Biblioteca Digital
F C E N - U B A

BIBLIOTECA CENTRAL LUIS F LELOIR
BIBLIOTECA CENTRAL LELOIR
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES UBA

Tesis de Grado

Efectos de paridad en el acople de escalar-fermiones

Szewc, Manuel

2017

Este documento forma parte de las colecciones digitales de la Biblioteca Central Dr. Luis Federico Leloir, disponible en bibliotecadigital.exactas.uba.ar. Su utilización debe ser acompañada por la cita bibliográfica con reconocimiento de la fuente.

This document is part of the digital collection of the Central Library Dr. Luis Federico Leloir, available in bibliotecadigital.exactas.uba.ar. It should be used accompanied by the corresponding citation acknowledging the source.

Cita tipo APA:
Szewc, Manuel. (2017). Efectos de paridad en el acople de escalar-fermiones. Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires.
https://hdl.handle.net/20.500.12110/seminario_nFIS000054_Szewc

Cita tipo Chicago:
Szewc, Manuel. "Efectos de paridad en el acople de escalar-fermiones". Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires. 2017.
https://hdl.handle.net/20.500.12110/seminario_nFIS000054_Szewc

EXACTAS UBA
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

UBA
Universidad de Buenos Aires

Dirección: Biblioteca Central Dr. Luis F. Leloir, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad de Buenos Aires. **Contacto:** bibliotecadigital.exactas.uba.ar
Intendente Güiraldes 2160 - C1428EGA - Tel. (++54 +11) 4789-9293

Efectos de paridad en el acople de escalar-fermiones

Manuel Szewc
Directores: Ezequiel Alvarez y Alejandro Szynkman

Tesis de Licenciatura en Ciencias Físicas

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

Universidad de Buenos Aires

Diciembre 2017

TEMA: Física de Altas Energías

ALUMNO: Manuel Szewc

LU N° : 30/13

LUGAR DE TRABAJO: International Center for Advanced Studies - ICAS-UNSAM

DIRECTOR DEL TRABAJO: Ezequiel Alvarez

CODIRECTOR o COLABORADOR: Alejandro Szynkman

FECHA DE INICIACION: Abril 2017

FECHA DE FINALIZACION: Noviembre 2017

FECHA DE EXAMEN: Diciembre 2017

INFORME FINAL APROBADO POR:

Autor	Jurado
Directores	Jurado
Profesor de Tesis de Licenciatura	Jurado

"I suddenly realized this absolutely stupid error, that a photon of finite mass is a spin-1 particle, not a helicity-1 particle."- Julian Schwinger

Resumen

En la presente tesis de licenciatura, se busca responder una aparentemente simple pregunta: ¿qué cambia la paridad intrínseca de un bosón de spin-0? Buscando diferencias únicamente en la fenomenología de la física de colisionadores, se estudia la diferencia entre un bosón de spin-0 escalar h y un bosón de spin-0 pseudoescalar A. En particular, el trabajo se concentra en dos procesos: el decaimiento de h o A en un par $f\overline{f}$ y la sección eficaz de $pp \to t\bar{t}h/A$, un proceso más relevante para la física de colisionadores. Caracterizar estos procesos no es sólo relevante en si mismo sino que permite desarrollar un toolbox para otras situaciones, en las que caracterizar la paridad de una partícula puede ser sutil.
Entender la diferencia entre escalar y pseudoescalar llevará a tratar de entender el rol de la paridad y la diferencia entre quiralidad y helicidad. Esto último prueba tener un rol fundamental en el trabajo.
En el capítulo 1, se resumirán ciertas características del Modelo Estándard y se detallarán las distintas armas que se utilizarán para enfrentar el problema.
En el capítulo 2, se aplican esas herramientas a $h/A \to f\overline{f}$ y se logra explicar las diferencias introducidas por el cambio de paridad intrínseca mediante argumentos físicos claros. Esto permite entender un resultado conocido: el ancho del pseudoescalar es mayor que el del escalar. Se estudia el signo relativo entre corrientes de quiralidad y como difiere entre escalar y pseudoescalar. Utilizando la diferencia entre quiralidad y helicidad se ve como este signo relativo lleva a los momentos orbitales distintos del sistema $f\overline{f}$.
En el capítulo 3 se ataca al proceso $pp \to t\bar{t}h/A$, detallando cómo la diferencia entre quiralidad y helicidad es clave para entender el problema. Se ve que el pseudoescalar está suprimido con respecto al escalar para momento transverso bajo, y se esgrime un indicio derivado del momento orbital total del sistema $t\bar{t}h/A$ en un caso particular. Luego, estudiando el elemento de matriz a primer orden, se aprecia que la diferencia entre quiralidad y helicidad marca la aparición de diferencias entre escalar y pseudoescalar. Por último, en la sección 4 se recapitulan las conclusiones derivadas en las otras secciones.

Agradecimientos

Existen muchas personas que hicieron posible qué yo esté escribiendo estas lineas. A ellos les quiero agradecer. A Ezequiel Alvarez y a Alejandro Szynkman. Ellos son los responsables directos de este trabajo. Sin su orientación, correcciones, consejos y discusiones esto no hubiera sido posible. Lo que yo más buscaba en este proyecto eran ganas de laburar, y lo conseguí con creces.

A toda la gente del ICAS. Mariel, Yami, Leo, Pablo, Guido y Manuel Der. Gracias por hacerme sentir tan cómodo. Sea molestando a Leo con mis bermudas o inquietando a Manuel Der por mis cordones desatados, disfruté mucho este año con ustedes.

A Lidia por estos años de trabajo. En buenos o malos momentos, siempre fue un placer trabajar con vos y con el resto de la banda que armaste. Axel, Dani, Brenda, Gabi, Maqui, Pili y, obviamente, Edu. Gracias a todos.

A los Humeantes, que me bancaron a pesar de mi insensata capacidad de irritarlos. Marco, Gabito, Rafaga, Dragon, Chopa, Olego, El Ale, Pablito, Cami, Pau, JM, Arete, Unga, Charly, Lucio, Mich**alski, Lei, Gasti, Sofi, Agus, Merca, Frank the Tank y a Esthersound. Gracias. En particular, le quiero agradecer a Marco, por ser un gran amigo estos 4 años. A Rafa, por ser tan buen pibe. A Joaco, que bebe como Elfo y pega como enano, por ser tan termo. A Gabbo, por sus tiramisus. Al Negro, por entender todo, siempre. A Pablito por nuestras conversaciones. A Chopa, por ser la mejor mitad del Cholo. A Ale, por ser quien es. A Gasti, por haberse ido a la B.

Al resto de la gente de la UBA que conozco, y que me marcó. Sea cursando juntos, teniendolos de ayudantes, organizando fiestas o viajando, ojalá sepan lo que los valoro. Una mención especial, para Mario Galante porque me ayudó en maneras que desconoce.

A la gente del CAC, Andres, Fer, Juan y Nico. Por ese gran año.

A Uggis, Plohn, Crocco y al Viejo. Gracias por abrirme la cabeza, por la música, por Bilardo y por ser esa birra necesaria. A Yanibeli, mi compañero de neurosis. A todo Ron, que aunque no los vea saben que los quiero. A Santi, por los mates y las charlas.

A todo el Clan Vercesi-Rosano-Sbert-Garbero-Nocita. Gracias por ser ustedes, no puedo contar lo que los quiero. No quiero que me gasten tanto.

A los inadaptados de Eugenio, Anibal, Juanpe, Nico, Luquitas, Crosato y Fede. Ellos saben que sólo les hablo porque necesito un lugar donde probar mis excusas. Salvo a Eugenio, a él lo quiero porque cuida a Estrellin.

A toda mi familia. A mis primos. A Ema, ese primo que me ayudó tanto. A mis tios. A mi Susi y a mi Bobe. A mi Zeide, al que siempre extraño.

A mi papá, que siempre deja todo por mi. A Deby y a su familia, que tan bien le hacen. A Alberto, la única persona con la que puedo hablar a la mañana. A mi mamá, que me enseñó

que vale la pena el esfuerzo.

A Mile y a Facu, que son la mejor familia que me pudo tocar.

A Helga.

A la persona que cambió mi vida. Gracias por todo, Juan Román Riquelme.

Ah, y a Luli, que sabe lo que siento.

Índice general

1. Introducción **1**
1.1. Lo que sabemos: el Modelo Estándar . . . 1
1.1.1. Sector cinético de materia . . . 2
1.1.2. Sector de color . . . 2
1.1.3. El sector electrodébil . . . 3
1.1.4. El Higgs . . . 4
1.2. (Algo de)Lo que no sabemos: BSM . . . 6
1.2.1. Los pseudoescalares . . . 6
1.3. Amplitudes y observables . . . 7
1.3.1. Matriz de Scattering y sección eficaz: Reglas de Feynman . . . 7
1.3.2. Física de colisionadores . . . 9
1.4. Spin, helicidad, quiralidad . . . 10
1.4.1. Partículas masivas . . . 10
1.4.2. Partículas no masivas . . . 13
1.4.3. Formalismo de Jacob y Wick . . . 14
1.4.4. Diferencias entre quiralidad y helicidad . . . 21

2. Decaimiento del bosón en dos fermiones **29**
2.1. Reglas de selección . . . 29
2.2. Cálculo explícito . . . 31
2.2.1. Método de traza . . . 33
2.2.2. Producto con espinores explícitos . . . 34
2.2.3. Kleiss-Stirling . . . 35
2.3. Discusión . . . 36

3. Distribución en momento transverso de un proceso hadrónico **37**
3.1. Observando las diferencias a partir de simulaciones . . . 37
3.2. ¿Qué está pasando? . . . 40
3.3. Reglas de selección . . . 42
3.4. Cálculos perturbativos . . . 47
3.4.1. Diagramas de Feynman . . . 47
3.4.2. Estudiando a $M_\pm$ . . . 49
3.4.3. Cálculo de $|M_\pm|^2$ . . . 56
3.5. Discusión . . . 61

4. Conclusión **63**

Capítulo 1

Introducción

En este trabajo se estudia la fenomenología de ciertos modelos de física de altas energías (donde las energías van desde los cientos de GeV hasta la decena de TeV). Estudiada en los colisionadores, como por ejemplo el Large Hadron Collider (o LHC), existe un marco teórico que acomoda, con mayor o menor éxito, distintas partículas e interacciones observadas. Este marco teórico, con todos sus éxitos y sus limitaciones, es el Modelo Estándar, que utiliza la teoría cuántica de campos para caracterizar una gran parte del contenido de materia fundamental observado. En la sección 1.1, se detalla el Modelo Estándar. En la sección 1.2, se enumeran ciertas limitaciones del Modelo Estándar y se detalla al pseudoescalar, partícula con características interesantes y que aparece en diversos modelos de física más allá del Modelo Estándar (BSM). En la sección 1.3, se muestra cómo conectar a la teoría con la realidad, traduciendo el marco teórico abstracto en observables medibles en los experimentos. Luego, se detalla en la sección 1.4 una característica en particular de las partículas, su polarización, y cómo esta es un número cuántico relevante a la hora de estudiar observables. Se detalla la quiralidad de las partículas, enfatizando cómo es una característica de las teorías y su relación con los estados físicos observados en los experimentos.

1.1. Lo que sabemos: el Modelo Estándar

El Modelo Estándar es, hasta ahora, la manera más exitosa de explicar una gran parte de los componentes fundamentales del universo. En él, se asigna a las partículas denominadas fundamentales (leptones y quarks) campos de materia que responden a un conjunto de simetrías locales $SU(3)_c \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$. Estas simetrías locales dan lugar a campos de Gauge que interactúan con los distintos campos de materia. Guiados por las simetrías de Gauge y el criterio de renormalizabilidad, puede escribirse la densidad lagrangiana del Modelo Estándar (un escalar de Lorentz armado a partir de los campos de materia y de interacción) a partir de la cual obtener los distintos observables (una manera alternativa es escribir el Hamiltoniano, más directamente conectado con los observables) [1, 2]. Existen también simetrías globales, como por ejemplo la simetría de sabor que se describe con otro $SU(3)$.

1.1.1. Sector cinético de materia

En el Modelo Estándar, existen 3 generaciones de leptones y tres generaciones de quarks. Todas las partículas tienen spin 1/2 por lo que los campos asociados son campos de Dirac ψ [3]

$$\psi(x) = \sum_s \int \frac{d^3q}{(2\pi)^{3/2}} (u^s(q) a_q^s e^{-iq.x} + v^s(q) b_q^{s\dagger} e^{iq.x}) \tag{1.1}$$

$$\overline{\psi}(x) = \sum_r \int \frac{d^3k}{(2\pi)^{3/2}} (\overline{u}^r(k) a_k^{r\dagger} e^{ik.x} + \overline{v}^r(k) b_k^r e^{-ik.x}) \tag{1.2}$$

a_q^s y b_q^s son los operadores de creación de partícula y antipartícula respectivamente (con helicidad s y momento q) mientras que u y v son las polarizaciones que llevan los índices de Dirac.

El término cinético para un campo de Dirac es:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{kin} &= i\overline{\psi}\partial\!\!\!/\psi \\ &= i\overline{\psi}_L \partial\!\!\!/\psi_L + i\overline{\psi}_R \partial\!\!\!/\psi_R \end{aligned} \tag{1.3}$$

Donde $\partial\!\!\!/ = \gamma^\mu \partial_\mu$. Todos los campos en esta y todas las siguientes densidades lagrangianas están evaluados en el mismo punto del espacio tiempo x^μ. Las matrices γ denotan la estructura de Dirac de la representación (1/2,0)$\otimes$(0,1/2) (donde cada grupo representa a una quiralidad). La quiralidad es una propiedad de los campos de materia (por su estructura de Dirac) y, al no tener masa, representa a un estado físico pues tanto el término cinético como las distintas interacciones no relacionarán campos con quiralidades opuestas. Un término con masa da lugar a acoplamientos $\overline{\psi}_{L/R}\psi_{R/L}$ que mezcla representaciones.

En el Modelo Estándar, no existen neutrinos Right por lo que debe omitirse del término cinético. Además de este término cinético, están los distintos sectores que marcan interacciones con los campos de Gauge y los sectores cinéticos de dichos campos.

1.1.2. Sector de color

El grupo de gauge $SU(3)_c$ representa a QCD. QCD es la responsable de la aparición de hadrones y mesones y de los decaimientos "fuertes". Es una interacción de gauge cuyo mediador, el gluón, no tiene masa, tiene spin 1 y 8 estados de color posibles (transforma en la representación adjunta). El campo asociado al gluón se denomina G_a^μ donde μ es el índice de Lorentz (ya que, al tener spin 1, el campo asociado es un cuadrivector) y a el índice de color (que indica en cual de los 8 estados de la representación adjunta de $SU(3)$ está el campo). El grupo $SU(3)_c$ es no abeliano por lo que los generadores del grupo λ_a no conmutan entre si.

$$[\lambda_a, \lambda_b] = f_{abc}\lambda_c \tag{1.4}$$

Donde f_{abc} son las constantes de estructura del grupo.

El carácter no abeliano permite la aparición de distintas interacciones y, junto con la elección del número de partículas, permite que la teoría sea perturbativa a altas energías (es lo que se llama libertad asintótica). QCD no "ve" a los leptones, por lo que pertenecen a la representación singlete (es decir, no tienen carga de color). Los campos de materia fundamentales de QCD son los correspondientes a los quarks, que pertenecen a la representación fundamental: el triplete de color. El lagrangiano de QCD es quiral y se escribe como

$$\mathcal{L}_{QCD} = \overline{\psi}^i g_s \lambda_a \not{G}^a \psi^i - \frac{1}{4} G^a_{\mu\nu} G^{\mu\nu}_a \tag{1.5}$$

Se asume suma sobre índices repetidos. Los índices de sabor y de color pueden subir y bajar sin problema mientras que los índices de Lorentz requieren de la métrica $g^{\mu\nu}$ (se utiliza $diag(g) = (1, -1, -1, -1)$). ψ^i son los campos de los quarks (con sabor $i = 1, 2, 3$), g_s la constante de acoplamiento (que define la perturbatividad de la teoría) y G^μ_a es el campo de gluones con índice de color $a = 1, 2, ..., 8$.

El término cinético de los gluones es $-\frac{1}{4} G^a_{\mu\nu} G^{\mu\nu}_a$, donde

$$G^a_{\mu\nu} = \partial_\mu G^a_\nu - \partial_\nu G^a_\mu + g_s f^{abc} G^b_\mu G^c_\nu$$

Un gluón está caracterizado, como todas las partículas no masivas de spin-1, por un vector de polarización $\epsilon^\mu_h(p)$ donde p es el momento del bosón de spin-1 y $h = -1, 1$ [4]. Estos vectores tienen las siguientes propiedades:

$$\begin{aligned}
\epsilon_h(p) \cdot p &= 0 \\
\epsilon^\mu_{-h} &= \epsilon^{\mu *}_h \\
\epsilon_h(p) \cdot \epsilon_{-h}(p) &= -1 \\
\epsilon_h(p) \cdot \epsilon_h(p) &= 0 && (1.6) \\
\sum_h \epsilon^\mu_h(p) \epsilon^\nu_{-h}(p) &= -g^{\mu\nu} + \frac{p^\mu k^\nu + p^\nu k^\mu}{p \cdot k} && (1.7)
\end{aligned}$$

Con k un momento auxiliar no colineal con p. El segundo término en la suma proviene de restar las polarizaciones no físicas al tensor $-g^{\mu\nu}$.

1.1.3. El sector electrodébil

El sector electrodébil describe, las interacciones electromagnéticas y las interacciones débiles (responsables de, por ejemplo, el decaimiento β). Se tienen 4 mediadores o bosones de gauge. Antes de romper la simetría electrodébil, todos los mediadores tienen masa 0 (asegurando la renormalizabilidad de la teoría) y transforman en las distintas representaciones adjuntas (los 3 W transforman en la representación adjunta de $SU(2)_L$ y B^μ transforma en la representación adjunta de $U(1)_Y$). Todos los campos de materia tienen hipercarga Y que indica la interacción con el grupo abeliano $U(1)_Y$. Como $SU(2)_L$ distingue entre quiralidades, habrá distintos campos de materia, campos (1/2,0) que transformarán en la representación

fundamental de SU(2) (un doblete de isospin con componentes $T^3 = \pm\frac{1}{2}$) y campos (0,1/2) que serán singletes de SU(2). El lagrangiano del sector electrodébil se escribe como:

$$\mathcal{L}_{LEFT} = \overline{L}^i(g_2\tau_j \not{W}^j + g_1 Y_L \not{B})L^i + \overline{Q}^i(g_2\tau_j \not{W}^j + g_1 Y_Q \not{B})Q^i \tag{1.9}$$

$$\mathcal{L}_{RIGHT} = \overline{e}^i g_1 Y_e \not{B} e^i + \overline{u}^i g_1 Y_u \not{B} u^i + \overline{d}^i g_1 Y_d \not{B} d^i \tag{1.10}$$

$$\mathcal{L}_{Gauge} = -\frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} - \frac{1}{4}W^i_{\mu\nu}W_i^{\mu\nu} \tag{1.11}$$

Los bosones de interacción están asociados a los campos W_i^μ y B^μ, con términos cinéticos contenidos en $\mathcal{L}_{Gauge}$:

$$W^i_{\mu\nu} = \partial_\mu W^i_\nu - \partial_\nu W^i_\mu - g_2\epsilon^{ijk}W^j_\mu W^k_\nu \tag{1.12}$$

$$B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu \tag{1.13}$$

El sector electrodébil (EW) involucra una simetría quiral $SU(2)_L$ que distingue entre $Left$ y $Right$. Para respetar esta simetría, los fermiones no pueden ser masivos. Sin embargo, una partícula masiva posee helicidad y tanto L como R pertenecen a la misma partícula. A la vez, los bosones de interacción $W^\pm$ y Z observados también son masivos cuando la simetría de gauge exige bosones no masivos para que sea renormalizable. Es por esto que el lagrangiano EW hasta ahora esbozado tiene bosones de gauge $W^{1,2,3}$ y B no masivos. Para explicar la masa de los fermiones y de los bosones de gauge (lo que equivale a explicar lo escondido de la naturaleza quiral de las interacciones), es necesario introducir el campo de Higgs.

Las distintas hipercargas son

Campo	L	e_R	Q	u_R	d_R
hipercarga	$-\frac{1}{2}$	-1	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{-1}{3}$

Se ve que las tres generaciones tienen, para cada campo, la misma hipercarga.

1.1.4. El Higgs

El campo de Higgs (H) del Modelo Estándar es un doblete de $SU(2)_L$ y transforma ante $U(1)_Y$ con hipercarga $Y_H = \frac{1}{2}$,[1]. Su lagrangiano se escribe:

$$\mathcal{L}_{Higgs} = (\partial_\mu + i\tau_j W^j_\mu + iY_H B_\mu)H(\partial^\mu - i\tau^j W^\mu_j - iY_H B^\mu)H - V(H) \tag{1.14}$$

$$\mathcal{L}_{Yukawa} = -y^l_i(\overline{L}^i H e^i + \overline{e}^i \overline{H} L^i) - y^d_i(\overline{Q}^i H d^i + \overline{d}^i \overline{H} Q^i) - y^u_i(\overline{Q}^i H_c u^i + \overline{u}^i \overline{H}_c Q^i) \tag{1.15}$$

Con $H_c = -i\tau_2 H$ necesario para tener los números cuánticos adecuados para acoplar con quarks u, c, t. El potencial $V(H)$ es el responsable de romper espontáneamente la simetría electrodébil. Al romper esta simetría, los leptones y los quarks adquieren masa debido a

[1] Esta elección particular de campo permite restaurar la unitariedad en el scattering de bosones de gauge masivos longitudinales

sus interacciones con el Higgs. A la vez, se generan 3 bosones de Goldstone que pueden absorberse por los bosones de gauge generando 3 bosones masivos, identificados con los $W^{\pm}$ y el Z. El grado de libertad restante es un campo de materia h que se identifica con el bosón de Higgs. La simetría se rompe cuando el campo H adquiere un valor de expectación no nulo $v \approx 246GeV$. En ese caso, se puede desarrollar alrededor de algún punto con valor de expectación v, eligiendo un vacío en particular y rompiendo espontáneamente la simetría:

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ h+v \end{pmatrix} \tag{1.16}$$

Con $\langle h \rangle = 0$. Este valor de expectación tiene carga $Q = Y + T^3$ igual a 0, lo que se busca para obtener los fotones sin masa. El campo h se asocia con el bosón de Higgs y es un escalar ante transformaciones de Lorentz por lo que tiene spin-0 y paridad intrínseca +1. Este desarrollo se realiza en el gauge unitario en el que todos los bosones de Goldstone son absorbidos por los bosones de Gauge (eliminando la fase compleja permitida en H). Este bosón fue encontrado en el LHC y tiene masa m_h de alrededor de 125GeV [5–7] y se verifican su spin y paridad [8].

Al romper espontáneamente simetría aparecen entonces QED en su formulación usual, como una simetría $U(1)_Q$ con $Q = Y + T^3$, 3 bosones masivos que, en el límite de bajas energías, dan lugar a la teoría de Fermi y masas para los campos de materia. Sin embargo, la masa de los campos de materia viene con una sorpresa. Los autoestados de interacción o de gauge no son los autoestados de masa. Aparece una mezcla que se evidencia en la matriz CKM. Esa matriz CKM tiene 4 grados de libertad: 3 ángulos de mezcla y una fase de violación de CP. En este trabajo no se trabajará con interacciones débiles ni con mezcla (salvo en las simulaciones). Para los cálculos explícitos, se considerarán que los estados de interacción y los estados de masa son los mismos. Dado que se trabajará a primer orden en teoría de perturbaciones (Leading Order o LO) y con quarks de tercera generación, esa aproximación es bastante exacta.

Aparecen entonces nuevos vértices de interacción y masas para los fermiones (ignorando el mixing CKM e ignorando los términos del potencial que dan lugar a interacciones entre campos de Higgs):

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{mass} &= -m_f \overline{\psi}\psi \\
\mathcal{L}_{QED} &= \overline{\psi}^i_L Q_i e \not{A} \psi^i_L + \overline{\psi}^i_R Q_i e \not{A} \psi^i_R \\
\mathcal{L}_{Weak} &= \frac{e}{sin(\theta_W)cos(\theta_W)} \overline{\psi}^i \gamma_\nu (\frac{1}{2}(1-\gamma^5)T^3_i - sin^2(\theta_W)Q_i)\psi^i Z^\mu - M^2_W W^+_\mu - \frac{1}{2}M^2_Z Z_\mu Z^\mu \\
\mathcal{L}_{Higgs} &= -\frac{m_f}{v}\overline{f}fh
\end{aligned} \tag{1.17}$$

Donde A^μ es el campo asociado al fotón mientras que $W^\mu_\pm$ y Z^μ son los tres campos asociados a los bosones masivos que median en la interacción débil (y que puede aproximarse por la teoría de Fermi). La carga del electrón es e y el ángulo de mezcla θ_W es determinado por la ruptura de simetría mediante $cos(\theta_W)) = \frac{e}{g_1}$ (o, a partir de datos experimentales mediante $cos(\theta_W)) = \frac{m_W}{m_Z}$). Los coeficientes de Yukawa en la base física son diagonales y se pueden expresar en función de las masas como $\frac{y_i}{\sqrt{2}} = \frac{m_i}{v}$. De todos los leptones y quarks, el

más masivo es el top, con una masa alrededor de 170 GeV. El siguiente es el quark bottom, perteneciente a la misma generación del top, cuya masa es de alrededor de 4.18 GeV (todas las masas expresadas en unidades naturales y en el esquema MS). Esta gran diferencia de masas parecería ser un indicio de que el top está ligado a física más allá del Modelo Estándar (o BSM), junto con el sector inexplorado del Higgs.

1.2. (Algo de)Lo que no sabemos: BSM

Sin embargo, por muy exitoso que sea, el Modelo Estándar no explica determinados fenómenos. Entre ellos:

- No puede explicar las oscilaciones de neutrinos.
- No puede explicar la asimetría materia antimateria (o la violación de CP del universo).
- No contiene a la gravedad.

Existen varias teorías que buscan ser superadoras del Modelo Estándar y que tratan de explicar distintos fenómenos. En la práctica, esto implica además predecir nuevos fenómenos como, por ejemplo nuevas partículas. El sector del Higgs es, por ahora, el menos explorado y por lo tanto donde hay mayores esperanzas de encontrar física más allá del Modelo Estándar. Además, la física de tops (que utiliza quarks de tercera generación, más pesados), permite explorar nuevas regiones hasta ahora no puestas a prueba.

Las extensiones más usuales del sector de Higgs (2HDM, SUSY,...), requieren la presencia de pseudoescalares [9], por lo que, a pesar de estar excluidos para ciertos rangos de masa [10, 11] son relevantes en la búsqueda de nueva física.

1.2.1. Los pseudoescalares

La diferencia entre un escalar h y un pseudoescalar A es, únicamente, su paridad intrínseca (-1). Si uno quiere un lagrangiano invariante de CP, y que el pseudoescalar interactúe con fermiones, el lagrangiano más general en el que sólo intervienen el pseudoescalar y los fermiones es:

$$\mathcal{L}_{pseudo} = \frac{1}{\sqrt{2}}\partial_\mu A \partial^\mu A - \frac{y_i}{\sqrt{2}}\overline{\psi}_i \gamma^5 \psi_i A \tag{1.18}$$

$\overline{\psi}\gamma^5\psi$ es un bilineal que se comporta como un pseudoescalar de Lorentz, gracias a la matriz γ^5. Esta diferencia da lugar a fenomenología distinta [12]. Se ve que este lagrangiano no viola CP, debido a las propiedades de transformación del campo $A(x)$. En otros trabajos, se utiliza como término de interacción a $\frac{y_f}{\sqrt{2}}\overline{f}(k_1 + \gamma^5 k_2)fh$ dando lugar a una violación explícita de CP [13].

1.3. Amplitudes y observables

A partir del lagrangiano del Modelo Estándar se obtienen distintos observables. Estos observables son los que pueden ser medidos en experimentos. En particular, el observable relevante en este trabajo es la probabilidad de transición entre dos estados, que deriva en la sección eficaz de un proceso.

