

TFL MAT
000947

UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES
Facultad de Ciencias Exactas y
Naturales

Análisis de Lognormalidad para los Precios de las Acciones

Autora: Teresita Mariana Hütter
Directora: Dra. Liliana Gysin

Tesis de Licenciatura en
Ciencias Matemáticas
(orientación Aplicada)

Buenos Aires
Marzo 2005

93274

BIBLIOTECA
"JULIO REY PASTOR"
Dpto. DE MATEMÁTICA

27 MAY 2005

Análisis de Lognormalidad para los Precios de las Acciones

Teresita Mariana Hütter

Resumen

La mayoría de los modelos utilizados para analizar movimientos de precios de títulos valores que se negocian en las bolsas y mercados, suponen que los cambios en los logaritmos de los precios de los títulos se distribuyen según una normal de media 0. En el presente trabajo se analiza la validez de esta hipótesis de normalidad, para algunas especies negociadas en la BCBA entre 1994 y 2002, tomando en cuenta para el análisis el coeficiente de curtosis, el coeficiente de asimetría, el estadístico de Jarque-Bera, el coeficiente de bondad de ajuste de Karl-Pearson (basado en la distribución chi cuadrada) y la prueba de Smirnov-Kolmogorov. Se observan algunas relaciones entre distintos indicadores, y se concluye que los retornos, calculados como el cambio en los logaritmos de los precios tienen - en épocas normales, es decir, fuera de períodos de crisis - un comportamiento bastante próximo al de una normal. Se analiza también como la normalidad es afectada por diferentes crisis.

Indice

- I. Introducción
- II. Formas de trabajo y datos utilizados
- III. Nociones estadísticas
 1. Función generadora de momentos
 - a. La media μ
 - b. La desviación estándar σ
 - c. El coeficiente de asimetría CA
 - d. El coeficiente de curtosis CK
 2. Test de normalidad de Jarque-Bera
 3. Bondad de ajuste
 4. Prueba de Smirnov-Kolmogorov
 5. Gráficos Q-Q
- IV. Principales crisis que afectaron el mercado accionario argentino entre 1994 y 2002
 - 1995 – *El Efecto Tequila*
 - 1997 – *La crisis en el sudeste asiático*
 - 1998 – *Japón y Rusia*
 - 2001 - *Crisis institucional argentina y default*
 - 2002 – *Devaluación en Argentina*
- V. Resultados
- VI. Conclusiones
- VII. Bibliografía
- VIII. Anexos
 1. *Cálculo del Índice Merval*
 2. *Estimación de la volatilidad utilizando datos históricos*
 3. *Modificaciones a los resultados calculados (Excel)*
 4. *Gráficos Q-Q*
- IX. Cuadros
 - General de resultados
 - Normalidad
 - Normalidad sin años de crisis
- X. Gráficos
 - Especie Teco2 años 1994-2002
 - Moli años 1994, 1997 y 1999
 - Reno años 1994, 1997 y 2002
 - Acin años en los que no se rechaza normalidad

I.Introducción

La mayoría de los modelos utilizados para analizar movimientos de precios de títulos valores que se negocian en las bolsas y mercados, suponen que los retornos de los títulos se distribuyen según una normal. Dicho de otro modo, las proyecciones de movimientos futuros en los precios se apoyan en los movimientos históricos de los mismos, calculando como tasa probable de cambio en el precio de una especie su volatilidad. Esta se obtiene, a partir de un conjunto de precios históricos, como la desviación estándar de la serie de diferencias de los logaritmos naturales de precios consecutivos ($\ln S_i - \ln S_{i-1} = \ln(S_i/S_{i-1})$). Los intervalos de tiempo de precios históricos son los inmediatos anteriores al momento del cálculo, la frecuencia de datos es diaria y el precio considerado para un día es el de "cierre" de la especie analizada, es decir, el último precio registrado en ese día para el vencimiento conocido como estándar, actualmente 72 hs..Este valor de la "volatilidad diaria" se "anualiza" multiplicándolo por la raíz cuadrada de 252 (número promedio de ruedas en un año).

En el presente trabajo se analiza la validez de la hipótesis de normalidad en los cambios de los logaritmos de los precios, entre los años 1994 y 2002, de las acciones de determinadas empresas que cotizan en la Bolsa de Comercio de Buenos Aires, tomando en cuenta para el análisis el coeficiente de curtosis, el coeficiente de asimetría, el estadístico de Jarque-Bera, el coeficiente de bondad de ajuste de Karl-Pearson y el test de Smirnov-Kolmogorov. A partir de los resultados, se establece un "orden" de normalidad entre los años analizados, detectándose menor normalidad en los años afectados por diferentes crisis. Se incluye un breve resumen de las principales crisis que afectaron el mercado accionario argentino en el período analizado.

La conclusión del trabajo es que - fuera de los períodos de crisis - los retornos de los precios de las acciones que cotizan en la Bolsa de Comercio de Bs. As. tienen un comportamiento bastante próximo a una normal, resultando adecuada la utilización del modelo para los cálculos paramétricos que se realizan en finanzas.

Se presentan en primer lugar las formas de trabajo y datos utilizados para el análisis, luego algunas definiciones y desarrollos sobre las nociones estadísticas involucradas, un breve resumen de los resultados obtenidos y finalmente las conclusiones sobre los mismos. Se anexan la descripción de los cálculos del índice Merval y las modificaciones introducidas a los resultados obtenidos de la planilla de cálculo, para hacerlos coincidir con la teoría utilizada, así como diferentes cuadros y gráficos de los datos analizados y resultados obtenidos.

II. Formas de trabajo y datos utilizados

Se analizan series de precios de diferentes acciones que cotizaron en la Bolsa de Comercio de Buenos Aires (BCBA), entre los años 1994 y 2002. Se utilizan planillas Excel para calcular los parámetros de cada serie de precios anual disponible. Los parámetros más importantes calculados son la media, la volatilidad, el coeficiente de bondad de ajuste de Karl-Pearson (DC), la prueba de Smirnov-Kolmogorov (SK), el estadístico de Jarque-Bera (JB), el coeficiente de curtosis y el coeficiente de asimetría, habiéndose modificado los resultados obtenidos de la planilla de cálculo de los dos últimos, para hacerlos coincidir con la teoría utilizada [Ver Anexo 3: *Modificaciones a los resultados calculados (Excel)*].

Las especies seleccionadas son las que conformaban el índice Merval el cuarto trimestre de 2003. El índice Merval refleja el comportamiento de precios de las acciones de empresas privadas que cotizan en la BCBA. Su valor representa el valor de mercado de una cartera de acciones seleccionadas de acuerdo a su participación en el mismo. La cartera se actualiza cada tres meses, de acuerdo con los datos de negociación de los últimos seis meses [Ver Anexo 1: *Cálculo del índice Merval*].

Al analizar especies de renta variable (como lo son las acciones), los cálculos que involucran precios de cotización deben ajustarse por pagos de dividendo de las empresas. Hay dos maneras de trabajar en este sentido:

- I. utilizar las fórmulas modificadas que incorporan el porcentaje de dividendo pagado en cada período por cada una de las empresas.

Por ejemplo, el retorno (u_i) que se calcula para un intervalo de tiempo en que la acción no paga dividendo como $u_i = \ln\left(\frac{S_i}{S_{i-1}}\right)$ (Ver anexo 2: *Estimación de la volatilidad usando datos históricos*), para el caso de que sí pague se calcula como $u_i = \ln\left(\frac{S_i + D}{S_{i-1}}\right)$, donde D es el dividendo en efectivo.[2]

- II. considerar los precios ajustados hacia atrás por cada uno de los pagos de dividendo. Para ello se calcula un coeficiente de ajuste con el que se debe multiplicar la serie de precios anteriores al día de pago (también para dividendos en efectivo):

$$C_A = \frac{P_t}{P_{t-1}} = \frac{P_{t-1} - D}{P_{t-1}} < 1$$

Los precios negociados el día de pago de dividendos no son compatibles con el precio excupón, ya que el día en el cual se procede al pago del dividendo, el precio de la acción cae en la proporción del dividendo, de donde surge el precio excupón (P), el cual se calcula a partir del precio anterior (P_{t-1}) y del dividendo (D):

$$P_t = P_{t-1} - D$$

Este precio excupón es informado por la BCBA y es el precio de referencia para los operadores al comienzo de la rueda, ya que contiene el efecto del pago del dividendo. Así, es compatible con los precios anteriores.

En este trabajo y dado que todo el análisis se realiza con datos históricos, **se trabaja con archivos de precios ajustados al 30 de Septiembre de 2003**. Los datos utilizados fueron proporcionados por el Instituto Argentino de Mercado de Capitales, Mercado de Valores de Buenos Aires S.A., y abarcan las siguientes empresas y años:

Series de 1994 a 2002:

Acindar S.A. (ACIN); Macro Bansud S.A. (BSUD); Comercial del Plata S.A. (COME); Banco Francés BVBA S.A. (FRAN); Solvay Indupa S.A. (INDU); Molinos Río de la Plata S.A. (MOLI); Renault Argentina S.A. (RENO); Telecom Argentina S.A. (TECO2); Transp- de Gas del Sur S.A. (TGSU2). Para este período también se analizó la serie del índice Merval.

Serie de 1997 a 2002:

Siderar S.A. (ERAR).

Series de 2000 a 2002:

Grupo Financiero Galicia S.A. (GGAL); Petrobrás Energía Participaciones S.A. (PBE).

III. Nociones estadísticas

1. Función Generadora de Momentos:

Definición: sea x una variable aleatoria con función de probabilidad (fdp) f , definimos la función generadora de momentos (fgm) por:

$$M_x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{tx} f(x) dx = E(e^{tx})$$

Observación: Esta integral impropia puede que no converja a un valor finito para todos los valores de t , por lo tanto, puede suceder que la fgm no esté definida para todos los valores de t . A pesar de ello, cada vez que usemos la fgm supondremos que existe.

