Departamento de Computación

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

Universidad de Buenos Aires

Funciones de Cambio Limitado para Bases de Creencias

Juan Esteban Mikalef

Lu: 132/87

Jorge Luis Taboada

Lu: 1869/87

Director: Eduardo Fermé

2000

Índice General

Resumen

La teoría de cambio ha sido un fértil campo de investigación desde principios de los años 80, a partir de los trabajos pioneros de Isaac Levi [Lev67] y los de Carlos Alchourrón, Peter Gärdenfors y David Makinson conocidos como modelo AGM [AM82, Gär82, AGM85]. El tiempo y esfuerzo dedicado a estas investigaciones ha resultado en una amplia gama de posibles modelos formales de representación de la dinámica de cambio de creencias.

El objetivo de esta tesis es adaptar el modelo de Fermé y Hansson Shielded Contraction [FH99b] y Hansson & all Credibility-Limited Revision [HFCF98] para bases de creencias, para de esta forma congeniar dos de las muchas variaciones del modelo AGM, esto es aquellas en las que se decidió representar el conocimiento mediante bases de creencias en lugar de teorías lógicas, y aquellas en las que se decidió no dar a los impulsos externos que disparan el cambio, la total prioridad sobre la información ya disponible que establece el modelo AGM.

Abstract

The logic of theory change has been a fertile investigation field since beginning of the 80's, following the pioneer works of Isaac Levi [Lev67] and those from Carlos Alchourrón, Peter Gärdenfors and David Makinson [AM82, Gär82, AGM85] known as the AGM model. The time and effort devoted to these researchs have resulted in a wide gamma of formal models representing the dinamics of belief change.

The goal of this thesis is to adapt the Fermé and Hansson model of Shielded Contraction [FH99b] as well as Hansson & all Credibility-Limited Revision [HFCF98] for belief bases, to join two of the many variations of the AGM model, i.e. those in which the knowledge is represented through belief bases instead of logic theories, and those in which the object of the epistemic change does not get the priority over the existing information as it is the case in the AGM model.

Prefacio

El objetivo de la presente tesis es presentar un modelo de operaciones de cambio limitado para bases de creencias. Para poder establecer tal modelo es necesario conocer y entender cuales son los elementos que deben ser definidos, y de que forma se va a evaluar la racionalidad de estos. En el capítulo 1 relataremos brevemente las motivaciones, historia y desarrollo de la teoría de cambio de creencias, y listaremos las herramientas formales que vamos a utilizar, poniendo especial énfasis en especificar qué se considera y cómo se define en este campo de investigación una teoría epistémica.

El formalismo germinal de la teoría de cambio es sin duda el desarrollado por Carlos Alchourrón, Peter Gärdenfors y David Makinson, conocido como el modelo AGM, y como tal, los conceptos que desarrollaremos a lo largo de este trabajo se basan en las intuiciones y resultados asociados a este modelo, ya sea extendiendo o modificando algunos conceptos, o incluso tomando posiciones definidamente contrarias a los mismos en bien de explorar que capacidades se ganan con tales cambios. Dedicaremos el capítulo 2 a definir este modelo.

Como nuestro trabajo comienza a distanciarse del modelo AGM a partir del mismo formalismo de representación del conocimiento, dedicaremos el capítulo 3 a presentar este formalismo, llamado de Bases de Creencias, detallando el impacto de este cambio en el poder expresivo, y las distintas posturas que se han establecido a ese respecto. También detallaremos como se han adaptado a este formalismo la expresión de las funciones de cambio de creencias del modelo AGM.

El siguiente punto de divergencia consiste en que, a diferencia del modelo AGM tradicional y de las adaptaciones a bases de creencias de este, vamos a trabajar en un modelo en el que no se prioriza la nueva información recibida, dejando abierta la posibilidad ante un determinado pedido de cambio de que el mismo no se realice si no se satisfacen determinados criterios. En el capítulo 4 estableceremos cuales son las características básicas que han sido ya definidas para operaciones de cambio de creencias no priorizadas.

El modelo de operaciones que presentaremos se desarrolla íntegramente en el capítulo 5. Consiste en la extensión y adaptación al formalismo de bases de creencias del modelo de Shielded Contraction de Fermé y Hansson, en los cuales las operaciones de contracción son filtradas por un conjunto de sentencias pasibles de ser retractadas, y Credibility Limited Revision de Hansson & all. en el cual la información nueva en la revisión es agregada solamente si se cumple con determinadas condiciones de aceptabilidad. Enunciaremos la axiomática aplicable a los elementos de estos modelos, tanto las funciones como los conjuntos filtro que determinan su forma de aplicación y enunciaremos un modelo constructivo para cada una de estas operaciones, estableciendo el correspondiente teorema de representación con la expresión axiomática.

Agradecimientos

Esta tesis es la culminación de un largo camino para ambos autores, y como cualquier jornada dificultosa, ha habido muchas personas que nos han asistido y ayudado.

Jorge agradece :

A Caro, Sol y Rocío, por su apoyo, comprensión, contención y en especial por todo el tiempo que en algún momento no tuvieron.

A mis padres, por el apoyo y la confianza durante todos mis estudios.

A Ale y Mijal, por prestarme a Juan.

A Juan, por haber estado siempre.

Juan agradece:

A mis padres, por la posibilidad de haber llegado hasta aquí.

A Caro, Sol y Rocío, por compartir a papá Jorge.

A Angelita y Bruno, por compartir a papá Eduardo.

Y a las dos personas sin las cuales definitivamente mi participación en este trabajo no hubiera llegado a buen término:

mi esposa Alita, que se las ingenió para impulsarme con esta tesis, hacer la

suya propia, seguir su carrera profesional, y por si fuera poco, ser madre de Mijal, dándome un motivo más para culminar esta etapa.
Jorge, por la paciencia y la persistencia.

Ambos deseamos agradecer además:
A Sven Ove Hansson, por haberse tomado el trabajo de revisar los teoremas de representación.

En forma muy especial a Eduardo Fermé, por su impecable trabajo como director de tesis y fundamentalmente por haber sido el amigo que nos dio impulso en más de un momento de estancamiento.

Capítulo 1

Introducción a Teoría de Cambio

1.1 Un poco de Historia

De acuerdo a la definición de Schrödinger [Sch67], *"el mundo es una construcción de nuestras sensaciones, percepciones y recuerdos"*. En estos tiempos de comunicaciones inesperadamente facilitadas, de acceso a cantidades y calidades colosales de información que modifica esas sensaciones y percepciones, se hace evidente que para poder mantener una postura coherente con la imagen cambiante que cada día ofrece este mundo en que vivimos, debemos constantemente cambiar nuestras creencias, adquiriendo nuevas y descartando algunas otras. Los sistemas de computación, que en un grado no menor se hallan embarcados en una constante evolución hacia estados que les permitan funcionar como efectivos interlocutores de sus usuarios, deberán al igual que ellos ser capaces de manejar tales cambios en sus propios datos fundamentales.

La teoría de cambios se ocupa de expresar de manera formal esa dinámica en las creencias de un agente dado. En este sentido es una abstracción del subjetivismo dado por el agente ideal que posee tales creencias a un plano en el que propone analizar exclusivamente la mecánica utilizada para efectuar los distintos cambios de actitud respecto de sus creencias provocados por la influencia del contexto sobre el agente. Si bien en general en los inicios del desarrollo de esta teoría se presuponía el caracter humano de tales agentes epistémicos, el análisis del estado de creencias del agente desde una racionalización ideal del mismo y no desde una perspectiva sicológica permitió que se asignara tal papel también a los sistemas de información, en tanto los mismos también debián responder a cambios en la información representada en sus estructuras internas, es decir en su base de conocimiento, en función de modificaciones sufridas desde el entorno.

En este punto cabe aclarar que los conceptos de conocimiento (*epistémicos)* y creencias *(doxásticos)* son, si atendemos el mayor rigor de análisis, claramente distintos. Tal nivel de detalle excede el alcance del presente trabajo, e incluso nos hemos tomado la licencia de utilizar ambos términos para designar conceptos análogos o incluso equivalentes, allí donde el lenguaje coloquial imponía el uso específico de alguno de ellos para expresar mejor una idea.

Hasta el advenimiento de la ciencia de la computación, la teoría del cambio de creencias fue campo de investigación exclusivo de la filosofía, que desde la antiǵuedad ha ocupado parte de sus esfuerzos en desentrañar la naturaleza de estos procesos. En el siglo pasado las discusiones en ese aspecto, se centraron en los mecanismos a través de los cuales las teorías científicas se desarrollan. Alrededor de los '70 hubo un enfoque más específico en los requerimientos de un proceso de cambio de creencias, apuntando a definir criterios de racionalidad para los mismos. Hubo dos eventos que impulsaron esta focalización. El primero de ellos fue la realización de una serie de estudios sobre el cambio de creencias por parte de Isaac Levi [Lev67, Lev80] que proveyeron tanto las bases del marco formal de trabajo para el campo, como la especificación de muchos de los problemas que han sido objeto de los esfuerzos de investigación desde entonces. El segundo evento fue la publicación del trabajo seminal del formalismo epistémico de cambio desarrollado por Carlos Alchourrón, Peter Gärdenfors y David Makinson, conocido como el modelo AGM. [Gär82, AM82, AGM85] Sus conceptos y construcciones completaron el marco formal, brindando así los fundamentos que permitieron el desarrollo de este campo de investigación.

Por otro lado y como era natural, dado que uno de los principales objetos de su estudio es el manejo de la información, los investigadores de ciencia de la computación comenzaron a analizar los procesos de actualización y modificación de bases de datos prácticamente desde los inicios de su actividad. A partir del advenimiento de los paradigmas de Inteligencia Artificial, los modelos básicos desarrollados hasta ese momento pudieron ser ampliados para reflejar procesos más sofisticados de mantenimiento de tales bases. Los *sistemas de mantenimiento de verdad* de Doyle [Doy79] y los conceptos de *bases de datos priorizadas* de Fagin, Ullman y Vardi [FUV83] están entre las contribuciones más significativas en este sentido.

En los últimos años y de manera creciente se han comenzado a desarrollar esfuerzos interdisciplinarios que unen ambos campos, tanto en el sentido de calificar a los modelos desarrollados desde la ciencia de la computación bajo la luz de los criterios de racionalidad establecidos desde el análisis filosófico, como en la producción de modelos formales que presenten mejores aptitudes para permitir su implementación como modelos de computación con las tecnologías actuales.

1.2 Conceptos Preliminares

Lenguaje y notación

Consideraremos un lenguaje proposicional $\mathcal{L}$. Asumimos que $\mathcal{L}$ puede ser finito o infinito a menos que se aclare específicamente su finitud para algún caso en particular.

El lenguaje sobre el que trabajaremos contiene los funciones de conexión lógicas usuales: negación ($\neg$), conjunción ($\wedge$), disyunción ($\vee$) e implicación ($\rightarrow$).

Denotaremos con $\perp$ una contradicción arbitraria y con $\top$ una tautología arbitraria. $\mathcal{L}$ es cerrado por funciones de conexión lógicas e identificaremos con $\mathcal{L}$ a todas las fórmulas bien formadas. Las letras griegas en minúsculas (α, β, δ,...) denotaran sentencias del lenguaje. Las letras latinas en mayúsculas (A, B, C,...) denotan conjuntos de sentencias. La letra K en mayúscula y sus utilizaciones con supraíndices (K, K', K'', ...) se utilizarán para denotar conjuntos de sentencias cerrados por consecuencias lógicas.

Una valuación es una asignación de valores de verdad a todos los átomos proposicionales del lenguaje.

Diremos que dos sentencias α y β son lógicamente independientes si y solo si todas las combinaciones de valores lógicos son posibles para ellas.

Utilizaremos nombres de postulados y propiedades en inglés ya que son bien conocidos y no existen traducciones al español que sean de uso frecuente.

Operador de Consecuencia

Definición [Tar56] Un operador de consecuencia sobre un lenguaje $\mathcal{L}$ es una función Cn tal que para cada subconjunto del lenguaje $\mathcal{L}$ le asigna otro subconjunto de $\mathcal{L}$ tal que se cumplen las siguientes condiciones:

Inclusion: $A \subseteq Cn(A)$

Iteration: $Cn(A) = Cn(Cn(A))$

Monotony: Si $A \subseteq B$, entonces $Cn(A) \subseteq Cn(B)$

Para facilitar la notación escribiremos $Cn(\alpha)$ en lugar de $Cn(\{\alpha\})$ cuando $\alpha \in \mathcal{L}$.

También asumiremos que Cn satisface las siguientes propiedades:

Supraclassicality: Si α puede ser derivada de A mediante funciones de valuación lógicas, entonces $\alpha \in Cn(A)$.

Deduction: $\beta \in Cn(A \cup \{\alpha\})$ si y solo si $(\alpha \rightarrow \beta) \in Cn(A)$.

Compactness: Si $\alpha \in Cn(A)$, entonces $\alpha \in Cn(A')$ para algún subconjunto finito A' de A.

Utilizaremos $\vdash \alpha$ como notación alternativa para $\alpha \in Cn(\emptyset)$, $A \vdash \alpha$ como notación alternativa para $\alpha \in Cn(A)$ y $\alpha \vdash \beta$ como notación alternativa para $\beta \in Cn(\{\alpha\})$.

En estas condiciones el operador de consecuencia satisface las siguientes propiedades [Han99b]:

Si Cn satisface iteration, monotony, supraclassicality y deduction, entonces $Cn(\{\alpha \vee \beta\}) = Cn(\{\alpha\}) \cap Cn(\{\beta\})$.

Si Cn satisface iteration, monotony, supraclassicality y deduction, entonces si $\beta \in Cn(A \cup \{\alpha_1\})$ y $\beta \in Cn(A \cup \{\alpha_2\})$, entonces $\beta \in Cn(A \cup \{\alpha_1 \vee \alpha_2\})$.

Si Cn satisface deduction, entonces si $Cn(A) \vdash \alpha$, entonces $Cn(A \cup \{\neg\alpha\}) \vdash \perp$.

Si Cn satisface iteration, y monotony, entonces si $A \subseteq B \subseteq Cn(A)$,entonces $Cn(A) = Cn(B)$.

Si Cn satisface monotony, entonces si $Cn(\alpha) \cap Cn(\beta) = Cn(Cn(\alpha) \cap Cn(\beta))$.

Si Cn satisface inclusion, iteration, y monotony, entonces $Cn(A \cup B) = Cn(A \cup Cn(B))$.

Si Cn satisface inclusion, iteration, y monotony, entonces $Cn(A) \cup Cn(B) = Cn(Cn(A) \cup Cn(B))$ si y solo si $A \subseteq B$ o $B \subseteq A$.

Las siguientes propiedades relacionan al operador de consecuencia con el lenguaje:

Si Cn satisface inclusion, iteration, monotony y supraclassicality , entonces si $\alpha \in Cn(A)$ y $\neg\alpha \in Cn(A)$, entonces $Cn(A) = \mathcal{L}$.

Si Cn satisface inclusion, iteration, monotony y supraclassicality , entonces $Cn(\{\alpha \wedge \beta\}) = Cn(\{\alpha, \beta\})$.

Si Cn satisface inclusion, iteration, monotony supraclassicality y compactness, entonces si $\mathcal{L}$ es finito, para todo conjunto A existe una sentencia α, tal que $Cn(A) = Cn(\{\alpha\})$.

Conjunto Resto

Dado un conjunto de sentencias A y una sentencia particular α se define conjunto resto de A por α, denotado $A \perp \alpha$, como los conjuntos B tales que

1) $B \subseteq A$

2) $B \nvdash \alpha$

3) No existe $B\prime$ tal que $B \subseteq B\prime \subseteq A$ y $B\prime \nvdash \alpha$

En otras palabras son aquellos subconjuntos de A que fallan en implicar α, y que no soportan el agregado de ninguna otra sentencia de A sin perder esa características, es decir son maximales para esta propiedad.

Las siguientes son propiedades relevantes del conjunto resto:

Límite Superior[AM81]*:* Para todo A, B, α si $B \subseteq A$ y $B \nvdash \alpha$ entonces existe $B\prime$ tal que $B \subseteq B\prime$ y $B\prime \in A \perp \alpha$

Resto de la tautología [AM81]: $A \perp \alpha = \emptyset$ si y solo si $\vdash \alpha$

1.3 Teoría Epistémica

Una teoría epistémica es un marco teórico en el cual se puede definir y estudiar un determinado *modelo epistémico*, esto es una construcción que nos permite analizar las propiedades y particularidades de la dinámica de cambio de creencias. En particular tal teoría deberá permitir la caracterización de los *elementos epistémicos*, es decir los componentes que nos permiten construir una representación de los estados de creencias y las operaciones posibles sobre los mismos, como así también la definición en un nivel metaling'uístico los criterios de análisis o *de racionalidad* que se aplicarán a tales elementos, esto es, cuáles propiedades y condiciones serán utilizadas como parámetro de juicio para decidir la plausibilidad de un determinado modelo.

Los componentes básicos de una teoría epistémica son cuatro: el *estado epistémico,* es decir la representación del conjunto de piezas de conocimiento o creencias que un agente epistémico tiene en un momento dado, las *actitudes epistémicas* que representan el status que el agente asigna a determinado objeto de su universo de posibles elementos básicos de conocimiento, los *input epistémicos* que son los disparadores de un cambio en el estado epistémico del agente y las *operaciones epistémicas* que son las operaciones que modelan el cambio de un estado de creencias a otro por efecto de un input epistémico por ejemplo una determinada pieza de conocimiento puede ser aceptada o rechazada, o se la puede juzgar probable con diferentes grados de probabilidad.

1.3.1 Elementos de una Teoría Epistémica

Estados Epistémicos

Los estados epistémicos son el factor fundamental de una teoría epistémica, y como ya se dijo representan el estado cognitivo de un agente en un momento de tiempo específico. Estos estados son considerados además como estados de equilibrio, en el sentido que si el estado no satisface los criterios de racionalidad del modelo el agente realizará los cambios necesarios para llegar a un estado que le permita satisfacerlos. Esta operación que reestablece el equilibrio de un estado, no debe confundirse con la resultante de un determinado input epistémico que nos lleva de un estado de equilibrio a otro, posiblemente distinto, pero igualmente equilibrado, puesto que en ese caso el cambio responde a la acción de un estímulo externo.

En la investigación en este campo se ha utilizado mayormente tres caracterizaciones distintas de los estados epístemicos.

Caracterizaciones *sentenciales*: En este modelo las creencias de un agente se representan mediante un conjunto de sentencias lógicas sobre un conjunto objeto dado. Existen dos alternativas más específicas de este modelos y en ambos casos el criterio de racionalidad básico es el de consistencia. En el modelo usualmente llamado de *conjunto de creencias*, que es el modelo utilizado en la teoría AGM, el conjunto de sentencias se considera clausurado por consecuencia lógica. La interpretación correspondiente es que este conjunto es una lista exhaustiva de las sentencias que el agente acepta en su estado epistémico y, en particular para esta caracterización, la omnisciencia lógica es uno de los criterios de racionalidad utilizados. La segunda alternativa es considerar el conjunto de creencias como una *base de creencias.* En esta caracterización ya no se requiere que el conjunto este cerrado por consecuencia lógica y la interpretación en este caso es que cualquier sentencia que el agente acepta se deduce de esta base de creencias. Las características de estos dos modelos serán analizadas en mayor detalle posteriormente puesto que esta es la caracterización utilizada en el presente estudio.

Caracterizaciones de *mundos posibles:* En este modelo interpreta un estado epistémico como el conjunto de mundos posibles entre los cuales se encuentra el mundo "real" del agente, es decir asocia las creencias del agente con proposiciónes lógicas y determina el conjunto de mundos posibles como aquellos donde tales proposiciones son verdaderas. La idea que lo justifica es que el agente mismo no necesariamente dispone de la información total que le permita definir exactamente cual es el mundo que habita, pero si es posible definir cuáles son los mundos compatibles con las creencias que mantiene.

Caracterizaciones *numéricas*: Pueden distinguirse varios modelos basados en mecanismos matemáticos numéricos que se ocupan de la dinámica de cambio de creencias.

