

Tesis de Posgrado

La aproximación de fases al azar para dos partículas y su aplicación a núcleos livianos

Perazzo, Roberto Pedro José

1966

Tesis presentada para obtener el grado de Doctor en Ciencias Físicas de la Universidad de Buenos Aires

Este documento forma parte de la colección de tesis doctorales y de maestría de la Biblioteca Central Dr. Luis Federico Leloir, disponible en digital.bl.fcen.uba.ar. Su utilización debe ser acompañada por la cita bibliográfica con reconocimiento de la fuente.

This document is part of the doctoral theses collection of the Central Library Dr. Luis Federico Leloir, available in digital.bl.fcen.uba.ar. It should be used accompanied by the corresponding citation acknowledging the source.

Cita tipo APA:

Perazzo, Roberto Pedro José. (1966). La aproximación de fases al azar para dos partículas y su aplicación a núcleos livianos. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires. http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis_1298_Perazzo.pdf

Cita tipo Chicago:

Perazzo, Roberto Pedro José. "La aproximación de fases al azar para dos partículas y su aplicación a núcleos livianos". Tesis de Doctor. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires. 1966. http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis_1298_Perazzo.pdf

**LA APROXIMACION DE FASES AL AZAR PARA DOS PARTICULAS
Y SU APLICACION A NUCLEOS LIVIANOS**

Roberto Pedro José Perazzo.

-1966-

UNIVERSIDAD NACIONAL DE BUENOS AIRES
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Departamento de Física

APROXIMACION DE FASES AL AZAR PARA DOS PARTICULAS
Y SU APLICACION A NUCLEOS LIVIANOS

Roberto Pedro José Perazzo

Tesis presentada para optar
al título de Doctor de la
Universidad de Buenos Aires

Director: Anthony Evans

-1966-

A. H. Evans
- 1298 -
g.2

**APROXIMACION DE FASES AL AZAR Y SU APLICACION
A NUCLEOS LIVIANOS**

- Roberto Pedro José Perazzo
- 1966

INDICE . -

Agradecimientos	1
Resumen	2
1. Introducción	4
2. Desarrollo Teórico	7
2.1 - Método Perturbativo	10
2.2 - Método de la Ecuación de Movimiento	15
3. Cálculos Efectuados	19
3.1 - Cálculos en la zona del O^{16}	20
a) Cálculos con las fuerzas V_{ζ} y V_{σ}	25
b) Cálculos con las fuerzas V_G y V_M	26
3.2 - Cálculos en la zona del C^{12}	28
3.2.1. - Clasificación de Estados	31
3.2.2. - Elementos de Matriz de la Interacción spin-órbita	35
3.2.3. - Matriz de Interacción	37
3.2.4. - Elementos de Matriz de Transferencia de dos Partículas	42
3.2.5. - Modelo de Capas Restringido y Aproximación Escalera	46
4. Conclusiones	57
Referencias	61
Apéndices	63
Notas a las Figuras	83
Tablas	85
Figuras	90

Agradecimientos:

El presente trabajo se desarrolló en su totalidad mientras su autor se desempeñaba como docente en el Departamento de Física de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad Nacional de Buenos Aires y desea hacer llegar a las autoridades que oportunamente lo dirigieran su más profundo agradecimiento por el agradable clima de estudio y trabajo productivo que supieran crear.

Es su propósito también agradecer al Dr. Daniel R. Bés con quien sostuviera tantas y tan provechosas discusiones; y además, de manera muy especial, al Dr. Anthony Evans que sugiriera el tema del presente estudio y que sin cuya invaluable colaboración jamás podría haber llegado a feliz término. Desea también mencionar a sus compañeros en el grupo de Física Nuclear: R. Broglia, E. Maqueda, A. Zuker, G. Dussel y J. Gratton de quienes tanta ayuda recibió.

Todo el trabajo numérico fue llevado a cabo en la computadora Ferranti-Mercury del Instituto de Cálculo de la U.N.B.A.. A las autoridades que lo dirigieran -en particular, a la Dra. R. Ch. de Guber y al Prof. W. Duran- que gentilmente facilitaran sus instalaciones, desea también hacer extensivas sus expresiones.

RESUMEN

El presente trabajo ha tenido por objeto extraer conclusiones sobre la bondad del método de la Función de Green para describir el espectro en bajas energías de los núcleos que contienen dos partículas o dos agujeros fuera de capa cerrada.

En la sección 2 se extienden los tratamientos previos del D. J. Thouless para partícula agujero al caso de interés y se reduce el problema a uno de autovalores muy similar al ya obtenido por dicho autor. Esta ecuación secular es obtenida por dos caminos independientes: por medio de un desarrollo perturbativo del operador de evolución y resolviendo la ecuación de movimiento para poner de relieve con cada uno de ellos distintos aspectos físicos de interés, así como las diversas aproximaciones implícitas en la teoría.

Inmediatamente se aplican, en la sección 3, las ecuaciones obtenidas a la zona de los núcleos livianos por posibilitarse allí varios tratamientos alternativos y permitir de esa manera establecer comparaciones. En primer lugar se toma al O^{16} como núcleo de referencia al cual se agrega y se quita un neutrón y un protón obteniéndose resultados para el F^{18} y el N^{14} . Se discuten allí los distintos resultados que provienen de variar las características de la fuerza residual introducida y se extraen algunas primeras conclusiones acerca del comportamiento del método.

Se pasa luego a desarrollar un cálculo más amplio dentro de la capa $1p$. El modelo que aquí se utiliza es uno de dos niveles: el $p^{3/2}$ y el $p^{1/2}$, tomando como núcleo de referencia al C^{12} se obtienen resultados para el N^{14} y el B^{10} . Son desarrollados aquí tres métodos alternativos para obtener la misma información: uno exacto; otro el modelo de capas convencional y finalmente el de la aproximación de fases al azar cuya bondad se pretende discutir. Nuevamente son utilizadas varias fuerzas residuales y las conclusiones que pueden extraerse resultan consistentes con aquellas que pudieron derivarse del cálculo anterior.

En esta segunda parte se encaró también el estudio de los elementos de matriz de transferencia de dos partículas sobre los que el método en estudio puede proveer más información que el modelo de capas más convencional. En este sentido se pueden discutir la validez de algunas aproximaciones implícitas en la teoría y se señalan algunos puntos cuya mejora se estima de importancia, tales como una correcta normalización en los autovectores y una estimación de los números de ocupación de los estados de partícula y los de agujero.

Finalmente, en la sección 4, se agregan algunas conclusiones generales que complementan las ya dadas en la discusión de cada caso particular.

1. INTRODUCCION

La principal dificultad que se encuentra en el tratamiento de la física nuclear de bajas energías es el número de cuerpos involucrados en los procesos que se intentan describir: no es lo suficientemente grande como para posibilitar el uso de los métodos de la mecánica estadística y tampoco es lo suficientemente pequeño como para pretender resolverlo cuánticamente en forma exacta.

Con el propósito de disminuir el número de grados de libertad se introducen modelos. En el modelo de capas, por ejemplo, las propiedades de los núcleos quedan descritas por unas pocas de las partículas presentes, específicamente, las que están fuera de capas cerradas.

Otro intento está concretado en el modelo de Bohr y Mottelson en el que se describen estados colectivos asociándolos a deformaciones del núcleo. Este modelo, esencialmente fenomenológico, como involucra sólo grados de libertad colectivos está en principio divorciado del anterior.

Por muchas razones que los hacen inadecuados para un estudio más completo ambos deben ser sólo considerados como un buen punto de partida para la elaboración de una teoría más elaborada.

Ambos modelos dan cuenta de los distintos estados del sistema superponiendo excitaciones elementales: en un caso cuasi partículas que son modificaciones de las excitaciones de partícula independiente, y en el otro introduciendo modos colectivos que surgirían de una acción coherente y correlacionada de muchos nucleones.

Desde que aparecieron ambos puntos de vista se ha avanzado mucho en la unificación de criterios para su tratamiento. En primer lugar pudo verificarse que interacciones residuales de corto alcance no afectan sensiblemente el movimiento de partículas independientes, justificando de paso la noción de las cuasi partículas distribuidas de acuerdo con el orden establecido por el modelo de capas. Por otra parte, aplicando técnicas utilizadas en el tratamiento de la teoría de la superconductividad pudo darse cuenta de la aparición de modos colectivos partiendo de un gas de cuasi partículas con interacciones residuales. Otro hecho que contribuyó al conocimiento cuantitativo de los modelos de sistemas de muchos cuerpos fue la introducción de métodos perturbativos de la electrodinámica cuántica.

La noción de cuasi partícula puede ser puesta de manera rigurosa introduciendo el propagador de una partícula ⁽¹⁾:

$$G_{k_1 k_2}(t_1, t_2) = \langle \tilde{0} | T \{ a_{k_2}(t_2) a_{k_1}^\dagger(t_1) \} | 0 \rangle \quad (1)$$

donde $a_{k_1}^\dagger(t_1)$ y $a_{k_2}(t_2)$ son operadores de creación o aniquilación de un fermión de momento k_1 o k_2 , en la representación de Heisenberg; $T\{\dots\}$ es el operador cronológico y $|\tilde{\alpha}\rangle$ es el estado fundamental del sistema.

$G_{k_1 k_2}(t_2, t_1)$ no es otra cosa que la probabilidad de que si en el instante $t=t_1$ se crea una partícula con momento k_1 ella haya pasado a tener un momento k_2 en el instante t_2 . Puede mostrarse que los polos de la transformada de Fourier de (1) dan cuenta de la energía de la cuasi partícula de momento k_1 .

El caso que interesa es tratar de desarrollar y aplicar este concepto en la descripción de núcleos próximos a capas cerradas. En estas condiciones puede también aplicarse el modelo de capas y posibilitar la comparación de ambos métodos.

Habrá entre ambos enfoques una diferencia significativa: en uno de ellos las capas completas formarán un carozo totalmente inerte; en el otro en cambio se considerarán excitaciones virtuales de pares de las partículas que las forman a través del nivel de Fermi.

Es menester aclarar que la imposición hecha que los núcleos a describir sean próximos a capas cerradas es necesaria dado que de esa manera los niveles accesibles a las partículas y los agujeros se encuentren separados por una energía tal que la interacción residual entre las partículas sea pequeña con respecto a ella. Si ello no sucede las correlaciones de apa-

reamiento son importantes y la descripción debe ser esencialmente superconductor no siendo ya posible un tratamiento perturbativo. Cuando se dan estas condiciones los polos de la función de Green pasan a ser complejos.

2. DESARROLLO TEORICO

Para fijar ideas, supóngase que $|\tilde{0}\rangle$ es el nivel fundamental exacto de un núcleo mágico o semi-mágico de A partículas y que los niveles de partícula independiente en un potencial promedio autoconsistente quedan identificados por un único índice $k_1 \dots k_n$

Por lógica extensión de (1) puede definirse la función de Green de dos cuerpos como:

$$G_{k_1 k_2 k_3 k_4}(t_1, t_2, t_3, t_4) = \langle \tilde{0} | T \{ a_{k_1}^\dagger(t_1) a_{k_2}(t_2) a_{k_3}^\dagger(t_3) a_{k_4}(t_4) \} | \tilde{0} \rangle \quad (2)$$

cuyo significado físico es completamente análogo al de (1). Obviamente, para $t_1 \neq t_2 \neq t_3 \neq t_4$ la (2) se hace intratable y de utilidad relativa.

Sin pérdida alguna de generalidad puede primero tratarse el caso de (1) que puede ponerse como:

$$G_{k_1 k_2}(t_2 - t_1) = G_{k_1 k_2}(t) = \langle \tilde{0} | a_{k_2} e^{-i(H-E_0)t} a_{k_1}^\dagger | \tilde{0} \rangle \theta(t) - \langle \tilde{0} | a_{k_1}^\dagger e^{i(H-E_0)t} a_{k_2} | \tilde{0} \rangle \theta(-t) \quad (3)$$

Donde se ha utilizado que:

$$a(t) = e^{-iHt} a e^{iHt} \quad a \text{ en la representación de Schrödinger}$$

Si se introduce un conjunto completo de autoestados exactos del hamiltoniano H se obtiene:

$$G_{k_1 k_2}(t) = \sum_{p \neq 0} \langle \tilde{0} | a_{k_2} | p \rangle \langle p | a_{k_1}^\dagger | \tilde{0} \rangle e^{-i(E_p - E_0)t} \theta(t) - \sum_{q \neq 0} \langle \tilde{0} | a_{k_1}^\dagger | q \rangle \langle q | a_{k_2} | \tilde{0} \rangle e^{i(E_q - E_0)t} \theta(-t) \quad (4)$$

cuya transformada de Fourier es:

$$G_{k_1 k_2}(E) = \sum_{p \neq 0} \frac{\langle \tilde{0} | a_{k_2} | p \rangle \langle p | a_{k_1}^\dagger | \tilde{0} \rangle}{E - (E_p - E_0) + i0} - \sum_{q \neq 0} \frac{\langle \tilde{0} | a_{k_1}^\dagger | q \rangle \langle q | a_{k_2} | \tilde{0} \rangle}{E + (E_q - E_0) + i0} \quad (5)$$

Es inmediato de (5) que $G_{k_1 k_2}(E)$ tiene polos en los valores de la energía E iguales a las energías de los autoestados p y q que deben tener A+1 y A-1 partículas respectivamente (2).

Si en (2) se toma $t_1 = t_2 = t$; $t_3 = t_4 = 0$ queda

$$G_{k_1 k_2 k_3 k_4}(t) = \langle \tilde{0} | T \{ a_{k_1}^\dagger(t) a_{k_2}(t) a_{k_3}^\dagger(0) a_{k_4}(0) \} | \tilde{0} \rangle \quad (6)$$

que da cuenta de la evolución temporal de un par partícula agujero

La (6) puede ser utilizada para obtener los estados excitados del sistema de A partículas. (3)(4)(5)(6)

Si por el contrario la elección es $t_2 = t_4 = t$; $t_1 = t_3 = 0$, la (2) queda:

$$G_{k_1 k_2 k'_1 k'_2}(t) = \langle \tilde{0} | T \{ a_{k_1}(t) a_{k_2}(t) a_{k'_1}^+ a_{k'_2}^+ \} | \tilde{0} \rangle \quad (7)$$

Un cálculo exactamente análogo al realizado en (3); (4), da para (7):

$$G_{k_1 k_2 k'_1 k'_2}(E) = \sum_{p \neq 0} \frac{\langle \tilde{0} | a_{k_1} a_{k_2} | p \rangle \langle p | a_{k'_1}^+ a_{k'_2}^+ | \tilde{0} \rangle}{E - (E_p - E_0) + i0} + \sum_{q \neq 0} \frac{\langle \tilde{0} | a_{k_1}^+ a_{k_2}^+ | q \rangle \langle q | a_{k'_1} a_{k'_2} | \tilde{0} \rangle}{E + (E_q - E_0) + i0} \quad (8)$$

cuya interpretación, análoga a la (5) permite ver que la información que puede extraerse es de los sistemas con $A \pm 2$ partículas (7).

Por el momento la función de Green definida tal como en (1) o (2) no posibilita la obtención de resultados concretos ya que resta conocer el estado $|\tilde{0}\rangle$ que se supone el estado fundamental exacto de A partículas. Hay varios caminos alternativos para calcular $G_{k_1 k_2 k'_1 k'_2}(E)$. Aquí se desarrollarán dos: el método perturbativo (9)(10) y el de la ecuación de movimiento (11).

2.1 - Método perturbativo.

Considérese la expresión:

$$\Gamma_{k_1 k_2 k'_1 k'_2}(\tau, t) = \frac{\langle | \mathcal{T} \{ \tilde{a}_{k_1}(t) \tilde{a}_{k_2}(t) \tilde{a}_{k'_1} \tilde{a}_{k'_2} \tilde{U}(\tau; -\tau) \} | \rangle}{\langle | \tilde{U}(\tau; -\tau) | \rangle} \quad (9)$$

Donde todos los operadores con tilde están en la representación de interacción ; \mathbf{U} es el operador de evolución del sistema, que queda definido por la ecuación:

$$H \mathbf{u}(t) = -\frac{1}{i} \frac{\partial \mathbf{u}(t)}{\partial t} \quad (10)$$

$$H = H_0 + H_1$$

$$\tilde{\mathbf{u}}(t; t_0) = e^{iH_0 t} \mathbf{u}(t-t_0) e^{-iH_0 t} \quad (11)$$

y $| \rangle$ es el nivel fundamental del modelo que se utilice.

Pasando la (9) a la representación de Heisenberg se tiene:

$$\Gamma_{k_1 k_2 k'_1 k'_2}(\tau; t) = \frac{\langle | e^{-iH\tau} a_{k_1}(t) a_{k_2}(t) a_{k'_1}^+ a_{k'_2}^+ e^{-iH\tau} | \rangle}{\langle | e^{2iH\tau} | \rangle} \quad (12)$$

Introduciendo un conjunto completo de autoestados p exactos del hamiltoniano H la (12) queda:

$$\Gamma_{k_1 k_2 k'_1 k'_2}(\tau; t) = \frac{|\langle 10 \rangle|^2 e^{-i2E_0\tau} G_{k_1 k_2 k'_1 k'_2}(t) + S}{|\langle 10 \rangle|^2 e^{-i2E_0\tau} + S'}$$

donde:

$$S = \sum_{p, p' \neq 0} \langle |p\rangle \langle |p'\rangle \langle p| a_{k_1}(t) a_{k_2}(t) a_{k'_1}^\dagger a_{k'_2}^\dagger | p'\rangle e^{-i\tau(E_p + E_{p'})}$$

$$S' = \sum_{p \neq 0} |\langle |p\rangle|^2 e^{-iE_p \tau}$$

Si se da a las energías E_p y $E_{p'}$ una pequeña parte imaginaria

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} \Gamma_{k_1 k_2 k'_1 k'_2}(\tau, t) = G_{k_1 k_2 k'_1 k'_2}(t)$$

o sea:

$$G_{k_1 k_2 k'_1 k'_2}(t) = \frac{\langle |T\{\tilde{a}_{k_1}(t) \tilde{a}_{k_2}(t) a_{k'_1}^\dagger a_{k'_2}^\dagger \tilde{U}(\infty; -\infty)\}| \rangle}{\langle | \tilde{U}(\infty; -\infty) | \rangle} \quad (13)$$

Como $U(+\infty; +\infty)$ viene dado por la suma de todos los gráficos no ligados y esta contribuye en el numerador multiplicativamente, bastará tomar del numerador sólo la contribución de los gráficos ligados.

Recordando que:

$$\tilde{U}(\infty; -\infty) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-i)^n}{n!} \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} T\{H_1(t_1) \dots H_1(t_n)\} dt_1 \dots dt_n \quad (14)$$

se pueden ir introduciendo en (13) los sucesivos términos del desarrollo (14) y obtener los correspondientes órdenes de aproximación para

$$G_{k_1 k_2 k'_1 k'_2}(t).$$

Si en dicho cálculo se conservan sólo términos que corresponden a gráficos del tipo 1(a) y 1(b) descartando los del tipo 1(c) (fig. 1) puede verificarse que los sucesivos órdenes satisfacen la relación

recurrencial:

$$G_{k_1 k_2 k'_1 k'_2}^{(n)}(t) = -i \sum_{\alpha\beta} \langle k_1 k_2 | \bar{H}_1 | \alpha\beta \rangle \int_{-\infty}^{+\infty} S_{k_1 k_2}(t-t_1) G_{\alpha\beta k'_1 k'_2}^{(n-1)}(t_1) dt_1 \quad (15)$$

donde $S_{k_1 k_2} = S_{k_1} S_{k_2}$ y S_k queda definido por:

$$\begin{aligned} \langle |T\{a_{k_1}(t_1) a_{k_2}(t_2)\}| \rangle &= \\ &= \delta_{k_1 k_2} S_{k_1}(t_1 - t_2) = \delta_{k_1 k_2} e^{-i \epsilon_{k_1}(t_1 - t_2)} \{ (1 - n_{k_1}) \theta(t_1 - t_2) - n_{k_2} \theta(t_2 - t_1) \} \end{aligned}$$

donde n_k es el valor de expectación del operador número de partículas.

La aproximación realizada es llamada "aproximación escalera".

Si se suman para n ambos miembros de (15) ~~se~~ se obtiene:

$$G_{k_1 k_2 k'_1 k'_2}(t) = G_{k_1 k_2 k'_1 k'_2}^{(0)}(t) - i \sum_{\alpha\beta} \langle k_1 k_2 | \bar{H}_1 | \alpha\beta \rangle S_{k_1 k_2} * G_{\alpha\beta k'_1 k'_2}(t) \quad (16)$$

$$G_{k_1 k_2 k'_1 k'_2}^{(0)}(t) = S_{k_1 k_2}(t) (\delta_{k_1 k'_1} \delta_{k_2 k'_2} - \delta_{k_1 k'_2} \delta_{k_2 k'_1})$$

(cf. fórmula I-1; ap.I).

Transformando Fourier (16) se obtiene para los residuos $X_{\alpha\beta}$ en cada polo, la ecuación:

$$\sum_{\alpha\beta} (\delta_{\alpha k_1} \delta_{\beta k_2} S_{\alpha\beta}^{-1}(E) - \langle k_1 k_2 | \bar{H}_1 | \alpha\beta \rangle) X_{\alpha\beta} = 0 \quad (17)$$

donde

$$S_{\alpha\beta}(E) = \frac{(1-n_{\alpha})(1-n_{\beta})}{E-(\epsilon_{\alpha}+\epsilon_{\beta})+i0} - \frac{n_{\alpha}n_{\beta}}{E+(\epsilon_{\alpha}+\epsilon_{\beta})+i0}$$

es la transformada de Fourier de $S_{\alpha\beta}(t)$.

Si en (17) se separan en la suma los estados de partícula y de agujero, puede escribirse:

$$\begin{aligned} \{E-(\epsilon_{m_1}+\epsilon_{m_1'})\} Y_{m_1 m_1'} &= \sum_{m_1, m_2} \langle m_1 m_1' | \bar{H}_2 | m_1, m_2 \rangle Y_{m_1, m_2} + \sum_{i_1, i_2} \langle m_1 m_1' | \bar{H}_2 | i_1, i_2 \rangle X_{i_1, i_2} \\ - \{E-(\epsilon_{i_1}+\epsilon_{i_1'})\} X_{i_1 i_1'} &= \sum_{m_1, m_2} \langle i_1 i_1' | \bar{H}_2 | m_1, m_2 \rangle Y_{m_1, m_2} + \sum_{i_1, i_2} \langle i_1 i_1' | \bar{H}_2 | i_1, i_2 \rangle X_{i_1, i_2} \end{aligned} \quad (18)$$

se ha puesto

$$X_{\alpha\beta} = Y_{m_1, m_2} \quad \alpha; \beta > k_{\text{Fermi}}$$

$$X_{\alpha\beta} = X_{i_1, i_2} \quad \alpha; \beta < k_{\text{Fermi}}$$

Las ecuaciones (18) implican la diagonalización de una matriz: sus autovalores son las energías de los sistemas de $A \pm 2$ partículas y sus autovectores son los residuos de la función de Green que de acuerdo a (8) quedan relacionados con los elementos de matriz de transferencia de dos partículas. Las (18) pueden escribirse siguiendo la notación de Thouless⁽⁹⁾ de manera más compacta como:

$$\begin{bmatrix} P & C \\ -C^T & -A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y \\ X \end{bmatrix} = (E - E_0) \begin{bmatrix} Y \\ X \end{bmatrix} \quad (19)$$

Se ha puesto $E - E_0$ pues los autovalores que se obtienen quedan referidos al nivel fundamental de A partículas.

Varios hechos deben ser puntualizados: en primer lugar se supone que las líneas de fermión que entran en los diagramas de la expansión perturbativa han sido renormalizadas por todos los términos de 'self-energy' (fig. 1 (d)). En segundo lugar que las energías de partícula independiente son el resultado de un cálculo con la función de Green (1). Esto es, se supone diagonal un potencial de Hartree-Fock. No se ha tenido en cuenta que el residuo de dicha función no es la unidad en cada uno de sus polos ⁽¹⁾. En la sección siguiente se aclarará cómo puede ser tenido en cuenta este hecho en los cálculos.

Puede observarse que la matriz de (19) no es hermitiana debido a la presencia de los bloques C y $-C^T$ que acoplan los estados que se encuentran por arriba del nivel de Fermi con los que se encuentran por debajo. Dichos bloques provienen de la inclusión de los gráficos 1 (b) en el desarrollo perturbativo y son los que marcan la esencial diferencia entre la aproximación escalera y un cálculo según el modelo de capas convencional que consiste en diagonalizar los bloques P (para partículas) y A (para agujeros).

Los gráficos del tipo antedicho pretenden tomar en cuenta la participación del carozo ya que para instantes intermedios, como el t_0 , (fig. 1) incluye estados virtuales en que se han excitado pares de partículas a través del nivel de Fermi.

Obviamente serán tomados en cuenta, para un cierto orden, diagramas que violan el principio de exclusión introduciendo un error de la misma naturaleza al que se comete en la aproximación de cuasi bosones, que de todos modos se supone pequeño.

También debidas a la presencia de C y $-C^T$ serán de esperar, bajo ciertas condiciones, raíces complejas cuya aparición marcarán el fin de la zona de validez de las aproximaciones realizadas y el comienzo de la región en que es aplicable la solución superconductor. Esta transición es análoga a la encontrada por Thouless⁽³⁾⁽⁴⁾ aplicando la (6) en que el pasaje es de una posición de equilibrio esférica a una deformada.

2.2 - Método de la ecuación de movimiento.

Considérese el operador: (11)

$$Q_n^\dagger = e^{-iE_n t} \left\{ \sum_{u < u'} Y_{n,m'}^{(n)} a_{uu}^\dagger a_{u'u'}^\dagger - \sum_{i < i'} X_{ii'}^{(n)} a_i^\dagger a_{i'}^\dagger \right\} \quad (20)$$

que aplicado al nivel fundamental de A partículas genera el n -ésimo estado excitado del sistema de $A + 2$ partículas. Las Y y las X son amplitudes que serán determinadas de modo que se satisfaga lo mejor posible:

$$[H; Q_n^\dagger] = E_n Q_n^\dagger \quad (21)$$

Si ello se verifica los distintos estados podrán obtenerse por aplicación directa de Q_n^+ :

$$H Q_n^+ |0\rangle = [H; Q_n^+] |0\rangle = E_n Q_n^+ |0\rangle; (H|0\rangle = 0) \quad (22)$$

El estado $|0\rangle$ quedará definido de tal manera que $Q_n |0\rangle = 0$ se satisfaga para todo n . Debe observarse que en el estado $|0\rangle$ existen estados virtuales de pares de partículas excitadas, de otro modo los términos $a_i^+ a_{i'}^+$ que fueron incluidos en (20) no contribuirían en la definición del estado $|n\rangle$.

