

Tesis de Posgrado

Un modelo de potencial nuclear

Levy de Bollini, Susana Perla

1957

Tesis presentada para obtener el grado de Doctor en Ciencias Físico-matemáticas de la Universidad de Buenos Aires

Este documento forma parte de la colección de tesis doctorales y de maestría de la Biblioteca Central Dr. Luis Federico Leloir, disponible en digital.bl.fcen.uba.ar. Su utilización debe ser acompañada por la cita bibliográfica con reconocimiento de la fuente.

This document is part of the doctoral theses collection of the Central Library Dr. Luis Federico Leloir, available in digital.bl.fcen.uba.ar. It should be used accompanied by the corresponding citation acknowledging the source.

Cita tipo APA:

Levy de Bollini, Susana Perla. (1957). Un modelo de potencial nuclear. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires.

http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis_0925_LevydeBollini.pdf

Cita tipo Chicago:

Levy de Bollini, Susana Perla. "Un modelo de potencial nuclear". Tesis de Doctor. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires. 1957.

http://digital.bl.fcen.uba.ar/Download/Tesis/Tesis_0925_LevydeBollini.pdf

EXACTAS UBA

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales



UBA

Universidad de Buenos Aires

UN MODELO DE POTENCIAL NUCLEAR

La admisión de un potencial central para describir la acción total que ejerce el núcleo sobre cada nucleón constituyente, conduce al modelo de capas nucleares que muestra evidente acuerdo con la experiencia en la predicción de algunos hechos fundamentales.

Por ejemplo, considerando representado tal potencial central simplemente como un pozo cuadrado e introduciendo postulados auxiliares con respecto al acoplamiento espín-órbita de los nucleones, se ha conseguido (Maxel, Jensen and Suess e independiente H.G. Mayer) definir "capas" constituidas por grupos de niveles nucleares y que al saturarse siguiendo el principio de exclusión de Pauli, reproducen la aparición de los llamados "n^{os} mágicos".

Pero no obstante este éxito del pozo cuadrado simple en la reproducción de los números mágicos, tal potencial no provee la sucesión experimental de los niveles dentro de algunas capas.

Explicar esta anomalía fué el objetivo primero del presente trabajo y a tal fin se ha introducido un modelo de potencial nuclear (2b) que soportado por consideraciones empíricas, constituye a su vez una segunda aproximación al potencial nuclear real.

El potencial aquí considerado ("potencial de pozo en escalón"), está definido por cuatro parámetros, dos de los cuales : ancho y profundidad del escalón son susceptibles de ser variados de manera de conseguir salvar ^{la} ~~esta~~ anomalía citada, reproduciendo la sucesión experimental de los niveles. Los otros dos parámetros están ya fijados pues se trata del radio del núcleo y de la profundidad del pozo.

El paso siguiente consiste en comprobar si este modelo, con los parámetros así ajustados es capaz de dar cuenta de otros hechos experimentales, y el problema específico tratado : sección eficaz de scattering elástico de neutrones, demuestra que se está en buen camino.

////

Se considera el bombardeo con neutrones para tratar exclusivamente con la parte nuclear que es la que interesa estudiar.

Sin embargo la posibilidad de de efectuar un cotejo con los resultados experimentales se ve muy restringida, pues siendo este potencial real no reproduce más que secciones de scattering elástico, y la comparación sólo es posible en el caso de núcleos saturados para los cuales las secciones eficaces medidas (totales) son aproximadamente las de scattering elástico.

Es necesario entonces completar nuestro modelo con una parte que describa la absorción de neutrones y a tal efecto se ha considerado el potencial complejo de pozo en escalón (sección 3d).

El modelo óptico de potencial nuclear, tratado con éxito por diversos investigadores, ha sido adaptado a nuestro esquema.

Se han obtenido en primer lugar las fórmulas correspondientes al modelo, efectuado las simplificaciones posibles en ellas para los dos rangos de energías estudiados e introducido nuevas definiciones que permiten reducir por recurrencia los cálculos correspondientes a un valor del momento angular l a los respectivos del momento angular anterior: $l-1$.

Se ha procedido luego a calcular las secciones eficaces totales y de formación de núcleo compuesto (según definiciones introducidas por Feschbach, Porter and Weisskopf en su trabajo usando el pozo cuadrado simple), para núcleos con radios entre 4,5 y 8 10^{-13} cm. y para dos regiones de energías de neutrones incidentes, 1ª) para $E \ll 1 \text{ MeV}$. y 2ª) para $1 \text{ MeV} \leq E \leq 10 \text{ MeV}$.

En la primera región se ha variado la energía desde 1 eV . hasta 10^5 eV . en múltiplos de 10, y en la segunda se ha variado el valor de $\kappa = KR$ desde 1 hasta 3 en pasos de 0,4.

En la primera región fué necesario calcular únicamente la contribución de la onda parcial correspondiente a $l=0$

////

////

mientras que en la segunda región debió calcularse las contribuciones de las ondas parciales hasta $l=5$ para tener resultados comparables con los experimentales.

Se discuten por último los resultados obtenidos que aparecen reproducidos en los cuadros y gráficos correspondientes.

Ellos muestran concordancia aceptables con los valores experimentales cuando se toma la relación : $R = 1,3 A^{1/3} \cdot 10^{-13}$ cm. entre los pesos atómicos y los correspondientes radios nucleares.

Juan José Rautava

Stade Collig

UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

TRABAJO DE TESIS PARA OPTAR AL TITULO

DE DOCTOR EN CIENCIAS FISICOMATEMATICAS

ORIENTACION FISICA

"UN MODELO DE POTENCIAL NUCLEAR"

PRESENTADO POR:

SUSANA PERLA LEVY DE BOLLINI

JUNIO 4, 1957

Tesis: 925

1).-INTRODUCCION

1a).-Modelos Nucleares.

Como es sabido, la función de los modelos en física consiste en visualizar un sistema en base de sus propiedades conocidas experimentalmente.

Se fundamentan en suposiciones simples, no analizadas en forma exhaustiva y que se eligen con el propósito de clasificar y coordinar un cierto conjunto de datos experimentales.

Los modelos constituyen a su vez, valiosos auxiliares en la tarea de desentrañar cualquier irregularidad que puedan presentar estos datos.

Una característica común de los modelos es la de evolucionar o cambiar radicalmente de acuerdo a las nuevas propiedades que se descubren en el sistema. Así para el núcleo atómico, el primer modelo tratado fué, en realidad el de "capas".

El concepto de estructura de capas nació junto con el concepto de la composición del núcleo en neutrones y protones, pero sólo en 1948 fué firmemente establecido. En 1932, Bartlett y más tarde Elsasen (1933, 1934) y Guggenheimer (1934), habían hecho intentos para desarrollar la aproximación que consiste en considerar un campo central en el núcleo. Es en ella donde está el germen de las ideas actuales.

Sin embargo los resultados obtenidos por estos investigadores, usando el método del campo autoconsistente no fueron satisfactorios, por lo cual el modelo fué olvidado durante varios años.

En el período intermedio, N. Bohr (1936), basándose en la gran probabilidad de captura en las reacciones con neutrones rápidos propuso el modelo llamado de la "gota líquida". Este modelo es una imagen puramente clásica y se fundamenta esencialmente en el hecho de que las interacciones entre nucleones son de corto alcance en contraste con el tratamiento del potencial central. Aunque adecuado para dar cuenta de la absorción nuclear, era impotente para explicar las propiedades del estado fundamental y de estados excitados del núcleo, y es así como resurge el modelo de capas exitoso en dar cuenta

de estas propiedades .Fue entonces que se procuró establecer la relación entre los dos modelos,útiles ambos,cada cual en dar cuenta de distintas propiedades del núcleo.

Por medio del modelo óptico del núcleo se consigue describir el espectro total de energía del sistema nucleón-núcleo, en términos de estados individuales de los nucleones que se obtienen de resolver cuánticamente el problema del movimiento del nucleón en un potencial central, no ya real sino complejo. La parte imaginaria de este potencial da cuenta de la posibilidad de captura nucleón incidente , que conduce eventualmente a la formación del núcleo compuesto (en analogía con la parte imaginaria del índice de refracción de un medio óptico absorbente.)

De esta manera el modelo de capas , creado años atrás y abandonado volvió a surgir y evolucionó en un modelo que reúne las características del modelo primitivo y el estadístico de Bohr.

1b). - Modelo de capas

Está basado en la regularidad de comportamiento de ciertas propiedades del núcleo cuando varía con continuidad el número atómico. Por ejemplo, para núcleos con determinado número de protones o neutrones (Nos. mágicos) la energía de ligadura presenta cambios bruscos de manera análoga a lo que ocurre en los átomos con la energía de ionización.

En el átomo, el potencial central existente origina las capas electrónicas que explican este comportamiento de la energía de ionización de manera bastante satisfactoria. Así, por analogía se ha intentado explicar lo que ocurre con la energía de ligadura del núcleo, en términos de "capas nucleares", que aparecen cuando se supone un potencial central para representar la interacción entre un nucleón y el resto del núcleo

Esta suposición, a pesar de no ser correcta desde el punto de vista teórico, ha conducido a resultados concordantes con la experiencia. No es correcta pues lo que ocurre en el núcleo es mucho más complejo debido a que el corto alcance de las fuerzas nucleares permite únicamente la interacción de un nucleón con solamente sus vecinos inmediatos y las fluctuaciones sobre el campo autoconsistente supuesto son más importantes que en el átomo.

En el problema nuclear el campo autoconsistente puede considerarse con centro en el centro de masa del núcleo, de manera que el potencial no es función de las coordenadas de un solo nucleón.

Esto trae como consecuencia que la función de onda no puede ser descrita como producto o como un determinante de funciones de onda de nucleones individuales, y son las correlaciones entre funciones las que se ignoran al admitir un potencial central.

Sin embargo se sabe muy bien que el modelo de capas explica satisfactoriamente las propiedades de los estados ligados del núcleo y también las propiedades dinámicas de las reacciones nucleares.

Esta paradoja ha originado una división de las opiniones con respecto a la veracidad del modelo. Algunos lo han rechazado y otros en cambio, lo han aceptado como un hecho bien establecido por la experiencia, sugiriendo que las fuerzas entre nucleones ligados no son de la misma naturaleza que la existente entre nucleones libres. Pero entre otros, Brueckner et al. han demostrado que estas suposiciones no están de acuerdo con la experiencia y que es posible obtener una aproximación a los niveles de energía del núcleo aún partiendo de la fuerte interacción de corto alcance entre nucleones.

Queda así justificado el éxito del modelo de capas.

Los conocimientos que se tienen sobre los detalles de las fuerzas nucleares no permiten hacer un cálculo preciso de la forma del campo efectivo, pero se hace uso a tal efecto de consideraciones cualitativas. Por ejemplo, se ha comprobado que dentro del núcleo la densidad de nucleones es bastante constante y como las fuerzas nucleares son de corto

alcance ,es dable esperar un potencial efectivo aproximadamente constante en el centro del núcleo y decreciente dentro de una distancia igual al radio del mismo.

Una primera aproximación a este potencial es el pozo cuadrado de paredes infinitas (lo que equivale a suponer el núcleo como impenetrable).

Resolviendo cuánticamente el movimiento de un nucleón en ese potencial aparecen los niveles del mismo, designados en notación espectroscópica :1s,1p,1d,2s,2p,1g,2d,1h,etc,; y si se tiene en cuenta el espín el número de estados posibles se dobla.

Aunque hasta el año 1950 el conocimiento de las fuerzas nucleares no daba razón para suponer la existencia de una interacción fuerte entre la orientación del espín y el momento orbital, Haxel ,Jensen , Suess(1948,1949,1950) e independientemente M.G.Mayer(1949,1950), sugirieron un tal tipo de ~~potencial~~/interacción como hipótesis para explicar la aparición de los números mágicos.

Se produce en ella el desdoblamiento en energía de un nivel con un valor determinado del momento orbital l , en dos niveles caracterizados por el momento total $j = l \pm \frac{1}{2}$ y usando postulados auxiliares con respecto a tal acoplamiento se consigue separar los niveles del pozo cuadrado en grupos definidos por un salto relativamente grande de energía ,cuya saturación da cuenta exacta de los números mágicos,

Se puede afirmar entonces que un potencial de pozo cuadrado más postulados convenientes con respecto al acoplamiento del espín con el momento orbital de los nucleones consiguen resolver el problema de hallar un modelo que reproduzca la aparición de los números mágicos.

2).-PROPOSICION DEL MODELO NUCLEAR DE POZO EN ESCALON

2a).-Antecedentes y motivo de esta elección

A pesar de lo establecido en 1b), la aproximación de pozo cuadrado de paredes ~~infinitas~~ infinitas al potencial que es dable esperar de

de acuerdo a consideraciones cualitativas, no provee la sucesión experimental de los niveles nucleares dentro de algunas capas, o sea el orden de los niveles tal como aparece en el pozo cuadrado no es el correcto.

La sucesión experimental se obtiene a partir de los espines y momentos magnéticos de núcleos impares si se hace uso del modelo de Schmidt para el acoplamiento de los momentos angulares totales j y los momentos magnéticos de los nucleones.

Schmidt en 1937 notó que los momentos magnéticos de núcleos con peso atómico A impar pueden ser explicados si se supone que solamente el nucleón no apareado contribuye al espín y al momento magnético del núcleo. Con esta imagen, un número par de nucleones se saturan mutuamente dando un espín y un momento magnético resultante, ambos nulos.

Resulta entonces, que el espín de un núcleo impar es igual al momento angular total j , de la partícula no apareada (neutrón o protón) que a su vez es igual al momento orbital del nucleón más o menos el momento de espín, o sea: $j = l + \frac{1}{2}$ o $j = l - \frac{1}{2}$.

El momento magnético asociado al nucleón no apareado se calcula fácilmente con la suposición de que proviene de la adición de un momento magnético orbital: μ_l y uno de espín: μ_s . Cuando se representa μ en función de j cae en una de dos curvas distintas (curvas de Schmidt) según que el espín y el momento orbital sean paralelos o antiparalelos.

Con los datos del espín y de los momentos magnéticos de núcleos impares puede de esta manera determinarse el momento orbital de la partícula no apareada y por lo tanto se logra conocer el orden de completación de los niveles nucleares (n, l).

Es en la segunda capa ($n = 2$) donde aparece la primera anomalía con respecto a la ~~apropiada~~ sucesión que da el pozo cuadrado

Para $8 < Z < 20$ es de esperar según este modelo la sucesión: $1d_{5/2}, 2s_{1/2}, 1d_{3/2}$. Aparecen sin embargo el $f(Z=9)$ con $I = 1/2$ y momento magnético casi en la línea de Schmidt para $s_{1/2}$, y luego el $Na(Z=11)$ con $I = 3/2$ y μ que indica un $p_{3/2}$ más que un nivel $d_{5/2}$.

Esta anomalía es entonces doble ; en efecto: primero: aparece el momento orbital $l=0$ (nivel s) antes que el $l=2$ (nivel d), contrariamente a lo que predice la teoría que usa el modelo de pozo cuadrado, y segundo: aparece el nivel $p_{3/2}$ en lugar del $d_{5/2}$.

La segunda parte de esta anomalía fué explicada por Kurath (1950), quien calculó los niveles de energía en la configuración $(d_{5/2})^3$ como una función del alcance de las fuerzas nucleares.

Usando funciones de onda razonables para los nucleones y un potencial central simple de forma gaussiana, Kurath demostró que para un alcance suficientemente largo, el estado fundamental de $(d_{5/2})^3$ es uno de espín $I=3/2$, o sea el Na está en realidad en el estado fundamental del $d_{5/2}$ apareciendo entonces el nivel d antes que el p.

En cuanto a la primera parte, aparece en el presente trabajo como idea promotora en la construcción del modelo de pozo cuadrado en escalón que a su vez está sustentado por otras consideraciones cualitativas. Se debe encarar la elaboración de un potencial central distinto del pozo cuadrado que de cuenta de la sucesión experimental de los niveles de energía nuclear.

Recurriremos para ello a una mejor aproximación al potencial que razonablemente se supone como real.

De los experimentos de Hofstadt et al. sobre scattering de electrones se pueden sacar conclusiones sobre la forma de este potencial real pues brindan extensa información acerca de la distribución de la densidad nuclear. Como radio efectivo del núcleo se obtiene :

$$R = 1,2 : 10^{-13} A^{1/3} \text{ cm.}$$

y como variación de la densidad nuclear, los experimentos mostraron que ésta cae de 0,9 a 0,1 del valor que tiene en el centro del núcleo, en una distancia de aproximadamente : $2,4 \cdot 10^{-13}$ cm. (valor constante para todos los núcleos)

Considerar entonces un pozo cuadrado infinito no es lo correcto pues no se tiene en cuenta la penetrabilidad no nula del núcleo, y tampoco lo es considerar un pozo cuadrado de paredes finitas, pues si bien permite las radiaciones nucleares, desprecia por completo

la variación de la densidad nuclear.

El tomar un pozo cuadrado simple conduce además a la aparición de paradojas cuando se calcula la profundidad que debe tener el potencial a partir de 1º): estados ligados y 2º): estados libres de nucleones.

Para determinar esa profundidad debe tomarse un valor determinado para el radio nuclear. Bethe, por ejemplo considera como más adecuado el valor $R = 1,33 \cdot 10^{-13} \text{ cm. } A^{1/3}$. Se sabe que para $A = 120$ con $N = 70$ y $Z = 50$ los neutrones 3s comienzan a ser ligados y su función de onda presenta una fase $kR = 2,64 \pi$, obtenida de ajustar las condiciones de contorno en el límite del potencial. Como R es conocido, se puede hallar k y con él el valor de la profundidad, que resulta igual a 43 MeV. (determinada con neutrones ligados)

Teniendo en cuenta el scattering de neutrones, se halla ahora una resonancia que puede adjudicarse a neutrones 4s para $A = 150$ (valor aproximadamente igual a 120, antes considerado). Usando el análisis de mecánica ondulatoria se dirá que la onda interna tiene una tangente nula en el contorno para $kR = 3,5 \pi$ y de los valores de k y R se encuentra un valor de la profundidad igual a 50 MeV. (determinación con neutrones libres).

Esta falta de concordancia entre ambos valores es muy sorprendente pues de acuerdo a cualquier teoría la profundidad tendría que ser menor cuando aumenta la energía del nucleón y éste es también uno de los resultados de la teoría de Brueckner. Se puede demostrar, sin embargo que esta paradoja queda explicada si se tiene en cuenta el hecho de que el núcleo no tiene un límite neto.

En efecto, Bethe ha calculado nuevamente las profundidades usando un potencial constante hasta cierto punto y después decreciente exponencialmente. Con tal potencial halla para neutrones ligados:

$$kR = 2,73 \pi \quad \text{en lugar de } 2,64 \pi$$

y para neutrones libres:

$$kR = 3,03 \pi \quad \text{en lugar de } 3,5 \pi$$

Se ve que los números de fase son ahora más cercanos y dan respectivamente: $V = 41 \text{ MeV.}$ (neutrones ligados) y $V = 39 \text{ MeV.}$ (n. libres)

Esta y otras paradojas (Walt and Beyster), pueden explicarse considerando la caída gradual de la densidad de nucleones en la superficie.

Es de esperar entonces, que la inversión que investigamos tenga su origen probablemente en el hecho de que se ha calculado la sucesión en base al pozo cuadrado (M. G. Mayer 1950)

2b). - Potencial de Pozo en Escalón

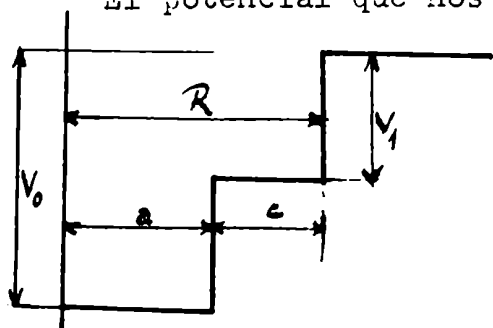
Se ha visto que la sucesión de los niveles no se altera cuando se toma el pozo cuadrado con paredes de altura finita. Es entonces necesario una segunda aproximación al potencial real.

Para ello se procede a interpolar entre éste y el pozo cuadrado finito y lo que resulta de esta manera es un pozo de potencial en escalón

Este potencial tiene en cuenta la variación radial de la densidad nuclear, la penetrabilidad del núcleo y el alcance de las fuerzas nucleares.

Los parámetros que lo caracterizan son: la profundidad V_1 y el ancho del escalón : c . Nos proponemos ajustarlos de manera que el potencial así determinado de cuenta de la inversión de niveles en la segunda capa ($n=2$), con respecto al pozo cuadrado.

El potencial que nos ocupa queda definido por:



$$V = V_0 \quad \text{en } 0 \leq r < a$$

$$V = V_1 \quad \text{en } a \leq r < R$$

$$V = 0 \quad \text{en } R \leq r$$

Este problema se ha tratado en ya en un trabajo anterior. El escalón introduce dos condiciones de contorno que debe satisfacer la función de onda de Schrödinger y los niveles de energía resultan de resolver numéricamente ecuaciones trascendentes, una para cada valor de n y ℓ en las que figuran los parámetros V_1 y c .

Se han variado independientemente los valores de estos parámetros y aquellos que reproducen la inversión requerida pueden dar una idea acerca de la variación ~~de~~ de la densidad nuclear y del alcance de las fuerzas nucleares.

Los valores obtenidos fueron:

$$V_1 \cong V_0/2 \quad \text{y} \quad c \cong 2,5 \cdot 10^{-13} \text{ cm.}$$

El valor hallado para c resultó constante para todos los radios, como se deduce de las experiencias citadas en 2a), y el orden de magnitud coincide con el encontrado allí.

Resumiendo entonces podemos decir que en esta primera parte nos hemos aproximado un paso más al potencial real y con una adecuada elección de los parámetros hemos conseguido explicar la sucesión de los niveles tal como se observa experimentalmente. Esta elección resulta además ser de un orden de magnitud razonable.

2c).- Prueba del Potencial en Escalón

El paso siguiente consistirá, como en todo trabajo teórico, en remitir al potencial en escalón con sus parámetros así ajustados, a una prueba independiente para verificar su validez.

Hemos elegido como tal, estudiar su comportamiento ante el bombardeo de neutrones de varias energías, calcular las secciones eficaces correspondientes y compararlas con las experimentales medidas.

Es necesario destacar que con este potencial real no se obtendrán más que secciones de scattering elástico. Por lo tanto los resultados que se obtengan serán comparables sólo con las secciones eficaces de scattering elástico de núcleos y no con las totales que incluyen la absorción (formación de núcleo compuesto) y de las cuales únicamente se tienen datos experimentales.

Es por esa razón que debemos limitarnos a aplicar el potencial a núcleos saturados para los cuales la sección total se debe casi exclusivamente a la sección de scattering elástico.

Por otra parte se considera el bombardeo con neutrones pues el potencial de interacción que actúa en este caso sólo contendrá la

parte específicamente nuclear, que es la que nos interesa comparar.

En la obtención de las secciones eficaces resulta particularmente apto el método de las ondas parciales.

Se han realizado cálculos en la región de energías del orden del MeV. y del eV. En esta última sólo contribuyen las ondas de neutrones incidentes de impulso angular nulo ($l=0$), es decir para ella:

$$\sigma_{sc} = \sum_l \sigma_{sc,l} \approx \sigma_{sc,0}$$

En el cálculo de las secciones en la región del MeV. debe considerarse la contribución de las ondas de mayor impulso angular, para obtener resultados comparables con los experimentales. Así se ha procedido en la zona de energías del orden del MeV. y los núcleos investigados fueron C ($N=8$) y Bi ($N=126$), ambos saturados en neutrones (8 y 126 son dos números mágicos)

Las secciones así obtenidas usando el pozo en escalón con los parámetros ajustados por el procedimiento descrito en 2B) resultan diferentes de las calculadas con el pozo cuadrado y muestran una desviación del orden de magnitud en el sentido correcto, o sea son más próximas a las experimentales.

Esto constituye una evidencia más a favor del pozo en escalón y lo que es más importante, obtenida independientemente del medio empleado en su determinación previa.

3) MODELO OPTICO DE POTENCIAL EN ESCALON

3a). Núcleo Compuesto y Modelo Optico

Se presenta ahora el problema de obtener las secciones eficaces totales de cualquier núcleo sin la restricción de núcleo saturado, impuesta anteriormente. Para ello debemos introducir el modelo óptico del potencial nuclear.

Hemos visto que el modelo óptico del núcleo relaciona el modelo de capas con el estadístico de Bohr. Constituye en realidad, un modo satisfactorio de describir una reacción nuclear mientras nos res-

trinjamos a una descripción global.

Al emitir Bohr su teoría de núcleo compuesto supuso que cuando la partícula incidente y el núcleo bombardeado entraban en el alcance de la fuerza de interacción mutua, se producía una colisión completa, formándose inmediatamente el núcleo compuesto. La partícula incidente quedaba formando parte de él, siendo indistinguible de los demás nucleones.

Sin embargo, desarrollos posteriores han demostrado que la suposición de Bohr es una idealización que no es válida en todos los casos. Debe usarse un esquema más general para la descripción de las reacciones nucleares.

Weisskopf propone a tal efecto una descripción en tres etapas para una reacción nuclear. La primera etapa la denomina de "partícula independiente". En ella el núcleo actúa en conjunto sobre la partícula proyectil y su acción se describe en forma de un potencial $V(r)$, dependiente de la distancia entre ambos.

