

Producción de un fondo estocástico de ondas gravitatorias durante Recalentamiento

Tesis de Licenciatura en Ciencias Físicas

Juan Pablo Elía

Director: Esteban Adolfo Calzetta

Co-Director: Nahuel Mirón Granese



Departamento de Física
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Buenos Aires, Argentina
Marzo 2025

Resumen

En esta Tesis se realiza una revisión integral de un período muy temprano en la evolución del universo llamado Recalentamiento cosmológico. En particular, luego de finalizada la conocida etapa inflacionaria, durante la cual la energía contenida en el campo del inflatón genera una expansión exponencial del universo, este queda vacío de partículas y a temperatura cero, lo que no se corresponde con el estado térmico de radiación a muy alta temperatura que es necesario para dar comienzo a la cosmología estándar. La etapa de Recalentamiento cosmológico, que conecta inflación con la teoría del universo caliente, provee una explicación para la producción del contenido de materia del universo así como de la llegada a un estado de equilibrio térmico de radiación para las partículas producidas. Durante este proceso se crean diversas huellas observacionales y reliquias que podrían ser observadas en el futuro, como pueden ser las ondas gravitatorias, agujeros negros primordiales, materia oscura y la variación de ciertos observables inflacionarios. Además, durante esta etapa se dan las condiciones necesarias para la bariogénesis, lo que podría dar una explicación a la asimetría bariónica del universo actual.

El período de Recalentamiento se divide, generalmente, en tres partes. La primera parte es el Precalentamiento, en donde el modo homogéneo del inflatón transfiere energía de forma explosiva hacia los campos con los que está acoplado, lo que los amplifica exponencialmente y genera un gran número de partículas lejos del equilibrio térmico. Esta rápida transferencia de energía puede lograrse mediante una resonancia paramétrica, inestabilidad espinodal o producción gravitatoria. La segunda parte se caracteriza por una evolución turbulenta y autosimilar del número de ocupación de las partículas producidas, que transfiere la energía desde el infrarrojo, donde hay una inyección de energía por parte del inflatón, hacia el ultravioleta. Durante esta etapa se llega a un estado pretermalizado en el cual la parte infrarroja del espectro tiene una forma que se aproxima a la de un estado térmico de radiación. Una vez que el espectro turbulento abarca todo el rango inercial comienza la tercera parte dominada por la termalización propiamente dicha, que incluye la equilibración química de todas las especies presentes y que típicamente dura mucho más que todos los procesos anteriores. Las ondas gravitatorias se producen cuando comienzan los efectos no lineales ya que estos amplifican explosivamente las fluctuaciones tanto del inflatón como de los otros campos presentes, lo que sucede en simultáneo con la finalización del Precalentamiento.

Actualmente no se dispone de modelos integrales que describan en detalle todo el proceso de Recalentamiento. Habitualmente, se considera que el contenido de materia del universo está compuesto por uno o pocos campos escalares, lo cual dista mucho de representar la complejidad del modelo estándar de la física de partículas. Incluso en estos escenarios simplificados, no se ha logrado estudiar, ni mediante simulaciones numéricas ni de forma analítica, la llegada a un estado de equilibrio térmico. Las estimaciones analíticas disponibles no consideran las etapas finales de la termalización, donde las correcciones cuánticas adquieren un rol importante. Despreciando dichas correcciones es posible estimar la temperatura de Recalentamiento, que en base a lo realizado en esta Tesis resulta $T_r \sim 10^5$ eV, pero que es un resultado extremadamente sensible tanto a los parámetros de inflación como a los propios del proceso de Recalentamiento. Ninguno de los modelos abordados en la literatura ha logrado predecir una temperatura que permita una transición completamente satisfactoria entre inflación y la cosmología estándar, ya que la temperatura obtenida suele ser demasiado baja, y el proceso muy prolongado. Para superar este problema, aún abierto, podría ser necesario desarrollar modelos más realistas que incluyan un contenido de materia más cercano al del modelo estándar, ya que las interacciones entre distintos campos podrían ser clave para acelerar la equilibración térmica durante esta etapa del universo temprano.

Índice

1. Introducción	5
2. Inflación	8
2.1. Modelo de un único campo escalar	8
2.2. Aproximación de rodadura lenta	9
2.3. Perturbaciones a partir de inflación	10
2.4. Potenciales inflacionarios	11
2.4.1. Monomiales	11
2.4.2. Modelo T	12
2.4.3. Inflación híbrida	13
3. Precalentamiento	15
3.1. Teoría perturbativa	15
3.2. Resonancia paramétrica	17
3.3. Producción gravitatoria	26
3.4. Inestabilidad espinodal	27
4. Recalentamiento	34
4.1. Retroacción y dispersión múltiple	34
4.2. Ecuación de estado	41
4.3. Régimen turbulento	44
4.4. Termalización	50
5. Observaciones y reliquias	52
5.1. Efecto de Recalentamiento sobre los observables inflacionarios	52
5.2. Ondas gravitatorias	53
5.3. Agujeros negros primordiales	58
5.4. Materia oscura	59
6. Simulaciones	62
7. Conclusiones	65

Agradecimientos

Primero que nada, quiero agradecer a Esteban y Nahuel por darme la oportunidad de trabajar en un tema tan interesante como el que desarrollé en esta Tesis. Trabajar todo un año con ellos me hizo aprender muchísimo más de lo que esperaba, además de haber sido una experiencia increíble y muy enriquecedora. Muchas gracias por el apoyo y la gran presencia que tuvieron a lo largo de todo el proceso. Fue, y sigue siendo, un honor haber trabajado con ustedes.

Les agradezco a Claudia, Diana y Susana por haber aceptado ser parte del jurado y tomarse el tiempo de leer esta Tesis. Gracias también por sus comentarios, que sirvieron para mejorar el trabajo. También quiero agradecer a Silvina por la ayuda que me brindó con todos los inconvenientes que fueron surgiendo.

Les agradezco muchísimo a mi mamá, Flavia, y a mi hermano, Tomás, quienes siempre me apoyaron para seguir lo que me apasiona, aunque no siempre quedara claro qué era exactamente. También le agradezco mucho a mi tía Vanina, que si no fuera por ella probablemente no habría seguido el camino de la ciencia. Gracias también a mi abuela, Lala, y a mi tía Carolina por haber siempre estado ahí para mí.

Gracias a mis amigos de la secundaria, que ya se convirtieron en amigos de la vida, por siempre estar presentes, incluso cuando 'desaparecía' por semanas. Gracias también a Agustín, por una gran amistad de vaya uno a saber cuántos años. Gracias a mis amigos de la carrera, quienes hicieron todo este camino más sencillo.

1. Introducción

La cosmología estándar posee ciertos problemas que no tienen solución dentro de la misma teoría. Estos son el problema del horizonte, el problema de la planitud y el problema de los monopolos. El problema del horizonte se basa en la gran homogeneidad del fondo cósmico de microondas. En la época de recombinación, cuando fueron emitidos los fotones que observamos hoy, el universo debía tener un tamaño de al menos 10^{22} regiones causalmente desconectadas. Sin embargo, las observaciones muestran que las especies del modelo estándar estaban equilibrio térmico con desviaciones relativas del orden de 1 parte en 10^4 . El problema de la planitud consta en que, en la actualidad, la curvatura espacial de universo $\Omega = 1 + K/(aH)^2$ es muy cercana a 1, $|\Omega_0 - 1| < 0,005$, lo que indica un universo espacialmente plano. Esto implica que en el comienzo del universo este valor debe haber sido mucho menor, siendo $|\Omega_{BBN} - 1| < 10^{-16}$ en nucleosíntesis. Estos valores tan bajos constituyen un problema de ajuste fino ya que, para cualquier otro valor, el universo no podría haber llegado a la edad que tiene actualmente pues hubiera colapsado. Por último, el problema de los monopolos radica en las muy altas temperaturas en el universo temprano, previo a nucleosíntesis. Si el plasma se encontraba en un estado térmico a temperaturas tan altas como $T \sim 10^{15}$ GeV, las simetrías del modelo estándar de partículas estarían restauradas y al momento de su rompimiento se generarían monopolos u otras reliquias indeseadas, que podrían ser observadas en el futuro o incluso arruinar el proceso de nucleosíntesis. Todos estos problemas son resueltos por los modelos inflacionarios, que proveen la mejor explicación disponible. Además, estos modelos conducen a predicciones concretas acerca de los fondos cósmicos de microondas y de ondas gravitatorias, que hasta el momento han sido consistentes con las observaciones.

Históricamente [1], la primera idea para resolver estos problemas fue que el universo se expandiera exponencialmente dentro de un estado de falso vacío que ya estuviera en equilibrio térmico [2] ¹. El universo inicia a una temperatura muy alta en la fase simétrica, que disminuye hasta que domina la energía de vacío, donde comienza a expandirse exponencialmente por un largo período. Al mismo tiempo, se generan burbujas de la nueva fase que se expanden en tamaño. Esto provee un fin para la inflación que radica en la nucleación de burbujas del verdadero vacío, que almacenan su energía en sus paredes, transfiriéndola a energía térmica y recalentando al universo a una temperatura comparable con la inicial de la fase simétrica. Este modelo inflacionario recibió mucha atención dado que era el campo de Higgs el que generaba la inflación, lo que luego fue descartado dado que sus acoplamientos generaban perturbaciones de energía demasiado grandes. Posteriormente, el campo encargado de generar la inflación del universo pasó a denominarse el campo del Inflatón, que es un singlete para el modelo estándar. El principal problema de este mecanismo (aunque no es el único) radica en la forma en la que finaliza: si la probabilidad de formación de burbujas de la nueva fase es muy grande la expansión no es suficiente para resolver los problemas de la cosmología estándar (además de generar un universo muy inhomogéneo y anisótropo), pero si la formación es muy chica, y por lo tanto se expande durante un largo período, el universo queda separado en regiones que nunca llegan a termalizar. Este problema fue resuelto con un 'nuevo' modelo inflacionario [4, 5] en el que un campo escalar comienza en la fase simétrica, o en un estado inestable en la cima del potencial, para luego desplazarse lentamente hacia el mínimo del mismo. Esto genera una expansión exponencial que deja a todo el universo observable contenido en una sola burbuja de la fase asimétrica que, dado que estas son isótropas y homogéneas, logra borrar todas las inhomogeneidades. Así se resuelve tanto el problema del horizonte como el de la planitud, aparte del problema de los monopolos dado que estos sólo se generan en la colisión de burbujas. La ausencia de estas colisiones hace que la termalización deba darse mediante una producción de partículas generadas por la interacción

¹Antes de este trabajo fue encontrado un mecanismo que produce una expansión exponencial del universo temprano tomando en cuenta correcciones a un loop de las ecuaciones de Einstein [3], pero que no tenía como objetivo resolver los problemas de la cosmología estándar.

entre el modelo estándar y el inflatón, cuando este oscila en torno al mínimo de su potencial. En el contexto de este modelo se encontró que mientras el campo se desplaza hacia el mínimo del potencial se generan perturbaciones escalares inversamente proporcionales a la velocidad del desplazamiento [6]. Esto lleva a cotas muy fuertes sobre el potencial de este campo.

En todos estos modelos se asumía un estado térmico inicial, que sea homogéneo y que pudiera mantenerse así hasta el comienzo de inflación, lo que es una condición poco natural. Esta idea fue abandonada con la llegada del modelo de inflación caótica [7]. Este no necesita de un estado térmico inicial sino que funciona para cualquier potencial inflacionario que tenga una región suficientemente plana como para permitir un rodado lento del inflatón, lo que hace que domine la energía potencial y en consecuencia el universo se infla exponencialmente. En esta clase de modelos la condición inicial del inflatón es caótica, lo que significa que el campo puede tomar cualquier valor inicial en cualquier punto del espacio, en base a alguna distribución de probabilidad (que no nos es relevante determinar). En las regiones espaciales con condición inicial tal que la energía potencial del campo domine por sobre la cinética, habrá una inflación que genera un universo isótropo y homogéneo, desconectado de otras regiones con diferente valor inicial del campo. La producción de materia en estos modelos debe darse por un decaimiento del inflatón hacia las partículas del modelo estándar, una vez que el inflatón cae al mínimo de su potencial.

Todos estos modelos inflacionarios planteados en los 80' poseían la misma peculiaridad²: una vez finalizada la inflación el universo queda completamente vacío y a temperatura cero. Esto hacía necesario la existencia de un mecanismo que pudieran llenar el universo de partículas a una temperatura muy alta, al menos superior a la temperatura de nucleosíntesis, para así dar lugar a la teoría del Big Bang caliente. Este mecanismo fue denominado Recalentamiento³ [8, 9] en el cual se consideraba al campo homogéneo del inflatón como un conjunto de partículas en las que cada una decae individualmente hacia las diversas especies del modelo estándar, lo que se lograba con una tasa de decaimiento perturbativa en el contexto de la teoría de campos. Eventualmente se descubrió que en el régimen perturbativo el proceso dominante de producción de partículas no era este decaimiento sino la producción cuántica de partículas en un campo externo clásico [10, 11], lo que sucede debido a la naturaleza coherente del inflatón. En estos modelos la producción sucede porque las oscilaciones del inflatón fuerzan la masa efectiva de las partículas producidas, que es producto de su acoplamiento con el inflatón, lo que resulta en una amplificación de estas debido al mecanismo de resonancia paramétrica. Esto sucede en los primeros momentos después de que el inflatón cae al mínimo de su potencial y esta etapa pasó a denominarse Precalentamiento [12], dado que cuando finaliza la producción de partículas aún no se ha establecido un estado térmico. Posteriormente se estudió la posibilidad de que exista un régimen de resonancia paramétrica en modelos con una ruptura de simetría [13], que resultó no ser posible ya que para la mayoría de los parámetros del potencial este régimen no existe. Luego se encontró que en estas teorías el mecanismo de producción de partículas dominante es la inestabilidad espinodal [14], en los que luego de la ruptura de la simetría la masa efectiva de las partículas acopladas al inflatón se vuelve negativa y, por lo tanto, este campo es amplificado exponencialmente. En estos modelos la producción de partículas sucede mediante la variación de la masa efectiva de las partículas acopladas directamente al inflatón. También fueron considerados modelos en los que no existe tal acoplamiento, en los cuales la producción de partículas sucede debido a la variación del campo gravitatorio externo [15]. En estos modelos la variación de la métrica del espacio-tiempo modifica el vacío de la teoría cuántica, y por lo tanto se producen partículas en el estado final.

La transferencia de energía desde el inflatón hacia los campos del modelo estándar, así como los hipotéticos componentes de materia oscura, sucede generalmente en tres etapas [16]. La

²Todos excepto el modelo original de Guth [2], que se suele denominar el 'viejo' modelo inflacionario.

³El nombre estuvo motivado por la idea de que el universo previo a inflación estaba en un estado térmico y, como la expansión exponencial lleva la temperatura a cero, luego de este proceso se debía llegar a un estado que estuviera 'nuevamente calentado', denominado 'Reheating' en inglés.

primera etapa es el precalentamiento, en el que hay una amplificación exponencial de estos campos. Todos los mecanismos de producción de partículas durante esta etapa son muy eficientes y rápidamente transfieren una cantidad de energía a los campos producidos que es comparable a la del condensado del inflatón. A su vez, esta rápida amplificación de campos genera una retroacción sobre la dinámica del inflatón. Esta retroacción se manifiesta a través de modificar la frecuencia de oscilación del inflatón, en modelos donde se puedan desarrollar estas oscilaciones, además de producir fluctuaciones de este campo debido a la dispersión múltiple entre partículas de los campos producidos con el condensado. Todos estos efectos fueron estudiados mediante cálculos analíticos [12, 17, 18] y confirmados por simulaciones numéricas [19, 20], que permitieron entender la dinámica no lineal de esta etapa. Estos efectos no lineales de retroacción y dispersión múltiple son los que llevan a la amplificación a su fin debido a que redistribuyen la energía de los modos, aplanando el espectro. La segunda etapa se caracteriza por una evolución turbulenta de las funciones de distribución de los campos de materia [21, 22] que se encarga de trasladar la energía hacia momentos más grandes, y que genera rápidamente una termalización efectiva en el espectro de energía. Cuando el espectro turbulento abarca todo el rango inercial comienza la tercera etapa dominada por la termalización propiamente dicha que incluye la equilibración química de todas las especies presentes. Para conseguir el equilibrio debe haber interacciones que cambien el número de partículas ya que la amplificación exponencial de los campos produce un número de ocupación mucho mayor que en el correspondiente a un estado de equilibrio térmico. La duración de esta etapa es mucho mayor que las anteriores. Para estudiar todos estos procesos fue necesario el desarrollo de técnicas ad hoc, como lo son el estudio de la resonancia paramétrica o el cálculo de la etapa turbulenta mediante turbulencia de Kolmogorov en la que se deben asumir propiedades de escala, sin mayor argumento que para obtener un resultado analítico. Además, todos los modelos de Recalentamiento que existen actualmente asumen la existencia de un único campo escalar, lo que no es realista ya que durante esta etapa deben producirse todos los campos del modelo estándar. Esto deja a los métodos numéricos como la mejor opción para obtener un modelo de Recalentamiento integral, pero actualmente los códigos existentes están lejos de llegar a este punto. Estos pueden trabajar con campos escalares y de gauge, lo que les permite estudiar todos los efectos no lineales, pero no incorporan, por ejemplo, un componente tan importante como son los fermiones. A día de hoy ningún cálculo analítico ha sido capaz de obtener una temperatura de Recalentamiento aceptable para la cosmología estándar, y ninguna simulación ha podido observar la termalización de los campos con los que trabajan.

En esta Tesis realizaremos una revisión completa al proceso de Recalentamiento cosmológico. En la sección 2 se da una introducción a la teoría inflacionaria, presentando modelos que serán útiles para toda la Tesis. En la sección 3 elaboramos en la etapa de precalentamiento. Allí desarrollaremos los distintos métodos de producción de partículas, que se basan en decaimientos perturbativos, resonancia paramétrica, inestabilidad espinodal y producción gravitatoria. En la sección 4 veremos todos los efectos no lineales posteriores a la producción de partículas. Comenzaremos viendo los efectos de retroacción y dispersión múltiple, que son los encargados de finalizar la amplificación de los campos acoplados al inflatón. Luego veremos cómo evoluciona la ecuación de estado del universo durante todo el proceso de Recalentamiento, lo que es fundamental para producir un universo dominado por la radiación, como necesita la cosmología estándar. Concluiremos esa sección desarrollando los métodos necesarios para analizar el régimen turbulento, lo que finalmente nos permitirá dar una estimación a la temperatura final de Recalentamiento, una vez se ha establecido el estado térmico. En la sección 5 veremos las consecuencias observacionales del Recalentamiento. Entre estas están las huellas que deja este proceso en los observables inflacionarios y la producción de ondas gravitatorias, de agujeros negros primordiales y de materia oscura. En la sección 6 comentamos algunos de los códigos existentes que permiten resolver la dinámica durante Recalentamiento, prestando particular interés a las capacidades que poseen. Finalmente, en la sección 7 damos nuestras conclusiones finales.

2. Inflación

Inflación se define como una etapa en la que el factor de escala del universo está acelerando $\ddot{a} > 0$ o, equivalentemente, como una en la que la esfera de Hubble comóvil está disminuyendo $\frac{d}{dt}(aH)^{-1} < 0$. Al trabajar en el contexto de la Relatividad General y considerando un universo de FLRW plano [23], ambas definiciones se pueden llevar a una condición sobre el contenido de materia del universo, cuya densidad de energía y presión deben cumplir $\rho + 3P < 0$. Si se cumplen estas condiciones se resuelve el problema de la planitud dado que la fracción de energía del universo tiende exponencialmente a uno con el crecimiento del factor de escala (llevando la densidad de curvatura a cero). El problema del horizonte también se resuelve dado que la esfera de Hubble disminuye y por lo tanto todo el universo observable actual puede haber estado contenido en dicha esfera al comienzo de inflación, y así haber estado causalmente conectado. El problema de los monopolos⁴ se resuelve dado que su densidad relativa cae muy rápido por la expansión acelerada, siempre que no se generen luego de finalizada la inflación.

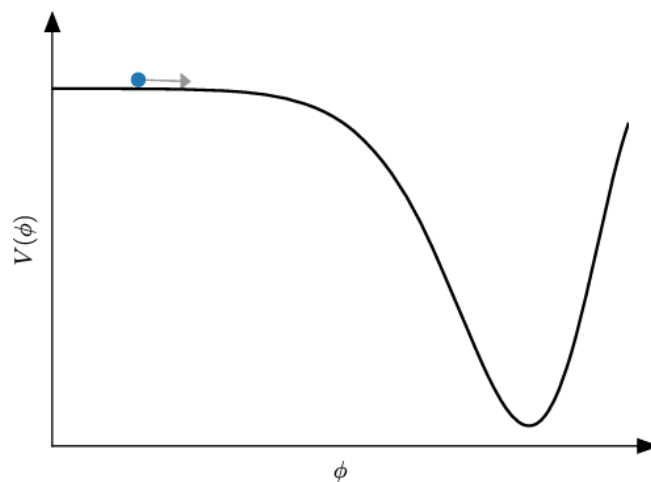


Figura 1: Esquema típico de un potencial inflacionario. La expansión acelerada inicial sucede en la región plana, por donde el inflatón rueda lentamente en dirección al mínimo hasta que su energía cinética aumenta por sobre la potencial, dando por finalizada la inflación. Una vez llega al mínimo del potencial ha perdido suficiente energía debido a la expansión del universo como para no poder regresar a la región plana, por lo que terminará oscilando en torno a dicho mínimo. Esto da por iniciado el período de precalentamiento, en el cual se producen todas las partículas del modelo estándar presentes en el universo actual. Cuando la amplitud de las oscilaciones decrece considerablemente la producción de partículas finaliza e inicia el período de Recalentamiento, donde todas las especies presentes deben termalizar para dar comienzo al Big Bang caliente. Imagen extraída de [23].

2.1. Modelo de un único campo escalar

El modelo más sencillo que logra obtener una expansión exponencial del universo temprano es el de un campo escalar libre, denominado el campo inflatón, con potencial $V(\phi)$. La acción de dicho campo es

$$S = - \int d^4x \sqrt{-g} \left[\frac{1}{2} g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi + V(\phi) \right] \quad (1)$$

⁴Monopolos u otras reliquias no observadas actualmente, como pueden ser los defectos topológicos.

con tensor energía-momento

$$T_{\mu\nu} = \partial_\mu\phi\partial_\nu\phi - g_{\mu\nu} \left(\frac{1}{2}g^{\alpha\beta}\partial_\alpha\phi\partial_\beta\phi + V(\phi) \right). \quad (2)$$

En un universo de FLRW, sin perturbaciones, tanto la densidad de energía como la presión son variables isotrópicas y homogéneas que corresponden a la componente T_{00} y a la T_{ii} del tensor energía-momento, respectivamente

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi) \\ P &= \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi). \end{aligned} \quad (3)$$

Usando la condición para que haya inflación $\rho + 3P < 0$ se puede ver que esto ocurre siempre que $\dot{\phi}^2 < V(\phi)$, con lo que si la energía potencial domina por sobre la cinética tendremos un régimen inflacionario. La forma típica del potencial que cumple con estas condiciones es del tipo de Starobinsky, como se puede ver en la figura 1. La evolución durante esta etapa está determinada por la ecuaciones de Friedmann y de Klein-Gordon

$$\begin{aligned} H^2 &= \frac{1}{3m_p^2} \left[\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi) \right] \\ 0 &= \ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V'(\phi). \end{aligned} \quad (4)$$

donde $V'(\phi)$ es la derivada del potencial respecto del campo. Para caracterizar la evolución del parámetro de Hubble se suelen definir dos cantidades

$$\begin{aligned} \epsilon_H &= -\frac{\dot{H}}{H^2} = -\frac{d \ln H}{dN} \\ \eta_H &= \frac{\dot{\epsilon}_H}{H\epsilon_H} = \frac{d \ln \epsilon_H}{dN} \end{aligned} \quad (5)$$

donde N es el número de e-folds $dN = d \ln a = H dt$, que cuantifica el crecimiento del universo durante inflación. Respecto de estas variables, inflación sucede siempre que $\epsilon_H < 1$ y termina cuando $\epsilon_H = 1$. Dado que se deben generar entre 50 y 60 e-folds para resolver los problemas ya discutidos, esta etapa debe durar un largo período de tiempo durante el cual $\epsilon_H \ll 1$. Para que esto suceda este parámetro debe cambiar muy lentamente, por lo que también debe ser $|\eta| \ll 1$, dado que esta última cantidad caracteriza la variación temporal de ϵ_H . Observaciones actuales acotan estos parámetros a $\epsilon_H < 0,01$ y $\eta_H \approx 0,03$ [24].

2.2. Aproximación de rodadura lenta

La aproximación de rodadura lenta⁵ se basa en la observación de que los parámetros $\epsilon_H, \eta_H \ll 1$, lo que hace necesario que la energía potencial del inflatón domine mucho tiempo por sobre la cinética. Esto lleva a potenciales inflacionarios con una forma tal que exista un régimen en el que el inflatón se desplace lentamente por una región con gran energía potencial, lo que es análogo al comportamiento de una pelota que rueda lentamente por una colina muy plana (es esta analogía la que motivó el nombre de esta aproximación). Usando (4) en la definición de los parámetros ϵ_H y η_H obtenemos

$$\begin{aligned} \epsilon_H &= \frac{1}{2} \frac{\dot{\phi}^2}{m_p^2 H^2} \\ \eta_H &= 2 \frac{\ddot{\phi}}{H\dot{\phi}} + \epsilon_H \end{aligned} \quad (6)$$

⁵Conocida como 'slow-roll approximation' en inglés.

lo que muestra que se puede despreciar la energía cinética del inflatón de la primera ecuación en (4), y la aceleración de la segunda. Las ecuaciones dinámicas bajo esta aproximación resultan

$$\begin{aligned} H^2 &= \frac{V}{3m_p^2} \\ 3H\dot{\phi} &= -V'. \end{aligned} \quad (7)$$

Para caracterizar distintos potenciales inflacionarios se definen dos parámetros

$$\begin{aligned} \epsilon_V &= \frac{m_p^2}{2} \left(\frac{V'}{V} \right)^2 \\ \eta_V &= m_p^2 \frac{V''}{V} \end{aligned} \quad (8)$$

que son conocidos como los parámetros de rodadura lenta del potencial. Bajo esta aproximación resulta $\epsilon_H \approx \epsilon_V$ y $\eta_H \approx \eta_V - \epsilon_V$, con lo que inflación ocurre cuando $\epsilon_V < 1$. Además, bajo este régimen podemos calcular una cantidad crucial que es el número de e-folds de duración

$$N = \int_{t_i}^{t_e} dt H(t) = \int_{\phi_i}^{\phi_e} d\phi \frac{H(\phi)}{\dot{\phi}} \approx m_p^{-1} \int_{\phi_e}^{\phi_i} \frac{d\phi}{\sqrt{2\epsilon_V(\phi)}} \quad (9)$$

donde estamos asumiendo que $\phi_i > \phi_e$ donde ϕ_i es el valor inicial del campo y ϕ_e el valor en el que finaliza, que se calcula mediante $\epsilon_V(\phi_e) = 1$. Con esta expresión podemos ver que si el primer parámetro de rodadura lenta se mantiene chico durante inflación, el número de e-folds será grande y entonces se resuelven los problemas para los que fue planteado este mecanismo.

2.3. Perturbaciones a partir de inflación

Además de resolver los problemas de la cosmología estándar, la hipótesis inflacionaria genera las perturbaciones al universo isótropo y homogéneo que luego constituyen la condición inicial para la formación de las estructuras a gran escala del universo actual. También se generan perturbaciones tensoriales que, de encontrarse, constituirían un fondo estocástico primordial de ondas gravitatorias.

Para estudiar esto consideramos la perturbación más general posible a la métrica de FLRW, que se puede descomponer en una parte escalar, vectorial y tensorial. A orden lineal los tres sectores se desacoplan, lo que se conoce como el teorema de descomposición SVT (escalar, vectorial y tensorial)[23], por lo que pueden ser analizados por separado. Aquí trabajaremos con el gauge Newtoniano en el cual la métrica es diagonal⁶

$$ds^2 = g_{\mu\nu}(\mathbf{x}, t) dx^\mu dx^\nu = -[1 + 2\Psi(\mathbf{x}, t)] dt^2 + a^2(t) [\delta_{ij}[1 + 2\Phi(\mathbf{x}, t)] + h_{ij}^{\text{TT}}] dx^i dx^j \quad (10)$$

donde Φ y Ψ son grados de libertad escalares y h_{ij}^{TT} es un tensor transversal y sin traza con dos grados de libertad, que representa las ondas gravitatorias. Las perturbaciones escalares generadas durante inflación son muy importantes dado que se pueden relacionar con las fluctuaciones de temperatura del fondo cósmico de microondas [23], permitiendo así dar cotas para los parámetros del potencial utilizando las observaciones cosmológicas. En la siguiente sección veremos que estas cotas fueron cruciales para el desarrollo de los modelos de Recalentamiento.

La idea básica de la generación de estas perturbaciones es que inflación termina en momentos distintos en distintos puntos del espacio [25], con lo que se generan perturbaciones en la densidad de energía del universo. Estas perturbaciones son $\delta\rho = \dot{\rho}\delta t$ con δt una variación típica del tiempo

⁶Vamos a ignorar el sector vectorial ya la cosmología estándar no tiene fuentes para este sector, por lo que cualquier perturbación inicial simplemente decae.

de llegada del inflatón al punto en donde termina inflación. Este retraso típico es del orden $\delta t \sim \delta\phi/\dot{\phi}$ que, dado que estamos en quasi de Sitter en donde la fluctuación del campo es $\delta\phi \sim H$, resulta $\delta t \sim H/\dot{\phi}$. Además, luego de finalizada la inflación tenemos $\dot{\rho} = \rho H$. Juntando todo obtenemos

$$\frac{\delta\rho}{\rho} \sim \frac{H^2}{\dot{\phi}}. \quad (11)$$

En el régimen de rodadura lenta podemos usar (7) y las ecuaciones de Einstein para escribir las fluctuaciones de energía en función del potencial inflacionario

$$\frac{\delta\rho}{\rho} \sim \frac{V^{3/2}}{m_p^3 V'} \quad (12)$$

que, utilizando las cotas actuales sobre los parámetros cosmológicos [26], deben ser $\delta\rho/\rho \lesssim 10^{-5}$. Esto lo vamos a usar para acotar el espacio de parámetros de los distintos modelos inflacionarios. La cota sobre $\delta\rho/\rho$ resulta de las cotas sobre el espectro de potencias de las perturbaciones de curvatura

$$P_{\mathcal{R}}(k) = 2\pi^2 \mathcal{A}_s k^{-3} \left(\frac{k}{k_p} \right)^{n_s-1} \quad (13)$$

con \mathcal{A}_s la varianza logarítmica por intervalo en k , centrado en la escala pivote k_p ⁷, y n_s es el índice espectral escalar. Se puede hacer lo mismo para las ondas gravitatorias generadas durante inflación, cuyo espectro resulta

$$P_T(k) = 2\pi^2 r \mathcal{A}_s k^{-3} \left(\frac{k}{k_p} \right)^{n_T} \quad (14)$$

con n_T el índice espectral tensorial y r el cociente de amplitud tensorial a escalar (conocido en inglés como el 'tensor-to-scalar ratio'). Para testear modelos inflacionarios se debe calcular el n_s y el r para cada potencial y luego contrastarlo con las observaciones sobre estos parámetros, cuyos valores actualmente son $n_s \approx 0,96$ y $r < 0,032$ [26, 27].

2.4. Potenciales inflacionarios

Existen una gran cantidad de modelos de inflación que dependen tanto del potencial elegido como de la forma en la que finaliza dicha etapa [28], aparte de la dinámica posterior durante Re-calentamiento. En esta sección vamos a detallar algunos de estos potenciales que serán utilizados a lo largo de la Tesis.

2.4.1. Monomiales

Los potenciales monomiales son una clase de modelos que generalizan la propuesta original de inflación caótica (en donde utilizaron un potencial $\lambda\phi^4$ [7]) que considera potencias arbitrarias del campo del inflatón, con la única restricción de que exista un mínimo

$$V(\phi) = V_0 \left| \frac{\phi}{m_p} \right|^{2p} \quad (15)$$

con $p > 0$. Podemos obtener una cota para el único parámetro libre de este potencial, V_0 , requiriendo que las perturbaciones en la densidad de energía generadas durante inflación (12) sean $\delta\rho/\rho \leq 10^{-5}$ con lo que obtenemos $V_0 \leq 2(2p^2)^{-p} m_p^4 \times 10^{-10}$. Además, se debe asegurar que la densidad de energía no supere la escala de Planck $\rho \sim m_p^4$ para así poder utilizar las ecuaciones

⁷Esta escala es fijada por convención. La colaboración Planck utiliza $k_p = 0,05 \text{ Mpc}^{-1}$.

de Einstein de un espacio-tiempo clásico, aunque esta cota resulta mucho menos restrictiva que la anterior.

Utilizando (8) podemos calcular los valores del campo para los que existe un período inflacionario, que resultan $\phi \geq \phi_e = \sqrt{2p^2} m_p$. Entonces, en las regiones con condición inicial $\phi_i > \phi_e$ existirá un período inflacionario con una duración en cantidad de e-folds dada por (9)

$$N(\phi_i) = p^{-1} m_p^{-2} (\phi_i^2 - \phi_e^2) = 2p(\gamma^2 - 1) \quad (16)$$

donde escribimos $\phi_i = \gamma \phi_e$. Variando el valor de γ se puede cumplir con el número de e-folds requeridos para que inflación resuelva los problemas de la cosmología estándar. Para determinar la dinámica se utilizan las ecuaciones de rodadura lenta (7), lo que permite obtener la evolución del campo y del parámetro de Hubble

$$\begin{aligned} \dot{\phi} &= -2p \sqrt{\frac{V_0}{3}} \left(\frac{\phi}{m_p} \right)^{p-1} \\ H &= m_p^{-1} \sqrt{\frac{V_0}{3}} \left(\frac{\phi}{m_p} \right)^p. \end{aligned} \quad (17)$$

Una vez que finaliza la inflación el campo cae al mínimo y, debido a la expansión del universo, habrá perdido suficiente energía como para no poder volver a la región plana, lo que resulta en oscilaciones en torno al mínimo del potencial. Esto da por comenzada la etapa de precalentamiento.

