

Tesis de Posgrado

Vibraciones gamma en núcleos deformados y la interacción rotación - vibración

Zuker, Andrés Pedro

1964

Tesis presentada para obtener el grado de Doctor en Ciencias Físicas de la Universidad de Buenos Aires

Este documento forma parte de la colección de tesis doctorales y de maestría de la Biblioteca Central Dr. Luis Federico Leloir, disponible en digital.bl.fcen.uba.ar. Su utilización debe ser acompañada por la cita bibliográfica con reconocimiento de la fuente.

This document is part of the doctoral theses collection of the Central Library Dr. Luis Federico Leloir, available in digital.bl.fcen.uba.ar. It should be used accompanied by the corresponding citation acknowledging the source.

Cita tipo APA:

Zuker, Andrés Pedro. (1964). Vibraciones gamma en núcleos deformados y la interacción rotación - vibración. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires. http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis_1210_Zuker.pdf

Cita tipo Chicago:

Zuker, Andrés Pedro. "Vibraciones gamma en núcleos deformados y la interacción rotación - vibración". Tesis de Doctor. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires. 1964. http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis_1210_Zuker.pdf

UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS NATURALES

1210

" VIBRACIONES γ EN NUCLEOS DEFORMADOS Y
LA INTERACCION ROTACION-VIBRACION"

Por ANDRES PEDRO ZUKER

Resumen de la tesis presentada para optar al título de Doctor de la
Universidad Nacional de Buenos Aires

UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

**"VIBRACIONES EN NUCLEOS DEFORMADOS Y
LA INTERACCION ROTACION - VIBRACION"**

Por ANDRES PEDRO ZUKER

**Resumen de la tesis presentada para optar al título de Doctor de
la Universidad Nacional de Buenos Aires.**

RESUMEN

En los últimos años numerosas propiedades de los niveles de baja energía de los núcleos par - par han podido ser sistematizadas y explicadas en base a un modelo soluble dentro de ciertas aproximaciones.

El hamiltoniano propuesto consta de un campo central de oscilador armónico deformado con fuerzas de acoplamiento spin - órbita. (Modelo de Nilsson) al cual se agregan interacciones residuales de dos cuerpos entre los nucleones. Estas son: la fuerza de apareamiento de muy corto alcance y la fuerza cuadrupolar de largo rango. El efecto de ambas es complementario pues la primera genera las propiedades de estabilidad características de los estados fundamentales de los núcleos par - par; mientras que la segunda es responsable de las deformaciones y movimientos colectivos.

El objeto del presente trabajo es utilizar este esquema en la aproximación de cuasi-partículas y cuasi-bosones para describir el comportamiento de los estados colectivos de vibración - γ en los núcleos deformados ; se obtienen las energías y probabilidades de transición al estado fundamental y se comparan los resultados con los datos experimentales obteniéndose un acuerdo muy satisfactorio.

Se estudia también la forma de las funciones de onda como superposición de excitaciones de dos cuasipartículas. Se verifica la validez de la descripción adiabática para la mayoría de los estados y se verifica asimismo que las contribuciones a la función de onda de estados alejados de la superficie de Fermi puede ser tomada en cuenta por una renormalización de la constante de acoplamiento cuadrupolar.

Por otra parte es sabido que tanto el estado fundamental como el δ son cabezas de bandas rotacionales que pueden ser bien descritas por el modelo fenomenológico de A. Bohr. En este trabajo se considera el efecto de acoplamiento entre los grados de libertad colectivos e intrínsecos (interacción de Coriolis) para estudiar las correcciones a los valores de las probabilidades de transición E_L (parámetro ξ de Nilsen) y la aparición de transiciones M_1 . Se obtienen expresiones teóricas que son comparadas con los resultados experimentales obteniéndose acuerdos satisfactorios.

El orden de presentación del material es el siguiente: Introducción; presentación del método de Bogoliubov-Valatin para el tratamiento de las excitaciones elementales (cuasi partículas); breve reseña sobre movimiento rotacional y vibracional introduciendo variables colectivas; descripción de las vibraciones en la aproximación de cuasi-bosones; estudio de los efectos de la interacción de Coriolis y presentación de los resultados numéricos. Todos los cálculos fueron realizados con la computadora Ferranti-Mercury del Instituto de Cálculo de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales.

Daniel Mir

Rubén Zuker

UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

**"VIBRACIONES γ EN NUCLEOS DEFORMADOS Y LA
INTERACCION ROTACION VIBRACION"**

Por ANDRES PEDRO ZUKER

1210

**Tesis presentada para optar al título de Doctor
de la Universidad Nacional de Buenos Aires**

INTRODUCCION

Numerosas propiedades de los niveles de baja energía de los núcleos atómicos pueden interpretarse en términos de los movimientos individuales de los nucleones en un potencial central y de oscilaciones colectivas de la superficie nuclear (rotaciones y vibraciones) (ref. (1)).

Es además necesario agregar fuerzas de corto rango entre los nucleones para poder describir los parámetros inerciales del movimiento colectivo y la baja densidad de niveles en la región cercana al estado fundamental para los núcleos par - par. En base a resultados de teoría de la superconductividad (ref. (2)) una fuerza sencilla (la fuerza de apareamiento) fué propuesta por Bohr, Mottelson y Pines (ref. (3)).

Por otra parte se demostró que las deformaciones colectivas y los aspectos rotacionales pueden obtenerse a partir de una fuerza residual de dos cuerpos con distribución angular $P_2(\cos \theta)$ (refs. (4) y (5)).

Estos resultados sugieren la adopción de un hamiltoniano que incorpore estas fuerzas específicas:

$$H = H_{sp} + H_p + H_q \quad (1)$$

Aquí H_{sp} representa el potencial central, H_p la fuerza de apareamiento y H_q la fuerza cuadrupolar.

En base a este modelo fueron calculadas numerosas propiedades nucleares: momentos de inercia (ref. (6)), deformaciones estables (ref. (7)), propiedades de niveles vibracionales en núcleos esféricos (ref. (8)) y de forma-

dos (ref. (9) y (10)) etc.

El objeto del presente trabajo es el estudio de los niveles vibracionales ν en los núcleos de las regiones de las tierras raras y transuránicas utilizando la aproximación de cuasi-bosones en el tratamiento de H. Se calculan las energías y probabilidades de transición electromagnéticas entre las bandas de rotación del estado y del fundamental. Así mismo se incorpora la interacción rotación-vibración que introduce correcciones a los valores de las transiciones $E1$ y predice la aparición de transiciones $M1$.

A) DESCRIPCION DEL MODELO.

En principio H contiene toda la información necesaria para el estudio del núcleo, y los estados colectivos aparecen como combinaciones de excitaciones elementales provenientes de diagonalizar $H_{sp} + H_p$.

Un enfoque alternativo (históricamente el más antiguo) consiste en introducir grados de libertad colectivos (ref. (1)) y suponer que el núcleo se comporta como un rotor o vibrador. En este caso (1) se emplea para calcular los parámetros inerciales (momento de inercia, parámetros de masa y constante de restitución) que aparecen en los correspondientes hamiltonianos (ver ejemplo ref. (9)). Este método es válido en el límite de bajas frecuencias del movimiento colectivo frente a las frecuencias del movimiento individual de las partículas (aproximación adiabática)

En este trabajo las vibraciones serán estudiadas según el primer método, en la aproximación de cuasi-bosones (Q B A), que se reduce al tratamiento con variables colectivas en el límite adiabático. Las rotaciones en cambio serán consideradas introduciendo un hamiltoniano rotacional H_{rot} .

A continuación describimos con cierto detalle el tratamiento matemático del problema.

A) Las excitaciones elementales (cuasi-partículas)

(refs. (11) y (12).

Consideramos el Hamiltoniano

$$\begin{aligned}
 H^0 &= H_{sp} + H_P \\
 H_{sp} &= \sum_{\nu} (\epsilon_{\nu}^0 - \lambda) (C_{\nu+}^{\dagger} C_{\nu+} + C_{\nu-}^{\dagger} C_{\nu-}) \\
 H_P &= -G \sum_{\nu\omega} C_{\nu+}^{\dagger} C_{\nu-}^{\dagger} C_{\omega-} C_{\omega+}
 \end{aligned} \quad (2)$$

donde $C_{\nu+}^{\dagger}$ y $C_{\nu+}$ son los operadores de creación y aniquilación para los estados de partícula independiente. Los estados $\nu+$ y $\nu-$ están conectados por reversión temporal. El parámetro λ es un multiplicador de lagrange utilizado para fijar el número promedio de partículas en el estado fundamental. El número G da la fuerza de la interacción de apareamiento. Supondremos que la posición de equilibrio es axialmente simétrica y que ϵ_{ν}^0 es el autovalor de la energía para una partícula en el estado ν en el campo central autoconsistente. Esto implica que en H_{sp} ya están incluidas las contribuciones de H_q al campo de Hartree. En adelante nos permitiremos un pequeño abuso de lenguaje y seguiremos llamando H_q a la parte del hamiltoniano cuadrupolar no incluida en H_{sp} . Para los cálculos explícitos supondremos también que el campo de Hartree está dado con suficiente precisión por los cálculos del modelo de Nilsson (refs. (13) y (14)).

Para resolver el problema de (2) utilizamos la transformación de Bogoliubov-Valatin (ref. (11)) a operadores de quasi-partículas:

$$\begin{aligned}
 \alpha_{\nu} &= U_{\nu} C_{\nu+} - V_{\nu} C_{\nu-}^{\dagger} \\
 \beta_{\nu} &= \alpha_{-\nu} = U_{\nu} C_{\nu-} + V_{\nu} C_{\nu+}^{\dagger}
 \end{aligned} \quad (3)$$

Mediante la transformación inversa podemos escribir (2) en la forma:

$$\begin{aligned}
 H_0 &= U + H_{11} + H_{20} + H_{int} \\
 U &= \sum_v 2 \epsilon_v V_v^2 - \Delta^2 / G \\
 H_{11} &= \sum_v \epsilon_v (\alpha_v^\dagger \alpha_v + \beta_v^\dagger \beta_v) \\
 H_{20} &= \sum_v \left[\epsilon_v 2 U_v V_v - \Delta (U_v^2 - V_v^2) \right] (\alpha_v^\dagger \beta_v^\dagger + \beta_v \alpha_v)
 \end{aligned} \tag{4}$$

donde

$$\begin{aligned}
 \Delta &= G \sum_v U_v V_v \\
 \epsilon_v &= (\epsilon_v^2 + \Delta^2)^{1/2} \\
 \Sigma_v &= \Sigma_v^0 - \lambda
 \end{aligned} \tag{5}$$

El término en H_{int} contiene productos de 4 operadores de cuasi-partícula, y se desprecia. Eso trae como consecuencia que el hamiltoniano resultante no conmute con el operador número de partículas. Su valor medio puede sin embargo fijarse mediante el parámetro λ . La condición es:

$$\langle 0 | n_{op} | 0 \rangle = \mathcal{N} = 2 \sum_v V_v^2 \tag{6}$$

donde \mathcal{N} es el número total de partículas del sistema y $|0\rangle$ es el vacío de cuasi-partículas definido por

$$\alpha_\nu |0\rangle = 0 \quad (7)$$

Los parámetros U_ν y V_ν quedan completamente fijados si se exige que $|0\rangle$ esté normalizado y que minimice el valor medio del hamiltoniano.

Las condiciones resultantes son

$$U_\nu^2 + V_\nu^2 = 1 \quad (8)$$

$$\frac{2}{G} = \sum_\nu (\epsilon_\nu^2 + \Delta^2)^{-1/2} \quad (9)$$

Con (7), (8) y (9) quedan idénticamente determinadas los valores de λ , Δ , V_ν y U_ν .

La ecuación (9) es equivalente a la anulación de H_{20} , y garantiza que H_{11} represente un sistema de excitaciones elementales independientes.

Físicamente la fuerza de apareamiento tiene las características esenciales de las interacciones de muy corto rango, cuyo efecto principal es el de deprimir el estado fundamental (de momento angular 0) respecto de los otros estados. Tal depresión se interpreta diciendo que las partículas están apareadas a ciertos estados de alta energía de ligadura (pares de Cooper), entre los cuales existen además correlaciones que impiden la aparición de estados muy cercanos al fundamental. Éste debe estar dado entonces por una superposición de estados de pares "excitados", lo que implica

que deja de existir una superficie de Fermi bien definida y que las excitaciones elementales ya no pueden ser de partícula - agujero sino mas bien combinaciones de ambas - la mas sencilla posible es precisamente la dada en (3) - Para ^{n, la} muchos pares las excitaciones elementales posibles tienen número par de cuasi-partículas.