1.3.1. Matriz de Scattering y sección eficaz: Reglas de Feynman

La matriz de Scattering indica la probabilidad de transición entre un estado inicial (marcado por estados asintóticamente libres de los campos o, en otras palabras, partículas) y un estado final:

$$S_{fi} = \langle f | S | i \rangle \tag{1.19}$$

S es el operador que evoluciona al estado $|i\rangle$ hasta llegar al estado final. Por lo tanto, S es el operador U de evolución temporal. Si el estado inicial se identifica con una superficie tipo tiempo con coordenada t_1 y el estado final con un t_2:

$$S = U(t_2, t_1) \tag{1.20}$$

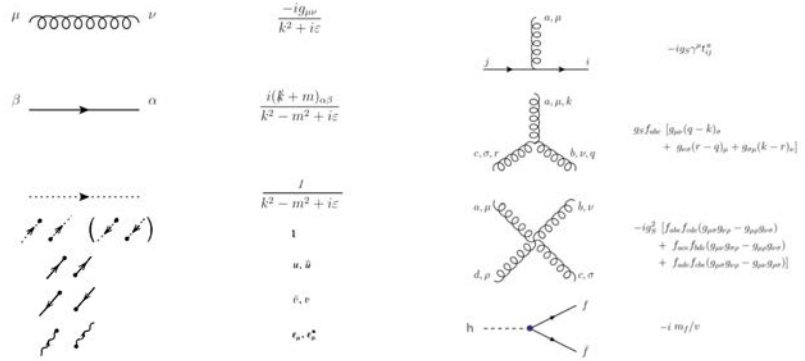
Para calcular una forma explícita de la matriz de Scattering, es necesario hacer perturbaciones (y verificar que las interacciones relevantes así lo permitan). La matriz U puede escribirse entonces como una serie de Dyson y, en la representación de interacción, puede utilizarse para escribir todo en función de productos T-ordenados para campos libres [1]

$$\begin{aligned}
\langle f | S - 1 | i \rangle &= \prod_n (\pm i) \int dx_n^4 e^{-ip_n x_n} O(n) \langle \Omega | T(\prod_j \phi_j(x_j)) | \Omega \rangle \\
\langle f | S - 1 | i \rangle &= \prod_n (\pm i) \int d^4 x_n e^{-ip_n x_n} O(n) \frac{\langle 0 | T(\prod_j \phi_0^j(x_j) e^{i \int d^4 x \mathcal{L}_{int}[\phi_0]}) | 0 \rangle}{\langle 0 | T(e^{i \int d^4 x \mathcal{L}_{int}[\phi_0]}) | 0 \rangle}
\end{aligned} \tag{1.21}$$

Donde $\pm i \int d^4 x_n e^{-ip_n x_n} O(n)$ es una integral que pone on-shell a las partículas entrantes (+i) y salientes (-i). Para campos escalares, $O(n) = (\Box_n^2 + m_n^2)$, para campos de Dirac $O(n) = (\not{\partial}_n + m_n)$ y demases. $|\Omega\rangle$ es el vacío de los campos interactuantes ϕ y $|0\rangle$ es el vacío de los campos libres ϕ_0. $\mathcal{L}_{int}$ es el lagrangiano de interacción. Se puede utilizar el teorema de Wick para calcular estos productos T-ordenados y obtener así los elementos de la matriz de scattering. Mediante distintas transformaciones de Fourier, esto puede traducirse a elementos en el espacio de momentos [14]. En este trabajo, se utilizan directamente las reglas de Feynman de las distintas interacciones (codificadas en $\mathcal{L}_{int}$) obtenidas mediante este método para obtener la matriz M definida como [1, 15]:

$$\langle f | S - 1 | i \rangle = i(2\pi)^4 \delta^4(P_i - P_f) M_{fi} \tag{1.22}$$

Las reglas de Feynman relevantes para este trabajo se ven la figura 1.1.



(a) (b)

Figura 1.1: (a)Reglas de Feynman para partículas virtuales y para partículas on-shell (b)Vértices de interacción. Imágenes obtenidas del [15]

El $i\epsilon$ proviene de tomar condiciones de contorno no triviales para los campos [1] (o pensar en evitar divergencias rotando hacia el plano complejo los polos de la matriz de Scattering). En este trabajo siempre se lo obviará porque no será relevante. A partir de la matriz M_{fi} (que da la probabilidad de transición entre dos estados) se puede obtener la sección eficaz de un proceso de n_i partículas a n_f partículas, definida como:

$$\begin{aligned} d\sigma &= \frac{|M_{fi}|^2}{F} d\Pi^{i\to f} \\ d\Pi^{i\to f} &= \prod_{i=1}^{n_f} \frac{d^3p_i}{(2\pi)^3 2E_i} (2\pi)^4 \delta^4(\sum_{i=1}^{n_i} p_i - \sum_{i=1}^{n_f} p_i) \end{aligned} \tag{1.23}$$

Con F el factor de flujo. Para decaimientos de 1 partícula de masa M a 2 partículas, el factor de flujo es $2M$ y el diferencial de decaimiento es:

$$\begin{aligned} d\Gamma &= \frac{|M_{fi}|^2}{2M} \frac{d^3p_1}{(2\pi)^3 2E_1} \frac{d^3p_2}{(2\pi)^3 2E_2} (2\pi)^4 \delta^4(P_M - p_1 - p_1) \\ d\Gamma &= \frac{|M_{fi}|^2}{2M} \frac{d^3p_1}{(2\pi)^2 2E_1} \delta^+(p_2^2 - m_2^2) \\ d\Gamma &= \frac{|M_{fi}|^2}{2M} \frac{d^3p_1}{(2\pi)^2 2E_1} \delta^+(M^2 + m_1^2 - 2P_M \cdot p_1 - m_2^2) \end{aligned} \tag{1.24}$$

Donde $\delta^+(f(x))$ selecciona los x_0 positivos tales que $f(x_0) = 0$. En particular, en el sistema solidario a M, $P_M \cdot p_1 = ME_1$ y, si $m_1 = m_2 = m$:

$$
\begin{aligned}
d\Gamma &= \frac{|M_{fi}|^2}{2M}\frac{d^3p_1}{(2\pi)^2 2E_1}\frac{\delta^+(\sqrt{p_1^2+m^2}-\frac{M}{2})}{2M} \\
d\Gamma &= \frac{|M_{fi}|^2}{4M^2}\frac{p_1^2 dp_1 d\Omega_1}{(2\pi)^2 2E_1}\frac{\delta^+(p_1-\sqrt{\frac{M^2}{4}-m^2})}{\frac{1}{2E_1}2p_1} \\
d\Gamma &= \frac{|M_{fi}|^2}{32\pi^2 M^2}p_1 dp_1 d\Omega_1 \delta^+(p_1-\frac{M}{2}\beta)
\end{aligned} \tag{1.25}
$$

Con $\beta = \sqrt{1-\frac{4m^2}{M^2}}$. Puede hacerse explícitamente la integral de p_1, y recordar entonces que, al evaluar $|M_{fi}|^2$, ya está impuesta la conservación del cuadrimomento total evaluando $p_2 = P_M - p_1$ y $\vec{p}_1 = (\frac{M}{2}\beta, \theta, \phi)$.

Tanto σ como Γ suelen expresarse en función de variables cinemáticas relevantes. Una de ellas es el momento transverso. En un experimento de scattering, se tiene una dirección en la que viajan el o los haces de partículas iniciales. Si esta dirección es $\hat{z}$, y se mide algún momento (sea de una partícula, de un jet o de un par de partículas agrupadas) con momento total $\vec{p}$, el momento transverso es:

$$
p_T = \sqrt{p_x^2 + p_y^2} \tag{1.26}
$$

1.3.2. Física de colisionadores

En el LHC, colisionan protones a altas energías. En estas colisiones, se manifiesta el carácter compuesto de los hadrones y varias de las características de las interacciones del Modelo Estándar. El protón, como todos los hadrones y mesones, es un estado ligado de QCD. Se puede pensar que, a partir de cierta escala de energía, los condensados de quarks adquieren un valor de expectación no nulo. Los hadrones y mesones son consecuencia de este confinamiento: a bajas energías, no hay partículas libres con color. A altas energías, precisamente en el régimen en que QCD es perturbativa, se revela esta estructura interna de los hadrones. Es entonces que es necesario implementar las "parton distribution functions", o pdfs. Debido a que no se puede obtener analíticamente la estructura interna de los estados ligados de QCD, las pdfs proveen una herramienta fenomenológica muy valiosa. Las pdfs están bien definidas si la factorización entre comportamiento perturbativo y no perturbativo es válida. En ese caso, el comportamiento no perturbativo de los estados ligados de la región perturbativa de QCD está contenido en las pdfs mientras que se describe el comportamiento no perturbativo mediante interacciones entre partones. Si se tiene una colisión de dos protones, las pdfs describen las configuraciones cinemáticas de los partones (quarks y gluones) en los protones y en la sección eficaz se factorizan las pdfs de la interacción fundamental a nivel partónico:

$$
d\sigma(pp \to X) = \sum_{a,b} \int dx_1 dx_2 f_a(x_1) f_b(x_2) d\hat{\sigma}(ab \to X) \tag{1.27}
$$

Donde $f_a(x_1)$ es la pdf que describe un partón a con fracción de momento x_1 a partir del protón. $d\hat{\sigma}(ab \to X)$ es la sección eficaz diferencial partónica, en la que los partones con fracciones de momentos x_1 y x_2 interactúan para producir X. Luego, los productos de las interacciones, si tienen color, hadronizan. Es decir, se forman estados ligados de QCD. En un detector, esto se observa como jets, que evidencian la hadronización de los estados finales. Otro proceso a tener en cuenta es el parton shower, que evita divergencias infrarrojas (soft y collinear) en la sección eficaz. Todas estas características son tenidas en cuenta en las distintas herramientas de análisis y simulación (como por ejemplo MadGraph y Pythia).

1.4. Spin, helicidad, quiralidad

En la física de colisionadores, uno estudia transiciones entre estados iniciales y finales con distintos contenidos de partículas. En esta sección, se detalla una característica muy importante de los estados de partículas: su polarización. Este grado de libertad permite caracterizar a los estados iniciales y finales del experimento, marcando transiciones prohibidas y transiciones favorecidas. Esto impacta en distintos observables del estado final, como las distribuciones angulares. En esta sección se definirá la polarización como una propiedad de las partículas observadas y se distinguirá entre distintas definiciones. Otra distinción importante es entre helicidad y quiralidad. Mientras que la helicidad es una propiedad de las partículas, la quiralidad es una propiedad de los campos con los que se construye la teoría. La diferencia entre ambos observables, y como cambia en función de la masa, es necesaria para entender los procesos estudiados en este trabajo.

La polarización de una partícula depende, fundamentalmente, de que tipo de partícula es. Específicamente, dependerá de su spin. ¿Qué es el spin de una partícula? Una definición sería el índice j que etiqueta la representación del grupo de Poincaré a la que pertenece el campo asociado. A lo largo de este trabajo, J se refiere al momento angular total de los sistemas estudiados y j al spin de cada partícula. Existe una diferencia notoria entre las partículas masivas y las no masivas. Estos dos grupos pertenecen a dos tipos de representaciones totalmente distintas, como se ve en [2] [2]. En particular, si una partícula masiva tiene spin j, este puede tener $2j + 1$ proyecciones en cualquier eje, mientras que una partícula no masiva sólo puede tener 2 proyecciones: j y $-j$. Por lo tanto, es necesario separar en dos casos distintos partículas masivas y partículas no masivas [16, 17].

1.4.1. Partículas masivas

Para una partícula masiva, el spin es el momento angular intrínseco. Si quiere medirse su proyección en algún eje, como por ejemplo el eje z, esto debe hacerse en el sistema propio de la partícula. Sin embargo, allí existe una ambigüedad: ¿como se define el eje z donde se mide la proyección del spin? Se consideran dos maneras de definir al eje z que diferencian entre dos propiedades: el momento en el eje z del laboratorio y la helicidad.

[2] En particular, las distintas representaciones dan lugar a vectores de Pauli-Lubanski diferentes para partículas masivas y no masivas.

Proyectando el spin en algún eje z del sistema propio, el estado de una partícula en reposo puede escribirse como $|p^0, j, m\rangle$ (donde p^0 es la masa de la partícula y m tiene $2j+1$ valores posibles). Este estado pertenece a una representación j-irreducible tal que ante una rotación arbitraria $U[R(\alpha,\beta,\gamma)] = exp^{-i\alpha J_z} exp^{-i\beta J_y} exp^{-i\gamma J_z}$ transforma como:

$$U[R(\alpha,\beta,\gamma)] \left|p^0, j, m\right\rangle = \sum_{m'} D^j_{m',m}(\alpha,\beta,\gamma) \left|p^0, j, m'\right\rangle \tag{1.28}$$

Donde $D^j_{m',m}$ es la matriz de Wigner que indica la representación de las matrices de rotación a utilizar. En particular,

$$D^j_{m',m}(\alpha,\beta,\gamma) = exp^{-im'\alpha} d^j_{m',m}(\beta) exp^{-im\gamma} \tag{1.29}$$

Un estado en reposo tiene paridad definida: la paridad intrínseca de la partícula. Aplicando el operador Π se tiene entonces que:

$$\Pi \left|p^0, j, m\right\rangle = \eta \left|p^0, j, m\right\rangle \tag{1.30}$$

Para definir el eje z del sistema propio a partir de algún eje en el sistema laboratorio, es necesario entender qué transformaciones conectan a los dos sistemas. Como se ve en [16, 18, 19], se define al operador de boost puro $L_z(p/E)$ que lleva a la partícula del reposo a tener un momento p en el eje z del sistema laboratorio (y por lo tanto energía E):

$$L_z(p/E) = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{1-\frac{p^2}{E^2}}} & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{1-\frac{p^2}{E^2}}}\frac{p}{E} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{1-\frac{p^2}{E^2}}}\frac{p}{E} & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{1-\frac{p^2}{E^2}}} \end{bmatrix} \tag{1.31}$$

Tal que $L_z(p/E)(m,0,0,0) = (E,0,0,p)$. A partir de este boost puro, puede definirse un boost arbitrario que lleve a la partícula del reposo a un momento $\vec{p} = (p,\phi,\theta)$ utilizando que $\hat{p} = R(\phi,\theta,0)\hat{z}$

$$L(\vec{p}) = R(\phi,\theta,0) L_z(p/E) R^{-1}(\phi,\theta,0) \tag{1.32}$$

Con R la matriz de rotación habitual. Esta definición implica que la representación operatorial $U[L(\vec{p})]$ obedece la relación:

$$U[L(\vec{p})] = U[R(\phi,\theta,0)] U[L_z(p/E)] U^{-1}[R(\phi,\theta,0)] \tag{1.33}$$

Utilizando este operador puede definirse la orientación standard o canónica del eje z en el sistema propio. Se define al eje z en el sistema propio a partir del eje z del sistema de laboratorio como:

$$\hat{z}_{propio} = U^{-1}(L(\vec{p}))\hat{z}_{lab} \tag{1.34}$$

De esta manera, se define al estado canónico como:

$$\begin{aligned} |\vec{p}, j, m\rangle &= |p,\phi,\theta,j,m\rangle = U[L(\vec{p})] \left|p^0, j, m\right\rangle \\ &= U[R(\phi,\theta,0)] U[L_z(p/E)] U^{-1}[R(\phi,\theta,0)] \left|p^0, j, m\right\rangle \end{aligned} \tag{1.35}$$

Este estado representa a una partícula cuyo spin se mide en un eje z propio definido a partir del eje z, arbitrario, del sistema de laboratorio. Estos estados tienen entonces momento definido en el eje z del laboratorio por lo que transforman como:

$$U[R(\alpha,\beta,\gamma)]\,|\vec{p},j,m\rangle = \sum_{m'} D^{j}_{m',m}(\alpha,\beta,\gamma)\,|R\vec{p},j,m'\rangle \tag{1.36}$$

Ante paridad, estos estados mantienen su proyección en el eje z:

$$\Pi\,|\vec{p},j,m\rangle = \eta|-\vec{p},j,m\rangle = \eta\,|p,\pi+\phi,\pi-\theta,j,m\rangle \tag{1.37}$$

La helicidad para partículas masivas es la proyección de j en la dirección de movimiento de la partícula. Por lo tanto, el eje z propio será:

$$\hat{z}_{propio} = U^{-1}[L_z(p/E)]U^{-1}[R(\phi,\theta,0)]\hat{z}_{lab} \tag{1.38}$$

Es decir, primero se rota al eje z del laboratorio para que sea paralelo a $\hat{p}$ y luego se lo lleva al sistema propio de la partícula, cuyo momento se halla en z tras la rotación. De esta manera, una partícula con helicidad definida se construye como:

$$|\vec{p},j,h\rangle = U[R(\phi,\theta,0)]U[L_z(p/E)]\left|p^0,j,h\right\rangle = U[\Omega_p]\left|p^0,j,h\right\rangle \tag{1.39}$$

Dado que la única diferencia entre los estados canónicos y los de helicidad es la orientación del eje en el sistema laboratorio, y ambos ejes se relacionan mediante la rotación $R(\phi,\theta,0)$ que caracteriza al momento $\vec{p}$, el cambio de base entre ambos estados proviene de la rotación:

$$|\vec{p},j,h\rangle = \sum_{m} D^{j}_{m,h}(\phi,\theta,0)\,|\vec{p},j,m\rangle \tag{1.40}$$

La helicidad es invariante ante rotaciones y ante boosts que relacionen dos momentos paralelos entre sí, por lo que:

$$U[R]|\vec{p},j,h\rangle = |R\vec{p},j,h\rangle \tag{1.41}$$

$$U[L(\vec{p}')]\,|\vec{p},j,h\rangle = |\vec{p}',j,h\rangle \tag{1.42}$$

Con $\vec{p}\cdot\vec{p}' = |\vec{p}||\vec{p}'|$.

En general, puede verse que la relación entre dos estados de helicidad con momento distinto es:

$$\begin{aligned}
|\Omega\vec{p},j,h'\rangle &= \sum_{h} U[\Omega]\,|\vec{p},j,h\rangle \\
U[\Omega_{p'}]\left|p^0,j,h'\right\rangle &= \sum_{h} U[\Omega]U[\Omega_p]\left|p^0,j,h\right\rangle \\
\left|p^0,j,h'\right\rangle &= \sum_{h} U^{-1}[\Omega_{p'}]U[\Omega]U[\Omega_p]\left|p^0,j,h\right\rangle
\end{aligned} \tag{1.43}$$

Por lo tanto, $U^{-1}[\Omega_{p'}]U[\Omega]U[\Omega_p]$ representa a una rotación R y puede escribirse que (dado que $\Omega p = \Omega\Omega_p p^0 = p'$):

$$\begin{aligned} \left|p^0, j, h\right\rangle &= \sum_{h'} D^J_{h'h}(R) \left|p^0, j, h'\right\rangle \\ U[\Omega]U[\Omega_p] \left|p^0, j, h\right\rangle &= \sum_{h'} D^J_{h'h}(R) U[\Omega]U[\Omega_p] \left|p^0, j, h'\right\rangle \end{aligned} \tag{1.44}$$

$$U[\Omega] \left|p, j, h\right\rangle = \sum_{h'} D^J_{h'h}(R) \left|p', j, h'\right\rangle \tag{1.45}$$

Para estados de helicidad con momentos genéricos, si Ω es un boost puro con una velocidad v en el eje z, mantiene a los momentos en el plano xz. Puede mostrarse que esto equivale a una rotación alrededor del eje y [19]. Esta rotación es en el ángulo w que conecta los dos ejes de helicidad definidos por $\vec{p}$ y $\vec{p'}$ para la partícula en su sistema propio. En ese caso, el estado de helicidad definida transforma como:

$$U[L_z(v)] \left|\vec{p}, j, h\right\rangle = \sum_{h'} d^j_{h',h}(w) \left|\vec{p'}, j, h'\right\rangle \tag{1.46}$$

Como se ve tanto en [18] como en [19], el ángulo w puede obtenerse como:

$$w = \frac{EE' - m^2 cosh\chi}{|\vec{p}||\vec{p'}|} \tag{1.47}$$

Donde $cosh(\chi) = \frac{1}{\sqrt{1-v^2}}$. Esta regla de transformación permite relacionar las helicidades de dos partículas con distinto momento y por lo tanto distinto eje de helicidad o las helicidades de la misma partícula medida en distintos sistemas de referencia. En este trabajo se utilizará la segunda interpretación.

Ante paridad, como el momento cambia de signo, la helicidad también cambia de signo

$$\begin{aligned} \Pi \left|\vec{p}, j, h\right\rangle &= \sum_m D^j_{m,h}(\phi, \theta, 0) \Pi \left|\vec{p}, j, m\right\rangle \\ \Pi \left|\vec{p}, j, h\right\rangle &= \sum_m D^j_{m,h}(\phi, \theta, 0) \eta \left|-\vec{p}, j, m\right\rangle \\ \Pi \left|\vec{p}, j, h\right\rangle &= \sum_m (-1)^{-j} D^j_{m,-h}(\pi + \phi, \pi - \theta, 0) \eta \left|-\vec{p}, j, m\right\rangle \\ \Pi \left|\vec{p}, j, h\right\rangle &= \eta(-1)^{-j} \left|-\vec{p}, j, -h\right\rangle \end{aligned} \tag{1.48}$$

1.4.2. Partículas no masivas

Para partículas no masivas no existe el sistema propio. Como se ve del vector Pauli-Lubanski, el único operador con sentido es el operador de helicidad

$$\hat{h} = \vec{j} \cdot \hat{p} \tag{1.49}$$

La helicidad se mide en el sistema de laboratorio, y da lugar a dos estados posibles: $|\vec{p}, j, j\rangle$ y $|\vec{p}, j, -j\rangle$. Las propiedades de los estados de helicidad se mantienen pero ya no existe un estado canónico posible. Es por esto que, para partículas no masivas, la división de J en L y S no tiene sentido.

Hasta aquí, se vio la diferencia entre helicidad y spin. ¿Dónde entra la quiralidad? Como se vio en la sección anterior, la quiralidad es una característica de las partículas no masivas consecuencia de la simetría $SU(L)$. En ese límite, la helicidad y la quiralidad tienen una base común de autoestados por lo que la quiralidad tiene el rol de polarización e impacta en distribuciones angulares directamente. Para partículas masivas, la quiralidad no es un grado de libertad físico. Sin embargo, como las interacciones son quirales, la relación entre helicidad y quiralidad marcará la preponderancia de ciertas componentes de helicidad y por lo tanto seguirá afectando, indirectamente, los distintos observables.

Una vez detallados los distintos estados posibles de una partícula, es necesario entender cómo agrupar esos estados monoparticulares.

1.4.3. Formalismo de Jacob y Wick

Al estudiar decaimientos o secciones eficaces, es útil obtener reglas de selección que permitan restringir los procesos posibles. Los elementos de matriz de scattering pueden descomponerse en elementos pertenecientes a distintas representaciones J-irreducibles. En esas representaciones, se conserva el J total del sistema y la proyección de dicho J en el eje z, M. Para obtener el momento angular total del sistema, es necesario acoplar las partículas hasta llegar a estados finales con J y M definidos. Es aquí que el formalismo de helicidad permite acoplar estados relativistas y obtener las reglas de selección necesarias [20]. Este formalismo acopla las partículas en el sistema centro de masa sabiendo que se puede luego ir a un sistema donde el $\vec{p}_{total}$ es no nulo mediante una transformación de Lorentz [18].

En resumen, se quiere:

$$\langle 1', 2', 3', ...| \, S \, |1, 2, 3, ...\rangle \rightarrow \sum_J \langle J, M, n_1', n_2', ...| \, S^J \, |J, M, n_1, n_2...\rangle \tag{1.50}$$

Con n_1, n_2,..., números cuánticos sobre los que aplicar reglas de selección y $|i\rangle$ un estado monoparticular con momento $\vec{p}$ definido.

Un estado monoparticular en reposo ya es un estado con J y M definido y a partir de ellos pueden acoplarse estados de dos y tres partículas. Por simplicidad, al utilizar este formalismo no se incluirá el color que puedan tener algunas partículas.

Dos partículas

A partir de los estados monoparticulares, se construyen estados de dos partículas con momento definido. En el sistema CM donde la partícula 1 tiene momento $\vec{p}$ con ángulos θ y ϕ (definidos mediante las convenciones usuales), se define el estado producto de dos partículas como:

$$
\begin{aligned}
|p,\theta,\phi,m_{z1},m_{z2}\rangle &= \frac{1}{4\pi}\sqrt{\frac{p}{E_{CM}}}U[L(\vec{p}/E_1)]\left|p_1^0,j_1,m_{z1}\right\rangle \otimes \\
&\quad U[L(-\vec{p}/E_2)]\left|p_2^0,j_2,m_{z2}\right\rangle \qquad (1.51)\\
|p,\theta,\phi,h_1,h_2\rangle &= \frac{1}{4\pi}\sqrt{\frac{p}{E_{CM}}}U[R(\phi,\theta,0)]U[L_z(p/E_1)]\left|p_1^0,j_1,h_1\right\rangle \otimes \\
&\quad U[R(\pi+\phi,\pi-\theta,0)]U[L_z(p/E_2)]\left|p_2^0,j_2,h_2\right\rangle \qquad (1.52)
\end{aligned}
$$

Donde el factor $\frac{1}{4\pi}\sqrt{\frac{p}{E_{CM}}}$ proviene de normalizar los estados.

En el caso de los estados canónicos, con m_{z1} y m_{z2}, se puede pasar del estado producto a un estado de energía E_{CM} con números cuánticos L y S, cada uno con proyecciones m_L y m_S en el eje z definido para el sistema de dos partículas:

$$
|p,\theta,\phi,S,m_S\rangle = \sum_{m_{z1},m_{z2}} (j_1,m_{z1},j_2,m_{z2}|S,m_s)\,|p,\theta,\phi,m_{z1},m_{z2}\rangle \qquad (1.53)
$$

Donde $(j_1,j_2,m_{z1},m_{z2}|S,m_s)$ son los coeficientes de Clebsch-Gordan que aparecen de acoplar los spines. Estos imponen ciertas restricciones sobre los valores de S y su proyección:

$$
\begin{aligned}
|j_1-j_2| < S < j_1+j_2 \\
m_{z1}+m_{z2}=m_s
\end{aligned} \qquad (1.54)
$$

Luego, se puede hacer un cambio de base, en el que la dependencia angular se transforma en una dependencia en el momento angular orbital. Esto se logra proyectando en la base de armónicos esféricos $Y^L_{m_L}(\Omega)$

$$
|p,L,m_L,S,m_S\rangle = \int d\Omega Y^L_{m_L}(\Omega)\,|p,\theta,\phi,S,m_S\rangle \qquad (1.55)
$$

El cambio de base restante busca escribir los estados posibles en función del momento angular total J y su proyección M en el eje z. Para estados con L y S definido, este se construye de forma análoga a la mecánica cuántica no relativista, acoplando los momentos y obteniendo:

$$
|p,J,M,L,S\rangle = \sum_{m_L,m_S} (L,m_L,S,m_S|J,M)\,|p,L,m_L,S,m_S\rangle \qquad (1.56)
$$

Con las siguientes restricciones:

$$
\begin{aligned}
|L-S| < J < L+S \\
m_L+m_S=M
\end{aligned} \qquad (1.57)
$$

Para el estudio de amplitudes de Scattering, J y M son las magnitudes conservadas y a partir de ellas pueden obtenerse restricciones sobre L y S. En particular, la paridad de estos estados es la usual:

$$\Pi \left|p, J, M, L, S\right\rangle = \eta_1 \eta_2 (-1)^L \left|p, J, M, L, S\right\rangle \tag{1.58}$$

Con η_i la paridad intrínseca de cada partícula. p no cambia de signo ya que se trata de su módulo (que puede reemplazarse por E_{CM} ya que da la misma información), habiéndose absorbido la dependencia angular en el momento orbital. Si las partículas son idénticas, se verifica que ante permutaciones:

$$\hat{P}_{1\rightleftarrows 2} \left|p, J, M, L, S\right\rangle = (-1)^{L+S-2j} \left|p, J, M, L, S\right\rangle \tag{1.59}$$

Por lo que $L+S$ debe ser un entero par (el factor $(-1)^{-2j}$ es el responsable de distinguir entre bosones y fermiones).

Para los estados de helicidad definida, la construcción del estado totalmente acoplado, escrito en función de J y M, se logra mediante las matrices de Wigner [20]:

$$\begin{aligned} \left|p, J, M, h_1, h_2\right\rangle &= N_J \int d\Omega D^{J*}_{M,h}(\phi, \theta, 0) R(\phi, \theta, 0) \left|p, 0, 0, h_1, h_2\right\rangle \\ \left|p, J, M, h_1, h_2\right\rangle &= N_J \int d\Omega D^{J*}_{M,h}(\phi, \theta, 0) \left|p, \theta, \phi, h_1, h_2\right\rangle \end{aligned} \tag{1.60}$$

Donde $h = h_1 - h_2$ es la helicidad relativa entre las dos partículas y $N_J = \frac{2J+1}{4\pi}$ es un factor de normalización. Dado que se integra sobre todos los ángulos posibles, J no está acotado superiormente, siendo la única restricción sobre J que $J > |h_1 - h_2|$.