Resolver exactamente la (21) implicaría obtener la solución exacta de la ecuación de Schrödinger para los n cuerpos; para linealizar la (21) es necesario hacer algunas aproximaciones en los conmutadores $[H; a_m^+ a_{m'}^+]$ y $[H; a_i^+ a_{i'}^+]$; ésta consiste en poner:

$$a_\alpha a_\beta a_\gamma a_\delta \cong \langle a_\gamma^+ a_\delta \rangle a_\alpha^+ a_\beta^+ + \langle a_\alpha^+ a_\delta \rangle a_\beta^+ a_\gamma^+ + \langle a_\beta^+ a_\gamma \rangle a_\beta^+ a_\alpha^+ \quad (23)$$

donde los valores medios se toman en el vacío (no en el estado $|0\rangle$). Los términos que quedan luego que han sido contraídos todos los pares de operadores son despreciados argumentando que, por tener fases distribuidas al azar, su valor medio será nulo. Con esta salvedad, el conmutador $[H; a_{u_1}^+ a_{u_2}^+]$ queda: (cf. ap. I)

$$[H; a_{u_1}^+ a_{u_2}^+] = (\epsilon_{u_1} + \epsilon_{u_2}) a_{u_1}^+ a_{u_2}^+ + \sum_{u < u'} \langle m m' | \bar{H}_1 | u_1 u_2 \rangle a_m^+ a_{m'}^+ + \sum_{i i'} \langle i i' | \bar{H}_1 | u_1 u_2 \rangle a_i^+ a_{i'}^+ \quad (24)$$

donde ϵ_{u_1} y ϵ_{u_2} son las energías de Hartree-Fock de las partículas m_1 y m_2 .

Calculando el elemento de matriz de (24) entre los estados

$\langle n |$ y $|0\rangle$ queda:

$$\begin{aligned} & [\mathbb{E}_n - (\mathbb{E}_{m_1} + \mathbb{E}_{m_2})] \langle n | a_{m_1}^+ a_{m_2}^+ |0\rangle = \\ & = \sum_{m \leq m'} \langle m m' | \bar{H}_1 | m, m_2 \rangle \langle n | a_{m_1}^+ a_{m_2}^+ |0\rangle + \sum_{i \leq i'} \langle i i' | H_1 | m, m_2 \rangle \langle n | a_i^+ a_{i'}^+ |0\rangle \quad (25) \end{aligned}$$

Una nueva aproximación es necesaria para comprender mejor las amplitudes $\langle n | a_{\alpha}^+ a_{\beta}^+ |0\rangle$ y ésta consiste en poner:

$$[a_m a_{m'}; a_{m_1}, a_{m_2}] \cong \delta_{m'm}, \delta_{m m_2} - \delta_{m, m_1}, \delta_{m' m_2} \quad (26)$$

$$[a_i a_{i'}; a_m^+, a_{m_2}^+] = [a_m a_{m'}; a_i^+, a_{i_2}^+] = 0$$

consistente, por otra parte, con la realizada en (23) y que es la misma realizada en el método de cuasi-bosones.

Teniendo (26) en cuenta:

$$\begin{aligned} \langle n | a_{m_1}^+ a_{m_2}^+ |0\rangle &= \langle 0 | Q_n a_{m_1}^+ a_{m_2}^+ |0\rangle = \langle 0 | [Q; a_{m_1}^+ a_{m_2}^+] |0\rangle = \\ &\cong e^{i\mathbb{E}_n t} \chi_{m, m_2}^* \quad (27) \end{aligned}$$

$$\langle n | a_i^+ a_{i_2}^+ |0\rangle \cong e^{i\mathbb{E}_n t} \chi_{i, i_2}^*$$

Con esto, la ecuación (25) y la análoga para el par $a_i^+ a_{i_2}^+$ generan la misma ecuación de autovalores (18).

Los $Y_{m_1 m_2}$ y $X_{i_1 i_2}$ que resultan como autovectores hacen que la (21) se satisfaga con las aproximaciones realizadas. Por otra parte, la (26) permite calcular la normalización de los vectores $(X; Y)$:

$$1 = \langle n | n \rangle = \langle 0 | Q Q^\dagger | 0 \rangle = \langle 0 | [Q; Q^\dagger] | 0 \rangle \cong$$

$$\cong \sum_{m_1 \leq m_2} Y_{m_1 m_2}^2 - \sum_{i_1 \leq i_2} X_{i_1 i_2}^2 = (Y \quad -X) \begin{pmatrix} Y \\ X \end{pmatrix} \quad (29)$$

que lógicamente no es exacta.

Una vez más se ve que los autovectores cuyas componentes son los residuos de la función de Green quedan estrechamente ligados a los elementos de matriz de transferencia de dos partículas según se ve en (27).

Nuevamente es claro que $|0\rangle$ es una combinación lineal de estados que posee pares de partículas excitadas ya que si no $\langle n | Q_i^\dagger Q_i^\dagger | 0 \rangle = 0$.

Otro método alternativo para obtener las (18) es el de Hartree-Fock dependiente del tiempo.

3. CALCULOS EFECTUADOS

Con el objeto de comparar resultados de los dos métodos expuestos en las secciones anteriores se calcularon los espectros de los núcleos con dos partículas y dos agujeros próximos al O^{16} y al C^{12} .

El formalismo antes expuesto puede repetirse acoplando los pares de operadores a momento angular definido; no se agrega de esta manera ninguna dificultad conceptual pero permite la reducción de la matriz (18) a bloques no acoplados entre sí, cada uno de ellos caracterizado por $J; M_J; T; M_T$. De esta manera los autovectores que se obtienen también quedan a momento angular bien definido.

Los elementos de matriz pueden ser calculados utilizando las funciones de onda del modelo que se desee; las que han sido utilizadas son las del oscilador armónico.

Las energías ϵ_m y ϵ_i de partícula independiente se las toma de los resultados experimentales de los núcleos con $A \pm 1$ nucleones teniendo de esa manera en cuenta empíricamente los efectos de renormalización por diagramas de 'self-energy' y la diagonalización del potencial auto-consistente de Hartree-Fock que se mencionaran en la sección anterior. Estas se calculan, referidas al nivel fundamental del núcleo $A(Z_0; N_0)$,

de acuerdo con:

$$\begin{aligned}
 \epsilon_m + \epsilon_{m'} &= E_{excit}(J; \pi; Z=Z_0; N=N_0+1) + E_{excit}(J; \pi; Z=Z_0+1; N=N_0) + \\
 &+ E_{N.F.}(Z=Z_0; N=N_0+1) + E_{N.F.}(Z=Z_0+1; N=N_0) - 2 E_{N.F.}(Z=Z_0; N=N_0) \quad (30) \\
 \epsilon_f + \epsilon_{f'} &= 2 E_{N.F.}(Z=Z_0; N=N_0) - E_{N.F.}(Z=Z_0-1; N=N_0) - E_{N.F.}(Z=Z_0; N=N_0-1) - \\
 &- E_{excit}(J; \pi; N=N_0-1; Z=Z_0) - E_{excit}(J; \pi; N=N_0; Z=Z_0-1)
 \end{aligned}$$

para el caso de un protón y un neutrón que fue el que se consideró.

3.1 - Cálculos en la zona del O^{16} .

El problema de autovalores (18) fue resuelto en ambas aproximaciones: el modelo de capas convencional (que corresponde a poner $C=0$ en (19)) y la aproximación escalera utilizando las siguientes fuerzas residuales:

- a) Una fuerza de Wigner pura de rango cero: $H_1 = V_\delta = -V_0 \delta(|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|)$
- a1) Agregando una mezcla de spin: $H_2 = V_\sigma = -V_0 \delta(|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|) (\alpha + \beta \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2)$
con la condición $\alpha + \beta = 1$
- b) Usando una fuerza de Wigner pura, de rango finito, tipo gaussiano:

$$H_1 = V_G = -V_0 e^{-r^2/\mu^2}$$

V_0 y μ son, en principio, parámetros libres.

- b1) Agregando una mezcla más general (5): $(W + B P_{\sigma} + M P_{\pi} + H P_{\mu})$ donde P_{σ} y P_{π} son los operadores de intercambio de spin y posición respectivamente, y $P_{\mu} = P_{\pi} P_{\tau}$ donde P_{τ} es el de intercambio de iso-spin. Se supone la condición que $W + B + M + H = 1$. La nueva fuerza:

$$H_1 = V_M = -V_0 e^{-r^2/\mu^2} (W + B P_{\sigma} + M P_{\pi} + H P_{\mu})$$

tiene cinco parámetros libres. Esta fuerza escalar tiende a la a1) para $\mu \rightarrow 0$.

Para el cálculo de los elementos de matriz de las distintas fuerzas se utilizó la siguiente notación:

$m_1 ; m_2 ; m_1' ; m_2'$ caracterizan estados de partícula

$i_1 ; i_2 ; i_1' ; i_2'$ caracterizan estados de agujero

J : momento angular total con proyección M

L : momento angular orbital con proyección M_L

S : spin total con proyección M_S

T : spin isotópico total con proyección M_T

$n_1 ; n_2 ; \dots$ números cuánticos principales de cada partícula

$\ell_1 ; \ell_2 ; \dots$ momentos angulares orbitales de cada partícula

$s_1 ; s_2 ; \tau_1 ; \tau_2 ; \dots$ spin e iso-spin de cada partícula

$\hat{\alpha} = \sqrt{2\alpha + 1}$; $R_{n\ell} = r \Psi_{\text{rad}}$; Ψ_{rad} es la parte radial de las funciones de onda en el potencial del oscilador armónico (cf. apéndice II).

$$I \begin{pmatrix} n_1 \ell_1 & n_2 \ell_2 \\ n_1' \ell_1' & n_2' \ell_2' \end{pmatrix} = \int_0^{\infty} R_{n_1 \ell_1} R_{n_2 \ell_2} R_{n_1' \ell_1'} R_{n_2' \ell_2'} \frac{dr}{r^2}$$

son las integrales radiales de Slatter.

a) En acoplamiento ℓ -s los elementos de matriz de V_δ son:

$$\langle m_1, m_2 | \bar{V}_\delta | m'_1, m'_2 \rangle = - \frac{V_0 \delta_{LL'} \delta_{JJ'} \delta_{SS'} \delta_{TT'}}{\sqrt{(1 + \delta_{12})(1 + \delta_{1'2'})}} \frac{\hat{\ell}_1 \hat{\ell}_2 \hat{\ell}'_1 \hat{\ell}'_2}{4\pi \hat{\ell}^2} \langle \ell_1 \ell_2 00 | L0 \rangle \times \\ \times \langle \ell'_1 \ell'_2 00 | L0 \rangle (1 - (-)^{S+T}) I \left(\begin{matrix} m_1, \ell_1, u_2, \ell_2 \\ m'_1, \ell'_1, m'_2, \ell'_2 \end{matrix} \right)$$

$$\langle i_1, i_2 | \bar{V}_\delta | i'_1, i'_2 \rangle = \langle m_1, m_2 | \bar{V}_\delta | m'_1, m'_2 \rangle ; \langle m_1, m_2 | \bar{V}_\delta | i_1, i_2 \rangle = (-)^{L+M_J+M_T} \langle m_1, m_2 | \bar{V}_\delta | m'_1, m'_2 \rangle$$

Como no hay una dirección privilegiada del espacio, puede ponerse $M_J = 0$, además ya que sólo se estudia el caso en que las partículas fuera de capa cerrada son un protón y un neutrón, también vale $M_T = 0$.

a1) Cuando se utiliza una mezcla de spin los elementos de matriz son:

$$\langle m_1, m_2 | \bar{V}_\sigma | m'_1, m'_2 \rangle = \langle m_1, m_2 | \bar{V}_\delta | m'_1, m'_2 \rangle \{ \alpha + \beta (\delta_{S1} - 3\delta_{S0}) \}$$

El efecto de ella es simplemente renormalizar la constante de acoplamiento para los estados $S = 0$ con un factor $\delta = \alpha - 3\beta = 1 - 4\beta$.

b) Para la fuerza de rango finito los elementos de matriz quedan:

$$\langle m_1, m_2 | \bar{V}_G | m'_1, m'_2 \rangle = \frac{-V_0 \delta_{SS'} \delta_{LL'} \delta_{JJ'} \delta_{TT'}}{\sqrt{(1 + \delta_{12})(1 + \delta_{1'2'})}} \sum_{\ell} \frac{(-)^{\ell+L} \hat{\ell}_1 \hat{\ell}_2 \hat{\ell}'_1 \hat{\ell}'_2}{\hat{\ell}^2} R^\ell \times$$

$$\langle \ell_1 \ell'_1 00 | \ell_2 \ell'_2 00 | L0 \rangle \left\{ \begin{matrix} \ell'_1, \ell_1, \ell \\ \ell_2, \ell'_2, L \end{matrix} \right\} (1 - (-)^{\ell'_1 + \ell'_2 + L + S + T})$$

$$\langle m_1, m_2 | \bar{V}_G | m'_1, m'_2 \rangle = \langle i_1, i_2 | \bar{V}_G | i'_1, i'_2 \rangle$$

$$\langle m_1, m_2 | \bar{V}_G | i'_1, i'_2 \rangle = (-)^{\ell'_1 + \ell'_2} \langle m'_1, m'_2 | \bar{V}_G | m'_1, m'_2 \rangle$$

R^ℓ son las integrales de Slater para el potencial gaussiano. Con todo se encontró más práctico calcular estos elementos de matriz utilizando

la tabla de paréntesis de transformación de Brody y Moshinsky⁽¹²⁾.

b1) El efecto de la mezcla es análogo al encontrado en a1, esto es:

$$\langle m_1, m_2 | \bar{V}_M | m'_1, m'_2 \rangle = V_{ST} \langle m_1, m_2 | \bar{V}_G | m'_1, m'_2 \rangle$$

$$\begin{aligned} \text{donde} \quad V_{00} &= W - B - M + H & V_{01} &= W - B + M - H \\ V_{10} &= W + B + M + H & V_{11} &= W + B - M - H \end{aligned}$$

de ellos, sólo $V_{10} = 1$ queda fijo y los demás son independientes.

Como las energías de partícula independiente se tienen en acoplamiento j-j aún es necesario un cambio de acoplamiento en los elementos de matriz. En éste cálculo siempre se consideró que las dos partículas o los dos agujeros eran un protón y un neutrón; se obtienen de esta manera los espectros del F^{18} y el N^{14} . La razón de esto es exclusivamente debido al hecho que la evidencia experimental sobre estos núcleos es mayor. El carozo doble mágico no perturbado del O^{16} fue tomado como mar de Fermi y fueron consideradas todas las posibles configuraciones de las dos partículas en la capa 5-d y de los dos agujeros en la capa 1-p. Sólo fueron diagonalizados los niveles con $J = 0$ y $J = 1$ ya que son ellos los que permitirán una comparación -para el N^{14} - con resultados obtenidos del C^{12} dentro de la capa 1-p. Son por otra parte los niveles más próximos al fundamental. Las energías de

partícula independiente fueron obtenidas de los núcleos con $A = 17$ y 15 de acuerdo con la (30) poniendo $N_0 = Z_0 = 8$ ⁽¹³⁾ (cf. apéndice III).

a) Cálculos con las fuerzas V_σ y V_δ

El orden de los niveles queda mal reproducido en ambos núcleos con la fuerza V_δ cualquiera sea la aproximación utilizada. La situación puede cambiar con V_σ y lograr reproducir la secuencia experimental en los niveles. Con todo, si bien puede ajustarse la separación entre el fundamental y primer excitado en el F^{18} , el resto de los niveles queda mal reproducido. Ambas fuerzas parecen, pues, poco adecuadas.

Los siguientes hechos deben ser notados: (cf. fig. 2 y 3)

- i) Los niveles fundamentales se deprimen más rápidamente con la aproximación escalera que con el modelo de capas de tal modo que la separación experimental entre ambos puede reproducirse para la primera con una constante de acoplamiento más pequeña que para la segunda de las aproximaciones.
- ii) La separación entre el nivel fundamental y el primer excitado de ambos núcleos crece linealmente con V_0 en el modelo de capas mientras que en el otro cálculo no es así, especialmente cerca del punto en que ambos niveles fundamentales colapsan resultando de ahí en adelante raíces complejas.

b) Cálculos con las fuerzas V_G y V_M (cf. fig. 4)

Varias fueron las diagonalizaciones que se llevaron a cabo cambiando los dos parámetros libres V_0 y μ , manteniendo $V_0\mu^2$ dentro de la misma región con el objeto de hacer posible la comparación entre ellos. Poniendo $\delta = \sqrt{\hbar/m\omega}/\mu$ como parámetro los cálculos se llevaron a cabo para $\delta = .71; .92; 1.07; 1.42$.

Los siguientes hechos merecen ser señalados:

- i) Los resultados de ambas aproximaciones tienden a parecerse más entre sí cuando $\delta \rightarrow 0$ ($\mu \rightarrow \infty$).
- ii) En ambas aproximaciones el nivel $J = 0$ más bajo se deprime a medida que δ crece. Este hecho concuerda con el caso límite de la fuerza V_δ en que el nivel fundamental para esa fuerza era $J = 0$. Para $\delta = .71$ los dos niveles $J = 0$ y $J = 1$ están degenerados para ambos cálculos y su separación crece más rápidamente en la aproximación escalera (F^{18}).
- iii) Para ésta aproximación el grupo de niveles más próximos al fundamental se separa más rápidamente de los otros que en el modelo de capas. Este hecho coincide con el observado para las fuerzas V_σ y V_δ y da a entender que son esos niveles los que más sienten las correlaciones del carozo que, por otra parte, se hacen sentir menos para niveles más alejados. Es por esta razón que la

diferencia entre ambas aproximaciones es pequeña para ellos. El comportamiento de los niveles $J = 0$ (especialmente notable para el N^{14}) (cf. fig. 4) se debe al hecho de que son éstos los niveles más afectados por dichas correlaciones ya que éstas se logran promoviendo pares de partículas a través del nivel de Fermi.

Para lograr un mejor ordenamiento de los niveles es preferible utilizar la fuerza mezcla V_M . Como punto de partida fueron utilizados los parámetros de Gillet y Vinh Man ⁽⁵⁾ que trabajaron en la misma zona con excitaciones de partícula agujero:

$$V_{10} = 1.0 \quad V_{00} = 0.5 \quad V_{11} = -0.5 \quad V_{01} = 0.4 \quad \delta = 1$$

Aun cuando hay una mejora general en el ajuste debieron cambiarse los parámetros con el objeto de deprimir más el nivel $J = 0$ para ello se puso $V_{01} = .7$ y $\delta = 1.17$. Con todo no hubo cambios cualitativos de significación (cf. fig. 4).

Las conclusiones que por el momento se está en condiciones de sacar permiten echar luz sobre la estabilidad del modelo de capas en el sentido que los efectos de correlación en el carozo incluidos en el más bajo orden por la aproximación escalera no producen un gran cambio en los resultados siempre que la constante de acoplamiento sea adecuadamente re-normalizada.

El comportamiento de la aproximación de fases al azar cuando el rango varía es un punto de interés. En particular, cuando el alcance de la fuerza tiende a infinito los resultados tienden a reproducir los del modelo de capas y los niveles fundamentales colapsan para constantes de acoplamiento mayores. Esto sugeriría el hecho que para estas circunstancias las correlaciones del carozo se hacen menos importantes y menos aplicable la solución superconductora.

Otro resultado del cálculo es que las excitaciones virtuales del carozo que pueden estimarse de las componentes X de los auto-vectores son sumamente pequeñas. Son de esperar en este sentido, contribuciones mayores en torno a núcleos semimágicos o bien en zonas de núcleos más masivos. Algunos de estos puntos se volverán a encontrar en la próxima sección.

3.2 - Cálculos en la zona del C^{12} .

La aproximación de fases al azar puede ser aplicada dentro de la capa 1-p si se considera que el C^{12} es un núcleo semi mágico al que pueden agregarse o quitarse dos nucleones estudiando todas sus posibles configuraciones dentro de esta misma capa. El modelo que se utiliza consta

pues, de dos niveles: el $p^{1/2}$ y el $p^{3/2}$; el C^{12} , que tiene la capa $p^{3/2}$ completa, hace de mar de Fermi y los resultados que se obtengan, corresponderán a los nucleidos de masa 14 y 10.

Por otra parte es dable calcular en forma exacta ⁽¹⁵⁾ todas las configuraciones de cualquiera sea el número de partículas, suponiendo un potencial central de oscilador armónico, más una interacción spin-órbita más una fuerza residual, escalar, de dos cuerpos de características generales. Los métodos provistos por la teoría de grupos facilitan grandemente el manejo de este tipo de problemas.

Cabe entonces una comparación de los resultados del cálculo exacto con los de las dos aproximaciones ya tratadas en secciones anteriores.

El plan general es realizar la comparación dentro del marco de un cálculo puramente teórico, esto es, no introduciendo las energías de partícula independiente ni las energías de ligadura como fuera hecho en la sección 3.1. Con todo nuevamente se agregarán o quitarán un protón y un neutrón obteniendo de esa manera resultados para el B^{10} y el N^{14} .

En el cálculo que se llamará modelo de capas restringido (MCR) el C^{12} es considerado como un carozo inerte; las dos partículas se ubicarán en el nivel $p^{1/2}$ y los dos agujeros en el $p^{3/2}$. Las 'matrices' a

diagonalizar para cada J son de 1×1 ; en la aproximación escalera (AE), en cambio, debido a la presencia de los términos C y $-C^T$ de (19) quedan de 2×2 . Esto es cierto mientras sólo se traten estados con $J = 0$ ó $J = 1$, ya que momentos angulares mayores no son posibles mientras las dos partículas se confinen al nivel $p^{1/2}$, por consiguiente para $J \geq 2$ no habrá diferencia entre ambos métodos.

En el cálculo exacto (CE) fueron estudiadas las configuraciones de la tabla adjunta.

Partículas	agujeros	A	J	T	Nucleído
10	2	14	1	0	N^{14}
9	3	13	1/2	1/2	$N^{13} C^{13}$
8	4	12	0	0	C^{12}
7	5	11	3/2	1/2	$B^{11} C^{11}$
6	6	10	1	0	B^{10}

Los J elegidos corresponden a los niveles fundamentales de los núcleos respectivos salvo en el caso del B^{10} que es $J = 3$. La razón de tomar $J = 1$ para ese caso (que es el nivel excitado más bajo) ya fue aclarado arriba (cf. apéndice IV) (13) (14)

De los resultados para 7 y 9 partículas pueden obtenerse las energías de partícula independiente necesarias para la AE y el MCR; éstas deberán referirse al nivel fundamental de C^{12} o sea, al más bajo nivel que resulte de la diagonalización de $J = 0$; 8 partículas. La estructura de las matrices de la AE es:

$$\begin{pmatrix} 2(E_9 - E_8) + E_{pp}^j & E_{pa}^j \\ -E_{pa}^j & 2(E_8 - E_7) - E_{aa}^j \end{pmatrix} \quad (32)$$

E_{pp}^j ; E_{pa}^j ; E_{aa}^j son las energías de interacción de dos partículas; de partícula-agujero y de dos agujeros, respectivamente.

Los resultados del CE también deben referirse al fundamental del C^{12} . Este cálculo se estructura en tres etapas fundamentales: la primera consiste en la clasificación de todos los estados posibles de k partículas en la capa; la segunda es la construcción de la matriz spin-órbita y la tercera el cálculo de los elementos de matriz de la interacción residual.

Los resultados se estudian en función de los parámetros que queden libres en cada caso, eligiendo, para efectuar la comparación, las zonas de ajuste.

3.2.1. - Clasificación de estados.

La clasificación de los estados se hace de acuerdo con las representaciones irreducibles de la cadena de grupos propuesta por Elliott y

ya utilizada en la capa S_d (16)(17)(18)

$$S U_5 \supset S U_3 \supset R_3 \supset R_2$$

donde S es la degeneración de la capa del oscilador armónico donde se trabaja.

El teorema de Weil asegura que clasificar funciones de acuerdo con las representaciones irreducibles de SU_5 es equivalente a hacerlos con las de Π_n , el grupo de permutaciones de n partículas, cada una de ellas queda caracterizada por la partición $[f]$; las de SU_3 por el par de números (λ, μ) , las de R_3 por L (el momento angular orbital) y la de R_2 por M_L (la proyección de L).

Como las funciones de onda deberán ser completamente antisimétricas en las n partículas, la parte de spin y carga deberá tener la simetría de $[\tilde{f}]$.

Los L que intervienen para un dado (λ, μ) quedan determinados por la relación

$$\begin{aligned} L &= K ; K + 1 ; K + 2 ; \dots ; K + \text{máx}(\lambda, \mu) & K \neq 0 \\ K &= \text{mín}(\lambda, \mu) ; \text{mín}(\lambda, \mu) - 2 ; \dots ; 1 \text{ ó } 0 \\ L &= \text{máx}(\lambda, \mu) ; \text{máx}(\lambda, \mu) - 2 ; \dots ; 1 \text{ ó } 0 & K = 0 \end{aligned}$$

Dadas las representaciones para n partículas, las de $n+1$

son fáciles de obtener utilizando teoremas para la multiplicación de representaciones; en el caso de la capa 1-p el trabajo se ve simplificado pues $SU_5 \equiv SU_3$ y sólo es suficiente con $[f]$ para caracterizar la representación. En el apéndice V se resumen los Young tableaux para los estados orbitales y en el espacio de spin y carga para toda la capa. A continuación se dan todos los estados permitidos para los distintos casos tratados. En lugar de configuraciones de partículas fueron hechas para agujeros; su cantidad se denota por n ; en general si $[n_1 n_2 n_3]$ es una partición para n agujeros la correspondiente a las $k = 12 - n$ partículas es $[4 - n_1; 4 - n_2; 4 - n_3]$.