Este potencial actúa sobre la partícula produciendo su desviación. Si $V(r)$ fuese un potencial real ordinario causaría sólo scattering. El hecho de que ocurren reacciones nucleares puede expresarse adjudicando a $V(r)$ una parte imaginaria que da origen a la absorción.

Esta absorción conduce a la segunda etapa de la reacción: "sistema compuesto", que puede originarse de diversas maneras. La partícula puede intercambiar su energía y momento por colisión con otro nucleón originando una vibración superficial o algún otro movimiento colectivo.

La tercera etapa de la reacción es el decaimiento del sistema. La partícula emergente se encuentra bajo la influencia del núcleo residual antes de partir. Esta influencia puede ser descrita por un potencial complejo.

De las tres, la primera es la más conocida y su descripción en términos del potencial complejo ha sido bastante exitosa.

El potencial complejo fué usado por primera vez por Fernbach, Serber and Taylor, para el caso de nucleones incidentes con alta energía,

$E \geq 100 \text{ MeV}..$

Posteriormente, Feschbach, Porter and Weisskopf mostraron que el mismo tipo de potencial puede usarse a bajas energías $E \geq 0,1 \text{ MeV}$. con sus parámetros adecuadamente modificados.

Estudios más recientes han sido realizados por Nemirovsky, Walt and Beyster y por Feschbach, Porter and Campbell sobre reacciones con neutrones y por Saxon and Woods, Fujimoto and Hossain sobre reacciones con protones.

El potencial complejo que sirve tanto para reacciones iniciadas con protones o neutrones tiene la forma:

$$V = V_1 + iV_2 \quad ; \quad V_2 = \xi V_1$$

Estimación del Potencial Imaginario

Cuantitativamente hay un amplio margen de variación en los valores de los parámetros de la parte imaginaria, derivados de los distintos datos.

El primer intento para calcular la parte imaginaria del potencial complejo, realizado por Lane, Thomas and Wigner, dió un valor aproximado de 20 MeV . El cálculo siguiente fué emprendido por Lane and Wandel usando lo que se llamó "the frivolous model". Se basa en la suposición de que es posible considerar al nucleón como una partícula libre; que la esfera de Fermi está completa y que no existe ninguna partícula fuera de ella.

Tomando entonces un nucleón incidente, investigaron en cuánto eleva los nucleones de la esfera de Fermi a mayores niveles, y para calcular la probabilidad de este proceso se usaron las secciones nucleón-núcleo observadas.

Posteriormente este modelo fué mejorado por Brueckner et al., quienes mostraron que es bastante legítimo considerar al nucleón ocupando un estado de nucleón único en un medio infinito de materia nuclear, y en particular ocupando todos los nucleones los estados de la esfera de Fermi. Esta suposición no proporciona la función de onda

real del núcleo, pero da correctamente todas las energías y todos los elementos de matriz del Hamiltoniano.

Es entonces legítimo considerar un nucleón moviéndose más o menos libremente en un núcleo pesado, y el proceso de excitación como lo hacen Lane and Mandel, pero con la diferencia que no se debe tomar las secciones observadas sino la interacción que el nucleón experimenta dentro del núcleo (que es esencialmente el potencial ordinario usado en la aproximación de Born)

De esta manera puede usarse la aproximación de Born para obtener una buena evaluación de la parte imaginaria de potencial y procediendo como en el frivolous model.

El cálculo fué hecho por Brueckner, Eden and Francis y obtuvieron la siguiente aproximación: 0,5 MeV. para bajas energías y 4 MeV. para energías de neutrones de 20 MeV.

3b). - Distintos Modelos de Potencial Complejo

hemos visto que en general la forma del potencial complejo es:

$$V = V_1 + i V_2 \quad V_2 = \xi V_1$$

ahora bien, han sido propuestas varias formas para V_1

Por ejemplo, se han realizado un gran número de estudios tomando como expresión de V_1 la siguiente:

$$V_1(r) = -V_0 (1 + \exp[(r-R)/a])^{-1}$$

$$\text{con } R = r_0 A^{1/3} + r_1$$

donde r es la distancia desde el centro del núcleo bombardeado.

Este potencial tiene como límite una pared de bordes redondeados y a es una medida de ese redondeo.

De la comparación con la experiencia resulta que el mejor acuerdo se obtiene, para neutrones entre 0 y 14 MeV., usando ese potencial con los siguientes valores de los parámetros:

$$R = (1,27 A^{1/3} + 0,6) \cdot 10^{-13} \text{ cm.} \quad a = (0,5 \pm 1) 10^{-13} \text{ cm.}$$

$$V = 43 \pm 3 \text{ MeV.}$$

$$\xi \begin{cases} 0,13 \pm 0,5 & \text{para } E > \text{MeV.} \\ 0,7 \pm 0,3 & \text{" } E < 1 \text{ MeV.} \end{cases}$$

Los valores obtenidos por los investigadores soviéticos son algo diferentes de los anteriores. Usando un potencial de la forma:

$$V_1 = V_0 \quad \text{para } r < R$$

$$V_1 = V_0 \exp\left[-\left(\frac{R-r}{b}\right)\right] \quad \text{para } r > R$$

encontraron que el mejor ajuste para reacciones con neutrones lo daban:

$$V_0 = 42 \text{ MeV.}$$

$$b = 1,4 \cdot 10^{-13} \text{ cm.}$$

$$\xi = 0,05$$

Por su parte Feschbach, Porter and Weisskopf usaron el siguiente:

$$V_1 = V_0 \quad \text{para } r < R$$

$$V_1 = 0 \quad \text{" } r > R$$

$$V_2 = \xi V_0$$

con los valores:

$$V_0 = 42 \text{ MeV.} \quad ; \quad \xi = 0,03$$

En todos los casos se comprobó que en general el parámetro ξ aumentaba con la energía.

3c). - Modelo propuesto por Feschbach, Porter and Weisskopf

Nos ocuparemos en particular del modelo óptico con potencial de pozo cuadrado estudiado por estos autores pues constituye una aproximación que es anterior a la del potencial en escalón aquí propuesto y porque es en él que nos hemos basado para nuestros cálculos.

Las secciones eficaces ^{que} se pueden predecir con este modelo son las que definen como

$$\underline{\sigma_c} = \sigma_{ce} + \sigma_r$$

donde:

$$\sigma_c = \sigma_{\text{compound}} \quad ; \quad \sigma_{ce} = \sigma_{\text{compound elastic}}$$

$$\sigma_r = \sigma_{\text{reaction}}$$

$$y \quad \underline{\sigma}_{se} = \sigma_{el} - \sigma_{se}$$

donde:

$$\sigma_{se} = \sigma_{\text{shape elastic}} \quad ; \quad \sigma_{el} = \sigma_{\text{elastic}}$$

siendo la sección eficaz la suma de las dos:

$$\sigma_t = \sigma_{se} + \sigma_c$$

El problema que intentan describir con el potencial de pozo es el que llaman "gross structure problem", que consiste en calcular los promedios de las secciones eficaces tomadas en un intervalo que incluye muchas resonancias.

Descomponiendo la onda incidente en ondas parciales de distinto momento angular, las secciones parciales globales resultan dadas en función de los desfases respectivos promediados en ese intervalo.

$$\bar{\eta}_l(\epsilon) = \frac{1}{I} \int_{\epsilon - 1/2}^{\epsilon + 1/2} \eta_l(\epsilon) d\epsilon$$

$$\sigma_{se}^{(l)} = \pi \lambda^2 (2l+1) |1 - \bar{\eta}_l|^2$$

$$\sigma_{ce}^{(l)} = \pi \lambda^2 (2l+1) \{ |\bar{\eta}_l|^2 - |\bar{\eta}_l|^2 \}$$

$$\sigma_t^{(l)} = \pi \lambda^2 (2l+1) \{ |1 - \bar{\eta}_l|^2 + 1 - |\bar{\eta}_l|^2 \}$$

El problema que queda reducido entonces a encontrar el desfase medio a partir del ajuste en la pared límite de las funciones de onda incidente e interior al núcleo.

La función interior depende de la forma del potencial usado y determina la derivada logarítmica en la superficie.

$$f_l = R \left(\frac{u'_l}{u_l} \right)_{r=R}$$

Una vez hallada f_l para el potencial dado, queda determinado η_l en función de f_l por la relación deducida al aplicar las condiciones de contorno en la superficie del potencial.

La relación que encuentran es:

$$\bar{\eta}_l = e^{-2i\delta_l} (1 - 2s_l/M_l + iN_l)$$

donde:

$$\delta_l = \text{tg}^{-1} (-j_l(x)/n_l(x)) \quad ; \quad \Delta_l + i\epsilon_l = 1 + x h'_e/h_e$$

$$M_l = s_l - \text{Im}f_l \quad ; \quad N_l = -\Delta_l + \text{Re}f_l$$

con $x = kR$

y para el pozo cuadrado (que determina la forma de f_l):

$$f_l = 1 + K j'_l(x)/j_l(x)$$

donde:

$$K = x_0^2 + x^2 (1 + i\xi) \quad ; \quad x_0^2 = (2m/\hbar^2) V_0 R^2$$

La expresión general de las secciones eficaces se obtiene a partir de la expresión de $\bar{\eta}_l$ en función de f_l :

$$\sigma_t^{(l)} = \frac{4}{\pi R^2} \frac{1}{k^2} (2l+1) \left\{ \sin^2 \delta_l + \frac{s_l (M_l \cos 2\delta_l - N_l \sin 2\delta_l)}{M_l^2 + N_l^2} \right\}$$

y

$$\sigma_c^{(l)} = \frac{4}{\pi R^2} \frac{1}{k^2} (2l+1) \left\{ s_l \left(-\text{Im}f_l / M_l^2 + N_l^2 \right) \right\}$$

Los resultados que se obtienen usando el modelo de pozo cuadrado son los siguientes: Se puede reproducir el decrecimiento de las secciones a bajas energías en las regiones $A \sim 40$ y $100 < A < 140$, además de la gran sección eficaz de los núcleos con $A \sim 60$ y $A \sim 90$ a $A \sim 150$ también para bajas energías.

En cuanto al cotejo de las secciones de formación de núcleo com-

puesto, lo efectúan usando las mediciones de secciones inelásticas pues σ_e no es observable directamente. Estas secciones inelásticas deben ser, por supuesto, siempre menores que las calculadas para σ_e .

Walt and Barschall han determinado el scattering inelástico del total menos el elástico, a una energía de 1MeV.

Se halla en la comparación que el modelo da muy poca contribución de núcleo compuesto, resultando en algunos radios $\sigma_e < \sigma_n$, lo que no es posible de admitir.

Feshbach et al atribuyen estas discrepancias a las siguientes causas:

1) El potencial $V(r)$ usado puede no ser de la forma conveniente para el modelo.

2) El potencial complejo puede no ser el más adecuado en la descripción de la absorción.

En conexión con 1), estos autores convienen en que el potencial usado es una representación demasiado simplificada del ~~ya~~ real, pues es físicamente imposible que presente una discontinuidad tan pronunciada en la superficie.

El redondeamiento del borde fué significativo en la interpretación del scattering elástico de protones con núcleos pesados.

Este scattering fué medido Gugelot, Burkig and Wright y por Cohen and Meidigh, con protones de 13Mev. Los resultados que obtuvieron no pueden interpretarse en base al potencial cuadrado de bordes nítidos como mostraron Chase and Rohrlich, pero sí bastante aproximadamente cuando se efectúa un redondeamiento de los bordes aún dentro de del intervalo $0,5 \cdot 10^{-13}$ según los cálculos efectuados por Woods and Saxon.

Esto se debe, probablemente a que el redondeamiento disminuye la probabilidad de reflexión de la onda y aumenta la sección de formación de núcleo compuesto cuando las demás constantes no varían (V_0, R, ξ).

3d).- Aplicación del Modelo en Escalón

En base a estos antecedentes es de esperar que la aplicación del potencial en escalón al problema de resultados más satisfactorios que los del pozo cuadrado, en cuanto constituye una mejor aproximación al potencial real.

El potencial complejo adquiere en nuestro caso la siguiente forma:

$$\begin{aligned} V &= V_1^+ V_1 (1 + i \xi) && \text{para } 0 \leq r < a \\ V &= V_2 V_2 (1 - i \xi) && \text{" } a \leq r < R \\ V &= 0 && \text{" } r \geq R \end{aligned}$$

La introducción de este potencial modifica, como es lógico la función en el interior y en consecuencia el valor de la derivada logarítmica sobre la superficie del núcleo $r = R$.

Las funciones radiales del núcleo son:

$$R_1(r) = A_l j_l(k_1 r) \quad \text{para } 0 \leq r < a$$

con $k_1 = \sqrt{2m/\hbar^2} \sqrt{E + V_1}$

$$R_2(r) = B_l j_l(k_2 r) + C_l n_l(k_2 r) \quad \text{para } a \leq r < R$$

con $k_2 = \sqrt{2m/\hbar^2} \sqrt{E + V_2}$

donde j_l y n_l son respectivamente las funciones de Bessel esféricas, y de Neumann esféricas.

De la aplicación de las condiciones de contorno en $r = a$ se deduce el valor de la derivada logarítmica f_l para $r = R$, en la forma:

en $r = a$ es:

$$\begin{aligned} \frac{d \ln u}{dr} &= \left\{ \frac{d \ln (r j_l(k_1 r))}{dr} \right\}_{r=a} \\ &= \left\{ \frac{d \ln \left[r j_l(k_2 r) + \frac{C_l}{B_l} n_l(k_2 r) \right]}{dr} \right\}_{r=a} \end{aligned}$$

o sea:

$$\left\{ \frac{d}{dr} \ln j_l(k_1 r) \right\}_{r=a} = \left\{ \frac{d}{dr} \ln \left(j_l(k_2 r) + \frac{C_l}{B_l} n_l(k_2 r) \right) \right\}_{r=a} \quad (1)$$

En $r=R$, se tiene:

$$f_{l=1+R} \left\{ \frac{d}{dr} \ln \left[j_l(k_2 r) + \frac{D_l}{B_l} n_l(k_2 r) \right] \right\}_{r=R} \quad (2)$$

Desarrollando (1) y llamando $X_1=k_1 a$; $X_2=k_2 a$; $X_3=k_2 a$

$$k_1 \frac{j'_l(X_1)}{j_l(X_1)} = k_2 \frac{j'_l(X_2) + C_l/B_l n'_l(X_2)}{j_l(X_2) + C_l/B_l n_l(X_2)}$$

De donde:

$$\frac{C_l}{B_l} = A_l = \frac{X_2 j'_l(X_1) j'_l(X_2) - X_1 j'_l(X_1) j'_l(X_2)}{X_1 j'_l(X_1) n_l(X_2) - X_2 j'_l(X_1) n'_l(X_2)}$$

Y haciendo uso de la relación entre las derivadas y las funciones de Bessel esféricas:

$$j'_l(X) = j_{l-1}(X) - \frac{l+1}{X} j_l(X)$$

resulta:

$$A_l = \frac{X_2 j_l(X_1) j_{l-1}(X_2) - X_1 j_l(X_2) j_{l-1}(X_1)}{X_1 n_l(X_2) j_{l-1}(X_1) - X_2 j_l(X_1) n_{l-1}(X_2)} \quad (3)$$

Procediendo análogamente con la expresión (2), se obtiene :

$$\left\{ \frac{j'_l(X_3) + A_l n'_l(X_3)}{j_l(X_3) + A_l n_l(X_3)} \right\} X_3 + 1 = f_l$$

y

$$f_l = -l + X_3 \frac{j_{l-1}(X_3) + A_l n'_{l-1}(X_3)}{j_l(X_3) + A_l n_l(X_3)} \quad (4)$$

Las fórmulas (3) y (4) dan el valor de f_ℓ para el potencial complejo de pozo en escalón.

Describiendo la onda de neutrones incidentes como una suma de subondas de momento orbital definido:

$$\Psi(r) = \sum_0^{\infty} \frac{u_\ell(r)}{r} Y_{\ell,0}(\theta)$$

que debe cumplir la ecuación :

$$\nabla^2 \Psi(r) + \left[k^2 - \frac{2m}{\hbar^2} V(r) \right] \Psi(r) = 0 \quad \text{para } r \geq R$$

Las funciones radiales deberán satisfacer a la ecuación diferencial:

$$\frac{d^2 u_\ell}{dr^2} + \left[k^2 - \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} - \frac{2m}{\hbar^2} V(r) \right] u_\ell(r) = 0$$

y en nuestro caso ($V(r) = 0$ para $r \geq R$), a:

$$\frac{d^2 u_\ell}{dr^2} + \left[k^2 - \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} \right] u_\ell(r) = 0 \quad (5)$$

Las soluciones de esta ecuación son:

$$F_\ell(r) = D_\ell r \cdot j_\ell(kr) \quad ; \quad G_\ell(r) = E_\ell r \cdot n_\ell(kr)$$

y las combinaciones de ambas:

$$h_\ell^{(1)} = r \left[n_\ell(kr) + i j_\ell(kr) \right] = u_\ell^+$$

$$h_\ell^{(2)} = r \left[n_\ell(kr) - i j_\ell(kr) \right] = u_\ell^-$$

pueden usarse para definir u_ℓ :

(21)

$$u_l = a u_l^+ + b u_l^- \quad \text{con } a = i (2l+1)^{1/2} \frac{\sqrt{\pi}}{x}$$

$$b = -\eta_l a$$

Para obtener la relación entre η_l y la derivada logarítmica de la función en el interior, es conveniente definir:

$$R \left[\frac{du_l^+ / dr}{du_l^+} \right]_{r=R} = \Delta_l + i s_l$$

donde:

$$\Delta_l = \text{Re} \left\{ -l + x \frac{h_{l-1}(x)}{h_l(x)} \right\}; \quad s_l = \text{Im} \left\{ -l + x \frac{h_{l-1}(x)}{h_l(x)} \right\}$$

$$x = kR$$

y la fase de la onda incidente: \bar{u}_l en $r = R$:

$$\exp(2i \delta_l) = \frac{\bar{u}_l(R)}{u_l(R)}$$

o sea:

$$\delta_l = \text{arc tg.} \left\{ -j_l(x) / n_l(x) \right\}$$

Reemplazando estas relaciones en la definición de f_l :

$$f_l = \frac{R \left(\frac{du_l}{dr} \right)}{u_l} \Big|_{r=R}$$

se obtiene:

$$\bar{\eta}_l = \frac{f_l - \Delta_l + i s_l}{f_l - \Delta_l - i s_l} \exp(2i \delta_l)$$

De esta relación entre $\bar{\eta}_l$ y f_l se pueden obtener las secciones eficaces en función de f_l de la siguiente manera:

$$\overline{\sigma}_{se}^{(e)} = \frac{4\pi(2l+1)}{\frac{2m}{\hbar^2} E (M_{ev})} \left\{ \text{sen}^2 \delta_l + \frac{\text{sen} \delta_l (M_l \cos 2\delta_l - N_l \text{sen} 2\delta_l) + \text{sen} \delta_l (\text{Im} f_l)}{M_l^2 + N_l^2} \right\}$$

$$\overline{\sigma}_c^{(e)} = \frac{4\pi}{\frac{2mE}{\hbar^2}} \left\{ (2l+1) \cdot \text{sen} \left[\frac{-\text{Im} f_l}{M_l^2 + N_l^2} \right] \right\}$$

y por consiguiente:

$$\overline{\sigma}_t^{(e)} = \frac{4\pi}{\frac{2mE}{\hbar^2}} (2l+1) \left\{ \text{sen}^2 \delta_l + \text{sen} \frac{M_l \cos 2\delta_l - N_l \text{sen} 2\delta_l}{M_l^2 + N_l^2} \right\}$$

Reducción de las Fórmulas para A_l y f_l

Trataremos de elaborar algo las fórmulas obtenidas, de manera de facilitar su uso.

Teníamos que:

$$A_l = \frac{X_2 j_l(X_1) j_{l-1}(X_2) - X_1 j_l(X_2) j_{l-1}(X_1)}{X_1 j_{l-1}(X_1) n_l(X_2) - X_2 j_l(X_1) n_{l-1}(X_2)} \quad (1)$$

con las relaciones:

$$j_{l+2} = \frac{2l+3}{X} j_{l+1} - j_l \quad (2)$$

$$n_{l+2} = \frac{2l+3}{X} n_{l+1} - n_l \quad (3)$$

$$\text{y } j_0 = \text{sen } X/X ; n_0 = \text{cos } X/X \quad (4) ; j_{-1} = \text{cos } X/X ; n_{-1} = \text{sen } X/X \quad (5)$$

Ahora bien, es fácil ver que:

$$\frac{\operatorname{sen} X}{X} = \frac{\operatorname{sen} 2u + i \operatorname{Sh} 2v}{\cos 2u + \operatorname{Ch} 2v} = \frac{S(X)}{C(X)}$$

donde:

$$S(X) = \operatorname{sen} 2u + i \operatorname{Sh} 2v$$

$$C(X) = \cos 2u + \operatorname{Ch} 2v \quad ; \quad X = u + i v$$

por lo tanto, $\operatorname{sen} X$ y $\cos X$ son respectivamente proporcionales a $S(X)$ y $C(X)$.

Se deduce de aquí que dividiendo numerador y denominador por esa función de proporcionalidad resultarán todas las funciones dependientes de $S(X)$ y $C(X)$ en lugar de $\operatorname{sen} X$ y $\cos X$, respectivamente.

Las relaciones (2) y (3) continúan valiendo para las funciones $j_\ell[S(X), C(X)]$ y $n_\ell[S(X), C(X)]$ y las (4) y (5) se transforman en:

$$j_0 = S(X)/X \quad ; \quad n_0 = -C(X)/X \quad (4')$$

$$\text{y} \quad j_{-1} = C(X)/X \quad ; \quad n_{-1} = S(X)/X \quad (5')$$

luego, A_ℓ quedará en función de $S(X)$ y $C(X)$ a través de j_ℓ y n_ℓ efectuando la sustitución:

$$X^{\ell+1} j_\ell = y_{\ell+1} \quad ; \quad X^{\ell+1} n_\ell = -z_{\ell+1} \quad (6)$$

A_ℓ se transforma en:

$$A_\ell = \frac{X_2 X_1^{-\ell-1} X_2^{-\ell} y_{\ell+1}(X_1) y_\ell(X_2) - X_1 X_2^{-\ell-1} X_1^{-\ell} y_\ell(X_1) y_{\ell+1}(X_2)}{-X_1 X_1^{-\ell} X_2^{-\ell-1} y_\ell(X_1) z_{\ell+1}(X_2) + X_2 X_1^{-\ell-1} X_2^{-\ell} y_{\ell+1}(X_1) z_\ell(X_2)}$$

$$A_\ell = \frac{y_{\ell+1}(X_1) y_\ell(X_2) - X_1^2 / X_2^2 y_\ell(X_1) y_{\ell+1}(X_2)}{y_{\ell+1}(X_1) z_\ell(X_2) - X_1^2 / X_2^2 y_\ell(X_1) z_{\ell+1}(X_2)} \quad (7)$$

con las relaciones deducidas de (2), (3) y (6) :

$$y_{l+2} = (2l+1) y_{l+1} - X^2 y_l \quad (8)$$

$$z_{l+2} = (2l+1) z_{l+1} - X^2 z_l \quad (9)$$

y de (4') y (5') :

$$y_0(X) = C(X)/X \quad ; \quad z_0(X) = -S(X)/X \quad (10)$$

$$y_1(X) = S(X) \quad ; \quad z_1(X) = C(X) \quad (11)$$

Las fórmulas fundamentales para el cálculo de A_l son entonces, las (7)-(11) .

Las ventajas de las fórmulas obtenidas para A_l son:

1ª) $S(X)$ y $C(X)$ son mucho más fáciles de calcular que $\sin X$ y $\cos X$, ya que :

$$\operatorname{sen} X = \operatorname{sen}(u + i v) = \operatorname{sen} u \operatorname{Ch} v + i \operatorname{Sh} v \operatorname{c} \operatorname{os} u$$

y una expresión análoga para $\operatorname{cos} X$, mientras que :

$$S(X) = \operatorname{sen} 2u + i \operatorname{Sh} 2v$$

$$C(X) = \operatorname{cos} 2u + \operatorname{Ch} 2v$$

2ª) En las fórmulas de recurrencia (8) y (9) comparadas con (2) y (3) no es necesario dividir por X , lo que simplifica mucho el trabajo de cálculo si se tiene en cuenta que X es un número complejo.

3ª) La utilización de X^2 en lugar de X permite evitar la aproximación que implica la extracción de raíces (por ej: $X_1 = a \sqrt{2m/n^2} \sqrt{E + V_1(1+i\zeta)}$)

Siguiendo el mismo procedimiento se consigue la expresión correspondiente a f_l .

Habíamos visto que:

$$f_l = -l + k_3 \frac{j_{l-1}(k_3) + A_l n_{l-1}(k_3)}{j_l(k_3) + A_l n_l(k_3)}$$

efectuando la sustitución (6), se obtiene:

$$f_l = -l + k_3^2 \frac{k_3^{-l} y_l(k_3) - A_l z_l(k_3)}{k_3^{-l-1} y_{l+1}(k_3) - A_l z_{l+1}(k_3)}$$

o sea:

$$f_l = -l + k_3^2 \frac{y_l(k_3) - A_l z_l(k_3)}{y_{l+1}(k_3) - A_l z_{l+1}(k_3)} \quad (12)$$

y esta fórmula junto con las (3) y (9) es la expresión simplificada para f_l , una vez encontrado el valor de A_l de la manera indicada.