Utilizando las definiciones, puede verse que la relación entre ambos estados con J y M definidos es:

$$\langle J', M', L, S | J, M, h_1, h_2\rangle = \delta_{J,J'} \delta_{M,M'} \sqrt{\frac{2L+1}{2J+1}} (L, 0, S, h | J, h)(j_1, h_1, j_2, -h_2 | S, h) \tag{1.61}$$

Para partículas idénticas, es necesario simetrizar o antisimetrizar el estado. En la base de helicidad se tiene que si se permutan las partículas 1 y 2 (de spin j):

$$\hat{P}_{1\rightleftarrows 2} \left|J, M, h_1, h_2\right\rangle = N_J \int d\Omega D^{J*}_{M,h}(\phi, \theta, 0)(-1)^{2j} \left|p, \pi - \theta, \pi + \phi, h_2, h_1\right\rangle \tag{1.62}$$

Por lo que, como $D^{J*}_{M,h}(\phi, \theta, 0) = (-1)^J D^{J*}_{M,-h}(\pi + \phi, \pi - \theta, 0)$:

$$\begin{aligned} \hat{P}_{1\rightleftarrows 2} \left|J, M, h_1, h_2\right\rangle &= N_J \int d\Omega (-1)^J D^{J*}_{M,-h}(\pi + \phi, \pi - \theta, 0)(-1)^{2j} \\ & \left|p, \pi - \theta, \pi + \phi, h_2, h_1\right\rangle = (-1)^{J+2j} \left|J, M, h_2, h_1\right\rangle \end{aligned} \tag{1.63}$$

Y se puede definir el estado totalmente simetrizado como:

$$\begin{aligned} \left|J, M, h_1, h_2\right\rangle_S &= b_s(h_1, h_2)(\left|J, M, h_1, h_2\right\rangle + (-1)^{-2j} \hat{P}_{1\rightleftarrows 2} \left|J, M, h_1, h_2\right\rangle) \\ &= b_s(h_1, h_2)(\left|J, M, h_1, h_2\right\rangle + (-1)^J \left|J, M, h_2, h_1\right\rangle) \end{aligned} \tag{1.64}$$

Donde b_s vale $\frac{1}{2}$ si las helicidades son iguales y $\frac{1}{\sqrt{2}}$ si son distintas. Se ve que el signo que diferencia a bosones y fermiones ya desapareció. Esta simetrización permite una demostración rápida del teorema de Yang [21, 22]. Para dos fotones que provienen de una resonancia con spin 1, $J = 1$ y $h_1 = h_2$ (ya que $h_1 = -h_2$ implica $J = 2$). Por lo tanto, esa transición esta prohibida. Para gluones, es necesario considerar el color por lo que el teorema de Yang puede evitarse en algunas situaciones [23].

Ante transformaciones de paridad, los estados de helicidad definida transforman como:

$$\begin{aligned}
\Pi\,|J,M,h_1,h_2\rangle &= N_J \int d\Omega D^{J*}_{M,h}(\phi,\theta,0)\Pi\,|p,\theta,\phi,h_1,h_2\rangle \\
\Pi\,|J,M,h_1,h_2\rangle &= N_J \int d\Omega D^{J*}_{M,h}(\phi,\theta,0)\eta_1\eta_2(-1)^{-j_1-j_2}\,|p,\pi-\theta,\pi-\phi,-h_1,-h_2\rangle \\
\Pi\,|J,M,h_1,h_2\rangle &= N_J \int d\Omega(-1)^J D^{J*}_{M,-h}(\pi+\phi,\pi-\theta,0))\eta_1\eta_2(-1)^{-j_1-j_2} \\
&\quad |p,\pi-\theta,\pi+\phi,-h_1,-h_2\rangle \\
\Pi\,|J,M,h_1,h_2\rangle &= \eta_1\eta_2(-1)^{J-j_1-j_2}\,|J,M,-h_1,-h_2\rangle
\end{aligned} \tag{1.65}$$

Como se ve, un estado totalmente acoplado armado a partir de estados de helicidad definida no es autoestado de paridad. Por lo tanto, si se quiere establecer reglas de selección en base a la paridad es necesario ser ingenioso. Una opción es utilizar la base LS para reescribir los estados y saber que los coeficientes de Clebsch-Gordan respetan que

$$(L,0,S,-h|J,-h) = C^{L,S;J}_{0,-h} = (-1)^{L+S-J}C^{L,S;J}_{0,h} \tag{1.66}$$

$$(j_1,-h_1,j_2,h_2|S,-h) = C^{j_1,j_2;S}_{-h_1,h_2} = (-1)^{j_1+j_2-S}C^{j_1,j_2;S}_{h_1,-h_2} \tag{1.67}$$

Por lo que:

$$\begin{aligned}
|J,M,-h_1,-h_2\rangle &= \sum_{L,S}\sqrt{\frac{2L+1}{2J+1}}C^{j_1,j_2;S}_{-h_1,h_2}C^{L,S;J}_{0,-h}\,|J,M,L,S\rangle \\
&= \sum_{L,S}(-1)^{j_1+j_2-S+L+S-J}\sqrt{\frac{2L+1}{2J+1}} \\
&\quad C^{j_1,j_2;S}_{h_1,-h_2}C^{L,S;J}_{0,h}\,|J,M,L,S\rangle
\end{aligned} \tag{1.68}$$

O, en definitiva, considerando 1.65:

$$\Pi\,|J,M,h_1,h_2\rangle = \eta_1\eta_2\sum_{L,S}(-1)^L\sqrt{\frac{2L+1}{2J+1}}C^{j_1,j_2;S}_{h_1,-h_2}C^{L,S;J}_{0,h}\,|J,M,L,S\rangle \tag{1.69}$$

Se ve que la base de helicidad no permite automáticamente obtener reglas de selección. Una opción es utilizar la base $L-S$. Otra opción es utilizar combinaciones lineales de

estados con helicidades definidas para obtener autoestados de paridad. Por ejemplo, $|\psi\rangle = a(|J, M, h_1, h_2\rangle \pm \eta_1\eta_2(-1)^{J-j_1-j_2}\,|J, M, -h_1, -h_2\rangle)$.

En los cálculos usuales, uno conoce la distribución angular de los momentos. Por lo tanto, debe descomponer esos estados en la base $J - M$, apareciendo factores que pueden anular ciertas contribuciones. Luego, utilizando estos estados puede buscar reglas de selección.

Por ejemplo, para fotones con helicidad ± 1, todos los estados J^P en la base de $|J, M, h_1, h_2\rangle_S$ son (sin considerar normalizaciones):

$$\begin{aligned}
0^{\pm} &: \quad |0, 0, ++\rangle \pm |0, 0, --\rangle && (1.70)\\
(2k)^{+} &: \quad |2k, M, ++\rangle + |2k, M, --\rangle\,, |2k, M, +-\rangle_S\,, |2k, M, -+\rangle_S && (1.71)\\
(2k)^{-} &: \quad |2k, M, ++\rangle - |2k, M, --\rangle && (1.72)\\
(2k+1)^{+} &: \quad |2k+1, M, +-\rangle_S\,, |2k+1, M, -+\rangle_S && (1.73)
\end{aligned}$$

Donde $k = 1, 2, ...$ Los estados con $J = 1$ están prohibidos así como todos los estados $(2k+1)^-$ pues para J impar los fotones no pueden tener la misma helicidad.

Cuando uno quiere descomponer estados de dos fotones donde ambos están en el eje z, sólo sobreviven aquellos estados con $J = |M| = 2$ y $J = M = 0$. Esto puede verse proyectando los estados de la ecuación 1.51 (simetrizados adecuadamente) con los estados de la ecuación 1.70

$$\begin{aligned}
& [\langle\theta = 0, \phi = 0, h_1, h_2| + \langle\theta = \pi, \phi = \pi, h_2, h_1|][|J, M, h_1, h_2\rangle + (-1)^J\,|J, M, h_2, h_1\rangle]\\
\propto\ & [D^{J*}_{M,h}(0, 0, 0) + (-1)^J D^{J*}_{M,-h}(\pi, \pi, 0)]\\
=\ & [1 + (-1)^J]\delta_{M,h} && (1.74)
\end{aligned}$$

Por lo tanto, para fotones en el eje z, si se considera un haz no polarizado sólo hay cuatro estados J^P posibles: $J^P = 0^{\pm}, 2^+$ donde el estado con $J = 2$ es 2-degenerado en paridad.

Finalmente, ante un boost que lleva al estado centro de masa con energía E_{CM} a un estado con momento total (P_{1-2}, Θ, Φ), el estado de helicidad de dos partículas transforma como:

$$\begin{aligned}
|P_{1-2}, J, M, h_1, h_2\rangle &= U[\Omega_{P_{1-2}}]\,|E_{CM}, J, M, h_1, h_2\rangle\\
|P_{1-2}, J, M, h_1, h_2\rangle &= U[\Omega_{P_{1-2}}]N_J \int d\Omega D^{J*}_{M,h}(\phi, \theta, 0)\,|p, \theta, \phi, h_1, h_2\rangle\\
|P_{1-2}, J, M, h_1, h_2\rangle &= N_J \int d\Omega D^{J*}_{M,h}(\phi, \theta, 0) U[\Omega_{P_{1-2}}]\frac{1}{4\pi}\sqrt{\frac{p}{E_{CM}}}\,|\vec{p}, j_1, h_1\rangle \otimes |-\vec{p}, j_2, h_2\rangle\\
&= N_J \int d\Omega D^{J*}_{M,h}(\phi, \theta, 0)\frac{1}{4\pi}\sqrt{\frac{p}{E_{CM}}}\sum_{h'_1 h'_2} d^{j_1}_{h'_1,h_1}(w_1) d^{j_2}_{h'_2,h_2}(w_2)(-1)^{-j_2}\\
&\quad \left|\vec{p'}_1, j_1, h'_1\right\rangle \otimes \left|\vec{p'}_2, j_2, h'_2\right\rangle && (1.75)
\end{aligned}$$

Si se conoce $\vec{P}_{1-2}$, se obtiene una forma explícita de $R(\Phi, \Theta, 0)$ y L_z (un boost puro) y pueden obtenerse $\vec{p'}_i = \Omega_i \vec{p}_i$ tales que $\vec{p'}_1 + \vec{p'}_2 = \vec{P}_{1-2}$. Debido a que las masas no son

necesariamente iguales, los boosts necesarios para cada partícula pueden ser distintos. El factor de $(-1)^{-j_2}$ aparece debido a ciertas discontinuidades en la definición de los boosts que transforman a estados en los polos norte y sur, como se ve en [18].

Tres partículas

Existen varias maneras de escribir un estado con J y M definido para tres partículas. Por ejemplo, y en analogía con lo que se hizo para dos partículas, puede seguirse el procedimiento de Berman y Jacob [24]. En ella, se plantea la orientación standard de las tres partículas en el sistema centro de masa. Debido a la simetría de rotación presente, puede transformarse la orientación standard en una orientación arbitraria mediante rotaciones con ángulos de Euler α, β, γ. A partir de esa orientación canónica, se construyen los estados de tres partículas (con la convención más moderna vista en [16, 17]) como:

$$|E_i, J, M, \mu, h_i\rangle = \frac{N_J}{2\pi} \int d\Omega D^{J*}_{M,\mu}(\alpha, \beta, \gamma) \, |E_i, \alpha, \beta, \gamma, h_i\rangle \tag{1.76}$$

E_i y h_i son las 3 energías y las 3 helicidades en el sistema centro de masa. Esta manera de agrupar es particularmente útil para estudios de polarización, utilizando μ, la proyección de J en el eje perpendicular al plano definido por las partículas. Sin embargo, no es el estado más general posible y no puede escribirse en función de estados de paridad definida con la misma facilidad.

La manera más general de construir estados de 3 partículas fue detallada por Wick en [18]. Allí, se introduce un esquema de construcción: primero, se utiliza un estado correspondiente al sistema de reposo de alguna, por ejemplo la partícula 3. Allí, se agrupa las dos partículas restantes siguiendo el formalismo de 2 partículas. Luego, se construye el estado de 3 partículas boosteando a este estado al sistema centro de masa y acoplándolo con la partícula 3. Integrando sobre todos los estados posibles a partir de rotaciones de un estado genérico, se obtiene el estado de 3 partículas con J y M definidos. Este esquema, llamado (12)3, es arbitrario en el orden de agrupamiento y pueden hallarse los coeficientes de reacoplamiento entre los estados construidos a partir de distintas elecciones de orden.

Así como el estado de dos partículas sobre el que se construye el estado $J-M$ es el estado con $\vec{p}_1$ en el eje z positivo, el estado de 3 partículas es aquel con $\vec{p}_3$ en el eje z negativo. Luego, se construirá el estado de tres partículas genérico como $|E_i, \phi, \theta, \psi, h_i\rangle$ donde los índices i indican que hay que considerar 3 energías y 3 helicidades y se integrará sobre los ángulos teniendo en cuenta las distintas matrices de acoplamiento.

Cuando se lleva al sistema centro de masa al sistema donde 3 está en reposo, las partículas 1 y 2 adquieren una energía total w que actúa de masa invariante de la partícula 1-2. Si se lo define de manera covariante, es indistinto donde se miden los momentos. Por lo tanto, una buena definición para w es:

$$w^2 = (p_1 + p_2)^2 \tag{1.77}$$

Otra manera es obtener el momento total del sistema en el nuevo sistema p_{1-2} y ver su energía. En el sistema donde 3 está en reposo, las helicidades de las partículas 1 y 2 no son necesariamente iguales a las del sistema de centro de masa (salvo el caso particular en que

alguna de las partículas sea paralela a $\vec{p}_3$). Escribiendo las nuevas helicidades como ν_1 y ν_2, el estado 1-2 se construye como:

$$|w, j, m, \nu_1, \nu_2\rangle = N_j \int d\Omega D^{j*}_{m,\nu}(\phi', \theta', 0)\, |p', \theta', \phi', \nu_1, \nu_2\rangle \tag{1.78}$$

Donde la notación primada indica que es todo medido en el sistema en que 3 está en reposo. En particular, dado que la partícula 3 estaba en el eje z, el sistema 1-2 tendrá un único ángulo $\theta' = \mu$ de manera que $D^{j*}_{m,\nu}(\phi', \theta', 0) = d^j_{m,\nu}(\mu)$.

Para volver al sistema centro de masa, es necesario aplicar un boost puro con velocidad $|\vec{p}_3|/w$ (ya que se quiere que la "partícula" de masa w adquiera momento $|\vec{p}_3|\hat{z}$). Entonces, aparecen dos matrices de Wigner evaluadas en el ángulo de rotación de cada eje de helicidad $d^{j_1}_{h_1,\nu_1}(\beta_1)$ y $d^{j_2}_{h_2,\nu_2}(\beta_2)$ y el factor $(-1)^{-j_2}$ tal como se detalla en la sección de 2 partículas.

$$\begin{aligned} |p_3, j, m, \nu_1, \nu_2\rangle &= (-1)^{-j_2} \int d(cos(\mu)) \sum_{h_1 h_2} d^{j_1}_{h_1,\nu_1}(\beta_1) d^{j_2}_{h_2,\nu_2}(\beta_2) d^j_{m\nu}(\mu) \\ & \quad |\vec{p}_1, j_1, h_1\rangle \otimes |\vec{p}_2, j_2, h_2\rangle \end{aligned} \tag{1.79}$$

Finalmente, se acopla al estado j, m con el estado j_3, h_3 como un sistema de dos partículas (apareciendo una matriz $D^{J*}_{m-h_3,M}(S)$ donde S es la rotación que coloca al estado con la orientación standard en un estado genérico, evaluada en los ángulos sobre los cuales se integra). Luego, se integra sobre todas las rotaciones posibles al estado con $\vec{p}_3 = -|\vec{p}_3|\hat{z}$. El estado final de 3 partículas puede entonces escribirse como:

$$\begin{aligned} |E_{CM}, J, M; w, j, m, \nu_1, \nu_2; h_3\rangle &= \frac{1}{4}\sqrt{\frac{|\vec{p}_3||\vec{p}_{12}|}{E_{CM} w}} N_J \int d\Omega_s D^{J*}_{M,m-h_3}(R(\Omega_s))\, |\vec{p}_{12}, j, m, \nu_1, \nu_2\rangle \otimes |\vec{p}_3, h_3\rangle \\ &= \frac{1}{4}\sqrt{\frac{|\vec{p}_3||\vec{p}_{12}|}{E_{CM} w}} N_J N_j (-1)^{-j_2} \int d(cos(\mu)) d^j_{m,\nu}(\mu) \\ & \quad \sum_{h_1 h_2} d^{j_1}_{h_1,\nu_1}(\beta_1) d^{j_2}_{h_2,\nu_2}(\beta_2) \int dU_s D^{J*}_{M,m-h_3}(R(\Omega_s)) \\ & \quad R(\Omega_s)\, |\vec{p}_1, h_1\rangle \otimes |\vec{p}_2, h_2\rangle \otimes ||\vec{p}_3|, \pi, 0, h_3\rangle \end{aligned} \tag{1.80}$$

Donde $\frac{1}{4}\sqrt{\frac{|\vec{p}_3||\vec{p}_{12}|}{E_{CM} w}} N_J N_j$ proviene de agrupar los estados de dos partículas 1-2 y (1-2)-3 en estados con un único momento y dos helicidades. Se ve que mientras h_3 se mide en el sistema centro de masa, ν_1 y ν_2 se miden en el sistema en que la partícula está en reposo. Los distintos ángulos pueden obtenerse por consideraciones cinemáticas, utilizando por ejemplo el método del triangulo detallado en [18, 19, 25]

$$cos(\beta_1) = \frac{E_1 E_1' - m_1^2 \frac{1}{\sqrt{1-(|\vec{p}_3|/E_3)^2}}}{|\vec{p}_1||\vec{p'}_1|} \tag{1.81}$$

$$cos(\beta_2) = \frac{E_2 E_2' - m_2^2 \frac{1}{\sqrt{1-(|\vec{p}_3|/E_3)^2}}}{|\vec{p}_2||\vec{p'}_2|} \tag{1.82}$$

$$\begin{aligned} cos(\mu) &= \frac{1}{4E_{CM} w |\vec{p}_3||\vec{p}_{1-2}|}((E_{CM}^2 - m_3^2)(m_1^2 - m_2^2) \\ &+ w^2(E_{CM}^2 + m_1^2 + m_2^2 + m_3^2 - w^2 - 2(p_2+p_3)^2)) \end{aligned} \tag{1.83}$$

El esquema de agrupamiento es arbitrario, y están calculados los coeficientes de reacoplamiento entre estados armados en distinto orden [17,18,25]. Sin embargo, estos estados ya forman una base completa y ortonormal por lo que, si no se requiere simetrizar el esquema de acoplamiento (como sucederá en este trabajo), no es necesario calcular los coeficientes de reacoplamiento. Estos estados no son autoestados de paridad. Describir el efecto de la paridad es más complejo que en el caso de dos partículas y no ilumina particularmente la física del problema. Otra opción es acoplar los estados utilizando la base $|J, M, wjmls, LS\rangle$, como se ve en [26].

1.4.4. Diferencias entre quiralidad y helicidad

Como se vio en la sección 1.1.1, los fermiones de spin 1/2 tienen dos polarizaciones expresadas por espinores. Estos espinores, u para partícula y v para antipartícula, respetan los productos internos y externos

$$\begin{aligned} \overline{u}_h(p) u_{h'}(p) &= \delta_{h,h'} 2m \\ \overline{v}_h(p) v_{h'}(p) &= \delta_{h,h'} 2m \\ \sum_h u_h(p)\overline{u}_h(p) &= \not{p} + m \\ \sum_h v_h(p)\overline{v}_h(p) &= \not{p} - m \end{aligned} \tag{1.84}$$

Con $h, h' = \pm 1$. Los espinores masivos tienen su polarización medida respecto a algún eje de polarización. Este se define en el sistema propio de cada partícula como $n = (0, \hat{n})$. Luego, se obtiene el vector de polarización con un boost de manera tal que $s = U[R(\phi, \theta, 0)]U[L_z(p/E)]n$. Este vector define dos proyectores P_+^s y P_-^s tales que:

$$P_\pm^s = \frac{1}{2}(1_{4x4} \pm \gamma^5 \not{s}) \tag{1.85}$$

Este proyector es el mismo para partículas y para antipartículas, ya que la polarización se define de la misma manera. En particular, si se elije $\hat{n} = \hat{p}$ (es decir que se mide en el sistema propio en la dirección del momento en el sistema donde el fermión tiene dicho momento), la polarización es la helicidad.

$$s = (\frac{|\vec{p}|}{m}, \hat{p}) \tag{1.86}$$

Sabiendo que:

$$\begin{aligned}
\overline{u}_h &= u_h^\dagger \gamma^0 = u_\dagger \frac{1}{2}(1_{4x4} + h(\gamma^5 \not{s})^\dagger)\gamma^0 = u^\dagger \gamma^0 \frac{1}{2}(1_{4x4} + h\gamma^5 \not{s}) = \overline{u} P_h^s \\
\overline{v}_h &= v_h^\dagger \gamma^0 = v^\dagger \frac{1}{2}(1_{4x4} + h(\gamma^5 \not{s})^\dagger)\gamma^0 = v^\dagger \gamma^0 \frac{1}{2}(1_{4x4} + h\gamma^5 \not{s}) = \overline{v} P_h^s
\end{aligned} \tag{1.87}$$

Se respeta el producto interno y se ve que el producto externo es:

$$\begin{aligned}
u_h(p)\overline{u}_h(p) &= \frac{1}{2}(1_{4x4} + h\gamma^5 \not{s})(\not{p} + m) \\
v_h(p)\overline{v}_h(p) &= \frac{1}{2}(1_{4x4} + h\gamma^5 \not{s})(\not{p} - m)
\end{aligned} \tag{1.88}$$

Se verifica que si se suma sobre ambas helicidades, se recupera el producto externo ya definido.

En el límite de masa 0, la definición del vector de polarización pierde sentido. Es entonces que se vuelve conveniente utilizar helicidad en vez de, por ejemplo, proyección en un eje z propio. Esto se debe, cuando la masa 0, el cuadrivector de helicidad sigue pudiendo definirse en el sistema donde la partícula se mueve, simplemente como $s = (0, \hat{p})$. En ese límite, la helicidad y la quiralidad son equivalentes.

La quiralidad, con autovalores $\lambda = \pm 1$, utilizada para construir el Modelo Estándar, define su acción en los espinores a través de sus proyectores:

$$P_\lambda = \frac{1}{2}(1_{4x4} + \lambda\gamma^5) \tag{1.89}$$

Siempre se denotará a la helicidad genérica con h y a la quiralidad genérica con λ. Para espinores sin masa, los autoestados de helicidad también son autoestados de quiralidad y para ellos se cumple que:

$$\begin{aligned}
u_\lambda &= P_\lambda u \\
\overline{u}_\lambda &= \overline{u} P_{-\lambda} \\
v_\lambda &= P_{-\lambda} v \\
\overline{v}_\lambda &= \overline{v} P_\lambda \\
u_\lambda(p)\overline{u}_\lambda(p) &= \frac{1}{2}(1_{4x4} + \lambda\gamma^5)\not{p} \\
v_\lambda(p)\overline{v}_\lambda(p) &= \frac{1}{2}(1_{4x4} - \lambda\gamma^5)\not{p}
\end{aligned} \tag{1.90}$$

El signo negativo para las antipartículas proviene del hecho de que para ellas la quiralidad y la helicidad tienen autovalores intercambiados. Para partículas sin masa, la quiralidad y la helicidad coinciden mientras que para antipartículas, los autovalores están intercambiados (cuando la quiralidad es ± 1 la helicidad es ∓ 1). Entonces, para partículas se utilizará la

letra R por Right cuando $\lambda = +1$ y la letra L por Left cuando $\lambda = -1$ mientras que para antipartículas, se utilizará la letra R por Right cuando $\lambda = -1$ y la letra L por Left cuando $\lambda = +1$. Por lo tanto, la matriz γ^5 es diagonal en la base de quiralidad/helicidad a masa 0 de manera tal que:

$$\begin{aligned} \gamma^5 u_{R/L} &= \pm u_{R/L} \\ \gamma^5 v_{R/L} &= \mp v_{R/L} \end{aligned} \tag{1.91}$$

La diferencia entre helicidad y quiralidad es significativa porque, para masa distinta de 0, dan lugar a estados distintos. Los espinores quirales son aquellos que aparecen en el lagrangiano, mientras que los espinores de helicidad definida son los espinores "físicos". Por lo tanto, si la masa es distinta de 0, la interpretación del lagrangiano debe tener en cuenta esta diferencia. Una manera fácil y sencilla de ver por qué los estados de quiralidad no son físicos a masa distinta de cero es escribir la ecuación de Dirac en el espacio de Fourier para un campo con cuadrimomento $p_\mu = (E, \vec{p})$ en la representación de Weyl. Allí, los espinores de quiralidad obedecen que:

$$\begin{aligned} (E - \vec{\sigma} \cdot \vec{p}) u_R(p_\mu) &= m u_L(p_\mu) \\ (E + \vec{\sigma} \cdot \vec{p}) u_L(p_\mu) &= m u_R(p_\mu) \\ (E + \vec{\sigma} \cdot \vec{p}) v_R(p_\mu) &= -m v_L(p_\mu) \\ (E - \vec{\sigma} \cdot \vec{p}) v_L(p_\mu) &= -m v_R(p_\mu) \end{aligned} \tag{1.92}$$

Se ve que las representaciones no son irreducibles si hay masa. Es decir, la dinámica mezcla las quiralidades.

Resolviendo la ecuación de Dirac para campos con helicidad definida, se obtiene una base del espacio de espinores:

$$u_+(p) = \begin{pmatrix} \sqrt{p \cdot \sigma} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \\ \sqrt{p \cdot \overline{\sigma}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix} \qquad u_-(p) = \begin{pmatrix} \sqrt{p \cdot \sigma} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \\ \sqrt{p \cdot \overline{\sigma}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \end{pmatrix} \tag{1.93}$$

$$v_+(p) = \begin{pmatrix} \sqrt{p \cdot \sigma} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} \\ -\sqrt{p \cdot \overline{\sigma}} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} \end{pmatrix} \qquad v_-(p) = \begin{pmatrix} \sqrt{p \cdot \sigma} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \\ -\sqrt{p \cdot \overline{\sigma}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \end{pmatrix} \tag{1.94}$$

Donde $\sigma_\mu = (1_{4x4}, \sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ es un vector compuesto por la identidad y las tres matrices de Pauli. En particular, para $\vec{p} = p\hat{z}$:

$$u_+(p) = \begin{pmatrix} \sqrt{E-p} \\ 0 \\ \sqrt{E+p} \\ 0 \end{pmatrix} \quad u_-(p) = \begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{E+p} \\ 0 \\ \sqrt{E-p} \end{pmatrix} \quad v_+(p) = \begin{pmatrix} \sqrt{E-p} \\ 0 \\ -\sqrt{E+p} \\ 0 \end{pmatrix} \quad v_-(p) = \begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{E+p} \\ 0 \\ -\sqrt{E-p} \end{pmatrix} \tag{1.95}$$

En la representación de Weyl, los espinores con quiralidad definida para $p > 0$ se obtienen tomando el límite de E=p y viendo qué espinor es autoestado de qué proyector:

$$u_R(p) = \sqrt{2E}\begin{pmatrix}0\\0\\1\\0\end{pmatrix} \quad u_L(p) = \sqrt{2E}\begin{pmatrix}0\\1\\0\\0\end{pmatrix} \quad v_R(p) = \sqrt{2E}\begin{pmatrix}0\\0\\-1\\0\end{pmatrix} \quad v_L(p) = \sqrt{2E}\begin{pmatrix}0\\1\\0\\0\end{pmatrix} \tag{1.96}$$

Por ejemplo, se ve que v_+ es autoestado de P_+ cuando tiene masa 0 por lo que da lugar a v_L. Si se toma $p < 0$ y $E = -p$, v_+ sigue transformándose en v_L pero el espinor es otro. Utilizando los productos externos e internos, e incluso formas explícitas de los espinores, puede simplificarse M e incluso realizar cálculos previos a obtener $|M|^2$. Sin embargo, a veces no alcanza por lo que existen métodos un poco más sofisticados para tratar directamente la amplitud. Uno de ellos es el método de Kleiss-Stirling.

Los proyectores de helicidad pueden escribirse en función de los proyectores de quiralidad como [27]:

$$\begin{aligned} P_h^s &= P_h^s(P_L + P_R) \\ &= P_L\frac{(1-h\not{p})}{2} + P_R\frac{(1+h\not{p})}{2} \end{aligned} \tag{1.97}$$

O, invirtiendo las relaciones:

$$P_R = P_+^s\frac{1-\not{p}}{2} + P_-^s\frac{1+\not{p}}{2} \tag{1.98}$$

$$P_L = P_+^s\frac{1+\not{p}}{2} + P_-^s\frac{1-\not{p}}{2} \tag{1.99}$$

La aparición de $\not{p}$ muestra que la masa diferencia entre los dos proyectores. En el límite de masa 0, $\not{p} = -\frac{\vec{p}}{|\vec{p}|}\vec{\gamma}$ y se verifica que:

$$P_R = P_+^s \tag{1.100}$$

$$P_L = P_-^s \tag{1.101}$$

La quiralidad, anclada en la descomposición del álgebra de Dirac en $(1/2, 0) \otimes (0, 1/2)$, es la propiedad utilizada en los vértices de interacción. La helicidad (o, más en general, la polarización), es una característica de las partículas físicas detectables en un calorímetro. Utilizar el lenguaje de la quiralidad es útil al intentar entender procesos, en particular para entender diferencias inducidas por términos de Dirac como por ejemplo γ^5, ya que pueden evitarse cálculos explícitos con espinores en determinada situación cinemática. Para estudiar con más detalle la quiralidad, una opción es utilizar el formalismo de Kleiss-Stirling.

