz reducidos.

Para obtener la correlación direccional para transiciones mezcladas se generalizan los coeficientes F obtenidos para el caso de transiciones puras

$$F_{\lambda}(L L' I_i I) = (-1)^{I_i+I-1} (2L+1)(2L'+1)(2I+1)(2\lambda+1)^{1/2}$$

$$\begin{pmatrix} L & L' & \lambda \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} L & L' & \lambda \\ I & I & I_i \end{Bmatrix}$$

que satisfacen

$$F_0(L L' I_i I) = \delta_{L L'}$$

Los coeficientes normalizados se escriben como

$$A_{\lambda\lambda}(L_1 L'_1 I_i I) = A_{\lambda}(L_1 L'_1 I_i I) A_{\lambda}(L_2 L'_2 I_f I)$$

y su relación con los F es :

$$A_{\lambda}(L_1 L'_1 I_i I) = \frac{F_{\lambda}(L_1 L'_1 I_i I) + 2\delta_1(\gamma) F_{\lambda}(L_1 L'_1 I_i I) + \delta_1^2(\gamma) F_{\lambda}(L_1 L'_1 I_i I)}{1 + \delta_1^2(\gamma)}$$

y una expresión similar para  $A_{\lambda}(L_2 L'_2 I_f I)$

Los coeficientes  $A_{\lambda\lambda}$  de la función de correlación direccional dependen en general de nueve números cuánticos  $I_i, I, I_f, L_1 L'_1, \delta_1(\gamma), L_2, L'_2$  y  $\delta_2(\gamma)$

pero se puede asumir que  $L'_1 = L_1 + 1$  y

$L'_2 = L_2 + 1$  con lo cual se reducen a siete las cantidades a

determinar del experimento, sin embargo en las mediciones realizadas de correlaciones angulares a lo sumo las dos constantes  $A_{22}$  y  $A_{44}$  son determinadas, pues términos de mayor orden no han sido observados. Esto se debe a que las energías que corresponden a decaimientos radioactivos son tales que órdenes multipolares  $L > 2$  poseen una vida media  $> 10^{-6}$  seg. y es experimentalmente muy difícil medir una correlación direccional con un estado intermedio con tan larga vida media, o sea que este tipo de experimento no permite por el sólo una determinación de todos los parámetros involucrados.

Referencias:

Angular Distributions and Correlations of Nuclear Radiations. R.M. Steffen.

Alpha, Beta and Gamma Ray Spectroscopy. K. Sieghban.  
Angular Correlations Methods in Gamma-Ray Spectroscopy. A.J. Ferguson.

Angular Momentum in Quantum Mechanics. A.R. Edmonds.

## CAPITULO IV

### ESTUDIO DE LOS DATOS

#### IV.1. Test del $\chi^2$

Cuando es conocida la distribución ( Gaussiana o Poisson ) que describe un conjunto de datos, y se quieren predecirlos resultados de futuros experimentos desde el punto de vista estadístico, se utiliza el test  $\chi^2$ .

Para su aplicación es necesario agrupar las mediciones en intervalos, determinando de esta manera las frecuencias obtenidas en forma experimental, las cuales son comparadas con las frecuencias esperadas, que se obtienen de suponer conocida la función de distribución de probabilidad de los valores medidos.

Llamando:

$f(x_j)$  el número de observaciones o frecuencia obtenido para cada valor diferente  $x_j$ .

$n$  el número de valores diferentes medidos.

$N$  el número total de mediciones.

$P(x_j)$  la probabilidad de observar el valor  $x_j$  en una medición al azar.

$\sigma_j(f)$  la desviación standard asociada con la incerteza en determinar la frecuencia  $f(x_j)$ .

Se define la cantidad  $\chi^2$  como :

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^n \left[ \frac{f(x_j) - N P(x_j)}{\sigma_j(f)} \right]^2$$

donde  $j$  : recorre el número de intervalos  $n$ .

Los procesos de desintegración nuclear están gobernados fundamentalmente por la ley de distribución de Poisson, en la cual la variancia  $\sigma_j^2(f)$  es igual al valor medio de la distribución, es decir

$$\bar{f}(x_j) = N P(x_j) = \sigma_j^2(f)$$

En este caso resulta :

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^n \left[ \frac{f(x_j) - N P(x_j)}{N P(x_j)} \right]^2$$

La cantidad  $\chi^2$  así definida caracteriza la dispersión de las frecuencias observadas respecto de las frecuencias esperadas, pues el numerador es una medida de la dispersión de las observaciones, mientras que el denominador es una medida de la dispersión esperada.

Para determinar la bondad del ajuste de las frecuencias observadas a la distribución de probabilidad supuesta, debemos conocer como se distribuye la cantidad  $\chi^2$ .

Es decir que necesitamos conocer la probabilidad de observar nuestro valor calculado de  $\chi^2$  a partir de una muestra de datos; si tal valor es altamente probable entonces podemos tener confianza en nuestra distribución asumida.

Justamente la variable  $\chi^2$  antes definida corresponde a una suma de variables  $x_1, x_2, \dots, x_n$  cada una siendo normal con valor medio 0 y variancia 1, pues

$$\chi^2 = x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2$$

Se comprueba que esta variable posee una función de frecuencia del tipo

$$k_n(x) = \frac{x^{\left(\frac{n}{2} - 1\right)} e^{-x/2}}{2^{n/2} \Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}$$

n es un parámetro que representa el número de cuadrados independientes de la expresión de  $X^2$  y se lo denomina número de grados de libertad.

Usando la función de frecuencia, podemos calcular la función de distribución o bien la probabilidad de que la variable aleatoria  $X^2$  tome un valor superior a una cantidad dada  $X_0^2$ , es decir :

$$P(X^2 > X_0^2) = \int_{X_0^2}^{\infty} k_n(X) dx$$

Existen gráficos para la función de frecuencia y tablas para la función de distribución, que tienen como parámetro el número de grados de libertad.

Si las frecuencias observadas coinciden con las predichas  $f(x_j) = N P(x_j)$  entonces  $X^2 = 0$ .

En cualquier experimento donde las frecuencias predichas y las observadas no sean iguales es de esperar un valor de  $X^2 \approx n$  lo cual indicaría que las dispersiones observadas y predichas son en promedio iguales.

Grandes valores de  $X^2$  indicaría mayores desviaciones que las esperadas a partir de la distribución supuesta.

Dado un cierto número de grados de libertad ( es decir términos independientes menos parámetros determinados ) y el valor obtenido de  $X^2$  se recurre a una tabla que da la probabilidad que de una muestra al azar se obtenga un valor de  $X^2$  tan grande o mayor que el ob-

servado si la distribución fuera igual a la distribución asumida. Si dicha probabilidad es cercana a 1 la distribución supuesta describe la dispersión de datos bastante bien. En cambio si la probabilidad es pequeña, o bien, la distribución supuesta no es la correcta o los datos no son lo suficientemente representativos. El método de  $\chi^2$  permite rechazar datos que se alejan del comportamiento estadístico, y pone de manifiesto irregularidades desde el punto de vista electrónico, como puede ser una descarga fortuita o periódica en algún circuito, o bien, pérdidas de vacío en los detectores, etc.

En las mediciones de correlación angular el test de  $\chi^2$  se utilizó para verificar los valores de coincidencias normalizadas al gatillado, en cada una de las posiciones angulares. Se rechazaron aquellos datos que influían en el valor de  $\chi^2$  determinando una probabilidad fuera del rango  $30 \% \leq P \leq 80 \%$  para el número de mediciones independientes en cada ángulo menos el número de parámetros determinados en cada caso. De la misma manera se aplicó dicho test en la determinación de coeficientes de conversión interna, a los cocientes de áreas del pico de radiación X y  $\gamma$ ; para la transición de 35.4 keV utilizando el mismo criterio que en el caso anterior. En la transición de 336.3 keV la determinación de los coeficientes de conversión  $\alpha_K$ ,  $\alpha_L$  y  $\alpha_M$  fue realizada en forma directa, por lo cual el test se aplicó al cociente del área de conversión correspondiente respecto del área en el espectro gamma.

#### IV.2. Cálculos numéricos : método de los cuadrados mínimos

Este método cubre un rango muy amplio de casos desde el trivial en el cual un sólo parámetro es calculado hasta los más complejos, cuando el cálculo incluye la docena de parámetros o más. En muchos casos, por ejemplo, el coeficiente de anisotropía de las correlacioo

nes angulares, se obtiene a través del cociente de asimetría en el cual sólo  $W(180^\circ)$  y  $W(90^\circ)$  se deben medir.

En el estudio de datos correspondientes a correlaciones angulares se utiliza el método de los cuadrados mínimos, pues el problema consiste en encontrar una representación para una distribución de la forma :

$$W(\theta_i) = a_0 + a_2 P_2(\cos\theta_i) + a_4 P_4(\cos\theta_i) \quad (1)$$

Una forma elemental para la determinación de los tres parámetros  $a_0$ ,  $a_2$  y  $a_4$  consiste en realizar tres determinaciones independientes de  $W(\theta_i)$  en tres ángulos diferentes; pero es preferible desde el punto de vista de la certeza con la cual se determinan dichos parámetros, tener una relación de puntos independientes que supere el número de parámetros a determinar como mínimo en una relación 3 : 1.

Si llamamos  $V(\theta_i)$  al valor medido para la correlación en el ángulo  $\theta_i$ , el método de los cuadrados mínimos especifica que los valores  $a_0$ ,  $a_2$  y  $a_4$  sean tales que minimizen la relación  $\Delta$ , definida por

$$\Delta = \sum_i \left[ W(\theta_i) - V(\theta_i) \right]^2 \quad (2)$$

Si las medidas tienen un error  $\sigma_i$ , el peso que se les otorga es  $\omega_i = \frac{1}{\sigma_i^2}$  donde  $\sigma_i$  es la desviación standard de cada medida.

Luego la ecuación (2) es reemplazada por :

$$\Delta = \sum_i \omega_i \left[ W(\theta_i) - V(\theta_i) \right]^2$$

Una forma elegante de tratar el problema de las correlaciones angulares es trabajando en forma matricial para lo cual se define :

$$W = P.a \quad (3)$$

donde  $\underline{W}$  es una matriz columna cuyos elementos son :

$$W(\theta_i) = W_i = \sum_k a_k P_k(\cos\theta_i)$$

$\underline{P}$  es una matriz rectangular cuyos elementos son los  $P_k(\cos\theta_i)$ , el subíndice  $i$  recorre las filas y  $k$  las columnas.

$\underline{a}$  es una matriz columna cuyos elementos son los  $a_k$ .

Definiendo a :

$\underline{V}$  como una matriz columna que contiene los valores medidos  $V(\theta_i)$

y

$\underline{\omega}$  como una matriz diagonal cuyos elementos son los pesos  $\omega_i$

resulta :

$$\Delta = \overline{(W - V) \omega (W - V)} \quad (4)$$

siendo  $\overline{(W - V)}$  la matriz traspuesta de  $(W - V)$ .

Reemplazando  $W$  por la relación (3) se obtiene

$$\begin{aligned} \Delta = \tilde{W} \omega W - \tilde{W} \omega V - \tilde{V} \omega W + \tilde{V} \omega V = \tilde{a} \tilde{P} \omega P - \tilde{a} \tilde{P} \omega V - \tilde{V} \omega P a \\ + \tilde{V} \omega V \end{aligned} \quad (5)$$

La condición de que  $\Delta$  sea un mínimo equivale a :

$$\frac{\partial \Delta}{\partial a_k} = 0 \quad \text{con} \quad k = 0, 2, 4$$

que conduce a :

$$\sum_{k'} a_{k'} \sum_i \omega_i P_k(\cos\theta_i) P_{k'}(\cos\theta_i) = \sum_i \omega_i P_k(\cos\theta_i) V(\theta_i)$$

o bien en notación matricial :

$$2 \left[ \tilde{P} \omega P a - \tilde{P} \omega V \right] = 0 \quad \text{es decir} \quad \tilde{P} \omega P a = \tilde{P} \omega V \quad (6)$$

que son las llamadas ecuaciones normales, cuyas incógnitas son los parámetros  $a_k$ . Su solución nos permite obtener los valores de  $a_0$ ,  $a_2$  y  $a_4$  que ajustan la función  $W(\theta_i)$  por cuadrados mínimos a los valores experimentales  $V(\theta_i)$ ; minimizando  $\Delta$ .

Llamando  $\tilde{P} \omega P = N$  (  $N$  es la llamada matriz normal ) la solución de (6) se puede escribir formalmente :

$$a = (\tilde{P} \omega P)^{-1} \tilde{P} \omega V = N^{-1} \tilde{P} \omega V$$

Una vez determinados los parámetros  $a_k$  quedan por realizar dos pasos :

- 1) evaluación del valor  $\Delta_{\text{mín}}$
- 2) el error de los parámetros ajustados.

La evaluación del valor  $\Delta_{\text{mín}}$  tiene importancia pues tiene una distribución  $\chi^2$  con  $n - m = v$  grados de libertad. Siendo  $n$  el número de puntos medidos y  $m$  el número de parámetros ajustados.

El cálculo se puede realizar de la siguiente manera :

de la ecuación (6) obtenemos la siguiente igualdad a partir de las ecuaciones normales

$$\tilde{a} \tilde{P} \omega P a = \tilde{a} \tilde{P} \omega V$$

Y utilizando esta igualdad en (5) obtenemos la expresión  $\Delta_{\text{mín}}$

$$\Delta_{\text{mín}} = \tilde{V} \omega V - \tilde{V} \omega P a$$

Para calcular el valor  $\Delta_{\text{mín}}$  es necesario conocer la desviación standard  $\sigma_i$  de las mediciones, o lo que es equivalente los pesos

$$\omega_i = \frac{1}{\sigma_i^2}$$

Una vez obtenido el valor de  $\Delta_{\text{mín}}$  se recurre a una tabla de  $\chi^2$  y mediante la elección adecuada de límites de confianza se decide sobre la aceptación del ajuste realizado.

Para calcular el error de los parámetros ajustados utilizamos la definición de la variancia de  $V(\theta_i)$  que en el caso de tener n mediciones en cada  $\theta_i$  es :

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (V(\theta_i) - \bar{V})^2$$

y expresada en lenguaje matricial es :

$$\left[ (V - \bar{V}) \overline{(V - \bar{V})} \right]_{\text{promedio}} = v$$

siendo los pesos  $\omega = v^{-1}$  .

La matriz v para los parámetros a resulta :

$$v(a) = \left[ (a - \bar{a}) \overline{(a - \bar{a})} \right]_{\text{promedio}}$$

utilizando la expresión obtenida para a del proceso de minimización  $a = N^{-1} \tilde{P} \omega V$  y  $\bar{a} = N^{-1} \tilde{P} \omega \bar{V}$  conduce a la siguiente expresión para v(a) :

$$\begin{aligned}
 v(a) &= \left[ N^{-1} \tilde{P} \omega (V - \bar{V}) \overline{(V - \bar{V})} \omega P \tilde{N}^{-1} \right]_{\text{promedio}} = \\
 &= N^{-1} \tilde{P} \omega \left[ (V - \bar{V}) \overline{(V - \bar{V})} \right]_{\text{promedio}} \omega P N^{-1} = \\
 &= N^{-1} \tilde{P} \omega v \omega P N^{-1} = N^{-1}
 \end{aligned}$$

pues

$$\tilde{P} \omega P = N \quad \text{y} \quad \omega = v^{-1}$$

Resultando finalmente que la matriz de la variancia es la inversa de la normal

$$v(a) = N^{-1}$$

Luego la desviación standard de un parámetro  $a_k$  está dado por

$$\sigma_k = (N_{kk}^{-1})^{1/2}$$

Todos estos cálculos se realizan convenientemente programados en lenguaje FORTRAN, mediante la utilización de una computadora.

REFERENCIAS :

- A.I. Fergusson- Angular Correlation Methods in Gamma Ray Spectroscopy.
- P.R. Bevington- Data Reduction and error analysis for the physical science.

## CAPITULO V

### ESPECTROMETRO DE COINCIDENCIAS ELECTRON-GAMMA DE ALTA RESOLUCION

#### A. ESPECTROMETRO DE ELECTRONES

##### A.V.1. Introducción

Los adelantos que han tenido lugar en los últimos años en materia de espectroscopía nuclear, indican la necesidad de trabajar con detectores semiconductores para obtener alta resolución.

El espectrómetro de electrones, consiste esencialmente de un detector de Si(Li), un preamplificador de bajo ruido y un amplificador lineal.

La excelente resolución de estos detectores se debe a la pequeña cantidad de energía necesaria para producir un par electrón-agujero. La señal así obtenida, es débil y necesita de la amplificación de bajo ruido que no modifique las capacidades de resolución del detector. O sea que la resolución de un espectrómetro está determinada por la del detector-preamplificador.

El preamplificador de bajo ruido, se basa esencialmente en un transistor de efecto de campo (F.E.T.).

La fig. V.1. muestra un diagrama en bloque del espectrómetro. Es de importancia notar que el detector semiconductor y el F.E.T. están montados en un recinto enfriado y a alto vacío. El resto del preamplificador se encuentra a temperatura ambiente.

La resolución del espectrómetro depende básicamente de la parte contenida en la cámara fría, en consecuencia todo el esfuerzo se concentró en optimizar esta etapa del sistema. Otra característica de esta cámara es la de proveer un blindaje efectivo para rui-

dos de bajas frecuencias, los que perturban notablemente la respuesta de salida a través de la etapa de alta ganancia. Para procesar la señal de salida del detector se construyó un preamplificador que cumplió todos los requerimientos necesarios, asimismo se utilizó el amplificador lineal tipo Tranlamp ( Berkeley ) y un analizador multicanal de altura de pulsos Nuclear Data de 1024 canales.

#### A.V.2. Dedo frío

La cámara que contiene al detector y F.E.T., juntamente con el sistema de enfriado, constituye lo que se llama comúnmente dedo frío. Este es introducido en un reservorio con nitrógeno líquido, el cual sirve también de apoyo del dedo frío, fijándose de esta manera una geometría reproducible. La gran ventaja de esta forma de enfriar al detector y al F.E.T. se debe a que una vez alcanzada la temperatura de equilibrio, ésta se mantiene notablemente constante.

El esquema completo del dedo frío y reservorio está indicado en la fig. V.2.

Las partes estructurales del montaje del detector y del dedo frío fueron hechas con materiales de bajo número atómico ( en general aluminio ) para reducir la dispersión de electrones. Para la cápsula del crióstato, se utilizó aluminio ya que es un material de buena aplicación para cámaras de vacío, a la vez que posee una baja sección eficaz de retrodispersión para electrones.

##### A.V.2.1. Alma de cobre que transmite el frío al detector.

La fig. V.3. muestra una vista de la misma. En los orificios A, B se colocaron sendas barras cilíndricas de dióxido de silicio, las cuales soportan al detector y al mismo tiempo lo

enfrian.

La elección de estas barras debe ser tal que por una parte sean buenas conductoras térmicas, y por otra parte sean aislantes eléctricos. Una sucesión de pruebas se realizaron con materiales tales como vidrio, lucite y cerámicas, entre ellos se eligió el dióxido de silicio, pues respondía perfectamente a las necesidades del montaje.

#### A.V.2.2. Soporte del detector

En la fig. V.3. se observa la pieza soporte. El detector está colocado a presión en la cavidad DD y el contacto del mismo con el F.E.T. se realiza por una punta de cobre que apoya sobre el detector sujeta por una lámina plástica.

#### A.V.2.3. Tapas del crióstato

El material utilizado para su construcción es aluminio. La función de estas piezas es cerrar herméticamente el compartimiento que contiene al F.E.T., al detector y a la fuente radioactiva, para poder hacer así vacío en este recinto.

#### A.V.2.4. Soporte para las fuentes radioactivas

Se realizó en plástico, para reducir la retrodispersión de los electrones. También el soporte está sujeto a las barras de dióxido de silicio. La fuente se coloca en un orificio central de forma tal de mantener la geometría invariante cualquiera sea la fuente utilizada.

### A.V.3. Detector

El ruido en un detector semiconductor se debe a múltiples causas, una de ellas es la variación del tiempo de colección de carga, la

cual causa una salida de pulsos variable con el tiempo. Este efecto puede disminuirse mediante la aplicación de campos electrostáticos, los cuales son generados aplicándole al detector altos voltajes de polarización.

Otra causa del ruido son las fluctuaciones de corrientes de pérdidas, las cuales se contrarrestan con las bajas temperaturas comprendidas entre -80 C y -140 C.

Otra característica importante a tener en cuenta es el tamaño de la señal de salida en un detector semiconductor. La experiencia muestra que ésta es inversamente proporcional a la capacidad del mismo. En consecuencia detectores de área efectiva pequeña y plana son utilizados en espectroscopía de alta resolución. El detector utilizado en el presente montaje tiene las siguientes características geométricas y eléctricas :

diámetro = 1 cm

espesor de barrera = 3 mm.

capacidad = 10 pF.

#### A.V.4. Transistor de efecto de campo (F.E.T.)

El F.E.T. es un amplificador que funciona a bajas temperaturas de alta impedancia de entrada ( del orden de  $10^4$  mayor que un transistor común ) que traduce las variaciones de tensión en variaciones de corriente. Normalmente el F.E.T. conduce una corriente constante, si queremos tener una respuesta en tensión a las variaciones de corriente necesitamos poner una resistencia muy grande a la salida, que está limitada por las condiciones externas de alimentación del F.E.T. que la fijan en un valor de 1 K $\Omega$ .

En el montaje descrito, se utilizó una unidad 2N3823 que por sus características es de gran aplicación en este tipo de equipos elec-

trónicos.

De los catálogos se obtiene que las temperaturas de trabajo en las cuales el ruido es mínimo corresponden al rango comprendido entre  $-100^{\circ}\text{C}$  y  $-140^{\circ}\text{C}$ . En la práctica se montó el F.E.T. de tal forma que su temperatura fuera óptima enfriándolo con nitrógeno líquido a través de piezas de cobre.

El tipo de montaje detector F.E.T. se muestra en la fig. V.4.

Tiene la ventaja de no poseer condensadores que alteren la capacidad resultante y disminuyan la alta resolución requerida.

#### A.V.5. Preamplificador (ref. 4, 5)

Se construyó un preamplificador adaptado a las necesidades de la alta resolución; para esto se debió montar parte de la etapa preamplificadora dentro de la cámara fría y el resto fuera de ella. Su función es la de transmitir la señal proveniente del F.E.T., invertirla y amplificarla sin modificar la banda pasante, sirviendo además como adaptador de impedancias.

En la fig. V.5. se muestra un esquema del mismo siendo la resistencia  $R_1$  de  $10^8$  ohms y el capacitor  $C_1$  de 0,1 microfaradios (5 kv) consta de una etapa de integración de alto voltaje, de tal manera que grandes variaciones en el voltaje no influyen en el " gate " del F.E.T.

El transistor  $Q_1$  presenta una baja impedancia ( del orden de los 30 ohms ) a los cambios de corriente en el " drain " del F.E.T. a la vez que minimiza el efecto Miller en el F.E.T. Estas variaciones de corriente son transmitidas a través de la resistencia  $R_d$  y pasan al resto del preamplificador a través de los transistores  $Q_2$  y  $Q_3$ .

La diferenciación es realizada por la constante de tiempo en paralelo entre la resistencia del " drain " del F.E.T. y el capacitor

C<sub>2</sub>.

En lo referente a la estabilidad, la solución se encontró enfriando las etapas críticas a temperaturas cercanas a las del nitrógeno líquido.

#### A.V.6. Montaje del detector y el F.E.T.

Las bajas temperaturas a las cuales operan los detectores de Si(Li) requieren que éstos estén colocados en cámaras de vacío. Es indispensable mantener la presión dentro de un orden de  $10^{-5}$  Torr. Para controlar ésta se construyó el puente mostrado en la fig. V.6., cuya característica primordial está dada por la resistencia R, la cual varía su valor en función de la disipación. De esta forma si hay una pérdida, se desequilibra el puente.

Se realizaron en consecuencia todas las pruebas necesarias hasta constatar que no existían entradas de aire en la cámara fría.

Como sostén del detector se utilizaron dos barras cilíndricas de dióxido de silicio y una plaqueta de aluminio, solucionando de esta manera el problema creado por la conexión del detector a la alta tensión y su aislación del resto del montaje.

Para montar el F.E.T. se diseñó un cilindro hueco de cobre, dentro del cual se colocó el diodo Zener y dos resistencias en serie con él. La primera de ellas, de  $40\Omega$  evita el paso de corrientes mayores que las permitidas, através del diodo; la segunda, es variable y su misión es la de calentar el F.E.T., ya que la temperatura necesaria para un ruido mínimo es superior a la del nitrógeno líquido.

Se muestra el esquema correspondiente en la fig. V.7.. Como el rango de calentamiento de este sistema no era lo suficiente como lo requería el F.E.T. a usar; se suplantó este dispositivo por una conexión directa a la carcasa del transistor, enfriándolo en mayor o menor grado de acuerdo al grosor de esta unión.

Para proteger al F.E.T. y al detector de las variaciones bruscas de tensión, se preparó un filtro que se intercaló entre la fuente de alta tensión y el detector. Un detalle del filtro se muestra en la fig. V.8.

Las conexiones de la parte interna con el preamplificador externo se realizaron mediante el uso de conectores, aislados eléctricamente del cuerpo del crióstato, por medio de pasantes de covar. Las conexiones internas del criostato fueron realizadas utilizando conectores muy cortos, los cuales fueron asegurados sobre una lámina de teflón para evitar vibraciones mecánicas.

#### A.V.7. Performances

Luego de haber variado las temperaturas de detector y F.E.T. desde  $-50^{\circ}\text{C}$  hasta  $-100^{\circ}\text{C}$  y desde  $-70^{\circ}\text{C}$  hasta  $-120^{\circ}\text{C}$ , respectivamente, se seleccionaron las temperaturas óptimas de trabajo.

Para medir estas temperaturas, se utilizó una termocupla de hierro-cromel calibrada en el rango comprendido entre  $-50^{\circ}\text{C}$  y  $-170^{\circ}\text{C}$ . Una vez ajustadas las temperaturas, se varió la polarización del detector y se optimizaron los resultados mediante el uso de una fuente de alta tensión estabilizada ( Solid State Radiations Inc. Modelo 202 ). A su vez se variaron la integración y diferenciación del amplificador Tranlamp.

Además, se estudió la resolución del sistema variando el voltaje B(+) aplicado a la resistencia de " drain " en el preamplificador y sin resistencia en el " gate ".

Se obtuvo la tensión B(+) que mejor respondió a las reiteradas pruebas , dando una máxima amplificación y una óptima resolución. En la tabla 1 figuran las condiciones de temperatura, tensiones y constantes que optimizan al sistema. Con estos valores de los parámetros se obtuvo el espectro de electrones de conversión interna procedente de la desintegración del  $\text{Bi}^{207}$ , indicado en la fig.V.9.

### A.V.8 Calibraciones

Se llevaron a cabo las dos calibraciones esenciales para utilizar el sistema como espectrómetro de electrones; en energía y eficiencia.

En la tabla 2 figuran las energías de los electrones de conversión procedentes de la desintegración de los nucleídos utilizados para la calibración.

La fig. V. 10. muestra la recta obtenida.

Para determinar la eficiencia del detector en función de la energía se recurrió al método de coincidencias electrón de conversión-gamma o electrón de conversión-X.