2.4.2. Modelo T

Las cotas sobre el cociente tensorial a escalar favorecen fuertemente a los potenciales cóncavos [29], es decir, más planos que $V \sim \phi$, entre los cuales se incluyen los potenciales que son asintóticamente planos para valores grandes del campo del inflatón $V(\phi \gtrsim m_p) \rightarrow V_0$. Una clase de estos modelos son los conocidos como 'atractores α ' [30]⁸. Aquí trabajaremos con uno de estos denominado el modelo T [31] cuyo potencial es

$$V(\phi) = V_0 \tanh^{2p} \left| \frac{\phi}{M} \right| \quad (18)$$

con $M = \sqrt{6\alpha} m_p$, donde α es un parámetro libre, y $p > 0$. Este potencial de dos parámetros libres es simétrico, aproximadamente plano para valores $\phi \gtrsim M$ e idéntico a los modelos monomiales (15) para $\phi \ll M$, a menos de un factor de normalización $(6\alpha)^p$ que cambia la curvatura alrededor del origen (figura 2). Además, vemos que V_0 controla el valor del parámetro de Hubble durante inflación, ya que en el régimen de rodadura lenta $H^2 = \frac{1}{3mp^2} V_0$. El fin de inflación ocurre en $\phi_e = M \sinh^{-1}(\sqrt{2p} \frac{m_p}{M})$, para cuando han transcurrido (9)

$$N(\phi_i) = \frac{1}{2p} \frac{M^2}{m_p^2} \left[\ln \left(\tanh \gamma \frac{\phi_e}{2M} \right) - \ln \left(\tanh \frac{\phi_e}{2M} \right) \right] \quad (19)$$

e-folds de inflación, donde escribimos $\phi_i = \gamma \phi_e$. Por último, se puede obtener un rango de valores permitidos para V_0 y M utilizando la cota sobre las perturbaciones de energía $\delta\rho/\rho$.

Los modelos conocidos como atractores cosmológicos, de los que el modelo T es parte, se denominan así porque para $\alpha \lesssim 1/6$ tanto el n_s como el r se vuelven independientes de p . Cuando finaliza la inflación y el campo llega a valores $\phi \ll M$ su dinámica tiene el mismo comportamiento que en el modelo monomial, con oscilaciones en torno al mínimo.

⁸Estos también incluyen, por ejemplo, el modelo de Starobinsky [3].

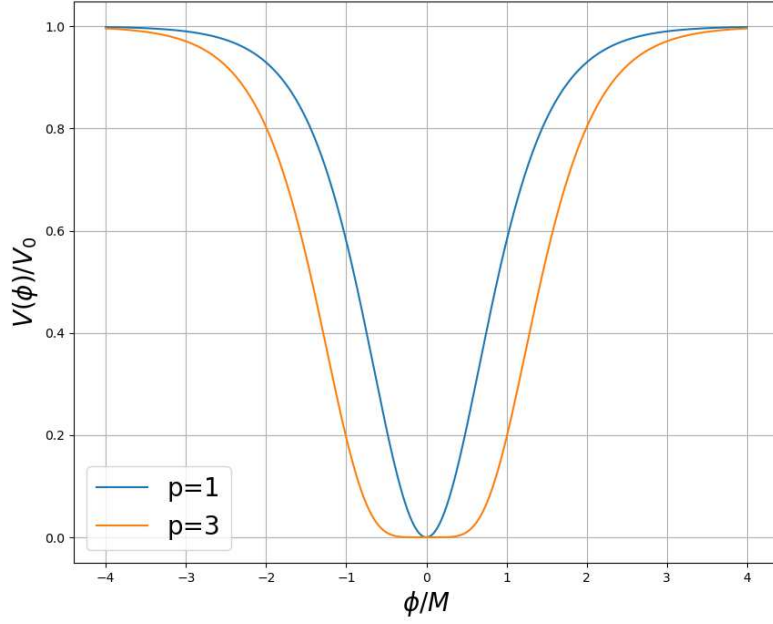


Figura 2: Potencial inflacionario del modelo T para los valores de $p = 1$ y $p = 3$. Podemos ver que cerca del mínimo el potencial es idéntico al monomial con el mismo valor de p .

2.4.3. Inflación híbrida

Hasta ahora solo vimos modelos de un único campo escalar, el inflatón, que debido a su lenta rodadura por un potencial suficientemente plano logra generar una expansión exponencial del universo. En esos modelos el fin de esta etapa ocurre porque la energía cinética del inflatón crece lentamente hasta que supera a la potencial, momento en el que el universo deja de inflarse. Sin embargo, existen otros modelos en los que la inflación frena de otros modos e incluso donde se consideran múltiples campos. Uno de estos modelos es el de inflación híbrida [32] en el cual el inflatón comienza en un régimen de rodadura lenta que frena abruptamente cuando el campo cae por cierto valor crítico, en donde se rompe espontáneamente la simetría de otro campo escalar χ . Este se encontraba inicialmente en el mínimo de su potencial, que una vez que se rompe la simetría se vuelve un máximo inestable y comienza a caer rápidamente al verdadero vacío⁹. Usualmente la ruptura de simetría es de segundo orden, que es la que consideraremos aquí, pero también existen modelos con transiciones de primer orden. Este modelo fue denominado híbrido dado que inicia en un régimen de rodadura lenta en donde la inflación es sustentada por la energía potencial del inflatón (inflación caótica [7]) pero que en los momentos finales esto lo hace la energía de vacío, tal como sucedía en los primeros modelos de inflación ('nuevo' modelo inflacionario [4]).

Consideramos un escalar χ con un potencial de tipo Higgs y un inflatón masivo de masa m , que interactúan mediante $\frac{1}{2}g^2\phi^2\chi^2$ con constante de acoplamiento g [33]

$$V(\phi, \chi) = \frac{1}{4\lambda}(m_\chi^2 - \lambda\chi^2)^2 + \frac{1}{2}m^2\phi^2 + \frac{1}{2}g^2\phi^2\chi^2. \quad (20)$$

Aquí λ es la constante de auto-acoplamiento de χ y su masa efectiva es $m_{\chi,ef}^2(\phi) = -m_\chi^2 + g^2\phi^2$, que vemos que se anula al momento de la ruptura de simetría. Para valores de $\phi > \phi_c$, donde $\phi_c = m_\chi/g$ es el valor crítico, el campo χ se encuentra en su único mínimo $\chi = 0$. Para estos

⁹Originalmente este campo fue denominado el campo de 'cascada', debido a la forma en la que cae rápidamente al mínimo.

valores el potencial en dirección ϕ debe ser muy plano para que exista el régimen de rodadura lenta, lo que hace que la curvatura en dirección χ sea mucho más pronunciada que en ϕ . Por estas razones esperamos que el inflatón inicie en valores grandes de ϕ , como en los modelos que vimos previamente, y que χ comience en $\chi = 0$ (o que en su defecto decaiga rápidamente a ese valor). Una vez que el inflatón sobrepasa al valor crítico ocurre la transición de fase y ambos campos caen abruptamente al verdadero vacío, en $\chi = m_\chi/\sqrt{\lambda}$ y $\phi = 0$. En la figura 3 se puede ver un gráfico de este potencial.

Para ver qué valores pueden tomar los parámetros del modelo requerimos que se cumpla la condición de rodadura lenta, lo que lleva a un potencial muy plano para valores grandes de ϕ y chicos de χ . De acá obtenemos que χ debe ser mucho más masivo que el inflatón $m_\chi^2 \gg \lambda m^2/g^2$, lo que garantiza este régimen durante el cual $H^2 = \frac{m_\chi^4}{12\lambda m_p^2}$. También requerimos la 'condición de cascada', es decir, que una vez se rompe la simetría ambos campos caigan rápidamente al verdadero vacío en un tiempo comparable al tiempo de Hubble $\Delta t \sim H^{-1}$. Haciendo esto obtenemos $m_\chi^3 \ll \sqrt{\lambda} g m m_p^2$. Por último, la cota para las perturbaciones de energía $\delta\rho/\rho$ resulta $g\lambda^{-3/2} \frac{m_\chi^5}{m^2 m_p^3} \leq 10^{-4}$. Dado que la dinámica del inflatón es de rodadura lenta, para calcular el número de e-folds se procede de igual forma que en el modelo monomial considerando que el fin de inflación es en $\phi = \phi_c$.

Una vez se ha roto la simetría el inflatón y el escalar χ caen al mínimo pero, a diferencia de los modelos vistos anteriormente (como veremos en la sección 3.4), las cotas obtenidas sobre los parámetros del modelo no permiten que haya oscilaciones en torno al mínimo del potencial y entonces ambos campos relajan rápidamente al verdadero vacío.

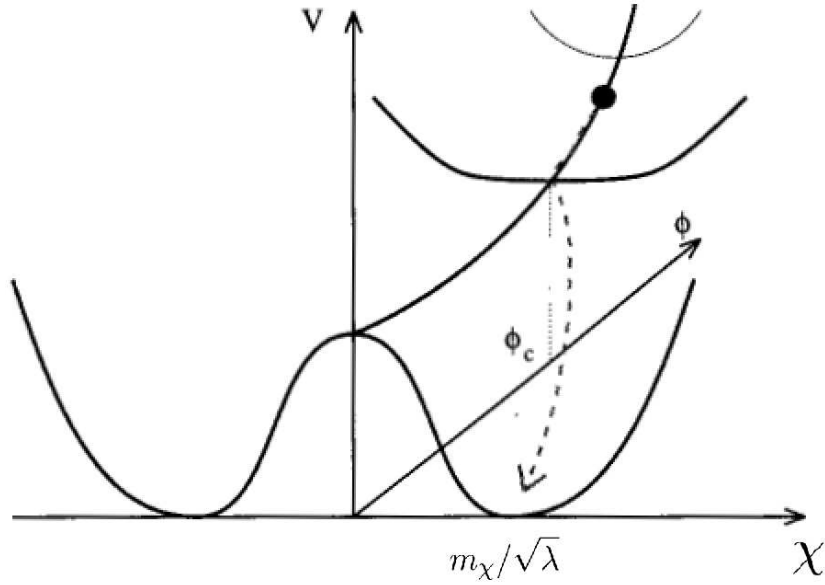


Figura 3: Potencial del modelo de inflación híbrida. Para valores $\phi > \phi_c$ el campo χ tiene un mínimo estable en $\chi = 0$ y el universo se expande exponencialmente debido al régimen de rodadura lenta del inflatón. Cuando este último cae por debajo del valor crítico ambos campos caen abruptamente al verdadero vacío en $\chi = m_\chi/\sqrt{\lambda}$ y $\phi = 0$, lo que finaliza la inflación. Imagen extraída de [33].

3. Precalentamiento

Vamos a definir al Precalentamiento como el período de tiempo en el que hay una producción explosiva de partículas acopladas al inflatón, durante el cual no hay decaimiento de partículas ni tampoco se ha alcanzado un estado térmico [12]. Si bien la retroacción y la dispersión múltiple, que como veremos en la sección 4.1 son dos efectos que llevan la producción de partículas a su fin, pertenecen a esta etapa, estos serán ignorados a lo largo de toda esta sección ya que son subdominantes. Por lo tanto, durante el precalentamiento la dinámica de las partículas producidas es lineal pero, como veremos, no puede ser estudiada utilizando teoría de perturbaciones en los acoplamientos (decimos que es un proceso no-perturbativo). Veremos cómo fueron evolucionando los distintos mecanismos de producción de partículas que han sido propuestos. En primer lugar, estos modelos comenzaron resolviendo el problema con una teoría perturbativa en la que se asume que el campo del inflatón es un conjunto de partículas que decaen independientemente hacia las partículas del modelo estándar. Veremos que este mecanismo es muy lento y que no alcanza para explicar la transición desde inflación hacia la cosmología estándar. Luego pasaremos al esquema actual del precalentamiento en el que el inflatón se considera como un campo externo coherente y clásico que, debido a su acoplamiento con las partículas del modelo estándar, actúa como un forzado en la masa efectiva de estas últimas. El forzado en la masa genera una producción de partículas muy grande debido a dos diferentes mecanismos que dependen del potencial inflacionario utilizado y el tipo de acoplamiento del inflatón con las partículas. Estos son la resonancia paramétrica, en el cual la oscilación del inflatón genera oscilaciones en la masa de las partículas acopladas lo que amplifica algunas bandas en el espacio de momentos, y la inestabilidad espinodal, en donde la dinámica posterior a inflación genera, para modos de Fourier por debajo de un cutoff, una inversión del signo de la masa efectiva lo que los amplifica explosivamente. En ambos casos la dinámica del inflatón se resuelve de forma clásica y las de las partículas acopladas a este de forma cuántica.

3.1. Teoría perturbativa

Los primeros modelos de Precalentamiento estaban basados en la idea de que el campo del inflatón, que es homogéneo al finalizar el período inflacionario, se puede representar por un conjunto de partículas en reposo. Estas excitaciones del campo ϕ decaen independientemente hacia las diversas partículas del modelo estándar, lo que se puede estudiar de forma perturbativa en el contexto de la teoría cuántica de campos [34]. Como veremos aquí, para que las correcciones radiativas no alteren la forma del potencial del inflatón estos decaimientos deben ser muy pequeños, lo que hace que la transferencia de energía tarde mucho. Si este proceso es muy largo la expansión del universo hace que disminuya la temperatura rápidamente por corrimiento al rojo, lo que hace inviable que este mecanismo lo recaliente.

Comenzamos resolviendo la dinámica del inflatón cuando este cae al mínimo de su potencial y comienzan las oscilaciones. En torno a dicho mínimo todos los modelos vistos en la sección 2.4 tienen la misma forma que el modelo monomial¹⁰ (15), en el cual se generan oscilaciones del inflatón que están amortiguadas tanto por la expansión del universo como por la transferencia de energía hacia las diversas partículas del modelo estándar. En esta sección vamos a considerar esta forma genérica para el potencial del inflatón. Para considerar el decaimiento del inflatón hacia las partículas del modelo estándar hay que calcular las correcciones cuánticas a la ecuación de Klein-Gordon, en la que aparece un término de la forma $\Pi(\omega)\phi$, con $\Pi(\omega)$ el operador de polarización cuando el inflatón oscila a frecuencia ω [17]. Este operador adquiere una parte imaginaria cuando la frecuencia es $\omega > 2m_s$, donde s es alguna partícula acoplada al inflatón, lo que resulta en un

¹⁰Si bien el potencial correspondiente al modelo de inflación híbrida también tiene un mínimo con esta forma, que hace que lo que haremos a continuación sea válido, en la sección 3.4 veremos que estas oscilaciones no ocurren.

decaimiento exponencial de este campo. Este efecto se puede incorporar fenomenológicamente mediante un término disipativo $\sim \Gamma\dot{\phi}$ en la ecuación del inflatón, que es lo que haremos aquí. Por unitariedad de la teoría, Γ es la tasa de decaimiento total del inflatón hacia las partículas del modelo estándar, que se puede calcular de forma perturbativa.

Para resolver la dinámica incluimos el decaimiento de forma fenomenológica incorporando el término disipativo en la ecuación de Klein-Gordon (4). Es conveniente escribir estas ecuaciones de la siguiente forma [35]

$$\begin{aligned} H^2 &= \frac{1}{3m_p^2}\rho \\ \dot{\rho} &= -(3H + \Gamma)\dot{\phi}^2 \end{aligned} \quad (21)$$

con $\rho = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V$ la densidad de energía del inflatón. Como ya mencionamos, estamos ignorando la retroacción de las partículas producidas sobre el inflatón, lo que nos permite despreciar su densidad de energía en la ecuación de Friedmann. Para resolver este sistema vamos a definir a la amplitud de las oscilaciones $\Phi(t)$ tal que

$$V(\Phi(t)) = \rho(t) \quad (22)$$

lo que nos permite escribir

$$\phi(t) = \Phi(t) \cos \int dt W(t) \quad (23)$$

donde $W(t)$ es alguna función desconocida. Debido a la simetría del potencial en torno al mínimo del mismo, esperamos que las oscilaciones del campo sean cuasi-periódicas y que, en consecuencia, W varíe poco en el tiempo. La frecuencia de las cuasi-oscilaciones se puede encontrar a partir de integrar esta función, cuya expresión se obtiene al usar (21) y (22), asumiendo que la densidad de energía es casi constante

$$W \approx \sqrt{\frac{2(\rho - V)}{\Phi^2 - \phi^2}}. \quad (24)$$

Además, a partir de esta ecuación se puede mostrar que la amplitud de las oscilaciones varía muy lentamente comparado con el período de las mismas $|\dot{\Phi}/\Phi| \ll W$. El único caso en el que las oscilaciones son armónicas es para $p = 1$, lo que corresponde con el potencial inflacionario que es un término de masa para el inflatón.

Este enfoque nos permite promediar las ecuaciones en un tiempo T de movimiento cuasi-periódico del inflatón. Al promediar la segunda ecuación en (21) obtenemos

$$\frac{\Delta\rho(T)}{T} = -\frac{2}{T} \int_0^T dt (3H + \Gamma)(\rho - V) \quad (25)$$

en donde podemos reemplazar a todas las variables que dependan de Φ por su valor medio debido a que esta amplitud varía lentamente ($|\dot{\Phi}/\Phi| \ll W$). Haciendo esto obtenemos una ecuación para $\Delta\rho/T$ que, para tiempos mucho mayores que un cuasi-período de oscilación, podemos tomar $\Delta\rho/T \rightarrow \dot{\rho}$, lo que resulta en la siguiente ecuación promediada para la densidad de energía del inflatón

$$\dot{\rho} \approx -\frac{2p}{p+1}(3H + \Gamma)\rho. \quad (26)$$

A partir de esta ecuación podemos calcular dos cantidades muy relevantes para nuestro análisis: la ecuación de estado del universo durante la etapa de Precalentamiento, $w = P/\rho$, y la evolución de la amplitud del campo, $\Phi(t)$. Dado que durante esta etapa la energía del universo está dominada por el inflatón, la ecuación de estado efectiva resulta de integrar (26)

$$w = \frac{p-1}{p+1} + \frac{2p}{p+1} \frac{\Gamma}{3H}. \quad (27)$$

Por último, a partir de (22) y la forma del potencial $V(\phi)$ podemos obtener una ecuación aproximada para $\dot{\Phi}$

$$\dot{\Phi} \approx -\frac{3H + \Gamma}{p + 1}\Phi \quad (28)$$

con lo que obtenemos $\Phi(t) = \Phi_0 \exp\left(-\frac{\Gamma t}{p+1}\right)a^{-\frac{3}{p+1}}$ con Φ_0 la amplitud al comienzo del Recalentamiento.

Una vez resuelta la ecuación de movimiento del inflatón, de donde pudimos obtener la evolución de la amplitud de las oscilaciones, la frecuencia y la ecuación de estado efectiva del universo, pasamos a calcular la temperatura de Recalentamiento en esta teoría perturbativa [36]. Como ya mencionamos, al comienzo de las oscilaciones debe ser $\Gamma \ll H$, por lo que no hay una producción considerable de partículas. Cuando H decrece por debajo de Γ los decaimientos se hacen efectivos y comienza la transferencia de energía. A partir de (28) podemos ver que el tiempo que tardan en decaer estas partículas es $t_r \sim \Gamma^{-1}$, y ya que a este tiempo el parámetro de Hubble es $H \sim t_r^{-1}$, las partículas producidas adquieren una energía dada por $\rho = 3m_p^2 H^2 \sim 3m_p^2 \Gamma^2$. Si consideramos que estas tienen g_* grados de libertad y que su ecuación de estado es de radiación, que es lo que debe suceder al finalizar Recalentamiento, su temperatura será

$$T_r^{\max} \sim \left(\frac{90}{g_* \pi^2}\right)^{1/4} \sqrt{\Gamma m_p} \sim \frac{1}{10} \sqrt{\Gamma m_p}. \quad (29)$$

Esta es la máxima temperatura posible de Recalentamiento ya que estamos asumiendo que una vez que se crean las partículas del modelo estándar estas alcanzan el equilibrio térmico muy rápidamente, lo que ignora posibles efectos disipativos. Cuando fue realizado este cálculo y se consideraron las cotas del $\delta\rho/\rho$ estas resultaban en una tasa de decaimiento $\Gamma < 10^{-20} m_p$ [36], lo que hace que la duración de esta etapa sea de al menos miles de oscilaciones del inflatón. Esto daba un esquema inconsistente dado que duraría demasiado tiempo, haciendo que la temperatura caiga demasiado debido al corrimiento al rojo. Esta fue la razón por la que se abandonó la teoría perturbativa de Recalentamiento. Actualmente, las cotas sobre el cociente escalar a tensorial resultan en una cota para la temperatura máxima de Recalentamiento dada por $T_r^{\max} \leq 10^{15}$ GeV [37]. Este valor lo tomaremos como la máxima temperatura posible que se puede alcanzar en la etapa de Recalentamiento.

3.2. Resonancia paramétrica

Cuando el inflatón cae al mínimo de su potencial y comienzan las oscilaciones, la masa efectiva de los campos acoplados a este también oscilan con alguna frecuencia, que típicamente es un múltiplo de la frecuencia de oscilación del inflatón. La resonancia paramétrica es un efecto que aparece debido a la oscilación periódica de la frecuencia de un oscilador armónico (en este caso los modos de los campos acoplados al inflatón), que genera una amplificación de ciertas bandas en el espacio de momentos. En esta sección estudiaremos este mecanismo para el caso del acoplamiento con un campo escalar de materia, pero existen otros modelos en donde las partículas producidas son fermiones¹¹, bosones de gauge, o incluso múltiples campos a la vez [37].

Vamos a considerar interacciones de tipo modelo estándar en las cuales el inflatón está acoplado a un campo escalar de materia, el campo χ . La acción contiene un potencial inflacionario cuya forma en torno al mínimo es siempre del tipo monomial, un término de masa para el campo χ y un término de interacción entre estos dos campos [37]

$$S[\phi, \chi] = - \int \sqrt{-g} \left(V_0 \left| \frac{\phi}{m_p} \right|^{2p} + \frac{1}{2} m_\chi \chi^2 + V[\phi, \chi] \right) \quad (30)$$

¹¹Al final de esta subsección comentaremos qué sucede en esas teorías.

además del sector libre para ambos campos. Usualmente el término de interacción se elige basándose en las existentes en el modelo estándar, solo que en este caso los dos campos interactuantes son escalares. Los dos acoplamientos más usuales consideran vértices de interacción de dos escalares de materia con un inflatón y con dos inflatones que corresponden, respectivamente, al primer y segundo término de

$$V[\phi, \chi] = \sigma\phi\chi^2 + \frac{1}{2}g^2\phi^2\chi^2. \quad (31)$$

En esta sección vamos a considerar ambos términos para estudiar la producción del campo χ , pero veremos que durante el Precalentamiento el más relevante es el segundo.

Dado que estamos ignorando la retroacción, la dinámica del inflatón es la misma que la que vimos en la sección anterior, cuyas ecuaciones de movimiento son (28), pero ahora considerando $\Gamma = 0$. En lo que sigue vamos a asumir un potencial inflacionario cuadrático (con $p = 1$) de la forma $V(\phi) = \frac{1}{2}m^2\phi^2$, donde redefinimos al parámetro V_0 para trabajar con la masa desnuda del inflatón m . Utilizando el valor de las perturbaciones de energía (12) podemos estimar la masa del inflatón, que resulta $m \sim 10^{-6}m_p$. El potencial cuadrático es el modelo más sencillo dado que las oscilaciones de este campo son armónicas y están dadas por

$$\phi(t) = \Phi_0 a^{-3/2} \cos(mt). \quad (32)$$

Como vimos en la sección 2, todos los modelos inflacionarios tienen una amplitud final (inicial de Precalentamiento) del orden de la masa de Planck $\Phi_0 \sim m_p$. Por esta razón es que esperamos que cualquier otro parámetro dimensional, como lo es la constante de acoplamiento σ , sea mucho menor que la amplitud del inflatón [17], al menos al comienzo del Precalentamiento. Esto hace que el cociente entre el segundo y el primer término en el potencial de interacción (31) sea $\frac{g^2\phi}{2\sigma} \gg 1$, y entonces el acoplamiento relevante entre el escalar de materia y el inflatón es $V[\phi, \chi] = \frac{1}{2}g^2\phi^2\chi^2$. Más adelante veremos que el otro acoplamiento es muy importante para los momentos finales del Recalentamiento.

La dinámica del escalar de materia está dada por su respectiva ecuación de Klein-Gordon

$$-\square\chi + 3H\dot{\chi} + m_\chi^2\chi + g^2\phi^2\chi = 0 \quad (33)$$

cuya masa debe ser $m_\chi \ll m$ debido a que en esta teoría el inflatón es muy masivo. Dado que nos interesa realizar un tratamiento semiclásico donde consideramos al inflatón como un campo externo clásico y al escalar de materia de forma cuántica, vamos a trabajar en el espacio de momentos definiendo un modo de Fourier $\chi_{\mathbf{k}}(t)$ del campo χ según [34]

$$\chi(\mathbf{x}, t) = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \left(\chi_k(t) \hat{a}_{\mathbf{k}} + \chi_k^*(t) \hat{a}_{-\mathbf{k}}^\dagger \right) e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} \quad (34)$$

donde escribimos $\chi_{\mathbf{k}} = \chi_k$ dado que, por isotropía de la métrica, los modos solo dependen del módulo del momento. Usando la evolución de fondo del inflatón (32) podemos escribir (33) en el espacio de momentos

$$\ddot{\chi}_k + 3H\dot{\chi}_k + \left(\frac{\mathbf{k}^2}{a^2} + m_\chi^2 + g^2\Phi^2 \sin^2(mt) \right) \chi_k = 0. \quad (35)$$

Notar que tanto el factor de escala a como la amplitud del inflatón Φ dependen del tiempo.

Comenzamos estudiando la producción de partículas en Minkowski ($a = 1$), lo que nos permitirá entender los aspectos básicos de la resonancia paramétrica, para luego ver cómo se modifica el análisis al incorporar la expansión del universo. En este caso la ecuación para los modos se reduce a la conocida ecuación de Mathieu

$$\chi_k''(z) + (A_k - 2q \cos 2z) \chi_k(z) = 0 \quad (36)$$

donde $A_k = \frac{k^2 + m^2}{m^2} + 2q$, $q = \frac{1}{4} \frac{g^2 \Phi^2}{m^2}$, $z = mt$ y las cantidades primadas están derivadas respecto de z . Notar que podemos definir una frecuencia $\omega_k^2(z) = A_k - 2q \cos 2z$ periódica de período π . El teorema de Floquet [37] dice que la solución más general a esta ecuación tiene la forma

$$\chi_k(z) = c_1 v_+(k, z) + c_2 v_-(k, z) \quad (37)$$

con $v_\pm(k, z) = e^{\pm \mu_k z} P_\pm(k, z)$, donde las funciones P_\pm son periódicas en z con período T y μ_k es el coeficiente de Floquet. Debido a que el conjunto $\{v_\pm\}$ es linealmente independiente, para que exista una amplificación de las soluciones debe necesariamente haber condiciones iniciales no triviales para el campo χ . Esto es lo que constituye la resonancia paramétrica: un estado de reposo del sistema que es perturbado se volverá inestable y dicha perturbación crecerá con el tiempo. Esta es una de las diferencias fundamentales de la resonancia paramétrica respecto de la resonancia ordinaria, ya que en esta última aun con condiciones iniciales triviales existe amplificación. Con esto podemos ver que la presencia de las fluctuaciones cuánticas iniciales son fundamentales para la producción de partículas una vez finalizado el período inflacionario. Vamos a diferenciar entre dos casos de la resonancia: la resonancia paramétrica angosta y la resonancia paramétrica ancha. La resonancia angosta corresponde al espacio de parámetros en los que $q \ll 1$ y la ancha a los valores $q \gtrsim 1$.

Comenzamos trabajando con la teoría de la resonancia paramétrica angosta cuyos resultados son conocidos [38]. La ecuación de Mathieu (36) contiene infinitas regiones de inestabilidad que se pueden calcular utilizando teoría de perturbaciones en q , pero que aquí vamos a trabajar solamente a primer orden¹². Planteamos una solución de la forma $\chi_k = e^{\mu_k z} (\chi_+ e^{iz} + \chi_- e^{-iz})$ y expandimos la ecuación de Mathieu despreciando términos de frecuencia superior a 1 y también términos cuadráticos en μ_k (estamos asumiendo que son de orden superior, lo que vamos a confirmar una vez hayamos obtenido la solución). Esto resulta en una ecuación algebraica para χ_\pm cuya solución existe si el determinante es nulo, con lo que se obtiene el coeficiente de Floquet

$$\mu_k = \pm \frac{q}{2} \sqrt{1 - \left(\frac{A_k - 1}{q} \right)^2}. \quad (38)$$

Con esto vemos que la región de inestabilidad está centrada en $A_k = 1$ con ancho q y que en dicha región el coeficiente es $\mu_k \approx q/2$, con lo que confirmamos la validez de la última aproximación realizada. De hecho, si se utiliza la teoría de perturbaciones considerando n frecuencias se encuentran n regiones centradas en $A_k \approx n^2$, cada una con un ancho q^n . Esta es la razón por la cual para la resonancia paramétrica angosta solo es relevante la primera región de inestabilidad. El número de ocupación $n_k(t)$ de un modo, cuya expresión completa será vista más adelante, es $n_k \sim \omega_k |\chi_k|^2$ y vemos que crece exponencialmente $n_k \sim e^{qz} = e^{\frac{g^2 \Phi^2}{4m^2} t}$. Si especificamos la dependencia de q con los parámetros del modelo vemos que el rango de momentos amplificados es $k \approx m(1 - q \pm \frac{q}{2})$, donde estamos asumiendo que el escalar de materia es mucho mas ligero que el inflatón. Todo esto que hicimos es válido para $q \ll 1$ que corresponde con $g\Phi/m \ll 1$. En la figura 4 se observa un gráfico de las regiones de inestabilidad de la ecuación de Mathieu, en donde se aprecia la existencia de bandas. También podemos ver que el caso de la resonancia angosta es mucho menos eficiente que el caso de la resonancia ancha. Notar que los únicos modos que pueden amplificarse son los que tienen momento $\frac{k^2}{m^2} = A_k - 2q - \frac{m_\chi^2}{m^2} \geq 0$, con lo que si asumimos que el escalar de materia es ligero esto sucede para los modos que están por encima de la línea $A_k = 2q$. En el panel izquierdo de la figura 5 se observa el número de ocupación en función del tiempo obtenido a partir de resolver numéricamente la ecuación de Mathieu con parámetros $A_k = 1$ y $q = 0,1$. Vemos que el crecimiento se estabiliza rápidamente a una función exponencial con coeficiente de Floquet $\mu_k \approx 0,05$, lo que concuerda perfectamente con el resultado analítico.

¹²Ver, por ejemplo, [16] para la forma sistemática del cálculo a todo orden en q .

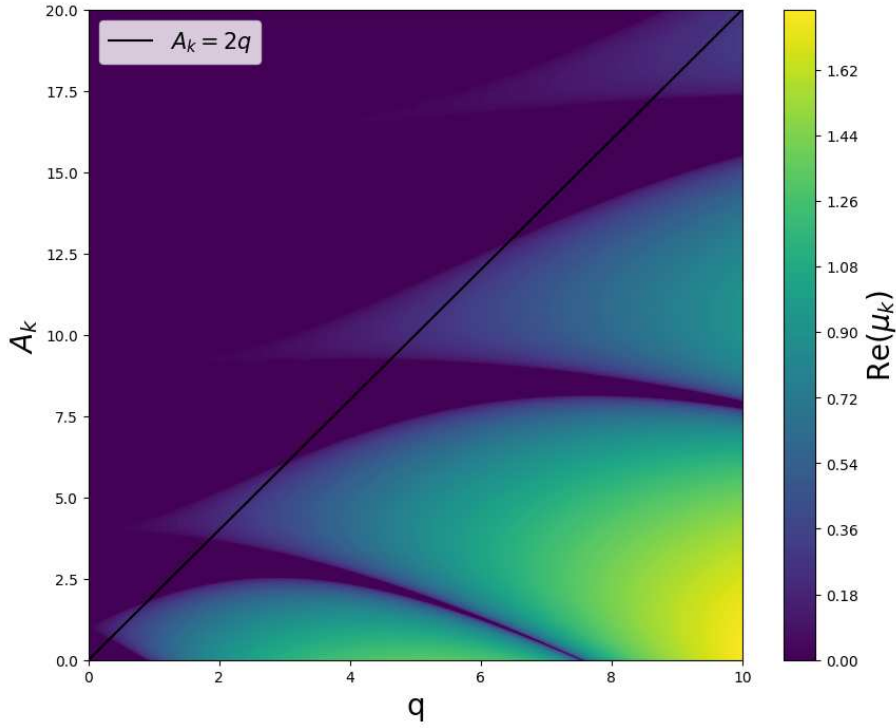


Figura 4: Gráfico de las regiones de inestabilidad de la ecuación de Mathieu (conocido en inglés como 'instability chart'). Las regiones más oscuras tienen exponentes de Floquet negativos y por lo tanto no se amplifican, y las regiones mas claras se amplifican con exponentes positivos. Se observa una estructura de bandas en A_k , que depende del modo de Fourier, que en el límite de $q \rightarrow 0$ están en los valores $A_k \approx n^2$, donde n es la n -ésima banda. También observamos que la amplificación es mayor en el caso de la resonancia ancha con $q \gtrsim 1$. Estamos considerando $m_\chi \ll m$ y entonces los valores de los parámetros que nos son relevantes son $A_k \geq 2q$, lo que es necesario para que $k^2 \geq 0$.