B) MOVIMIENTO ROTACIONAL. (ref. (1)).

Suponemos que el núcleo es un elipsoide y trabajamos en el sistema de ejes principales definido por

$$\begin{aligned} Q_1 = Q_{-1} &= 0 \\ Q_2 &= Q_{-2} \end{aligned} \quad (10)$$

donde los Q_i son los momentos cuadrupolares. La forma ^{del} núcleo está determinada por los parámetros

$$\begin{aligned} Q &= Q_0 \\ S &= \sqrt{2} Q_2 \end{aligned} \quad (11)$$

Si alguno de ellos es diferente de 0 el sistema puede rotar. El momento angular de rotación es la diferencia entre el momento angular total ^(I) y el intrínseco ^(J). El hamiltoniano es:

$$H_{rot} = \sum_i \frac{1}{2J_i} (I_i - J_i)^2 \quad (12)$$

Si suponemos que la forma de equilibrio tiene básicamente simetría axial podemos escribir:

$$H_{rot} = H_{rot}^0 + H'$$

$$H_{rot}^0 = \frac{1}{2J_0} (I_1^2 + I_2^2) \quad (13)$$

$$H' = -\left(\frac{I_1 J_1}{J_1} + \frac{I_2 J_2}{J_2}\right) - \frac{1}{2} \left(\frac{\delta J_1}{J_0^2} I_1^2 + \frac{\delta J_2}{J_0^2} I_2^2 \right) + \frac{1}{2J_3} (I_3 - J_3)^2 + H''$$

donde $J_0 = J_1 - \delta J_1 = J_2 - \delta J_2$ Tanto δJ_1 , como δJ_2

deben ser correcciones pequeñas de acuerdo a la hipótesis de simetría axial.

Los cuatro términos de H' son la interacción de Coriolis (H_C), que acopla los movimientos rotacional e intrínseco, la interacción rotación-vibración (H_{RV}), un término que puede incorporarse al hamiltoniano de las vibraciones γ si éstas se describen con variables colectivas (ver (C)) y H'' que puede asimilarse al hamiltoniano intrínseco. En (D) se discute la influencia de H_{RV} y H_C .

Las autofunciones de H_{rot} son los elementos de las matrices de representación del grupo de las rotaciones, D_{MK}^I ($M = I_z$, proyección de I sobre el eje z del sistema de laboratorio, $K = I_3$). (ver ref. (15)).

Las funciones de onda nucleares en primer orden son

$$\psi_{IMKz}^0 = \sqrt{\frac{2I+1}{16\pi^2}} \left[|z\rangle_{MK}^I + (-)^{I+K} |z\rangle_{M-K}^I \right] \quad (14)$$

para $K \neq 0$

$$\psi_{IM0\bar{\delta}}^0 = \sqrt{\frac{2I+1}{8\pi^2}} |\bar{\delta}\rangle D_{M0}^I \quad (15)$$

para $K = 0$.

Por $\bar{\delta}$ denotamos un conjunto de números cuánticos que caracterizan los movimientos no rotacionales (vibraciones o intrínsecos). El estado $|\bar{\delta}\rangle$ proviene de resolver H en el sistema de ejes principales del núcleo. Por T designamos el operador de reversión temporal.

La forma de (14) se elige para tomar debida cuenta de la simetría axial y ante reflexiones perpendiculares al eje de simetría del sistema nuclear. Las fases de los esféricos armónicos que corresponden a (15) están relacionadas con las de Condon y Shortley por

$$Y_{\ell m}(\text{este trabajo}) = i^l Y_{\ell m}(\text{Condon y Shortley}) \quad (16)$$

C) MOVIMIENTO VIBRACIONAL.

C 1) Descripción colectiva.

Se eligen como variables colectivas los parámetros Q y S .

Desviaciones alrededor de los valores de equilibrio ($Q = Q_0$, $S = 0$), dan lugar a vibraciones que conservan la simetría axial (vibraciones β) o no (vibraciones γ).

Para pequeñas oscilaciones el hamiltoniano correspondiente a las vibraciones γ es (ref. (1)):

$$H_{\gamma} = \frac{1}{2} C_{\gamma} S^2 - \frac{1}{2B_{\gamma}} \frac{1}{S} \frac{\partial}{\partial S} S \frac{\partial}{\partial S} + \frac{1}{2J_3} (I_3 - J_3)^2 \quad (17)$$

H_{γ} lleva a la ecuación radial de un oscilador armónico en dos dimensiones.

De acuerdo a esta descripción, el primer estado γ se debe a excitaciones de 1 fonón con energía ($k = 1$)

$$\omega_{\gamma} = \sqrt{\frac{C_{\gamma}}{B_{\gamma}}} \quad (18)$$

Los valores de C_{γ} y B_{γ} pueden calcularse teniendo en cuenta el efecto de H_q por medio de teoría de perturbaciones (ref. (9)).

C 2) Aproximación de cuasi-bosones (Q B A).

El hamiltoniano completo en la aproximación de cuasi partículas es

$$\begin{aligned}
 H &= U + H_{11} + H_q \\
 H_q &= -\chi (\mathcal{Q}_{2op})(\mathcal{Q}_{-2op}) \\
 \mathcal{Q}_{op} &= \sum_{\nu\omega} g_{2\nu\omega} (U_\nu V_\omega + U_\omega V_\nu) (\alpha_\nu^\dagger \beta_\omega^\dagger + \beta_\nu \alpha_\omega) + \\
 &\quad + \sum_{\nu\omega} g_{-2\nu\omega} (U_\nu U_\omega - V_\nu V_\omega) (\alpha_\nu^\dagger \alpha_\omega + \beta_\nu^\dagger \beta_\omega)
 \end{aligned} \tag{19}$$

donde

$$g_{\pm 2} = \left(\frac{16\pi}{5}\right)^{1/2} \langle U/r^2 Y_{2\pm 2} | \omega \rangle \tag{20}$$

la constante χ fija la fuerza de la interacción.

Evidentemente los modos correspondientes a \mathcal{Q}_2 y \mathcal{Q}_{-2} están degenerados. Sin embargo, serán tratados separadamente para poder tener en cuenta las simetrías de la función de onda en la discusión de las bandas rotacionales.

Definimos ahora los operadores

$$X_i = \frac{1}{\sqrt{2}} [\alpha_\omega^\dagger \beta_\omega^\dagger + \beta_\nu \alpha_\omega] \quad P_i = \frac{i}{\sqrt{2}} [\alpha_\omega^\dagger \beta_\nu^\dagger - \beta_\omega \alpha_\omega] \tag{21}$$

En adelante utilizaremos a menudo la notación abreviada i para denotar el par $\nu\omega$. También convenimos que $g_{2\nu\omega} (U_\nu V_\omega + U_\omega V_\nu) \equiv g_{\nu i}$

Notamos que vale

$$[X_i, P_j] \approx i\delta_{ij} \tag{22}$$

Esta regla de conmutación es exacta a menos de operadores proporcionales al número de cuasi-partículas. Si estamos trabajando en regiones de baja energía (pocas excitaciones de cuasi-partícula) y el número de estados disponible es grande podemos suponer que (22) se cumple con buena aproximación. Esto significa que la excitación de dos cuasi-partículas $|\nu\rangle$ es "casi" un bosón.

Si escribimos un hamiltoniano de oscilador armónico de forma

$$H_{osc} = \sum_i \frac{\epsilon_i}{2} (X_i X_i^* + P_i P_i^*) \quad (23)$$

$$\epsilon_i = E_V + E_W$$

es inmediato calcular

$$[X_i, H_{osc}] \approx i \epsilon_i P_i^* \quad [P_i, H_{osc}] \approx -i \epsilon_i X_i^* \quad (24)$$

Por otra parte, X_i y P_i cumplen exactamente las mismas reglas de conmutación con H_{cl} , lo que nos permite identificar

$$H_{cl} \equiv H_{osc} \quad (25)$$

a menos de términos que conmutan con X_i y P_i

Por otra parte, está dentro del espíritu de la Q B A despreciar en (19) la segunda suma de Q_{op} frente a la primera.

El hamiltoniano total puede entonces escribirse:

$$H = \sum_i \frac{\xi_i}{2} (P_i^* P_i + X_i^* X_i) - \chi \sum_i \eta_{ii} X_i \sum_{-i} \eta_{-i-i} X_i^* \quad (26)$$

donde los estados $|i\rangle$ de dos cuasi-partículas son de la forma

Además $\alpha_v^+ \beta_w^+ |0\rangle = |i\rangle$
 $\alpha_w^+ \beta_v^+ |0\rangle = |-i\rangle$, $X_{-i} = X_i^*$.

La ecuación (26) representa un sistema de osciladores acoplados. Buscamos una transformación canónica de variables que los desacople:

$$Y_j = \sum_i \mu_{ji} X_i \quad \Pi_j = \sum_i \lambda_{ji} P_i \quad (27)$$

Y las relaciones recíprocas

$$X_i = \sum_j \lambda_{ji} Y_j \quad P_i = \sum_j \mu_{ji} \Pi_j \quad (28)$$

se verifican las relaciones de "canonicidad":

$$\sum_j \lambda_{ji} \mu_{ki} = \delta_{jk} \quad \sum_j \mu_{ij} \lambda_{ik} = \delta_{jk} \quad (29)$$

Para las variables X_i^*, P_i^*, Π_j^* y Y_j^* , valen las reglas de transformación (27) y (28) con los mismos coeficientes (que podemos elegir reales).

El sistema desacoplado tendrá un hamiltoniano de la forma:

$$H = \sum_j \frac{1}{2} \left(\frac{\pi_j^* \pi_j}{B_j} + C_j Y_j^* Y_j \right) \quad (30)$$

Las matrices λ_{ij} y μ_{ij} quedan fijadas si se pide que se satisfagan las reglas de conmutación

$$[H, Y_j] = -i \frac{\pi_j^*}{B_j} \quad (31)$$

y

$$[H, \pi_j] = i C_j Y_j^* \quad (32)$$

De (31) obtenemos (haciendo uso de (29)):

$$\mu_{kb} \xi_e = \lambda_{ke} \frac{1}{B_k} \quad (33)$$

De (32) obtenemos:

$$\sum_i \lambda_{ki} \lambda_{ji} \xi_i - \lambda_{ji} \lambda_{ki} = \delta_{kj} C_j \quad (34)$$

donde hemos llamado

$$\lambda_j = 2\alpha \sum_i \lambda_{ji} q_{2i} = \left[\sum_i \frac{\xi_i q_{2i}^2}{(\xi_i^2 - \omega_j^2) B_j} \right]^{-1/2} \quad (35)$$

(Nótese que las mismas relaciones valen para q_{-2-i})

La energía de los osciladores será de la forma

$$\omega_j = \left(\frac{C_j}{B_j} \right)^{1/2} \quad (36)$$

Multiplicando ambos miembros de (34) por λ_j y haciendo uso de (29) y (36) obtenemos

$$\lambda_{je} = \Lambda_j \frac{\sum_e f_{2e}}{\sum_e \epsilon_e^2 - \omega_j^2} \quad (37)$$

Si introducimos ahora la definición de Λ_j , tenemos finalmente

$$\frac{1}{2\alpha} = \frac{\sum_e Q_e^2}{\sum_e \epsilon_e^2 - \omega_j^2} \quad (38)$$

De (38) obtenemos las frecuencias ω_j correspondientes al j -ésimo oscilador. La más baja será identificada con la del estado vibracional γ , que en adelante caracterizaremos haciendo $j \equiv \gamma$.

Si hacemos la suposición $\omega_\gamma^2 \ll \sum_e \epsilon_e^2$ (límite adiabático) podemos desarrollar (38) en serie y obtener en el orden más bajo

$$\omega_\gamma \approx \frac{\sum_i f_{2i}^2 / \epsilon_i}{\sum_i f_{2i}^2 / \epsilon_i^2} \left(1 - 2\alpha \sum_i f_{2i}^2 / \epsilon_i \right) \quad (39)$$

que reproduce exactamente el valor de ω_γ obtenido utilizando (18) con los valores de C_γ y B_γ dados por las ecuaciones (29) y (33) de ref. (9).

