

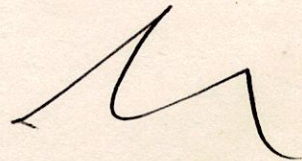
UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES  
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

DEPARTAMENTO MATEMATICA  
 ASIGNATURA LA COMPLEJIDAD DE LA GEOMETRIA DIOFANTICA  
 CARRERA/S: Licenciatura y Doctorado  
 ORIENTACION Pura  
 CARACTER Optativa  
 DURACION DE LA MATERIA cuatrimestral  
 HORAS DE CLASE: a) Teóricas: 4hs b) Problemas: hs.  
 c) Laboratorio: hs. d) Seminarios: hs.  
 e) Totales: 4 hs.

ASIGNATURAS CORRELATIVAS: Algebra III- Geometria II

PROGRAMA

Introducción a la teoría de la dualidad en geometría algebraica a través de técnicas elementales de álgebra conmutativa. Técnicas de Nullstellensatz efectivo (eliminación) en términos de programas de evaluación con cotas de grado, altura y complejidades secuencial y paralela óptimas usando dualidad. Interrelación de la noción de programa de evaluación con el análisis numérico y la "complejidad diofántica" (Northcott) o, en términos modernos: la altura de variedades aritméticas. Discusión cronológica de las diferentes nociones de altura (de Northcott-Weil, Arakelov, Falting, Bost-Gillet-Soulé).



APROBADO POR RESOLUCION 313/94

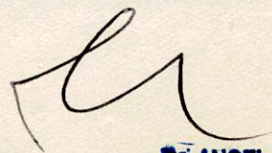
Dr. ANGEL RAFAEL LAROTONDA  
DIRECTOR  
DPTO. DE MATEMATICA



Demostración elemental de generaciones de un lema técnico de Gel'fond a Brownawell. Nullstellensatz efectivo aritmético a la Berenstein - Yger (reemplazando el análisis complejo por una simple complejidad). Desigualdad de Lojasirwicz y teorema de Briancon - Skoda aritméticos y efectivos. Cotas inferiores para la complejidad de evaluación de polinomios. Técnicas conocidas y todavía desconocidas (problemas abiertos). El polinomio de Pochhammer - Wilkinson, los números de catalán y su gracia para la geometría diofántica. Introducción a los métodos de aproximación diofántica (método de Thue y sucesores, teorema de Thue-Siegel-Roth, etc). Analogía entre los problemas abiertos de complejidad de evaluación de polinomios y los problemas resueltos de la aproximación diofántica. Introducción a la teoría de Arakelov. Nullstellensatz efectivo aritmético, teoría de intersección aritmética a la Bost-Gillet-Soulé y problemas de resolver neméricamente sistemas de ecuaciones polinomiales a la Shub-Smale.

#### BIBLIOGRAFIA

- [Be-Yg 1] C. Berenstein, A.Yger: Bounds for the degrees in the division problem. Michigan Math. Journal 37(1990) 25-43
- [Be-Yg 2] C. Berenstein, A.Yger: Effective Bezout identities in  $\mathbb{C}[z, \dots, z]$ . Acta Math. 166(1991) 69-120
- [Bro 1] D. Brownawell: Bounds for the degrees in the Nullstellensatz. Ann. Math. Second Series, vol. 123 Nro. 3(1987) 577-591
- [Bro 2] D. Brownawell: A prime power version of the Nullstellensatz. Manuscript Penn State University (1989).



**Dr. ANGEL RAFAEL LAROTONDA**  
DIRECTOR  
DPTO. DE MATEMATICA



- [Ca-Ga-He2] L.Caniglia,A.Galligo,J.Heintz:Some new effectivity bounds in computational geometry.Proc. 6th In.Conf.Applied Algebra,Algebraic Algorithms and Error Correcting Codes,Rome 1988,LN Comp.Sci.357.Springer-Verlag (1989) 131-151.
- [Da-He] J.Davenport,J.Heintz:Real quantifier elimination is doubly exponential.J.Symbolic Computation 5(1988) 29-35.Reprinted in: Algorithms in Real Algebraic Geometry,ed.by Denis A. Arnon and Bruno Buchberger,Academic Press (1988) 29-35.
- [Fi-Gi-Smi] N.Fitchas,M.Giusti,F.Smietanski: Sur la complexité du théorème des zéros.Preprint Ecole Polytechnique Palaiseau (1992)
- [Giu-He] M.Giusti,J.Heintz:La détermination des points isolés et de la dimension d'une variété algébrique peut se faire en temps polynomial. Aparecerá en Proc.Int.Meeting on Commutative Algebra,Cortona 1991.
- [Giu-He-Sa] M.Giusti,J.Heintz,J.Sabia: On the efficiency of effective Nullstellensätze. Aparecerá en Computational Complexity,Birkhanser Manuscripto (1992).
- [He] J.Heintz: Definability and fast quantifier elimination in algebraically closed fields. Theoret.Comput.Sci.24 (1983)239-277

  
Dr. ANGEL RAFAEL LAROTONDA  
DIRECTOR  
DPTO. DE MATEMATICA



- [He-Mo] J.Heintz,J.Morgenstern: On the intrinsic complexity of elimination theory.Preprint (1992).
- [Ko] J.Kollár: Sharp effective Nullstellensatz. Journal Am.Math.Soc.1(1988) 963-975.
- [Ku] E.Kunz: Kähler Differentials. Advanced Lectures in Mathematics,Vieweg Verlag 1986.
- [La] S.Lang:Fundamentals of Diophantine Geometry. Springer Verlag 1983.
- [Sch] T.Schneider: Einführung in die Theorie der transzendenten Zahlen.Springer Verlag,Berlin, 1957.
- [Sa-So] J.Sabia,P.Solernó: A bound for the trace intersections and the degrees in the Nullstellensatz. En elaboración.
- [Shu-Suma1]M.Shub,S.Smale:Complexity of Bezout's Theorem 1 Geometric Aspects.Preprint IBM T.J.Watson Research Center,Yorktown Heights (1992).
- [Shu-Sma2] M.Shub,S.Smale: Complexity of Bezout's Theorem 2 Volumes and probabilities. Preprint IBM.T.J. Watson Research Center,Yorktown Heights (1992).
- [So] P. Solernó: Effective Lojasiewicz inequalities in semialgebraic geometry.AECC Journal Vol 2 Nro. 1 Springer-Verlag (1991)1-14.

Firma del profesor:

Aclaración firma: Dr. Joos Heintz.

**Dr. ANGEL RAFAEL LAROTONDA**  
DIRECTOR  
DPTO. DE MATEMATICA