Como vimos anteriormente, una vez finalizada la etapa inflacionaria la amplitud de las oscilaciones del inflatón es $\Phi \sim m_p$ y entonces esperamos que el coeficiente q sea $q \gg 1$, lo que es válido para $g \gtrsim m/m_p \sim 10^{-6}$. Por esto esperamos que la resonancia en este modelo sea ancha, lo que genera una amplificación mucho mayor que en el caso angosto y hace necesario otro método de cálculo. En el panel derecho de la figura (5) vemos un gráfico para el caso ancho en donde utilizamos los parámetros $q = 2 \cdot 10^2$ y $A = 2q$, con A elegido tal que la amplificación sea máxima. Observamos que este caso tiene un comportamiento completamente diferente al angosto, ya que el número de ocupación es prácticamente constante excepto en los momentos en que el inflatón atraviesa el mínimo del potencial. Notar que para q grande estamos considerando en (36) una frecuencia $\omega(z) = 2q^{1/2}g(z)$ donde $g(z)$ tiene un período $\pi \ll q^{1/2}$, con lo que vemos que el campo de materia realiza $\mathcal{O}(q^{1/2})$ oscilaciones en lo que el inflatón realiza una sola. Vemos que la frecuencia varía adiabáticamente siempre que el inflatón no esté cerca del mínimo y que, cuando lo hace, se rompe la 'condición de adiabaticidad' [37]

$$\frac{\dot{\omega}(t)}{\omega^2(t)} \ll 1. \quad (39)$$

En base a la teoría WKB sabemos que siempre que la frecuencia sea adiabática el número de ocupación se conserva y, por lo tanto, la producción de partículas en el régimen de resonancia ancha sucede solamente cuando el inflatón cruza el origen. Esta es la razón por la que graficamos el número de ocupación y no la evolución del campo χ_k , que oscila violentamente y no tiene una interpretación clara.

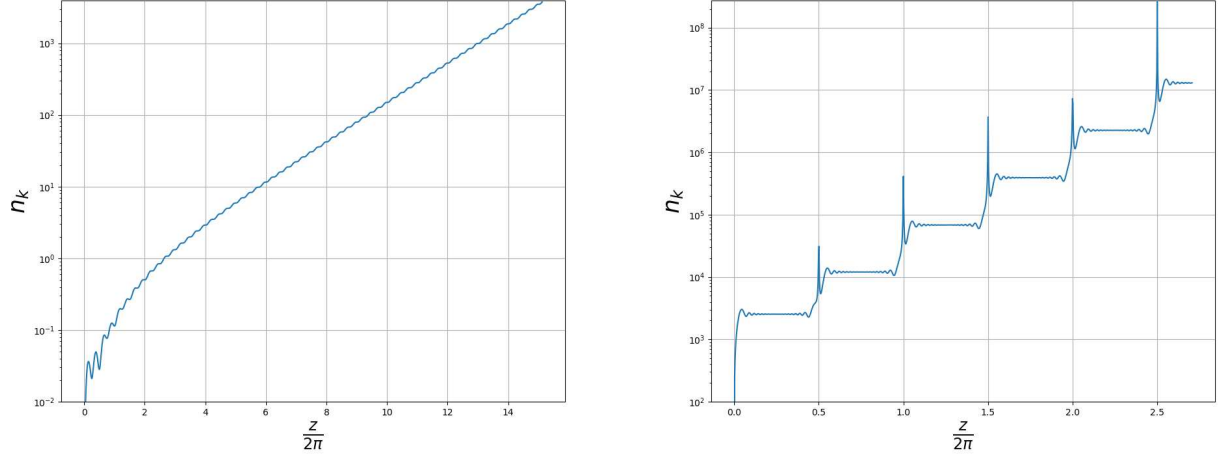


Figura 5: Número de ocupación en función del tiempo, en unidades del período de oscilación del inflatón, para el caso de resonancia paramétrica angosta, a la izquierda, y para resonancia ancha, a la derecha. Los valores de los parámetros utilizados son $q = 0,1$ y $A_k = 1$, para el caso angosto, y para el caso ancho $q = 2 \cdot 10^2$ y $A_k = 2q$, donde los valores de A_k fueron elegidos para que la amplificación sea máxima. Vemos que en el caso angosto el número de partículas crece continuamente y se estabiliza rápidamente a un crecimiento exponencial, pero en el caso ancho observamos producción de partículas solamente en los instantes en que el inflatón cruza el cero. Lejos de los ceros del inflatón el número de partículas es prácticamente constante. En el caso de la resonancia paramétrica angosta obtenemos, a partir de la solución numérica, el coeficiente de Floquet $\mu_k \approx 0,05$, lo que concuerda con lo calculado perturbativamente. En el límite de resonancia paramétrica ancha el coeficiente resulta $\mu_k = 0,27$, que es muy cercano al máximo valor posible.

Se puede estimar la producción de partículas a través de una ruptura de adiabaticidad utilizando el método de las transformaciones de Bogoliubov, lo que también nos va a servir para cuando consideremos la expansión del universo [16]. Vamos a escribir la solución a una ecuación de tipo oscilador armónico con frecuencia variable $f_k'' + \omega_k^2(z)f_k = 0$, en donde $\omega_k(z)$ no es necesariamente periódica, según

$$f_k(z) = \frac{\alpha(z)}{\sqrt{2\omega_k(z)}} e^{-i \int dz \omega_k(z)} + \frac{\beta(z)}{\sqrt{2\omega_k(z)}} e^{i \int dz \omega_k(z)} \quad (40)$$

donde α, β son los coeficientes de Bogoliubov. Dado que aumentamos los grados de libertad podemos elegir un gauge, que se elige tal que la derivada de esta expresión resulta de derivar la exponencial pero no a α, β, ω . Con esto obtenemos un conjunto de dos ecuaciones para estas dos funciones

$$\begin{aligned} \alpha_k' &= \frac{1}{2} \frac{\omega_k'}{\omega_k} e^{2i \int dz \omega_k} \alpha_k \\ \beta_k' &= \frac{1}{2} \frac{\omega_k'}{\omega_k} e^{-2i \int dz \omega_k} \beta_k. \end{aligned} \quad (41)$$

Las condiciones iniciales son de frecuencia positiva ($\alpha_k = 1$ y $\beta_k = 0$) y la mezcla entre soluciones de frecuencia positiva y negativa es un efecto cuántico que lleva a la creación de partículas, lo que se puede ver a partir del valor de expectación del número de ocupación

$$\langle n_k \rangle = |\beta_k|^2 = \frac{\omega_k}{2} \left(\frac{|\dot{f}_k|^2}{\omega_k^2} + |f_k|^2 \right) - \frac{1}{2}. \quad (42)$$

Con esta expresión justificamos la estimación que hicimos anteriormente. Notemos que si la frecuencia varía adiabáticamente, lo que implica $\dot{\alpha}_k = \dot{\beta}_k = 0$, entonces n_k es constante (decimos que es un invariante adiabático). Esta forma de resolver la ecuación del oscilador es muy general y válida al incorporar la expansión del universo.

La observación de que la evolución de $f_k(z)$ es adiabática entre los tiempos en que el inflatón cruza el origen $z_j = (2l + 1)\frac{\pi}{2}$, con l entero, simplifica mucho el análisis dado que tanto α_k^j como β_k^j , los coeficientes de Bogoliubov para tiempos $z_{j-1} < z < z_j$, son constantes [17]. Por lo tanto, solo es necesario encontrar la transformación de Bogoliubov que nos lleva de una ruptura de adiabaticidad a la siguiente para luego calcular el número de partículas a todo tiempo usando $n_k = |\beta_k|^2$. Además, otra simplificación muy grande que tenemos en el modelo monomial cuadrático es que para tiempos cercanos a una ruptura de adiabaticidad la frecuencia en (36) es $\omega_k^2(z) \approx A_k - 2q + 4q(z - z_j)^2$ (cuadrática en k y en z), lo que reduce el problema a uno de dispersión de ondas por un potencial parabólico [39]. El resultado es que el coeficiente de Floquet, definido mediante el número de ocupación luego de la j -ésima ruptura de adiabaticidad $n_k^{j+1} = n_k^j \exp(2\pi\mu_k^j)$, en el límite de $n_k \gg 1$ (una vez hayan transcurrido algunas oscilaciones del inflatón), es

$$\mu_k^j = \frac{1}{2\pi} \ln \left[1 + 2e^{-\pi\kappa^2} - 2 \sin \theta_k^j \sqrt{e^{-\pi\kappa^2}(e^{-\pi\kappa^2} + 1)} \right] \quad (43)$$

con $\kappa^2 = \frac{A_k - 2q}{2\sqrt{q}}$ y $\theta_k^j = 2 \int_0^{z_j} dz \omega_k(z)$, que corresponde con la fase acumulada al tiempo z_j (acá despreciamos otros términos que no nos van a ser relevantes, ver [17]). Notar que para $\pi\kappa^2 \gg 1$ no hay creación de partículas, con lo que podemos estimar el rango de parámetros que generan amplificación exponencial pidiendo que $\kappa^2 \leq \pi^{-1}$ para obtener

$$k^2 + m_\chi^2 \leq \frac{gm\Phi}{\pi}. \quad (44)$$

Esta es una de las razones por las que el escalar de materia χ no puede ser demasiado masivo dado que si lo fuera podría no haber amplificación de ningún modo de Fourier. Los dos primeros términos en (43) corresponden a creación inducida de partículas mientras que el coseno aparece debido a las coherencias cuánticas entre pares de partículas creadas¹³. Notar que el coeficiente de Floquet tiene un valor máximo $\mu_k^j = \frac{1}{\pi} \ln(1 + \sqrt{2}) \approx 0,28$ que corresponde a $\kappa = 1$ y $\sin \theta^j = -1$. Podemos calcular de forma general el número de partículas a tiempo z haciendo

$$n_k(z) = \frac{1}{2} e^{2\pi \sum_j \mu_k^j} \approx \frac{1}{2} e^{2 \int^z dz \mu_k(z)} \quad (45)$$

donde permitimos dependencias temporales del coeficiente de Floquet. Podemos ver que el número de ocupación decae exponencialmente con k^2 , por lo que esperamos que la amplificación suceda hasta algún cutoff. Además, notar que este análisis es completamente no perturbativo dado que la dependencia de la producción de partículas con la constante de acoplamiento g es $\sim \exp(-1/g)$, que es una función no analítica y no puede ser obtenida a partir de teoría de perturbaciones. Por último, con el método de la máxima pendiente podemos integrar la expresión (45) para obtener el número de ocupación comóvil total del campo de materia [17]

$$n_\chi(z) = \frac{1}{(2\pi a(z))^3} \int d^3k \frac{1}{2} \exp(2\tilde{\mu}_k z) \approx \frac{k_*^3}{64\pi^2 a^3 \sqrt{\pi \tilde{\mu} z}} \exp(2\tilde{\mu} z) \quad (46)$$

donde $\tilde{\mu}$ es el máximo coeficiente de Floquet y k_* es un momento característico. Encontrando estos dos parámetros se puede estimar el número de ocupación del campo de materia en función del tiempo, lo que usaremos como valor representativo de la cantidad de producción de partículas.

¹³Al escribir la ecuación en el límite de n_k grande estamos ignorando términos que corresponden a creación espontánea, dado que se vuelven rápidamente despreciables respecto a los que corresponden a creación inducida.

Además nos permite calcular su densidad de energía, que es fundamental para determinar el comienzo del efecto de retroacción sobre el inflatón.

En base a las fórmulas obtenidas para el coeficiente de Floquet podemos calcular la producción de partículas en el caso de resonancia paramétrica ancha ignorando la expansión del universo. Como ya vimos, tanto A_k como q son constantes y entonces el coeficiente de Floquet μ_k^j también es constante. La fase acumulada es múltiplo de la fase integrada entre tiempos z_j y z_{j+1} . Se puede calcular este coeficiente para los modos que son amplificados, lo que resulta en [17]

$$\mu_k = \frac{1}{\pi} \ln \left(|\cos \Theta| \sqrt{1 + e^{-\pi \kappa^2}} + \sqrt{(1 + e^{-\pi \kappa^2}) \cos^2 \Theta - 1} \right) \quad (47)$$

con

$$\Theta \approx 4\sqrt{q} + \frac{1}{4}\kappa^2 (\ln q + 9,5) + \mathcal{O}(\kappa^6). \quad (48)$$

En la figura 6 se puede ver un gráfico del coeficiente de Floquet μ en función de κ^2 para $q = (32\pi)^2$, donde graficamos la solución analítica y la numérica, obtenida a partir de resolver la ecuación de Mathieu. Podemos ver que los momentos se amplifican en bandas resonantes y que la solución analítica concuerda con la numérica en la primera, pero da un resultado aproximado para la segunda, que puede mejorarse calculando órdenes superiores en κ^2 . Notar que es posible producir partículas del escalar χ con momento mayor que la masa en reposo del inflatón $k \geq m$, lo que no es posible al trabajar de forma perturbativa. Esta es otra de las características distintivas de la resonancia paramétrica, que solo sucede en el caso ancho.

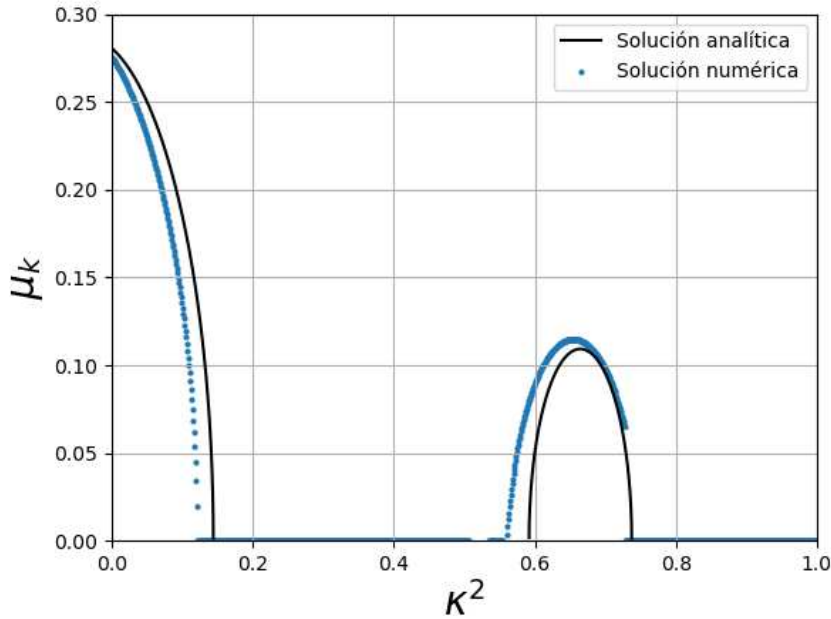


Figura 6: Coeficiente de Floquet en función de $\kappa^2 = \frac{m}{g\Phi}(k^2 + m_\chi^2)/m^2$ para $q = (32\pi)^2$. Se grafica la solución numérica, obtenida al resolver la ecuación de Mathieu (36), y la analítica, a partir de (47) y (48). Se observa la estructura de bandas que posee el coeficiente de Floquet, y vemos que la solución analítica coincide con la numérica en la primera banda pero falla en la segunda.

Pasamos a estudiar la ecuación de Mathieu considerando la expansión del universo. Podemos transformar la ecuación (35) definiendo $f_k(z) = a^{3/2}\chi_k(z)$, con a el factor de escala, para obtener la ecuación de un oscilador armónico con frecuencia

$$\omega_k^2(z) = A_k(z) - 2q(z) \cos(2z) + \Delta(z) \quad (49)$$

con $\Delta = -\frac{3}{4}[(a'/a)^2 + 2a''/a]$. Este último término puede ser despreciado dado que $H^2/m^2 = (a'/a)^2 \sim a''/a \ll 1$, lo que se puede ver a partir de la ecuación de Friedmann y es válido dado que una vez que comienzan las oscilaciones $\Phi \ll m_p$. Por lo tanto, la ecuación tiene la misma forma que la que ya estudiamos pero ahora tanto A_k como q dependen del tiempo

$$\begin{aligned} A_k(z) &= \frac{1}{m^2} \left(\frac{k^2}{a^2(z)} + m_\chi^2 \right) + 2q(z) \\ q(z) &= \frac{1}{4} \frac{g^2 \Phi^2(z)}{m^2} = \frac{1}{4} \frac{g^2 \Phi_0^2}{m^2} a^{-3}(z). \end{aligned} \quad (50)$$

Utilizando lo que vimos en el caso de la resonancia angosta en Minkowski podemos estimar los valores de q necesarios para que exista una producción de partículas que le gane a la expansión del universo. Para un dado modo k dentro de una banda resonante pedimos que, en un tiempo de Hubble, el número de ocupación $n_k \sim \exp(\mu_k m H^{-1})$ crezca lo suficiente, lo que lleva a $q \gtrsim \frac{1}{4}$. Por lo tanto, el caso relevante para el Recalentamiento cosmológico es el de resonancia paramétrica ancha en un universo en expansión.

Todo el procedimiento que hicimos hasta la ecuación (44) es válido pero ahora κ^2 depende del tiempo y además cambia la forma de la fase acumulada, lo cual es la diferencia más relevante. Calculamos a esta cantidad entre dos ceros consecutivos del inflatón [17]

$$\theta_k^j = \theta_k^{j-1} + 2 \int_{z_j}^{z_{j+1}} dz \omega_k(z) \approx \theta_k^{j-1} + 8\sqrt{q_0} z_j^{-1} + \mathcal{O}(\kappa^2) \quad (51)$$

donde integramos perturbativamente en $\kappa^2 = (A_k - 2q)/2\sqrt{q}$ (los modos que dominan la amplificación). Además, en la segunda igualdad utilizamos $\Phi(z) = \Phi_0 z^{-1}$. Para fijar el valor inicial q utilizamos el valor del campo ϕ al final de inflación $\Phi_0 \sim 2m_p$, como vimos en la sección 2.4 para el potencial monomial, lo que resulta en $q_0 = gm_p/m$. Notemos que si la variación de la fase entre dos ceros consecutivos, $\delta\theta_k^j = \theta_k^j - \theta_k^{j-1} \sim q_0^{1/2} j^{-2}$, es mucho mayor que π , la fase acumulada puede ser considerada un número aleatorio dentro del intervalo $(0, 2\pi)$. Esto será así mientras $\delta\theta_k^j \gtrsim \pi$, lo que sucede durante

$$N_s \approx \frac{q_0^{1/4}}{\sqrt{2\pi}} \quad (52)$$

oscilaciones del inflatón. Dado que la fase θ_k^j es uno de los parámetros que controla el coeficiente de Floquet, y que en particular determina si crece o decrece el número de partículas, esperamos que μ_k también sea un número aleatorio. Podemos ver que esta cantidad crecerá la mayoría de las veces a partir de (43) notando que para los modos que más se amplifican el número de partículas crece siempre que $\sin \theta_j < 2^{-1/2}$, lo que sucede el 75 % de las veces. Podemos obtener el valor medio del coeficiente (43) integrando con una distribución de probabilidad constante en θ_k^j , lo que resulta en [40]

$$\langle \mu_k \rangle(z) = \frac{1}{2\pi} \ln [1 + e^{-\pi \kappa^2(z)}] \quad (53)$$

donde recordemos que

$$\kappa^2(z) = \frac{1}{gm\Phi(z)} \left(\frac{k^2}{a^2(z)} + m_\chi^2 \right). \quad (54)$$

Vemos que la amplificación máxima es para los momentos más chicos y que su valor, $\mu \approx 0,11$, es cercano a la mitad del máximo posible ($\approx 0,28$). Este tipo de resonancia en donde la cantidad de partículas puede aumentar o disminuir aleatoriamente se conoce como 'resonancia estocástica' [17], lo que sucede si q_0 es suficientemente grande. En la figura 7 se observa una solución numérica de la situación considerada en donde se puede ver que la creación de partículas sigue ocurriendo

en los ceros del inflatón, pero que ahora la cantidad de partículas puede crecer o disminuir. Se puede ver que aumenta la mayoría de las veces, y que al promediar todos los valores de μ_k^j , definido según $n_k^{j+1} = n_k^j \exp(2\pi\mu_k^j)$, obtenemos el valor $\langle\mu_k\rangle = 0,107$. Este valor concuerda con el resultado analítico $\langle\mu_k\rangle = 0,11$ obtenido en (53).

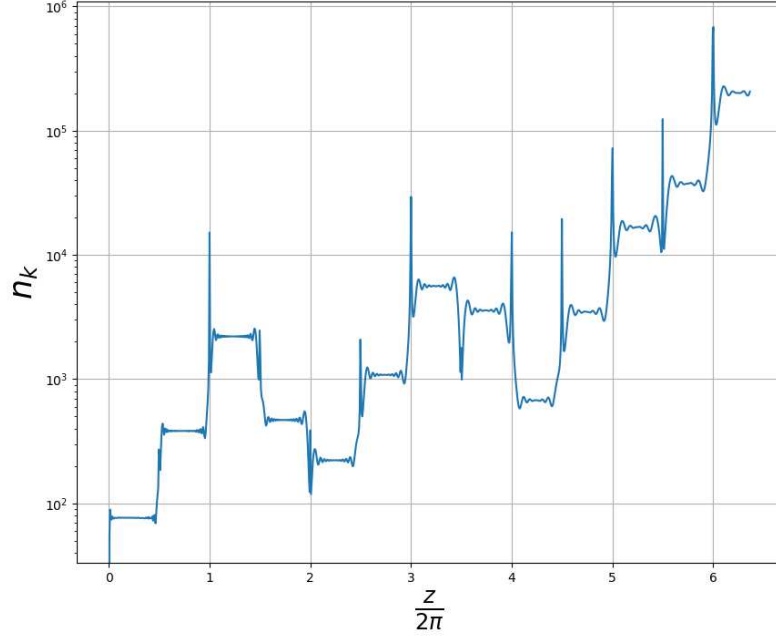


Figura 7: Número de ocupación comóvil en función del tiempo, en unidades del período de oscilación del inflatón, para el caso de resonancia paramétrica ancha incluyendo la expansión del universo. Los valores de los parámetros utilizados son $q_0 = 2 \cdot 10^4$ y $A_{k,0} = 2q_0$. Al igual que en el caso sin expansión, el número de partículas cambia solamente cuando el inflatón atraviesa el mínimo del potencial, pero ahora esta cantidad puede aumentar o disminuir, aunque vemos que se amplifica dado que aumenta más veces que las que disminuye. Se puede verificar numéricamente que la forma del gráfico cambia mucho incluso ante pequeñas variaciones de q_0 . El coeficiente de Floquet es $\langle\mu_k\rangle = 0,107$, que es muy cercano al valor teórico $\mu_k = 0,11$.

Como vimos aquí, en el contexto cosmológico la amplificación del campo χ frena debido a la expansión del universo ya que esta hace que los parámetros A_k y q disminuyan, lo que eventualmente vuelve ineficiente a la resonancia. Sin embargo, una vez que la amplificación es tal que la retroacción y la dispersión múltiple se vuelvan relevantes, estos modifican la dinámica de ambos campos y la resonancia finaliza rápidamente. En la sección 4.1 resolveremos la dinámica una vez que estos efectos se vuelven importantes, para luego calcular la duración del período de Precalentamiento y el número de partículas producidas.

Por último, comentamos otros modelos notables de Precalentamiento estudiados en la literatura. El primero es el modelo con potencial $V = \frac{\lambda}{4}\phi^4$, que es el caso con $p = 2$ pero donde redefinimos los parámetros para trabajar con la forma del potencial más usual. Al considerar la interacción $\frac{1}{2}g^2\phi^2\chi^2$, y despreciando la masa de ambos campos, se puede trabajar con una teoría conforme y por lo tanto permite ignorar sin la expansión del universo [41]. Una de las diferencias importantes de este modelo, respecto del considerado en esta Tesis, es que en este la retroacción y las fluctuaciones de ambos campos (ϕ y χ) son dos efectos importantes dado que desplazan los momentos fuera de las bandas resonantes, eventualmente finalizando la resonancia. Estas bandas resonantes dependen del cociente g^2/λ y, en particular, puede existir una única banda, un número finito de bandas o un número infinito de bandas. Si bien la estructura de las bandas

resonantes es diferente, el máximo valor del coeficiente de Floquet es el mismo que en el caso estudiado en esta Tesis, que corresponde a los momentos más chicos para los valores $g^2/\lambda = 2l^2$, con l entero. En [42] consideran este potencial inflacionario pero acoplado solamente a un fermión mediante el término de interacción $h\bar{\psi}\phi\psi$, con h la constante de acoplamiento. Antes de que este trabajo fuera realizado se creía que la producción de fermiones podía ser estudiada con la teoría perturbativa, dado que estos tienen una cota máxima de $n_k \leq 1$. Sin embargo, se encontró que también existe una amplificación resonante de fermiones. Estos se siguen produciendo en los ceros del inflatón pero, a diferencia del caso bosónico, en escalas temporales mucho mayores que la de oscilación del inflatón. Además, el número de ocupación de los fermiones se vuelve oscilante $\langle n_k \rangle_{t \gg T} = F_k \sin^2(\nu_k \eta)$, con T el período de oscilación del inflatón y η el tiempo conforme. El parámetro de la resonancia es $q = h^2/\lambda$, que es el que controla la escala temporal de la creación de fermiones y la cantidad de estos que se producen. Esta escala temporal es del orden de ~ 10 oscilaciones del inflatón, a diferencia de las 10^{14} que predice el cálculo perturbativo. Vemos entonces que estas partículas también se producen de forma resonante pero en mucha menor cantidad que los bosones dado que, como vimos, el número de ocupación de estos últimos crece exponencialmente.

3.3. Producción gravitatoria

La producción gravitatoria es un mecanismo que logra generar partículas solamente mediante su interacción con el campo gravitatorio, lo que vuelve a esta clase de modelos interesantes debido a que esta interacción siempre está presente. Además, esta clase de modelos evita la necesidad de imponer acoplamientos elegidos de manera arbitraria entre el inflatón y los campos acoplados a este, ya que la gravedad genera un acoplamiento natural entre estos. La producción de partículas es generada por la variación de la métrica del universo, determinada por la evolución del campo del inflatón. En estos modelos el inflatón es un campo externo que no está acoplado de forma directa con los campos de materia y por lo tanto no es importante su dinámica, ya que asumiendo un universo de FLRW solamente necesitamos conocer la evolución del factor de escala. Al trabajar con campos en espacios curvos no existe una elección única del vacío de una teoría cuántica, ni tampoco una separación entre soluciones de frecuencia positiva y negativa [16]. Como vimos en el modelo con resonancia paramétrica, la producción de partículas sucede por la mezcla entre frecuencias positivas y negativas, que está asociada a la interacción entre el inflatón y los campos producidos. En el caso de la producción gravitatoria es la variación del campo gravitatorio externo la que modifica la frecuencia de oscilación de los campos presentes, lo que en el vacío final se identifica como partículas producidas.

Esta forma de producción de partículas mediante acoplamientos únicamente con la gravedad pueden estudiarse de diversas maneras. Una forma es utilizar el método de las transformaciones de Bogoliubov para tener en cuenta la variación de la frecuencia de los campos producidos, que es lo que veremos aquí. Otra forma de realizar este cálculo, y que en los últimos años está siendo muy explorada, es considerar de forma perturbativa el decaimiento de dos inflatones hacia un gravitón en el proceso $\phi\phi \rightarrow h_{\mu\nu}$. Luego, ese gravitón decae hacia dos partículas del campo χ en el proceso $h_{\mu\nu} \rightarrow \chi\chi$. Esto da un esquema que permite calcular de forma analítica la cantidad de partículas producidas del campo χ [43], pero en el que no profundizaremos en esta Tesis.

Ante una variación del campo gravitatorio externo este mecanismo excita a todos los campos del modelo estándar excepto los que tengan invarianza conforme, que se puede romper introduciendo acoplamientos adicionales o acoplamientos no mínimos con la gravedad. Existen diversos modelos de producción gravitatoria que consideran campos escalares, fermiones o de gauge [44], cuyo acoplamiento con la gravedad puede ser mínimo o no. En esta Tesis vamos a considerar el caso más sencillo de un campo escalar que interactúa no mínimamente con la gravedad, cuya

acción es

$$S(\chi) = -\frac{1}{2} \int d^4x \sqrt{-g} (m_\chi^2 + \xi R) \chi^2 \quad (55)$$

en donde ξ es el coeficiente que acopla al campo χ con el escalar de Ricci (R). En este caso es útil trabajar en tiempo conforme $dt = a d\eta$ y realizar la misma descomposición de Fourier que en (34), pero para el campo $\tilde{\chi} = a(\eta)\chi$. Estas redefiniciones llevan a una ecuación de tipo oscilador armónico para $\tilde{\chi}_k(\eta)$, con frecuencia

$$\omega^2(\eta) = k^2 + a^2(\eta)m_\chi^2 + (\xi - 1/6)a^2(\eta)R(\eta). \quad (56)$$

Para resolver esta ecuación se utiliza el método de la transformación de Bogoliubov (40), que resulta en las ecuaciones (41) para los coeficientes de Bogoliubov. En este caso, en el que la métrica del espacio-tiempo está cambiando, se tiene que tener un poco más de cuidado respecto a la evaluación de los coeficientes α_k y β_k debido a que el vacío de la teoría debe estar bien definido [16]. Esto debe hacerse a tiempos largos (una vez que la métrica se estabiliza, lo que sucede después del fin de inflación), en los que el número de partículas en un volumen comóvil es $n_\chi = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} |\beta_k|^2$. Para calcular esta cantidad en el contexto de Recalentamiento se debe resolver para $\alpha_k(\eta)$ y $\beta_k(\eta)$ durante cada época (de Sitter, dominancia de materia o dominancia de radiación) y pegar con continuidad a la función $\tilde{\chi}_k$ y su derivada en las transiciones de una época a la siguiente, y luego tomar el límite $\eta \rightarrow \infty$.

En esta sección vamos a comentar los resultados analíticos que permiten obtener el número de ocupación en el espacio de momentos¹⁴, considerando una transición de inflación, donde el universo es de deSitter, hacia un universo dominado por materia. Los modos en la parte infrarroja del espectro $k < H_e$ (los subíndices 'e' indican siempre las cantidades evaluadas al finalizar inflación) salen del horizonte antes del fin de inflación, por lo que hay que calcular las fluctuaciones producidas durante esta etapa teniendo en cuenta el acoplamiento no mínimo [46]. Esto hace que para un acoplamiento conforme con la gravedad, con $\xi = 1/6$, la parte infrarroja del espectro vaya como $\sim k^2$ y para un acoplamiento mínimo es $\sim \text{cte}$. Para modos con $k \ll H_e$ se suele estimar la forma del espectro considerando decaimientos perturbativos desde el inflatón hacia el campo χ que están mediados por gravitones. Esto resulta en un número de ocupación que decae como $\sim k^{-3/2}$ para el caso de $m_\chi \ll H_e$. Todos estos resultados son confirmados por las simulaciones numéricas realizadas en [44], donde logran obtener el número de ocupación n_k para un modelo inflacionario con potencial cuadrático. En la figura 8 se puede ver el número de ocupación comóvil del campo χ , normalizado por el parámetro de Hubble al final de inflación H_e , en función de k/H_e . Estos números de ocupación están evaluados a tiempos asintóticamente largos, cuando el coeficiente de Bogoliubov β_k se estabiliza. Podemos ver que el caso del acoplamiento conforme con la gravedad $\xi = 1/6$ produce mucha menos cantidad de partículas que en el caso del acoplamiento mínimo. Vemos que las aproximaciones analíticas dan las dependencias funcionales correctas de n_k con k .

3.4. Inestabilidad espinodal

La descomposición espinodal es un mecanismo por el cual un sistema termodinámico de una única fase se separa espontáneamente en dos. Cuando esto sucede se desestabilizan las escalas grandes del sistema y se genera una amplificación de estos modos, conocida como la inestabilidad espinodal. En el caso de la teoría de campos [47], y en particular en el modelo de inflación híbrida, esto sucede cuando se da la ruptura de simetría del campo χ y este adquiere una masa efectiva negativa $m_{\chi,ef}^2 < 0$. Esto hace que los modos con momento menor que esta masa ($k \leq |m_{\chi,ef}|$) obedezcan una ecuación de tipo oscilador armónico con frecuencia imaginaria, lo que resulta en soluciones que crecen exponencialmente. Eventualmente, luego de que se amplifican los momentos

¹⁴Para un tratamiento analítico completo de todo lo que será mencionado aquí, ver [45].

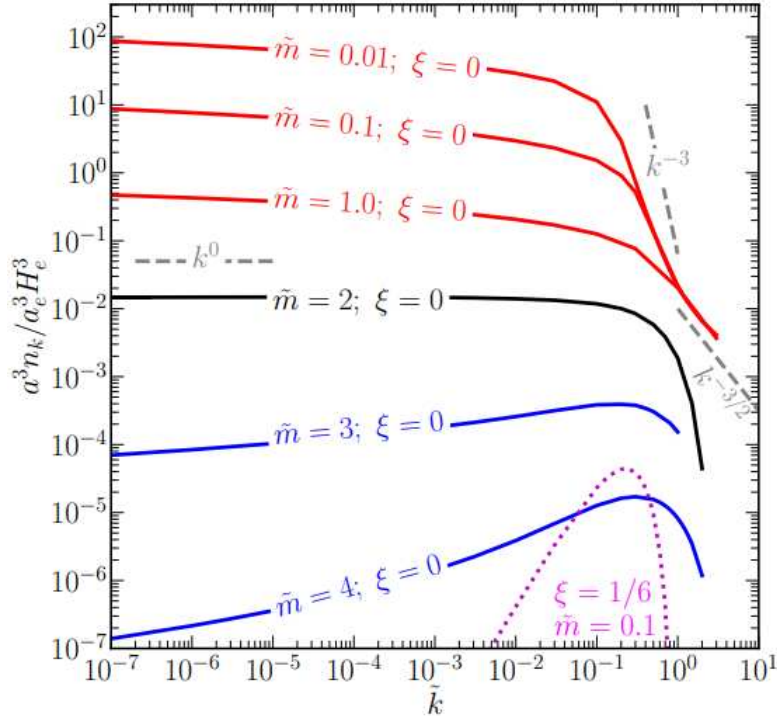


Figura 8: Número de ocupación del campo χ en función del momento k . Las cantidades con tilde están adimensionalizadas con H_e , el parámetro de Hubble al finalizar inflación. Se puede ver que para el caso acoplado mínimamente con la gravedad se forma un espectro plano en el infrarrojo, y que para modos por encima de $k \sim H_e$ el espectro cae muy rápidamente $\sim k^{-3/2}$. En el caso del acoplamiento conforme la producción de partículas es mayor cuanto más grande sea la masa del campo de materia, lo que es de esperar dado que si $m_\chi = 0$ la teoría tiene invarianza conforme y no hay producción de partículas. Imagen extraída de [46].

en el infrarrojo del espectro, los términos de potencias superiores en χ (en este caso $\sim \chi^4$) se vuelven relevantes y la masa efectiva tiende a cero desde abajo. Esta transferencia de energía explosiva desde el inflatón, que aún no ha llegado al mínimo de su potencial, hacia el campo escalar χ vacía de energía a ϕ impidiendo la existencia de las oscilaciones de este campo.