Se consideran primero aquellos nucleídos que presentan una cascada de transiciones  $T_1$  y  $T_2$ . El número de coincidencias electrón de conversión ( $T_1$ )-gamma ( $T_2$ ) por segundo está dado por :

$$N(e-\gamma) = N_0 b_1 x_1 P_c(x_1, i) \epsilon(E) x_2 P(x_2, \gamma) \epsilon(\gamma) \quad (1)$$

donde  $N_0$  : es el número de desintegraciones por segundo de la fuente;

$b_1$  : es el porcentaje de ramificación que conduce al nivel superior de la cascada  $I_1$ ;

$x_1$  : es el porcentaje de ramificación de la transición  $T_1$  correspondiente al nivel superior  $I_1$ ;

$P_c(x_1, i)$  : es la probabilidad de que ocurra la transición  $T_1$ , para la conversión en la capa  $i$ ;

$\epsilon(E)$ : es la eficiencia de detección para el electrón de energía  $E$ , incluyendo el ángulo sólido subtendido por fuente y detector;

$x_2$  : es el porcentaje de ramificación de la transición  $T_2$

correspondiente al nivel intermedio  $I_2$ ;

$P(x_2, \gamma)$  : es la probabilidad de emisión de una radiación electromagnética correspondiente a la transición  $T_2$ ;

$\epsilon(\gamma)$  : es la eficiencia de detección del contador de radiación electromagnética correspondiente a la transición  $T_2$ ;

La fig. V. 11. ilustra la cascada considerada.

El número de rayos gamma de la transición  $T_2$  detectado por segundo en el contador correspondiente, está dado de acuerdo con la fig. V,11. por

$$N(\gamma) = N_0 \sum_i (b_i \cdot x_i) P(x_2, \gamma) \epsilon(\gamma) \quad (2)$$

Por lo tanto el cociente entre las relaciones (1) y (2) está dado por

$$N(e-\gamma) / N(\gamma) = P_c(x_1, i) \epsilon(E) b_1 x_1 / \sum_i (b_i \cdot x_i) \quad (3)$$

Conociendo el esquema de desintegración correspondiente y los coeficientes de conversión interna para la transición  $T_1$ , de la expresión (3) se obtiene la eficiencia  $\epsilon(E)$ .

También es posible obtener la eficiencia  $\epsilon(E)$  en el caso de la conversión de un único nivel, estableciendo la coincidencia entre los electrones de conversión y la transición de fluorescencia concomitante X.

El número de coincidencias e-X por segundo está dado por :

$$N(e-X_i) = N_0 b_1 P_c(i) \epsilon(E) w_i \epsilon(X) \quad (4)$$

donde  $X_i$  : indica la transición de fluorescencia (por ej.  $K_{\alpha}$ );  
 $w_i$  : es el rendimiento de fluorescencia correspondiente;  
 $\xi(X)$ : es la eficiencia de detección para la radiación X,  
para un detector dado, incluyendo ángulo sólido y  
atenuación en la ventana del primero;

El número de rayos  $X_i$  detectado por segundo es :

$$N(X_i) = N_o b_1 P_c(i) w_i \xi(X) . \quad (5)$$

La relación entre las expresiones (4) y (5) es igual a la eficiencia  $\xi(E)$ .

En el caso de los nucleídos empleados para la calibración, se obtienen de tablas (ref. 1) los valores correspondientes.

a)  $\text{Bi}^{207}$

b)  $\text{Cs}^{137}$

c)  $\text{Ba}^{133}$

d)  $\text{In}^{114}$

Sobre tres mediciones para cada uno de los casos mencionados se obtienen las eficiencias registradas en la tabla V.3., y gráficos en la fig. V. 12.

Los errores anotados involucran los correspondientes a la presente experiencia y a los indicados en las tablas (fundamentalmente los coeficientes de conversión interna).

#### A.V.9. Comparación de espectros obtenidos por diferentes espectrómetros desarrollados en el Laboratorio de Radiaciones

Un espectro característico de electrones de conversión de relati-

va baja energía es el que presenta la desintegración del  $Ba^{133}$  y sirve además como standard de calibración y resolución. En el curso del tiempo se han obtenido en el Laboratorio de Radiaciones espectros de este nucleído (ref. 2). El último registrado con el espectrómetro descrito está indicado en la fig. V.13.

## B. ESPECTROMETRO DE RADIACION GAMMA

### B.V.1. Introducción

Como espectrómetro de radiación electromagnética se ha montado un sistema detector de Ge(Li) crióstato y pre-amplificador, marca ORTEC, acoplado a un amplificador ORTEC, modelo 440A y un selector multicanal de pulsos.

### B.V.2. Detector y pre-amplificador

En el contador los fotones son detectados por la transferencia de su energía a los pares electrón-agujero, en nuestro caso se trata de un cristal de Germanio coaxial ORTEC de tipo cilindro circular para espectrometría de rayos Gamma en el rango de energía de 50 keV, hasta 10 MeV.

El buen resultado de una medición depende de la rápida y eficiente colección de pares electrón-agujero, el cuál es influenciado por la calidad de la región intrínseca y el campo eléctrico aplicado, debiendo ser este último suficientemente alto para detectar el máximo de pares formados.

Los detectores de Ge(Li) ORTEC son uniones p.i.n. hechas de Germanio tipo p, con Litio tipo n difundido sobre la parte exterior del cristal y llevados hacia un cuerpo central bajo un fuerte campo eléctrico. Este proceso es el que compensa el exceso de impu-

rezas tipo p presentes originalmente en el cristal de Germanio, obteniéndose de esta forma una región de material, de alta resistividad ( intrínseca ). La configuración resultante es la mostrada en la fig. V. 14. siendo :

A la región compensada ( intrínseca ).

B la región con material tipo p en el centro ( no difundido ).

C el material tipo n sobre el exterior ( difundido con Litio ).

Para que no se produzca migración de iones de litio a través de la estructura atómica del Germanio intrínseco se requiere mantener el cristal a baja temperatura.. Por ello se realiza el montaje en un crióstato.

El detector utilizado tiene las siguientes características geométricas y eléctricas :

Diámetro : 38,8 mm.

Longitud : 33,2 mm.

Profundidad de difusión : 1 mm.

Volumen total activo : 34 c.c.

Capacidad total : 18,4 pF

Relación pico/Compton : 19/1.

Al detector se acopló un pre-amplificador "ORTEC" modelo 120 el cual es aconsejado para usar con detectores semiconductores que posean bajas corrientes de pérdidas ( menores de 2 nAmp. ). El rango típico de aplicación en el cual tiene la mejor performan-

ce es de 50-5000 keV.

La señal de salida tiene una amplitud de 145 mV por MeV de energía absorbida en el detector.

La constante temporal de decaimiento del pulso de salida es de aproximadamente 50  $\mu$ seg., caracterizándose por su rápido crecimiento que es del orden de 15 nseg. para capacidad externa de 0 pF.

### B.V.3. Performances

Para una polarización de 1500 V y constantes de diferenciación e integración de 0.5  $\mu$ seg. y 1.5  $\mu$ seg. respectivamente, se obtuvo el espectro de radiación electromagnética emitida en la desintegración del  $\text{Co}^{60}$  indicado en la fig. V.15.

### B.V.4. Calibraciones

Se ha observado que la dependencia de la energía en función de la altura de pulso no es estrictamente lineal en un rango de energía entre 0 y 3 MeV. Sólo es lineal en rangos más pequeños. Como caso particular es de interés estudiar tal dependencia en el rango comprendido entre 70 y 1.700 keV. Para ese rango se han utilizado los nucleídos :  $\text{Bi}^{207}$ ,  $\text{Cs}^{137}$ ,  $\text{Zn}^{65}$ ,  $\text{Mn}^{54}$ ,  $\text{Co}^{60}$ ,  $\text{Na}^{24}$ . La fig. V.16. muestra la relación energía versus altura de pulso para el espectrómetro descripto previamente.

Con respecto a la calibración en eficiencias en función de la energía, se ha considerado la eficiencia absoluta del espectrómetro a dos distancias fuente-base frontal del cilindro de aluminio.

Las eficiencias son calculadas en función de las eficiencias de un detector de  $\text{INa(Tl)}$  de 3" diam. x 3" alto, a una distancia fuente detector de 10 cm, obtenidas de tablas <sup>3)</sup>.

La relación de eficiencias se obtuvo registrando un mismo pico de radiación electromagnética en ambos contadores ( Ge y  $\text{INa}$  ) a distancias fuente-contador preestablecidas. La eficiencia que se considera es la correspondiente al pico de energía total e incluye el ángulo sólido subtendido por fuente y contador.

La relación de superficies de los picos registrados en ambos contadores está dada por :

$$S(\text{INa})/S(\text{Ge}) = \frac{I \cdot \epsilon(\text{INa}) R}{I \cdot \epsilon(\text{Ge}) R'}$$

donde I es el número de rayos gamma de una energía emitidos por la fuente, en el tiempo de medición, y R y R' son las relaciones de fotopico a espectro total para el detector de INa(Tl) y Ge(Li) respectivamente.

Luego la eficiencia del contador de Germanio está dada por :

$$R' \epsilon(\text{Ge}) = \epsilon_F(\text{Ge}) = \epsilon(\text{INa}) R \cdot (S(\text{Ge})/S(\text{INa}))$$

Para determinar la eficiencia en función de la energía se consideraron los espectros de radiación gamma provenientes de la desintegración de los nucleídos indicados en la tabla 4.

La fig. V.17. muestra la representación de la eficiencia en función de la energía, sobre la realización de tres experiencias completas.

#### REFERENCIAS

- 1) C. M. Lederer, J. M. Hollander and I. Perlman, Table of Isotopes, Sixth Edition (John Wiley and Sons, N. York, 1967).
- 2) H. E. Bosch, A. J. Haverfield, E. Szichman and S. M. Abecasis, Nuclear Physics A(108) (1968) 209.
- 3) R. L. Heath, Scintillation Spectrometry Gamma-ray Catalogue (Phillips Petroleum Co. Atomic Energy Division, Idaho Falls, Ideho, 1957).
- 4) E. Elad, and M. Nakamura, Lawrence Radiation Laboratory, Report UCRL 17149 (sept, 1966).
- 5) F. S. Goulding, Nucl. Inst. Meth. 43 (1966) 1.

TABLA 1

Condiciones óptimas para la respuesta de un espectrómetro semiconductor de Si(Li).

Elemento	Variable	Valor óptimo
FET	Temperatura polarización de " drain "	- 110° C 28 V
Detector	Temperatura polarización	- 80 °C 400 V
Amplificador	Cte. de diferenciación Cte. de integración	0,5 μs 1,0 μs

TABLA 2

Energía de electrones de conversión correspondientes a las fuentes radioactivas utilizadas en la calibración de energía del espectrómetro semiconductor de Si(Li).

Nucleído	Transición convertida (keV)	Energía del electrón de conversión en la capa		
		K	L	M
Bi <sup>207</sup>	569,6	481,6	554,9	566,5
	1063,4	976,0	1048,7	1060,3
Ba <sup>133</sup>	276,5	240,5	271,1	-
	302,8	266,8	297,1	-
	356,2	320,2	350,8	-
	383,7	347,7	-	-
Ba <sup>137m</sup>	661,6	624,2	656,2	-
Hg <sup>203</sup>	279,1	196,0	237,8	-
Au <sup>198</sup>	411,8	331,1	371,9	-

TABLA 3

Eficiencia del detector de Si(Li) en función de la energía, para el rango entre 100 y 1100 keV.

Nucleído	Energía electrón de conversión (keV)	$P_c(X_1, K)$	$P_c(X_1, L+M)$	$\epsilon(E)$
$H^{203}$	196,0	-	-	0,0024±0,0005
$Au^{198}$	331,1	-	-	0,0028±0,0005
$Bi^{207}$	481,6	0,0176±0,0030	-	0,0025±0,0008
	554,9	0,0059±0,0009	-	0,0021±0,0008
	976,0	-	0,0991±0,0081	0,0024±0,0005
$Ba^{137m}$	1048,7	-	0,0313±0,0047	0,0030±0,0008
	624,2	-	-	0,0027±0,0006

TABLA 4

Eficiencias obtenidas para el contador de germanio, para diferentes energías de radiación gamma.

Nucleído	Energía de la transición (keV)	INa(Tl)(3"x3"); d=10cm $\epsilon$ absoluta	R=SpS <sub>T</sub> <sup>-1</sup>	$\epsilon_F$ (Ge)(Pico energía total); (d= 10 cm )
Cd <sup>109</sup>	87,7	0,0320	1	0,00313±0,00015
Hg <sup>203</sup>	279,1	0,0260	0,85	0,00213±0,00012
Sn <sup>113</sup>	393,0	0,0235	0,750	0,00121±0,00010
Bi <sup>207</sup>	569,6	0,021	0,600	0,00069±0,00008
Cs <sup>137</sup>	661,6	0,0200	0,540	0,00061±0,00007
Mn <sup>54</sup>	835,3	0,0187	0,475	0,00043±0,00006
Bi <sup>207</sup>	1063,4	0,0175	0,405	0,00032±0,00006
Zn <sup>65</sup>	1115,0	0,0172	0,390	0,00029±0,00006

## LEYENDA DE FIGURAS

- Fig. 1. Diagrama en bloque del espectrómetro.
- Fig. 2. Esquema completo del dedo frío y reservorio.
- Fig. 3. Montaje en el crióstato del detector de Si(Li) y FET.
- Fig. 4. Conexión interna del FET y detector.
- Fig. 5. Esquema del preamplificador.
- Fig. 6. Puente para detectar aumento de presión.
- Fig. 7. Esquema del montaje del FET y calentador.
- Fig. 8. Filtro para proteger al FET.
- Fig. 9. Espectro de electrones de conversión procedentes de la desintegración del Bi<sup>207</sup>.
- Fig. 10. Recta de calibración correspondiente al espectrómetro descrito.
- Fig. 11. Esquema tipo de desintegración ilustrativo de los diferentes parámetros utilizados en la fórmula (1)-(3).
- Fig. 12. Variación de la eficiencia del detector de Si(Li) con la energía.
- Fig. 13. Espectro de electrones de conversión procedentes del Ba<sup>133</sup>.
- Fig. 14. Esquema del cristal de germanio coaxial.
- Fig. 15. Espectro gamma procedente del Co<sup>60</sup>.
- Fig. 16. Recta de calibración en energías del Ge(Li).
- Fig. 17. Eficiencia de detección de pico de energía total del Ge(Li) utilizado.

FIG. 1

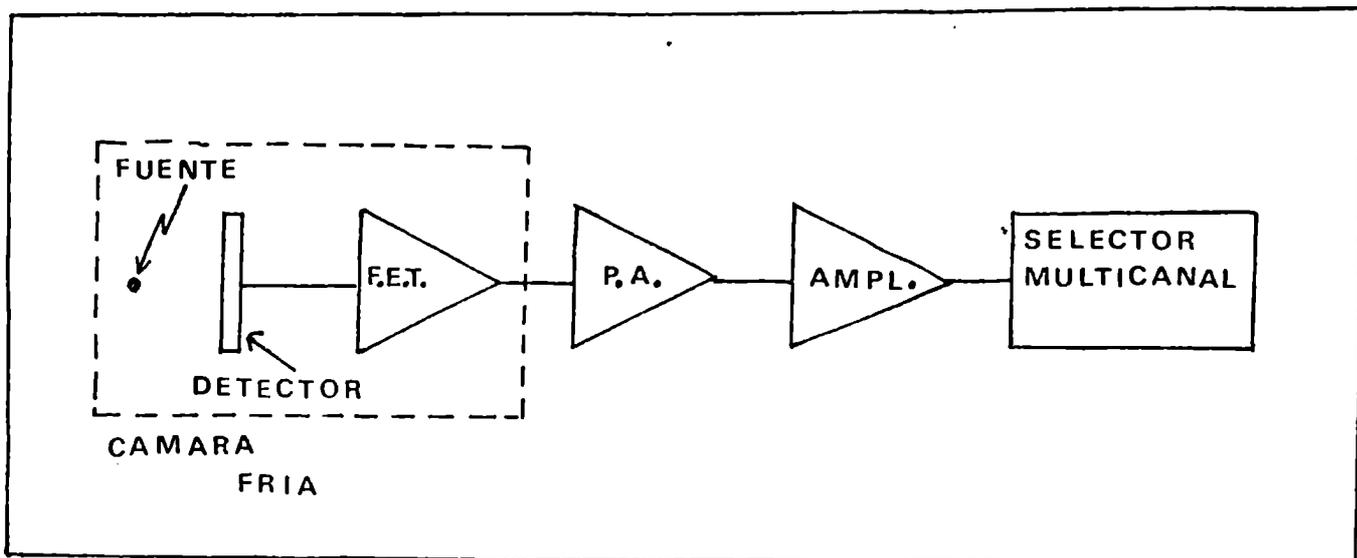


FIG. 2

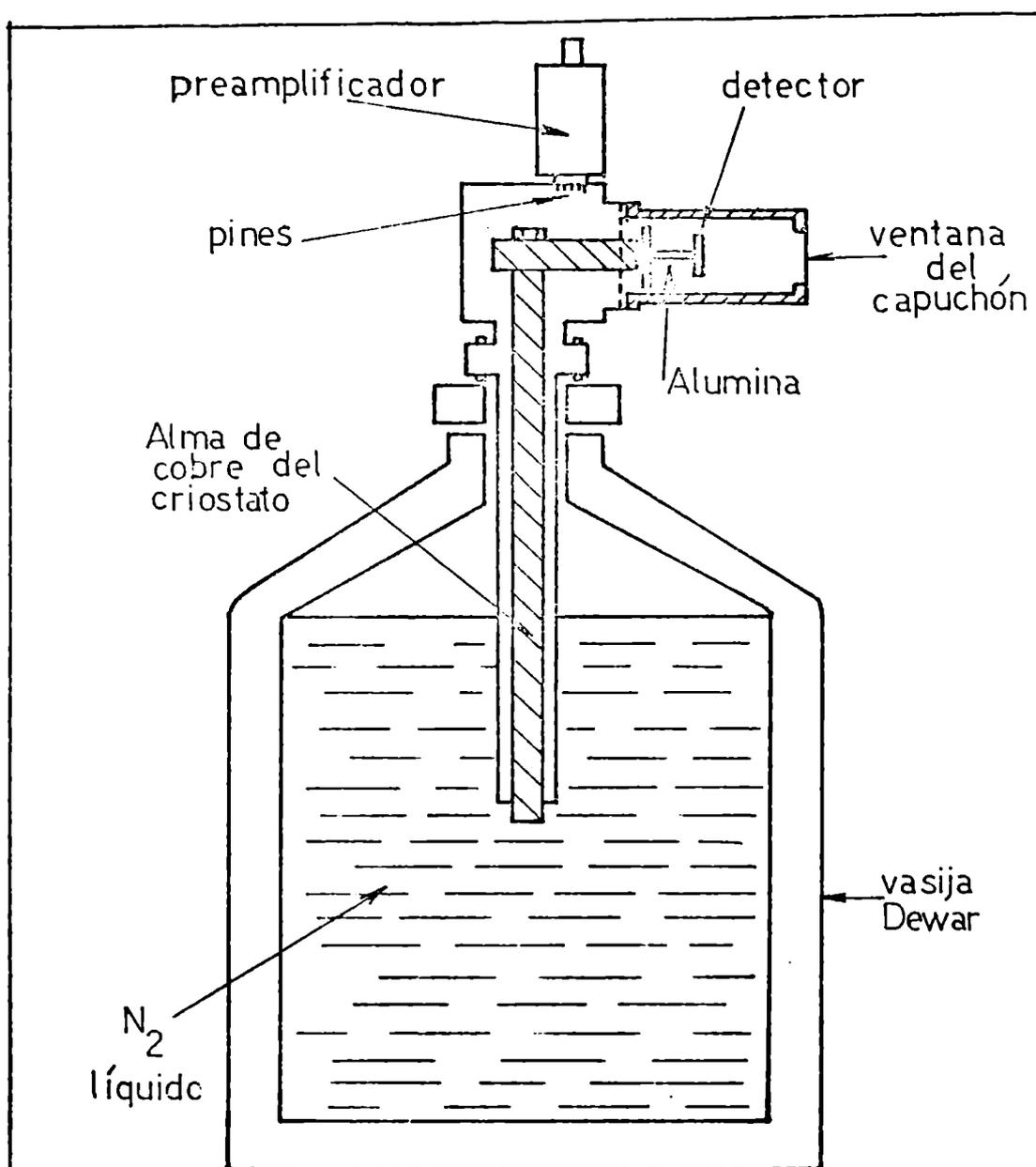


FIG 3

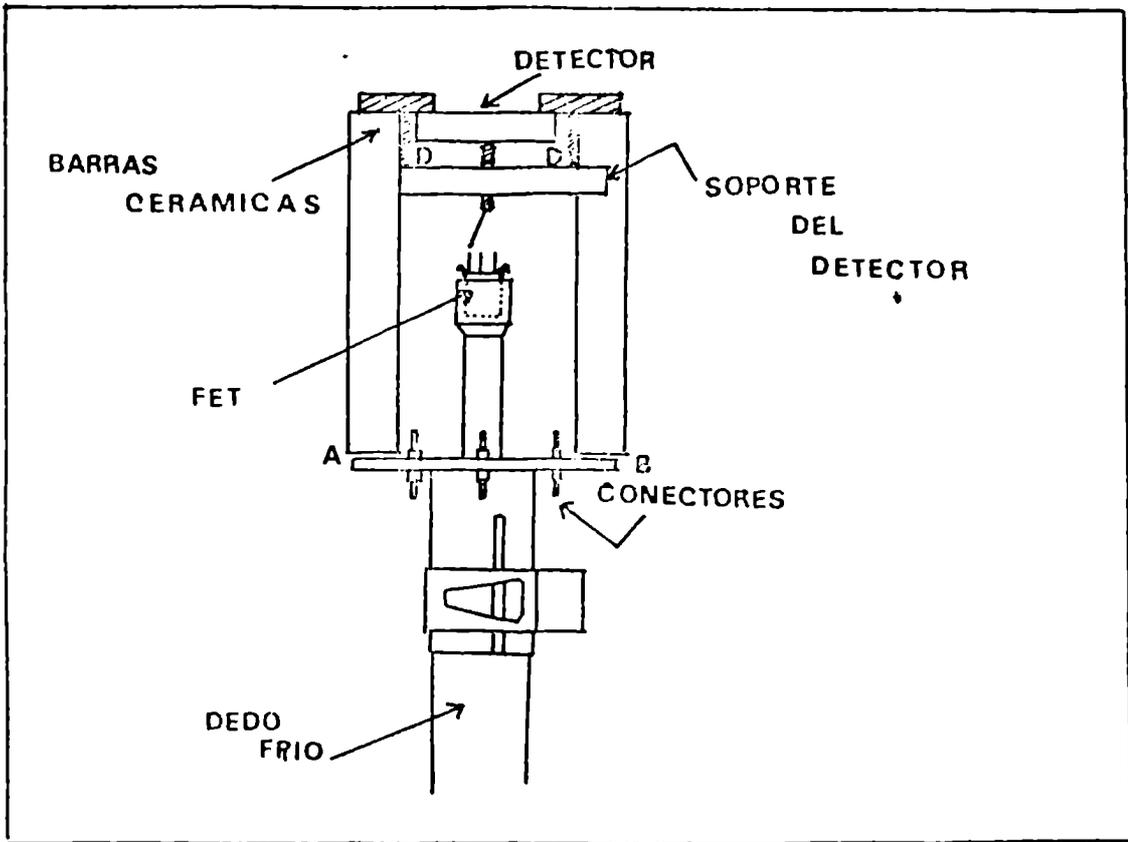
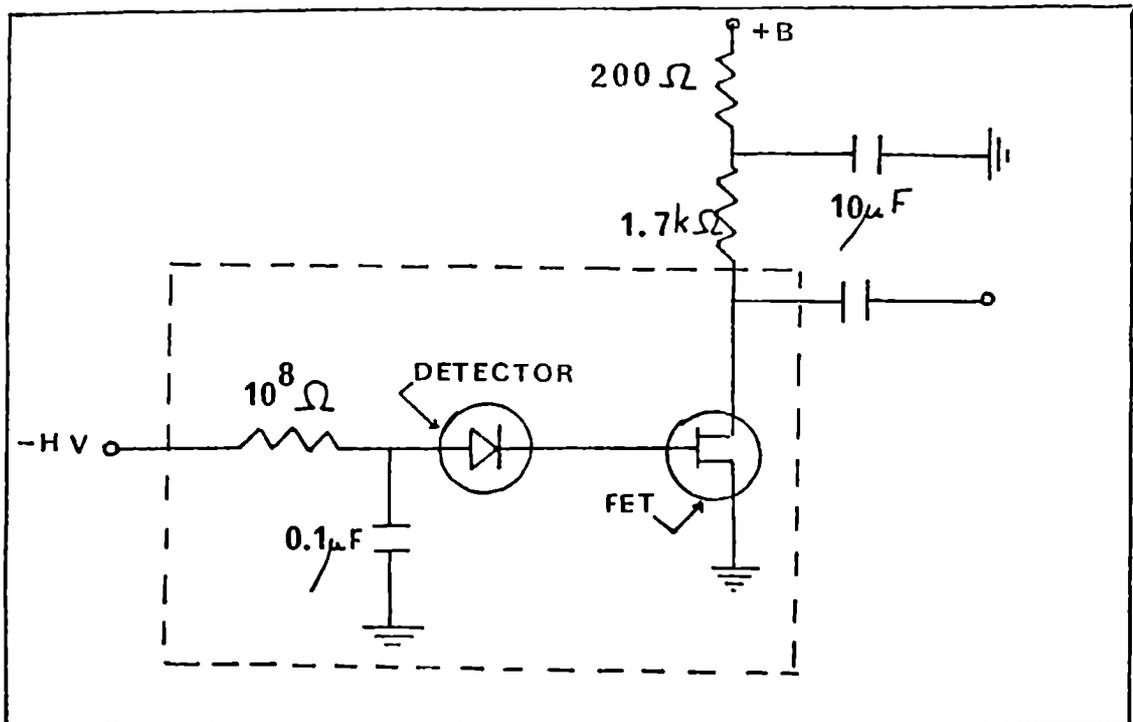