Propiedades: desarrollo en serie de Mac-Laurin de e^x

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots$$

Esta serie converge $\forall x$

$$e^{tx} = 1 + tx + \dots + \frac{(tx)^n}{n!} + \dots$$

Para una suma finita, el valor esperado de la suma es igual a la suma de los valores esperados. Pero para sumas infinitas no podemos aplicarlo inmediatamente. Supongamos que se satisfacen todas las condiciones para que esto ocurra.

$$\begin{aligned} M_x(t) = E(e^{tx}) &= E\left(1 + tx + \dots + \frac{(tx)^n}{n!} + \dots\right) = 1 + tE(x) + t^2 \frac{E(x^2)}{2!} + \dots + \\ &+ t^n \frac{E(x^n)}{n!} + \dots = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{t^i E(x^i)}{i!} \end{aligned}$$

$$M'_x(t) = E(x) + tE(x^2) + \dots + \frac{t^{n-1} E(x^n)}{(n-1)!} + \dots = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{t^{i-1} E(x^i)}{(i-1)!}$$

$$\text{Para } t = 0, \quad M'_x(0) = E(x)$$

$$M''_x(t) = E(x^2) + tE(x^3) + \dots + \frac{t^{n-2} E(x^n)}{(n-2)!} + \dots = \sum_{i=2}^{\infty} \frac{t^{i-2} E(x^i)}{(i-2)!}$$

$$\text{Para } t = 0, \quad M''_x(0) = E(x^2)$$

Continuando de esta manera, y suponiendo que $M_x^{(n)}(0)$ existe, obtenemos $M_x^{(n)}(0) = E(x^n)$. Los números $E(x^n)$ se llaman momentos n -ésimos de la variable aleatoria x respecto del cero.

Observación: el desarrollo en serie de Mac-Laurin de h es:

$$h(t) = h(0) + h'(0)t + \frac{h''(0)t^2}{2!} + \dots + \frac{h^{(n)}(0)t^n}{n!} + \dots$$

Aplicando esto a M_x

$$M_x(t) = M_x(0) + M_x'(0)t + \dots + \frac{M_x^{(n)}(0)t^n}{n!} + \dots$$

Sea x una variable aleatoria, $x \approx \phi(\mu, \sigma^2)$, calculamos su fgm:

$$\mathbf{M}_x(t) = E(e^{tx}) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{tx} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left\{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2} + tx\right\} dx$$

Trabajando con el integrando:

$$\begin{aligned} -\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2} + tx &= \frac{-x^2 + 2x\mu - \mu^2 + 2\sigma^2 tx}{2\sigma^2} = \frac{-x^2 + 2x(\mu + \sigma^2 t) - \mu^2}{2\sigma^2} = \\ &= \frac{-[x - (\mu + \sigma^2 t)]^2 + (\mu + \sigma^2 t) - \mu^2}{2\sigma^2} = \frac{-[x - (\mu + \sigma^2 t)]^2}{2\sigma^2} + \mu t + \frac{(\sigma t)^2}{2} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \mathbf{M}_x(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left\{-\frac{[x - (\mu + \sigma^2 t)]^2}{2\sigma^2} + \mu t + \frac{(\sigma t)^2}{2}\right\} dx =$$

$$= \exp\left\{\mu t + \frac{(\sigma t)^2}{2}\right\} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left\{-\frac{[x - (\mu + \sigma^2 t)]^2}{2\sigma^2}\right\} dx = e^{\left\{\mu t + \frac{(\sigma t)^2}{2}\right\}}$$

$$\therefore \text{Si } x \approx \phi(\mu, \sigma^2) \Rightarrow \mathbf{M}_x(t) = e^{\left\{\mu t + \frac{(\sigma t)^2}{2}\right\}}$$

Calculando hasta la derivada cuarta de M_x :

$$M'_x(t) = (\mu + \sigma^2 t) e^{\left(\mu t + \frac{(\sigma t)^2}{2}\right)}$$

$$M''_x(t) = \sigma^2 e^{\left(\mu t + \frac{(\sigma t)^2}{2}\right)} + (\mu + \sigma^2 t)^2 e^{\left(\mu t + \frac{(\sigma t)^2}{2}\right)} = (\sigma^2 + (\mu + \sigma^2 t)^2) e^{\left(\mu t + \frac{(\sigma t)^2}{2}\right)}$$

$$M'''_x(t) = (\sigma^2 + (\mu + \sigma^2 t)^2) e^{\left(\mu t + \frac{(\sigma t)^2}{2}\right)}$$

$$\begin{aligned} M^{(4)}_x(t) &= e^{\left(\mu t + \frac{(\sigma t)^2}{2}\right)} (\mu + \sigma^2 t) [\sigma^2 + (\mu + \sigma^2 t)^2] + e^{\left(\mu t + \frac{(\sigma t)^2}{2}\right)} 2(\mu + \sigma^2 t) \sigma^2 = \\ &= e^{\left(\mu t + \frac{(\sigma t)^2}{2}\right)} [(\mu + \sigma^2 t)^3 + 3(\mu + \sigma^2 t) \sigma^2] = \\ &= e^{\left(\mu t + \frac{(\sigma t)^2}{2}\right)} (\mu + \sigma^2 t) [(\mu + \sigma^2 t)^2 + 3\sigma^2] \end{aligned}$$

$$M^{(4)}_x(t) = e^{\left(\mu t + \frac{(\sigma t)^2}{2}\right)} (\mu + \sigma^2 t) [(\mu + \sigma^2 t)^2 + 3\sigma^2]$$

$$\begin{aligned} M^{(4)}_x(t) &= e^{\left(\mu t + \frac{(\sigma t)^2}{2}\right)} \{(\mu + \sigma^2 t)^4 + 3(\mu + \sigma^2 t)^2 \sigma^2 + 3(\mu + \sigma^2 t)^2 \sigma^2 + 3\sigma^4\} = \\ &= e^{\left(\mu t + \frac{(\sigma t)^2}{2}\right)} \{(\mu + \sigma^2 t)^4 + 6(\mu + \sigma^2 t)^2 \sigma^2 + 3\sigma^4\} \\ \therefore M^{(4)}_x(t) &= e^{\left(\mu t + \frac{(\sigma t)^2}{2}\right)} \{(\mu + \sigma^2 t)^2 [(\mu + \sigma^2 t)^2 + 6\sigma^2] + 3\sigma^4\} \end{aligned}$$

El primer momento es $E(x) = M'_x(0) = \mu$

El segundo momento es $E(x^2) = M''_x(0) = \mu^2 + \sigma^2$

El tercer momento es $E(x^3) = M'''_x(0) = \mu^3 + 3\mu\sigma^2$

El cuarto momento es $E(x^4) = M^{(4)}_x(0) = \mu^4 + 6\mu^2\sigma^2 + 3\sigma^4$

El momento k-ésimo debe cumplir

$$E(X^k) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^k$$

Estos cálculos se desarrollaron a partir de [3].

Con estos resultados se calculan:

a. La media μ (el primer momento de la función de probabilidad es la media) :

$$\mu = E(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

b. La desviación estándar σ (el segundo momento de la función de probabilidad es la varianza, $V=\sigma^2$):

$$\begin{aligned}\mu^2 + \sigma^2 &= E(x^2) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 \\ \Rightarrow \sigma^2 &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \mu^2 = \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \mu^2 \right) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2 \\ \therefore \sigma^2 &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2\end{aligned}$$

c. El coeficiente de asimetría CA :

El tercer momento de la función de probabilidad determina el grado de asimetría de una distribución. Para funciones simétricas, como la normal, este coeficiente es 0.

En general, indica si la cola más larga se encuentra desviada hacia la derecha, centrada o desviada hacia la izquierda.

Si $CA < 0$, la cola más larga se encuentra desviada hacia la izquierda (la distribución es sesgada hacia la izquierda).

Si $CA > 0$, la cola más larga se encuentra desviada hacia la derecha (la distribución es sesgada hacia la derecha).

Si $CA = 0$, la distribución es centrada.

CA es un estimador basado en el tercer momento y como todo estimador, tiene su propia distribución que se deriva asintóticamente y permite hacer inferencias con muestras finitas[4].

$$CA \approx \phi\left(0, \frac{6}{n}\right)$$

Calculando:

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^3 &= \sum_{i=1}^n \left(x_i^3 - 3 x_i^2 \mu + 3 x_i \mu^2 - \mu^3 \right) = \\ &= \sum_{i=1}^n x_i^3 - 3 \mu \sum_{i=1}^n x_i^2 + 3 \mu^2 \sum_{i=1}^n x_i - n \mu^3 = \\ &= \sum_{i=1}^n x_i^3 - 3 \mu n \left(\mu^2 + \sigma^2 \right) + 2 n \mu^3 = \\ &= \sum_{i=1}^n x_i^3 - n \mu^3 - 3 \mu n \sigma^2 \\ \Rightarrow \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^3 &= \sum_{i=1}^n x_i^3 - n \mu^3 - 3 \mu n \sigma^2 \\ \Rightarrow \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^3 &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^3 + \mu^3 + 3 \mu \sigma^2\end{aligned}$$

reemplazando en

$$\mu^3 + 3\mu\sigma^2 = E(x^3) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^3$$

y dividiendo por σ^3 , para expresar el coeficiente en forma a-dimensional, resulta

$$CA = \frac{1}{n\sigma^3} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^3 = 0$$

d. El coeficiente de curtosis CK :

El cuarto momento de una función de probabilidad determina si las colas tienen una masa o altura superior o inferior a la de una distribución normal.

El coeficiente de curtosis adopta el valor tres, si las variables aleatorias son generadas por una normal.[4]

Si $CK > 3$, la distribución es leptocúrtica.

Si $CK < 3$, la distribución es platicúrtica.

Si $CK = 3$, la distribución es mesocúrtica.

