

Tesis de Posgrado

Sistema de referencia de impulso infinito, aplicaciones a la electrodinámica cuántica y a sistemas compuestos

Suaya, Roberto

1973

Tesis presentada para obtener el grado de Doctor en Ciencias Físicas de la Universidad de Buenos Aires

Este documento forma parte de la colección de tesis doctorales y de maestría de la Biblioteca Central Dr. Luis Federico Leloir, disponible en digital.bl.fcen.uba.ar. Su utilización debe ser acompañada por la cita bibliográfica con reconocimiento de la fuente.

This document is part of the doctoral theses collection of the Central Library Dr. Luis Federico Leloir, available in digital.bl.fcen.uba.ar. It should be used accompanied by the corresponding citation acknowledging the source.

Cita tipo APA:

Suaya, Roberto. (1973). Sistema de referencia de impulso infinito, aplicaciones a la electrodinámica cuántica y a sistemas compuestos. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires.

http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis_1419_Suaya.pdf

Cita tipo Chicago:

Suaya, Roberto. "Sistema de referencia de impulso infinito, aplicaciones a la electrodinámica cuántica y a sistemas compuestos". Tesis de Doctor. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires. 1973.

http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis_1419_Suaya.pdf

EXACTAS UBA

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales



UBA

Universidad de Buenos Aires

UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

"Sistema de referencia de impulso infinito, aplicaciones
a la electrodinamica cuantica, y a sistemas compuestos".

Roberto Suaya

TRABAJO DE TESIS PRESENTADO A LOS EFECTOS DE OPTAR AL TITULO
DE DOCTOR DE LA UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES.

buenos Aires, Agosto de 1973.

Reg No 1419

1419

PREFACIO

La mayor parte del material presentado en esta tesis esta basada en trabajos publicados previamente. Los capitulos II y III estan basados en "Quantum Electrodynamics and Renormalization Theory in the Infinite Momentum Frame" (S.J. Brodsky, R.Z. Roskies y R. Suaya, Pitt. -108- Mayo 1973, y enviada para su publicacion). El capitulo V esta basado en: "Forward Compton Scattering Sum Rules and $J = 0$ Singularities" (C.A. Dominguez, C. Ferro Fontan y R. Suaya, Phys. Letters 31B, 365 (1970); "Evaluation of the $J = 0$ Fixed Pole in Neutron Compton Scattering" (C.A. Dominguez, J. Gunion y R. Suaya, Phys. Rev. D6, 1404 (1972); "Fixed Pole Analysis of the Deuteron Compton Amplitude". (J. Gunion y R. Suaya, SLAC -FUB. 1154 y a ser publicada en Phys. Rev. D4, No. 9, 1973).

RESUMEN

Se estudia el Electrodinamica Cuantica utilizando la teoria de perturbaciones de Heitler en un sistema de referencia de impulso infinito. Se discuten problemas para los cuales la convergencia a dicho limite no es uniforme. Dichos problemas solo ocurren en el calculo de las constantes de renormalizacion y las fluctuaciones de vacio. Las amplitudes renormalizadas convergen uniformemente y las reglas de calculo para dichas amplitudes, coinciden con las obtenidas al cuantificar la teoria en el cono de luz, lo que demuestra la equivalencia de dicha teoria con la teoria convencional de Feynman - Dyson - Schwinger. Se discute brevemente el procedimiento empleado para renormalizar dicha teoria.

La utilidad del sistema de referencia de impulso infinito para estudiar la estructura de los hadrones fue propuesta por Feynman y enfatizada por muchos autores. Su relevancia al entendimiento del comportamiento asintotico de las partes reales del efecto Compton sobre hadrones fue puesta de manifiesto por Brodsky et al., y puesto a prueba mediante un cuidadoso analisis de las partes reales para nucleones y deuterones.

AGRADECIMIENTOS

Quiero expresar mi mas profunda gratitud a mi director de tesis Dr. Stanley J. Brodsky quien con tanto entusiasmo y dedicacion supo guiarme en esta singular aventura, sin perder en lo mas minimo su motivacion aun despues de largas noches de insomnio y horrendos calculos de computadora.

Quiero tambien expresar mi agradecimiento al Prof. Sidney D. Drell, quien se desempeno como un singular maestro en mi formacion como fisico teorico, y al resto de mis colegas de SLAC, en especial a F. Gilman, J. Kogut y J. Bjorken con quienes en-
table fructiferas y ruidosas discusiones.

Agradezco la gentileza del Profesor Miguel A. Virasoro por actuar como director local de esta tesis.

No quiero dejar de mencionar el constante apoyo y estimulo de mis colegas del grupo de fisica teorica de la Universidad de Buenos Aires.

Quiero hacer constar que este trabajo de tesis fue posible de realizar gracias a una beca otorgada por la Universidad de Buenos Aires.

La parte mas dolorosa de esta tesis, leese la mecanografia, pudo llevarse a cabo a la gentil colaboracion de mi cunada, la Sta. Judit Foldenvi y mi esposa Susana. Borriones, tachaduras y demas yerbas son fruto de la colaboracion desinteresada de mi hijo de dos años, Paolo.

INDICE ALFANUMERICO

Tablas.....	1
Encabezamiento de las figuras.....	2
Capitulo I	7
Capitulo II	14
Capitulo III	36
Capitulo IV.....	60
Capitulo V.....	82
Apendice A.....	107
Apendice B.....	113
Tabla I.....	125
Figura 1.....	133

5-4 -	Seccion III (Evaluacion de las reglas de suma de energia finita).....	5-12
5-5 -	Seccion IV (Sistemas compuestos).....	5-15
5-6 -	Seccion V (Regla de suma de Gell-Mann, Goldberger y Thirring).....	5-18
	Referencias.....	5-21
Apendice A -	Momento magnetico del electron.....	A-1
	Referencias.....	A-5
Apendice B -	Polos fijos, para $g^2 = 0$	B-1
	Referencias.....	B-8

TABLAS

1. Correcciones de Glauber.

2. Integrales correspondientes a las secciones con neutrones libres, y β_{ef} para $N = 2$ GeV. Las dos funciones de onda de Lomon - Feshbach difieren en la cantidad de onda D admitida (ver Lomon - Feshbach ref. 5.9).

3. Ajustes de Regge para protones y neutrones.

4. Resultados de polos fijos para el neutron. Los resultados correspondientes al resto de las funciones de onda analizadas dan resultados intermedios.

5. Resultados de polos fijos para proton.

6. Ajustes de Regge para el deuteron con $\alpha(0)$ variable y con $\alpha(0) = 1/2$. Los errores citados son solamente los correspondientes al ultimo caso.

7. Integrales de baja energia para las secciones del deuteron $\int_0^N \sigma_D(\nu) d\nu = I$. Los valores tabulados para I corresponden a la eleccion $\sigma_D(\nu) = 2 \sigma_p(\nu)$ para $0.150 < \nu < 0.265$ GeV. Los valores correspondientes para la eleccion $\sigma_D(\nu) = 2 \sigma_p^s$ para el mismo intervalo de energia resultan ser $5 \mu b$ GeV menores, cuando uno usa la funcion de onda de Hamada - Johnston.

8. Resultados para el polo fijo del deuteron, los numeros en la primera columna indican el orden con que han sido designados en la tabla 6. Los errores citados en dicha tabla solamente toman en cuenta las incertezas provenientes de los parametros de Regge para los ajustes a los parametros.

ENCABEZAMIENTO DE LAS FIGURAS

1. Contorno de integracion en el plano complejo k_0 para los propagadores de Feynman.
2. Correccion de masa de segundo orden en $g\phi^3$.
 - a) Diagrama de Feynman.
 - b, c) Los dos ordenamientos temporales correspondientes.
3. Correccion al vertice.
 - a) Diagrama de Feynman.
 - b-g) Ordenamientos temporales correspondientes a dicho diagrama.
4. a) Diagrama de Feynman correspondiente a la amplitud de dispersion de orden g^4 , en teoria escalar .
 - b) Ordenamiento temporal $t_4 < t_2 < t_3 < t_1$.
 - c) Ordenamiento temporal $t_2 < t_4 < t_3 < t_1$.
5. Contribucion a la fluctuacion de vacio a orden mas bajo en teoria $g\phi^3$.
6. Contribucion a la autoenergia del electron a segundo orden en electrodinamica. Dicho diagrama que denotaremos como diagrama Z contribuye en el IMF pese a que la linea del positron lleve $x < 0$.
7. Diagramas ordenadas temporalmente que contribuyen a δm_e a segundo orden.
8. Contribucion de cuarto orden al momento magnetico anomalo del electron.
 - a) Diagrama considerado.
 - b) Contribucion renormalizada (los dos terminos substraídos corresponden respectivamente a las substracciones de δm y B
 - c) Ordenamiento temporal con todos los x de las lineas internas positivas.
 - d) Ordenamiento temporal donde la linea del positron es negativa, dicho diagrama es cancelado por la substraccion δm_e de la Fig. 8b.

9. Diagramas ordenadas temporalmente que contribuyen a orden α a la polarizacion del vacio.
10. Contribucion a segundo orden a la funcion de onda del electron.
11. Vertice $\Lambda^A(p, p')$ hasta segundo orden.
Los ordenamientos temporales correspondientes al diagrama de Feynman de la Fig. 11.b estan indicados en la Fig. 3.
12. Contribucion de cuarto orden al momento magnetico anomalo del electron. Calculo de la amplitud renormalizada.
- Diagrama de Feynman en consideracion.
 - Contribucion renormalizada.
 - Diagrama correspondiente a la substraccion, las cruces en los fermiones intermedios significan que las particulas deben estar en su capa de masa (en la teoria convencional).
 - Indica los distintos estados intermedios, para el unico diagrama ordenado temporalmente que contribuye en el IMF (con todos los x_i mayores que 0.)
13. Diagrama Z que contribuye a δm_e que efectivamente se comporta como un diagrama "gaviota" en el sistema de referencia de impulso infinito.
14. Cinematica, canal s y canal t .
La nomenclatura usada para describir efecto Compton hacia adelante consta en reemplazar k_1 y k_2 por q (en el laboratorio $q_0 = \nu$).
- Primera aproximacion de Born a la amplitud de Bethe - Heitler.
 - Amplitud *virtual* de Compton.
16. Circuito de Integracion para la amplitud (4.18) cuyo resultado conduce a (4.19).

17. Cinematica apropiada a electroproduccion k y k' representan el cuadvivector impulso del electron inicial y final, q es el impulso transferido al nucleon, $q^2 < 0$, en los experimentos de electroproduccion se detecta el electron final (su energia y el angulo de dispersion). Por teorema optico la seccion total $\gamma(\text{virtual}) + \text{proton} \rightarrow \text{hadrones}$, es proporcional a la parte *Imaginaria* de la amplitud Compton hacia adelante. En el sistema del laboratorio y a altas energias

18. Vertices electromagneticos correspondientes a mesones escalares, en teoria covariante y en T.P.H.

19. Factor de forma electromagnetico hasta segundo orden en g . Observar que solamente el ordenamiento temporal de la Fig. 3B contribuye al diagrama de Feynman (Fig. 19C) en el IMF.

20. Diagramas de Feynman que dan contribucion a $T_1(\nu, q^2)$

21. Diagrama de Feynman que no dan contribucion a $T_1(\nu, q^2)$ ni a $F_2(x = -\frac{q^2}{2M})$.

22. a) Factor de forma

a') Diagrama gaviota (contribuye a la parte real de T_1

(

b) Contribucion a $F_2(x)$ en el limite de Bjorken.

b') Contribucion a $f(x)$

c) Diagrama gaviota para constituyentes de espín 1/2.

23. " Diagrama de Feynman" correspondiente a dispersion doble.

24. Cinematica correspondiente al efecto Compton sobre un nucleon virtual.

25. Puntos experimentales $\bullet \sigma_T(\gamma d); \bullet 2\sigma_T(\gamma p)$
 Observar que si se cumpliera $\sigma_D(\nu) = \sigma_p(\nu) + \sigma_n(\nu)$

para bajas energias, esperaríamos que en la region de la P_{33} ,

$\sigma_D(\nu) = 2\sigma_p(\nu)$, las diferencias con dicho comportamiento son bien marcadas.

26. Puntos experimentales correspondientes a $\sigma_{TOT}(\gamma p)$ (circulos abiertos), y $\sigma_{TOT}^2(\gamma p)$ (x), usando la funcion de onda de Hamada-Johnston. La curva continua corresponde a nuestro ajuste a los datos experimentales.

27. $\sigma_T^2(\gamma p)(0), \sigma_T^2(\gamma n)(0)$ utilizando la funcion de onda de Hamada-Johnston (para $\nu < 0.265$ GeV utilizando $\sigma_T^2(\gamma n) = \sigma_T^2(\gamma p)$)

28. $\sigma_T^2(\gamma p)(0), \sigma_T^2(\gamma n)(0)$, usando la funcion de onda de Lomon-Feshbach (para $\nu < 0.265$ GeV usamos $\sigma_T^2(\gamma n) = \sigma_T^2(\gamma p)$)

29. β como funcion de la energia para las siguientes funciones de onda 1.Lomon-Feshbach (carozo duro) 2.Lomon-Feshbach 2(carozo duro) 3.Reid (carozo duro) 4.Hamada-Johnston (carozo duro) 5.Reid (carozo blando).

30. Secciones totales $\sigma_T(\gamma n)$ □ data de Daresbury (promediada) ● datos de UCSB (ref. 11), ○ DESY (ref. 11). El ajuste de Regge dibujado para $\sigma(\gamma n)$ corresponde al ajuste 1 de la tabla III, el ajuste correspondiente para $\sigma(\gamma p)$ esta dibujado por comparaciones.

31. Diagramas de dispersion Delbrück a)

Diagrama de dispersion Rayleigh b)

Dichos diagramas contribuyen a la amplitud Compton sobre un electron ligado, aunque trabajemos a segundo orden en e , siempre que consideremos correcciones de orden superior en (Ze) . En la Fig. A el foton incidente es absorbido por el electron ligado, que es excitado a un nivel superior discreto o continuo, y posteriormente decae al estado inicial emitiendo un foton de la misma frecuencia.

32. a) Vertice electromagnetico.

b) Diagrama de Feynman correspondiente a la correccion al vertice a segundo orden en

c) Ordenamientos temporales que sobreviven en el IMF.

33. Diagramas de Feynman contribuyen a la correccion del vertice a cuarto orden en e .

34. Diagramas ordenados temporalmente que contribuyen a $(g_e - 2)$ en cuarto orden.

35. Diagramas calculados en referencia 6.

36. Circuito de integracion para νT_2 del plano complejo ν (se sobreentiende que el circuito C es un semicirculo en el semiplano superior).

37. Contribucion al polo fijo en $\nu T_2(\nu, q^2)$ para dispersion altamente inelastica. La curva representa la extrapolacion de Regge.

a) Comportamiento de Regge N chico.

b) Comportamiento "esperado" de las funciones de estructura para satisfacer la hipotesis de un polo fijo polinomico

38. Datos experimentales

39. Valores interpolados para $Q^2 = 1.0$. La curva continua corresponde a un ajuste usando una funcion que ajuste la curva de escala.

40. Convergencia al limite de escala.

Capítulo I.
Introducción

En los últimos años se ha demostrado que el uso de sistemas de referencia de Lorentz de "impulso infinito" ha presentado innumerables ventajas para realizar cálculos en Partículas Elementales y Teorías de Campos, especialmente en áreas de Álgebra de Corrientes,¹ modelos de "Partones"², problemas de dispersión hadrón-hadrón a ángulos grandes³, y fenómenos inclusivos⁴.

J. Kogut y D. Soper⁵ han demostrado que el sistema de referencia de impulso infinito (IMF) podría interpretarse como un cambio de sistema de coordenadas, a un nuevo eje temporal $\tau = (t+z)/\sqrt{2}$ y a un nuevo eje espacial $\xi = (t-z)/\sqrt{2}$. La teoría formulada en el nuevo sistema de referencia es posteriormente cuantificada (Se postulan las relaciones de conmutación a "tiempos" τ iguales).

Ellos procedieron a continuación, a calcular elementos de la matriz S usando Teoría de Perturbaciones de Heitler (TPH), cuyo uso es bien conocido en el dominio de la mecánica cuántica no relativista. El conjunto de reglas de cálculo que ellos demuestran coincide con las reglas de cálculo que derivaremos en el capítulo II para la TPH en un sistema de referencia de impulso infinito.

Dado que no existe ninguna transformación de Lorentz que conecte a los ejes (t, z) con los ejes (τ, ξ) , la equivalencia de la matriz S calculada utilizando el procedimiento convencional, con la que surge de esta teoría, debe demostrarse. Notar además que en teorías de campos cuantificadas sobre el cono de luz el límite $P \rightarrow \infty$ no aparece explícitamente, dado que ya ha sido tomado! El problema de investigar si esta teoría es equivalente a la usual, se reduce a demostrar si dicho límite es justificable. En esta tesis prestaremos especial atención al entendimiento del límite $P \rightarrow \infty$. La ventaja de desarrollar un método operativo a partir de la teoría de Feynman, en vez de utilizar el procedimiento empleado por Kogut y Soper, nos permitiría desarrollar la teoría de renormalización y evitar errores provenientes de la no uniformidad de la convergencia en el límite $P \rightarrow \infty$. Aclaremos por ejemplo, las sutilezas involucradas en el cálculo de la autoenergía del electrón, con las técnicas del cono de luz. Dichas sutilezas están íntimamente ligadas al problema de que cuando se cuantifica la teoría de campos en dichos ejes, el procedimiento de cuantificación canónica en general no será válido so-

-bre el cono de luz dado que las interacciones pueden propagarse sobre el mismo y por ende las relaciones de conmutacion dependeran en general de las interacciones.⁶

Nuestras tecnicas muestran como realizar calculos en electrodinamica cuantica utilizando la medida de Feynman en lugar de la medida de Coulomb, que es dificil de renormalizar. Se indica tambien, mediante ejemplos como se implementa el procedimiento de renormalizacion. La TPH en el IMF se convierte asi en un metodo competitivo al de Feynman para realizar calculos en electrodinamica cuantica.⁷ Queremos recordarle al lector que apesar del transcurso de mas de dos decadas desde la derivacion de las reglas de calculo de Feynman-Dyson-Schwinger los metodos de calculos en electrodinamica cuantica han sufrido modificaciones pequenas. La teoria de perturbaciones ordenada temporalmente posee muchas de las ventajas de los calculos en que se usan relaciones de dispersion, dado que en ambas teorias las particulas intermedias se encuentran sobre su capa de masa, y el numero de particulas que participan en cada estado intermedio esta fijo.

Estudiaremos tambien en esta tesis el problema realizado con la presencia de polos fijos en amplitudes de dispersion corriente-hadron.

El siguiente plan sera desarrollado en este trabajo: en el capitulo II derivaremos las reglas de teoria de TPH apropiadas para resolver problemas en mecanica cuantica relativista. Discutiremos en particular dos teorias de campos, a saber: particulas escalares neutras con un acoplamiento $g\phi^3$ y electrodinamica cuantica. Consideramos a continuacion las simplificaciones que aparecen cuando uno considera dicha teoria en un sistema de referencia que se mueve a una velocidad muy proxima a la velocidad de la luz. En el caso de teorias del tipo $g\phi^3$, estudiadas por Weinberg,⁸ quien encontro que de los $n!$ ordenamientos temporales que corresponden a cada diagrama de Feynman, los unicos que dan una contribucion no nula en dicho limite son aquellos diagramas en los cuales todas las lineas internas tengan una componente positiva de su impulso en la direccion de \vec{P} . Diagramas entonces en los cuales se crean o destruyen particulas desde el

vacio dan una contribucion nula. Este resultado nos muestra una profunda similaridad con los problemas no relativistas. Se cumple ademas que la estructura complicada, para realizar calculos, provenientes de las raices cuadradas en los denominadores de energia desaparecen en este limite dado que dichos denominadores quedan linealizados en dicho limite.

Drell, Levy y Yang encontraron que parte de estas simplificaciones desaparecen cuando uno estudia el acoplamiento de particulas con espin. En particular muchos de los diagramas que daban contribucion nula en teorias del tipo de $g\phi^3$ dan contribucion no nula. Mostraremos, que usando un poco de ingenio, no es necesario preocuparse por estos nuevos diagramas y la teoria recobra su simplificacion original.

En el capitulo III discutiremos las sutilezas asociadas con el limite $P \rightarrow \infty$. El calculo de la autoenergia del electron a segundo orden en e constituye el ejemplo mas representativo. Discutimos ademas en dicho capitulo, el calculo de la polarizacion de vacio, correcciones al vertice, e identidades de Ward al mismo orden. A la luz de dichos resultados resultara transparente que la comparacion entre las magnitudes calculadas utilizando TPH en el IMF, las mismas cantidades calculadas utilizando teoria covariante de perturbaciones (TCP), sera posible despues de que el metodo apropiado y covariante de regularizacion haya sido aplicado. Debe tomarse en cuenta que la simple amputacion de los momentos transversos, no constituyen un metodo covariante de regularizacion y su aplicacion introduce dificultades ademas con invariancia de medida. Hemos encontrado que un metodo muy conveniente para regular cantidades divergentes ha sido el de incluir un espectro continuo de fotones de metrica negativa. (El espectro discreto de reguladores que es comunmente empleado cuando uno utiliza la tecnica de Pauli-Villars es por supuesto un caso particular del caso que consideramos). Concluimos este capitulo discutiendo la coneccion de nuestros resultados con los que resultan de la aplicacion del metodo del cono de luz. Los dos metodos coinciden en el calculo de magnitudes renormalizadas.

En el capítulo IV discutimos el problema de polos fijos de "asignatura correcta"¹² en amplitudes corriente hadron. La eventual presencia de dichos polos fijos, establecería una diferencia fundamental, entre las interacciones iniciadas por corrientes y sus similares puramente hadronicas. Se estudia en particular, la amplitud promediada sobre el espín del efecto Compton, en la dirección hacia adelante. Dicho proceso es particularmente instructivo desde la similitud que presentan las secciones totales de fotoproducción (que por teorema óptico son proporcionales a la parte imaginaria de la amplitud hacia adelante) con sus similares hadronicas y modelos actualmente en boga, como el modelo de dominancia vectorial¹³, que propone que el acoplamiento de fotones con hadrones a altas energía, está mediado puramente por mesones vectoriales neutros. De ser así no deberíamos esperar polos fijos de asignatura correcta en efecto Compton ni en procesos de fotoproducción. Anticipando los resultados del capítulo V discutimos la presencia de un polo fijo en $J = 0$ y su posible naturaleza. Teorías de campos formulados en el sistema de referencia de impulso infinito, apropiadamente renormalizadas, contribuyen la herramienta básica para entender la naturaleza de dichos polos fijos. Queremos recordar al lector, que el IMF, constituye el sistema de referencia apropiado para la realización del concepto de partones propuesto por Feynman¹⁴, concepto que ha resultado muy fructífero en su habilidad de explicar el fenómeno de escala observado en los experimentos de electroproducción altamente inelástica (que esencialmente miden la parte imaginaria de la amplitud Compton hacia adelante para fotones virtuales). Brodsky, Close y Gunion¹⁵ extienden la aplicación del modelo de partones al estudio de las partes reales en el efecto Compton. Los resultados expuestos en el capítulo II y III constituyen una justificación, "a posteriori" del procedimiento utilizado por dichos autores en el análisis de la amplitud de Compton.

En el capítulo V procedemos a evaluar, la contribución de partes reales constantes en la amplitud Compton hacia adelante, a altas energías, cuya presencia puede interpretarse como proveniente de un polo fijo de asignatura correcta en $J = 0$ ¹⁶⁻¹⁸.

Este analisis es efectuado sobre protones, deuterones y neutrones, este ultimo caso requiere un cuidadoso trabajo a fin de poder corregir^{de} las secciones eficaces medidas sobre deuterones, los efectos de fisica nuclear para obtener las magnitudes relevantes sobre neutrones libres, que entren en los computos del polo fijo. Señalamos finalmente, las modificaciones que deben introducirse en conocidas reglas de suma de fisica nuclear a la luz de los resultados obtenidos en este capitulo¹⁹.

Completamos este trabajo con dos apendices. En el apendice A aplicamos la teoria de perturbaciones ordenada temporalmente, en el IMF, al calculo de la correccion a segundo orden al momento magnetico del electron. En el apendice B discutimos el comportamiento del polo fijo en $J = 0$, para fotones virtuales en funcion del invariante $q^2 = q_\mu q^\mu$ siendo q^μ el cuadrivector energia impulso del foton en la region accesible a los experimentos de electroproduccion: $q^2 < 0$. Los resultados obtenidos en dicho apendice, sumados a los encontrados en el capitulo IV constituyen un severo examen a los modelos de partones. Dichas evidencias, aunque por si solas no son concluyentes, dan pauta para ser escepticos en cuanto a la creencia de que nos encontramos frente a los ladrillos a partir de los cuales estan constituidos los hadrones: (constituyentes elementales y sin estructura interna; los atomos de Democrito).

Quizas, lo que realmente signifique el fenomeno de esca-
la actualmente observado sea que, este representa, el efecto de
que estamos pelando otra capa de la cebolla.²⁰, la que a su vez
puede ser tan compleja como la anterior.

Referencias y notas al pie de la pagina correspondientes al capitulo I.

1. S. Fubini y G. Furlan, Phys. (N.Y.) 1, 229 (1964), R. Dashen y M. Gell-Mann, Phys. Rev. Let. 17, 340 (1966), ver tambien S.L. Adler y R. Dashen "Current Algebras" (W.A. Benjamin, Inc. N.Y. 1968). J.D. Bjorken, Phys. Rev. 179, 1547 (1969).
2. S.D. Drell, D. Levy y T.M. Yan, Phys. Rev. 187, 2159 (1969), D1, 1035, 617 (1971) y S.D. Drell, D. Levy y T.M. Yan Phys. Rev. 187, 2402 (1970),
3. J.F. Gunion, S.J. Brodsky y R. Blankenbecler, Phys. Letters 39B, 649 (1972), Report No. SLAC pub. 1183 (1973), (enviado a Phys. Rev.).
4. J.F. Gunion, S.J. Brodsky y R. Blankenbecler, SLAC Pub. 1053, (a publicarse en Phys. Rev.) y SLAC Pub. 1140 (1972) (a publicarse en Phys. Lett.).
5. J. Kogut y D. Soper, Phys. Rev. D1, 2901 (1970); ver tambien J.D. Bjorken, J. Kogut y D. Soper, Phys. Rev. D3, 1382 (1971).
6. S.J. Chang, R.G. Root y T.M. Yan Phys. Rev. D7, 1133 (1973), S.J. Chang y T.M. Yan, *ibid*, 1147 (1973).
7. S.J. Brodsky, R.Z. Roskies y R. Suaya, Report No. Pitt - 108 (Mayo 1973) (enviado a publicar; S.J. Brodsky y R.Z. Roskies, Phys. Letters 41B, 517 (1972).
8. S. Weinberg, Phys. Rev. 150, 1313 (1966).
9. L. Suskind y G. Frye, Phys. Rev. 165, 1535 (1968).
10. W. Pauli y F. Villars, Rev. of Modern Phys. 21, 434 (1949).
11. Referencias 5 y 6 ya citadas, ver tambien: S.J. Chang y S.K. Ma, Phys. Rev. 180, 1506 (1969); *ibid* 188, 2385 (1969).
12. Para ayudar al lector a entender la nomenclatura, ver el apendice de: J.D. Jackson "Models for High Energy Physics", Rev. of Modern Phys. 42, 12 (1970).

13. J.J.Sakurai, Ann. of Phys. (N.Y.) 11, 1 (1960).
14. R.P.Feynman, Phys. Rev. Lett. 23, 1415 (1969).
15. S.J.Brodsky, F.Close y J.Gunion, Phys. Rev. D5, 1385 (1972).
16. C.A.Dominguez, C.Ferro-Fontan y R.Suaya Phys. Lett. 31B, 365 (1970); ver tambien M.Damashek y F.J.Gilman, Phys. Rev. D1, 1319 (1970).
17. C.A.Dominguez, J.Gunion y R.Suaya Phys. Rev. D6, 1404 (1972).
18. J.Gunion y R.Suaya, SLAC Pub. 1104, a publicarse tambien en Phys. Rev. D4, No. 9 (1973).
19. M. Gell-Mann, M.L.Goldberger y W.Thirring, Phys. Rev. 95, 1612 (1954).
20. M.S.Chanowitz y S.D.Drell, SLAC Pub. 1201 (1973).

Teoría de Perturbaciones de Heitler.

2-1 Reglas de cálculo.

En este capítulo estudiaremos la teoría de perturbaciones de Heitler (T.P.H.) cuyo uso es bien conocido en el dominio de la Mecánica Cuántica No-Relativista. El primer paso consiste en ampliar su rango de validez al dominio relativista. Dicha ampliación será hecha para dos tipos de teorías de campos:

- a) Campos escalares con acoplamiento $\lambda \phi^3$ b) Electrodinámica Cuántica.

Nuestro punto de partida es la teoría Covariante de Perturbaciones (T.C.P.) de Feynman. Mostraremos la equivalencia entre ambas formulaciones para un dado diagrama Feynman arbitrario. Describiremos primero el procedimiento general para obtener las reglas en teorías de perturbaciones ordenada temporalmente y a continuación procederemos a demostrar dichas reglas mediante ejemplos ilustrativos.

Procedimiento:

- 1) Descomponer los propagadores de Feynman para mesones, electrones y fotones $\Delta_F(x)$, $S_F(x)$ y $D_F(x)$ respectivamente, en sus componentes de frecuencia positiva y negativa.

$$i \Delta_F(x) = \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} e^{-ik \cdot x} \frac{i}{k^2 - \mu^2 + i\epsilon} = \int \frac{d^3 k'}{(2\pi)^3 2\omega_k} \left[\theta(x_0) e^{-ik' \cdot x} + \theta(-x_0) e^{ik' \cdot x} \right]$$

con $k'_0 = \omega_k = +\sqrt{\vec{k}^2 + \mu^2}$ la energía de la partícula. ^(2.1)

$$i S_F(x) = \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} e^{-ip \cdot x} \frac{i(\not{p} + m)}{p^2 - m^2 + i\epsilon} = \tag{2.2}$$

$$= \int \frac{d^3 p'}{(2\pi)^3 (2E_p)} \left[\theta(t) (p' + m) e^{-ip' \cdot x} + \theta(-t) (m - p') e^{ip' \cdot x} \right]$$

con $p'_0 = E_p = +\sqrt{\vec{p}'^2 + m^2}$

Bleuler).

$$-g^{\mu\nu} = \sum_{\lambda} \epsilon_{\lambda}^{\mu} \epsilon_{\lambda}^{\nu} \quad (2.4)$$

Resulta trivial demostrar estas identidades (2.1) al (2.3), para ello debemos primero realizar la integral sobre la componente temporal k_0 del cuadrivector impulso (ver Fig. 1) sobre todo el eje real, cerrando el contorno en el semiplano inferior (superior) para $x_0 > 0$ ($x_0 < 0$). De esta manera, encerramos un solo polo dentro del circuito de integración que corresponde al polo de energía positiva (negativa) que se propaga hacia el futuro (pasado).

II) Considerar un diagrama de Feynman arbitrario de orden v , que contribuye a la matriz S . Escribir su contribución a la matriz S en el espacio de coordenadas, usando la descomposición (2.1) al (2.3) para los propagadores de Feynman.

III) Podremos descomponer dicha amplitud en 2^n términos, siendo n el número de líneas internas, los distintos términos provienen de las distintas combinaciones de productos de funciones θ . (Recordemos que $\theta(x) = 1, x > 0, \theta(x) = 0, x < 0$). Algunos de estos términos darán contribución nula por anularse el producto de funciones θ . Puede demostrarse sencillamente que estos términos que se anulan provienen de configuraciones en espacio de los impulsos donde todos los polos que corresponden a un cierto k_0 vacen en un mismo semiplano, en el plano complejo k_0 .

IV) El lector podrá convencerse fácilmente que las siguientes proposiciones son correctas.

En una notación que se hace obvia inmediatamente, designaremos a cada uno de los 2^n términos como clases de un elemento.

- a) Dadas dos clases cualesquiera (cuya construcción a la amplitud sea no nula) estas no pueden satisfacer simultáneamente (su intersección es el conjunto vacío).
- b) La amplitud original contiene $v!$ **ordenamientos** temporales (que corresponden a las distintas permutaciones de los vértices, c/u de dichos ordenamientos temporales (O.T) pertenece a una y solo una clase.
- c) Cada clase puede contener uno o mas ordenamientos temporales. A las descripciones de la **amplitud** como suma de clases o como suma de ordenamientos temporales.

De a), b) y c), concluir que el producto $\prod_{i=1}^v \theta$ correspondiente a una clase puede descomponerse en una manera unívoca en una suma de términos del tipo $\prod_{i=1}^v \theta$, c/u de los términos representa un ordenamiento temporal.

V) Consideremos a continuación la contribución de un ordenamiento temporal y realizemos los siguientes pasos:

a) Efectuar los $\prod_{i=1}^v \int d^3x_i$ integrales, por resultado el producto de v funciones delta que expresen la conservación de impulso en cada vértice multiplicado por $(2\pi)^{3v}$.

b) Efectuamos los $\prod_{i=1}^v \int dx_i^0$ debido a la traza obtenemos: $\prod_{i=1}^{v-1} \theta$

$$\frac{\prod_{i=1}^{v-1} \theta}{\prod_{i=1}^{v-1} Den_i} (2\pi) \cdot \delta(E_i - E_f), \quad E_i (E_f)$$

Den_i denota a la energía total del estado inicial (final) y $Den_i = E_{in} - E_{int}$, siendo E_{int} la energía del estado intermedio (tenido cuando se toman todas las partículas en el estado intermedio i las energías de cada partícula. (los denominadores usamos de la teoría de Heitler)

c) El número de trivectores inicial, l , debe ser 1, sobre los cuales debe intervenir coincide con el de Feynman.

$$l = n - v + 1$$

VI) Juntamos todos los factores obtenidos

$$S_{fi} = \delta_{fi} - i (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_i - p_f) \prod_{\text{linext.}} \frac{1}{(2\pi)^{3/2} \sqrt{2E_e}} \cdot M_{fi} \quad (2.5)$$

donde E_e representa las energías de la e -sola partícula externa y M_{fi} es la amplitud invariante, se es necesario este trans

transformaciones de Lorentz y donde se han dado explícitamente los factores de normalización de las líneas externas.

Hechos uso de la siguiente convención para la normalización de los espinores de Dirac y los vectores de energía:

$$\begin{aligned} \bar{u} u &= 2m = -\bar{v} v \\ \Lambda_{\pm}(p) &= m \pm \not{p} \end{aligned} \quad (2.6)$$

Con esta convención, los factores de normalización de las líneas externas en (2.5) son idénticos para bosones y fermiones.

Procedemos a continuación a escribir las reglas necesarias para calcular \mathcal{M}_i en teorías de perturbaciones de Heitler.

Por el momento restringiremos nuestra atención a considerar partículas escalares neutras de espín 0 con un hamiltoniano de interacción $H' = g \phi^3$

Las reglas de (T.F.H.), en la representación de interacción, son las siguientes.

Clasifiquemos primero las distintas contribuciones, ordenadas temporalmente, consistente con la topología de los diagramas de Feynman correspondientes, a continuación:

- 1) Para cada diagrama de Feynman de orden n asignar un tiempo al i -ésimo vértice. Diagramar los $n!$ vértices que corresponden a todas las permutaciones de los tiempos t_i , con la topología que el diagrama de Feynman.
- 2) Asociar un trivector impulso \vec{p}_i a cada uno de los graficos (0.7).
- 3) En cada vértice exceptuando el último, escribir un factor $(2\pi)^3 g \delta(\sum \vec{p}_i)$ donde g es la constante de acoplamiento y la función delta expresa la conservación del trivector impulso en dicho vértice. En el último vértice insertar solamente un factor g dado que el factor $(2\pi)^3 \delta(\sum \vec{p}_i)$ ha sido usado de \mathcal{M} en (2.4)
- 4) Para cada línea interna insertar un factor $\frac{1}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E_i}$, donde E_i es la energía de la línea interna calculada considerando que la partícula está en su capa de masa:

$$E_i = \sqrt{\vec{p}_i^2 + m_i^2} \quad (2.7)$$

- 5) Para cada estado intermedio (con estado entre tiempos de interacción) escribir un factor

$$\frac{1}{E_{inc} - E_{int} + i\epsilon}$$

6) Integrar $d^3 p_i$.

7) Sumar las contribuciones temporalmente.

Ilustraremos esto con un ejemplo, considerando un proceso de segundo orden en g ϕ^3 . (Ver Fig. 2)

Aplicamos el teorema de Feynman. (2.8)

$$I = g^2 \int d^4 x_1 d^4 x_2 \frac{1}{\sqrt{2E_1}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2E_2}} e^{-i p_1 \cdot x_1} e^{i p_2 \cdot x_2} \times$$

$$\times i \Delta(x_2 - x_1) i \Delta(x_2 - x_1)$$

usando (2.1) podemos escribir $I = g^2 \frac{1}{\sqrt{2E_1}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2E_2}} \int d^4 x_1 d^4 x_2 \frac{d^3 p_1}{(2\pi)^3 2E_1} \times$

$$\times \frac{d^3 p_2}{(2\pi)^3 2E_2} e^{-i p_1 \cdot x_1} e^{i p_2 \cdot x_2} [\theta(t_2 - t_1) e^{-i p_1 \cdot (x_2 - x_1)} + \theta(t_1 - t_2) e^{i p_1 \cdot (x_2 - x_1)}] \times$$

$$\times [\theta(t_2 - t_1) e^{-i p_2 \cdot (x_2 - x_1)} + \theta(t_1 - t_2) e^{i p_2 \cdot (x_2 - x_1)}] \quad (2.9)$$

Incorporando los factores de normalización (2.10)

$$I = \frac{g^2}{\sqrt{2E_1} \sqrt{2E_2}} \int d^4 x_1 d^4 x_2 \frac{d^3 p_1}{(2\pi)^3 2E_1} \frac{d^3 p_2}{(2\pi)^3 2E_2} [\theta(t_1 - t_2) \cdot e^{-i x_1 \cdot (p_1 + p_2)} \times$$

$$\times e^{i x_2 \cdot (p_1 + p_1 + p_2)} + \theta(t_2 - t_1) e^{-i x_1 \cdot (p_1 - p_1 - p_2)} e^{i x_2 \cdot (p_1 - p_1 - p_2)}] \quad (2.10)$$

Mostraremos que los términos $\theta(t_1 - t_2)$ y $\theta(t_2 - t_1)$ satisfacen a las relaciones de conservación de la energía y momento en el espacio de los impulsos (ver Fig. 2).

$$I \propto \int d^4 k_1 \frac{1}{k_1^2 - \mu^2 + i\epsilon} \times \frac{1}{(k_1 - k_2)^2 - \mu^2 + i\epsilon} = \quad (2.11)$$

$$= \int d^3 k_1 \int_{-\infty}^{\infty} d k_1^0 \frac{1}{(k_1^0 - E_1 + i\epsilon)(k_1^0 + E_1 - i\epsilon)} \times \frac{1}{[(k_1^0 - k_2^0) - E_2 + i\epsilon][(k_1^0 - k_2^0) + E_2 - i\epsilon]}$$

con $E_1 = \sqrt{\vec{k}_1^2 + \mu^2}$; $E_2 = \sqrt{(\vec{k}_1 - \vec{k}_2)^2 + \mu^2}$

y los términos

$$- \int_{-\infty}^{\infty} d k_1^0 \left[\frac{1}{k_1^0 - E_1 + i\epsilon} \cdot \frac{1}{(k_1^0 - k_2^0) + E_2 - i\epsilon} + \frac{1}{(k_1^0 + E_1 - i\epsilon) (k_1^0 - k_2^0) - E_2 + i\epsilon} \right] = 0$$

pues entre los polos en el eje real, uno está a la izquierda y otro a la derecha del contorno de integración, o puesto, la suma de los residuos es cero.

integral da zero. Nota-se que dois termos correspondentes exatamente a duas contribuições $\theta(t_1 - t_2) \times \theta(t_2 - t_1)$ correspondem ao produto de dois momentos de energia positiva em um propagador por sua componente correspondente do outro. Como consequência desta propriedade, estes trivetores impulso livre devem ser inteiramente construídos de los diagramas "tree level" e sua dimensão é 2^n com $n = N$. Naturalmente obtêm-se os:

$$I \propto \int \frac{d^3 k_1}{2E_1 2E_2} \left[\frac{1}{E_i - E_1 - E_2 + i\epsilon} + \frac{1}{-(E_i + E_1 + E_2 + i\epsilon)} \right] \quad (2.12)$$

As respostas corretas do lado direito da (2.12) correspondem a los diagramas de Feynman 2a e 3b respectivamente.

Como se afirmou anteriormente, a dimensão de los diagramas de Feynman de la Fig 3-a. La amplitude para este processo está dada por:

$$I = \frac{1}{\sqrt{2E_1}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2E_2}} \cdot \frac{g^3}{\sqrt{2E_3}} \int d^4 x_1 d^4 x_2 d^4 x_3 e^{-ip_1 x_1} e^{-ip_2 x_2} e^{ip_3 x_3} \times \quad (2.13)$$

$$\times i\Delta(x_2 - x_1) i\Delta(x_3 - x_2) i\Delta(x_3 - x_1)$$

y usando (2.1) obtenemos:

$$I = \frac{1}{\sqrt{2E_1} \sqrt{2E_2} \sqrt{2E_3}} g^3 \int d^4 x_1 d^4 x_2 d^4 x_3 \int \frac{d^3 p_5}{2E_4 (2\pi)^3} \times$$

$$\times \frac{d^3 p_5}{2E_5 (2\pi)^3} \cdot \frac{d^3 p_6}{2E_6 (2\pi)^3} \cdot e^{-ip_1 x_1} e^{-ip_2 x_2} e^{ip_3 x_3} \times$$

$$\times \left[\theta(t_2 - t_1) e^{-ip_4(x_2 - x_1)} + \theta(t_1 - t_2) e^{ip_4(x_2 - x_1)} \right] \times$$

$$\times \left[\theta(t_3 - t_2) e^{-ip_5(x_3 - x_2)} + \theta(t_2 - t_3) e^{ip_5(x_3 - x_2)} \right] \times$$

$$\times \left[\theta(t_3 - t_1) e^{-ip_6(x_3 - x_1)} + \theta(t_1 - t_3) e^{ip_6(x_3 - x_1)} \right]$$

y finalmente haciendo las integrales sobre las componentes temporales:

$$I_b = \frac{1}{\sqrt{2E_1} \sqrt{2E_2} \sqrt{2E_3}} g^3 \times (2\pi) \delta^{(4)}(p_1 + p_2 - p_3) \int \frac{(-)i}{(E_3 - E_5 - E_6)} \frac{(-)i d^3 p_4}{(E_3 - E_2 - E_4 - E_6)} \times$$

$$\times \left. \frac{1}{2E_4 2E_5 2E_6} \right] =$$

$$I_b = - \frac{g^3 (2\pi)^4}{\sqrt{2E_1} \sqrt{2E_2} \sqrt{2E_3}} g^{\delta(4)}(p_1 + p_2 - p_3) \int \frac{d^3 p_4}{(2\pi)^3 2E_4 2E_5 2E_6} \times$$

$$\times \left. \frac{1}{(E_3 - E_5 - E_6)} \frac{1}{(E_3 - E_2 - E_4 - E_6)} \right]$$

Como ejemplo final consideremos el "cuadrado" en teoría (ver Fig. 4.a) hay ordenamientos temporales y los cruces. La amplitud de dispersión está dada por: $S_{fi} = \frac{1}{\sqrt{2E_1}} \frac{1}{\sqrt{2E_2}} \frac{1}{\sqrt{2E_3}} \frac{1}{\sqrt{2E_4}} \times$

$$\times \int d^4 x_1 d^4 x_2 d^4 x_3 d^4 x_4 e^{-ip_1 x_1} e^{-ip_2 x_2} e^{ip_3 x_3} e^{ip_4 x_4} i\Delta_F(x_2 - x_1) \times$$

$$\times i\Delta_F(x_3 - x_4) i\Delta(x_4 - x_1) i\Delta_F(x_3 - x_2)$$

Hay dos elementos que dar contribución nula, dichos terminos corresponden a las configuraciones siguientes:

$$\theta(t_2 - t_1) \theta(t_4 - t_3) \theta(t_3 - t_2) \theta(t_1 - t_4) \text{ y } \theta(t_1 - t_2) \theta(t_2 - t_3) \theta(t_3 - t_4) \theta(t_4 - t_1)$$

Consideremos ahora la clase $\theta(t_3 - t_2) \theta(t_1 - t_2) \theta(t_1 - t_4) \theta(t_3 - t_4)$ dicha clase contribuyen cuatro O.T. que designaremos 4231 ($t_4 < t_2 < t_3 < t_1$) y usando idéntica notación 4213, 2413 y 2431 (Ver Fig. 4)

Evaluemos la contribución I_b del O.T. 4231 (Fig. 4b) el elemento de matriz

$$I_b = \frac{1}{\sqrt{2E_1} \sqrt{2E_2} \sqrt{2E_3} \sqrt{2E_4}} g^4 \int d^4 x_1 d^4 x_2 d^4 x_3 d^4 x_4 \left[e^{-ip_1 x_1} e^{-ip_2 x_4} \times \right.$$

$$\times e^{ip_3 x_2} e^{ip_4 x_3} \theta(t_2 - t_4) \theta(t_3 - t_2) \theta(t_1 - t_3) \frac{d^3 p_5}{2E_5 (2\pi)^3} \frac{d^3 p_6}{2E_6 (2\pi)^3} \times$$

$$\times \frac{d^3 p_7}{2E_7 (2\pi)^3} \frac{d^3 p_8}{2E_8 (2\pi)^3} e^{ip_5(x_2 - x_1)} e^{-ip_7(x_3 - x_4)} e^{ip_8(x_4 - x_1)} \times$$

$$\left. \times e^{-ip_6(x_3 - x_2)} \right]$$

Usando $\int d^3x_1 e^{i\vec{x}_1 \cdot (\vec{p}_1 + \vec{p}_5 + \vec{p}_8)} = (2\pi)^3 \delta^{(3)}(\vec{p}_1 + \vec{p}_5 + \vec{p}_8)$

$$\int d^3x_2 [\] \rightarrow (2\pi)^3 \delta^{(3)}(\vec{p}_3 + \vec{p}_5 + \vec{p}_6)$$

$$\int d^3x_3 [\] \rightarrow (2\pi)^3 \delta^{(3)}(\vec{p}_4 - \vec{p}_7 - \vec{p}_0)$$

$$\int d^3x_4 [\] \rightarrow (2\pi)^3 \delta^{(3)}(\vec{p}_2 - \vec{p}_7 - \vec{p}_8)$$

Consideremos ahora la expresion:

$$\int dt_1 dt_2 dt_3 dt_4 \theta(t_2 - t_4) \theta(t_3 - t_2) \theta(t_1 - t_3) \times$$

$$\times \left[e^{-iE_1 t_1} e^{-iE_2 t_4} e^{iE_3 t_3} e^{iE_4 t_3} e^{iE_5(t_2 - t_1)} e^{-iE_7(t_3 - t_4)} \times \right. \\ \left. \times e^{E_8(t_4 - t_1)} e^{-iE_6(t_3 - t_2)} \right]$$

Llamado

$$z_1 = t_2 - t_4 \quad z_3 = t_1 - t_3$$

$$z_2 = t_3 - t_2 \quad z_4 = t_4$$

y usando

$$\int_0^\infty dz e^{iEz} = \frac{i}{E + i\epsilon}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} dg e^{iEg} = (2\pi) \delta(E)$$

obtenemos los denominadores correctos, a

$$D_1 = E_2 - E_7 - E_8$$

$$D_2 = E_1 - E_4 + E_5 + E_7 + E_8 + E_6$$

$$D_3 = -(E_1 + E_5 + E_8)$$

Los otros tres O.T. que pertenecen a la misma clase tienen idénticas $\delta^{(3)}(\vec{p})$ en cada vertice, lo que es obvio pues estos O.T. solo difieren del que estamos considerando, en la permutacion de los vertices que no estan conectados entre si (Ver Fig. 4c).