Consideramos la teoría de inflación híbrida en la que hay dos campos escalares, el inflatón ϕ y un escalar de materia χ , cuyo potencial es (20). Este modelo de producción de partículas se suele denominar 'Precalentamiento taquiónico', y sus ecuaciones de movimiento son

$$\begin{aligned} \ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + (m^2 + g^2\chi^2)\phi &= 0 \\ \ddot{\chi} + 3H\dot{\chi} - \nabla^2\chi + (-m_\chi^2 + g^2\phi^2 + \lambda\chi^2)\chi &= 0. \end{aligned} \quad (57)$$

Como ya vimos, durante inflación el inflatón evoluciona en un régimen de rodadura lenta hasta que llega al valor en el cual se rompe la simetría $\phi_c = m_\chi/g$, en donde ambos campos caen abruptamente al mínimo. Para estudiar la dinámica de esta caída vamos a asumir que para cada valor de $\phi < \phi_c$ el campo χ se encuentra siempre en el mínimo local dado por $\chi^2 = (m_\chi^2 - g^2\phi^2)/\lambda$, en donde estamos considerando que este campo reacciona mucho más rápido que el inflatón. Además, en base a las cotas vistas en la sección 2.4.3 vamos a considerar que el inflatón es mucho menos masivo que el escalar de materia [48]. Usando esto en la ecuación del inflatón la dinámica de la caída al mínimo, sin expansión del universo, resulta en oscilaciones armónicas de frecuencia $\frac{g}{\sqrt{\lambda}}m_\chi$. Notemos que si bien no estamos considerando la retroacción de forma exacta, sí se está considerando de forma aproximada dado que el campo χ entra en la ecuación de ϕ de la forma $\chi = \chi(\phi(t))$, lo que cambia la frecuencia de oscilación del inflatón (que si no hubiera retroacción sería la masa del mismo). En principio, vemos que el inflatón oscilará hasta que la

expansión del universo sea relevante.

Para resolver la dinámica de las fluctuaciones del campo χ vamos a despreciar la expansión del universo y, en una primera aproximación, asumir que la masa efectiva del campo χ varía inmediatamente desde 0 hasta $-m_\chi^2$ [48], lo que se conoce como un 'quench' instantáneo. También vamos a considerar la dinámica linealizada al despreciar el término cúbico de la segunda ecuación de (57) (que corresponde al término $\sim \chi^4$ del potencial), lo que es válido siempre que $\chi \ll m_\chi$. La ecuación para los modos luego del quench es

$$\chi_k'' - \frac{\lambda}{g^2}(1 - k^2/m_\chi^2)\chi_k = 0 \quad (58)$$

en donde χ_k es un operador, dado que estamos considerando campos cuánticos, y donde adimensionalizamos con la frecuencia de oscilación del inflatón $z = \frac{g}{\sqrt{\lambda}}m_\chi t$. Vemos que m_χ actúa como un cutoff ya que solamente se amplifican los modos $k \leq m_\chi$. Resolviendo la ecuación obtenemos

$$\chi_k(z) = \chi_k(0) \cosh\left(z \frac{\sqrt{\lambda}}{g} \sqrt{1 - k^2/m_\chi^2}\right) + \frac{g}{\sqrt{\lambda}} \frac{\chi_k'(0)}{\sqrt{1 - k^2/m_\chi^2}} \sinh\left(z \frac{\sqrt{\lambda}}{g} \sqrt{1 - k^2/m_\chi^2}\right). \quad (59)$$

Notemos que el crecimiento de los modos es similar al modelo con resonancia paramétrica y que, si de forma análoga definimos un coeficiente de Floquet $\chi_k \sim \exp(\mu_k t)$, este resulta

$$\mu_k = \frac{\sqrt{\lambda}}{g} \sqrt{1 - \frac{k^2}{m_\chi^2}}. \quad (60)$$

Es posible comparar este coeficiente con el de la resonancia paramétrica dado que para ambos casos adimensionalizamos con la frecuencia de oscilación del inflatón (que depende del modelo). La diferencia fundamental respecto de la resonancia, en donde vimos que se cumple la cota $\mu_k \leq 0,28$, es que en la inestabilidad espinodal este coeficiente no tiene cota máxima. La máxima amplificación en este modelo es en $k = 0$ con $\mu_k = \sqrt{\lambda}/g$. Por ejemplo, en [48] toman $\lambda/g^2 = 200$ lo que lleva a $\mu \approx 15$, que es aproximadamente dos órdenes de magnitud mayor que en la resonancia paramétrica. Esto hace que, para conseguir cierto número de partículas al finalizar la producción, este modelo necesite 100 veces menos tiempo y que por lo tanto pueda completarse incluso antes de que el inflatón llegue al mínimo del potencial. Cuando haya llegado, habrá perdido una gran parte de su energía y por lo tanto no habrá oscilaciones.

Como condición inicial vamos a considerar un estado de vacío a orden cero en teoría de perturbaciones ('tree level') para calcular la varianza de las fluctuaciones [34]

$$\langle \chi^2 \rangle(z) = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{d^3k'}{(2\pi)^3} \langle \chi_{\mathbf{k}}^*(z) \chi_{\mathbf{k}'}(z) \rangle \approx \frac{m_\chi^2}{32\pi^2} \left(z \frac{\sqrt{\lambda}}{g}\right)^{-1} \exp\left(2 \frac{\sqrt{\lambda}}{g} z\right) \quad (61)$$

que es válida para tiempos largos. Otra cantidad importante para calcular, que como veremos más adelante será muy importante para estudiar la dinámica posterior a la producción de partículas, es el espectro de las fluctuaciones $\langle \chi_{\mathbf{k}}^*(z) \chi_{\mathbf{k}'}(z) \rangle = P(k)(2\pi)^3 \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}')$, cuya expresión para los modos $k \leq m_\chi$ es

$$P(k) = \frac{k}{2} + \frac{m_\chi^2}{2k} \sinh^2\left(z \frac{\sqrt{\lambda}}{g} \sqrt{1 - k^2/m_\chi^2}\right) \quad (62)$$

que es una cantidad que se puede extraer de las simulaciones de Lattice¹⁵.

Para obtener este resultado asumimos, entre otras cosas, que la variación de la masa efectiva del escalar de materia es instantánea. Esta aproximación falla debido a que cuando la masa del

¹⁵Ver sección 6.

escalar es cero el inflatón todavía está rodando lentamente, y entonces no esperamos que caiga tan rápido. Una forma sencilla de mejorar este cálculo es aproximar al campo del inflatón cerca del punto donde ocurre la ruptura ϕ_c usando $\phi(z) = \phi_c - \phi'_c z$, donde ϕ'_c es la velocidad del inflatón al momento de la ruptura, lo que se considera un parámetro libre [48]. Este es el caso de un quench finito. El resultado es que la amplificación para un dado modo comienza a tiempo $z_k = k^2/\omega^3$, donde $\omega^3 = 2\lambda\phi'_c/gm_\chi$, que se puede ver que es distinto para cada uno. A tiempos largos los modos crecen de la forma

$$\chi_k(z) \sim \frac{1}{(\omega z)^{1/4}} \exp\left(\frac{2}{3}(\omega z)^{3/2}\right) \quad (63)$$

donde podemos definir un coeficiente de Floquet efectivo $\tilde{\mu}_k(z) = \frac{2}{3}(\omega^3 z)^{1/2}$, que depende del tiempo. Para comparar con el quench finito tomemos $\phi'_c z = \Delta\phi(z) = \phi_c \delta(z)$ con lo que el coeficiente resulta $\tilde{\mu}_k(z) = \frac{2\sqrt{2}}{3}\mu_k\sqrt{\delta(z)}$, donde μ_k es el coeficiente del quench instantáneo. Vemos entonces que estos se vuelven casi iguales recién cuando $\delta = 1$, lo que sucede en el momento en que la masa efectiva del escalar de materia se vuelve $-m_\chi^2$. Con esto podemos ver que el coeficiente de Floquet en el caso del modelo más realista disminuye respecto del quench instantáneo. La dependencia en k del coeficiente aparece dado que los modos $k \geq \sqrt{\omega^3 z}$ (tales que $z < z_k$) no se habrán amplificado para ese momento y todavía permanecen en vacío, lo que significa que sigue existiendo un cutoff en el espacio de momentos pero que este crece con el tiempo. Todos estos cálculos son válidos hasta cuando inicia la retroacción, ya que para ese momento la masa efectiva del campo χ habrá aumentado lo suficiente como para volverse positiva nuevamente, lo que finaliza la amplificación. Habiendo conseguido la amplificación del campo χ se puede calcular el espectro para tiempos $z \gg z_k$

$$P(k) \approx \frac{m_\chi^2 \sqrt{\omega z}}{24\pi k} \left(\frac{g^2}{\lambda} \frac{\omega^2}{(0,355)^2} + \frac{k^2}{m_\chi^2 (0,259)^2} \right) \exp\left(\frac{4}{3}(\omega z)^{3/2}\right) \quad (64)$$

que es válida para los modos que ya se hayan comenzado a amplificar. Los modos tales que $z < z_k$ siguen en vacío.

En la figura 9 se presentan los resultados de una simulación de Lattice realizada por los autores de [48], en el que consideraron este modelo de Precalentamiento taquiónico en un espacio de dos dimensiones, con parámetros $g = 10^{-4}$ y $\lambda = 200g^2$. En el eje x se están graficando los momentos en unidades de m_χ , y en el eje y el espectro de potencias. Las curvas continuas son los resultados de la simulación para los tiempos en que $\langle \chi^2 \rangle = 10^n$, con $n = 0, 1, 2, 3, 4$, que se observa que van creciendo a medida que pasa el tiempo. Las curvas punteadas son los resultados obtenidos para el espectro en la aproximación del quench finito (64) que vemos que funciona muy bien en los primeros momentos pero que luego empiezan a fallar, cuando $\langle \chi^2 \rangle \approx 10^3$, lo que sucede porque el espectro analítico fue obtenido en la aproximación lineal. Vemos que existe un cutoff y que por arriba de este valor el espectro tiende al espectro de vacío. Entonces, este modelo produce partículas del campo χ distribuidas en un espectro casi plano en el infrarrojo, cuyo cutoff se desplaza lentamente hacia momentos mas grandes. Una vez que la curvatura del potencial se vuelve positiva, lo que siempre sucede para campos con autointeracciones [47], la amplificación frena y ambos campos terminan de caer al mínimo de su potencial, en torno al cuál no se generan oscilaciones con suficiente amplitud como para producir partículas de forma resonante.

Cabe aclarar que el Precalentamiento taquiónico no es el único modelo que logra una producción de partículas mediante una inestabilidad espinodal. Otro modelo interesante es el de 'Ricci Reheating' [49, 50]. Este modelo considera un campo escalar χ que sólo está acoplado no mínimamente con la gravedad. En este modelo el potencial de este campo es

$$V = \frac{1}{2}m_\chi^2\chi^2 + \frac{1}{4}\lambda\chi^4 + \frac{1}{2}\xi R\chi^2 \quad (65)$$

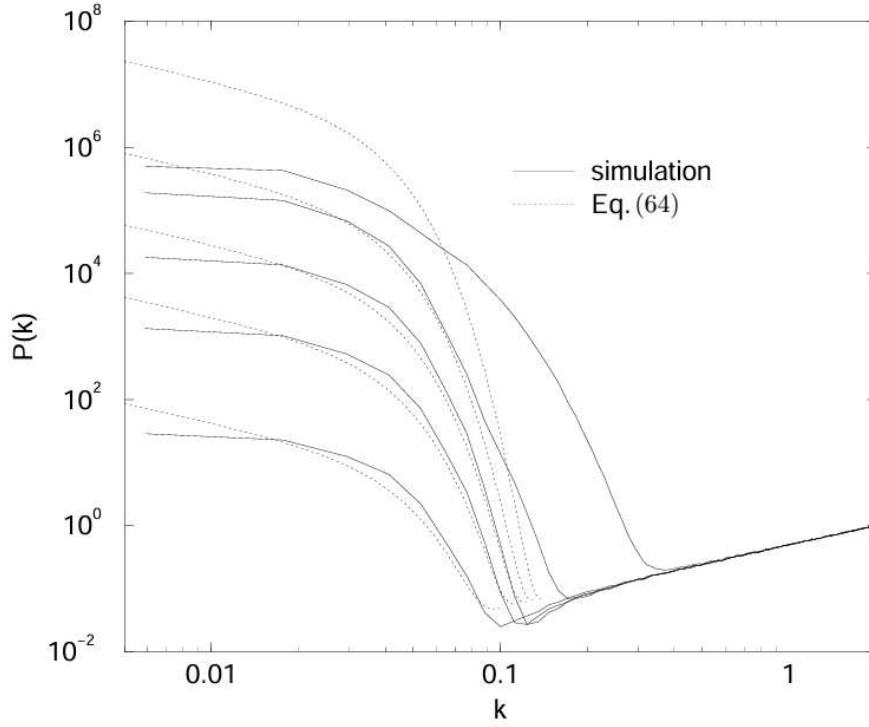


Figura 9: Espectro de potencias del campo χ en función del momento (en unidades de m_χ) luego de la transición de fase, para $g = 10^{-4}$, $\lambda = 200g^2$ y $\phi'_c = 1$. La línea puntuada es el espectro obtenido en la aproximación lineal (ver la expresión en [48]) y la continua es la obtenida con la simulación. Podemos ver el cutoff en el espacio de momentos y el crecimiento del espectro en el rango inercial. Por arriba del cutoff los modos están en vacío lo que verificamos al ver la línea creciente por arriba de este cutoff, que es el espectro de vacío. Imagen extraída de [48].

con $R = 3(1 - 3w)H^2$ el escalar de Ricci. Notemos que si la ecuación de estado del universo es $w > 1/3$, lo que indica que domina la energía cinética, entonces el escalar de Ricci cambia su signo respecto de su valor en inflación¹⁶ $R_e = 12H_e^2$, lo que permite que haya una ruptura de simetría que lleve al campo χ a un nuevo mínimo, que se encuentra en $\chi = H\sqrt{3\xi\lambda^{-1}(3w - 1)}$. Entonces, el mecanismo de producción de partículas es una inestabilidad espinodal que se dispara cuando comienza a dominar la energía cinética del inflatón, lo que genera una frecuencia imaginaria del campo escalar χ y por lo tanto este se amplifica exponencialmente. Los potenciales inflacionarios que pueden generar esta transición deben tener una forma de escalón ya que debe ser muy plano tanto en inflación, para que domine la energía potencial, como posteriormente, para que domine la energía cinética. El inflatón comienza rodando lentamente por la región plana de la cima del escalón para luego transicionar rápidamente a la otra región plana, en donde domina la energía cinética.

El cálculo de la amplificación es muy similar al ya realizado. Expandimos al campo χ en el espacio de Fourier y resolvemos la dinámica de la ruptura de simetría estudiando las ecuaciones para las funciones de modo $f_k(\eta) = a(\eta)\chi_k(\eta)$ escritas en tiempo conforme $d\eta = dt/a$

$$f_k'' + [k^2 + (\xi - 1/6)a^2R] f_k = 0 \quad (66)$$

donde despreciamos la masa del campo, lo que es válido si $m_\chi \ll H_e$, y el término de auto-interacción no lineal, al igual que para el modelo de Precalentamiento taquiónico. Notemos que en este modelo no se puede despreciar la expansión del universo. Vemos entonces que si $R < 0$, lo que sucede si $w > 1/3$, se amplifican los modos que están por debajo del cutoff

¹⁶Los subíndices 'e' se utilizan para las cantidades evaluadas al final de inflación.

$k_c = \sqrt{(\xi - 1/6)a^2|R|}$ siempre y cuando $\xi \geq 1/6$, lo que significa que este mecanismo no funciona para acoplamientos mínimos con la gravedad. El cálculo se puede hacer de la misma forma que en el caso del quench finito en el modelo de Precalentamiento taquiónico, lo que asumiendo una transición instantánea a $w = 1$ resulta en el espectro para el campo χ dado [51, 52]

$$P_k(\eta) \approx \frac{k_c^3}{8ka^2} \left(\frac{z}{\nu} + 1\right)^{2\nu+1} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{k^2}{k_c^2} \frac{(\nu + z)^2}{\nu + 1}\right) \quad (67)$$

en donde se consideran condiciones iniciales de vacío, y donde definimos $\nu = \sqrt{3\xi/2}$ y $z = \chi_k \eta$, con η el tiempo conforme. Este espectro se obtiene en el límite de ν grande y evaluando al cutoff en el comienzo de la amplificación $k_c \approx \sqrt{6\xi} a_k H_k$ (en el momento en que la ecuación de estado llega a $w = 1$). En [52] realizan una simulación en Lattice de esta teoría, considerando el potencial $V = V_0[1 - \tanh(\beta\phi/m_p)]$ que cumple con las condiciones requeridas y genera una transición rápida, que es controlada por el parámetro β . Los dos parámetros del modelo pueden fijarse para cumplir con las cotas actuales del fondo cósmico de microondas. En la figura 10 mostramos el gráfico del espectro adimensional realizado por los autores de [52]. En la izquierda se puede ver el caso en el que no se considera la auto-interacción $\lambda\chi^4$, que es el resultado que se puede obtener analíticamente. Vemos que en este caso el cutoff está fijo y que para tiempos cortos el espectro se corresponde con el analítico, pero que a tiempos posteriores (que en la figura se mide con la cantidad de e-folds que transcurren desde el fin de la inflación) la retroacción del campo χ sobre la ecuación de Friedmann se vuelve relevante y por lo tanto se modifica la dinámica. En la derecha se puede ver el mismo espectro pero considerando el término de auto-interacción, en donde vemos que se mantiene la forma pero que crece mucho menos que en el caso anterior. Esto es similar a lo que vimos en el modelo de Precalentamiento taquiónico, en el cual el cálculo analítico se resuelve linealizando las ecuaciones de movimiento, lo que resultaba en un espectro que se amplificaba más respecto del resultado numérico debido a los efectos de retroacción (figura 9).

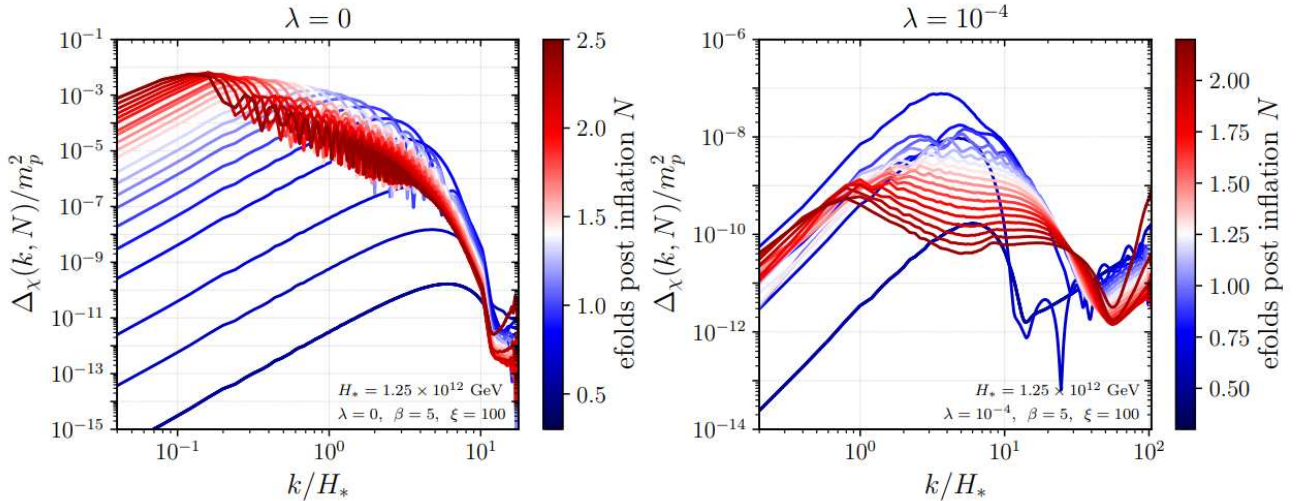


Figura 10: Espectro del campo χ en los momentos iniciales de la ruptura de simetría para el campo libre, a la izquierda, y para el campo con auto-acoplamiento λ , a la derecha. Vemos que en el caso libre se genera mucha amplificación y un cutoff que mantiene su valor, mientras que en el caso interactuante la amplificación es menor y el cutoff se desplaza hacia el ultravioleta. Imagen extraída de [53].

En esta sección vimos dos modelos que producen partículas por una inestabilidad espinodal luego de que los campos de materia adquieran una frecuencia de oscilación imaginaria. Esta inversión del signo de la masa efectiva $m_{\chi,ef}^2$ es consecuencia del acoplamiento directo con el

inflatón, en el caso del Precalentamiento taquiónico, y del acoplamiento no mínimo con la gravedad, en el caso de 'Ricci Reheating'. En el primero de estos modelos las partículas se producen antes de que el inflatón llegue al mínimo y puedan comenzar las oscilaciones, lo que hace que este mecanismo sea muy efectivo. El segundo modelo produce partículas en un potencial que no tiene un mínimo local (esto a veces se conoce como modelos no oscilatorios). Este último modelo ha recibido mucha atención actualmente porque fue planteado para que el inflatón sea el bosón de Higgs [54] (lo que también era así en la idea original de Guth), lo que en uno de los primeros trabajos fue mostrado ser inconsistente ya que para que la teoría fuera estable la temperatura final de Recalentamiento debía ser muy baja [50]. Recientemente surgió un trabajo [55] en el que los autores aseguran que la temperatura puede tener un valor mucho mayor, el cual se obtiene tomando en cuenta correcciones de orden superior en el potencial del Higgs.

4. Recalentamiento

En esta sección estudiaremos los procesos no lineales que ocurren durante Recalentamiento. Estos aparecen debido a la retroacción de los campos producidos sobre la dinámica del inflatón, que hasta aquí no hemos considerado ya que trabajamos con el inflatón como un campo de fondo. Esta retroacción genera acoplamientos entre modos, lo que se puede entender como procesos de dispersión múltiple entre el condensado del inflatón, sus fluctuaciones y las fluctuaciones del campo χ . Estos efectos son extremadamente importantes dado que resultan en el fin de la resonancia, además de llevar a la ecuación de estado a una de radiación y al sistema a un estado térmico. Trabajaremos únicamente con el modelo de resonancia paramétrica visto en la sección 3.2, y comentaremos cuáles son las diferencias respecto de los demás mecanismos de producción de partículas. Al final de esta sección podremos dar una estimación para la temperatura final de Recalentamiento, lo que es uno de los objetivos principales de todo modelo.

4.1. Retroacción y dispersión múltiple

En la sección anterior consideramos la producción de partículas mediante la variación de su masa efectiva debido al acoplamiento con el inflatón. Para hacer esto asumimos que este campo actúa como un condensado externo, cuya dinámica no es afectada por las partículas que están siendo producidas, lo que ignora dos efectos: la retroacción y la dispersión múltiple. La retroacción es el efecto que tienen los campos acoplados con el inflatón sobre la dinámica de este, lo que principalmente altera su frecuencia de oscilación. A su vez, esto tiene un efecto sobre los campos producidos dado que al variar la frecuencia del inflatón varía la estructura de las bandas resonantes. Además, dado que la teoría que estamos considerando ($V \sim \phi^2$) tiene ecuaciones lineales, la ecuación para las fluctuaciones del inflatón $\delta\phi(\mathbf{x}, t) = \phi(\mathbf{x}, t) - \phi(t)$, asumiendo al estado inicial del inflatón como un condensado, tiene soluciones triviales y por lo tanto no se producen las fluctuaciones¹⁷. Todo esto hace que, debido a la retroacción, existan procesos de dispersión entre el campo χ y el condensado que producen partículas del campo ϕ , que luego vuelven a interactuar con partículas χ , lo que puede devolverlas al condensado o trasladarlas hacia el ultravioleta. Todos estos procesos se denominan genéricamente como de dispersión múltiple [19], y se vuelven relevantes una vez que la amplificación se hace lo suficientemente grande, lo que entonces nos permite separar el Precalentamiento en dos grandes etapas. La primera etapa transcurre sin retroacción ni dispersión múltiple, tal como hicimos en la sección 3.2. En la segunda estos efectos se vuelven relevantes y deben ser considerados en la dinámica de tres campos: el modo homogéneo del inflatón $\phi(t)$, las fluctuaciones del inflatón $\delta\phi(\mathbf{x}, t)$ y las fluctuaciones del escalar de materia $\chi(\mathbf{x}, t)$. En esta sección vamos a considerar esta segunda etapa y veremos cómo aproximar las ecuaciones de movimiento para capturar estos efectos.

Consideramos entonces al inflatón como un condensado clásico $\phi(t)$ con fluctuaciones cuánticas $\delta\phi(\mathbf{x}, t) = \phi(\mathbf{x}, t) - \phi(t)$ y el mismo potencial que utilizamos para la resonancia paramétrica. También incluimos al campo escalar de materia χ al que seguimos tratando de forma cuántica y cuya interacción con el inflatón continúa siendo $\frac{1}{2}g^2\phi^2\chi^2$. Para obtener las ecuaciones de movimiento para estos tres campos se debe calcular la acción efectiva cuyas correcciones cuánticas contienen los términos de interacción entre los campos, y por lo tanto los efectos de retroacción y dispersión múltiple. Sin embargo, hay un resultado general que establece que las fluctuaciones de campos bosónicos en el límite de grandes números de ocupación se puede considerar como ondas clásicas [17]. Dado que nos interesan estas correcciones en esta segunda etapa del Precalentamiento, donde los números de ocupación ya han crecido exponencialmente, vamos a utilizar

¹⁷Los casos en los que el campo homogéneo genera una amplificación de sus fluctuaciones $\delta\phi$ se conocen como de 'auto-resonancia'. Esto sucede en cualquier teoría en la cual la ecuación del inflatón sea no lineal, lo que afecta fuertemente el desarrollo de la resonancia ya que hay mucha más amplificación de las fluctuaciones del inflatón [56].

este resultado para simplificar el análisis. Trabajamos entonces con las ecuaciones clásicas de Klein-Gordon para estos tres campos, cuya forma es la misma que en (33). Al pasar al espacio de momentos y definir $f_k(z) = a^{3/2}\chi_k(z)$ y $\varphi = a^{3/2}\delta\phi$, para que la ecuación adquiriera la forma de un oscilador armónico, obtenemos [17]

$$\begin{aligned}\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + (m^2 + g^2\langle f^2 \rangle)\phi &= -\frac{g^2}{(2\pi)^3 a^{9/2}} \int d^3k' d^3k'' \varphi_{\mathbf{k}''-\mathbf{k}'} f_{\mathbf{k}'} f_{\mathbf{k}''} \\ \ddot{f}_k + \left(\frac{k^2}{a^2} + m_\chi^2 + g^2\phi^2\right) f_k &= -\frac{g^2\phi(t)}{(2\pi)^3 a^{3/2}} \int d^3k' f_{\mathbf{k}-\mathbf{k}'} \varphi_{\mathbf{k}'} \\ &\quad - \frac{g^2}{(2\pi)^3 a^3} \int d^3k' d^3k'' f_{\mathbf{k}-\mathbf{k}'+\mathbf{k}''} \varphi_{\mathbf{k}'} \varphi_{\mathbf{k}''} \\ \ddot{\varphi}_k + \left(\frac{k^2}{a^2} + m^2\right) \varphi_k &= -g^2\phi(t) a^{3/2} \langle f^2 \rangle \\ &\quad - \frac{g^2}{(2\pi)^3 a^3} \int d^3k' d^3k'' \varphi_{\mathbf{k}-\mathbf{k}'+\mathbf{k}''} f_{\mathbf{k}'} f_{\mathbf{k}''}.\end{aligned}\tag{68}$$

En las ecuaciones del modo homogéneo del inflatón y de las fluctuaciones del campo χ tenemos, del lado izquierdo, las mismas ecuaciones que antes pero con el término agregado $\langle f^2 \rangle = (2\pi a)^{-3} \int d^3k |f_{\mathbf{k}}|^2$, que reproduce la aproximación de Hartree obtenida calculando la acción efectiva a un loop. Del lado derecho están todos los efectos de dispersión múltiple, donde aparece la dispersión del condensado con partículas del campo χ y entre partículas de ambos campos, ya que en estos términos aparecen las fluctuaciones $\delta\phi$ que interpretamos como partículas del campo del inflatón. En la tercera ecuación vemos que existe un término que depende del campo de fondo, que hace que las fluctuaciones crezcan según $\delta\phi_k \sim e^{2\mu_k z}$, que es el doble de rápido que el crecimiento de χ_k . Esta es la razón por la que la dispersión múltiple es un efecto muy importante a considerar en el estudio del Precalentamiento pero, como veremos, solamente es necesario tenerlo en cuenta en los momentos finales. Obviamente este sistema de ecuaciones es imposible de resolver analíticamente, por lo que vamos a aproximarlos en un límite que es útil para describir la segunda etapa del Precalentamiento. La primera etapa se resuelve como hicimos en la sección 3.2, cuyos resultados usaremos aquí. Para la segunda etapa vamos a estudiar cómo la retroacción modifica la dinámica en las ecuaciones de los campos ϕ y χ , despreciando todos los términos de dispersión múltiple. Finalmente, vamos a encontrar una estimación analítica del momento en que la dispersión múltiple se vuelve relevante, para luego ver que este efecto destruye la resonancia extremadamente rápido.

Consideramos entonces las dos primeras ecuaciones de (68), despreciando todos los términos de la derecha de las dos igualdades. Notemos que también estamos despreciando las fluctuaciones del campo del inflatón. La ecuación para las funciones de modo f_k ya fueron estudiadas en la sección anterior, por lo que ahora nos interesa ver cómo los efectos de retroacción modifican las oscilaciones del inflatón, cuya ecuación es

$$\phi'' + 3\left(\frac{a'}{a}\right)\phi' + (1 + g^2 m^{-2} \langle f^2 \rangle)\phi = 0\tag{69}$$

donde al igual que antes definimos $z = mt$. Dado que nos interesa aplicar esta ecuación una vez que el término de campo medio se vuelve relevante, lo que esperamos que suceda cierto tiempo después de que el campo χ entre en un régimen de crecimiento exponencial, podemos usar la expansión que vimos en la sección anterior de los modos de Fourier en función de los coeficientes de Bogoliubov

$$\langle f^2 \rangle = \int \frac{d^3k}{(2\pi a)^3} |f_{\mathbf{k}}(z)|^2 = \frac{1}{2\pi^2 a^3} \int dk \frac{k^2}{\omega_k} \left[|\beta_k|^2 + \text{Re} \left(\alpha_k \beta_k^* e^{-2i \int dz \omega_k} \right) \right].\tag{70}$$

En el límite de grandes números de ocupación vale que $n_k = |\beta_k|^2 \approx |\alpha_k|^2$, y para los modos $\kappa^2 = (A_k - 2q)/2\sqrt{q} \ll 1$ (los modos que más se amplifican durante la resonancia), tenemos

$$\langle f^2 \rangle \approx \frac{1}{2\pi^2 a^3} [1 + C \cos(4\sqrt{q} \cos z)] \int dk \frac{k^2}{\omega_k} \quad (71)$$

donde $C < 1$ es un factor numérico que aparece al integrar la frecuencia del campo χ , dado que q depende del tiempo. Al integrar esta expresión obtenemos la frecuencia de oscilación del inflatón que resulta

$$\omega_\phi^2 = 1 + [1 + C \cos(4\sqrt{q} \cos z)] \frac{gn_\chi}{m^2 |\phi(z)|}. \quad (72)$$

Vemos que el segundo término contiene dos frecuencias de oscilación: la frecuencia de oscilación del inflatón (por el factor $|\phi(z)|^{-1}$) y la frecuencia $\approx 4\sqrt{q}$, que es mucho más rápida que la otra en el caso de la resonancia paramétrica ancha. Para confirmar la existencia de estas dos frecuencias de oscilación en $\langle f^2 \rangle$, en [20] resuelven el sistema de ecuaciones para los campos ϕ y χ en el espacio de coordenadas¹⁸ y grafican la varianza de ambos campos en función del tiempo $\eta = z = mt$, como se puede ver en la figura 11. Podemos ver que el inflatón comienza con una varianza muy chica y constante, lo que se corresponde con el hecho de que es un condensado, pero que luego comienza a aumentar. La varianza del escalar de materia aumenta progresivamente desde el comienzo de su amplificación, y vemos que efectivamente están las dos frecuencias de oscilación. Una de estas es rápida y corresponde al término $\sim \cos(4\sqrt{q} \cos z)$ de (72), y la otra es más lenta y tiene un período que corresponde con el de las oscilaciones del campo ϕ . La amplitud de las oscilaciones rápidas es muy pequeña y no afecta a la dinámica, por lo que vamos a despreciarlo de ahora en más. Entonces, la ecuación que vamos a usar para describir la retroacción del escalar de materia sobre el inflatón es

$$\phi'' + 3 \left(\frac{a'}{a} \right) \phi' + \phi + \frac{gn_\chi}{m^2} \frac{\phi}{|\phi|} = 0. \quad (73)$$

Dado que el número de ocupación del campo χ crece solamente en los ceros del inflatón, la frecuencia de oscilación de este campo también varía únicamente en estos puntos. Vemos entonces que la retroacción se vuelve relevante cuando los dos últimos términos de esta ecuación se vuelven comparables, lo que sucede cuando

$$n_\chi(z) \approx \frac{m^2 \Phi(z)}{g} = \frac{2m^3}{g} \sqrt{q(z)} \quad (74)$$

que es el criterio que tomaremos para el tiempo en que comienza la retroacción. Discutimos brevemente las aproximaciones realizadas. Para resolver la ecuación del modo homogéneo del inflatón asumimos que el único término relevante es el que corresponde al campo medio de Hartree, que lo incorporamos de manera clásica en las ecuaciones. Otra aproximación que hicimos es utilizar la evolución de $\langle f^2 \rangle$ obtenida en la sección 3.2, y utilizarla como fuente en la ecuación del inflatón. Para lo que nos interesa aquí esta no es una mala aproximación, pero en un enfoque consistente se deben resolver las dos ecuaciones de ϕ y χ de forma simultánea.