En el modelo *probabilístico* [Ram31] un estado epistémico se caracteriza mediante una función de probabilidad sobre los elementos de un lenguaje objeto o sobre un conjunto definido de elementos que compone el universo de análisis. En este modelo se asume que el agente o bien "apuesta" por la ocurrencia de α en proporción $a : b$ o bien "apuesta" por la ocurrencia de $\neg\alpha$ en proporción $b : a$, esto en función de la probabilidad asignada al objeto α. El criterio de racionalidad fundamental de estos modelos entonces es el de coherencia en la asignación de valores de la función, esto es, que no solamente se cumplan los axiomas de las funciones de probabilidad, sino que no se pueda construir un "Dutch Book" basado en esta asignación, esto es, una apuesta en la que el agente siempre pierda.

Un modelo numérico más moderno es el basado en la teoría posibilística, [DP92] En este caso el estado epistémico se caracteriza mediante una función de orden entre elementos de un álgebra booleana finita $\mathcal{B}$, denotada $\geq_c$, donde $\alpha \geq_c \beta$ expresa la noción de que la sentencia α es al menos tan posible como β. Los criterios de racionalidad son impuestos aquí sobre el ordenamiento $\geq_c$ asegurando que esta relación constituye un orden lineal e incorporando axiomas específicos que aseguran que el ordenamiento se comporte como una función de certidumbre.

Dentro de los modelos posibilísticos cabe mencionar el modelo de Spohn [Spo87], el cual también utiliza una función ordinal pero con un matiz diferente del utilizado en la teoría posibilística de Dubois y Prade, en el sentido de interpretar esta función como una relacion de plausibilidad entre los diferentes conjuntos de proposiciones. En este caso un estado epistémico se caracteriza por medio de una función ordinal k que para cada posible valuación o mundo posible $[w]$, devuelve un valor ordinal que representa la plausibilidad de que el estado epistémico en cuestión corresponda a esa valuación, con la única restricción que los ordinales utilizados incluyan un elemento mínimo denominado 0 (cero), el cual será asignado a los elementos más plausibles del dominio de la función. Si tenemos entones un estado epistémico que pueda ser representado por el conjunto de creencias K, en este modelo ese estado epistémico se representará por el conjunto de mundos posibles $[K]$ tales que el ordinal de cada uno de los mundos del conjunto sea 0.

Actitudes Epistémicas

La actitud epistémica de un agente respecto de una pieza de conocimiento es una valuación dada a tal elemento en el modelo utilizado para caracterizar el estado epistémico del agente. En los diferentes modelos de estados epistémicos entonces es posible representar diferentes actitudes respecto de un determinado objeto. En general las actitudes epistémicas se describen en términos de valuaciones de los objetos en el modelo correspondiente de estado epistémico. Es decir en los modelos lógicos la actitud corresponderá a la valuación que corresponda a la sentencia en el modelo del estado epistémico en tanto que en los numéricos se asociarán a la medida que reciba la misma de acuerdo a la clase de funciones matemáticas asociadas al estado.

En los modelos sentenciales o de mundos posibles entonces, las actitudes epistémicas posibles son tres: una determinada sentencia (o proposición en el caso del modelo de mundos posibles) puede ser *aceptada, rechazada o* *indeterminada*. Que sea aceptada significa que tal sentencia es dada por cierta por el agente epistémico, y en los modelos referidos que es verdadera en la valuación lógica asociada al estado del agente. En el caso de ser *rechazada* significa que para el agente es cierta la negación de la misma, o análogamente que la sentencia recibe un valor de verdad "falso" en las valuaciones asociadas al estado epistémico del agente. Finalmente si la misma es *indeterminada*, el agente no tiene una posición tomada al respecto de esa sentencia, y en términos de los modelos mencionados, la misma no pertenece, o no se deduce según se este utilizando el modelo de conjunto o de bases de creencias, o existen mundos en los que vale y mundos en los que no vale para el caso del modelo de mundos posibles.

En el caso de los modelos numéricos es posible la expresión de una mayor cantidad de creencias. Por ejemplo en el caso de los modelos probabilísticos podremos decir que una sentencia es *más probable* que otra, representado por el hecho que al función de probabilidades asociada les asigne valores que cumplan esa relación, o podremos decir que una determinada sentencia es *altamente posible*, indicando que su probabilidad es mayor a un límite dado, y por supuesto representando con facilidad las actitudes de aceptación y rechazo en términos de la valuación de la sentencia como suceso seguro, o imposible en la función de probabilidades asociada. Nótese sin embargo que la característica funcional de estos modelos complica la expresión de una actitud como la indeterminación, en tanto que tales actitudes afectan al dominio de la función y no a la valuación de la misma.

Para el caso de los modelos posibilísticos las actitudes representadas son las mismas que en las caracterizaciones sentenciales. Tomando entonces las definiciones de la sección 1.3.1. Una sentencia α será indeterminada si vale $\neg\alpha \geq_c \alpha$ y $\alpha \geq_c \neg\alpha$, en tanto que será aceptada si vale $\perp \geq_c \neg\alpha$ y no cumple con la condición para ser indeterminada.

En el modelo de Spohn y teniendo en cuenta que el ordinal de una sentencia es el menor de los ordinales de los mundos en los que es valida, se define que α es aceptada en un estado representado por la función ordinal k si y solo si $k(\neg\alpha) > 0$, puesto que esto significa que todos los mundos compatibles con el estado epistémico actual incluyen α entre las proposiciones verdaderas.

Input Epistémicos

En las modelizaciones presentadas y dado el carácter de equilibrio de los estados epistémicos, el impulso para cambiar de un estado a otro debe ser producido por alguna acción externa. Esta acción se define como un input epistémico. Por ejemplo en el caso de los agentes humanos los input epistémicos por excelencia están compuestos por la información que nos entregan nuestros sentidos.

Típicamente la forma de un input epistémico consiste en un conjunto de objetos epistémicos con una actitud epistémica propuesta, asociada a cada uno de ellos. La actitud acerca de los input epistémicos, es decir si son aceptados en forma irrestricta o no, y las consecuencias de tales actitudes es parte del análisis de este documento, y se trata en profundidad en la sección 4.

En el caso de las caracterizaciones sentenciales de los estados epistémicos, como se detalló anteriormente tenemos tres posibles actitudes respecto de un objeto epistémico. Una sentencia en particular puede ser *acep-*

tada, rechazada, o se puede considerar *indeterminada.* Los input epistémicos entonces pueden verse como elementos provocadores de un cambio en tales actitudes respecto del estado original.

En este sentido podemos distinguir entonces dos clases de input epistémicos para este modelo:

Los input epistémicos que generan en el estado resultante actitudes *determinadas* respecto de la sentencia objeto son denominados *de agregación.* Esta clase de input epistémicos surge por la aparición de nueva evidencia, o en función de un ejercicio hipotético a los efectos de analizar una determinada argumentación.

En la segunda clase, el input epistémico causa que la sentencia objeto deje de ser aceptada. Usualmente es el resultado de la aparición de evidencia conflictiva o de la necesidad de analizar las implicaciones de una sentencia que estuviera en conflicto con aquellas que son aceptadas en el estado original. A esta clase se la denomina *de derogación.*

Estas dos clases son las únicas aplicables, en tanto y en cuanto el objeto del input epistémico este confinado a sentencias lógicas.

En el caso de los modelos numéricos, y acorde con la mayor riqueza de actitudes epistémicas posibles, existe una tipología más compleja de input epistémicos, asociadas a la expresión de tales tipos de actitudes. Es importante mencionar sin embargo, que la teoría de modelos bayesianos tradicional solo se ha interesado por el tipo específico de input asociado , esto es, aquellos que causan a un determinado objeto epistémico recibir una valuación de probabilidad de suceso seguro mientras que en los modelos posibilísticos si explotan ese mayor poder expresivo.

En los modelos iniciales de la teoría del cambio de creencias se utilizó como forma general de descripción de los input epistémicos la expresión de los mismos como restricciones aplicables al nuevo estado de creencia. con esta estrategia por ejemplo, el input epistémico asociado al agregado de una sentencia α como evidencia se expresa en la restricción que α sea aceptada en el estado epistémico resultante. En otros casos se describió los input epistémicos como sentencias imperativas hacia el agente, del tipo "Debe ser aceptada la sentencia α". Ambas formas de descripción concuerdan con la concepción inicial de infalibilidad del input epistémico, concepto que como ya se mencionó es desestimado en este análisis en favor de racionalizaciones que no establecen una relación de preferencia estricta entre el conocimiento asociado al input epistémico y el preexistente.

Operaciones Epistémicas Ya mencionamos que los input epistémicos pueden ser considerados como los hechos disparadores de cambios desde un estado de conocimiento equilibrado a otro , y en tal sentido es posible entonces abstraer la expresión de un input epistémico a través de una regla funcional que define el cambio de estados mencionado. Tales reglas son llamadas *funciones de compromiso epistémico*, o funciones epistémicas.

En relación a las caracterizaciónes lógicas de estados epistémicos, consideramos como expresamos anteriormente, dos tipos de input epistémicos, la agregación y la derogación; veamos entonces cuales son las operaciones asociadas con estas clases.

En el caso en que una sentencia α es agregada, en un estado epistémico K, podemos distinguir dos operaciones que representan el efecto de ese input epistémico:

Si en particular, la sentencia en cuestión es consistente con el conocimiento previo existente, la operación se denomina *expansión*, y consiste en el agregado de la sentencia al conjunto que representa el estado original K y, para el caso de la modelización de estados epistémicos como teorías, la clausura del mismo. Esta operación intenta entonces reflejar el hecho de que simplemente estoy sumando al conjunto de conocimiento previo la sentencia objeto del input epistémico.

Si en cambio la sentencia α entra en conflicto con el conocimiento previo, es decir es inconsistente con el mismo, la operación se denomina *revisión*. Esta operación es conceptualmente mucho más compleja, puesto que ya no es posible simplemente extender el conocimiento original, pudiendo parte del mismo descartarse o incluso resultar rechazado en el nuevo estado. La función epistémica asociada debe establecer cual es la relación entre el estado original y el resultante, y esta relación admite un gran número de variantes en función de las propiedades que se espera que esta cumpla. Sin embargo en todos los casos prevalece un criterio de minimalidad del cambio, apoyado en la intuición que frente a la necesidad de cambiar alguna creencia de las que un agente mantiene, la naturaleza del mismo impone mantener intactas tantas como sea posible, intuición esta sustentada en la preservación del ego en el caso de los seres humanos, y de la economía de esfuerzo y recursos en el caso de los sistemas informáticos.

En los 2.1.3 y 3.1.2 se analiza en profundidad el tema de las funciones epistémicas de revisión, para el modelo epistémico de conjunto de creencias y base de creencias respectivamente.

El segundo caso corresponde a la derogación de una sentencia A en un estado epistémico K, operación denominada *contracción.*

Aquí nuevamente se presenta una complicación conceptual, en el hecho de que dado el conjunto origen, para evitar que en el mismo se acepte la sentencia α es posible que deban ser afectadas otras piezas de conocimiento cuya aceptación tuviera como lógica consecuencia la aceptación de α.

De una manera análoga al caso anterior, si bien hay numerosos criterios plausibles para definir esta clase de operaciones, en todos los casos se exige de este proceso de contracción que se realice con tan poca pérdida de información como sea posible.

En los capítulos 2.1.2 y 3.1.1 se analiza en profundidad el tema de las funciones epistémicas de contracción, para el modelo epistémico de conjunto de conocimiento y el de base de conocimiento respectivamente.

En el caso de los modelos Bayesianos, comúnmente se modelizan la operación de expansión mediante la aplicación del concepto de probabilidad condicional. Específicamente para expresar la agregación de un evento expresado como la sentencia A, que tiene una probabilidad $P(A) \neq 0$, se redefine la "función de probabilidad P asociada al estado epistémico, siendo $P\prime$ la condicionalización a A de cada evento B respecto de las medidas de probabilidad de P, esto es, $P\prime(B) = P(B/A)$. La idea aquí es recalcular cuál es la probabilidad de cualquier suceso ahora que sabemos que ocurre el suceso A que se esta agregando. Recordemos la fórmula de calculo de la probabilidad condicional, $P(B/A) = P(B\&A)/P(A)$. Este cálculo para el caso del propio evento designado por A devuelve una valor de probabilidad 1, esto es, la certeza lo cual es coincidente con la expresión del agregado del evento al cuerpo de conocimiento del agente. La extensión de esta modelización para el caso de revisiones, en los cuales el suceso A fuera considerado imposible en el estado original, esto es, $P(A) = 0$, caso en el que la condicionalización no resulta una herramienta aplicable implica una redefinición de la función de probabilidades original P, nuevamente satisfaciendo un criterio de minimalidad, en el sentido que solo se modifiquen las valuaciones mínimas indispensables para que la asignación de valores de la función siga cumpliendo con la axiomática tradicional de funciones de probabilidad.

En el caso de los modelos posibilísticos se expresa las funciones de cambio de creencias como transformaciones en la función de posibilidad asignada a cada conjunto de sentencias, de manera que si mapeamos esta función de posibilidad a un modelo de mundos posibles la expansión resulta una función de posibilidad más específica (es decir sabemos con más exactitud cual es el conjunto de mundos entre los cuales se encuentra el real), la contracción una función de posibilidad menos específicas (puesto que se expande el conjunto de mundos entre los que se encuentra el real) y la revisión es expresada por una noción análoga a la de la probabilidad condicional.

Capítulo 2

Modelo AGM

En 1985, Alchourrón, Gärdenfors y Makinson [AGM85] publicaron un trabajo que se convirtió en la base del estudio de la teoría de cambio. A continuación se detalla el modelo definido en este trabajo, conocido también como modelo AGM.

La piedra fundamental del modelo AGM consiste en la modelización de un estado epistémico a través de un *conjunto de creencias*, esto es, un conjunto de sentencias que representa en forma extensiva todas las creencias que el agente epistémico acepta en el estado representado, es decir que el criterio de aceptación de una sentencia dada en el estado modelado corresponde simplemente a la pertenencia de la misma al conjunto de creencias que lo representa.

No cualquier conjunto de sentencias es, sin embargo, un candidato aceptable, dado que deben cumplirse las siguientes dos condiciones de racionalidad que definen de esta forma a los conjuntos de creencias:

C1) *Idealmente el conjunto de creencias debe ser consistente.* Aquí debe recordarse que el objeto de estudio es la dinámica de cambio de creencias en agentes racionales, para los cuales la inconsistencia en sus creencias deberá ser motor de un análisis introspectivo que le permita alcanzar el estado de equilibrio racional, esto es, que no haya contradicciones en su cuerpo de conocimiento.

C2) *Las consecuencias lógicas de las sentencias aceptadas deben pertenecer al conjunto de creencias.* Esta es la condición más saliente del modelo, y claramente la menos intuitiva, al menos en tanto y en cuanto lo que se intente modelizar sea el comportamiento de seres humanos. Sin embargo desde el punto de vista teórico la utilización de conjuntos clausurados por consecuencia lógica permite formalizar fácilmente la dinámica de los procesos de cambio y en última instancia este criterio no es discutible cuando se trata con agentes epistémicos ideales.

Como ya vimos, en modelos epistémicos sentenciales, las actitudes epistémicas posibles eran tres, aceptación, rechazo e indeterminación. Los cambios de estas actitudes son lo cambios epistémicos a modelar

En el modelo AGM se desarrollaron dos alternativas de representación de estos cambios, una a través de postulados de racionalidad, o propiedades que debe cumplir una operación para ser aceptada como función de cambio y la otra a través de una definición constructiva de tales operaciones.

2.1 Funciones de Cambio de Creencias

Como se definio en 1.3.1 las operaciones asociadas a las actitudes epistémicas son tres, *expansión, revisión* y *contracción.* A continuación se describen estas operaciones en detalle en el marco del modelo AGM.

2.1.1 Expansión

La expansión es la operación que modeliza el proceso de agregar un nuevo objeto epistémico al cuerpo de conocimiento del agente. Esta operación puede imaginarse como la expresión del proceso de aprendizaje, esto es, el cambio de actitud acerca de una sentencia dada, de indeterminación a aceptación. Las causas más comunes de este cambio son la observación propia y la provisión de información por parte de terceros en el caso de agentes humanos y operaciónes específicas de agregado de información en el caso de sistemas informáticos.

Definición 2.1.1 Dado K un conjunto de creencias, y α una sentencia, se denota $K + \alpha$ a la expansión del conjunto K por la sentencia α.

Los siguientes son los postulados definidos en el modelo AGM para las operaciones de expansión.

Categorical Matching

La expansión es una función que va de un par de conjunto de creencias y sentencia, a un conjunto de creencias, siendo en particular esta condición sobre el resultado, el primer requerimiento en una descripción axiómatica de estas operaciones, denominado de *"categorical matching"* por Gärdenfors y Rott en [GR93] o *"adecuacy of representation"* [Dal88]

$K + \alpha$ es un conjunto de creencias.

Success

Este postulado surge de la necesidad de caracterizar la acción del input epistémico como el cambio que causa, permitiendo de esta forma desentenderse de los detalles de representanción del input epistémico en si mismo. Como esta operación modela la respuesta a un input de agregación, el cambio ocasionado es que la sentencia en cuestión sea aceptada en el estado epistémico resultante.

$\alpha \in K + \alpha$

Como ya se expreso en el capitulo anterior la economía de información, y la minimalidad del cambio son criterios de racionalidad importantes para operaciones que modelicen esta dinámica, después de todo se presume que el conocimiento, o la información es en general valiosa, y las pérdidas innecesarias de la misma deben ser por tanto evitadas. Los siguientes postulados se basan en estos criterios.

Inclusion

Cuando la sentencia a agregar es consistente con las ya existentes es posible, y será requerido, conservar todo el conocimiento previo. El caso en que la negación de la sentencia a agregar ya era parte del conjunto de creencias, presenta una situación anormal puesto que al agregarla se genera una inconsistencia, obteniendo como resultado el conjunto de creencias inconsistente $K_{\perp}$. En ambos casos el conocimiento previo se mantiene y esto es lo que da lugar a este postulado.

$K \subseteq K + \alpha$

Vacuity

En el caso en que la sentencia a agregar ya fuera parte de mi conocimiento, y fundamentado una vez más en un criterio de minimalidad del cambio, se requiere no producir ninguna modificación en el conjunto de partida.

Si $\alpha \in K$ entonces $K + \alpha = K$

Monotonicity

Consideremos ahora dos conjuntos de creencias K y $K\prime$, tales que todas las creencias aceptadas en K, lo son también en $K\prime$, como estamos tratando con una operación de expansión es razonable entonces requerir que si agrego la misma sentencia en ambos casos, no resulte en la expansión de K la aparición de alguna sentencia que no sea también aceptada en la expansión de $K\prime$.

Si $K \subseteq K\prime$ entonces $K + \alpha \subseteq K\prime + \alpha$

Limit

Dados los previos postulados puede demostrarse que $K + \alpha \subseteq Cn(K \cup \{\alpha\})$. Sin embargo, salvo en el caso representado en el postulado de vacuidad, hasta ahora no se ha impuesto ninguna condición que precluda la aparición de información no relacionada en absoluto con la sentencia agregada, lo cual claramente resulta antiintuitivo puesto que estaríamos aceptando nuevas creencias totalmente independientes del input epistémico que genero el cambio. Este postulado previene la ocurrencia de situaciones anómalas como la descrita:

$K + A$ es el menor conjunto de sentencias que satisface los postulados de categorical matching, success e inclusion de operaciones de expansión.

Es posible entonces demostrar entonces el siguiente teorema de representación [Gär88]:

Teorema 2.1.2 Sea K un conjunto de creencias y α una sentencia del lenguaje, $+$ es una operación de expansión que satisface los postulados de "categorical matching", "success", "expansion" , "vacuity" , "monotonicity" y "limit", si y solo si $K + \alpha = Cn(K \cup \{\alpha\})$

De esta forma la expresión funcional de la operación de expansión queda definida en forma unívoca. Como se explicará en las secciones siguientes, ese no es el caso de las funciones de contracción y revisión.
Esta calidad de unicidad de definición es precisamente la que despoja a las funciones de expansión de interés para el análisis a realizarse en este trabajo, pues justamente hace a la expansión una operación que carece de la capacidad de mantener la consistencia del estado epístemico y, como ya se expresó en la introducción de este trabajo ese es un requerimiento fundamental al momento de analizar dinámica de cambio de creencias en agentes pretendidamente racionales. El resto de este trabajo se enfocará directamente a las funciones de contracción y expansión.