Para estudiar las reglas de propagación de electrones ordenada temporalmente aplicables a la Electrodinámica Cuántica debemos incluir numeradores tales:

a) Para cada función externa asociar los espinores:

$$\bar{u}(p, s), \bar{u}(p, s), v(p, s), \bar{v}(p, s).$$

- Para fotones externos asociar los cuadrivectores ϵ^μ de polarización.

b) Modificar la regla número 3 (ver Pág. 2-4). En vez de "q" los cuarenta vértices aparecen en electrodinámica:

$$\bar{u}(p) e \gamma^\mu u(p') \epsilon_\mu \quad (A)$$

$$\bar{u}(p) e \gamma^\mu v(p') \epsilon_\mu \quad (B)$$

$$-\bar{v}(p) e \gamma^\mu u(p') \epsilon_\mu \quad (C)$$

$$-\bar{v}(p) e \gamma^\mu v(p') \epsilon_\mu \quad (D) \quad (2.14)$$

con $e^2 = 4\pi\alpha$ los cuadrivectores p, p' en (2.14) deben ser calculados sobre la ecuación de onda:

$$(p_\mu p^\mu = m^2)$$

c) Los sumandos sobre espines que aparecen en el propagador de Feynman $i S_F(x)$ (ver Ecs. 2.2 y 2.6) tienen por resultado:

$$\sum_s u(p, s) \bar{u}(p, s) = (\not{p} + m) \quad \text{electrones}$$

$$-\sum_s v(p, s) \bar{v}(p, s) = (m - \not{p}) \quad \text{positrones}$$

$$\text{con } p^2 = m^2$$

d) Insertar un factor $-g_{\mu\nu}$ para fotones externos (ver Ecs. 2.4).

Esta implicación que para circuitos cerrados de fermiones se debe calcular la traza.

Hasta ahora nos hemos limitado a discutir las reglas aplicables al cálculo de diagramas que contribuyen a la matriz S.

Las reglas apropiadas para el cálculo de las fluctuaciones de vacío, que no contribuyen a la matriz S se demuestran siguiendo los mismos pasos. Por ejemplo, la fluctuación de vacío de orden g^2 en $g\phi^3$ (ver Fig. 5) da como resultado:

$$i \mathcal{L} \lim_{V, T \rightarrow \infty} VT \int \frac{d^3k_1, d^3k_2}{(2\pi)^3 E_1 (2\pi)^3 E_2} \frac{1}{E_1 + E_2 + E_3} \quad (2.15)$$

donde el producto $V \cdot T$ proviene de $(2\pi)^4 \delta^{(4)}(0)$

2-2 Sistema de referencia de impulso infinito.

Hemos visto varias características específicas que distinguen a la teoría de perturbaciones ordenada temporalmente, de la teoría de Feynman.

Primero, las partículas que intervienen en los estados intermedios están en su capa de masa, pero no hay conservación de energía, mientras que en el procedimiento covariante se conserva la energía pero las partículas intercambiadas están fuera de su capa de masa. Segundo, hay un número definido de partículas en cada estado intermedio lo que no ocurre en el procedimiento convencional. Tercero, los diagramas O.T. no son covariantes⁵. Por lo que concebimos que la teoría de perturbaciones ordenada temporalmente enfatice la unitariedad de la teoría, mientras que la teoría convencional da énfasis en su covariencia. Cuarto, hay muchos gráficos para calcular en la T.P.H que en la teoría de Feynman.

Los dos últimos aspectos mencionados (punto tres y cuatro) han sido considerados como desventajas de la teoría de perturbaciones ordenada temporalmente. Sin embargo Weinberg⁶, en un estudio de teorías de campos escalares neutros de espín cero, del tipo $g\phi^3, g\phi^4, etc.$ comprendió que la falta de covariencia podría usarse de una manera ventajosa.

Sus argumentos se basaron en el hecho de que ^{Como} uno de los gráficos O.T. no es covariante de por sí, (la suma de los O.T. si lo es) podría ser posible encontrar un sistema de referencia en el cual el cálculo de dichos gráficos O.T. resultara simple. En particular

podría haber un conjunto de sistemas de referencia de Lorentz en los cuales uno pudiera reconocer inmediatamente la mayoría de los gráficos dan una contribución nula. Dicho conjunto de sistemas de referencia de Lorentz son aquellos con $P \rightarrow \infty$?

Discutiremos a continuación sus argumentos.

Estudiaremos el proceso de dispersión en un sistema de referencia que se mueve rápidamente en la dirección negativa del eje Z de tal manera que el impulso total \vec{P} incidente es grande y está orientado en la dirección positiva del eje Z. Demostraremos que cuando $P \rightarrow \infty$, cada uno de los gráficos C.T. tiende a un límite finito frecuentemente a cero. El resultado que cada uno de los gráficos tiende a un límite finito no es de ninguna manera trivial, dado que la covariancia solo se conserva si existe que la suma de todos los gráficos sea independiente de P .

En otras palabras, la cancelación de infinitos provenientes de distintos ordenamientos temporales no puede "a priori" descartarse.

Parametrizaremos el impulso de la i-ésima línea como:

$$\vec{p}_i = x_i \vec{P} + \vec{k}_i \quad \text{con } \vec{k}_i \cdot \vec{P} = 0 \quad (2.16)$$

Aplicando conservación de impulso a las partículas incidentes tenemos:

$$\sum_{inc} \vec{p}_i \equiv \left(\sum_{inc} x_i \right) \vec{P} + \sum_{inc} \vec{k}_i = \vec{P}$$

por consiguiente

$$\begin{aligned} \sum_{inc} x_i &= 1 \\ \sum_{inc} \vec{k}_i &= 0 \end{aligned} \quad (2.17)$$

Debido a la conservación del trivector impulso en el vértice obtenemos para los estados intermedios:

$$\begin{aligned} \sum_{int} x_i &= 1 \\ \sum_{int} \vec{k}_i &= 0 \end{aligned} \quad (2.18)$$

Asumiendo que ninguna partícula externa viaje exactamente en la dirección -Z, podremos siempre elegir la velocidad del sistema de referencia suficientemente grande como para que todas las parti-

curvas externas tengan su componente en la dirección del eje Z, positivo, es decir:

la dirección del

$$x_i > 0 \quad \text{para todas las partículas externas. (2.19)}$$

Esto no ocurre para las partículas internas, puesto que la integración d^3k_i se extiende sobre todo el eje real.

En el límite $P \rightarrow \infty$, usando (2.16) obtenemos:

$$E_i = \sqrt{\vec{p}_i^2 + m_i^2} = |x_i| P + \frac{S_i}{2P} + O\left(\frac{1}{P^3}\right) \quad (2.20)$$

con

$$S_i = \frac{\vec{k}_i^2 + m_i^2}{|x_i|} \quad (2.21)$$

Con la ayuda de (2.19) y (2.17) la energía incidente está dada por:

$$E_{inc} = \sum_{inc} E_i = P + \sum_{inc} \frac{S_i}{2P} + O\left(\frac{1}{P^3}\right) \quad (2.22)$$

La energía de estado intermedio es:

$$E_{int} = \sum_{int} (|x_i| P + \frac{S_i}{2P} + O\left(\frac{1}{P^3}\right)) \quad (2.23)$$

Para el caso en que todas las x_i del estado intermedio son positivas, usando (2.16) encontramos:

no-

$$E_{int} = P + \sum \frac{S_i}{2P} + O\left(\frac{1}{P^3}\right) \quad (2.24)$$

En cambio, hay partículas con $x_i < 0$

$$E_{int} = (1 - 2 \sum_{x_i < 0} x_i) P + O\left(\frac{1}{P}\right) \quad (2.25)$$

Contando potencias de P

n vertices, obtenemos:

a) A partir de la relación

b) Usando las reglas 4 y 6:

$$\frac{d^3 p_i}{(2\pi)^3 2E_i} = \frac{d^2 k dx}{2|x| (2\pi)^3}$$

que es independiente de P.

c) Utilizando la regla 5, obtenemos, usando (2.22) y (2.24) para cada estado intermedio en el cual todos los $x_i > 0$,

$$\frac{2P}{\sum_{inc} S_i - \sum_{int} S_i + i\epsilon}$$

donde los S_i , han sido definidos (2.21)

En cambio si el estado intermedio contiene partículas con $x_i < 0$ tendremos por (2.25).

$$\frac{1}{(2 \sum_{x_i < 0} x_i) P}$$

Habrán un total de $(n-1)$ estados intermedios, por consecuencia, para obtener un límite finito (distinto de cero) cuando $P \rightarrow \infty$ cada uno de los denominadores debe contener un factor P.

Por consecuencia el límite es finito en todos los casos, y es diferente de cero para aquellos graficos o.f. en los cuales cada estado intermedio tengan todos sus $x_i > 0$. Como la $\sum x_i$ en cada vertice se conserva, esto solo es posible si en cada vertice hay por lo menos una línea que proviene del pasado y otra que vaya hacia el futuro, es decir, diagramas que contengan vertices donde se

crean (destruyen) partículas desde el vacío dan contribución nula. Así por ejemplo de los seis gráficos ordenados temporalmente de la Fig. 3 (3b-3g) solo 3b y 3c dan contribución finita.

En el análisis expuesto anteriormente basado en el argumento de contar potencias de F no hemos considerado el caso posible de que $x F$ sea $\neq 0(1)$, en cuyo caso nuestra expresión 2.20 deja de ser válida. Discutiremos este tópico en detalle en el Cap. III. Por ahora adelantaremos que nuestro análisis es correcto para el cálculo de magnitudes renormalizadas, pero debemos modificarlo para calcular cantidades divergentes.

Procederemos ahora a describir las reglas de cálculo apropiado para el sistema de referencia de impulso infinito. Las denotaremos con primas:

1') Para cada diagrama de Feynman de orden n , dibujar todos los gráficos ordenados temporalmente en los cuales cada **vértice tenga** por lo menos una línea proveniente del pasado y una línea dirigida hacia el futuro.

2') Asociar un x y un \vec{k} a cada línea

3') Para cada vértice escribir:

$$(2\pi)^3 g \delta \left(\sum x_i \right) \delta^2 \left(\sum \vec{k}_i \right)$$

para el último **vértice** escribir un factor g solamente

5') Para cada estado intermedio escribir un factor:

$$\frac{2}{\sum_{inc} S_i - \sum_{out} S_i + i\epsilon}$$

4') y 6') Integrar

$$\frac{d^2 k_i \cdot dx_i \theta(x_i)}{(2\pi)^3 2x_i}$$

7') Sumar todos los gráficos ord. temporalmente

Reglas para Electrodinámica Cuántica en el sistema de referencia de impulso infinito.

La presencia del espín complica la situación.

Prestaremos nuestra atención al estudio de las propiedades de los vértices. Para tal propósito resulta conveniente utilizar la representación "standard" de las matrices γ^3 .

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \gamma^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^i \\ -\sigma^i & 0 \end{pmatrix} \quad (2.26)$$

donde las σ_i ($i=1-3$) son las matrices de Pauli.

Las soluciones $u(p), v(p)$ de energía positiva y negativa respectivamente de la ecuación de Dirac, con la normalización dada en (2.1) son:

$$u_{\pm}(\vec{p}) = (E+M)^{1/2} \begin{pmatrix} 1 \\ \vec{\sigma} \cdot \vec{p} \end{pmatrix} U_{\pm}$$

$$v_{\pm}(\vec{p}) = (E+M)^{1/2} \begin{pmatrix} \vec{\sigma} \cdot \vec{p} \\ 1 \end{pmatrix} U_{\mp} \quad (2.27)$$

donde U_{\pm} son los espinores de Pauli con componentes $+$ y $-$ denotan la proyección del espín sobre el eje Z, en el sistema de reposo.

A partir de (2.20), (2.26) y (2.27) obtenemos para los vértices (2.14), en el límite $P \rightarrow \infty$ los siguientes resultados:

a) Para $x_1, x_2 > 0$.

$$\bar{u}(x_1, \vec{p} + \vec{k}_{1\perp}) \gamma^0 u(x_2, \vec{p} + \vec{k}_{2\perp}) = 2\sqrt{x_1 x_2} P U_1^\dagger U_2 + U_1^\dagger \left[\sqrt{\frac{x_2}{x_1}} \sigma_3 \vec{\sigma} \cdot \vec{k}_{2\perp} + \sqrt{\frac{x_1}{x_2}} \vec{\sigma} \cdot \vec{k}_{1\perp} \sigma_2 \right] U_2 + O\left(\frac{1}{P}\right) \quad (2.28a)$$

$$\bar{u}(x_1, \vec{p} + \vec{k}_{1\perp}) (\gamma^0 - \gamma^3) u(x_2, \vec{p} + \vec{k}_{2\perp}) = O\left(\frac{1}{P}\right) \quad (2.28b)$$

$$\bar{u}(x_1, \vec{p} + \vec{k}_{1\perp}) \cdot \gamma_{\perp} u(x_2, \vec{p} + \vec{k}_{2\perp}) = O(1) \quad (2.28c)$$

$$\text{con } \gamma_{\perp} = (\gamma_1, 0, \gamma_2)$$

b) Para $x_1, x_2 < 0$

(2.29)

$$\bar{u} \left(\pm |x_1| \vec{P} + \vec{k}_{1\perp} \right) \left\{ \begin{array}{c} \gamma^0 \\ \gamma^3 \end{array} \right\} u \left(\mp |x_2| \vec{P} + \vec{k}_{2\perp} \right) = O(1)$$

$$\bar{u} \left(\pm |x_1| \vec{P} + \vec{k}_{1\perp} \right) \left\{ \begin{array}{c} \gamma^0 \\ \gamma^3 \end{array} \right\} \sigma u \left(\mp |x_2| \vec{P} + \vec{k}_{2\perp} \right) = O(1)$$

$$\begin{aligned} \bar{u} \left(\pm |x_1| \vec{P} + \vec{k}_{1\perp} \right) \gamma_2 u \left(\mp |x_2| \vec{P} + \vec{k}_{2\perp} \right) = \\ = \pm 2 (|x_1 x_2|)^{1/2} P U_1^+ \bar{\sigma}_1 \sigma_3 U_2 + O(1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{u} \left(\pm |x_1| \vec{P} + \vec{k}_{1\perp} \right) \gamma_1 + \sigma u \left(\mp |x_2| \vec{P} + \vec{k}_{2\perp} \right) = \\ = 2 |x_1 x_2|^{1/2} P U_1^+ \bar{\sigma}_1 U_2 + O(1) \end{aligned}$$

Los elementos de matriz $\bar{v}_1, \gamma_\mu v_2$ se pueden obtener a partir de los anteriores por conjugación de carga. Ellos son muy similares a los correspondientes $\bar{u}_1, \gamma_\mu u_2$.

Podemos resumir las Ecs. (2.28 - 2.29) diciendo que cualquiera de los vértices A-D en (2.14) es de orden P si y solo si.

- a) $\mu = 0$ ó 3 y $x^1 \cdot x^2 > 0$
 b) $\mu = 1$ ó 2 $x^1 \cdot x^2 < 0$

e. cualquier otro caso es de orden 1.

Nuestra argumentación previa, basada en contar potencias de P queda ahora invalidada, dado que los vértices pueden contribuir con potencias de P.

Mostraremos a continuación que la contribución \mathcal{M}_i es de orden $P^{N_0 + N_3}$, donde N_i representa el número de fotones externos con polarización i.

Consideremos primero el caso en que todos los α_i (internos y externos) sean > 0 .

Si un vértice está conectado a un fotón externo contribuye con un factor P si y solo si la polarización del fotón es 0 o 3. Si el vértice está conectado a un fotón interno su contribución efectiva es de orden 1, dado que el coeficiente de P es el mismo para $\mu = 0$ ó $\mu = 3$ (ver Ec. 2.28b) y como $g_{\alpha\alpha} = -g_{33}$ si efectuar la suma sobre polarizaciones de los términos de orden P y P²

del producto de los dos vértices cancela (El término de orden 1 no cancela este componente escalar/longitudinal es la responsable de la dispersión Coulombiana).

Consideremos ahora el caso de que algunas de las α_i internas sea < 0 . Hemos visto que perdemos dos potencias de P por cada estado intermedio que contenga alguna partícula con $\alpha_i < 0$. Pero dicha partícula puede contribuir con un factor P^2 al numerador (un factor P por cada uno de sus dos vértices). Por lo que concluimos : que un fermión cuyo α es menor que cero puede contribuir al término dominante de la amplitud \mathcal{M} si y solo si a) Se extiende sobre solo un intervalo de tiempo, por lo que contribuye solamente a un estado intermedio, b) En cada uno de sus vértices está conectado con fermiones de $\alpha > 0$. Los fotones con $\alpha < 0$ no contribuyen con potencias de P al numerador, solamente puede contribuir en orden dominante, si todo estado que lo contenga también contiene un fermión de $\alpha < 0$. Esto solo puede ocurrir en el diagrama más simple de autoenergía (Ver Fig. 6) que será discutido en el Capítulo III. Estas reglas para incorporar fermiones con $\alpha < 0$ fueron formuladas por Drell, Levy y Yan⁸.

El criterio establecido previamente, en teorías escalares, para descartar los gráficos que contengan partículas de $\alpha < 0$ carece de validez en Electrodinámica, dado que fermiones con $\alpha < 0$ pueden contribuir en orden dominante. Afortunadamente, veremos que dicho criterio puede recuperarse, mediante una modificación de los propagadores de fermiones.

Recordemos que la suma sobre el espín que aparece en los elementos de matriz es:

$$\sum_s u(p,s) \bar{u}(p,s) = (\not{p} + m)$$

$$-\sum_s v(p,s) \bar{v}(p,s) = (-\not{p} + m)$$

La convención de signos es consecuencia de las relaciones de anticonmutación de los campos fermiónicos que garantizan la estadística de Fermi.

Supongamos que hay un gráfico \mathcal{G} que posee un positron de impulso \vec{p}_μ con $\alpha < 0$, que se propaga entre los vértices V_1 y V_2 siendo V_2 posterior a V_1 . El denominador asociado con el estado intermedio entre V_1 y V_2 es: $E_{inc} - E_{int} = 2 \alpha P$. Observar que ninguna otra partícula que se propague en este estado intermedio puede tener $\alpha < 0$, pues de no ser así dicha partícula debería propagarse por más de un intervalo de tiempo (esto

por consiguiente una contribución nula. Las dos únicas excepciones corresponden a las inserciones de auto-energía de electrones y fotones respectivamente. Es evidente que existirá siempre un gráfico ordenado temporalmente \tilde{G} idéntico a G excepto en el hecho de que el ordenamiento temporal de los vértices V_2 y V_1 queda intercambiado. La partícula que se propaga entre V_2 y V_1 representa a un electrón de impulso $\vec{p} = -\vec{p}$, con

$$E_p = E_p = +\sqrt{\vec{p}^2 + m^2}$$

Las sumas de las contribuciones de dicho estado intermedio está dada por:

$$2P \frac{(\not{p} + m)}{S_{inc} - S_{int} + i\epsilon} + \frac{(-\hat{x}\not{p} + m)}{2\hat{x}P} = 2P \left[\frac{(\not{p} + m)}{S_{inc} - S_{int} + i\epsilon} + \frac{-2E_p\gamma^0}{4 \times P^2} + \frac{\not{p} + m}{4\hat{x}P^2} \right] \quad (2.30)$$

El último término en (2.30) es despreciable frente al primero: Dado que

$$\hat{x} < 0$$

$$E_p = |\hat{x}|P = -xP \quad (2.31)$$

obtenemos para (2.30)

$$2P \left[\frac{\tilde{\not{p}} + m}{S_{inc} - S_{int} + i\epsilon} + O\left(\frac{1}{P^2}\right) \right]$$

con $\vec{\tilde{p}} = \vec{p}$

$$\tilde{p}^0 = p^0 + \frac{S_{inc} - S_{int}}{2P} \quad (2.32)$$

Por consiguiente si en un propagador con x positivo de $(\not{p} + m)$ a $(\tilde{\not{p}} + m)$ la trayectoria del electrón se extiende sobre un solo intervalo de tiempo, estamos automáticamente teniendo en cuenta la contribución de los positrones con x negativo.

Del mismo modo podemos modificar el propagador de positrones con x positivo, cuyo línea se extiende sobre un solo intervalo temporal de $(-\not{p} + m)$ a $(-\tilde{\not{p}} + m)$. No necesita ser modificado el propagador de fermiones cuya trayectoria se extiende por más de un intervalo temporal. Efectuando el reemplazo indicado (ec. 2.35) solamente necesitamos considerar C.T. en los estados de todo estado intermedio las partículas que se propagan tienen

El reemplazo de \not{p}_μ por $\tilde{\not{p}}_\mu$ es equivalente al procedimiento de Feynman. Observar que hacer dicho reemplazo en los numeradores los fermiones altera su carga de espín pues $(\tilde{\not{p}}^2 + m^2)$ pero se reduce el número de términos a calcular. Es importante notar que el reemplazo del cuadvivector \not{p}_μ por $\tilde{\not{p}}_\mu$ incorpora la conservación del cuadvivector impulso entre el estado inicial y el estado intermedio.

Pues reemplazando (2.22 - 2.25) en (2.32) obtenemos ⁹:

$$(E_{int} - p_0) + \tilde{p}_0 = E_{inc} \quad (2.33)$$

Sin embargo, dado que no todas las líneas fermiónicas se propagan por un solo intervalo temporal, no tendremos conservación del cuadvivector impulso en todos los vértices.

Conviene señalar que no es necesario modificar el propagador de un fermión que se extiende durante un solo intervalo temporal si alguno de sus vértices está conectado un fotón externo cuya polarización es 0 o 3, aunque dicha modificación no altera su contribución. Esta propiedad es consecuencia del hecho de que el fermión asociado de x negativo no puede compensar el factor $\frac{1}{p^2}$ del denominador.

Tomando en cuenta las observaciones enunciadas anteriormente podremos enunciar nuestras reglas finales para Electrodinámica Cuántica en el sistema de referencia de impulso infinito mediante las siguientes modificaciones a las reglas enunciadas para las teorías del tipo $g\phi^3$ en el I.M.F.

2. Por cada línea externa, asociar un x y un k . Para (electrones) que se extienden por más de un intervalo temporal incluir un factor $(\pm \not{p} + m)$ siendo \not{p} el cuadvivector impulso asociado a esa línea.

Para fermiones que se extienden durante un solo intervalo de tiempo insertar un factor $(\tilde{p}+m)$ donde p está relacionado con p a través de (2.17)

Por cada foton interno incluir un factor $(\pm p+m)$. Para circuitos cerrados que solo contengan fermiones calcular la traza.

3" Reemplazar g por $e\gamma^{\mu}$ en 3'.

Finalmente notemos que si a los cuadrivectores impulso correspondientes a los fermiones de un dado grafico los denotamos como $p_1 \dots p_n$, resulta el algebra de Dirac de los distintos ordenamientos temporales identica al algebra del diagrama de Feynman correspondiente, aunque la identificacion de los p_i en funcion de los impulsos externos y de los impulsos de integracion varia de un ordenamiento temporal a otro.

- (3). Ver apéndice B de Bjorken y Drell ya citado.
- (4). Observar que hemos desarrollado los términos de superficie, aunque la integral en este caso es lógicamente divergente. Dicho procedimiento puede justificarse una vez que la integral haya sido regulada.
- (5). Nos restringimos a $g \not{=} 3$, donde cada diagrama de Feynman, es covariante, esto por supuesto no sucede en general en Electrodinámica.
- (6). S. Weinberg, Phys. Rev. 150, 1313 (1966). Ver también L. Susskind y G. Frye, Phys. Rev. 165, 1535 (1968); K. Bardakci y M.B. Halpern, Phys. Rev. 176, 1686 (1968).
- (7). Debe tenerse en cuenta, que la especificación $P \rightarrow \infty$ no caracteriza unívocamente a un sistema de referencia de Lorentz, dado que existen transformaciones de rotación alrededor de P y productos de transformaciones de rotaciones y dilataciones que no modifican P . Lo que encontramos al tender P a infinito es una clase de sistemas de referencia.
- (8). S.D. Drell, D.J. Levy y T.M. Yan, Phys. Rev. D1, 1035 (1970).
- (9). S. Brodsky, R. Moskies, Phys. Letters 41B, 517 (1972) y S. Brodsky, R. Moskies y R. Suaya, Report No. 108, Mayo 1973, (a publicarse).

Capítulo III
Convergencia del límite $P \rightarrow \infty$

3.1 Introducción.

En el capítulo II, hemos pasado por alto las posibles complicaciones que provengan del intercambio del orden de integración con el límite $P \rightarrow \infty$.

Pueden reconocerse sencillamente las posibles causas que den origen a ambigüedades, que provienen cuando:

- a) el impulso longitudinal de alguna línea interna es de orden λ (divergencias infrarrojas).
- b) Los impulsos transversos a la dirección de P son grandes (divergencias ultravioletas).

Debemos reevaluar nuestros argumentos, basados en contar potencias de P cuando estamos en presencia de divergencias.

Resulta obvio que la linealización en k_\perp^2 no puede efectuarse en forma ingenua en estos casos. Dicha linealización es siempre posible para amplitudes que están libres de divergencias ultravioletas y para amplitudes renormalizadas. El método de renormalización utilizado es una aplicación directa del método covariante propuesto por Dyson, al sistema de referencia de impulso infinito, donde tanto las amplitudes no renormalizadas como las sustracciones deben ser previamente regularizadas mediante un procedimiento de regularización covariante. Queremos hacer notar que la amputación de los momentos trasversales grandes, no es covariante. Hemos adoptado en nuestros cálculos el procedimiento de Pauli-Villars¹, de sustraer fotones de métrica negativa. El comportamiento en la región infrarroja ($x \sim 0$) lo regularizamos dándole al foton una pequeña masa.

En la sección 3.2 discutiremos el problema asociado con el cálculo de la corrección radiativa a la masa del electrón de orden α . En las secciones 3.3 y 3.4 discutiremos la polarización de vacío y las constantes de renormalización de la función de onda del electrón Z_2 y del vértice Z_1 también a orden α . En la sección 3.5 damos una idea del procedimiento necesario para renormalizar las amplitudes físicas en teoría de perturbaciones ordenada temporalmente en el sistema de referencia de impulso infinito.

Finalmente en la sección 3.6 comparemos nuestro método de cálculo con el que resulta de cuantificar la teoría sobre el cono de luz.

Renormalización de la masa electron segundo orden en teoría de perturbación ordenado temporalmente.

3-2 Renormalización de la masa del electron

El cálculo de δm_e a segundo orden constituye una ilustración excelente del tipo de sutilezas que se pueden presentar en el límite $P \rightarrow \infty$. Como hemos indicado en Capítulo II, nuestras reglas para incorporar términos con $x < 0$ valen en este caso. Es por esto que debemos retomar *veces* más en las cuales las contribuciones de involucra partículas con x negativo son tratadas explícitamente.

Hay dos ordenamientos temporales que concuerdan (ver Fig. 7). Consideremos primero la Fig. 7a cuya contribución denotaremos como $\delta m^{(a)}$

Utilizaremos la siguiente parametrización de los impulsos

$$P = \left(P + \frac{m^2}{2P}, 0, P \right) \quad \text{electron externo}$$

$$P_1 = \left(|x|P + \frac{\vec{k}^2 + m^2}{2|x|P}, \vec{k}_\perp, xP \right) \quad (3.1)$$

$$k_1 = \left(|1-x|P + \frac{\vec{k}^2 + \lambda^2}{2|1-x|P}, -\vec{k}_\perp, (1-x)P \right)$$

Usando las reglas descritas previamente obtenemos:

$$\bar{u} u \delta m^{(a)} = -\frac{e^2}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3 P_1 \bar{u}(P) \gamma_\mu (\not{P}_1 + m) \gamma^\mu u(P)}{2|x| 2|1-x| \text{Den}}$$

el numerador

$$\begin{aligned} \bar{u}(P) \gamma_\mu (\not{P}_1 + m) \gamma^\mu u(P) &= \bar{u}(P) (-2\not{P}_1 + 4m) u(P) = \\ &= \left(-2\frac{P \cdot P_1}{m} + 4m \right) \bar{u}(P) u(P) \end{aligned} \quad (3.2)$$

donde hemos empleado la identidad de Gordon en el último paso. Para $0 < x < 1$, el denominador resulta

$$\text{Den} = -\frac{1}{2x(1-x)} \left[\vec{k}^2 + \lambda^2 x + m^2 (1-x)^2 \right] \quad (3.3)$$

donde hemos usado la relación $\lambda^2 = k^2$ del fotón.
 para $0 < x < 1$ usando (2.1) y (2.3)
 obtenemos:

$$4m^2 - 2p \cdot p_1 = -\frac{1}{x} (m^2(1-x)^2 + \vec{k}^2 - 2m^2x)$$

por ende

$$m \delta m^{(a)}_{0 < x < 1} = -\frac{e^2}{2(2\pi)^3} \int d^3k \int_0^1 \frac{dx}{x} \frac{[m^2(1-x)^2 + \vec{k}^2 - 2m^2x]}{k^2 + m^2(1-x)^2 + \lambda^2 x} \quad (3.4)$$

Dicha expresión es cuadráticamente divergente. Para definir la integral debemos regularizarla para lo cual introduciremos un espectro continuo de fotones de momento a^2 dado por $\rho(a^2)$, con lo que

$$m \delta m^{(a)}_{0 < x < 1} = -\frac{e^2}{2(2\pi)^3} \int d^3k \int_0^1 \frac{dx}{x} \int \rho(a^2) da^2 \frac{[m^2(1-x)^2 + \vec{k}^2 - 2m^2x]}{m^2(1-x)^2 + \vec{k}^2 + a^2 x} \quad (3.5)$$

Para regularizar las divergencias ultravioletas debemos imponer sobre $\rho(a^2)$ las condiciones²

$$\int \rho(a^2) da^2 = 0 \quad (3.6)$$

$$\int \rho(a^2) a^2 da^2 = 0 \quad (3.7)$$

Utilizando la prescripción de efectuar la integral sobre a^2 primero, la integral queda bien definida:

$$m \delta m^{(a)}_{0 < x < 1} = -\frac{e^2}{2(2\pi)^3} \left[\int d^3k \int_0^1 \frac{dx}{x} \int \rho(a^2) da^2 - \int d^3k \int_0^1 dx \int da^2 x \frac{(2m^2 + a^2)}{[k^2 + m^2(1-x)^2 + a^2 x]} \right] \quad (3.8)$$

Debido a la condición espectral la primera integral se anula. Consideremos ahora la contribución proveniente de $x < 0$. En dicho caso el denominador y el numerador resultan:

$$Den = 2xP + O\left(\frac{1}{P}\right) \quad (3.9)$$

Perdemos dos potencias de P , pero el numerador compensa,

$$(4m^2 - 2p \cdot p_1) = 4x p^2 + O\left(\frac{k^2}{x}\right)$$

Inocentemente nos verif... te t... afirmar

$$m \delta m \int_{x < 0}^{(a)} = \frac{e^2}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^0 dx \int d^2k \int \frac{da^2 \rho(a)^2 4x}{2x \cdot 2(1-x) \cdot 2x} \quad (3.10)$$

e impone de la condic... $\int \rho(a)^2 da^2 = 0$ seria suficiente para garan-
tizar que dicha contribucion se anule. Si analizamos mas cuidadosa-
mente la region infrarroja, notaremos... la condic... (3.6)
no es suficiente para garantizar... contribucion se anule. Para
ello, consideremos el denominador en (3.9) y cual antes de tomar
el $P \rightarrow \infty$ este dado por:

$$Den = \left[2x + \frac{k^2 + m^2}{2x P^2} - \frac{k^2 + a^2}{2P^2(1-x)} \right] \quad (3.11)$$

similamente el

$$(4m^2 - 2p \cdot p_1) = \left[4x p^2 + 4m^2 - \frac{m^2 + k^2}{x} - 2m^2 x \right]$$

El termino en el numerador lineal en k exige una substraccion adic-
cional. Consideremos la integral:

$$I = \int_{-\infty}^0 dx \int dk \int \frac{da^2 \rho(a^2)}{x(1-x) \left[2x + \frac{k^2 + m^2}{2x P^2} - \frac{k^2 + a^2}{2(1-x)P^2} \right]} \quad (3.12)$$

Aplicamos las condiciones espectrales:

$$\int \rho(a^2) (a^2)^j da^2 = 0 \quad j = 0, 1$$

expandiendo el denominador en potencias $\frac{a^2}{k^2}$ obteno.

$$I = \frac{1}{P^4} \int_{-\infty}^0 dx \int d^2k \int \frac{da^2 \rho(a^2) a^4}{4(1-x)^2 \left[2x + \frac{k^2 + m^2}{2x P^2} \right]^2 \left[2x + \frac{k^2 + m^2}{2x P^2} - \frac{k^2 + a^2}{2(1-x)P^2} \right]} \quad (3.13)$$

La integral solo... dar una contribucion distinta de cero (en
el $\lim P \rightarrow \infty$) si el comportamiento infrarrojo es suficientemente
divergente como para compensar el termino $\frac{1}{P^4}$. Por consiguiente:

$$I \propto \frac{1}{P^4} \int_{\epsilon}^0 dx \int \frac{da^2 \delta(a^2) a^4 x^3 P^6}{x^4 P^4} \sim \frac{1}{P^2} \int_{\epsilon}^0 \frac{dx}{x} \sim \frac{e_u P^2}{P^2} \rightarrow 0 \quad (3.14)$$

Si el término adicional, proveniente de la masa, $\frac{k^2 + m^2}{2}$ en el numerador, puede verse, utilizando el argumento anterior, que da origen a una contribución $m \delta m_{x < 0}$ que escala como $1/P^2$.

En resumen, hemos encontrado que en presencia de divergencias infrarrojas no podemos conmutar el límite $P \rightarrow \infty$ con los reguladores.

La contribución de la fig 7a. para $x > 1$ (que corresponde al caso de que el fotón tenga $x < 0$) obviamente escala, dado un fotón con $x < 0$ no contribuye con ninguna potencia de P al numerador.

Examinaremos a continuación el diagrama de la fig 7b. Parametizamos los impulsos internos de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \vec{P}_1 &= -x \vec{P} + \vec{K}_1 \\ \vec{K}_1 &= -(1-x) \vec{P} - \vec{K}_1 \end{aligned} \quad \vec{K}_1 \cdot \vec{P} = 0 \quad (3.15)$$

Su contribución $\delta m^{(b)}$ es:

$$\bar{u} u \delta m^{(b)} = \frac{e^2}{(2\pi)^3} \int \frac{\bar{u}(p) \gamma_\mu (m - \not{p}_1) \gamma^\mu u(p)}{2E, 2\omega, (E_p + E_1 + \omega)} d^3 p_1 \quad (3.16)$$

donde E, ω, E_1 dan cuenta de los energías del electron y fotón interno respectivamente.

Calculando el numerador obtenemos:

$$m \delta m^{(b)} = \frac{e^2}{(2\pi)^3} \int \frac{(4m^2 + 2p \cdot p_1)}{2E, 2\omega, (E_p + E_1 + \omega)} d^3 p_1 \quad (3.17)$$

regularizando (3.17) obtenemos:

$$1) 0 < x < 1 \quad m \delta m^b = \frac{e^2}{(2\pi)^3} \int_0^1 dx \int d^2 k \int \frac{\delta(a^2) da^2}{(1-x)} \quad (3.18)$$

$$2) x > 1 \quad m \delta m^b = \frac{-e^2}{(2\pi)^3} \int_1^\infty dx \int d^2 k \int \frac{\delta(a^2) da^2}{x(1-x)} \quad (3.19)$$

Por los argumentos dados anteriormente es necesario observar cuidadosamente la contribución solo en $x=1$ el resto de la integral dará contribución nula.

En la proximidad de $x=1$ no podemos linealizar el factor $(2\omega)^{1/2}$ por ende debemos escribir (3.17) :

$$m \delta m^{(b)} = \frac{e^2}{(2\pi)^3} \int_{1-\epsilon}^{1+\epsilon} dx \int d^2k \frac{(4m^2 + 2p \cdot p_1) \rho(a^2) da^2}{2 \times 2 \sqrt{(1-x)^2 p^2 + a^2 + k^2} (1+x) p} \quad (3.20)$$

con

$$E_p + E_1 + \omega_1 = p + x p + \sqrt{(1-x)^2 p^2 + k^2 + \lambda^2} = p(1+x) + O(1)$$

$$p \cdot p_1 = 2 \times p^2 + O(1)$$

lo que da por resultado:

$$m \delta m^{(b)} = \frac{e^2}{2(2\pi)^3} \iint d^2k da^2 \ln \frac{(p \cdot \epsilon)^2}{k^2 + \lambda^2} \rho(a^2) \quad (3.21)$$

y usando las condiciones espectrales escribir (3.21) :

$$m \delta m^{(b)} = \frac{-e^2}{2(2\pi)^3} \int d^2k da^2 \rho(a^2) \ln \frac{k^2 + a^2}{k^2 + m^2} \quad (3.22)$$

$$\text{USANDO LA IDENTIDAD: } \ln \frac{k^2 + a^2}{k^2 + m^2} = \int_0^1 \frac{dx [a^2 - 2m^2 x]}{[k^2 + m^2(1-x)^2 + a^2 x]} \quad (3.23)$$

reemplazando la identidad (3.23) en (3.22) las contribuciones $\delta m^{(a)}$ y $\delta m^{(b)}$ obtenemos finalmente:

$$m \delta m = m \delta m^{(a)} + m \delta m^{(b)}$$

$$m \delta m = \frac{e^2}{16\pi^2} \int d^2k \int_0^1 dx \int da^2 \frac{\rho(a^2) 2m^2(1+x)}{(k^2 + m^2(1-x)^2 + a^2 x)} \quad (3.24)$$

Expresión que es solo logaritmicamente divergente y que coincide con el resultado convencional. Para escribirlo basta reemplazar el espectro continuo $\rho(a^2)$ por el espectro discreto $\rho(a^2) = \delta(a^2 - \lambda^2) - \delta(a^2 - \lambda'^2)$ y usando la identidad:

$$\frac{1}{(k^2 + m^2(1-x)^2 + \lambda^2 x)} - \frac{1}{(k^2 + m^2(1-x)^2 + \lambda'^2 x)} = \int_0^1 \frac{(\lambda^2 - \lambda'^2) x da^2}{[\lambda^2 - \lambda'^2) x a^2 + k^2 + m^2(1-x)^2 + \lambda^2 x]^2} \quad (3.25)$$

utilizando la $\delta(a^2)$, reemplazando (3.25) en (3.24), se puede inmediatamente realizar los integrales sobre $d\vec{k}^2$ y $d\vec{z}$, y obtener:

$$\delta m_s = \left(\frac{\alpha}{2\pi}\right) m \int_0^1 dx (1+x) \ln \left(\frac{m^2(1-x)^2 + \lambda^2 x}{m^2(1-x)^2 + \lambda^2 x} \right) \quad (3.26)$$

que es el resultado que se obtiene usando la teoría covariante de perturbaciones.

Podemos parafrasear el argumento usado anteriormente sobre la contribución del gráfico Z, de la siguiente manera:

El factor de renormalización $\frac{1}{\omega_k}$ puede siempre escribirse como:

$$\frac{1}{\sqrt{(1-x)^2 P^2 + \vec{k}^2 + \lambda^2}}$$

Para P grande, expandiendo la raíz obtenemos

$$\omega_k = (1-x) P + \frac{\vec{k}^2 + \lambda^2}{2|1-x|P} \quad (3.27)$$

En general vamos despreciando el segundo término frente al primero en (3.27). Dicha aproximación es legítima siempre y cuando la función que multiplicamos a $1/\omega_k$ sea finita en $x=1$, de tal manera que el integral sobre dx esté bien definido. Dicho de otra manera considerando a $1/\omega_k$ como distribución en x podremos reemplazar:

$$\frac{1}{\omega_k} \rightarrow \frac{1}{|1-x|P} \quad (3.28)$$

cuando actúa sobre funciones que se anulan para $x=1$. Pero si la función se anula para $x=1$, también podríamos reemplazar:

$$\frac{1}{\omega_k} \rightarrow \frac{1}{|1-x|P} + \frac{C\delta(1-x)}{P} \quad (3.29)$$

Para calcular el coeficiente C, consideramos el caso en el que la función no se anula en $x = 1$. En dicho caso la integral debe ser regulada substrayendo la contribución de un foton de masa λ^2 .

Debemos estudiar:

$$\lim_{P \rightarrow \infty} \frac{P}{\sqrt{(1-x)^2 P^2 + \vec{k}^2 + \lambda^2}} = \frac{P}{\sqrt{(1-x)^2 P^2 + \vec{k}^2 + \lambda^2}} \quad (3.30)$$

(3.30) considerada como distribución se comporta as

$$- \ln \left(\frac{\vec{k}^2 + \lambda^2}{\vec{k}^2 + \lambda^2} \right) \delta(1-x)$$

Esta última expresión es consistente con (3.29) si $C = -\ln(\vec{k}^2 + \lambda^2)$ por consiguiente:

$$\frac{P}{\omega_k} = \frac{1}{|1-x|} - \ln(\vec{k}^2 + \lambda^2) \delta(1-x) \quad (3.31)$$

Es claro que para amplitudes que son finitas la $\delta(x)$ no puede contribuir y las reglas del Capítulo II son correctas. Como ejemplo consideraremos el diagrama Feynman de la Fig. (8a). La contribución renormalizada, al momento magnético **anormal** del electron está ilustrada en la Fig (8b.). Adelantando el resultado que probaremos en la siguiente sección, de que el término $\delta(x)$ no contribuye al calculo de Σ_2 , observamos entonces que el término δm ver Fig (8) cancela al ordenamiento temporal ad. Por consiguiente solo el ordenamiento temporal mostrado en la Fig. 8c. contribuye, que es lo que hubieramos concluido usando las reglas del Capítulo II.

3-3 Polarización de vacío a segundo orden e Identidades de Ward.

Como segundo ejemplo consideremos la **cor**rección de orden α al propagador del foton (Ver Fig. 9).

Hay dos ordenamientos temporales que contribuyen (9a y 9b). Usaremos el siguiente sistema de referencias:

$$q = \left(P + \frac{q^2}{2P}, 0, P \right) \quad (3.32)$$

Los impulsos internos P_1 y P_2 resultan:

$$P_1 = \left(|x| P + \frac{m^2 + \vec{k}^2}{2|x|P}, \vec{k}, xP \right)$$

$$P_2 = \left(|1-x| P + \frac{m^2 + \vec{k}^2}{2|1-x|P}, \vec{k}, (1-x)P \right)$$

El denominador de Heitler Den_a para el ordenamiento temporal 9a resulta:

$$Den_a = \frac{1}{2P} \left(\frac{q^2 x(1-x) - m^2 - \vec{k}^2}{x(1-x)} \right) \quad 0 < x < 1 \quad (3.33)$$

$$= 0(P) \quad \text{Para } x > 1 \text{ ó } x < 0.$$

Para el ordenamiento temporal 9a el denominador:

$$Den_b = 0(P) \quad \text{para } -\infty < x < \infty \quad (3.34)$$

La contribución a la polarización de vacío es:

$$\overline{\Pi}_{\mu\nu} = \frac{e^2}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3 p_1}{2E_1 2E_2} \frac{\Gamma_{\mu\nu} (\gamma_{\mu} (m - p_2) \gamma_{\nu} (p_1 + m))}{Den_c} \quad (3.35)$$

La integral es divergente, lo que es conocido de Teoría Covariante de Perturbaciones. Una vez regulada, la condición de invariancia de medida impone:

$$q^{\mu} \overline{\Pi}_{\mu\nu} = \overline{\Pi}_{\mu\nu} q^{\nu} = 0 \quad (3.36)$$

por lo que $\overline{\Pi}_{\mu\nu}$ debe ser ^{de} la forma:

$$\overline{\Pi}_{\mu\nu} = (-g_{\mu\nu} q^2 + q_\mu q_\nu) (D(q^2) - \text{Reg.}) \quad (3.37)$$

Si consideramos la componente $\overline{\Pi}_{03}$, esta debe ser proporcional a $q_0 q_3 \sim P^2$. Podemos entonces calcular $D(q^2)$ a partir del coeficiente de P^2 en (3.35). El numerador de Feynman puede proveer con 2 potencias de P_i para que el resultado sea de orden P^2 . ^{Deni} debe ser de orden P^2 ; por lo que concluimos que solo contribuye el grafico ya con $0 < x < 1$.

El termino de orden P^2 del numerador es:

$$T_n. (\gamma_3 \not{p}_2 \gamma^0 p_1) = -2P^2 x(1-x)$$

Por lo que concluimos que:

$$D(q^2) = \frac{e^2}{(2\pi)^3} \int \frac{d^2 k dx 16 x^2 (1-x)^2}{4x(1-x)(q^2 x(1-x) + a^2 + \vec{k}^2)} P(a^2) da^2 \quad (3.38)$$

con $q^2 = -q^2$

La integral es solo logaritmicamente divergente. Podemos entonces reemplazar $\mathcal{P}(a^2)$ por:

$$\mathcal{P}(a^2) = \delta(a^2 - m^2) - \delta(a^2 - \pi^2)$$

obteniendo finalmente:

$$D(q^2) = \frac{2\alpha}{\pi} \int_0^1 dx x(1-x) \ln \frac{q^2 x(1-x) + \pi^2}{q^2 x(1-x) + m^2} \quad (3.39)$$

que coincide con el resultado de Feynman.

El lector ayesado recordara, que $\overline{\Pi}_{\mu\nu}$ en teoria covariante de perturbaciones es cuadraticamente divergente:

$$\overline{\Pi}_{\mu\nu} = -\frac{(ie)^2}{(2\pi)^4} \int d^4 p_\gamma \frac{T_n \gamma_\mu (\not{p}_1 + m) \gamma^\nu (m - \not{p}_2)}{i (p_1^2 - m^2 + i\epsilon) ((p_1 - q)^2 - m^2 + i\epsilon)} \quad (3.40)$$

y dos subtracciones son necesarias para mostrar que los terminos que no son covariantes de medida desaparecen. La contribucion residual es invariante de medida y solo logaritimicamente divergente.

En nuestro procedimiento al haber elegido las "buenas" componentes de la corriente solamente necesitamos una subtraccion.

Lo que es natural pues dicho termino solo contribuye a la porcion que es invariante de medida. Si en cambio hubieramos considerado otros componentes del tensor hubieramos necesitado subtracciones.

Dicho hecho constituye una aplicacion directa del bien conocido principio de conservacion de la dificultad.

Como tercer ejemplo consideremos el calculo a segundo orden de la identidad de Ward Z_2, Z_1 ($Z_2 = Z_1$)

Consideremos primero la constante de renormalizacion Z_2 de la funcion de onda del electron. Esta queda definida por:

$$\langle U P' | U P \rangle = Z_2 \langle P' | P \rangle \quad (3.41)$$

donde $U(t)$ es el operador unitario que conecta la representacion de Heisenberg con la representacion de interaccion. Las correspondientes corrientes estan relacionadas por la transformacion:

$$J_\mu^h(x) = U^{-1}(t) j_\mu^I(x) U(t)$$

Usaremos la normalizacion covariante de los vectores de estado:

$$\langle P' | P \rangle = 2E (2\pi)^3 \delta^{(3)}(\vec{p}' - \vec{p}) \quad (3.42)$$

calculando $U|P\rangle$ a segundo orden $U|P\rangle$ (ver Fig. 10) obtenemos:

$$U|P\rangle = \sqrt{Z_2} \left\{ |P\rangle + e \int \frac{d^3k_1}{2\omega_1 (2\pi)^3} \frac{d^3p_1}{2E_1 (2\pi)^3} \frac{\bar{u}_{p_1} \gamma_\mu \not{p} \epsilon^\mu_{p_1 k_1}}{E_p - E_1 - \omega_1 + i\epsilon} \times \right. \\ \left. \times \delta^{(3)}(\vec{p} - \vec{p}_1 - \vec{k}_1) + \text{graficos } Z \right\} \quad (3.43)$$

Expresion que coincide con la formula bien conocida de teoria no relativista de perturbaciones:

$$U|a\rangle = \sqrt{Z_2} \left[|a\rangle + \sum'_{n_1} \frac{|n_1\rangle \langle n_1| H_I(0) |a\rangle}{E_a - E_{n_1} + i\epsilon} + \sum'_{n_1, n_2} x \right. \\ \left. \times \frac{|n_2\rangle \langle n_2| H_I(0) |n_1\rangle \langle n_1| H_I(0) |a\rangle}{(E_a - E_{n_2} + i\epsilon)(E_a - E_{n_1} + i\epsilon)} + \dots \right]$$

donde \sum' indica la suma sobre todos los estados intermedios excepto el inicial y :

$$H_I = \int \mu \cdot A^\mu = \bar{u} \gamma^\mu \mu \epsilon_\mu$$

$$\langle p' | U^{-1} | p \rangle =$$

$$= Z_2 \left\{ (2\pi)^3 \delta^3(\underline{p}' - \underline{p}) e^2 \delta^3(\underline{p}' - \underline{p}') (2\pi)^3 \int \frac{d^3 k_1}{2\omega_1 (2\pi)^3} \frac{d^3 p_1}{(2\pi)^3} x \right. \\ \left. \times \frac{\delta^3(\underline{p}' - \underline{k}_1 - \underline{p}') \cdot \bar{u}(p) \gamma_\mu (\not{p}_1 + m) \gamma^\mu u(p)}{(E_p - E_1 - \omega_1)^2} + \text{gráficos } Z \right\}$$

donde hemos usado (2.4) y:

$$\sum u(p_1) \bar{u}(p_1) = (\not{p}_1 + m)$$

$$1 = Z_2 \left\{ 1 - \frac{e^2}{(2\pi)^3} \cdot \frac{1}{2E_p} \int \frac{d^3 k_1}{2\omega_1 2E_1} \frac{\bar{u}(p) \gamma_\mu (\not{p}_1 + m) \gamma^\mu u(p)}{(E_p - E_1 - \omega_1)^2} + \right. \\ \left. \text{gráficos } Z \right\}$$

resulta obvio que el gráfico Z no puede contribuir a la última expresión dado que el denominador de dicho gráfico resulta ser veces menor que el término numérico que contiene creación de pares y dicha potencia no puede ser cancelada por el numerador.