Es de notar que todo este tratamiento supone un solo tipo de partículas. En el caso de tener neutrones y protones acoplados con diferente

intensidad por la fuerza cuadrupolar el hamiltoniano (19) se transforma en

$$\begin{aligned}
 H = & \sum_P (\alpha_p^\dagger \alpha_p + \beta_p^\dagger \beta_p) + \sum_n (\alpha_n^\dagger \alpha_n + \beta_n^\dagger \beta_n) - \\
 & - \chi_n (Q_{20p}^n Q_{-20p}^n) - \chi_p (Q_{20p}^p Q_{-20p}^p) \\
 & - \chi_{np} [Q_{20p}^n Q_{-20p}^p + Q_{20p}^p Q_{-20p}^n]
 \end{aligned} \tag{40}$$

Donde los operadores tienen la misma forma que (19) pero las sumas están extendidas sobre estados de protones (P) o neutrones (n) solamente. (Notamos que no se incluyen excitaciones de neutrón-protón que corresponderían a núcleos impar-impar). El problema de (40) se resuelve exactamente del mismo modo que el de (19), obteniéndose la fórmula análoga a (38)

$$\chi_n \sum_n^{(2)} + \chi_p \sum_p^{(2)} - 2(\chi_n \chi_p - \chi_{np}^2) \sum_n^{(2)} \sum_p^{(2)} = 1 \tag{41}$$

donde hemos hecho uso de la notación

$$\sum_{n,p}^{(\pm 2)} = \sum_{n,p}^{(\mp 2)} = \frac{\sum_{n,p} (q_{\pm 2})_{n,p}^2}{\sum_{n,p} \omega_j^2} \tag{42}$$

En este trabajo se supondrá $\chi_{np} = \chi_n = \chi_p$. En este caso (41) se reduce a (38) siempre que recordemos de hacer variar el índice sobre estados de protones y neutrones.

El estado ψ es una superposición de dos modos degenerados que se obtienen haciendo actuar las coordenadas Y_ξ' $Y_\eta'^*$ sobre el estado

fundamental correlacionado. Las correlaciones son introducidas por el operador $\exp(-\frac{1}{2}\sum_j |Y_j'|^2)$ característico del oscilador armónico. Los operadores adimensionales Y_j' se definen como $Y_j' = (\omega_j B_j)^{1/2} Y_j$

Las funciones de onda intrínsecas para el estado fundamental y el γ serán entonces

$$|0'\rangle = e^{-\frac{1}{2}\sum_j |Y_j'|^2} |0\rangle \quad (43)$$

$$y \quad \sqrt{2} Y_\gamma |0'\rangle \equiv |n_\gamma=1\rangle ; \quad \sqrt{2} Y_\gamma^* |0'\rangle \equiv |n_\gamma^*=1\rangle \quad (44)$$

Las funciones de onda completas de acuerdo con (14) y (15) son

$$\Psi_{IM0}^0 = \sqrt{\frac{2I+1}{8\pi^2}} D_{M0}^I |0'\rangle \quad (45)$$

$$y \quad \Psi_{IM2\gamma}^0 = \sqrt{\frac{2I+1}{16\pi^2}} \left(D_{M2}^I |n_\gamma=1\rangle + (-)^I D_{M-2}^I |n_\gamma^*=1\rangle \right) \quad (46)$$

Una medida de la proyección del estado $|n_\gamma=1\rangle$ ($|n_\gamma^*=1\rangle$) en el estado de dos cuasi-partículas $|V\omega\rangle$ ($|\omega V\rangle$) está dada por la media geométrica

$$(n_\gamma \nu\omega \lambda_\gamma \nu\omega)^{1/2} = \left[\frac{\lambda_\gamma^2 q_{\nu\omega}^2 (U_\nu V_\omega + U_\omega V_\nu) (E_V + E_\omega)^{1/2}}{(E_V + E_\omega)^2 - \omega_\gamma^2} \right]^{1/2} \quad (47)$$

con λ_γ definido por (35).

Despreciando efectos de la interacción de Coriolis pueden calcularse las probabilidades de transición reducidas entre estados de la forma (45) y (46).

Para efectuar el cálculo, los operadores ~~multiplicadores~~ ^{multipolares} $\mathcal{T}_{\lambda\mu}$ en el sistema de laboratorio deben ser transformados al sistema intrínseco.

Como se trata de tensores esféricos vale

$$\mathcal{T}_{\lambda\mu}(\text{lab}) = \sum D_{\mu\mu'}^{\lambda} \mathcal{T}_{\lambda\mu'}(\text{int}) \quad (48)$$

La probabilidad de transición reducida entre estados cualesquiera

$\Psi_{I'M'K'Z'}$, $\Psi_{I'M'K'Z'}$ de la forma (14) (o (15)) será:

$$B(\mathcal{T}_{\lambda}, I'K' \rightarrow IK) = \sum | \langle \Psi_{I'M'K'Z'} | \mathcal{T}_{\lambda\mu} | \Psi_{I'M'K'Z'} \rangle |^2 \quad (49)$$

donde se promedia sobre los estados iniciales y se suma sobre los finales.

Introduciendo (48) en (49) y haciendo uso de las propiedades de las funciones D (ref. (15)) puede obtenerse:

$$B(\mathcal{T}_{\lambda}, I'K' \rightarrow IK) = \langle I' \lambda K' - K | I' \lambda K' \rangle^2 \langle I' \lambda K' | \mathcal{T}_{\lambda} | I' \lambda K' \rangle^2 \quad (50)$$

Si alguno de los K es 0 hay que multiplicar el término de la derecha por 2. Si ambos son 0 la expresión no cambia. La forma de los operadores multipolares eléctricos y magnéticos es

$$\hat{Q}_{\lambda\mu} = \sum_i e_i r_i^{\lambda} Y_{\lambda\mu}(\Omega_i), \quad \hat{M}_{\lambda\mu} = \mu_0 \sum_i \left(g_{s_i} \vec{S}_i + \frac{2}{\lambda+1} g_{l_i} \vec{L}_i \right) \cdot \nabla (r_i^{\lambda} Y_{\lambda\mu}) \quad (51)$$

donde e_i es la carga de la i-ésima partícula, μ_0 el magnetón nuclear y los g los factores giromagnéticos.

La ecuación (50) establece reglas de selección que prohíben las tran-

siones M 1. Para las E_2 tenemos, utilizando (50), (51), (43) y (44):

$$\begin{aligned}
 B^0(E_2, I_2 \rightarrow I_0) &= 2 \langle I_2 2 - 2 | I_0 0 \rangle^2 \frac{5}{6\pi} | \langle 0' | Q_{22} | n_\gamma = 2 \rangle |^2 = \\
 &= 2 \langle I_2 2 - 2 | I_0 0 \rangle^2 \frac{5}{6\pi} \frac{\sum_P \frac{(f_2)_{vw} (U_v V_w + U_w V_v) (E_v + E_w)}{(E_v + E_w)^2 - \omega_\gamma^2}}{\omega_\gamma \sum_{P+N} \frac{(E_v + E_w) (f_2)_{vw} (U_v V_w + U_w V_v)^2}{[(E_v + E_w)^2 - \omega_\gamma^2]^2}} \quad (52)
 \end{aligned}$$

En estas expresiones I e I' representan spins de estados de las bandas rotacionales del estado γ y fundamental respectivamente. Los índices P y $P+N$ indican si las sumas se hacen sobre estados de protones o sobre estados de protones y neutrones.

Las unidades están dadas en el sistema $\hbar = M = W = 1$, M es la masa del nucleón y W la frecuencia del oscilador esférico de Nilsson. Multiplicando el resultado por $A^{2/3} 10^{-5}$ se obtienen valores en unidades de $e^2 10^{-48} \text{cm}^4$. El superíndice 0 indica que no se han considerado términos de interacción.

D. - LA FUERZA DE CORIOLIS.

Los términos H_{rv} y H_c de H_{rot} (13) producen mezcla entre las funciones de onda de los niveles rotacionales montados sobre los estados γ y fundamental.

Es claro que H_{rv} será efectivo sólo si utilizamos una descripción en términos de variables colectivas (como en C 1), mientras que H_c actuará en el caso de considerar al estado γ como superposición de excitaciones intrínsecas. Puede mostrarse que en límite adiabático ambos enfoques coinciden (ref. (16)), y consecuentemente sólo consideraremos los efectos de H_c . Las funciones de onda perturbadas serán de la forma

$$|\Psi_{IMZ\gamma}\rangle = \sum_Z \frac{\langle \Psi_{IMZ\gamma}^0 | H_c | \Psi_{IM1\gamma}^0 \rangle}{\omega_\gamma - E_Z} |\Psi_{IM1\gamma}^0\rangle + \sum_Z \frac{\langle \Psi_{IMZ\gamma}^0 | H_c | \Psi_{IM1\gamma}^0 \rangle \langle \Psi_{IM1\gamma}^0 | H_c | \Psi_{IM0}^0 \rangle}{\omega_\gamma (\omega_\gamma - E_Z)} |\Psi_{IM0}^0\rangle \quad (53)$$

y una expresión análoga para $\Psi_{I'M'0}$

Los estados intermedios $\Psi_{IM1\gamma}$ tienen $K = \pm 1$ y son de la forma (14). Hemos supuesto además que la diferencia de energía entre estados de igual momento angular es constante para cada par de bandas (se desprecian las variaciones del momento de inercia de banda a banda).

Las probabilidades de transición $E2$ se modifican y las $M1$ dejan de estar prohibidas para las funciones de onda perturbadas.

Deduciremos a continuación expresiones para dichos efectos.

D 1) Transiciones E 2.

El valor de $B(E2, I_2 \rightarrow I'0)$ será ahora, llamando $|I\sigma\rangle$ los estados

intermedios:

$$\begin{aligned}
 B(E2, I2 \rightarrow I'0) &= \left| \langle I22-2 | I'0 \rangle 2^{1/2} \hat{Q}_\gamma + \right. \\
 &+ \hat{Q}_0 \sum_{p\sigma} \left[- \frac{\langle I200 | I'0 \rangle}{(E_p + E_\sigma - \omega_\gamma) \omega_\gamma} \langle \Psi_{IM0}^0 | H_c | \Psi_{IM1 p\sigma}^0 \rangle \langle \Psi_{IM1 p\sigma}^0 | H_c | \Psi_{IM2\gamma}^0 \rangle + \right. \\
 &+ \frac{\langle I220 | I'2 \rangle}{(E_p + E_\sigma) \omega_\gamma} \langle \Psi_{I'M'0}^0 | H_c | \Psi_{I'M'1 p\sigma}^0 \rangle \langle \Psi_{I'M'1 p\sigma}^0 | H_c | \Psi_{I'M'2\gamma}^0 \rangle + \\
 &\left. + \frac{\langle I210 | I'1 \rangle}{(E_p + E_\sigma)(E_p + E_\sigma - \omega_\gamma)} \langle \Psi_{IM1 p\sigma}^0 | H_c | \Psi_{IM2\gamma}^0 \rangle \langle \Psi_{I'M'0}^0 | H_c | \Psi_{I'M'1 p\sigma}^0 \rangle \right]^2 \quad (54)
 \end{aligned}$$

En (54) hemos hecho uso de las definiciones

$$\hat{Q}_\gamma = \langle 0' | \hat{Q}_{22} | \pi_\gamma = 1 \rangle = \frac{\sqrt{5}}{16\pi} \langle 0' | Q_{22} | \pi_\gamma = 1 \rangle \quad (55)$$

$$\hat{Q}_0 = \langle 0' | \hat{Q}_{20} | 0' \rangle = \frac{\sqrt{5}}{16\pi} \langle 0' | Q_{20} | 0' \rangle \quad (56)$$

Para escribir (54) se hacen dos suposiciones:

- 1) Los elementos diagonales de Q_{20} para cada banda son mucho mayores que los elementos de matriz de $Q_{2\pm 2}$ entre estados de distintas bandas.
- 2) Los elementos diagonales de Q_{20} son los mismos para todas las bandas. ($\hat{Q}_0 = \langle \tau | \hat{Q}_{20} | \tau \rangle$).

La primera hipótesis se justifica por la gran intensidad de las transiciones $E2$ entre miembros de una banda respecto de las transiciones a otras bandas. (Por otra parte es ésta la razón que nos reduce a pensar

que los términos de corrección en (54) son importantes).

En cuanto a la segunda hipótesis es razonable pensar que un momento cuadrupolar que proviene de contribuciones colectivas de los nucleones no puede verse ^{may} afectado por excitaciones de cuasi-partícula.

