



UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Funciones de fragmentación de piones en medios nucleares

Tesis de Licenciatura en Ciencias Físicas

Matias Ezequiel Doradau Koziski

Director: Rodolfo Sassot

Buenos Aires, 2023

Resumen

En el presente trabajo realizamos un análisis fenomenológico del efecto de un medio nuclear en el proceso de hadronización a piones en el contexto de la Cromodinámica Cuántica perturbativa. La novedad de este es la incorporación de los datos más recientes obtenidos en el Thomas Jefferson National Laboratory por la colaboración CLAS [5], publicados a mediados del 2022,, que estudiaron procesos de tipo SIDIS con blancos nucleares y se suman a los medidos en por la colaboración HERMES [4] del Deutsches Elektronen-Synchrotron (DESY). Este análisis también incluye datos de las colaboraciones STAR [6] y PHENIX [8], del Relativistic Heavy Ion Collider (RHIC) en el Brookhaven National Laboratory (BNL) que estudiaron colisiones nucleón-núcleo y la colaboración ALICE [7] en el Large Hadron Collider (LHC) del Centro Europeo de Investigación Nuclear. Para ello, proponemos una modificación a las funciones de fragmentación de vacío recientemente presentadas en la referencia [1] combinadas con las nPDFs de DSSZ [14] con una dependencia con el número másico A y la fracción de impulso z que determinamos a partir de los datos presentados. Finalmente, utilizamos el método de muestreo Montecarlo para realizar una estimación de los errores.

Agradecimientos

A mi familia, que gracias a su apoyo puedo hoy estar donde estoy, a mi director de tesis, que escuchó con paciencia infinita todos los problemas que le presentaba y que hizo el realizar este trabajo y aprender sobre este tema una experiencia que disfruté muchísimo, y a mis amigos, tanto dentro como fuera de la facultad, que me acompañaron a lo largo de estos años.

A mis gatos

Índice general

1. Introducción	7
2. Procesos en QCD	10
2.1. Dispersión inelástica profunda	10
2.2. Funciones de Distribución Partónicas	14
2.2.1. Altarelli Parisi y fits globales	15
2.3. Aniquilación electrón positrón	16
2.3.1. Funciones de fragmentación	18
2.4. Dispersión inelástica profunda semi-inclusiva	20
2.5. Colisiones hadrónicas	22
2.6. Transformada de Mellin	24
3. Funciones de distribución partónicas y de fragmentación nucleares	27
3.1. Funciones de distribución partónicas nucleares	27
3.2. Funciones de fragmentación en medios nucleares	29
4. Experimentos sensibles a las fragmentaciones nucleares	32
4.1. HERMES	33
4.2. STAR	35
4.3. PHENIX	36
4.4. ALICE	37
4.5. CLAS	39
5. Parametrización de los efectos nucleares	42
5.1. Parametrización naive	42
5.2. Parametrización óptima	43

6. Implementación numérica	45
6.1. Optimización de los parámetros del modelo	45
6.2. Estimación de errores mediante el método de muestreo montecarlo	46
6.3. Método del hessiano	47
7. Resultados y Discusión	49
7.1. Parámetros óptimos	49
7.2. Funciones de fragmentación nucleares	54
7.3. Réplicas	57
7.4. Acuerdo con los datos	58
8. Conclusiones	66

Capítulo 1

Introducción

A mediados del siglo XX se descubrió que el electrón, el protón y el neutrón no eran las únicas partículas existentes si no solo unas pocas entre las decenas que formarían el llamado en aquella época “zoológico de partículas”, dentro del cual se encuentran los piones, descubiertos en la década del 40, y que serán parte fundamental de esta tesis. Pronto, también surgieron experimentos que demostraron que la mayoría de estas partículas no eran fundamentales, sino que estaban formadas por quarks, los cuales interactúan entre sí no solo mediante la fuerza electromagnética, sino predominantemente a través de la fuerza fuerte. A las partículas formadas por quarks se las llamó hadrones y se las clasificó usando la simetría $SU(3)$. La realización de que los quarks debían tener un grado de libertad oculto para preservar la antisimetría de la función de onda, el cual fue llamado “color”, y el desarrollo de las teorías de Yang-Mills llevó al nacimiento de la cromodinámica cuántica (QCD por sus siglas en inglés). Todo esto, sumado a la teoría electrodébil, el bosón de higgs, entre otros, culminó en lo que conocemos como “Modelo Estándar”.

Uno de los procesos más importantes para develar la estructura de los hadrones fueron los de dispersión inelástica profunda (DIS) o dispersión inelástica profunda semi-inclusiva (SIDIS) en caso que se identifique una de las partículas finales. La idea básica de este tipo de procesos es “golpear” al protón con un electrón a altas energías, lo que causa que el primero se “rompa” y genere un conjunto de partículas en el estado final. Mediante el estudio de DIS fue que se descubrió la “libertad asintótica” de los quarks, la cual implica que estos, a muy altas energías, se comportan como partículas puntuales libres. Sin embargo, a bajas energías, interactúan muy fuertemente, generando el confinamiento que da lugar a los hadrones. Por lo tanto, la descripción teórica de la estructura interna del protón se

vuelve un asunto complejo, puesto que no se puede trabajar desde teoría de perturbaciones para hallar una solución para el comportamiento de los partones dentro de los mismos. Sin embargo, existen teoremas de factorización que nos permiten separar la parte perturbativa de la parte no perturbativa de un proceso donde un protón se encuentra involucrado. Entonces, la información no perturbativa se parametriza en las Funciones de Distribución Partónicas (PDFs), que nos dan la distribución de los impulsos de los quarks dentro del protón, y no pueden ser obtenidas de primeros principios, sino que son determinadas de manera fenomenológica combinando el cálculo perturbativo con los datos experimentales. Una gran ventaja es que una vez extraídas, éstas son válidas para cualquier proceso que se quiera estudiar. No sólo eso, si no que QCD nos da la forma que éstas evolucionan con la escala de energía mediante las ecuaciones de *Altarelli Parisi*, por lo que una vez determinadas a una escala, pueden llevarse a otra relacionando procesos que ocurren a distintas energías. Por otra lado, la parte perturbativa puede ser calculada mediante QCD a *leading order* (LO), a *next to leading order* (NLO) o incluso en algunos casos a *next to next to leading order* (NNLO). Las PDFs han sido ampliamente estudiadas en las últimas décadas, con lo cual ya están determinadas con un buen nivel de precisión. [9]

Si ahora uno se centra en el otro extremo del proceso, o sea, en las partículas resultantes de la interacción, y desea estudiar el proceso de hadronización que lleva a su formación, uno nuevamente recurre a teoremas de factorización y define las Funciones de Fragmentación (FF), que nos dan, al orden más bajo, la probabilidad de que un partón dado fragmente en un hadrón de un tipo, por ejemplo un pión, en función de la relación entre sus impulsos. Las FF son, de cierta forma, análogas a las PDFs para el estado final. Estas también han sido estudiadas en la última década y se encuentran bastante bien determinadas [2]. En particular, recientemente han surgido FFs más precisas, que mejoran la descripción de la producción de hadrones en colisiones protón protón utilizando la libertad en la elección de la escala de factorización [1].

Cuando participa un núcleo atómico en el proceso, o sea, se estudian interacciones leptón-núcleo o núcleo-núcleo, se observa que tanto las PDFs como las FFs sufren una modificación. La forma en que éstas dependen con el tamaño del núcleo, y en qué medida la modificación introducida es debida a la modificación del estado inicial o final escapa al cálculo perturbativo y por lo tanto es todavía un tema abierto, tal que permanentemente surgen nuevas propuestas para explicar los resultados experimentales de las colisiones nucleares a altas energías. Actualmente existen varios experimentos que pueden ser utilizados

para los correspondientes análisis, entre ellos, los obtenidos por la colaboración HERMES, del Deutsches Elektronen-Synchrotron (DESY), que estudiaron procesos de tipo SIDIS con blancos nucleares. Por su parte, las colaboraciones STAR y PHENIX, del Relativistic Heavy Ion Collider (RHIC) en el Brookhaven National Laboratory (BNL) que estudiaron colisiones nucleón-núcleo y son sensibles a la fragmentación de gluones, y la colaboración ALICE en el Large Hadron Collider (LHC) del Centro Europeo de Investigación Nuclear (CERN) que han explorado colisiones protón-plomo a energías sin precedentes y que brindan información complementaria a la de RHIC. A estos se suma los publicados en 2022 del detector CLAS del Continuous Electron Beam Accelerator Facility (CEBAF) en el Thomas Jefferson National Laboratory que ampliaron el rango y midieron nuevos núcleos a los datos existentes. Todos estos abrieron las posibilidades para mejorar la determinación de PDFs nucleares (nPDFs) y FF nucleares (nFFs).

Esta tesis se centra en el estudio del proceso de hadronización en presencia de medios nucleares. Realizamos una nueva extracción de las funciones de fragmentación nucleares o nFF en el contexto de las nuevas y más precisas funciones de fragmentación de vacío obtenidas recientemente, además se sumarle los nuevos datos de ALICE y del experimento CLAS publicados en junio del 2022. Para ello, se hizo una nueva propuesta de las modificaciones nucleares, estudiando sus incertezas mediante el método de Montecarlo, que consiste en crear réplicas de los datos experimentales desplazandolos de su valor central mediante una cantidad aleatoria proporcional a su error. Entonces, en el capítulo 2 y 3 desarrollaremos la teoría para los procesos involucrados en QCD y de las nPDFs y nFFs, en el capítulo 4 mostraremos los datos utilizados para el análisis, en el capítulo 5 y 6 discutiremos como se implementó el ajuste numérico y finalmente presentaremos los resultados obtenidos y las conclusiones.

Capítulo 2

Procesos en QCD

En esta sección describimos brevemente la física de los procesos donde las funciones de distribución partónicas (PDF) y las funciones de fragmentación (FF) se ponen en evidencia. Estos procesos son los de dispersión inelástica profunda y la producción de hadrones en la aniquilación electrón – positrón. Por otra parte, las PDFs y las FF se combinan en la dispersión inelástica profunda semi inclusiva y en las colisiones hadrónicas, de modo que el análisis combinado de todos estos procesos permite determinarlas y analizar su modificación por efectos nucleares

2.1. Dispersión inelástica profunda

Se llama DIS a los procesos donde un leptón (l) interactúa con un nucleón o núcleo (N) transfiriéndole una cantidad de impulso significativa ($>M_N$) y se observa en el estado final un leptón final (l'), y una colección de hadrones sin identificar. Esquemáticamente podemos escribirlo como

$$l(k) + N(p) \longrightarrow l'(k') + X, \quad (2.1.1)$$

donde X representa todas las partículas resultantes de la fragmentación del blanco.

Al orden más bajo, la interacción se entiende como el intercambio de un fotón γ , o de un bosón Z , W^+ o W^- . Si el cuadri-impulso cuadrado del fotón intercambiado, q^2 es mucho menor que la masa de los bosones electrodébiles, entonces podemos despreciar la contribución de los mismos. En el caso en que el bosón intercambiado es un fotón, la corriente se denomina corriente electromagnética.

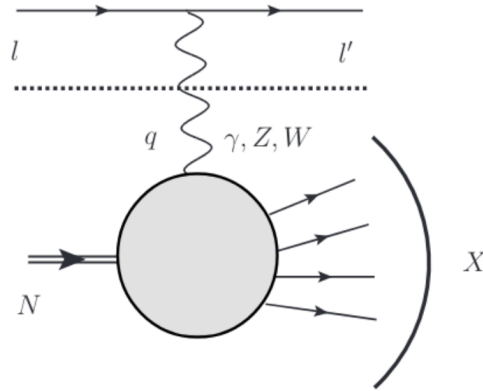


Figura 2.1: Proceso de DIS a primer orden en QED y sin especificar las correcciones de QCD

Para describir la cinemática del proceso, vamos a utilizar la siguiente variable:

$$Q^2 = -q^2 = -(k - k')^2, \quad (2.1.2)$$

donde k y k' son los impulsos asignados en la figura 2.1. El invariante Q^2 se denomina la virtualidad del fotón y es una medida de la escala de distancias involucradas en la interacción. A partir de estos invariantes se pueden definir dos cantidades adimensionales. La primera de ellas es

$$x = \frac{Q^2}{p \cdot q} = \frac{q^2}{q^2 + m_X^2 - M^2}, \quad (2.1.3)$$

que, al orden más bajo, es la fracción de impulso del protón que se lleva el quark con el que interactuó. M y m_X son las masas del nucleón o núcleo y del estado final X respectivamente. A x se le suele llamar variable de escaleo de Bjorken y da una idea de la inelasticidad del eventom dado que $x=1$ corresponde al scattering elástico.

Por otra parte también podemos definir:

$$y = \frac{p \cdot q}{p \cdot k}, \quad (2.1.4)$$

que es la fracción de energía del leptón incidente que se lleva el fotón virtual.

Ahora discutiremos cómo obtener secciones eficaces de las colisiones. La forma más general de escribir la sección eficaz para este proceso en función de la energía del leptón saliente E' en un diferencial de ángulo sólido $d\Omega$ es de la forma:

$$\frac{d^2\sigma}{dE' d\Omega} \sim L_{\mu\nu} W_{\mu\nu}, \quad (2.1.5)$$

donde $L_{\mu\nu}$ es el tensor leptónico y $W^{\mu\nu}$ es un tensor hadrónico. Una característica importante de estos es que deben transformar según el grupo de Poincaré. El primero contiene la información de la interacción electromagnética asociada a la emisión del fotón virtual y puede ser obtenido fácilmente a partir del régimen perturbativo de QED. A primer orden, resulta ser [3]

$$L_{\mu\nu} = 2[k'_\mu k'_\nu + k'_\nu k'_\mu - g_{\mu\nu}(k' \cdot k - m^2)], \quad (2.1.6)$$

con m la masa del leptón y $g_{\mu\nu}$ el tensor métrico. Por otra parte, $W^{\mu\nu}$ parametriza nuestra ignorancia de la forma de la corriente correspondiente a la parte hadrónica del proceso. Este va a contener toda la información no perturbativa del mismo, es decir, debe incluir las funciones de distribución además de la parte perturbativa del proceso. Por ello, este tensor no puede ser calculado desde primeros principios. Sin embargo, cierta información se puede deducir acerca de su forma. Sabiendo que $W^{\mu\nu}$ es un tensor de Lorentz de segundo orden que depende de los impulsos p_μ y q_μ , y requiriéndole conservación de la corriente, se puede descomponer el tensor en término de dos funciones adimensionales llamadas funciones de estructura hadrónica [20], que dependen exclusivamente de x y Q^2 . Para DIS inclusivo, podemos escribirlo sin perder generalidad como [21]

$$W_{\mu\nu} = \left[-W_1 \left(-g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} \right) + W_2 \left(p_\mu + \frac{p \cdot q}{q^2} q_\mu \right) \left(p_\nu + \frac{p \cdot q}{q^2} q_\nu \right) \right]. \quad (2.1.7)$$

Finalmente, para DIS electromagnético, la sección eficaz entonces resulta [19]:

$$\frac{d^2\sigma}{dx dQ^2} = \frac{4\pi\alpha^2}{xQ^2} \left[\left(1 - y + \frac{y^2}{2} \right) F_2^{em}(x, Q^2) - \frac{y^2}{2} F_L^{em}(x, Q^2) \right], \quad (2.1.8)$$

donde solo hemos considerado el intercambio de un fotón virtual. Las funciones F_1 y F_L son las llamadas funciones de estructura y contienen información del proceso a cortas y largas distancias, por que no es posible obtenerlas a partir de cálculos perturbativos. F_L es una corrección de QCD para valores grandes de y y se define como

$$F_L^{em}(x, Q^2) = F_2^{em}(x, Q^2) \left(1 + \frac{4M^2 x^2}{Q^2} \right) - 2x F_1^{em}(x, Q^2), \quad (2.1.9)$$

donde las F_i se relacionan con las W_i mediante [19]

$$\begin{aligned} F_1(x, Q^2) &= W_1(x, Q^2) \\ F_2(x, Q^2) &= \nu W_2(x, Q^2) \end{aligned} \quad (2.1.10)$$

Cuando nos vamos a $Q \rightarrow \infty$, los quarks se pueden pensar como partículas puntuales, no masivas, libres, de spin 1/2 que se mueven colineales con el hadrón (o sea, tienen impulso transversal p_T nulo), entonces F_L^{em} se anula debido a que se satisfase la relación de Callan-Gross

$$2xF_1(x) = F_2(x), \quad (2.1.11)$$

y por lo tanto, al orden más bajo

$$\frac{d^2\sigma}{dx dQ^2} = \frac{4\pi\alpha^2}{xQ^2} \left(1 - y + \frac{y^2}{2}\right) F_2^{em}(x, Q^2). \quad (2.1.12)$$

Adicionalmente, en este régimen, las funciones de estructuras resultan independientes de Q^2 y pasan a depender unicamente de x .

Incluyendo las correcciones de QCD hasta orden α_S , podemos expresar las funciones de estructura, tomando la escala de factorización $\mu_F^2 = Q^2$ y en el esquema \overline{MS} , [19]

$$\begin{aligned} F_2^{em}(x, Q^2) &= \sum_{i=q, \bar{q}} x e_i^2 \left\{ \int_x^1 \frac{d\xi}{\xi} f_i(\xi, Q^2) \left[\delta(1 - x/\xi) + \frac{\alpha_S}{2\pi} C_q^{\overline{MS}}(x/\xi) \right] \right\} \\ &+ \sum_{i=q, \bar{q}} x e_i^2 \int_x^1 \frac{d\xi}{\xi} f_i(\xi, Q^2) \left[\frac{\alpha_S}{2\pi} C_g^{\overline{MS}}(x/\xi) \right] \\ F_L &= \sum_i x e_i^2 \int_x^1 \frac{d\xi}{\xi} f_i(\xi, Q^2) \left[\frac{\alpha_S}{2\pi} C_F(x/\xi) 2x \right] \\ &+ \sum_{i=q, \bar{q}} x e_i^2 \int_x^1 \frac{d\xi}{\xi} f_g(\xi, Q^2) \left[\frac{\alpha_S}{2\pi} T_r(x/\xi) (1 - x/\xi) \right] \end{aligned} \quad (2.1.13)$$

donde las f_i son las funciones de distribución partónicas (PDF), y describen la probabilidad de que el partón i que interactúa lleve una fracción x del impulso del protón, mientras que $C_q^{\overline{MS}}$ y $C_g^{\overline{MS}}$ contienen las contribuciones finitas a la sección eficaz.

A este orden ya se están teniendo en cuenta la PDF de los gluones, que aparecen recién cuando consideramos la función de estructura al orden siguiente al orden dominante (NLO). Dado que las PDFs contienen información de la parte no perturbativa del proceso, éstas

no pueden ser determinadas mediante cálculo perturbativo. En general, éstas se extraen de ajustes de distintos conjuntos de datos y una vez obtenidas, son universales, o sea, valen para cualquier tipo de proceso.

Como todas las fracciones de impulso deberían sumar 1, se debe cumplir que

$$\sum_i \int dx x f_i(x) = 1, \quad (2.1.14)$$

donde i suma sobre las PDF para todos los sabores de quarks y los gluones.

2.2. Funciones de Distribución Partónicas

Para familiarizarnos un poco más con las funciones de distribución partónicas, que también serán parte importante de esta tesis, discutiremos brevemente como debería ser su forma y la teoría detrás de ellas. Si supusiésemos que los quarks fuesen 3 partículas no interactuantes dentro del núcleo, entonces esta distribución se vería como una delta de Dirac centrada en el valor $1/3$. O sea, cada quark llevaría $1/3$ del impulso total del protón y esa sería el final de la historia [3]. Sin embargo, los quarks se encuentran constantemente interactuando entre si mediante el intercambio de gluones. Esto significa que los quarks son capaces de intercambiar impulso entre si, creando una distribución. No solo eso, si no que los gluones llevan también una parte importante del impulso total del nucleón. Adicionalmente, entre estas interacciones puede suceder que un quark emita un gluón que se convierta en un par quark anti-quark, lo que produce la aparición de quarks llamados "de mar". En el caso del protón y del neutrón, los quarks de mar serían los quarks \bar{u} , \bar{d} , s , \bar{s} y los quarks pesados. En la figura 2.2 se muestra un ejemplo de la forma de las PDFs obtenidas por la colaboración MSHT20 a NNLO.