2.1.2 Operadores de Contracción de Creencias

Cuando por impulso de un input epistémico es necesario desprenderse de una pieza de conocimiento en un estado epistémico, estamos en presencia de una contracción. Como consecuencia de esta operación el agente en cuestión debe dejar de tener posición determinada respecto de tal creencia.

El aspecto de complejidad aparece cuando en el estado epistémico tratado existen otras creencias aceptadas las cuales, por si mísmas o en conjunto, tienen como lógica consecuencia la aceptación de la sentencia a ser abandonada. En estos casos entonces será necesario abandonar otras creencias, además de la explícitamente indicada en el input epistémico para poder cumplir con el objetivo impuesto por este. Por supuesto que seguimos aplicando el criterio de economía informacional, en el sentido de que bajo ningún concepto deseamos que se eliminen más creencias de las estrictamente necesarias.

El problema es que puede existir más de un conjunto de sentencias que de ser eliminadas del estado tratado bastarían para asegurar que en la clausura de las sentencias remanentes no quede incluida la sentencia objeto inicial, y por tanto será necesario determinar de algún modo cual de todos esos conjuntos de sentencias será efectivamente el eliminado. Para poder entonces definir una función que que modelice la operación de contracción será necesario entonces incluir en la definición de la misma elementos que me permitan determinar el resultado de manera única, elementos que deberán apoyarse en criterios epistémicos más amplios que las propias sentencia y estado objetos de la operación.

La contracción de un conjunto de creencias K con respecto a una sentencia α, se denota $K \div \alpha$, aceptando que de esta forma estamos denotando en forma precisa una función de contracción, en el sentido matemático, es decir una función de $Kx\mathcal{L} \rightarrow \mathcal{P}(K)$, que modeliza el cambio de K en $K \div \alpha$.

A continuación detallaremos los postulados de racionalidad para las funciones de contracción.

Categorical Matching

Cómo es natural, el primer requerimiento es de adecuación de la representación, asegurando que el resultado de una operación de contracción mantiene las propiedades requeridas por el modelo para la representación de estados epistémicos.

$K \div \alpha$ *es un conjunto de creencias.*

Inclusion

La operación que modelizamos es una retracción de conocimiento, y si bien a priori no sabemos cuántas (ni cuáles) sentencias serán eliminadas del conjunto de creencias fuente, está claro que no deben aparecer en el resultado nuevas sentencias que previamente no estuvieran presentes.

$K \div \alpha \subseteq K.$

Vacuity

En el caso en que la sentencia que se debe abandonar no fuera parte del conjunto de sentencias dado, es innecesario e injustificado abandonar ninguna otra, puesto que queremos respetar el criterio de minimalidad del cambio.

Si $\alpha \notin K$ *entonces* $K \div \alpha = K$

Success

Una importante característica del modelo AGM es la priorización que se da al input epistémico. Esto se expresa en este postulado, que impone el cumplimiento de la acción asociada al input epistémico, esto es, el efectivo abandono de la sentencia contraída. La única excepción es el caso límite que tal exigencia impida cumplir con el postulado de categorical matching, al requerir el abandono de una verdad tautológica, puesto que estas últimas siempre estarán presentes en cualquier conjunto clausurado por consecuencia lógica.

$Si \nvdash \alpha \text{ } entonces \text{ } \alpha \notin K \div \alpha$

Extensionality

Este postulado expresa el requerimiento que las operaciónes epistémicas se operen en función de los objetos epistémicos en sí mismos y no en función de la forma de representación que en particular los denote.

$Si \vdash \beta \leftrightarrow \alpha \text{ } entonces \text{ } K \div \alpha = K \div \beta$

Los postulados hasta aquí mencionados son requeridos para poder caracterizar las funciones de contracción. De hecho el mínimo requerimiento que se puede imponer a un operador para poder ser llamado "de contracción" es el cumplimiento de categorical matching, inclusion y success, y cualquier operador de contracción que satisfaga además vacuity y extensionality es denominado una función de "retracción" o "withdrawal". Sin embargo ninguno de estos postulados refleja una noción de cambio mínimo, puesto que no imponen ninguna condición que indique que ocurre con las otras creencias pertenecientes al conjunto cuando opero una contracción. Los siguientes postulados reflejan distintas intuiciones asociadas a la expresión del criterio de minimalidad de cambio en funciones de contracción.

Recovery

Este postulado tiene como sustento la idea de que si se vuelve a aceptar la misma creencia que se acaba de contraer, el resultado debe ser el estado inicial, esto es, se debe recuperar cualquier otra creencia que hubiera abandonado a causa de esa contracción; intentando de esta forma imponer un criterio de minimalidad en el cambio.

Si $\alpha \in K$ *entonces* $K = (K \div \alpha) + \alpha$.

El postulado de recovery es central al modelo AGM y sin embargo ha sido una de las mayores fuentes de discusión del mismo. Veamos un ejemplo clásico en el que el concepto de recuperación no es deseable.

Ejemplo 2.1.3 Supongamos que aceptamos, entre otras, las siguientes creencias
$\alpha =$ "Cleopatra tuvo un varón"
$\beta =$ "Cleopatra tuvo una niña"
$\gamma =$ "Cleopatra tuvo un bebe"
Si recibimos evidencia de que Cleopatra jamás tuvo un bebe, es decir si tengo que realizar $K \div \gamma$, suponiendo K el estado original, por fuerza debemos abandonar también α y β. Si más adelante encontramos que, en realidad, Cleopatra si tuvo un bebé, y de cumplirse el postulado de recovery nuestro nuevo estado de creencias debería incluir entonces la creencia que tuvo un niño y la creencia que tuvo una niña. Sin embargo la creencia que Cleopatra tuvo un bebé *per se,* no tiene porque inducirnos a creer que en realidad tuvo al menos dos, lo cual sería el resultado de aceptar el postulado de recuperación.

En [Fer99a, Han98, Mak87, Mak97a] se analiza en profundidad los aspectos de recovery.

Relevance

En lugar de tratar con el resultado de reversar la operación de contracción como recovery, este postulado intenta expresar el criterio de mínimo cambio asegurando que si una sentencia deja de ser aceptada como resultado de una contracción existe alguna razón para tal eliminación. Una expresión posible de esta idea es postular que si al contraer una sentencia cualquiera del estado de creencias resulta eliminada en el estado resultante una segunda, esta última debe, de alguna forma, haber sido responsable que la primera sentencia fuera aceptada en el estado original pero no en el resultante.

Si $\beta \in K$ y $\beta \notin K \div a$ entonces existe $K\prime$ tal que $K \div \alpha \subseteq K\prime \subseteq K$ y vale que $K\prime \nvdash \alpha$ pero $K' \cup \{\beta\} \vdash \alpha$

Relevance puede ser reforzado, obteniendo el siguiente postulado, conocido como *"Fullness"*

Si $\beta \in K$ y $\beta \notin K \div \alpha$ entonces $\nvdash \alpha$ y $K \div \alpha \cup \{\beta\} \vdash \alpha$.

Fullness refuerza el postulado de relevance al exigir, en primer lugar, que si se abandonó una pieza cualquiera de conocimiento por fuerza se haya abandonado también la sentencia objeto de la contracción (esto por combinación con success), y en segundo lugar que cualquier sentencia que haya sido abandonada en el conjunto resultante baste por sí misma para, al ser agregada a este, generar la deducción de la sentencia objeto de la contracción. Ambas condiciones hacen que Fullness sea la expresión axiomática de la noción de mínimo cambio, en el primer caso porque asegura que no se realice ningún cambio si la operación no va a ser finalmente exitosa, evitando que se abandonen creencias no relacionadas con la contracción de la sentencia objeto misma, esto es, α, y en el segundo porque conceptualmente lo que se exige es la eliminación de una única sentencia en cada cadena de deducción de α , lo cual no sólo asegura que en el conjunto resultante efectivamente no va a ser aceptada la sentencia objeto, sino que, al menos cuantitativamente, asegura que se descartaron tantas sentencias como era mínimamente indispensable, puesto que se "desarma" cada posible cadena de deducción eliminando exactamente una sentencia. Aun cuando resulta intuitivamente atractivo, la aplicación de Fullness presenta una propiedad intuitivamente poco atractiva, y es que no deja espacio para una estrategia conservadora en la dinámica de cambio. Para mostrarlo con un ejemplo debido a Quine, Routledge & Keegan:

Ejemplo 2.1.4 [Gär88] Supongamos que nuestro estado de creencias es tal que aceptamos las siguientes sentencias

1. Bizet era francés.
2. Verdi era italiano.

   Para ser consistentes debemos aceptar

3. Bizet y Verdi no eran compatriotas.

Si un estudioso de la música nos informa que en verdad, Bizet y Verdi eran compatriotas, es necesario entonces eliminar la ultima sentencia mencionada, y por fuerza deberemos desprendernos de alguna de las dos originales. Si la información recibida no especificara más allá, no hay mayores razones para preferir aceptar que ambos fueran franceses o italianos. Una función que satisfaga fullness no permite tomar una posición neutra, puesto que por fuerza una de ambas sentencias subsiste en el conjunto resultado, puesto que basta eliminar una sola para dejar de creer que no son compatriotas.

Un interesante resultado es que, en presencia de los primeros cuatro postulados, la propiedad de relevancia es equivalente al postulado de recovery como se demuestra en la siguiente observación

Observación 2.1.5 [Han99b] : Sea K un conjunto de creencias y $\div$ una función de contracción sobre K entonces:

1) Si $\div$ satisface relevance entonces satisface recovery

2) Si $\div$ satisface categorical matching, inclusion, vacuity y recovery entonces satisface relevance

También cabe mencionar que para conjuntos de creencias, fullness asegura el cumplimiento de recovery [Gär88].

Los postulados categorical matching, inclusion, vacuity, extensionality y recovery constituyen el conjunto conocido como postulados básicos del modelo AGM, en el sentido en que relacionan K, α, y $K \div \alpha$. Este conjunto de postulados básicos se completa con los siguientes postulados adicionales que tratan acerca del efecto de contraer conjunciones, cuyo análisis no forma parte del objeto de este trabajo.

Conjunctive Inclusion

Para abandonar una conjunción, el mínimo cambio es, por supuesto, abandonar uno de los conyuntos. Si estamos entonces contrayendo $\alpha \wedge \beta$, y realizamos esta contracción abandonando nuestra creencia en α, es razonable esperar que cualquier sentencia que hubiera sido abandonada en una contracción por α, sea abandonada en la contracción por $\alpha \wedge \beta$

Si $K \div (\alpha \wedge \beta) \nvdash \alpha$ entonces $K \div (\alpha \wedge \beta) \subseteq K \div \alpha$

Conjunctive Overlap

Conjunctive inclusion nos da una cota mínima en las creencias que debemos abandonar al contraer una conjunción. Es también razonable esperar que cualquier sentencia que no fuera afectada por la contracción de uno u otro de los conyuntos en forma individual, sea también inmune a la contracción por la conjunción de ambos.

$K \div \alpha \cap K \div \beta \subseteq K \div (\alpha \wedge \beta)$

Conjunctive inclusion y Conjunctive overlap en presencia del resto de los postulados mencionados son equivalentes a la siguiente propiedad [AGM85]

Conjunctive Factoring

$$K \div (\alpha \wedge \beta) = \begin{cases} K \div \alpha \\ K \div \beta \\ K \div \alpha \cap K \div \beta \end{cases}$$

Esta propiedad también llamada "ventilation", es de suma importancia dentro del modelo AGM, estableciendo que al contraer por una conjunción, si existe alguna relación de preferencia entre los conyuntos, la contracción consistirá en eliminar el menos preferido, y si tal relación de preferencia no existe, solo se conservarán aquellas creencias que sobrevivieran a la contracción de cualquiera de ellos

Partial Meet Contraction

En la sección anterior hemos definido las funciones de contracción de una manera no contructivista, esto es, se dio cuenta de las propiedades que el modelo requiere en una función de contracción bien formada, pero no se ha definido ninguna expresión funcional que permita determinar cuál en particular es una función de contracción posible.
Para poder realizar esto último es necesario primero introducir el concepto de función de selección:

Definición 2.1.6 [Función de selección]
Dado un conjunto de sentencias A y una sentencia α, se dice que γ es una función de selección para A si cumple las siguientes condiciones

1. $\gamma(A, \alpha) = A$ si $A \perp \alpha = \Phi$
2. $\gamma(A, \alpha) \subseteq A \perp \alpha$ si no

Volviendo a la construcción de nuestra función de contracción, si aplicáramos el criterio de minimalidad de la perdida de información en forma estricta, tal función de contracción debería devolvernos entonces solamente elementos del conjunto resto correspondiente al conjunto de creencias y a la sentencia implicada. Formalmente:

$K \div \alpha \in K \perp \alpha$

Como típicamente el conjunto resto es un conjunto de varios elementos la función deberá entonces determinar de entre todos esos elementos cual es el elegido como resultado. Esta clase de funciones de contracción es denominada *maxichoice* y formalmente definida como

$$K \div \alpha = \gamma(K, \alpha)$$

donde γ es una función de selección que cumple con la propiedad de devolver un único elemento de $K \perp \alpha$.
El siguiente teorema determina la caracterización axiomática de las funciones maxichoice

Teorema 2.1.7 [Gär88]: Sea K un conjunto de creencias, entonces el operador $\div$ es un operador de contracción maxichoice si y solo si satisface los postulados de Categorical Matching, success, inclusion, vacuity, extensionality y fullness.

Además de las consecuencias antiintuitivas ya mencionadas asociadas al cumplimiento de fullness, en 2.1.3 se muestra que esta propiedad tiene grave impacto cuando se tratan de operaciones de revisión expresadas como combinación de contracción y expansión.
Elegir entonces un único elemento de $K \perp \alpha$, deriva en propiedades poco razonables de la función de contracción. Resulta entonces natural tomar todas las sentencias que estén presentes en cada uno de estos elementos. De esta forma estamos tomando una postura en extremo segura acerca de nuestra contracción, puesto que tales sentencias son precisamente aquellas que con seguridad serían aceptadas sin importar cual de los elementos de $K \perp \alpha$ eligiéramos. Las funciones de contracción que cumplen esta

estrategia denominadas *full meet,* y formalmente se definen de la siguiente forma

$K \div \alpha = \cap(K \perp \alpha)$

Las funciones de contracción full meet tiene el inconveniente precisamente complementario, es decir obliga al agente epistémico a ser en extremo conservador al realizar la operación de contracción, y esto se traduce en el siguiente teorema:

Teorema 2.1.8 [AM82] Si $\div$ es una contracción full meet para K y $\alpha \in K$, entonces $K \div \alpha = Cn(\{\neg\alpha\}) \cap K$.

Es decir si retraemos alguna de las creencias que ostentamos, no solo dejamos de creer en esta y sus consecuencias, sino que además dejamos de creer en cualquier otra de nuestras creencias que no se dedujera de la negación de la retraída [Gär88].
Tenemos entonces que elegir uno de los elementos de $K \perp \alpha$ es demasiado generoso y por otro lado tomar la intersección de todos demasiado despojado. La siguiente opción es buscar un punto intermedio, permitiendo entonces a la función de selección elegir, eventualmente, más de un elemento de $K \perp \alpha$, y tomando entonces aquellas creencias aceptadas en todos los elementos seleccionados. Estas familia de funciones de contracción es denominada *partial meet*, y formalmente definida de la siguiente forma

$K \div \alpha = \cap\gamma(K \perp \alpha)$

Es fácilmente observable que tanto las funciones maxichoice, como las full meet son casos especiales de esta familia de funciones de contracción; respectivamente aquellas en las que la función de selección devuelve un único elemento de $K \perp \alpha$ y aquellas en las que devuelve precisamente $K \perp \alpha$.
Esta calidad abarcativa sumada al siguiente teorema de representación que demuestra que la clase de las funciones partial meet es una posible caracterización de las funciones que cumplen los postulados básicos del modelo hace que las funciones partial meet sean uno de los focos en el que se han concentrado los trabajos en el campo.

Teorema 2.1.9 [AGM85] Sea K un conjunto de creencias, un operador $\div$ es una contracción partial meet si y solo si satisface los postulados de categorical matching, inclusion, vacuity, success, recovery y extensionality.

Otros Modelos Constructivos

Si bien las funciones de contracción partial meet son uno de los modelos constructivos más ámpliamente estudiados en el campo de las caracterizaciones sentenciales de la teoría de cambio, es importante mencionar otros modelos constructivos posibles para funciones de contracción.
El concepto básico del modelo *"Epistemic Entrenchment"* [Gär88, GM88] es que dentro de mi conjunto de sentencias hay algunas de ellas que resultan mas importantes que otras cuando se planean acciones futuras, o en general cuando se realizan razonamientos basados en ellas. En este caso se dice que estas sentencias tienen un grado mayor de "atrincheramiento epistémico "(epistemic entrenchment). La idea guía para la construcción de una función de contracción es contar con una relación de atrincheramiento definida entre

los elementos de mi estado, de manera tal que al contraer una determinada creencia de este, las sentencias a abandonar serán aquellas con menor grado según esta relación. Este modelo no asume la posibilidad de cuantificar de manera precisa este grado de atrincheramiento, sino que se trabaja con las propiedades cualitativas de esta noción, en términos de que propiedades debe cumplir una relación definida entre un conjunto de sentencias para poder ser considerada una relación de atrincheramiento epistémico. Si denotamos $\prec$ a esta relación de orden epistémico, puede entonces definirse una función de contracción $\dot{-}$ de acuerdo a la siguiente expresión

$\beta \in K \dot{-} \alpha$ si y sólo si $\beta \in K$ y vale que o bien $\alpha \prec \alpha \vee \beta$, o bien $\vdash \alpha$.

Gärdenfors y Makinson [GM88] demostraron la relación entre las propiedades de la relación de atrincheramiento epistémico y el cumplimiento de los postulados del modelo AGM

Otro posible modelo constructivo es el denominado *"Safe Contraction"*. Este modelo fue introducido por Alchourrón y Makinson en [AM85] y su procedimiento constructivo es el siguiente. Sea K un conjunto de creencias y supongamos que queremos contraer la sentencia α de tal conjunto. Se define una "jerarquía" en K, denotada $<$ y asumida acíclica, esto es, no existe un subconjunto de sentencias $\gamma_1, \gamma_2..\gamma n$ tal que $\gamma_1 < \gamma_2 < .. < \gamma n < \gamma_1$. Decimos entonces que β es "segura" respecto de α si y solo sí β no es un elemento minimal para $<$dentro de ningún subconjunto K' minimal tal que $K' \vdash \alpha$. Es decir que de todas las cadenas de deducción no redundantes de α (los mencionados K') voy a conservar los elementos menos "responsables" de que se deduzca α, siendo la jerarquía lo que me define el grado de "responsabilidad"en este sentido.

Alchourrón y Makinson [AM86] vincularon safe contraction y partial meet contraction para lenguajes finitos. Posteriormente Hans Rott en [Rot92] exploró la relación entre contracciones basadas en epistemic entrenchment y safe contraction, completando el mapa entre los modelos constructivos aquí mencionados.

2.1.3 Operadores de Revisión de Creencias

Dentro del modelo presentado por AGM se incluye el operador de revisión. Una operación de revisión consiste en la modificación del estado epistémico (representado como un conjunto de creencias) por la que una nueva creencia (el input epsitémico) se incorpora en una forma consistente al conjunto previo.

Esta operación se diferencia de la expansión ya que, en esta última, la consistencia o no de la nueva creencia con el conjunto previo resulta irrelevante. Bajo estas condiciones, si el conjunto de creencias resulta consistente con la nueva información la revisión coincide con la expansión, pero si el nuevo conocimiento resulta inconsistente con el conjunto de creencias previo la operación de revisión deberá condicionar el conjunto resultante manteniendo sólo parte del conjunto para obtener un resultado consistente (más adelante veremos que este objetivo no puede alcanzarse en todos los casos).