Para evaluar explícitamente (54) escribimos H_c en término de los operadores $I^\pm = I_1 \pm i I_2$, $J^\pm = J_1 \pm i J_2$:

$$H_c = -\frac{1}{2J^2} (I_+ J_- + I_- J_+) \quad (57)$$

Recordando los valores de los elementos de matriz de I_\pm , J_\pm (ref (1)):

$$\langle K | J^\pm | K \mp 1 \rangle = \sqrt{(J \pm K)(J \mp K + 1)} \quad (58)$$

$$\langle K | I^\pm | K \mp 1 \rangle = \sqrt{(I \pm K)(I \mp K + 1)} \quad (59)$$

podemos escribir luego de un poco de álgebra

$$B(E2, I2 \rightarrow I'0) = \langle I22-2 | I'0 \rangle^2 2 \hat{Q}_V^2 \left\{ 1 + \chi(a_0 - a_1) + 2\gamma(a_2 - a_1) \right\}^2 \quad (59)$$

donde

$$\begin{aligned} a_1 &= \left[I'(I'+1)(I-1)(I+2) \right]^{-1/2} \frac{\langle I220 | I'1 \rangle}{\langle I22-2 | I'0 \rangle} \\ a_2 &= \left[I'(I'-1)(I'+1)(I+2) \right]^{-1/2} \frac{\langle I220 | I'2 \rangle}{\langle I22-2 | I'0 \rangle} \\ a_0 &= \left[I(I-1)(I+1)(I+2) \right]^{-1/2} \frac{\langle I200 | I'0 \rangle}{\langle I22-2 | I'0 \rangle} \end{aligned} \quad (60)$$

$$\begin{aligned}
 y \quad X &= \left(\frac{1}{2z}\right)^2 \frac{\hat{Q}_0}{\hat{Q}_\gamma} \sum_{P\sigma} \frac{\langle n_\sigma=1 | J^+ | P\sigma \rangle \langle P\sigma | J^+ | 0' \rangle}{\omega_\gamma (E_p + E_\sigma - \omega_\gamma)} \\
 2Y &= \left(\frac{1}{2z}\right)^2 \frac{\hat{Q}_0}{\hat{Q}_\gamma} \sum_{P\sigma} \frac{\langle n_\sigma=1 | J^+ | P\sigma \rangle \langle P\sigma | J^+ | 0' \rangle}{(E_p + E_\sigma)(E_p + E_\sigma - \omega_\gamma)}
 \end{aligned} \tag{61}$$

Como vale la relación

$$2(a_2 - a_1) = -(a_0 - a_2) - 1 \tag{62}$$

podemos reescribir (59) en la forma

$$\mathfrak{B}(E_2, I_2 \rightarrow I_2') = \langle I_2 I_2 - 2 | I_2' 0 \rangle^2 2 \hat{Q}_\gamma^2 (1 - \gamma^2) f(z I I')$$
(63)

donde

$$z = \frac{x - y}{1 - y} \tag{64}$$

y la función

$$f(z I I')$$

está dada por las expresiones

$$\begin{aligned}
 f(z I I+2) &= \{1 + z(2I+5)\}^2 \\
 f(z I I+1) &= \{1 + z(I+3)\}^2 \\
 f(z I I) &= \{1 + 2z\}^2 \\
 f(z I I-1) &= \{1 + z(-I+2)\}^2 \\
 f(z I I-2) &= \{1 + z(-I+3)\}^2
 \end{aligned} \tag{65}$$

El parámetro z fué introducido fenomenológicamente en ref. (17)

donde se da la forma de función (65) suponiendo la validez del límite adiabático. Esta hipótesis es levantada ahora mediante la introducción de los estados intermedios $|p\sigma\rangle$

Los valores de x, y pueden hallarse mediante un artificio que tiene automáticamente en cuenta las correlaciones del vacío.

Introducimos el operador \bar{A}_x

$$\bar{A}_x = \left(\frac{1}{23}\right)^2 \frac{\hat{Q}_0}{\hat{Q}_Y} \sum_{p\sigma} \frac{|J^+|p\sigma\rangle\langle p\sigma|J^+|}{\omega_Y(E_p + E_\sigma - \omega_Y)} \quad (66)$$

Por definición se cumple

$$x = \langle n_Y = 1 | \bar{A}_x | 0' \rangle \quad (67)$$

Podemos escribir A_x en segunda cuantificación

$$\bar{A}_x = \sum_i \langle i | \bar{A}_x | 0 \rangle \sqrt{2} \chi_i \quad i = \nu\omega \quad (68)$$

(Nótese que el vacío en (68) no está correlacionado)

Utilizando (28), (67), (68), (44) y recordando la forma de los elementos de matriz para la coordenada de un oscilador armónico resulta

$$x = \sum_{\substack{\nu\omega \\ p\sigma}} \frac{\langle \nu\omega | J^+ | p\sigma \rangle \langle p\sigma | J^+ | 0 \rangle \lambda_{iY}}{4(\omega_Y)^{3/2}(E_\sigma + E_p - \omega_Y)} \quad (69)$$

La expresión para y es enteramente análoga. Se obtiene reemplazando en (66) el factor ω_Y del denominador por $E_p + E_\sigma$.

Falta solamente ahora la expresión de los elementos de matriz del operador J_+ en (69).

Para escribir J_+ en término de operadores de cuasi-partícula recordamos que ante reversión temporal vale

$$T J_+ T^{-1} = -J_- \quad (70)$$

Es fácil entonces mostrar la validez de las relaciones

$$\begin{aligned} \langle \mu | J_{\pm} | -\mu' \rangle &= \langle \mu' | J_{\pm} | -\mu \rangle \quad K_{\mu} = K_{\mu'} = 1/2 \\ J_{\nu\nu'}^{\pm} &= \langle \nu | J_{\pm} | \nu' \rangle = -\langle -\nu' | J_{\pm} | -\nu \rangle \quad K_{\nu} \neq 1/2, K_{\nu'} \neq 1/2 \end{aligned} \quad (71)$$

(Hemos utilizado la notación $T | \nu \rangle = | -\nu \rangle$).

Como en nuestro cálculo no intervendrán pares del tipo $\mu\mu'$ solo consideramos los de tipo $\nu\nu'$. Consecuentemente

$$J_{\pm}^{\pm} = \sum_{\nu\nu'} \left\{ \langle \nu | J_{\pm}^{\pm} | \nu' \rangle C_{\nu}^{\pm} C_{\nu'}^{\pm} + \langle -\nu | J_{\pm}^{\pm} | -\nu' \rangle (C_{\nu}^{\mp} C_{\nu'}^{\mp}) \right\} \quad (72)$$

Si utilizamos la transformación inversa de (3) podemos escribir:

$$\begin{aligned} J_{\pm}^{\pm} &= \\ &= \sum_{\nu\nu'} \left[\langle \nu | J_{\pm}^{\pm} | \nu' \rangle \left[U_{\nu} U_{\nu'} (\alpha_{\nu}^{\pm} \alpha_{\nu'}^{\pm} - \beta_{\nu}^{\pm} \beta_{\nu'}^{\pm}) + V_{\nu} V_{\nu'} (\beta_{\nu}^{\pm} \beta_{\nu'}^{\pm} - \alpha_{\nu}^{\pm} \alpha_{\nu'}^{\pm}) + (U_{\nu} V_{\nu'} - U_{\nu'} V_{\nu}) (\alpha_{\nu}^{\pm} \beta_{\nu'}^{\mp} + \alpha_{\nu'}^{\mp} \beta_{\nu}^{\pm}) \right] \right] \quad (73) \end{aligned}$$

Con este resultado la expresión de x resulta

$$X = (24)^{1/2} \left(\frac{1}{23} \right)^2 \frac{Q_0}{Q_Y} \omega_Y^{-1/2} \sum_{\nu\omega} \frac{X_{\nu\omega} g_{\nu\omega} (U_{\nu} V_{\omega} + U_{\omega} V_{\nu}) (\bar{E}_{\nu} + \bar{E}_{\omega})}{(\bar{E}_{\nu} + \bar{E}_{\omega})^2 - \omega_Y^2} \quad (74)$$

con

$$X_{vw} = \sum \frac{J_{vs}^+ J_{ow}^+}{\omega_{\gamma}} \left[\frac{(U_w U_s + V_w V_s)(U_s V_w - V_s U_w)}{(\bar{E}_v + \bar{E}_s - \omega_{\gamma})} + \frac{(U_v U_s - V_v V_s)(U_s V_w - U_w V_s)}{(\bar{E}_w + \bar{E}_s - \omega_{\gamma})} \right] \quad (75)$$

D 2) Transiciones M 1.

El operador multipolar correspondiente es:

$$\mathcal{M}(M1, M) = \mu_0 \sqrt{\frac{3}{8\pi}} \left[(g_e - g_R) J_M + (g_s - g_e) S_M \right] \quad (76)$$

siendo g_e, g_s, g_R los factores giromagnéticos orbitales, de spin y del movimiento rotacional respectivamente.

En este caso no existen argumentos para considerar contribuciones de 2º orden y la probabilidad reducida será:

$$\begin{aligned} B(\mathcal{M}1, I_2 \rightarrow I_1) &= \sum \left| \langle \Psi_{I_1 M_1} | \mathcal{M}(M1, M) | \Psi_{I_2 M_2} \rangle \right|^2 \\ &= \sum_{I_1} \left| \sum_{\tau} \frac{\langle \Psi_{I_1 M_1} | H_c | \Psi_{I_2 M_2} \rangle \langle \Psi_{I_1 M_1} | \mathcal{M}(M1, M) | \Psi_{I_2 M_2} \rangle}{\omega_{\gamma} - E_{\tau}} \right|^2 \\ &= \sum_{I_1} \left| \sum_{\tau} \frac{\langle \Psi_{I_1 M_1} | H_c | \Psi_{I_2 M_2} \rangle \langle \Psi_{I_1 M_1} | \mathcal{M}(M1, M) | \Psi_{I_2 M_2} \rangle}{E_{\tau}} \right|^2 \end{aligned} \quad (77)$$

$\tau \equiv \rho\sigma$

El símbolo de suma indica promedio sobre los estados iniciales y suma sobre los finales.

Utilizando las mismas técnicas que para el caso E2 resulta

$$B(\mathcal{M}_1, I_2 \rightarrow I_1) = \langle I_1 - 1 | I_1' \rangle^2 (I_1 - 1)^{1/2} (I_1 + 2) m_Y^2 \quad (78)$$

$$m_Y^2 = \frac{1}{2\mathcal{J}^2} \left[\frac{\langle 2 | \mathcal{J} | \mathcal{M}_Y = 1 \rangle \langle 0' | \mathcal{M}(M_1) | 2 \rangle}{\omega_Y - E_2} \cdot \frac{\langle 0' | \mathcal{J} | 2 \rangle \langle 2 | \mathcal{M}(M_1) | \mathcal{M}_Y = 1 \rangle}{E_2} \right]^2 \quad (79)$$

(Hemos hecho uso de la igualdad $(I-1)(I+2) \langle I_1 - 1 | I_1' \rangle^2 = I'(I+1) \langle I_1 - 1 | I_1' \rangle^2$).

Dada la forma del operador $\mathcal{M}(M_1)$ las expresiones a calcular son similares a las de los parámetros x, y de (61). Se obtiene

$$m_Y^2 = \frac{1}{2\mathcal{J}^2} \left[\sum_{\sigma} \frac{\langle 0 | \mathcal{M}(M_1) | \sigma \rangle \langle \sigma | \mathcal{J} | \mathcal{M}_Y = 1 \rangle}{E_p + E_\sigma - \omega_Y} + \frac{\langle 0 | \mathcal{J} | \sigma \rangle \langle \sigma | \mathcal{M}(M_1) | \mathcal{M}_Y = 1 \rangle}{E_0 + E_p} \right]^2 \quad (80)$$

Como es de esperar que la contribución del momento angular orbital sea mucho mayor que la del spin debido a las reglas de selección del oscilador armónico, esta última puede despreciarse en primera aproximación y resulta

$$m_Y^2 \approx C \left[q_R(x-y) - x_p - y_p \right]^2 \quad (81)$$

Aquí C es una constante y el subíndice p indica que solo se consideran protones.

Desde un punto de vista físico esta expresión muestra que las probabilidades de transición M_1 están determinadas por la competencia entre el movimiento rotacional y la contribución orbital de los protones.

E. - CALCULOS NUMERICOS.

E 1) Parámetros utilizados.

Las energías y funciones de onda de partícula independiente utilizadas son las del modelo de Nilsson (refs. (13) y (14)).

Como los resultados son a menudo funciones muy sensibles de la deformación, se han interpolado (o extrapolado) los valores de las energías y de los elementos de matriz $q_{\nu\omega}$ correspondientes a los parámetros de deformación $\xi = .20$ y $\xi = .30$. Los valores de $q_{\nu\omega}$ utilizados figuran en las tablas 3 y 5. En trabajos previos las energías de Nilsson debieron ser desplazadas en algunos casos para reproducir resultados experimentales (ref. (7)). Hemos empleado desplazamientos similares (tabla 1).