Kleiss-Stirling

El formalismo de Kleiss-Stirling utiliza los espinores quirales, correspondientes a momentos no masivos, para hacer cálculos explícitos directamente en la amplitud $M = \langle f| S - 1 |i\rangle$. Al no tener que efectuar $|M|^2$ para luego hacer las cuentas, se reduce considerablemente la cantidad de cálculos necesarios y puede hacerse más eficiente la implementación computacional del cálculo de los distintos observables. En este trabajo no se harán cálculos explícitos con Kleiss-Stirling sino que se utilizará el formalismo para estudiar el comportamiento de M ante ciertos factores. La técnica de Kleiss-Stirling define todo a partir de un espacio proyectivo generado por un momento k_0 tipo luz. Para ese momento, asigna un espinor quiral $u_L(k_0)$ que puede representar tanto a una partícula Left como una antipartícula Right, de manera tal que:

$$u_L(k_0)\overline{u}_L(k_0) = P_L \not{k}_0 \tag{1.102}$$

A partir de este espinor, y con un momento auxiliar k_1 que cumpla que $k_1^2 = -1$ y que $k_0 \cdot k_1 \neq 0$, puede definirse el espinor $u_R(k_0)$ como:

$$u_R(k_0) = \not{k}_1 u_L(k_0) \tag{1.103}$$

Puede comprobarse que este espinor cumple que:

$$u_R(k_0)\overline{u}_R(k_0) = P_R \not{k}_0 \tag{1.104}$$

A partir de estos dos espinores, pueden definirse espinores quirales para cualquier momento tipo luz p que no sea proporcional a k_0 como:

$$u_\lambda(p) = \frac{\not{p}}{\sqrt{2p \cdot k_0}} u_{-\lambda}(k_0) \tag{1.105}$$

Estos espinores, obtenidos a partir de una base y dos momentos auxiliares k_0 y k_1 cumplen que $\gamma^5 u_\lambda(p) = \lambda u_\lambda(p)$ tienen un producto definido. Ese producto puede utilizarse para calcular explícitamente M.

$$\begin{aligned}
\overline{u}_R(p_1)u_L(p_2) &= s(p_1,p_2) = -s(p_2,p_1) \\
\overline{u}_L(p_1)u_R(p_2) &= t(p_1,p_2) = [s(p_2,p_1)]^* \\
\overline{u}_R(p_1)u_R(p_2) &= \overline{u}_L(p_1)u_L(p_2) = 0 \\
s(p_1,p_2)t(p_2,p_1) &= 2p_1.p_2 \\
s(p_1,p_2) &= \frac{1}{\sqrt{4(p_1\cdot k_0)(p_2\cdot k_0)}}((p_1\cdot k_0)(p_2\cdot k_1)) + (p_2\cdot k_0)(p_1\cdot k_1) - i\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}k_0^\mu k_1^\nu p_1^\rho p_2^\sigma)
\end{aligned} \tag{1.106}$$

Estos espinores quirales son la piedra basal del formalismo. Expresando todos los objetos en función de ellos, puede simplificarse M y, de ser necesario, realizar cálculos explícitos previo a utilizar $|M|^2$.

Los espinores masivos de helicidad definida tienen un cuadrimomento q tal que $q^2 = m^2$ y un vector de polarización $s = U[R(\phi,\theta,0)]U[L_z(q/\sqrt{q^2+m^2})](0,0,0,1)$. A partir de estos dos vectores, pueden definirse dos cuadrimomentos q_1 y q_2 tales que:

$$\begin{aligned} q &= q_1 + q_2 \\ s &= \frac{q_1 - q_2}{m} \\ q_1^2 &= q_2^2 = 0 \end{aligned} \tag{1.107}$$

Estos cuadrimomentos dan lugar a espinores quirales, por lo que pueden utilizarse para descomponer a los espinores masivos en una base de espinores quirales:

$$\begin{aligned} u_+(q) &= u_L(q_2) + \frac{s(q_1,q_2)}{m} u_R(q_1) \\ u_-(q) &= u_R(q_2) + \frac{t(q_1,q_2)}{m} u_L(q_1) \\ v_-(q) &= -u_L(q_2) + \frac{s(q_1,q_2)}{m} u_R(q_1) \\ v_+(q) &= -u_R(q_2) + \frac{t(q_1,q_2)}{m} u_L(q_1) \end{aligned} \tag{1.108}$$

Puede constatarse que los espinores cumplen los productos externos. A diferencia de [28], la convención adoptada para las antipartículas es $v_h \overline{v}_h = P_h^s(\not{q} - m)$ por lo que el $v_+(q)$ utilizado en este trabajo es el $v_-(q)$ utilizado por Kleiss-Stirling. Esto agrega a lo sumo una fase compleja que no altera los observables. Los factores $\frac{s/t}{m}$ representan una fase compleja entre los dos espinores (recordando que $|s(q_1,q_2)|^2 = |t(q_1,q_2)|^2 = 2q_1 \cdot q_2 = q^2 = m^2$). Se ve entonces explícitamente que la presencia de masa causa que los estados quirales y los estados de helicidad definida no sean equivalentes y aparezcan fases complejas.

Otro elemento a tener en cuenta es la presencia de polarizaciones de bosones de gauge no masivos. Si un bosón tiene momento $p_1^2 = 0$, tiene dos cuadrivectores vectores de polarización $\epsilon_\lambda^\mu(p_1)$ que cumplen que:

$$\begin{aligned} \epsilon_\lambda(p_1) \cdot p_1 &= 0 \\ \epsilon_{-\lambda}^\mu &= \epsilon_\lambda^{\mu *} \\ \epsilon_\lambda(p_1) \cdot \epsilon_{-\lambda}(p_1) &= -1 \\ \epsilon_\lambda(p_1) \cdot \epsilon_\lambda(p_1) &= 0 \end{aligned} \tag{1.109}$$

Utilizando un momento auxiliar p_2 tipo luz no colineal con p_1 ($p_2 \cdot p_1 \neq 0$), puede escribirse a los vectores de polarización en función de los espinores quirales:

$$\epsilon_\lambda^\mu(p_1) = \frac{1}{\sqrt{4p_1p_2}} \overline{u}_\lambda(p_1) \gamma^\mu u_\lambda(p_2) \tag{1.110}$$

ϵ sigue siendo un escalar de Dirac y puede verificarse que:

$$\sum_\lambda \epsilon_\lambda^\mu(p_1) \epsilon_{-\lambda}^\nu(p_1) = -g^{\mu\nu} + \frac{p_1^\mu p_2^\nu + p_1^\nu p_2^\mu}{p_1 \cdot p_2} \tag{1.111}$$

Con esto y con la identidad de Chisholm pueden eliminarse las matrices γ^μ de las amplitudes:

$$(\overline{u}_\lambda(p_1)\gamma^\nu u_\lambda(p_2))\gamma_\nu = 2(u_\lambda(p_2)\overline{u}_\lambda(p_1) + u_{-\lambda}(p_1)\overline{u}_{-\lambda}(p_2)) \tag{1.112}$$

Se ve que el efecto de la matriz γ_ν se preserva en el reemplazo: conecta espinores con quiralidades iguales. Dado que $\overline{u}_\lambda(p_1)\gamma^\nu u_\lambda(p_2)$ es un escalar de Dirac, puede moverse a lo largo de la amplitud para poder aplicar esta identidad. γ_ν permanece en su lugar conectando espinores de quiralidades iguales. Con estas herramientas, puede escribirse una amplitud en función de espinores quirales y observar diferencias introducidas por el cambio de paridad entre escalar y pseudoescalar. De ser necesario (y lo suficientemente simple), puede incluso realizarse el cálculo explícito a nivel de la amplitud. Con estas herramientas, se estudiará la diferencia entre un escalar y un pseudoescalar en distintos contextos.

Capítulo 2

Decaimiento del bosón en dos fermiones

Si se quiere estudiar el efecto de cambiar la paridad del Higgs, pasando de escalar a pseudoescalar, un buen lugar para empezar es en un proceso simple: el decaimiento de un bosón de spin-0 a un fermión y su antipartícula $h/A \to \overline{f}f$. Para estudiar el decaimiento se utilizan las interacciones vistas en las secciones 1.1.4 y 1.2.1. Para un bosón escalar, el lagrangiano mínimo de interacción CP invariante es:

$$\mathcal{L}_+(x) = y_f \overline{\psi}(x)\psi(x)h(x) \tag{2.1}$$

Mientras que para un pseudoescalar es:

$$\mathcal{L}_-(x) = y_f \overline{\psi}(x)\gamma^5\psi(x)A(x) \tag{2.2}$$

Donde $\overline{\psi}(x)\psi(x)$ y $\overline{\psi}(x)\gamma^5\psi(x)$ son bilineales formados por campos fermiónicos que transforman como escalar y pseudoescalar respectivamente. Para el Modelo Estándar, $y_f = \frac{m_f}{v}$. Se asume que h y A acoplan de la misma manera a los campos fermiónicos para estudiar efectos puramente cinemáticos. De la misma manera, se evita utilizar explícitamente el valor de y_f para aislar los efectos dependientes de la masa relacionados con el cambio de paridad entre h y A.

2.1. Reglas de selección

Previo a realizar cálculos explícitos, pueden obtenerse reglas de selección mediante el formalismo de Jacob y Wick. En el sistema de referencia solidario al bosón que decae, el estado inicial es

$$|i\rangle = \left|p_i^0, J, M\right\rangle_\pm = |m_h, J, M\rangle = |J=0, M=0\rangle_\pm \tag{2.3}$$

Donde se ignora el índice de energía porque está determinada y no hay dependencia angular. El subíndice $\pm$ índica la paridad intrínseca del bosón. Se asume que el pseudoescalar y el escalar tienen la misma masa m_h debido a que se quiere estudiar los efectos inducidos únicamente por la paridad. Esquemáticamente, el estado final es:

$$|f\rangle = |\vec{p_f}, j_f, h_f\rangle \otimes \left|-\vec{p_{\overline{f}}}, j_{\overline{f}}, h_{\overline{f}}\right\rangle \tag{2.4}$$

Donde h_i es la helicidad de la partícula i. El método de [20] acopla las dos partículas finales en un único estado:

$$|f\rangle = 4\pi\sqrt{\frac{E_{total}}{|\vec{p_f}|}}\,\left||\vec{p}|,\theta,\phi,h_f,h_{\overline{f}}\right\rangle \tag{2.5}$$

Utilizando la conservación del cuadrimomento total

$$\begin{aligned} E_{total} &= m_h \\ |\vec{p_f}| &= \frac{m_h}{2}\sqrt{1-\frac{4m_f^2}{m_h^2}} \equiv \frac{m_h}{2}\beta_h \end{aligned} \tag{2.6}$$

Una vez impuesto, no es necesario retener la etiqueta $|\vec{p}|$ en el estado. Finalmente, se escribe a los estados $\left|\theta,\phi,h_f,h_{\overline{f}}\right\rangle$ en función de los estados $|J,M,h_1,h_2\rangle$ obteniéndose

$$\left|\theta,\phi,h_f,h_{\overline{f}}\right\rangle = \sum_{J,M} N_J D^J_{M,h}(\phi,\theta,0)\left|J,M,h_f,h_{\overline{f}}\right\rangle \tag{2.7}$$

Con $h = h_f - h_{\overline{f}}$ y $N_J = \sqrt{\frac{2J+1}{4\pi}}$. Se separa entonces la dependencia angular del elemento de matriz a calcular, que ahora depende únicamente de las helicidades y los momentos angulares (además de los números cuánticos de los fermiones como su masa y su spin). El elemento de matriz relevante es entonces

$$\langle f|\,M_\pm\,|i\rangle = N_0 D^{0*}_{0,h}(\phi,\theta,0)4\pi\sqrt{\frac{2}{\beta_h}}\left\langle 0,0,h_f,h_{\overline{f}}\right|M_\pm\left|0,0\right\rangle_\pm \tag{2.8}$$

Por conservación, $J = M = 0$. Entonces la matriz de Wigner índica que $h = 0$. Por lo tanto, los únicos elementos de matriz no nulos son aquellos que involucran a fermiones de igual helicidad. Cinemáticamente, se puede definir al eje z como el sentido de movimiento del fermión. En ese caso, y como el antifermión se mueve en dirección -z, los spines en z del fermión y el antifermión son opuestos. Para obtener reglas de selección es útil traducir los estados de $\left|J,M,h_f,h_{\overline{f}}\right\rangle$ a una base de autoestados de paridad. Una elección posible es la base de $|JMLS\rangle$ ya que, como se ve en la sección 1.4.3:

$$\Pi\,|JMLS\rangle = \eta_f\eta_{\overline{f}}(-1)^L\,|JMLS\rangle \tag{2.9}$$

Donde η es la paridad intrínseca (para fermión-antifermión se tiene que $\eta_f\eta_{\overline{f}} = -1$). Se recuerda que la relación entre ambos estados es

$$\left|J,M,h_f,h_{\overline{f}}\right\rangle = \sum_{L,S}\frac{2L+1}{2J+1}(L,0,S,0|J,h)(j_f,h_f,j_{\overline{f}},h_{\overline{f}}|S,h)\,|J,M,L,S\rangle \tag{2.10}$$

Donde $(L,0,S,0|J,h)$ y $(j_f,h_f,j_{\overline{f}},h_{\overline{f}}|S,h)$ son coeficientes de Clebsch-Gordan. Al tener dos fermiones de spin 1/2,$(1/2,h_f,1/2,h_f|S,0)$ impone que $S = 0,1$. Sabiendo que $h_{\overline{f}} = h_f$, $(L,0,S,0|0,0)$ impone que $L = S$. Reescribiendo $\langle 0,0,h_f,h_f|\,M_\pm\,|0,0\rangle_\pm$ se tiene que:

$$\langle 0,0,h_f,h_f|\,M_\pm\,|0,0\rangle_\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(\langle 0,0,1,1|\,M_\pm\,|0,0\rangle_\pm + (1-2\delta_{h_f,-\frac{1}{2}})\,\langle 0,0,0,0|\,M_\pm\,|0,0\rangle_\pm) \tag{2.11}$$

Dado que la paridad se conserva, se ve que:

$$\begin{aligned}
\langle 0,0,L,S|\, M_\pm \,|0,0\rangle_\pm &= \langle 0,0,L,S|\, \Pi^{-1} M_\pm \Pi \,|0,0\rangle_\pm \\
\langle 0,0,L,S|\, M_\pm \,|0,0\rangle_\pm &= \frac{\eta_\pm}{\eta_f \eta_{\overline{f}}}(-1)^{-L} \langle 0,0,L,S|\, M_\pm \,|0,0\rangle_\pm \\
\langle 0,0,L,S|\, M_\pm \,|0,0\rangle_\pm &= \pm(-1)^{L+1} \langle 0,0,L,S|\, M_\pm \,|0,0\rangle_\pm
\end{aligned} \tag{2.12}$$

Por lo tanto, el escalar sólo puede decaer a un estado con $L = S = 1$ para compensar el cambio de paridades intrínsecas. El pseudoescalar tiene la misma paridad intrínseca que el par fermión antifermión por lo que decae a un estado con $L = S = 0$.

Escribiendo los estados $|0,0,L,S\rangle$ en función de los $|0,0,h_f,h_f\rangle$ (invirtiendo la ecuación 2.11) se ve que el escalar sólo puede decaer al estado

$$|f\rangle_+ = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\left|0,0,\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right\rangle + \left|0,0,-\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right\rangle\right) \tag{2.13}$$

Mientras que el pseudoescalar sólo puede decaer al estado

$$|f\rangle_- = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\left|0,0,\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right\rangle - \left|0,0,-\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right\rangle\right) \tag{2.14}$$

.

¿Qué implica que el fermión y el antifermión acoplen a distinto L para distinta paridad inicial? La diferencia entre escalar y pseudoescalar se halla, en el marco de QFT, en el elemento de matriz $\langle f|M_\pm|i\rangle$ que selecciona distintos elementos en la descomposición en la base $|J,M,L,S\rangle$. Al estar codificada en el elemento de matriz, es díficil aislar la diferencia entre $L = 0$ y $L = 1$, donde uno podría utilizar argumentos de Mecánica Cuántica para justificar que mayor L da lugar a un elemento de matriz de menor módulo y, por ende, un proceso menos probable.

Si uno piensa en el estado de dos partículas no relativistas, podría enfrentar el problema desde la perspectiva de QM. En ese caso, para el problema reducido se tiene que, debido a la barrera centrífuga, a mayor momento angular L (y a energía fija) el momento radial es menor. Pensando que el momento radial marca el espacio de fase disponible, a mayor L habrá menor espacio de fase disponible y por ende habrá menor tasa de decaimiento. Este argumento, aunque heurístico, permite entender porqué la diferencia en momento angular explica que $\Gamma_- > \Gamma_+$.

2.2. Cálculo explícito

Para evaluar el elemento de matriz es necesario escribir explícitamente los distintos elementos. Como se ve en la sección 1.4.3, definiendo al campo fermiónico en función de operadores de creación y destrucción se tiene que:

$$\begin{aligned}
\psi(x) &= \sum_s \int \frac{d^3q}{(2\pi)^{3/2}} (u^s(q) a_q^s e^{-iq.x} + v^s(q) b_q^{s\dagger} e^{iq.x}) \\
\overline{\psi}(x) &= \sum_r \int \frac{d^3k}{(2\pi)^{3/2}} (\overline{u}^r(k) a_k^{r\dagger} e^{ik.x} + \overline{v}^r(k) b_k^r e^{-ik.x})
\end{aligned} \tag{2.15}$$

a_q^s y b_q^s son los operadores de creación de partícula y antipartícula respectivamente (con helicidad s y momento $\vec{q}$) mientras que u y v son las polarizaciones que llevan los índices de Dirac. Para el campo bosónico de carga eléctrica nula puede definirse un único operador $c_p^{\pm}$ (donde $\pm$ no indica helicidad sino que indica paridad) de forma tal que

$$\begin{aligned} h(x) &= \int \frac{d^3p}{(2\pi)^{3/2}}(c_p^+ e^{-ip.x} + c_p^{+\dagger} e^{ip.x}) \\ A(x) &= \int \frac{d^3p}{(2\pi)^{3/2}}(c_p^- e^{-ip.x} + c_p^{-\dagger} e^{ip.x}) \end{aligned} \tag{2.16}$$

A partir de estos operadores puede escribirse a los estados como operadores de creación y destrucción aplicados al vacío $|0\rangle$, recordando que

$$a\,|0\rangle = b\,|0\rangle = c\,|0\rangle = \langle 0|\,a^\dagger = \langle 0|\,b^\dagger = \langle 0|\,c^\dagger = 0 \tag{2.17}$$

El estado inicial es $|i\rangle = c_{p_i}^{\pm\dagger}\,|0\rangle$ y el final es $\langle f| = \langle f|\,a_{p_f}^{h_f} b_{p_{\overline{f}}}^{h_{\overline{f}}}$.

Recordando la definición de matriz de scattering, a primer orden se debe calcular:

$$\int d^4x\,\langle f|\,\overline{\psi}(x)U_\pm\psi(x)h/A(x)\,|i\rangle \tag{2.18}$$

Con $U_+ = 1_{4x4}$ la matriz identidad de $4x4$ y $U_- = \gamma^5$. Distribuyendo el producto de operadores, existen 8 cadenas de operadores posibles de las cuales, utilizando las relaciones de conmutación entre campos de distinta especie y de conmutación y anticonmutación para campos bosónicos y fermiónicos sólo sobrevive:

$$\langle 0|\,a_{p_f}^{h_f} b_{p_{\overline{f}}}^{h_{\overline{f}}} a_k^{r\dagger} b_q^{s\dagger} c_q^{\pm} c_{p_i}^{\pm\dagger}\,|0\rangle = \langle 0|0\rangle\,\delta_{r,h_f}\delta_{s,h_{\overline{f}}}\delta^4(k-p_f)\delta^4(q-p_{\overline{f}})\delta^4(p-p_i)(2\pi)^{9/2} \tag{2.19}$$

Se tiene entonces que:

$$\begin{aligned} \int d^4x\,\langle f|\,y_f\overline{\psi}(x)U_\pm\psi(x)h/A(x)\,|i\rangle &= \int d^4x y_f e^{i(p_f+p_{\overline{f}}-p_i)}\overline{u}^{h_f}(p_f)U_\pm v^{h_{\overline{f}}}(p_{\overline{f}})\,\langle 0|0\rangle \\ &= y_f\overline{u}^{h_f}(p_f)U_\pm v^{h_{\overline{f}}}(p_{\overline{f}})\,\langle 0|0\rangle\,\delta^4(p_f+p_{\overline{f}}-p_i) \end{aligned} \tag{2.20}$$

Imponiendo las condiciones cinemáticas de conservación:

$$\langle f|\,M^\pm\,|i\rangle = y_f\overline{u}^{h_f}(p_f)U_\pm v^{h_{\overline{f}}}(p_{\overline{f}}) \tag{2.21}$$

Con $\vec{p_{\overline{f}}} = -\vec{p_f}$ y $E_f = E_{\overline{f}}$.

Existen diversas maneras de calcular este elemento de matriz y se detallan 3 en las siguientes subsecciones.

2.2.1. Método de traza

La manera más canónica es calcular el módulo del elemento de matriz al cuadrado y utilizar que

$$\begin{aligned} u^{h_f}(p_f)\overline{u}^{h_f}(p_f) &= \frac{1_{4x4} + h_f\gamma^5 \not{s}_f}{2}(\not{p}_f + m_f) \\ v^{h_{\overline{f}}}(p_{\overline{f}})\overline{v}^{h_{\overline{f}}}(p_{\overline{f}}) &= \frac{1_{4x4} + h_{\overline{f}}\gamma^5 \not{s}_{\overline{f}}}{2}(\not{p}_{\overline{f}} - m_f) \end{aligned} \tag{2.22}$$

Con $s_f^\mu = (\frac{m_h}{2m_f\beta_h}, 0, 0, \frac{m_h}{2m_f})$ el vector de polarización del fermión y con $s_{\overline{f}}^\mu = (\frac{m_h}{2m_f\beta_h}, 0, 0, -\frac{m_h}{2m_f})$ el vector de polarización del antifermión. Estos cuadrivectores están definidos con la convención de helicidad de la sección 1.4.1 que da lugar a los proyectores detallados en la sección 1.4.4. Esto reduce el problema a calcular dos trazas:

$$\begin{aligned} |M^+_{h_f,h_{\overline{f}}}|^2 &= \frac{y_f^2}{4}Tr((1 + h_f\gamma^5\not{s}_f)(\not{p}_f + m_f)(1 + h_{\overline{f}}\gamma^5\not{s}_{\overline{f}})(\not{p}_{\overline{f}} - m_f)) \\ |M^-_{h_f,h_{\overline{f}}}|^2 &= \frac{-y_f^2}{4}Tr((1 + h_f\gamma^5\not{s}_f)(\not{p}_f + m_f)\gamma^5(1 + h_{\overline{f}}\gamma^5\not{s}_{\overline{f}})(\not{p}_{\overline{f}} - m_f)) \end{aligned} \tag{2.23}$$

Utilizando las propiedades de las matrices de Dirac se tiene que:

$$\begin{aligned} |M^+_{h_f,h_{\overline{f}}}|^2 &= \frac{y_f^2 m_h^2}{2}(h_f h_{\overline{f}} + 1)\beta_h^2 \\ |M^-_{h_f,h_{\overline{f}}}|^2 &= \frac{y_f^2 m_h^2}{2}(h_f h_{\overline{f}} + 1) \end{aligned} \tag{2.24}$$

Se confirma que $h_f = h_{\overline{f}}$ para que el elemento de matriz sea no nulo. Como el espacio de fases es el mismo para ambas paridades, se ve de aquí que el escalar es más estable que el pseudoescalar si el fermión tiene masa. Sumando sobre todas las helicidades de los fermiones, se obtiene que $|M^+|^2 = \beta_h^2|M^-|^2 = 2y_f^2 m_h^2\beta_h^2$. Reemplazando a y_f por $\frac{m_f}{v}$, se recupera el Γ del Modelo Estándar.

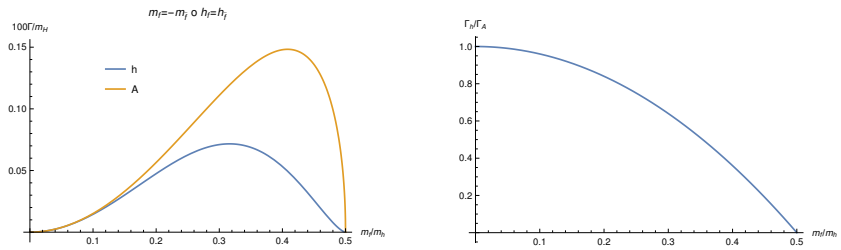
Cuando no tiene masa, $\beta_h = 1$ y ambos casos son iguales. Puede verse desde el lagrangiano, donde las corrientes de quiralidad LR y RL ven su fase relativa alterada al cambiar la paridad del bosón.

$$\mathcal{L}_+(x) = y_f(\overline{f}_L f_R + \overline{f}_R f_L)h \tag{2.25}$$

$$\mathcal{L}_-(x) = y_f(\overline{f}_L f_R - \overline{f}_R f_L)A \tag{2.26}$$

A masa 0, como quiralidad y helicidad son lo mismo, esto se traduce en una fase relativa entre el estado (1/2,1/2) y el estado (-1/2,-1/2). Al utilizar el módulo cuadrado se pierde esa información y, a masa 0, no se distingue entre escalar y pseudoescalar ya que el estado final es un estado quiral. Cuando la masa es distinta de cero, los estados de helicidad definida no coinciden con los estados quirales, por lo que el signo relativo aparece dentro del elemento mismo de matriz $M_\pm$ y el módulo cuadrado es sensible a esta fase derivada de la paridad intrínseca del bosón.

En la figura 2.1 puede comprobarse el argumento cualitativo de la sección previa: el escalar es más estable que el pseudoescalar a momento bajo (o masa fermiónica no despreciable).



(a) (b)

Figura 2.1: (a)Decaimiento de h y A en función de la masa de los fermiones (para $y_f = \frac{m_f}{v}$) donde m_i es la proyección del spin en el eje z de la partícula i y h_i es la helicidad de la partícula i. (b)Comparación entre decaimientos.

2.2.2. Producto con espinores explícitos

Para ver los efectos del cambio de paridad de manera más clara, es posible recurrir a otros métodos. La manera más directa es utilizar espinores explícitos. En particular, se puede utilizar la base (en la representación de Weyl) de espinores con momento en z y helicidad definida tal como se detalla en la sección 1.4.4:

$$u_+(p_f) = \begin{pmatrix} \sqrt{E_f - |\vec{p_f}|} \\ 0 \\ \sqrt{E_f + |\vec{p_f}|} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{m_h}{2}(1-\beta_h)} \\ 0 \\ \sqrt{\frac{m_h}{2}(1+\beta_h)} \\ 0 \end{pmatrix} \tag{2.27}$$

$$u_-(p_f) = \begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{E_f + |\vec{p_f}|} \\ 0 \\ \sqrt{E_f - |\vec{p_f}|} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{\frac{m_h}{2}(1+\beta_h)} \\ 0 \\ \sqrt{\frac{m_h}{2}(1-\beta_h)} \end{pmatrix} \tag{2.28}$$

$$v_+(p_{\bar{f}}) = \begin{pmatrix} -\sqrt{E_{\bar{f}} + |\vec{p_{\bar{f}}}|} \\ 0 \\ \sqrt{E_{\bar{f}} - |\vec{p_{\bar{f}}}|} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sqrt{\frac{m_h}{2}(1+\beta_h)} \\ 0 \\ \sqrt{\frac{m_h}{2}(1-\beta_h)} \\ 0 \end{pmatrix} \tag{2.29}$$

$$v_-(p_{\bar{f}}) = \begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{E_{\bar{f}} - |\vec{p_{\bar{f}}}|} \\ 0 \\ -\sqrt{E_{\bar{f}} + |\vec{p_{\bar{f}}}|} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{\frac{m_h}{2}(1-\beta_h)} \\ 0 \\ -\sqrt{\frac{m_h}{2}(1+\beta_h)} \end{pmatrix} \tag{2.30}$$

Utilizando estos espinores puede calcularse explícitamente el elemento de matriz $M^{\pm}_{h_f,h_{\bar{f}}}$:

$$M^+_{++} = M^+_{--} = -y_f m_h \beta_h \tag{2.31}$$
$$M^+_{+-} = M^+_{-+} = 0 \tag{2.32}$$
$$M^-_{++} = -M^-_{--} = y_f m_h \tag{2.33}$$
$$M^-_{+-} = M^-_{-+} = 0 \tag{2.34}$$

De este cálculo se puede ver que la fase relativa entre los estados (1/2,1/2) y (-1/2,-1/2) es diferente según la paridad del bosón. Si uno considera los estados $JMLS$ tiene que:

$$\begin{aligned}\langle J=0, M=0, L, S| \, M^{\pm} \, |0,0\rangle &= N_0 \sum_{h_f, h_{\overline{f}}} \int d\Omega Y_0^{L*}(\Omega)(L,0,S,0|0,0) \\ &\quad (j_f, h_f, j_{\overline{f}}, -h_{\overline{f}}|S,0) \left\langle \Omega, h_f, h_{\overline{f}} \right| M^{\pm} \, |0,0\rangle \end{aligned} \tag{2.35}$$

Donde $(L,0,S,0)$ y $(j_f, h_f, j_{\overline{f}}, -h_{\overline{f}}|S,0)$ son coeficientes de Clebsch-Gordan. En particular, $(L,0,S,0) = \frac{1}{\sqrt{2L+1}}$. Sabiendo que el elemento de matriz no depende de los ángulos del momento del fermión en el sistema solidario al bosón que decae (por simetría de rotación alrededor de cualquier eje que se defina en ese sistema) se utiliza que

$$\begin{aligned}(j_f, h_f, j_{\overline{f}}, -h_{\overline{f}}|S,0) \left\langle \Omega, h_f, h_{\overline{f}} \right| M^{\pm} \, |0,0\rangle &= \langle \Omega, S, 0| \, M^{\pm} \, |0,0\rangle \\ &= \sqrt{\frac{2L+1}{4\pi}} Y_0^L(\Omega) \, \langle 0,0,S,0| \, M^{\pm} \, |0,0\rangle \end{aligned} \tag{2.36}$$

Por lo que la integral en el ángulo se va con el módulo cuadrado de los armónicos esféricos (así como los $2L+1$ y un factor angular de 4π que se hallaba en N_0). Queda entonces que:

$$\begin{aligned}\langle J=0, M=0, L, S| \, M^{\pm} \, |0,0\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\langle \theta=0, \phi=0, 1/2, 1/2| \, M^{\pm} \, |0,0\rangle \\ &+ (-1)^S \, \langle \theta=0, \phi=0, -1/2, -1/2| \, M^{\pm} \, |0,0\rangle) \end{aligned} \tag{2.37}$$

Si se calculan los elementos $M^{\pm}_{L,S}$ y se halla el módulo cuadrado, se tiene que:

$$\begin{aligned}|M^{+}_{1,1}|^2 &= \beta_h^2 |M^{-}_{0,0}|^2 = 2y_f^2 m_h^2 \beta_h^2 \\ |M^{+}_{0,0}|^2 &= |M^{+}_{1,1}|^2 = 0 \end{aligned} \tag{2.38}$$

Se recupera el resultado obtenido por el método convencional (mediante trazas de Dirac) si se estudian los estados LS (además de que puede recuperarse sumando las amplitudes de helicidad al cuadrado incoherentemente). Por lo tanto, se confirman las reglas de selección: un escalar decae a un estado $L=S=1$ mientras que el pseudoescalar decae a un estado $L=S=0$. Este cambio, consecuencia del signo relativo alterado entre corrientes quirales, marca la diferencia entre escalar y pseudoescalar. Para masas no despreciables, el signo relativo entre combinaciones de quiralidad LR y RL es relevante y los estados físicos $L=0$ y $L=1$ muestran esa diferencia. Cuando los estados quirales son estados físicos (en el límite de masas fermiónicas nulas), el signo relativo deja de importar y los estados $L=0$ y $L=1$ coinciden.

