

## Tesis de Posgrado

# Estudio de la transferencia de materia en lechos rellenos con mallas

Cano, Jorge Antonio

1973

Tesis presentada para obtener el grado de Doctor en Ciencias Químicas de la Universidad de Buenos Aires

Este documento forma parte de la colección de tesis doctorales y de maestría de la Biblioteca Central Dr. Luis Federico Leloir, disponible en [digital.bl.fcen.uba.ar](http://digital.bl.fcen.uba.ar). Su utilización debe ser acompañada por la cita bibliográfica con reconocimiento de la fuente.

This document is part of the doctoral theses collection of the Central Library Dr. Luis Federico Leloir, available in [digital.bl.fcen.uba.ar](http://digital.bl.fcen.uba.ar). It should be used accompanied by the corresponding citation acknowledging the source.

**Cita tipo APA:**

Cano, Jorge Antonio. (1973). Estudio de la transferencia de materia en lechos rellenos con mallas. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires.  
[http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis\\_1448\\_Cano.pdf](http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis_1448_Cano.pdf)

**Cita tipo Chicago:**

Cano, Jorge Antonio. "Estudio de la transferencia de materia en lechos rellenos con mallas". Tesis de Doctor. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires. 1973.  
[http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis\\_1448\\_Cano.pdf](http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis_1448_Cano.pdf)

**EXACTAS** UBA

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales



**UBA**

Universidad de Buenos Aires

UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES  
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

ESTUDIO DE LA TRANSFERENCIA DE MATERIA  
EN LECHOS RELLENOS CON MALLAS

JORGE ANTONIO CANO  
DIRECTORA: DRA. URSULA BOHM DE BORDENAVE

TESIS PRESENTADA PARA OPTAR AL TITULO DE  
DOCTOR EN QUIMICA INDUSTRIAL

1973

A mi esposa e hija

A mis padres

## INDICE

	pág.
1. Introducción	1
2. Objeto del trabajo	3
3. Parte experimental	
3.1. Método de medición del flujo de materia	4
3.2. Propiedades de electrolito utilizado	5
3.3. Descripción del equipo	6
3.4. Circuito eléctrico	7
3.5. Características de la malla	8
4. Parte teórica	9
5. Experiencias realizadas	
5.1. Curvas de polarización	31
5.2. Resultados experimentales	31
6. Correlación de datos	
6.1. Alambres	33
6.2. Lechos de mallas	33
6.2.1. Comentarios	35
7. Comparación con otros trabajos	40
8. Conclusiones	42
9. Bibliografía	44
10. Nomenclatura	46

## 1. INTRODUCCION

El estudio de transferencia de materia entre mallas metálicas y una corriente fluida es de utilidad para el conocimiento de los procesos de catálisis heterogénea (por ejemplo, producción de ácido nítrico por oxidación de amoníaco; el catalizador de platino se coloca en forma de mallas que son atravesadas por la corriente gaseosa).

En cuanto a la transferencia de calor en lechos constituidos por mallas metálicas el principal interés se refiere al diseño de intercambiadores de calor compactos que operan en forma periódica, los principales trabajos en este campo se deben a London (1), (2), (3).

En el caso de transferencia en un sistema líquido-sólido, el único trabajo realizado corresponde a Vogtländer y Bakker (4) quienes estudiaron la transferencia de materia entre una corriente líquida y mallas de platino por métodos electroquímicos.

Estos autores usaban una sola malla para medir la velocidad de transferencia de materia para distintos caudales de electrolito.

Ensayaron 3 mallas de distintas características geométricas, y correlacionaron los datos en la forma  $Sh/Sc^{1/3}$  vs.  $Re^{1/2}$ , observándose que cada malla posee una ecuación propia.

Otros trabajos han sido realizados pero en sistemas gas-sólido, Gay y Maughan (5) determinaron la velocidad de transferencia de materia midiendo la velocidad de evaporación de una delgada capa, de mercurio depositada sobre las mallas. Todas las corridas fueron realizadas colocando una sola malla en una corriente de nitrógeno. Los autores tratan de explicar fundamentalmente las diferencias entre los resultados de transferencia de materia y los obtenidos para transferencia de calor por Coppage y London (1). ///

Posiblemente el trabajo más extenso es el realizado por Satterfield y Cortez (6). Estos autores estudian la velocidad de oxidación de hexano y tolueno en exceso de aire y con mallas de platino como catalizador, utilizan como máximo un lecho constituido por 3 mallas y estudian también la influencia de la separación entre las mismas.

Los resultados obtenidos son correlacionados de diversas maneras llegando a la conclusión que los fenómenos de transferencia en mallas son similares a los que ocurren en un cilindro infinito (7) cuando se expresa el factor  $j \bar{x} E$  como una función del número de Reynolds basado en la velocidad intersticial y el diámetro del alambre.

De la revisión bibliográfica se desprende que no ha sido elaborado ningún modelo teórico que intente explicar los fenómenos de transferencia que ocurren en un sistema constituido por mallas, posiblemente debido a la gran dificultad que, desde el punto de vista geométrico, presentan estos sistemas.

Las correlaciones se realizan empíricamente de acuerdo a los parámetros usados comúnmente en lechos rellenos.

## 2. OBJETO DEL TRABAJO

Se tratará de desarrollar distintos modelos matemáticos que permitan explicar el fenómeno de transferencia de materia en lechos rellenos con mallas.

Se utilizará el método electroquímico para la determinación experimental de los coeficientes de transferencia de materia.

Se determinarán los coeficientes de transferencia de materia para cilindros infinitos constituidos por alambres de iguales dimensiones que los que forman las mallas, para su comparación con los trabajos realizados en transferencia de masa y de calor en cilindros in finitos.

Se estudiará el comportamiento del sistema cuando está constituido por una o por varias mallas.

Se discutirá la conveniencia de la aplicación de los distintos modelos matemáticos desarrollados a la luz de los resultados experimentales obtenidos.

### 3. PARTE EXPERIMENTAL

#### 3.1. Método de medición del flujo de materia

Se utilizó un método electroquímico basado en una reacción de óxido-reducción, que se lleva a cabo en un sistema de electrodos, uno de los cuales se encuentra polarizado.

La solución electrolítica usada contiene la forma oxidada y reducida de los reactivos en cantidades equimolares.

Además, contiene un electrolito soporte que hace despreciable el flujo por migración de los iones que intervienen en la reacción.

El potencial aplicado a los electrodos es tal que la velocidad global de reacción no depende del mismo, pudiéndose considerar la velocidad de reacción sobre el electrodo prácticamente infinita, asegurándose una concentración de reactivo sobre el electrodo aproximadamente igual a cero.

La intensidad de corriente que circula en estas condiciones es llamada intensidad límite.

De esta manera, la velocidad global de reacción queda determinada por el proceso difusivo de transferencia de iones desde el seno de la solución hasta la superficie del electrodo polarizado.

En nuestro caso se utiliza el sistema ferricianuro de potasio - ferrocianuro de potasio, con exceso de hidróxido de sodio como electrolito soporte. Dicha solución se satura con nitrógeno para evitar posibles interferencias en la medición, debido a la presencia de oxígeno disuelto.

///

Utilizando una superficie anódica varias veces superior a la catódica, se produce la polarización catódica.

La intensidad de corriente límite medida en cada caso se relaciona con el flujo de materia de la siguiente manera:

$$N^{\circ} = \frac{i}{A n F} = k (c_0 - c_i)$$

resultando el coeficiente de transferencia de materia igual a:

$$k = \frac{i}{A n F c_0} = \frac{I}{n F c_0}$$

ya que la concentración en la interfase puede considerarse igual a cero.

### 3.2. Propiedades del electrolito utilizado

En todas las experiencias se utilizó solución de ferricianuro de potasio - ferrocianuro de potasio con hidróxido de sodio como electrolito soporte. En la tabla N° 1 se detallan las propiedades de la solución usada.

Tabla N° 1

Concentración de ferricianuro	0,00077 - 0,00130 M
Concentración de ferrocianuro	aprox. 0,001 M
Concentración de hidróxido de sodio	aprox. 0,5 M
Densidad a 25 °C	1,02 gr/cm <sup>3</sup>
Densidad a 30 °C	1,019 gr/cm <sup>3</sup>
Viscosidad a 25 °C	0,989 10 <sup>-2</sup> poise
Viscosidad a 30 °C	0,901 10 <sup>-2</sup> poise
Difusividad del ión ferricianuro a 25°C	7,53 10 <sup>-6</sup> cm <sup>2</sup> /seg
Difusividad del ión ferricianuro a 30°C	8,41 10 <sup>-6</sup> cm <sup>2</sup> /seg

### 3.3. Descripción del equipo

El equipo utilizado se muestra en la fig. 1, consta de una columna (A), dos termómetros colocados a la entrada y a la salida de la misma (F) y el sistema de circulación de fluidos.

El sistema de circulación de fluidos está compuesto por:

- Dos rotámetros (B); uno marca Bruno Schillig modelo S 40 y otro marca Fischer & Porter modelo 10 A 1027 ALK; las partes en contacto con la solución son de vidrio y acero inoxidable.
- Una bomba centrífuga (C) marca EGIA, construida en PVC, con un motor de 1 HP, dando un caudal de 5500 litros/hora a 13,6 metros de agua.
- Un recipiente de depósito (D) de 30 litros de capacidad construido en polietileno, que posee una entrada para burbujeo de nitrógeno y un termostato (E) que mantiene la temperatura de la solución a  $25\text{ }^{\circ}\text{C} \pm 0,1\text{ }^{\circ}\text{C}$  y a  $30\text{ }^{\circ}\text{C} \pm 0,1\text{ }^{\circ}\text{C}$ .
- El sistema de cañerías (G) es de 19 mm de diámetro y tanto los caños como los accesorios (válvulas, etc.) son de PVC.

Las partes que constituyen la columna donde se realizó el estudio de transferencia de materia se detallan a continuación:

Una columna de acrílico (A) de 120 cm de altura con un diámetro interno de 11 cm y un espesor de pared de 1 cm que actuaba simplemente como soporte de las distintas partes que se colocaron dentro de ella y que son

- Una zona de estabilización y calma de flujo (H), consistente de una columna de acrílico de 40 cm de altura 10 cm de diámetro interno y 1 cm de espesor, rellena con bolitas de vidrio ///

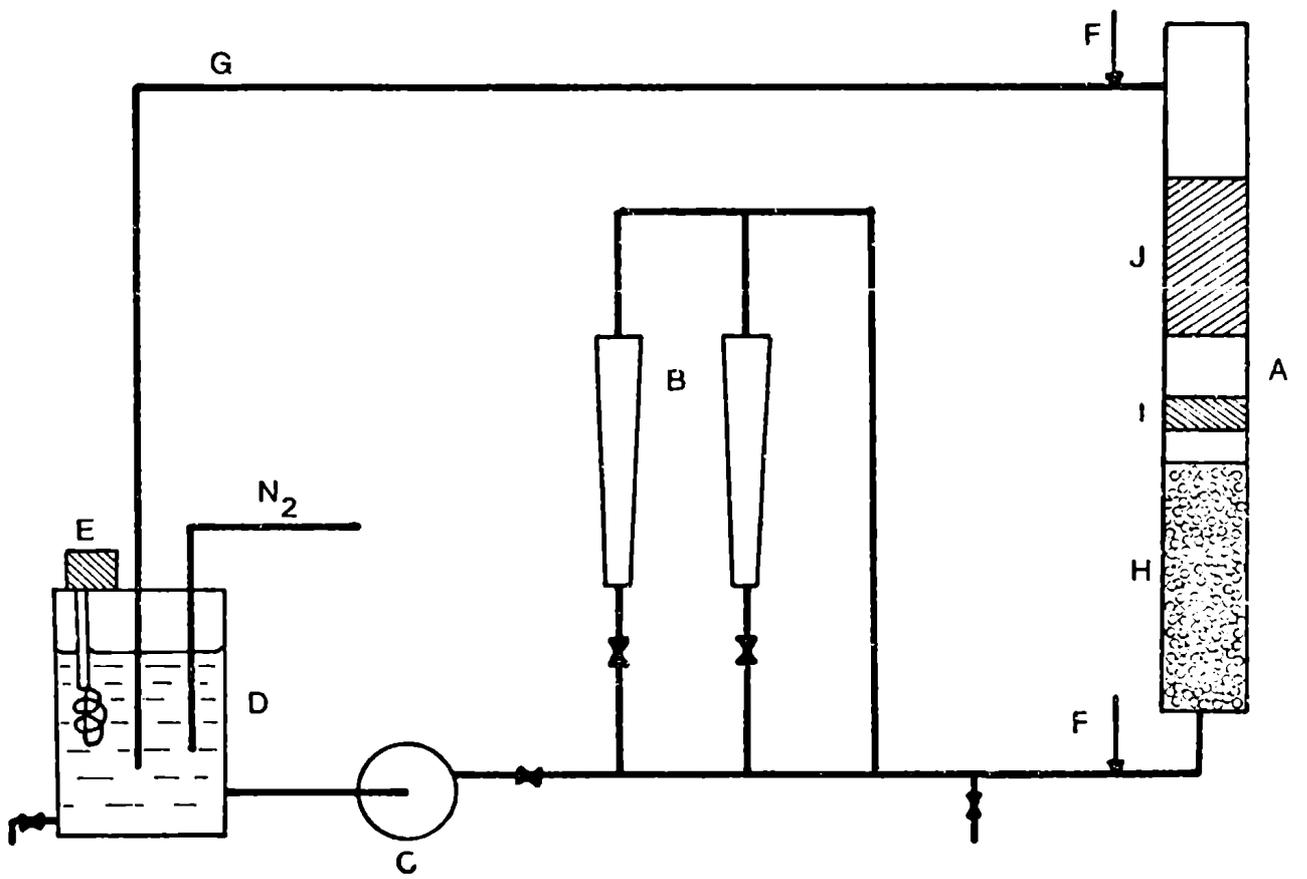


Fig. 1 Esquema del equipo

de 0,5 cm de diámetro.

- Las mallas de estudio (I) (cátodo) montadas en anillos contruidos con el mismo material y dimensiones de la columna interna de tal forma que el encaje sea perfecto dentro de la columna soporte. Las características se detallaran más adelante.
- Un sector de columna (J) que contiene al ánodo.

El cátodo se construyó con mallas de bronce niqueladas (8).

El ánodo estaba formado por placas de bronce niqueladas, en un total de 36 con una superficie aproximada de 200 cm<sup>2</sup> cada una (para asegurar un gran exceso de área anódica respecto a la del cátodo) y colocadas dentro de un tubo de acrílico de las características de la columna interna, sellado en ambos extremos por mallas niqueladas. Las conexiones fueron realizadas mediante cables aislados de pequeño diámetro que saliendo por la parte superior de la columna se conectaron al circuito externo que se describirá a continuación.