				<u>Notación:</u>	
					$2T+1; 2S+1 \Gamma[f]$
$n = 1$	$2^2 P [1]$				
$n = 2$	$1^3 S [2]$	$3^1 S [2]$	$1^1 P [11]$		
	$1^3 D [2]$	$3^1 D [2]$	$3^3 P [11]$		
$n = 3$	$2^2 P [3]$	$2^4 P [21]$	$2^4 D [21]$	$2^2 S [111]$	
	$2^2 F [3]$	$4^2 P [21]$	$4^2 D [21]$	$4^4 S [111]$	
		$2^2 P [21]$	$2^2 D [21]$		
$n = 4$	$1^1 S [4]$	$3^3 P [211]$	$3^5 P [211]$	$1^1 S [22]$	$1^1 D [22]$
	$1^1 D [4]$	$3^1 P [211]$	$5^3 P [211]$	$5^1 S [22]$	$5^1 D [22]$
	$1^1 G [4]$	$1^3 P [211]$		$3^3 S [22]$	$3^3 D [22]$
				$1^5 S [22]$	$1^5 D [22]$
	$1^3 P [31]$	$1^3 D [31]$	$1^3 F [31]$		
	$3^3 P [31]$	$3^3 D [31]$	$3^3 F [31]$		
	$3^1 P [31]$	$3^1 D [31]$	$3^1 F [31]$		

n = 5	$2^2_P [41]$	$2^2_P [32]$	$2^2_D [32]$	$2^2_F [32]$	$2^4_S [311]$	$2^4_D [311]$
	$2^2_D [41]$	$2^4_P [32]$	$2^4_D [32]$	$2^4_F [32]$	$4^2_S [311]$	$4^2_D [311]$
	$2^2_F [41]$	$4^2_P [32]$	$4^2_D [32]$	$4^2_F [32]$	$4^4_S [311]$	$4^4_D [311]$
	$2^2_G [41]$				$2^2_S [311]$	$2^2_D [311]$
	$2^2_P [221]$	$2^6_P [221]$	$4^4_P [221]$			
	$2^4_P [221]$	$4^2_P [221]$	$6^2_P [221]$			
n = 6	$3^1_S [42]$	$3^1_D [42]$	$3^1_F [42]$	$3^1_G [42]$	$1^1_P [411]$	$1^1_F [411]$
	$1^3_S [42]$	$1^3_D [42]$	$1^3_F [42]$	$1^3_G [42]$	$3^3_P [411]$	$3^3_F [411]$
	$1^1_P [33]$	$1^1_F [33]$		$1^3_P [321]$	$3^3_P [321]_{I, II}$	
	$3^3_P [33]$	$3^3_F [33]$		$1^5_P [321]$	$3^5_P [321]$	
				$3^1_P [321]$	$5^3_P [321]$	$5^1_P [321]$
	$1^3_D [321]$	$3^3_D [321]_{I, II}$		$1^7_S [222]$	$3^5_S [222]$	
	$1^5_D [321]$	$3^5_D [321]$		$5^3_S [222]$	$1^3_S [222]$	
	$3^1_D [321]$	$3^1_D [321]$		$7^1_S [222]$	$3^1_S [222]$	
	$5^1_D [321]$					

Una clasificación análoga puede hacerse trabajando en acoplamiento $j-j$ en lugar de $\ell-s$ (cf. apéndice IV)

3.2.2. - Elementos de matriz de la interacción spin-órbita.

Los elementos de matriz de $H_{S.O.} = \sum_i \vec{\ell}_i \cdot \vec{s}_i$ pueden ser calculados expresando por medio de coeficientes de parentesco fraccional cada estado de k partículas en término de los de $k-1$.

$$\begin{aligned}
 | \phi^k [f] LSTJM_T \rangle &= \sum_{[f], L, S, T} \langle \phi^k [f] LST | \phi^{k-1} [f_1] L_1 S_1 T_1 \phi^1 [1] 1/2 1/2 ; LST \rangle \cdot \\
 &\times \sum_{\substack{M_L, M_S \\ M_L, M_S}} \sum_{\substack{M_S, m_s \\ M_T, m_t}} \sum_{\substack{M_J, J_i \\ M_j, j}} \langle L S M_L M_S | J M_J \rangle \langle L_1 1 M_L, M_1 | L M_L \rangle \langle S_1 1/2 M_S, m_s | S M_S \rangle \\
 &\langle T_1 1/2 M_T, m_t | T M_T \rangle \langle L_1 S_1 M_L, M_S | J_i M_J \rangle \langle 1 1/2 M_1 m_s | j M_j \rangle \\
 &\times | \phi^{k-1} [f_1] L_1 S_1 T_1 J_i M_J M_T \rangle | \phi^1 [1] 1 1/2 1/2 j M_j M_t \rangle \quad (33)
 \end{aligned}$$

Utilizando (33) puede obtenerse luego de algunas operaciones:

$$\begin{aligned}
 \langle \phi^k [f] LSTJM_T | H_{S.O.} | \phi^k [f'] L'S'T'J'M_T \rangle &= \delta_{TT'} \delta_{JJ'} \delta_{M_T M_T'} \delta_{M_J M_J'} \times \\
 \times \sum_{\substack{[f_1] L_1 \\ S_1, T_1}} \left\{ \langle \phi^k [f] LST | \phi^{k-1} [f_1] L_1 S_1 T_1 \rangle \langle \phi^k [f'] L'S'T' | \phi^{k-1} [f_1] L_1 S_1 T_1 \rangle \times \right. \\
 \left. \times \frac{k}{2} \left(\delta_{LL'} \delta_{SS'} - \sum_{J_1} \begin{bmatrix} S_1 & 1/2 & S \\ J_1 & 1/2 & J \\ L_1 & 1 & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_1 & 1/2 & S' \\ J_1 & 1/2 & J' \\ L_1 & 1 & L' \end{bmatrix} \right) \right\} \quad (34)
 \end{aligned}$$

En (34) la notación de los coeficientes de parentesco fraccional ha sido abreviada y se ha puesto: (cf. apéndice VI)

$$\begin{bmatrix} S_1 & 1/2 & S \\ J_1 & 1/2 & J \\ L_1 & 1 & L \end{bmatrix} = \frac{\sqrt{2} \hat{L} \hat{J}_1}{\hat{L}_1 \hat{J}} A \begin{pmatrix} S_1 & 1/2 & S \\ J_1 & 1/2 & J \\ L_1 & 1 & L \end{pmatrix} \quad (35)$$

donde $A \begin{pmatrix} s_1 & s_2 & s_3 \\ j_1 & j_2 & j_3 \\ \ell_1 & \ell_2 & \ell_3 \end{pmatrix}$ son los conocidos coeficientes de transformación A(9-j).

Si para cada J total se conocen cuáles son las configuraciones $(p^{1/2})^\alpha (p^{3/2})^{k-\alpha}$ (correspondientes a trabajar en acoplamiento j-j) que intervienen, los autovalores son fáciles de conocer ya que en esa base la matriz de $H_{S.O.}$ es diagonal y el valor de sus elementos es:

$$\begin{aligned} \langle (p^{1/2})^\alpha (p^{3/2})^{k-\alpha} | H_{S.O.} | (p^{1/2})^\alpha (p^{3/2})^{k-\alpha} \rangle &= \alpha \frac{\frac{1}{2}(\frac{1}{2}+1) - \ell(\ell+1) - s(s+1)}{2} + \\ &+ (k-\alpha) \frac{\frac{3}{2}(\frac{3}{2}+1) - \ell(\ell+1) - s(s+1)}{2} = \\ &= (-1)\alpha + \frac{1}{2}(k-\alpha) \end{aligned}$$

Los autovectores, en cambio, no son triviales de obtener y proveen, convenientemente normalizados, la matriz unitaria de transformación de la base $\ell.s$ a la $j.j$.

Esta matriz es necesaria en el tratamiento del H_{int} y de la transferencia de 2 partíc. (cf.sec.3.4). Debe observarse que se ha tomado la fuerza de la interacción spin-órbita igual a la unidad, de este modo las constantes de acoplamiento del H_{int} quedarán como parámetros adimensionales, expresados en unidades de esta fuerza.

3.2.3. - Matriz de interacción.

La contribución de una fuerza residual de dos cuerpos a la energía puede expresarse como combinación lineal de dos integrales \mathcal{L} y \mathcal{K} (18)

$$\langle H_{\text{int}} \rangle = \omega \mathcal{L} + \gamma \mathcal{K} \quad (36)$$

donde

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \iint x_1^2 x_2^2 R_p^2(r_1) R_p^2(r_2) V(r_{12}) d\tau_1 d\tau_2 \\ \mathcal{K} &= \iint x_1 x_2 y_1 y_2 R_p^2(r_1) R_p^2(r_2) V(r_{12}) d\tau_1 d\tau_2 \end{aligned} \quad (37)$$

en las que $R_p(r)$ son las funciones de onda normalizadas de partícula independiente. Las integrales (37) pueden expresarse en términos de las más usuales $F_p^{(\ell)}$ definidas como:

$$F_p^{(\ell)} = \iint |R_p(r_1) R_p(r_2)|^2 \psi_\ell(r_1, r_2) dr_1 dr_2 \quad (38)$$

donde $\psi_\ell(r_1, r_2)$ queda definida por:

$$V(|r_1 - r_2|) = \sum_{\ell, m} \frac{4\pi}{2\ell+1} \psi_\ell(r_1, r_2) Y_{\ell m}^*(\Omega_1) Y_{\ell m}(\Omega_2) \quad (39)$$

Un cálculo explícito da:

$$\mathcal{L} = F_p^{(0)} + \frac{4}{25} F_p^{(2)} \quad \mathcal{K} = \frac{3}{25} F_p^{(2)} \quad (40)$$

Es claro que para una configuración p^2 sólo habrá elementos de matriz no nulos para los términos $\ell = 0$ y $\ell = 2$ de (39); el cálculo explícito da:

$$\begin{aligned} \langle {}^{21}S | H_{int} | {}^{21}S \rangle &= F_p^{(0)} + \frac{2}{5} F_p^{(2)} \\ \langle {}^{21}D | H_{int} | {}^{21}D \rangle &= F_p^{(0)} + \frac{1}{25} F_p^{(2)} \\ \langle {}^{33}P | H_{int} | {}^{33}P \rangle &= F_p^{(0)} - \frac{1}{5} F_p^{(2)} \end{aligned} \quad (41)$$

Estas relaciones pueden generalizarse a cualquiera sea el número de partículas haciendo uso del hecho que cualquier hamiltoniano de interacción puede ser expandido en una parte escalar de dos cuerpos más una fuerza cuadripolar de un cuerpo más una fuerza cuadrupolar de dos cuerpos*, expresable en términos del operador de Casimir: (16)(17)

$$\hat{G} = \frac{1}{4} \vec{Q} \cdot \vec{Q} + \frac{3}{4} \vec{L} \cdot \vec{L} \quad (42)$$

donde:

$$L_i = (\vec{r} \wedge \vec{p})_i = \epsilon_{ijk} r_j p_k \quad (43)$$

$$\vec{Q} = \sqrt{\frac{4\pi}{5}} \frac{1}{b^2} \left\{ r^2 Y_\mu^2(\theta_r, \varphi_r) + b^4 p^2 Y_\mu^2(\theta_p, \varphi_p) \right\}$$

* De hecho dentro de la capa 1-p puede ponerse: $V = V^{(0)} + V^{(2)} P_2(\cos \theta_{ij}) = V^{(0)} \mathbb{I} - V_p^{(2)} + \vec{Q} \cdot \vec{Q} V_0^{(2)}$ donde $V_p^{(2)}$ = fuerza cuadripolar de un cuerpo; \mathbb{I} es el operador identidad $\mathbb{I} = \sum_{i < j} I_{ij}$ y $\vec{Q} \cdot \vec{Q}$ es una fuerza cuadripolar de dos cuerpos (cf.ref. 16 y 17)

El hamiltoniano del oscilador armónico se ha escrito como:

$$H_0 = r^2 + b^4 p^2$$

b es el parámetro de tamaño usual y Q_μ es un tensor esférico de segundo rango relacionado con la distorsión cuadrípolar.

Los autovalores de \hat{G} quedan determinados por los (λ, μ) de una representación de SU_3 :

$$g(\lambda, \mu) = (\lambda^2 + \mu^2 + \lambda\mu) + 3(\lambda + \mu)$$

Claramente los términos cuadrípolares quedarán relacionados con $F^{(2)}$; para k partículas los elementos de matriz quedan:

$$\begin{aligned} & \langle p^k [F] L S T M_L M_S M_T | H_{int} | p^k [F]' L' S' T' M_L' M_S' M_T' \rangle = \delta_{[F]; [F]'} \delta_{L L'} \delta_{S S'} \delta_{T T'} \\ & \times \left\{ \frac{k(k-1)}{2} F_p^{(0)} - \frac{k}{5} F_p^{(2)} + 2 \left[(\lambda^2 + \mu^2 + \lambda\mu) + 3(\lambda + \mu) - \frac{3}{4} L(L+1) \right] F_p^{(2)} \right\} \quad (44) \end{aligned}$$

La (44) ajusta, como caso particular, las (41). Teniendo en cuenta (36), (40) y (44) queda, para una fuerza de Wigner pura:

$$\begin{aligned} \omega(W) &= \frac{k(k-1)}{2} \\ \gamma(W) &= -\frac{2}{3} k(k-1) - \frac{5}{3} k + \frac{2}{3} \left[(\lambda^2 + \mu^2 + \lambda\mu) + 3(\lambda + \mu) - \frac{3}{4} L(L+1) \right] \end{aligned} \quad (45)$$

Gran parte de los elementos de matriz de H_{int} fueron calculados por un camino alternativo⁽²⁰⁾ dando resultados idénticos. La (45) fue con todo necesaria ya que debieron utilizarse elementos no tabulados en la referencia.

La matriz de interacción resulta pues diagonal en acoplamiento $\ell.s$. Debe notarse que siempre se tabularon las $[f]$ correspondientes a configuraciones de agujeros, aun así la (45) es directamente aplicable ya que, al pasar a partículas $(\lambda\mu) \rightarrow (\mu\lambda)$ y $g(\lambda\mu) = g(\mu\lambda)$.

Cuando se agrega a la fuerza residual términos de intercambio las expresiones de ω resultan:

$$\begin{aligned}\omega(P_x) &= \frac{1}{2} k(k-1) \chi(P_x)/\chi(\epsilon) \\ \omega(P_s) &= \frac{1}{2} k(k-1) \chi'(P_s)/\chi'(\epsilon) \\ \omega(P_x P_s) &= -\frac{1}{2} k(k-1) \chi''(P_x P_s)/\chi'(\epsilon)\end{aligned}\tag{46}$$

donde $\chi(P_x)/\chi(\epsilon)$ son los caracteres correspondientes a la transposición y a la identidad en la representación irreducible del grupo simétrico a la que pertenece la parte espacial de la función de onda del estado que se considere; los símbolos primados tienen el mismo significado pero la representación que debe tomarse es aquella a la que pertenece la parte de spin o iso-spin (doble primado). El cociente de estos caracteres se encuentra tabulado⁽²¹⁾ (cf. apéndice VII). Además valen:

$$\begin{aligned}\gamma(P_x) - \gamma(W) &= 3 \{ \omega(W) - \omega(P_x) \} \\ \gamma(P_s) - \gamma(P_x P_s) &= 3 \{ \omega(P_s) - \omega(P_x P_s) \}\end{aligned}\tag{47}$$

independientes de los números cuánticos (ref. 20). La (46) y (47) son suficientes para calcular $\omega(P_\alpha)$ y $\gamma(P_\alpha)$ pero no es así para los otros términos de intercambio. Además como se ha trabajado con agujeros son necesarias las relaciones que siguen para el cálculo de los elementos de matriz, también dadas en ref. 20):

$$\langle i | W | j \rangle_{k=12-n} = \langle j | W | i \rangle_n + (6-n)(11\mathcal{L} - 18\mathcal{K}) \delta_{ij} \quad (48)$$

$$\langle i | P_\alpha | j \rangle_{k=12-n} = \langle j | P_\alpha | i \rangle_n + (6-n)(\mathcal{L} + 12\mathcal{K}) \delta_{ij}$$

Teniendo en cuenta la (46), (47) y (48) queda, para una fuerza de Majorana:

$$\omega_{12-n}(P_\alpha) = (6-n) + [\omega_{12-n}(W) - 11(6-n)] \chi_u([F]) \quad (49)$$

$$\gamma_{12-n}(P_\alpha) = \gamma_{12-n}(W) + 3[\omega_{12-n}(W) - \omega_{12-n}(P_\alpha)]$$

Los cálculos sólo fueron realizados para una fuerza de Wigner; una de Majorana y una combinación de ambas: (cf. ap.VIII).

$$H_{\text{int}} = \alpha M + (1 - \alpha) W \quad (49 \text{ bis})$$

dejando como parámetros libres \mathcal{L} ; \mathcal{K} y α según el caso, los dos primeros en unidades de la fuerza spin-órbita, tal como se adelantara en la sección 3.2.2.. Debe señalarse además que el cociente \mathcal{L}/\mathcal{K} es una estrecha función del alcance de la fuerza, tendiendo $\mathcal{K} \rightarrow 0$ para aquél tendiendo a infinito; y $\mathcal{L} = 3\mathcal{K}$ para el límite de rango nulo*. En la mayoría de los cálculos se fijó $\mathcal{L} = 6\mathcal{K}$ que corresponde a un rango intermedio, del orden de magnitud del parámetro de tamaño; en el caso de la fuerza de Wigner pura dicha imposición no fue necesaria ya que el término en \mathcal{L} resulta un múltiplo de la matriz unidad, y por ende obvia durante el proceso de diagonalización.

3.2.4. - Elementos de matriz de transferencia de dos partículas.

Con los resultados previstos por el cálculo exacto pueden también obtenerse los elementos de matriz de transferencia de dos partículas. Este es un punto de interés ya que -tal como se viera en la sección 2.2- los autovectores de la aproximación escalera están estrechamente relacionados con ellos. Su cálculo tiene un significado físico más evidente cuando se trabaja en acoplamiento j.j. En dicha base los elementos de matriz tendrán

* Para $V(|r_1-r_2|) = \delta(|r_1-r_2|)$ vale que $F^k = (2k+1)F^0$ de donde, teniendo en cuenta (40) se sigue este resultado.

la forma general:

$$\langle A+2; [(J_1)^\alpha (J_2)^{k-\alpha}]^{JT} | [a_{\ell_1}^+ a_{\ell_2}^+]^{\bar{J}, \bar{T}} | A; [(J_1)^\beta (J_2)^{k-2-\beta}]^{J', T'} \rangle$$

y miden la superposición de las funciones de onda de $k-2$ partículas y de dos agregadas en estados especificados con la del núcleo con k partículas en la capa. De este modo la información que puede extraerse del cálculo exacto es muy grande, de hecho, mucho más detallada que la que pueda proveer la aproximación escalera.

Se trata, pues, de calcular

$$\begin{aligned} & \langle p^k J M_J | [a_{\ell_1}^+ a_{\ell_2}^+]^{\bar{J}} | p^{k-2} J' M_{J'} \rangle = \\ & = \sum_S \sum_{S'} \langle p^k J M_J | p^k [P] L S J M_J \rangle \langle p^{k-2} J' M_{J'} | p^{k-2} [P'] L' S' J' M_{J'} \rangle \\ & \quad \times \langle p^k [P] L S J M_J | [a_{\ell_1}^+ a_{\ell_2}^+]^{\bar{J}} | p^{k-2} L' S' J' M_{J'} \rangle \quad (50) \end{aligned}$$

Donde se ha suprimido el spin isotópico de la notación ya que todos los coeficientes de Clebsch-Gordan que puedan aparecer, en los casos de interés, serán iguales a la unidad. Los coeficientes $\langle p^k J M_J | p^k [P] L S J M_J \rangle$ son las componentes de los autovectores de la matriz $H_{S.O.}$ y constituyen la transformación unitaria para el cambio de acoplamiento; la (50) es simplemente un producto de tres matrices.

Pasando a la base $|p^k [f] L M_L S M_S\rangle$ y poniendo que:

$$[a_{l_1 s_1}^+, a_{l_2 s_2}^+]^{\bar{J}} = \sum_{\bar{L} \bar{S}} A \left(\begin{matrix} 1/2 J_1 \\ \bar{L} \bar{S} \bar{J} \end{matrix} \right) [a_{l_1 s_1}^+, a_{l_2 s_2}^+]^{\bar{L} \bar{S} \bar{J}} = \sum_{\substack{\bar{L} \bar{S} M_{\bar{L}} \\ M_{\bar{S}}} } A \left(\begin{matrix} 1/2 J_1 \\ \bar{L} \bar{S} \bar{J} \end{matrix} \right) \langle \bar{L} \bar{S} M_{\bar{L}} M_{\bar{S}} | \bar{J} M_{\bar{J}} \rangle \times \\ \times |p^2 [\bar{L} \bar{S}] M_{\bar{L}} M_{\bar{S}}\rangle$$

y teniendo en cuenta además que el estado de k partículas puede expandirse:

$$|p^k [f] L M_L S M_S\rangle = \sum_{\substack{[f]'' L'' \\ S''}} \sum_{\substack{[f]''^* L''^* \\ S''^*}} \sum_{\substack{M_L'' M_S'' \\ M_L''^* M_S''^*}} \langle p^k [f] L S | \{ p^{k-2} [f]'' L'' S''; p^2 [f]''^* L''^* S''^* \} \rangle \times \\ \times \langle L'' L''^* M_L'' M_L''^* | L M_L \rangle \langle S'' S''^* M_S'' M_S''^* | S M_S \rangle \\ \times |p^{k-2} [f]'' L'' S'' M_L'' M_S''\rangle |p^2 [f]''^* L''^* S''^* M_L''^* M_S''^*\rangle$$

el elemento de matriz de (50) puede reducirse a :

$$\langle p^k [f] L S J M_J | [a^+ a^+]^{\bar{J}} | p^{k-2} [f]' L' S' J' M_J' \rangle = \\ = \sum_{\bar{L} \bar{S}} \langle p^k [f] L S | \{ p^{k-2} [f]' L' S'; p^2 [\bar{L} \bar{S}] \bar{L} \bar{S} \} \rangle \langle J' \bar{J} M_J' M_{\bar{J}} | J M_J \rangle \times \\ \times \hat{S} \hat{L} \hat{J} \hat{L} \hat{S} \hat{J}' \hat{J}_1 \hat{J}_2 \cdot \left\{ \begin{matrix} 1/2 J_1 \\ \bar{L} \bar{S} \bar{J} \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} L' S' J' \\ \bar{L} \bar{S} \bar{J} \\ L S J \end{matrix} \right\} \quad (51)$$

Los coeficientes de parentesco fraccional $\langle p^k | \{ p^{k-2}; p^2 \} \rangle$ de dos partículas pueden obtenerse de tablas (22); con lo que (51) puede ser calculada. Por razones de normalización aún resta multiplicar la (51) por $\sqrt{k(k-1)/2}$, factor que proviene del hecho que las dos partículas pueden agregarse de $k(k-1)/2$ maneras distintas.

Para estudiar la variación de la matriz de transferencia de dos partículas cuando se agrega la interacción residual será necesario efectuar una nueva transformación unitaria para pasar a la base perturbada; ello se hace simplemente multiplicando por las matrices de los autovectores del hamiltoniano completo.

La estructura de la matriz de transferencia cuando $H_{int} = 0$ puede ser predicha en base a argumentos físicos simples cuando se trabaja en la base j,j , siendo posible determinar cuáles de sus elementos serán con toda seguridad nulos. A título de ejemplo se da a continuación la matriz que corresponde al caso en que las dos partículas agregadas tienen $J_1 = J_2 = 1/2$ y se encuentran acopladas a $\bar{J} = 1$; el estado del núcleo de partida con $k = 8$ partículas en la capa $1-p$ es $J' = 0$ y el núcleo final también tiene $J = 1$

$(p^{1/2})^4 (p^{3/2})^6$	0	-.0974	-.5691	0	0
$(p^{1/2})^3 (p^{3/2})^7$	0	0	0	0	0
$(p^{1/2})^2 (p^{3/2})^8$	1	0	0	0	0
	$(p^{3/2})^8$	$(p^{3/2})^6 (p^{1/2})^2$	$(p^{3/2})^6 (p^{1/2})^2$	$(p^{3/2})^5 (p^{1/2})^3$	$(p^{3/2})^4 (p^{1/2})^4$

Los restantes resultados se dan en el apéndice IX.

Para comparar con la aproximación escalera deben recordarse las expresiones (27); en ellas $|0\rangle$ es el nivel fundamental correlacio-

nado (C^{12}) y $|n\rangle$ corresponde a un estado del N^{14} . Un par de expresiones análogas pueden obtenerse para el B^{10} . Si se denotan con $(Y_{>} X_{>})$ y $(Y_{<} X_{<})$ los autovectores que corresponden al N^{14} y al B^{10} respectivamente, sus componentes dan cuenta de la probabilidad que hay de poblar estados en esos dos núcleos agregando o quitando un protón y un neutrón al C^{12} :

$$Y_{>} = \langle N^{14} | (a_{\frac{1}{2}}^+ a_{\frac{1}{2}}^+) | C^{12} \rangle \quad X_{>} = \langle N^{14} | (a_{\frac{1}{2}}^+ a_{\frac{1}{2}}^+) | C^{12} \rangle \text{ etc.}$$

En principio podría calcularse la sección eficaz para reacciones del tipo $(t; n)$ o $(\alpha; d)$ ⁽²³⁾ pero una comparación más directa entre los elementos de matriz puede obtenerse efectuando el cociente $X_{>}/Y_{>}$ y el correspondiente entre los del cálculo exacto. Esta relación es independiente de la normalización (29) de los autovectores, que es aproximada. En los cálculos con el MCR $X_{>}/Y_{>}$ es constantemente igual a cero, independientemente de la interacción que se agregue. Esta comparación se discutirá más tarde conjuntamente con todos los resultados numéricos. (fig. 10).

3.2.5. - Modelo de Capas Restringido y Aproximación Escalera.

Estos dos cálculos se llevan a cabo diagonalizando la (32). Para ello previamente deben obtenerse las E_{pa}^J , E_{pp}^J y E_{aa}^J mencionados en la sección 3.2. Estos pueden obtenerse fácilmente llevando a acoplamiento j.j

la matriz de interacción para dos partículas calculada de acuerdo con (46) y (49). La transformación viene dada por los A-9j usuales y no entraña ninguna dificultad.