2.2.3. Kleiss-Stirling

Otra manera de realizar el cálculo del elemento de matriz es mediante el método de Kleiss-Stirling. Este método, detallado en 1.4.4, consiste en escribir todo en función del producto de espinores con quiralidad definida (correspondientes a momentos tipo luz) y luego calcular

estos productos con ayuda de dos cuadrivectores auxiliares. Utilizando esta descomposición pueden calcularse los elementos de matriz $M^{\pm}_{h_f,h_{\overline{f}}}$ explícitamente:

$$M^{+}_{++} = [M^{+}_{--}]^{*} = y_f[\frac{t(p_{f2},p_{f1})t(p_{\overline{f}1},p_{\overline{f}2})}{m_f^2}s(p_{f1},p_{\overline{f}1}) - t(p_{f2},p_{\overline{f}2})] \quad (2.39)$$

$$M^{+}_{+-} = M^{+}_{-+} = 0 \quad (2.40)$$

$$M^{-}_{++} = -[M^{-}_{--}]^{*} = y_f[\frac{t(p_{f2},p_{f1})t(p_{\overline{f}1},p_{\overline{f}2})}{m_f^2}s(p_{f1},p_{\overline{f}1}) + t(p_{f2},p_{\overline{f}2})] \quad (2.41)$$

$$M^{-}_{+-} = M^{-}_{-+} = 0 \quad (2.42)$$

Donde $s(p,p') = -[t(p,p')]^{*}$ está definido en la sección 1.4.4.

El cambio de paridad no sólo cambia el signo relativo entre (1/2,1/2) y (-1/2,-1/2), también altera el signo relativo de las dos corrientes quirales en las que se descompone cada elemento de matriz. Para $m_f = 0$, una de las corrientes quirales se anula por lo que el cambio de signo relativo desaparece. Se verifica entonces que, para masa distinta de cero, aparece una mezcla de estados de quiralidad que hace valer el signo relativo introducido por el pseudoescalar. Si se calculan los elementos LS se tiene que:

$$M^{+}_{00} = 0 \quad (2.43)$$

$$M^{+}_{11} = 2y_f Re(\frac{t(p_{f2},p_{f1})t(p_{\overline{f}1},p_{\overline{f}2})}{m^2}s(p_{f1},p_{\overline{f}1}) - t(p_{f2},p_{\overline{f}2})) \quad (2.44)$$

$$M^{-}_{00} = 2y_f Re(\frac{t(p_{f2},p_{f1})t(p_{\overline{f}1},p_{\overline{f}2})}{m^2}s(p_{f1},p_{\overline{f}1}) + t(p_{f2},p_{\overline{f}2})) \quad (2.45)$$

$$M^{-}_{11} = 0 \quad (2.46)$$

Nuevamente, el factor que describe la no equivalencia de quiralidad y helicidad marca la diferencia entre escalar y pseudoescalar.

2.3. Discusión

Utilizando el formalismo de Jacob y Wick se pueden obtener reglas de selección que muestran cómo afecta la paridad intrínseca del bosón al estado final de fermión y antifermión. Mediante tres métodos de cálculo, se confirma que existen diferencias entre escalar y pseudoescalar y, si uno utiliza espinores explícitos, se confirma que para el escalar el fermión y el antifermión acoplan con $L = S = 1$ mientras que para el pseudoescalar acoplan con $L = S = 0$. Además, se ve que el escalar es más estable que el pseudoescalar y esta diferencia en L da una explicación cualitativa de la razón. La diferencia clave es que la paridad negativa introduce un signo relativo entre los estados de quiralidad. Para masa distinta de 0, estos estados de quiralidad no son físicos y se mezclan, por lo que el signo relativo altera los observables.

Capítulo 3

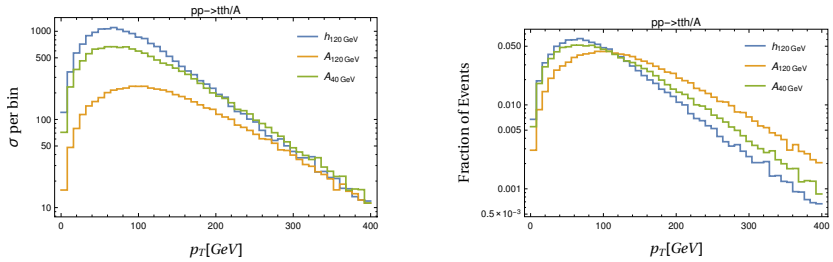
Distribución en momento transverso de un proceso hadrónico

En esta sección se estudian las diferencias entre el escalar y el pseudoescalar en procesos dados por colisiones de protones. En particular, y motivados por [29], se analiza la producción de h/A asociado a un par de fermiones. El h/A está en el estado final y se considerará sólo su producción asociada a quarks tops. La producción de Higgs asociada a dos tops en procesos $pp \to \bar{t}th/A$ ha sido estudiada en la literatura, utilizando incluso argumentos de momento angular [30,31]. Para reproducir y entender las diferencias, se implementan distintas técnicas.

3.1. Observando las diferencias a partir de simulaciones

En [29], se estudian las diferencias obtenidas entre $t\bar{t}h$ y $t\bar{t}A$ a NLO. En dicho trabajo, se estudian los procesos partónicos a NLO mediante aMC@NLO perteneciente al MadGraph [32] y se implementa la partonización y la hadronización también a NLO mediante el MC@NLO. Todos los eventos fueron generados también mediante HERWIG (así como la partonización y la hadronización). Se observa una diferencia significativa en los espectros tanto de momento transverso p_T como de masa invariante. Se observa que para p_T bajo (tanto del bosón como del top) la sección eficaz por bin (de ahora en más σ per bin) de h registra muchos más eventos que la de A mientras que para momentos altos las curvas registran valores muy parecidos. Si uno normalizase cada curva, tendría que para momentos altos la fracción de eventos del proceso asociado a A es mayor que aquella asociada a h, ya que se divide un σ per bin similar por un número menor, debido a la supresión de A con respecto a h para momentos bajos.

Puede verse que las diferencias entre LO y NLO son apreciables al nivel del valor total de la sección eficaz mientras que son menos significativas si se estudia la forma de las distribuciones para escalar y pseudoescalar. Sin embargo, la diferencia entre LO y NLO es más significativa para pseudoescalar que para escalar (siendo siempre mayor o igual la cantidad de eventos a NLO que a LO). A pesar de que a NLO podría haber efectos de paridad no tenidos en cuenta a LO, una primera interpretación de los resultados se buscará considerando el



(a) (b)

Figura 3.1: (a) σ per bin simulado a LO para 7 TeV (b) Fracción de eventos para 7 TeV

proceso a LO ya los cálculos son más sencillos. Es importante ver entonces si esta diferencia se manifiesta a LO. Aún más, por simplicidad se puede evitar considerar el parton shower, la hadronización de los tops y el decaimiento del Higgs y de los tops, teniendo sólo que considerar los partones con la pdf de los protones (siendo dichos partones tanto los primeros 4 quarks como gluones). Utilizando como lagrangiano efectivo

$$\mathcal{L}(x) = \frac{y_f}{\sqrt{2}}(\bar{t}th + \bar{t}\gamma^5 tA) \tag{3.1}$$

En este trabajo se simulan los procesos $t\bar{t}h/A$ con el MadGraph5 utilizando la pdf nn23lo1 utilizando $\frac{y_f}{\sqrt{2}} = \frac{m_t}{v}$ (es decir, el correspondiente al Modelo Estándar). Los diagramas intervinientes son 100. Una vez obtenido el archivo LHE, se utiliza un ejecutable compilado con g++ para analizar la simulación y obtener el momento transverso del bosón. Luego se grafica la distribución de eventos. Primero, se utiliza una energía de laboratorio de 7 TeV y se simulan los 3 casos de [29] (escalar de 120 GeV y pseudoescalar de 40 GeV y 120 GeV). Como se ve en la figura 3.1, se recupera cualitativamente el σ per bin. Para momento transverso bajo, el pseudoescalar está suprimido con respecto al escalar. A medida que aumenta el momento transverso, ambas señales se asemejan cada vez más, tendiendo ambas a 0. Si se cambia la masa del pseudoescalar, el σ per bin se asemeja aún más, ya que aumenta el σ per bin para momentos bajos.

Graficando la fracción de eventos, como también se ve en la figura 3.1, se obtiene más información. Puede verse que, a menor momento transverso, la fracción de eventos es mayor para el escalar mientras que, a mayor momento transverso, se observa una mayor fracción para el pseudoescalar. Dado que el escalar tiene una mayor cantidad de eventos, cuando ambos casos se parezcan, el dividir por un menor número dará una mayor fracción de eventos. La fracción de eventos indica que la región de momento transverso alto es más significativa para el pseudoescalar.

Dado que sólo se quiere estudiar el efecto de la paridad, se ignorará de aquí en más el caso de un pseudoescalar ligero. Si se repite el análisis para un h y un A de 125 GeV pero utilizando una energía de 13 TeV se obtienen las figuras (a) y (b) de la figura 3.2. Se observa que se repite el comportamiento.

Para estudiar las diferencias entre h y A es interesante plantear el siguiente observable

$$A(p_T) = \frac{n_-(p_T) - n_+(p_T)}{n_-(p_T) + n_+(p_T)} \tag{3.2}$$

Donde $n_+(p_T) = \frac{N_+(p_T)}{N_+^{total}}$ y $n_-(p_T) = \frac{N_-(p_T)}{N_-^{total}}$ son la fracción de eventos en función del momento transverso para escalar y pseudoescalar respectivamente. De esta manera, se desprecian las diferencias inducidas por otros factores como, por ejemplo, la tasa de producción. Esta asimetría permite estudiar las regiones significativas y se plantea de esta manera para que la única diferencia sea por la paridad. Plantear este observable resulta útil ya que todos los factores que no sean específicos de la paridad (la única diferencia entre h y A), deben factorizarse e irse (ya que se consideran solamente interacciones partónicas con la pdf para modular el peso de cada una). Si se grafica $A(p_T)$ para los eventos a 13 TeV, se obtiene la figura (c) de la figura 3.2. Allí se aísla la diferencia entre h y A en función del p_T. $A(p_T)$ muestra ser un observable sensible a la paridad del bosón.

Por lo tanto, utilizando MadGraph 5 a LO a nivel partónico, se recuperan cualitativamente los resultados de [29]: el escalar y el pseudoescalar pueden distinguirse mediante una asimetría en función del momento transverso. La pregunta es por qué. Para simplificar el problema, puede verse qué partones pueden explicar la diferencia. Como se ve en [30], para baja energía los quarks no aportan una fracción significativa de eventos. Es por lo tanto relevante ver si se puede reproducir la asimetría únicamente con gluones. Utilizando nuevamente el MadGraph5, se simula el proceso $gg \to t\bar{t}h/A$ considerando que vienen de los protones. Esta simulación utiliza 8 diagramas (resultando en un cálculo mucho más "interpretable" que el anterior, que utiliza 100 diagramas). Repitiéndose los análisis, se obtiene la segunda fila de la figura 3.2.

Se ve que tanto la fracción de eventos como $A(p_T)$ son parecidos al caso donde se considera el estado inicial de dos protones. Para σ per bin, escalar y pseudoescalar no coinciden exactamente como en el caso anterior. Sin embargo, la diferencia entre regiones significativas sigue apareciendo: el pseudoescalar está más suprimido a momento bajo por lo que su fracción de eventos será mayor a momento alto. La contribución dominante de gluones es entonces representativa del caso del estado inicial de dos protones.

A la hora de entender cualitativamente este comportamiento, puede aislarse qué comportamiento es inherente al proceso partónico y qué influencia tienen las pdfs. Una manera de hacer esto es considerar gluones con energía definida. Esta situación, con una energía de centro de masa 800 GeV (para que cada gluón tenga 400 GeV como es probable dada la pdf de un gluón dentro de un protón), da lugar a la tercera fila de la figura 3.2. Mientras que la fracción de eventos y σ per bin son levemente distintos a la de protón-protón, $A(p_T)$ es muy parecida (aunque llega a un menor momento transverso por consideraciones cinemáticas ya que uno considera una menor energía de centro de masa). Tiene un cambio menos abrupto para momento intermedio y crece un poco más que en el caso en que los gluones provienen de las pdfs. A menores energías, la asimetría es menor. Una interpretación posible es que, al no tener tantos eventos permitidos con energías bajas (debido a la conservación del cuadrimomento total), la supresión del pseudoescalar respecto al escalar es menos pronunciada (como se observa en el σ per bin). Esto se repite para distintas energías. Estudiando $A(p_T)$, como las pdfs no cambian entre escalar y pseudoescalar y se están considerando procesos sólo con gluones, se puede considerar que, aproximadamente, el aporte de la estructura hadrónica se factoriza y se simplifica. Entonces, se puede entender $A(p_T)$ estudiando gluones con energía definida.

Otro aspecto a estudiar es cuánto afecta el color a la diferencia entre paridades. Para esto,

se consideran 2 fotones con energía de centro de masa 800 GeV (considerar el caso donde los fotones vienen del protón es irrelevante pues las pdfs son distintas y el único interés en estudiar fotones es simplificar la interpretación del problema con gluones). A LO, se tienen 6 diagramas. Son todos los diagramas de gluones que no involucran "gluon fusion" (que corresponde al s-channel). Sin embargo, el t-channel de gluones y el t-channel de los fotones será distinto debido a que la estructura de color τ^a altera la interferencia entre los diagramas. Simulando mediante el MadGraph5 se obtiene la cuarta fila de la figura 3.2.

Se ve que el color, aunque da un comportamiento levemente distinto debido a la aparición de nuevos vértices y distintos factores de interferencia, no cambia cualitativamente el comportamiento de las tres distribuciones (fracción de eventos, σ per bin y $A(p_T)$). Una vez establecida la diferencia entre escalar y pseudoescalar, hay que considerar qué implica momento transverso alto. Dado que en la región de momento transverso alto la energía de todas la partículas en grande (como se ve en la sección 3.2), en dicha región las partículas de helicidad definida comenzarán a comportarse como partículas quirales. Teniendo en cuenta lo que sucede en $h/A \to f\overline{f}$, es interesante investigar qué efectos tiene la masa de las partículas en la diferencia inducida por el cambio entre h y A. Si se simulan todos estos procesos a mayor energía, donde ambas masas son despreciables, la asimetría disminuye y, para momento transverso alto donde todas las partículas tienen energía, la asimetría es nula. Esto parece indicar que, cuando las masas son nulas, no habrá diferencia entre h y A. Esto se verifica en [30]. Además, dado que la asimetría surge porque σ per bin es mayor para momento transverso bajo, si la región donde las partículas tienen energía comparable a la masa es pequeña, la región donde el escalar sea mayor que el pseudoescalar también lo será. Algo notorio es que se suele considerar que el pseudoescalar está más boosteado que el escalar. Estas observaciones marcan que hay que tener cuidado con las estrategias de búsqueda. Si se quiere distinguir al escalar del pseudoescalar, un corte en la selección de eventos basado en el momento transverso debe tener en cuenta que la diferencia está a momento bajo, aunque los efectos puedan verse a momento alto.

Al tratar de explicar la diferencia inducida por la paridad en colisiones de protones, es útil definir $A(p_T)$. Procesos más simples en los que se considerán únicamente gluones en un sistema centro de masa permiten reproducir $A(p_T)$ con una fidelidad notable. Por lo que, tratando de entender lo simple, es posible buscar una explicación del caso más complejo.

3.2. ¿Qué está pasando?

De las simulaciones se puede ver que, sólo alterando la paridad del bosón de spin 0, la distribución en momento transverso de dicho bosón se altera. Sin embargo, si se grafica el σ per bin, se ve que ambos casos coinciden a momento transverso alto. ¿Cómo interpretar esto? La densidad lagrangiana de interacción es:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_+(x) &= \overline{t}U_+th = (\overline{t}_L t_R + \overline{t}_R t_L)h \\ \mathcal{L}_-(x) &= \overline{t}U_-tA = (\overline{t}_L t_R - \overline{t}_R t_L)A \end{aligned} \tag{3.3}$$

Donde $U_+ = 1_{4x4}$ y $U_- = \gamma^5$. El signo relativo entre quiralidades marca el comportamiento, tal como pasa en $h/A \to f\overline{f}$. Si la masa de los fermiones es distinta de cero, la

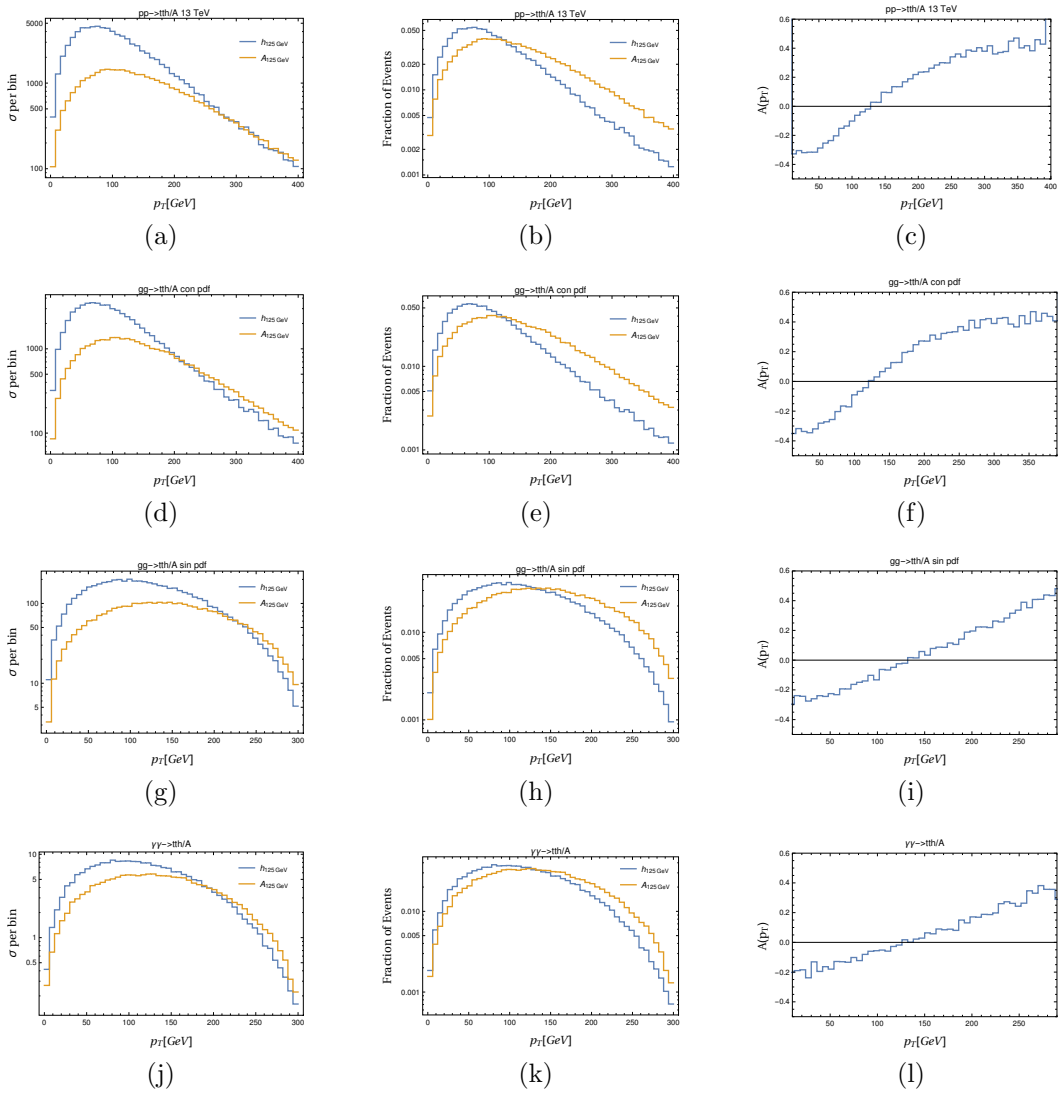


Figura 3.2: Distintas simulaciones hechas mediante el MadGraph. La primera columna consiste en el σ per bin, la segunda en fracción de eventos y la tercera la asimetría escalar-pseudoescalar, todo en función del momento transverso del bosón h o A. La primera fila agrupa las simulaciones con colisiones de protones a 13 TeV. La segunda fila agrupa las simulaciones con colisiones de gluones proviniendo de protones a 13 TeV. La tercera fila agrupa las simulaciones con gluones que no provienen de protones, con una energía de centro de masa de 800 GeV. La cuarta fila agrupa las simulaciones con fotones que no provienen de protones, con una energía de centro de masa de 800 GeV.

quiralidad y la helicidad no son equivalentes. Por lo tanto, en un estado físico la diferencia entre escalar y pseudoescalar se vuelve relevante. Cuando $|\vec{p}|$ es del orden $\mathcal{O}(m)$, los estados de paridad definida deben favorecer al escalar por sobre al pseudoescalar. Esto no sucede en el capítulo 2, donde se observa que, para $h/A \to f\overline{f}$, el pseudoescalar domina por sobre el escalar cuando los fermiones son masivos. En el otro extremo, para masa de los fermiones despreciable, los estados quirales son estados físicos, por lo que se suman incoherentemente. Por lo tanto, el cambio de paridad no es relevante en el límite de energías altas. Aunque este argumento se basa en la energía de las partículas, el momento transverso es un observable adecuado ya que si el bosón tiene un momento transverso alto, el par fermión y antifermión también. Como el lagrangiano no distingue entre partícula y antipartícula, puede esperarse que las configuraciones cinemáticas favorezcan casos en los que el fermión y el antifermión tengan la misma energía. En ese caso, si el par tiene momento transverso alto, entonces ambas partículas tienen momento transverso no despreciable y, por lo tanto, energía alta. El momento transverso permite entonces distinguir situaciones en que las tres partículas tengan mucha energía (lo que no puede lograrse midiendo sólo la energía del bosón).

Simulando el σ per bin en función del momento transverso se ve que el pseudoescalar está suprimido con respecto al escalar para momentos bajos mientras que, para momentos altos, el escalar y el pseudoescalar coinciden. Para la fracción de eventos, como el pseudoescalar tiene menos eventos en total, se ve una mayor fracción para momento transverso alto. Por lo tanto, la asimetría entre escalar y pseudoescalar en momento transverso pareciera explicarse por la supresión para momentos bajos del pseudoescalar debido a la mezcla de quiralidades en los estados físicos. Esto puede verse en trabajos anteriores como [30]. Sin embargo, la razón física no es clara y no se explota la diferencia en el signo relativo de las quiralidades y sus influencias en las helicidades finales para obtener observables óptimos. Este argumento heurístico debe fundamentarse y explicar porque esto no sucede en $h/A \to f\overline{f}$, donde el momento angular da lugar a un argumento sólido.

Como la diferencia entre ambos casos radica en que $\bar{t}t$ es un escalar y $\bar{t}\gamma^5 t$ es un pseudoescalar, la base de helicidad no es la más práctica: los estados de helicidad no son, en general, autoestados de paridad por lo que los efectos del cambio de paridad no son directos. Escribir estados de paridad definida permite obtener reglas de selección y ver las características de las amplitudes de helicidad. Con este fin, puede estudiarse la estructura de $gg \to t\bar{t}h/A$ y tratar de obtener más información.

3.3. Reglas de selección

En analogía con la sección 2.1, se puede intentar entender la diferencia entre escalar y pseudoescalar mediante reglas de selección. Estas reglas de selección, expresadas en función de momentos angulares permiten interpretaciones físicas más "limpias".

Como en las simulaciones se observa un comportamiento parecido en fotones y gluones puede reducirse la complejidad de escribir las matrices de helicidad utilizando el proceso $\gamma\gamma \to t\bar{t}h/A$ donde los fotones no provienen de protones. De esta manera, el grado de libertad extra del color, que no es relevante a la hora del comportamiento cualitativo de $A(p_T)$, es dejado de lado.

En el sistema centro de masa con el eje z definido en la dirección de movimiento de los fotones, estos sólo pueden acoplar a estados de $J = 2$ y $J = 0$. Como se ve en la sección 1.4.3, las proyecciones en el eje z definido por el momento de alguno de ellos sólo pueden ser $M_z = \pm 2$ (para $J = 2$) y $M_z = 0$ (para $J = 0$). Cuando los fotones tienen igual helicidad, como sus momentos tienen sentidos opuestos, acoplan al estado $J = 0$ mientras que cuando tienen helicidad opuesta acoplan al estado $J = 2$. El estado inicial, simetrizado debido a que las partículas son idénticas, es entonces:

$$\begin{aligned}
|i\rangle &= (|E_{CM}, \theta = 0, \phi = 0, h_1\rangle \otimes |E_{CM}, \theta = \pi, \phi = \pi, h_2\rangle)_S \\
|i\rangle &= 4\pi |E_{CM}, \theta = 0, \phi = 0, h_1, h_2\rangle_S \\
|i\rangle &= D^{|h_1 - h_2|*}_{h_{12}, h_{12}}(0,0,0)\, ||h_1 - h_2|, h_{12}, h_1, h_2\rangle_S
\end{aligned} \tag{3.4}$$

Donde

$$\begin{aligned}
||h_1 - h_2|, h_{12}, h_1, h_2\rangle_S &= b(h_1, h_2)(||h_1 - h_2|, h_1 - h_2, h_1, h_2\rangle \\
&\quad + (-1)^{|h_1 - h_2|}\, ||h_1 - h_2|, h_1 - h_2, h_2, h_1\rangle)
\end{aligned} \tag{3.5}$$

Con $b = \frac{1}{2}$ si las helicidades son iguales y $b = \frac{1}{\sqrt{2}}$ si las helicidades son opuestas. A partir de ahora, $h_{12} = h_1 - h_2$. Ambos estados se pueden construir a partir de los estados con distribución angular definida mediante:

$$\begin{aligned}
||h_{12}|, h_{12}, h_1, h_2\rangle &= \int d\Omega D^{|h_{12}|*}_{h_{12}, h_{12}}(\phi, \theta, 0)\, |\theta, \phi, h_1, h_2\rangle \\
||h_{12}|, h_{12}, h_2, h_1\rangle &= \int d\Omega D^{|h_{12}|*}_{h_{12}, -h_{12}}(\pi + \phi, \pi - \theta, 0)\, |\pi - \theta, \pi + \phi, h_2, h_1\rangle
\end{aligned} \tag{3.6}$$

Dado que construir estados de tres partículas es intrincado, primero se puede considerar un caso límite: aquel en el cual el bosón de spin 0 está quieto. En ese caso, no tendrá ni spin ni momento orbital. Su único rol será cambiar la energía disponible para el par de fermiones. Un caso similar es estudiado en [31].