Despejando Z_2 obtenemos:

$$(Z_2)^{-1} = 1 - \frac{e^2}{2(2\pi)^3} \int \frac{d^2 k dx}{2 \times 2(1-x)} \frac{\bar{u}(p) \gamma_\mu (\not{p}_1 + m) \gamma^\mu u(p)}{\frac{1}{4} \left(m^2 - \frac{k^2 + \lambda^2}{x} - \frac{k^2 + m^2}{1-x} \right)^2}$$

usando:

$$\gamma_\mu (\not{p}_1 + m) \gamma^\mu = \frac{1}{m} [4m^2 - 2 \not{p}_1 \not{p}_1]$$

$$\bar{u}(p) \gamma_\mu (\not{p}_1 + m) \gamma^\mu u(p) = 2 [4m^2 - 2 \not{p}_1 \not{p}_1]$$

con $\bar{u}(p) u(p) = 2m$

$$4m^2 - 2 \not{p}_1 \not{p}_1 = -\frac{1}{x} (m^2 (1-x)^2 + \vec{k}^2 - 2m^2 x)$$

obtenemos

$$B = -\frac{e^2}{(2\pi)^3} \int d^3 k \int_0^1 dx \frac{(1-x)(m^2 (1-x)^2 + \vec{k}^2 - 2m^2 x)}{[\vec{k}^2 + m^2 (1-x)^2 + \lambda^2 x]^2} \quad (3.44)$$

Donde hemos identificado

$$(\mathcal{Z}_2)^{-1} \equiv 1 - B \quad (3.45)$$

Para comparar (3.44) con el resultado convencional⁶

$$B = -\frac{i\alpha}{(2\pi)^3} \int d^4 k \int_0^1 x dx \frac{k^2 - 4m^2 (1-x - \frac{1}{2} x^2)}{(k^2 + m^2 x^2 + \lambda^2 (1-x))^3} \quad (3.46)$$

Usaremos las identidades:

$$\int d^4 k k^2 \int \rho \frac{(a^2) da^2}{[k^2 + a^2]^3} = i\pi^2 \int_0^\infty dt \int \rho \frac{(a^2) da^2 t^2}{(t+a^2)^3} =$$

$$= i\pi^2 \int_0^\infty dt \int \rho \frac{(a^2) da^2}{[t+a^2]^2} \quad (3.47)$$

$$\int \frac{d^4 k}{(k^2 + a^2)^3} = i\pi^2 \int_0^\infty \frac{t dt}{(t+a^2)^3} = i\frac{\pi^2}{2} \int_0^\infty \frac{dt}{(t+a^2)^2} \quad (3.48)$$

Identidades que pueden probarse fácilmente utilizando la rotación de Wick $k_0 \rightarrow i k_0$ y la regla:

$$\int_0^{\infty} \frac{t^{m-1} dt}{(t+a^2)^n} = \frac{1}{(a^2)^{n-m}} \frac{\Gamma(m) \Gamma(n-m)}{\Gamma(n)}$$

Hechos introducido reguladores en (3.47) para definir la integral sobre k^2 que es logarítmicamente divergente.

Utilizando (3.47) y (3.48) en (3.44) obtenemos (3.46) con lo que la equivalencia de los resultados a que se ostenda.

Pasemos a continuación a calcular la renormalización del vértice Z_1 . El vértice compacto en este orden está representado en la Fig. 11

$$\Lambda^\mu(p, p') = (1+L) \gamma^\mu + \Lambda_f^\mu(p, p') = Z_1^{-1} \gamma^\mu + \Lambda_f^\mu(p, p') \quad (3.49)$$

donde $\Lambda_f^\mu(p, p')$ está libre de divergencias ultravioletas y queda unívocamente determinada por la condición $\bar{u}(p) \Lambda_f^\mu(p, p) u(p) = 0$

El cálculo de L involucra el cómputo del diagrama (11.b) en el límite $q \rightarrow 0$. Recordemos que a dicho diagrama corresponden seis ordenamientos temporales en el límite $P \rightarrow \infty$ en los que γ^0 o γ^3 para la corriente externa solo (3b y 3c) dan contribución finita. En el límite $q \rightarrow 0$ la contribución 3c también se anula.

Aplicando las reglas

11b) obten

$$L = \lim_{q \rightarrow 0} \frac{-e^2}{(2\pi)^3} \cdot \frac{1}{2P} \int \frac{\bar{u}(p) \gamma_\mu(p_1+m) \gamma^3(p_2+m) \gamma^\mu u(p) d^3 p_1}{(2x)^2 2(1-x) \frac{1}{4} \left[m^2 - \frac{k^2 + \lambda^2}{1-x} - \frac{k^2 + m^2}{x} \right]^2} \quad (3.50)$$

El límite $q \rightarrow 0$ puede tomarse directamente, (pues es lineal en q^2).

Consideremos el término: $\lim_{q \rightarrow 0} (p+m) \gamma^3 (p_2+m) =$

$$= \lim_{q \rightarrow 0} \sum_{s_1, s_2} u(p, s_1) \bar{u}(p, s_1) \gamma^3 u(p_2, s_2) \bar{u}(p_2, s_2) = 2P_1 (p+m) = 2xP (p_1+m)$$

donde en el último paso hemos utilizado la identidad de Gordon, reemplazando en (3.9) obtenemos:

$$L^{(2)} = \frac{-e^2}{2(2\pi)^3} \int_0^1 \int \frac{\bar{u}(p) \gamma_\mu (\not{p}+m) \gamma^\mu u(p)}{x(1-x) \left[m^2 - \frac{k^2 + \lambda^2}{(1-x)} - \frac{k^2 + m^2}{x} \right]^2} d^3k dx$$

Comparando (3.51) con (3.44) obtenemos:

$$L^{(2)} = -B^{(2)} \quad ; \quad Z_1 = Z_2 \quad (\text{identidad de Ward})$$

Observemos que en el cálculo Z_1, Z_2 presenciamos las sutilezas de intercambio de límites en el cálculo de δm_e . Esta característica es la razón

4. Renormalización

En esta sección discutiremos el procedimiento necesario para implementar el método de perturbaciones ordenadas en la teoría de átomos de referencia de impulso infinito. Ilustraremos esto mediante un ejemplo típico. Un tratamiento detallado del mismo al cálculo de momentos magnéticos atómicos puede verse en Ref. 11.

Consideremos la contribución de orden $(\alpha/\pi)^2$ al momento magnético del electrón proveniente del diagrama Feynman de la Fig. 12a. En la Fig. 12b se representa esquemáticamente la contribución renormalizada. (La eliminación de los diagramas de autoenergía no será tratada aquí).

Para la contribución de subtracción $A F_2(0)$, el procedimiento estándar para dicha contribución, consiste en calcular dicho diagrama de Feynman para $p_1^2 = p_2^2 = m^2$. Deseamos trasladar dicha prescripción a la T.F.R. en el I.S.F. donde todas las partículas están en la capa de masa. Consideremos a continuación dicha contribución que en teoría covariante viene dada por:

$$I = e^4 \int \frac{d^4k_1}{i(2\pi)^4} \frac{d^4k_2}{i(2\pi)^4} \frac{\bar{u}(p+\not{k}_1) \gamma_\mu (\not{p}+m) \not{k}_1 (\not{p}_2+m) \gamma^\nu (\not{p}_1+m) \gamma^\nu (\not{p}_1+m) \gamma^\mu (\not{p}-\not{k}_2)}{(k_1^2 - \lambda^2 + i\epsilon)(k_2^2 - \lambda^2 + i\epsilon)(p_1^2 - m^2 + i\epsilon)(p_2^2 - m^2 + i\epsilon)(p^2 - m^2 + i\epsilon)(p^2 - m^2 + i\epsilon)} \quad (3.52)$$

Dicho diagrama debe evaluarse para $p_1^2 = m^2$, $p_2^2 = m^2$, $q = 0$
 Para mayor claridad dejaremos de lado el calculo explicito de los
 numeradores cuya evaluacion no ofrece dificultades conceptuales y
 sabemos de antemano que esperamos una divergencia logaritmica.

Chang y Ma,¹² encontraron que las reglas de teoria de pertur-
 baciones ordenada temporalmente en el IMF pueden ser obtenidas di-
 rectamente de las reglas de Feynman mediante un simple cambio de
 variables. Utilizaremos dicho metodo para trasladar el procedimien-
 to de renormalizacion a la teoria de perturbaciones de Heitler.

Para dicho efecto parametrizaremos los impulsos externos:¹³

$$q = (0, \vec{q}_T, 0)$$

$$P = \left(P + \frac{m^2 + \frac{1}{4} \vec{q}_T^2}{4P}, 0, P - \frac{m^2 + \frac{1}{4} \vec{q}_T^2}{4P} \right) \quad (3.53)$$

$$(P \pm q_0)^2 = m^2, \quad P \cdot q = 0$$

Los impulsos internos, k_1, k_2 (Ver Fig. 12) seran parametrizados:

$$k_1 = \left(|x_1| P + \frac{k_1^2 + \vec{k}_1^2}{4P|x_1|}, \vec{k}_1, x_1 P - \frac{k_1^2 + \vec{k}_1^2}{4Px_1} \right) \quad (3.54)$$

$$k_2 = \left(|x_2| P + \frac{k_2^2 + \vec{k}_2^2}{4P|x_2|}, \vec{k}_2, x_2 P - \frac{k_2^2 + \vec{k}_2^2}{4Px_2} \right)$$

el resto se obtiene por conservacion del cuadvivector impulso. Las
 $d^4 k_i$ pueden ponerse en la forma:

$$d^4 k_i = \frac{dx_i}{2|x_i|} d^2 k_i dk_i^2 \quad (3.55)$$

Consideremos ahora el termino $(p_1^2 - m^2 + i\epsilon)$.

$$P_1 = \left(|1-x_1| P + \frac{m^2 + \frac{1}{4} \vec{q}_T^2}{4P} - \frac{(k_1^2 + \vec{k}_1^2)}{4P|x_1|}, \left(\vec{k}_1 + \frac{\vec{q}_T}{2} \right), (1-x_1)P \right. \quad (3.56)$$

$$\left. + \frac{m^2 + \frac{1}{4} \vec{q}_T^2}{4P} + \frac{k_1^2 + \vec{k}_1^2}{4Px_1} \right)$$

Usando $P_1^k = (P - q/2)^k - k^k$ obtenemos:

$$P_1^2 - m^2 + i\epsilon = (1-x_1) \left(m^2 + \frac{1}{4} \vec{q}_T^2 - \frac{k_1^2 + \vec{k}_1^2}{x_1} - \frac{(\vec{k}_1 + \frac{\vec{q}_T}{2})^2 + m^2}{(1-x_1)} \right) + i\epsilon \quad (3.57)$$

$$= (1-x_1) \left(m^2 - \frac{k_1^2 + (\vec{k}_1 + x_1 \frac{\vec{q}_T}{2})^2}{x_1} - \frac{(\vec{k}_1 + x_1 \frac{\vec{q}_T}{2})^2 + m^2}{(1-x_1)} \right) + i\epsilon$$

Similarmente, usando $P_4^k = (P + q/2)^k - k^k$

$$P_4^2 - m^2 + i\epsilon = (1-x_1) \left(m^2 + \frac{1}{4} \vec{q}_T^2 - \frac{k_1^2 + \vec{k}_1^2}{x_1} - \frac{(\vec{k}_1 - \frac{\vec{q}_T}{2})^2 + m^2}{(1-x_1)} \right) + i\epsilon \quad (3.58)$$

La substraccion debe evaluarse en $q = 0$

En dicho limite, (3.57) y (3.58) coinciden, por consecuencia tenemos un polo doble en (3.52) en k_1^2 en el semiplano superior. Si cerramos el contorno en dicho semiplano obtenemos para (3.52):

$$I = \frac{ie^{\epsilon}}{(2\pi)^2} \int dk_1^2 d^2k_1 \frac{dx_2}{2/x_2} d^2k_2 \int_0^1 \frac{dx_1}{2x_1} \left[\frac{\text{Numerador}}{\frac{(1-x_1)^2 (k_1^2 - \lambda^2 + i\epsilon)^2 (k_2^2 - \lambda^2 + i\epsilon)}{x_1^2}} \times \right. \\ \left. \times \frac{1}{(P_2^2 - m^2 + i\epsilon)(P_3^2 - m^2 + i\epsilon)} \right] \quad (3.59)$$

Los limites de integracion en x_1 quedan reducidos al intervalo $0 < x_1 < 1$ en (3.59) dado que para $x_1 \notin (0,1)$ los polos en k_1^2 yacen todas en el semiplano inferior, y por el teorema de Cauchy la integral se anula

Estando β en la capa de masa podemos expresarlo:

$$P_1 = \left((1-x_1)P + \frac{m^2 + (\vec{k}_1 + \frac{\vec{q}_T}{2})^2}{4P(1-x_1)} - (\vec{k}_1 + \frac{\vec{q}_T}{2})^2, (1-x_1)P - \frac{m^2 + (\vec{k}_1 + \frac{\vec{q}_T}{2})^2}{4P(1-x_1)} \right) \quad (3.60)$$

$$k_1^k = (P - q/2)^k - P_1^k$$

entonces $k_1^2 - \lambda^2 + i\epsilon = x_1 \left[m^2 + \frac{1}{4} \vec{q}_T^2 - \frac{(\vec{k}_1 + \frac{\vec{q}_T}{2})^2 + m^2}{(1-x_1)} - \frac{\vec{k}_1^2 + \lambda^2}{x_1} \right]$

(3.59) resulta entonces:

$$I = \frac{ie^4}{(2\pi)^7} \int d^2k_1 d^2k_2 \frac{dx_2}{2|x_2|} d^2k_1 \int_0^1 \frac{dx_1}{2x_1} \left[\frac{\text{Numerador}}{2(1-x_1)^2 (E_0-E_1)(E_0-E_4)} \frac{X}{(k_2^2 - \lambda^2 + i\epsilon)(P_2^2 - m^2 + i\epsilon)(P_3^2 - m^2 + i\epsilon)} \right] \quad (3.61)$$

Donde (E_0-E_1) , (E_0-E_4) coinciden con los denominadores de Heitler en el IMF. (Ver. Fig. 2d).

Consideremos ahora la integral

$$I_2 = \int d^2k_1 d^2k_2 \frac{dx_2}{2|x_2|} \frac{\text{Numerador}}{(k_2^2 - \lambda^2 + i\epsilon)(P_2^2 - m^2 + i\epsilon)(P_3^2 - m^2 + i\epsilon)} \quad (3.62)$$

Parametrizando:

$$k_2 = \left(|x_2| P + \frac{\vec{k}_2^2 + k_2^2}{4P|x_2|}, \vec{k}_2, x_2 P - \frac{\vec{k}_2^2 + k_2^2}{4Px_2} \right)$$

y usando

$$P_2^2 = P_1^2 - k_2^2, \quad P_3^2 = P_1^2 - k_2^2$$

obtenemos:

$$(P_2^2 - m^2 + i\epsilon) = (1-x_1-x_2) \left(\frac{m^2 + (\vec{k}_1 + \vec{q}/2)^2}{(1-x_1)} - \frac{k_2^2 + \vec{k}_2^2}{x_2} - \frac{(k_1 + k_2 + q)^2 + m^2}{(1-x_1-x_2)} \right)$$

$$(P_3^2 - m^2 + i\epsilon) = (1-x_1-x_2) \left(\frac{m^2 + (\vec{k}_1 - \vec{q}/2)^2}{(1-x_1)} - \frac{k_2^2 + \vec{k}_2^2}{x_2} - \frac{(k_1 + k_2 - q)^2 + m^2}{(1-x_1-x_2)} \right)$$

Observar que x_2 tendra contribucion solo para $0 < x_2 < 1-x_1$ (como antes, si $x_1 \notin (0, 1-x_1)$ los polos en k_2^2 yacen en el mismo semiplano).

Cerrando el contorno de la integral sobre k_2^2 en el semiplano inferior, obtenemos solo el polo correspondiente a $k_2^2 = \lambda^2$, por lo que resulta

$$I_2 = -2\pi i \int d^2k_1 \int_0^{1-x_1} \frac{dx_2}{2x_2} \frac{\text{Numerador}}{(2(1-x_1-x_2))^2 (E_1-E_2)(E_4-E_3)}$$

que en el limite $q \rightarrow 0$:

$$I_2 \rightarrow -2\pi i \int d^2k_1 \int_0^{1-x_1} \frac{dx_2}{2x_2} \frac{\text{Numerador}}{(2(1-x_1-x_2))^2 (E_1-E_2)(E_1-E_3)} \quad (3.63)$$

Si combinamos con (3.61) obtenemos finalmente para la substraccion:

$$I = \left(\frac{e^2}{(2\pi)^3} \right)^2 \int d^3k_1 d^3k_2 \int_0^1 \frac{dx_1}{2x_1} \int_0^{1-x_1} \frac{dx_2}{2x_2} X$$

$$X = \frac{\text{Numerador}}{[2(1-x_1)]^2 [2(1-x_1-x_2)]^2 (E_0-E_1)(E_0-E_4)(E_1-E_2)(E_1-E_3)} \quad (3.64)$$

La interpretación de x_1 y x_2 como los componentes del impulso en la dirección de P es obvia, observar también que solo $x_i > 0$ resulta, aunque de una manera implícita están contenidos los gráficos con $x_i < 0$ dado que en el cálculo de los numeradores usamos conservación del cuadrivector impulso en cada vertice, que como discutimos en el capítulo III, es equivalente a la inclusión de los gráficos 2.

Hemos encontrado, que la substracción correspondiente a la renormalización del vertice es similar en forma a la amplitud no renormalizada, excepto que la energía externa del denominador en la inserción de dicho subgráfico no es la energía inicial E_0 del diagrama total sino la energía E_1 , que es externa a dicho subgráfico solamente. Este procedimiento de "denominadores alternados" tiene validez general.

3.5. Cuantificación en el cono de luz.

Teorías de campos en el IMF han sido estudiadas desde otro punto de vista. En particular Kogut y Soper¹⁶, argumentaron que el límite $P \rightarrow \infty$ se puede considerar como una reformulación de la teoría en la cual las superficies tipo espacio (tiempo=constante) son reemplazadas por una superficie tipo luz ($v=c$). En otras palabras, en vez de los ejes convencionales \vec{x}, t , Kogut y Soper consideran los ejes:

$$\beta' = \frac{t-z}{\sqrt{2}} \quad z = \frac{t+z}{\sqrt{2}} \quad \begin{matrix} x' = x \\ y' = y \end{matrix}$$

y cuantifican la teoría a β iguales.

Uno de los problemas que se encuentra cuando se formulan teorías de campos de dichos ejes, radica en el hecho que las condiciones de cuantificación canónica pueden no ser válidas sobre el cono de luz, dado que las interacciones pueden propagarse sobre el cono de luz y por ende las relaciones de conmutación para campos en interacción dependerán en general de las mismas. Al pasar del Lagrangiano al Hamiltoniano de interacción, en electrodinámica cuántica formulada en estos ejes, ellos encontraron que dicho Hamiltoniano

de interacción contiene un término "gaviota", no covariante del tipo $e^2 \delta(z-z') \bar{\psi} \psi A_\mu A_\nu$, es decir que involucra a la interacción simultánea de dos fermiones y dos fotones.

Ellos formularon las reglas en TPH para esta teoría y reprodujeron las reglas que hemos discutido. En dicha teoría el límite $P \rightarrow \infty$, no aparece (ya ha sido tomado). El problema de saber si dicha teoría es equivalente a la teoría convencional se puede reformular en nuestro lenguaje como el problema de saber si el límite $P \rightarrow \infty$ está justificado.

En dicho tratamiento los cálculos fueron hechos en la métrica de Coulomb, la cual es difícil de renormalizar. Nuestros resultados indican que sus reglas son correctas en cuanto se refiere al cálculo de amplitudes renormalizadas.

Más recientemente, Chang, Root y Yan (CRY)¹⁶ "derivaron", usando el principio de acción de Schwinger¹⁷ las relaciones de conmutación a \bar{z} iguales. Ellos encontraron que el propagador de Feynman coincide con el propagador usual para partículas de espín 0 pero es diferente, a las partículas de espín 1/2. CRY probaron que el término adicional que aparece en el propagador de fermiones de espín 1/2 cancela exactamente al término no covariante en el Hamiltoniano de interacción, por lo que la teoría es formalmente equivalente a la usual para amplitudes renormalizadas. Las expresiones que CRY obtienen para las constantes de renormalización, difieren sin embargo de las de Feynman.

Estos resultados pueden entenderse sencillamente en función de nuestros cálculos. Dado que el propagador de Feynman solo involucra campos libres y como todas las partículas libres tienen $\kappa > 0$, el propagador de funciones no incluye fermiones con $\kappa < 0$. Estos deben estar contenidos en un Hamiltoniano de interacción que es exactamente el término gaviota. Nosotros hemos visto, que fermiones con $\kappa < 0$ se extienden solamente sobre un intervalo de tiempo (ninguna otra interacción puede ocurrir entre sus vértices). Uno puede entonces, asumir que sus vértices son efectivamente simultáneos. Formalmente esto se puede ver notando que el denominador de energía asociado con un estado que contiene una partícula con $\kappa < 0$ es independiente de la energía externa, su transformada de Fourier es una $\delta(E)$. Además el diagrama gaviota (Ver Fig. 15) contiene 2 fermiones externas y dos fotones.

En una teoría con partículas escalares (sin acoplamiento derivado) nuestras reglas mostraron que en el límite $\hbar \rightarrow 0$ no hay partículas con $x < 0$.

El propagador libre debe entonces coincidir con el propagador de Feynman. Podemos también entender porque su expresión para δm no coincide con la nuestra. Siendo una teoría de campos es natural interpretar el término no covariante en H , como normalmente ordenado, por lo que no puede contribuir a δm (dado que debe estar tomado entre estados que no contienen fotones). Hemos visto, que el diagrama gaviota contribuye en efecto al cálculo de δm aunque su omisión no altera ninguna amplitud renormalizada. Bouchiat et al,¹⁹ mostraron que si uno no impone la condición de ordenar normalmente H , se obtiene el resultado de Feynman.

También se puede obtener dicho resultado, si uno utiliza el procedimiento "no convencional" de regularizar separadamente el propagador de fermiones y fotones. Aunque dicho procedimiento, no podría aplicarse a la polarización de vacío pues violaría invariancia de medida.

Citaciones y notas al pie de la pagina correspondientes al
Capitulo III.

1. W.Pauli y F.Villars, Rev. of Modern Phys. 21, 434 (1949),
Es facil ver porque amputar los momentos transversos no es co-
variante. La amputacion debe hacerse en la M^2 del estado inter-
medio que es invariante Lorentz ($M^2(2.21) = \sum \frac{k_x^2 + m^2}{(x_0)} = M^2$),
y logicamente una amputacion k^2 no significa una amputacion en
 M^2 .

2. Podriamos haber elegido el procedimiento convencional de utili-
zar un espectro discreto de masas auxiliares. En este caso las
condiciones (3.6) y (3.7) se reducirian a $\sum c_i = 0, \sum c_i m_i^2 = 0$
Sin embargo hemos encontrado que el espectro continuo resulta mas
conveniente para realizar calculos practicos.

3. Observar que dicho analisis no es necesario que se aplique en
(3.9) cerca de $x = 0$ dado que dicho termino es independiente de
los reguladores. Debe tambien notarse que si solamente hubieramos
impuesto la condicion (3.7) no podriamos garantizar que (3.13) de
contribucion nula; dicha condicion (3.7) es suficiente para ase-
gurar que la contribucion proveniente de $x < 0$ pero finito, sea 0.
Es solo la presencia de divergencias infrarrojas que requieren un
cuidado especial.

4. J.Bjorken y S.D.Drell, va citado.

5. En la fluctuacion de vacio en $g\phi^3$ (ver fig. 5.) tenemos la
misma estructura en el denominador como la que esta presente en la
figura 7.b, y el termino proporcional a $\delta(x)$ va a contribuir a
dicho grafico. Si utilizaramos ingenuamente las reglas dadas en
el capitulo II para dicha teoria, en el sistema de referencia de
impulso infinito nos llevaria a concluir que tal grafico da una
contribucion nula resultado que esta en clara contradiccion con el
calculo covariante (la integral es divergente, ademas de la $\delta(0)$
en 2.15). Es justamente esta contribucion la unica que sobrevive
en el IMF. Para una discusion complementaria sobre este mismo pro-
blema ver S.J.Chang y S.K.Ma Phys. Rev. 180, 1506 (1969), vease
tambien T.M.Yang "Quatum Field Theories in infinite momentum frame
IV, scattering metrics of vector and Dirac fields in perturbation
theory. Cornell Univ. Publ. Previa CLNS 185, Abril de 1972.

6. J.M.Jauch y F.Rorlich "The Theory of Photons and Electrons". (Addison-Wesley Ind. Cambridge-Mass., 1955).
7. J.Bjorken y S.D.Drell "Relativistic Quantum Mechanics"; (Mc.Graw-Hill co. N.Y. 1964).
8. Hemos adoptado la definicion de G.Gell-Mann de componentes buenas de la corriente, a aquellas que dan elemento de matriz finito en el IMF.
9. Dicho procedimiento tambien se puede justificar en forma quizas mas elegante utilizando el metodo de regularizacion dimensional. Ver J.J.Giambiagi, curso dado en el Segundo Simposio Argentino de Fisica Teorica de Particulas y Campos, Bariloche, Enero 1973.
10. F.J.Dyson, Phys. Rev. 75, 1736 (1949) para una demostracion del metodo de Dyson de contar potencias para establecer el grado de divergencia ver S. Weinberg, Phys.Rev. 118, 838 (1960). Para una discusion mas pedagogica de la teoria de renormalizacion ver D.R.Yennie en "Cargese Lectures in Physics". Vol 2, (Gordon and Breach, 1967).
11. S.J.Brodsky, R.Z.Roskies y R.Suaya "Quantum Electrodynamics and Renormalization Theory in the Infinite Momentum Frame", Pitt-108, Mayo de 1973. A publicarse.
12. S.Chang y S.K.Ma, ver ref. 4.
13. Notar que P no tiene que ser necesariamente grande.
14. En el grafico que estamos considerando, la unica divergencia proviene de $L^{(2)}$, y como hemos visto en la seccion 3.4 el termino $L^{(2)}$ coincide con el calculado covariantemente aun antes de ser regulado. En el resto de esta seccion procedemos a realizar manipulaciones canonicas con la integral como si estuviera bien definido. El lector puede sencillamente suplementar los pasos rigurosos.

15. J.Kogut y D.Soper, Phys. Rev. D1, 2901 (1970), ver tambien J.Bjorken, J.Kogut y D.Soper, Phys. Rev. D3, 1382 (1971).

16. S.Chang, R.G.Root y T.M.Yan, Phys. Rev. D7, 1133 (1973), S.J.Chag y T.M.Yan, ibid. 1147 (1973).

17. J.Schinger, Proc. Nat. Acad. Sci. 37, 452 (1952), ver tambien I.S.Gerstein, R.Jackiw, E.W.Lee y S.Weinberg, Phys. Rev. D3, 2486 (1971).

18. Lo que puede reexpresarse en lenguaje formal notando que
a) no hay terminos no covariantes en el Hamiltoniano de interaccion, coincide con el Lagrangiano ()
b) las relaciones de conmutacion canonica son validas en este caso.

19. C.Bouchiat, P.Fayet, M.Sourlas, Lett. Nuovo Cimento 4, 9 (1972).

Comportamiento asintótico de las partes reales del efecto Compton.

4.1 Polos fijos en amplitudes de dispersión corriente-hadron.

Es un hecho conocido que la relación de unitariedad prohíbe la presencia de polos fijos en amplitudes puramente hadrónicas. Discutiremos brevemente el argumento.

Consideremos la relación de unitariedad en el canal t (Ver Fig. 14) para amplitudes de ondas parciales para energías menores que la correspondiente al umbral de producción de partículas; bastará entonces considerar la unitariedad elástica:

$$T^J(t_+) - T^J(t_-) = \rho(t) \cdot T^J(t_+) T^J(t_-) \quad (4.1)$$

donde t_+ y t_- denotan puntos situados encima y debajo del corte respectivamente. Utilizando la transformación de Sommerfeld-Watson¹ para definir la prolongación analítica en J de la amplitud T^J escribiremos:

$$T(t_+, J) - T(t_-, J) = \rho(t) T(t_+, J) T(t_-, J) \quad (4.2)$$

donde J es ahora complejo. Consideremos (sin pérdida de generalidad) el caso particular en que $T(J, t)$ sea una función meromorfa ante la transformación de cruce. La amplitud $T(J, t)$ coincidirá con la amplitud física $T^J(t)$, para J entero > 0 fijo y par. ^{Supongamos que T tiene un polo fijo en $J=0$} (que tiene la "signature" correcta para la unitariedad T). Notamos entonces, que no puede haber igualdad de singularidades entre el miembro izquierdo y el miembro derecho de la ecuación 4.2 que se comportan como $\frac{1}{J}$ y $\frac{1}{J^2}$ respectivamente.

Consideremos ahora amplitudes producidas por corrientes (que designaremos como amplitudes débiles), tomemos en particular el efecto Compton sobre hadrones, en primer orden en α , si estudiamos las amplitudes a primer orden en α con respecto a T , restricciones impuestas por unitariedad lineal y por ende el argumento previo no es aplicable, podremos entonces encontrar polos fijos para enteros pares o impares. (Signature correcta o incorrecta) ^{VER REF. 1.12} e insistir en que dicho argumento es válido en la medida que nos restringamos a calcular tomando en cuenta solo términos de mínimo orden en α . El argumento puede generalizarse para el caso en que las partículas exteriores tengan espín, la única limitación que dicho análisis introduce es que dichos polos deben presentarse en puntos "nonsense-sense" o "nonsense-nonsense". Dichos polos fijos pueden aparecer acompañados por deltas de Kronecker en puntos "sense-sense".³

Hay dos ejemplos bien conocidos en la literatura, de polos fijos de signature incorrecta en el efecto Compton. Uno es el polo fijo en $J=1$ en la amplitud del canal $t f_{1,-1}$ (donde $1,-1$ representan las helicidades de los dos fotones y se ha producido sobre el espín del proton). La existencia de dicho polo fijo fue demostrada por Adler, Dashen, Gell-Mann y Gubini usando reglas de suma derivadas de algebra de corrientes⁴. El segundo polo tambien ocurre en $J=1$ y aparece multiplicativamente con el residuo del pomeron para $t=0^+$.

El efecto Compton sobre protones es en muchos aspectos similar a las reacciones puramente hadronicas, por ejemplo: las resonancias provenientes que se acoplan a pion nucleon tambien se acoplan en σ_P . La forma del espectro en energias de la seccion total de fotoproduccion es similar a la de pion proton. Incluso puede obtenerse una estimacion cuantitativa plausible de la seccion total de fotoproduccion aproximando:

$$\sigma_{\gamma P}^{tot} \sim \frac{1}{240} (\sigma_{\pi-P}^{tot} + \sigma_{\pi+P}^{tot}) \quad (4.3)$$

donde $\frac{1}{240} \approx \left(\frac{e}{f_\rho}\right)^2 = \alpha / f_\rho^2 / 4\pi$, $\frac{f_\rho^2}{4\pi} \approx 2$

y f_ρ es la constante (universal?) de acoplamiento del ρ^6 .

A altas energias $\sigma_{\gamma P}^{tot}$ relativamente constante lo que es indicativo de un comportamiento difractivo, dicho comportamiento tambien requiere visible en la seccion diferencial (no polarizada). Dado entonces la manifiesta similitud entre las reacciones foton-hadron y hadron-hadron, resulta muy interesante verificar la presencia o ausencia de polos fijos en puntos de signature correcta. Ironicamente dichos polos fijos deberian aparecer cuando el foton (virtual) adquiere una masa $q^2 = m_\rho^2$ (m_ρ : masa del meson ρ). Dicha afirmacion se basa en la suposicion (razonable pero no necesariamente correcta) que para $q^2 = m_\rho^2$ el acoplamiento foton-hadron esta mediado innecesariamente por los mesones vectoriales.

Veremos mas adelante, que el termino constante en la parte real del efecto Compton es un buen candidato a ser un polo fijo en el punto de signature correcta: $J=0$ en la amplitud de dispersion promediada sobre el espín.

4.2 Amplitudes hacia adelante, del efecto Compton y relaciones de dispersion.

La amplitud hacia adelante, en el laboratorio esta definida por:

$$f(\nu) = x_f^+ \left[f_1(\nu) \vec{E}_2 \cdot \vec{E}_1 + i \vec{\sigma} \cdot (\vec{E}_2 \times \vec{E}_1) f_2(\nu) \right] x_i \quad (4.4)$$

donde x_i, χ_i representan espinores de Pauli de dos componentes, $\vec{\epsilon}_1, \vec{\epsilon}_2$ son los vectores de polarización de los fotones inicial y final respectivamente. $\nu = \frac{p \cdot q}{M_N}$ la masa del nucleón. Promediando sobre el spin del nucleón $f(\nu) = \frac{M_N^2}{4\pi}$; $f(\nu)$ está relacionada al elemento de matriz invariante M_{fi} (ecuación 2.5) por $f(\nu) = \frac{M_N^2}{4\pi}$ el teorema óptico

$$\text{Im } f(\nu) = \frac{\nu \sigma_{\text{tot}}(\nu)}{4\pi} \quad (4.4')$$

Relaciones de dispersión.

Utilizando el formalismo de Wick, el elemento de matriz para el efecto Compton, (promediado sobre espín) está dado por:

$$\langle p'q' | R | pq \rangle^{\text{un}} = \frac{i^2}{2\omega_q} \int d^4x d^4y \frac{e^{+iq' \cdot y}}{(2\pi)^{3/2} \sqrt{2\omega_{q'}}} \cdot \vec{\epsilon}_2 \cdot \langle p' | \theta(\gamma_0 - x_0) \times [A_\lambda(y), A_\lambda(x)] | p \rangle \frac{\vec{\epsilon}_1 \cdot e^{-iq \cdot x}}{(2\pi)^{3/2} \sqrt{2\omega_q}} \epsilon^\lambda \quad (4.5)$$

haciendo un cambio de variables

$$\gamma = \frac{1}{2} z + \xi \quad (4.6)$$

$$x = \frac{1}{2} z - \xi$$

usando

$$\square^2 A_\lambda(\gamma) = j_\lambda(\gamma) = e^{iP \cdot \xi} j_\lambda\left(\frac{1}{2} z\right) e^{iP \cdot \xi} \quad (4.7)$$

obtenemos

$$\langle p'q' | R | pq \rangle = i (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p+q-p'-q') \frac{1}{\sqrt{2\omega_q}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\omega_{q'}}} \times \\ \times i \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^2z e^{i(q+q') \cdot z} \theta(z_0) \langle p' | [j_\lambda\left(\frac{1}{2} z\right), j_\lambda\left(-\frac{1}{2} z\right)] | p \rangle$$

donde (4.4) inmediatamente

reconocen:

$$f_1(p, q, p', q') = \frac{-i}{(2\pi)^3} \int d^2z e^{i(q+q') \cdot z} \theta(z_0) \langle p' | [j_\lambda\left(\frac{1}{2} z\right), j_\lambda\left(-\frac{1}{2} z\right)] | p \rangle \quad (4.8)$$

La condición de microcausalidad:

$$[j_\lambda\left(\frac{z}{2}\right), j_\lambda\left(-\frac{z}{2}\right)] = 0 \quad \text{para } z^2 < 0 \quad (4.9)$$

La función escalar θ en (4.8) - (4.9) implican que $f_1(q)$ es la transformada de Fourier de una función que ocurre fuera del cono de luz.

En el laboratorio podemos escribir:

$$f_1(\nu) = \frac{i}{(2\pi)^3} \int_0^\infty d^2z_0 \int d^3z e^{i\nu(z_0 - \vec{q} \cdot \vec{z})} F_{\lambda\lambda}(\vec{z}_1, z_0) \quad (4.10)$$

Cambiando $q \rightarrow -q$ en (4.8) obtenemos:

$$f(-q - iq) = f^*(q + iq) \quad (4.11)$$

que implica^o

$$\text{Re } f(-q) = \text{Re } f(q) \quad (4.12)$$

Estas condiciones deben ser suplementadas por la condición de analiticidad real de f :

$$f(v - i\epsilon) = f^*(v + i\epsilon) \quad (4.13)$$

La condición de causalidad impone:

$$F_{\lambda\lambda}(\vec{z}, z_0) = 0 \quad \text{para } z_0 < i|\vec{z}|$$

de lo que resulta que la integral en (4.13) debe efectuarse en la región $z_0 - \vec{q} \cdot \vec{v} > 0$. Prolongando v al campo complejo, la integral permanece bien definida para $\text{Im } v > 0$ y podemos entonces usar (4.8) para definir la continuación analítica de la amplitud de dispersión hacia adelante, en el semiplano superior del plano complejo v .

Usando el teorema de Cauchy, (4.11), (4.12) y (4.4') podemos escribir la relación de dispersión para $f_i(v)^9$

$$\text{Re } f_i(v) = f_i(0) + \frac{v^2}{(2\pi)^2} P \int_0^\infty \frac{d\nu' \sigma_{\text{tot}}(\nu')}{v'^2 - v^2} \quad (4.14)$$

donde $P \int$ representa el valor principal integral y hemos introducido una substracción. Si nos restringimos a orden¹⁰ $\alpha, \sigma_{\text{tot}}(v)$ incluye solo la sección total hadrónica (de fotoproducción). La constante de substracción, que lo hemos tomado a frecuencia cero, es el límite de Thomson:¹⁰⁻¹¹

$$f(0) = -\frac{\alpha}{M} \quad (4.15)$$

Por lo que reescribimos (4.14):

$$\text{Re } f_i(v) = -\frac{\alpha}{M} + \frac{v^2}{(2\pi)^2} P \int_{\nu_0}^\infty d\nu' \frac{\sigma_{\text{tot}}(\nu')}{v'^2 - v^2}$$

donde ν_0 es el umbral de fotoproducción de piones, $\nu_0 = \mu^2 + \mu^2/2M$, μ es la masa del pión. Por lo que hemos visto, la derivación de las relaciones de dispersión para el efecto Compton hacia adelante está

basada en principios muy generales. Quede claro que un examen cuidadoso de (4.10) es de gran importancia. Dicho análisis requiere:

a) conocer las secciones de fotoproducción desde el umbral hasta energía infinita, para calcular (4.14) y comparar dicho resultado con la medición directa de $\text{Re } f_i(v)$. Es obvio que el cálculo

de $\text{Re } f(\nu)$ para ν chico es insensitivo a la extrapolación usada en $\sigma_{\text{tot}}(\nu)$ para energías menores que las actualmente medidas, debido al factor de convergencia $\frac{1}{\nu^2}$. En cambio la evaluación de $\text{Re } f(\nu)$ a altas energías depende fuertemente de dicha extrapolación, y puede *proveer* un método (cuando se compara con medición directa) de discriminación de modelos de dispersión a altas energías. En otras palabras, el cálculo de $\text{Re } f(\nu)$ a bajas energías usando las relaciones de Kramers y Krönig¹⁶ (4.16) permitiría constatar la validez de principios generales de teoría axiomática y causalidad microscópica, (parte del supuesto de que las secciones asintóticas no enloquecen). Suponiendo que la teoría es correcta (los valores medidos coinciden con los calculados a bajas energías), si a posteriori encontramos discrepancias a altas energías, sería indicativo de la presencia de fenómenos *nuevos* a energías todavía no accesibles en los laboratorios (producción de quarks?).

La información experimental requerida para ambos cálculos no es de obtención sencilla, en particular la medición precisa de secciones totales se ve dificultada por la presencia de los eventos electromagnéticos que son ampliamente dominantes a ángulos chicos. Las primeras mediciones sistemáticas desde el umbral hasta 20 Gev. fueron hechas en SLAC en 1967¹³. Usando dichos resultados Damashek y Gilman¹⁴ calcularon $\text{Re } f(\nu)$. Independientemente, Domínguez, Ferro Fontán y Guzmán¹⁵⁻¹⁶ examinaron el comportamiento de $\text{Re } f(\nu)$ para altas energías. Dichos resultados serán discutidos en la próxima sección y en el capítulo V.

Se han reportado¹⁷ recientemente mediciones directas de la parte real. El procedimiento utilizado consiste en medir la asimetría en la distribución de pares¹⁸ (Ver Fig. 15) en la reacción:

$$\gamma + p \rightarrow p + e^+ + e^-$$

$$A = A_c(\gamma) + A_{BH}(2\gamma)$$

A primer orden, la amplitud que describe dicha reacción es la suma de la amplitud de Compton Virtual, como el fotón decae al par $e^+ + e^-$ (amplitud que es impar ante conjugación de carga C) más la primera aproximación Born de la amplitud de Bethe-Heitler (que es par ante C). Por consiguiente, aliendo la interferencia entre los dos términos

$$d\sigma_{\text{int}} = \frac{1}{2} [|A(e^+, e^+)|^2 - |A(e^-, e^+)|^2]$$

$$= 2 \text{Re} [A_{\text{comp}}(\gamma) A_{BH}(2\gamma)]$$

que es antisimétrica ante el cambio de los \angle de los fotones. Para comparar la amplitud así medida con el cálculo dispersivo, es necesario que la más invariante del par electron-positron sea pequeña (q^2 pequeño), las mediciones fueron hechas a $\langle \nu \rangle_{\text{non}} = 2.2 \text{ Gev}$, y los resultados son consistentes con los cálculos dispersivos, aunque los errores experimentados son grandes.

4.3 Polos Fijos en $J=0$.

El modelo de polos Regge ha resultado bastante satisfactorio en el entendimiento (al menos cualitativamente) de las reacciones hadronicas a dos cuerpos. Dado las similitudes que el efecto Compton presenta con las reacciones elasticas puramente fuertes, asumiremos que el comportamiento de Regge es valido en el efecto Compton.

Para la amplitud $f_L(\nu)$ que es par ante la transformacion de cruce $\nu \rightarrow -\nu$ (ecuacion 4.11) el limite de Regge este dado por:

$$f_L(\nu) \xrightarrow{\nu \rightarrow \infty} f_L^R(\nu) = \sum_{\alpha_i \leq 1} \frac{(1 + e^{i\pi\alpha_i(\nu)})}{\sin \pi\alpha_i(\nu)} \left(\frac{\beta_i}{4\pi}\right) \nu^{\alpha_i(\nu)} \quad (4.17)$$

Visto desde el canal t, el estado de los fotones es par ante conjugacion de carga, por lo que si lo tenemos que considerar trayectoria con $G=+$, las trayectorias dominantes para el efecto Compton sobre protones son el Pomeron P, ($\alpha(0) = 1$), el $P'(\sigma f)$ y el $A_2(\alpha_{P,A_2}(0) \leq 1/2)$. Termos con $\alpha(0) = 0$ solo contribuyen en la parte real. (Observar que no hemos introducido $T(\alpha)$ para eliminar los polos escurcos en enteros pares, se sobreentiende que esta incluida en la β).

La presencia de un termino con $\alpha = 0$ sera considerado como un polo fijo que no nos ninjan Regge conocido con $\alpha = 0$ que se aplica a $f_L(\nu)$. $\alpha = 0$ es un punto de signature correcta para $f_L(\nu)$ enclimado que si una parte real constante sobrevive a alta energias constituiria un buen candidato a ser un polo fijo correcto. Para evaluar su contribucion, efectuemos una resta finita, siguiendo el procedimiento canonico, de aplicar el teorema de Cauchy a la amplitud:

$$f_L^R(\nu) = - \left(\sum_{\alpha_i > 0} \frac{(-1 - e^{i\pi\alpha_i(\nu)})}{\sin \pi\alpha_i(\nu)} \left(\frac{\beta_i}{4\pi}\right) \nu^{\alpha_i(\nu)-1} + c \right) \quad (4.18)$$

en el circuito de integracion fig. (4.18). Suponiendo que para $\nu > N$, $\text{Im} f_L(\nu) = \text{Im} f_L^R(\nu)$, con precision arbitraria, para N suficientemente grande, obtenemos la resta suma

$$\left[f_L(0) - c \right] = \frac{1}{2\pi^2} \left[\int_{\nu_0}^N d\nu \frac{d}{d\nu} f_L^R(\nu) - \sum \frac{\beta_i N^{\alpha_i(0)}}{\alpha_i(0)} \right] \quad (4.19)$$

con $f_L(0)$ dado por el limite de Thomson.

Observar que el valor de C puede también calcularse, mediante el cómputo de la parte real usando (4.14), (bajo los mismos supuestos) y comparar dicho resultado con el obtenido usando (4.17).²² resulta posible también calcular C via reglas de suma de momento continuo, (que se obtienen aplicando el teorema de Cauchy al producto de la amplitud de dispersión por una función analítica conocida, $\omega(\nu)$ definido en el mismo recinto, pero con propiedades de cruce opuestas). En Ref.¹⁵ hemos elegido como función de peso $\omega(\nu) = \exp(-\frac{1}{2} i\pi x) (\frac{\nu}{N})^x$, donde x es un parámetro continuo, y consideramos la cantidad:

$$g(\nu) = \frac{f'(\nu)}{\nu} + \frac{\alpha}{\mu \nu}$$

La posible ventaja de dicho caso de reglas de suma radica en el hecho de que la función de peso permite variar a voluntad en las reglas de suma las contribuciones provenientes de distintas regiones del espectro. En dichas reglas de suma se incluyen también a la parte real de $f(\nu)$, que es desconocida. Expresando dicha parte real, mediante relaciones de dispersión²³ en la regla de suma y **expandiendo** los denominadores en serie de potencias, dichas reglas de suma se reducen a una superposición de reglas de suma de momentos discretos.

Usando (4.19), relaciones de dispersión y reglas de suma de momentos continuos, analizamos la amplitud Compton sobre protones (Ver Capítulo V) y concluimos (Ver también Ref.¹⁴) que además del comportamiento standard de Regge hay un término constante en la parte real de $f_1(\nu)$ sobre protones, cuya magnitud y signo coincide con el límite de Thomson.

$$\text{Re } f_1^{\text{proton}}(\nu) \xrightarrow{\nu \rightarrow \infty} -\frac{\alpha}{\mu} + \beta_p \sqrt{\nu}$$

Dicho análisis ha sido también hecho sobre neutrones¹⁶, lo que exigió una cuidadosa extracción de la información relevante proveniente de los datos de efecto Compton sobre deuterones, recientemente medida, el resultado de dicho cálculo también coincide con el límite de Thomson (cero):

$$\text{Re } f_1^{\text{neutron}}(\nu) \xrightarrow{\nu \rightarrow \infty} \beta_n \sqrt{\nu}$$

Estos resultados indican que tal término constante, proviene exclusivamente de la componente isovectorial $I_t = 1$, en el canal t.²⁴ Esto tiene consecuencias, que pueden considerarse interesantes en el anciano problema de las diferencias de masa protón-neutrón calculada con la fórmula de Cottingham, que discutiremos en otro trabajo.