Como se puede ver en el gráfico de la figura 11, existe una escala temporal, antes de que la retroacción se vuelva relevante, en la que los resultados obtenidos en la sección 3.2 son válidos. Una vez que la varianza del campo ϕ (sus fluctuaciones) crecen de forma considerable, lo que sucede cuando se verifica (74), la retroacción debe ser considerada y debemos utilizar las ecuaciones completas para el campo ϕ y χ . Ya que vimos que hay términos en la frecuencia de

¹⁸Esta ecuación también incluye los efectos de dispersión múltiple. Por ahora estos efectos no nos interesan ya que solamente queremos mostrar la existencia de estas dos frecuencias de oscilación, además de la validez de la separación del régimen en el que la retroacción es irrelevante del que sí debe ser considerada.

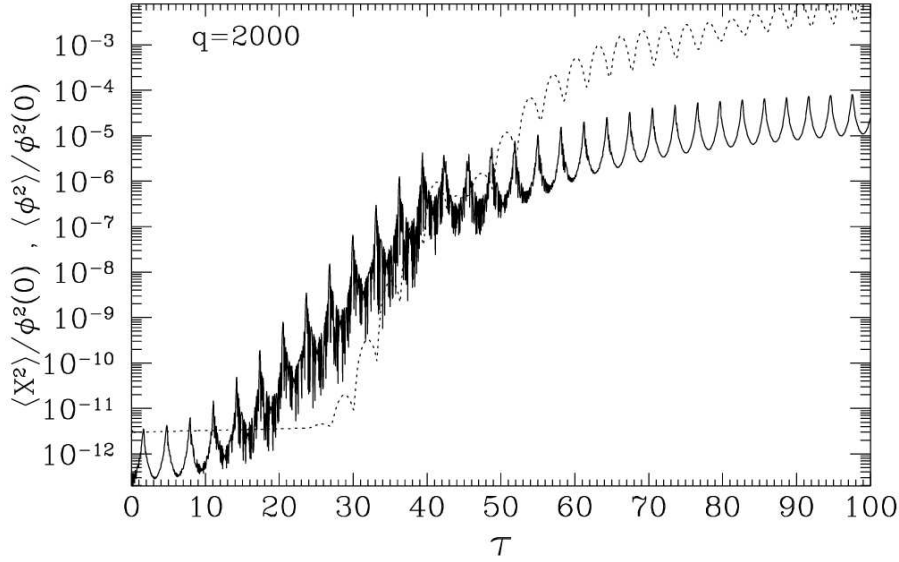


Figura 11: Varianza del inflatón (línea punteada) y del escalar de materia (línea sólida) en función del tiempo $\eta = z = mt$. La varianza del escalar de materia tiene dos frecuencias de oscilación y aumenta progresivamente, mientras que la del inflatón se mantiene constante y muy pequeña, lo que se corresponde con un campo homogéneo, y luego comienza a aumentar, lo que indica una fragmentación del condensado. Esto es obtenido resolviendo las ecuaciones clásicas de los campos ϕ y χ en el espacio de coordenadas, considerando un espacio-tiempo de Minkowski y utilizando $q_0 = 2000$. Los resultados no varían significativamente (en la escala temporal utilizada) del caso en que sí se considera la expansión del universo. Imagen extraída de [20].

oscilación del inflatón (72) que no son relevantes para la dinámica, la ecuación que debemos usar para el inflatón es (73), que consta en trabajar bajo la aproximación de Hartree. Entonces, utilizaremos los resultados obtenidos en la sección 3.2 para calcular cuál es la densidad de partículas del campo χ al comienzo de la retroacción, y a partir de ese momento utilizaremos los resultados recién obtenidos para calcular la densidad de partículas al momento en que la retroacción destruye la resonancia. El número de partículas n_χ a tiempo z_1 , definido como el tiempo en que finaliza la primera etapa (a partir de ahora las cantidades con subíndices 1 están evaluadas a este tiempo), lo obtenemos a partir de resolver (46), en donde tenemos que determinar el momento característico k_* y el coeficiente de Floquet máximo. Como vimos, la amplificación en el espacio de momentos está concentrada en los valores

$$k \leq m \sqrt{\frac{2\sqrt{q(z)}}{\pi}} a(z) = m \sqrt{\frac{2\sqrt{q_0}}{\pi}} a^{1/4}(z) \quad (75)$$

que crece como $k \sim z^{1/6}$. Dado que los momentos que se encuentren dentro estos valores al comienzo de la resonancia se amplifican más que los que entran más tarde, podemos usar como valor para el momento característico $k_* = m \sqrt{\frac{2\sqrt{q_0}}{\pi}}$, donde definimos $a(z_0) = 1$ (z_0 es el tiempo inicial de la resonancia, que suele tomarse $z_0 = \pi/2$). Usando esto en (46) obtenemos [17]

$$z_1 = \frac{1}{4\tilde{\mu}} \ln \frac{10^6 m z_1^3}{g^5 m_p} \approx \frac{5}{4\tilde{\mu}} \ln \frac{15}{g} \quad (76)$$

en donde tomamos $z_0 = \pi/2$, y en la segunda igualdad usamos los parámetros del modelo inflacionario $m = m_p 10^{-6}$ y $\Phi_0 = m_p/5$. Notemos que al utilizar estos valores de m y Φ_0 , que dependen del modelo inflacionario considerado, llegamos a una expresión que solamente depende del acoplamiento entre el campo de materia y el inflatón. Con esto podemos calcular el valor del

campo del inflatón Φ_1 y del parámetro q_1 al finalizar esta primera etapa

$$\begin{aligned}\Phi_1 &= \Phi_0 \frac{z_0}{z_1} \approx \frac{4\tilde{\mu}m_p}{3} \left(\ln \frac{10^{12}m}{g^5 m_p} \right)^{-1} \\ q_1^{1/2} &= \frac{1}{2} \frac{g\Phi_1}{m} \approx \frac{2g\tilde{\mu}m_p}{3m} \left(\ln \frac{10^{12}m}{g^5 m_p} \right)^{-1}.\end{aligned}\tag{77}$$

Como vimos en la sección 3.2, la resonancia es eficiente siempre y cuando $q \gtrsim 1/4$. Entonces, existen parámetros iniciales para los que la resonancia sigue siendo eficiente una vez finalizada la primera etapa, y otros en los que ya no será eficiente. Por ejemplo, si tomamos $g = 10^{-2}$ y $\tilde{\mu} = \frac{\ln 2}{2\pi}$ (el máximo valor posible) se obtiene $q_0 = 10^8$, que luego decrece hasta $q_1 = 550$ luego de $N_1 = 11$ oscilaciones del inflatón, en donde comienza a ser relevante la retroacción. Vemos que para estos parámetros la resonancia seguirá siendo ancha una vez que comience la segunda etapa, por lo que esperamos que la producción de partículas continúe. Si este no fuera el caso y tuviéramos $q_1 \leq 1/4$, entonces frena la producción de partículas y termina el proceso de Precalentamiento. Se puede verificar que el valor de g , la constante de interacción entre el inflatón y el campo de materia, que separa estos casos es $g = 3 \cdot 10^{-4}$, que corresponde con un valor inicial de $q_0 = 10^3$. Vemos que mientras más aumente el acoplamiento entre el inflatón y el escalar de materia, más eficiente es la resonancia y más rápido termina esta primer etapa. Es importante remarcar que no se pueden poner acoplamientos arbitrariamente grandes, dado que para $g \sim 10^{-3}$ las correcciones radiativas que esta interacción genera en el potencial efectivo serían relevantes durante inflación.

Pasamos a estudiar la segunda etapa, que es importante para acoplamientos $g \geq 3 \cdot 10^{-4}$. Notemos que, a partir de (72), la frecuencia de oscilación del inflatón en este régimen es mucho mayor que en la primera etapa. Para estimar la duración es suficiente con calcular el tiempo z_2 en el que $q_2 = 1/4$, lo que sucede cuando $\sqrt{\langle f^2 \rangle_2} \approx \Phi_2$ y resulta en una duración de $N_2 = \frac{1}{4\pi\tilde{\mu}} \ln 4q_1^{1/4}$ oscilaciones del inflatón, que puede ir desde una hasta pocas decenas de oscilaciones, dependiendo del valor de g (recordemos que estas oscilaciones ya no duran un tiempo $\Delta z = 2\pi$, ya que el período disminuye debido a la retroacción). También se puede verificar que, al finalizar esta etapa, la amplitud del inflatón decrece un poco respecto de la anterior $\Phi_2 \approx \Phi_1 q_1^{-1/4} \approx \sqrt{\langle f^2 \rangle_2}$. Una cantidad que nos será relevante es el número de ocupación de un dado modo, que resulta en un valor extremadamente grande $n_k \approx 100g^{-2}$ para los momentos dentro de la campana de resonancia, y cero para los que están fuera. Esto muestra que una vez finalizada la amplificación del campo χ este se encuentra muy lejos de un estado térmico. Este será el tema de la sección 4.3.

Antes de considerar los efectos de dispersión múltiple presentamos una simulación, de la que solamente nos interesa dar una comparación cualitativa respecto de lo hecho analíticamente, ya que ayuda a entender la evolución de los distintos componentes de energía de ambos campos. En la figura 12 mostramos la evolución de los componentes de energía de ambos campos, obtenida mediante una simulación realizadas por los autores de [57]. En esta simulación utilizan un modelo inflacionario que en torno al mínimo del potencial es $V \sim |\phi|^3$, que es diferente al que venimos considerando pero cuyos resultados generales son cualitativamente consistentes. En esta utiliza un parámetro de resonancia $q_0 = 10^5$, que garantiza el régimen de resonancia paramétrica ancha. Se puede ver que durante bastantes oscilaciones del inflatón la densidad de energía del campo χ es despreciable respecto de la del inflatón, hasta que en un momento comienza a aumentar. Cuando lo hace vemos que la energía cinética y la energía acumulada en los gradientes del campo χ se dispara y aumenta más rápido que los gradientes del campo ϕ . Esto, como veremos en lo que sigue, sucede porque las fluctuaciones de ambos campos se comienzan a amplificar debido a los efectos de dispersión múltiple. Finalmente, vemos cómo se drena la energía potencial del inflatón y ambos campos estabilizan sus componentes de energía a tiempo $u = \eta/\omega \approx 10^3$ (con ω la frecuencia de oscilación del inflatón). Por ahora no comentamos nada sobre la ecuación de

estado ni sobre lo que sucede a tiempos $u \approx 10^5$, ya que son el tema de la sección 4.2 y 4.3, respectivamente.

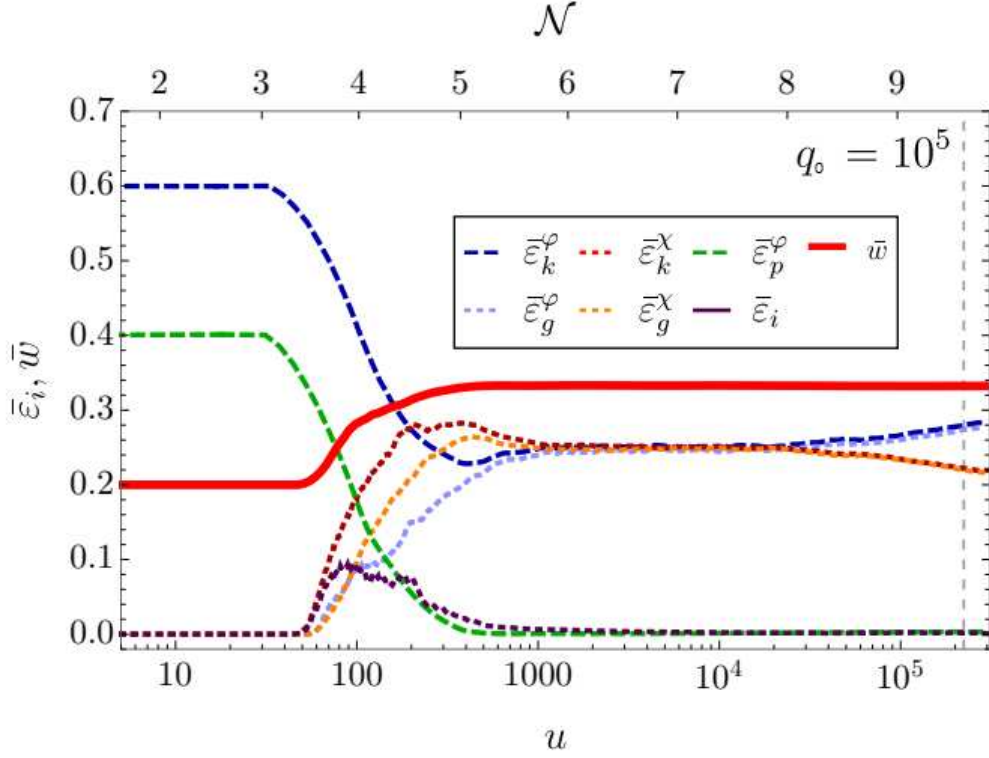


Figura 12: Evolución de los diferentes componentes de energía de los campos ϕ y χ en un modelo con potencial inflacionario dado por (18), que en torno al mínimo es de la forma $\sim |\phi|^3$. Todos los componentes están normalizados por la energía total, y los subíndices 'k' indican energía cinética, 'g' indican energía de los gradientes, 'p' indican energía potencial e 'i' indican energía de interacción. También está graficada la evolución de la ecuación de estado, pero no será relevante para esta discusión. Acá u es el tiempo conforme normalizado por la frecuencia inicial de oscilación del inflatón y \mathcal{N} es la cantidad de e-folds transcurridos, ambos medidos desde el fin de inflación. Imagen extraída de [57].

En lo que hicimos hasta ahora no tuvimos en cuenta la dispersión múltiple, ya que solamente consideramos el lado izquierdo de las dos primeras ecuaciones en (68). Para simplificar el análisis de este efecto vamos a interpretar a las fluctuaciones de ambos campos escalares como partículas, lo que nos permite utilizar conceptos de teoría cinética¹⁹. En particular, podemos calcular la sección eficaz para la dispersión entre partículas de ϕ y χ lo que, para $z > z_2$, nos permite calcular el tiempo medio entre colisiones

$$z_c = \sqrt{\frac{q_1}{1 + g^2 m^{-2} \langle f^2 \rangle}}. \quad (78)$$

Notemos que el término del divisor es la frecuencia de oscilación del inflatón durante la segunda etapa del Precalentamiento, normalizada por la frecuencia de la primera etapa. Para $g \sim 10^{-3}$ este tiempo es del mismo orden que el período de oscilación del inflatón, lo que significa que para valores mayores que este la dispersión múltiple es relevante únicamente durante la segunda etapa. Consideramos que los parámetros son tales que verifican este caso y veamos, cualitativamente, cómo este efecto afecta la resonancia estudiando la tercera ecuación en (68). Notemos que el

¹⁹Este enfoque no es completo e ignora detalles importantes pero sirve para estimar el tiempo z_r , en el que se vuelve relevante la dispersión múltiple. Para una discusión completa ver [17].

único término que no depende de φ es el primero del lado derecho, que representa la producción de un partícula ϕ por el scattering entre el condensado y dos partículas χ . Este proceso es el que comienza a amplificar a las fluctuaciones del inflatón, y solo se vuelve relevante una vez comienza la retroacción del escalar de materia sobre el inflatón (es el mismo término que aparece en la ecuación del modo homogéneo). Una vez que estas fluctuaciones se comiencen a amplificar van a tener un efecto sobre el campo de materia, ya que el segundo término del lado derecho de su ecuación, que se puede aproximar como $\sim -g^2\langle\varphi^2\rangle f_k$, aumenta su masa efectiva al igual que lo hace el término $\langle\chi^2\rangle$ sobre el modo homogéneo del inflatón. Este término 'renormaliza' la masa desnuda del escalar de materia $m_\chi^2 \rightarrow m_\chi^2 + g^2\langle\varphi^2\rangle$, que si se vuelve muy grande hace que todos los modos queden fuera de la primera banda resonante. El otro efecto que tiene la dispersión múltiple sobre el campo de materia es redistribuir la energía fuera de las bandas resonantes, lo que hace que disminuya aún más la eficiencia de la resonancia. También existe un efecto sobre el condensado del inflatón, que es la fragmentación del mismo [37]. Esto sucede cuando $\langle\varphi^2\rangle \gtrsim \Phi^2$ y es donde comienzan los efectos no lineales sobre la dinámica de todos los campos, lo que hace casi imposible realizar un análisis analítico. Para estimar el instante en que la resonancia frena por completo escribimos la cantidad κ^2 , que como vimos indica cuáles son los momentos que se amplifican, considerando esta renormalización de la masa desnuda del campo χ

$$\kappa^2 = \frac{\frac{k^2}{a^2} + m_\chi^2 + g^2\langle\varphi^2\rangle}{gm_\phi\Phi} \quad (79)$$

con $m_\phi^2 = m^2 + g^2\langle f^2\rangle$ la masa efectiva del inflatón. Los momentos amplificados son tales que $\kappa^2 \leq \pi^{-1}$, y entonces definimos el momento en el que la dispersión múltiple destruye la resonancia es cuando²⁰

$$g^2\langle\varphi^2\rangle \gtrsim \frac{1}{16}gm_\phi\Phi. \quad (80)$$

Se puede ver que esto sucede cuando el inflatón transfiere una fracción de energía $\frac{1}{256}$ del total ρ_ϕ hacia sus fluctuaciones. Esto sucede cuando $\sqrt{\langle f^2\rangle}_r \gtrsim \Phi_r/16$, donde el subíndice r indica el fin de la resonancia debido a la dispersión múltiple. Notemos que este valor de $\langle f^2\rangle$ es menor que el que debe alcanzar para que la retroacción finalice la resonancia, $\sqrt{\langle f^2\rangle} \gtrsim \Phi$, lo que significa que es la dispersión múltiple la encargada de dar fin a la amplificación del campo χ . Dado que este proceso es muy rápido, como confirmaremos al comentar algunas simulaciones realizadas, se puede ignorar la expansión del universo para estimar $\langle f^2\rangle_r = m\Phi_1/8g$, con Φ_1 dado por (77). Finalmente, la densidad de partículas producidas al final de todo el proceso de Precalentamiento es

$$n_\chi \approx \frac{2}{5\sqrt{g}} \left(\tilde{\mu} m m_p \ln^{-1} \frac{10^{12}m}{g^5 m_p} \right)^{3/2} \approx \frac{1}{10} n_\phi \quad (81)$$

Además, una vez terminada la producción del campo χ la densidad de partículas del modo homogéneo del inflatón es solamente 10 veces mayor que la de este primer campo, y como además el tiempo entre colisión es tan pequeño, el condensado se destruye por completo muy rápidamente. Todo esto se verifica en las simulaciones numéricas que tengan en cuenta los efectos de retroacción y dispersión múltiple, lo que fue comprobado por los autores de [17] al comparar sus resultados con las simulaciones de Lattice realizadas en [20], que se puede ver en la figura 11, en donde ven una concordancia.

Por último, presentamos algunas simulaciones que muestran la evolución del espectro del campo de materia y del inflatón. En la figura 13 se puede ver la evolución del espectro del campo χ para el mismo modelo de Recalentamiento con el que trabajamos en esta sección. En esta simulación utilizan $q_0 = 10^4$, que se corresponde con el régimen de resonancia ancha. En los primeros momentos de la simulación (las líneas con menor amplitud) se forman picos en el

²⁰Estamos considerando que esto sucede cuando este término se hace igual que $k_*/4$ [17].

espectro que se corresponden con las campanas de resonancia de la teoría, y vemos que existe un cutoff que lentamente se mueve hacia el ultravioleta. Para tiempos todavía posteriores los picos comienzan a desaparecer y se forma un espectro que se asemeja a una ley de potencias en k . Este efecto se puede ver mejor en la simulación de la figura 14, realizada por los autores de [57]. En esta se grafican los espectros de ambos campos en función de $\kappa = k/m$, para diferentes e-folds transcurridos desde el fin de inflación. Esta figura es útil porque muestra un rango de momentos mucho más grande que la otra, que nos permite ver qué sucede con el cutoff del espectro a tiempos más largos pero que pierde resolución en dichos momentos. Vemos que el cutoff alcanza rápidamente los valores $k \sim 100m$, y luego se comienza a desplazar lentamente hacia el ultravioleta manteniendo su forma. El espectro del inflatón evoluciona de una forma similar, solo que vemos una amplificación menor que el escalar de materia en el rango infrarrojo y que esta amplificación comienza a tiempos posteriores. Esto sucede por lo que vimos aquí: cuando la ecuación del inflatón es lineal también lo es la de sus perturbaciones $\delta\phi$, y por lo tanto estas comienzan a amplificarse únicamente por la dispersión múltiple que se hace efectiva a tiempos similares que la retroacción. Estos son los espectros típicos de ambos campos al finalizar el Precalentamiento, cuya forma es general para diferentes potenciales y valores de q_0 [57]. En la sección 4.3 veremos la evolución posterior de estos espectros.

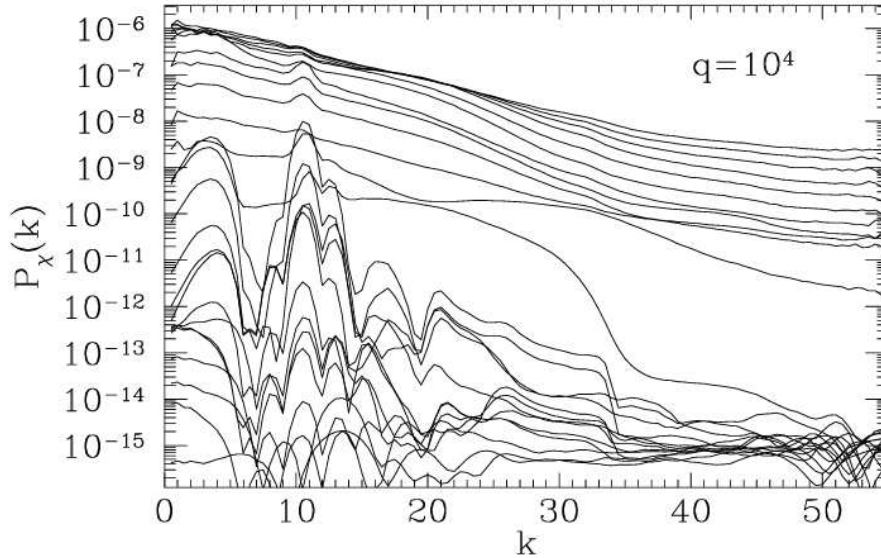


Figura 13: Espectro de las fluctuaciones del campo χ en función de los momentos, que están en unidades de $1/m$. Inicialmente se forman picos concentrados en el infrarrojo que luego se empiezan a diluir y el cutoff se empieza a desplazar hacia el ultravioleta. Imagen extraída de [20].

4.2. Ecuación de estado

Como mencionamos en la introducción, una de las cosas que debe explicar el Recalentamiento es la transición de un universo quasi-deSitter durante inflación hacia un universo dominado por la radiación, lo que conecta la teoría inflacionaria con la cosmología estándar. En esta sección nos concentramos en estudiar la evolución de la ecuación de estado durante la producción de partículas, donde veremos que los efectos no lineales son fundamentales para lograr esta transición.

Comenzamos dando una idea general de lo que sucede con la ecuación de estado del universo durante el proceso de Recalentamiento, que se puede hacer estudiando de forma cualitativa la evolución de la densidad de energía de los diversos componentes del universo. En la teoría que

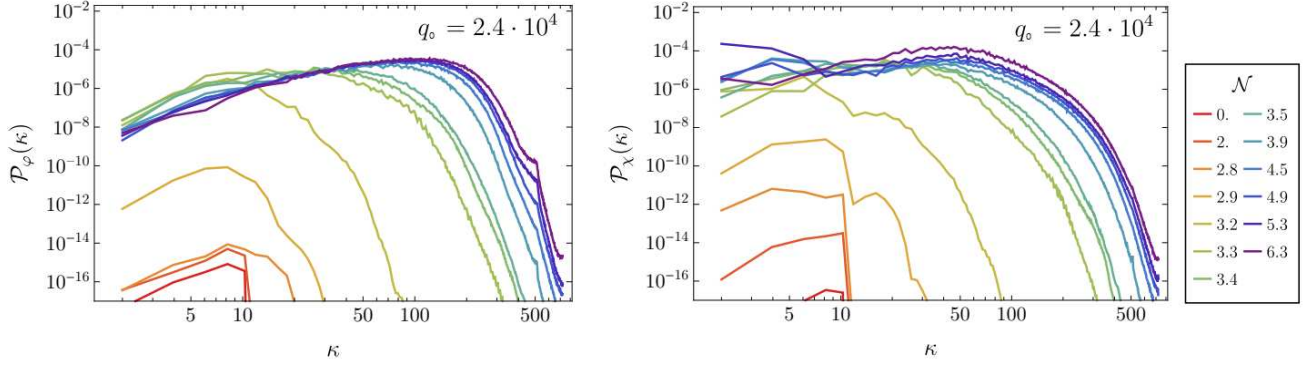


Figura 14: Espectro del campo ϕ , a la izquierda, y del campo χ , a la derecha, en función de $\kappa = k/m$, para diferentes tiempos medidos en e-folds transcurridos desde el fin de inflación. Las condiciones iniciales se toman a partir de las fluctuaciones cuánticas producidas durante inflación. Podemos ver que el espectro del campo χ comienza a amplificarse en el infrarrojo, pero que el espectro del inflatón se amplifica en momentos más grandes y a tiempos posteriores. Imagen extraída de [57].

estamos considerando, estos componentes son el modo homogéneo del inflatón y las fluctuaciones tanto de ϕ como de χ , que a partir de la sección anterior sabemos que son amplificadas fuertemente debido a los efectos no lineales (de retroacción). Entonces, de forma general, vamos a escribir la ecuación de estado separando estas componentes

$$w = \frac{p}{\rho} = w_\phi \frac{\rho_\phi}{\rho} + w_\chi \frac{\rho_\chi}{\rho} + w_{\delta\phi} \frac{\rho_{\delta\phi}}{\rho} \quad (82)$$

con ρ la densidad de energía total del universo, ϕ_i la densidad de energía de alguna de las componentes y $w_i = p_i/\rho_i$ la ecuación de estado calculada con una única componente. Como vimos en la sección 3.1, la ecuación de estado del modo homogéneo del inflatón, asumiendo un potencial monomial $V \sim |\phi|^{2p}$, es $w_\phi = \frac{p-1}{p+1}$. Entonces, la ecuación de estado comenzará a cambiar cuando la densidad de energía de las fluctuaciones se vuelva comparable con la energía total del universo. Esto se puede comprobar en la figura 12, en donde podemos ver que la ecuación de estado (línea roja) comienza a cambiar una vez que la fracción de energía de estas fluctuaciones se vuelven comparables con la del condensado. Ese gráfico trabaja con una teoría con $p = 3/2$, y entonces verificamos que la ecuación de estado transiciona desde $w = w_\phi = 1/5$ hacia $w = 1/3$, en donde el universo se vuelve dominado por la radiación. En el trabajo del cual fue extraída esa imagen [57], verifican que ese comportamiento es muy general y se cumple para todos los valores de p , a excepción del caso $p = 1$ que corresponde con el potencial inflacionario cuadrático. Notemos que esto se debe cumplir para todos los modelos de Precalentamiento que vimos en la sección 3 ya que todos estos mecanismos producen el mismo espectro²¹ en el campo χ , que a grandes rasgos es un espectro casi plano por debajo de un cutoff k_c . En lo que queda de la sección veremos estos resultados y también explicaremos la razón por la cual el caso cuadrático, cuya ecuación de evolución es lineal, es el único que se diferencia del resto.

Comenzamos considerando solamente al campo del inflatón, lo que luego nos ayudará a entender el caso particular de $p = 1$ cuando incluyamos al campo de materia. De forma general, y considerando el potencial monomial (15), la ecuación para el campo completo $\phi(\mathbf{x}, t) = \phi_0(t) + \delta\phi(\mathbf{x}, t)$ es no lineal para todo $p > 1$ (no serán considerados los valores $p < 1$ dado que existe una divergencia en $V_{,\phi}$). Cuando la ecuación es lineal, con $p = 1$ las fluctuaciones no se producen

²¹La única diferencia entre estos modelos radica en la producción de las fluctuaciones del inflatón. De igual forma, en los modelos con una inestabilidad espinodal también se obtiene la misma evolución de la ecuación de estado que en los modelos con resonancia paramétrica, que son los únicos cuyo régimen no lineal estudiamos con detalle.

y entonces la ecuación de estado transiciona de $w = -1$ hacia $w = 0$. Para los demás valores de w sí se producen fluctuaciones dado que cumplen una ecuación del tipo Floquet y por lo tanto esperamos que se amplifiquen. Mostramos los resultados obtenidos por los autores de [58, 59], que estudian el caso de un potencial del tipo T para dos valores de M , que son $M \approx 8m_p 10^{-2}$ y $M \approx 2,5m_p$. Si consideramos valores de p tales que $2p$ sea entero y expandimos la ecuación del inflatón de forma perturbativa a primer orden en $\delta\phi$, la ecuación para las fluctuaciones durante Recalentamiento es

$$\delta\ddot{\phi} + 3H\delta\dot{\phi} - a^{-2}\nabla^2\delta\phi + 2p(2p-1)\frac{V_0\phi^{2(p-1)}}{M^{2p}}\delta\phi = 0. \quad (83)$$

Con esto se puede ver, adimensionalizando las ecuaciones, que la frecuencia de oscilación del inflatón es $\sim M^{-p}$ y que el parámetro de resonancia q no depende de M . Vemos entonces que considerar menores valores de M implica oscilaciones más rápidas y, como el coeficiente de Floquet no depende de M , entonces para valores menores de este parámetro vemos más amplificación. Estos autores resuelven las ecuaciones de movimiento y encuentran la evolución de la ecuación de estado para diferentes valores de p , como se puede ver en la figura 15. Podemos ver que el caso $p = 1$ es el único que nunca llega a $w = 1/3$, sino que aumenta hasta un máximo y luego regresa a una ecuación de estado de materia. Para los demás valores de p la ecuación tiende muy rápidamente hacia $w = 1/3$, para el caso de la resonancia eficiente $M \approx 8m_p 10^{-2}$, y no tan rápido para el caso de la resonancia ineficiente $M \approx 2,5m_p$. Podemos explicar estos comportamientos notando que para el caso $p = 1$ la densidad de energía del modo homogéneo del inflatón cae como $\rho_\phi \sim \rho_0 a^{-3}$, y la de las fluctuaciones cae todavía más rápido. Por lo tanto, si el condensado no se deshace de toda su energía, eventualmente esta terminará dominando por sobre las fluctuaciones y la ecuación de estado termina en $w = 0$. Para los demás casos lo que se observa es que los picos resonantes se difuminan rápidamente, debido a la dispersión múltiple, en la parte infrarroja del espectro. También se puede ver que estos efectos de dispersión múltiple son explosivos y distribuyen muy rápidamente una gran fracción de la energía hacia la parte ultravioleta del espectro [60]. Cuando sucede esto, las fluctuaciones $\delta\phi$ pasan a comportarse como materia relativista con ecuación de estado $w = 1/3$.

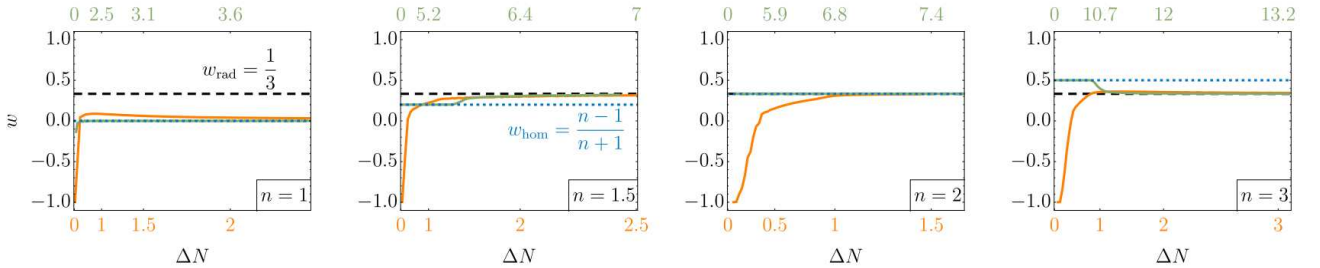


Figura 15: Evolución de la ecuación de estado para diversos valores de p (que en los gráficos es n) en función de la cantidad de e-folds desde inflación. Esto se grafica para dos valores de M , que son $M \approx 8m_p 10^{-2}$ (línea naranja) y $M \approx 2,5m_p$ (línea verde). También está graficada en azul la ecuación de estado del modo homogéneo del inflatón $w = \frac{p-1}{p+1}$. El primero de los dos genera una amplificación más eficiente, y como vemos le lleva solamente 1 e-fold para llegar a una ecuación de estado de radiación, y el segundo es menos eficiente y le lleva bastantes e-folds mas en llegar a $w = 1/3$. También se puede ver que el único caso que no llega a un estado de radiación es con $p = 1$. Imagen extraída de [59].