El estado final se caracteriza por el momento del top $\vec{p_t} = (|\vec{p_t}|, \theta, \phi)$ y puede escribirse como:

$$\begin{aligned}
|f\rangle &= |\vec{p_t}, h_t\rangle \otimes |-\vec{p_t}, h_{\bar{t}}\rangle \otimes |0, h_\pm = 0\rangle_\pm \\
|f\rangle &= 4\pi \sqrt{\frac{E_{CM}}{|\vec{p_t}|}}\, ||\vec{p_t}|, \theta, \phi, h_t, h_{\bar{t}}\rangle_\pm \\
|f\rangle &= 4\pi \sqrt{\frac{E_{CM}}{|\vec{p_t}|}} \sum_{J', M'} N_{J'} D^{J'*}_{M'h}(\phi, \theta, 0)\, ||\vec{p_t}|, J', M', h_t, h_{\bar{t}}\rangle_\pm
\end{aligned} \tag{3.7}$$

Este estado se contrae con el estado inicial de 2 fotones. Sin embargo, para estudiar estados con paridad definida es necesario utilizar los estados iniciales detallados en la sección 1.4.3.

$$
\begin{aligned}
&\left|J^P, M\right\rangle \\
\left|0^{\pm}, 0\right\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|0,0,+,+\rangle_S \pm |0,0,-,-\rangle_S) && (3.8)\\
\left|2^{+}, 2\right\rangle &= |2,2,+,-\rangle_S && (3.9)\\
\left|2^{+}, -2\right\rangle &= |2,-2,-,+\rangle_S && (3.10)
\end{aligned}
$$

Los estados de 2 fotones con $J = 0$ no son autoestados de paridad y pueden combinarse para obtener estados 0^+ y 0^-. Dado que el único cambio entre escalar y pseudoescalar es un signo negativo global, las reglas de selección obtenidas para 0^+ se aplicarán de manera inversa en 0^-. Por lo tanto, los estados con $J = 0$ no permiten obtener reglas de selección tan fácilmente, y parecen no distinguir entre escalar y pseudoescalar.

Por otra parte, el estado $J = 2$ tiene necesariamente paridad positiva, como se detalla en la sección 1.4.3, por lo que puede distinguir entre escalar y pseudoescalar. Si se calcula $\langle f| M_{\pm}^{J=2} |i\rangle$, se tiene que:

$$
\begin{aligned}
\langle f| M_{\pm}^{J=2} |i\rangle &= \sqrt{\frac{E_{CM}}{|\vec{p}_t|}} D^2_{h_{12},h_{t\bar{t}}}(\phi,\theta,0) D^{|h_1-h_2|*}_{h_{12},h_{12}}(0,0,0) F^2_{h_1,-h_1,h_t,h_{\bar{t}}}(\eta_{\pm})\\
F^2_{h_1,-h_1,h_t,h_{\bar{t}}}(\eta_{\pm}) &= \langle 2, 2h_1, h_t, h_{\bar{t}}| M_{\pm}^{J=2} |2, 2h_1, h_1, -h_1\rangle_S\\
F^2_{h_1,-h_1,h_t,h_{\bar{t}}}(\eta_{\pm}) &= \sum_{L,S} \sqrt{\frac{2L+1}{2J+1}} (L,0,S,h|2,h)(1/2,h_t,1/2,-h_{\bar{t}}|S,h) \langle 2, 2h_1, L, S| M_{\pm}^{J=2} |2, 2h_1, h_1, -h_1\rangle_S\\
F^2_{h_1,-h_1,h_t,h_{\bar{t}}}(\eta_{\pm}) &= \sum_{L,S} \sqrt{\frac{2L+1}{2J+1}} (L,0,S,h|2,h)(1/2,h_t,1/2,-h_{\bar{t}}|S,h) a^2_{h_1,-h_1,L,S}(\eta_{\pm}) && (3.11)
\end{aligned}
$$

Dado que se conserva paridad

$$
\begin{aligned}
a^2_{h_1,-h_1,L,S}(\eta_{\pm}) &= \frac{\eta_1\eta_2}{\eta_t\eta_{\bar{t}}\eta_{\pm}} (-1)^{2-j_1-j_2-L} a^2_{-h_1,h_1,L,S}(\eta_{\pm})\\
a^2_{h_1,-h_1,L,S}(\eta_{\pm}) &= \frac{\eta_1\eta_2}{\eta_t\eta_{\bar{t}}\eta_{\pm}} (-1)^{2-j_1-j_2-L} (-1)^2 a^2_{h_1,-h_1,L,S}(\eta_{\pm})\\
a^2_{h_1,-h_1,L,S}(\eta_{\pm}) &= \eta_{\pm}(-1)^{-L+1} a^2_{h_1,-h_1,L,S}(\eta_{\pm}) && (3.12)
\end{aligned}
$$

Donde se utiliza que los fotones son partículas idénticas para permutar las helicidades y se reemplazan los distintos valores ($j_1 = j_2 = 1$ y $\frac{\eta_1\eta_2}{\eta_t\eta_{\bar{t}}} = -1$). Por lo tanto, la ecuación que permite obtener reglas de selección para este caso partícular es

$$\eta_{\pm}(-1)^{-L+1} = 1 \tag{3.13}$$

L es impar para el escalar y par para el pseudoescalar. Como $J = 2$ y $S = 0, 1$, se tiene que $L = 1, 3$ para el escalar y $L = 2$ para el pseudoescalar. A diferencia de la sección 2.1, aquí el L del escalar puede ser menor que el del pseudoescalar, $(1 < 2)$ y además tiene dos

estados posibles ($L = 1$ y $L = 3$) mientras que el pseudoescalar tiene uno sólo. Por el mismo argumento que en la sección 2.1, si L es menor, la sección eficaz será mayor cuando las partículas no tengan masa despreciable.

Entonces, el pseudoescalar pareciera estar suprimido con respecto al escalar cuando el bosón está quieto y las partículas no tengan masa despreciable (en acuerdo con lo visto en [30]). Sin embargo, este argumento no se aplica a las simulaciones ya que el bosón nunca está quieto. Resta probar que esta cuenta es un límite del estado apropiado de 3 partículas. Para mostrar esto es necesario dar algunas vueltas. Como se ve en la sección 1.4.3, el estado más general de 3 partículas es

$$\begin{aligned} |E_{CM}, J, M; w_{t\bar{t}}, j, m, \nu_t, \nu_{\bar{t}}; 0\rangle &= \frac{1}{4}\sqrt{\frac{|\vec{p}_\pm||\vec{p}_{t\bar{t}}|}{E_{CM} w_{t\bar{t}}}} N_J N_j (-1)^{-1/2} \int d(cos(\mu)) d^j_{m,\nu}(\mu) \\ &\sum_{h_t h_{\bar{t}}} d^{1/2}_{h_t,\nu_t}(\beta_t) d^{1/2}_{h_{\bar{t}},\nu_{\bar{t}}}(\beta_{\bar{t}}) \\ &\int d\Omega D^{J*}_{m,M}(R(\Omega)) R(\Omega) \, |\vec{p}_t, h_t, \vec{p}_{\bar{t}}, h_{\bar{t}}, \vec{p}_\pm, 0\rangle \end{aligned} \tag{3.14}$$

Donde los ángulos son

$$cos(\beta_t) = \frac{E_t E'_t - m_t^2 \frac{1}{\sqrt{1-(|\vec{p}_\pm|/E_\pm)^2}}}{|\vec{p}_t||\vec{p'}_t|} \tag{3.15}$$

$$cos(\beta_{\bar{t}}) = \frac{E_{\bar{t}} E'_{\bar{t}} - m_t^2 \frac{1}{\sqrt{1-(|\vec{p}_\pm|/E_\pm)^2}}}{|\vec{p}_{\bar{t}}||\vec{p'}_{\bar{t}}|} \tag{3.16}$$

$$cos(\mu) = \frac{w_{t\bar{t}}}{4E_{CM}|\vec{p}_\pm||\vec{p}_{t\bar{t}}|}(E^2_{CM} - w^2_{t\bar{t}} - 4p_{\bar{t}} \cdot p_\pm) \tag{3.17}$$

¿Qué pasa cuando el bosón tiene poco momento? Puede verse que los ángulos β tienden a 0 cuando el bosón está quieto. Para el bosón con momento cero, $cos(\mu)$ podría diverger, indicando una región prohibida. Para evitar esta divergencia, es necesario que

$$\begin{aligned} w^2_{t\bar{t}} &= E^2_{CM} - 4p_{\bar{t}} \cdot p_\pm \\ w^2_{t\bar{t}} &= E^2_{CM} - 2E_{CM}E_h + m_h^2 \end{aligned} \tag{3.18}$$

Donde se usa que $4p_{\bar{t}}.p_\pm = 2E_{CM}E_t - m_t^2$. Si esto sucede, $\mu = \frac{\pi}{2}$. En el límite en $|\vec{p}_\pm| = 0$, $E_t = E_{\bar{t}}$ y

$$\begin{aligned} 4p_{\bar{t}} \cdot p_\pm &= 4E_{\bar{t}} m_h \\ &= 2E_{\bar{t}}E_\pm + 2E_t m_h = 2(p_t + p_{\bar{t}}) \cdot p_\pm \\ &= 2E_{CM}E_\pm - m_H^2 \end{aligned} \tag{3.19}$$

Por lo tanto, $\mu = \pi/2$ cuando $\vec{p}_t = -\vec{p}_{\bar{t}}$. Esto no puede cumplirse si el escalar tiene momento. Antes de realizar la conexión entre estado de 3 partículas y el utilizado para obtener reglas de selección, se ve que es más útil escribir el estado de 3 partículas como:

$$\begin{aligned}
|E_{CM}, J, M; w_{t\bar{t}}, j, m, \nu_t, \nu_{\bar{t}}; 0\rangle &= aN_J \int d\Omega D^{J*}_{M,m}(R(\Omega)) \\
&\quad ||\vec{p}_\pm|, \theta, \phi, j, m, \nu_t, \nu_{\bar{t}}\rangle \otimes ||\vec{p}_\pm|, \pi-\theta, \pi+\phi, j_\pm = 0, h_\pm = 0\rangle \\
&= aN_J \int d\Omega D^{J*}_{M,m}(R(\Omega)) U[\Omega_{p_\pm}] |w_{t\bar{t}}, j, m, \nu_t, \nu_{\bar{t}}\rangle \\
&\quad \otimes ||\vec{p}_\pm|, \pi-\theta, \pi+\phi, j_\pm = 0, h_\pm = 0\rangle \qquad (3.20)
\end{aligned}$$

Donde a es un factor de normalización (que vale $\frac{1}{4}\sqrt{\frac{|\vec{p}_\pm||\vec{p}_{t\bar{t}}|}{E_{CM} w_{t\bar{t}}}}$ en el caso en que el bosón tiene momento). Si $|\vec{p}_\pm| = 0$, $U[\Omega_{p_\pm}] = 1$ (debido a la definición utilizada en la sección 1.4.3) y

$$\begin{aligned}
|E_{CM}, J, M; w_{t\bar{t}}, j, m, \nu_t, \nu_{\bar{t}}; 0\rangle &= aN_J \int d\Omega D^{J*}_{M,m}(R(\Omega)) R(\Omega) |2E_t, j, m, h_t, h_{\bar{t}}\rangle \\
&\quad \otimes R^{-1}(\Omega) |m_h, j_\pm = 0, h_\pm = 0\rangle \\
&= aN_J \int d\Omega D^{J*}_{M,m}(R(\Omega)) \sum_{m'} D^j_{m',m}(R(\Omega)) |2E_t, j, m', h_t, h_{\bar{t}}\rangle \\
&\quad \otimes D^0_{0,0}(R^{-1}(\Omega)) |m_h, j_\pm = 0, h_\pm = 0\rangle \\
&= aN_J \sum_{m'} (\int d\Omega D^{J*}_{M,m}(R(\Omega)) D^j_{m',m}(R(\Omega))) |2E_t, j, m', \nu_t, \nu_{\bar{t}}\rangle \\
&\quad \otimes |m_h, j_\pm = 0, h_\pm = 0\rangle \\
&= aN_J \frac{4\pi}{2j+1} \delta_{J,j} \delta_{M,m'} |2E_t, j, m, h_t, h_{\bar{t}}\rangle \otimes |m_h, j_\pm = 0, h_\pm = 0\rangle \\
&= \frac{a}{N_j} |2E_t, j, M, h_t, h_{\bar{t}}\rangle \otimes |m_h, j_\pm = 0, h_\pm = 0\rangle \\
&= |2E_t + m_h, j, M; 2E_t, j, M, h_t, h_{\bar{t}}; 0\rangle \qquad (3.21)
\end{aligned}$$

Donde se utilizó que $\int d(cos\theta) d\phi D^{J*}_{M,m}(\phi, \theta, 0) D^j_{m',m}(\phi, \Omega, 0) = \frac{4\pi}{2j+1} \delta_{J,j} \delta_{M,m'}$. Por lo tanto, en el límite de bosón quieto, el estado de 3 partículas se reduce al caso límite estudiado (a menos de un factor $\frac{a}{N_j}$ que no altera las reglas de selección) y las conclusiones esgrimidas valen como caso límite del sistema de 3 partículas. En resumen, se encontró una justificación de por qué, cuando el bosón está quieto, $t\bar{t}A$ está suprimido con respecto a $t\bar{t}h$ cuando las partículas no tienen masa despreciable. Como es un caso límite del estado general de 3 partículas, esto es un indicio de que las diferencias pueden explicarse por el momento angular. Sin embargo, no se llegó a mostrar este efecto cuando el momento del bosón no es nulo por lo que este indicio es una pista, y no un argumento.

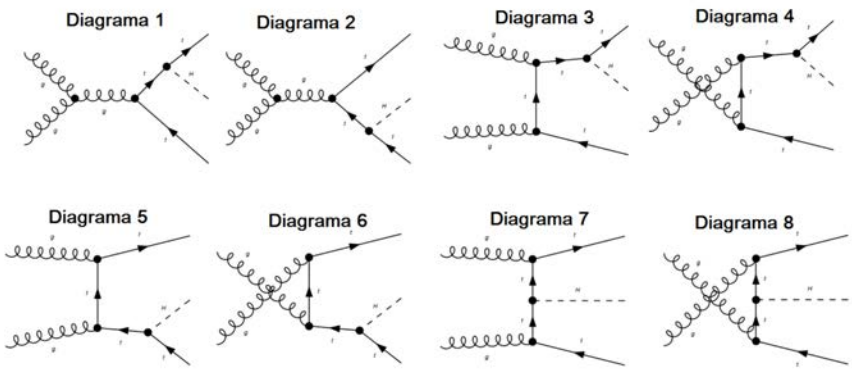


Figura 3.3: Diagramas a LO

3.4. Cálculos perturbativos

3.4.1. Diagramas de Feynman

Dado que se reprodujo la asimetría a nivel partónico (sin necesidad de considerar hadronización), estudiando estos procesos es factible encontrar una explicación "intuitiva". Como la única diferencia entre el escalar y el pseudoescalar es la paridad, las condiciones cinemáticas son las mismas para ambos casos. La diferencia entre ambos entonces está, a nivel partónico, únicamente en la matriz de scattering. Cualquier diferencia entre escalar y pseudoescalar se traduce en una diferencia de $|M|^2$ y por lo tanto de probabilidad de transición. Utilizando el formalismo de reglas de Feynman detallado en la sección 1.3.1, puede calcularse el elemento de la matriz de scattering sumando diagramas y calculando el módulo cuadrado. Con esto, se busca reproducir $A(p_T)$ sin necesidad de integrar y obtener $d\sigma$. Es decir, se calculará:

$$|M|^2_{norm}(p_T) = \frac{|M|^2(p_T)}{\int dp_T |M|^2(p_T)} \tag{3.22}$$

$$A(p_T) = \frac{|M_-|^2_{norm}(p_T) - |M_+|^2_{norm}(p_T)}{|M_-|^2_{norm}(p_T) + |M_+|^2_{norm}(p_T)} \tag{3.23}$$

En particular, dado que los partones relevantes son los gluones, se consideran sólo los diagramas que se ven en la figura 3.3. Las distintas amplitudes (obviando aquellas que se obtienen de permutar los gluones) son

$$
\begin{aligned}
M_1 &= -ig_s^2 \frac{m_t}{v} f^{abc} \tau^c_{ij} \\
&\quad g^{\rho\sigma} \epsilon^\mu(p_1) \epsilon^\nu(p_2) (g_{\mu\nu}(p_1 - p_2)^\rho + g_{\mu\rho}(-p_1 - p_t - p_{\bar{t}} - p_\pm)^\nu + g_{\nu\rho}(p_2 + p_t + p_{\bar{t}} + p_\pm)^\mu) \\
&\quad \frac{\overline{u}(p_t) U_\pm (\not{p}_t + \not{p}_\pm + m_t) \gamma_\sigma v(p_{\bar{t}})}{(p_1 + p_2)^2 ((p_t + p_\pm)^2 - m_t^2)} \\
M_2 &= -ig_s^2 \frac{m_t}{v} f^{abc} \tau^c_{ij} \\
&\quad g^{\rho\sigma} \epsilon^\mu(p_1) \epsilon^\nu(p_2) (g_{\mu\nu}(p_1 - p_2)^\rho + g_{\mu\rho}(-p_1 - p_t - p_{\bar{t}} - p_\pm)^\nu + g_{\nu\rho}(p_2 + p_t + p_{\bar{t}} + p_\pm)^\mu) \\
&\quad \frac{\overline{u}(p_t) (-\not{p}_{\bar{t}} - \not{p}_\pm + m_t) \gamma_\sigma U_\pm v(p_{\bar{t}})}{(p_1 + p_2)^2 ((p_{\bar{t}} + p_\pm)^2 - m_t^2)}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
M_3 &= g_s^2 \frac{m_t}{v} \epsilon^\mu(p_1) \epsilon^\nu(p_2) \sum_k \tau^a_{ik} \tau^b_{kj} \frac{\overline{u}(p_t) U_\pm (\not{p}_t + \not{p}_\pm + m_t) \gamma_\mu (-\not{p}_1 + \not{p}_t + \not{p}_\pm + m_t) \gamma_\nu v(p_{\bar{t}})}{(p_t + p_\pm)^2 - m_t^2)(-p_1 + p_t + p_\pm)^2 - m_t^2)} \\
M_4 &= M_3(p_1 \leftrightarrow p_2, a \leftrightarrow b) \\
M_5 &= g_s^2 \frac{m_t}{v} \epsilon^\mu(p_1) \epsilon^\nu(p_2) \sum_k \tau^a_{ik} \tau^b_{kj} \frac{\overline{u}(p_t) \gamma_\mu (\not{p}_t - \not{p}_1 + m_t) \gamma_\nu (-\not{p}_{\bar{t}} - \not{p}_\pm + m_t) U_\pm v(p_{\bar{t}})}{(p_t - p_1)^2 - m_t^2)(-p_{\bar{t}} - p_\pm)^2 - m_t^2)} \\
M_6 &= M_5(p_1 \leftrightarrow p_2, a \leftrightarrow b) \\
M_7 &= g_s^2 \frac{m_t}{v} \epsilon^\mu(p_1) \epsilon^\nu(p_2) \sum_k \tau^a_{ik} \tau^b_{kj} \frac{\overline{u}(p_t) \gamma_\mu (\not{p}_t - \not{p}_1 + m_t) U_\pm (\not{p}_t - \not{p}_1 + \not{p}_\pm + m_t) \gamma_\nu v(p_{\bar{t}})}{(p_t - p_1)^2 - m_t^2)(p_t - p_1 - p_\pm)^2 - m_t^2)} \\
M_8 &= M_7(p_1 \leftrightarrow p_2, a \leftrightarrow b)
\end{aligned} \tag{3.24}
$$

Los diagramas se pueden separar en 3 tipos:

- Los diagramas 1 y 2 corresponden a la autointeracción de los gluones dando lugar a un s-channel. Estos dos diagramas son inherentes a la estructura no-abeliana de los gluones (lo que se evidencia en su proporcionalidad al factor de estructura f^{abc}) y no tienen equivalente en QED. El propagador gluónico tiene denominador fijo: es la energía total del sistema (lo que es equivalente a decir que el mediador gluónico nunca estará on-shell). El bosón de spin 0 radia de una de las patas fermiónicas, sea top o antitop. Por lo tanto, el momento del fermión off-shell que radia el bosón está determinado por los momentos finales: $p_{t/\bar{t}} + p_\pm$. La única forma de que el propagador fermiónico esté on-shell es que $2p_\pm \cdot p_{t/\bar{t}} = -m_\pm^2$. Sabiendo que un producto escalar es invariante de Lorentz y que en el sistema en que el fermión está en reposo el producto escalar es $2E'_\pm m_t > 0$ para alguna energía del bosón, se ve que el propagador nunca está on-shell para partículas masivas.

- Los otros 6 diagramas corresponden al t-channel. En ellos, los gluones intercambian un mediador fermiónico (que debido a la conservación del sabor corresponde a la especie top). Estos diagramas tienen su equivalente en QED, pero la aparición de las matrices $\tau a_{i,j}$ denota la estructura de color de QCD. Otra distinción a tener en cuenta es que en

los diagramas 3,4,5,6 el bosón de spin 0 radia de una de las patas mientras que en los diagramas 7 y 8 radia desde el mediador fermiónico entre gluones. Esto resulta en una diferencia en los denominadores de los 2 propagadores que necesariamente aparecen en la amplitud. Mientras que para los diagramas 3-6 uno de los propagadores no puede estar on-shell para partículas masivas (por la misma razón que en el s-channel), esto no sucede para los diagramas 7 y 8, donde ambos propagadores tienen condiciones de on-shell que se pueden cumplir ($2p_g \cdot p_{t/\bar{t}} = m_t^2$ y $2p_{t/\bar{t}} \cdot p_\pm + m_\pm^2 = 2p_g \cdot (p_{t/\bar{t}} + p_\pm)$).

3.4.2. Estudiando a $M_\pm$

Previo a realizar cálculos explícitos, se puede estudiar la estructura del elemento de matriz para sacar algunas conclusiones. Guiados por los argumentos heurísticos, se buscan las diferencias entre el caso masivo y no masivo.

Las corrientes que involucran al bosón de spin 0 son 8, una por cada diagrama. Sin embargo, 6 de esas corrientes vienen en grupos de 2 donde la única diferencia es el intercambio de gluones. Los 5 tipos de corrientes involucrando al bosón (ordenados por diagramas 1,2, 3-4, 5-6 y 7-8) son

$$\begin{aligned}
J_1 &= \overline{u}_{\lambda_t}(p_t)U_\pm((\not{p}_t + \not{p}_\pm) + m_t)\gamma^\mu v_{\lambda_{\bar{t}}}(p_{\bar{t}}) \\
J_2 &= \overline{u}_{\lambda_t}(p_t)\gamma^\mu(-(\not{p}_{\bar{t}} + \not{p}_\pm) + m_t)U_\pm v_{\lambda_{\bar{t}}}(p_{\bar{t}}) \\
J_3 &= \overline{u}_{\lambda_t}(p_t)U_\pm((\not{p}_t + \not{p}_\pm) + m_t)\gamma^\mu((\not{p}_{1,2} - \not{p}_{\bar{t}}) + m_t)\gamma^\nu v_{\lambda_{\bar{t}}}(p_{\bar{t}}) \\
J_4 &= \overline{u}_{\lambda_t}(p_t)\gamma^\mu((\not{p}_t - \not{p}_{1,2}) + m_t)\gamma^\nu(-(\not{p}_{\bar{t}} + \not{p}_\pm) + m_t)U_\pm v_{\lambda_{\bar{t}}}(p_{\bar{t}}) \\
J_5 &= \overline{u}_{\lambda_t}(p_t)\gamma^\mu((\not{p}_t - \not{p}_{1,2}) + m_t)U_\pm((-\not{p}_t + \not{p}_{1,2} + \not{p}_\pm) + m_t)\gamma^\nu v_{\lambda_{\bar{t}}}(p_{\bar{t}})
\end{aligned} \tag{3.25}$$

Para partículas masivas, los fermiones tienen helicidad definida y sus proyectores no tienen una relación tan sencilla. Para partículas no masivas, se manifiesta la estructura quiral utilizada. Como para masa 0, helicidad y quiralidad conmutan, los estados físicos pueden escribirse utilizando los fermiones quirales

$$\begin{aligned}
\overline{u}_{\lambda_t} &= \overline{u}\frac{1}{2}(1_{4x4} - \lambda_t\gamma^5) \\
v_{\lambda_{\bar{t}}} &= \frac{1}{2}(1_{4x4} - \lambda_{\bar{t}}\gamma^5)v_{\bar{t}}
\end{aligned} \tag{3.26}$$

Introduciendo los fermiones quirales en las corrientes (con masas nulas tales que $\not{p}u(p) = \overline{u}(p)\not{p} = 0$), y utilizando que γ^5 anticonmuta con las γ^μ y que $\gamma^5 u_\pm = \pm u_\pm$ y $\gamma^5 v_\pm = \mp v_\pm$, se tiene que

$$
\begin{aligned}
J_1 &= (1/-\lambda_t)\overline{u}_{\lambda_t}(p_t)\not{p}_{\pm}\gamma^{\mu}v_{\lambda_{\bar{t}}}(p_{\bar{t}}) \\
J_2 &= (1/-\lambda_{\bar{t}})\overline{u}_{\lambda_t}(p_t)\gamma^{\mu}(-\not{p}_{\pm})v_{\lambda_{\bar{t}}}(p_{\bar{t}}) \\
J_3 &= (1/-\lambda_t)\overline{u}_{\lambda_t}(p_t)\not{p}_{\pm}\gamma^{\mu}(\not{p}_{1,2}-\not{p}_{\bar{t}})\gamma^{\nu}v_{\lambda_{\bar{t}}}(p_{\bar{t}}) \\
J_4 &= (1/-\lambda_{\bar{t}})\overline{u}_{\lambda_t}(p_t)\gamma^{\mu}(\not{p}_t-\not{p}_{1,2})\gamma^{\nu}(-\not{p}_{\bar{t}}-\not{p}_{\pm})v_{\lambda_{\bar{t}}}(p_{\bar{t}}) \\
J_5 &= (1/-\lambda_t)\overline{u}_{\lambda_t}(p_t)\gamma^{\mu}(\not{p}_t-\not{p}_{1,2})(-\not{p}_t+\not{p}_{1,2}+\not{p}_{\pm})\gamma^{\nu}v_{\lambda_{\bar{t}}}(p_{\bar{t}})
\end{aligned}
\tag{3.27}
$$

Donde $(1/-\lambda_t)$ significa que la corriente está multiplicada por 1 en el caso del escalar y por $-\lambda_t$ en el caso del pseudoescalar. Escribiendo explícitamente los proyectores, se ve que en todos los casos las quiralidades deben ser iguales. Por lo tanto, para los ocho diagramas, los estados finales posibles son aquellos con quiralidad igual (o helicidad opuesta). Además, la única diferencia entre h y A es una fase global común a todos los diagramas introducida por $U_- = \gamma^5$ para el estado final RR. Cuando las partículas son no masivas, los estados quirales son estados físicos que caracterizan a las partículas salientes. Se comprueba que, si se desprecian las masas, los estados quirales son físicos por lo que se suman de manera incoherente (sin interferir entre sí) y la fase global entre los dos se pierde:

$$
|M_-|^2 = |M_-^{L,L}|^2 + |M_-^{R,R}|^2 = |M_+^{L,L}|^2 + |-M_+^{R,R}|^2 = |M_+|^2 \tag{3.28}
$$

Debido a la estructura quiral, no hay diferencia entre h y A para masas 0 (o momentos muy altos). Se comprueba entonces que el σ per bin a momento transverso suficientemente alto debe coincidir para escalar y pseudoescalar. A diferencia del caso visto en el capítulo 2, en el límite no masivo las helicidades son opuestas, y no iguales.

