

## Ecuaciones Polinomiales y Algoritmos

### Programa

- 1.- Polinomios en una variable con coeficientes en un cuerpo. Máximo común divisor y factorización única (Repaso). Raíces en  $\mathbb{R}[X]$ : Algoritmos de Descartes y Sturm para determinar el número de raíces reales. Equivalencia de las factorizaciones en  $\mathbb{Q}[X]$  y  $\mathbb{Z}[X]$ : Polinomios primitivos, Lema de Gauss, Criterio de Eisenstein.
- 2.- Polinomios en varias variables. Factorización Única. Polinomios irreducibles. Ideales de  $\mathbb{K}[X_1, \dots, X_n]$  y Variedades en  $\mathbb{K}^n$ . Las correspondencias  $I \mapsto V(I)$  y  $V \mapsto I(V)$ .
- 3.- Ordenes monomiales y Algoritmo de división de Hironaka en  $\mathbb{K}[X_1, \dots, X_n]$ . Ideales monomiales. El Lema de Dickson y el teorema de la base de Hilbert (Noetherianidad).
- 4.- Bases de Gröbner. Propiedades. Algoritmo de Buchberger de construcción de una base de Gröbner. Aplicación a los problemas de pertenencia de un polinomio a un ideal y representación. Comparación con el punto de vista clásico.
- 5.- La Resultante de dos polinomios en una variable. El Discriminante. Teoremas de Eliminación y Extensión.
- 6.- El Teorema de los ceros de Hilbert. Ideales radicales y la correspondencia ideal radical-variedad de ceros. Sistemas de ecuaciones polinomiales sin soluciones. Sistemas con finitas soluciones. Operaciones con ideales. La clausura de Zariski de la proyección de una variedad.
- 7.- Cocientes de anillos polinomiales. El teorema Chino del Resto. Ideales radicales cero-dimensionales y la dimensión el espacio vectorial cociente.
- 8.- Ideales cocientes. Ideales irreducibles y primarios. Descomposición primaria en  $A$  con  $A$  anillo noetheriano. Componentes aisladas e inmersas. Unicidad de los primos asociados y de las componentes aisladas.
- 9.- El espacio proyectivo  $\mathbb{P}^n(\mathbb{K})$ . Ideales homogéneos y variedades proyectivas. El teorema de los Ceros de Hilbert proyectivo. La correspondencia entre ideales radicales homogéneos propiamente contenidos en  $(X_0, \dots, X_n)$  y variedades proyectivas no vacías. Afinización y Homogeneización. La clausura proyectiva de una variedad afín. El teorema de Bézout para curvas en  $\mathbb{P}^2(\mathbb{C})$ .
- 10.- Polinomios con coeficientes en cuerpos finitos y en  $\mathbb{Z}$ . Estructura de un cuerpo finito. El algoritmo de Berlekamp de factorización de polinomios sobre un cuerpo finito. Medida de Mahler de un polinomio. Altura de divisores de polinomios en  $\mathbb{Z}[X]$ . El lema de Hensel. Breve referencia a las métricas sobre  $\mathbb{Q}$  y los cuerpos  $p$ -ádicos. Algoritmo de Zassenhaus de factorización de polinomios en  $\mathbb{Z}[X]$ .

### Bibliografía

- Adams W., Loustaunau P. : *An introduction to Gröbner Bases*. Graduate Studies in Mathematics, AMS, 1994.
- Akritas A. : *Elements of Computer Algebra with applications*. Wiley & Sons, 1989.
- Becker T. - Weispfenning V. : *Gröbner bases. A computational Approach to Commutative Algebra*. Springer-Verlag, 1993.
- Cox D. - Little J. - O'Shea D. : *Ideals, Varieties and Algorithms : An introduction to Computational Algebraic Geometry and Commutative Algebra*. Undergraduate Texts in Mathematics. Springer-Verlag, 1992.
- Cox D. - Little J. - O'Shea D. : *Using Algebraic Geometry*. Graduate Texts in Mathematics. Springer-Verlag, 1998.
- von zur Gathen J. - Gerhard J. : *Modern Computer Algebra*. Cambridge University Press, 1999.
- Geddes K. - Czapor S. - Labahn G. : *Algorithms for Computer Algebra*. Kluwer Academic Publishers, 1992.

  
 Dr. JORGE ZILBER  
 DIRECTOR ADJUNTO  
 DEPTO. DE MATEMÁTICA



- Lejeune-Jalabert M. : *Effectivité des Calculs Polynomiaux*. Cours de DEA. Institut Fourier, Univ. Grenoble 1, 1986.
- Mignotte M. : *Mathématiques pour le Calcul Formel*. Presses Universitaires Françaises, 1986.
- Mignotte M., Stefanescu D. : *Polynomials, An Algorithmic Approach*. Springer-Verlag, 1999.
- Mishra, B. : *Algorithmic Algebra*. Springer-Verlag, 1993.
- Van der Waerden, B.L. : *Modern Algebra*. Ungar Publishing Co., New York, 1969.

Segundo Cuatrimestre 2004

Firma del Profesor:

Aclaración de Firma: **Dra. Teresa Krick**

Dr. JORGE ZILBER  
DIRECTOR ADJUNTO  
DEPTO. DE MATEMATICA





Universidad de Buenos Aires  
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

Referencia Expte. N° 481.025/2004

Buenos Aires, 29 NOV 2004

**VISTO**

las notas presentadas por el Dr. Jorge Zilber, Director Adjunto del Departamento de Matemática, mediante las cuales eleva la Información y el Programa del Curso de Posgrado **"ECUACIONES POLINOMIALES Y ALGORITMOS"**, que será dictado durante el segundo cuatrimestre de 2004 (desde el 17/08/2004 al 04/12/2004), bajo la responsabilidad de la Dra. Teresa KRICK

**CONSIDERANDO:**

lo actuado por la Comisión de Doctorado de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales  
lo actuado por la Comisión de Investigación, Publicaciones y Postgrado,  
lo actuado por este cuerpo en Sesión Ordinaria realizada en el día de la fecha,  
en uso de las atribuciones que le confiere el Artículo N° 113° del Estatuto Universitario,

EL CONSEJO DIRECTIVO DE LA FACULTAD DE  
CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES  
**RESUELVE:**

**Artículo 1°:** Autorizar el dictado del Curso de Posgrado **" ECUACIONES POLINOMIALES Y ALGORITMOS "**, de 96 hs. de duración.

**Artículo 2°:** Aprobar el Programa Analítico del Curso de Postgrado **" ECUACIONES POLINOMIALES Y ALGORITMOS "**.

**Artículo 3°:** Aprobar un Puntaje de dos (2) puntos para la Carrera del Doctorado.

**Artículo 4°:** Aprobar un Arancel de 20 Módulos.

**Artículo 5°:** Elévese a la Universidad de Buenos Aires, comuníquese al Director del Departamento de Matemática, a la Biblioteca de la FCEyN y a la Subsecretaría de Postgrado (con fotocopia del programa incluida).

**Artículo 6°:** Comuníquese a la Dirección de Alumnos y a la Dirección de Presupuesto y Contabilidad (sin fotocopia del programa analítico).

Resolución CD N° -2254-

Dr. MIGUEL JACOVETTI  
SECRETARIO