Cálculo de las secciones eficaces de núcleos

a) Energías bajas: $E \ll 1 \text{ MeV}$.

En esta zona de energías el cálculo se simplifica debido a diversas causas:

1º) Los términos preponderantes en la sección eficaz total: $\sigma_t = \sum_l \sigma_t^{(l)}$ son los correspondientes a las ondas de momento orbital nulo ($l=0$).

Por esta razón basta calcular las $\sigma_t^{(0)}$ para obtener datos comparables a los experimentales.

2º) Los valores que toma $\chi = \sqrt{ER^2}$ son del mismo orden que los de $\sin \chi$.

Así para un radio de $7 \cdot 10^{-13} \text{ cm}$. y entre $E = 10^{-6} \text{ MeV}$. y 10^{-2} MeV χ varía entre 0,0014 y 0,14.

Teniendo en cuenta esto se consigue simplificar la fórmula de la sección $\sigma_t^{(0)}$ de la manera que sigue:

$$G_t^{(0)} = 4\pi R^2 \left\{ 1 + \frac{1 - (a/\lambda) \operatorname{Im} f_0 - 2 \operatorname{Re} f_0}{(\lambda - \operatorname{Im} f_0)^2 + \frac{2}{\operatorname{Re} f_0}} \right\} \quad (1a)$$

con

$$\delta_0 = \chi = \delta_0, \quad \Delta_0 = 0, \quad M_0 = \lambda - \operatorname{Im} f_0, \quad N_0 = \operatorname{Re} f_0$$

3º) Los valores de X_i ($i=1,2,3$) resultan independientes de la energía debido a que las relaciones E/V_1 y E/V_2 son despreciables frente a la unidad.

Así, por ejemplo:

$$X_1 = \alpha a \sqrt{E + V_1 (1 + i\xi)} = \alpha a \sqrt{V_1} \sqrt{E/V_1 + 1 + i\xi} \cong \alpha a \sqrt{V_1} \sqrt{1 + i\xi}$$

y lo mismo para X_2 y X_3

De esto resulta que también A_0 y f_0 son independientes de la energía del neutrón incidente.

4º) En este intervalo de energía resulta $\xi \ll 1$ y usando esto puede conseguirse otra simplificación:

$$X_1 \cong \alpha a \sqrt{V_1} \sqrt{1 + i\xi} \cong \alpha a \sqrt{V_1} (1 + i\xi/2) \text{ y}$$

$$S_1 = \operatorname{sen} 2\alpha a \sqrt{V_1} + i \operatorname{Sh} \xi \alpha a \sqrt{V_1}$$

$$C_1 = \operatorname{cos} 2\alpha a \sqrt{V_1} + \operatorname{Ch} \xi \alpha a \sqrt{V_1}$$

con las correspondientes a X_2 , X_3 , S_2 , C_2 , S_3 y C_3 .

Organización de los cálculos

Haciendo uso de estas simplificaciones se han calculado las secciones eficaces de núcleos con radios comprendidos entre 5,5 y 7, 10^{-13} cm. y en un intervalo de energía entre 1 eV. y 10^6 eV.

Los valores fijados para las constantes fueron: $V_1 = 40 \text{ MeV.}$, $V_2 = 20 \text{ MeV.}$

$$\xi = 0,03$$

Un primer cálculo mostró que el valor de ξ usado era excesivo para energías tan bajas y las secciones eficaces obtenidas eran inciertas debido a la propagación de errores cometidos al despreciar cifras.

Se bajó entonces el valor de ξ hasta 0,001 y se aumentó la precisión de los cálculos trabajando con 5 cifras significativas y reduciendo el intervalo entre radios a $0,25 \cdot 10^{-13}$ cm.

Con los valores de $V_1 = 40 \text{ MeV.}$, $V_2 = 20 \text{ MeV.}$ $\alpha = 2,1896 \cdot 10^{12}$ se calcularon los argumentos X_i ($i=1,2,3$) y los correspondientes valores de $S(X_i)$ y $C(X_i)$, de la manera que aparece en el cuadro I, (pág.28). Resultan agrupaciones en columnas pues X_i es, como se ha visto, independiente de la energía.

Con este valor del impulso angular ($l=0$), la expresión para A_0 es, de (7) :

$$A_0 = \frac{y_1(X_1) y_0(X_2) - X_1^2 / X_2^2 y_0(X_1) y_1(X_2)}{y_1(X_1) z_0(X_2) - X_1^2 / X_2^2 y_0(X_1) z_1(X_2)}$$

y la de f_0 : de (12)

$$f_0 = \frac{X_3^2 y_0(X_3) - A_0 z_0(X_3)}{y_1(X_3) - A_0 z_1(X_3)}$$

Los valores obtenidos para A_0 y f_0 están recopilados en el cuadro II, (pág.29).

El paso siguiente consiste en hallar el χ para los distintos radios y energías, las columnas se transforman en cuadros pues aparece ahora una nueva variable E (cuadro II).

Se calcula por último la $\sigma_t^{(0)}$ mediante la fórmula (1a), cuadro III, pág.30.

(I)

R	a	V ₂	R	V ₁	a	V ₂	a	C ₁	C ₂	C ₃	B ₁	B ₂	B ₃
4,5	2	4,4064	2,7696	3,1158	2,2032	1,9584	1,66448	0,28572	0,18151	-0,74731	-0,69986	0,57451	
4,75	2,25	4,6512	3,1158	2,2032	2,2032	1,99867	1,99867	0,69875	0,00749	10,00277	10,00196	10,00441	
5	2,5	4,8960	3,4620	2,4480	2,4480	1,80163	1,80163	1,18257	0,06667	-0,05158	-0,95355	0,12309	
5,25	2,75	5,1408	3,8082	2,6928	2,6928	1,23538	1,23538	1,62349	0,3451	10,00312	10,00220	10,00465	
5,50	3	5,3856	4,1544	2,9376	2,9376	0,56173	1,91792	0,977750	0,89835	0,59784	-0,98319	-0,35901	
5,75	3,25	5,6304	4,5006	3,1824	3,1824	0,08840	1,99667	1,26213	0,41105	10,00346	10,00245	10,00489	
6	3,5	5,8752	4,8468	3,4272	3,4272	0,03592	1,84126	1,68516	0,26558	0,97191	-0,78183	-0,75575	
6,25	3,75	6,1200	5,1930	3,6720	3,6720	0,42829	1,48819	1,94722	0,82046	10,00381	10,00269	10,00514	
6,5	4	6,3648	5,5392	3,9168	3,9168	1,08273	1,02041	1,98506	-0,99657	0,89835	-0,39677	-0,97493	
6,75	4,25	6,6096	5,8854	4,1616	4,1616	1,69988	0,54784	1,79441	0,0415	10,00450	10,00318	10,00563	
7	4,5	6,8544	6,2316	4,4064	4,4064	1,99470	0,18151	1,41543	0,41105	-0,26558	0,54064	-0,72841	
7,25	4,75	7,0992	6,5778	4,6512	4,6512	1,83141	0,00749	0,93885	-0,00485	10,00485	10,00343	10,00587	
7,5	5	7,3440	6,9240	4,8960	4,8960	1,28425	0,06667	0,47666	-0,82046	0,82046	0,87274	-0,32064	
7,75	5,25	7,5888	7,2702	5,1408	5,1408	0,61767	0,34515	0,13742	-0,00519	10,00519	10,00367	10,00612	
8	5,5	7,8336	7,6104	5,3856	5,3856	0,11083	0,77750	0,00086	-0,99657	0,99657	0,99979	0,17234	
									10,00554	10,00554	10,00392	0,17234	
									-0,71428	0,71428	0,89193	0,60741	
									10,00588	10,00588	10,00416	10,00661	
									-0,10302	0,10302	0,57451	0,90963	
									10,00623	10,00623	10,00441	10,00685	
									0,55570	0,55570	0,12309	0,99813	
									10,00658	10,00658	10,00465	10,00710	
									0,95875	0,95875	-0,35901	0,85211	
									10,00692	10,00692	10,00491	10,00734	
									0,91981	0,91981	-0,75575	0,50588	
									10,00727	10,00727	10,00514	10,00759	
									0,45752	0,45752	-0,97493	-0,04079	
									10,00762	10,00762	10,00538	10,00783	

(II)

2

	E				
	1eV.	10eV.	100eV.	1000eV.	10.000eV. 100.000eV.
-2,82306	0,00099	0,00312	0,00985	0,03116	0,09853
-1 0,01479					0,31158
-5,39735	0,00104	0,00329	0,01040	0,03289	0,10401
-1 0,03880					0,32889
-9,80511	0,00109	0,00346	0,01095	0,03462	0,10948
-1 0,06625					0,34621
-110,905	0,00115	0,00364	0,01149	0,03635	0,11495
-1 4,50592					0,36352
34,8772	0,00120	0,00381	0,01204	0,03808	0,12043
-10,79513					0,38083
8,55604	0,00126	0,00398	0,01259	0,03981	0,12590
-1 0,06534					0,39814
3,54366	0,00131	0,00415	0,01314	0,04154	0,13138
-1 0,04021					0,41544
0,35365	0,00137	0,00433	0,01368	0,04328	0,13685
-1 0,02418					0,43276
-2,00527	0,00142	0,00450	0,01423	0,04501	0,14232
-1 0,02731					0,45007
-5,50168	0,00148	0,00467	0,01478	0,04678	0,14780
-1 0,04765					0,46738
-7,65736	0,00153	0,00485	0,01533	0,04847	0,15327
-1 0,05657					0,48469
-13,55550	0,00159	0,00502	0,01587	0,05020	0,15875
-1 0,14276					0,50200
-34,8661	0,00164	0,00519	0,01642	0,05193	0,16422
-1 0,74222					0,51931
-63,8815	0,00170	0,00537	0,01697	0,05366	0,16969
-1 2,89066					0,53662
11,7311	0,00175	0,00554	0,01752	0,05539	0,17517
-1 0,25409					0,55393

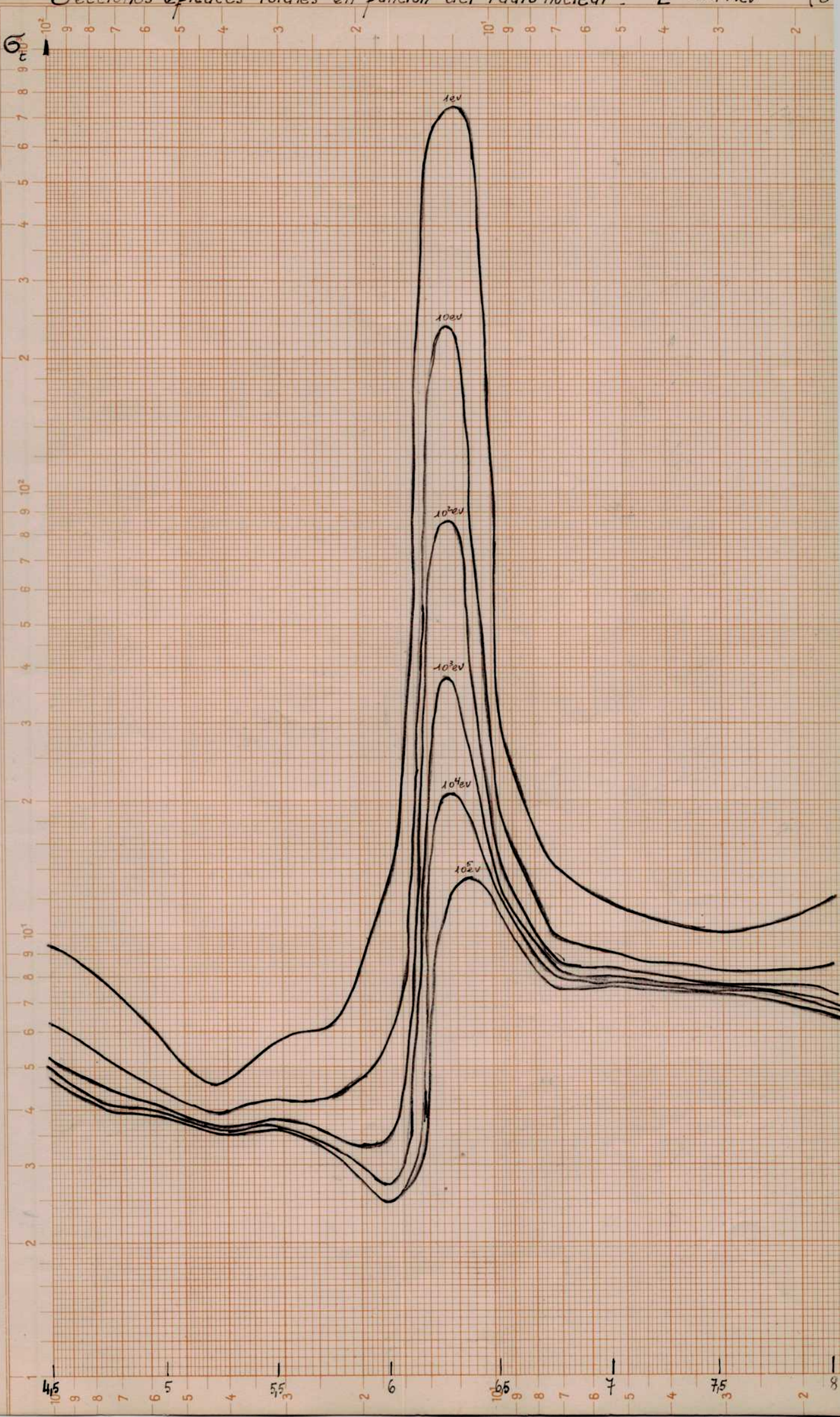
(29)

(III)

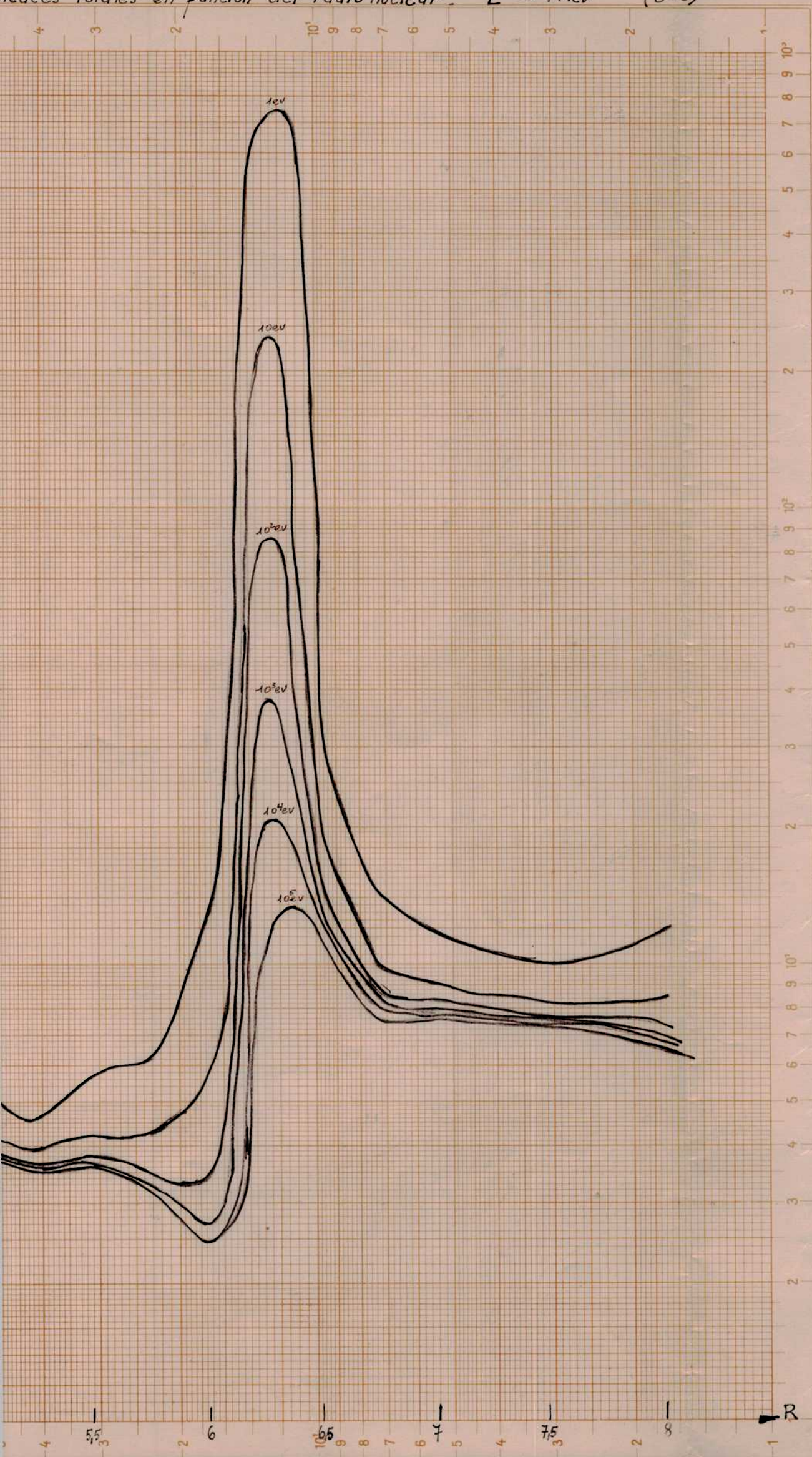
$\sigma_t^{(c)}$ (barn)

R	1eV.	10eV.	100eV.	1000eV.	10,000eV.	100,000eV.
4,5	9,4367	6,180	5,146	4,818	4,711	4,654
4,75	7,613	5,130	4,431	4,097	4,018	3,989
5	5,804	4,444	4,016	3,881	3,838	3,823
5,25	4,627	3,873	3,635	3,560	3,573	3,529
5,5	5,658	4,240	3,794	3,692	3,647	3,595
5,75	6,183	4,172	3,535	3,333	3,270	3,252
6	13,387	5,821	3,434	2,681	2,446	2,401
6,25	705,418	234,068	84,849	37,148	20,166	10,033
6,5	37,312	19,934	14,455	12,716	12,130	11,646
6,75	14,085	9,938	8,605	8,188	8,054	7,620
7	11,753	9,095	8,258	7,993	7,908	7,874
7,25	10,839	8,638	7,938	7,717	7,647	7,623
7,5	10,110	8,311	7,742	7,563	7,507	7,488
7,75	10,452	8,307	7,629	7,431	7,345	7,324
8	11,875	8,355	7,244	6,893	6,782	6,751

Secciones eficaces totales en función del radio nuclear. $E \ll 1 \text{ Mev}$ (2)



picaces totales en función del radio nuclear. $E \ll 1 \text{ Mev}$ ($l=0$)



No. 47753-555

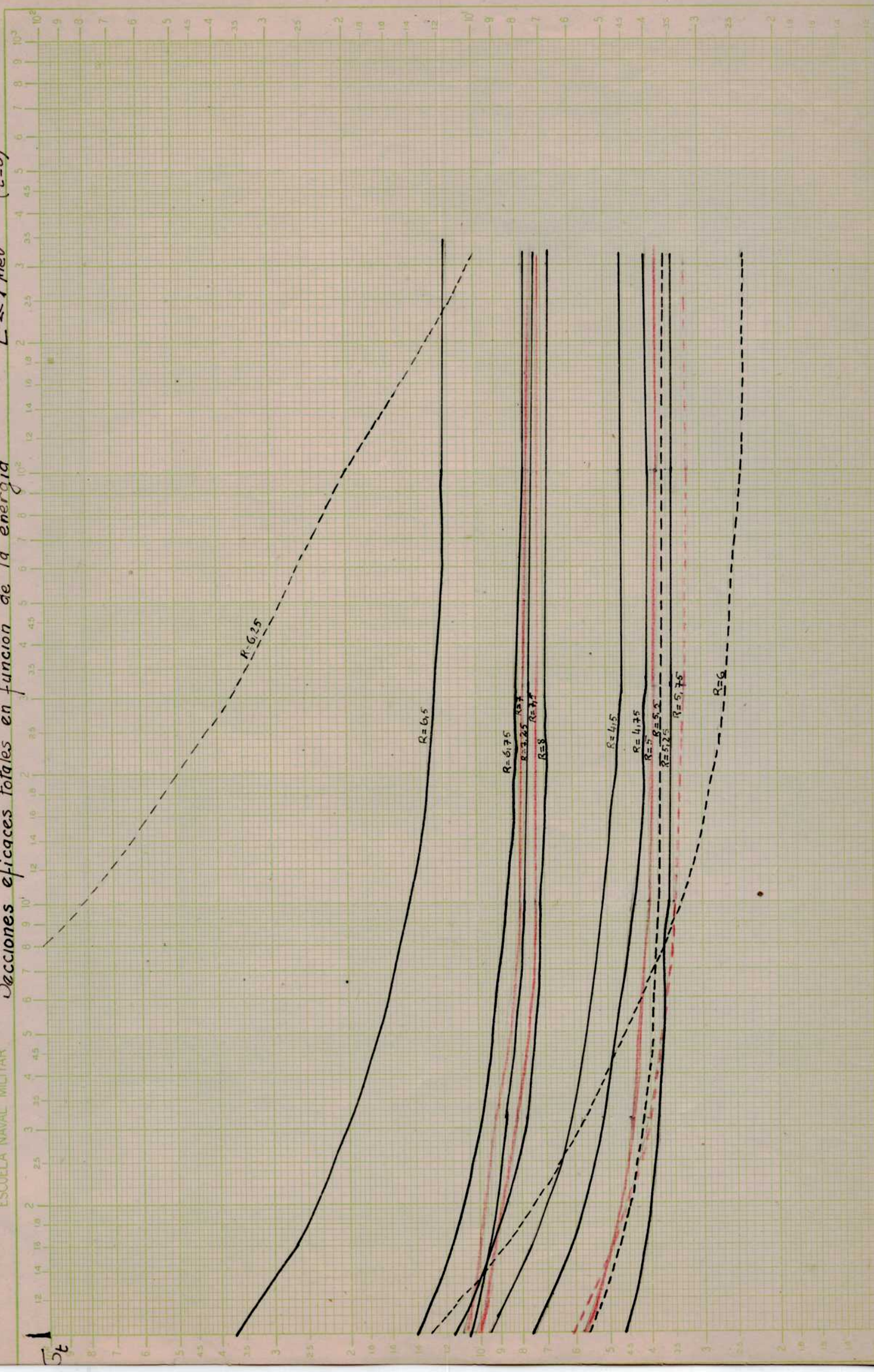
Lutz, Ferrando y Cia. S. A.