¿Qué significa tomar masas nulas? Utilizando que $\overline{u}(p)\not{p} = m_f\overline{u}(p)$ y que $\not{p}v(p) = -m_f v(p)$, se pueden reescribir las corrientes como:

$$
\begin{aligned}
J_1 &= \overline{u}_{\lambda_t}(p_t)U_{\pm}(\not{p}_{\pm}+m_t(1\pm 1))\gamma^{\mu}v_{\lambda_{\bar{t}}}(p_{\bar{t}}) \\
J_2 &= \overline{u}_{\lambda_t}(p_t)\gamma^{\mu}(-\not{p}_{\pm}+m_t(1\pm 1))U_{\pm}v_{\lambda_{\bar{t}}}(p_{\bar{t}}) \\
J_3 &= \overline{u}_{\lambda_t}(p_t)U_{\pm}(\not{p}_{\pm}+m_t(1\pm 1))\gamma^{\mu}((\not{p}_{1,2}-\not{p}_{\bar{t}})+m_t)\gamma^{\nu}v_{\lambda_{\bar{t}}}(p_{\bar{t}}) \\
J_4 &= \overline{u}_{\lambda_t}(p_t)\gamma^{\mu}((\not{p}_t-\not{p}_{1,2})+m_t)\gamma^{\nu}(-\not{p}_{\pm}+m_t(1\pm 1))U_{\pm}v_{\lambda_{\bar{t}}}(p_{\bar{t}}) \\
J_5 &= \overline{u}_{\lambda_t}(p_t)\gamma^{\mu}((\not{p}_t-\not{p}_{1,2})+m_t)U_{\pm}((-\not{p}_t+\not{p}_{1,2}+\not{p}_{\pm})+m_t)\gamma^{\nu}v_{\lambda_{\bar{t}}}(p_{\bar{t}})
\end{aligned}
\tag{3.29}
$$

Para el pseudoescalar, el único grupo de diagramas con un término proporcional a m_t^2 (sin contar lo que aporta el acople del Yukawa), son los diagramas 7 y 8. La masa en los propagadores marca una diferencia clara entre ambos casos. Cuando m_t es despreciable (para momento transverso alto, en el que es más probable que todas las partículas puedan despreciar su masa), la diferencia se desvanece y ambos son iguales. En todos los casos, lo no masivo se rige por la masa de los fermiones. La masa del bosón no es necesariamente despreciable. Dado que la diferencia entre quiralidad y helicidad se da para los fermiones, no es sorprendente que los dos procesos coincidan sin necesidad de tomar bosón no masivo. Aún así, el efecto no es tan claro en los diagramas 7 y 8. Esto es particularmente interesante ya que estos dos diagramas dominan el comportamiento de $|M|^2$.

Para partículas masivas los diagramas 1 a 6 estarán suprimidos con respecto a los diagramas 7 y 8 debido a que uno de los propagadores nunca estará on-shell mientras que para los diagramas 7 y 8 es posible poner cualquiera de los propagadores (o ambos) on-shell. Para que las cuentas sean más amenas, puede considerarse únicamente los diagramas 7 y 8, que, por ser dominantes, deben capturar el comportamiento del proceso. Esta separación no es invariante de gauge por lo que, para asegurar unitariedad (y que las cuentas den resultados correctos), no se pueden descartar a priori términos que se anulan al considerar todos los diagramas. Para $|M_\pm|^2$, esto implica que, al sumar sobre polarizaciones de gluones incidentes, es necesario restarle las polarizaciones no físicas al $-g_{\mu\nu}$.

¿Cómo pueden entenderse los efectos para masas no nulas? Antes de avanzar hacia cálculos más intrincados, puede seguir analizándose la amplitud mediante el formalismo de Kleiss-Stirling. Como se ve en la sección 1.4.4, este formalismo considera separadamente los momentos tipo luz de aquellos tipo tiempo o tipo espacio. Cuando los fermiones son no masivos, se requiere meramente de espinores quirales $u_{R,L}(p)$ con $p^2 = 0$ para describir tanto partículas como antipartículas (recordando que u_R representa una antipartícula con quiralidad - o Left). En este caso, el formalismo repite lo que ya se ha visto: el par $t\bar{t}$ sólo pueden tener quiralidades idénticas y la única diferencia entre h y A es un signo global en el caso RR.

Para masa fermiónica distinta de 0, es necesario escribir los espinores masivos en función de los espinores no masivos. Para eso, se definen dos momentos auxiliares a partir del cuadrimomento y el vector de polarización de la partícula. Utilizando la base de helicidad, definida en la sección 1.4, los cuadrimomentos auxiliares serán siempre:

$$q_1 = \frac{1}{2}(p + m_f s) \qquad\qquad q_2 = \frac{1}{2}(p - m_f s) \tag{3.30}$$

Con ellos, y utilizando las identidades enunciadas en la sección 1, se escribe $M_\pm^{h_1 h_2, h_t h_{\bar{t}}}$. Sin embargo, a la hora de realizar un análisis esto implica estudiar 80 términos ya que hay 5 diagramas relevantes (recordando que de los 8 diagramas, 3 vienen de a pares debido a la simetría de los gluones). Por lo tanto, se trató de reducir la complejidad estudiando menos diagramas, eligiendo los diagramas 7 y 8 debido a que son los dominantes y los candidatos a explicar el comportamiento de la simulación. Para el diagrama 7, pueden escribirse explícitamente los espinores de helicidad definida en función de los espinores quirales.

$$\begin{aligned} M_\pm^{h_1 h_2,++} &= \sum_k \tau^a_{ij}\tau^b_{jk}\epsilon^{h_1}_\mu(p_1)\epsilon^{h_2}_\nu(p_2)(\overline{u}_L(q_2) + \frac{t(q_2,q_1)}{m_t}\overline{u}_R(q_1))\gamma^\mu \frac{((\not{p}_t - \not{p}_1) + m_t)}{(p_t - p_1)^2 - m_t^2)} U_\pm \\ &\quad \frac{((-\not{p}_t + \not{p}_1 + \not{p}_\pm) + m_t)}{(-p_t + p_1 + p_\pm)^2 - m_t^2)}\gamma^\nu(-u_R(\overline{q}_2) + \frac{t(\overline{q}_1,\overline{q}_2)}{m}u_L(\overline{q}_1)) \end{aligned} \tag{3.31}$$

$$\begin{aligned} M_\pm^{h_1 h_2,+-} &= \sum_k \tau^a_{ij}\tau^b_{jk}\epsilon^{h_1}_\mu(p_1)\epsilon^{h_2}_\nu(p_2)(\overline{u}_L(q_2) + \frac{t(q_2,q_1)}{m_t}\overline{u}_R(q_1))\gamma^\mu \frac{((\not{p}_t - \not{p}_1) + m_t)}{(p_t - p_1)^2 - m_t^2)} U_\pm \\ &\quad \frac{((-\not{p}_t + \not{p}_1 + \not{p}_\pm) + m_t)}{(-p_t + p_1 + p_\pm)^2 - m_t^2)}\gamma^\nu(-u_L(\overline{q}_2) + \frac{s(\overline{q}_1,\overline{q}_2)}{m}u_R(\overline{q}_1)) \end{aligned} \tag{3.32}$$

$$
\begin{aligned}
M_{\pm}^{h_1 h_2,-+} &= \sum_k \tau_{ij}^a \tau_{jk}^b \epsilon_\mu^{h_1}(p_1)\epsilon_\nu^{h_2}(p_2)(\overline{u}_R(q_2) + \frac{s(q_2,q_1)}{m_t}\overline{u}_L(q_1))\gamma^\mu \frac{((\not{p}_t - \not{p}_1) + m_t)}{(p_t - p_1)^2 - m_t^2)} U_\pm \\
&\quad \frac{((-\not{p}_t + \not{p}_1 + \not{p}_\pm) + m_t)}{(-p_t + p_1 + p_\pm)^2 - m_t^2)}\gamma^\nu(-u_R(\overline{q}_2) + \frac{t(\overline{q}_1,\overline{q}_2)}{m}u_L(\overline{q}_1)) \qquad (3.33)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
M_{\pm}^{h_1 h_2,--} &= \sum_k \tau_{ij}^a \tau_{jk}^b \epsilon_\mu^{h_1}(p_1)\epsilon_\nu^{h_2}(p_2)(\overline{u}_R(q_2) + \frac{s(q_2,q_1)}{m_t}\overline{u}_L(q_1))\gamma^\mu \frac{((\not{p}_t - \not{p}_1) + m_t)}{(p_t - p_1)^2 - m_t^2)} U_\pm \\
&\quad \frac{((-\not{p}_t + \not{p}_1 + \not{p}_\pm) + m_t)}{(-p_t + p_1 + p_\pm)^2 - m_t^2)}\gamma^\nu(-u_L(\overline{q}_2) + \frac{s(\overline{q}_1,\overline{q}_2)}{m}u_R(\overline{q}_1)) \qquad (3.34)
\end{aligned}
$$

Para el diagrama 8, basta permutar p_1 con p_2 y a por b. El término que cambia debido a la presencia de masa (además de los espinores) es:

$$
\Gamma_\pm = (\not{q} + m_t)U_\pm(\not{k} + m_t) \qquad (3.35)
$$

Moviendo $U_\pm$ se ve que aparecen dos términos: uno que no altera la relación entre quiralidades (Non Quirality Flip) y otro que sí (Quirality Flip).

$$
\begin{aligned}
\Gamma_\pm^{NQF} &= (m_t^2 \pm \not{q}\not{k})U_\pm \\
\Gamma_\pm^{QF} &= m_t(\not{q} \pm \not{k})U_\pm \qquad (3.36)
\end{aligned}
$$

Γ^{NQF} sobrevive en el límite de masa 0 y sólo permite estados con misma quiralidad (como pasaba para masa 0) mientras que Γ^{QF} permite estados con quiralidad opuesta pero muere a masa 0. Un efecto de las masas es, entonces, permitir combinaciones de quiralidad que antes no eran posibles. Además, la matriz $U_\pm$ introduce distintos signos relativos entre las matrices y entre las quiralidades en las que se descompone un espinor de helicidad definida. Hay que tener en cuenta estos dos efectos a la hora de interpretar físicamente la diferencia entre h y A. La aparición de otras quiralidades es la smoking gun de la no conmutatividad de helicidad y quiralidad y puede explicar la diferencia entre escalar y pseudoescalar.

Utilizando el formalismo de Kleiss-Stirling, pueden transformarse a los vectores de polarización de los gluones en escalares de Dirac y, mediante la identidad de Chisholm, eliminar las matrices γ^μ y γ^ν contraídas con dichos vectores de polarización. Esto puede hacerse ya que los dos gluones cumplen que $p_1 \cdot p_2 > 0$ (ya que $(p_1 + p_2)^2 = 2p_1 \cdot p_2 = E_{total}$). Las amplitudes de helicidad genéricas para el diagrama 7 son

$$
\begin{aligned}
M_{\pm}^{h_1h_2,++} &= \sum_k \tau_{ij}^a \tau_{jk}^b (\overline{u}_L(q_2) + \frac{t(q_2,q_1)}{m_t}\overline{u}_R(q_1))(u_{h_1}(p_2)\overline{u}_{h_1}(p_1) + u_{-h_1}(p_1)\overline{u}_{-h_1}(p_2)) \\
&\quad \frac{((\not{p}_t - \not{p}_1) + m_t)}{(p_t - p_1)^2 - m_t^2)} U_{\pm} \frac{((-\not{p}_t + \not{p}_1 + \not{p}_{\pm}) + m_t)}{(-p_t + p_1 + p_{\pm})^2 - m_t^2)} \\
&\quad (u_{h_2}(p_1)\overline{u}_{h_2}(p_2) + u_{-h_2}(p_2)\overline{u}_{-h_2}(p_1))(-u_R(\overline{q}_2) + \frac{t(\overline{q}_1,\overline{q}_2)}{m} u_L(\overline{q}_1)) \qquad (3.37) \\
M_{\pm}^{h_1h_2,+-} &= \sum_k \tau_{ij}^a \tau_{jk}^b (\overline{u}_L(q_2) + \frac{t(q_2,q_1)}{m_t}\overline{u}_R(q_1))(u_{h_1}(p_2)\overline{u}_{h_1}(p_1) + u_{-h_1}(p_1)\overline{u}_{-h_1}(p_2)) \\
&\quad \frac{((\not{p}_t - \not{p}_1) + m_t)}{(p_t - p_1)^2 - m_t^2)} U_{\pm} \frac{((-\not{p}_t + \not{p}_1 + \not{p}_{\pm}) + m_t)}{(-p_t + p_1 + p_{\pm})^2 - m_t^2)} \\
&\quad (u_{h_2}(p_1)\overline{u}_{h_2}(p_2) + u_{-h_2}(p_2)\overline{u}_{-h_2}(p_1))(-u_L(\overline{q}_2) + \frac{s(\overline{q}_1,\overline{q}_2)}{m} u_R(\overline{q}_1)) \qquad (3.38)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
M_{\pm}^{h_1h_2,-+} &= \sum_k \tau_{ij}^a \tau_{jk}^b (\overline{u}_R(q_2) + \frac{s(q_2,q_1)}{m_t}\overline{u}_L(q_1))(u_{h_1}(p_2)\overline{u}_{h_1}(p_1) + u_{-h_1}(p_1)\overline{u}_{-h_1}(p_2)) \\
&\quad \frac{((\not{p}_t - \not{p}_1) + m_t)}{(p_t - p_1)^2 - m_t^2)} U_{\pm} \frac{((-\not{p}_t + \not{p}_1 + \not{p}_{\pm}) + m_t)}{(-p_t + p_1 + p_{\pm})^2 - m_t^2)} \\
&\quad (u_{h_2}(p_1)\overline{u}_{h_2}(p_2) + u_{-h_2}(p_2)\overline{u}_{-h_2}(p_1))(-u_R(\overline{q}_2) + \frac{t(\overline{q}_1,\overline{q}_2)}{m} u_L(\overline{q}_1)) \qquad (3.39) \\
M_{\pm}^{h_1h_2,--} &= \sum_k \tau_{ij}^a \tau_{jk}^b (\overline{u}_R(q_2) + \frac{s(q_2,q_1)}{m_t}\overline{u}_L(q_1))(u_{h_1}(p_2)\overline{u}_{h_1}(p_1) + u_{-h_1}(p_1)\overline{u}_{-h_1}(p_2)) \\
&\quad \frac{((\not{p}_t - \not{p}_1) + m_t)}{(p_t - p_1)^2 - m_t^2)} U_{\pm} \frac{((-\not{p}_t + \not{p}_1 + \not{p}_{\pm}) + m_t)}{(-p_t + p_1 + p_{\pm})^2 - m_t^2)} \\
&\quad (u_{h_2}(p_1)\overline{u}_{h_2}(p_2) + u_{-h_2}(p_2)\overline{u}_{-h_2}(p_1))(-u_L(\overline{q}_2) + \frac{s(\overline{q}_1,\overline{q}_2)}{m} u_R(\overline{q}_1)) \qquad (3.40)
\end{aligned}
$$

El efecto de $U_{\pm}$ sobre los espinores quirales (y su conmutación o anticonmutación con las matrices γ), distinguen entre escalar y pseudoescalar. Especificando las helicidades de los gluones, pueden obtenerse expresiones cerradas para las 16 amplitudes de helicidad del diagrama 7. Luego, utilizando que $t(p,k) = -[s(p,k)]^* = [s(k,p)]^*$, pueden relacionarse las distintas amplitudes entre sí. Existe un único problema y es que los términos que involucren a $-\not{p}_1 + \not{p}_t$ y $\not{p}_1 - \not{p}_t + \not{p}_{\pm}$ no pueden reducirse trivialmente a productos s y p. Sin embargo, para los espinores tipo luz se cumple que

$$
\overline{u}_{\lambda}(p)\not{k}u_{\lambda}(p') = [\overline{u}_{-\lambda}(p)\not{k}u_{-\lambda}(p')]^* \qquad (3.41)
$$

Lo que puede comprobarse utilizando que $\not{k} = u_+(k)\overline{u}_+(k) + u_-(k)\overline{u}_-(k)$:

$$\begin{aligned}
\overline{u}_\lambda(p)\not{k}u_\lambda(p') &= \overline{u}_\lambda u_{-\lambda}(k)\overline{u}_{-\lambda}(k)u_\lambda(p') \\
\overline{u}_\lambda(p)\not{k}u_\lambda(p') &= [-\overline{u}_{-\lambda}u_\lambda(k)]^*[-\overline{u}_\lambda(k)u_{-\lambda}(p')]^* \\
\overline{u}_\lambda(p)\not{k}u_\lambda(p') &= [\overline{u}_{-\lambda}u_\lambda(k)\overline{u}_\lambda(k)u_{-\lambda}(p')]^* \\
\overline{u}_\lambda(p)\not{k}u_\lambda(p') &= \overline{u}_{-\lambda}(p)\not{k}u_{-\lambda}(p') \qquad (3.42)
\end{aligned}$$

Como todos los espinores tipo tiempo pueden descomponerse en espinores tipo luz $k = k_1 + k_2$, entonces esto vale para todos los momentos involucrados en el propagador.

Para dos momentos tipo luz k y q se cumple que:

$$\overline{u}_\lambda(p)\not{k}\not{q}u_{-\lambda}(p') = -[\overline{u}_{-\lambda}(p)\not{k}\not{q}u_\lambda(p')]^* \qquad (3.43)$$

lo que puede comprobarse explícitamente tal como se hizo en el caso anterior. Para un momento tipo luz k y un momento tipo tiempo q se cumple que

$$\begin{aligned}
\overline{u}_\lambda(p)\not{k}\not{q}u_{-\lambda}(p') &= \overline{u}_\lambda(p)\not{k}\not{q}_1u_{-\lambda}(p') + \overline{u}_\lambda(p)\not{k}\not{q}_2u_{-\lambda}(p') \\
\overline{u}_\lambda(p)\not{k}\not{q}u_{-\lambda}(p') &= -[\overline{u}_{-\lambda}(p)\not{k}\not{q}_1u_\lambda(p')]^* - [\overline{u}_{-\lambda}(p)\not{k}\not{q}_2u_\lambda(p')]^* \\
\overline{u}_\lambda(p)\not{k}\not{q}u_{-\lambda}(p') &= -[\overline{u}_{-\lambda}(p)\not{k}\not{q}u_\lambda(p')]^*
\end{aligned}$$

Y para dos momentos k y q tipo tiempo

$$\begin{aligned}
\overline{u}_\lambda(p)\not{k}\not{q}u_{-\lambda}(p') &= \overline{u}_\lambda(p)\not{k}_1\not{q}_1u_{-\lambda}(p') + \overline{u}_\lambda(p)\not{k}_1\not{q}_2u_{-\lambda}(p') + \overline{u}_\lambda(p)\not{k}_2\not{q}_1u_{-\lambda}(p') + \overline{u}_\lambda(p)\not{k}_2\not{q}_2u_{-\lambda}(p') \\
\overline{u}_\lambda(p)\not{k}\not{q}u_{-\lambda}(p') &= -[\overline{u}_{-\lambda}(p)\not{k}_1\not{q}_1u_\lambda(p')]^* - [\overline{u}_{-\lambda}(p)\not{k}_1\not{q}_2u_\lambda(p')]^* - [\overline{u}_{-\lambda}(p)\not{k}_2\not{q}_1u_\lambda(p')]^* \\
&\quad -[\overline{u}_{-\lambda}(p)\not{k}_2\not{q}_2u_\lambda(p')]^* \\
\overline{u}_\lambda(p)\not{k}\not{q}u_{-\lambda}(p') &= -[\overline{u}_{-\lambda}(p)\not{k}\not{q}u_\lambda(p')]^* \qquad (3.44)
\end{aligned}$$

Con esto, pueden encontrarse relaciones entre las distintas amplitudes de helicidad y ver cómo eso cambia para escalar o pseudoescalar.

$$\begin{aligned}
M_\pm^{--,--} &= \mp[M_\pm^{++,++}]^* && (3.45)\\
M_\pm^{--,++} &= \mp[M_\pm^{++,--}]^* && (3.46)\\
M_\pm^{--,+-} &= \pm[M_\pm^{++,-+}]^* && (3.47)\\
M_\pm^{--,-+} &= \pm[M_\pm^{++,+-}]^* && (3.48)\\
M_\pm^{-+,--} &= \mp[M_\pm^{+-,++}]^* && (3.49)\\
M_\pm^{-+,++} &= \mp[M_\pm^{+-,--}]^* && (3.50)\\
M_\pm^{-+,+-} &= \pm[M_\pm^{+-,-+}]^* && (3.51)\\
M_\pm^{-+,-+} &= \pm(M_\pm^{+-,+-})^* && (3.52)
\end{aligned}$$

Se ve que estas igualdades analizan separadamente escalar y pseudoescalar, sin comparar entre h y A. La diferencia es en el cambio de signo $\pm$, que proviene del accionar de $U_\pm$ sobre los espinores quirales que vienen de los gluones. Algo interesante es que se distingue entre las combinaciones que sobreviven a altas energías $(h_t, -h_t)$ y aquellas que no (h_t, h_t). Si se suma a nivel de la amplitud, en la primera opción sobrevive la parte real mientras que en la segunda sobrevive la parte imaginaria.

Con estas igualdades puede reducirse el cálculo:

$$\begin{aligned}\frac{1}{4}\sum_{h_1h_2,h_t,h_{\bar{t}}}|M_\pm^{h_1h_2,h_t,h_{\bar{t}}}|^2 &= \frac{1}{2}(|M_\pm^{++,++}|^2+|M_\pm^{++,--}|^2\\ &+|M_\pm^{++,+-}|^2+|M_\pm^{++,-+}|^2\\ &+|M_\pm^{+-,++}|^2+|M_\pm^{+-,--}|^2\\ &+|M_\pm^{+-,+-}|^2+|M_\pm^{+-,-+}|^2)\end{aligned} \tag{3.53}$$

¿Cuál es la diferencia entre escalar y pseudoescalar? Puede verse la diferencia en, por ejemplo, el caso $M_\pm^{+-,-+}$

$$\begin{aligned}M_\pm^{+-,-+} &= \overline{u}_+(p_1)((\not{p}_g-\not{p}_t)(-p_g+\not{p}_t+\not{p}_\pm)\pm m_t^2))u_-(p_1)\frac{s(q_2,q_1)}{m_t}t(q_1,p_2)t(\overline{q}_2,p_2)\\ &+\overline{u}_+(p_1)(m_t(\not{p}_g-\not{p}_t)\pm m_t(-p_g+\not{p}_t+\not{p}_\pm))u_+(p_2)\frac{s(q_2,q_1)}{m_t}t(q_1,p_2)s(p_1,\overline{q}_1)\frac{t(\overline{q}_1,\overline{q}_2)}{m_t}\\ &+\overline{u}_-(p_2)(\pm m_t(\not{p}_g-\not{p}_t)+m_t(-p_g+\not{p}_t+\not{p}_\pm))u_-(p_1)s(q_2,p_1)t(\overline{q}_2,p_2)\\ &+\overline{u}_-(p_2)(\pm(\not{p}_g-\not{p}_t)(-p_g+\not{p}_t+\not{p}_\pm)+m_t^2))u_+(p_2)s(q_2,p_1)s(p_1,\overline{q}_1)\frac{t(\overline{q}_1,\overline{q}_2)}{m_t}\end{aligned} \tag{3.54}$$

Se observa que, debido a la presencia del γ^5, aparecen cambios de signo relativos que afectan a los Γ^{NQF} y Γ^{QF}. En particular, en este caso, los términos $m_t^2\overline{u}_h(p)u_{-h}(p)$ se anulan debido a que $p^2=0$.

Si uno se concentra en el Γ^{QF} (fenómeno que se desvanece en el límite de masa 0), ve que para el escalar aparecen términos de la forma:

$$\begin{aligned}&\overline{u}_\lambda(\not{p}_g-\not{p}_t+(-p_g+\not{p}_t+\not{p}_h))u_\lambda=\overline{u}_\lambda\not{p}_hu_\lambda\\ =\ &\overline{u}_\lambda(\not{P}_i-(\not{p}_t+\not{p}_{\bar{t}}))u_\lambda\end{aligned} \tag{3.55}$$

Mientras que para el pseudoescalar:

$$\begin{aligned}&\overline{u}_\lambda(\not{p}_g-\not{p}_t-(-p_g+\not{p}_t+\not{p}_h))u_\lambda=\overline{u}_\lambda(2\not{p}_{\bar{t}}+\not{p}_h)u_\lambda\\ =\ &\overline{u}_\lambda(\not{P}_i-(\not{p}_t-\not{p}_{\bar{t}}))u_\lambda\end{aligned} \tag{3.56}$$

Interpretar esto físicamente no es trivial. A pesar de que puede comprobarse que la aparición de la masa diferencia entre escalar y pseudoescalar, la razón exacta queda escondida. El formalismo de Kleiss-Stirling permite hacer explícita la diferencia entre helicidad y quiralidad, mostrando como la paridad intrínseca de la partícula juega un rol (ya que se proponen densidades lagrangiana CP invariantes).

3.4.3. Cálculo de $|M_\pm|^2$

Debido a que el observable estudiado en 3.1 es sensible al módulo cuadrado de la amplitud de transición, es útil realizar el cálculo explícito de $|M_\pm|^2$ y ver dónde se halla la diferencia. Como se detalla en la sección 3.4.2, se seleccionan sólo los diagramas 7 y 8 para poder estudiar a $|M_\pm|^2$ "con los dedos". Debido a que el estado final es de 3 cuerpos, hay 9-4=5 grados de libertad. En el sistema centro de masa, hay además una simetría de rotación que permite situar a todos los momentos en el plano x-z, quedando entonces 4 variables libres. En principio, si se quiere una distribución en momento transverso, será necesario realizar 3 integrales.

Utilizando los diagramas 7 y 8, el cálculo de $|M_\pm|^2$ se reduce a calcular la siguiente expresión:

$$|M_\pm|^2 = A_\pm + B_\pm + 2Re[C_\pm] \tag{3.57}$$

$$\begin{aligned} A_\pm &= \pm g_s^4 \frac{m_f^2}{v^2} \sum_k \tau^a_{ik}\tau^b_{kj}\tau^{a*}_{ik}\tau^{b*}_{kj}\epsilon^{\lambda_1}_\mu(p_1)\epsilon^{\lambda_2}_\nu(p_2)\epsilon^{\lambda_1*}_\rho(p_1)\epsilon^{\lambda_2*}_\sigma(p_2) \\ &\quad \overline{u}(p_t)\gamma^\mu \frac{((\not{p}_t - \not{p}_1) + m_t)}{(p_t-p_1)^2 - m_t^2} U_\pm \frac{((-\not{p}_t + \not{p}_1 + \not{p}_\pm) + m_t)}{(-p_t+p_1+p_\pm)^2 - m_t^2}\gamma^\nu v(p_{\bar{t}}) \\ &\quad \overline{v}(p_{\bar{t}})\gamma^\sigma \frac{((-\not{p}_t + \not{p}_1 + \not{p}_\pm) + m_t)}{(-p_t+p_1+p_\pm)^2 - m_t^2} U_\pm \frac{((\not{p}_t - \not{p}_1) + m_t)}{(p_t-p_1)^2 - m_t^2}\gamma^\rho u(p_t) \end{aligned} \tag{3.58}$$

$$\begin{aligned} B_\pm &= \pm g_s^4 \frac{m_f^2}{v^2} \sum_k \tau^a_{kj}\tau^b_{ik}\tau^{a*}_{kj}\tau^{b*}_{ik}\epsilon^{\lambda_1}_\mu(p_1)\epsilon^{\lambda_2}_\nu(p_2)\epsilon^{\lambda_1*}_\rho(p_1)\epsilon^{\lambda_2*}_\sigma(p_2) \\ &\quad \overline{u}(p_t)\gamma^\nu \frac{((\not{p}_t - \not{p}_2) + m_t)}{(p_t-p_2)^2 - m_t^2} U_\pm \frac{((-\not{p}_t + \not{p}_2 + \not{p}_\pm) + m_t)}{(-p_t+p_2+p_\pm)^2 - m_t^2}\gamma^\mu v(p_{\bar{t}}) \\ &\quad \overline{v}(p_{\bar{t}})\gamma^\rho \frac{((-\not{p}_t + \not{p}_2 + \not{p}_\pm) + m_t)}{(-p_t+p_2+p_\pm)^2 - m_t^2} U_\pm \frac{((\not{p}_t - \not{p}_2) + m_t)}{(p_t-p_2)^2 - m_t^2}\gamma^\sigma u(p_t) \end{aligned} \tag{3.59}$$

$$\begin{aligned} C_\pm &= \pm g_s^4 \frac{m_f^2}{v^2} \sum_k \tau^a_{ik}\tau^b_{kj}\tau^{a*}_{kj}\tau^{b*}_{ik}\epsilon^{\lambda_1}_\mu(p_1)\epsilon^{\lambda_2}_\nu(p_2)\epsilon^{\lambda_1*}_\rho(p_1)\epsilon^{\lambda_2*}_\sigma(p_2) \\ &\quad \overline{u}(p_t)\gamma^\mu \frac{((\not{p}_t - \not{p}_1) + m_t)}{(p_t-p_1)^2 - m_t^2} U_\pm \frac{((-\not{p}_t + \not{p}_1 + \not{p}_\pm) + m_t)}{(-p_t+p_1+p_\pm)^2 - m_t^2}\gamma^\nu v(p_{\bar{t}}) \\ &\quad \overline{v}(p_{\bar{t}})\gamma^\rho \frac{((-\not{p}_t + \not{p}_2 + \not{p}_\pm) + m_t)}{(-p_t+p_2+p_\pm)^2 - m_t^2} U_\pm \frac{((\not{p}_t - \not{p}_2) + m_t)}{(p_t-p_2)^2 - m_t^2}\gamma^\sigma u(p_t) \end{aligned} \tag{3.60}$$

Si se escriben explícitamente los índices de Dirac, puede verse que es un escalar. En particular, si se suma sobre todas las polarizaciones posibles de estados finales, se transforma explícitamente en una traza de Dirac. El $\pm$ delante de cada término proviene del γ^5, que introduce un signo menos en el elemento de matriz conjugado M^*_-. La estructura de color puede simplificarse utilizando que $\tau^{a*}_{j,i} = \tau^a_{i,j}$. Si se promedia sobre los estados de color iniciales y se suma sobre los estados de color finales se ve que para A y B:

$$\begin{aligned}\frac{1}{64}\sum_{a,b,i,j,k}(\tau^a_{ik}\tau^a_{ki})(\tau^b_{kj}\tau^b_{jk}) &= \frac{1}{64}\sum_{a,b}Tr(\tau^a\tau^a)Tr(\tau^b\tau^b)\\ &= \frac{1}{64}\frac{1}{4}\sum_{a,b}\delta^{a,a}\delta^{a,a}\\ &= \frac{1}{4}\end{aligned} \tag{3.61}$$

Mientras que para C:

$$\begin{aligned}\frac{1}{64}\sum_{a,b,i,k}(\tau^a_{ik}\tau^b_{ki})^2 &= \frac{1}{64}\sum_{a,b}Tr(\tau^a\tau^b)^2\\ &= \frac{1}{64}\frac{1}{4}\sum_{a,b}\delta^{a,b}\delta^{a,b} = \frac{1}{64}\frac{1}{4}\sum_{a}\delta^{a,a}\\ &= \frac{1}{32}\end{aligned} \tag{3.62}$$

Dado que la interferencia tiene un factor de color distinto a los otros dos términos, la estructura de color no puede factorizarse.