FIG.4



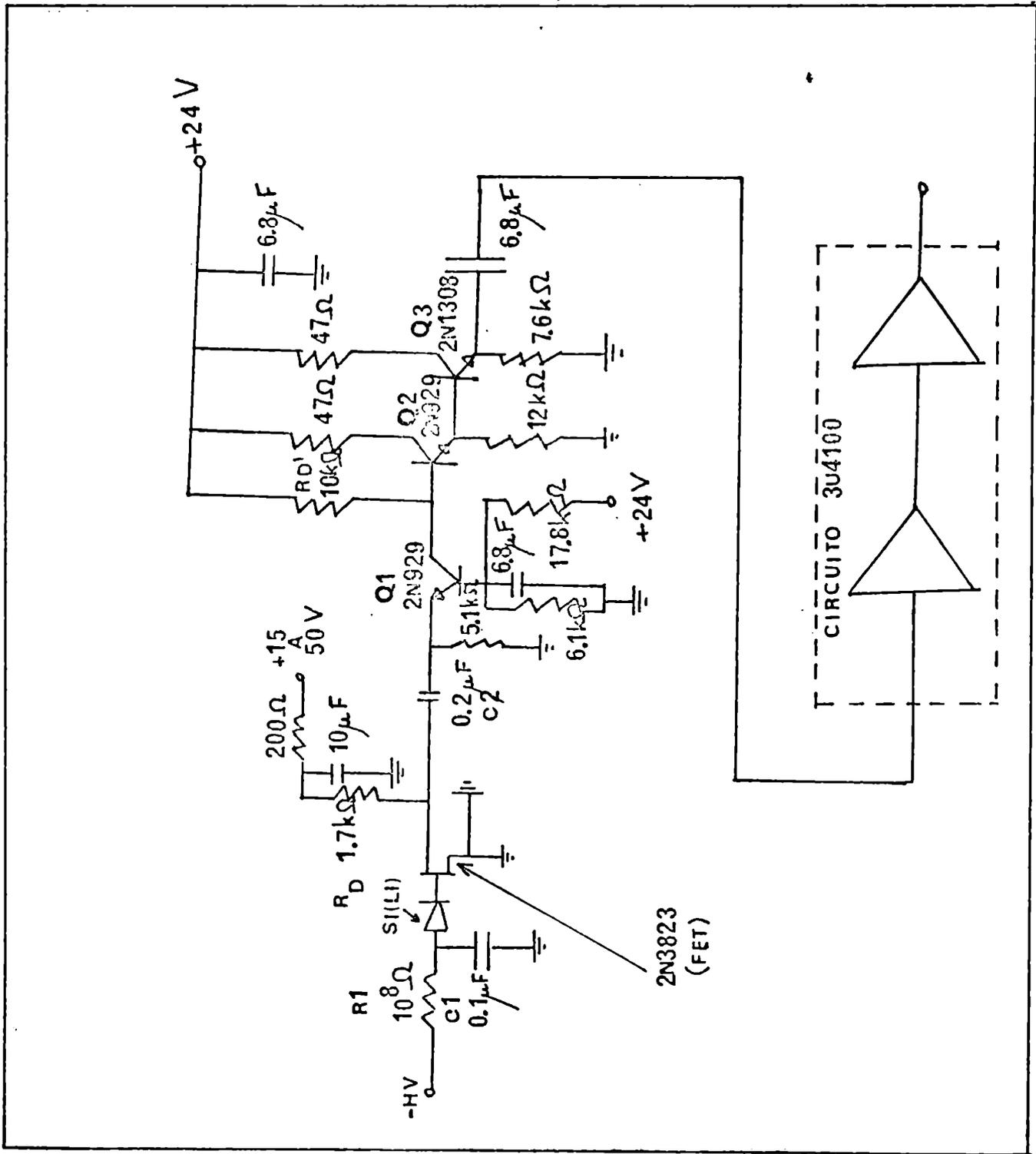


FIG. 5

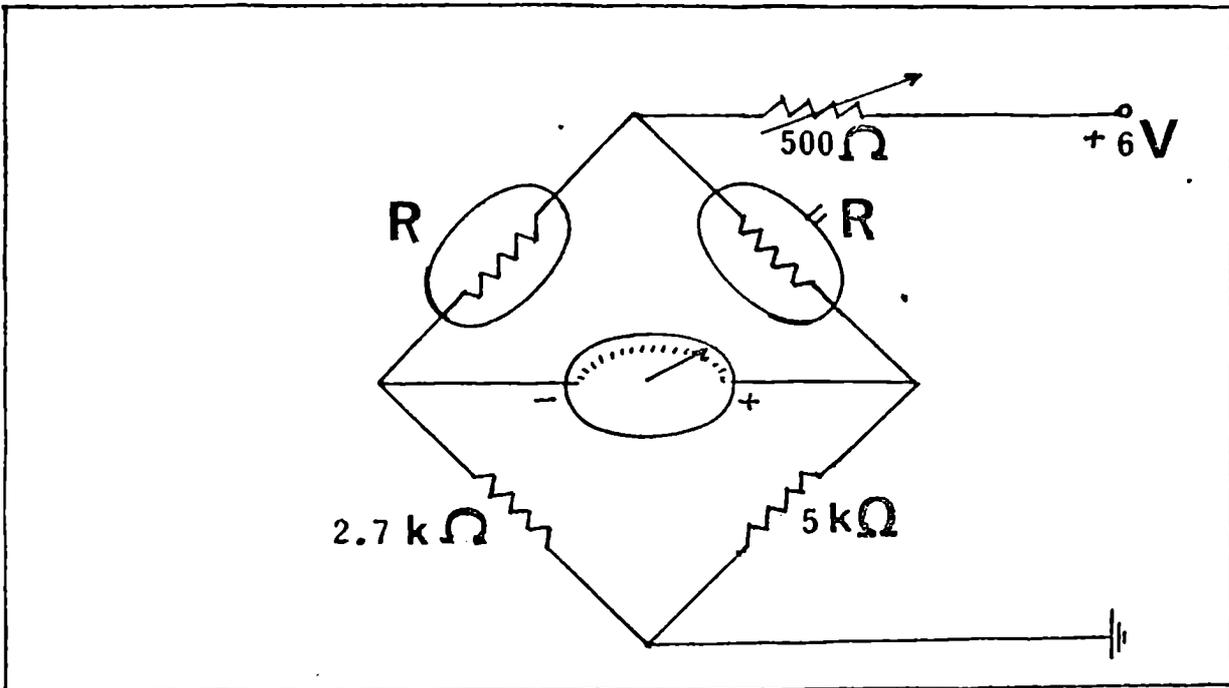


FIG. 7

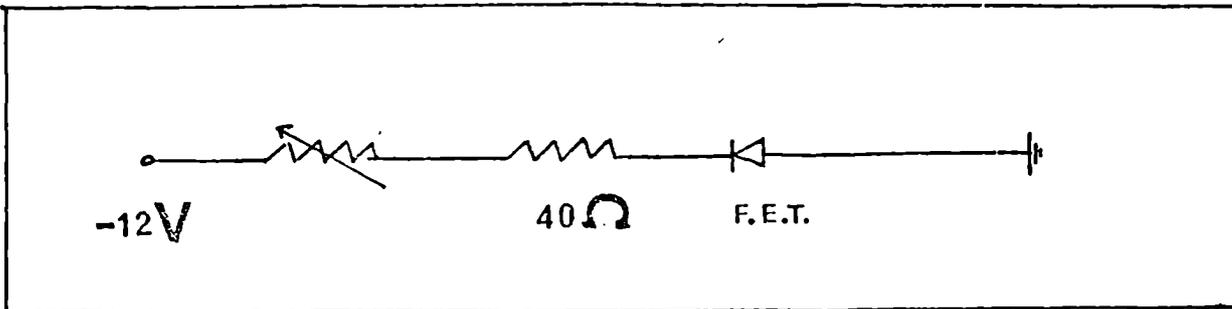


FIG. 8

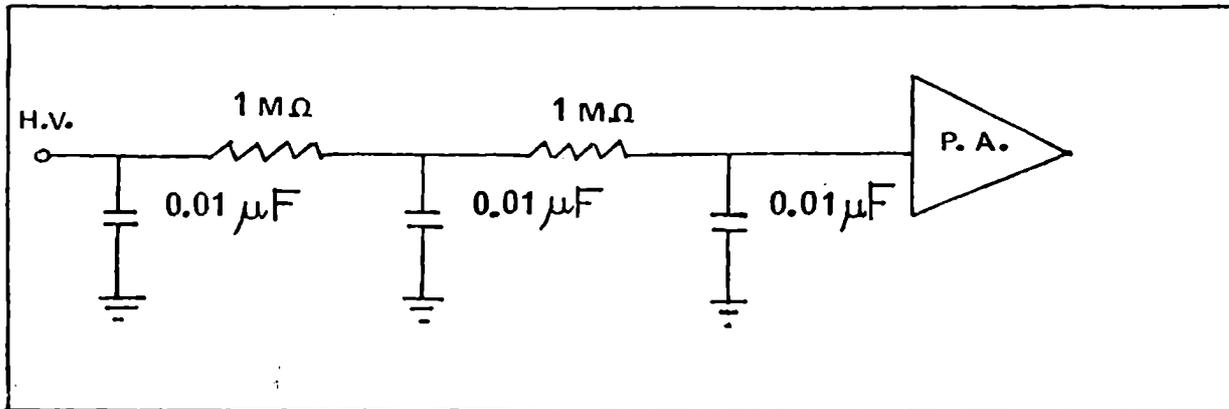


FIG. 9

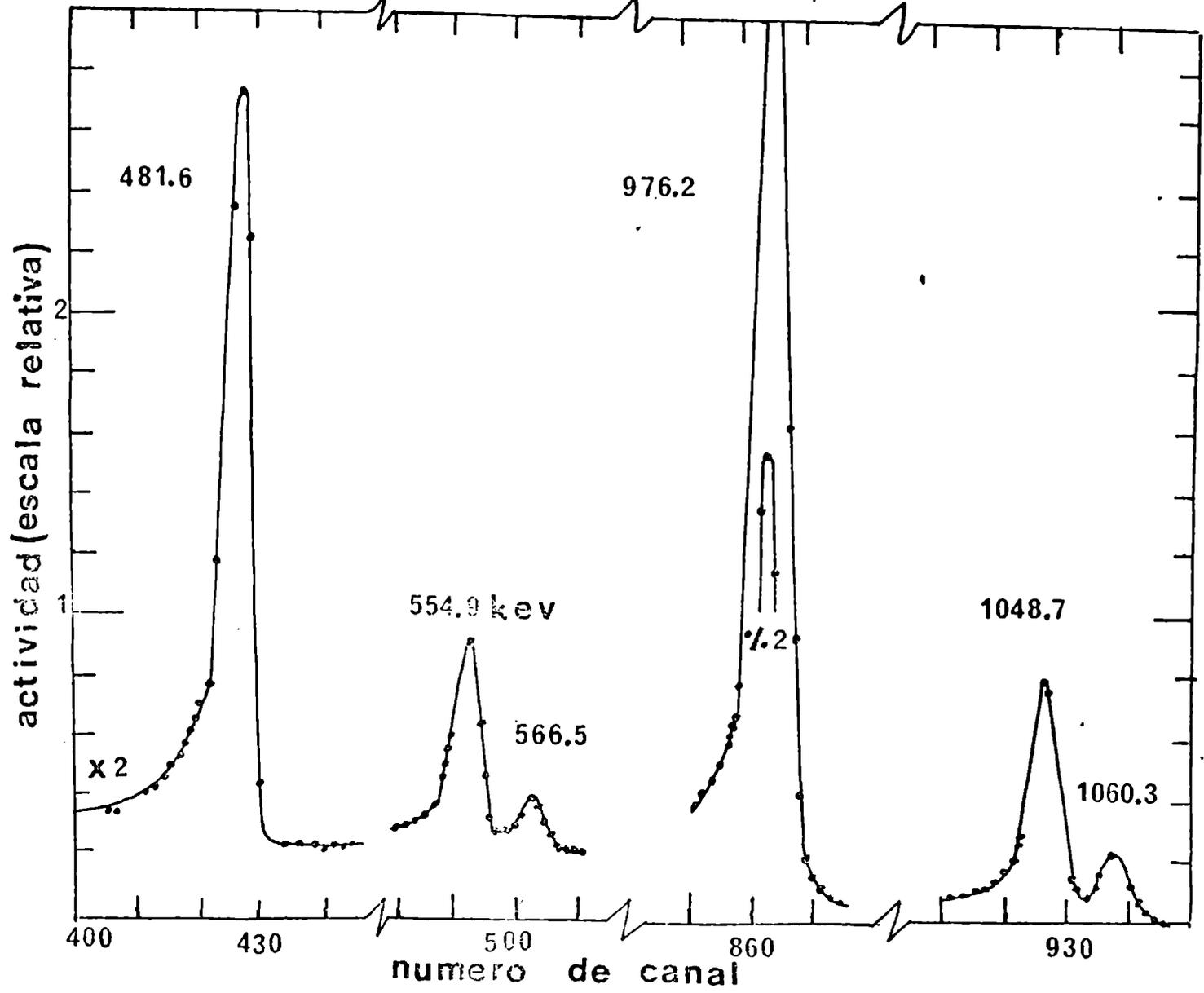
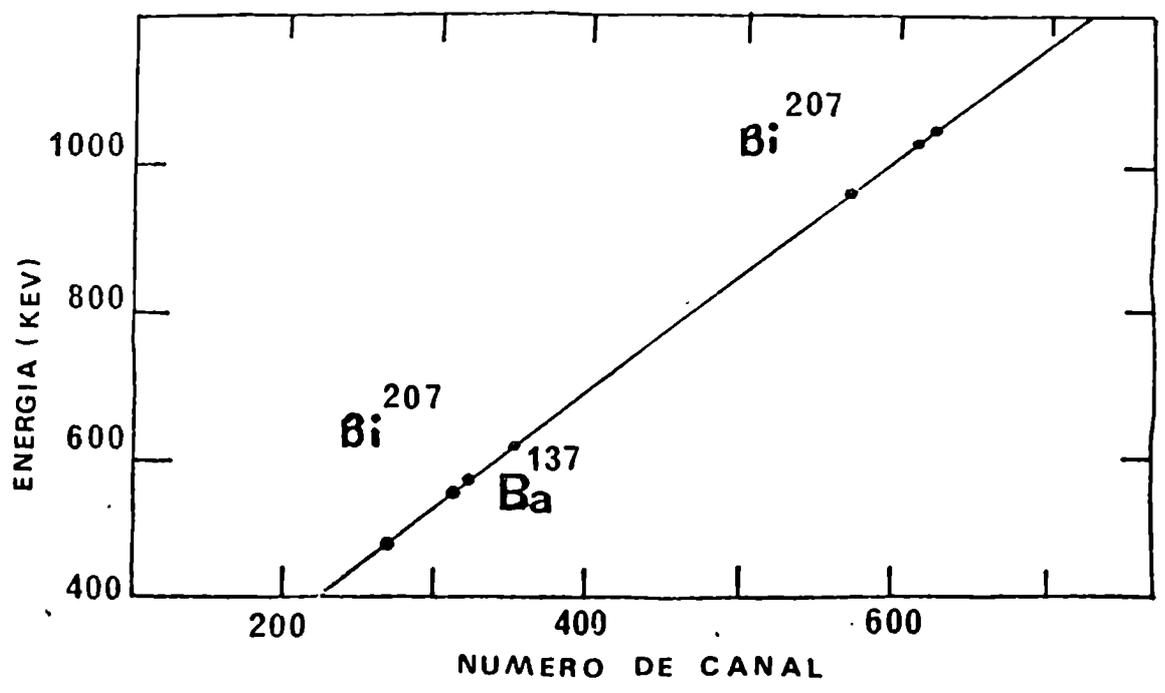


FIG. 10



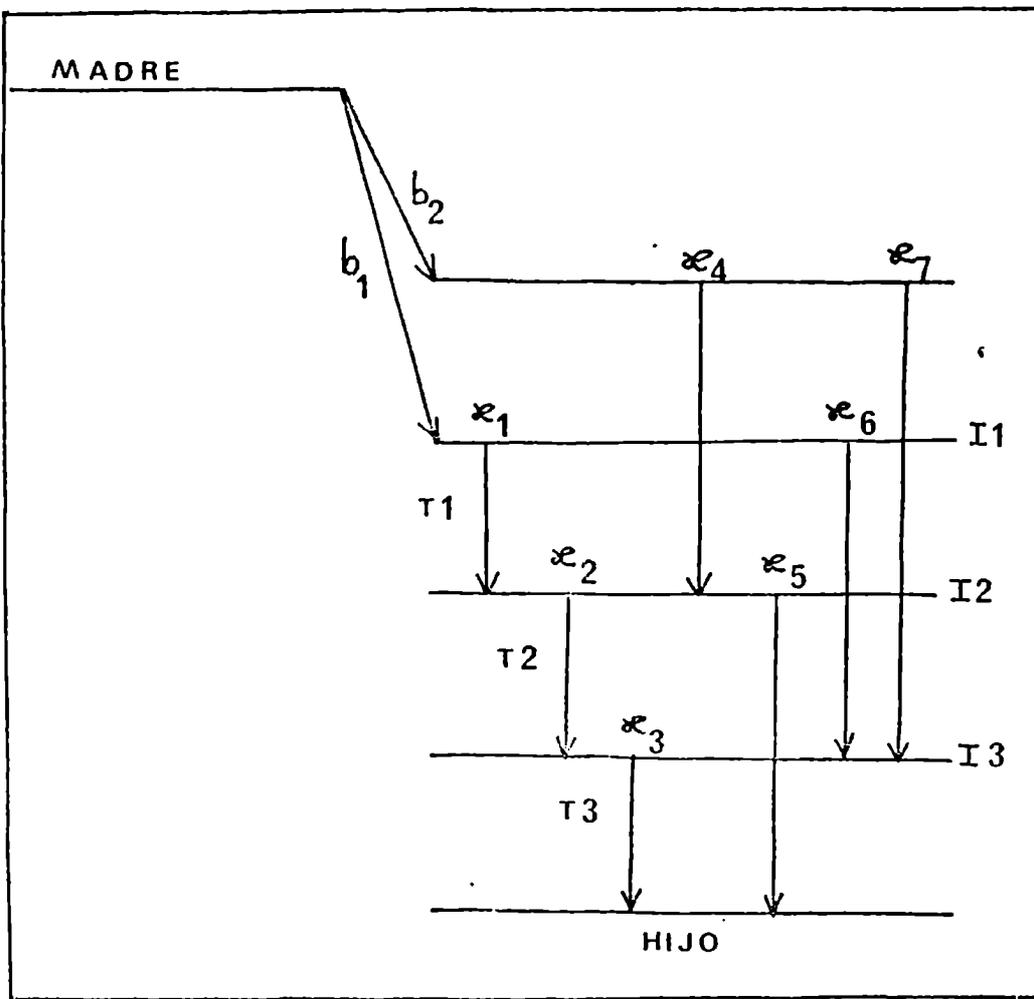


FIG. 12

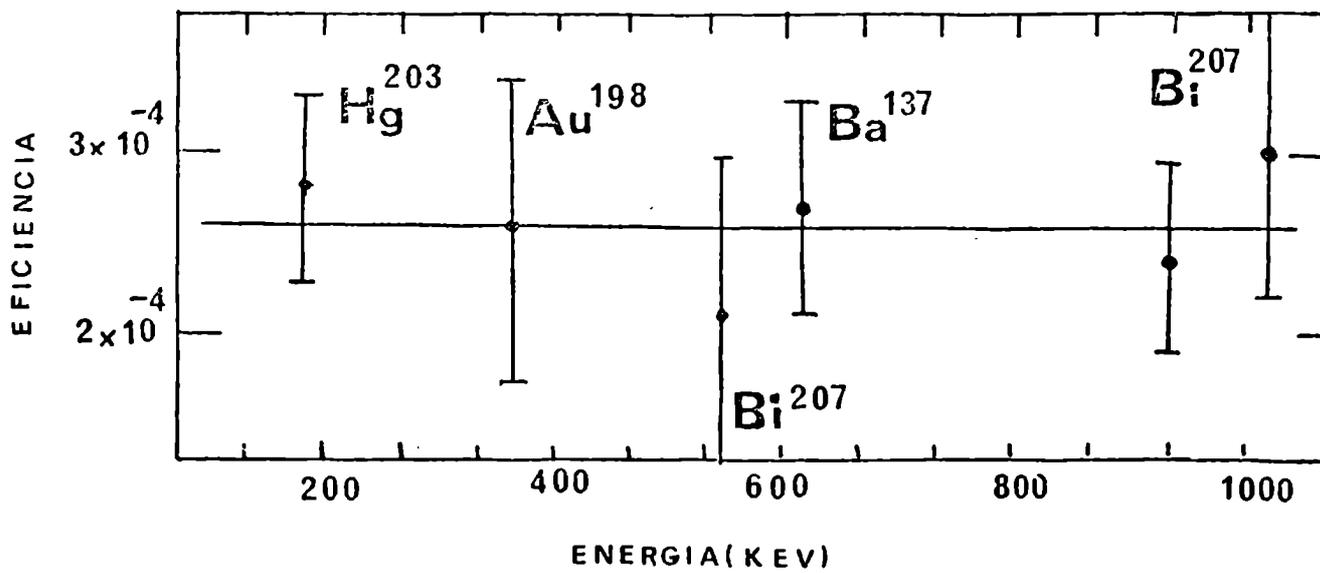


FIG. 13

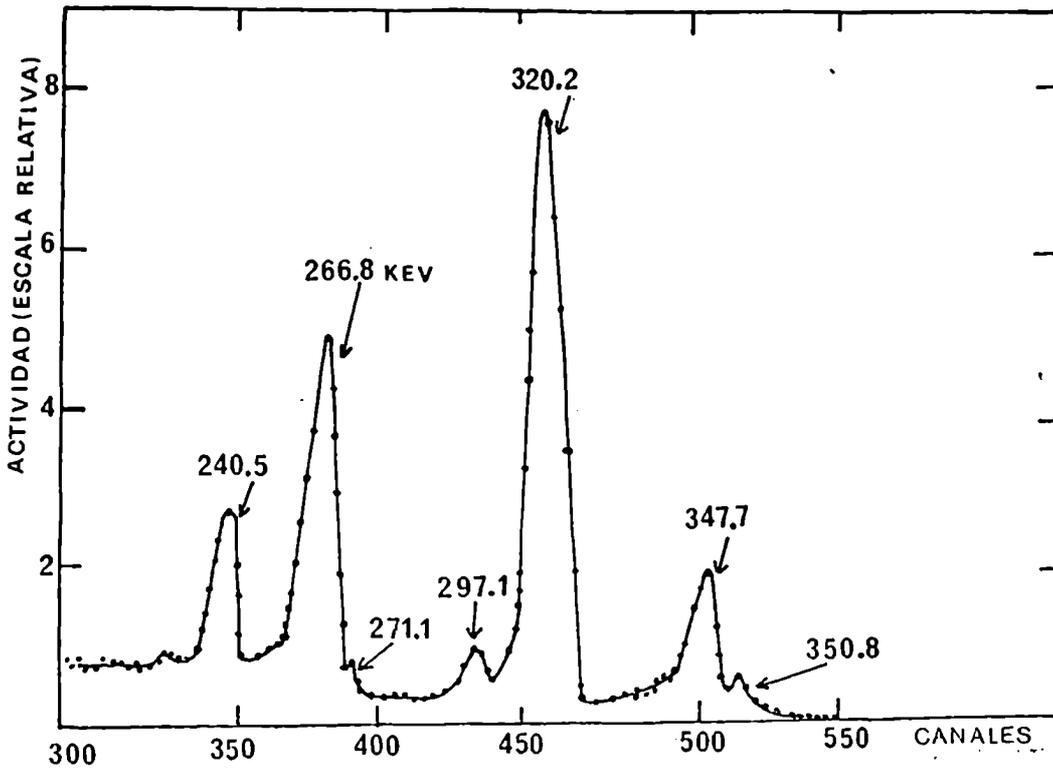


FIG. 14

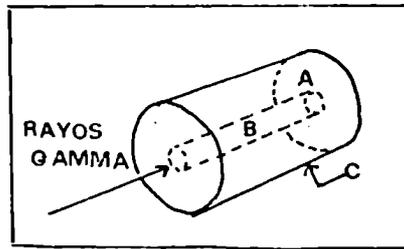


FIG. 15

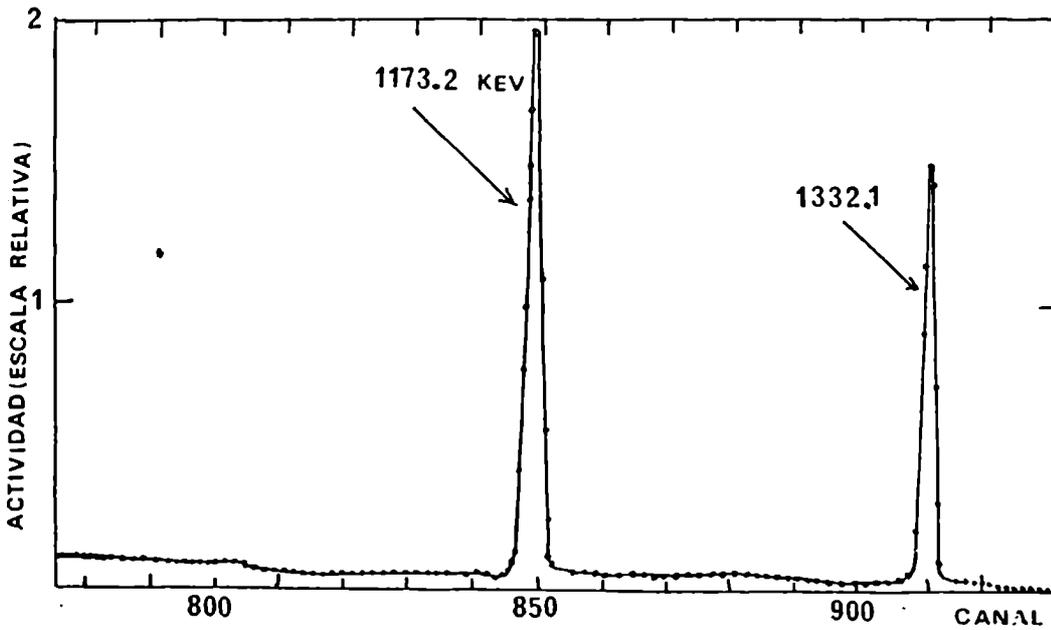


FIG. 17

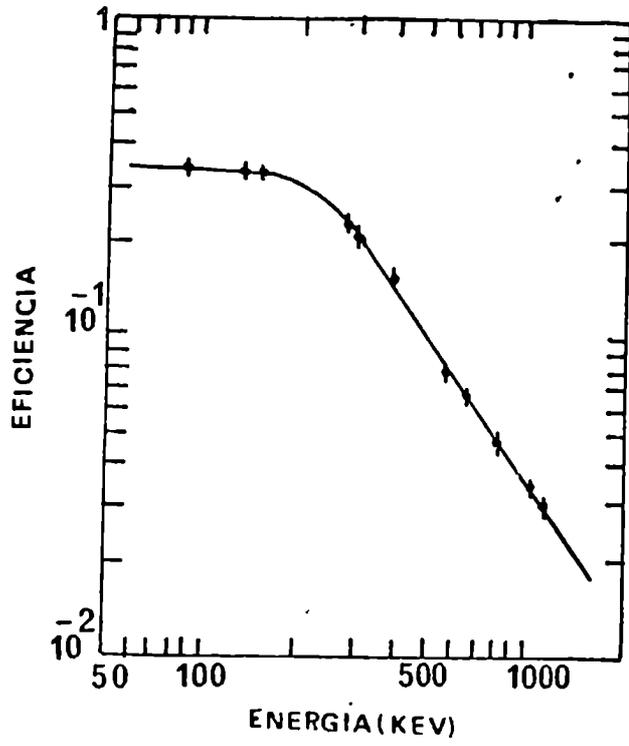
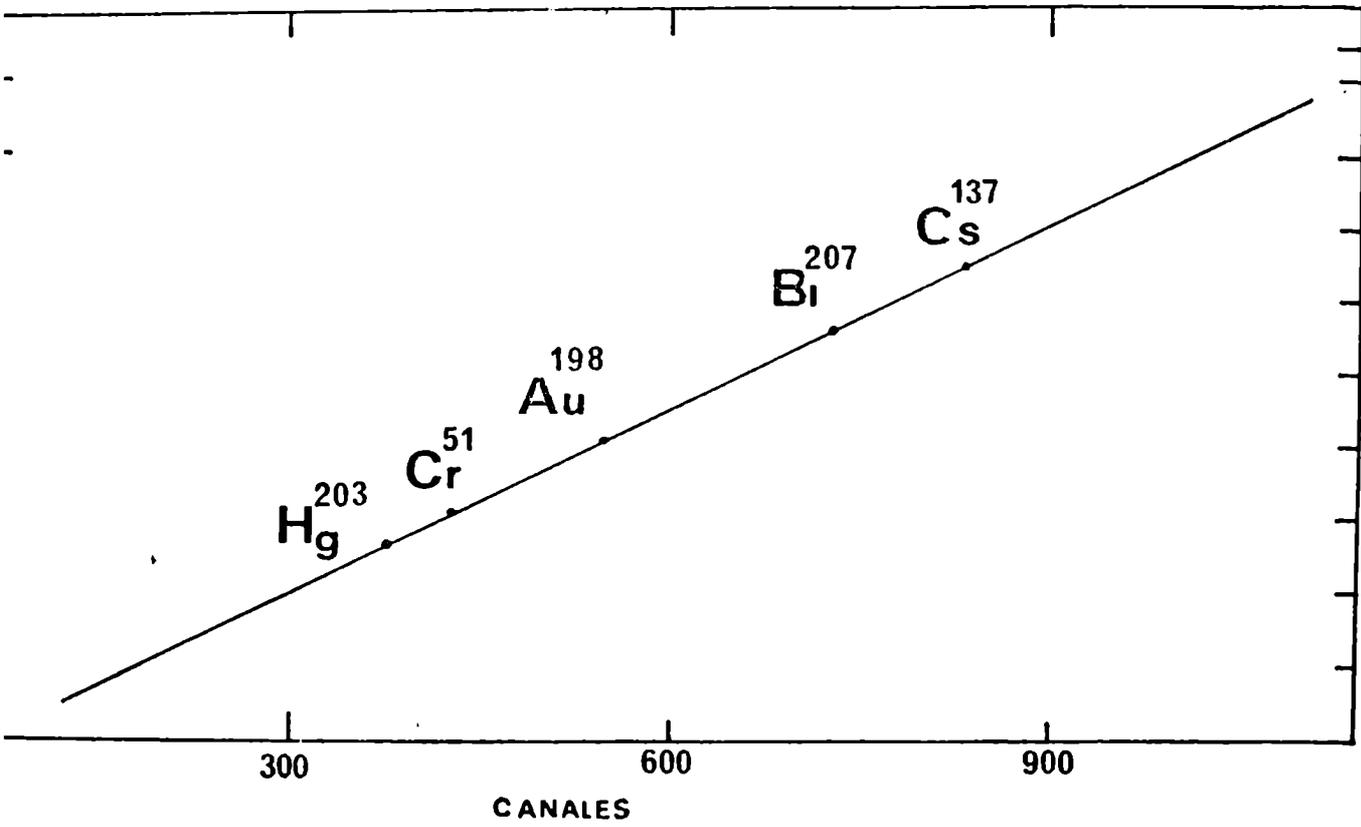


FIG. 16



## CAPITULO VI

### Estudio de la desintegración del $\text{Cd}^{115g}$ y $\text{Cd}^{115m}$

#### A. Desintegración del $\text{Cd}^{115g}$

##### A.VI.1. Introducción

El  $\text{Cd}^{115g}$  está caracterizado por un período de 53,5 hs y por desintegración beta alimenta los niveles excitados del  $\text{In}^{115}$  de energía expresada en keV

336,3 ; 597,5 ; 829,1 y 864.7

de acuerdo con el esquema de la figura VI.1.