#### 3.4. Circuito eléctrico

El circuito eléctrico que se muestra en la fig. 2 consta de las siguientes partes:

- (A) Fuente de corriente continua estabilizada, marca Lambda, que entrega una dada diferencia de potencial.
- (B) Registrador marca Bausch & Lomb, modelo VOM 6 E, que permite determinar si el proceso de transferencia alcanzó el estado estacionario.
- (C) Voltímetro a válvula, marca Farnell, tipo TM 39 con el que se mide el potencial aplicado. ///

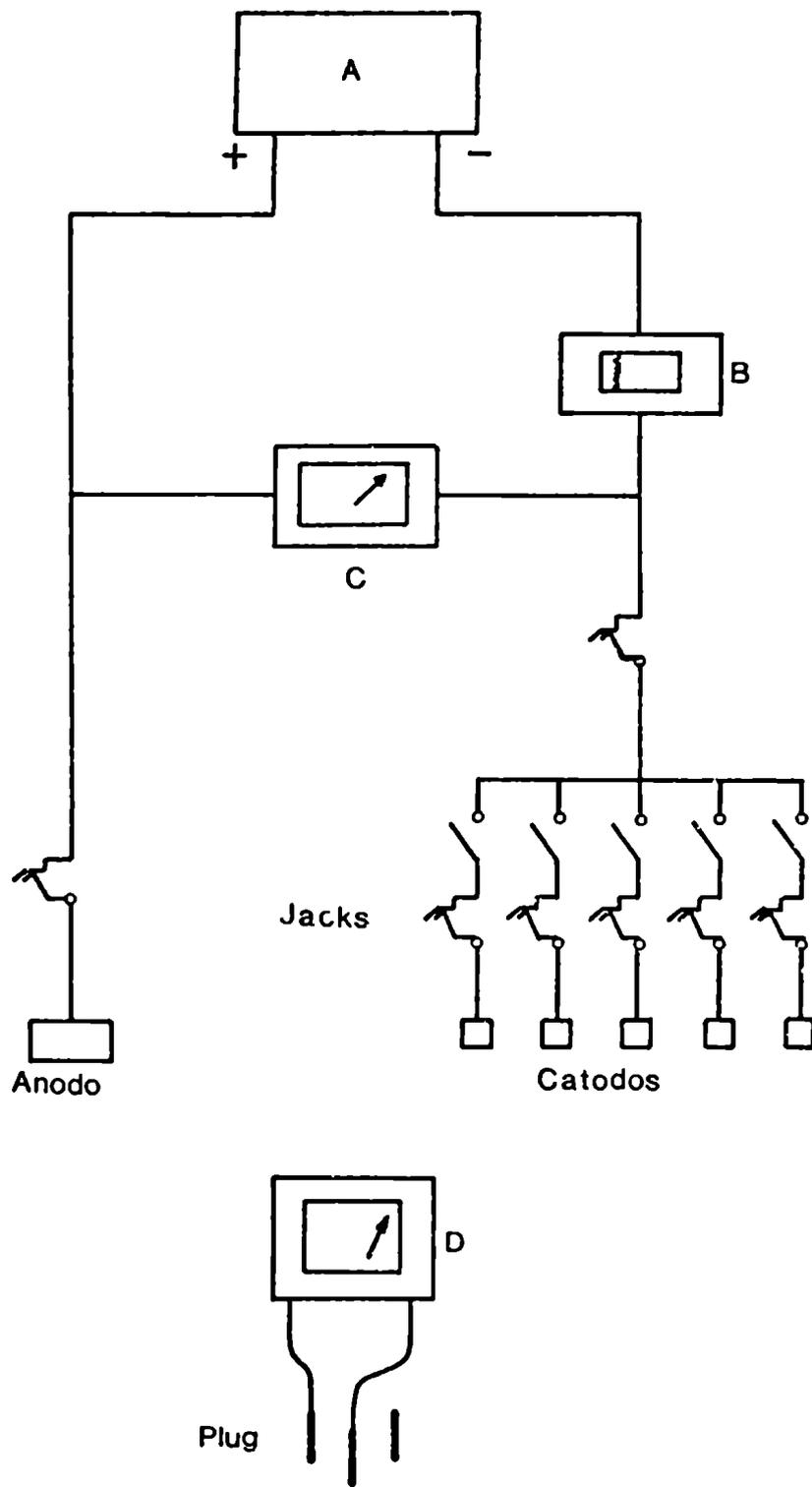


Fig.2 Circuito eléctrico

- (D) Miliamperímetro marca W23, clase 0,2 , con un rango de 3 mA a 15 A.

Las intensidades son medidas en la rama catódica. Mediante un sistema de conectores "plug y jack" se puede medir la intensidad de cualquiera de los electrodos, o de varios simultáneamente.

### 3.5. Características de las mallas

En la tabla N° 2 figuran los parámetros característicos de las mallas utilizadas. La medición de éstos se realizó de acuerdo a lo expuesto en el trabajo de Blass (9).

La tabla N° 3 compara los valores de porosidades de una malla (calculados según el método de Blass) y de un lecho de mallas\*. Como las diferencias no son muy apreciables es indistinto para los cálculos tomar una u otra.

Tabla N° 3

Malla	E (una malla)	E (lecho)
3	0,87	0,86
5	0,83	0,82
6	0,81	0,81

\* Midiendo el volumen del lecho, la densidad del material de las mallas y la masa del lecho se calcula la porosidad del mismo.

///

Tabla N° 2

Malla N°	Símbolo	d (cm)	A (cm <sup>2</sup> ) Una malla	$\delta$ (cm)	N (1/cm)	D (cm)	E	$\varphi$ (1/cm)	Z
1	$\phi$	0,0312	104,1	0,0739	6,42	0,125	0,86	17,95	1,67
2	$\ominus$	0,0388	106,7	0,0896	5,40	0,146	0,84	16,49	1,74
3	$\bullet$	0,0698	95,0	0,1624	2,74	0,295	0,87	7,47	1,64
4	$\ominus$	0,0896	102,5	0,2030	1,98	0,415	0,87	5,80	1,64
5	$\circ$	0,1510	130,0	0,3452	1,53	0,502	0,83	4,90	1,77
6	$\bullet$	0,1980	156,7	0,5200	1,51	0,463	0,81	3,84	1,82

#### 4. PARTE TEORICA

La elaboración de un modelo matemático que describa el fenómeno de transferencia de materia en lechos rellenos con mallas se ha hecho bastante complicado, debido principalmente a la compleja geometría del sistema.

Por lo tanto y a partir de visiones simplificadas de esta geometría intentaremos aplicar a nuestro sistema algunos modelos matemáticos con el afán de explicar el fenómeno.

Para ello enfocaremos el problema desde dos puntos de vista diferentes.

- a) Supondremos que el lecho de mallas se comporta como un banco de tubos perpendiculares a la dirección del flujo, resolviendo el caso de flujo reptante y comparando con la solución de LeClair y Hamielec (10) que no posee esta restricción.
- b) Supondremos que el lecho de mallas está formado por un conjunto de conductos cuadrados por los cuales circula el fluido, resolviendo el caso de régimen laminar de acuerdo a nuestro rango de trabajo.

##### 4.1.

Comenzaremos por describir el modelo de LeClair y Hamielec (10), estos autores resuelven numéricamente las ecuaciones de Navier-Stokes utilizando el modelo ideado por Happel (11).

El modelo de Happel consiste en suponer que un sistema de partículas (lecho de esferas, lecho de cilindros infinitos) a través del cual circula el fluido, puede ser representado por un conjunto de celdas idénticas, cada una de las cuales contie-

///

ne una partícula rodada de fluido de tal manera que la porosidad de la celda sea igual a la porosidad del lecho.

Las ecuaciones de Navier-Stokes se resuelven en el espacio delimitado por la superficie del objeto y la superficie de la celda, y el sistema en su totalidad está representado por una sucesión de estas celdas.

Las condiciones de contorno que se indican más adelante, presentan la simplificación realizada por Kuwawara (12) quien supone que la vorticidad es cero en la superficie externa de la celda (algunas críticas a éste modelo se realizan en la parte 6.2.1.).

La figura 5a muestra un esquema de la celda, constituida por la partícula y la trayectoria del fluido en la celda.

De acuerdo a las consideraciones anteriores las ecuaciones y condiciones de contorno para un sistema constituido por cilindros infinitos, fijos en el espacio y atravesados por una corriente de fluido perpendicular al eje de los cilindros, son las siguientes:

Ecuación de Navier-Stokes en términos de vorticidad y función de corriente (12).

$$* \quad \frac{Re}{2r^*} \frac{\partial(\psi^*, \omega^*)}{\partial(r^*, \theta)} = \nabla^2 \omega^* \quad 1$$

Con:

$$\omega^* = \nabla^2 \psi^*$$

\* Para el significado de los símbolos ver nomenclatura. ///

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^{*2}} + \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} + \frac{1}{r^*} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}$$

$$v_r^* = -\frac{1}{r^*} \frac{\partial \psi^*}{\partial \theta} \qquad v_\theta^* = \frac{\partial \psi^*}{\partial r^*}$$

Condiciones de contorno:

1) En el eje de simetría

$$\theta = 0^\circ \text{ y } \theta = 180^\circ \quad \psi^* = 0 \quad \omega^* = 0$$

2) En la superficie de la partícula

$$r^* = 1 \quad \psi^* = 0 \quad \omega^* = \nabla^2 \psi^*$$

3) En la superficie externa concéntrica al cilindro

$$r^* = r_\infty^* \quad \psi^* = r_\infty^* \text{ sen } \theta \quad \omega^* = 0$$

Con:

$$E = 1 - (r_\infty^*)^{-2}$$

La porosidad del sistema está relacionada con el radio de la superficie externa de la celda; cuando  $r_\infty^* \rightarrow \infty$   $E \rightarrow 1$  y se obtiene la solución para un cilindro en un medio infinito.

///

El método de resolución numérica de la ecuación 1 fue desarrollado por Hamielec y Raal (14) para un cilindro infinito; y por LeClair y Hamielec (15) para un sistema de cilindros. En la fig. 3 se presentan por ejemplo los valores de la vorticidad en la superficie del cilindro para  $Re = 100$  y distintas porosidades obtenidas por LeClair y Hamielec.

Para obtener las expresiones correspondientes a transferencia de materia o calor este modelo fue combinado con el propuesto por Levich (16), que es aplicable en el caso de altos números de Péclet.

En este caso el espesor de la capa de difusión es muy delgada de tal forma que las ecuaciones de variación para transferencia de materia pueden ser simplificadas para obtener:

$$\frac{v_{\theta}}{r} \frac{\partial c}{\partial \theta} = D \frac{\partial^2 c}{\partial r^2} \quad 2$$

Siendo:

$$v_{\theta} \approx (r - a) \left. \frac{\partial v_{\theta}}{\partial r} \right|_{r=a} \quad \text{con} \quad \left. \frac{\partial v_{\theta}}{\partial r} \right|_{r=a} = \omega \Big|_{r=a}$$

La integración de la ecuación 2 da:

\* Mayores aclaraciones sobre este modelo se darán más adelante durante el desarrollo del modelo más simplificado que proponemos para el estudio de transferencia de materia en lechos rellenos con mallas. ///

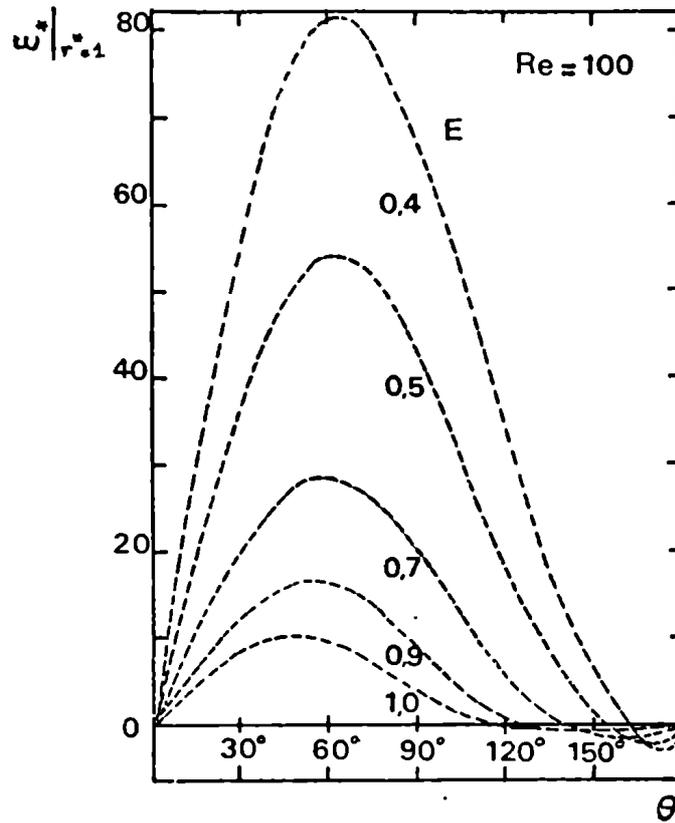


Fig.3 Vorticidad en la superficie del cilindro según LeClair y Hamielec

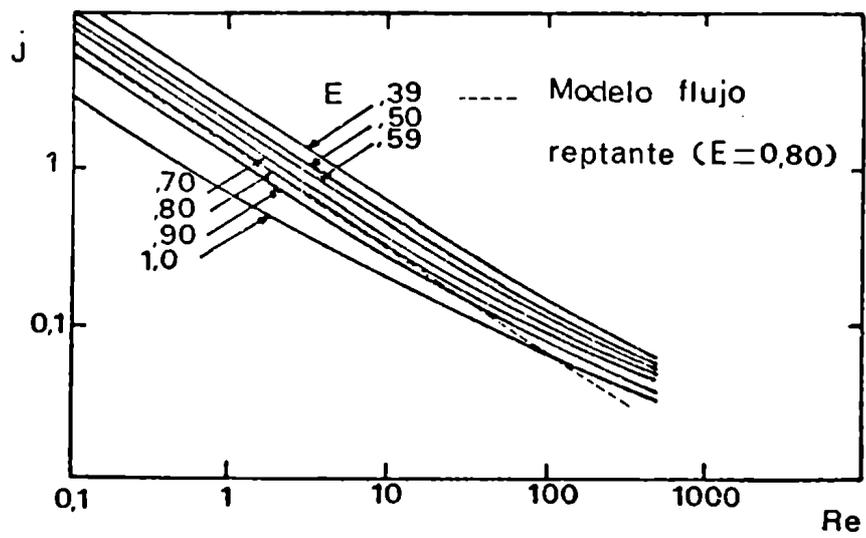


Fig.4 Solución de LeClair y Hamielec

$$Sh_1 = 0,856 Pe^{1/3} \left[ \int_0^\theta \omega_{r=1}^{*2/3} d\theta \right] - 1/3 \omega^{*2/3} \quad 3$$

$$Sh = 0,641 Pe^{1/3} \left[ \int_0^\pi \omega_{r=1}^{*2/3} d\theta \right]^{2/3} \quad 4$$

Con los valores de vorticidad obtenidos anteriormente se puede realizar la integración numérica de las ecuaciones 3 y 4.