Consideremos ahora los dos campos ϕ y χ acoplados mediante $\frac{1}{2}g^2\phi^2\chi^2$, que es la misma interacción con la que venimos trabajando. Sabemos que en este modelo se producen tanto fluctuaciones del campo de materia como del inflatón, por lo que se espera que la transferencia de energía a estas sea similar a lo recién visto. Esto es confirmado por los autores de [57] al simular

esta teoría, en donde obtienen los gráficos de la figura 16. A la izquierda se puede ver la ecuación de estado en función de la cantidad de e-folds desde inflación, para diferentes valores de p . Las líneas continuas corresponden a un acoplamiento entre ambos campos que está caracterizado por el parámetro $q_0 \sim g^2$, que es distinto de cero. Las líneas punteadas corresponden a $q_0 = 0$, en donde no hay acoplamiento entre el inflatón y el campo de materia (esto está controlado por la constante de acoplamiento g). Podemos ver que el caso acoplado llega a una ecuación de estado de radiación en aproximadamente la mitad de e-folds de lo que le lleva al caso no acoplado. Esto sucede porque si no hay un acoplamiento directo entre estos campos las fluctuaciones del campo de materia se producen únicamente por efectos gravitatorios (sección 3.3), que son menos eficientes que los acoplamientos directos. Vemos entonces que el comportamiento es muy similar al que sucede cuando se considera un único campo escalar, lo que sucede también para el caso $p = 1$. La ecuación de estado en este caso aumenta hasta un valor w_{max} pero como la energía de las fluctuaciones cae más rápido que la del modo homogéneo del inflatón no puede mantenerse en dicho valor, y eventualmente cae a $w = 0$. El valor w_{max} depende de cuán grande sea q_0 y, en el caso $q_0 = 0$ (línea roja punteada), no se producen fluctuaciones del inflatón dado que no hay auto-resonancia y las fluctuaciones del campo de materia solamente crecen debido a efectos gravitatorios, que son subdominantes. Esta es la razón por la cual la ecuación de estado permanece en $w = 0$. A la derecha de la figura 16 grafican la cantidad de e-folds transcurridos desde inflación hasta que inician los efectos de retroacción, N_{br} , y hasta que la ecuación de estado llega a $w = 1/3$, N_{rd} . Esto confirma lo que dijimos anteriormente sobre el proceso explosivo de los efectos no lineales (visto por los autores de [60]), que se encargan de que rápidamente se establezca el dominio de la radiación.

Con lo que vimos acá volvemos a confirmar que los efectos no lineales durante Recalentamiento son fundamentales para todos los procesos que ocurren, y específicamente para que se amplifiquen las fluctuaciones y se redistribuya la energía entre modos, tanto del inflatón como de los otros campos, que son quienes logran llevar la ecuación de estado a una de radiación. Como mencionamos aquí, estos efectos no lineales actúan de forma explosiva y mueven una gran porción del espectro desde infrarrojo hacia el ultravioleta, lo que a su vez es el mismo efecto que finaliza la resonancia. En la sección que sigue veremos qué sucede con el espectro para tiempos todavía posteriores, en donde veremos que este se acerca muy rápidamente a la forma del espectro de Bose-Einstein, lo que permite definir una temperatura efectiva denominada 'temperatura cinética'. Este tipo de equilibración rápida de la ecuación de estado y de la temperatura cinética es un fenómeno universal de la dinámica fuera de equilibrio, conocido como la pre-termalización [16, 61]. Como mencionamos al comienzo de esta sección, todos estos resultados son generales y también se verifican en modelos con una inestabilidad espinodal [62].

4.3. Régimen turbulento

En esta sección estudiaremos los tiempos posteriores al fin de la producción de partículas. Como ya vimos, el número de ocupación de las partículas producidas tiene una forma que es casi plana en el infrarrojo y que por efectos de dispersión múltiple se empieza a desplazar hacia el ultravioleta. Este comportamiento es similar a la turbulencia de ondas clásicas, y puede ser estudiado analíticamente mediante modelos hidrodinámicos [21] o mediante teoría cinética [22]. En esta Tesis vamos a utilizar métodos de teoría cinética para estudiar el régimen turbulento que se establece al finalizar la producción de partículas, lo que nos permitirá predecir el escaleo de la función de distribución y el cutoff ultravioleta de la misma.

Comenzamos viendo por qué esta etapa es tan importante para que los campos de materia puedan llegar al equilibrio térmico. En la sección 4.1 calculamos el valor del campo en el que finaliza la resonancia, lo que sucede debido a efectos de dispersión múltiple. Algo que no calculamos, pero que es inmediato, es la varianza de las fluctuaciones del campo escalar χ al finalizar

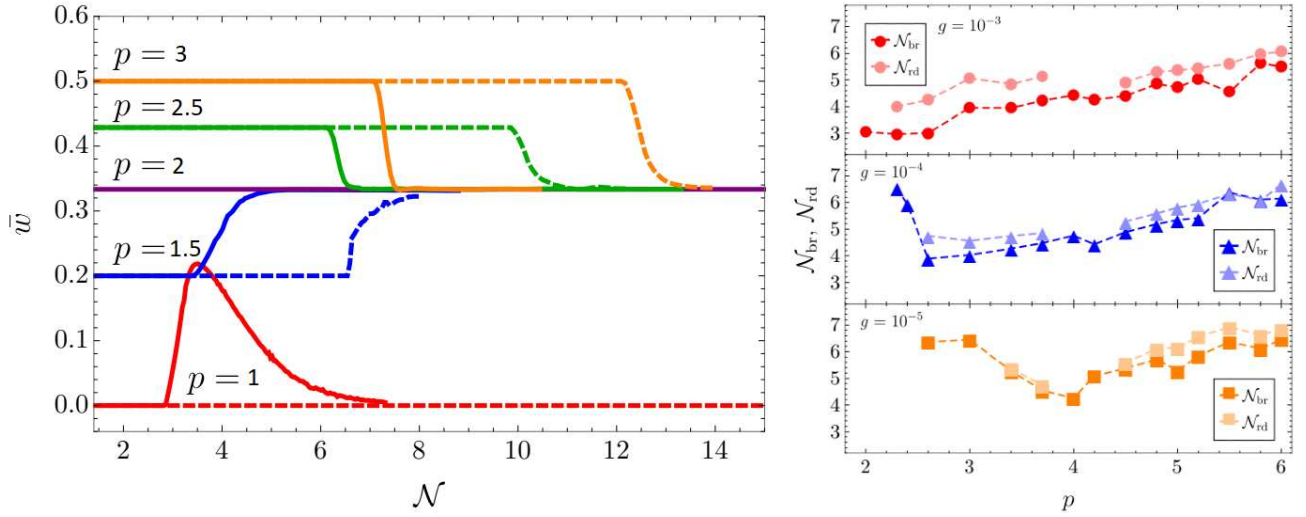


Figura 16: (Izquierda) Ecuación de estado en función de la cantidad de e-folds para diferentes potenciales inflacionarios ($V \sim \phi^{2p}$). Las líneas continuas están hechas con $q_0 \neq 0$ con q_0 disminuyendo para p aumentando, y las líneas punteadas con $q_0 = 0$. Se puede ver que el caso acoplado llega mucho más rápido a $w = 1/3$ que el no acoplado, y también que para $p = 1$ hay un máximo valor de la ecuación de estado pero que no llega a una de radiación. (Derecha) cantidad de e-folds hasta el comienzo de la retroacción (N_{br}) y a $w = 1/3$ (N_{rd}) para diferentes valores de p , graficados de forma simultánea. Podemos ver que estos dos tiempos son casi iguales, e incluso que N_{br} es menor. Esto verifica que los efectos no lineales llevan al espectro de los campos de forma explosiva desde el infrarrojo hacia el ultravioleta. Imágenes extraídas de [57].

su amplificación, que resulta [17]

$$\sqrt{\langle \chi^2 \rangle} \approx \sqrt{\frac{n_\chi}{m}} \approx 3 \cdot 10^{16} \text{ Gev} \quad (84)$$

donde tomamos $m = 10^{-6} m_p$, la masa del inflatón en el modelo considerado, y $g = 3 \cdot 10^{-4}$, el valor mínimo que genera una resonancia eficiente (para valores de g menores que este la resonancia finaliza antes de que comience la retroacción). Este valor es extremadamente grande y aún más si lo comparamos con el que debería tener un estado térmico a temperatura T , que es $\sqrt{\langle \chi^2 \rangle} = \frac{T}{2\sqrt{3}}$. Entonces, vemos que si el campo χ estuviera en un estado térmico al finalizar la resonancia su temperatura debería ser $T \gtrsim 10^{17} \text{ Gev}$. Esto es imposible de lograr en estos modelos, como podemos ver en base a la cota máxima que obtuvimos para la temperatura de Recalentamiento (29). Notemos que el principal problema es que hay una cantidad muy grande de partículas del campo χ pero que cada una tiene muy poca energía. Por lo tanto, se verifica que una vez finalizada la resonancia el campo de materia está muy lejos de un estado térmico, y es necesario entender cómo es el proceso de la termalización.

Comenzamos mostrando una simulación realizada con un modelo de un único campo escalar, que aquí asumiremos que es el inflatón ϕ en la teoría inflacionaria con potencial $\frac{1}{4}\lambda\phi^4$ [63]. El régimen que nos interesa es el posterior a la producción de partículas, y la evolución del espectro del inflatón se puede ver en la figura 17. A la izquierda está graficado el número de ocupación en función de k/Φ , con Φ la amplitud del modo homogéneo del inflatón a tiempo conforme η , lo que se muestra para diferentes tiempos. Vemos que al principio se amplifica el pico de la resonancia para luego ensancharse y dividirse en más picos debido a los efectos ya discutidos de dispersión múltiple. Luego, para tiempos más largos, vemos que el espectro tiende a $n_k \sim k^{-s}$, con s un número que evoluciona en el tiempo, y que tiene un cutoff en k_c , que también evoluciona hacia el ultravioleta²². Podemos ver que para tiempos largos se establece un espectro con $s = 3/2$

²²Notemos que la diferencia con el gráfico de la figura 14 es que en este los momentos están normalizados por

que debe evolucionar hasta llegar a $s = 1$, lo que corresponde con un espectro térmico de Rayleigh-Jeans en el límite de grandes números de ocupación. A la derecha de la figura se observa un gráfico de la energía $\sim k^4 n_k$ en función de k/Φ para diferentes tiempos. Se puede ver que las campanas de la derecha, que corresponden a los valores obtenidos con la simulación, mantienen su forma y se desplazan al ultravioleta. Se puede verificar que efectivamente mantienen su forma realizando una transformación de autosimilaridad $n_k(\tau) = \tau^{-q} n_0(k\tau^{-p})$, con p y q números que no dependen del tiempo y $\tau = \eta/\eta_0$ con η_0 un tiempo inicial, que resulta en la campana de la izquierda. Ya que existen valores de p, q tal que luego de la transformación todas las campanas colapsan a la misma, entonces el comportamiento del espectro es autosimilar.

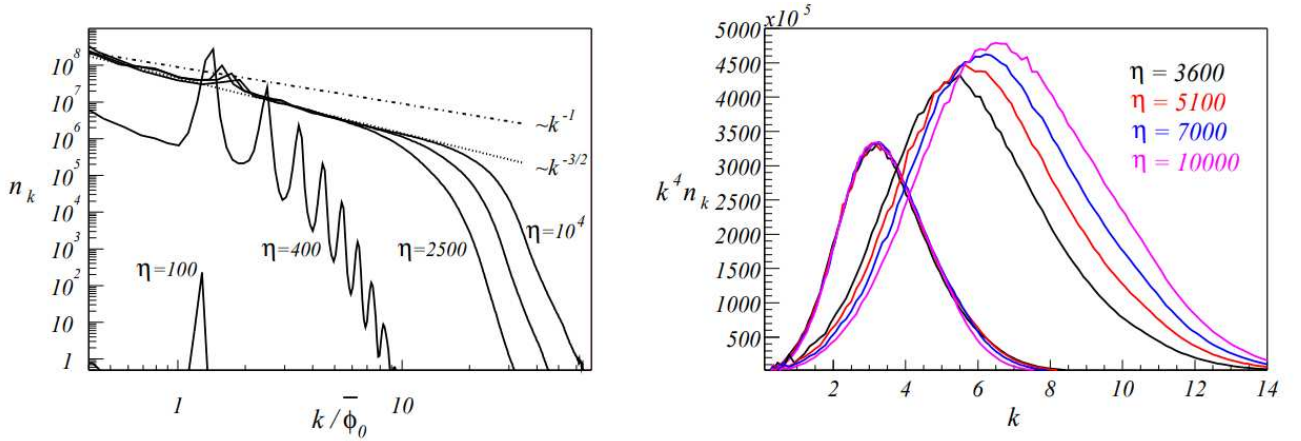


Figura 17: A la izquierda el espectro del campo ϕ para el potencial $V = \frac{1}{4}\lambda\phi^4$ en función del momento normalizado por la amplitud de las oscilaciones. Se puede ver que se genera el pico resonante, y que luego se generan otros picos que aparecen debido a la dispersión múltiple entre el condensado y sus fluctuaciones. Para tiempos más largos el espectro, cerca del cutoff, adquiere la forma $n_k \sim k^{-s}$ con $s = 3/2$. A la derecha se grafica el espectro de energía del campo para distintos tiempos (campanas de la derecha), además de los espectros re-escaleados con una transformación de autosimilaridad. Se puede ver que el espectro presenta un comportamiento autosimilar, ya que al transformarlo a distintos tiempos resultan en el mismo espectro a tiempo η_0 . Imagen extraída de [63].

En base a los resultados de esta simulación (que es un comportamiento general encontrado en muchos trabajos), fue necesario desarrollar métodos analíticos para explicar estos comportamientos de la función de distribución. Esto fue realizado observando que el comportamiento visto en la figura 17 se asemeja a la teoría turbulenta de Kolmogorov [64]. Esta turbulencia está caracterizada por un transporte estacionario de una cantidad conservada entre distintas escalas en el espacio de momentos, que usualmente aparece cuando hay una inyección de energía en el infrarrojo y disipación en el ultravioleta, lo que se conoce como turbulencia forzada. En el caso del Recalentamiento del universo la fuente son las oscilaciones coherentes del inflatón que inyectan energía en el momento característico k_* , pero que luego desaparece dado que finaliza la amplificación del campo χ y se pasa a un régimen de turbulencia libre. Además, no existe disipación en el ultravioleta si no que la escala máxima (el cutoff) se debe trasladar hacia momentos más grandes, para que se pueda llegar a un estado térmico.

Consideramos un único campo escalar, el inflatón, y estudiamos la turbulencia que se desarrolla en la función de distribución de las fluctuaciones. Para simplificar los cálculos, vamos

la frecuencia de oscilación ω , mientras que en el que estamos considerando en esta sección están normalizados por $\Phi \sim \lambda^{-1/2}\omega$. Esto explica por qué en la figura 17 no vemos que $n_k \rightarrow 0$ para k chico, lo que sí se vio en la figura 14 debido a que se estaba considerando un rango de momentos mucho mayor. Este detalle no es importante dado que los momentos más relevantes para la termalización son los k grandes.

a asumir que la teoría es conforme y que podemos transformar la expansión del universo, lo que en particular vale para el potencial inflacionario $V = \frac{1}{4}\lambda\phi^4$. Para otros potenciales hay que considerar la expansión pero esperamos que los resultados sean parecidos dado que, como vimos, todos los mecanismos y modelos de producción de partículas generan un espectro similar (casi plano por debajo de un cutoff). Vamos a trabajar con la turbulencia clásica, que dura hasta que los efectos cuánticos se vuelven importantes ($n_k \sim 1$), cuya evolución está dada por la ecuación de Boltzmann [63]

$$n'_k = I_k[n] \quad (85)$$

donde las cantidades primadas indican derivadas respecto del tiempo conforme. La integral de colisiones tiene la forma general

$$I_k[n] = \int d\Omega(k, q_i) F(k, q_i) \quad (86)$$

que separa la contribución debida a la interacción elegida, $\Omega(k, q_i)$, de la correspondiente a la evolución de la distribución, $F(k, q_i)$. Aquí el momento k es el externo y q_i los internos, que corresponden con interacciones de m partículas ($V \sim \phi^m$). La medida $d\Omega(k, q_i)$ es

$$d\Omega(k, q_i) = \frac{(2\pi)^4 |M|^2}{2\omega_k} \delta(k, q_i) \prod_{i=1}^{m-1} \frac{d^3 q_i}{2\omega_i (2\pi)^3} \quad (87)$$

donde la $\delta(k, q_i)$ asegura la conservación del momento y M es el elemento no diagonal de la matriz de dispersión. En el límite de $n_k \gg 1$ la función F , que contiene los números de ocupación, es

$$F(k, q_i) = \left(n_k \prod_{i=1}^{m-1} n_i \right) \left(\sum_{out} \frac{1}{n} - \sum_{in} \frac{1}{n} \right) \quad (88)$$

que es homogénea de grado $m - 1$, es decir $F(\zeta n) = \zeta^{m-1} F(n)$.

Para poder seguir, tenemos que asumir algunas cosas. En primer lugar, vamos a asumir que la función de distribución tiene la forma

$$n_k \sim k^{-s} \quad (89)$$

lo que lleva a $F(\xi k, \xi q_i) = \xi^{-s(m-1)} F(k, q_i)$. En segundo lugar asumimos que el modelo de partícula, que es lo que determina la forma de $d\Omega(k, q_i)$, es tal que

$$d\Omega(\xi k, \xi q_i) = \xi^\mu d\Omega(k, q_i). \quad (90)$$

Uniendo estas dos cosas obtenemos que $I_{k\xi} = \xi^{\mu-s(m-1)} I_k$. Basándonos en la simulación numérica que mostramos, vamos a considerar que la función de distribución es autosimilar, lo que se define mediante

$$n_k(\tau) = A^\gamma n_0(kA) \quad (91)$$

con γ una constante y $A = A(\tau)$, que debe cumplir la normalización $A(1) = 1$. Al hacer esta transformación la integral de colisiones puede adquirir una dependencia temporal explícita, por lo que definimos $I_k[n_k] = \Gamma B(\tau) \tilde{I}_k[n_0]$ con $B(1) = 1$. En efecto, bajo las condiciones impuestas, podemos transformar la ecuación de Boltzmann en una para la función n_0

$$\gamma n_0 + \zeta \frac{dn_0}{d\zeta} = -\tilde{I}_k[\zeta] \quad (92)$$

con $\zeta = kA(\eta)$, y otra para la evolución dinámica

$$A^{\mu-\gamma(m-2)-1} A' = -\Gamma \eta_0 B(\eta). \quad (93)$$

La primera de estas ecuaciones permite obtener la función de distribución n_0 , pero no será relevante. La que sí nos interesa aquí es la segunda ecuación, ya que es la que determina la evolución de la función de distribución.

Ahora solamente nos queda determinar $A(\eta)$. Consideramos un universo con ecuación de estado w , por lo que el factor de escala es

$$a(\tau) = (b\mathcal{H}_0\eta_0(\tau - 1) + 1)^b \quad (94)$$

donde \mathcal{H}_0 es el parámetro de Hubble conforme a η_0 y $b = \frac{1+3w}{2}$. Para obtener la forma de $B(\eta)$ hay que especificar las interacciones que se estén considerando, pero de forma general es una potencia del factor de escala $B(\tau) = a^{-\kappa}(\tau)$, con $\kappa = 3b$ para el caso de procesos en la teoría $\lambda\phi^4$ [63]. Finalmente, para tiempos largos tenemos

$$A(\tau \rightarrow \infty) = \left(1 + \frac{1}{b(\kappa - 1)\mathcal{H}_0\eta_0}\right)^{-1/(\gamma(m-2)-\mu)} \quad (95)$$

y para que el campo pueda termalizar se necesita que el cutoff, que depende del tiempo $k_c(\eta \rightarrow \infty) = k_c(1)/A(\eta \rightarrow \infty)$ se desplace hacia el ultravioleta. Por lo tanto, debe ser $A(\eta \rightarrow \infty) < 1$. En la teoría que estamos considerando, se puede mostrar que $p = 1/(\gamma(m-2) - \mu) = 1/7$, en donde se asume partículas relativistas una vez que el modo homogéneo del inflatón decae completamente. En los casos en que la expansión del universo no es relevante, se puede verificar que $A(\tau) = \tau^{-p}$. En la siguiente sección utilizaremos estos resultados para dar una cota máxima para la temperatura final de Recalentamiento.

Para terminar esta sección mostramos el resultado de simulaciones numéricas realizadas por los autores de [63], en la que consideran a los dos campos escalares ϕ y χ con potencial $V(\phi, \chi) = \frac{1}{4}\lambda\phi^4 + \frac{1}{2}\phi^2\chi^2 + \frac{1}{4}\lambda_\chi\chi^4$. Este potencial es una modificación del que venimos considerando a lo largo de la tesis, pero tiene la ventaja de que se puede transformar a tiempo conforme para eliminar la expansión del universo. Al resolver las ecuaciones de esta teoría encuentran la función de distribución tiene exponente $s = 3/2$ (recordar que $n_k \sim k^{-s}$) y que la dinámica sigue siendo autosimilar con $A \approx \tau^{-p}$ con exponente $p = 1/5$. Estos valores de s y p corresponde a interacciones de tres partículas entre los campos ϕ y χ . Vemos que esto se corresponde con lo que mencionamos en la sección 3.2, ya que comentamos que la interacción $\sigma\phi\chi^2$ no era importante para los primeros momentos de la producción de partículas pero sí para los momentos finales, ya que es la interacción encargada de disminuir el número de partículas del campo χ , para que este pueda llegar a un estado térmico. Además, esta interacción es la encargada que el inflatón decaiga completamente, algo que es necesario para, por ejemplo, evitar que el universo se vuelve dominado por materia antes de nucleosíntesis [37]. En la figura 18 mostramos la evolución de la densidad de energía del campo de materia normalizada por la densidad de energía total. El gráfico está hecho para dos valores de $h = \lambda_\chi/\lambda$, que son $h = 300$ en azul y $h = 3000$ en rojo. Se observa la existencia de la resonancia paramétrica en los primeros momentos de la simulación, que finaliza a un tiempo η_0 . Podemos ver que en ambos casos existe una turbulencia forzada por el decaimiento del inflatón, lo que se confirma por la dependencia de la densidad de energía con el tiempo conforme, y luego se establece un régimen de turbulencia libre. Es una vez que comienza la turbulencia libre cuando se establece un comportamiento autosimilar de la función de distribución.

Sin embargo, los autores mencionan que sus simulaciones no abarcan intervalos de tiempo tan largos. Específicamente, estas llegan solamente hasta $\tau < 3$, donde es esperable que las partículas no hayan alcanzado el régimen relativista y el modo homogéneo del inflatón no haya decaído por completo, lo que hace que las interacciones dominantes sean las de 3 partículas con una del condensado del inflatón, que actúa como un acoplamiento dimensional. Este régimen corresponde al de turbulencia forzada y tiene un exponente $p = 1/5$, en concordancia con lo visto en la simulación. Para tiempos más largos las partículas llegan al régimen relativista y el condensado

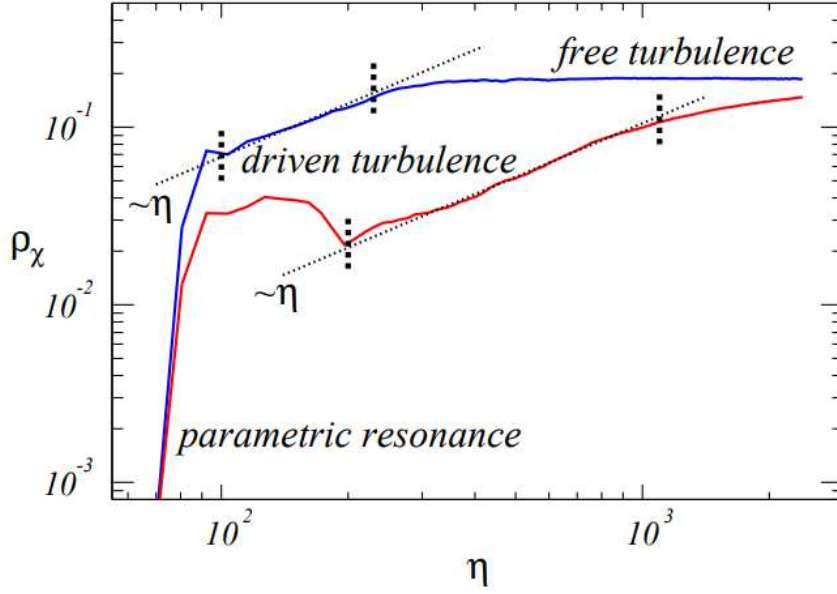


Figura 18: Evolución temporal de la densidad energía del campo χ para distintos valores de los parámetros. Para la curva azul los acoplamientos son $h = \lambda_\chi/\lambda = 300$ y en rojo $h = 3000$. En los primeros momentos de la simulación se observa la amplificación exponencial generada por la resonancia paramétrica, y luego vemos un régimen de turbulencia forzada debido a que el modo homogéneo del inflatón sigue decayendo perturbativamente. Se puede verificar que este decaimiento corresponde a interacciones de tres vértices entre partículas del campo ϕ y χ . Imagen extraída de [63].

decae por completo, lo que hace que las interacciones dominantes sean las de 4 partículas y por lo tanto el exponente resulta $p = 1/7$, lo que corresponde con una teoría con turbulencia libre. En la sección siguiente mostraremos que la duración del período de Recalentamiento, y por lo tanto del régimen turbulento, se corresponde con $\tau \gg 1$, por lo que se utilizará el exponente $p = 1/7$ como el dominante durante toda la evolución. Considerando este valor podremos obtener una estimación de la temperatura final de Recalentamiento.

En esta sección vimos cómo se puede resolver, de forma aproximada, la dinámica durante el régimen turbulento, lo que es un fenómeno bastante universal y ha sido estudiado en otros contextos²³. Para hacer esto resolvimos la dinámica utilizando la ecuación de Boltzmann, en donde tuvimos que asumir la forma en que escala la integral de colisiones y la función de distribución. Ahora discutimos estas aproximaciones realizadas. Considerar que la función de distribución es $n_k \gg 1$ es una buena aproximación para todos los momentos por debajo del cutoff ultravioleta k_c ya que, como vimos, la amplificación que sufren los campos durante el Precalentamiento es muy grande. Esto es válido hasta que el cutoff se haya desplazado lo suficiente, lo que se puede estimar requiriendo $n_{k_c} = 1$. A partir de cuando se cumpla esta condición las correcciones cuánticas a la ecuación de Boltzmann se vuelven relevantes y deben ser consideradas. Además, considerar $n_k \sim k^{-s}$ también funciona muy bien dado que el rango de momentos que nos interesa, que es el cercano al cutoff, se comporta de esta manera, lo que sabemos en base a todas las simulaciones que vimos. Por último, asumir que $d\Omega(\xi k, \xi q_i) = \xi^\mu d\Omega(k, q_i)$ implica asumir algo sobre la amplitud de transición $|M|^2$. Para el caso no relativista (y a primer en los acoplamientos) esto sí se cumple dado que $|M(\xi k)| = |M(k)|$ [65], pero en casos más generales no es cierto que M sea una función homogénea de los momentos. Sin embargo, a pesar de todas estas aproximaciones este esquema permite estudiar la evolución del campo de materia hacia un estado térmico.

²³Por ejemplo, en el estudio de la termalización de plasmas no abelianos [65].

4.4. Termalización

El período de Recalentamiento finaliza cuando las partículas producidas alcanzan un estado térmico con una ecuación de estado de radiación. Como vimos en la sección 4.2, la ecuación de estado llega muy rápidamente a $w = 1/3$, casi inmediatamente después de que finaliza la resonancia. La evolución posterior al fin del Precalentamiento se esquematiza en la figura 19. El espectro comienza siendo casi plano en el infrarrojo, que por efectos de dispersión múltiple se re-distribuye en los momentos por debajo del cutoff. Luego, para tiempos posteriores al comienzo de la turbulencia $t > t_{start}$, el cutoff se desplaza lentamente hacia momentos más grandes hasta que llega a la línea punteada roja, que es el estado térmico del sistema. En esta sección usaremos los resultados de la anterior para calcular el tiempo en que finaliza el Recalentamiento y la temperatura final.

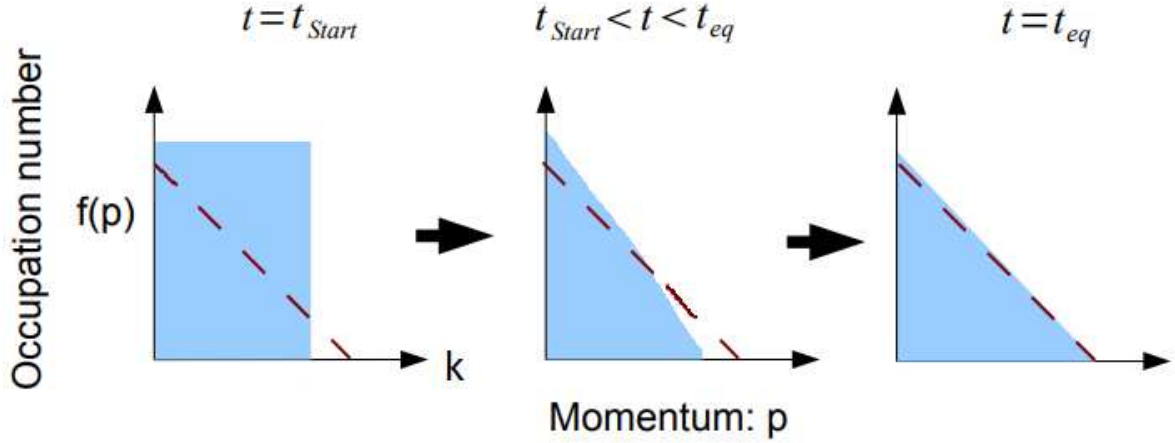


Figura 19: Esquema de la termalización para tiempos posteriores a la producción de partículas. El número de ocupación comienza siendo casi plano por debajo de un cutoff, para luego trasladarse al ultravioleta lentamente en lo que constituye una turbulencia de ondas clásicas. Finalmente, para tiempos muy largos, el espectro se acerca a uno de Rayleigh-Jeans, lo que indica la llegada a un estado térmico. Imagen extraída de [65].

En la sección anterior estudiamos el cómo se desplaza el cutoff de la función de distribución hacia el ultravioleta

$$k_c(\tau) = k_c(\eta_0)A(\tau) \approx k_c(\eta_0)\tau^{-p} \quad (96)$$

donde, como vimos en la sección anterior, para tiempos largos $p \approx 1/7$. Como ya mencionamos, podemos obtener el tiempo en que los efectos cuánticos comienzan a ser relevantes, lo que sucede cuando $n_{k_c} = 1$. Esto puede servir como una cota mínima para el tiempo de termalización ya que es necesario un tratamiento cuántico para determinar qué sucede en tiempos posteriores. Si asumimos que a este tiempo el campo de materia ya ha termalizado y que la ecuación de estado durante Recalentamiento es cercana a una de radiación (lo que sucede una vez finaliza la resonancia), la temperatura de Recalentamiento resulta [37, 63]

$$T_r \sim \left(\frac{k_c}{\rho_e^{1/4}} \right)^{1/p} \rho_e^{1/4} \quad (97)$$

con ρ_e la densidad de energía al final de inflación. Esto es una cota máxima ya que no se tiene en cuenta lo que sucede luego de que la dinámica se vuelve cuántica, lo que en principio podría llevar a temperaturas menores. Usando como valores típicos $\rho_e^{1/4} \sim 10^{15}$ GeV, $k_c = m$ y $p = 1/7$

obtenemos

$$T_r \sim 10^5 \text{ eV} \quad (98)$$

y el tiempo al que finaliza esta etapa lo podemos estimar como $t_r \sim 10^{35} t_e$. Se puede verificar que este calculo es muy sensible a los parámetros elegidos, especialmente con el escaleo de la función de distribución durante la etapa turbulenta p . Esta temperatura es inaceptable como temperatura de Recalentamiento, ya que no puede dar cuenta de la transición de inflación hacia la cosmología estándar. Para dar con un valor mayor para esta temperatura, y al mismo tiempo reducir la duración del período, es posible que sea necesario considerar interacciones que se asemejen más a las del modelo estándar, incluyendo más campos en la teoría. No obstante, obtener una temperatura de Recalentamiento aceptable es un problema abierto actualmente.

5. Observaciones y reliquias

Al igual que la época inflacionaria, el Recalentamiento es muy difícil de testear mediante las observaciones cosmológicas. En primer lugar, el plasma térmico del universo temprano oculta toda observación directa de este período, lo que hace que haya que buscar huellas observacionales que sobrevivan a la termalización [37]. Además, dado que el Recalentamiento es un proceso causal solamente las escalas que están dentro del horizonte durante esta etapa son afectadas por la dinámica no lineal, pero estas escalas son tan chicas que actualmente no se pueden ver en el fondo cósmico de microondas.

En esta sección veremos qué tipo de huellas puede dejar el período de Recalentamiento sobre diversos observables cosmológicos. En la primera subsección veremos que la dinámica de Recalentamiento puede afectar a los observables inflacionarios mediante un único parámetro, que depende de la ecuación de estado durante Recalentamiento y de la escala de energía tanto de esta etapa como de inflación. Luego, en lo que queda de esta sección, veremos que la dinámica fuera del equilibrio durante Recalentamiento permite la producción de diversas reliquias que podrían ser observadas en el futuro. A partir de cotas actuales, estudiar la producción de estas reliquias permite estudiar y acotar el espacio de parámetros de un dado modelo de Recalentamiento. En esta Tesis trabajaremos solamente con la producción de ondas gravitatorias, de agujeros negros primordiales y de materia oscura. Sin embargo, las reliquias que se pueden producir van más allá de las que trabajaremos aquí, como por ejemplo la generación de la asimetría bariónica [37].