Para las polarizaciones de los gluones y los fermiones, es necesario promediar sobre los estados iniciales y sumar sobre los estados finales, obteniendo para cada gluón incidente

$$1/2\sum_{\lambda_i}\epsilon^{\lambda_i}_{\mu}(p_i)\epsilon^{\lambda_i *}_{\nu}(p_i) = \frac{1}{2}(-g_{\mu,\nu} + \frac{p_{1_\mu}p_{2_\nu} + p_{1_\nu}p_{2_\mu}}{p_1\cdot p_2}) \tag{3.63}$$

Donde se utilizó que $p_1\cdot p_2 \neq 0$ (dado que $(p_1+p_2)^2 = 2p_1\cdot p_2 = E^2_{CM}$).

Para los fermiones, se suma sobre todas las polarizaciones de manera incoherente:

$$\begin{aligned}\sum_{h_t} u^{h_t}_{p_t}\overline{u}^{h_t}_{p_t} &= \not{p}_t + m_t\\ \sum_{h_{\bar{t}}} v^{h_{\bar{t}}}_{p_{\bar{t}}}\overline{v}^{h_{\bar{t}}}_{p_{\bar{t}}} &= \not{p}_{\bar{t}} - m_t\end{aligned} \tag{3.64}$$

Utilizando todas estas relaciones, $|M_\pm|^2$ es entonces

$$|M_\pm|^2 = \frac{1}{4}(-g_{\mu,\rho} + \frac{p_{1_\mu}p_{2_\rho} + p_{1_\rho}p_{2_\mu}}{p_1\cdot p_2})(A^{\mu\nu\rho\sigma}_\pm + B^{\mu\nu\rho\sigma}_\pm + 2Re[C^{\mu\nu\rho\sigma}_\pm]) \tag{3.65}$$

$$
\begin{aligned}
A_{\pm}^{\mu\nu\rho\sigma} &= \pm g_s^4 \frac{m_f^2}{4v^2} Tr((\not{p}_t + m_t)\gamma^\mu \frac{((\not{p}_t - \not{p}_1) + m_t)}{(p_t - p_1)^2 - m_t^2)} U_\pm \frac{((-\not{p}_t + \not{p}_1 + \not{p}_\pm) + m_t)}{(-p_t + p_1 + p_\pm)^2 - m_t^2)} \gamma^\nu \\
&\quad (\not{p}_{\bar{t}} - m_t)\gamma^\sigma \frac{((-\not{p}_t + \not{p}_1 + \not{p}_\pm) + m_t)}{(-p_t + p_1 + p_\pm)^2 - m_t^2)} U_\pm \frac{((\not{p}_t - \not{p}_1) + m_t)}{(p_t - p_1)^2 - m_t^2} \gamma^\rho) \qquad (3.66) \\
B_{\pm}^{\mu\nu\rho\sigma} &= \pm g_s^4 \frac{m_f^2}{4v^2} Tr((\not{p}_t + m_t)\gamma^\nu \frac{((\not{p}_t - \not{p}_2) + m_t)}{(p_t - p_2)^2 - m_t^2} U_\pm \frac{((-\not{p}_t + \not{p}_2 + \not{p}_\pm) + m_t)}{(-p_t + p_2 + p_\pm)^2 - m_t^2} \gamma^\mu \\
&\quad (\not{p}_{\bar{t}} - m_t)\gamma^\rho \frac{((-\not{p}_t + \not{p}_2 + \not{p}_\pm) + m_t)}{(-p_t + p_2 + p_\pm)^2 - m_t^2} U_\pm \frac{((\not{p}_t - \not{p}_2) + m_t)}{(p_t - p_2)^2 - m_t^2} \gamma^\sigma) \qquad (3.67) \\
C_{\pm}^{\mu\nu\rho\sigma} &= \pm g_s^4 \frac{m_f^2}{32v^2} Tr((\not{p}_t + m_t)\gamma^\mu \frac{((\not{p}_t - \not{p}_1) + m_t)}{(p_t - p_1)^2 - m_t^2} U_\pm \frac{((-\not{p}_t + \not{p}_1 + \not{p}_\pm) + m_t)}{(-p_t + p_1 + p_\pm)^2 - m_t^2} \gamma^\nu \\
&\quad (\not{p}_{\bar{t}} - m_t)\gamma^\rho \frac{((-\not{p}_t + \not{p}_2 + \not{p}_\pm) + m_t)}{(-p_t + p_2 + p_\pm)^2 - m_t^2} U_\pm \frac{((\not{p}_t - \not{p}_2) + m_t)}{(p_t - p_2)^2 - m_t^2} \gamma^\sigma) \qquad (3.68)
\end{aligned}
$$

Antes de realizar cálculos explícitos, se puede intentar entender como afecta el cambio de paridad a $|M_\pm|^2$. A nivel de cuentas, la única diferencia entre escalar y pseudoescalar es la aparición de la matriz γ^5 en el vértice (justificada en que consideramos lagrangianos CP invariantes). Utilizando que γ^5 anticonmuta con todas las otras matrices γ^μ y que $\gamma^5\gamma^5 = 1_{4x4}$ pueden eliminarse las 2 matrices γ^5 de $|M_-|^2$, obteniendo:

$$
\begin{aligned}
A_{-}^{\mu\nu\rho\sigma} &= g_s^4 \frac{m_f^2}{4v^2} Tr((\not{p}_t + m_t)\gamma^\mu \frac{((\not{p}_t - \not{p}_1) + m_t)}{(p_t - p_1)^2 - m_t^2)} \frac{((-\not{p}_t + \not{p}_1 + \not{p}_\pm) - m_t)}{(-p_t + p_1 + p_\pm)^2 - m_t^2)} \gamma^\nu \\
&\quad (\not{p}_{\bar{t}} + m_t)\gamma^\sigma \frac{((-\not{p}_t + \not{p}_1 + \not{p}_\pm) - m_t)}{(-p_t + p_1 + p_\pm)^2 - m_t^2)} \frac{((\not{p}_t - \not{p}_1) + m_t)}{(p_t - p_1)^2 - m_t^2} \gamma^\rho) \qquad (3.69)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
B_{-}^{\mu\nu\rho\sigma} &= g_s^4 \frac{m_f^2}{4v^2} Tr((\not{p}_t + m_t)\gamma^\nu \frac{((\not{p}_t - \not{p}_2) + m_t)}{(p_t - p_2)^2 - m_t^2} \frac{((-\not{p}_t + \not{p}_2 + \not{p}_\pm) - m_t)}{(-p_t + p_2 + p_\pm)^2 - m_t^2} \gamma^\mu \\
&\quad (\not{p}_{\bar{t}} + m_t)\gamma^\rho \frac{((-\not{p}_t + \not{p}_2 + \not{p}_\pm) - m_t)}{(-p_t + p_2 + p_\pm)^2 - m_t^2} \frac{((\not{p}_t - \not{p}_2) + m_t)}{(p_t - p_2)^2 - m_t^2} \gamma^\sigma) \qquad (3.70)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
C_{-}^{\mu\nu\rho\sigma} &= g_s^4 \frac{m_f^2}{32v^2} Tr((\not{p}_t + m_t)\gamma^\mu \frac{((\not{p}_t - \not{p}_1) + m_t)}{(p_t - p_1)^2 - m_t^2} \frac{((-\not{p}_t + \not{p}_1 + \not{p}_\pm) - m_t)}{(-p_t + p_1 + p_\pm)^2 - m_t^2} \gamma^\nu \\
&\quad (\not{p}_{\bar{t}} + m_t)\gamma^\rho \frac{((-\not{p}_t + \not{p}_2 + \not{p}_\pm) - m_t)}{(-p_t + p_2 + p_\pm)^2 - m_t^2} \frac{((\not{p}_t - \not{p}_2) + m_t)}{(p_t - p_2)^2 - m_t^2} \gamma^\sigma) \qquad (3.71)
\end{aligned}
$$

Entonces, pueden separarse los términos de $|M_-|^2$ que cambian de signo con respecto a $|M_+|^2$, obteniéndose que

$$
\begin{aligned}
A_{\pm}^{\mu\nu\rho\sigma} &= \frac{a_1^{\mu\nu\rho\sigma} \pm a_2^{\mu\nu\rho\sigma}}{((-p_t+p_1+p_{\pm})^2-m_t^2)^2((-p_t+p_1)^2-m_t^2)^2} \\
B_{\pm}^{\mu\nu\rho\sigma} &= \frac{b_1^{\mu\nu\rho\sigma} \pm b_2^{\mu\nu\rho\sigma}}{((-p_t+p_2+p_{\pm})^2-m_t^2)^2((-p_t+p_2)^2-m_t^2)^2} \\
C_{\pm}^{\mu\nu\rho\sigma} &= \frac{c_1^{\mu\nu\rho\sigma} \pm c_2^{\mu\nu\rho\sigma}}{((-p_t+p_1+p_{\pm})^2-m_t^2)((-p_t+p_1)^2-m_t^2)((-p_t+p_2+p_{\pm})^2-m_t^2)((-p_t+p_2)^2-m_t^2)}
\end{aligned}
\tag{3.72}
$$

Si la masa del fermión es 0, lo que es aproximadamente cierto a altas energías, a_2, b_2 y c_2 se anulan (sin contar en este análisis el acoplamiento entre los fermiones y el bosón). Se verifica entonces que, a masa 0, escalar y pseudoescalar son idénticos.

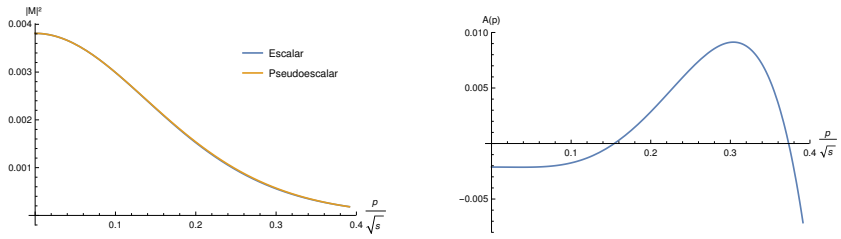
Para obtener $A(p_T)$ es necesario calcular explícitamente las trazas utilizando las identidades de las trazas de Dirac. Para calcular $|M_{\pm}|^2$, se utilizaron el paquete Tracer del Mathematica y los paquetes FeynArts y FeynCalc (pudiendo hacerse un cross-check). Para obtener $A(p_T)$, se especificó una distribución cinemática como se detalla en la siguiente sección.

Caso particular

Para tratar de simplificar el problema (y evitar hacer 3 integrales), se puede estudiar alguna situación cinemática significativa y ver si esta permite obtener la función $A(p_T)$. Para ello, hay que elegir la orientación de los momentos. Debido a que el top y el antitop tienen la misma masa, y son idénticos en todos los números cuánticos involucrados en $|M_{\pm}|^2$, un caso interesante es el caso simétrico en que $|\vec{p_t}| = |\vec{p_{\bar{t}}}|$ (o $E_t = E_{\bar{t}}$). Como se quiere estudiar el caso donde el bosón tenga momento transverso, lo más sencillo es elegir el caso particular en que $\vec{p}_{\pm} = (p, 0, 0)$ con el eje z definido por los gluones. Por lo tanto, esta distribución cinemática queda fija por estas dos condiciones y la conservación del cuadrimomento total:

$$
\begin{aligned}
p_{g1} &= \sqrt{s}/2(1,0,0,1) \\
p_{g2} &= \sqrt{s}/2(1,0,0,-1) \\
p_{\pm} &= (\sqrt{m_h^2+p^2}, p, 0, 0) \\
p_t &= (\sqrt{m_t^2+\frac{p^2}{4}+k^2}, -\frac{p}{2}, 0, k) \\
p_{\bar{t}} &= (\sqrt{m_t^2+\frac{p^2}{4}+k^2}, -\frac{p}{2}, 0, -k) \\
\sqrt{s} &= \sqrt{m_h^2+p^2} + 2\sqrt{m_t^2+\frac{p^2}{4}+k^2}
\end{aligned}
\tag{3.73}
$$

Con esta disposición cinemática, los productos escalares son:



(a) (b)

Figura 3.4: (a)$|M_\pm|^2$ en función del momento transverso de h/A para el caso particular detallado con $\sqrt{s} = 800GeV$ (b)$A(p_T)$ en función del momento transverso de h/A para el caso particular detallado con $\sqrt{s} = 800GeV$

$$
\begin{aligned}
p_1 \cdot p_2 &= \frac{s}{2} \\
p_1 \cdot p_t &= p_2 \cdot p_{\bar{t}} = \frac{\sqrt{s}}{2}\left(\sqrt{m_t^2 + \frac{p^2}{4} + k^2} - k\right) \\
p_2 \cdot p_t &= p_1 \cdot p_{\bar{t}} = \frac{\sqrt{s}}{2}\left(\sqrt{m_t^2 + \frac{p^2}{4} + k^2} + k\right) \\
p_1 \cdot p_\pm &= p_2 \cdot p_\pm = \frac{\sqrt{s}}{2}\sqrt{m_h^2 + p^2} \\
p_t \cdot p_\pm &= p_{\bar{t}} \cdot p_\pm = \sqrt{m_h^2 + p^2}\sqrt{m_t^2 + \frac{p^2}{4} + k^2} + \frac{p^2}{2}
\end{aligned}
\tag{3.74}
$$

Utilizando estos productos escalares, se puede calcular $|M_\pm|^2$ y $A(p_T)$, como se ve en las figuras 3.4. Aquí, la energía de centro de masa está fija (no se tuvo en cuenta la distribución en energías originada en las pdfs de los protones) por lo que existe un momento transverso máximo ($p = \sqrt{(\sqrt{s} - 2m_t)^2/4 - m_h^2}$).

$A(p)$ reproduce ciertas características de las simulaciones. Cualitativamente, se observa la supresión del pseudoescalar para momentos bajos (aunque el valor sea mucho menor ya que la energía de t y $\bar{t}$ sigue siendo alta) y cómo esta desaparece luego. Para momentos muy altos, los dos fermiones tienen poca energía por lo que vuelve a estar suprimido el pseudoescalar. A pesar de no ser del todo fiel, la suposición de que los efectos de la paridad se dan en $|M_\pm|^2$ da resultados adecuados. Entonces, aunque las distribuciones no puedan reproducirse sin integrar, la diferencia entre h y A sí se puede reproducir. Considerar estos dos diagramas permite ver, aunque sea en un caso particular, la diferencia entre escalar y pseudoescalar en la fracción de eventos. Si se disminuye la $E_{CM} = \sqrt{s}$, esta diferencia está más suprimida para momento bajo. Esto se debe a que, para menor momento transverso habrá menos configuraciones.

También se estudió a todas las partículas en el plano transverso, pero los valores de $|M|^2$ eran muy pequeños en comparación al caso presentado y por lo tanto no se tuvo en cuenta.

Sin embargo, reproducir la asimetría no equivale a explicarla. El caso particular, aunque ilustrativo de que la diferencia está presente, no permite sacar verdaderas conclusiones.

3.5. Discusión

Utilizando el MadGraph, se vio que la diferencia entre escalar y pseudoescalar puede verse en la distribución de momento transverso del bosón. Esa diferencia indica que el pseudoescalar está suprimido a momentos bajos con respecto al escalar. Estudiando el elemento de matriz para $gg \to t\bar{t}h/A$, se pudo reproducir la diferencia en la distribución de momento transverso introducida por el cambio de paridad mediante simulaciones, mostrando que esta diferencia se halla incluso a nivel partónico. Al tratar de explicar esta supresión, se encontraron distintos indicios, aunque ninguno concluyente. En todos los indicios juega un rol importante la diferencia entre quiralidad y helicidad. Si la masa de los fermiones no puede despreciarse, los estados de quiralidad definida y los de helicidad definida no coinciden. Esta diferencia marca que el cambio de signo relativo entre quiralidades introducido por el pseudoescalar importa para bajas energías. En un caso límite, donde el bosón está quieto, se logró interpretar esta diferencia en función de L. Sin embargo, no se logró hallar una explicación general más allá de este indicio. Al estudiar el elemento de matriz, se mostró las diferencias entre escalar y pseudoescalar y cómo estas desaparecen si se desprecia la masa. En particular, se exploraron los cambios en las distintas combinaciones de quiralidad posible al cambiar la paridad del bosón y se mostró cómo estos afectan a las amplitudes de helicidad. Finalmente, se comprobó que estas diferencias se ven en $|M_{\pm}|^2$ aunque no se pudo obtener una explicación con este método.

Aunque la solución del problema siga oculta, los distintos argumentos logran dar un mayor entendimiento del problema. Los conceptos de quiralidad, helicidad, momento angular orbital, intrínseco y total prueban ser herramientas poderosas e interesantes para tratar de entender un proceso complejo aunque resoluble computacionalmente. El hecho de que la masa de las partículas sea tan relevante parece otra confirmación de que el caso masivo y el caso no masivo, diferenciados a la hora de establecer la estructura matemática de la teoría [2, 16], son cualitativamente distintos.

Capítulo 4

Conclusión

A lo largo de esta tesis, se estudió qué efecto tiene el cambio de paridad intrínseca entre h y A si las interacciones son CP-invariantes. Para esto, se utilizaron distintas herramientas, detalladas en la sección 1. En particular, se estudió los efectos en los observables detallados en la sección 1.3.1: la matriz de Scattering, en función del momento transverso, mostró ser sensible a la paridad intrínseca del bosón. Se encontró que el efecto puede ser entendido pensando en una característica clave de las partículas físicas: su polarización. Como se detalló en la sección 1.4, la polarización de una partícula puede definirse de distintas maneras. Una definición en particular, la helicidad, se aplica tanto a partículas masivas como no masivas. La helicidad permite escribir estados físicos relativistas y puede relacionarse con observables más intuitivos como el momento angular intrínseco S, como se vio en 1.4.3. Para estados de 2 (sección 1.4.3) o 3 (sección 1.4.3) partículas, puede hallarse una base acoplada JM tanto con las helicidades como con los momentos angulares orbital L e intrínseco S. Estas bases permiten obtener reglas de selección. En la sección 1.4.4, se mostró la relación entre la helicidad y la quiralidad para, en la sección 1.4.4 detallar el formalismo de Kleiss Stirling que aprovecha la estructura quiral de la teoría reescribiendo el resto de los objetos.

Todas estas herramientas se aplicaron en el capítulo 2. Allí se vio que, para el decaimiento $h/A \to f\overline{f}$, la diferencia de paridad altera el signo relativo entre las corrientes de quiralidad. Cuando los estados físicos de helicidad no coinciden con los de quiralidad, entonces existe una supresión del escalar respecto del pseudoescalar. Esto sucede cuando las partículas son masivas y acoplan a distintos estados LS. En la sección 2.1, se demostró mediante reglas de selección que el momento angular orbital total del sistema es distinto. Esa diferencia permite explicar cualitativamente la supresión: el escalar decae a 2 fermiones con $L = 1$ mientras que el pseudoescalar decae a 2 fermiones con $L = 0$. El estado de $L = 0$ es más probable a momentos bajos por lo que $\Gamma_- > \Gamma_+$ para fermiones masivos. Esto se verificó explícitamente mediante 3 cuentas: traza de Feynman (sección 2.2.1), espinores explícitos (sección 2.2.2)y Kleiss-Stirling(sección 2.2.3).

En la sección 3, se estudió $pp \to t\bar{t}h/A$. En la sección 3.1, se utilizó el MadGraph para simular el proceso y comparar h y A. Estudiando el σ per bin en función del momento transverso del bosón, se vio que el pseudoescalar está suprimido con respecto al escalar para bajo momento transverso. Se definió una asimetría $A(p_T)$ que permite diferenciar entre h y A y se estudiaron distintos casos. Se encontró que el comportamiento se debe principalmente

a gluones y que se puede reproducir $A(p_T)$ razonablemente a nivel partónico. Aún más, se observó que la estructura de color no es relevante a la hora de obtener $A(p_T)$ (aunque altere levemente los valores de σ per bin). Con esta información, se procedió a utilizar las herramientas detalladas en el capítulo 1.

En la sección 3.3, se utilizaron el formalismo de estados de helicidad para buscar reglas de selección. Se obtuvo un indicio viendo que, para el bosón quieto, el escalar da lugar a estados $t\bar{t}h$ con $L = 1, 3$ mientras que el pseudoescalar da lugar a estados con $L = 2$. Cuando las partículas no tengan masa despreciable, esta diferencia en L da lugar a una supresión del pseudoescalar con respecto al escalar. Este indicio sin embargo no es suficiente. Luego, estudiando el proceso a primer orden en la sección 3.4 se encontraron otros indicios de las diferencias entre h y A. Estudiando el elemento de matriz en la sección 3.4.2, se constató que el efecto sobre las corrientes de quiralidad se traduce en diferencias entre escalar y pseudoescalar cuando las partículas son masivas. Estas diferencias, como se comprobó también en la sección 3.4.3 estudiando el módulo del elemento de matriz al cuadrado, desaparecen cuando la masa de las partículas es cero. A pesar de que con los distintos métodos se comprobó que existe una diferencia, no pudo llegarse a un argumento sólido de por qué existe una supresión para bajo momento transverso. Sí se esgrimió un argumento heurístico (sección 3.2) que fue apuntalado por las cuentas. La masa de los fermiones causa que helicidad y quiralidad no coincidan. El cambio de paridad intrínseca altera el signo relativo de las corrientes quirales. Cuando estas corrientes no pertenecen a estados físicos independientes, sino que deben descomponerse en corrientes de helicidad definida, el signo relativo es relevante. Esto sucede para bajo momento transverso donde no se puede despreciar la masa de los fermiones. Resta encontrar un argumento sólido que explique por qué el pseudoescalar está suprimido. Es posible que sea necesario entender mejor los estados de momento angular orbital posibles para que, en analogía con el capítulo 2, se pueda explicar esta supresión mediante argumentos claros que se traduzcan en las amplitudes de helicidad.

Esta tesis deja la cuestión abierta: ¿cómo explicar de manera "física" la diferencia conocida entre $pp \to \bar{t}th$ y $pp \to \bar{t}tA$? A pesar de que no se logró comprender el problema, se encontraron distintos argumentos que encaminan la discusión. Las contribuciones de esta tesis permiten ver que pensar el problema en función de conceptos relativamente simples, como la helicidad, la quiralidad y los momentos angulares, pueden llegar a permitir un entendimiento del problema.

Bibliografía

[1] M.D. Schwartz, Quantum Field Theory and the Standard Model, Cambridge University Press, 2014

[2] S. Weinberg, The Quantum Theory of Fields, Vol. 1 (Foundations), Cambridge University Press, 1995

[3] M. E. Peskin, D. V. Schroeder, An Introduction to Quantum Field Theory, Westview, 1995.

[4] F. Mandl, G. Shaw, Quantum Field Theory, John Wiley and Sons Inc, 1986.

[5] G. Aad *et al.* [ATLAS Collaboration], Phys. Lett. B **716**, 1 (2012) doi:10.1016/j.physletb.2012.08.020 [arXiv:1207.7214 [hep-ex]].

[6] S. Chatrchyan *et al.* [CMS Collaboration], Phys. Lett. B **716**, 30 (2012) doi:10.1016/j.physletb.2012.08.021 [arXiv:1207.7235 [hep-ex]].

[7] G. Aad *et al.* [ATLAS and CMS Collaborations], JHEP **1608**, 045 (2016) doi:10.1007/JHEP08(2016)045 [arXiv:1606.02266 [hep-ex]].

[8] G. Aad *et al.* [ATLAS Collaboration], Eur. Phys. J. C **75**, no. 10, 476 (2015) Erratum: [Eur. Phys. J. C **76**, no. 3, 152 (2016)] doi:10.1140/epjc/s10052-015-3685-1, 10.1140/epjc/s10052-016-3934-y [arXiv:1506.05669 [hep-ex]].

[9] G. C. Branco, P. M. Ferreira, L. Lavoura, M. N. Rebelo, M. Sher and J. P. Silva, Phys. Rept. **516**, 1 (2012) doi:10.1016/j.physrep.2012.02.002 [arXiv:1106.0034 [hep-ph]].

[10] V. Khachatryan *et al.* [CMS Collaboration], Phys. Rev. D **92**, no. 1, 012004 (2015) doi:10.1103/PhysRevD.92.012004 [arXiv:1411.3441 [hep-ex]].

[11] V. Khachatryan *et al.* [CMS Collaboration], Phys. Lett. B **759**, 672 (2016) doi:10.1016/j.physletb.2016.06.004 [arXiv:1602.04305 [hep-ex]].

[12] D. Azevedo, A. Onofre, F. Filthaut and R. Gonçalo, arXiv:1711.05292 [hep-ph].

[13] B. Coleppa, M. Kumar, S. Kumar and B. Mellado, Phys. Lett. B **770**, 335 (2017) doi:10.1016/j.physletb.2017.05.006 [arXiv:1702.03426 [hep-ph]].

[14] D. Tong, Lectures on Quantum Field Theory, http://www.damtp.cam.ac.uk/user/tong/qft.html

[15] F. Halzen, A. D. Martin, Quarks and Leptons: An Introductory Course in Modern Particle Physics, John Wiley & Sons, 1984

[16] E. Leader, Spin in Particle Physics, Cambridge University Press, 2001

[17] Suh Urk Chung [CERN], https://suchung.web.cern.ch/suchung/spinfm1.pdf

[18] G. C. Wick, Annals Phys. **18**, 65 (1962). doi:10.1016/0003-4916(62)90059-3

[19] A. D. Martin and T. D. Spearman, Elementary Particle Theory, North-Holland, 1970.

[20] M. Jacob and G. C. Wick, Annals Phys. **7**, 404 (1959) [Annals Phys. **281**, 774 (2000)]. doi:10.1016/0003-4916(59)90051-X

[21] C. N. Yang, Phys. Rev. **77**, 242 (1950). doi:10.1103/PhysRev.77.242

[22] L. D. Landau, Dokl. Akad. Nauk Ser. Fiz. **60**, no. 2, 207 (1948). doi:10.1016/B978-0-08-010586-4.50070-5

[23] M. Cacciari, L. Del Debbio, J. R. Espinosa, A. D. Polosa and M. Testa, Phys. Lett. B **753**, 476 (2016) doi:10.1016/j.physletb.2015.12.053 [arXiv:1509.07853 [hep-ph]].

[24] S. M. Berman and M. Jacob, Phys. Rev. **139**, B1023 (1965). doi:10.1103/PhysRev.139.B1023

[25] H. Garcilazo, J. Math. Phys. **27**, 2576 (1986). doi:10.1063/1.527328

[26] A. McKerrell, Il Nuovo Cimento (1955-1965). doi="10.1007/BF02748855

[27] J.C. Romao,J. P. Silva, Helicity and Quirality https://porthos.tecnico.ulisboa.pt/CTQFT/files/Helicit

[28] R. Kleiss and W. J. Stirling, Nucl. Phys. B **262**, 235 (1985). doi:10.1016/0550-3213(85)90285-8

[29] R. Frederix, S. Frixione, V. Hirschi, F. Maltoni, R. Pittau and P. Torrielli, Phys. Lett. B **701**, 427 (2011) doi:10.1016/j.physletb.2011.06.012 [arXiv:1104.5613 [hep-ph]].

[30] F. Boudjema, R. M. Godbole, D. Guadagnoli and K. A. Mohan, Phys. Rev. D **92**, no. 1, 015019 (2015) doi:10.1103/PhysRevD.92.015019 [arXiv:1501.03157 [hep-ph]].

[31] P. S. Bhupal Dev, A. Djouadi, R. M. Godbole, M. M. Muhlleitner and S. D. Rindani, Phys. Rev. Lett. **100**, 051801 (2008) doi:10.1103/PhysRevLett.100.051801 [arXiv:0707.2878 [hep-ph]].

[32] J. Alwall *et al.*, JHEP **1407**, 079 (2014) doi:10.1007/JHEP07(2014)079 [arXiv:1405.0301 [hep-ph]].

[33] E. Leader and C. Lorcé, Phys. Rept. **541**, no. 3, 163 (2014) doi:10.1016/j.physrep.2014.02.010 [arXiv:1309.4235 [hep-ph]].