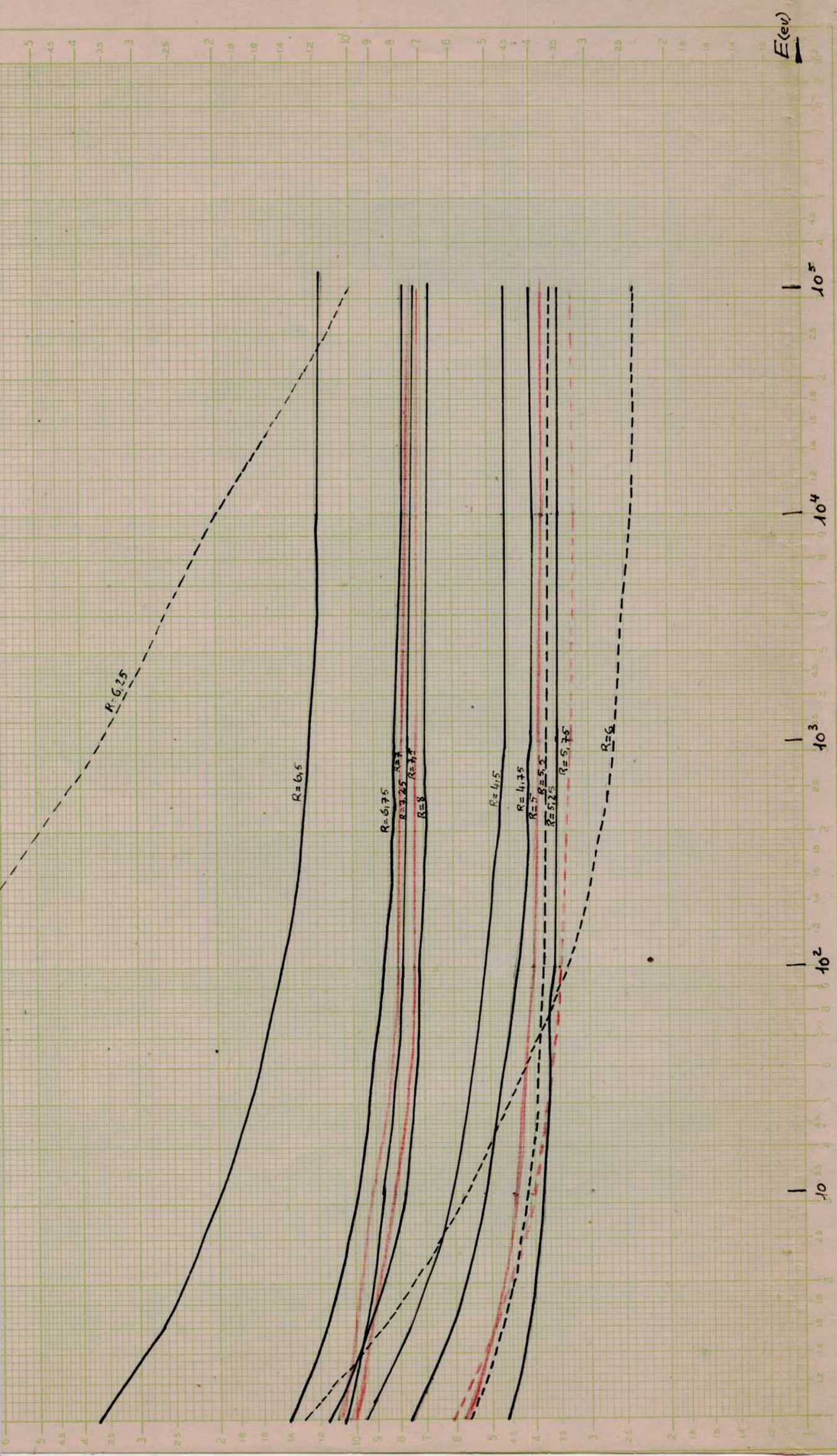
(11)

ESCUELA NAVAL MILITAR

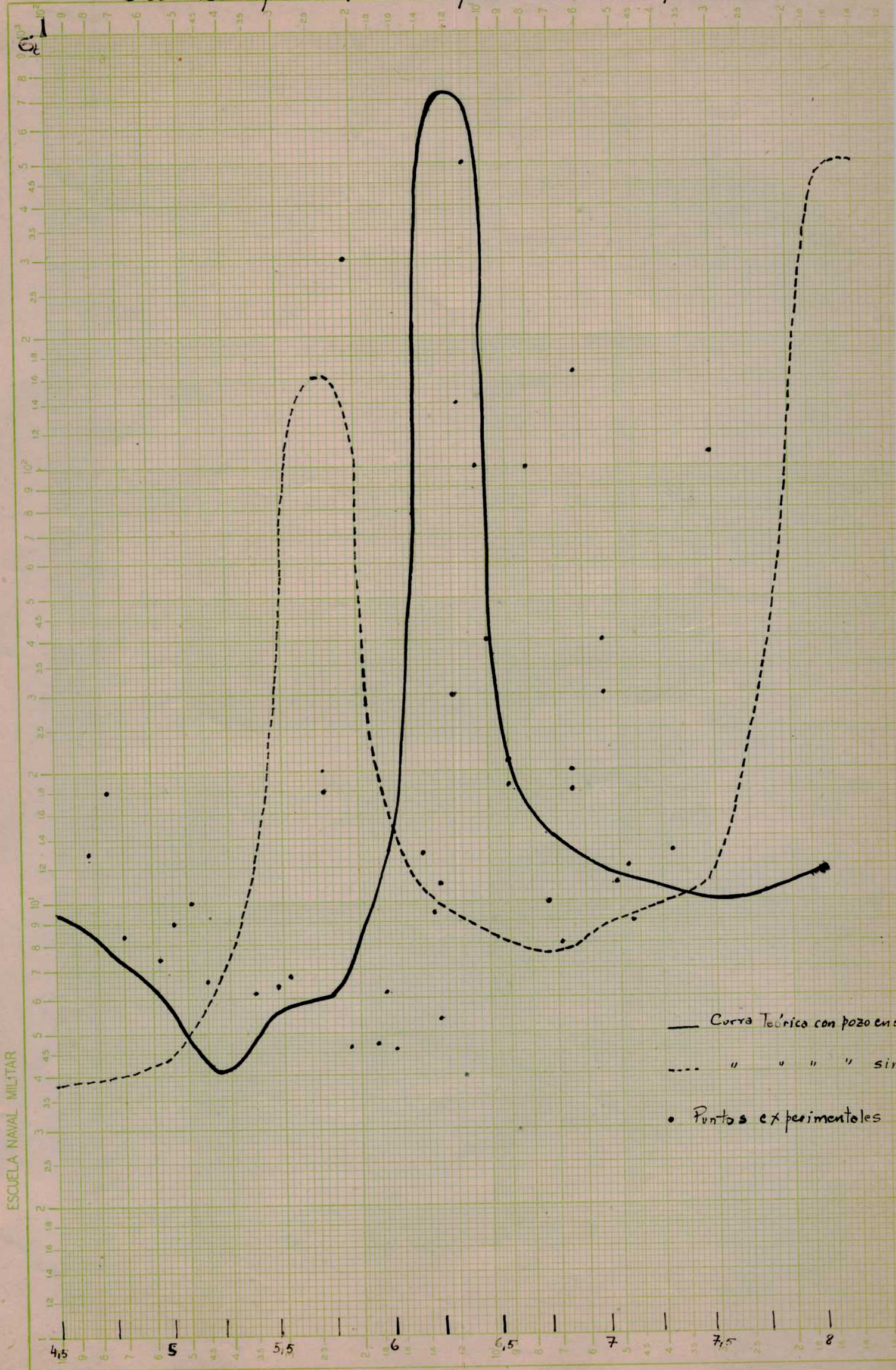
Secciones eficaces totales en función de la energía ($l=0$)

$E \ll 1 \text{ Mev}$



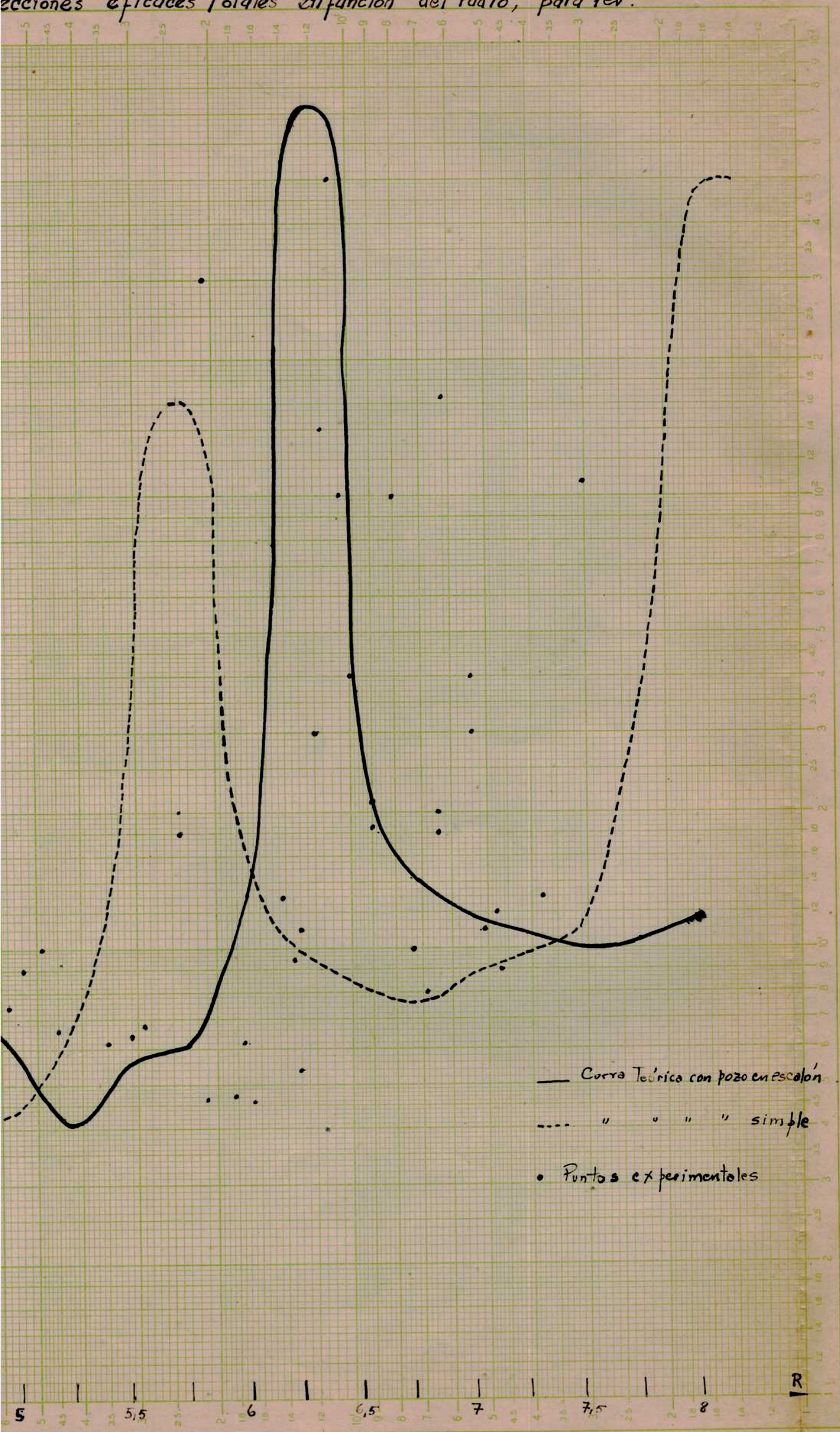


Secciones eficaces totales en función del radio, para $1eV$.



ESCUELA NAVAL MILITAR

secciones eficaces totales en función del radio, para 1ev.



Los resultados así obtenidos muestran proximidad a los experimentales. Las curvas que siguen las secciones eficaces para cada radio en función de la energía incidente, muestran la dependencia $1/v$ cuando $E \rightarrow 0$.

Por otra parte las curvas que representan la variación de la sección eficaz en función del radio del núcleo, tomando $R = 1,3 A^{1/3} \cdot 10^{-13}$ cm., muestran un pico de resonancia en la región correspondiente a radios de núcleos en las proximidades del grupo de las tierras raras. Este máximo pronunciado se obtiene también si se representa las secciones eficaces obtenidas por mediciones experimentales, y se presenta en la misma región de las tierras raras.

En cambio los cálculos efectuados usando como potencial el pozo cuadrado no presentan el máximo en las proximidades de esta zona, sino corrido hacia menores radios.

Parece ser entonces, que en lo que respecta a bajas energías, el potencial en escalón obtiene una nueva verificación experimental al acoplarse una parte imaginaria, pues da un corrimiento de los máximos del pozo simple en el sentido correcto.

Las curvas correspondientes a esta zona están representadas en los gráficos N° I, II que acompañan al trabajo.

El hecho de que los máximos no coincidan exactamente con los experimentales resulta lógico pues este potencial en escalón aunque constituye una mejor aproximación al potencial real, es todavía una representación bastante grosera del mismo.

Energías del orden del MeV.

Para energías de este orden puede trabajarse también con una fórmula simplificada para las X, que se obtiene teniendo en cuenta la pequeñez del parámetro $\xi = 0,03$.

En efecto:

$$X_1 = a \alpha \sqrt{V_1 (1 + i \xi) + E} \quad \text{puede escribirse:}$$

$$X_1 = a \alpha \sqrt{V_1 \left[\sqrt{1 + E/V_1} \left(\sqrt{1 + i \xi / (1 + E/V_1)} \right) \right]}$$

y desarrollando la raíz

$$X_1 \approx a \alpha \sqrt{V_1} \left\{ \sqrt{1 + E/V_1} + i \xi/2 \sqrt{1 + \frac{E}{V_1}} \right\}$$

Análogamente se obtiene:

$$X_2 \approx a \alpha \sqrt{V_2} \left\{ \sqrt{1 + E/V_2} + i \xi/2 \sqrt{1 + \frac{E}{V_2}} \right\}$$

y

$$X_3 \approx B \alpha \sqrt{V_2} \left\{ \sqrt{1 + E/V_2} + i \xi/2 \sqrt{1 + \frac{E}{V_2}} \right\}$$

Además:

$$X_1/X_2 = \frac{\sqrt{2} \sqrt{1 + E/V_1} + i \xi/2 \sqrt{1 + \frac{E}{V_1}}}{\sqrt{1 + E/V_2} + i \xi/2 \sqrt{1 + \frac{E}{V_2}}}$$

y despreciando ξ^2 resulta:

$$X_1/X_2 = \sqrt{2} \left\{ \frac{\sqrt{1 + E/V_1} + \frac{i \xi E}{\sqrt{2} 40 \sqrt{1 + E/V_1} \sqrt{(1 + E/V_2)^3}}}{\sqrt{1 + E/V_2}} \right\}$$

y análogamente:

$$X_1^2/X_2^2 = \sqrt{2}^2 \frac{(1 + E/V_1) (1 + i \xi / \sqrt{1 + E/V_1})}{(1 + E/V_2) (1 + i \xi / \sqrt{1 + E/V_2})}$$

$$X_1^2/X_2^2 = 2 \frac{(1 + E/V_1 + i \xi) (1 - i \xi / \sqrt{1 + E/V_2})}{1 + E/V_2}$$

$$= 2 \frac{(1 + E/V_1)}{1 + E/V_2} + \frac{2i \xi E}{V_1 (1 + E/V_2)^2}$$

que teniendo en cuenta la expresión para X_1/X_2 , puede transformarse en

$$X_1^2/X_2^2 = (\text{Re } X_1/X_2)^2 + i \xi \frac{2 \text{Im } X_1/X_2}{1 + E/V_2}$$

Organización de los cálculos

Los cálculos efectuados abarcan radios nucleares desde 4,5 hasta $7 \cdot 10^{-13}$ cm. y valores de X entre 1, y 3 (lo que equivale a energías entre 1 y 10 MeV.)

En este caso de energías altas, los argumentos X_2 dependen de la energía a la vez que del radio, por lo cual lo que se calcula son cuadros de valores desde el comienzo.

Los valores de g_2 , A_2 , $\sin^2 \delta_2$, $\sin 2\delta_2$, $\cos 2\delta_2$, han sido tomados de la publicación a que se hace referencia en IV, pág. 34

Los valores obtenidos para los argumentos X_2 usando las fórmulas simplificadas (1b) quedan expresados en V y VI, pág. 35 y 36 respectivamente.

Con ellos se hallan S y C (VI, VII, VIII, IX, pág. 36, 37, 38, 39 respectivamente.)

Hasta aquí los valores encontrados son independientes del momento angular orbital de la onda incidente y tienen entonces aplicación general.

Se trata ahora de calcular las distintas combinaciones que nos definen los correspondientes A_2 y f_2 , $\sigma_t^{(e)}$ y $\sigma_c^{(e)}$.

Cálculos para $l=0$

Las fórmulas correspondientes a A_0 y f_0 son las mismas usadas en los cálculos a energías bajas y los valores que ahora tomar en base a los S y C calculados están expresados en X pág. 40.

La aproximación hecha para energías bajas para $\sigma_t^{(0)}$ no es válida y en cambio se usa la obtenida de la general:

$$\sigma_t^{(0)} = 4\pi / (2mE) \left\{ \sin^2 \delta_0 + \frac{k_0 \cos 2\delta_0 - k_0 \sin 2\delta_0}{k_0^2 + k_0^2} \right\}$$

y la
$$\sigma_c^{(0)} = 4\pi / (2mE) \left\{ \frac{k_0 (-\sin \delta_0)}{k_0^2 + k_0^2} \right\}$$

con $\delta_0 = \delta = \delta_0$ $\Delta \delta = 0$

Efectuando las correspondientes operaciones se han obtenido los siguientes valores de $\sigma_t^{(0)}$, $\sigma_c^{(0)}$ (cuadro XI, Pág. 41)

(34)

(IV)

TABLES OF μ_l , Δ_l , $\cos^2 \delta_l$, $\sin^2 \delta_l$, $\sin^2 \delta_l$ FOR $x=0.1$ (0.1) 1.0

kR	μ_l	Δ_l	$\cos^2 \delta_l$	$\sin^2 \delta_l$	$\sin^2 \delta_l$
<u>$l=0$</u>					
1.0		0	-.41615	.90930	.70807
1.4			-.94222	.33499	.97111
1.8			-.89676	-.44252	.94838
2.2			-.30733	-.95160	.65367
2.6			.46852	-.88345	.28366
3.0			.96017	-.27942	.019915
<u>$l=1$</u>					
1.0	.500000	-.50000	.90930	.41615	.044351
1.4	.92702	-.33784	.62247	.78265	.18877
1.8	1.37547	-.23585	.098034	.99518	.45098
2.2	1.8233	-.17123	-.51488	.85726	.75744
2.6	2.2649	-.12887	-.93977	.34181	.96989
3.0	2.7000	-.10000	-.93579	-.35257	.96789
<u>$l=2$</u>					
1.0	.076923	-1.6154	.999408	.034406	.29603 (-3)
1.4	.28727	-1.2756	.98967	.143384	5.1665 (-3)
1.8	.64672	-.9487	.93248	.36122	.033760
2.2	1.09779	-.6928	.75533	.65534	.122335
2.6	1.5847	-.5106	.39931	.99682	.30035
3.0	2.0769	-.3846	-.111374	.99378	.55569

(34')

(IV) continuación

kR	s_ℓ	Δ_ℓ	$\cos 2\delta_\ell$	$\sin 2\delta_\ell$	$\sin^2 \delta_\ell$
<u>$\ell = 3$</u>					
1.0	3.6101(-3)	-2.7834	.999999	.001082	.2928 (-6)
1.4	.030663	-2.5437	.999953	.009701	.023529(-3)
1.8	.13087	-2.2009	.99899	.044886	.50394 (-3)
2.2	.35801	-1.7957	.99067	.135286	4.6652 (-3)
2.6	.72209	-1.4004	.95172	.30697	.024040
3.0	1.18537	-1.0683	.83557	.54939	.082216
<u>$\ell = 4$</u>					
1.0	.078456(-3)	-3.8526	1.00000	.000018	.000000
1.4	1.40354 (-3)	-3.7005	"	.000329	.0271 (-6)
1.8	.0110227	-3.4777	.999996	.001685	.7097 (-6)
2.2	.051389	-3.1681	.999911	.013326	.044397 (-6)
2.6	.16444	-2.7702	.99893	.046140	.53251 (-3)
3.0	.39377	-2.3163	.99255	.121829	3.7244 (-3)
<u>$\ell = 5$</u>					
1.0	1.00112(-6)	-4.8870	1.0000000	.00000000	.00000000
1.4	.036341(-3)	-4.7747	"	.000007	"
1.8	.49691 (-3)	-4.6178	"	.000096	.0023 (-6)
2.2	3.7278 (-3)	-4.4075	"	.000744	.1383 (-6)
2.6	.018403	-4.1304	.999993	.003837	3.6816 (-6)
3.0	.066015	-3.7734	.999894	.014594	.05350 (-3)

Estos valores han sido extraídos de "A Summary of the Numerical Results of a Theoretical Study of the Scattering of Neutrons by Complex Nuclei" by H. Feschbach, Porter and Weisskopf, Technical Report N°62 Agosto 15, 1953

(V)

B	E1	E2	E3	X1	E4	E5	E6	E1	E2	E3	X2	E4	E5	E6
4,5	2,8050	2,8385	2,8828	2,9371	3,0011	3,0737	3,0737	2,0081	2,0547	2,1154	2,1889	2,2739	2,3492	2,3492
	10,0410	10,0405	10,0399	10,0392	10,0383	10,0374	10,0374	10,0286	10,0280	10,0272	10,0263	10,0253	10,0243	10,0243
4,75	3,1485	3,1856	3,2304	3,2853	3,3504	3,4249	3,4249	2,2534	2,3008	2,3625	2,4371	2,5239	2,6218	2,6218
	10,0462	10,0457	10,0450	10,0443	10,0434	10,0425	10,0425	10,0323	10,0316	10,0308	10,0298	10,0288	10,0277	10,0277
5	3,4979	3,5319	3,5769	3,6326	3,6981	3,7729	3,7729	2,4986	2,5461	2,6083	2,6837	2,7718	2,8710	2,8710
	10,0514	10,0509	10,0502	10,0495	10,0486	10,0476	10,0476	10,0359	10,0353	10,0344	10,0335	10,0324	10,0313	10,0313
5,25	3,8440	3,8782	3,9236	3,9788	4,0332	4,0981	4,0981	2,7434	2,7908	2,8530	2,9289	3,0175	3,1177	3,1177
	10,0565	10,0560	10,0554	10,0546	10,0538	0,05281	0,05281	10,0396	10,0389	10,0381	10,0371	10,0360	10,0349	10,0349
5,5	4,1901	4,2242	4,2690	4,3322	4,3899	4,4651	4,4651	2,9878	3,0351	3,0975	3,1840	3,3619	3,3626	3,3626
	10,0618	10,0613	10,0606	10,0597	10,0589	10,0579	10,0579	10,0433	10,0426	10,0418	10,0406	10,0396	10,0385	10,0385
5,75	4,5384	4,5699	4,6140	4,6693	4,7346	4,8093	4,8093	3,2323	3,2794	3,3412	3,4166	3,5054	3,6059	3,6059
	10,0669	10,0665	10,0658	10,0650	10,0641	10,0631	10,0631	10,0470	10,0463	10,0454	10,0444	10,0433	10,0421	10,0421
6	4,8817	4,9151	4,9592	5,0140	5,0784	5,1531	5,1531	3,4769	3,5231	3,5845	3,6595	3,7476	3,8480	3,8480
	10,0722	10,0717	10,0710	10,0702	10,0694	10,0683	10,0683	10,0506	10,0500	10,0491	10,0481	10,0470	10,0458	10,0458
6,25	5,2283	5,2605	5,3041	5,3581	5,4220	5,4962	5,4962	3,7204	3,7667	3,8277	3,9018	3,9896	4,0895	4,0895
	10,0773	10,0769	10,0762	10,0755	10,0746	10,0736	10,0736	10,0543	10,0537	10,0528	10,0518	10,0507	10,0494	10,0494
6,5	5,5735	5,6056	5,6488	5,7026	5,7577	5,8388	5,8388	3,9646	4,0104	4,0703	4,1443	4,2309	4,3300	4,3300
	10,0825	10,0821	10,0814	10,0807	10,0798	10,0788	10,0788	10,0580	10,0573	10,0565	10,0555	10,0544	10,0531	10,0531
6,75	5,9189	5,9513	5,9937	6,0460	6,1090	6,1808	6,1808	4,2090	4,2540	4,3130	4,3859	4,4720	4,5702	4,5702
	10,0878	10,0874	10,0868	10,0860	10,0850	10,0843	10,0843	10,0617	10,0610	10,0602	10,0592	10,0581	10,0568	10,0568
7	6,2646	6,2964	6,3381	6,3899	6,4515	6,5232	6,5232	4,4531	4,4976	4,5557	4,6276	4,7126	4,8100	4,8100
	10,0929	10,0925	10,0919	10,0911	10,0903	10,0893	10,0893	10,0654	10,0647	10,0639	10,0629	10,0618	10,0605	10,0605
7,25	6,6100	6,6435	6,6824	6,7343	6,7948	6,8652	6,8652	4,6972	4,7409	4,7981	4,8693	4,9535	5,0493	5,0493
	10,0982	10,0977	10,0971	10,0963	10,0955	10,0945	10,0945	10,0690	10,0684	10,0676	10,0666	10,0655	10,0643	10,0643
7,5	6,9558	6,9863	7,027	7,0777	7,1379	7,2072	7,2072	4,9410	4,9841	5,0409	5,1109	5,1936	5,2886	5,2886
	10,1034	10,1029	10,1023	10,102	10,1007	10,0997	10,0997	10,0727	10,0721	10,0713	10,0703	10,0692	10,0680	10,0680

(VI)

E1	E2	E3	E4	E5	E6
4,5183	4,6232	4,7598	4,9250	5,1163	5,3309
10,0682	10,6630	10,0612	10,0591	10,0569	10,0546
4,7572	4,8572	4,9875	5,1552	5,3284	5,5349
10,0681	10,0667	10,0650	10,0630	10,0608	10,0585
4,9973	5,0923	5,2167	5,3675	5,5437	5,7420
10,0719	10,0705	10,0689	10,0669	10,0648	10,0626
5,2374	5,3279	5,4467	5,5916	5,7608	5,9520
10,0756	10,0744	10,0727	10,0709	10,0688	10,0666
5,4777	5,5644	5,6785	5,8374	5,9802	6,1649
10,0794	10,0782	10,0766	10,0745	10,0727	10,0709
5,7188	6,8021	5,9113	6,0448	6,2019	6,3798
10,0831	10,0819	10,0804	10,0786	10,0766	10,0745
5,9604	6,0397	6,1448	6,2735	6,4245	6,5966
10,0868	10,0857	10,0842	10,0825	10,0805	10,0784
6,2008	6,2779	6,3795	6,5031	6,6494	6,8158
10,0906	10,0895	10,0880	10,0864	10,0845	10,0824
6,4424	6,5169	6,6143	6,7346	6,8752	7,0363
10,0943	10,0932	10,0919	10,0902	10,0884	10,0864
6,6849	6,8502	6,9658	7,1026	7,2586	6,7563
10,0930	10,0959	10,0956	10,0940	10,0920	10,0902
6,9270	6,9963	7,0867	7,1985	7,3308	7,4822
10,1017	10,1007	10,0994	10,0979	10,0961	10,0942
7,1695	7,2362	7,3235	7,4321	7,5606	7,7069
10,1054	10,1054	10,1032	10,1017	10,1000	10,0981
7,4115	7,4762	7,5614	7,6664	7,7909	7,9330
10,1091	10,1081	10,1081	10,1069	10,1054	10,1038