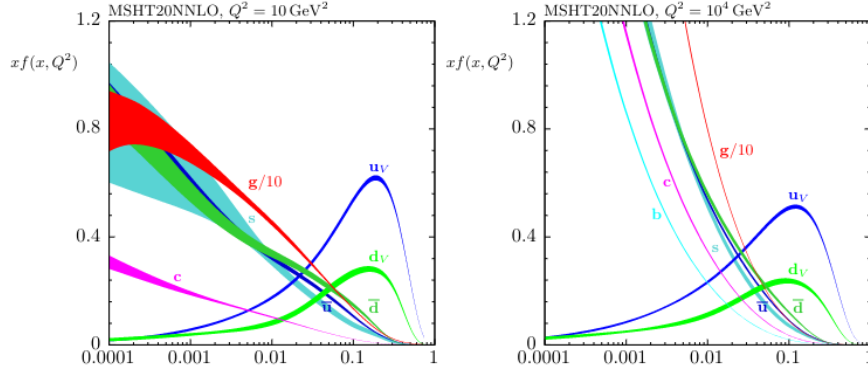


Figura 2.2: Conjunto de PDFs obtenidas por la colaboración MSHT20 a NNLO y $Q^2 = 10 \text{ GeV}^2$ y $Q^2 = 10^4 \text{ GeV}^2$ con sus bandas de incerteza del 68% [9]

En el modelo llamado el modelo *naive* de partones, donde los quarks no interactúan de ninguna forma entre si, las PDF son independientes de la escala Q^2 . Sin embargo, esto experimentalmente se demuestra que no es una buena descripción a Q^2 finito. Esto se soluciona al incluir correcciones a primer orden en QCD, o sea, introduciendo la posibilidad de que los quarks emitan un gluón antes o después de la interacción. No solo ello, si no que su evolución en Q^2 queda completamente determinada por las ecuaciones de Altarelli Parisi [11] [13].

2.2.1. Altarelli Parisi y fits globales

Como se adelantó en el apartado anterior, la dependencia en la escala de energía de las PDFs se puede predecir orden por orden en teoría de perturbaciones utilizando las ecuaciones de Altarelli-Parisi [11]

$$\frac{\partial f_i}{\partial(\ln Q^2)} = \sum_j \int_x^1 \frac{dz}{z} P_{ij}(x/z, \alpha_s(Q^2)) f_j(z, Q^2) \quad (2.2.1)$$

donde j suma sobre los sabores partónicos. Los P_{ij} son los núcleos de evolución de Gribov-Lipatov-Altarelli-Parisi [11], donde, por ejemplo, P_{qq} se encuentra vinculado a la probabilidad de que un quark forme parte del proceso de dispersión *hard* dado que el proceso es iniciado por un quark [12][13]. Tanto las ecuaciones como los nucleos son obtenidos perturbativamente a partir de QCD, y a estos últimos se los puede desarrollar en función de la constante de acoplamiento de la forma

$$P_{ij} = P_{ij}^{(0)} + \frac{\alpha_S}{2\pi} P_{ij}^{(1)} + \dots \quad (2.2.2)$$

Las soluciones de estas ecuaciones tienen una representación en la que se separan en un singlete de 2×2 que combina f_g y la combinación simétrica de quarks y antiquarks, y por otra parte ecuaciones escalares para las combinaciones antisimétricas de sabor $f_q - f_{\bar{q}}$.

Si bien pQCD nos permite predecir la evolución de las PDF a partir de una escala particular Q_0 , no tiene manera de conocerlas a esa escala inicial. La parametrización inicial se determina entonces mediante un análisis global de datos.

Dado que las mediciones que pueden brindar información sobre las PDFs se obtienen generalmente para distintos valores de la escala, el procedimiento es proponer una forma funcional para las mismas en términos de un conjunto de parámetros a determinar a una escala inicial y luego evolucionar con las ecuaciones hasta las escalas a la que se obtuvo el dato. Luego se comparan las predicciones con los valores medidos y se los va variando para optimizar el acuerdo. La idea del análisis global es realizar esta optimización con distintos tipos de observables en forma simultanea, aprovechando que cada observable puede tener un sensibilidad diferente a las distintas especies partónicas (i.e. distintos sabores de quarks y gluones) o cubre algún rango cinemático específico.

2.3. Aniquilación electrón positrón

Ahora veremos el proceso en el cual un electrón (e^-) y un positrón (e^+) se aniquilan y dan como resultado final una colección de hadrones. En particular se puede identificar algún tipo de hadrón h en el estado final y el resto queda sin identificar. Podemos escribir este proceso como

$$e^- + e^+ \longrightarrow h + X, \tag{2.3.1}$$

donde h es el hadrón que se identifica y X indica todas las partículas que no nos interesan para este proceso.

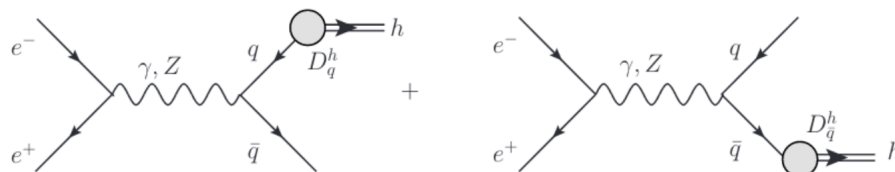


Figura 2.3: Proceso de aniquilación electrón positrón a orden más bajo

Este proceso es el más simple que involucra a las funciones de fragmentación. Después

de la aniquilación se pueden producir una gran cantidad de hadrones que son producto de un par quark antiquark provenientes del proceso $e^- + e^+ \rightarrow q + \bar{q}$. El diagrama se muestra en la figura 2.3, donde la partícula virtual creada por la aniquilación puede ser un fotón o un bosón z . La sección eficaz para este proceso se puede calcular al orden más bajo fácilmente y arroja el siguiente resultado

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow q\bar{q}) = \frac{4\pi\alpha^2}{\hat{Q}^2} e_q^2, \quad (2.3.2)$$

si quisieramos obtener la sección eficaz para producir todos los tipos de hadrones, deberíamos sumar a través de todos los sabores de quark.

Volviendo al caso donde ahora medimos uno de los hadrones producidos, a orden más bajo la sección eficaz se puede escribir como [10]

$$\frac{d\sigma^h}{dz}(Q^2) = \sigma(e^+e^- \rightarrow q\bar{q}) \sum_i e_{q_i}^2 [D_{q_i}^h(z, Q^2) + D_{\bar{q}_i}^h(z, Q^2)], \quad (2.3.3)$$

donde $D(z, Q^2)$ son las funciones de fragmentación y describen la transición de partón a hadrón y se interpretan, a orden más bajo, como la posibilidad de que un partón q_i evolucione a un hadrón h con fracción z del impulso del partón y a la escala Q de energía. Como las PDFs, estas funciones no pueden ser obtenidas mediante desarrollo perturbativo debido a que describen el fenómeno de largas distancias por el cual un partón dado se convierte en un determinado hadrón. Esto se debe al rol importante que tienen los procesos *soft*, que ocurren a largas distancias, lo que produce que la constante de acoplamiento α_s diverja. Estas además deben satisfacer la siguiente regla de suma de impulsos;

$$\sum_{allh} \int_0^1 dz z D_{q_i}^h(z, Q^2) = 1. \quad (2.3.4)$$

Dada la alta dependencia de estos procesos a la escala de energía, no es suficiente quedarse a este orden. Esto se debe a que las funciones de fragmentación en el modelo naive son independientes de la escala. Para resolver este problema, se debe ir a siguiente orden en la descripción de la sección eficaz, con lo cual resulta [10]

$$\frac{d\sigma^h}{dx}(Q^2) = \frac{4\pi\alpha_s^2}{3Q^2} \sum_{q,\bar{q}} e_q^2 \left\{ D_q^H + \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \left[d\sigma_{qg,1}^{(1)} \otimes D_q^H + d\sigma_{gq,1}^{(1)} \otimes D_g^H \right] \right\}, \quad (2.3.5)$$

donde los $d\sigma$ provienen de la sección eficaz hard del proceso y \otimes es la convolución usual. Las funciones de fragmentación que aparecen en la expresión anterior son determinadas mediante un ajuste experimental.

Vemos entonces que las funciones de fragmentación juegan un papel clave en la descripción de procesos que involucran hadrones en el estado final. Además tienen la ventaja de que una vez obtenidas las FFs para un proceso, son universales, o sea, valen para cualquier otro tipo de proceso. Por otra parte, dado que, al igual que las PDFs, estas evolucionan mediante las ecuaciones de Altarelli-Parisi, únicamente hace falta determinarlas a una escala inicial Q_0 para luego llevarlas a la escala necesaria. Obtener estas funciones experimentalmente puede ser un desafío, ya que requiere no solo identificar, si no describir totalmente la cinemática de los hadrones finales observados. Hasta recientemente se tenía la limitación de que los únicos procesos donde estas se podían estudiar con suficiente precisión eran la aniquilación electrón positrón, los cuales si bien simplifican la extracción al no tener remanentes del estado inicial que compliquen la medición e interpretación del resultado, tienen la desventaja que tienen poca sensibilidad para medir las fragmentaciones de los gluones D_g^h , y ser insensible a ciertas combinaciones de las FF. En los últimos años la situación ha cambiado, y ahora se extraen FF utilizando además procesos de SIDIS y hadroproducción en colisiones protón-protón, que analizaremos más adelante.

Una cosa que cabe destacar antes de seguir es que el enfoque que estamos tomando permite separar la sección eficaz en una parte perturbativa y otra no perturbativa. Sin embargo, la forma de realizar esta separación no es única, y depende del esquema de factorización elegido. Como ya mencionamos cuando hablamos de las PDFs, el que utilizaremos a lo largo de este trabajo, es el esquema \overline{MS} , donde se absorben las divergencias en contra términos.

2.3.1. Funciones de fragmentación

Como ya se ha mencionado, las funciones de fragmentación no se pueden calcular de primeros principios mediante un desarrollo perturbativo. En su lugar, se hallan a partir de proponer una parametrización y luego ajustar determinados set de datos al igual que las PDFs. Tal como se explicará en el capítulo 3 en más detalle, en la metodología utilizada para este trabajo, las funciones de fragmentación nucleares, las cuales buscamos extraer en este trabajo, usan como base a las de vacío y las modifican mediante una convolución con una función de peso. Por lo tanto, necesitamos un set de funciones de fragmentación "de

vacío". Las utilizadas en este trabajo fueron las de la referencia [1]. La parametrización para las FFs utilizada en [1] es de la forma

$$D_q^{\pi^+}(z, Q_0) = N_i z^{\alpha_i} \sum_{j=1}^3 \gamma_j (1-z)^{\beta_{ij}}, \quad (2.3.6)$$

donde N_i , α_i , β_{ij} y γ_j son determinadas maximizando el acuerdo con todos los datos experimentales de SIA, SIDIS y PP analizados. En este trabajo, además, se imponen ciertas relaciones de simetría. La primera de ellas es la simetría de conjugación de carga

$$D_q^{\pi^+} = D_{\bar{q}}^{\pi^-}. \quad (2.3.7)$$

Además, se asume la simetría de isospín para las FFs desfavorecidas del mar de quarks livianos

$$D_{\bar{u}}^{\pi^+} = D_{\bar{d}}^{\pi^-}. \quad (2.3.8)$$

Para la parte perturbativa se utiliza un desarrollo hasta NLO y trabajan bajo la aproximación de quarks sin masa.

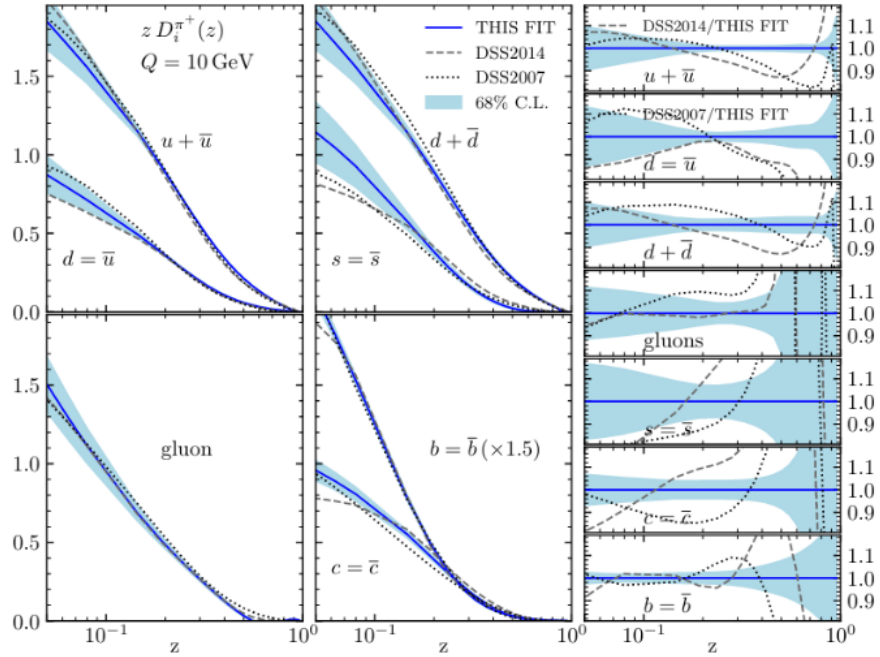


Figura 2.4: Funciones de fragmentación para π^+ extraídas por la referencia [1], para $Q = 10 \text{ GeV}$ con sus respectivas bandas de error.

La novedad de estas funciones de fragmentación es que se aprovechan de la arbitrariedad de la escala de renormalización y factorización. Para ello, se elije las escalas proporcionales

a $\kappa\epsilon$ con ϵ la escala física típica del proceso (por ejemplo, para SIDIS sería Q) donde κ se deja como un parámetro libre para ser determinado por el experimento, con la limitación de variar entre $1/2$ y 2 . Esto demostró dar mejores resultados que manteniendo $\kappa = 1$ [1]. Una visualización de estas se puede ver en 2.4

2.4. Dispersión inelástica profunda semi-inclusiva

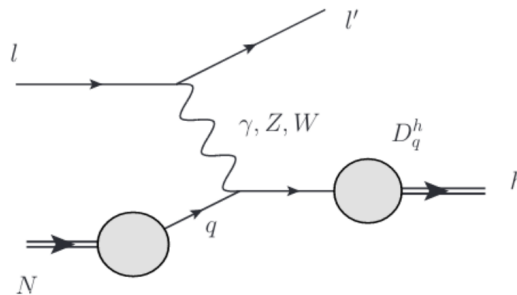


Figura 2.5: Diagrama de Feynman a LO para el proceso de dispersión inelástica profunda

Ahora veremos el caso en el que después de la interacción entre el electrón y un nucleón o núcleo e identificamos el estado final del hadrón h , tal como se ve en la figura 2.5. El proceso se escribe

$$l(k) + N(p) \longrightarrow l'(k') + h(p_h) + X, \quad (2.4.1)$$

dato que ahora necesitamos agregar la información de que un partón dado pasa a formar parte del hadrón h , debemos incluir las funciones de fragmentación en la sección eficaz. Para describir la cinemática de este proceso, es necesario definir una variable adicional

$$z = \frac{p \cdot p_h}{p \cdot q}, \quad (2.4.2)$$

donde $q = k - k'$. La variable z entonces representa la fracción de energía del partón que se lleva el hadrón h .

En el caso de la aniquilación electrón positrón no es necesario usar las PDFs y esto permite extraer únicamente las funciones de fragmentación. Sin embargo, debido a que carece sensibilidad a ciertas combinaciones de FF, se suele extraer las PDFs primero de otros procesos y conocidas estas, se extrae las FF de datos experimentales de SIA y SIDIS.

La sección eficaz para SIDIS en términos de las funciones de estructura semi-inclusivas

es:

$$\frac{d^2\sigma}{dx dQ^2} = \frac{2\pi\alpha_s^2}{Q^2} \left[\frac{1 + (1-y)^2}{y} F_1^h(x, Q^2) + \frac{2(1-y)}{y} F_L^h(x, Q^2) \right] \quad (2.4.3)$$

A NLO, donde comenzamos a tener en cuenta correcciones que incluyen emisión de gluones en el estado inicial o final y la emisión y absorción de un gluón virtual, podemos escribir las funciones de fragmentación como

$$\begin{aligned} 2F_1^h(x, z_h, Q^2) &= \sum_{q, \bar{q}} e_q^2 \{ q(x, Q^2) D_q^H(z_h, Q^2) \\ &+ \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \left[q \otimes C_{qq,1}^{(1)} \otimes D_q^H + q \otimes C_{gq,1}^{(1)} \otimes D_g^H + \right. \\ &\quad \left. g \otimes C_{qg,1}^{(1)} \otimes D_q^H \right] (x, z_h, Q^2) \} \end{aligned} \quad (2.4.4)$$

$$\begin{aligned} 2F_L^h(x, z_h, Q^2) &= \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \left[q \otimes C_{qq,L}^{(1)} \otimes D_q^H + q \otimes C_{gq,L}^{(1)} \otimes D_g^H + \right. \\ &\quad \left. g \otimes C_{qg,L}^{(1)} \otimes D_q^H \right] (x, z_h, Q^2). \end{aligned} \quad (2.4.5)$$

donde los coeficientes se determinan en forma perturbativa.

Computacionalmente, la implementación numérica de las convoluciones es muy lenta. Sin embargo, existe un método numérico mucho más eficiente que es el que utilizaremos en este trabajo: la transformada de Mellin, de la cual hablaremos con más detalle en la sección 2.6

2.5. Colisiones hadrónicas

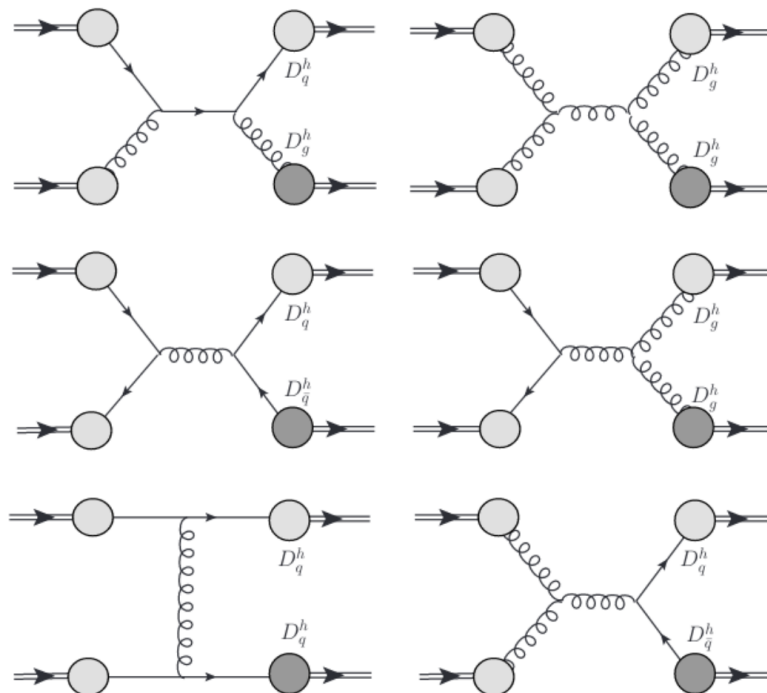


Figura 2.6: Diagramas de Feynman correspondientes a algunas de las contribuciones LO para la producción de hadrones en colisiones protón protón

Procederemos a analizar brevemente los procesos donde dos nucleones cualquiera interactúan entre si y al final del proceso se identifica un hadrón h

$$A + B \longrightarrow h + X, \quad (2.5.1)$$

donde A y B son dos nucleones cualquiera, X es el conjunto de partículas restantes no identificadas y h es el hadrón producido que se va a identificar. En la figura 2.6 se ilustra este tipo de procesos, donde a , b , c , d son los constituyentes, ya sean quarks o gluones. La forma de entender estos procesos es como la mezcla de posibles combinaciones de

$$a + b \longrightarrow c + d, \quad (2.5.2)$$

donde a y b provienen de los nucleones A y B , y c y d terminan fragmentandose en los hadrones salientes. En este caso podemos escribir esquemáticamente la sección eficaz en

forma factorizada como

$$E_h \frac{d^3\sigma}{dp_h^3} = \sum_{a,b,c} f_a(x_1, p_T^2) \otimes f_b(x_2, p_T^2) \otimes d\sigma_c^{ab} \otimes D_c^h(z, p_T^2), \quad (2.5.3)$$

donde f_a y f_b representan las PDFs, D_c^h las FF del hadrón c y $d\sigma_c^{ab}$ la sección eficaz hard del proceso $a + b \rightarrow c + X$. La suma es sobre todos los canales partónicos. A LO, estos pueden obtenerse a partir de cruces en las cuatro reacciones genéricas $qq' \rightarrow qq'$, $qq' \rightarrow qq$, $q\bar{q} \rightarrow gg$ y $gg \rightarrow gg$. En la figura 2.6 puede observarse los diagramas de Feynman correspondientes a algunos de los procesos que contribuyen a la sección eficaz LO. La diferencia fundamental de estos procesos respecto con los de SIDIS es que en estos los términos que involucran D_g^h están suprimidos en α_S respecto de los que involucran a D_q^h , que en general suele ser bastante menor a 1 para estos experimentos, mientras que en las colisiones protón-protón aparecen contribuciones asociadas a la fragmentación de gluones al mismo nivel, incluso a LO. Por lo tanto, este tipo de procesos son fundamentales para determinar D_g^h .

