

45 Mat
1981

UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

DEPARTAMENTO:.....**MATEMATICA**.....
ASIGNATURA:.....**SEMINARIO SOBRE RESOLUBILIDAD DE ECUACIONES**.....
CARRERA/S.....**Doctorado**.....ORIENTACION:.....
.....**PLAN**.....
CARACTER.....**Obligativo**.....
DURACION DE LA MATERIA.....**cuatrimestral**.....
HORAS DE CLASE: a) TEORICAS.....**4**.....hs.
b) PRACTICAS.....**7**.....hs.
c) TEORICO-PRACTICO.....hs.
d) TOTALES**4**.....hs. semanales
ASIGNATURAS CORRELATIVAS:.....**No tiene**.....
.....

PROGRAMA

DESCRIPCION

Este curso consiste en una exposici3n, con cierto detalle, de la teor3a cl3sica de resolubilidad de ecuaciones por radicales. En particular, se estudian algebraicamente las construcciones geom3tricas con regla y comp3s. A modo de complemento, y en relaci3n con las extensiones c3clicas, se incluyen cuestiones como el an3lisis de la irreducibilidad de polinomios puros y la teor3a de Kummer. Si bien este curso se inicia con los prerrequisitos de car3cter grup3stico, se presupone, en cambio, el material de un curso t3pico de teor3a de cuerpos.

CONTENIDO

1. Grupos de permutaciones

Grupo sim3trico, grupos de permutaciones. Teorema de Cayley. Ciclos, descomposici3n c3clica de una permutaci3n. Transposiciones, generadores del grupo sim3trico. Paridad de una permutaci3n, grupo alternado, generadores del grupo alternado. Estructura c3clica de una permutaci3n, permutaciones conjugadas. Caracterizaci3n del grupo sim3trico de grado primo por ciclos contenidos. Simplicidad del grupo alternado. Grupos de permutaciones transitivos, su determinaci3n para grado ≤ 4 . Caracterizaci3n del grupo sim3trico por transitividad y ciclos contenidos.

DR. CARLOS SEQU3A FERN3NDEZ
DIRECTOR
DEPARTAMENTO DE MATEMATICA

SEMINARIO SOBRE RESOLUBILIDAD DE ECUACIONES
1er. cuatrimestre 1981.

2. Grupos resolubles

Series normales. Series de resolubilidad, grupos resolubles. Resolubilidad del grupo simétrico. Propiedades elementales de los grupos resolubles. Refinamiento y equivalencia de series normales. Lema de Zassenhaus, teorema de Schreier. Carácter homomórfico de la resolubilidad. Series de composición, grupos de longitud finita. Teorema de Jordan-Holder. Longitud de un grupo de longitud finita. Grupos resolubles de longitud finita.

3. p-Grupos

Ecuación de clases. Teorema de Cauchy. p-grupos finitos: orden, centro y resolubilidad. Grupos superresolubles.

4. Polinomios simétricos

Acción canónica del grupo simétrico en anillos de polinomios. Polinomios simétricos, polinomios simétricos elementales. Peso de polinomios. Teorema fundamental de los polinomios simétricos. Acción canónica del grupo simétrico en cuerpos de fracciones racionales. Fracciones racionales simétricas. Teorema fundamental de las fracciones racionales simétricas. Discriminante formal, cálculo de su expresión en polinomios simétricos elementales hasta 3 indeterminadas. Discriminante de polinomios mónicos, cálculo de su expresión en los coeficientes hasta grado 4.

5. Extensiones cíclicas y polinomios

Identidad de las extensiones cíclicas, donde el cuerpo de base contiene suficientes raíces de la unidad, con los cuerpos de descomposición de polinomios puros. Identidad de las extensiones galoisianas de grado p , en característica p , con los cuerpos de descomposición de polinomios de Artin-Schreier.

6. Grupo de Galois de un polinomio

Definición y ejemplos. Versión clásica del teorema de Galois. Discriminante y grupo de Galois alternado de un polinomio. Grupo de Galois de polinomios irreducibles. Determinación de los grupos de Galois de polinomios de grado ≤ 4 .

7. Extensiones resolubles

Cápsula normal de una extensión algebraica, propiedades. Extensiones resolubles, condiciones de clase distinguida.

8. Extensiones resolubles por radicales

Extensiones resolubles por radicales (en el sentido de Lang), polinomios (si se quiere, ecuaciones) resolubles por radicales. Identidad de las extensiones resolubles por radicales con las extensiones resolubles, criterio de resolubilidad de Galois. Extensiones clásicamente resolubles por radicales (Van der Waerden): Comparación de ambas definiciones de resolubilidad. Caracterización por radicales de las p -extensiones de grado finito.

SEMINARIO SOBRE RESOLUBILIDAD DE ECUACIONES

1er. cuatrimestre 1981.

9. Polinomios generales

Polinomio general sobre un cuerpo, determinación de su grupo de Galois. Teorema de Abel-Ruffini. Cálculo por radicales de las raíces del polinomio general de grado ≤ 4 (parágrafo 3, por el método de las resolventes de Lagrange, y para grado 4, con el resolvente cúbico).

10. Polinomios con grupo simétrico

Construcción de Brauer de polinomios con coeficientes racionales, de grado primo, cuyo grupo de Galois es el grupo simétrico. Construcción de Van der Waerden de polinomios con coeficientes racionales, de grado arbitrario, cuyo grupo de Galois es el grupo simétrico.

11. Construcciones con regla y compás

Interpretación algebraica de la resolubilidad de un problema geométrico con regla y compás: elementos construibles (sobre un cuerpo de característica $\neq 2$), condiciones equivalentes, cuerpo de elementos construibles. Ejemplos clásicos de problemas geométricos resolubles con regla y compás: duplicación del cuadrado, cuadratura del triángulo, bisección del ángulo. Ejemplos clásicos de problemas geométricos irresolubles con regla y compás: duplicación del cubo, cuadratura del círculo, trisección del ángulo. Inscripción de polígonos regulares en el círculo: resolución del problema. El polígono de 5 lados: construcción de una torre de raíces cuadradas para el cuerpo ciclotómico racional de índice 5. El polígono de 17 lados: periodos de Gauss en los cuerpos ciclotómicos racionales, construcción de una torre de raíces cuadradas para el cuerpo ciclotómico racional de índice 17.

12. Polinomios puros

Análisis de la irreducibilidad de los polinomios puros sobre un cuerpo arbitrario. Lema de Albert. Teorema de Artin para los cuerpos con clausura algebraica de grado finito.

13. Teoría de Kummer

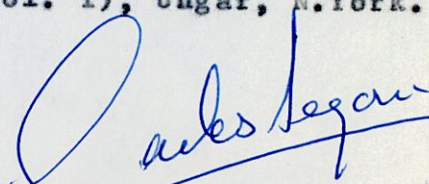
Dualidad en grupos abelianos finitos. Extensiones de Kummer: estructura y dualización de la teoría de Galois. Teoría elemental de Artin-Schreier (versión aditiva de la teoría de Kummer).

BIBLIOGRAFIA

1. N. Jacobson. "Lectures in abstract algebra" (Vol. III). Van Nostrand, Princeton 1964.
2. S. Lang. "Algebra", Addison-Wesley, Reading 1965.
3. J.J. Rotman. "The theory of groups: an introduction", Allyn and Bacon, Boston 1965.
4. B.L. Van der Waerden. "Modern Algebra" (Vol. I), Ungar, N.York. 1953.

Firma del Profesor:

Aclaración de firma: Dr. J.J. Martínez



DR. CARLOS SEGOVIA FERNÁNDEZ
DIRECTOR
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS