

Tesis de Posgrado

Reacciones (d, 6 Li) : Análisis con canales acoplados

Ferrero, Armando M.J.

1975

Tesis presentada para obtener el grado de Doctor en Ciencias Físicas de la Universidad de Buenos Aires

Este documento forma parte de la colección de tesis doctorales y de maestría de la Biblioteca Central Dr. Luis Federico Leloir, disponible en digital.bl.fcen.uba.ar. Su utilización debe ser acompañada por la cita bibliográfica con reconocimiento de la fuente.

This document is part of the doctoral theses collection of the Central Library Dr. Luis Federico Leloir, available in digital.bl.fcen.uba.ar. It should be used accompanied by the corresponding citation acknowledging the source.

Cita tipo APA:

Ferrero, Armando M.J.. (1975). Reacciones (d, 6 Li) : Análisis con canales acoplados. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires.
http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis_1471_Ferrero.pdf

Cita tipo Chicago:

Ferrero, Armando M.J.. "Reacciones (d, 6 Li) : Análisis con canales acoplados". Tesis de Doctor. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires. 1975.
http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis_1471_Ferrero.pdf

UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

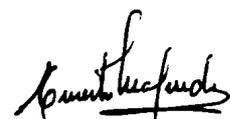
REACCIONES ($d, {}^6\text{Li}$), ANALISIS CON CANALES ACOPLADOS

ARMANDO M. J. FERRERO

TESIS PRESENTADA PARA OPTAR AL TITULO DE
DOCTOR EN FISICA

DIRIGIDA POR
ERNESTO E. MAQUEDA

1975


Ernesto E. Maqueda


Armando M. J. Ferrero

A mi esposa, a mis hijos.

Agradecimientos:

El presente trabajo ha sido realizado en el Departamento de Física Nuclear de la Comisión Nacional de Energía Atómica.

Agradezco a las autoridades de la Casa que facilitaron su realización.

A los Dres. A.E.Ceballos, H.J.Erramuspe, M.J.Sametband y J.E. Testoni por la guía y colaboración prestadas durante el desarrollo de las mediciones experimentales.

Al grupo teórico, en especial a los Dres. D.R.Bes y O.M.Dragún por el esclarecimiento y discusión de los problemas encontrados en la interpretación teórica.

A los Ingenieros J.E.Sinderman y N.A.Fazzini, y a los integrantes de los Laboratorios de Electrónica, Sincrociclotrón y Detectores por su eficaz apoyo técnico.

A la Profesora A.M.Díaz Romero, por su inestimable ayuda en las tareas de programación y cálculo.

A las Sras. M.Neufeld y J.Corvalán por el eficiente trabajo de tipografía.

Quiero agradecer especialmente al Dr. E.E.Maqueda quien con su estímulo y constante apoyo hizo posible la realización de esta tesis.

INDICE

1.	INTRODUCCION.	1
2.	SISTEMA DE TRANSPORTE DEL HAZ EXTERNO DEL SINCROCICLOTRON DE BUENOS AIRES.	4
	2.1 Descripción.	
	2.2 Puesta a punto.	
	2.3 Estudio del comportamiento del haz.	
3.	MEDICION DE $d\sigma/d\omega$ PARA LA REACCION $(d, {}^6\text{Li})$.	22
	3.1 Sistema de detección.	
	3.2 Electrónica utilizada.	
	3.3 Resultados experimentales. Medición en núcleos de masa intermedia.	
4.	FACTORES DE ESTRUCTURA EN LA REACCION ${}^{24}\text{Mg}(d, {}^6\text{Li}){}^{20}\text{Ne}$.	31
	4.1 Modelo de Nilsson.	
	4.2 Esquema SU(3).	
5.	ANALISIS DWBA.	48
6.	ANALISIS CCBA.	52
7.	CONCLUSIONES.	59
	APENDICE A. Método $\Delta\phi$.	61
	APENDICE B. Coeficientes de parentesco fraccional en SU(3).	79
	APENDICE C. Acoplamiento de canales.	90

1. INTRODUCCION

Las reacciones $(d, {}^6\text{Li})$ inducidas en núcleos livianos muestran características generales correspondientes a un proceso de interacción directa. En el análisis de dichas reacciones se utiliza el formalismo DWBA y se supone que las cuatro partículas transferidas forman un núcleo de ${}^4\text{He}$. Si bien, en general, los resultados obtenidos utilizando estas hipótesis concuerdan con los experimentales, se han encontrado casos en los que las discrepancias son importantes. Un ejemplo es la reacción ${}^{24}\text{Mg}(d, {}^6\text{Li}){}^{20}\text{Ne}$. Por un lado no se consigue ajustar las distribuciones angulares de los niveles excitados, y por otro se observa una población relativamente intensa en niveles cuya transferencia está "prohibida" por DWBA. Este resultado indica que procesos de segundo orden, tales como reacciones $(d, \alpha)(\alpha, {}^6\text{Li})$ o acoplamiento de canales, pueden ser importantes en este caso.

En el presente trabajo se estudia la influencia del acoplamiento de canales en las distribuciones angulares de la reacción mencionada.

Por otra parte, se ha extendido la investigación de la reacción $(d, {}^6\text{Li})$ a núcleos de masas intermedias. Utilizando el haz de deuterones del Sincrociclotrón de Buenos Aires a $E_d = 27,25$ MeV, se indujo la reacción $(d, {}^6\text{Li})$ sobre ${}^{64,66,68}\text{Zn}$, ${}^{58}\text{Ni}$ y ${}^{56}\text{Fe}$, midiéndose las distribuciones angulares para el estado fundamental y primer excitado de los núcleos residuales.

En la sección 2 se describe el sistema de transporte del haz externo del Sincrociclotrón de Buenos Aires, y las diversas comprobaciones realizadas para poner a punto todo el sistema, incluyendo la cámara de dispersión y los equipos auxiliares. Se realiza un estudio teórico del comportamiento del haz, y se muestra que el método $\Delta\phi$ (descrito en el Apéndice A) es aplicable al caso de dos pares de cuadrupolos con un imán deflector en el medio. Con este método es posible calcular las distancias focales de los cuatro cuadrupolos, si se conocen las elipses de emitancia a la salida del acelerador y en la cámara de dispersión. Este estudio se complementa

con la realización de un programa computacional que describe la trayectoria de las partículas aceleradas a través de todo el sistema de transporte.

En la sección 3 se describe el equipo experimental utilizado, discutiéndose en detalle la influencia del espesor de los detectores $\Delta E-E$ que forman el telescopio en la detección de pulsos apilados, y se muestran los resultados obtenidos en la medición de la reacción $(d, {}^6\text{Li})$ sobre ${}^{64,66,68}\text{Zn}$, ${}^{58}\text{Ni}$ y ${}^{56}\text{Fe}$.

En la sección 4 se calculan los factores de estructura para la reacción ${}^{24}\text{Mg}(d, {}^6\text{Li}){}^{20}\text{Ne}$ utilizando el modelo de Nilsson y el esquema $SU(3)$, a fin de comparar la influencia del modelo nuclear elegido en los resultados posteriores. Los factores de estructura se construyen mediante una cadena de coeficientes de parentesco fraccional para dos partículas y sumando sobre estados intermedios. En el Apéndice B se muestra un ejemplo del cálculo de los coeficientes de parentesco fraccional en el esquema $SU(3)$, utilizando los operadores de Young en la construcción de los estados clasificados de acuerdo al modelo mencionado.

En la sección 5 se calculan las distribuciones angulares para los niveles 0^+ , 2^+ , 4^+ y 3^- , utilizando el formalismo de ondas distorsionadas en la aproximación de Born (DWBA). Se discuten los resultados obtenidos con Nilsson y $SU(3)$ y se comparan con las distribuciones experimentales.

En la sección 6 se aplica el formalismo de canales acoplados (CCBA). Se varían los parámetros que determinan el acoplamiento, el número de canales acoplados y los potenciales imaginarios, a fin de estudiar la respectiva influencia en las distribuciones angulares. Los resultados son comparados con los obtenidos utilizando el formalismo DWBA.

En el Apéndice C se describen las ecuaciones que deben cumplir las funciones radiales acopladas.

Finalmente en la sección 7 se discuten los resultados experimentales medidos en la reacción $(d, {}^6\text{Li})$ realizada sobre núcleos de masa intermedia. Asimismo, se resumen las conclusiones obtenidas en el análisis de la reacción

$^{24}\text{Mg}(d, ^6\text{Li})^{20}\text{Ne}$, para la cual el proceso de acoplamiento de canales muestra tener una contribución importante.

2. SISTEMA DE TRANSPORTE DEL HAZ EXTERNO DEL SINCRICICLOTRON DE BUENOS AIRES.

2.1 Descripción

El Sincrociclotrón de Buenos Aires acelera deuterones a 27.2 MeV y la intensidad de corriente puede ser variada de 0,5 a 20 nA. También acelera núcleos de He doblemente ionizados (puesto que poseen la misma relación e/m que los deuterones) siendo su energía de 54.5 MeV y la intensidad de algunas décimas de nA, dado que el rendimiento de la fuente de iones es menor en este caso. Todas las conclusiones cinemáticas que se obtengan para deuterones son aplicables sin modificación a los núcleos de He, ya que en todo momento las velocidades de ambas partículas son las mismas.

El haz es pulsado con una estructura temporal como se muestra en la fig. 1. Esta característica es útil cuando se desea medir vidas medias de niveles (por ejemplo en experiencias $(\alpha, xn\gamma)$). Utilizando los tiempos muertos de la estructura fina o gruesa para estudiar los decaimientos es posible hacer mediciones en los rangos de 10 a 100 nseg o de 30 a 600 μ seg sin necesidad de utilizar un pulsador de haz. En cambio, cuando se detectan partículas cargadas provenientes de reacciones nucleares el apilamiento en los detectores impone un límite máximo a la corriente instantánea del haz mucho mayor que la media, con la consiguiente dilatación en el tiempo de medición. Este inconveniente se vuelve importante cuando se trata de experiencias con una sección eficaz del orden de los μ b/str., como es nuestro caso. Este problema se analiza en la sección (3.1).

En la figura 2 puede verse un esquema del sistema de transporte del haz. Consta de dos pares de lentes magnéticas (cuadropolos) y un imán deflector. La inclusión de este último elemento hace posible la existencia de dos bocas de salida, una para el haz directo y otra para el desviado permitiendo tener montadas dos experiencias simultáneamente.

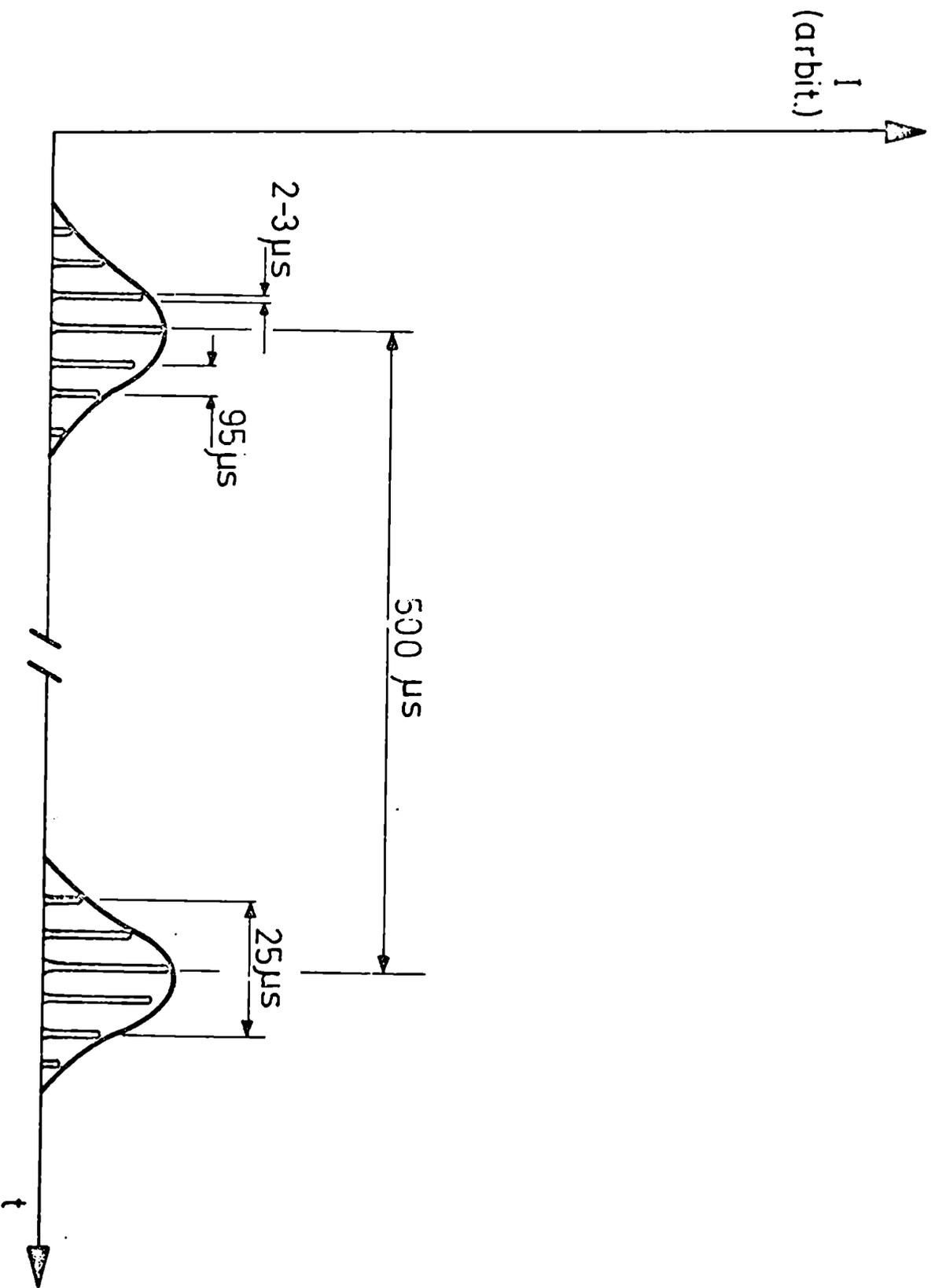
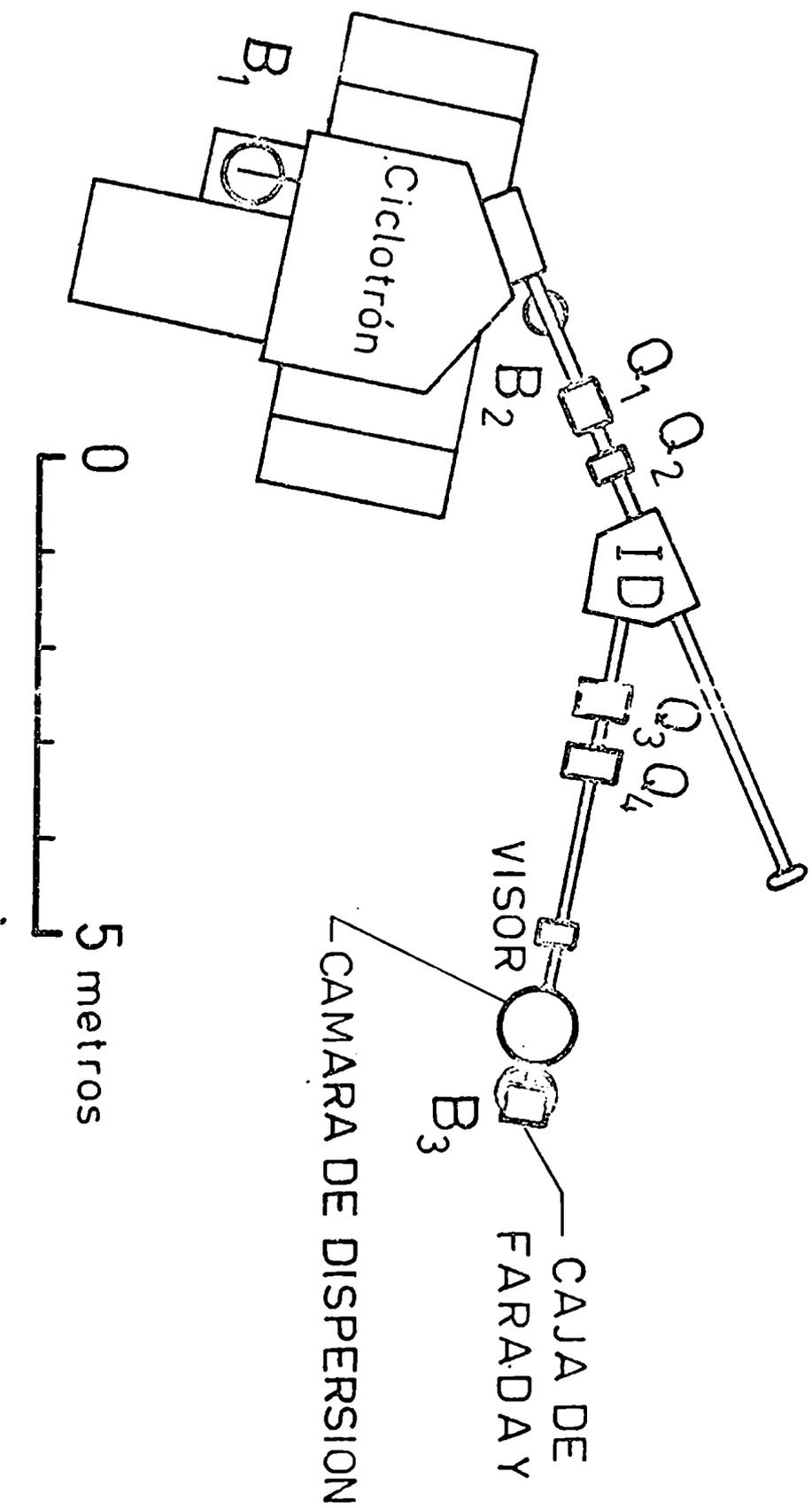


Fig. 1 ESTRUCTURA TEMPORAL DEL HAZ DE DEUTERONES



SISTEMA DE TRANSPORTE DEL HAZ DEL SINCRROCICLOTRON

FIGURA 2

En la boca del haz directo se realizan mediciones en radiobiología, química nuclear, etc., mientras que en la del haz desviado está colocada la cámara de dispersión y otros dispositivos auxiliares para hacer experiencias en reacciones nucleares. Esta disposición tiene la ventaja de que la zona destinada a física nuclear se encuentra fuera del máximo del fondo de neutrones que coincide con la dirección del haz directo.

Para disminuir en lo posible los efectos de dispersión por choque de las partículas del haz con las moléculas del aire residual, se mantiene una presión menor de 10^{-4} torr. dentro de la cámara de aceleración, cámara de dispersión y tubos que forman el sistema de transporte. Para ello se emplean tres bombas de vacío B_1 , B_2 y B_3 ubicadas como se indica en la fig. 2.

2.2 Puesta a punto

La utilización de los nuevos sistemas de extracción¹⁾ y de transporte del haz²⁾ hizo necesario un estudio del comportamiento del mismo, descrito en la sección (2.3). La alineación de los cuadrupolos, imán deflector y cámara de dispersión con sus dispositivos auxiliares se realizó tomando fotos del haz en diferentes puntos de su trayectoria. Una vez terminado el montaje se hicieron varias mediciones, que a continuación se detallan, con el objeto de poner a punto todo el sistema.

a) Uniformidad del campo magnético del imán deflector.

Antes de instalar el imán deflector se midió la uniformidad de su campo magnético utilizando una sonda de efecto Hall que incorpora una pastilla Siemens FC33, cuya corriente de referencia se mantuvo con una estabilidad mejor que 1:40.000. Dado que durante períodos cortos puede esperarse que las características de la pastilla permanezcan constantes, se determinó que la trayectoria del haz pasa por la zona donde el campo magnético se mantiene uniforme dentro del 0,1 %, como puede verse en la fig. 3. La variación del valor absoluto del campo en función de la corriente

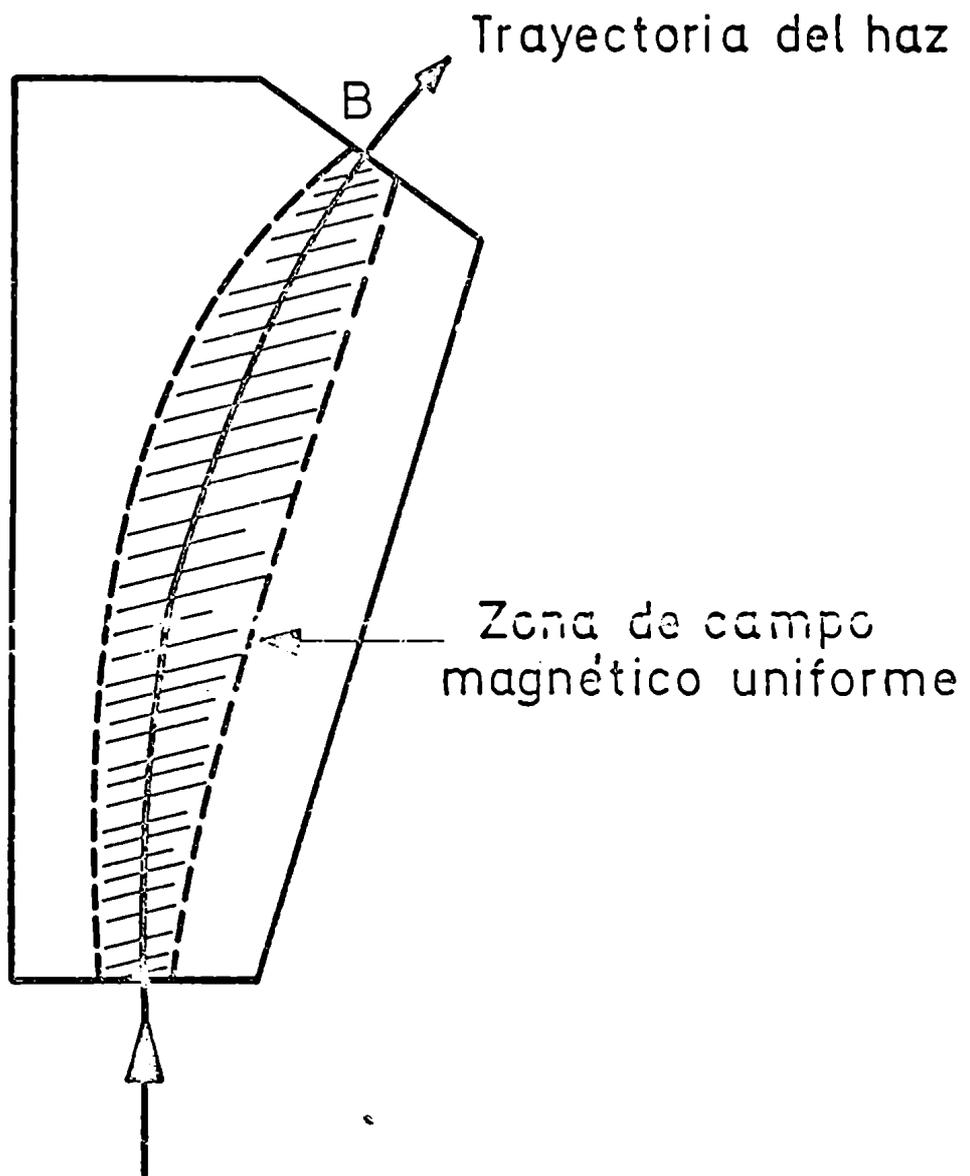


Fig.3 Región de campo magnético uniforme del imán deflector.

del imán se muestra en la fig. 4. No se consideró necesario calibrar la pastilla de efecto Hall, puesto que en el primer caso se trata de medidas relativas y en el segundo la deflexión prevista para el haz (37°) se obtiene ajustando la intensidad de la corriente.

b) Energía del haz de deuterones.

La energía del haz se determinó midiendo el rango de los deuterones en Al. A tal efecto se intercaló entre la cámara de dispersión y la jaula de Faraday una rueda con doce orificios de aproximadamente 5 cm de diámetro cada uno. En once de dichos orificios se montaron hojuelas calibradas de Al cuyos espesores abarcaban la zona donde la transmisión de deuterones comienza a bajar de 1 a 0. El restante quedó libre permitiendo el pasaje de las partículas hacia la jaula de Faraday para permitir la realización de otros experimentos. Al girar la rueda lentamente, las hojuelas de Al van interponiéndose sucesivamente en la trayectoria del haz, y consecuentemente la corriente en la jaula de Faraday va variando de acuerdo a la transmisión del espesor del Al interpuesto. Graficando con un registrador dicha corriente, se obtiene un diagrama como se muestra en la fig. 5. Por la relación de las alturas de los diferentes picos con respecto al mayor, se puede calcular la transmisión para cada hojuela, siempre que la corriente incidente se mantenga constante durante una vuelta de la rueda. Para minimizar el error producido por una eventual fluctuación de dicha corriente se realizaron 50 mediciones y se calculó el promedio de la transmisión para cada hojuela. Graficando luego dicha transmisión en función del espesor del Al se determinó el rango de los deuterones y recurriendo a tablas¹⁶⁾, su energía. El valor obtenido fue $E_d = 27,2 \pm 0,25$ MeV.

c) Determinación del ángulo de referencia.

En la fig. 6 se muestra el sistema de medición angular de la cámara de dispersión. Consiste en una platina (sobre la que se coloca el portadetector) que puede ser girada desde el exterior y su posición determinada

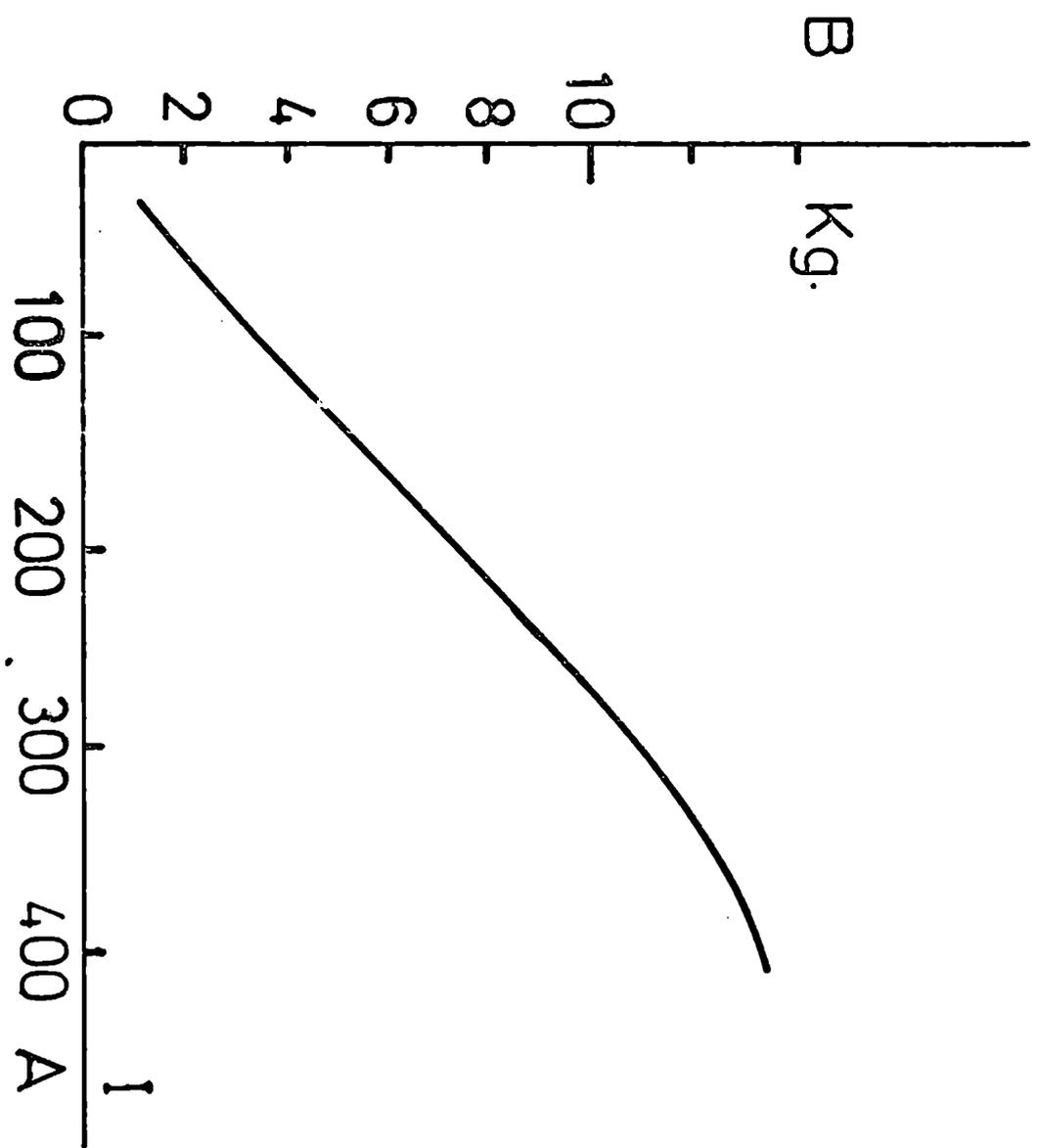
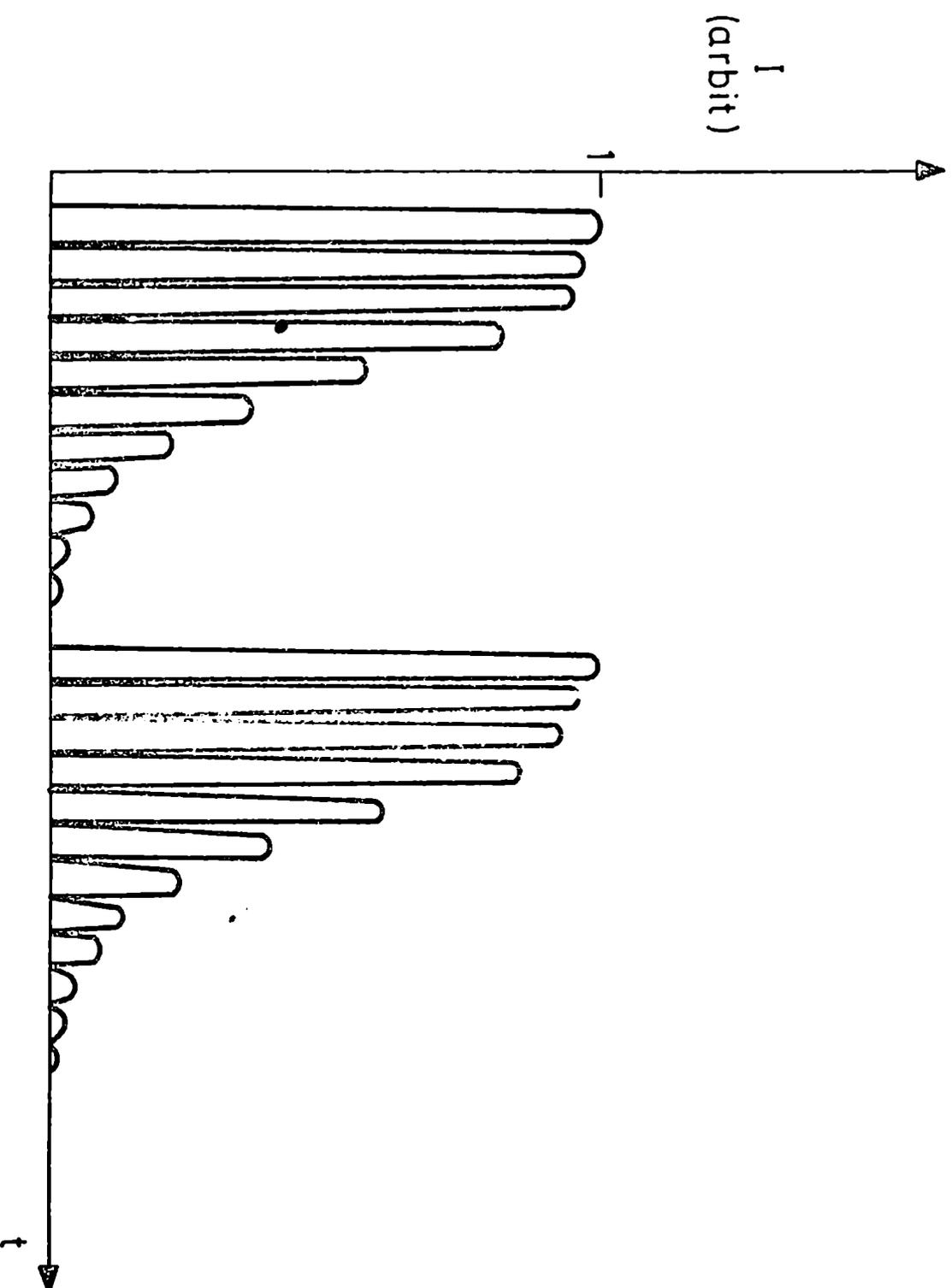


Fig.4 Curva de excitacion del iman deflector.

Fig. 5 DETERMINACION DE LA TRANSMISION DE LAS HOJUELAS DE AL



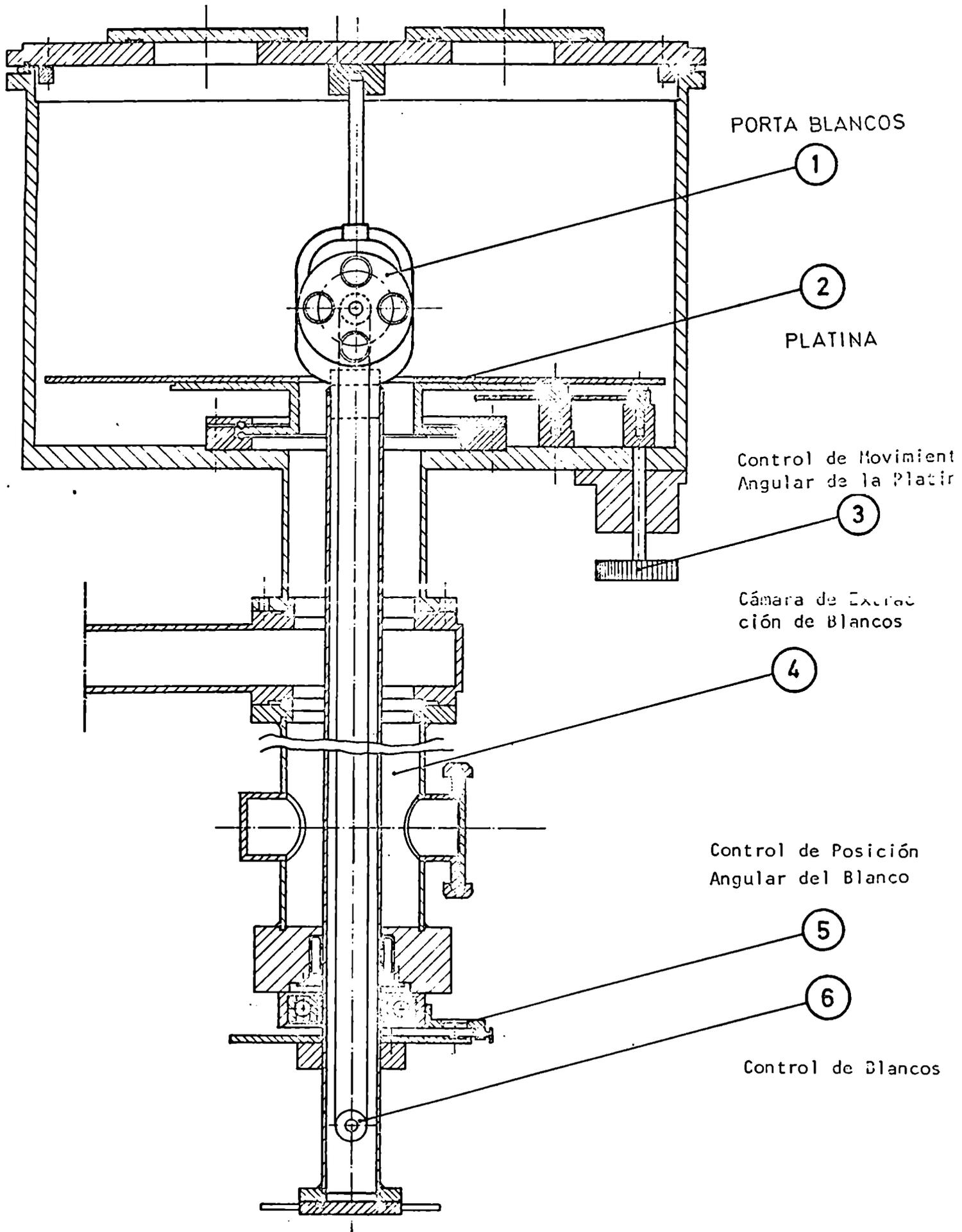


Fig. 6 · Cámara de Dispersión.

mecánicamente en $\pm 0,05^\circ$. Para verificar la coincidencia del ángulo de referencia (0°) con la dirección del haz se utilizaron dos métodos: fotográfico y midiendo el pico de dispersión elástica en la reacción $^{197}\text{Au}(d,d)^{197}\text{Au}$ a $+20^\circ$ y -20° . El primero consistió en colocar sobre cada lado del colimador del portadetector papel fotográfico y sacar una foto a 0° y otra a 180° . Si el centro de la mancha que produce el haz coincide con el centro del colimador en ambos casos, el ángulo de referencia queda bien determinado. En cambio, si la mancha se encuentra desplazada con respecto al colimador, corrigiendo ligeramente la corriente del imán deflector y/o el ángulo de referencia puede obtenerse la situación anterior.

Teniendo en cuenta los errores de apreciación del centrado de la mancha (≈ 1 mm) y la distancia del colimador al eje de giro de la platina (≈ 250 mm), se determinó el ángulo cero con un error de $\pm 0,25^\circ$.

Una vez centrado el haz fotográficamente, se montó un blanco de Au de 5 mg/cm^2 de espesor y se obtuvo con una cadena de medición simple el pico elástico a $+20^\circ$ y -20° . En esta zona la sección eficaz de la reacción $^{197}\text{Au}(d,d)^{197}\text{Au}$ tiene una dependencia muy pronunciada con el ángulo de observación (varía 2% por cada décima de grado), pues es prácticamente dispersión Coulombiana debido al alto Z del blanco. En las condiciones en que fue hecha la medición, se acumularon del orden de 16.000 cuentas bajo el pico con un error estadístico relativo de 0,8 %, lo que permite determinar el cero con una precisión de $\pm 0,1^\circ$ aproximadamente. Este método tiene la ventaja de que promedia la distribución de la densidad de deuterones que componen el haz.

Con el objeto de controlar su posición durante las experiencias en física nuclear, se colocó un visor consistente en una chapa fina de Cu con ranuras verticales cada 5 mm, sobre la que se depositó sulfuro de Zinc activado con Ag, que tiene la propiedad de fluorescer en la zona donde incide

el haz. La interposición del visor en la trayectoria de los deuterones se efectúa por control remoto. Un circuito cerrado de T.V. permite controlar desde la sala de comando la forma del haz y su dirección, tomando como referencia las ranuras ya citadas.

Existen otras fuentes de error en la determinación de los ángulos: a) si el eje de giro vertical del porta blanco no coincide con el eje de giro de la platina; b) si el plano definido por el blanco no contiene a los ejes anteriormente mencionados. La verificación del punto a) se hizo mecánicamente, pudiéndose considerar que ambos ejes de giro coinciden dentro de los errores experimentales ($\sim 0,1$ mm). Para el caso b) se tomó una foto del haz en el blanco y se colocó un pelo en el lugar del centro de la mancha. Luego se comprobó por medio de un antejo que el desplazamiento máximo del pelo al girar el portablancos era de 0,5 mm. Esto implica que en las condiciones más desfavorables, durante una experiencia (ángulo del blanco 45°) el error en el ángulo de dispersión no superará los $0,05^\circ$.

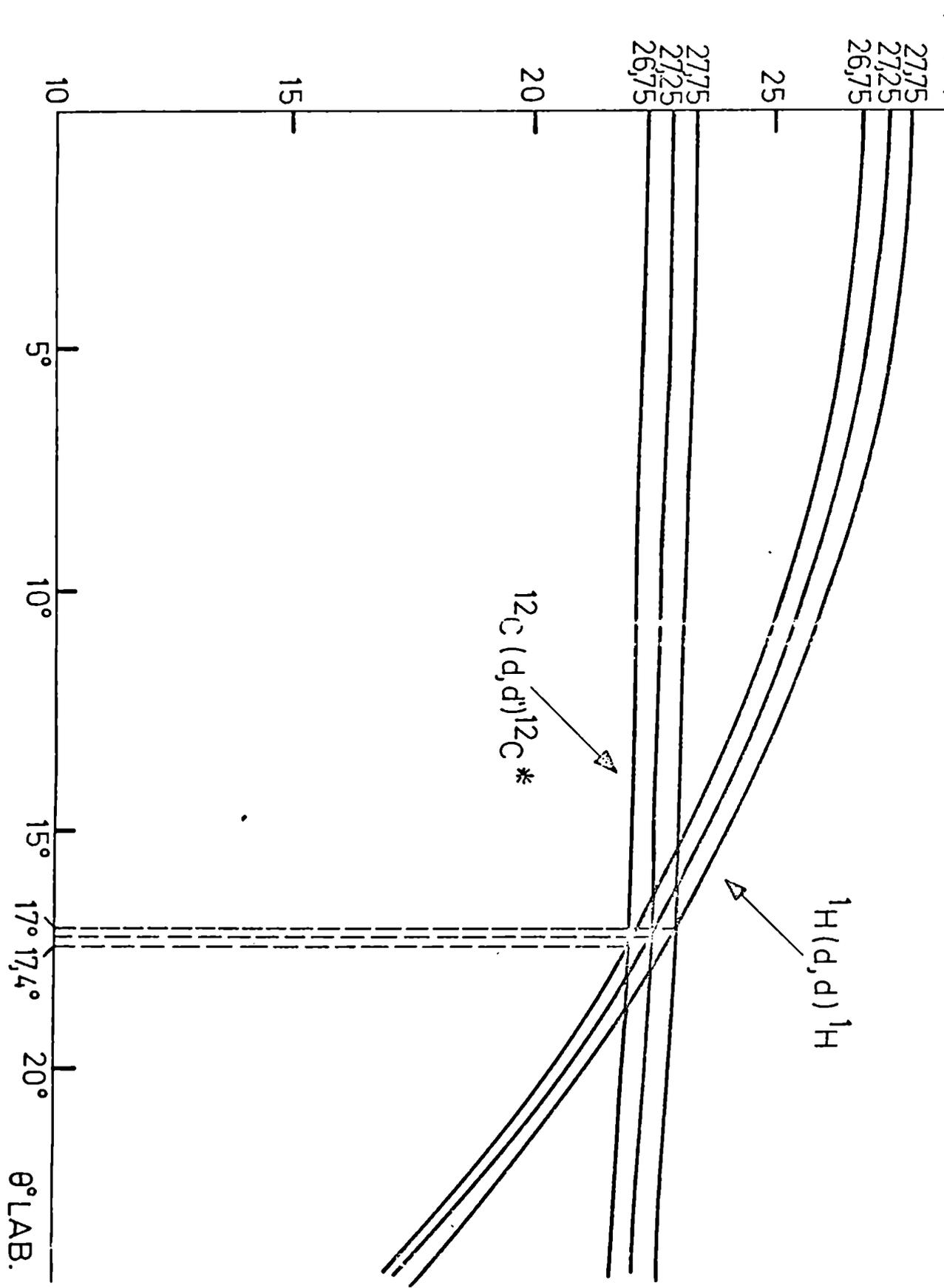
d) Dispersión por un blanco compuesto.