Para describir este tipo de procesos, al igual que en los casos anteriores, podemos definir invariantes de Lorentz. En este caso, los podemos dividir en dos tipos distintos. Por un lado, tenemos los invariantes externos:

$$\begin{aligned} s &= (P_A + P_B)^2 = 2P_A \cdot P_B \\ t &= (P_h - P_A)^2 = -2P_h \cdot P_A \\ u &= (P_h - P_B)^2 = 2P_h \cdot P_B, \end{aligned} \quad (2.5.4)$$

que son los observables que es posible obtener experimentalmente. Por otro lado, tenemos los invariantes internos, o constituyentes, que son

$$\begin{aligned} \hat{s} &= (p_a + p_b)^2 = 2p_a \cdot p_b = x_a x_b s \\ \hat{t} &= (p_c - p_a)^2 = -2p_c \cdot p_a = x_a \frac{t}{z_c} \\ \hat{u} &= (p_c - p_b)^2 = -2p_c \cdot p_b = x_b \frac{u}{z_c}. \end{aligned} \quad (2.5.5)$$

Los dos tipos de invariantes están relacionados mediante

$$\begin{aligned} p_a &= x_a P_A \\ p_b &= x_b P_B \\ P_h &= z_c p_c \end{aligned} \tag{2.5.6}$$

donde se asumió que las masas de los constituyentes y de los hadrones incidentes es despreciable. Una restricción importante, dada por el hecho de que estamos describiendo un proceso de tipo $2 \rightarrow 2$ es

$$\hat{s} + \hat{t} + \hat{u} = 0. \tag{2.5.7}$$

Esta implica que

$$z_c = \frac{x_2}{x_b} + \frac{x_1}{x_a} \tag{2.5.8}$$

donde

$$\begin{aligned} x_1 &= -\frac{u}{s} = \frac{1}{T_h} x_T \\ x_2 &= -\frac{t}{s} = \frac{1}{2} T_h x_T \\ x_T &= \frac{2p_T}{\sqrt{s}} \\ T_h &= \tan(\theta_{cm}/2) \end{aligned} \tag{2.5.9}$$

con θ_{cm} el ángulo de dispersión del hadrón final h en el sistema de referencia del centro de masa. De esta forma, podemos relacionar las fracciones de impulso partónicas (microscópicas), x_1 , x_2 y z_c , que aparecen como argumentos de las PDFs y FFs en la ecuación 2.5.3, con las variables hadrónicas (macroscópicas) p_T , $\sqrt{2}$ y θ_{cm} .

2.6. Transformada de Mellin

En la sección anterior mencionamos que el teorema de factorización nos permite separar la parte perturbativa de la no perturbativa en la sección eficaz, pudiéndose escribir de manera esquemática en el caso más sencillo como

$$\sigma_{lN} = \sum_i q_{i/N} \otimes \sigma_{li}, \tag{2.6.1}$$

donde σ_{li} es la parte perturbativa del proceso, calculable a partir de pQCD, y $q_{i/N}$ representa la parte no perturbativa, por ejemplo las PDFs. La operación \otimes es la convolución y se define como

$$(g \otimes h)(x) = \int_0^1 du g\left(\frac{x}{u}\right) h(u). \quad (2.6.2)$$

Para las secciones eficaces que nos interesa calcular deberíamos realizar esta operación numerosas veces, lo cual llevaría consigo un gran costo computacional. Para evitar esto se utiliza el método de la Transformada de Mellin.

La transformada de Mellin se define como

$$\hat{f}(N) = \int_0^\infty x^{N-1} f(x) dx, \quad (2.6.3)$$

y la anti-transformada como

$$f(x) = \frac{1}{2\pi i} \int_C x^{-N} \hat{f}(N) dN, \quad (2.6.4)$$

donde C es un contorno adecuado en el plano complejo N , o sea, con una parte imaginaria que se mueve entre $-\infty$ a $+\infty$ e intersecta el eje real a la derecha del polo de $\hat{f}(N)$. Un contorno sencillo que se puede tomar es dos rectas formando un ángulo α respecto al eje real que se crucen a la derecha del polo de $f(N)$. Reemplazando para la ecuación (2.5.3) por las respectivas transformadas encontramos que

$$E \frac{d^3\sigma}{dp^3} = \sum_{a,b,c} \int_{C_n} dn \int_{C_m} dm \int_{C_l} \hat{f}_a(n) \hat{f}_b(m) \hat{D}_k(l) \hat{\sigma}_{ab}^h(n, m, l), \quad (2.6.5)$$

donde dentro de $\hat{\sigma}_{ab}^h(n, m, l)$ se han incluido las integraciones en las variables cinemáticas y los pesos de las transformaciones inversas x_1^{-n} , x_2^{-m} y z^{-l} . Entonces, utilizando esta expresión, uno puede precalcular los valores de $\hat{\sigma}_{ab}^h(n, m, l)$ ya que estos no dependen en nada de las PDF, y estos van a ser los mismos siempre. Inevitablemente uno debe realizar la integral de inversión sobre los contornos en cada paso del proceso, sin embargo, las integrales son extremadamente rápidas de realizar eligiendo correctamente los valores para n y m en los contornos de C_n , C_m como los soportes para una integración Gaussiana. Esto es gracias a que los integrandos en n y m caen muy rápidamente mientras n , m crecen a lo largo del contorno [22]. Otra ventaja es que las ecuaciones de evolución para las PDF y funciones de fragmentación, que son un sistema de ecuaciones integro-diferenciales, se

tornan muy simples en el espacio de Mellin, ya que las convoluciones factorizan en productos sobre los impulsos, y resultan en un sistema de ecuaciones algebraicas.

Capítulo 3

Funciones de distribución partónicas y de fragmentación nucleares

3.1. Funciones de distribución partónicas nucleares

Se sabe hoy en día que las funciones de distribución partónicas nucleares (nPDF) dentro de un núcleo con número másico A son distintas a las funciones de distribución dentro de un nucleón libre [4]. Una forma de estudiar los efectos nucleares es a través de comparar las funciones de estructura para un núcleo con número másico A (F_2^A) y de deuterio (F_2^D), que experimentalmente se encuentra que son distintas. La razón por la que se usa deuterio es que, aproximadamente, se lo puede pensar como un nucleón isoescalar libre. Los efectos varían según la región de x que estemos mirando, tal como se puede visualizar en la figura 3.1. Como se puede visualizar, hay 4 efectos bien definidos, *shadowing*, para $x < 0.07$ vemos que $F_2^A < F_2^D$, *antishadowing* en la zona de $x \approx 0.07 - 0.3$ donde vemos el efecto contrario, *EMC effect* $x \approx 0.3 - 0.8$, donde decrece y alcanza un mínimo y *Fermi motion*, donde nuevamente $F_2^A > F_2^D$. [30]

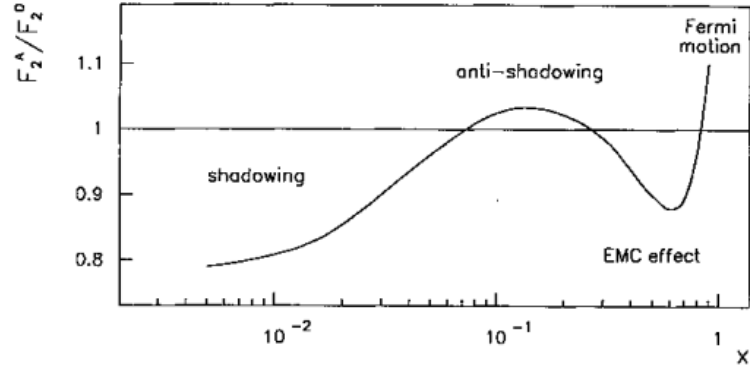


Figura 3.1: Representación esquemática del cociente de la función de estructura nuclear y de vacío.

En los últimos años se alcanzó un buen grado de sofisticación en la determinación de las PDFs. Sin embargo, dado que hay una cantidad limitada de datos, la extracción de las PDFs nucleares (nPDFs) no es tan precisa todavía. Conocerlas es importante, puesto que nos ayudarían a profundizar en la comprensión de mecanismos asociados a la cohesión nuclear en el marco de pQCD y para el análisis de experimentos de altas energías, las dispersiones protón núcleo, leptón núcleo y los experimentos con neutrinos que emplean blancos nucleares. Una suposición no trivial que estamos haciendo es que esperamos que, al igual que las PDFs, las nPDFs sean universales y que el esquema de factorización siga siendo válido en un amplio rango cinemático.

Para describir los procesos DIS con blancos nucleares,

$$l + A \longrightarrow l' + X \quad (3.1.1)$$

suele utilizarse la virtualidad del fotón y una variable de escaleo x_A análoga a la variable de Björken

$$x_A = \frac{Q^2}{2p_A \hat{q}} \quad (3.1.2)$$

donde p_A es el impulso del núcleo blanco, con lo cual x_A está cinemáticamente restringido al mismo rango que x_B . En general, se suele trabajar con una variable definida como $x_N = Ax_A$.

Para parametrizar a las nPDFs, se propone que las PDF se modifican con un factor de peso $W_i(y, A, Z)$ de manera tal que

$$q_i^A(x_N, Q_0^2) = \int_{x_N}^A \frac{dy}{y} W_i(y, A, Z) q_i\left(\frac{x_N}{y}, Q_0^2\right). \quad (3.1.3)$$

Esta forma tiene la ventaja de que simplifica el cálculo numérico al permitirnos escribir la convolución de 3.1.3 como un producto y calcular su evolución en el espacio de Mellin, donde las ecuaciones integro-diferenciales de 2.2.1 se transforman en un problema algebraico. Entonces, al transformar 3.1.3 queda

$$\hat{q}_i^A(x_N, Q_0^2) = \hat{W}_i(N, A, Z) \hat{q}_i(N, Q_0^2). \quad (3.1.4)$$

Además, nos permite darle una interpretación física a los pesos W_i como la densidad efectiva de nucleones dentro del núcleo que tienen fracción y/A de su impulso. Entonces, se propone una parametrización para $W_i(y, A, Z)$ y se realiza un ajuste con datos existentes para encontrarla. Hoy en día ya existen numerosos análisis de las nPDF que utilizan distintos sets de datos y tienen distintos grados de precisión. En el presente trabajo utilizaremos el set de funciones de distribución partónicas MHST20 [9], con las modificaciones nucleares DSSZ [14] [15]. Además se utilizaron el set de nPDFs de TUJU21 [23] sin embargo, se obtuvieron mejores resultados con DSSZ.

La razón de esto se puede entender al realizar una revisión más detallada de como éstas son obtenidas. las DSSZ se extraen de datos de DIS, Drell Yan nuclear y DIS con neutrinos, que tienen una sensibilidad indirecta a la modificación nuclear de los gluones, via las ecuaciones de Altarelli-Parisi que combina la evolución del singlete de quarks y los gluones. Para mejorar la determinación de los gluones nucleares, EPS16 y TUJU21 incluyeron datos de pA a piones, pero usando FF de vacío, y obtienen una modificación de los gluones nucleares exagerada. Nosotros sabemos que la hadronización se modifica en medios nucleares, como se explica en la siguiente sección a partir de los datos SIDIS. Por ello sospechamos que tanto EPS16 como TUJU21 están sesgadas por la suposición evidentemente incorrecta de los efectos nucleares en la hadronización son despreciables. El hecho de obtener mejores ajustes usando DSSZ que EPS16 o TUJU21 nos estaría mostrando que evidentemente este es el caso.

3.2. Funciones de fragmentación en medios nucleares

Es conocido que, cuando los procesos de producción hadrónica tienen lugar en un medio nuclear, se observan diferencias significativas de los experimentos similares que involucran solo blancos de núcleos livianos o de protones [24] [25]. Esto puede ser apreciado claramente en el experimento de HERMES [4]. Si bien se han propuesto varias explicaciones, con mayor

o menor grado de éxito, esta todavía es una discusión abierta.

Se sabe que parte de estos efectos se debe a una modificación del estado final. Con el objetivo de parametrizarlos se realizan algunas suposiciones, entre ellas que el concepto de factorización sigue valiendo en un medio nuclear para las FF, que la extracción no pierde universalidad aún en un medio nuclear y que no se producen correcciones inesperadas dependientes de la escala, se plantea un equivalente a las funciones de fragmentación de vacío. Estas son las llamadas Funciones de Fragmentación Nucleares o nFF.

La nFF $D_{i/A}^h(z, Q^2)$ se puede definir entonces como la probabilidad de que un partón inicial i , en un medio nuclear con número másico A , decaiga a un hadrón final h con fracción de impulso z del partón y a la escala característica Q . Otra suposición importante que haremos para trabajar con las nFF es que evolucionan con las mismas ecuaciones que las funciones de fragmentación de vacío, o sea, con las ecuaciones de Altarelli-Parisi.

Una manera de trabajar con las nFF es proponer una modificación nuclear a las FF de vacío mediante una convolución de la forma

$$D_{i/A}^h(z, Q_0^2) = \int_z^1 \frac{dy}{y} W_i^h(y, A, Q_0^2) D_i^h(z/y, Q_0^2), \quad (3.2.1)$$

donde $W_i^h(y, A, Q^2)$ es una función de peso que va a parametrizar las modificaciones nucleares. Vemos que de esta forma, se retiene la información de las FF de vacío (y en particular para $A=1$), se evita tener que utilizar tantos parámetros como en las últimas mencionadas y se cumple nuestra suposición de que evolucionan con las ecuaciones de AP.

La proposición más simple posible para estas modificaciones es una del estilo

$$W_i^h(y, A, Q_0^2) = \delta(y - 1). \quad (3.2.2)$$

Insertando en (3.2.1), vemos que esto resulta ser

$$D_{i/A}^h(z, Q_0^2) = D_i^h(z, Q_0^2), \quad (3.2.3)$$

con lo cual no estamos introduciendo ningún tipo de efecto nuclear. Otra modificación un poco mas interesante sería del estilo

$$W_i^h(y, A, Q_0^2) = n\delta(y - (1 - \epsilon)), \quad (3.2.4)$$

y entonces

$$D_{i/A}^h(z, Q_0^2) = n \frac{D_i^h(z/(1-\epsilon), Q_0^2)}{1-\epsilon}, \quad (3.2.5)$$

que entonces introduciría una disminución de la fracción del impulso cargada por el hadrón final y un factor de proporcionalidad n . A este caso se lo conoce como *energy loss*.

La forma en que varía el peso W_i^h con A es una cuestión no trivial y que todavía no está resuelto. Esto se debe a la poca variedad de datos con distintos núcleos para poder entender mejor el comportamiento. Es de esperar que a medida que se vayan publicando nuevos datos esta cuestión se vaya resolviendo. Si bien la forma funcional podría ser cualquiera, desde el punto de vista numérico conviene que tenga una forma cuya transformada de Mellin se pueda expresar analíticamente, como se verá más adelante.

El objetivo del presente trabajo es obtener las modificaciones nucleares y así un set de funciones de fragmentación nucleares. Para ello hay que proponer una parametrización acorde a los datos que se quieren ajustar. Procedemos entonces a primero presentar dichos datos, y más adelante regresaremos sobre este tema para explicar la elección de parametrización realizada.

Capítulo 4

Experimentos sensibles a las fragmentaciones nucleares

4.1. HERMES

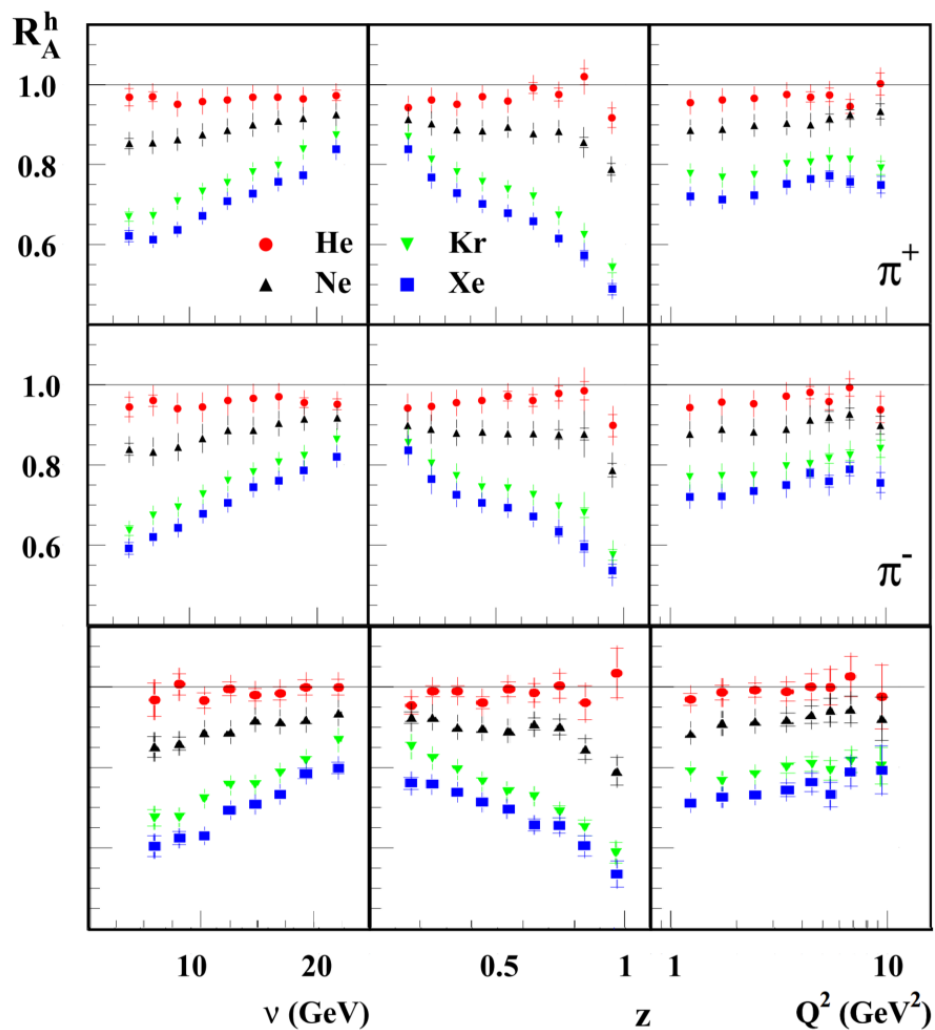


Figura 4.1: Datos del observable R_A^h para π^+ , π^- y π^0 tal como fueron presentados por la colaboración HERMES [4]. El observable se midió en función de las variables ν , z y Q^2 .