Notemos finalmente, que la presencia

fijas en

esta íntimamente relacionada con la necesidad de demostrar la relación de dispersión. Esto puede verse convenientemente de la siguiente manera: consideremos una amplitud $f(\nu)$ (que sea por ante el cruce) que satisficiera una relación de dispersión no sustraída:

$$\operatorname{Re} f(\nu) = \frac{1}{\pi} P \int_0^{\infty} d\nu' \frac{\operatorname{Im} f(\nu')}{\nu'^2 - \nu^2} \quad (4.20)$$

que ello sea posible, el comportamiento asintótico debe estar acotado superiormente:

$$\operatorname{Im} f(\nu) \xrightarrow{\nu \rightarrow \infty} \nu^{-\epsilon} \quad \epsilon > 0. \quad (4.21)$$

que reemplazando en (4.20) y tomando el límite $\nu \rightarrow \infty$ obtenemos:

$$\operatorname{Re} f(\nu) \xrightarrow{\nu \rightarrow \infty} -i\pi \frac{\epsilon}{2} \nu^{-\epsilon} \quad (\text{para } \epsilon \text{ no entero}) \quad \text{valores fijos.} \quad (4.22)$$

4.4 Naturaleza del polo fijo en $\gamma = 0$

Hubo varios intentos en la literatura, tendientes a entender la naturaleza ²⁶ origen de dicho polo fijo. Brodsky, Close y Junion (B.C.G.) mostraron que tales términos aparecen naturalmente en teorías en las cuales los hadrones ²⁶ partículas compuestas ²⁶ los constituyentes ²⁶ se copian puntualmente la corriente externa (en un sistema de referencias apropiado). Visitemos su modelo. Ellos consideran una variedad de ²⁶⁻²⁷ de partones ²⁶⁻²⁷ constituyentes puntuales. (Es posible un certificado de nacimiento este solamente registrado en los libros de teorías de Campos). Dicho tipo de modelos ha resultado fructífero (aunque no sin inconvenientes) en su habilidad de explicar el fenómeno de escala ²⁸ observado en los experimentos de electroproducción inelástica (que esencialmente mide la parte imaginaria de la amplitud de Compton hacia adelante para fotones virtuales). En dicho trabajo B.C.G. extienden el rango de aplicación del modelo de partones (inicialmente introducido para estudiar las partes imaginarias de la amplitud completa de Compton).

²⁸ Despreciadamente, teniéndose en cuenta el requisito de cinematica (Ver Fig. 17)

La amplitud Compton, para fotones virtuales, puede escribirse como $\epsilon^\mu T_{\mu\nu} \epsilon^\nu$ donde $T_{\mu\nu}$ puede inmediatamente escribirse usando invariancia de medida y covariancia como

$$T_{\mu\nu} = \left(-g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} \right) T_1(q^2, \nu) + \frac{1}{M^2} \left(P_\mu - \frac{P \cdot q}{q^2} q_\mu \right) \left(P_\nu - \frac{P \cdot q}{q^2} q_\nu \right) T_2(q^2, \nu) \quad (4.23)$$

donde q^2 es el momento transferido, M es la masa del blanco, $v = \frac{P \cdot q}{M}$ es la energía del fotón virtual en el laboratorio. La condición de que $T_{\mu\nu}$ sea finita para $q^2 \rightarrow 0$, implica:

a) aislando el coeficiente de $q_\mu q_\nu$

$$T_2(\nu, q^2) \xrightarrow{q^2 \rightarrow 0} O(q^2) \quad (4.24)$$

b) aislando el coeficiente de $g_{\mu\nu}$ resulta

$$(T_1 + \frac{\nu^2}{q^2} T_2) = O(q) \quad (4.25)$$

$$T_1 = -\frac{\nu^2}{q^2} T_2 \quad \text{para } q^2 = 0$$

La normalización es tal

$$f_1(\nu) = \frac{\alpha}{2M} T_1(\nu, 0) \quad (4.26)$$

Consideremos la amplitud constante de la teoría superrenormalizable $g\phi^3$, en la cual un "proton" de masa M interactúa con una partícula escalar neutra. El factor de forma electromagnética $F(q^2)$ hasta segundo orden usando F.F.D. en el I.M.F., técnica que va a dar resultado idéntico. Necesitamos aclarar los verticados geométricos, que están representados en la fig. (18).

El factor de forma $F(q^2)$ puede calcularse trivialmente, usando las reglas del Capítulo II a partir de los diagramas de Feynman de la fig. (19). Recordemos que en ϕ^3 el solo ordenamiento temporal por cada diagrama de Feynman recordamos

$$\langle p' | j^\mu | p \rangle = e(p+p')^\mu F(q^2)$$

Usamos el sistema de referencia

$$P_\mu = (P + \frac{M^2}{2P}, \vec{0}, P) \quad (4.27)$$

el impulso intermedio P_1 ver fig. 19

$$P_1 = \left[(1-x)P + \frac{\vec{k}_\perp^2 + M^2}{2(1-x)P}, \vec{k}_\perp, (1-x)P \right] \quad (4.28)$$

La distribución en $q^2=0$ está dada por

$$F_1(0) = 1 + B^{(2)} + L^{(2)} \equiv \int_0^1 f(x) dx \quad (4.29)$$

$$L^{(2)} = -B^{(2)} = \left(\frac{1}{2}\right) \frac{q^2}{(2\pi)^3} \int d^2 k_\perp \int_0^1 dx \frac{x(1-x)}{[k^2 + x\mu^2 + (1-x)^2 M^2]^2} \quad (4.30)$$

$L^{(2)} = -B^{(2)}$ (Identidad de Ward). Como $L^{(2)}$ es finita. (Teoría superrenormalizable)

Como consecuencia de la identidad de

$$F_1(0) = 1$$

De 4.29 y 4.30 concluimos que

$$(4.31)$$

$$f(x) = Z_2 \int d^2k \frac{x(1-x)}{[k^2 + x\mu^2 + (1-x)^2 M^2]^2}$$

con

$$Z_2 = \frac{1}{(1-B)} = 1 + B^{(2)} + O(g^4)$$

Consideremos ahora los diagramas de corrección a efecto Compton a este segundo orden en g .

Parametrizaremos el cuatrivector q^μ :

$$q = \left(\frac{Mv}{2P}, \vec{q}_T, -\frac{Mv}{2P} \right) \quad (4.32)$$

por consiguiente $(p \cdot q) = Mv$, $q^2 = -q_T^2$

(tipo espacio)

Consideremos el vector \vec{q}_T en el eje y.

Podemos sencillamente aislar $T_1(v, q^2)$, $T_2(v, q^2)$ calculando los como enteros:

$$T_{xx} = T_1(v, q^2), \quad T_{yy} = \frac{P^2}{M^2} T_2(v, q^2)$$

De esta manera obtenemos la contribución $T_1(v, q^2)$ proviene de los diagramas señalados en la Fig. (20). Mostraremos primero que los restantes diagramas, (Ver Fig. 21) no contribuyen a T_1 . El diagrama (21-a) contribuye cero por ser antisimétrica.

$$\int \frac{d^2k_1 k_{1x}}{[k_1^2 + a^2]^2}$$

que da cero por

antisimétrica.

El segundo diagrama de la misma figura no contribuye a los términos T_1 ya que se crean y destruyen en los vértices. Los fotones no llevan componente x de impulso.

Calculamos la contribución (20.d)

$$T_1(q^2, v) = \quad (4.33)$$

$$= \frac{g^2}{(2\pi)^3} \int \frac{dx \ 4k_x^2}{(2x)^3 2(1-x) \frac{1}{4} \left[m^2 - \frac{k_x^2 + m^2}{x} - \frac{k_x^2 + \mu^2}{x} - \frac{k_x^2 + \mu^2}{1-x} \right]^2 \left[m^2 2Mv - \frac{(\vec{k}_1 + \vec{q})^2 k_x^2 + \mu^2}{x} \right]}$$

La contribucion del grafico (20.e) obtenemos (4.33)
 reemplazando $\nu \rightarrow -\nu, q \rightarrow -q$. La contribucion del grafico 20.c
 puede directamente leerse de $L^{(2)}$ que da $L^{(2)} \rightarrow T_1(0)$
 perdemos una potencia de ν .

$$(p+p')_{\mu} \rightarrow 2g_{\mu\nu}$$

La contribucion total sera entonces $T_1^{tot}(q^2, \nu) =$ (4.34)

$$= -2 \left[Z_2 + \frac{g^2}{16\pi^3} \int d^2k_{\perp} \int_0^1 dx (1-x) \left(\frac{1}{D^2} - \sum_{\nu} \frac{2k_{\nu}^2 (1-x)}{D^2 [D^2 + x(1-x)q^2 - 2M\nu]} \right) \right] \quad (4.34)$$

Con

$$D = k^2 + x\mu^2 + (1-x)^2 M^2$$

$$D_{\pm} = (\vec{k} \pm (1-x)\vec{q})^2 + x\mu^2 + (1-x)M^2$$

integrando por partes d^2k_{\perp} tomamos el limite $\nu \rightarrow 0$ para $q^2=0$ recuperamos el limite

$$\lim_{\nu \rightarrow 0} T_1(\nu, 0) = -2 = T_{Born} = \frac{2M}{\alpha} f_1(0)$$

Consideremos ahora el limite $\nu \rightarrow \infty, q^2$ fijo. Como ν es ob-
 vio que al afectar la $\int d^2k_{\perp}$ por ν el resultado
 es $\propto \frac{1}{\nu}$ por consiguiente cuando $\nu \rightarrow \infty$, dicha terminada
 contribucion nula-

Comparando (4.34) con (4.31) obtenemos:

$$\lim_{\nu \rightarrow \infty} T_1(\nu, q^2) = T_{Born} \int_0^1 \frac{dx}{x} f(x) \quad (4.35)$$

calcular T_2 , mismo orden en las perturbaciones.
 Calculemos primero $Im T_2(\nu, q^2)$. Los diagramas (Fig. 20) a-c
 no contribuyen a lo mismo; el diagrama e, la region
 fisica de electrodinamica. Solo resta d. (Estamos
 interesados solo en la contribucion a lo largo del
 limite de escala $\nu \rightarrow \infty, 2M\nu/q^2 = \omega$ antes de pasar
 a calcular dicho diagrama, mostramos que la contribucion
 (21) da contribucion cero.

El diagrama (A) da una contribucion $T_2: T_{2a} = \frac{P^2}{M^2} T_2(\nu, q^2) =$

$$= \frac{P^2 g^2}{(2\pi)^3} \int d^2k_{\perp} \int_0^1 dx \frac{x(1-x)}{D [D^2 - x(1-x)(2M\nu - q^2) - i\epsilon] (2M\nu - q^2 - i\epsilon)}$$

Observer D es ν positivo. contribucion

imaginaria, proveniente del polo en el denominador, debe ser multiplicada por $\frac{1}{2M\nu - q^2} \rightarrow 0$ en el límite altamente inelástico.

Usando el mismo argumento, para el diagrama (a/b) puede demostrarse que da contribución nula. Los únicos diagramas que dan contribución finita a la parte absorbtiva, son aquellos en que la línea interna sobre la que actúa la corriente se propaga, libremente entre los dos vértices electromagnéticos. Dicho argumento puede generalizarse, para todo orden finito en teoría de perturbaciones (para $\mathcal{O}(\rho^3)$).

Evaluemos a continuación la contribución a la parte imaginaria de en dicho límite: $T_{zz} = \frac{P^2 q^2}{(2\pi)^3} \int d^3k \int_0^1 \frac{dx}{x(1-x) [m^2 - \frac{k^2 + q^2}{x} - \frac{k^2 + M^2}{1-x}]^2 D_2$

con $D_2 = \frac{1}{2} [2M\nu - \frac{q^2}{x} + O(1) - i\epsilon]$

Usando $\frac{1}{x \pm i\epsilon} = \mathcal{P} \frac{1}{x} + i\pi \delta(x)$ obtenemos

$$\text{Im } T_{zz} = 4\pi P^2 \int_0^1 dx f(x) \delta(2M\nu - q^2/x)$$

Definiendo: $\nu W_2(\nu, q^2) = \frac{1}{2\pi M} \nu \text{Im } T_2$ obtenemos:

$$\lim_{\nu \rightarrow \infty, 2M\nu/q^2 \text{ fijo},} \nu W_2(\nu, q^2) = x f(x) \Big|_{x = \frac{1}{2M\nu}} = -q^2/2M\nu \quad (4.36)$$

que es la derivación del límite de escala. Los experimentos, confirman que $\nu W_2(\nu, q^2)$ depende solamente de x aun para $-q^2$ tan chicos como 1.5 GeV^2 .

Podemos calcular también, al mismo orden en g , la parte real de T_2 , que resulta ser:

$$\lim_{\nu \rightarrow \infty} \nu T_2(\nu, q^2) = -\frac{q^2}{2} T_1^{\text{Born}} \int_0^1 \frac{dx}{x} f(x) \quad (4.37)$$

Resultado que es válido para todo q^2 , no solamente en el límite $-q^2 \rightarrow \infty$

Obviamente (4.37) satisface la condición (4.25) de invariancia de medida. B.C.G. han demostrado que los resultados (4.35) y (4.37) son también válidos para constituyentes de espín 1/2 que interactúan por intercambio de mesones pseudoescalares (acoplamiento γ_5) o mesones vectoriales (acoplamiento γ_μ). La forma explícita de $f(x)$ dependerá naturalmente del tipo de acoplamiento elegido. En ambas teorías se cumple que la contribución a la parte real de $T_1(\nu, q^2)$ en el límite $\nu \rightarrow \infty$, proviene del diagrama 'Z' en el sistema de referencia de impulso infinito, que como hemos discutido en el capítulo IV, se comporta como el diagrama gaviota en teorías escalares. Notar también que en ambas teorías la amplitud de dispersión Compton debe ser regularizada utilizando el procedimiento descrito en el capítulo III.

La regularización aparte de garantizar la convergencia asegura la invariancia de medida de la teoría y el cumplimiento de los teoremas de bajas energías. En teorías en las cuales, se acotan los impulsos transversos (como las de Drell, Levy y Yan), la invariancia de medida solo se satisface en el límite de $q^2 \rightarrow \infty$. También sabemos

que las amplitudes debidamente renormalizadas, no contienen divergencias infrarrojas lo que implica que $f(x) \xrightarrow{x \rightarrow 0} 0$, en cualquier orden finito en teorías de perturbaciones. El argumento dado para $g \neq 0$ se puede generalizar para cualquier orden finito en teoría de perturbaciones de la siguiente manera:

a) Calcular el factor de forma electromagnética en el IMF. Las distintas contribuciones pueden clasificarse tomando en cuenta el número de estados intermedios presentes en el instante en que actúa la corriente (Fig. 22) y el tipo de constituyente "a" de carga $q \lambda_a$ (donde λ_a puede no ser entero, como en el modelo de quarks) sobre el cual actúa la corriente.

Para $q^2 = 0$, la diferencia entre los diagramas 22a y 22b' de la Fig. 22 es la siguiente: en la figura a, habrá un factor $2x$ proveniente del vértice que es compensado por el $1/2x$ de la nueva línea. El mismo resultado es válido para constituyentes de espín 1/2 con los acoplamientos descriptos. (Ver la prueba de la identidad de Ward en el capítulo III).

Concluimos entonces que

$$F_1(0) = 1 = \int_0^1 dx \sum_a \lambda_a N_a^n f_a^n(x) \equiv \int_0^1 dx \sum_a \lambda_a f_a(x) \quad (4.38)$$

donde N_a^n representa la multiplicidad del parton "a" en un estado de n constituyentes, $f_a(x)$ se obtiene integrando $\int d^2k_1 d^2k_2 \dots d^2k_n A(p, \dots, p_n)$ donde $A(p, \dots, p_n)$ representa el integrado en figura b', y puede escribirse también

$$f_a^n(x) = \int dx_1 \dots dx_n f_n(x_1, \dots, x_n) \delta(1 - \sum_{i=1}^n x_i) \quad (4.39)$$

donde $f(x_1, \dots, x_n)$ es la probabilidad conjunta de encontrar partones, con componentes longitudinales x_1, x_2, \dots, x_n , en el IMF (independientemente de su carga).

La interpretación probabilística (4.38) es válida siempre y cuando $Z_2 \neq 0$, pues si $Z_2 = 0$, $\int f(x) dx$ puede ser infinita.

b) Para obtener, el límite asintótico en T_1 (Fig. 22 a') observamos que comparando con el cálculo del factor de forma, perdemos una potencia de X , lo mismo sucede para partículas de Dirac (los gráficos Z_2 no introducen denominadores de energía).

Finalmente obtenemos

$$\lim_{\nu \rightarrow \infty} T_1(\nu, q^2) = T_1^{B=0} \sum_a \lambda_a^2 \int_0^1 \frac{f_a(x)}{x} dx = -\frac{\nu^2}{q^2} T_2 \quad (4.40)$$

Para $q^2 = 0$, concluimos que

$$\begin{aligned} \lim_{\nu \rightarrow \infty} \text{Re } f_1(\nu) &= -\frac{\alpha}{M} \sum_a \lambda_a^2 \int_0^1 \frac{f_a(x)}{x} dx = \\ &= -\sum_a \alpha \lambda_a^2 \left\langle \frac{1}{Mx} \right\rangle \end{aligned} \quad (4.41)$$

que se asemeja mucho al resultado que se obtiene en Física nuclear para altas energías (si el umbral de fotoproducción de piones formalmente se lo hace tender a infinito)

$$\text{Re } f_i(\nu) = -Z\alpha \sum_{i=1}^Z \frac{1}{E_i} + \text{CORRECCIONES DE ATARI} \quad (4.42)$$

Las ecuaciones (4.40) y (4.41) constituyen las predicciones para el polo fijo en teoría de perturbaciones.

Dicho resultado puede explicarse en forma simple, para frecuencias bajas la longitud de onda del foton es mucho mayor que las dimensiones del Hadron, y por consiguiente el foton "ve" al hadron como a una partícula elemental y por consiguiente resulta el límite de Thomson: $-\frac{q^2}{M}$ para el proton, cero para el neutron. Para altas energías el foton es dispersado por los constituyentes, y en la dirección hacia adelante, las contribuciones provenientes de los distintos constituyentes cargados se suman ^{en fase} (dispersión coherente) con lo que el resultado (4.41) resulta.

Hasta ahora nos hemos limitado a considerar modelos perturbativos donde $f(x) \xrightarrow{x \rightarrow 0} 0$. Desgraciadamente el mundo real puede ser muy distinto y $f(x)$ puede divergir cuando $x \rightarrow 0$, divergencia que se origina en el comportamiento de Regge en dicha región ⁹²:

$$f(x) \xrightarrow{x \rightarrow 0} \sum_{0 < \alpha < 1} x^{-\alpha(0)} \gamma_\alpha \quad (4.43)$$

Dicho comportamiento de Regge arruinaría la regla de suma. No entraremos en detalle, pero B.C.G. demostraron que dicha divergencia es cancelada, por términos adicionales (que no provienen de diagramas tipo gaviota) y sobrevive una contribución finita del polo fijo, en una forma ligeramente alterada. La contribución resultante es:

$$T_i^{\text{P.F.}} = \sum_a \lambda_a^2 \left(\int_0^1 \frac{\tilde{f}^a(x)}{x} dx - \sum_{\alpha > 0} \frac{1}{\alpha} \gamma_a^\alpha \right) \times T_i^{\text{Born}} \quad (4.44)$$

donde $\tilde{f}^a(x)$ esta dada por

$$\tilde{f}^a(x) = f^a(x) - \sum_{\alpha > 0} \gamma_a^\alpha x^{-\alpha(0)} \quad (4.45)$$

El resultado del polo fijo resulta independiente de q^2 (esta implícita la suposición de que la amplitud parton-nucleon que es la

que origina el comportamiento de Regge no contiene polos fijos en $J=0$). El resultado (4.40) sigue siendo valido ($\nu T_2^{P.F.} = -q^2 T_1^{P.F.}$)

Es factible evaluar (4.44) a partir de los datos de dispersion altamente inelasticos. (Ver apendice II). Usando $\lim_{B_i} \nu W_2(\nu, q^2) = F_2(\omega)$ (donde \lim_{B_i} indica, el limite de escala propuesto por Bjorken, $\nu \rightarrow \infty$, $\omega = 2M\nu/q^2$ fijo). $T_2^{Regge} = -(1 + e^{-i\pi\alpha(\omega)}) \nu^{\alpha(\omega)-2} C q^2/\nu^2$ donde C es el residuo del polo fijo reemplazando en (4.44) obtenemos:

$$\int_0^1 \frac{\tilde{f}(x)}{x} dx - \sum_{\alpha > 0} \frac{\gamma_\alpha}{\alpha} = \int_0^\infty \tilde{F}_2(\omega) d\omega = \frac{\nu^2}{2q^2} T_2^{P.F.} = -\frac{C}{2} \quad (4.46)$$

que es precisamente la regla de suma de (Ref. 33), derivada bajo la suposicion de que existe el limite de escala y que el residuo del polo fijo como funcion de q^2 es un polinomio.

Las conclusiones principales que hemos señalado en esta seccion son: En distintos modelos de partones (aparte de los señalados ver tambien el modelo de estado ligado de S.D.Drell y T.D.Lee) sobrevive a altas energias, un termino constante en la parte real de $T_1(\nu, q^2)$ siendo su valor independiente de q^2 . Dicho termino tambien contribuye a la amplitud νT_2 , contribucion que es invariante de escala para todo q^2 . Dicha constante en la amplitud Compton proviene de la interaccion local del foton. En modelos de teorias de campos se encuentra que dicho termino es definido negativo y su valor absoluto difiere del limite Thomson. Uno predeciria entonces que si el neutron es una partícula compuesta, con constituyentes cargados, un resultado distinto de 0 para la contribucion del polo fijo.

En presencia de comportamiento de Regge, no se puede predecir a priori el signo del polo fijo, pero la dependencia en q^2 no se modifica.

Como hemos anticipado la estructura de dicho termino real constante en el plano complejo del momento angular podra ser dilucidada a partir del estudio de la dependencia en t . B.C.G. proponen que dicha dependencia en t :

$$\sum_a \lambda_a^2 \int_0^1 \frac{f_a(x,t)}{x} dx$$

sera similar a la dependencia en t del factor de forma electromagnetico:

$$\sum_a \lambda_a \int_0^1 f_a(x,t) dx = F(t)$$

De los datos que disponemos sobre comportamiento de factores de forma, estos decrecen con el momento transferido en forma mucho mas suave que los intercambios de Regge que caen exponencialmente con t (presumiblemente los factores de forma que caen como una potencia de t) por lo que no seria irrazonable esperar que el polo fijo pueda dominar la seccion eficaz a angulos grandes.

Hemos dado en esta seccion una explicacion detallada de las predicciones provenientes de modelos de partones en cuanto al comportamiento de las partes reales a altas energias. Otro enfoque ha sido dado por H. Harari, que señalo que si fueramos capaces de desenchufar las interacciones fuertes dejando al mismo tiempo conectadas las interacciones electromagneticas, el valor de la amplitud Compton para el proton seria $f_1(\nu) = -\alpha/M$ para todas las energias; de igual manera el resultado para el neutron seria 0. Observar que dicha imagen lleva implicita de alguna manera de que el proton-neutron se comportan como particulas elementales dado que la energia de amarre es responsalbe del teorema de baja energia. Uno podria modificar dicha limitacion insistiendo en que uno pueda ser capaz de desconectar las interacciones fuertes a un cierto nivel, sin desconectarlas al siguiente nivel. Obviamente dicha posibilidad suena poco consistente.

Notas al pie y citas correspondientes al
Capítulo IV.

1. S. C. Frautschi "Regge Poles and S Matrix Theory", (W. A. Benjamin Inc. N. Y. 1963).
2. M. Gell-Mann, M. L. Goldberger, F. E. Low, E. Marx, and F. Zachariasen, Phys. Rev. 133, B145 (1964), véase también H. D. T. Abarbanel "J-plane phenomena in weak interaction" (Irvine-Regge Pole Conference, Diciembre 1969), y referencias citadas en dicho trabajo.
3. D.J.Gross y M.Paget Rev. Letters 20, 901 (1968).
4. J.J.Bronzan, I.S.Gerststein, S.Lee y F.E.Low, Phys. Rev. 157, 1446 (1967), véase también S.L.Adler y R.E.Dashen "Current Algebra" (Benjamin, N.Y., 1968).
5. V.D.Mur, Z.Eksperim, Sov. Phys.: JETP 17, (1963), 18, 727 (1964), A.S.Mueller y I.L.Trueshan, Phys.Rev. 160, 1306 (1967), D2, 953 (1970), H.D.L.Abarbanel, F.E.Low, I.J.Muzinich y J.H.Schwartz, Phys.Rev.160, 1329 (1967).Un enfoque distinto ha sido dado por F.Arbap, R.C.Brower, Phys.Rev. 181, 2124(1969).
6. J.J.Sakurai, Ann. of Physics (N.Y.) 11, 1 (1960), una buena al-
dia que describe los exitos en la confrontación experimental del
modelo de dominancia vectorial se puede ver en: Proc. Fourth
Intern. Sump. on Electron and proton interaction at high energies,
Liverpool, 1969, eds. D.W.Greben and A.E. Hunt (Daresbury Nuclear
Physics Laboratory, Daresbury, Lancashire, England, 1970).
7. M.Gell-Mann, M.L.Goldberger, y S.Thirring, Phys. Rev. 95, 1612 (1954).
8. Al conmutar el operador D'alambertiano con la función θ , al derivar (4.3) a partir de (4.5) no hemos tenido en cuenta el término singular proveniente de la derivada temporal de la función escalon, el término que podría molestarnos en dicha derivación está dado por $\langle P' | [\dot{j}_\lambda(y, y_0), j_\lambda(x, x_0)]_{x_0=y_0} | P \rangle$ donde el punto significa derivada temporal, dadas las relaciones canónicas de conmutación dicho término nos da $-i \vec{v} \cdot \vec{\delta}^3(\vec{x}-\vec{y})$ cuya transformada de Fourier da una contribución a $Re f_1(v)$ que es lineal en v . Usando la propiedad de cruce (4.12) dicha contribución debe anularse.

9. Las relaciones de dispersión para el efecto Compton hacia adelante fueron probadas por S.Gell-Mann, S.L.Goldberger y W. Thirring, Phys.Rev. 55, 1612 (1954).

10. La amplitud puramente electromagnética del efecto Compton en segundo orden en e es real y su valor coincide con el término de Born el cual en la dirección hacia adelante adopta el valor clásico de Thomson.

11. La amplitud de Compton a frecuencia nula solo puede depender de la masa y de la carga de la partícula dispersada y su valor debe coincidir con el límite clásico de Thomson. Todos los efectos de estructura y correcciones radiativas pueden producir un solo efecto a frecuencia nula y este es el de renormalizar la carga y la masa a sus valores físicos. Ver W.Thirring, Phil. Mag. 41, 1193 (1950), S.Gell-Mann S.L.Goldberger, Phys.Rev. 96, 1428 (1954). Observar que (4.15) implica que $f_1(\nu)$ necesita por lo menos una substracción tal como se ha escrito en (4.14), (ver ref. 9), pues si tratarámos de escribir una relación de dispersión no sustraída:

$$\text{Re } f_1(\nu) = \frac{1}{2\pi^2} \mathcal{P} \int_0^\infty \frac{d\nu' \nu'^2 \sigma_{\text{Tot}}(\nu')}{\nu'^2 - \nu^2}$$

al tomar el límite $\nu \rightarrow 0$ obtendríamos el resultado contradictorio:

$$-\frac{\alpha}{M} = \frac{1}{2\pi^2} \int_0^\infty \sigma_{\text{Tot}}(\nu') d\nu'$$

que es obviamente incorrecto. Esto constituye un ejemplo excelente de restricciones que los teoremas de caja energía y analiticidad imponen en el comportamiento a altas energías. Notar también que la cota de Froissard no está demostrada para procesos iniciados por corrientes $\left(\sigma_{\text{Tot}}(s) \leq \text{Const.} \times \ln^2(s/s_0) \right)$

por lo que en principio (4.14) podría requerir aun de una substracción. Los datos disponibles no demuestran evidencia alguna que pueda favorecer a esta posibilidad.

12. A.Krönig, J.Op.Soc. Am., 12, (1926); H.A.Kramers, Atti. Congr. Intern. Fisici Como (1927).

13. E.D. Bloom et al, SLAC-PUB-059, September 1969, presentado en el Simposio Internacional sobre Interacciones de Electrones y Fotones a Altas Energías, Derebury, Setiembre (1969). En dicho experimento la sección total de fotoproducción hadrónica fue obtenida a partir de las secciones eficaces totales de dispersión inelástica electron proton extrapoladas al límite de momento transferido nulo. Mas recientemente fueron reportadas mediciones directas *de Goro*. Véase T.A. Armstrong et al Phys. Rev. D5 1040 (1972).

14. M. Damashek y F.J. Gilman, Phys. Rev. D1, 1310 (1970).

15. C.A. Dominguez, C. Ferro Fontan and R. Suaya, Phys. Letters 31B, 365 (1970).

16. La calculación hecha en la ref. 13 fue repetida, entre otras cosas, usando la reciente data Nina de Armstrong et al (ref. 15) por C.A. Dominguez, J. Junion y R. Suaya, Phys. Rev. D6, 1404 (1972).

17. H. Alvensleben et al, Phys. Rev. Letters. 31, 308 (1973).

18. S. Brodsky y J. Gillespie, Phys. Rev. 173, 1011 (1968).

19. Debe ser tenido en cuenta que lo que aquí llamamos polo fijo ($\alpha(t) \equiv 0$) puede que no lo sea, para estudiar su comportamiento en el plano complejo J es necesario estudiar la amplitud Compton para $t \neq 0$. Es necesario también recordar al lector que un término constante en la parte imaginaria de la amplitud no está prohibido pese a que la amplitud $f_1(\nu)$ debe ser par ante la transformación de cruce. Uno puede siempre construir modelos de amplitudes que satisfagan dicha propiedad de cruce y que sean tales, que para $\nu \rightarrow 0$ la parte imaginaria contiene un término constante, tal término da lugar a una parte real que crece logarítmicamente. Su presencia no puede justificarse dentro del marco de modelos de polos de Regge. En modelos que incluyen cortes de Regge (donde la contribución del corte está dada por $C = \gamma x$) podemos encontrar un término constante en la parte real ($\alpha_c(0) = \alpha_1(0) + \alpha_2(0) - 1 \approx 0$). Dicha posibilidad no puede descartarse, pero resultaría difícil entender los resultados del cálculo del polo fijo para protones y neutrones.

20. R. Dolen, D. Horn, y C. Schmid, Phys. Rev. 166, 1768 (1968).
M.J. Creutz, S.D. Drell y E.A. Paschos, Phys. Rev. 178, 2300 (1969),
dichos autores derivaron dicha regla de suma y son los primeros
que sugirieron la posibilidad de un polo fijo en $J=0$ en $f_1(\nu)$
21. La presencia de un termino constante en $\text{Im} f_1(\nu)$ (ver nota
19), agregaria un termino logaritmico al miembro izquierdo de la
ecuacion (4.19).
22. Que esto sea asi no es sorprendente dado que la regla de suma
(4.19) puede tambien demostrarse dispersando la amplitud (4.18)
e introduciendo el limite $\nu \rightarrow \infty$ dentro de la integral (ver ref.14).
23. S. Ferrari y G. Violini, Phys. Letters 26B, 664 (1969).
24. No seria correcto invocar dualidad para concluir que el polo
fijo esta generado solamente por resonancias.
25. S. Brodsky, F.E. Close y J.F. Gunion, Phys. Rev. D5, 1385 (1972).
26. R.P. Feynman, Phys. Rev. Letters 23, 1415 (1969) introdujo el
concepto de partones; verse tambien J.D. Bjorken y E.A. Paschos
Phys. Rev. 185, 1975 (1969).
27. Modelos de partones en teorias de campos (usando una expansion
perturbativa) fueron primero propuestos por S.D. Drell, D.J. Levy y
T.M. Yan (ya citado), ver tambien Ann. Phys. (N.Y.) 66 (1971) 575;
el fenomeno de escala en teoria de perturbaciones en dispersion
altamente inelastica electron-proton (para teoria de campos "rea-
listas") solo se logra si los momentos transversos son amputados.
De no ser asi se observan desviaciones logaritmicas al limite de
escala en las funciones de estructura. Ver S.J. Chang y F.K.
Fishbane, Phys. Rev. D2, 1064 (1970). Modelos de partones en teo-
ria de campos en los cuales no se recurre al tratamiento perturba-
tivo fueron discutidos por F. Landshoff, J.D. Ojaishorne y R.D.
Short, Nucl. Phys. 152, 221 (1971). Modelo de estado ligado
fueron discutidos por S.D. Drell y T.D. Lee, Phys. Rev. D5, 1736 (1972).
Para una corta reseña sobre modelos de partones ver: C.H. Lovellyn
Smith, Springer Tracts in Mod. Phys. vol. 62.

28. F.J.Gilman, Phys. Reports 4C, No. 5 (1972) y referencias citadas en dicho trabajo.

29. En el limite $q = 0$ no existen ambigüedades. Para $q \neq 0$ pueden contribuir a $F(q^2)$ diagramas del tipo de la Fig (3-C), si la corriente se la elige puramente transversa, dicho diagrama^{no} contribuye a J^0 o J^3 .

30. Dicho limite no es uniforme, debe primero tomarse $q^2 = 0$.

31. Dicho limite ha sido predicho por J.Bjorken, ver: Proceeding of the International School "Enrico Fermi" (Varena, Italia), editado por J.Steinberger, Academic Press (N.Y.) 1967.

32. El comportamiento de Regge para T_1 y T_2 puede obtenerse inmediatamente si expresamos las partes imaginarias W_1 y W_2 como funcion de las secciones totales para fotones polarizados transversal σ_T y longitudinalmente σ_L ($q^2 \neq 0!$). Ver L.N.Hand Phys. Rev. 129, 1834 (1963):

$$W_1(q^2, \nu) = \frac{\nu - Q^2/2M}{4\pi^2\alpha} \sigma_T(\nu, Q^2)$$

$$W_2 = \frac{(\nu - Q^2/2M) Q^2}{4\pi^2\alpha (Q^2 + \nu^2)} [\sigma_T(\nu, Q^2) + \sigma_L(\nu, Q^2)]$$

$$Q^2 = -q^2$$

Para $Q^2 = 0$, $\sigma_T(\nu, 0)$ es la seccion total de fotoproduccion, $\sigma_L(\nu, 0) = 0$ (invariancia de medida).

En el limite de Regge: ($\nu \rightarrow \infty$, Q^2 fijo), $\sigma_{T,L} \rightarrow \beta_{T,L}(q^2) \nu^{\alpha(q^2)-1}$

por lo que concluimos: $W_2 \rightarrow \beta_2(q^2) \nu^{\alpha(q^2)-1}$, $W_1 = \beta_1(q^2) \nu^{\alpha(q^2)}$

$$T_{1,2}(-\nu - i\epsilon) = T_{1,2}(\nu + i\epsilon),$$

son pares ante la transformacion de cruce. Finalmente si podemos conmutar el limite de Bjorken, con el limite de Regge:

$$\nu W_2^A(\nu, Q^2) \rightarrow F_2^A(x) = \sum \gamma_2 x^{1-\alpha(q^2)}, \quad x = \frac{1}{\omega} = \frac{Q^2}{2M\nu}$$

y comparando con (4.36) obtenemos (4.45).

33. J.M.Cornwall, D.Corrigan y R.Norton, Phys. Rev. D3, 536 (1971).
34. H.Harari en "Proceeding of the Eleventh Session of the Scottish Universities Summer School in Physics", 1970, Ed. J.Cumming y H.Osborn (Academic Press, N.Y., 1971).

Capítulo V

Evaluación de los Polos Fijos.

5-1 INTRODUCCION.

En este capítulo procederemos a evaluar las posibles contribuciones de un "polo fijo en $J = 0$ " a las partes reales del efecto Compton en dispersión sobre protones, neutrones y deuterones.

En el capítulo IV hemos discutido un análisis previo que hemos hecho con los datos de SLAC (Ver ref. 4.13) usando reglas de suma de momento continuo y de cuyo resultado concluimos que la descripción del efecto Compton sobre protones a altas energías requiere además de los términos de Regge, una parte real constante cuya magnitud y signo aproximadamente coinciden con el límite de Thomson.

Usando resultados recientes, mediciones directas de efecto Compton sobre protones y deuterones calculamos si son o no necesarias partes reales constantes en la amplitud Compton sobre neutrones. El cálculo sobre protones será también reevaluado, usando reglas de suma de energía finita y relaciones de dispersión, dado que los resultados de SLAC, provenientes de extrapolar las mediciones hechas en electroproducción, contienen desviaciones sistemáticas frente a los datos medidos usando fotones reales y hay que tener en cuenta que buscamos términos del orden de unos pocos μ barns \times GeV.

A modo de introducción, recordemos que en el modelo de B.C.G., se obtenía para los sistemas compuestos más simples el siguiente resultado para el polo fijo (Ver 4.41)

$$-\sum_i \lambda_i \propto \left\langle \frac{1}{xM} \right\rangle$$

En el modelo de quarks, esperaríamos que el cociente del polo fijo del proton al del neutron fuera $3/2$. Por supuesto la predicción (Ver 4.44) no es tan simple en presencia del comportamiento de Regge. A pesar de ello, se puede esperar que el polo fijo sondea la naturaleza de los constituyentes del hadron en teorías donde el nucleon es una partícula compuesta.

En la sección I discutiremos las correcciones calculables a los datos medidos sobre deuterio y su incerteza y las posibles modificaciones debidas a efectos de física nuclear pobremente conocidos.

En la sección II presentamos los ajustes de Regge a las

secciones sobre protones y neutrones. (Nuestros parametros de Regge, para el proton, difieren, por las razones ya indicadas, de las utilizadas previamente en el analisis del polo fijo del proton). Notamos ademas, que como subproducto de este calculo la contribucion de la trayectoria de Regge del A_2 resulta ser bastante menor que la esperada previamente.

En la seccion III evaluamos las reglas de suma para protones y neutrones. Para nuestra sorpresa encontramos que:

a) pese a las diferencias marcadas entre la data de SLAC y Daresbury el resultado del polo fijo del proton no se modifica. Se comprueba ademas que el resultado obtenido usando la regla de suma de momento cero es practicamente coincidente con el resultado que se deduce de relaciones de dispersion que se puede considerar como una superposicion de reglas de suma de distintos momentos.

b) el resultado obtenido para el neutron es practicamente independiente de la funcion de onda del deutron utilizada y, excepto para elecciones extremas de los parametros de Regge, es consistente con el limite de Thomson: cero.

En la seccion IV, las partes reales asintoticas sobre el deutron, a diferencia de los resultados obtenidos para proton y neutron, el resultado no es consistente con el limite de Thomson del deutron

Finalmente en la seccion V discutimos, a la luz de estos resultados las modificaciones que deben hacerse a la conocida regla de suma de Gell-Mann, Goldberger y Thirring de resonancias dipolares en nucleos. (Ver Ref. 4.11)

5-2 Sección I.

En esta sección consideraremos las correcciones necesarias para extraer, de los datos de fotoproducción sobre deuterio, la información relevante sobre las secciones eficaces para neutrones libres a fin de evaluar el comportamiento asintótico de las partes reales. Existe una serie de efectos que no intentaremos corregir. Ellos incluyen aquellos efectos que provienen de un tratamiento relativista del deuterón, interacciones en el estado final y procesos de creación de estados virtuales excitados dentro del deuterón. El orden de magnitud de dichas correcciones no se conoce con certeza, pero existen ciertos argumentos que sugieren que dichas correcciones son pequeñas⁵. En lo sucesivo los ignoraremos.

Hemos intentado incluir las correcciones de Glauber¹ debidas a la sombra que un nucleón ejerce sobre el otro y las correcciones producidas por el movimiento de Fermi de los nucleones tal como han sido consideradas recientemente por G. West y otros.⁵

Las correcciones de Glauber las hemos efectuado siguiendo el procedimiento usual. Para ello consideramos el diagrama de la Fig. (23) al que debe sumarse un diagrama idéntico reemplazando $p \leftrightarrow n$. Observar que a diferencia con el caso hadrónico, el estado intermedio no puede contener la amplitud elástica pues perderíamos los potenciales de e , esto refleja el conocido hecho de que el camino libre medio de un fotón en la materia nuclear es mucho menor que el radio nuclear, por ende no esperamos más que una colisión. Es solamente la componente aárónica del nucleón (que por simplicidad hemos identificado con el mesón ρ) la que produce dispersión múltiple. La contribución de dicho diagrama a la amplitud de dispersión (en la dirección hacia adelante, calculada en el laboratorio (deuterón en reposo)) es:

$$\begin{aligned}
 f_{\gamma d \rightarrow \gamma d}(q \rightarrow q) &= -\frac{1}{4\pi^2 v} \int d^3 p d^3 s \phi(s) \phi(\bar{s}-\bar{p}) \times \\
 &\times \frac{1}{[(v-(q-p)^2+m_p^2)^{1/2} + \Delta E + i\epsilon]} \left[f_{\rho n \rightarrow \gamma n}(\bar{q}-\bar{s}, \bar{s} \rightarrow \bar{q}, \bar{s}-\bar{p}) + \right. \\
 &\left. + f_{\rho n}(\bar{q}, -\bar{s} \rightarrow \bar{q}-\bar{p}, -\bar{s}+\bar{p}) f_{\rho p \rightarrow \gamma p}(\bar{q}-\bar{p}, \bar{s} \rightarrow \bar{q}, \bar{s}-\bar{p}) \right] \quad (5.1)
 \end{aligned}$$

Consideremos:

$$\int d^3p d^3s \phi(s) \phi(p-s) = \int |\psi(\mathbf{a})|^2 e^{i\mathbf{p}\cdot\mathbf{a}} d^3p = S(p) \quad (5.2)$$

donde $\psi(\mathbf{a})$ es la función de onda del deuterón en el espacio de las coordenadas. $S(p)$ es el factor de forma electromagnético del deuterón (despreciamos correcciones debidas al espín). Asumamos

$$f_{\gamma p \rightarrow \gamma p} = f_{\gamma n \rightarrow \gamma n}$$

La aproximación de Glauber se obtiene cuando ^{se} consideramos el polo del denominador. (Esta aproximación funciona a altas energías donde dominan las partes imaginarias. Pasamos a coordenadas esféricas, usando

$f_{\gamma n \rightarrow \gamma n} = f_{\gamma n \rightarrow \gamma n}$; (invariencia ante inversión temporal) y simetría esférica,

$$f^{(2)}(q) = \frac{i}{v} \int dp p S(p) \frac{v + (v^2 - m_p^2)^{1/2}}{v - (v^2 - m_p^2)^{1/2}} f_{\gamma n \rightarrow \gamma n}(p) f_{\gamma n \rightarrow \gamma n}(p)$$

Utilizando el teorema óptico (4.4'), la contribución a la sección:

$$\delta\sigma = \frac{4\pi}{v^2} \int dp p S(p) \operatorname{Re} \left[f_{\gamma n \rightarrow \gamma n}(p) f_{\gamma n \rightarrow \gamma n}(p) \right] \quad (5.3)$$

Usando:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f|^2$$

$$\eta = \frac{\operatorname{Re} f_{\gamma \rightarrow \gamma}}{\operatorname{Im} f_{\gamma \rightarrow \gamma}} \quad ; \quad \frac{d\sigma}{dt} = \frac{d\sigma}{dt} \Big|_{\theta=0} g(p^2) / (|t|=p^2)$$

podemos escribir,

$$\delta\sigma = -4 \frac{d\sigma}{dt} \Big|_{\theta=0} \int dp p S(p) g(p^2) \frac{[1 - \eta^2]}{[1 + \eta^2]} \quad (5.4)$$

A falta de mejor conocimiento de la parte real como la sección diferencial ρ difractiva, se toma la parte real afuera de la integral, y la expresión que evaluamos es:

$$d\sigma = -4 \frac{(1 - \eta^2)}{(1 + \eta^2)} \frac{d\sigma}{dt} \Big|_{\theta=0} \int dp p S(p) g_{\gamma \rightarrow \gamma}(p^2) \quad (5.5)$$

que es la expresión usada en nuestros cálculos.

Observaremos que dato que $g(p^2)$ cae exponencialmente con p^2 las componentes de p grandes no influyen en la corrección $\delta\sigma$.

Usando (5.2) y el teorema de Riemann Lebesgue, concluimos que la corrección de Glauber no depende fuertemente del comportamiento de la función de onda para $r \approx 0$ (separación muy pequeña entre nucleones), lo que es importante desde el punto de vista experimental pues dicha zona es la menos conocida de la función de onda. Es por ello que basta con utilizar funciones de onda relativamente sencillas para calcular la corrección de Glauber. Para darnos idea del orden de magnitud que esperamos. Consideremos una función de onda Gaussiana, usando (5.2) $S(p)$ será también Gaussiana,

$$S(p) = e^{-\frac{1}{2}\alpha p^2}$$

Consideremos $\left. \frac{d\sigma}{dt} = \frac{d\sigma}{dt} \right|_{t=0} e^{-\delta p^2}$

Si la energía es suficientemente alta, el límite inferior de la integral:

$$\Delta = v - (v^2 - m_p^2)^{1/2} \approx \frac{m_p^2}{2v}$$

que es la mínima transferencia del impulso al deuteron para producir un g (depreciando la energía de retroceso del nucleon). El límite superior $2v \rightarrow \infty$. En esta aproximación (5.3) se da por resultado:

$$\delta\sigma = \left(\frac{d\sigma}{dt} \right)_{\sigma_N \rightarrow \sigma_N} \left(\frac{8}{4\gamma + \alpha} \right) \left(\frac{1 - \eta^2}{1 + \eta^2} \right) \exp(-(\gamma + \frac{1}{4}\alpha)\Delta^2) \quad (5.6)$$

Como el radio del deuteron (α esencialmente mide $\frac{R_d^2}{2}$), esperamos $\alpha \sim 130 \text{ Gev.}^{-2}$, y $\gamma \sim (8-10) \text{ Gev.}^{-2}$ de dispersión difractiva. Tenemos entonces esa dependencia en la forma explícita de la sección diferencial que es conocida con bastante error. Por lo mencionado anteriormente podemos elegir funciones de onda relativamente sencillas para el cálculo de la corrección de Glauber.

Para el cálculo explícito consideramos también la aproximación analítica a la función de onda nucleon³, aproximada analíticamente por Moravcsik:

$$\phi = \text{Const} (e^{-ax} - e^{-cx}) (1 - e^{-cx}) / r$$

$$a = 0.232 \text{ fm}^{-1}, \quad c = 1.59 \text{ fm}^{-1}.$$

Hemos considerado tres posibilidades para η : cero, $\eta = 0.20 \text{ Im} f_0$ y que la parte real de $\gamma_N \rightarrow g_N$ sea igual a la de $\gamma_N \rightarrow \gamma_N$. En la tabla 2 se da una lista de la corrección de Glauber como función de la energía para $v \geq 2 \text{ Gev.}$. Debajo de dos Gev. cae rápidamente a cero⁴ dado que el momento transferido Δ se hace grande.

Las correcciones que citamos, corresponden al valor medio de dichas posibilidades con errores que incluyen la incerteza en $\eta, \frac{d\sigma}{dt} / \sigma \rightarrow \rho \rho'$ y la incerteza debida a la funcion de onda.

Consideremos a continuacion las correcciones debidas al movimiento del Fermi de los nucleones que quizas resulten menos familiares al lector. Del analisis anterior, enton,amos tentados a considerar: (Ver Fig 25)

$$\sigma_{\gamma p} = \sigma_{\gamma p}(\nu) + \sigma_{\gamma n}(\nu) \text{ para } \nu < 2 \text{ Gev.}$$

Veremos que ciertas modificaciones pueden resultar en esta aproximacion. Sea M_N el elemento de matriz invariante (Ver Fig. 24) $\gamma + \pi \rightarrow N$; donde el nucleon n , esta fuera de su capa de masa. M_N sera en general una funcion de p^2 y $\nu' = p \cdot q / M$ (M es la masa del nucleon). Para un nucleon en su capa de masa ν' coincide con la energia en un sistema en el que el nucleon esta en reposo. La energia del foton en el laboratorio

$$\nu = \frac{P \cdot q}{M_d}$$

Cuadrando el diagrama, sumando sobre estados finales, y calculando la parte imaginaria obtenemos aplicando el teorema optico:

$$\begin{aligned} \text{Im } A(\nu) = \int d^3 p |f(\vec{p})|^2 & [\text{Im } A_{p\pi}(\nu', p^2) + \text{Im } A_{n\pi}(\nu', p^2)] \times \\ & \times \theta((p+q)^2 - (M + \mu_\pi)^2) \end{aligned} \quad (5.7)$$

La funcion θ expresa el hecho de que para energias menores que el umbral de fotoproduccion la seccion total se anula, y por efecto Doppler ν' puede ser menor que ν . Observar que en principio deberiamos introducir el factor de normalizacion

$$\frac{M}{E_s} \quad \text{o} \quad \frac{1}{(2E_s)}$$

Dicho factor lo surondremos incluido en $f(p)$ cuando comparemos con funciones de onda no relativista.