Una vez determinada la energía del haz incidente y el ángulo cero se realizó una experiencia que relaciona ambas mediciones. Consiste en medir la energía de los deuterones desviados por núcleos de masas muy diferentes en función del ángulo de dispersión en el sistema de laboratorio. En nuestro caso se utilizó como blanco Formvar, cuyos componentes son principalmente H y ^{12}C . En la fig. 7 se muestra la cinemática de las reacciones $\text{H}(d,d)\text{H}$ y $^{12}\text{C}(d,d')^{12}\text{C}$ (quedando el ^{12}C en su primer estado excitado a 4,43 MeV) para las energías incidentes 26,75 MeV, 27,25 MeV y 27,75 MeV.

Como puede verse, el ángulo para el cual la energía de los deuterones emergentes es igual en ambas reacciones, depende de la energía incidente; la variación es $0,4^\circ/\text{MeV}$ para 27,25 MeV. En el espectro obtenido se distinguían nítidamente tres picos, dos de ellos correspondientes a la

(MeV)

Fig. 7



dispersión sobre el ^{12}C para el estado fundamental y su primer excitado, y el tercero, con un número de cuentas mucho mayor, correspondiente a la reacción H(d,d)H . Consecuentemente, la ubicación de este pico en el multicanal pudo ser determinada para todos los ángulos medidos, mientras que el pico correspondiente al primer nivel excitado del ^{12}C no pudo ser resuelto para los ángulos comprendidos entre 16° y 18° ; sin embargo, fue posible deducir su ubicación en esa zona empalmando los puntos obtenidos para ángulos menores de 16° y mayores de 18° .

Si se supone que el ángulo cero está correctamente determinado, se puede encontrar el ángulo de cruce y de allí la energía incidente, que coincide, dentro de los errores experimentales, con la obtenida anteriormente midiendo el rango de deuterones en Al. Cabe destacar que en este caso no es necesario calibrar el multicanal en energías en forma absoluta; basta comprobar que es lineal en la zona donde caen los picos de interés.

e) Colección de carga en la jaula de Faraday.

Detrás de la cámara de dispersión se encuentra la jaula de Faraday. Consiste en un tubo de bronce tapado en el extremo más alejado por un disco de grafito de varios centímetros de espesor, donde se frena el haz y los electrones dispersados por éste. Sobre el otro extremo hay un imán permanente que obliga a los electrones de retroceso a desviarse y chocar nuevamente contra el disco de grafito o el tubo de bronce, permitiendo así medir el valor correcto de la corriente. Sin embargo, debido a que cuando el haz atraviesa un blanco se dispersa, puede ocurrir que no penetre en su totalidad en la jaula de Faraday, midiéndose por lo tanto un valor erróneo.

Para comprobar este efecto, se realizó la siguiente experiencia. Se montó un blanco delgado auxiliar de Al ($1,7 \text{ mg/cm}^2$), 10 cm delante del portablanco y se tomó un espectro para una dada corriente integrada. Luego se colocó en el portablanco un blanco grueso de Cu ($10,8 \text{ mg/cm}^2$)

y se blindó el detector sobre el que incidían las partículas desviadas por el Al, de manera que no llegaran a él las dispersadas por el Cu. En estas condiciones se tomó un segundo espectro del Al para la misma corriente integrada en la jaula de Faraday que en el caso anterior. Si el haz al atravesar el Cu se dispersa apreciablemente, el número de cuentas N_2 del segundo espectro será mayor que el número de cuentas N_1 del primero. La pérdida relativa de corriente I_D será:

$$I_D = \frac{N_2 - N_1}{N_1}$$

En nuestro caso, con el blanco de Cu perpendicular al haz, la pérdida fue de $\approx 0,6\%$, y formando un ángulo de 45° (que es equivalente a aumentar el espesor a $15,5 \text{ mg/cm}^2$) se obtuvo $I_D \approx 1\%$. Como durante las experiencias posteriores en ($d, {}^6\text{Li}$) se utilizaron blancos de aproximadamente 1 mg/cm^2 con Z muy inferiores al Cu, se supuso que la corriente se colectaba totalmente.

2.3 Estudio del comportamiento del haz.

En esta sección se estudia el comportamiento del haz a través del sistema de transporte de la fig. 2 utilizando el método $\Delta\phi$. El análisis de dicho sistema no se ha encontrado en la literatura por lo que su estudio reviste particular interés.

En el Apéndice A se ha desarrollado la teoría usual en óptica de haces acelerados y se definen los sistemas de coordenadas y nomenclatura que se utilizará en lo que sigue.

Asociamos a cada elemento que constituye el sistema de transporte una matriz de transformación:

Cuadrupolo

$$(Q) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f^*} & 1 \end{pmatrix} \quad \frac{1}{f^*} = \mp |k| l_e \quad (2.1)$$

Espacio desplazamiento

$$(l) = \begin{pmatrix} 1 & l \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

Imán deflector

$$(M_x) = \begin{pmatrix} \cos \alpha & p \sin \alpha \\ -\frac{1}{p} \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

$$(M_z) = \begin{pmatrix} 1 & \alpha p \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Estas matrices se han deducido en el Apéndice A y corresponden a las (A.9b), (A.7) y (A.10). Como puede verse se ha utilizado la aproximación de lentes delgadas para el caso de los cuadrupolos. Además se ha supuesto que el sistema es no dispersivo ($\Delta p/p \sim 0$), lo que permite restringirse a matrices de 2×2 . En la fig. 8 se especifican los parámetros que se asignan a cada sección del sistema de transporte. La matriz de transformación total según el plano (x, x') será:

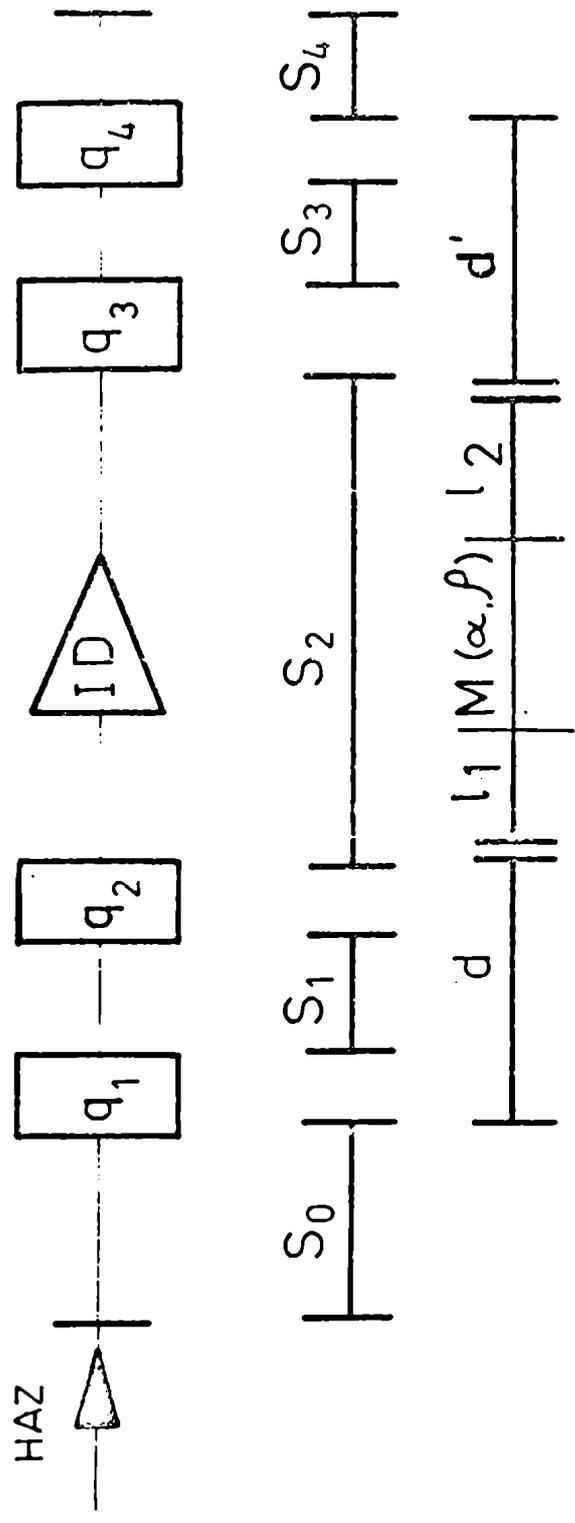
$$(T T_x) = (s_4)(q_4)(s_3)(q_3)(l_2)(M_x)(l_1)(q_2)(s_1)(q_1)(s_0) \quad (2.4)$$

y para el plano (Z, Z')

$$(T T_z) = (s_4)(q_4^*)(s_3)(q_3^*)(l_2)(M_z)(l_1)(q_2^*)(s_1)(q_1^*)(s_0) \quad (2.5)$$

Donde $q^* = q(-f)$, es decir debemos cambiar de signo a la distancia focal puesto que si un cuadrupolo enfoca en un plano desenfoca en el otro.

Por otra parte, suponemos conocidos los parámetros $(a_{0x}, b_{0x}, \gamma_{0x})$



ESQUEMA DEL SISTEMA DE TRANSPORTE CON LOS PARAMETROS INTRODUCIDOS EN EL PROGRAMA DE COMPUTO.

FIGURA : 8

y $(a_{0Z}, b_{0Z}, \gamma_{0Z})$ que determinan las elipses de emitancia a la entrada del sistema de transporte en los planos (x, x') y (Z, Z') respectivamente, así como los $(a_{1X}, b_{1X}, \gamma_{1X})$ y $(a_{1Z}, b_{1Z}, \gamma_{1Z})$ a la salida. Como se demostró en el Apéndice A, existe un conjunto infinito de matrices (TT_X) y (TT_Z) que transforman dichas elipses, cuyos valores están dados por:

$$\begin{pmatrix} TT_{11X} & TT_{12X} \\ TT_{21X} & TT_{22X} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{1X} & C_{3X} \\ C_{5X} & C_{7X} \end{pmatrix} \cos \Delta\phi_X + \begin{pmatrix} C_{2X} & C_{4X} \\ C_{6X} & C_{8X} \end{pmatrix} \sin \Delta\phi_X \quad (2.6)$$

$$\begin{pmatrix} TT_{11Z} & TT_{12Z} \\ TT_{21Z} & TT_{22Z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{1Z} & C_{3Z} \\ C_{5Z} & C_{7Z} \end{pmatrix} \cos \Delta\phi_Z + \begin{pmatrix} C_{2Z} & C_{4Z} \\ C_{6Z} & C_{8Z} \end{pmatrix} \sin \Delta\phi_Z$$

Los coeficientes C_{iX} y C_{iZ} están dados en (A.21) y dependen de los parámetros de las elipses iniciales y transformadas. Hemos supuesto que las elipses iniciales están centradas, es decir $h_{0X} = h'_{0X} = h_{0Z} = h'_{0Z} = 0$ y como además el sistema es no dispersivo $h_{1X} = h'_{1X} = h_{1Z} = h'_{1Z} = 0$, lo que implica $C_{9-12} \equiv 0$.

Los parámetros $\Delta\phi_X$ y $\Delta\phi_Z$ en (2.6) no entran en las geometrías de las respectivas elipses y pueden ser variados independientemente entre 0° y 360° .

Las relaciones (2.4) y (2.5) implican dos conjuntos de 4 ecuaciones cada uno, de las cuales sólo 3 en cada grupo son independientes ya que todas las matrices consideradas tienen determinante unitario. Por otra parte, en los miembros de la derecha de las ecuaciones (2.4) y (2.5) los únicos parámetros que pueden ser variados son las distancias focales de los cuatro cuadrupolos, ya que las distancias de los espacios de desplazamiento son fijas y (M_X) y (M_Z) quedan determinados por la geometría del sistema de transporte (ángulo de desviación del haz y radio de curvatura). Tenemos

entonces 6 variables independientes $f_1, f_2, f_3, f_4, \Delta\phi_x$ y $\Delta\phi_z$ que, en principio, pueden satisfacer el sistema de ecuaciones. La resolución algebraica completa resulta muy complicada, por lo que se optó por reducir algebraicamente las 6 ecuaciones independientes a 2, cuya verificación se realiza por medio de un programa computacional para un conjunto de valores $\Delta\phi_x$ y $\Delta\phi_z$ que varían dentro del rango mencionado anteriormente.

Comenzaremos por considerar las matrices (S_0) y (S_4) . Definimos

$$\begin{aligned} (T_x) &= (q_4)(s_3)(q_3)(l_2)(M_x)(l_1)(q_2)(s_1)(q_1) \\ (T_z) &= (q_4^*)(s_3^*)(q_3^*)(l_2^*)(M_z)(l_1^*)(q_2^*)(s_1^*)(q_1^*) \end{aligned} \quad (2.7)$$

Por lo tanto

$$(TT_x) = (S_4)(T_x)(S_0)$$

$$(TT_z) = (S_4)(T_z)(S_0)$$

Multiplicando a la derecha por $(S_4)^{-1}$, a la izquierda por $(S_0)^{-1}$ y explicitando para cada elemento de (T_x) tenemos:

$$T_{44x} = TT_{44x} - S_4 TT_{24x}$$

$$T_{24x} = TT_{24x}$$

$$T_{22x} = TT_{22x} - S_0 TT_{22x}$$

$$T_{12x} = TT_{12x} - S_0 TT_{11x} - S_4 TT_{22x} + S_0 S_4 TT_{21x}$$

(2.8)

y similarmente para el plano (Z, Z') .

Por otro lado analizaremos el producto matricial correspondiente a un

par de cuadrupolos separados por una distancia S_1 (doblete)

$$(d_x) = (q_2)(s_1)(q_1) = \begin{pmatrix} 1 - \frac{S_1}{f_1} & S_1 \\ -\frac{1}{f_1} - \frac{1}{f_2} + \frac{S_1}{f_1 f_2} & 1 - \frac{S_1}{f_2} \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

donde se ha supuesto las dos distancias focales positivas. En el plano (Z, Z') las distancias focales serán negativas obteniéndose

$$(d_z) = (q_2^*)(s_1)(q_1^*) = \begin{pmatrix} 1 - \frac{S_1}{f_1} & S_1 \\ -\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} + \frac{S_1}{f_1 f_2} & 1 + \frac{S_1}{f_2} \end{pmatrix} \quad (2.10)$$

Despejando $1/f_1$, $1/f_2$ y S_1 de (2.9) en función de los elementos de (d_x) se obtiene

$$S_1 = d_{12x}$$

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1 - d_{11x}}{d_{12x}} \quad (2.11)$$

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1 - d_{22x}}{d_{12x}}$$

Como todas las matrices consideradas tienen determinante = +1, la cuarta ecuación correspondiente a d_{22x} se cumple automáticamente.

Reemplazando (2.11) en (d_z) se obtiene:

$$(d_2) = (d_x^*) = \begin{pmatrix} 2 - d_{11x} & d_{12x} \\ d_{21x} - 2(d_{11x} + d_{22x} - 2) & 2 - d_{22x} \\ d_{12x} & \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

La ecuación (2.7) puede escribirse

$$(T_x) = (d^i)(l_2)(M_x)(l_1)(d) \quad (2.13.1)$$

$$(T_2) = (d^{i*})(l_2)(M_2)(l_2)(d^*) \quad (2.13.2)$$

donde $(d^i) = (q_4)(s_3)(q_3)$ y $(d) = (q_2)(s_1)(q_1)$

y $d_{12}^i = d_{22}^{i*} = s_3$, $d_{12} = d_{22}^* = s_1$

Ahora reduciremos algebraicamente las 8 ecuaciones (2.13) a dos independientes.

Multiplicando a la derecha por (d^{-1}) a (2.13.1) y por $(d^*)^{-1}$ a (2.13.2)

$$\begin{aligned} (d^i)(l_2)(M_x)(l_1) &= (T_x)(d)^{-1} \\ (d^{i*})(l_2)(M_2)(l_2) &= (T_x)(d^*)^{-1} \end{aligned} \quad (2.14)$$

Efectuando los productos imatriciales y escribiendo por separado la igualdad para cada elemento de matriz, se obtiene:

Para el plano (x, x')

$$d'_{11} G - s_3 H = T_{11x} d_{22} - T_{12x} d_{21} \quad (2.15.1)$$

$$d'_{11} K + s_3 F = -T_{11x} s_1 + T_{12x} d_{11} \quad (2.15.2)$$

$$d'_{21} G - d'_{22} H = T_{21x} d_{22} - T_{22x} d_{21} \quad (2.15.3)$$

$$d'_{22} K + d'_{22} F = -T_{21x} s_1 + T_{22x} d_{11} \quad (2.15.4)$$

Para el plano (Z,Z')

$$2 - d'_{11} = T_{11z} (2 - d_{22}) + T_{12z} \left[-d_{21} + \frac{2(d_{11} + d_{22} - 2)}{s_2} \right] \quad (2.15.5)$$

$$s_2 (2 - d'_{11}) + s_3 = -T_{11z} s_1 + T_{12z} (2 - d_{11}) \quad (2.15.6)$$

$$d'_{21} - 2 \left(\frac{d'_{11} + d'_{22} - 2}{s_3} \right) = T_{21z} (2 - d_{22}) + T_{22z} \left[\frac{2(d_{11} + d_{22} - 2)}{s_1} - d_{21} \right] \quad (2.15.7)$$

$$s_2 \left[d'_{21} - \frac{2(d'_{11} + d'_{22} - 2)}{s_3} \right] + (2 - d'_{22}) = -T_{21z} s_1 + T_{22z} (2 - d_{11}) \quad (2.15.8)$$

donde

$$K = (l_1 + l_2) \cos \alpha + \left(\rho - \frac{l_1 l_2}{\rho} \right) \operatorname{sen} \alpha$$

$$H = \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\rho}$$

$$F = -l_1 \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\rho} + \cos \alpha$$

$$G = \cos \alpha - l_2 \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\rho}$$

(2.16)

siendo α el ángulo de desviación del haz y ρ su radio de curvatura.

Las últimas cuatro ecuaciones (2.15) pueden ser obtenidas observando las cuatro primeras y reemplazando los elementos análogos. Como en el plano (Z,Z') el imán deflector se comporta como un espacio de desplazamiento de longitud $\rho \cdot \alpha = l_M$, si hacemos $\rho \rightarrow \infty$ y $\alpha \rightarrow 0$, (2.16) valdrá.

$$H = 0$$

$$F = G = 1$$

$$K = l_1 + l_2 + l_M = S_2$$

Esta última ecuación corresponde al hecho de que tres espacios desplazamientos aplicados sucesivamente son equivalentes a aplicar uno igual a la longitud total, como puede verificarse por simple multiplicación de matrices. Además, en (2.15.4) a (2.15.8) se han reemplazado los elementos de (d^{1*}) y (d^{**}) en función de los de (d') y (d) respectivamente, de acuerdo a (2.12).

Multiplicando (2.15.2) por S_2 , (2.15.6) por K y sumando se obtiene el valor d_{11}

$$d_{11} = \frac{S_2(S_3 F + 2K) + S_3 K + S_4(T_{11x} S_2 + T_{11z} K) - 2K T_{11z}}{T_{12x} S_2 - T_{12z} K} = \frac{AA}{-W_{12}} \quad (2.17)$$

y para determinar d'_{11} : $(2.15.2) T_{12z} + (2.15.6) T_{12x}$

$$d'_{11} = \frac{2T_{12x}(T_{12z} - S_2) - S_3(T_{11x} T_{12z} + T_{11z} T_{12x}) - S_4(F T_{12z} + T_{12x})}{K T_{12z} - S_2 T_{12x}} = \frac{BB}{W_{12}} \quad (2.18)$$

Similarmente para d'_{22} : $(2.15.4) S_2 - (2.15.8) K$

$$d'_{22} = \left\{ d_{11}(T_{22x} S_2 + T_{22z} K) - 2K T_{22z} - 2K [(S_2 d'_{11} - 2S_2 - S_3)/S_3] + S_4(T_{21z} K - T_{21x} S_2) \right\} / (F S_2 + 2K S_2/S_3 + K) = \frac{CC}{JJ} \quad (2.19)$$

y finalmente d_{22} : $-T_{12z} (2.15.1) + T_{12x} (2.15.5)$

$$d_{22} = \left\{ s_3 H T_{12z} - 2 T_{12x} \left[(T_{12z} d'_{11} / s_1) + T_{11z} - (2 T_{12z} / s_1) - 1 \right] - \right. \\ \left. - (T_{12z} G + T_{12x}) d'_{11} \right\} / \left[(2 T_{12z} T_{12x} / s_1) - T_{11x} T_{12z} - T_{12x} T_{11z} \right] \quad (2.20)$$

Como $\det(d) = 1$ y $d_{12} = s_1$ y $d'_{12} = s_3$ debe verificarse

$$d_{21} = (d_{11} d_{22} - 1) / s_1$$

y

$$(2.21)$$

$$d'_{21} = (d'_{11} d'_{22} - 1) / s_3$$

Reemplazando d_{21} en la (2.15.1), d'_{21} en la (2.15.4) y pasando todos los términos a la derecha, se obtiene

$$0 = -d'_{11} G + s_3 H + T_{11x} d_{22} - T_{12x} (d_{11} d_{22} - 1) / s_1 = \text{EQN1}$$

$$(2.22)$$

$$0 = -K \left\{ (d'_{11} d'_{22} - 1) / s_3 \right\} - d'_{22} F - T_{21x} s_1 + T_{22x} d_{11} = \text{EQN2}$$

Estas son las dos ecuaciones independientes que deben ser verificadas mediante un programa, ya que en general $\text{EQN1} \neq 0$ y $\text{EQN2} \neq 0$. A tal efecto se desarrolló un programa (SISTRA) cuyos pasos son, esquemáticamente:

a) Lee los parámetros de las elipses a la entrada y salida para ambos planos, longitudes de los espacios de desplazamiento, longitud efectiva de los cuadrupolos, parámetros del imán deflector, rango en que se desea variar $\Delta\phi_x$ y $\Delta\phi_z$ y paso de dicha variación.

b) Calcula C_{1-8x} , C_{1-8y} , G, H, K y F

c) Para el primer par de valores de $\Delta\phi_x$ y $\Delta\phi_z$, calcula:

$$(TT_x) \text{ y } (TT_z) \text{ de acuerdo a (2.6)}$$

$$(T_x) \text{ y } (T_z) \text{ de acuerdo a (2.8)}$$

$$d_{11}, d'_{11}, d'_{22} \text{ y } d_{22} \text{ de acuerdo a (2.17 a 20)}$$

$$EQN1 \text{ y } EQN2 \text{ de acuerdo a (2.22)}$$

- d) Si $EQN1^2 + EQN2^2 > 0.02$ no ha encontrado solución, vuelve al punto c) y toma el siguiente par de valores para $\Delta\phi_x$ y $\Delta\phi_z$. En caso contrario, supone satisfechas las ecuaciones (2.22) y mediante las (2.11) calcula las distancias focales de los cuatro cuadrupolos. Si alguna distancia focal resulta menor de 10 cm, desecha la solución por ser impracticable técnicamente y vuelve al punto c).
- e) Calcula, mediante (2.1) sin tener en cuenta el módulo, los 4 valores de k. Si algún k es negativo, significa f negativo, es decir, desenfoque en el plano (x,x'), puesto que en la deducción se supuso que todos los cuadrupolos enfocaban en dicho plano. Escribe los valores de f, k, $\Delta\phi$, EQN1, EQN2 y otros datos de interés y vuelve al punto c) para buscar otras posibles soluciones.

Los datos utilizados y los resultados obtenidos se dan a continuación. Cabe destacar que en este caso el programa encontró una sola solución.

$$S_0 = 115 \text{ cm}$$

$$S_1 = 52 \text{ cm}$$

$$S_2 = 390 \text{ cm}$$

$$S_3 = 50 \text{ cm}$$

$$S_4 = 167 \text{ cm}$$

$$l_1 = 95 \text{ cm}$$

$$l_2 = 240 \text{ cm}$$

$$\alpha = \text{ángulo del imán deflector, } 37^\circ$$

$$\rho = \text{radio de curvatura del imán deflector, } 84,8 \text{ cm}$$

$$l_{e1} = l_{e2} = \text{longitud efectiva de los cuadrupolos 1 y 2, } 19,8 \text{ cm}$$

$$l_{e3} = l_{e4} = \text{longitud efectiva de los cuadrupolos 3 y 4, } 19,2 \text{ cm}$$

$$\Delta_x \text{ y } \Delta_z = \text{fueron variados entre } 0^\circ \text{ y } 360^\circ \text{ en pasos de } 1^\circ.$$

Parámetros de las elipses de emitancia a la entrada

$$a_{0x} = 2,7 \text{ cm}$$

$$a_{0z} = 0,35 \text{ cm}$$

$$b_{0x} = 0,9 \text{ mr}$$

$$b_{0z} = 7 \text{ mr}$$

$$\gamma_{0x} = 1,46 \text{ rad}$$

$$\gamma_{0z} = 0,05 \text{ rad}$$

Parámetros de las elipses de emitancia a la salida

$$a_{1x} = 0,24 \text{ cm}$$

$$a_{1z} = 0,24 \text{ cm}$$

$$b_{1x} = 10 \text{ mr}$$

$$b_{1z} = 10 \text{ mr}$$

$$\gamma_{1x} = 0,025 \text{ rad}$$

$$\gamma_{1z} = 0,0025 \text{ rad}$$

Las distancias focales y los valores de k obtenidos fueron

$$f_1 = 107,8 \text{ cm}$$

$$k_1 = 4,65 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^{-2}$$

$$f_2 = 304,9 \text{ cm}$$

$$k_2 = -1,60 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^{-2}$$

$$f_3 = 156 \text{ cm}$$

$$k_3 = -3,39 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^{-2}$$

$$f_4 = 75,6 \text{ cm}$$

$$k_4 = 6,90 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^{-2}$$

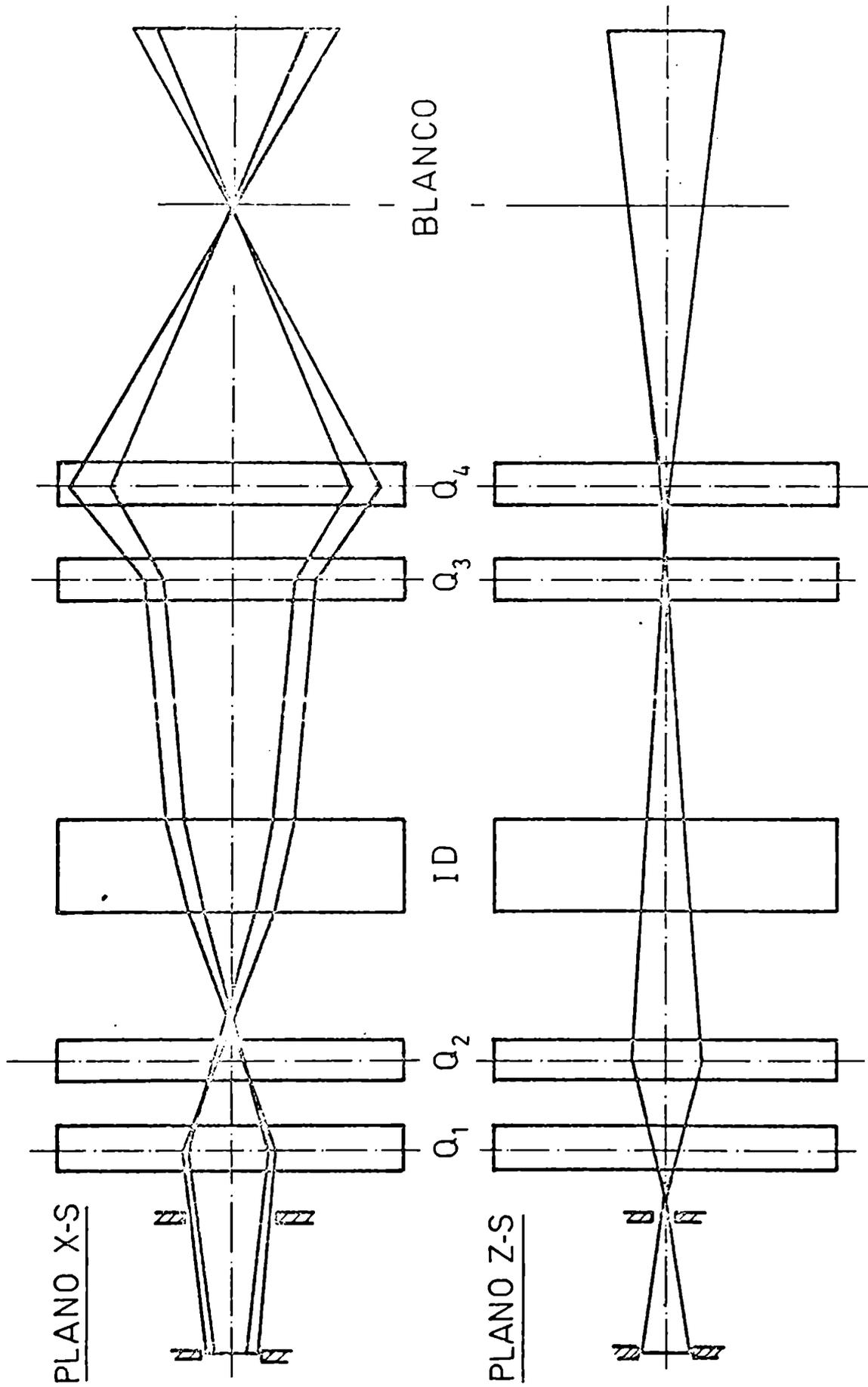
Para calcular la corriente que debe circular por los cuadrupolos utilizamos la relación $k = e g(i)/p$ donde $g(i)$ fue determinado por mediciones existentes en el laboratorio del campo magnético de los cuadrupolos.

Los parámetros de las elipses de salida fueron elegidos contemplando la geometría de la cámara de dispersión y Jaula de Faraday y la superficie de los diagramas en ambos planos se fijaron en 50 mm-mr. Para determinar los de la entrada, se colocó a la salida del sincrociclotrón

una máscara con tres orificios de 2 mm de diámetro cada uno, y se tomó una foto a 1 m de distancia, cuya comparación con la máscara permite determinar la emitancia del haz. Se colocaron dos colimadores separados 1 m entre sí, cuyas dimensiones fueron calculadas para que la superficie de los diagramas fueran de 50 mm-mr, (igual que a la salida) puesto que el área de dichos diagramas no cambia a través del sistema. La rigidez del mismo impidió hacer efectivos los resultados del cálculo, sirviendo éste como guía, especialmente para futuras modificaciones.

Con el objeto de conocer el comportamiento del haz a través de todo el sistema, se desarrolló otro programa (TRAYEC) que sobre ocho puntos de las elipses de emitancia de entrada, aplica sucesivamente cada una de las matrices de los miembros de la derecha de (2.4) y (2.5) obteniéndose ocho trayectorias, algunas de las cuales se muestran en la fig. 9. Como puede verse, en ningún momento las partículas chocan contra las paredes de los tubos que forman el sistema de transporte, de tal manera que se asegura un fondo de radiación mínimo. Estos resultados se obtuvieron para condiciones reales de trabajo, y su comprobación mediante fotos en diferentes puntos del sistema resultó muy satisfactoria.

FIGURA 9



TRAYECTORIA DEL HAZ A LO LARGO DEL SISTEMA DE TRANSPORTE

3. MEDICION DE $d\sigma/d\omega$ PARA LA REACCION $(d, {}^6\text{Li})$

3.1 Sistema de detección

Cuando una partícula o un grupo de partículas inciden sobre un blanco se producen en forma competitiva diferentes tipos de reacciones nucleares. En consecuencia, es necesario utilizar un sistema de detección que permita separar los productos correspondientes a cada reacción. En nuestro caso, se utilizó un sistema compuesto por dos detectores de Si, comúnmente llamado telescopio, en el cual la partícula a analizar pierde una cantidad ΔE de su energía al pasar por el primer detector, y una cantidad E en el segundo, de tal manera que si la partícula es totalmente frenada por el par de detectores, $E_T = \Delta E + E$, donde E_T es la energía total. La amplitud de los pulsos provenientes de los detectores son proporcionales a ΔE y E respectivamente, y su procesamiento para la identificación puede hacerse, entre otros métodos más elaborados, utilizando la relación aproximada⁵⁾

$$\Delta E (E + \Delta E) = k M Z^2$$

donde:

k = constante

M = masa de la partícula incidente en el telescopio

Z = carga de la partícula incidente en el telescopio

Se ve que las señales generadas por el equipo identificador electrónico estarán en las relaciones 1, 2, 3, 12, 16, 54 y 63 para las partículas p , d , t , ${}^3\text{He}$, α , ${}^6\text{Li}$ y ${}^7\text{Li}$ respectivamente. La identificación del ${}^6\text{Li}$, que es el producto de reacción que interesa en el presente experimento, no ofrece dificultad, puesto que la señal electrónica es 4 veces más grande que la correspondiente a partículas α por un lado, y por otro el Q de la reacción $(d, {}^6\text{Li})$ sobre todos los blancos estudiados es ≈ 2 MeV menor que el Q para $(d, {}^7\text{Li})$, por lo que en el espectro de energías estas últimas partículas aparecerán en una zona que no interfiere

con los picos de ${}^6\text{Li}$ correspondientes a los niveles fundamental y primer excitado del núcleo residual.

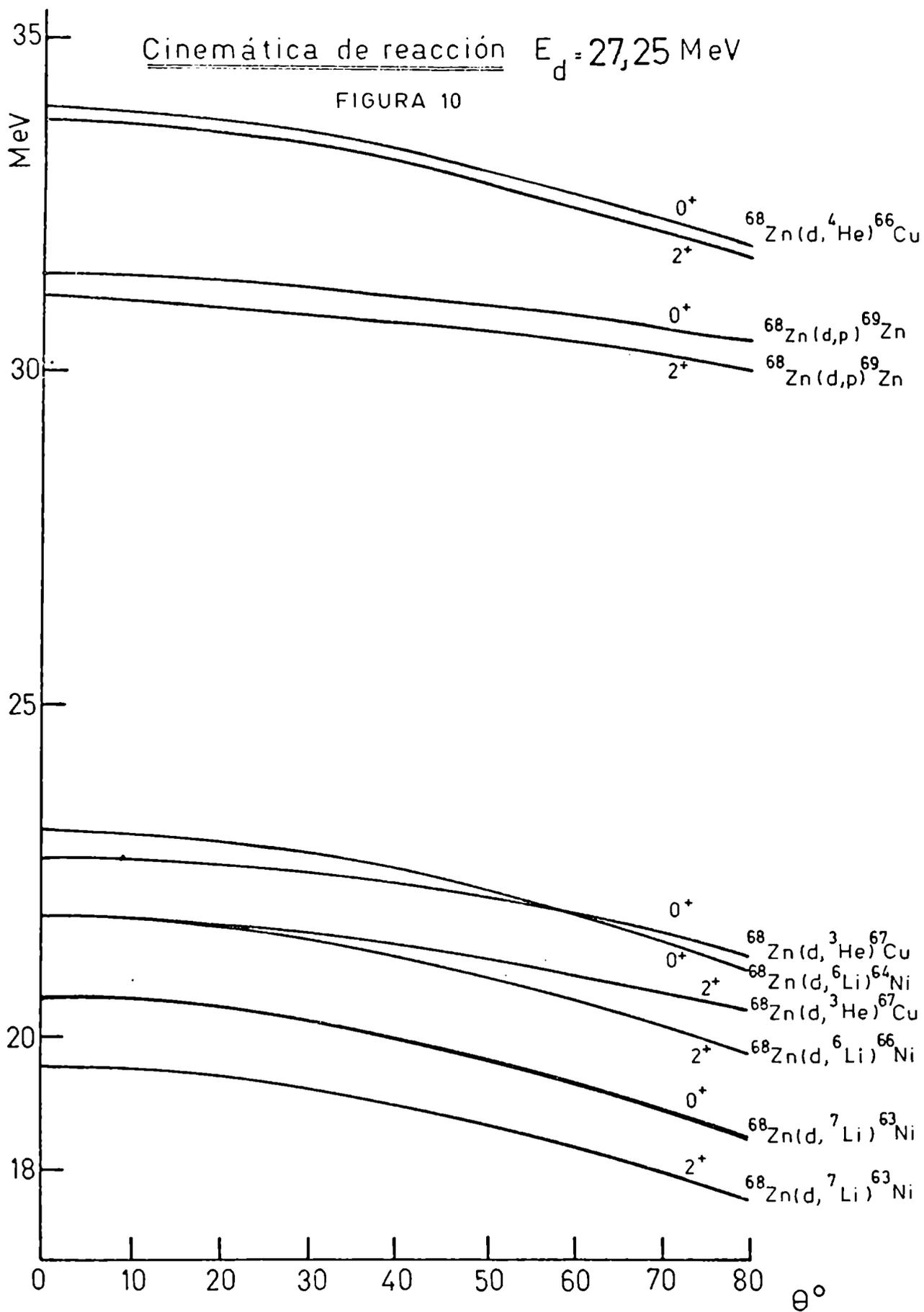
En la fig. 10 puede verse la cinemática de los productos de reacción ya mencionados para el caso del ${}^{68}\text{Zn}$. Un gráfico similar se obtiene para los otros balncos.

La mayor dificultad encontrada durante el experimento fue el apilamiento, consistente en la llegada simultánea al telescopio de dos partículas iguales o diferentes que generen señales ΔE y E similares a las de un ${}^6\text{Li}$. Este problema se hizo crítico debido a la baja sección eficaz de la reacción estudiada y a la estructura temporal del haz de deuterones descrita en la sección (2.1).

Es conocido que se minimiza el apilamiento disminuyendo el espesor del telescopio hasta el rango de la partícula más energética que se desea estudiar.

Para evaluar la mejora obtenida en función de los espesores de los detectores, se hizo el siguiente estudio. Se calculó la energía que dejan en cada detector la llegada simultánea de dos partículas en los espesores 50-50 μ , 50-100 μ y 50-200 μ , para ΔE y E respectivamente.