E1	E2	E3	E4	E5	E6
-0,6235	-0,5696	-0,4948	-0,3977	-0,2773	-0,1354
10,0821	10,0811	10,0799	10,0785	10,0767	10,0749
0,0138	0,0879	0,2623	0,2835	0,4121	0,5367
10,0925	10,0915	10,0901	10,0887	10,0869	10,0851
0,6538	0,7037	0,7647	0,8316	0,8970	0,9529
10,1030	10,1020	10,1006	10,0992	10,0974	10,0953
0,9867	0,9952	1,000	0,9946	0,9726	0,9266
10,1006	10,1122	10,1111	10,1094	10,1078	10,1058
0,8647	0,8285	0,7751	0,6890	0,6012	0,4742
10,1239	10,1229	10,1215	10,1197	10,1181	10,1161
0,3410	0,2812	0,1955	0,0861	-0,0444	-0,1926
10,1241	10,1334	10,1320	10,1304	10,1287	10,1265
-0,3322	-0,3944	-0,4737	-0,5673	-0,6684	-0,7716
10,1449	10,1439	10,1425	10,1409	10,1392	10,1370
-0,8582	-0,8894	-0,9258	-0,9612	-0,9885	-1,000
10,1552	10,1544	10,1530	10,1516	10,1498	10,1477
-0,9886	-0,9768	-0,9548	-0,9173	-0,8599	-0,7763
10,1658	10,1649	10,1635	10,1621	10,1603	10,1582
-0,6659	-0,6161	-0,5472	-0,4568	-0,3414	-0,2034
10,1765	10,1757	10,1746	10,1728	10,1714	10,1640
-0,0372	-0,0264	-0,0096	0,2118	0,3303	0,4618
10,1869	10,1861	10,1848	10,1832	10,1816	10,1886
0,6081	0,6598	0,7162	0,7847	0,8538	0,9184
10,1977	10,1966	10,1954	10,1938	10,1922	10,1922
0,9747	0,9865	0,99654	0,9998	0,9904	0,9618
10,2033	10,2072	10,2060	10,2064	10,2028	10,2007

(VII)

S ₂		S ₃		S ₄		S ₅		S ₆			
E ₁	E ₂	E ₃	E ₄	E ₅	E ₆	E ₁	E ₂	E ₃	E ₄		
-0,7673	-0,8236	-0,8862	-0,9446	-0,9865	-0,9996	0,3785	0,1775	-0,0947	-0,4125	-0,7251	-0,9448
10,0572	10,0560	10,0544	10,0526	10,0506	10,0486	10,1292	10,1263	10,1227	10,1185	10,1141	10,1095
-0,9789	-0,9939	-0,9999	-0,9869	-0,9443	-0,8622	-0,0895	-0,2856	-0,5229	-0,7615	-0,9432	-0,9973
10,0646	10,0632	10,0616	10,0596	10,0576	10,0554	10,1366	10,1338	10,1304	10,1263	10,1219	10,1173
-0,9597	-0,9287	-0,8756	-0,7931	-0,6714	-0,5152	-0,5395	-0,6888	-0,8461	-0,9662	-0,9958	-0,8831
10,0719	10,0707	10,0689	10,0671	10,0648	10,0626	10,1441	10,1415	10,1364	10,1353	10,1300	10,1255
-0,7148	-0,6455	-0,5456	-0,4127	-0,2427	-0,0460	-0,8674	-0,9428	-0,9948	-0,9825	-0,8348	-0,6150
10,0793	10,0779	10,0763	10,0743	10,0721	10,0699	10,1518	10,1493	10,1459	10,1422	10,1380	10,1336
-0,3628	-0,2114	-0,0883	0,0847	0,2382	0,4277	-0,9992	-0,9914	-0,9354	-0,7780	-0,5696	-0,2247
10,0867	10,0853	10,0837	10,0813	10,0793	10,0771	10,1594	10,1570	10,1538	10,1495	10,1459	10,1417
0,1804	0,2722	0,3387	0,5227	0,6651	0,8008	-0,9039	-0,8205	-0,6771	-0,3679	-0,1619	0,1922
10,0941	10,0927	10,0909	10,0889	10,0867	10,0843	10,1670	10,1645	10,1615	10,1579	10,1538	10,1496
0,6215	0,6911	0,7744	0,8603	0,9363	0,9875	-0,6017	-0,4630	-0,2733	-0,0194	0,2789	0,5866
10,1014	10,1002	10,0984	10,0964	10,0944	10,0922	10,1745	10,1722	10,1692	10,1657	10,1617	10,1574
0,9158	0,9490	0,9803	0,9987	0,9922	0,9477	-0,1641	-0,0106	0,1915	0,4258	0,6686	0,8749
10,1080	10,1076	10,1058	10,1038	10,1016	10,0990	10,1821	10,1800	10,1769	10,1736	10,1698	10,1655
0,9972	0,9861	0,9592	0,9070	0,8209	0,6924	0,3131	0,4506	0,7886	0,7851	0,9261	0,9972
10,1163	10,1149	10,1132	10,1112	10,1090	10,1064	10,1897	10,1875	10,1848	10,1814	10,1777	10,1736
0,8451	0,7938	0,7165	0,6070	0,4625	0,2806	0,7197	0,8113	0,9061	0,9789	0,9977	0,9287
10,1237	10,1223	10,1207	10,1187	10,1165	10,1138	10,1973	10,1950	10,1924	10,1891	10,1850	10,1814
0,4957	0,4165	0,3083	0,1688	-0,0040	-0,1940	0,9602	0,9896	0,9993	0,9664	0,8656	0,6769
10,1312	10,1298	10,1281	10,1261	10,1239	10,1213	10,2048	10,2028	10,1999	10,1974	10,1934	10,1895
0,0304	-0,0570	-0,1705	-0,3087	-0,4638	-0,6240	0,9797	0,9444	0,8728	0,7472	0,5537	0,2900
10,1384	10,1382	10,1356	10,1336	10,1314	10,1290	1,021245	1,021205	10,2078	10,2048	10,1999	10,1975
-0,4414	-0,5171	-0,6107	-0,7153	-0,8206	-0,9138	0,7799	0,6857	0,5524	0,3665	0,1267	-0,1573
10,1459	10,1447	10,1432	10,1412	10,1388	10,1360	10,2199	10,2179	10,2154	10,2123	10,2091	10,2051

(VIII)

C ₁						C ₂					
E ₁	E ₂	E ₃	E ₄	E ₅	E ₆	E ₁	E ₂	E ₃	E ₄	E ₅	E ₆
1,7852	1,8252	1,8722	1,9206	1,9637	1,9936	0,3603	0,4345	0,5384	0,6730	0,8374	1,0272
2,0042	2,0003	1,9691	1,9629	1,9149	1,8473	0,7979	0,8914	0,0145	1,1629	1,3308	1,5081
1,7619	1,7157	1,6494	1,5603	1,4467	1,3084	1,2836	1,3732	1,4855	1,6114	1,7408	1,8590
1,1716	1,1037	1,0129	0,9026	0,7734	0,6297	1,7024	1,7668	1,8409	1,9136	1,9719	1,8904
0,5054	0,4515	0,3755	0,2825	0,2079	0,1266	1,9568	1,9810	1,9996	1,9997	1,9743	1,9069
0,0676	0,0492	0,0280	0,0122	0,0092	0,0267	1,9880	1,9665	1,9255	1,8565	1,7505	1,6025
0,0672	0,0913	0,1295	0,1864	0,2658	0,3733	1,7886	1,7278	1,6375	1,5145	1,3556	1,1615
0,4987	0,5547	0,6336	0,7347	0,8602	1,0077	1,4074	1,3209	1,2029	1,0557	0,8803	0,6856
1,1644	1,2274	1,3107	1,4113	1,5233	1,6428	0,9316	0,8406	0,7237	0,5851	0,4349	0,2841
1,7616	1,8030	1,8521	1,9044	1,9545	1,9934	0,4731	0,3993	0,3097	0,2128	0,1201	0,0467
2,0166	2,0168	2,0108	1,9940	1,9604	1,9030	0,1400	0,0993	0,0569	0,0223	0,0077	0,0263
1,8133	1,7706	1,7163	1,6385	1,5339	1,4136	0,0100	0,0111	0,0239	0,0577	0,1226	0,2268
1,2451	1,1851	1,1041	1,0025	0,8822	0,7464	0,1133	0,1545	0,2184	0,3110	0,4941	0,6057

(IX)

C₃

0,0827	0,0238	0,0120	0,0960	0,3179	0,6783
0,0133	0,0506	0,1560	0,3598	0,6750	1,0810
0,1684	0,2850	0,4765	0,7513	1,1001	1,4771
0,5139	0,6778	0,9086	1,1966	1,8743	1,7975
0,9725	1,1451	1,3654	1,6394	1,8225	1,9844
1,4416	1,5852	1,7489	1,9422	1,9986	1,9925
1,8139	1,8985	1,9761	2,0135	1,9733	1,8221
2,0029	2,0160	1,9970	1,9200	1,7579	1,4980
1,9676	1,9102	1,6318	1,6357	1,3929	1,0894
1,7135	1,6035	1,4414	1,2219	1,0849	0,6454
1,3002	1,1645	0,9837	0,7624	0,5178	0,2818
0,8219	0,6930	0,5334	0,3561	0,1874	0,0624
0,3906	0,2956	0,1894	0,0919	0,0297	0,0333

(X)

A ₀		f ₀		E ₀		E ₁		E ₂		E ₃		E ₄		E ₅		E ₆	
-1,2303	-1,1721	-1,1030	-1,0239	-0,9524	-0,8772	-3,7257	-4,4881	-5,7418	-7,7611	-11,6699	-15,8265	-21,081	-27,7611	-35,7418	-45,7418	-57,7418	-71,7418
-10,0082	-10,0063	-10,0069	-10,0077	-10,0065	-10,0083	-10,5627	-10,6491	-10,8231	-11,1814	-12,0880	-13,8265	-15,8265	-18,1814	-21,814	-26,8231	-33,8265	-43,8265
-1,2427	-1,1915	-1,2004	-1,0532	-0,9364	-0,9325	-6,4161	-7,5571	-10,864	-14,519	-21,3592	-34,471	-54,471	-81,519	-116,519	-164,519	-228,519	-314,519
-10,0022	-10,0036	-10,0057	-10,0068	-10,0053	-10,0047	-11,0076	-11,1929	-12,1208	-13,3570	-14,8319	-16,5614	-19,7015	-23,7570	-28,1208	-34,8319	-43,5614	-55,7015
-1,2666	-1,1049	-1,0499	-1,1015	-1,0387	-0,9845	-11,8819	-13,077	-15,256	-18,826	-24,1973	-31,913	-41,913	-54,826	-70,826	-90,826	-114,826	-144,826
-10,0078	-10,0071	-10,0099	-10,0082	-10,0177	-10,0247	-12,7505	-13,1563	-15,7532	-18,471	-24,973	-33,913	-45,913	-61,826	-81,826	-105,826	-138,826	-181,826
-1,3709	-1,3353	-1,2941	-1,2505	-1,2065	-1,18751	-30,762	-18,414	-21,834	-22,865	-11,707	-11,707	-6,3369	-11,707	-11,707	-6,3369	-10,7933	-6,3369
-10,0153	-10,0344	-10,0336	-10,0414	-10,0457	10,0180	-124,682	-159,565	-123,900	-19,6882	-12,2553	-10,7933	-4,7015	-12,2553	-12,2553	-10,7933	-4,7015	-10,7933
-1,7146	-1,6794	-1,6748	-1,6558	-1,6468	-1,6399	11,482	15,4845	11,6878	-11,8762	6,6120	4,7015	4,7015	-11,8762	-11,8762	6,6120	4,7015	-10,9765
-10,1044	-10,1078	-10,1127	-10,1193	-10,1243	-10,1295	-15,0008	-15,0258	-13,1334	-11,8762	-11,3402	-10,9765	-10,9765	-11,8762	-11,8762	-11,3402	-10,9765	-10,9765
-2,8524	-2,8408	-2,8176	-2,8538	-2,9076	-27,940	6,9329	5,9629	4,9347	3,4043	2,7639	-0,3868	-0,3868	2,7639	2,7639	-0,3868	-0,3868	-0,3868
-10,3438	-10,4086	-10,4068	-10,4068	-10,1877	-13,3779	-11,6295	-11,4338	-11,1923	-10,9294	-10,3750	-10,5781	-1,1149	-10,9294	-10,9294	-10,3750	-10,5781	-1,1149
-8,0959	-8,2026	-9,3296	-7,7542	-7,2477	-6,0496	2,6178	2,1362	1,5066	0,7722	-0,0221	-1,1149	-1,1149	0,7722	-0,0221	-1,1149	-1,1149	-1,1149
-14,1052	-13,7986	-11,5843	-12,8708	-12,2403	-11,6490	-10,9294	-10,8621	-10,6426	-10,7742	-10,7611	-11,2216	-11,2216	-10,7742	-10,7611	-11,2216	-11,2216	-11,2216
9,2114	10,917	12,650	16,628	14,733	-22,931	-0,0759	-0,4422	-1,0236	-1,7285	-2,6993	-3,8628	-5,3528	-1,7285	-2,6993	-3,8628	-5,3528	-7,3528
-13,2416	-14,3924	-15,7065	-110,396	-126,011	-128,968	-10,7697	-10,7689	-10,7766	-10,8316	-10,8912	-10,9393	-10,9393	-10,8316	-10,8912	-10,9393	-10,9393	-10,9393
4,8708	5,4115	6,2963	7,8982	11,276	21,397	-2,3819	-2,8217	-4,5388	-4,2944	-5,4407	-6,9839	-8,9839	-4,2944	-5,4407	-6,9839	-8,9839	-11,9839
-10,4052	-10,4704	-10,5841	-10,8342	-11,5546	-15,3329	-10,8434	-10,8792	-11,0994	-11,0378	-11,1983	-11,4782	-11,4782	-11,0378	-11,1983	-11,4782	-11,4782	-11,4782
3,3089	4,5126	5,2211	6,0429	7,8996	15,144	-5,0841	-5,4130	-6,3378	-7,7041	-8,3539	-9,3539	-10,3539	-7,7041	-8,3539	-9,3539	-10,3539	-11,3539
-10,0545	-10,1041	-10,1384	-10,1235	-10,1435	-10,1411	-11,0821	-11,1322	-11,2932	-11,5293	-11,6272	-12,3086	-12,3086	-11,5293	-11,6272	-12,3086	-12,3086	-12,3086
3,9836	4,3920	5,0464	6,1245	8,5541	12,525	-8,6795	-9,2120	-10,607	-12,748	-15,698	-19,698	-22,235	-12,748	-15,698	-19,698	-22,235	-22,235
-10,0108	-10,0252	-10,0553	-10,1233	-10,4706	-10,4175	-11,9561	-12,1203	-12,5385	-13,2931	-14,5365	-16,1692	-17,361	-13,2931	-14,5365	-16,1692	-17,361	-17,361
3,9554	4,2044	4,7782	5,5257	6,7471	8,6852	-14,188	-17,202	-19,357	-24,490	-30,683	-38,683	-48,683	-24,490	-30,683	-38,683	-48,683	-61,683
-10,0738	-10,1036	-10,1619	-10,3055	-10,6316	-11,3565	-14,3400	-15,9070	-17,4104	-112,173	-126,452	-161,6469	-17,361	-112,173	-126,452	-161,6469	-17,361	-161,6469
3,4181	3,6034	3,8564	4,1734	6,0711	4,9959	-27,909	-28,011	-17,959	46,7861	306937	31,283	31,283	46,7861	306937	31,283	31,283	31,283
-10,2295	-10,2814	-10,3614	-10,4831	-10,9962	-10,9451	-124,001	-134,694	-153,686	-152,452	-142,869	-127,274	-127,274	-152,452	-142,869	-127,274	-127,274	-127,274

(E)

(XI)

	$\bar{b}_t^{(0)}$					$\bar{b}_c^{(0)}$					
	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5	E_6	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5
2,23	1,23	0,570	0,208	0,0566	0,00981	0,8878	0,0483	0,0292	0,0180	0,0129	0,0094
2,32	1,41	0,732	0,300	0,0940	0,0160	0,0632	0,0370	0,0250	0,0179	0,0164	0,0098
2,41	1,56	0,853	0,399	0,151	0,0356	0,0556	0,0346	0,0257	0,0187	0,0148	0,0127
2,49	1,68	0,991	0,504	0,250	0,112	0,0526	0,0361	0,0403	0,0192	0,0137	0,0168
2,40	1,78	1,14	0,617	0,353	0,180	0,113	0,0485	0,1007	0,0345	0,0344	0,0327
2,39	1,74	1,20	0,762	0,546	0,365	0,123	0,0975	0,0459	0,0821	0,0363	0,0618
1,84	1,30	0,859	0,572	0,420	0,306	0,398	0,238	0,196	0,168	0,117	0,0966
2,43	1,08	0,456	0,191	0,133	0,155	1,20	0,654	0,352	0,118	0,0860	0,0505
4,58	2,28	1,09	0,403	0,0823	0,072	0,493	0,253	0,110	0,0865	0,0556	0,0380
4,77	2,77	1,32	0,472	0,105	0,0349	0,205	0,129	0,0327	0,0543	0,0409	0,0284
4,93	3,045	1,58	0,631	0,167	0,0286	0,1435	0,0924	0,0661	0,0478	0,0391	0,0272
4,98	3,26	1,86	0,789	0,258	0,0426	0,125	0,0799	0,0591	0,0453	0,0377	0,0302
5,27	3,44	2,00	0,944	0,340	0,0626	0,121	0,0837	0,0620	0,0556	0,0387	0,0339

Cálculos para l=1

Como primer paso se debe calcular las combinaciones γ_1, γ_2 en función de $\gamma_0, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$, ya obtenidos.

De (9) y (10) :

$$\gamma_2(X_i) = \gamma_1(X_i) - X_i^2 \gamma_0(X_i) = S(X_i) - X_i C(X_i)$$

De (10) y (11):

$$\gamma_2(X_i) = \gamma_1(X_i) - X_i^2 \gamma_0(X_i) = C(X_i) + X_i S(X_i)$$

Los valores para $\gamma_2(X_i)$ con $i=1, 2, 3$ están recopilados en XIII, VIII página 43, 44 resp.'. Los correspondientes $\gamma_2(X_i)$ en XIV, pág. 45. ($i=2, 3$)

Con éstos y los valores de X_1^2/X_2^2 calculados en general, se obtiene de (7):

$$A_1 = \frac{\gamma_2(X_1) - \gamma_1(X_2) - \frac{X_1^2}{X_2^2} \gamma_1(X_1) - \gamma_2(X_2)}{\gamma_2(X_1) - \gamma_1(X_2) - X_1^2 \frac{X_1^2}{X_2^2} \gamma_1(X_1) - \gamma_2(X_2)}$$

$$B_1 = \frac{X_3^2 \left\{ \frac{\gamma_1(X_3) - A_1 \gamma_1(X_3)}{\gamma_2(X_3) - A_1 \gamma_2(X_3)} \right\} - 1}{1}$$

cuyos valores aparecen reproducidos en XV, pág. 46.

Efectuando el cálculo de N_1 y N_2 usando el XV, se hallan las secciones eficaces totales y de absorción nucleares en cuestión, según las fórmulas:

$$\sigma_t^{(A)} = \frac{E_0 \sigma_{00}}{E(\text{MeV})} \left\{ \gamma_0 \delta_1 + \frac{\gamma_1(X_1) \cos \delta_1 - \gamma_2(X_1) \sin \delta_1}{k_1^2 + k_1^2} \right\}$$

$$\sigma_c^{(A)} = \frac{E_0 \sigma_{00}}{E(\text{MeV})} \left\{ \gamma_1 \left(\frac{-E_0 \gamma_1}{k_1^2 + k_1^2} \right) \right\}$$

Estas están reproducidas en XVI, pág. 47. Se puede apreciar de la contribución con coeficiente $B=1$ es un parámetro y sólo, importante para algunos valores.

(XII)

$\int_2(x_1)$

$\int_2(x_2)$

-5,6310	-5,7504	-5,8920	-6,0387	-6,1706	-6,2631	-1,4908	-1,7614	-2,0251	-2,4177	-2,8907	-3,4332
10,0089	10,0077	10,0052	10,0032	10,0015	10,0003	10,0469	10,0488	10,0398	10,0349	10,0294	10,0236
-6,2964	-6,2843	-6,0937	-6,1652	-6,0036	-5,7901	-2,7769	-3,0448	-3,3967	-3,8210	-4,3031	-4,8161
10,0000	10,0001	10,0015	10,0017	10,0038	10,0066	10,0388	10,0350	10,0304	10,0249	10,0193	10,0136
-5,5091	-5,3560	-5,1350	-4,8363	-4,4530	-3,9835	-4,1669	-4,4250	-4,7502	-5,4965	-5,4965	-5,8524
10,0124	10,0142	10,0178	10,0220	10,0270	10,0330	10,0258	10,0222	10,0178	10,0131	10,0084	10,0044
-3,5169	-3,2852	-2,9742	-2,5967	-2,1553	-1,6676	-5,3852	-5,5763	-5,7977	-6,0174	-6,1929	-6,3537
10,0344	10,0504	10,0549	10,0601	10,0662	10,0726	10,0119	10,0092	10,0052	10,0033	10,0011	10,0039
-1,3471	-1,0761	-0,8279	-0,5348	-0,3115	-0,0911	-6,1493	-6,2239	6,2819	-6,2823	-6,2017	-5,9844
10,0953	10,0976	10,1007	10,1043	10,1069	10,1094	10,0020	10,0009	10,0001	10,0001	10,0097	10,0037
10,0342	0,0504	0,0663	0,0292	-0,0890	-0,3210	-6,2454	-6,1767	-6,0448	-5,8202	-5,4711	-4,9776
10,1196	10,1301	10,1302	10,1296	10,1281	10,1248	10,0007	10,0017	10,0035	10,0065	10,0109	10,0168
-0,6603	-0,8431	-1,1159	-1,5019	-2,0182	-2,6953	-5,4973	-5,3961	-5,0952	-4,6820	-4,1439	-3,4820
10,1400	10,1374	10,1333	10,1278	10,1208	10,1115	10,0109	10,0138	10,0180	10,0236	10,0304	10,0385
-3,4656	-3,8074	-4,2865	-4,9978	-5,6525	-6,5385	-4,3203	-4,0264	-3,6240	-3,1204	-2,5198	-1,8561
10,1167	10,1117	10,1074	10,0961	10,0856	10,0735	10,0324	10,0367	10,0423	10,0491	10,0570	10,0657
-7,4784	-7,8571	-8,3537	-8,9654	-9,6428	-10,3683	-2,6962	-2,3850	-1,9865	-1,5178	-1,0,91	-0,5378
10,0697	10,0641	10,0568	10,0482	10,0387	10,0287	10,0623	10,0667	10,0723	10,0787	10,0853	10,0930
-11,093	-11,346	-11,648	-11,971	-12,281	-12,524	-1,1462	-0,9048	-0,6192	-0,3257	-0,0746	0,0672
10,0217	10,0181	10,0138	10,0090	10,0047	-10,0040	10,0945	10,0979	10,1021	10,1061	10,1095	10,1111
-12,6704	-12,6722	-12,6351	-12,5297	-12,3166	-11,9518	-0,128	-0,0301	0,0491	0,0656	-0,0389	-0,3205
-10,0004	-10,0005	-10,0000	-10,0015	10,0046	-10,0013	10,1220	10,01234	10,1245	10,1247	10,1234	10,1144
-11,3768	-11,103	-10,576	-10,249	-9,6027	-8,6872	-0,0166	-0,1096	-0,2852	-0,5896	-1,0711	-1,7692
10,0196	-0,0236	10,0287	10,0360	10,0453	10,0565	10,1377	10,1374	10,1340	10,1298	10,1234	10,114
-7,6860	-7,2929	-6,7020	-6,0956	-5,3067	-4,4169	-1,0011	-1,2870	-1,7116	-2,3048	-3,2868	-4,1171
10,0796	10,0853	10,0931	10,1027	10,1146	10,1263	10,1377	10,1336	10,1276	10,1194	10,1046	10,0948

(XIII)

$r_2(x_3)$

0,0048	0,0675	-0,1518	-0,8853	-2,3516	-4,5607
10,1239	10,1248	10,1220	10,1128	10,0960	10,0725
-0,5314	-0,5314	-2,3010	-2,6127	-4,5399	-6,9805
10,1357	10,1304	10,1203	10,1036	10,0809	10,0541
-1,3810	-2,1401	-3,3319	-4,9988	-7,0944	-9,3646
10,1320	10,1214	10,1053	10,0839	10,0587	10,0330
-3,5589	-4,5541	-5,9437	-7,6734	-11,662	-11,314
10,1129	10,0929	10,0798	10,0574	10,0090	10,0139
-6,3263	-7,3629	-8,6888	-10,347	-11,528	-12,458
10,0622	10,0685	10,0409	10,0252	10,0027	10,0003
-9,1481	-10,018	-11,0154	-12,108	-12,557	-12,519
10,0472	10,0347	10,0209	10,0052	10,0007	10,0008
-11,4133	-11,9344	-12,361	-12,651	-12,399	-11,433
10,0171	10,0095	10,0036	10,0000	10,0028	10,0145
-12,5837	-12,667	-12,549	-12,060	-11,0204	-9,3362
10,0006	10,0000	10,0012	10,0077	10,0213	10,0421
-12,3630	-11,998	-10,005	-10,231	-8,6504	-6,6681
10,0042	10,0075	10,0348	10,0339	10,0546	10,0795
-10,7349	-10,024	-8,9678	-7,5326	-6,7079	-5,7560
10,0294	10,0396	10,0546	10,0742	10,0853	10,1232
-8,0463	-7,1576	-5,9719	-4,5217	-2,9303	-1,4316
10,0726	10,0855	10,1022	10,1224	10,1436	10,1630
-4,9129	-4,0703	-3,0336	-1,8994	-0,8632	-0,1909
10,1258	10,1381	10,1528	10,1686	10,1943	10,1914
-2,1210	-1,5243	-0,8779	-0,3349	-0,1047	-0,4215
10,1773	10,1859	10,1952	10,2027	10,2061	10,2018