Tal como se anticipara las energías de partícula independiente se toman del resultado del cálculo exacto para 7 y 9 partículas refiriéndolos al fundamental de 8 partículas. Los casos considerados son $J=0$ y $J=1$; para el primero las configuraciones posibles son la $(p^{1/2})^2$ y $(p^3/2)^2$, los elementos diagonales de la matriz de interacción son directamente E_{pp} y E_{aa} y el no diagonal E_{pa} . Para $J=1$ en cambio tres son las configuraciones: $(p^{1/2})^2$; $(p^3/2)^2$ y $(p^{1/2} p^3/2)$. La primera y la segunda son las configuraciones que toman en cuenta tanto la AE como el MCR la última corresponde a una partícula arriba y otra por debajo del nivel de Fermi. De los seis elementos de matriz independientes sólo 3 son necesarios. De esta manera se obtiene la tabla siguiente:

		Fza. de Wigner	Fza. de Majorana	Fza. Mezcla
E_{pp}	$J=0$	$\mathcal{L} - \frac{4}{3}\mathcal{K}$	$\frac{1}{3}(-\mathcal{L} + 8\mathcal{K})$	$(1 - \frac{4}{3}\alpha)\mathcal{L} - \frac{4}{3}(1 - 3\alpha)\mathcal{K}$
	$J=1$	$\mathcal{L} - \frac{4}{3}\mathcal{K}$	$\frac{5}{9}\mathcal{L}$	$(1 - \frac{4}{9}\alpha)\mathcal{L} - \frac{4}{3}(1 - \alpha)\mathcal{K}$
E_{pa}	$J=0$	$\frac{5\sqrt{2}}{3}\mathcal{K}$	$\frac{\sqrt{2}}{3}(2\mathcal{L} - \mathcal{K})$	$\frac{\sqrt{2}}{3}\{2\alpha\mathcal{L} + (5 - 6\alpha)\mathcal{K}\}$
	$J=1$	$\frac{\sqrt{10}}{3}\mathcal{K}$	$\frac{\sqrt{10}}{9}(2\mathcal{L} - 3\mathcal{K})$	$\frac{\sqrt{10}}{3}\{\frac{2\alpha}{3}\mathcal{L} + (1 - 2\alpha)\mathcal{K}\}$
E_{aa}	$J=0$	$\mathcal{L} + \frac{1}{3}\mathcal{K}$	$\frac{1}{3}(\mathcal{L} + 7\mathcal{K})$	$(1 - \frac{2}{3}\alpha)\mathcal{L} + \frac{1}{3}(1 + 6\alpha)\mathcal{K}$
	$J=1$	$\mathcal{L} - \mathcal{K}$	$-\frac{\mathcal{L}}{9} + \frac{7}{3}\mathcal{K}$	$(1 - \frac{10}{9}\alpha)\mathcal{L} - (1 - \frac{10}{3}\alpha)\mathcal{K}$

(52)

(N.B.: En estas expresiones \mathcal{L} y \mathcal{K} deben entenderse en unidades de la fuerza spin-órbita).

Un punto que es interesante observar es que para la fuerza de Wigner $E_{pa} \rightarrow 0$ cuando el rango de la fuerza tiende a infinito, hecho éste que se traduce en que los resultados del MCR y la AE serán iguales en este límite. Puede además observarse que $|E_{pa}^{J=0}| > |E_{pa}^{J=1}|$ que demostraría que los niveles con $J=0$ sienten las correlaciones del carozo con mayor intensidad.

Ambas observaciones coinciden en lo señalado ya en la sección 3.1.

En las figuras (5) y (6) se han graficado los resultados del cálculo exacto para $\Delta_{7,9} = (E_9 - E_8) - (E_8 - E_7)$ y $\Delta_{6,10}^J = (E_{10} - E_8) - (E_8 - E_6)$ con $J = 0; 1$ $\mathcal{L} = 6\mathcal{K}$ y $\mathcal{L} = 7\mathcal{K}$ que corresponde a una fuerza con un rango del orden del parámetro de tamaño del oscilador. En ambos casos puede observarse que los niveles $J=0$ no se encuentran satisfactoriamente ubicados respecto de los $J=1$. Más tarde se volverá sobre este punto.

Para mejor comparar los resultados exactos con los del MCR y los de la AE, pueden utilizarse expresiones perturbativas para los distintos niveles, expresiones éstas que pueden obtenerse de la matriz de interacción en acoplamiento $j.j$. Esta simplificación queda justificada si se tiene en

cuenta que la zona físicamente significativa se da para $|k/a|$ pequeño, zona en la que la expresión perturbativa ajusta el resultado exacto muy satisfactoriamente. Por otra parte esta primera comparación puede servir para disponer de una primera idea general; una comparación numérica más detallada se encarará con una fuerza físicamente más realista, ajustando previamente las energías de ligadura.

En la tabla 1 se resumen los resultados del cálculo exacto para los niveles fundamentales. Para los cálculos aproximados $\Delta_{6,10}^J$ que resulta de diagonalizar la (32) viene dada por:

$$\left[\Delta_{6,10}^J \right]_{\text{MCR}} = 2 \Delta_{9,7} + (E_{pp}^J + E_{aa}^J) \quad (53)$$

$$\left[\Delta_{6,10}^J \right]_{\text{MCR}} = \left\{ 2 \Delta_{9,7} + (E_{pp}^J + E_{aa}^J)^2 - 4 (E_{pa}^J)^2 \right\}^{1/2}$$

Los resultados numéricos que provienen de la aplicación de (53) se encuentran resumidos en la tabla (2).

Puede apreciarse que, en general, la AE proporciona un mejor ajuste con los resultados del CE que el MCR. Este punto puede apreciarse más claramente en el cuadro adjunto en que se han agrupado las expresiones perturbativas para las energías de los niveles con $J = 0$ y $J = 1$ del N^{14} y el B^{10} , todas referidas al fundamental del C^{12} . En el Apéndice X se dan las restantes expresiones.

	CE	MCR	AE
$(E_{10}-E_8)_{\text{Wig}}^{J=0}$	$2+17\mathcal{L}-\frac{88}{3}\mathcal{K}+\frac{130}{27}\mathcal{K}^2$	$2+17\mathcal{L}-\frac{88}{3}\mathcal{K}+\frac{20}{9}\mathcal{K}^2$	$2+17\mathcal{L}-\frac{88}{3}\mathcal{K}+\frac{130}{27}\mathcal{K}^2$
$(E_{10}-E_8)_{\text{Wig}}^{J=1}$	$2+17\mathcal{L}-\frac{88}{3}\mathcal{K}+\frac{170}{27}\mathcal{K}^2$	$2+17\mathcal{L}-\frac{88}{3}\mathcal{K}+\frac{20}{9}\mathcal{K}^2$	$2+17\mathcal{L}-\frac{88}{3}\mathcal{K}+\frac{170}{27}\mathcal{K}^2$
$(E_8-E_6)_{\text{Wig}}^{J=0}$	$-1+13\mathcal{L}-\frac{67}{3}\mathcal{K}+\frac{40}{9}\mathcal{K}^2$	$-1+13\mathcal{L}-\frac{67}{3}\mathcal{K}+\frac{10}{9}\mathcal{K}^2$	$-1+13\mathcal{L}-\frac{67}{3}\mathcal{K}+\frac{80}{27}\mathcal{K}^2$
$(E_8-E_6)_{\text{Wig}}^{J=1}$	$-1+13\mathcal{L}-2\mathcal{K}+\frac{96}{27}\mathcal{K}^2$	$-1+13\mathcal{L}+2\mathcal{K}+\frac{10}{9}\mathcal{K}^2$	$-1+13\mathcal{L}-2\mathcal{K}+\frac{40}{27}\mathcal{K}^2$
$(E_{10}-E_8)_{\text{Maj}}^{J=0}$	$2+\frac{74}{3}\mathcal{K}+\frac{754}{27}\mathcal{K}^2$	$2+\frac{74}{3}\mathcal{K}+\frac{216}{9}\mathcal{K}^2$	$2+\frac{74}{3}\mathcal{K}+\frac{706}{27}\mathcal{K}^2$
$(E_{10}-E_8)_{\text{Maj}}^{J=1}$	$2+\frac{82}{3}\mathcal{K}+\frac{874}{27}\mathcal{K}^2$	$2+\frac{82}{3}\mathcal{K}+\frac{216}{9}\mathcal{K}^2$	$2+\frac{82}{3}\mathcal{K}+\frac{286}{9}\mathcal{K}^2$
$(E_8-E_6)_{\text{Maj}}^{J=0}$	$-1+\frac{59}{3}\mathcal{K}+\frac{794}{27}\mathcal{K}^2$	$-1+\frac{59}{3}\mathcal{K}+\frac{234}{9}\mathcal{K}^2$	$-1+\frac{59}{3}\mathcal{K}+\frac{944}{27}\mathcal{K}^2$
$(E_8-E_6)_{\text{Maj}}^{J=1}$	$-1+\frac{67}{3}\mathcal{K}+\frac{992}{27}\mathcal{K}^2$	$-1+\frac{67}{3}\mathcal{K}+\frac{234}{9}\mathcal{K}^2$	$-1+\frac{67}{3}\mathcal{K}+\frac{264}{9}\mathcal{K}^2$

(N.B.: En estas expresiones nuevamente \mathcal{L} y \mathcal{K} deben entenderse en unidades de la fuerza spin-órbita; los resultados de la fuerza de Majorana son para $\mathcal{L} = 6\mathcal{K}$).

La mejora que, en líneas generales, representa la AE sobre el MCR depende del núcleo considerado y la fuerza residual utilizada. Para el caso particular del N^{14} y la fuerza de Wigner pura la AE es exacta hasta el segundo orden y ello es debido a que el término de ese orden que se desprecia (fig. 1c) no contribuye en este caso particular (la conservación del momento

angular en el vértice A; p.ej., implica que el único término de la interacción que daría contribución es el dipolar que es nulo). Este argumento no es válido para la fuerza de Majorana ya que para ella la parte de spin y espacial se encuentran desacopladas.

El efecto que se anticipara para los niveles $J = 0$ puede también observarse para ambas fuerzas; la AE en estos casos llega a separar niveles que quedan degenerados para el MCR.

La posición de los niveles con $J = 0$ merece una pequeña discusión aparte. La evidencia experimental (cf. apéndice IV) los ubica siempre por encima de los niveles con $J = 1$ (N^{14} y B^{10}); de las dos fuerzas residuales utilizadas hasta el momento la que más se aleja es la de Wigner pura. El problema aquí planteado ya se encontró en los cálculos de la sección 3.1, en torno al O^{16} ; tanto en aquella como en esta circunstancia el orden correcto de estos niveles puede obtenerse agregando una fuerza residual de intercambio de spin (cf. ref. 15) cuyo efecto ya se viera en aquella oportunidad. Con todo sería aquí más correcto estudiar los efectos que pueda tener sobre dichos estados una deformación en el campo central ⁽²⁴⁾⁽²⁵⁾; este punto está avalado si se consideran los restantes niveles con $J = 0$ que se obtuvieron en el C^{12} con el cálculo exacto (fig. 7). La separación de estos niveles sólo puede ajustar los resultados experimentales si se toman valores poco razonables para la fuerza spin-órbita.

La zona físicamente más razonable para elaborar nuevas comparaciones de las dos aproximaciones se tomó para la fuerza mezcla (44 bis) con $\alpha = .9$ fijando allí los parámetros pretendiendo ajustar fundamentalmente las energías de ligadura.

El punto que comenzará por estudiarse es uno ya observado en la sección 3.1; en esa oportunidad se señaló que los resultados del modelo de capas y la AE daban resultados similares pero ellos eran obtenidos con constantes de acoplamiento bastante distintas; esta renormalización de la intensidad de la fuerza residual puede estudiarse en la capa 1-p.

El camino seguido al desarrollar aquel cálculo no es el mismo que el que se utilizó en éste: aquí se ha incluido la variación de la energía de partícula independiente $E_9 - E_8$ y $E_8 - E_7$ con la intensidad de la fuerza residual parámetro que allá era tomado como fijo del resultado experimental *. Para estudiar el efecto de renormalización se procedió primero a fijar los parámetros del CE para ajustar en la medida de lo posible todo el conjunto de energías de ligadura. Tal como se dijera más arriba queda $\alpha = .9$ y se tomó $|\mathcal{K}| = 1$ (ref. 15) de tal modo que el parámetro que quedaba libre en la diagonalización: \mathcal{K}/a , resultara directamente la inversa de la fuerza spin-órbita. Dividiendo los autovalores por ese número se los convier- te a la escala de energías. En la fig. 8 se muestra la marcha de los niveles

* Esta es la causa, por otra parte, que hace que $\Delta_{6,10}^{AE}$ no tienda a cero y genere luego resultados imaginarios, en la fuerza de Majorana, por ejemplo.

fundamentales E_n/α como función de $\alpha = 1/a$ tal como resultan del cálculo exacto.

Un ajuste razonable de los resultados experimentales puede encontrarse en una zona $.05 \leq \alpha \leq .15$ en buen acuerdo con lo obtenido por Kurath (15).

Una vez fijo ese valor puede construirse la matriz (32) dejando en E_{pp} y E_{aa} la integral \mathcal{K} como parámetro a ajustar con la separación experimental de los niveles fundamentales del N^{14} y B^{10} . El nuevo valor de \mathcal{K} así determinado comparado con el que se fijara anteriormente en el CE dará cuenta de la renormalización necesaria en la fuerza residual para cada aproximación.

Cabe también aquí la comparación entre los resultados para los elementos de matriz de transferencia de dos partículas como ya se anunciara en el final de la sección 3.2.4. Los efectos de la normalización aproximada de los autovectores de la AE se traducen aquí en el mal comportamiento individual de cada uno de los elementos por separado (fig. 9); con todo, la relación entre los dos (fig. 10) queda mejor predicha en la AE que en el MCR.

Dada la ortonormalización que se tomó para los autovectores resulta que:

$$\begin{aligned} Y_{>} &= X_{<} \\ Y_{<} &= X_{>} \end{aligned}$$

(con la notación de la sección 3.2.4); el segundo par se encuentra en mejor acuerdo que el primero para pequeños valores de α (cf. tabla 3).

Todavía también es posible discutir el alcance de otra de las aproximaciones realizadas al obtener la matriz (19) de la AE. Tal como se viera en la sección 1.2 y en el apéndice I, dicha matriz puede obtenerse de la ecuación de movimiento para los operadores Q^+ utilizando la (23). Cuando dicha aproximación es realizada los valores medios son reemplazados por los correspondientes números de ocupación que se toman iguales a 1 o a 0 según se trate de estados por debajo o por arriba del nivel de Fermi. Tal aproximación cesa de valer si se tiene en cuenta que por efectos de la interacción residual introducida el mar de Fermi deja de tener un corte neto para presentar en cambio un decremento gradual en la ocupación de niveles.

Explicitando en (32) tales números de ocupación, ella puede ser reescrita -utilizando para ello la (I.24) del apéndice I- como:

$$\begin{pmatrix} 2(\epsilon_g - \epsilon_a) + \epsilon_{p_1 p_2}^J (1 - n_{p_1} - n_{p_2}) & \epsilon_{p_2}^J (1 - n_{p_1} - n_{p_2}) \\ \epsilon_{p_2}^J (1 - n_{a_1} - n_{a_2}) & 2(\epsilon_b - \epsilon_f) + \epsilon_{a_1 a_2}^J (1 - n_{a_1} - n_{a_2}) \end{pmatrix} \quad (54)$$

que para $n_{p_1} = n_{p_2} = 0$; $n_{a_1} = n_{a_2} = 1$ se reduce a la anterior expresión.

Para este caso es $n_{p_1} = n_{p_2} = n_{1/2}$; $n_{a_1} = n_{a_2} = n_{3/2}$.

En el contexto de las deducciones de la sección 2.1 el problema de autovalores (54) provendría de la linealización del que se obtiene utilizando para el propagador de dos partículas la convolución de dos propagadores perturbados (ref. 4) en lugar de dos libres (ref. 8).

Si tales números de ocupación también se hacen explícitos en el conmutador (26) la normalización de los autovectores de (54) es:

$$(Y^2 - X^2)_{p;a} = 1 - 2 n_{p;a} \quad (55)$$

Los subíndices p y a en (55) indican que los autovectores corresponden a estados de dos partículas o de dos agujeros respectivamente. La ortogonalidad se conserva.

Los $n_{3/2}$ y $n_{1/2}$ pueden ser obtenidos directamente de los resultados del CE para el nivel fundamental del C^{12} y una vez introducidos en (54) se pierden por completo todas las simetrías de la (32). También es posible estudiar en esta nueva aproximación la renormalización requerida por la interacción y tanto éstos como los elementos de matriz de transferencia de dos partículas se encuentran en la tabla 3 bajo la sigla AEM (Aproximación escalera modificada).

En cuanto a las energías de los niveles fundamentales, puede apreciarse que la AEM introduce una mejora, aún a costa de una renormalización mucho más elevada; y que falla abruptamente cuando los números de

ocupación llegan a sumar más de 1 ya que para esos valores de la interacción aparecen cambios de signo en la (54). Las mejoras que se obtienen en los elementos de matriz de transferencia son de mayor significación ya que tienden a corregir los errores que introduce la AE por la normalización aproximada de sus autovectores.

En el gráfico No. 11 se da cuenta de la variación de $n_{3/2}$ y $n_{1/2}$ con la interacción; el comportamiento de los elementos de matriz de transferencia según fueran obtenidos en este nuevo contexto se incluyen en la fig. 9. En la fig. 10 se han graficado los cocientes entre dichos elementos de matriz para todas las aproximaciones realizadas (cf. sección 3.2.4).

4. CONCLUSIONES

El método de la función de Green aquí desarrollado permite un estudio alternativo de los núcleos con dos partículas agregadas a una configuración de capa cerrada en el que es posible inducir correlaciones del carozo. Tal método puede reducirse a un problema de autovalores poco más complicado que el que se obtiene usualmente con el modelo de capas y que la contiene como caso particular.

De la comparación entre ambos surge que el primero de los mencionados implica una mejora respecto del otro, por la inclusión de términos de segundo orden. Las correcciones que se introducen provienen de determinados gráficos tomados en cuenta en un desarrollo perturbativo que son los que dan cuenta del mecanismo que utiliza el método para incluir, al menos en parte, la participación de las capas cerradas. El comportamiento del mismo con las distintas características de las fuerzas residuales utilizadas así como el medio de que se vale para agregar en los cálculos la participación del carozo hace que las correlaciones que se toman en cuenta sean de la misma naturaleza que las que se introducen entre las dos partículas agregadas. Algunos hechos, tal como el efecto sobre los niveles con $J = 0$ puede ser explicado teniendo en cuenta precisamente estos hechos.

Por otra parte también puede concluirse que los otros diagramas no introducidos en la AE también son de importancia; y que por su forma pueden considerarse como renormalizando la interacción residual; tal como se estudiara en el final de la última sección.

El método aquí desarrollado, extensión de trabajos previos de Thouless para partícula-agujero, guarda con ellos gran paralelismo: en ambos casos se trata de un problema de autovalores de una matriz no hermitiana y la ocurrencia de raíces complejas, que marcan el fin del rango de validez de las aproximaciones realizadas, da cuenta de una transición de fase del sistema: en aquel caso el núcleo pasa de ser esférico a deformado mientras que en éste el pasaje es del estado normal al superconductor. Precisamente por este hecho resulta razonable la similitud que se encuentra asintóticamente entre los resultados del modelo de capas y la AE para rangos de fuerza infinitos.

Las probabilidades de transición electromagnéticas que en aquel caso se veían aumentadas se corresponden aquí con las secciones eficaces de transferencia de dos partículas. Los elementos de matriz para tal tipo de transferencias se encuentran estrechamente ligadas a las componentes de los autovectores de la matriz secular; en este sentido la información que puede extraerse del método es mayor que la provista por el modelo de capas, aún cuando se encuentra parcialmente viciada por la normalización aproximada que es necesario introducir y que se ve afectada por efectos de tercer orden, en general, difíciles de estimar.

Tales efectos que provienen de tomar para los números de ocupación de los distintos estados los valores que corresponden a una superficie de Fermi con un corte neto pudo ser estimado de importancia para tales elementos de matriz mientras que su efecto en los valores de la energía, si bien implican una mejora, ésta no es de la misma significación. En este sentido cualquier método que permita una estimación de tales números de ocupación y que no impliquen un cálculo exacto tal como el que aquí se desarrollara, significaría un avance de importancia. Tal tipo de estudio tendrá que seguirse de cálculos con la función de Green de una partícula y escapan al alcance del presente trabajo.

Con todo, el método ha probado en este particular, ser muy cómodo ya que el cálculo exacto rápidamente alcanza una envergadura que lo hace difícil de manejar, aun en casos tan simples como los de la capa 1-p y se hace directamente inatacable para capas más altas.

De los cálculos realizados puede concluirse, por otra parte, que las diferencias entre los resultados de la función de Green y el Modelo de Capas serán más notables cuando la diferencia en energías entre las dos capas consecutivas posibilite la excitación de partículas de una a la otra; las excitaciones de partícula agujero del núcleo doble mágico que se tome como referencia dan una buena medida de ese efecto. En los cálculos realizados en torno del O^{16}

(F¹⁸ y N¹⁴) pudo apreciarse este efecto, así como el de la renormalización en la fuerza residual que se mencionara más arriba. Un estudio más detenido en la capa 1-p resulta consistente con esos resultados.

REFERENCIAS

- 1) V.M.Galitskii, A.B.Migdal - Soviet.Phys. JETP 34 (7) (1958); 96
- 2) G.Fano; J.Savicki - Nuovo Cimento 25 No. 3 (1962) 586
- 3) G.Brown; A.Evans; D.J.Thouless - Nucl.Phys. 24 (1961) 1
- 4) G.Brown; A.Evans; D.J.Thouless - Nucl.Phys. 45 (1964) 164
- 5) V.Gillet, N.Yinh Mau - Phys.Lett. 1 No. 1 (1962) 25
- 6) V.Gillet, E.A.Sanderson - Nucl.Phys. 54 (1964) 472
V.Gillet, A.M.Green; E.A.Sanderson - a ser publicado
- 7) R.Liotta; W.Mulhall; A.Evans; R.Perazzo - a ser publicado
- 8) A.Evans; R.Perazzo - a ser publicado
- 9) D.J.Thouless - Nucl.Phys. 22 (1961) 78
- 10) D.J.Thouless - 'The quantum mechanics of many body systems' -
Academic Press (1961)
- 11) G.Brown - 'Unified theory of Nuclear Models' - North Holland Publishing
Company (1964)
D.R.Bès; R.A.Brogliá - Nuclear Physics 80 (1966) 289
- 12) T.A.Brody, M.Moshinsky - 'Table of transformation brackets' - Monografías
del Instituto de Física de la Universidad Autónoma de México
(1960)
- 13) F.Ajzenberg-Selove; T.Lauritsen - Nucl.Phys. 11 (1959) 1
- 14) L.A.König, J.H.E.Mattauch, A.H.Wapstra - Nucl.Phys. 31 (1962) 18
J.H.E.Mattauch, W.Thiele, A.H.Wapstra - Nucl.Phys. 67 (1965) 1
- 15) D.Kurath - Phys.Rev. 101 (1956) 1; 216
- 16) J.P.Elliot - 'Group theory and the Nuclear Shell Model' - Notas del curso
dictado en la Escuela Latinoamericana de Física - México,
1962.
- 17) J.P.Elliot: 'The nuclear shell model and its relations with other nuclear
models'; (Selected topics on nuclear theory) - curso dictado
en la escuela de verano por la Academia Checoslovaca de
Ciencias (International Atomic Energy Agency - Vienna 1963)
- 18) R.Brogliá, E.Maqueda, D.R.Bès - Revista de la UMA-AFA 22 No. 3 (1965)
107

- 19) H.A.Jahn, M.Wieringer - Proc.Roy.Soc. **209-A** (1951) 502
- 20) J.Feenberg, M.Phillips - Phys.Rev. **51** (1937) 597
- 21) J.Feenberg, R.Wigner - Phys. Rev. **51** (1937) 98
- 22) J.P.Elliott, J.Hope, H.A.Jahn - Phil.Trans. of the Roy.Soc. **246-A** No.912
(1953) 241
- 23) S.Yoshida - Nucl.Phys. **33** (1962) 685
N.K.Glendenning - Phys.Rev. **137** No. 1B (1965) 102
- 24) A.B.Volkov - Phys.Lett. **12** No. 2 (1964) 118
- 25) A.B.Volkov - Nucl.Phys. **74** No. 1 (1965) 33

APENDICE I

En los cálculos de esta sección se ha utilizado:

$$H = \sum_{\alpha\beta} \langle \alpha | T | \beta \rangle a_{\alpha}^{\dagger} a_{\beta} + \frac{1}{2} \sum_{\substack{\alpha\beta \\ \delta\gamma}} \langle \alpha\beta | V | \delta\gamma \rangle a_{\alpha}^{\dagger} a_{\beta}^{\dagger} a_{\gamma} a_{\delta}$$

$$[a_{\alpha}^{\dagger} a_{\beta}; a_{m_1}^{\dagger} a_{m_2}^{\dagger}] = \delta_{m_1\beta} a_{\alpha}^{\dagger} a_{m_2}^{\dagger} - \delta_{m_2\beta} a_{\alpha}^{\dagger} a_{m_1}^{\dagger}$$

$$[a_{\alpha}^{\dagger} a_{\beta}^{\dagger} a_{\delta} a_{\gamma}; a_{m_1}^{\dagger} a_{m_2}^{\dagger}] = a_{\alpha}^{\dagger} a_{\beta}^{\dagger} \left\{ \delta_{m_1\delta} \delta_{m_2\gamma} - \delta_{m_1\gamma} \delta_{m_2\delta} + \delta_{m_1\delta} a_{m_2}^{\dagger} a_{\gamma} + \delta_{m_2\delta} a_{m_1}^{\dagger} a_{\gamma} \right. \\ \left. - \delta_{m_1\delta} a_{m_2}^{\dagger} a_{\delta} - \delta_{m_2\delta} a_{m_1}^{\dagger} a_{\gamma} \right\}$$

con lo que

$$[H; a_{m_1}^{\dagger} a_{m_2}^{\dagger}] = \sum_{\alpha} \langle \alpha | T | m_1 \rangle a_{\alpha}^{\dagger} a_{m_2}^{\dagger} - \langle \alpha | T | m_2 \rangle a_{\alpha}^{\dagger} a_{m_1}^{\dagger}$$

$$+ \frac{1}{2} \sum_{\alpha\beta\gamma} \langle \alpha\beta | \bar{V} | \gamma m_1 \rangle a_{\alpha}^{\dagger} a_{\beta}^{\dagger} a_{m_2}^{\dagger} a_{\gamma} - \langle \alpha\beta | \bar{V} | \delta m_2 \rangle a_{\alpha}^{\dagger} a_{\beta}^{\dagger} a_{m_1}^{\dagger} a_{\gamma}$$

$$+ \frac{1}{2} \sum_{\alpha\beta} \langle \alpha\beta | \bar{V} | m_1 m_2 \rangle a_{\alpha}^{\dagger} a_{\beta}^{\dagger}$$

Utilizando

$$a_{\alpha}^{\dagger} a_{\beta}^{\dagger} a_{m_1}^{\dagger} a_{\gamma} = \delta_{m_1\gamma} n_{m_1} a_{\alpha}^{\dagger} a_{\beta}^{\dagger} - \delta_{\beta\gamma} a_{\alpha}^{\dagger} a_{m_1}^{\dagger} + \delta_{\alpha\gamma} a_{\beta}^{\dagger} a_{m_1}^{\dagger}$$