Así, el conjunto de creencias previo debe ser modificado extrayendo tanta información como sea necesario a fin de que al incorporar la creencia el conjunto resultante resulte consistente y cerrado bajo consecuencias lógicas.

Sin embargo el nuevo estado epistémico será consistente, sólo cuando la sentencia sea consistente en si misma.

La revisión de un conjunto de creencias K con respecto a una sentencia α, se denota $K * \alpha$, aceptando que de esta forma estamos denotando en forma precisa una función de contracción, en el sentido matemático. Esta es una función de $Kx\mathcal{L} \rightarrow \mathcal{P}(L)$, que modeliza el cambio de K en $K * \alpha$.

A continuación detallaremos una serie de características que resultaría razonable solicitar que cumpla una función de revisión. Estas características las remarcaremos por medio de postulados recalcando el sentido "funcional" que les da justificación a los mismos.

Categorical Matching:

El primer requerimiento surge de la necesidad de mantener el formalismo de representación que se está utilizando para modelar los estados epistémicos.

$K * \alpha$ es un conjunto de creencias

Success:

Otro de los requerimientos que debe cumplir una función de revisión tal como se definió en el modelo AGM es incorporar siempre a las creencias del agente la creencia nueva que generó la operación.

$\alpha \in K * \alpha$

Inclusion:

Si bien en el postulado anterior se aseguraba que el input epistémico siempre debe ser incorporado, nada impide con los requerimientos realizados hasta el momento incorporar otras sentencias en la misma operación. Este nuevo postulado limita la incorporación de información en la operación, ya que a lo sumo la revisión incorporará el input epistémico como lo haría la expansión.

$K * \alpha \subseteq K + \alpha$

Vacuity:

Tal como se planteo en la explicación del operador, se elimina información del conjunto de creencias previo sólo por la necesidad de mantener consistente al conjunto. La intuición de este postulado corresponde a que si no hay información inconsistente con el input epistémico, no es necesario reducir el conjunto de creencias previo a la incorporación de la creencia, por lo que la operación de revisión se limita a la expansión del conjunto. De alguna forma, este postulado limita la "poda" innecesaria del conjunto de creencias.

Si $\neg\alpha \notin K$ entonces $K * \alpha = K + \alpha$

Los postulados de inclusion y vacuity modelan la característica de mínimo cambio en las funciones de revisión.

Consistency:

A diferencia de la expansión, la revisión tiene como objetivo obtener un conjunto consistente luego de incorporar la nueva creencia, pero dado que por el postulado success el input epistémico siempre está incluido en el conjunto de creencias resultante, si este input es inconsistente arrastra a todo el conjunto resultante a la inconsistencia. Sin embargo incluiremos un nuevo postulado que indica no solo que la operación de revisión mantiene la consistencia, sinó que, más aún, la genera en caso de partir de un conjunto inconsistente y revisar por una sentencia no contradictoria.

$K * \alpha$ es consistente si α es consistente.

Extensionality:

También debemos asegurarnos que la sintaxis del input epistémico resulte irrelevante para el comportamiento del operador de revisión. Para ello incluiremos el siguiente postulado.

Si $\vdash \alpha \longleftrightarrow \beta$ entonces $K * \alpha = K * \beta$

Resulta imprescindible destacar que el postulado de consistency predomina sobre las condiciones de mínimo cambio, prefiriéndose su cumplimiento ante una revisión de un conjunto inconsistente. Más evidente resulta que el postulado de success predomina sobre el de consistency, ya que se asegura que en una operación de revisión, el input epistémico debe ser aceptado aún cuando este lleve al conjunto a la inconsistencia, lo cual está recalcado en el postulado de consistency. La importancia de esta priorización del postulado de success resulta relevante ya que gran parte de la justificación de las operaciones no priorizadas veremos que consiste en desestimar este último predominio.
Si bien en el trabajo de AGM y en los trabajos sucesivos sobre el tema se definieron también una gran cantidad de postulados adicionales no los incluiremos en el presente trabajo ya que no resultan condicionantes para los conceptos centrales del documento. Sin embargo vamos a remarcar un postulado adicional que resultará útil en los futuros modelos que planteamos.

Relevance:

La intuición de este postulado es que un elemento que formaba parte del conjunto de creencias sólo puede ser eliminado durante una operación de revisión si este elemento puede resultar inconsistente con el input epistémico en el marco de una teoría contenida en el conjunto de creencias. Este postulado condiciona las creencias que son eliminadas, ya que sólo pueden ser eliminadas creencias que de alguna forma pudieran colaborar para deducir la negación del input epistémico.

Si $\beta \in K$ y $\beta \notin K * \alpha$, entonces existe $K\prime$ tal que $K * \alpha \subseteq K\prime \subseteq K \cup \{\alpha\}, K' \nvdash \perp$ but $K' \cup \{\beta\} \vdash \perp$.

Hasta ahora hemos visto una caracterización de la forma en que debe responder un operador de revisión, sin embargo existe un método constructivo para obtener este operador.
Según vimos hasta aquí la operación de revisión persigue entonces dos objetivos fundamentales. El primero es incorporar el input epistémico a mi conjunto de creencias, y el segundo mantener la consistencia en el conjunto resultante siempre que el input epistémico también lo sea.
La forma básica de lograr estos dos objetivos es caracterizar el operador de revisión como una combinación de los dos operadores que hemos visto previamente.
La siguiente construcción es conocida como identidad de Levi y representa la combinación lógica necesaria para obtener los objetivos definidos. Inicialmente se contrae el conjunto de creencias por la negación del input epistémico a fin de eliminar del estado epistémico toda creencia que resulte contradictoria con el input, para poder obtener consistencia en el resultado final. Posteriormente se realiza una expansión del conjunto resultante por el input epistémico para lograr la incorporación de la nueva creencia:

$K * \alpha = (K \div \neg\alpha) + \alpha$

Para la revisión se definió un concepto análogo al concepto de Partial Meet presentado para la contracción. Más aún en [AGM85] se demostró que una función de revisión construida en base a una Partial Meet Contraction de acuerdo a la identidad de Levi da como resultado una Partial Meet Revision. De esta forma, si γ es una función de selección sobre un conjunto de creencias K , se define un operador de revisión Partial Meet como

$$K \mp_\gamma \alpha = (K \tilde{}_\gamma \neg\alpha) + \alpha$$

donde $\tilde{}_\gamma$ es una función de contracción partial meet según se definió en 2.1.2 La identidad de Levi permite mostrar los efectos nocivos de la aplicación de estrategias maxichoice o full meet en la función de contracción. Para el caso de las contracciones maxichoice tenemos que [Gär88]:

Sea K un conjunto de creencias, α una sentencia y Si $\neg\alpha \in K$ y $\div_{mc}$ una función de contracción maxichoice entonces para toda sentencia β, $\beta \in (K \div_{mc} \neg\alpha) + \alpha$ o $\neg\beta \in (K \div_{mc} \neg\alpha) + \alpha$

Es decir que el agente epistémico por el solo hecho de contraer y reincorporar una pieza de conocimiento pasa a ser omnisciente. Este resultado es más evidentemente antiintuitivo.

En el caso de las revisiones full meet en cambio puede observarse que [Gär88]:

Si $\neg\alpha \in K$ entonces para toda sentencia β, $\beta \in (K \div \neg\alpha) + \alpha$ si y solo si $\{\alpha\} \vdash \beta$

Es decir si la sentencia por la cual se revisa es inconsistente con el conjunto de creencias, se abandonan todas las creencias, conservando solamente aquellas que son consecuencia directa de la nueva información.

Si bien esta construcción presenta un método de obtener un operador de Revisión Partial Meet, el siguiente teorema vincula la construcción de una función de revisión Partial Meet con los postulados mencionados previamente.

Teorema 2.1.10 Sea $*$ un operador de revisión. Para todo conjunto de creencias K , $*$ es un operador de revisión Partial Meet para conjuntos de creencias si y solo si cumple Closure, Success, Inclusion, Vacuity, Consistency y Extensionality.

Capítulo 3

Bases de Creencias

A pesar que el formalismo de conjunto de creencias como teorías lógicas permitió generar las fundaciones de la teoría de cambio tal cual hoy la conocemos, aún para los mismos autores de esos trabajos iniciáticos estaba claro que el concepto de conjunto cerrado por consecuencias no era una modelización completamente intuitiva de los objetos de los procesos cognitivos. Estos procesos en principio se aplican a un conjunto de creencias específico el cual no necesariamente está cerrado por consecuencia lógica. En esta clase de representación el criterio para determinar la posición del agente respecto de una sentencia dada es el siguiente:

Una sentencia α es aceptada en un estado epistémico representado por la base de creencias B si vale $B \vdash \alpha$

Es decir que puede considerarse la base de creencias como la generadora de una teoría que lista exhaustivamente las creencias del agente tanto explícitas, esto es, pertenecientes a la base, como implícitas, es decir, que se deducen de la misma.

Existen dos tendencias opuestas sobre el uso de bases de creencias como representación de las creencias de un agente epistémico.

La primera de estas tendencias, defendida por Dalal [Dal88], es asociada a una representación epistémica coherentista en la cual el cuerpo de conocimiento se considera como un todo sin que ninguna de sus partes tenga ninguna característica estructural que la diferencie de otra. De esta forma propone de interpretar las bases de conocimiento como un mero recurso expresivo, considerándola sólo como expresión representativa de toda la teoría. Esta intepretación impone entonces que las operaciones de cambio resulten en todos los casos independientes de tal representación sintáctica, principio conocido como *irrelevancia de la sintaxis.*

En la otra tendencia que se opone al carácter coherentista de la representación a través de conjuntos de creencias, el formalismo de bases esta asociado a una visión epistémica fundacional, consiste en asignar un valor epistémico a la propia pertenencia a la base de creencias, imponiendo un carácter de causalidad entre aquellas sentencias pertenecientes a la base respecto de aquellas derivadas de la misma, *expresando la idea de que hay algunas creencias que sólo son admitidas porque existen otras determinadas sentencias que se aceptan y que a su vez las tienen como consecuencia lógica.* Aquellas creencias que pertenezcan a la base se les llama básicas, es decir que se mantienen *per se*, independientemente del resto de las creencias del agente; en tanto que aquellas creencias que se deducen de las pertenecientes a la base se consideran *creencias derivadas,* ampliando de esta manera en una forma importante el poder expresivo del formalismo. El ejemplo más claro de este aumento de poder expresivo es la consideración de las bases de creencias que generan el conjunto inconsistente.

Consideremos el siguiente caso:

$B1 = \{p, q, \neg q\}$

$B2 = \{p, t, \neg t\}$

Veremos posibles funciones de consolidación, esto es operaciones que permiten eliminar la inconsistencia de un conjunto inconsistente. Para el caso en que se consideran operaciones independientes de la sintaxis de la base de datos es

$A\otimes \perp= \{x/A \vdash x \wedge \neg x\}$

Es decir, selecciona los átomos proposicionales en su forma afirmativa. Por el bien del argumento supongamos el lenguaje limitado a las proposiciones explicitadas en el ejemplo, $\{p, q, t\}$, el resultado de tal consolidación en ambos casos sería:

$B1\otimes \perp= B2\otimes \perp= \{\neg p, \neg q, \neg t\}$

La función de consolidación que sigue la misma idea de la anterior pero tomando en cuenta la pertenencia a la base de creencias se expresa como:

$A\otimes \perp= \{x \in A/A \vdash x \wedge \neg x\}$

En este caso los resultados son entonces distintos para cada base

$B1\otimes \perp= \{p, q\}$

$B2\otimes \perp= \{p, t\}$

De esta forma vemos que si se aplica esta operación a dos bases inconsistentes distintas, se hace evidente la diferencia entre las dos interpretaciones listadas arriba. Al independizarse de la representación y utilizar el conjunto de creencias generado, el resultado de esta operación es el mismo en ambos casos, puesto que de hecho el conjunto de creencias es el mismo, esto es, la teoría inconsistente. En cambio si se aplican los cambios exclusivamente a la base de creencias se pueden obtener resultados completamente distintos en cada caso, puesto que se aplica la función a distintos objetos.

Una consecuencia directa de este camino es que solamente se toma en cuenta la dinámica de los cambios operados en la base a partir de la aplicación de una operación epistémica. Esto significa que cualquier cambio que resulte en el conjunto de creencias derivadas, será efecto únicamente de un cambio operado sobre la base de creencias, en el sentido que el conjunto de creencias derivadas posiblemente cambie al haber cambiado las sentencias que lo sustentan. Esta característica es otra de las diferencias mayores entre este formalismo y el de conjunto de creencias, ya que determina la condición de *localidad* de los cambios de creencia.

Para ver esto con un ejemplo [Han91b] supongamos que en el estado epistémico tratado se acepta la creencia que "Lagos es la capital de Nigeria" y llamemos a esta sentencia α. Como se acepta esta creencia, debe también aceptarse que "La capital de Nigeria es o bien Lagos o bien Estocolomo", sentencia que llamaremos $(\alpha \vee \beta)$. Si debemos resignar la creencia en α , es razonable esperar que perdamos también $(\alpha \vee \beta)$. Si representamos este estado epistémico por medio de bases de creencias, el estado original se representa por la sentencia α, tomando la licencia de dejar de lado otras piezas de conocimiento que pudieran estar presentes y que no estén relacionadas con el ejemplo. En esta caso entonces α es una creencia explícita del estado, siendo por supuesto aceptada en el mismo y $(\alpha \vee \beta)$ también es aceptada, pero es una creencia implícita puesto que solo se la acepta porque es consecuencia de α. Por definición, en el modelo de bases de creencias las operación se aplican exclusivamente sobre la base, siendo el cambio en las sentencias implícitas simplemente un reflejo de los cambios producidos en la base misma. En el ejemplo entonces al contraer α, la creencia en $(\alpha \vee \beta)$ sería abandonada puesto que ya no sería una consecuencia de la base de creencias resultante.

En el modelo AGM, la modelización dado el conjunto de creencias inicial $K = Cn(\{\alpha, \alpha\vee\beta, \alpha\vee\neg\beta\})$ tenemos tres conjuntos resultado posibles para la contracción por α, a saber $K_1 = Cn(\{\alpha\vee\beta\})$, $K_2 = Cn(\{\})$, y $K_3 = Cn(\{\alpha\vee\neg\beta\})$, debiendo entonces el mecanismo de selección asegurar que el resultado no va a incluir la sentencia $\alpha \vee \beta$. Esta distinción es sumamente importante puesto que en el caso del modelo de base de creencias los mecanismos de selección asociados a una operación de contracción deben resolver exclusivamente conflictos entre sentencias de naturaleza no derivativa, es decir creencias explícitas del agente, en tanto que en el modelo AGM además debe resolver conflictos entre creencias totalmente irrelevantes a la intención de la operación epistémica en sí.

Entonces cuando se remueven elementos de la base de creencias, todas las creencias que dependieran de estos son automáticamente descartadas. Este proceso ha sido llamado *disbelief propagation.* En [HW98] se explora la extensión de esta noción de localidad para la obtención de operaciones de cambio de experiencia locales, cuyo efecto no se aplica ya a toda la base de datos sino a una parte o "compartimiento" de la misma relevante a la sentencia objeto del cambio.

En general se asocia la pertenencia a la base de creencias con aquellas piezas de conocimiento que han sido directamente adquiridas por el agente a través de sus propias percepciones, aunque esta claro que en la mayoría de los casos en que nos referimos a agentes epistémicos humanos, existen creencias básicas que ostentamos más allá de la percepción directa, en general porque la cadena de justificaciones que la sustentaba se pierde en el olvido. Es el caso de creencias como "El Aconcagua es la montaña más alta de América" o "La capital de España es Madrid", sentencias que sabemos ciertas aunque ya no recordemos exactamente como fue que llegamos a adquirir ese conocimiento.

Ya que mencionamos el papel de la percepción directa en el establecimiento de las creencias básicas, cabe hacer notar una coincidencia entre el aspecto simplificador de la representación de un estado epistémico como bases, y la selección perceptiva realizada por los organismos . Se estima que el ojo humano es capaz de distinguir siete millones de colores. Sin embargo nadie se queda abrumado frente a tal profusión de información por parte del mundo real, puesto que filtramos automáticamente este exceso de información para ser concientes solamente de aquellas piezas de información que son relevantes. De la misma forma, en general nuestro cuerpo de conocimiento incluye posiciones acerca de determinadas sentencias de las cuales no necesariamente somos plenamente concientes, pero que de ser imprescindible emitir un juicio acerca de ellas, lo hacemos, razonando a partir de nuestra posición sobre aquellas cosas a las que si tenemos por decirlo así "acceso directo".

El formalismo de bases de creencias representa las estructuras de justificación de una manera más acertada que el modelo de un único nivel que es AGM. Si bien esta claro que no hace una justicia completa a la complejas relaciones de justificación e inferencia de un sistema de creencias real, en el cual además de la simple deducción lógica como relación de justificación pueden existir otras como inducciones o analogías. Para profundizar en la discusión de estos temas podemos evaluar las Fundacionistas y Coherentistas en [Doy92]. Finalmente debe observarse que el formalismo de bases de creencias resulta un vehículo mucho más adecuado para el análisis de modelos computacionales si restringimos los casos a aquellos en que la base de creencias es un conjunto finito de sentencias.

3.1 Funciones de Cambio de Creencias en Bases

A continuación detallaremos los aspectos de las funciones de cambio en bases de creencias en particular, para las funciones de contracción y de revisión. Como se explico en 2.1 la expansión es una operación que no presenta ninguna complejidad en cuanto a lo conceptual, y simplemente listaremos aquí su expresión formal para bases de creencias
Sea A una base de creencias, y α una sentencia dada, denotamos $A + \alpha$ a la expansión de A por α, la cual tiene la siguiente expresión funcional
$A + \alpha = A \cup \{\alpha\}$

3.1.1 Operadores de Contracción en Bases

El análisis de la dinámica de funciones de contracción en bases de creencias implica una revisión del conjunto de postulados del modelo AGM para adaptarlos a las diferencias formales entre uno y otro método de representación de conocimiento. Sin embargo no se modifica la conceptualidad del mismo en el sentido que los criterios de racionalidad aplicados siguen siendo en forma primaria el de economía de información y la consistencialidad de las operaciones. Las diferencias básicas entre ambos modelos en cuanto al efecto de una operación de cambio de creencias fueron detalladas en la sección anterior, en particular en lo relevante a la capacidad de disbelief propagation que soporta el modelo de bases de creencias

A continuación se describen y definen los postulados de racionalidad asociados a las funciones de contracción en bases de creencias, con la consiguiente comparación contra los postulados del modelo AGM

Success

En primer lugar seguiremos considerando que la operación de contracción debe ser exitosa, salvo que exista una imposibilidad lógica de tal suceso. En otras palabras si es lógicamente posible no aceptar una sentencia determinada, la contracción de tal sentencia debe resultar en una base de la cual la misma no se deduzca. Nótese en la expresión del mismo que la relación de deducción reemplaza a la pertenencia si se compara con el postulado de success de AGM, debido por supuesto a la diferencia en el criterio de aceptación de una sentencia en uno y otro modelo.

Si $\nvdash \alpha$ entonces $A \div \alpha \nvdash \alpha$

Inclusion

Este postulado no sufre modificaciones puesto que el hecho de que no debería aparecer ninguna nueva información como resultado de una operación de contracción no pierde validez en este modelo de representación.

$A \div \alpha \subseteq A$[1]

[1]Notar que esta definición del postulado no es compatible con la postura de Dalal dado

Nótese que el postulado de inclusión en sí mismo hace innecesaria la expresión de un postulado de adecuación de la representación, puesto que la razón de incluirlo en el modelo AGM era precisamente asegurar que el resultado de cualquier operación fuera un conjunto de creencias, Al desaparecer el requerimiento de la clausura lógica en el modelo de base de creencias, el postulado de inclusión basta para asegurar que el resultado sea un conjunto de sentencias, i.e. una base de creencias aceptable.