El estudio de estos niveles del  $\text{In}^{115}$  por medio de decaimiento beta del  $\text{Cd}^{115}$  datan del año 1963, en que Hans y Rao <sup>1)</sup> por medio de centelladores de  $\text{Ina(Tl)}$  y cristales de antraceno determinaron los coeficientes de conversión interna de las radiaciones de 35 y 335 keV, estudiaron las emisiones beta coincidentes con los gamma de 262 y 528 keV y realizaron correlaciones angulares gamma-gamma de las cascadas (35-492) keV y (230-262) keV. En 1965 Pandharipande y col. <sup>2)</sup> realizaron la correlación angular entre la transición beta que alimenta el nivel de 598 keV y la radiación gamma de 261 keV. El primer trabajo realizado con detectores de  $\text{Ge(Li)}$  fue el de Graeffe y col. <sup>3)</sup> que establecieron con buena precisión las intensidades y energías de las radiaciones en el decaimiento del  $\text{Cd}^{115g}$ , y por primera vez se estableció la conexión entre los niveles excitados del  $\text{In}^{115}$  alimentados por el  $\text{Cd}^{115m}$  y  $\text{Cd}^{115g}$  a través de la transición gamma de 106 keV. Por otra parte, mediante la utilización de un detector de  $\text{Si(Li)}$  determinaron el coeficiente de conversión interna de la transición de 336 keV y por coincidencias X-Gamma el de 35 keV. El siguiente trabajo realizado

por T.D. Nainan y col. <sup>4)</sup> enfocó el estudio de las vidas medias de los niveles de 829, 864 y 597 keV por coincidencias retardadas beta-gamma con centelladores plásticos. Backlin y col. <sup>5)</sup> utilizaron por primera vez un espectrómetro magnético para el estudio de la radiación beta y electrones de conversión, determinaron las paridades de los niveles de 597, 829 y 864 keV y la vida media de los dos últimos, así como también confirmaron el spin de los dos primeros. En el año 1967 McDonald y col. <sup>6)</sup> midieron las vidas medias de los niveles de 829 y 864 keV, utilizando las coincidencias retardadas beta-gamma, y el coeficiente de conversión interna de la transición de 35 keV, mediante el empleo de un detector de Si(Li). Una nueva experiencia de correlación direccional gamma-gamma fue realizada por Bajaj y col. <sup>7)</sup>, los cuales utilizando un espectrómetro de centelleo estudiaron la correlación de la cascada (35-493) keV y determinaron el parámetro de mezcla de ambas transiciones.

El último trabajo sobre estos niveles del  $\text{In}^{115}$  fue realizado por Campbell y col. <sup>8)</sup> que determinaron el coeficiente de conversión interna de la transición de 35,6 keV empleando detectores de Ge(Li) y la técnica de coincidencias X-gamma.

#### A.VI.2. Estudio de la radiación gamma

La fuente activa fue obtenida irradiando cadmio natural en el reactor de la Comisión Nacional de Energía Atómica, obteniéndose en forma de solución de  $(\text{NO}_3)_2 \text{Cd}$  de la cual se depositó una gota del orden de 1 mm de diámetro sobre una delgada lámina de mylar. Para el análisis del espectro gamma simple se utilizó el contador semiconductor de Ge(Li) de 34 cc., en el rango de 200 hasta 600 keV. Se registraron en un selector multicanal 10 espectros a cada distancia entre 10 y 25 cm variando de a 5 cm. En la fig. VI.2. se aprecia un espectro típico. La determinación de las energías se realizó con un error del orden del 0,3 % como puede observarse en la tabla VI.1. donde se las compara con las determinacio-

nes de otros autores. En las intensidades el error es del orden del 15 %, lo cual es debido a las correcciones que fueron necesarias aplicar.

Se realizó luego de cada espectro uno de fondo en exactamente las mismas condiciones, el cual se restó al espectro anterior obteniéndose los espectros gamma simples del  $\text{In}^{115}$  libres de fondo con los cuales se determinaron los valores ya citados. Los efectos de apilamiento fueron despreciables pues se utilizó una fuente débil del orden de 100  $\mu\text{Ci}$  a distancias en las cuales no se apreció ningún efecto suma. Los espectros fueron registrados en intervalos temporales del orden de los 30 minutos teniéndose especial cuidado en la estabilidad de la temperatura ambiente evitándose de esa forma las fluctuaciones electrónicas. No se utilizó ningún tipo de blindaje evitando de esa forma picos de retrodispersión, pues el único fondo detectado permanecía en forma estable y era fácilmente descontable.

A.VI.3.1. Determinación del coeficiente de conversión K de la transición gamma de 35,6 keV.

Para medir el coeficiente de conversión interna de esta transición hicimos uso del hecho que cada electrón de conversión K deja al átomo en un estado excitado con una vacante en la capa atómica K, por lo cual un evento de esta naturaleza es acompañado por la emisión de una radiación X(K), y en vez de medir los electrones de conversión K realizamos la medición de los rayos X(K). Debido al efecto Auger sólo una fracción  $\omega_k$  (rendimiento de fluorescencia) da lugar a la emisión de rayos X(K). Luego con sólo medir la intensidad X(K) de los rayos X(K) relativa a los rayos gamma correspondientes se obtiene :

$$\frac{S_{kx}}{S_{\gamma}(35.6)} = \alpha_k \omega_k \frac{\epsilon_{kx}}{\epsilon_{\gamma}(35.6)}$$

siendo :

$\epsilon_{kx}$  y  $\epsilon_{\gamma}(35.6)$ : las eficiencias del detector para las radiaciones X(K) y gamma respectivamente. Dicha calibración es descrita en una sección anterior. Los correspondientes cocientes de eficiencias obtenidos son: 0,51/0,73/0,81 para 35,6 , 27,5 y 24,1 keV.

$S_{kx}$  : área del pico  $K_{\alpha} + K_{\beta_1} + K_{\beta_2}$

$S_{\gamma}(35.6)$  : area del pico gamma de 35,6 keV

$\alpha_k$  : coeficiente de conversión interna de la transición de 35,6 keV.

$\omega_k$  : rendimiento de fluorescencia para el indio obtenido de ref. 9.

El espectro del cual se determinó la relación  $\frac{S_{kx}}{S_{\gamma}(35.6)}$  fue obtenido en coincidencia con el gamma de 492,8 keV de tal forma de detectar sólo los rayos X(K) de la transición de 35,6 keV. Para obtener el espectro de coincidencias se discriminó con el cristal de Ge(Li) la radiación de 492,8 keV y el espectro X se obtuvo con el detector de Si(Li), usándose como circuito de coincidencias una unidad comercial Cosmic Radiation y analizador multicanal Nuclear Data de 511 canales . La unidad de coincidencias mencionada es del tipo múltiple pues permite obtener simultáneamente dos salidas de coincidencias independientes las cuales fueron enviadas a un sistema lógico que libera un pulso común para abrir la entrada de coincidencias en el selector multicanal y simultáneamente envía la información a dos submemorias del mismo. Esto se realizó con la intención de descontar las coincidencias fortuitas obtenidas en forma simultánea con las

reales más fortuitas. El selector multicanal de pulsos permite dividir su memoria en 2 o 4 partes con acceso externo a ellas, lo cual se realiza por un sistema de " routing " que transfiere las distintas señales de coincidencias a cada una de las submemorias del selector multicanal. Posee cuatro entradas para los pulsos de coincidencias, los cuales son conformados y derivados a la salida común de coincidencias y simultáneamente derivados cada uno de ellos a una salida particular. Mediante un sistema de bloqueo por medio de diodos se impide que los pulsos que hayan entrado por una entrada salgan por una salida que no sea la correspondiente. La salida común se conecta a la entrada de coincidencias del selector multicanal de pulsos y por otro lado cada una de las salidas del " routing " a cada una de las submemorias del multicanal. En el espectro mostrado en la fig. VI.3. se observan los siguientes picos :

- 1) 35,6 keV correspondiente a la transición gamma entre los niveles excitados de 864,7 keV y 829,1 keV del  $\text{In}^{115}$ .
- 2) 24,1 y 27,3 keV correspondientes a las transiciones  $K_{\alpha}$  y  $K_{\beta}$  de fluorescencia, respectivamente.

De estos espectros se derivaron los resultados que se muestran en la tabla VI.2., donde se los compara con mediciones realizadas por otros autores.

Este método permitió solamente determinar el coeficiente de conversión  $\alpha_k$  pues las radiaciones X(L) del indio son de muy baja energía para poder ser detectadas en nuestro espectrómetro.

En la fig. VI.3. puede observarse la separación entre las líneas  $K_{\alpha}$  y  $K_{\beta}$  llegandose a apreciar la  $K_{\beta_2}$  de la  $K_{\beta_1}$ , lo cual es posible debido a la resolución de 275 eV del espectrómetro de Si(Li) en dicha región de energía.

A.VI.3.2. Determinación de los coeficientes de conversión de la transición gamma de 336,6 keV.

Para esta medición se utilizó el contador de Si(Li) como detector de electrones de conversión en la región de 300 a 400 keV.

La fuente utilizada era prácticamente puntual, pero no se pudo impedir la leve deformación de los picos de conversión, como se puede observar en la fig. VI.4, debido a la retrodispersión de los electrones en la propia fuente radioactiva. En dicha figura se observan las líneas K de 308,4 keV, L de 332,3 keV y M de 335,6 keV, estando esta última no completamente diferenciada de la línea L pues la resolución del Si(Li) para electrones de esta energía era de 2,5 keV.

Simultáneamente con este espectro de electrones se registró un espectro gamma de la línea de 336,3 keV con el detector de Ge(Li). Tomando en cuenta las eficiencias absolutas de ambos contadores y las respectivas geometrías, se determinaron los coeficientes de conversión interna  $\alpha_K$ ,  $\alpha_L$  y  $\alpha_M$  para la transición de 336,3 keV. Los valores obtenidos se observan en la tabla VI.2. donde se puede apreciar que los errores oscilan en el 10 % lo cual se debe a la precisión de la calibración en eficiencia de ambos contadores y los errores introducidos en los análisis de los espectros correspondientes.

Debido a la alta eficiencia del contador de Si(Li) para rayos X de baja energía y como las líneas  $K_\alpha$  y  $K_\beta$  son ampliamente resueltas, se tuvo que tener en cuenta la corrección de adición por ángulo sólido de los electrones de conversión K y los rayos X( $K_\alpha$ ) con cuyas energías sumadas se obtiene la energía de los electrones L, así como también los electrones de conversión K con la línea X( $K_\beta$ ) con los cuales se obtiene la energía de los electrones M.

Para poder corregir por este efecto suma se tomaron varios espec-

tros de conversión a diferentes distancias fuente detector lo cual permitió evaluar el valor correcto de  $\alpha$  y su correspondiente error, libre de dicho efecto suma.

#### A.VI.4.1. Estudio de la radiación beta.

Con los instrumentos descritos en capítulos anteriores, fueron analizadas dos transiciones beta :

- (i) entre el estado fundamental del  $\text{Cd}^{115}$  y el estado excitado de 864,7 keV del  $\text{In}^{115}$ .
- (ii) entre el estado fundamental del  $\text{Cd}^{115}$  y el estado excitado de 829,1 keV del  $\text{In}^{115}$ .

Debido al alto porcentaje (63,5 %) de la transición beta que alimenta el nivel de 336,3 keV cuya energía final es de 1010 keV, fue necesario realizar la medición de los espectros beta en coincidencia con las radiaciones gamma de 528,2 y 492,8 keV, lo cual permitió separar completamente ambos espectros.

Se depositó una gota de solución de  $(\text{NO}_3)_2\text{Cd}$  casi puntual sobre una delgada lámina de mylar, lo que constituyó la fuente radioactiva que se introdujo dentro de la cámara del criostato.

Las radiaciones gamma fueron detectadas con el contador de  $\text{Ge}(\text{Li})$  utilizándose como circuito de coincidencias la unidad Cosmic Radiation y el circuito lógico ya mencionado. La resolución temporal obtenida con ambos detectores fue de 300 ns.

Ambos espectros beta registrados con el detector de  $\text{Si}(\text{Li})$  fueron almacenados simultáneamente en dos analizadores multicanales de 511 canales cada uno, utilizándose la mitad de la memoria para registrar coincidencias reales más fortuitas y la otra mitad para fortuitas.

Cuando se investiga un espectro beta en coincidencia con una ra -

diación gamma, deben ser tenidas en cuenta tres importantes correcciones :

- (i) retrodispersión y resolución finita;
- (ii) coincidencias fortuitas;
- (iii) fondo gamma o de bremsstrahlung.

La coincidencia beta bremsstrahlung en este caso es despreciable debido a que los espectros beta no son intensos y la energía máxima no supera al MeV.

La corrección de retrodispersión y resolución finita es realizada por medio del bien conocido método descrito por Charoenkwan <sup>10)</sup>. El parámetro  $p$  usado para esta corrección está definido como cociente del número total de electrones retrodispersados de una dada energía  $N(E)$  y el número total de electrones retrodispersados  $N_b$ . Su correspondiente valor experimental se determinó analizando las líneas monoenergéticas de los electrones de conversión correspondientes al decaimiento del  $\text{Bi}^{207}$ ,  $\text{Cs}^{137}$ , y  $\text{Sn}^{113}$ .

Para la segunda corrección se utilizó el procedimiento general de coincidencias que consiste en registrar en forma simultánea en una memoria del multicanal las coincidencias beta reales más fortuitas y en una segunda memoria del mismo las fortuitas únicamente realizando luego el descuento canal por canal para obtener las coincidencias beta reales.

La tercera corrección importante se debe a la interacción de la radiación gamma con el detector de Si(Li), la cual deja en él electrones Compton cuya contribución se suma al espectro beta. El procedimiento adoptado para eliminar este fondo de electrones Compton fue el de obtener un espectro colocando un absorbente de electrones entre la fuente radiactiva y el detector, realizándose luego el descuento.

Previamente al estudio del decaimiento beta del  $\text{Cd}^{115g}$  se realizó una verificación de la respuesta del detector de electrones con respecto a la forma del espectro beta, para lo cual se analizaron dos espectros beta diferentes pero bien conocidos que son los correspondientes a los decaimientos del  $\text{Mn}^{56}$  y del  $\text{In}^{114}$ . En ambos espectros beta obtenidos del decaimiento del  $\text{Cd}^{115g}$  se realizaron las correcciones ya mencionadas. El número de electrones retrodispersados fue de alrededor del 8 % del número de electrones detectados de una dada energía. Las coincidencias fortuitas fueron del 10 % de las totales registradas y el fondo gamma superpuesto sobre el espectro beta fue despreciable. El valor experimental  $N(E)$  del número de electrones registrados en la energía  $E$  fue ajustado a la función :

$$\frac{N(E)}{p E F_0(z,E)} = (1 + a E) (E - E_0)^2$$

donde :

$E_0$  : es la energía final de una dada transición beta;

$(1+aE)$ : es el factor de forma correspondiente a la misma transición beta, considerándola permitida;

$F_0(z,E)$ : es la función de Fermi.

Este tipo de ajuste fue realizado para las dos transiciones ya mencionadas por medio de la minimización de la función  $\chi^2$  mediante el empleo de la subrutina MINUIT, la cual fue obtenida de la biblioteca del CERN. En este procedimiento son considerados libres dos parámetros  $E_0$  y  $a$ . El mejor ajuste fue obtenido para los valores indicados en la tabla VI.3. Las formas de espectro

correspondientes de ambas transiciones beta están representados en las figs. VI.5 a) y VI.5 b).

#### A.VI.5. Estudio de las correlaciones angulares gamma-gamma

##### A.VI.5.1. Descripción de la experiencia.

Se determinaron los coeficientes  $A_{22}$  y cocientes de mezcla de la correlación angular gamma (35,4)-gamma (492,8) y gamma (35,4)-gamma (231,6).

Para poder hacer ambas determinaciones en forma simultánea se seleccionó la energía de 35,4 keV con el detector de Si(Li), la que se puso en coincidencia con el espectro gamma detectado en el cristal de Ge(Li), utilizándose unidades discriminadoras de energía Cosmic Radiation y el circuito ya mencionado de coincidencias.

Utilizando el sistema de " routing " se envió la información de coincidencias fortuitas a 256 canales de la memoria del selector multicanal y las reales más fortuitas a los otros 256 canales, lo cual permitió obtener ambas informaciones en forma simultánea. Un esquema en bloque se describe en la fig. VI.6.a).

Para obtener el espectro de coincidencias reales fue necesario realizar la resta canal por canal de las coincidencias fortuitas obteniéndose claramente dos picos : uno de 231,6 keV y el otro de 492,8 keV.

Se tuvo especial cuidado en la geometría, de tal manera que en el plano determinado por los ejes de ambos cristales estuviera la fuente radioactiva. Para la determinación de los coeficientes de las correlaciones angulares se midieron las coincidencias a 90°, 180°, y 270°, pues los posibles coeficientes  $A_{44}$  para ambas cascadas eran consistentes con cero.

Un esquema de dicha disposición se muestra en la fig. VI.6.b. Como detector fijo se utilizó el de Si(Li), rotando al Ge(Li).

Un espectro típico de coincidencias reales se muestra en la fig. VI.7.

#### A.VI.5.2. Tratamiento de los datos experimentales

La función de correlación angular  $W(\theta)$  se obtiene a partir del número de coincidencias  $N_c$  registradas y normalizando esta cantidad por el número de pulsos detectados por la ventana de energía  $N_g$ , resultando:

$$W(\theta) = N_c^{(\theta)} / N_g$$

$N_c$  es el área bajo los picos de coincidencias reales y  $N_g$  el número de cuenta registradas en un escalímetro conectado a la salida de la unidad discriminadora del detector de Si(Li).

En el valor de las áreas fueron descontadas la contribución de las coincidencias fortuitas y todos los datos fueron seleccionados mediante la prueba estadística del  $X^2$ , la cual nos da una bondad de los datos experimentales. Para poder aplicarlo se necesitan como mínimo 30 medidas que se agrupan en intervalos que deben tener cinco o más medidas cada uno, y la prueba consiste en comparar la frecuencia observada con el valor medio teórico correspondiente al centro del intervalo, para lo cual usamos la distribución de Poisson. Definiéndose de esta manera la cantidad :

$$X^2 = \sum_{i=1}^n \left[ \frac{(\text{valor observado})_i - (\text{valor esperado})_i}{(\text{valor esperado})_i} \right]^2$$

$i$  recorre el número de intervalos.

En nuestro caso el test del  $X^2$  nos permitió descontar del orden

del 20 % de las mediciones realizadas por no cumplir con dichos requisitos.

El siguiente paso consistió en determinar a partir de los valores medidos los coeficientes  $A_{22}$  para ambas correlaciones, de la siguiente expresión :

$$W(\theta_i) = 1 + A_{22} P_2(\cos \theta_i) \quad \text{pues} \quad A_{44} = 0.$$

utilizando que  $P_2(\theta=\pi/2) = -1/2$  y  $P_2(\theta=\pi) = 1$  resulta :

$$W(180) = 1 + A_{22} \quad \text{y} \quad W(90) = 1 - A_{22}/2$$

de donde se obtiene la anisotropía :

$$A = \frac{W(180) - W(90)}{W(90)} = \frac{3 A_{22}}{2 - A_{22}}$$

o bien

$$A_{22} = \frac{2A}{3+A}$$

El tratamiento de los errores se realizó por el método standard de propagación, el cual se aplicó primero para determinar la desviación standard para la anisotropía y luego para el coeficiente  $A_{22}$ . Los valores finales fueron expresados como  $\bar{X} \pm \sigma_{\bar{X}}$  siendo  $\bar{X}$  el valor promedio y  $\sigma_{\bar{X}}$  la desviación standard de dicho valor medio <sup>12)</sup>.

Se realizó la corrección por ángulo sólido finito que da cuenta del tamaño y material de los cristales usados para detectar las

radiaciones gamma. Debido al ángulo sólido finito subtendido por los detectores de radiación, la distribución angular observada diferirá ligeramente de la distribución ideal esperada para detectores puntuales. Para interpretar en forma correcta la precisión de las medidas se debe conocer la corrección debido al tamaño finito de los mismos.

Tal como fue discutido por Rose <sup>11)</sup> el efecto del tamaño finito de los detectores es introducido en cada término de la función de distribución angular como un factor de atenuación, de tal forma que la distribución se ve algo atenuada. Para detectores que tienen simetría axial alrededor de la dirección de propagación de las radiaciones gamma la forma de la función de distribución no cambia.

La expresión para la distribución angular se transforma en

$$W(\theta) = \sum_k Q_k B_k A_k P_k (\cos \theta)$$

siendo  $Q_k$  los factores de corrección por ángulo sólido finito.

$A_k$  y  $B_k$  son los coeficientes de la segunda y primera transición respectivamente, de orden  $k$ .

Como una consecuencia de la dependencia de los coeficientes de absorción de la radiación gamma con la energía, los  $Q_k$  dependen también de la energía; además dependen del tamaño y forma de los detectores y de la distancia fuente-detector.

En el caso de una medición de una correlación angular en la cual dos radiaciones gamma son observadas en coincidencia, el factor  $Q_k$  debe incluir correcciones para ambos detectores y está dado por

$$Q_k = Q_k^A (\gamma_1) Q_k^B (\gamma_2),$$

para el caso en que el detector A observe la radiación  $\gamma_1$  y el B la  $\gamma_2$ .

Una descripción completa de un método computacional para calcular dichos factores para el caso de cristales de Ge(Li) está dado en la ref. 12, donde se menciona el programa en lenguaje FORTRAN IV y además se realiza un estudio de la dependencia de los factores  $Q_k$  en función de la energía de la radiación gamma, de la distancia fuente-detector y la dependencia con k.

Como consecuencia de dicho estudio se determinó que para nuestro detector de Ge(Li), el valor de  $Q_k$  introduce una variación casi despreciable, del orden del 1 %, para el rango de energías considerado de 200 a 500 keV y con distancias del orden de los 10 cm.

#### A.VI.5.3. Resultados obtenidos.

Los valores ya corregidos de los coeficientes  $A_{22}$  para las cascadas gamma(35,6)-gamma(492,8) y gamma(35,6)-gamma(231,6) se encuentran tabulados en la tabla VI.4. los cuales con comparados con los de otros autores. Dichos coeficientes son de la forma :

$$A_{22} = B_2 (L_1, L_1', I_i, I) A_2(L_2, L_2', I_f, I)$$

siendo :

$L_1$  y  $L_1'$  los multipolos para la transición superior;

$L_2$  y  $L_2'$  para la transición inferior;

$I_i$ ,  $I$  y  $I_f$  spines de los tres niveles involucrados en la cascada.

El primer factor está dado por :

$$B_2(L'_1, L'_1, I_i, I) = \frac{F_2(L_1, L_1, I_i, I) - 2\delta_1(\gamma)F_2(L_1, L'_1, I_i, I) + \delta_1^2(\gamma)F_2(L'_1, L'_1, I_i, I)}{1 + \delta_1^2(\gamma)}$$

y el segundo factor por :

$$A_2(L_2, L'_2, I_f, I) = \frac{F_2(L_2, L_2, I_f, I) + 2\delta_2(\gamma)F_2(L_2, L'_2, I_f, I) + \delta_2^2(\gamma)F_2(L'_2, L'_2, I_f, I)}{1 + \delta_2^2(\gamma)}$$

Con el valor del coeficiente  $A_{22}$  y su error se puede determinar los pares de valores de las relaciones de mezcla  $\delta_1$  y  $\delta_2$  de las dos transiciones, mediante un procedimiento de minimización <sup>12)</sup>.

Con él se obtiene el par de valores  $\delta_1$  y  $\delta_2$  que minimizan la diferencia entre  $A_{22}(\text{exp.})$  y  $A_{22}(\text{teor.})$ .

Como se trata de una función de dos variables es muy simple determinar la nueva dirección a lo largo de la cual el nuevo paso de búsqueda se debe realizar; el proceso está ilustrado en la fig.

VI.8, en la cuál está graficado el contorno de una función genérica de dos variables que se debe minimizar. Tomando como punto

de partida  $A_0$ , una variación  $\Delta X_1$  de la coordenada  $x$  es realizado hasta alcanzar  $A'$ , luego la coordenada  $y$  es variada en  $\Delta J$ , hasta un nuevo mínimo  $A_1$ . La longitud total del paso es  $S_1 = (\Delta X_1^2 + \Delta J_1^2)^{1/2}$ .

El principio del método consiste en considerar la mejor dirección para la próxima búsqueda de la línea de dirección :

$$\theta_1 = \text{arc. tg } \frac{\Delta J_1}{\Delta X_1}.$$

Tomando  $A_1$  como punto inicial, una nueva búsqueda es iniciada a lo largo de  $\theta_1$ , con una longitud de paso dado por  $S_1$ , hasta que un nuevo mínimo es alcanzado en  $A''$ . La dirección ortogonal  $\theta_1 + 90^\circ$  es seguida hasta que un nuevo mínimo es localizado en  $A_2$ , comple-

tando en dicho lugar un paso.

En este punto una nueva dirección  $\theta_2$  es definida.

Para encontrar un mínimo a lo largo de una línea el método comienza de un punto A y calcula el valor de la función  $X^2(A+S\delta)$  donde S es la longitud del paso en la dirección  $\theta$ . Si  $X^2(A+S\delta) \leq X^2(A)$  entonces  $(A+S\delta)$  es sustituido en vez de A y a.S en lugar de S con  $a > 1$ . En el caso opuesto S es sustituido por b.S con  $-1 < b < 0$ . Este proceso se continúa hasta que se produce el caso en que  $X^2(A+S\delta) \geq X^2(A)$  en el cual la parábola pasando a través de los últimos tres puntos, presentará un mínimo el cual estará entre el primero y el tercer punto; entonces la función  $X^2$  es calculada en el vértice de la parábola. Si el valor de  $X^2$  es aceptable este punto es tomado como punto de partida para la próxima búsqueda para efectuar la minimización, en caso contrario se considera al último punto hallado por este método. Se considera que el proceso ha tenido una buena convergencia cuando la variación de  $X^2$  en un paso completo de búsqueda es menor que un dado valor  $\epsilon$ . Si este criterio no es satisfecho dentro de un número fijo de pasos el proceso es detenido.

Una descripción más completa del método se puede obtener en la ref. 14. Los valores medios de  $\delta_1$  y  $\delta_2$  así obtenidos son presentados en la tabla VI.5. junto con sus errores estimados con límite de confianza del 95 %.

Estos valores, son comparados con los obtenidos por Backlin y col.<sup>5)</sup> por medio del proceso de conversión interna.

De ambos coeficientes  $A_{22}$  medidos se deduce que son ajustados unívocamente por las siguientes secuencias de spines :

$$(35.4) \text{ --- } (492,8) \quad 1/2(M1,E2) \quad 3/2 (E1,M2) \quad 1/2^-$$

y

$$(35.4) \text{ --- } (231,6) \quad 1/2(M1,E2) \quad 3/2 (E1,M2) \quad 3/2^-$$

## B. Desintegración del $\text{Cd}^{115\text{m}}$

### B.VI.1. Introducción

El  $\text{Cd}^{115\text{g}}$  posee un nivel metaestable de 173 keV de energía y spin  $11/2^-$  cuya vida media es de 43 días, el cual por desintegración beta alimenta los siguientes niveles de energía del  $\text{In}^{115}$  (expresados en keV) :

fundamental, 934.4, 1133.0, 1291.2, 1419.4 y 1450.1

La vida media relativamente larga de este nivel del  $\text{Cd}^{115}$  con respecto al fundamental de 2.3 días permite separar completamente el estudio de los primeros cuatro niveles excitados del  $\text{In}^{115}$  (336.3, 597.5, 829.1 y 864.7 keV) de los restantes alimentados por el nivel metaestable, pues solamente es necesario esperar un tiempo suficiente ( en nuestro caso fue de un mes ) para que haya prácticamente desaparecido toda la actividad del  $\text{Cd}^{115}$  de período corto. En la fig. VI.9 se observan las intensidades de las diversas ramificaciones beta que alimentan los distintos niveles del  $\text{In}^{115}$ , así como también se indica la energía y el log. ft de cada una de ellas. El estudio de estos niveles del  $\text{In}^{115}$  fue realizado por desintegración radiactiva <sup>3,6,15-22)</sup> así como también por " scattering " inelástico de neutrones <sup>23)</sup>, reacciones  $(d, \text{He}^3)$  <sup>24,28)</sup>, excitación coulombiana con  $\text{O}^{16}$  <sup>26)</sup> y  $\text{C}^{12}$  <sup>25)</sup>, " scattering " inelástico de deuterones <sup>25)</sup>, resonancia de fluorescencia <sup>27)</sup>, reacciones  $\text{In}^{115}(d, d')$  <sup>29)</sup> y fotoactivación nuclear del  $\text{In}^{115}$  <sup>30)</sup>.

El carácter del nivel fundamental fue estudiado por King y col. <sup>31)</sup>. El nivel de 934.4 keV decae por una intensa radiación gamma al nivel fundamental y por una débil transición de 105.3 keV al nivel de 829.1 keV.

Sharma y Devare <sup>21)</sup> midieron el factor de forma de la transición beta que alimenta este nivel reportando que era de tipo primera prohi-

bida única, lo cual les permitió asumir un carácter  $7/2^+$  para este nivel.

Pandharipande y col. <sup>20)</sup> midieron las correlaciones angulares gamma (158)-gamma(1133) y gamma(485)-gamma(934) con un espectrómetro de coincidencias de centelleo, estas cascadas involucran los niveles de 1291.2, 1133.0 keV y el estado fundamental, y los de 1419.4, 934.4 keV y fundamental respectivamente. En la tabla VI.6 se pueden observar las asignaciones de spin consistente con los resultados que obtuvieron. En esa misma tabla se pueden observar las asignaciones realizadas por Sturm y col. <sup>16)</sup> y Sergeev y col. <sup>17)</sup> los cuales realizaron recientemente las mismas correlaciones angulares gamma-gamma. Además de estas correlaciones Sergeev y col. midieron la gamma(317)-gamma(1133) que involucra los estados de 1450.1 keV, 1133.0 keV y el fundamental. Las asignaciones de los spins se mencionan en la tabla VI.6 donde previamente supusieron el carácter  $11/2^+$  para el nivel de 1133.0 keV.

#### B.VI.2. Estudio de la radiación gamma

La fuente activa para dicho estudio fue obtenida de igual forma que la de Cd<sup>115g</sup> con la única diferencia que se tuvo un tiempo suficiente para que éste decayera completamente quedando sólo el Cd<sup>115m</sup>. La solución igual que en el caso anterior se depositó sobre una fina lámina de mylar.

La detección de la radiación gamma se realizó utilizando el cristal de Ge(Li) de 34 c.c. en un rango de 80 a 1600 KeV con distancias que variaron de 10 a 25 cm en pasos de 5 cm. Los respectivos espectros fueron registrados en un analizador multicanal de 1024 canales. La calibración fue realizada con las siguientes fuentes radiactivas:

Cd<sup>109</sup>, Cs<sup>137</sup>, Bi<sup>207</sup>, Mn<sup>54</sup>, Ce<sup>141</sup>, Na<sup>22</sup> y Co<sup>60</sup>

cuyas energías se reportan en la tabla VI.7 y la recta de calibración se muestra en la fig. VI.10.

La determinación de las energías e intensidades se realizó como en el caso anterior tomando las precauciones necesarias para evitar apilamientos y realizando la correspondiente sustracción de fondo.

Los valores obtenidos se indican en la tabla VI.8, donde se los compara con los de otros autores. Un espectro típico se muestra en la fig. VI.11. donde puede observarse en la región de baja energía la débil radiación de 105.6 keV. La importancia de esta transición proviene del hecho que su energía es igual a la diferencia entre el nivel de 934.4 y 829.1 keV y como consecuencia de ello, alimenta al nivel isomérico del  $\text{In}^{115}$  de 336.3 keV a través de la radiación de 492.8 keV. Esta es la razón por la cual aparecen las radiaciones de 492.8 keV y 336.3 keV en la desintegración del  $\text{Cd}^{115\text{m}}$ .

Además puede observarse un intenso rayo gamma de 88 keV, el cual proviene del decaimiento del  $\text{Cd}^{109}$  que es un principal contaminante de la fuente radioactiva de  $\text{Cd}^{115}$ .

### B.VI.3. Coincidencias gamma-gamma

En esta experiencia se puso de manifiesto de forma inequívoca la ubicación del rayo gamma de 105.3 keV en el esquema de niveles del  $\text{In}^{115}$ .

Se utilizó como detector gamma en la zona de 100 keV el cristal de germanio intrínseco cuyo montaje ya fue descrito, aprovechando su pequeño volumen de 1 cc. y su gran eficiencia para dicha energía. La fig. VI.12 muestra un diagrama en bloque del equipo electrónico utilizado para las coincidencias gamma-gamma; la unidad de coincidencias múltiples es de tipo Cosmic Radiation. Los pulsos provenientes de ambos contadores son amplificados y conducidos a unida-

des discriminadoras las cuales entran al circuito de coincidencias. Se utilizó como segundo cristal el Ge(Li) de 34 cc.

La ventaja del método de coincidencias reside en que permite la detección de transiciones electromagnéticas débiles aumentando la precisión de las obtenidas por espectros simples o permitiendo la visualización de las no observadas directamente.

Esta experiencia se montó para el estudio de las transiciones gamma de 105.3, 129 y 158.2 keV en la desintegración del  $\text{Cd}^{115\text{m}}$  (ver fig. VI.9.).

La línea de 105.3 keV aparece muy débilmente en el espectro simple mientras que la radiación de 129 keV directamente no aparece debido a la gran intensidad de la línea de 88 keV del  $\text{Cd}^{109}$ .

Se estudiaron las cascadas (105.3—485) y (129—158.2—1133) keV, se discriminaron los picos de 485 y 1133 keV respectivamente con el contador de Ge(Li) obteniéndose en el espectro las radiaciones en cascada correspondientes. A los espectros así obtenidos se sustrajeron las coincidencias con los fondos Compton de 934.4 y 1291.2 keV a una y otra cascada respectivamente. Los espectros correspondientes se muestran en las figs. VI.13 a) y b) donde previamente se hizo el descuento de fortuitas que fueron medidas en forma simultánea con las reales más fortuitas mediante el sistema de "routing" en la segunda memoria del selector multicanal.

Se observa que la transición de 129 keV se insinúa en un pico de muy mala resolución mientras que las de 105.3 y 158.2 keV están claramente definidas.

Los resultados obtenidos confirman que la radiación gamma de 105.3 keV está efectivamente en cascada con la radiación de 485.0 keV, siendo su ubicación entre los niveles de 934.4 y 829.1 keV del  $\text{In}^{115}$  alimentados por el  $\text{Cd}^{115\text{m}}$  y  $\text{Cd}^{115\text{g}}$  respectivamente. Con respecto a la radiación gamma de 129 keV, a pesar de no haber sido obtenido en forma muy definida se confirmó que efectivamente está en

coincidencia con la radiación de 1133 keV, correspondiendo a la desexcitación del nivel de 1419.4 keV al de 1291.2 keV.

#### B.VI.4. Correlaciones angulares gamma-gamma.

Se determinaron los coeficientes  $A_{22}$  y  $A_{44}$  y cocientes de mezcla de la correlación angular gamma(485.0)-gamma(934.4). Para poder realizar dicha experiencia se utilizó un sistema de coincidencias con un detector de INa (Tl) de 2" x 2" y el ya mencionado cristal de Ge(Li), discriminando con este último la radiación gamma de 934.4 keV. Se registró en el selector multicanal el espectro proveniente del cristal de INa(Tl), que contenía únicamente la línea de 485.0 keV, como se puede apreciar en el esquema de decaimiento de la fig. VI.9. Un espectro simple de la radiación gamma con el cristal de INa(Tl) puede observarse en la fig. VI.14.

Para poder realizar las coincidencias con mejor eficiencia y resolución se utilizó un sistema convertidor de retardos temporales en pulsos cuya amplitud es proporcional a dichos retardos (TAC). Para poder entrar al TAC fue necesario derivar una señal de cada detector como se observa en la fig. VI.15 las cuales luego de pasar por los correspondientes amplificadores se enviaron a sendos discriminadores de fracción constante (CFD) de los cuales se obtuvieron los adecuados pulsos para entrar al TAC.

La señal del INa(Tl) proveniente del CFD fue enviada al START del TAC y la del Ge(Li) al STOP, obteniéndose a la salida de éste una curva " prompt " cuya resolución temporal fue de 50 ns, como se aprecia en la fig. VI.16. La salida del TAC se hizo pasar por dos unidades discriminadoras en paralelo en una de las cuales se gatilló el pico de la curva Prompt y en la otra la región de las coincidencias fortuitas, teniéndose especial cuidado en que el ancho de ambos gatillados abarcara el mismo número de canales.

Por otro lado, las señales de ambos detectores fueron conducidas a sendos amplificadores lineales y luego a unidades discriminadoras que permitieron seleccionar el rayo gamma de 934.4 keV en el cristal de Ge(Li), mientras que para el INa(Tl) la ventana comprendía la zona desde 200 hasta 800 keV.

La unidad de coincidencias consistió de un módulo de coincidencias cuádruple desarrollado en el Laboratorio de Física Nuclear, que posee cuatro entradas y dos salidas las cuales son independientes.

Ellas fueron utilizadas de la siguiente manera : en la primera, segunda y tercera entrada fueron enviadas las señales provenientes de la discriminación en energía del INa(Tl), del Ge(Li) y la discriminación del pico " Prompt ", respectivamente de tal manera que de la salida 1 se obtuvieran las coincidencias triples reales más fortuitas; en la primera, segunda y cuarta entrada se enviaron las señales provenientes de la discriminación en energía del INa(Tl), del Ge(Li) y la discriminación de la zona fuera del pico " Prompt " lo cual permitió obtener en la salida 2 las coincidencias triples fortuitas únicamente.

Ambas salidas fueron enviadas a un sistema de " routing " y finalmente a dos mitades de la memoria de un selector multicanal Nuclear Data de 512 canales. Un espectro típico de coincidencias reales más fortuitas y reales puede observarse en las figs. VI. 17 a) y b).

El esquema en bloque del circuito se observa en la fig. VI.15.

La normalización por ángulo sólido y tiempo de medición fue realizada detectando el rayo gamma de 934.4 keV en el contador de Ge(Li). Las coincidencias fortuitas fueron descontadas canal por canal luego de cada medición, lo mismo que el fondo sobre el cual se encontraba el pico de coincidencias, el cual en todas las mediciones resultó prácticamente despreciable.

Las mediciones fueron realizadas a seis ángulos distintos entre 90°

y 270° para lo cual se utilizó una mesa circular de correlaciones angulares construída en el Laboratorio, la cual tiene la facilidad de poder rotar con gran exactitud tanto el cristal de Ge(Li) como el de INa(Tl).

En nuestro caso, se rotó el primero. Un esquema del ensamble puede observarse en la fig. VI.18 donde se muestra la posición de la fuente radioactiva. Esta se depositó en forma líquida dentro de un cilindro de lucite.

Las mediciones a cada ángulo fueron realizadas en intervalos de 40 minutos. Los datos así obtenidos fueron pasados por un programa computacional desarrollado en la Universidad de Purdue, el cual da como resultado los valores de  $A_{22}$  y  $A_{44}$  con sus errores que mejor ajustan la curva de  $W(\theta)$  a los datos experimentales. Los valores de  $A_{22}$  y  $A_{44}$  fueron finalmente corregidos por el ángulo sólido subtendido por cada detector para lo cual se utilizó el método ya descrito en una sección anterior para el cristal de Ge(Li), mientras que para el de INa(Tl) se obtuvo el factor de corrección directamente de la tabla de M.J.L. Yates (Sieghban vol. 2, 1966) Como se realizaron 40 conjuntos de medidas se disponía finalmente de 40 conjuntos de valores de la forma  $A_{22} \pm \Delta A_{22}$  y  $A_{44} \pm \Delta A_{44}$  con los cuales se realizó un promedio pesado y se obtuvo finalmente los valores que figuran en la tabla VI.9., donde se los compara con las mediciones realizadas por otros autores.

El valor de los cocientes de mezcla  $\delta_1$  y  $\delta_2$  de la cascada fueron obtenidos a partir de los valores experimentales de los coeficientes  $\bar{A}_{22} \pm \Delta A_{22}$  y  $\bar{A}_{44} \pm \Delta A_{44}$  en forma similar a la descrita en una sección anterior, con la única diferencia que se debió considerar las siguientes relaciones en forma simultánea :

$$f(\delta_1, \delta_2) = \bar{A}_{22} \pm \Delta A_{22} \quad \text{y} \quad G(\delta_1, \delta_2) = \bar{A}_{44} \pm \Delta A_{44}.$$

Fueron obtenidos de esta manera dos conjuntos de cocientes de mez-

cia los cuales ajustan a los coeficientes  $\bar{A}_{22} \pm \Delta A_{22}$  y  $\bar{A}_{44} \pm \Delta A_{44}$  si se considera que el nivel de 1418 keV tiene un carácter  $9/2^+$ ; los valores correspondientes figuran en la tabla VI.10. En cambio si se considera que el carácter de dicho nivel es  $7/2^+$  sólo el segundo par de valores de  $\delta_1$  y  $\delta_2$  ajustan los coeficientes de  $\bar{A}_{22} \pm \Delta A_{22}$  y  $\bar{A}_{44} \pm \Delta A_{44}$  obtenidos en la presente experiencia.

#### VI.B.5. Estudio de la radiación beta

Dos transiciones beta fueron estudiadas, una al nivel de 934.4 keV y la otra al de 1291.3 keV. Para este propósito fue utilizado el espectrómetro de alta resolución beta-gamma compuesto por un cristal de Si(Li) y el otro de Ge(Li). Ambos contadores fueron utilizados formando un ángulo de  $124^\circ$  entre sí. La fuente radioactiva igual que en el estudio beta del decaimiento del  $\text{Cd}^{115\text{G}}$  se depositó sobre una fina lámina de mylar de tal forma que era prácticamente puntual.

##### B.VI.5.1. Espectro beta en coincidencia con la radiación gamma de 934.4 keV.

La forma más efectiva para estudiar el espectro beta que alimenta el nivel de 934.4 keV fue la de obtener éste en coincidencias discriminando en el cristal de Ge(Li) la radiación gamma que va de dicho nivel al fundamental.

El circuito de coincidencias así como las unidades discriminadoras eran del tipo Cosmic Radiation.

Los datos fueron almacenados en dos submemorias de un multicanal Nuclear Data de 512 canales pues mediante el sistema de "routing" se enviaban las mediciones reales más fortuitas y fortuitas simultáneamente. Luego del descuento de fortuitas se tuvo además en cuenta los efectos de :

- (i) retrodispersión y resolución finita;
- (ii) coincidencias beta-bremsstrahlung;
- (iii) fondo gamma.

los cuales ya fueron discutidos en una sección anterior. Un detalle de estos tipos de corrección está dado en la ref. 20. El factor de forma correspondiente a este espectro beta fue ajustado a la función

$$C(E) = N/E \cdot p \cdot F_0(Z, E) (E - E_0)^2 (p_e^2 + p_\nu^2) = k(1 + a E + b/E)$$

donde : N es el conteo verdadero, luego de efectuadas todas las correcciones,

E es la energía de los electrones,

$p_e$  es el impulso de los mismos,

$F(z, E)$  es la función de Fermi,

k es un coeficiente de normalización,

$p_\nu$  es el momento lineal del neutrino.

La energía máxima  $E_0$  y los coeficientes a y b fueron tomados como parámetros libres.

El ajuste fue realizado mediante la minimización de la función  $\chi^2$  usando la rutina MINUIT. Una descripción completa de este método fue dada por Eman y col. <sup>21)</sup> y Abecasis y Krmpotic <sup>22)</sup>.

Los resultados obtenidos fueron :

$$a = 0.023 \pm 0.008 \quad b = - 0.028 \pm 0.003 \quad \text{y} \quad E_0 = 679 \pm 6 \text{ keV.}$$

este ajuste está representado en la fig. 19 e indica que la transición beta es de tipo primera prohibida única ( $\Delta J = 2, \Delta \Pi = - 1$ ).

B.VI.5.2. Espectro beta en coincidencia con la radiación gamma de 1291.2 keV.

Este espectro beta fue obtenido en forma similar al anterior con la única variación que se discriminó el rayo gamma de 1291.2 keV con el cristal de Ge(Li).

El factor de forma fue ajustado a la función

$$C(E) = N(E)/E p_e F_o(Z,E) (E - E_o)^2 = k (1 + a.E).$$

En este caso la energía máxima  $E_o$  y el coeficiente  $a$  son tomados como parámetros libres.

El ajuste dió los siguientes valores :

$$a = 0.011 \pm 0.032 \quad \text{y} \quad E_o = 320 \pm 5 \text{ keV.}$$

La forma de espectro correspondiente se observa en la fig. VI.20. Este resultado es una indicación que la transición beta es o bien de tipo primera prohibida no única ( $\Delta J = 0, 1$  y  $\Delta \Pi = -1$ ) o bien de tipo permitida ( $\Delta J = 0, 1$   $\Delta \Pi = 1$ ).

Considerando que el carácter del nivel isomérico del  $\text{Cd}^{115}$  es  $11/2^-$  y que el nivel de 1291.2 keV debe tener paridad positiva, lo cual fue verificado experimentalmente por medio de correlaciones angulares gamma-gamma y experiencias de excitación coulombiana, se concluye que la transición beta debe ser de tipo primero prohibida no única.

Con respecto a las energías de los puntos finales de ambos espectros beta se observa que son consistentes, pues la suma con las correspondientes energías de las radiaciones gamma, son las mismas dentro de los errores experimentales.

TABLA 1

Energía e intensidades relativas correspondientes a las radiaciones gamma  
emitidas en el decaimiento del  $Cd^{115g}$

<u>Energías</u> (obtenidas en el presente trabajo)	Intensidades relativas		
	ref. 3	ref.1	presente autor
231.6 ± 0.6	2.4 ± 0.4	2.2	2.0 ± 0.3
261.2 ± 0.6	6.5 ± 0.4	7.6	6.1 ± 0.9
267.4 ± 0.7	0.13 ± 0.02	0.2	0.25 ± 0.09
336.3 ± 0.7	178 ± 7		165 ± 5
492.8 ± 0.5	26 ± 1	39	28.2 ± 0.6
528.2 ± 0.2	100	100	100

TABLA 2

Energía de la transición en keV	Coef. Conv. Int.	valores experimentales de los CCI				presente trabajo
		ref.3	ref.1	ref.8	ref.6	
35.6	$\alpha_K$	9.6±1.12	7.6±0.8	8.5±0.35	7.7±0.8	8.2±0.8
336.3	$\alpha_K$	0.91±0.06		0.89±0.09	0.9±0.09	0.91±0.08
	$\alpha_L$					0.019±0.0
	$\alpha_M$					0.03±0.01

TABLA 3

Energía del punto final y parámetro del factor de forma para las dos transiciones beta en el decaimiento del  $Cd^{115g}$

Transición beta del nivel fundamental del $Cd^{115}(1/2^+)$ al nivel de:	Energía del punto final $E_0$ (keV)	Parámetro a del factor de forma por $10^{-4}$
864.7 keV ( $1/2^+$ )	$593 \pm 2$	$-7.0 \pm 3.0$
829.1 keV ( $3/2^+$ )	$636 \pm 2$	$-9.0 \pm 5.0$

• TABLA 4

Valores de los coeficientes  $A_{22}$  correspondientes a las cascadas  
 $\gamma(35.4) - \gamma(492.8)$  y  $\gamma(35.4) - \gamma(231.6)$

Cascadas	ref. 1	ref. 7	presente trabajo
(35.4)-(492.8)	$-0.100 \pm 0.030$	$0.111 \pm 0.029$	$0.096 \pm 0.015$
(35.4)-(231.6)			$-0.021 \pm 0.008$

TABLA 5

Valores de los cocientes de mezcla de las cascadas (35.4)-(492.8)  
 y (35.4)-(231.6)

Cascada	$\delta_1$	$\delta_2$
$1/2^+(M1, E2)$ $3/2^+(E1, M2)$ $1/2^-$	-0.11    +0.04 -0.03	0.09    +0.04 -0.06
$1/2^+(M1, E2)$ $3/2^+(E1, M2)$ $3/2^-$	-0.16    +0.04 -0.05	-0.19    +0.04 -0.03

TABLA 6

Asignación de spin para los estados excitados de  $^{115}\text{In}$  de 1133.0, 1291.2, 1419.4 y 1450.1 keV del  $^{115}\text{In}$  de mediciones de correlación angular gamma-gamma. Todas las paridades son positivas.

Autores	niveles excitados (energía en keV)		
	1133.0	1291.2	1450.1
Pandharipande y col. (20)	11/2	9/2	--
Sturm y col. (16)	7/2, 9/2, 11/2	(9/2)	---
Sergeev y col. (17)	(11/2)	(13/2)	9/2

TABLA 7

Fuentes radioactivas utilizadas para calibración del detector de Ge(Li)  
con sus respectivas energías

Fuentes	Energía (kev)
Cd <sup>109</sup>	88.2
Ce <sup>141</sup>	144.9
Bi <sup>207</sup>	569.69
	1063.64
Cs <sup>137</sup>	661.65
Na <sup>22</sup>	511.0
	1276.1
Mn <sup>54</sup>	835.2
Co <sup>60</sup>	1172.8
	1331.9

TABLA 8

Energías e intensidades relativas de las radiaciones gamma correspondientes al decaimiento del  $Cd^{115m}$

Energía de las radiaciones (keV)	Intensidades relativas		
	ref. 17	ref. 3	presente trabajo
105.3	0.24 ± 0.04	0.45 ± 0.015	0.32 ± 0.9
158.2	1.0 ± 0.1	0.9 ± 0.2	1.3 ± 0.5
336.3	0.31 ± 0.03	0.25 ± 0.10	0.35 ± 0.03
485.0	15.0 ± 1.0	13.6 ± 1.0	11.6 ± 0.5
492.8	0.47 ± 0.05	0.45 ± 0.10	0.39 ± 0.05
934.4	100	100	100
1133.0	4.1 ± 0.3	4.2 ± 0.3	4.3 ± 0.1
1291.2	45.0 ± 3.0	46.0 ± 2.0	49.0 ± 5.0
1419.4	0.10 ± 0.01	0.11 ± 0.02	0.12 ± 0.09
1450.1	0.83 ± 0.07	0.85 ± 0.10	0.81 ± 0.10

TABLA 9

Valores de los coeficientes  $A_{22}$  y  $A_{44}$  correspondientes a la correlación angular  $\gamma$  (485.0) -  $\gamma$  (934.4) obtenida por diferentes autores

Autores	$A_{22}$	$A_{44}$
Van der Kooi y col. (22)	-0.022±0.006	0.029±0.011
Pandharipande y col. (20)	-0.023±0.005	0.013±0.012
Sturm y col. (16)	-0.0105±0.0012	-0.0005±0.0017
Sergeev y col. (17)	-0.013±0.001	-0.001± 0.001
Koshut y col. (15)	-0.0086±0.0079	-0.0159±0.0112
Presente trabajo	-0.010±0.002	-0.001±0.002

TABLA 10

Cocientes de mezcla de las transiciones de 934.4 y  
485.0 keV obtenidas en el presente trabajo

(E2/M1) para la transición de 934.4 keV	(E2/M1) para la transición de 485.0 keV
$-0.23_{-}^{+} 0.04$	$0.04_{-}^{+} 0.02$
$-0.06_{-}^{+} 0.02$	$0.28_{-}^{+} 0.04$

Leyenda de Figuras

- Fig. 1 Esquema de decaimiento del  $\text{Cd}^{115g}$ .
- Fig. 2 Espectro gamma simple del decaimiento del  $\text{Cd}^{115g}$  con Ge(Li)
- Fig. 3 Espectro gamma de baja energía y rayos X-K en el decaimiento del  $\text{Cd}^{115g}$  con detector de Si(Li).
- Fig. 4 Espectro de electrones de conversión de la radiación gamma de 336.3 keV. con Si(Li).
- Fig. 5a) Espectro beta en coincidencia con la radiación gamma de 528.2 keV.
- Fig. 5b) Espectro beta en coincidencia con la radiación gamma de 492.8 keV.
- Fig. 6a) Esquema en bloque del circuito de correlaciones angulares.
- Fig. 6b) Disposición geométrica de los detectores para medir las coincidencias a  $90^\circ$ ,  $180^\circ$  y  $270^\circ$  respectivamente.
- Fig. 7 Espectro típico de coincidencias reales.
- Fig. 8 Gráfico de una función de dos variables genérica.
- Fig. 9 Esquema de decaimiento del  $\text{Cd}^{115m}$
- Fig.10 Recta de calibración del detector de Ge(Li).
- Fig.11 Espectro gamma simple del decaimiento del  $\text{Cd}^{115m}$  con Ge(Li).
- Fig.12 Esquema en bloque del circuito de coincidencias gamma-gamma.

- Fig. 13a) Espectro gamma en coincidencia con la radiación de 485 keV.
- Fig. 13b) Espectro gamma en coincidencia con la radiación de 1133.0 keV.
- Fig. 14 Espectro gamma simple del decaimiento del  $\text{Cd}^{115\text{m}}$  con  $\text{INa(Tl)}$ .
- Fig. 15 Esquema en bloque del sistema de coincidencias para la medición de la correlación gamma (485.0)-gamma (934.4).
- Fig. 16 Curva Prompt obtenida con el TAC
- Fig. 17a) Espectro típico de las coincidencias reales más fortuitas con  $\text{INa(Tl)}$ .
- Fig. 17b) Espectro típico de las coincidencias reales con  $\text{INa(Tl)}$ .
- Fig. 18 Esquema del montaje geométrico de los detectores de  $\text{Ge(Li)}$  y  $\text{INa(Tl)}$  en la mesa circular.
- Fig. 19 Forma de espectro de la radiación beta coincidente con la radiación gamma de 934.4 keV. obtenida con detector de  $\text{Si(Li)}$ .
- Fig. 20 Forma de espectro de la radiación beta coincidente con la radiación gamma de 1291.2 keV. obtenida con detector de  $\text{Si(Li)}$ .
- Fig. 21 Esquema de niveles excitados del  $\text{In}^{115}$ .

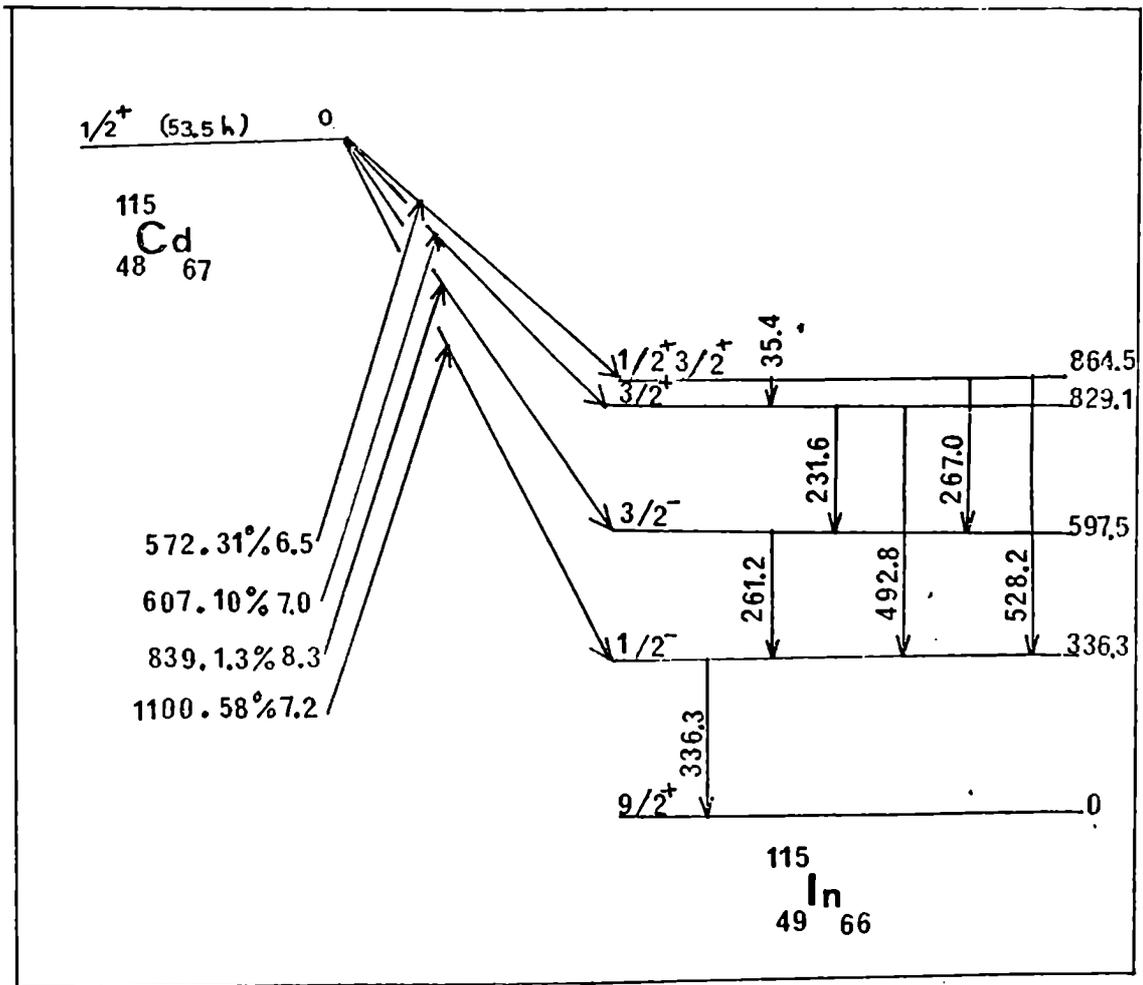


FIG.1

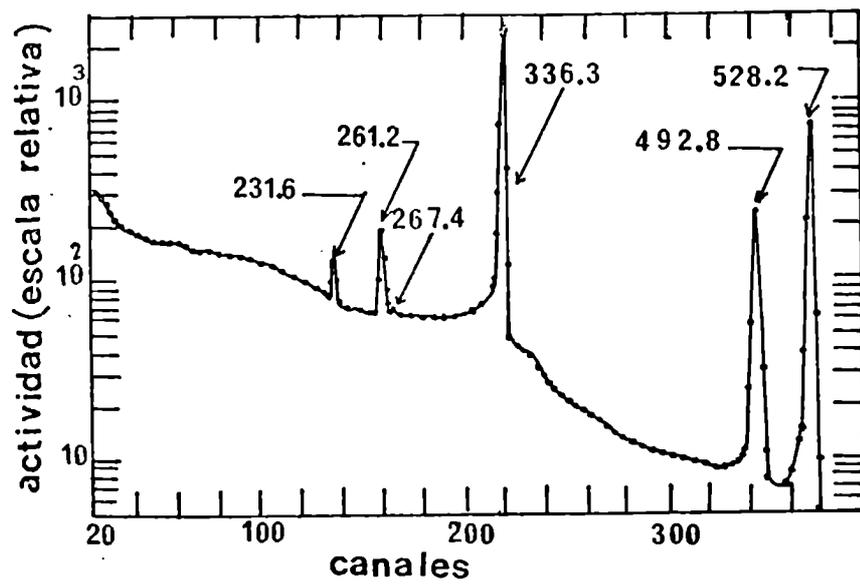


FIG.2

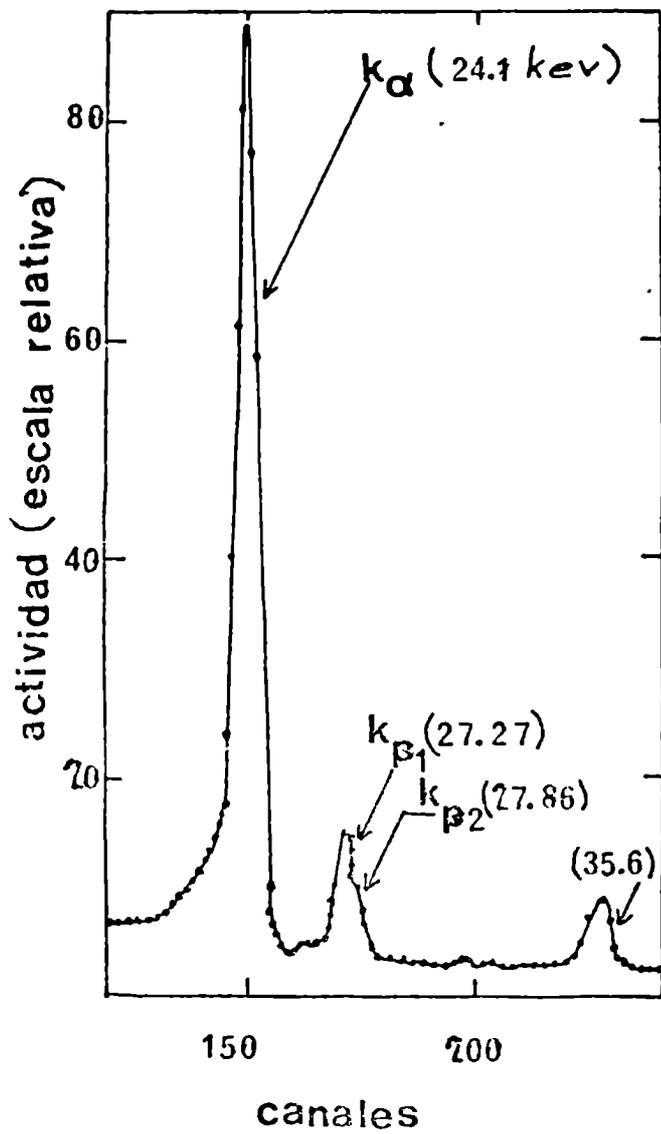


FIG. 3

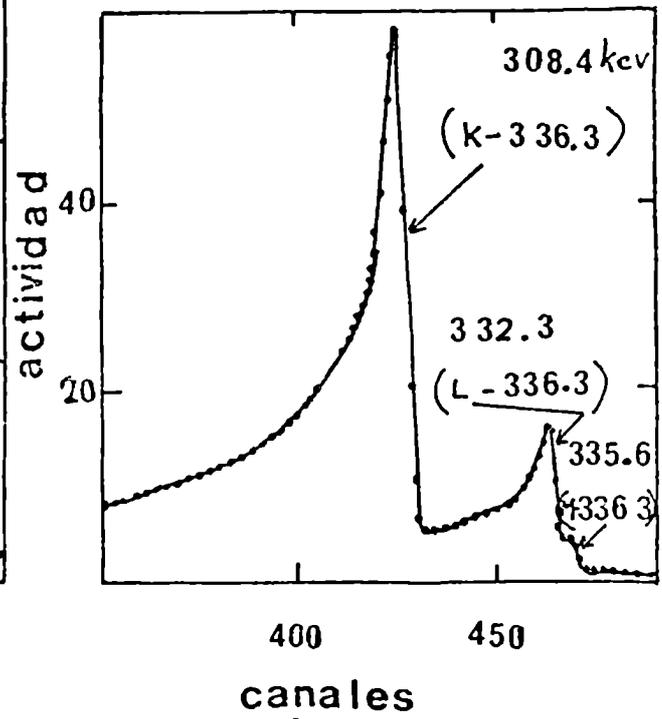


FIG. 4

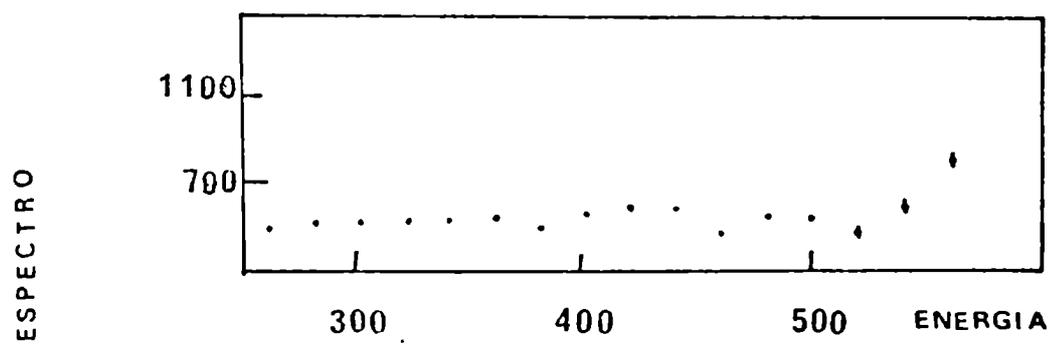


FIG. 5 (a)

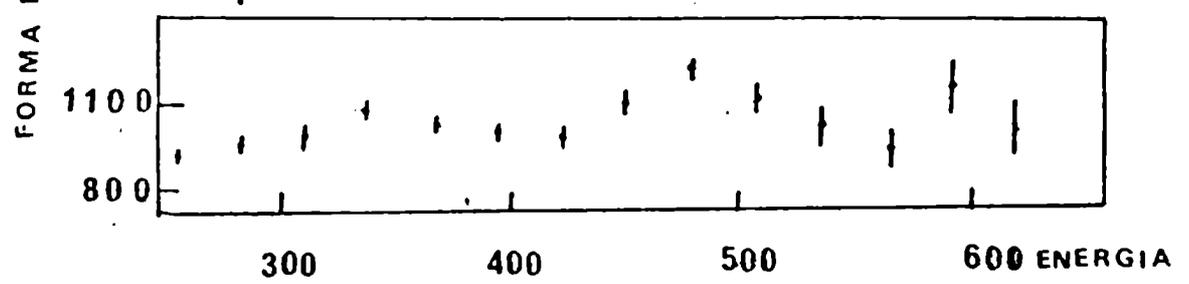


FIG. 5 (b)

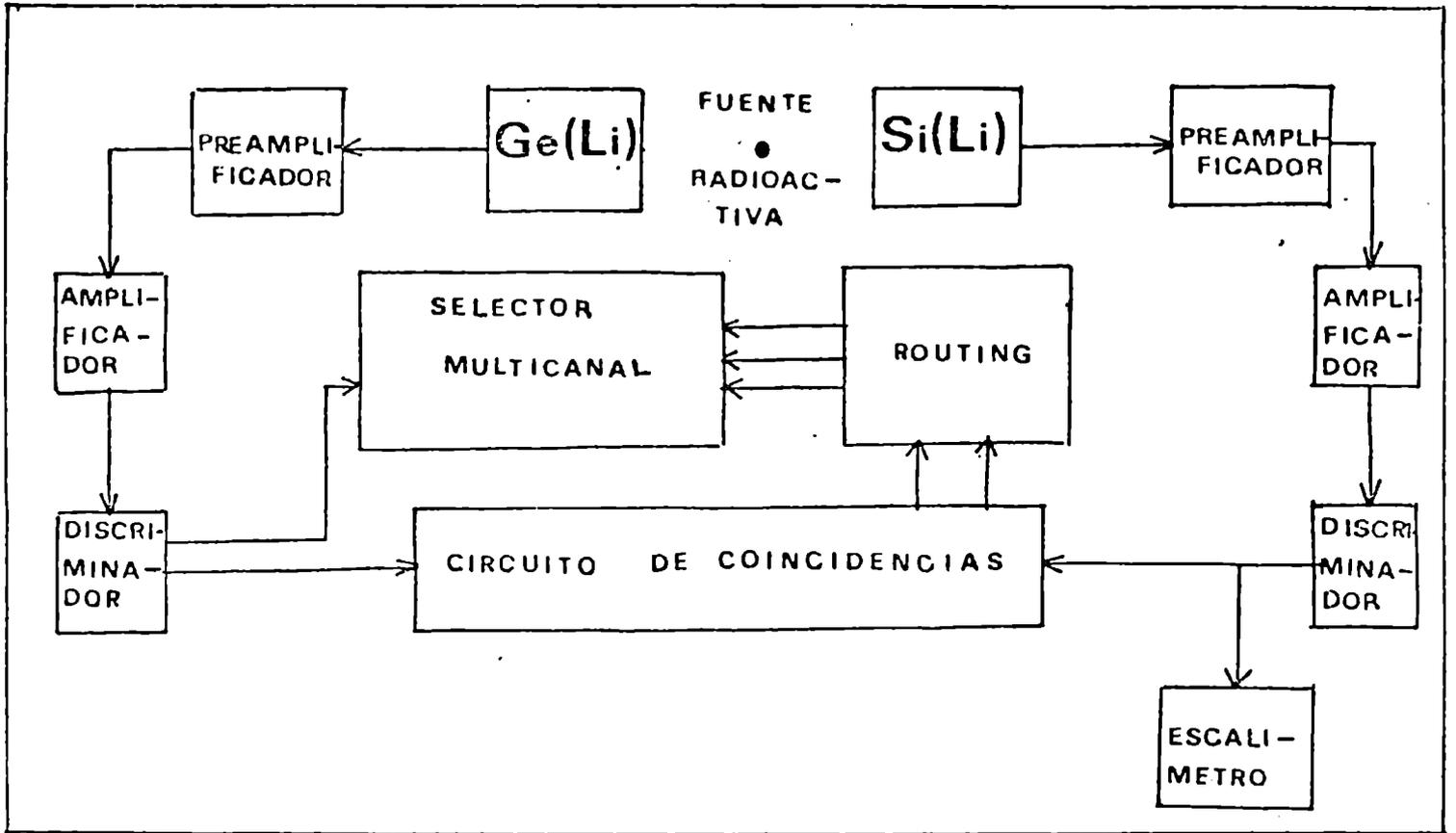


FIG. 6(a)

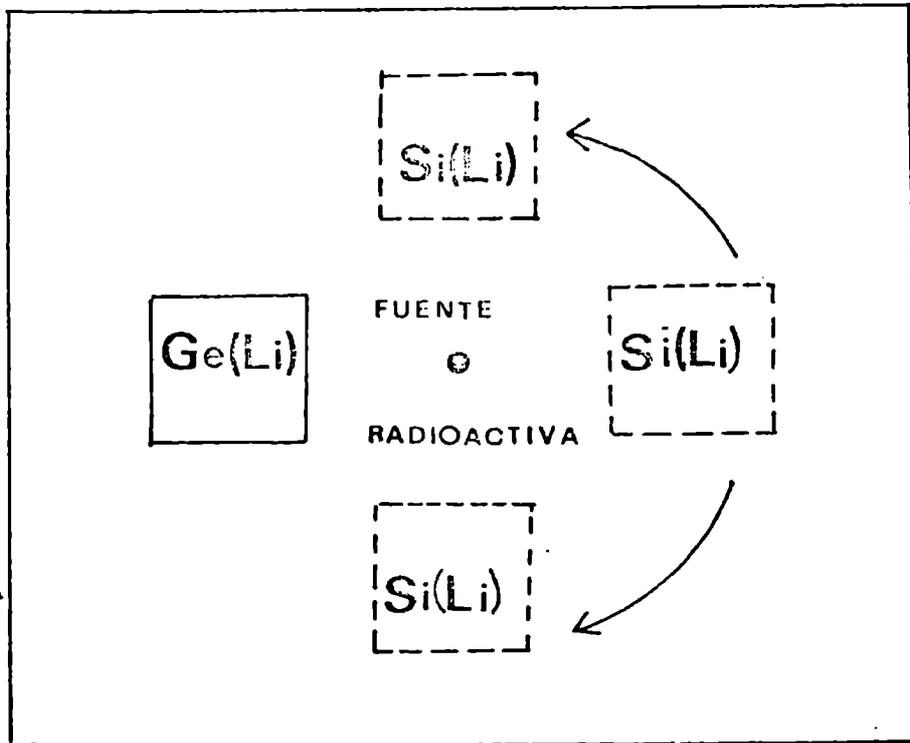


FIG. 6(b)

