



Universidad de Buenos Aires
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

Ref. Expte. N° 509.960/18

Ciudad Autónoma de Buenos Aires, **28 AGO 2018**

VISTO

la nota a foja 1 presentada por la Dirección del Departamento de Matemática, mediante la cual eleva la información del curso de posgrado **Tópicos en Teoría de Conjuntos**, para el año 2018.

CONSIDERANDO

Lo actuado por la Comisión de Doctorado,

Lo actuado por la Comisión de Posgrado,

Lo actuado por este cuerpo en la sesión realizada en el día de la fecha,

En uso de las atribuciones que le confiere el Artículo 113° del Estatuto Universitario,

EL CONSEJO DIRECTIVO DE LA FACULTAD DE
CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
RESUELVE:

Artículo 1°: Autorizar el dictado del nuevo curso de posgrado **Tópicos en Teoría de Conjuntos**, de 24 hs de duración, que será dictado por el Dr. Pedro Sánchez Terraf.

Artículo 2°: Aprobar el programa del curso de posgrado **Tópicos en Teoría de Conjuntos**, obrante a fojas 4 del expediente de referencia, que será dictado durante el segundo cuatrimestre de 2018.

Artículo 3°: Aprobar un puntaje máximo de un (1) punto para la Carrera del Doctorado.

Artículo 4°: Comuníquese a la Dirección del Departamento de Matemática, la Dirección de Alumnos, la Biblioteca de la FCEyN y la Secretaría de Posgrado, con fotocopia del programa incluido. Cumplido archívese.

Resolución CD N° **2098**
SP ga/ 17/08/2018

Dr. PABLO J. PAZOS
Secretario Adjunto de Posgrado
FCEyN - UBA

Dr. JUAN CARLOS REBORDA
DECANO



TÓPICOS EN TEORÍA DE CONJUNTOS

1. Repaso: axiomática ZFC, ordinales, cardinales, aritmética cardinal. Teorema de Hessenberg. Unión de conjuntos con cardinal acotado, presencia de AC en la prueba.
2. Cofinalidad. Ordinales regulares. La cofinalidad es un cardinal regular. Caracterización en términos de supremos de cardinales menores. Teorema de König.
3. Características (invariantes) cardinales del Continuo. Dominación de funciones. Familias casi disjuntas (maximales). Cardinales b y a . Teorema de Solomon $b \leq a$. Cardinales p y t .
4. Posets: nociones de forzamiento, compatibilidad, anticadenas. Ejemplo $\text{Fn}(I, J)$: funciones y filtros. Conjuntos densos, filtros genéricos. Teorema del Filtro Genérico ($\text{MA}(\omega)$). No hay genérico para $\text{Fn}(\omega, \omega_1)$. Condición de cadenas contables (ccc). Axioma de Martin $\text{MA}(k)$; $\text{MA}(k)$ implica que $k < 2^{\omega}$.
5. Aplicaciones de MA a las características cardinales del continuo: MA implica que $\text{bound} = 2^{\omega}$. MA implica que 2^{ω} es regular y la unión de menos que continuos conjuntos de medida Lebesgue 0 es un conjunto de medida nula. Filtros como noción de "conjuntos grandes". Filtros e ideales sobre $P(k)$. Conjuntos estacionarios; aplicación a conjuntos de medida 1, 0 y positiva en el intervalo $[0, 1]$.
6. Definición de filtro e ideales sobre X como casos particulares de filtros en $P(X) \setminus \{0\}$. Dual de un filtro. Ultrafiltros. Los ultrafiltros son filtros maximales. Filtros primos. Los ultrafiltros "preservan" los conectivos lógicos. Filtros k -completos. Conjuntos club. Intersección de $<k$ clubes es club. El filtro $\text{Club}(k)$. El ideal no estacionario. Ejemplos de conjuntos estacionarios: S^{θ}_{α} . Matrices de Ulam; $\text{Club}(k)$ no es ultrafiltro. Intersección diagonal: interpretación.
7. Ejemplos: (ultra)filtros principales. Ultrafiltros principales son λ -completos para todo λ en inCard . Ejemplos de clubes en k : $\{\beta : \alpha < \beta\}$, ordinales límites en k . Consecuencias para estacionarios. Las propiedades k se reflejan en algún elemento de todo estacionario. El filtro club es cerrado por intersecciones diagonales de tamaño k . Subálgebras de $\langle k, \mathcal{f} \rangle$ con $\mathcal{f}: k \rightarrow k$. Lema de "regresión" de Fodor y aplicaciones a topología. Cardinales de Mahlo. Introducción al problema de la medida.
8. Problema de la Medida para cardinales. Medidas λ -aditivas. Cardinales medibles a valores reales (mvr). El primer cardinal que admite una medida no trivial es mvr. Los cardinales mvr son regulares. Átomos de una medida. Si el primer cardinal mvr admite medida sin átomos, entonces 2^{ω} también.
9. Los cardinales mvr son débilmente inaccesibles. Átomos y medidas a dos valores. Cardinales medibles. Relación con ultrafiltros. Los cardinales medibles son inaccesibles.

BIBLIOGRAFIA

- [1] R. Cignoli, "Teoría axiomática de conjuntos: Una introducción", Departamento de Matemática, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad de Buenos Aires (2016).
- [2] F. Drake, "Set Theory: An Introduction to Large Cardinals", North-Holland Publishing Company (1974).
- [3] T. Jech, "Set Theory", Springer-Verlag (2006) edición del milenio (3ra).
- [4] K. Kunen, "Set Theory", College Publications (2011).

2° Cuatrimestre 2018

Firma del Profesor:

Aclaración de firma:

Dr. Pedro Sánchez Terraf

Dr. Jorge Zilber
Secretario Académico
Depto. de Matemática
FCEyn - UBA