20 MAT 1981

UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

DEPARTAMENTO: MATEMATICA

ASIGNATURA: FUNCIONES REALES I

CARRERA/S Lic. en Matemática en Pura y Aplicada ... ORIENTACION: ...

... PLAN ...

CARACTER Obligatoria

DURACION DE LA MATERIA cuatrimestral

HORAS DE CLASE: a) TEORICAS 4 hs.

b) PRACTICAS 6 hs.

c) TEORICO-PRACTICO ... hs.

d) TOTALES 10 hs. semanales

ASIGNATURAS CORRELATIVAS: Análisis II (TP) y Geometría I

PROGRAMA

1. Notaciones, conjuntos y funciones. Imágenes directas e inversas. Sucesiones y subsucesiones. Familias y colecciones de conjuntos. Operaciones. Productos cartesianos. Números reales. Intervalos lineales: principio de encaje de Cantor. Límites de oscilación de una sucesión acotada. Criterio de convergencia de Cauchy. Desarrollos binarios. Recta real extendida. Conjuntos infinitos. Conjuntos numerables. Potencia del continuo. Cardinales transfinitos. Teoremas de Schroeder-Bernstein y de Cantor. Operaciones.

2. Espacios euclidianos y espacios métricos. Nociones métricas: bolas diámetro de un conjunto, distancia de un punto a un conjunto, distancia entre dos conjuntos no vacíos. Conjuntos acotados. Nociones topológicas: límite, interior de un conjunto, conjuntos abiertos, adherencia de un conjunto, conjuntos cerrados, entornos, continuidad. Caracterización de los conjuntos abiertos de la recta. Caracterización de los conjuntos compactos en un espacio métrico completo. Intervalos y cubos en R^n. Funciones semicontinuas.

3. Medida de Lebesgue en R^n. Medida de conjuntos elementales y de conjuntos σ-elementales. Medida exterior de Lebesgue. Conjuntos medibles. Conjuntos de medida nula. Sucesiones monótonas de conjuntos medibles. Estructura de los conjuntos medibles. Conjuntos

Carlos Segovia

DR. CARLOS SEGOVIA FERNÁNDEZ
DIRECTOR
DEPARTAMENTO DE MATEMATICA

Aprobado por Resolución CA 915/81

borelianos. Invariancia de la medida de Lebesgue bajo traslaciones. Conjuntos no medibles. Medidas de Lebesgue-Stieljes.

4. Funciones medibles. Operaciones con funciones medibles. Sucesiones de funciones medibles. Funciones simples. Funciones medibles Borel. Propiedades verdaderas en casi todo punto. Convergencia en medida.

5. Integral de Lebesgue en R^n. Integral de funciones no negativas. Teoremas de Beppo-Levi y de Fatou. Integral de funciones de signo alternado. Teorema de la convergencia mayorada. Invariancia bajo traslaciones. Integral de funciones con valores complejos. Absoluta integrabilidad y teorema de la convergencia mayorada de Lebesgue. Comparación con la integral de Riemann. El teorema de Fubini. Integración por partes'. Medida e integral de Lebesgue en espacios de medida abstractos.

6. Espacios L^p. Desigualdades de Holder y de Minkowski. Espacio L^∞. Clases de funciones densas en L^p. Convolución de funciones y desigualdad de Young. Espacio de Hilbert L^2.

7. Teoría de la diferenciación en R^1. Existencia de funciones continuas sin derivada. Funciones monótonas. Lema de Riesz. Funciones de variación acotada. Teorema maximal de Hardy-Littlewood y teoremas de diferenciación de la integral. Puntos de Lebesgue. Funciones absolutamente continuas.

8. El teorema de Fubini en espacios abstractos. Fórmula de integración por partes para integrales de Lebesgue-Stieljes. Segundo teorema del valor medio.

BIBLIOGRAFIA

- Wheeden, R.L. y Zygmund, A., Measure and integral, Marcel Dekker, Inc., 1977.
- Royden, H.L., Real Analysis, Mc Millan, 1968.
- Natanson, I.P., Theory of Functions of a Real Variable (2 vol.), Frederick Ungar, Vol.1, 1955; vol.II, 1969.

Firma del profesor: NFava

Aclaración de firma: Norberto A.Fava.

Carlos Segovia

DR. CARLOS SEGOVIA FERNÁNDEZ
DIRECTOR
DEPARTAMENTO DE MATEMATICA

Resolución CA 915/81