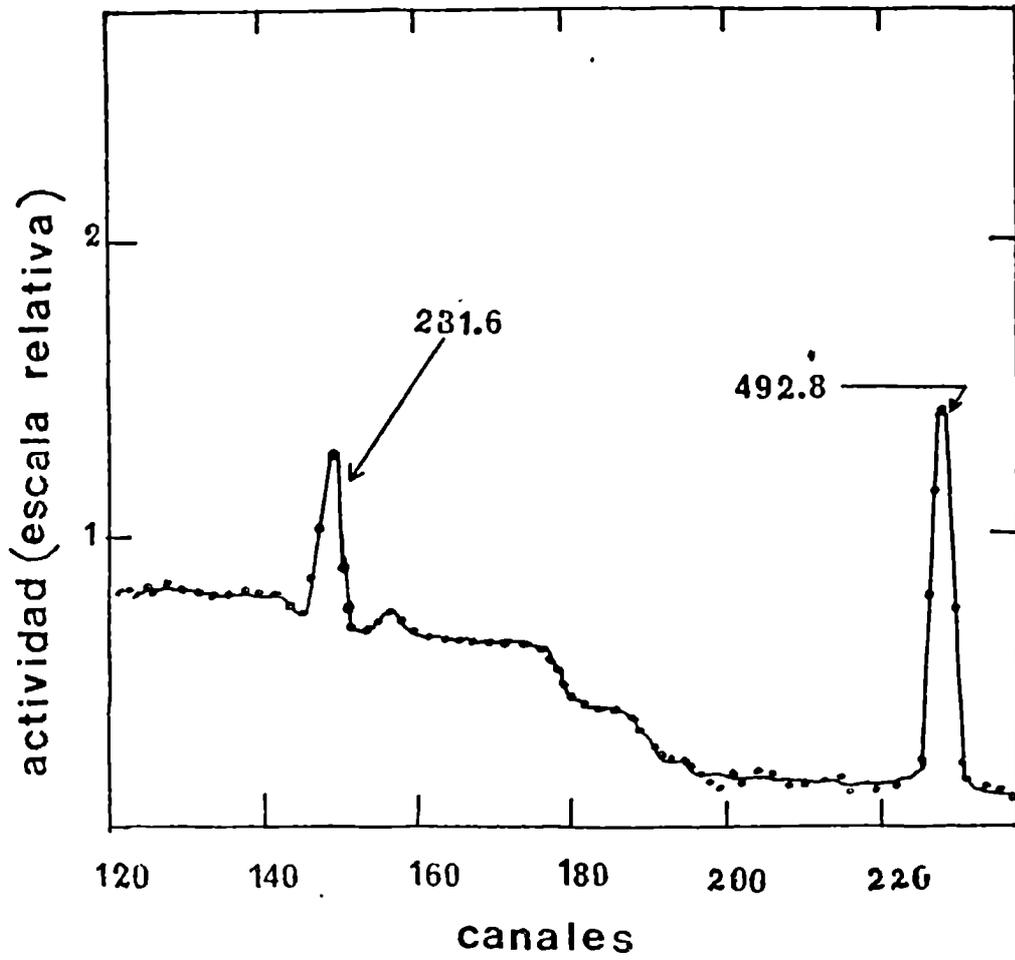


FIG. 7

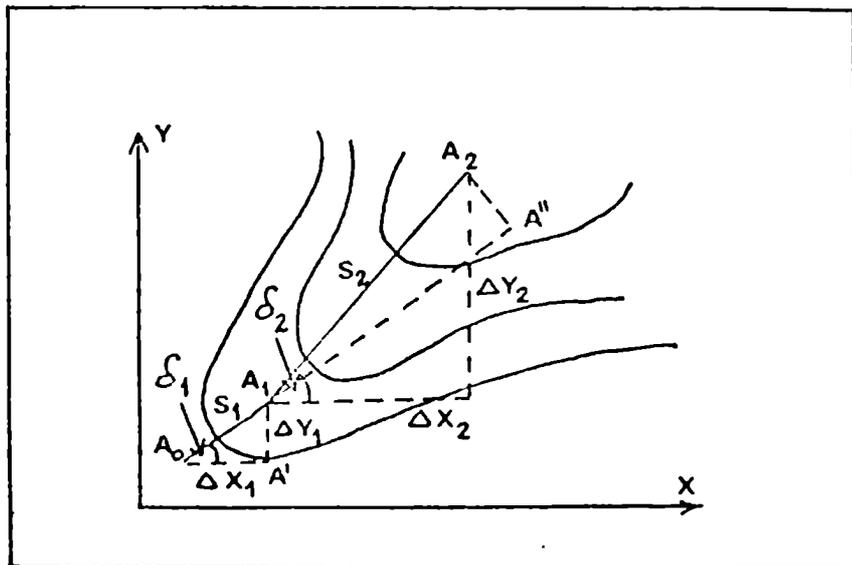


FIG. 8

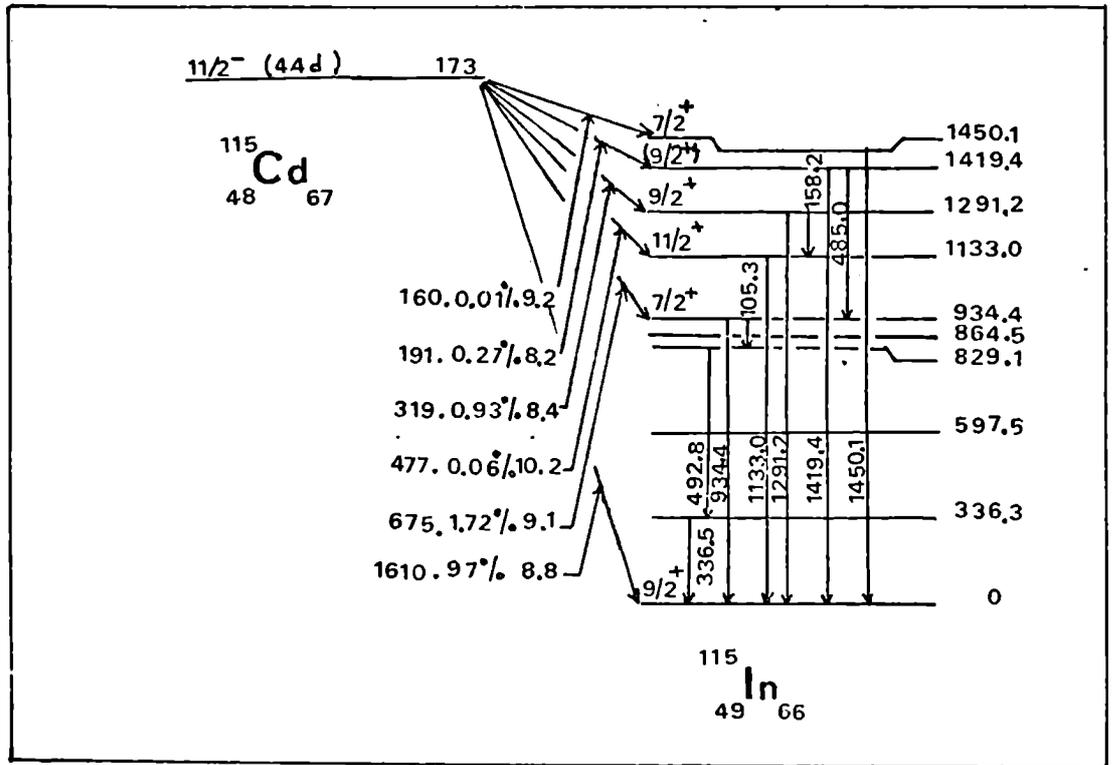


FIG.9

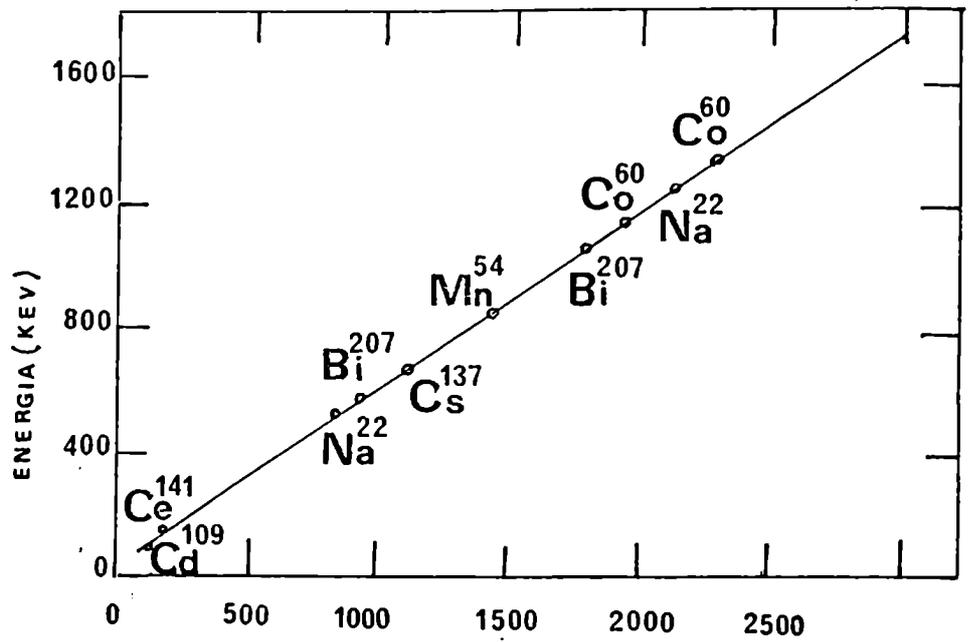


FIG.10

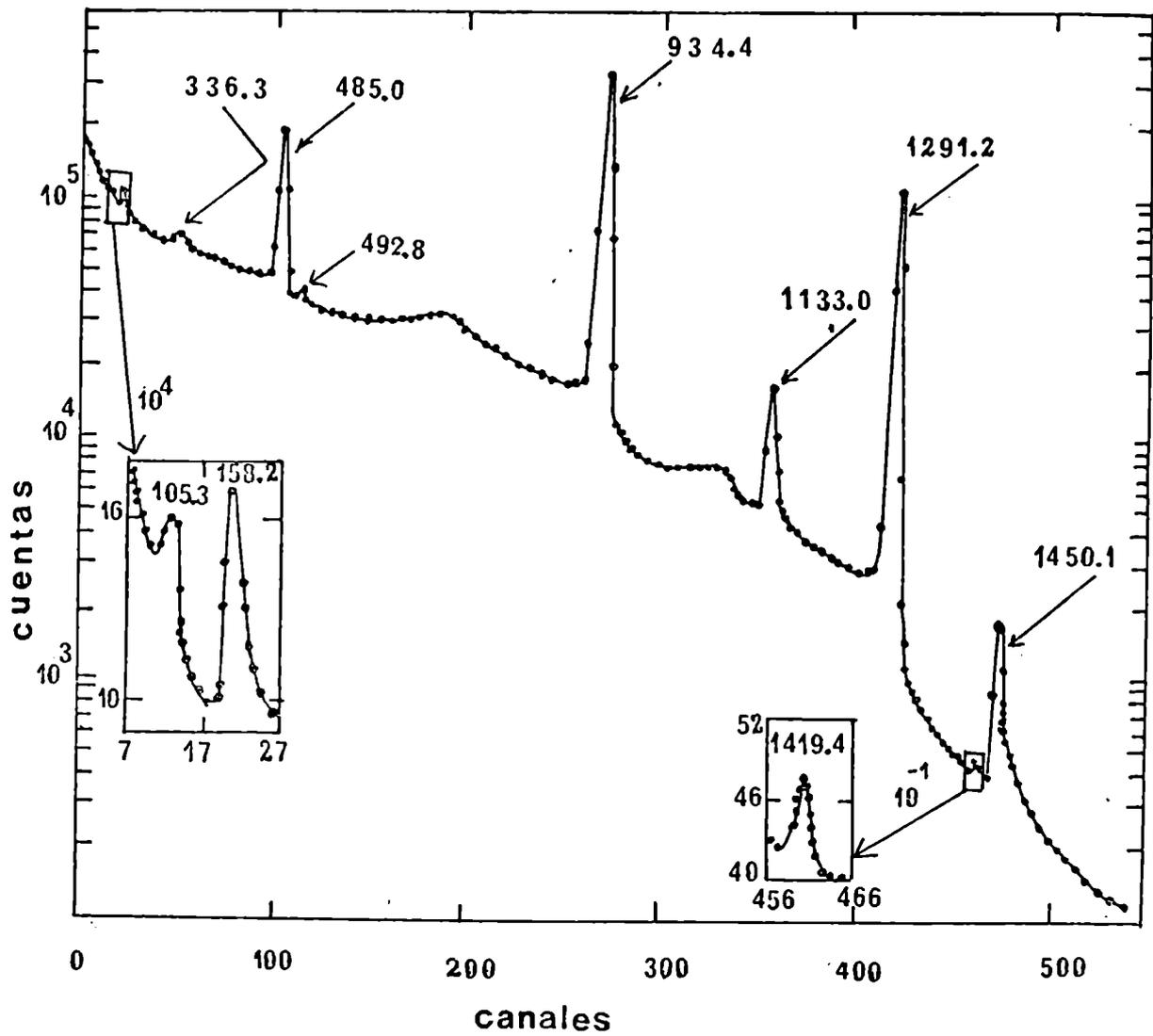


FIG. 11

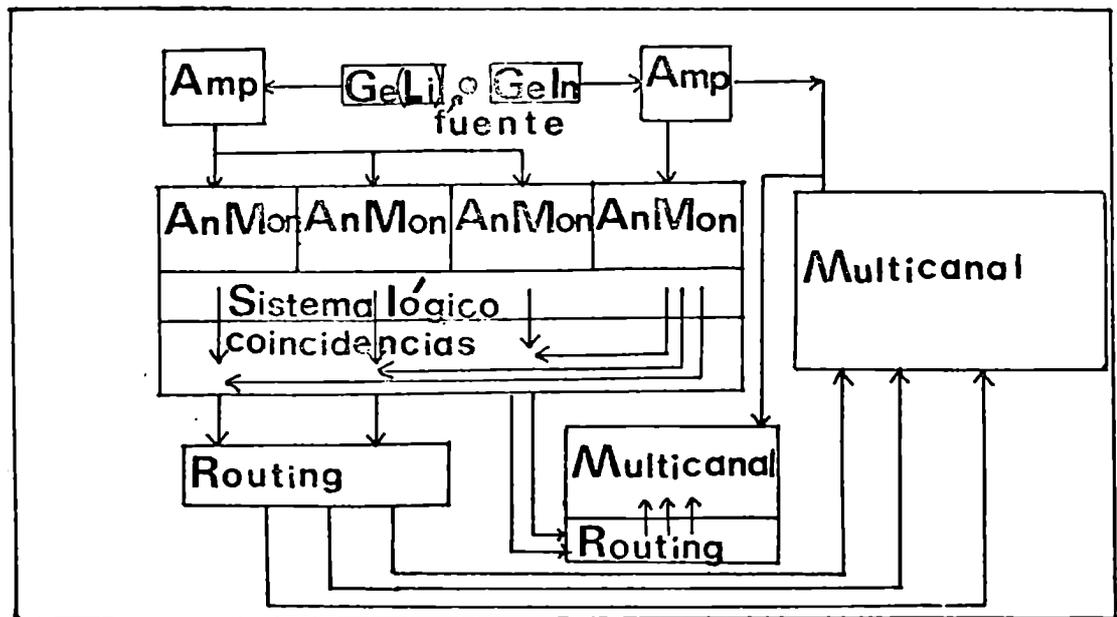


FIG. 12

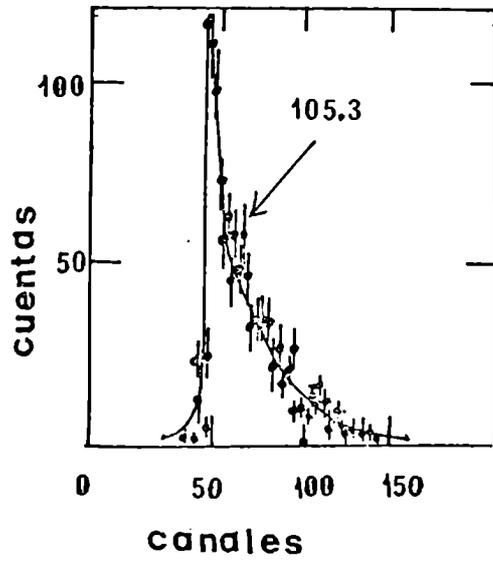


FIG. 13(a)

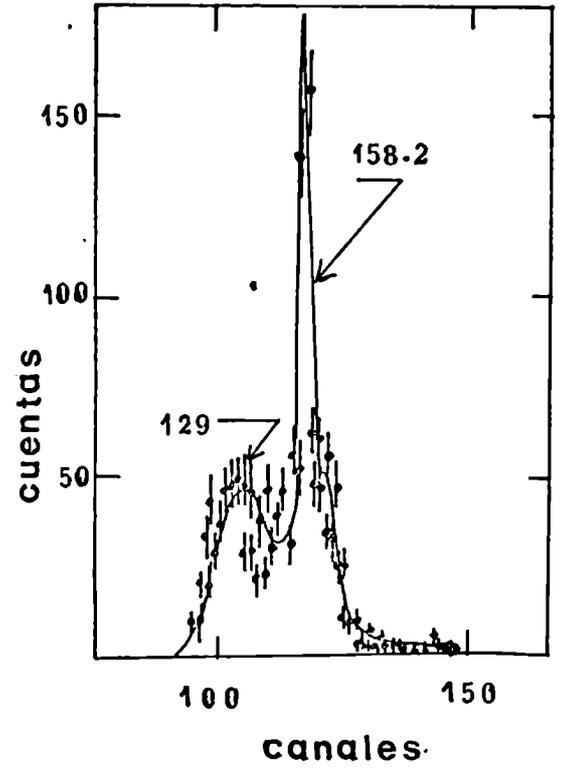


FIG. 13 (b)

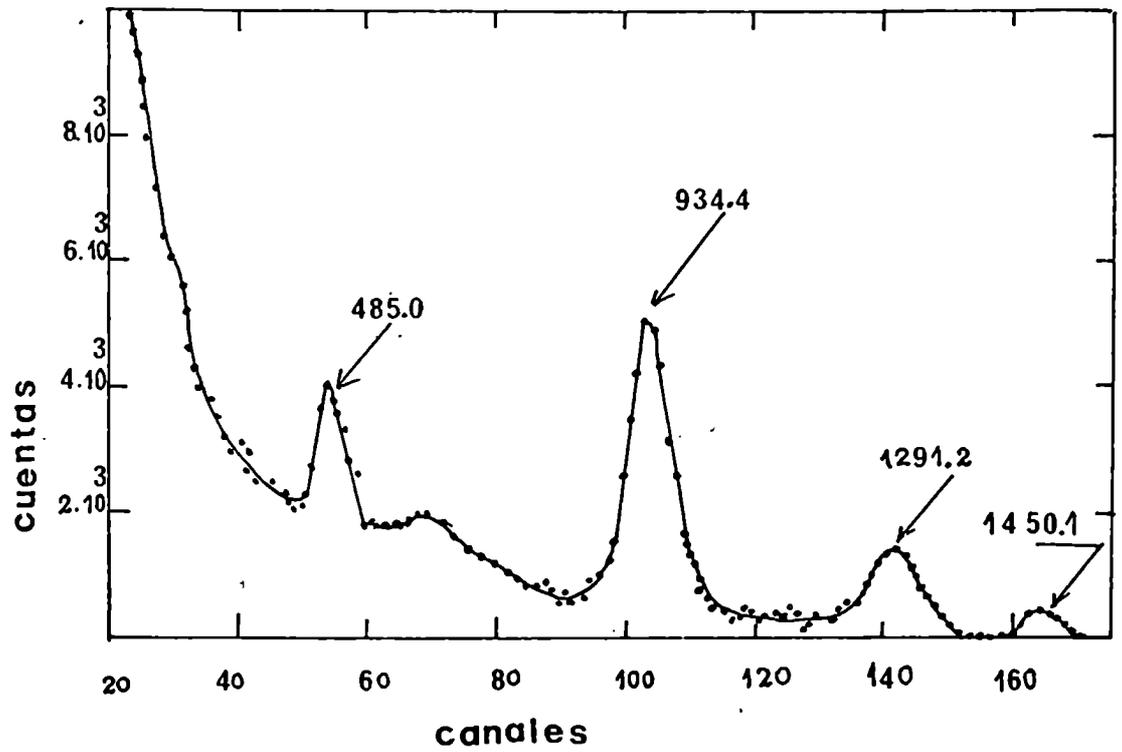


FIG. 14

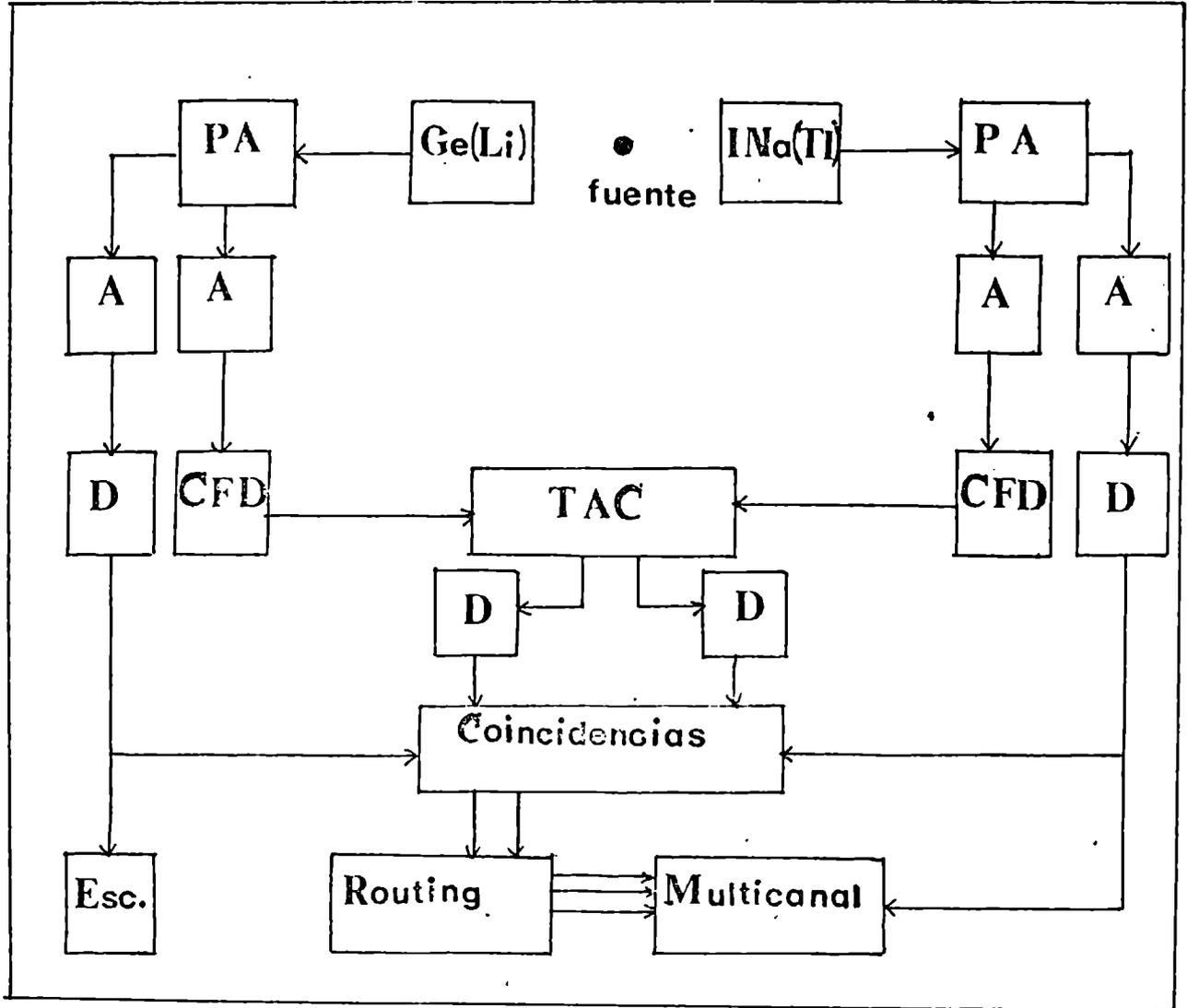


FIG. 15

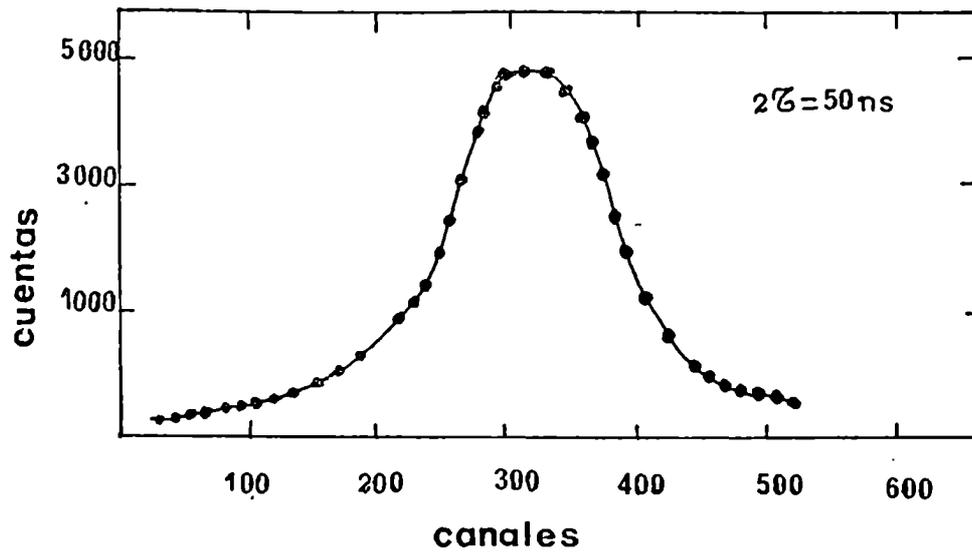


FIG. 16

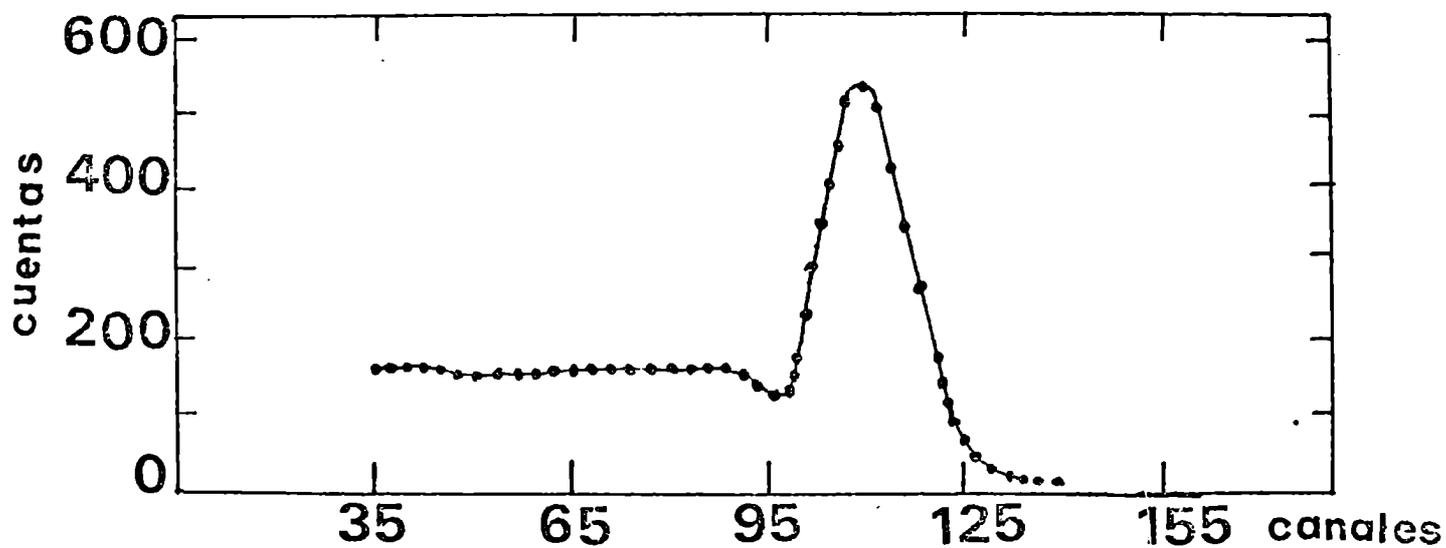
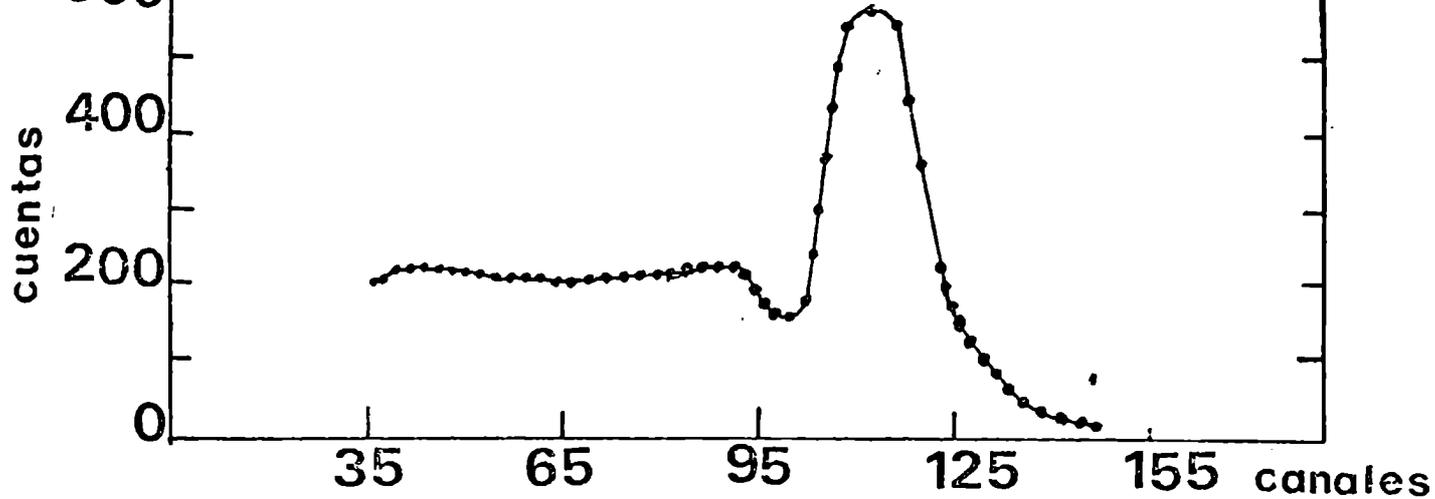


FIG.17 (a),(b)

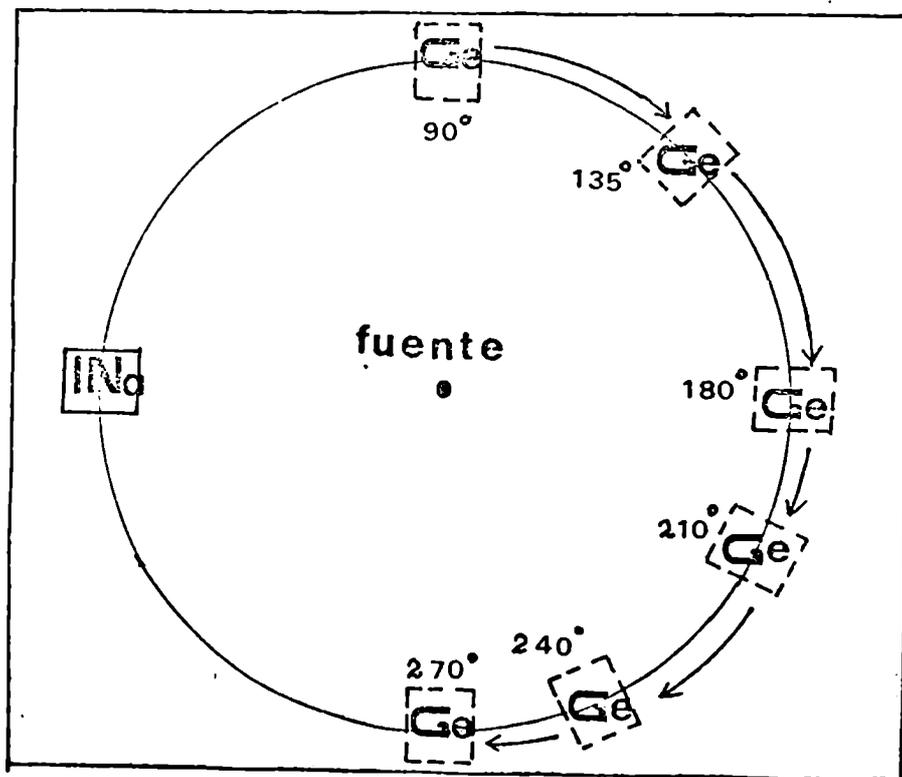


FIG 18

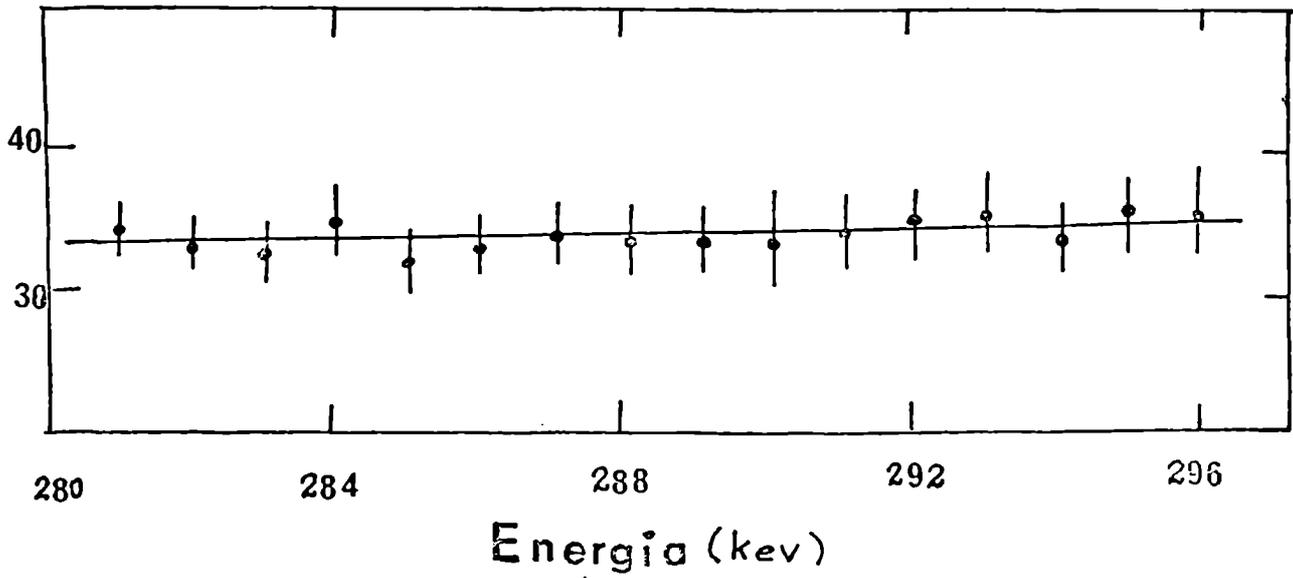


FIG. 19

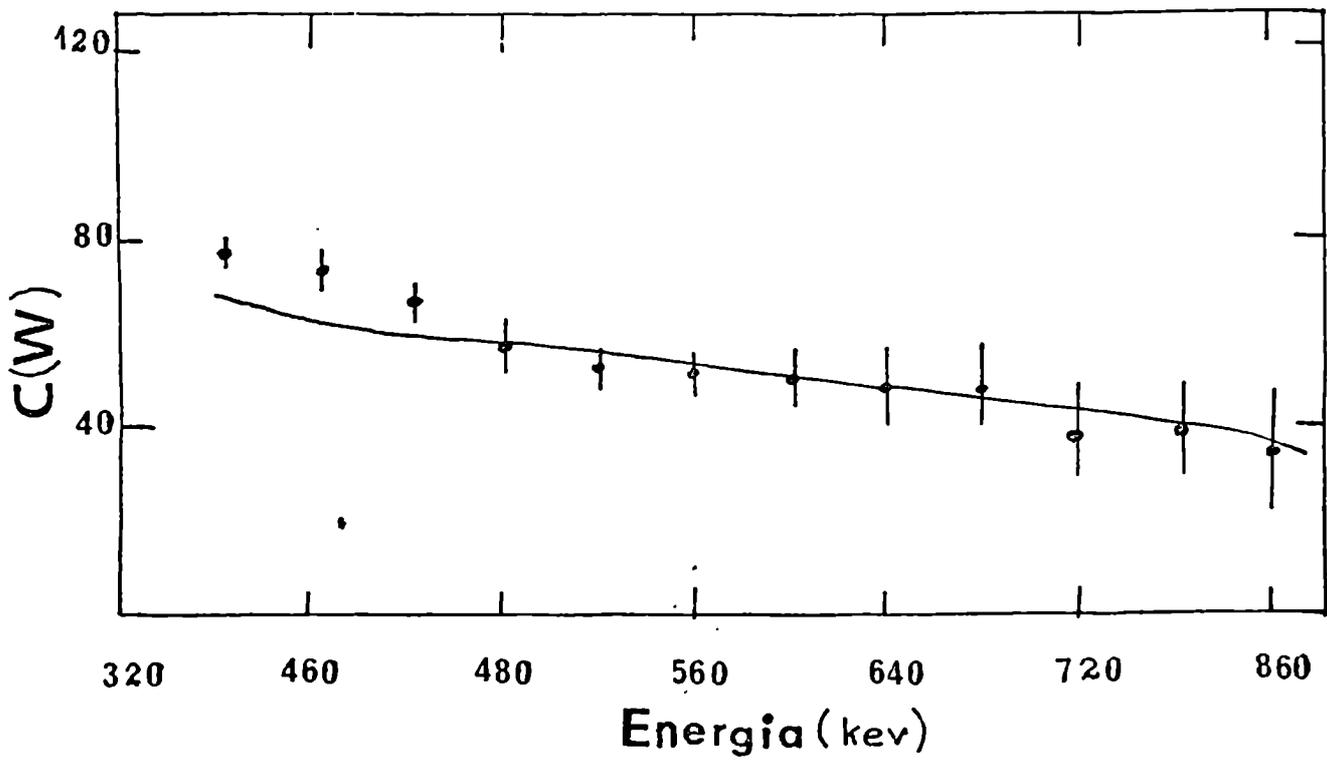


FIG. 20

$9/2^+$	1485.8
$7/2^+$	1463.7
$9/2^+$	1450.1
$9/2^+$	1419.4
$9/2^+$	1291.2
$11/2^+$	1133.0
$5/2^+$	1078.0
$5/2^+$	941.2
$7/2^+$	934.4
$1/2^+$	864.5
$3/2^+$	829.1
$3/2^-$	597.5
$1/2^-$	336.3
$9/2^+$	0

$^{115}_{49}\text{In}_{66}$

FIG. 21

CAPITULO VII

DISCUSION DEL ESQUEMA RESULTANTE DEL  $\text{In}^{115}$

En la figura 21 se muestra el esquema del decaimiento del  $\text{Cd}^{115g}$  y  $\text{Cd}^{115m}$ .