Como la vorticidad es función de  $r_\infty^*$  y por lo tanto de la porosidad, el autor grafica los resultados obtenidos en la forma  $j$  vs.  $Re$  con la porosidad como parámetro, según puede verse en la fig. 4.

#### 4.2.

Desarrollaremos ahora un modelo más sencillo que describe la transferencia de materia en un lecho de mallas suponiendo que se comporta como un sistema compuesto por cilindros paralelos de longitud infinita.\*

Limitaremos nuestro análisis al caso de flujo reptante. Para ello utilizaremos en primer lugar la suposición de Levich (16), de que para altos valores del número de Péclet (como en nuestro caso) el cambio de concentración se realiza en una delgada capa adyacente a la partícula de espesor mucho menor que las dimensiones de la misma. Por lo tanto la capa difusiva es

\* Un modelo similar al que proponemos pero para lechos rellenos con esferas fue desarrollado por Pfeffer (17). ///

prácticamente planar, y la ecuación de variación se puede escribir:

$$\frac{v_{\theta}}{r} \frac{\partial c}{\partial \theta} = \Omega \frac{\partial^2 c}{\partial r^2}$$

Esta ecuación puede simplificarse para obtener una solución en las proximidades de la pared haciendo:  $r \approx a$

$$\frac{v_{\theta}}{a} \frac{\partial c}{\partial \theta} = \Omega \frac{\partial^2 c}{\partial r^2} \quad 5$$

Para resolver esta ecuación diferencial utilizaremos el modelo de Happel (11) para describir el flujo perpendicular a un sistema de cilindros.

En este tratamiento el sistema de cilindros infinitos se asemeja a un sistema de celdas individuales según se ha descrito anteriormente.

Despreciando los términos inerciales de la ecuación de Navier-Stokes frente a los términos viscosos, la ecuación 1 resulta

$$\nabla^2 \omega^* = \nabla^4 \psi^* = 0$$

Con las mismas condiciones de contorno que se indican en 4.1.

En estas condiciones la función de corriente para flu-

///

jo reptante, en forma adimensionalizada es (11, 12, 15):

$$\psi^* = (C r^{*3} + D r^* \ln r^* + E r^* + \frac{F}{r^*}) \text{ sen } \theta \quad 6$$

Donde:

$$C = \frac{r_{\infty}^*}{Q}$$

$$D = - \frac{4 r_{\infty}^*}{Q}$$

$$E = \frac{2(r_{\infty}^{*3} - r_{\infty}^*)}{Q}$$

$$F = - \frac{(2 r_{\infty}^{*3} - r_{\infty}^*)}{Q}$$

$$Q = - 4 r_{\infty}^{*3} \ln r_{\infty}^* + 3 r_{\infty}^{*3} - 4 r_{\infty}^* + \frac{1}{r_{\infty}^*} \quad 7$$

Desarrollaremos la función de corriente en serie de Taylor, para obtener el valor de ésta en las proximidades de la superficie cilíndrica.

$$\psi^* = \psi^*(1) + \left. \frac{\partial \psi^*}{\partial r^*} \right|_{r^*=1} (r^* - 1) + \left. \frac{\partial^2 \psi^*}{\partial r^{*2}} \right|_{r^*=1} \frac{(r^* - 1)^2}{2!} + \dots \quad 8$$

$$\psi^*(1) = (C + E + F) \text{ sen } \theta \quad C + E + F = 0$$

///

Por lo tanto  $\Psi^*(1) = 0$

$$\frac{\partial \Psi^*}{\partial r^*} = (3C r^{*2} + D + D \ln r^* + E - \frac{F}{r^{*2}}) \text{ sen } \theta$$

$$\left. \frac{\partial \Psi^*}{\partial r^*} \right|_{r^*=1} = (3C + D + E - F) \text{ sen } \theta$$

$$(3C + D + E - F) = 0$$

lo que implica

$$\left. \frac{\partial \Psi^*}{\partial r^*} \right|_{r^*=1} = 0$$

$$\left. \frac{\partial^2 \Psi^*}{\partial r^{*2}} \right|_{r^*=1} = (6C + D + 2F) \text{ sen } \theta$$

luego:

$$\left. \frac{\partial^2 \Psi^*}{\partial r^{*2}} \right|_{r^*=1} = \frac{(8 r_{\infty}^* - 8 r_{\infty}^{*3})}{Q} \text{ sen } \theta$$

Reemplazando en 8

///

$$\psi^* = \frac{(8 r_{\infty}^* - 8 r_{\infty}^{*3})}{\zeta} \operatorname{sen} \theta \frac{(r^* - 1)^2}{2l}$$

Llamando

$$\frac{(8 r_{\infty}^* - 8 r_{\infty}^{*3})}{2l \zeta} = K$$

y recordando las definiciones de  $\psi^*$  y  $r^*$ , la función de corriente resulta:

$$\psi = \frac{U K}{a} \operatorname{sen} \theta (r - a)^2$$

o haciendo  $r - a = y$

$$\psi = \frac{U K}{a} \operatorname{sen} \theta y^2$$

como  $v_{\theta} = \frac{\partial \psi}{\partial r} = \frac{\partial \psi}{\partial y} = \frac{2 U K}{a} \operatorname{sen} \theta y$  9

reemplazando en 5 obtenemos:

$$\frac{\partial \psi}{\partial y} = \frac{1}{a} \frac{\partial c}{\partial \theta} = \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} \quad , 10 \quad ///$$

Haciendo

$$\frac{\partial^2 c}{\partial y^2} = \left[ \frac{\partial}{\partial \psi} \left( \frac{\partial c}{\partial y} \right) \right] \frac{\partial \psi}{\partial y} = \frac{\partial \psi}{\partial y} \left[ \frac{\partial}{\partial \psi} \left( \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial c}{\partial \psi} \right) \right]$$

De la 10 resulta

$$\frac{\partial c}{\partial \theta} = a \frac{\partial}{\partial \psi} \left( \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial c}{\partial \psi} \right) \quad 11$$

Reemplazando 9 en 11

$$\frac{\partial c}{\partial \theta} = a \frac{\partial}{\partial \psi} \left( \frac{2 U K}{a} \operatorname{sen} \theta y \frac{\partial c}{\partial \psi} \right)$$

Haciendo

$$\begin{aligned} \frac{2 U K}{a} \operatorname{sen} \theta y &= \left( \frac{2 U K}{a} \operatorname{sen} \theta y^2 \frac{2 U K}{a} \operatorname{sen} \theta \right)^{\frac{1}{2}} = \\ &= 2 \psi^{\frac{1}{2}} \left( \frac{U K}{a} \operatorname{sen} \theta \right)^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

Por lo tanto

///

$$\frac{\partial c}{\partial \theta} = a \mathcal{D} \frac{\partial}{\partial \psi} \left[ 2 \left( \frac{U K}{a} \operatorname{sen} \theta \right)^{\frac{1}{2}} \psi^{\frac{1}{2}} \frac{\partial c}{\partial \psi} \right]$$

$$\frac{\partial c}{\partial \theta} = a \mathcal{D} 2 \left( \frac{U K}{a} \operatorname{sen} \theta \right)^{\frac{1}{2}} \frac{\partial}{\partial \psi} \left[ \psi^{\frac{1}{2}} \frac{\partial c}{\partial \psi} \right] \quad 12$$

Condiciones de contorno:

- a) En la superficie  $\psi = 0$   $c = 0$
- b) Lejos de la partícula  $\psi = \infty$   $c = c_0$
- c) En el punto de estancamiento  $\theta = 0$   $c = c_0$

Haciendo un nuevo cambio de variables:

$$d\theta = \frac{\partial \theta}{\partial \phi} d\phi$$

$$\frac{d\theta}{d\phi} = 2 a \mathcal{D} \left( \frac{U K}{a} \operatorname{sen} \theta \right)^{\frac{1}{2}}$$

Reemplazando en 12

$$\frac{\partial c}{\partial \theta} = \frac{d\theta}{d\phi} \frac{\partial}{\partial \psi} \left[ (\psi)^{\frac{1}{2}} \frac{\partial c}{\partial \psi} \right]$$

$$\frac{\partial c}{\partial \theta} = \frac{\partial c}{\partial \phi} \frac{d\theta}{d\phi}$$

Por lo tanto

///

$$\frac{\partial c}{\partial \phi} = \frac{\partial}{\partial \psi} \left[ (\psi)^{\frac{1}{2}} \frac{\partial c}{\partial \psi} \right] \quad 13$$

Con

$$\phi = 2 a \mathcal{D} \left( \frac{U K}{a} \right)^{\frac{1}{2}} \int_0^{\theta} \operatorname{sen}^{\frac{1}{2}} \theta \, d\theta + c_1 \quad 14$$

Aplicando transformación de similitud:

$$\eta = \psi \phi^{-2/3}$$

La ecuación 13 se transforma en:

$$-\frac{2}{3} \eta \frac{dc}{d\eta} = \frac{d}{d\eta} \left( \eta^{\frac{1}{3}} \frac{dc}{d\eta} \right) \quad 15$$

Con las siguientes condiciones de contorno:

- |                    |           |                    |
|--------------------|-----------|--------------------|
| a) $\psi = 0$      | $c = 0$   | resulta $\eta = 0$ |
| b) $\psi = \infty$ | $c = c_0$ | " $\eta = \infty$  |
| c) $\theta = 0$    | $c = c_0$ | " $\eta = \infty$  |

Para que se cumpla la condición de contorno c) de acuerdo a  $\eta = \psi \phi^{-2/3}$  y a 14 debe ser necesariamente  $c_1 = 0$ , y de esta manera las 3 condiciones de contorno se reducen a las 2 necesarias para resolver 15.

///

Si hacemos ahora  $\eta^{\frac{1}{2}} = z$  la ecuación 15 se transforma  
en:

$$\frac{d^2 c}{dz^2} + \frac{4}{3} z^2 \frac{dc}{dz} = 0$$

Integrando esta ecuación resulta:

$$c(z) = c_2 \int_0^z e^{-\frac{4}{9} z^3} dz + c_3 \quad 16$$

$$\text{Con } z = \eta^{\frac{1}{2}} = \psi^{\frac{1}{2}} \phi^{-1/3} \quad 17$$

Si  $z = 0$ ,  $\eta = 0$  y  $c = 0$  por la condición de contorno a)  
y en la ecuación 16 resulta  $c_3 = 0$  y queda:

$$c(z) = c_2 \int_0^z e^{-\frac{4}{9} z^3} dz$$

Si  $z = \infty$ ,  $\eta = \infty$  y  $c = c_0$  por lo tanto

$$c_0 = c_2 \int_0^{\infty} e^{-\frac{4}{9} z^3} dz$$

///

$$c_2 = \frac{c_0}{\int_0^{\infty} e^{-(4/9) z^3} dz} = \frac{c_0}{(9/4)^{1/3} \int_0^{\infty} e^{-p^3} dp} =$$

$$= \frac{c_0}{(9/4)^{1/3} \Gamma(4/3)} ; c_2 = \frac{c_0}{1,16}$$

$$y \quad c(z) = \frac{c_0}{1,16} \int_0^z e^{-(4/9) z^3} dz \quad 18$$

Además  $\left. \frac{\partial c}{\partial y} \right|_{y=0} = k c_0$  pues la concentración en la superficie es cero.

de acuerdo a 17 y 18

$$\left. \frac{\partial c}{\partial y} \right|_{y=0} = \left. \frac{\partial c}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial y} \right|_{z=0} = \frac{c_0}{1,16} \frac{e^{-\frac{4}{9} z^3} \left( \frac{U K \operatorname{sen} \theta}{a} \right)^{1/2}}{\left[ 2 a \mathcal{D} \left( \frac{U K}{a} \right)^{1/2} \right]^{1/3} \left[ \int_0^{\theta} \operatorname{sen}^{1/2} \theta d\theta \right]^{1/3}} \Bigg|_{z=0}$$

Resultando:

$$k_l = \frac{\mathcal{D}}{1,16} \frac{\left( \frac{U K \operatorname{sen} \theta}{a} \right)^{1/2}}{\left[ 2 a \mathcal{D} \left( \frac{U K}{a} \right)^{1/2} \right]^{1/3}} \frac{1}{\left( \int_0^{\theta} \operatorname{sen}^{1/2} \theta d\theta \right)^{1/3}}$$

Adimensionalizando esta ecuación, se obtiene: ///

$$\frac{k_L d}{D} = \frac{K^{1/3} \cdot 2^{1/3}}{1,16} \left(\frac{U_d}{V}\right)^{1/3} \left(\frac{\gamma}{D}\right)^{1/3} \frac{\text{sen}^{1/2} \theta}{\left[ \int_0^\theta \text{sen}^{1/2} \theta d\theta \right]^{1/3}} \quad 19$$

Integrando:

$$\frac{k_L d}{D} = \frac{K^{1/3} \cdot 2^{1/3}}{1,16} \left(\frac{U_d}{V}\right)^{1/3} \left(\frac{\gamma}{D}\right)^{1/3} \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \frac{\text{sen}^{1/2} \theta d\theta}{\left[ \int_0^\theta \text{sen}^{1/2} \theta d\theta \right]^{1/3}} \quad 20$$

El valor de la integral  $\int_0^\pi \frac{\text{sen}^{1/2} \theta d\theta}{\left[ \int_0^\theta \text{sen}^{1/2} \theta d\theta \right]^{1/3}}$

fue hallado numéricamente resultando igual a 2,62.

Con:

$$K = \frac{8 r_\infty^* - 8 r_\infty^{*3}}{21 Q}$$

Resulta por lo tanto:

$$\text{Sh}_L = 0,86 \text{ Pe}^{1/3} \left[ \frac{8(r_\infty^* - r_\infty^{*3})}{Q} \right]^{1/3} \frac{\text{sen}^{1/2} \theta}{\left[ \int_0^\theta \text{sen}^{1/2} \theta d\theta \right]^{1/3}} \quad 21$$

///

y

$$\text{Sh} = 0,72 \text{ Pe}^{1/3} \left[ \frac{8(r_{\infty}^* - r_{\infty}^{*3})}{Q} \right]^{1/3} \quad 22$$

Que se puede escribir en la forma:

$$j = 0,72 \left[ \frac{8(r_{\infty}^* - r_{\infty}^{*3})}{Q} \right]^{1/3} \text{Re}^{-2/3} \quad 23$$

$$\boxed{\frac{j}{Z} = 0,72 \text{Re}^{-2/3}} \quad 24$$

$$\text{Con } Z = \left[ 8 \frac{r_{\infty}^* - r_{\infty}^{*3}}{Q} \right]^{1/3} \quad 25$$

Podemos comparar este modelo con el desarrollado por LeClair y Hamielec.