Se tuvo en cuenta que, para un espesor dado, la pérdida de energía E_p en función de la energía incidente, E_i , es lineal ($E_p = E_i$) hasta que el rango correspondiente a E_i sea igual al espesor considerado, donde se obtiene E_p máximo, ya que a partir de este punto a medida que E_i aumenta, E_p disminuye. En esta zona se determinaron los valores de E_p utilizando los gráficos que dan los rangos en función de la energía incidente (fig. 11),, para valores de E_i variados en pasos de 1 MeV. Por ejemplo, si consideramos un espesor de Si de 110 μ , la energía máxima perdida, $E_{p \text{ mx}}$, es 13 MeV para ${}^4\text{He}$, 11 MeV para ${}^3\text{He}$, 6,5 MeV para d y 5 MeV para protones. Se ve que el apilamiento más desfavorable corresponde a la llegada simultánea de dos ${}^4\text{He}$, ya que es el caso de mayor



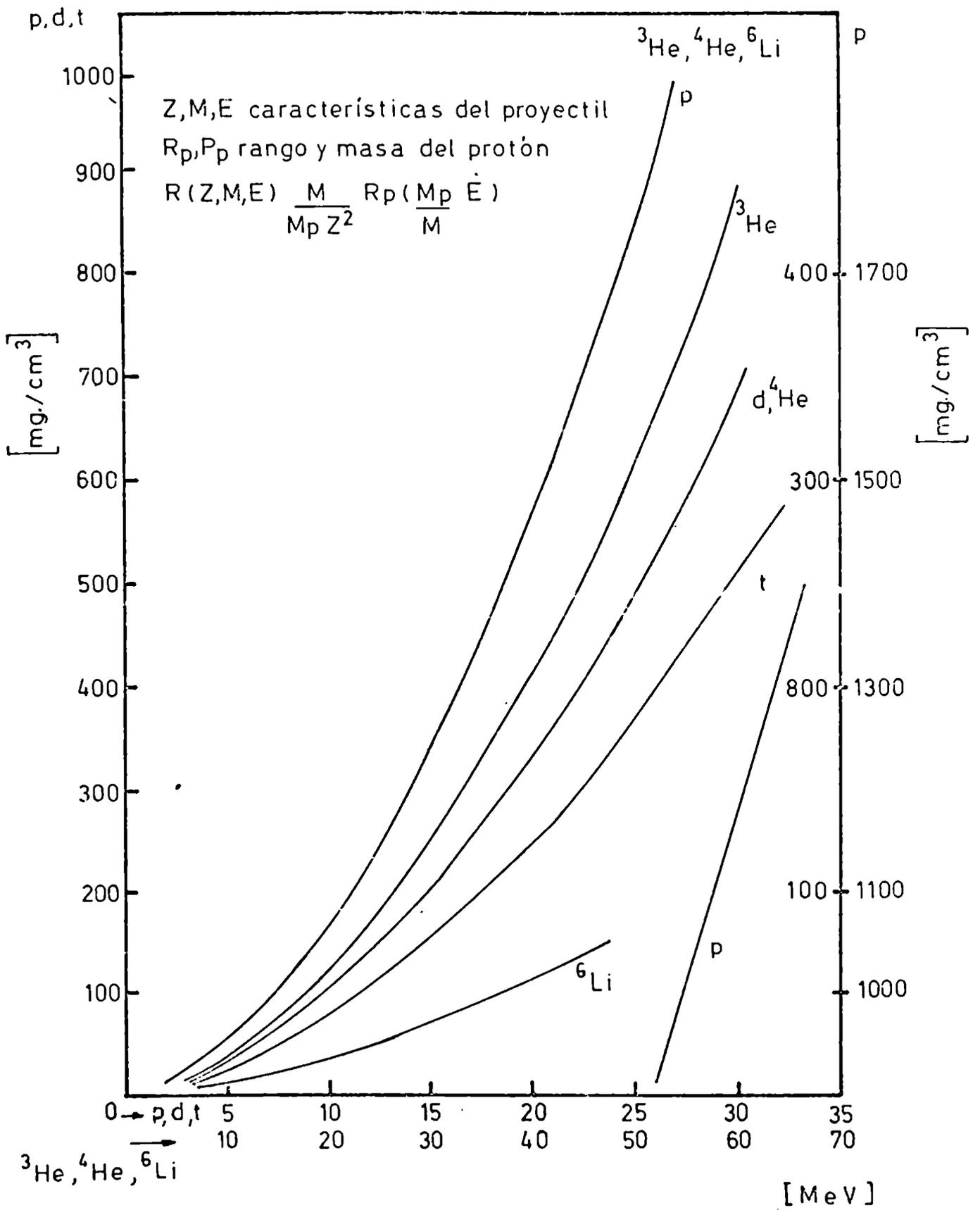
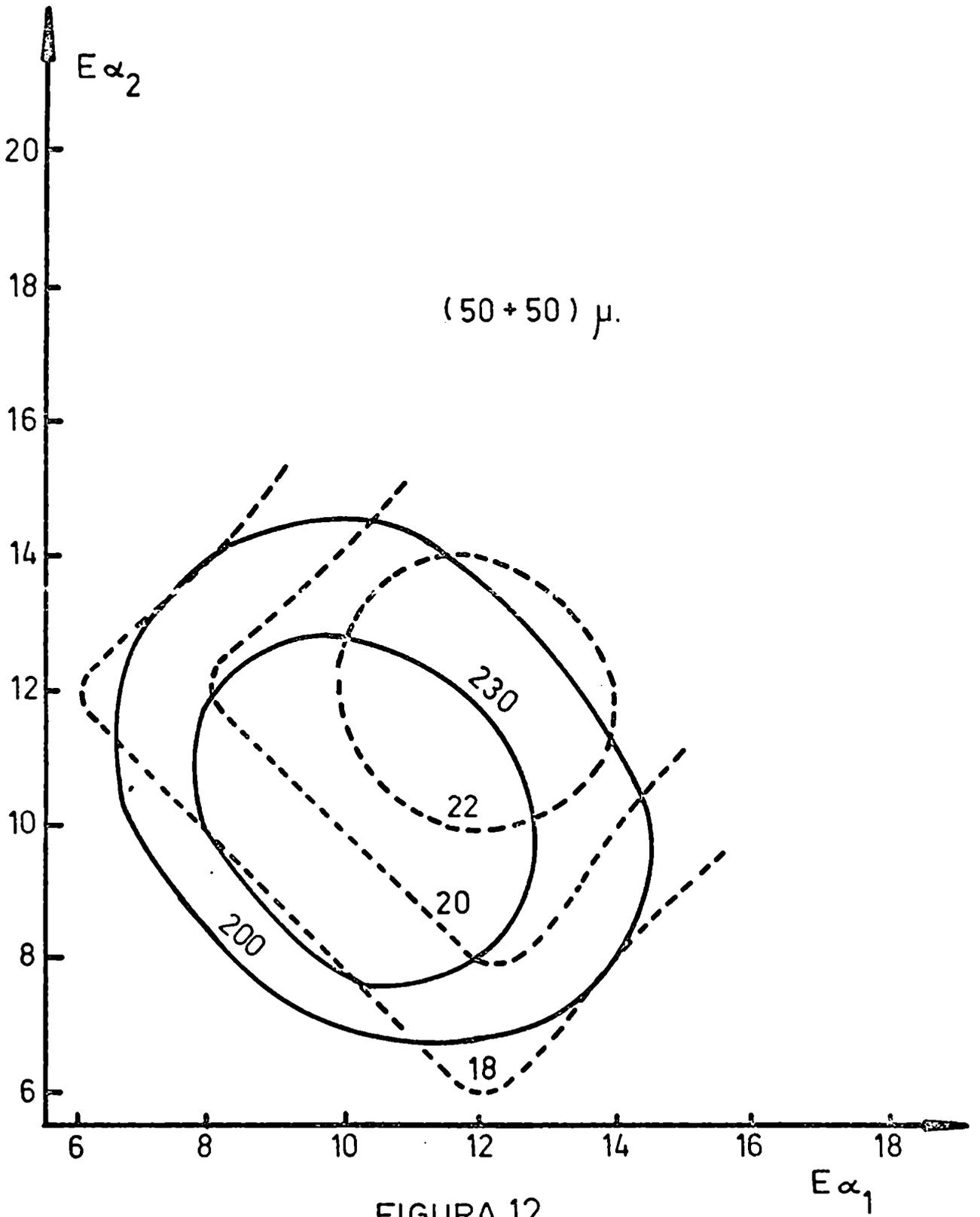


FIGURA 11

probabilidad en que la suma de sus energías tenga un valor entre 19 y 23 MeV, que es la zona donde están los picos de ${}^6\text{Li}$ para todos los blancos estudiados. Las diferentes combinaciones energéticas de los ${}^4\text{He}$ se realizó mediante el programa APIL en el que se varían independientemente las energías incidentes entre 1 y 25 MeV en pasos de 1 MeV, calculándose las energías perdidas en cada detector ($\Delta E_1, \Delta E_2, E_1$ y E_2), la energía total $E_T = \Delta E_1 + \Delta E_2 + E_1 + E_2$ y el valor correspondiente a la "identificación" $I [\text{MeV}^2] = (\Delta E_1 + \Delta E_2) E_T$. Graficando I y E_T como función de $E_{\alpha 1}$ y $E_{\alpha 2}$ se obtienen dos familias de curvas de nivel como puede verse en las fig. 12, 13 y 14, correspondiendo cada figura a uno de los tres tipos de telescopios considerados. Supongamos ahora que la señal de identificación I para un ${}^6\text{Li}$ sea $234 [\text{MeV}^2]$. El equipo identificador electrónico autorizará el pasaje de la señal E_T si la señal I es, por ejemplo, mayor que 200. Por lo tanto, cualquier par de ${}^4\text{He}$ cuyas energías determinen un punto que esté dentro de la curva de nivel correspondiente a $I = 200$ serán identificados como ${}^6\text{Li}$. El área encerrada por dichas líneas de nivel es, en primera aproximación, proporcional a la probabilidad de apilamiento, y como puede verse por comparación entre los tres gráficos, disminuye drásticamente con el espesor de los detectores que forman el telescopio. Se puede concluir que lo ideal sería disminuir aún más el espesor ΔE y tener una combinación de, p. ej., 20 - 90 μ . Como el costo de los detectores aumenta a medida que son más delgados, la discusión anterior da un argumento cuantitativo para decidir hasta que punto es conveniente utilizar detectores muy finos, debiéndose adoptar en última instancia una solución de compromiso. Por razones de disponibilidad en el laboratorio se utilizó en nuestro caso una combinación 50 - 100 μ . Se intentó mejorar la detección de pulsos apilados colocando en el telescopio un tercer detector de 1500 μ (usualmente llamado veto-detector), cuya función es inhibir electrónicamente



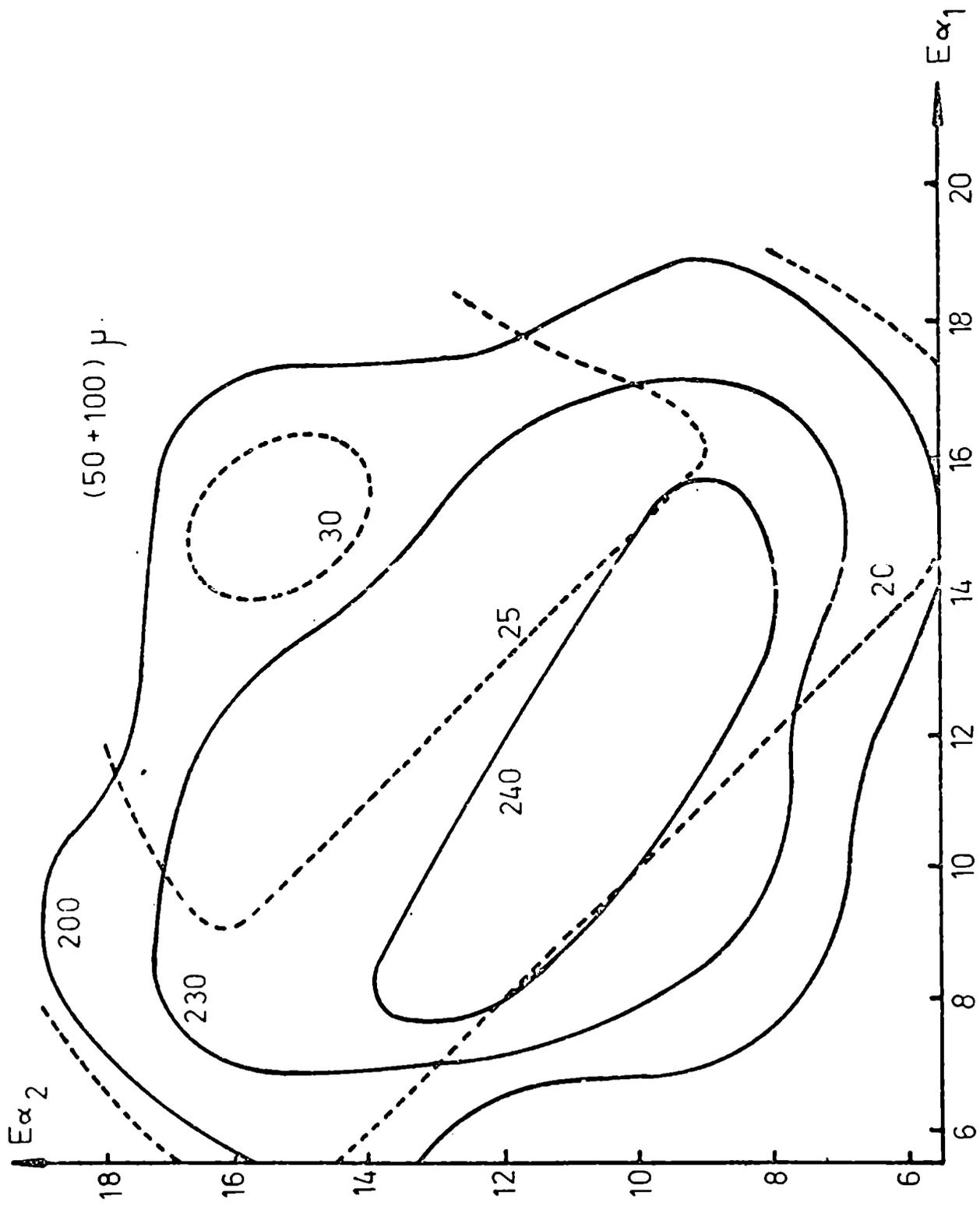


FIGURA 13

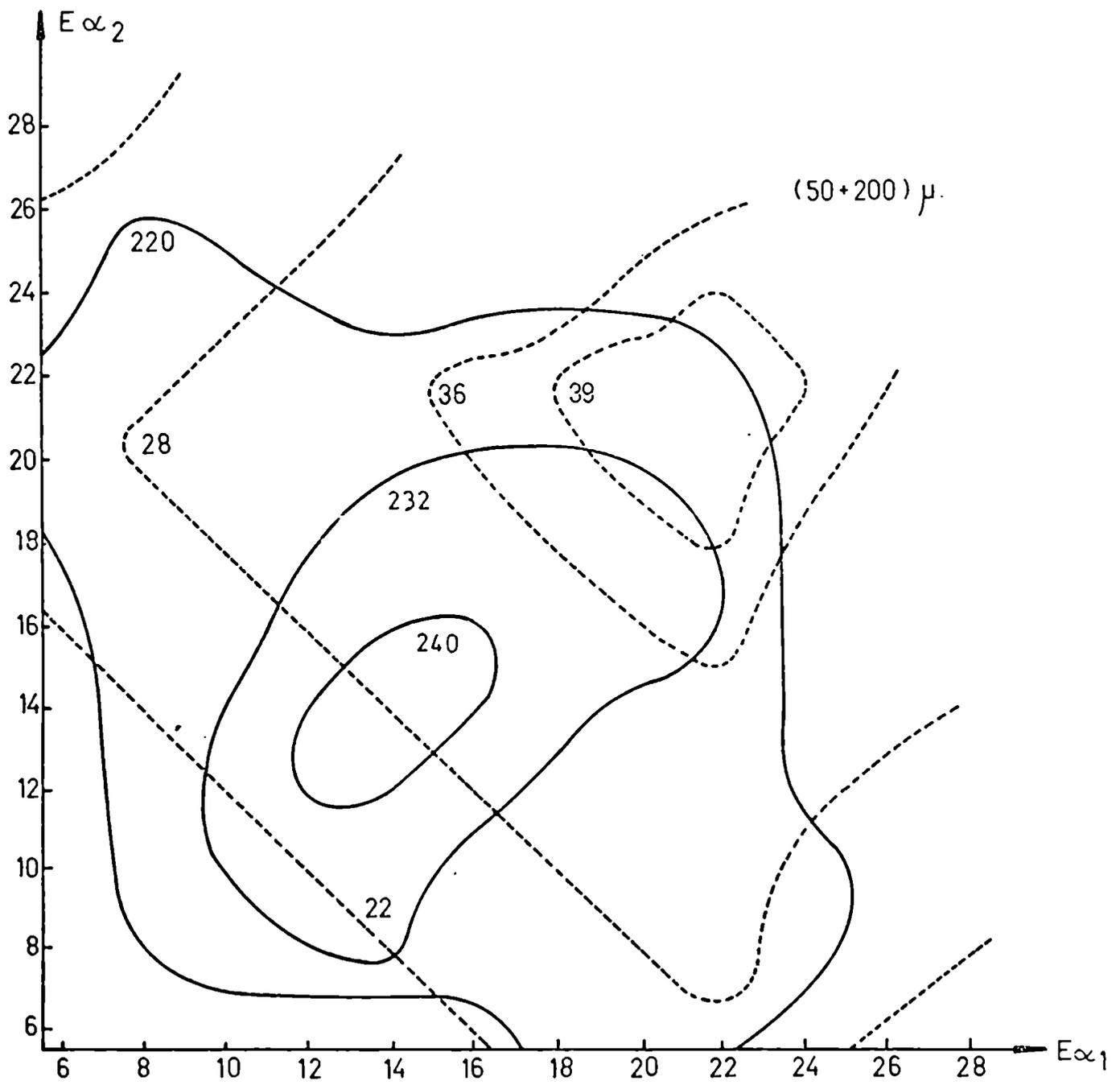


Figura 14

las señales ΔE y E en el caso de que una partícula liviana tenga suficiente energía como para atravesar los dos primeros detectores y generar un pulso en el tercero. La mejora obtenida con este sistema no fue significativa. Ello se debió a que la energía necesaria de los ^4He para atravesar un espesor de 150μ de Si debe ser mayor de 16 MeV , y como puede verse de la fig. 13, la mayoría de las posibles combinaciones de apilamiento se dan para energías en ambas partículas menores que las señaladas, no produciéndose en ninguno de estos casos, pulsos en el vector-detector. La explicación de este resultado negativo corrobora el análisis anterior. Cabe destacar que este sistema puede funcionar satisfactoriamente si se utilizan detectores ΔE y E más delgados.

Aprovechando las facilidades de división de memoria de un multicanal biparamétrico, se decidió montar en forma simétrica dos telescopios formando un ángulo de 12° con respecto al plano azimutal (fig. 15), de tal manera que los dos midiesen el mismo ángulo de dispersión. Las señales se procesaron independientemente, obteniéndose dos espectros de energía que podían luego ser sumados. Este sistema tiene la ventaja de reducir a la mitad el tiempo de medición, a la vez que permite mantener un control sobre la cadena de medición, puesto que ambos espectros deben coincidir dentro de las desviaciones estadísticas.

Los detectores utilizados fueron del tipo de barrera superficial totalmente deplexionados, marca Ortec, Simtec y otros construídos en el laboratorio del Sincrociclotrón, CNEA. La resolución en todos los casos fue de 30 keV para partículas α de $5,4 \text{ MeV}$.

3.2 Electrónica utilizada

Durante las experiencias se utilizaron 2 tipos de sistemas electrónicos de identificación: en el primero se incluía un Identificador de Partículas Ortec 423 y en el segundo se analizaban las señales ΔE y

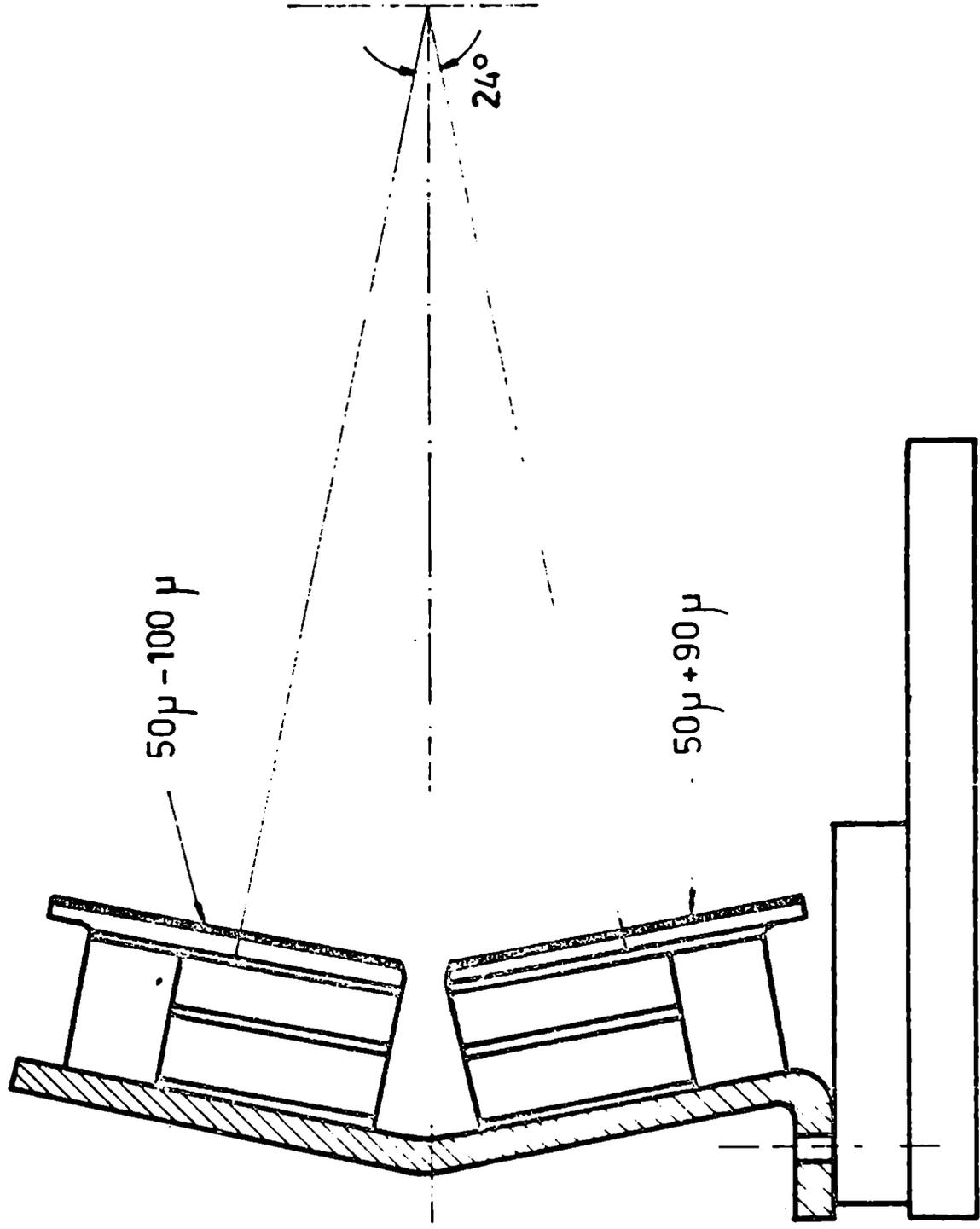


FIGURA 15: SISTEMA DE DETECCION

($\Delta E + E$) en forma biparamétrica con un multicanal Intertechnique de 4096 canales.

El equipo Ortec⁶⁾ hace uso de la técnica desarrollada por Goulding⁷⁾ basada en la relación empírica entre el rango y la energía de las partículas (fig. 16).

$$R = a E^{1,73} \quad E > 10 \text{ MeV}$$

donde:

R = rango de la partícula en mg/cm^2

a = cte. para cada tipo de partícula e independiente de su energía

E = energía de la partícula en MeV

Aplicando esta relación al esquema de la fig. 17 se tiene:

$$R = e + R_2 = a E_T^{1,73}$$

donde $E_T = \Delta E + E$ y $R_2 = a E^{1,73}$

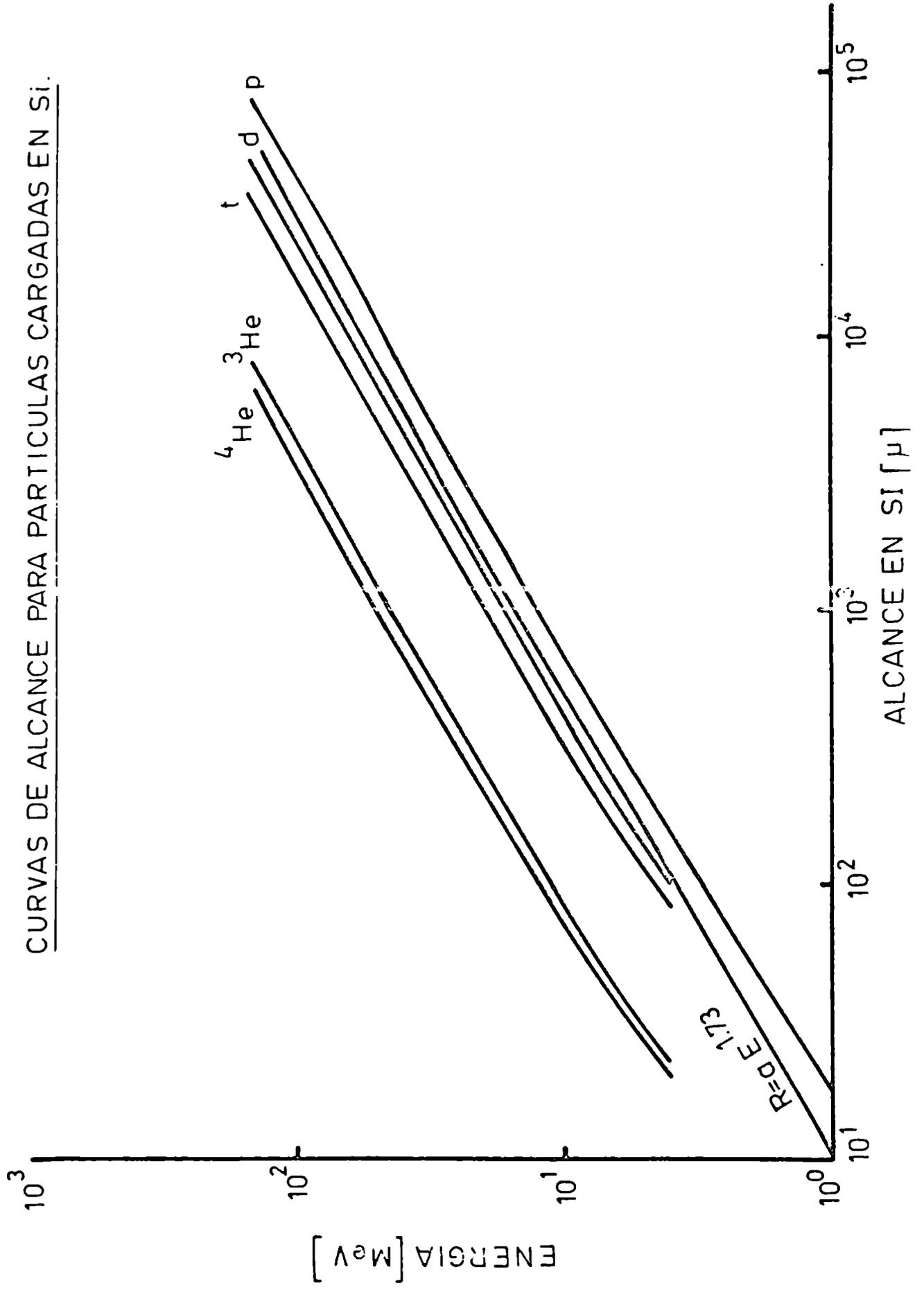
Se obtiene:

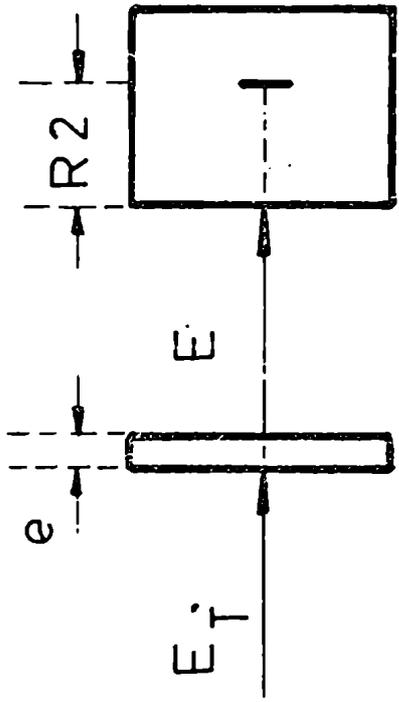
$$\frac{e}{a} = E_T^{1,73} - E^{1,73} = (E + \Delta E)^{1,73} - E^{1,73}$$

donde e/a depende de la naturaleza de la partícula y es independiente de su energía. En la fig. (17) se muestra esquemáticamente el resultado del procesamiento electrónico de los pulsos ΔE y E para generar las dos señales que interesan: la energía total $E_T = \Delta E + E$ y la señal PIO de identificación proporcional a e/a .

El circuito utilizado puede verse en la fig. 18. Las señales provenientes de los detectores ΔE y E son amplificadas mediante un preamplificador (ORTEC 109) y un amplificador (ORTEC 440A). Las señales rápidas de cada rama llegan a un circuito de coincidencias rápidas (N.C. 27351) pasando previamente por un selector unicanal (RIDL 3310B) para eliminar el ruido y las señales de baja energía. Las señales retardadas

FIGURA 16
CURVAS DE ALCANCE PARA PARTICULAS CARGADAS EN Si.





DETECTOR DETECTOR
 ΔE E

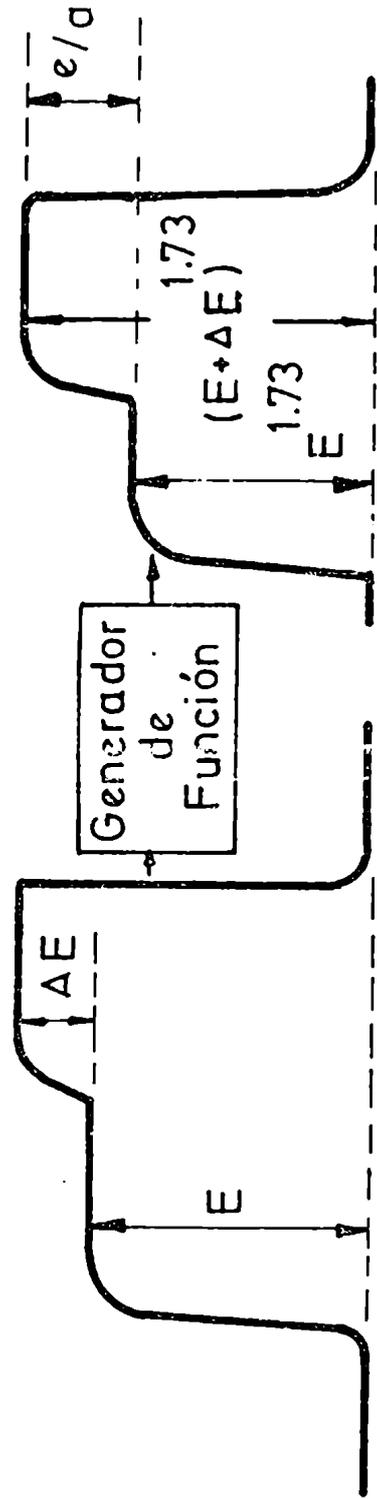


FIGURA 17

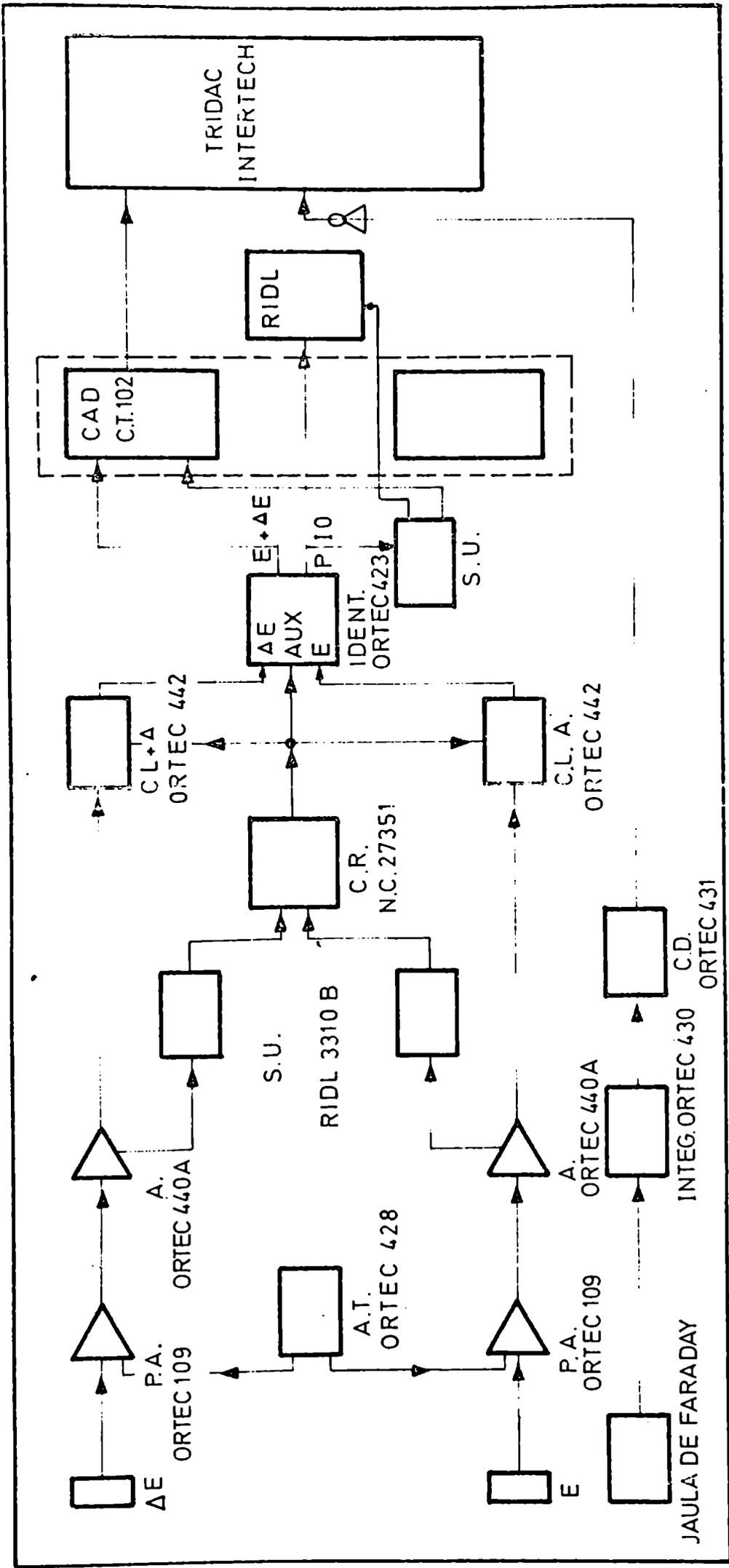


FIGURA 18: CIRCUITO CON IDENTIFICADOR DE PARTICULAS

van a una compuerta lineal (ORTEC 442) que son habilitadas en el caso de existir simultáneamente pulsos en los dos detectores, y ambas señales pasan al identificador (ORTEC 423). La señal P10 se almacena en un multicanal RIDL de 400 canales, y por otro lado va a un selector unicanal que genera un pulso de control si se trata de un ${}^6\text{Li}$. La señal $(\Delta E + E)$ pasa por un Convertidor Analógico Digital (C.T. 102) que la codifica en caso de existir pulso de control y se almacena en el Multicanal Intertechnique, donde puede visualizarse el espectro de energías. Este Multicanal está comandado por un integrador de haz (ORTEC 430) conectado a la Jaula de Faraday.

Como hemos mencionado, otra manera de identificar partículas es utilizar el Multicanal Intertechnique en forma biparamétrica, haciendo corresponder al eje x la señal ΔE , al y la $(\Delta E + E)$ y al z el número de eventos producidos. En el plano (x,y) los diferentes tipos de partículas aparecerán según la relación $\Delta E (E + \Delta E) = \text{Cte.}$, es decir se agruparán formando curvas hiperbólicas (fig. 19); basta entonces proyectar sobre el eje y el número de cuentas correspondientes a la partícula de interés para obtener su espectro de energías. Este sistema puede ser usado para analizar simultáneamente las señales provenientes de dos telescopios, utilizando la memoria del Multicanal dividida en dos secciones de 64×32 canales cada una para los ejes y y x respectivamente.

El circuito se muestra en la fig. 20 y hasta el módulo sumador (Σ) no difiere mayormente del caso anterior y son similares para los dos telescopios. Los niveles de discriminación se mantienen al nivel de interés, de tal manera que la probabilidad de llegada simultánea de pulsos al circuito sumador provenientes de los dos telescopios es despreciable, dado el bajo contaje por unidad de tiempo registrado. Las señales ΔE y $E_T = E + \Delta E$ se analizan en dos convertidores Analógico Digital y pasan al Multicanal Intertechnique, que recibe de un circuito de

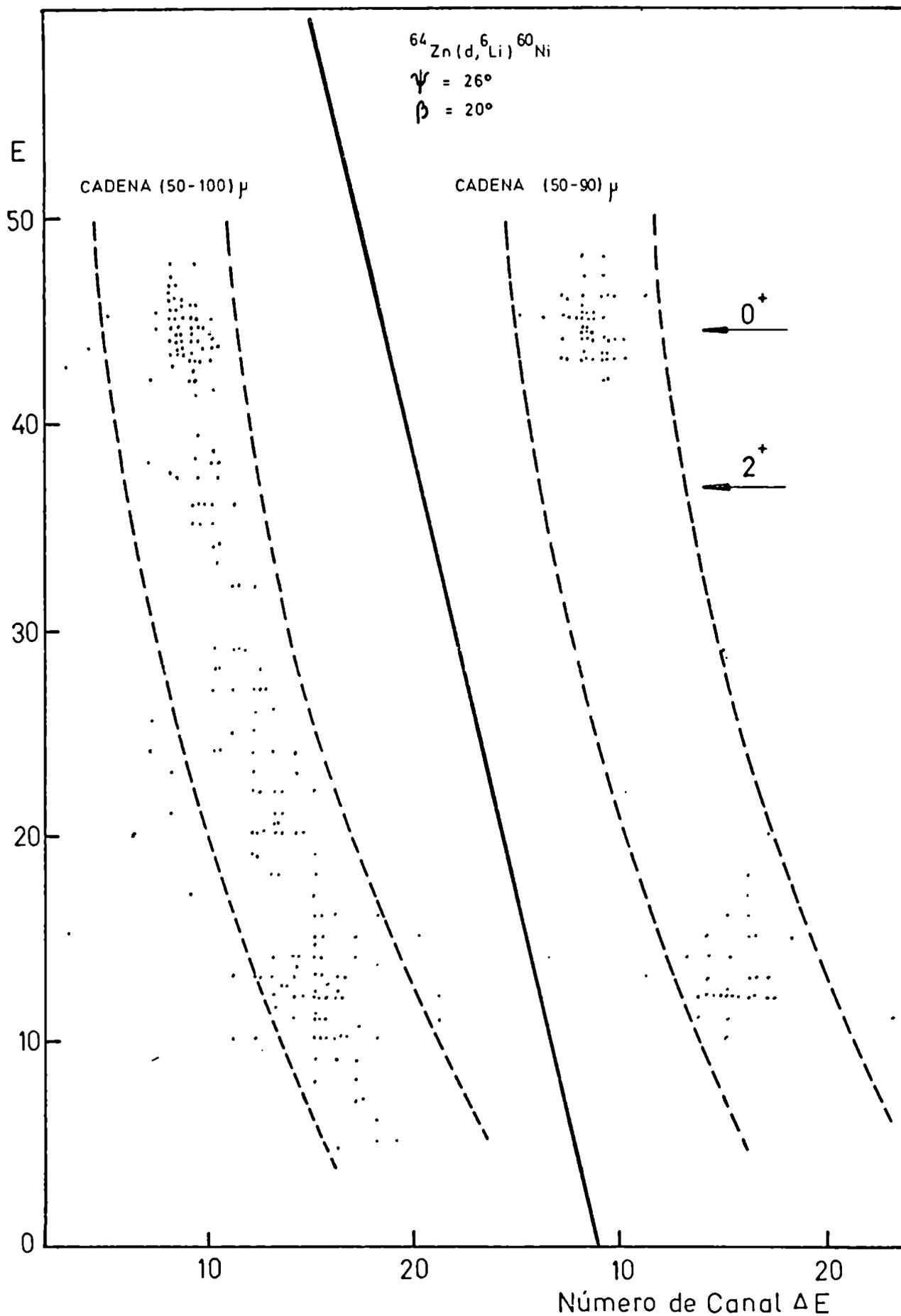


FIGURA 19 : ESPECTROS TÍPICOS VISUALIZADOS EN EL ANALIZADOR MULTICANAL

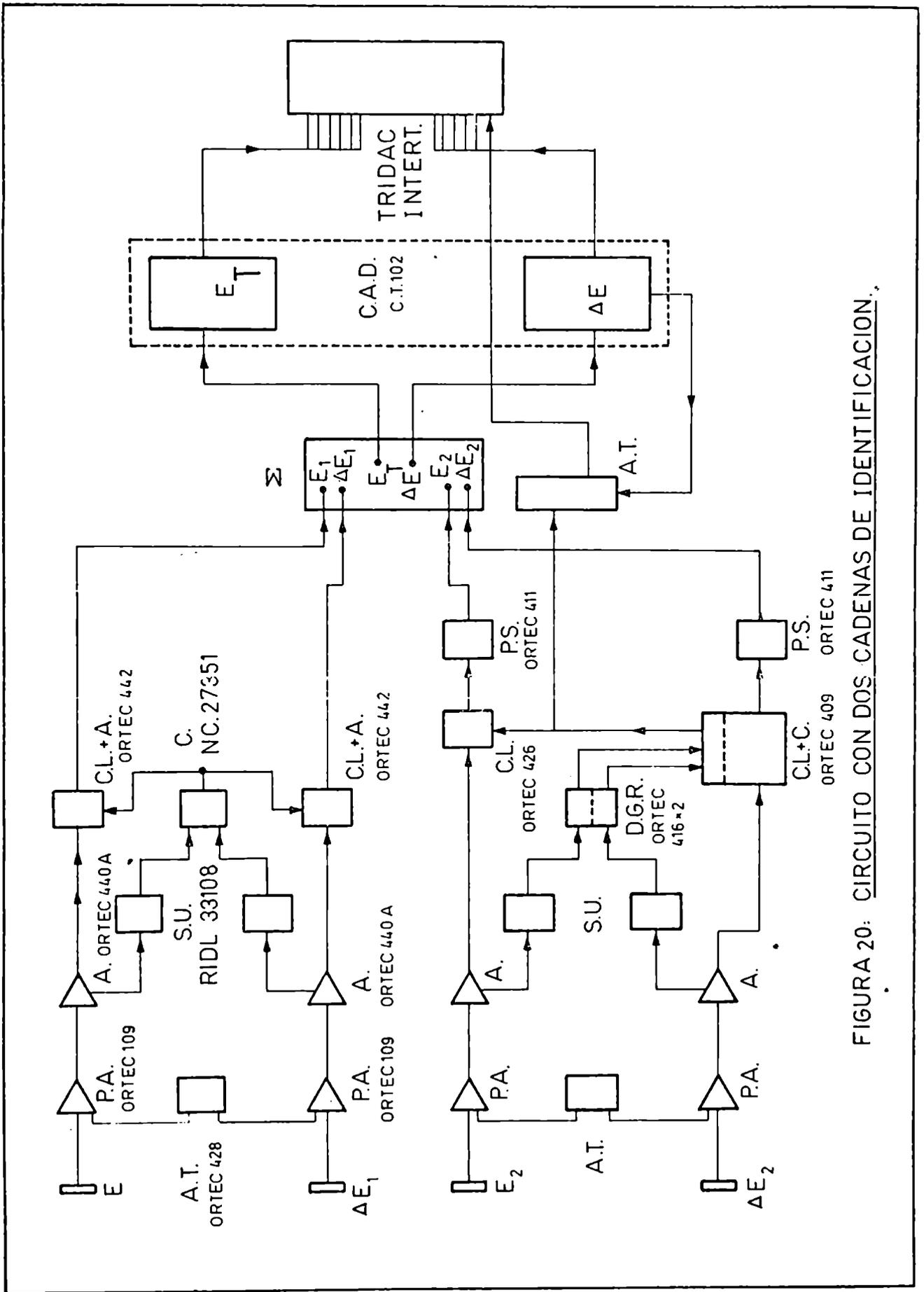


FIGURA 20: CIRCUITO CON DOS CADENAS DE IDENTIFICACION.

almacenamiento temporal la información de la procedencia de la señal para ubicarla en la sección de memoria correspondiente. En la fig. 19 se ve la zona donde caen los ${}^6\text{Li}$ (marcada con líneas de trazos) para los dos telescopios. Se distinguen claramente los picos correspondientes a los niveles 0^+ y 2^+ , así como los pulsos apilados.

3.3 Resultados Experimentales. Medición en núcleos de masa intermedia

En los últimos años han sido publicados varios trabajos^{8,9,10)} sobre transferencia de partículas α en núcleos livianos, donde se enfatiza el carácter directo del mecanismo de reacción.

Con el propósito de extender la investigación a la capa f-p se midieron en el laboratorio del Sincrociclotrón de Buenos Aires las secciones eficaces diferenciales de la reacción $(d, {}^6\text{Li})$ sobre ${}^{68,66,64}\text{Zn}$, ${}^{58}\text{Ni}$ y ${}^{56}\text{Fe}$ para los primeros niveles 0^+ y 2^+ de los núcleos residuales, utilizando las facilidades descriptas anteriormente.

Se utilizaron blancos enriquecidos autoportantes con las siguientes características:

	Enriquecimiento	Espesor (mg/cm^2)
${}^{68}\text{Zn}$	98,5 %	1,1
${}^{66}\text{Zn}$	96,8 %	1,1
${}^{64}\text{Zn}$	99,1 %	0,78
${}^{58}\text{Ni}$	99,96%	1,13
${}^{56}\text{Fe}$	99,95%	0,8

Los espesores se determinaron dividiendo el peso del blanco por su superficie; por otro lado se tomaron blancos de $\sim 5 \text{ mg}/\text{cm}^2$ y se calculó su espesor con el mismo método. Luego se midió el pico de dispersión elástica en el blanco grueso y delgado sucesivamente para un ángulo dado y condiciones geométricas idénticas. Como la relación del número de cuentas bajo el pico fue igual a la relación de espesores en cada

caso, puede suponerse que no hay inhomogeneidades importantes en los blancos finos.

A pesar de utilizar blancos delgados, el aumento en la dispersión en energía de los picos debido a la diferente pérdida dE/dx para el ${}^6\text{Li}$ y el d es del orden de 350 keV. Teniendo en cuenta que la dispersión del haz de deuterones es 250 keV, se obtiene una resolución total de ~ 400 keV, pudiendo considerarse que la contribución electrónica es prácticamente despreciable.