Calculando:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^4 &= \sum_{i=1}^n (x_i^4 - 4x_i^3\mu + 6x_i^2\mu^2 - 4x_i\mu^3 + \mu^4) \\ &= \sum_{i=1}^n x_i^4 - 4\mu \sum_{i=1}^n x_i^3 + 6\mu^2 \sum_{i=1}^n x_i^2 - 4\mu^3 \sum_{i=1}^n x_i + n\mu^4 \\ &= \sum_{i=1}^n x_i^4 - 4\mu n(\mu^3 + 3\mu\sigma^2) + 6\mu^2 n(\mu^2 + \sigma^2) - 3n\mu^4 \\ &= \sum_{i=1}^n x_i^4 - n\mu^4 - 6n\mu^2\sigma^2 \end{aligned}$$

reemplazando en

$$\mu^4 + 6\mu^2\sigma^2 + 3\sigma^4 = E(x^4) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^4$$

y dividiendo por σ^4 , para expresar el coeficiente en forma a-dimensional, resulta:

$$CK = \frac{1}{n\sigma^4} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^4 \approx \phi\left(3, \frac{24}{n}\right)$$

2. Test de Normalidad de Jarque-Bera:

Basándose en los resultados que siguen, Jarque y Bera, desarrollaron un estadístico que evalúa en forma conjunta la hipótesis nula H_0 : "La distribución generadora de los datos es una normal", es decir, si el coeficiente de asimetría y el de curtosis toman los valores cero y tres respectiva y conjuntamente.

1. El cuadrado de una variable aleatoria con distribución $\phi(0,1)$, se distribuye según una chi – cuadrada con un grado de libertad.

$$x \approx \phi(0,1) \Rightarrow x^2 \approx \chi_1^2$$

2. La suma de variables aleatorias con distribución chi – cuadrada con sus respectivos grados de libertad tiene una distribución chi – cuadrada con los grados de libertad que resulten de sumar los grados de libertad de las variables aleatorias.

$$x_i = \chi_{r_i}^2 \quad i = 1 \dots n \Rightarrow \sum_{i=1}^n x_i \approx \chi_{\sum_{i=1}^n r_i}^2$$

Para obtener el estadístico, se suman los cuadrados de \hat{CA} y \hat{CK} con distribución normal estandarizada.

$$\begin{aligned} \hat{CA} &= \frac{CA}{\sqrt{\frac{6}{n}}} \approx \phi(0,1) \\ \hat{CK} &= \frac{CK - 3}{\sqrt{\frac{24}{n}}} \approx \phi(0,1) \\ \Rightarrow (\hat{CA})^2 + (\hat{CK})^2 &\approx \chi_2^2 \end{aligned}$$

Luego se define:

$$JB = n \left[\frac{CA^2}{6} + \frac{(CK-3)^2}{24} \right] \approx \chi_2^2$$

∴ Bajo la hipótesis nula de normalidad el estadístico de JB $\approx \chi_2^2$

$$\text{Test : } H_0 : JB = 0 \quad \text{vs} \quad H_1 : JB \neq 0$$

$$\varphi(x) = \begin{cases} 1 & JB > \chi_2^2(\alpha) \\ 0 & JB \leq \chi_2^2(\alpha) \end{cases}$$

Este indicador tiene una cota inferior en 0. En la medida que se aleja de 0, ya sea porque el coeficiente de asimetría se aleja de 0 o el de curtosis se aleja de 3, aumenta la probabilidad de rechazar la hipótesis nula [4].

El test tiene: nivel de significación $\alpha \Leftrightarrow P_\mu(\varphi(x) = 0) = 1 - \alpha$

3. Bondad de Ajuste:

Una medida de bondad de ajuste permite determinar si la variable aleatoria a estudiar, aquella de la que se dispone de los datos, tiene una distribución específica.

Prueba de Karl-Pearson, basada en la distribución chi cuadrada

Se considera un experimento ε , su espacio muestral S y una partición de S en k sucesos mutuamente excluyentes A_1, \dots, A_k (es decir, cuando se efectúa ε , uno y sólo uno de los sucesos A_i ocurre). Se realizan n repeticiones independientes de ε .

Sea $p_i = P(A_i)$ y se supone que p_i permanece constante durante todas las repeticiones. Además, se tiene que $\sum_{i=1}^k p_i = 1$. Se definen x_i ($i=1, \dots, k$) igual al número de veces que ocurre A_i entre las n repeticiones de ε .

Los x_i no son variables aleatorias independientes puesto que $\sum_{i=1}^k x_i = n$, fijado (conocido) uno de los $k-1$ valores de la variable aleatoria, se determina el valor de la otra.

$$P(\mathbf{x}_1 = n_1, \dots, \mathbf{x}_k = n_k) = \frac{n!}{n_1! \dots n_k!} p_1^{n_1} \dots p_k^{n_k}$$

$$\text{con } n = \sum_{i=1}^k n_i$$

$$E(\mathbf{x}_i) = n p_i, \quad \text{Var}(\mathbf{x}_i) = n p_i (1 - p_i)$$

Para testear la hipótesis $H_0: p_i = p_{i0}$ ($i=1, \dots, k$), donde p_{i0} es un valor específico, Pearson introdujo la siguiente medida de bondad de ajuste:

$$\text{Rechazo } H_0 \text{ siempre que } D^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(n_i - n p_{i0})^2}{n p_{i0}} > c, \text{ c una constante a determinar.}$$

Como $E(x_i) = n p_{i0}$, si $p_i \neq p_{i0}$, se rechaza H_0 siempre que la diferencia entre los valores observados n_i y los valores esperados $n p_{i0}$ sea muy grande. En estas condiciones, D^2 es un estadígrafo, o sea, una función de los valores observados n_i . Es una variable aleatoria discreta que toma un gran número finito de valores.

Teorema: Si n es suficientemente grande y si $p_i = p_{i0}$, D^2 tiene aproximadamente una distribución χ^2_{k-1} .

Usando este resultado, se puede calcular cuán grande debería ser D^2 para rechazar H_0 , una vez determinado el nivel de significación deseado. Por ejemplo, para un nivel de significación igual a 0.05 (esta es la probabilidad de cometer error del tipo I), es decir que esperamos rechazar H_0 alrededor del 5% de las veces cuando en realidad es verdadera, debemos elegir la constante "c" de modo que:

$$P\left(\frac{D^2 > c}{p_i = p_{i0}}\right) = 0.05$$

$$\text{Como } D^2 \approx \chi^2_{k-1} \text{ si } p_i = p_{i0} \Rightarrow c = \chi^2_{k-1}(0.95)$$

Este valor se utiliza para decidir si se acepta o rechaza la hipótesis de que los datos provienen de una distribución específica.

El procedimiento que se realiza con los datos es entonces el siguiente:

Caso I: Si la distribución está completamente especificada.

- Se divide la recta real en k intervalos mutuamente excluyentes. Sea N_i el número de valores que caen en A_i , $i = 1 \dots k$.
No se quiere subdividir en partes tales que el número esperado de ocurrencias en cualquier subdivisión sea menor que 5. Para elegir los intervalos A_i , se pide que si $np_{i0} < 5$ para algún A_i , se deben combinar los datos de A_{i-1} y A_{i+1} .
- Sea $p_{i0} = P(A_i)$, estos valores se pueden calcular puesto que la hipótesis especifica completamente la distribución. Calcular D^2 y rechazar la hipótesis si $D^2 > c$ donde c se obtiene de la tabla de la distribución χ^2 .

Si se refiere un nivel de significación $\alpha : c = \chi^2_{k-1}(1-\alpha)$, rechazamos (al nivel de $P(D^2 > c)$ %) la hipótesis de que los datos provienen de la distribución especificada.

Caso II: Cuando deben estimarse los parámetros. luego de estimar los parámetros, se usan las estimaciones para evaluar las probabilidades p_i . Si el número de parámetros estimados es r , $r < k$ entonces para un n grande, $D^2 \approx \chi^2_{k-r}$. [3].

4. Prueba de Smirnov-Kolmogorov:

La prueba de Smirnov Kolmogorov de una muestra permite verificar si una serie de datos observados proviene de una distribución continua completamente especificada (en nuestro caso la normal). El estadístico Smirnov Kolmogorov (SK) considera la desviación de la función de distribución de probabilidades de la muestra $F(x)$ de la función de probabilidades teórica, escogida $Fe(x)$ tal que

$$SK = \max |F(x) - Fe(x)|.$$

La prueba requiere que el valor **SK** calculado con la expresión anterior sea menor que el valor tabulado SK_n para un nivel de probabilidad requerido.

$$SK_{\alpha} = \sqrt{\frac{\ln \frac{2}{\alpha}}{2n}}$$

Esta prueba comprende las siguientes etapas:

- El estadístico **SK** es la máxima diferencia entre la función de distribución acumulada de la muestra y la función de distribución acumulada teórica escogida.
- Se fija el nivel de probabilidad α .
- Se calcula el valor crítico SK_{α} de la prueba.
- Si el valor calculado **SK** es mayor que el SK_{α} , se rechaza la hipótesis nula (H_0 : la distribución observada se ajusta a la distribución teórica)

Se rechaza H_0 siempre que $SK > SK_{\alpha}$.

A menudo, la prueba de SK parece ser más potente que la de Pearson, por ejemplo, puede ser utilizada en muestras pequeñas donde la validez de las pruebas de Pearson o JB son cuestionables. Además, el test de SK es bastante potente con muestras grandes.

5. Gráficos Q-Q:

En un gráfico Q-Q se representa en uno de sus ejes cuantiles de una normal y sobre el otro, cuantiles de la distribución empírica. Si los datos estuvieran normalmente distribuidos, observaríamos una recta.

Cuando en los extremos la línea se separa de la recta, adquiriendo forma de "S", refleja una mayor probabilidad en las colas, efecto que se conoce como "fat tails". En la parte central, los desvíos se deben al efecto que se conoce como cintura angosta, "thin waist".

Cuantiles

CENTILES O PERCENTILES: Son 99 valores que dividen a la distribución, en 100 secciones. Cada una contiene a la centésima parte de las observaciones. (c_k o p_k $k = 1, \dots, 99$).

Ejemplo: c_{28} es el valor que deja por debajo suyo el 28% de las observaciones y que es superado por el 72%.

