53 MAT
1984

UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

DEPARTAMENTO: MATEMATICA

ASIGNATURA: FUNCIONES REALES

CARRERA/S: Profesorado

ORIENTACION: .... PLAN: ....

CARACTER: obligatoria

DURACION DE LA MATERIA: cuatrimestral

HORA DE CLASE:

a) TEORICAS 4 hs.

b) PRACTICAS 6 hs.

c) TEORICO PRACTICAS ..... hs.

d) TOTALES 10 hs.

ASIGNATURAS CORRELATIVAS: ANALISIS MATEMATICO II (TP) y GEOMETRIA I

PROGRAMA:

I. COMPLEMENTOS DE TEORIA DE CONJUNTOS

Relaciones binarias. Relaciones de equivalencia; conjuntos cociente; sistemas de representantes; ejemplos. Relaciones de orden. Equivalencias compatibles con una estructura algebraica; estructura algebraica del conjunto cociente.

Conjuntos numerables; propiedades básicas. Numerabilidad del conjunto de los números algebraicos. Conjuntos con la potencia del contínuo Cardinal de un conjunto. Operaciones con cardinales. Relación orden entre cardinales; teorema de Cantor-Bernstein. Cardinal del conjunto de partes; aplicaciones.

II. ESPACIOS METRICOS

Origen del concepto de espacio métrico: axiomas de la distancia. Ejemplos: R^n y C^n; espacio discreto; distancias en grupos abelianos; espacios normados, espacios $B(E)$, $C(\Omega)$ y L^1_c; espacios de sucesiones. Espacios ultramétricos.

Ing. PEDRO E. ZADUNAISKY
DIRECTOR DEPARTAMENTO DE MATEMATICA

Aprobado por Resolución DNV 431/86

FUNCIONES REALES (Profesorado)

2do. cuatrimestre 1984

Bolas y esferas en un métrico. Conjuntos acotados. Conjuntos abiertos y cerrados. Interior, exterior, adherencia y frontera; propiedades básicas. Entornos. Sucesiones convergentes; propiedades básicas. Ejemplos de caracterización de sucesiones convergentes.

Sucesiones de Cauchy. Espacios completos y espacios de Banach; ejemplos; propiedades básicas de espacios y conjuntos completos. Principio de encaje de Cantor.

Conjuntos densos. Espacios separables: propiedades y ejemplos. Esbozo del teorema de completamiento.

Aplicaciones continuas; propiedades básicas. Isometrías. Espacios métricos homeomorfos; espacios normables; ejemplos.

Aplicaciones uniformemente continuos; espacios uniformemente equivalentes. Aplicaciones lipschitzianas; ejemplos. Teorema del punto fijo de Banach. Teorema de existencia de ecuaciones diferenciales: influencia de las condiciones iniciales Conjuntos raros: propiedades y ejemplos. Conjuntos de primera categoría; espacios de Baire; teorema de Baire para espacios completos.

Propiedades de Bolzano-Weierstrass y de Borel-Lebesgue; conjuntos totalmente acotados; espacios compactos. Conjuntos compactos; propiedades. Propiedades de las funciones continuas en un compacto.

III. ESPACIOS DE BANACH

Normas equivalentes en un espacio normado. Continuidad de las operaciones vectoriales en un normado. Subespacios de un espacio normado; existencia de subespacios densos. Conjuntos totales; ejemplos; conjuntos totales en espacios separables.

Aplicaciones lineales acotadas: su identidad con las continuas. Definición de la norma en el espacio L(X,Y); algebra normada L(X). Convergencia en L(X,Y). Caso en que Y es un Banach. Ejemplos de aplicaciones lineales acotadas y no acotadas. Dual algebraico y dual topológico de un normado; hiperplanos. Teorema de acotación uniforme; teorema de la resonancia. Teorema de Banach-Steinhaus. Contraejemplos para espacios que no sean de Baire.

IV. ESPACIOS DE HILBERT Y SERIES DE FOURIER

Espacios prehilbertianos; axiomas, ejemplos. Desigualdad de Schwarz; estructura normada de un prehilbertiano; espacios de Hilbert.

Ing. PEDRO E. ZADUNAISKY

DIRECTOR INTERINO
DEPARTAMENTO DE MATEMATICA

FUNCIONES REALES (Profesorado)

2do. cuatrimestre 1984

Continuidad del producto escalar. Ortogonalidad; teorema de Pitágoras; sistemas ortogonales y ortonormales. Método de ortogonalización de Schmidt; unicidad.
Igualdad del paralelogramo. Espacio de funciones generalmente continuas y de cuadrado integrable con función de peso.
Polinomios ortogonales: definición y propiedades.
Series en espacios normados; ppimeras propiedades. Series de Cauchy. Convergencia absoluta; su relación con la convergencia ordinaria. Convergencia conmutativa; su relación con la convergencia absoluta; ejemplo de serie en un Banach conmutativamente convergente y no absolutamente convergente.
Series de vectores ortogonales; relaciones entre la convergencia de la serie y la convergencia de la serie de los cuadrados de las normas.
Serie de Fourier de un vector respecto a un sistema ortonormal numerable; primeras propiedades; desigualdad de Bessel-Parseval; Teorema de mejor aproximación; convergencia conmutativa de series de Fourier. Bases hilbertianas, sistemas totales y sistemas maximales: relaciones mutuas y con la igualdad de Bessel-Parseval. Isomorfismo con l^2 de los espacios de Hilbert que tienen una base hilbertiana numerable.
Series trigonométricas; forma exponencial. Serie de Fourier de funciones de L^2; propiedades. Lema de Riemann-Lebesgue. Relaciones entre las convergencias puntual, uniforme y en media cuadrática.
Convergencia puntual de las series de Fourier. Integral de Dirichlet. Teorema local de Riemann. Criterio de Dini; casos particulares. Convergencia de las series de Fourier de funciones derivables. Series de periodo 2p. Series de senos o de cosenos.

BIBLIOGRAFIA

1. Dieudonné. J. "Fundamentos del Análisis Moderno"
2. Cotlar, & Cignoli, "Nociones de Espacios Normados" (EUDEBA)
3. Kolmogorov & Fomin, "Elementos de la Teoría de funciones y del Análisis Fuion funcional" (MIR)
4. Nachbin, "Introducao a Análise Funcional" (OEA)
5. Nieto, "Introducción a los Espacios de Hilbert (OEA)
6. Simons, G. "Introduction to Topology and modern analysis" (Mc Graw-Hill)

Firma del Profesor: Manuel Balanzat

Aclaración de firma: Dr. Manuel Balanzat

Ing. PEDRO E. ZADUNAISKY
DIRECTOR INTERINO
DEPARTAMENTO DE MATEMATICA