Vacuity

Al igual que en el modelo AGM, si se requiere la contracción de una sentencia que no era aceptada, no existe motivo alguno para modificar el estado epistémico.

Si $A \nvdash \alpha$ entonces $A \div \alpha = A$

Recovery no vale en general para base de creencias. Para ver esto con un ejemplo sea $A = \{\alpha \wedge \beta\}$, cualquier función de contracción $\div$ que cumpla success tendrá el siguiente resultado si contraemos por α, $A \div \alpha = \{\}$. Para ver que sucede con recovery analicemos que ocurre cuando nuevamente agregamos α a la base de creencias $(A \div \alpha) + \alpha = \{\} \cup \{\alpha\}$, pero es claro que $Cn(\{\} \cup \{\alpha\}) \nvdash \alpha \wedge \beta$, de manera que el postulado no se cumple. De esta forma ya no resultan equivalentes recovery y relevance, con lo cual este último adquiere importancia especial en este modelo.

Relevance

Este postulado expresa también en bases de creencias la idea que si resignamos algún conocimiento además del expresamente indicado en la operación

que presupone la comparación en base a los elementos que pertenecen al conjunto.

de contracción es por alguna razón, es decir que de alguna forma esa particular sentencia contribuía a que la sentencia a contraer fuera aceptada en el estado original, pero no en el resultante

Si $\beta \in A$ y $\beta \notin A \div \alpha$ entonces existe $A\prime$ tal que $A \div \alpha \subseteq A\prime \subseteq A$ y $A\prime \nvdash \alpha$ pero $A\prime \cup \{\beta\} \vdash \alpha$

Core Retainment

Teniendo en cuenta la misma hipótesis de relevance, es posible relajar este postulado eliminando el requerimiento de que el conjunto que asociado a β produce α este interpuesto entre el resultante de la contracción y el original

Si $\beta \in A$ y $\beta \notin A \div \alpha$ entonces existe $A\prime$ tal que $A\prime \subseteq A$ y $A\prime \nvdash \alpha$ pero $A\prime \cup \{\beta\} \vdash \alpha$

Esta última expresión recibe su nombre del hecho que el conjunto de elementos de A que no pertenece a ninguna de las cadenas deductivas no redundantes de α es llamado el $\alpha - core$ de A, y la propiedad listada exige que el $\alpha - core$ no resulte modificado como resultado de una contracción por α.

Relative Closure

Esta claro que la clausura no es una propiedad exigible como tal a una operación sobre bases de creencias, diferenciándose como ya dijimos en esta propiedad del modelo AGM, que la exige a través del postulado de categorical matching. La distinción entre creencias implícitas y explícitas hace necesario sin embargo expresar un postulado que controle la relación entre unas y otras y el conjunto resultante de la contracción. Para ver esto con un ejemplo sea

$A = \{\beta, \beta \wedge \gamma, \beta \rightarrow \alpha\}$ y veamos dos posibles resultados de una contracción por α:

$A \div_1 \alpha = \{\beta, \beta \wedge \gamma\}$

$A \div_2 \alpha = \{\beta \wedge \gamma\}$

Ambos conjuntos resultados son lógicamente equivalentes, sin embargo el segundo no resulta intuitivamente aceptable puesto que la sentencia β deja de pertenecer a mis creencias explícitas, y precisamente la pertenencia a la base reviste importancia epistémica en este modelo.

Nótese que el postulado de relevancia, si bien impone un límite a cuales sentencias pueden dejar de ser aceptadas como consecuencia de una contracción, nada dice sobre mover sentencias dentro o fuera de la base. Transformar creencias implícitas en explícitas queda vedado por el postulado de inclusión, pero para impedir el movimiento recíproco requerimos este postulado específico:

$$A \cap Cn(A \div \alpha) \subseteq A \div \alpha$$

Extensionality

Aun cuando la representación sintáctica de las bases es objeto de distinción, ya que aun cuando la clausura de las mismas sea la mismas las bases son efectivamente distintas desde la dinámica de los posibles cambios de creencias que sufran, esta distinción no aplica al caso en la contracción de sentencias equivalentes. ¿Porqué distinguir en las bases y no en el conocimiento a contraer? La razón es que en el primer caso lo que distingue una sentencia en una u otra base es la particular relación de la misma con el agente epistémico, esto es si es una creencia explícita o implícita, aún cuando la sentencia sea aceptada en ambos casos, en tanto que con el objeto del input epistémico el agente no tiene ninguna relación particular (recordemos que los input epistémicos responden a factores externos al agente).

Si $\vdash \alpha \leftrightarrow \beta$ entonces $A \div \alpha .= A \div \beta$

Uniformity

Aun cumpliendo extensionality hay otros casos en los que esperablemente una función de contracción sobre bases debería devolver el mismo resultado ante la contracción de dos sentencias no necesariamente equivalentes. La intuición es la siguiente, si cada vez que un conjunto de creencias explícitas sustenta la aceptación de una sentencia precisamente el mismo conjunto da sustento a otra sentencia y viceversa, ambas sentencias son, desde el particular estado epistémico del agente, indistinguibles para la operación de contracción ya que las razones por las que las acepta son exactamente las mismas. Puesto que para contraer cualquiera de ambas sentencias se debe "desarmar" las cadenas de justificaciones que las sustentan y estas son exactamente las mismas, es razonable esperar que la forma en que se desarme, i.e., las sentencias que vayan a quedar fuera de la nueva base de creencias resultante, sean las mismas.
Si para todo $A\prime \subseteq A$ vale que $A\prime \vdash \alpha$ si y solo si $A\prime \vdash \beta$ entonces $A \div \alpha = A \div \beta$

Partial Meet Contraction en Bases de Creencias

Como ya vimos anteriormente uno de los posibles modelos constructivos de funciones de contracción es el de las funciones partial meet.
Las funciones de contracción partial meet en bases de creencias se definen

en forma análoga al modelo AGM, es decir en función de la selección de un subconjunto del conjunto resto. Formalmente:
Sea A un conjunto de sentencias y γ una función de selección según la definición 2.1.6 , entonces la siguiente es una función de contracción partial meet para bases de creencias.

$A \div \alpha = \cap\gamma(A \perp \alpha)$

Al igual que en el modelo AGM, podemós aquí enunciar el siguiente teorema de representación:

Teorema 3.1.1 [Han91a] Sea A una base de creencias, un operador $\div$ es operador de una contracción partial meet sobre A, si y solo sí satisface los postulados de success, inclusion, relevance y uniformity.

La razón de que se listen solo los cuatro postulados mencionados en el teorema de representación es que la combinación de los mismos asegura la presencia de los restantes como esta demostrado a continuación:

Observación 3.1.2 [Han91a] Sea A una base de creencias, y $\div$ un operador de contracción para bases valen las siguientes propiedades

1. Si $\div$ satisface relevance entonces satisface relative closure y core retainment.
2. Si $\div$ satisface inclusion y core retainment, entonces satisface vacuity.
3. Si $\div$ satisface uniformity satisface extensionality.

Con este resultado queda definida una de las posibles caracterizaciones de las funciones de contracción en bases de creencias.

3.1.2 Operadores de Revisión en Bases

Los objetivos conceptuales de la revisión tampoco se modifican por el cambio en la forma de modelar el conocimiento que se dispone en un estado epistémico.

A pesar de ello existen modificaciones en la forma en que se realizan las operaciones de revisión que surgen a partir de las posibilidades que brinda la nueva forma de modelar los conocimientos, que no está cerrada por consecuencias lógicas, lo que permite entre otras cosas distinguir entre elementos pertenecientes o deducidos del conjunto de creencias y resolver de alguna forma inconsistencias que pudieran aparecer en la base de creencias, pero en forma focalizada.

Justamente por la posibilidad de resolver inconsistencias focalizadas es que surge una nueva forma de representar la operación de revisión basándose en la contracción y la extracción que resulta de expandir primero la base por el input epistémico y luego contraer por la negación del mismo. Quedan así definidas dos formas de expresar la revisión en bases de creencias [Han93].

Dada una base de creencias A y una sentencia del lenguaje α existen dos formas de representar un operador de revisión para bases de creencias:

Revisión interna: $A \mp \alpha = (A \div \neg\alpha) + \alpha$

Revisión externa: $A \pm \alpha = (A + \alpha) \div \neg\alpha$

Si bien la revisión externa resulta una alternativa que no era viable en el modelo de conjuntos de creencias, ya que una vez expandido el conjunto al cerrar por consistencia lógica se trabajaba con el lenguaje completo, el hecho de tener que trabajar y resolver inconsistencias, aún focalizadas, dentro de

la base de creencias complica el trabajo con la operación dentro de la misma. También existe otra diferencia en la revisión externa ya que es necesario contar con un operador de contracción global, ya que al revisar la misma base por dos sentencias distintas el operador de contracción debe trabajar sobre distintas bases resultantes de la operación de expansión, cuando en la revisión interna con un operador de contracción local es suficiente.
Por estos motivos vamos a centrar el modelado de la operación de revisión basándonos en la el modelo de revisión interna.

De la misma forma que en la revisión en conjuntos de creencias, es posible definir una función de revisión para bases de creencias construida partiendo de una Partial Meet Contraction para bases y siguiendo la identidad de Levi. De este modo se obtiene como resultado una Partial Meet Revision para bases de creencias.

Nuevamente definiremos una serie de postulados que resulta razonable solicitar a una función de revisión en bases de creencias. Mencionaremos los postulados con sus correspondientes intuiciones, pero dado que en su mayoría mantienen la misma lógica en bases que en conjuntos de creencias (con modificaciones menores a causa del cambio en la forma de representar las creencias) nos detendremos sólo en aquellos que sufran modificaciones importantes con respecto a los ya enunciados para conjuntos de creencias.

Success:

El postulado que modela el éxito en la incorporación del input epistémico y en la obtención de un estado epistémico consistente no sufre modificaciones.

$\alpha \in A * \alpha$

[2]

Consistency:

$A * \alpha$ es consistente si α es consistente.

Inclusion:

Dado que la expansión en bases se limita a la incorporación del input sin cerrar por consecuencia lógica, la modificación del postulado de inclusión se deriva del cambio de modelado del estado epistémico que se dá también en la expansión.

$A * \alpha \subseteq A \cup \{\alpha\}$

Relevance:

El postulado que modela la extracción de elementos del conjunto de creencias sólo por resultar adverso a la incorporación del nuevo input tampoco sufre modificaciones.

Si $\beta \in A$ y $\beta \notin A * \alpha$, entonces existe algún conjunto $A\prime$ tal que $A * \alpha \subseteq A\prime \subseteq A \cup \{\alpha\}, A\prime \nvdash \perp$ pero $A\prime \cup \{\beta\} \vdash \perp$

Uniformity:

Resulta intuitivo que el remanente de la base de creencias original luego de una revisión sea el mismo para dos inputs que resultan inconsistentes con los mismos subconjuntos de una base. Por lo tanto, si ante dos sentencias del lenguaje los mismos subconjuntos de la base son consistentes o inconsistentes

[2]Notar que en este caso se pide explícitamente la pertenencia a la base resultante y no solo la deducción de la misma.

con ellas, resulta razonable que sea necesario extraer los mismos elementos de la base para asegurar la consistencia de la base resultante.

Si para todo $A\prime \subseteq A$, $A \cup \{\alpha\} \vdash\perp$ si y solo si $A\prime \cup \{\beta\} \vdash\perp$, entonces $A \cap (A * \alpha) = A \cap (A * \beta)$

De los postulados de revisión mencionados en conjuntos de creencias descartamos closure ya que las bases no presentan esta característica, y también extensionality, pues esta también está respaldada por la clausura, ya que en el caso de bases al expandir la única sentencia que se incluye en el conjunto es la que conforma el input. Si bien extensionality no vale para bases de creencias, uniformity asegura que los elementos que se eliminan de una base de creencias sean los mismos independientemente de la sintaxis de las sentencias que generan la operación de cambio.
También debemos remarcar que se mantiene el predominio del postulado de success sobre el de consistency ya comentado en conjuntos de creencias.

Teorema 3.1.3 [Han93] Sea A una base de creencias y α una sentencia del lenguaje que actúa como input epistémico. Un operador $*$ es un operador de revisión Partial Meet Interno para bases de creencias si y solo si cumple success, consistency, inclusion, relevance y uniformity.

Capítulo 4

Operaciones No Priorizadas

En AGM la sentencia con la que se realiza la operación recibe un trato preferencial. Esto es, si la operación es una contracción la sentencia por la que se contrae el conjunto o base de creencias "debe" dejar de deducirse del conjunto original (salvo que la misma sea una tautología). De la misma manera en una revisión la sentencia por la que se revisa "debe" pertenecer al conjunto resultante de la operación.

De esta forma, la sentencia que de algún modo genera la operación de cambio obtiene cierta prioridad sobre las existentes en el estado del agente. En el caso de una operación de revisión se requerirá eliminar tantos conocimientos del conjunto original como sea necesario, de forma que el nuevo conocimiento pueda incorporarse sin generar inconsistencia en el conjunto (siempre que esto sea posible). De cualquier forma el conocimiento nuevo es incorporado, aún cuando este sea una contradicción y lleve al conjunto resultante a la inconsistencia. Este trato preferencial fue caracterizado como "prioridad de la nueva información". [Dalal 1988]

El caso análogo en la contracción es que, no importa la forma o causa por la que una sentencia pudo haberse incorporado a las creencias del agente, luego de realizar la contracción la misma deja de deducirse, nuevamente realizando las modificaciones que fueran necesarias en el conjunto original. Existe un caso límite en la contracción, que se dá al querer eliminar una tautología. Dado que las tautologías se deducen de cualquier conjunto de sentencias, resultaría imposible tener éxito en una contracción de este tipo. Esta limitación de las funciones de contracción se representa en el postulado de failure (Si $\alpha \in Cn(\emptyset)$ entonces $A \div \alpha = A$) y se incluye como hipótesis en el postulado de success. En este caso, se hace mención a la imposibilidad de contraer una tautología, ya que las mismas se deducen de cualquier conjunto, por lo cual sería imposible realizar una contracción efectiva de una de ellas. Esta forma de potenciar el input epistémico sobre las sentencias de la base o el conjunto de creencias se encuentra en todas las operaciones caracterizadas por el trabajo de AGM, ya que se encuentra explícita en el postulado de success que forma parte del conjunto de postulados básicos que formalizan el modelo.

Posteriormente a la caracterización del modelo inicial de AGM surgieron modelos alternativos que, tomando a aquel como base, plantearon variaciones para formalizar las operaciones con creencias. El objetivo de estas variantes es que las operaciones se asemejen más a la forma en que debería comportarse un agente epistémico, según las interpretaciones de quienes concibieron estas variantes.
Dentro de estas variaciones se realizaron trabajos en los que se evaluaron alternativas en la forma de responder a los inputs epistémicos que reciben los

agentes. Algunas de estas variaciones cuestionaron el postulado de success proponiendo variantes en la aceptación de los inputs epistémicos.

Dado que en estas operaciones se elimina el postulado que generaba una priorización del input epistémico, las alternativas propuestas se caracterizaron como operaciones "no priorizadas". La necesidad de modelar este comportamiento se da porque en la realidad es posible que un agente epistémico rechace por completo o al menos parcialemente los inputs epistémicos cuando estos contradicen de alguna forma los conocimientos previos.

Hemos visto que en las operaciones no priorizadas se relajaba el postulado de success, con lo que se debía modelar de algún modo en las operaciones la forma en que se trabajaría con la sentencia que se utiliza en la operación, dado que ahora no necesariamente debe ser incorporada o eliminada.

Se realizaron varios trabajos de modelado de sistemas alternativos, algunos sobre Conjuntos de Creencias y otros sobre Bases. Entre estos trabajos podemos mencionar trabajos de Brewka 1989, Cross & Thomason 1992, Hansson 1991 y 1994 y Hansson & Fermé 1998, incluso Hansson realizó en 1999 una recopilación de distintos modelos no priorizados propuestos para revisión.

La siguiente es una muy breve descripción de los modelos de operaciones de revisión no priorizadas que se han investigado dentro del marco de las caracterizaciones sentenciales de los estados epistémicos exceptuando el que es objeto de análisis del presente trabajo, el modelo de *Credibility Limited Revision.* Para el caso de la contracción no hay hasta el momento más que un modelo no priorizado, el modelo de Shielded Contraction o Contracción Limitada por Retractabilidad el cual también es objeto principal de este trabajo.

Semi Revision: [Han97a]

Esta propuesta consiste en realizar una revisión expandiendo el conjunto original con el input epistémico y luego realizar una operación denominada consolidación que consiste en restablecer la consistencia en el conjunto en caso de haberse perdido.

Formalmente:

$K?\alpha = (K + \{\alpha\}) - \perp$

Este tipo de operación resulta la forma más trivial de evitar priorizar el input epistémico, ya que una vez ingresado al conjunto de creencias la creencia nueva y las anteriores disponen de las mismas condiciones y entonces la sentencia recién añadida puede eventualmente ser abandonada.

La extensión de este modelo a revisión por conjuntos de sentencias en lugar de sentencias únicas se denomina *merge* [Fuh97].

Dado que una vez que se realiza la expansión, todas las sentencias del conjunto tienen el mismo status epistémico en el proceso de consolidación, este tipo de operación resulta impracticable para conjuntos de creencias cerrados por consecuencias lógicas, ya que de tornarse inconsistente el conjunto, siempre se realizaría la consolidación sobre todo el lenguaje, siendo entonces el resultado de la consolidación independiente del conjunto original y del input epistémico. Por este motivo semi-revisión y otros modelos semejantes basados en expansión y consolidación solo son posibles en bases de conocimiento, que permiten resolver inconsistencias localizadas o focalizadas en un pequeño subconjunto de creencias.

Screened Revision: [Mak97b]

Este modelo se basa en la definición de un conjunto de sentencias A las cuales resultaran inmunes a la revisión, definiendo la función asociada de la siguiente forma:

$$K\#_{\wedge}\alpha = \begin{cases} K * \alpha \text{ si } \alpha \text{ es consistente con } K \cap A \\ K \text{ si no} \end{cases}$$

La pertenencia al conjunto A es en este caso el factor de no priorización de este modelo.

Generalized Screened Revision:[Han97b]

Esta extensión del modelo anterior redefine el conjunto filtro como una función de la sentencia objeto del cambio, de la siguiente forma

$$K\#_{f}\alpha = \begin{cases} K * \alpha \text{ si } \alpha \text{ es consistente con } K \cap f(\alpha) \\ K \text{ si no} \end{cases}$$

donde $*$ es una revisión AGM que cumple la siguiente condición $K \cap f(\alpha) \subseteq K * \alpha$ y $f : \mathcal{L} \longrightarrow \mathcal{P}(\mathcal{P}(\mathcal{L})$ es una función que contextualiza el conjunto A de screened revision haciéndolo relativo a α.

Selective Revision:[FH99a]

En este modelo se define la función de revisión de la siguiente forma:

$K?\alpha = K * f(\alpha)$

donde $*$ es una función de revisión AGM standard y f una función que en el caso típico cumple $\vdash \alpha \rightarrow f(\alpha)$, permitiendo de esa forma seleccionar eventualmente parte de la sentencia por la que se esta revisando, lo cual brinda la posibilidad de aceptar en forma parcial la nueva información.

Como vemos existen dos formas de modelar las operaciones no priorizadas, la utilizada en SemiRevision que primero realiza la operación y luego resuelve los conflictos que pudieran haberse generado y los otros modelos que se basan en definir bajo que condiciones se realizará la operación de cambio de creencias AGM standar y, en caso de que no se cumplieran esas condiciones requeridas no realizar ninguna modificación sobre el conjunto de creencias previo. Este último tipo de operación fue caracterizada en la taxonomía realizada por Hansson como Decisión + Revisión y podría generalizarse para todas las operaciones de cambio como Decisión+Operación, ya sea que se realice como dos operaciones consecutivas o dentro de una función integrada. Dentro de este tipo de operaciones podemos mencionar los trabajos sobre conjuntos de creencias cerrados por consecuencias lógicas Screened Revision de Makinson de 1997 y en particular los de Fermé & Hansson Shielded Contraction [FH99b] y Hansson & all. Credibility-Limited Revision [HFCF98]. En [Fer99b] puede encontrarse una taxonomía completa de las funciones de revisión de creencias.