Los experimentos de la colaboración HERMES realizados estudiaron el proceso de hadronización en núcleos y publicaron sus resultados en 2007 [4]. En particular, estudiaron procesos DIS y SIDIS de 27.6 GeV al colisionar contra núcleos de He, Ne, Kr, Xe y Deuterio, identificando en el estado final Piones cargados, Kaones cargados, protones y anti-protones. Para ello, analizaron el observable R_A^h , que es el cociente entre el número de hadrones producidos en un evento de DIS en el caso de un núcleo con número másico A y el mismo pero con Deuterio. El mismo puede ser escrito como

$$R_A^h(\nu, Q^2, z, p_t^2) = \frac{\left(\frac{N^h(\nu, Q^2, z, p_t^2)}{N^e(\nu, Q^2)} \right)_A}{\left(\frac{N^h(\nu, Q^2, z, p_t^2)}{N^e(\nu, Q^2)} \right)_D}, \quad (4.1.1)$$

con $N^h(\nu, Q^2, z, p_t^2)$ el número de hadrones semi inclusivos a un dado (ν, Q^2, z, p_t^2) , mientras que $N^e(\nu, Q^2)$ es el número de *inclusive DIS* leptones a (ν, Q^2) . ν es una variable que está relacionada con z por

$$z = \frac{E_h}{\nu}, \quad (4.1.2)$$

y con x por

$$x = \frac{Q^2}{2M\nu}, \quad (4.1.3)$$

mientras que p_t es la componente del impulso del hadrón observado transversal a la incidencia.

El motivo de elegir este cociente es simple. Si miramos el numerador, N^h y N^e van a ser proporcionales a la sección eficaz de DIS o SIDIS. Si las correcciones fueran multiplicativas, entonces este cociente eliminaría la contribución de las nPDF y la parte perturbativa de la sección eficaz hard. Por lo tanto, suponiendo al teorema de factorización exacto, el doble cociente aísla la modificación nuclear a la parte no perturbativa del estado final del hadrón h . Esto nos permitiría analizar $D_{i/A}^h$. El denominador por su parte hace lo mismo, pero extraería las FF para el Deuterio. Sin embargo, dado que el deuterio es un núcleo pequeño y poco ligado, se puede pensar que en primera aproximación estamos extrayendo las FF de vacío. El cociente entonces representaría la corrección nuclear a las nFF. Esto demostraría que hay una modificación a la sección eficaz nuclear que no puede ser atribuida únicamente a una modificación de las PDF y la necesidad de incluir en el análisis una modificación a las FF.

Un detalle a destacar es que a valores altos de ν $R_A^h \simeq 1$ [4]. Esto quiere decir que en esta región, los efectos nucleares se van haciendo cada vez más chicos.

Los datos experimentales pueden ser observados en la figura 4.1. Como se puede observar, hay una clara atenuación de R_A^h con el incremento del número másico A . En el análisis de HERMES dan una explicación cualitativa, atribuyéndoselo a un incremento en efectos partónicos (*quark energy loss*) y hadrónicos (*absortion*). Además, reportan que dicho atenuación se vuelve más grande al incrementar el valor de z .

4.2. STAR

La colaboración STAR presentó en 2010 sus resultados de producción de π_0 , η y fotones en colisiones $p + p$ y $d + Au$ (d es deuterio y Au es oro) en una energía del centro de masa de 200 GeV y una *rapidity* en el rango $0 < \eta < 1$.

La colaboración presenta sus resultados en la forma del ratio R_{dAu} que definen como el ratio de partículas producidas en una colisión núcleo-núcleo (en este caso, deuterio - oro) y las producidas en una colisión nucleón-nucleón, escalada con el número de colisiones binarias N_{coll} . Entonces lo calcularon como

$$R_{dAu}(p_T) = \frac{\sigma_{inel}^{NN} \frac{d^2 N_{dA}}{dp_T dy}}{\langle N_{coll} \rangle \frac{d^2 \sigma^{p+p}}{dp_T dy}}, \quad (4.2.1)$$

donde la sección eficaz inelástica de nucleón-nucleón se tomó como $\sigma_{inel}^{NN} = 42 \text{ mb}$ y $\langle N_{coll} \rangle = 7.5 \pm 0.4$, obtenido de utilizar el modelo de Glauber. En nuestro caso, reemplazamos el observable por uno más conveniente para el ajuste,

$$R_{dAu}(p_T) = \frac{1}{2A} \frac{d^3 \sigma_{dAu}^{p_i^0} / d^3 p}{d^3 \sigma_{pp}^{p_i^0} / d^3 p}, \quad (4.2.2)$$

donde no estamos utilizando la sección eficaz invariante si no la presentada en la expresión 2.5.3. La división por A se hace para hacer corresponder el orden de magnitud de los observables.

En la ausencia de efectos nucleares, se puede ver que la modificación nuclear se convierte en la unidad, mientras que un $R_{dAu} < 1$ indicaría la supresión de producción de partículas en colisiones de iones pesados. De esta manera, obtenemos una idea de la modificación por la introducción de un medio nuclear a la sección eficaz. Los resultados para el factor pueden ser observados en la figura 4.2

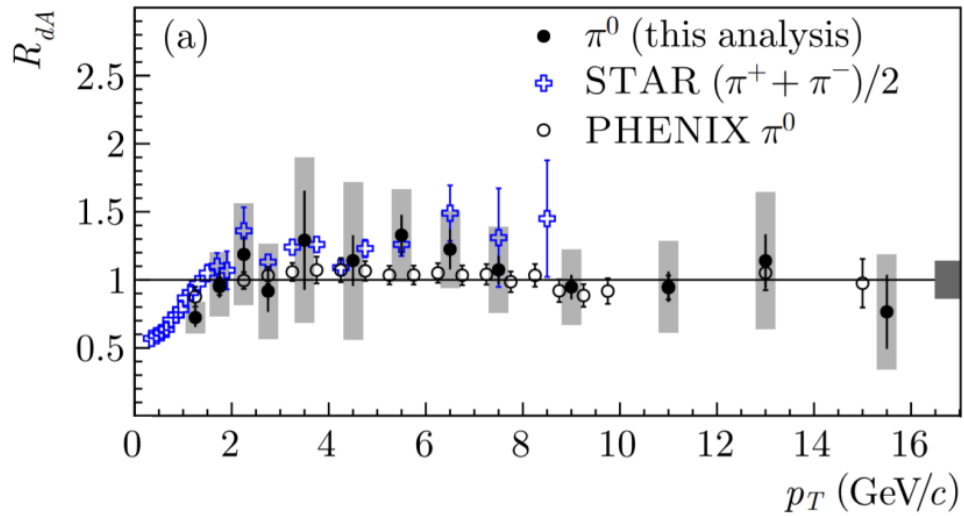


Figura 4.2: Datos del observable R_{dA} para π^0 publicados por la colaboración STAR, en negro [6]. El observable se midió en función de la variable p_T .

4.3. PHENIX

La colaboración Phenix en este caso revisitó los factores de modificación nuclear, ratio de partículas, entre otros, extendiendo el rango de p_T , una energía de centro de masa de 200 GeV y mejorando la precisión estadística para colisiones $Au + Au$ y $d + Au$. En este caso los detectores de PHENIX cubren un rango de rapidity de $|\eta| < 0.35$ y presentan datos para $p_T < 6 \text{ GeV}$. Para este experimento, también utilizaron el mismo factor (4.2.2) presentado cuando hablamos del experimento STAR. Los resultados pueden ser visualizados en la figura 4.3.

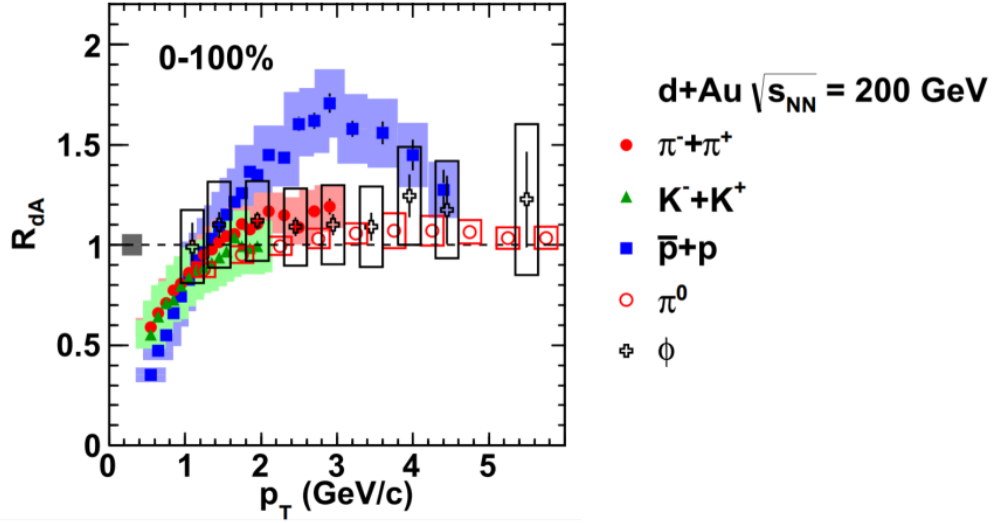


Figura 4.3: Datos del observable R_{dA} para π^0 publicados por la colaboración PHENIX [8]. El observable se midió en función de la variable p_T .

Lo más interesante de los experimentos de PHENIX y STAR es que son datos sensibles a la fragmentaciones de los gluones, tal como ha sido explicado en la sección 2.6. Por lo tanto, son especialmente útiles para determinar estas.

4.4. ALICE

La colaboración ALICE de LHC estudió la producción de los piones neutros y η mesones en colisiones protón-plomo a la energía de centro de masa de 5.02 TeV . Estos fueron medidas en un intervalo de $0.3 < p_T < 20 \text{ GeV}/c$ y $0.7 < p_T < 20 \text{ GeV}/c$ respectivamente y un rango de rapidity de $|y_{lab}| < 0.8$.

El experimento mide tasas de producción que están relacionadas con la sección eficaz diferencial según

$$\frac{1}{\sigma_{inel}^{pPb}} E \frac{d^3 \sigma^{pPb}}{d^3 p} = \frac{1}{2\pi N_{ev}} \frac{d^2 N}{p_T dp_T dy}, \quad (4.4.1)$$

donde σ_{inel}^{pPb} es la sección eficaz inelástica para el protón-plomo, en nuestro caso particular a 5.02 TeV , y se estima en $\sigma_{inel}^{pPb} = 2.11 \text{ b}$, $E \frac{d^3 \sigma^{pPb}}{d^3 p}$ es la sección eficaz diferencial inclusiva para la producción de piones neutros en colisiones pPb, similar a como la hemos presentado en la ec. (2.5.3). El hecho de que estos datos estén medidos a 5.02 TeV es especialmente interesante para este análisis, dado que es muchísimo mayor que la utilizada por la colaboraciones STAR y PHENIX, por lo que poder describir su comportamiento mediante las mismas funciones de fragmentación nucleares no es algo trivial.

Para realizar una comparación de la producción de π^0 en las colisiones de $p - Pb$ comparadas con aquellas de $p - p$, la colaboración presentó sus datos mediante el factor de modificación nuclear definido como [7]

$$R_{pPb}(p_T) = \frac{d^2 N_{\pi^0}^{pPb} / dy dp_t}{\langle T_{pPb} \rangle d^2 \sigma_{\pi^0}^{pp} / dy dp_T}, \quad (4.4.2)$$

donde $d^2 N_{\pi^0}^{pPb} / dy dp_t$ es la *invariant yield* medida para colisiones $p - Pb$ mientras que $d^2 \sigma_{\pi^0}^{pp} / dy dp_T$ es la sección eficaz invariante para π^0 en colisiones $p-p$. Por otra parte, $\langle T_{pPb} \rangle$ se define como la función de promedio de overlap nuclear y vale $\langle T_{pPb} \rangle = 0.0983 \pm 0.0035 \text{ mb}^{-1}$. Este cociente es 1 cuando hay ausencia de medio nuclear y nos da una medida de los efectos nucleares en la producción inclusiva de hadrones.

Los resultados presentados tal y como la colaboración ALICE presenta se pueden visualizar en la figura 4.4. Algo que se puede destacar al mirar la figura es que la modificación nuclear para piones cargados y neutros es muy similar, esto nos estaría diciendo que el efecto nuclear no está relacionado con la interacción electromagnética de los hadrones, si no que proviene de QCD. En este trabajo, incluimos por primera vez los datos de piones cargados dentro del ajuste, los cuales son mucho más numerosos que los de piones neutros. De esta manera, esperamos mejorar la descripción de las fragmentaciones de gluones.

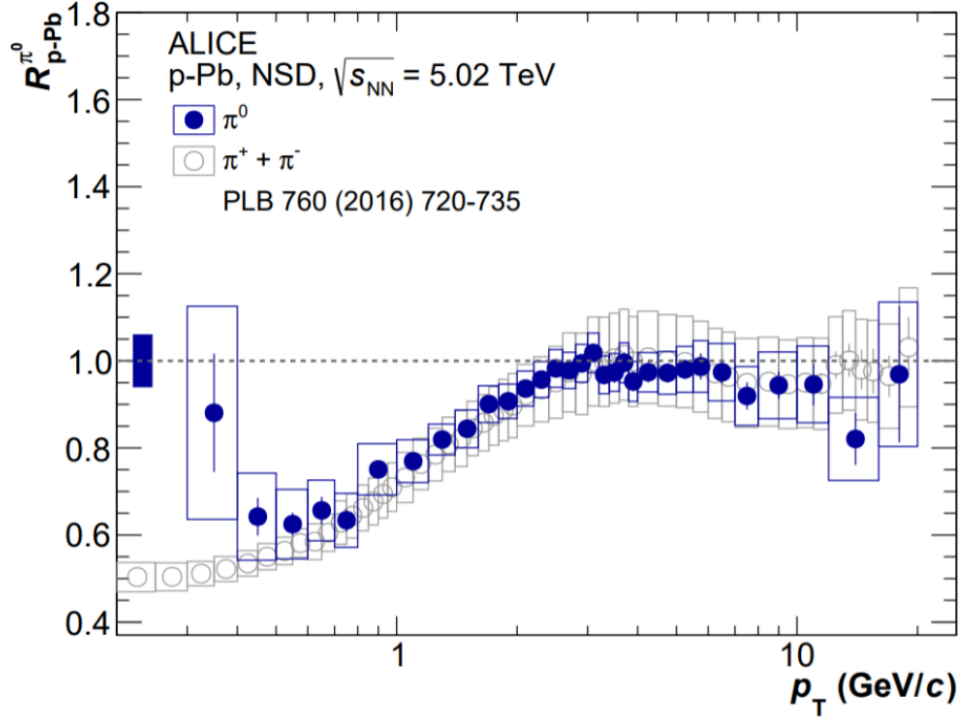


Figura 4.4: Datos del observable $R_{p-Pb}^{\pi^0}$ para π^0 y piones cargados publicados por la colaboración ALICE en azul [7]. El observable se midió en función de la variable p_T .

4.5. CLAS

Una de las novedades de este análisis es la incorporación de 483 datos correspondientes a mediciones hechas en el detector CLAS, publicados en junio de 2022.

En este experimento, se midió el mismo observable que HERMES, mostrado en (4.1.1), esta vez con un haz de energía de 5.014 GeV y en un rango de ν entre 2.2 a 4.2 GeV y Q^2 entre 1.0 y 4.1 GeV^2 . Se recolectaron datos tanto para π^+ como para π^- [5].

En dicho trabajo, los autores interpretan sus resultados en términos de un modelo no perturbativo que asocia los efectos nucleares fundamentalmente a la interacción de los hadrones producidos con el medio nuclear y no a la formación en sí del hadrón. A partir de una estimación simplificada del tiempo de formación de los hadrones, deducen que los mismos deberían formarse con mas frecuencia dentro del núcleo blanco, que lo que ocurre en el experimento de Hermes debido a las diferencias cinemáticas. En consecuencia, anticipan una mayor atenuación para la producción los hadrones que en Hermes, y sugieren que no se aplica una descripción basada en funciones de fragmentación nuclear, donde los efectos

nucleares están asociados a la formación del hadrón y no necesariamente a lo que le ocurre una vez que éste es producido.

Ellos comparan con un modelo que no está basado en teoría de perturbaciones llamado “GiBBU”. Este modelo de transporte se basa en la ecuación de Boltzmann-Uehling-Uhlenbek, que atribuye las modificaciones nucleares a mecanismos de interacciones en el estado final, absorción y producción con canales elásticos e inelásticos. [5].

Los datos, tal como fueron presentados en el trabajo, se pueden visualizar en las figuras 4.5 y 4.6

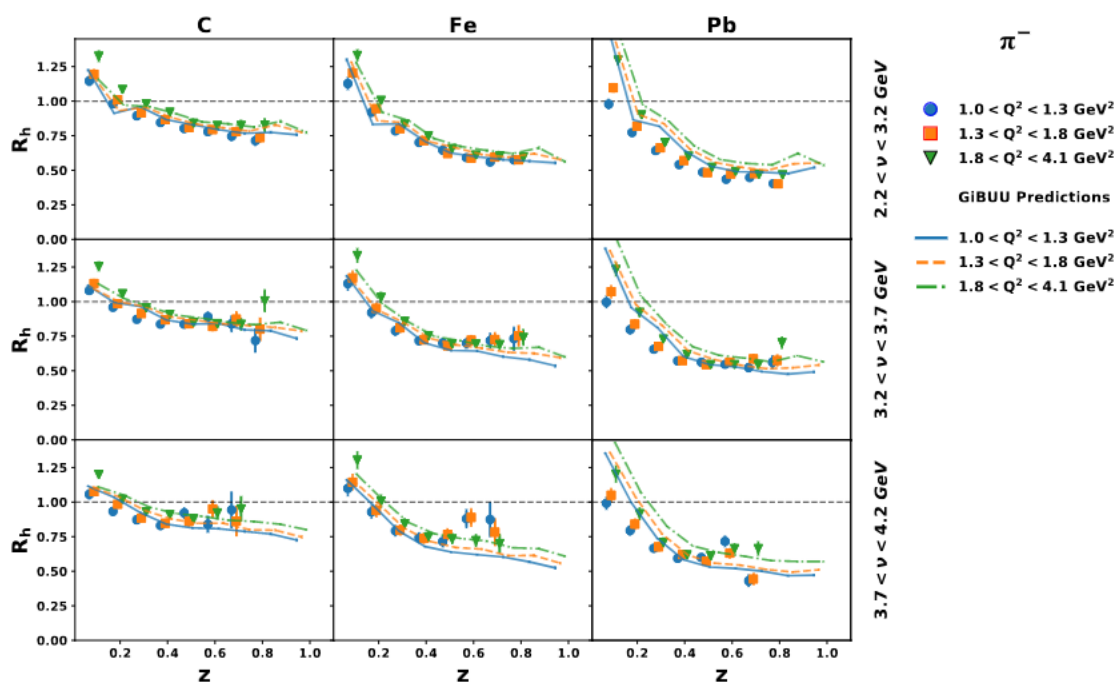


Figura 4.5: Datos del observable R_A^h para π^+ y π^- de la colaboración CLAS [5]. El observable se midió en función de z para distintos rangos de ν y Q^2 .

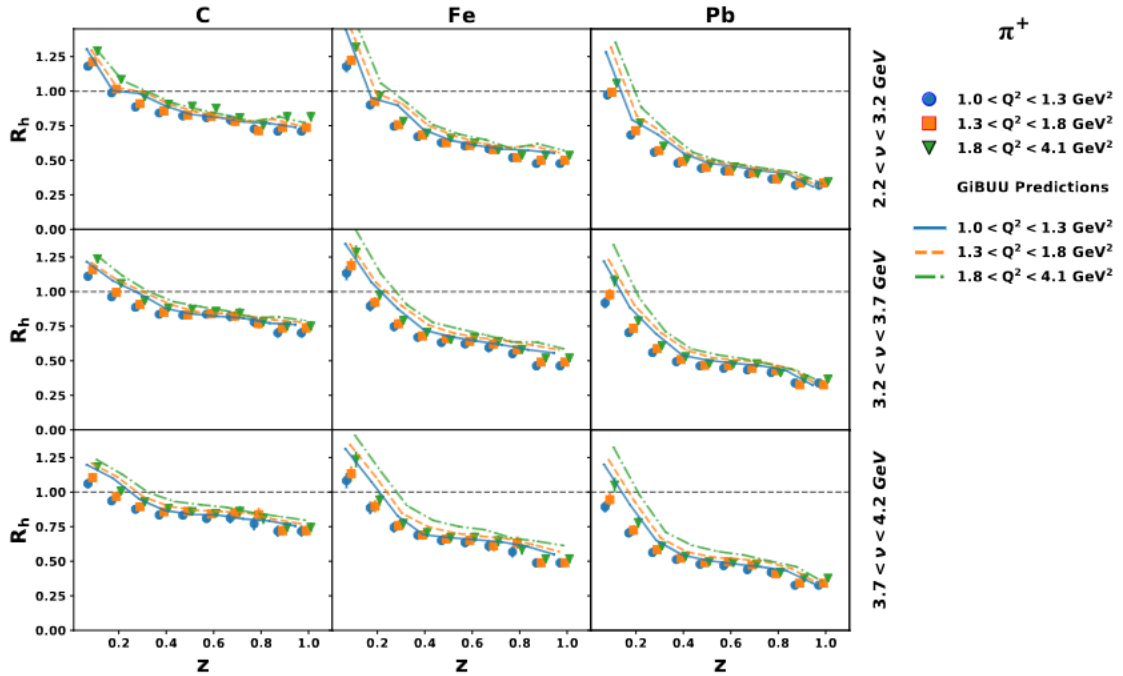


Figura 4.6: Datos del observable R_A^h para π^+ de la colaboración CLAS [5].