Como

$$\left. \frac{\partial v_e^*}{\partial r^*} \right|_{r^*=1} = \omega^* \Big|_{r^*=1}$$

$$y \left. \frac{\partial v_e^*}{\partial r^*} \right|_{r^*=1} = \left. \frac{\partial^2 \psi^*}{\partial r^{*2}} \right|_{r^*=1} = \left[ \frac{8(r_{\infty}^* - r_{\infty}^{*3})}{Q} \right] \text{sen } \theta = \omega^* \Big|_{r^*=1}$$

Reemplazando en 21

///

$$Sh_L = 0,86 Pe^{1/3} \frac{\omega_{r=1}^{*1/2}}{\left[ \int_0^\theta \omega_{r=1}^{*1/2} d\theta \right]^{1/3}}$$

que es igual a la expresión 3 obtenida con el modelo de LeClair y Hamielec.

Sin embargo cabe aclarar que ambos modelos tienen la restricción de ser válidos para valores altos del número de Péclet, pero en cuanto a la resolución de la ecuación de Navier-Stokes, LeClair y Hamielec realizan una integración numérica sin despreciar los términos inerciales frente a los viscosos, como se hace en este modelo.

El desprecio de los términos inerciales frente a los viscosos permite una resolución más sencilla de las ecuaciones pero restringe la validez hasta valores no muy grandes del número de Reynolds. Esto no ocurre con el modelo de LeClair y Hamielec, aunque los autores sólo resuelven las ecuaciones hasta  $Re = 500$  debido al excesivo tiempo de máquina necesario para la obtención de los resultados numéricos (14).

4.3. Otra forma de visualizar un lecho relleno con mallas, es suponer que está constituido por conductos cuadrados por donde circula el fluido. La transferencia de materia se realiza entonces entre las paredes de los conductos y el seno del fluido.

Supondremos que el flujo dentro de estos conductos se encuentra en régimen laminar totalmente desarrollado, que la separación entre las paredes de éstos es igual a la distancia entre alambres y que debido a la geometría de las mallas la capa

///

pa de transferencia de materia crece a lo largo del perimetro de un alambre (que son los que constituyen las paredes de los conductos) se interrumpe y comienzan a desarrollarse en el alambre siguiente.

En base a las hipótesis anteriores aplicaremos el modelo desarrollado por Rousar, et al. (18), quienes utilizan el perfil de velocidades en un conducto rectangular en flujo laminar obtenido por Love (19):\*

$$\frac{u}{\bar{U}} = \left\{ 1,5 - 1,5\left(\frac{y}{b}\right)^2 - 6\left(\frac{z}{\pi}\right)^3 \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n (2n+1)^{-3} \cosh\left(\frac{p z}{g}\right) \right. \\ \left. (\cosh p)^{-1} \cos\left(\frac{p y}{g}\right) \right\} \left\{ 1 - 6\left(\frac{b}{g}\right)\left(\frac{z}{\pi}\right)^5 \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1)^{-5} \operatorname{tgh} p \right\}^{-1}$$

$$\text{con } p = (2n + 1)(\pi g/2b)$$

y suponen que la capa difusiva es delgada ( $Sc > 1000$ ), adoptando por lo tanto un perfil de velocidades lineal en las cercanías de la pared:

$$u = \left. \frac{du}{dy} \right|_s \quad y$$

o, en forma adimensionalizada:

$$\frac{u}{\bar{U}} = \left. \left( \frac{du/\bar{U}}{dy/b} \right) \right|_s \quad \frac{y}{b} = 3 \text{ f } \frac{y}{b} \quad **$$

\* En la figura 5b se describen las coordenadas y parámetros del sistema.

\*\* Para nuestro caso  $\bar{U}$  es la velocidad intersticial. //

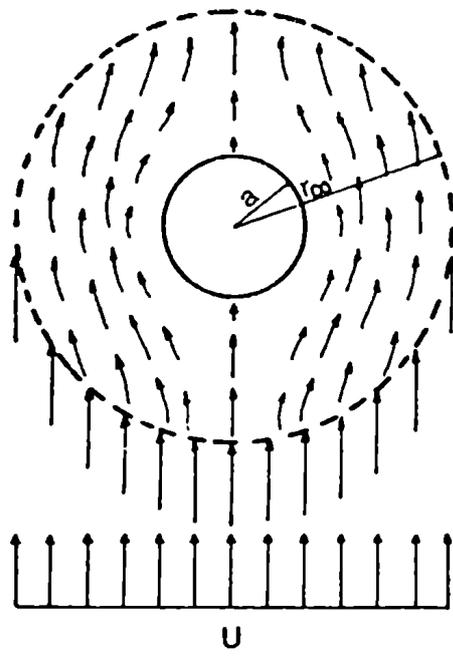


Fig.5a Esquema de la celda (Happel)

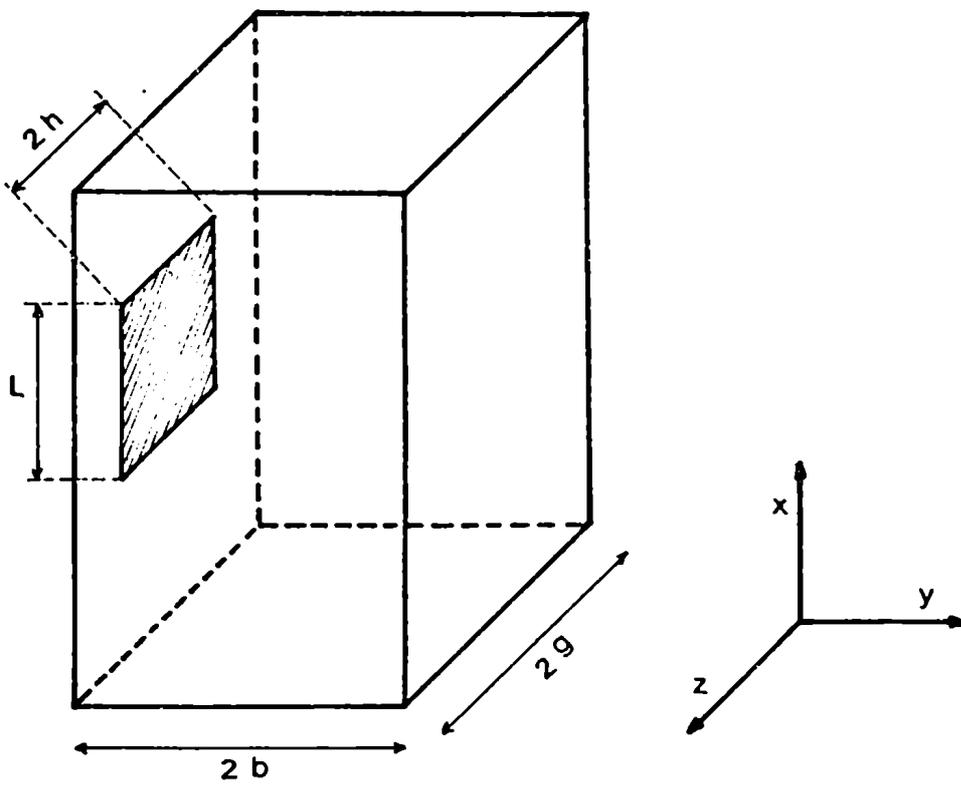


Fig.5b Esquema del conducto rectangular

con

$$f = \left\{ 1 - 2 \left( \frac{2}{\pi} \right)^2 \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1)^{-2} \cosh \left( \frac{p z}{g} \right) (\cosh p)^{-1} \right\}$$

$$\left\{ 1 - 6 \left( \frac{b}{g} \right) \left( \frac{2}{\pi} \right)^5 \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1)^{-5} \operatorname{tgh} p \right\}$$

Despreciando los aportes difusivos en las direcciones  $x, z$  frente a los de la dirección  $y$ \*, la ecuación de variación para transferencia de materia es:

$$u \frac{\partial c}{\partial x} = \mathcal{D} \frac{\partial^2 c}{\partial y^2}$$

o sea  $\bar{U} \frac{\partial c}{\partial x} = \mathcal{D} \left( \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} \right)$

26

con

- a)  $c = c_i$  para  $y = 0, 0 < x \leq L$
- b)  $c = c_0$  "  $x = 0, y > 0$
- c)  $c = c_0$  "  $0 < x \leq L, y \rightarrow \infty$

La integración de la ecuación 26 se realiza por transformación de similitud, con:

$$\eta = y \left( \frac{\bar{U} f}{3x b \mathcal{D}} \right)^{1/3}$$

///

\* Ver pie de la página 28.

resultando:

$$Sh' = 1,85 \Phi \left( Re' Sc \frac{D}{L} \right)^{1/3}$$

siendo  $D = \frac{4 b g}{(b+g)}$

En nuestro caso como se trata de un conducto cuadrado  $b = g$  lo que implica:

$D =$  distancia entre alambres

$$y \Phi = \left( 1 + \frac{b}{g} \right)^{1/3} \left( \frac{g}{h} \right) \int_0^{h/g} f^{1/3} d\left(\frac{z}{g}\right)$$

Los valores de  $f = f(b/g, z/g)$  y  $\Phi = \Phi(b/g, h/g)$  se encuentran tabulados en (18); para nuestro caso

$$\Phi = 0,8214$$

De lo que resulta:

$$Sh' = 1,52 \left( Re' Sc \frac{D}{L} \right)^{1/3}$$

Si al cilindro lo asimilamos a una pared plana de acuerdo

\* Los aportes difusivos en la dirección  $z$  pueden ser despreciados en el caso que el espesor del electrodo ( $h$ ) sea pequeño respecto al ancho del canal ( $g$ ) como lo demuestran los autores del trabajo. ///

do a lo supuesto anteriormente resulta

$$L = 1,57 \quad d$$

$$\text{luego } Sh' = 1,31 \left( Re' Sc \frac{D}{d} \right)^{1/3}$$

o sea 
$$\frac{j E}{\left(\frac{D}{d}\right)^{1/3}} = 1,31 (Re')^{-2/3}$$

27

#### 4.4. Resumen.

De acuerdo al rango de trabajo ( $0.2 < Re < 20$ ) la solución para flujo reptante en bancos de tubos es coincidente con el modelo más elaborado de LeClair y Hamielec (ver fig. 5b), lo que implica que a los efectos de correlacionar los datos de acuerdo a modelos teóricos nos limitaremos a:

- a)  $j/Z$  vs  $Re$
- b)  $j E \left(\frac{D}{d}\right)^{-1/3}$  vs  $Re'$

Además podríamos intentar la correlación de acuerdo a expresiones empíricas usuales como son:

- c)  $j$  vs  $Re$
- d)  $j E$  vs  $Re/E$

Mencionamos solamente estas debido a que c) es la manera usual de correlacionar datos en transferencia de calor o masa

///

en cilindros y d) es la forma utilizada por Satterfield y Coetz (6) para correlacionar datos de transferencia de calor o masa en mallas luego de intentar sin éxito otros tipos de correlación comunes en lechos rellenos.

## 5. EXPERIENCIAS REALIZADAS

### 5.1. Curvas de Polarización

Antes de cada experiencia se determinaron las curvas de polarización correspondientes para establecer la zona de potenciales en la cual hay control difusional.

Estas se determinaron para cada tipo de malla, para las posibilidades que se dan dentro de cada malla (alambre, una malla, lecho de mallas) y para distintos caudales.

En la figura 6 se muestran como ejemplo las curvas de polarización para las mallas 3 y 5.

### 5.2. Resultados experimentales

En las figuras 7 a 10, se muestran los valores experimentales obtenidos graficados en la forma de  $k$  (coeficiente de transferencia de materia) vs. caudal para los siguientes casos.

Figura 7: Corresponde a los valores experimentales obtenidos para un alambre. Estas determinaciones constituyen ensayos previos realizados con el objeto de verificar el funcionamiento del equipo experimental por comparación de los resultados con los hallados por otros autores.

La discusión de estos resultados se realizará en el capítulo 6.

Figura 8: Valores experimentales para una, tres, seis y nueve mallas para la malla número 5. En este gráfico se observa que los resultados son similares para el caso de tres, seis y nueve mallas.

///

Además en este gráfico también figuran los valores de una y seis mallas correspondientes a la malla número 2.

De acuerdo a lo antedicho se resolvió utilizar para el estudio de transferencia de materia en lechos de mallas, un lecho constituido por seis mallas.

Figura 9 y 10: Se muestran los resultados experimentales para los distintos lechos estudiados.

En todos los casos las corridas fueron realizadas por lo menos por duplicado, obteniéndose una reproducibilidad satisfactoria.