Usaremos la normalizacion standard:

$$\int d^3 p |f(\vec{p})|^2 = 1 \quad (5.8)$$

Usando el Teorema optico, concluimos

$$\sigma_d(\nu) = \int d^3 p \left(\frac{\nu'}{\nu}\right) |f(\vec{p})|^2 [\sigma_n(\nu', p^2) + \sigma_p(\nu', p^2)] \theta((p+q)^2 - (M + \mu)^2) \quad (5.9)$$

Observar que es $v'\sigma_r(v')$ lo que se dispersa. La dependencia en p^2 sera totalmente despreciada.

Admitiendo una componente de onda D en el deuterón podemos escribir en el espacio de los impulsos:

$$f_M(\vec{p}) = f_S(p) Y_{110}^{M_J} + f_D(p) Y_{112}^{M_J} \quad (7_{JSL})$$

Usando la expresion

$$Y_{JSL}^{M_J} = \sum_{M_1, M_2} \langle S M_1 L M_2 | J M_J \rangle 2^{S+1} \sigma_{M_1} Y_{LM_2}(\theta, \phi)$$

Cuando sumemos sobre polarizacion

$$|f(p)|^2 = \sum_N |f^N(p)|^2 = f_S^2(p) + f_D^2(p) \quad (5.9)$$

que es esfericamente simetrico, como era esperer. Nos conviene entonces pasar a coordenadas esfericas recordando

$$v' = \frac{p \cdot q}{M} = \frac{p_0 q_0 - |\underline{p}| |\underline{q}| \cos \theta}{M} \quad (5.10)$$

ademas reemplazar la $d \cos \theta$ obtener:

$$d^3 p = -\frac{2\pi M}{|q|} p dp dv'$$

Resultando

$$\sigma_d(v) = \frac{2\pi M}{v^2} \int_0^\infty [f_S^2(|\underline{p}|) + f_D^2(|\underline{p}|)] |\underline{p}| d|\underline{p}| \int_{v'_-}^{v'_+} dv' x \times v' \sigma(v') \theta((p+q)^2 - (M+\mu)^2) \quad (5.11)$$

donde los extremos de integracion (Ver (5.10)),

$$M v'_\pm = p^0 v \pm |\underline{p}| v$$

La correccion (5.11) constituye la aproximacion incoherente de dispersion simple.

Usando la conservacion del cuadrivector impulso en el vertice $n = p + d$. Considerando (5.11) como un diagrama de Feynman, al calcular la discontinuidad, el nucleon espectador esta en su capa de masa, por consecuencia:

$$p^0 = M_d - (\vec{p}^2 + \mu^2)^{1/2}$$

Para entender las consecuencias de la Ecuacion (5.9), consideremos primero el efecto a altas energias; por simplicidad consideremos $\sigma(v') = \text{constante}$; si despreciamos el efecto de la funcion escalon (5.9) nos daria:

$$\sigma_d |v| = \sigma \left\langle \frac{v'}{v} \right\rangle \quad (5.13)$$

Usando (5.10) y (5.12) y suponiendo (y así lo cumplen casi todas las funciones conocidas que $f(\rho)$ tiene una amplitud despreciable para $|\underline{p}| > M$), podemos escribir:

$$v' - v = v \left(\frac{M - M_d + \sqrt{p^2 + M^2} + |\underline{p}| \cos \theta}{M} \right) \quad (5.14)$$

y exponiendo la raíz, obtenemos:

$$\left\langle \frac{v'}{v} \right\rangle = 1 - \frac{E + \left\langle \frac{p^2}{2m} \right\rangle}{M} \quad (5.15)$$

donde E es la energía de unión. El último término en (5.14) de cero por la simetría esférica de $|f(\rho)|^2$. Vemos que la corrección depende de la energía cinética media del nucleón dentro del deuteron; esto depende frecuentemente del tipo de función de onda usada⁶ y aquellas funciones que tengan componentes de altos impulsos darán una mayor corrección. Funciones de onda que satisfagan esta característica corresponden en espacio de coordenadas a funciones de onda con "carozo duro". El comportamiento de altas energías de la corrección por efecto Doppler depende del comportamiento de la función de onda a distancias pequeñas. En cualquier caso estimaciones de T para distintas funciones de onda nos dan valores que oscilan entre unos pocos Mev a 22 Mev. Por lo que en ningún caso esperamos una corrección superior al 5%.

La función escalon, nos introduce una limitación adicional; nos limita el espacio de las fases disponibles y para $v \gg \sqrt{p^2}, M$, dicha limitación se reduce a $\cos \theta \leq \frac{p^0}{|\underline{p}|}$, que solo es restrictiva, si p^0 en (5.12) es menor que $|\underline{p}|$. Observar que dicha restricción nos impide utilizar (5.8) dicha corrección actúa en el mismo sentido que (5.15), disminuye la sección de deuterón respecto a la suma de las secciones de protón y neutrón y también es sensible a la cola (en $|\underline{p}|$) de la función de onda.

Hemos calculado dicha corrección para la mayoría de las funciones de onda del Deuterón "acentuadas" (Hamada - Johnston, Lomon-Feshbach, Reid, Garten⁹). Estas funciones se conocen numéricamente. Hemos usado el uso de los "estados de onda"⁹, apropiado para trabajo con computadores.

Consideraremos la región de altas energías ($v > 2 \text{ Gev.}$) y la región de bajas energías separadamente.

Extraer las secciones libres a bajas energias de (5.11) es bastante complicado. Uno debe primero considerar las secciones sobre protones libres, difundirlas usando (5.11) para obtener la seccion sobre un proton ligado, a continuacion substraerla de la seccion sobre el deuteron para asi obtener la seccion sobre un neutron ligado (que denotaremos como σ_s^n). La correccion de Glauber es tambien necesaria para $\nu > 1.1 \text{ GeV}$. Para obtener las secciones sobre neutrones libres sera necesario utilizar un procedimiento iterativo¹⁰, para resolver la ecuacion integral (5.11). Dicho procedimiento no es sencillo y la convergencia no esta asegurada. Sin embargo en la seccion III veremos que solo requerimos el conocimiento de la integral de bajas energias de la seccion libre sobre neutrones. Usando la data verificamos que la integral sobre el mismo rango de energia de σ_s^p esta relacionada a la integral sobre las secciones libres por un factor β_H que es cuasi independiente de la funcion de onda. Se verifica tambien que modificando ligeramente la data sobre protones y repitiendo la comparacion entre la integral sobre las secciones libres y $\int \sigma_s^p d\nu$, no modifica sensiblemente el valor de β_H . Dado que las secciones sobre neutrones σ_s^n es muy similar en forma a σ_s^p y como la funcion de onda del deuteron vista por el neutron es identica a la vista por el proton, uno puede obtener la integral sobre las secciones de neutrones libres dividiendo la integral sobre las secciones σ_s^n por el $(1 - \beta_H)$ calculado usando los datos sobre protones. Se utilizaron los datos de protones provenientes del experimento de Daresbury para $\nu > 0.265 \text{ GeV}$. Para menores energias usamos los datos de SLAC y los resultados del analisis de Walker en fotoproduccion de piones¹¹. Para evaluar $\sigma_s^p(\nu)$ (ecuacion 5.11) realizamos ajustes a las secciones libres sobre protones que incorporaron cinco resonancias mas un fondo de la forma:

$$\sum_{n=0}^5 a_n (W - W_{th})^{n+1/2}$$

donde $W_{th} = \sqrt{s_{th}}$ es la energia de umbral, en el centro de masa. Utilizamos la parametrizacion de Walker¹⁴ para la primera resonancia, P_{33} , las demas resonancias fueron parametrizadas usando las formulas no relativistas de Breit-Wigner. Los resultados de ajuste para las masas y anchos de dichas resonancias estan en el rango de los valores esperados, se las atribuimos a P_{33} (1238), D_{13} (1520), y P_{13} (1910). La quinta resonancia, que podriamos identificar con la "resonancia Noper" fue fijada en 1.430 GeV. El χ^2 para el ajuste (hecho hasta $W = 2 \text{ GeV}$) es 35.3 para 71 grados de libertad. Dicho ajuste esta mostrado en la FIG. (26). Es necesario comentar que la integral $\int_{\nu_0}^2 \sigma_s^p(\nu) d\nu$

que usamos para calcular el polo fijo del proton da un resultado que es aproximadamente $18 \mu \text{ by } \text{Gev.}$ menor que el resultado calculado usando la det. extrapolada de SLAC¹².

En Figs (26-28) graficamos los resultados de $\sigma_s^p(\nu)$ para distintas funciones de onda β_{eff} definido por:

$$\int^N \sigma_p^s(\nu) d\nu = (1 - \beta_{\text{eff}}) \int^N \sigma_p(\nu) d\nu \quad (5.17)$$

$N = 2 \text{ Gev.}$ esta dado en la tabla II, para varias funciones de onda.

A continuacion calculamos los $\sigma_m^s(\nu)$ usando

$$\sigma_m^s(\nu) = \sigma_d(\nu) - \sigma_p^s(\nu) + \delta \sigma_G \quad (5.18)$$

$\delta \sigma_G = 0$ para $\nu < 1.1 \text{ Gev.}$

En las figuras (27 y 28) representamos las secciones eficaces σ_m^s resultantes de usar las funciones de onda de Hamada-Johnston y Lomon-Feshbach (de cerazo duro).

No podemos omitir un comentario respecto de la ausencia de dichas secciones; ellas carecen de estructura en la region de la tercera resonancia.

Finalmente, calculamos la integral sobre las secciones libres:

$$I_m = \int^N \sigma_m^s(\nu) d\nu = (1 - \beta_{\text{eff}})^{-1} \int^N \sigma_m^s(\nu) d\nu \quad (5.19)$$

Los valores de I_m estan tabulados en Table II, para las funciones de onda usadas. Para calcular dicha integral, dado que no existe data de fotoproduccion sobre deuterones para $\nu < 0.265 \text{ Gev.}$, asumimos que las secciones sobre neutron y proton son iguales, que es lo que uno espera del que dicha regi. es dominada por la P_{11} que acopla igualmente a proton y neutrones.¹³

Consideremos, con un poco de detalle, el procedimiento seguido para extraer las secciones sobre neutrones a altas energias en dicha zona re. de las secciones libres, punto por punto, dado que las secciones de Regge para energias mayores que 2 Gev.

Primero ajustamos los datos sobre protones para $\nu > 2 \text{ Gev.}$ Insertamos una funcion interpolante para dichos datos, usamos la ecuacion (5.11) para obtener $\sigma_s^p(\nu)$ y calcul

$$1 - \beta(\nu) = \frac{\sigma_s^s(\nu)}{\sigma(\nu)} \quad (5.20)$$

$\beta(\nu)$ así calculado, como anticipamos en nuestra discusion anterior resulta depender fuertemente de la funcion de onda. (Ver Fig. 29). El orden de magnitud es $1.3 \times 10^{-2} \pm 25\%$ y varia con ν .

Se puede constatar que β es relativamente independiente de los datos de alta energía usados, (por supuesto esto no se cumple en presencia de resonancias). En otras palabras la modificación en $\beta(v)$ producida por la parte no constante en $\sigma(v)$ es despreciable. Podemos por consecuencia usar el mismo $\beta(v)$ para extraer las secciones sobre neutrones libres:

$$\sigma_n(v) = \frac{\sigma_a(v)}{1 - \beta(v)} - \sigma_p(v) + \delta\sigma_0(v) \quad (5.21)$$

Los errores en cada punto fueron calculados utilizando los errores experimentales en la sección sobre protones y deuterones, y los errores teóricos de β y en $\delta\sigma_0$. Típicamente, dichos errores suman un total del orden de $12\mu b$, de los cuales la contribución principal proviene del error experimental en $\sigma_0 \approx 10\mu b$, el error en $\beta \approx 3 \cdot 10^{-2}$ combinado con una sección $\sigma_0 \approx 250\mu b$ contribuye en $\sim 8\mu b$ de error a σ_n , mientras que las secciones $\sigma_p(v)$ tienen un error típico de: $\pm 5\mu b$. La incerteza en la corrección de Glauber es de $\pm 1\mu b$. Los resultados para $\sigma_n(v)$ (libres) los presentamos en la Fig. 30 donde por conveniencia hemos promediado algunos de los puntos de baja energía.

5-3. Sección II.

Ajustes de Regge a las secciones de alta energía sobre neutrones y protones.

Para completar los cálculos preliminares necesarios para la evaluación de los polos fijos necesitamos determinar los parámetros de Regge apropiados para las secciones de alta energía. Hemos asumido, el comportamiento de Regge que consiste:

$$\sigma_{p,n} = A_{p,n} + \frac{B_{p,n}}{\sqrt{v}} \quad (5.22)$$

que corresponde a la presencia de un Pomeron y un término que describe las trayectorias $f - A_2$ que por comodidad suponemos degeneradas

$$(\alpha_{A_2}(0) = \alpha_f(0) = 1/2)$$

como sabemos de interacciones fuertes).

Los parámetros A y B en (5.22) son presentados en la tabla III, para distintos N , y en la figura (30) donde graficamos el ajuste I de la tabla III con $N = 2.6 \text{ ev.}$. Presentamos también en la tabla III y en la Fig. 30 los ajustes comparables, para todos los datos de protones.

El resultado notable es que el residuo de la $f-A_2$ trayectoria para proton y neutron son respectivamente:

$(B_p = \beta_f + \beta A_2) = 52$; $(B_n = \beta_f - \beta A_2) = 48$
 y muy poca diferencia en el numero $A_p = 102.6 \mu b$; $A_n = 98.6$.
 (Teoricamente por supuesto el numero debe ser igual para protones y neutrones). Uno puede realizar un ajuste simultaneo a las secciones de proton y neutros utilizando la condicion de vinculo $A_p = A_n$

Los parametros resultantes para $N = 2 \text{ GeV}$ (Ver Tabla III) son $A_p = A_n = 101.7$, $B_p = 53.7$, $B_n = 41.3$. A lo que corresponde un valor notablemente menor de $A_2/f = 0.13$ (los valores anteriormente estimados daban $A_2/f = 0.20$). Por supuesto que hay ajustes que dan A_2/f mayores, como por ejemplo usando los ajustes $N^{\circ} 5$ de la tabla III, pero la confiabilidad de dicho resultado es quasi nula (hay un alto coeficiente de correlacion entre los parametros).

Queremos hacer notar que si uno intentara calcular la contribuciones del A_2 partiendo de un ajuste a: $\sigma_p - \sigma_n$, el error que se comete es mucho mayor, de lo que a cada punto se debe agregar un error:

$$\Delta \sigma_{p-n} = \sqrt{2 \Delta \sigma_p^2 + \Delta \sigma_d^2 + \delta \sigma_g^2}$$

donde hemos despreciado la influencia de β (dicha objecion no es aplicable en el caso de las trayectorias sobre protones y neutrones esten relacionadas). Los mismos con 17 .

5-4 Seccion III.

Evaluacion de los Residuos de la Energia Finita.

Estos en condiciones de evaluar los residuos de suma necesaria para obtener la contribucion del polo fijo en dispersion Compton sobre protones y neutrones. Dichos residuos, introducidos en el Capitulo IV pueden escribirse:

$$C_{p,n}^{FP} = f_{p,n}(0) - \frac{1}{2\pi^2} \left[\int_{\nu_0}^{\nu} \sigma_m(\nu) d\nu - (N A_{p,n} + 2 \sqrt{N} B_{p,n}) \right] \quad (5.23)$$

$$f_p(0) = -3.0 \mu b \text{ GeV} ; f_n(0) = 0$$

$C_{p,n}^{FP}$ indica el valor del polo fijo.

La integral en (5.23) ha sido dada en la tabla II, para las distintas funciones de onda. Los parámetros de Regge están indicados en la tabla III.

En la tabla IV damos varios resultados para el polo fijo en efecto Compton sobre neutrones, como función de los parámetros de Regge usados, los cuales por supuesto dependen un tanto en la energía N utilizada para comenzar la parametrización de Regge.

18
 Razonablemente podemos decir que

$$C_{FP}(\text{neutron}) = 0 \pm 1.5 \mu b \cdot \text{GeV}. \quad (5.24)$$

En la tabla V presentamos los valores obtenidos para el polo fijo del proton, utilizando los α_{f-A_2} de alta energía dados en la tabla III, el resultado es consistente con el límite de Thomson.

$$C_{FP}(\text{proton}) = -3.0 \pm 0.8 \mu b \cdot \text{GeV}. \quad (5.25)$$

Dicho resultado fue constatado efectuando relaciones de dispersión similares al cálculo efectuado por Daneshmandi y Gilman y los resultados son prácticamente coincidentes. Por supuesto el análisis mediante relaciones de dispersión no puede aplicarse en fotoproducción de **neutrones**, para ello es necesario conocer las secciones libres para todas las energías.

Los errores citados para los polos fijos fueron obtenidos examinando valores del polo fijo que aparece en las tablas IV y V. (Estableceremos una cota superior sumando los errores absolutos). Para el **neutron**, a la integral de bajas energías se le asocia un error de $0.6 \mu b \cdot \text{GeV}$, de los cuales $0.3 \mu b \cdot \text{GeV}$ provienen de la función de onda. La contribución adicional de $0.3 \mu b \cdot \text{GeV}$ toma en cuenta del error en I_n que resulta de alterar la interpolación de los datos de baja energía para deuterón y proton. Los parámetros de Regge contribuyen con un error de $0.9 \mu b \cdot \text{GeV}$ determinado a partir de la matriz de correlaciones del programa de ajuste. Los errores en el cálculo del polo fijo del proton incluyen $0.5 \mu b \cdot \text{GeV}$ de los ajustes de Regge y $0.3 \mu b \cdot \text{GeV}$ de la integral de bajas energías. En vista de los resultados anteriores podemos discutir un poco el efecto de modificar $\alpha_{f-A_2}(0)$. Notamos que la fórmula (5.23) debe modificarse ligeramente si $\alpha_{f-A_2}(0) \neq 1/2$.

En dicho caso:

$$C_{FP}^{PP} = f_{P,m}^{(0)} - \frac{1}{2\pi^2} \left[\int_{\nu_0}^N \sigma_m(\nu) d\nu - (N A_{P,m}' + \frac{N \alpha_{f-A_2}^{(0)}}{\alpha_{f-A_2}(0)} B_{P,m}') \right]$$

$$\sigma_{tot}^{P,m} = A_{P,m}' + N \alpha_{f-A_2}^{(0)-1} B_{P,m}' \quad (5.26)$$

Ovviamente al modificar $\alpha_{f-A_2}^{(0)}$, A y B varían.

Observar que para llevar el polo fijo del protón a cero, necesitamos disminuir $\sigma_f(0)$ bastante, simultáneamente, dado que la contribución del A_2 es chica el polo fijo del neutrón se hará positivo. Por consecuencia no podemos eliminar uno sin modificar el otro.

Conclusiones

Hemos mostrado, usando los datos de Parisbury de secciones totales de fotoproducción de hadrones, que uno obtiene un resultado para el polo fijo del neutrón en efecto Compton que es consistente con el límite de Thomson (cero), confirmemos además los resultados que anteriormente habíamos obtenido para el protón, donde también se cumple que el polo fijo coincide con el límite de Thomson.

Tales conclusiones presentan problemas teóricos interesantes. Como hemos discutido en el capítulo IV; los resultados experimentales en dispersión altamente inelástica electron-nucleón, parecen requerir teorías en las cuales el hadrón es una partícula compuesta y el fotón interactúa a altas energías con sus constituyentes. Sin embargo, el "polo fijo" parece depender solamente de la carga total, es decir del término de Born, característico de una partícula elemental.

5-5 Sección IV.

En la sección anterior de este capítulo hemos encontrado los valores del polo fijo para proton y neutron que son consistentes con sus respectivos límites de bajas energías. Hemos aclarado, que es difícil comprender dicho resultado en modelos de partones. Investigaremos en esta sección un obvio sistema compuesto, el deuterón, en cuanto se refiere al límite de altas energías de su parte real.

Como ejemplo ilustrativo consideremos el efecto Compton, en física atómica. Gell-Mann, Goldberger y Thirring⁽²⁹⁾ consideraron el problema del comportamiento asintótico de la amplitud Compton en física atómica; ellos conjeturaron que a altas energías, la amplitud Compton (hacia adelante, para un electron ligado) $f_B(\nu)$,

$$f_B(\nu) \xrightarrow{\nu \rightarrow \infty} f_{\text{libre}}(\nu) \sim -\frac{\alpha}{m}.$$

Años después, Goldberger y Low (G.L.) calcularon en forma exacta, (para un electron ligado a un nucleo de A infinite) dicho problema encontraron que a altas energías, la amplitud de dispersión $f_B(\nu)$ es real y constante, pero su valor puede diferir considerablemente del valor para un electron libre, especialmente en el límite de acoplamiento fuerte⁽³¹⁾. Para un "electron de espin cero" G.L. concluyeron que dicho límite proviene del diagrama "gaviota" (ver Fig. 20a).

Observamos que dicho límite está de acuerdo con los obtenidos por Brodsky, Close y Gunion.

Con estos antecedentes resulta interesante analizar como se comporten las partes reales del efecto Compton para un sistema compuesto. Utilizando la nomenclatura del Capítulo IV, (4.29 y 4.41) y observando que el deuterón es un sistema seriamente acoplado, esperamos que $f_{p,n}(k) \sim \delta(k-1/2)$ por consecuencia esperamos, (dado el resultado fenomenológico de que los nucleones se comportan como puntuales, en cuanto al comportamiento de sus polos fijos). (Ver Ecuación 4.41).

$$C = \int_{J=0}^{\infty} (deut) = -\frac{\alpha}{\pi_d} \frac{(\lambda p^2 + \lambda m^2)}{1/2} = -3\mu b \text{ Gev} \quad (5.27)$$

Por otro lado, sería posible que la energía de ligadura sea suficiente como para dar: $C = -\alpha/\pi_d = -1.5\mu b \text{ Gev}$. (el límite de Thomson del deuterón). Observar que si no fuera por las correcciones provenientes de la energía de ligadura del análisis hecho sobre neutrones, concluiríamos inmediatamente que el resultado (5.27) es correcto. Dichas correcciones provienen fundamentalmente de:

- fotodesintegración del deuterón
- Movimiento de Fermi y dispersión múltiple.

Como ya hemos afirmado en este capítulo, $\sigma_d(\nu) \neq \sigma_p + \sigma_m$ aun a altas energías, debido a las colisiones de Glauber y efecto Doppler.

Análisis de los datos:

El procedimiento para obtener, la contribución de un posible término con $J=0$ es ya familiar. Como el deuterón es un sistema débilmente ligado, la presencia de umbrales anormales

$$(M_p^2 + M_n^2 < M_d^2 < (M_p + M_n)^2)$$

debe incluirse en la relación de dispersión, o en la regla de suma que de ella resulta. Uno obtiene:

$$C = f_0^D(\nu=0) - \frac{1}{2\pi^2} \left[\int_0^N \sigma_r^D(\nu) - (NA + \frac{N^\alpha}{\alpha} B) \right] (5)$$

con,

$$\sigma_0(\nu) \sim A + B \nu^{\alpha(0)-1} \quad (\nu > N) \quad (5.29)$$

donde A y B representan los residuos de la contribución del P y P' respectivamente.

En este análisis no se tomó en cuenta $\alpha(0) = 1/2$ para el P'. Las correcciones provenientes de física nuclear pueden cambiar dicho valor.

Hemos realizado ajustes usando (5.29) a los datos ¹¹. Los resultados obtenidos para A, B, $\alpha(0)$ para distintos N y distintas combinaciones presentados en la tabla 1. Los errores asignados a las secciones totales incluyen errores estadísticos y sistemáticos. En la misma tabla mostramos, como de comparación, los resultados obtenidos con ajuste al tipo $a + b(\nu)^{-1/2}$. Es importante notar que cuando N aumenta, el valor preferido de $\alpha(0)$ se aproxima a 1/2. Dicho resultado simplemente refleja el hecho de que para energías superiores a 4 Gev. las correcciones de dispersión múltiple (movimiento de Fermi, resultan ser prácticamente independientes de la energía, afectando solo el número. En la región de energías intermedias, entre 1 y 4 Gev., las correcciones dependen fuertemente de la energía obteniendo desviaciones apreciables de la parametrización $\sigma \sim A + B/\sqrt{\nu}$, como indica la tabla. Necesario recordar, que el valor del χ^2 mínimo es poco profundo por lo que los mínimos encontrados pueden ser estadísticamente significativos en cualquier caso, los valores de los residuos del polo fijo obtenidos cuando los datos son integrados hasta 4 Gev. son más confiables, aunque esto por supuesto introduce necesariamente mayores errores en los parámetros de ajuste.

$$b) \sigma_D(\nu) = 2\sigma_p^S(\nu)$$

Con σ_p^S calculada a partir de la función de onda de Hamada-Johnston. Las secciones reales de fotoproducción sobre neutrones deben yacer entre estos dos límites dado que la contribución de la onda S, en fotoproducción de un solo nion es ligeramente mayor para neutrones que para protones.

Debe hacerse notar que el canal

$$\gamma D \rightarrow p+n \text{ da: } \int_0^{150} \sigma_t^D(\nu) d\nu \sim 18.9 \mu b \cdot \text{Gev},$$

por consiguiente, una contribución al polo fijo de $-0.95 \mu b \cdot \text{Gev}$.

Excluyendo los resultados con α fijo que dan $\alpha(0)$ no muy próximo a $1/2$, obtenemos un rango de resultados para el polo fijo que yacen en el intervalo comprendido entre $-1.7 \mu b \cdot \text{Gev}$ y $-6.6 \mu b \cdot \text{Gev}$. En la tabla VIII presentamos una compilación completa. Los errores que citamos, para los ajustes con $\alpha = 1/2$, solo incluyen aquellos que proviene de los parámetros de Regge. Pequeñas incertezas adicionales provenientes de la integral de bajas energías. Para los ajustes con $\alpha(0)$ variable, los resultados de la matriz de correlación de errores no fueron considerados significativos. Obviamente con tal dispersión de resultados resulta un tanto aventurado descartar cualquier hipótesis sobre el valor de C , pero es sugestivo el hecho de que todos los valores hallados son sistemáticamente mayores que el límite de Thomson para el deuteron, y quizás sean consistentes con el límite de Thomson del proton. Parece así que las distintas correcciones de amarre cancelan al menos parcialmente dejando un resultado que es consistente con el límite de "acoplamiento débil". Resulta entretenido notar que dicho resultado se lo puede considerar consistente con el argumento de Harari, en el cual desconectamos las interacciones fuertes, el deuteron se parte dejando a un proton y un neutron libres. En este caso los términos con $J=0$ para proton y neutron estan dados por sus respectivos límites de Thomson y para el deuteron coincidira entonces con el límite de Thomson del proton. Como ya hemos discutido anteriormente, dicha imagen resulta sospechosa cuando uno considera a los nucleones como sistemas compuestos.

Consideremos este capitulo, estudiando ciertas consecuencias que el comportamiento asintotico de las partes reales tienen en Fisica Nuclear. Para ello consideremos la derivacion de G.G.T. de la regla de Bethe y Lavenger²² de fotodesintegracion de nucleos.

El procedimiento seguido por G.G.T. consiste en escribir una relacion de dispersion para la diferencia de $f_A(\nu) - Z f_P(\nu) - N f_N(\nu)$ donde A, P, N, se refieren al nucleo, proton y neutron respectivamente.

Dicha relacion de dispersion la podremos escribir (usando 4.14).

$$\begin{aligned} \text{Re} [f_A^D(\nu) - Z f_P^D(\nu) - N f_N^D(\nu)] &= \text{Re} [f_A^A(0) - Z f_P^P(0) - N f_N^N(0) \\ &+ \frac{\nu^2}{2\pi^2} P \int_0^\infty d\nu' \frac{\sigma_A(\nu') - [Z\sigma_P(\nu') + N\sigma_N(\nu')]}{\nu'^2 - \nu^2} \end{aligned} \quad (5.30)$$

Despreciando correcciones de amarre:

$$\text{Re} f_A^A(0) - Z f_P^P(0) - N f_N^N(0) = \frac{-Z^2\alpha}{AM} + \frac{Z\alpha}{N} = \frac{ZN\alpha}{AM}$$

A continuacion ellos ~~supusieron~~ supusieron:

$$\begin{aligned} \text{a) } \sigma_A(\omega) - Z\sigma_P(\omega) - N\sigma_N(\omega) &\rightarrow 0 & \text{a) (5.31)} \\ \omega \rightarrow \infty & & \\ \text{b) } f_A(\infty) - Z f_P(\infty) - N f_N(\infty) &= 0 & \text{b)} \end{aligned}$$

Usando dichas hipotesis concluimos que:

$$\frac{1}{2\pi^2} \int_0^\infty \sigma_A(\nu) d\nu = \frac{ZN}{A} \left(\frac{\alpha}{M} \right) + \frac{1}{2\pi^2} \int_\mu^\infty [\sigma_A(\nu) - Z\sigma_P(\nu) - N\sigma_N(\nu)] \nu d\nu \quad (5.32)$$

Dicha regla de suma es conocida en la literatura como la regla de suma dipolar dado que la contribucion del miembro equivalente esta practicamente saturada por las resonancias dipolares gigantes. Dicha regla de suma, por supuesto tiene sentido si la contribucion del segundo termino en el miembro derecho es pequena.

Discutiremos a continuacion las hipotesis (5.31) a la luz de la comprension que hemos ganado en el entendimiento de las interacciones hadronicas.

Hemos visto, para el sistema nuclear mas simple, el deuterón, que aun a altas energias $\sigma_0(\nu) \neq \sigma_p(\nu) + \sigma_n(\nu)$. El argumento es el mismo que hemos dado para el deuterón. Los mesones vectoriales $\rho, \omega, \gamma \dots J^P = (1)^-$ producidos en la primera colision pueden interferir destructivamente con la onda dispersada hacia adelante. Dicha cancelacion ocurre en forma cuasi completa en el "volumen del nucleo" y solamente los nucleones de la superficie podran contribuir eficazmente en la dispersion coherente hacia adelante. Suponiendo una distribucion uniforme de los mismos $\sigma(\text{Nucleo}) \sim A \sigma_{\text{nucleon}} \sim A^2$. Esperamos entonces que la seccion total de fotoproduccion no crezca linealmente con el numero de nucleones. (Efectos debidos al momento de Fermi para nucleos pesados no son tenidos en cuenta en esta discusion, habiamos visto que en el deuterón a altas energias influyen en el mismo sentido que la correccion de Glauber). Observar que dicho comportamiento es a primera vista paradójico dado que el camino libre medio de un foton de altas energias en un nucleo

$$\lambda = \frac{1}{\rho \sigma_T} \quad (5.32)$$

donde ρ es la densidad nuclear y σ_T es la seccion eficaz total/nucleon $\sim 120 \mu\text{barns}$ a altas energias. Usando $\rho = 1.0 A^{-3}$, $\rho = 1.3 \text{ fm}^{-3}$, $\rho = 1.3 \times 10^{14} \text{ g/cm}^3$ para los nucleos mas pesados y nos da un camino libre medio $\lambda \sim 500 \text{ fm}$, por lo que el nucleo deberia ser completamente transparente a la radiacion electromagnetica. En cambio si el foton actua a traves del ρ ($\sigma_{\rho} \sim 25 \text{ mb}$) el camino libre medio es del orden de 2 fm y encontramos una atenuacion de la amplitud dispersada coherentemente. Una condicion importante para que pueda interferir destructivamente el meson vectorial con el foton dispersado, es que la diferencia de los $k_p - k_r = \Delta \rightarrow m_p^2/\nu$ sea chica (esta misma es la condicion para que deje al nucleo en el estado fundamental, dado que $\Delta^2/2M$ es la transferencia de energia al nucleo. Esperamos atenuacion, para energias por lo menos mayores que 2.3 GeV . Hemos estado repitiendo en lenguaje optico, lo que antes habiamos discutido mas formalmente estudiando como dispersion multiple. La evidencia experimental, era hasta hace poco tiempo poco convincente, pues si bien experimentalmente, se observaba que σ_{TOT} crece con A con una potencia menos que la unidad $\sigma_{TOT} \sim A^{0.9}$ la region de transicion solo se encontro recientemente en un experimento realizado en Daresbury (Ver Ref 24).

Esto nos conduce a vaticinar que la regla de suma (5.30) muy probablemente diverja. Resultara sin embargo facil corregirla, para tomar en cuenta este fenomeno. Basta escribir la relacion de dispersion para $f_A(\omega) - A_{eff} f_p(\omega)$ donde $A_{eff} < A$ da cuenta del fenomeno de atenuacion y no depende de la energia. Por supuesto, la suposicion adicional que hacemos, que puede ser cierta para nucleos pesados aunque no necesariamente para nucleos livianos es que la diferencia

$$\sigma_A(\omega) - A_{eff} \sigma_p(\omega) \xrightarrow{\omega \rightarrow 0} o\left(\frac{1}{\omega^{1+\epsilon}}\right), \quad \epsilon > 0 \quad (5.34)$$

para que la integral converja.

Inferimos de nuestros resultados que la hipotesis (5.31b) adquiere cierto grado de credibilidad :

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} f_A(\omega) &\rightarrow -\frac{Z\alpha}{M}, \quad \operatorname{Re} f_p(\omega) \approx -\frac{\alpha}{M}, \quad \gamma \text{ por (5.31b)} \\ \operatorname{Re} f_A(\omega) - A_{eff} \operatorname{Re} f_p(\omega) &= \operatorname{Re} f_A(\omega) - A_{eff} f_p(\omega) - \frac{1}{2\pi} \int_0^\omega [\sigma_A(\nu) - A_{eff} \sigma_p(\nu)] d\nu \end{aligned}$$

de donde deducimos:

$$\frac{1}{2\pi^2} \int_0^\omega \sigma_A(\nu) d\nu = \frac{Z\alpha}{M} \left(\frac{U}{A}\right) - \frac{1}{2\pi^2} \int_0^\omega [\sigma_A(\nu) - A_{eff} \sigma_p(\nu)] d\nu \quad (5.35)$$

La correccion a altas y bajas energias cancela. Lo unico que se ve modificado es el ultimo termino. Nuevamente, repitiendo lo obvio observaremos, como efectos tipicos de altas energias como es la produccion de mesones vectoriales influencia via analiticidad la fisica de las resonancias dipolares que usualmente ocurren entre 10-20 MeV! Sobre el signo del ultimo termino, es dificil hacer predicciones como ya hemos visto en el estudio del deuteron, dicho termino es sensible a detalles de la fisica Nuclear (funcion de onda, dominancia de partes reales, etc.).

Referencias.

1) V. Franco y R.J. Glauber. Phys. Rev. 142, 1195 (1966), S.J. Broisken y J. Pumplin. Phys. Rev. 187, 1704 (1969), W.F. Hesse, Tesis Univ. de California, Santa Barbara, 1971.

2) La ecuación (5.3) puede derivarse también usando el modelo Eikonal; ver Franco y Glauber, Ref. (1). El modelo originalmente propuesto por Glauber de eclipse que da por resultado

$$\delta\sigma \approx -\frac{1}{4\pi} \sigma_{\gamma p} \langle N^2 \rangle_{\text{deut}}$$

puede directamente obtenerse en la expresión que la distancia media proton-neutron, dentro del deuterón, sea mucho mayor que el rango de la fuerza nuclear, y la parte real de $f_{\gamma p} \rightarrow \gamma p$ sea cero. Sacando $f_{\gamma p} \rightarrow (\gamma p)(p)$ fuera de la integral y utilizando dominancia vectorial, podemos escribir:

$$\delta\sigma = -\frac{1}{4\pi} \sigma_{\gamma p} \sigma_{\gamma n} \int_0^\infty p S(p) dp = -\frac{1}{4\pi} \sigma_{\gamma p} \sigma_{\gamma n} \langle \frac{1}{r^2} \rangle$$

Observemos que en el modelo óptico la corrección de eclipse se refiere a la sección inelástica (la parte absorbida). La corrección a la amplitud elástica proviene de unitariedad. (Toda absorción va acompañada de difracción). En el tratamiento eikonal, dicha aproximación se obtiene cuando la fase eikonal $i\chi(b, s)$ es puramente real (en dispersión potencial esto ocurre para potenciales puramente absorptivos) cuando se hacen las aproximaciones que hicimos anteriormente. En el texto utilizaremos indistintamente dispersión múltiple y sombra, pero entendamos que se refiere a la diferencia.

3) M.J. Moravcsik, Nucl. Physics 7, 117 (1956), S. Gartenhaus, Phys. Rev. 100, 900 (1955).

4) En la aproximación de Glauber de toma sólo la contribución del polo solo pueden producir eclipse los ρ reales. El término restante en la fórmula (5.1) puede dar contribución para $v < 1.1 \text{ GeV}$, su contribución (inelástica) será proporcional al producto de las partes reales de $f_{\gamma N} \rightarrow \gamma N$ que consideraremos despreciable.

5) G.B. West, Phys. Letters 37B, 509 (1971), Stanford Univ. Report No. ITP-337-1971 (enviado a Ann. of Physics); ver también G. Faldt y J.E.O. Ericson (Nucl. Physics 88, 1 (1968)).

6) Para una discusión de los efectos de una normalización no relativista en el contexto de un tratamiento semirelativista ver referencia 5. Recordemos que la renormalización covariante se obtiene a partir de exigir $F_1(0)=1$, siendo F_1 el factor de Formas. Para partículas escalares dicha normalización corresponde $\int |f'(\vec{p})|^2 \frac{p^0}{p^3} d^3 p = 1$ donde $f'(\vec{p})$ es invariante Lorentz. Esto introduce problemas en la identificación de la función de onda no relativista.

7) En un tratamiento no relativista debería abandonarse la conservación de energía y la función de onda debe contener los denominadores de energía.

8. Es natural que haya variaciones apreciables en esta zona, las funciones de onda del deuteron están construidas para satisfacer las propiedades estadísticas y provienen de datos de dispersión a bajas energías y dichas propiedades dependen básicamente del comportamiento de $\Psi(\mathbf{r})$ a distancias medias y grandes.

9) T.Hamada y I.D.Johnston, Nucl. Phys. 34, 382 (1962): R.V.Reid, Ann. Phys. (N.Y.) 50, 411 (1968): E.L.Lomon y H.Feshbach, Ann. Phys.(N.Y) 48, 94 (1968): S.Gartenhaus, Phys. Rev. 100, 900 (1955): M.J.Korvessik, Nucl. Phys. 7, 11e (1958).

10) R.L.Cool et al., Phys. Rev. D 1, 1887 (1970). Ellos sin embargo no han incluido el vínculo que produce la función escalon.

11) T.A.Armstrong, et al., Nucl. Phys. B 41, 445 (1972) DMIL/P-105 (Marzo 1972): H.Meyer, et al., Phys. Lett., B33, 189 (1970): D.O.Caldwell, et al., Phys. Rev. Lett. 23, 1256 (1969); ed 25, 609 (1970): W.F. Hesse, Thesis,

University of California, Santa Barbara (1971) (sin publicar): T.A. Armstrong, et al., Daresbury preprint DEFI/P88 (octubre 1971); E.D. Bloom, et al., SLAC-PUB-653 (1969); J. Bellam, et al., Phys. Rev. Lett. 23, 498 (1969), id. 21, 1544 (1968); H.G. Hilpert, et al., Phys. Lett. 27B, 474 (1968); M.L. Perl, et al., Phys. Rev. Lett. 23, 1191 (1969); J.T. Beale, S.D. Ecklund and R.L. Walker, California Institute of Technology Report CTSI-42 (1966).

12) Recordemos que en el análisis del polo fijo hecho por Dominguez-Ferro Fontana y Suaya; y Danushek-Gilman solo la data de SLAC se usó a bajas energías estos $18\mu b$ en la integral de bajas energías establecen una diferencia de casi $0.90\mu b \times 6eV$ al polo fijo

13) T.A. Armstrong, et al., referencía 11, notaron también dicho efecto. La carencia de estructura en dicha región está predicha por el modelo de quarks si dicha región está dominada por la resonancia ρ_{15} (1688), la cual es producida en dispersión sobre π tones con λ igual $3/2$. Véase Walker, ref. 14, y K.L. Fogelman, M. Kislinger, P. Ravensclaf, Phys. Rev, D3, 2706 (1971).

14) R.L. Walker, Phys. Rev. 182, 1729 (1969).

15) Los ajustes de Regge fueron hechos sin preceder.

16) Varios autores han hecho notar, correctamente, que cambiando $\alpha(0)(f-A_2)$ modifica el valor del polo fijo, siempre y cuando la modificación de dicho $\alpha(0)$ sea grande (la data de altas energías no es suficientemente precisa para discriminar entre dichos ajustes). Sin embargo de interacciones hadrónicas $\alpha(0)$ es bien determinada y su valor

$$\alpha_{f-A_2}(0) = 0.50 \pm 0.10.$$

17) D.C.Caldwell et al. (publicacion prev. Sept. 1977) enviaron un valor $\sigma_{\text{tot}} = \frac{\beta A_2}{\beta_1} = 0.18 \pm 0.04$ utilizando el método de medida por ellos. Lógicamente cuando se utilizan las mediciones, como en ese caso proveniente de un solo laboratorio los errores de normalización no deben ser tenidos en cuenta, además como las secciones totales para protones y neutrones fueron medidas en las mismas condiciones muchos de los errores sistemáticos cancelan. Esto es una idea de las dificultades asociadas a la extracción de dicha cantidad.

18) Si solo utilizamos los datos de Santa Barbara (Ref. 17), en cuyo caso no necesitamos tomar en cuenta los errores de normalización, la sección total para neutrones puede parametrizarse a altas energías ($\sqrt{s} > 4$ GeV) de la siguiente manera:

$$\sigma_{\text{tot}}(\gamma n) = (103.4 \pm 6.7 + (33.1 \pm 19.4) \sqrt{s}^{-1/2}) \mu\text{b}$$
 en cuyo caso el polo fijo para el neutrón resulta: $C_{fp}(\text{neutrón}) = (-2. \pm 2.5) \mu\text{b} \times \text{GeV}$. Dado el alto grado de correlación entre los parámetros de Regge que se reflejan en los errores obtenidos en el polo fijo consideramos que no debe tomarse en cuenta el valor numérico que de dicha parametrización resulta para el polo fijo, aunque por supuesto si consideramos el margen de error, dicho resultado es consistente con el valor que asignamos al polo fijo. Un análisis similar sobre protones conduce al resultado: $C_{fp}(\text{proton}) = (-2.2 \pm 1.2) \mu\text{b GeV}$.

19) M.Gell-Mann, M.L.Goldberger y W.Thirring, Phys.Rev. 95,1612 (1954).

20) M.L.Goldberger y F.Low, Phys. Rev. 176, 1778 (1968)

21) La amplitud sobre un electrón ligado queda definida como la diferencia entre la amplitud sobre el átomo menos la amplitud de dispersión del fotón en el campo Coulombiano del núcleo, en ausencia del electrón. Considerando al núcleo como infinitamente masivo para núcleos pesados las correcciones de orden superior en (Ze) no deben despreciarse. En dicho caso se deben considerar los efectos provenientes de la amplitud de dispersión Delbrück y Rayleigh (ver Fig.31) que contienen una parte absorbitiva, creación de pares y efecto fotoeléctrico respectivamente. La parte imagina-

ria del efecto Compton sobre un electron ligado sera entonces:
 $\frac{4\pi}{\nu} \text{Im} |f(\nu)| = \sigma_{fe} - \sigma_{cps}$, donde σ_{fe} da cuenta del efecto fotoelectrico y σ_{cps} es la seccion total de creacion de pares donde el electron producido va a parar al estado del electron inicial en el atomo (consecuencia del principio de Pauli). Dicha parte absorptiva tiende a cero para $\nu \rightarrow \infty$.

24) G.R. Brookes et al, publicacion previa de Daresbury, DNPL/136, (noviembre 1972)

23) J.S. Levinger, Phys. Rev. 87, 656 (1952)

22) Photonuclear data index, Report N° NBS322 (1970) y citas de dicho Report.

Momento magnético anómalo del electrón a segundo orden en teoría de perturbaciones.

La famosa contribución anómala al momento magnético del electrón m es:

$$m = 2 \left(1 + \frac{\alpha}{2\pi}\right) \mu_B + O\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2, \quad (A.1)$$

donde μ_B es el magnetón de Bohr. Dicho cálculo constituye un excelente ejemplo de aplicación de la T.F.R. en el I.F.P.

Consideremos el elemento matriz corriente electromagnética (Ver Fig. 32.a). Usando covarianza Lorentz y conservación de la corriente, podemos escribir el elemento general del vértice, como:

$$\langle p+q/2 | j^\mu | p-q/2 \rangle = e \bar{u}(p+q/2) \left[\gamma^\mu F_1(q^2) + \frac{i\sigma_{\mu\nu} q^\nu}{2m} F_2(q^2) \right] u(p-q/2) \quad (A.2)$$

donde

$$\sigma_{\mu\nu} = \frac{1}{2} [\gamma_\mu, \gamma_\nu]$$

los espinores externos $\bar{u}(p+q/2)$, $u(p-q/2)$ satisfacen la ecuación de Dirac.

En el Capítulo III veremos que $F_1(0) = L$ el primer orden en α , dicho término renormaliza el momento magnético del electrón. Podremos encontrar una interpretación física para $F_2(0)$, notando que el vértice total (A.2) de un electrón en un campo electromagnético de interacción

$$- \frac{e\hbar}{2m} (1+a) \vec{\sigma} \cdot \vec{B},$$

en el límite no relativista, es equivalente al momento magnético clásico

$$\left(\vec{A} = \frac{1}{2} \vec{B} \times \vec{r} \right),$$

donde $a = F_2(0)$. Resulta entonces natural identificarlo con el momento magnético anómalo del electrón

$$F_2(0) = \frac{g-2}{2}$$

donde g es el factor g magnético.

Reescribiremos Ecuación (A.2) en una forma modificada, para tal propósito, escribiendo:

$$\bar{u}(p') \frac{i}{2m} \gamma^{\mu\nu} q_\nu u(p) \tag{A.3}$$

con $q = p' - p$

$$= \frac{1}{4m} \bar{u}(p') [\not{q}, \gamma^\mu] u(p) \tag{A.4}$$

y usando la ecuación Dirac

$$\bar{u}(p') (\not{p}' - m) = 0, \quad (\not{p} - m) u(p) = 0$$

Con lo (A.4) resulta:

$$\bar{u}(p') \frac{1}{4m} [2m \gamma^\mu - 2(p+p')^\mu] u(p) \tag{A.5}$$

Por consiguiente, se compara (A.5) con (A.2) para identificar $F_2(q^2)$ con el coeficiente de la corriente dado por:

$$-\frac{e}{2m} \bar{u}(p') (p+p')^\mu u(p)$$

Consideremos la corrección a la amplitud de vértice (Ver Fig. 32b). Eliminemos la polarización del foton externo ϵ^μ . Los argumentos dados en el Capítulo II sobre los ordenamientos temporales de la contribución a la amplitud (Ver Fig. 32c y Fig. 32d). Si parametrizamos los momentos externos:

$$q = (0, q_\tau, 0) \quad q^2 = -q_\tau^2 \tag{A.6}$$

$$p \pm q/2 = (p_+ \pm \frac{m^2 + q_\tau^2/4}{2p_+}, \pm \frac{\vec{q}_\tau}{2}, p_-) \tag{A.7}$$

$$(p \pm q/2)^2 = m^2, \quad p \cdot q = 0$$

podemos entonces utilizar el grafico de Fig. 32b. El foton externo es puramente transversal ($\epsilon_1 = \epsilon_2 = 0$) y el foton interno es puramente longitudinal ($\epsilon_1 = \epsilon_2 = 1$) en el vertice grafico. Como $x_1, x_2 < 0$ por dicho ordenamiento temporal que contribuye:

$$M^0 = \frac{-e^2}{(2\pi)^3} \bar{u}(p + q/2) \int \frac{d^2k dx \gamma_\lambda (\not{p}_2 + m) \gamma^\lambda (\not{p}_1 + m) \gamma^\mu u(p - q/2)}{8x(1-x)^2 D_1 D_2} \tag{A.8}$$

donde el foton interno ha sido parametrizado

$$k = (x p_+ + \frac{k_\perp^2 + \lambda^2}{2p_+}, k_\perp, x p_-)$$

y p_1^μ, p_2^μ tienen usando la conservación de \vec{p} más

la condición $p_1^\mu p_{1\mu} = p_2^\mu p_{2\mu} = m^2$

Los denominadores D_1, D_2 son:

$$D_1 = \frac{1}{2P} \left(m^2 + \frac{\vec{q}_T^2}{4} - \frac{\vec{k}_\perp^2 + \lambda^2}{x} - \frac{(\vec{k}_\perp + \vec{q}/2)^2 + m^2}{(1-x)} \right)$$

$$D_2 = \frac{1}{2P} \left(m^2 + \frac{\vec{q}_T^2}{4} - \frac{\vec{k}_\perp^2 + \lambda^2}{x} - \frac{(\vec{k}_\perp - \vec{q}/2)^2 + m^2}{(1-x)} \right) \quad (A.1)$$

Consideremos el numerador:

$$\bar{u}(p_f) \gamma_\lambda (p_2 + m) \gamma^0 (p_1 + m) \gamma^\lambda u(p_i) \quad (A.11)$$

$$p_f = p + q/2 \quad ; \quad p_i = p - q/2$$

Por los argumentos dados anterior necesitamos aislar términos de la forma $\bar{u}(p_f) \gamma^\lambda u(p_i)$ de los términos de la forma $\bar{u} \gamma^0 u$ (que contribuyen a la carga)

Consideremos

$$(p_1 + m) \gamma^\lambda u(p_i) = (p_i - k + m) \gamma^\lambda u(p_i) = (2 p_i^\lambda - k \gamma^\lambda) u(p_i)$$

donde en el último conmutado p_i con γ^λ usando la ecuación de Dirac.