Para cada región deformada hemos utilizado 50 estados consecutivos de Nilsson para protones y otros tanto para neutrones. Las ecuaciones superconductoras (6) y (9) fueron resueltas para cada deformación utilizando este juego de estados. Como es habitual en este tipo de cálculos se desprecia el acoplamiento neutrón-protón para la fuerza de pairing. Los valores de G_n y G_p elegidos reproducen valores precisamente determinados del "gap" (refs. (13) y (14)):

$$G_n = 20 \text{ MeV/A}$$

$$G_p = 25 \text{ MeV/A}$$

Todos los elementos de matriz $q_{\nu\omega}$ fueron evaluados utilizando las funciones de onda de Rassey (ref. (18)) con la excepción de $\langle 716+ | r^2 Y_{22} | 734+ \rangle$ y $\langle 725+ | r^2 Y_{22} | 743+ \rangle$

que se calcularon con funciones de onda de Nilsson.

En la representación que empleamos los estados están caracterizados por los números $N n_1 \Lambda \Sigma$ ($N=n^0$ cuántico principal, n_1 : n^0 de cuantos de excitación perpendiculares al eje 3, Λ : proyección del momento angular orbital sobre el eje 3, Σ : proyección del spin sobre el mismo) (representación asintótica).

Aproximadamente 300 elementos de matriz contribuyen a las sumas.

Las fases fueron elegidas de modo de hacer reales los elementos de matriz asintóticos (oscilador armónico deformado sin términos en $\vec{l} \cdot \vec{s}$ ni \vec{l}^2).

Las contribuciones de estados fuera de los 50 fueron tomadas en cuenta solo en la representación asintótica. Esto lleva a unos 600 el número de estados de 2 cuasi-partículas que contribuyen al estado γ ,

Fue verificada sin embargo la hipótesis que los resultados no se alteran significativamente si solo se tienen en cuenta los 50 estados y se normaliza la constante de acoplamiento cuadrupolar χ (tabla 2).

Para χ se eligió la dependencia usual en $A^{-7/3}$ (ref. (12)):

$$\chi = k \left(\frac{\hbar^2}{M\omega} \right)^{-2} \hbar\omega A^{-4/3}$$

$$\hbar\omega = 41 \text{ MeV } A^{-1/3}$$

El valor de k (único parámetro libre del cálculo) fue ajustado utilizando las energías experimentales de ref. (19) para las tierras raras, y las

citadas en la tabla 5 para los elementos transuránicos.

En la tabla 2 figuran los valores medios de k y sus desviaciones cuadráticas medias. Se ve claramente que en el cálculo sin renormalización el valor medio de k en la región $S_m - O_s$ es prácticamente el mismo que el obtenido para los actínidos.

Esto confirma la ley $A^{-7/3}$ en forma global, aunque la dispersión de k decrece fuertemente en las tierras raras si se separa la región en dos partes de acuerdo al número de neutrones ($90 \leq N \leq 102$) y ($106 \leq N \leq 112$). La gran sensibilidad de las energías al valor de k hace imposible el ajuste con solo un valor del parámetro.

E 2)) Energías y funciones de onda del estado vibracional

Tanto los valores absolutos como la estructura fina de las curvas de energía vs. número de neutrones son reproducidos satisfactoriamente si utilizamos los 3 valores de k arriba mencionados. (figs. 1 a 3).

En la región del $S_m - \gamma_b$ se confirma experimentalmente el aumento predicho de energía para 92 - 94 neutrones. Se verificó que el fuerte corrimiento en los neutrones de la capa $N=4 (-,37 \hbar\omega)$ no es el que produce dichos resultados. (Este corrimiento se efectúa para asegurar que la transición de núcleos esféricos a deformados tenga lugar a los 80 neutrones aproximadamente). Los cálculos realizados con un corrimiento menor ($- .12 \hbar\omega$) muestran que, aún para ese caso, la mezcla de los estados de 2 cuasi-partículas de neutrones con $N=4$ es pequeña (tabla 6).

Para 94 y 96 neutrones se predice un brusco decremento de energía

al pasar de 64 a 66 protones. Tal decremento es encontrado experimentalmente aunque es menor que el valor predicho.

Esto es explicable por la existencia de dos niveles de protones muy cercanos entre sí $(|413-\rangle \text{ y } |411+\rangle)$. Cuando la superficie de Fermi (que es muy abrupta para protones) alcanza estos niveles, los elementos de matriz $\langle 413- | r^2 Y_{22} | 411-\rangle$ y $\langle 411+ | r^2 Y_{22} | 411-\rangle$ comienzan a contribuir simultáneamente en forma significativa.

El aumento de energía predicho para 100 y 102 neutrones se confirma también. Para 104 neutrones las energías teóricas decrecen llegando rápidamente a valores imaginarios.

El decremento de energía al aumentar el número de neutrones para los isótopos del Hg, W y Os, puede predecirse utilizando un valor menor de k . Eligiendo $k = .36$ los valores absolutos de las energías se reproducen satisfactoriamente con excepción del O_s^{188} que es posiblemente γ inestable. Para esta región los resultados dependen fuertemente de la deformación. Esto se debe en parte a que para éstos núcleos la contribución de las transiciones $|503+, 501+\rangle$, $|505-, 503-\rangle$ es rápidamente decreciente con la deformación. Por otra parte los elementos de matriz f_{vw} son proporcionales a las frecuencias de partícula independiente ω_{\perp} (correspondientes a movimientos perpendiculares al eje de simetría; esto hace que un cambio en la deformación de $\xi = .20$ a $\xi = .30$ es equivalente a una variación de 7% al valor de k . Si no se considera alguno de estos efectos el ajuste puede mejorarse para toda la región de las tierras raras con un solo valor de k .

Los resultados en cambio son poco sensibles a las transiciones entre

los 50 estados arriba mencionados y los demás estados. Si se renormaliza el valor de k (tabla 2) se obtienen esencialmente los mismos resultados que en el caso general (tabla 3). El factor de renormalización es cercano a 2, como era de esperarse para un campo de oscilador armónico.

En el comienzo de la región transuránica los resultados son función sensible de la deformación. Las transiciones $|503+, 501\rangle$ y $|503-, 501+\rangle$ tienen papel preponderante para $\xi = .30$. Para las deformaciones reales en cambio contribuyen poco.

En esta región se hicieron cálculos para $k = .401$ y $k = .409$. Estos valores representan cotas de los valores utilizables satisfactoriamente. Esta idea de la sensibilidad extrema de los resultados al valor de k .

La transición de la región esférica a la deformada no puede definirse tan bien en este caso como para las tierras raras.

Se comienzan a obtener buenos resultados para $\xi = .21$ y 140 neutrones. Desde allí las energías experimentales se encuentran entre las predicciones teóricas correspondientes a los dos valores de k .

Para las tierras raras y la mayoría de los actínidos los estados están bien descritos en el límite adiabático. En las tablas (6) y (7) se observa que muchos estados de dos cuasi-partículas entran con amplitudes comparables en las funciones de onda γ .

En los isótopos de U sin embargo el carácter colectivo de los estados se hace menos marcado al crear ^{el} N. El estado más bajo con $K=2$ es predominantemente el $|622+, 631-\rangle$. Se ve en ese caso en la tabla 7 que la mezcla de cualquier otro estado es por lo menos 200 veces más débil. De hecho el verdadero estado colectivo es predicho a energías algo superiores (1.5 MeV)

con probabilidad reducida para la transición hacia arriba $B(E2) \approx 5 \cdot 10^{-70} \text{ cm}^4 \text{ e}^2$

Para los estados no colectivos el ajuste en energías es independiente del valor de k . Esto confirma la fuerza de la interacción de apareamiento.

En el C_f^{258} y C_f^{250} ocurre un hecho similar para la configuración de protones $|514-, 521+\rangle$

Debido a la influencia del estado de neutrones $|622-, 620+\rangle$, la energía de los primeros estados excitados de $K=2$ decrece para 154 y 156 neutrones. Esto se verifica experimentalmente.

Fueron calculadas también las posiciones de las segundas raíces de la ecuación (38). Se han encontrado en D_y^{164} (ref. (20)) y H_f^{178} (ref. (21)) niveles con $K=2$ a 1.987 MeV y 1.421 MeV respectivamente. Tales estados pueden ser los correspondientes a la segunda raíz. En el caso del D_y^{164} el acuerdo es excelente (tabla 3).

E 3). Probabilidades de transición.

La comparación entre los valores teóricos y experimentales para las transiciones puede hacerse en las tablas (4) y (5).

Se dan los valores de $B^0(E2, 70 \rightarrow 22)$ que no incluyen efectos debidos a la fuerza de Coriolis y deben por lo tanto ser multiplicados por los correspondientes factores $f(202)$, también tabulados, ~~en~~ efectos de su comparación con los datos experimentales.

A pesar de ser los resultados teóricos una función sensible de k , el acuerdo es notablemente bueno (siempre que la energía del estado sea la correcta). Si la energía teórica es baja el carácter colectivo del estado es sobreactuado y los valores de $B(E2)$ resultan grandes.

Cuando la primera raíz de (38) no corresponde al estado colectivo (146

y 148 neutrones, 98 protones) el decremento predicho no se verifica experimentalmente (U^{238}). Es necesario admitir entonces la existencia de mezclas entre los diferentes modos de (30). Tales mezclas pueden no producir grandes cambios en las probabilidades de transición del estado colectivo debido al realce de los elementos de matriz correspondientes. Esto hace que la existencia de un estado colectivo situado alto en energía, por ejemplo en el U^{238} , sería una severa prueba del modelo.

Por otra parte la transición a los segundos estados no colectivos se subestima posiblemente (valor estimado: $3 \times 10^{-11} e^2 \omega^4$)

El valor teórico de las constantes x e y fué obtenido utilizando elementos de matriz asintóticos. El acuerdo con la experiencia es bueno.

Cuando la raíz $j = \delta$ corresponde a estados colectivos se obtienen valores positivos de las constantes como es de esperar haciendo un análisis cualitativo de la forma de los elementos de matriz.

Cuando el modo más bajo es no colectivo, aparecen valores negativos de x e y . Son debidos esencialmente a las fuertes contribuciones de los estados $|734+\rangle, |743+\rangle, |752+\rangle, |725+\rangle, |734+\rangle$ y $|743+\rangle$ de neutrones. Estos tienen elementos de matriz asintóticos f_{vw} y su incidencia se explica por los bajos denominados de energía.

La mezcla de bandas por la fuerza de Coriolis da lugar a la aparición de transiciones M 1. Experimentalmente no se mide $B(M 1)$ directamente sino la relación.

$$\delta^2 = \frac{W(E2)}{W(M1)} \quad (82)$$

(82)

Donde $W(E_2)$ y $W(M1)$ son las probabilidades absolutas de transición

$$W(E_2) = \left(\frac{8\pi}{h}\right) \frac{3}{450} \left(\frac{E}{hc}\right)^5 B(E_2) \quad (83)$$

$$W(M1) = \left(\frac{8\pi}{h}\right) \frac{2}{9} \left(\frac{E}{hc}\right)^3 B(M1) \quad (84)$$

Como el valor de δ^2 difiere para distintas transiciones entre estados de una banda hemos preferido introducir el parámetro ξ^2 definido por

$$\xi^2 = 0,578 \frac{f(\pi I I') \langle I 22 - 2 | I' 0 \rangle^2}{(I-1)(I+2) \langle I 11 - 1 | I' 0 \rangle^2} E^2 \delta^2 \quad (85)$$

El valor de ξ^2 no depende más que de las bandas que intervienen. El número 0,578 se debe a las unidades de E.

Los valores teóricos no contradicen los resultados experimentales para los isótopos de S_m , G_d , D_y y Er . En el W no hay tan buen acuerdo. Este hecho no puede considerarse significativo debido a la enorme discrepancia entre los valores experimentales (ver por ejemplo el artículo de revista citado en ref. (22)).

Los cálculos numéricos fueron realizados en la computadora Ferranti-Mercuri del Instituto de Cálculo de la Facultad de Ciencias Exactas de la U. N. B. A. El autor agradece a la Dra. R. Ch. de Guber el uso de la computadora.

T A B L A 1

Corrimientos en energías de partícula independiente.

Para las tierras raras dos juegos de valores, I y II, fueron empleados.