Dado que los valores de los centiles se determinan en función de los porcentajes de observaciones, las distancias entre los centiles intermedios serán menores que las distancias entre los centiles extremos, porque suelen obtenerse más valores intermedios que extremos (los valores correspondientes a c_{55} y c_{56} estarán más cercanos entre sí que los correspondientes a c_{98} y c_{99} o c_2 y c_3 , esto se da en distribuciones simétricas).

$$c_k = l_i + \frac{I}{n_i} \left(\frac{k \cdot n}{100} - n_a \right)$$

C_k :valor correspondiente al centil k.

l_i :límite exacto inferior del intervalo crítico.

I :amplitud del intervalo.

n_i :frecuencia absoluta del intervalo crítico.

k :% de observaciones inferiores a C_k .

n :número de observaciones.

n_a :frecuencia absoluta acumulada hasta l_i .

DECILES: Son 9 valores que dividen a la distribución en 10 partes, Cada una contiene al 10% de las observaciones. (D_k $k = 1, \dots, 9$).

CUARTILES: : Son 3 valores que dividen a la distribución en 4 partes, Cada una contiene al 25% de las observaciones. (q_k $k = 1, \dots, 3$).

- **EQUIVALENCIA ENTRE CUANTILES:**

$$D_1 \rightarrow c_{10}$$

$$D_2 \rightarrow c_{20}$$

$$q_1 \rightarrow \rightarrow \rightarrow c_{25}$$

$$D_3 \rightarrow c_{30}$$

$$D_4 \rightarrow c_{40}$$

$$q_2 \rightarrow D_5 \rightarrow c_{50}$$

$$D_6 \rightarrow c_{60}$$

$$D_7 \rightarrow c_{70}$$

$$q_3 \rightarrow \rightarrow \rightarrow c_{75}$$

$$D_8 \rightarrow c_{80}$$

$$D_9 \rightarrow c_{90}$$

IV.Principales crisis que afectaron el mercado accionario argentino entre 1994 y 2002:

Un breve análisis de las principales crisis ocurridas en el período analizado, indican que los años más afectados son 1995, 1997, 1998, 2001 y 2002.

El indicador del riesgo país (sin datos disponibles en 2002) sugiere también los años 1995 y 2001 como los más afectados.

año	Riesgo País
1994	652
1995	1,246
1996	546
1997	352
1998	589
1999	621
2000	594
2001	2,676

1995 – El Efecto Tequila

El 20 de Diciembre de 1994, el gobierno mexicano devaluó su moneda provocando el llamado *Efecto Tequila* que afectó, principalmente, las economías de América Latina durante 1995. El dólar pasó de 3,40 pesos mexicanos a un récord de 8 pesos, para caer a 6,11 en julio de 1995. Hacia fines de 1995 la situación estaba controlada, pero arrastraba altos índices de desocupación, un retroceso del PBI y una inflación de más del 50 por ciento anual.

El índice Merval, que se había mantenido entre \$500 y \$600 durante 1994 (\$528.31 el 19 de diciembre de 1994, cierra 1994 en \$460.49), cae desde fines de dicho año a un mínimo histórico de \$262.11 el 8 de marzo de 1995 (se recupera cerrando el año a \$518.96). Además de ello, el volumen negociado promedio diario en acciones, pasa de \$443.44 Mill en 1994 a \$126.95 Mill en 1995.

1997 – La crisis en el sudeste asiático

En julio de 1997, el gobierno de Tailandia devaluó su moneda en un 18%, provocando un efecto dominó con devaluaciones en Filipinas, Indonesia y Malasia, repercutiendo también, entre octubre y noviembre, en Taiwan, Hong Kong, Singapur y Corea del Sur.

El índice Merval que había alcanzado un máximo de \$866.47 el 20 de agosto, cae entre fines de octubre y noviembre al mínimo del año de \$576.32 el 12 de noviembre, cerrando el año en \$687.50. El volumen negociado promedio diario en acciones, alcanza en este año \$153.81 Mill (superando los \$123.88 Mill de 1996).

1998 – Japón y Rusia

Una debacle financiera afectó las principales bolsas del mundo en 1998. A fines de agosto, Wall Street tuvo su peor caída desde 1987. Para entonces, el valor de las acciones había retrocedido en casi todas las bolsas desde Nueva York hasta Buenos Aires. Entre las causas de esta crisis, figuran las dificultades aparecidas en Japón y Rusia.

En Japón, después de 23 años de crecimiento sostenido, la crisis económica se evidenciaba en recesión y desempleo récord. Por su parte el gobierno de Rusia estableció una nueva banda de

flotación para el rublo, equivalente a una devaluación de casi el 30%, anunciando una moratoria unilateral de su deuda externa.

El índice Merval, que había cerrado el año anterior en \$678.50, llegando el 30 de marzo a un máximo del año de \$715.93, toca un mínimo de \$301.73 el 9 de octubre, cerrando el año en \$430.06.- El volumen negociado promedio diario en acciones baja a \$105.- Mill.

2001 – Crisis institucional argentina y default

El año 2001 tiene un inicio auspicioso debido al “blindaje” (máximo valor del Índice Merval en el año \$539.20 el 23 de enero), pero el recambio de ministros de economía, la recesión y la incertidumbre política en la Argentina, sumados a los atentados del 11 de setiembre en NY y la constante fuga de depósitos llevan al Merval a un mínimo histórico de \$200.86 el 29 de noviembre. En el mes de diciembre con la renuncia de Fernando De La Rúa, la declaración de default de Rodríguez Saa y la asunción de Eduardo Duhalde el Merval se recupera (sube 45% en un mes), cerrando el año en \$295.39. En este año se produce un alza marcada en la volatilidad del índice, del 23.36% al 78.04%. El volumen negociado promedio diario en acciones, que había descendido en 1999 a \$36.96 Mill y en 2000 a \$24.11 Mill, vuelve a caer en este año a \$17.35 Mill.

2002 –Devaluación en Argentina

El presidente Eduardo Duhalde anunció el fin de la convertibilidad, dando paso a un dólar oficial de 1.40 pesos luego de tres semanas de feriado cambiario. En febrero se abandona la paridad oficial, llegando el dólar a 4 pesos en el mercado libre en marzo. El Merval alcanza un mínimo de \$267.73 el 14 de junio. En la segunda mitad del año, el país logra cierta estabilidad, el Merval alcanza su valor máximo de \$525.09 el 30 de diciembre, y la volatilidad vuelve al 34.22%. Medido en dólares, el Merval pasa de 323.69 a 155.77.

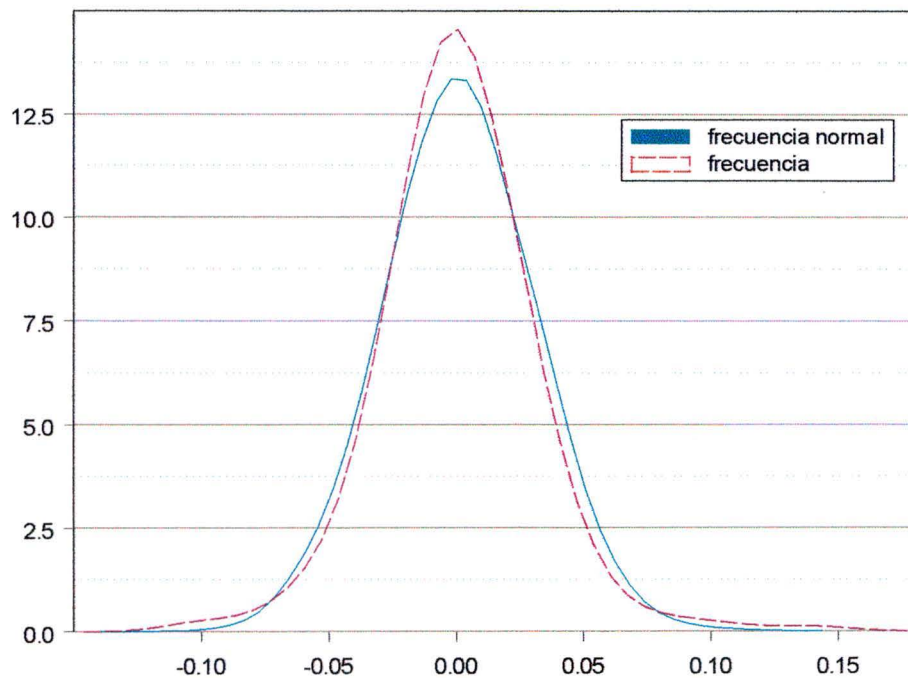
En el 2003 el índice logrará un rendimiento del 104.2% en pesos y 134% en dólares. Su valor máximo para dicho año es de \$1077.98 el 29 de diciembre. El volumen negociado promedio diario en acciones, que había sido de \$17.78 Mill en el 2002, pasa a ser de \$35.52 Mill en el 2003.

V.Resultados

Se superpuso a una variable aleatoria con distribución $\phi(0,1)$, una estimación de la densidad de la distribución de los retornos estandarizados por la volatilidad muestral, notando los siguientes hechos:

- Leptocurtosis:** el coeficiente de curtosis mide el grado de apuntamiento de una distribución, en relación a una distribución normal. Las distribuciones leptocúrticas son las que presentan un apuntamiento relativamente alto, es decir, concentran mayor número de valores muy cerca de la media.
- Cintura angosta** ('thin waist') : menor probabilidad de eventos cercanos a la media, en comparación a una normal.
- Colas engrosadas:** En algunos gráficos Q-Q notamos el efecto conocido como 'fat tails' o colas gordas: mayor probabilidad de ocurrencia de eventos extremos, lo que origina la forma de S de estos gráficos.