De analogía menor obtenemos:

$$\bar{u}(p_f) \gamma_\lambda (p_2 + m) = \bar{u}(p_f) (2 p_{f\lambda} - \gamma_\lambda k)$$

Con la ayuda de estas el numerador se reduce (A.1)

$$\bar{u}(p_f) (2 p_{f\lambda} - \gamma_\lambda k) \gamma^0 (2 p_i^\lambda - k \gamma^\lambda) u(p_i) =$$

$$= \bar{u}(p_f) (-2 \gamma_\lambda k \gamma^0 p_i^\lambda - 2 p_{f\lambda} \gamma^0 k \gamma^\lambda + \gamma_\lambda + \gamma_\lambda k \gamma^0 k \gamma^\lambda) u(p_i)$$

terminos $\bar{u} \gamma^0 u$.

El término:

$$p_\lambda^f \gamma^0 k \gamma^\lambda = p_\lambda^f k_\nu \gamma^0 [2 g^{\lambda\nu} - \gamma^\lambda \gamma^\nu] =$$

$$= 2 (p_\lambda^f \cdot k) \gamma^0 - p_\lambda^f k_\nu \gamma^0 \gamma^\lambda \gamma^\nu =$$

$$= -2 p_\lambda^f \cdot k + m \gamma^0 k$$

usamos la ecuación de Dirac en el último

$$-2 p_\lambda^f \gamma^0 k \gamma^\lambda = 4 p_\lambda^f k - 2 m \gamma^0 k \quad (A.12)$$

De la misma manera:

$$-2 p_\lambda^f k \gamma^0 p_i^\lambda = 4 p_\lambda^f k - 2 m k \gamma^0 + \text{términos de carga.} \quad (A.13)$$

and

$$k \gamma^0 k = 2 k_\mu k_\lambda \gamma^0 \gamma^\lambda \gamma^\mu + \text{términos de carga} \quad (A.14)$$

reemplazando (A.12) (A.14) en (A.11) obtenemos para el numerador:

$$\begin{aligned} & \bar{u}(p_f) (4(p_f + p_i) \not{k} - 2m \{ \gamma^0, \not{k} \} - 4k_0 \not{k}) u(p_i) = \\ & = \bar{u}(p_f) (4(p_f + p_i - k) \not{k} - 4m q_0) u(p_i) \quad (A.15) \end{aligned}$$

En el límite $q^2 \rightarrow 0$ el término dominante en $k_\mu = \gamma(p - q/2)$ por lo que

$$\bar{u}(p + q/2) \gamma^\mu u(p - q/2) \xrightarrow{q^2 \rightarrow 0} \left(\frac{p^\mu}{m} \bar{u}(p + q/2) u(p - q/2) \right)$$

debido a la identidad Gordon.

Por consiguiente:

$$\bar{u}(p + q/2) \not{k} u(p - q/2) \xrightarrow{q^2 \rightarrow 0} \frac{\not{x}}{m} (p - q/2) \cdot p = \frac{\not{x} p^2}{m} = x m$$

por lo que finalmente el numerador resulta:

$$\bar{u}(p') u(p) 2(p_f^0 + p_i^0) m x (1-x)$$

Usando (A.) y (A.) en (A.) obtenemos:

$$\lim_{q^2 \rightarrow 0} \mathcal{M}_0 = \frac{-e^3}{2(2\pi)^3} 2(p_f^0 + p_i^0) \bar{u}(p_f) u(p_i) m \int d^2k x$$

$$x \int_0^1 \frac{x^2(1-x)}{(m^2 x^2 + k^2 + \lambda^2(1-x))^2} + \text{términos de carga}$$

$$= \frac{-e^3}{\pi^2 m} (p_f^0 + p_i^0) \bar{u}(p + q/2) u(p - q/2)$$

donde en el límite $q^2 = 0$ no se introdujeron denominadores pues la integral converge. El denominador no contiene los términos del tipo $k_\mu q_\nu$.

Concluimos entonces

$$F_2(0) = \frac{2}{2\pi}$$

La técnica de cálculo expuesta en los Capítulos II y III y ejemplificada en este apéndice ha sido exitosamente empleada al cálculo de correcciones radiativas de segundo orden (cuarto y sexto orden) al momento magnético anómalo del electrón⁶⁻⁷. Los diagramas de Feynman que contribuyen a la corrección al vértice en cuarto orden están esquematizados en la Fig. (33). En la Fig. (34) mostramos los distintos graficos ordenados por importancia que contribuyen en el I.F.F. Estos son los únicos graficos que uno necesita considerar, cuando se calcula la corrección radiativa para incorporar funciones con $x < 0$ tal como se hizo en el Capítulo II.

Los resultados encontrados son consistentes con cálculos previos.

$$a_e^{(4)} = -0.328 \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^2$$

Para referencia citaremos el mejor resultado experimental⁹:

$$a_e^{exp} = (1159657.7 \pm 3.5) \times 10^{-9}$$

Finalmente, en referencia¹⁰ la corrección de sexto orden a $(g_e - 2)$ proveniente de los graficos de la Fig. (35) fue calculada.

1. J. Schwinger : Phys. (416, 1948)
2. J. D. Bjorken y S. D. Drell, "Relativistic Quantum Mechanics", Publicado por McGraw-Hill Co. N.Y. (1964).

3. Para simplificarle la vida el lector hemos adoptado el método de S. J. Chang y S. K. Ma, Phys. Rev. 180, 1506 (1969), para el cálculo del numerador. Uno podría adoptar el siguiente procedimiento para calcular $F_2(0)$:

$$eF_2(0) = \lim_{q \rightarrow 0} \lim_{p \rightarrow \infty} \frac{2m^2}{4} \text{Tr} \left\{ \frac{\mathcal{M}^0 (\not{p} - \not{q}/2 + m) (\not{q} - \frac{1}{m}) (\not{p})}{-q^2 p} \right\}$$

Este procedimiento es apropiado para hacer cálculos con computadoras.

4. Hemos utilizado aquí la conservación del cuadri-vector impulso en el numerador. El error cometido por este reemplazo, es del orden $\frac{q^2}{p}$, procedimiento correcto dado que \mathcal{M}_0 no posee divergencias.

5. El cálculo de la corrección $\frac{\alpha}{2\pi}$ usando técnicas del I.K.F. ha sido **discutido** en la literatura.

J. B. Kogut "Quantum Electrodynamics in Infinite Momentum": Applications to High Energy Scattering, SLAC Report No. 140 (1971); D. Foerster, publicación previa, University of California, Berkeley (1971). La técnica de Foerster para la corrección de orden α es particularmente **iluminante**. Si uno construye los diagramas transversales de la corriente, encuentra la contribución de la Fig. (3c) sin la modificación de los graficos Z es negativa (y logaritmicamente divergente), lo que contrasta con el argumento clásico de Melton (T. Melton, Phys. Rev. 74, 157 (1948)). El diagrama Z que da contribución finita en este caso, cancela exactamente al término divergente y se obtiene la respuesta correcta.

6. S. D. Brodsky y A. Koskies, Phys. Letters 41B, 517 (1972).
7. S. D. Brodsky, A. Koskies y A. Cueva "Quantum Electrodynamics and Renormalization Theory in the Infinite Momentum Frame" report No. Pitt-108, Mayo (1973), enviado a Phys. Rev.

8. El primer intento de cálculo de las contribuciones de cuarto orden a g_e^{-2} fue hecho por K. Karllus y N. M. Kroll, Phys. Rev. 77

563, (1950); dicho calculo fue posteriormente revisado y corregido: C. E. Sommerfield, Phys. Rev. 107, 328 (1957), Ann. Phys. (N.Y.) 2, 26 (1958); A. Peterman, Helv. Phys. Acta 30, 407 (1957), Nucl. Phys. 3, 686 (1957)

9. J. C. Wesley and A. Rich, Phys. Rev. A4, 134 (1971).

10. Citaremos a continuacion algunas excelentes reconiliaciones sobre el estado actual de la Electrodinamica Cuantica.

A. B. E. Lautrup, A. Peterman and E. de Rafael en "Recent developments in the comparison between theory and experiments in Quantum Electrodynamics". Physics. Reports. 30, No. 4 (1972).

B. S. J. Brodsky y S. D. Drell en "The present status of Quantum Electrodynamics", Ann. Rev. Nuclear Science, 20, 147 (1970).

C. S. J. Brodsky "Status of Quantum Electrodynamics ", Proc. 4th

Int. Symposium on Electron and Photon Interactions at High Energies (publicado por el Daresbury Nuclear Physics. Lab., (1969), ver tambien "Quantum Electrodynamics and the Theory of the Hydrogenic Atom", por el mismo autor: "Radiative Problems and Quantum Electrodynamics", Report No. SLAC-PUB-969, Dic. 1971. Presentado en el Simposio Internacional de 1971 sobre Interacciones de Electrones y Fotones a Altas Energias, Universidad de Cornell, Ithaca, N.Y. Agosto 23-27, 1971.

Apendice B.

Polos fijos para $q^2 \neq 0$.

Las predicciones de Brodsky, Close y Gunion¹, se pueden someter a un analisis critico, aunque mas no sea cualitativo, con los datos disponibles de electroproduccion y fotoproduccion. Hemos visto ya, que dicho tipo de modelos, explican satisfactoriamente el comportamiento de las partes imaginarias del efecto Compton, para fotones tipo espacio, en la region cinematica, definida como el limite de Bjorken. Funciones de estructura ($\text{Im } T_1(\nu, q^2)$ e $\text{Im } \nu T_2(\nu, q^2)$) que son esencialmente medidas en los experimentos de electroproduccion.

Al mismo tiempo presentan dificultades cuando uno trata de entender los resultados obtenidos en la evaluacion de los polos para $q^2=0$.

Analicemos mas detenidamente algunas de las hipotesis, que puedan ser contrastadas con datos experimentales ya medidos. Dicho modelo supone la existencia de un acoplamiento local (no mediado por mesones vectoriales entre el foton y los constituyentes del hadron). En el lenguaje optico que hemos utilizado repetidamente dicho comportamiento daria lugar a una componente "no hadronica" en la seccion total de fotoproduccion y como tal no deberia sufrir atenuacion al atravesar la materia. Hemos discutido en el capitulo V, que la evidencia experimental favorece (para $q^2=0$) una cierta cantidad de sombra en las secciones de fotoproduccion. Veremos que no es suficiente para describir la seccion total de fotoproduccion.

Consideremos a tal efecto (usando dominancia vectorial)²:

$$f(\gamma P \rightarrow \rho P) = \frac{\sqrt{\pi\alpha}}{\gamma_\rho} f(\rho P \rightarrow \rho P) \quad (B.1)$$

$$f(\gamma P \rightarrow \delta P) = \sum_V \frac{\pi\alpha}{\gamma_V^2} f(\nu P \rightarrow \nu P) \quad (\nu: \rho, \omega, \varphi, \dots)$$

Usando el teorema optico:

$$\sigma_{\text{tot}}(\gamma P) = \frac{\pi}{\nu} \sum_V \frac{4\pi\alpha}{\gamma_V^2} \text{Im } f(\nu P \rightarrow \nu P) \Big|_{t=0}$$

$$= \frac{\pi}{\nu} \sum_{\nu} \frac{4\pi\alpha}{\gamma_{\nu}^2} \frac{\gamma_{\nu}}{\sqrt{\pi\alpha}} \operatorname{Im} f(\gamma_P \rightarrow \nu P) \Big|_{\theta=0^\circ}$$

Usando la normalizacion:

$$\frac{d\sigma}{dt} \Big|_{\gamma \rightarrow \nu} = \frac{\pi}{\nu^2} \left| f_{\gamma \rightarrow \nu}(t) \right|^2$$

Concluimos que

$$\sigma_{\text{tot}}(\gamma P) = \sum_{\nu} \sqrt{\frac{e^2}{(\gamma_{\nu}^2/4\pi)(1-\eta_{\nu}^2)}} \frac{d\sigma}{dt}(\gamma P \rightarrow \nu P) \Big|_{\theta=0^\circ}$$

Cuando el valor experimental $\gamma_P^2/4\pi = 0.64$ y los valores medidos de $\frac{d\sigma}{dt} \Big|_{\gamma P \rightarrow \nu P}$ y los cocientes canonicos $1/q : 1 : 1/2$ para $\gamma_P^2 : \gamma_{\omega}^2 : \gamma_{\nu}^2$ 1,3,4 se comprueba que no ajusta a la data de $\sigma_{\text{TOT}}(\gamma P)$

Para que dicho ajuste sea posible es necesario disminuir $\gamma_P^2/4\pi$
a: 0.37 ± 0.3

Utilizando el valor medido de γ_P hay aproximadamente un 20% de $\sigma_{\text{TOT}}(\gamma P)$ que no proviene del acoplamiento con ρ, ω y ϕ . Las posibles explicaciones a este fenomeno son:

- a) mesones vectoriales de mayor masa.
- b) modificar γ_P con q^2
- c) acoplamiento directo del foton.

Tambien se ha notado en experimentos de electroproduccion sobre nucleos⁵, que el efecto de sombra desaparece rapidamente con q^2 (para $-q^2 \approx .56 \text{ eV}^2$ el crecimiento de la seccion total es practicamente lineal). Finalmente, se observa tambien que el cociente $\sigma_{\gamma P \rightarrow \rho P} / \sigma_{\text{TOT}}$ decrece al aumentar $-q^2$.

Dicho conjunto de evidencias favorecen la hipotesis de una componente localizada en la interaccion foton hadron a altas energias.

Pasemos a continuacion a estudiar el comportamiento en q^2 de los polos fijos. La cinematica de la amplitud Compton para fotones fuera de su capa de masa ya ha sido discutida en el capitulo IV, (ver ecuaciones 4.23 y referencia 4.30).

Consideremos la amplitud $\nu T_2(\nu, q^2)$ que es impar ante la transformacion de cruce. Utilizando ademas analiticidad real

$$f^*(\nu^*) = f(\nu) \quad \text{concluimos que}$$

$$\begin{aligned} \operatorname{Im} \nu T_2(-\nu + i\epsilon) &= \operatorname{Im} \nu T_2(\nu + i\epsilon) \\ \operatorname{Re} \nu T_2(-\nu + i\epsilon) &= \operatorname{Re} \nu T_2(\nu + i\epsilon) \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

Efectuemos la integral de Cauchy en el circuito de la fig. (36), para q^2 fijo:

$$2i \int_0^{N(q^2)} \text{Im } \nu T_2(\nu, q^2) d\nu + \int_C \nu T_1(\nu, q^2) d\nu = 0$$

Suponiendo que para $\nu > N$ el modelo de Regge aproxima bien a la amplitud, efectuamos la Integral de Cauchy para νT_2^R sobre el mismo circuito y obtenemos:

$$2i \int_0^N \text{Im } \nu T_2^R(\nu, q^2) d\nu + \int_C \nu T_2(\nu, q^2) d\nu = \pi i C(q^2)$$

donde hemos utilizado el hecho de que $\nu T_2^R \sim \beta(q^2) \nu^{\alpha(0)-1}$ y $C(q^2)$ representa el residuo del termino con $J = 0$.

Restando (B.5) de (B.4) obtenemos:

$$\int_0^N \text{Im} [\nu T_2(\nu, q^2) - \sum_{\alpha_i > 0} \nu T_2^R(\nu, q^2)] d\nu = -\frac{\pi}{2} C(q^2)$$

Usando la normalizacion⁵ $\text{Im } \nu T_2 = \nu W_2(\nu, q^2)$

y separando explícitamente el termino de Born:

$$W_2^{\text{Born}} = \frac{G_E^2(q^2) + \frac{q^2}{4M^2} G_M^2(q^2)}{1 + \frac{q^2}{4M^2}} \delta(\nu - \frac{q^2}{2M})$$

donde $q^2 = -q^2$, $G_E(q^2)$ es el factor de forma electrico del nucleon $G_E^p(0) = 1$ y $G_M(q^2)$ es el magnetico, normalizado a $G_M(0) = \mu$ (al momento magnetico del nucleon).

Reemplazando (B.8) en (B.7) y efectuando la integral de Regge obtenemos:

$$\begin{aligned} \frac{2Mq^2}{4M^2 + q^2} \left(G_E^2(q^2) + \frac{q^2}{4M^2} G_M^2(q^2) \right) + \int_{\nu_0}^{N(q^2)} \nu W_2(\nu, q^2) d\nu &= \\ &= \sum_{\alpha_i > 0} \beta_i(q^2) N^{\alpha_i(0)} - \frac{\pi}{2} C(q^2) \end{aligned}$$

Con

$$\nu_0 = \mu \pi \left(1 + \frac{\mu^0}{2M} \right) + \frac{q^2}{2M}$$

Consideramos el limite $Q^2 \rightarrow \infty$ bajo las hipotesis:

a) Los factores de forma elastica decrecen rapidamente a cero.
 b) Para $Q^2 \rightarrow \infty$, $\nu W_2(\nu, Q^2) \rightarrow F_2(\omega)$, $\omega = 2M\nu/Q^2$

c) Podemos intercambiar el limite $\nu \rightarrow \infty$ con Q^2 fijo que corresponde al limite de Regge, con el limite de Bjorken: $\nu \rightarrow \infty$,

con ω fijo. Esto implica un comportamiento especial en los residuos de Regge: $\beta_i(Q^2) \rightarrow (Q^2)^{\alpha_i - 1}$ de tal manera que

$\nu W_2^R(\nu, Q^2) \xrightarrow{Q^2 \rightarrow \infty} F_2^R(\omega) = \sum_i \gamma_i \omega^{\alpha_i - 1}$ donde las γ_i solo pueden depender de t .

Obtenemos:

$$\int_1^\infty \tilde{F}_2(\omega) d\omega - \sum_{\alpha_i > 0} \frac{\gamma_i}{\alpha_i} = -\pi M \frac{C(Q^2)}{Q^2} \quad (\text{B.10})$$

Donde $\tilde{F}_2(\omega) = F_2(\omega) - F_2^R(\omega)$

De la ecuacion (B.9) dividiendo por Q^2 , tomando el limite $Q^2 \rightarrow 0$ y usando (4.25) obtenemos:

$$1 + \frac{M}{2\pi^2\alpha} \int_{\nu_0}^\infty (\sigma_{\gamma p}(\nu) - \text{Regge}(\nu)) d\nu = -\pi M \lim_{Q^2 \rightarrow 0} \frac{C(Q^2)}{Q^2} \quad (\text{B.11})$$

En dicho limite, coincide con la regla de suma utilizada en fotoproduccion. Si utilizamos el resultado del analisis hecho en fotoproduccion, en dicho limite el polo fijo esta dado por el termino de Born, que nuestra normalizacion resulta:

$$\lim_{Q^2 \rightarrow 0} \frac{C(Q^2)}{Q^2} \rightarrow -\frac{1}{\pi M} \quad (\text{B.12})$$

Notemos de (B.10), que si el limite de escala es satisfecho se debe cumplir que $C(Q^2)$ para $Q^2 \rightarrow \infty$ no puede crecer mas rapidamente que Q^2

d) Si ademas suponemos que $C(Q^2)$ es un polinomio en Q^2 , concluimos que $C(Q^2) = aQ^2$ (no puede tener ningun termino constante, pues violaria la condicion de invariancia de medida en $Q^2=0$)

Bajo las hipotesis a-d. se cumple que:

$$\int_1^\infty \tilde{F}_2(\omega) d\omega - \sum_{\alpha_i > 0} \frac{\gamma_i}{\alpha_i} = 1 \quad (\text{B.13})$$

Es obvio observar que el cumplimiento de dicha regla de suma requiere una cancelacion de las areas rayadas de la figura (37). De los datos (Ver Fig. 38) surge que si la parametrizacion de Regge es valida para ω chicos dicha cancelacion no es posible y el polo fijo cambia de signo al ir de fotoproduccion a electroproduccion⁹. Su residuo no resultaria polinomico en q^2 .

Es obvio que para saturar dicha regla de suma el comportamiento de Regge debe comenzar para ω grandes. Close y Gunion¹¹, estudiaron las limitaciones que impone en los datos de alta energia el cumplimiento de dicha regla de suma. Ellos predijeron para: F_2^p

$$F_2^p(\omega) = .12 + .462\omega^{-1/2} + 4.02\omega^{-3/2} \quad (\omega > 12)$$

Dicha parametrizacion fue obtenida al requerir que $C^p(q^2) = -Q^2/4\pi$ para el proton, cero para el neutron y que se cumpla la regla de suma del modelo de quarks:

$$\int_0^\infty (F_2^p(\omega) - F_2^n(\omega)) \frac{d\omega}{\omega} = 1/3$$

Es importante notar, que la necesidad de un termino no convencional $\sim \omega^{-3/2}$ es necesario aunque no se imponga la regla de suma del modelo de Quarks. Desafortunadamente dichas predicciones no estan de acuerdo con reciente data obtenida para $\omega > 12$. Esto no indica que deba rechazarse la hipotesis de un polo fijo. Es probable que la convergencia de dicha regla de suma sea lenta, o en otras palabras que el umbral desde donde debemos considerar el comportamiento de Regge sea mucho mayor. (Quizas $\omega \sim 100$ sea equivalente a $\nu \sim 2$ a 3 GeV, recordemos que ω es adimensional).

Otro argumento que favoreceria dicha posibilidad esta dado por la parametrizacion de Rittenberg y Rubinstein¹³, con $W_\omega = \frac{2M\nu + A}{Q^2 + B}$, $A \sim 1.4$ GeV, $B \sim .4$ GeV²

Dicha parametrizacion conecta en forma continua los resultados de fotoproduccion con los de electroproduccion. De dicha parametrizacion esperamos que el comportamiento de $F_2(\omega)$ a $\omega \sim 20$ sea equivalente al comportamiento de $f(\nu)$ a $\nu \sim 3$ GeV.

Por otro lado tenemos otro ejemplo muy significativo de una regla de suma que requiere convergencia al límite esperado parece dudosa (o lenta). Dicha regla de suma es la regla de suma de Adler: para procesos que involuven neutrinos

$$\int_0^{\infty} \frac{dW^2}{W^2 - Q^2 - m_p^2} [F(W^2, Q^2)^{\bar{\nu}p} - F(W^2, Q^2)^{\nu p}] = 2(\cos^2 \theta_c + 2\sin^2 \theta_c) \approx 2 \quad (B.14)$$

donde $F(W^2, Q^2)$ es la función de estructura medida en $\nu_\mu + p \rightarrow \mu^- + \text{hadrones}$, a altas energías, W^2 es la masa invariante del sistema de hadrones y θ_c es el ángulo de Cabibbo. Observar que si (B.14) converge para $W^2 \sim cQ^2$, se concluye que para Q^2 grande (B.14) tiende a:

$$\int_0^{1+c} \frac{d\omega}{\omega} [F(\omega, Q^2)^{\bar{\nu}p} - F(\omega, Q^2)^{\nu p}] \sim 2 \quad (B.15)$$

Observar que dicha regla de suma conduce a la hipótesis de escala. Un análisis crítico de la posible estimación de su convergencia fue realizado por Bjorken y Tuan¹⁵, Ellos sugieren que el comportamiento asintótico sea alcanzado muy lentamente ω_{100} o más.

Queremos recordar que en la región de fotoproducción la convergencia es rápida.

Resulta interesante observar que la regla de suma de Bloom y Gilman¹⁶:

$$\frac{2M\nu}{Q^2} \int_0^{\nu_m} d\nu \nu W_2(\nu, Q^2) = \int_0^{1+W_m^2/Q^2} d\omega' F_2(\omega') \quad (B.16)$$

donde $W_m \sim 2 \text{ GeV}$. La derivación de dicha regla de suma surge naturalmente de usar (B.9) que reescribiremos:

$$\int_0^{\infty} [\nu W_2(\nu, Q^2) - \sum_{\alpha \geq 0} \beta_\alpha(Q^2) (\omega')^{\alpha + (\alpha) - 1}] d\nu = -\frac{\pi}{2} \frac{C(Q^2)}{Q^2}$$

que tomada a $Q^2 \rightarrow \infty$ resulta, bajo las hipótesis de escala:

$$\int_0^\infty F_2(\omega') - \sum_{i>0} \gamma_i(\omega')^{\alpha_i(\omega')} dv = -\frac{\pi}{2} \lim_{Q^2 \rightarrow \infty} \frac{C(Q^2)}{Q^2}$$

Restando estas dos ecuaciones:

$$\int_0^\infty [vW_2(v, Q^2) - F_2(\omega) + \sum_{i>0} [\gamma_i - \beta_i(Q^2)](\omega')^{\alpha_i(\omega)-1}] dv = -\frac{\pi}{2} \left[\frac{C(Q^2)}{Q^2} - \frac{C(\infty)}{\infty} \right]$$

La observación empírica que para $Q^2 > 1$ y $W_m > 2$

$$\frac{vW_2(v, Q^2) - F_2(\omega)}{F_2(\omega)} \quad \text{y} \quad \frac{\gamma_i - \beta_i(Q^2)}{\gamma_i}$$

son mucho menores que uno. (el fenómeno de escala se satisface prematuramente). Conduce a la regla de suma (B.16) siempre y cuando el término de la derecha en (B.19) también se despreciable.

El hecho de que (B.16) se satisfaga para $Q^2 > 1$, es una evidencia "a posteriori" de que los polos fijos se aproximan a su límite de escala "tan rápidamente como las partes imaginarias".

Como estamos buscando un polo fijo cuya contribución es independiente de Q^2 (si se cumple que es polinómico) en principio es factible comprobar si $\frac{C(Q^2)}{Q^2}$ es constante estudiando el comportamiento para Q^2 pequeña, dado que en esa región tenemos en principio las siguientes ventajas frente al cálculo en el límite altamente inelástico.

a) Las secciones medidas a Q^2 pequeña son insensibles al valor de $R = \sigma_s/\sigma_T$ que es la cantidad sobre la cual se tiene mayor incerteza experimental.

b) No debemos hacer suposiciones sobre el intercambio de límite (Regge \leftrightarrow Bjorken).

Por consecuencia, lo ideal es evaluar dicha regla de suma para Q^2 fijo y pequeño. Como se sabe, las mediciones experimentales se realizan a ángulo fijo y no a Q^2 fijo¹⁷. Aparte no existen mediciones todavía publicadas en dicha región del espectro¹⁸.

En un analisis preliminar que hicimos¹⁹ utilizando data interpolada²⁰ a $Q^2 = 1.0$, y 1.5 GeV^2 donde podiamos hacer el mejor compromiso de puntos de alta y baja energia.

Adelantemos las conclusiones: Tomando N entre 3.5 y 7.0 GeV^2 , y parametrizando $\nu W_2(\nu, q^2)$ de la forma $a + b \nu^{-1/2}$ para $\nu > N(q^2)$ (la dependencia en q^2 de a y b no es importante dado que basta que $C(q^2)/q^2 \neq a$ para eliminar la hipotesis de residuos polinomicos). Se efectuaron pruebas de sensibilidad de dichos resultados a las variaciones de R en la region de altas energias. Ademas del valor convencional $R = 0.18$ consideramos $R = 0.9/\nu^2$

teoricas. Las consecuencias de dicho analisis se pueden resumir en una sentencia. Todos los ajustes realizados rechazan la posibilidad de un polo fijo polinomico. Dicho analisis por supuesto no es conclusivo dado que q^2 entre 1.0 y 1.5 esta peligrosamente cerca de la zona de escala donde sabemos que encontramos problemas.

Existe ademas una explicacion fenomenologica sencilla de porque estamos observando dicho cambio de signo en el residuo del polo fijo: A $q^2 = 0$ el hecho de que el polo fijo esta dado por el limite de Thomson indica que

$$\int_0^\infty (\sigma_{TOT}(\nu) - \text{Regge}(\nu)) d\nu = 0$$

Hay una compensacion en las areas. Cuando aumentamos q^2 , las resonancia, al igual que el termino elastico caen con q^2 en forma rapida, como $q^2 G^2(q^2) \sim (q^2)^{-3}$ a su vez la componente difractiva solo decae como $\sigma_T \sim 1/q^2$ (dado que $\nu W_2 \sim q^2 \sigma_T$

→ constante) es por ello que el area que cubre el termino de Regge va a dominar y esperamos que el polo fijo varie, a menos que $\nu W_2(\nu, q^2)$ para ν alta disminuya sensiblemente.

Esperamos que para q^2 entre $0.3 - 0.5$ pueda dilucidar el problema, para ello daremos un argumento que esencialmente mide la continuidad del umbral de Regge. Para ello consideramos la reaccion $\gamma^* + p \rightarrow p + p$, donde γ^* indica un foton virtual. Dicho canal difractivo contribuiria, para q^2 pequeño en una proporcion no despreciable a la seccion total. El momento minimo transferido al nucleon para producir un p real es²¹:

$$t_{min} = - \left(\frac{(mp^2 + Q^2)M}{s} \right)^2 + O\left(\frac{1}{s^2}\right) \quad (B.17)$$

\sim
 Dado que el factor de forma difractivo tipico se comporta \sim
 en fotoproduccion, supondremos, por continuidad que para
 q^2 pequenos dicho resultado permanece siendo valido²². Esto in-
 dica que para S fijo cuando q^2 aumenta la proporcion difractiva
 disminuye.

Podemos reescribir (B.17)

$$t_{min} = - \left(\frac{m_p^2 + Q^2}{2\nu} \right)^2 + O\left(\frac{Q^4 m^2}{S^2}\right) \quad (B.18)$$

A partir de (B.18) podemos evaluar la energia equivalente que
 necesita un foton virtual γ^* , calculada en el sistema de labo-
 ratorio, para producir la misma difraccion que un foton real de
 energia ν_0 :

$$\nu = \nu_0 \left(1 + \frac{Q^2}{m_p^2} \right) \quad (B.19)$$

Si consideramos $\nu_0 \sim 3\text{GeV}$ obtenemos $\nu \sim 3 + 6 Q^2$
 Si creyeramos (cosa que no haremos) dicha expresion para $Q^2 \rightarrow \infty$
 nos diria que $\nu \sim 3$ seria equivalente a $\omega \approx 2M\nu/Q^2 \sim 12$
 y nos encontraríamos con el resultado de que el polo fijo no es
 polinomico. Pero para Q^2 grande la influencia del ρ debe dismi-
 nuir dado que el polo se encuentra cada vez mas lejos de la zona
 fisica pero utilizando el argumento de continuidad esperamos que
 para $Q^2 \sim 0.3 - 0.5$ dicha expresion tenga validez y las parame-
 trizaciones de Regge puedan hacerse para $\nu > 6 \text{ a } 7 \text{ GeV}^{24}$

Citaciones y notas al pie de la pagina correspondientes al Apendice B.

1. S.Brodsky, F.Close y J.Cunio, va citado, ver tambien Phys. Rev. D6, 177 (1972).
2. Para comparar ~~con~~ la convencion usada en el capitulo IV $\int_P = 2Y_P$ (el valor experimental de Orsay para $\delta_P^2/4\pi = .64 \pm .06$), Benaksas et al., Phys. Letters 39B, 289 (1972).
3. R.Feynman "Lecture Notes" Calif. Inst. of Tech., 1971.
4. O.Caldwell et al., Univ. of Calif., Santa Barbara, publicacion previa (Sept. 1972) enviado a Phys. Rev. Sostienen en base a un analisis de su data sobre nucleos pesados donde las correcciones por movimiento de Fermi son tomadas "medianamente en cuenta" discuten cuidadosamente las distintas posibilidades.
5. H.Kendall; reporte presentado en el Simposio Internacional de Interacciones de Fotones y ~~electrones~~ a altas energias, Cornell Univ., Ithaca, N. Y., Agosto 1971, mediciones adicionales fueron presentadas en la Conferencia de Batavia, Illinois, Sept. 1972.
6. Para agilizar la confusion del lector hemos modificado ligeramente la normalizacion respecto de la usada en el cap. IV, donde definiamos $\nu W_2 = \frac{1}{2\pi M} \text{Im } \nu T_2(\nu, Q^2)$
7. H.D.I.Abarbanel, M.L.Godberger y S.B.Treiman, Phys. Rev. Lett. 22, 500 (1969).
8. J.M.Cornwall, D.Corrihan y Norton, Phys. Rev. D3, 536 (1971). Ver tambien S.Raichoudhoury y R.Raharaman, Phys. Rev. D2, 2728 (1970), R.Raharaman y G.Rahackaran, Phys. Rev. D3, 266 (1971).
9. C.H.Llewellyn Smith "Theories of Highly Inelastic Electron Scattering", SLAC Pub., 843 Nov. 1970. "Invited Talk" presentada en la reunion de la American Physical Soc., Austin, Texas, Nov. 5-7, 1970. Ver tambien M.Elitzur, Phys. Rev. D3, 2166 (1971).
10. Los ultimos autores de la ref. 8 concluyeron erroneamente

(usando datos preliminares) que la regla de suma (B.13) se saturaba para $W \sim 4.5$).

11. E.D.Bloom y F.J.Gilman, Phys. Rev. D4 , 742 (1970); D4, 1576 (1970).
12. Mediciones hechas a 6 y 10 por el grupo de Kendall (MIT) y el grupo A de SLAC(no publicadas).
13. V.Rittenberg y H.Rubinstein, Phys. Letters 35D, 50 (1971) en dicho trabajo citan parametros distintos para A y B, posteriormente modificados usando nuevos datos medidos en DESY.
14. S.Adler, Phys. Rev. 143, B1144 (1966).
15. J.D.Bjorken y S.F.Tuan, SLAC Pub. 1049 (Mayo 1972). Es importante observar que dicha regla de suma fue la motivacion de la hipotesis de escala de Bjorken!
16. E.D.Bloom y F.J.Gilman, Phys. Rev. Lett. 25, 1140 (1970) y Phys. Rev. D4, 2091 (1971).
- 17) Para una decripcion de la cinematica en electroproduccion ver por ejemplo: F.J.Gilman Phys. Reports 4C No 3. (1972).
18. El grupo A de SLAC realizo durante el ano pasado mediciones a $\theta = 4^\circ$, cuyos resultados todavia no han sido publicados. Las mediciones anteriores realizadas a 4° de Bloom et al. ya mencionadas no fueron utilizadas dado que como hemos indicado en el capitulo V al extrapolarlas a $q^2 = 0$ se comprobaron errores sistematicos del orden del 10% cuando se las compara con los resultados de fotoproduccion.
19. Los resultados de dicho analisis no han sido publicados, pero el autor ha dado seminarios en SLAC sobre los mismos entre Diciembre y Julio de 1970 y 1971 respectivamente. Las consecuencias de dicho analisis sobre el polo fijo han sido referidos por Close y Gunion y C. Llewellyn Smith va citados.

20. Dicha interpolacion se efectuó a partir de toda la data medida, utilizando el programa interpolante SEARCH del grupo A de SLAC:

21. La derivacion de dicha expresion es algebra elemental. Consiste en considerar la expresion general:

$$25t = \{ 54 - 3^2 - (m_1^2 - m_2^2)(m_3^2 - m_4^2) \} + \cos \theta_{cm} \{ (3 - m_1^2 - m_2^2)^2 - 4m_1^2 m_2^2 \}^{1/2} \{ (3 - m_3^2 - m_4^2)^2 - 4m_3^2 m_4^2 \}^{1/2}$$

tomar $\cos \theta_{cm} = 1$ y hacer una expansion en potencias de $1/S$ y se obtiene:

$$t_{min} = - \frac{(m_1^2 - m_2^2)(m_3^2 - m_4^2)}{5} - \frac{(m_1^2 - m_2^2 + m_3^2 - m_4^2)}{5^2} \times [\gamma (m_1^2 m_2^2 - m_3^2 m_4^2) + O(\frac{1}{5})]$$

que para electroproduccion de p : $m_1^2 = -Q^2$, $m_2^2 = m_p^2$, $m_3^2 = m_e^2$ se reduce a la expresion del texto.

22. Recientes mediciones de electroproduccion de p parecerian indicar lo contrario, si no se tiene en cuenta el efecto de t_{min} . Una vez considerado el efecto de t_{min} son consistentes con dichas hipotesis, ver: J.T.Dakin et al., SLAC pub., 1154 (Diciembre 1972). Dichos resultados fueron tambien presentados por K.Berkelmann, XVI Conferencia Internacional de Fisica de Altas Energias, NAL, Batavia, Illinois, Septiembre 1972.

23. Dicho resultado fue demostrado previamente utilizando distintos argumentos por H.T.Nieth, Phys. Rev D1, 3161 (1970).

24. Durante el ultimo ano han aparecido en la literatura un buen numero de trabajos citare uno solo por consideracion: Y.Matsumoto et al., Phys. Letters 39B, 258 (1972), que enfaticamente afirman que el polo fijo cambia de signo, e incluso localizan el q^2 donde esto sucede. Los autores anteriormente mencionados sostienen que el residuo cambia de signo para Q^2 entre 0.0 y 0.25. Admirable precision! El autor de esta tesis con toda la data a su disposicion inclusive data no publicada, no pudo obtener ni la millonesima parte de tan categorica afirmacion. A dichos calculos les atribuimos un error infinito.

TABLA II

Integrales para las secciones sobre neutrones
libres, y β ef. para $N=2$ G e V

Función de Onda	β ef.	T_{∞} (Ab. GeV)
Hamada-Johnston	0.022	335.9
Reid	0.019	332.9
Lomon-Feshbach 1	0.028	339.6
Lomon-Feshbach 2	0.025	337.9

/
Las dos funciones de onda de Lomon-Feshbach difieren en la proporción de onda D.

TABLA III

Ajustes de Regge
 $\sigma_T(\gamma n)$

Ajuste N°	N	A_n (μb)	B_n ($\mu b \text{ GeV}^{-1/2}$)	χ^2	Nº de Puntos	Comentarios
1	2	98.6 \pm 3.7	48.2 \pm 8.4	99	140	Con correc. West
2	2	95.7 \pm 3.7	47.6 \pm 8.4	97	140	Sin correc. West
3	2	101.7 \pm 1.7	41.3 \pm 4.5	184	285	Ajuste simultaneo a $\sigma_T(\gamma n)$ y $\sigma_T(\gamma p)$ con $A_n = A_p$
4	3	99.5 \pm 4.6	45.1 \pm 11.5	80	96	Con correc. West
5	4	105.0 \pm 6.0	28.1 \pm 17.2	57.1	51	Con correc. West
$\sigma_T(\gamma p)$						
		A_p	B_p			
1	2	102.6 \pm 2.0	51.8 \pm 1.3	84.6	148	Inc. toda la data
2	2	102.3 \pm 2.0	53.0 \pm 4.3	79	140	Sin la data de: Ballam et al Hilpert et al, Peel et al.
3	2	101.7 \pm 1.7	53.7 \pm 3.8	184	285	Ajuste simultaneo a $\sigma_T(\gamma n)$ y $\sigma_T(\gamma p)$ con $A_n = A_p$
4	3	104.2 \pm 2.5	47.5 \pm 6.0	65.8	101	Inc. toda la data
5	4	101.6 \pm 3.3	55.4 \pm 9.0	46.2	55	Inc. toda la data

TABLA IV

Folos fijos de Neutrones

Funcion de onda	Ajuste N°	Polo Fijo	ERROR debido a: A_0, β_0
Hamada-Johnston	1	-0.3	± 0.9
	2	-0.6	± 0.9
	3	-0.9	± 0.5
	4	-0.6	± 1.5
Reid	1	-0.0	± 0.9
Lomon-Feshbach ? (cabezo duro)	1	-0.3 <i>($\mu b \times 6eV$)</i>	± 0.9 <i>$\mu b \times 6eV$</i>

Las funciones de onda no incluidas dan resultados practicamente coincidentes.

TABLA V

Polos Fijos de Proton

Ajuste N°	Polo Fijo	ERROR E ₀ Cap debido a: A _p , B _p
1	-3.7	±0.5
2	-3.5	±0.5
3	-3.4	±0.4
4	-3.1	±0.6
	μb GeV	μb GeV

TABLA VI

1. Datos de: DEJY (D), NINA (Ni)

Santa Barbara (SB)

$$N = 2.0 \text{ GeV}$$

$$\text{Forma funcional} = \text{fit} = A + B/\sqrt{s}$$

$$n = \text{numero de datos} = 139$$

$$A = 191.36 \pm 3.18$$

$$b = 106.99 \pm 7.17$$

$$\chi^2 = 101.25$$

2. Datos de: SB, D

$$N = 2.0 \text{ GeV}$$

$$\text{fit} = A + B$$

$$n = 50$$

$$A = 190.04 \pm 3.93$$

$$b = 117.06 \pm 11.14$$

$$\chi^2 = 51.87$$

3. Datos de: D, Ni, SB

$$N = 3.0 \text{ GeV}$$

$$\text{fit} = A + B/\sqrt{s}$$

$$A = 194.41 \pm 3.95$$

$$B = 98.03 \pm 9.90$$

$$n = 35$$

$$\chi^2 = 78.55$$

4. Datos de: SB, D, Ni

$$N = 4.0 \text{ GeV}$$

$$\text{fit} = A + B/\sqrt{s}$$

$$n = 50$$

$$A = 196.79 \pm 5.19$$

$$B = 90.66 \pm 14.58$$

$$\chi^2 = 53.22$$

5. Datos de: SB, D

$$N = 4.0 \text{ GeV}$$

$$n = 41$$

$$\text{fit} = A + B/\sqrt{s}$$

$$A = 193.29 \pm 5.48$$

$$B = 102.13 \pm 15.67$$

$$\chi^2 = 45.63$$

TABLA VI (cont.)

6. Datos de: D, Ni,

$$N = 2.0 \text{ GeV}$$

$$\text{fit} = A + b \nu^{\alpha-1}$$

$$A = 204.83$$

$$b = 106.59$$

$$\alpha = .280$$

$$n = 139$$

$$\chi^2 = 100.68$$

7. Datos de: D, SE

$$N = 2.0 \text{ GeV}$$

$$\text{fit} = A + b \nu^{\alpha-1}$$

$$A = 204.72$$

$$b = 113.68$$

$$\alpha = .280$$

$$\chi^2 = 51.72$$

$$n = 50$$

8. Datos de: D, SB, Ni

$$N = 3.0 \text{ GeV}$$

$$\text{fit} = A + k \nu^{\alpha-1}$$

$$A = 179.9$$

$$\alpha = .64$$

$$b = 104.6$$

$$n = 95$$

$$\chi^2 = 70.73$$

9. Datos de: D, SB, Ni

$$N = 4.0 \text{ GeV}$$

$$\text{fit} = A + b \nu^{\alpha-1}$$

$$A = 194.74$$

$$b = 97.03$$

$$\alpha = .490$$

$$\chi^2 = 55.46$$

$$n = 50$$

TABLE VIII

Fit Number	Error
4	- .89
	- .98
	+ 1.77
	- 2.
6	+ 6.2
7	+ 2.77
	- 6.64
9	- 1.11

Fig. 1

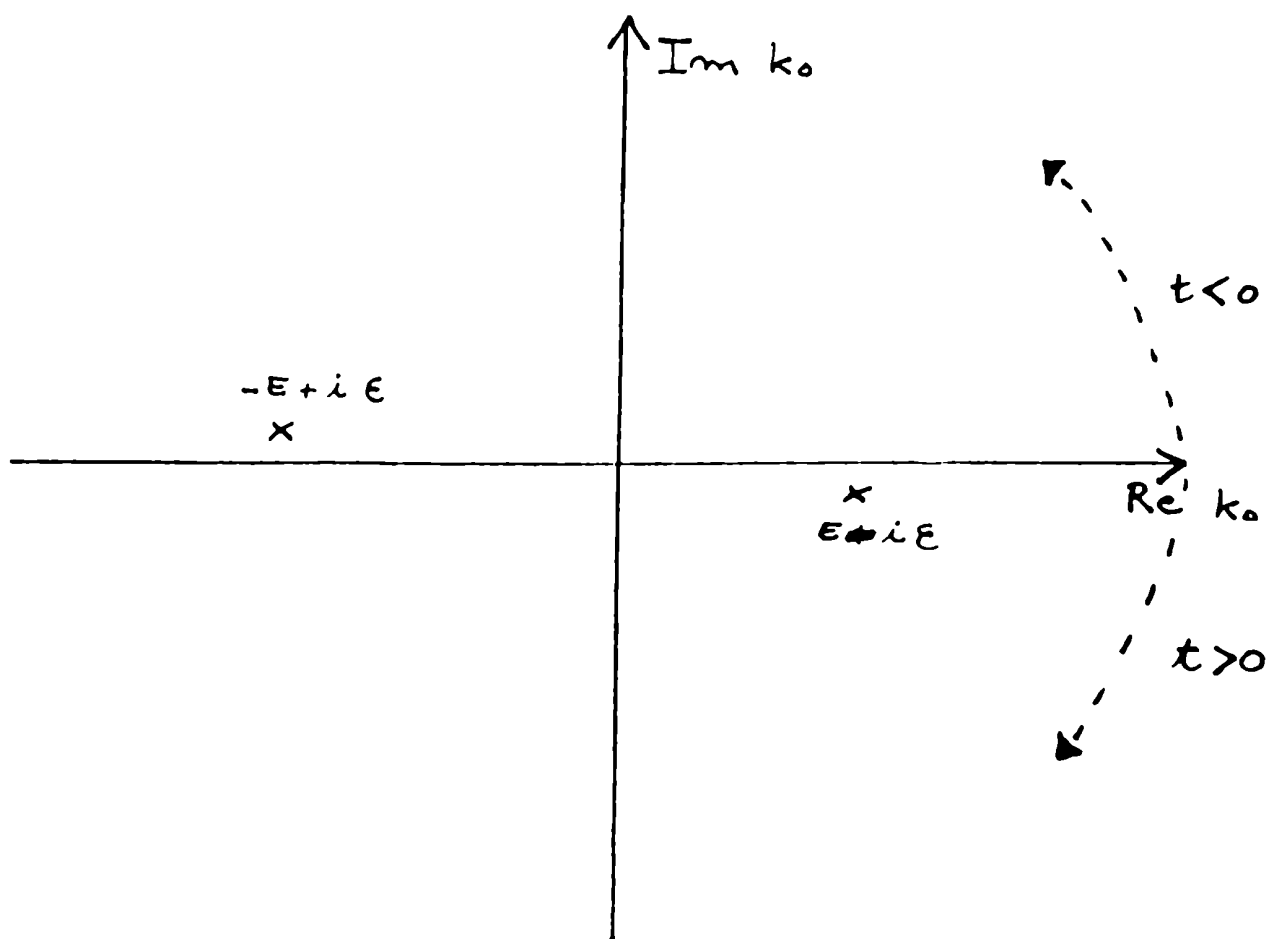
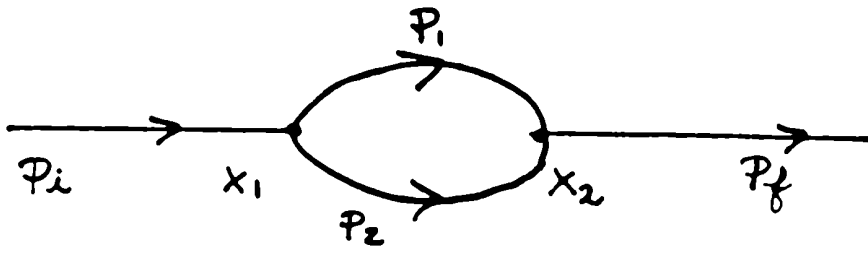
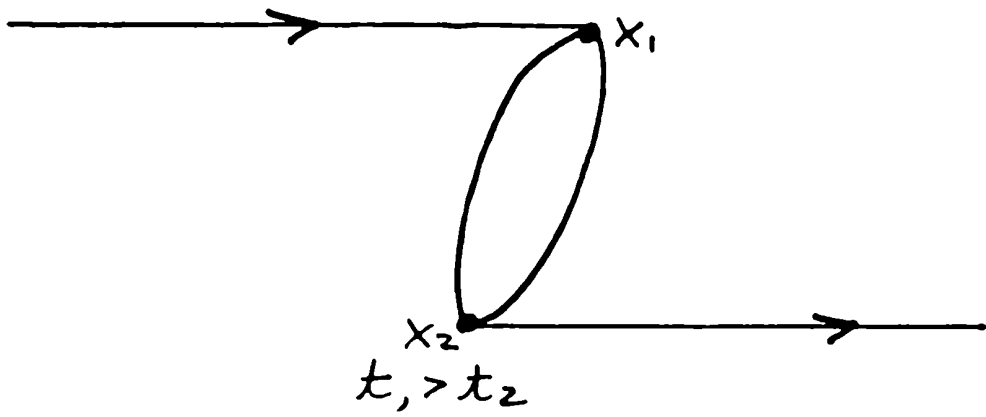


Fig. 2.