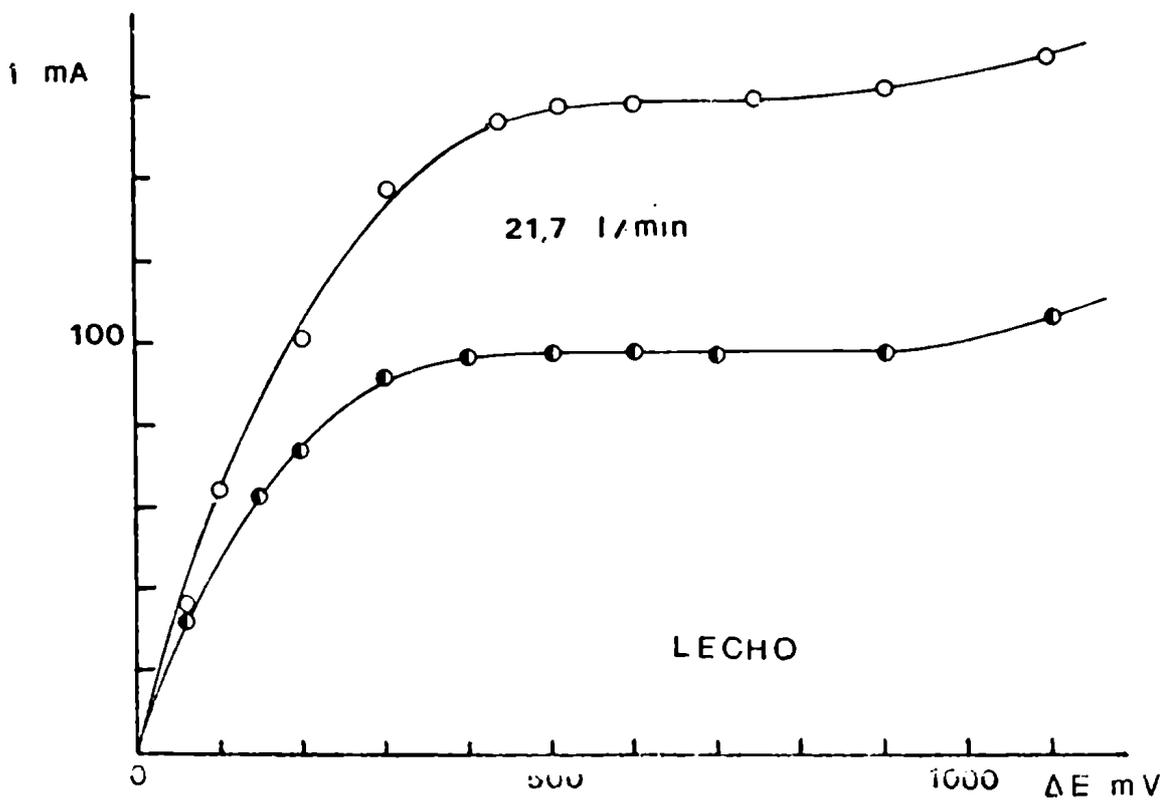
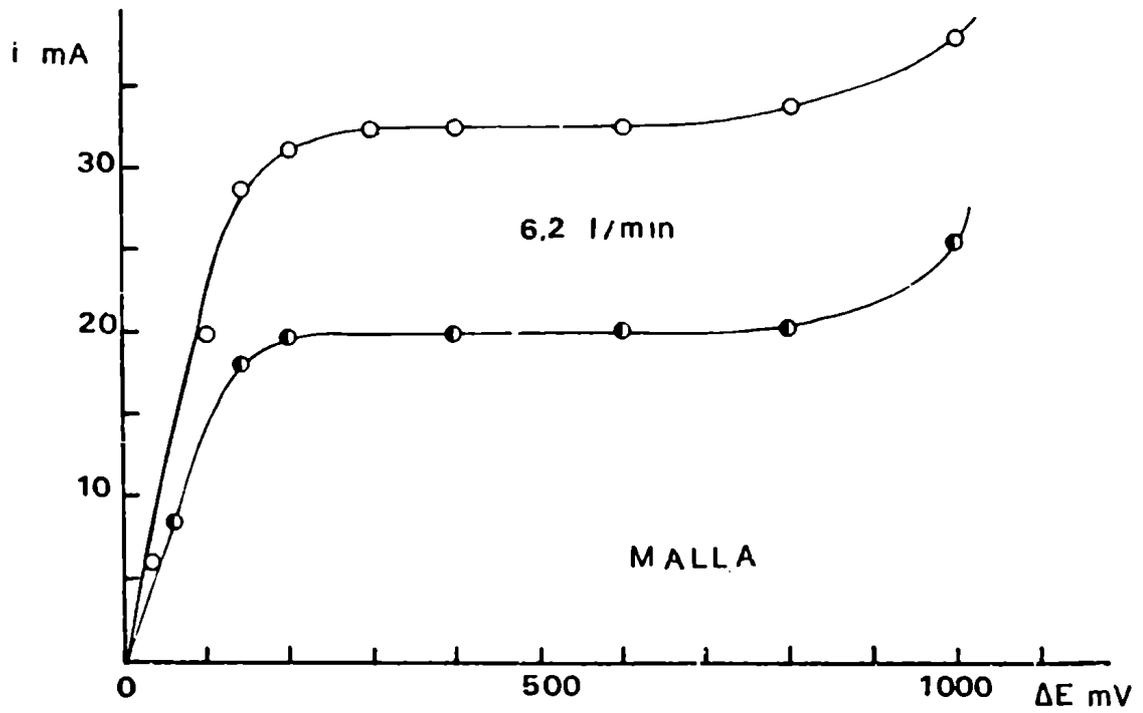
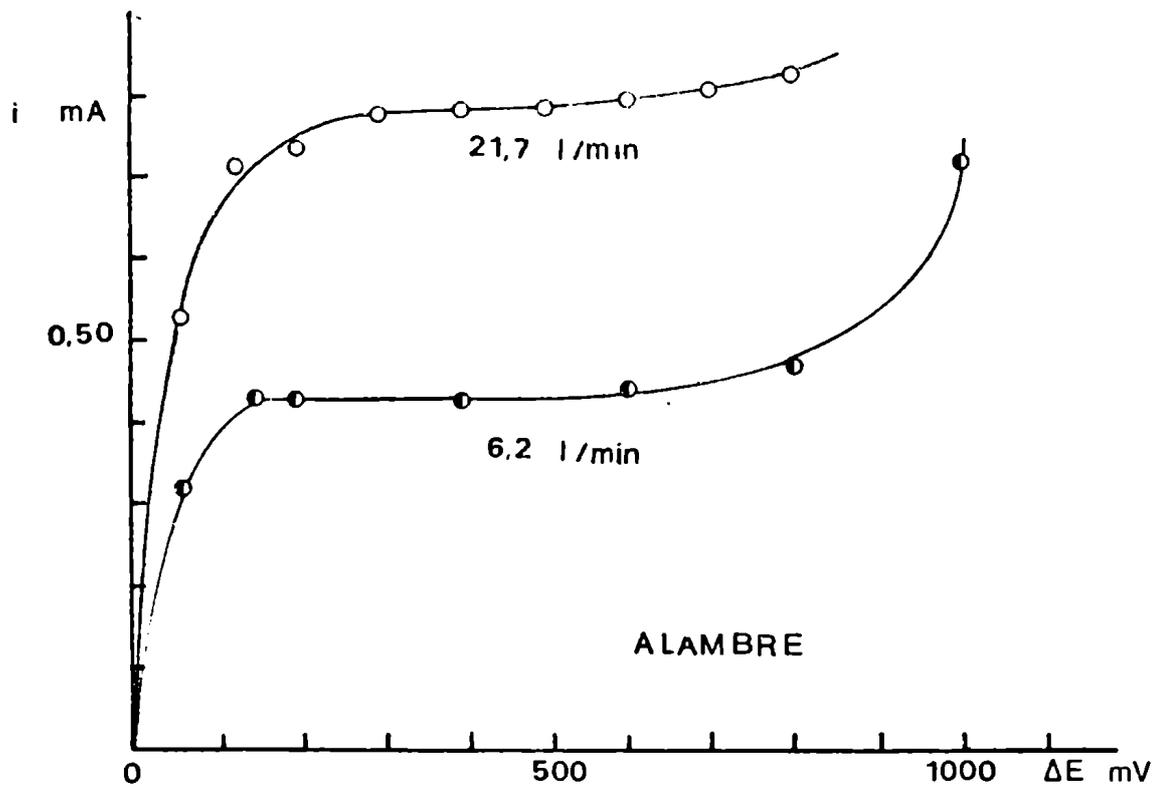


Fig.6 Curvas de polarización

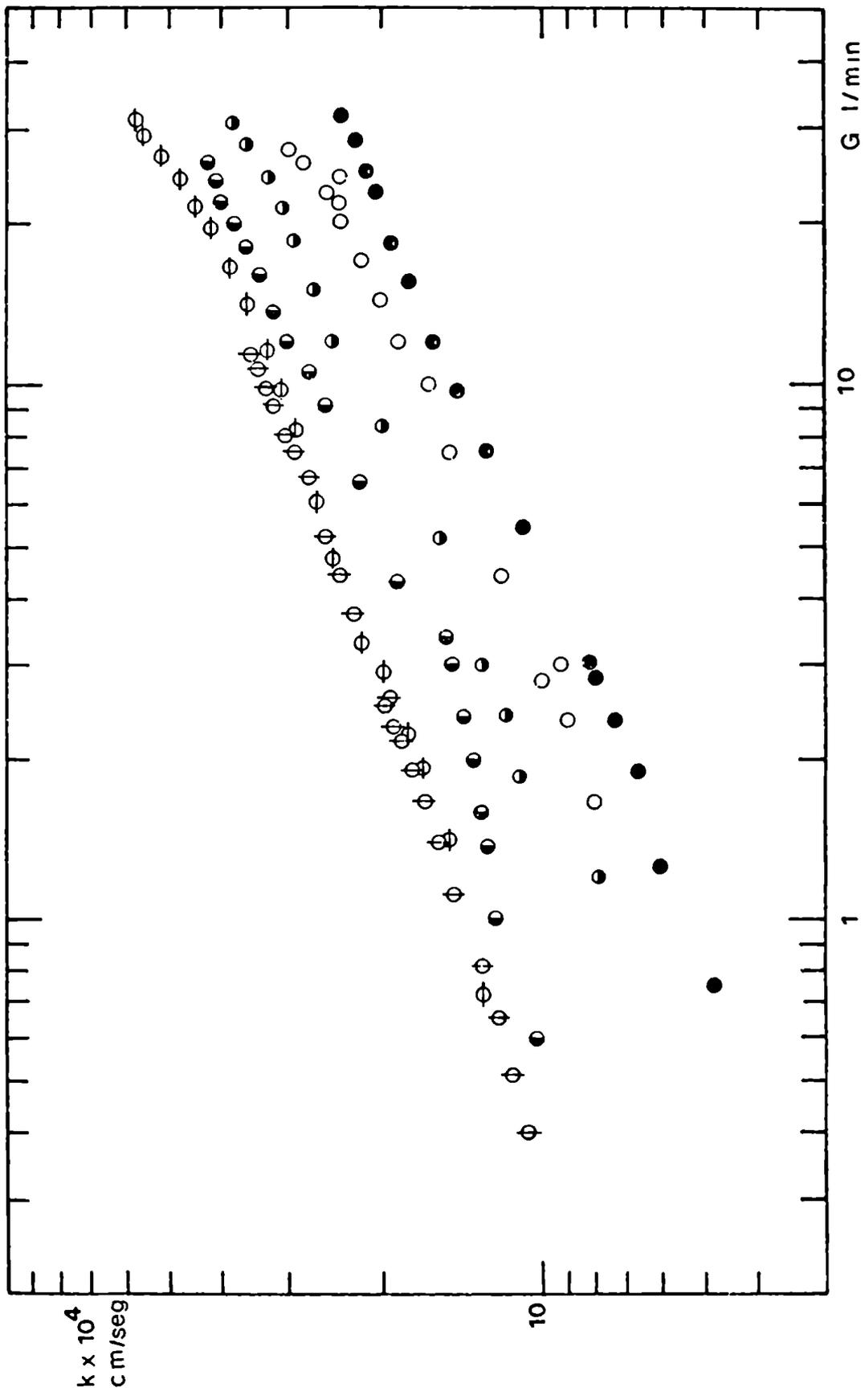


Fig.7 Alambres-Valores experimentales (T:30°,salvo para N°1 donde T:25°)

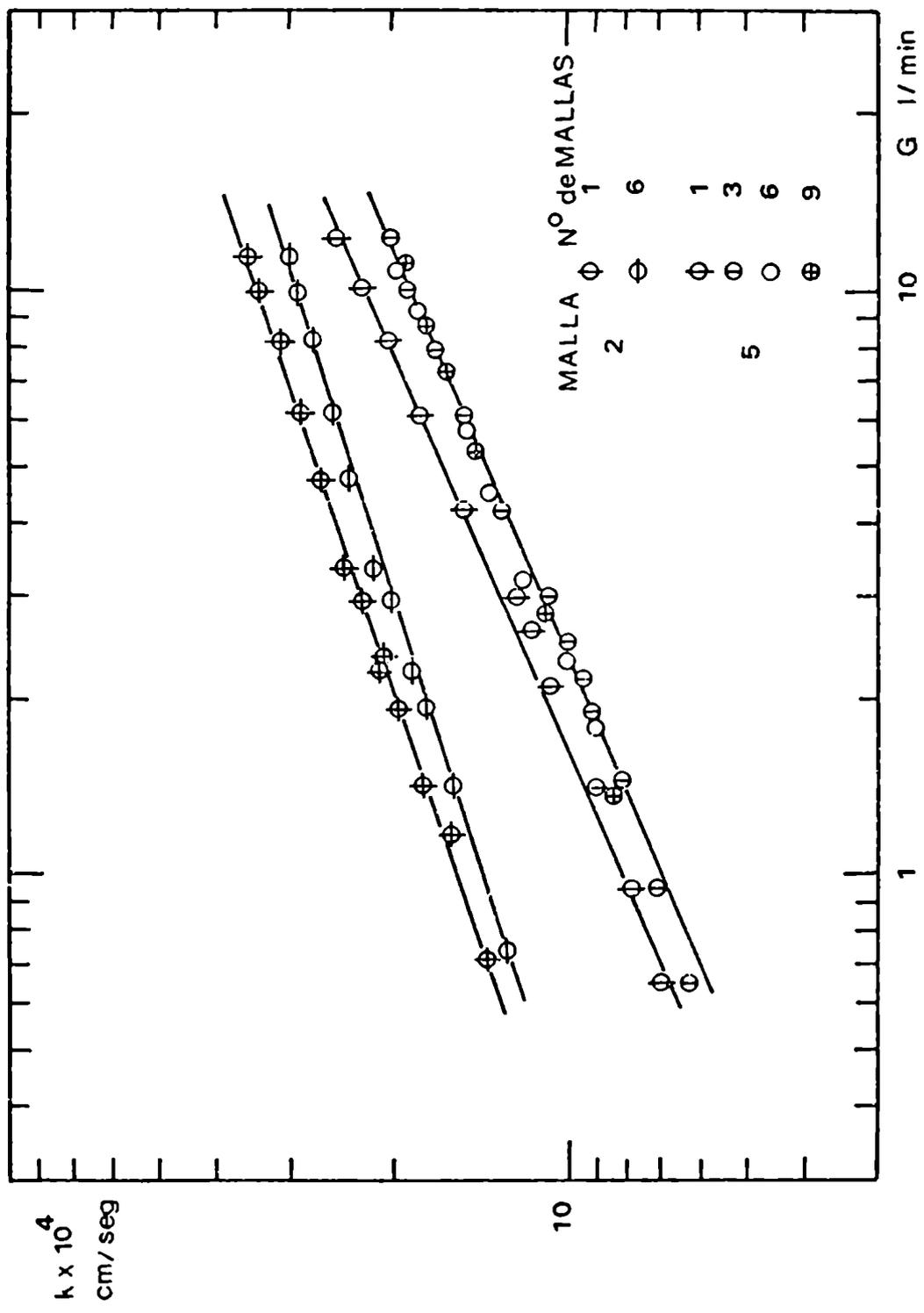


Fig.8 Coeficientes de transferencia de materia vs. caudal según el número de mallas