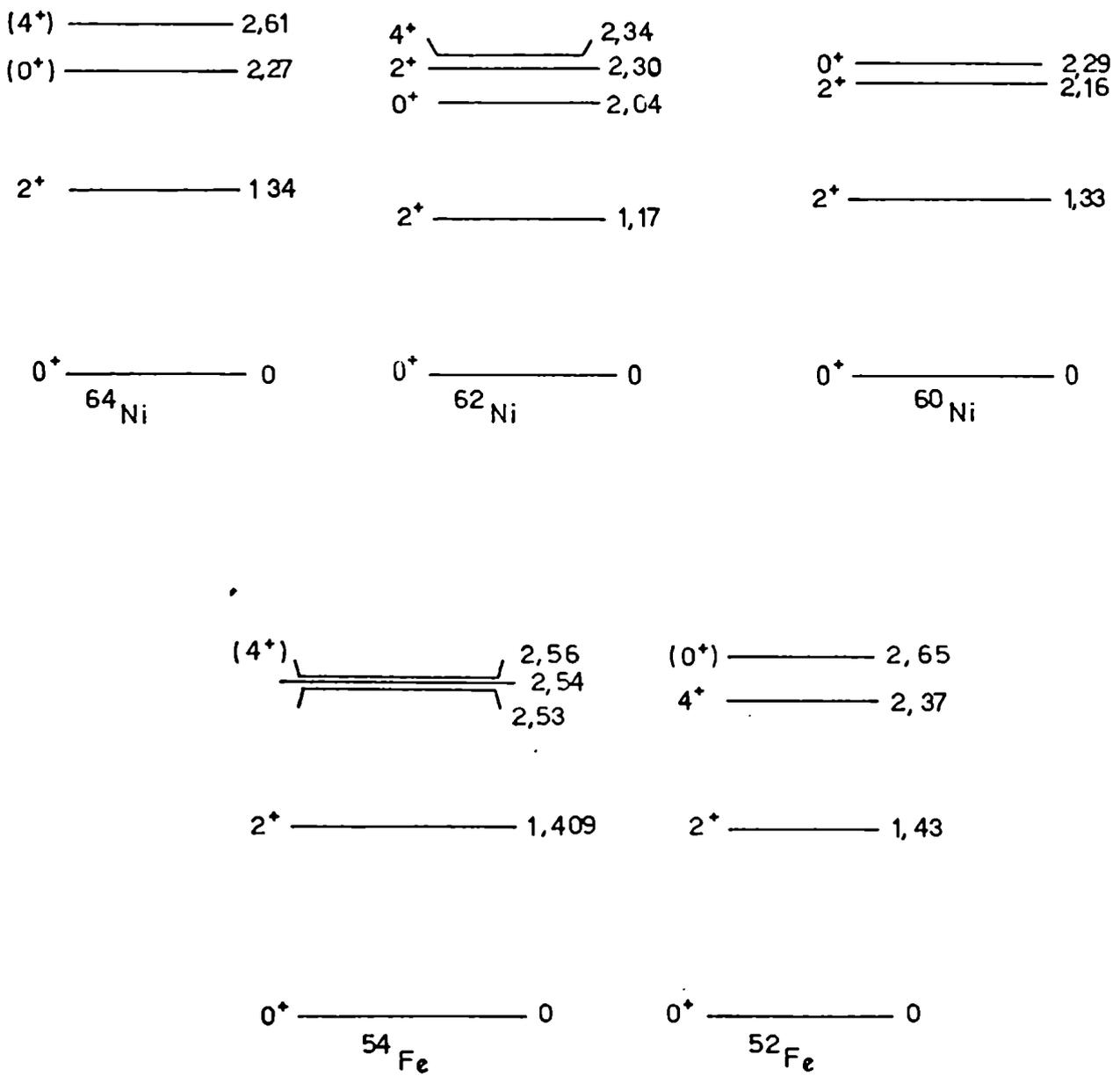
La sección del haz en el blanco fue de 5×10 mm según los ejes x e y respectivamente, con una emitancia en ambos planos de 50 mr-mm. Su posición se determinó con un error de $0,1^\circ$, y su intensidad fue variada entre 1 y 10 nA dependiendo del ángulo de dispersión; los tiempos de medición fueron largos, del orden de 25 h para cada ángulo, tratándose en todos los casos de que el error estadístico relativo en el número de cuentas bajo el pico no superase el 15 %.

En la fig. 21 se muestra el esquema de niveles de los núcleos residuales y en la fig. 22 uno de los espectros de energías obtenidos, en donde se distinguen claramente los dos picos correspondientes a los estados 0^+ y 2^+ . Dada la dispersión de los picos (~ 400 keV), se ve que no es posible resolver ningún otro estado del núcleo residual. Puede observarse que los ${}^7\text{Li}$ caen en la zona de bajas energías del espectro.

Las distribuciones angulares obtenidas se muestran en la fig. 23 y 24, donde las curvas en línea llena corresponden a un análisis DWBA.

En el caso del ${}^{56}\text{Fe}$, se encontró que el blanco tenía una contaminación del 5 % de oxígeno (por un probable proceso de oxidación) que impidió medir los ángulos delanteros en el nivel 2^+ del ${}^{52}\text{Cr}$, debido a la superposición con el pico de la reacción ${}^{16}\text{O}(d, {}^6\text{Li}){}^{12}\text{C}$, cuya sección eficaz es aproximadamente un orden de magnitud mayor que la correspondiente a ${}^{56}\text{Fe}(d, {}^6\text{Li}){}^{52}\text{Cr}(2^+)$. Se intentó restar la contribución del

Fig. 21 ESQUEMA DE NIVELES DE LOS NUCLEOS RESIDUALES EN LA REACCION (d, ⁶Li) SOBRE ^{68,66,64}Zn, ⁵⁸Ni Y ⁵⁶Fe.



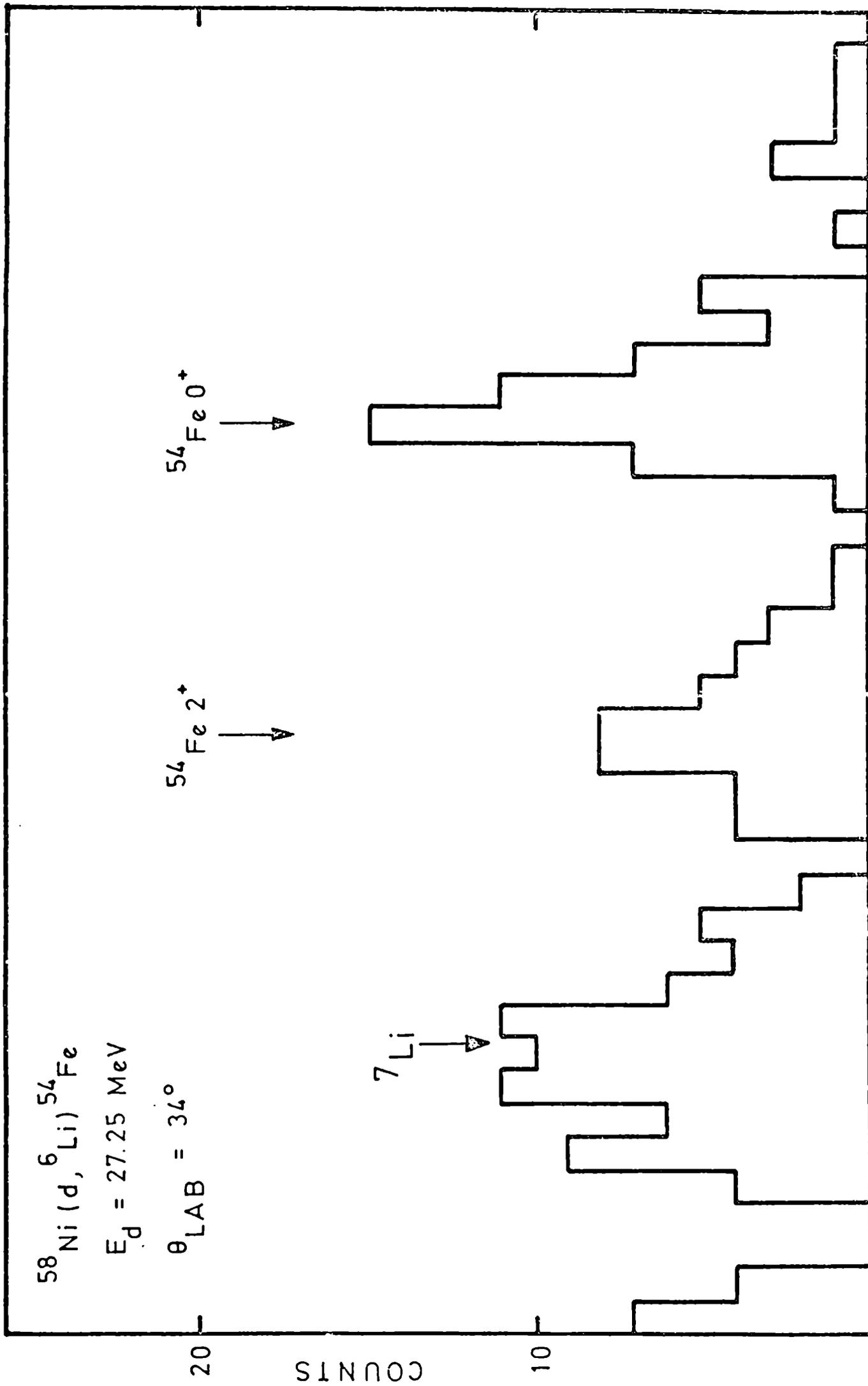


Fig. 22

CHANNEL NUMBER

Fig. 23

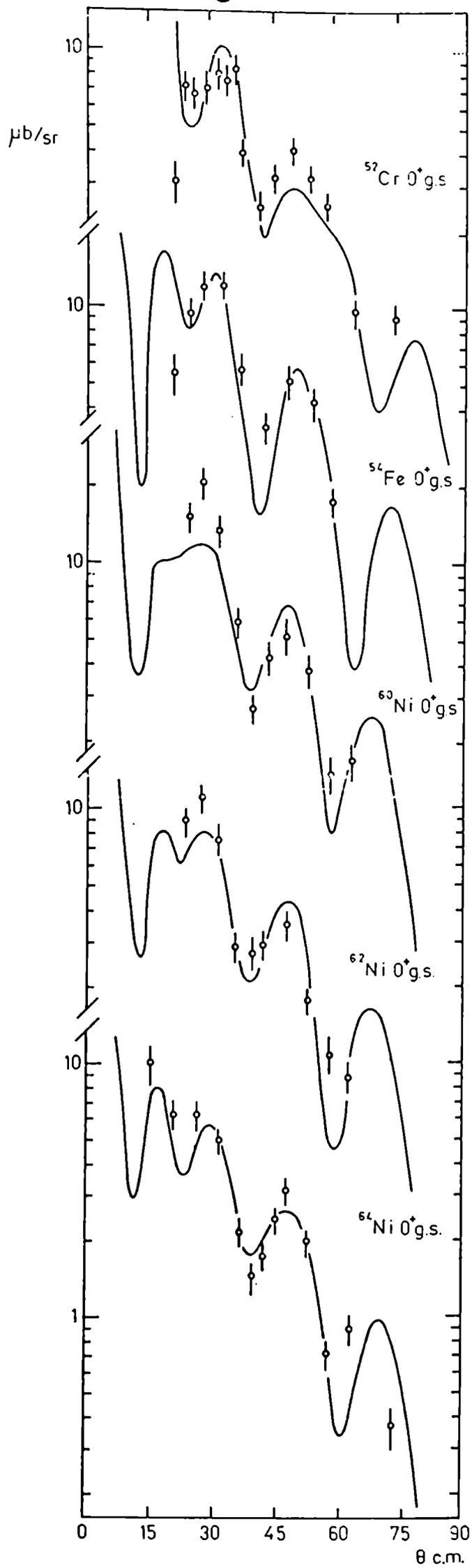
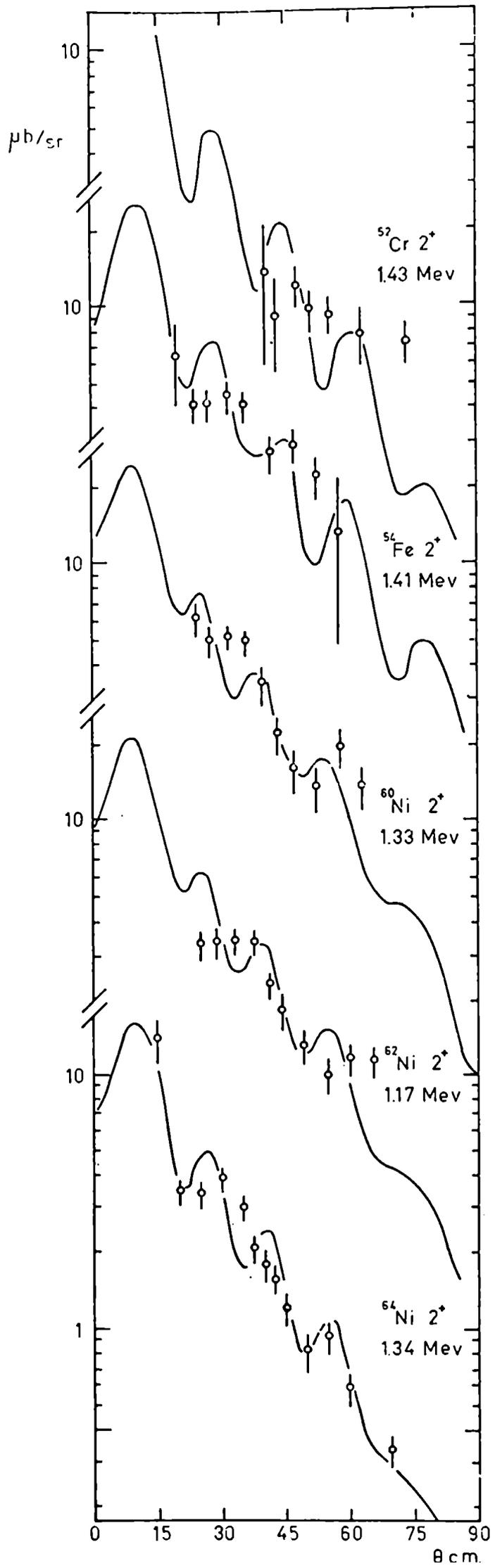


Fig. 74



^{16}O , midiendo la reacción $^{16}\text{O}(d, ^6\text{Li})^{12}\text{C}$ sobre un blanco de ^{208}Pb depositado sobre Formvar. El espesor de ^{56}Fe en el blanco compuesto se determinó midiendo la dispersión elástica (d,d) en los ángulos en los que el pico podía resolverse, y comparando luego con secciones eficaces publicadas. Sin embargo, dada la poca estadística obtenida en el caso de $^{56}\text{Fe}(d, ^6\text{Li})^{52}\text{Cr}(2^+)$, el error resultante resultó importante, por lo que se decidió no incluir dichos ángulos en la sección eficaz diferencial.

El análisis de ondas distorsionadas (DWBA) de estas reacciones, así como los cálculos de estructura, fueron tema de la tesis doctoral de A. E. Ceballos y publicados en ref. 11 y 12.

4. FACTORES DE ESTRUCTURA PARA LA REACCION $^{24}\text{Mg}(d, ^6\text{Li})^{20}\text{Ne}$

En los últimos años, el formalismo de ondas distorsionadas en la aproximación de Born (DWBA) ha sido aplicado con éxito para describir las reacciones nucleares producidas por partículas livianas a energías medias. Debido a que usualmente la interacción involucrada es débil, un tratamiento en primer orden es una buena aproximación. Sin embargo, dicho formalismo no siempre da resultados satisfactorios, como por ejemplo, cuando se trata de experimentos de dispersión inelástica sobre núcleos con características colectivas. Una mejora posible en la descripción de este tipo de procesos consiste en realizar un cálculo de canales acoplados ^{32,35)}, cuyos resultados han mostrado la importancia del acoplamiento de canales.

Cuando se considera una reacción nuclear con transferencia de partículas en la que los núcleos inicial y final posean características colectivas, es de esperar que la utilización de las funciones entrantes y salientes correspondientes a un cálculo con canales acoplados signifique una mejora importante. Este formalismo, llamado aproximación de Born con canales acoplados (CCBA), ha sido aplicado con éxito en el caso de transferencia de una ³⁶⁾ y dos ³⁷⁾ partículas.

Existe otra importante diferencia entre DWBA y CCBA en la aproximación de "rango cero". DWBA no permite la excitación de estados con paridad "no natural" cuando el estado del blanco es 0^+ . Sin embargo, se encuentra experimentalmente que en algunos casos dichos estados se pueblan de una manera relativamente intensa. CCBA, en cambio, permite llegar a ellos a través de un proceso en dos etapas. La aplicación de este formalismo a la reacción $^{22}\text{Ne}(p,t)^{20}\text{Ne}(2^-, 4.97 \text{ MeV})$ ha dado resultados satisfactorios ³⁰⁾.

En la reacción $(d, ^6\text{Li})$ y, en general, en la transferencia de cuatro partículas, todavía no se ha establecido cuál es la influencia de un mecanismo de canales acoplados, si bien existe evidencia experimental de que en

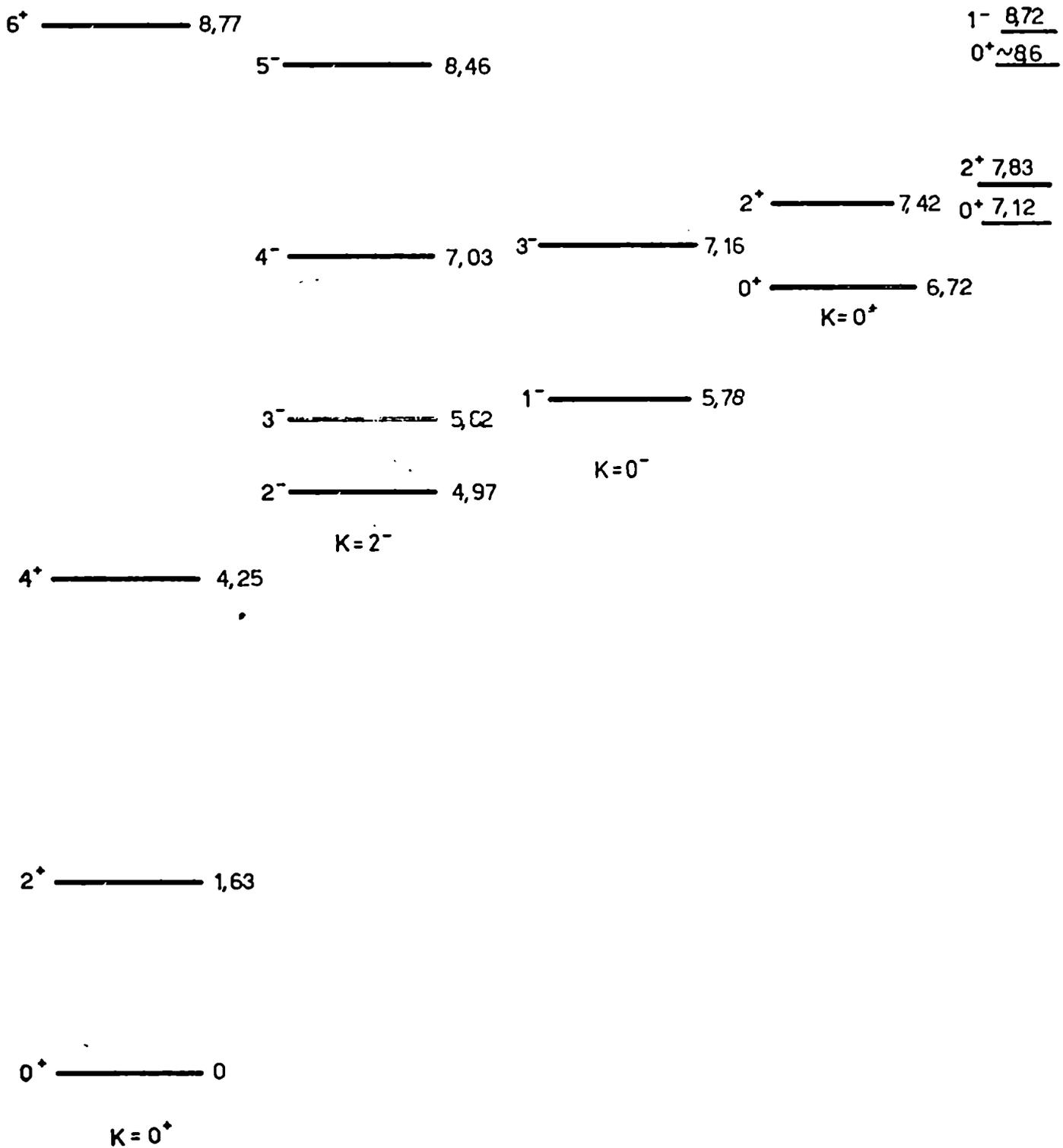
algunos casos ¹³⁾ puede ser importante. Por ello, en las secciones siguientes se analizará una reacción $(d, {}^6\text{Li})$ aplicando los formalismos DWBA y CCBA y comparando sus resultados. Obviamente, las reacciones descritas en las secciones anteriores no son las más adecuadas para este estudio, puesto que solamente se ha podido resolver el primer estado excitado en cada caso. Por ello se ha elegido la reacción ${}^{24}\text{Mg}(d, {}^6\text{Li}){}^{20}\text{Ne}$, medida por Comfort et al. ¹³⁾, quienes han obtenido las distribuciones angulares para los primeros niveles del ${}^{20}\text{Ne}$ pertenecientes a la banda rotacional del estado fundamental con $K^\pi=0^+$, así como para los estados 2^- (4.97 MeV), 3^- (5.63 MeV) y 4^- (7.03 MeV) de la banda con $K^\pi=2^-$. Esta reacción fue medida para una energía de deuterones de $E_d=28$ MeV utilizando un equipo experimental similar al descrito en la sección 3. La diferencia principal residió en la menor dispersión en energías del haz, lo que les permitió la resolución de los picos correspondientes a los estados ya mencionados. En la fig. 25 se muestra el esquema de niveles del ${}^{20}\text{Ne}$, y en la fig. 26 el espectro de energías, en el que se ha restado el fondo producido por ${}^{12}\text{C}$ y ${}^{16}\text{O}$, a fin de mostrar más claramente los estados del ${}^{20}\text{Ne}$.

La misma reacción fue medida por R.L.Mc Grath et al. ¹⁴⁾ para $E_d=55$ MeV. Si bien la sección eficaz absoluta difiere de la obtenida para $E_d=28$ MeV, las relativas al estado fundamental son aproximadamente las mismas en ambos casos, incluyendo al estado 2^- ¹³⁾. Como no se midieron las distribuciones angulares para $E_d=55$ MeV, la comparación entre ambas experiencias solamente da una indicación de que el mecanismo de reacción es el mismo para estas energías.

Para calcular la sección eficaz diferencial utilizando los formalismos DWBA o CCBA es necesario conocer los factores de estructura

$$S(\vec{\rho}, \vec{R}) = \langle bB | V(\rho) | aA \rangle \quad (4.1)$$

Fig. 25 ESQUEMA DE NIVELES DEL ^{20}Ne



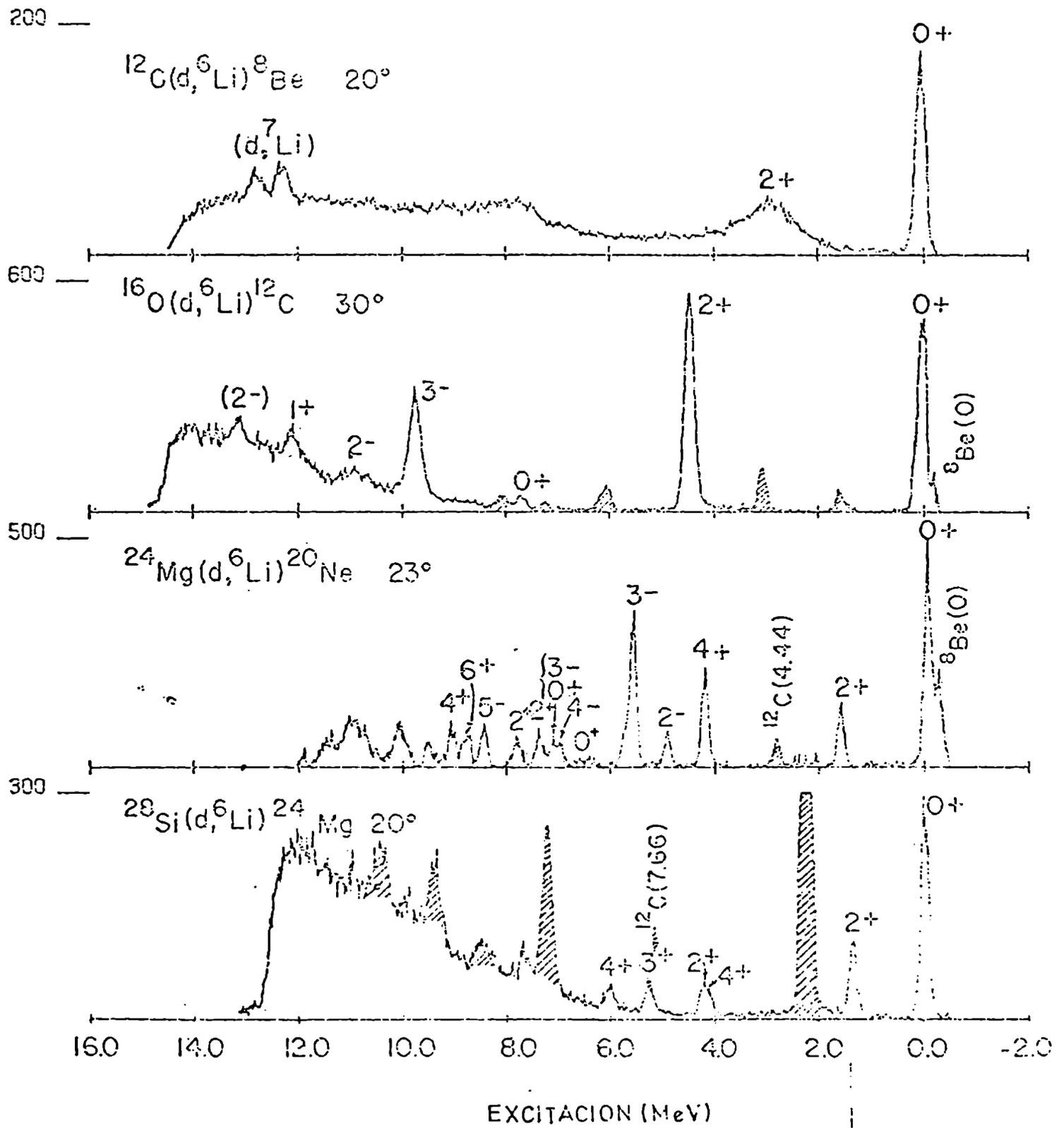


Fig. 26

donde con a , A , b y B indicamos esquemáticamente las funciones de onda internas del proyectil, blanco, partícula emergente y núcleo residual respectivamente; como es usual, hemos hecho la aproximación de que el potencial de interacción $V(\rho)$ depende únicamente de la distancia ρ entre los centros de masa del proyectil y las cuatro partículas transferidas. Con \vec{R} indicamos el vector entre éstas y el centro de masa del núcleo B . La integral (4.1) debe entenderse que se efectúa sobre todas las coordenadas internas de las funciones de onda correspondientes a los núcleos A , a , B y b excepto $\vec{\rho}$ y \vec{R} . Cabe destacar que en (4.1) no están incluidas las coordenadas relativas \vec{r}_a y \vec{r}_b entre los centros de los conjuntos A - a y B - b , respectivamente.

En S se encuentra toda la información sobre la estructura nuclear, ya que su cálculo involucra la adopción de un modelo para describir los estados de los núcleos A y B . En nuestro caso, hay suficiente evidencia^{24,25,31)} de que tanto el ^{24}Mg como el ^{20}Ne son núcleos fuertemente deformados, presentando los niveles excitados las secuencias propias de las bandas rotacionales.

Se calculará S usando el modelo de Nilsson (sección 4.1) y el esquema $SU(3)$ (sección 4.2), pues ambos modelos dan cuenta de las características mencionadas.

4.1 Modelo de Nilsson

Se calculará $S(\vec{\rho}, \vec{R})$ siguiendo el formalismo de Dragún et al.²⁶⁾

$$S(\vec{\rho}, \vec{R}) = \langle \Psi_{L_i}(J_L, T_L, M_L, 0) \Psi_{N_e}(J_f, K_f, J_f, M_{J_f}, M_{T_f}) | V(\rho) | \Psi_{M_g}(K_i, J_i, T_i, M_{J_i}, M_{T_i}) \Psi_d(J_d, T_d, M_{J_d}, M_{T_d}) \rangle \quad (4.2)$$

donde ψ_A indica la función de onda interna del núcleo A , T el isospin total, J el momento angular total y K su proyección en el eje z' del sistema de coordenadas intrínseco. Con T se indican los números cuánticos necesarios

para especificar los estados J.

Para calcular $S(\vec{\rho}, \vec{R})$ se supondrá que el ^{24}Mg puede estar en cualquier estado $J_i^\pi = 0^+, 2^+, 4^+$ y 6^+ perteneciente a la banda rotacional con $K_i^\pi = 0^+$ cuya cabeza es el estado fundamental. Expandimos el estado de A + 4 nucleones (^{24}Mg) en términos de una cadena de coeficientes de parentesco fraccional de dos partículas, separando primero los nucleones 1 y 2 y luego los 3 y 4, y exigiendo antisimetría en la función de onda de cada par. Reacoplando convenientemente podemos escribir $\psi(A+4)$ en términos de $\psi(A)$ y $\psi(4)$, acoplando las 4 partículas a J_4 y T_4 .

$$\Psi_{A+4}(K_i J_i T_i M_{J_i} 0) = \sum_{j_1 j_2 j_3 j_4 J_{12} J_{34} T_{12} T_{34} J_4 T_4} \Gamma' J' T' \Gamma'' J'' T''$$

$$\langle \Gamma' J' T', j_3 j_4 J_{34} T_{34} \{ | K_i J_i T_i \rangle \langle \Gamma'' J'' T'', j_1 j_2 J_{12} T_{12} \{ | \Gamma' J' T' \rangle$$

(4.3)

$$U(J'' J_{12} J_i J_{34}, J' J_4) U(T'' T_{12} T_i T_{34}, T' T_4)$$

$$[\Psi_A(\Gamma'' J'' T'') \{ \Psi_2(j_1 j_2 J_{12} T_{12}) \Psi_2(j_3 j_4 J_{34} T_{34}) \}^{J_4 T_4}]_{M_{J_i} 0}^{J_i T_i}$$

donde los coeficientes U son los símbolos 6-j unitarios.

La función de onda de cuatro partículas puede ser separada en dos partes, una dependiendo de las coordenadas relativas y otra de la coordenada \vec{R} del centro de masa, referida al centro de masa de los A nucleones.

Por otra parte, supondremos que el estado fundamental del ^6Li está correctamente descrito por una partícula α mas dos nucleones moviéndose en

la capa 1p, despreciando la pequeña contribución $L \neq 0$ de estas dos últimas partículas. Expresando el estado de los cuatro nucleones que componen la partícula α en función de las coordenadas relativas y de la distancia $\vec{\rho}$ entre su centro de masa y el centro de masa de los dos nucleones restantes, se obtiene:

$$\begin{aligned} \Psi_{Li}(J_{Li}=1, T_{Li}=0, M_{Li}=0) &= \phi_{00}^0(\eta^{1/2} \vec{r}_{12}/\sqrt{2}) \phi_{00}^0(\eta^{1/2} \vec{r}_{34}/\sqrt{2}) \\ &\phi_{e0}^0(\eta^{1/2} \vec{R}_r) \phi_{00}^0(\frac{2}{3}\eta^{1/2} \vec{\rho}) \cdot \sum_{(S_2+T_2=1)} (-)^{T_2} \frac{1}{\sqrt{2}} \chi((S_2 S_2) S_\alpha=0) \\ &\chi((T_2 T_2) T_\alpha=0) \sum_{n_d N_d \Lambda_d J_d} \langle n_d \Lambda_d, N_d \Lambda_d; 0 | 01, 01; 0 \rangle U(\Lambda_d \Lambda_d 11, 0 J_d^1) \\ &\left\{ \phi_{N_d \Lambda_d}^0 \left(\left(\frac{2}{3} \eta \right)^{1/2} \vec{\rho} \right) \left[\phi_{n_d \Lambda_d}^0 \left(\left(\frac{1}{2} \eta \right)^{1/2} \vec{r}_d \right) \chi(S_d=1) \right]^{J_d^1=1} \right\}_{M_{Li}}^{J-1} \chi(T_d=0) \end{aligned} \quad (4.4)$$

donde \vec{r}_d es la distancia entre los dos nucleones que se encuentran en la capa p. Se ha hecho uso de los paréntesis de transformación ²⁷⁾ y de las funciones $\phi_{n\lambda}^m(\eta^{1/2} r)$ del oscilador armónico, con η el parámetro de tamaño del ${}^6\text{Li}$; \vec{r}_{ij} y \vec{R} son las distancias entre el nucleón i y el j , y entre el par (1,2) y (3,4) respectivamente. Con $\chi(S)$ y $\chi(T)$ indicamos las funciones de onda del spin e isospin respectivamente.

Efectuando la integral (4.2) sobre todas las coordenadas excepto $\vec{\rho}$ y \vec{R} , se obtiene:

$$\begin{aligned} S(\vec{\rho}, \vec{R}) &= \delta_{T_i, T_f} \delta_{M_{Li}, M_{Lj}} \sum_{L M_L} \langle J_f L M_{J_f} M_L | J_i M_{J_i} \rangle f(\vec{\rho}) V(\rho) \\ &\cdot \sum_N G_{NL}(K; J_i T_i \pi_f K_f J_f T_f) \phi_{NL}^{M_L}(2\nu^{1/2} \vec{R}) \end{aligned} \quad (4.5)$$

donde

$$f(\vec{\rho}) = \sum_{n_d N_d} [n_d 0, N_d 0; 0 1 0 1, 0 1; 0] \phi_{00}^0 \left(\frac{2}{3} \eta^{1/2} \vec{\rho} \right) \phi_{00}^0 \left(\frac{2}{3} \sqrt{2} \eta^{1/2} \vec{\rho} \right) \quad (4.5a)$$

$$G_{NL}(K_i J_i T_i T_f K_f J_f T_f) = \frac{1}{\sqrt{2} \hat{L}} \sum_i (-)^{L+\Lambda_2+J_{12}+1} i^{\ell_1+\ell_2+\ell_3+\ell_4-L} \\ \frac{\hat{J}_{12} \hat{J}_{34}}{\hat{S}_2^2} U(J_{12} J_{34} \Lambda_1 \Lambda_2; L S_2) \begin{pmatrix} \ell_1 & \ell_2 & \Lambda_1 \\ \ell_2 & \ell_2 & S_2 \\ j_1 & j_2 & J_{12} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell_3 & \ell_4 & \Lambda_2 \\ \ell_2 & \ell_2 & S_2 \\ j_3 & j_4 & J_{34} \end{pmatrix} \quad (4.5b)$$

$$[J_1 0, N_1 \Lambda_1; \Lambda_1 | n_1 \ell_1, n_2 \ell_2; \Lambda_1] [J_2 0, N_2 \Lambda_2; \Lambda_2 | n_2 \ell_2, n_3 \ell_3; \Lambda_2]$$

$$[N_r 0, NL; L | N_1 \Lambda_1, N_2 \Lambda_2; L] \sum_{T_f K_f J_f T_f}^{K_i J_i T_i} (j_1 j_2 j_3 j_4 J_{12} J_{34} T_2 L)$$

Se han usado los coeficientes unitarios 9-j y la notación

$$\hat{L} = (2L+1)^{1/2}$$

$$[n_0, N\Lambda; \Lambda | n_1 \ell_1, n_2 \ell_2; \Lambda] = \langle n_0, N\Lambda; \Lambda | n_1 \ell_1, n_2 \ell_2; \Lambda \rangle \langle u_{00}(v^{1/2} r) | u_{00}(v^{1/2} r) \rangle$$

donde $u_{nl}(v^{1/2} r)$ son las funciones radiales del oscilador armónico, con v el parámetro de tamaño correspondiente al potencial producido por los A nucleones en el cual se mueven las partículas transferidas. La superposición de las funciones radiales con distinto parámetro de tamaño se calculan de acuerdo a ref 34).

La fase $i^{\ell_1+\ell_2+\ell_3+\ell_4-L}$ asegura que los paréntesis de transforma-

ción definidos en ref. 27) tengan las propiedades correctas en la convención de inversión temporal.

El coeficiente \mathcal{C}

$$\mathcal{C}_{\begin{smallmatrix} K_i J_i T_i \\ T_f K_f J_f T_f \end{smallmatrix}}^{K_i J_i T_i} (j_1 j_2 j_3 j_4 J_{12} J_{34} T_2 L) = \sum_{\Gamma' J' T'} U(\begin{smallmatrix} J_f J_{12} J_i J_{34} J' L \\ \Gamma' J' T' \end{smallmatrix}) U(\begin{smallmatrix} T_i T_2 T_f T_2 \\ T' 0 \end{smallmatrix}) \quad (4.6)$$

$$\langle \begin{smallmatrix} T_f K_f J_f T_f \\ j_1 j_2 j_3 j_4 J_{12} J_{34} T_2 \end{smallmatrix} | \Gamma' J' T' \rangle \langle \Gamma' J' T' | \begin{smallmatrix} K_i J_i T_i \\ j_3 j_4 J_{34} T_2 \end{smallmatrix} \rangle$$

puede ser pensado como un factor espectroscópico de cuatro partículas. Teniendo en cuenta la relación entre los coeficientes de parentesco fraccional y los elementos de matriz reducidos²⁹⁾, y utilizando las propiedades de los operadores tensoriales²⁸⁾ es posible escribir \mathcal{C} de una manera más compacta

$$\mathcal{C}_{\begin{smallmatrix} K_i J_i T_i \\ T_f K_f J_f T_f \end{smallmatrix}}^{K_i J_i T_i} (j_1 j_2 j_3 j_4 J_{12} J_{34} T_2 L) = \frac{1}{\hat{J}_i \hat{T}_i} \quad (4.7)$$

$$\langle K_i J_i T_i || \left[\frac{(a_{j_1}^+ a_{j_2}^+)^{J_{12} T_2}}{(1 + \delta_{j_1, j_2})^{1/2}} \frac{(a_{j_3}^+ a_{j_4}^+)^{J_{34} T_2}}{(1 + \delta_{j_3, j_4})^{1/2}} \right]^{L 0} || \begin{smallmatrix} T_f K_f J_f T_f \end{smallmatrix} \rangle$$

donde el operador a_j^+ crea una partícula en el estado $\{n, l, j, t = 1/2\}$ donde t es el isospin; el factor $(1 + \delta_{j_1, j_2})^{-1/2}$ asegura que los estados antisimétricos $(a_{j_1}^+, a_{j_2}^+)^{J_{12} T_2}$ están correctamente normalizados. La expresión (4.7) es útil cuando se puede conocer sin ambigüedades qué valores pueden adoptar los j_k .

Los estados de A partículas en el modelo de Nilsson, en la aproximación adiabática y con la convención de inversión temporal³²⁾ son:

$$|A, K J T M_J M_T\rangle = \frac{\hat{J}}{\sqrt{16 I^2 (1 + \delta_{K, 0})}} \left\{ \mathcal{D}_{M_J, K}^J(\Omega) \chi_K^{T, M_T}(\Lambda) + (-)^{J+K} \mathcal{D}_{M_J, -K}^J(\Omega) \chi_{\tilde{K}}^{T, M_T}(\Lambda) \right\} \quad (4.8)$$

donde las $D_{M_T, K}^J(\Omega)$ son las matrices de rotación de Wigner y $\chi_K^{T, M_T}(\Lambda)$ es la función de onda en el sistema de coordenadas intrínseco, girado un ángulo de Euler Ω con respecto al sistema de coordenadas del laboratorio.

$\chi_K^{T, M_T}(\Lambda)$ está definida por

$$\chi_K^{T, M_T}(\Lambda) = \left\{ |w_1 m_1 1/2\rangle |w_2 m_2 1/2\rangle \dots |w_A m_A 1/2\rangle \right\}_{M_T}^T$$

con la condición $\sum_{i=1}^A m_i = K$ (aproximación adiabática) y donde $|w m t(m_t)\rangle$ es el estado de Nilsson de partícula independiente en el potencial deformado con $w = [N, n_3, \Lambda]$ números cuánticos asintóticos y m la proyección sobre el eje z' del sistema de coordenadas intrínseco; t y m_t son los números cuánticos en el espacio de isospin. El estado de Nilsson $|w m t m_t\rangle$ puede ser expandido en función de los estados del oscilador armónico con buen número cuántico j y m ³³⁾

$$|w m t m_t\rangle = \sum_j C_{jm}^w |j m t m_t\rangle$$

La convención de inversión temporal implica

$$|w, -m, t, m_t\rangle = \sum_j C_{jm}^w (-)^{j+m} |j, -m, t, m_t\rangle \quad (4.9)$$

con $\chi_{\tilde{K}}^{T, M_T}$ indicamos el estado con proyección $-K$ construido con funciones que cumplen la relación (4.9).

En particular, para $K = 0$, $\chi_{\tilde{K}=0}^{T, M_T} = \chi_{K=0}^{T, M_T}$

Para calcular el coeficiente \mathcal{B} escrito como en (4.7), es conveniente rotar el operador $[]^{L_0}$ al sistema de coordenadas intrínseco utilizando las matrices de rotación $D_{M_i, M_f}^J(\Omega)$. Reemplazando luego los estados iniciales y finales definidos por (4.8) y recordando que $T_i = T_f = 0$ se obtiene:

$$\mathcal{L}^{K_f=0, J_f=0, T_f=0} \quad (j_1 j_2 j_3 j_4 \quad J_{12} J_{34} \quad T_2 \quad L \quad T_4=0) =$$

$$= \frac{\hat{J}_f}{\hat{J}_i} \langle L \quad J_f - K_f \quad K_f \mid \hat{J}_i \quad 0 \rangle \times \sum_{M_{J_{12}} M_{J_{34}} M_{T_2} m_1 m_2 m_3 m_4 m_{t_1} m_{t_2} m_{t_3} m_{t_4}}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{1+\delta_{K_f,0}} \sqrt{1+\delta_{j_1, j_2}} \sqrt{1+\delta_{j_3, j_4}}} \langle j_1 j_2 j_3 j_4 \quad M_{J_{12}} M_{J_{34}} \mid L - K_f \rangle \quad (4.10)$$

$$\langle T_2 \quad T_2 \quad M_{T_2} - M_{T_2} \mid 00 \rangle \langle j_1 j_2 \quad m_1 m_2 \mid \hat{J}_{12} \quad M_{J_{12}} \rangle \langle j_3 j_4 \quad m_3 m_4 \mid \hat{J}_{34} \quad M_{J_{34}} \rangle$$

$$\langle 1/2 \quad 1/2 \quad m_{t_1} m_{t_2} \mid T_2 \quad M_{T_2} \rangle \langle 1/2 \quad 1/2 \quad m_{t_3} m_{t_4} \mid T_2 - M_{T_2} \rangle \sum_{\omega_1 \omega_2 \omega_3 \omega_4}$$

$$C_{j_1 m_1}^{\omega_1} C_{j_2 m_2}^{\omega_2} C_{j_3 m_3}^{\omega_3} C_{j_4 m_4}^{\omega_4} \langle \chi_{K_f=0}^{T=0} (M_0) \mid a_{\alpha_1}^+ a_{\alpha_2}^+ a_{\alpha_3}^+ a_{\alpha_4}^+ \mid \chi_{K_f}^{T=0} (N_e) \rangle$$

donde $a_{\alpha_1}^+$ crea un estado de Nilsson ω_1 con proyección m_1 , isospin 1/2 y proyección m_{t_1} . Estos operadores aparecen al desarrollar los operadores $a_{j_1 m_1}^+$ del oscilador armónico (ya rotados al sistema intrínseco) en función de los operadores que crean estados de Nilsson.