Configuration	Rare-earth region				Transuranic region	
	I		II		protons	neutrons
	protons	neutrons	protons	neutrons		
$N = 2$	-0.23	-0.37	-0.23	-0.37	-0.23	-0.23
$N = 3$	-0.23	-0.37	-0.23	-0.37	-0.23	-0.23
$N = 4$	-	-0.37	-	-0.12	-0.23	-0.23
$N = 5 \quad h_{5/2}$	-0.20	-	-0.20	-	-0.05	-0.23
$N = 5 \quad \neq h_{5/2}$	0.07	-	0.07	-	-	-0.23
$N = 6 \quad i_{3/2}$	0.17	-	0.17	-	-0.35	-0.08
$N = 6 \quad \neq i_{3/2}$	0.17	0.21	0.17	0.21	-	-
$N = 7 \quad j_{15/2}$	0.20	0.21	0.20	0.21	0.15	-0.06
$N = 7 \quad \neq j_{15/2}$	0.20	0.21	0.20	0.21	0.15	-
$N > 7$	0.20	0.21	0.20	0.21	0.15	0.15

Table 1

T A B L A 2

Valores medios de k (y sus dispersiones cuadráticas) utilizados en el ajuste de las energías experimentales de ref. (19) para las tierras raras y de ref. (23) para los actínidos. Los números I y II corresponden a los 2 juegos de corrimientos dados en tabla 1 para las tierras raras.

Region	Shift	Unrenormalized calculation		Renormalized calculation
		I	II	II
Sm - Cs		0.42 <u>13</u>	0.41 <u>12</u>	0.71 <u>15</u>
Sm - Yb		0.46 <u>2</u>	0.45 <u>2</u>	0.79 <u>3</u>
W - Os		0.35 <u>3</u>	0.35 <u>3</u>	0.59 <u>3</u>
Tn - Pb		0.40 <u>4</u>		0.85 <u>7</u>

Table 2

T A B L A 3

Energías para núcleos de las tierras raras. La primera columna da las deformaciones experimentales (ref. (6)). Las otras columnas dan las siguientes energías (en MeV):

Energía experimental (refs. (23), (19), (20), (21) del primer estado con

$$I=2, K=2, \pi = +$$

Primera raíz de (38), correspondiente a caso I de Tabla 1.

Primera raíz de (38), correspondiente a caso II de Tabla 1.

La energía γ en el límite adiabático (caso II).

Primera raíz de (38) para el cálculo con normalización de k (caso II)

Mínimo de $E_V + E_W$.

Valor experimental del segundo estado con $I=2, K=2, \pi = +$,
(refs. (21) y (22)).

Segunda raíz de (38) (caso II)

Segundo mínimo de $E_V + E_W$.

Nuclide	ϵ	$(k_{\alpha})_I$		$(k_{\alpha})_II$		$(k_{\alpha})_I$		$(k_{\alpha})_II$		$(k_{\alpha})_I$	$(k_{\alpha})_II$	$(k_{\alpha})_I$	$(k_{\alpha})_II$
		Exp	Theor	Exp	Theor	Exp	Theor	Exp	Theor				
$^{60}\text{Nd}^{150}$	0.24		0.92	0.92	0.92	0.92	0.92	0.92	0.92	2.87	2.80	2.94	2.80
$^{62}\text{Sm}^{152}$	0.25	1.086	1.50	1.22	1.23	1.08	1.23	1.08	1.23	2.83	2.77	2.90	2.77
$^{64}\text{Gd}^{154}$	0.29	1.45	1.75	1.66	1.77	1.46	1.77	1.46	1.77	2.65	2.65	2.74	2.65
$^{64}\text{Gd}^{156}$	0.24	0.997	0.92	0.56	0.56	0.56	0.56	0.56	0.56	2.74	2.69	2.82	2.69
$^{64}\text{Gd}^{158}$	0.28	1.157	1.41	1.29	1.33	1.12	1.33	1.12	1.33	2.71	2.71	2.76	2.71
$^{64}\text{Gd}^{160}$	0.30	1.182	1.21	1.24	1.32	1.04	1.32	1.04	1.32	2.34	2.34	2.35	2.34
$^{66}\text{Dy}^{156}$	0.30	1.05	0.96	1.10	1.17	0.91	1.17	0.91	1.17	2.11	2.04	2.20	2.04
$^{66}\text{Dy}^{158}$	0.25			0.76	0.76		0.76		0.76	2.68	2.65	2.78	2.65
$^{66}\text{Dy}^{160}$	0.27	0.95		1.07	1.09		1.09		1.09	2.69	2.69	2.73	2.69
$^{68}\text{Er}^{160}$	0.26	0.966	0.63	0.63	0.63	0.56	0.63	0.56	0.63	2.47	2.47	2.48	2.47
$^{68}\text{Er}^{162}$	0.28	0.88	0.51	0.64	0.65	0.52	0.65	0.52	0.65	2.17	2.12	2.25	2.12
$^{68}\text{Er}^{164}$	0.29	0.761	0.65	0.80	0.82	0.70	0.82	0.70	0.82	2.10	2.02	2.25	2.02
$^{68}\text{Er}^{166}$	0.27			0.83	0.84		0.84		0.84	2.41	2.40	2.41	2.40
$^{68}\text{Er}^{168}$	0.27	0.84	0.38	0.55	0.55	0.59	0.55	0.59	0.55	2.17	2.13	2.25	2.13
$^{70}\text{Yb}^{170}$	0.28	0.787	0.60	0.77	0.79	0.74	0.79	0.74	0.79	2.07	1.98	2.21	1.98
$^{70}\text{Yb}^{172}$	0.28	0.822	0.88	1.00	1.03	1.04	1.03	1.04	1.03	1.97	1.97	2.11	1.97
$^{70}\text{Yb}^{174}$	0.27	0.95	1.01	1.07	1.10	1.20	1.10	1.20	1.10	1.78	1.78	2.40	1.78
$^{72}\text{Lu}^{176}$	0.27	1.232	0.90	1.03	1.07	1.17	1.07	1.17	1.07	1.90	1.90	2.07	1.90
$^{72}\text{Lu}^{178}$	0.27	1.458	1.35	1.41	1.47	1.53	1.47	1.53	1.47	1.74	1.73	2.35	1.73
$^{72}\text{Lu}^{180}$	0.27	1.26	1.05	1.14	1.17	1.33	1.17	1.33	1.17	1.95	1.95	2.46	1.95
$^{74}\text{Yb}^{182}$	0.27	1.26	0.85	0.49	0.49	0.91	0.49	0.91	0.49	2.24	2.22	2.28	2.22
$^{74}\text{Yb}^{184}$	0.25		0.40	0.61	0.61	1.12	0.61	1.12	0.61	1.88	1.88	2.44	1.88
$^{76}\text{Os}^{186}$	0.27	1.26		1.73	1.70	1.70	1.70	1.70	1.70	2.24	2.22	2.28	2.22
$^{76}\text{Os}^{188}$	0.25			1.87	2.35	1.87	2.35	1.87	2.35	1.98	1.88	2.44	1.88
$^{78}\text{Pt}^{188}$	0.24	1.402		1.62	1.87	1.62	1.87	1.62	1.87	2.23	2.19	2.28	2.19
$^{80}\text{Ir}^{188}$	0.22			1.35	1.99	1.39	1.99	1.39	1.99	2.09	2.05	2.09	2.05
$^{82}\text{Pt}^{190}$	0.21	1.222		1.20	1.28	1.28	1.28	1.28	1.28	2.03	2.03	2.05	2.03
$^{84}\text{Pt}^{192}$	0.20	0.904		0.87	0.90	1.04	0.90	1.04	0.90	1.73	1.73	1.76	1.73
$^{86}\text{Os}^{194}$	0.19	0.730		0.59	0.61	0.88	0.61	0.88	0.61	1.67	1.65	1.67	1.65
$^{88}\text{Os}^{196}$	0.18	0.764		0.65	0.65	0.90	0.65	0.90	0.65	1.70	1.70	1.73	1.70
$^{90}\text{Pt}^{198}$	0.17	0.633				0.58		0.58		1.73	1.67	1.73	1.67

T A B L A 4

Probabilidades de transición electromagnética
para las tierras raras.

Las 4 primeras columnas dan los siguientes valores en unidades
de $10^{-10} \text{ cm}^4 \text{ e}^2$

El valor $B^0 (E2)$ para la excitación del estado γ desde el fun-
damental (caso I).

El mismo valor para el caso II.

El mismo valor en el límite adiabático (caso II).

El valor experimental (ref. (24)).

En las columnas siguientes se dan:

El factor de corrección teórico $f(Z02)(1-\gamma)^2$ (caso II)

El valor predicho de Z (caso II).

El valor experimental de Z (ref. (25))

El valor predicho de δ^2 (85).

Las últimas 3 columnas dan los valores experimentales de δ^2 ob-
tenidos para diferentes transiciones de la banda γ a la banda del
estado fundamental. (ref. (22) y (26))

Nuclei	$B(E2)_I$	$B(E2)_{II}$	$B(E2)_{II}$	$B(E2)_0$	$f(202) \times (1-\gamma)_{II}^2$	Z_{II}	Z_{exp}	S_0^2	$S_0^2 \epsilon_{AD}$		
	uncorr.	uncorr.	Adiab. uncorr.						EXP	2-02	3-02
$^{60}\text{Nd}^{150}$		36	39								
$^{62}\text{Sm}^{152}$	19	26	30	12 <u>2</u>	1.3	3.5	64	8	$15 \times 8^2 > 4$	$400 \times 8^2 > 20$	40×8^2
Sm^{154}	10	13	17		1.4	4.0		11			
$^{64}\text{Gd}^{154}$	38	68	70		1.7	6.0		6	$25 \times 8^2 > 3$	> 17	
Gd^{156}	17	21	25	16 <u>8</u>	1.2	2.0	41	10			
Gd^{158}	13	16	19	16 <u>8</u>	1.2	2.0		12			
Gd^{160}	13	14	18		1.2	2.5		17			
$^{66}\text{Dy}^{156}$		49	52								
Dy^{158}		28	32								
Dy^{160}	43	45	50		1.3	3.1	64	8	> 19		
Dy^{162}	41	36	39		1.2	2.8		11			
Dy^{164}	30	28	30		1.2	2.1		16			
$^{68}\text{Er}^{162}$		35	38	22 <u>11</u>							
Er^{164}	63	47	51		1.3	3.0		7			
Er^{166}	34	29	32	22 <u>11</u>	1.2	2.2	54	9			
Er^{168}	27	25	29	22 <u>11</u>	1.1	1.4	31	13	$> 8^{20}$		
Er^{170}	29	27	31		1.1	1.4		14			
$^{70}\text{Yb}^{170}$	28	25	31		1.1	1.7		8			
Yb^{172}	21	21	27		1.1	1.0		32			
Yb^{174}	26	24	29		1.2	2.3		4			
Yb^{176}	170	50	53		1.6	5.6		3			
$^{72}\text{Hf}^{176}$	92	50	64		1.5	4.7		6			
$^{72}\text{Hf}^{176}$		0.4	15					0.04			
Hf^{178}		8	14		1.9	7.8		1			
Hf^{180}		19	20		1.4	3.5		2			
$^{72}\text{W}^{182}$		16	21	25 12 12 12	1.4	3.9		2	0.001 ϵ		
W^{184}		22	27	19 13 13	1.5	4.6		3	> 30		
W^{186}		33	37	20 12	1.5	4.7		3	$300 \times 8^2 > 100$		
$^{76}\text{Os}^{186}$		34	39						20		

TABLE 4

T A B L A 5

Energías y probabilidades para núcleos transuránicos.

La primera columna da las deformaciones experimentales (ref. (6)).

Las próximas siete columnas dan las siguientes energías, en MeV:

Valores experimentales (ref. (23)).

Primera raíz de (38) para $k=00, 401$

Primera raíz de (38)

Energía γ en el límite adiabático.

Mínimo de $E_{\gamma} + E_{\omega}$

Segunda raíz de (38).

Segundo mínimo de $E_{\gamma} + E_{\omega}$

Las próximas cinco columnas dan los valores de $B^{\circ}(E2)$ para las transiciones "hacia arriba" en unidades de $10^{-50} \text{ cm}^2 \text{ e}^2$

Valor experimental (ref. (27)).

Valor sin corregir para $k = , 401$

Valor sin corregir.

Valor adiabático sin corregir.

Valor sin corregir para la transición al segundo modo de (30)

Las siguientes columnas dan:

El factor de corrección $f(Z\alpha)(1-\gamma)^2$

El valor experimental de Z (ref. (25)).