(XIV)

$x_2(x_3)$

$x_2(x_3)$

-1, 1821	-1, 3378	-1, 4071	-1, 3432	1, 7846	0, 8364	-0, 4463	-0, 0290	-3, 3984	-4, 3643
10, 0920	10, 0903	10, 0901	10, 0908	10, 6082	10, 5992	10, 5782	10, 5536	10, 5425	10, 5321
-1, 3974	-1, 2441	-1, 0542	-0, 7539	-0, 4218	-1, 3455	-2, 4605	-3, 5663	-4, 3581	-4, 4459
10, 1142	10, 1163	10, 1184	10, 1217	10, 6437	10, 6309	10, 6164	10, 6018	10, 5922	10, 5909
-0, 9939	-0, 5192	-0, 1223	0, 3779	-2, 5380	-3, 2326	-3, 9468	-4, 1438	-4, 4287	-3, 6016
10, 1470	10, 1532	10, 1580	10, 1637	10, 6813	10, 6720	10, 6621	10, 6557	10, 6662	10, 6653
0, 2814	0, 7000	0, 237	1, 7446	-4, 0405	-4, 3564	-4, 5204	-4, 3072	-3, 1171	-1, 8719
10, 1967	10, 2022	10, 2088	10, 2159	10, 7294	10, 7254	10, 7224	10, 7254	10, 7355	10, 7592
1, 7226	2, 2651	2, 7482	3, 3421	-4, 5135	-4, 3821	-3, 9561	-2, 7132	-1, 5844	0, 5891
3, 6385	4, 0731	4, 4856	4, 4856	10, 7938	10, 7961	10, 8017	10, 8147	10, 8311	10, 7146
4, 4385	10, 3270	10, 3326	10, 3375	-3, 7415	-3, 1889	-2, 2656	-0, 2941	0, 9827	3, 2076
10, 3904	4, 5532	4, 8601	4, 9572	10, 8799	10, 8872	10, 9003	10, 9256	10, 9415	10, 9687
4, 9599	4, 3938	10, 3964	10, 3976	-1, 7875	-9, 9429	0, 2825	1, 8781	3, 7521	5, 6794
10, 4562	4, 9470	4, 8335	4, 5563	0, 9638	1, 9334	3, 2929	4, 6740	6, 1894	11, 0843
4, 3373	4, 4562	10, 4543	10, 4513	11, 1143	11, 1291	11, 1453	11, 1557	11, 1856	7, 4475
10, 5099	4, 3373	3, 9021	3, 2766	3, 9668	4, 8292	6, 8308	6, 9056	7, 7443	8, 0910
3, 4358	10, 5145	10, 5049	10, 497	11, 2516	1, 2639	11, 2948	1, 2425	11, 3036	11, 3077
10, 5627	2, 8707	2, 1816	1, 3226	6, 5053	7, 0523	7, 6300	8, 0229	8, 1542	7, 3701
1, 4532	10, 5556	10, 5465	10, 5355	11, 3393	11, 3961	11, 4045	11, 4092	11, 4058	11, 4005
10, 6022	0, 7955	-0, 0192	-0, 9141	7, 9307	8, 0576	8, 0455	7, 0997	6, 8447	5, 3236
-0, 8034	10, 5931	10, 5823	10, 5708	11, 5164	11, 5185	11, 5173	11, 5127	11, 5010	11, 4817
10, 6377	-1, 4544	-2, 1534	-2, 9323	7, 8235	7, 5049	6, 9040	5, 6386	4, 3534	2, 2730
-2, 3703	10, 6188	10, 6138	10, 6091	11, 6261	11, 6219	11, 6119	11, 5981	11, 5784	11, 5505
10, 6756	-3, 3547	-3, 7774	-4, 2362	6, 1024	15, 3934	4, 3433	2, 8792	0, 9251	-1, 2355
	10, 6689	10, 6623	10, 6570	11, 7142	11, 7032	11, 6878	11, 6652	11, 6422	11, 6119

(XV)

f₁

A₁

-0,7317	-0,7426	-0,7636	-0,7640	-0,8024	-0,8132	2,8957	4,5228	3,4813	2,0515	1,4540	0,3997
-10,6563	-10,054	-10,0510	-10,0413	-10,0459	-10,0424	-13,0479	-10,8209	-10,6129	-10,3469	-10,4307	-10,4005
-1,2537	-1,2619	-1,4097	-1,2304	-1,2201	-1,1714	1,5550	1,5005	0,5513	0,0974	-0,6219	-1,6494
-10,0628	-10,0780	-10,0776	-10,0641	-10,0365	-10,0487	-10,9903	-10,4611	-10,4207	-10,4351	-10,4301	-10,4680
-1,8836	-1,8336	-1,7173	-1,6693	-1,5630	-1,7345	-0,2212	-0,4449	-0,3719	-1,6206	-2,5396	-4,4151
-10,0909	-10,0811	-10,0699	-10,0597	-10,0486	-10,0376	-10,4691	-10,4371	-10,4450	-10,4770	-10,5364	-10,6890
-2,3791	-2,2537	-2,1110	-1,9513	-1,7820	-1,7465	-1,6665	-2,0922	-2,7061	-3,5646	-5,6952	-7,0219
10,0250	-10,0523	-10,0443	-10,0379	-10,0311	-10,0224	-10,4524	-10,5101	-10,5579	-10,6386	-10,8252	-11,0907
-2,6946	-2,4207	-2,2554	-2,0430	-2,1551	-1,7079	-3,5586	-4,9983	-4,3453	-6,2748	-8,9996	-11,1278
-10,0312	-10,0241	-10,0198	-10,0193	-10,0194	-10,0193	-10,6713	-10,7233	-10,8269	-10,0602	-10,5656	-11,9458
-2,6553	-2,4251	-2,2979	-2,1176	-1,9390	-1,7746	-5,8698	-6,5788	-7,9993	-11,203	-13,1532	-21,244
-10,0072	-10,0104	-10,0148	-10,0090	-10,0220	-10,0267	-11,0536	-11,1784	-11,4669	-12,8202	-13,1195	-17,0643
-2,6792	-2,5549	-2,3059	-2,2406	-2,0909	-1,9483	-9,9362	-11,614	-14,0399	-19,723	-30,8112	-7,5334
-10,0351	-10,0356	-10,0203	-10,0503	-10,0420	-10,0428	-12,1918	-12,7958	-13,6700	-17,1608	-18,8536	-17,4651
-3,0536	-2,9292	-2,7819	-2,6476	-2,5478	-2,5207	-20,747	-25,232	-28,7398	-7,7439	-29,867	-18,883
-10,1560	-10,1623	-10,1681	-10,1778	-10,1557	-10,2137	-19,7820	-15,906	-134,107	-158,941	-121,515	-17,0754
-4,5014	-4,4109	-4,3197	-4,2571	-4,2188	-4,2575	24,205	24,0035	14,3063	14,855	11,166	12,4777
-10,7798	-10,7530	-10,8220	-10,8497	-10,8248	-10,9519	-130,423	-118,0345	-15,3042	-15,5419	-13,3368	-118,782
-4,6150	-3,7981	-3,7393	-1,8354	0,4104	0,9261	10,1750	8,8675	8,4098	6,1129	5,4623	3,3907
-115,199	-115,431	-114,682	-116,026	-10,4104	-117,913	-13,5719	-12,9148	-12,3835	-11,8452	-11,6246	-11,1905
3,8681	3,8736	3,9005	3,9677	0,4104	4,3995	5,1879	3,5310	2,8530	-11,8452	-11,6246	0,3446
-11,1380	-11,1043	-11,0692	-11,0198	-11,1083	-11,9012	-11,3210	-11,4181	-11,2937	-11,1716	-11,0999	-11,2545
2,1302	2,123	2,1961	2,2945	2,4519	2,6660	0,8313	0,3087	-0,2107	-0,8630	-1,0203	-2,6233
-10,2508	-10,2488	-10,2439	-10,2322	-10,2322	-10,2324	-11,0255	-11,0351	-11,0139	-11,0244	-11,1093	-11,0926
1,5803	1,6378	1,7210	1,8344	2,2767	2,3330	-1,8707	-2,5613	-2,7827	-3,5035	-3,9007	-5,2716
-10,0770	-10,0822	-10,0811	-10,0810	-10,0741	-10,0669	-1,8707	-2,5613	-2,7827	-3,5035	-3,9007	-5,2716
						-11,0208	-11,0069	-11,1001	-11,1666	-11,1518	-11,3810

(XVI)

(1)
Σt

(1)
Σe

0,634	0,369	0,654	0,294	0,292	0,188	0,482	0,110	0,0715	0,1031	0,114	0,093
0,715	0,384	0,547	0,468	0,327	0,194	0,654	0,350	0,378	0,270	0,163	0,096
0,974	3,134	2,185	0,958	0,934	0,573	0,2,174	1,041	0,479	0,308	0,124	0,065
3,5663	3,168	2,634	1,992	1,405	0,818	1,034	0,487	0,250	0,142	0,071	0,055
1,761	2,401	2,479	2,041	1,611	1,033	0,357	0,242	0,153	0,095	0,065	0,045
1,230	2,043	2,354	2,182	1,776	1,227	0,192	0,160	0,114	0,0924	0,0655	0,0486
0,922	1,649	2,146	2,256	2,003	1,560	0,140	0,122	0,103	0,075	0,0724	0,0686
0,814	1,477	1,850	2,135	1,979	1,592	0,155	0,143	0,138	0,117	0,112	0,145
0,725	1,241	1,715	2,799	1,774	1,393	0,236	0,238	0,196	0,225	0,201	0,225
0,654	1,110	1,248	1,166	0,933	0,747	0,342	0,605	0,609	0,586	0,524	0,439
2,913	3,480	3,067	2,342	1,545	0,854	2,478	2,273	1,494	0,890	0,541	0,313
5,904	5,453	4,934	3,843	2,920	1,552	2,582	1,163	0,785	0,465	0,316	0,202

Cálculo para $l=2$

Las correspondientes definiciones son:

$$y_3(x_i) = 3\sqrt{2} \frac{x_i}{x_2} x_i^2 y_1(x_i) \quad i = 1, 2, 3$$

$$z_3(x_i) = 3\sqrt{2} \frac{x_i}{x_2} x_i^2 z_1(x_i) \quad i = 2, 3$$

y sus valores aparecen reproducidos en XVII, pág. 49, XVIII y XIX, págs. 50, 51 respect.

La expresión de A_2 es:

$$A_2 = \frac{y_3(x_1) z_2(x_2) - x_1^2/x_2^2 z_2(x_1) y_3(x_2)}{z_3(x_1) z_2(x_2) - x_1^2/x_2^2 z_2(x_1) z_3(x_2)}$$

y la de f_2 :

$$f_2 = \frac{x_3^2 y_2(x_3) - A_2 z_2(x_3)}{y_3(x_3) - A_2 z_3(x_3)} - 2$$

cuyos valores aparecen en XX, pág. 52.

Del cálculo de M_2 y N_2 mediante las correspondientes operaciones algebraicas, y aplicado a las fórmulas respectivas, se obtienen las secciones eficaces totales y de formación de núcleo compuesto:

$$\sigma_t^{(2)} = \frac{13,10535}{E(\text{MeV.})} \left\{ \text{sen}^2 \delta_2 + \frac{s_2 (M_2 \cos 2\delta_2 - N_2 \text{sen} 2\delta_2)}{M_2^2 + N_2^2} \right\}$$

$$\sigma_c^{(2)} = \frac{12,6210 \times 5}{E(\text{MeV.})} \left\{ \frac{s_2 (-\text{Im} f_2)}{M_2^2 + N_2^2} \right\} \quad (\text{Cuadros XXI, pág. 53})$$

Como las secciones por $\alpha=1$ siguen disminuyendo, en el próximo cálculo ($l=3$), se evaluarán las secciones desde $\alpha=1,0$ y algunas de las correspondientes a $\alpha=1,4$ ($R_2 = 5,25, 6,25$ y $7,25 \times 10^{-13} \text{ cm}$)

(XVII)

$y_3(x_1)$

$y_3(x_2)$

-11,9680	-12,6425	-13,5453	-17,4927	-1,3708	-1,6650	-2,1154	-2,7330	-3,5653	-4,6829
-10,4758	-10,5008	-10,5345	-10,6756	-10,9018	-10,9104	-10,9222	-10,9387	-10,9600	-10,9870
-18,999	-19,718	-20,597	-23,640	-3,3498	-3,8634	-4,6004	-5,5918	-6,8847	-8,5137
-10,9223	-10,9539	-11,0121	-11,1346	-10,0692	-10,0349	-10,1070	-10,1556	-10,1716	-10,2145
-24,490	-24,811	-25,154	-25,447	-6,4964	-7,2415	-8,2815	-9,6280	-11,319	-13,299
-11,4582	-11,4316	-11,5689	-11,5420	-10,1939	-10,2247	-10,2579	-10,3015	-10,3520	-10,4102
-25,088	-24,775	-24,266	-23,477	-10,769	-11,634	-12,935	-14,495	-16,352	-18,599
-11,8932	-11,9693	-11,9788	-11,9331	-10,4056	-10,4333	-10,4838	-10,5378	-10,6005	-10,6578
-18,346	-17,947	-16,546	-14,474	-15,722	-16,702	-17,977	-19,685	-21,119	-22,769
-12,3372	-12,3291	-12,3134	-12,2905	-10,3396	-10,7285	-10,7794	-10,8459	-10,9022	-10,9714
-6,8383	-5,6219	-3,8034	3,5690	-20,592	-21,429	-22,446	-23,535	-24,5596	-25,320
-12,4019	-12,5563	-12,5387	-12,4730	-11,0358	-11,0745	-11,1223	-11,1772	-11,2348	-11,2891
6,0385	7,1006	8,4034	9,3552	-24,268	-24,732	-25,201	-25,534	-25,550	-25,037
-12,7993	-12,7865	-12,7711	-12,7590	-11,1419	-11,1459	-11,1332	-11,1172	-11,1037	-11,0895
13,182	13,3161	13,3116	13,0262	-25,596	-25,502	-25,1312	-24,526	-23,312	-21,377
-13,1370	-13,2183	-13,2334	-13,2867	-11,7795	-11,8006	-11,8195	-11,8372	-11,8476	-11,8437
8,4262	7,2778	5,5431	3,0309	-23,7119	-22,263	-21,5305	-20,0799	-17,703	-14,547
-14,0312	-14,0909	-14,1683	-14,1321	-12,0911	-12,1013	-12,1001	-12,0912	-12,0732	-12,0397
-9,7657	-12,038	-15,107	-13,035	-13,3463	-17,0161	-15,125	-12,605	-9,4132	-2,0004
-15,4332	-15,5344	-15,6678	-15,8202	-12,3471	-12,3319	-12,3115	-12,2810	-12,2418	-12,1895
-36,334	-38,846	-42,092	-46,023	-10,135	-8,4376	-5,1759	-3,3442	0,0443	3,5968
-17,2918	-17,4087	-17,5502	-17,7215	-12,5239	-12,4974	-12,4644	-12,4244	-12,3789	-12,3338
-60,451	-62,159	-64,000	-66,031	-0,6307	1,0417	3,1582	5,6379	8,2520	10,687
-19,3701	-19,4579	-19,5938	-19,8515	-12,6603	-12,6662	-12,6096	-12,5783	-12,5529	-12,5410
-69,6574	-69,466	-68,924	-67,795	7,6791	9,0396	10,487	11,873	12,075	13,3075
-11,185	-11,2205	-11,1,269	-11,1,3216	-12,8319	-12,8222	-12,8170	-12,8105	-12,8067	-12,8027

(XVIII)

$\gamma_3(x_3)$

-7,6385	7,4196	11,9934	11,3415
-12,4368	-12,2959	-12,2765	-12,1250
1,6550	12,4038	13,2405	9,6858
-12,2666	-12,5386	-12,6064	-12,7839
9,4330	12,9384	9,4073	1,1141
-12,8145	-12,9201	-13,1030	-13,4040
13,2357	7,8145	-6,1755	-12,0462
-13,1374	-13,4954	-13,8675	-14,2040
11,1418	-1,5811	-14,0857	-28,7117
13,4670	-14,3009	-14,6846	-15,1852
2,2738	-22,7303	-31,2977	-45,2394
14,4600	-15,4045	-15,7588	-10,2694
-12,6868	-37,0181	-48,5414	-59,6651
-15,5238	-16,5019	-16,9554	-17,4139
-31,2359	-53,9951	-62,4332	-60,4670
-16,8166	-17,7977	-13,1952	-18,5452
-49,3559	-66,0775	-69,5138	-69,1667
-18,2427	-19,0793	-19,3619	-19,5627
-64,1081	-69,8541	-70,2132	-59,9616
-19,6719	-110,2369	-110,384	-110,405
-70,8866	-64,3384	-55,9064	-42,6015
-111,168	-111,4016	-111,377	-110,264
-64,7761	-46,6653	-33,9181	-17,5007
-112,022	-111,938	-112,4298	-111,596
-48,5229	-22,2030	-7,6646	8,9675
-112,8009	-112,403	-112,276	-111,955

(XIX)

-4, 9996	-5, 6127	-6, 4230	-7, 4127	-8, 5513	-9, 7956	3, 6652	2, 0004	-1, 6108	-8, 4158	-18, 517	-32, 3688
10, 2715	10, 2260	10, 2111	10, 1935	10, 1740	10, 1543	10, 7764	11, 7717	11, 7276	11, 6202	11, 4423	11, 2012
-8, 2823	-8, 9114	-9, 7113	-10, 640	-11, 641	-12, 628	-1, 5664	-5, 2304	-11, 262	-20, 2242	-32, 240	-46, 453
10, 2258	10, 2128	-0, 1967	10, 1793	10, 1614	10, 1455	11, 5226	11, 3599	11, 7480	11, 5719	11, 3335	11, 0711
-11, 364	-11, 894	-12, 508	-13, 466	-13, 742	-14, 190	-11, 819	-17, 088	-24, 8070	-34, 798	-47, 095	-59, 507
10, 2051	10, 1941	10, 1820	10, 1904	10, 1975	10, 2565	11, 2230	11, 3111	11, 9436	11, 4268	11, 2075	10, 9337
-13, 5972	-13, 875	-14, 142	-14, 316	-14, 246	-13, 133	-26, 217	-32, 283	-40, 519	-50, 338	-71, 557	-69, 299
10, 1973	10, 1929	10, 1897	10, 1904	10, 1975	10, 2355	11, 7808	11, 5389	11, 4459	11, 2275	10, 7206	10, 8375
-14, 324	-14, 244	-14, 097	-13, 4757	-12, 764	-11, 536	-42, 721	-48, 606	-55, 903	-63, 227	-70, 294	-73, 652
10, 2335	10, 2395	10, 2506	10, 2719	10, 2965	10, 3352	11, 5352	11, 3919	11, 2171	10, 9817	10, 8288	10, 3812
-13, 0699	-12, 5838	-11, 835	-10, 758	-9, 2755	-7, 3733	-58, 3677	-62, 928	-67, 909	-71, 854	-73, 9219	-71, 476
10, 3329	10, 3518	10, 3792	10, 4170	10, 4660	10, 5257	11, 2687	11, 1541	11, 0377	10, 9298	10, 9238	11, 0112
-9, 7843	-8, 9747	-7, 8144	-6, 3094	-4, 4613	-2, 3268	11, 6854	-72, 069	11, 0047	-73, 617	-70, 201	-62, 259
10, 5212	10, 5522	10, 5942	10, 6478	10, 7115	10, 7835	11, 8574	11, 0338	-71, 661	11, 0287	11, 1405	11, 3661
-5, 0587	-4, 0745	-2, 7435	-1, 2338	0, 4883	2, 2027	-74, 1171	-73, 663	11, 1921	-67, 186	-59, 159	-47, 249
10, 7933	10, 8322	10, 8823	10, 9416	11, 0063	11, 0766	11, 0924	11, 1221	11, 1902	11, 3393	11, 5813	11, 9171
-0, 0103	0, 8456	1, 8737	2, 9643	3, 9207	4, 5028	-69, 779	-66, 642	-50, 902	-53, 463	-42, 612	-29, 665
11, 1253	11, 1633	11, 2102	11, 2622	11, 3146	11, 3603	11, 3636	11, 4702	11, 9013	11, 8993	12, 2130	12, 5992
3, 6860	4, 0794	4, 5457	4, 5151	4, 1426	2, 9723	-57, 057	-52, 001	-44, 722	-35, 228	-30, 268	-11, 895
11, 4693	11, 4205	11, 5272	11, 5562	11, 5771	11, 5822	11, 9222	12, 0868	12, 3247	12, 5262	-2, 7955	13, 3556
4, 2407	3, 884	3, 1788	1, 9090	-0, 2219	-3, 3507	-39, 988	-33, 959	-26, 255	-17, 175	-7, 8134	-0, 0730
11, 7631	11, 7704	11, 7735	11, 7653	11, 7426	11, 6971	12, 7166	12, 9141	13, 1574	13, 4635	13, 7732	14, 0479
0, 2093	-1, 0522	-2, 9032	-5, 7314	-9, 2784	-14, 379	-12, 777	-13, 772	-7, 9006	-2, 0059	2, 3480	3, 1263
11, 9475	11, 9237	11, 3976	11, 3434	11, 7768	11, 5901	13, 6356	13, 8179	14, 0292	14, 2558	14, 4519	14, 5572
-9, 0013	-11, 137	-14, 121	-18, 138	-24, 661	-29, 651	-3, 1512	-0, 3200	2, 2006	3, 2366	1, 1829	-5, 8023
11, 9795	11, 9343	11, 8697	11, 7828	11, 6310	11, 5354	14, 5106	14, 6313	14, 7570	14, 8469	14, 8785	14, 7818

s₃(X₃)

-0,0685	-0,0754	-0,0825	-0,0955	-0,1143	-0,1338	-2,6925	-3,0539	-4,0290	-5,7331	-8,9581	-20,834
-10,0077	-10,0073	-10,0079	-10,0089	-10,0098	-10,0111	-10,2936	-10,4224	-10,5374	-10,8057	-11,4513	-15,2881
-0,1527	-0,1690	-0,1700	-0,2122	-0,2474	-0,2800	-4,5521	-5,7646	-7,4840	-12,103	-24,988	-37,012
-10,0161	-10,0169	-10,0193	-10,0210	-10,0226	-10,0235	-10,7391	-10,9111	-11,4100	-13,0449	-113,198	-136,866
-0,3351	-0,3590	-0,3958	-0,4363	-0,5995	-0,5381	-10,827	-14,589	-23,491	21,256	12,953	9,7038
-10,0390	-1 0,0489	-10,0397	-10,0448	-10,0517	-10,0466	-13,3958	-16,5465	-120,310	-137,611	-13,8224	-12,1067
-0,7126	-0,7324	-0,7915	-0,8641	-0,9146	-1,0548	19,841	15,429	10,947	7,6447	4,6298	3,5935
-10,0698	-10,0838	-10,0869	-10,0903	-10,0896	-10,0952	-10,299	-17,8861	-13,6177	-11,9019	-10,8943	-10,7894
-1,2672	-1,2740	-1,5304	-1,5894	-1,6215	-1,6442	6,0778	5,2807	3,7551	2,6931	1,9027	0,8876
-10,1935	-10,1940	-10,1721	-10,1651	-10,1580	-10,1401	-11,7388	-11,4689	-10,8903	-10,7531	-10,6673	-10,5575
-2,9044	-2,8186	-2,7666	-2,5900	-2,5811	-2,4520	1,7954	1,5617	1,0482	0,2298	-0,2551	-1,1438
-10,6634	-10,3329	-10,2952	-10,3707	-10,1745	-10,1599	-10,8551	-10,6271	-10,6059	-10,6733	-10,5264	-10,5664
-4,9023	-4,8155	-3,2126	-3,9886	-3,5533	-3,1585	-0,0225	0,6300	-0,3406	-1,3824	-2,1209	-3,0591
-10,8548	-10,3950	-10,2483	-10,2455	-10,1981	-10,1449	-10,6391	-10,5607	-10,5667	-10,5707	-10,6143	-10,6915
-7,6017	-6,6515	-5,6554	-4,8903	-4,3223	-3,6420	-1,6438	-1,9984	-2,4873	-3,1651	-4,2138	-5,4530
-10,4630	-10,3365	-10,2343	-10,2700	-10,1062	-10,0875	-10,5977	-10,6114	-10,6406	-10,7550	-10,8084	-10,9899
-8,6324	-7,4117	-6,2000	-3,7350	-4,4062	-4,0057	-3,3328	-3,7877	-5,6393	-4,6439	-6,6501	-8,7128
-10,1169	-10,0918	-10,0749	-10,0154	-10,0617	-10,0294	-10,7412	-10,8036	-10,0775	-10,9241	-11,2785	-11,6213
-8,7412	-7,5859	-6,1869	-5,4744	-4,6770	-4,0280	-3,2233	-6,3261	-7,1280	-8,6278	-9,3001	-14,367
-10,2069	-10,1278	-10,1926	-10,1522	-10,1610	-10,1190	-10,3803	-11,2847	-11,5334	-11,8399	-11,9262	-13,6659
-9,6840	-8,6133	-7,4303	-6,4277	-5,5353	-4,9495	-9,3321	-10,298	-10,293	-15,172	-19,958	-28,739
-10,7653	-10,6882	-10,6220	-10,5608	-10,5609	-10,3735	-12,1231	-12,4536	-13,2002	-14,6176	-18,0661	-118,8054
-16,229	-14,738	-12,3933	-9,4441	-9,6554	-8,8377	-17,974	-20,712	-25,1647	-23,1647	6,5954	21,4539
-17,5993	-16,3450	-15,0054	-15,0215	-14,0116	-13,7905	-17,6981	-110,786	-115,796	-135,649	-154,853	-162,766
8,8585	8,9135	8,4574	11,751	3,2468	7,2198	7,8175	19,979	22,2199	21,586	11,708	11,8005
-17,6956	-16,9499	-16,7268	-14,2339	-14,0376	-16,3376	-143,4071	-133,590	-120,132	-110,209	-17,5720	-14,9732

f 2

A 2

(XXI)

$\bar{v}_t^{(2)}$

$\bar{v}_t^{(2)}$

0,309	0,521	0,650	0,793	1,12	0,904	0,2215	0,215	0,125	0,0800	0,083	0,038
0,975	0,215	0,406	0,591	0,751	0,910	0,087	0,0876	0,085	0,067	0,0526	0,0406
0,445	0,133	0,258	0,426	0,502	0,756	0,0427	0,0682	0,0689	0,0732	0,0666	0,0640
0,031	0,087	0,173	1,299	0,254	0,359	0,0265	0,0557	0,0793	0,0953	0,1115	0,1312
0,414	0,098	0,157	0,232	0,188	0,375	0,0397	0,0383	0,1380	0,2081	0,273	0,286
0,110	0,722	0,550	1,390	1,557	1,574	0,110	0,215	0,452	0,795	0,567	0,359
0,385	0,492	2,470	3,266	2,777	2,225	0,364	0,428	1,389	0,898	0,438	0,244
2,840	2,751	2,394	2,386	2,466	2,273	2,475	1,654	0,780	0,443	0,239	0,160
0,502	0,816	0,977	1,928	2,164	2,221	0,417	0,417	0,229	0,282	0,173	0,120
0,412	0,420	0,868	1,395	2,210	2,151	0,299	0,193	0,205	0,167	0,221	0,106
0,102	0,283	0,650	1,172	1,728	2,051	0,0784	0,123	0,138	0,138	0,184	0,891
0,066	0,225	0,517	1,002	1,505	1,997	0,0508	0,109	0,113	0,138	0,134	0,0921
0,071	0,204	0,426	0,813	1,267	1,651	0,0609	0,121	0,145	0,134	0,269	0,791

(54)

Cálculos para $l=3$

Los cálculos a efectuar para este caso son:

$$y_4(x_i) = 5y_3(x_i) - x_i^2 y_2(x_i) \quad (i=1,2,3)$$

$$z_4(x_i) = 5z_3(x_i) - x_i^2 z_2(x_i) \quad (i=2,3)$$

reproducidos en XXII, XXIII, XXIV, (pág. 55, 56 y 57 respectivamente.)