Capítulo 5

Funciones de Cambio Limitado para Bases de Creencias

Nuestro trabajo va a enfocarse en el modelo de operaciones no priorizadas que realiza un análisis de la sentencia que genera la operación y en base a ese análisis realiza o no una operación AGM.

El objetivo más importante del presente trabajo es realizar un trabajo semejante a los de Shielded Contraction y Credibility-Limited Revision pero tomando como formalismo de representación del estado epistémico a las Bases de Creencias en lugar de los Conjuntos de Creencias.

Para comenzar en forma gradual con la evaluación de requerimientos sobre las sentencias realizaremos una serie de condicionamientos que resulta razonable solicitar para realizar una operación. Tomemos por ejemplo una revisión: El primer resguardo es que la sentencia por la cual se debe revisar el conjunto no sea una contradicción, ya que al no estar forzado a cumplir con el postulado de success resulta posible reforzar las posibilidades de evitar

generar inconsistencias en el conjunto de creencias al revisar una operación. Surge entonces como una alternativa básica evaluar algún tipo de función sobre la sentencia objeto, para decidir si se realizan las operaciones según el modelo AGM o si se descarta la modificación del conjunto de creencias.
La definición más elemental de esta función según lo expuesto anteriormente es revisar siempre y cuando la sentencia no sea una contradicción, y contraer siempre y cuando la sentencia no sea una tautología (esto último ya había sido previsto en AGM).

Una forma de definir las funciones es la siguiente:

Definición 5.0.4 Sea A un conjunto de creencias, α una sentencia del lenguaje y $*$ un operador de revisión AGM, se define un operador de revisión $\circledast$ para A y α tal que:

$$A \circledast \alpha = \begin{cases} A * \alpha \text{ si } \alpha \nvdash \bot \\ A \quad \text{si no} \end{cases}$$

Definición 5.0.5 Sea A un conjunto de creencias, α una sentencia del lenguaje y $\div$ un operador de contracción AGM, se define un operador de contracción $\sim$ para A y α tal que:

$$A \sim \alpha = \begin{cases} A \div \alpha \text{ si } \emptyset \nvdash \alpha \\ A \quad \text{si no} \end{cases}$$

Si bien en esta última definición las condiciones no tienen mucho sentido, ya que de no evaluarse las mismas el resultado de la operación no varía, la definición nos va a permitir realizar un siguiente paso en la evaluación de condiciones.
La idea aquí es que para las dos operaciones de cambio de creencias no triviales, contracción y revisión, es posible definir una dinámica en la que no

se dé preferencia a la nueva información por el sólo hecho de ser el objeto del input epistémico

En el caso de la contracción, el análisis parte de la consideración que más allá de las sentencias que circunstancialmente aceptamos en nuestro estado de creencias, existe un conjunto definido de sentencias que no estamos dispuestos a resignar siendo el resto retractables. De esta forma, una operación de contracción solo será ejecutada si se aplica a una de estas sentencias retractables pero, si se intentara retraer una sentencia que no pertenece a este conjunto la operación, directamente no se realizaría.

En el caso de la revisión, y en forma análoga, más allá de las creencias que se detentan en un momento dado, consideramos que existe un conjunto determinado de sentencias en las cuales el agente estaría eventualmente dispuesto a creer; en tanto que para otras, sin importar la fuente, le resultaría imposible aceptarlas, con lo cual si se le aplica un input epistémico exigiéndole revisar sus creencias para aceptar una de estas últimas, al igual que en el caso anterior, la operación directamente no se realizaría.

Existe una relación entre los conjuntos de sentencias que un agente está dispuesto a creer y las que no está dispuesto descartar de sus creencias. Esto es, si una sentencia α no resulta creíble para un agente la negación de la misma no solo debe ser creíble , si no que no puede ser eliminada de su conjunto de creencias y por lo tanto no es retractable. Si la negación de la sentencia inicial no es retractable, la sentencia original debe serlo. En conclusión, todas las sentencias no creíbles deben ser retractables y sus negaciónes creíbles y no retractables.

A los fines de este trabajo, y siguiendo un lineamiento implícito en trabajos previos de Hansson & all [HFCF98] y Fermé y Hansson [FH99b] sobre el tema asumiremos que no existirá una dinámica de cambios sobre los conjuntos de creencias Retractables o Creíbles, es decir que no pueden realizarse cambios de opinión en un agente sobre las novedades que está dispuesto revisar o contraer y cuales no, ya que de otro modo deberíamos estár manejándonos con varios niveles de operaciones de cambio.

En las secciones siguientes se definirán las operaciones no priorizadas de Contracción Limitada por Conjunto de Retractabilidad (Shielded Contraction) y Revisión Limitada por Credibilidad (Credibility Limited Revision) para bases de creencias, extendiendo los trabajos previamente mencionados; y se enunciará un teorema de representación relacionando la modelización axiomática con una constructiva para cada caso, lo que constituye el resultado saliente de la presente tesis.

5.1 Operaciones de Contracción Limitadas por Retractabilidad

Como ya vimos en secciones anteriores, y se destaca en [FH99b] el postulado más controvertido del modelo AGM para la contracción es el postulado de recovery. Sin embargo resulta también debatible el postulado de success.

La razón es que un agente epistémico bien puede ostentar determinadas creencias las cuales, sin necesidad de que sean verdades tautológicas, no esta dispuesto a resignar.

En el caso que tratemos con agentes epistémicos humanos es fácil pensar en ejemplos de casos en que más allá de las evidencias, y de las realidades a las que se vieron sometidos, determinadas personas jamás resignaron sus creencias por equivocadas que estas fueran. En el caso de sistemas de computación, en la mayoría de los casos se imponen restricciones de integridad que cumplen el papel de estas sentencias que no pueden ser eliminadas del estado epistémico, o para un ejemplo aún mas específico, cualquier teoría matemática, cuenta con un conjunto de axiomas que no son verdades lógicas en sí pero que no pueden ser descartados de la misma si se pretende conservar la teoría como marco de trabajo.

La idea entonces es que la operación de contracción que definiremos consiste de dos pasos bien diferenciados, primero una evaluación respecto de la sentencia que se está pidiendo contraer, en el sentido de si la misma es efectivamente una pieza de creencias que el agente esté dispuesto a resignar. En caso en que no sea así, la operación será efectivamente vacua, sin impactar en ninguna forma en el estado epistémico detentado.

Si en cambio, efectivamente se trata de una sentencia resignable, entonces se operará una contracción clásica tal cual se definió en la sección 3.1.1.

La forma en la que se evaluará si una sentencia dada puede o no ser retraída de un conjunto es verificando su pertenencia a un conjunto denominado *de retractabilidad*, que se define en la siguiente subsección.

5.1.1 El Conjunto de Retractabilidad

El conjunto de retractabilidad define que sentencias podrán ser retraídas de cualquier estado epistémico dado y lo denotamos R. Llamaremos a aquellas sentencias que pertenezcan a este conjunto "retractables" puesto que son aquellas que el agente eventualmente aceptaría resignar, en tanto que las sentencias que no pertenezcan a este conjunto son denominadas "no retractables".

Desprendiéndonos del carácter claramente subjetivo que este conjunto tiene, podemos definir determinadas propiedades racionales del mismo, las cuales caracterizan qué conjuntos de sentencias pueden efectivamente ser interpretados como conjuntos de retractabilidad para un agente dado:

Non Retractability of Tautology:

Las sentencias que sabemos que jamás podrán ser eliminadas de ningún estado epistémico son, justamente, aquellas aceptadas en cualquiera de ellos, esto es, las verdades lógicas. De allí entonces que requiramos que las mismas no pertenezcan a las sentencias retractables.

$R \cap Cn(\emptyset) = \emptyset$

Conjunctive Completness:

Cuando se da el caso que consideramos una conjunción retractable, sería poco razonable que ninguno de los elementos de la conjunción fueran a su vez retractables, puesto que si no puedo eliminar ninguno de ellos, en un estado en el que fueran aceptados jamás podría eliminar la conjunción.

Si $\alpha \wedge \beta \in R$ entonces $\alpha \in R$ o $\beta \in R$

Non Retractability Propagation:

Dado que una sentencia no retractable no va a ser nunca va a ser eliminada de los estados epistémicos del agente, sus consecuencias se deducirán siempre de estos estados. Por lo tanto las consecuencias de las sentencias no retractables heredan la condición de no-retractabilidad.

Si $\alpha \notin R$ entonces $Cn(\alpha) \cap R = \emptyset$

Non Retractability Preservation:
Esta propiedad tiene relación con el concepto de la irretractabilidad. Si existe una creencia tal que bajo ninguna circunstancia, sin importar el caso, jamás podría ser eliminada de las creencias de un agente epistémico dado, esto implica que tal agente nunca podrá estar en un estado epistémico que no la contenga, o en otros términos que el agente la acepta en cualquier estado.
$L \backslash R \subseteq Cn(A \sim \alpha)$

Teniendo definidas conceptualmente las características de las sentencias Retractables, se propone una función de Contracción Limitada por Conjunto de Retractabilidad para bases de creencias basada en este conjunto y en un operador de contracción AGM para bases de creencias. Caracterizaremos esta función de Contracción limitada en base a postulados.

5.1.2 Postulados del Operador de Contracción

Nuevamente vamos a comentar los postulados con su intuición deteniéndonos en los que presenten características diferenciales con respecto a los postulados equivalentes ya presentados previamente.

Relative Success:

Es evidente que el postulado de success no es aceptable como tal, porque precisamente es la noción que descartamos para estas operaciones. Específicamente entonces si la sentencia que se requiere contraer es no retractable la misma seguirá siendo parte del estado resultante. Sin embargo es importante evitar comportamientos anómalos como que ante el pedido de resignar una creencia no retractable se pierdan algunas otras. La intuición aquí es la misma que en el postulado de failure, si se requiere hacer algo imposible, entonces no hay que hacer nada.

$A \sim \alpha = A$ o $\alpha \notin Cn(A \sim \alpha)$

Inclusion:

Permanece la necesidad de mantener cerrada la operación, en el sentido de asegurar que solamente elimine conocimiento del estado y que por ningún motivo se agreguen nuevas piezas de conocimiento al realizar una contracción.

$A \sim \alpha \subseteq A$

Relevance:

Según definimos, en el caso en que sí puede operarse la contracción es esperable que la misma se comporte según los criterios anteriormente mencionados para tales operaciones. Es decir entonces que si alguna creencia es resignada tiene que existir alguna razón que relacione tal sentencia con la que se está contrayendo. El postulado resulta entonces idéntico al de las contracciones en bases mencionado en la subsección 3.1.1.

Si $\beta \in A$ y $\beta \notin A \sim \alpha$, entonces existe A' tal que $A \sim \alpha \subseteq A' \subseteq A$ y $A' \nvdash \alpha$ pero $A', \{\beta\} \vdash \alpha$

Vacuity:

El postulado de success indica cómo debe comportarse la función cuando la sentencia objeto no es retractable, pero no determina el comportamiento cuando la misma no era aceptada en el estado original. Nuevamente estamos ante un caso en que la operación como tal es imposible ya que no puede resignarse una creencia que no se mantiene, pero debemos entonces exigir el siguiente postulado de vacuity para asegurar que en tal caso el estado epistémico quede intacto.

Si $A \nvdash \alpha$ entonces $A \sim \alpha = A$

Persistence:

La calidad de retractabilidad esta asociada a las sentencias per se, no según el contexto en que se encuentran. Si una sentencia no es resignada ante el requerimiento específico de una contracción que la tenga por objeto significa que el agente en cuestión no esta dispuesto a abandonar la misma en ninguna circunstancia.

Si $\beta \in Cn(A \sim \beta)$ entonces $\beta \in Cn(A \sim \alpha)$

5.1.3 Teorema de Representación

Habiendo definido vía postulados el comportamiento de una operación de contracción limitada por retractabilidad el siguiente paso es encontrar cuál es la relación entre estas y las funciones de contracción tradicionales definidas sobre bases de creencias, de manera de poder encontrar una caracterización posible que nos permita representar la familia de funciones de contracción limitadas por retractabilidad.

Según mencionamos en el comienzo de esta sección la idea general es que la función se comporte como una función de contracción normal excepto cuando se la enfrente a una sentencia considerada no retractable, en cuyo caso no provocará ningún cambio en el estado epistémico en cuestión. Definimos entonces:

Definición 5.1.1 Sea $\div$ una operación de contracción partial meet sobre una base de creencias A. Sea R el conjunto de retractabilidad asociado. $\sim$ es una contracción limitada por retractabilidad sii:

$$A \sim \alpha = \begin{cases} A \div \alpha & \text{si } \alpha \in R \\ A & \text{si no} \end{cases}$$

Podemos enunciar el siguiente Teorema de Representación:

Teorema 5.1.2 Sea A una base de creencias consistente, $\sim$ una función de contracción sobre A, entonces las siguientes condiciones son equivalentes

1) $\sim$ satisface *relative success, inclusion, relevance, vacuity* y *persistence.*

2) Existe una función de contracción sobre base de creencias $\div$ que satisface *success, inclusion, relevance y uniformity* y un conjunto R de sentencias que satisface *conjunctive completness, non retractability preservation* y *non rectratability propagation,* tal que:

$$A \sim \alpha = \begin{cases} A \div \alpha & \text{si } \alpha \in R \\ A & \text{si no} \end{cases}$$

Notar que *Non retractability of Tautology* no es necesario, ya que se infiere de la construcción. Sin embargo podría ser utilizado en construcciones alternativas.

Demostración $(1 \longrightarrow 2)$

Esta demostración procede construyendo un conjunto de retractabilidad R a partir de $\sim$, incluyendo en este conjunto cualquier sentencia exitosamente retractada de la base de creencias A vía $\sim$.

Sean entonces A una base de creencias y $\sim$ una función de contracción que satisface las propiedades listadas en la condición 1, definimos:

$R_{\sim} = \{\alpha / A \sim \alpha \nvdash \alpha\}$

Probaremos a continuación que $R_{\sim}$ cumple las propiedades definidas en la condición 2:

Conjunctive Completness:

Si $\alpha \wedge \beta \in R_{\sim}$ entonces $\alpha \in R_{\sim}$ o $\beta \in R_{\sim}$

Sea $\alpha \wedge \beta \in R_{\sim}$, asumiendo por el absurdo $\alpha \notin R_{\sim}$ y $\beta \notin R_{\sim}$

por def $A \sim \alpha \vdash \alpha$ y $A \sim \beta \vdash \beta$

por $\sim_{persistence}$, $A \sim (\alpha \wedge \beta) \vdash \beta$ y $A \sim (\alpha \wedge \beta) \vdash \alpha$

entonces $A \sim (\alpha \wedge \beta) \vdash \alpha \wedge \beta$

por tanto $\alpha \wedge \beta \notin R_{\sim}$ abs.

Non Retractability Propagation:

Si $\alpha \notin R_{\sim}$ entonces $Cn(\alpha) \cap R_{\sim} = \emptyset$

Sea α tal que $\alpha \notin R_{\sim}$ entonces por def. $A \sim \alpha \vdash \alpha$.

Sea β tal que $\{\alpha\} \vdash \beta$,

por $\sim_{persistence}$, $A \sim \beta \vdash \alpha$

por supraclasicality, $A \sim \beta \vdash \beta$

entonces por def $\beta \notin R_{\sim}$.

Non Retractability Preservation:

$L \backslash R_{\sim} \subseteq Cn(A \sim \alpha)$

Sea β, tal que $\beta \notin R_{\sim}$:

por def $R_{\sim}$, $A \sim \beta \vdash \beta$;

entonces, por $\sim_{persistence}$ $A \sim \alpha \vdash \beta$.

Esto prueba las propiedades definidas para R en la condición 2.

Ahora definiremos una función de contracción partial meet para bases de creencias basándonos en $\sim$ y mostraremos que vale la equivalencia definida en la condición 2.

Para lograr esto, vamos a definir primero una función de selección basada en $\sim$, lo que según resultados ya probados en [Han91a] permite la construcción de una función partial meet que cumple los postulados definidos para bases de creencias. El concepto es definir esta función de selección de manera que escoja los elementos del conjunto resto de acuerdo al valor de $\sim$ para cualquier sentencia α tal que $\alpha \in R_{\sim}$, retornando el conjunto resto completo para cualquier otra sentencia.

Sea $\sim$ una función de contracción que cumple las propiedades definidas en la condición 1 y α una sentencia entonces definimos:

$$\gamma(A,\alpha) = \begin{cases} A & \text{si } A \perp \alpha = \emptyset \\ A\prime \in A \perp \alpha \text{ tal que } \begin{cases} A \sim \alpha \subseteq A\prime \quad \text{o} \\ A \sim \alpha \vdash \alpha \end{cases} & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Debemos entonces mostrar que:

$\gamma 1)$ $\gamma_{\sim}(A, \alpha) = A$ si $A \perp \alpha = \emptyset$

trivial por definición.

$\gamma 2)$ $\gamma_{\sim}(A, \alpha) \subseteq A \perp \alpha$, $\gamma_{\sim}(A, \alpha) \neq \emptyset$ si $A \perp \alpha \neq \emptyset$

por $\sim_{relative\,success}$, $A \sim \alpha = A$ o $A \sim \alpha \nvdash \alpha$.

Si $A \sim \alpha \vdash \alpha$ se sigue de la definición que $\gamma_{\sim}(A, \alpha) = A \perp \alpha$

entonces $\gamma 2)$ vale.

Sea entonces $A \sim \alpha \nvdash \alpha$,

entonces $\nvdash \alpha$

de donde se sigue por Alchourrón & Makinson [AM82] , que

existe $A\prime \in A \perp \alpha$ tal que $A \sim \alpha \subseteq A\prime$,

entonces, por definición de γ $A\prime \in \gamma_{\sim}(A, \alpha)$ probando la proposición.

De esta forma, por resultados demostrados en [Han91a], la función de contracción partial meet cumple success , inclusion, relevance y uniformity.

$A \div_{\sim} \alpha = \cap\ \gamma_{\sim}(A, \alpha)$

Ahora debemos mostrar que $A \sim \alpha = \begin{cases} A \div_{\sim} \alpha & \text{si } \alpha \in R_{\sim} \\ A & \text{si no} \end{cases}$

caso 1:

Sea $A \sim \alpha \nvdash \alpha$ entonces:

por def. $R_{\sim}$, $\alpha \in R_{\sim}$

queremos ver que $A \sim \alpha = A \div_{\sim} \alpha$.

Por def $\gamma_{\sim}$ e hip. caso 1, como $A \perp \alpha \neq \emptyset$ tenemos $A \sim \alpha \subseteq A\prime$ para cualquier $A\prime \in \gamma_{\sim}(A \perp \alpha)$,

entonces $A \sim \alpha \subseteq \cap(\gamma_{\sim}(A \perp \alpha)) = A \div_{\sim} \alpha$.

Veamos que $A \div_{\sim} \alpha \subseteq A \sim \alpha$.

Sea $\beta \in A \div_{\sim} \alpha$,

entonces por $\div_{inclusion}$ $\beta \in A$

por def $\div$ $\beta \in A\prime$ para todo $A\prime \in \gamma_{\sim}(A \perp \alpha)_{(1)}$.

Supongamos por reducción al absurdo que $\beta \notin A \sim \alpha$.

Por $\sim_{relevance}$ $\beta \in A$ y $\beta \notin A \sim \alpha$ implica que existe $A\prime$ tal que

$A \sim \alpha \subseteq A\prime$ y $A\prime \nvdash \alpha$ y $A\prime \cup \{\beta\} \vdash \alpha$

y, por prop$\perp$, existe $A\prime\prime \in A \perp \alpha$, $A\prime \subseteq A\prime\prime$.