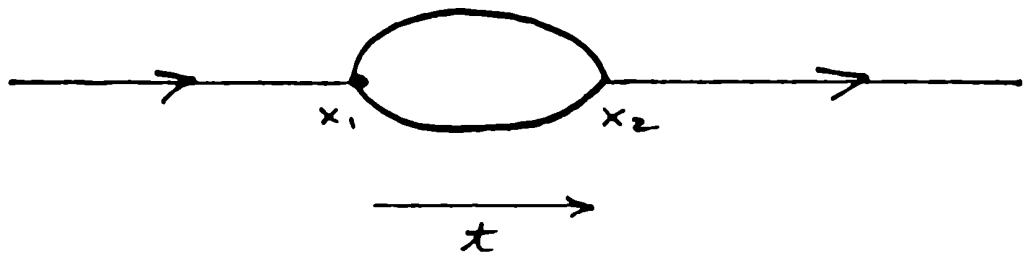
a.



b.



c.



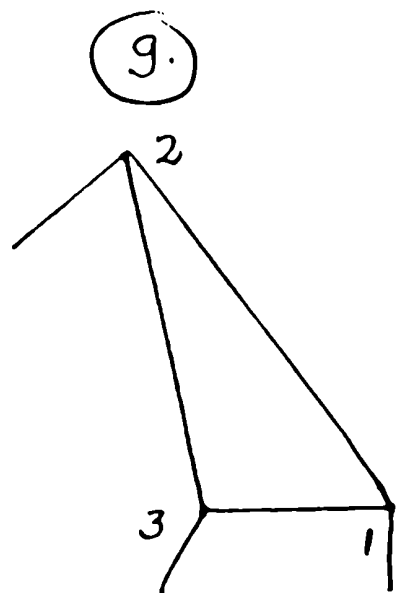
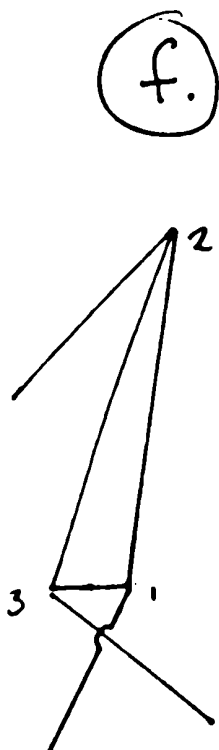
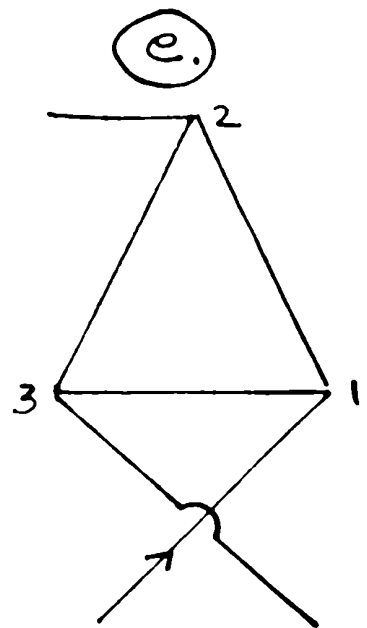
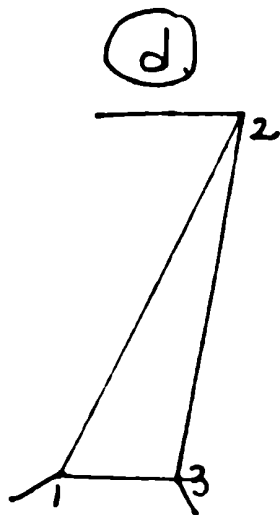
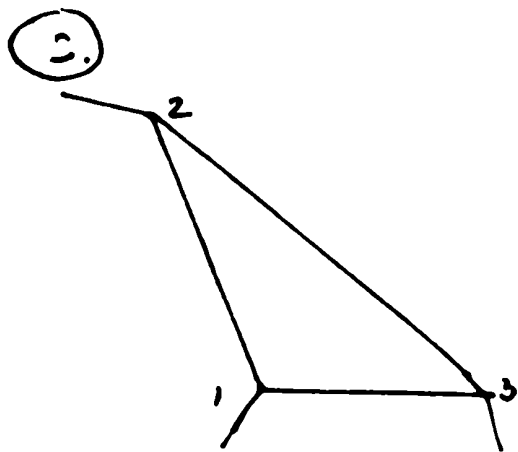
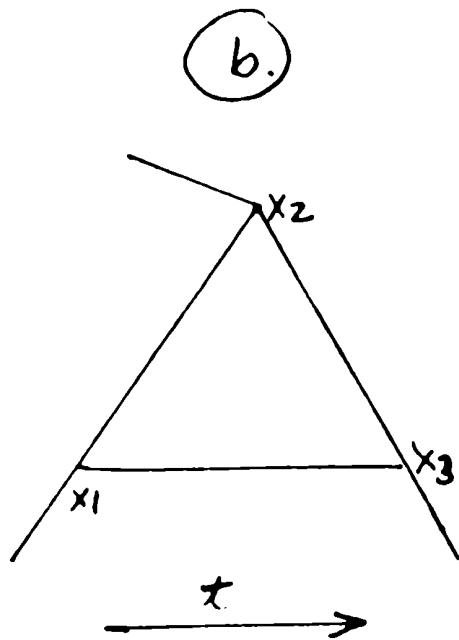
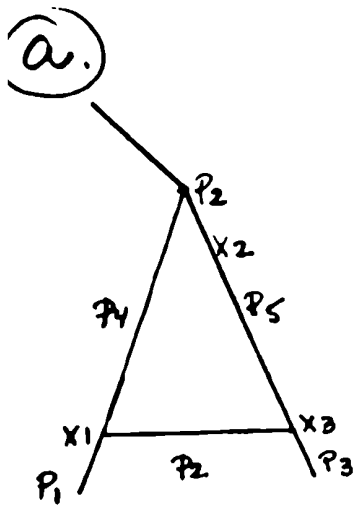
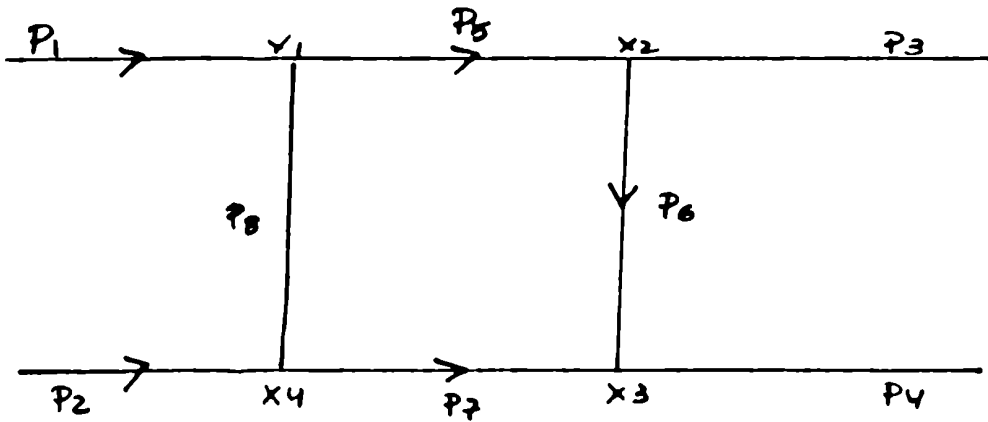
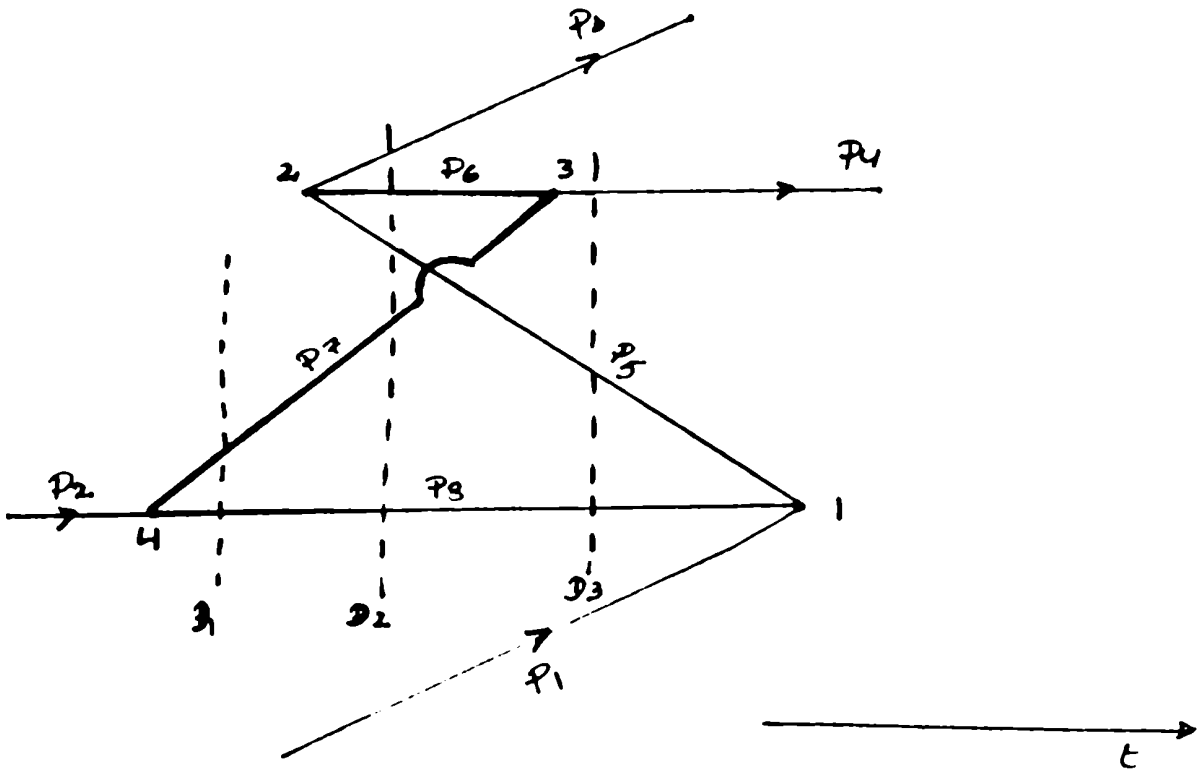


Fig. 4.

a.



b.



c.

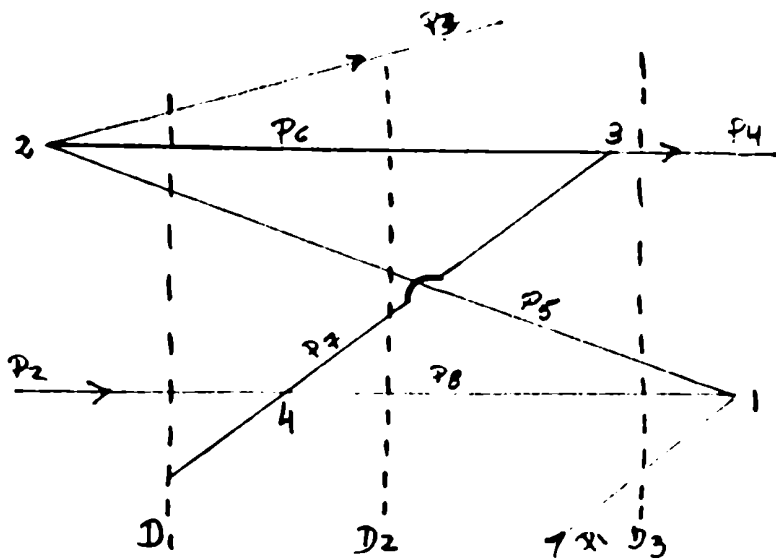
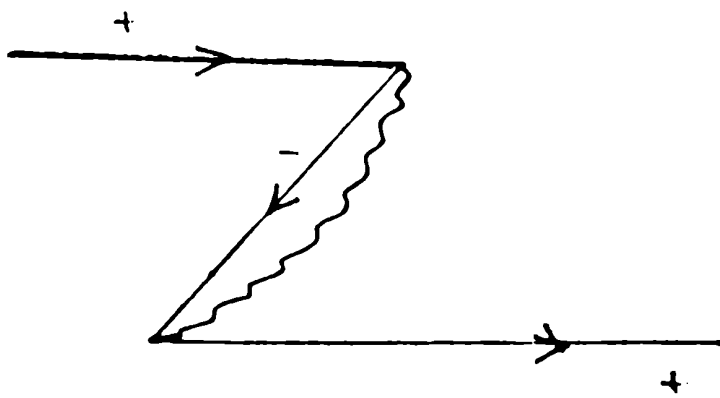
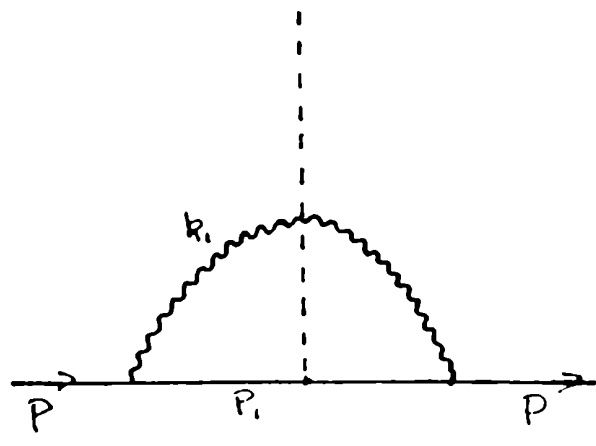


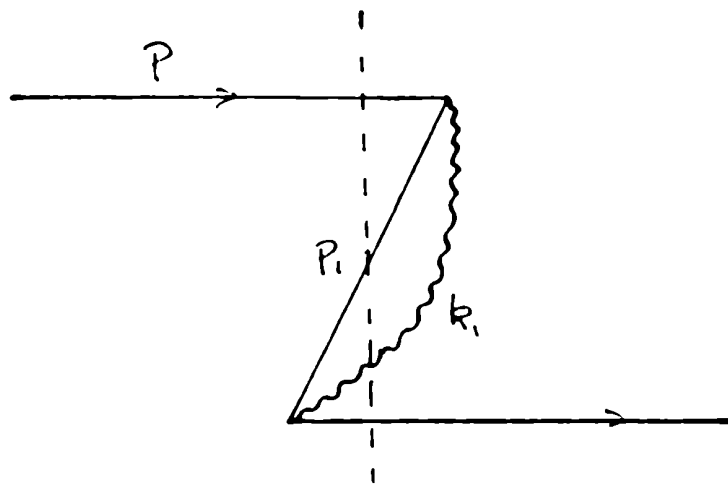
Fig. 6.

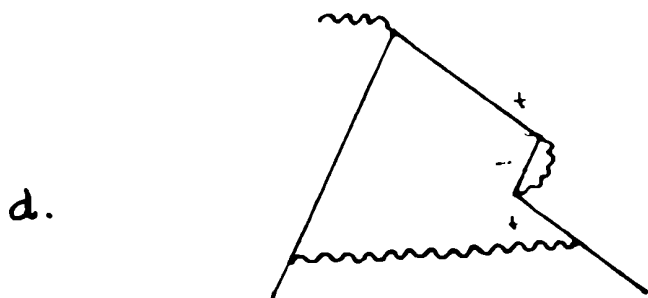
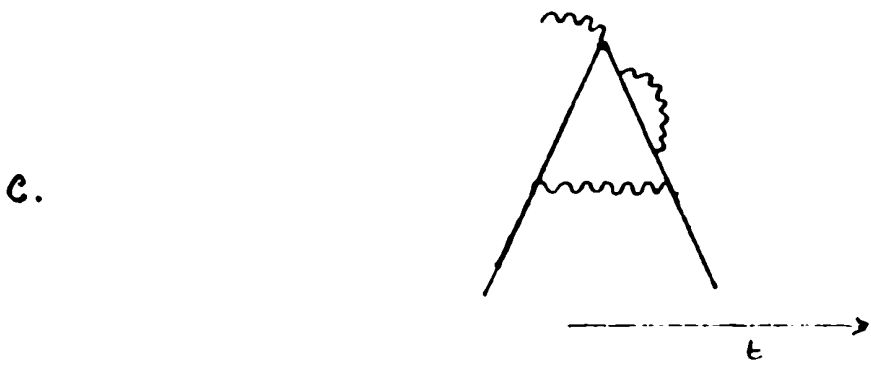
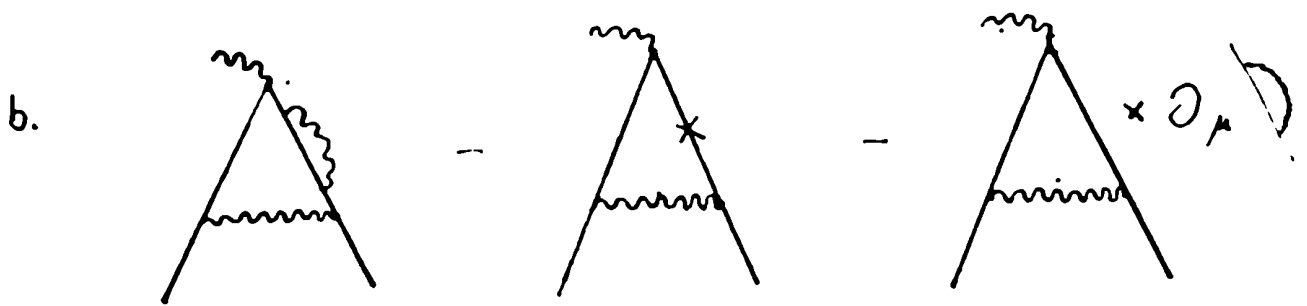


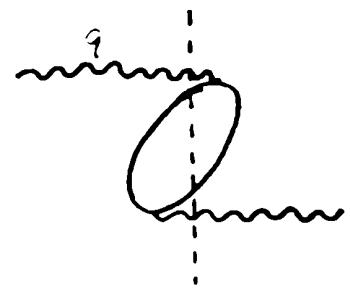
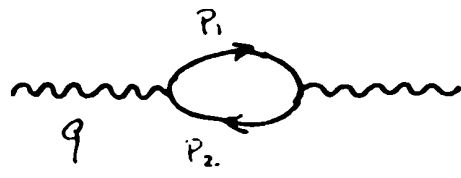
a)

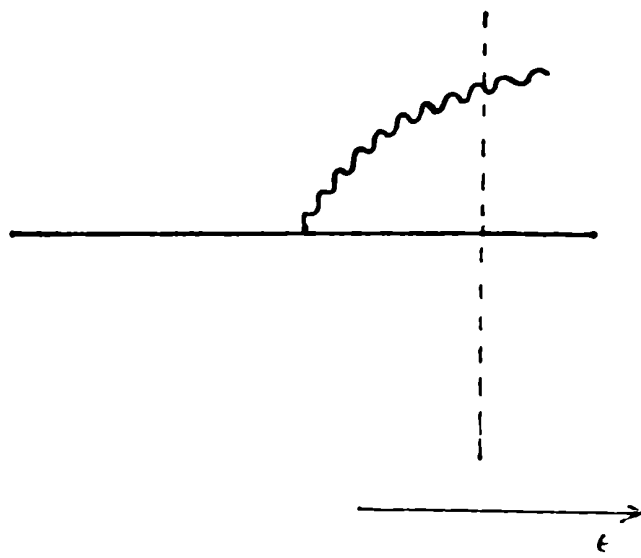


b)









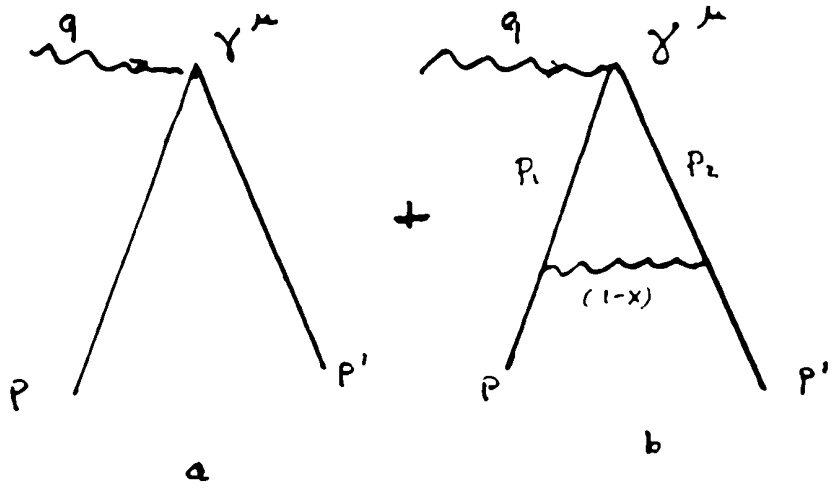
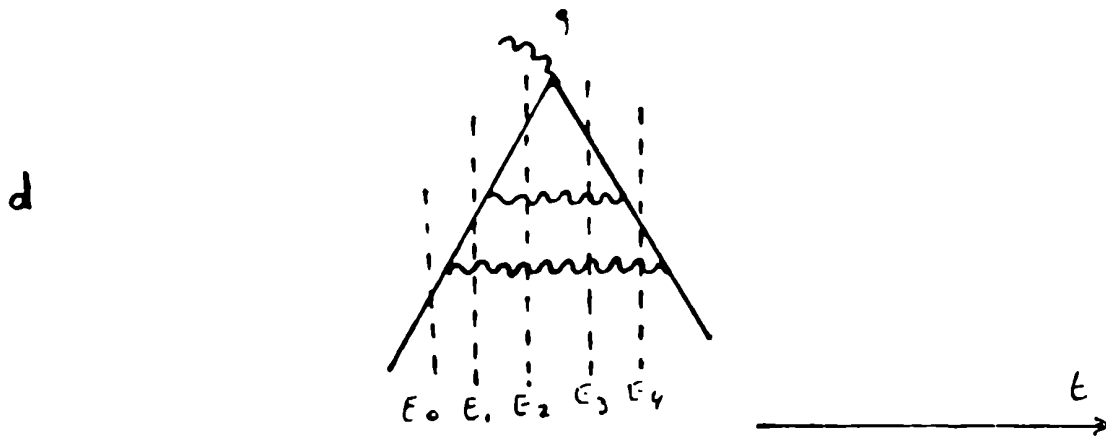
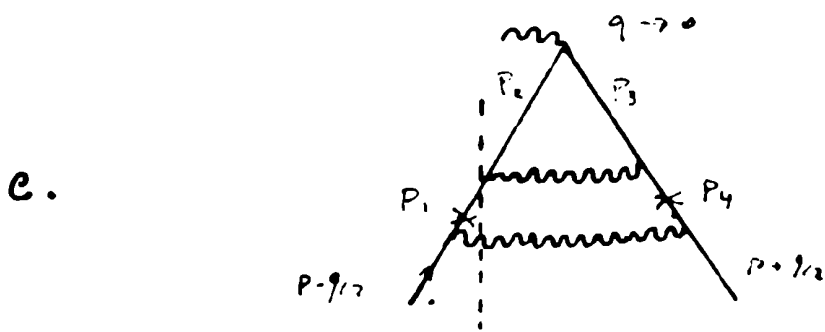
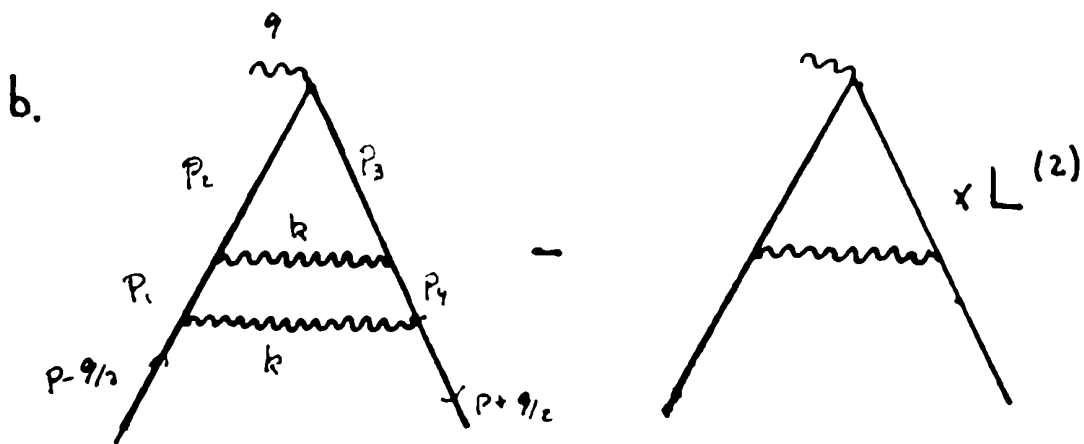
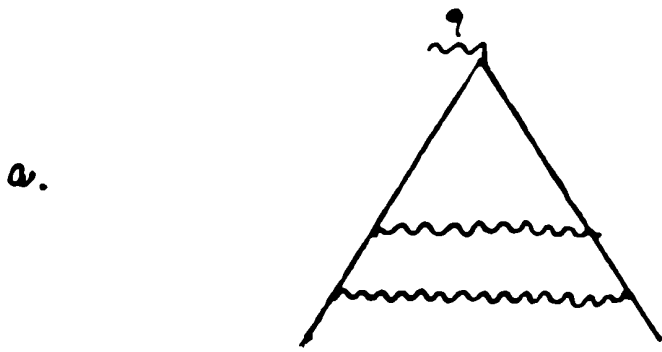
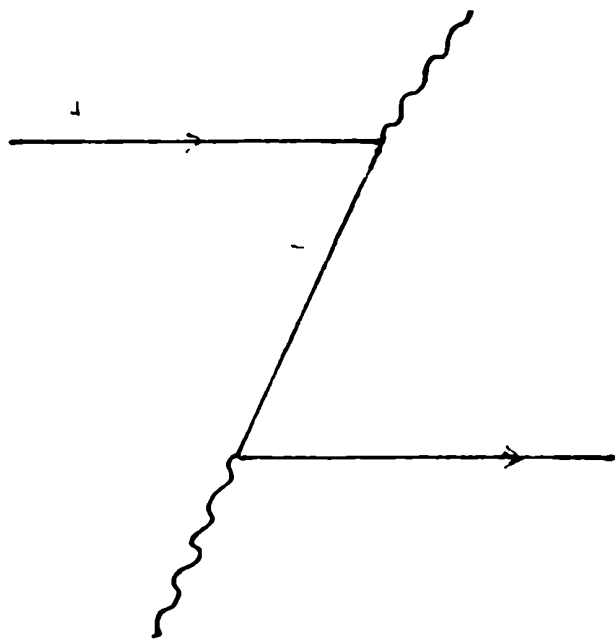
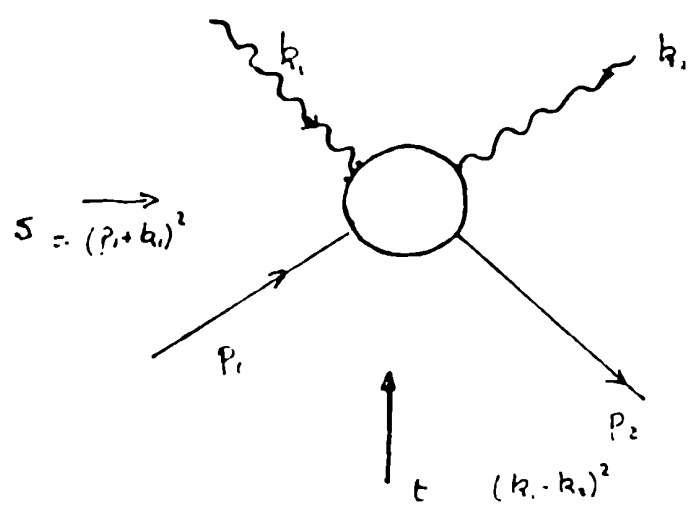
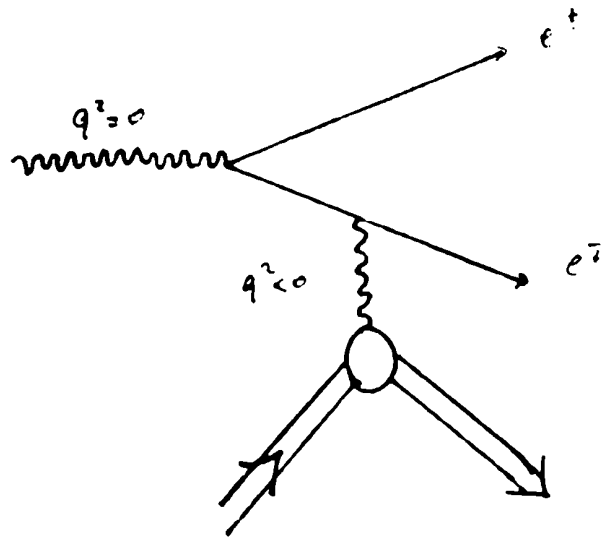


Fig. 12

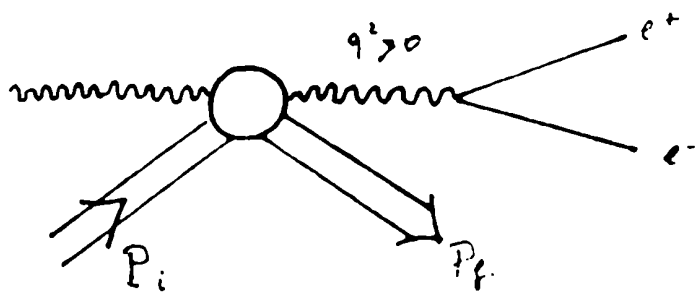






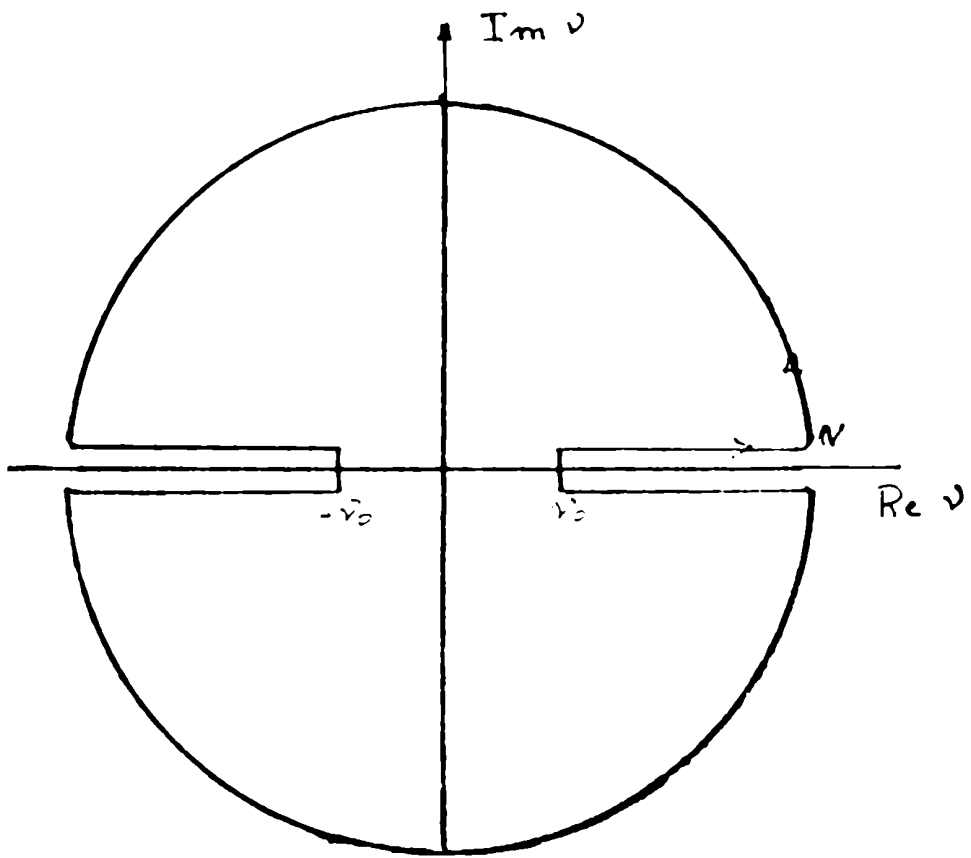


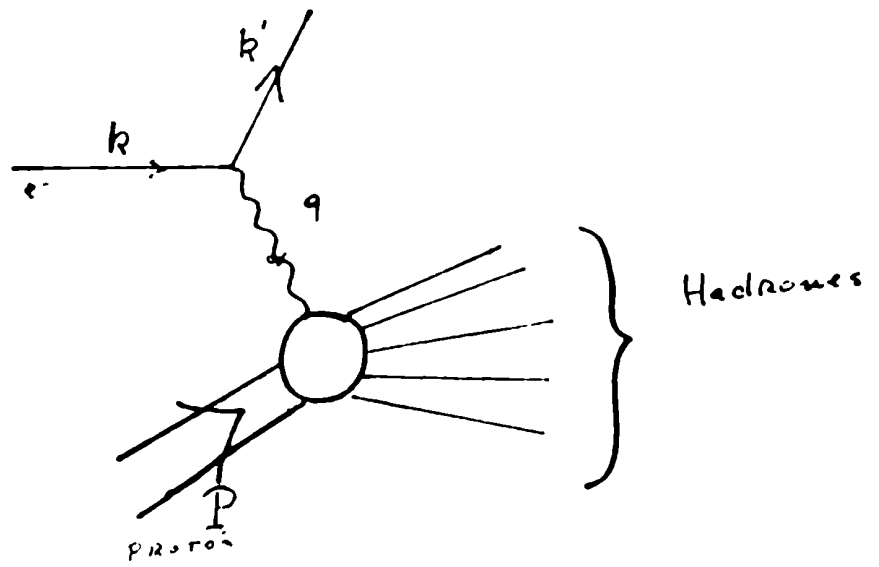
B. H.



Compton"

Fig. 16



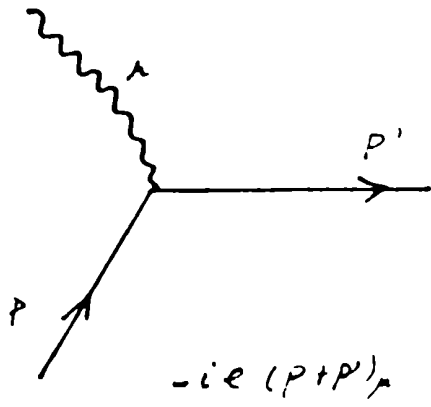


$$v = \frac{P \cdot q}{M_p}$$

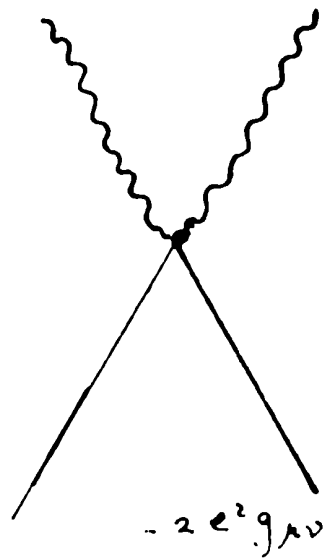
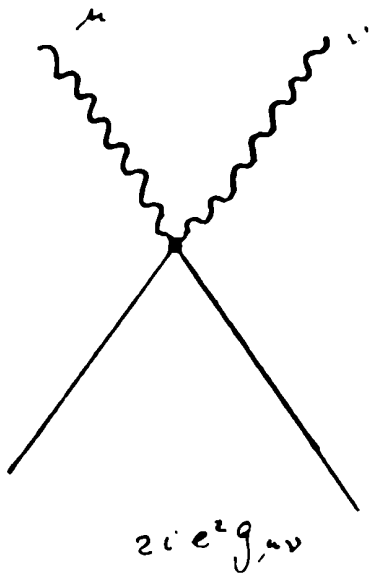
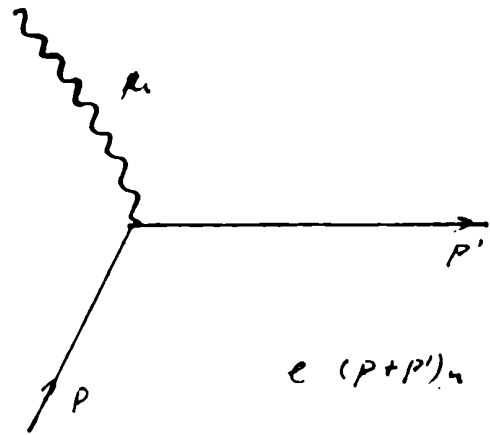
$$q^2 = (k' - k)^2 < 0.$$

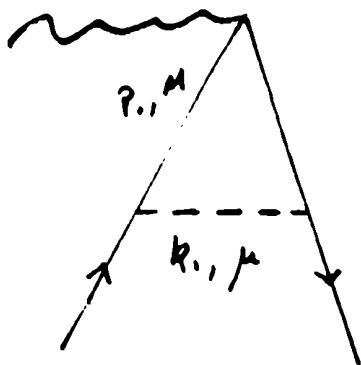
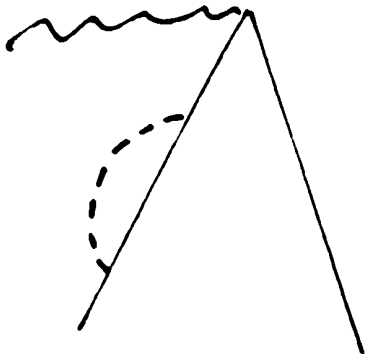
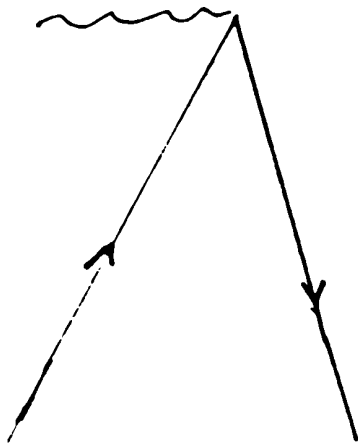
Fig. 18

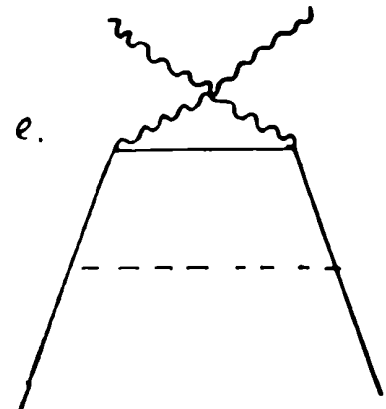
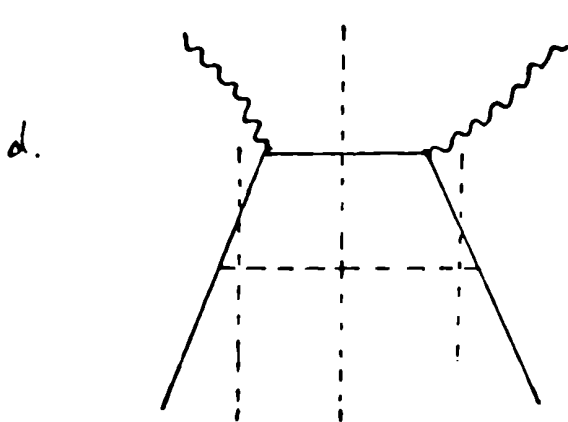
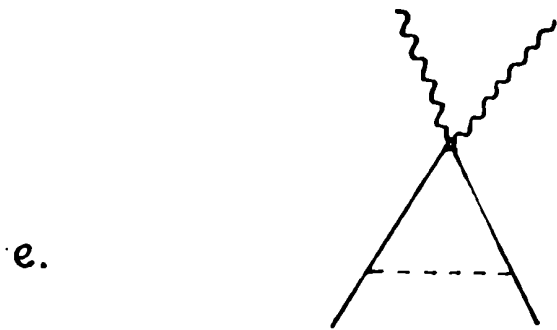
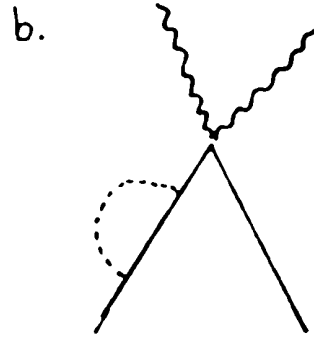
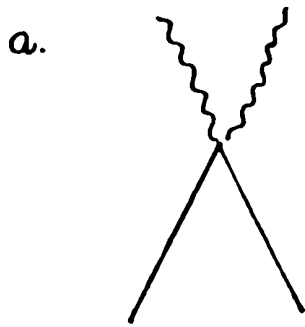
Feynman

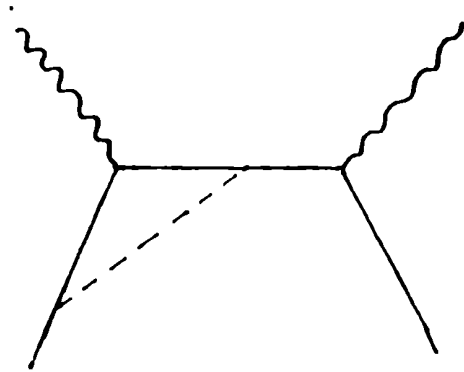


IMF

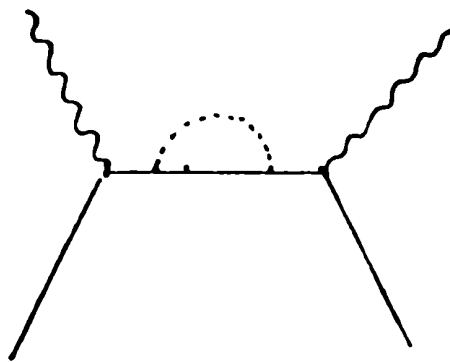




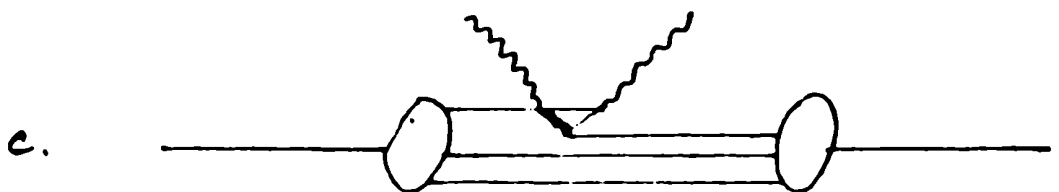
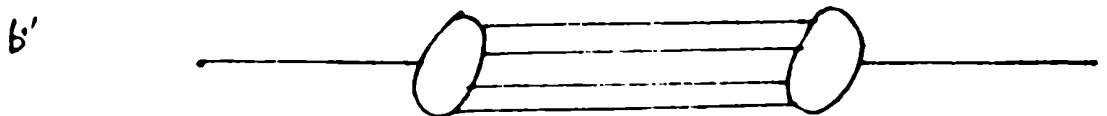
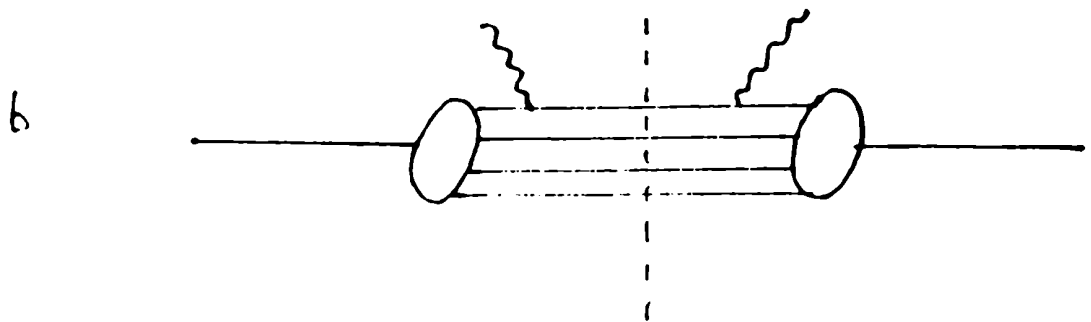
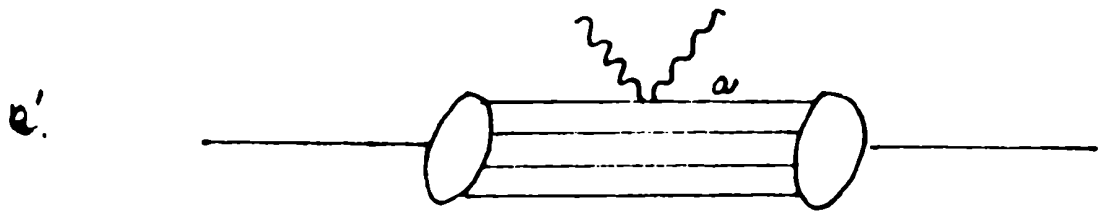
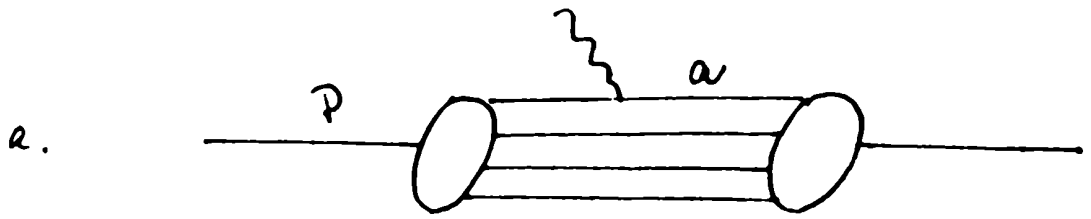


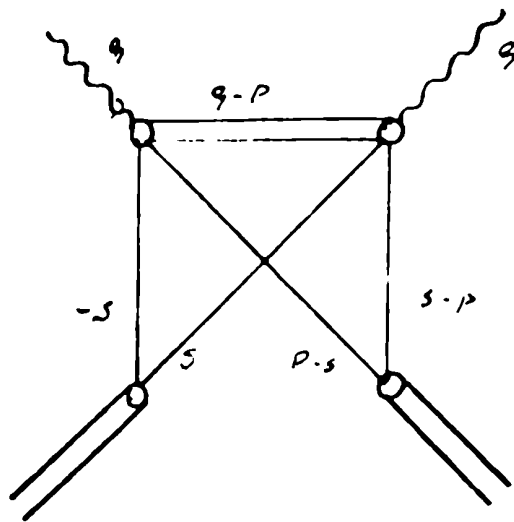
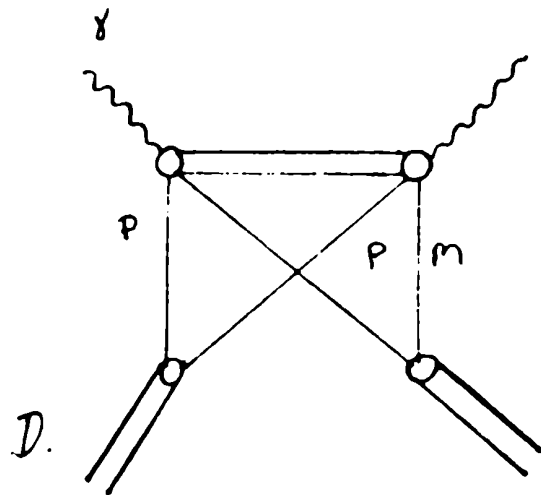


(a)



(b)





