

Geometria Projectiva
Primer Cuatrimestre 1996

1) Geometria diferencial de curvas y superficies.

- a) Aplicaciones diferenciables $U \rightarrow \mathbb{R}^n$ con $U \subset \mathbb{R}^m$ abierto conexo. Curvas parametricas en \mathbb{R}^2 y \mathbb{R}^3 . Ejemplos. Longitud de arco, curvatura, torsion, ecuaciones de Frenet, teorema de clasificacion ortogonal.
- b) Curvas y superficies en \mathbb{R}^n dadas en forma implicita. Puntos regulares y singulares. Espacio tangente. Contacto; rectas, planos y esferas osculadores. Parametrizacion local.
- c) Clasificacion ortogonal y afin de cuadricas en \mathbb{R}^n .
- d) Superficies en \mathbb{R}^3 . Ejemplos: superficies de revolucion, superficies regladas. Primera forma fundamental. Aplicacion de Gauss, segunda forma fundamental, curvatura media y Gaussiana. Direcciones principales. Puntos elipticos, hiperbolicos y parabolicos. Ecuaciones de compatibilidad, teorema de clasificacion ortogonal de superficies. Geodesicas. Enunciado y discusion de los axiomas de plano Euclideo segun Hilbert. Superficies de revolucion de curvatura constante y modelos de geometrias no Euclideanas. Enunciado del teorema de Gauss-Bonnet.

Referencias:

Struik, "Geometria diferencial clasica". Ed. Aguilar.

Do Carmo, "Differential geometry of curves and surfaces", Prentice Hall.

2) Geometria Projectiva.

- a) Definicion axiomatica de plano afin y proyectivo. Ejemplo: el plano proyectivo $\mathbb{P}^2(K)$ asociado a un cuerpo K . Discusion de los casos $K = \mathbb{R}$, $K = \mathbb{C}$ y $K = \mathbb{Z}_p$. Propiedades de Pappus y de Desargues, caracterizacion de $\mathbb{P}^2(K)$.
- b) Curvas algebraicas en $\mathbb{P}^2(K)$. Definicion y ejemplos. Puntos singulares. Multiplicidad de interseccion, discusion de varias definiciones. Teorema de Bezout; idea de la demostracion mediante el principio de conservacion de numeros.
- c) Clasificacion proyectiva de cuadricas en $\mathbb{P}^n(K)$. Cubicas en $\mathbb{P}^2(K)$: estructura de grupo, clasificacion proyectiva mediante el invariante λ .
- d) Genero de una curva. Existencia de parametrizaciones racionales; utilizacion para la resolucion de problemas diofantinos y para el calculo de ciertas integrales abelianas. Curva dual, formulas de Plucker.
- e) Relacion entre geometrias no euclideanas y geometria proyectiva, segun Felix Klein.

Referencia: Walker, "Algebraic Curves".

Otros libros: Baker, Enriques-Chisini, Hodge-Pedoe, Salmon, Semple-Roth.

Dra. ALICIA DICKENSTEIN
DIRECTORA
DEPTO. DE MATEMATICA

Nota: El énfasis estará puesto en los cálculos con coordenadas homogéneas en espacios $\mathbb{P}^n(K)$. El interesante punto de vista sintético-axiomático mencionado en a) será tratado superficialmente, por falta de tiempo.

3) Variedades diferenciales.

- a) Definición y ejemplos. Vectores tangentes. Subvariedades, inmersiones, submersiones. Valores críticos de aplicaciones diferenciables. Otros ejemplos (pegado de variedades, espacios homogéneos).
- b) Álgebra multilineal, tensores, formas diferenciales. Operaciones tensoriales.
- c) Integración de formas diferenciales. Teorema de Stokes.

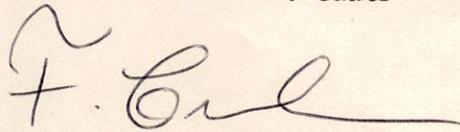
Nota: Se planea cubrir a) en la Práctica, comenzando durante la cuarta semana del curso.

Referencia:

Warner, "Foundations of Differentiable Manifolds and Lie Groups", Scott-Foresman.

Ter. Cuatrimestre 1996

Firma del Profesor:



Aclaración de Firma:

Dr. Fernando Cukierman



Dra. ALICIA DICKENSTEIN
DIRECTORA
DEPTO. DE MATEMÁTICA