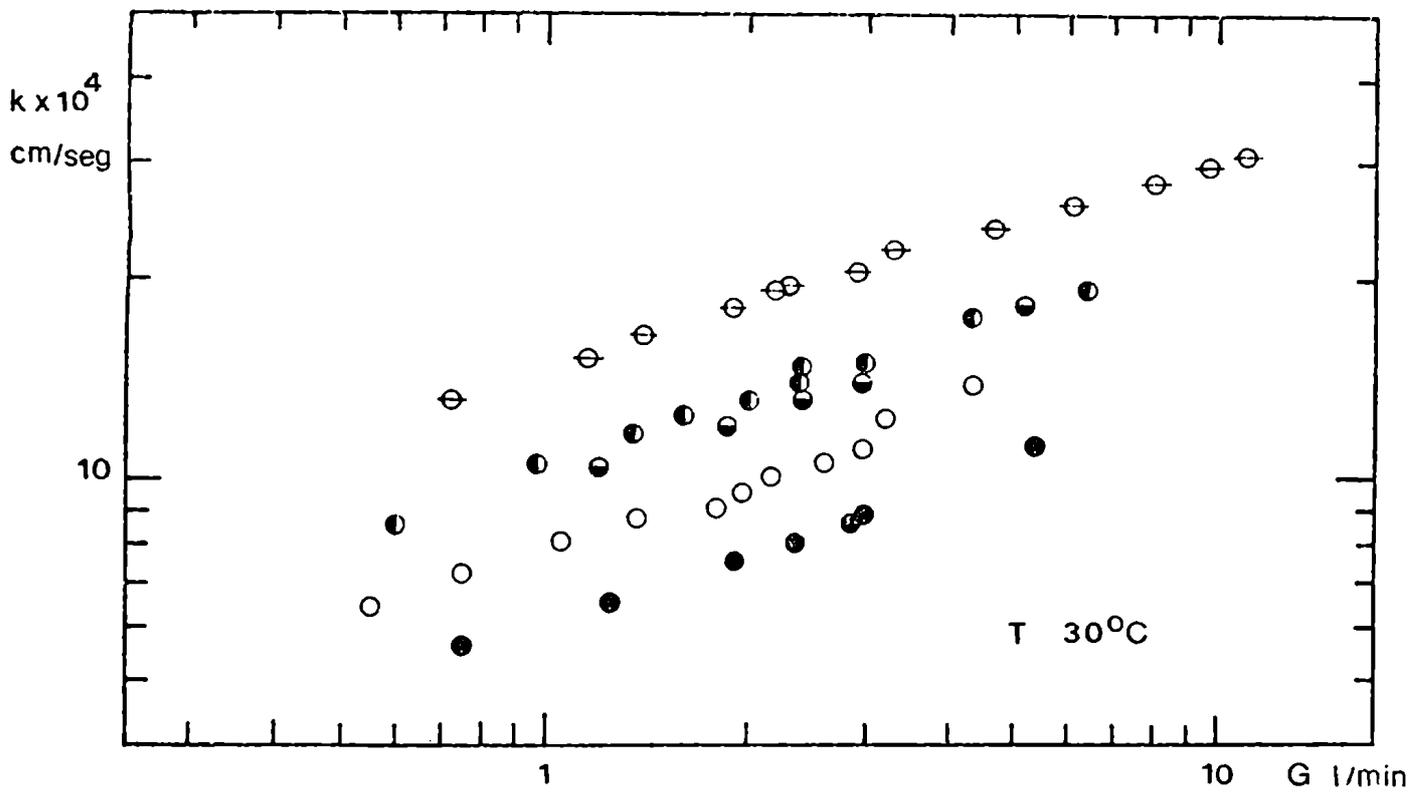


Fig.9 Coeficientes de transferencia de materia vs.caudal para los distintos lechos estudiados

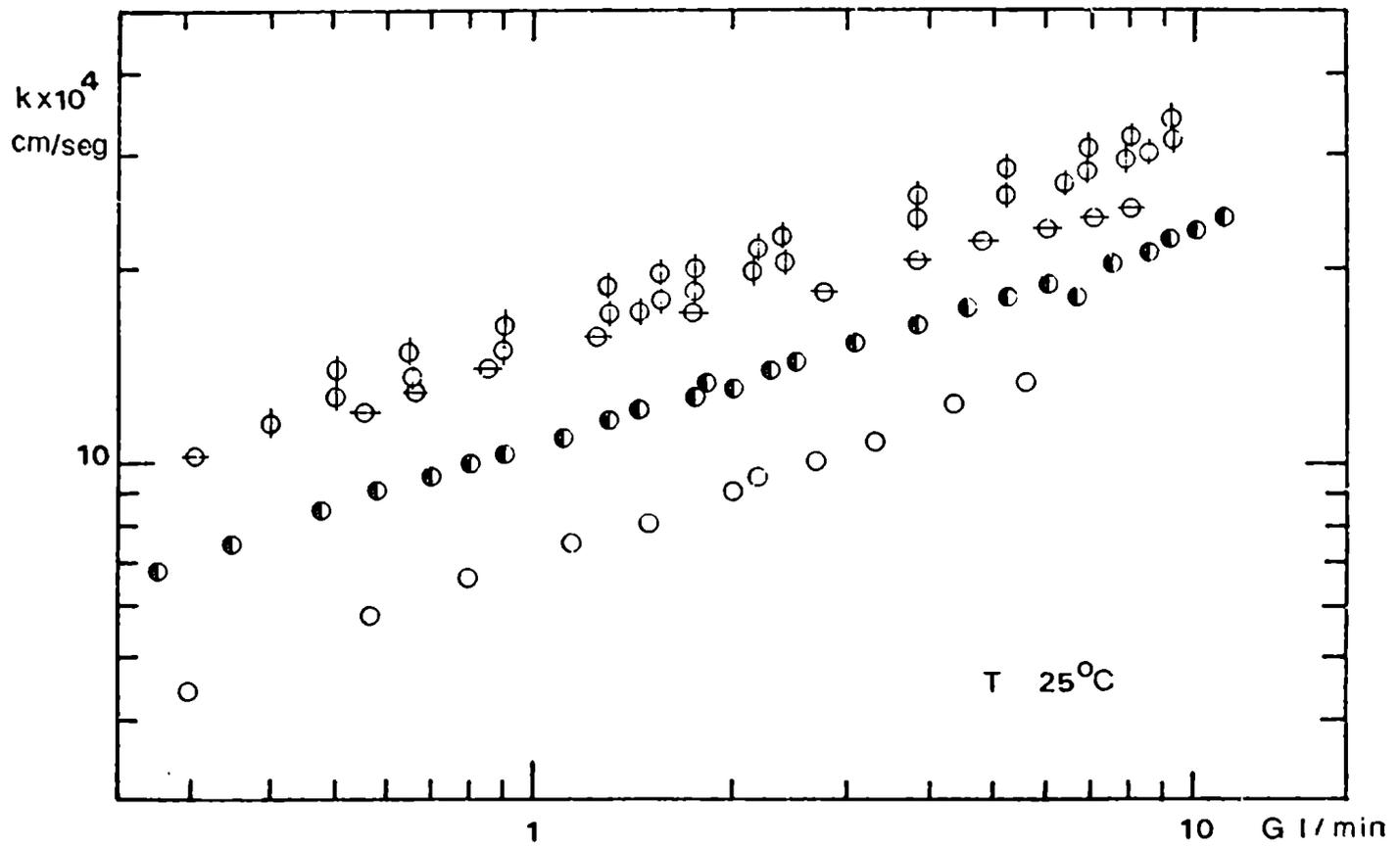


Fig.10 Coeficientes de transferencia de materia vs.caudal para los distintos lechos estudiados

## 6. CORRELACION DE LOS DATOS

### 6.1. Alambres

En la figura 11 se presentan los datos obtenidos para alambres correlacionados en la forma  $j$  vs  $Re$ .

Como se ha dicho en el capítulo 5 estas determinaciones tenían la finalidad de verificar el funcionamiento del equipo experimental por comparación de los resultados con los hallados por otros autores; la figura 12 presenta gráficamente esa comparación.

Interesa en primer término comparar con los resultados de Dobry y Finn (20) y de Vogtländer y Bakker (4), pues ellos han estudiado transferencia de materia por métodos electroquímicos, es decir en sistemas similares al nuestro. Como puede observarse es buena la concordancia de los datos experimentales de los tres trabajos, salvo en la zona de bajos números de Reynolds donde poseemos pocos datos experimentales.

Los valores correlacionados por Mc Adams (7) pertenecientes a transferencia de calor, aparecen un poco elevados respecto a los nuestros para bajos números de Reynolds, siendo comparables a Reynolds mayores.

Finalmente los resultados obtenidos a partir del modelo teórico de LeClair y Hamielec, indican que este modelo cumple bastante satisfactoriamente con las necesidades de predecir velocidades de transferencia de materia en cilindros, siendo quizás un poco elevados los valores obtenidos para Reynolds mayores que 10.

### 6.2. Lechos de Mallas

///

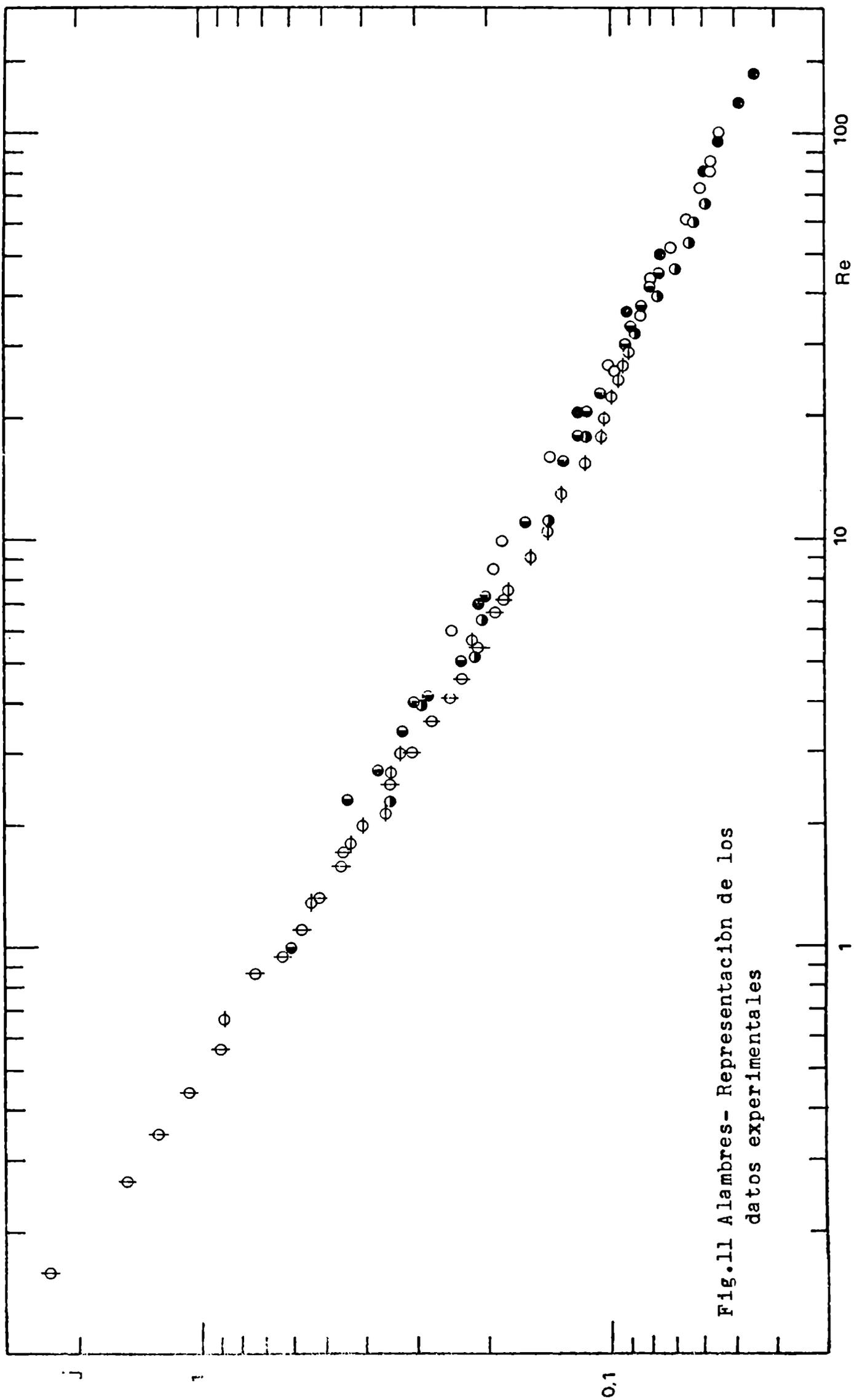


Fig.11 Alambres- Representación de los datos experimentales

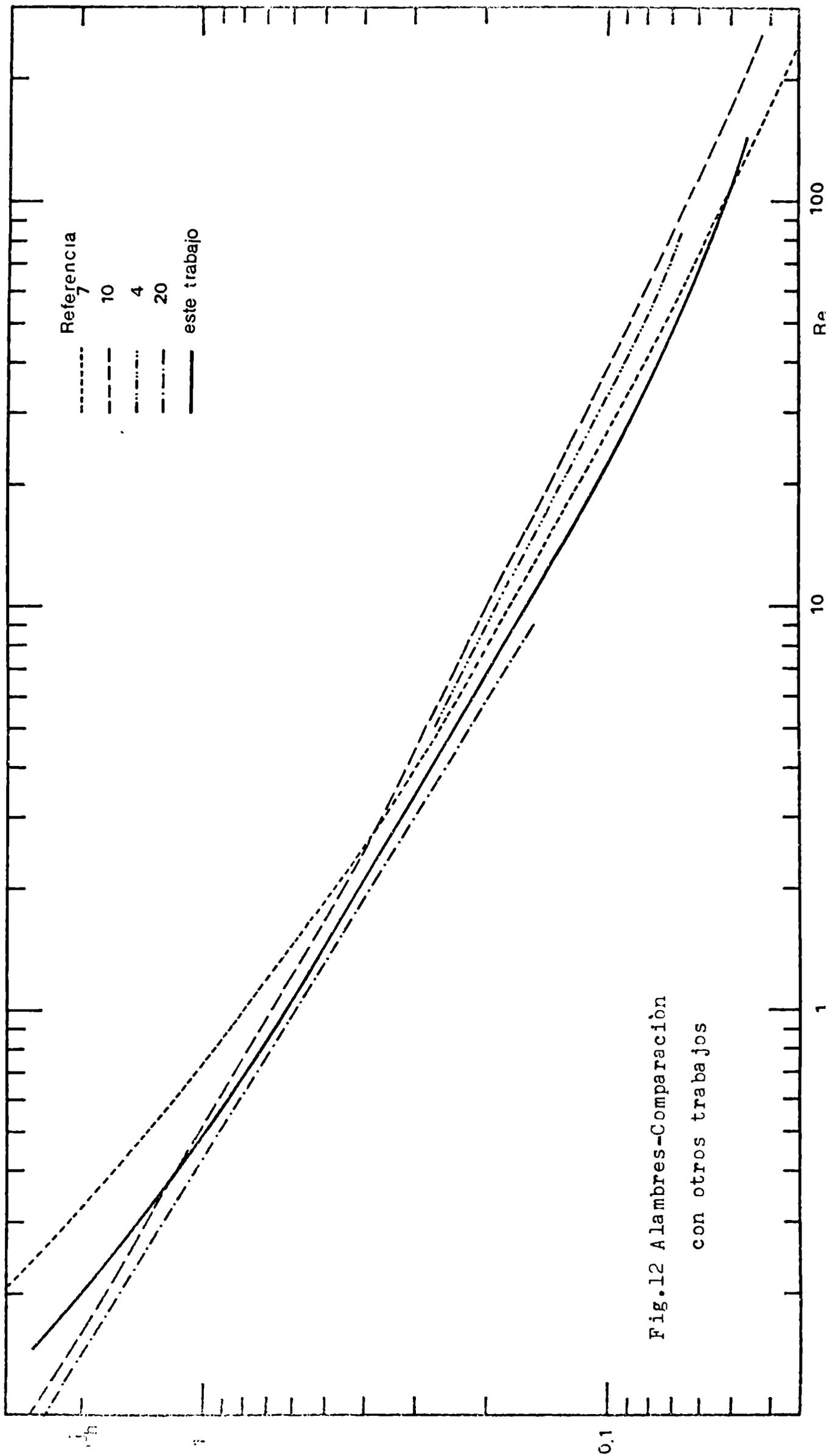


Fig.12 Alambres-Comparación  
con otros trabajos

De acuerdo a lo expresado en el capítulo 4 la correlación de los datos experimentales se haría según:

- a)  $j/Z$  vs.  $Re$
- b)  $j E (D/d)^{-1/3}$  vs.  $Re$
- c)  $j$  vs.  $Re$
- d)  $j E$  vs.  $Re/E$

La tabla N° 4 resume correlaciones teóricas, experimentales y desviación de éstas últimas.