5.1. Efecto de Recalentamiento sobre los observables inflacionarios

Como vimos en la sección 4.2, una de las cantidades relevantes durante el Recalentamiento es la evolución de la ecuación de estado del universo w . Esto es importante porque Recalentamiento debe terminar con un estado térmico de radiación, pero también porque la ecuación de estado determina la evolución del factor de escala del universo. Como veremos aquí, esto tiene consecuencias relevantes en el análisis de las observaciones de las anisotropías del fondo cósmico de microondas.

Consideramos la evolución del redshift desde el fin de inflación hasta hoy, tomando en cuenta el período de Recalentamiento

$$1 + z_e = \frac{1}{R_r} \left(\frac{\rho_e}{\tilde{\rho}_\gamma} \right)^{1/4} \quad (99)$$

donde $\tilde{\rho}_\gamma$ es la energía de la radiación hoy, re-escalada por el número de grados de libertad relativistas, y las cantidades con subíndice 'e' están evaluadas en el fin de inflación. La cantidad R_r es el parámetro de Recalentamiento definido según [66]

$$R_r = \frac{a_e \rho_e^{1/4}}{a_r \rho_r^{1/4}} \quad (100)$$

donde las cantidades con subíndice 'r' están evaluadas en el fin de Recalentamiento. Podemos utilizar la ecuación para la conservación del tensor-energía momento

$$\dot{\rho} + 3H(1 + w)\rho = 0 \quad (101)$$

para obtener

$$\ln R_r = \ln \frac{a_e}{a_r} - 3 \int \frac{da}{a} (1 + w) = \frac{\Delta N_r}{4} (-1 + \bar{w}) \quad (102)$$

con ΔN_r la cantidad de e-folds de duración de Recalentamiento y \bar{w} la ecuación de estado media durante Recalentamiento $\bar{w} = \Delta N_r^{-1} \int dN w(N)$. Esta expresión se puede re-escribir para que

dependa solamente de la ecuación de estado media, de la escala de energía de inflación y de la escala de energía de Recalentamiento

$$\ln R_r = \frac{1 - 3\bar{w}}{12(1 + \bar{w})} \ln\left(\frac{\rho_r}{\rho_e}\right). \quad (103)$$

Vemos que si $R_r = 1$, lo que implica un Recalentamiento instantáneo o que durante esta etapa domina la radiación, entonces este período no tiene ningún efecto sobre las observaciones inflacionarias. En el caso contrario, la dinámica de Recalentamiento sí afecta las observaciones dado que modifica la evolución de las escalas. Se puede obtener cotas para este parámetro requiriendo que la densidad de energía al final de Recalentamiento sea mayor que la de nucleosíntesis pero menor que la de inflación $\rho_{nuc} < \rho_r < \rho_e$ ²⁴

$$(\rho_{nuc}/\rho_e)^{\frac{1-3\bar{w}}{12(1+\bar{w})}} < R_r < 1. \quad (104)$$

Este único parámetro contiene toda la información de Recalentamiento relevante para los observables inflacionarios e influye en las observaciones ya que aparece en la expresión para N_k , el número de e-folds transcurridos desde que un dado modo k cruza el horizonte de Hubble hasta que termina la inflación, que es un número necesario para calcular los parámetros de rodadura lenta a partir de las observaciones [66]. En los trabajos [67, 68] los autores utilizan este hecho para realizar análisis bayesianos utilizando datos obtenidos de las observaciones de las anisotropías del fondo cósmico de microondas, en donde reportan dos resultados significativos para el Recalentamiento. El primero es que la precisión actual de los datos observacionales es suficiente como para que sea necesario incluir información sobre la dinámica de Recalentamiento. Para cada potencial inflacionario hay una evolución posterior durante Recalentamiento, que es importante tener en cuenta al momento de testear a cada uno de los modelos [69]. En segundo lugar, asumiendo cierto valor para \bar{w} logran obtener cotas inferiores para ρ_r para algunos modelos inflacionarios. Además, a partir de su análisis reportan que el modelo T (sección 2.4.2) es uno de los más favorecidos por los datos de entre los 287 que fueron considerados [28].

Por lo que vimos aquí, la dinámica durante Recalentamiento ha de ser considerada al momento de probar modelos inflacionarios frente a las observaciones. Esto se puede ver claramente en la figura 20, extraída de [37], que muestra en azul la evolución de la escala l_{phys} y en naranja la del horizonte de Hubble, en función del factor de escala a través de las diferentes épocas del universo. Estas etapas son la inflación, el Recalentamiento, la época dominada por radiación, la dominada por materia y, finalmente, la dominada por energía oscura. Notemos que la distancia en el eje x entre dos puntos es la cantidad de e-folds que transcurren. El gráfico de la izquierda muestra la evolución en modelos inflacionarios de un solo parámetro, donde vemos que la incertidumbre en el parámetro R_r genera diferentes evoluciones del horizonte de Hubble, que radican únicamente en el valor de \bar{w} . A la derecha vemos el caso de modelos inflacionarios de dos parámetros, en los que la evolución del horizonte depende tanto de \bar{w} como de uno de los parámetros del potencial. En ambos gráficos se puede ver que una dada escala física, en este caso l_{phys} , sale del horizonte cuando faltan N e-folds para el final de inflación, que no es un valor concreto sino que es un intervalo de valores posibles. Por esta razón es muy importante encontrar otras formas de testear modelos de Recalentamiento, ya que además de ser un período relevante en sí mismo es relevante para determinar observacionalmente algunos de los parámetros primordiales del modelo cosmológico (A_s , n_s , r y n_t).

5.2. Ondas gravitatorias

En la sección 2.3 vimos que las perturbaciones más generales a la métrica de FLRW (10) tienen un sector tensorial, transversal y sin traza que representa a las ondas gravitatorias [23].

²⁴Esta expresión asume $\bar{w} < 1/3$. En caso contrario se invierten las desigualdades.

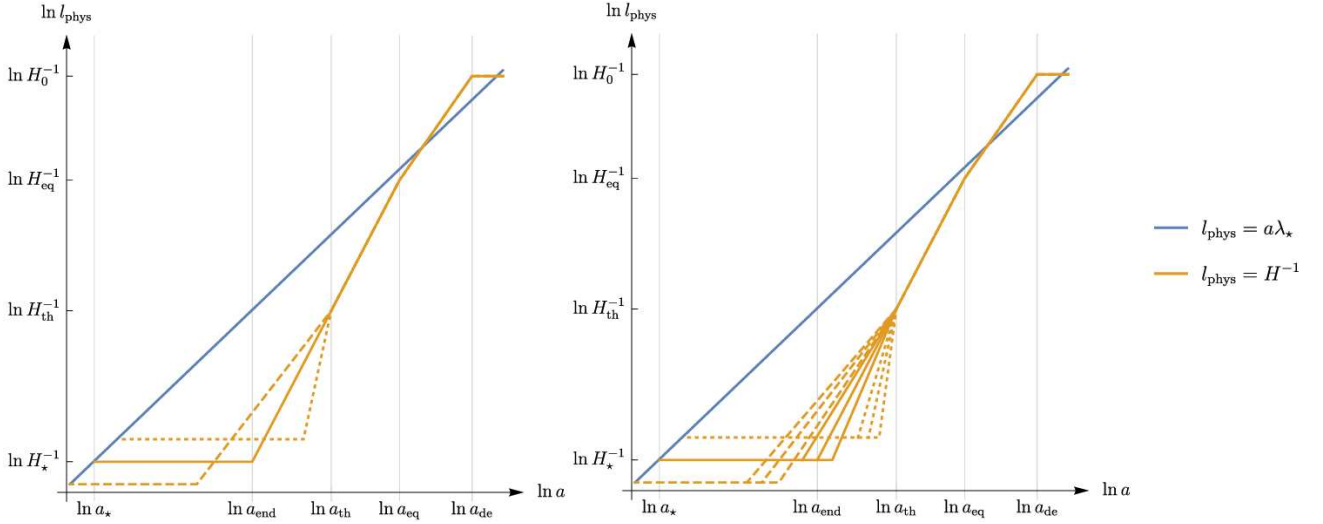


Figura 20: Evolución del horizonte de Hubble (líneas naranja) en función del factor de escala para modelos inflacionarios de un solo parámetro (izquierda) y de dos parámetros (derecha). En azul está graficada la evolución de una escala física l_{phys} . Vemos que la incertidumbre en la evolución del factor de escala durante Recalentamiento induce una incertidumbre en momento en que una dada escala sale del horizonte. Imagen extraída de [37].

En esta sección veremos como se analiza la producción de ondas gravitatorias en el contexto cosmológico y, en particular, durante Recalentamiento. A diferencia de las ondas producidas durante inflación, cuyo origen es cuántico y con un espectro invariante de escala, en Recalentamiento las ondas se producen por la evolución clásica de las inhomogeneidades de los campos de materia. Estas se producen de forma causal en escalas sub-horizonte y, como veremos aquí, su espectro tiene un pico pronunciado en la frecuencia característica de la fuente. Analizar la producción de ondas gravitatorias es muy importante ya que podría ser una de las únicas formas de realizar observaciones directas al período de Recalentamiento. Se espera que los numerosos proyectos observacionales futuros sean capaces de detectar este fondo de ondas gravitatorias o de acotar fuertemente el espacio de parámetros [70, 71]. Esto puede realizarse con detectores interferométricos o con los 'Pulsar Timing Array', que es una línea muy prometedora ya que han dado con una detección positiva de un fondo estocástico de ondas gravitatorias [72] cuyo origen probable es la superposición de las ondas producidas en colisiones de agujeros negros supermasivos. Comenzaremos esta sección explicando las características generales de los fondos estocásticos de ondas gravitatorias y luego daremos una estimación típica reportada en la literatura para la producción de ondas utilizando como fuente un campo escalar, que se corresponde con los modelos con los que trabajamos en esta Tesis. Es importante aclarar que en la literatura se han trabajado una gran cantidad de modelos, como se puede ver en [73], pero aquí tomaremos el de la resonancia paramétrica como representativo.

Consideramos, de forma general, la métrica

$$g_{\mu\nu} = \bar{g}_{\mu\nu} + h_{\mu\nu} \quad (105)$$

donde $\bar{g}_{\mu\nu}$ corresponde a la métrica de FLRW y $h_{\mu\nu}$ son las ondas gravitatorias. Notar que solamente estamos considerando las perturbaciones tensoriales transversas y sin traza, por lo que omitimos escribir el supraíndice 'TT'. Estas ondas tienen asociado un tensor-energía momento, que puede obtenerse al calcular el tensor de Einstein a orden 2 en las perturbaciones [74]

$$T_{\mu\nu} = \frac{1}{4} m_p^2 \langle \nabla_\mu h_{\alpha\beta} \nabla_\nu h^{\alpha\beta} \rangle \quad (106)$$

del cual solamente nos interesa la componente T_{00} , que es la densidad de energía de las mismas

$$\rho = \frac{1}{4}m_p^2 \langle \dot{h}_{ij} \dot{h}^{ij} \rangle. \quad (107)$$

La dinámica de las ondas se obtiene a partir de la ecuación de Einstein, que en una métrica de FLRW de fondo y a orden uno en las perturbaciones es [73]

$$\ddot{h}_{ij} + 3H\dot{h}_{ij} - \frac{1}{a^2}\nabla^2 h_{ij} = \frac{2}{m_p^2}\Pi_{ij}^{TT} \quad (108)$$

donde Π_{ij} es el tensor energía-momento de los campos de materia, al que se le tiene que sustraer la contribución homogénea e isotrópica

$$a^2\Pi_{ij} = T_{ij} - a^2P(\delta_{ij} + h_{ij}) \quad (109)$$

con P la presión homogénea de fondo. Esta ecuación es más sencilla en el espacio de Fourier

$$\Pi_{ij}(\mathbf{x}, t) = \int \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \Pi_{ij}(\mathbf{k}, t) e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} \quad (110)$$

que para obtener la parte transversa y sin traza hay que utilizar los proyectores $P_{ij}(\hat{\mathbf{k}}) = \delta_{ij} - \hat{k}_i\hat{k}_j$, que proyectan sobre espacios ortogonales a \mathbf{k} , combinándolos de forma de obtener un proyector transverso y sin traza $\Lambda_{ijlm}(\hat{\mathbf{k}})$

$$\Pi_{ij}^{TT}(\mathbf{k}) = \Lambda_{ijlm}(\hat{\mathbf{k}})\Pi_{lm}(\mathbf{k}) = \frac{1}{2} \left[P_{il}(\hat{\mathbf{k}})P_{jm}(\hat{\mathbf{k}}) + P_{im}(\hat{\mathbf{k}})P_{jl}(\hat{\mathbf{k}}) - P_{ij}(\hat{\mathbf{k}})P_{lm}(\hat{\mathbf{k}}) \right] \Pi_{lm}(\mathbf{k}). \quad (111)$$

Las ondas gravitatorias tienen dos grados de libertad transversales que resultan en dos posibles polarizaciones, las polarizaciones $r = +, \times$, que se codifican en los tensores de polarización e_{ij}^r

$$h_{ij}(\mathbf{x}, t) = \sum_{r=+, \times} \int \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^3} h_r(\mathbf{k}, t) e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} e_{ij}^r(\hat{\mathbf{k}}). \quad (112)$$

Estos tensores también son transversales y sin traza

$$\begin{aligned} k_i e_{ij}^r(\hat{\mathbf{k}}) &= 0 \\ e_{ii}^r(\hat{\mathbf{k}}) &= 0. \end{aligned} \quad (113)$$

y pueden ser parametrizados según

$$\begin{aligned} e_{ij}^+(\hat{\mathbf{k}}) &= m_i m_j - n_i n_j \\ e_{ij}^\times(\hat{\mathbf{k}}) &= m_i n_j + n_i m_j \end{aligned} \quad (114)$$

donde los n_i, m_j forman una base ortonormal en el plano ortogonal a \mathbf{k} . Trabajando en tiempo conforme y definiendo $H_r(\mathbf{k}, \eta) = a(\eta)h_r(\mathbf{k}, \eta)$, la ecuación a resolver para obtener la producción de ondas gravitatorias es

$$H_r'' + \left(k^2 - \frac{a''}{a} \right) H_r = \frac{2}{m_p^2} a^3 \Pi_r \quad (115)$$

donde utilizamos la misma descomposición en el tensor Π_r^{TT} que en (112). El lado izquierdo de esta ecuación es lo que se utiliza para obtener el espectro primordial de ondas gravitatorias producidas durante inflación, y el lado derecho puede contener tanto información sobre la evolución libre de las ondas gravitatorias como de la producción de las mismas debido a diferentes fuentes externas.

Las fuentes de ondas gravitatorias del universo temprano emiten solamente por un corto periodo de tiempo, lo que hace que sea relevante entender las soluciones de esta ecuación en vacío. El resultado importante es que las ondas que salen del horizonte de Hubble se vuelven constantes y evolucionan trivialmente. Una vez que reingresan al horizonte, debido a que este se expande más rápido que la longitud de onda física de las ondas, su amplitud comienza a decaer como $h_r \sim a^{-1}$.

Un fondo estocástico de ondas gravitatorias se caracteriza por tener una amplitud que puede ser tratada como una variable aleatoria. Para estudiarlo debemos considerar la hipótesis ergódica, que implica una equivalencia entre estudiar muchas regiones pequeñas del universo y estudiar un ensamble de universos. Para que esto funcione el universo debe ser homogéneo e isótropo y el mecanismo de producción causal, dentro de un horizonte mucho más pequeño que el actual. Solo así distintos volúmenes del universo actual se podrán considerar independientes e idénticos, ya que provienen de muchos volúmenes del universo temprano que cumplen estas condiciones. Estas razones llevan a que las ondas gravitatorias producidas en el universo temprano sean estadísticamente homogéneas e isotrópicas, despolarizadas y con correlaciones Gaussianas. A partir de todo esto, la función de correlación de dos puntos de las ondas es

$$\langle h_r(\mathbf{k}, \eta) h_p^*(\mathbf{k}', \eta) \rangle = \frac{8\pi^5}{k^3} \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \delta_{rp} h_c^2(k, \eta). \quad (116)$$

La primera propiedad es inmediata al considerar perturbaciones al universo de FLRW, la segunda propiedad surge de considerar que no hay violación de paridad e implica que ambos modos de helicidad se generan con la misma amplitud, y la gaussianidad surge del teorema central del límite debido a la gran cantidad de volúmenes independientes. Con la normalización elegida h_c representa la amplitud característica de la onda gravitatoria por logaritmo del número de onda y por estado de polarización, de modo que

$$\langle h_{ij}(\mathbf{x}, \eta) h_{ij}(\mathbf{x}, \eta) \rangle = 2 \int_0^\infty \frac{dk}{k} h_c^2(k, \eta). \quad (117)$$

A su vez, la densidad de energía para modos sub-horizonte, que son los que tiene sentido considerar, resulta

$$\rho^{GW} = \frac{m_p^2}{2a^2(\eta)} \int_0^\infty dk k h_c^2(k, \eta) \quad (118)$$

con lo que el espectro del fondo estocástico de ondas gravitatorias es

$$\frac{d\rho^{GW}}{d \ln k} = \frac{m_p^2}{2a^2(\eta)} k^2 h_c^2(k, \eta). \quad (119)$$

Dado que $h_c \sim a^{-1}$, la densidad de energía de un fondo estocástico de ondas gravitatorias decae de igual forma que la radiación. El espectro de energía normalizado por la densidad crítica del universo resulta

$$\Omega^{GW}(k) = \frac{1}{\rho_c} \frac{d\rho^{GW}}{d \ln k}. \quad (120)$$

Como vimos, durante Recalentamiento se excita un rango finito de modos del campo escalar χ . La parte relevante del tensor energía-momento de este campo para la producción de las ondas es $T_{ij} = \partial_i \chi \partial_j \chi - \frac{1}{3} \delta_{ij} \partial_l \chi \partial_l \chi$, con lo que vemos que el campo χ debe ser bastante inhomogéneo. Estas grandes inhomogeneidades en ambos campos escalares, χ y ϕ , se producen cerca del momento en que se fragmenta el condensado del inflatón, lo que sucede aproximadamente cuando los efectos de retroacción sobre el inflatón se vuelven relevantes. En base a esto, en [54] los autores estudian la producción de ondas gravitatorias considerando la teoría que vimos en la sección 3.2, utilizando como fuente al campo χ durante la etapa de resonancia paramétrica

antes de que comience la retroacción (36). Como ya vimos, los momentos que más se amplifican durante esta etapa están por debajo del cutoff (75)

$$k_c = m q_0^{1/4} a^{1/4}(z) \sqrt{2/\pi} \quad (121)$$

que se obtiene al utilizar (54) despreciando la masa del escalar de materia. Los autores encuentran, para este modelo, una expresión exacta para (120) dada por

$$\Omega_f^{GW}(k) = \frac{m^3 k^3}{8\pi m_p^2 \rho_i} \frac{a_i}{a_f} F_f(k) \quad (122)$$

donde las cantidades con subíndice 'i' y 'f' están evaluadas al comienzo y al final de la producción de las ondas, respectivamente. La cantidad F_f es una integral que es creciente en los momentos y que también tiene un cutoff en $k = k_c$, debido a que no hay ninguna excitación del campo χ con frecuencias superiores que pueda actuar como fuente de las ondas. Por lo tanto, es de esperar que el espectro de las ondas gravitatorias tenga un pico en $k \sim k_c$ cuya frecuencia hoy es

$$f_0 \sim 8 \cdot 10^9 \frac{m}{\rho_i^{1/4}} (4q_0)^{\delta_1+1/4} (a_f/a_r)^{1/4} \text{Hz} \quad (123)$$

con a_r el factor de escala al final de Recalentamiento y δ_1 un parámetro libre, que se espera que sea pequeño y que es calculado a partir de las simulaciones. Haciendo algo similar obtienen una expresión para la densidad de energía de las ondas evaluada en el pico f_0

$$h^2 \Omega_0^{GW}(f_0) \sim 5 \cdot 10^{-9} \frac{a_f}{a_r} \frac{m^6}{m_p^2 \rho_i} (4q_0)^{\delta_2-1/2} \quad (124)$$

donde δ_2 también es un parámetro a calcular con las simulaciones. Notemos que estas fórmulas tienen cantidades propias de la dinámica de Recalentamiento que no se conocen, específicamente a_f/a_r , pero que sí sirven para estudiar la validez de la dependencia con el parámetro de la resonancia q_0 .

En las simulaciones que realizan utilizan valores de $q_0 \in (6 \cdot 10^3, 10^6)$, y encuentran diversos resultados. En primer lugar, verifican la validez de la estimación realizada para el pico del espectro del campo χ (121). En segundo lugar, respecto de las predicciones para las ondas gravitatorias, encuentran que la estimación realizada para la frecuencia del pico (123) no funciona bien, y que esta escala según $k \sim m q^{2/3}$. Sin embargo, la predicción para la densidad de energía de las ondas (124) sí funciona bien, con desviaciones de aproximadamente el 14 %. Posiblemente la razón de esto sea que las ondas se producen mayoritariamente durante la amplificación del campo χ , antes de que comience la retroacción, que fue una de las hipótesis realizadas al obtener esta estimación. Una vez que este efecto se vuelve relevante, junto con la dispersión múltiple, el pico en el espectro de las ondas se desplaza y comienza a escalar según $k \sim m q^{2/3}$. Entonces, la fórmula obtenida en (123) funciona mal debido a los efectos no lineales, que al igual que con el espectro de los campos ϕ y χ , desplazan los picos generados durante la etapa lineal (sin retroacción). La fórmula para la posición del pico funciona bien si es corregida tomando $\delta_1 \approx 1/2$, y la de la densidad de energía si $\delta_2 \approx 0,06$, con lo que vemos que la estimación realizada funciona bien solamente para la densidad de energía. En la figura 21 se muestra un gráfico, realizado por estos autores, del espectro de las ondas para el parámetro inicial $q_0 = 10^5$. Vemos que el espectro se empieza a amplificar en el infrarrojo, dado que ahí están concentradas las fluctuaciones del campo χ , y después se empieza a desplazar hacia el ultravioleta dado que también lo hacen las fluctuaciones. Es interesante ver que la densidad de energía de las ondas disminuye cuanto más grande se hace el parámetro de la resonancia $\Omega^{GW} \sim q_0^{-1/2}$. Esto sucede debido a que mientras más aumenta q más modos del campo χ son excitados pero cada uno con menor amplitud, lo que termina resultando en menor energía transferida a las ondas.

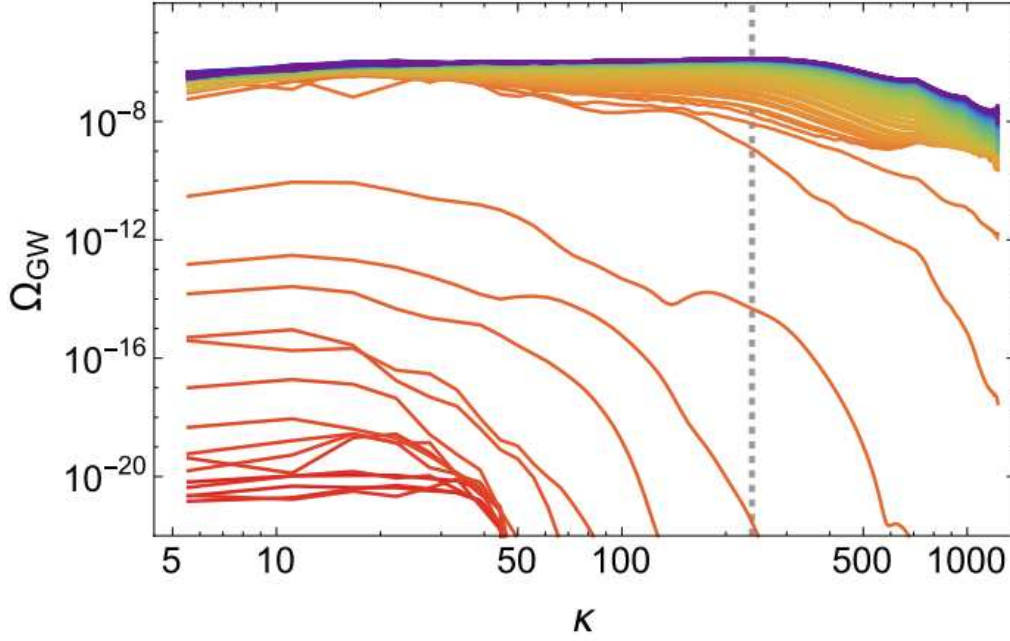


Figura 21: Espectro de las ondas gravitatorias producidas con un parámetro inicial de la resonancia $q_0 = 10^5$. Vemos que el espectro se comienza a producir en el infrarrojo y luego se amplifica en el ultravioleta, dado que las ondas se producen en los momentos en que se haya amplificado el campo χ . Una vez que termina la amplificación del escalar de materia (aproximadamente cuando comienza la retroacción), la producción de las ondas gravitatorias finaliza. Imagen extraída de [54].

Se puede ver en las fórmulas obtenidas que la frecuencia de las ondas gravitatorias es muy grande y la densidad de energía muy chica²⁵. Si inflación ocurre con una escala de energía cercana a la de las teorías gran unificadas $H_e \sim 10^{15} \text{Gev}$ (lo que es usual asumir), se espera que la frecuencia hoy sea $f_0 \sim 10^{10} \text{Hz}$ y la densidad de energía $\Omega^{GW} \sim 10^{-11}$, lo que hace muy difícil su posible detección. En la figura 22 se muestra un gráfico de la densidad de energía típica de las ondas gravitatorias producidas durante Recalentamiento en función de la frecuencia de las mismas. En este gráfico están las sensibilidades de diversos experimentos y observaciones. Se puede ver que aún ninguno es sensible a las ondas producidas durante Recalentamiento, pero en el futuro podrían serlo para algunos modelos [70, 71].

5.3. Agujeros negros primordiales

Los agujeros negros primordiales pueden formarse en el universo temprano por colapso gravitatorio de las perturbaciones de curvatura generadas durante inflación [77]. Estas fluctuaciones salen del horizonte durante inflación y quedan congeladas, para luego re-ingresar debido al crecimiento del horizonte. Si estas perturbaciones superan una cota superior comienzan a colapsar esféricamente y forman agujeros negros. Durante Recalentamiento, ya sea en modelos con resonancia paramétrica, inestabilidad espinodal o producción gravitatoria, estas perturbaciones pueden ser amplificadas en escalas cercanas al horizonte de Hubble, lo que podría dar un mecanismo de producción de agujeros negros primordiales durante esta etapa. En esta sección vamos a dar una breve idea de cómo se pueden generar durante Recalentamiento y explicar el tipo de cotas que provee la posible sobre-producción.

Consideramos el modelo visto en la sección 3.2, en donde vimos que durante la amplificación

²⁵Estos resultados también se pueden obtener por argumentos similares y menos específicos al modelo de Recalentamiento tratado aquí [37, 75].

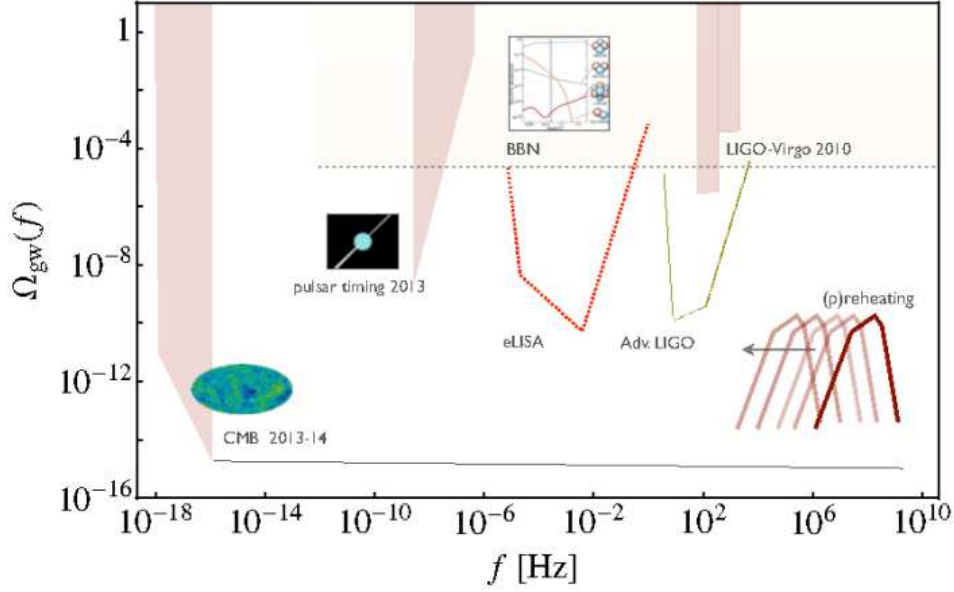


Figura 22: Densidad de energía de las ondas gravitatorias normalizada por la energía crítica en función de la frecuencia de las mismas. Se grafica la densidad de energía típica producida durante Recalentamiento para la escala inflacionaria $H_e \approx 10^{15}$ GeV, además de las regiones sensibles a los experimentos eLISA y Advanced LIGO. También se muestran los límites observacionales a partir del fondo cósmico de microondas, los Pulsar Timing Array, nucleosíntesis y LIGO. La línea gris representa las ondas gravitatorias producidas en inflación, que son invariantes de escala. Imagen extraída de [76].

del campo χ este crece exponencialmente con coeficiente de Floquet μ_k . Esto va a amplificar el espectro de este campo, cuya condición inicial está determinada por las fluctuaciones cuánticas producidas durante inflación $P_{\chi,e}$, lo que podemos modelar haciendo $P_\chi = P_{\chi,e} \exp(2\mu_k z)$, con $z = mt$ [78]. En este trabajo consideran la amplificación de las perturbaciones antes del comienzo de la retroacción y por lo tanto se utiliza (76) para estimar el tiempo en el que comienzan a ser relevantes estos efectos. Para el coeficiente de Floquet usan el máximo valor de (43) $\mu_k \approx 0,17$, que es diferente al coeficiente en el caso en que la expansión del universo es importante (53). A partir de esto y requiriendo que los agujeros negros no sean sobre-producidos, logran acotar las diferentes escalas en las que estos podrían ser formados utilizando diferentes tiempos de duración del proceso de Precalentamiento. Lo que los autores logran ver es que efectivamente puede haber sobre-producción de agujeros negros, cuya masa se puede obtener al estimar que estos se crean rápidamente después de finalizada la inflación [46]

$$M \approx \rho_{c,e} H_e \approx 3 \left(\frac{H_e}{10^{14} \text{ GeV}} \right)^{-1} 10^{-4} \text{ Kg} \quad (125)$$

con H_e el parámetro de Hubble y $\rho_{c,e} = 3m_p^2 H_e^2$ la densidad crítica, ambas cantidades evaluadas al final de inflación.

En esta Tesis no vamos a seguir profundizando sobre este tema pero es un efecto importante que puede suceder durante Recalentamiento, que ha de ser considerado en un modelo integral de esta etapa ya que puede ayudar a poner cotas al modelo.

5.4. Materia oscura

La producción gravitatoria de partículas ofrece una posible explicación para el origen de la materia oscura fría. Este mecanismo podría lograr producirla sin que existan acoplamientos

directos con las partículas del modelo estándar, e incluso posibles auto-acoplamientos de la materia oscura, lo que permite evadir cotas observacionales. En esta sección veremos un modelo de producción de un campo escalar de materia oscura χ , mediante el mecanismo de producción gravitatoria, y veremos cómo esto permite utilizar las diversas cotas existentes sobre la materia oscura para acotar los parámetros del modelo de Recalentamiento.

En el trabajo [79] los autores consideran un potencial del tipo T (18) con $p = 1$ para el inflatón, y un campo escalar masivo χ no mínimamente acoplado con la gravedad (con acoplamiento ξ), al que asumen como todo el contenido de materia oscura del universo. Para estudiar la producción de partículas utilizan la teoría que vimos en la sección 3.3, y resuelven para encontrar la temperatura de Recalentamiento, la abundancia del campo χ y su espectro. La temperatura de Recalentamiento la definen como la temperatura que tendría el campo χ en el momento en el que $\rho_\phi = \rho_\chi$, si su ecuación de estado fuera de radiación $\rho_\chi \sim T^4$. Al final de esta sección comentaremos qué implica esta aproximación y cuáles serían las modificaciones si se considera un esquema más realista. Para acotar el espacio de parámetros (m_χ y ξ) utilizan cotas actuales sobre la abundancia de la materia oscura, isocurvatura y Lyman- α , además de requerir que la temperatura de Recalentamiento sea menor que la temperatura máxima posible (29) y mayor que la temperatura de nucleosíntesis. Podemos ver en la figura 23 que para masas muy pequeñas se rompen las cotas de Lyman- α , y que para valores muy chicos de ξ se rompen las cotas sobre isocurvatura. Los autores no consideran el caso $m_\chi > H_e$ (con H_e el parámetro de Hubble al final de inflación), ni tampoco efectos de retroacción del campo χ sobre la ecuación de Friedmann. El espacio de parámetros permitido es amplio y está representado por las regiones blancas.