Como $A\prime\prime \nvdash \alpha$ entonces $\beta \notin A\prime\prime_{(2)}$,

pero por def $\gamma_{\sim}$, $A\prime\prime \in \gamma_{\sim}(A \perp \alpha)$ absurdo de (1) y (2)

caso 2:

$A \sim \alpha \vdash \alpha$

por $\sim_{vacuity}$ $A \sim \alpha = A$

para ver que vale la equivalencia basta ver que

por def $R_{\sim}$, $\alpha \notin R_{\sim}$

luego $A \sim \alpha = A$

Demostración 2 $\longrightarrow$ 1

Sea $\div$ una función de contracción para bases de creencias que satisface success, inclusion, relevance y uniformity y R un conjunto de sentencias que satisface conjunctive completness, non retractability preservation y non rectratability propagation. Definimos $\sim$ una función de contracción limitada por retractabilidad (Shielded Contraction) como:

$$A \sim \alpha = \begin{cases} A \div \alpha & \text{si } \alpha \in R \\ A & \text{si no} \end{cases}$$

Debemos mostrar que $\sim$ satisface relative success, inclusion, relevance, persistence y vacuity.

Relative Success:

$A \sim \alpha = A$ or $\alpha \notin Cn(A \sim \alpha)$

Si $\alpha \notin R$, es trivial. Si $\alpha \in R$, si $\nvdash \alpha$ entonces por $\div_{success}$ vale $\alpha \notin Cn(A \sim \alpha)$. Si $\vdash \alpha$, entonces $A \sim \alpha = A$ (propiedad de failure para bases, ver [Han99b])

Inclusion:

$A \sim \alpha \subseteq A$

Trivial por def $\sim$ y $\div_{inclusion}$.

Relevance:

Si $\beta \in A$ y $\beta \notin A \sim \alpha$, entonces existe A' tal que $A \sim \alpha \subseteq A' \subseteq A$ y $\alpha \notin Cn(A')$ pero $\alpha \in Cn(A' \cup \{\beta\})$

Sea $\beta \in A$ y $\beta \notin A \sim \alpha$ entonces,

por $\sim_{relative\, success}$, $\alpha \notin Cn(A \sim \alpha)$

y por definición $\alpha \in R$

por def $\sim$, $A \sim \alpha = A \div \alpha$

entonces vale por $\div_{relevance}$.

Persistence:

Si $\beta \in Cn(A \sim \beta)$ entonces $\beta \in Cn(A \sim \alpha)$

Sea $\beta \in Cn(A \sim \beta)$

entonces por $\sim_{relative\, success}$, $A \sim \beta = A$

entonces por $\sim$ definición $\beta \notin R$

entonces $\beta \in L \backslash R$

entonces vale por $R_{Non\,Retractability\,Preservation}$.

Vacuity:

Si $\alpha \notin Cn(A)$ entonces $A \sim \alpha = A$

Si $\alpha \in R$ entonces vale por por definición $\sim$ y $\div_{vacuity}$,

si no, vale por definición $\sim$.

Este resultado muestra entonces una caracterización posible de la familia de funciones de contracción limitadas por retractabilidad, proveyendo un modelo constructivo de las mismas.

5.2 Operaciones de Revisión Limitadas por Credibilidad

Como dijimos en la introducción a las operaciones no priorizadas, en estas se debilita el postulado de success, reemplazándolo por versiones menos estrictas del mismo. Comentamos que existen dos modelos de revisión no priorizada, uno que consiste en una expansión y una consolidación para eliminar inconsistencias y otro en el que se realiza una decisión sobre si el input es "aceptable" y, en caso de que lo sea, se realiza la revisión.

En este trabajo nos vamos a concentrar en una versión de Revisiónes Limitadas por Credibilidad para Bases de Creencias que es un caso particular del modelo de decisión+revisión planteado por Hansson [Han99a] y es una extensión al trabajo sobre conjuntos de creencias cerrados por consecuencias lógicas Credibility Limited Revision de Hansson & all.

Conceptualmente, en esta forma de revisión no priorizada se condiciona de alguna forma la aceptación de los conocimientos nuevos (inputs). Resulta evidente que un agente epistémico no está dispuesto a creer en cualquier cosa. En estos casos esta "incredulidad" suele basarse en la aceptación de ciertas "creencias" que resultan inapelables para el agente y que no está dispuesto a rectificar ante nuevos conocimientos.

Si por ejemplo alguien me dice "Mi hijo de tres años corre cien metros en ocho segundos", yo no voy a incorporar esto a mis creencias.

Esta preferencia por ciertas creencias resulta en muchos casos independiente del valor de verdad de ellas, pues un agente epistémico puede no estar dispuesto a renunciar a una creencia que asume verdadera, aún cuando no lo sea. Por ejemplo alguien puede rechazar la creencia "los resultados de su examen de coeficiente intelectual dieron valores normales" por estar convencido que "soy un genio" aún cuando puede no ser cierto. De esta forma vemos que la aceptación o no de un input epistémico depende de algún tipo de condicionamiento que es propio del agente.

En particular en el modelo de revisión limitada por credibilidad modela las sentencias creíbles para un agente epistémico con un conjunto de credibilidad C que incluye todas las sentencias que el agente está dispuesto a creer.

5.2.1 El Conjunto de Credibilidad

La Revisión Limitada por Credibilidad queda entonces reducida a evaluar si el input epistémico pertenece al conjunto C, y si es así, realizar una revisión AGM, de lo contrario no realiza modificaciones en la base de creencias del agente.

De esta forma las diferencias con una revisión AGM se dan por la caracterización del conjunto C, ya que si por ejemplo incluimos en C a todas las sentencias del lenguaje, en todos los casos se realizará una revisión AGM. Sin embargo existen algunas propiedades que resulta razonable exigir a un conjunto de sentencias para aceptarlo como conjunto de credibilidad. A continuación enunciaremos algunas de ellas:

Element Consistency:

Dado que en este modelo un agente epistémico no está obligado a incorporar cualquier sentencia, el primer condicionamiento "razonable" sería que este agente no debería admitir como creíbles a las contradicciones del lenguaje, ya que son en sí mismas inconsistentes. De esta manera se evita generar inconsistencias en una base consistente.

Si $\alpha \in C$, entonces $\alpha \nvdash \bot$

Single Sentence Closure:

Si un agente epistémico está dispuesto a aceptar a una creencia α, entonces también debería estar dispuesto a aceptar a todas aquellas creencias que se deducen directamente de esta, ya que en caso de incorporar α a la base de creencias, estas últimas se deducen de la misma.

Si $\alpha \in C$ y $\vdash \alpha \rightarrow \beta$, entonces $\beta \in C$

Disjunctive Completeness:

También resulta sensato que dada una disyunción, esta sólo pueda ser creíble si alguna de sus partes lo es, ya que de otra forma sería imposible que la disyunción lo fuese.

Si $(\alpha \vee \beta) \in C$, entonces $\alpha \in C$ o $\beta \in C$

Negation Completeness:

Si se toma una sentencia y su negación, al menos una de ellas debe ser creíble, ya que de otra forma el agente no puede efectuar un juicio de valor sobre la proposición. Es importante destacar que bien pueden ser creíbles tanto una sentencia como su negación.

$\alpha \in C$ o $\neg\alpha \in C$

Expansive Credibility:

Si no es posible deducir una sentencia α de una base de creencias, es porque la sentencia $\neg\alpha$ es creíble. En el caso de que $\neg\alpha$ no fuese creíble, α debería ser una sentencia "básica" para el agente y por lo tanto debe deducirse de cualquier base.

Si $A \nvdash \alpha$, entonces $\neg\alpha \in C$

Revision Credibility:

El resultado de revisar una base de creencias por una sentencia creíble debe ser, de alguna forma, coherente con el conjunto de credibilidad del agente. Para asegurar esto las consecuencias de la base revisada deben resultar creíbles.

Si $\alpha \in C$, entonces $Cn(A \circledast \alpha) \subseteq C$

Si se trabaja con una base consistente, el cumplimiento de Expansive Credibility trae aparejado una propiedad mucho más fuerte:

Lema 5.2.1 Si $A \nvdash \perp$ y se cumple Expansive Credibility para C, entonces $Cn(A) \subseteq C$.

Demostración.

Sea α tal que $A \vdash \alpha_{(1)}$ y $\alpha \notin C$

por Expansive Credibility $A \vdash \neg\alpha_{(2)}$

entonces por $_{(1)}$ y $_{(2)}$ $A \vdash \perp$ absurdo.

De esta forma llegamos a la siguiente definición:

Definición 5.2.2 Sea A una base de creencias, C un conjunto de sentencias creíbles, α una sentencia del lenguaje y $*$ un operador de revisión AGM, $\circledast$ es una Revisión Limitada por Credibilidad para A sii:

$$A \circledast \alpha = \begin{cases} A * \alpha & \text{si } \alpha \in C \\ A & \text{sino} \end{cases}$$

Dado que en este tipo de operaciones no es válido el postulado de success, no podemos hablar de una caracterización de operaciones Partial Meet, pero sin embargo trataremos de acercarnos tanto como sea posible a los postulados enunciados en los capítulos previos.

5.2.2 Postulados del Operador de Revisión

Nuevamente vamos a explicar las intuiciones relacionadas a los postulados profundizando solo en los casos en los que hubiera cambios importantes sobre los postulados ya mencionados en los modelos anteriores.

Relative Success:

Esta versión debilitada de success nos indica que si bien no podemos asegurar que el input epistémico sea aceptado, siempre podemos exigir que en caso de que no lo sea no se realicen modificaciones sobre la base original.

$\alpha \in A \circledast \alpha$ o $A \circledast \alpha = A$

Consistency Preservation:

No podemos asegurar que el resultado de la operación de revisión en todos los casos sea consistente ya que, en caso de descartar el input epistémico, la base no sufre modificaciones. Por lo tanto sólo podemos asegurar que la operación no genere inconsistencia en bases consistentes.

Si $A \nvdash \perp$, entonces $A \circledast \alpha \nvdash \perp$

Inclusion:

Se mantiene la necesidad de fijar un límite a la incorporación de conocimiento en la base resultante. Este límite está dado por el agregado del input epistémico.

$A \circledast \alpha \subseteq A \cup \{\alpha\}$

Disjunctive Distribution:

Es también una versión limitada de success, ya que limita la incorporación de una disyunción sólo si es posible incorporar en una operación de revisión alguna de las dos sentencias que forman parte de la disyunción.

Si $(\alpha \vee \beta) \in A \circledast (\alpha \vee \beta)$, entonces $\alpha \in A \circledast \alpha$ o $\beta \in A \circledast \beta$

Relevance:

Se mantiene el requerimiento que un elemento que formara parte de la base de creencias sólo puede ser eliminado si genera inconsistencia con la sentencia nueva en el marco de una teoría modelada por dicha base de creencias.

Si $\beta \in A$ y $\beta \notin A \circledast \alpha$, entonces existe algún $A\prime$ tal que $A \circledast \alpha \subseteq A\prime \subseteq A \cup \{\alpha\}, A' \nvdash \bot$ pero $A' \cup \{\beta\} \vdash \bot$

Vacuity:

La intuición de este postulado es que en caso de no existir información en contra dentro de la base de creencias, se incorporará el nuevo conocimiento.

Si $A \nvdash \neg\alpha$, entonces $A \circledast \alpha = A \cup \{\alpha\}$

Strict Improvement:

Este postulado refleja que si una nueva sentencia es aceptada en una revisión, sus inferencias también lo serán.

Si $\alpha \in A \circledast \alpha$ y $\vdash \alpha \longrightarrow \beta$, entonces $\beta \in A \circledast \beta$

Credible Revision:

Este postulado es más fuerte que el anterior (en particular lo implica) y determina que luego de realizar una revisión en una base de creencias que incorpore el input epistémico, toda sentencia que se deduzca de esa base se incorporará a la misma si se realizara una operación de revisión que la tuviera como objeto.

Si $\alpha \in A \circledast \alpha$ y $A \circledast \alpha \vdash \beta$, entonces $\beta \in A \circledast \beta$

5.2.3 Teorema de Representación

El siguiente teorema de representación relaciona los postulados y propiedades mencionados con una definición constructiva de una función de revisión no priorizada para bases de creencias. Se limita a bases de creencias consistentes, porque la aceptación de la existencia de un conjunto de credibilidad con *Element Consistency*, presume un agente consistente, si bien esto es una apreciación conceptual.

Teorema 5.2.3 Sea $\circledast$ una función de revisión de creencias y A una base de creencias consistente, entonces las siguientes condiciones son equivalentes:

1) $\circledast$ satisface consistency preservation, inclusion, disjunctive distribution, relevance, vacuity, strict improvement, y credible revision.
2) Existe una función de revisión partial meet $*$ que satisface consistency, success , inclusion , relevance, uniformity y un conjunto de sentencias C que satisface element consistency, closure under logical equivalence, single sentence closure, disjunctive completeness, negation completness, expansive credibility y revision credibility tal que:

$$A \circledast \alpha = \begin{cases} A * \alpha & \text{si } \alpha \in C \\ A & \text{sino} \end{cases}$$

Demostración 1 $\longrightarrow$ 2

La demostración sigue el mismo esquema que el teorema de representación previo, esto es, definimos C inducido por $\circledast$ y luego definimos una función de

selección basada en $\circledast$, la cual en base a resultados previamente demostrados nos sirve para definir una función de contracción y luego utilizando la equivalencia de Levy definida para revisión interna llegaremos a una función de revisión Partial Meet que cumple todos los postulados definidos por AGM.
Sea $\circledast$ y A tal que cumplen las propiedades definidas en la condición 1 y sea α una sentencia del lenguaje, demostraremos que existe un conjunto de sentencias C que satisface la condición 2 definiendo:
$C_{\circledast} = \{\alpha/\ \alpha \in A \circledast \alpha\}$

Element Consistency:

Si $\alpha \in C_{\circledast}$, entonces $\alpha \nvdash \perp$,
Por def $C_{\circledast}$ $\alpha \in A \circledast \alpha$, entonces
por $\circledast_{consistency\ preservation}$ y $A \nvdash \perp$, $A \circledast \alpha \nvdash \perp$, entonces
por supraclasicality $\alpha \nvdash \perp$.

Single Sentence Closure:

Si $\vdash \alpha \rightarrow \beta$ y $\alpha \in C_{\circledast}$, entonces $\beta \in C_{\circledast}$
Sea α, β tal que $\vdash \alpha \rightarrow \beta$ y $\alpha \in C_{\circledast}$, entonces
por def $C_{\circledast}$, $\alpha \in A \circledast \alpha$
por $\circledast$ $_{strict\ improvement}$ $\beta \in A \circledast \beta$, entonces
por def $C_{\circledast}$ $\beta \in C_{\circledast}$.

Disjunctive Completeness:

Si $(\alpha \vee \beta) \in C_{\circledast}$, entonces $\alpha \in C_{\circledast}$ o $\beta \in C_{\circledast}$
Sea $(\alpha \vee \beta) \in A \circledast (\alpha \vee \beta)$,
por $\circledast_{disjunctive\,distribution}$ $\alpha \in A \circledast \alpha$ o $\beta \in A \circledast \beta$
entonces por def $C_{\circledast}$ $\alpha \in C_{\circledast}$ o $\beta \in C_{\circledast}$.

Negation Completeness:

$\alpha \in C_{\circledast}$ o $\neg\alpha \in C_{\circledast}$

Alcanza con ver, por def $C_{\circledast}$, que o bien $\alpha \in A \circledast \alpha$ o $\neg\alpha \in A \circledast \neg\alpha$.

Sea $A \nvdash \perp$, por vacuity $(\alpha \vee \neg\alpha) \in A \circledast (\alpha \vee \neg\alpha)$

por $\circledast_{disjunctive\,distribution}$, $\alpha \in A \circledast \alpha$ o $\neg\alpha \in A \circledast \neg\alpha$.

Expansive Credibility:

Si $A \nvdash \alpha$, entonces $\neg\alpha \in C_{\circledast}$

Si $A \nvdash \alpha$, entonces

por $\circledast_{vacuity} \neg\alpha \in A \circledast \neg\alpha = A \cup \{\neg\alpha\}$, entonces

por def $C_{\circledast}$, $\neg\alpha \in C_{\circledast}$.

Revision Credibility:

Si $\alpha \in C_{\circledast}$, entonces $Cn(A \circledast \alpha) \subseteq C_{\circledast}$

Si $\alpha \in C_{\circledast}$, entonces

por def $C_{\circledast}$, $\alpha \in A \circledast \alpha$

entonces, por $\circledast_{credible\,revision}$, para todo β tal que $A \circledast \alpha \vdash \beta$ implica que $\beta \in A \circledast \beta$

entonces por def $C_{\circledast}$, $\beta \in C$.

Ahora demostraremos que existe una función de revisión $*$, que satisface consistency, success, inclusion, relevance, uniformity.

Primero veremos que podemos construir una función de selección bien formada basada en $\circledast$ definiendo una función de selección sobre $A \perp \alpha$ tal que para los casos relevantes seleccione los conjuntos que constuirán una función de revisión de AGM de la misma forma en que lo haría la función de revisión limitada por credibilidad, y satisfaga los requerimientos para una función de revisión AGM para el resto de los casos:

$$\gamma_{\circledast}(A,\alpha) = \begin{cases} \text{A} & \text{Si } A \perp \alpha{=}\emptyset \\ \text{A'/A'} \in \text{A} \perp \alpha \text{ y } \begin{cases} A \circledast \neg\alpha \subseteq A\text{ '} \cup \{\neg\alpha\} \text{ o} \\ \neg\alpha \notin A \circledast \neg\alpha \end{cases} & \text{sino} \end{cases}$$

Debemos probar que:

$\gamma 1)$ $\gamma_{\circledast}(A,a) = A$ si $A \perp \alpha = \emptyset$.

Trivial por def.

$\gamma 2)$ $\gamma_{\circledast}(A,a) \subseteq A \perp \alpha$, $\gamma_{\sim}(A,\alpha) \neq \emptyset$ si $A \perp \alpha \neq \emptyset$

Sea $A \perp \alpha \neq \emptyset$:

Si $\neg\alpha \notin A \circledast \neg\alpha$ entonces

por definición $A\prime \in \gamma_{\circledast}(A,a)$ para todo $A\prime \in A \perp \alpha$.

Si $\neg\alpha \in A \circledast \neg\alpha$, entonces

por consistency preservation, $A \circledast \neg\alpha \backslash \{\neg\alpha\} \nvdash \alpha$

por $\circledast_{inclusion}$ $A \circledast \neg\alpha \backslash \{\neg\alpha\} \subseteq A$, entonces

por prop $\perp$ existe $A\prime \in A \perp \alpha$ tal que $A \circledast \neg\alpha \backslash \{\neg\alpha\} \subseteq A\prime$, entonces

$A \circledast \neg\alpha \backslash \{\neg\alpha\} \cup \{\neg\alpha\} = A \circledast \neg\alpha \subseteq A\prime \cup \{\neg\alpha\}$ entonces

por def $\gamma_{\circledast}$ $A\prime \in \gamma_{\circledast}(A,\alpha)$.

De esta forma, por resultados ya probados, la siguiente función de contracción Partial Meet satisface success, consistency preservation, inclusion, y relevance.

$A \div_{\circledast} \alpha = \cap\ \gamma_{\circledast}(A,a)$

Y nuevamente por resultados ya probados la función de revisión interna definida por medio de la identidad de Levy satisface consistency, success

, inclusion , relevance, y uniformity.

$A *_{\circledast} \alpha = (A \div_{\circledast} \neg\alpha) \cup \{\alpha\}$

Ahora probaremos que

$$A \circledast \alpha = \begin{cases} A *_{\circledast} \alpha \text{ si } \alpha \in C_{\circledast} \\ A \text{ sino} \end{cases}$$

Caso 1: Si $\alpha \in A \circledast \alpha$, entonces

por def $C_{\circledast}$, $\alpha \in C_{\circledast}$

por def $*_{\circledast}$, $A *_{\circledast} \alpha = (A \div_{\circledast} \neg\alpha) \cup \{\alpha\}$

por def $\sim_{\circledast}$, $A *_{\circledast} \alpha = \cap(\gamma_{c\circledast}(A \perp \neg\alpha)) \cup \{\alpha\}$.