Para realizar nuestro análisis se utilizaron solo los datos con $0.2 < z < 0.9$, debido a que las funciones de fragmentación en vacío utilizadas no son precisas a valores extremos de z [1], principalmente por la falta de datos en esta zona. Además, en la zona de $z < 0.2$, la sección eficaz de SIDIS incluye procesos donde el hadrón observado puede venir de la fragmentación del blanco que no están incluidos en el formalismo. Por otra parte, se aproximó el rango de Q^2 y ν por los promedios respectivos.

Lo más destacable de este nuevo set de datos es, además de la confirmación de los resultados observados por la colaboración HERMES sobre la supresión de la sección eficaz, la cual se va haciendo más pronunciada cuando el núcleo se hace más grande, es la extensión del rango cinemático donde se observan los efectos nucleares y la inclusión de nuevos núcleos, lo que complementa la disponibilidad de datos y va a permitir una mejor descripción del comportamiento de las secciones eficaces con A .

Capítulo 5

Parametrización de los efectos nucleares

Una vez visitados los datos, volvemos discutir sobre parametrizaciones para las funciones de peso nucleares $W_i^h(y, A, Q_0^2)$ de la ec. (3.2.1). En este análisis en particular nos vamos a enfocar en los pesos para piones π^+ , π^- y π^0 . Para ello, primero presentaremos una modificación simple, principalmente a modo ilustrativo, antes de pasar a la modificación que se utilizará para este trabajo.

5.1. Parametrización naive

Como se ha visto, el principal efecto sobre el factor R_A^h presentado por HERMES y CLAS es una atenuación de los hadrones dependiente de z , el cual se hace más pronunciado a medida que aumentamos A [4] [5]. Como primera aproximación, podemos suponer que R_A^h es independiente de la carga del de pión, y por lo tanto la función de fragmentación es la misma para distintos sabores de quarks y antiquarks. Sin embargo, nos permitimos suponer que los gluones pueden tener una función de fragmentación distinta. La forma de implementar esto mediante una función de peso es mediante la parametrización

$$W_{q,g}^\pi(y, A, Q_0^2) = n_{q,g}\delta(1-y) + \epsilon_{q,g}\delta(1-\epsilon_q-y), \quad (5.1.1)$$

con los parámetros libres $n_{q,g}$ y $\epsilon_{q,g}$. Estos parámetros, por su parte, se proponen dependientes de A de la forma

$$\begin{aligned} n_q &= 1 + \gamma_{n_q} A^{2/3} \\ n_g &= 1 + \gamma_{n_g} A^{2/3} \\ \epsilon_q &= \epsilon_g = \gamma_{n_q} A^{2/3}. \end{aligned} \tag{5.1.2}$$

El primer término de la (5.1.1), al colocarlo en la ecuación (3.2.1), nos devolvería la fragmentación de vacío reescalada por una variable $n_{q,g}$ que depende de A, ya que como se explicó en la sección 3.2, la convolución con la delta no induce ninguna modificación en la dependencia en z . Es de esperar que cuando nos vayamos a A chicos, n_q tienda a 1. Por otra parte, el segundo término si induce una modificación en la dependencia con z , corriendo el valor efectivo de z una cantidad $\epsilon_{q,g}$. Este corrimiento es sugerido por modelos basados en la pérdida de energía de los partones al atravesar el medio nuclear, llamados modelos de *energy loss*. Una aproximación extra que se puede hacer es $\epsilon_q = \epsilon_g$ para hacer la parametrización lo más sencilla posible. Sin embargo, no se hace lo mismo para n_q y n_g debido a que no reproduce la tendencia de los datos. Por último, la motivación para elegir la dependencia tal como se eligió en la ec. (5.1.2) es por la forma en la que el volumen de un disco con radio nuclear escala con A.

A pesar de ser una parametrización sencilla que describe en buena medida el comportamiento general de los piones en SIDIS y colisiones protón/deuterio-núcleo, falla en describir de manera satisfactoria otros aspectos de los datos, como por ejemplo la dependencia en x de R_A^π . Para describir esto, procedemos a presentar la parametrización utilizada en este trabajo.

5.2. Parametrización óptima

La primera parametrización utilizada en este trabajo fue

$$W_{q,g}^h(y, A, Q_0^2) = n_{q,g} y^{\alpha_{q,g}} (1-y)^{\beta_{q,g}} + n'_{q,g} \delta(y - (1 - \epsilon_{q,g})), \tag{5.2.1}$$

donde se conservó la simetría de isospín y el peso era el mismo para todos los tipos de quark. La idea del segundo término es introducir una corrección que fuera lo suficientemente flexible para poder describir los comportamientos que las deltas por si solas fallan en

describir. Cada parámetro por su parte tiene una dependencia con el número másico A de la forma

$$\eta = \lambda_\eta + \gamma_\eta A^{\delta_\eta}, \quad (5.2.2)$$

donde $\eta = \{n_{q,g}, n'_{q,g}, \alpha_{q,g}, \beta_{q,g}, \epsilon_{q,g}\}$. Esto daría en total 30 parámetros libres para ajustar los datos experimentales. Sin embargo, buscamos reducir los grados de libertad imponiendo ciertos vínculos razonables entre los mismos de manera de no perder calidad en el ajuste. Esto con el objetivo de facilitar al programa encontrar un ajuste y para evitar que los parámetros queden pobremente determinados debido a la limitada cantidad de datos. Se eligió $\lambda_\eta = 1$ para $n_{q,g}$ y $\lambda_\eta = 0$ para $\{n'_{q,g}, \epsilon_{q,g}\}$, de manera tal que en el límite $A \rightarrow 1$ se recuperan las FFs de vacío. Por otra parte, el δ_η es el mismo para $\eta = \{n_{q,g}, n'_{q,g}\}$, para $\eta = \{\alpha_q, \beta_q, \epsilon_q\}$ y para $\eta = \{\alpha_g, \beta_g, \epsilon_g\}$. Esto da un total de 17 parámetros libres a determinar.

Una forma de mejorar considerablemente este fit es separando los quarks de valencia, o sea, los quarks up and down, y los quarks de mar, que representarían el resto de sabores. El hecho de que los quarks de mar y de valencia tengan una modificación nuclear es esperable, dado que ya las funciones de fragmentación en vacío son distintas. Entonces, se propuso la siguiente parametrización

$$\begin{aligned} W_q^h(y, A, Q_0^2) &= n_q y^{\alpha_q} (1-y)^{\beta_q} + n'_q \delta(y - (1 - \epsilon_q)) \\ W_s^h(y, A, Q_0^2) &= n_s y^{\alpha_s} (1-y)^{\beta_s} + n'_s \delta(y - (1 - \epsilon_s)) \\ W_g^h(y, A, Q_0^2) &= n'_g \delta(y - (1 - \epsilon_g)) \end{aligned} \quad (5.2.3)$$

donde el subíndice s representa a los quarks de mar, mientras que los subíndices g y q quedan reservados para los gluones y quarks de valencia respectivamente. En resumidas cuentas, propusimos una parametrización distinta para los quarks de mar y descartamos la corrección para los gluones, que encontramos que no mejoraba el ajuste notoriamente. Utilizando esta parametrización. La dependencia de $\{n'_s, \epsilon_s, n_s, \alpha_s, \beta_s\}$ es la mencionada en ec. (5.2.2), con los mismos vínculos mencionados anteriormente para los quarks de valencia. Entonces únicamente quedan 19 parámetros en total.

Capítulo 6

Implementación numérica

En esta sección daremos un breve repaso sobre los conceptos más importantes implementados para realizar el ajuste de los datos. Entre ellos como se determinó el mejor ajuste y el uso del método de montecarlo para la estimación de los errores sobre el ajuste.

6.1. Optimización de los parámetros del modelo

Como ya se ha mencionado, el objetivo de este trabajo es determinar la modificación por efectos nucleares de las FFs a partir de extraer las funciones de peso para las funciones de fragmentación, parametrizado como la ec. (5.2.1) y (5.2.3). Para ello, se quiere buscar el conjunto de parámetros dados por la ec. (5.2.2) que optimicen el acuerdo entre los datos experimentales y las predicciones teóricas. El método utilizado para realizar esto consiste en definir una función de minimización

$$\chi^2 = \sum_i \frac{(d\sigma_i^{exp} - d\sigma_i^{th})^2}{\Delta_i^2}, \quad (6.1.1)$$

donde $d\sigma_i^{exp}$ corresponde al dato experimental para un observable, $d\sigma_i^{th}$ es el valor teórico que obtendríamos utilizando un set de parámetros y Δ_i^2 son las incertezas del dato, que aproximamos sumando los errores sistemáticos y estadísticos en cuadratura.

La optimización de esta función se realizó de forma iterativa, utilizando las rutinas del paquete MINUIT [27] desarrollado por el CERN e implementado en el lenguaje de programación FORTRAN. Este programa es, en pocas palabras, un minimizador de funciones que permite elegir entre distintos algoritmos de minimización. Los utilizados para este trabajo fueron los algoritmos SIMPLEX y MIDGRAD. En primer lugar ejecutamos la subrutina

SIMPLEX, que permite explorar a groso modo y rápidamente donde se puede encontrar el mínimo de la función, pero no es demasiado preciso. Por esta razón, después de explorar la función con SIMPLEX ejecutamos MIDGRAD, que propone puntos en base a calcular las derivadas primeras de la función a minimizar, que da resultados más precisos y converge más rápidamente al mínimo.

6.2. Estimación de errores mediante el método de muestreo montecarlo

Una vez obtenido el mejor ajuste mediante los métodos mencionados en la sección anterior, se necesita estimar las incertezas del ajuste. Es importante notar que si bien los errores de los datos experimentales están tomados en cuenta en la ec. (6.1.1), no es muy claro como estos se propagan al error del ajuste. Una forma de encarar esto era utilizar el método del Hessiano, que consiste en calcular la matriz Hessiana, diagonalizarla para obtener las direcciones donde el χ^2 varía más fuertemente y así definir nuevos parámetros que permiten estimar el error. Sin embargo este método contiene ciertas desventajas. La más importante es que, para estimar los errores, se asume que el entorno al mínimo del χ^2 es cuadrático en los desplazamientos de todos los parámetros respecto a su valor óptimo, lo cual en la realidad no es siempre cierto [16]. Un método para evitar esto es el llamado muestreo de Montecarlo o *Montecarlo sampling* [17] [16]. Este consiste en generar un número N_{rep} de réplicas de los datos experimentales, donde el valor de cada dato está corrido de su valor central una cantidad determinada aleatoriamente por una distribución multi-gaussiana alrededor del punto, con la varianza dada por la indeterminación del experimento. Entonces, en de cada réplica, etiquetada mediante el superíndice (k), cada punto experimental $d\sigma_i^{exp}$, etiquetado por i , es corrido del valor reportado mediante

$$d\sigma_i^{rep,(k)} = (1 + r_N^{(k)} \sigma_N) (d\sigma_i^{exp} + \sum_{p=1}^{N_{sys}} r_e^{(k)} \sigma_{i,e}), \quad (6.2.1)$$

donde $r^{(k)}$ son números aleatorios independientes determinados por la distribución gaussiana [17]. Por otra parte σ_N es el error de normalización del dataset, y es único para cada experimento, o sea, todos los datos de, por ejemplo, el experimento STAR tienen el mismo σ_N . Por otra parte, $\sigma_{i,e}$ es la suma del error experimental y sistemático del dataset en cuadratura, tal cual como son reportados por los experimentos.

Una vez construida la réplica, se realiza un ajuste utilizando el procedimiento descrito en la sección anterior para obtener un ajuste con el “nuevo” set de datos minimizando el χ^2 . Esto se realiza N_{rep} veces, con lo cual tenemos el mismo número de réplicas. A partir de esto, se construye el valor de expectación promediando las réplicas, y el error es simplemente la desviación estandar de ese promedio. O sea, se realiza el siguiente cálculo:

$$\begin{aligned} d\sigma_i^{th} &= \frac{1}{N_{rep}} \sum_{k=1}^{N_{rep}} d\sigma_i^{rep,(k)} \\ \Delta d\sigma_i^{th} &= \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{N_{rep}} (d\sigma_i^{rep,(k)} - d\sigma_i^{exp})^2}{N_{rep}}}, \end{aligned} \quad (6.2.2)$$

Este método es costoso computacionalmente, ya que requiere realizar N_{rep} veces el ajuste, sin embargo, cuenta con numerosas ventajas. La primera, como ya mencionamos, es que no depende de ciertas suposiciones sobre cómo son los datos, y la segunda y probablemente más importante, es que se pueden incorporar nuevos datos fácilmente sin la necesidad de realizar un nuevo ajuste.

Otro detalle a tener en cuenta de este método es desde que parámetros iniciales partimos para realizar los ajustes. Si empezáramos desde el mejor ajuste, por estar muy cerca de un mínimo, correremos el riesgo de que todas las réplicas dieran valores similares y no tendríamos mucha variación entre una y la otra. Para evitar este problema, utilizamos el método del hessiano para obtener ajustes que se encuentren alejados del ideal en cierta cantidad. Por ello explicaremos brevemente este método.

6.3. Método del hessiano

El método del hessiano consiste en realizar una aproximación de taylor de $\chi^2(\{a_i\})$ (donde a_i son los parámetros del ajuste) alrededor del mínimo global $\chi_0^2(\{a_i\})$. Si mantenemos solo los términos cuadráticos, el incremento $\Delta\chi^2$ puede escribirse en términos de la matriz Hessiana

$$H_{ij} = \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2 \chi^2}{\partial y_i \partial y_j} \right|_0, \quad (6.3.1)$$

como

$$\Delta\chi^2 = \chi^2(\{a_i\}) - \chi_0^2(\{a_i\}) = \sum_{ij} H_{ij} y_i y_j, \quad (6.3.2)$$

donde $y_i a_i - a_i^0$ y las derivadas de la ec. (6.3.1) son tomadas en el mínimo.

Diagonalizando la matriz, cosa que siempre es posible gracias a ser una matriz simétrica, se obtiene un conjunto de vectores propios $v_i^{(k)}$ con autovalores ϵ_k . Ahora reemplazamos los $\{y\}$ por un nuevo set de parámetros z_i definidos por

$$y_i = \sum_j v_{ij} \sqrt{1/\epsilon_j} z_j. \quad (6.3.3)$$

Estos parámetros tienen la propiedad de

$$\Delta\chi^2 = \chi^2 - \chi_0^2 = \sum_i z_i^2. \quad (6.3.4)$$

Esto significa que las superficies de χ^2 constante son esferas en el espacio de $\{z_i\}$.

Dentro de esta representación, uno puede construir $2N_{par}$ conjuntos de bases de auto-vectores de nPDFs que facilitan la propagación de incertezas de las nPDF a observables arbitrarios \mathcal{O} . Estos sets de bases S^\pm son definidos en el espacio $\{z_i\}$ como

$$z_i(S_k^\pm) = \pm T \delta_{ik}, \quad (6.3.5)$$

por lo que corresponden a desplazamientos a lo largo de cada una de las direcciones de los autovectores en una cantidad $T = \sqrt{\Delta\chi^2}$, definida como la tolerancia para el intervalo de confianza requerido. Estos son los sets que vamos a utilizar como valores iniciales.

Capítulo 7

Resultados y Discusión

7.1. Parámetros óptimos

Mediante la metodología mencionada en el capítulo 6 se realizó un ajuste de los datos presentados en el capítulo 4, utilizando las nPDFs de DSSZ [14] y las fragmentaciones de la referencia [1]. La cantidad de datos utilizados para cada ajuste junto con la correspondiente contribución parcial al χ^2 del ajuste pueden ser visualizados en la tabla 7.1. El χ^2 total fue $\chi^2 = 2152$. La mayor contribución proviene de los datos de CLAS, lo cual es de esperar dado que además de ser los datos más numerosos, tienen el error más chico, cuyo cuadrado es inversamente proporcional al χ^2 , como se puede ver en la ec. 6.1.1. Para comparar, mostramos en la tabla 7.2 la contribución parcial al χ^2 obtenida para la parametrización sin separar quarks de mar y de valencia, donde el χ^2 total fue de $\chi^2 = 2441$. Tal como se puede observar, con solo añadir esos dos parámetros hay una mejora considerable en el ajuste, especialmente para los datos de CLAS, aunque a costo de cierta pérdida de calidad en HERMES. Esto es de esperar, puesto que aportan mucha flexibilidad al ajuste al permitir que las modificaciones de los quarks de mar y de valencia sean distintas.

Otra cosa a destacar es que, al comparar las dos parametrizaciones, vemos que el haber retirado la euleriana a los gluones prácticamente no afectó a los ajustes de STAR, ALICE y PHENIX, los cuales sabemos son los más sensibles a estas fragmentaciones. Por lo cual, esta simple modificación nuclear parece ser suficiente para describir estos datos.

Experimento	Núcleos	Hadrón	Datos	χ^2	χ^2 con peso
HERMES [4]	He, Ne, Kr, Xe	π^+ , π^- , π^0	300	789.14	502.6
ALICE [7]	Pb	π^0 , $(\pi^- + \pi^+)/2$	60	9.41	9.67
STAR [6]	Au	π^0	13	12.36	12.21
PHENIX [8]	Au	π^0	13	18.11	20.68
CLAS [5]	C, Fe, Pb	π^+ , π^-	343	1325.7	823.1
TOTAL			693	2152	1365

Tabla 7.1: Contribuciones parciales al χ^2 para el análisis utilizando la parametrización de la ec. (5.2.1) con la separación quarks de mar y de valencia como en la ec. (5.2.3)

Experimento	Núcleos	Hadrón	Datos	χ^2
HERMES [4]	He, Ne, Kr, Xe	π^+ , π^- , π^0	300	416.2
ALICE [7]	Pb	π^0 , $(\pi^- + \pi^+)/2$	60	8.29
STAR [6]	Au	π^0	13	8.06
PHENIX [8]	Au	π^0	13	32.85
CLAS [5]	C, Fe, Pb	π^+ , π^-	343	1977
TOTAL			693	2441

Tabla 7.2: Contribuciones parciales al χ^2 para el análisis utilizando la parametrización de la ec. (5.2.1)

Alternativamente, dado que los datos de CLAS son comparativamente más numerosos y tienen errores muy chicos, causando que el χ^2 de estos datos sea mucho más grande que para el resto de experimentos, se decidió realizar otro ajuste donde se reduce artificialmente el peso de estos datos en el ajuste a través de un peso en la ec. (6.1.1) de 1/2 para estos. De esta forma, evitamos que el fit estuviera totalmente dominado por CLAS a expensas de los otros, y conseguimos un $\chi^2 = 1365$. Comprobamos que liberar estos pesos no mejoraba considerablemente los ajustes de CLAS, sin embargo, causaba problemas en el resto de los ajustes. La razón para esto puede visualizarse claramente al comparar la tabla 7.1 y 7.2. Vemos que, sin colocar el peso, CLAS es significativamente más importante para el ajuste que HERMES. Al darle la libertad adicional de modificar los quarks de mar, la aprovecha para mejorar todo lo posible el χ^2 de CLAS, a costa de sacrificar el de HERMES. Sin embargo, al colocar el peso no tenemos una pérdida significativa en el ajuste de CLAS y todavía obtenemos una descripción satisfactoria sin pérdida de calidad en el de HERMES, como veremos más adelante. Para este análisis, utilizamos el ajuste con los pesos y será el que presentaremos en las siguientes secciones. Una cosa más a mencionar a favor de añadir este peso es que hay un error que no estamos considerando dentro del ajuste de considerar valores de Q^2 y ν promedio en el intervalo medido en lugar de integrar a lo largo del mismo.