Para las funciones intrínsecas con $K = 0$ del ^{24}Mg y ^{20}Ne , se supondrá que los nucleones llenan las órbitas de Nilsson hasta $|\omega m\rangle = |(211)3/2\rangle$ y $|(220)1/2\rangle$ respectivamente. Para el caso del ^{20}Ne con $K = 2^-$, se supondrá que sobre el estado fundamental se ha promovido un nucleón de la órbita $|(101)1/2\rangle$ a la $|(211)3/2\rangle$ a fin de obtener la proyección y paridad correctas.

En (4.10) puede observarse que \mathcal{L} puede ser escrito como el producto de dos factores, el primero dependiente de los momentos angulares totales

J_i , J_f , L y la proyección K_f , y el segundo dependiente de L y K_f solamente. Esta factorización puede ser mantenida en $G_{NL}(K_i; \bar{J}_i, \bar{J}_f; K_i, \bar{J}_f)$

$$G_{NL}(K_i; \bar{J}_i, \bar{J}_f; K_i, \bar{J}_f) = \frac{\hat{J}_f}{\hat{J}_i} \langle L J_i - K_f K_f | J_i 0 \rangle G_{NL}^{(\alpha)}(K_f) \quad (4.11)$$

donde $G_{NL}^{(i)}(K_f)$ queda definido por comparación entre (4.11) y (4.5b). Además en (4.11) se ha omitido el número cuántico \bar{J}_f pues para los estados considerados resulta redundante.

Reemplazando (4.11) en (4.5) se obtiene:

$$S(\vec{\rho}, \vec{R}) = S_{T_i, \bar{J}_f} S_{M_{L_i}, M_{L_f}} \sum_{LM_L} \langle J_i L M_{J_i} M_L | J_i M_i \rangle f(\vec{\rho}) v(\rho) \quad (4.12)$$

$$\frac{\hat{J}_f}{\hat{J}_i} \langle L J_i - K_f K_f | J_i 0 \rangle \sum_N G_{NL}^{(i)}(K_f) \phi_{NL}^{M_L}(2J^{1/2} \vec{R})$$

La función

$$F_L(2J^{1/2} \vec{R}) = \sum_N G_{NL}^{(i)} \phi_{NL}^{M_L}(2J^{1/2} \vec{R}) \quad (4.13)$$

es el factor de forma de la "partícula α " transferida, con momento angular L en el sistema de coordenadas del laboratorio. Dado que para $J_i = 0$, $\langle L J_i - K_f K_f | J_i 0 \rangle \frac{\hat{J}_f}{\hat{J}_i} = (-)^{J_i + K_f}$, se ve que, salvo una fase, $F_L(2J^{1/2} \vec{R})$ corresponde al factor de forma usual en DWBA que conecta el estado fundamental del blanco con el estado final del núcleo residual.

4.2 Esquema SU(3)

El cálculo de $S(\vec{\rho}, \vec{R})$ seguirá los lineamientos generales de la sección anterior, describiendo ahora los estados del blanco y núcleo residual con funciones de onda correspondientes al esquema SU(3). Consideraremos las k partículas que se encuentren en la capa s-d del oscilador armónico sin

interacción spin-órbita, con $k = 8$ para el ^{24}Mg y $k = 4$ para el ^{20}Ne .

Utilizaremos el acoplamiento L-S, donde S y L son el spin y momento angular totales respectivamente. En la capa s-d, el número de estados orbitales de partícula independiente es $n = 6$. Clasificamos los $d = n^k$ estados de k partículas de acuerdo al grupo de simetrías S_k , perteneciendo cada estado a alguna partición $[f] \equiv [f_1 f_2 f_3 \dots]$, con $f_1 \geq f_2 \geq f_3 \dots$ y $f_1 + f_2 + f_3 + \dots = k$. Dicha partición puede ser ilustrada utilizando el tablero de Young, que tiene f_i cuadrados en la i -ésima fila. Por ejemplo si $k = 3$ las particiones posibles son:

$$[3] = \begin{array}{|c|c|c|} \hline \square & \square & \square \\ \hline \end{array} \quad [21] = \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \square & \\ \hline \end{array} \quad [111] = \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array}$$

Los estados que pertenezcan a las particiones $[3]$ ó $[111]$ son totalmente simétricos o antisimétricos respectivamente, mientras que los que pertenezcan a $[21]$ tienen simetría intermedia. La construcción de estados que pertenezcan a una dada partición $[f]$ puede hacerse, por ejemplo, utilizando los operadores de Young (Apéndice B).

Si en el espacio orbital las funciones de k partículas tienen simetría $[f]$, en el espacio de spin-isospin deben tener simetría $[\hat{f}]$ (donde $[\hat{f}]$ significa intercambiar las filas por las columnas en el tablero de Young $[f]$), puesto que es la única manera de obtener una función $\psi([f])$ totalmente antisimétrica en el espacio orbital-spin-isospin. Usualmente, en $\psi([f])$ no se indica la partición $[\hat{f}]$ pues queda determinada por $[f]$.

Las transformaciones unitarias entre los n estados de partícula independiente forman el grupo U_n e inducen transformaciones entre las $d=n^k$ funciones de k partículas. Se puede demostrar^{18,21)} que los elementos de U_n actúan solamente entre estados que tienen la misma simetría $[f]$ con respecto al grupo de simetría S_k , y que la partición $[f]$ es suficiente para caracterizar a las representaciones irreducibles de U_n . La clasificación

de acuerdo al grupo $SU(3)$ puede hacerse simultáneamente con la clasificación $[f]$ de U_n , ya que $SU(3)$ es un subgrupo de U_n . Si las funciones de partícula independiente se dan en una base cartesiana (caracterizando cada función por el número de cuantos en la dirección x , y ó z), $SU(3)$ clasifica a la función de k partículas de acuerdo a la simetría de sus cuantos. Dado que los cuantos pueden crearse únicamente en tres direcciones, (x , y ó z) no pueden construirse estados totalmente antisimétricos de más de tres cuantos. Es decir, el tablero de Young correspondiente a $SU(3)$ no podrá tener más de tres filas o, equivalentemente, la partición $(P) \equiv (P_1 P_2 P_3)$ más de tres números, con $p_1 + p_2 + p_3 =$ número total de cuantos. Además, las funciones que pertenecen a representaciones descritas por tableros de Young que difieran únicamente en el número de columnas completas (de tres cuadrados), pertenecen a la misma representación de $SU(3)$, por lo que es suficiente utilizar solamente dos números para caracterizarlas. Siguiendo la notación de ref. 21), definimos $\lambda = (p_1 - p_2)$ y $\mu = (p_2 - p_3)$. Cabe destacar que la clasificación de acuerdo a $SU(3)$ puede hacerse sin utilizar las funciones de partícula independiente en la base cartesiana ¹⁸⁾.

Las funciones $\psi([f](\lambda\mu))$ pueden ser clasificadas ahora de acuerdo al grupo ortogonal R_3 a fin de obtener los estados con momento angular L definido. Estos estados están totalmente degenerados en energías, puesto que han sido construídos con funciones base que pertenecen a la misma capa del oscilador armónico. La consideración de un Hamiltoniano efectivo H_{efec} permite romper esta degeneración.

Es útil considerar H_{efec} de la forma (4.14) que permite la clasificación exacta de las funciones de la manera ya descrita.

$$H_{efec} = a M + \frac{b}{4} (Q \cdot Q) \quad (4.14)$$

donde $M = \sum_{i>j} P_{ij}$ es el operador de Majorana y Q el operador cuadrupolar.

El valor de espectación $\langle M \rangle$ del operador de Majorana depende únicamente de la partición $[f]$ y puede ser interpretado como el número de partículas simétricas menos el número de pares antisimétricos. Así, si el valor de \underline{a} es negativo, los estados de más baja energía serán los que pertenezcan a la partición $[f]$ con mayor simetría, como corresponde a cualquier potencial central.

Por otra parte, el valor de expectación $\langle Q.Q \rangle$ de las fuerzas de largo alcance es:

$$\langle Q.Q \rangle = b \left\{ [\lambda^2 + \mu^2 + \lambda\mu + 3\lambda + 3\mu] - \frac{3}{4} L(L+1) \right\}$$

Si b es negativo, los estados de menor energía serán los que tengan mínimo L y máximo λ y μ , es decir, los que tengan mayor simetría en los cuantos del oscilador armónico. Además, puede verse la secuencia de niveles típica de las bandas rotacionales, cuyas energías son proporcionales a $L(L+1)$. Así, el esquema $SU(3)$ exhibe simultáneamente los aspectos colectivos y de partícula independiente de los estados nucleares.

Se supondrá por el momento que el ^{24}Mg se encuentra en el estado fundamental 0^+ y el ^{20}Ne en cualquier estado $J^\pi = 0^+, 2^+, 4^+, 6^+$ u 8^+ de la banda rotacional con $K^\pi = 0^+$.

En ref. 18,21) se establece que las funciones de onda correspondientes a los estados mencionados son:

$$^{24}\text{Mg} : \psi([44](84) K_i=0 L_i=0 S_i=0 T_i=0 M_{L_i}=M_{S_i}=M_{T_i}=0)$$

$$^{20}\text{Ne} : \psi([4](80) K_f=0 L_f S_f=0 T_f=0 M_{L_f} M_{S_f}=M_{T_f}=0)$$

Como en el caso de Nilsson, expandimos $\psi(A+4)$ en función de $\psi(A)$ y $\psi(4)$ en términos de una cadena de coeficientes de parentesco fraccional de dos partículas, pero ahora los estados intermedios y los estados de dos partí-

culas deben pertenecer a la clasificación del esquema SU(3). En particular, de las dos posibles particiones [f] para dos partículas ([2] y [11]) se tendrá en cuenta únicamente la [2] (totalmente simétrica), puesto que es la única que puede conectar las particiones [4] con [44] a través de la cadena:

$$[4] \otimes [2] = [42] + \dots \quad \text{y} \quad [42] \otimes [2] = [44] + \dots$$

donde \otimes indica el producto externo de representaciones.

Asimismo, los estados intermedios pertenecerán únicamente a la partición [42]. Argumentos similares permiten establecer qué representaciones $(\lambda'\mu')$ intermedias pueden conectar el estado inicial con el final. En este caso hay varias posibilidades, dependiendo del $(\lambda\mu)_2$ correspondiente a la partición [2] de dos partículas. En particular, hay dos representaciones $(\lambda'\mu') = (44)$ que pertenecen a la partición [42], por lo que en este caso es necesario utilizar un número cuántico adicional γ para especificar los estados intermedios

Los coeficientes de parentesco fraccional fueron calculados por M. Chandler ¹⁵⁾. En el Apéndice B se indica cómo se calculó uno de ellos, a fin de establecer las convenciones usadas en ref. 15).

Podemos calcular ahora $S(\vec{\rho}, \vec{R})$, usando para el deuterón y ${}^6\text{Li}$ las mismas funciones que en la sección anterior, obteniéndose una expresión similar a (4.5) si reemplazamos el factor $G_{NL}(K_i, J_i, T_i, T_f, K_f, J_f, T_f)$ por el equivalente $G_{NL}^{SU(3)}(K_i, J_i, T_i, T_f, K_f, J_f, T_f)$. Recordemos que en SU(3) se ha calculado el caso $K_i = K_f = T_i = T_f = 0$, $J_i = 0$ y $L = J_f$, es decir se han considerado solamente las transiciones del estado fundamental del blanco a algún estado J_f de la banda rotacional con $K^\pi = 0^+$ del núcleo residual.

$$G_{NL}^{SU(3)} (K_i = K_f = J_i = 0 \quad J_f = L) = \sqrt{6} \sum_{\gamma' (\lambda' \mu')} K' L_2 L_2 n_2 N_2 n_2' N_2' N_f \nu_1 \ell_1 \nu_2 \ell_2 \nu_3 \ell_3 \nu_4 \ell_4$$

$$\langle \psi(\gamma' [f'] (\lambda' \mu') K' L_2 (S_2 T_2)) | \psi(\ell_3 \ell_4 L_2) | \psi([44] (34) K_i = 0 L_i = 0 (S_i = 0 T_i = 0)) \rangle$$

$$\langle \psi([4] (30) K_f = 0 L_f (S_f = 0 T_f = 0)) | \psi(\ell_1 \ell_2 L_2) | \psi(\gamma' [f'] (\lambda' \mu') K' L_2 (S_2 T_2) \rangle \quad (4.15)$$

$$[n_2 0, N_2 L_2, L_2 | \nu_1 \ell_1 \nu_2 \ell_2, L_2] [n_2' 0, N_2' L_2', L_2 | \nu_3 \ell_3 \nu_4 \ell_4, L_2] (-)^{L_2+1} \hat{L}_2$$

$$[N_f 0, N L_f, L_f | N_2 L_2, N_2' L_2', L_f] (\langle L_f L_2 0 0 | L_2' 0 \rangle)^{-1} i^L$$

donde se ha usado ²⁰⁾:

$$\psi(A = 2 [2] (\lambda' \mu')_2 L_2 S_2 T_2) = \sum_{\ell_1 \ell_2} C_{\ell_1 \ell_2}^{[2] (\lambda' \mu')_2 L_2} \psi(\ell_1 \ell_2 L_2) \chi(S_2 T_2) \quad (4.16)$$

y (B-4), que relaciona los elementos de matriz con los coeficientes de parentesco fraccional. Dado que los coeficientes $C_{\ell_1 \ell_2}^{[2] (\lambda' \mu')_2 L_2}$ y $C_{\ell_3 \ell_4}^{[2] (\lambda' \mu')_2 L_2}$ aparecen dos veces cada uno (al desarrollar la función de dos partículas y al calcular los elementos de matriz), en 4.15 hemos hecho uso de

$$\sum_{\ell_1 \ell_2} C_{\ell_1 \ell_2}^{[f_2] (\lambda' \mu')_2 L_2} C_{\ell_1' \ell_2'}^{[f_2] (\lambda' \mu')_2 L_2} = \delta_{\ell_1, \ell_1'} \delta_{\ell_2, \ell_2'}$$

es decir se ha reemplazado la sumatoria sobre los estados de dos partículas $[f_2] (\lambda' \mu')_2$ por la sumatoria sobre ℓ_1 y ℓ_2 , recordando que en nuestro caso únicamente contribuirán los estados pertenecientes a la partición $[f_2] = [2]$. Además, se ha efectuado la suma sobre $S_2 + T_2 = 1$, puesto que los elementos de matriz que figuran en (4.15) para $S_2 = 0 \quad T_2 = 1$ y para $S_2 = 1$ y $T_2 = 0$ son iguales, salvo una fase. Por esa razón figuran

entre paréntesis los números cuánticos correspondientes a S y T.

El valor de $G_{NL}^{SU(3)}$ debe ser comparado con el obtenido con el modelo de Nilsson para los mismos estados iniciales y finales. Escribiendo (4.11) para $K_f = K_i = J_i = 0$

$$G_{NL}^{Nilsson} (K_i=0, J_i=0, K_f=0, J_f=L) = (-)^{J_f} G_{NL}^{(i) Nilsson} (K_f=0)$$

vemos que $G_{NL}^{SU(3)}$ se corresponde con $G_{NL}^{(i) Nilsson} (K_f=0)$, puesto que J_f es par. Dado que ambos modelos son de alguna manera "equivalentes", en el sentido que describen los estados rotacionales por medio de funciones de onda intrínsecas (χ_K^{T, M_T} en Nilsson, $\phi_{\Omega}([f](\lambda\mu))$ en $SU(3)$) que luego son proyectadas al sistema de coordenadas del laboratorio con momento angular total J bien definido (Apéndice B), podemos generalizar $G_{NL}^{SU(3)}$ y formalmente escribir:

$$G_{NL}^{SU(3)} (K_i=0, J_i, K_f=0, J_f) = \frac{\Lambda}{J_i} \langle L, J_f, 0, 0 | J, 0 \rangle G_{NL}^{(i) SU(3)} (K_f=0)$$

donde $G_{NL}^{(i) SU(3)} (K_f=0)$ corresponde a (4.15).

Los valores de $G_{NL}^{(i) Nilsson}$ y $G_{NL}^{(i) SU(3)}$ figuran en la Tabla 1.

TABLA 1

K_f^π	L	N	Nilsson	SU(3)	
0^+	0	0	0.00151	0.00780	
		1	0.02021	0.00434	
		2	0.1108	0.06556	
		3	0.2792	0.0495	
		4	0.2688	0.2584	
	2	0	-0.00605	-0.00043	
		1	-0.03967	-0.01223	
		2	-0.1080	0.01935	
		3	-0.1086	0.02228	
	4	0	-0.0877	0.00485	
		1	-0.3058	-0.0736	
		2	-0.3464	-0.2654	
	6	0	0.035	-0.01248	
		1	0.053	-0.14127	
	8	0	-	0.18687	
	2^-	3	0	0.1601	
			1	0.6166	
2			0.7593		

5. ANALISIS DWBA.

La sección eficaz diferencial para la reacción $(d, {}^6\text{Li})$ está dada por:

$$\frac{d\sigma}{d\omega} = \frac{m_d^* m_{Li}^*}{(2\pi\hbar)^2} \frac{k_{Li}}{k_d} \frac{1}{(\bar{J}_i \bar{J}_{Li})^2} \sum_{M_{J_i} M_d M_{J_f} M_{Li}} |T_{d, {}^6\text{Li}}|^2 \quad (5.1)$$

donde m^* es la masa reducida y $k_i = \frac{(2m_i E_i)^{1/2}}{\hbar}$, el número de onda. Se ha efectuado el promedio sobre los estados iniciales y sumado sobre los finales.

En el formalismo DWBA la amplitud de la reacción es:

$$T_{d, {}^6\text{Li}} = \langle \phi^{(-)}(\vec{k}_b, \vec{r}_b) \psi_{Li}(\bar{J}_{Li} T_{Li} M_{Li} 0) \psi_{Ne}(\bar{T}_f k_f \bar{J}_f T_f M_{J_f} M_{T_f}) | V(\rho) | \psi_{Mg}(\bar{T}_i k_i \bar{J}_i T_i M_{J_i} M_{T_i}) \psi_d(\bar{J}_d T_d M_{J_d} 0) \phi^{(+)}(\vec{k}_a, \vec{r}_a) \rangle \quad (5.2)$$

donde las funciones internas ψ fueron definidas en la sección 4; $V(\rho)$ es el potencial de interacción; $\phi^{(+)}(\vec{k}_a, \vec{r}_a)$ y $\phi^{(-)}(\vec{k}_b, \vec{r}_b)$ son las funciones de onda distorsionadas entrantes y salientes correspondientes al deuterón y ${}^6\text{Li}$ respectivamente.

Como es usual, $\phi^{(+)}(\vec{k}_a, \vec{r}_a)$ se expande en ondas parciales y la parte radial de cada onda es $u_l(r_a)/r_a$, donde $u_l(r_a)$ cumple:

$$\left(\frac{d^2}{d\varepsilon_a^2} - \frac{l(l+1)}{\varepsilon_a^2} - \frac{1}{\varepsilon_a} V(r_a) + 1 \right) u_l(r_a) = 0 \quad (5.3)$$

con $\varepsilon_a = k_a r_a$; $V(r_a)$ es el potencial óptico que describe correctamente la dispersión elástica del deuterón por el ${}^{24}\text{Mg}$ a la energía incidente, definido en (C-1) con R y \bar{R} independientes de los ángulos θ y ϕ .

La función de onda saliente cumple:

$$\phi^{(-)*}(\vec{k}_b, \vec{r}_b) = \tau \phi^{(+)}(\vec{k}_b, \vec{r}_b) = \phi^{(+)}(-\vec{k}_b, \vec{r}_b)$$

donde τ es el operador inversión temporal y $\phi^{(+)}(\vec{k}_b, \vec{r}_b)$ se obtiene como en

(5.3), con $V(r_b)$ el potencial óptico correspondiente a la dispersión elástica del ${}^6\text{Li}$ por el ${}^{20}\text{Ne}$ a la energía saliente.

En (5.2) podemos reemplazar las funciones de onda internas por $S(\vec{\rho}, \vec{R})$ y hacemos la aproximación de rango cero, es decir

$$V(\rho) = D_0 \delta(\rho)$$

lo que implica que únicamente se producirá transferencia cuando los centros de masa del deuterón y de la "partícula α " coincidan. D_0 es una constante que tiene en cuenta la intensidad de la interacción, y puede ser tomada como un factor de normalización general junto con el valor que adopte $f(\rho = 0)$.

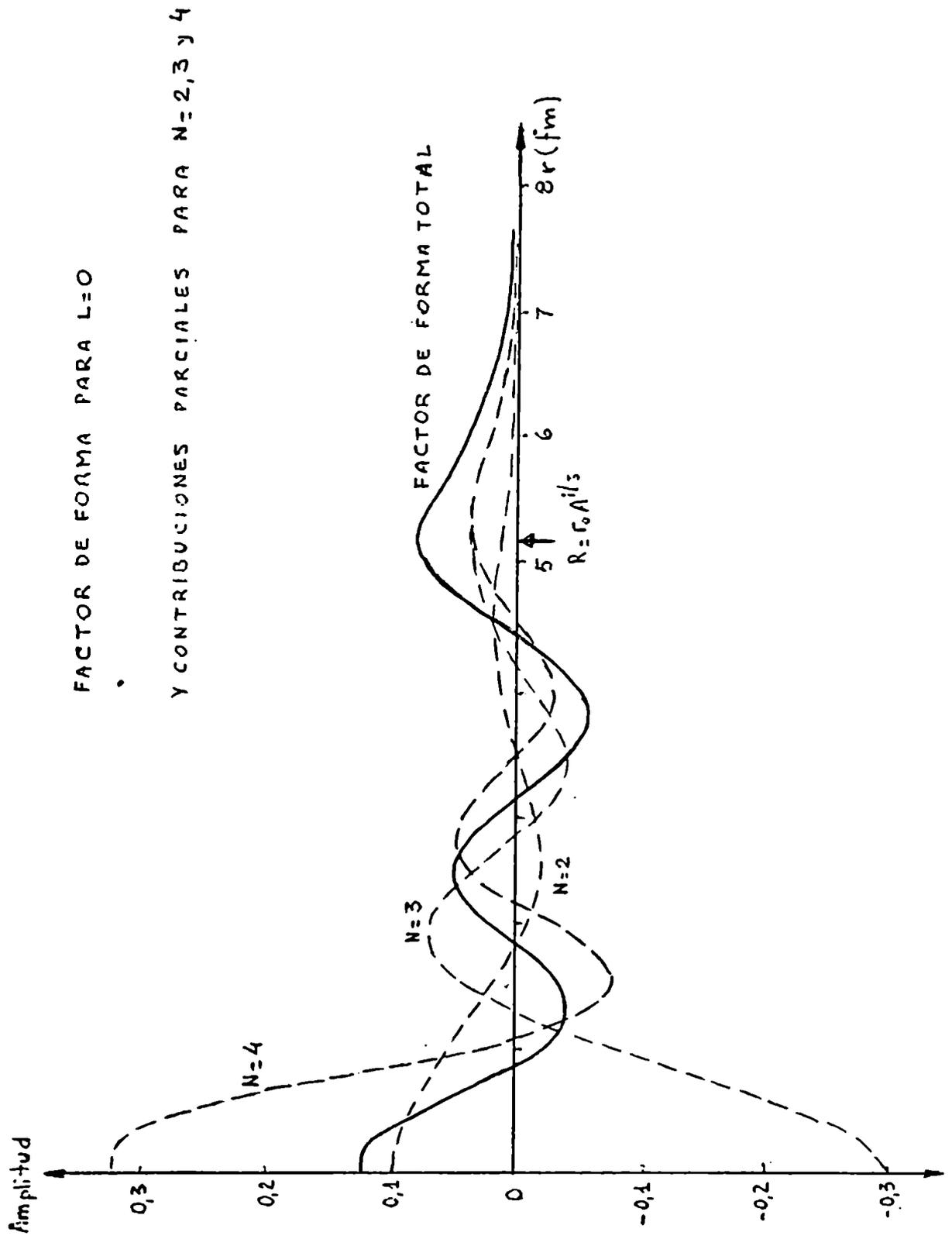
La aproximación de rango cero en DWBA implica que si el producto de las paridades de los estados inicial y final es distinto de $(-)^L$, $S(0, \vec{R}) \equiv 0$.

En la sección 4.1 se ha definido el factor de forma como:

$$F_L(2\nu^{1/2}R) = \sum_N G_{NL}^{(i)}(K_i) \phi_{NL}(2\nu^{1/2}R) \quad (5.4)$$

donde $\phi_{NL}(2\nu^{1/2}R)$ es una función radial del oscilador armónico. Como la integral (5.2) es muy dependiente de la forma de esta función en la superficie del núcleo, podemos obtener una mejora importante si la reemplazamos por una función con el mismo número de modos N que satisfaga un potencial de Wood-Saxon, cuya profundidad se ajusta de manera que el estado quede ligado a una energía igual a la energía de ligadura de una partícula α en el ${}^{24}\text{Mg}$. Los códigos usuales DWBA tienen la facilidad de generar la función $\phi_{NL}(2\nu^{1/2}R)$; en nuestro caso se utilizó el programa DWUK Modificación Bs. As., que además realiza la suma (5.4). En la figura 27 puede observarse el factor de forma para $L = 0$ y las contribuciones parciales para $N = 2, 3$ y 4 . No se dibujaron las correspondientes a $N = 0$ y 1 por ser su amplitud muy pequeñas. Se puede observar la interferencia constructiva en $r \sim r_0 A^{1/3}$ y la destructiva en $r \sim 0$. Si bien este programa puede ser utilizado para calcular la sección eficaz (5.1) con el formalismo DWBA, se ha preferido

FIG. 27



calcular solamente el factor de forma y usar el código MARS (que calcula CCBA) como DWBA, a fin de comparar correctamente ambos formalismos. Los parámetros adoptados para los potenciales ópticos de entrada y salida y para el factor de forma que figuran a continuación son usados en ref. 13).

	<u>d</u>	<u>⁶Li</u>	Factor de Forma
V (MeV)	105.	190.	Ajustado
r ₀ (fm)	1.02	1.02	1.9
a (fm)	0.86	0.89	0.6
4W _D (MeV)	80.	47.32	
r ₁ (fm)	1.42	1.95	
a ₁ (fm)	0.65	0.55	
V _{S0} (MeV)	0.	0.	
r _{0c} (fm)	1.3	2.5	1.9

Los valores inusualmente grandes de r_{0c} y r₁ para el potencial óptico del canal de salida tienen en cuenta de alguna manera el tamaño del ⁶Li. Dado que la distancia de "contacto" es R_c = r_{0c} (A^{1/3} + a^{1/3}), donde A y a son la masa del núcleo dispersor y proyectil respectivamente, y que los códigos usuales usan la relación R_c = r_{0c} A^{1/3}, la exclusión del término a^{1/3} se compensa con el aumento en el valor de r_{0c}. Argumentos similares explican el valor de r₁ y los correspondientes al factor de forma. Sin embargo, en el pozo real del canal de salida, se utiliza un radio r₀ cuyo valor es el usual en el caso de proyectiles "puntuales".

Ello es debido a que existe una compensación entre el radio r₀ y la profundidad del pozo V₀. En particular, si la forma del potencial real fuese cuadrada, todos los que tengan el mismo valor de C = V₀r₀ darán exactamente la misma forma en sección eficaz para la dispersión elástica.

Los resultados del análisis DWBA con los parámetros ópticos mencionados anteriormente pueden verse en la fig. 28. La forma de las distribuciones

Analysis DWBA

SU(3)

Nilsson ———

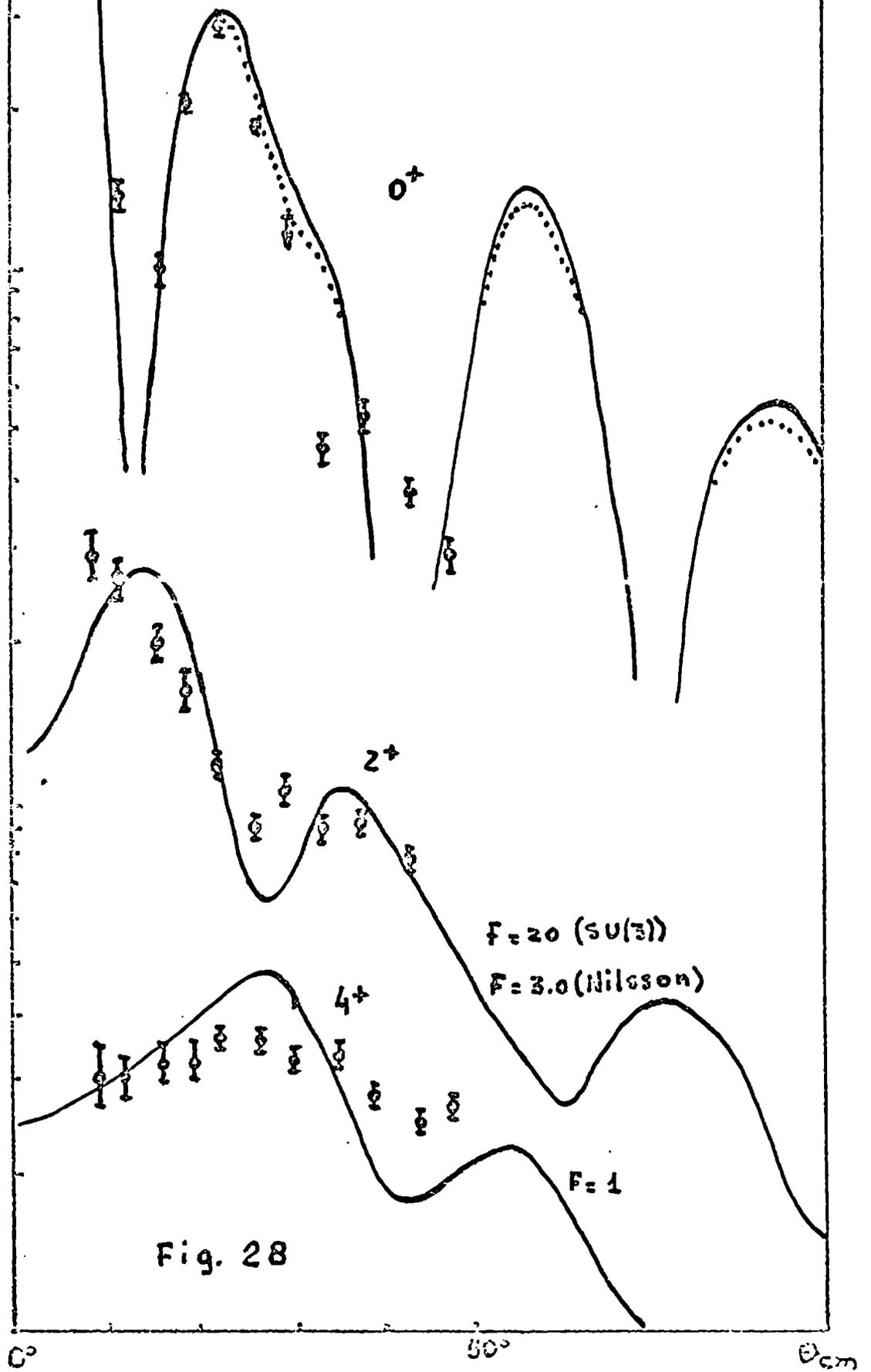


Fig. 28

angulares de los niveles 2^+ y 4^+ son prácticamente iguales para ambos modelos (SU(3) y Nilsson) y las del 0^+ ligeramente diferentes. Esta semejanza se debe a que, si bien los factores de forma $F_L^{SU(3)}(R)$ y $F_L^{Nilsson}(R)$ pueden ser muy diferentes en el interior del núcleo (debido a las distintas interferencias de las contribuciones parciales $G_{NL}^{(i)} \phi_{NL}(R)$ en cada modelo), en la superficie nuclear dichas contribuciones parciales actúan coherentemente (fig. 27), por lo que $F_L^{SU(3)}(R)$ y $F_L^{Nilsson}(R)$ tendrán una dependencia radial semejante, difiriendo fundamentalmente en un factor de normalización. Por otra parte, dado que en reacciones directas la transferencia de nucleones se produce principalmente en la superficie nuclear, las distribuciones angulares tendrán formas similares, independientemente del modelo nuclear adoptado. Este resultado, conocido en el caso de transferencia de una partícula, puede en principio aplicarse a la reacción $(d, {}^6\text{Li})$, pero no se encuentra una relación simple entre los $G_{NL}^{(i)}$ y el equivalente del factor espectroscópico.

La concordancia entre el análisis DWBA y los datos experimentales no es muy buena, puesto que en general no se consigue reproducir la forma de las distribuciones angulares para los niveles excitados del ${}^{20}\text{Ne}(2^+, 4^+ \text{ y } 3^-)$. Además, la intensidad relativa del 2^+ es muy inferior a la experimental en ambos modelos. En la fig. 28 se ha dibujado la distribución angular DWBA del 2^+ multiplicada por un factor $F = 3$ en el caso de Nilsson y $F = 20$ en el de SU(3); este último valor indica que el esquema SU(3) no es adecuado para describir la reacción ${}^{24}\text{Mg}(d, {}^6\text{Li}){}^{20}\text{Ne}$.

En el caso del 3^- (calculado únicamente con el modelo de Nilsson), la intensidad relativa es superior a la experimental en un factor 2 (fig. 39).

En conclusión, el análisis DWBA no reproduce las formas de las distribuciones angulares ni las intensidades relativas de los niveles 2^+ y 3^- para los modelos considerados.

6. ANALISIS CCBA

En el formalismo CCBA la sección eficaz diferencial está dada por (5.1), pero ahora la amplitud de dispersión T está definida por:

$$T = \langle \Psi^{(-)}(\vec{k}_b, I_b M_b, S_b m_b) | V(\rho) | \Psi^{(+)}(\vec{k}_a, I_a M_a, S_a m_a) \rangle \quad (6.1)$$

donde $\Psi^{(+)}(\vec{k}_a, I_a M_a, S_a m_a)$ corresponde a la definición (C-8) y

$$\begin{aligned} \Psi^{(+)*}(\vec{k}_b, I_b M_b, S_b m_b) &= \hat{C} \Psi^{(+)}(\vec{k}_b, I_b M_b, S_b m_b) = \\ &= (-)^{I_b + M_b + S_b + m_b} \Psi^{(+)}(-\vec{k}_b, I_b - M_b, S_b - m_b) \end{aligned} \quad (6.2)$$

donde \hat{C} es el operador inversión temporal.

Reemplazando (C-8) en (6.1), utilizando (6.2) y la definición del coeficiente de estructura $S(\vec{\rho}, \vec{R})$ se obtiene:

$$\begin{aligned} T &= \frac{\sqrt{4\pi}}{k_a k_b} \frac{M_a}{M_b} f(0) \sqrt{3} \sum_{J} \langle j_a I_a m_a M_a | J(M_a + m_a) \rangle \langle l_a s_a c m_a | j_a m_a \rangle * \\ & \quad \times \langle l_b s_b m m_b | j_b(M_a - M_b + m_a) \rangle \langle j_b I_b(M_a + m_a - m_b) M_b | J(M_a + m_a) \rangle * \\ & \quad \times (-)^{\frac{|m| + m}{2}} \left[\frac{(l_b - |m|)!}{(l_b + |m|)!} \right]^{1/2} P_{l_b}^{|m|}(\cos \theta_b) \hat{S} \hat{J} (\hat{l}_a' \hat{l}_b')^2 \hat{J}_a' \hat{J}_b' \hat{I}_b' * \\ & \quad \times (-)^{s_a + s_b + j_a' + J - s - l - I_a'} \hat{J} (\hat{l}_a' \hat{l}_b')^2 \hat{J}_a' \hat{J}_b' \hat{I}_b' * \\ & \quad \times \int dR \mu_{I_b' l_b' j_b', I_b l_b j_b}^J(R) F_e^{(k_b)}(20^{1/2} R) \mu_{I_a' l_a' j_a', I_a l_a j_a}^J \left(\frac{M_b}{M_a} R \right) \end{aligned} \quad (6.3)$$

con $m = M_a + m_a - M_b - m_b$

y donde se ha utilizado la aproximación de "rango cero".

Las funciones $\mu_{I_a' l_a' j_a', I_a l_a j_a}^J(R)$ y $\mu_{I_b' l_b' j_b', I_b l_b j_b}^J(R)$ son las

correspondientes a la solución de canales acoplados a la entrada y salida respectivamente, y están definidos en el Apéndice C. El factor de forma $F_{\ell}^{(K_b)}(z\sqrt{2}R)$ está definido en (4.13) y calculado como se indica en la sección 5. En este caso particular, el superíndice (K_b) puede ser eliminado, ya que si $K_b = 0$, $\ell = 0, 2, 4$ ó 6 y $F_{\ell}(z\sqrt{2}R)$ conecta estados entre la banda rotacional del núcleo blanco con los estados rotacionales con $K_b^{\pi} = 0^+$ del núcleo residual. Si $K_b = 2$, $\ell = 3$ y $F_{\ell}(z\sqrt{2}R)$ conecta los mismos estados del núcleo blanco con los estados de la banda con $K_b^{\pi} = 2^-$ del ^{20}Ne .

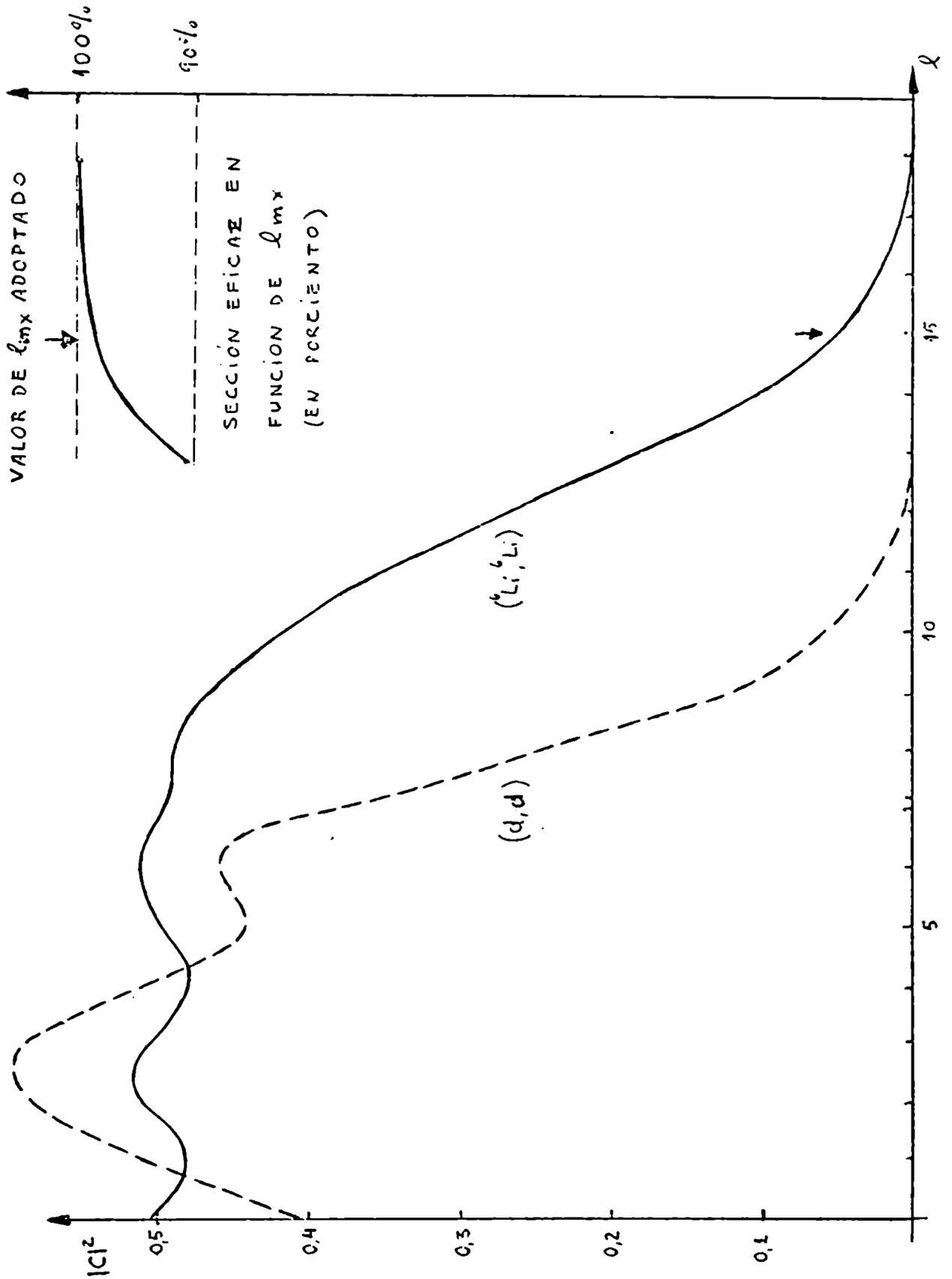
El cálculo de (6.3) fue hecho utilizando el programa MARS³⁹⁾; dado que este programa fue desarrollado para leer factores de forma contruídos por el código TWO-PAR y para transferencias de 2 partículas, fue necesario analizarlo completamente a fin de comprobar si se adecuaba al caso presente. Se estableció que para núcleos rotacionales dicho código calcula (6.3) si $s_a = s_b = 0$. Si bien al calcular el factor de estructura $S(\vec{0}, \vec{R})$ se tuvo en cuenta que tanto el deuterón como el ^6Li tienen $s=1$, se consideró que tomar $s_d = s_{\text{Li}} = 0$ en (6.3) es una buena aproximación. Como consecuencia se reducen el número de ondas parciales $(I_n \ell_n j_n)$ acopladas para cada J , (Apéndice C), con la consiguiente reducción en el tiempo de computación, de por sí bastante elevado ($\sim 60'$ para el caso de 5 canales acoplados). Para minimizar en lo posible este tiempo, se determinó el valor mínimo para la onda parcial máxima $\ell_{\text{mx}} = \ell_{\text{amx}} = \ell_{\text{bmx}}$. Para ello se calculó la sección eficaz para el nivel 0^+ sin acoplamiento de canales para $\ell_{\text{mx}} = 13, 14, 15, 16$ y 18 y se observó la variación porcentual de algunos puntos de la distribución angular. Los resultados se muestran en la fig. 29 donde también se graficó la amplitud $|C|^2$ de la onda parcial de los canales de entrada y salida en función de ℓ . Finalmente se adoptó un $\ell_{\text{mx}} = 15$.

En el cálculo de las funciones radiales acopladas para los canales de entrada y salida se utilizaron los parámetros ópticos definidos en la sección anterior. En CCBA debe incluirse, además, dos parámetros extras

FIG 29

AMPLITUD $|C|^2$ DE LAS ONDAS PARCIALES

DE DISPERSIÓN ELÁSTICA DE ENTRADA Y SALIDA.