Con ellos se obtiene:

$$A_3 = \frac{y_4(x_1) y_3(x_2) - x_1^2 x_2^2 y_3(x_1) y_4(x_2)}{y_4(x_1) z_3(x_2) - x_1^2 x_2^2 y_3(x_1) z_4(x_2)}$$

y:

$$f_3 = \frac{x_3^2 [y_3(x_3) - A_3 z_3(x_3)]}{y_4(x_3) - A_3 z_4(x_3)} - 3$$

cuyos valores aparecen en XXV, pág. 53.

Las correspondientes secciones eficaces son:

$$\sigma_t^{(3)} = \frac{18,3475}{E \text{ (MeV.)}} \left\{ \text{sen}^2 \delta_3 + \frac{s_3 (M_3 \cos 2\delta_3 - N_3 \text{sen} 2\delta_3)}{M_3^2 + N_3^2} \right\}$$

y

$$\sigma_e^{(3)} = \frac{18,3475}{E \text{ (MeV.)}} \left\{ \frac{s_3 (-\text{Im} f_3)}{M_3^2 + N_3^2} \right\}$$

(cuadro XXVI, pág. 59)

(XXII)

$\gamma_4(x_1)$	$\gamma_4(x_2)$	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6
		-18, 7569		-21, 2371	-24, 4094	-28, 2846		-1, 5091	-2, 0763	-2, 8759	-4, 1402
		-11, 3600		-11, 5186	-1, 70611	-11, 9397		-10, 0562	-10, 0827	-10, 1196	-10, 1727
		-30, 5721		-41, 0991	-45, 6636	-50, 2913		-4, 0396	-5, 2575	-7, 0052	-9, 4621
		-13, 3000		-13, 3981	-13, 7150	-4, 0643 1		-10, 2101	-10, 2696	-10, 3545	-10, 4648
		-60, 0556		-63, 4073	-67, 0481	-17, 6876		-9, 0887	-11, 2755	-14, 3659	-18, 2534
		-19, 9303		-16, 2612	-16, 6360	-75, 0826		-10, 5565	-10, 6813	-10, 8362	-11, 0350
		-75, 5289		-76, 2801	-76, 3585	-110, 4118		-17, 4775	-20, 8490	-25, 3369	-31, 229
-74, 4432		-19, 4452		-19, 7367	-110, 0848	-110, 4118	-14, 9825	-11, 2085	-11, 4085	-11, 6655	-11, 9450
-19, 1755		-67, 5909		-62, 2777	-56, 2372	-46, 4651	-11, 0529	-29, 64775	-34, 7300	-39, 6022	-46, 177
		-112, 9734		-113, 1331	-113, 2313	-113, 2914		-12, 2720	-12, 6040	-12, 9171	-13, 3494
		-20, 7495		-9, 1099	6, 0979	25, 346		-44, 7489	-49, 7300	-55, 5669	-61, 870
		-115, 5060		-115, 3763	-115, 1860	-114, 865		-13, 8142	-14, 1037	-14, 6458	-15, 1518
		69, 5566		87, 1231	108, 521	134, 1551		-60, 5317	-64, 9560	-69, 7197	-73, 609
		-116, 3475		-115, 9494	-115, 4786	-114, 8605		-15, 8520	-16, 2834	-16, 7694	-17, 2957
		187, 2429		205, 8294	227, 4042	252, 6623		-72, 8449	-75, 1072	-76, 4269	-75, 821
172, 0376		-115, 6449		-115, 2303	-114, 6839	-114, 0113	-70, 3602	-18, 2518	-18, 6714	-19, 1260	-19, 5565
-116, 1025		294, 5031		307, 6281	319, 6303	331, 0412	-17, 8951	-74, 7047	-74, 2951	-70, 2312	-62, 610
		-114, 9608		-114, 1260	-114, 5183	-114, 3995		-110, 7842	-111, 1093	-111, 4240	-111, 663
		324, 9255		342, 4674	338, 7060	330, 3523		-64, 0813	-56, 7029	-45, 75162	-29, 348
		-116, 8477		-117, 1108	-117, 6971	-117, 3020		-113, 1353	-113, 2770	-113, 3602	-113, 303
		297, 0321		281, 4307	260, 1926	231, 9594		-31, 8259	-18, 0531	1, 1572	25, 4675
		-123, 0311		-124, 0721	-125, 4882	-124, 5959		-114, 9312	-114, 8304	-114, 3121	-114, 251
179, 0081		1604054		132, 4273	93, 5290	67, 1971	7, 7605	22, 4439	42, 2645	67, 6210	98, 6198
-133, 9174		-135, 1702		-136, 8216	-138, 8858	-141, 1706	-116, 3474	-115, 9483	-1 15, 5867	-115, 0972	-114, 473
		-12, 4298		-35, 1892	-60, 0080	-84, 8817		97, 0242	119, 6604	151, 8215	181, 7700
		-151, 1957		-152, 9571	-154, 9269	-157, 0262		-116, 0969	-115, 5417	-114, 5883	-114, 00

(XIII)

 $\gamma_4(x_3)$

12,3196	58,6394	121,583	186,356
-174,4704	-113,7001	-112,2258	-111,2213
78,3800	131,264	195,1605	262,3026
-114,6645	-113,7401	-112,3377	-111,0455
156,383	203,7782	265,1045	314,365
-114,6379	-113,4232	-112,1174	-111,5740
235,4056	279,059	356,192	340,615
-114,1584	-113,16674	-10,3903	-112,2430
301,3733	327,3500	341,903	329,2330
-114,0159	-113,4283	-113,8464	-115,1368
338,7530	323,8073	325,9521	283,3766
-114,2272	-115,6977	-116,8793	-119,4735
333,8032	312,3568	269,1101	199,2580
-117,3124	-115,4093	-122,0538	-125,2615
284,4961	240,1314	175,1359	91,4348
-123,0023	-125,7624	-129,5353	-134,1216
116,3036	133,5364	61,4120	-15,5859
-134,0610	-134,5005	-138,3778	-143,6760
75,0490	16,3687	-12,5242	-101,7504
-141,0721	-144,9131	-147,4313	-153,5246
-38,0583	-82,0562	-113,9074	-131,1966
-153,5325	-157,1006	-160,6172	-158,5904
-115,0671	-123,1449	-119,9245	-75,8743
-163,6502	-166,1239	-171,9504	-169,1017
-118,7616	-91,0026	-31,0366	71,6909
-172,8581	-173,6887	-173,7202	-171,7927
195,4727			
-115,1687			
312,3726			
-121,1826			
-93,4787			
-161,2559			

(XXIV)

$\Sigma_4(X_2)$

-26, 1172
 10, 3020
 -41, 0067
 10, 5393
 -57, 0659
 10, 0350
 -72, 9559
 -10, 7139
 -36, 4872
 -11, 6483
 -95, 0224
 -12, 9702
 -95, 5734
 -13, 5986
 -83, 1984
 -14, 2797
 -66, 9706
 -14, 5791
 -40, 8994
 -14, 5177
 -13, 9120
 -14, 4752
 4, 0956
 -14, 6740
 2, 8217
 -15, 7559
 -69, 0405
 -10, 5260
 -89, 5733
 -14, 2834

-30, 3640
 10, 5953
 -45, 7943
 10, 3873
 -62, 0557
 -11, 6061
 -77, 5501
 -10, 9350
 -90, 2354
 -11, 8957
 -95, 1630
 -12, 8379
 -93, 7960
 -13, 6760
 -81, 3111
 -14, 2395
 -53, 4453
 -14, 4531
 -32, 3490
 -14, 3995
 -7, 1455
 -14, 3320
 6, 2382
 -14, 7197
 -23, 3253
 -16, 1449

-35, 4703
 10, 5059
 -51, 4729
 10, 2032
 -67, 7455
 -10, 3359
 -82, 4477
 -11, 1529
 -92, 9959
 -12, 0936
 -96, 3375
 -12, 9958
 -90, 4345
 -13, 7231
 -74, 3153
 -14, 1532
 -50, 0170
 -14, 2515
 -22, 6334
 -14, 5773
 -0, 3439
 -14, 2955
 6, 1524
 -14, 3821
 -20, 9298
 -16, 9923

-41, 4278
 10, 4163
 -57, 3397
 10, 0038
 -74, 0345
 -10, 5328
 -82, 9751
 -11, 2957
 -95, 4005
 -12, 3136
 -95, 1305
 -13, 1232
 -64, 7140
 -13, 7172
 -65, 0349
 -14, 0077
 -33, 6949
 -14, 0253
 -12, 3854
 -13, 9616
 4, 7032
 -14, 1397
 2, 2640
 -15, 2247
 -29, 2888
 -17, 6544

$\Sigma_4(X_3)$

-37, 1652
 -13, 9457
 -459, 391
 -177, 1338
 -443, 251
 -141, 0005

2, 4051
 -13, 3429
 5, 2932
 -14, 2954
 -13, 1562
 -16, 9610
 -67, 9036
 -110, 6147
 -171, 179
 -116, 3222
 -259, 493
 -124, 1143
 -37, 8404
 -133, 6709
 -437, 304
 -144, 2474
 -551, 798
 -155, 445
 -579, 9797
 -134, 2915
 -241, 3225
 -173, 2383
 -407, 4102
 -176, 7583
 -234, 576
 -179, 7458
 7, 4661
 -14, 2677
 -0, 2760
 -15, 7580
 -46, 3823
 -16, 5026
 -116, 833
 -113, 1305
 -224, 6244
 -120, 1310
 -347, 642
 -126, 8946
 -437, 854
 -137, 6530
 -532, 291
 -147, 8571
 -579, 031
 -177, 593
 -503, 227
 -165, 7695
 -490, 439
 -172, 445
 -324, 838
 -175, 9063
 -150, 3564
 -178, 2995

-3, 3053
 -15, 0105
 -37, 0732
 -17, 2940
 -90, 6901
 -111, 2515
 -273, 722
 -118, 3365
 -294, 001
 -123, 0525
 -400, 4738
 -32, 46791
 -504, 795
 -141, 293
 -503, 124
 -151, 469
 -577, 566
 -159, 245
 -500, 693
 -107, 630
 -411, 071
 -172, 9553
 -234, 7226
 -174, 3414
 -172, 7611
 51, 4553
 -75, 5401

(XXX)

3

3 + 53

-0,00281	3,14974	3,1079	3,5626	1,6926
-10,00057	-10,1368	-10,1462	-10,1632	-10,1399
0,01197	2,9220	2,4579	2,0703	1,0077
-10,00215	-10,1351	-10,2020	-10,2197	-10,2606
-0,0394	2,1756	1,8691	0,8025	0,3021
-10,0040	-10,2366	-10,2514	-10,3242	-10,3360
-0,0765	1,1525	0,3643	-1,3582	-2,4296
-10,0091	-10,2522	-10,4256	-10,5571	-10,7243
-0,1305	0,4009	-1,9332	-3,4245	-7,3966
-10,0167	-10,5088	-10,5564	-11,1092	-13,6296
-0,5235	-3,9938	-6,5372	-13,4294	-11,8178
-10,0545	-11,7301	-19,9290	-15,3060	-140,9768
-0,7235	-12,0331	22,1540	12,8945	13,1331
-10,1174	-125,8599	-134,1133	-18,9902	-13,3932
-1,6010	14,7945	3,7529	8,1963	6,8204
-10,3070	-13,2401	-11,4309	-11,4319	-11,0519
-4,0463	5,4486	5,2792	4,8391	3,9567
-11,0734	-10,8469	-10,6790	-10,7565	-10,7402
-13,5557	4,0931	3,3037	2,2731	0,6242
-17,8521	-10,4258	-10,6618	-10,8293	-11,1268
30,5336	2,5072	1,7352	1,1254	0,3091
-115,1540	-19,5713	-10,6268	-10,716	-10,7393
19,2910	0,5574	-0,5223	-0,4148	-1,7413
-11,0821	-10,7305	-10,6022	-10,6229	-11,0016
16,7073	-1,3453	-2,0055	-2,5024	-5,4301
-10,4559	-10,9879	-11,1040	-11,1235	-12,6665
-0,0117	1,5555	0,9792	0,9792	13,6103
-10,00109	-10,3089	-10,7001	-10,7001	-10,7438
-0,02772				
-10,00259				
-0,0611				
-10,0064				
-0,1377				
-10,0094				
-0,2731				
-10,0783				
-0,5139				
-10,0680				
-1,0319				
-10,1415				
-2,1565				
-10,3475				
-4,2795				
-10,2537				
6,4652				
-16,2193				
-17,5097				
-11,7104				
-26,0292				
-13,1716				
-33,2789				
-15,0784				
-0,00880				
-10,00089				
-0,0235				
-10,00162				
-0,0438				
-10,0054				
-0,1007				
-10,0112				
-0,2302				
-10,0288				
-0,4441				
-10,0647				
-0,9109				
-10,1334				
-1,9002				
-10,3328				
-4,2779				
-10,2223				
9,4251				
-17,5080				
-30,9264				
-14,6861				
-54,9283				
-12,6133				
-20,7445				
-10,5064				
-0,00683				
-10,00070				
-0,01806				
-10,00196				
-0,0412				
-10,00456				
-0,0734				
-10,0005				
-0,1926				
-10,0247				
-0,3919				
-10,0527				
-0,8290				
-10,0486				
-1,7331				
-10,3208				
-4,2141				
-10,2800				
-13,2658				
-15,5038				
22,9891				
-179,0920				
37,0283				
-18,7233				
30,5490				
-13,3924				
-0,0687				
-10,0079				
-1,8868				
-10,2951				
13,6103				
-10,7438				

(XXVI)

$\sigma_c^{(3)}$

E_2	E_3	E_4	E_5	E_6
	0,017	0,099	0,574	1,625
	0,042	0,318	1,508	1,795
	0,137	1,015	1,831	1,449
0,041	1,280	1,232	0,615	0,784
	1,243	0,822	0,425	0,535
	0,099	0,134	0,237	0,349
	0,045	0,067	0,147	0,222
0,0006	0,036	0,065	0,128	0,195
	0,057	0,123	0,256	0,652
	0,066	0,409	0,331	2,405
	0,326	2,418	3,194	2,634
0,649	2,105	1,624	1,559	1,706
	0,423	0,587	0,966	1,132

$\sigma_c^{(3)}$

E_2	E_3	E_4	E_5	E_6
	0,0135	0,0497	0,186	0,229
	0,0322	0,157	0,420	0,231
	0,103	0,499	0,455	0,218
0,0802	0,963	0,578	0,139	0,102
	0,963	0,146	0,117	0,116
	0,122	0,0746	0,084	0,0794
	0,0394	0,0406	0,0775	0,0957
0,0154	0,0341	0,0604	0,112	0,176
	0,0563	0,119	0,232	0,464
	0,0616	0,343	0,239	0,905
	0,292	1,871	1,438	0,662
0,626	0,771	0,963	0,554	0,334
	0,338	0,314	0,294	0,249

Cálculos para $l=4$

A medida que se toman valores de l en aumento las secciones eficaces para los primeros valores de α se hacen despreciables.

Por esta razón se ha calculado desde $\alpha=2,2$ y para los radios 5,25 6,25, y 7,25 10^{-13} cm. en $\alpha=1,3$, para este valor del momento angular,

$$l=4$$

En los cuadros XXVII y XXVIII de las pág. 61 y 62 aparecen los valores de :

$$y_5(X_i) = 7y_4(X_i) - X_i^2 y_3(X_i) \quad i=1,2,3$$

$$z_5(X_i) = 7z_4(X_i) - X_i^2 z_3(X_i) \quad i=2,3$$

y en el XXIX los valores de

$$h_4 = \frac{y_5(X_1) y_4(X_2) - X_1^2/X_2^2 y_4(X_1) y_5(X_2)}{y_5(X_1) z_4(X_2) - X_1^2/X_2^2 y_4(X_1) z_5(X_2)}$$

$$f_4 = \frac{X_3^2 [y_4(X_3) - h_4 z_4(X_3)]}{y_5(X_3) - h_4 z_5(X_3)} = -4 \quad (\text{pág. 63})$$

con los cuales las secciones eficaces resultan según aparecen en XXX, pág. 64, :

$$\sigma_t^{(u)} = \frac{23,5396}{E(\text{MeV.})} \left\{ \text{sen}^2 \delta_4 + \frac{s_4 (M_4 \cos 2 \delta_4 - N_4 \text{sen} 2 \delta_4)}{M_4^2 + N_4^2} \right\}$$

$$y \quad \sigma_c^{(u)} = \frac{23,5396}{E(u)} \left\{ \frac{s_4 (-\text{Im} f_4)}{M_4^2 + N_4^2} \right\}$$

(XXVII)

$y_5(x_1)$	$y_5(x_2)$	$y_5(x_3)$	
-22,258	-1,4432	229,153	980,95
-12,2852	-10,0792	-144,5234	-124,767
-55,5855	-3,6052	588,8276	1,537,6
-15,3447	-10,2675	-127,0242	+11,5695
-118,756	-1,3333	1,086,57	2,161,4
-114,9463	-10,8970	-112,1322	130,418
-163,408	-21,6984	+13,7751	2,087,8
-126,5713	-12,0927	1,706,56	170,694
-165,480	-43,757	+1107,040	3,396,2
-141,4482	-14,5555	2,442,76	1110,09
-28,0011	-73,702	155,556	3,818,9
-157,3045	-18,4526	3,127,13	1161,83
360,12	-140,081	1109,223	3,963,8
1064,16	-153,042	3,640,29	3,811,1
-122,765	-122,605	1192,223	1234,56
2,049,36	-176,156	3,955,94	3,303,8
134,2721	-132,707	1210,137	1272,09
3,037,16	-125,607	3,921,2	3,433,4
1112,589	-142,507	1250,505	1251,65
3,839,76	-56,1742	3,491,04	1,494,8
1200,357	-147,551	1273,945	1234,81
3,924,96	160,4906	2,304,07	1234,81
1267,839	-51,629	1273,5017	490,923
3,114,54	525,4333	1277,5017	1231,17
1267,294	-143,756	1254,559	-31,894
			1235,341
-156,052	-17,1503	1,295,14	
-125,1026	-11,7077	-110,537	
933,564	-141,584	3,324,1	
-129,312	-120,5146	1,191,39	
3,968,7	32,695	2,159,15	
1267,2944	-155,501	1232,333	

(XVIII)

		s ₅ (X ₂)			s ₅ (X ₃)		
E ₃	E ₄	E ₅	E ₆	E ₃	E ₄	E ₅	E ₆
	-177,007	-204,055	-234,991		257,368	462,4430	657,999
	14,7924	14,0450	14,6537		-164,2747	-162,0440	-161,2923
	-257,330	-200,119	-318,750		492,502	950,773	753,913
	13,1952	12,1101	10,8441		-160,7043	-166,1322	-171,6881
	-339,590	-308,619	-401,253		634,133	755,950	711,617
	10,0194	-11,4746	-12,1715		-175,8947	-122,6032	-120,7324
	-419,9706	-447,3046	-450,3136	727,9765	759,9757	529,2543	841,559
-395,5303	-15,0644	-10,9804	-13,5126	-185,1082	-191,3802	-125,5406	-1122,0756
-13,4558	-495,304	-515,067	-537,270		621,900	450,363	69,3565
	-112,5377	-114,5056	-116,5938		-1118,259	-1137,571	-1103,713
	-547,4561	-500,545	-569,610		193,666	-1,2740	-493,939
	-121,4652	-123,8733	-126,4568		-1167,906	-1122,047	-1235,141
	-571,841	-570,125	-559,635		-166,341	-634,674	-1,190,45
	-132,1991	-134,4819	-136,8025		-1227,8301	-1238,339	-1313,627
	-550,009	-527,572	-491,437	-493,387	-352,3178	-1,359,4	-1,368,29
-562,636	-143,5149	-145,3199	-146,9503	-1277,727	-1316,177	-1563,743	-1417,712
-141,7758	-450,448	-419,723	-354,667		-1,626,28	-2,025,39	-2,359,42
	-154,2142	-155,1699	-155,755		-1423,666	-1472,630	-1523,726
	-312,576	-240,469	-143,335		-2,362,416	-2,395,39	-2,490,57
	-163,0830	-162,9385	-162,3344		-1541,661	-1574,760	-1677,946
	-99,6229	3,5324	11,204		-2,521,235	-2,448,6	-2,151,6
	-109,2586	-163,0138	-166,005		-1665,8090	-1606,242	-1732,523
	190,772	278,9586	388,694	-2,422,0	-2,156,97	-1,770,54	-1,000,2
	-173,1480	-171,5676	-169,9498	-1741,497	-1763,416	-1779,861	-1734,762
	457,646	519,943	625,497		-1,234,85	-436,619	733,193
	-175,5076	-175,2272	-175,2070		-1838,220	-1836,119	-1820,345

(XXX)

$\sigma_c^{(4)}$

$\sigma_c^{(4)}$

ϵ_3	ϵ_4	ϵ_5	ϵ_6	ϵ_3	ϵ_4	ϵ_5	ϵ_6
	0,813 .10 ⁻³	2,705 .10 ⁻³	1,048 .10 ⁻²		0,0008	0,0022	0,00855
	1,094 .10 ⁻³	3,355 .10 ⁻³	1,713 .10 ⁻²		0,00001	0,0026	0,0101
	1,751 .10 ⁻³	7,181 .10 ⁻³	3,050 .10 ⁻²		0,0017	0,0057	0,0172
0,616 .10 ⁻³	2,862 .10 ⁻³	1,289 .10 ⁻²	6,031 .10 ⁻²	0,0006	0,0027	0,0093	0,0331
	5,171 .10 ⁻³	2,528 .10 ⁻²	1,508 .10 ⁻¹		0,0048	0,0197	0,0791
	0,01253	0,06484	0,5885		0,0116	0,0501	0,312
	0,02355	0,4835	0,9928		0,0220	0,473	0,595
0,01895	0,2319	1,086	0,4707	0,0187	0,216	0,844	0,252
	0,1812	0,1598	0,1619		0,173	0,134	0,102
	0,0327	0,0604	0,0831		0,0314	0,0527	0,0523
	0,01666	0,03559	0,0564		0,0164	0,0340	0,0530
0,00152	0,0136	0,0623	0,143	0,0045	0,0136	0,0613	0,413
	0,0217	0,0552	0,2178		0,0215	0,0536	0,191

(£)

Cálculos para $l=5$

La contribución de las secciones para este valor de l es casi nula en todo el rango de x . Se ha calculado entonces a las correspondientes a $l=3$ para todos los radios y para $x=2,2, R=6,25$ y $x=2,6, R=5,25, 5,75, 6,25, 6,75 \cdot 10^{-13} \text{ cm}$.