A continuación, en la tabla 7.3 y 7.4 se presentan los resultados para los parámetros del ajuste para cada uno de los núcleos incluidos. Cabe recordar que varios de estos parámetros están limitados para evitar valores no físicos que comprometan la convergencia de las integrales de inversión de la transformada de Mellin. Por otro lado, en la figura 7.1 se encuentra graficada la evolución de estos parámetros en función del número másico A con sus respectivos errores, obtenidos utilizando el método de muestreo montecarlo. En el mismo se puede apreciar cómo las limitaciones impuestas a los parámetros efectivamente producen que $n'_{q,g,s}$ tiendan a 1 y que $\epsilon_{q,g,s}$ y $n_{q,g,s}$ tiendan a 0 en el límite $A \rightarrow 1$. Entonces, en ese caso se recuperan las fragmentaciones de vacío, tal como se explicó en el capítulo anterior.

Núcleo	n'_q	ϵ_q	n_q	α_q	β_q
He	0.881	0.001	0.013	71.259	24.009
C	0.809	0.002	0.032	66.865	22.883
Ne	0.762	0.002	0.048	63.053	21.905
Fe	0.629	0.003	0.111	48.443	18.159
Kr	0.558	0.004	0.153	38.425	15.590
Xe	0.465	0.005	0.219	22.943	11.621
Au	0.362	0.006	0.305	2.915	6.486
Pb	0.348	0.006	0.317	0.005	5.740
λ_η	1.0000	0.0000	0.0000	13.7308	49.4557
γ_η	-0.0518	-0.0019	0.0308	2.8874	-4.3106
δ_η	0.4680	0.4680	0.2820	0.2820	0.2820

Tabla 7.3: Bloque superior: Coeficientes obtenidos para los quarks de valencia para el ajuste para distintos núcleos. Bloque inferior: Resultados de los parámetros para los quarks de valencia obtenidos del ajuste.

Núcleo	n'_g	ϵ_g	n'_s	ϵ_s	n_s	α_s	β_s
He	0.941	-0.032	0.912	-0.008	0.084	25.320	40.376
C	0.905	-0.051	0.859	-0.013	0.108	28.078	38.449
Ne	0.882	-0.063	0.824	-0.016	0.122	29.620	37.371
Fe	0.816	-0.099	0.726	-0.025	0.154	33.342	34.769
Kr	0.781	-0.117	0.674	-0.030	0.170	35.070	33.561
Xe	0.735	-0.142	0.605	-0.037	0.188	37.161	32.100
Au	0.684	-0.169	0.529	-0.044	0.207	39.279	30.619
Pb	0.677	-0.173	0.519	-0.045	0.209	39.550	30.430
λ_η	1.0000	0.0000	0.0000	78.2544	51.7605	1.0000	0.0000
γ_η	0.1399	-0.0033	-0.1092	-0.2805	-2.7062	-0.0358	-0.0009
δ_η	0.4680	0.4680	0.5521	0.5521	0.5521	0.4680	0.4680

Tabla 7.4: Bloque superior: Coeficientes obtenidos para los quarks de mar y gluones para el ajuste para distintos núcleos. Bloque inferior: Resultados de los parámetros para los quarks de mar y gluones obtenidos del ajuste.

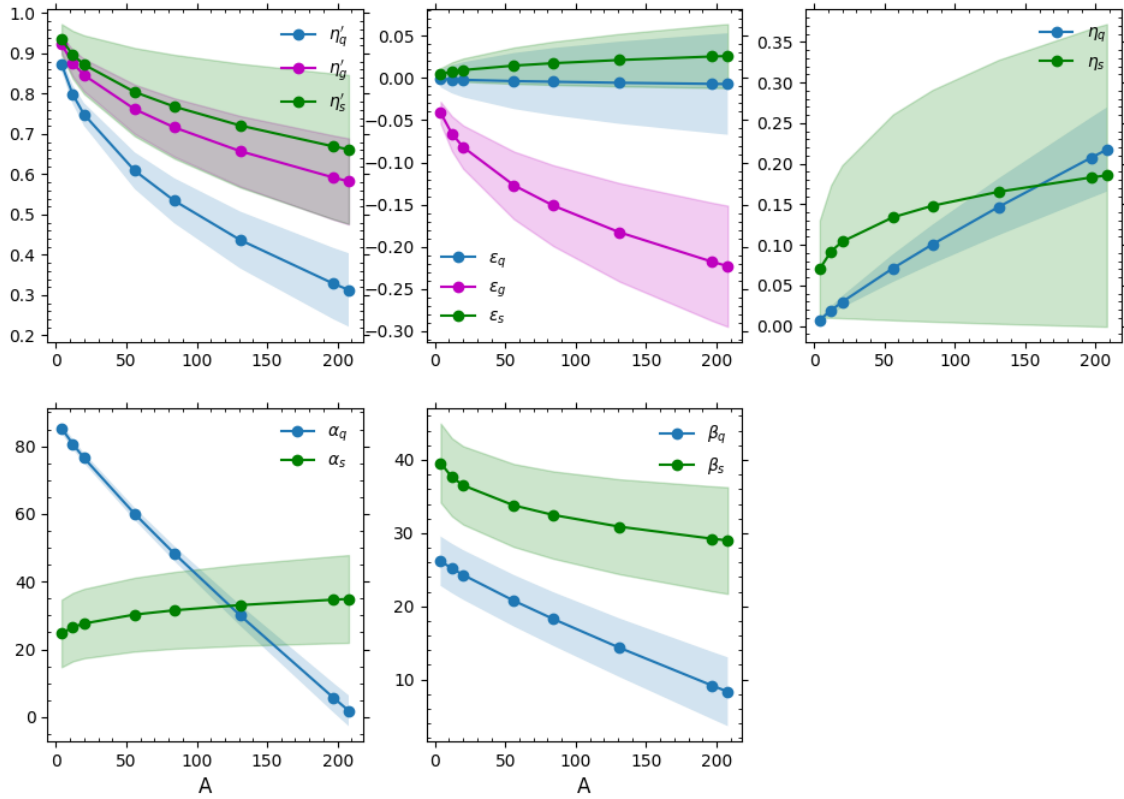


Figura 7.1: Evolución de los parámetros en función del número másico A . En azul para los quarks de valencia, fucsia para los gluones y verde para los quarks de mar. Los puntos corresponden a los núcleos incluidos en el análisis, mientras que las zonas coloreadas corresponden a los errores calculados mediante el método de Montecarlo.

Como hemos mencionado, las características más salientes de la modificación nuclear quedan determinadas por las deltas de Dirac, mientras que la Euleriana cumple la función de corrección, que de todas maneras es menos importante en términos de χ^2 . En este caso, tanto n'_g , n'_q y n'_s son decrecientes en función de A , siendo menos pronunciado en el caso de los quarks de mar que para los de valencia. Hay que tener en cuenta que además de los n' tenemos los ϵ cuyo efecto, recordamos, es correr el valor de z para la fragmentación de vacío. En el caso de un ϵ positivo, el argumento de las D en la ec. (3.2.1) se hace más grande, y como las fragmentaciones, en el rango que estamos mirando, son monótonas decrecientes, equivale a una supresión, mientras que en el con un ϵ negativo estamos observando el efecto contrario. En el caso de los quarks de mar, vemos tanto n' como ϵ producen un efecto de supresión, mientras que para los gluones y quarks de valencia hay un efecto mixto, aunque muy cercano a cero para los últimos. Cual de estos efectos va a dominar se verá más claramente cuando comparemos las fragmentaciones de vacío y las nucleares. Otra cosa a destacar de los ϵ es que tienen un error porcentual muy grande, en especial $\epsilon_{q,s}$. Esto

indicaría que estos parámetros se encuentran muy poco determinados por el ajuste e incluso pudiendo ser 0.

En cuanto a las eulerianas, vemos que el efecto que esta introduce es bastante chico, especialmente para los núcleos pequeños. Esto se ve comparando los valores de $n'_{q,s}$ y $n_{q,s}$, donde queda claro que este último es mucho menor. Por último, α_q y β_q vemos que decrecen fuertemente a medida que aumenta A , llegando hasta casi 0, mientras que α_s y β_s tienen una dependencia mucho menos pronunciada.

Algo a destacar es que, debido a que la inversión de la transformada de Mellin se ve comprometida si α o β se hacen muy grandes, por lo que se impusieron límites superiores para estos parámetros.

Hay que tener en cuenta que los efectos nucleares entran como una convolución con las funciones de fragmentación de vacío, por lo que no es obvio como estas parametrizaciones afectarán el resultado final. Esto quedará más claro una vez revisemos como quedan las fragmentaciones nucleares contra las de vacío.

Antes de cerrar esta discusión deseamos expandir brevemente en lo explicado en la sección 3.1. Previo a introducir los datos de CLAS, se probó con dos sets de funciones de fragmentación, uno con DSSZ y otro con TUJU21. Las diferencias entre estos sets ya fueron discutidas. Utilizando DSSZ el mejor ajuste que obtuvimos utilizando la parametrización de la ec. 5.2.1 tenía un $\chi^2 = 352$ mientras que en el caso de TUJU21, tenía un $\chi^2 = 397$. Una parte importante de esta diferencia se puede atribuir a los datos de PHENIX, donde para DSSZ se obtuvo una contribución parcial al $\chi^2_{PHENIX} = 19.36$, mientras que para TUJU21 se obtuvo una contribución parcial de $\chi^2_{PHENIX} = 43.76$. Las nPDFs de DSSZ, a pesar de no utilizar datos de colisiones pA, logran reproducir mucho mejor el comportamiento de los observables más sensibles a las fragmentaciones de gluones. Atribuimos este hecho a que, como TUJU21 asume que las modificaciones nucleares de las funciones de fragmentación es despreciable, obtienen unas distribuciones de gluones mucho más grandes, que buscan compensar el efecto desestimado. Por esta razón, hemos elegido utilizar DSSZ para nuestro análisis.

7.2. Funciones de fragmentación nucleares

Una cantidad muy útil que puede definirse para analizar el efecto de los pesos nucleares propuestos sobre las funciones de fragmentación de vacío son las cantidades

$$\begin{aligned}
 R_q^h &= \frac{D_{q/A}^h(z, Q_0^2)}{D_q^h(z, Q_0^2)} \\
 R_g^h &= \frac{D_{g/A}^h(z, Q_0^2)}{D_g^h(z, Q_0^2)} \\
 R_s^h &= \frac{D_{s/A}^h(z, Q_0^2)}{D_s^h(z, Q_0^2)}.
 \end{aligned}
 \tag{7.2.1}$$

Estos sirven para comparar las funciones de fragmentación de vacío contra las nucleares, además de brindar una idea de la forma de las modificaciones introducidas por los pesos W_A de las ec. 3.2.1, cuyo efecto no es tan claro al observar únicamente los parámetros del ajuste, puesto que estos entran como un peso en la convolución con las funciones de fragmentación de vacío. Un gráfico de estas puede ser observado en la figura 7.2 Además, en esta figura presentamos las funciones de fragmentación de quarks de valencia, gluones y quarks de mar graficadas para todos los núcleos incluidos en el ajuste. Cabe destacar que todas las fragmentaciones están calculadas a $Q^2 = 10 \text{ GeV}^2$.

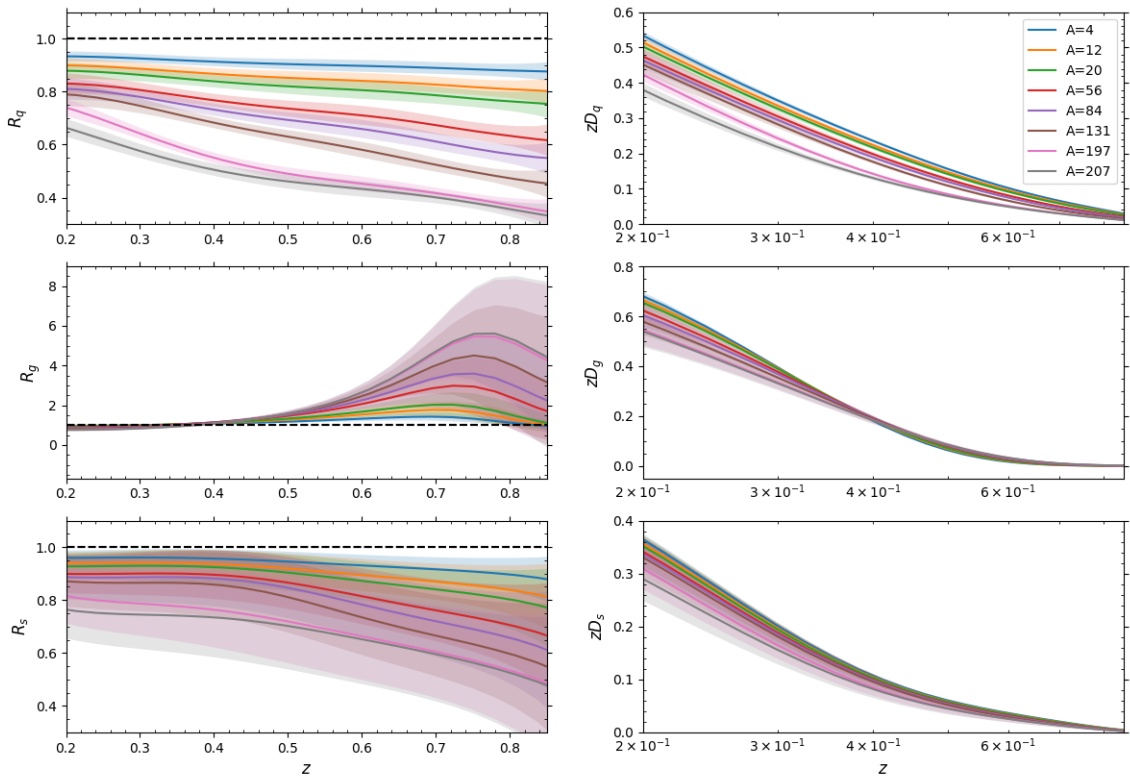


Figura 7.2: A la izquierda: Ratios definidos en la ec. (7.2.1) graficados en función de z . R_q^h corresponde a los quarks de valencia, R_g^h a los gluones y R_s^h a los quarks de mar, calculados a $Q^2 = 10 \text{ GeV}^2$. A la derecha: Graficos de las funciones de fragmentación nucleares calculados a $Q^2 = 10 \text{ GeV}^2$ en función de z .

Como podemos observar, el comportamiento cualitativo de los quarks tanto de mar como de valencia es el esperado, vista la supresión observada en los experimentos de HERMES y CLAS en el rango de z analizado, que son quienes imponen las mayores restricciones a estas funciones de fragmentación. El cociente en ambos casos es menor a 1 para todos los núcleos, lo que significa que las funciones de fragmentación nucleares sufren una supresión respecto a las de vacío. En otras palabras, esto se puede interpretar como que la probabilidad de que un quark hadronice a un pión en el estado final se suprime. La supresión es creciente con z , que recordamos es la fracción del impulso del partón interactuante. Además, podemos observar que la supresión es, en promedio, menor en los quarks de mar. Por otra parte, cabe destacar que el ratio está mucho mejor definido para las funciones de fragmentación de los quarks de valencia, las cuales tienen una banda de error mucho menor que las de los quarks de mar. Esto es de esperar, puesto que se encuentran menos determinadas por los datos de SIDIS.

Estas supresiones a medida que aumenta el tamaño del núcleo pueden ser interpretadas de la siguiente manera: cuando el partón se encuentra en un medio nuclear, rodeado por

otros partones que están interactuando entre sí, se favorecen de alguna manera otro tipo de procesos que lleven a que finalmente la probabilidad de que este hadronice en un pión es mucho menor. Adicionalmente, los piones producidos se van a llevar una fracción menor del impulso total del partón. Una posible explicación es que el quark es menos inestable dentro de un nucleón que se encuentra en núcleo atómico, siendo su estabilidad mayor cuanto más grande es A , traduciéndose en que su probabilidad de fragmentar en piones sea menor.

El efecto más prominente en las funciones de fragmentación de gluones es el *enhancement*, que se da en $z > 0.4$. Vemos que este es monótonamente creciente con el tamaño del núcleo, con un máximo en $z \approx 0.7$. En la zona donde el ajuste se encuentra mejor determinado por los datos de STAR, PHENIX y ALICE, observamos un efecto de *enhancement* que crece a medida que aumenta z . Esto es esperado por lo observado en los datos de STAR y PHENIX. En este caso, entonces, estamos observando que el medio nuclear parece favorecer que los gluones fragmenten en piones que lleven la mayor parte del impulso de estos. Otra cosa a destacar está relacionada con la regla de suma de momentos para fragmentaciones, mostrada en la ec. (2.3.4). El hecho de que los quarks sufran una fuerte supresión y los gluones un fuerte *enhancement* parece ser consistente con esta regla. Si bien la sumatoria es sobre todos los posibles hadrones, hasta el 70% de las partículas producidas en las colisiones son piones [2]. Esto significaría que, en orden de conservar la regla de suma de momentos, si uno disminuye las fragmentaciones de los quarks, para compensar necesariamente uno necesita incrementar las fragmentaciones de gluones, que es lo que estamos observando en este análisis.

Por otra parte, los gluones muestran una leve supresión a z chico, que termina en una zona entre $0.3 < z < 0.4$, dependiendo del núcleo. Resaltamos, sin embargo, que la mayor restricción para las fragmentaciones de gluones viene dada por los experimentos de STAR, PHENIX y ALICE, los cuales solo exploran los núcleos de Pb y Au y el rango de $0.3 < z < 0.7$, lo que significa que fuera esta zona no están particularmente bien restringidas, y puede ser que esta supresión sea la forma que tiene el ajuste de asegurar el *enhancement* observado en los datos de STAR y PHENIX. Entonces, para los núcleos He, C, Ne, Fe, Kr y Xe tenemos datos únicamente de SIDIS, los cuales no son particularmente sensibles a las fragmentaciones de gluones, si no que su distribución entra principalmente a través de su evolución con las ecuaciones de AP. Esto significa que estos datos no son ideales para determinar la forma de estas.

7.3. Réplicas

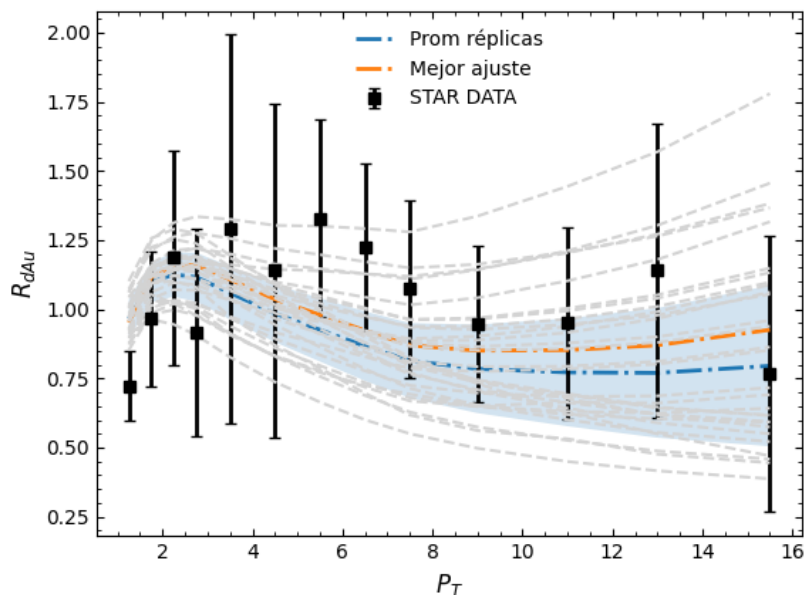


Figura 7.3: Ajuste de los datos de STAR [6] junto con un set de 30 réplicas representativas en gris. La línea punteada azul representa el promedio de estas réplicas, mientras que la línea punteada naranja representa el mejor ajuste, presentado en tablas 7.1 y 7.2

En la figura 7.3 se puede visualizar el ejemplo de un ajuste con sus réplicas. Aunque el número total de réplicas utilizado en este trabajo fue 100, en gris se puede ver un set de 30 réplicas para no saturar el gráfico. En azul, se puede ver el promedio sobre el total de las réplicas, definido como en la ec. (6.2.2), y en naranja el mejor ajuste, presentado en las tablas 3 y 4. Como es de esperar, la diferencia entre estas dos curvas no es demasiado significativa. Podemos ver que la gran mayoría de las réplicas se concentran dentro de la banda de error. Además, la mayoría de estas siguen aproximadamente la misma forma funcional, desplazándose en el eje y . Esto se puede atribuir a que la mayor parte de los efectos nucleares quedan descritos por las deltas en la ec. 5.2.1 y ec. 5.2.3, cuyo efecto se reduce a suprimir o incrementar las funciones de fragmentación, y por lo tanto desplazar los ratios en el eje y , sin alterar demasiado su dependencia.