Tabla N° 4

Correlación teórica	Correlación experimental	Desviación *
a) $j/Z=0,720 Re^{-0,666}$	$j/Z=0,431 Re^{-0,650}$	$\pm 12\%$
b) $j E(D/d)^{-0,333} =$ $= 1,31 Re^{-0,666}$	$j E(D/d)^{-0,333} =$ $= 1,08 Re^{-0,656}$	$\pm 11\%$
c) ———	$j = 0,695 Re^{-0,616}$	$\pm 22\%$
d) ———	$j E=0,683 \left(\frac{Re}{E}\right)^{-0,642}$	$\pm 19\%$

De esta tabla se desprende que las correlaciones a y b presentan dispersiones significativamente menores que las c y d.

\* Desviación porcentual del valor medio para un rango de confianza del 95%.

Por lo tanto de aquí en adelante se usarán las correlaciones obtenidas en base a los modelos teóricos a y b.

Las figuras 13 y 14 presentan los resultados experimentales según las formas de correlación a y b.

#### 6.2.1 Comentarios

Si tenemos en cuenta lo complejo de la geometría del sistema y lo simplificado del modelo, los resultados obtenidos de suponer al lecho como un conjunto de conductos cuadrados por donde circula el fluido (correlación b) son altamente satisfactorios (ver figura 14).

Los resultados experimentales son un 15% menores que los predichos teóricamente, esto se puede deber principalmente a dos causas, una de ellas que concierne al área real de transferencia de materia se discutirá más adelante, pues es común a los modelos a y b.

La otra causa es debida a que en la solución teórica Rousar, et al., consideran que la transferencia de materia se realiza en una sola de las cuatro caras del conducto.

Además desprecian como se ha visto en el capítulo 4, el término  $\partial^2 c / \partial z^2$  frente a  $\partial^2 c / \partial y^2$ , estos autores demuestran en el apéndice de su trabajo que ésta simplificación es justificada si  $h < 0,80$  g (ver figura 5b).

En nuestro sistema son cuatro las caras que transfieren, debido a ello en las cercanías de los ángulos del

///

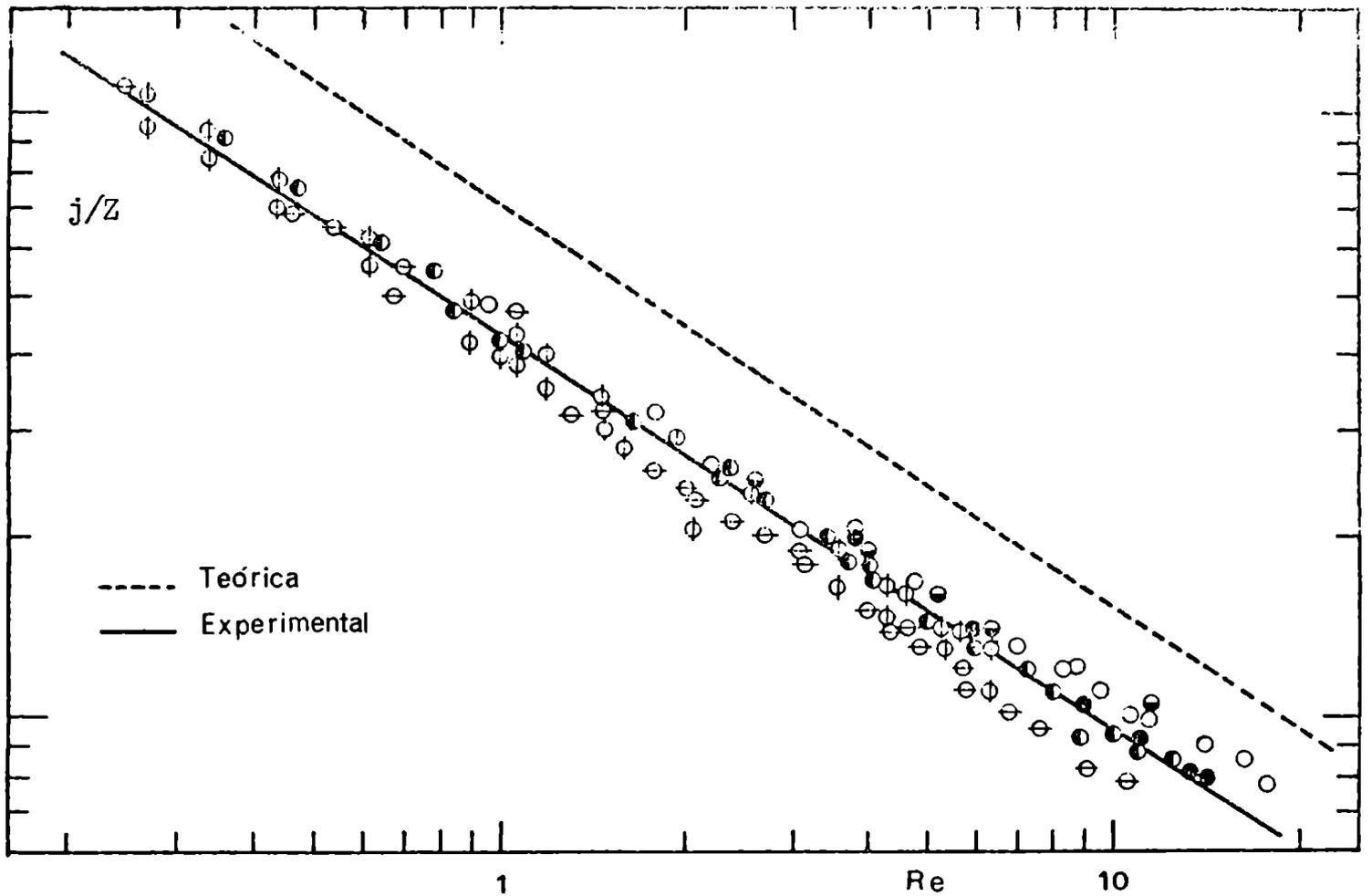


Fig.13 Representación de los datos experimentales según el modelo "a"

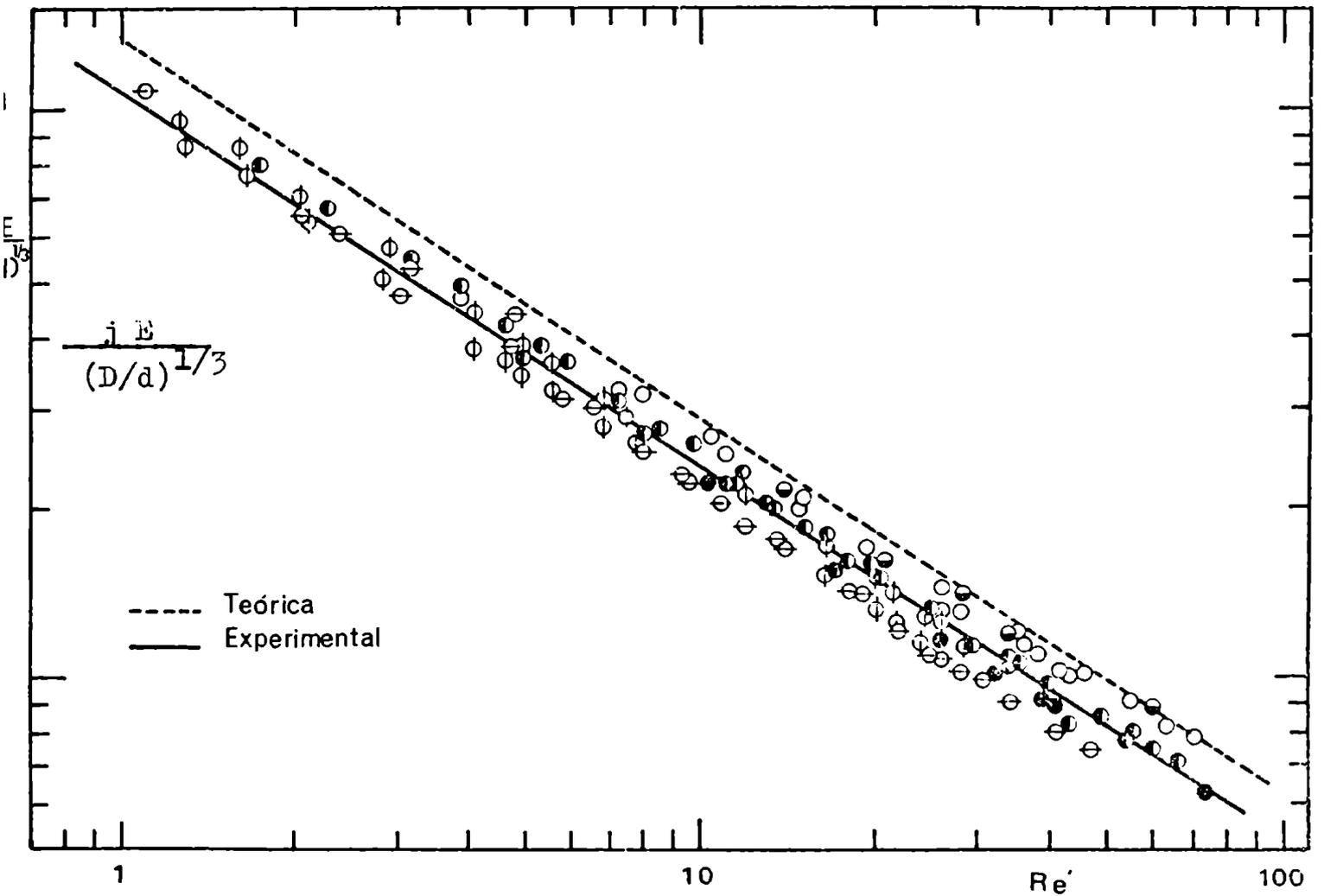


Fig.14 Representación de los datos experimentales según el modelo "b"

conducto la capa difusiva es de mayor espesor que en la parte central de las caras laterales del mismo (donde es válida la resolución simplificada de las ecuaciones).

Por lo tanto se deduce de lo anterior que en un conducto que posee las cuatro caras activas, la velocidad de transferencia de materia debe ser necesariamente menor que la predicha teóricamente según este modelo.

En cuanto al modelo de flujo reptante a través de bancos de tubos (correlación a), realizado en base a las suposiciones de Levich (delgada capa difusiva), y de Happel y de Kuwawara (que permiten obtener la función de corriente o el perfil de velocidades), los resultados experimentales (ver figura 13) son un 50% menores que los predichos teóricamente.

En general estos modelos de la celda que rodea al objeto sumergido predicen valores de velocidades de transferencia de calor y de materia elevados respecto a los experimentales.

Vaya como ejemplo de lo anterior la comparación de los resultados teóricos de LeClair y Hamielec (10) con los experimentales de Rowe y Claxton (21) (ambos para lechos de esferas), los valores teóricos son un 40% mayores que los experimentales para  $Re = 10$  por ejemplo.

Por lo tanto este modelo merece algunos comentarios: el modelo representa al sistema fluido-partícula como un arreglo de cilindros igualmente espaciados en la dirección radial, donde una partícula rodeada de fluido re-

///

presenta una celda típica y el sistema en su totalidad está formado por una sucesión de estas celdas.

Las ecuaciones de Navier-Stokes son resueltas en la región limitada por la superficie de la celda y la superficie del objeto; la presencia de otras partículas es considerada en las condiciones de contorno de la superficie externa de la celda. ( $\psi = r \sin \theta$  y  $\omega = 0$  en  $r = r_{\infty}$ )

Las simplificaciones realizadas en el modelo tales como porosidad uniforme y  $\omega = 0$  en la superficie de la celda, tienen la ventaja de simplificar la resolución de las ecuaciones de Navier-Stokes, pero pueden estar alejadas de la realidad física en cuanto a lo que realmente ocurre en el flujo a través de los bancos de tubos.

En nuestro caso (flujo a través de un lecho de mallas) la porosidad deja de ser uniforme en todas las direcciones pues la distancia entre alambres en la dirección normal al flujo es de 2 a 5 veces mayor que en la dirección paralela al mismo, esto se traduce en que las velocidades periféricas obtenidas teóricamente sean mayores que las verdaderas, lo cual produciría un aumento en las velocidades de transferencia de calor y de materia.

Quizás por esa misma razón el modelo de los conductos cuadrados al tener en cuenta la distancia entre alambres para determinar el campo de velocidades, produzca valores de ésta más cercanos a la realidad.

Posiblemente una celda de forma elíptica con su eje mayor en la dirección normal al flujo, describiría me

///

por la fluidodinámica del sistema, pero la complejidad en la resolución de las ecuaciones se incrementaría notablemente.