(β_2 y β_4) que miden la deformación cuadrupolar y hexadecapolar del núcleo "blanco". Para el canal de entrada se adoptaron los valores ⁴⁰⁾ $\beta_2=0.39$ y $\beta_4=0.0$ obtenidos mediante un análisis de canales acoplados de la reacción $^{24}\text{Mg}(\alpha, \alpha')^{24}\text{Mg}^*$, coincidiendo dichas deformaciones con experiencias (d,d') a 26 MeV realizadas anteriormente. Para el ^{20}Ne los valores de β_2 y β_4 varían dentro del 50% dependiendo del tipo de experiencia realizada. Sin embargo, hay coincidencia en que el ^{20}Ne posee una gran deformación hexadecapolar. En el presente caso existe una indeterminación adicional, debido a que se ha tomado un valor excesivamente grande del parámetro r_0 (discutido en la sección anterior) para tener en cuenta el "tamaño" del ^6Li . Dado que la "forma" del ^{20}Ne se describe mediante la relación

$$R(\vartheta) = R_0 + R_0 \sum_{\lambda} \beta_{\lambda} Y_{\lambda 0}(\vartheta) \quad R_0 = r_0 A^{1/3}$$

se deberían adoptar deformaciones "efectivas" que compensen el aumento en r_0 †.

 † Esta aproximación implica dar diferentes pesos a los acoplamientos correspondientes a los potenciales real, imaginario y coulombiano.

Por supuesto, lo ideal sería determinar los parámetros ópticos y los β_{λ} analizando la reacción $^{20}\text{Ne}(^6\text{Li}, ^6\text{Li}')^{20}\text{Ne}^*$ con un código de canales acoplados que tenga explícitamente en cuenta el tamaño del proyectil, pero lamentablemente no se ha encontrado en la literatura tal determinación. Por lo expuesto se estudió en el presente caso la influencia de los parámetros β_2 y β_4 del canal de salida en la reacción (d, ^6Li) para los estados residuales 0^+ , 2^+ y 4^+ del ^{20}Ne . Se acoplaron los niveles 0^+-2^+ y $0^+-2^+-4^+$ en los canales de entrada y salida respectivamente, y se incluyeron los factores de forma F_L^{Nilsson} (R) con $L=0, 2$ y 4 . No se incluyó el correspondiente a $L=6$ por considerarse su contribución despreciable y no se consideró el esquema SU(3) dado el valor excesivamente bajo del $F_L^{\text{SU}(3)}$ (R) con $L=2$.

Para el canal de entrada se adoptaron los valores de β_2 y β_4 ya

mencionados, mientras que para el de salida se tomó $\beta_2=0.35, 0.30, 0.26, 0.22, 0.18$ y 0.14 y se fijó $\beta_4=0.07$. La influencia de los distintos β_2 sobre los niveles 0^+ , 2^+ y 4^+ pueden verse en las figuras 30, 31 y 32 respectivamente.

En el 0^+ la influencia del β_2 no es muy grande sobre todo en los ángulos en donde existen puntos experimentales. Es interesante notar que la altura del primer máximo se mantiene dentro del 15%, lo que permite graficar las distribuciones de los niveles 2^+ y 4^+ con un solo factor de normalización para todos los valores de β_2 .

En la fig. 31 puede verse la drástica influencia del parámetro β_2 en la forma de la distribución angular del 2^+ . Si bien es difícil comparar las intensidades de las curvas cuando difieren demasiado de las distribuciones experimentales, se puede decir que no se aprecia una diferencia notable en las intensidades relativas para los diferentes β_2 .

En el caso del 4^+ , la influencia del β_2 es menor que en el 2^+ , tendiendo a atenuarse las oscilaciones a medida que aumenta la deformación. Puede estimarse que las intensidades relativas disminuyen un 25%.

En las figuras 33 y 34 pueden observarse los resultados obtenidos para $\beta_2=20$ y $\beta_4=0.03, 0.05, 0.07$ y 0.09 . No se graficaron las curvas correspondientes al 0^+ pues prácticamente no hay influencia del β_4 sobre dicho nivel.

En el 2^+ , la intensidad se mantiene aproximadamente constante, mientras que las formas son relativamente afectadas obteniéndose para $\beta_2=0.20$ y $\beta_4=0.09$ un ajuste muy bueno con la distribución experimental.

En el nivel 4^+ , la influencia del β_4 se traduce en un ligero cambio en la forma y en la intensidad relativa ($\sim 25\%$) no obteniéndose, para el valor de $\beta_2=0.20$, un mejor ajuste con los valores experimentales.

No se realizó una búsqueda exhaustiva de los mejores β_2 y β_4 (pues no se pretende determinar las deformaciones efectivas a través del

2^+

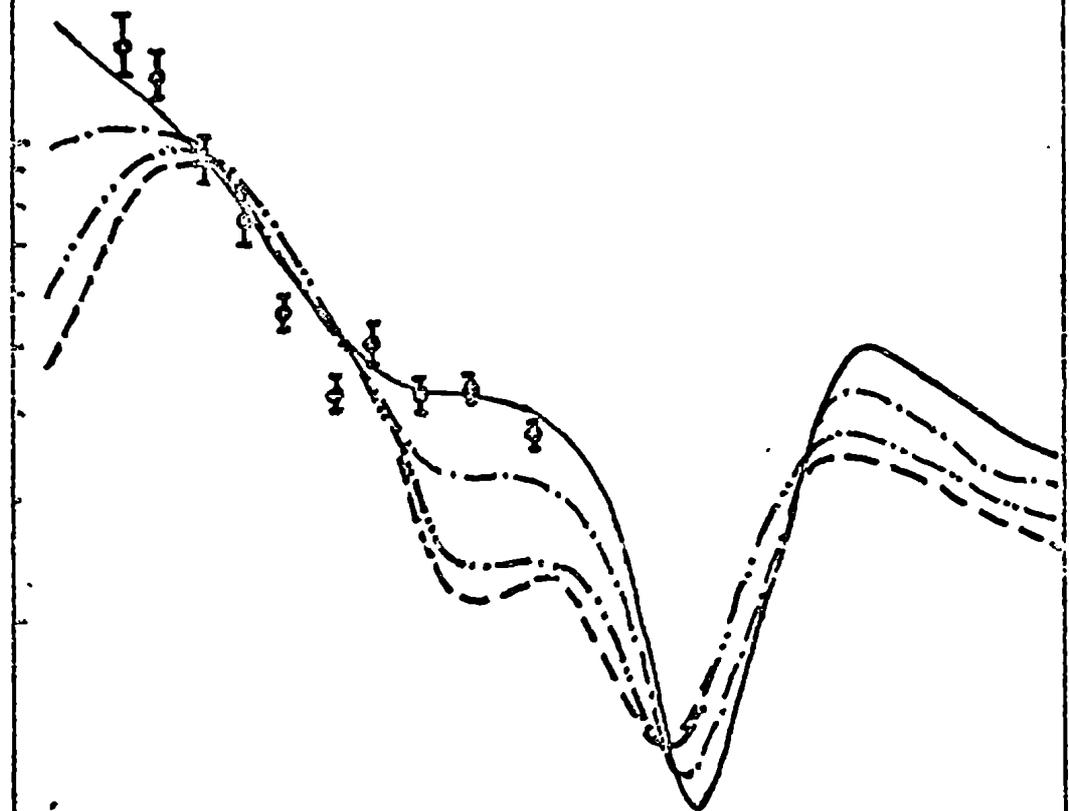
$\beta_2 = 0.20$

$\beta_4 = 0.09$ ———

0.07 - - - - -

0.05 ·····

0.03 - - - - -



Influencia del parametro β_4

Fig 33

0°

50°

90°

4*

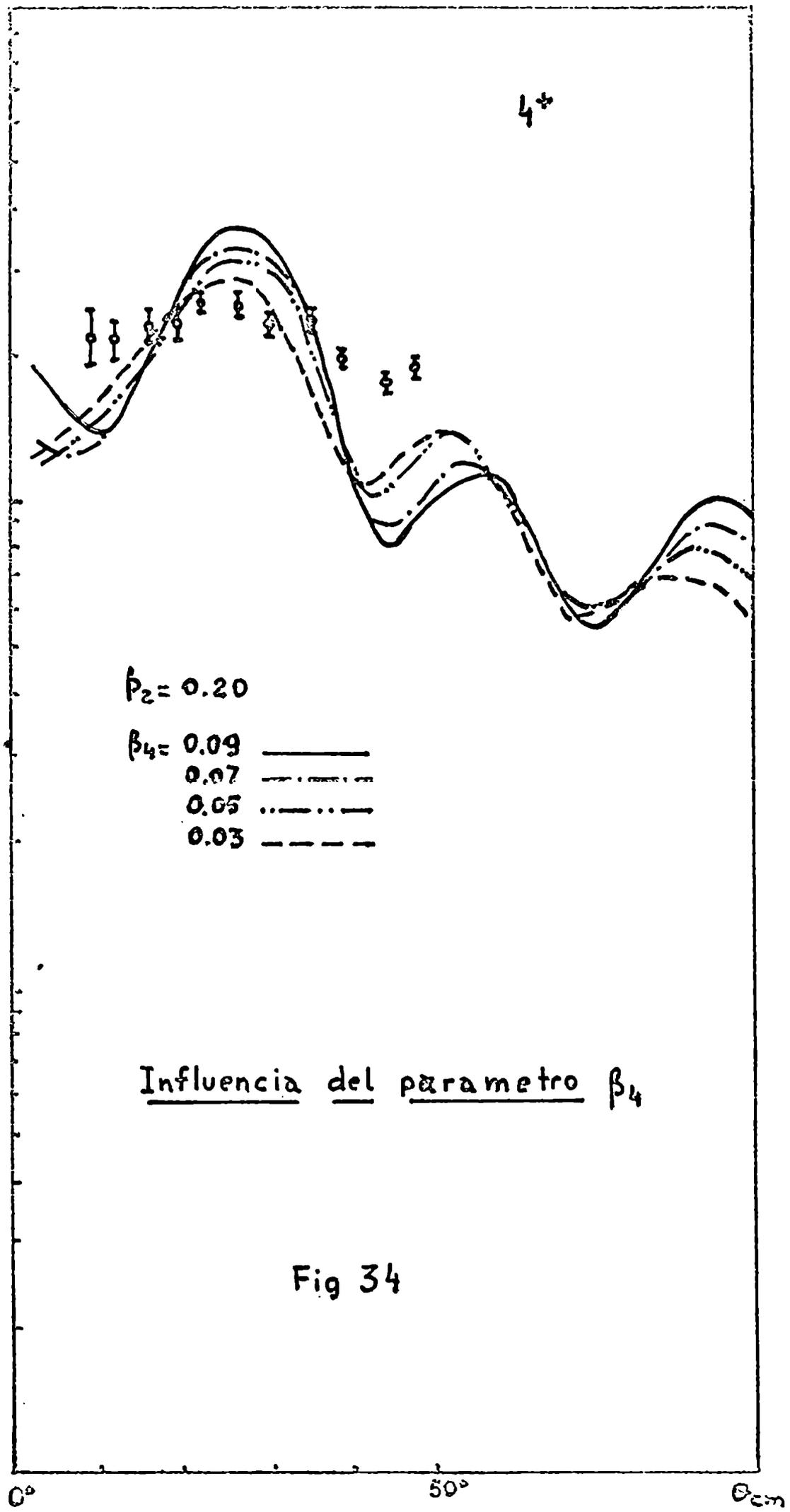


Fig 34

presente estudio) adoptándose $\beta_2=0.20$ y $\beta_4=0.09$ como los valores más adecuados para los parámetros ópticos utilizados.

En la fig. 35 puede verse el efecto de incluir el nivel 4^+ del ^{24}Mg en el acoplamiento del canal de entrada sobre las distribuciones angulares del 2^+ y 4^+ del canal de salida. No se graficó la curva del 0^+ pues no hay diferencia con el caso anterior. Mientras que la forma del 4^+ mejora notablemente en los ángulos delanteros, en el nivel 2^+ se observa un empeoramiento tanto en la intensidad relativa como en el ajuste de los valores experimentales.

En el cálculo DWBA los potenciales imaginarios W_D^d y $W_D^{6\text{Li}}$ en los canales de entrada y salida tienen en cuenta la disminución del flujo elástico de los deuterones y ^6Li respectivamente. Como en CCBA se considera parte de esta disminución al acoplar canales, es usual afectar los W_D por factores de corrección $W_C(l)$, donde l identifica los estados acoplados. Se realizó el cálculo con $W_C(0^+)=0.9$ y $W_C(2^+)=1$ para los dos canales acoplados a la entrada y $W_C(0^+)=0.8$, $W_C(2^+)=0.9$ y $W_C(4^+)=1$ para los de la salida. Los resultados pueden verse en la fig. 36. La intensidad absoluta del 0^+ aumenta 20% y su forma varía ligeramente. En el 2^+ se observa una pequeña variación en la forma que conduce a un excelente ajuste de los datos experimentales; la intensidad absoluta se mantiene constante, pero, debido al aumento en el 0^+ , la relativa empeora en un 20%. El nivel 4^+ no sufre alteración, excepto en que la intensidad relativa también disminuye un 20% por lo que no se ha graficado.

Es probable que utilizando una combinación adecuada de los valores de β_2 , β_4 y $W_C(l)$ e incluyendo el nivel 4^+ en el acoplamiento del canal de entrada se consiga un ajuste satisfactorio en las distribuciones angulares para todos los niveles. Sin embargo, tal combinación deberá justificarse previamente de tal manera que reproduzca la dispersión elástica e inelástica

Entrada	Salida	
$0^{\circ}-2^{\circ}-4^{\circ}$	$0^{\circ}-2^{\circ}-4^{\circ}$	——
$0^{\circ}-2^{\circ}$	$0^{\circ}-2^{\circ}-4^{\circ}$	----

Influencia del acoplamiento del nivel 4° en el canal de entrada

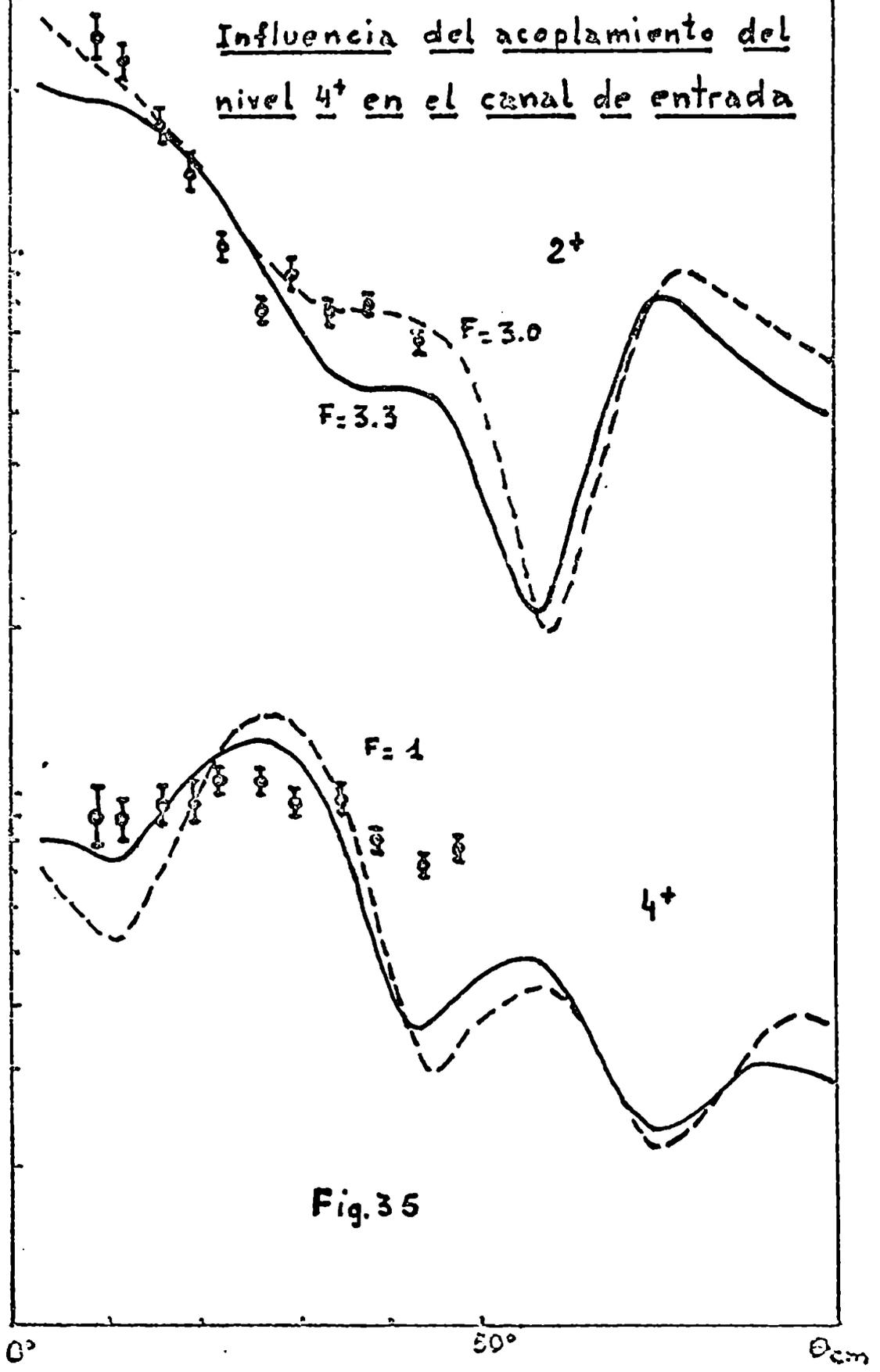


Fig. 35

Influencia de $W_c(x)$

——— $\begin{cases} W_c(0^\circ) = 0.9 & W_c(2^\circ) = 1 \\ W_c(6^\circ) = 0.8 & W_c(2^\circ) = 0.9 & W_c(4^\circ) = 1 \end{cases}$
 - - - $W_c(x) \equiv 1$

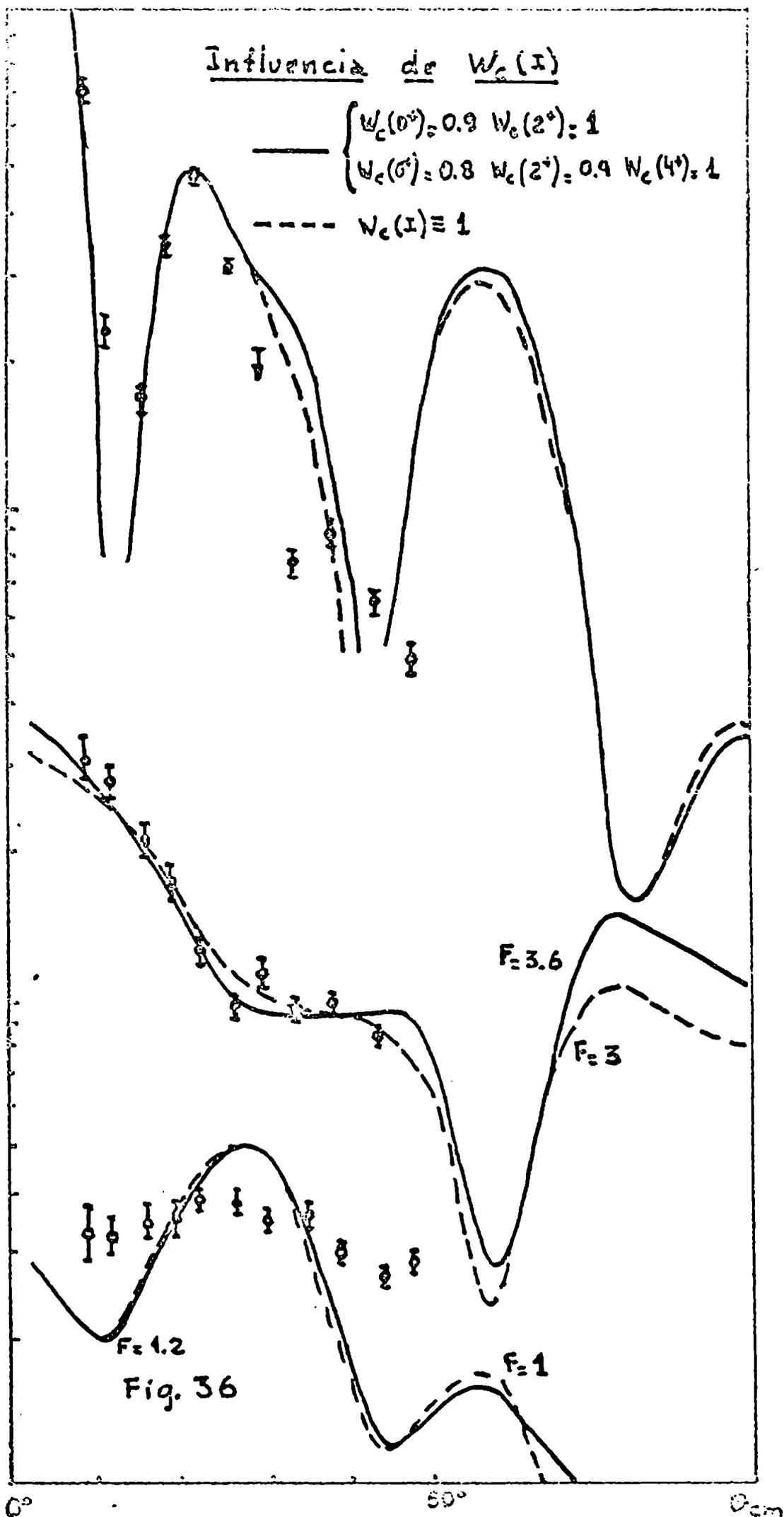


Fig. 36

de deuterones sobre ^{24}Mg y ^6Li sobre ^{20}Ne .

En la fig. 37 se comparan los resultados de los análisis DWBA y CCBA, este último correspondiente al acoplamiento $0^+-2^+-4^+$ tanto en el canal de entrada como en el de salida, y con los parámetros $\beta_2=0.20$, $\beta_4=0.09$ y $W_c(l)\equiv 1$. Las diferencias observadas son suficientemente importantes como para justificar el uso de CCBA que, en general, da un mejor ajuste con las distribuciones angulares experimentales, sobre todo en el nivel 2^+ . El hecho de que la intensidad relativa de este nivel empeore un 25% con respecto a DWBA no es un resultado muy significativo, puesto que dicha intensidad es muy dependiente del modelo nuclear empleado al calcular el factor de forma. (sección 5).

Los niveles 2^- y 3^- de la banda rotacional excitada con $K^\pi=2^-$ fueron analizados acoplando los estados 0^+-2^+ a la entrada y $0^+-2^--3^-$ a la salida. En DWBA la transferencia al estado 2^- está "prohibida". En CCBA se puede poblar dicho nivel indirectamente a través de dos caminos, uno de ellos llegando al 3^- y de allí al 2^- , y el otro a través del 2^+ del canal de entrada. En este último caso el único factor de forma que contribuye tiene $L=3$, puesto que la transferencia con $L=0,2$ y 4 está prohibida por paridad y para $L=1$ no se conserva K . Por la misma causa, la conexión entre el 2^+ y el 3^- puede hacerse a través de factores de forma con $L=3$ ó 5 . Este último no ha sido incluido en el cálculo por considerarse su contribución despreciable.

En el canal de salida es necesario especificar la intensidad β_3 del acoplamiento entre el 0^+ y el 3^- . Si bien puede estimarse su valor en base a otros experimentos (por ej. transiciones electromagnéticas) en nuestro caso debe utilizarse un valor "efectivo y además determinarse su signo, por lo que se realizó el cálculo para $\beta_3=0.17$, 0.08 , -0.08 y -0.17 . Se utilizaron las deformaciones $\beta_2=0.20$ y $\beta_4=0.09$ y se incluyeron los factores de forma correspondientes a $L=0,2$ y 3 .

En la fig. 38 puede verse la fuerte influencia, tanto en su signo como en su valor absoluto, del parámetro β_3 sobre la distribución angular

Comparación entre DWBA y CCBA

— DWBA
- - - CCBA

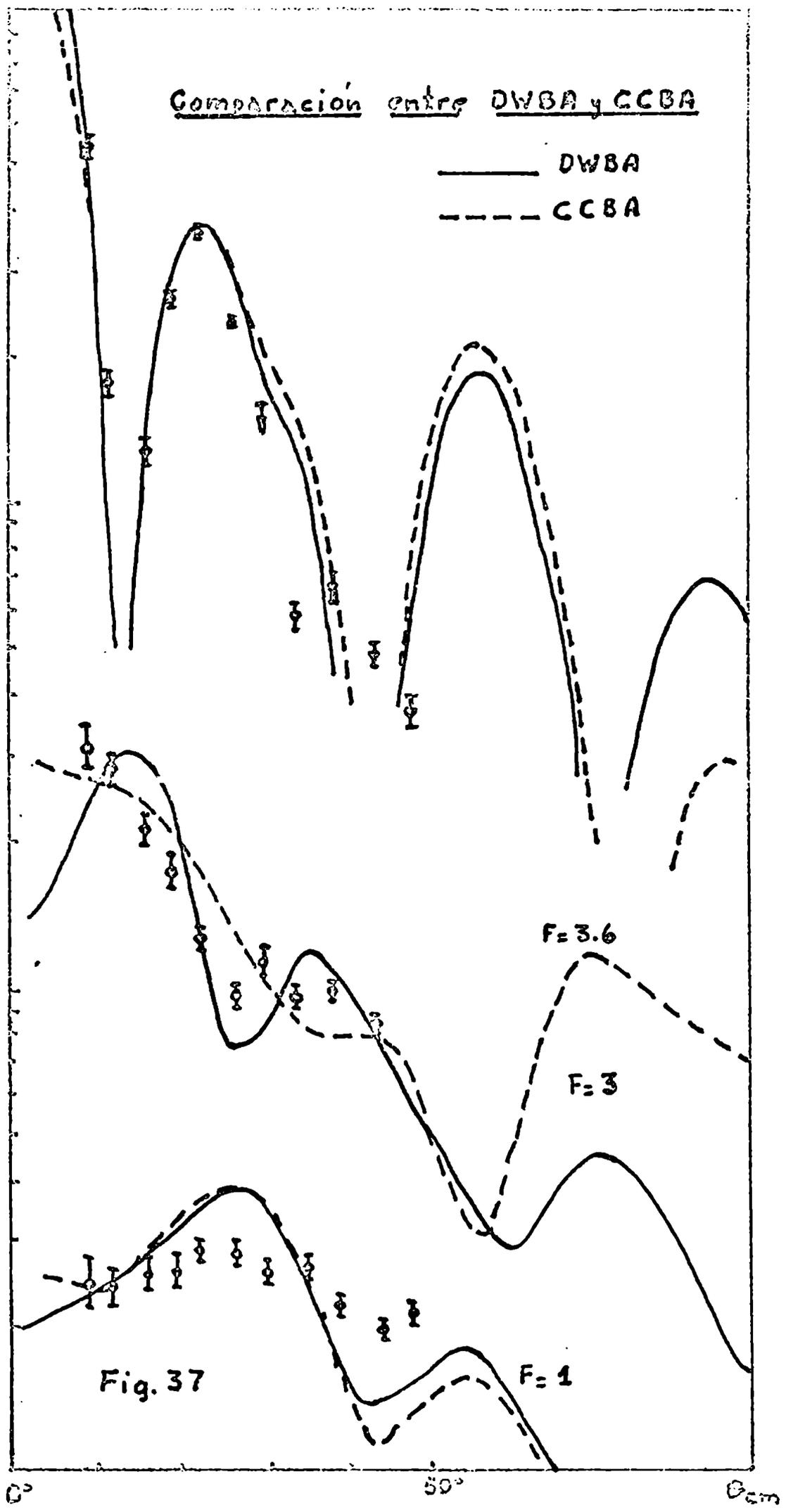


Fig. 37

Influencia del parametro β_3

β_3
+ 0.17 —————
+ 0.8 - . - . - . - . - . - .
- 0.8 - . - . - . - . - . - . - .
- 0.17 - - - - -

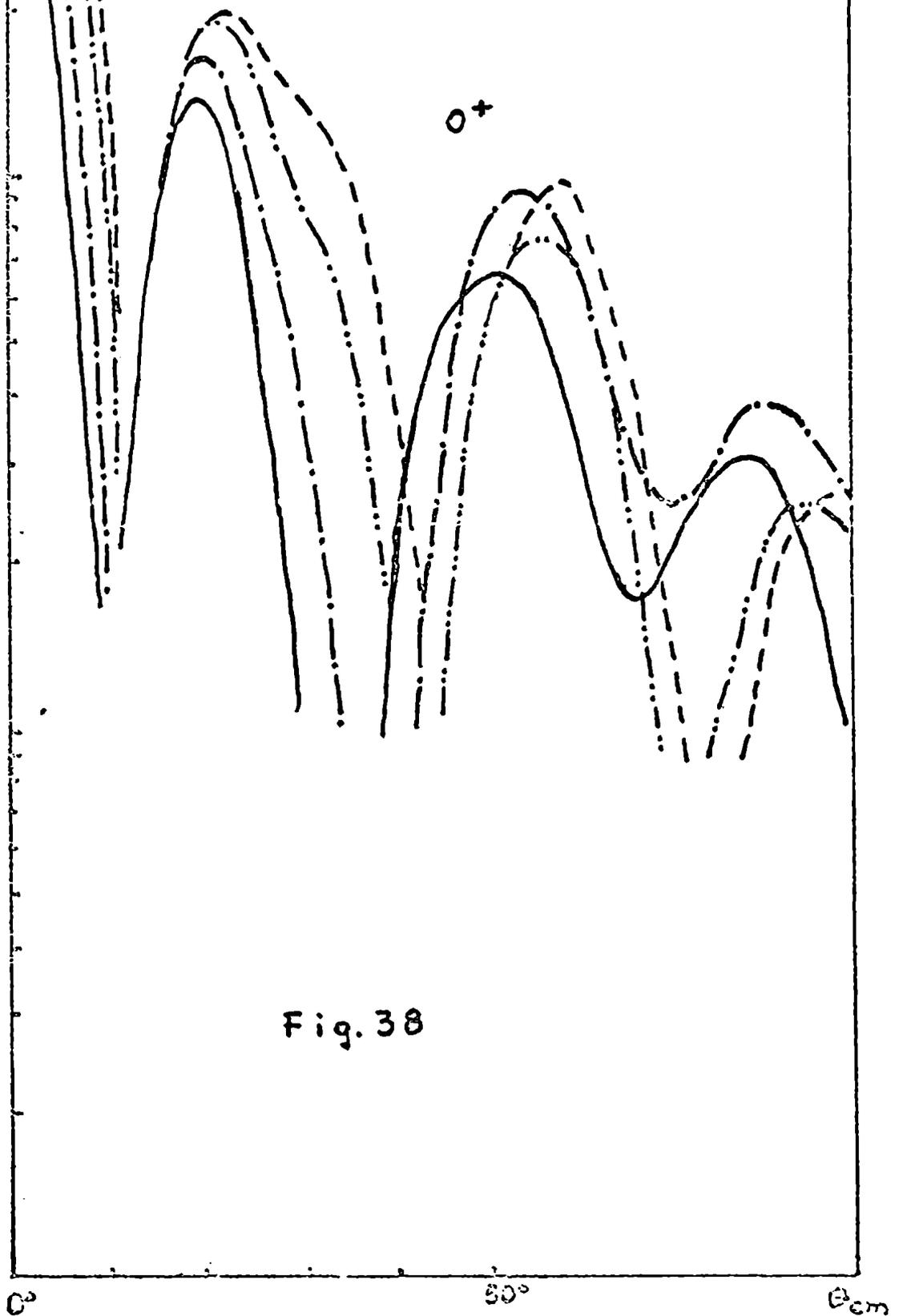


Fig. 38

del 0^+ . En el nivel 3^- (fig. 39), la pendiente disminuye si $\beta_3 > 0$ y aumenta si $\beta_3 < 0$. Para el nivel 2^- no se consigue en ningún caso un buen ajuste con las distribuciones experimentales (sobre todo en los ángulos superiores a 30°) y la intensidad relativa con respecto al 0^+ es 7 veces menor que la medida. Como ya fue mencionado, en el formalismo CCBA el nivel 2^- se puebla exclusivamente a través de procesos indirectos, siendo este caso muy sensible a la elección de parámetros ópticos utilizados al calcular el acoplamiento de canales. Si bien procesos de otro tipo pueden ser importantes, no es de extrañar que no se reproduzcan las mediciones experimentales, dadas las aproximaciones hechas en los parámetros r_0 y β_λ en el canal de salida. En este caso puede ser importante la utilización de códigos que contemplen explícitamente el tamaño del ${}^6\text{Li}$, como ocurre, p. ej., en el caso de transferencias con iones pesados.

Influencia del parametro β_3

β_3
————— + 0.17
- - - - - + 0.08
- · - · - · - - 0.03
- - - - - - 0.17
········ DWBA

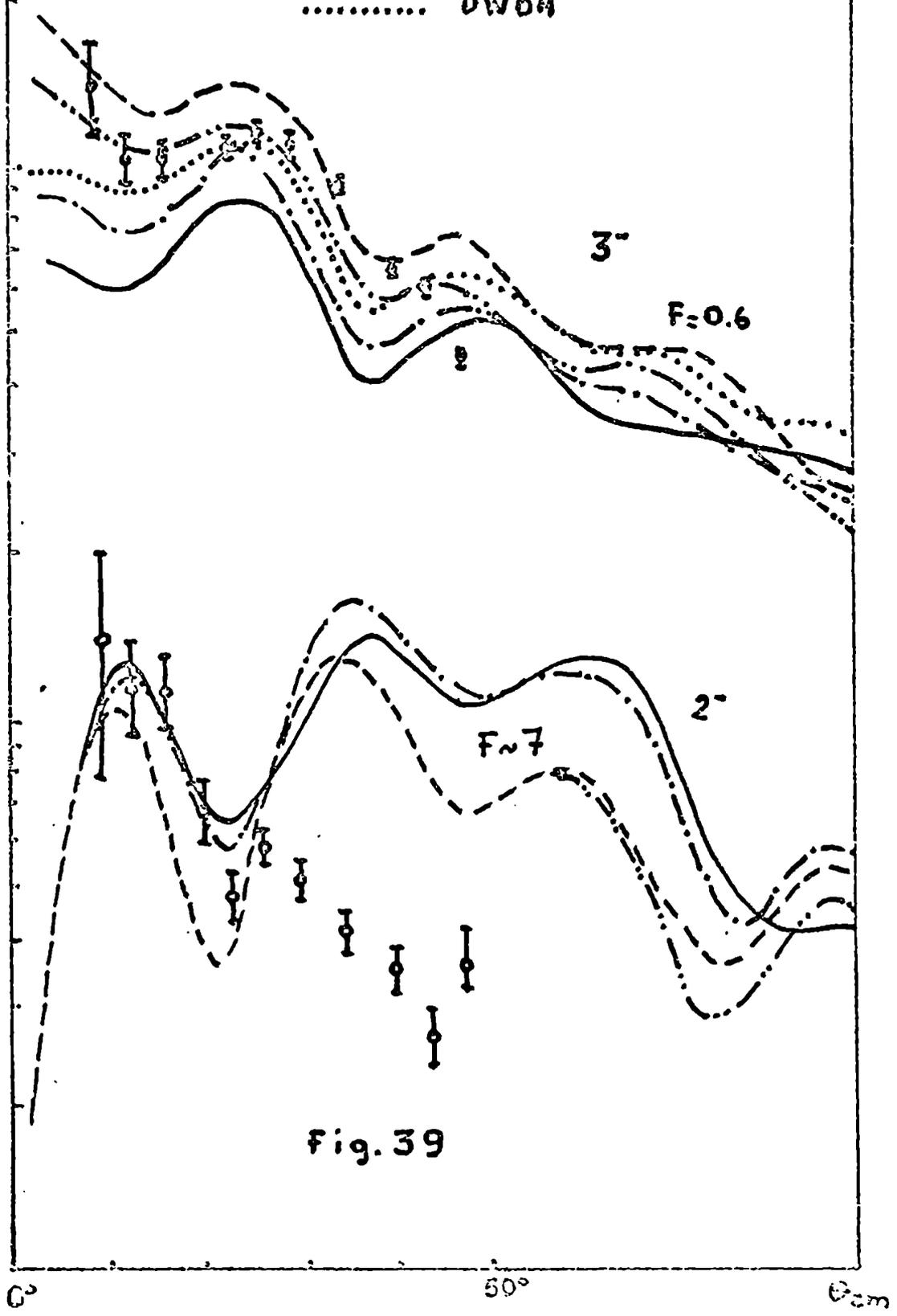


Fig. 39

0°
 50°
 90°

7. CONCLUSIONES

La medición de la reacción $(d, {}^6\text{Li})$ sobre los núcleos ${}^{64,66,68}\text{Zn}$, ${}^{58}\text{Ni}$ y ${}^{56}\text{Fe}$ a $E_d=27,25$ MeV, muestra que las distribuciones angulares del estado fundamental 0^+ y primer excitado 2^+ de los núcleos residuales son suficientemente estructuradas como para suponer la existencia de procesos de interacción directa.

Por otra parte, la magnitud de las distribuciones angulares para los niveles 0^+ disminuyen ligeramente al aumentar la masa del núcleo blanco, coincidiendo este resultado con el obtenido en la transferencia de cuatro partículas mediante la reacción $({}^3\text{He}, {}^7\text{Li})$, donde se encuentra que las intensidades son aproximadamente constantes a partir del ${}^{40}\text{Ca}$.

En el análisis de la reacción ${}^{24}\text{Mg}(d, {}^6\text{Li}){}^{20}\text{Ne}$ utilizando el formalismo DWBA se encuentra que las formas de las distribuciones angulares son relativamente independientes del modelo nuclear empleado para construir el factor de forma, aún en el caso de obtenerse factores de estructura muy diferentes, como sucede para el esquema SU(3) y el modelo de Nilsson. No se consigue un buen ajuste con las distribuciones angulares experimentales de los niveles excitados, y la intensidad relativa del 2^+ es subestimada por un factor 3 en el caso de Nilsson y un factor 20 en el caso de SU(3), lo que indica que este último modelo no es adecuado para describir la reacción estudiada.

La importancia del formalismo CCBA queda demostrada a través del estudio de la influencia de las deformaciones "efectivas" en el canal de salida. Aún para pequeños valores de β_λ se observan importantes diferencias con respecto a DWBA en las formas de las distribuciones angulares, obteniéndose para $\beta_2=0.20$, $\beta_4=0.09$ y $\beta_3=-0.08$ un razonable ajuste con las distribuciones experimentales de los niveles 0^+ , 2^+ , 4^+ y 3^- . Las intensidades relativas, para el caso del modelo de Nilsson, deben ser multiplicadas por factores 1, 3, 1 y 0,6 respectivamente para que coincidan con las medidas.

La subestimación de la intensidad del nivel $2\bar{}$ en un factor siete, indica que el estudio de estados muy sensibles a la descripción del acoplamiento debe hacerse utilizando códigos que tengan en cuenta explícitamente el "tamaño" del ${}^6\text{Li}$, como ocurre, p.ej., en el caso de transferencia entre iones pesados.

APENDICE A

EL METODO $\Delta\phi$.

En este Apéndice se desarrollarán las ecuaciones que se obtienen en óptica de haces acelerados, en especial las correspondientes al denominado "método $\Delta\phi$ ".

Consideraremos el haz como un conjunto de partículas cargadas que tienen aproximadamente la misma velocidad y dirección (aproximación de rayos paraxiales). Se estudiará una trayectoria particular tomando como referencia la trayectoria "promedio" de todas las partículas. El sistema de coordenadas queda definido por la Fig. A-1, donde se especifica el radio de curvatura ρ y su signo en el caso en que haya imanes deflectores.

Arbitrariamente tomaremos el plano (x,s) como horizontal, y el (y,s) como vertical.

El movimiento de una partícula cumplirá la ecuación de Lorentz

$$\frac{d}{dt} (m \vec{v}) = e (\vec{v} \wedge \vec{B}) \quad (A-1)$$

donde m es la masa y $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{r}}$ su velocidad. Además hemos supuesto $\vec{E} \equiv 0$, ya que trataremos únicamente el caso de lentes cuadrupolares magnéticas o imanes deflectores.

Como estamos interesados en obtener la ecuación de la trayectoria reemplazamos el tiempo por el desplazamiento s como variable independiente:

$$\dot{z} = \frac{dz}{ds} \dot{s} = z' \dot{s} \quad \ddot{z} = z'' \dot{s}^2 + z' \ddot{s}$$

donde

$$\dot{s}^2 + \dot{z}^2 + \dot{x}^2 = v^2 \quad \frac{1}{\dot{s}} = \frac{1}{v} (1 + z'^2 + x'^2)^{1/2}$$

y similarmente para las x .

Como puede verse, z' es la tg del ángulo α que forma la proyección de la velocidad sobre el plano $z-s$ con el eje s , y como supusimos la aproximación de

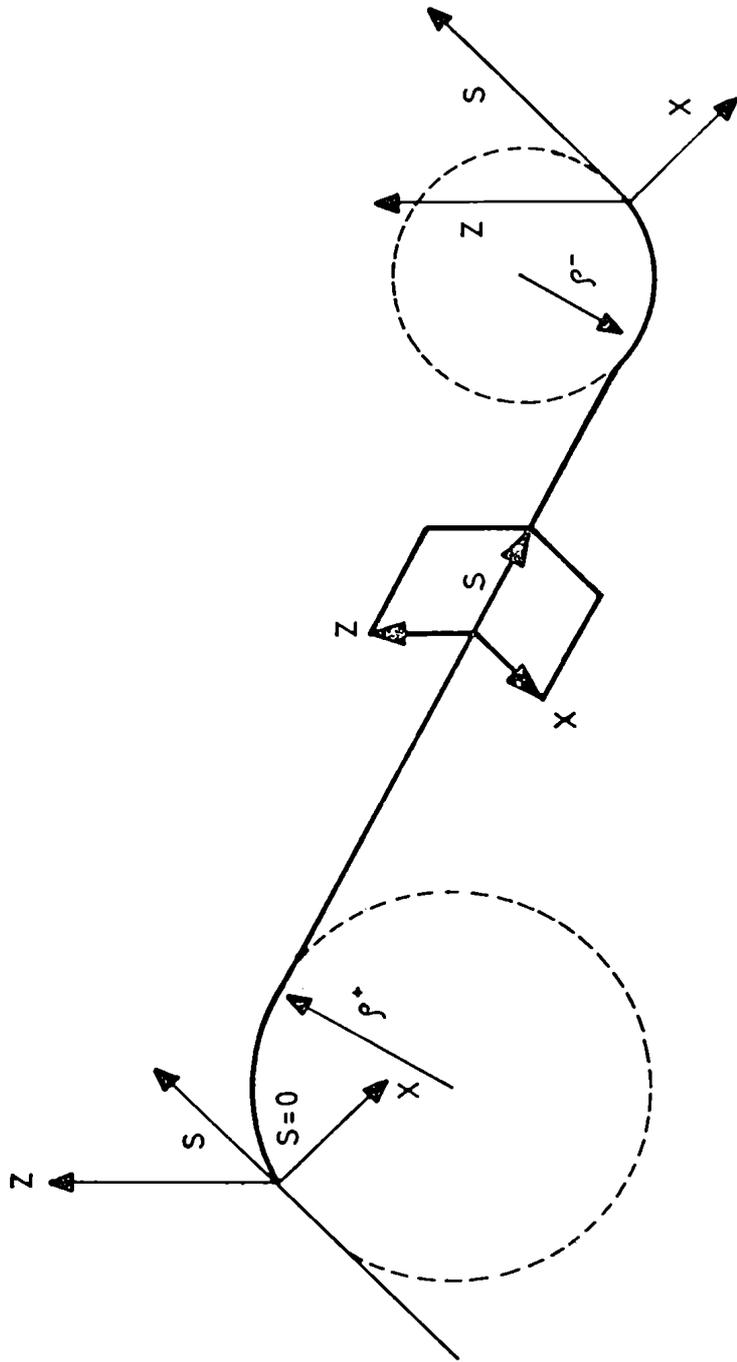


FIGURA: A-1 SISTEMA DE REFERENCIA

rayos paraxiales, $z' \ll 1$, por lo tanto podemos poner $\text{tg} \alpha \approx \alpha$. El mismo significado tiene x' con respecto al plano x - s .