VII.1

ESTADO FUNDAMENTAL Del decaimiento beta del  $\text{Cd}^{115m}$ , un 97% alimenta este estado, cuya vida media es de  $5 \times 10^{14}$  años, el cual decae en un 100% por una transición beta de energía final de 479 keV y  $\log ft$  22,7 al  $\text{Sn}^{115}$ .

El caracter de este nivel fue experimentalmente determinado como  $9/2^+$  por J.E. Mack (ref. 35). El estudio del espectro beta del nivel metaestable del  $\text{Cd}^{115}$  al nivel fundamental del  $\text{In}^{115}$  muestra en el Fermi plot, un alejamiento de la linealidad y cuyo factor de corrección resultó

$$C(E) = k(1 - 0,78E^{-17,2/E})$$

siendo la energía del punto final 1618 keV (ref.21). El valor medido del spin y paridad del  $\text{Cd}^{115m}$  resultó de  $11/2^-$  (ref.36), el cual corresponde a un estado de partícula simple  $h_{11/2}$  para el neutrón impar por lo cual a la transición beta al estado fundamental del  $\text{In}^{115}$  le corresponde  $\Delta J=1$  con cambio de paridad, siendo de tipo primera prohibida a pesar del alto valor de 8.6 del  $\log ft$ . De acuerdo al "shell model" el spin del estado fundamental del  $\text{In}^{115}$ , sería de  $9/2^+$  que corresponde a un agujero en el nivel  $g_{9/2}$  de protones. Un posible estado metaestable de spin 1/2 se puede obtener de la promoción de un protón que pasa a llenar dicho nivel y deja el agujero en el estado  $p_{1/2}$ . Las experiencias han confirmado efectivamente estas predicciones pero los momentos eléctricos y magnéticos observados no corresponden a los asignados por el "shell model". Estas variaciones proveen un test del grado en que los estados el "shell model" están mezclados por comportamientos colectivos en el núcleo.

VII.2 ESTADO ISOMERICO DE 336.3 keV El  $\text{In}^{115}$  posee un estado metaestable cuya energía es de 336.3 keV y 4,5 horas de vida media ( $\text{In}^{115m}$ ). El carácter de este nivel fue medido experimentalmente resultando  $1/2^-$ ; la determinación fue realizada por H.J.King y col. (ref.31). El momento magnético del  $\text{In}^{115m}$  fue medido por J.A. Cameron y col. (ref.38), resultando  $-0,24371$  (5) magnetones nucleares, dicho valor es coincidente con los momentos medidos para otros núcleos cuyo protón impar se considera que estaba en el estado  $p_{1/2}$  del "shell model". Se puede observar que para el  $\text{In}^{115m}$  este valor del momento magnético se encuentra muy cerca del límite de Schmidt de  $-0,264$  magnetones nucleares. Del decaimiento beta del  $\text{Cd}^{115g}$  un 64% alimenta directamente al  $\text{In}^{115m}$  con una energía final de 1,01 meV y  $\log ft$  7,1; además este nivel se alimenta por las siguientes radiaciones gamma: 261,2 keV proveniente del nivel de 597,5 keV, 492,8 keV del nivel de 829,1 keV y 528,2 keV del nivel de 864,7 keV. El decaimiento de este nivel isomérico se realiza en un 96% a través de una transición isomérica gamma de 336,3 keV al nivel fundamental, la cual es fuertemente convertida, y en un 4% por una transición beta al  $\text{Sn}^{115}$  con una energía final de 815 keV y  $\log ft$  6.8.

La determinación que realizamos de  $\alpha_k$ ,  $\alpha_L$  y  $\alpha_M$  permitió confirmar el valor de  $\alpha_k$  realizado por G. Graeffe y col. (ref. 3) y agregar la información de los valores de  $\alpha_L$  y  $\alpha_M$ .

El valor obtenido de  $0,91 \pm 0,08$  para  $\alpha_k$  confirmó el carácter M4 de la transición gamma de 336,3 keV, pues de los valores teóricos de  $\alpha_k$  de las tablas de Sliv and Band (ref. 37) se obtuvo 0,88 para M4 y 0,69 para E5.

VII.3 NIVEL EXCITADO DE 597,5 keV Este nivel es alimentado directamente por una transición  $\beta_2$  proveniente del  $\text{Cd}^{115g}$ , cuya intensidad es el 1,3% de todo el grupo beta negativo emitido por dicho isótopo, con una energía final de 840 keV y valor del  $\log ft$  de 8,5, lo cual sugiere paridad negativa y posibles valores de  $1/2$ ,  $3/2$  y  $5/2$  para el spin. Otras vías de alimentación de este nivel lo representan las siguientes transiciones gamma: 231,6 keV proveniente del nivel de 829,1 keV y 267,4 keV del nivel

de 864,7 keV cuyas intensidades relativas se muestran en la tabla I. La única forma de desexcitación de este nivel corresponde a una emisión gamma de 261,2 keV al nivel isomérico, cuya intensidad relativa se encuentra en la misma tabla. De la correlación angular beta-gamma, entre los beta en el intervalo de energía de 650-850 keV y la transición de 261,2 keV realizada por V.R.Pandharipande y col. (ref. 2) se obtuvo un coeficiente

$$A_{22} = - 0,16 \pm 0,02$$

Debido a que la correlación no es isotrópica se eliminó el posible spin de 1/2, y si el spin fuera 5/2 el valor teórico predicho para  $A_{22}$  sería

$$A_{22} = + 0,38$$

lo cual no coincide con el valor medido.

Luego los únicos valores posibles de spin y paridad consistentes con dicha medición son  $3/2^-$ . La medición del coeficiente de conversión interna realizada por Backlin y col. (ref. 5) de la transición gamma de 261,2 keV indica una multipolaridad fundamentalmente M1, con una mezcla menor del 50% de E2, lo cual favoreció la asignación  $3/2^-$  para este nivel.

Todas estas conclusiones obtenidas por estudios del decaimiento del  $\text{Cd}^{115g}$  fueron confirmadas recientemente por C. V. Weiffenbach y R. Tickle (ref. 24) los cuales estudiaron los niveles del  $\text{In}^{115}$  usando la reacción  $\text{Sn}(d, {}^3\text{He})\text{In}$  con captura de protón bombardeando con una energía de 28,9 MeV. Asumiendo que la capa  $Z=50$  está completamente cerrada en el núcleo blanco de Sn con  $A=\text{par}$ , la reacción  $\text{Sn}(d, {}^3\text{He})$  excitará los niveles en el In por captura de protones de los orbitales de partícula simple  $1g_{9/2}$ ,  $2p_{1/2}$ ,  $2p_{3/2}$ ,  $1f_{5/2}$ .

Como el nivel de 597,5 keV fue excitado por transiciones con  $\ell = 1$ , fue confirmado el correcto spin y paridad como  $3/2^-$ , indicando captura del orbital  $p_{3/2}$ . Finalmente T.D.Nainan y col. (ref. 4) consiguió determinar un límite superior a la vida media del nivel de 597,5 keV de 0,250 nseg utilizando la técnica de coincidencias retardadas.

VII.4 NIVELES EXCITADOS DE 829,1 y 864,5 keV El decaimiento del  $Cd^{115g}$  alimenta con una contribución del 10% al nivel de 829,1 keV, siendo el valor del log ft de 7.0 .

El nivel de 864,5 keV contribuye a la alimentación de dicho nivel a través del decaimiento de una radiación gamma de 35,4 keV y el de 934,4 mediante la ya estudiada transición de 105,3 keV.

El decaimiento se realiza por dos emisiones gamma: una de 231,4 keV al nivel de 597,5 keV y otra de 492,8 keV al nivel de 336,3 keV. La vida media de este nivel es de 5,4 nseg. la cual fue determinada por P.N.Tandon y col. (ref. 39) y recientemente confirmada por Bäcklin y col. (ref. 5) mediante la utilización de un centelleador plástico y un cristal de Ge(Li) estudiando las coincidencias retardadas beta-gamma.

La información que se tenía del carácter de este nivel provenía del estudio realizado por Backlin de los coeficientes de conversión interna correspondientes a las transiciones de 231,4 keV y 492,8 keV de los cuales se dedujo su multipolaridad, resultando  $E1 + < 3\% M2$  y  $E1 + 4\% M2$ , respectivamente. Como ambas transiciones se producen a niveles de paridad negativa con valores de spin  $3/2$  y  $1/2$  respectivamente, Backlin dedujo que la paridad del nivel de 829,1 keV era positiva, y los posibles spines  $3/2$  ó  $1/2$ .

El nivel de 864,5 keV está alimentado por decaimiento beta del  $Cd^{115g}$ , con una contribución del 31%, siendo el valor del log ft de 6,5. Esta es la única forma que se alimenta dicho nivel. El decaimiento se produce a través de 3 emisiones gamma: 1) 35,4 keV al nivel de 829,1 keV.

2) 267,0 keV al nivel de 597,5 keV.

3) 528,2 keV al nivel de 336,3 keV.

La vida media de este nivel es de 1,1 nseg. la cual fue determinada por Backlin. El estudio realizado por dicho autor de los cocientes  $L_I/L_{II}$  y  $L_I/L_{III}$  del grupo L correspondiente a la transición de 35,4 keV, demostraron que ésta es de tipo M1 con una mezcla del 3% de E2, mientras que de los valores que obtuvieron del coeficiente  $\alpha_k$ , correspondiente a la transición de 528,2 keV obtuvieron una multipolaridad  $E1$  con 4% M2 para la misma. Estos valores confirmaron el carácter positivo del nivel de

864,5 keV y limitaron los posibles valores de spin a  $3/2$  ó  $1/2$ .

La falta de mediciones que confirmaran los valores de spin de los niveles de 829,1 y 864,5 keV fue el hecho que nos condujo a realizar las ya mencionadas correlaciones angulares de las cascadas

$$(35,4) \rightarrow (231,6) \text{ y } (35,4) \rightarrow (492,8) \text{ keV}$$

las cuales abarcan los niveles de

$$829,1, \quad 864,5 \text{ y } 597,5 \text{ keV}$$

$$829,1, \quad 864,5 \text{ y } 336,3 \text{ keV} \quad \text{respectivamente.}$$

De acuerdo a la discusión previa se observa que los spines y paridades de los niveles de 336,3 y 597,5 keV fueron determinados en forma inequívoca como  $1/2^-$  y  $3/2^-$  en forma respectiva; lo cual nos permitió calcular los coeficientes de ambas correlaciones angulares utilizando los probables valores de  $1/2^+$  y  $3/2^+$  para los 2 niveles superiores de 829,1 y 864,5 keV. Para efectuar dicho cálculo utilizamos las tablas de los coeficientes F y los gráficos de  $A_{22}$  en función del coeficiente de mezcla realizadas por R.M. Steffen. De la comparación de los valores medidos con sus errores de los coeficientes  $A_{22}$  para ambas cascadas, con los valores calculados se encontró que en forma unívoca quedaban determinados los spines  $3/2^+$  para el nivel de 829,1 y  $1/2^+$  para el nivel de 864,5 keV. Las multipolaridades de la radiación gamma también fueron determinadas a partir de los valores de  $A_{22}$  siendo la de 35,4 keV de tipo M1 + E2 con un parámetro de mezcla  $\delta = -0,13 \pm 0,04$ ; la de 492,8 keV de tipo E1 + M2 con un parámetro  $\delta = 0,09 \pm 0,05$  y la de 231,6 keV de tipo E1 + M2 con un parámetro  $\delta = -0,19 \pm 0,04$ .

Para corroborar el resultado obtenido a partir de las mediciones de las correlaciones angulares, se realizó el estudio de los espectros beta que alimentan estos niveles del  $\text{In}^{115}$  a partir del decaimiento del  $\text{Cd}^{115g}$ . Los valores obtenidos para los parámetros libres  $a$  y  $E_0$  verificaron el carácter permitido de ambas transiciones beta, lo cual no contradice los valores de spin asignados a los 2 niveles en cuestión a partir de las correlaciones angulares gamma-gamma.

VII.5 NIVEL EXCITADO DE 934,4 keV Este nivel está alimentado por un 2% del grupo beta que corresponde al decaimiento del  $Cd^{115m}$  con un  $\log ft$  de 9,1 y por una transición gamma de 485,0 keV proveniente del nivel de 1419,4 keV. El decaimiento se produce a través de 2 transiciones gamma: una débil de 105,3 keV al nivel de 829,1 keV y la otra muy intensa de 934,4 keV al nivel fundamental del  $In^{115}$ .

La vida media de este nivel de 57 pseg. fue medida utilizando la técnica de las coincidencias retardadas gamma-gamma por V. Sergeev y col. (ref. 17). El caracter de este nivel lo obtuvo R.Sharma y col. (ref. 21), estudiando la forma del espectro beta en coincidencia con la radiación gamma de 930 keV, para lo cual obtuvieron que era de tipo primera prohibida única, que les permitió asignar el caracter  $7/2^+$  al nivel de 930 keV. De nuestro trabajo se confirmó la existencia de la débil radiación de 105,3 keV en coincidencia con la radiación de 485,0 keV, lo cual confirmó el decaimiento del nivel 934,4 keV al de 829,1 keV.

Además del estudio de la coincidencia gamma (934,4)-beta, nos permitió confirmar que el caracter de la transición beta que alimenta dicho nivel era efectivamente primera prohibida única, siendo la regla de selección correspondiente  $\Delta J = 2 \quad \Delta \pi = -1$ .

VII.6 NIVEL EXCITADO DE 1133,0 keV Este nivel está alimentado muy debilmente (0,06%) por el decaimiento beta del  $Cd^{115m}$  cuyo  $\log ft$  es 10,2. Además contribuye el nivel de 1291,2 keV a través de una transición gamma de 158,2 keV. El decaimiento se produce a través de una emisión gamma de 1133,0 keV al nivel fundamental. De experiencias de excitación coulombianas F.S. Dietrich y col. (ref. 25) determinaron que el caracter de la radiación gamma de 1133,0 keV era predominantemente M1, lo cual limitó los posibles valores de spin a  $7/2$ ,  $9/2$  u  $11/2$ , para el nivel de 1133,0 keV. Estos autores se inclinaron por el valor  $11/2^+$  que fue previamente determinado a partir de correlaciones angulares gamma(160)-gamma(1125), por V.R. Pandharipande y col. (ref. 20).

La única forma en que pusimos en evidencia la existencia de este nivel fue a través de las radiaciones gamma de 158,2 keV y 1133,0 keV las cuales se comprobó que efectivamente están en cascada y la existencia de

ambas radiaciones en forma independiente en el espectro gamma simple.

- VII.7 NIVEL EXCITADO DE 1291.2 keV Este nivel está alimentado por un 0,92% del grupo beta correspondiente al decaimiento del  $\text{Cd}^{115\text{m}}$ , siendo el valor del  $\log ft$  de 8,4 y ésta su única forma de alimentación. El decaimiento se produce a través de dos transiciones gamma: una de 158,2 keV al nivel de 1133.0 keV y la otra de 1291,2 keV al fundamental. De mediciones de la correlación angular gamma(158.1)-gamma(1132.5) V. Sergeev y col. determinaron que la primera radiación es predominantemente de carácter M1 y asumieron que el carácter del nivel de 1291,2 keV es de  $13/2^+$  de acuerdo a lo sugerido por Dietrich y col. La existencia de este nivel la pusimos de manifiesto a través de la radiación gamma de 1291,2 keV en el espectro simple, y de la mencionada coincidencia gamma(158,2)-gamma(1133.0) cuya suma reproduce la energía de la radiación de 1291,2 keV. Para sacar conclusiones más confirmativas acerca del carácter de este nivel llevamos a cabo el estudio de la coincidencia gamma(1291.2)-beta. De dicha experiencia se dedujo que la transición beta era de tipo primera prohibida no-única ( $\Delta J = 0,1$   $\Delta \pi = -1$ ) ó de tipo permitida ( $\Delta J = 0,1$ ,  $\Delta \pi = 1$ ). Siendo el carácter del estado metaestable del  $\text{Cd}^{115}$   $11/2^-$ , obtuvimos como conclusión que la transición beta era de tipo primera prohibida no-única de lo cual se obtiene que el carácter de este nivel puede ser  $9/2^-$  ó  $13/2^+$ . Esta ambigüedad no puede ser resuelta por experimentos de decaimiento radioactivo, pues efectivamente de la experiencia de Pandharipande y col. (ref.20) de correlaciones angulares gamma(485)-gamma(934) sugirieron el valor  $9/2^+$ . La ausencia de transiciones M1 del nivel excitado de 1450,1 keV (cuyo carácter es  $9/2^+$ ) al nivel de 1291,2 keV provee una evidencia que el carácter de este último puede ser  $13/2^+$ .
- VII.8 NIVEL EXCITADO DE 1419,4 keV El decaimiento beta del  $\text{Cd}^{115\text{m}}$  contribuye con un 0,27% a este nivel del  $\text{In}^{115}$  cuyo  $\log ft$  es de 8,2. Ningún otro tipo de alimentación se conoce que contribuya a dicho nivel. El decaimien-

to se realiza a través de 2 emisiones gamma: una de 485,0 keV al nivel de 934,4 keV y otra de 1419,4 keV al nivel fundamental.

El estudio de este nivel se llevó a cabo a través de la correlación angular  $\gamma(485.0)-\gamma(934.4)$  debido a la contradicción existente de los valores de dicha correlación entre diferentes autores. De esta experiencia se obtuvo que los valores de Koshut y col. (ref. 15) contradicen los obtenidos por otros autores y los nuestros; además el cociente de mezcla para la transición de 485.0 keV propuesto por Koshut (91-96% de contenido cuadrupolar) no coincide con nuestros resultados que muestra que esta transición es prácticamente M1. A pesar que nuestra experiencia sobre esta correlación angular no dio un caracter definido al nivel de 1419,4 keV, coincidimos en asignarle un caracter  $9/2^+$  el cual coincide con los resultados obtenidos por decaimiento beta. La transición beta a este nivel es de tipo primera prohibida no-única, dando las posibilidades  $9/2^+$  y  $13/2^+$ . Este último valor puede ser eliminado pues existen transiciones gamma de este nivel a niveles con  $J^\pi = 7/2^+$  y  $J^\pi = 9/2^+$ .

VII.9 NIVEL EXCITADO DE 1450,1 keV Este nivel está muy debilmente alimentado (0,02%) por el decaimiento beta del  $\text{Cd}^{116\text{m}}$  cuyo  $\log ft$  es de 9,2, siendo esta la única fuente de alimentación. El decaimiento se produce a través de la radiación gamma de 1450,1 keV al nivel fundamental únicamente. La única forma en que pusimos en evidencia la existencia de este nivel, fue a través de la radiación gamma de 1450, 1 keV en el espectro gamma simple obtenido del decaimiento del  $\text{Cd}^{115\text{m}}$ .

Estudios hechos con reacciones nucleares han aclarado casi en su totalidad el caracter de este nivel, entre ellas se encuentra la de  $\text{Sn}^{116}(\text{d}, {}^3\text{He})\text{In}^{115}$  hecha por Weiffenbach y col. los cuales encontraron una transferencia de protón  $l = 4$  para un protón  $1g_{9/2}$  del estado fundamental del  $\text{Sn}^{116}$  a una energía de 1450 keV, lo cual indicó un posible caracter  $9/2^+$  para este nivel. Esto fue confirmado por Dietrich y col. en su trabajo sobre la excitación coulombiana y scattering inelástico de deuterones.

VII.10 EVIDENCIA DE OTROS NIVELES EXCITADOS Además de los niveles discutidos todos los cuales fueron puestos de manifiesto con nuestro trabajo a tra-

vés de distintas experiencias, existen una serie de niveles de los cuales no hallamos ninguna evidencia, que son los siguientes:

- i) NIVEL EXCITADO DE 941,2 keV Este nivel fue obtenido directamente por excitación coulombiana en la experiencia realizada por Dietrich. Dicho autor le asignó un carácter  $5/2^+$ . Nueva evidencia de la existencia de este nivel fue la experiencia de Sergeev y col. los cuales por decaimiento radioactivo pudieron determinar la intensidad de la variación gamma de 941,2 keV obteniendo  $0,03 \pm 0,01$  usando como referencia la de 934,4 keV.
- ii) NIVEL EXCITADO DE 1078.0 keV Este nivel exactamente igual que el anterior fue observado por Dietrich que le asignó un carácter  $5/2^+$ . La única evidencia de este nivel por estudios radioactivos correspondena Sergeev que consiguió obtener un límite superior de  $4 \times 10^{-2}$  para la intensidad del gamma de 1078.0 keV. con respecto a la de 934.4 keV.
- iii) NIVEL EXCITADO DE 1463.7 keV El carácter de este nivel fue determinado como  $7/2^+$  por Dietrich en la misma experiencia de excitación coulombiana. Sergeev consiguió determinar la existencia de este nivel obteniendo una intensidad de  $0.05 \pm 0.03$  para la radiación gamma a través de la cual se desexcita al nivel fundamental.
- iv) NIVEL EXCITADO DE 1485.8 keV Este nivel fue observado por Weiffenbach en la experiencia de captura de protones el cual le asignó un nivel probable de  $9/2$ , siendo su paridad positiva, pues fue observado en la experiencia de excitación coulombiana de Dietrich. Finalmente Sergeev consiguió determinar en la experiencia de decaimiento del  $\text{Cd}^{115\text{m}}$  la intensidad de la transición del nivel de 1485.8 keV al fundamental obteniendo  $0.025 \pm 0.003$  utilizando como referencia el valor de 100 para la intensidad de la radiación de 934.4 keV.

Referencias

- 1) H.S. Hans and G.N. Rao Nuclear physics 44 (1963) 320
- 2) V. R. Pandharipande y col. Physical Review 143 (1966) 740
- 3) G. Graeffe y col. Physical Review 149 (1966) 884
- 4) T. D. Nainan y col. Nuclear Physics A96 (1967) 173
- 5) A. Bäcklin y col. Nuclear Physics A96 (1967) 539
- 6) J. McDonald y col. Nuclear Physics A104(1967) 177
- 7) M.M. Bajaj y col. Austr. Journal Phys. 21 (1968) 317
- 8) J.L. Campbell y col. Canad.Journ.Phys.47 (1969)1257
- 9) J.M. Hollander y col. "Table of Isotopes"
- 10) P. Charoenkwan Nucl. Instr.Meth.34 (1965) 96
- 11) M.E. Rose Phys. Rev. 91 (1953) 610
- 12) R. D.Evans "The Atomic Nucleus"
- 13) K.S. Krane Nucl. Instr.Meth.98 (1972) 205
- 14) S.M. Abecasis y col. Comp. Phys. Com. 9 (1974) 145
- 15) R. J.Koshut y col. Phys. Rev. vol.8 num.6 (1973)2298
- 16) R. Sturm y col. Z. Physik 259 (1973) 259
- 17) V. Sergeev y col. Nucl. Phys. A202 (1973) 385
- 18) M. Ishii Nucl. Instr. Meth. 107 (1973) 227
- 19) M. R. Moret C.R. Acad.Sc.Paris 266 (1968) 738
- 20) V. R. Pandharipande y col. Phys. Rev. 136 (1964) 346
- 21) R.P. Sharma y col. Phys. Rev. 131 (1963) 384
- 22) J.B. Van Der Kooi y col. Physica 29 (1963) 140
- 23) A. Marcinkowski y col. Nucl.Phys. A179 (1972) 781
- 24) C. V. Weiffenbach y col. Phys. Rev. vol.3 num.4 (1971)1668

- |                            |  |
|----------------------------|--|
| 25) F. S. Dietrich y col.  | Nucl. Phys. A155 (1970) 209                |
| 26) E. M. Bernstein y col. | Nucl. Phys. A141 (1970) 67                 |
| 27) W. J. Alston           | Phys. Rev. vol.188 num.4<br>(1969)1837     |
| 28) M. Conjeaud y col.     | Nucl.Phys. A129 (1969) 10                  |
| 29) S. A. Hjorth y col.    | Arkiv for Fysik vol.3 num.10<br>(1966) 121 |
| 30) M. Boivin y col.       | Nucl.Phys. A176 (1971) 626                 |
| 31) H.J. King y col.       | Canad.Journ.Phys. 39<br>(1961) 230         |
| 32) H.E. Bosch y col.      | Canad.Journ.Phys. 51<br>(1973)2260         |
| 33) B.Eman y col.          | Nucl.Phys. A104 (1967) 386                 |
| 34) S.M. Abecasis y col.   | Nucl.Phys. A151 (1970) 641                 |
| 35) J.E. Mack              | Rev. Mod.Phys. 22 (1958) 64                |
| 36) M.N.McDermott y col.   | Phys.Rev. B 25 (1964) 134                  |
| 37) L.A. Sliv and I.m.Band | "Alpha Beta and Gamma Ray<br>Spectroscopy" |
| 38) J.A. Cameron y col.    | Canad.Journ.Phys. 40<br>(1962) 931         |
| 39) P.N. Tandom y col.     | Phys. Letter 10 (1964) 113                 |

Agradecimientos.

Expreso mi profundo agradecimiento al director de este trabajo, Dr. Horacio E. Bosch, quien me ha conducido en la ejecución del mismo, y me permitió realizarlo en el Laboratorio de Física Nuclear a su cargo, habiéndome además guiado y ayudado durante todo el desarrollo del mismo.

Asimismo reconozco la valiosa colaboración prestada por la Dra. S.M. Abecasis quien aportó numerosas ideas.

La tarea en equipo desarrollada con la Dra. María Amelia Fariolli y la Lic. Virginia Silbergleit ha sido fundamental para la concreción de esta tesis. Quiero destacar finalmente el aporte del personal técnico del Laboratorio de Radiaciones. El desarrollo y la mantención de los equipos electrónicos debido al Sr. C. Sabaté y el apoyo brindado por el Sr. C. Gambodotti, en las técnicas de Alto Vacío, y la participación empeñosa en el trabajo de dactilografía e impresión de la presente tesis de la Sra. Mercedes P.M. de Orlando y el Lic. Adrián Paenza.

A todos, muchas gracias.