El segundo sumando de la expresión anterior queda:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \sum_{\alpha\beta} \langle \alpha\beta | \bar{V} | m_2 m_1 \rangle n_{m_2} a_\alpha^+ a_\beta^+ - \langle \alpha\beta | \bar{V} | \beta m_1 \rangle a_\alpha^+ a_{m_2} + \langle \alpha\beta | \bar{V} | \alpha m_1 \rangle a_\beta^+ a_m^+ \\ & - \langle \alpha\beta | \bar{V} | m_1 m_2 \rangle n_{m_1} a_\alpha^+ a_\beta^+ + \langle \alpha\beta | \bar{V} | \beta m_2 \rangle a_\alpha^+ a_{m_1} - \langle \alpha\beta | \bar{V} | \alpha m_2 \rangle a_\beta^+ a_{m_1} \end{aligned}$$

Con lo que la expresión para el conmutador resulta:

$$\begin{aligned} [H; a_{m_1}^+ a_{m_2}^+] &= \sum_{\alpha} \left\{ \langle \alpha | T | m_1 \rangle + \sum_{\beta} \langle \alpha\beta | \bar{V} | \beta m_1 \rangle \right\} a_{\alpha}^+ a_{m_2}^+ \\ & - \sum_{\alpha} \left\{ \langle \alpha | T | m_2 \rangle + \sum_{\beta} \langle \alpha\beta | \bar{V} | \beta m_2 \rangle \right\} a_{\alpha}^+ a_{m_1}^+ \\ & + \frac{1}{2} (1 - n_{m_1} - n_{m_2}) \sum_{\alpha\beta} \langle \alpha\beta | \bar{V} | m_1, m_2 \rangle a_{\alpha}^+ a_{\beta}^+ \\ & = (\epsilon_1 + \epsilon_2) a_{m_1}^+ a_{m_2}^+ + (1 - n_{m_1} - n_{m_2}) \sum_{\alpha \neq \beta} \langle \alpha\beta | \bar{V} | m_1, m_2 \rangle a_{\alpha}^+ a_{\beta}^+ \quad (24.I) \end{aligned}$$

donde se ha supuesto que:

$$\langle \alpha | T | m \rangle + \sum_{\beta} \langle \beta\alpha | \bar{V} | \beta m \rangle = \delta_{\alpha m} \epsilon_m$$

y ϵ_m es la energía de Hartree-Fock. Se han explicitado aquí los números de ocupación n_1, n_2 que para el caso tratado son nulos y valen la unidad cuando se trate de operadores de agujero. En la (24) no fueron explicitados.

$$\text{Además se ha puesto: } \langle \alpha\beta | \bar{V} | \gamma\delta \rangle = \langle \alpha\beta | V | \gamma\delta \rangle - \langle \alpha\beta | V | \delta\gamma \rangle (.$$

Por otra parte el conmutador (26) completo vale:

$$\begin{aligned} [a_{m_1} a_{m_1'}; a_{m_1}^+ a_{m_2}^+] &= \delta_{m_1' m_1} \delta_{m_1 m_2} - \delta_{m_1' m_2} \delta_{m_1 m_1} + \delta_{m_1' m_2} a_{m_1}^+ a_{m_2} + \delta_{m_1 m_1} a_{m_2}^+ a_{m_1'} - \\ & - \delta_{m_1' m_1} a_{m_2}^+ a_{m_1} - \delta_{m_1 m_2} a_{m_1}^+ a_{m_1'} \end{aligned}$$

APENDICE II

FUNCIONES DE ONDA RADIALES Y LAS INTEGRALES $I \begin{pmatrix} n_1 & \ell_1 & n_2 & \ell_2 \\ n'_1 & \ell'_1 & n'_2 & \ell'_2 \end{pmatrix}$

Las funciones de onda radiales que se usaron son:

$$\psi_{ne} = N_{ne} r^\ell e^{-r^2/2} \phi_{ne}$$

$$\phi_{ne} = \begin{cases} \phi_{1e} = 1 \\ \phi_{2e} = 1 - \frac{2r^2}{2\ell+3} \end{cases} \quad N_{ne} = \frac{2^{\ell-n+3} (2\ell+2n-1)!!}{\sqrt{\pi} (n-1)! [(2\ell+1)!!]^2}$$

Las distintas integrales que fue necesario calcular pueden siempre ser expresadas como sumas del tipo:

$$I \begin{pmatrix} n_1 & \ell_1 & n_2 & \ell_2 \\ n'_1 & \ell'_1 & n'_2 & \ell'_2 \end{pmatrix} = \sum_p A_p \mathcal{J}_p(2)$$

donde

$$\mathcal{J}_p(\alpha) = \int_0^\infty x^{2p} e^{-\alpha x^2} dx$$

que pueden ser calculadas teniendo en cuenta que:

$$\begin{aligned} \mathcal{J}_p(\alpha) &= \frac{(-)^n}{\alpha^n} \left\{ \frac{\partial^n}{\partial \lambda^n} \int_0^\infty e^{-\lambda \alpha x^2} dx \right\}_{\lambda=1} = \frac{(-)^n}{\alpha^n} \frac{\partial^n}{\partial \lambda^n} \left(\frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{\alpha \lambda}} \right)_{\lambda=1} \\ &= \sqrt{\pi} \frac{(2n-1)!!}{2^{n+1} \alpha^{n+1/2}} \end{aligned}$$

Como el cálculo de las \mathbf{F}^k para las fuerzas de alcance finito

entrañaba algunas dificultades se utilizó el método de Brody-Moshinsky que expresa los elementos de matriz en términos de las integrales I_p :

$$I_p = \frac{1}{\Gamma(p+3/2)} \int_0^{\infty} r^{2p} e^{-r^2} V(r) r^2 dr \quad (\text{r medido en unidades del parámetro de tamaño } b)$$

para $V(r) = -V_0 e^{-r^2/\mu^2}$ queda

$$I_p = \frac{1}{(1 + 2(\frac{b}{\mu})^2)^{p+3/2}}$$

APENDICE III

Resumen de datos experimentales - Zona del O^{16}

$Z=10$		He^{17}	He^{18}	He^{19}	
$Z=9$		F^{16}	F^{17}	F^{18}	
$Z=8$	O^{14}	O^{15}	O^{16}	O^{17}	O^{18}
$Z=7$	N^{13}	N^{14}	N^{15}	N^{16}	
$Z=6$	C^{12}	C^{13}	C^{14}	C^{15}	
	$N=6$	$N=7$	$N=8$	$N=9$	$N=10$

Energías de ligadura (14):

N^{14} -104.356

O^{15} -111.948

N^{15} -115.491

O^{16} -127.620

F^{17} -128.220

O^{17} -131.762

F^{18} -137.656

_____ $13\frac{1}{2}$

_____ $11\frac{1}{2}$

_____ $15\frac{1}{2}$

----- $17\frac{1}{2}$ DIVI DE FERMÍ

_____ $11\frac{1}{2}$

_____ $13\frac{1}{2}$

Niveles de energía: (13)

Los espectros no han sido dibujados en su totalidad. Se han señalado con un asterisco aquellos niveles que se utilizaron ya sea en la determinación de las energías de partícula independiente (O^{15} , N^{15} , O^{17} , F^{17}) como los que se pretendió ajustar con los resultados del cálculo (N^{14} , F^{18}).

La notación es: E_n J ; T

1107 ——— 17,0 (*)

806 ——— $0^+ 1^+ (*)$ 832 ——— $\frac{1}{2} + 3^+ +$ 887 ——— 2,0

806 ——— $0^+ 1^+ (*)$ 832 ——— $\frac{1}{2} + 3^+ +$ 887 ——— $\frac{3}{2} +$

703 ——— (2^+) 731 ——— $\frac{1}{2} + 3^+ +$ 702 ——— $1^+ 0$ 687 ——— $5^+ 2^+ +$

703 ——— (2^+) 731 ——— $\frac{1}{2} + 3^+ +$ 702 ——— $1^+ 0$ 687 ——— $5^+ 2^+ +$

623 ——— $1^+ 0$ 632 ——— $\frac{1}{2} + 3^+ +$ 613 ——— $3^+ 0$ 624 ——— $1^+ +$

623 ——— $1^+ 0$ 632 ——— $\frac{1}{2} + 3^+ +$ 613 ——— $3^+ 0$ 624 ——— $1^+ +$

510 ——— (2^+) 533 ——— $\frac{1}{2} + 3^+ +$ 502 ——— $5^+ 2^+ +$ 567 ——— $5^+ 2^+ +$

510 ——— (2^+) 533 ——— $\frac{1}{2} + 3^+ +$ 502 ——— $5^+ 2^+ +$ 567 ——— $5^+ 2^+ +$

394 ——— $1^+ 0 (*)$ 456 ——— $3^+ 2^+ +$ 47 ——— (3^+) 484 ——— (7^+) 386 ——— $7^+ 2^+ +$

394 ——— $1^+ 0 (*)$ 456 ——— $3^+ 2^+ +$ 47 ——— (3^+) 484 ——— (7^+) 386 ——— $7^+ 2^+ +$

306 ——— $(\frac{1}{2}^-)$ 31 ——— $1^+ 2^+ +$ 300 ——— $(2^+, 1)$ 25 ——— $(1, 2, 3); 0$

306 ——— $(\frac{1}{2}^-)$ 31 ——— $1^+ 2^+ +$ 300 ——— $(2^+, 1)$ 25 ——— $(1, 2, 3); 0$

231 ——— $0^+ 1^+ (*)$ 210 ——— $1^+ 2^+ +$ 210 ——— $(1, 2); 0$ 170 ——— $1^+ 0$

231 ——— $0^+ 1^+ (*)$ 210 ——— $1^+ 2^+ +$ 210 ——— $(1, 2); 0$ 170 ——— $1^+ 0$

0 ——— $1^+ 0 (*)$ 0 ——— $\frac{1}{2}^- (*)$ 0 ——— $(\frac{1}{2}^-) (*)$ 0 ——— $0^+ 0$ 0 ——— $\frac{1}{2} + (*)$ 0 ——— $1^+ 2^+ +$ 0 ——— $(\frac{1}{2}^-) (*)$ 0 ——— $1^+ 0 (*)$

0 ——— $1^+ 0 (*)$ 0 ——— $\frac{1}{2}^- (*)$ 0 ——— $(\frac{1}{2}^-) (*)$ 0 ——— $0^+ 0$ 0 ——— $\frac{1}{2} + (*)$ 0 ——— $1^+ 2^+ +$ 0 ——— $(\frac{1}{2}^-) (*)$ 0 ——— $1^+ 0 (*)$

$N^{1/4}$ $N^{1/5}$ $0^{1/5}$ $0^{1/6}$ $0^{1/7}$ $F=17$ $F=18$

822 ———

21 nives

626 ——— $1^+ *$ 567 ——— $(1^+; 0)$ 56 ——— $(1^-); 0$

15 nives

120 ——— $0^+ 1^+ (*)$ 170 ——— $(2^+, 3^+); 0$

APENDICE IV

Resumen de datos experimentales

Zona del C^{12}

	$N=4$	$N=5$	$N=6$	$N=7$	$N=8$
$2=8$		O^{13}	O^{14}	O^{15}	O^{16}
$2=7$		N^{12}	N^{13}	N^{14}	N^{15}
$2=6$	C^{10}	C^{11}	C^{12}	C^{13}	C^{14}
$2=5$		B^{10}	B^{11}	B^{12}	
$2=4$		Be^9	Be^{10}	Be^{11}	

$p_{1/2}^{1/2}$ —————
 ----- nivel de
 $p_{3/2}^{3/2}$ ————— Fermi

Energías de ligadura (14)

 B^{10} -64.7485 C^{10} -60.340 Be^{10} -64.975 C^{11} -73.4396 B^{11} -76.2046 C^{12} -96.1605 O^{14} -98.7303 N^{14} -104.6569 C^{14} -105.2835 N^{13} -94.1037 C^{13} -97.1075

Espectros (13)

Aún cuando los espectros no han sido usados en los cálculos, se los da a continuación por razones de completitud. La notación es la misma que en el ap. III.

12.73 _____ (1+), 0

11.81 _____

11.10 _____

10.84 _____

10.01 _____ 0+, 0

9.63 _____ (f), 0

7.99 _____

7.3 _____

6.8 _____ 2- 6.81 _____ 3/2- 6.77 _____
6.4 _____ 6.76 _____ 7/2- 6.50 _____
5.92 _____ 4+ _____

5.58 _____
5.16 _____ 1+2+, 1 3.09 _____
4.77 _____ 2-, 0 4.75 _____
4.96 _____ 2+, 0 5/2- 4.26 _____

3.58 _____ 2+, 0

2.15 _____ 1+, 0 2.13 _____ 1/2- 1.99 _____

1.74 _____ 0+, 1

.717 _____ 1+, 0

B¹⁰

B¹¹

C¹¹

C¹²

C¹³

1¹³

N¹⁴

8.33 _____ 3/2+

8.08 _____ 3/2+

7.66 _____ 0+, 0

7.53 _____ 3/2+

7.42 _____ 5/2+

6.86 _____ 5/2+

6.91 _____ 3/2+ 7.00 _____ (2), 0

6.10 _____

6.38 _____ 5/2+ 6.6 _____ (3), 0

5.51 _____

5.8 _____ 6.43 _____ 1(+), 0

5.1 _____

5.9 _____ 3(-) _____ (1), 0

4.43 _____ 2+, 0

4.43 _____ 2+, 0

4.43 _____ 2, 0-

3.85 _____ 5/2+

3.86 _____ 5/2+ 3.94 _____ 1+, 0

3.68 _____ 3/2-

3.81 _____ 3/2- 3.81 _____ 3/2-

3.09 _____ 1/2+

3.09 _____ 1/2+ 2.36 _____ 1/2+

2.36 _____ 1/2+

2.36 _____ 1/2+ 2.31 _____ 0+, 1

3+, 0 _____ 3/2- _____ 3/2- 0 _____ 0+, 0

0 _____ 0+, 0

1/2- _____ 0 _____ 0

1/2- _____ 0 _____ (1/2-) 0

1+, 0

APENDICE V

YOUNG TABLEAUX ESPACIALES Y DE SPIN-CARGA

Estados orbitales:

$$n = 1 \quad \square \quad \equiv \quad (P)$$

$$n = 2 \quad \square \otimes \square = \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array} = [(S) + (D)] + (P)$$

$$n = 3 \quad \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \end{array} \otimes \square = \begin{array}{|c|c|c|} \hline \square & \square & \square \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \end{array} = [(P) + (F)] + [(P) + (D)]$$

$$\begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array} \otimes \square = \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array} = [(P) + (D)] + (S)$$

$$n = 4 \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline \square & \square & \square \\ \hline \end{array} \otimes \square = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \square & \square & \square & \square \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|} \hline \square & \square & \square \\ \hline \end{array} = [(S) + (D) + (G)] + [(P) + (D) + (F)]$$

$$\begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \end{array} \otimes \square = \begin{array}{|c|c|c|} \hline \square & \square & \square \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \end{array} = [(P) + (D) + (F)] + [(S) + (D)] + (P)$$

$$\begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array} \otimes \square = \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \end{array} = (P)$$

$$n = 5 \quad \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \square & \square & \square & \square \\ \hline \end{array} \otimes \square = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \square & \square & \square & \square \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \square & \square & \square & \square \\ \hline \end{array} = [(P) + (D) + (F) + (G)] + [(P) + (F) + (H)]$$

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline \square & \square & \square \\ \hline \end{array} \otimes \square = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \square & \square & \square & \square \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|} \hline \square & \square & \square \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|} \hline \square & \square & \square \\ \hline \end{array} = [(P) + (D) + (F) + (G)] + [(P) + (D) + (F)] + [(S) + (D)]$$

$$\begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \end{array} \otimes \square = \begin{array}{|c|c|c|} \hline \square & \square & \square \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \end{array} = [(P) + (D) + (F)] + (P)$$

$$\begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \end{array} \otimes \square = \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \end{array} = (P) + [(S) + (D)]$$

$$n = 6 \quad \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline \square & \square & \square & \square & \square \\ \hline \end{array} \otimes \square = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline \square & \square & \square & \square & \square \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \square & \square & \square & \square \\ \hline \end{array} = [(S) + (D) + (G) + (I)] + [(P) + (D) + (F) + (G) + (H)]$$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \square & \square & \square & \square \\ \hline \end{array} \otimes \square = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline \square & \square & \square & \square & \square \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|} \hline \square & \square & \square \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|} \hline \square & \square & \square \\ \hline \end{array} = [(P) + (D) + (F) + (G) + (H)] + [(S) + (D) + (D) + (F) + (G)] + [(P) + (F)]$$

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline & & \\ \hline & & \\ \hline & & \\ \hline \end{array} \otimes \square = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & & & \\ \hline & & & \\ \hline & & & \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|} \hline & & \\ \hline & & \\ \hline & & \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|} \hline & & \\ \hline & & \\ \hline & & \\ \hline & & \\ \hline \end{array} = [(S) + (E) + (I) + (F) + (G)] + [(P) + (F)] - [(P) + (D)]$$

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline & & \\ \hline & & \\ \hline & & \\ \hline \end{array} \otimes \square = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & & & \\ \hline & & & \\ \hline & & & \\ \hline & & & \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|} \hline & & \\ \hline & & \\ \hline & & \\ \hline & & \\ \hline \end{array} = [(P) + (F)] + [(P) + (D)]$$

$$\begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array} \otimes \square = \begin{array}{|c|c|c|} \hline & & \\ \hline & & \\ \hline & & \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array} = [(P) + (D)] + (S)$$

Estado spin-carga

$$(\alpha, \beta) = (T, S)$$

$$n = 1 \quad \square = (1/2 \ 1/2)$$

$$n = 2 \quad \square \otimes \square = \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array} = [(11) + (00)] + [(01) + (10)]$$

$$n = 3 \quad \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array} \otimes \square = \begin{array}{|c|c|c|} \hline & & \\ \hline & & \\ \hline & & \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array} = [(1/2 \ 1/2) + (3/2 \ 3/2)] + [(1/2 \ 3/2) + (3/2 \ 1/2) + (1/2 \ 1/2)]$$

$$\begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \\ \hline \end{array} \otimes \square = \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \\ \hline \end{array} = [(1/2 \ 1/2) + (1/2 \ 3/2) + (3/2 \ 1/2)] + (1/2 \ 1/2)$$

$$n = 4 \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline & & \\ \hline & & \\ \hline \end{array} \otimes \square = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & & & \\ \hline & & & \\ \hline & & & \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|} \hline & & \\ \hline & & \\ \hline & & \\ \hline \end{array} = [(11) + (22) + (00)] + [(01) + (11) + (12) + (21) + (10)]$$

$$\begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array} \otimes \square = \begin{array}{|c|c|c|} \hline & & \\ \hline & & \\ \hline & & \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array} = [(01) + (11) + (12) + (21) + (10) + (00) + (20) + (11) + (02)] + [(11) + (10) + (01)]$$

$$\begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \\ \hline \\ \hline \end{array} \otimes \square = \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \\ \hline \\ \hline \end{array} = [(11) + (10) + (01)] + (00)$$

$$n = 5 \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline & & \\ \hline & & \\ \hline \end{array} \otimes \square = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & & & \\ \hline & & & \\ \hline & & & \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|} \hline & & \\ \hline & & \\ \hline & & \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|} \hline & & \\ \hline & & \\ \hline & & \\ \hline \end{array} = [(1/2 \ 1/2) + (1/2 \ 3/2) + (3/2 \ 5/2) + (5/2 \ 3/2) + (3/2 \ 3/2) + (3/2 \ 1/2)] + [(1/2 \ 3/2) + (1/2 \ 5/2) + (3/2 \ 3/2) + (5/2 \ 1/2) + (1/2 \ 1/2) + (3/2 \ 1/2)] + [(1/2 \ 3/2) + (3/2 \ 1/2) + (3/2 \ 3/2) + (1/2 \ 1/2)]$$

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & & & \\ \hline & & & \\ \hline & & & \\ \hline \end{array} \times \square = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & & & \\ \hline & & & \\ \hline & & & \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & & & \\ \hline & & & \\ \hline & & & \\ \hline \end{array} = [(1/2 \ 1/2) + (1/2 \ 3/2) + (3/2 \ 5/2) + (5/2 \ 3/2) + (3/2 \ 3/2) + (3/2 \ 1/2)] + [(1/2 \ 1/2) + (3/2 \ 3/2) + (5/2 \ 5/2)]$$

$$\begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array} \times \square = \begin{array}{|c|c|c|} \hline & & \\ \hline & & \\ \hline & & \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline & \\ \hline & \\ \hline \end{array} = [(1/2 \ 3/2) + (1/2 \ 5/2) + (3/2 \ 3/2) + (5/2 \ 1/2) + (1/2 \ 1/2) + (3/2 \ 1/2)] + [(1/2 \ 1/2) + (1/2 \ 3/2) + (3/2 \ 1/2)]$$

Estados en acoplamiento j-j

Notación: (T J)

$\underline{p^1}$	$(p^{1/2})$	$(1/2 \ 1/2)$		$\underline{p^2}$	$(p^{1/2})^2$	$(01) \ (10)$	
	$(p^{3/2})$	$(1/2 \ 3/2)$			$(p^{1/2})(p^{3/2})$	$(01) \ (02) \ (11) \ (12)$	
					$(p^{3/2})^2$	$(01) \ (03) \ (10) \ (12)$	
$\underline{p^3}$	$(p^{1/2})^3$	$(1/2 \ 1/2)$					
	$(p^{1/2})^2(p^{3/2})$	$(1/2 \ 1/2)$	$(1/2 \ 3/2)$	$(1/2 \ 5/2)$	$(1/2 \ 3/2)$	$(3/2 \ 3/2)$	
	$(p^{1/2})(p^{3/2})^2$	$(1/2 \ 1/2)$	$(1/2 \ 3/2)$	$(1/2 \ 5/2)$	$(1/2 \ 7/2)$	$(1/2 \ 1/2)$	$(3/2 \ 1/2)$
				$(1/2 \ 5/2)$	$(3/2 \ 3/2)$	$(3/2 \ 5/2)$	
	$(p^{3/2})^3$	$(1/2 \ 1/2)$	$(1/2 \ 3/2)$	$(1/2 \ 5/2)$	$(1/2 \ 7/2)$	$(3/2 \ 3/2)$	
$\underline{p^4}$	$(p^{1/2})^4$	(00)					
	$(p^{1/2})^3(p^{3/2})$	(01)	(02)	(11)	(12)		
	$(p^{1/2})^2(p^{3/2})^2$	(11)	(13)	(00)	(10)	(20)	(02)
				(02)	(03)	(04)	(11)
	$(p^{1/2})(p^{3/2})^3$	(00)	(01)	(10)	(11)	(01)	(11)
				(02)	(12)	(02)	(12)
				(13)	(03)	(13)	(04)
	$(p^{3/2})^4$	(00)	(02)	(02)	(04)	(11)	(12)
				(11)	(12)	(13)	(20)
$\underline{p^5}$	$(p^{1/2})^4(p^{3/2})$	$(1/2 \ 3/2)$					
	$(p^{1/2})^3(p^{3/2})^2$	$(1/2 \ 1/2)$	$(1/2 \ 3/2)$	$(1/2 \ 5/2)$	$(1/2 \ 7/2)$	$(1/2 \ 1/2)$	$(3/2 \ 1/2)$
				$(1/2 \ 3/2)$	$(1/2 \ 5/2)$	$(3/2 \ 3/2)$	$(3/2 \ 5/2)$
	$(p^{1/2})^2(p^{3/2})^3$	$(1/2 \ 1/2)$	$(1/2 \ 3/2)$	$(1/2 \ 1/2)$	$(1/2 \ 3/2)$	$(1/2 \ 5/2)$	$(1/2 \ 3/2)$
				$(1/2 \ 5/2)$	$(1/2 \ 7/2)$	$(1/2 \ 5/2)$	$(1/2 \ 7/2)$
				$(1/2 \ 9/2)$	$(3/2 \ 1/2)$	$(3/2 \ 3/2)$	$(3/2 \ 5/2)$
				$(1/2 \ 1/2)$	$(3/2 \ 1/2)$	$(1/2 \ 3/2)$	$(3/2 \ 3/2)$
				$(1/2 \ 5/2)$	$(3/2 \ 5/2)$	$(1/2 \ 7/2)$	$(3/2 \ 7/2)$
				$(1/2 \ 3/2)$	$(3/2 \ 3/2)$	$(5/2 \ 3/2)$	
	$(p^{1/2})(p^{3/2})^4$	$(1/2 \ 1/2)$	$(1/2 \ 3/2)$	$(1/2 \ 3/2)$	$(1/2 \ 5/2)$	$(1/2 \ 5/2)$	$(1/2 \ 7/2)$
				$(1/2 \ 9/2)$	$(1/2 \ 1/2)$	$(1/2 \ 3/2)$	$(3/2 \ 1/2)$
				$(3/2 \ 3/2)$	$(1/2 \ 3/2)$	$(3/2 \ 3/2)$	$(1/2 \ 5/2)$
				$(3/2 \ 5/2)$	$(1/2 \ 5/2)$	$(1/2 \ 7/2)$	$(3/2 \ 5/2)$
				$(3/2 \ 7/2)$	$(3/2 \ 1/2)$	$(5/2 \ 1/2)$	
	$(p^{3/2})^5$	$(1/2 \ 1/2)$	$(1/2 \ 3/2)$	$(1/2 \ 5/2)$	$(1/2 \ 7/2)$	$(3/2 \ 3/2)$	
$\underline{p^6}$	$(p^{1/2})^4(p^{3/2})^2$	(01)	(03)	(10)	(12)		
	$(p^{1/2})^3(p^{3/2})^3$	(00)	(01)	(10)	(11)	(01)	(11)
				(02)	(12)	(02)	(12)
				(03)	(13)	(03)	(13)
	$(p^{1/2})^2(p^{3/2})^4$	(10)	(12)	(12)	(14)	(01)	(11)
				(21)	(02)	(12)	(22)
				(03)	(13)	(10)	(20)
				(30)	(01)	(01)	(01)
				(02)	(03)	(03)	(03)
				(04)	(05)	(10)	(11)
				(11)	(12)	(13)	(12)
	$(p^{1/2})(p^{3/2})^5$	(00)	(01)	(10)	(11)	(01)	(11)
				(02)	(12)	(02)	(12)
				(03)	(13)	(03)	(13)
				(04)	(14)	(11)	(12)
				(05)	(15)	(12)	(21)
				(10)	(11)	(11)	(22)
	$(p^{3/2})^6$	(01)	(03)	(10)	(12)		