El valor teórico de Z

El valor teórico de δ^2 (no se conocen datos experimentales).

Si no está especificado los cálculos corresponden al caso $k=, 409$.

Isotope	ϵ	f_{D0} EPR	f_{D0} $k=C_{40}$	f_{D0} $k=C_{40}$	f_{D0} Adria $k=C_{40}$	$(E+E_0)$ minimum	f_{D1} $k=C_{40}$	$(E+E_0)$ 2 nd minimum	$B(E2)$ EPR	$B(E2)$ unreduced $k=C_{40}$	$B(E2)$ unreduced $k=C_{40}$	$B(E2)$ unreduced Adria $k=C_{40}$	$B(E2)$ unreduced $k=C_{40}$	$(B(E2))$ $(M-1)^2$	Z EPR	Z Adria	$\sum Z$ Adria
⁹⁰ Th ²²⁸	0.20	0.963	0.41	-	-	1.81	1.84	1.94	104	-	-	-	0.5	5.2	15	3.3	2
Th ²³⁰	0.21	0.703	0.74	0.46	0.46	1.87	1.89	1.93	52	92	99	99	0.2	1.3	10	3.3	2
Th ²³²	0.21	0.786	0.88	0.70	0.71	1.67	1.70	1.70	38	54	60	60	1.2	1.2	7	1.9	7
Th ²³⁴	0.21		0.88	0.72	0.73	1.33	1.33	1.64	38	52	60	60	1.0	1.0	23	0.3	23
⁹² U ²³⁰	0.22		0.70	0.39	0.39	1.85	1.85	1.91	54	104	110	110	0.003	1.5	15	4.8	15
U ²³²	0.22	0.868	0.94	0.77	0.78	1.83	1.84	1.84	34	46	54	54	0.003	1.2	8	2.4	8
U ²³⁴	0.22	0.922	1.05	0.93	0.98	1.63	1.67	1.67	26	32	42	42	0.004	1.1	4	1.6	4
U ²³⁶	0.23		1.12	1.03	1.13	1.23	1.23	1.56	20	24	38	38	0.3	1.0	1	0.1	1
U ²³⁸	0.23	1.062	1.03	1.03	1.28	1.04	1.16	1.67	0.5	1.6	36	36	23	1.0	1	-0.3	1
⁹⁴ Pu ²³⁸	0.24	1.030	1.18	1.15	1.33	1.20	1.21	1.54	4	13	30	30	3	1.0	2	0.3	2
Pu ²⁴⁰	0.24	0.942	1.00	1.00	1.54	1.00	1.34	1.66	0.1	0.2	30	30	14	1.0	33	-0.5	33
Pu ²⁴²	0.24		1.06	1.05	1.36	1.06	1.47	1.76	0.1	0.2	30	30	17	0.7	0.1	-3.6	0.1
⁹⁶ Cm ²⁴²	0.24		0.99	0.99	1.65	1.00	1.39	1.66	0.1	0.1	28	28	12	1.0	0.2	-0.1	0.2
⁹⁶ Cm ²⁴⁴	0.24		1.06	1.06	1.75	1.06	1.52	1.89	0.1	0.1	28	28	15	0.7	0.07	-3.4	0.07
⁹⁶ Cm ²⁴⁶	0.24		1.38	1.37	1.62	1.38	1.40	1.84	0.8	6.6	26	26	7	0.3	0.01	-6.9	0.01
⁹⁸ Cf ²⁴⁸	0.23		1.24	1.18	1.33	1.43	1.43	1.66		16	28	28	0.007	1.4	4	5.6	4
⁹⁸ Cf ²⁴⁸	0.25		1.19	1.19	1.48	1.19	1.25	1.41	0.1	0.1	28	28	15	0.5	0.002	-6.4	0.002
⁹⁸ Cf ²⁵⁰	0.25	1.032	1.16	1.11	1.30	1.17	1.17	1.51	10	14	26	26	0.3	1.0	2	-0.6	2
⁹⁸ Cf ²⁵²	0.25		0.96	0.87	0.99	1.11	1.11	1.15	12	15	26	26	0.03				
⁹⁸ Cf ²⁵⁴	0.25		0.72	0.64	0.70	1.06	1.06	1.09	14	19	26	26	0.001				
¹⁰⁰ Fm ²⁵⁰	0.25		1.27	1.22	1.45	1.34	1.34	1.39	15	16	30	30	0.04				
¹⁰⁰ Fm ²⁵²	0.25		1.14	1.09	1.27	1.32	1.32	1.49	14	16	28	28					
¹⁰⁰ Fm ²⁵⁴	0.25	0.692	0.91	0.85	0.96	1.10	1.20	1.20	14	17	30	30					
¹⁰⁰ Fm ²⁵⁶	0.25		0.79	0.62	0.67	1.05	1.08	1.08	16	22	30	30	0.001				

TABLA 5

T A B L A 6

Funciones de onda para el estado γ en la región de las tierras raras. Se dan los valores de la media geométrica $\lambda_{\gamma_i} \mu_{\gamma_i}$ (ver texto) para aquellos estados que intervienen con más de , 5% en la función de onda total. Las últimas líneas dan la contribución porcentual de esos estados en la función de onda total. (caso II).

T A B L A 7

Funciones de onda para el estado γ en la región transuránica. Se dan los mismos valores que en Tabla 6. Es de notar que para el caso de estados no colectivos, algunas de las contribuciones que se desprecian pueden tener fuerte influencia, como ocurre para los estados $N=7$ que intervienen en el cálculo de los parámetros x e y .

	90	92	94	96	98	100	102	104	106	108	110	112	114
615+ 633+	62	64	62	64	64	66	64	66	68	66	68	66	68
624+ 642+	19	18	7	8	9	8	8	9	9	11	8	8	8
633+ 651+	19	18	19	19	14	18	11	14	16	12	10	11	11
633+ 631+	33	30	20	22	9	16	13	10	10	7	8	8	8
642+ 660+													
642+ 640+													
505+ 514-	9	11	8	7	12	8	13	15	15	19	16	16	20
505+ 503+	11	9	13	10	8	7	8	7	22	21	22	26	25
514+ 523-	26	25	25	25	22	23	20	21	22	21	21	11	16
505- 503-	21	19	18	17	11	12	7	7	8				24
523+ 521+	8	9	16	31	46	36	57	46	46	52	46	46	52
523- 521-	21	20	16	31	46	36	57	46	46	52	46	46	52
512+ 521-													
512+ 510+	25	24	11	12		8							19
532- 530+	8	9	90	42	55	45	55	49	50	46	51	52	57
521+ 541-	30	27	90	42	55	45	55	49	50	46	51	52	57
512- 510+	9	9	9	7									
404- 402-	6	7	7	7									
402+ 400+	20	16	21	16	12	9	7						
402- 400+													
P proteoglycans													
514+ 532+	7	7	10	9	7	8	7	7	7	7	7	7	7
523+ 541+	13	12	10	9	7	8	7	7	7	7	7	7	7
523+ 521+	13	10	8	8	7	8	8	8	8	8	8	8	8
532+ 550+	7	8	7	8	7	8	7	8	8	8	8	8	8
541+ 550+	9	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
541+ 541-	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
404+ 402+	22	24	19	21	18	21	15	19	20	19	20	24	26
413+ 411+	19	15	20	15	13	10	12	9	8	7	10	28	26
404- 402-	28	34	26	36	31	36	28	35	32	35	32	27	26
413- 411-	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
402+ 400+	13	9	10	40	35	9	14	15	14	14	15	32	34
422- 420+	31	38	29	40	35	42	32	38	38	43	38	43	44
411+ 411-													
402- 400+													
% Total to Neutrn.	87	85	91	89	92	88	93	91	93	92	91	90	91
	94	45	64	52	64	90	70	57	62	57	61	51	62

TABLE 6

Height	138		140		142		144		146		148		150		152		154		156					
	90	92	90	92	90	92	90	92	94	96	94	96	96	98	100	98	100	98	100	98	100			
501-	22	34	17	30	13	14	9	8	9	8	100	100	100	97	12	41	66	54	60	29	29	21	21	
501+	21	32	16	27	12	13	8	10	36	86	100	100	100	12	9	9	10	8	8	8	7	7	7	
604+	13	11	12	11	12	11	10	10								8	10	7	8	8	7	7	7	
613+	13	12	12	11	12	11	11	10								8	10	7	8	8	7	7	7	
622+	11	11	10	10	10	10	9	8								12	66	54	60	29	29	21	21	
624-	11	10	11	9	10	10	10	8												10	10	11	14	14
622-																								
613+	12	10	9	7	11	10	19	15												25	25	18	18	
611+	12	10	9	7	11	10	19	15												25	25	18	18	
611-	25	28	32	37	38	41	35	39	21											8	8	8	82	
631-																				76	76	83	82	
622-																				-7	-7	-7	-7	
620+																				-9	-9	-9	-7	
716+	15	15	19	18	23	21	25	19	9											11	12	10	12	
729+	15	15	19	18	23	21	25	19	9											16	16	9	8	
734+	28	27	31	28	27	35	20	14												-13	-8	-8	-7	
743+																				-14	-8	-8	-9	
743-																				11	12	10	12	
741+																				-8	-8	-8	-9	
752+	32	27	25	17	12	11														7	7	7	7	
770+	24	18	15	10	7	11														15	15	15	18	
761+																				15	15	18	18	
752-																								
Protons																								
402+	8	8	9	8	9	7	8	8																
400+	19	18	21	21	24	18	21	20	7															
503+	9	9	9	8	8	8	8	7																
512+	10	9	9	9	8	8	8	7																
521-	9	11	8	11	10	10	9	9																
530+	25	20	26	19	25	19	26	17																
541-	9	7	9	7	8	7	8																	
642+	7	7	8	8	7	7	8																	
651+	15	17	15	17	14	16	14	14	7															
660+	24	22	25	20	23	21	26	18																
660+	25	17	26	15	23	16	25	12																
660+	25	17	26	15	23	16	25	12																
% Total	85	87	87	85	88	93	86	91	94															
% Neut	57	64	95	67	75	75	75	75	92															

TABLE 7

FIGURAS 1, 2 y 3

Las tres figuras dan las energías predichas para los dos primeros niveles $I=2, K=2, \pi=+$, y sus valores experimentales.

La figura 1 corresponde a la región Sm-Yb (case II)

La figura 2 corresponde a la región Yb-O₂

La figura 3 corresponde a la región Th-Fm.