Esta es una de las características de las partículas que forman el haz que pueden ser medidas fácilmente y es usual dar sus valores en mrad.

Combinando adecuadamente estas ecuaciones³⁾ se obtiene finalmente la ecuación de la trayectoria

$$z'' = \frac{e}{p} (1 + z'^2 + x'^2)^{1/2} [x' B_s - (1 + z'^2) B_z + x' z' B_x] \quad (\text{A-2})$$

$$x'' = -\frac{e}{p} (1 + z'^2 + x'^2)^{1/2} [z' B_s - (1 + x'^2) B_z + x' z' B_x]$$

donde $p = mv$ y $\frac{dm}{dt} = 0$, dado que los campos magnéticos no cambian la masa relativista. Estas ecuaciones son estrictamente válidas para un campo magnético arbitrario

Tomemos ahora un campo magnético con las siguientes características:

$$B_z = g x$$

$$B_x = g z$$

$$B_s = 0$$

$$g = \frac{\partial B_z}{\partial B_x} = \frac{\partial B_x}{\partial z} = \text{cte} \quad (\text{A-3})$$

Este campo cuadrupolar puede ser derivado de un potencial Φ :

$$\Phi = -g x z \quad \text{y} \quad \vec{B} = -\text{grad } \Phi$$

En la fig. (A-2) pueden verse 4 de las líneas equipotenciales correspondientes a $\Phi = \text{cte.}$ y algunas de las líneas del campo magnético \vec{B} (perpendiculares a Φ). En la práctica las piezas polares son de sección circular en lugar de seguir el contorno del potencial Φ .

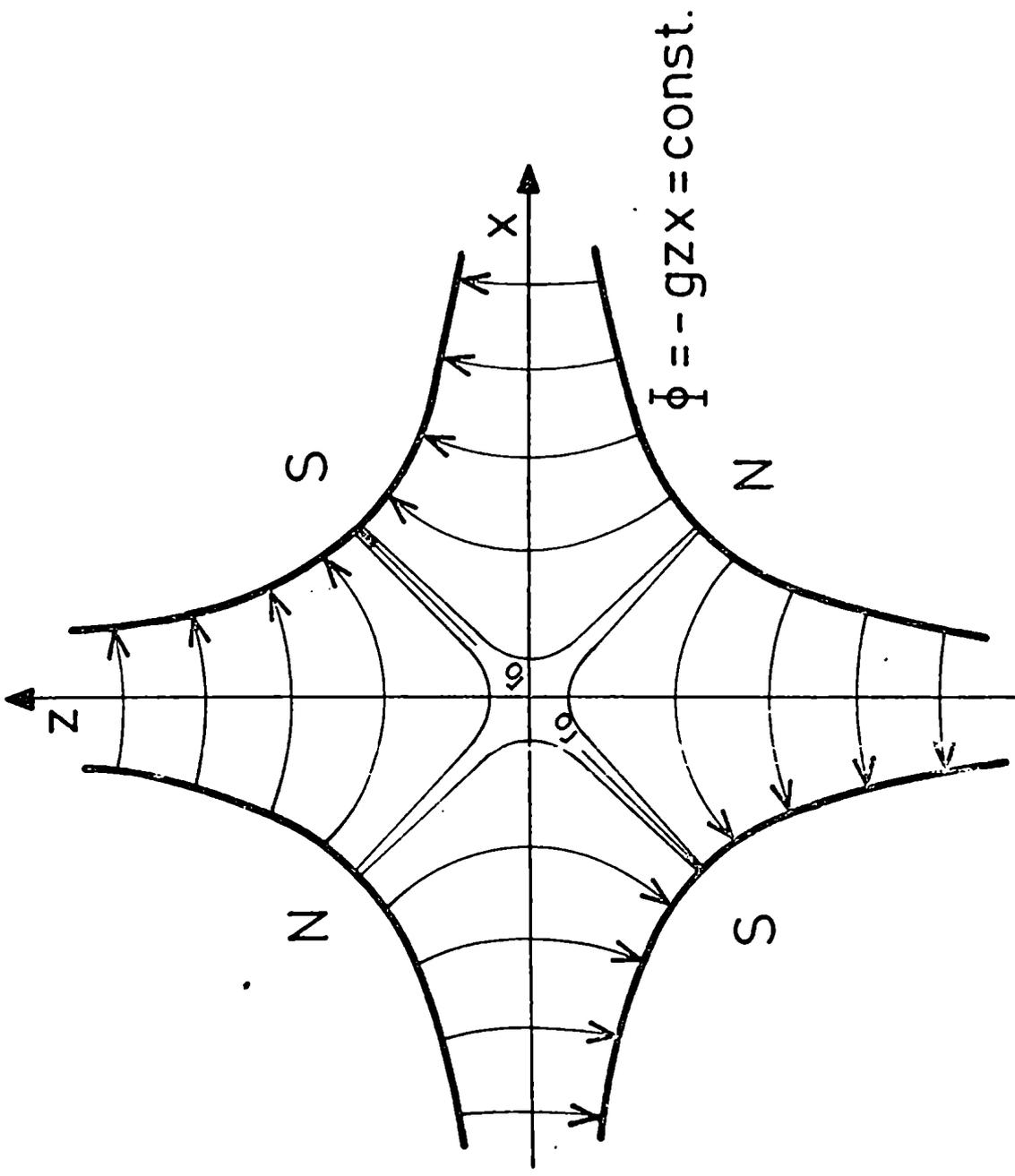


Fig.A-2: Configuración del campo magnético cuadrupolar.

Reemplazando las ecuaciones (A-3) en las (A-2), expandiendo la raíz cuadrada y quedándonos con términos de segundo orden³⁾ se obtiene

$$\begin{aligned} z'' + kz &= 0 \\ x'' - kx &= 0 \end{aligned} \quad (A-4)$$

donde $k = eg/p$

se ve que en esta aproximación las componentes horizontal y vertical del movimiento de la partícula son independientes entre sí.

Si $k > 0$ las soluciones más generales de (A-4) son:

$$\begin{aligned} z(s) &= z_0 \cos s\sqrt{k} + z'_0 \frac{1}{\sqrt{k}} \sin s\sqrt{k} \\ z'(s) &= -z_0\sqrt{k} \sin s\sqrt{k} + z'_0 \cos s\sqrt{k} \end{aligned} \quad (A-5)$$

$$x(s) = x_0 \cosh s\sqrt{k} + x'_0 \frac{1}{\sqrt{k}} \sinh s\sqrt{k}$$

$$x'(s) = x_0 \sinh s\sqrt{k} + x'_0 \cosh s\sqrt{k}$$

en donde se ha puesto por simplicidad $\sqrt{|k|} = \sqrt{k}$ y

$$x_0 = x(0) \quad x'_0 = x'(0) \quad z_0 = z(0) \quad z'_0 = z'(0)$$

Como puede verse, si $k > 0$ se produce un enfoque en el plano z - s y un des-enfoque en el x - s . Si $k < 0$ la solución (A-5) para x pasa a ser válida para z y viceversa, siempre manteniendo la convención $\sqrt{|k|} = \sqrt{k}$. En consecuencia, se ve que con un solo cuadrupolo no puede conseguirse enfoque en ambos planos simultáneamente. Esto se consigue poniendo dos cuadrupolos uno a continuación de otro y con el signo de k cambiado (es decir cambiando la polaridad de los imanes en la fig. (A-2)).

Las ecuaciones (A-5) representan una transformación de los valores x_0, x'_0, z_0 y z'_0 desde el punto $s=0$ al punto s .

Podemos escribir dichas ecuaciones en forma matricial de la siguiente manera:

$$\begin{pmatrix} z \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \phi & \frac{1}{\sqrt{k}} \operatorname{sen} \phi \\ -\sqrt{k} \operatorname{sen} \phi & \cos \phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_0 \\ z'_0 \end{pmatrix} = M^+ \begin{pmatrix} z_0 \\ z'_0 \end{pmatrix} \quad (\text{A-6})$$

$$\begin{pmatrix} x \\ x' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh \phi & \frac{1}{\sqrt{k}} \operatorname{senh} \phi \\ \sqrt{k} \operatorname{senh} \phi & \cosh \phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ x'_0 \end{pmatrix} = M^- \begin{pmatrix} x_0 \\ x'_0 \end{pmatrix}$$

donde $\phi = \ell \sqrt{k}$ es siempre mayor que 0, siendo ℓ la longitud del cuadrupolo.

A medida que nos movemos del centro del cuadrupolo en la dirección de s , el campo del mismo va disminuyendo hasta llegar a 0. Este efecto de borde puede tenerse en cuenta si se toma, en lugar de la longitud del cuadrupolo, una longitud efectiva igual a la distancia entre los puntos en los que el campo magnético cae a la mitad de su valor máximo. En la fig. (A-3) puede verse la variación del campo a lo largo de s para dos corrientes diferentes y la determinación de la longitud efectiva, que resulta independiente de dichas corrientes.

Si en las ecuaciones (A-6) hacemos tender k a 0, es decir tenemos una longitud ℓ en donde no hay campo magnético, las matrices M^+ y M^- tienden a:

$$\begin{pmatrix} 1 & \ell \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = M^0 \quad (\text{A-7})$$

% de variación del campo a lo largo del eje del cuadrupolo, a 5cm del centro.

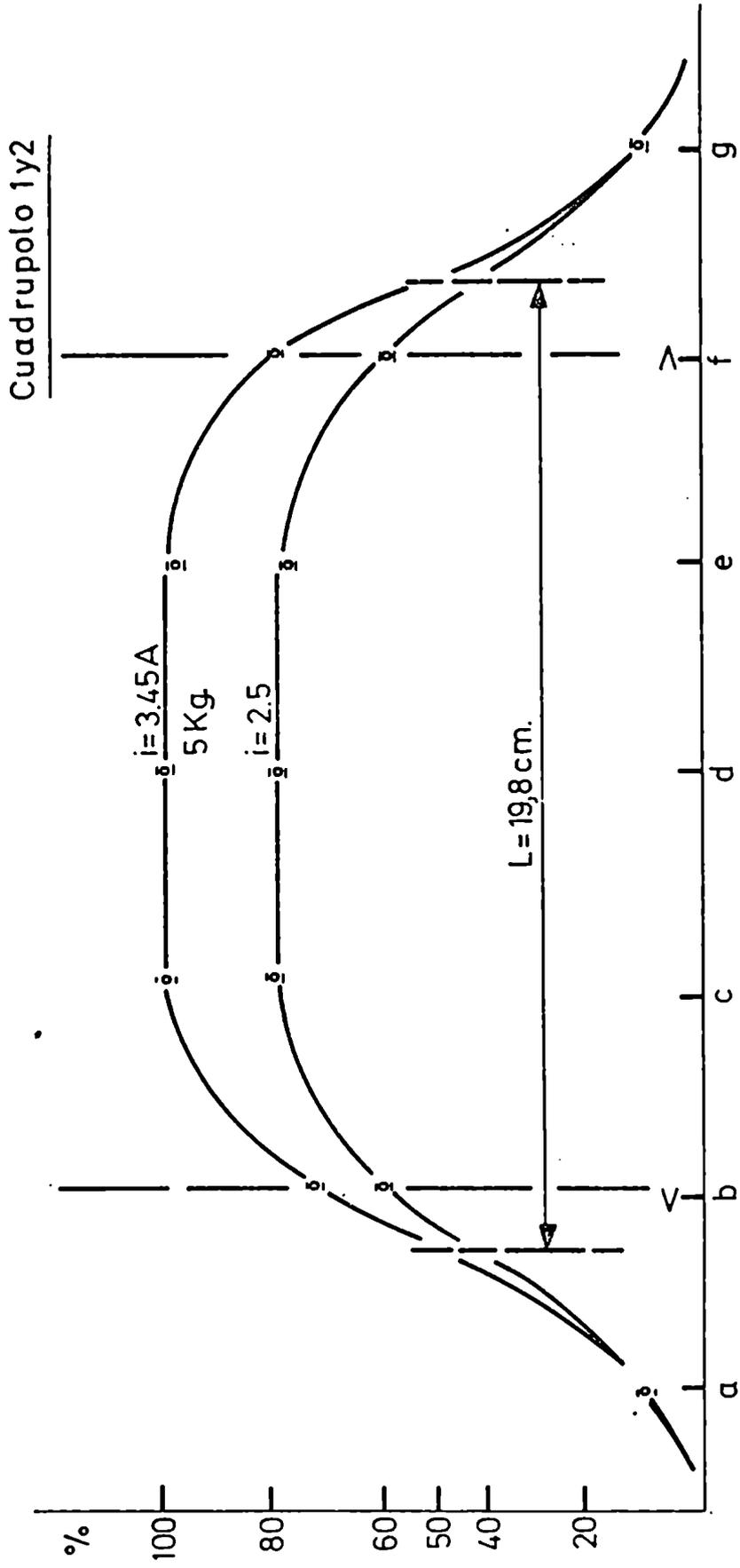


Fig. A-3

Llamaremos a M^0 matriz de espacio de desplazamiento, que corresponde a las soluciones de las ecuaciones (A-1) para el caso $\vec{B}=0$ escritas en forma matricial. Esta matriz M^0 es la misma para el eje x que para el z. En este caso las trayectorias son líneas rectas.

Podremos ahora obtener la transformación total de un sistema compuesto por cuadrupolos y espacios de desplazamiento, multiplicando las matrices M^+ , M^- y M^0 en el orden correcto. Por ejemplo, en el caso de la fig. (A-4) se tendrá:

$$\begin{pmatrix} z \\ z' \end{pmatrix}_5 = M_5^0 M_4^+ M_3^0 M_2^- M_1^0 \begin{pmatrix} z \\ z' \end{pmatrix}_0 = M_z \begin{pmatrix} z \\ z' \end{pmatrix}_0 \quad (\text{A-8})$$

$$\begin{pmatrix} x \\ x' \end{pmatrix}_5 = M_5^0 M_4^- M_3^0 M_2^+ M_1^0 \begin{pmatrix} x \\ x' \end{pmatrix}_0 = M_x \begin{pmatrix} x \\ x' \end{pmatrix}_0$$

Como M^+ , M^- y M^0 tienen determinante igual a 1, se cumplirá que el $\det M_x = \det M_z = 1$. Como veremos más adelante, esta propiedad está estrechamente relacionada con el Teorema de Liouville.

La distancia focal y la ubicación de los planos principales en un cuadrupolo pueden ser fácilmente encontrados usando las definiciones usuales en óptica y comparando con las matrices M^+ y M^- .

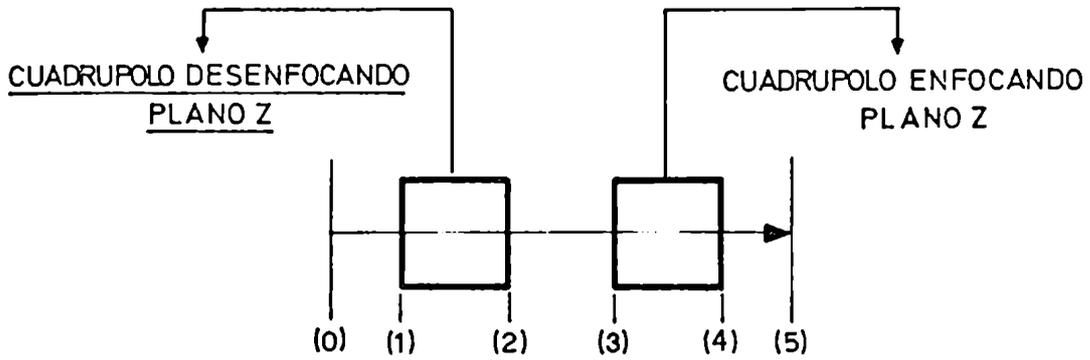
De acuerdo a la fig. (A-4) tenemos³⁾

$$\frac{1}{f^+} = \sqrt{k} \operatorname{sen} \phi = |k| l \frac{\operatorname{sen} \phi}{\phi}$$

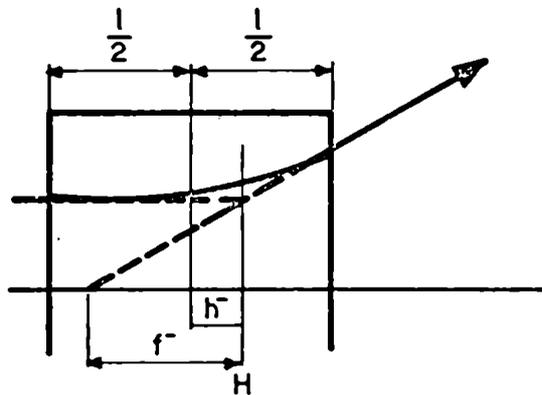
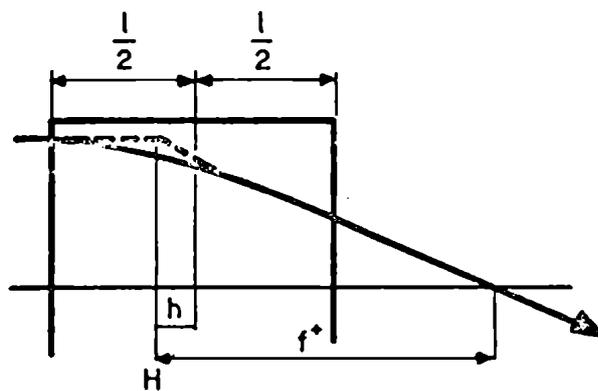
$$h^+ = l \frac{1}{\phi} \left(\operatorname{tg} \frac{\phi}{2} - \frac{\phi}{2} \right)$$

donde h^+ es el desplazamiento del plano principal con respecto al centro del cuadrupolo.

Introduciendo el concepto idealizado de "lente delgada", que no afecta el valor de z de la trayectoria, pero cambia su dirección en una cantidad $-z/f^+$,



Sistema formado por dos cuadrupolos



Distancias focales y ubicación en los planos principales en un cuadrupolo.

Fig. A-4

se ve que la matriz M^+ puede ser reemplazada por una lente infinitamente delgada cuyo foco es f^+ rodeada de dos espacios de desplazamiento de longitud

$$\frac{\ell}{2} + h^+ = \frac{\ell}{2} \operatorname{tg} \phi/2 * \left(\frac{\ell}{2}\right)^{-1} > \frac{\ell}{2}$$

Multiplicando las tres matrices citadas se obtiene M^+

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{\ell}{2} \frac{\operatorname{tg} \phi/2}{\phi/2} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\sqrt{k} \operatorname{sen} \phi & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \frac{\ell}{2} \frac{\operatorname{tg} \phi/2}{\phi/2} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \phi & \frac{1}{\sqrt{k}} \operatorname{sen} \phi \\ -\sqrt{k} \operatorname{sen} \phi & \cos \phi \end{pmatrix} \quad (\text{A-9})$$

similarmente para el caso de desfocalización

$$\frac{1}{f^-} = -\sqrt{k} \operatorname{sen} \phi$$

$$h^- = \frac{\ell}{\phi} (\operatorname{tg} \phi/2 - \phi/2)$$

Los espacios desplazamiento serán:

$$\frac{\ell}{2} + h^- = \frac{\ell}{2} \frac{\operatorname{tg} \phi/2}{\phi/2} < \frac{\ell}{2}$$

Obviamente, reemplazar la matriz de transformación correspondiente a un cuadrupolo por las tres matrices (A-9) no simplifica los cálculos, ya que h^+ ó h^- dependen de la distancia focal. Sin embargo, si se suponen h^+ y h^- iguales a 0, (es decir, que el plano principal coincide con el plano medio del cuadrupolo) se obtiene una simplificación importante, ya que los dos espacios desplazamiento 1/2 pueden incorporarse a los exteriores al cuadrupolo. En esta aproximación, un cuadrupolo estará representado por la matriz

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix} \quad (A-9b)$$

donde

$$\frac{1}{f^+} = \sqrt{k} \operatorname{sen} \ell \sqrt{k} \quad \frac{1}{f^-} = -\sqrt{k} \operatorname{senh} \ell \sqrt{k}$$

Esta aproximación es válida en la medida que³⁾

$$\ell \ll \left| \frac{1}{k\ell} \right| \approx |f|$$

es decir que la distancia focal sea grande con respecto a la longitud del cuadrupolo.

En nuestro caso, $l \approx 0,2$ m y el f mínimo que resultó para cualquier cuadrupolo fue de ≈ 1 m. Por lo tanto

$$h^{\pm} \approx 2 \text{ mm}$$

y el error máximo en f^{\pm} es 4%. Por lo tanto resulta razonable utilizar la aproximación de lentes delgadas.

La deducción de la matriz de transformación correspondiente a un imán deflector sigue los lineamientos generales de lo visto anteriormente, y puede encontrarse en ref. 3. Aquí solamente daremos algunas definiciones y analizaremos el resultado final.

Un imán deflector se caracteriza por tener un campo magnético uniforme ($B = \text{cte}$) y bordes rectos a la entrada y salida del haz formando un ángulo de 90° con la trayectoria de referencia del haz entrante y saliente, respectivamente. En la fig. (A-5) se muestran algunos parámetros que interesan para determinar la matriz de transformación correspondiente, referida al sistema de coordenadas curvilíneo definido anteriormente. Podemos suponer sin quitar generalidad que el campo magnético tiene

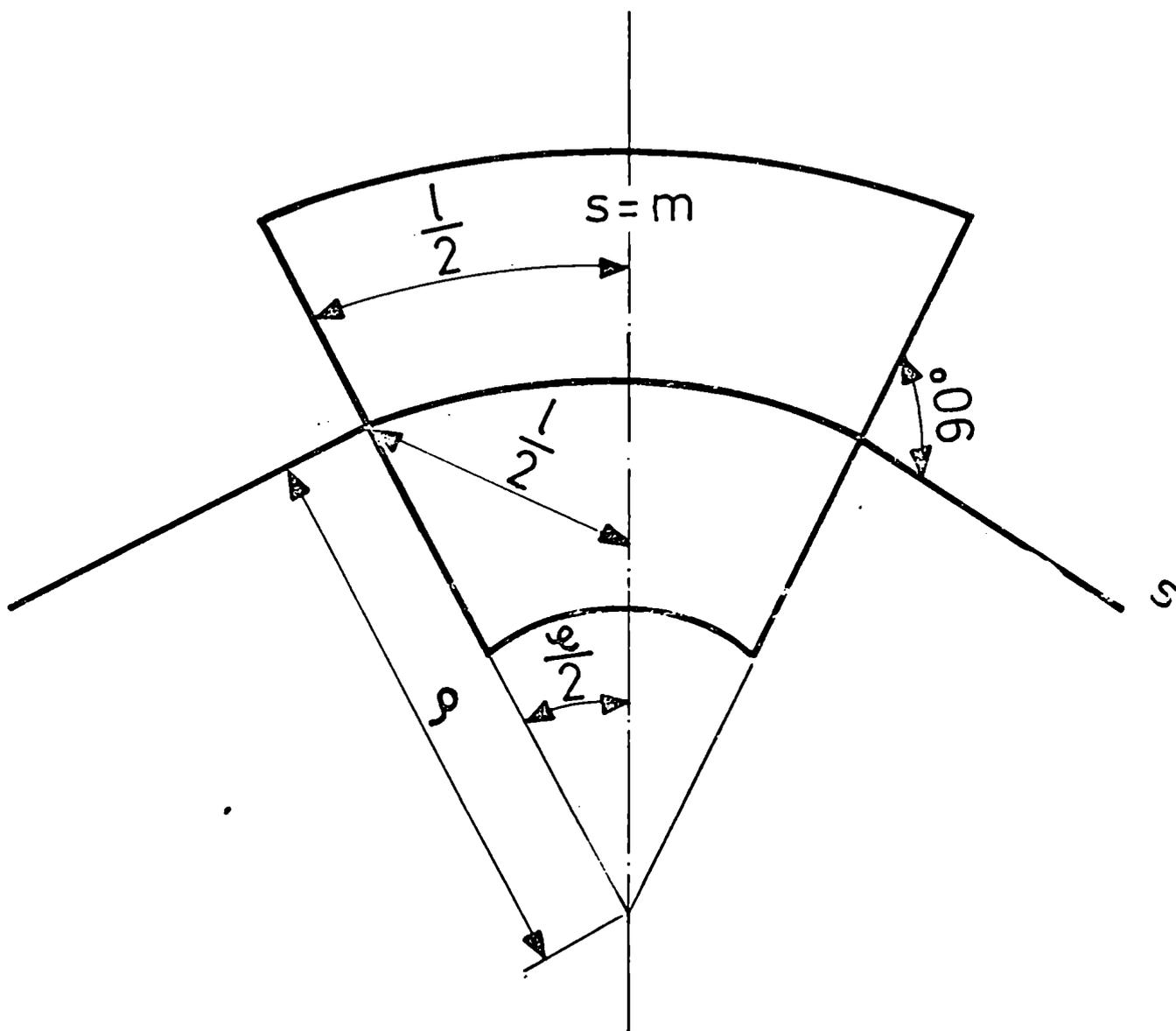


Fig. A-5 IMAN DEFLECTOR

únicamente la componente $B_z = \text{cte}$ no nula. En ese caso la transformación será³⁾

$$\begin{pmatrix} x \\ x' \end{pmatrix}_\ell = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \rho \operatorname{sen} \alpha \\ -\frac{1}{\rho} \operatorname{sen} \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ x' \end{pmatrix}_0 + \frac{\Delta p}{p_0} \begin{pmatrix} -\rho(1 - \cos \alpha) \\ -\operatorname{sen} \alpha \end{pmatrix} \quad (\text{A-10})$$

$$\begin{pmatrix} z \\ z' \end{pmatrix}_\ell = \begin{pmatrix} 1 & \ell \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z \\ z' \end{pmatrix}_0$$

donde $\alpha = \ell/\rho$

Se ve que según z la matriz es simplemente la que corresponde a un espacio desplazamiento de longitud ℓ .

Dado que un imán deflector también puede ser considerado como un analizador, en la transformación en el plano x - x' aparece un término adicional correspondiente al hecho de que las partículas poseen una dispersión Δp en sus momentos. El efecto de esta dispersión es correr a cualquier par de valores x y x' en una cantidad

$$\Delta x = -\frac{\Delta p}{p_0} \rho (1 - \cos \alpha)$$

$$\Delta x' = -\frac{\Delta p}{p_0} \operatorname{sen} \alpha$$

Al igual que en el caso de los cuadrupolos la longitud ℓ debe ser la longitud efectiva en lugar de la real, a fin de tener en cuenta los efectos de borde. En este caso el valor de $\alpha = \ell/\rho$ es directamente el ángulo de desviación del haz, y está determinado por la geometría del sistema de transporte.

En lo anterior hemos considerado el caso con ρ positivo, definido de acuerdo a la fig. (A-5). En el caso de una deflexión negativa, debe

cambiarse ρ por $-\rho$, notando que α también cambia de signo.

Otra manera de escribir las ecuaciones (A-10) es incorporar al vector (x, x') y (z, z') un elemento adicional más igual a $\Delta p/p$.

Tendremos

$$\begin{pmatrix} x \\ x' \\ \frac{\Delta p}{p_0} \ell \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \frac{1}{\rho} \sin \alpha & -\rho[1 - \cos \alpha] \\ -\rho \sin \alpha & \cos \alpha & -\rho \sin \alpha \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ x' \\ \frac{\Delta p}{p_0} \ell \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} z \\ z' \\ \frac{\Delta p}{p_0} \ell \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \ell & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z \\ z' \\ \frac{\Delta p}{p_0} \ell \end{pmatrix}$$

Cabe destacar que el determinante de estas dos matrices es igual a 1.

Con estos elementos y aplicando (A-8) podemos determinar la transformación total que corresponde a una partícula cuyas condiciones iniciales están dadas por (x_0, x'_0) y (z_0, z'_0) .

Hasta ahora hemos considerado las trayectorias particulares de las partículas que forman el haz. Es útil establecer criterios para definir la calidad del haz como un todo. Para hacer mediciones en reacciones nucleares, es deseable que el haz posea una sección pequeña y que las partículas tengan trayectorias aproximadamente paralelas, con el objeto de minimizar los errores en el ángulo de dispersión y para poder recolectar todo el haz en la jaula de Faraday.

Supongamos que las partículas posean condiciones iniciales (x_0, x'_0) y (z_0, z'_0) que varían en forma continua dentro de valores límites. Su representación en el espacio de las fases (x, p_x) y (z, p_z) o equivalentemente (x, x') y (z, z') , nos dará una figura de contorno arbitrario llamada "diagrama de emitancia según (x, x') o (z, z') ". Al área de dicho diagrama me-

dida en mm-mrad se la denomina "emitancia del haz según (x, x') o (z, z') ", y su importancia en óptica de partículas cargadas surge de la aplicación del Teorema de Liouville.

Si definimos una densidad de partículas f en el espacio de las fases, el número de partículas en un volumen infinitesimal será:

$$f(z, x, s, p_z, p_x, p_s, t) dz dx ds dp_z dp_x dp_s$$

Si consideramos el movimiento de una partícula en el espacio de las fases, el teorema de Liouville establece³⁾

En el entorno de una partícula, la densidad de partículas en el espacio de las fases es constante, si las partículas se mueven en un campo magnético externo, o en un campo externo arbitrario cuyas fuerzas no dependen de la velocidad.

Como consecuencia, el volumen en el espacio de las fases será constante, si bien generalmente cambiará de forma. Si el movimiento en una coordenada (por ejemplo z), es independiente de las otras, el teorema se aplica separadamente a esta coordenada, ya que la densidad f puede ponerse como $f = f_z \cdot f_{z,s}$. Dado que el teorema establece

$$\frac{df}{dt} = 0 = \frac{\partial f}{\partial t} + (\text{grad}_r \cdot \dot{r}) + (\text{grad}_p \cdot \dot{p})$$

se ve que cumple

$$\frac{df_z}{dt} = \frac{df_{z,s}}{dt} = 0$$

Como hemos supuesto la aproximación de rayos paraxiales $p_s = mv = \text{cte}$ para cada partícula; por otra parte, de acuerdo con (A-4) y (A-10) los

movimientos según x y z son independientes entre sí. Aplicando el teorema separadamente a las tres coordenadas, y teniendo en cuenta que $p_x = p_s \cdot x'$ y $p_z = p_s \cdot z'$, se deduce que la "emitancia" según x o z debe permanecer constante a lo largo de la trayectoria del haz, si bien la forma del diagrama puede variar. Es decir, la emitancia es una característica del haz cuyo valor no puede cambiarse con la inclusión de lentes magnéticas o imanes deflectores, y es una medida de su calidad.

En la práctica significa que si se tiene un haz con una dada emitancia, existirá una situación de compromiso entre "paralelismo" (determinado por los valores de x' y z') y tamaño de la sección del haz (definido por los valores de z y x).

Aplicando las matrices de transformación anteriormente estudiadas podemos, en principio, determinar cómo se transforma el diagrama de emitancia. Dado que éste en general tendrá una forma irregular, conviene reemplazarlo por un contorno regular que tenga propiedades adecuadas frente a las transformaciones que sobre él se apliquen. La forma de la figura que cubre estos requisitos es la elipse, cuyas características veremos a continuación. De ahora en adelante, hablaremos de "elipse de emitancia", entendiendo por tal la elipse que mejor se superpone con el diagrama de emitancia.

Un punto genérico x_1 y x_1' sobre el perímetro de una elipse de semi-ejes a_0 y b_0 , rotada un ángulo γ_0 y con el centro en el origen, puede ser representado por la multiplicación de matrices de 2×2

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_1' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \gamma_0 & -\sin \gamma_0 \\ \sin \gamma_0 & \cos \gamma_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 & 0 \\ 0 & b_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \phi \\ \sin \phi \end{pmatrix}$$

donde $0 \leq \phi \leq 2\pi$ es un parámetro que no aparece en la geometría de la elipse.

Si el centro de la elipse está desplazado h_c sobre el eje x y h'_c sobre el x' , el punto puede ser representado por:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x'_1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \gamma_0 & -\text{sen} \gamma_0 & 0 \\ \text{sen} \gamma_0 & \cos \gamma_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 & 0 & h_c \\ 0 & b_0 & h'_c \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \phi \\ \text{sen} \phi \\ 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A-11})$$

Un segundo punto, x_2, x'_2 , sobre el perímetro de la misma elipse separado en fase por un ángulo ϕ_0 del primero, puede ser expresado por

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ x'_2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \gamma_0 & -\text{sen} \gamma_0 & 0 \\ \text{sen} \gamma_0 & \cos \gamma_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 & 0 & h_c \\ 0 & b_0 & h'_c \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\phi + \phi_0) \\ \text{sen}(\phi + \phi_0) \\ 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A-12})$$

y similarmente para cualquier punto situado sobre la elipse.

Si en (A-11) ponemos $\cos \phi = \text{sen} \phi = 0$

$$\begin{pmatrix} x_c \\ x'_c \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \gamma_0 & -\text{sen} \gamma_0 & 0 \\ \text{sen} \gamma_0 & \cos \gamma_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 & 0 & h_c \\ 0 & b_0 & h'_c \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (\text{A-13})$$

se obtiene

$$\begin{aligned} x_c &= h_c \cos \gamma_0 - h'_c \text{sen} \gamma_0 \\ x'_c &= h_c \text{sen} \gamma_0 + h'_c \cos \gamma_0 \end{aligned} \quad (\text{A-14})$$

En el sistema de coordenadas fijo a la elipse, x_c y x'_c representan la posición del centro de coordenadas primitivo.

Las ecuaciones (A-12, 13 y 14) pueden ser expresadas en una sola ecuación:

$$\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_c \\ x'_1 & x'_2 & x'_c \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos r_0 & -\sin r_0 & 0 \\ \sin r_0 & \cos r_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 & 0 & h_c \\ 0 & b_0 & h'_c \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \phi & \cos(\phi+\phi_0) & 0 \\ \sin \phi & \sin(\phi+\phi_0) & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (A-15)$$

A fin de que la última matriz de (A-15) pueda ser invertida fácilmente, ponemos $\phi_0 = \pi/2$ para que su determinante valga +1, es decir el punto (x_2, x'_2) está 90° adelantado con respecto a (x_1, x'_1) .

$$\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_c \\ x'_1 & x'_2 & x'_c \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos r_0 & -\sin r_0 & 0 \\ \sin r_0 & \cos r_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 & 0 & h_c \\ 0 & b_0 & h'_c \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \phi & -\sin \phi & 0 \\ \sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (A-16)$$

El determinante de (A-16) vale

$$\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_c \\ x'_1 & x'_2 & x'_c \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = a_0 b_0$$

Para estudiar cómo afecta a la elipse (A-16) una transformación general multiplicaremos esa ecuación por una matriz de la forma:

$$\begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (A-17)$$

Es decir:

$$\begin{pmatrix} x_m & x_n & x_c \\ x'_m & x'_n & x'_c \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos r & -\sin r & 0 \\ \sin r & \cos r & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 & 0 & h_c \\ 0 & b_0 & h'_c \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \phi & -\sin \phi & 0 \\ \sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Examinando un punto arbitrario (x_m, x'_m)

$$\begin{aligned} x_m &= a_0 u_{11} \cos \phi + b_0 u_{12} \operatorname{sen} \phi \\ x'_m &= a_0 u_{21} \cos \phi + b_0 u_{22} \operatorname{sen} \phi \end{aligned} \quad (A-18)$$

donde:

$$\begin{aligned} u_{11} &= T_{11} \cos \gamma + T_{12} \operatorname{sen} \gamma \\ u_{12} &= -T_{11} \operatorname{sen} \gamma + T_{12} \cos \gamma \\ u_{21} &= T_{21} \cos \gamma + T_{22} \operatorname{sen} \gamma \\ u_{22} &= -T_{21} \operatorname{sen} \gamma + T_{22} \cos \gamma \end{aligned} \quad (A-19)$$

El punto (x_n, x'_n) estará rotado 90° con respecto al (x_m, x'_m) .

Sea

$$\Delta_u = \begin{vmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{vmatrix}$$

De la ecuación (A-19) se deduce fácilmente que $\Delta_u = +1$ si $\Delta_T = +1$ como es el caso de las matrices correspondientes a cuadrupolos o imanes deflectores.

De (A-18) se obtiene

$$\cos \phi = \frac{\begin{vmatrix} x_m & b_0 u_{12} \\ x'_m & b_0 u_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_0 u_{11} & b_0 u_{12} \\ a_0 u_{21} & b_0 u_{22} \end{vmatrix}} = \frac{x_m u_{22} - x'_m u_{12}}{a_0}$$

y similarmente

$$\operatorname{sen} \phi = \frac{x'_m u_{11} - x_m u_{21}}{b_0}$$

Elevando al cuadrado y sumando:

$$a_0^2 [x'_m u_{11} - x_m u_{21}]^2 + b_0^2 [x_m u_{22} - x'_m u_{12}]^2 = a_0^2 b_0^2$$

Expandiendo los cuadrados y agrupando términos de manera que quede en la forma general para una curva de segundo grado, es decir:

$$A x_m^2 + B x_m x'_m + C x'^2_m + D = 0$$

se puede demostrar que el discriminante vale

$$B^2 - 4AC = -4 a_0^2 b_0^2 [u_{11} u_{22} - u_{12} u_{21}]^2 = -4 a_0^2 b_0^2 < 0$$

y es siempre menor que 0. Entonces (A-18) es la ecuación de una elipse. Es decir, que la multiplicación de una elipse por una matriz de transformación general de la forma (A-17) conduce a otra elipse. Además, la elipse transformada tiene la misma superficie (πab) que la elipse original, como debía esperarse de acuerdo con el teorema de Liouville.

La aplicación más importante de lo visto anteriormente reside en el denominado "método $\Delta\psi$ "; con él se pueden determinar los valores de los elementos de la matriz T, si se conocen los parámetros de las elipses original y transformada.

Supongamos un sistema de transporte arbitrario que comienza en $s = 0$ y termina en $s = s_1$. Inicialmente, a $s = 0$, la elipse de emitancia está representada por (A-16) que por simplicidad escribimos

$$(\gamma_0)(E_0)(\phi_0)$$

Similarmente la matriz de transformación (A-17) y la elipse de salida en $s = s_1$. Estas matrices están relacionadas por:

$$(\gamma_1)(E_1)(\phi_1) = (T)(\gamma_0)(E_0)(\phi_0) \quad (A-20)$$

o bien

$$(\gamma_1)(E_1) = (T)(\gamma_0)(E_0)(\phi_0)(\phi_1)^{-1}$$

Calculando el producto de matrices $(\phi_0)(\phi_1)^{-1}$ se obtiene:

$$(\phi_0)(\phi_1)^{-1} = \begin{pmatrix} \cos \Delta\phi & \text{sen } \Delta\phi & 0 \\ -\text{sen } \Delta\phi & \cos \Delta\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

donde $\Delta\phi = \phi_0 - \phi_1$

Como habíamos visto ϕ_0 y ϕ_1 , no entran en la geometría de las respectivas elipses; supongamos que en $s = 0$ tengamos una elipse como la de la fig. (A-6). A un valor de $\phi = \phi_0$ le corresponde el punto a_1 sobre el perímetro de la elipse.

Si $\phi_1 = \phi_0$ ($\Delta\phi = 0$), el punto a_1 se transforma en el b_1 de la elipse de salida. Al ir variando ϕ_0 , se tendrán los puntos a_2, a_3 , etc., y sus correspondientes transformador b_2, b_3 , etc. Si en cambio suponemos $\Delta\phi \neq 0$, por ejemplo $\Delta\phi = 120^\circ$, los puntos a_1, a_2, a_3 , etc. se transformarán en los b'_1, b'_2, b'_3 , etc., respectivamente.

Como vemos, si bien la forma de la elipse no cambia al variar $\Delta\phi$, existe un conjunto infinito de matrices (T), correspondientes a cada $\Delta\phi$, que transforma la elipse $(\gamma_0)(E_0)$ en $(\gamma_1)(E_1)$.

La ecuación matricial (A-20) puede ser resuelta para la matriz (T).