APENDICE VI

EXPRESIONES PARA LOS COEFICIENTES $\begin{bmatrix} S' & 1/2 & S \\ J' & 1/2 & J \\ L' & 1 & L \end{bmatrix}$

$$L = L' + 1$$

$$\begin{array}{l} S = S' - 1/2 \\ J = J' - 1/2 \end{array} \quad - \left[\frac{(S'+J'-L+1)(S'+J'-L)(S'-J'+L)(J'-S'+L)}{L(2S'+1)(2L'+1)(2J+1)} \right]^{1/2}$$

$$\begin{array}{l} S = S' - 1/2 \\ J = J' + 1/2 \end{array} \quad \left[\frac{(S'+J'+L+1)(S'+J'-L+1)(J'-S'+L+1)(J'-S'+L)}{L(2S'+1)(2L'+1)(2J+1)} \right]^{1/2}$$

$$\begin{array}{l} S = S' + 1/2 \\ J = J' - 1/2 \end{array} \quad - \left[\frac{(S'+J'+L+1)(S'+J'-L+1)(S'-J'+L+1)(S'-J'+L)}{L(2S'+1)(2L'+1)(2J+1)} \right]^{1/2}$$

$$\begin{array}{l} S = S' + 1/2 \\ J = J' + 1/2 \end{array} \quad \left[\frac{(S'+J'+L+2)(S'+J'+L+1)(S'-J'+L)(J'-S'+L)}{L(2S'+1)(2L'+1)(2J+1)} \right]^{1/2}$$

$$L = L'$$

$$\begin{array}{l} S = S' - 1/2 \\ J = J' - 1/2 \end{array} \quad (J'-S') \left[\frac{(2L+1)(S'+J'-L)(S'+J'+L+1)}{L(L+1)(2L'+1)(2J+1)(2S'+1)} \right]^{1/2}$$

$$\begin{array}{l} S = S' - 1/2 \\ J = J' + 1/2 \end{array} \quad (S'+J'+1) \left[\frac{(S'-J'+L)(J'-S'+L+1)(2L+1)}{L(L+1)(2L'+1)(2J+1)(2S'+1)} \right]^{1/2}$$

$$\begin{array}{l} S = S' + 1/2 \\ J = J' - 1/2 \end{array} \quad (S'+J'+1) \left[\frac{(J'-S'+L)(S'-J'+L+1)(2L+1)}{L(L+1)(2L'+1)(2J+1)(2S'+1)} \right]^{1/2}$$

$$\begin{array}{l} S = S' + 1/2 \\ J = J' + 1/2 \end{array} \quad (S'-J') \left[\frac{(J'+S'+L+2)(S'+J'-L+1)(2L+1)}{L(L+1)(2L'+1)(2J+1)(2S'+1)} \right]^{1/2}$$

$$L = L' - 1$$

$$\begin{array}{l}
 S = S' - 1/2 \\
 J = J' - 1/2
 \end{array}
 \left[\frac{(S'+J'+L+2)(S'+J'+L+1)(S'-J'+L+1)(J'-S'+L+1)}{(L+1)(2S'+1)(2L'+1)(2J'+1)} \right]^{1/2}$$

$$\begin{array}{l}
 S = S' - 1/2 \\
 J = J' + 1/2
 \end{array}
 \left[\frac{(S'+J'+L+2)(S'+J'-L)(S'-J'+L+1)(S'-J'+L)}{(L+1)(2S'+1)(2L'+1)(2J'+1)} \right]^{1/2}$$

$$\begin{array}{l}
 S = S' + 1/2 \\
 J = J' - 1/2
 \end{array}
 - \left[\frac{(S'+J'+L+2)(S'+J'-L)(J'-S'+L+1)(J'-S'+L)}{(L+1)(2S'+1)(2L'+1)(2J'+1)} \right]^{1/2}$$

$$\begin{array}{l}
 S = S' + 1/2 \\
 J = J' + 1/2
 \end{array}
 - \left[\frac{(S'+J'-L+1)(S'+J'-L)(S'-J'+L+1)(J'-S'+L+1)}{(L+1)(2S'+1)(2L'+1)(2J'+1)} \right]^{1/2}$$

APENDICE VIITabla de los caracteres $\chi(\mathcal{P})/\chi(\mathcal{E}) = \chi[f]$

k	$[f]$	$\chi[f]$	
$k = 2$	$[2]$	1	S;D
	$[11]$	-1	P
$k = 3$	$[3]$	1	F;P
	$[21]$	0	D;P
	$[111]$	-1	S
$k = 4$	$[4]$	1	G;D;S
	$[31]$	1/3	F;D;P
	$[22]$	0	D;S
	$[211]$	-1/3	P
$k = 5$	$[41]$	1/2	P;D;F;G
	$[32]$	1/5	F;D;P
	$[311]$	0	D;S
	$[221]$	-1/5	P
$k = 6$	$[42]$	1/3	G;F;D _I ;S
	$[33]$	1/5	F;P _{II} ;S
	$[411]$	1/5	F;P
	$[321]$	0	D;P
	$[222]$	-1/5	S

APENDICE VIII

Tabla de elementos de matriz de H_{Int}

	ESTADOS	F. de Wigner	F de Majorana	F. Mezcla
k=10 n=2 J=1 T=0 (N ¹⁴)	1 ³ S [2]	45 \mathcal{L} - 70 \mathcal{K}	5 \mathcal{L} + 50 \mathcal{K}	(45-40 α) \mathcal{L} + (-70+120 α) \mathcal{K}
	1 ¹ P [11]	45 \mathcal{L} - 75 \mathcal{K}	3 \mathcal{L} + 51 \mathcal{K}	(45-42 α) \mathcal{L} + (-75+126 α) \mathcal{K}
	1 ³ D [2]	45 \mathcal{L} - 73 \mathcal{K}	5 \mathcal{L} + 47 \mathcal{K}	(45-40 α) \mathcal{L} + (-73+120 α) \mathcal{K}
k=9 n=3 J=1/2 T=1/2 (N ¹³ C ¹³)	2 ² P [3]	36 \mathcal{L} - 52 \mathcal{K}	6 \mathcal{L} + 38 \mathcal{K}	(36-30 α) \mathcal{L} + (-52+90 α) \mathcal{K}
	2 ² P [21]	36 \mathcal{L} - 58 \mathcal{K}	3 \mathcal{L} + 41 \mathcal{K}	(36-33 α) \mathcal{L} + (-58+99 α) \mathcal{K}
	2 ⁴ P [21]	36 \mathcal{L} - 58 \mathcal{K}	3 \mathcal{L} + 41 \mathcal{K}	(36-33 α) \mathcal{L} + (-58+99 α) \mathcal{K}
	2 ² D [21]	36 \mathcal{L} - 60 \mathcal{K}	3 \mathcal{L} + 39 \mathcal{K}	(36-33 α) \mathcal{L} + (-60+99 α) \mathcal{K}
	2 ² S [111]	36 \mathcal{L} - 63 \mathcal{K}	45 \mathcal{K}	(36-36 α) \mathcal{L} + (-63+108 α) \mathcal{K}
k=8 n=4 J=0 T=0 (C ¹²)	1 ¹ S [4]	28 \mathcal{L} - 32 \mathcal{K}	8 \mathcal{L} + 28 \mathcal{K}	(28-20 α) \mathcal{L} + (-32+60 α) \mathcal{K}
	1 ³ S [22]	28 \mathcal{L} - 44 \mathcal{K}	2 \mathcal{L} + 34 \mathcal{K}	(28-26 α) \mathcal{L} + (-44+78 α) \mathcal{K}
	1 ³ P [31]	28 \mathcal{L} - 41 \mathcal{K}	4 \mathcal{L} + 31 \mathcal{K}	(28-24 α) \mathcal{L} + (-42+72 α) \mathcal{K}
	1 ³ P [211]	28 \mathcal{L} - 49 \mathcal{K}	35 \mathcal{K}	(28-28 α) \mathcal{L} + (-49+84 α) \mathcal{K}
	1 ⁵ D [22]	28 \mathcal{L} - 47 \mathcal{K}	2 \mathcal{L} + 31 \mathcal{K}	(28-26 α) \mathcal{L} + (-47+78 α) \mathcal{K}
k=7 n=5 J=3/2 T=1/2 (B ¹¹ C ¹¹)	2 ² P [41]	21 \mathcal{L} - 24 \mathcal{K}	6 \mathcal{L} + 21 \mathcal{K}	(21-15 α) \mathcal{L} + (-24+45 α) \mathcal{K}
	2 ² P [32]	21 \mathcal{L} - 30 \mathcal{K}	3 \mathcal{L} + 24 \mathcal{K}	(21-18 α) \mathcal{L} + (-30+54 α) \mathcal{K}
	2 ² P [221]	21 \mathcal{L} - 38 \mathcal{K}	- \mathcal{L} + 28 \mathcal{K}	(21-22 α) \mathcal{L} + (-38+66 α) \mathcal{K}
	2 ² D [41]	21 \mathcal{L} - 26 \mathcal{K}	6 \mathcal{L} + 19 \mathcal{K}	(21-15 α) \mathcal{L} + (-26+45 α) \mathcal{K}
	2 ² D [32]	21 \mathcal{L} - 32 \mathcal{K}	3 \mathcal{L} + 22 \mathcal{K}	(21-18 α) \mathcal{L} + (-32+54 α) \mathcal{K}
	2 ² D [311]	21 \mathcal{L} - 36 \mathcal{K}	\mathcal{L} + 24 \mathcal{K}	(21-20 α) \mathcal{L} + (-36+60 α) \mathcal{K}
	2 ⁴ S [311]	21 \mathcal{L} - 33 \mathcal{K}	\mathcal{L} + 27 \mathcal{K}	(21-20 α) \mathcal{L} + (-33+60 α) \mathcal{K}
	2 ⁴ P [32]	21 \mathcal{L} - 30 \mathcal{K}	3 \mathcal{L} + 24 \mathcal{K}	(21-18 α) \mathcal{L} + (-30+54 α) \mathcal{K}
	2 ⁴ P [221]	21 \mathcal{L} - 38 \mathcal{K}	- \mathcal{L} + 28 \mathcal{K}	(21-22 α) \mathcal{L} + (-38+66 α) \mathcal{K}
	2 ⁴ P [32]	21 \mathcal{L} - 32 \mathcal{K}	3 \mathcal{L} + 22 \mathcal{K}	(21-18 α) \mathcal{L} + (-32+54 α) \mathcal{K}
	2 ⁴ D [311]	21 \mathcal{L} - 36 \mathcal{K}	\mathcal{L} + 24 \mathcal{K}	(21-20 α) \mathcal{L} + (-36+60 α) \mathcal{K}
	2 ⁴ F [32]	21 \mathcal{L} - 35 \mathcal{K}	3 \mathcal{L} + 19 \mathcal{K}	(21-18 α) \mathcal{L} + (-35+54 α) \mathcal{K}
	2 ⁶ P [221]	21 \mathcal{L} - 38 \mathcal{K}	- \mathcal{L} + 28 \mathcal{K}	(21-22 α) \mathcal{L} + (-38+66 α) \mathcal{K}

k=6 n=6 J=1 T=0 (B ¹⁰)	11P [41]	15 \mathcal{L} -19 \mathcal{K}	3 \mathcal{L} +17 \mathcal{K}	(15-12 α) \mathcal{L} +(-19+36 α) \mathcal{K}
	11P [33]	15 \mathcal{L} -19 \mathcal{K}	3 \mathcal{L} +17 \mathcal{K}	(15-12 α) \mathcal{L} +(-19+36 α) \mathcal{K}
	13S [42]	15 \mathcal{L} -14 \mathcal{K}	5 \mathcal{L} +16 \mathcal{K}	(15-10 α) \mathcal{L} +(-14+30 α) \mathcal{K}
	13S [22]	15 \mathcal{L} -30 \mathcal{K}	-3 \mathcal{L} +24 \mathcal{K}	(15-18 α) \mathcal{L} +(-30+54 α) \mathcal{K}
	13P [32]	15 \mathcal{L} -25 \mathcal{K}	20 \mathcal{K}	(15-15 α) \mathcal{L} +(-25+45 α) \mathcal{K}
	13D _I [42]	15 \mathcal{L} -17 \mathcal{K}	5 \mathcal{L} +18 \mathcal{K}	(15-10 α) \mathcal{L} +(-17+30 α) \mathcal{K}
	13D _{II} [42]	15 \mathcal{L} -17 \mathcal{K}	5 \mathcal{L} +13 \mathcal{K}	(15-10 α) \mathcal{L} +(-17+30 α) \mathcal{K}
	13D [32]	15 \mathcal{L} -27 \mathcal{K}	18 \mathcal{K}	(15-15 α) \mathcal{L} +(-27+45 α) \mathcal{K}
	15P [32]	15 \mathcal{L} -25 \mathcal{K}	20 \mathcal{K}	(15-15 α) \mathcal{L} +(-25+45 α) \mathcal{K}
	15D [32]	15 \mathcal{L} -27 \mathcal{K}	18 \mathcal{K}	(15-15 α) \mathcal{L} +(-27+45 α) \mathcal{K}
k=6 n=6 J=0 T=1 (B ¹⁰)	31S [42]	15 \mathcal{L} -14 \mathcal{K}	5 \mathcal{L} +16 \mathcal{K}	(15-10 α) \mathcal{L} +(-14+30 α) \mathcal{K}
	33P [33]	15 \mathcal{L} -19 \mathcal{K}	3 \mathcal{L} +17 \mathcal{K}	(15-12 α) \mathcal{L} +(-19+36 α) \mathcal{K}
	33P [41]	15 \mathcal{L} -19 \mathcal{K}	3 \mathcal{L} +17 \mathcal{K}	(15-12 α) \mathcal{L} +(-19+36 α) \mathcal{K}
	33P _I [32]	15 \mathcal{L} -25 \mathcal{K}	20 \mathcal{K}	(15-15 α) \mathcal{L} +(-25+45 α) \mathcal{K}
	33P _{II} [32]	15 \mathcal{L} -25 \mathcal{K}	20 \mathcal{K}	(15-115 α) \mathcal{L} +(-25+45 α) \mathcal{K}
	35D [32]	15 \mathcal{L} -27 \mathcal{K}	18 \mathcal{K}	(15-15 α) \mathcal{L} +(-27+45 α) \mathcal{K}
	31S [22]	15 \mathcal{L} -30 \mathcal{K}	-3 \mathcal{L} +24 \mathcal{K}	(15-15 α) \mathcal{L} +(-30+54 α) \mathcal{K}
k=10 n=2 J=0 T=1 (N ¹⁴)	31S [2]	45 \mathcal{L} -70 \mathcal{K}	5 \mathcal{L} +50 \mathcal{K}	(45-40 α) \mathcal{L} +(-70+120 α) \mathcal{K}
	33P [11]	45 \mathcal{L} -75 \mathcal{K}	3 \mathcal{L} +51 \mathcal{K}	(45-42 α) \mathcal{L} +(-75+126 α) \mathcal{K}
AE;MCR J=1 T=0	13S [2]	\mathcal{L} +2 \mathcal{K}	\mathcal{L} +2 \mathcal{K}	
	11P [1]	\mathcal{L} -3 \mathcal{K}	- \mathcal{L} +3 \mathcal{K}	
	13D [2]	\mathcal{L} - \mathcal{K}	\mathcal{L} - \mathcal{K}	

APENDICE IX

Coeficientes de parentesco fraccional
y matrices de transferencia de dos partículas

Coeficientes de pasaje de 8 a 10 partículas

Los estados son los de $J=1$ en 10 partículas y $J=0$ en 8; $\bar{J}=1$

	$^{13}S [442]$	$^{11}P [433]$	$^{13}D [442]$
$^{11}S [44] ^{13}S [2]$	$-1/9$	0	0
$^{11}S [44] ^{11}P [11]$	0	0	0
$^{11}S [44] ^{13}D [2]$	0	0	$-2/45$
$^{11}S [422] ^{13}S [2]$	$-2/9\sqrt{10}$	0	0
$^{11}S [422] ^{11}P [11]$	0	$1/3\sqrt{10}$	0
$^{11}S [422] ^{13}D [2]$	0	0	$1/9\sqrt{10}$
$^{13}P [431] ^{13}S [2]$	0	$1/6$	0
$^{13}P [431] ^{11}P [11]$	$1/6$	0	$-1/30$
$^{13}P [431] ^{13}D [2]$	0	$-1/6\sqrt{5}$	$-\sqrt{6}/15$
$^{13}P [332] ^{13}S [2]$	0	$-1/2\sqrt{15}$	0
$^{13}P [332] ^{11}P [11]$	$-1/2\sqrt{15}$	0	$-1/2\sqrt{15}$
$^{13}P [332] ^{13}D [2]$	0	$-1/2\sqrt{3}$	0
$^{15}D [422] ^{13}S [2]$	0	0	$1/9$
$^{15}D [422] ^{11}P [11]$	0	0	0
$^{15}D [422] ^{13}S [2]$	$\sqrt{5}/9$	0	$-\sqrt{7}/9$

Coeficientes de pasaje de 6 a 8 partículas; los estados son los de $J=1$ para 6 partículas, y $J=0$ para 8; $\bar{J}=1$

	$^{11}S 44$	$^{11}S 422$	$^{13}P 431$	$^{13}P 332$	$^{15}D 422$
$^{11}P [33] ^{13}S [2]$	0	0	$1/12\sqrt{7}$	$-5/4\sqrt{21}$	0
$^{11}P [33] ^{11}P [11]$	$-1/2\sqrt{7}$	0	0	0	0
$^{11}P [33] ^{13}D [2]$	0	0	$2/3\sqrt{35}$	$-1/2\sqrt{21}$	0
$^{11}P [411] ^{13}S [2]$	0	0	$1/3\sqrt{7}$	0	0
$^{11}P [411] ^{11}P [11]$	0	$\sqrt{5}/2\sqrt{14}$	0	0	0
$^{11}P [411] ^{13}D [2]$	0	0	$-1/3\sqrt{35}$	0	0

	$11S [44]$	$11S [422]$	$13P [431]$	$13P [332]$	$15D [422]$
$13S [42] 13S [2]$	$-\sqrt{2}/\sqrt{21}$	$-\sqrt{5}/4\sqrt{21}$	0	0	0
$13S [42] 11P [11]$	0	0	$-1/2\sqrt{42}$	0	0
$13S [42] 13D [2]$	0	0	0	0	$1/2\sqrt{210}$
$13S [222] 13S [2]$	0	$\sqrt{5}/4\sqrt{7}$	0	0	0
$13S [222] 11P [11]$	0	0	0	$-\sqrt{5}/2\sqrt{42}$	0
$13S [222] 13D [2]$	0	0	0	0	$1/2\sqrt{70}$
$13P [321] 13S [2]$	0	0	$1/4\sqrt{7}$	$\sqrt{5}/4\sqrt{21}$	0
$13P [321] 11P [11]$	0	0	$-\sqrt{3}/4\sqrt{14}$	$-\sqrt{5}/4\sqrt{14}$	0
$13P [321] 13D [2]$	0	0	$\sqrt{7}/8\sqrt{5}$	$-5/8\sqrt{21}$	$3/4\sqrt{70}$
$13D_I [42] 13S [2]$	0	0	0	0	$-1/2\sqrt{14}$
$13D_I [42] 11P [11]$	0	0	$-1/2\sqrt{14}$	0	0
$13D_I [42] 13D [2]$	$1/2\sqrt{14}$	$\sqrt{5}/4\sqrt{7}$	$1/2\sqrt{21}$	0	0
$13D_{II} [42] 13S [2]$	0	0	0	0	$1/2\sqrt{30}$
$13D_{II} [42] 11P [11]$	0	0	$1/2\sqrt{30}$	0	0
$13D_{II} [42] 13D [2]$	$\sqrt{5}/2\sqrt{6}$	$1/4\sqrt{3}$	$1/2\sqrt{5}$	0	$-\sqrt{2}/\sqrt{105}$
$13D [321] 13S [2]$	0	0	0	0	$-1/2\sqrt{70}$
$13D [321] 11P [11]$	0	0	$3/4\sqrt{70}$	$-5/4\sqrt{42}$	0
$13D [321] 13D [2]$	0	$1/\sqrt{7}$	$\sqrt{3}/8\sqrt{35}$	$5/8\sqrt{7}$	$-1/4\sqrt{10}$
$15P [321] 13S [2]$	0	0	$5/12\sqrt{7}$	$-\sqrt{5}/4\sqrt{21}$	0
$15P [321] 11P [11]$	0	0	0	0	$1/4\sqrt{7}$
$15P [321] 13D [2]$	0	0	$\sqrt{35}/24$	$5/8\sqrt{21}$	$-3/4\sqrt{14}$
$15D [321] 13S [2]$	0	0	0	0	$1/2\sqrt{14}$
$15D [321] 11P [11]$	0	0	0	0	$\sqrt{3}/4\sqrt{7}$
$15D [321] 13D [2]$	0	0	$\sqrt{5}/8\sqrt{21}$	$-5/8\sqrt{7}$	$1/4\sqrt{2}$

En ambas tablas han sido ya puestas las fases de manera coherente con las elegidas para los estados en el cálculo de las matrices del H.S.O. (ver nota en ref. 17)

Matrices de transferencia de dos partículas.

	$(p^{1/2})^4(p^{3/2})^6$	$(p^{1/2})^3(p^{3/2})^7$	$(p^{1/2})^2(p^{3/2})^8$	
$(p^{1/2})^4(p^{1/2})^4$	-0.5477	0	0	$j_1 = j_2 = 3/2$
$(p^{3/2})^5(p^{1/2})^3$	0	.7070	0	$\bar{J} = 1$
$(p^{3/2})^6(p^{1/2})^2$	0	0	.0972	$J_8 = 0$
$(p^{3/2})^6(p^{1/2})^2$	0	0	.5689	
$(p^{3/2})^8$	0	0	0	$J_{10} = 1$

	$(p^{1/2})^4(p^{3/2})^6$	$(p^{1/2})^3(p^{3/2})^7$	$(p^{1/2})^2(p^{3/2})^8$	
$(p^{3/2})^4(p^{1/2})^4$	0	0	0	$j_1 = j_2 = 1/2$
$(p^{3/2})^5(p^{1/2})^3$	0	0	0	$\bar{J} = 1$
$(p^{3/2})^6(p^{1/2})^2$.0974	0	0	$J_8 = 0$
$(p^{3/2})^6(p^{1/2})^2$.5691	0	0	
$(p^{3/2})^8$	0	0	-1	$J_{10} = 1$

	$(p^{1/2})^4(p^{3/2})^6$	$(p^{1/2})^3(p^{3/2})^7$	$(p^{1/2})^2(p^{3/2})^8$	
$(p^{3/2})^4(p^{1/2})^4$	0	0	0	$j_1 = 1/2 ; j_2 = 3/2$
$(p^{3/2})^5(p^{1/2})^3$.5000	0	0	$\bar{J} = 1$
$(p^{3/2})^6(p^{1/2})^2$	0	-.4812	0	$J_8 = 0$
$(p^{3/2})^6(p^{1/2})^2$	0	-.2450	0	
$(p^{3/2})^8$	0	0	0	$J_{10} = 1$

	$(p^{1/2})^4(p^{3/2})^4$	$(p^{3/2})^5(p^{1/2})^3$	$(p^{3/2})^6(p^{1/2})^2$	$(p^{3/2})^7(p^{1/2})^2$	$(p^{3/2})^8$	
$(p^{1/2})^4(p^{3/2})^2$	-0.5477	0	0	0	0	$j_1 = 3/2$
$(p^{1/2})^3(p^{3/2})^3$	0	-.1503	0	0	0	
$(p^{1/2})^3(p^{3/2})^3$	0	.8529	0	0	0	$j_2 = 3/2$
$(p^{1/2})^2(p^{3/2})^4$	0	0	.0176	.5176	0	$\bar{J} = 1$
	0	0	-.2620	-.6755	0	
	0	0	.6548	-.2345	0	
$(p^{1/2})(p^{3/2})^5$	0	0	-.1083	-.2113	0	$J_8 = 0$
	0	0	0	0	0	$J_6 = 1$
$(p^{3/2})^6$	0	0	0	0	1	

	$(p^{1/2})^4(p^{3/2})^4$	$(p^{3/2})^5(p^{1/2})^3$	$(p^{3/2})^6(p^{1/2})^2$	$(p^{3/2})^6(p^{1/2})^2$	$(p^{3/2})^8$	
$(p^{1/2})^4(p^{3/2})^2$	0	0	0	0	0	$j_1 = 1/2$
$(p^{1/2})^3(p^{3/2})^3$	0	0	0	0	0	$j_2 = 1/2$
	0	0	0	0	0	
$(p^{1/2})^2(p^{3/2})^4$	-.6921	0	0	0	0	$\bar{J} = 1$
	.1832	0	0	0	0	$J_8 = 0$
	-.1038	0	0	0	0	
	-.6904	0	0	0	0	$J_6 = 1$
$(p^{1/2})(p^{3/2})^5$	0	.5884	0	0	0	
	0	.3922	0	0	0	
$(p^{3/2})^6$	0	0	-.0974	-.5691	0	

	$(p^{1/2})^4(p^{3/2})^4$	$(p^{3/2})^5(p^{1/2})^3$	$(p^{3/2})^6(p^{1/2})^2$	$(p^{3/2})^6(p^{1/2})^2$	$(p^{3/2})^8$	
$(p^{1/2})^4(p^{3/2})^2$	0	0	0	0	0	$j_1 = 1/2$
$(p^{1/2})^3(p^{3/2})^3$	-.3265	0	0	0	0	$j_2 = 3/2$
	-.3787	0	0	0	0	$\bar{J} = 1$
$(p^{1/2})^2(p^{3/2})^4$	0	.2165	0	0	0	
	0	.5398	0	0	0	$J_8 = 0$
	0	-.3139	0	0	0	
	0	-.0266	0	0	0	$J_6 = 1$
$(p^{1/2})(p^{3/2})^6$	0	0	.3863	.4192	0	
	0	0	-.4554	.9657	0	
$(p^{3/2})^6$	0	0	0	0	0	

Aun cuando las matrices con $j_1 = 1/2$ y $j_2 = 3/2$ no han sido utilizadas en otros cálculos, se agregan aquí por razones de completitud.