A todo lo enunciado anteriormente debe agregarse que el cálculo de las áreas de transferencia se realizó para cada malla, sin tener en cuenta los posibles puntos de contacto entre ellas como ocurre en un lecho de mallas.

Este hecho producirá una disminución en el área disponible para la transferencia de materia, obteniéndose por lo tanto coeficientes de transferencia de materia menores que los esperados y justificando en parte que en una sola malla se determinen coeficientes de transferencia algo mayores que en un lecho de éstas.

Por otra parte el desprendimiento de capa límite en un lecho relleno ocurre a valores del número de Reynolds mayores que para una partícula aislada (ejemplo: esferas - lecho de esferas, cilindros - banco de tubos, etc.) y además este desprendimiento aparece a ángulos mayores a medida que la porosidad disminuye para un determinado número de Reynolds.

Ante lo expuesto es razonable esperar que en una malla aislada las velocidades de transferencia de materia para un determinado número de Reynolds sean mayores que en un lecho de mallas.

Este hecho puede observarse en la figura 8, donde a caudales altos (que corresponden a Re mayores), la diferencia entre los coeficientes de transferencia de ma-

///

teria de un lecho y de una malla son más acentuadas que para caudales menores.

## 7. COMPARACION CON OTROS TRABAJOS

La dificultad principal de la comparación, consiste en que los distintos trabajos de transferencia de materia en mallas fueron realizados fundamentalmente en una sola malla, siendo escasos los resultados experimentales para lechos de varias mallas.

En transferencia de calor sí existen trabajos para lechos constituidos por varias mallas, principalmente los realizados por Coppage y London.

A los efectos de la comparación se optó por lo tanto por graficar nuestros resultados para transferencia de materia en una sola malla, e indicar mediante la recta de cuadrados mínimos la correlación obtenida para un lecho de mallas.

Las figuras 15 y 16 muestran nuestros resultados experimentales y los de otros trabajos recorrelacionados según  $j/2$  vs.  $Re$  y  $j E(D/d)^{-1/3}$  vs.  $Re'$  respectivamente. La concordancia respecto a nuestros resultados experimentales es satisfactoria, especialmente si se tiene en cuenta la diversidad de técnicas experimentales utilizadas en los distintos trabajos (la tabla N° 5 resume las características principales de los trabajos utilizados en la comparación).

Además debemos recordar que los modelos desarrollados son válidos para bajos números de  $Re$  y altos valores del número de Péclet, lo que es válido para los estudios por métodos electroquímicos ( $Sc > 1000$ ) pero no lo es en los otros casos.

///

Tabla N° 5

Autor	Orden de Magnitud de Pr	Técnica Experimental	E	D/d	Referencia
Guy y Maughan	1,0	Evaporación de Hg en corriente de N <sub>2</sub>	0,76-0,82	1,2-3,0	(5)
Vögtlander y Bakker	1500	Electroquímica	0,79-0,84	3,0-4,2	(4)
Satterfield y Cortez	1,7	Oxidación de hexano y tolueno en corriente de aire	0,70-0,91	1,8-7,2	(6)
Coppage y London	0,7	Transferencia de calor	0,72-0,82	2,4-3,0	(1)
Este trabajo	1500	Electroquímica	0,81-0,87	2,3-4,7	

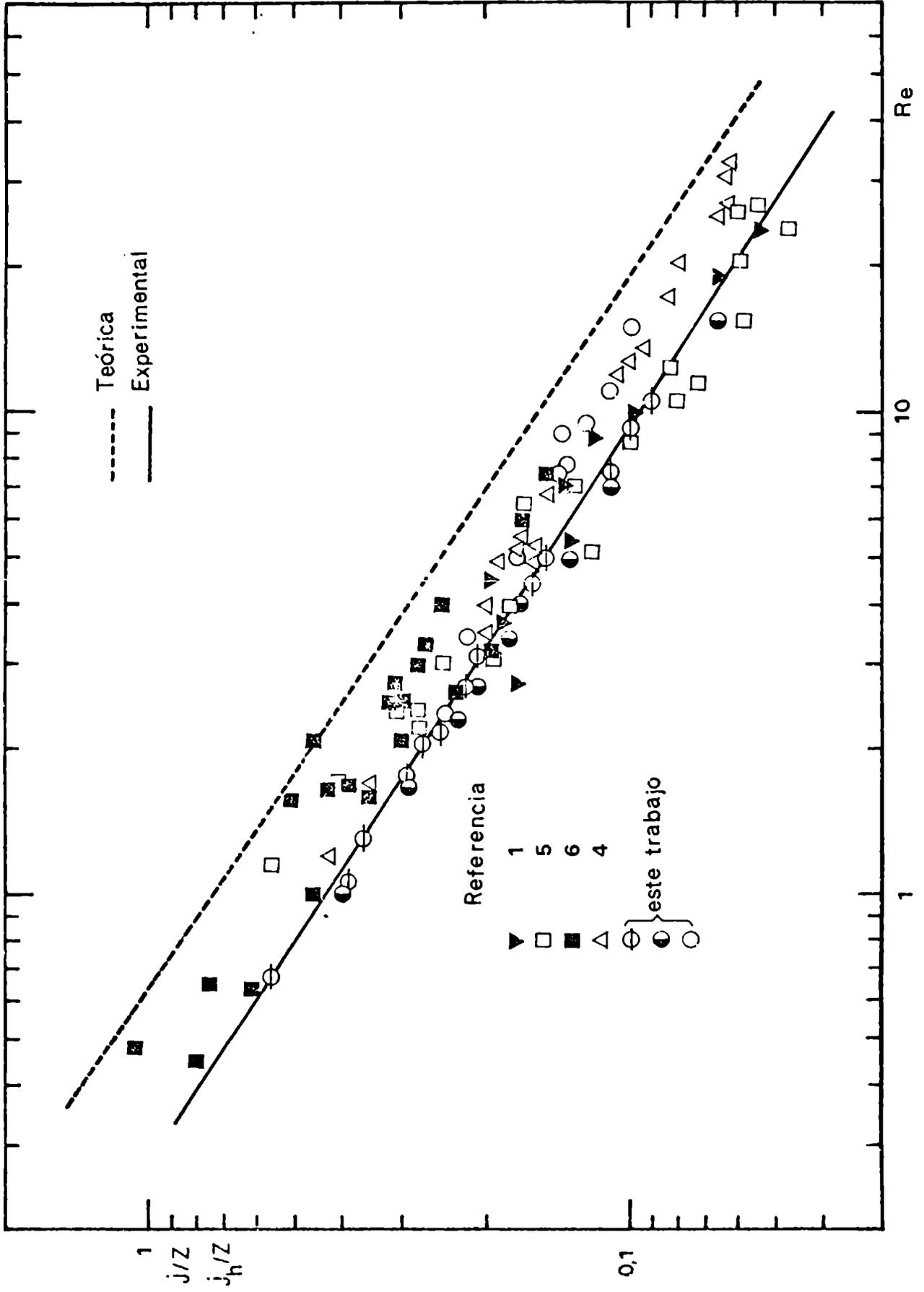


Fig.15 Comparación con otros trabajos (modelo "a")



## 8. CONCLUSIONES

1. Se estudió por técnica electroquímica transferencia de materia en una malla y en un lecho de mallas.

Hasta el presente la mayoría de los trabajos realizados determinaban velocidades de transferencia de materia en una sola malla, con excepción de Satterfield y Cortés que presentan unos pocos datos para lechos de hasta tres mallas.

2. El método experimental utilizado permite detectar diferencias en las velocidades de transferencia de materia entre una sola malla y un lecho de mallas.

Los resultados experimentales revelan que el comportamiento del sistema es independiente del número de mallas para lechos con tres o más de éstas.

3. Se variaron los parámetros involucrados de manera de cubrir los rangos de trabajo de otros autores
4. Se intentó por primera vez predecir teóricamente las velocidades de transferencia de materia y calor en lechos de mallas por lo cual se resolvió atacar el problema desde dos ángulos opuestos, que podían ser simplificaciones plausibles que permitieran de una manera relativamente sencilla, describir los fenómenos de transferencia en sistemas geoméricamente complicados como el de este trabajo:

- a) Flujo reptante a través de objetos sumergidos.
- b) Flujo laminar en conductos cuadrados.

5. La dispersión de los resultados correlacionados en base a los pa-

///

parámetros deducidos en los dos modelos teóricos es similar, pero la correlación basada en el modelo de flujo laminar en conductos cuadrados, presenta una mejor concordancia con los valores previstos teóricamente.

6. Los datos experimentales correlacionados según cualquiera de estos modelos experimentan una dispersión sensiblemente menor que la obtenida con otras formas de correlación utilizadas hasta el presente.
7. La comparación con los resultados experimentales de otros trabajos, recorrelacionados según los parámetros que indican los modelos "a" y "b", muestran una concordancia satisfactoria con nuestros valores experimentales.
8. A los efectos de diseño las correlaciones experimentales basadas en cualquiera de los modelos podrían utilizarse indistintamente, pero los parámetros a calcular del denominador "b" son de más sencilla determinación.

El modelo "a" presenta la necesidad de cálculo del factor Z lo que puede resultar tedioso.

M. B. Bell

J. A. M.

9. BIBLIOGRAFIA

- (1) Coppage y London: Chem. Eng. Progr., 1956, 52, N° 2, 57.
- (2) Tong y London: J. Heat Transfer, 1957, 79, 1558.
- (3) London, Mitchell y Sutherland: J. Heat Transfer, 1960, 82, 199.
- (4) Vogtlander y Bakker: Chem. Eng. Sci., 1963, 18, 583.
- (5) Gay y Maughan: Int. J. Heat Mass Transfer 1963, 6, 277.
- (6) Satterfield y Cortez: Ind. Eng. Chem. Fundam., 1970, 9, N° 4, 613.
- (7) McAdams: Heat Transmission, 3a. ed., 1954, 258-260, McGraw Hill, Nueva York.
- (8) Bertorelle: Trattato di Galvanotecnica, 1960, Ulrico Hoepli, Milan.
- (9) Blass: Chemie, Ing. Techn, 1964, 36, N° 7, 747.
- (10) LeClair y Hamielec: I. Chem. E. SYMPOSIUM SERIES, 1968, N° 30, 197.
- (11) Happel y Brenner: Low Reynolds Number Hydrodynamics, 1965 Prentice Hall, N.Y.
- (12) Kuwawara: J. Phys. Soc. Japan, 1959, 14, 527.
- (13) Bird, Stewart y Lighfoot: Fenómenos de Transporte, 1964, Reverte, Barcelona.

///

- (14) Hamielec y Raal: Phys. Fluids, 1969, 12, 11.
- (15) LeClair y Hamielec: Ind. Eng. Chem. Fundam., 1970, 2, N° 4, 608.
- (16) Levich: Physicochemical Hydrodynamics, 1962, Prentice Hall, N.Y.
- (17) Pfeffer: Ind. Eng. Chem. Fundam., 1964, 3, N° 4, 380.
- (18) Rousar, Hostomaky, Cezner y Stverák: J. Electrochem. Soc., 1971, 118, N° 6, 881.
- (19) Love: Treatise on Mathematical Theory of Elasticity, 1927, Cambridge University Press.
- (20) Dobry y Finn: Ind. Eng. Chem., 1956, 48, N° 9, 1541.
- (21) Rowe y Claxton: Trans. Instn. Chem. Eng., 1965, 43, 1965.

## 10. NOMENCLATURA

- a : radio del cilindro, cm
- A : área de transferencia del electrodo,  $\text{cm}^2$
- c : concentración, moles/ $\text{cm}^3$
- $c_i$  : concentración interfacial, moles/ $\text{cm}^3$
- $c_o$  : concentración en el seno de la solución, moles/ $\text{cm}^3$
- $C_p$  : calor específico, Kcal/Kg °C
- d : diámetro de alambre, cm
- D : distancia entre alambres, cm
- F : constante de Faraday, A seg/equiv gr
- g : ver figura 5 b, cm
- G : caudal volumétrico, l/min
- h : ver figura 5 b, cm
- $h'$  : coeficiente de transferencia de calor, Kcal/ $\text{cm}^2$  °C hr
- i : intensidad de corriente límite, A
- I : densidad de corriente límite, A/ $\text{cm}^2$
- k : coeficiente de transferencia de materia, cm/seg
- $k_1$  : coeficiente de transferencia de materia local, cm/seg
- L : altura del electrodo (ver figura 5b), cm
- N : Número de mallas por unidad de longitud, 1/cm
- $N'$  : flujo de moles, mol/seg  $\text{cm}^2$
- n : número de electrones intercambiados por ión,

- $r$  : coordenada radial, cm  
 $r_{\infty}$  : posición de la superficie externa de la celda, cm  
 $u$  : velocidad según  $x$ , cm/seg  
 $U$  : " superficial, cm/seg  
 $v_r$  : " según  $r$ , cm/seg  
 $v_{\theta}$  : " "  $\theta$ , cm/seg

### Adimensionales

- $E$  : porosidad  
 $j$  : factor  $j$  para transferencia de materia =  $\frac{k}{U} Sc^{2/3}$   
 $j_n$  : " " " " " calor =  $\frac{h'}{C_p U} Pr^{2/3}$   
 $Pe$  : número de Péclet =  $Re Sc$   
 $Pr$  : " " Prandtl =  $\frac{C_p \mu}{\lambda}$   
 $Q$  : determinada por ecuación 7  
 $r^*$  : coordenada radial adimensional =  $r/a$   
 $r_{\infty}^*$  : posición de la superficie externa de la celda adimensional =  
 $= r_{\infty}/a = (1 - E)^{-1/2}$   
 $Re$  : número de Reynolds =  $U d/\nu$   
 $Re'$  : " " " =  $U D/\nu$   
 $Sh$  : " " Sherwood =  $k d/D$   
 $Sh'$  : " " " =  $k D/D$   
 $Sh_1$  : " " " local =  $k_1 d/D$

///

Sc : número de Schmidt =  $\nu/D$

$v_r^*$  : velocidad adimensional según  $r = v_r/U$

$v_\theta^*$  : " " "  $\theta = v_\theta/U$

Z : definida por ecuación 25

$\Psi^*$  : función de corriente adimensional =  $\Psi/U a$

$\omega^*$  : vorticidad adimensional =  $a\omega/U$

#### Letras griegas

$\delta$  : altura de la malla, cm

$\mu$  : viscosidad dinámica, poise

$\nu$  : viscosidad cinemática, stoke

$\Psi$  : función de corriente,  $\text{cm}^2/\text{seg}$

$\omega$  : vorticidad,  $1/\text{cm}$

$\theta$  : coordenada angular

$\rho$  : densidad,  $\text{gr}/\text{cm}^3$

$\varphi$  : área específica de la malla,  $1/\text{cm}$

$\lambda$  : conductividad térmica,  $\text{Kcal}/\text{m } ^\circ\text{C hr}$