Se obtiene:

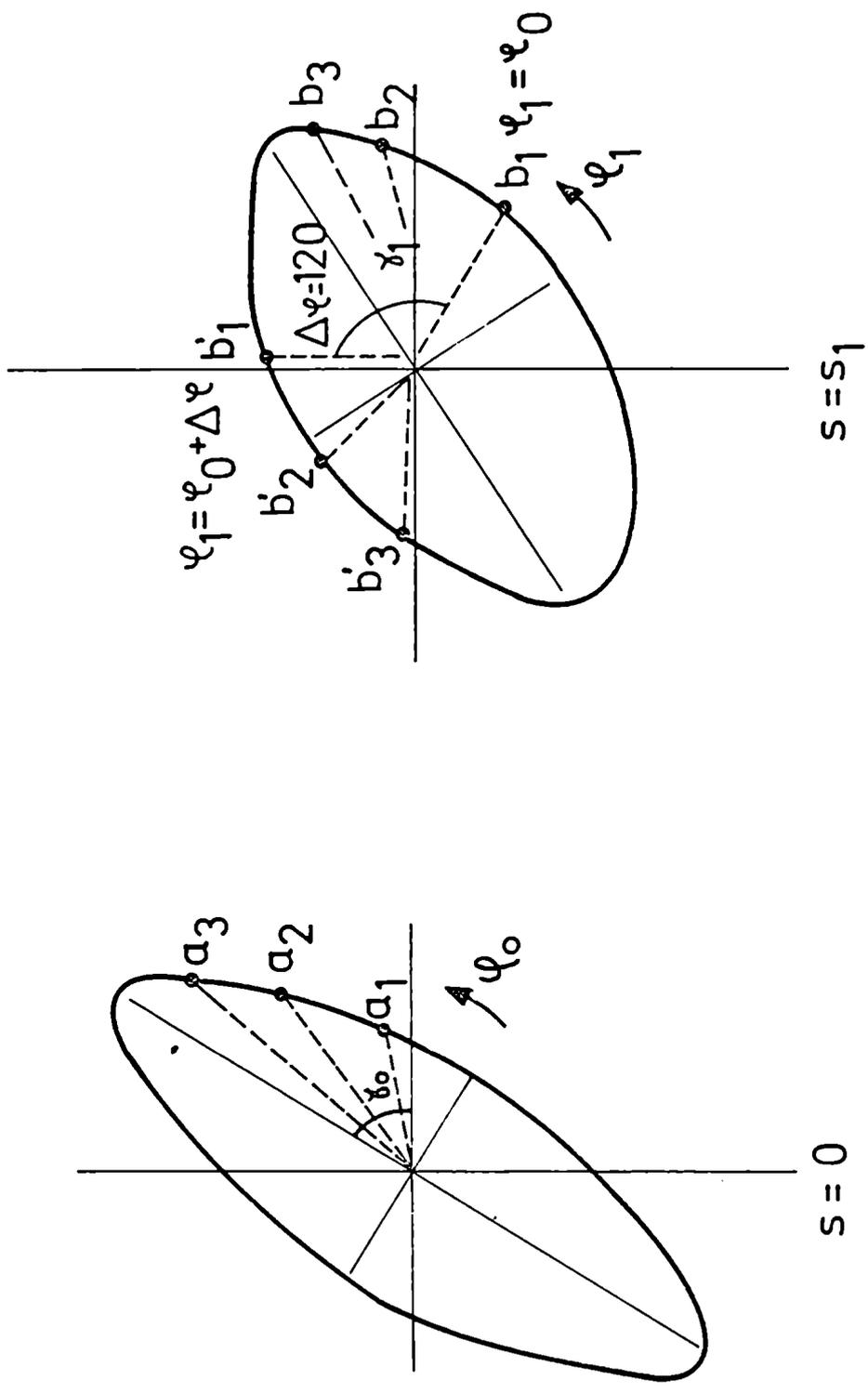


Fig. A-6 TRANSFORMACION DE LOS PUNTOS SOBRE LA ELIPSE DE EMITANCIA PARA $\Delta\varphi = 0$ Y $\Delta\varphi = 120^\circ$

$$\begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1 & c_3 & c_9 \\ c_5 & c_7 & c_{11} \end{pmatrix} \cos \Delta\phi + \begin{pmatrix} c_2 & c_4 & c_{10} \\ c_6 & c_8 & c_{12} \end{pmatrix} \sin \Delta\phi +$$

$$+ \begin{pmatrix} 0 & 0 & h_{1c} \cos \gamma_1 - h'_{1c} \sin \gamma_1 \\ 0 & 0 & h_{1c} \sin \gamma_1 + h'_{1c} \cos \gamma_1 \end{pmatrix} \quad (A-21)$$

donde:

$$c_1 = \frac{1}{W} [(b_0 \cos \gamma_0)(a_1 \cos \gamma_1) + (a_0 \sin \gamma_0)(b_1 \sin \gamma_1)]$$

$$c_2 = \frac{1}{W} [(a_0 \sin \gamma_0)(a_1 \cos \gamma_1) - (b_0 \cos \gamma_0)(b_1 \sin \gamma_1)]$$

$$c_3 = \frac{1}{W} [(b_0 \sin \gamma_0)(a_1 \cos \gamma_1) - (a_0 \cos \gamma_0)(b_1 \sin \gamma_1)]$$

$$c_4 = \frac{1}{W} [-(a_0 \cos \gamma_0)(a_1 \cos \gamma_1) - (b_0 \sin \gamma_0)(b_1 \sin \gamma_1)]$$

$$c_5 = \frac{1}{W} [(b_0 \cos \gamma_0)(a_1 \sin \gamma_1) - (a_0 \sin \gamma_0)(b_1 \cos \gamma_1)]$$

$$c_6 = \frac{1}{W} [(a_0 \sin \gamma_0)(a_1 \sin \gamma_1) + (b_0 \cos \gamma_0)(b_1 \cos \gamma_1)]$$

$$c_7 = \frac{1}{W} [(b_0 \sin \gamma_0)(a_1 \sin \gamma_1) + (a_0 \cos \gamma_0)(b_1 \cos \gamma_1)]$$

$$c_8 = \frac{1}{W} [-(a_0 \cos \gamma_0)(a_1 \sin \gamma_1) + (b_0 \sin \gamma_0)(b_1 \cos \gamma_1)]$$

$$c_9 = \frac{1}{W} [b_1 \sin \gamma_1 (a_0 h'_{0c}) - a_1 \cos \gamma_1 (b_0 h_{0c})]$$

$$c_{10} = \frac{1}{W} [b_1 \sin \gamma_1 (b_0 h_{0c}) + a_1 \cos \gamma_1 (a_0 h'_{0c})]$$

$$c_{11} = \frac{1}{W} [-a_1 \sin \gamma_1 (b_0 h_{0c}) - b_1 \cos \gamma_1 (a_0 h'_{0c})]$$

$$c_{12} = \frac{1}{W} [b_1 \cos \gamma_1 (b_0 h_{0c}) + a_1 \sin \gamma_1 (a_0 h'_{0c})]$$

$$y \quad W = a_0 b_0 = a_1 b_1$$

Esta ecuación da los valores de la matriz (T) como función de $\Delta\phi$, si se conocen los parámetros de la elipse original y transformada. Por otro lado, la matriz (T) es función de las distancias focales de los cuadrupolos y dependerá del particular sistema de transporte considerado que puedan o no deducirse los valores de dichas distancias focales, que es lo que en definitiva interesa.

Apéndice B

COEFICIENTES DE PARENTESCO FRACCIONAL EN SU(3)

Los coeficientes de parentesco fraccional (c.p.f.) para dos partículas están definidos por la relación:

$$\psi_{\Gamma' J' M'}^{(A+2)} = \sum_{\Gamma, J, M} \langle \psi_{\Gamma' J' M'}^{(A)} ; \psi_{\gamma_j}^{(2)} \{ | \psi_{\Gamma J M}^{(A+2)} \rangle [\psi_{\Gamma' J'}^{(A)} \psi_{\gamma_j}^{(2)}]_M^J \rangle \quad (B-1)$$

donde J indica el conjunto {LST} y Γ los restantes números cuánticos necesarios para identificar los estados. La expansión en término de c.p.f. asegura que la función $\psi(A+2)$ tiene las propiedades de simetría correctas respecto a las permutaciones entre A+2 partículas. Multiplicando (B-1) por $[\psi_{\Gamma' J'}^{(A)} \psi_{\gamma_j}^{(2)}]_M^J$ a la izquierda e integrando se obtiene:

$$\langle \psi_{\Gamma' J' M'}^{(A)} ; \psi_{\gamma_j}^{(2)} \{ | \psi_{\Gamma J M}^{(A+2)} \rangle = \langle [\psi_{\Gamma' J'}^{(A)} \psi_{\gamma_j}^{(2)}]_M^J | \psi_{\Gamma J M}^{(A+2)} \rangle \quad (B-2)$$

Como en nuestro caso los c.p.f. son reales podemos tomar el donjugado de (B-2) y desacoplar J' y j. Aplicando las propiedades de ortogonalidad de los coeficientes de Clebsch-Gordan se obtiene:

$$\langle \psi_{\Gamma' J' M'}^{(A)} ; \psi_{\gamma_j}^{(2)} \{ | \psi_{\Gamma J M}^{(A+2)} \rangle \langle L' L' M_L m_L | L M \rangle \langle S' S M_S M_S | S M_S \rangle \quad (B-3)$$

$$\langle T' t M_T m_t | T M_T \rangle = \langle \psi_{\Gamma' J' M'}^{(A+2)} | \psi_{\gamma_j}^{(2)} | \psi_{\Gamma' J' M'}^{(A)} \rangle$$

Como los c.p.f. son independientes de las proyecciones de los momentos angulares orbitales, spin e isospin, podemos calcular el elemento de matriz de la derecha de (B-3) para proyecciones arbitrarias.

En este apéndice se tomará un ejemplo particular a fin de comprobar las convenciones adoptadas en el cálculo de los c.p.f.¹⁵⁾ usados en la

sección 4.2. Elegiremos el siguiente caso:

$$\langle \Psi(A=22 [42] (82) K_i=0 L_i=4 S_i T_i M_{L_i}=M_{S_i}=M_{T_i}=0) | \Psi((t_5 t_6 S_5 S_6 t_5 t_6) [2] (40) K_i=0 L_i=4 S T M_L=M_S=M_T=0) \rangle$$

$$\langle \Psi(A=20 [4] (80) K_f=0 L_f=8 S_f=0 T_f=0 M_{L_f}=M_{S_f}=M_{T_f}=0) \rangle = (n_{[4]}/n_{[42]})^{1/2} \times \quad (B-4)$$

$$\times \langle \Psi(A=22 [42] (82) K_i=0 L_i=4 M_{L_i}=0) | \Psi((t_5 t_6) [2] (40) K_i=0 L_i=4 M_L=0) | \Psi(A=20 [4] (80) K_f=0 L_f=8 M_{L_f}=0) \rangle \times$$

$$\times \langle \chi([4\tilde{2}] S_i T_i M_{S_i}=M_{T_i}=0) | \tilde{\chi}((s_5 s_6 t_5 t_6) [\tilde{2}] S T M_S=M_T=0) | \chi([4\tilde{1}] S_f T_f=0 M_{S_f}=M_{T_f}=0) \rangle \times$$

donde $n_{[f]}$ es la dimensión de la partición $[f]$. El factor estadístico¹⁷⁾

$(n_{[4]}/n_{[42]})^{1/2}$ tiene en cuenta la normalización de los estados $[42]$ y $[4]$, así como la suma sobre las diferentes filas de las representaciones del grupo de simetría. En el miembro de la derecha de la igualdad se pone de manifiesto la dependencia de las coordenadas orbitales y de spin-isospin.

De acuerdo a ref.17), el elemento de matriz dependiente de ST vale 1 para este caso.

Para calcular la parte correspondiente a las coordenadas orbitales, debemos primero especificar las funciones de onda que intervienen en la integral.

Comenzaremos por construir el estado:

$$\Psi([42] (82) K_i=0 L_i=4 M_{L_i}=0 | r_6 r_5 r_4 r_3 r_2 r_1) \quad (B-5)$$

donde $r_6 r_5 r_4 r_3 r_2 r_1$ indica que consideramos las 6 partículas que se encuen-

tran en la capa s-d, fuera del núcleo doblemente mágico compuesto por los 16 nucleones restantes.

Elegiremos como funciones base para cada partícula las correspondientes al oscilador armónico en coordenadas cartesianas y en la capa $n=2$. De las 6 funciones posibles¹⁸⁾ tomamos las dos siguientes:

$$\phi_0: \quad n_z = 2 \quad n_x = 0 \quad n_y = 0$$

$$\phi_1: \quad n_z = 1 \quad n_x = 1 \quad n_y = 0$$

en donde n_z , n_x y n_y indican el número de cuantos en la dirección z, x e y respectivamente. Esta elección se justificará posteriormente.

Con ϕ_0 y ϕ_1 podemos construir el estado:

$$\phi = \phi_0(1) \phi_0(2) \phi_0(3) \phi_0(4) \phi_1(5) \phi_1(6) \quad (B-6)$$

Se puede verificar que ϕ pertenece a la representación $(\lambda=8, \mu=2)$, usando las siguientes relaciones^{18,21)}

$$(2N_z - N_x - N_y) \psi(\lambda, \mu) = (2\lambda + \mu) \psi(\lambda, \mu) \quad (B-7)$$

$$(N_x - N_y) \psi(\lambda, \mu) = \mu \psi(\lambda, \mu)$$

donde N_z , N_x y N_y son operadores que cuentan el número de cuantos en la dirección z, x e y respectivamente. Reemplazando (B-6) en (B-7) se obtiene:

$$\left. \begin{aligned} (2N_z - N_x - N_y) \phi(\lambda, \mu) &= 15 \phi(\lambda, \mu) \\ (N_x - N_y) \phi(\lambda, \mu) &= 2 \phi(\lambda, \mu) \end{aligned} \right\} \lambda = 8; \mu = 2 \quad (B-8)$$

Si aplicamos una permutación arbitraria a (B-6), obtenemos otra

función que también pertenecerá a la representación (82).

Debemos construir ahora la combinación lineal de funciones del tipo (B-6) que pertenezca a la partición [42]. Para ello utilizaremos los operadores de Young, siguiendo el método usado por Elliot¹⁹⁾.

Partimos del arreglo (221111) del tablero de Young [42] (donde $(a_6 a_5 a_4 a_3 a_2 a_1)$ es el símbolo de Yamanouchi, y a_k la fila en que se encuentra la partícula k). Este es el único arreglo que se conecta con las particiones [4] y [2].

Removiendo sucesivamente la última partícula, obtenemos:

$$S^{[42]} = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 5 & 6 & & \\ \hline \end{array} \quad \alpha = 4 \quad k = 6$$

$$S^{[41]} = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 5 & & & \\ \hline \end{array} \quad \alpha = 4 \quad k = 5$$

$$S^{[4]} = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline \end{array} \quad \alpha = 4 \quad k = 4$$

$$S^{[3]} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 3 \\ \hline \end{array} \quad \alpha = 3 \quad k = 3$$

$$S^{[2]} = \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 2 \\ \hline \end{array} \quad \alpha = 2 \quad k = 2$$

$$S^{[1]} = \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array} \quad \alpha = 1 \quad k = 1$$

Con α indicamos la dimensión de la partición y con k el número de partículas.

El operador de Young está definido por¹⁹⁾:

$$e_r^{[f]} = \left(\frac{\alpha[f]}{k!} \right) e_r^{[f]^*} E_{rr}^{[f]} e_r^{[f]^*} \quad (B-9)$$

donde $e_r^{[f]^*}$ indica la partición anterior (correspondiente a $(k-1)$ partículas).

Además:

$$E_{rr}^{[f]} = P_r^{[f]} \cdot Q_r^{[f]}$$

$$P_r^{[f]} = \prod_g \sum_{\tau}^g \tau$$

$$Q_r^{[f]} = \prod_h \sum_{\tau}^h \epsilon_{\tau} \tau$$

$\sum^g \tau$ indica la suma sobre todas las permutaciones τ posibles entre partículas de la fila g , y \prod_g el producto de dichas sumas sobre todas las filas del tablero de Young. De la misma manera se define el operador $Q_r^{[f]}$ con respecto a las columnas h , pero usando $\sum^h \epsilon_{\tau} \tau$, donde ϵ_{τ} es la paridad de τ .

Como $e_r^{[1]} = I$ (operador identidad), podemos obtener $e_r^{[42]}$ por recurrencia utilizando (B-9). El resultado es:

$$e_r^{[42]} = \frac{T}{72000} \left\{ P_{15} T \gamma T P_{15} - 24(\gamma T P_{15} - P_{15} T \gamma) + 576 \gamma \right\}$$

donde:

$$T = \sum_{n=1}^{24} P_n, \quad P_n \text{ operador permutación entre las cuatro partículas } r_1, r_2, r_3 \text{ y } r_4$$

$$\gamma = I - P_{26} - P_{15} + (15)(26) + P_{56} - (265) - (156) + (1526)$$

Con $(a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6)$ indicamos la permutación

$$(a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 & a_6 \end{pmatrix}$$

donde omitimos a_k cuando la partícula k ocupa el mismo lugar.

Por ejemplo

$$(1526) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 6 & 3 & 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Para aplicar el operador $e_r^{[42]}$ a la función (B-6), se desarrolló un programa para computadora, obteniéndose:

$$\begin{aligned} \phi([42](82)) &= \frac{1}{\sqrt{10}} \left[\frac{1}{\sqrt{6}} \left\{ \phi_1 \phi_1 \phi_0 \phi_0 \phi_0 \phi_0 + \phi_1 \phi_0 \phi_1 \phi_0 \phi_0 \phi_0 + \right. \right. \\ &+ \phi_1 \phi_0 \phi_0 \phi_1 \phi_0 \phi_0 + \phi_0 \phi_1 \phi_1 \phi_0 \phi_0 \phi_0 + \phi_0 \phi_1 \phi_0 \phi_1 \phi_0 \phi_0 + \phi_0 \phi_0 \phi_1 \phi_1 \phi_0 \phi_0 \left. \right\} - \\ &- \sqrt{\frac{3}{2}} \left\{ \phi_1 \phi_0 \phi_0 \phi_0 \phi_1 \phi_0 + \phi_1 \phi_0 \phi_0 \phi_0 \phi_0 \phi_1 + \phi_0 \phi_1 \phi_0 \phi_0 \phi_1 \phi_0 + \phi_0 \phi_1 \phi_0 \phi_0 \phi_0 \phi_1 + \right. \\ &+ \phi_0 \phi_0 \phi_1 \phi_0 \phi_1 \phi_0 + \phi_0 \phi_0 \phi_1 \phi_0 \phi_0 \phi_1 + \phi_0 \phi_0 \phi_0 \phi_1 \phi_1 \phi_0 + \phi_0 \phi_0 \phi_0 \phi_1 \phi_0 \phi_1 \left. \right\} + \\ &+ \sqrt{6} \left[\phi_0 \phi_0 \phi_0 \phi_0 \phi_1 \phi_1 \right] = \sum_{i=1}^{15} A_i \phi_i \end{aligned} \quad (B-10)$$

donde $i = \{i_1 i_2 i_3 i_4 i_5 i_6\}$ indica un ordenamiento particular de las funciones ϕ_0 y ϕ_1 , y A_i su coeficiente. Obviamente los subíndices i_1, i_2, i_3, i_4, i_5 e i_6 toman los valores 0 ó 1.

Hemos verificado que $\phi([42](82))$ pertenece a la partición $[42]$ (por construcción) y a la representación (82) de $SU(3)$. Pero además es el estado de máximo peso, ya que cumple^{18,21)}

$$A_{2\lambda} \phi([42](82)) = A_{2\gamma} \phi([\bar{4}2](\bar{8}2)) = A_{\lambda\gamma} \phi([42](82)) = 0 \quad (B-11)$$

donde los A_{ij} son tres de los ocho operadores de corrimiento de $SU(3)$ que aniquilan un cuanto en la dirección j y lo crean en la i . La comprobación de (B-11) se realiza fácilmente utilizando:

$$\begin{aligned} A_{2x} \phi_0 &= 0 & A_{2y} \phi_0 &= A_{xy} \phi_0 = 0 \\ A_{2x} \phi_1 &= \sqrt{2} \phi_0 & A_{2y} \phi_1 &= A_{xy} \phi_1 = 0 \end{aligned}$$

La condición (B-11) implica que el estado de máximo peso es aquél que tiene el máximo número de cuantos en la dirección Z , y , en su defecto, en la dirección x , compatible con la partición $[f]$ y la representación $(\lambda\mu)$. Este hecho se tuvo en cuenta al elegir como funciones base a ϕ_0 y ϕ_1 .

La importancia de la función de máximo peso $\phi([f](\lambda\mu))$ radica en que cualquier estado de la representación $(\lambda\mu)$ de $SU(3)$ con momento angular L puede ser escrito en términos de la proyección L y K_L de la función $\phi([f](\lambda\mu))$, a través de la integral de Hill-Wheeler^{18,21)}. Para ello es conveniente expresar la función $\phi([f](\lambda\mu))$ en coordenadas esféricas utilizando las relaciones²⁰⁾:

$$\begin{aligned} \phi_0 &= \frac{2}{\sqrt{6}} \varphi(2,0) + \frac{1}{\sqrt{3}} \varphi(0,0) = \sum_{l_j x_j} C_{l_j \lambda_j}^{i_j=0} \varphi(l_j, x_j) \\ \phi_1 &= \frac{1}{\sqrt{2}} \varphi(2,-1) - \frac{1}{\sqrt{2}} \varphi(2,1) = \sum_{l_j \lambda_j} C_{l_j \lambda_j}^{i_j=1} \varphi(l_j, x_j) \end{aligned} \quad (B-12)$$

donde $\varphi(l_j, x_j)$ es la función de onda de una partícula en la capa $s-d$ en coordenadas esféricas, siendo l_j el momento angular y x_j su proyección sobre el eje Z en el sistema de referencia del laboratorio. También es conveniente expresar la función $\phi([42](82))$ en un sistema de coordenadas rotado un ángulo de Euler Ω con respecto al sistema de laboratorio, haciendo

uso de las propiedades de las matrices $\mathcal{D}_{m_1 m_2}^l(\Omega)$:

$$\phi_{\Omega}([42](82)) = \sum_{i=1}^{15} A_i \sum_{\ell_1 \ell_2 \ell_3 \ell_4 \ell_5 \ell_6} C_{\ell_1 \ell_1}^{i_1} C_{\ell_2 \ell_2}^{i_2} C_{\ell_3 \ell_3}^{i_3} C_{\ell_4 \ell_4}^{i_4} C_{\ell_5 \ell_5}^{i_5} C_{\ell_6 \ell_6}^{i_6} \cdot$$

$$\times \mathcal{D}_{m_1 \ell_1}^{\ell_1}(\Omega) \mathcal{D}_{m_2 \ell_2}^{\ell_2}(\Omega) \mathcal{D}_{m_3 \ell_3}^{\ell_3}(\Omega) \mathcal{D}_{m_4 \ell_4}^{\ell_4}(\Omega) \mathcal{D}_{m_5 \ell_5}^{\ell_5}(\Omega) \mathcal{D}_{m_6 \ell_6}^{\ell_6}(\Omega) \cdot$$

$$\times \psi(\ell_1 m_1) \psi(\ell_2 m_2) \psi(\ell_3 m_3) \psi(\ell_4 m_4) \psi(\ell_5 m_5) \psi(\ell_6 m_6)$$

(B-13)

donde las funciones $\psi(lm)$ tienen momento angular l y proyección m sobre el eje Z' del sistema de referencia girado un ángulo Ω .

Utilizando la integral de Hill-Wheeler^{18,21)},

$$\phi_{\Omega}([42](82) K L M) = \frac{2L+1}{\alpha((\lambda\mu)LK) \pi^2} \int \mathcal{D}_{MK}^L(\Omega) \phi_{\Omega}([42](82)) d\Omega \quad (B-14)$$

se ve que los estados de $SU(3)$ con momento angular L bien definido pueden ser escritos de una manera muy similar al caso del modelo de Nilsson, si asociamos la "función intrínseca" a $\phi_{\Omega}([f](\lambda\mu))$. Calculando la integral se obtiene:

$$\psi([42](82)LMK) = \frac{1}{a((\lambda\mu)KL)} \sum_{i=1}^{15} A_i \sum_{\substack{\ell_1 \ell_2 \ell_3 \ell_4 \ell_5 \ell_6 \ell_{12} \ell_{34} \ell_{56} \ell_{14} \\ x_1 x_2 x_3 x_4 x_5 x_6}} C_{\ell_1 x_1}^{i_1} C_{\ell_2 x_2}^{i_2} C_{\ell_3 x_3}^{i_3} C_{\ell_4 x_4}^{i_4} C_{\ell_5 x_5}^{i_5} C_{\ell_6 x_6}^{i_6} * \langle \ell_{14} \ell_{56} x_{14} x_{56} | LK \rangle * \quad (B-15)$$

$$* \langle \ell_1 \ell_2 x_1 x_2 | \ell_{12} x_{12} \rangle \langle \ell_3 \ell_4 x_3 x_4 | \ell_{34} x_{34} \rangle \langle \ell_5 \ell_6 x_5 x_6 | \ell_{56} x_{56} \rangle *$$

$$* \langle \ell_{12} \ell_{34} x_{12} x_{34} | \ell_{14} x_{14} \rangle = \left[\left[[\ell_1 \ell_2]^{\ell_{12}} [\ell_3 \ell_4]^{\ell_{34}} \right]^{\ell_{14}} [\ell_5 \ell_6]^{\ell_{56}} \right]_M^L$$

El coeficiente $a((\lambda\mu)KL)$ puede ser evaluado usando²²⁾ †

$$|a((\lambda\mu)KL)|^2 = \frac{2L+1}{8\pi^2} \sum_n \frac{\mu! (-1)^n}{n! (\mu-n)!} \left\{ \int_0^{2\pi} dx e^{i\kappa x} (\sin x)^n (\cos x)^{\mu-n} \right\}^2 * \quad (B-16)$$

$$* \int_{-1}^{+1} d \cos \beta (\cos \beta)^{\lambda+n} d_{\kappa\kappa}^L(\beta)$$

donde $d_{\kappa\kappa}^L(\beta)$ está definido según la convención de Rose.

Los estados $\psi([4](80) \kappa_3=0 L_3=8 M_3=0)$ y $\psi([2](40) \kappa=0 L=4 M=0)$ pueden construirse de una manera similar a la descrita anteriormente. Sin embargo, teniendo en cuenta que son funciones totalmente simétricas acopladas a momento angular máximo, podemos escribir directamente

$$\psi([4](80) \kappa_3=0 L_3=8 M_3=0 | r_4 r_3 r_2 r_1) = \left\{ [\psi(\ell_1=2) \psi(\ell_2=2)]^4 [\psi(\ell_3=2) \psi(\ell_4=2)]^4 \right\}_0^8$$

$$\psi([2](40) \kappa=0 L=4 M=0 | r_6 r_5) = \left\{ \psi(\ell_5=2) \psi(\ell_6=2) \right\}_0^4. \quad (B-17)$$

† Otra forma de calcular $a((\lambda\mu)KL)$ (consistente en desarrollar en serie los integrandos de (B-16)) puede encontrarse en el trabajo de Harvey¹⁸⁾ o en ref. 23). Cabe destacar que la expresión que figura en dicho trabajo no coincide ni con ref. 23) ni con (B-16).

donde r_k indica las coordenadas de la partícula k .

Podemos calcular ahora el elemento de matriz (B-4). La superposición de los estados y las propiedades de los coeficientes de Clebsh-Gordon condicionan los momentos angulares de (B-15) a :

$$l_1 = l_2 = l_3 = l_4 = l_5 = l_6 = 2$$

$$l_{12} = l_{34} = l_{56} = 4$$

$$l_{14} = 8$$

Finalmente, se obtiene:

$$\begin{aligned} & \langle \psi([42](82) K_i=0 L_i=4 M_i=0 | r_6 r_5 r_4 r_3 r_2 r_1) | \psi([2](40) K=0 L=4 M_L=0 | r_6 r_5) \rangle \\ & \psi([4](80) K_f=0 L_f=8 M_{L_f}=0 | r_4 r_3 r_2 r_1) \rangle = \\ & = \frac{1}{\Omega([22] K=0 L=4)} \langle 3400 | 40 \rangle \sum_{i=1}^{15} A_i \sum_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_4 \lambda_5 \lambda_6} C_{2\lambda_1}^{i_1} C_{2\lambda_2}^{i_2} C_{2\lambda_3}^{i_3} C_{2\lambda_4}^{i_4} C_{2\lambda_5}^{i_5} C_{2\lambda_6}^{i_6} \\ & \langle 22 \lambda_1 \lambda_2 | 4 \lambda_{12} \rangle \langle 22 \lambda_3 \lambda_4 | 4 \lambda_{34} \rangle \langle 22 \lambda_5 \lambda_6 | 4 \lambda_{56} \rangle \langle 44 \lambda_{12} \lambda_{34} | 8 \lambda_{14} \rangle \\ & \langle 84 \lambda_{14} \lambda_{56} | 40 \rangle = 0.10921 \end{aligned}$$

Con este resultado, y recordando que

$$n_{[42]} = 9$$

$$n_{[4]} = 1$$

podemos calcular (B-4). Además, debemos incluir un factor estadístico = $\binom{k}{2}^{1/2}$, que tiene en cuenta que hemos elegido arbitrariamente a las partículas 5 y 6 para formar el estado [2], cuando pudimos haber elegido cualquier par de ellas entre las 6 posibles.

Finalmente se obtiene:

$$\langle \Psi (A=22 [42] (82) K_i=0 L_i=4 S_i T_i M_{L_i} = M_{S_i} = M_{T_i} = 0) | \Psi ([2] (40) K=0 L=4$$

$$S T M_L = M_S = M_T = 0) | \Psi (A=20 [4] (80) K_i=0 L_i=8 S_i = T_i = 0 M_{L_i} = M_{S_i} = M_{T_i} = 0) \rangle =$$

$$= .14098$$

Este valor coincide con el calculado por M.Chandler¹⁵⁾.

APENDICE C

ACOPLAMIENTO DE CANALES

En este apéndice se describirá esquemáticamente el formalismo de acoplamiento de canales de acuerdo a ref. 35) a fin de establecer la notación usada en las secciones 5 y 6.

El potencial óptico que describe la dispersión elástica e inelástica sin interacción spin órbita es:

$$V(r, \theta, \phi) = - (V + iW) \frac{1}{1 + \exp[(r-R)/a]} - 4iW_0 \frac{\exp[(r-\bar{R})/\bar{a}]}{1 + \exp[(r-\bar{R})/\bar{a}]} + V_{\text{coul}} \quad (\text{C-1})$$

donde se han utilizado el potencial de Saxon-Wood para el pozo real e imaginario de volumen, y su derivada para el imaginario de superficie. V_{coul} es el potencial coulombiano. Si R y \bar{R} son independientes de los ángulos θ y ϕ , (C-1) es el potencial óptico usual en DWBA. Para núcleos con características colectivas, R y \bar{R} dependen de los ángulos de acuerdo con la descripción fenomenológica usual. Si el núcleo es esféricamente simétrico, pero puede vibrar alrededor de su forma esférica, R y \bar{R} pueden ser expresados como

$$\begin{aligned} R &= R_0 \left(1 + \sum_{\lambda\mu} \alpha_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu}(\theta, \phi) \right) \\ \bar{R} &= \bar{R}_0 \left(1 + \sum_{\lambda\mu} \bar{\alpha}_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu}(\theta, \phi) \right) \end{aligned} \quad (\text{C-2})$$

donde $R_0 = r_0 A^{1/3}$ y $\bar{R}_0 = \bar{r}_0 A^{1/3}$, donde A es la masa del núcleo dispersor.

Por otra parte, si se trata de un núcleo deformado axialmente simétrico:

$$\begin{aligned} R &= R_0 \left(1 + \sum_{\lambda} \beta_{\lambda} Y_{\lambda 0}(\theta') \right) \\ \bar{R} &= \bar{R}_0 \left(1 + \sum_{\lambda} \bar{\beta}_{\lambda} Y_{\lambda 0}(\theta') \right) \end{aligned} \quad (\text{C-3})$$

donde θ' está medido en el sistema de coordenadas intrínseco.

Para resolver las ecuaciones involucradas en el problema de la dispersión, reemplazamos (C-2) ó (C-3) en (C-1) y desarrollamos en serie hasta el segundo orden. Los detalles de este desarrollo y las aproximaciones hechas pueden encontrarse en ref. 35). Aquí solamente diremos que $V(r, \theta, \phi)$ puede ser escrito

$$V(r, \theta, \phi) = V_{\text{diag.}} + V_{\text{acop.}} \quad (\text{C-4})$$

donde

$$V_{\text{diag.}} = -(V + iW)(1 + e)^{-1} - 4iW_D \bar{e} (1 + \bar{e})^{-2} + \quad (\text{C-4a})$$

$$+ \frac{ZZ'\epsilon^2}{2R_c} \left(3 - \frac{r^2}{R_c^2}\right) \Theta(R_c - r) + \frac{ZZ'\epsilon^2}{r} \Theta(r - R_c)$$

con $e = \exp[(r - R_0)/\lambda]$ y $\bar{e} = \exp[(r - \bar{R}_0)/\bar{\lambda}]$

$R_c = r_{0c} A^{1/2}$ es el radio coulombiano.

Nuevamente, V_{diag} es el potencial óptico usual en DWBA. El término V_{acop} puede ser escrito de una manera general como

$$V_{\text{acop}} = \sum_{t, \lambda, \mu} v_{\lambda}^{(t)}(r) Q_{\lambda\mu}^{(t)} \cdot Y_{\lambda\mu}(\theta, \phi) \quad (\text{C-5})$$

donde t discrimina términos de diferente carácter pero del mismo rango tensorial λ y $Q_{\lambda}^{(t)}$ es un operador que actúa solamente sobre las coordenadas internas del núcleo dispersor.

Consideremos el Hamiltoniano

$$H = T + H_t + V(r, \theta, \phi) = T + H_t + V_{\text{diag}} + V_{\text{acop}} \quad (\text{C-6})$$

donde T es la energía cinética de la partícula incidente y H_t es el

Hamiltoniano que actúa sobre el movimiento de los nucleones que forman el núcleo dispersor. Por definición H_t cumple:

$$H_t \Phi_{I_n M_n}(\xi) = \omega_n \Phi_{I_n M_n}(\xi)$$

donde $\Phi_{I_n M_n}(\xi)$ es la función de onda interna correspondiente al n-ésimo estado $I_n M_n$ con paridad π_n y energía de excitación ω_n .

Si la energía cinética en el sistema centro de masa de la partícula incidente es E_1 , la energía de la partícula que deja al núcleo dispersor en su n-ésimo estado es $E_n = E_1 - \omega_n$.

La ecuación de Schrödinger es

$$H \psi = E_1 \psi \quad (C-7)$$

donde ψ es la función de onda total y puede ser escrita como:

$$\begin{aligned} \psi(\vec{k}, I_n M_n, s m_s) = & \frac{4\pi^2}{kr} \sum_{\ell_n j_n J M_J m_{\ell_n} m_{j_n}} \langle \ell_n s m_{\ell_n} m_s | j_n m_{j_n} \rangle \langle j_n I_n m_{j_n} M_n | J M_J \rangle \\ & * \sum_{I'_n \ell'_n j'_n} \frac{\hat{\ell}'_n}{\hat{\ell}'_n} \mu_{I'_n \ell'_n j'_n; I_n \ell_n j_n}^{J M_J}(r) (Y_{\ell'_n j'_n} \otimes \Phi_{I'_n})_{J M_J} Y_{\ell_n m_{\ell_n}}^*(\hat{k}) \end{aligned} \quad (C-8)$$

donde

$$\begin{aligned} (Y_{\ell'_n j'_n} \otimes \Phi_{I'_n})_{J M_J} = & \sum_{m_{j'_n} M'_n m_{\ell'_n} m_s} \langle j'_n I'_n m_{j'_n} M'_n | J M_J \rangle \langle \ell'_n s m_{\ell'_n} m_s | j'_n m_{j'_n} \rangle \\ & * i^{\ell'_n} Y_{\ell'_n m_{\ell'_n}}(\hat{r}) \chi_{s m_s}(\xi) \Phi_{I'_n M'_n}(\xi) \end{aligned}$$

y donde $\chi_{s m_s}(\xi)$ es la función de onda interna del proyectil-

Se ha expandido la función ψ en términos de funciones acopladas a momento angular total J , ya que éste y $\pi = \pi_n (-)^{I_n}$ son los dos únicos buenos números cuánticos correspondientes al Hamiltoniano total. Además se ha su-

mado sobre los posibles estados nucleares.

Reemplazando (C-8) y (C-6) en (C-7), multiplicando por $(Y_{\ell'_n j'_n} \otimes \Phi_{I'_n})_{JM, J}^*$ a la izquierda, integrando sobre todas las coordenadas excepto r y dividiendo por $E_{n'}$, se obtiene:

$$\left(\frac{d^2}{d\varepsilon_{n'}^2} - \frac{\ell'_n(\ell'_n+1)}{\varepsilon_{n'}^2} - \frac{1}{E_{n'}} V_{\text{diag.}} + 1 \right) \mathcal{U}_{I'_n \ell'_n j'_n; I_n \ell_n j_n}^J(r) =$$

$$= \frac{1}{E_{n'}} \sum_{I''_n \ell''_n j''_n} \langle (Y_{\ell'_n j'_n} \otimes \Phi_{I'_n})_{JM} | V_{\text{acopl}} | (Y_{\ell''_n j''_n} \otimes \Phi_{I''_n})_{JM} \rangle \mathcal{U}_{I''_n \ell''_n j''_n; I_n \ell_n j_n}^J(r)$$
(C-9)

con $\varepsilon_n = k_n r$ y donde en (C-8) previamente se ha reemplazado los valores primados por dobles primas. Este es el sistema de ecuaciones acopladas que debe cumplir la parte radial de la función de onda. Una vez resuelta (C-9) hasta el radio de empalme, la función $\mathcal{U}_{I'_n \ell'_n j'_n; I_n \ell_n j_n}^J(r)$ debe empalmarse con la expresión radial asintótica

$$\mathcal{U}_{I'_n \ell'_n j'_n; I_n \ell_n j_n}^J(r) \sim \exp(i\pi\ell'_n) \left[\delta_{\ell_n, \ell'_n} \delta_{j_n, j'_n} \delta_{I_n, I'_n} F_{\ell_n}^{(I_n)}(r) + \left(\frac{k_n}{k'_n} \right)^{3/2} C_{I_n \ell_n j_n; I'_n \ell'_n j'_n}^J \left(G_{\ell'_n}^{(I'_n)}(r) + i F_{\ell'_n}^{(I'_n)}(r) \right) \right]$$

donde F_1 y G_1 son las funciones regulares e irregulares de Coulomb, respectivamente.

Como vemos $\mathcal{U}_{I'_n \ell'_n j'_n; I_n \ell_n j_n}^J(r)$ corresponde a la solución radial que tiene una onda saliente en el canal $I'_n \ell'_n j'_n$ cuando hay una onda entrante de amplitud unidad en el canal $I_n \ell_n j_n$.

Por otra parte, si hacemos V_{coup} igual a cero, (C-9) corresponde a la ecuación (5.3) usada en DWBA.

El sistema de ecuaciones (C-9) puede resolverse utilizando el programa JUPITOR³⁸⁾. Este programa está incluido como una subrutina en el programa MARS³⁹⁾.

Bibliografía

- 1) S.Mayo and M.J.Sametband, "A modified regenerative beam extraction system for the Buenos Aires 180 cm Synchrocyclotron", Nucl. Inst. and Meth. 60 (1968) N° 3.
- 2) M.J.Sametband, H.J.Erramuspe, A.M.J.Ferrero, H.M.Sofía, A.E.Ceballos y N.A.Fazzini, "Sistema de Transporte del Haz Externo del Sincrociclotrón de 28 MeV", CNEA 367, 1974.
- 3) K.G.Steffen, "High Energy Beam Optics", Interscience, New York, 1965.
- 4) B.A.Norman y W.H.Moore, "Beam Transport Systems", BNL Accelerator Dept., Report AGSCD-26, 1966.
- 5) M.Livinston, H.Bethe. Rev. Mod. Phys. 9(1937)245.
- 6) ORTEC, Instr. Manual 423, Particle Identifier.
- 7) F.Goulding, D.Landis, J.Cerny, R.Pehl, IEEE Trans. Nucl. Sci., NS/11 (1964) 388.
- 8) R.M.Drisko, G.R.Satchler and R.H.Bassel, in Proceedings of the Third Conference on Reactions Between Complex Nuclei, Asilomar, California, 1963, editada por A.Ghiorso, R.M.Diamond and H.E.Conzett (University of California Press, Berkeley, 1963).
- 9) L.J.Denes, W.W.Daenick and R.M.Drisko, Phys. Rev. 148, 1097(1966).
- 10) L.J.Denes and W.W.Daenick, Phys. Rev. 154, 928(1967).
- 11) A.E.Ceballos, H.J.Erramuspe, A.M.J.Ferrero, M.J.Sametband, J.E.Testoni, D.R.Bes, E.E.Maqueda, R.P.J.Perazzo and S.L.Reich, Nucl. Phys. A205 (1974) 170.
- 12) A.E.Ceballos. Tesis. Universidad Nacional de Cuyo (1974).
- 13) J.R.Comfort, W.J.Braithwaite, J.R.Duray, H.T.Fortune, W.J.Courtney and H.G.Binghan. Phys. Lett. 40B, 456(1972).
- 14) R.L.Mc Grath, D.L.Hendrie, E.A.Mc Clatchie, B.G.Harvey, and J.Cerny, Phys. Letters 34B (1971)289
- 15) M.Chandler. Comunicación Personal.
- 16) C.F.Williamson, J.P.Boujot and J.Picard. Rapport CEA - R3042 (1966).
- 17) J.P.Elliott, J.Hope and H.A.Jahn, Phil. Trans. Roy. Soc. (London) A246 (1953)241.

- 18) M.Harvey. Adv. in Nuclear Phys., M.Baranger and E.Vogt, eds., Vol 1, Plenum Press, New York, 1968.
- 19) J.P.Elliott. Escuela Latino Americana de Física, Universidad de México, 1962.
- 20) E.E.Maqueda. Tesis. Universidad Nacional de Cuyo (1964).
- 21) J.P.Elliott. Proc. Roy. Soc., A245, 128 y 562 (1958).
- 22) J.P.Elliott, and M.Harvey. Proc. Roy. Soc., A272, 557 (1963).
- 23) M.Chandler. Tesis. University of Minnessota. (1971).
- 24) F.Ajzenberg - Selove, Nuclear Phys. A214 (1973) 91.
- 25) F.Ajzenberg - Selove, Nuclear Phys. A190 (1972) 123.
- 26) O.Dragún, G.G.Dussel, E.E.Maqueda and R.P.J.Perazzo, Nuclear Phys. A167 (1971) 529.
- 27) T.A.Brody y M.Moshinsky. Tablas de Paréntesis de transformación. Universidad Nacional Autónoma de México, México, 1960.
- 28) A.R.Edmonds. Angular Momentum in Quantum Mechanics. Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1957.
- 29) B.F.Bayman. Escuela Latino Americana de Física, México, M.Moshinsky, T.A. Brody and G.Jacob, eds., Science Publishers, Inc., New York, 1965.
- 30) D.K.Olsen, T.Ugadawa, T.Tamura and R.E.Brown. Phys. Rev. Lett. 29, 1178, (1970).
- 31) O.Hausser, T.K.Alexander, A.B.Mc Donald, G.T.Ewan and A.E.Litherland, Nucl. Phys. A168, 17 (1971).
- 32) A.Bohr and B.R.Mottelson, Kgl. Dan. Vidensk. Selsk., Mat. Fys. Medd. 27 N° 16 (1953).
- 33) B.E.Chi, Nuclear Phys. A83 (1967) 97.
- 34) N.K.Glendenning, Phys. Rev. 137 (1965) B 102.
- 35) T.Tamura, Rev. of Mod. Phys., 37 (1965) 679.
- 36) R.J.Asciutto, C.H.King, L.J.Mc Vay and B. Sørensen, Nucl. Phys. A226 (1974) 454.
- 37) T.Tamura, D.R.Bes, R.A.Brogliola and S.Landowne. Phys. Rev. Lett. 25, 1507 (1970) y 26, 156 (E) (1971).
- 38) T.Tamura, ORNL - 4152, Oak Ridge National Laboratory (1967).

- 39) T.Tamura and T.Udagawa, no publicado.
- 40) H.Rebel, G.W.Schweimer, G.Schatz, J.Specht, R.Löhken, G.Hauser, D.Habs and H.Klewe-Nebenius, Nuclear Physics A182 (1972) 145.



UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

Buenos Aires, 21 de marzo de 1975.-

En la fecha, la Sub-Comisión de Doctorado del Departamento de Ciencias Físicas presentó dos (2) ejemplares del Trabajo de Tesis realizado por el Licenciado ARMANDO MARIO JUAN FERRERO, a los efectos correspondientes.-


SUB COMISIÓN DE DOCTORADO
V. P. DE CIENCIAS FÍSICAS
SU JEFE

Buenos Aires, 21 de marzo de 1975.-

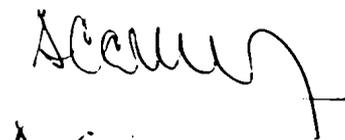
PASE al Jurado designado a fin de que se sirva considerar el presente Trabajo de Tesis.-



LIO. HORACIO ABEL BRUZZONE
SECRETARIO ACADEMICO


V. J. KOWALEWSKI


H. E. BOSCH


A. CEBALLOS