APENDICE X

a) Resumen de los resultados perturbativos para la fuerza de Wigner pura:

	C.E.	M.C.R.	A.E.
$E_{10}^{J=0}$	$-2+45 \mathcal{L} - (220/3) \mathcal{K} - (50/27) \mathcal{K}^2$	-----	-----
$E_{10}^{J=1}$	$-2+45 \mathcal{L} - (220/3) \mathcal{K} - (10/27) \mathcal{K}^2$	-----	-----
E_9	$-3+36 \mathcal{L} - 58 \mathcal{K} - (10/3) \mathcal{K}^2$	-----	-----
E_8	$-4+28 \mathcal{L} - 44 \mathcal{K} - (20/3) \mathcal{K}^2$	-----	-----
E_7	$-(7/2)+21 \mathcal{L} - 33 \mathcal{K} - (215/36) \mathcal{K}^2$	-----	-----
$E_6^{J=1}$	$-3+15 \mathcal{L} - 23 \mathcal{K} - (276/27) \mathcal{K}^2$	-----	-----
$E_6^{J=0}$	$-3+15 \mathcal{L} - (65/3) \mathcal{K} - (100/9) \mathcal{K}^2$	-----	-----
$(E_{10}-E_8)^{J=0}$	$2+17 \mathcal{L} - (88/3) \mathcal{K} + (130/27) \mathcal{K}^2$	$2+17 \mathcal{L} - (88/3) \mathcal{K} + (130/27) \mathcal{K}^2$	
$(E_{10}-E_8)^{J=1}$	$2+17 \mathcal{L} - (88/3) \mathcal{K} + (170/27) \mathcal{K}^2$	$2+17 \mathcal{L} - (88/3) \mathcal{K} + (170/27) \mathcal{K}^2$	
$(E_9 - E_8)$	$1+ 8 \mathcal{L} - 14 \mathcal{K} + (10/3) \mathcal{K}^2$	-----	-----
$(E_8 - E_7)$	$-1/2+ 7 \mathcal{L} - 11 \mathcal{K} + (5/9) \mathcal{K}^2$	-----	-----
$(E_8 - E_6)^{J=0}$	$-1+13 \mathcal{L} - (67/3) \mathcal{K} + (40/9) \mathcal{K}^2$	$-1+13 \mathcal{L} - (67/3) \mathcal{K} + (80/27) \mathcal{K}^2$	
$(E_8 - E_6)^{J=1}$	$-1+13 \mathcal{L} - 21 \mathcal{K} + (96/22) \mathcal{K}^2$	$-1+13 \mathcal{L} - 21 \mathcal{K} + (40/27) \mathcal{K}^2$	
$\Delta_{7,9}$	$3/2 + \mathcal{L} - 3 \mathcal{K} + (25/9) \mathcal{K}^2$	-----	-----
$\Delta_{6,10}^{J=0}$	$3+4 \mathcal{L} - 7 \mathcal{K} + (10/27) \mathcal{K}^2$	$3+ 4 \mathcal{L} - 7 \mathcal{K} + (50/27) \mathcal{K}^2$	
$\Delta_{6,10}^{J=1}$	$3+ 4 \mathcal{L} - (25/3) \mathcal{K} + (74/27) \mathcal{K}^2$	$3+ 4 \mathcal{L} - (25/3) \mathcal{K} + (130/27) \mathcal{K}^2$	

b) Resumen de los resultados perturbativos para la fuerza de Majorana pura.

$E_{10}^{J=0}$	$-2+(218/3)\mathcal{K} - (242/27)\mathcal{K}^2$	-----
$E_{10}^{J=1}$	$-2+(226/3)\mathcal{K} - (122/27)\mathcal{K}^2$	-----
E_9	$-3+ 60 \mathcal{K} - (58/3)\mathcal{K}^2$	-----
E_8	$-4+ 48 \mathcal{K} - (332/9)\mathcal{K}^2$	-----
E_7	$-(7/2)+ 36 \mathcal{K} - (449/9)\mathcal{K}^2$	-----
$E_6^{J=1}$	$-3+(77/3)\mathcal{K} - (1988/27)\mathcal{K}^2$	-----
$E_6^{J=0}$	$-3+(77/3)\mathcal{K} - (1790/27)\mathcal{K}^2$	-----
$(E_{10}-E_8)^{J=0}$	$2+(74/3)\mathcal{K} + (754/27)\mathcal{K}^2$	$2+(74/3)\mathcal{K} + (706/27)\mathcal{K}^2$ $2+(74/3)\mathcal{K} + (316/9)\mathcal{K}^2$
$(E_{10}-E_8)^{J=1}$	$2+(82/3)\mathcal{K} + (874/27)\mathcal{K}^2$	$2+(82/3)\mathcal{K} + (286/9)\mathcal{K}^2$ $2+(82/3)\mathcal{K} + (316/9)\mathcal{K}^2$
$(E_9 - E_8)$	$1+ 12 \mathcal{K} + (158/9)\mathcal{K}^2$	-----
$(E_8 - E_7)$	$-1/2+ 12 \mathcal{K} + (117/9)\mathcal{K}^2$	-----
$(E_8 - E_6)^{J=0}$	$-1+(59/3)\mathcal{K} + (794/27)\mathcal{K}^2$	$-1+(59/3)\mathcal{K} + (944/27)\mathcal{K}^2$ $-1+(59/3)\mathcal{K} + (234/9)\mathcal{K}^2$
$(E_8 - E_6)^{J=1}$	$-1+(67/3)\mathcal{K} + (992/27)\mathcal{K}^2$	$-1+(67/3)\mathcal{K} + (264/9)\mathcal{K}^2$ $-1+(67/3)\mathcal{K} + (234/9)\mathcal{K}^2$
$\Delta_{7,9}$	$(3/2) + (41/9)\mathcal{K}^2$	-----
$\Delta_{6,10}^{J=0}$	$3+ 5 \mathcal{K} - (40/27)\mathcal{K}^2$	$3+ 5 \mathcal{K} - (238/27)\mathcal{K}^2$ $3+ 5 \mathcal{K} + (82/9)\mathcal{K}^2$
$\Delta_{6,10}^{J=1}$	$3+ 5 \mathcal{K} - (118/27)\mathcal{K}^2$	$3+ 5 \mathcal{K} + (22/9)\mathcal{K}^2$ $3+ 5 \mathcal{K} + (82/9)\mathcal{K}^2$

Teniendo en cuenta la matriz (32) resulta:

$$\begin{aligned} \left[\Delta_{6,10}^J \right]^{MCR} &= 2 \Delta_{7,9}^{CE} + (E_{pp}^J + E_{aa}^J) \\ \text{y } (E_{10} - E_8)^J MCR &= 2 (E_9 - E_8)^{CE} + E_{pp}^J \\ (E_8 - E_6)^J MCR &= 2 (E_8 - E_7)^{CE} - E_{aa}^J \end{aligned}$$

además:

$$\begin{aligned} (E_{10} - E_8)^J_{AE} &= \left[2 (E_9 - E_8)^{CE} + E_{pp}^J \right] - (E_{pa}^J)^2/3 \\ (E_8 - E_6)^J_{AE} &= \left[2 (E_8 - E_7)^{CE} - E_{aa}^J \right] - (E_{pa}^J)^2/3 \end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned} \left[\Delta_{6,10}^J \right]^{AE} &= 2 \Delta_{7,9}^{CE} + (E_{pp} + E_{aa})^J - (2/3) (E_{pa}^J)^2 \\ &= \left[\Delta_{6,10}^J \right]^{MCR} - (2/3) (E_{pa}^J)^2 \end{aligned}$$

que fueron las expresiones utilizadas.

NOTA: tanto \mathcal{K} como \mathcal{L} deben entenderse como \mathcal{K}/a y \mathcal{L}/a

NOTAS A LAS FIGURAS:

- figura 1 - Distintos gráficos que contribuyen al desarrollo perturbativo del operador de evolución. Las observaciones están incluidas en el dibujo.
- figura 2 - Resultados para la fuerza V_δ ; niveles con $J=1$; los resultados del modelo de capas en línea llena; los de aproximación escalera en línea punteada. Estos gráficos quedan inalterados para V_σ .
- figura 3 - Resultado para la fuerza V_δ ; niveles con $J=0$; idéntica convención que en la figura 3. Para V_σ basta renormalizar V_0 por un factor γ .
- figura 4 - Resumen de resultados para todas las fuerzas V_G ; V_δ ; V_σ ; V_M . en que los parámetros se han fijado de manera de ajustar la separación de los niveles fundamentales ($J=1$). El número escrito bajo cada conjunto de niveles es V_0/δ^2 ; puede apreciarse que $V_G \rightarrow V_\delta$ para rango tendiendo a cero; además $\sqrt{V_0}/\delta$ tiende al valor de la constante de acoplamiento para la fuerza V_δ . En V_σ ; γ se determina de modo de ajustar el primer 0^+ del F^{18} .
- figura 5 - Las especificaciones están incluidas en la figura.
- figura 6 - Idem
- figura 7 - Resultados del cálculo exacto para los niveles 0^+ del C^{12} ; comparando con los resultados experimentales del apéndice IV puede apreciarse que no se consigue ajuste con ningún valor razonable de la fuerza $H_{S.O.}$.
- figura 8 - 1: $\Delta_{6,10}^{J=1}/\alpha$; 2: $\Delta_{7,9}/\alpha$; 3: $(E_{10}-E_8)/\alpha$; 4: $(E_9-E_8)/\alpha$
5: $(E_8-E_7)/\alpha$; 6: $(E_8-E_6)/\alpha$; $\alpha = 1/a$
- Se han señalado los correspondientes valores experimentales para cada una de las curvas.

Notas a las figuras (Cont.)

figura 9 - Elementos de matriz de transferencia de dos partículas, según resulta de las distintas aproximaciones.

1: AE, $j = 1/2$; 2: MCR, $j = 1/2$; 3: CE: $j = 1/2$;
 4: AE, $j = 3/2$; 5: AEM, $j = 1/2$; 6: AEM, $j = 3/2$;
 7: CE, $j = 3/2$; 8: MCR, $j = 3/2$
 todas ellas para C^{12} N^{14}

9: AE, $j = 3/2$; 10: MCR, $j = 3/2$; 11: AEM, $j = 3/2$;
 12: CE, $j = 3/2$; 13: CE, $j = 1/2$; 14: AE, $j = 1/2$;
 15: AEM, $j = 1/2$; 16: MCR, $j = 1/2$;
 todas ellas para el B^{10} C^{12}

figura 10 - Cociente de los elementos de matriz de transferencia

$\langle A_{3/2, 3/2}^+ \rangle_2^{14} / \langle A_{1/2, 1/2}^+ \rangle_2^{14}$ y $\langle A_{1/2, 1/2}^+ \rangle_{10}^{12} / \langle A_{3/2, 3/2}^+ \rangle_{10}^{12}$
 con las distintas aproximaciones; el resultado de MCR es idénticamente nulo en ambos casos.

figura 11 - Valor de los números de ocupación de los niveles $1/2$ y $3/2$ en el nivel fundamental del C^{12} como función de ω . En línea punteada se marca el valor asintótico de los mismos para $\omega \rightarrow \infty$, que es $2/3$.

TABLA I

$ K_a $	$E_{10}(J=1)$	$E_{10}(J=0)$	E_9	E_8	E_7	$E_6(J=1)$	$E_6(J=0)$
WIGNER	45 \mathcal{L}	45 \mathcal{L}	38 \mathcal{L}	28 \mathcal{L}	21 \mathcal{L}	15 \mathcal{L}	15 \mathcal{L}
.05	1.666	1.662	-.108	-1.818	-1.869	-1.876	-1.944
.15	8.991	8.955	5.614	2.411	1.269	.224	.021
.25	16.308	16.205	11.242	6.391	4.231	2.166	1.831
.35	23.610	23.412	16.768	10.088	7.036	3.988	3.528
.45	30.883	30.579	22.205	18.579	9.723	5.670	5.148
.55	38.096	37.712	27.572	16.956	12.329	7.215	6.713

MAJORANA $\mathcal{L} = 6\mathcal{K}$

.05	-5.777	-5.657	-6.052	-6.509	-5.428	-4.967	-4.562
.15	-13.378	-13.126	-12.529	-12.511	-10.027	-8.164	-8.304
.25	-21.018	-20.888	-19.477	-19.600	-15.249	-12.247	-12.474
.35	-28.684	-28.583	-26.668	-27.007	-20.700	-16.493	-16.834
.45	-36.382	-36.454	-33.957	-34.508	-26.241	-20.967	-21.285
.55	-44.180	-44.369	-41.291	-42.048	-31.828	-25.514	-25.785

MAJORANA $\mathcal{L} = 7\mathcal{K}$

.05	-6.010	-5.85	-6.241	-6.693	-5.587	-4.610	-4.703
.15	-14.097	-13.767	-13.261	-13.501	-10.772	-8.810	-8.907
.25	-22.234	-21.938	-20.859	-21.490	-16.651	-13.412	-13.598
.35	-30.400	-30.244	-28.687	-29.735	-22.733	-18.177	-18.481
.45	-38.595	-38.632	-36.598	-38.055	-28.890	-23.174	-23.45
.55	-46.898	-47.06	-44.544	-46.056	-35.087	-28.231	-28.463

TABLA I (Cont.)

WIGNER	$(J=1)$		$(J=0)$		$\Delta_{7,9}$	
	$\mathcal{L}=6\mathcal{K}$	$\mathcal{L}=7\mathcal{K}$	$\mathcal{L}=6\mathcal{K}$	$\mathcal{L}=7\mathcal{K}$	$\mathcal{L}=6\mathcal{K}$	$\mathcal{L}=7\mathcal{K}$
.05	2.226	2.026	2.106	1.906	1.359	1.309
.15	.793	.193	.554	-.046	1.161	1.011
.25	-.308	-1.308	-.746	-1.746	1.186	.936
.35	-.978	-2.378	-1.636	-3.036	1.528	1.178
.45	-1.405	-3.165	-2.231	-3.991	2.070	1.620
.55	-1.801	-4.001	-2.687	-4.887	2.389	1.839
MAJORANA						
.05	2.774	2.766	2.781	2.833	1.538	1.558
.15	3.480	4.095	3.592	4.328	2.466	2.969
.25	5.935	7.334	5.938	7.450	4.474	5.470
.35	8.835	10.893	8.597	10.745	6.646	8.050
.45	11.667	14.341	11.272	14.028	9.818	10.622
.55	14.402	16.983	13.942	16.488	10.977	12.481

TABLA 2

$$\left| \kappa/a \right| \left[\Delta_{6,10}^{J=0} \right]_{MCR}^{Wig} \quad \left[\Delta_{6,10}^{J=1} \right]_{MCR}^{Wig} \quad \left[\Delta_{6,10}^{J=0} \right]_{MCR}^{Maj} = \left[\Delta_{6,10}^{J=1} \right]_{MCR}^{Maj}$$

.05	2.1680	2.2347	2.826
.15	.6720	.8720	4.182
.25	-.3780	-.0442	7.698
.35	-.7940	-.3273	11.542
.45	-.8100	-.21	17.386
.55	-1.2720	-.5387	19.204

	$\left[\Delta_{6,10}^{J=0} \right]_{AE}^{Wig}$	$\left[\Delta_{6,10}^{J=1} \right]_{AE}^{Wig}$	$\left[\Delta_{6,10}^{J=0} \right]_{AE}^{Maj}$	$\left[\Delta_{6,10}^{J=1} \right]_{AE}^{Maj}$
.05	2.1552	<u>2.2232</u>	2.7750	2.8053
.15	----	.8127	3.8819	4.0730
.25	----	} raíces complejas {	7.2482	7.5339
.35	----		10.9564	11.3277
.45	----		16.7415	17.1491
.55	----		18.3373	18.8837

NOTA: Los cálculos son para $\mathcal{L} = 6\kappa$.

TABLA 3

Energías de los niveles fundamentales.

$\alpha \longrightarrow$.05	.15	.25	.35	
CE $ \chi $	1	1	1	1	
(E ₁₀ -E ₈)	9.87	-11.31	-11.54	-10.75	N ¹⁴
(E ₈ -E ₆)	-44.48	-32.26	-28.47	-31.62	B ¹⁰
MCR $ \chi $	1.16	1.75	2.91	2.58	
(E ₁₀ -E ₈)	9.56	-12.00	-15.11	-13.02	
(E ₈ -E ₆)	-44.79	-32.95	-32.04	-33.89	
AE $ \chi $	1.10	1.44	2.14	2.01	
(E ₁₀ -E ₈)	9.61	-11.78	-14.55	-12.60	
(E ₈ -E ₆)	-44.74	-32.73	-31.48	-33.47	
AEM $ \chi $	1.13	2.33	7.42	---	
(E ₁₀ -E ₈)	9.64	-11.06	-10.52	---	
(E ₈ -E ₆)	-44.71	-32.01	-27.45	---	

N.B.: Las energías (E₁₀-E₈) y (E₈-E₆) están medidas en MeV (cf.fig.8)

Elementos de matriz de transferencia de dos partículas (fig. 9 y 10)

$$\langle A+2 | (a_{j_1}^+ a_{j_2}^+)^{\bar{j}=+} | A \rangle = \langle A_{j_1 j_2}^+ \rangle_A^{A+2}$$

$\alpha \longrightarrow$.05	.15	.25	.35	
$\langle A_{\frac{3}{2} \frac{3}{2}}^+ \rangle_{12}^{14}$.051	.142	.174	.201	CE
	0	0	0	0	MCR
	.059	.199	.373	.351	AE
	.058	.179	.257	---	AEM
$\langle A_{\frac{1}{2} \frac{1}{2}}^+ \rangle_{12}^{14}$.986	.769	.559	.466	CE
	1	1	1	1	MCR
	1.002	1.020	1.064	1.060	AE
	.981	.740	.391	---	AEM
$\langle A_{\frac{3}{2} \frac{1}{2}}^+ \rangle_{10}^{12}$.054	.210	.252	.356	CE
	0	0	0	0	MCR
	.059	.199	.373	.351	AE
	.058	.148	.126	---	AEM

TABLA 3 (Cont.)

Elementos de matriz de transferencia de dos partículas (Cont.)

$\alpha \longrightarrow$.05	.15	.25	.35	
$\langle A_{\frac{3}{2}\frac{3}{2}}^+ \rangle_{10}^{12}$.956	.717	.568	.613	CE
1	1	1	1	1	MCR
	1.002	1.020	1.064	1.060	AE
	.991	.892	.797	-.---	AEM

Números de ocupación. (fig. 11)

$n_{1/2}$.01860	.23702	.43135	.51170
$n_{3/2}$.99070	.88149	.78432	.74415

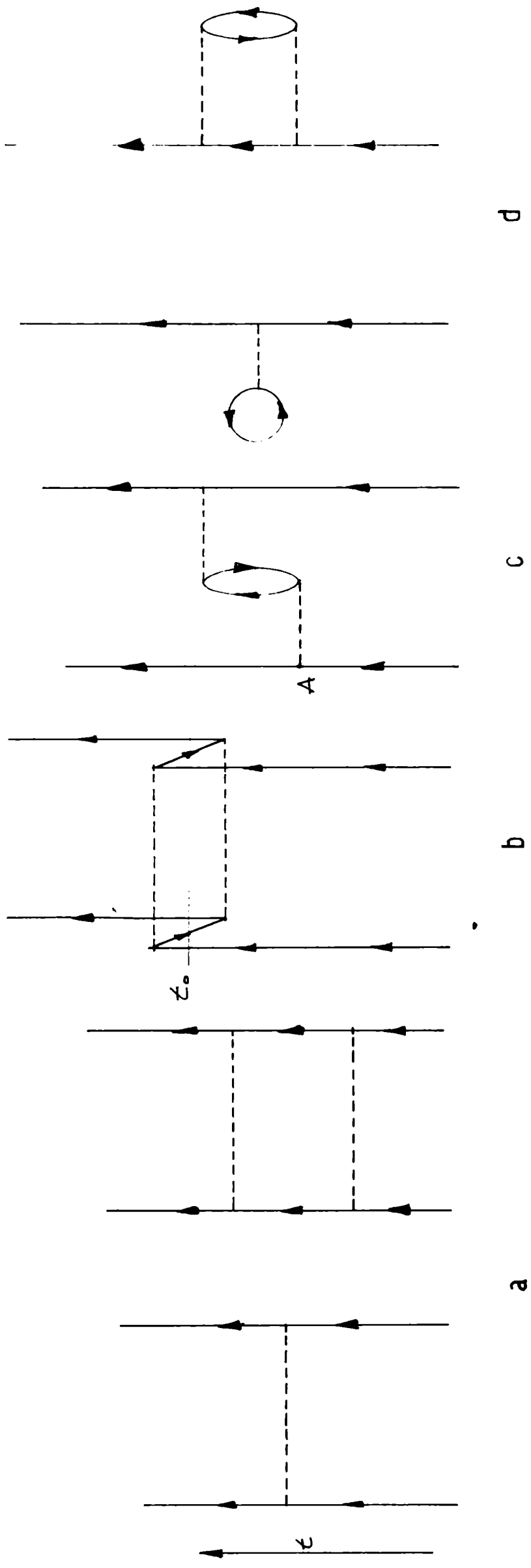


diagrama de "SELF-ENERGY"

termino que no es tenido en cuenta en A.E.