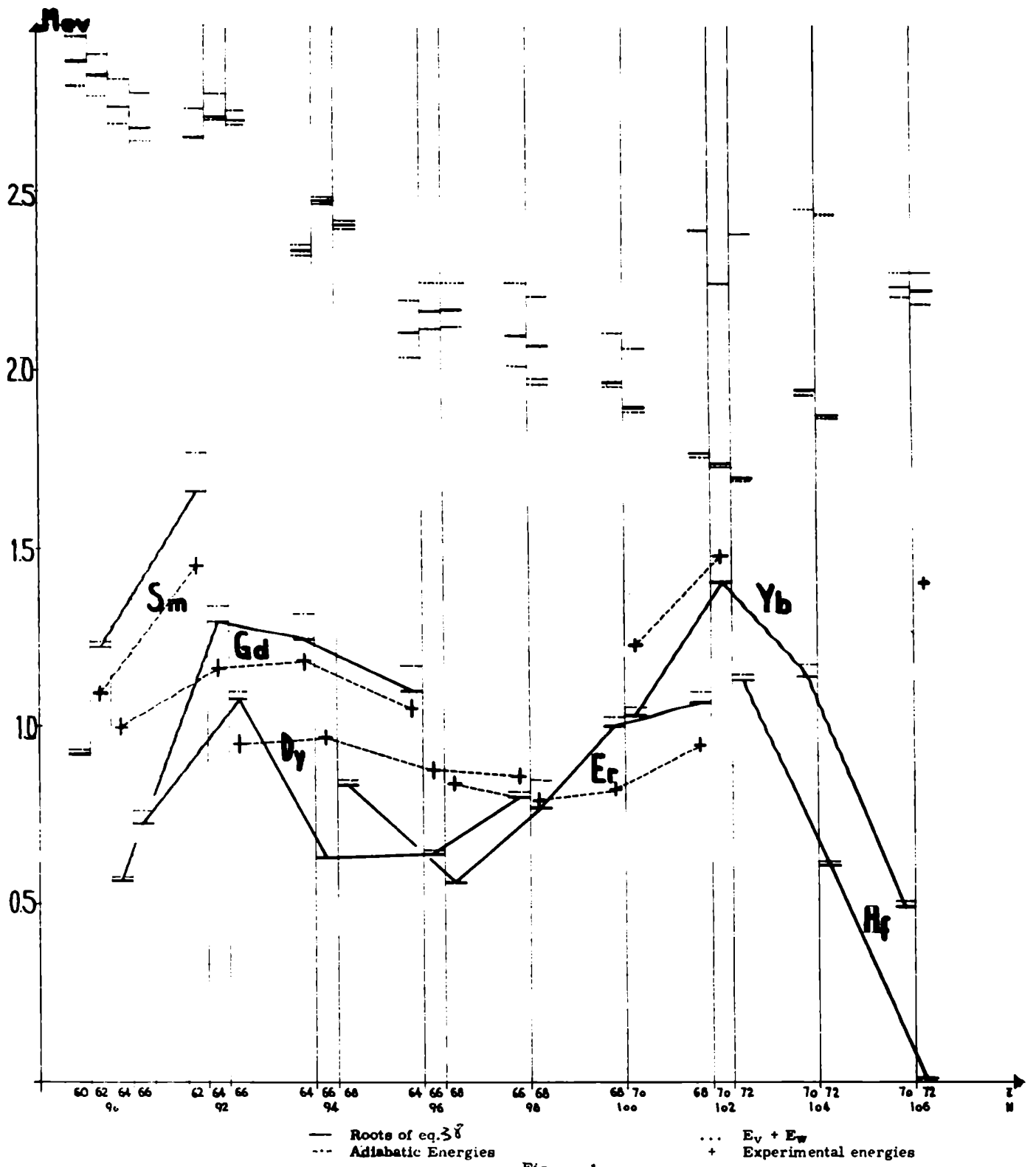
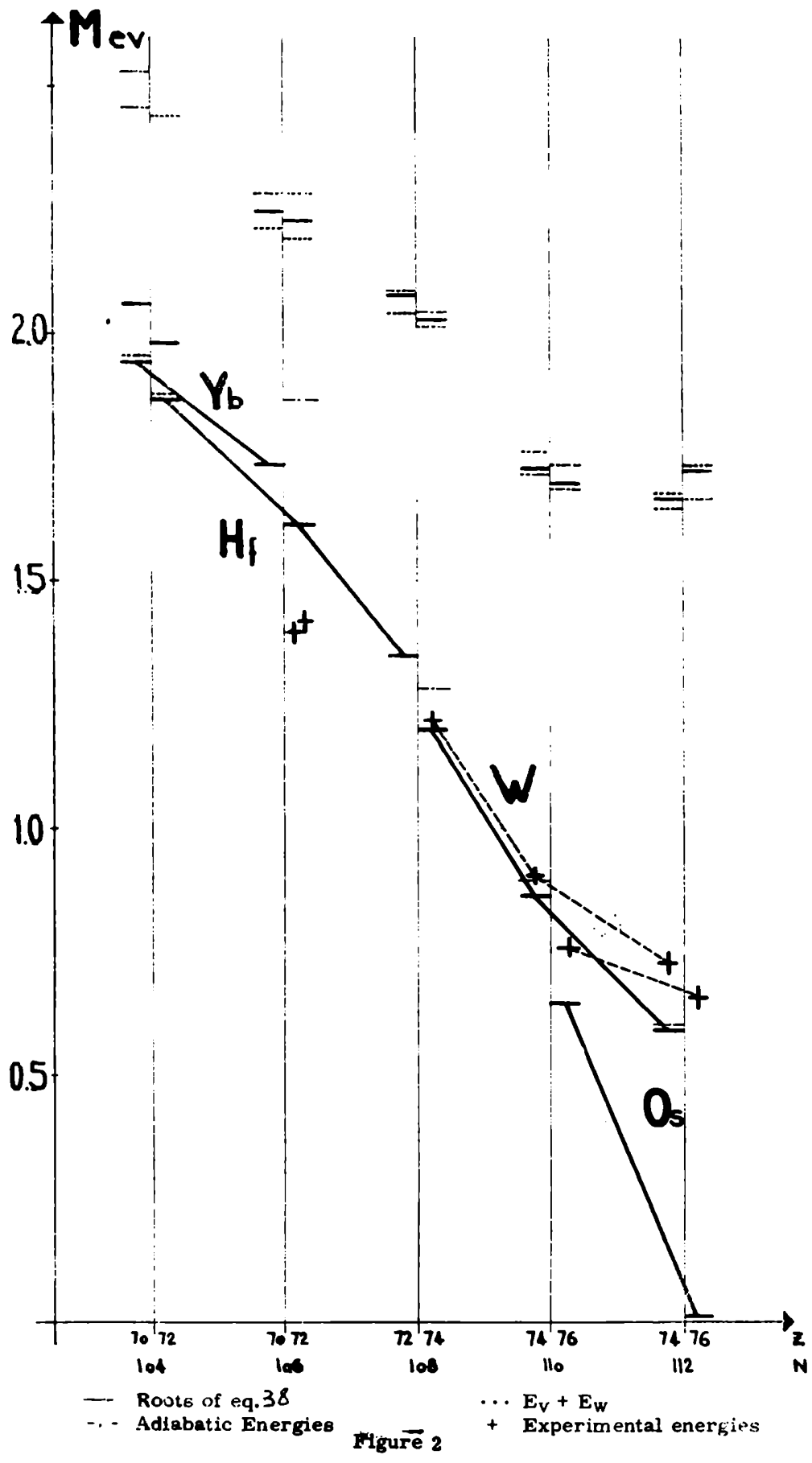


Figure 1



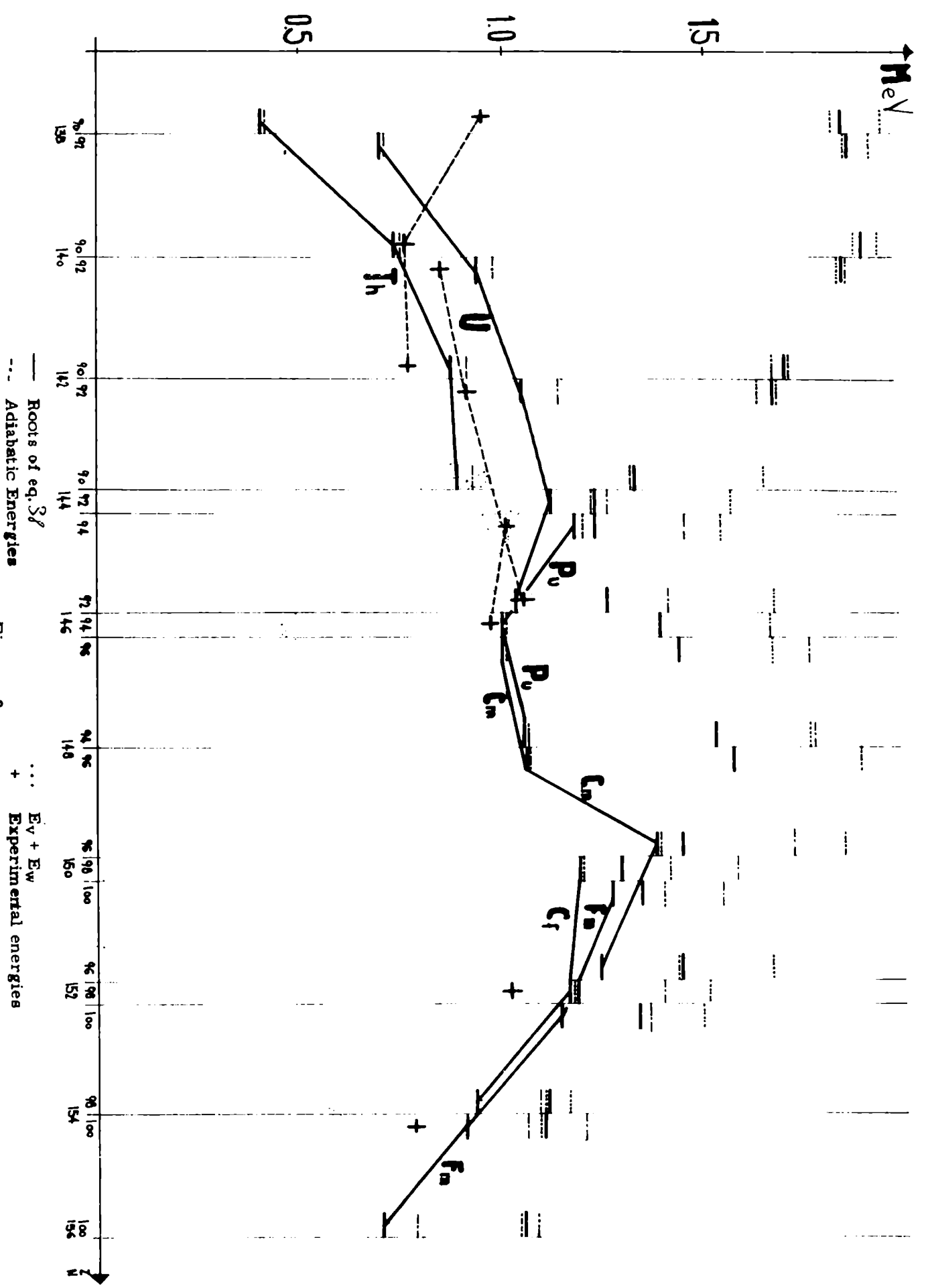


Figure 3

BIBLIOGRAFIA

- 1) A. Bohr, Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk., 26 n° 14 (1952)
- 2) J. Bardeen, L. N. Cooper, y J.R. Schrieffer, Phys.Rev. 108, 1175 (1957)
- 3) A. Bohr, B. Mottelson y D. Pines, Phys. Rev. 110, 396, (1958)-
- 4) J. P. Elliot, Proc. Roy. Soc. 245 (A), 128 (1958); 562 (1958).
- 5) B. F. Bayman, Comptes Rendus du Congres International de Physique Nucleaire, Paris, Julio 1958, p. 740. Dunod, Paris (1959).
- 6) S. G. Nilsson y O. Prior, Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Se Isk. 32, n° 16(1961).
- 7) D. R. Bes y Z Saymanski, N. P. 28, 42, (1961).
T. Saymanski, N. P. 28, 63, (1961).
- 8) L. S. Kisslinger y R. A. Sorensen, Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk. 32 n°9 (1960).
- 9) D. R. Bes, Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk. 33, n° 2 (1961)
- 10) D. R. Bes, N. P. 49, 544, (1963)
- 11) N. N. Bogoliubov, J. E. T. P., U. S. S. R., 34, 58 y 73 (1958); Nuovo Cimento 7, 794, (1958), J. G. Valatin, Nuovo Cimento, 7, 843, (1958).
- 12) S. T. Belyaev, Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk. 31, n° 11 (1959)
- 13) S. G. Nilsson, Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk. 29 n° 16 (1955)
- 14) B. R. Mottelson y S. G. Nilsson, Mat. Fys. Skr. Dan. Vid. Selsk. 1 n° 8(1959)
- 15) A. R. Edmonds, "Angular Momentum in Quantum Mechanics", Princeton University Press. (1957)
- 16) D. R. Bes y A. P. Zuker, artículo presentado para su publicación en la revista de la A. F. A.
- 17) P. Gregers Hansen, O. B. Nielsen y R. K. Sheline, N. P. 12, 413 (1959)

- 18) A. J. Rassey, *Phys. Rev.* 109, 949 (1958).
- 19) B. Harmatz, T.H. Handley y J. W. Mihelich, *Phys. Rev.* 123 1758(1961)
- 20) W.N. Shelton y R.K. Sheline, *Phys. Rev.* 133 B624 (1964).
- 21) R.K. Smither, *Phys. Rev.* 129 1691 (1963)
- 22) D. P. Grechukhin, *N. P.* 40 422 (1963).
- 23) O. Mathan y S. G. Nilsson, *Collective Nuclear Motion and the Unified Model*,
a aparecer en "Alpha, Beta and Gamma Spectroscopy", editor K. M. Siegbahn.
- 24) O. Nathan y V. I. Popov, *N. P.* 21, 631 (1960)
- 25) O. B. Nielsen, *Proced. Rutherford Jubilee International Conference. September*
1961. (Heywood and Co. London, 1962) p. 317.
- 26) J. J. Reidy, E. G. Funk y J. W. Mihelich, *Phys. Rev.* 133, B556 (1964).
- 27) F. K. Mc. Gowan y P. H. Stelson, *Phys. Rev.* 120 1830 (1960).
- 28) F. E. Durham, D. H. Rester y C. M. Class, *Phys. Rev. Lett.* 5 202 (1960).

James M. Smith

Andrés Zuker