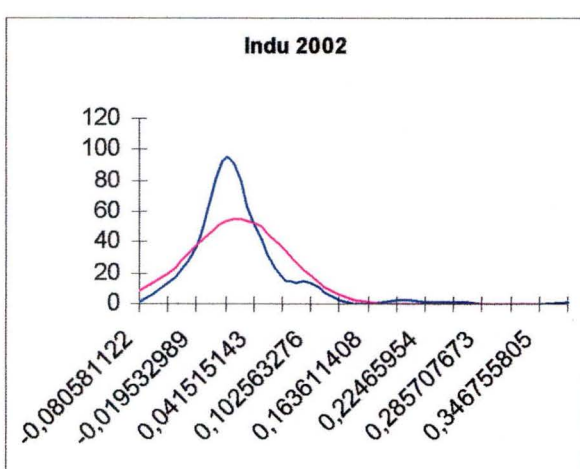
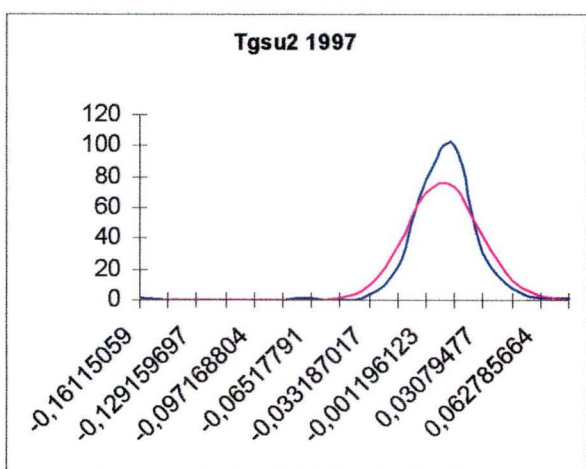
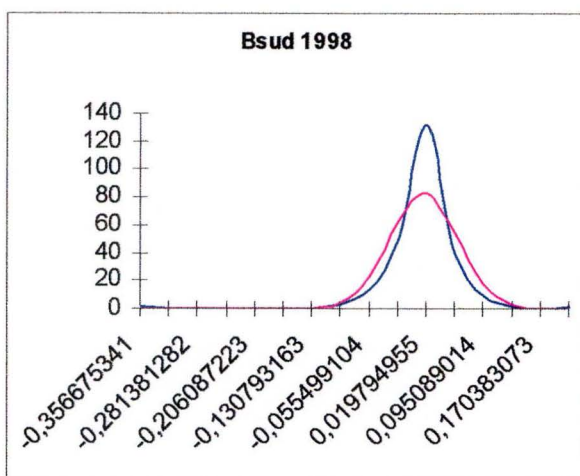
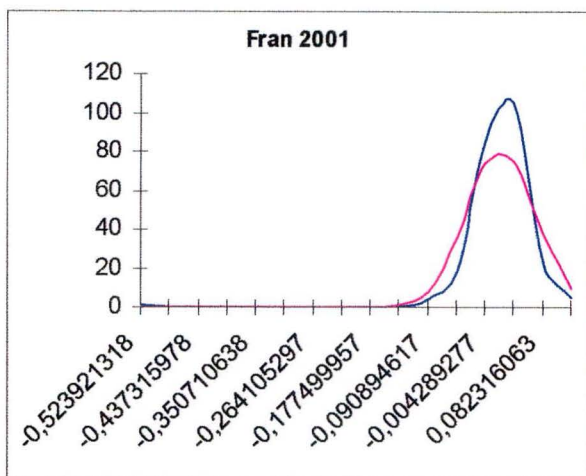
La combinación de estos tres fenómenos, originan gráficos del siguiente tipo:



Esto indicaría mayor número de valores con rendimiento casi neutro (leptocurtosis), mayor número de valores extremos (con mayor ganancia o mayor pérdida, según la cola más engrosada sea la de la derecha o la de la izquierda), y menos valores con rendimiento (positivo o negativo) intermedio que lo que indica una normal.

Los casos con valores más extremos de la muestra son:

FRAN 2001	CK 49.34	- JB 25252	- CA - 4.76	- DC 32.6 (ref.7.8)
BSUD 1998	CK 18.85	- JB 3775	- CA - 1.45	- DC 54.5 (ref.3.84)
TGSU2 1997	CK 18.20	- JB 3568	- CA - 2.05	- DC 23.6 (ref.7.81)
INDU 2002	CK 13.52	- JB 2066	- CA 2.66	- DC 52.5 (ref.9.49)



El 98% del total de las distribuciones son leptocúrticas, con cinturas finas y colas levemente engrosadas. **Entre los 102 casos analizados** (9 especies + Merval de 1994 a 2002 = 90; 1 especie de 1997 a 2002 = 6; 2 especies de 2000 a 2002 = 6), **no se rechaza normalidad para 88 de las muestras, el 86% del total**, considerando el no rechazo para alguno de los indicadores. Cabe mencionar que sólo 9 casos no rechazan normalidad con ninguno de los 3 indicadores.

Analizando el total de casos **sin incluir el test de Smirnov-Kolmogorov**, no rechazan normalidad 29 de 102 casos, es decir, el 28.43%.

Para éstos 102 casos, se contaron cuántos de ellos tenían el estadístico de Jarque-Bera por encima de 100, y el DC en más del doble del nivel de significación del 95%. **Esto dejaría un 46% de casos con parámetros cercanos a una normal.** En el restante 54% cabe mencionar que los años :

- 1997 tiene un 100%
- 1998 tiene un 90.9%
- 1999 tiene un 63%
- 2001 y 2002 tienen un 61.54%
- 2000 tiene un 38.46%
- 1995 tiene un 30%
- 1994 tiene un 20%
- 1996 tiene un 10%

de no aceptación.

Estableciendo un orden respecto de la normalidad (JB , DC y SK) se ordenaron los años, de mejor ajuste a peor ajuste, se indican entre paréntesis la cantidad de especies que aceptan normalidad por alguno de los tres indicadores, sobre la cantidad de especies analizadas, incluido el Merval :

1996 (10 de 10=100%, 3 con los tres)
1994 (10 de 10=100%, 2 con los tres)
1999(11 de 11=100%)
2000 (12 de 13=92%, 1 con los tres)
1998 (9 de 11=82%, 1 con los tres)
1995 (8 de 10=80%, 2 con los tres)
2001 (10 de 13=77%)
2002 (10 de 13=77%)
1997(8 de 11=73%)

TOTAL: 88 de 102 = 86%, 9 con los tres (el 10% de los que aceptan normalidad).

También se estableció un orden para las especies:

TECO2 - GGAL - PBE (100%)
ACIN – COME - FRAN - MERVAL - MOLI - RENO - TGSU2 (89%)
ERAR (83%)
INDU (78%)
BSUD (56%)

VI. Conclusiones

En primer lugar, podemos establecer algunas comparaciones entre los indicadores utilizados:

1. Si acepta normalidad con J-B \Rightarrow acepta normalidad con SK y DC (exceptuando Molinos año 1996).
2. Si rechaza normalidad con SK \Rightarrow rechaza normalidad con JB y DC.
3. Cuando se trabaja con el DC, influye la manera de agrupar los datos, sacrificando información.
4. El test de J-B no depende de la forma de agrupar los datos. J-B sólo mide la diferencia entre la asimetría y la curtosis de la serie respecto de los valores que presenta una distribución normal.
5. El test SK tampoco depende de la forma de agrupar los datos. Mide la máxima diferencia entre la función de distribución acumulada de la muestra y la función de distribución acumulada teórica escogida.
6. El no rechazo de la normalidad de una especie no implica que ésta sea menos volátil y viceversa.
7. En cada especie, la menor curtosis coincide con el menor J-B (excepto Tgsu2) y la mayor curtosis coincide con el mayor Jarque-Bera .
8. Los mayores valores de J-B y DC se dan en los años de crisis.

Haciendo los gráficos Q-Q de los años de las especies que aceptan normalidad con cualquiera de los dos métodos más restrictivos (JB y DC), observamos:

- aceptación con DC: permite cierto engrosamiento de colas, admite outliers y no permite grandes desvíos en el entorno del eje.(anexo 4 ,fig.1)
- aceptación con J-B: permite engrosamiento de cola, el que debe darse de forma simétrica y con la misma densidad. No admite outliers. (anexo 4 ,fig.2)

- Molinos 96 es el único caso que acepta con JB y no con DC ,ésto se debe a los grandes desvíos en el entorno del eje (comparamos Moli 96 con Moli 99, que acepta con DC, anexo 4, fig.3)

Esto indica que en los gráficos Q-Q, mayor desvío en alguno de los extremos y mayor longitud de separación de la recta normal implica que la cola correspondiente a ese extremo será más larga (anexo 4 ,fig.4) Esto se debe a que en ellos observamos la volatilidad de la especie teniendo en cuenta el rango del cuantil de la misma y la separación de ella de la recta normal.

En función de ello es que los resultados de no rechazo son del 86% tomando en cuenta el SK, y sólo del 29% si no incluimos este indicador. Este 29% crece a un 52% si dejamos fuera de la muestra los años de crisis (1995, 1997, 1998, 2001 y 2002), y hasta un 67% de la muestra con parámetros cercanos a una normal, si incluimos valores del estadístico de Jarque-Bera hasta 100, y el DC en menos del doble del nivel de significación del 95%. El 86%, dejando fuera los años de crisis, crece a un 95%. Cabe mencionar también que el porcentaje de no rechazo para la muestra que no incluye los años de crisis, medido por alguno de los indicadores, es del 98%.

En el orden establecido por la normalidad los años de menor aceptación coinciden con los años de crisis, asimismo los valores más extremos de la muestra se dan en los años: 2002, 1997, 1998 y 2001, es decir, reflejan (como en el ordenamiento hecho por mejores indicadores) el impacto de las crisis en el comportamiento de los precios. En particular, los años de crisis coinciden con los años en que el estadístico de SK rechaza normalidad, a saber

1997 (3 de 11= 27.27%)
 1995 (2 de 10= 20%)
 2001-2002 (3 de 13= 23%)
 1998 (2 de 11= 18.18%)
 2000 (1de 13= 7.6%)

Se deduce también que la crisis de mayor impacto fue la del sudeste asiático con sus secuelas en Japón y Rusia. Cabe mencionar que estos años (1997, 1998, 1999) fueron también los años de comienzo de la recesión en la Argentina. El menor impacto de la crisis interna (2001 y 2002) puede explicarse en parte como consecuencia de las trabas financieras (2001) que llevaron capitales al mercado, y la devaluación e incautación de depósitos (2002) que hizo del mercado de capitales casi la única fuente de crédito para las empresas.

A partir de ello, podemos concluir que los retornos de los precios tienen - en épocas normales, es decir, fuera de períodos de crisis - un comportamiento bastante próximo al de una normal.