aproximacion escalera

modelo de capas usual

fig 1

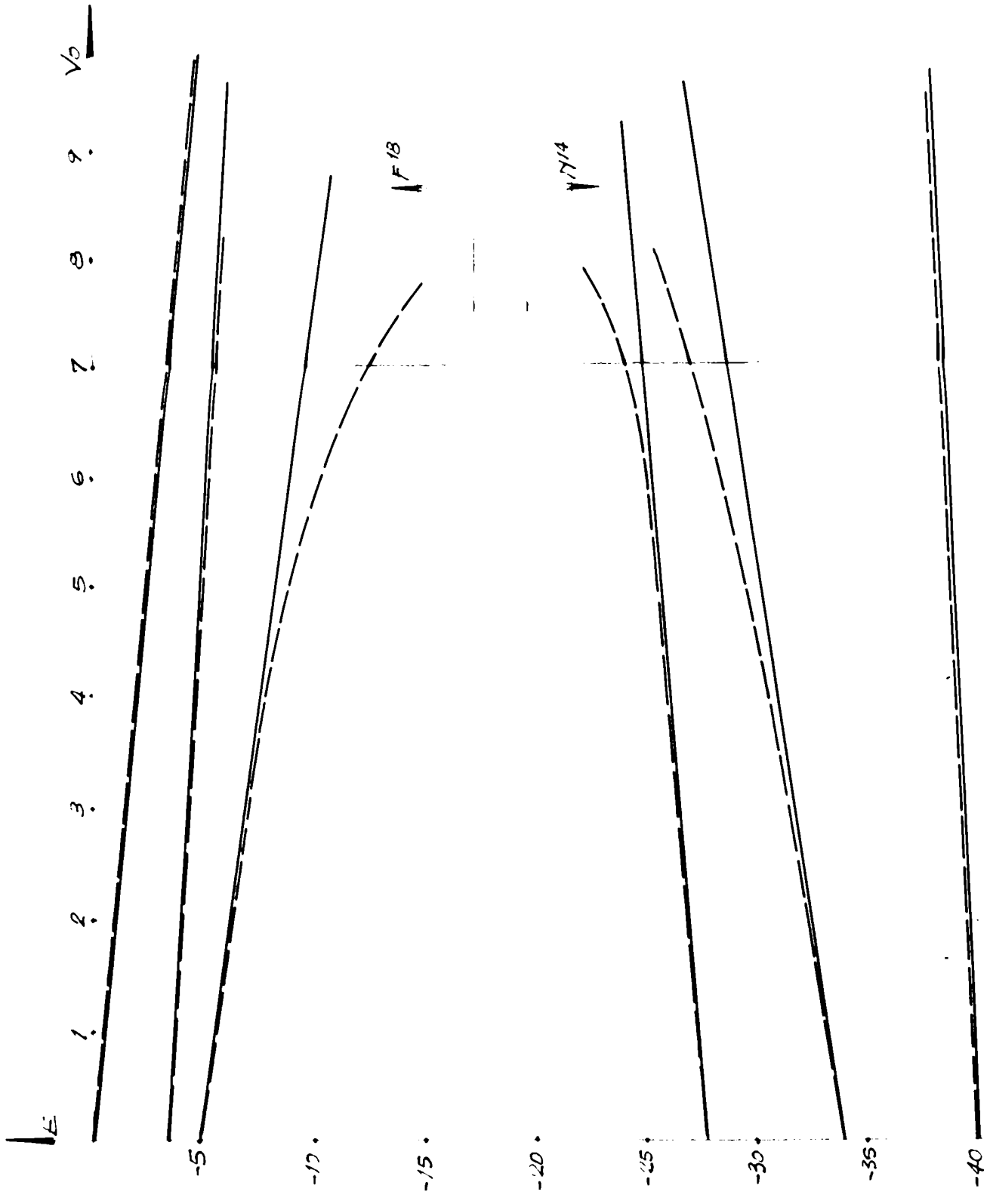


fig. 2

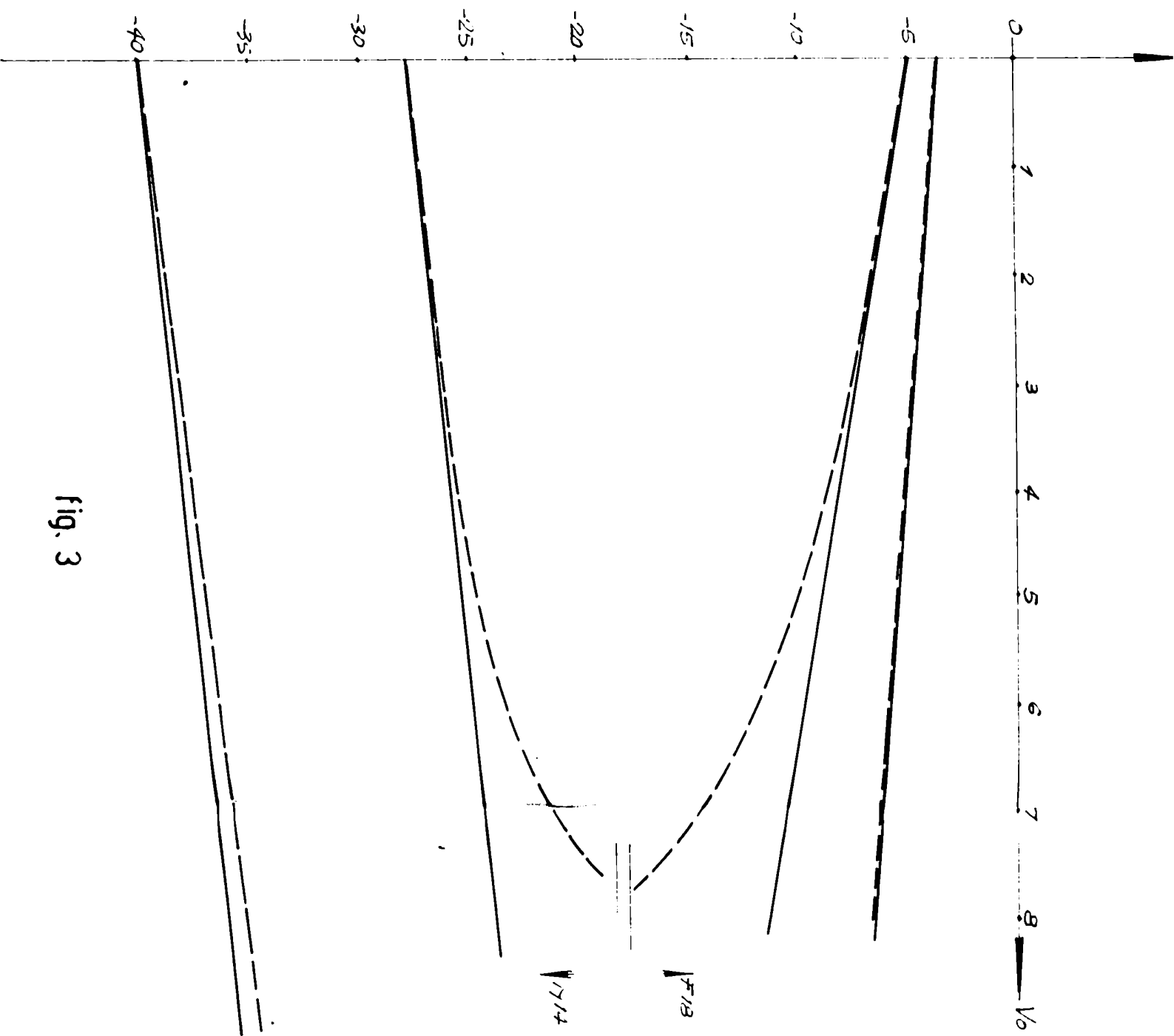


fig. 3

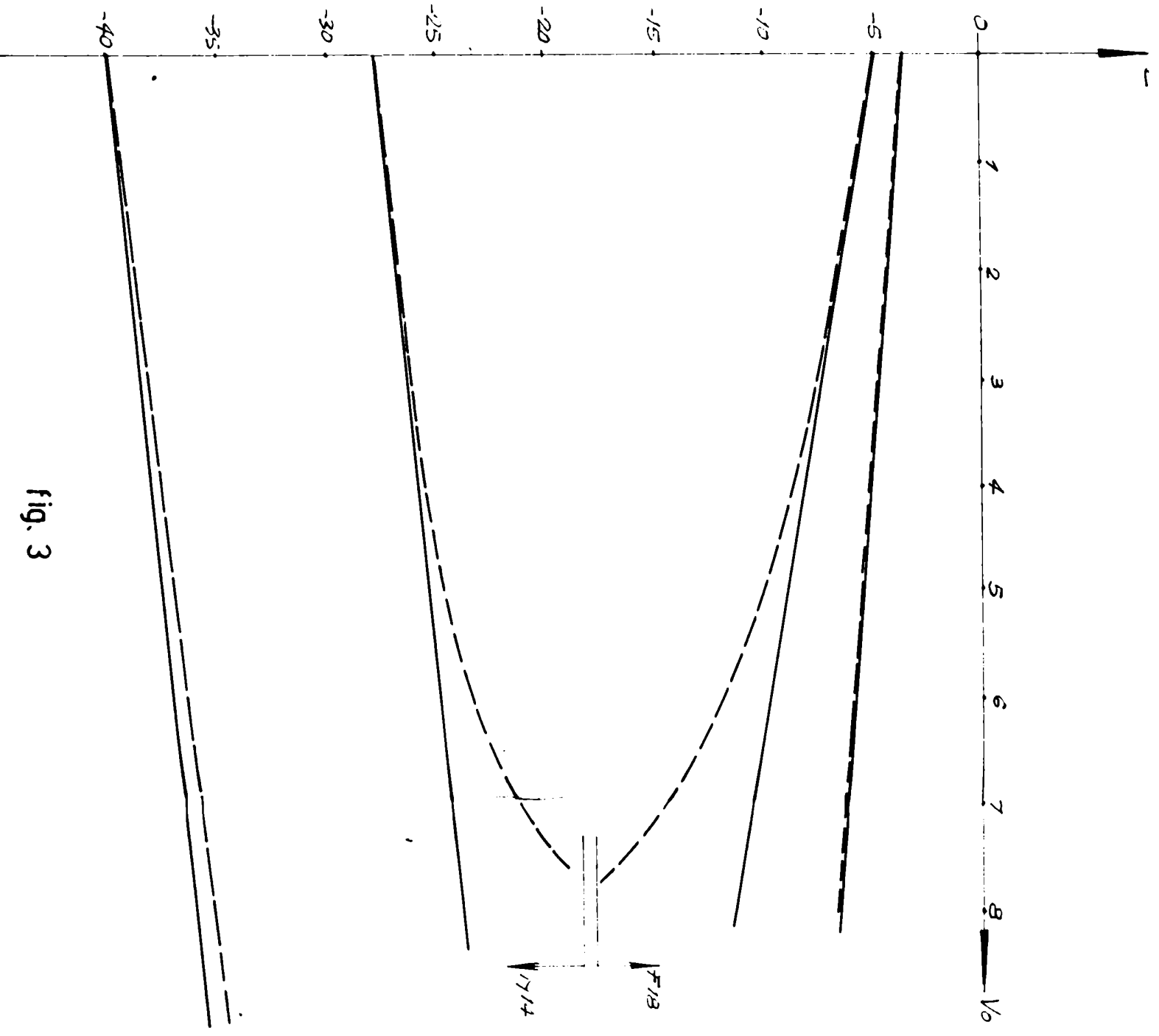


fig. 3

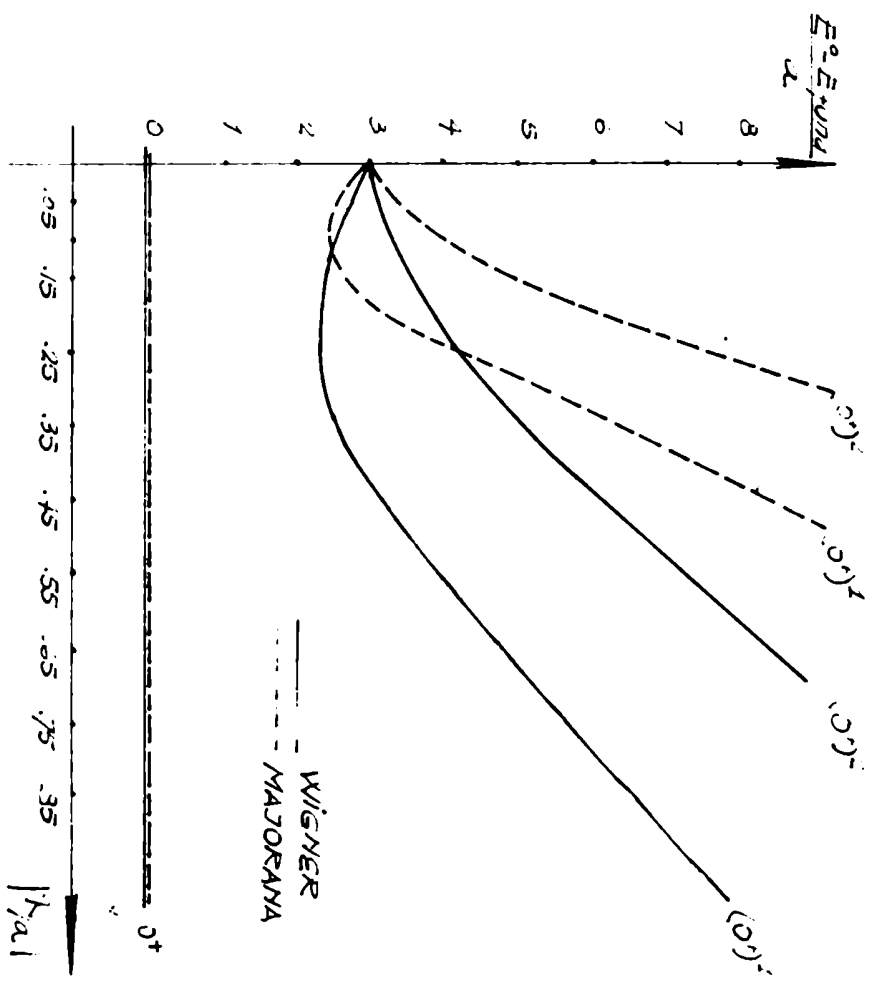


fig. 7

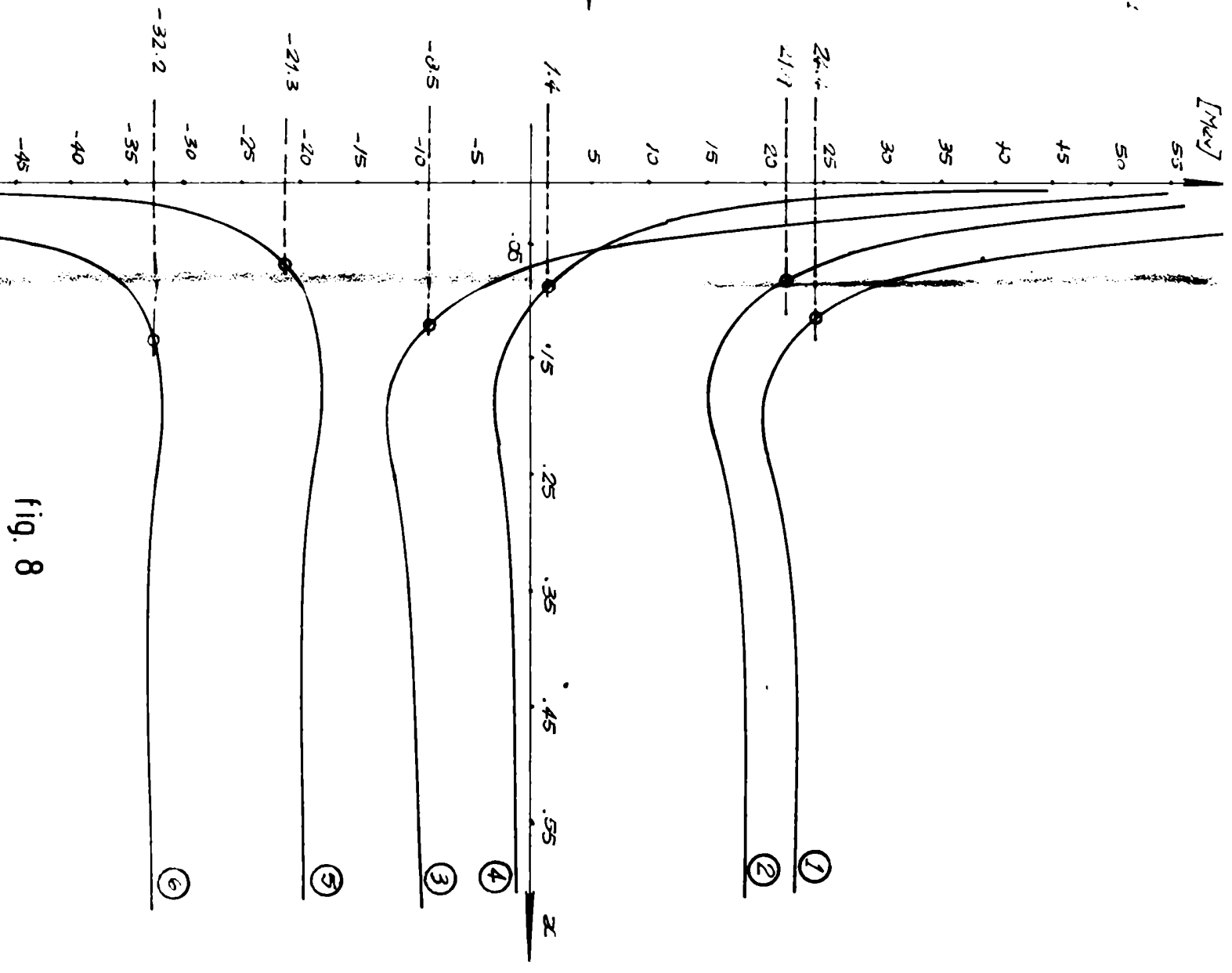


fig. 8

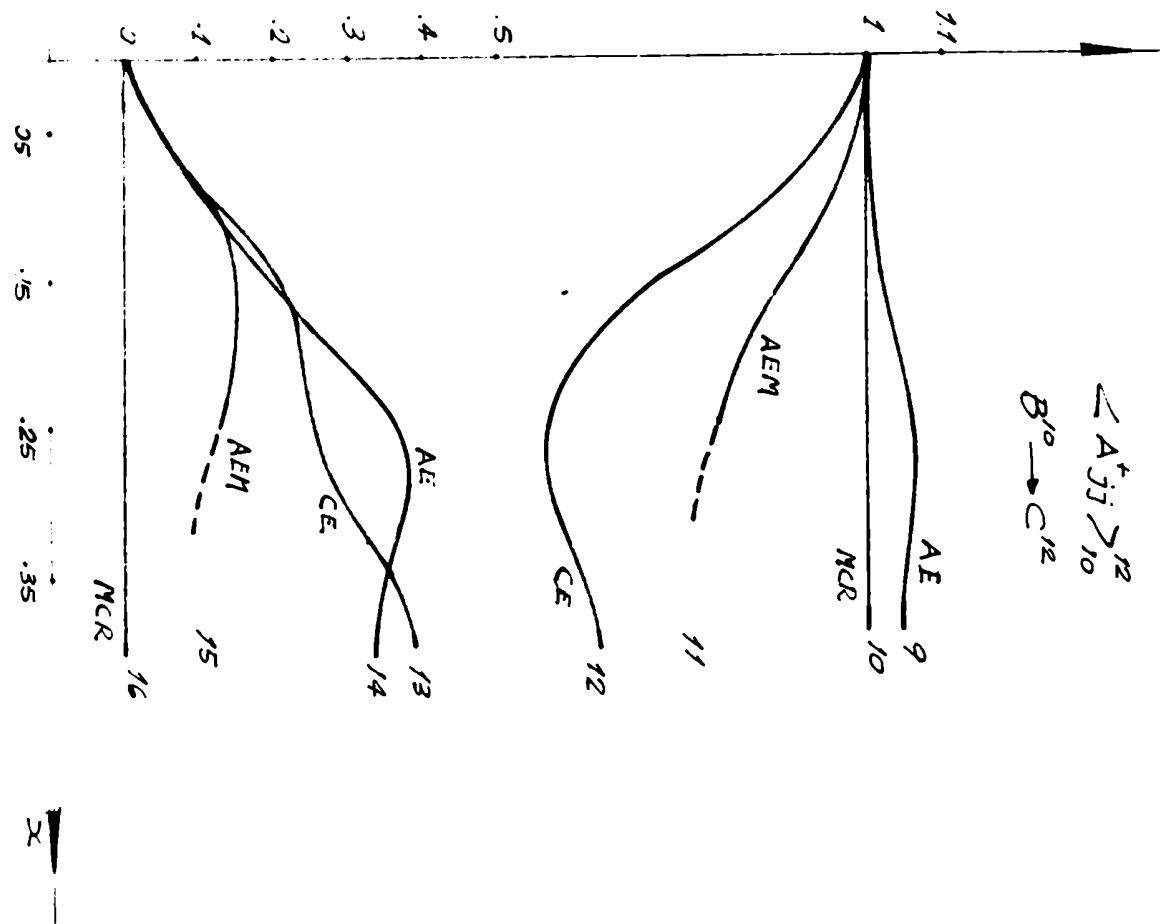
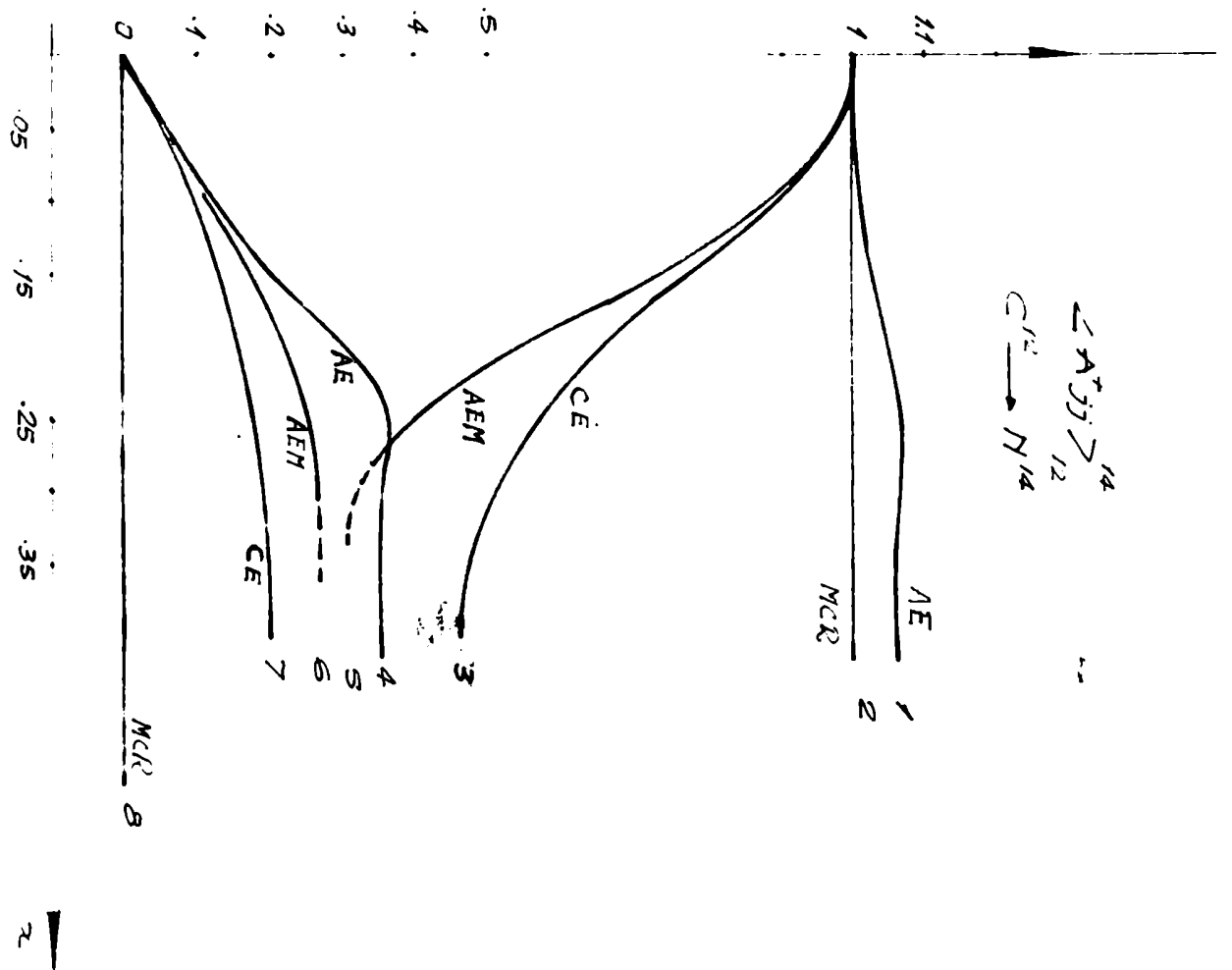


fig. 9

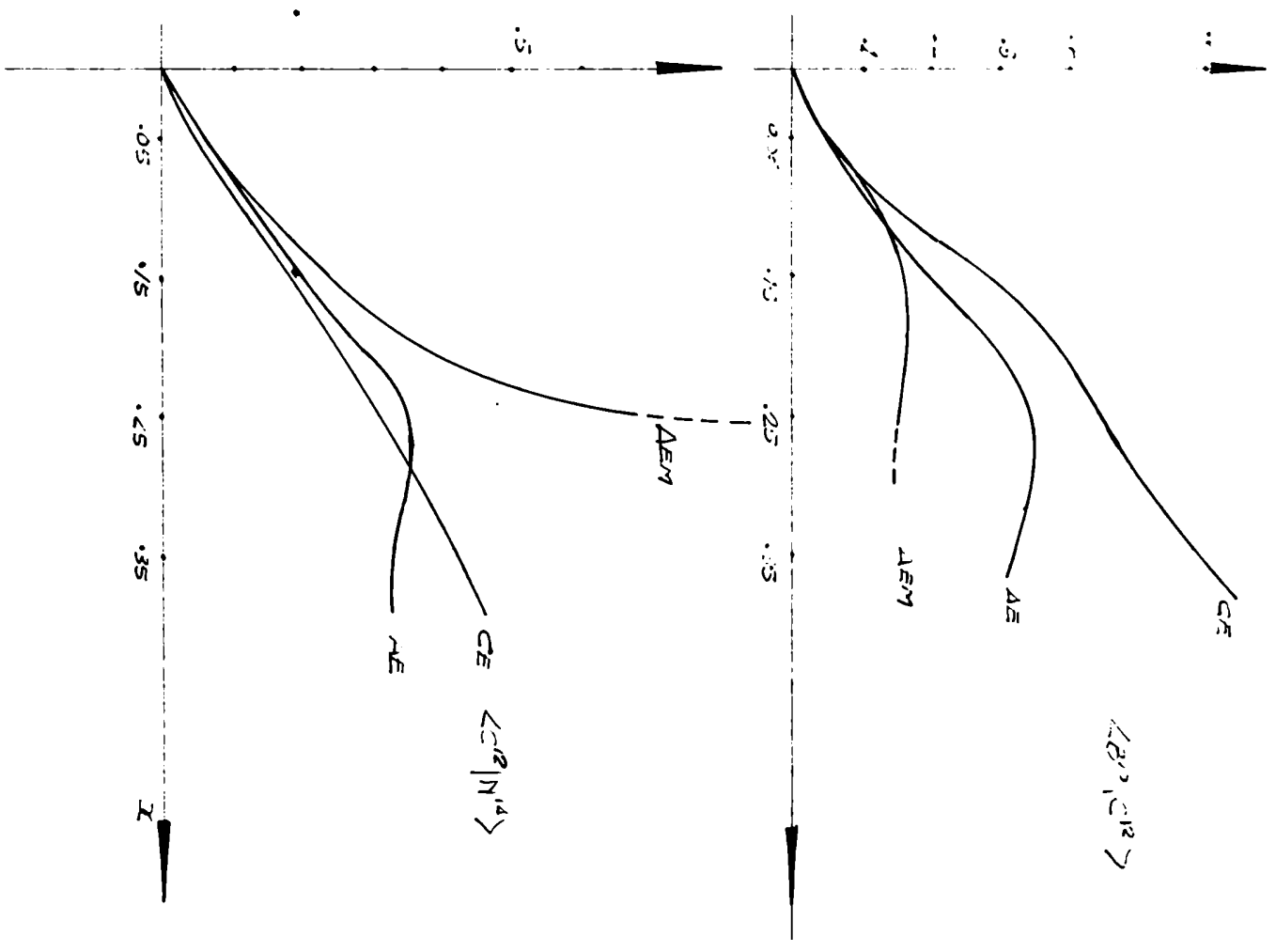


fig. 10

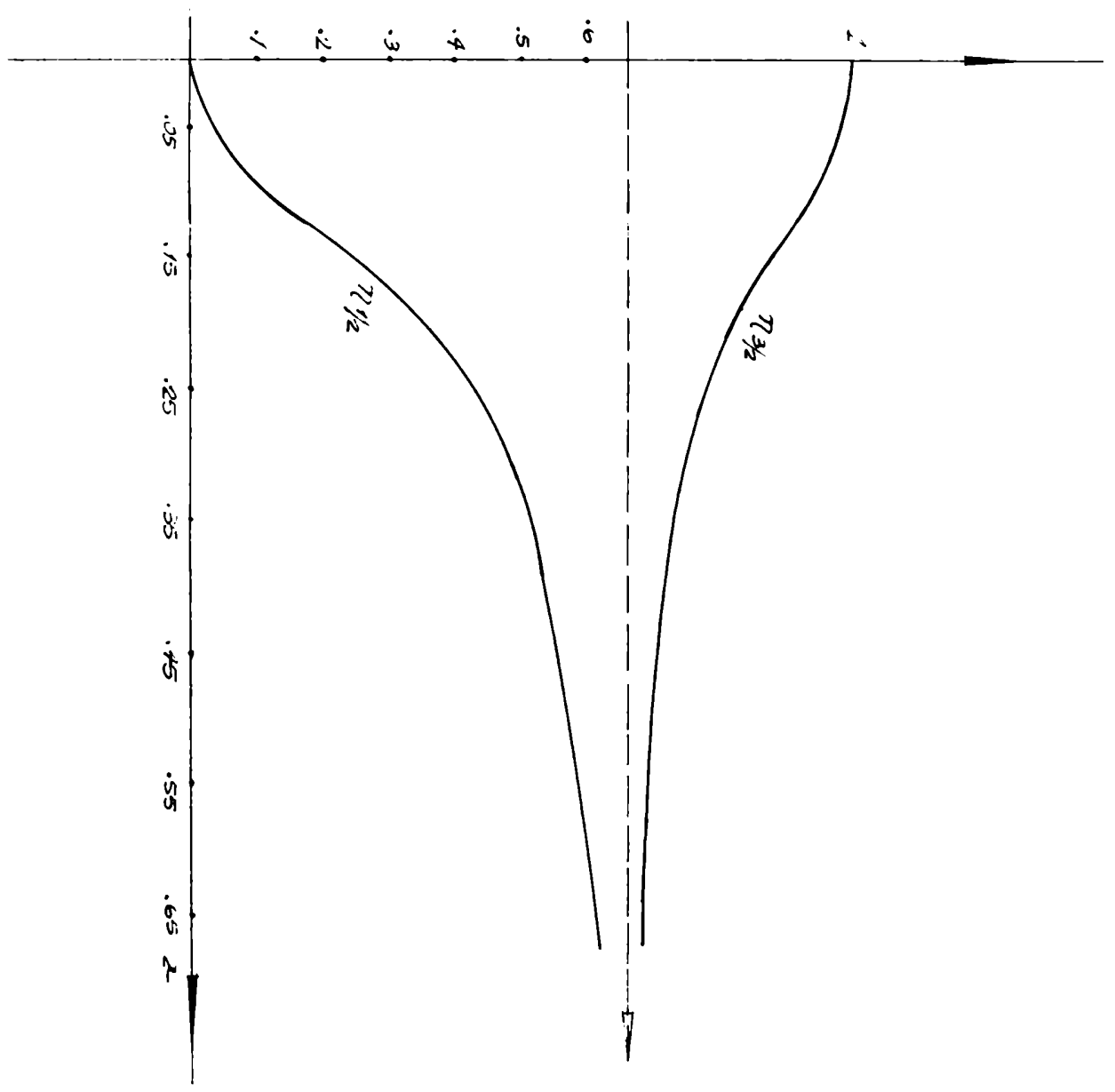


fig. 11