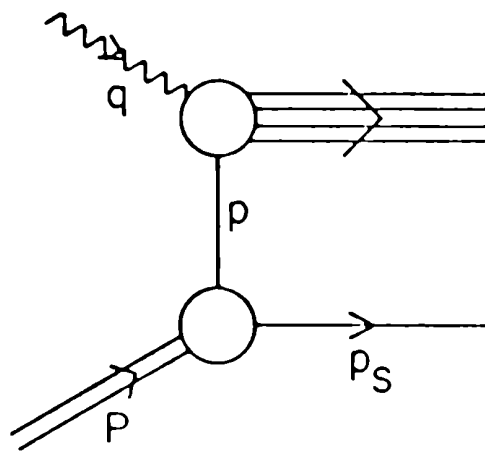
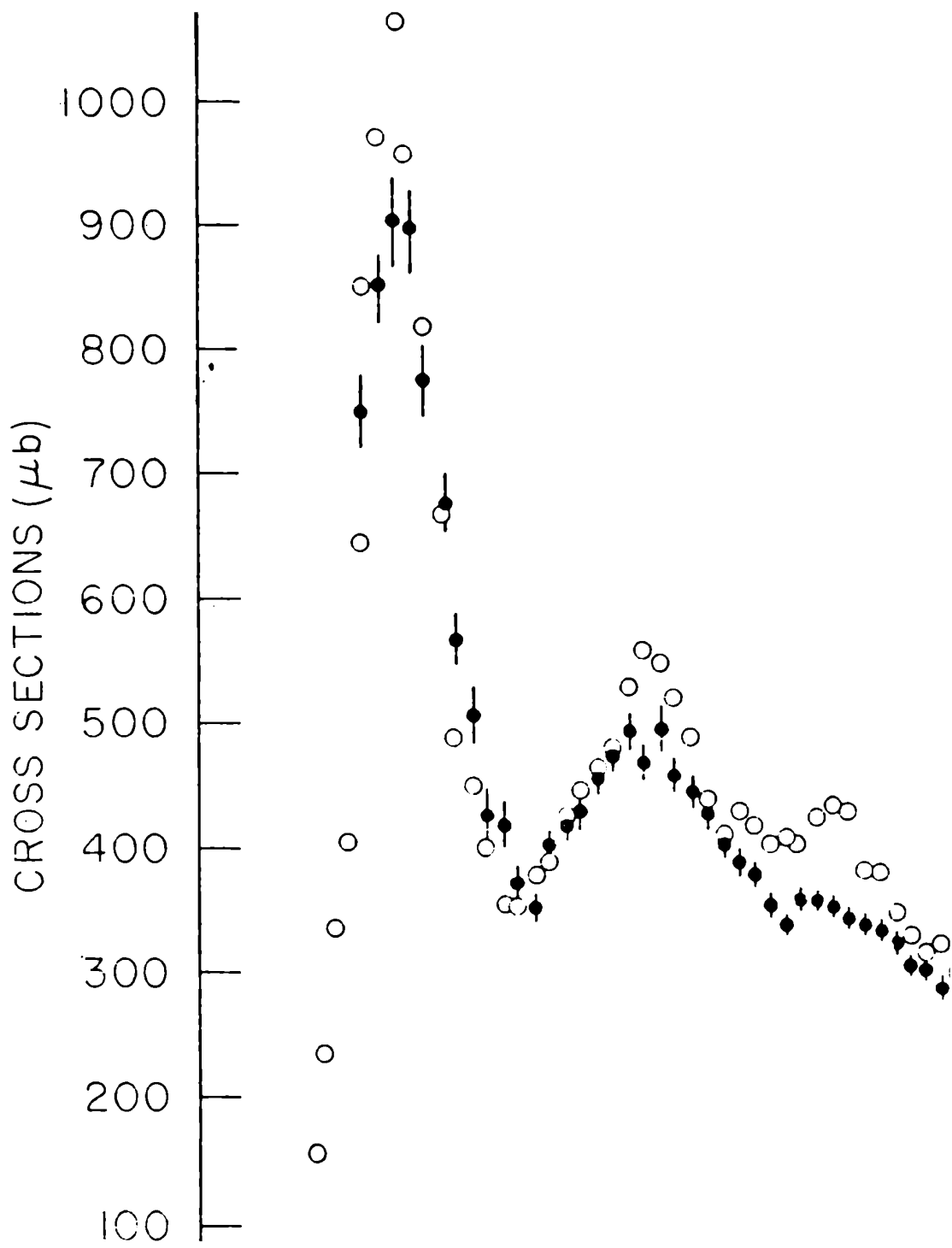
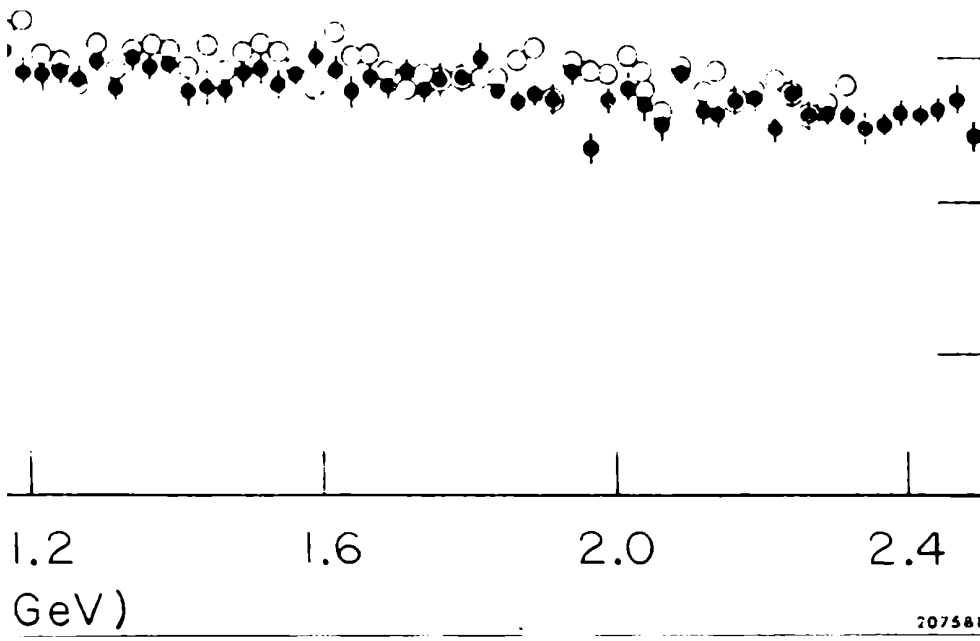


Fig. 24





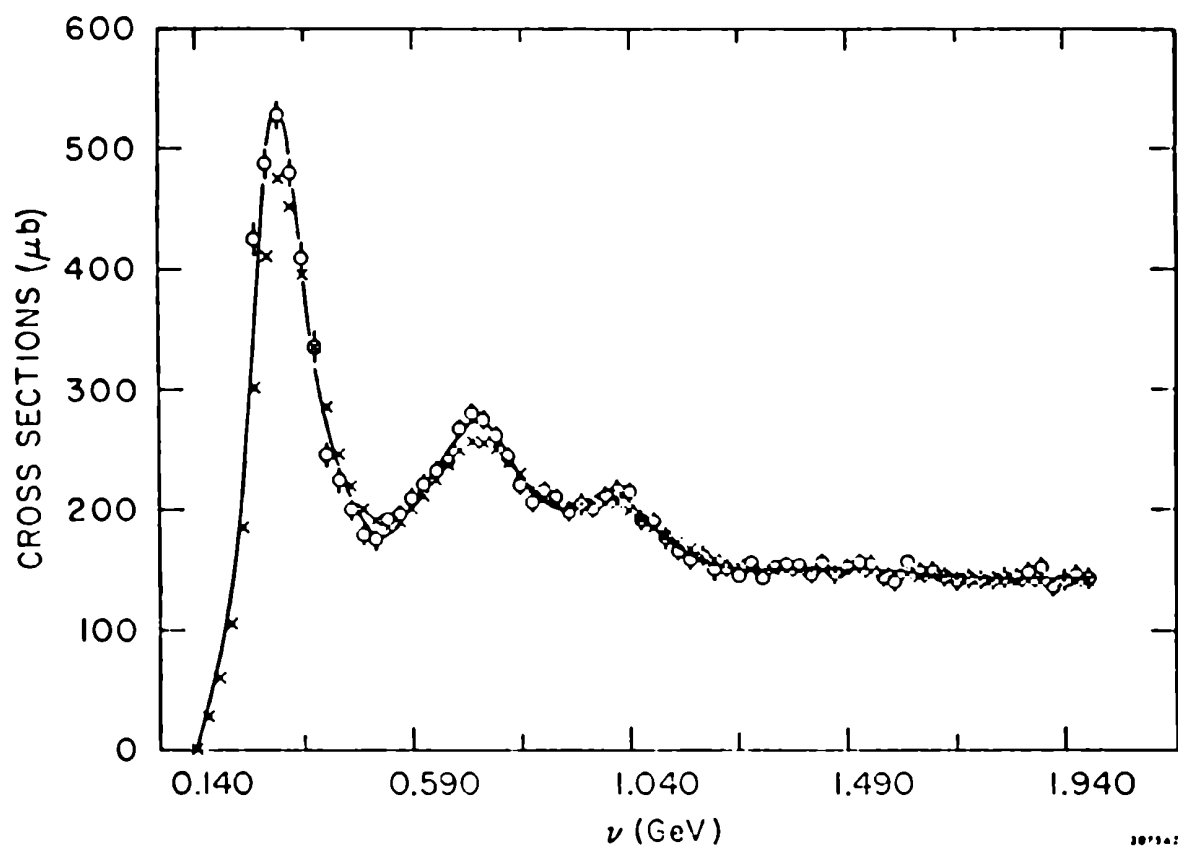


Fig. 26

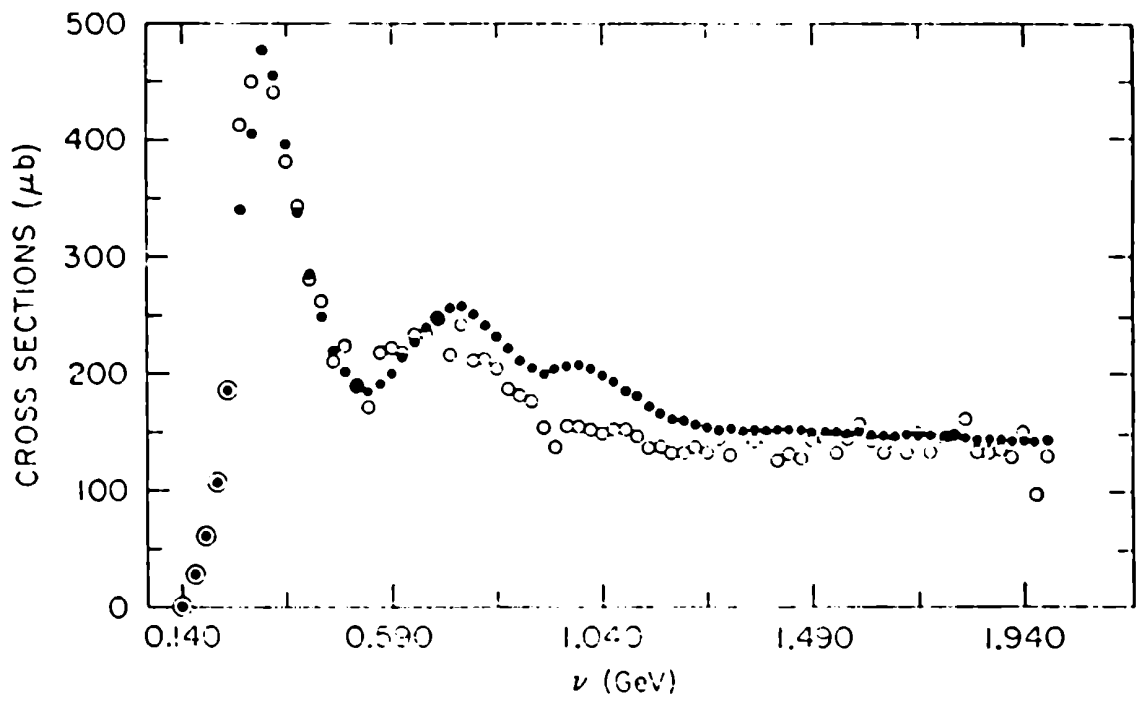


Fig. 27.

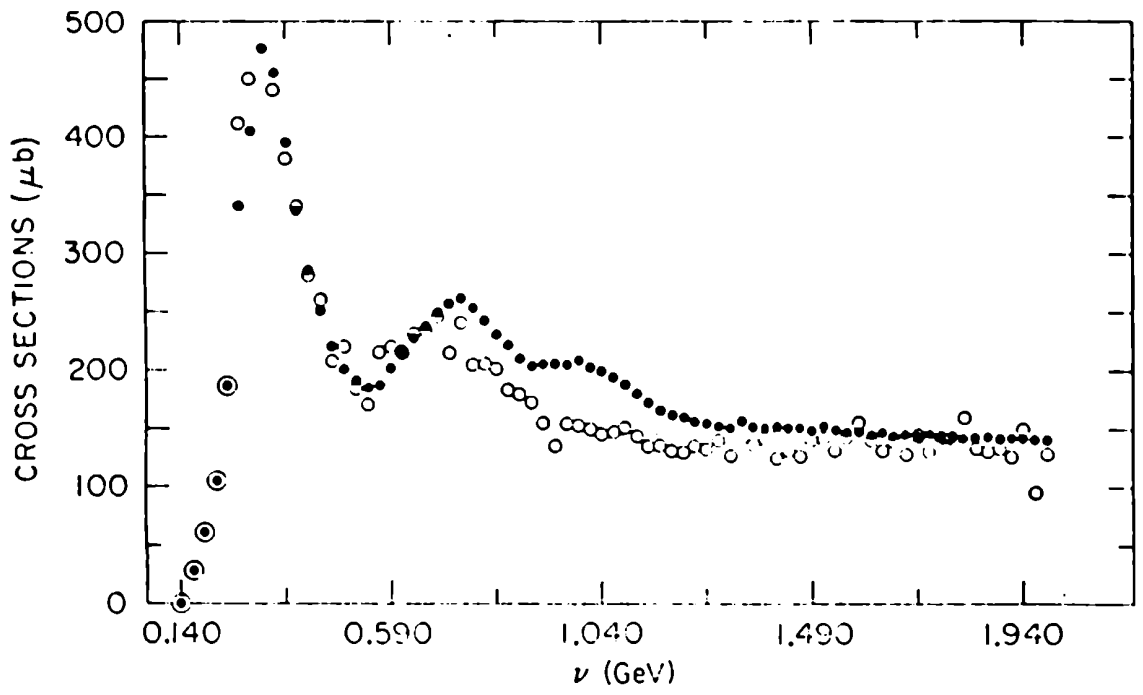


Fig. 28

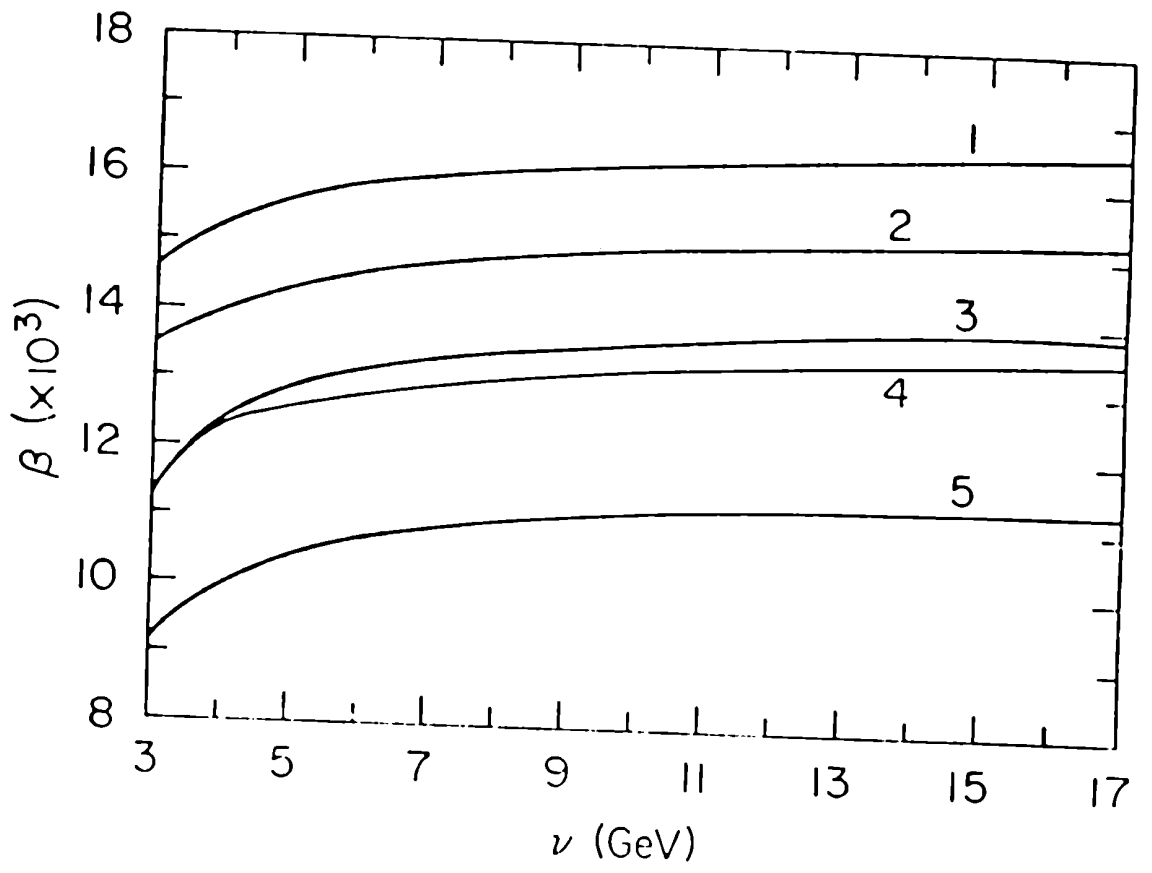
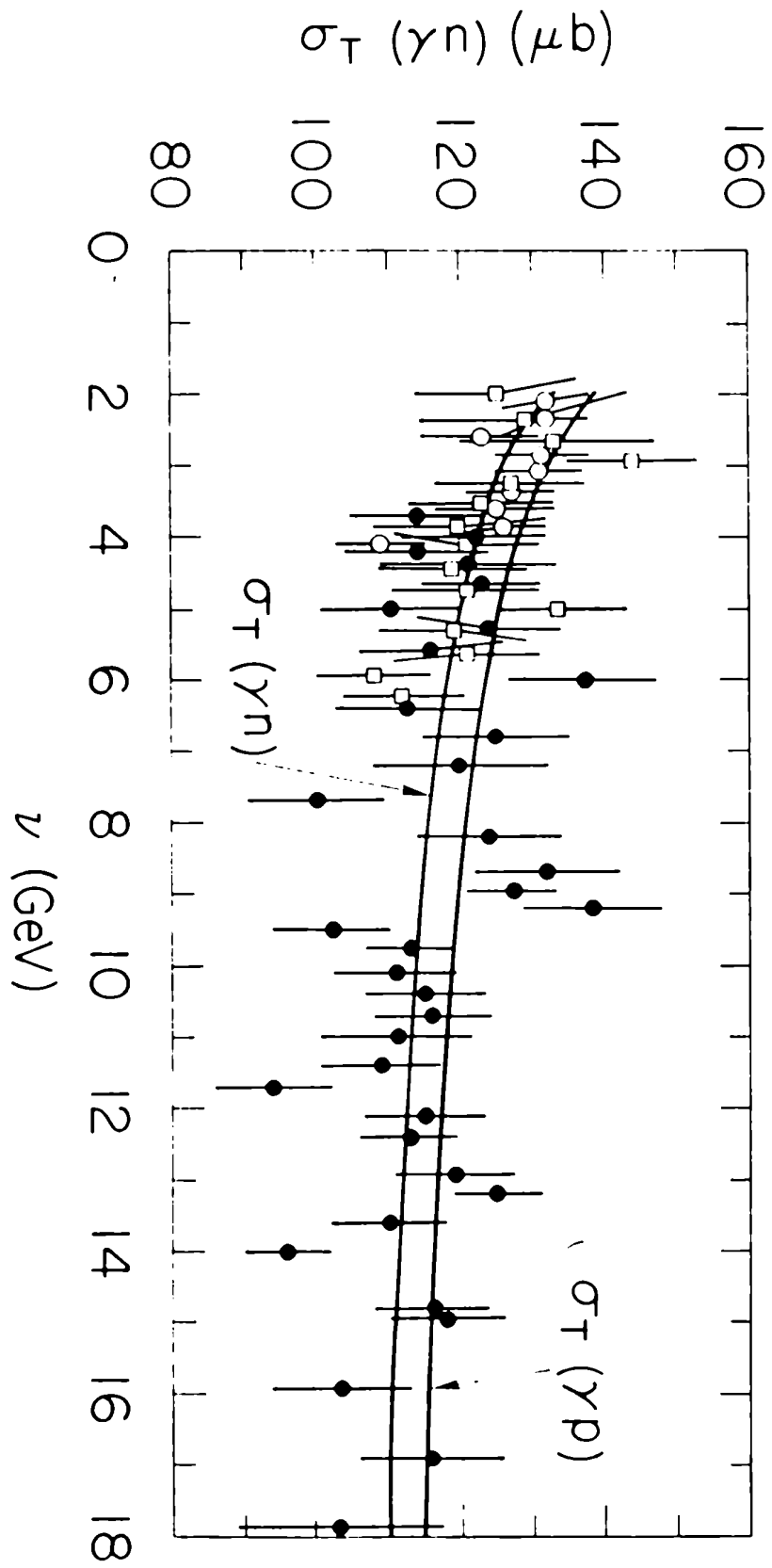
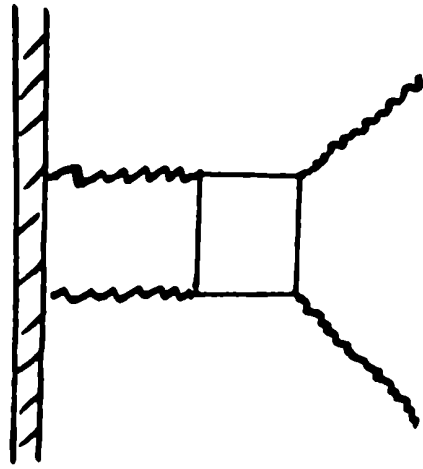


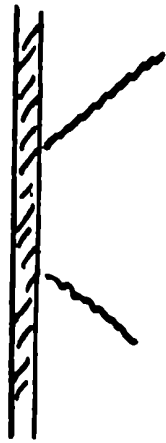
Fig. 29

FIG. 30

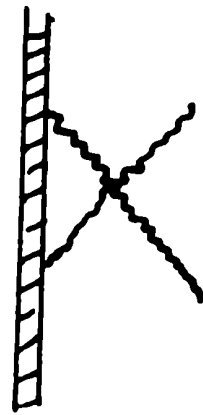




Debyebrück.



+



Rayleigh.

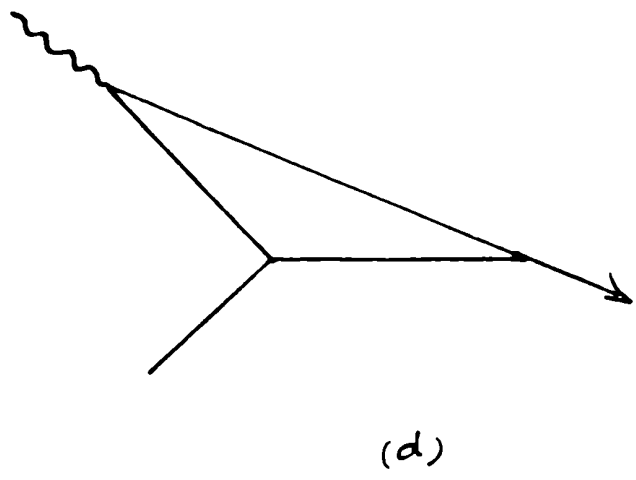
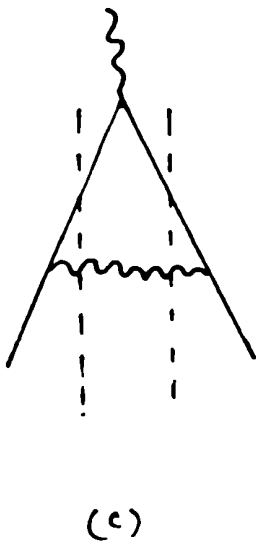
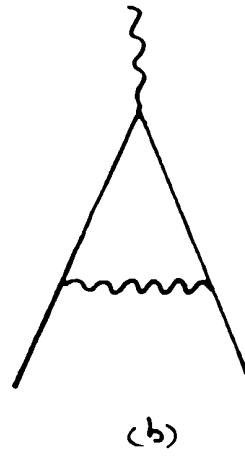
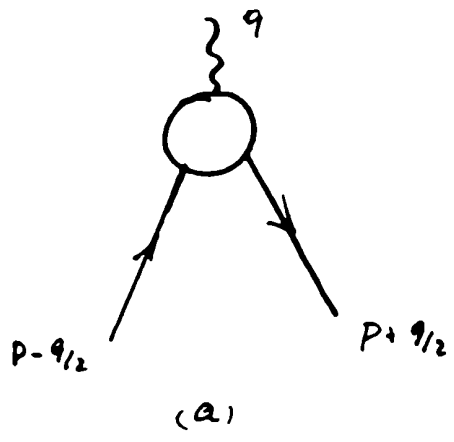
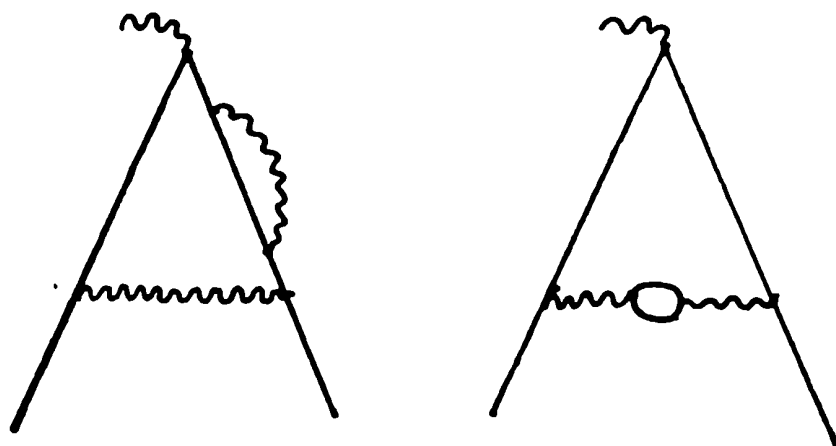
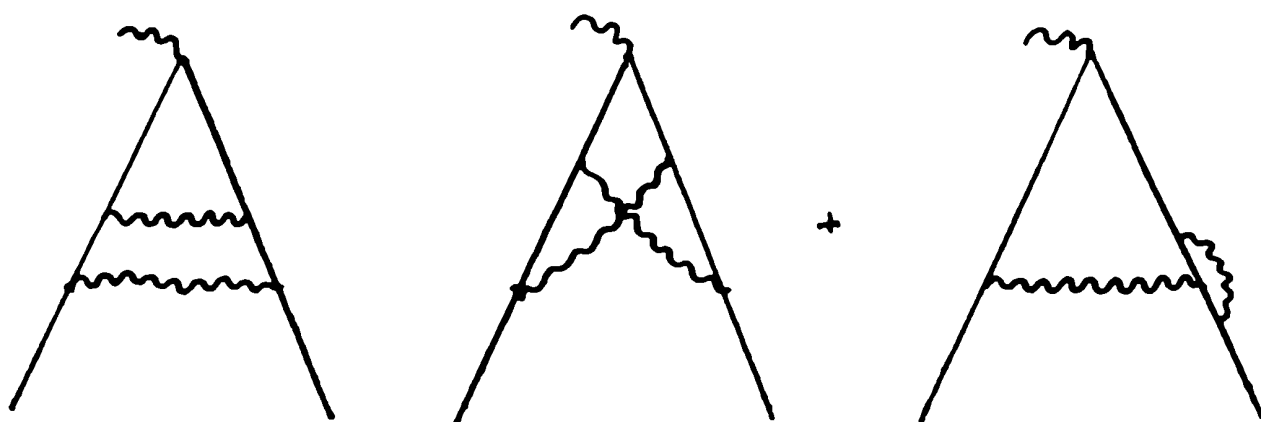
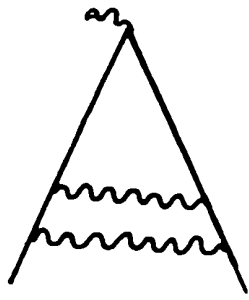


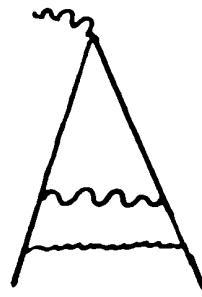
Fig. 33



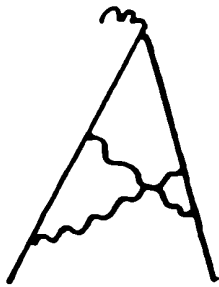
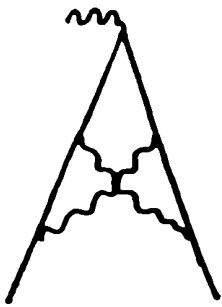
Feynman



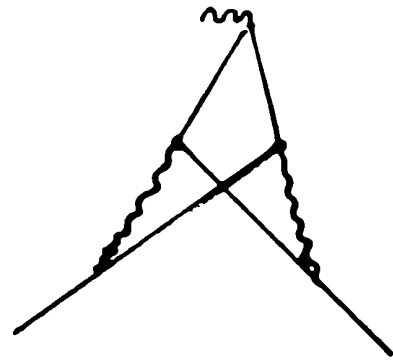
IMF



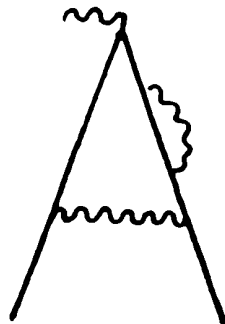
Feynman



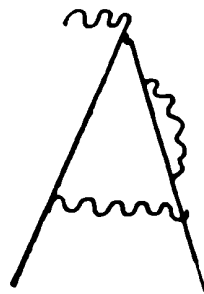
IMF



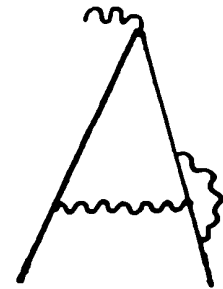
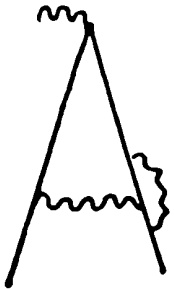
Feynman



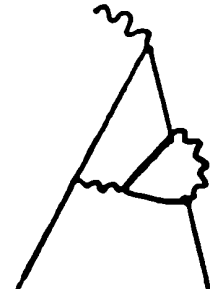
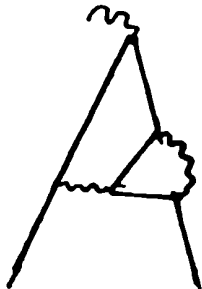
IMF



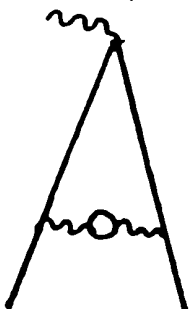
Feynman



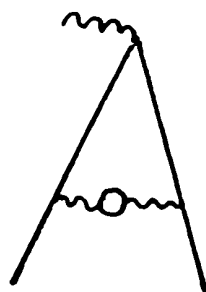
IMF

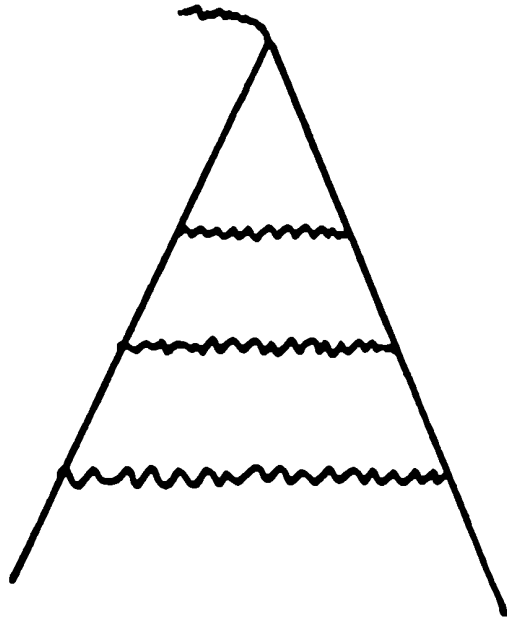
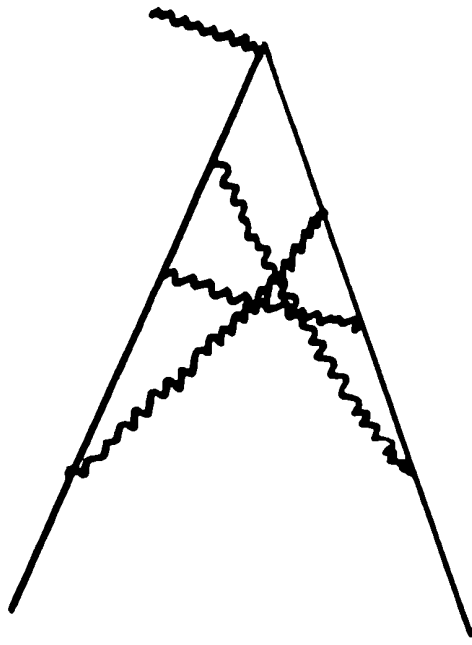


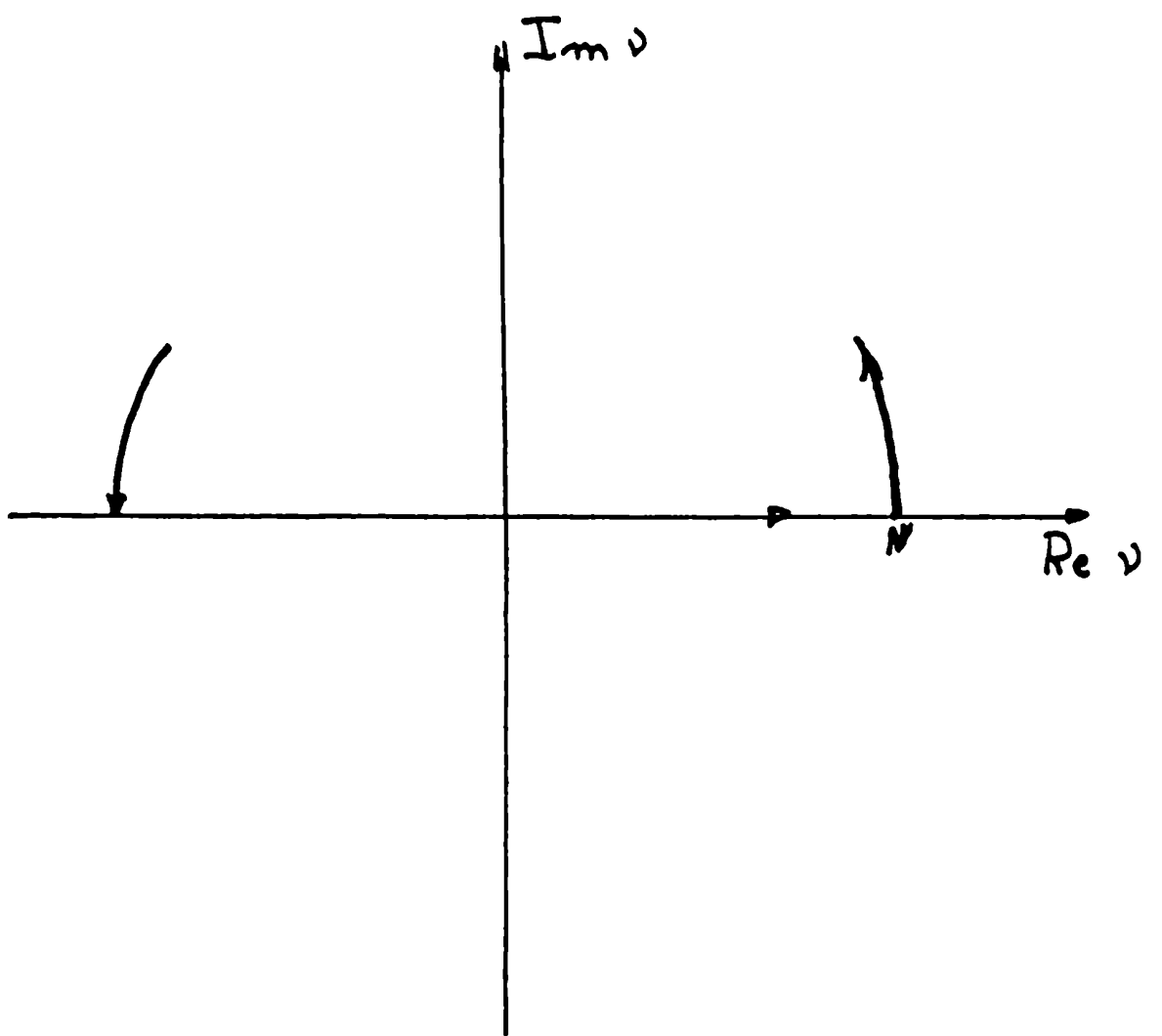
Feynman

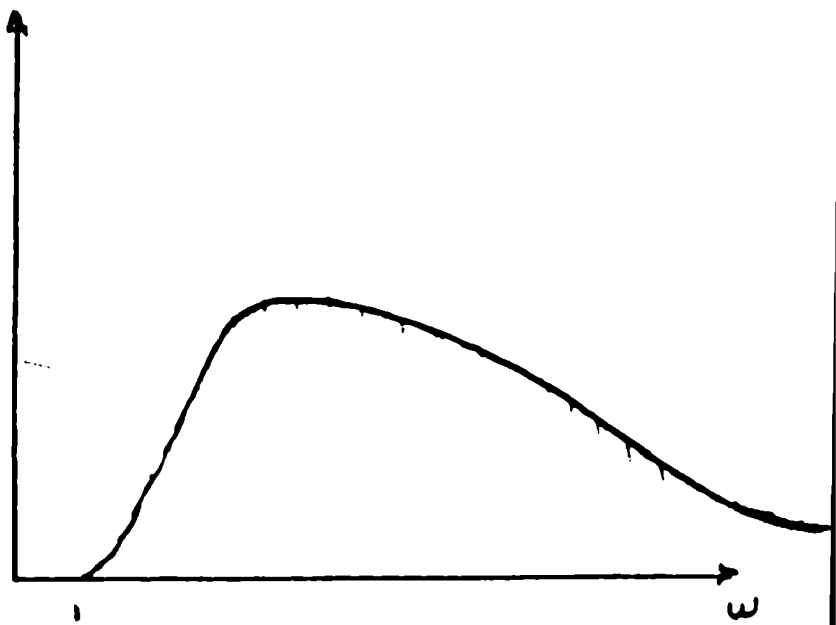
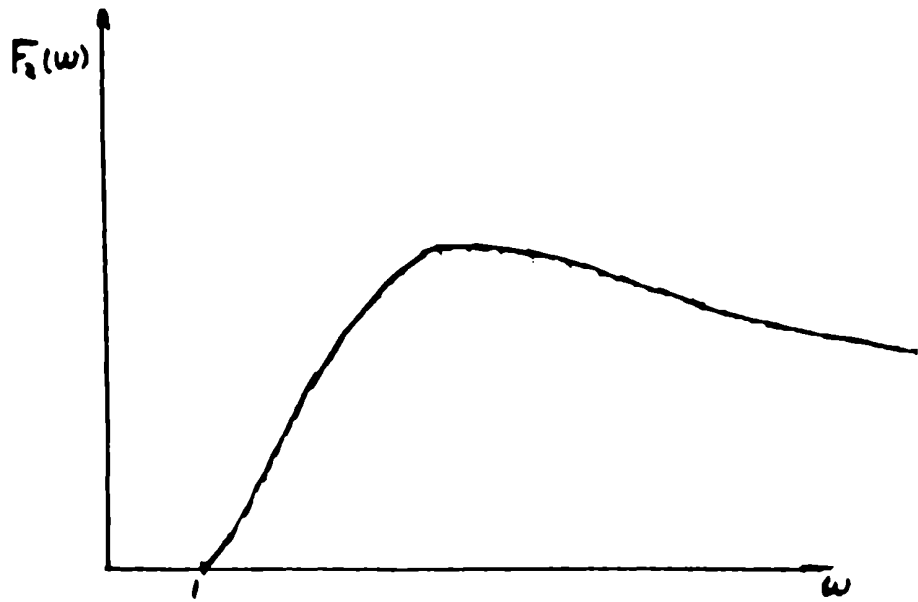


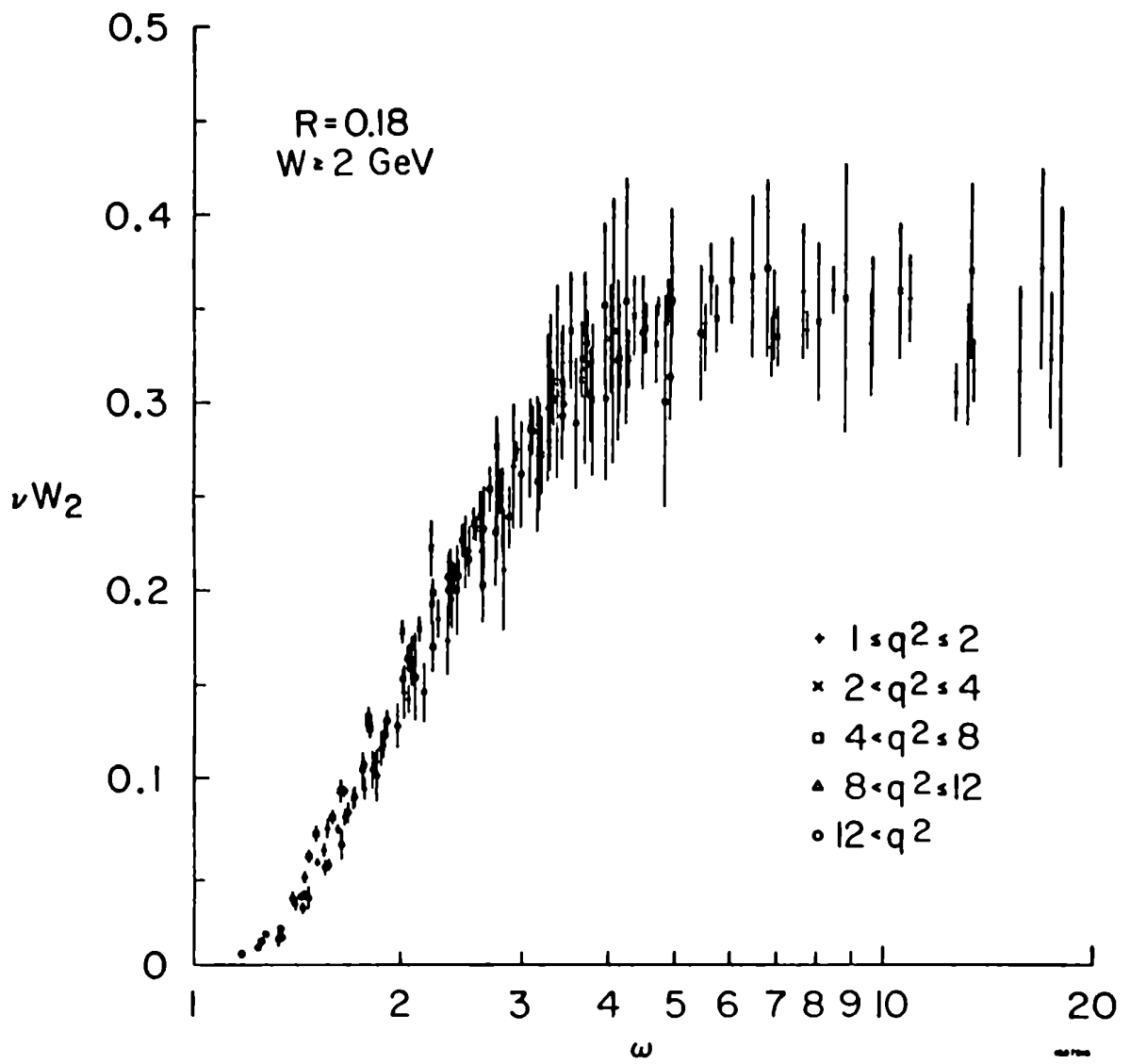
IMF











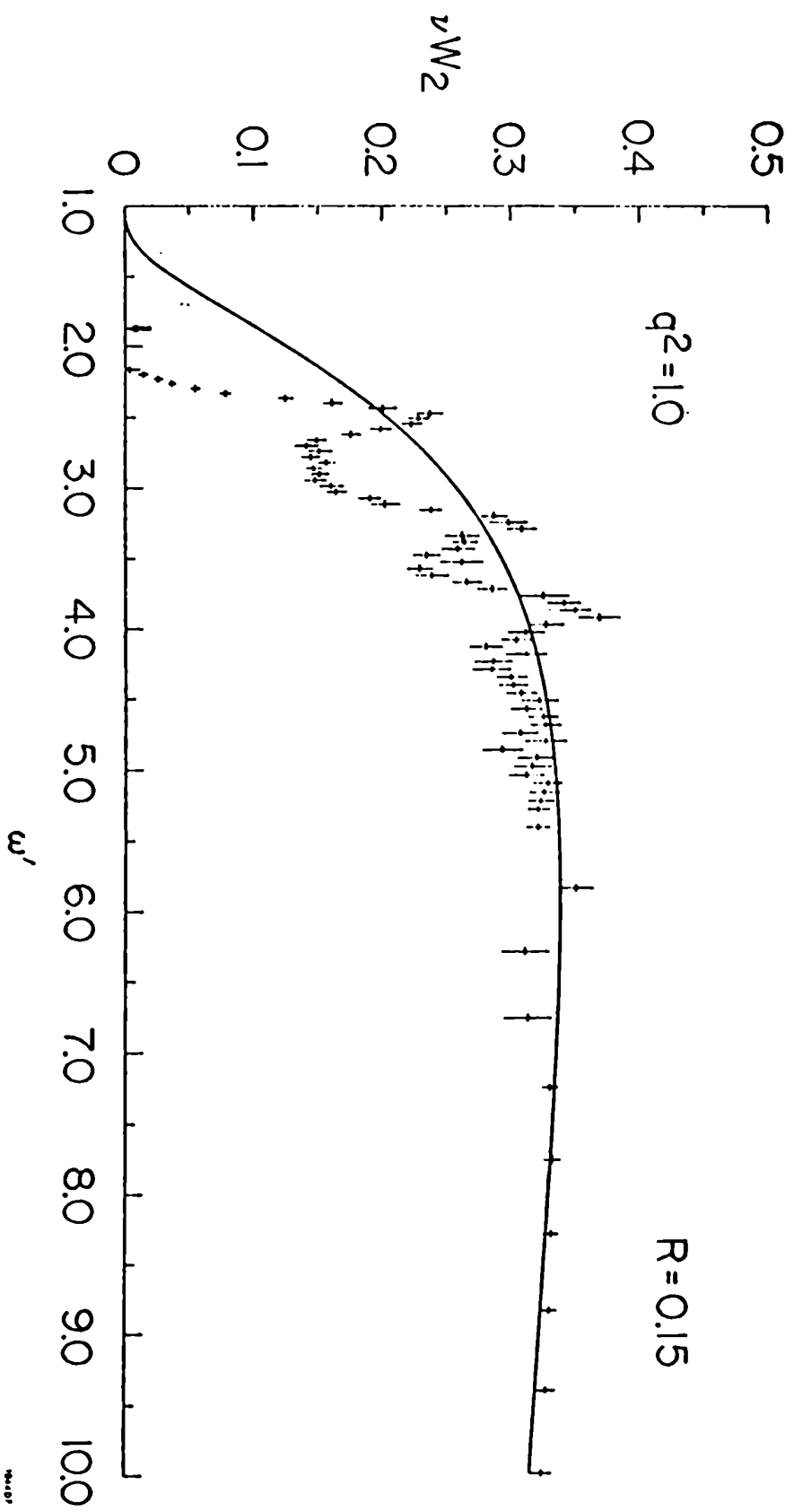


Fig. 39

Fig. 40