7.4. Acuerdo con los datos

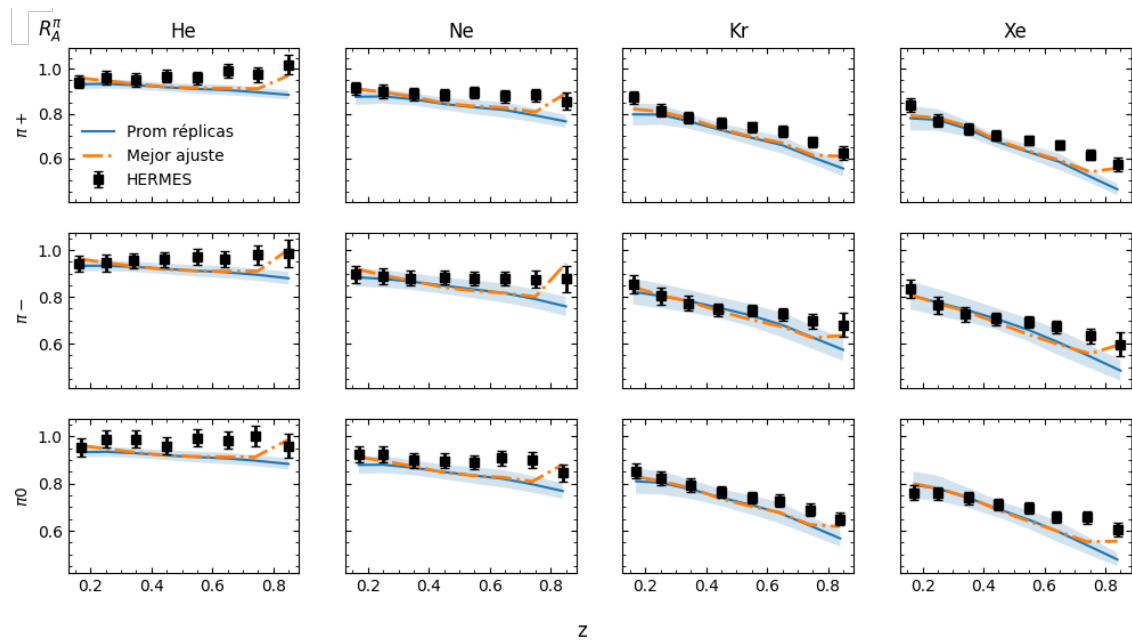


Figura 7.4: Ajuste de los datos de la colaboración HERMES [4], obtenido para el observable R_A^h para π^+ , π^- y π^0 en función de z . La línea punteada naranja corresponde al mejor ajuste, la línea azul corresponde al promedio de las réplicas y el área azul representa el error

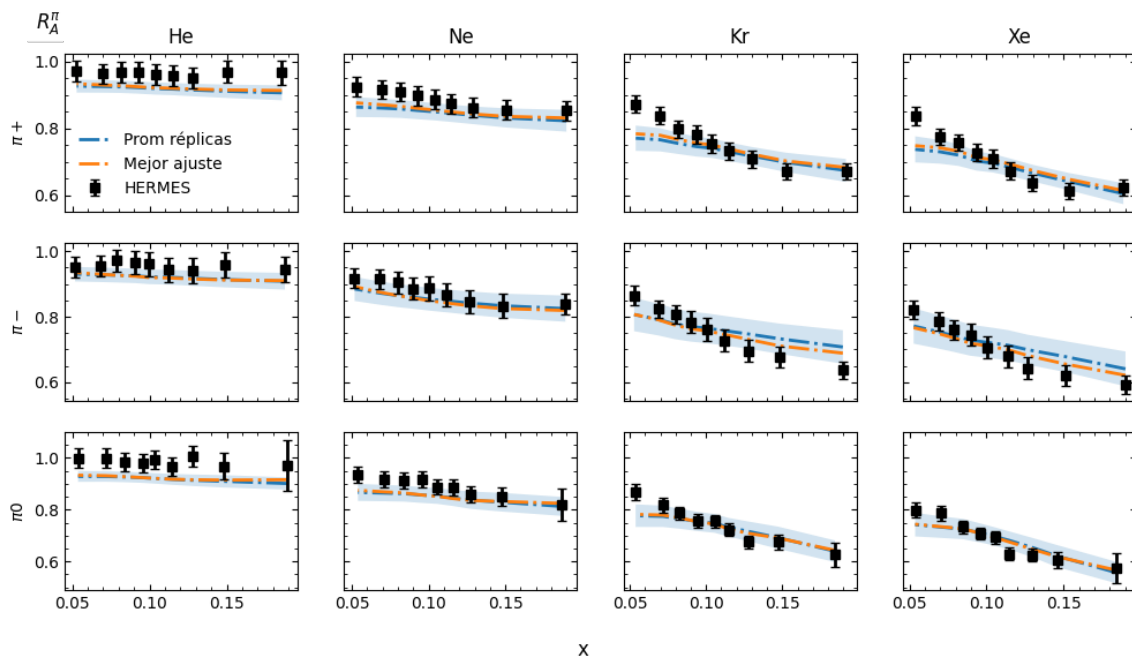


Figura 7.5: Ajuste de los datos de la colaboración HERMES [4], obtenido para el observable R_A^h para π^+ , π^- y π^0 en función de x . La línea punteada naranja corresponde al mejor ajuste, la línea azul corresponde al promedio de las réplicas y el área azul representa el error

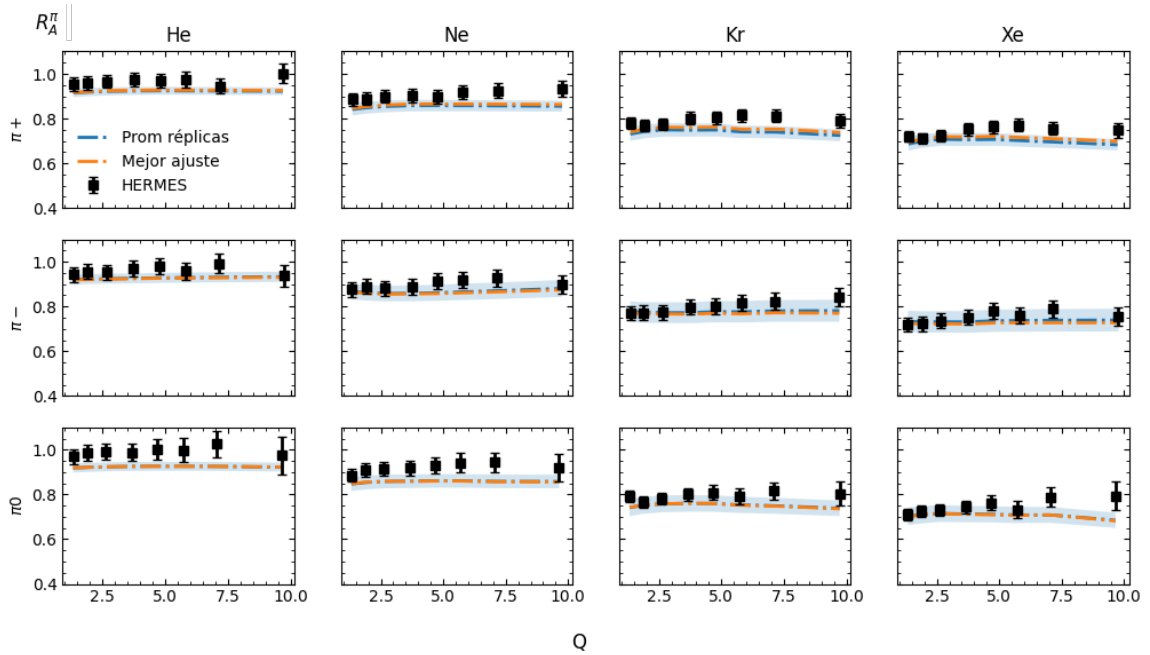


Figura 7.6: Ajuste de los datos de la colaboración HERMES [4], obtenido para el observable R_A^h para π^+ , π^- y π^0 en función de Q^2 . La línea punteada naranja corresponde al mejor ajuste, la línea azul corresponde al promedio de las réplicas y el área azul representa el error

Los resultados presentados en las figuras 7.4, 7.5 y 7.6 corresponden al ajuste con sus respectivas bandas de error de los datos obtenidos por HERMES del mismo observable que CLAS. Los datos están graficados en las variables x , Q y z y para distintos núcleos, de manera tal de explorar las distintas dependencias que este puede presentar. Las líneas discontinuas azules indican el ajuste obtenido mediante el promedio de las réplicas, mientras que las naranjas indican el mejor ajuste obtenido, con los parámetros mostrados en las tablas 7.1 y 7.1. Como es de esperar, el resultado entre el mejor ajuste y el promedio de las réplicas es prácticamente idéntico en todos los casos. Se puede observar que los datos graficados en las variables x y Q en las figuras 7.5 y 7.6 quedan bastante bien descritos por el ajuste, estando casi todos los datos dentro de las bandas de error, aunque en x el mejor ajuste parece mostrar una dependencia menor a la esperada. En z , el ajuste describe satisfactoriamente el comportamiento de los datos. Si bien hay cierta tensión entre los datos y el ajuste en z para el núcleo de Xe, donde la dependencia no queda del todo bien descrita en z mayores a 0.75, mostrando una mayor supresión que el observado en los datos, cabe destacar que la referencia [1] advierte que las fragmentaciones de vacío se vuelven menos precisas para estos z .

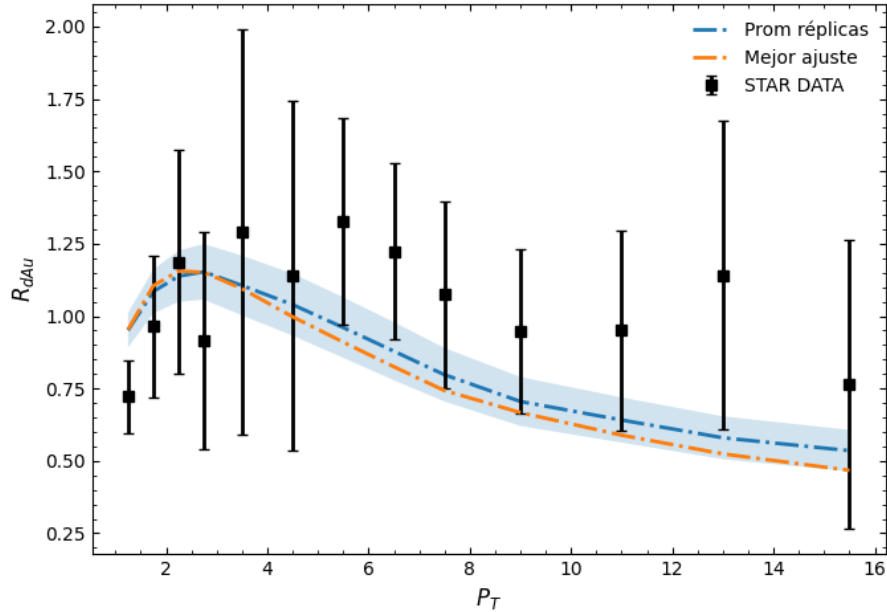


Figura 7.7: Ajuste de los datos de la colaboración STAR [6]. La línea punteada naranja corresponde al mejor ajuste, la línea azul corresponde al promedio de las réplicas y el área azul representa el error

Continuamos con los ajustes de los observables de colisiones núcleo-núcleo, los cuales presentamos en las figuras 7.7, 7.8 y 7.9. Nuevamente, la línea discontinua naranja indica el mejor ajuste, mientras que la azul indica el promedio de las réplicas, y la región pintada en azul representa el error del ajuste calculado mediante el método de muestreo de Montecarlo. Podemos ver que, de manera general, los ajustes describen de manera satisfactoria el comportamiento de estos, dejando a la mayoría de los datos dentro de la banda de error.

Analizando por separado cada uno de estos, comenzando con STAR, que se visualiza en la figura 7.7, que explora observable R_{dAu} en un rango de p_T , entre $1.25 < p_T < 15.5 \text{ GeV}$. Observamos que los datos presentan un leve *enhancement* a bajo p_T y una leve supresión a altos p_T , aunque las bandas de error no descartan la posibilidad contraria. El ajuste logra replicar bastante bien este comportamiento, mostrando que la zona de *enhancement* termina en $p_T \approx 5$, donde comienza un efecto de supresión. Sin embargo, el ajuste muestra una mayor supresión a p_T altos que los datos. Cabe destacar, los errores de estos son muy grandes, resultando en el $\chi^2 = 12.21$, haciendo que aporten muy poco al ajuste. La interpretación que se puede extraer de esto es la siguiente: A bajo p_T , la fragmentación que domina es la de gluones por sobre la de quarks, por lo que observamos el *enhancement* que estos tienen. A $p_T > 6 - 8 \text{ GeV}$ sin embargo, empieza a dominar el efecto de las

fragmentaciones de quarks, y entonces observamos un leve *enhancement*. [2]

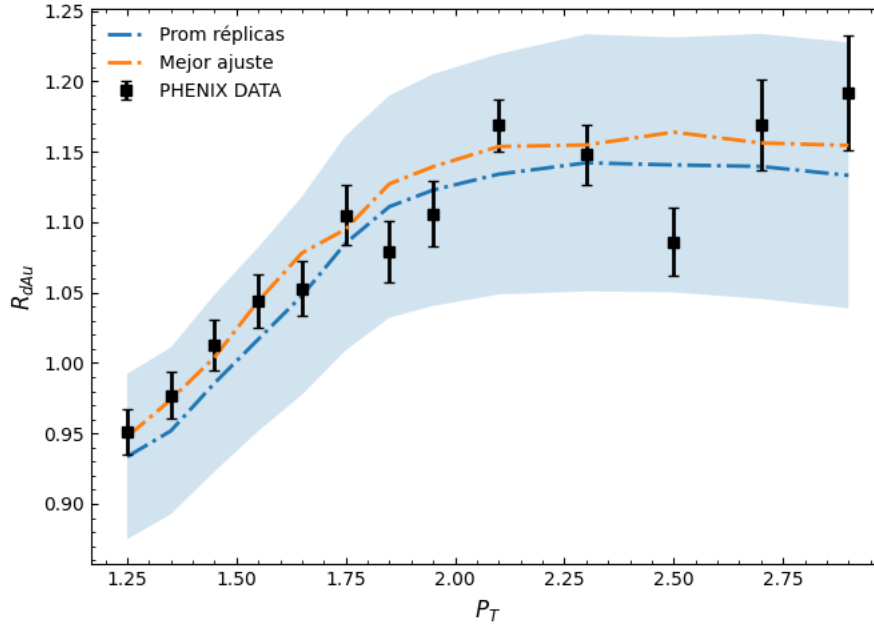


Figura 7.8: Ajuste de los datos de la colaboración PHENIX [8]. La línea punteada naranja corresponde al mejor ajuste, la línea azul corresponde al promedio de las réplicas y el área azul representa el error

Continuando con PHENIX, mostrado en la figura 7.8, este utiliza el mismo observable que STAR, pero con datos muchos más precisos en un intervalo más acotado de p_T , en la zona donde domina la fragmentación de gluones y por lo tanto el *enhancement*. Vemos que estos muestran que el ratio es creciente en el rango de $1.25 < p_T < 3 \text{ GeV}$, con un incremento que se desacelera a partir de $p_T \approx 2 \text{ GeV}$. También presentan una leve supresión en $p_T < 1.5 \text{ GeV}$ y a partir de ahí un *enhancement*, cosa que queda bien replicado por el ajuste.

Por último se encuentran los datos de ALICE para π^0 , mostrado en la figura 7.9, y para $\pi^+ + \pi^-$, mostrados en la figura 7.10. Estos, de manera similar a STAR, exploran una zona de p_T más extendida, con $1.3 < p_T < 18 \text{ GeV}$, pero para otro observable y núcleo, en este caso R_{pPb} , y con un error bastante menor. Vemos que los datos de la colaboración ALICE, a diferencia de los de PHENIX y STAR, muestra una supresión en todo el rango de p_T , que en la región $p_T < 3 \text{ GeV}$ esta se va reduciendo, y para $p_T > 3 \text{ GeV}$ es aproximadamente constante, sin mostrar ningún tipo de *enhancement*. Este comportamiento es satisfactoriamente reproducido por los ajustes, tanto para π^0 como para $(\pi^+ + \pi^-)/2$.

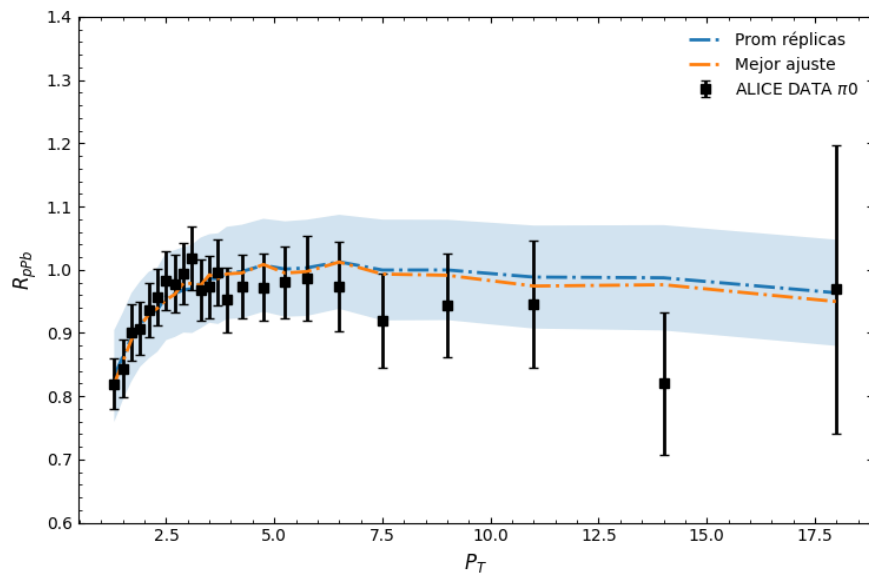


Figura 7.9: Ajuste de los datos de la colaboración ALICE [7] para π^0 . La línea punteada naranja corresponde al mejor ajuste, la línea azul corresponde al promedio de las réplicas y el área azul representa el error

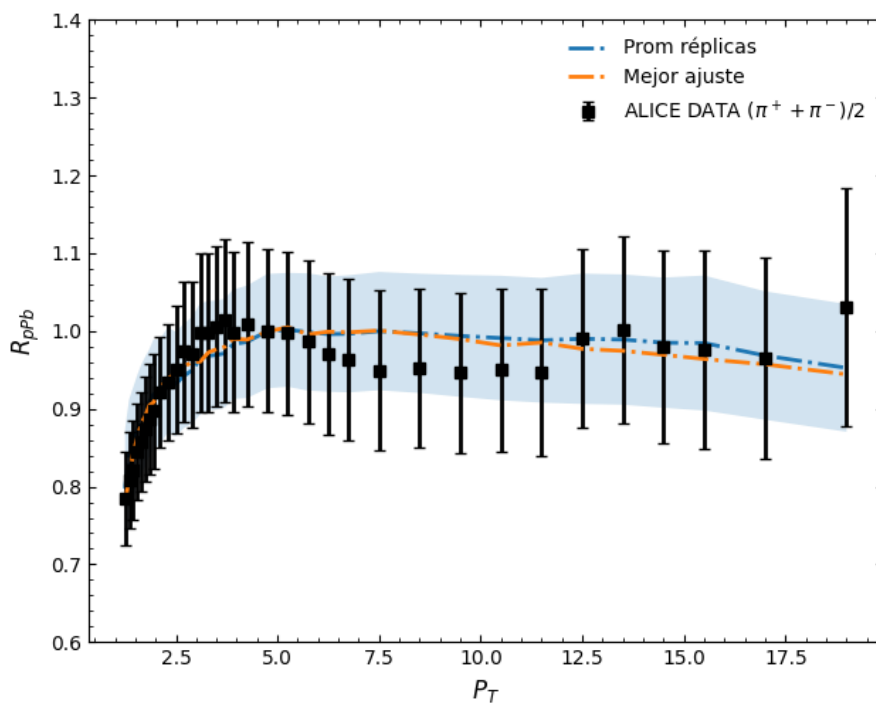


Figura 7.10: Ajuste de los datos de la colaboración ALICE [7] para $(\pi^+ + \pi^-)/2$. La línea punteada naranja corresponde al mejor ajuste, la línea azul corresponde al promedio de las réplicas y el área azul representa el error

Es importante destacar que la energía del centro de masa de LHC es significativamente superior a la de RHIC, por lo cual la sección eficaz recibe contribuciones a fracciones de impulso radicalmente distintas. El hecho de poder describir con las mismas fragmentaciones nucleares los efectos en cinemáticas tan disímiles sugiere que el ajuste no es meramente accidental.