Si $A \perp \neg\alpha = \emptyset$, entonces

por prop $\perp$, $\vdash \neg\alpha$

abs por $\alpha \in A \circledast \alpha$ y $\circledast_{consistency\ preservation}$.

Si $A \perp \neg\alpha \neq \emptyset$, entonces

por def $\gamma_{\circledast}$ y $\alpha \in A \circledast \alpha$, entonces $A \circledast \alpha \subseteq A\prime \cup \{\alpha\}$, para cada $A' \in \gamma_{c\circledast}(A \perp \neg\alpha)$, entonces

por def $\gamma_{\circledast}$, $A \circledast \alpha \subseteq \cap(A' \cup \{\alpha\})$ para todo $A\prime \in \gamma_{\circledast}(A \perp \neg\alpha)$, entonces

por prop$\cap$, $A \circledast \alpha \subseteq \cap(A\ ') \cup \{\alpha\} = \cap(\gamma_{\circledast}(A \perp \neg\alpha)) \cup \alpha = A *_{\circledast} \alpha$.

Vamos a probar que $A *_{\circledast} \alpha \subseteq A \circledast \alpha$.

Sea $\beta \in A *_{\circledast} \alpha$ y supongamos que $\beta \notin A \circledast \alpha$

entonces por hip. caso 1 $\beta \neq \alpha$

por def$*_{\circledast}$ $\beta \in \cap(\gamma_{\circledast}(A \perp \neg\alpha) \cup \{\alpha\}$

entonces, $\beta \in \cap(\gamma_{\circledast}(A \perp \neg\alpha)$

entonces, $\beta \in A\prime$ para todo $A\prime \in \gamma_{c\circledast}(A \perp \neg\alpha)_{(1)}$.

Tenemos que $\beta \notin A \circledast \alpha$, entonces

por $\circledast_{relevance}$ existe $A\prime\prime$ $A \circledast \alpha \subseteq A\prime\prime \subseteq A \cup \{\alpha\}$

tal que $A'' \nvdash \perp$, pero $A'' \cup \{\beta\} \vdash \perp$

entonces, $A'' \setminus \{a\} \nvdash \neg\alpha$ por hip caso 1 y A'' consistente

entonces existe $A''' \in A \perp \neg\alpha$ tal que $A'' \subseteq A'''$

entonces, $A \circledast \alpha \subseteq A'' \subseteq A''' \cup \{\alpha\}$

entonces por def $\gamma_{\circledast}$, $A''' \in \gamma_{c\circledast}(A \perp \neg\alpha)$

entonces $\beta \notin A'''$. Absurdo por contradecir $_{(1)}$.

Demostración 2 $\longrightarrow$ 1

Sea * una función de revisión Partial Meet AGM , A una base de creencias consistente y C un conjunto de sentencias que satisface element consistency, single sentence closure, disjunctive completeness, negation completeness, expansive credibility, y revision credibility, entonces la función de revisión limitada por credibilidad inducida que se define como:

$$A \circledast \alpha = \begin{cases} A * \alpha \text{ Si } \alpha \in C \\ \quad A \text{ sino} \end{cases}$$

Consistency Preservation:

Si $A \nvdash \perp$, entonces $A \circledast \alpha \nvdash \perp$.

Parte 1 $\alpha \in C$

Por $C_{\text{element consistency}} \nvdash \neg\alpha$

$_{def\circledast} A \circledast \alpha = A * \alpha$ y $*_{consistency}$.

Parte 2 $\alpha \notin C$

$_{def\circledast} A \circledast \alpha = A \neq A_{\perp}$ por hipotesis.

Inclusion:

$A \circledast \alpha \subseteq A \cup \{\alpha\}$

Parte 1 $\alpha \in C$

$_{def\circledast} A \circledast \alpha = A * \alpha$ y $*_{inclusion}$.

Parte 2 $\alpha \notin C$

$_{def\circledast} A \circledast \alpha = A \subseteq A \cup \{\alpha\}$.

Disjunctive Distribution:

Si $(\alpha \vee \beta) \in A \circledast (\alpha \vee \beta)$, entonces $\alpha \in A \circledast \alpha$ o $\beta \in A \circledast \beta$.

Sea $(\alpha \vee \beta) \in A \circledast (\alpha \vee \beta)$

asumimos por reductio que $(\alpha \vee \beta) \notin C$

entonces por $_{def\circledast}$, $A \circledast (\alpha \vee \beta) = A$,

por Lemma 1, $(\alpha \vee \beta) \notin A$

entonces $(\alpha \vee \beta) \notin A \circledast (\alpha \vee \beta)$ abs.

Entonces $(\alpha \vee \beta) \in C$.

Por $_{def\circledast}$, $A \circledast (\alpha \vee \beta) = A * (\alpha \vee \beta)$

y por $C_{disjunctive\ completness}$, $\alpha \in C$ o $\beta \in C$,

entonces por $\circledast_{definition}$, $A \circledast \alpha = A * \alpha$ o $A \circledast \beta = A * \beta$

entonces por $*_{success}$, $\alpha \in A \circledast \alpha$ o $\beta \in A \circledast \beta$.

Relevance:

Si $\beta \in A$ y $\beta \notin A \circledast \alpha$, entonces existe algún $A\prime$ tal que $A \circledast \alpha \subseteq A\prime \subseteq A \cup \{\alpha\}, A' \nvdash \perp$ pero $A' \cup \{\beta\} \vdash \perp$.

Parte 1 $\alpha \in C$

$_{def\circledast} A \circledast \alpha = A * \alpha$ y $*_{relevance}$.

Parte 2 $\alpha \notin C$

$_{def\circledast} A \circledast \alpha = A$ Trivial.

Vacuity:

Si $A \nvdash \neg\alpha$, entonces $A \circledast \alpha = A \cup \{\alpha\}$.

Por $C_{expansivecredibility}$ si $A \nvdash \neg\alpha$, entonces $\alpha \in C$

por $_{def\circledast}$ $A \circledast \alpha = A * \alpha$ y $*_{vacuity}$.

Strict Improvement:

Si $\alpha \in A \circledast \alpha$ y $\vdash \alpha \longrightarrow \beta$, entonces $\beta \in A \circledast \beta$

Sea $\alpha \in A \circledast \alpha$ y $\vdash \alpha \longrightarrow \beta$.

Asumamos por reductio $\alpha \notin C$,

por $_{def\circledast}$ $A \circledast \alpha = A$, y por Lema 5.2.1 $\alpha \notin A$, entonces $\alpha \notin A \circledast \alpha$ abs.

Entonces $\alpha \in C$.

Por $C_{single\ sentence\ closure}$, $\beta \in C$

por $_{def\circledast}$ $A \circledast \beta = A * \beta$

por $*_{success}\beta \in A \circledast \beta$.

Credible Revision:

Si $\alpha \in A \circledast \alpha$ y $A \circledast \alpha \vdash \beta$, entonces $\beta \in A \circledast \beta$.

Sea $A \circledast \alpha \vdash \beta$,

por $C_{revision\ credibility}$ $Cn(A \circledast \alpha) \subseteq C$

entonces, $\beta \in C$

por $_{def\circledast}$ $A \circledast \beta = A * \beta$

por $*_{success}\beta \in A \circledast \beta$.

Capítulo 6

Conclusiones y Trabajos Futuros

Durante el desarrollo de la tesis hemos planteado un modelo de operaciones de cambio limitado de creencias para bases.

Para poder enfocarnos en el tema que nos centraba comenzamos en el primer capítulo con un relato general de los fundamentos de la teoría de cambio de creencias presentando las distintas caracterizaciones posibles y brindando los elementos básicos, la notación, la lógica y el marco teórico necesarios para la comprensión de los desarrollos presentados en el resto del trabajo.

En el segundo capítulo realizamos una presentación básica del formalismo epistémico desarrollado por Carlos Alchourrón, Peter Gärdenfors y David Makinson, conocido como el modelo AGM y presentamos las características de la operaciones de expansión, contracción y revisión de este formalismos, mediante el análisis de los objetivos conceptuales de estas operaciones y un análisis de los postulados de las mismas.

En el tercer capítulo se presentó el formalismo de Bases de Creencias, con un análisis sobre las diferencias conceptuales sobre el formalismo anterior y distintas posturas sobre la utilización de las bases de creencias con sus respectivas justificaciones.

También se analizaron en este capítulo las operaciones de contracción y revisión para Bases de Creencias con sus correspondientes definiciones y propiedades resaltando los puntos novedosos o cambiantes con respecto al formalismo de Conjuntos de Creencias.

El capítulo cuarto es una descripción de las operaciones de cambio no priorizadas, donde la información nueva no tiene un status superior a las sentencias que ya formaban parte del conjunto o base de creencias del agente. En este capítulo hicimos una pequeña recopilación de los modelos no priorizados más relevantes, salvo aquellos que son el objeto directo de estudio de nuestra tesis.

El capítulo cinco conforma el centro del trabajo de esta tesis. En el se presentaron los modelos de Shielded Contraction y Credibility Limited Revision que desarrollan, para Conjuntos de Creencias, las operaciones que extendimos para el formalismo de Bases de Creencias y se demostraron los teoremas de representación que permiten definir cual es la caracterización de estos operadores.

En este capítulo presentamos las Operaciones de Contracción Limitadas por Conjunto de Retractabilidad en Bases de Creencias definiendo conceptualmente el operador y explorando las características deseables del conjunto de retractabilidad, así como los postulados que debería satisfacer la función de contracción en el modelo presentado. Estas operaciones se basan en realizar la operación de contracción sólo si la sentencia que genera la operación forma parte de conjunto de sentencias que el agente está dispuesto a resignar. Dicho de otra forma, al intentar contraer una base de creencias por una sentencia que el agente no está dispuesto a eliminar la operación de contracción no se ejecuta. Para finalizar esta sección enunciamos y demostramos el teorema de representación que permite establecer la caracterización del operador definido en función de los postulados analizados.

También presentamos las Operaciones de Revisión Limitadas por Credibilidad en Bases de Creencias definiendo nuevamente los conceptos fundamentales del operador y analizando las características del conjunto de sentencias creíbles, así como la caracterización mediante postulados de la función de revisión. Este operador de revisión solo realiza una revisión efectiva de la base de creencias cuando la sentencia nueva resulta creíble para el agente, esto es, pertenece al conjunto de sentencias creíbles del mismo. Al igual que en el caso anterior finalizamos esta sección con el teorema de representación del Operador de Revisión Limitada para Bases y las demostraciones del mismo. Este último capítulo muestra entonces los resultados relevantes del trabajo realizado, habiendo los capítulos anteriores establecido el marco de base y análisis necesarios para el mismo.

6.1 Trabajos Futuros

En el modelo AGM ha sido ampliamente estudiada la relación entre los distintos modelos constructivos que definen las funciones de cambio de creencias. Una posible extensión a este trabajo es investigar esa relación para los modelos de funciones de cambio limitado, estableciendo si existen entre los distintos modelos que aquí se presentaron equivalencias o relaciones de clase-instancia.

Una segunda vía de investigación consiste en la definición de una función de revisión de creencias limitada por conjunto de credibilidad basada en la expresión de revisión externa definida por Hansson, la cual por su naturaleza se aplica a modelos basados en bases de creencias. La revisión externa se extiende además en la operación de consolidación, la cual por la propia naturaleza de su definición, es una operación no priorizada. Es interesante entonces la posibilidad de establecer cuales serían las condiciones para poder expresar un modelo constructivo de una función limitada por conjunto de credibilidad en base a funciones de consolidación.

Si consideramos aspectos computacionales, el modelo definido presenta un inconveniente surgido en la posible infinitud de los conjuntos limitadores. Estos conjuntos tienen además un segundo aspecto inconveniente, que resulta de la imposibilidad de definir de una forma constructiva una noción que represente el hecho de que las consecuencias de un conjunto de sentencias creíbles consistente deben ser necesariamente creíble. Claramente la clausura por sentencia única no alcanza para definir esta propiedad. La alternativa que surge es pensar el conjunto de credibilidad no ya como un conjunto plano de sentencias, sino como un conjunto de "compartimientos" cada uno de los cuales representa un conjunto consistente de sentencias que el agente eventualmente podría aceptar, extendiendo de alguna forma el concepto de base de creencias a los conjuntos límites, alcanzando entonces mejores posibilidades computacionales. Esto posibilitaría además reflejar una cierta condición de contextualidad presente en los agentes racionales , en el sentido de que existen creencias que en determinado contexto son aceptables en tanto que en otros no. Para ver esto con un ejemplo, una creencia como "La gente piensa que Diego Maradona es un desequilibrado que roza los límites de la locura" puede ser aceptable para un agente en un contexto que refiera a un grupo de estudiosos de las condiciones psicológicas de las personas, pero para el mismo agente resultará inaceptable si se trata de un contexto que refiera al conjunto de los fanáticos del deporte, los cuales sin duda jamás establecerían tal juicio respecto de uno de sus mas grandes ídolos.

Bibliografía

[AGM85] Carlos Alchourrón, Peter Gärdenfors, and David Makinson. On the logic of theory change: Partial meet contraction and revision functions. *Journal of Symbolic Logic*, 50:510–530, 1985.

[AM81] Carlos Alchourrón and David Makinson. Hierarchies of regulations and their logic. In Risto Hilpinen (ed.), editor, *New Studies in Deontic Logic: Norms, Actions, and the Foundations of Ethics*, pages 125–148, 1981.

[AM82] Carlos Alchourrón and David Makinson. On the logic of theory change: Contraction functions and their associated revision functions. *Theoria*, 48:14–37, 1982.

[AM85] Carlos Alchourrón and David Makinson. On the logic of theory change: Safe contraction. *Studia Logica*, 44:405–422, 1985.

[AM86] Carlos Alchourrón and David Makinson. Maps between some differents kinds of contraction functions: The finite case. *Studia Logica*, 45:187–198, 1986.

[Dal88] Mukesh Dalal. Investigations into a theory of knowledge base revision: Preliminary report. In *Seventh National Converence on Artificial Intelligence, (AAAI-88)*, pages 475–479, St. Paul, 1988.

[Doy79] Jon Doyle. A truth maintenance system. *Artificial Intelligence*, 12:231–272, 1979.

[Doy92] Jon Doyle. Reason maintenance and belief revision: Foundations versus coherence theories. In Peter Gärdenfors, editor, *Belief Revision*, number 29 in Cambridge Tracts in Theoretical Computer Science, pages 29–51. Cambridge University Press, 1992.

[DP92] Didier Dubois and Henry Prade. Belief change and possibilistic logic. In Peter Gärdenfors, editor, *Belief Revision*, number 29 in Cambridge Tracts in Theoretical Computer Science, pages 142–182. Cambridge University Press, 1992.

[Fal99] Marcelo Falappa. *Teoría de Cambio de Creencias y sus Aplicaciones sobre Estados de Conocimiento.* PhD thesis, Universidad Nacional del Sur, 1999.

[Fer99a] Eduardo Fermé. Five faces of recovery. In H.Rott and M-A Williams, editors, *Frontiers in Belief Revision.* Kluwer Academic Publisher, 1999. to appear.

[Fer99b] Eduardo Fermé. *Revising the AGM postulates.* PhD thesis, University of Buenos Aires, April 1999.

[FH99a] Eduardo Fermé and Sven Ove Hansson. Selective revision. *Studia Logica*, 63:3:331–342, 1999.

[FH99b] Eduardo Fermé and Sven Ove Hansson. Shielded contraction. In H.Rott and M-A Williams, editors, *Frontiers in Belief Revision*. Kluwer Academic Publisher, 1999. to appear.

[Fuh97] André Fuhrmann. *An Essay on Contraction*. Studies in Logic, Language and Information. CSLI Publications, Stanford, 1997.

[FUV83] Ronald Fagin, Jeffrey Ullman, and Moshe Vardi. On the semantics of updates in databases: Preliminary report. In *Proceedings of Second ACM SIGACT-SIGMOD Symposium on Principles of Database Systems*, pages 352–365, 1983.

[Gär82] Peter Gärdenfors. Rules for rational changes of belief. In Tom Pauli, editor, *Philosophical Essays dedicated to Lennart Åqvist on his fiftieth birthday*, number 34 in Philosophical Studies, pages 88–101, 1982.

[Gär88] Peter Gärdenfors. *Knowledge in Flux: Modeling the Dynamics of Epistemic States*. The MIT Press, Cambridge, 1988.

[GM88] Peter Gärdenfors and David Makinson. Revisions of knowledge systems using epistemic entrenchment. In Moshe Y. Vardi, editor, *Proceedings of the Second Conference on Theoretical Aspects of Reasoning About Knowledge*, pages 83–95, Los Altos, 1988. Morgan Kaufmann.

[GR93] Peter Gärdenfors and Hans Rott. Belief revision. In D. M. Gabbay, C. J. Hogger, and J. A. Robinson, editors, *Handbook of Logic in Artificial Intelligence and Logic Programming*, volume Vol. 3, Epistemic and Temporal Reasoning, pages 35–132. Oxford University Press, 1993.

[Han91a] Sven Ove Hansson. *Belief Base Dynamics*. PhD thesis, Uppsala University, 1991.

[Han91b] Sven Ove Hansson. Belief contraction without recovery. *Studia Logica*, 50:251–260, 1991.

[Han93] Sven Ove Hansson. Reversing the Levi identity. *Journal of Philosophycal Logic*, 22:637–669, 1993.

[Han97a] Sven Ove Hansson. Semi-revision. *Journal of Applied Non-Classical Logic*, 7(1-2):151–175, 1997.

[Han97b] Sven Ove Hansson. What's new isn't always best. *Theoria*, 63:1–13, 1997. Editor's Introduction.

[Han98] Sven Ove Hansson. Recovery and epistemic residue. *Journal of Logic, Language and Information*, 1998. (In press).

[Han99a] Sven Ove Hansson. A survey of non-prioritized belief revision. *Erkenntnis*, 1999.

[Han99b] Sven Ove Hansson. *A Textbook of Belief Dynamics. Theory Change and Database Updating. (Vol. 11 in the Applied Logic Series)*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1999.

[HFCF98] Sven Ove Hansson, Eduardo Fermé, John Cantwell, and Marcelo Falappa. Credibility-limited revision. *Journal of Symbolic Logic*, 1998. (in press).

[HW98] Sven Ove Hansson and Renata Wassermann. Local change. *Studia Logica*, 1998. (in press).

[Lev67] Isaac Levi. *Gambling with truth.* Knopf, New York, 1967. Reprint, Cambridge, MIT Press, 1973.

[Lev80] Isaac Levi. *The enterprise of knowledge.* MIT Press, Cambridge, 1980.

[Mak87] David Makinson. On the status of the postulate of recovery in the logic of theory change. *Journal of Philosophical Logic*, 16:383–394, 1987.

[Mak97a] David Makinson. On the force of some apparent counterexamples to recovery. In E. Garzón Valdéz et al., editor, *Normative Systems in Legal and Moral Theory: Festschrift for Carlos Alchourrón and Eugenio Bulygin*, pages 475–481, Berlin, 1997. Duncker & Humblot.

[Mak97b] David Makinson. Screened revision. *Theoria*, 63:14–23, 1997.

[Ram31] F.P. Ramsey. Truth and probability. In F.P. Ramsey, editor, *Foundations of Mathematics and other logical essays*, pages 156–198. Routledge and Kegan, 1931.

[Rot92] Hans Rott. On the logic of theory change: More maps between different kinds of contraction functions. In Peter Gärdenfors, editor, *Belief Revision*, number 29 in Cambridge Tracts in Theoretical Computer Science, pages 122–141. Cambridge University Press, 1992.

[Sch67] Erwing Schrödinger. *Mente y Materia.* Cambridge University Press, 1967.

[Spo87] Wolfgang Spohn. Ordinal conditional functions: A dynamic theory of epistemic states. In W. Harper and B. Skyrms, editors, *Causation in Decision, Belief Change and Statistics*, volume volume 2, pages 105–134. D. Reidel, Dordrecht, 1987.

[Tar56] Alfred Tarski. *Logic, Semantics, Metamhatematics.* Clarendon Press, Oxford, 1956. Papers from 1923 to 1938. Translated by J. H. Woodger.