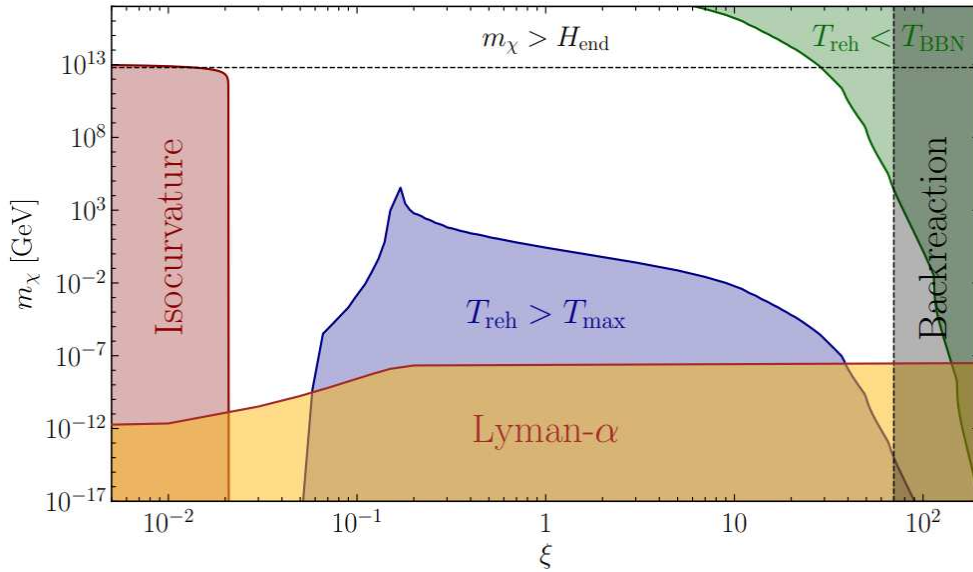


Figura 23: Espacio de parámetros para el campo de materia oscura χ , con masa m_χ y acoplamiento no mínimo con la gravedad ξ . La parte blanca del gráfico muestra la región de parámetros permitida en base a las cotas utilizadas. La región roja está descartada debido a las restricciones de isocurvatura. La condición de que la temperatura de Recalentamiento sea menor que la temperatura máxima y mayor que la temperatura de la nucleosíntesis, respectivamente, excluye las regiones en azul y verde. La región amarilla está descartada por las restricciones de Lyman- α . La región gris indica los parámetros en los que los efectos de retroacción, que no fueron considerados, se vuelven relevantes. Tampoco fue considerada la región $m_\chi > H_e$, con H_e el parámetro de Hubble al final de inflación. Imagen extraída de [79].

Los resultados que obtienen en este trabajo no pueden ser tomados como definitivos dado que el esquema de Recalentamiento que plantean es muy poco realista. La temperatura de Recalentamiento la obtienen requiriendo que la energía del inflatón sea igual que la del campo

de materia, en donde asumen que el campo χ está en un estado térmico de radiación. Como vimos en la sección 4, al momento en que la energía de estos campos se vuelve igual, o al menos comparable, el campo χ está todavía muy lejos de un estado térmico. Las energías son iguales aproximadamente cuando comienzan los efectos de retroacción, que tampoco tienen en cuenta, con lo que el esquema utilizado en este trabajo ignora toda la etapa no lineal, de turbulencia y de termalización. Considerar estos efectos resultaría en una temperatura mucho menor que la que obtienen. Sin embargo, los métodos utilizados son interesantes porque muestran una forma de poner a prueba los modelos de Recalentamiento que estudien la producción de materia oscura.

6. Simulaciones

En esta sección comentamos los códigos desarrollados para realizar simulaciones del período de Recalentamiento, que fueron cruciales para el desarrollo de los diferentes modelos trabajados en la literatura. Estas simulaciones se realizan discretizando a los campos en una grilla comóvil con condiciones periódicas, para luego evolucionar en el tiempo el conjunto de ecuaciones de movimiento acopladas. Este tipo de simulaciones se conoce comúnmente como 'simulaciones de Lattice', que permiten estudiar diversos procesos que suceden durante Recalentamiento, algunos de los cuales discutiremos a continuación. Dado que Recalentamiento finaliza cuando las partículas producidas llegan a un estado térmico de radiación, los efectos no lineales de acoplamiento entre modos son extremadamente importantes y solo pueden ser captados en su totalidad mediante simulaciones numéricas. Uno de estos efectos importantes a tener en cuenta es la fragmentación del condensado del inflatón, que puede generar configuraciones no triviales de los campos y además es el efecto que genera la rápida transición hacia una ecuación de estado de radiación tal como vimos en la sección 4.2. Existen otros efectos importantes como pueden ser la formación de burbujas meta-estables o de defectos topológicos [37]. Hay muchos códigos públicos disponibles para realizar simulaciones de Lattice del período de Recalentamiento, pero aquí comentaremos dos de ellos: LatticeEasy y CosmoLattice.

LatticeEasy fue el primer código público capaz de simular la evolución de campos escalares interactuantes en un universo en expansión [80]. Las simulaciones realizadas con este código fueron ampliamente usadas en los primeros trabajos sobre Recalentamiento y, puntualmente, fue fundamental para entender los procesos de dispersión múltiple. Este código trabaja únicamente con campos escalares interactuantes, para lo que se tiene que proveer el potencial de interacción. También es necesario especificar las condiciones iniciales compuestas por la parte homogénea y por las fluctuaciones cuánticas, cuya dispersión está establecida según $\langle f^2 \rangle = \frac{1}{2(k^2 + m_{ef}^2)^{1/2}}$ con m_{ef} la masa efectiva del campo a considerar. La expansión del universo se puede ignorar, establecer como una ley de potencias o incluir de forma consistente, lo que se hace resolviendo la ecuación de Friedmann. Al resolver el sistema de ecuaciones, que consiste en la ecuación de Friedmann (si se considera la expansión) y las ecuaciones de Klein-Gordon para los campos, se pueden extraer valores medios de algunas cantidades en función del tiempo, como puede ser la densidad de energía promediada en toda la grilla. También se pueden extraer espectros evaluados en algunos tiempos deseados o cortes de dos dimensiones para ver la distribución espacial de los campos. Por ejemplo, el gráfico de las varianzas que mostramos en la figura 11 y el gráfico del espectro del campo χ de la figura 13 fueron obtenidos por los autores de [20] utilizando este código. En la figura 24 presentamos una imagen extraída de [81], en donde los autores grafican una sección espacial de dos dimensiones del campo ϕ en un modelo sencillo de una ruptura espontánea de simetría. En el gráfico se puede ver cómo la ruptura de simetría genera dominios en los que el campo tiene valores $\phi = \pm v$, con v el mínimo del potencial, lo que fue muy importante para el estudio de los modelos de Precalentamiento taquiónico, que vimos en la sección 3.4.

El código CosmoLattice fue desarrollado recientemente y es, hasta la fecha, el más avanzado de todos [82]. Este código permite simular campos escalares, campos de gauge abelianos cargados ante alguna simetría $U(1)$ y campos no abelianos con simetría $U(1)$ y $U(2)$. Los algoritmos utilizados permiten una precisión muy grande en el paso temporal, que también aseguran las condiciones de gauge y de conservación de la energía con mucha precisión. Además, es mucho más sencillo de utilizar dado que tiene separada la física del código, permitiendo su uso sin necesidad de conocer cada detalle del mismo. Las condiciones iniciales se definen de la misma forma que en LatticeEasy, pero se implementan ligeramente diferente [83]. Los outputs generados por el código son los mismos que en LatticeEasy, pero CosmoLattice permite extraer distribuciones en tres dimensiones de los campos, como se puede ver en la figura 25. En esta figura se grafica en azul las regiones con una sobre-densidad de energía del campo del inflatón en un modelo

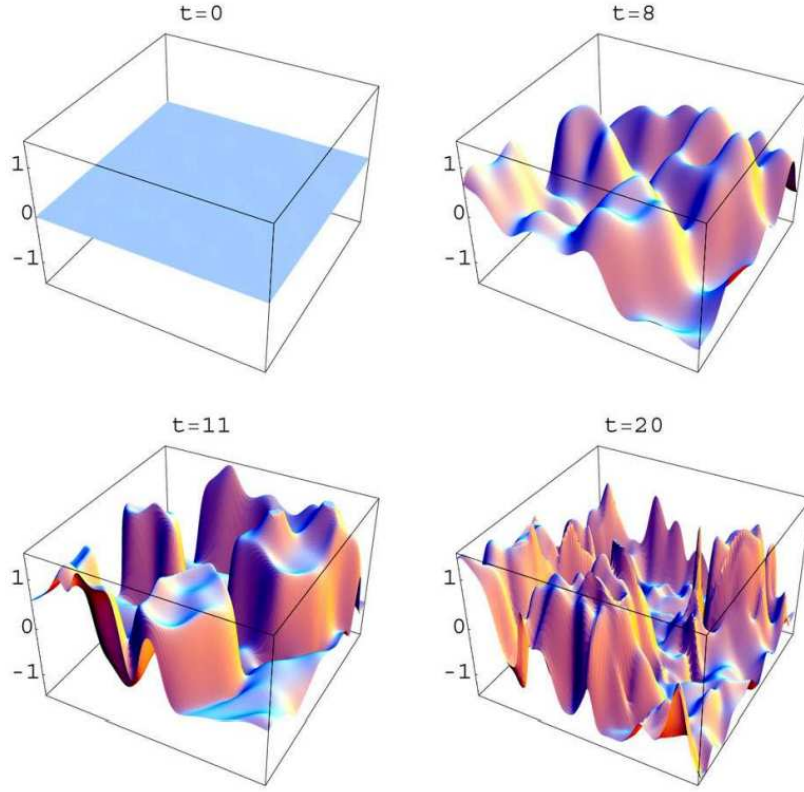


Figura 24: Valor del campo ϕ en un corte espacial de dos dimensiones obtenido a partir de una simulación numérica en LatticeEasy en el modelo $V = -\frac{1}{2}m^2\phi^2 + \frac{1}{4}\lambda\phi^4$, que genera una ruptura de simetría con mínimo en $\phi = \pm v$. Con este tipo de gráficos se puede ver muy claramente la formación de dominios en los que el campo ϕ se encuentra en uno de los dos mínimos del potencial. Imagen extraída de [81].

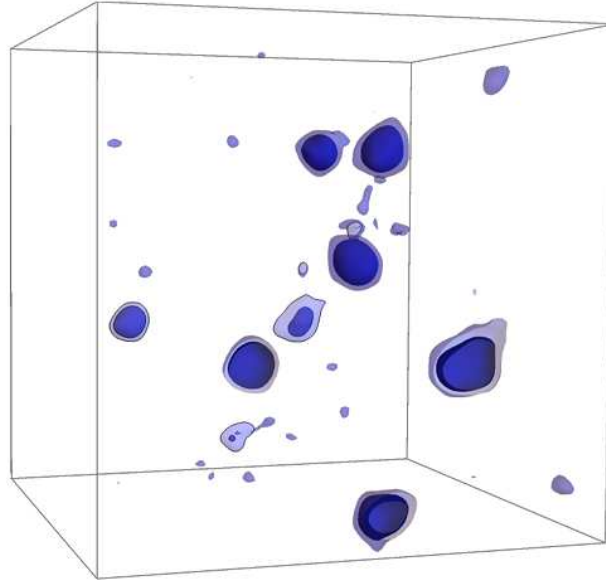


Figura 25: Regiones con una sobre-densidad de energía del campo del inflatón, obtenida mediante una simulación en CosmoLattice, en el modelo de 'Hilltop Inflation' con potencial $V = V_0(1 - (\phi/v)^{2p})^2$, donde $p \geq 1$. Imagen extraída de [53].

conocido como 'Hilltop Inflation', cuyo potencial es similar al de inflación híbrida. El código también calcula la producción de ondas gravitatorias utilizando al tensor energía-momento de los campos utilizados como fuente en las ecuaciones de Einstein, en lo que no se considera la retroacción de las ondas sobre los campos. Actualmente se puede utilizar CosmoLattice para estudiar la producción de ondas gravitatorias generadas por singletes escalares o por un sector cargado ante la simetría $U(1)$.

A futuro los autores planean implementar nuevas funcionalidades que cada vez permitan captar una mayor cantidad de los efectos que suceden durante Recalentamiento [53]. Entre estas funcionalidades están la posibilidad de incluir axiones, trabajar con interacciones no mínimas con la gravedad, estudiar la formación de defectos topológicos y la simulación de fluidos relativistas para estudiar la nucleación de burbujas en transiciones de fase. También implementarán nuevas formas de evolucionar las ecuaciones de movimiento que permitirían estudiar términos no canónicos en el Lagrangiano (además de garantizar una mejor precisión del código) y más libertad al momento de definir las condiciones iniciales en las fluctuaciones de los campos. Hasta la fecha el código no cuenta con la posibilidad de utilizar campos fermiónicos en las simulaciones y los autores tampoco reportan una posible implementación a futuro.

7. Conclusiones

En esta Tesis describimos los métodos necesarios para estudiar el proceso de Recalentamiento cosmológico y detallamos la evolución de los diferentes modelos que fueron estudiados por la comunidad. Como mostramos, los primeros trabajos sobre el tema asumían un tratamiento perturbativo para el decaimiento del inflatón hacia las partículas a las que estaba acoplado. Esto fue así porque cuando se postuló la teoría inflacionaria la comunidad estaba buscando extraer predicciones del fondo cósmico de microondas a partir de la dinámica inflacionaria, mientras que el Recalentamiento se ignoraba asumiendo que era instantáneo y efectivo. Más tarde la comunidad se dio cuenta de que la gran transferencia de energía requería una explicación, que fue resuelta de forma perturbativa mediante decaimientos calculados con teoría de campos. Eventualmente se descubrió que este mecanismo no funciona ya que para los acoplamientos típicos del modelo estándar ni la producción de fermiones ni de bosones era suficiente para explicar la transición al modelo estándar de la cosmología. Eventualmente se descubrieron otros mecanismos que eran capaces de producir partículas de forma mucho más rápida que en la teoría perturbativa. Luego, se desarrollaron métodos para describir la etapa posterior a la producción de partículas en la que el efecto dominante es la turbulencia, que se encarga de transferir la energía hacia el ultravioleta y finalmente se genera una termalización efectiva. Todos estos procesos requirieron el desarrollo de técnicas ad hoc, como por ejemplo asumir propiedades de escala cuya única motivación es que permiten obtener un resultado analítico y que se podía utilizar para resolver la dinámica de un único campo escalar.

El proceso completo de Recalentamiento estudiado a lo largo de toda esta Tesis puede dividirse en tres grandes etapas. La primera es el Precalentamiento, luego esta el régimen turbulento y finalmente la termalización propiamente dicha. El proceso de Precalentamiento depende fuertemente del modelo inflacionario elegido, ya que la producción de partículas puede ocurrir mediante una resonancia paramétrica, producción puramente gravitatoria o una inestabilidad espinodal, que son todos mecanismos muy diferentes. En el primero de estos la amplificación de los campos acoplados al inflatón sucede debido a las oscilaciones coherentes del inflatón, que se presenta con una estructura de bandas en el espacio de momentos. Estas bandas generan picos bien localizados que se comienzan a ensanchar debido a los efectos generados por la expansión del universo (resonancia estocástica). En los modelos con producción gravitatoria las partículas se generan debido a la variación del vacío de la teoría, generada por la dinámica del inflatón que modifica la métrica del espacio-tiempo. Por último, la inestabilidad espinodal amplifica fuertemente a todos los momentos cuya frecuencia se vuelve imaginaria, que son los que están por debajo de un cutoff. Todos estos mecanismos de producción de partículas generan, a grandes rasgos, un espectro que es casi plano por debajo de un cutoff ultravioleta, que se encuentra aproximadamente sobre la frecuencia de oscilación del inflatón $k_c \sim \omega_\phi$, para modelos en los que este campo oscile, y sobre la masa del campo que se amplifica $k_c = |m_\chi|$, en el caso de los modelos con una inestabilidad espinodal. En el caso de la resonancia paramétrica el fin de la amplificación sucede porque los efectos no lineales, que son la retroacción y la dispersión múltiple, alteran la dinámica del inflatón y fragmentan al condensado, lo que sucede de forma explosiva y en consecuencia finaliza la resonancia. En el modelo de producción gravitatoria la amplificación finaliza porque los campos producidos retroaccionan sobre la dinámica del inflatón, que están acoplados por medio de la gravedad. En los modelos con una inestabilidad espinodal el fin de dicha inestabilidad sucede porque el potencial tiene que tener un mínimo, y entonces en algún momento las correcciones al potencial resultan en una masa efectiva positiva, lo que frena la producción.

En la segunda etapa se establece un régimen turbulento. Dado que todos los modelos de Precalentamiento generan un espectro muy similar, la turbulencia se desarrolla de manera análoga similar para todos los casos. En esta etapa la dinámica está caracterizada por una transferencia lenta y constante de energía hacia el ultravioleta, lo que se asemeja a la teoría turbulenta de Kolmogorov. Cuando comienzan estos efectos el espectro adquiere rápidamente, cerca del

cutoff, un escaleo del tipo ley de potencia $n_k \sim k^{-s}$, y que luego se comienza a comportar de forma autosimilar. Esto permite resolver la evolución temporal de dicho espectro, en lo que se tiene que asumir propiedades de escala para la matriz de dispersión que no siempre están bien justificadas. Sin embargo, vimos que esto funciona muy bien y permite predecir el exponente con el que evoluciona el cutoff. Al mismo tiempo, la ecuación de estado del universo evoluciona rápidamente, debido a los efectos de dispersión múltiple, hacia una de radiación, lo que sumado a la equilibración de la forma de la distribución hacia una de Bose-Einstein resulta en una termalización efectiva. A este punto lo único que falta es la equilibración del potencial químico, lo que sucede en la tercera etapa. Este proceso es el menos estudiado y nunca se ha podido ver en las simulaciones, que como vimos solamente permiten modelos sencillos de Recalentamiento ya que no incluyen, por ejemplo, campos fermiónicos. Resulta ser que para modelos muy sencillos es posible resolver la dinámica en el régimen turbulento, pero no una vez que comienzan a ser relevantes los efectos cuánticos, que resulta en una temperatura de Recalentamiento $T_r \sim 10^5$ eV. Esta temperatura es muy chica y no es aceptable como la temperatura final de Recalentamiento, lo que nos hace esperar que los efectos de incluir fermiones y campos de gauge en la teoría sean muy relevantes para obtener una transición correcta desde inflación hacia el modelo cosmológico estándar.

El proceso de Recalentamiento tiene consecuencias sobre los observables inflacionarios y sobre la producción de reliquias. Por un lado, la dinámica de la ecuación de estado durante Recalentamiento queda impresa sobre la evolución del espectro de perturbaciones escalares primordiales, producido durante inflación. Por otro lado, la dinámica altamente no lineal permite la producción de diversas reliquias, como los fondos estocásticos de ondas gravitatorias, que podrían ser observados en el futuro mediante detectores interferométricos o con los Pulsar Timing Array. También se pueden producir tanto agujeros negros primordiales como materia oscura, cuyas cotas pueden ser usadas para poner a prueba los diferentes modelos. Esperamos que en el futuro las observaciones cosmológicas permitan descartar modelos de Recalentamiento y sirvan de guía para perfeccionar los que permanezcan.

Recapitulamos los problemas que tienen los modelos de Recalentamiento actuales. Hasta ahora no ha sido estudiado ningún modelo en el que se observe la termalización de un campo escalar de materia, y mucho menos modelos más realistas que contengan los campos del modelo estándar. En los casos que sí se puede dar una estimación de la temperatura final de Recalentamiento (que calculamos en la sección 4.4 sin considerar efectos cuánticos), esta resulta muy baja y no puede dar una transición correcta a la cosmología estándar. Respecto de la producción de ondas gravitatorias, los trabajos actuales lo consideran como un efecto secundario generado por las inhomogeneidades de los campos amplificados, sin tener en cuenta la retroacción de las ondas sobre los campos. Cuando la producción de ondas gravitatorias es muy grande estos efectos se vuelven relevantes y deben ser considerados en un tratamiento consistente. Notablemente, todos estos efectos no dependen de los detalles específicos de la materia sino del comportamiento del tensor energía-momento de la misma. Esto sugiere la posibilidad de desarrollar modelos fenomenológicos que traten a toda la materia como un fluido relativista, incorporando las interacciones por medio de relaciones constitutivas.

Por último, y en consonancia con el párrafo anterior, comentamos un modelo de Recalentamiento en el que se estuvo trabajando durante el desarrollo de esta Tesis, pero que no fue incluido aquí. La propuesta es estudiar un esquema que incluya la dinámica consistente del inflatón (que se considera como un campo escalar homogéneo) con un potencial inflacionario que permita un régimen de resonancia paramétrica, un fluido relativista que describe de forma efectiva al resto de los campos de materia y ondas gravitatorias. Esto se realizó utilizando un modelo hidrodinámico relativista y causal que introduce nuevas variables tensoriales no hidrodinámicas [84], lo que constituye un modelo más complejo que la hidrodinámica de un fluido perfecto pero aún mucho más simple que la teoría cinética. El acoplamiento entre el campo y el fluido se realiza

a través de la variación de la masa efectiva del fluido [85], cuya expresión es análoga a la masa efectiva del campo χ en el modelo de Recalentamiento visto en esta Tesis. Trabajando en la teoría linealizada se pudo verificar que las ecuaciones de las perturbaciones tienen la forma de la ecuación de Mathieu que resulta en bandas resonantes para las nuevas variables tensoriales del fluido, que se amplifican exponencialmente. Esto a su vez actúa como un forzado en las ecuaciones de Einstein y amplifica resonantemente a las ondas gravitatorias. Complementariamente a los modelos de Recalentamiento actuales típicos, este esquema es consistente dado que considera todos los efectos de retroacción, como lo son la retroacción de las ondas gravitatorias sobre el fluido o del fluido sobre el inflatón. Esperamos que a futuro este esquema pueda complementar los modelos de Recalentamiento haciendolos más realistas permitiendo estudiar los efectos que llevan a los campos del modelo estándar hacia un estado térmico, que conecte con la cosmología estándar.

Referencias

- [1] A. Linde, “Inflationary Cosmology,” en *Inflationary Cosmology*. Springer, 2007, págs. 1-54.
- [2] A. Guth, “Inflationary universe: A possible solution to the horizon and flatness problems,” *Phys. Rev. D*, vol. 23, 1981.
- [3] A. Starobinsky, “A new type of isotropic cosmological models without singularity,” *Phys. Lett. B*, vol. 91, 1980.
- [4] A. Linde, “A new inflationary universe scenario: A possible solution of the horizon, flatness, homogeneity, isotropy and primordial monopole problems,” *Phys. Rev. B*, vol. 108, 1982.
- [5] A. Albrecht y P. Steinhardt, “Cosmology for Grand Unified Theories with Radiatively Induced Symmetry Breaking,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 48, 1982.
- [6] A. Starobinsky, “Dynamics of phase transition in the new inflationary universe scenario and generation of perturbations,” *Phys. Lett. B*, vol. 117, 1982.
- [7] A. Linde, “Chaotic inflation,” *Phys. Lett. B*, vol. 129, 1983.
- [8] L. Abbott, E. Farhi y M. Wise, “Particle production in the new inflationary cosmology,” *Phys. Lett. B*, vol. 117, 1982.
- [9] A. Dolgov y A. Linde, “Baryon asymmetry in the inflationary universe,” *Phys. Lett. B*, vol. 116, 1982.
- [10] J. Traschen y R. Brandenberger, “Particle production during out-of-equilibrium phase transitions,” *Phys. Rev. D*, vol. 42, 1990.
- [11] A. Dolgov y D. Kirilova, “Production of particles by a variable scalar field,” *Sov. J. Nucl. Phys.*, vol. 51, 1990.
- [12] L. Kofman, A. Linde y A. Starobinsky, “Reheating after Inflation,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 73, 1994.
- [13] J. García-Bellido y A. Linde, “Preheating in hybrid inflation,” *Phys. Rev. D*, vol. 57, 1998.
- [14] G. Felder, J. García-Bellido, P. Greene, L. Kofman, A. Linde e I. Tkachev, “Dynamics of Symmetry Breaking and Tachyonic Preheating,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 87, 2001.
- [15] L. Ford, “Gravitational particle creation and inflation,” *Phys. Rev. D*, vol. 35, 1987.
- [16] E. Calzetta y B. Hu, *Nonequilibrium Quantum Field Theory*. Oxford University Press, 2009.
- [17] L. Kofman, A. Linde y A. Starobinsky, “Towards the theory of reheating after inflation,” *Phys. Rev. D*, vol. 56, 1997.
- [18] S. Ramsey y B. Hu, “Nonequilibrium inflaton dynamics and reheating: Back reaction of parametric particle creation and curved spacetime effects,” *Phys. Rev. D*, vol. 56, 1997.
- [19] S. Khlebnikov e I. Tkachev, “Classical Decay of the Inflaton,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 77, 1996.
- [20] S. Khlebnikov e I. Tkachev, “Resonant Decay of Cosmological Bose Condensates,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 79, 1997.
- [21] M. Graña y E. Calzetta, “Reheating and turbulence,” *Phys. Rev. D*, vol. 65, 2002.
- [22] R. Micha e I. Tkachev, “Relativistic Turbulence: A Long Way from Preheating to Equilibrium,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 90, 2003.
- [23] S. Dodelson y F. Schmidt, *Modern Cosmology*. Academic Press, 2020.

- [24] Y. Akrami et al., “Planck 2018 results: X. Constraints on inflation,” *Astron. Astrophys.*, vol. 641, 2020.
- [25] P. Peebles, *Principles of Physical Cosmology*. Princeton University Press, 1993.
- [26] N. Aghanim et al., “Planck 2018 results: VI. Cosmological parameters,” *Astron. Astrophys.*, vol. 641, 2020.
- [27] M. Tristram et al., “Improved limits on the tensor-to-scalar ratio using BICEP and Planck data,” *Phys. Rev. D*, vol. 105, 2022.
- [28] J. Martin, C. Ringeval y V. Vennin, *Encyclopaedia Inflationaris*, 2013. arXiv: 1303.3787v5.
- [29] S. Mishra, *Cosmic Inflation: Background dynamics, Quantum fluctuations and Reheating*, 2024. arXiv: 2403.10606.
- [30] R. Kallosh, A. Linde y D. Roest, “Superconformal inflationary alpha-attractors,” *JHEP*, vol. 2013, 2013.
- [31] R. Kallosh y A. Linde, “Universality class in conformal inflation,” *JCAP*, vol. 2013, 2013.
- [32] A. Linde, “Hybrid inflation,” *Phys. Rev. D*, vol. 49, 1994.
- [33] A. Liddle y D. Lyth, *Cosmological Inflation and Large-Scale Structure*. Cambridge University Press, 2000.
- [34] M. Peskin y D. Schroeder, *An Introduction to quantum field theory*. Addison-Wesley, 1995.
- [35] Y. Shtanov, J. Traschen y R. Brandenberger, “Universe reheating after inflation,” *Phys. Rev. D*, vol. 51, 1995.
- [36] L. Kofman, *The Origin of Matter in the Universe: Reheating after Inflation*, 1996. arXiv: 9605155.
- [37] K. Lozanov, *Lectures on Reheating after Inflation*, 2019. arXiv: 1907.04402.
- [38] L. Landau y L. Lifshits, *Mechanics*. Pergamon Press, 1976.
- [39] L. Landau y L. Lifshits, *Quantum Mechanics: Non-Relativistic theory*. Butterworth-Heinemann, 1981.
- [40] I. Gradshteyn e I. Ryzhik, *Table of Integrals, Series, and Products*. Elsevier, 1943.
- [41] P. Greene, L. Kofman, A. Linde y A. Starobinsky, “Structure of resonance in preheating after inflation,” *Phys. Rev. D*, vol. 56, 1997.
- [42] P. B. Greene y L. Kofman, “Preheating of fermions,” *Physics Letters B*, vol. 448, 1999.
- [43] Y. Mambrini y K. Olive, “Gravitational production of dark matter during reheating,” *Phys. Rev. D*, vol. 103, 2021.
- [44] E. Kolb y A. Long, “Cosmological gravitational particle production and its implications for cosmological relics,” *Rev. Mod. Phys.*, vol. 96, 2024.
- [45] L. Jenks, E. Kolb y K. Thyme, “Gravitational Particle Production of Scalars: Analytic and Numerical Approaches Including Early Reheating,” *JHEP*, vol. 77, 2025.
- [46] E. Kolb y A. Long, “Cosmological gravitational particle production and its implications for cosmological relics,” *Rev. Mod. Phys.*, vol. 96, 2024.
- [47] E. Calzetta, “Spinodal decomposition in quantum field theory,” *Ann. Phys.*, vol. 190, 1998.
- [48] E. Copeland, S. Pascoli y A. Rajantie, “Dynamics of tachyonic preheating after hybrid inflation,” *Phys. Rev. D*, vol. 65, 2002.
- [49] D. Figueroa y C. Byrnes, “The Standard Model Higgs as the origin of the hot Big Bang,” *Phys. Lett. B*, vol. 767, 2017.

- [50] T. Opferkuch, P. Schwaller y B. Stefanek, “Ricci reheating,” *JCAP*, vol. 2019, 2019.
- [51] G. Laverda y J. Rubio, “Ricci Reheating Reloaded,” *JCAP*, vol. 2024, 2024.
- [52] D. Figueroa, T. Opferkuch y B. Stefanek, *Ricci Reheating on the Lattice*, 2024. arXiv: 2404.17654.
- [53] D. Figueroa, A. Florio y F. Torrenti, “Present and future of CosmoLattice,” *Rep. Prog. Phys.*, vol. 87, 2024.
- [54] D. Figueroa y F. Torrenti, “Gravitational wave production from preheating: parameter dependence,” *JCAP*, vol. 2017, 2017.
- [55] G. Laverda y J. Rubio, “The rise and fall of the Standard-Model Higgs: electroweak vacuum stability during kination,” *JHEP*, vol. 2024, 2024.
- [56] M. Garcia y M. Pierre, “Reheating after inflaton fragmentation,” *JCAP*, vol. 2023, 2023.
- [57] S. Antusch, D. Figueroa, K. Marschall y F. Torrenti, “Characterizing the postinflationary reheating history: Single daughter field with quadratic-quadratic interaction,” *Phys. Rev. D*, vol. 105, 2022.
- [58] K. Lozanov y M. Amin, “Equation of State and Duration to Radiation Domination after Inflation,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 119, 2017.
- [59] K. Lozanov y M. Amin, “Self-resonance after inflation: Oscillons, transients, and radiation domination,” *Phys. Rev. D*, vol. 97, 2018.
- [60] D. Podolsky, G. Felder, L. Kofman y M. Peloso, “Equation of state and beginning of thermalization after preheating,” *Phys. Rev. D*, vol. 73, 2006.
- [61] J. Berges, S. Borsányi y C. Wetterich, “Prethermalization,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 93, 2004.
- [62] A. Tranberg y G. Ungersbäck, “Quantum tachyonic preheating, revisited,” *JHEP*, vol. 2024, 2024.
- [63] R. Micha e I. Tkachev, “Turbulent thermalization,” *Phys. Rev. D*, vol. 70, 2004.
- [64] U. Frisch, *Turbulence: The Legacy of A. N. Kolmogorov*. Cambridge University Press, 1995.
- [65] S. Schlichting, “Turbulent thermalization of weakly coupled non-abelian plasmas,” *Phys. Rev. D*, vol. 86, 2012.
- [66] J. Martin y C. Ringeval, “First CMB constraints on the inflationary reheating temperature,” *Phys. Rev. D*, vol. 82, 2010.
- [67] J. Martin, C. Ringeval y V. Vennin, “Observing Inflationary Reheating,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 114, 2015.
- [68] J. Martin, C. Ringeval y V. Vennin, “Information gain on reheating: The one bit milestone,” *Phys. Rev. D*, vol. 93, 2016.
- [69] J. Martin, C. Ringeval y V. Vennin, “Cosmic Inflation at the crossroads,” *JCAP*, vol. 2024, 2024.
- [70] A. Renzini, B. Goncharov, A. Jenkins y P. Meyers, “Stochastic Gravitational-Wave Backgrounds: Current Detection Efforts and Future Prospects,” *Galaxies*, vol. 10, 2022.
- [71] N. Bartolo et al., “Probing anisotropies of the Stochastic Gravitational Wave Background with LISA,” *JCAP*, vol. 2022, 2022.
- [72] G. Agazie et al., “The NANOGrav 15 yr Data Set: Evidence for a Gravitational-wave Background,” *ApJL*, vol. 951, 2023.
- [73] C. Caprini y D. Figueroa, “Cosmological backgrounds of gravitational waves,” *Class. Quantum Grav.*, vol. 35, 2018.

- [74] C. Misner, K. Thorne y J. Wheeler, *Gravitation*. Princeton University Press, 1973.
- [75] R. Easther y E. Lim, “Stochastic gravitational wave production after inflation,” *JCAP*, vol. 2006, 2006.
- [76] M. Amin, M. Hertzberg, D. Kaiser y J. Karouby, “Nonperturbative dynamics of reheating after inflation: A review,” *IJMPD*, vol. 24, 2014.
- [77] A. Escrivà, F. Kühnel e Y. Tada, “Primordial black holes,” en *Black Holes in the Era of Gravitational Wave Astronomy*. Elsevier, 2024, págs. 261-377.
- [78] A. Green y K. Malik, “Primordial black hole production due to preheating,” *Phys. Rev. D*, vol. 64, 2001.
- [79] M. Garcia, M. Pierre y S. Verner, “New window into gravitationally produced scalar dark matter,” *Phys. Rev. D*, vol. 108, 2023.
- [80] G. Felder e I. Tkachev, “LATTICEEASY: A program for lattice simulations of scalar fields in an expanding universe,” *Comput. Phys. Commun.*, vol. 178, 2000.
- [81] G. Felder, L. Kofman y A. Linde, “Tachyonic instability and dynamics of spontaneous symmetry breaking,” *Phys. Rev. D*, vol. 64, 2001.
- [82] D. Figueroa, A. Florio, F. Torrenti y W. Valkenburg, “CosmoLattice: A modern code for lattice simulations of scalar and gauge field dynamics in an expanding universe,” *Comput. Phys. Commun.*, vol. 283, 2021.
- [83] D. Figueroa, A. Florio, F. Torrenti y W. Valkenburg, “The art of simulating the early universe,” *JCAP*, vol. 2021, 2021.
- [84] L. Cantarutti y E. Calzetta, “Dissipative-type theories for Bjorken and Gubser flows,” *Int. J. Mod. Phys. D*, vol. 35, 2020.
- [85] M. Hindmarsh, M. Lüben, J. Lumma y M. Pauly, “Phase transitions in the early universe,” *SciPost Phys. Lecture Notes*, 2021.

Tesis disponible bajo Licencia: Creative Commons
Atribución – No Comercial – Compartir Igual (by-nc-sa) 2.5
Argentina, Buenos Aires, 2025