En las figuras 7.11 y 7.12 presentamos el resultado de los ajustes para los datos más nuevos, precisos y numerosos de este análisis, que son los provenientes de la colaboración CLAS. Las líneas punteadas representan los resultados del promedio de las réplicas, con los colores indicando distintos valores de Q^2 , mientras que las bandas del mismo color indican una estimación del error.

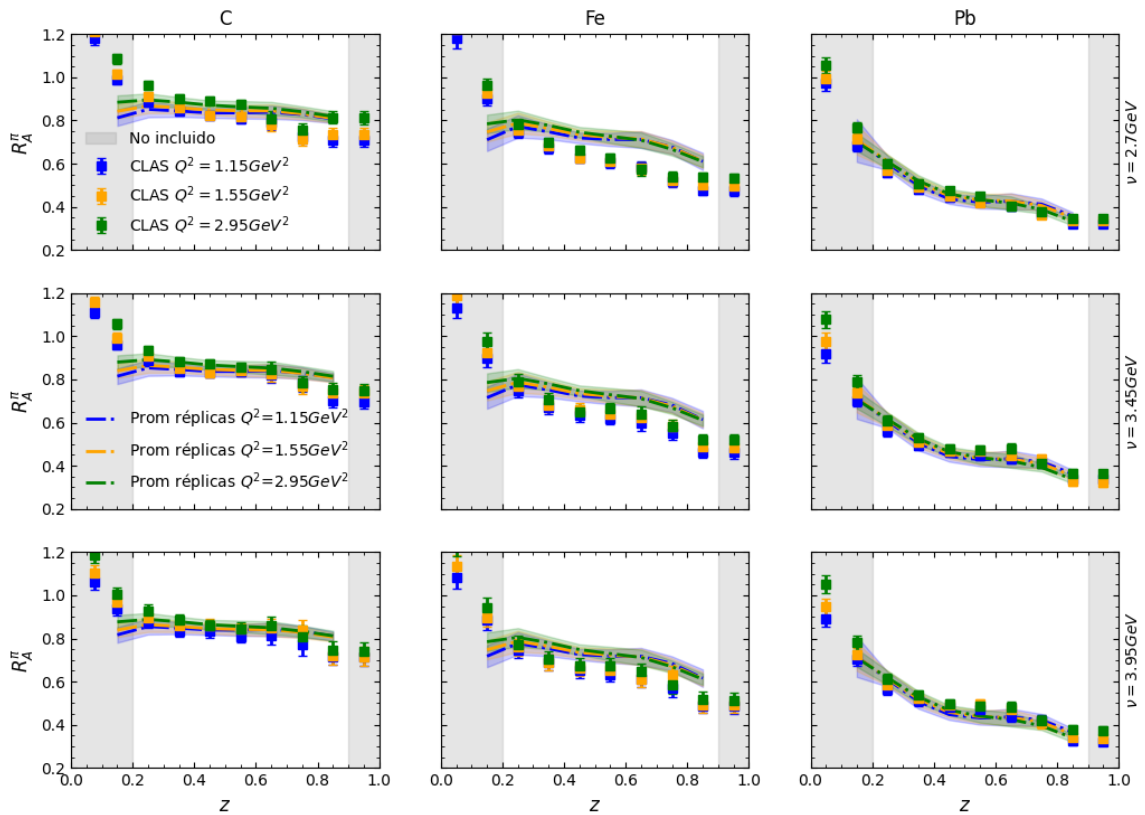


Figura 7.11: Ajuste de los datos de la colaboración CLAS [5], obtenido para el observable R_A^h para π^+ . Las líneas punteadas corresponden a los ajustes, en azul para $Q^2 = 1.15 \text{ GeV}^2$, en naranja para $Q^2 = 1.55 \text{ GeV}^2$ y en verde para $Q^2 = 2.95 \text{ GeV}^2$. Por otra parte, cada fila de gráficos muestra los resultados para distintos valores de ν . Los valores de Q^2 y ν mostrados en esta figura representan el promedio de los intervalos que de la figura 4.6

Lo primero a destacar es que el fit logra describir con bastante éxito los observables $R_A^{\pi^\pm}$, aún a pesar de explorar un rango cinemático distinto al de HERMES y otros núcleos. El ajuste replica satisfactoriamente el comportamiento del observable R_A^h para los núcleos

de C y Pb para todos los rangos de Q^2 y ν explorados, consiguiendo reproducir bastante bien la dependencia de estos en el rango de z incluido en el ajuste y además funcionando bastante bien para $z = 0.15$, que no está considerado por las razones ya explicadas en el capítulo 4. La mayoría de los datos se encuentran dentro de las bandas de error del ajuste, sin embargo, se observa una tensión para el núcleo de Fe, en especial para $\nu = 2.7 \text{ GeV}$ donde el ajuste muestra una supresión menor a la observada en los datos experimentales tanto para π^+ como π^- .

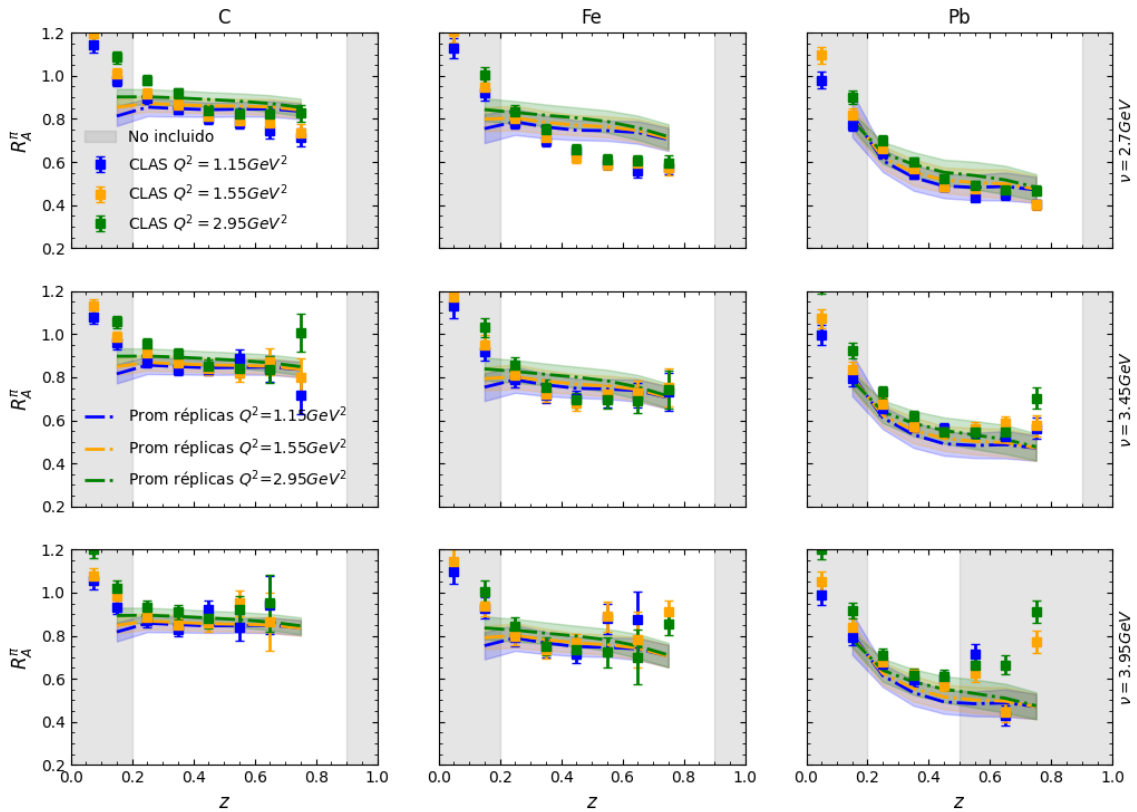


Figura 7.12: Ajuste de los datos de la colaboración CLAS [5], obtenido para el observable R_A^h para π^+ . Las líneas punteadas corresponden a los ajustes, en azul para $Q^2 = 1.15 \text{ GeV}^2$, en naranja para $Q^2 = 1.55 \text{ GeV}^2$ y en verde para $Q^2 = 2.95 \text{ GeV}^2$

Una cosa a destacar es que, al explorar distintos valores de ν se están también explorando distintos valores de x donde se miran las PDF. Esto implica que se miran distintas combinaciones de sabor, por lo que el conseguir ajustar satisfactoriamente en todos los rangos de ν es algo no trivial pues está imponiendo una restricción importante a los datos.

Resumiendo los resultados de SIDIS en conjunto, podemos observar que los ajustes describen satisfactoriamente el comportamiento para la mayoría de los núcleos pero existe una tensión para el núcleo de Fe. El origen de esta tensión puede provenir de varias fuentes. Una de estas podría ser que la dependencia en A es muy restrictiva, no consiguiendo repli-

car el comportamiento en esta variable. Otra posibilidad puede ser que la forma funcional en z que propusimos en 5.2.1 y 5.2.3 no sea lo suficientemente flexible, al mantener la misma euleriana para los quarks de mar y de valencia. Por último, puede estar sucediendo que el problema provenga de las nPDFs, que, si bien no tienen un efecto importante en la dependencia en z , si pueden jugar un papel en la dependencia en x y por lo tanto en ν . Sin embargo, observamos que es posible describir ambos conjuntos de datos en simultaneo utilizando una descripción basada en funciones de fragmentaciones nucleares que son modificaciones partiendo de las fragmentaciones de vacío de manera satisfactoria, atribuyendo los efectos observados a cambios en el proceso de hadronización del partón por encontrarse en un medio nuclear.

Capítulo 8

Conclusiones

La comprobación experimental de que los partones se comportan distinto cuando los nucleones se encuentran dentro de un núcleo atómico o libres llevó a que se propusieran nuevos experimentos, cada vez con mayor precisión, con el objetivo de comprender mejor la dinámica de estos componentes de la materia. Con el tiempo se comprobaría que los partones no solamente se comportan distinto dentro del núcleo, si no que el proceso de hadronización se veía afectado de manera no trivial por la presencia de un medio nuclear. Los detalles de porqué y como sucede esto todavía no es del todo clara, sin embargo, numerosos esfuerzos teóricos por describirlo surgen cada día.

En esta tesis, extrajimos un nuevo set de funciones de fragmentación nucleares que parametrizan las diferencias con la dinámica en el vacío. Con ese objetivo, en primer lugar discutimos los procesos más relevantes para el estudio de la estructura hadrónica desde la perspectiva de pQCD, que son la dispersión inelástica profunda, la dispersión inelástica profunda semi-inclusiva y la aniquilación electrón-positrón. Para describir estos procesos, se introdujeron los conceptos de funciones de distribución partónicas y las funciones de fragmentación, las cuales contienen la información de la parte no perturbativa.

En este análisis, se incluyeron los nuevos datos publicados por la colaboración CLAS en el Thomas Jefferson National Laboratory a mediados del 2022, los cuales involucran procesos de dispersión inelástica profunda semi-inclusiva para núcleos no estudiados previamente y en un rango cinemático distinto al de experimentos previos, que completan a la disponibilidad de datos de las secciones eficaces, además de tener un error menor que estudios anteriores. Además, se incluyeron los datos de producción de piones cargados en colisiones pPb de la colaboración ALICE.

En el capítulo 7, mostramos que se logró describir con éxito los datos obtenidos por las distintas colaboraciones utilizando funciones de fragmentación nucleares que son modificaciones de las de vacío y utilizando el set de nPDFs de DSSZ. Por otro lado, con las nPDFs de TUJU21, que asumen despreciables los efectos nucleares en las colisiones pA encontramos que no ajustaban adecuadamente los datos de colisiones pp . Mostramos que, aún utilizando una parametrización y una dependencia en A particularmente simple para los parámetros, se logra describir en muy buena medida el comportamiento de los distintos observables en un amplio rango cinemático y varios núcleos distintos. Finalmente, se utilizó el método de muestreo de Montecarlo para realizar una estimación de los errores. Este método tiene varias ventajas importantes, la primera es que no depende de ciertas suposiciones acerca del comportamiento del χ^2 alrededor del mínimo, segundo, facilita la propagación de errores al tener una interpretación estadística clara y por último, si se quisieran implementar nuevos datos al ajuste, estos pueden ser incluidos sin la necesidad de realizar un nuevo ajuste.

Hemos mostrado que con los datos actuales, las funciones de fragmentación de los quarks de valencia quedan bastante bien definidas, mostrando atenuación que crece con el número atómico A . Esto significa que el medio nuclear desfavorece que un quark fragmente en un pión. El mismo comportamiento se observó en los quarks de mar, aunque éstos se encontró que están mucho menos definidos por los datos que los primeros.

Por otro lado, observamos que el efecto contrario se da en los gluones, donde la presencia de un medio nuclear parece favorecer que éstos fragmenten en piones, en particular con fracción de su impulso $z > 0.3$. El comportamiento de estas fragmentaciones, sin embargo, no está todavía bien restringido para los núcleos de menor tamaño debido a que únicamente contamos con datos de SIDIS, los cuales no son particularmente sensibles a las fragmentaciones de gluones.

La descripción del proceso de hadronización es, todavía, un tema abierto en la física, y año tras año se hacen nuevos avances, tanto desde el punto de vista experimental como teórico. Es de esperar que, a medida que nuevos y más precisos datos de secciones eficaces vayan surgiendo, junto con la posibilidad de realizar nuevos análisis como el que presentamos, la cuestión de la dependencia de estas con el tamaño del núcleo se resuelva. En tanto, el presente análisis muestra que es posible realizar una descripción fenomenológica satisfactoria mediante la modificación de las funciones de fragmentación de vacío.

Bibliografía

- [1] Borsa, I., Sassot, R., de Florian, D., and Stratmann, M. *Phys. Rev. D*, **105**(3) (2022), [arXiv:2110.14015 [hep-ph]]
- [2] R. Sassot, M. Stratmann and P. Zurita, *Phys. Rev. D* **81**, 054001 (2010), [arXiv:0912.1311 [hep-ph]]
- [3] F. Halzen and A. D. Martin (1994). *Quarks And Leptons: And Introduction Course in Modern Particle Physics*. New York, NY: John Wiley & Sons
- [4] A. Airapetian et al. [HERMES collaboration], *Nucl. Phys. B* **780**, 1 (2007), [arXiv:0704.3270 [hep-ex]].
- [5] S. Morán et al. [CLAS collaboration], *Phys. Rev. C* **105**, 015201, (2022), [arXiv:2109.09951 [nucl-ex]]
- [6] B.I. Abelev et al. [STAR collaboration], *Phys.Rev. C* **81**, 064904 (2010), [arXiv:0912.3838 [hep-ex]].
- [7] S. Acharya et al. [ALICE collaboration], *Eur.Phys.J. C* **78** (2018) no.8, 624, [arXiv:1801.07051 [nucl-ex]]
- [8] A. Adare et al. [PHENIX collaboration], *Phys. Rev. C* **88**, 024906 (2013) [arXiv:1304.3410 [nucl-ex]].
- [9] S. Bailey, T. Cridge, L. A. Harland-Lang, A. D. Martin and R. S. Thorne, *Eur. Phys. J. C* **81**, no.4, 341 (2021), [arXiv:2012.04684 [hep-ph]].
- [10] R. D. Fields, *Applications Of Perturbative QCD*. (Addison- Wesley Publishing Company, 1989).
- [11] G. Altarelli and G. Parisi, *Nucl. Phys. B* **126**, 298 (1977).

- [12] M. Stratmann and W. Vogelsang, *Phys.Rev. D* **64** (2001) 114007, [arXiv:hep-ph/0107064v2]
- [13] T.Weigl and W.Melnitchouk, *Nucl.Phys. B* **465** (1996) 267-294, [arXiv:hep-ph/9601294v1]
- [14] D. de Florian, R. Sassot, P. Zurita and M. Stratmann, *Phys. Rev. D* **85** (2012), 074028, [arXiv:1112.6324 [hep-ph]].
- [15] D. de Florian and R. Sassot, *Phys. Rev. D* **69** (2004), 074028, [arXiv:hep-ph/0311227 [hep-ph]].
- [16] Daniel de Florian, Gonzalo Agustin Lucero, Rodolfo Sassot, Marco Stratmann, Werner Vogelsang, *Phys. Rev. D* **100**, 114027 (2019), [arXiv:1902.10548v1 [hep-ph]]
- [17] L. Del Debbio et al. [NNPDF Collaboration], *JHEP* **0703**, 039 (2007), [arXiv:0809.3716 [hep-ph]].
- [18] Daniel de Florian, Rodolfo Sassot, Marco Stratmann, Werner Vogelsang, *Phys.Rev.D* **80**, 034030 (2009), [arXiv:0904.3821 [hep-ph]]
- [19] R. Ellis, W. Stirling and B. Webber, *QCD and Collider Physics* (Cambridge, 1996).
- [20] T. Cheng and L. Li, *Gauge Theory of Elementary Particle Physics* (Oxford Science Publications, 1992)
- [21] T. Muta, *Foundations Of Quantum Chromodynamics: An Introduction to Perturbative Methods in Gauge Theories* (Worlds Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 2010)
- [22] Marco Stratmann and Werner Vogelsang, *Phys. Rev D* **64**, 11 (2001)
- [23] Ilkka Helenius, Marina Walt, Werner Vogelsang, *Phys.Rev.D* **105** (2022) 9, 094031, [arXiv:2112.11904v2 [hep-ph]]
- [24] J. Collins, *Foundations of perturbative QCD* (Cambridge University Press, 2013)
- [25] L. S. Osborne et al., *Phys. Rev. Lett.* **40**, 1624 (1978)
- [26] D. de Florian, et al., *Phys.Rev. D* **91** (2015) no.1, 014035, [arXiv:1410.6027 [hep-ph]]
- [27] F. James [Computing and Networks Division] (1994), MINUIT Reference Manual. Ginebra, Suiza: CERN.

- [28] A. Buckley et al., *Eur.Phys.J. C* **75** (2015) 3, 132 [arXiv:1412.7420 [hep-ph]]
- [29] Peskin, M. E., & Schroeder, D. V., *An Introduction to Quantum Field Theory*, (Westview Press, 1995)
- [30] M. Arneodo, *Phys. Rept.* **240**, 301 (1994).

Tesis disponible bajo Licencia: Creative Commons, Atribución – No Comercial – Compartir Igual (by-nc-sa) 2.5 Argentina Buenos Aires, 2023