Como conclusión final, consideramos que la utilización en finanzas de modelos que realizan cálculos paramétricos basados en una distribución normal de los retornos de precios (calculados como el cambio en el logaritmo de los mismos), es adecuada en épocas normales, es decir, fuera de períodos de crisis (el porcentaje de no rechazo, medido por alguno de los indicadores, es del 98%)

VII. Bibliografía

- [1] Página web del Mercado de Valores de Buenos Aires S.A., informes del Instituto Argentino de Mercado de Capitales (www.sba.com.ar/info-iamc/informes)
- [2] John Hull , "Options , futures and other derivatives securities", Prentice Hall, 1989
- [3] Paul L. Meyer , "Probalidad y aplicaciones estadísticas", Addison-Wesley Iberoamericana S.A. , 1986 (10 , 15)
- [4] www.econometric.cl/basico.pdf
- [5] Philippe Jorion, "Value at Risk", MacGraw Hill, 1997
- [6] "PRO.DI.BUR., Programa de difusión bursátil", IAMC, Merval, 2001
- [7] D.L.Harnett, J.F.Horrell, "Data, Statistics, and Decision Models with Excel", John Wiley & Sons, 1997

VIII. Anexos

Anexo 1: Cálculo del Índice Merval

El índice Merval refleja el valor de mercado de una cartera de acciones, seleccionada de acuerdo a su participación en la negociación en la BCBA. La fecha y el valor base son 30 de junio de 1986 igual a \$0.01 .

La nómina de sociedades y sus ponderaciones se actualizan trimestralmente, de acuerdo con la participación en el mercado en los últimos seis meses. El coeficiente de participación para cada especie se define como la media geométrica entre el porcentaje respecto del total del volumen efectivo y de la cantidad de operaciones registradas en el período.

El coeficiente de participación para la acción "i" se calcula como

$$P_i = \sqrt{\frac{n_i \cdot v_i}{N \cdot V}}$$

donde n_i representa la cantidad de transacciones de la acción i, v_i su valor efectivo negociado, N la cantidad total de transacciones en acciones y V su valor efectivo total

Formarán parte del índice todas las especies que hayan cotizado en al menos el 80% de las ruedas del período, y que, ordenadas decrecientemente por su participación, lleguen a un acumulado de al menos el 80%.

Para cada una de las especies seleccionadas, se calcula su participación ajustada en el índice, y se asigna a cada especie una *cantidad teórica* de acciones, con la cual participa del índice a lo largo del trimestre, hasta el siguiente cambio de cartera. Esta cantidad teórica se calcula multiplicando la participación ajustada de la especie (PAJ_i), por la relación entre el valor del índice a fin del trimestre anterior (IA) y el precio de cierre de la acción (c_i).

$$q_i = PAJ_i * \frac{IA}{c_i}$$

Esta cantidad teórica que, en principio permanece invariante durante todo el período, puede modificarse por pagos de acreencias o canjes y compras hostiles. Por ejemplo, si una de las especies que forma parte del índice paga un dividendo en efectivo, su cantidad teórica se verá afectada por el porcentaje correspondiente, de la manera inversa a como se afecta el precio, de modo que su participación en pesos en el valor del índice no varíe.

El valor del índice se computa continuamente durante la jornada de transacciones y se exhibe en las pantallas del sistema de información bursátil.

Anexo 2: Estimación de la volatilidad utilizando datos históricos

Para estimar la volatilidad del precio de una acción empíricamente, se utiliza el concepto estadístico de desvío estándar, calculado sobre un determinado período histórico, 40 ruedas en nuestro caso, basado en el modelo lognormal de los precios.

Primero se observa el precio de la acción en intervalos fijos de tiempo (en nuestro caso, tomando los precios de cierre), para calcular los retornos según el modelo. Consideremos $n+1$ observaciones (ruedas), llamando S_i al precio de la acción al final del i -ésimo intervalo ($i=1, \dots, n$), el retorno del i -ésimo intervalo se calcula como

$$u_i = \ln\left(\frac{S_i}{S_{i-1}}\right)$$

Llamando u a la media aritmética de los u_i , una estimación S del desvío estándar de éstos está dada por

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (u_i - u)^2}$$

$$\text{si } u_i = \ln\left(\frac{S_i}{S_{i-1}}\right) \approx \phi\left(\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)\tau, \sigma\sqrt{\tau}\right), \text{ donde aparece la longitud del intervalo}$$

de tiempo (τ). La volatilidad se estima entonces como $\sigma = \frac{S}{\sqrt{\tau}}$.

Para analizar el indicador se multiplica la volatilidad diaria por la raíz cuadrada de 252, que representa aproximadamente la cantidad de ruedas correspondiente a un año calendario. Esta es la volatilidad que aparece publicada (anualizada) y se interpreta como la proyección de la variabilidad de los títulos valores en un año.

Anexo 3: Modificaciones a los resultados calculados (Excel)

Se han modificado los coeficientes de asimetría y curtosis calculados por el Excel de la siguiente manera :

- Coeficiente de asimetría

$$CA = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{X_i - \bar{X}}{\sigma} \right)^3$$

$$CA_E = \frac{n}{(n-1)(n-2)} \sum_{i=1}^n \left(\frac{X_i - \bar{X}}{S} \right)^3$$

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 = \frac{n-1}{n} \sigma^2$$

$$\begin{aligned}
CA_E &= \frac{n}{(n-1)(n-2)} \sum_{i=1}^n \left(\frac{X_i - \bar{X}}{S} \right)^3 = \frac{n}{(n-1)(n-2)} \frac{n}{n-1} \sqrt{\frac{n}{n-1}} \sum_{i=1}^n \left(\frac{X_i - \bar{X}}{\sigma} \right)^3 = \\
&= \frac{n^2}{(n-1)^2 (n-2)} \sqrt{\frac{n}{n-1}} \sum_{i=1}^n \left(\frac{X_i - \bar{X}}{\sigma} \right)^3 \\
\frac{(n-1)^2 (n-2)}{n^3} \sqrt{\frac{n-1}{n}} CA_E &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{X_i - \bar{X}}{\sigma} \right)^3 = CA
\end{aligned}$$

$$\therefore CA = \frac{(n-1)^2 (n-2)}{n^3} \sqrt{\frac{n-1}{n}} CA_E$$

➤ Coeficiente de curtosis:

$$\begin{aligned}
K &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{X_i - \bar{X}}{\sigma} \right)^4 \\
K_E &= \frac{n(n+1)}{(n-1)(n-2)(n-3)} \sum_{i=1}^n \left(\frac{X_i - \bar{X}}{S} \right)^4 - \frac{3(n-1)^2}{(n-2)(n-3)}
\end{aligned}$$

reemplazando S obtenemos que

$$\begin{aligned}
K_E &= \frac{n^3 (n+1)}{(n-1)^3 (n-2)(n-3)} \sum_{i=1}^n \left(\frac{X_i - \bar{X}}{\sigma} \right)^4 - \frac{3(n-1)^2}{(n-2)(n-3)} \\
\Rightarrow K_E + \frac{3(n-1)^2}{(n-2)(n-3)} &= \frac{n^3 (n+1)}{(n-1)^3 (n-2)(n-3)} \sum_{i=1}^n \left(\frac{X_i - \bar{X}}{\sigma} \right)^4 \\
\Rightarrow \frac{(n-1)^3 (n-2)(n-3)}{n^3 (n+1)} K_E + \frac{3(n-1)^5}{n^3 (n+1)} &= \sum_{i=1}^n \left(\frac{X_i - \bar{X}}{\sigma} \right)^4 \\
\Rightarrow \frac{(n-1)^3 (n-2)(n-3)}{n^4 (n+1)} K_E + \frac{3(n-1)^5}{n^4 (n+1)} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{X_i - \bar{X}}{\sigma} \right)^4
\end{aligned}$$

$$\therefore K = \frac{(n-1)^3(n-2)(n-3)}{n^4(n+1)} K_E + \frac{3(n-1)^5}{n^4(n+1)}$$