Las correspondientes definiciones son

$$y_6(X_i) = 7y_5(X_i) - X_i^2 y_4(X_i) \quad i=1,2,3$$

$$z_6(X_i) = 7z_5(X_i) - X_i^2 z_4(X_i) \quad i=2,3$$

y sus valores están recopilados en XXXI, pág. 66.

Los valores de A_s , f_s , $\sigma_t^{(s)}$ y $\sigma_c^{(s)}$, aparecen en XXXII y fueron calculados con las fórmulas "

$$A_s = \frac{y_6(X_1) y_5(X_2) - X_1^2 / X_2^2 y_5(X_1) y_6(X_2)}{y_6(X_1) z_5(X_2) - X_1^2 / X_2^2 y_5(X_1) z_6(X_2)}$$

y

$$f_s = X_3^2 \frac{y_5(X_3) - A_s z_5(X_3)}{y_6(X_3) - A_s z_6(X_3)} - 5$$

~~con cuyos~~

Las secciones eficaces, por último, figuran en XXXIII, pág. 67, y resultan de aplicar las fórmulas:

$$\sigma_t^{(s)} = \frac{28,8318}{E(\text{MeV.})} \left\{ \text{sen}^2 \delta_s + \frac{s_s (M_s \cos 2\delta_s - N_s \text{sen} 2\delta_s)}{M_s^2 + N_s^2} \right\}$$

y

$$\sigma_c^{(s)} = \frac{28,8318}{E(\text{MeV.})} \left\{ \frac{s_s (-\text{Im} f_s)}{M_s^2 + N_s^2} \right\}$$

con los valores de los parámetros M_s , N_s , s_s y f_s que se dan en el texto.

(XXXI)

$y_6(x_1)$		$y_6(x_2)$		$y_6(x_3)$		$z_6(x_2)$		$z_6(x_3)$	
E_5	E_6	E_5	E_6	E_5	E_6	E_5	E_6	E_5	E_6
-28,9551	-1,1238	3,526,11	-1,882,33	-1,882,33	-1,882,33	6,984,11	-1342,9905		
-13,6867	-10,1925	-112,5645	1294,1902	1294,1902	1294,1902		9710,05		
-67,4552	-4,7358	5,795,93	-2,470,55	-2,470,55	-2,470,55		-1231,2256		
-112,0255	-10,2838	1183,1872	110,0274	110,0274	110,0274		12,292,6		
-189,8674	-13,7312	7,073,86	-3,001,11	-3,001,11	-3,001,11		-1204,4708		
-150,3257	-11,4399	1422,7308	-110,0157	-110,0157	-110,0157		15,728,07		
-308,6925	-36,3329	13,192,2	-3,250,40	-3,250,40	-3,250,40	13,800,6	-1170,0859		
-162,9200	-11,3791	1810,5959	-11,3791	-11,3791	-11,3791	-150,1172	15,427,9		
-263,4568	-72,9409	16,013,5	-72,9409	-72,9409	-72,9409		1220,4738		
-1102,7437	-19,2703	11,333,05	-19,2703	-19,2703	-19,2703	15,591,6	-1129,9600		
253,2773	-135,1238	22,818,5	-135,1238	-135,1238	-135,1238	-197,7112	13,493,6		
-1120,7059	-118,3798	11,980,07	-118,3798	-118,3798	-118,3798		-1275,4506		
1,873,73	-217,956	27,155,3	-217,956	-217,956	-217,956	12,820,3	10,102,9		
-125,8202	-134,2712	12,757,06	-134,2712	-134,2712	-134,2712	-1359,578	5,785,27		
5,417,87	-301,434	30,014,2	-301,434	-301,434	-301,434		1999,2122		
1193,497	-156,226	13,596,14	-156,226	-156,226	-156,226	6,647,22	-11,254,3		
10,896,9	-329,396	50,453,27	-329,396	-329,396	-329,396	-11,026,0	-1,826,39		
1727,479	-182,8074	14,450,26	-182,8074	-182,8074	-182,8074		-12,051,22		
18,290,6	-280,246	27,191,09	-280,246	-280,246	-280,246		-2,141,57		
11,592,34	-1107,13	15,222,02	-1107,13	-1107,13	-1107,13		-12,503,28		
25,312,36	245,997	20,847,4	245,997	245,997	245,997		3,237,27		
12,760,687	-1115,992	15,637,06	-1115,992	-1115,992	-1115,992		-12,712,09		
30,334,7	1,221,5	8,820,93	1,221,5	1,221,5	1,221,5				
14,304,84	-186,1093	16,303,53	-186,1093	-186,1093	-186,1093				
27,927,4	2,988,24	-2,365,22	2,988,24	2,988,24	2,988,24				
15,571,78	113,295	16,520,49	113,295	16,520,49	16,520,49				

(XXIII)

Gr (5)

Gr (5)

E5

E5

E5	E6	E5	E6	E5	E6	E5	E6
	-167,841		2,2066		0,00005		0,00004
	129,8417		-10,0991		0,00039		0,00037
	-252,68		3,1232		0,00051		0,00049
	-195,7293		-10,0754		0,00051		0,00062
	-525,20		2,8398				0,00120
	-161,9287		-10,0840				0,00160
55,82	-60,14	53,298	2,5209	0,00008	0,000066	0,00007	
39,68	12,475,59	-10,0234	-10,0878		0,00137		
	-302,34		2,1330				
	-12,500,38		-10,1358		0,00170	0,00044	
607,8	-6,390,1	1,9422	1,7595	0,00047	0,00170		
3.090,6	-197,50	-10,1304	-10,1498		0,00263		
	-11,040		1,3050		0,00442	0,00104	
8.119	-24,430	1,1506	0,7458	0,00107			
2.828,1	-3,5461	-10,1975	-10,2124		0,00824		
	-45,748		10,1093		0,0205	0,00297	
	-15,848,3		-10,2704		0,0843		
8.844	-90,1494	0,0435	-0,7995	0,0030			
6.005	-114,209	-10,3042	-10,3705		0,342		
	-178,241		-1,9867		0,0423		
	-128,573		-10,5630				
	-370,277,2		-4,5995				
	-111,900		-10,7900				
	-774,900		-10,551				
	-1197,193		-15,6092				

se han emitido los datos correspondientes a E₅ pues su contribución a la sección total es despreciable.

(5)

$$\sigma_t = \sum_0^5 \sigma_t^e$$

(XXXII)

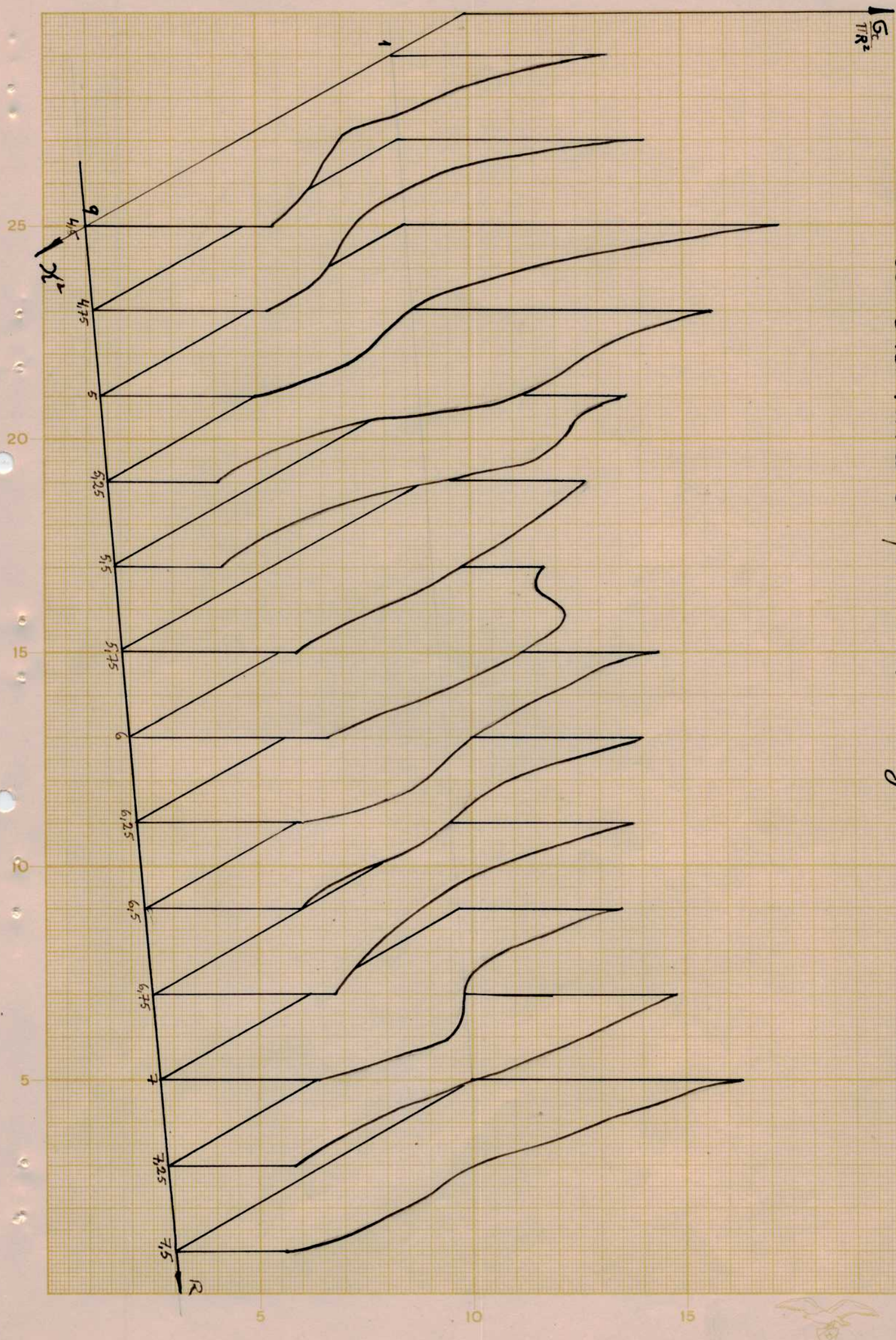
$$\sigma_e = \sum_0^5 \sigma_e^e$$

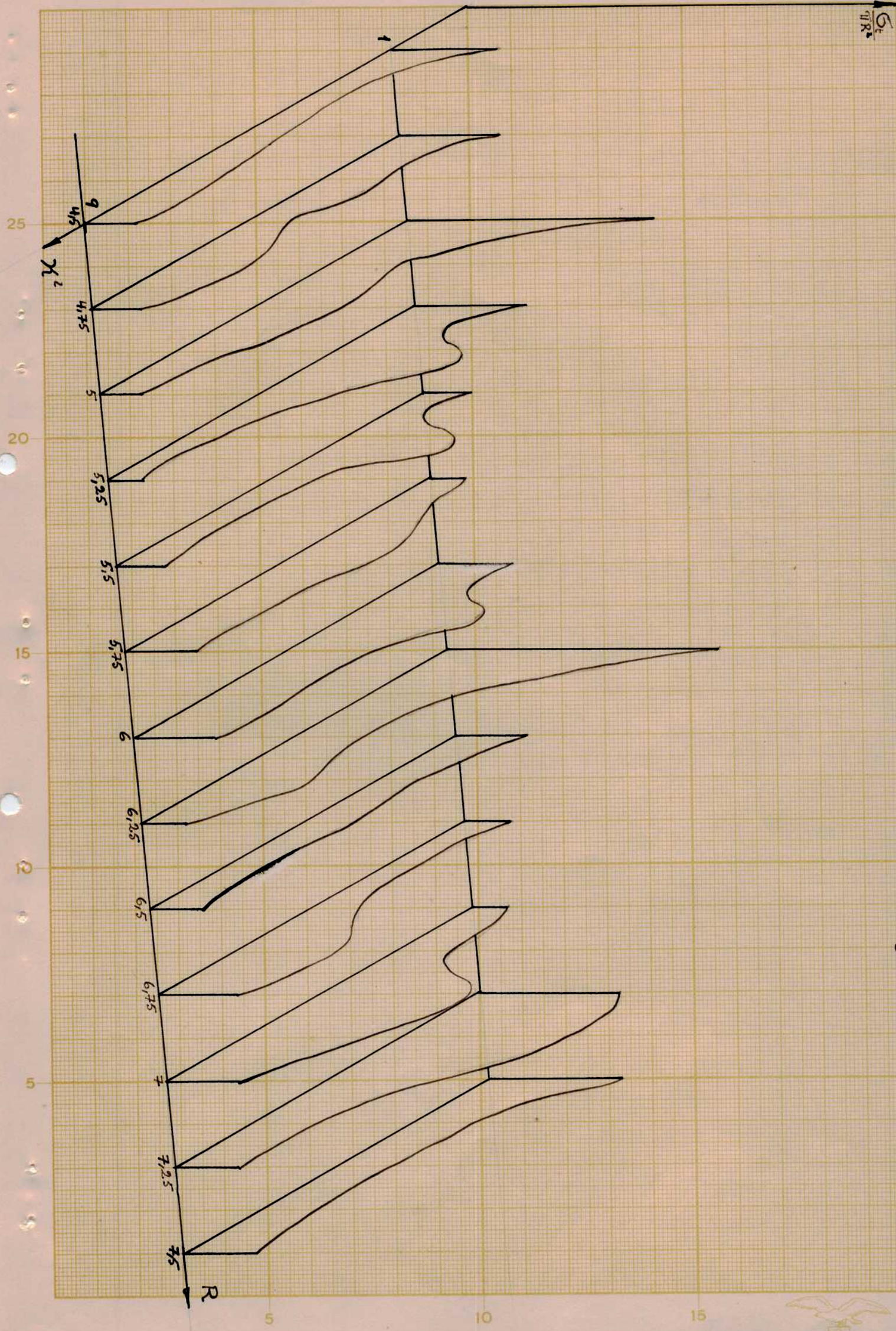
	σ_1	σ_2	σ_3	σ_4	σ_5	σ_6	σ_1	σ_2	σ_3	σ_4	σ_5	σ_6
4,5	4,98	3,34	2,97	2,18	3,38	4,30	1,245	0,586	0,376	0,395	0,626	0,590
4,75	5,66	2,84	2,44	2,36	3,77	4,00	1,133	0,670	0,739	0,486	0,924	0,547
5	8,68	6,17	4,37	3,56	4,35	3,61	2,89	1,455	0,360	1,09	0,360	0,479
5,25	7,01	5,76	5,83	5,81	2,94	2,47	1,29	0,762	1,54	0,968	0,405	0,392
5,50	4,83	4,51	5,90	4,39	2,74	2,39	0,538	0,400	1,43	0,515	0,537	0,591
5,75	3,60	3,72	4,05	4,31	4,08	3,95	0,410	0,456	0,708	1,02	0,775	0,332
6	2,91	3,18	5,05	5,47	5,09	4,57	0,810	0,746	1,52	1,07	0,964	0,960
6,25	5,02	4,46	4,12	4,19	4,75	3,80	3,12	2,00	1,05	0,744	1,102	0,588
6,5	4,44	3,43	2,99	3,60	3,49	3,55	0,201	0,612	0,401	0,586	0,531	0,660
6,75	4,13	3,11	2,77	2,87	3,18	4,25	0,517	0,392	0,381	0,574	1,23	0,940
7	3,69	3,05	2,47	3,51	3,93	3,64	0,367	0,533	0,685	1,721	1,601	0,889
7,25	4,81	4,62	4,57	3,48	2,99	3,07	1,602	1,865	1,791	1,232	0,800	0,734
7,5	6,36	5,37	4,40	3,51	3,91	2,64	1,556	0,773	0,752	0,560	0,549	0,853

G_c
 TR^2

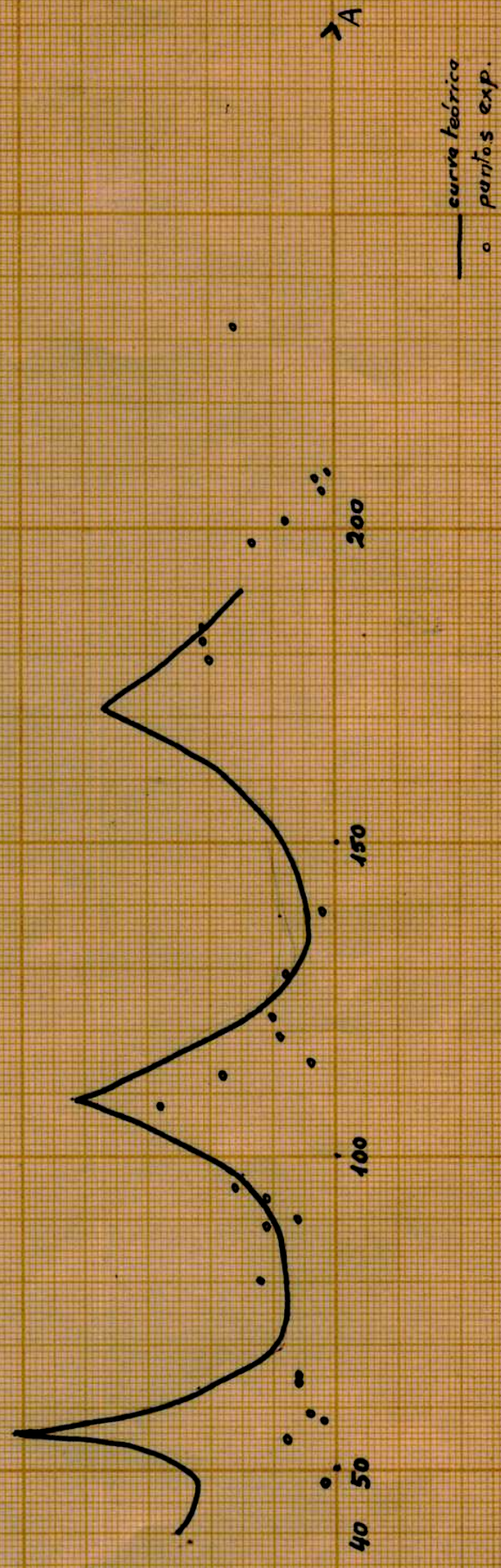
Secciones Forales en funcion del radio y n

15 25 35





Sección de formación de núcleo compuesto a 1 Mev. comparado con la
sección experimental de reacción



Resultados Obtenidos.- Comparación con la Experiencia.-

Como se puede apreciar de los correspondientes cuadros de valores la contribución de las secciones eficaces parciales $\sigma^{(l)}$ será despreciable para $l=5$, en el intervalo de energía usado.

El cuadro IIIII donde se reproducen las σ halladas, va acompañado de los gráficos correspondientes (Nº III Y IV). En ellos se ha representado $\sigma_t = \sum_0^3 \sigma_t^{(l)}$ y $\sigma_c = \sum_0^3 \sigma_c^{(l)}$ en función de R y de χ^2 , simultáneamente.

Tomando la relación $R = 1,3 A^{1/3} 10^{-13}$ cm., se logra acuerdo con la experiencia de las curvas obtenidas. Por ejemplo, es posible reproducir el crecimiento de las secciones eficaces a bajas energías para A aproximadamente igual a 60 y 90 (este último máximo está dado por la onda s para $E = 10^5$ eV., sección correspondiente a bajas energías, cuadro III), y la caída en las regiones cercanas a $A = 40$ y entre 100 y 140. Además el comportamiento de las curvas en las regiones cercanas a los máximos es similar al experimental.

El gráfico de las secciones de núcleo compuesto no es susceptible de comparación experimental directa, pero sí lo son las secciones a 1 MeV. pues si bien no se tienen datos experimentales de ellas es posible comparar su orden de magnitud con las secciones de reacción obtenidas por Walt and Barschall a esta energía. De este cotejo resulta que la curva obtenida se acerca en forma más o menos aceptable a los puntos experimentales.

Conclusiones

Como se desprende de lo expuesto aquí, tanto el modelo de pozo cuadrado como el de pozo en escalón muestran un acuerdo con la experiencia que es bastante aceptable si se tiene en cuenta la aproximación con que se representan al potencial real.

Sin embargo este acuerdo se consigue con un ajuste distinto del valor de r_0 en la relación $R = r_0 A^{1/3} 10^{-13}$ cm. .

En el caso del pozo cuadrado se obtiene concordancia con un valor $r_0 = 1,45$. En nuestro caso el ajuste se consigue con $r_0 = 1,3$.

Es decir que al considerar una segunda aproximación al potencial real el valor de $r_0 = 1,45$ resulta excesivo si se quiere tener acuerdo con la experiencia, y en cambio si los resultados de Fleschbach Porter and Weisskopf se interpretan con $r_0 = 1,3$, el acuerdo con la experiencia queda destruido, al desplazarse las curvas con sus máximos hacia pesos atómicos mayores.

En la actualidad, según se deduce de los trabajos consultados (sección 3a), de los estudios de Ammerich sobre distribución angular de scattering de neutrones a baja energía, de los análisis de secciones a alta energía de Brenner and Williams, de las recientes investigaciones de Woods and Saxon con protones en las cercanías de 20 MeV., de las determinaciones de secciones eficaces de partículas α de Igo et al (Phys. Rev. Abril 1957) etc. hay acuerdo general en usar un valor de r_0 que oscila entre 1,1 a bajas energías y 1,36 a altas energías. Es decir, el valor aquí usado de $r_0 = 1,3$ parece ser aceptable en el rango de energías considerado y el de 1,45 aparece, en efecto, como un valor excesivo para la relación entre el peso atómico y el radio nuclear, aunque de la experiencia no se tienen datos suficientemente precisos como para efectuar una decisión definitiva.

En cuanto a las secciones de formación de núcleo compuesto a 1 MeV tanto las obtenidas con el pozo cuadrado simple como las calculadas en base a nuestro modelo, muestran un orden de magnitud aceptable al compararlas con las secciones de reacción si se toma en ambos casos el valor de 1,3. Esto parece significar que la introducción del escalón tiene efecto predominante en las secciones de scattering elástico de neutrones más que en la formación de núcleo compuesto al menos a la energía de 1 MeV. donde se poseen datos con los cuales es posible efectuar comparaciones.

En lo que respecta a las curvas obtenidas para bajas energías tienen forma análoga a las calculadas con un pozo cuadrado, mostrando la dependencia $1/v$ con la energía y un máximo pronunciado para cierto valor de A cuando se las representa en función de este número.

En el pozo cuadrado esta resonancia no parece coincidir con ninguna propiedad experimental, en cambio para el pozo en escalón aparece corrido hacia mayores valores de A y se acerca a la región de las grandes resonancias observadas en las tierras raras.

Digamos por último, que a pesar ~~de que~~ que el potencial aquí introducido debe presentar discrepancias con las secciones eficaces obtenidas experimentalmente, pues el tipo de aproximación que representa es todavía grosera, insistimos en afirmar que el acuerdo con la experiencia que muestran las curvas halladas se obtiene cuando se considera un valor de r_0 menor que el usado por Feschbach et al para el pozo cuadrado, como parecen sugerirlo experiencias recientes. En este caso el acuerdo con la experiencia que muestran las curvas encontradas por estos investigadores, se vería destruido.

Juan José Ramírez

Stodd Bellin

BIBLIOGRAFIA

- Benge, Fujimoto and Hossain Phil. Mag. 1,19,(1956)
- Bethe H. A.(1956), Physica LXII,941.,id.987.
- Bethe H.A.(1940), Phys. Rev. 57,1125.
- Brueckner K. A.,(1955) Phys. Rev. 97,1353,id.100,36
- Cohen B. L. and Neidigh R.V. (1954) Phys. Rev. 93,282
- Edmonds A. R. and Flowers B.H.(1952)a, Proc. Roy. Soc. A 214,515.
(1952 b) Ibid 215,120
- Emmerich W. S.Phys. Rev. 93,1148 (1955)
- Fernbach,Serber and Taylor.(1949).Phys. Rev. 75,1352.
- Feshbach H. and Weisskopf (1949).Phys. Rev. 76,1950.
- Feschbach,Porter and Weisskopf(1954) Phys. Rev. 96,448.
- Fujimoto Y. and Hossain (1955),A.Phil. Mag. 46,542.
- Haxel,O.,Jensen J.H.D.,Suess H. E. (1948) Naturwissenschaften 35,375.
- Hughes D. J. (1956) Physica LXII,994.
- Kenneth W. Annual Review of Nuclear Science 5,25(1955)
- Mayer M. G. (1950) a, Phys. Rev. 78,16 . b,Ibid.78,22.
- Pryce. M. H. L.(1954) Rep.Prog.in Phys. XVII,1.
- Rosenfeld L. (1956) Physica LXII,1115.
- Saxon R. D. and Woodsd.D. S. (1954) Phys. Rev. 95, 577.
(1956) Phys. Rev. 101,506.
- Taylor R.(1953) Phys. Rev. 92,831.
- Van Hove L. 1956, Physica LXII,979
-

BIBLIOGRAFIA (Continuación)

Weisskopf V.F. (1956) PhysicaXXII,952.

Wigner E. P. (1948) Phys. Rev. 73,1002.