Anexo 4: Gráficos Q-Q

Fig.1

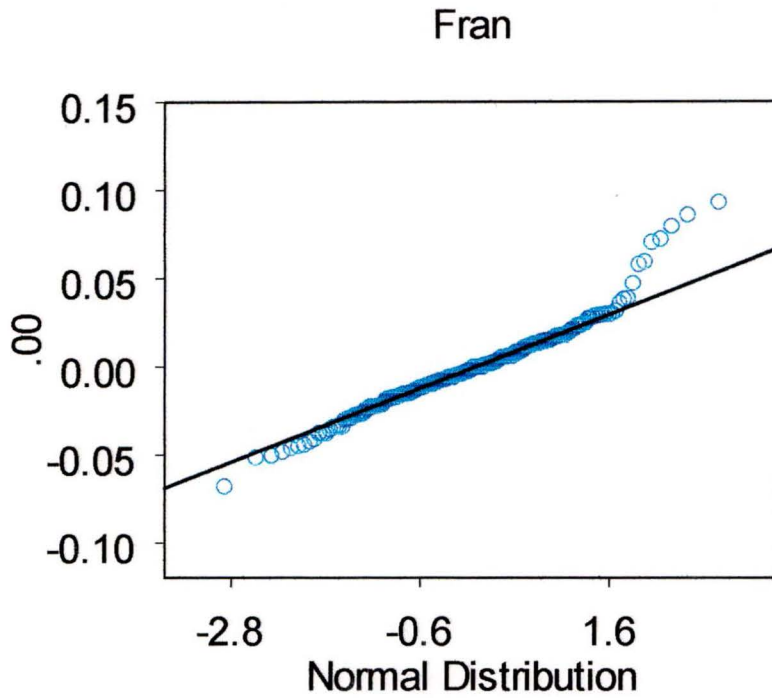


Fig.2

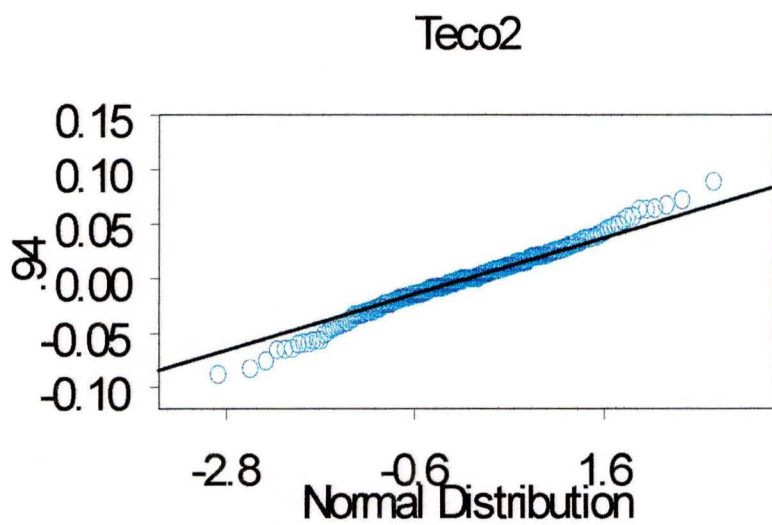


Fig.3

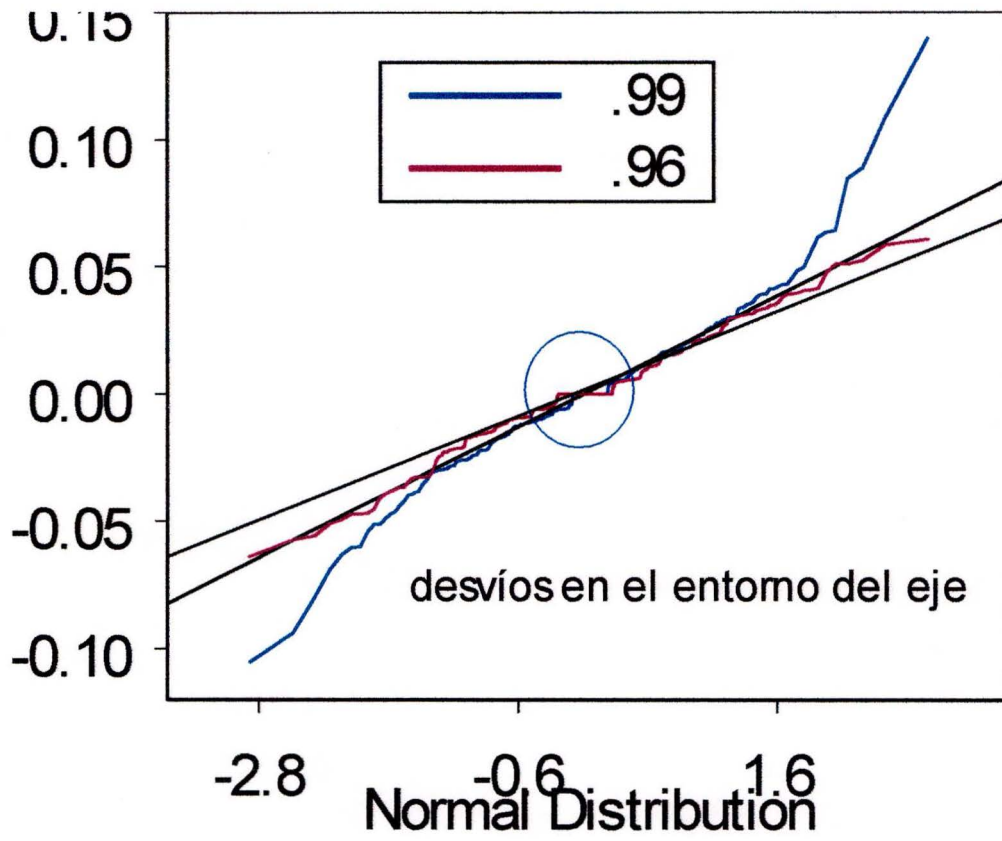
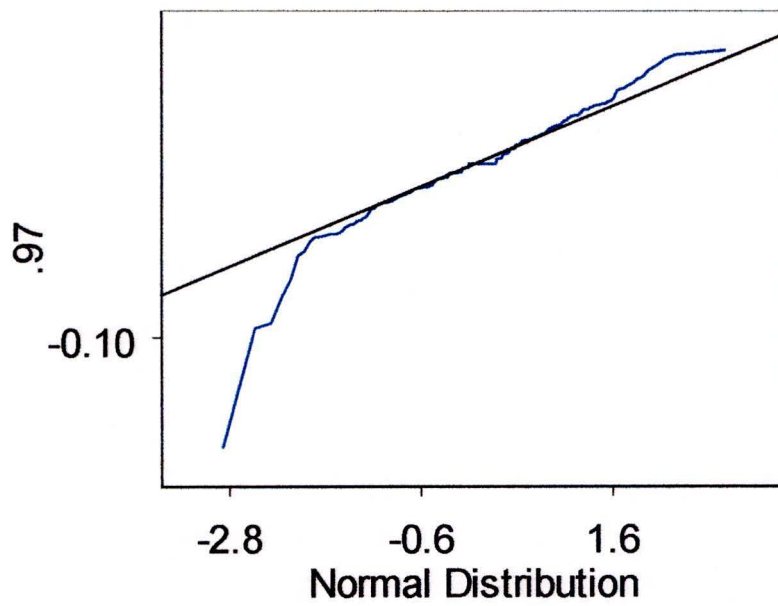
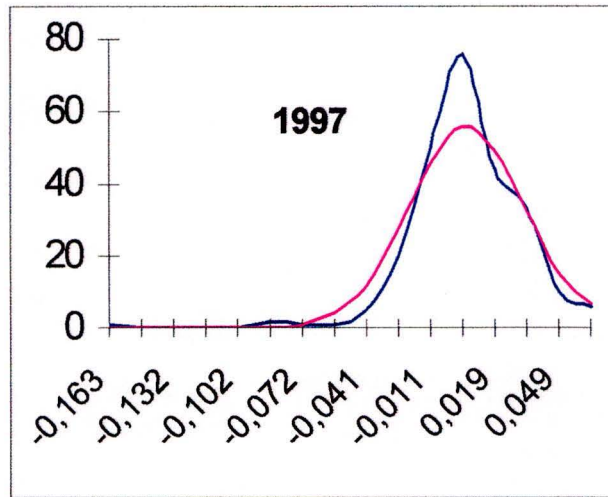


Fig.4

Molinos



IX. Cuadros
Cuadro general de resultados

ACIN	94	95	96	97	98	99	00	01	02
Media	-0,001	-0,001	0,003	0,002	-0,003	0,001	-0,003	-0,008	0,008
Desviación estándar	0,029	0,043	0,026	0,031	0,041	0,033	0,035	0,048	0,069
Cuenta	250	250	252	250	248	250	249	243	233
Curtosis	0,840	0,929	-0,007	6,111	2,508	1,845	4,448	3,222	2,415
Asimetría	-0,405	0,049	-0,163	-1,203	-0,266	-0,017	-0,760	0,532	0,673
Estadístico J-B	14,185	9,088	1,120	449,369	67,906	35,475	229,207	116,569	74,211
DC	14,213	15,988	15,629	40,897	30,512	11,824	11,702	12,635	14,649
Grados de libertad	8	7	9	6	7	6	6	5	6
Nivel de significacion 0,95	15,507	14,067	16,919	12,592	14,067	12,592	12,592	11,070	12,592

BANSUD	94	95	96	97	98	99	00	01	02
Media	-0,004	0,000	0,002	-0,001	-0,003	-0,002	-0,002	-0,007	0,006
Desviación estándar	0,035	0,038	0,023	0,023	0,044	0,035	0,026	0,048	0,062
Cuenta	245	245	252	249	249	250	242	192	218
Curtosis	3,897	3,048	1,760	3,409	18,851	3,728	2,550	7,121	5,069
Asimetría	-0,948	0,016	0,370	-0,959	-1,452	0,202	0,070	-0,057	0,933
Estadístico J-B	191,706	94,876	38,290	158,772	3774,552	146,433	65,774	405,782	265,032
DC	34,534	94,370	33,941	42,023	45,114	14,421	52,590	34,870	13,688
Grados de libertad	6	7	7	7	2	4	5	3	4
Nivel de significacion 0,95	12,592	14,067	14,067	14,067	5,991	9,488	11,070	7,815	9,488

COME	94	95	96	97	98	99	00	01	02
Media	-0,001	0,000	0,000	-0,001	-0,003	-0,004	-0,007	-0,003	0,011
Desviación estándar	0,028	0,036	0,022	0,030	0,044	0,045	0,056	0,051	0,062
Cuenta	250	250	251	250	246	250	230	192	232
Curtosis	0,270	0,767	0,669	4,516	4,026	2,873	2,583	1,401	9,656
Asimetría	-0,193	0,156	-0,339	-0,738	-0,241	-0,614	-0,109	-0,240	2,200
Estadístico J-B	2,306	7,135	9,497	235,181	168,539	101,662	64,368	17,552	1088,513
DC	10,374	16,837	18,232	24,820	25,544	46,118	25,247	17,713	46,835
Grados de libertad	7	8	9	6	5	8	6	5	4
Nivel de significacion 0,95	14,067	15,507	16,919	12,592	11,070	15,507	12,592	11,070	9,488

ERAR				97	98	99	00	01	02
Media				0,001	-0,002	0,002	-0,002	-0,003	0,007
Desviación estándar				0,030	0,038	0,041	0,028	0,039	0,048
Cuenta				249	246	249	247	239	235
Curtosis				4,464	3,422	2,095	1,033	4,249	3,994
Asimetría				-1,093	-0,702	-0,105	0,405	0,673	1,309
Estadístico J-B				256,316	140,202	46,009	17,737	197,797	223,365
DC				23,541	29,521	13,335	10,080	19,659	19,768
Grados de libertad				5	6	5	9	6	7
Nivel de significacion 0,95				11,070	12,592	11,070	16,919	12,592	14,067

FRAN	94	95	96	97	98	99	00	01	02
Media	-0,003	0,002	0,001	0,000	-0,001	0,001	0,000	-0,003	0,001
Desviación estándar	0,029	0,043	0,021	0,026	0,035	0,032	0,023	0,049	0,063
Cuenta	250	249	252	249	245	249	249	240	235
Curtosis	1,171	7,083	0,404	6,996	2,137	6,063	2,510	49,342	6,698
Asimetría	-0,109	0,972	-0,074	-0,993	0,149	0,741	0,739	-4,756	0,658
Estadístico J-B	14,770	559,777	1,948	548,744	47,515	404,203	87,992	25251,681	456,255
DC	19,704	23,063	8,978	22,392	28,628	23,421	11,166	32,610	7,847
Grados de libertad	6	4	8	4	6	5	6	3	3
Nivel de significacion 0,95	12,592	9,488	15,507	9,488	12,592	11,070	12,592	7,815	7,815

GGAL							00	01	02
Media							-0,002	-0,005	0,002
Desviación estándar							0,031	0,046	0,074
Cuenta							108	243	235
Curtosis							2,027	1,113	7,151
Asimetría							0,643	0,123	1,222
Estadístico J-B							25,913	13,166	559,108
DC							7,940	12,067	23,194
Grados de libertad							3	8	4
Nivel de significacion 0,95							7,815	15,507	9,488

INDU	94	95	96	97	98	99	00	01	02
Media	0,002	0,000	-0,001	0,000	-0,002	0,001	-0,002	-0,004	0,010
Desviación estándar	0,039	0,038	0,023	0,026	0,032	0,029	0,021	0,032	0,051
Cuenta	249	250	252	250	248	249	247	235	235
Curtosis	1,004	0,424	-0,178	7,939	1,799	2,760	2,643	2,149	13,516
Asimetría	0,231	-0,081	0,042	-0,650	0,041	-0,277	-0,707	0,086	2,660
Estadístico J-B	12,664	2,149	0,407	674,069	33,517	82,209	92,470	45,489	2065,873
DC	12,088	8,014	8,903	33,445	30,133	15,086	16,341	21,348	52,473
Grados de libertad	8	8	10	4	7	5	6	6	4
Nivel de significacion 0,95	15,507	15,507	18,307	9,488	14,067	11,070	12,592	12,592	9,488

MERVAL	94	95	96	97	98	99	00	01	02
Media	-0,001	0,000	0,001	0,000	-0,002	0,001	-0,001	-0,001	0,002
Desviación estándar	0,021	0,030	0,016	0,021	0,029	0,023	0,018	0,031	0,032
Cuenta	250	250	252	250	248	250	249	243	235
Curtosis	1,579	1,630	1,327	11,730	3,554	5,981	2,504	3,187	1,958
Asimetría	-0,596	0,133	-0,229	-2,041	-0,560	0,072	0,248	0,607	0,238
Estadístico J-B	40,767	28,409	20,678	1606,881	143,492	372,804	67,588	117,756	39,766
DC	12,999	23,522	23,085	29,119	35,250	26,059	18,626	25,794	26,315
Grados de libertad	7	7	8	4	6	4	6	6	7
Nivel de significacion 0,95	14,067	14,067	15,507	9,488	12,592	9,488	12,592	12,592	14,067

MOLI	94	95	96	97	98	99	00	01	02
Media	-0,002	0,002	0,001	-0,002	0,000	0,000	-0,002	0,001	0,004
Desviación estándar	0,030	0,036	0,022	0,027	0,038	0,029	0,024	0,036	0,039
Cuenta	250	250	252	249	245	250	242	239	235
Curtosis	2,142	0,637	0,335	5,349	3,618	3,101	0,483	0,934	3,537
Coefficiente de asimetría	-0,290	-0,104	-0,102	-0,996	0,616	0,358	0,055	0,457	0,859
Estadístico J-B	51,298	4,681	1,620	337,991	149,118	105,525	2,471	17,014	151,372
DC	36,423	13,928	21,542	16,673	19,402	10,045	12,026	28,420	36,424
Grados de libertad	7	9	10	6	5	6	8	8	6
Nivel de significacion 0,95	14,067	16,919	18,307	12,592	11,070	12,592	15,507	15,507	12,592

PBE							00	01	02
Media							-0,001	0,001	0,001
Desviación estándar							0,027	0,039	0,039
Cuenta							231	243	235
Curtosis							3,633	3,770	1,616
Asimetría							0,368	0,988	0,427
Estadístico J-B							132,239	183,429	32,720
DC							13,759	19,942	14,567
Grados de libertad							5	4	5
Nivel de significacion 0,95							11,070	9,488	11,070

RENO	94	95	96	97	98	99	00	01	02
Media	-0,002	-0,001	0,000	-0,004	0,000	0,000	-0,003	-0,005	0,008
Desviación estándar	0,026	0,043	0,026	0,036	0,042	0,031	0,032	0,047	0,059
Cuenta	250	249	249	249	247	249	241	215	232
Curtosis	1,278	1,379	0,939	6,466	0,497	2,118	2,345	1,440	9,593
Asimetría	-0,276	0,221	0,180	-1,323	-0,286	-0,382	-0,172	0,369	2,009
Estadístico J-B	20,179	21,751	10,486	506,309	5,898	52,594	56,427	23,445	1045,726
DC	10,933	22,822	7,698	22,918	5,287	10,664	15,101	36,801	20,687
Grados de libertad	7	8	7	5	8	7	6	6	5
Nivel de significacion 0,95	14,067	15,507	14,067	11,070	15,507	14,067	12,592	12,592	11,070

TECO2	94	95	96	97	98	99	00	01	02
Media	-0,001	0,000	0,000	0,002	-0,001	0,001	-0,003	-0,002	0,000
Desviación estándar	0,028	0,033	0,019	0,026	0,031	0,029	0,030	0,042	0,056
Cuenta	251	250	252	250	246	250	249	242	235
Curtosis	0,631	2,191	1,202	8,237	2,643	7,522	3,991	3,387	2,345
Asimetría	-0,089	0,689	-0,002	-1,198	0,265	0,812	0,879	0,811	0,146
Estadístico J-B	4,495	69,773	15,172	766,589	74,500	616,754	197,322	142,186	54,695
DC	10,577	14,207	9,883	19,713	27,649	17,959	11,717	11,771	12,256
Grados de libertad	9	6	7	3	6	4	6	6	6
Nivel de significacion 0,95	16,919	12,592	14,067	7,815	12,592	9,488	12,592	12,592	12,592

Normalidad sin años de crisis

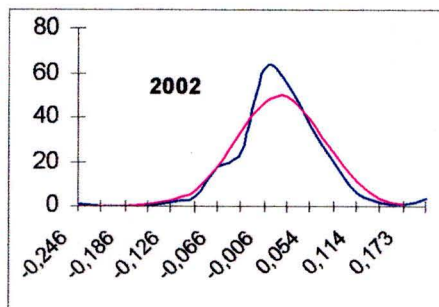
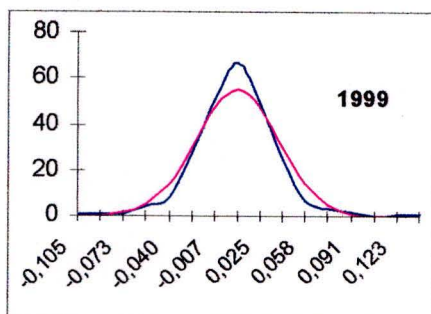
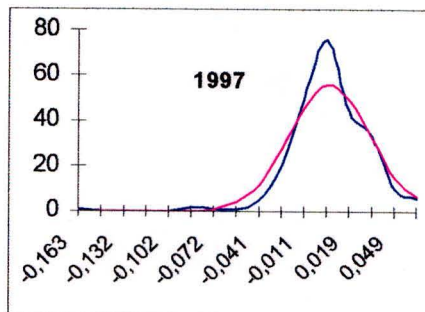
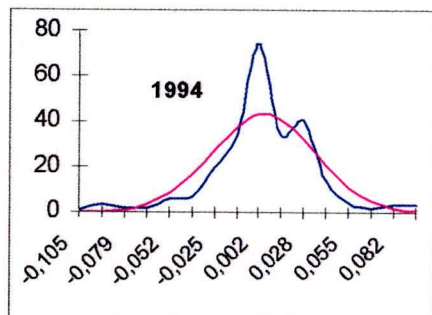
	94	96	99	00	
ACIN	Green	Purple	Green	Green	JB DC SK
BSUD	Yellow	Yellow	Yellow	White	SK
COME	Purple	Yellow	Yellow	White	SK JB
ERAR	Grey	Grey	Yellow	Green	SK DC
FRAN	Yellow	Purple	Yellow	Green	
GGAL	Grey	Grey	Grey	Yellow	
INDU	Green	Purple	Yellow	Yellow	
MERVAL	Green	Yellow	Yellow	Yellow	
MOLI	Yellow	Orange	Green	Purple	
PBE	Grey	Grey	Grey	Yellow	
RENO	Green	Green	Green	Yellow	
TECO2	Purple	Green	Yellow	Green	
TGSU2	Green	Yellow	Yellow	Green	

No rechazo con SK: 95%

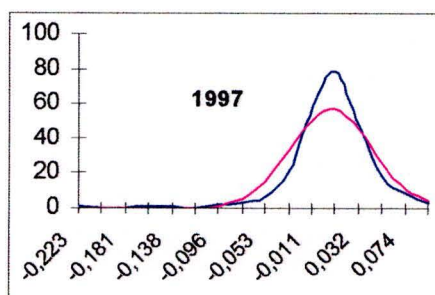
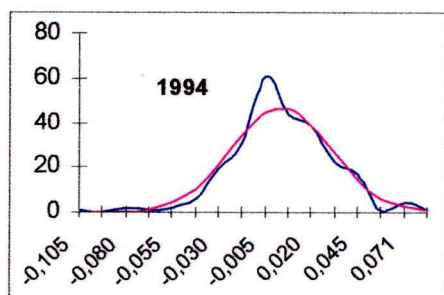
No rechazo con alguno de los tres métodos : 98%

No rechazo con JB o DC: 52%

Moli años 1994, 1997 y 1999



Reno años 1994, 1997 y 2002



Acin años en los que no se rechaza normalidad

